



**HAL**  
open science

# Formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre

Nicolas Dalloz

► **To cite this version:**

Nicolas Dalloz. Formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université des Sciences et Technologie de Lille - Lille I, 2011. Français. NNT : . tel-00628627

**HAL Id: tel-00628627**

**<https://theses.hal.science/tel-00628627>**

Submitted on 3 Oct 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N<sup>o</sup> d'ordre : 40516

UNIVERSITÉ DE LILLE I

# THÈSE

présentée par

**Nicolas DALLOZ**

pour l'obtention du grade de

**Docteur de l'Université de Lille I**

DISCIPLINE : PHYSIQUE

DANS LA SPÉCIALITÉ : OPTIQUE ET LASERS, PHYSICO-CHIMIE,  
ATMOSPHERE

## FORMATION DU SPECTRE OPTIQUE DANS LES LASERS RAMAN À FIBRE

Soutenue le 23 juin 2011 devant le jury composé de :

Agnès Desfarges-Berthelemot	Université de Limoges	Rapporteur
Philippe Grellu	Université de Bourgogne	Rapporteur
Stéphane Randoux	Université de Lille I	Directeur de thèse
Pierre Suret	Université de Lille I	Codirecteur de thèse
Thierry Chartier	ENSSAT Lannion	Examineur
Georges Wlodarczak	Université de Lille I	Examineur

# Remerciements

Je tiens à remercier Madame Agnès Desfarges-Berthelemot, Monsieur Philippe Grelu, Monsieur Thierry Chartier et Monsieur Georges Wlodarczak pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail de thèse et pour avoir accepté la charge d'être membres du jury de soutenance.

Tous mes remerciements vont encore à Georges Wlodarczak, directeur du laboratoire PhLAM, pour m'avoir accueilli dans ses locaux et veillé au bon déroulement de cette thèse. Je n'oublie pas l'ensemble du personnel du laboratoire : les agents administratifs, le personnel d'entretien, le personnel des ateliers mécanique, électronique et informatique, dont le sourire et le professionnalisme ont grandement contribué à la réussite de cette thèse. Un grand merci tout particulièrement à Nathalie pour son aide précieuse lors de la préparation de mon pot de soutenance.

Durant ces trois années, j'ai eu également la chance d'enseigner en tant que moniteur à l'IUT de chimie "Le Recueil" de Villeneuve d'Ascq. J'y ai rencontré un personnel administratif et enseignant dont l'accueil et le professionnalisme a été exempt de tout reproche. Je tiens à remercier tout particulièrement Yves Quiquempois qui m'a accompagné dans mes premières fonctions de moniteur, Henri Bocquet pour ses réponses à mes nombreuses questions sur les Travaux Pratiques que j'encadrais. Je n'oublie pas non plus Florent Réal pour la confiance qu'il m'a témoignée en me confiant l'encadrement de Travaux Dirigés.

Dans les derniers mois de rédaction de mon manuscrit, j'ai également assuré la fonction d'Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche au sein de l'UFR de physique de l'université de Lille1. Je témoigne une grande reconnaissance à Isabelle Jankowiak avec qui j'ai collaboré dans mes fonctions d'enseignant et qui a tout mis en oeuvre pour alléger ma charge de travail durant cette période difficile qu'est la rédaction.

Une grande part de ces remerciements vont, bien sûr, à Stéphane Randoux et Pierre Suret, directeurs de thèse et également membres du jury de soutenance. De ces quatre années de travail en équipe, il me reste de très bons souvenirs. Lors des moments les plus difficiles, leur soutien a été indéfectible et j'ai toujours trouvé chez eux une oreille attentive à mes doutes personnels et professionnels. Stéphane et Pierre sont de véritables mordus de science, et à ce titre je veux leur dire combien il a été enrichissant pour moi de travailler à leur côté. Je retiendrai la grande curiosité de Pierre et son éternelle agitation dans nos échanges intellectuels, trahissant son fort engouement pour la recherche scientifique. Je n'oublierai pas non plus l'infinie patience de Stéphane et sa détermination en toutes circonstances, allant de paire avec une véritable passion pour la transmission du savoir. Il ne fait aucun doute que la réussite de cette thèse est également due à leurs qualités respectives. Qu'ils en soient honorés.

Je remercie aussi chaleureusement mes anciens compagnons de bureau et amis : Paul, François, Adriana et Aude, pour leur bonne humeur, leurs sourires et leur aide à de nombreuses reprises dans mes travaux de recherche. Je me souviendrai des innombrables discussions passionnées que nous avons eues, à refaire le monde ou à plaisanter de bon coeur. J'ai également une pensée pour les anciens thésards que sont Maxence, Clément, Constant, Michel et Julien ; et j'apporte tous mes encouragements aux autres thésards en fin de rédaction pour certains : Sébastien, Guillaume, Béatrice, Vincent, Matthias, Imane, Paul et Aude.

Une part de ces remerciements vont également à mes collègues de travail de Keopsys : Dominique, Béatrice, Alexandre, Tristan, Régis, Frédéric et Marc, qui m'ont apporté leurs encourage-

ments lors des derniers mois de ma thèse. Un grand merci tout spécialement à Alexandre, qui a résolu les problèmes techniques apparus sur mon diaporama trois semaines avant la soutenance. A mon tour, je lui apporte tout mon soutien et lui souhaite bon courage pour la thèse qu'il vient d'entamer.

Last but not least... Je ne saurai être suffisamment reconnaissant envers l'ensemble de mes proches, amis et famille, en qui j'ai puisé beaucoup d'énergie tout au long de ces huit années d'études. Leur soutien et leur intérêt pour mon travail, de près comme de loin, m'ont été d'un grand réconfort, et une part non négligeable de la réussite de cette thèse leur est attribuée. Je tiens à remercier ici tous ces visages anonymes : Olivier, Frédéric, David, Jérôme, Stéphanie, Claude, Karine, Laurie, Vincent, Valentin, Viviane, Maud, Marlène, Alexandre, Charline, Gilles, les familles Guilbert, Dzuiba, Legland, Martin, Dalloz, Lourdelle et Deniset. Je tiens tout particulièrement à remercier Pascal et Gilette, mes beaux parents, ainsi que Jacinto et Sylvie, mes parents, pour leur infinie générosité et le soutien inconditionnel qu'ils m'ont témoigné durant toutes ces années. Enfin, je ne saurai oublier Emilie, ma compagne, première victime de mes doutes, suppliques ou autres crises en tous genres, et sans qui je n'aurais pu aller au bout de cette aventure. Je tiens à lui dire combien son aide m'a été précieuse, et c'est non sans émotion que je lui témoigne toute ma reconnaissance.





# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>Premier chapitre</b>	<b>12</b>
<b>1 Le laser Raman à fibre : présentation et état de l'art de la modélisation du laser</b>	<b>12</b>
1.1 Présentation du laser : principe de fonctionnement et évolution historique des configurations expérimentales	12
1.1.1 Introduction	12
1.1.2 Les premiers lasers dans les années 1970	13
1.1.2.1 Diffusion Raman spontanée/stimulée	13
1.1.2.2 Les premières réalisations	14
1.1.3 Le laser Raman à fibre aujourd'hui	16
1.1.3.1 Les miroirs de Bragg photoinscrits	16
1.1.3.2 Les lasers à fibre double gaine dopée ytterbium	19
1.1.3.3 Les lasers Raman entièrement fibrés	21
1.1.4 Conclusion	23
1.2 Modélisation du laser Raman à fibre : limites de validité du modèle monomode et approches complémentaires	24
1.2.1 Introduction	24
1.2.2 Le modèle monomode du laser Raman à fibre	24
1.2.2.1 Equations d'évolution des champs	24
1.2.2.2 Profils de puissance longitudinaux et caractéristiques en puissance du laser Raman	26
1.2.2.3 Discussion	29
1.2.3 Modélisation des propriétés spectrales du laser : coefficients de réflexion effectifs	30
1.2.3.1 Propriétés spectrales du laser Raman à fibre	30
1.2.3.2 La méthode des coefficients de réflexion effectifs	31
1.2.3.3 Conclusions	33
1.2.4 Elargissement spectral : un modèle phénoménologique	33
1.2.5 Conclusion	36
1.3 Modélisation des propriétés spectrales du laser Raman à fibre : théorie cinétique des ondes	37
1.3.1 Introduction	37
1.3.2 Approche statistique de la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre : principaux résultats et confrontation à l'expérience	38
1.3.2.1 Spectre optique intracavité du laser	39
1.3.2.2 Elargissement spectral et caractéristique de puissance	40
1.3.3 Présentation du modèle	41
1.3.3.1 Evolution dynamique des modes du spectre : approche en champ moyen	41
1.3.3.2 Etablissement de l'équation cinétique	43

1.3.3.3	Solution analytique stationnaire de l'équation cinétique : spectre en forme de sécante hyperbolique . . . . .	44
1.3.4	Conclusions . . . . .	46
1.4	Etudes numériques de la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre	46
1.4.1	Introduction . . . . .	46
1.4.2	Modèle en champ moyen . . . . .	47
1.4.2.1	Influence de la dispersion de vitesse de groupe . . . . .	48
1.4.2.2	Influence de la forme des miroirs de Bragg . . . . .	50
1.4.3	Modèle complet . . . . .	51
1.4.4	Conclusion . . . . .	54

## Deuxième chapitre 57

### 2 Formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre : étude expérimentale et modélisations 57

2.1	Introduction . . . . .	57
2.2	Mise en évidence expérimentale du changement de forme du spectre optique en différents points de la cavité laser . . . . .	58
2.2.1	Dispositif expérimental et caractéristiques de puissance . . . . .	58
2.2.2	Spectre optique du laser . . . . .	62
2.2.2.1	Mesure des spectres optiques du laser Raman . . . . .	63
2.2.2.2	Détermination des spectres de réflectivité des miroirs de Bragg . . . . .	67
2.2.2.3	Quelques explications qualitatives sur les différentes formes du spectre optique . . . . .	68
2.2.3	Conclusions . . . . .	70
2.3	Evolution spatiale du spectre optique du laser : modélisation des effets physiques liés à la propagation simple de l'onde . . . . .	71
2.3.1	Un modèle simple de l'élargissement en simple passage . . . . .	71
2.3.1.1	Equation de propagation . . . . .	71
2.3.1.2	Détermination de la condition initiale . . . . .	72
2.3.1.3	Profil longitudinal de la puissance de pompe . . . . .	73
2.3.2	Intégration numérique : spectre optique du laser . . . . .	74
2.3.3	Conclusions . . . . .	76
2.4	Propagation de l'onde en cavité : modélisation complète de la formation du spectre optique du laser Raman . . . . .	76
2.4.1	Modèle . . . . .	77
2.4.1.1	Equation de Schrödinger Non Linéaire généralisée . . . . .	77
2.4.1.2	Conditions de Bords . . . . .	77
2.4.2	Intégration numérique : résultats du modèle . . . . .	79
2.4.2.1	Spectre optique du laser : origine de l'asymétrie du spectre . . . . .	79
2.4.2.2	Effets des miroirs de Bragg sur la statistique du champ . . . . .	82
2.4.3	Conclusions . . . . .	86

## Troisième chapitre 90

### 3 Formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre : modèle en champ moyen 90

3.1	Introduction . . . . .	90
3.2	Equation maîtresse : principe et application au laser Raman à fibre . . . . .	91
3.2.1	Equation champ moyen de Haus . . . . .	91

3.2.2	Modèle champ moyen du laser Raman à fibre . . . . .	92
3.2.2.1	L'équation maîtresse de Babin <i>et al</i> . . . . .	92
3.2.2.2	Prise en compte des effets de phases des miroirs de Bragg . . . . .	93
3.3	Exploitation du modèle . . . . .	96
3.3.1	Ordres de grandeur et normalisation de l'équation maîtresse . . . . .	96
3.3.2	Simulations numériques : détermination du spectre optique du laser Raman . . . . .	98
3.3.2.1	Spectre optique au voisinage du seuil du laser . . . . .	98
3.3.2.2	Spectre optique à forte puissance de pompe . . . . .	101
3.3.3	Origine de la symétrisation du spectre à forte puissance de pompe . . . . .	102
3.4	Conclusions . . . . .	104
 <b>Quatrième chapitre</b>		<b>107</b>
<b>4</b>	<b>Approche statistique de la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre : perspectives de travail</b>	<b>107</b>
4.1	Introduction . . . . .	107
4.2	Théorie cinétique des ondes : rappels . . . . .	108
4.2.1	Equation de Schrödinger Non Linéaire à 2 dimensions . . . . .	108
4.2.2	Etablissement de l'équation cinétique . . . . .	110
4.2.3	Détermination de l'état d'équilibre et propriétés du terme de collision . . . . .	111
4.2.3.1	Phénomène de thermalisation d'ondes : évolution du système vers un état d'équilibre . . . . .	111
4.2.3.2	Terme de collision de l'équation de Schrödinger Non Linéaire à une dimension . . . . .	112
4.2.4	Conclusions . . . . .	113
4.3	Formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre : approches par la théorie cinétique des ondes . . . . .	114
4.3.1	Etablissement de l'équation cinétique selon la méthode de Zakharov <i>et al</i> . . . . .	114
4.3.2	Comparaison à l'équation cinétique de Babin <i>et al</i> . . . . .	116
4.3.3	Perspective de travail . . . . .	117
4.4	Conclusions . . . . .	118
 <b>Conclusion</b>		<b>120</b>
 <b>Annexes</b>		<b>123</b>
<b>A</b>	<b>Equation cinétique associée à l'équation de Schrödinger Non Linéaire à 2 dimensions</b>	<b>123</b>
<b>B</b>	<b>Articles</b>	<b>127</b>
 <b>Bibliographie</b>		<b>138</b>

# Introduction

# Introduction

Grâce aux développements croissants des fibres optiques ces vingt dernières années, les lasers à fibres dopées aux ions de terres-rares sont passés de l'objet de laboratoire à une source compacte, fiable, robuste et puissante. Ces sources sont aujourd'hui couramment utilisées dans des applications pratiques en particulier dans les télécommunications. Les deux bandes spectrales principales autour de  $1\ \mu\text{m}$  et  $1.5\ \mu\text{m}$  sont couvertes respectivement par les lasers à fibre dopée à l'Ytterbium et les lasers à fibre dopée à l'Erbium. Les régions du proche infrarouge qui ne sont pas couvertes par les lasers à fibres dopées sont aujourd'hui comblées par les lasers Raman à fibre. Ces sources ont fait récemment l'objet d'un développement technologique important parallèle aux lasers à fibres dopées aux ions terres-rares. Les lasers Raman à fibre sont aujourd'hui des sources commerciales utilisées dans des applications diverses comme les télécommunications, la détection longue distance, l'imagerie ou la médecine [1–4]. Au cours des vingt dernières années, l'optimisation du laser Raman à fibre en termes de puissance de sortie a majoritairement été effectuée en utilisant un modèle monomode introduit par AuYeung et Yariv en 1979 [5]. Cependant, le spectre optique du laser Raman à fibre est en réalité *fortement multimode*, et l'élargissement du spectre optique du laser avec la puissance de pompe influence la caractéristique de puissance du laser d'une manière qui ne peut pas être décrite par le modèle monomode de AuYeung et Yariv [6]. Ainsi, ces dernières années plusieurs études numériques et théoriques ont été menées pour décrire physiquement la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre et établir un modèle multimode du laser [7–11].

Ces efforts continus pour développer un modèle décrivant la physique du laser Raman à fibre ont fait progressivement évoluer le statut du laser Raman à fibre de l'objet d'utilité pratique à celui de laboratoire de physique fondamentale pour l'étude et la modélisation de phénomènes liés à la propagation non linéaire d'ondes incohérentes. Par exemple, la grande quantité de modes en interaction non linéaire dans le spectre optique de l'onde Stokes (typiquement  $10^6$ ) induit une dynamique très complexe. Certains auteurs considèrent que la formation du spectre optique du laser Raman peut être décrite par la théorie de la turbulence d'ondes [8, 12]. Dans ces études, les auteurs décrivent le mécanisme d'échange d'énergie entre les modes de la cavité (induit par l'effet Kerr) en utilisant les concepts de la théorie cinétique des ondes. Cette théorie, développée à l'origine pour décrire les phénomènes de turbulence observés en physique des plasmas [13, 14] et en hydrodynamique [15, 16], permet de considérer sous certaines conditions les systèmes optiques constitués d'un très grand nombre de modes comme un gaz de particules évoluant de manière irréversible vers un état d'équilibre thermodynamique [17]. Nous reviendrons sur cette théorie dans ce mémoire et nous discuterons l'utilisation qui en est faite pour décrire les propriétés spectrales du laser Raman à fibre.

Très récemment, l'étude des lasers Raman à fibre a connu un regain d'intérêt supplémentaire avec la première réalisation d'un laser Raman à fibre aléatoire sans miroirs de Bragg [18–20]. Le principe de fonctionnement de ce laser aléatoire à rétrodiffusion Rayleigh n'est en rien comparable à celui des lasers conventionnels. En effet, il est constitué d'une cavité fibrée ouverte (sans miroirs) ultra longue ( $>270\ \text{km}$ ). L'effet de rétroaction habituellement induit par les miroirs est ici engendré par la rétrodiffusion Rayleigh. L'amplification de la lumière est assurée par la diffusion Raman stimulée. L'absence de miroirs de cavité induit alors une absence de structure modale habituellement rencontrée dans les lasers classiques, et l'émission cohérente se construit à partir des multiples diffusions aléatoires des photons dans le milieu amplificateur [20].

Toutefois, malgré l'attrait fondamental de ces nouvelles perspectives de recherche, il n'existe toujours pas aujourd'hui de modèle clair et unique décrivant dans toutes les zones de paramètres la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre conventionnels oscillant dans des cavités fermées par des miroirs de Bragg. De surcroît, l'ensemble des modèles existants s'appuie sur des études expérimentales souvent peu précises et incomplètes. L'ensemble des travaux présenté dans ce mémoire s'inscrit dans la problématique générale de l'étude de la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre. Celui-ci est découpé en quatre chapitres :

**- 1. Le laser Raman à fibre : présentation et état de l'art de la modélisation du laser**

Nous présentons dans ce chapitre le principe de fonctionnement du laser Raman à fibre ainsi que l'évolution historique de ses configurations expérimentales. Nous passons également en revue l'ensemble des modèles développés pour en décrire les propriétés physiques. Nous verrons en particulier comment la description du laser est passée d'une modélisation monomode à une modélisation multimode.

**- 2. Formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre : étude expérimentale et modélisations**

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats issus de l'étude expérimentale que nous avons menée. Celle-ci a pour objectif de mesurer précisément et quantitativement le spectre optique du laser afin de pouvoir le comparer aux différents modèles que nous développerons. En particulier, un premier modèle qui sera présenté à la fin du deuxième chapitre nous permettra d'identifier les ingrédients physiques participant à la formation du spectre optique du laser Raman à fibre.

**- 3. Formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre : modèle en champ moyen**

Nous développons ici un modèle simplifié dans lequel le nombre d'ingrédients agissant sur la formation du spectre optique du laser est réduit au minimum. Ce modèle permettra entre autres de comprendre les mécanismes d'interaction conduisant à la forme du spectre optique dans les lasers Raman à fibre. En particulier, nous montrerons avec ce modèle que les miroirs de Bragg jouent un rôle très important dans la formation du spectre du laser. Par ailleurs, le modèle champ moyen présenté ici permettra de questionner la validité de certains travaux cherchant à décrire quantitativement cette formation [8–10].

**- 4. Approche statistique de la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre : perspectives de travail**

Nous reviendrons dans ce chapitre sur le tout dernier modèle ayant été établi pour décrire la formation du spectre dans les lasers Raman à fibre [8]. Nous verrons que l'approche statistique développée par Babin *et al* conduit à des interrogations sur la validité de la théorie cinétique des ondes dans ce système optique. Nous développerons une approche statistique de la formation du spectre optique du laser Raman basée sur la méthode classique de Zakharov *et al* [17], et nous montrerons que celle-ci ne permet pas de décrire la formation du spectre du laser. Nous proposerons alors quelques perspectives de travail sur la modélisation des propriétés spectrales du laser Raman à fibre en utilisant la théorie cinétique des ondes.

# Premier chapitre

# Chapitre 1

## Le laser Raman à fibre : présentation et état de l'art de la modélisation du laser

### 1.1 Présentation du laser : principe de fonctionnement et évolution historique des configurations expérimentales

#### 1.1.1 Introduction

L'étude des lasers à fibre est apparue dès le développement des fibres optiques au début des années 1980. A cette époque, l'ensemble des sources cohérentes déjà existantes est essentiellement basé sur des milieux à gain de nature liquide, gazeuse ou cristalline (solides massifs). Cependant, ces lasers présentent des inconvénients d'utilisation : ils sont souvent encombrants, fragiles, instables, chers et peu puissants. Contrairement aux milieux à gain classiques, la fibre optique permet un confinement fort de l'onde électromagnétique sur de grandes longueurs et elle assure par ailleurs un excellent recouvrement des champs de pompe et laser sur de longues distances d'interaction. De ce fait, les lasers à fibre ont souvent des rendements avantageux par comparaison avec les lasers "classiques", ils possèdent également d'autres avantages : une très bonne dissipation thermique, une grande stabilité de leur cavité ou encore un encombrement minimal.

Au cours des années quatre-vingt, les progrès techniques sur le développement des fibres optiques et les diodes lasers permettent la réalisation des premiers lasers à fibre. En particulier, en 1985 Poole *et al* réussissent pour la première fois à incorporer des ions terres-rares dans des fibres de silice monomodes [21], ce qui leur permet de réaliser le premier laser à fibre dopée au néodyme [22]. Par la suite, beaucoup d'autres ions terres-rares seront utilisés pour fabriquer des lasers à fibre (Ho, Th, Pr, Sa, Er, Yb) [23], chacune de ces sources émettant dans le domaine de longueur d'onde du proche infrarouge, là où les pertes des fibres optiques sont les plus faibles. Le développement de ces lasers à fibre dopée dans les années 2000 sera un véritable succès, puisqu'ils constitueront des sources de rayonnement cohérent puissantes, fiables, robustes, compactes et relativement peu onéreuses, qui seront très souvent utilisées dans le développement des télécommunications.

Cependant, les lasers à fibre dopée aux ions terres-rares présentent néanmoins un inconvénient majeur : ils n'émettent qu'à des longueurs d'onde bien spécifiques. Effectivement, ces lasers fonctionnent sur la base de transitions radiatives entre des niveaux d'énergie bien définis. De ce fait, seules certaines longueurs d'onde étroitement liées à la nature de l'ion terre-rare utilisé comme dopant pourront être émises par ces lasers. En conséquence, certaines zones du spectre du proche infrarouge ne sont pas couvertes par les lasers à fibre dopée.

C'est précisément cet inconvénient des lasers à fibres dopées aux ions terres-rares que les lasers Raman à fibre vont venir palier. En effet, comme nous allons le voir dans la section suivante, le fonctionnement de ces lasers est basé sur l'exploitation d'un phénomène physique naturellement

présent dans les milieux moléculaires : la diffusion Raman, qui présente une bande de gain très large (40 THz dans une fibre de silice par exemple) permettant d'étendre la plage spectrale d'émission accessible. Cette propriété importante des lasers Raman va susciter un intérêt conséquent, et dès les années 1970 ces lasers feront l'objet d'études nombreuses [24–32]. Comme nous allons le voir ci-dessous, le développement des lasers Raman à fibre sera étroitement lié au développement des fibres optiques d'une part, et à l'évolution des sources de pompage d'autre part. Ce développement se fera parallèlement à celui des lasers à fibres dopées aux terres-rares, qui joueront très souvent le rôle de lasers de pompe pour les lasers Raman à fibre.

## 1.1.2 Les premiers lasers dans les années 1970

### 1.1.2.1 Diffusion Raman spontanée/stimulée

La diffusion Raman *spontanée*, découverte conjointement par C.V. Raman et L. Mandelstam en 1928, est un effet physique que l'on peut observer dans les milieux moléculaires. Il se caractérise par un transfert d'une petite fraction de l'énergie d'un champ optique se propageant dans le milieu à des fréquences différentes de celle du rayonnement incident [33]. Le décalage en fréquence est égal à la fréquence de vibration des molécules. Si sa fréquence est plus faible, l'onde diffusée est appelée onde Stokes. En revanche, si sa fréquence est plus élevée, l'onde diffusée est appelée anti-Stokes. En régime spontané, la lumière incidente est de faible intensité et les deux radiations Stokes et anti-Stokes sont générées à des niveaux d'intensité comparables.

La diffusion Raman spontanée peut être interprétée physiquement à l'aide d'un diagramme d'énergie des niveaux de vibration des molécules constituant le milieu diffusant (figure 1.1 ci-dessous) :

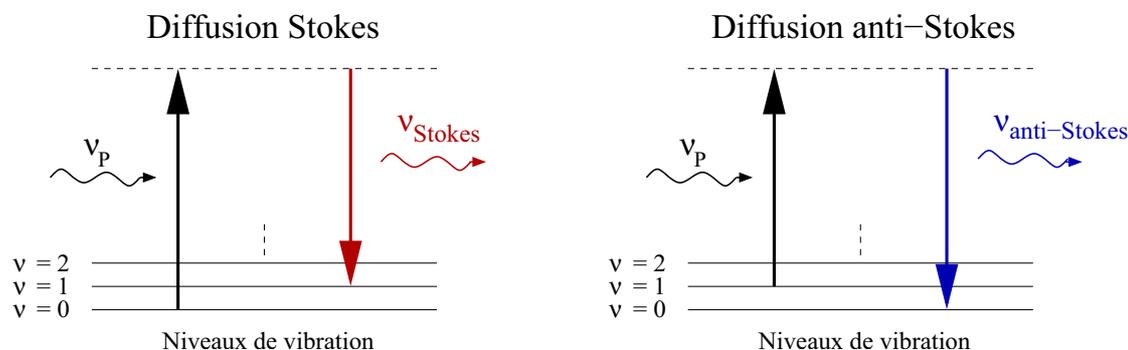


FIG. 1.1 – Illustration de la diffusion Raman Stokes et anti-Stokes

Dans le cas de la diffusion Stokes, un photon de pompe est annihilé et on observe la création d'un photon Stokes et d'un phonon de fréquence optique. Dans le cas de la diffusion anti-Stokes, il s'agit du processus inverse, le photon anti-Stokes est créé par l'annihilation d'un phonon optique et d'un photon de pompe.

La diffusion Raman spontanée telle qu'elle est présentée ci-dessus est un processus faiblement efficace. Même dans les matériaux condensés, seul un millionième de l'énergie de l'onde incidente est diffusé vers les ondes Stokes et anti-Stokes [34].

Cependant, pour un champ de pompe très intense, un processus de diffusion Raman *stimulée* peut être engendré de telle sorte que l'intensité de l'onde Stokes croît rapidement dans le milieu. Dans ce cas, le champ de pompe transfère une grande partie de sa puissance à l'onde Stokes. En adoptant une approche simple, valable dans le cas d'un pompage continu, la croissance de l'onde Stokes se propageant selon la direction  $z$  dans le milieu peut alors être décrite par [34, 35] :

$$\frac{dI_s}{dz} = gI_p I_s, \quad (1.1)$$

où  $I_p$  et  $I_s$  représentent les intensités des champs de pompe et Stokes respectivement. Le coefficient  $g$  est appelé coefficient de gain Raman. L'équation 1.1 peut être résolue simplement si l'on considère que l'on fixe les intensités des ondes pompe et Stokes en  $z = 0$ . L'onde Stokes de pulsation  $\omega_s$  est alors amplifiée et si on néglige tout effet de déplétion de l'onde de pompe, son intensité en sortie du milieu s'écrit simplement :

$$I_s(L) = I_s(0) e^{gLI_p(0)}, \quad (1.2)$$

où  $L$  est la longueur du matériau. La mesure des trois puissances  $I_p$ ,  $I_s(0)$  et  $I_s(L)$  permet de remonter au coefficient  $g$ . En faisant varier la pulsation  $\omega_s$  de la sonde en  $z = 0$  sur une large bande, nous pouvons obtenir le spectre de gain Raman  $g(\Omega)$ , où  $\Omega = \omega_p - \omega_s$  représente le décalage en fréquence entre les ondes pompe et Stokes. Ainsi, pour un verre de silice ( $SiO_2$ ), matériau principal de fabrication des fibres optiques, le spectre de gain Raman prend la forme suivante illustrée sur la figure 1.2 [35, 36] :

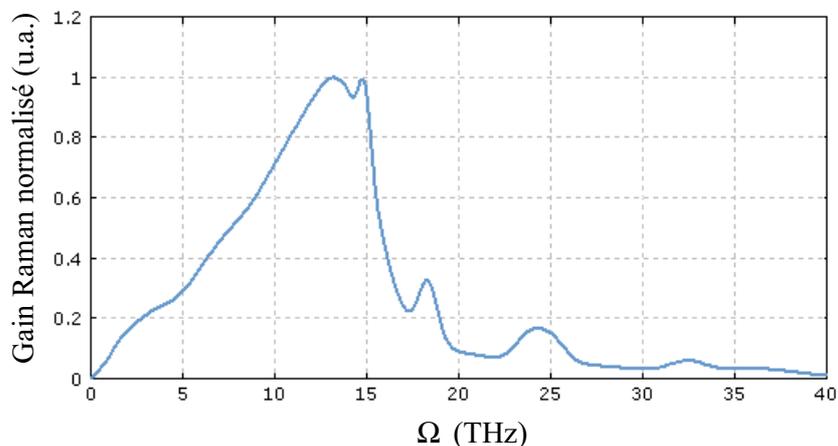


FIG. 1.2 – *Spectre de gain Raman dans un verre de silice.* Figure extraite de [35].

Le spectre de gain Raman de la figure 1.2 s'étale sur environ 40 THz, avec un maximum du gain décalé d'environ 13 THz par rapport à la fréquence de la pompe. La valeur maximale du gain dépend du type de fibre utilisé, les ordres de grandeur typiques allant de quelques dB/km/W dans les fibres standards à une centaine de dB/km/W dans les fibres à cristaux photoniques [37].

Le spectre de la figure 1.2 montre que la diffusion Raman stimulée permet l'amplification d'une onde électromagnétique sur une large bande spectrale (40 THz). Ce processus d'amplification est à la base des amplificateurs à fibre fonctionnant par effet Raman que l'on trouve aujourd'hui dans les télécommunications [37]. Par ailleurs, les propriétés d'amplification de la fibre optique peuvent être utilisées pour réaliser une source cohérente : le laser Raman à fibre. L'utilisation d'un système sélectif en longueur d'onde (un miroir de Bragg par exemple) permet en effet de sélectionner n'importe où dans la bande de gain la longueur d'onde d'émission du laser Raman.

### 1.1.2.2 Les premières réalisations

La manière la plus directe et la plus simple de réaliser un laser Raman à fibre est de placer la fibre optique entre des miroirs faisant office de cavité. Les premiers lasers Raman à fibre ayant été étudiés datent des années 1970 [24–32]. Ces lasers étaient constitués d'éléments d'optique fibrés et

d'éléments d'optique classiques (miroirs massifs, lentilles, prismes). On pouvait trouver différentes géométries de cavité pour ces lasers (configurations Pérot-Fabry ou en anneau) et ils étaient pompés de manière générale par des lasers Argon émettant dans le vert. La figure 1.3 représente un exemple typique de la configuration expérimentale des lasers Raman à fibre dans les années 1970.

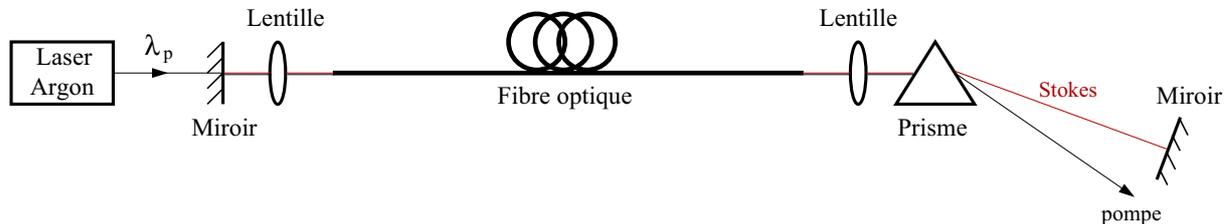


FIG. 1.3 – Montage expérimental typique des lasers Raman à fibre dans les années 1970

A notre connaissance, le premier laser Raman à fibre a été réalisé en 1970 [24]. Dans ce laser, Ippen utilise une fibre optique (guide) à coeur liquide de  $12 \mu\text{m}$  de diamètre (gaine en silice et coeur creux rempli de  $\text{CS}_2$ ). La longueur de la fibre n'est que de 1 mètre et il obtient un seuil d'émission de  $5 \text{ W}$  relativement faible pour l'époque, ceci grâce aux faibles pertes ( $10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ ) et au gain relativement élevé ( $1.3 \cdot 10^{-6} \text{ cm/W}$ ) de la fibre. Ce laser Raman est pompé par un laser Argon pulsé émettant à  $514 \text{ nm}$ . La longueur d'onde de l'onde Stokes obtenue est alors de  $532 \text{ nm}$ .

Cependant, contrairement aux fibres à coeur solide, les fibres à coeur liquide sont peu avantageuses car elles apportent des contraintes expérimentales très lourdes. Même si le gain dans ces fibres est cent fois plus fort que dans celles à coeur de silice, la plage spectrale sur laquelle s'étend la bande de gain Raman reste relativement étroite, contrairement aux fibres solides en silice. Par la suite, les lasers Raman à fibre seront la plupart du temps réalisés à base de fibres de silice, puisque la largeur du gain dans ces fibres permet un large choix de longueurs d'onde d'émission et un décalage par rapport à la longueur d'onde de pompe plus grand.

Ainsi, le premier laser Raman à fibre entièrement en silice apparaît deux ans plus tard [25]. Il est pompé par un laser YAG doublé émettant des impulsions dans le visible ( $532 \text{ nm}$ ), mais la longueur de fibre utilisée ( $9 \text{ m}$ ) et ses pertes optiques conduisent à un seuil d'oscillation de  $75 \text{ W}$ . Ce laser a eu une durée de vie de quelques minutes, les puissances optiques de plusieurs dizaines de watts étant responsables de son endommagement irréversible.

Dans les années qui suivront la réalisation de ce premier laser Raman, des progrès sur la fabrication des fibres optiques permettront de réaliser des lasers Raman à fibre dont la durée de vie excède quelques minutes. Ainsi, à partir de 1976 apparaissent des fibres présentant des pertes de seulement une dizaine de  $\text{dB/km}$ . La longueur de ces fibres atteint la centaine de mètres pour un diamètre du coeur de quelques micromètres. On réalise alors des lasers Raman à fibre pompés continûment à  $514 \text{ nm}$  par des lasers Argon, avec un seuil d'émission de l'ordre du watt et un rendement de quelques pourcents [26–29].

Les performances de ces lasers, limitées par les pertes des fibres optiques, sont dues en majorité à la longueur d'onde de pompe ( $\simeq 500 \text{ nm}$ ). Il existe dans les années 1970 très peu de sources cohérentes émettant dans le domaine du proche infrarouge (domaine où les pertes de la silice sont les plus faibles), tout en ayant une puissance suffisamment importante pour atteindre le seuil Raman. Lin *et al* réussissent néanmoins en 1977 à créer le premier laser Raman à fibre fonctionnant dans le proche infrarouge [31]. Il est alors pompé avec un laser YAG pulsé émettant un rayonnement de quelques centaines de milliwatts à  $1.064 \mu\text{m}$ , et il présente un seuil de  $700 \text{ mW}$ . Les pertes de la fibre longue de  $600 \text{ m}$  sont alors de seulement  $3 \text{ dB/km}$  à cette longueur d'onde. Les mêmes auteurs proposent un peu plus tard une version améliorée de ce laser, grâce à une source de pompage continu plus puissante (laser YAG de  $5 \text{ W}$  à  $1.064 \mu\text{m}$ ). Ce laser Raman délivre deux longueurs d'onde différentes grâce aux processus de cascade Stokes [32].

A la fin des années 1970, les lasers Raman à fibre tels qu'ils sont présentés sur la figure 1.3 n'évoluent pratiquement plus dans leur conception. Les différents lasers de pompe et types de fibres utilisés permettent à ces lasers d'émettre dans le proche infrarouge avec un rendement d'environ 10%. Cependant, les configurations de cavité utilisées (miroirs externes) rendent le laser fragile, encombrant et instable. Le laser Raman à fibre reste alors un objet d'étude pour les laboratoires et n'est pas encore utilisé dans des applications pratiques.

### 1.1.3 Le laser Raman à fibre aujourd'hui

Les développements constants des fibres optiques à partir des années 1980 vont permettre d'améliorer les performances des lasers Raman à fibre. En effet des fibres présentant des pertes de moins d'1  $dB/km$  dans la région infrarouge deviennent moins chères et faciles à produire.

Par ailleurs, parallèlement au développement de ces fibres apparaissent de nouveaux lasers à fibres double gaine dopées ytterbium (cf section 1.1.3.2). Ceux-ci délivrent un faisceau monomode transverse dans le proche infrarouge ( $\simeq 1.06 \mu m$ ) avec des puissances de plusieurs dizaines ou centaines de watts. L'utilisation de ces sources en tant que lasers de pompe va permettre de réaliser des lasers Raman à fibre émettant des rayonnements puissants dans le domaine du proche infrarouge.

Les progrès sur les technologies fibrées vont également amener l'invention de nouveaux types de miroirs qui vont faire évoluer la construction des lasers Raman à fibre. Les miroirs de Bragg [38,39] directement photoinscrits dans une petite portion de fibre optique vont être soudés sur la fibre à gain et diminueront considérablement les pertes de réinjection initialement présentes dans les premiers lasers Raman (tronçons aériens sur la figure 1.3). Avant de décrire plus en détails ces nouveaux types de laser Raman entièrement fibrés, nous commencerons par effectuer un bref rappel sur les propriétés physiques des miroirs de Bragg et sur les lasers de pompe à fibre double gaine.

#### 1.1.3.1 Les miroirs de Bragg photoinscrits

Les miroirs (réseaux) de Bragg sont constitués d'une fibre optique dont l'indice de réfraction a été modulé de manière périodique (période  $\Lambda$ ) le long de son axe longitudinal (voir le schéma de la figure 1.4). Le réseau de Bragg permet ainsi de réfléchir la lumière selon le principe des interférences constructives.

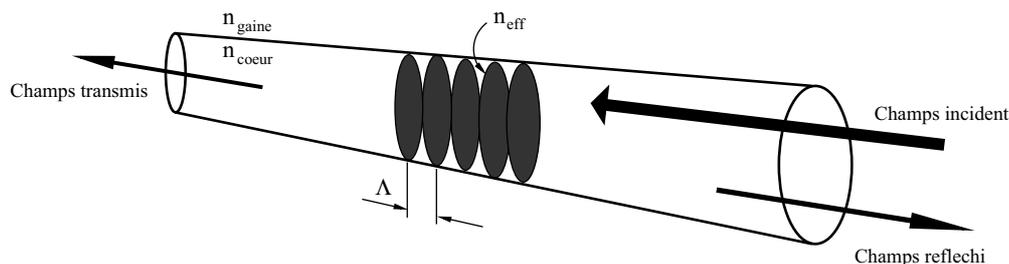


FIG. 1.4 – Représentation schématique d'un miroir de Bragg

La méthode utilisée pour graver un réseau de Bragg sur une fibre optique consiste à exploiter la photosensibilité des fibres [39]. Il suffit de créer à l'aide d'un système optique complémentaire un profil d'interférences à partir d'une source émettant dans l'ultra-violet. En disposant le tronçon de fibre dans le champ d'interférences, on obtient une modification de l'indice de réfraction suivant le motif des franges d'interférences. Ce procédé de fabrication présente l'avantage d'être peu coûteux et facile à réaliser.

Nous rappelons ci-dessous quelques-unes des propriétés physiques des miroirs de Bragg dont il sera question dans le développement de nos modèles présentés dans les chapitres 2 et 3. L'évolution spatiale des ondes se propageant en sens opposés à l'intérieur du réseau de Bragg est déterminée par la théorie des modes couplés. Les équations décrivant l'évolution des enveloppes complexes lentement variables des deux ondes de fréquence  $\omega$  s'écrivent [37] :

$$\frac{dA_f}{dz} = i\delta A_f + i\kappa A_b, \quad (1.3)$$

$$\frac{dA_b}{dz} = -i\delta A_b - i\kappa A_f. \quad (1.4)$$

$A_f$  et  $A_b$  représentent les amplitudes complexes des champs se propageant en sens opposés dans la fibre.

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} - \frac{2\pi}{\lambda_B} \text{ et } \kappa = \frac{\pi n_g}{\lambda_B} \quad (1.5)$$

sont respectivement l'écart entre la longueur d'onde du champ et la longueur d'onde de Bragg  $\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda$ , et le coefficient de couplage entre les ondes  $A_f$  et  $A_b$ . L'indice de réfraction du réseau varie suivant la relation  $n(z) = n_{eff} + n_g \cos(2\pi z/\Lambda)$ , où  $n_{eff}$  est l'indice effectif moyen du réseau et  $n_g$  l'amplitude de la modulation d'indice.

La résolution analytique des équations 1.3 et 1.4 permet d'obtenir le coefficient complexe de réflexion en amplitude du réseau de Bragg. Celui-ci s'écrit :

$$r(\lambda) = \frac{A_b(0)}{A_f(0)} = \frac{i\kappa \sin(qL_B)}{q \cos(qL_B) - i\delta \sin(qL_B)}, \quad (1.6)$$

où  $q = \sqrt{\delta^2 - \kappa^2}$  et  $L_B$  est la longueur du réseau de Bragg [38]. Le coefficient de réflexion en amplitude  $r(\lambda)$  représente la réponse spectrale du miroir et montre que le réseau de Bragg est un élément spectralement sélectif (filtre fréquentiel). L'équation 1.6 permet de calculer le spectre de réflectivité en puissance du miroir  $R(\lambda) = |r(\lambda)|^2$  et le déphasage entre le champ incident et le champ réfléchi. La figure 1.5 représente l'allure du coefficient de réflexion  $R(\lambda)$  pour deux valeurs typiques du paramètre  $\kappa L_B$ , correspondant à des miroirs de réflectivités maximum de 99% et 80% [38].

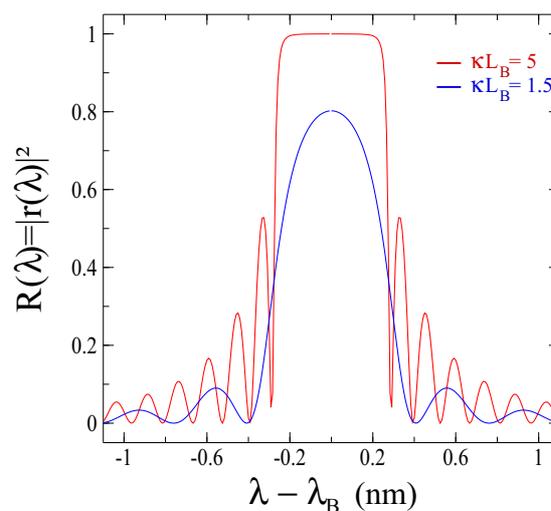


FIG. 1.5 – Allure typique des spectres de réflectivité  $R(\lambda) = |r(\lambda)|^2$  de miroirs de Bragg ayant des réflectivités maximum de 99% (en rouge) et 80% (en bleu).

Les deux spectres de réflectivité présentés sur la figure 1.5 sont composés d'un lobe de réflexion principal centré en  $\lambda_B$  et de lobes secondaires caractéristiques des miroirs de Bragg. La valeur du paramètre  $\kappa L_B$  va fixer la valeur du coefficient de réflexion maximum en  $\lambda = \lambda_B$  ainsi que la forme du lobe principal.

Les miroirs à réseaux de Bragg introduisent également des effets de phase sur les champs s'y réfléchissant. En particulier ils donnent lieu à des effets dispersifs qui doivent être éventuellement pris en compte lors de l'utilisation de ces miroirs. La courbe de dispersion des miroirs de Bragg se calcule à partir de la dérivée seconde de la phase  $\phi(\omega)$  du coefficient complexe de réflexion  $r(\omega) = \sqrt{R(\omega)}e^{i\phi(\omega)}$ . La figure 1.6 représente l'allure de cette courbe de dispersion pour les deux miroirs considérés sur la figure 1.5.

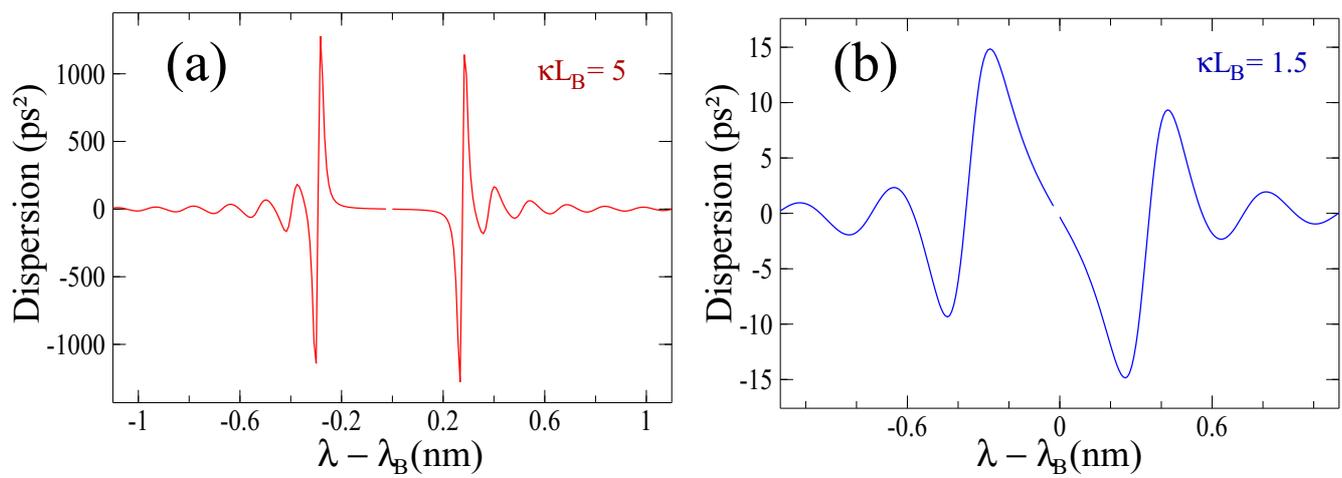


FIG. 1.6 – Dispersion introduite par les deux miroirs de Bragg de réflectivités maximum de 99% (a) et 80% (b) de la figure 1.5.

Les courbes de dispersion de la figure 1.6 présentent une symétrie impaire, avec une amplitude de variation de plus  $2000 \text{ ps}^2$  pour un réseau de Bragg de réflectivité maximale  $\simeq 99\%$ . Les effets de dispersion dans les miroirs de Bragg sont donc très importants lorsqu'ils sont comparés à la dispersion typique dans les fibres optiques ( $\beta_2 \simeq 30 \text{ ps}^2/\text{km}$  à  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ ).

Les réseaux de Bragg peuvent être utilisés pour fabriquer des miroirs spectralement sélectifs et photoinscrits dans une fibre optique directement soudée à la fibre à gain du laser Raman. Ceci permet de réduire considérablement les pertes de puissance de l'onde Stokes avant et après réflexion sur les miroirs (figure 1.3). L'utilisation de ces nouveaux miroirs, associée aux progrès sur les méthodes de réalisation des fibres optiques, va permettre de réaliser des lasers entièrement fibrés à faibles pertes, robustes, compacts, stables et à bon rendement.

Si l'utilisation des réseaux de Bragg comme miroirs de cavité constitue une des avancées technologiques importantes dans la conception des lasers Raman à fibre, un autre élément fondamental va également être amélioré : le laser de pompe. Plus particulièrement, l'utilisation des lasers à fibre double gaine dopée ytterbium comme sources de pompage va grandement augmenter les performances des lasers Raman. Effectivement, ces lasers, développés parallèlement aux lasers Raman à fibre dans les années 1980, génèrent des rayonnements de plusieurs dizaines ou centaines de watts dans le proche infrarouge. Les pertes optiques des fibres étant très faibles dans ce domaine spectral, leur utilisation mènera au développement de lasers Raman à fibre de fortes puissances (plusieurs watts).

L'objectif de la section suivante est de rappeler brièvement le principe de fonctionnement des lasers à fibre double gaine dopée ytterbium.

### 1.1.3.2 Les lasers à fibre double gaine dopée ytterbium

#### - Quelques éléments sur les propriétés spectroscopiques de l'ion ytterbium

Les lasers à fibre double gaine ont été développés parallèlement aux lasers Raman à fibre dans les années 1980 [22]. Contrairement aux lasers Raman, le fonctionnement des lasers à fibre double gaine dopée aux ions terres-rares est basé sur des transitions radiatives des niveaux d'énergie des ions incorporés dans le coeur de la fibre. Les propriétés spectroscopiques des différents ions utilisés comme dopants (Nd, Ho, Th, Pr, Sa, Er, Yb) donnent lieu à des longueurs d'onde d'émission très spécifiques.

Les longueurs d'onde caractéristiques des lasers à fibre double gaine dopée aux ions de terres-rares sont directement reliées aux bandes d'absorption et d'émission de l'ion terre-rare utilisé. La figure 1.7 ci-dessous représente les bandes d'absorption et d'émission de l'ion  $Yb^{3+}$  utilisé comme dopant dans les lasers à fibre double gaine dopée ytterbium, principalement utilisés comme source de pompage des lasers Raman à fibre [23, 40, 41] :

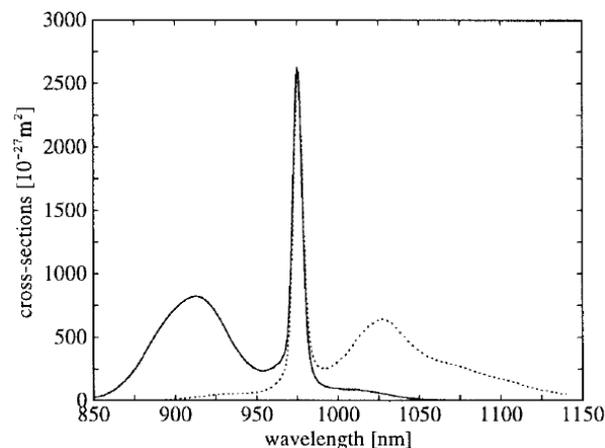


FIG. 1.7 – Sections efficaces d'absorption (trait plein) et d'émission (trait pointillés) de l'ion  $Yb^{3+}$  dans une matrice de silice codopée germanium. Figure extraite de [40].

La figure 1.7 montre que les bandes d'absorption et d'émission de l'ion ytterbium sont très larges. Elles s'étendent entre 850 nm et 1150 nm environ et présentent un pic situé à 975 nm. Un des avantages de la largeur de la bande spectrale d'absorption est qu'elle permet un choix important de longueurs d'onde de pompage pour la fabrication d'un laser à fibre dopée ytterbium. Toutefois, il existe aujourd'hui sur le marché des diodes lasers émettant à 980 nm peu chères et puissantes, ce qui rend cette longueur d'onde de pompage très attrayante pour la réalisation de lasers à fibre dopée ytterbium.

Cependant, les diodes lasers multimodes émettant à 980 nm délivrent un faisceau fortement divergent difficile à injecter dans une fibre optique monomode. Par conséquent, l'utilisation de ces diodes a nécessité le développement de nouveaux types de fibres optiques [23] : les fibres à double gaine, présentées dans le paragraphe suivant.

#### - La fibre optique à double gaine

Afin d'obtenir un rendement de couplage élevé d'un faisceau fortement divergent tout en assurant une propagation monomode, il est nécessaire d'utiliser une fibre optique de grande ouverture numérique : la fibre optique à double gaine, dont une représentation schématique est illustrée sur

la figure 1.8.

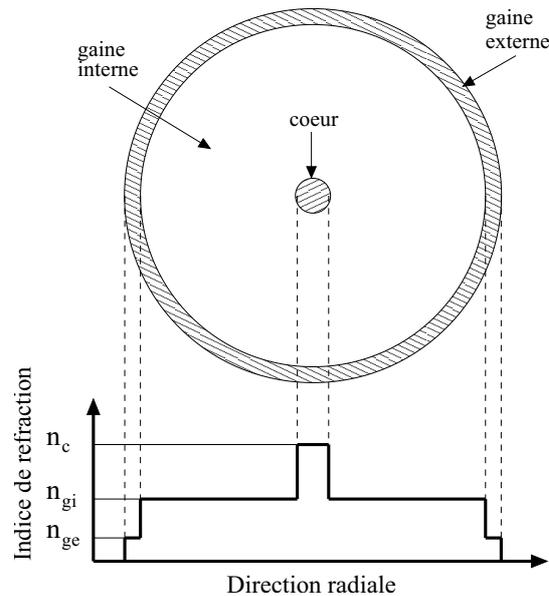


FIG. 1.8 – Coupe transversale d'une fibre optique double gaine

Comme le montre la figure 1.8, la fibre double gaine est une fibre optique constituée d'un cœur central de faible diamètre (quelques microns) dopé aux ions terres-rares, entouré d'une première gaine (gaine interne) de plus grand diamètre (quelques centaines de microns), elle-même entourée d'une gaine externe. La grande dimension de la gaine interne lui confère une ouverture numérique élevée ce qui permet le guidage d'une onde de pompe issue d'une diode laser multimode transverse.

Afin d'assurer le guidage par réflexion totale de la lumière se propageant dans la fibre double gaine, l'indice de réfraction est décroissant dans la direction radiale depuis le centre de la fibre jusqu'à la gaine extérieure. Par conséquent, si la lumière de pompe est injectée dans la gaine interne de la fibre, la propagation du champ peut être résumée de la façon suivante : le rayonnement de pompe est guidé par réflexion totale dans la gaine interne de la fibre et traverse sur toute sa longueur le cœur dopé aux ions terres rares. En conséquence, le champ de pompe est progressivement absorbé lors de son passage dans le cœur où a lieu l'inversion de population des niveaux d'énergie de l'ion ytterbium. Ce mode de propagation a permis d'atteindre des rendements de couplage de près de 96% grâce notamment à une technique d'injection du faisceau de pompe dans la fibre basée sur une encoche (technique dite du "V-groove side pumping") [42].

L'utilisation combinée d'une fibre optique double gaine dopée ytterbium, d'un pompage par diode laser et d'une cavité laser fermée par des miroirs conduit à la réalisation d'un laser à fibre double gaine dopée ytterbium, représenté schématiquement sur la figure 1.9 :

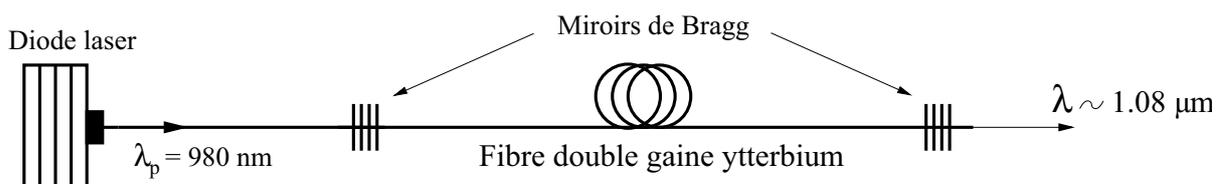


FIG. 1.9 – Représentation schématique d'un laser à fibre double gaine dopée ytterbium

La longueur d'onde typique d'émission des lasers à fibre double gaine dopée ytterbium comme celui représenté sur la figure 1.9 est autour de  $1.08 \mu\text{m}$ , pour des puissances pouvant atteindre la dizaine de kilowatt [41]. Outre leur utilisation comme lasers de pompe pour les lasers Raman à fibre, ces lasers sont également très utilisés de part leur fiabilité dans les télécommunications, les applications médicales, industrielles ou militaires [23], ce qui a beaucoup contribué à leur succès commercial ces trente dernières années.

### 1.1.3.3 Les lasers Raman entièrement fibrés

L'utilisation combinée des lasers à fibre double gaine comme lasers de pompe et des miroirs de Bragg vont permettre le développement de lasers Raman "tout fibrés". Ainsi, le premier du genre fait son apparition en 1994 [43], il est à l'époque pompé par un laser à fibre néodyme continu de  $1.5 \text{ W}$  émettant à  $1.06 \mu\text{m}$ . La cavité est constituée d'une fibre germanosilicate longue de  $800 \text{ m}$  et de trois paires de miroirs de Bragg permettant de réaliser un laser Raman multi-cascades (les ondes Stokes d'ordres inférieurs pompent les ondes Stokes d'ordres supérieurs). Les trois Stokes d'ordres différents induisent une émission laser à  $1.24 \mu\text{m}$  (pompe ( $1.060 \mu\text{m}$ )  $\rightarrow$  Stokes d'ordre 1 ( $1.117 \mu\text{m}$ )  $\rightarrow$  Stokes d'ordre 2 ( $1.175 \mu\text{m}$ )  $\rightarrow$  Stokes d'ordre 3 ( $1.240 \mu\text{m}$ )). La même équipe propose un an après [44] une version améliorée de ce laser émettant à  $1.48 \mu\text{m}$  pour une puissance de  $1.5 \text{ W}$  et une efficacité d'environ 50% en utilisant cinq ordres de Stokes.

Deux ans plus tard, un laser Raman entièrement fibré est fabriqué pour la première fois à partir d'une fibre phosphosilicate [45]. Ces fibres ont l'avantage de présenter une seconde bande de gain dont le maximum est décalé de  $39 \text{ THz}$  par rapport à la fréquence du rayonnement de pompe, la première bande de gain étant celle de la silice (maximum décalé de  $13 \text{ THz}$  par rapport à l'onde de pompe). Ceci permet d'obtenir une source Raman à  $1.48 \mu\text{m}$  avec seulement deux cascades Stokes, un laser à peu de cascades étant plus facile à optimiser et à réaliser. Ce laser en fibre phosphosilicate est pompé continûment par un laser YAG à  $1.06 \mu\text{m}$  et délivre une puissance de  $1 \text{ W}$  [45].

Suite à la réalisation de ces deux premiers lasers Raman en configuration entièrement fibrée, les performances des lasers Raman à fibre vont évoluer notamment grâce à l'utilisation de composants fibrés tels que des coupleurs, des multiplexeurs ou des éléments agissant sur la polarisation du champ. L'ensemble de ces composants va permettre de concevoir des lasers Raman avec différentes géométries de cavités et divers régimes de fonctionnement (continu et impulsionnel).

Le développement de nouveaux types de fibres optiques (fortement dopées, fibres à cristaux photoniques, fibres à maintien de polarisation, etc) permettront également de multiplier les champs d'application de ces lasers en les rendant très faciles d'utilisation dans les applications pratiques (stabilité, robustesse, puissance d'émission, compacité, etc).

#### - Les configurations typiques actuelles

Dans leur configuration typique couramment employée de nos jours, les lasers Raman à fibre sont pompés par des lasers ytterbium et oscillent dans des cavités Pérot-Fabry fermées par une ou plusieurs paires de miroirs de Bragg (lasers Raman multi-cascades) [46–48]. La figure 1.10 représente un exemple de configuration typique des lasers Raman à fibre rencontrés de nos jours :

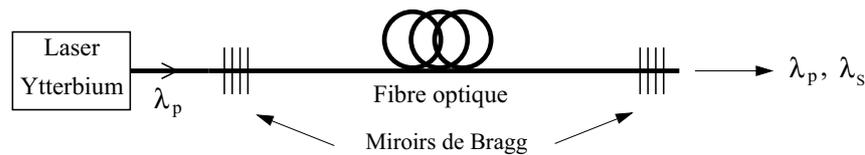


FIG. 1.10 – Montage expérimental typique des lasers Raman à fibre en cavité Pérot-Fabry dans les années 2000

Les fibres optiques utilisées pour ces lasers sont de manière générale des fibres germanosilicates monomodes (décalage Raman  $13 THz$  ( $\simeq 60 nm$ ) à  $\lambda_p = 1.1 \mu m$ ) pour une valeur maximale du gain Raman valant typiquement la dizaine de  $dB$  par kilomètre et par Watt. On trouve aussi des fibres de natures différentes (phosphosilicates, fortement dopées et à cristaux photoniques) changeant les propriétés spectrales du gain (largeur de bande, position et amplitude du maximum de gain). Les pertes de ces fibres sont de l'ordre de  $1 dB/km$  à  $\lambda_p = 1.1 \mu m$  avec des longueurs allant d'une centaine de mètres à 200 kilomètres [19]. Les puissances délivrées par ces lasers sont typiquement de quelques Watts jusqu'à une centaine de Watts (tout dernier record de  $150 W$  pour un rayonnement continu à  $1.12 \mu m$  [49]).

Par ailleurs, lorsque la longueur de la fibre devient très grande (plusieurs centaines de  $km$ ), les effets de la rétrodiffusion Rayleigh deviennent prépondérants et ce phénomène peut être exploité pour réaliser un laser Raman à fibre sans aucun miroir de Bragg situé aux extrémités de la cavité. Un laser Raman a ainsi été réalisé avec une fibre longue de  $270 km$  et fonctionnant sur le principe de la rétrodiffusion Rayleigh [18].

Les lasers Raman à fibre oscillent également dans des cavités en anneau [50–52], dont une représentation schématique est illustrée sur la figure 1.11.

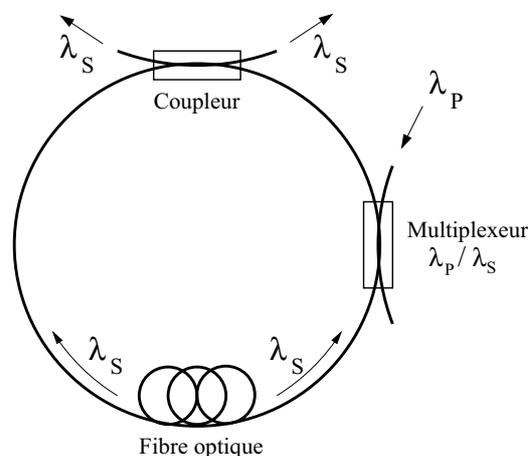


FIG. 1.11 – Schéma de principe d'un laser Raman à fibre oscillant dans une cavité en anneau

Ces cavités en anneau ont été développées grâce à l'utilisation de composants fibrés (coupleurs) permettant de refermer la fibre à gain sur elle-même tout en prélevant une partie des rayonnements circulant dans la fibre. Le coupleur peut par conséquent être considéré comme un miroir avec un coefficient de réflexion de bande passante très large. La génération de l'onde Stokes peut se faire dans les deux sens de circulation de la cavité. La pompe, elle, peut être injectée de plusieurs façons différentes, les plus répandues étant directement par l'intermédiaire du coupleur, ou à l'aide d'un multiplexeur (exemple sur le schéma), dont la fonction est de séparer spatialement chacun des faisceaux de longueurs d'onde différentes.

Par comparaison avec les cavités Pérot-Fabry, l'absence d'éléments sélectifs en longueur d'onde (miroirs de Bragg) dans les cavités en anneau permet de rendre plus facilement accordable le laser Raman à fibre, généralement grâce à l'utilisation d'un filtre à bande passante étroite (quelques nanomètres) de longueur d'onde centrale réglable. L'accordabilité du laser Raman à fibre a ainsi été obtenue sur plusieurs dizaines de nanomètres pour des puissances de sortie de quelques centaines de milliwatts [53,54]. Notons qu'il existe par ailleurs des lasers Raman à fibre accordables en cavité Pérot-Fabry, cependant l'accordabilité obtenue est souvent plus faible et nécessite l'utilisation de miroirs de Bragg spécifiques de longueur d'onde centrale réglable [55,56].

Il est possible de concevoir des lasers Raman délivrant des impulsions courtes, soit en utilisant un laser de pompe étant lui-même pulsé [57,58], soit en pompant le laser Raman de manière continue en utilisant le principe du verrouillage passif des modes de la cavité [50–52,59,60]. Cependant, la réalisation d'un laser Raman à fibre à modes bloqués stable et utilisable est aujourd'hui toujours un sujet de recherche. Le blocage des modes peut se faire de différentes manières : rotation non linéaire de polarisation [50–52], absorbant saturable [59] ou encore mélange à quatre ondes dissipatif [60,61]. Dans la référence [50], une géométrie de cavité en 8 a été utilisée pour réaliser un laser Raman à fibre délivrant des impulsions sub-picoseconde. Le verrouillage passif de modes a été réalisé en utilisant un miroir non linéaire. Dans la référence [59], le verrouillage de modes est obtenu grâce à un miroir semi-conducteur à absorbant saturable (SESAM). La durée des impulsions ainsi observées est de l'ordre de la picoseconde.

#### 1.1.4 Conclusion

Les configurations « tout fibré » des lasers Raman ont rendu ces sources très stables, fiables, robustes, compactes, puissantes et efficaces. De plus, l'accordabilité de ces lasers ainsi que la disponibilité de sources de pompage dans le proche infrarouge font que les lasers Raman couvrent aujourd'hui une large gamme de longueurs d'onde d'émission allant environ de  $1\ \mu\text{m}$  à  $2\ \mu\text{m}$ . Les lasers Raman à fibre sont très utilisés dans un ensemble d'applications pratiques comme les télécommunications, l'industrie, la détection longue distance [1,2], la médecine [4] ou encore l'imagerie [3].

Cependant, malgré le grand nombre de développements technologiques et expérimentaux, il n'existe pas depuis les années 1970 de modèle satisfaisant décrivant quantitativement les propriétés dynamiques et spectrales des lasers Raman à fibre dans toutes les zones de paramètres. Le modèle de AuYeung et Yariv établi en 1979 est encore aujourd'hui le plus couramment utilisé et largement employé pour optimiser le fonctionnement de ces lasers. Cependant, il a été montré ces dernières années que ce modèle ne suffisait plus à reproduire précisément le comportement de ces sources, les propriétés spectrales de l'onde Stokes en étant principalement la cause.

Par conséquent, depuis le début des années 2000, il existe des modèles améliorés basés sur le modèle monomode de AuYeung et Yariv permettant de reproduire de manière plus précise le fonctionnement du laser Raman à fibre. L'objectif de la section suivante sera donc double : dans un premier temps nous vous présenterons de manière détaillée le modèle monomode du laser. Dans un deuxième temps nous mettrons l'accent sur les limites de validité de celui-ci et nous présenterons les modélisations plus récentes du laser Raman à fibre.

## 1.2 Modélisation du laser Raman à fibre : limites de validité du modèle monomode et approches complémentaires

### 1.2.1 Introduction

Jusqu'à la fin des années soixante-dix, l'ensemble des études concernant les lasers Raman à fibre étaient principalement expérimentales. Le premier modèle décrivant le fonctionnement des lasers Raman à fibre apparaît en 1979 [5]. AuYeung et Yariv se servent de ce modèle pour déterminer la puissance de l'onde Stokes en sortie du laser, le seuil du laser et l'évolution longitudinale des puissances des ondes de pompe et Stokes le long de la fibre optique. D'un point de vue pratique, ce modèle présente l'avantage de permettre d'optimiser le fonctionnement du laser lors de sa conception. Il est ainsi possible d'anticiper les valeurs des paramètres du système qui induiront un bon compromis entre seuil d'émission minimum et puissance utile maximale.

Cependant, le modèle monomode de AuYeung et Yariv ne suffit pas dans certains cas à décrire quantitativement le comportement du laser Raman à fibre. Effectivement, lorsque la puissance de l'onde Stokes dans la cavité laser est suffisamment importante, on observe un élargissement non négligeable du spectre optique. Dans le cas d'un laser Raman à fibre réalisé à partir de miroirs sélectifs en longueur d'onde (réseaux de Bragg), cet élargissement est tel que la largeur du spectre optique de l'onde Stokes devient comparable, voire même supérieure, à la largeur du spectre de réflectivité des miroirs de Bragg (cf section 1.1.3.1). Cet élargissement a pour conséquence de modifier le comportement en puissance du laser d'une manière qui ne peut être prédite par le modèle monomode de AuYeung et Yariv, puisque celui-ci est écrit pour des ondes de pompe et Stokes considérées comme monochromatiques.

Par conséquent, depuis le début des années 2000, certains auteurs ont tenté d'adapter phénoménologiquement le modèle de AuYeung et Yariv de manière à ce qu'il prenne en compte l'élargissement du spectre optique de l'onde Stokes. Une des méthodes, consiste à mesurer le coefficient de réflexion effectif des miroirs, défini par le rapport des aires des spectres avant et après réflexion de l'onde Stokes sur chacun d'entre eux. Cette méthode reste empirique et semble donner des résultats variables selon les différents travaux existants dans la littérature. J.C. Bouteiller a lui tenté une approche différente en prenant en compte l'effet Kerr (mélange à quatre ondes), qui est responsable de l'élargissement du spectre optique du laser. Cependant son modèle est basé sur une approximation forte qui consiste à négliger certaines interactions entre les modes du spectre. Par ailleurs, ce modèle est dépendant d'un paramètre d'ajustement pour déterminer numériquement la forme du spectre optique du laser. Toutefois, cette approche reste intéressante puisqu'elle permet de cerner le mécanisme d'interaction responsable de l'élargissement du spectre optique du laser Raman à fibre. Nous verrons d'ailleurs un peu plus tard dans la troisième partie de ce chapitre que ce mécanisme d'interaction mis en avant par le modèle de Bouteiller fera l'objet d'une approche totalement nouvelle basée sur les concepts de la turbulence d'onde.

L'objectif de la deuxième partie de ce premier chapitre sera double : nous présenterons dans un premier temps le modèle monomode du laser Raman à fibre et exposerons ses limites de validité (effets de polarisation et élargissement du spectre optique). Puis, dans un deuxième temps nous aborderons les deux approches différentes (méthode du coefficient de réflexion effectif et modèle de Bouteiller) permettant de prendre en compte l'élargissement du spectre optique de l'onde Stokes dans les lasers Raman à fibre.

### 1.2.2 Le modèle monomode du laser Raman à fibre

#### 1.2.2.1 Equations d'évolution des champs

Le modèle de AuYeung et Yariv [5] est un modèle monomode : les ondes de pompe et Stokes sont supposées monochromatiques. Il décrit l'état stationnaire des distributions longitudinales des intensités de pompe et Stokes dans un laser Raman à fibre dans lequel l'oscillation de l'onde Stokes

est supposée déjà établie. La façon dont l'oscillation se construit à partir de la diffusion Raman spontanée n'est pas considérée ici. Le modèle prend en compte la diffusion Raman stimulée et les pertes linéaires de la fibre pour un laser Raman émettant une seule composante Stokes. Ce modèle est établi pour un laser Raman à fibre dont la configuration expérimentale est typique des premiers lasers dans les années soixante-dix (figure 1.3).

A l'état stationnaire, les équations d'évolution spatiale des ondes de pompe et Stokes se propageant dans la fibre du laser s'écrivent [5] :

$$\frac{dP}{dz} = -\alpha_p P - \frac{\lambda_s}{\lambda_p} g P (S_f + S_b), \quad (1.7)$$

$$\frac{dS_f}{dz} = -\alpha_s S_f + g P S_f, \quad (1.8)$$

$$\frac{dS_b}{dz} = +\alpha_s S_b - g P S_b. \quad (1.9)$$

$P$  est la puissance en watts de l'onde de pompe,  $S_f$  et  $S_b$  sont les puissances des ondes Stokes se propageant respectivement dans le même sens et dans le sens opposé à l'onde de pompe.  $\alpha_p$  et  $\alpha_s$  sont les coefficients de pertes de la fibre en  $km^{-1}$  aux longueurs d'onde pompe et Stokes  $\lambda_p$  et  $\lambda_s$ . Enfin  $g$  est le coefficient de gain Raman en  $km^{-1}W^{-1}$ .

Le deuxième terme du membre de droite de l'équation 1.7 représente la déplétion de la puissance de pompe due au transfert d'énergie de ce champ vers les deux ondes Stokes se propageant dans la cavité. Enfin, les ondes Stokes de puissances  $S_b$  et  $S_f$  se propageant en sens opposés, les membres de droite des équations 1.8 et 1.9 sont de signes contraires.

Afin de prendre en compte les effets sur le champ des miroirs situés aux extrémités de la cavité, les équations de propagation 1.7, 1.8 et 1.9 ci-dessus sont associées aux conditions de bords caractéristiques d'une cavité Pérot-Fabry [5] :

$$P(z = 0) = P_{in}, \quad (1.10)$$

$$S_f(z = 0) = R_1 S_b(z = 0), \quad (1.11)$$

$$S_b(z = L) = R_2 S_f(z = L), \quad (1.12)$$

où  $P_{in}$  est la puissance de pompe injectée à l'entrée de la fibre en  $z = 0$ ,  $L$  la longueur de la fibre et  $R_1$ ,  $R_2$  les coefficients de réflexion en puissance des miroirs d'entrée et de sortie de la cavité (cf figure 1.3). Les coefficients  $R_1$  et  $R_2$  peuvent tenir compte des pertes de couplage entre les miroirs externes et la fibre optique (tronçons aériens sur la figure 1.3). Dans le cas de miroirs de Bragg, ces pertes de couplage correspondent aux pertes de soudures entre la fibre et les miroirs (cf section 1.1.3.1).

Il est possible à partir des équations de propagation 1.7, 1.8, 1.9 et des conditions de bords 1.10, 1.11, 1.12 de déterminer analytiquement le seuil du laser. En effet, il découle directement des équations 1.8 et 1.9 que

$$\frac{d(S_f S_b)}{dz} = 0, \quad (1.13)$$

ce qui implique que la quantité  $S_f(z)S_b(z)$  est une constante  $C$  ne dépendant pas de  $z$ . En particulier,  $S_f(L)S_b(L) = S_f(0)S_b(0)$ , soit d'après 1.11 et 1.12 l'égalité suivante :

$$\frac{S_f(0)}{S_f(L)} = \frac{S_b(L)}{S_b(0)} = \sqrt{R_1 R_2}. \quad (1.14)$$

Par ailleurs, en intégrant les équations 1.8 et 1.9, on montre également facilement que

$$\frac{S_f(0)}{S_f(L)} = \frac{S_b(L)}{S_b(0)} = \exp \left[ \alpha_s L - g \int_0^L P(z) dz \right]. \quad (1.15)$$

On déduit alors des expressions 1.14 et 1.15 la condition d'oscillation suivante [5] :

$$\sqrt{R_1 R_2} \exp \left[ -\alpha_s L + g \int_0^L P(z) dz \right] = 1. \quad (1.16)$$

La condition d'oscillation 1.16 est une expression classique en physique des lasers, elle signifie que sur un aller-retour dans la cavité le gain de l'onde Stokes est égal aux pertes de la cavité, provenant dans le laser Raman à fibre de l'atténuation linéaire de la fibre ( $\alpha_s L$ ) et des pertes liées à la réflexion de l'onde sur les miroirs  $R_1$  et  $R_2$ . Le profil longitudinal de la pompe  $P(z)$  est déterminé de façon à ce que la condition d'oscillation 1.16 soit toujours respectée. Ce phénomène est à la base du processus de saturation du gain dans les lasers Raman à fibre [5].

Au seuil du laser, la puissance de pompe n'est pas déplétée, soit d'après l'équation 1.7 :  $\int_0^L P(z) dz = P_{in}(1 - e^{-\alpha_p L})/\alpha_p$ . On déduit alors de la relation 1.16 l'expression du seuil de puissance d'un laser Raman à fibre dans une cavité Pérot-Fabry :

$$P_{in}^{seuil} = \frac{\alpha_p}{2g} \frac{2\alpha_s L - \ln(R_1 R_2)}{1 - \exp(-\alpha_p L)}. \quad (1.17)$$

### 1.2.2.2 Profils de puissance longitudinaux et caractéristiques en puissance du laser Raman

Nous avons réalisé l'intégration numérique des équations de propagation 1.7, 1.8 et 1.9, associées aux conditions de bords 1.10, 1.11 et 1.12, pour déterminer les caractéristiques de puissance et les profils longitudinaux de puissance de chacune des trois ondes  $P(z)$ ,  $S_f(z)$  et  $S_b(z)$  le long de la fibre pour un jeu de paramètres  $P_{in}$ ,  $R_1$  et  $R_2$  donné.

L'algorithme que nous avons utilisé pour intégrer les équations de propagation des champs est basé sur une méthode de *Runge-Kutta* à pas et ordre variables [62]. La difficulté de résolution des équations de propagation réside dans la prise en compte des conditions de bords 1.11 et 1.12. En effet, il s'agit de trouver les puissances  $S_f(z)$  et  $S_b(z)$  satisfaisant les conditions de réflexion des miroirs en  $z = 0$  et  $z = L$ . Cela a été réalisé grâce à un algorithme représenté sur la figure 1.12 associant l'intégration des équations différentielles 1.7, 1.8 et 1.9 par la méthode de Runge-Kutta et la détermination du zéro d'une fonction par la méthode de *Newton*.

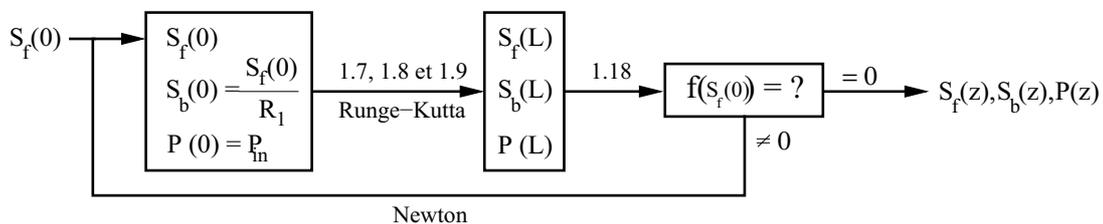


FIG. 1.12 – Représentation schématique de l'algorithme d'intégration numérique du modèle de AuYeung et Yariv.

La fonction  $f$ , définie par

$$f[S_f(0)] = S_b(L) - R_2 S_f(L), \quad (1.18)$$

est issue de la condition de bord 1.12 en  $z = L$ . Les puissances des ondes Stokes  $S_f(L)$  et  $S_b(L)$  de la relation 1.18 sont reliées indirectement aux conditions initiales  $S_f(0)$  et  $S_b(0)$  par les équations de propagation 1.8 et 1.9 intégrées entre  $z = 0$  et  $z = L$ .  $S_b(0)$  est calculée à partir de  $S_f(0)$  grâce à la condition de bord 1.11 en  $z = 0$ .

Ainsi, si la fonction  $f$  au cours de l'intégration numérique est égale à zéro, la condition de bord 1.12 est respectée. L'algorithme consiste à calculer la valeur de la fonction  $f$  en intégrant les équations de propagation 1.7, 1.8 et 1.9 pour une puissance initiale quelconque  $S_f(0)$ . Si la valeur de  $f[S_f(0)]$  est différente de zéro pour la valeur de  $S_f(0)$  considérée, une nouvelle valeur de  $S_f(0)$  est déterminée à partir de la méthode de Newton. Ce calcul est relancé indéfiniment jusqu'à ce que la fonction  $f$  converge vers une valeur proche de zéro, définie suivant la précision souhaitée. Une fois cette condition atteinte, les profils longitudinaux  $P(z)$ ,  $S_f(z)$  et  $S_b(z)$  obtenus correspondent à ceux dont les conditions de réflexion 1.11 et 1.12 définies en  $z = 0$  et  $z = L$  sont respectées.

### - Profils longitudinaux des puissances pompe et Stokes

Grâce à l'intégration numérique du modèle de AuYeung et Yariv en utilisant l'algorithme précédemment décrit, nous pouvons tracer l'évolution typique des puissances des ondes de pompe et Stokes le long de la fibre dans le laser Raman. Les valeurs des paramètres considérés pour cette intégration numérique sont  $L = 500 \text{ m}$ ,  $R_1 = 99\%$ ,  $R_2 = 80\%$  et correspondent aussi au laser qui sera étudié dans les chapitres 2 et 3. Les pertes de la fibre sont  $\alpha_s = \alpha_p = 1 \text{ dB/km}$  et le gain vaut  $g = 10 \text{ dB/km/W}$ . Le seuil du laser pour ces valeurs de paramètres est  $P_{in}^{seuil} \simeq 200 \text{ mW}$  (d'après la relation 1.17). La figure 1.13 représente les distributions stationnaires d'intensité dans la cavité Pérot-Fabry à 1.2 et 5 fois le seuil.

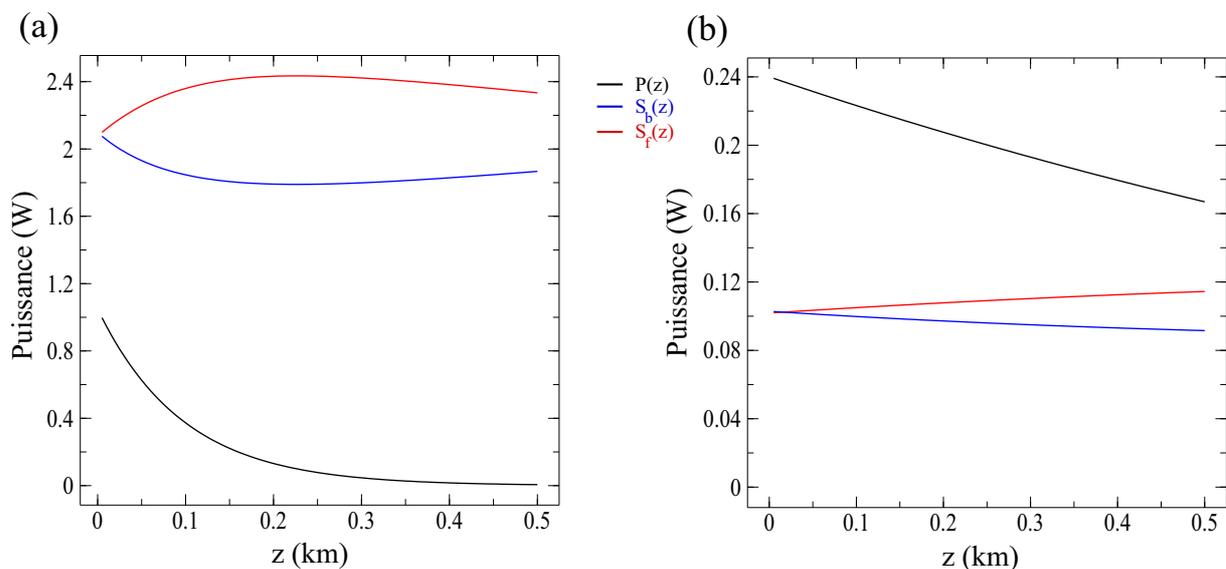


FIG. 1.13 – Evolution longitudinale typique des puissances de pompe et Stokes  $P$ ,  $S_b$  et  $S_f$  issue du modèle classique de AuYeung et Yariv dans un laser Raman à fibre. (a)  $P_{in} = 5P_{in}^{seuil} = 1 \text{ W}$ . (b)  $P_{in} = 1.2P_{in}^{seuil} = 0.24 \text{ W}$ . Paramètres :  $L = 500 \text{ m}$ ,  $R_1 = 99\%$ ,  $R_2 = 80\%$ ,  $\alpha_s = \alpha_p = 1 \text{ dB/km}$ ,  $g = 10 \text{ dB/km/W}$ ,  $\lambda_s = 1.05 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_p = 1 \mu\text{m}$ .

La première remarque que nous pouvons faire sur l'évolution longitudinale des puissances le long de la fibre du laser Raman est qu'à cinq fois le seuil du laser (figure 1.13-(a)), la puissance de pompe est pleinement déplétée au bout de 500 m de propagation. Ce qui n'est pas le cas lorsque la puissance de pompe est proche du seuil du laser, qui génère alors une onde Stokes de faible intensité (figure 1.13-(b)). A cinq fois le seuil du laser, la forte déplétion de la puissance de pompe

est représentative du processus de saturation du gain dans les lasers Raman à fibre. L'allure de  $P(z)$  que nous observons est alors induite par la condition d'oscillation définie par la relation 1.16. Le profil de pompe  $P(z)$  montre également qu'en  $z = L$ , pratiquement 100% de la puissance de pompe est transmise aux deux ondes Stokes se propageant dans la cavité.

La figure 1.13-(a) montre également que la puissance de l'onde Stokes  $S_f$  passe par un maximum à environ 250 m de propagation. Il aurait été difficile de mettre en évidence ce maximum dans le cas d'une étude exclusivement expérimentale. Lors de la conception du laser, le modèle de AuYeung et Yariv permet donc de choisir les valeurs des paramètres expérimentaux (longueur de fibre, coefficients de réflexion, etc) qui donneront un maximum de puissance d'émission. D'un point de vue pratique, cet avantage du modèle fait qu'il est encore largement utilisé aujourd'hui pour optimiser le fonctionnement des lasers Raman à fibre et en décrire quantitativement le fonctionnement [48, 63, 64].

### - Caractéristique de puissance

Les simulations numériques peuvent être utilisées pour tracer la caractéristique de puissance du laser. La caractéristique de puissance du laser est tracée sur la figure 1.14 pour des valeurs de paramètres identiques à celles utilisées pour la figure 1.13.

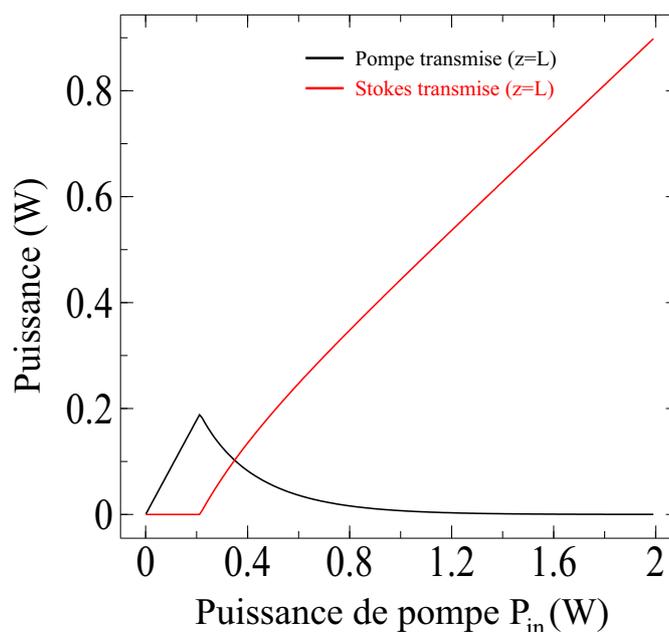


FIG. 1.14 – Caractéristique en puissance typique des puissances de pompe et Stokes transmises par un laser Raman à fibre. Paramètres :  $L = 500$  m,  $R_1 = 99\%$ ,  $R_2 = 80\%$ ,  $\alpha_s = \alpha_p = 1$  dB/km,  $g = 10$  dB/km/W,  $\lambda_s = 1.05$   $\mu$ m,  $\lambda_p = 1$   $\mu$ m.

Une fois le seuil du laser atteint (à environ  $P_{in} = 200$  mW), la puissance de pompe transmise en sortie de fibre diminue fortement. Cette forte déplétion de la puissance de pompe se fait au profit d'une croissance rapide de la puissance de l'onde Stokes transmise qui atteint 0.9 W à  $P_{in} = 2$  W. La puissance transmise de l'onde Stokes est déterminée à partir du coefficient de transmission du miroir de sortie du laser  $T_2 = (1 - R_2)$  ( $P_{Stokes}^{out} = T_2 S_f(L)$ ).

La figure 1.14 permet de déterminer l'efficacité du laser. Effectivement, lorsque la puissance de pompe augmente, la puissance de l'onde Stokes transmise déterminée par le modèle de AuYeung et Yariv croît de manière quasi-linéaire à forte puissance de pompe. Le coefficient directeur de la

droite  $F_{Stokes}^{out} = f(P_{in})$  donne le rendement théorique du laser, qui dans le cas de la figure 1.14 vaut environ 45%.

L'efficacité du laser est entièrement déterminée par la valeur des paramètres physiques du système. La longueur  $L$  de la cavité, les coefficients de réflexion  $R_1$  et  $R_2$  des miroirs, le coefficient de gain  $g$  ou encore les pertes linéaires de la fibre sont autant de paramètres qui influencent directement le fonctionnement du laser Raman à fibre d'une manière pouvant être anticipée par le modèle de AuYeung et Yariv. C'est en partie ce qui a contribué au succès du modèle de AuYeung qui est devenu aujourd'hui l'un des plus utilisés pour décrire le fonctionnement des lasers Raman à fibre [48, 63, 64].

### 1.2.2.3 Discussion

Le modèle monomode de AuYeung et Yariv présente des avantages indéniables quant à la description du fonctionnement du laser Raman à fibre. Premièrement, il permet de représenter l'évolution spatiale des puissances des rayonnements à l'intérieur de la cavité laser, pour n'importe quelles valeurs de paramètres (longueur de fibre, pertes, coefficients de réflexion, gain) et à toutes les puissances de fonctionnement. Ce modèle a permis de révéler l'existence d'une longueur optimum de la fibre pour la puissance d'émission du laser, ce qui d'un point de vue pratique peut s'avérer très intéressant. Ensuite, ce modèle permet également de tracer la caractéristique de puissance du laser qui indique les valeurs théoriques du seuil d'émission et du rendement du laser. Par conséquent, il est possible de déterminer les valeurs des paramètres du système adaptées à l'utilisation qui est faite du laser Raman (seuil minimum et/ou efficacité maximale) [48, 63, 64].

Cependant, ce modèle possède des limites de validité qu'il est important de souligner. Pour commencer, ce modèle est scalaire et il est par conséquent inapte à décrire l'évolution de l'état de polarisation des ondes de pompe et Stokes le long de la fibre. Il a déjà été démontré que le fonctionnement du laser Raman à fibre était fortement influencé par l'état de polarisation des champs optiques [35]. Par exemple, l'intensité de l'onde Stokes peut présenter de fortes fluctuations temporelles prenant leur origine dans les changements de l'état de polarisation du champ au cours de sa propagation dans la fibre [65]. Il a été également démontré que le seuil d'émission d'un laser Raman constitué d'une fibre à maintien de polarisation pouvait être doublé lorsque l'état de polarisation du champ de pompe à l'entrée de la fibre était tourné à  $45^\circ$  des axes de biréfringence de la fibre [65–67]. Il est évident que de tels comportements ne peuvent être décrits par un modèle scalaire. Un modèle vectoriel introduit en 2004 a permis de reproduire précisément le comportement du laser Raman face aux changements de l'état de polarisation des champs optiques se propageant dans la fibre [66, 68].

Toutefois, même dans le cas d'un laser Raman dans lequel la polarisation demeure linéaire, une autre caractéristique du laser n'est toujours pas décrite par le modèle de AuYeung et Yariv : lorsque la puissance de l'onde Stokes augmente, on peut observer un élargissement du spectre optique du laser Raman. Dans le cas d'une cavité laser constituée de miroirs de Bragg, cet élargissement peut devenir tellement important que la largeur du spectre optique intracavité atteint celle de la bande de réflectivité des miroirs. Dans ce cas une partie du spectre de l'onde Stokes n'est pas réfléchi par les miroirs, ce qui affecte directement les caractéristiques de puissance du laser Raman à fibre. Le modèle de AuYeung et Yariv étant un modèle monomode (une seule composante spectrale pour l'onde Stokes), il ne peut en aucun cas reproduire cette propriété du laser.

Dans la section suivante, nous décrivons le phénomène d'élargissement du spectre optique de l'onde Stokes et montrerons précisément en quoi il affecte le comportement du laser Raman à fibre. Nous démontrerons ainsi que le modèle monomode de AuYeung et Yariv ne permet pas de reproduire le fonctionnement réel du laser lorsque la largeur du spectre optique devient comparable à celle des miroirs de Bragg. Nous présenterons alors deux modèles plus complets dans lesquels les équations de AuYeung et Yariv sont modifiées de façon à chercher à décrire cet effet d'élargissement spectral : la méthode des coefficients de réflexion effectifs et le modèle multimode de J.C. Bouteiller.

### 1.2.3 Modélisation des propriétés spectrales du laser : coefficients de réflexion effectifs

#### 1.2.3.1 Propriétés spectrales du laser Raman à fibre

A ce stade de la lecture, les propriétés spectrales de l'onde Stokes émise par le laser Raman à fibre ont été très peu évoquées. En effet, nous avons considéré sans plus de détails que l'onde Stokes possédait une fréquence  $\omega_s$  décalée par rapport à la fréquence du champ de pompe  $\omega_p$  d'une quantité définie par le maximum de gain Raman (13 THz pour les fibres optiques en silice, figure 1.2). En réalité, dans un laser Raman à fibre le spectre optique (en fonction de la longueur d'onde) de l'onde Stokes présente une largeur finie (typiquement  $1 \text{ nm} \leftrightarrow \sim 300 \text{ GHz}$ ) centrée autour de  $\lambda_s = 2\pi c/\omega_s$ . L'intervalle spectral libre typique d'un laser Raman à fibre étant d'environ 200 kHz (pour une cavité longue de 500 m), le spectre optique de l'onde Stokes est fortement multimode (environ  $10^6$  modes). La figure 1.15-(a), extraite de la référence [6], montre les effets d'élargissement du spectre optique de l'onde Stokes typiquement observés dans les lasers Raman à fibre.

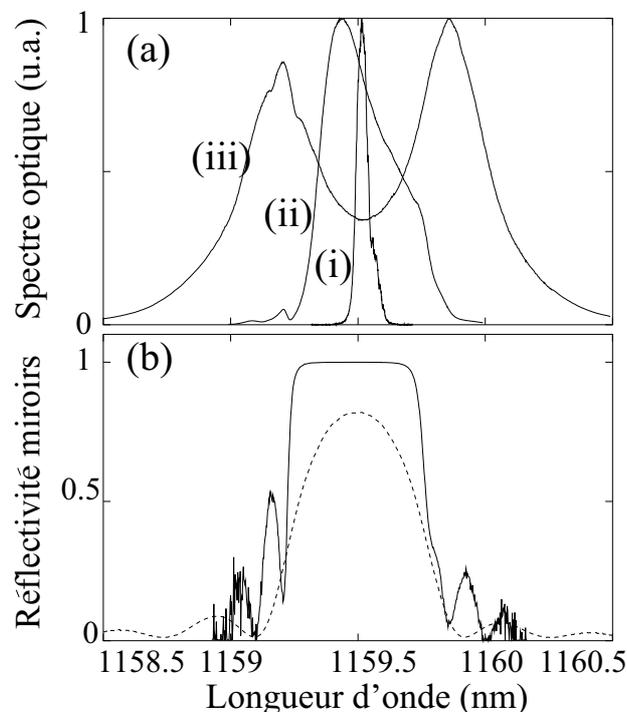


FIG. 1.15 – (a) Spectres optiques transmis par un laser Raman à fibre pour une puissance de pompe incidente juste au-dessus du seuil du laser (i), à environ  $2\times$  le seuil (ii) et à  $4\times$  le seuil du laser (iii). (b) Spectres de réflectivité des miroirs de Bragg d'entrée (trait plein) et de sortie (trait pointillés) de la cavité. Figure extraite de [6].

La figure 1.15-(a) montre que lorsque la puissance de pompe augmente, le spectre optique du laser devient beaucoup plus large que le spectre de réflectivité des miroirs représentés sur la figure 1.15-(b). En conséquence, le spectre optique transmis par le laser présente une forme en double bosse très caractéristique des lasers Raman à fibre composés de miroirs de Bragg (spectre (iii) de la figure 1.15). Cet effet de forme sur le spectre optique est une conséquence du fait que la transmission du miroir de Bragg est plus élevée sur les bords. La puissance des composantes spectrales situées en dehors de la bande de réflectivité du miroir est donc plus élevée en transmission.

Cet effet d'élargissement du spectre optique a une incidence sur la caractéristique de puissance du laser Raman à fibre qui ne peut être décrite par le modèle monomode de AuYeung et Yariv. Effectivement, la figure 1.16 montre une comparaison entre les caractéristiques expérimentale et théorique du laser<sup>1</sup> [6] :

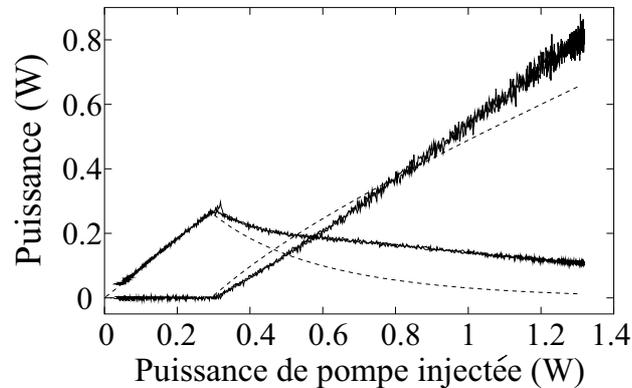


FIG. 1.16 – *Caractéristique en puissance du laser Raman à fibre de l'article [6].* Les traits en pointillés correspondent à la caractéristique calculée à partir du modèle monomode de AuYeung et Yariv. Figure extraite de [6].

On s'aperçoit sur la figure 1.16 que plus la puissance de pompe augmente, plus les différences entre les caractéristiques expérimentale et théorique sont importantes. En particulier, à environ quatre fois le seuil du laser, le modèle monomode prédit une déplétion quasi-totale de la puissance de pompe qui n'est pas observée dans l'expérience. De plus, au maximum de puissance de pompe injectée, la puissance de Stokes mesurée en sortie du laser est supérieure de plus de 25% à celle prédite par le modèle de AuYeung et Yariv.

Les résultats de la figure 1.16 ci-dessus démontrent que l'élargissement du spectre optique de l'onde Stokes influence assez fortement le comportement du laser. Par conséquent, cet effet doit être considéré lorsqu'une modélisation quantitative du fonctionnement du laser Raman à fibre doit être établie.

Une des méthodes utilisées pour prendre en compte l'élargissement du spectre de l'onde Stokes et obtenir un meilleur accord entre les caractéristiques expérimentale et théorique consiste à calculer les coefficients de réflexion effectifs des miroirs de Bragg [69, 70].

### 1.2.3.2 La méthode des coefficients de réflexion effectifs

Le calcul des coefficients de réflexion effectifs des miroirs de la cavité est un moyen indirect de prendre en compte l'élargissement du spectre optique du laser Raman à fibre. Cette procédure est utilisée dans le cas d'un laser Raman à fibre dont les miroirs possèdent une bande de réflectivité de largeur finie (ce qui est le cas des miroirs à réseaux de Bragg photoinscrits), comparable à la largeur du spectre optique de l'onde Stokes.

Lorsque le spectre optique de l'onde Stokes est plus large que la bande de réflectivité des miroirs, seules les composantes spectrales comprises dans cette bande de réflectivité sont réfléchies. Les autres composantes spectrales sont directement transmises sans être affectées par la présence du miroir. Dans ce cas, plutôt que de considérer le spectre optique de l'onde Stokes, la méthode des

<sup>1</sup>La fibre optique du laser Raman de l'article [6] est une fibre à maintien de polarisation de 500 m de longueur qui préserve l'état de polarisation des champs de pompe et Stokes s'y propageant. L'utilisation de cette fibre permet de confronter directement les résultats issus de l'intégration du modèle scalaire de AuYeung et Yariv à ceux de l'expérience.

coefficients de réflexion effectifs consiste à raisonner de préférence en termes de puissances totales des champs optiques réfléchis par le miroir. Effectivement, de manière générale le coefficient de réflexion d'un miroir est physiquement relié au rapport des puissances des rayonnements réfléchis et incidents sur celui-ci. Dans le cas du miroir de Bragg, ce coefficient de réflexion est appelé coefficient de réflexion effectif. Il est défini comme le rapport des puissances optiques  $P_R$  et  $P_I$  des ondes Stokes réfléchie et incidente sur le miroir de Bragg. Ainsi, pour un miroir de Bragg, le coefficient de réflexion effectif s'écrit

$$R_{eff} = \frac{P_R}{P_I}. \quad (1.19)$$

La relation 1.19 ci-dessus revient à considérer que le spectre de réflectivité du miroir de Bragg (exemples sur la figure 1.15-(b)) est remplacé par un spectre plat de coefficient de réflexion  $R_{eff}$  représentant la fraction moyenne de puissance réfléchie par le miroir.

Par ailleurs, les puissances des ondes Stokes  $P_R$  et  $P_I$  sont reliées aux spectres optiques  $S_R(\lambda)$  et  $S_I(\lambda)$  de chacune de ces deux ondes par les relations

$$P_{S_R} = \int_{-\infty}^{\infty} S_R(\lambda) d\lambda \quad \text{et} \quad P_{S_I} = \int_{-\infty}^{\infty} S_I(\lambda) d\lambda. \quad (1.20)$$

Si l'on considère que le spectre optique  $S_R(\lambda)$  se déduit du spectre optique  $S_I(\lambda)$  par l'expression

$$S_R(\lambda) = R(\lambda)S_I(\lambda), \quad (1.21)$$

où  $R(\lambda)$  est le spectre de réflectivité en puissance du miroir de Bragg (figure 1.5), alors le coefficient de réflexion effectif du miroir de Bragg s'écrit également

$$R_{eff} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} R(\lambda)S_I(\lambda) d\lambda}{\int_{-\infty}^{\infty} S_I(\lambda) d\lambda}. \quad (1.22)$$

La relation 1.22 ci-dessus montre que le coefficient de réflexion effectif du miroir dépend du spectre optique de l'onde Stokes incidente  $S_I(\lambda)$ . Cette méthode constitue donc bien un moyen indirect de prendre en compte la largeur du spectre optique de l'onde Stokes du laser.

Les coefficients de réflexion effectifs des miroirs de la cavité ont été mesurés dans le laser Raman à fibre de la référence [6]. La figure 1.17 représente leur évolution en fonction de la puissance de pompe du laser.

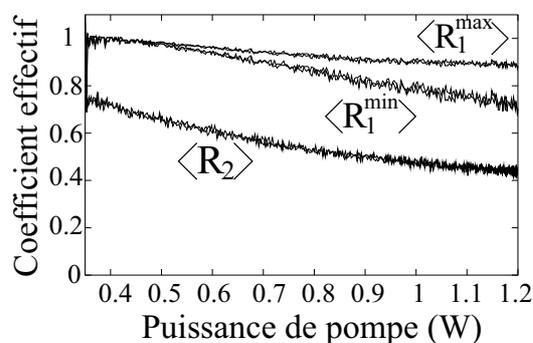


FIG. 1.17 – Evolution des coefficients de réflexion effectifs  $\langle R_1 \rangle$  et  $\langle R_2 \rangle$  en fonction de la puissance de pompe du laser Raman à fibre. Figure extraite de [6].

La figure 1.17 montre que les coefficients de réflexion effectifs évoluent fortement en fonction de la puissance de pompe du laser. En particulier, au seuil du laser, la largeur du spectre optique de l'onde Stokes est inférieure à la largeur des miroirs de Bragg (voir figure 1.15), par conséquent le coefficient de réflexion de l'onde Stokes pour une puissance proche du seuil du laser est égal à la réflectivité maximale des miroirs (80% pour  $R_2$  et  $\simeq 100\%$  pour  $R_1$ ). En revanche, à mesure que la puissance de pompe augmente, on observe une décroissance importante des coefficients de réflexion effectifs des miroirs de Bragg. Ainsi, la valeur du coefficient de réflexion effectif  $\langle R_2 \rangle$  est divisée par 2 à quatre fois le seuil du laser. Ce qui signifie que la largeur du spectre optique de l'onde Stokes incidente sur le miroir  $R_2$  à cette puissance est telle que seulement 40% de l'énergie est réfléchi par le miroir de Bragg (dont la réflectivité maximale est de 80%).

La réinjection de ces valeurs des coefficients de réflexion effectifs dans le modèle de AuYeung et Yariv est une procédure semi-empirique couramment employée qui donne des résultats dépendant des différentes études existant dans la littérature [6, 69, 70]. Toutefois cette procédure ne permet en rien de prédire la largeur du spectre optique du laser et de décrire physiquement le phénomène d'élargissement.

### 1.2.3.3 Conclusions

La figure 1.15 extraite de la référence [6] montre que le spectre optique du rayonnement Stokes délivré par un laser Raman à fibre s'élargit et change de forme avec la puissance de pompe. Plus particulièrement, on peut observer sur la figure 1.15-(a) que le spectre optique de l'onde Stokes présente à forte puissance une forme particulière en double bosse (spectre (iii)) et s'étale spectralement en dehors de la bande de réflectivité des miroirs de Bragg. Le fait que le spectre optique présente des composantes spectrales en dehors de la bande de réflectivité des miroirs montre que les modes longitudinaux du laser Raman à fibre ne sont pas indépendants, et qu'il existe dans le laser un mécanisme d'interaction dépendant de la puissance, autre que l'effet Raman, et qui conduit à un échange d'énergie entre les modes de la cavité. Ce mécanisme est déjà bien connu en optique fibrée, il s'agit du mélange à quatre ondes, qui découle directement de l'effet Kerr optique. Grâce au couplage entre les modes qu'induit ce mécanisme, le spectre optique de l'onde Stokes peut s'étendre au delà du spectre de réflectivité des miroirs de Bragg, à des fréquences où les pertes de la cavité sont supérieures au gain Raman.

Partant de ce constat sur la formation du spectre optique du laser Raman à fibre, J.C. Bouteiller va développer un modèle multimode dans lequel il prend en compte le mélange à quatre ondes induit par l'effet Kerr. Le modèle de Bouteiller est le premier ayant été développé pour décrire la formation du spectre optique du laser Raman et il permet de déterminer qualitativement la forme du spectre ainsi que son évolution en fonction de la puissance de pompe. Toutefois, l'accord quantitatif avec l'expérience qu'il présente est obtenu grâce à un paramètre d'ajustement, et nous verrons dans la section suivante que ce modèle est en pratique difficile d'utilisation et ne permet en rien de décrire physiquement le mécanisme de formation du spectre. Néanmoins, ce modèle reste intéressant puisqu'il démontre que la formation du spectre optique du laser Raman à fibre est induite par le mélange à quatre ondes. C'est pourquoi nous le présentons dans la section suivante.

### 1.2.4 Elargissement spectral : un modèle phénoménologique

Le modèle de Jean-Christophe Bouteiller [7] est le premier modèle visant à décrire la formation du spectre optique du laser Raman à fibre. Contrairement au modèle monomode de AuYeung et Yariv [5], le modèle de Bouteiller est un modèle multimode dans lequel il considère que le spectre optique de l'onde Stokes est composé d'un grand nombre de composantes spectrales. Afin de modéliser l'élargissement du spectre optique du laser Raman à fibre, ce modèle est basé sur le modèle classique de AuYeung et Yariv, auquel on incorpore l'effet physique non linéaire respon-

sable de l'élargissement du spectre optique : l'effet Kerr optique [35]. En particulier, l'effet Kerr est à l'origine d'un processus d'échange d'énergie entre les modes du spectre, le mélange à quatre ondes, grâce auquel le spectre peut s'étendre au delà de la bande de réflectivité des miroirs, ce qui change leurs réflectivités moyennes.

Le modèle de Bouteiller se présente sous la forme d'une série d'équations décrivant l'évolution spatiale de la puissance de chacun des modes du spectre optique de l'onde Stokes. Ces modes sont séparés par l'intervalle spectral libre  $\Delta\nu = c/2nL$ , où  $L$  représente la longueur de la fibre qui compose la cavité optique fermée par des miroirs de Bragg. L'évolution de la puissance de chacun des modes est déterminée par l'ensemble des effets physiques présents dans le milieu actif qu'est la fibre optique : l'atténuation linéaire, la diffusion Raman stimulée (cf section 1.1.2.1) et le mélange à quatre ondes (FWM<sup>2</sup>). Ainsi, les équations décrivant l'évolution de la puissance  $P_j^+$  de chacun des modes d'indice  $j$  du spectre optique de l'onde Stokes se propageant dans le même sens que l'onde de pompe s'écrivent [7] :

$$\frac{dP_j^+}{dz} = \left( \frac{dP_j^+}{dz} \right)_{att.} + \left( \frac{dP_j^+}{dz} \right)_{Ram.} + \left( \frac{dP_j^+}{dz} \right)_{FWM}. \quad (1.23)$$

Notons par ailleurs que le modèle de Bouteiller prend en compte également la diffusion Raman spontanée et la diffusion Rayleigh. Cependant, d'après J.C. Bouteiller ces deux effets sont utilisés dans le seul but de stabiliser la convergence de l'algorithme d'intégration des équations 1.23 et nous ne les avons donc pas pris en compte. Les termes d'atténuation et d'amplification Raman s'appuient sur le modèle monomode de AuYeung et Yariv (section 1.2.2) étendu à plusieurs modes [7, 71] :

$$\left( \frac{dP_j^+}{dz} \right)_{att.} = -\alpha_s P_j^+, \quad (1.24)$$

$$\left( \frac{dP_j^+}{dz} \right)_{Ram.} = \sum_{k < j} g(\omega_{k,j}) [P_k^+ + P_k^-] P_j^+ - \sum_{k > j} \frac{\omega_j}{\omega_k} g(\omega_{j,k}) [P_k^+ + P_k^-] P_j^+. \quad (1.25)$$

$\alpha_s$  est le coefficient de pertes linéaires à la longueur d'onde de l'onde Stokes,  $g(\omega_{k,j})$  est le spectre de gain Raman pour une fibre optique de silice (figure 1.2), avec  $\omega_{k,j} = -\omega_{j,k} = \omega_k - \omega_j$  l'intervalle entre les modes du spectre d'indices  $k$  et  $j$ . Enfin  $P_k^-$  est la puissance du mode d'indice  $k$  du spectre de l'onde Stokes se propageant en sens inverse de l'onde de pompe.

Les sommes discrètes apparaissant dans les premier et deuxième termes du membre de droite de l'équation 1.25 sont liées au fait que les modes de la cavité peuvent soit être pompés par effet Raman par des modes de fréquence plus élevée (premier terme, terme de gain), soit donner de l'énergie (aussi par effet Raman) à des modes de fréquence plus faible (deuxième terme, terme de pertes). Des équations symétriques peuvent être écrites pour les modes  $P_j^-$ . A ce stade, ces équations pour  $P_j^+$  et  $P_j^-$  associées aux conditions de bords définies aux extrémités de la cavité forment l'extension à  $N$  modes [71] du modèle monomode de AuYeung et Yariv que l'on peut intégrer avec un algorithme du type Runge-Kutta.

Le dernier terme du membre de droite de l'équation 1.23 représente le mélange à quatre ondes subit par le mode d'indice  $j$  de puissance  $P_j^+$ . Pour développer ce terme, Bouteiller considère un exemple simple de quatre modes uniquement ayant chacun des fréquences différentes  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  et  $\omega_4$  correspondant à des puissances respectives  $P_1, P_2, P_3$  et  $P_4$ . Le mélange à quatre ondes entre ces modes n'est efficace que s'il respecte la condition de conservation d'énergie  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$ . Dans ce cas, l'équation de propagation du mode de puissance  $P_j$  avec  $j = 1, 2, 3, 4$  est définie par [7]

---

<sup>2</sup>FWM = Four Wave Mixing

$$\left(\frac{dP_j}{dz}\right)_{FWM} = 4\delta_j\gamma\sqrt{P_1P_2P_3P_4}\sin(\phi(z)), \quad (1.26)$$

$$\left(\frac{d\Phi_j}{dz}\right)_{FWM} = 2\gamma\frac{\sqrt{P_1P_2P_3P_4}}{P_j}\cos(\phi(z)), \quad (1.27)$$

où  $\Phi_j$  est la phase du mode  $j$  d'amplitude complexe  $A_j = \sqrt{P_j(z)}e^{i\Phi_j(z)}$ . Pour  $j = 1$  à  $4$  :  $\delta_{1,2} = -1$  et  $\delta_{3,4} = 1$ ,  $\phi(z) = \Delta\Phi - \Delta kz$  avec  $\Delta\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 - \Phi_4$  et  $\Delta kz$  le déphasage relatif des quatre ondes lié à la dispersion de vitesse de groupe de la fibre optique. Une somme sur toutes les combinaisons possibles de mélanges à quatre ondes des expressions 1.26 et 1.27 donne ensuite le terme final de mélange à quatre ondes dans l'expression 1.23.

C'est à ce stade du développement de son modèle que Bouteiller effectue le plus gros travail de simplification. Effectivement, les deux équations 1.26 et 1.27 montrent que l'évolution de la puissance du mode d'indice  $j$  liée au mélange à quatre ondes est entièrement déterminée par les puissances et les phases des 4 ondes considérées. Cependant, l'intégration numérique des équations sur les phases des modes serait beaucoup trop onéreuse en temps de calcul de par leur évolution très rapide [7] et le grand nombre de modes à prendre en compte. Ceci est dû à l'écriture par Bouteiller du terme de mélange à quatre ondes dans l'espace de Fourier, qui fait ressortir toutes les combinaisons possibles d'interactions à 4 modes. Il est beaucoup plus facile de traiter le mélange à quatre ondes dans l'espace direct car la totalité des contributions est comprise dans l'unique terme Kerr de l'équation de Schrödinger Non Linéaire [35]. Bouteiller propose de simplifier le problème écrit dans l'espace de Fourier en approximant la valeur des phases des modes. Cette approximation consiste à évaluer la valeur de  $\sin(\phi(z))$  dans l'équation 1.26 pour deux cas de figures différents,  $\sin(\phi(z))$  étant dépendant de  $\Delta\Phi$  et  $\Delta k$  :

1) Pour de petites valeurs de  $\Delta k$ , l'accord de phase est réalisé et  $\Delta k$  peut être remplacé par 0.

2) Pour de grandes valeurs de  $\Delta k$ ,  $\sin(\phi(z))$  évolue tellement vite sur de petites distances que sa contribution est en moyenne nulle.

Ainsi, Bouteiller ne considère que les deux cas extrêmes où l'accord de phase est totalement réalisé, ou pas du tout. Il définit de cette manière un intervalle spectral maximum  $\Delta\lambda_{max}$  pour lequel  $\sin(\phi(z))$  dans l'équation 1.26 peut être remplacé par :

$$\begin{cases} \sin(\Delta\Phi) & \text{si } \Delta\lambda_{max} \leq \Delta\lambda_{limite}, \\ 0 & \text{si } \Delta\lambda_{max} > \Delta\lambda_{limite}. \end{cases} \quad (1.28)$$

$\Delta\lambda_{limite}$  est déterminé empiriquement, il doit être suffisamment grand pour inclure plusieurs modes, et suffisamment petit pour limiter le temps de calcul. Dans l'article [7], cette situation correspond à la prise en compte de 8 modes consécutifs dans le spectre pour calculer l'effet du mélange à quatre ondes sur un mode particulier<sup>3</sup>. Bouteiller simplifie donc considérablement le problème en définissant de manière arbitraire un intervalle spectral au-delà duquel le gain pour un mode par mélange à quatre ondes devient non résonnant. Ainsi, son modèle est basé sur l'hypothèse que le spectre se construit de proche en proche, c'est-à-dire que pour chacun des modes du spectre, le processus d'échange d'énergie par mélange à quatre ondes ne se fait que pour des modes spectralement adjacents. Au delà, leur contribution est nulle en moyenne.

Enfin, Bouteiller montre que l'expression de  $\sin(\Delta\Phi)$  dans la relation 1.28 donnant les meilleurs résultats d'intégration est [7]

<sup>3</sup>Remarque : dans les simulations numériques de Bouteiller, un point dans le spectre n'est pas équivalent à un mode de la cavité. Effectivement, dans l'exemple considéré par Bouteiller, l'intervalle spectral libre est de 200kHz. Pour un spectre optique d'1 nm de large ( $\simeq 300$  GHz), cela correspond à un total d'environ  $10^6$  modes dans le spectre. Ces modes sont donc beaucoup trop nombreux pour être considérés individuellement. Par conséquent, Bouteiller considère un intervalle spectral artificiel entre deux modes consécutifs de 0.01 à 0.1 nm (soit 3 GHz à 30 GHz) suivant la précision souhaitée.

$$\sin(\Delta\Phi) = \frac{K}{\Delta\lambda} \left( \frac{1}{\sqrt{P_1}} + \frac{1}{\sqrt{P_2}} - \frac{1}{\sqrt{P_3}} - \frac{1}{\sqrt{P_4}} \right) (P_1 + P_2 + P_3 + P_4)^2, \quad (1.29)$$

$K$  étant un paramètre permettant d'ajuster le spectre numérique issu du modèle de Bouteiller à celui mesuré expérimentalement.

Bouteiller intègre numériquement son modèle, il obtient pour le spectre optique du laser les résultats représentés sur la figure 1.18 [7] :

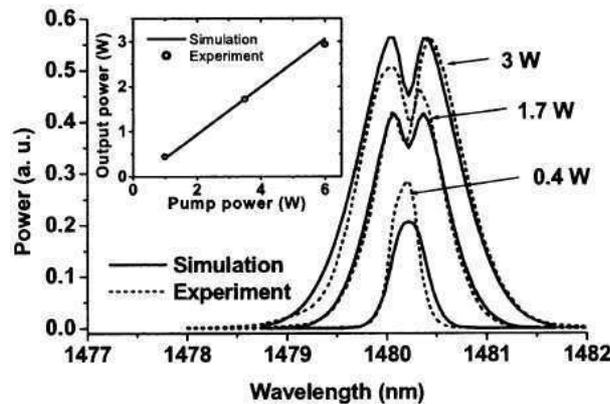


FIG. 1.18 – Spectres optiques transmis par un laser Raman à fibre à plusieurs puissances de pompe, les spectres théoriques sont issus de l'intégration numérique du modèle de Bouteiller. Figure extraite de [7].

Les spectres optiques expérimentaux de la figure 1.18 sont issus d'un laser Raman à fibre de silice de 500 m de longueur oscillant dans une cavité Pérot-Fabry fermée par des miroirs de Bragg. On observe bien que ces spectres optiques transmis par le laser possèdent à forte puissance de pompe une forme caractéristique en double bosse déjà évoquée en 1.2.3.1. L'intégration numérique du modèle présenté dans [7] donne selon Bouteiller un bon accord quantitatif entre les spectres théoriques et expérimentaux. Cependant, en pratique ce modèle est assez difficile d'utilisation puisqu'il induit des temps de simulations numériques relativement longs et nécessite selon les zones de paramètres des expressions différentes de la relation 1.29. De plus sur un plan plus fondamental, ce modèle ne permet en rien d'expliquer le mécanisme de formation du spectre optique du laser Raman, et la forme théorique obtenue dépend d'un paramètre d'ajustement.

### 1.2.5 Conclusion

Le modèle de J.C. Bouteiller est le premier modèle multimode permettant de déterminer numériquement le spectre optique du laser Raman à fibre. Celui-ci s'appuie sur le modèle monomode de AuYeung et Yariv étendu à  $N$  modes auquel a été ajouté l'effet physique non linéaire responsable de l'élargissement du spectre optique : le mélange à quatre ondes. Comme nous l'avons vu précédemment, lorsque la largeur du spectre optique de l'onde Stokes devient comparable à celle du spectre de réflectivité des miroirs de la cavité, le comportement en puissance du laser est modifié d'une façon non prévisible par le modèle monomode de AuYeung et Yariv. Le modèle de Bouteiller donne alors de meilleurs résultats lorsqu'il s'agit d'anticiper ou de reproduire le fonctionnement en puissance du laser Raman à fibre.

Toutefois, malgré le bon accord obtenu entre les spectres théoriques et expérimentaux du laser

Raman à fibre, le modèle de Bouteiller a l'inconvénient d'être difficile d'utilisation dans les applications pratiques. Sur un plan plus fondamental, il est basé sur une hypothèse qui consiste à négliger certaines interactions dans le spectre du laser. Par ailleurs, il nécessite l'introduction d'un paramètre d'ajustement. Ainsi, jusqu'en 2007, un modèle complet décrivant "ab initio" et de manière satisfaisante la formation du spectre optique des lasers Raman à fibre était encore inexistant.

Il y a trois ans, Babin *et al* ont alors proposé une approche totalement nouvelle pour modéliser la formation du spectre optique de ces lasers [8]. Ils supposent que le nombre de modes en interaction non linéaire dans le spectre optique du laser Raman à fibre est si important qu'une description statistique de l'interaction entre ceux-ci doit être effectuée. Pour la première fois, les auteurs utilisent la *théorie cinétique des ondes* pour décrire la formation du spectre optique des lasers Raman. Celle-ci consiste à envisager le mécanisme d'échange d'énergie entre les modes de la cavité comme un processus faiblement turbulent. Le développement de ce modèle permet selon les auteurs de prédire de manière très précise la formation du spectre optique de l'onde Stokes connaissant tous les paramètres du laser et sans aucune mesure expérimentale préalable. Ce modèle est présenté dans le paragraphe suivant.

## 1.3 Modélisation des propriétés spectrales du laser Raman à fibre : théorie cinétique des ondes

### 1.3.1 Introduction

L'approche proposée par Babin *et al* [8] pour décrire physiquement la formation du spectre optique du laser Raman à fibre est basée sur les concepts de la théorie cinétique des ondes. Babin *et al* sont les premiers à utiliser cette théorie et ils développent un modèle du laser Raman totalement nouveau qui n'est en rien comparable aux modèles usuels de AuYeung *et al* et Bouteiller précédemment décrits (section 1.2). En effet, l'approche théorique présentée dans [8] est basée sur l'hypothèse que le nombre de modes en interaction dans le spectre optique du laser Raman à fibre est si important qu'une description statistique de leur interaction doit être envisagée. Afin de décrire la formation du spectre optique du laser Raman, les auteurs proposent de s'appuyer sur le formalisme de la turbulence faible [17, 72–75], qui a déjà fait l'objet d'une étude détaillée dans les contextes de l'hydrodynamique [15, 16] et de la physique des plasmas [13, 14]. Ce formalisme n'est appliqué que de manière très récente à l'optique non linéaire incohérente [76–79] et Babin *et al* sont les premiers à l'avoir appliqué à un laser.

L'application de la théorie cinétique au laser Raman à fibre permet en principe de développer une *équation cinétique* intégrée-différentielle régissant l'évolution moyenne du spectre optique sur de longues échelles de temps. Le calcul de la solution stationnaire de l'équation cinétique permet de déterminer la forme du spectre optique du laser Raman à fibre. Par analogie avec un système thermodynamique, cette équation cinétique est équivalente à l'équation de Boltzmann décrivant la relaxation d'un gaz hors équilibre vers l'état d'équilibre le plus désordonné possible. Dans un gaz, cette relaxation est induite par l'ensemble des collisions des particules le constituant. Le processus équivalent en optique est le mélange à quatre ondes qui induit une interaction non linéaire entre les modes du spectre. L'équation cinétique pour le système d'ondes comprend donc un *terme de collision* dans lequel figure l'ensemble des interactions des modes de la cavité liées au mélange à quatre ondes.

Toutefois, le développement de l'équation cinétique est conditionné par un ensemble d'hypothèses fondamentales limitant le domaine de validité de la théorie cinétique des ondes. Les deux hypothèses principales sont les suivantes :

- La statistique du champ doit être quasi-gaussienne et le demeurer tout au long de l'évolution du système.
- Les effets non linéaires du système optique doivent par conséquent être perturbatifs devant les

effets linéaires de type dispersifs.

Même si Babin *et al* appliquent la théorie cinétique des ondes au laser Raman à fibre, ils ne s'attardent pas à vérifier de manière claire la validité de ces deux hypothèses fondamentales même s'ils affirment que c'est le cas.

Malgré cela, Babin *et al* ont développé une équation cinétique décrivant la formation du spectre optique dans le laser Raman à fibre. L'intégration analytique de cette équation leur a ensuite permis de déterminer la forme théorique du spectre optique de l'onde Stokes à l'état stationnaire. Toutefois, si l'on se place dans le cadre traditionnel de la théorie cinétique des ondes [17, 72, 73], leur équation cinétique a été établie d'une manière non conventionnelle. Effectivement leur modèle est basé sur un ensemble d'éléments introduits d'une façon qui à notre connaissance n'a jamais été exposée dans la littérature. Par conséquent, leur approche soulève un certain nombre de questions dont nous discuterons amplement dans le quatrième chapitre de ce manuscrit.

Néanmoins, le modèle développé par Babin *et al* fournit un ensemble riche de résultats très intéressants d'un point de vue fondamental et qui mérite d'être présenté ici. Aussi, leur étude étant relativement ardue sur le plan théorique, nous nous attacherons dans cette section à présenter les résultats essentiels de la manière la plus simple possible, en mettant l'accent sur les étapes importantes de leur modélisation. Leur approche statistique sera exposée en deux parties : dans un premier temps nous présenterons les résultats essentiels de la théorie et en quoi ils semblent bien décrire le laser Raman à fibre, puis dans un second temps nous passerons à la description du modèle et des hypothèses théoriques employées.

### 1.3.2 Approche statistique de la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre : principaux résultats et confrontation à l'expérience

Le modèle de S.A. Babin a été développé dans l'objectif d'expliquer le mécanisme de formation du spectre optique du laser Raman à fibre, afin de prédire avec précision sa forme et son évolution avec la puissance du laser. Les auteurs ont réalisé un laser Raman à fibre dont la configuration expérimentale est représentée sur la figure 1.19 [8].

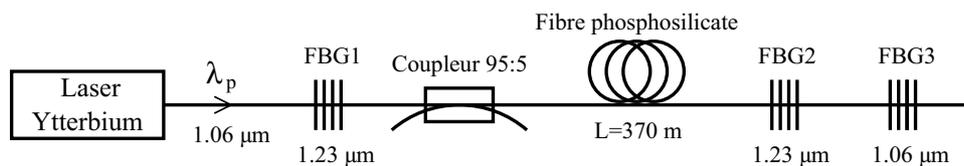


FIG. 1.19 – Configuration expérimentale du laser Raman à fibre étudié par Babin *et al* dans [8]. FBGs = miroirs de Bragg de longueurs d'onde centrales 1.06  $\mu\text{m}$  et 1.23  $\mu\text{m}$ .

Le laser Raman à fibre de la figure 1.19 est pompé par un laser à fibre Ytterbium émettant à  $\lambda_p = 1.06 \mu\text{m}$  et délivrant une puissance maximale de 3 W. La cavité Pérot-Fabry du laser Raman est composée d'une fibre phosphosilicate de 370 m de longueur et de miroirs de Bragg (FBG1 et FBG2<sup>4</sup>) de 99% de réflectivités maximum à la longueur d'onde centrale de l'onde Stokes  $\lambda_s = 1.23 \mu\text{m}$  (Stokes d'ordre 1). Nous pouvons remarquer que les valeurs de ces réflectivités maximum correspondent à une cavité haute finesse (en ne tenant pas compte des autres pertes de la cavité). Cette configuration est assez inhabituelle, en effet généralement le miroir de sortie du laser Raman à fibre possède une transmission plus élevée que 1% (voir la section 1.1.3.3). La présence du miroir de Bragg à la longueur d'onde de pompe (FBG3) en sortie du laser Raman à fibre assure un pompage de la cavité en double passage. Enfin, le coupleur à l'entrée de la cavité permet de

<sup>4</sup>FBG = Fiber Bragg Gratings

prélever une petite partie du rayonnement de Stokes intracavité (5%) afin de mesurer sa puissance et son spectre optique.

### 1.3.2.1 Spectre optique intracavité du laser

Le coupleur situé près du miroir de Bragg d'entrée (*FBG1* figure 1.19) permet de mesurer le spectre optique de l'onde Stokes intracavité. En principe, la position de ce coupleur permet de distinguer le spectre incident du spectre réfléchi par le miroir *FBG1*. Cependant, dans la présentation des résultats expérimentaux issus de l'étude [8], Babin *et al* ne précisent pas lequel de ces deux spectres était observé. Nous verrons pourtant dans l'étude expérimentale présentée dans le deuxième chapitre que les spectres réfléchis et incidents sur les miroirs de la cavité sont totalement différents les uns des autres.

L'enregistrement du spectre optique de l'onde Stokes à plusieurs points de puissance permet de visualiser son évolution en fonction de la puissance de pompe. La figure 1.20 représente cette évolution du spectre optique observée dans le laser Raman à fibre de l'étude [8] :

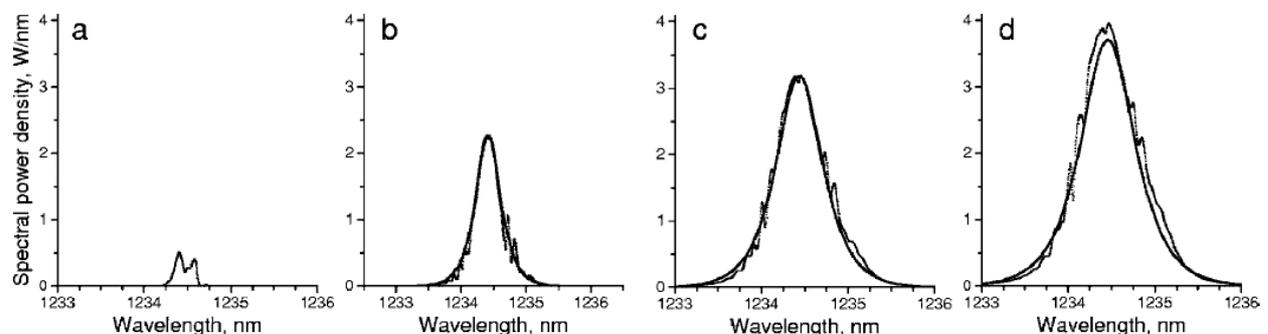


FIG. 1.20 – *Spectre optique intracavité du laser Raman à fibre étudié dans [8].* (a) au seuil du laser, (b) à  $2.5\times$  le seuil, (c)  $5\times$  le seuil et (d)  $7.5\times$  le seuil. Ces spectres optiques sont issus de la figure 4 de l'article. Les traits continus représentent les spectres calculés à partir du modèle de Babin *et al*.

Comme nous pouvons le voir sur la figure 1.20, une fois le seuil d'oscillation du laser atteint, le spectre optique de l'onde Stokes s'élargit très rapidement lorsque la puissance de pompe augmente. En particulier, la forme du spectre optique semble rester constante au cours de son évolution, le spectre ne subit qu'une augmentation de son amplitude maximum qui va de paire avec l'augmentation de sa largeur à mi-hauteur. Ces changements d'amplitude et de largeur ont lieu simultanément, de telle sorte que le spectre optique présente constamment une forme en sécante hyperbolique confirmée par le modèle de Babin *et al* (spectres en traits pleins sur la figure 1.20). Ceci constitue le résultat le plus important du modèle : la forme du spectre optique de l'onde Stokes est toujours une sécante hyperbolique, quelle que soit la puissance de fonctionnement du laser Raman à fibre. Dans le cas d'une cavité haute finesse, le résultat théorique principal est que la forme du spectre optique est définie analytiquement par la relation [8] :

$$I(\Omega) = \frac{2I}{\pi\Gamma \cosh(2\Omega/\Gamma)}, \quad (1.30)$$

où  $\Omega$  est la fréquence optique et  $I = \int I(\Omega)d\Omega$  la puissance totale de l'onde Stokes intracavité.  $\Gamma$  représente la largeur à  $1/\cosh(1)$  du spectre optique, qui dépend de la puissance  $I$  de l'onde Stokes et d'autres paramètres du laser (longueur de fibre, coefficient de couplage Kerr, courbure du spectre de réflectivité des miroirs et dispersion de vitesse de groupe). Celle-ci sera définie analytiquement

dans la section suivante. Ainsi, connaissant tous les paramètres physiques du système, le modèle de Babin *et al* permet de calculer analytiquement le spectre optique intracavité du laser Raman à fibre. La comparaison entre les spectres optiques théoriques et expérimentaux est également présentée sur la figure 1.20, l'accord est excellent, sans aucun paramètre d'ajustement, selon Babin *et al* [8].

### 1.3.2.2 Elargissement spectral et caractéristique de puissance

Le modèle de Babin *et al* permet également de calculer l'évolution de la largeur  $\Gamma$  du spectre optique de l'onde Stokes en fonction de la puissance  $I$  et de reproduire la caractéristique de puissance de l'onde Stokes du laser. Le résultat est illustré sur la figure 1.21 (figures 5 et 3 dans [8]) :

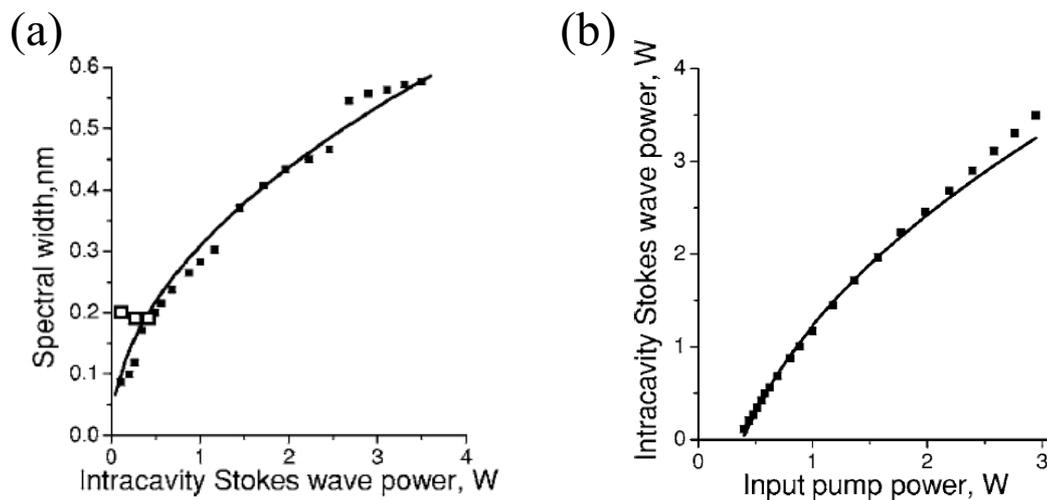


FIG. 1.21 – (a) Evolution en fonction de la puissance Stokes  $I$  intracavité de la largeur  $\Gamma$  du spectre optique de l'onde Stokes intracavité. (b) Caractéristique de puissance de l'onde Stokes. Les traits continus représentent l'évolution théorique calculée à partir du modèle de Babin *et al* [8].

Le modèle de Babin *et al* montre que la largeur  $\Gamma$  du spectre optique évolue comme la racine carrée de la puissance Stokes intracavité  $I$  (courbe en trait plein figure 1.21-(a)) [8, 80], ce qui a été confirmé expérimentalement. Plus précisément, l'approche théorique de la référence [8] fournit la relation analytique liant  $\Gamma$  à  $I$  :

$$\Gamma = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{2\delta_{NL}}{\delta_2}}, \quad (1.31)$$

avec

$$\delta_{NL} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\gamma IL}{\sqrt{1 + (2\beta_2 L / 3\delta_2)^2}}. \quad (1.32)$$

$\gamma$ ,  $\beta_2$  et  $\delta_2$  représentent respectivement les coefficients de couplage Kerr, le coefficient de dispersion de vitesse de groupe et la courbure du spectre de réflectivité des miroirs de Bragg. Le résultat théorique donné par les équations 1.31 et 1.32 constitue un autre point important du modèle de Babin *et al*.

On peut voir par ailleurs sur la figure 1.21-(b) ci-dessus que le laser Raman à fibre étudié dans [8] présente un seuil d'émission d'environ 400 mW. On constate également que le modèle développé par Babin *et al* permet de reproduire avec une bonne précision la caractéristique en puissance du laser Raman enregistrée dans l'expérience (points sur la figure 1.21-(b)).

L'approche théorique développée par Babin *et al* semble donc donner des résultats très satisfaisants pour les lasers Raman à fibre oscillant dans des cavités de finesse élevée. En effet elle permet de déterminer analytiquement la forme du spectre optique du laser Raman à fibre quel que soit son régime de puissance et elle montre que l'élargissement du spectre optique en fonction de la puissance obéit à une loi en racine carré. Ce modèle semble donc apporter des réponses sur la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre.

### 1.3.3 Présentation du modèle

Pour expliquer l'élargissement du spectre optique de l'onde Stokes dans les lasers Raman à fibre, Babin *et al* ont développé une analyse théorique basée sur la théorie cinétique des ondes [17], initialement utilisée pour décrire les phénomènes de turbulence observés en hydrodynamique [15, 16] et en physique des plasmas [13, 14]. L'utilisation de cette théorie consiste à moyennner sur les  $10^6$  modes du spectre optique du laser Raman à fibre l'ensemble des interactions non linéaires liées à l'effet Kerr.

Cette procédure de moyennage utilisée dans la théorie cinétique des ondes conduit moyennant certaines hypothèses fondamentales au développement d'une *équation cinétique* décrivant l'évolution temporelle moyenne du spectre optique [17]. Grâce à cette théorie, Babin *et al* ont pu procéder au moyennage statistique de l'amplitude des modes du spectre optique du laser Raman à fibre et développer une équation cinétique décrivant l'évolution à long terme de ce spectre. En calculant la solution analytique stationnaire de cette équation cinétique, ils démontrent que le spectre optique présente une forme bien particulière en sécante hyperbolique (relation 1.30) en accord avec les résultats expérimentaux. Dans la section qui suit, nous allons présenter les grandes étapes de calcul du modèle de Babin *et al* qui conduisent à cette solution analytique pour le spectre optique du laser Raman à fibre.

#### 1.3.3.1 Evolution dynamique des modes du spectre : approche en champ moyen

Le développement de l'équation cinétique pour le spectre optique du laser passe d'abord par l'écriture d'une équation régissant l'évolution dynamique des modes de la cavité. L'onde Stokes se propageant à la vitesse  $c$  dans la cavité fibrée de longueur  $L$  du laser Raman peut être représentée par la somme des ondes co- et contrapropagatives [8]

$$E(z, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( E^+(z, t)e^{ik(ct-z)} + E^-(z, t)e^{ik(ct+z)} \right) + \text{c.c.} \quad (1.33)$$

$E(z, t)$  est l'amplitude réelle du champ électrique de l'onde Stokes normalisée par rapport à son intensité totale  $I(z, t) = |E(z, t)|^2$ ,  $I^\pm(z, t) = |E^\pm(z, t)|^2$  sont les intensités de chacune des deux ondes Stokes se propageant en sens opposés. Enfin  $\lambda_0 = 2\pi n_0/k$  est la longueur d'onde correspondant au maximum du spectre de réflectivité des miroirs de Bragg.

La variation des amplitudes complexes  $E^\pm(z, t)$  des deux ondes Stokes se propageant en sens inverses le long de l'axe  $z$  de la cavité obéit à une équation qui inclut la dispersion de vitesse de groupe, le gain Raman, les pertes de la fibre et le mélange à quatre ondes, soit [8, 35] :

$$\left[ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial z} \right] E^\pm(z, t) = \left( \frac{g_R P(z) - \alpha_s}{2} \right) E^\pm(z, t) - i\gamma [I^\pm(z, t) + 2I^\mp(z, t)] E^\pm(z, t) + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 E^\pm(z, t)}{\partial t^2}. \quad (1.34)$$

$P(z)$  est la puissance moyenne de l'onde de pompe (moyenne temporelle),  $g_R$  est le coefficient de gain Raman supposé constant sur la bande spectrale de l'onde Stokes,  $\alpha_s$  est le coefficient de pertes

linéaires de la fibre à la longueur d'onde  $\lambda_0$ ,  $\gamma$  est le coefficient de couplage Kerr (automodulation de phase [35]) et  $\beta_2$  la dispersion de vitesse de groupe de la fibre optique.

Afin de déterminer l'équation d'évolution dynamique de l'amplitude complexe de chacun des modes du spectre du laser, Babin *et al* réalisent une première transformation : ils supposent que la finesse de la cavité laser est suffisamment élevée (réflectivités maximum des miroirs de 99%) pour que l'onde Stokes soit décomposée sur l'ensemble des modes de la cavité. Ainsi [8] :

$$E^\pm(z, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n E_n(t) e^{in(\Delta t \mp \kappa z)} e^{-i\nu_n t}, \quad (1.35)$$

où  $\Delta = 2\pi/\tau_{rt}$  est l'intervalle spectral entre deux modes consécutifs,  $\tau_{rt} = 2L/c$  est le temps mis par l'onde Stokes pour parcourir un tour complet de la cavité,  $\nu_n = \frac{\beta_2}{2}c(n\Delta)^2 + 2\gamma cI$  et  $\kappa = \pi/L$ . Le facteur  $1/\sqrt{2}$  a été choisi de façon à normaliser la puissance totale du mode longitudinal d'indice  $n$  :  $I_n = |E_n|^2 = I_n^+ + I_n^-$ .

L'approche en champ moyen réalisée par Babin *et al* consiste à supposer que sur un tour complet de cavité les variations d'amplitude subies par l'onde Stokes sont très faibles. Ceci est justifié uniquement dans le cas où les coefficients de réflexion des miroirs sont proches de 1, et si le profil spatial de la puissance de l'onde Stokes dans la cavité est pratiquement constant (démonstré par Babin *et al* dans leur étude menée dans [69]). Dans ce cas, l'amplitude complexe  $E_n(t)$  des modes dans la relation 1.35 est indépendante de  $z$  et elle ne dépend que de la variable temporelle. On passe alors d'une équation aux dérivées partielles (équation 1.34) à des équations différentielles pour l'amplitude complexe des modes  $E_n$  [8] :

$$\tau_{rt} \frac{dE_n}{dt} - \frac{1}{2}(g - \delta_n)E_n(t) = -i\gamma L \sum_{l \neq 0} E_{n-l}(t) \sum_{m \neq 0} E_{n-m}(t) E_{n-m-l}^*(t) e^{i\beta_2 m l \Delta^2 ct}. \quad (1.36)$$

$\delta_n = -\ln[R_1(\Omega_n)R_2(\Omega_n)]$  représente les pertes effectives des miroirs de Bragg *FBG1* et *FBG2* sur la figure 1.19 pour le mode longitudinal d'indice  $n$ , dont la fréquence  $\Omega_n = n\Delta$  est décalée par rapport à la fréquence correspondant au maximum des spectres de réflectivité  $R_1$  et  $R_2$ .  $g$  est le gain net intégré sur la totalité de la cavité :

$$g = 2g_R \bar{P}L - 2\alpha_s L. \quad (1.37)$$

Enfin,  $\bar{P}$  est le profil de la puissance de pompe moyenné suivant l'axe  $z$  [8] :

$$\bar{P} = \frac{1}{L} \int_0^L P(z) dz = P_0 \frac{1 - \exp\left(-2\alpha_p L - 2\frac{\lambda}{\lambda_p} g_R L I\right)}{\alpha_p L + \frac{\lambda}{\lambda_p} g_R L I}, \quad (1.38)$$

où  $P_0$  est la puissance de pompe incidente en  $z = 0$ ,  $\alpha_p$  les pertes linéaires de la fibre à la longueur d'onde de pompe  $\lambda_p$ ,  $\lambda$  la longueur d'onde de l'onde Stokes et  $I$  l'intensité totale de l'onde Stokes intracavité supposée constante sur un trajet dans la fibre ( $I(z) = \text{constante}$ ).

L'équation 1.36 décrit l'évolution temporelle de l'amplitude complexe  $E_n$  de chacun des modes de la cavité. Cette évolution est déterminée par le gain et les pertes de la cavité, ainsi que l'effet Kerr optique (mélange à quatre ondes<sup>5</sup>) dont la contribution est modulée par la dispersion de vitesse de groupe de la fibre ( $e^{i\beta_2 m l \Delta^2 ct}$ ).

Le membre de droite de l'équation 1.36 représente l'ensemble des contributions des modes du spectre transférant une partie de leur énergie par mélange à quatre ondes au mode d'indice  $n$ . La

<sup>5</sup>Les termes représentatifs du mélange à quatre onde entre les ondes Stokes co- et contrapropagatives ont été supprimés de l'équation 1.36. En effet, les auteurs démontrent que la contribution de ce mécanisme est nulle en moyenne car il est non résonnant [8]. Selon Babin *et al*, l'élargissement du spectre optique de l'onde Stokes se propageant dans un sens de la cavité n'est donc pas influencé par l'onde Stokes se propageant en sens inverse.

somme de ces contributions contient environ  $10^{12}$  termes, et ce pour chacune des  $10^6$  équations régissant l'évolution des modes d'amplitude  $E_n$ . Etant donnée l'énorme quantité de termes impliqués, un tel système ne peut être décrit analytiquement ou numériquement. Par conséquent, au lieu d'utiliser une description dynamique des modes  $E_n$ , Babin *et al* ont développé une approche statistique du spectre optique de l'onde Stokes, basée sur la méthode de Zakharov *et al* [17]. Grâce à cette méthode, les auteurs ont réussi à établir une équation cinétique décrivant l'évolution moyenne du spectre optique du laser. Celle-ci est présentée dans la section suivante.

### 1.3.3.2 Etablissement de l'équation cinétique

Pour obtenir l'équation cinétique décrivant l'évolution du spectre optique (ou densité spectrale de puissance) de l'onde Stokes, il faut dans un premier temps écrire l'équation dynamique régissant l'évolution de l'intensité  $I_n = |E_n|^2$  de chacun des modes. Ainsi, en multipliant par  $E_n^*$  l'équation 1.36 on obtient [8] :

$$\tau_{rt} \frac{dI_n}{dt} - (g - \delta_n) I_n(t) = -\text{Re} \left[ 2i\gamma L \sum_{l \neq 0, m \neq 0} E_{n-l}(t) E_{n-m}(t) E_{n-m-l}^*(t) E_n^*(t) e^{i\beta_2 m l \Delta^2 c t} \right]. \quad (1.39)$$

La densité spectrale de puissance  $I(\Omega)$  en  $W/Hz$  (spectre optique) est liée à  $I_n$  par la relation [8]  $I(\Omega) = \langle I_n \rangle / \Delta$ , où “ $\langle \rangle$ ” représente la moyenne de  $I_n$  au sens statistique du terme (moyenne sur un nombre de réalisations). Il suffit donc de prendre la valeur moyenne de l'équation 1.39 pour obtenir l'équation cinétique régissant l'évolution de  $I(\Omega)$ . Le calcul de la valeur moyenne de l'équation 1.39 conduit à :

$$\tau_{rt} \frac{d\langle I_n \rangle}{dt} - (g - \delta_n) \langle I_n(t) \rangle = -\text{Re} \left[ 2i\gamma L \left\langle \sum_{l \neq 0, m \neq 0} E_{n-l}(t) E_{n-m}(t) E_{n-m-l}^*(t) E_n^*(t) e^{i\beta_2 m l \Delta^2 c t} \right\rangle \right]. \quad (1.40)$$

On peut voir dans la relation 1.40 ci-dessus que l'équation sur  $\langle I_n \rangle$  dépend en partie de la valeur moyenne de la totalité des contributions de chacun des modes du spectre au transfert d'énergie vers le mode d'indice  $n$ . Toute la difficulté du développement de l'équation cinétique réside principalement dans l'évaluation de cette valeur moyenne.

Afin d'évaluer le membre de droite de l'équation 1.40, Babin *et al* introduisent phénoménologiquement une corrélation en temps<sup>6</sup> des modes définie par

$$\langle E_l(t) E_l^*(t') \rangle = I_l e^{-|t-t'|/\tau}, \quad (1.41)$$

qui traduit le fait que chaque mode d'indice  $l$  évolue de manière aléatoire avec un temps de corrélation  $\tau$ . La fonction de corrélation 1.41 n'a pas été choisie arbitrairement, elle découle d'une étude expérimentale menée par Babin *et al* sur le spectre radiofréquence de l'onde Stokes du laser Raman à fibre [81]. Dans cette étude, il a été observé expérimentalement que les pics des modes du spectre radiofréquence présentaient une forme Lorentzienne dont la largeur dépend du régime de puissance du laser. La largeur de ces pics est directement liée au mécanisme de mélange à quatre ondes qui introduit des relations de phase entre les modes. Si la forme Lorentzienne des pics du spectre radiofréquence de l'onde Stokes est représentée par la fonction [8]

$$F(\Omega) = \sum_{n \neq 0} \frac{DF_n}{\pi [D^2 + (\Omega - n\Delta)^2]}, \quad (1.42)$$

<sup>6</sup>Dans le développement classique de l'équation cinétique, le membre de droite de l'équation 1.40, aussi appelé terme de collision, est normalement nul à une dimension (ici  $t$ ) [17, 72, 76] (voir la section 4.2.3.2 dans le quatrième chapitre). Babin *et al* introduisent de manière non conventionnelle et phénoménologique une corrélation en temps des modes de la cavité liée au mélange à quatre ondes qui induit un terme de collision non nul.

où  $D = 2/\tau$  et  $F_n = \sum_l I_l I_{l+n}$ , alors la transformée de Fourier inverse de  $F(\Omega)$  donne dans l'espace direct une décroissance exponentielle de la fonction de corrélation définie en 1.41 [8]. Le taux de décroissance  $\tau$  dans 1.41 est alors directement relié à la largeur à mi-hauteur  $D$  des pics du spectre radiofréquence qui peut être mesurée expérimentalement.

L'introduction dans l'équation 1.40 de la fonction de corrélation 1.41 conduit après de longs calculs à l'expression de l'équation cinétique régissant l'évolution du spectre optique du laser Raman à fibre [8] :

$$\tau_{rt} \frac{dI(\Omega)}{dt} = (g - \delta(\Omega))I(\Omega) + S_{FWM}(\Omega), \quad (1.43)$$

avec  $\delta(\Omega) = -\ln[R_1(\Omega)R_2(\Omega)]$ .  $S_{FWM}(\Omega)$  est la puissance donnée et reçue par la composante de fréquence  $\Omega$  par l'intermédiaire du mélange à quatre ondes. Elle est définie par :

$$S_{FWM}(\Omega) = -\delta_{NL}I(\Omega) + (2\gamma L)^2 \int \frac{I(\Omega - \Omega_1)I(\Omega - \Omega_2)I(\Omega - \Omega_1 - \Omega_2)}{(3\tau_{rt}/\tau)[1 + (2\tau L\beta_2/3\tau_{rt})^2\Omega_1^2\Omega_2^2]} d\Omega_1 d\Omega_2, \quad (1.44)$$

avec  $\delta_{NL}$  égal à

$$\delta_{NL} = (2\gamma L)^2 \int \frac{[I(\Omega - \Omega_1) + I(\Omega - \Omega_2)]I(\Omega - \Omega_1 - \Omega_2) - I(\Omega - \Omega_1)I(\Omega - \Omega_2)}{(3\tau_{rt}/\tau)[1 + (2\tau L\beta_2/3\tau_{rt})^2\Omega_1^2\Omega_2^2]} d\Omega_1 d\Omega_2. \quad (1.45)$$

Le dernier terme du membre de droite de l'équation 1.44 représente l'augmentation de puissance du mode de fréquence  $\Omega$  due à l'échange d'énergie entre les modes de fréquences  $\Omega - \Omega_1$ ,  $\Omega - \Omega_2$ ,  $\Omega$  et  $\Omega - \Omega_1 - \Omega_2$ . Ce terme constitue une source de gain non linéaire pour le mode de fréquence  $\Omega$ , induit par le processus de mélange à quatre ondes. De la même manière,  $\delta_{NL}$  représente la perte non linéaire de puissance du mode de fréquence  $\Omega$  due à son interaction avec les autres modes du spectre. Babin *et al* démontrent alors dans la référence [8] que c'est exactement cette atténuation non linéaire (dépendante de la puissance) qui conduit à la décroissance de la fonction de corrélation définie en 1.41.

### 1.3.3.3 Solution analytique stationnaire de l'équation cinétique : spectre en forme de sécante hyperbolique

L'équation cinétique 1.43, développée dans le cadre de la théorie cinétique des ondes, n'est valable que dans le cas où les effets non linéaires sont très faibles devant les effets dispersifs accumulés lors de la propagation dans la fibre. Ceci se traduit mathématiquement par l'inégalité [8, 17] :

$$\gamma IL \ll 2\beta_2 L \overline{\Omega^2}, \quad (1.46)$$

où  $\overline{\Omega^2}$  est le carré de la largeur moyenne du spectre défini par

$$\overline{\Omega^2} = \frac{\int \Omega^2 I(\Omega) d\Omega}{I}. \quad (1.47)$$

La condition 1.46 signifie que la dispersion de vitesse de groupe implique un déphasage très important entre les modes du spectre, limitant fortement l'accord de phase induit par le mélange à quatre ondes. Ainsi les phases spectrales peuvent être considérées comme faiblement corrélées. Dans le laser Raman à fibre, cette condition est également équivalente à [8]

$$\frac{2\beta_2 L}{\delta_2} \gg 1, \quad (1.48)$$

où  $\delta_2$  représente la courbure des pertes effectives des miroirs de Bragg définie par  $\delta(\Omega) = \delta_0 + \delta_2 \Omega^2$  (pertes approximées par une parabole, figure 2 de l'article [8]).

Dans l'expérience de Babin *et al*, la condition 1.48 n'est pas complètement respectée. Effectivement les auteurs montrent que  $2\beta_2 L/\delta_2 \simeq 4.5$ , ce qui n'est pas très grand devant 1. A partir de là

ils simplifient l'équation cinétique 1.43 en remplaçant  $\Omega_1^2$  et  $\Omega_2^2$  dans le dénominateur des relations 1.44 et 1.45 par la valeur moyenne  $\overline{\Omega^2}$ . Le dénominateur devient une constante pouvant être retirée de l'intégrale, et on montre alors assez facilement que l'expression de l'équation cinétique pour le spectre optique à l'état stationnaire devient [8] :

$$[\delta(\Omega) + 2L\alpha_s + \delta_{NL}]I(\Omega) = 2g_R L \bar{P} I(\Omega) + \frac{\delta_{NL}}{I^2} \int I(\Omega_1)I(\Omega_2)I(\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega)d\Omega_1 d\Omega_2. \quad (1.49)$$

$\delta_{NL}$  se simplifie également et vaut :

$$\delta_{NL} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\gamma I L}{\sqrt{1 + (4\beta_2 L \overline{\Omega^2} / 3\delta_{NL})^2}}. \quad (1.50)$$

L'équation 1.49 possède un sens physique simple, le terme de gauche représente l'ensemble des pertes (linéaires et non linéaires) subies par un mode du spectre, le terme de droite est le gain total acquis par ce même mode. On retrouve donc l'expression "gain=pertes" très classique en physique des lasers. Le deuxième terme du membre de droite représente l'énergie gagnée par le mode de fréquence  $\Omega$  par mélange à quatre ondes, il est à l'origine de l'élargissement du spectre optique du laser Raman à fibre. Ce spectre optique à l'état stationnaire résulte donc d'un équilibre entre le gain et les pertes du laser, Babin *et al* ont montré que la solution analytique pour  $I(\Omega)$  s'écrivait alors :

$$I(\Omega) = \frac{2I}{\pi\Gamma \cosh\left(\frac{2\Omega}{\Gamma}\right)}, \quad (1.51)$$

avec

$$\Gamma = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{2\delta_{NL}}{\delta_2}}, \quad (1.52)$$

et

$$\delta_{NL} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\gamma I L}{\sqrt{1 + (2\beta_2 L / 3\delta_2)^2}}. \quad (1.53)$$

En utilisant les relations 1.47 et 1.51, Babin *et al* démontrent que  $\overline{\Omega^2} = \delta_{NL} / 2\delta_2$ , ce qui conduit à l'expression 1.53 de  $\delta_{NL}$ .

On retrouve avec la relation 1.51 l'expression théorique du spectre optique en sécante hyperbolique du laser Raman à fibre présentée dans la section 1.3.2.1, ainsi que l'évolution en racine carrée de la largeur  $\Gamma$  du spectre en fonction de la puissance  $I$  (figure 1.21-(a)).

La forme du spectre optique en sécante hyperbolique (expression 1.51) résulte plus particulièrement de l'interaction entre l'effet Kerr, la dispersion de vitesse de groupe et la courbure des pertes des miroirs de Bragg. Effectivement, la largeur  $\Gamma$ , qui définit le taux de décroissance des ailes du spectre, dépend des coefficients  $\gamma I$ ,  $\beta_2$  et  $\delta_2$ . Ainsi, les choses peuvent être interprétées physiquement de la manière suivante : d'après 1.52 et 1.53, si la puissance  $I$  augmente,  $\Gamma$  augmente également grâce au mécanisme d'échange d'énergie induit par le mélange à quatre ondes. Cependant, cet élargissement est limité par la dispersion et la courbure des pertes. En effet une forte dispersion accentue le déphasage entre les modes du spectre, ce qui limite l'accord de phase du mélange à quatre ondes ( $\Gamma$  diminue si  $\beta_2$  augmente). Une forte courbure des pertes, i.e. bande de réflectivité des miroirs étroite spectralement, contraint le spectre à se former majoritairement dans cette bande de réflectivité de faible largeur ( $\Gamma$  diminue si  $\delta_2$  augmente).

### 1.3.4 Conclusions

Le modèle de Babin *et al* semble apparemment décrire la formation du spectre optique dans un laser Raman à fibre oscillant dans une cavité de finesse élevée. Le processus de formation du spectre optique résulte d'un mécanisme faiblement turbulent d'échange d'énergie entre les modes du spectre qui conduit à son élargissement lorsque la puissance du laser augmente. Cependant, la dispersion et la courbure des pertes des miroirs ont pour effet de contenir ce phénomène d'élargissement de telle sorte que le spectre optique acquiert au final une forme en sécante hyperbolique. Cette forme, valable dans le cas d'une cavité haute finesse, reste inchangée quel que soit le régime de puissance du laser.

Par ailleurs, l'équipe de Babin a montré dans une étude théorique et expérimentale complémentaire que cette forme bien particulière du spectre du laser en sécante hyperbolique était également préservée dans une cavité de basse finesse [12]. Dans cette étude, Babin *et al* utilisent le même formalisme et les mêmes équations que dans le modèle développé pour une cavité de haute finesse. La seule différence entre ces deux approches réside dans l'expression 1.53 de  $\delta_{NL}$ . Dans la cavité de basse finesse, Babin *et al* ajustent la valeur du coefficient Kerr :  $\delta_{NL} = K\gamma IL$  où  $K$  est un paramètre d'ajustement. Cette nouvelle expression de  $\delta_{NL}$  induit toujours une forme en sécante hyperbolique pour le spectre optique du laser (suivant la relation 1.51) de largeur différente, mais qui s'ajuste toujours parfaitement aux résultats expérimentaux selon Babin *et al*.

Cependant, en dehors du fait que cette étude complémentaire en cavité de finesse faible possède l'inconvénient d'être semi-empirique, il subsiste de cette analyse une question ouverte sur le plan fondamental : effectivement, l'expression théorique de  $I(\Omega)$  en 1.51 est issue de l'approche en champ moyen développée par Babin *et al*, qui suppose que les changements d'amplitude subis par l'onde Stokes sur un tour de cavité sont négligeables. Ceci est faux dans le cas d'une cavité de basse finesse, dans laquelle les réflectivités maximales des miroirs sont relativement faibles (25% dans la référence [12]). On peut par conséquent légitimement se demander si l'expression 1.51 décrit encore bien la forme du spectre optique dans un laser Raman à fibre oscillant dans une cavité de finesse faible.

Enfin, l'approche statistique basée sur la théorie cinétique des ondes établie par Babin *et al* pour expliquer la formation du spectre optique de l'onde Stokes est complexe et relativement difficile à interpréter. Cette difficulté d'interprétation de leur modèle est due au fait que l'équation cinétique 1.43 établie par les auteurs a été développée d'une manière non conventionnelle [17, 72, 76]. Afin d'établir des éléments de comparaison, nous développerons une équation cinétique pour le spectre optique du laser Raman à fibre en nous basant sur la méthode classique de Zakharov [17]. Nous verrons alors que les différences apparaissant entre ces deux modèles soulèvent un certain nombre de questions qui seront discutées dans le quatrième chapitre de ce manuscrit.

Dans la section suivante, nous allons aborder de manière descriptive les autres approches existantes pour décrire la formation du spectre optique du laser Raman à fibre. Contrairement au travail de Babin *et al*, ces approches alternatives s'appuient sur des simulations numériques basées sur l'intégration de différents modèles (modèle en champ moyen et équation de Schrödinger Non Linéaire généralisée). A la fin de cette section, le lecteur aura un aperçu global sur l'ensemble des modélisations existant à ce jour pour décrire la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre.

## 1.4 Etudes numériques de la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre

### 1.4.1 Introduction

Le travail de Babin *et al* précédemment décrit constitue véritablement une rupture du point de vue des idées habituellement rencontrées dans la modélisation du laser Raman à fibre. Effectivement,

Babin *et al* ont réalisé une approche statistique de la formation du spectre optique en procédant à un moyennage de l'intensité de chacun des modes du spectre. Dans leur modèle, l'évolution des modes est gouvernée par une équation régissant l'évolution temporelle de leur amplitude (équation 1.36). Cette équation dynamique est en réalité issue de la transformée de Fourier d'une *équation maîtresse* [82] introduite par Babin *et al* pour décrire la dynamique du laser Raman à fibre oscillant dans une cavité de finesse élevée.

La forme analytique de l'équation maîtresse a été développée pour la première fois par Haus en 1975 [82]. Son objectif était alors de reproduire les régimes temporels observés dans les lasers à modes bloqués. L'idée principale du modèle de Haus repose sur l'hypothèse que les variations d'amplitude subies par le champ électrique sur un tour de cavité sont faibles. De cette manière, on obtient une équation décrivant l'évolution dynamique de l'amplitude du champ. Cette équation maîtresse fait apparaître une échelle de temps lente à partir de laquelle les effets physiques faibles sur un seul tour de cavité deviennent importants lorsqu'ils sont cumulés sur un grand nombre de tours. Cette équation, établie initialement par Haus pour décrire la dynamique temporelle des lasers à modes bloqués, a ensuite été adaptée au laser Raman à fibre par Babin *et al* dans leur modèle de la référence [8].

Dans certains travaux récents [9,10], l'équation maîtresse de Babin *et al* est intégrée numériquement pour étudier la formation du spectre optique du laser. Cette approche a le mérite d'être beaucoup plus directe que le traitement statistique de Babin *et al*. De plus, un des grands intérêts de l'équation maîtresse est qu'elle regroupe simultanément dans la même équation les effets physiques rencontrés lors de la propagation simple de l'onde dans la fibre et les effets liés à la réflexion de cette onde sur les miroirs de la cavité.

Cependant, l'équation maîtresse étant valable uniquement dans le cas d'une amplitude du champ électrique de l'onde Stokes variant très peu sur un tour de cavité, l'approche en champ moyen sur laquelle est basée cette équation n'est applicable que lorsque les coefficients de réflexion des miroirs sont proches de 1 (cavité de finesse élevée). Dans le cas d'une cavité de finesse faible, une approche complémentaire doit être établie. Il existe dans la littérature une façon de traiter ce cas [11,83] : les auteurs utilisent l'équation de Schrödinger Non Linéaire [35], qui décrit la propagation simple d'une onde partiellement cohérente (spectre optique de largeur finie) dans un milieu dispersif et non linéaire comme celui de la fibre optique du laser Raman. Cette équation est adaptée pour tenir compte en plus de la diffusion Raman stimulée et des pertes de la fibre.

Cependant la difficulté de cette approche réside dans le fait qu'il s'agit de résoudre l'équation de Schrödinger Non Linéaire dans une cavité Pérot-Fabry en tenant compte du fait que deux ondes Stokes se propagent en sens opposés. Cela nécessite alors le développement d'un algorithme d'intégration qui prend en compte les conditions de bords, mais qui souvent ne décrit pas la dynamique précise du laser [11,83]. Toutefois, de manière intéressante, ce genre d'algorithme converge vers une solution qui présente une puissance moyenne et un spectre moyen comparables à ceux observés expérimentalement [11,83].

Dans la section suivante, nous présentons le principe de ces deux approches complémentaires (champ moyen et équation de Schrödinger Non Linéaire) et nous décrivons en quoi elles fournissent une description quantitative de la formation du spectre optique du laser Raman à fibre.

### 1.4.2 Modèle en champ moyen

L'approche proposée par Turitsyna *et al* [9,10] consiste à décrire la formation du spectre optique du laser Raman à fibre à l'aide de l'équation maîtresse 1.36 développée par Babin *et al* [8]. Cette équation, basée sur une approche en champ moyen, décrit l'évolution temporelle de l'amplitude complexe  $E_n$  des modes de la cavité Pérot-Fabry du laser. Par conséquent, l'étude de Turitsyna *et al* concerne uniquement le cas d'une cavité de finesse élevée pour laquelle les coefficients de réflexion des miroirs sont proches de 1.

L'équation maîtresse utilisée dans l'étude numérique de Turitsyna *et al* s'écrit dans l'espace des

modes [8–10] (équation 1.36 de la section 1.3.3.1) :

$$\frac{\tau_{rt}}{L} \frac{dE_n}{dt} = (G_n + i\beta_2\Omega_n^2)E_n - i\gamma \sum_{j,k} E_j E_k E_{j+k-n}^* \quad (1.54)$$

$\tau_{rt} = 2nL/c$  est le temps mis par l'onde Stokes pour effectuer un tour complet de la cavité de longueur  $L$ ,  $n$  étant l'indice de réfraction de la fibre.  $G_n = g(I) - \delta_n/L$  est le gain effectif de la cavité, avec  $g(I) = g_R \overline{P(I)} - \alpha$  le gain Raman net qui est une fonction décroissante de l'intensité totale de l'onde Stokes  $I = \sum_n |E_n|^2$  (liée au processus de saturation du gain lorsque la puissance du laser augmente [5]), et  $\delta_n = \delta_0 + \delta_2\Omega_n^2$  les pertes effectives des miroirs de Bragg.  $g_R$  est le coefficient de gain Raman supposé constant sur la bande spectrale de l'onde Stokes,  $\alpha$  les pertes linéaires de la fibre à la longueur d'onde de l'onde Stokes et  $\overline{P}$  la puissance de pompe moyennée suivant l'axe longitudinal de la fibre. D'après l'expression de  $G_n$ , le gain effectif est une fonction décroissante de  $I$  et de  $\Omega_n$ , où  $\Omega_n = n\Delta$  est la fréquence optique, avec  $\Delta$  l'intervalle spectral entre deux modes consécutifs. Enfin  $\beta_2$  et  $\gamma$  sont respectivement les coefficients de dispersion de vitesse de groupe et de couplage Kerr.

Turitsyna *et al* ont utilisé l'équation 1.54 pour déterminer la forme du spectre optique du laser Raman à fibre. Pour cela, ils ont intégré numériquement cette équation et montré que la forme du spectre dépendait du signe de la dispersion de vitesse de groupe ainsi que de la forme et la largeur de la bande de réflectivité des miroirs. Ceci n'était pas pris en compte dans le modèle de Babin *et al* [8]. Les deux effets liés au signe de la dispersion et la forme de la bande de réflectivité ont été considérés dans deux études distinctes [9, 10], la première d'entre elles est présentée dans la section suivante.

#### 1.4.2.1 Influence de la dispersion de vitesse de groupe

L'intégration numérique de l'équation 1.54 par Turitsyna *et al* pour différents régimes de dispersion de vitesse de groupe donne les spectres optiques représentés sur la figure 1.22 [9] :

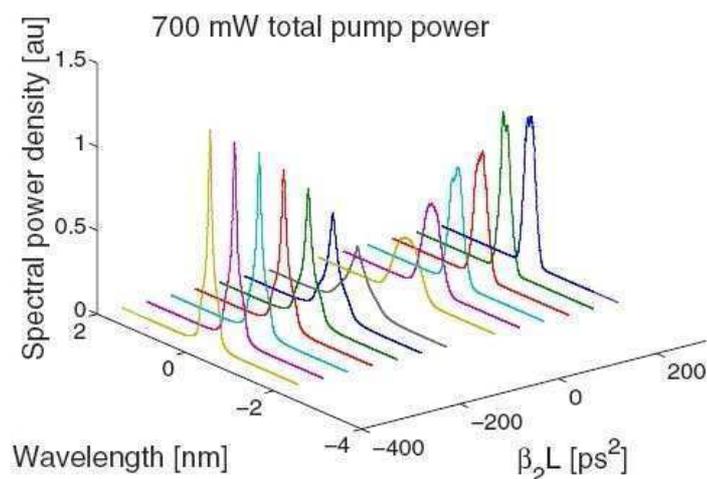


FIG. 1.22 – Evolution en fonction de  $\beta_2 L$  du spectre optique intracavité de l'onde Stokes dans un laser Raman à fibre. Figure extraite de [9] après intégration numérique de l'équation 1.54.

La figure 1.22 montre que le spectre optique du laser Raman à fibre pour une puissance de pompe de  $P_0 = 700 \text{ mW}$  présente une forme différente suivant le régime de dispersion du laser. En

particulier, le spectre optique pour  $\beta_2 < 0$  possède une forme caractéristique triangulaire dont le sommet est plus “pointu” que le spectre optique pour  $\beta_2 > 0$  (forme en sécante hyperbolique avec un sommet “arrondi”). Ce résultat ne peut pas être décrit par l’étude statistique de Babin *et al* [8]. En effet, l’expression 1.53 de la section 1.3.3.3 montre que la forme et la largeur du spectre optique dépend de  $\beta_2^2$ . Par conséquent le modèle de Babin *et al* prédit un spectre optique identique quel que soit le régime de dispersion du laser ( $\beta_2 < 0$  ou  $> 0$ ).

Cette différence de forme du spectre optique entre les régimes de dispersion normale et anormale est due selon Turitsyna *et al* à l’instabilité modulationnelle [35] présente uniquement dans le régime de dispersion anormale ( $\beta_2 < 0$ ). Cependant la façon dont l’instabilité modulationnelle conduit à des formes différentes pour le spectre optique n’a pas été expliquée par les auteurs dans la référence [9].

Par ailleurs, les simulations numériques effectuées par Turitsyna *et al* montrent que le spectre optique stationnaire multimode du laser est issu d’un régime transitoire pendant lequel une condition initiale monomode s’est déstabilisée au bout de quelques tours de cavité [9]. Effectivement, dans leur intégration numérique, les auteurs utilisent comme condition initiale un spectre optique monomode bruité (toutes les amplitudes  $E_n$  des modes sont quasi-nulles sauf pour le mode central), pour lequel les phases spectrales sont delta-corrélées (répartition aléatoire des phases). Comme le montre la figure 1.23-(a), au bout d’un certain nombre de tours de cavité, l’onde Stokes présente des fluctuations irrégulières de son intensité totale.

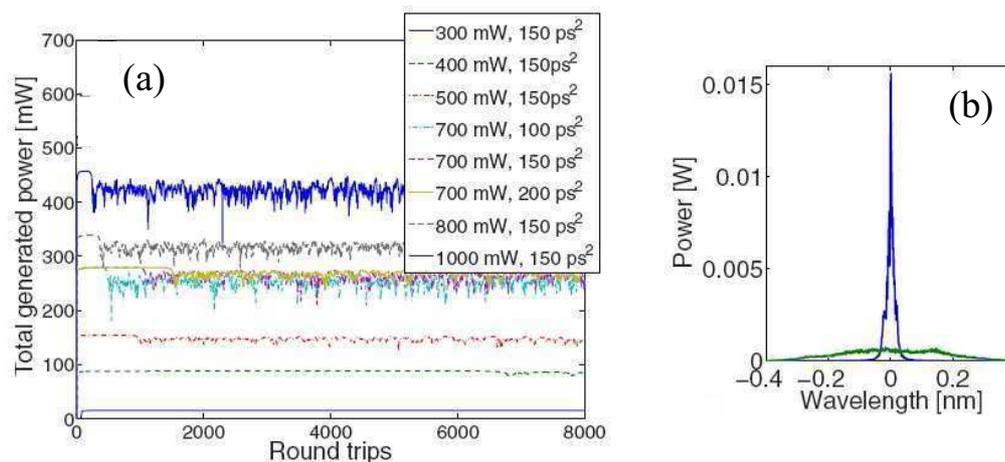


FIG. 1.23 – (a) Evolution en fonction du nombre de tours de cavité de l’intensité totale de l’onde Stokes générée pour plusieurs valeurs de dispersion et de puissance de pompe. (b) Transition entre les spectres optiques monomode (bleu) et multimode (vert). Figures extraites de [9].

Cette évolution dynamique de l’intensité est due à une transition rapide du spectre monomode vers un spectre multimode plus large comme représenté sur la figure 1.23-(b). Le spectre monomode se déstabilise et son énergie initiale se répartit entre les autres modes du spectre par mélange à quatre ondes, ce qui conduit à son élargissement et l’obtention de sa forme finale stationnaire moyenne représentée sur la figure 1.22. Les auteurs montrent que le nombre de tours à partir duquel le spectre monomode se déstabilise est très dépendant du nombre de modes dans la simulation et des valeurs de paramètres du système.

Les auteurs précisent qu’en principe le spectre optique monomode dans l’équation 1.54 est stable linéairement [9]. Par conséquent, le mécanisme qui conduit à la déstabilisation du spectre monomode initial n’est pas encore clairement identifié et fera d’après Turitsyna *et al* l’objet d’une étude ultérieure.

### 1.4.2.2 Influence de la forme des miroirs de Bragg

Turitsyna *et al* ont montré également dans une autre étude que la forme et la largeur du spectre de réflectivité des miroirs de Bragg influençaient la formation du spectre optique d'un laser Raman oscillant dans une cavité Pérot-Fabry de haute finesse [10]. Dans leur étude, les auteurs intègrent numériquement l'équation 1.54 pour laquelle les pertes effectives  $\delta_n$  correspondent à deux types de miroirs de Bragg de formes Gaussienne et Super-Gaussienne (figure 1.24-(a)).

Ils présentent l'ensemble des résultats obtenus pour le spectre optique du laser à partir de l'intégration numérique de 1.54. Ainsi, ils montrent que la forme du spectre est dépendante de plusieurs paramètres du laser : forme du spectre de réflectivité (Gaussien et Super-Gaussien), largeur de bande des miroirs et longueur de fibre  $L$ . La figure 1.24-(b) représente quelques-uns des résultats obtenus pour le spectre optique de l'onde Stokes [10].

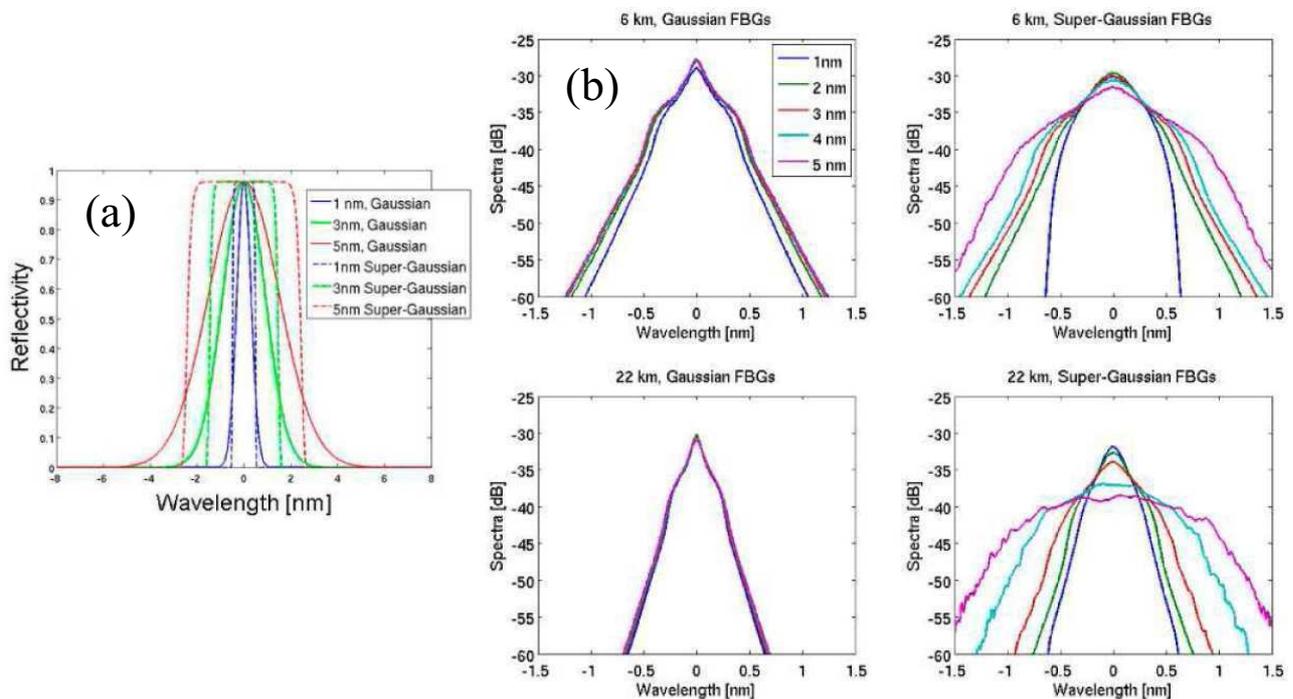


FIG. 1.24 – (a) Différents miroirs de Bragg considérés dans [10]. (b) Simulations numériques : influence de la forme des miroirs de Bragg sur le spectre optique du laser Raman à fibre. Spectres obtenus après l'intégration numérique de 1.54 pour une puissance de pompe initiale  $P_0 = 600 \text{ mW}$ , une largeur spectrale des miroirs de Bragg variant de 1 à 5 nm et deux longueurs de fibre différentes  $L = 6 \text{ km}$  et  $L = 22 \text{ km}$ . Figures extraites de [10].

En conclusion, l'approche basée sur une équation maîtresse visant à décrire la formation du spectre optique du laser Raman à fibre donne des résultats nouveaux et différents de ceux prédits par Babin *et al* [8] :

- 1) Le spectre optique n'a pas toujours une forme en sécante hyperbolique,
- 2) Le signe de la dispersion  $\beta_2$  influence la forme du spectre,
- 3) La forme du spectre de réflectivité des miroirs de Bragg conditionne également l'allure du spectre optique.

L'intégration numérique de l'équation maîtresse permet d'étudier de manière simple l'influence de certains paramètres sur les performances du laser. De plus, l'approche de Turitsyna *et al* est moins restrictive sur le plan théorique que l'approche statistique de Babin *et al*. Il est donc possible que les approximations supplémentaires utilisées pour le développement d'une théorie cinétique du laser Raman induisent une description erronée du spectre dans certaines zones de paramètres.

Cependant, l'équation maîtresse 1.54 n'est valable que dans le cas où le champ n'évolue pratiquement pas sur un tour de cavité (coefficients de réflexion des miroirs proches de 1), soit pour une cavité de finesse élevée. Dans le cas d'une cavité de basse finesse, l'approche en champ moyen utilisée pour développer l'équation maîtresse 1.54 n'est a priori plus applicable. L'étude de la formation du spectre optique de l'onde Stokes dans ce genre de cavité consiste alors à intégrer une équation de Schrödinger Non Linéaire généralisée [35] incluant le gain Raman et les pertes de la fibre. La section 1.4.3 présente quelques-uns des travaux numériques existants étant basés sur cette approche de modélisation.

### 1.4.3 Modèle complet

- **Approche numérique de Churkin *et al* [11] :**

Afin de modéliser les propriétés spectrales du laser Raman à fibre, Churkin *et al* ont utilisé une équation de Schrödinger Non Linéaire généralisée décrivant l'évolution dynamique des ondes pompe et Stokes se propageant dans la cavité du laser Raman à fibre [11]. Comme le montrent les équations ci-dessous, les équations de Schrödinger Non Linéaires généralisées prennent en compte les pertes de la fibre, le gain Raman et la modulation de phase croisée entre les ondes de pompe et Stokes (effet Kerr) [11, 35] :

$$\frac{\partial A_p^\pm}{\partial z} + i\frac{\beta_{2p}}{2}\frac{\partial^2 A_p^\pm}{\partial t^2} + \frac{\alpha_p}{2}A_p^\pm = i\gamma_p(|A_p^\pm|^2 + 2|A_s^\pm|^2)A_p^\pm - \frac{g_p}{2}(|A_s^\pm|^2 + \langle |A_s^\mp|^2 \rangle)A_p^\pm, \quad (1.55)$$

$$\frac{\partial A_s^\pm}{\partial z} + \left(\frac{1}{v_s} - \frac{1}{v_p}\right)\frac{\partial A_s^\pm}{\partial t} + i\frac{\beta_{2s}}{2}\frac{\partial^2 A_s^\pm}{\partial t^2} + \frac{\alpha_s}{2}A_s^\pm = i\gamma_s(|A_s^\pm|^2 + 2|A_p^\pm|^2)A_s^\pm + \frac{g_s}{2}(|A_p^\pm|^2 + \langle |A_p^\mp|^2 \rangle)A_s^\pm. \quad (1.56)$$

Les indices  $i = p, s$  font références aux ondes de pompe et Stokes respectivement. Ainsi  $A_i(z, t)$  est l'amplitude complexe du champ électrique de l'onde,  $z$  est la coordonnée spatiale le long de la fibre et  $t$  le temps dans un référentiel se déplaçant avec l'onde de pompe.  $\beta_{2i}$ ,  $\gamma_i$  et  $\alpha_i$  sont respectivement les coefficients de dispersion de vitesse de groupe, de couplage Kerr et de pertes linéaires aux longueurs d'onde de pompe et Stokes.  $g_i$  est le gain Raman supposé constant sur la bande spectrale de l'onde Stokes. Enfin  $v_i$  est la vitesse de groupe de chacune des deux ondes.

Les exposants “±” désignent les ondes Stokes et pompe se propageant en sens opposés (cavité laser pompée en double passage). Les valeurs moyennes “⟨ ⟩” des puissances des ondes contrapropagatives ont été introduites dans les équations 1.55 et 1.56. En raison des vitesses importantes avec lesquelles elles se déplacent les unes par rapport aux autres, Churkin *et al* simplifient le traitement de l'interaction entre les ondes contrapropagatives et supposent qu'une onde Stokes se déplaçant dans le sens des  $z$  croissants ne voit que la valeur moyenne de l'intensité de l'onde de pompe se propageant en sens opposé [11].

L'algorithme d'intégration développé pour intégrer les équations 1.55 et 1.56 est basé sur le principe itératif suivant [11] : lors de l'intégration numérique suivant  $z$  des champs  $A_{s,p}^+$ , Churkin *et al* utilisent les champs  $A_{s,p}^-$  obtenus lors de la précédente itération. Cette procédure consiste donc à négliger en temps réel les interactions pouvant exister entre les ondes contrapropagatives. Ces itérations sont répétées jusqu'à ce que l'algorithme converge, la figure 1.25 ci-dessous représente les résultats obtenus pour la forme du spectre optique de l'onde Stokes intracavité et sa caractéristique de puissance [11] :

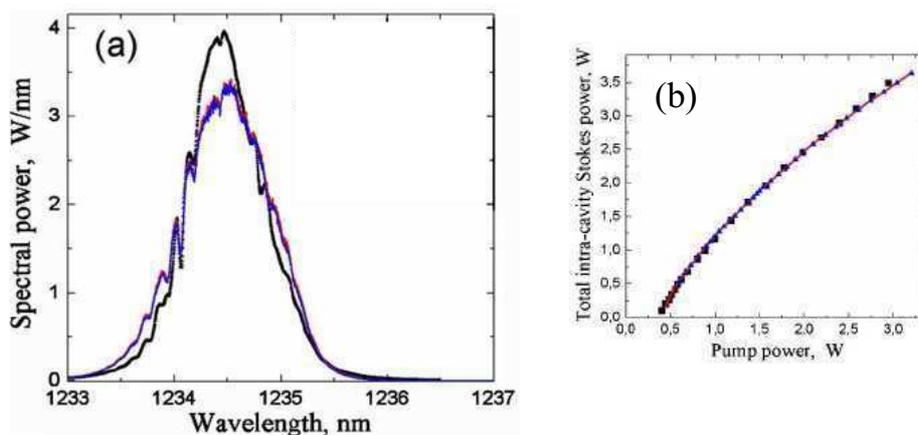


FIG. 1.25 – (a) Spectre optique de l'onde Stokes. En noir : expérience. En bleu : simulation. (b) Caractéristique de puissance de l'onde Stokes. Points noirs : expérience. Points bleus : simulation. Figures extraites de [11].

Les résultats expérimentaux de la figure 1.25 sont issus de l'étude de Babin *et al* [8]. Le spectre optique théorique de la figure 1.25-(a) a été calculé pour des spectres de réflectivité théoriques des miroirs de Bragg étant très proches de ceux mesurés dans l'expérience [11].

L'intégration numérique du modèle de Churkin *et al* (équations 1.55 et 1.56) donne selon les auteurs des caractéristiques de puissance moyenne en bon accord avec l'expérience ainsi qu'une largeur et une forme du spectre optique moyen comparable quantitativement avec le spectre mesuré expérimentalement<sup>7</sup>.

Les résultats théoriques sur le spectre du laser étant en bon accord avec l'expérience, le modèle de Churkin *et al* est ensuite employé pour réaliser une étude de la statistique du champ Stokes intracavité. Les auteurs tracent ainsi sur la figure 1.26 certaines densités de probabilité du champ à partir des équations 1.55 et 1.56 [11] :

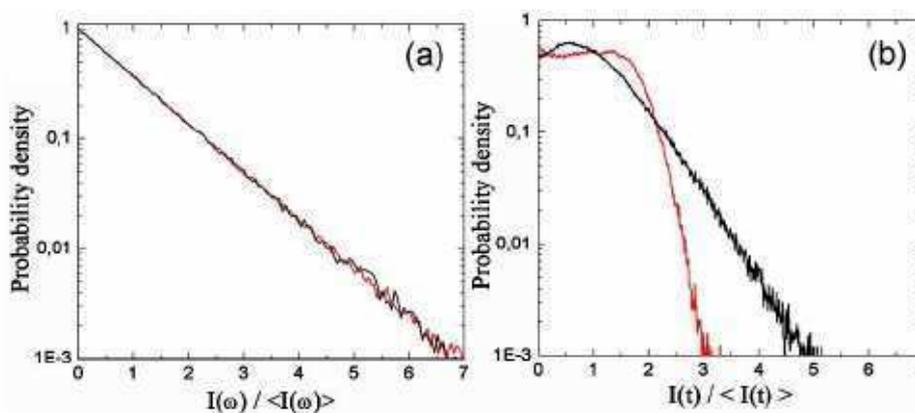


FIG. 1.26 – Distributions de probabilité de la densité spectrale de puissance de l'onde Stokes (a) et de la puissance totale de l'onde Stokes intracavité (b). Traits noirs (rouges) : puissance de pompe de 3.5 W (0.11 W). Figure issue de l'article [11].

<sup>7</sup>La figure 1.25 montre également que la forme du spectre optique de l'onde Stokes et sa caractéristique de puissance ne dépendent pas du mélange à quatre onde croisé (XPM) entre les ondes de pompe et Stokes [11] (courbes en rouge (avec XPM) et bleu (sans XPM) identiques).

La distribution de probabilité représentée sur la figure 1.26-(a) a été calculée à partir de l'intensité  $I(\omega)$  d'un mode de la cavité de fréquence  $\omega$ . L'évolution de cette intensité tour après tour fluctue aléatoirement et il est possible de déterminer la distribution de probabilité qui caractérise la statistique de ce mode. Churkin *et al* montrent sur la figure 1.26-(a) que la distribution de probabilité de l'intensité  $I(\omega)$  des modes de la cavité suit une loi exponentielle (i.e. une droite en échelle logarithmique sur la figure 1.26-(a)) quelle que soit la puissance du laser. Si la distribution de probabilité de la puissance des modes est une exponentielle, alors ceci correspond à une distribution de probabilité gaussienne pour les parties réelle et imaginaire de l'amplitude complexe des modes. Les auteurs démontrent ainsi dans la référence [11] que les fluctuations d'amplitude des modes longitudinaux d'un laser Raman à fibre sont statistiquement distribuées sous la forme d'une gaussienne.

Par ailleurs, les auteurs expliquent qu'en associant cette distribution de probabilité gaussienne pour la statistique de l'amplitude des modes à une distribution aléatoire de leurs phases (phases delta-corrélées), le théorème de la limite centrale doit mener à une distribution de probabilité de forme exponentielle pour l'intensité totale  $I(t)$  de l'onde Stokes intracavité [11]. Effectivement l'intensité totale  $I(t)$  de l'onde Stokes est également une variable aléatoire dont un exemple typique d'évolution tour après tour est représenté sur la figure 1.23-(a). Cependant, Churkin *et al* montrent sur la figure 1.26-(b) (échelle logarithmique) que la distribution de probabilité de l'intensité  $I(t)$  est non exponentielle et dépend de la puissance du laser [11].

Enfin, il est important de préciser que dans leur étude, Churkin *et al* n'ont pas pris en compte l'endroit et le sens de propagation de l'onde Stokes intracavité pour calculer la distribution de probabilité du champ. Or, nous verrons dans le prochain chapitre que l'allure des distributions de probabilité caractérisant la statistique de l'onde Stokes dépend fortement de l'endroit de la cavité où celle-ci est mesurée et du sens de propagation de l'onde.

#### - Approche numérique de Hagen *et al* [83] :

Dans leur approche, Hagen *et al* utilisent un algorithme d'intégration différent de celui employé par Churkin *et al*. En effet, ils développent un modèle dans lequel il n'y a pas d'équation de propagation pour l'onde de pompe, mais juste une équation différentielle pour sa puissance [83]. Plus précisément, Hagen *et al* se servent de l'équation de Schrödinger Non Linéaire [35, 83]

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - i\frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} - i\gamma|A|^2 A = 0 \quad (1.57)$$

et des équations d'évolution à l'état stationnaire des puissances de pompe et Stokes dans la fibre du laser (équations 1.7, 1.8 et 1.9) pour déterminer la caractéristique de puissance et l'élargissement du spectre de l'onde Stokes intracavité.

$A(z, t)$  dans l'équation 1.57 est l'amplitude complexe du champ électrique de l'onde Stokes se propageant dans la cavité laser de longueur  $L$ ,  $z$  représente la distance de propagation longitudinale dans la fibre et  $t$  le temps dans un référentiel se déplaçant avec l'onde Stokes.  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  et  $\gamma$  sont respectivement les coefficients de dispersion de vitesse de groupe, de dispersion d'ordre 3 et de couplage Kerr.

La procédure numérique de Hagen *et al* est similaire à celle présentée dans la référence [11], il s'agit d'évaluer à chaque pas d'intégration les champs pompe et Stokes se propageant dans un sens de la cavité Pérot-Fabry à partir du champ Stokes se propageant en sens inverse, mais déterminé au pas d'intégration précédent. Bien entendu, cette procédure ne décrit pas la dynamique précise du laser Raman à fibre. En effet, l'onde Stokes circulant dans un sens de la cavité est influencée durant toute sa propagation dans la fibre par l'onde Stokes se propageant en sens inverse (de manière indirecte, à travers l'équation sur la pompe 1.7).

Par ailleurs, la procédure d'intégration utilisée par Hagen *et al* est associée à un calcul des coefficients de réflexion effectifs des miroirs de Bragg (section 1.2.3.2) pour le respect des conditions

de réflexion de l'onde Stokes aux extrémités de la cavité. Comme nous l'avons vu précédemment, cette procédure ne permet pas une description physique du phénomène d'élargissement du spectre optique du laser.

Néanmoins, Hagen *et al* obtiennent avec cet algorithme un assez bon accord quantitatif sur la caractéristique de puissance et l'élargissement du spectre optique du laser Raman à fibre. Les différences constatées entre les courbes théoriques et expérimentales de la référence [83] sont dues selon les auteurs à d'autres effets non linéaires qui n'ont pas été pris en compte dans leur modèle tels que la diffusion Brillouin stimulée et les effets de polarisation de l'onde Stokes dans la fibre [83].

#### 1.4.4 Conclusion

La formation du spectre optique de l'onde Stokes est un élément clé dans la compréhension du fonctionnement du laser Raman à fibre. Depuis le tout premier modèle monomode de AuYeung et Yariv en 1979 [5], beaucoup d'efforts ont été faits pour établir un modèle décrivant les propriétés spectrales du laser Raman. La première procédure phénoménologique simple basée sur le modèle de AuYeung *et al* ayant été utilisée dans cet objectif est la méthode des coefficients de réflexion effectifs (section 1.2.3.2). Cependant il a été montré que cette technique ne permettait pas de décrire physiquement l'élargissement du spectre en fonction de la puissance, et de surcroît les résultats obtenus sont variables selon les études existantes dans la littérature. Le premier modèle décrivant physiquement la formation du spectre optique du laser Raman apparaît en 2003 [7]. Bouteiller développe une approche théorique multimode qui prend en compte le mélange à quatre ondes, responsable de l'élargissement du spectre optique en fonction de la puissance. Toutefois, son modèle phénoménologique dépend d'un paramètre d'ajustement et ne permet pas d'expliquer "ab initio" la formation du spectre du laser.

Le mécanisme d'échange d'énergie entre les modes de la cavité mis en avant par le modèle de Bouteiller va cependant faire l'objet d'une approche totalement nouvelle par Babin *et al* en 2007 [8]. Grâce à une étude statistique basée sur le formalisme de la turbulence faible, les auteurs déterminent analytiquement la forme du spectre moyen de l'onde Stokes et ils montrent que celle-ci est en très bon accord avec leurs expériences. Ce modèle est, d'après les auteurs, le premier décrivant physiquement la formation du spectre optique du laser Raman. Cependant, d'autres travaux récents ont montré que l'intégration numérique de l'équation maîtresse développée par Babin *et al* dans la référence [8] ne permettait pas de reproduire la forme du spectre dans certaines zones de paramètres du laser [9, 10]. Malgré cela, l'approche développée par Babin *et al* reste très intéressante d'un point de vue fondamental, et nous reviendrons par la suite sur leur modèle afin d'en discuter la validité.

Par ailleurs, mis à part le modèle de Babin *et al* relativement restrictif sur le plan théorique (cavité de finesse élevée), d'autres approches plus simples basées sur l'intégration numérique de l'équation de Schrödinger Non Linéaire ont permis de décrire quantitativement la formation du spectre optique du laser Raman à fibre [11, 83]. Bien que les algorithmes employés pour ces intégrations numériques ne décrivent pas précisément la dynamique de couplage entre les ondes contrapropagatives, ceux-ci convergent vers une solution moyenne en accord avec les observations expérimentales en termes de largeur spectrale et de puissance totale. Toutefois ces approches ne permettent pas de cerner le mécanisme d'interaction qui conduit à la formation du spectre et son évolution avec la puissance du laser. Par conséquent, aujourd'hui il n'existe toujours pas de modèle satisfaisant expliquant clairement la formation du spectre optique du laser Raman à fibre.

Afin de pouvoir modéliser ce système optique, nous avons réalisé un laser Raman à fibre dans lequel le spectre optique de l'onde Stokes est mesuré de manière quantitative à différentes puissances et en différents endroits de la cavité. Cette étude expérimentale complète, que nous présentons dans le deuxième chapitre, nous permettra par la suite de tester la validité de différents modèles visant à décrire la formation du spectre du laser. A notre connaissance, une telle étude expérimentale dans laquelle un ensemble important de spectres optiques est précisément mesuré n'a jamais été réalisée.

Par ailleurs, nous montrerons dans notre étude expérimentale que le spectre optique peut prendre une forme particulière asymétrique qui n'a jamais été décrite dans la littérature.

Dans le troisième chapitre, nous expliquerons cette forme asymétrique du spectre à l'aide d'un modèle champ moyen que nous développerons. Celui-ci nous permettra également d'apporter des éléments de réponse quant à la validité de l'approche théorique développée par Babin *et al*, et nous questionnerons dans le quatrième et dernier chapitre la pertinence de l'utilisation de la théorie cinétique des ondes pour décrire la formation du spectre optique du laser Raman à fibre.

## Deuxième chapitre

## Chapitre 2

# Formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre : étude expérimentale et modélisations

### 2.1 Introduction

Le premier chapitre de ce manuscrit était en partie consacré à la présentation des modèles actuellement employés pour décrire les performances en puissance du laser Raman à fibre ainsi que ses propriétés spectrales. Comme nous l'avons vu, l'élargissement du spectre optique de l'onde Stokes lorsque la puissance de pompe augmente est un élément clé du fonctionnement du laser. Les modèles que nous avons présentés ont tous pour objectif l'explication de cet effet d'élargissement. Cependant, soit ils ne décrivent pas la formation du spectre dans certaines zones de paramètres (modèle de Babin *et al* [8] et de Turistyna *et al* [9, 10]), soit ils s'appuient sur des algorithmes d'intégration ne prenant pas en compte la dynamique de couplage en temps réel des ondes pompe et Stokes (modèles de Churkin *et al* et Hagen *et al* [11, 83]). Par conséquent, il n'existe pas aujourd'hui de modèle clair et unique décrivant les mécanismes physiques sous-jacents à la formation du spectre optique du laser Raman à fibre dans toutes les zones de paramètres. De surcroît, la plupart des travaux antérieurs s'appuient souvent sur des mesures expérimentales peu précises, ou alors les études expérimentales menées pour valider les modèles établis sont souvent incomplètes.

L'étude expérimentale que nous présentons ici a pour objectif de réaliser un laser Raman à fibre dans lequel l'ensemble des paramètres physiques est connu de manière précise. En particulier, la cavité laser est réalisée de sorte que les effets de polarisation sont maîtrisés, ce qui permettra de confronter les résultats expérimentaux à un modèle scalaire. Par ailleurs, afin de mesurer quantitativement le spectre optique de l'onde Stokes intracavité, nous introduisons près des miroirs de Bragg des coupleurs nous permettant une mesure complète et soigneusement calibrée des spectres de l'onde Stokes intracavité dans les deux sens de circulation de celle-ci. A notre connaissance, ceci n'a encore jamais été réalisé auparavant dans la littérature. Nous montrerons ainsi que la forme du spectre optique du laser est très dépendante de sa position dans la cavité et du régime de puissance du laser Raman.

Nous proposerons ensuite plusieurs nouveaux modèles et les confronterons à l'expérience. Ceci nous permettra de mettre en avant le rôle fondamental joué par les miroirs de Bragg dans la formation du spectre optique, et amènera des questions quant à la validité des modèles existants et présentés dans le précédent chapitre. Dans la section suivante nous présentons de manière détaillée notre dispositif expérimental et nous caractérisons en différents points de la cavité le spectre optique du laser Raman réalisé.

## 2.2 Mise en évidence expérimentale du changement de forme du spectre optique en différents points de la cavité laser

### 2.2.1 Dispositif expérimental et caractéristiques de puissance

Nous présentons dans cette section les résultats issus de la réalisation d'une expérience ayant pour but la mesure quantitative et précise de la densité spectrale de puissance de l'onde Stokes en différents points de la cavité. Les spectres optiques obtenus seront ensuite comparés quantitativement à différents modèles.

Le laser Raman à fibre que nous avons réalisé oscille dans une configuration expérimentale typique de celle présentée dans le premier chapitre (section 1.1.3.3). Il est pompé par un laser à fibre double gaine dopée ytterbium et oscille dans une cavité Pérot-Fabry composée d'une fibre optique germanosilicate monomode et de miroirs de Bragg. Un schéma détaillé du laser Raman à fibre que nous avons réalisé est présenté sur la figure 2.1. Chacun des éléments composant le dispositif est décrit en détail dans la suite de ce paragraphe.

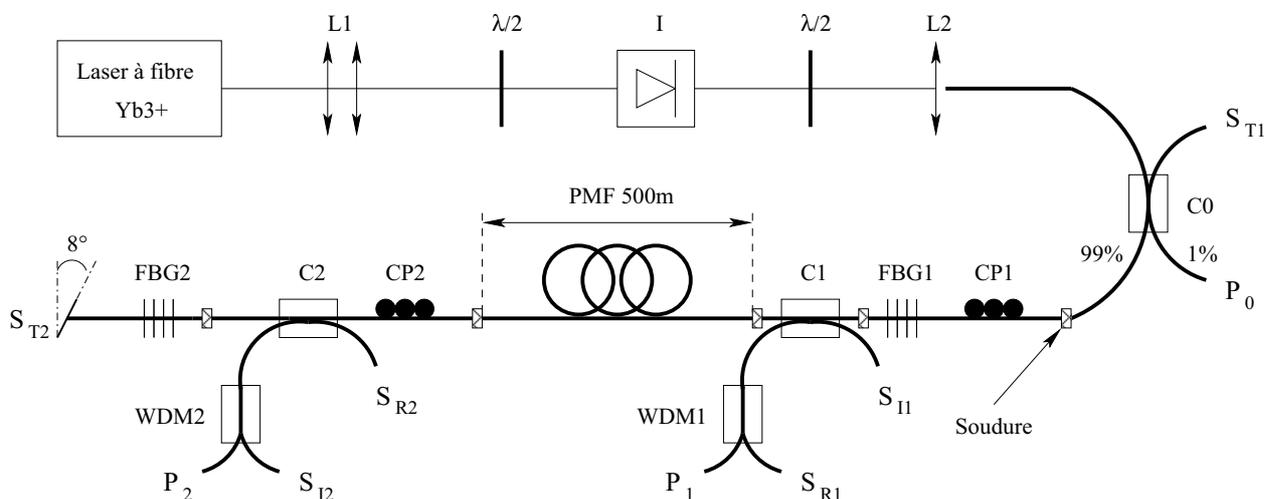


FIG. 2.1 – *Dispositif expérimental*. L1 : télescope,  $\lambda/2$  : lames demi-onde, I : isolateur de Faraday, L2 : lentille d'injection asphérique, C0/C1/C2 : coupleurs fibrés, CP1/CP2 : contrôleurs de polarisation, FBG1/FBG2 : miroirs de Bragg photoinscrits, WDM1/WDM2 : multiplexeurs, PMF : fibre à maintien de polarisation.

#### - Dispositif de pompage

Dans l'expérience, le pompage du laser Raman est assuré par un laser à fibre dopée ytterbium ( $Yb^{3+}$ ) continu d'une puissance de 8 W. Il émet un rayonnement linéairement polarisé dont le spectre optique est fortement multimode (environ  $10^4$  modes séparés par un intervalle spectral libre de 2 MHz). Celui-ci est centré à  $\lambda_p = 1100$  nm et présente une largeur à mi-hauteur d'environ 0.27 nm. L'action sur la première lame demi-onde ( $\lambda/2$ ), associée à l'isolateur de Faraday (I) agissant comme un polariseur, permet de régler la puissance injectée dans la fibre au niveau de L2. L'installation d'un système motorisé (non représenté) sur cette lame demi-onde permet de moduler à quelques Hertz la puissance de pompe du laser Raman et rend ainsi possible l'enregistrement de ses caractéristiques de puissance sur un temps suffisamment court (typiquement 0.1 s) pour éviter toute dérive de l'ensemble des réglages du laser. Enfin, la direction de polarisation du faisceau de pompe incident est contrôlée à l'aide d'une deuxième lame demi-onde située entre l'isolateur I et la lentille L2.

### - Le laser Raman

Le laser Raman considéré dans notre étude expérimentale est constitué d'une fibre à maintien de polarisation (PMF<sup>1</sup>) d'une longueur de 500 m, insérée entre deux miroirs de Bragg (*FBG1* et *FBG2*<sup>2</sup>) photoinscrits dans une fibre monomode standard (HI1060). La longueur d'onde centrale  $\lambda_s$  des miroirs de Bragg est de 1159 nm, ce qui la positionne au maximum de la courbe de gain Raman (figure 1.2 premier chapitre). La longueur d'onde  $\lambda_{ZDW}$  pour laquelle la dispersion des fibres HI1060 et PMF est nulle est voisine de 1400 nm; les ondes pompe et Stokes se propagent toutes deux en régime de dispersion normale ( $\beta_2 = 15.7 \text{ ps}^2/\text{km}$  à  $\lambda_s = 1159 \text{ nm}$ ). La largeur à mi-hauteur des spectres de réflectivité des miroirs de Bragg est de 0.5 nm, avec une réflectivité maximale de 99% pour *FBG1* et de 80% pour *FBG2*. Le contrôleur de polarisation *CP1* permet d'ajuster l'état de polarisation du rayonnement de pompe entrant dans la cavité laser, et *CP2* celui du rayonnement de Stokes intracavité. Le coupleur *C0* prélève une partie faible ( $\sim 1\%$ ) de la puissance de pompe injectée dans la fibre. Une calibration soignée de ce coupleur nous donne accès à cette puissance. Des coupleurs (*C1* et *C2*) ont été insérés entre la fibre PMF et les miroirs de Bragg de façon à pouvoir relever à différents endroits la puissance et le spectre optique de l'onde Stokes oscillant dans la cavité. Les multiplexeurs (*WDM1* et *WDM2*<sup>3</sup>) permettent de séparer les rayonnements pompe et Stokes lorsque ceux-ci sont présents simultanément dans la même fibre. Enfin la sortie du laser (ainsi que toutes les autres extrémités fibrées) a été clivée suivant un angle de 8° afin de s'affranchir d'éventuelles réflexions parasites du champ sur la face coupée de la fibre (réflexion de Fresnel).

### - Polarisation

Plusieurs études précédentes [35,65,66,68] ont montré que les lasers Raman pouvaient présenter des comportements dynamiques très riches se traduisant par des oscillations spontanées de leur puissance. Ces oscillations, pouvant être nuisibles pour une utilisation pratique du laser, ont fait l'objet d'études approfondies. La dynamique observée, caractéristique d'une déstabilisation de l'état stationnaire du laser, prend sa source dans les changements de l'état de polarisation du champ au cours de sa propagation dans la fibre, les variations aléatoires de biréfringence de la fibre et l'effet Kerr en étant la cause. Une de ces précédentes études [65] a montré que ces oscillations pouvaient être supprimées si la fibre utilisée dans le laser Raman était une fibre à maintien de polarisation (PMF).

Nous avons fait le choix d'une fibre à maintien de polarisation comme milieu amplificateur de façon à maintenir les ondes dans un état de polarisation linéaire tout le long de leur propagation dans la fibre (lorsque que l'état de polarisation est suivant un de ses deux axes de biréfringence). Habituellement, dans les études expérimentales existant dans la littérature, cette précaution n'est pas prise. Les lasers Raman sont souvent constitués d'une fibre monomode standard et les désaccords observés entre la théorie et l'expérience peuvent être parfois attribués aux effets de polarisation des ondes [83].

Si le milieu actif est constitué d'une fibre à maintien de polarisation longue de 500 m, il est important de noter que les coupleurs intracavité *C1* et *C2*, ainsi que les miroirs de Bragg *FBG1* et *FBG2*, ont été élaborés à partir d'une fibre standard monomode (HI1060). Comme l'état de polarisation du champ n'est pas linéairement maintenu dans une fibre standard au delà d'une longueur typique de plusieurs dizaines de centimètres, celui-ci peut changer au cours d'un trajet dans la cavité. L'installation d'un contrôleur de polarisation en bout de cavité (*CP2*) a permis de régler en partie cette difficulté. Il permet effectivement de renvoyer l'onde Stokes réfléchi par le miroir *FBG2* suivant un des axes de biréfringence de la fibre PMF. Cependant, agir de la même manière à l'entrée de la cavité n'était pas possible. En effet, l'action sur un contrôleur de polarisation situé entre la fibre PMF et le miroir *FBG1* aurait certes permis de polariser l'onde Stokes suivant un

<sup>1</sup>PMF= Polarization Maintaining Fiber

<sup>2</sup>FBG= Fiber Bragg Gratings

<sup>3</sup>WDM= Wavelength Division Multiplexer

des axes de la fibre PMF, mais elle occasionnait du même coup un changement d'état de polarisation du rayonnement de pompe. Un manque de degrés de liberté nous aurait alors empêché de polariser les deux ondes (Stokes et pompe) suivant le même axe de la fibre. Cette difficulté a été levée en raccourcissant au maximum la fibre standard utilisée entre le miroir *FBG1* et la fibre PMF. Le coupleur *C1* a ainsi une longueur totale d'une dizaine de centimètres, soit une longueur environ dix fois inférieure à la longueur de battement de la fibre monomode. L'état de polarisation de l'onde sur ce tronçon de cavité (*FBG1*-PMF) a été testé lors du montage du laser et nous avons vérifié soigneusement qu'il demeurerait linéairement polarisé à mieux que 1%. D'autres tests complémentaires sur l'état de polarisation du champ nous ont assuré de la validité de notre montage. Cette configuration expérimentale nous a donc permis de disposer d'un laser Raman dans lequel la polarisation des ondes pompe et Stokes est linéairement maintenue à mieux que quelques pourcents près sur toute la longueur (500 *m*) de la cavité.

### - Calibration

Dans un souci de mesurer de manière précise les densités spectrales de puissance des ondes pompe et Stokes, nous avons aussi rigoureusement calibré les coefficients de transmission en puissance de l'ensemble des éléments du montage (*C0*, *C1*, *C2*, *WDM1* et *WDM2*). Cette calibration nous a permis de déterminer les coefficients qui, à partir des puissances mesurées  $P_i$  et  $S_{ij}$  (voir figure 2.1), nous ont permis de remonter aux vraies puissances des ondes présentes dans la cavité. Ces coefficients ont été mesurés aux longueurs d'onde pompe et Stokes ( $\lambda_p = 1100 \text{ nm}$  et  $\lambda_s = 1159 \text{ nm}$ ). Par ailleurs, nous avons testé l'isotropie des coupleurs et multiplexeurs lors de l'action sur les contrôleurs de polarisation *CP1* et *CP2*. On a pu ainsi observer une variation de quelques pourcents seulement des coefficients de transmission de ces composants lorsqu'ils sont soumis à des changements de l'état de polarisation du champ. L'ensemble des pertes de la cavité est aussi parfaitement connu, elles sont regroupées dans le tableau ci-dessous :

Pertes	C1	C2	Soudures
$\lambda_s$	14%	10%	< 1%
$\lambda_p$	10%	4.5%	< 1%

TAB. 2.1 – Tableau récapitulatif des pertes en puissance des éléments intracavité. Les pourcentages indiqués représentent les pertes de puissance subies par les ondes pompe et Stokes lorsqu'elles réalisent un seul passage dans l'élément concerné.

Malgré le soin apporté aux calibrations, il subsiste une incertitude de 10% sur toutes les mesures de puissance liée à l'accumulation des erreurs de calibration. Cette incertitude a été déterminée en effectuant un bilan de puissance sur chacun des miroirs de la cavité, lorsque le laser fonctionnait à une puissance de pompe fixée. Effectivement, au niveau des miroirs de Bragg la puissance incidente  $P_I$  doit être exactement égale à la somme des puissances réfléchie  $P_R$  et transmise  $P_T$  par celui-ci. En mesurant les trois puissances  $P_I$ ,  $P_R$  et  $P_T$  pour plusieurs valeurs de puissance de pompe, nous avons pu constater systématiquement une différence maximum de 10% entre  $P_I$  et  $P_R + P_T$ . Nous attribuons cette erreur aux fluctuations de puissances lors de nos mesures ainsi qu'aux incertitudes de calibration. Comme nous le verrons par la suite, cette incertitude de mesure ne constitue pas une gêne dans l'étude et la compréhension des phénomènes étudiés et la précision obtenue dans notre expérience est meilleure que celle qui est atteinte dans la plupart des autres montages.

### - Détection

Les rayonnements pompe et Stokes ( $P_i$  et  $S_{ij}$ ) sont détectés par des photodiodes (Thorlabs DET410) de 200 *MHz* de bande passante. Celles-ci sont calibrées de manière à ce que la tension électrique qu'elles délivrent puisse être directement convertie en puissance optique. Les photodiodes

sont connectées à un oscilloscope numérique (Lecroy 104Xi), de bande passante égale à 1 GHz. Les spectres optiques des différentes ondes sont enregistrés à l'aide d'un analyseur de spectre optique (OSA<sup>4</sup>) d'une résolution de 0.01 nm (deux modèles d'OSA ont été utilisés : Ando AQ6317B et Advantest Q8384).

### - Caractéristiques de puissance du laser et optimisation

Pour réaliser l'enregistrement des caractéristiques de puissance du laser nous avons utilisé le dispositif permettant de balayer la puissance de pompe installé sur la première lame demi-onde. Sur la figure 2.2 ci-dessous sont représentées les caractéristiques de puissance de la pompe transmise  $P_2$  et des ondes Stokes  $S_{ij}$  en différents endroits de la cavité. Le premier indice "i" indique si la Stokes est incidente (I) sur un miroir ou réfléchi (R) par ce miroir, et le deuxième indice "j" s'il s'agit du miroir d'entrée (1) ou de sortie (2) de la cavité (miroirs  $FBG1$  et  $FBG2$  respectivement, voir figure 2.1). La partie active du laser Raman étant la fibre PMF, les caractéristiques sont tracées en fonction de la puissance de pompe  $P_1$  mesurée au niveau de  $C1$  et directement injectée dans cette fibre. Cette puissance est de 10% plus faible que la puissance  $P_0$  mesurée au niveau de  $C0$ , les pertes étant dues à la traversée des différentes soudures entre  $C0$  et  $C1$ , ainsi qu'aux pertes à  $\lambda_p = 1100$  nm du coupleur  $C1$  lui-même.

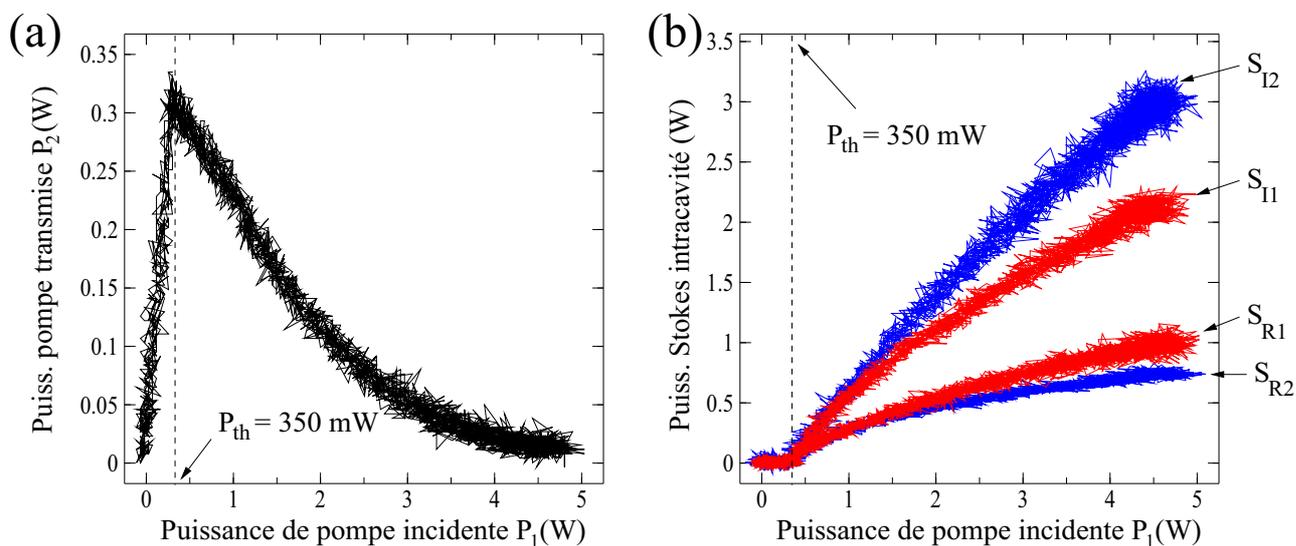


FIG. 2.2 – Caractéristiques de puissance du laser Raman. (a) Pompe transmise. (b)  $S_{I1}$  et  $S_{R1}$  (en rouge) sont respectivement les puissances Stokes incidentes et réfléchies par  $FBG1$ .  $S_{I2}$  et  $S_{R2}$  (en bleu) sont respectivement les puissances Stokes incidentes et réfléchies par  $FBG2$ .

La figure 2.2 montre que le laser présente un seuil expérimental  $P_{th}$  de 350 mW. On peut calculer la valeur théorique du seuil à l'aide de la relation 1.17 du modèle monomode de AuYeung et Yariv (voir section 1.2.2) :

$$P_{in}^{seuil} = \frac{\alpha_p}{2g} \frac{2\alpha_s L - \ln(R_1 R_2)}{1 - \exp(-\alpha_p L)} = 344 \text{ mW}. \quad (2.1)$$

Les paramètres utilisés pour le calcul du seuil sont les valeurs expérimentales  $\alpha_p = 0.9$  dB/km,  $\alpha_s = 0.8$  dB/km,  $R_1 = 73\%$ ,  $R_2 = 65\%$ ,  $L = 0.5$  km et  $g = 12.35$  dB/km/W.

La valeur du gain a été mesurée précisément dans un montage complémentaire d'amplificateur Raman. Ce dispositif était constitué d'une fibre optique de longueur  $L = 500$  m dans laquelle nous avons injecté une onde Stokes de faible puissance et une onde pompe. Le gain Raman a été

<sup>4</sup>OSA= Optical Spectrum Analyser

déterminé en mesurant en sortie de fibre les puissances Stokes  $S_1$  et  $S_2$  correspondant aux cas où la puissance de pompe injectée est respectivement nulle ou égale à une valeur connue  $P_{in}$ . En négligeant la déplétion de la puissance de pompe, les équations 1.7 et 1.8 nous permettent d'écrire  $g = \frac{\ln(S_2/S_1)}{P_{in}L_{eff}}$  avec  $L_{eff} = (1 - e^{-\alpha_p L})/\alpha_p$ , et donc de calculer la valeur du gain.

Les valeurs des coefficients de réflexion utilisées dans la relation 2.1 tiennent compte des pertes introduites par les coupleurs intracavités<sup>5</sup> à la longueur d'onde  $\lambda_s$  (tableau 2.1 du paragraphe "Calibration").

Les caractéristiques de puissance de la figure 2.2 ont été obtenues après une optimisation soignée du laser en agissant sur les éléments de contrôle de la polarisation du champ (lame demi-onde,  $CP1$  et  $CP2$ ). Le seuil du laser et la déplétion de la puissance de pompe dépendent fortement de cet état de polarisation. Toute action même légère sur le contrôleur  $CP2$  induit un effet très fort sur la caractéristique de la figure 2.2-(a). En particulier, le seuil du laser est doublé lorsque la direction de polarisation du rayonnement de pompe est à  $45^\circ$  des axes principaux de la fibre PMF [65]. Le laser optimisé ci-dessus correspond donc à la situation où les ondes de Stokes et de pompe sont toutes deux linéairement polarisées suivant le même axe de biréfringence de la fibre.

L'état de polarisation des deux ondes n'a pas été mesuré directement à la sortie du laser. Effectivement, lorsque les rayonnements traversent le coupleur  $C2$  et le miroir  $FBG2$  jusqu'à la sortie, leur état de polarisation change puisqu'ils subissent les effets liés à la biréfringence résiduelle de la fibre standard. Un second test destiné à vérifier que les ondes pompe et Stokes intracavité sont linéairement polarisées a été effectué à partir d'un système expérimental ajouté en sortie du laser (non représenté sur la figure). Celui-ci est composé d'une lame quart d'onde, d'une lame demi-onde et d'un cube polariseur. Ce système est identique à celui présenté dans la référence [68]. La procédure de test est la suivante : une fois le laser Raman optimisé en termes de seuil et de déplétion de pompe (situation correspondant à des ondes Stokes et pompe linéairement polarisées suivant un axe de la fibre PMF, voir la figure 2.2), nous réglons les lames quart d'onde et demi-onde du dispositif de test de manière à obtenir une lumière totalement réfléchiée par le cube polariseur (lumière linéairement polarisée en sortie du cube). Si le laser est bien linéairement polarisé, alors tourner de  $90^\circ$  la direction de polarisation de la pompe à l'injection (avec la lame  $\lambda/2$  située devant  $L2$ ) inversera la situation précédemment décrite. Un maximum de lumière sera transmise par le cube polariseur et l'intensité de la lumière réfléchiée par le cube sera nulle. Ceci signifie que le laser est polarisé suivant le deuxième axe principal de la fibre [68]. Le test effectué nous a indiqué que le laser était linéairement polarisé à quelques pourcents près (97% d'énergie sur un axe de la fibre et 3% sur l'autre).

La deuxième étape d'optimisation du laser est très importante. Il s'agit de centrer spectralement les deux miroirs de Bragg de manière à ce que leurs spectres de réflectivité se recouvrent. Cette procédure est réalisée habituellement en minimisant le seuil du laser, cependant celle-ci ne permet pas un alignement fin des miroirs. Nous avons donc vérifié pour chaque point de mesure l'alignement exact des miroirs de Bragg en traçant leurs spectres de réflectivité (voir la section 2.2.2.2 pour savoir comment ceux-ci sont déterminés). Ces miroirs étant constitués de réseaux de Bragg, la longueur d'onde centrale de leurs spectres de réflectivité ( $\lambda_s \simeq 1159 \text{ nm}$ ) dépend du pas du réseau (voir section 1.1.3.1). En exerçant une traction sur les miroirs de Bragg, il est possible d'augmenter ce pas, et donc de décaler vers les hautes longueurs d'onde le spectre de réflectivité. Les miroirs ont été installés sur des supports mécaniques nous permettant de les étirer manuellement.

## 2.2.2 Spectre optique du laser

La configuration expérimentale du laser Raman à fibre présenté dans la section précédente (figure 2.1) nous permet d'effectuer des mesures du spectre optique du laser dans les deux sens de

---

<sup>5</sup>  $R_1 = R_1^{\max}(1 - P_{C1})^2 = 0.99 \times (1 - 0.14)^2 \simeq 0.73$   
 $R_2 = R_2^{\max}(1 - P_{C2})^2 = 0.8 \times (1 - 0.1)^2 \simeq 0.65$

circulation de l'onde Stokes, près des miroirs de Bragg et à différentes puissances de pompe. La précision de nos mesures atteint 10% grâce notamment à un contrôle précis de l'état de polarisation des ondes intracavité et à une calibration soignée de l'ensemble des éléments présents dans le dispositif expérimental. A notre connaissance, il n'existe pas dans la littérature une autre étude expérimentale dans laquelle le spectre optique de l'onde Stokes intracavité a ainsi été mesuré.

### 2.2.2.1 Mesure des spectres optiques du laser Raman

L'acquisition du spectre optique en différents endroits de la cavité est relativement simple : après avoir optimisé le laser en termes de seuil et de déplétion de pompe (en agissant sur les éléments de contrôle de polarisation et de centrage des miroirs de Bragg), la puissance de pompe incidente est fixée. Chacune des sorties fibrées du dispositif expérimental est ensuite connectée à un analyseur de spectre optique (OSA), et la puissance optique du signal correspondant est mesurée. Durant chacun des enregistrements nous avons pris soin de vérifier que les réglages du laser (puissance de pompe injectée et polarisation des champs) ne dérivait pas grâce à une vérification constante de la puissance Stokes intracavité.

Les spectres ont été enregistrés pour différents points de fonctionnement du laser (à plusieurs puissances de pompe  $P_1$ ), en partant du seuil d'émission jusqu'à la puissance de pompe maximale dont nous disposons (plus de dix fois le seuil  $P_{th}$  du laser). L'ensemble des résultats expérimentaux est présenté sur le diagramme synoptique de la figure 2.3.

L'évolution globalement présentée sur la figure 2.3 est maintenant présentée de manière détaillée pour deux points de puissance de pompe particuliers : l'un au voisinage du seuil du laser, l'autre très au dessus du seuil.

#### - Spectre optique du laser Raman à forte puissance de pompe

Lorsque la puissance de pompe vaut environ  $10\times$  le seuil du laser (à  $P_1 \simeq 3.6 W$  sur la figure 2.3), les quatre spectres optiques de l'onde Stokes situés avant et après réflexion sur les deux miroirs de Bragg sont représentés sur la figure 2.4.

La figure 2.4 montre que lorsque l'onde Stokes se réfléchit sur les miroirs de Bragg, les spectres optiques incidents (traits pleins) sont fortement déformés par les miroirs. Les formes des spectres optiques réfléchis (traits pointillés) sont alors très proches des spectres de réflectivité des miroirs de Bragg (encadrés bleus sur la figure 2.3). Ils possèdent une largeur  $\Delta\lambda$  d'environ  $0.5 nm$  qui correspond à la largeur des miroirs de Bragg utilisés dans notre expérience.

Par ailleurs, pour une puissance de pompe dix fois supérieure au seuil, on peut observer sur la figure 2.4-(a) que l'élargissement du spectre optique de l'onde Stokes en un passage dans la fibre PMF est d'un facteur 2 (passage de  $0.56 nm$  à  $1.14 nm$ ) par rapport au spectre réfléchi par le miroir *FBG1* (figure 2.4-(b)). En revanche, ce facteur n'est que de 1.5 pour l'onde Stokes circulant en sens inverse (passage de  $0.52 nm$  à  $0.77 nm$ ). L'élargissement du spectre optique en un passage dans la fibre PMF est donc 30% plus fort pour l'onde Stokes circulant dans le sens *FBG1*  $\rightarrow$  *FBG2* que celle circulant en sens inverse.

La figure 2.5 montre que la longueur d'onde centrale des deux miroirs de Bragg augmente légèrement avec la puissance de pompe. Nous interprétons le décalage d'une valeur de  $0.08 nm$  observé sur la figure 2.5 comme étant dû à des effets thermiques agissant sur les miroirs de Bragg du laser. Ces effets thermiques ont déjà été reportés dans certaines études antérieures [84], l'origine de l'échauffement des miroirs est optique et il a pour effet de dilater les réseaux en augmentant la longueur d'onde centrale du spectre de réflectivité. Ce phénomène nous a contraint lors de l'enregistrement des spectres à différentes puissances à réaligner systématiquement les miroirs de manière à ce que la longueur d'onde centrale des deux spectres de réflectivité coïncide bien pour chaque point de mesure.

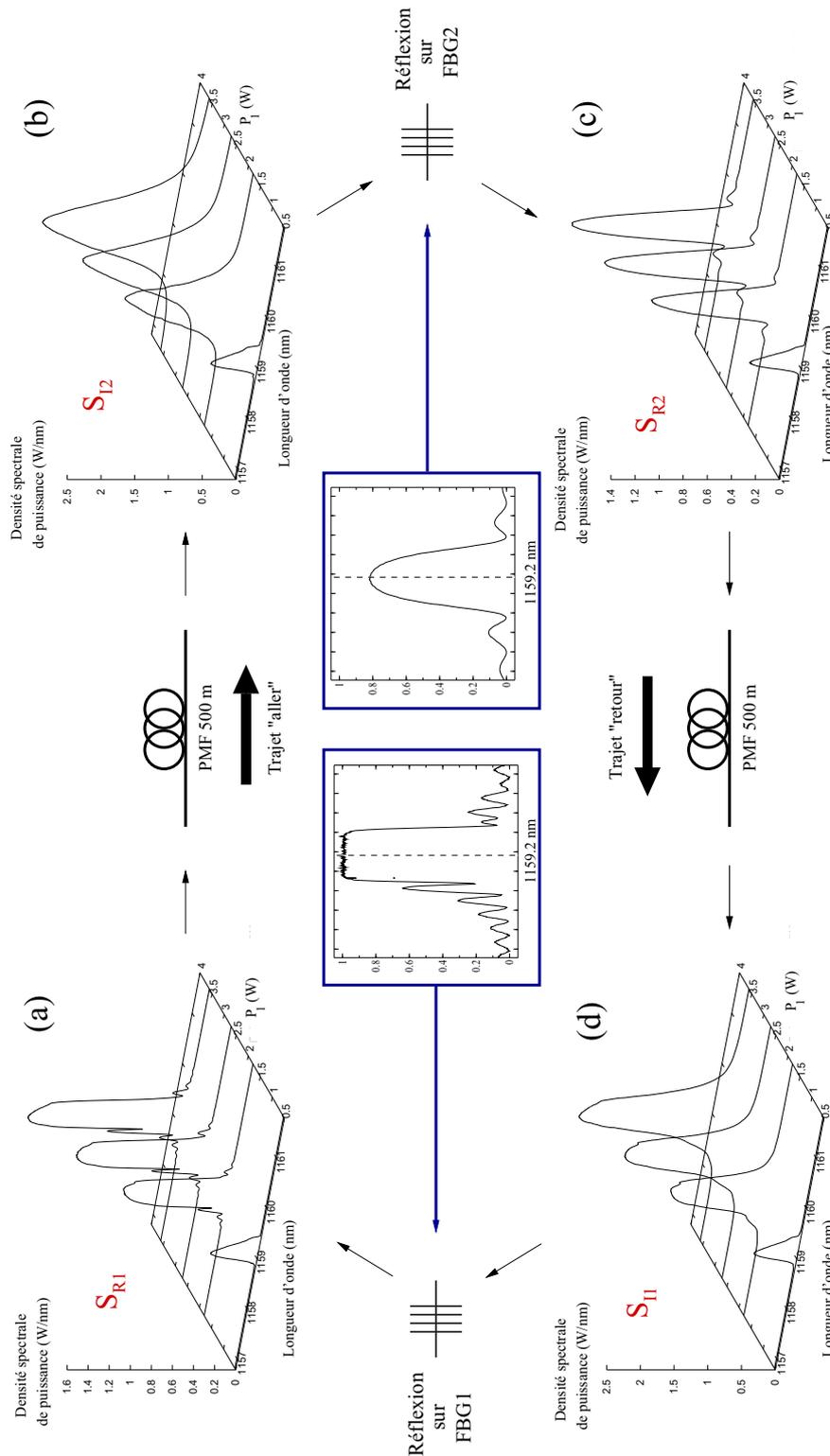


FIG. 2.3 – Evolution du spectre optique près des miroirs de Bragg pour 4 puissances de pompe différentes  $P_1 = 0.53 \text{ W}$ ,  $1.8 \text{ W}$ ,  $2.7 \text{ W}$  et  $3.6 \text{ W}$ , correspondant aux puissances de Stokes  $S_{I2} = 0.23 \text{ W}$ ,  $1.3 \text{ W}$ ,  $1.9 \text{ W}$  et  $2.5 \text{ W}$ . (a) Onde Stokes  $S_{R1}$  réfléchiée par FBG1. (b) Onde Stokes  $S_{I2}$  incidente sur FBG2. (c) Onde Stokes  $S_{R2}$  réfléchiée par FBG2. (d) Onde Stokes  $S_{I1}$  incidente sur FBG1. Dans les encadrés bleus figurent les spectres de réflectivité des miroirs de Bragg FBG1 et FBG2. Résolution de l'OSA :  $0.01 \text{ nm}$ . Les densités spectrales de puissance sont calibrées à mieux que 10%.

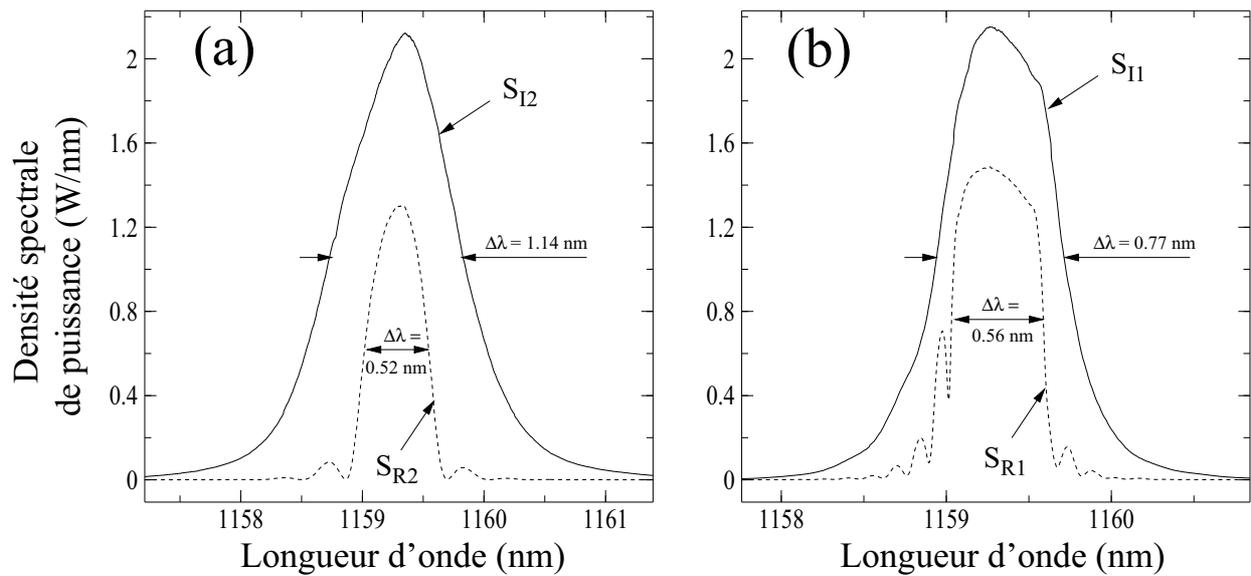


FIG. 2.4 – Densités spectrales de puissance incidentes (traits pleins) et réfléchies (traits pointillés) sur les miroirs de Bragg à  $P_1 = 3.6 \text{ W}$ . (a) Miroir FBG2, puissances totales :  $S_{I2} = 2.5 \text{ W}$  et  $S_{R2} = 0.65 \text{ W}$ . (b) Miroir FBG1, puissances totales :  $S_{I1} = 1.8 \text{ W}$  et  $S_{R1} = 0.8 \text{ W}$ .

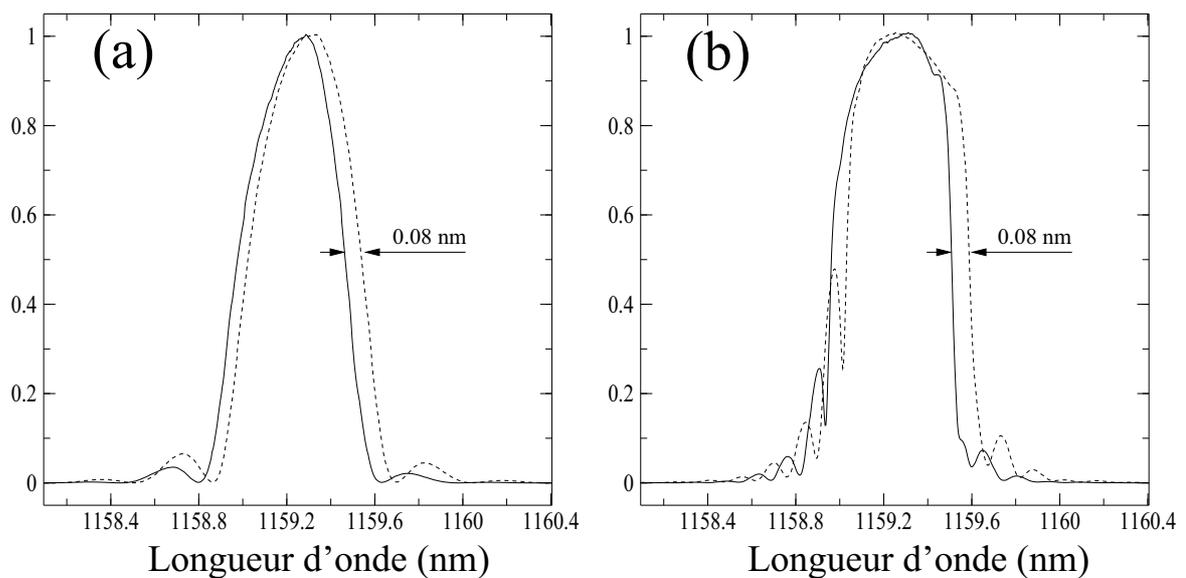


FIG. 2.5 – Décalage en longueur d'onde par effet thermique des spectres réfléchis par les miroirs de Bragg. (a) Onde Stokes réfléchi par FBG2. (b) Onde Stokes réfléchi par FBG1. Traits pleins : spectres réfléchis enregistrés à  $P_1 = 1.7 \text{ W}$ . Traits pointillés : spectres réfléchis enregistrés à  $P_1 = 3.6 \text{ W}$ . Les spectres optiques sont normalisés.

Enfin, on observe sur la figure 2.4 qu'à forte puissance de pompe ( $P_1 \simeq 3.6 W$ ) la largeur des spectres optiques incidents sur les miroirs de Bragg  $S_{I1}$  et  $S_{I2}$  ( $\Delta\lambda \sim 1 nm$ ) est plus grande que la largeur des spectres de réflectivité des miroirs ( $\Delta\lambda \simeq 0.5 nm$ ). En conséquence, les spectres optiques transmis par les miroirs de Bragg, représentés sur la figure 2.6, possèdent une forme caractéristique en double bosse typique dans les lasers Raman à fibre [6, 7, 12, 69, 85].

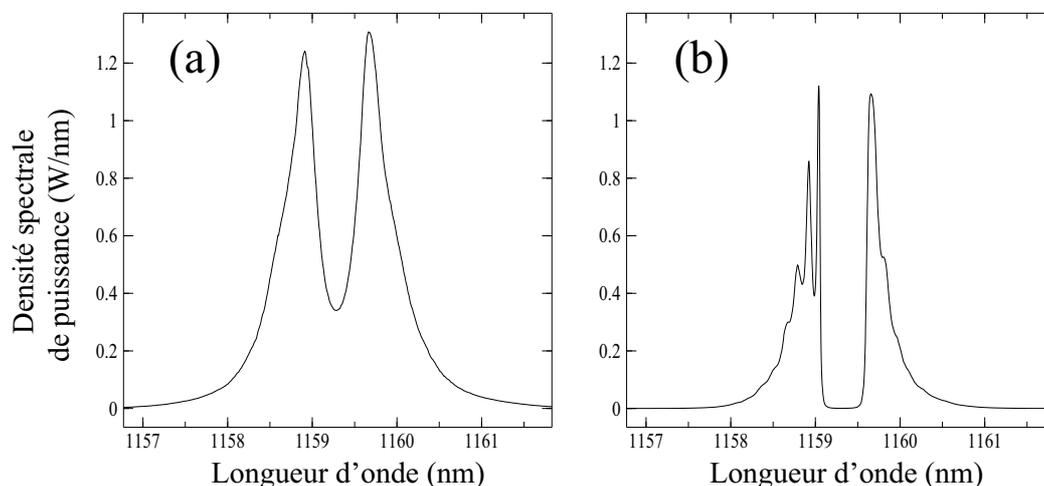


FIG. 2.6 – Spectres optiques transmis par les miroirs de la cavité. (a) Onde Stokes transmise par *FBG2*. (b) Onde Stokes transmise par *FBG1*.  $P_1 = 3.6 W$ . Résolution de l'OSA :  $0.01 nm$ .

#### - Spectre optique du laser Raman à faible puissance de pompe

Au voisinage du seuil du laser, la forme et l'élargissement des spectres optiques précédemment décrits sont totalement différents. En effet, lorsque la puissance de pompe vaut environ  $1.5\times$  le seuil du laser (à  $P_1 \simeq 0.53 W$  sur la figure 2.3), les quatre spectres optiques représentés sur la figure 2.7 de l'onde Stokes situés avant et après réflexion sur les deux miroirs de Bragg se présentent sous la forme suivante :

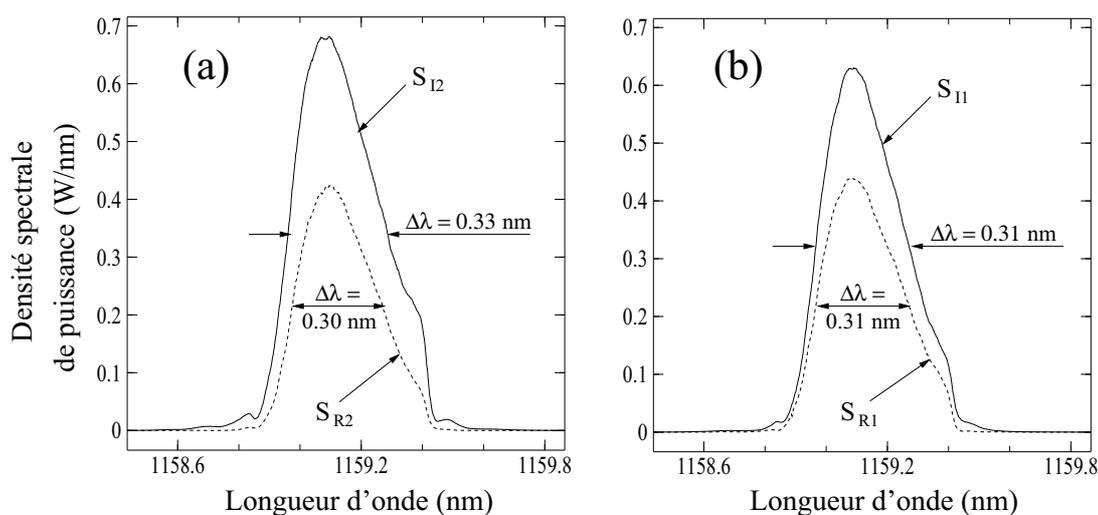


FIG. 2.7 – Densités spectrales de puissance incidentes (traits pleins) et réfléchies (traits pointillés) sur les miroirs de Bragg à  $P_1 = 0.53 W$ . (a) Miroir *FBG2*, puissances totales :  $S_{I2} = 0.23 W$  et  $S_{R2} = 0.13 W$ . (b) Miroir *FBG1*, puissances totales :  $S_{I1} = 0.20 W$  et  $S_{R1} = 0.14 W$ . Résolution de l'OSA :  $0.01 nm$ .

Par opposition avec les spectres optiques de la figure 2.4 enregistrés à  $10\times$  le seuil du laser, les spectres optiques de l'onde Stokes à  $1.5\times$  le seuil sur la figure 2.7 ne s'élargissent quasiment pas sur un passage dans la fibre. La forme des spectres de l'onde Stokes à cette puissance est conservée lors de sa propagation dans la fibre, on observe seulement une augmentation de leur amplitude maximale visible sur la figure 2.3. Par ailleurs, il est important de noter que les spectres optiques à basse puissance de la figure 2.7 présentent une forme particulière asymétrique n'étant pas due à un défaut de centrage des miroirs de Bragg. Jusqu'à notre étude, ce phénomène n'avait jamais été observé dans les lasers Raman à fibre. Nous verrons ultérieurement que cette asymétrie de forme est une conséquence d'un effet physique incontournable dans un laser avec miroirs de Bragg standards.

Avant cela, nous déterminons dans la section 2.2.2.2 les spectres de réflectivité des miroirs de Bragg *FBG1* et *FBG2*.

### 2.2.2.2 Détermination des spectres de réflectivité des miroirs de Bragg

La mesure précise des densités spectrales de puissance incidentes et réfléchies par les miroirs de Bragg à  $P_1 = 3.6 W$  (figure 2.4) permet de déterminer les coefficients de réflexion des miroirs.

Sur la figure 2.4-(a), la densité spectrale de puissance maximale de l'onde Stokes incidente sur le miroir *FBG2* à  $\lambda_s \simeq 1159.3 nm$  vaut approximativement  $2.1 W/nm$ . Le coefficient de réflexion maximum du miroir *FBG2* à cette longueur d'onde étant de 80%, le spectre réfléchi par *FBG2* devrait présenter un maximum valant à peu près  $1.7 W/nm$ . Ce n'est visiblement pas le cas, puisque le pic observé pour le spectre réfléchi sur la figure 2.4-(a) est de  $1.3 W/nm$ . Le même constat peut être fait pour le miroir de Bragg d'entrée *FBG1* (figure 2.4-(b)), avec dans ce cas une différence encore plus importante puisque le pic de réflexion du miroir de Bragg *FBG1* est de 99%.

Ces discordances ne sont pas dues à des incertitudes de mesure des coefficients de réflexion, mais aux pertes de puissance induites par les coupleurs intracavité *C1* et *C2* (tableau du paragraphe "calibration" section 2.2.1). A chaque passage dans ces coupleurs, le rayonnement de Stokes subit des pertes équivalentes à celles mesurées lors de l'élaboration du dispositif expérimental. En tenant compte de ces pertes, il est possible de tracer le spectre de réflectivité des miroirs de Bragg situés aux extrémités de la cavité.

Les coefficients de réflexion des miroirs s'obtiennent de manière relativement simple : il suffit de diviser le spectre réfléchi par un miroir par celui qui lui est incident, en tenant compte sur chacun d'eux des pertes encourues par l'onde Stokes lors de son passage dans les coupleurs. Le coefficient de réflexion  $R_j(\lambda)$  du miroir de Bragg *FBGj* ( $j = 1, 2$ ) est ainsi égal à :

$$R_j(\lambda) = \frac{S_{Rj}(\lambda)}{S_{Ij}(\lambda)}. \quad (2.2)$$

La figure 2.8 représente les spectres de réflectivité  $R_j(\lambda)$  ( $j = 1, 2$ ) des miroirs de Bragg *FBGj* (figures 2.1) calculés à partir de la relation 2.2 et des densités spectrales de puissance reportées sur la figure 2.4. Nous tiendrons compte des incertitudes de mesure lors de la modélisation dans les prochains chapitres<sup>6</sup>.

---

<sup>6</sup>La densité spectrale en  $W/nm$  de chacun des spectres tracés (axe des ordonnées des figures 2.3 à 2.7) a été obtenue à partir des mesures de puissance de l'onde Stokes aux endroits où les spectres ont été enregistrés. Par conséquent, l'amplitude calculée des coefficients de réflexion est dépendante des incertitudes de mesures (10%).

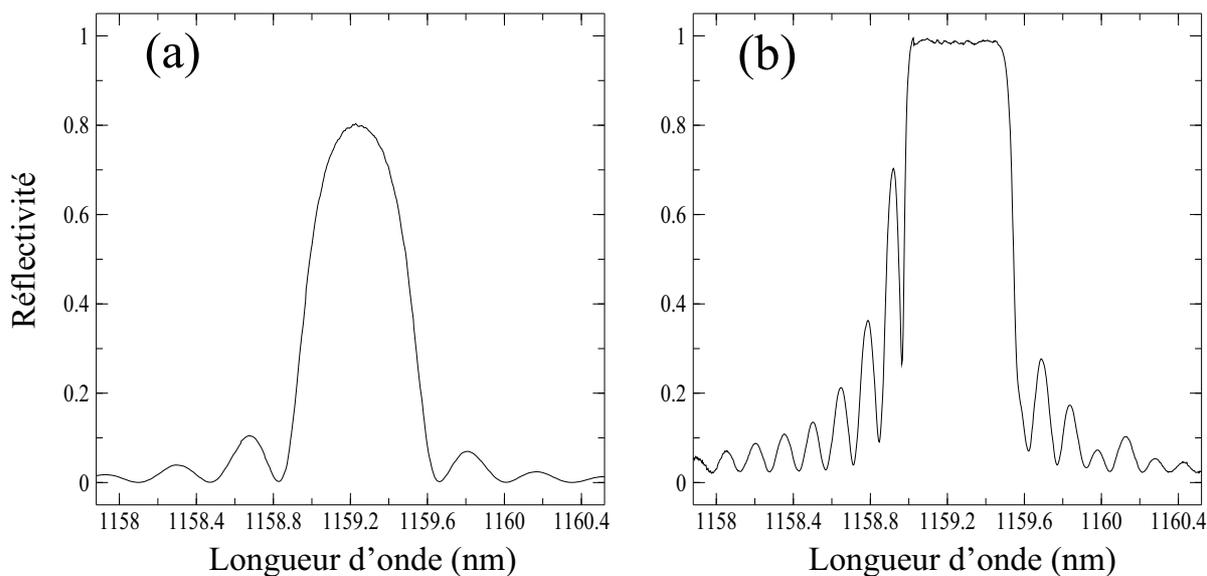


FIG. 2.8 – Coefficients de réflexion des miroirs de Bragg. (a) Miroir *FBG2*. (b) Miroir *FBG1*. Résolution : 0.01 nm.

Les spectres de réflectivité des miroirs de Bragg *FBG1* et *FBG2* illustrés sur la figure 2.8 sont très proches des coefficients de réflexion théoriques représentés sur la figure 1.5 (section 1.1.3.1 sur les miroirs de Bragg). On peut toutefois remarquer certains défauts de forme (asymétrie des lobes secondaires) sur les spectres de réflectivité expérimentaux (figure 2.8). Ces défauts sont liés au procédé de fabrication des miroirs de Bragg qui peut présenter quelques imperfections. Cependant, nous verrons que ces asymétries des miroirs n'ont pas d'impact sur la forme du spectre optique du laser dans notre étude expérimentale.

### 2.2.2.3 Quelques explications qualitatives sur les différentes formes du spectre optique

Les premiers spectres optiques de l'onde Stokes dont nous pouvons facilement expliquer la forme sont ceux réfléchis et transmis par les miroirs de Bragg à forte puissance de pompe (figures 2.4 et 2.6). Dans le cas des spectres optiques transmis par les miroirs, la forme bien particulière en "double bosse" qu'ils présentent est due comme nous l'avons précédemment évoqué au fait qu'à forte puissance le spectre optique de l'onde Stokes possède une largeur plus grande que celle du spectre de réflectivité des miroirs de Bragg. La représentation schématique de la figure 2.9 permet de bien comprendre cet effet :

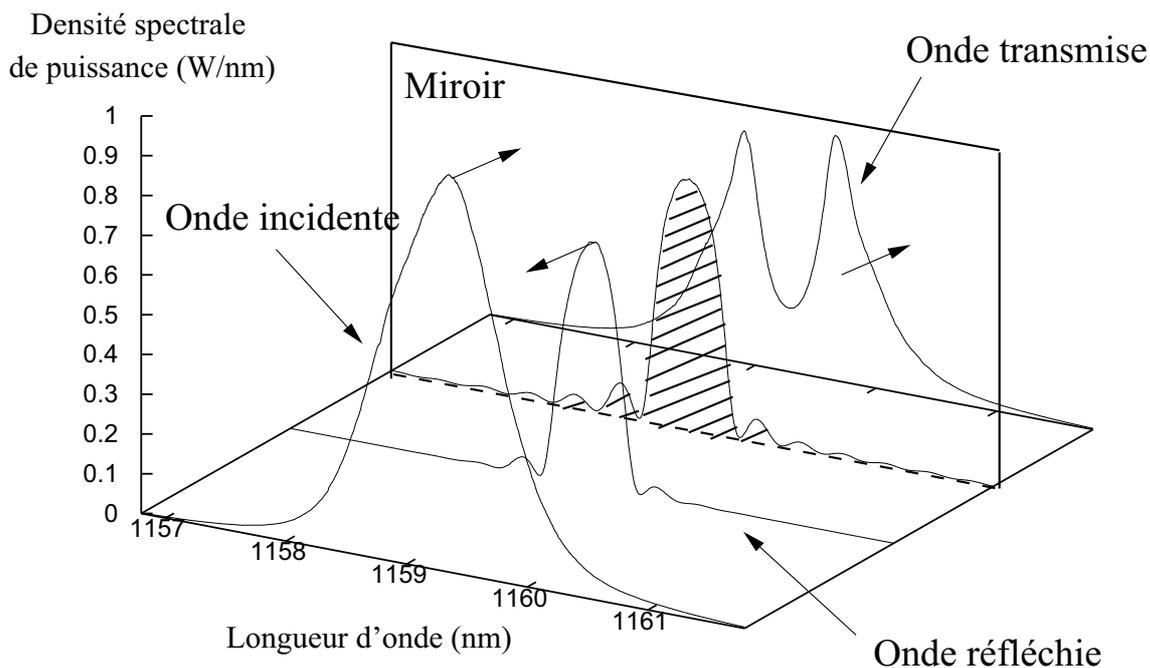


FIG. 2.9 – Représentation schématique des effets sur le spectre optique de la réflexion de l'onde Stokes sur un miroir de Bragg. Afin de comprendre le principe mis en jeu, nous avons représenté uniquement la réflexion de l'onde Stokes en sortie de cavité, le phénomène étant qualitativement identique en entrée.

On peut voir sur la figure 2.9 qu'à forte puissance de pompe, lorsque l'onde Stokes incidente arrive sur le miroir, les composantes spectrales dont la longueur d'onde tombe dans la bande de réflectivité du miroir de Bragg sont réfléchies proportionnellement à son coefficient de réflexion. Le spectre réfléchi adopte alors une forme reflétant l'image du coefficient de réflexion (d'où les spectres réfléchis de la figure 2.4), tandis que le spectre transmis présente deux bosses dues au fait que la transmission est plus élevée sur les bords du miroir de Bragg (spectres de la figure 2.6).

En revanche, lorsque la puissance de pompe est relativement faible, les effets des miroirs de Bragg sur le spectre optique de l'onde Stokes sont beaucoup moins flagrants. Effectivement, comme le montre la figure 2.7, il n'y a quasiment aucune différence de forme entre les spectres incidents et réfléchis par les miroirs à  $P_1 = 0.53 \text{ W}$ . Ceci est dû au fait que ces spectres sont entièrement contenus dans la bande de réflectivité des miroirs de Bragg (largeur des spectres inférieure à la largeur des spectres de réflectivité des miroirs). Ceux-ci ne subissent qu'une diminution d'amplitude liée à la valeur inférieure à 1 des coefficients de réflexion.

Ainsi, nous comprenons aisément la raison pour laquelle les spectres réfléchis de la figure 2.5 ne s'élargissent pas à fortes puissances de pompe. En effet, en partant d'une puissance de pompe proche du seuil du laser, le spectre optique monomode au seuil s'élargit continûment jusqu'à atteindre la largeur du spectre de réflectivité des miroirs de Bragg. Dès lors, lorsque la puissance de pompe continue à augmenter, le spectre ne s'élargit plus car celui-ci est limité par la largeur constante des miroirs de Bragg. On observe alors uniquement une augmentation de l'amplitude maximale du spectre visible sur les figures 2.3-(a) et (c) liée à l'augmentation de puissance des ondes Stokes concernées.

Par ailleurs, notons que l'élargissement observé sur les figures 2.4 et 2.7 du spectre optique de

l'onde Stokes après un passage de celle-ci dans la fibre PMF longue de 500  $m$  est très dépendant de la puissance de pompe (élargissement quasi nul à  $P_1 = 0.53 W$ , et d'un facteur 2 environ à  $P_1 = 3.6 W$ ). Comme nous le verrons plus en détails par la suite, le mélange à quatre ondes est bien entendu à l'origine de cet élargissement.

La figure 2.4 nous permet de saisir une caractéristique très importante du spectre optique du laser Raman à fibre : à forte puissance, les spectres incident et réfléchi par un même miroir présentent des formes très différentes. Il existe donc un domaine de puissance pour lequel les réflexions sur les miroirs de la cavité induisent des changements importants sur le spectre optique du laser. En revanche, à plus faible puissance de pompe, quand les effets d'élargissement du spectre lors d'un seul passage dans la fibre PMF sont plus faibles, le spectre optique est "contenu" dans les miroirs de Bragg et sa forme est conservée lors de la réflexion de l'onde Stokes sur les miroirs. Cette propriété fondamentale du spectre optique est à retenir pour la lecture des chapitres suivants.

### 2.2.3 Conclusions

L'étude expérimentale que nous avons menée avait pour objectif de réaliser un laser Raman à fibre dans lequel :

- 1) Les effets de polarisation sont maîtrisés. Ceci est rarement le cas dans les configurations expérimentales rencontrées dans la littérature. Dans celles-ci les auteurs attribuent souvent les désaccords entre l'expérience et leurs modèles aux effets de polarisation. Dans notre travail expérimental, il ne peut en être question.
- 2) Les pertes induites par l'introduction des coupleurs intracavité pour la mesure du spectre optique du laser sont très précisément mesurées. La mesure du spectre optique intracavité s'effectue avant et après réflexion sur les deux miroirs de Bragg et l'incertitude sur la densité spectrale de puissance est de 10% environ. Du point de vue des performances en termes de puissance de la configuration réalisée, notre laser est tout à fait comparable à ceux que l'on rencontre dans la littérature [6, 7, 48, 69, 85, 86].

L'étude expérimentale que nous avons menée constitue à notre connaissance la première dans laquelle une mesure précise et quantitative du spectre optique à différents endroits de la cavité et dans les deux sens de circulation de l'onde Stokes a été réalisée. Notre étude expérimentale montre que la formation du spectre optique du laser Raman à fibre résulte d'un phénomène répétitif dans lequel l'élargissement du spectre optique sur un passage dans la fibre est périodiquement contrebalancé par un effet de filtrage des miroirs de la cavité. Le champ Stokes varie donc fortement d'un passage dans la fibre à un autre. Ceci pose la question de la validité de l'approche de modélisation basée sur une équation maîtresse (voir le premier chapitre), dans laquelle les changements de l'onde Stokes sur un tour de cavité sont supposés très faibles.

Les sections 2.3 et 2.4 sont consacrées à la présentation des modèles que nous proposons pour identifier et comprendre les mécanismes de formation du spectre optique dans ce laser Raman. La formation du spectre étant déterminée par un équilibre entre, d'une part, les effets physiques liés à la propagation simple de l'onde Stokes dans la fibre, et d'autre part, les effets liés à la réflexion de l'onde Stokes sur les miroirs, nous établirons d'abord un modèle décrivant la propagation simple de l'onde. Nous montrerons ensuite dans un deuxième modèle plus complet prenant en compte les effets sur le champ Stokes des miroirs de Bragg que ceux-ci jouent un rôle déterminant dans l'asymétrie du spectre observée près du seuil.

## 2.3 Evolution spatiale du spectre optique du laser : modélisation des effets physiques liés à la propagation simple de l'onde

Dans cette partie du chapitre, nous allons présenter un modèle décrivant quantitativement l'évolution spatiale du spectre optique de l'onde Stokes lorsqu'elle effectue un seul passage dans la fibre. Comme nous l'avons vu précédemment dans notre étude expérimentale (section 2.2.2), la formation du spectre optique du laser résulte d'un équilibre entre des effets linéaires et non linéaires antagonistes agissant sur la forme du spectre :

- L'amplification et l'élargissement du spectre optique de l'onde Stokes lorsqu'elle effectue un seul passage dans la fibre PMF.

- Le filtrage du spectre optique lorsque l'onde Stokes se réfléchit sur les miroirs de Bragg, mais également la limitation de l'élargissement spectral par la dispersion de la fibre (voir le premier chapitre).

Les effets liés à la réflexion de l'onde Stokes sur les miroirs de la cavité seront considérés dans la section 2.4. Nous nous intéressons dans cette section uniquement aux effets liés à la propagation simple de l'onde dans la fibre PMF.

Dans le modèle présenté ici, nous montrons que l'élargissement du spectre du laser en simple passage peut être décrit si on considère que l'onde Stokes subit les effets de la dispersion de vitesse de groupe, de l'effet Kerr, des pertes linéaires de la fibre et du gain Raman associé à l'existence d'une pompe monochromatique. Les conditions initiales de notre modèle sont données par les spectres optiques réfléchis par les miroirs de Bragg que nous avons mesurés expérimentalement. Nous déterminons alors théoriquement les densités spectrales de puissance incidentes sur les miroirs après intégration numérique des équations de propagation de l'onde Stokes de notre modèle.

### 2.3.1 Un modèle simple de l'élargissement en simple passage

#### 2.3.1.1 Equation de propagation

Le soin particulier apporté au contrôle de la polarisation dans notre montage expérimental (section 2.2.1) nous permet l'emploi d'un modèle scalaire. Afin, de prendre en compte l'ensemble des effets physiques présents dans la fibre PMF agissant sur l'évolution de l'onde Stokes, nous utilisons l'équation de Schrödinger Non Linéaire généralisée ci-dessous [35] :

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = -\frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A(z, t)}{\partial t^2} + i\gamma |A(z, t)|^2 A(z, t) - \frac{\alpha}{2} A(z, t) + \frac{g}{2} \bar{P}(z) A(z, t), \quad (2.3)$$

où  $A(z, t)$  est l'enveloppe lentement variable du champ électrique de l'onde Stokes intracavité se propageant dans le même sens que l'onde de pompe,  $z$  est la coordonnée spatiale le long de la fibre,  $t$  le temps dans un référentiel se déplaçant à la même vitesse que l'onde Stokes,  $\beta_2$  la dispersion de vitesse de groupe en  $ps^2/km$ ,  $\gamma$  le coefficient de couplage Kerr en  $W^{-1}km^{-1}$ ,  $\alpha$  le coefficient de pertes linéaires en  $km^{-1}$  et  $g$  le coefficient de gain Raman en  $W^{-1}km^{-1}$  supposé constant<sup>7</sup> sur la bande spectrale de l'onde Stokes (typiquement 1 nm). Enfin,  $\bar{P}(z)$  est le profil longitudinal stationnaire moyen de la puissance de pompe.

Afin d'intégrer numériquement l'équation de propagation 2.3, nous avons besoin de connaître la valeur complexe de la condition initiale  $A(z = 0, t)$  du champ. Dans la section suivante, nous expliquons comment à partir de nos mesures expérimentales nous déterminons cette valeur.

---

<sup>7</sup>Remarque : cette approximation revient à supposer que le processus d'amplification par le gain Raman agit de manière instantanée sur l'onde Stokes.

### 2.3.1.2 Détermination de la condition initiale

L'intégration numérique de l'équation de propagation 2.3 permet de déterminer le spectre optique de l'onde Stokes en  $z = L$  après un passage de l'onde dans la fibre PMF, connaissant le spectre optique initial en  $z = 0$ . Le spectre optique en  $z = L$  correspond aux spectres incidents sur les miroirs de Bragg *FBG1* et *FBG2*, et le spectre optique initial en  $z = 0$  aux spectres réfléchis par les miroirs.

La mesure des spectres optiques expérimentaux  $S_{R1}(\omega)$  et  $S_{R2}(\omega)$  réfléchis par les miroirs de Bragg correspond dans notre modèle à la valeur moyenne de la densité spectrale de puissance :  $\langle |A_i(z = 0, \omega)|^2 \rangle$ , où  $A_i(z = 0, \omega) = |A_i(z = 0, \omega)|e^{j\phi_i(\omega)}$  est la transformée de Fourier de la condition initiale  $A_i(z = 0, t)$  que nous cherchons à déterminer (les indices  $i = 1, 2$  font référence aux miroirs de Bragg *FBG1* et *FBG2*). Effectivement, en réalité l'amplitude des modes du spectre  $|A_i(z = 0, \omega)|^2$  fluctue très rapidement au cours du temps [11], et la mesure expérimentale de la densité spectrale de puissance ne nous permet d'avoir accès qu'à la valeur moyenne de ces fluctuations  $\langle |A_i(z = 0, \omega)|^2 \rangle$ . Par conséquent, afin d'établir un modèle le plus simple possible, l'approche que nous avons adoptée consiste à considérer que la densité spectrale de puissance théorique initiale en  $z = 0$  dans notre modèle est égale à sa valeur moyenne que nous avons mesurée après réflexion sur les miroirs de Bragg. De cette manière :

$$|A_i(z = 0, \omega)|^2 = S_{Ri}(\omega), \quad i = 1, 2. \quad (2.4)$$

Cependant, si la mesure des densités spectrales de puissance nous donne accès au module  $|A_i(z = 0, \omega)| = \sqrt{S_{Ri}(\omega)}$  du spectre théorique, elle ne nous permet pas de connaître les valeurs des phases spectrales  $\phi_i(\omega)$  du champ. Nous n'avons donc pas d'autre choix que de faire une hypothèse sur leurs valeurs. Comme dans certains travaux sur la propagation non linéaire de rayonnements partiellement cohérents [87–89], nous supposons donc que les phases  $\phi_i(\omega)$  sont aléatoirement et uniformément distribuées entre  $-\pi$  et  $\pi$ . Par ailleurs, nous ferons également l'hypothèse qu'il n'existe aucune corrélation entre les phases de deux composantes spectrales  $\omega$  et  $\omega'$  distinctes.

Ces deux hypothèses étant prises en compte (phases aléatoires non corrélées et distribuées uniformément entre  $-\pi$  et  $\pi$ ), les parties réelle et imaginaire du champ sont des variables aléatoires qui présentent une distribution de probabilité gaussienne (voir figure 2.10) :

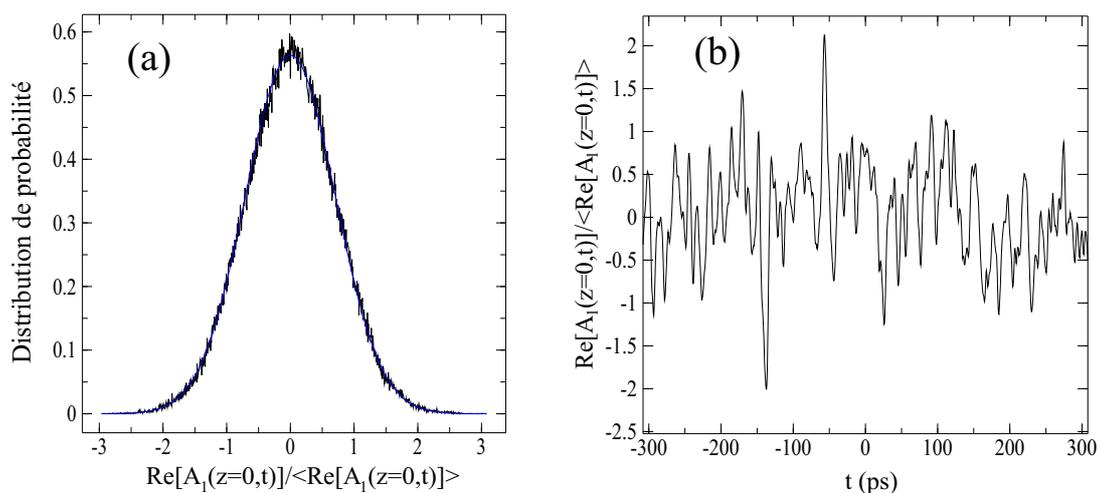


FIG. 2.10 – (a) Distribution de probabilité de  $Re[A_1(z = 0, t)]$ , en noir : simulation, en bleu : approximation par une gaussienne. (b) Evolution temporelle de  $Re[A_1(z = 0, t)]$  correspondante.

### 2.3.1.3 Profil longitudinal de la puissance de pompe

Lors de notre étude expérimentale, nous avons mesuré les puissances de pompe  $P_1$  et  $P_2$  aux extrémités  $z = 0$  et  $z = L$  de la fibre PMF. Afin d'intégrer numériquement l'équation 2.3 du modèle présenté ici, nous avons approximé dans nos simulations la fonction  $\bar{P}(z)$  par une exponentielle décroissante passant par les puissances de pompe  $P_1$  et  $P_2$  définie par :

$$\bar{P}(z) \simeq P_1 e^{-az}, \quad (2.5)$$

où  $a = \frac{1}{L} \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$ , avec  $L$  la longueur de la fibre PMF de notre laser Raman ( $L = 500$  m). Bien entendu, cette approximation n'est pas vraie en particulier si  $P_1 \gg P_{th}$ , à cause de la saturation du gain dans les lasers Raman à fibre [5].

Cependant, l'intégration numérique des équations 1.7, 1.8 et 1.9 du modèle monomode de AuYeung et Yariv (section 1.2.2) montre sur la figure 2.11 que la déviation du profil exponentiel par rapport au profil théorique donné par le modèle monomode est faible quel que soit le régime de puissance du laser :

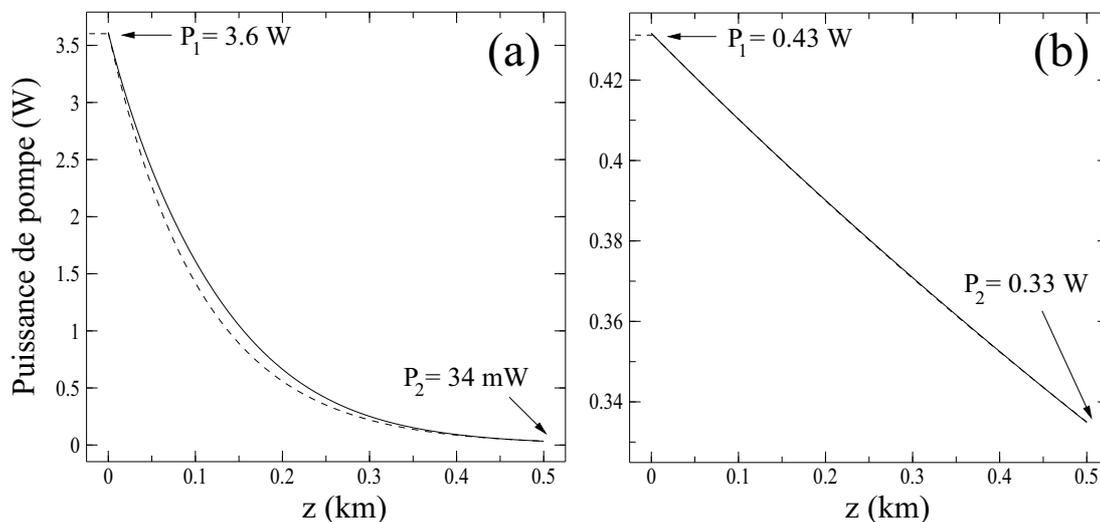


FIG. 2.11 – Profil longitudinal de la puissance de pompe. (a) Très au dessus du seuil ( $P_1 = 3.6$  W  $\simeq 10P_{th}$ ). (b) Au voisinage du seuil ( $P_1 = 0.43$  mW  $\simeq 1.2P_{th}$ ). Traits pleins : simulation, traits pointillés : relation 2.5. Paramètres :  $L = 500$  m,  $g = 12.35$  dB/km/W (mesuré expérimentalement),  $\alpha = 0.8$  dB/km,  $\alpha_p = 0.9$  dB/km,  $\lambda_s = 1159$  nm et  $\lambda_p = 1100$  nm.

Lors de l'intégration numérique des équations 1.7, 1.8 et 1.9, nous avons utilisé les conditions initiales :  $S_f(0) = S_{R1}$ ,  $S_b(0) = S_{I1}$  et  $P(0) = P_1$ , où  $P_1$ ,  $S_{I1}$  et  $S_{R1}$  ont été mesurées expérimentalement.

La figure 2.11 montre que la relation 2.5 est une bonne approximation du profil spatial de la puissance de pompe, et ce sur toute la gamme de puissance de fonctionnement du laser accessible dans nos expériences. Par ailleurs, si dans un souci de précision nous souhaitons utiliser le profil exact de la puissance de pompe pour l'intégration de l'équation de propagation 2.3, il suffirait d'ajouter au modèle l'équation 1.7 de la déplétion de pompe. Nous obtiendrions ainsi un système de deux équations couplées à intégrer numériquement. Cependant, les simulations montrent que le profil de pompe ainsi obtenu est très sensible aux paramètres du laser (puissance de pompe initiale, coefficients de réflexion, etc). Par conséquent, afin de s'affranchir des degrés de liberté supplémentaires induits par une équation sur l'onde de pompe et de se concentrer uniquement sur la physique de l'onde Stokes, nous avons fait le choix d'utiliser l'approximation 2.5 du profil spatial du champ de pompe.

Compte tenu de ces deux approximations sur le profil spatial de l'onde de pompe et sur la condition initiale de notre modèle, nous avons calculé les spectres moyens incidents sur les miroirs de Bragg en  $z = L$  en intégrant numériquement l'équation 2.3 à partir des spectres optiques réfléchis par les miroirs mesurés expérimentalement. Les résultats sont présentés dans la partie suivante.

### 2.3.2 Intégration numérique : spectre optique du laser

Nous avons procédé à l'intégration numérique de l'équation de propagation 2.3 pour chacun des spectres optiques enregistrés à différents points de puissance. La procédure numérique utilisée est une méthode de Runge-Kutta à pas et ordre variables basée sur un algorithme de type *splitstep* et une méthode d'extrapolation [62].

La condition initiale  $A_i(z = 0, t)$  ( $i = 1, 2$ ) est calculée à partir de la transformée de Fourier inverse de  $\sqrt{S_{Ri}(\omega)}$ , pour des phases spectrales aléatoires réparties uniformément entre  $-\pi$  et  $\pi$ . La figure 2.12 représente un exemple de spectre optique réfléchi par *FBG1* en  $z = 0$  (a) avec les phases aléatoires présentées en (b). Le spectre obtenu après intégration numérique en  $z = L$  est présenté sur la figure 2.12-(c), et celui moyenné sur 200 tirages en (d), le tout pour une puissance de pompe valant environ 10 fois le seuil du laser.

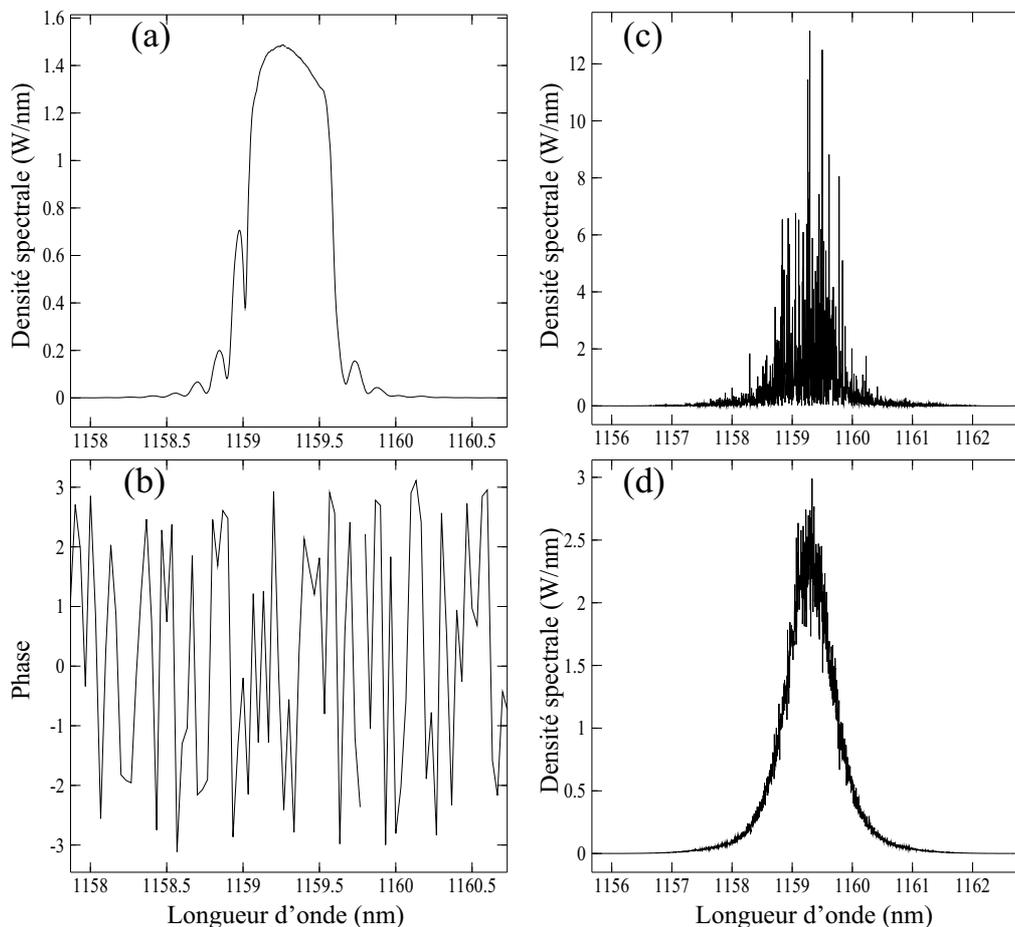


FIG. 2.12 – (a) Densité spectrale  $|A(z = 0, \omega)|^2$  réfléchi par *FBG1*. (b) Tirage en phase. (c) Densité spectrale  $|A(z = L, \omega)|^2$  incidente sur *FBG2* pour un seul tirage et (d) moyennée sur 200 tirages. Paramètres :  $L = 500$  m,  $g = 12.35$  dB/km/W,  $\beta_2 = 15.7$  ps<sup>2</sup>/km,  $\gamma = 6$  W<sup>-1</sup>km<sup>-1</sup>,  $\alpha = 0.8$  dB/km, nombre de points/modes dans le spectre = 3000,  $P_1 = 3.6$  W,  $P_2 = 34$  mW.

Le spectre de la figure 2.12-(c) est très bruité, ceci est dû à la conversion du bruit de phase

initial (figure 2.12-(b)) en bruit d'amplitude via l'effet Kerr et la dispersion de vitesse de groupe. La densité spectrale mesurée à l'aide de l'analyseur de spectre optique étant moyennée, nous procédons également au moyennage du spectre numérique sur quelques centaines de réalisations du processus aléatoire (ici 200, figure 2.12-(d)). Ceci permet la comparaison entre le spectre théorique et le spectre expérimental.

Les figures 2.13 et 2.14 représentent la totalité des spectres optiques issus de l'intégration numérique de l'équation 2.3 dans les deux sens de propagation de l'onde Stokes et pour les deux régimes de puissance décrits dans la section 2.2.2 sur le spectre optique du laser : à  $10\times$  et  $1.5\times$  le seuil du laser.

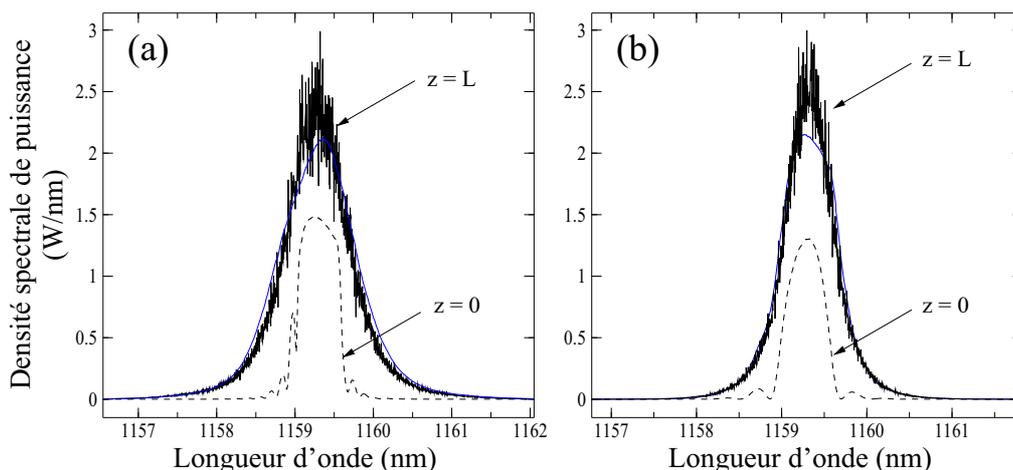


FIG. 2.13 – Spectres optiques numériques et expérimentaux à  $P_1 = 3.6 \text{ W}$  ( $\sim 10P_{th}$ ). (a) Dans le sens  $FBG1 \rightarrow FBG2$ , en noir :  $\langle |A(z = L, \omega)|^2 \rangle$  (simulation), en bleu :  $S_{I2}$  (expérience), en pointillés : condition initiale  $\langle |A(z = 0, \omega)|^2 \rangle = S_{R1}$ . (b) Dans le sens  $FBG2 \rightarrow FBG1$ , en noir :  $\langle |A(z = L, \omega)|^2 \rangle$  (simulation), en bleu :  $S_{I1}$  (expérience), en pointillés : condition initiale  $\langle |A(z = 0, \omega)|^2 \rangle = S_{R2}$ .  $P_2 = 34 \text{ mW}$ , les paramètres sont donnés dans la légende de la figure 2.12.

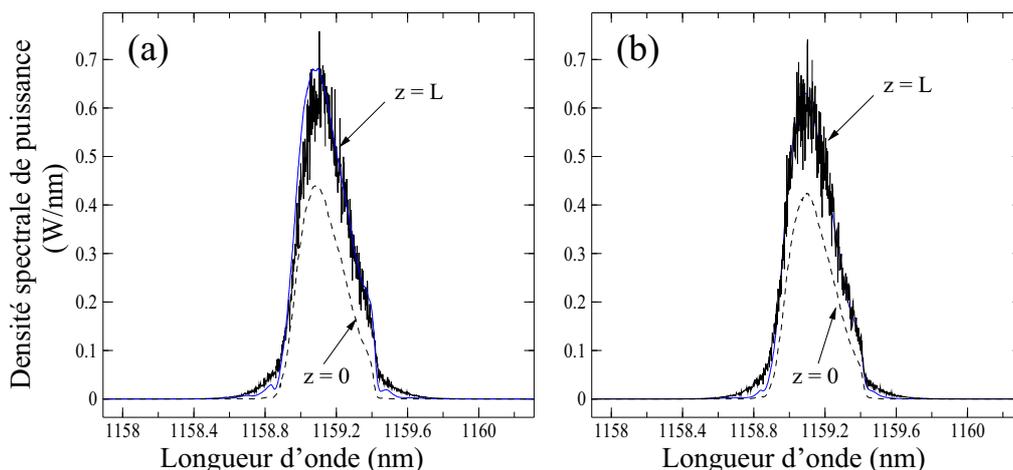


FIG. 2.14 – Spectres numériques et expérimentaux à  $P_1 = 537 \text{ mW}$  ( $\sim 1.5P_{th}$ ). (a) Dans le sens  $FBG1 \rightarrow FBG2$ , en noir :  $\langle |A(z = L, \omega)|^2 \rangle$  (simulation), en bleu :  $S_{I2}$  (expérience), en pointillés : condition initiale  $\langle |A(z = 0, \omega)|^2 \rangle = S_{R1}$ . (b) Dans le sens  $FBG2 \rightarrow FBG1$ , en noir :  $\langle |A(z = L, \omega)|^2 \rangle$  (simulation), en bleu :  $S_{I1}$  (expérience), en pointillés : condition initiale  $\langle |A(z = 0, \omega)|^2 \rangle = S_{R2}$ .  $P_2 = 276 \text{ mW}$ , les paramètres sont donnés dans la légende de la figure 2.12.

Pour les simulations représentées sur les figures 2.13-(b) et 2.14-(b), les spectres optiques numériques de l'onde Stokes se propageant en sens inverse de l'onde de pompe sont issus de l'intégration numérique de l'équation 2.3 entre 0 et  $L$ , pour laquelle le profil de pompe  $\bar{P}(z)$  vaut :

$$\bar{P}(z) \simeq P_2 e^{+az}, \quad (2.6)$$

$a = \frac{1}{L} \ln(\frac{P_1}{P_2})$ . Effectivement, cette onde Stokes se propageant en sens opposé à l'onde de pompe (de  $FBG2$  vers  $FBG1$ ), elle "voit" un profil longitudinal de pompe inversé par rapport à l'onde Stokes se propageant dans le même sens que l'onde de pompe (de  $FBG1$  vers  $FBG2$ ).

### 2.3.3 Conclusions

Les figures 2.13 et 2.14 montrent que le modèle simple que nous proposons décrit quantitativement les effets d'élargissement observés expérimentalement sur un passage de l'onde Stokes dans la fibre PMF, et ce dans les deux sens de circulation de la cavité Pérot-Fabry. Cela signifie que le modèle établi contient l'ensemble des ingrédients physiques étant responsables de l'élargissement du spectre optique de l'onde Stokes (effet Kerr, dispersion d'ordre 2 et gain Raman instantané). Ensuite, cela justifie l'hypothèse des phases aléatoires choisie a priori pour décrire la condition initiale de l'onde Stokes.

Comme nous l'avons déjà remarqué dans notre étude expérimentale, les spectres optiques numériques à basse puissance (figure 2.14) présentent également une asymétrie de forme (n'étant pas liée à un défaut de réglage du laser). Cependant, comme cette asymétrie est déjà présente dans le spectre optique utilisé en condition initiale (spectres pointillés figure 2.14), cela signifie qu'elle n'est pas introduite par l'équation de propagation 2.3. L'intégration numérique de cette équation n'a fait qu'augmenter l'amplitude des spectres asymétriques, mais n'a pas agi sur sa forme. Cette asymétrie est donc une conséquence d'effets physiques autres que ceux liés à la propagation simple de l'onde Stokes dans la fibre. A priori, il s'agit d'un effet lié à la réflexion de l'onde sur les miroirs, car cet ingrédient n'a pas encore été pris en compte dans notre modélisation.

Cette conclusion montre que les miroirs de la cavité semblent jouer un rôle clé dans la formation du spectre optique des lasers Raman à fibre. Modéliser la réflexion de l'onde sur ces miroirs paraît donc inévitable si nous voulons comprendre la totalité des phénomènes observés dans notre étude expérimentale. C'est ce que nous avons réalisé en établissant un modèle complet incluant la réflexion sur les miroirs de Bragg et présenté dans la partie suivante de ce chapitre.

## 2.4 Propagation de l'onde en cavité : modélisation complète de la formation du spectre optique du laser Raman

Comme nous l'avons vu dans la section 2.3 précédente, les effets physiques liés à la propagation simple de l'onde Stokes dans le milieu amplificateur du laser sont particulièrement bien décrits en prenant en compte la dispersion de vitesse de groupe, l'effet Kerr et la diffusion Raman stimulée. Cependant, ce modèle ne décrit que l'évolution à l'état stationnaire de l'onde Stokes réalisant un seul passage dans la fibre PMF. La construction du spectre et la forme finale qu'il acquiert après les multiples réflexions de l'onde Stokes sur les miroirs n'est pas expliquée. En particulier, nous avons pu remarquer que le spectre présentait à basse puissance une asymétrie dont l'origine reste encore à déterminer. Bien que celle-ci soit décrite quantitativement par le modèle en simple passage précédemment établi, elle provient dans ce cas du fait que les spectres utilisés comme conditions initiales dans nos simulations présentent déjà cette asymétrie de forme.

Les résultats du modèle précédent montrent que les miroirs de la cavité semblent participer de manière non triviale à la construction du spectre du laser. Par conséquent, l'objectif du modèle qui suit est double : il s'agit d'une part de reproduire les spectres optiques observés dans notre étude

expérimentale sans leur présupposer une quelconque forme initiale, et d'autre part, de cerner plus précisément le rôle joué par les miroirs de Bragg dans la construction du spectre optique du laser Raman.

## 2.4.1 Modèle

### 2.4.1.1 Equation de Schrödinger Non Linéaire généralisée

Le modèle que nous développons dans cette section présente des caractéristiques similaires à ceux développés récemment par Hagen *et al* et Churkin *et al* [11, 83] (section 1.4.3 du premier chapitre). Effectivement, celui-ci est basé sur l'intégration numérique de l'équation de Schrödinger Non Linéaire généralisée définie en 2.3, puisque cette équation décrit très bien le phénomène d'élargissement de l'onde Stokes dans les deux sens de circulation de la cavité. Toutefois nous tenons compte dans notre modèle des effets supplémentaires liés à la réflexion de l'onde sur les miroirs de la cavité (effets d'amplitude et de phase des miroirs de Bragg). Cela nous a conduit à développer un algorithme d'intégration qui s'appuie sur le fait que l'onde Stokes intracavité se propage dans le milieu amplificateur et se réfléchit sur les miroirs de Bragg de manière périodique jusqu'à ce que le régime stationnaire du laser soit atteint.

Notre modèle se base sur des simulations numériques pouvant être décomposées en quatre phases : partant d'une condition initiale bruitée sur le champ Stokes, l'onde se propage tout d'abord dans le milieu amplificateur (phase 1), elle se réfléchit ensuite sur un des miroirs de Bragg (phase 2) avant d'être propagée à nouveau (phase 3) en sens inverse de la phase 1. Enfin, elle se réfléchit sur le dernier miroir de la cavité (phase 4) pour se retrouver au même point de départ que la phase 1. Nous répétons ce schéma jusqu'à ce qu'un régime permanent caractérisé par une valeur moyenne de la puissance Stokes constante apparaisse. Dans nos simulations, ce régime permanent apparaît typiquement au bout de quelques dizaines tours de cavité.

Les phases de propagation de l'onde Stokes (phases 1 et 3) sont décrites à l'aide de l'équation de Schrödinger Non Linéaire généralisée 2.3 introduite dans la section 2.3. Cette équation est la suivante :

$$\pm \frac{\partial A^\pm(z, t)}{\partial z} = -\frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A^\pm(z, t)}{\partial t^2} + i\gamma |A^\pm(z, t)|^2 A^\pm(z, t) - \frac{\alpha}{2} A^\pm(z, t) + \frac{g}{2} \bar{P}(z) A^\pm(z, t), \quad (2.7)$$

où  $A^\pm(z, T)$  est l'enveloppe lentement variable du champ électrique de l'onde Stokes se propageant respectivement dans le même sens (phase 1) ou en sens inverse (phase 3) de l'onde de pompe<sup>8</sup>. Rappelons que les termes du membre de droite de l'équation 2.7 représentent successivement (de gauche à droite) : la dispersion de vitesse de groupe, l'effet Kerr, les pertes linéaires de la fibre et la diffusion Raman. La grandeur  $\bar{P}(z)$  est le profil spatial stationnaire de la puissance de pompe, dont la valeur approchée est (relation 2.5) :

$$\bar{P}(z) \simeq P_1 e^{\frac{z}{L} \ln(\frac{P_2}{P_1})}, \quad (2.8)$$

où  $P_1$  et  $P_2$  sont les puissances de pompe mesurées aux extrémités de la cavité (figure 2.1 de la section 2.2.1).

### 2.4.1.2 Conditions de Bords

Les réflexions de l'onde Stokes sur les miroirs de la cavité (phases 2 et 4) sont réalisées en multipliant dans l'espace de Fourier l'amplitude  $A^\pm(z, \omega)$  de l'onde Stokes par les coefficients complexes

<sup>8</sup>Dans le modèle présenté ici,  $A^+(z, t)$  et  $A^-(z, t)$  correspondent respectivement à  $A_1(z, t)$  et  $A_2(z, t)$  du modèle de la section 2.3.

de réflexion en amplitude  $r_j(\omega) = \sqrt{R_j(\omega)}e^{j\phi_j(\omega)}$  ( $j = 1, 2$ ) des miroirs de Bragg  $FBG_j$ .

Comme nous l'avons vu dans la section 1.1.3.1 du premier chapitre, les coefficients complexes de réflexion en amplitude des miroirs de Bragg se calculent analytiquement à l'aide de la théorie des modes couplés, et plus précisément grâce à la relation 1.6. En jouant sur la valeur du paramètre  $\kappa L_B$  de cette relation, nous pouvons nous approcher très fortement des spectres de réflectivité en puissance  $R_j(\lambda)$  des miroirs de Bragg  $FBG_j$  mesurés expérimentalement et illustrés sur la figure 2.8. La figure 2.15, montre la comparaison entre les spectres de réflectivité mesurés et calculés à partir de la relation 1.6 :

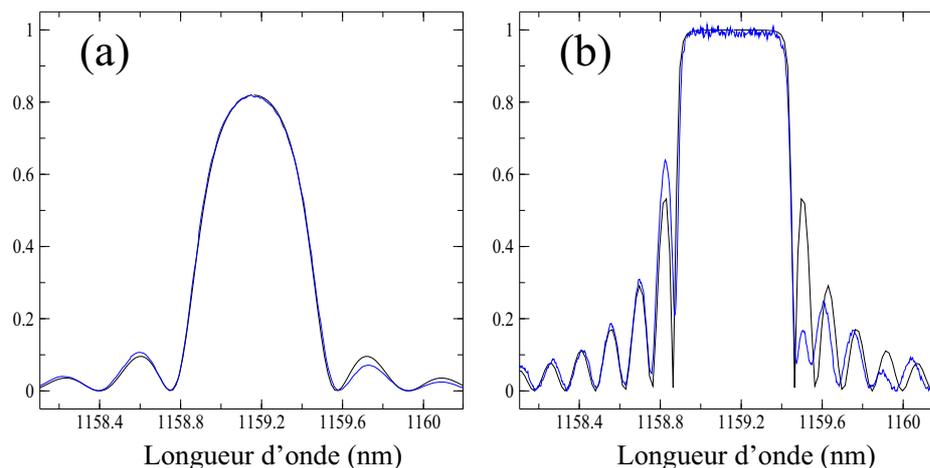


FIG. 2.15 – Spectres de réflectivité numériques et expérimentaux des miroirs de Bragg. (a)  $FBG_2$ . (b)  $FBG_1$ . En noir : spectres de réflectivité calculés avec la relation 1.6, en bleu : spectres de réflectivité mesurés (issus de la figure 2.8).

Comme le montre la figure 2.15, les coefficients de réflexion expérimentaux sont très bien reproduits dans nos simulations. Le léger défaut de symétrie du miroir  $FBG_1$  (figure 2.15-(b)) n'est bien entendu pas décrit par la relation 1.6. Nous verrons dans les résultats du modèle de la section 2.4.2 que ce défaut n'a a priori pas d'incidence sur la formation du spectre optique du laser. Grâce à la relation 1.6, nous pouvons également tracer (figure 2.16) le déphasage spectral  $\phi_j(\lambda)$  introduit par les miroirs  $FBG_j$  entre les champs Stokes incidents et réfléchis (cf section 1.1.3.1) :

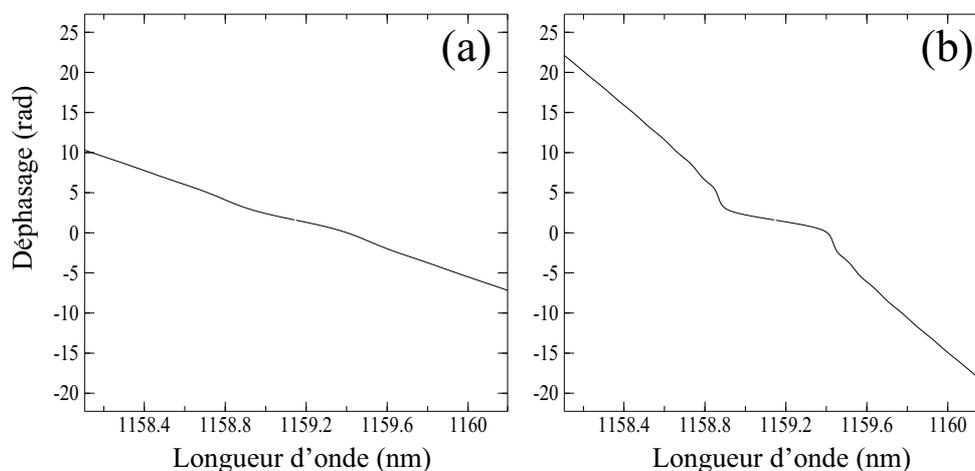


FIG. 2.16 – Déphasage spectral théorique  $\phi_j(\lambda)$  des miroirs de Bragg  $FBG_j$  calculé avec la relation 1.6. (a)  $FBG_2$ . (b)  $FBG_1$ .

On peut remarquer sur la figure 2.16 que le profil des phases des miroirs de Bragg est une fonction de symétrie impaire.

Ainsi, lors des phases de réflexions 2 et 4 de notre algorithme d'intégration, les effets d'amplitude et de phase des miroirs de la cavité sur l'amplitude complexe du champ électrique de l'onde Stokes sont pris en compte dans notre modèle à l'aide des conditions de bords suivantes<sup>9</sup> :

$$A^-(z = L, \lambda) = r_2(\lambda)A^+(z = L, \lambda), \quad (2.9)$$

$$A^+(z = 0, \lambda) = r_1(\lambda)A^-(z = 0, \lambda), \quad (2.10)$$

avec  $r_j(\lambda) = \sqrt{R_j(\lambda)}e^{i\phi_j(\lambda)}$  ( $j = 1, 2$ ) les coefficients complexes de réflexion en amplitude des miroirs de Bragg  $FBG_j$ . Les coefficients  $R_j(\lambda)$  sont les spectres de réflectivité en puissance des miroirs de Bragg représentés sur la figure 2.15 et  $\phi_j(\lambda)$  les déphasages représentés sur la figure 2.16 induits sur l'onde Stokes à la réflexion sur les miroirs. Dans nos simulations numériques, les longueurs d'onde  $\lambda$  (axe des abscisses de figures 2.15 et 2.16) sont converties en pulsations  $\omega$  avec la relation  $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ .

## 2.4.2 Intégration numérique : résultats du modèle

### 2.4.2.1 Spectre optique du laser : origine de l'asymétrie du spectre

L'algorithme utilisé pour l'intégration numérique de l'équation 2.7 est le même que celui du modèle en simple propagation (section 2.3.2), à savoir une méthode de Runge-Kutta à pas et ordre variables, basée sur un schéma de type *splitstep* et une méthode d'extrapolation.

La valeur initiale  $A^+(z = 0, t)$  de l'amplitude du champ électrique de l'onde Stokes utilisée pour l'intégration numérique de l'équation 2.7 est calculée à partir de la transformée de Fourier inverse d'un spectre plat bruité (module  $|A^+(z = 0, \omega)|$  constant et phases de  $A^+(z = 0, \omega)$  aléatoires). Effectivement, de manière générale un laser démarre au seuil grâce au bruit naturellement présent dans le système (étant dû en majorité à l'émission spontanée) qui déstabilise l'état stationnaire d'intensité nulle [90–92].

Comme les phases 1 à 4 correspondent à un seul aller-retour dans la cavité, l'équation de propagation 2.7 est intégrée sur un grand nombre de tours jusqu'à ce que la puissance de l'onde Stokes atteigne un régime permanent. Ce régime permanent est observé numériquement après une évolution transitoire de la puissance de l'onde Stokes, dont la durée dépend de l'intensité totale du champ donnée en condition initiale (spectre plat bruité). La figure 2.17 représente un exemple d'évolution transitoire de l'intensité Stokes incidente sur le miroirs de Bragg  $FBG_2$  donnée par notre modèle.

Cependant, il est très important de préciser que le modèle établi ici ne permet en aucun cas de reproduire le régime transitoire réel du laser Raman. Ceci est dû à l'algorithme que nous utilisons pour intégrer l'équation 2.7 associée aux conditions de bords 2.9 et 2.10. En effet, dans l'équation 2.7 l'évolution temporelle de la puissance de pompe  $\bar{P}(z)$  n'est pas considérée. En réalité, l'onde de pompe est couplée en temps réel aux deux ondes Stokes se propageant en sens inverses dans la cavité. Toutefois, de la même manière que dans les modèles développés par Hagen *et al* et Churkin *et al* (section 1.4.3), notre modèle semble converger en moyenne vers l'état stationnaire du laser, et les spectres optiques numériques sont quantitativement comparables à ceux mesurés expérimentalement.

---

<sup>9</sup>Les conditions de bords dans nos simulations tiennent également compte des pertes introduites par les coupleurs intracavité situés entre la fibre PMF et les miroirs de Bragg (voir montage expérimental figure 2.1)

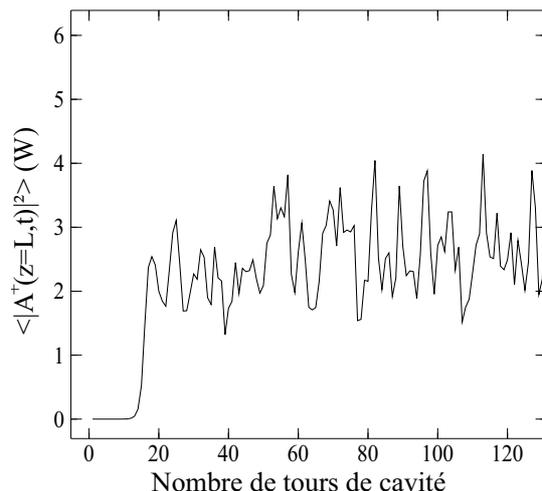


FIG. 2.17 – Evolution théorique de l'intensité Stokes incidente sur le miroir de Bragg FBG2 à  $P_1 = 0.54 W$ . Paramètres :  $L = 500 m$ ,  $g = 12.35 dB/km/W$ ,  $\beta_2 = 15.7 ps^2/km$ ,  $\gamma = 6 W^{-1}km^{-1}$ ,  $\alpha = 0.8 dB/km$ .  $P_2 = 0.23 W$ . Les symboles  $\langle \rangle$  représentent ici la moyenne temporelle de l'intensité de l'onde  $\langle |A^+(z = L, t)|^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T |A^+(z = L, t)|^2 dt$ .  $T$  est la fenêtre temporelle sur laquelle nous effectuons les simulations.

La figure 2.17 montre que pour une valeur moyenne très faible de la puissance Stokes initiale ( $\langle |A^+(z = 0, t)|^2 \rangle \simeq 10^{-6} W$ ), la puissance moyenne de l'onde Stokes incidente sur le miroir FBG2 ( $\langle |A^+(z = L, t)|^2 \rangle$ ) atteint numériquement un régime permanent après seulement une dizaine de tours de cavité. Aussi loin que nous avons porté nos simulations (100000 tours de cavité), la valeur moyenne du régime permanent n'évolue plus une fois celui-ci atteint.

Les spectres optiques issus de l'intégration numérique de l'équation 2.7 associée aux conditions de bords 2.9 et 2.10 pour des régimes de puissance de  $1.5\times$  et  $10\times$  le seuil du laser sont représentés sur les figures 2.18 et 2.19.

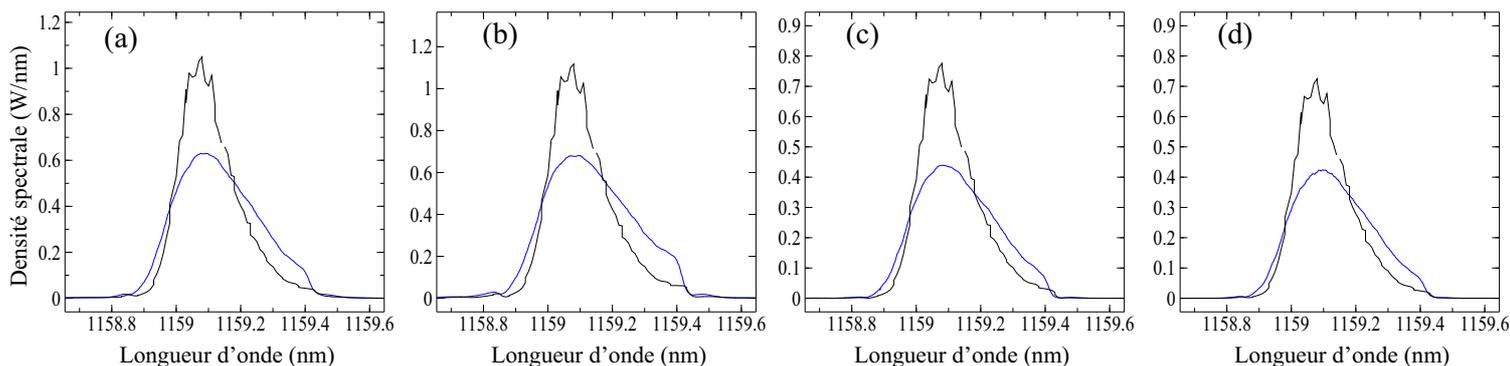


FIG. 2.18 – Spectres optiques numériques (en noir) et expérimentaux (en bleu) à  $P_1 = 0.54 W$  ( $\sim 1.5P_{th}$ ). (a) incidents sur FBG1. (b) incidents sur FBG2. (c) réfléchis par FBG1. (d) réfléchis par FBG2. Paramètres :  $L = 500 m$ ,  $g = 12.35 dB/km/W$ ,  $\beta_2 = 15.7 ps^2/km$ ,  $\gamma = 6 W^{-1}km^{-1}$ ,  $\alpha = 0.8 dB/km$ . Nombre de points/modes dans les spectres : 1000.  $P_2 = 0.23 W$ .

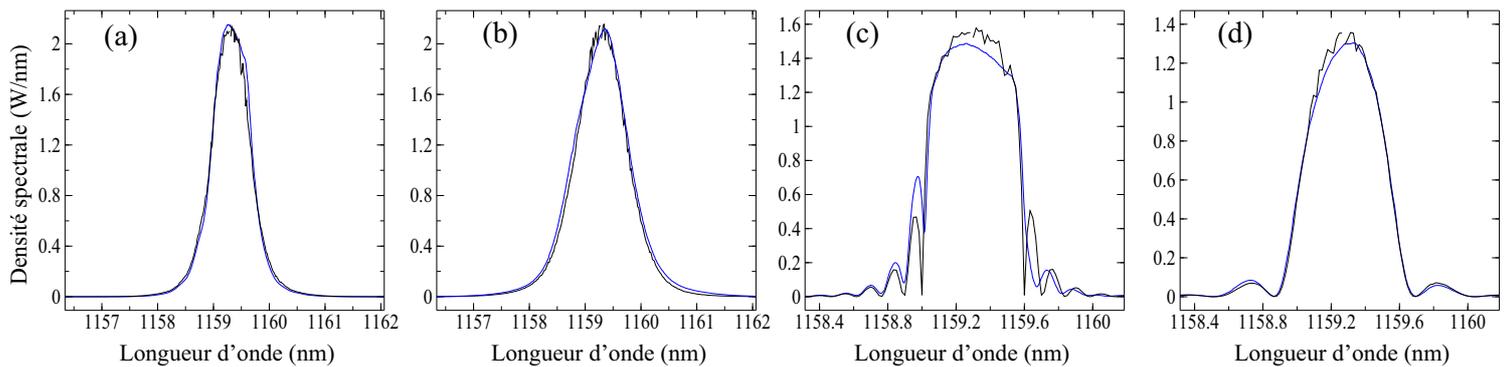


FIG. 2.19 – Spectres optiques numériques (en noir) et expérimentaux (en bleu) à  $P_1 = 3.6 \text{ W}$  ( $\sim 10P_{th}$ ). (a) incidents sur *FBG1*. (b) incidents sur *FBG2*. (c) réfléchis par *FBG1*. (d) réfléchis par *FBG2*. Paramètres :  $L = 500 \text{ m}$ ,  $g = 12.35 \text{ dB/km/W}$ ,  $\beta_2 = 15.7 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $\gamma = 6 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ ,  $\alpha = 0.8 \text{ dB/km}$ . Nombre de points/modes dans les spectres : 1000.  $P_2 = 34 \text{ mW}$ .

Les spectres numériques des figures 2.18 et 2.19 ont été obtenus après 5000 tours de cavité et moyennés sur les 2000 derniers tours dans le régime permanent<sup>10</sup>.

La figure 2.19 montre que les spectres expérimentaux à forte puissance de pompe sont remarquablement bien reproduits par notre modèle. Nous rappelons qu’aucun paramètre d’ajustement n’a été introduit, ces résultats sont issus de l’intégration numérique de l’équation 2.7 pour des paramètres mesurés expérimentalement.

Par ailleurs, le résultat le plus remarquable concerne les spectres à faible puissance de pompe sur la figure 2.18. Effectivement, les spectres numériques présentent tous une asymétrie similaire à celle observée sur les spectres expérimentaux. Dans le précédent modèle en simple passage de la section 2.3.2, cette asymétrie, également présente dans les simulations, était due à l’utilisation comme condition initiale de spectres possédant déjà cette propriété, ce qui n’est absolument pas le cas ici. La condition initiale utilisée pour chaque simulation est un bruit blanc (spectre plat), l’asymétrie ne peut donc provenir de la condition initiale.

Nous pouvons cependant constater que les spectres asymétriques à basse puissance ne sont pas parfaitement reproduits par notre simulation numérique. Effectivement, l’onde issue du modèle possède bien la même puissance que celle issue des mesures expérimentales (aires des spectres égales), mais les positions des pics sont légèrement décalées et le spectre numérique est légèrement plus étroit (ce qui implique une amplitude plus forte pour ce dernier). Nous estimons que ces différences sont dues aux incertitudes de mesure à faible puissance des spectres optiques ainsi qu’aux défauts apparaissant lors de la fabrication des miroirs de Bragg.

Comme nous l’avons vu dans le modèle en simple passage de la section 2.3, l’asymétrie du spectre n’apparaît pas lors de la propagation simple de l’onde Stokes dans la fibre PMF. Effectivement, les figures 2.13 et 2.14 de la section 2.3.2 montrent que l’amplification Raman en simple passage dans la fibre n’induit aucune dissymétrie. Ceci est relativement facile à comprendre, puisqu’il n’y a pas dans ce modèle d’ingrédients physiques susceptibles de dissymétriser le spectre. Le gain Raman est supposé plat dans nos simulations (section 2.3.1.1), et étant donnée la longueur d’onde du rayonnement Stokes ( $\lambda_s \simeq 1159 \text{ nm}$ ), le laser fonctionne dans un régime de dispersion fortement normale ( $\lambda_{ZDW} = 1400 \text{ nm}$ ) qui induit une dispersion positive et constante sur la plage spectrale de l’onde Stokes considérée. Cette dissymétrie ne peut donc trouver son origine qu’à la réflexion de l’onde sur les miroirs.

La figure 2.16 montre que les phases spectrales des miroirs de la cavité possèdent une symétrie

<sup>10</sup>Remarque : procéder à un moyennage du spectre optique sur un nombre de réalisations (en lançant plusieurs fois la simulation pour des tirages en phase différents) est trop onéreux en temps de calcul. Par conséquent, nous avons moyenné temporellement les spectres une fois le régime permanent atteint, en ayant soigneusement vérifié l’ergodicité numérique de notre algorithme (les moyennes d’ensemble et temporelle donnent le même résultat).

impair caractéristique pouvant être à l'origine de la forme particulière des spectres observés à faible puissance de pompe. Afin de vérifier si ce déphasage introduit par les miroirs de Bragg peut influencer la formation du spectre optique du laser, nous avons réalisé une simulation numérique identique à celle présentée sur la figure 2.18, mais en ayant volontairement supprimé les effets de phases des miroirs ( $\phi_1(\lambda) = \phi_2(\lambda) = 0 \forall \lambda$ ). Les nouvelles conditions de bords définies précédemment en 2.9 et 2.10 pour cette simulation sont les suivantes :

$$A^-(z = L, \lambda) = \sqrt{R_2(\lambda)}A^+(z = L, \lambda), \quad (2.11)$$

$$A^+(z = 0, \lambda) = \sqrt{R_1(\lambda)}A^-(z = 0, \lambda), \quad (2.12)$$

avec  $R_j(\lambda)$  ( $j = 1, 2$ ) les coefficients de réflexion en puissance des miroirs de Bragg *FBG1* et *FBG2*. La figure 2.20 représente les spectres optiques issus de l'intégration numérique de l'équation 2.7 pour les conditions de réflexions définies en 2.11 et 2.12.

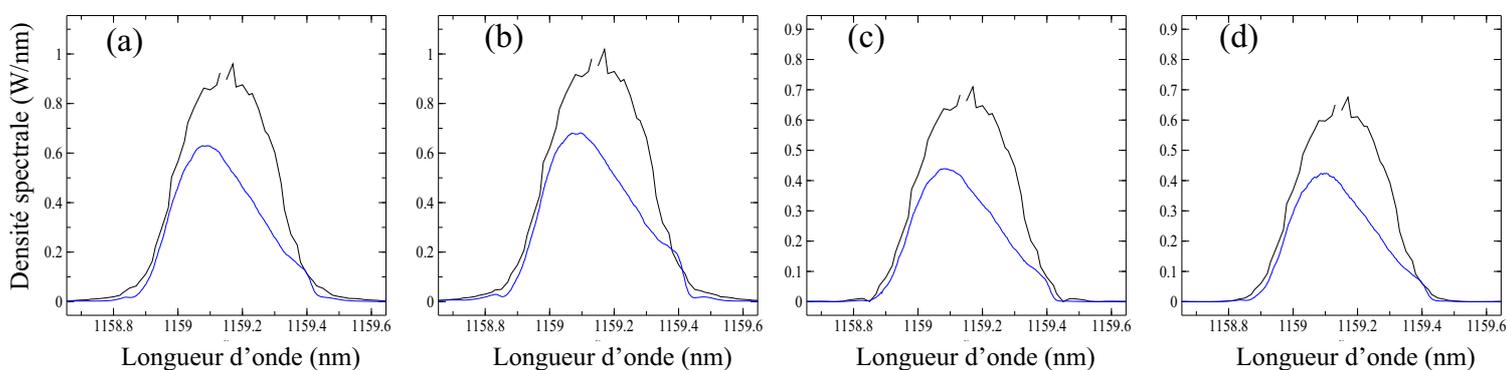


FIG. 2.20 – Spectres optiques numériques (en noir) pour des phases nulles des miroirs de Bragg et spectres expérimentaux (en bleu) à  $P_1 = 0.54 \text{ W}$  ( $\sim 1.5P_{th}$ ). (a) incidents sur *FBG1*. (b) incidents sur *FBG2*. (c) réfléchis par *FBG1*. (d) réfléchis par *FBG2*. Les paramètres sont donnés dans la légende de la figure 2.18.

Les simulations de la figure 2.20 montrent que l'asymétrie du spectre optique de l'onde Stokes observée expérimentalement est due aux effets de phases induits par les miroirs de Bragg. En effet, lorsque le déphasage spectral des miroirs est supprimé, l'asymétrie des spectres numériques tracés en noir sur la figure 2.18 disparaît totalement sur les spectres numériques de la figure 2.20 (en noir également).

Dans le troisième chapitre de ce manuscrit, nous établissons un modèle épuré réunissant dans la même équation l'ensemble des ingrédients physiques agissant sur la formation du spectre (effets de phases des miroirs y compris). Ce modèle a l'intérêt de simplifier l'approche de modélisation que nous avons présentée ici, et il permet de mieux appréhender les mécanismes physiques d'interaction qui conduisent à l'asymétrie du spectre.

Enfin, comme nous avons pu l'observer expérimentalement, cette asymétrie n'apparaît pas sur les spectres à haute puissance (voir figure 2.4), alors que ceux-ci subissent également les effets de phases des miroirs de Bragg. Pourquoi cette asymétrie est-elle dépendante de la puissance ? Nous verrons que le modèle du chapitre 3 permet de répondre à cette question.

#### 2.4.2.2 Effets des miroirs de Bragg sur la statistique du champ

La première étude numérique sur la statistique du champ Stokes intracavité dans un laser Raman à fibre a été réalisée tout récemment par Churkin *et al* [11] (voir section 1.4.3). Dans cette étude, le modèle qu'ils utilisent pour déterminer théoriquement la statistique du champ est similaire

à celui que nous avons présenté ici. Il est basé sur l'intégration numérique de plusieurs équations de Schrödinger Non Linéaire généralisées couplées décrivant la propagation des ondes pompe et Stokes circulant dans les deux sens de la cavité Pérot-Fabry du laser Raman.

Le spectre théorique issu de leur intégration numérique étant en accord avec l'expérience (spectre expérimental issu de l'étude de Babin *et al* [8]), les auteurs calculent les distributions de probabilité en un point de la cavité pour l'intensité totale  $I(t)$  de l'onde Stokes et pour l'intensité  $I(\omega)$  d'un mode du spectre (figure 1.26). Contrairement à la distribution de probabilité de  $I(\omega)$ , ils montrent que la distribution de probabilité de l'intensité totale  $I(t)$  en un point de la cavité est très dépendante de la puissance de pompe et ne suit pas une loi exponentielle (figure 1.26-(b)). Ils démontrent ainsi qu'il existe des corrélations entre les modes de la cavité ayant une influence sur la statistique du champ Stokes intracavité [11].

Cependant, l'étude de Churkin *et al* ne précise pas à quel endroit de la cavité est calculée la distribution de probabilité du champ Stokes. L'étude numérique que nous présentons ici permet de distinguer les distributions de probabilité des champs Stokes incidents, réfléchis et transmis par les deux miroirs de Bragg, dans les deux sens de propagation de l'onde Stokes et à différentes puissances de pompe. Nous montrons que la statistique du champ est très différente selon que l'onde Stokes est intracavité ou transmise par les miroirs.

Le modèle que nous avons établi dans la section 2.4.1 décrit de manière quantitative et précise la formation du spectre optique du laser Raman à fibre, nous pouvons donc l'utiliser pour étudier la statistique de l'onde Stokes du laser Raman. Contrairement à l'étude de Churkin *et al* [11], nous calculons la distribution de probabilité de la partie réelle de l'amplitude du champ électrique de l'onde Stokes  $Re[A(z, t)]$ . Cette distribution de probabilité est évaluée lorsque l'intensité de l'onde Stokes au cours de l'intégration numérique de l'équation 2.7 atteint un régime permanent. Un exemple de l'évolution théorique de l'intensité Stokes incidente sur le miroir de Bragg *FBG2* en fonction du nombre de tours de cavité est représenté sur la figure 2.21-(a).

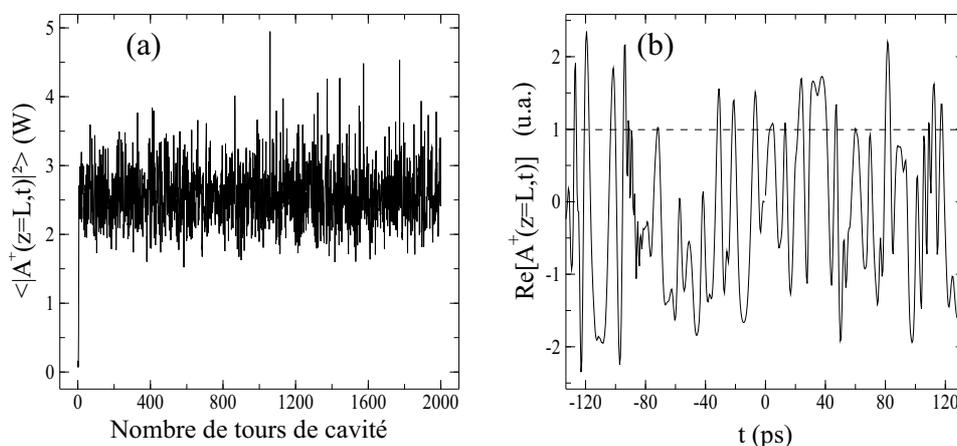


FIG. 2.21 – (a) Intensité de l'onde Stokes incidente sur *FBG2* en fonction du nombre de tours de cavité à  $P_1 = 3.6 W$ . (b) Evolution temporelle de  $Re[A^+(z = L, t)]$  après 2000 tours de cavité. Les paramètres sont donnés dans la légende de la figure 2.19. Les symboles  $\langle \rangle$  représentent ici la moyenne temporelle de l'intensité de l'onde  $\langle |A^+(z = L, t)|^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T |A^+(z = L, t)|^2 dt$ .

La figure 2.21-(a) montre que l'intensité de l'onde Stokes incidente sur le miroir de Bragg *FBG2* à  $P_1 = 3.6 W$  atteint un régime permanent après quelques dizaines de tours de cavité. L'évolution temporelle de la partie réelle de  $A^+(z = L, t)$  après 2000 tours de cavité est donnée sur la figure 2.21-(b). On peut constater sur cette figure que la variable  $Re[A^+(z = L, t)]$  passe plusieurs fois de manière aléatoire par des valeurs quelconques de l'amplitude (exemple pour  $Re[A^+(z = L, t)] = 1$  sur la figure 2.21-(b)). Le calcul de la distribution de probabilité consiste alors à comptabiliser le

nombre de fois où cette courbe atteint chaque valeur d'amplitude. Cette procédure est effectuée pour différents tours de cavité dans le régime permanent (figure 2.21-(a)). La représentation de la valeur moyenne du nombre de passages par toutes les valeurs de  $Re[A^+(z=L, t)]$  en fonction de  $Re[A^+(z=L, t)]$  donne la distribution de probabilité de la partie réelle de  $A^+(z=L, t)$ .

En effectuant la même procédure pour chacune des positions de l'onde Stokes intracavité, nous avons représenté sur les figures 2.22, 2.23, 2.24 et 2.25 les distributions de probabilité du champ Stokes incident, réfléchi et transmis par chaque miroir de Bragg et pour différentes puissances de pompe.

- Distributions de probabilité à  $P_1 = 3.6 W (\sim 10P_{th})$  :

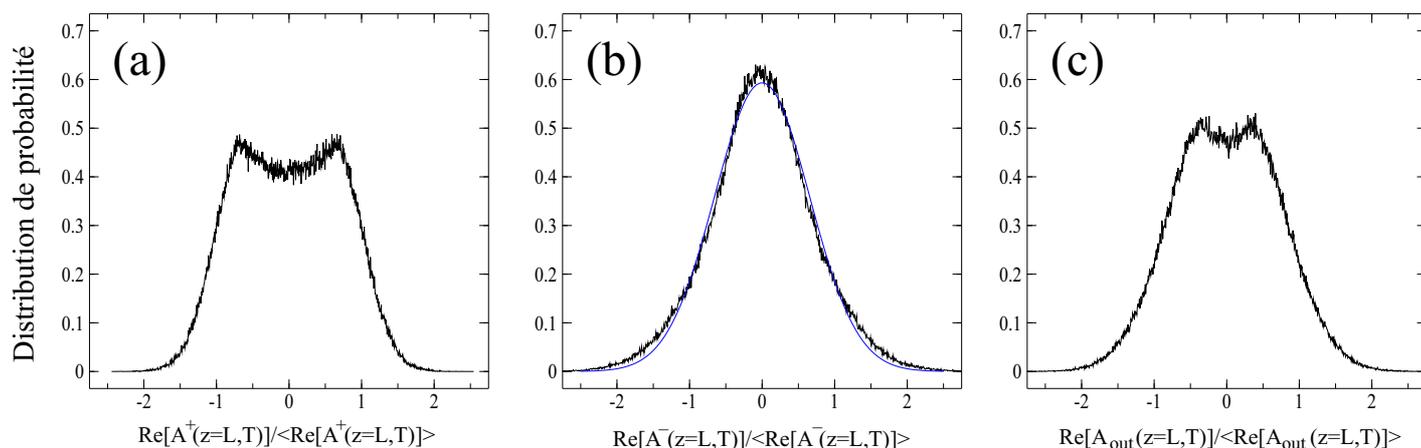


FIG. 2.22 – Distributions de probabilité incidente (a), réfléchie (b) et transmise (c) par le miroir de Bragg *FBG2* à  $P_1 = 3.6 W (\sim 10P_{th})$ . En bleu : approximation par une gaussienne.  $P_2 = 34 mW$ . Nombre de points/modes sur la figure : 1000. Les paramètres sont donnés par la légende de la figure 2.19.

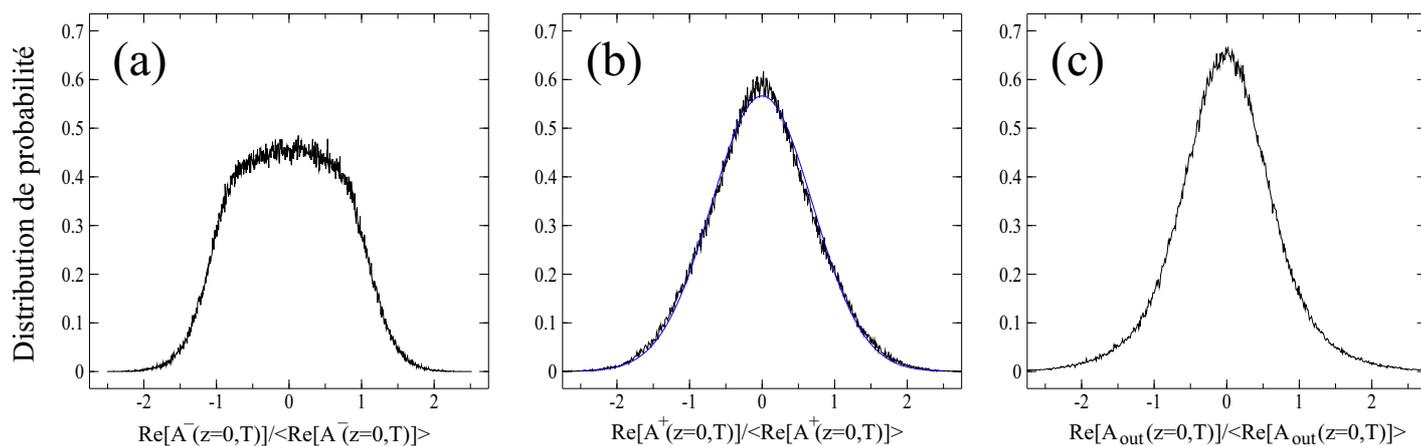


FIG. 2.23 – Distributions de probabilité incidente (a), réfléchie (b) et transmise (c) par le miroir de Bragg *FBG1* à  $P_1 = 3.6 W (\sim 10P_{th})$ . En bleu : approximation par une gaussienne.  $P_2 = 34 mW$ . Nombre de points/modes sur la figure : 1000. Les paramètres sont donnés par la légende de la figure 2.19.

- Distributions de probabilité à  $P_1 = 0.53 W$  ( $\sim 1.5P_{th}$ ) :

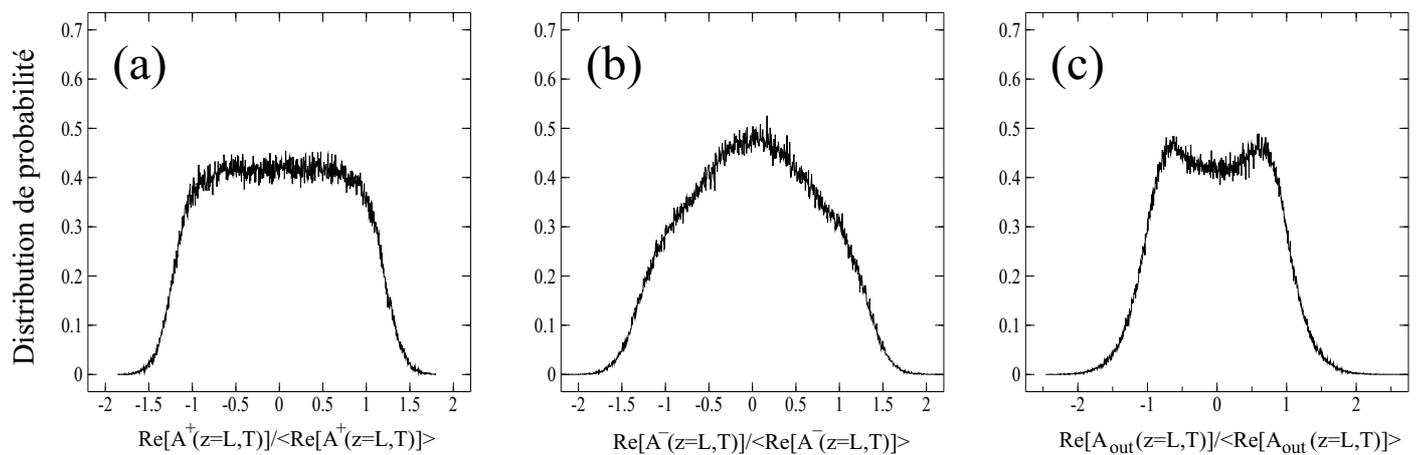


FIG. 2.24 – Distributions de probabilité incidente (a), réfléchie (b) et transmise (c) par le miroir de Bragg *FBG2* à  $P_1 = 0.53 W$  ( $\sim 1.5P_{th}$ ).  $P_2 = 0.28 W$ . Nombre de points/modes sur la figure : 1000. Les paramètres sont donnés par la légende de la figure 2.19.

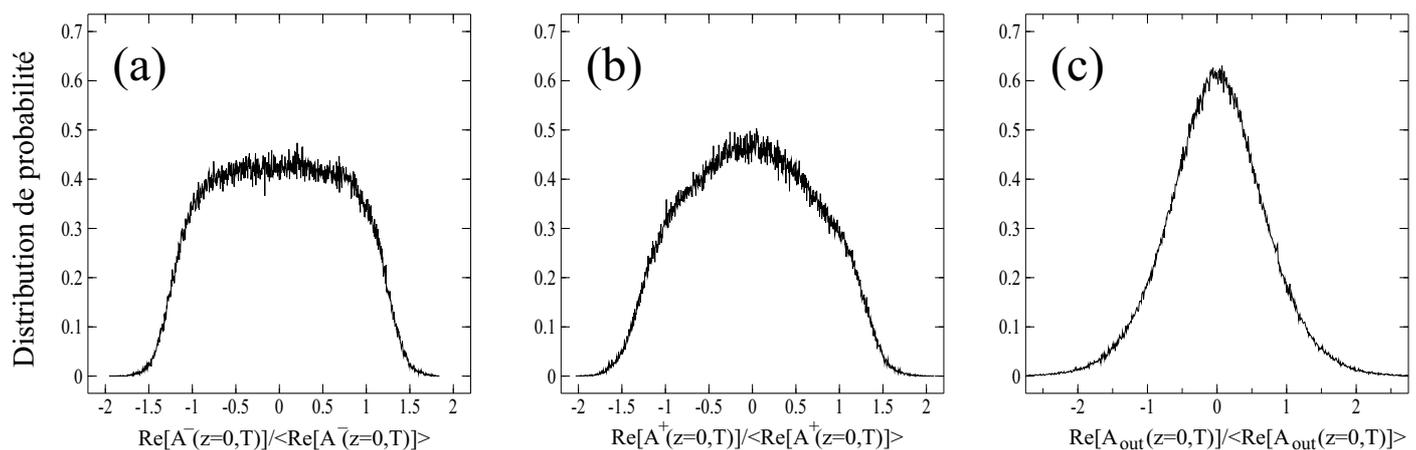


FIG. 2.25 – Distributions de probabilité incidente (a), réfléchie (b) et transmise (c) par le miroir de Bragg *FBG1* à  $P_1 = 0.53 W$  ( $\sim 1.5P_{th}$ ).  $P_2 = 0.28 W$ . Nombre de points/modes sur la figure : 1000. Les paramètres sont donnés par la légende de la figure 2.19.

De la même manière que dans les travaux de Churkin *et al* [11], nous montrons sur les figures 2.22, 2.23, 2.24 et 2.25 que la distribution de probabilité de la partie réelle de l'amplitude  $A(z, t)$  du champ électrique de l'onde Stokes est très dépendante du régime de puissance du laser (Churkin *et al* ont eux calculé numériquement la distribution de probabilité de l'intensité  $I(t)$  de l'onde Stokes).

Cependant, notre étude numérique nous permet d'aller plus loin dans nos conclusions : nous montrons ici que la distribution de probabilité de l'onde Stokes dépend fortement de sa position dans la cavité (formes différentes suivant que l'onde est au niveau du miroir *FBG2* ou *FBG1*), et du fait que celle-ci est incidente, réfléchie ou transmise par le miroir (formes très différentes en (a), (b) et (c) sur toutes les figures).

De plus, les figures 2.22, 2.23, 2.24 et 2.25 montrent que les distributions de probabilité de l'onde Stokes ne sont jamais de forme gaussienne quel que soit le régime de puissance du laser, hormis pour celles réfléchies par les miroirs de Bragg à forte puissance de pompe (figures 2.22-(b) et 2.23-(b)). Cela signifie, d'après notre modèle, qu'il existe toujours des corrélations entre les phases des modes de la cavité étant attribuées au mélange à quatre ondes.

Enfin, un des résultats les plus remarquables est celui observé sur les figures 2.22-(b) et 2.23-(b). Lorsque l'onde Stokes intracavité se réfléchit sur les miroirs de Bragg, la distribution de probabilité est gaussienne à forte puissance de pompe. Cela signifie que toutes les relations de phases acquises lors de la propagation de l'onde Stokes dans la fibre sont "gommées" lors de la réflexion sur les miroirs. Cette propriété importante des miroirs de Bragg mérite une étude plus approfondie qui sera menée dans des travaux ultérieurs.

A notre connaissance, ces résultats sur la statistique du champ sont nouveaux et ils constituent un point central de mes travaux de thèse. Ils ont fait par ailleurs l'objet d'un article publié à *Optics Letters* présenté en annexe de ce manuscrit.

### 2.4.3 Conclusions

Les résultats du modèle complet que nous avons développé ici nous permettent de tirer plusieurs conclusions sur le rôle joué par les miroirs de Bragg dans la formation du spectre optique du laser et les propriétés statistiques du champ Stokes intracavité :

Premièrement, les miroirs de Bragg introduisent des effets de phases sur l'onde Stokes lorsqu'elle se réfléchit sur ces derniers. Ces effets de phases sont si importants qu'ils induisent une forme asymétrique du spectre optique du laser Raman observée pour une puissance de pompe proche du seuil du laser. Dans le troisième chapitre de ce manuscrit, nous établirons un modèle simplifié du laser basé sur une approche en champ moyen et nous verrons que cette forme asymétrique du spectre est due aux effets de dispersion d'ordres supérieurs induits par les miroirs de Bragg.

Deuxièmement, l'étude numérique que nous avons menée sur la statistique du champ montre que la distribution de probabilité de l'onde Stokes dépend très fortement de la position de l'onde dans la cavité et si celle-ci est incidente, réfléchi ou transmise par les miroirs de Bragg. Cela implique que les futurs travaux visant à décrire les propriétés statistiques de l'onde Stokes dans un laser Raman à fibre devront distinguer le sens de propagation de l'onde Stokes ainsi que les champs incidents, réfléchis et transmis par les miroirs. Par ailleurs, notre étude montre également que la distribution de probabilité de l'onde Stokes n'est jamais gaussienne pour des régimes de puissance très au dessus du seuil et proche du seuil du laser Raman, hormis pour celles réfléchies par les miroirs de Bragg à forte puissance de pompe. Cela pose la question de la validité du modèle de Babin *et al* qui s'appuie sur la théorie cinétique des ondes pour décrire les propriétés spectrales du laser Raman à fibre. Nous rappelons que l'une des hypothèses fondamentales de cette théorie est la supposition que la distribution de probabilité du champ reste gaussienne durant toute l'évolution du système.

Cette question étant posée, il est intéressant d'examiner ce que donne le modèle de Babin *et al* si nous calculons à l'aide de la relation 1.51 la forme théorique du spectre optique pour les valeurs de paramètres de notre étude expérimentale :

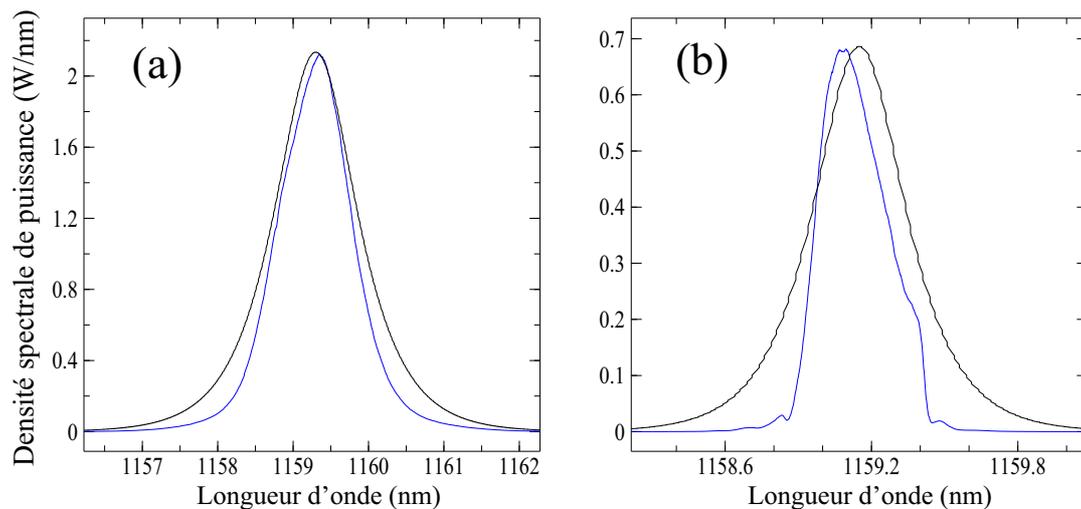


FIG. 2.26 – Comparaison entre le spectre expérimental (en bleu) issu de notre laser et théorique (en noir) donné par la relation 1.51 du modèle de Babin *et al* (section 1.3). (a) à  $P_1 = 3.6 \text{ W}$  ( $\sim 10P_{th}$ ). (b) à  $P_1 = 0.53 \text{ W}$  ( $\sim 1.5P_{th}$ ). Les spectres expérimentaux sont ceux incidents sur le miroir de Bragg *FBG2*. Paramètres :  $\gamma = 6 \text{ km}^{-1}\text{W}^{-1}$ ,  $L = 500 \text{ m}$ .  $I = 3.3 \text{ W}$ ,  $\delta_2 = 6 \text{ ps}^2$  et  $K = 1.4$  pour (a).  $I = 0.36 \text{ W}$ ,  $\delta_2 = 3.3 \text{ ps}^2$  et  $K = 0.83$  pour (b).

Nous avons utilisé pour le calcul des spectres théoriques de la figure 2.26 l’extension du modèle de Babin *et al* à une cavité de finesse faible [12]. Effectivement, étant données la réflectivité maximale du miroir de Bragg *FBG2* (80%) et les pertes supplémentaires induites par la présence des coupleurs intracavité *C1* et *C2* (voir tableau du paragraphe “calibration” dans la section 2.2.1), la finesse de la cavité de notre dispositif expérimental (figure 2.1) est faible.

Le modèle de Babin *et al* dans la référence [12] est quasiment identique à celui de la référence [8] présenté dans la section 1.3. La forme théorique du spectre est définie par les relations 1.51 et 1.52. Dans le cas d’une cavité de finesse faible, l’expression de  $\delta_{NL}$  est différente et vaut [12] :  $\delta_{NL} = K\gamma IL$ , où  $K$  est un paramètre d’ajustement,  $\gamma$  le coefficient de couplage Kerr,  $I$  la somme des intensités des deux ondes Stokes se propageant en sens inverses dans la cavité et  $L$  la longueur de la fibre. Les valeurs de  $I$  et  $\delta_2$  dans la légende de la figure 2.26 ont été mesurées expérimentalement (voir le chapitre 3 pour la valeur de  $\delta_2$ ). La valeur du paramètre  $K$  a été déterminée en jouant sur celle-ci de manière à obtenir un spectre optique théorique se rapprochant au maximum de celui mesuré expérimentalement.

La figure 2.26-(a) montre que le modèle de Babin *et al* ne permet pas de reproduire parfaitement le spectre expérimental, même avec un paramètre d’ajustement ( $K$ ). La largeur du spectre théorique est légèrement supérieure à celle du spectre expérimental, et les taux de décroissance des ailes des spectres sont différents. Les différences sont encore plus marquées sur le spectre à basse puissance (figure 2.26-(b)), où la forme asymétrique du spectre expérimental s’oppose fortement à la forme symétrique prédite par le modèle de Babin *et al*. Jouer sur la valeur du paramètre  $K$  pour diminuer la largeur du spectre théorique de la figure 2.26-(a) a pour effet d’augmenter simultanément l’amplitude maximale du spectre (relation 1.51). Le spectre théorique représenté sur la figure 2.26-(a) est le meilleur accord que nous avons réussi à obtenir compte tenu des autres paramètres mesurés expérimentalement. Changer la valeur de l’intensité  $I$  dans la limite de nos incertitudes de mesures (10%) ne permet pas non plus d’obtenir un spectre théorique en accord quantitatif avec l’expérience.

Cependant, en dehors du fait que le modèle de Babin *et al* dépend d’un paramètre d’ajustement pour ce type de cavité (finesse faible), nous pouvons constater sur la figure 2.26-(a) qu’il permet de capturer qualitativement la physique du système pour la forme du spectre incident sur le miroir

*FBG2* à forte puissance de pompe (sécante hyperbolique). Dans le cas des spectres réfléchis par les miroirs de Bragg, il n'y a pas d'accord qualitatif. Ceci est dû au modèle champ moyen de Babin *et al* qui est basé sur l'hypothèse que l'onde subit très peu de changements sur un tour de cavité. Bien évidemment, nous savons que ceci est faux en particulier à forte puissance (figure 2.4).

Dans le chapitre 3 qui suit, nous proposons un modèle en champ moyen qui décrit l'asymétrie du spectre observée à faible puissance de pompe en tenant compte des effets de dispersion induits par les miroirs de Bragg. De plus, ce modèle a l'intérêt de simplifier l'approche théorique que nous avons présentée ici. Effectivement, l'algorithme que nous avons utilisé pour intégrer numériquement l'équation de Schrödinger Non Linéaire généralisée associée aux conditions de réflexions de la cavité est relativement lourd à utiliser, en plus d'être onéreux en temps de calcul. Sur un plan plus conceptuel, il ne permet pas de comprendre par des arguments physiques simples le mécanisme responsable de la formation du spectre du laser. Le modèle du troisième chapitre, basé sur l'intégration d'une équation maîtresse, a l'avantage de regrouper dans la même équation l'ensemble des ingrédients physiques ayant une influence sur la formation du spectre, ce qui permet de mieux appréhender leur interaction.

## Troisième chapitre

## Chapitre 3

# Formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre : modèle en champ moyen

### 3.1 Introduction

L'étude expérimentale du chapitre précédent a mis en évidence l'existence d'une asymétrie dans la forme du spectre optique du laser Raman à fibre. Cette asymétrie, observée pour des puissances de pompe proches du seuil d'émission, disparaît totalement lorsque la puissance du laser augmente. Le modèle complet que nous avons proposé dans le chapitre 2 a permis de reproduire avec précision le spectre optique du laser et a montré que la forme asymétrique qu'il présentait prenait son origine dans la réflexion de l'onde Stokes sur les miroirs de Bragg. Plus particulièrement, nous avons montré que le déphasage induit sur l'onde Stokes se réfléchissant sur les miroirs de Bragg est responsable de cette asymétrie.

L'approche théorique que nous développons ici a pour objectif d'établir un modèle simple décrivant la formation du spectre optique du laser Raman à fibre. Ce modèle en champ moyen est différent du modèle complet du chapitre 2, car il permet de réduire au minimum le nombre d'ingrédients physiques ayant une influence sur la formation du spectre du laser. Bien que ce modèle champ moyen ne donne pas le spectre du laser de manière aussi quantitative et précise que celui du chapitre précédent, il apporte une bonne compréhension des mécanismes de formation du spectre optique puisque tous les effets physiques principaux agissant sur cette formation sont présents dans la même équation.

Par ailleurs, le modèle que nous proposons ici permet également d'identifier l'origine physique de la symétrisation du spectre optique observée pour une puissance de pompe très au dessus du seuil. Nous montrons ainsi en comparant le modèle complet du chapitre 2 et le modèle champ moyen présenté ici que les effets dispersifs des miroirs de Bragg responsables de l'asymétrie du spectre au voisinage du seuil sont totalement dominés à forte puissance de pompe par les effets de filtrage des miroirs. Nous montrerons alors que l'intégration numérique à forte puissance de notre équation maîtresse sans les effets de dispersion d'ordres supérieurs induits par les miroirs de Bragg ne reproduit pas les observations expérimentales. Cela pose de ce fait la question de la validité de certains travaux utilisant une approche en champ moyen et une équation maîtresse pour décrire les propriétés spectrales du laser Raman à fibre (modèles de Turitsyna *et al* et Babin *et al* présentés dans le premier chapitre de ce manuscrit).

## 3.2 Equation maîtresse : principe et application au laser Raman à fibre

### 3.2.1 Equation champ moyen de Haus

La théorie du blocage des modes au moyen de pertes saturables a été développée par Haus en 1975 afin de reproduire avec précision les régimes impulsionnels observés dans les lasers à modes bloqués [82]. L'idée générale du modèle de Haus repose sur une hypothèse forte : les changements subis par l'impulsion sur un tour de cavité sont faibles. Ainsi, chacun des effets physiques présents et agissant sur l'impulsion ne la modifie que faiblement.

Considérons un laser impulsionnel oscillant dans une cavité en anneau schématiquement représentée sur la figure 3.1 [93], dans laquelle les pertes linéaires, les pertes saturables, le gain, la dispersion d'ordre 2 et l'effet Kerr viennent affecter l'évolution tour après tour de l'impulsion [93]. D'après l'hypothèse du modèle champ moyen de Haus (variations faibles du champ sur un tour de cavité), ces différents effets physiques peuvent alors être découplés et placés dans n'importe quel ordre (effets physiques commutatifs).

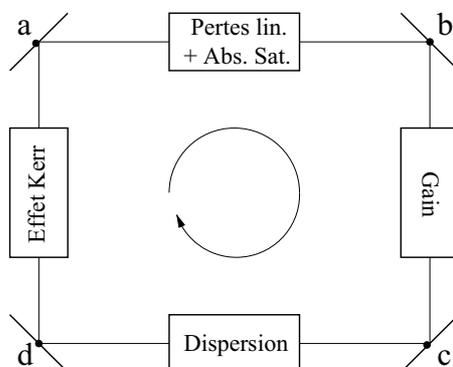


FIG. 3.1 – Représentation schématique de la cavité en anneau du modèle de Haus.

Dans la référence [93], Haus *et al* développent une équation aux dérivées partielles décrivant l'évolution temporelle de l'impulsion intracavité en évaluant l'impact de chacun des effets physiques précédemment cités sur l'évolution **temporelle** de l'amplitude complexe  $A(t)$  de l'enveloppe lentement variable du champ électrique. Le modèle de Haus *et al* est donc basé sur une approche en champ moyen, puisque l'évolution spatiale de l'amplitude de l'onde n'est pas considérée.

Ainsi, en notant  $\Delta A_{ij}$  les variations d'amplitude de  $A(t)$  lorsque l'onde traverse les tronçons  $ij$  de la cavité représentée sur la figure 3.1, les effets sur l'amplitude de chacun des ingrédients physiques s'expriment de la manière suivante [93] :

$$\Delta A_{ab} = -lA + \Gamma|A|^2A, \quad (3.1)$$

$$\Delta A_{bc} = g\left(1 + \frac{1}{\Omega_g^2} \frac{d^2}{dt^2}\right)A, \quad (3.2)$$

$$\Delta A_{cd} = i\frac{\beta_2}{2}L \frac{d^2A}{dt^2}, \quad (3.3)$$

$$\Delta A_{da} = -i\gamma|A|^2A. \quad (3.4)$$

Le terme 3.1 représente l'effet des pertes linéaires totales de la cavité ( $-lA$ ) ainsi que l'action de l'absorbant saturable ( $\Gamma|A|^2A$ ) sur l'enveloppe temporelle de l'impulsion. Les termes de dispersion  $\Delta A_{cd}$  et Kerr  $\Delta A_{da}$  sont eux identiques à ceux rencontrés dans l'équation de Schrödinger Non Linéaire [35]. La dérivée seconde apparaissant dans le terme  $\Delta A_{bc}$  est associée au fait que l'on

approxime la courbe de gain dans l'espace de Fourier par une parabole de largeur spectrale  $\Omega_g$  :

$$\left[1 + \frac{1}{\Omega_g^2} \frac{d^2}{dt^2}\right] A(t) \xleftrightarrow{TF} \left[1 - \frac{\omega^2}{\Omega_g^2}\right] A(\omega). \quad (3.5)$$

Dans le développement de leur modèle, Haus *et al* ont fait l'hypothèse que les variations de l'amplitude  $A(t)$  de l'impulsion sont faibles sur un tour de cavité. Ainsi, l'amplitude  $A_{n+1}(t)$  de l'impulsion au tour de cavité  $(n+1)$  s'exprime en fonction de l'amplitude  $A_n(t)$  du tour de cavité précédent au même endroit suivant la relation :

$$A_{n+1}(t) = A_n(t) + \Delta A_{total}, \quad (3.6)$$

où  $\Delta A_{total} = \Delta A_{ab} + \Delta A_{bc} + \Delta A_{cd} + \Delta A_{da}$ . Il vient alors :

$$A_{n+1}(t) - A_n(t) = -lA_n + i\frac{\beta_2}{2}L \frac{\partial^2 A_n}{\partial t^2} - i\gamma|A_n|^2 A_n + g\left(1 + \frac{1}{\Omega_g^2} \frac{d^2}{dt^2}\right)A_n + \Gamma|A_n|^2 A_n, \quad (3.7)$$

et en passant à la limite continue avec

$$A_{n+1} - A_n \longrightarrow \tau_{rt} \frac{dA}{dT} \quad (3.8)$$

nous obtenons l'équation maîtresse de Haus<sup>1</sup> :

$$\boxed{\tau_{rt} \frac{\partial A(T,t)}{\partial T} = -lA + i\frac{\beta_2}{2}L \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - i\gamma|A|^2 A + g\left(1 + \frac{1}{\Omega_g^2} \frac{d^2}{dt^2}\right)A + \Gamma|A|^2 A}, \quad (3.9)$$

où  $\tau_{rt} = \frac{L}{c}$  est le temps correspondant à un tour complet de la cavité en anneau de la figure 3.1. L'équation maîtresse 3.9 décrivant la propagation de l'impulsion intracavité fait apparaître deux échelles de temps différentes :

- Le temps "rapide"  $t$ , temps caractéristique des variations rapides du champ, inversement proportionnel à la largeur du spectre optique de l'onde.

- Le temps "lent"  $T$ , associé aux variations lentes du champ se manifestant sur une échelle de temps typique de l'ordre du temps de vie des photons dans la cavité.

Le succès de l'équation maîtresse 3.9 de Haus *et al* a fait qu'elle est encore de nos jours couramment utilisée pour décrire les régimes impulsionnels observés dans les lasers à modes bloqués [93–96].

## 3.2.2 Modèle champ moyen du laser Raman à fibre

### 3.2.2.1 L'équation maîtresse de Babin *et al*

L'utilisation de l'équation maîtresse développée par Haus *et al* pour décrire l'évolution d'une onde **continue** dans un laser **Raman** oscillant dans une cavité **Pérot-Fabry** de  **finesse élevée** n'a été faite que très récemment par Babin *et al* dans l'étude [8] (section 1.3).

Dans cette étude, l'équation maîtresse de Babin *et al* se présente sous la forme d'une équation différentielle décrivant l'évolution tour après tour de l'amplitude complexe d'un mode en prenant en compte le gain Raman, les pertes de la fibre, les pertes des miroirs, l'effet Kerr et la dispersion d'ordre 2 de la fibre [8] (équation 1.36 de la section 1.3) :

$$\tau_{rt} \frac{\partial A_n}{\partial T} - (g\bar{P}L - \alpha_s L)A_n + \frac{\delta_n}{2}A_n = -i\gamma L \sum_{l \neq 0} A_{n-l} \sum_{m \neq 0} A_{n-m} A_{n-m-l}^* e^{i\beta_2 m l \Delta^2 c T}. \quad (3.10)$$

Dans l'équation 3.10,  $g$  est le coefficient du maximum de gain Raman,  $\bar{P}$  la valeur moyenne de la puissance de pompe intracavité,  $\alpha_s$  le coefficient de pertes linéaires de la fibre à la longueur d'onde

---

<sup>1</sup>Haus Master Equation

de l'onde Stokes,  $L$  la longueur de la cavité (cavité Pérot-Fabry),  $\beta_2$  la dispersion d'ordre 2 de la fibre,  $\frac{\Delta}{2\pi} = \frac{1}{\tau_{rt}}$  l'intervalle spectral libre avec  $\tau_{rt} = \frac{2L}{c}$ . Enfin  $\delta_n = -\ln[R_1(\Omega_n)R_2(\Omega_n)]$  représente les pertes effectives des miroirs de Bragg où  $R_1(\Omega_n)$  et  $R_2(\Omega_n)$  sont les spectres de réflectivité des miroirs. Etant donnée la finesse relativement élevée de la cavité laser étudiée dans la référence [8], le spectre optique du laser a été décomposé sur les modes de la cavité d'amplitudes complexes  $A_n$  et de pulsations  $\Omega_n = n\Delta$ .

Le membre de droite de l'équation 3.10 provient du fait que l'écriture d'une équation pour l'amplitude complexe d'un mode  $A_n$  fait apparaître le couplage par effet Kerr du mode d'indice  $n$  aux modes d'indices  $n - l$ ,  $n - m$  et  $n - m - l$ .

Si nous transposons l'équation 3.10 dans l'espace direct à l'aide d'une transformée de Fourier inverse, nous obtenons l'équation aux dérivées partielles suivante, complètement équivalente dans l'espace direct  $(T, t)$  à l'équation 3.10 :

$$\tau_{rt} \frac{\partial A(T,t)}{\partial T} = -(\alpha_s L + \frac{\delta_0}{2})A + \frac{\delta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - i \frac{2L\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i2\gamma L |A|^2 A + gL\bar{P}A. \quad (3.11)$$

Les coefficients  $\delta_0$  et  $\delta_2$  proviennent de l'approximation dans l'espace de Fourier des pertes effectives  $\delta_n = -\ln[R_1(\Omega_n)R_2(\Omega_n)]$  par un polynôme d'ordre 2. Babin *et al* supposent en effet dans leur modèle que les pertes sont paraboliques en écrivant  $\delta_n \simeq \delta_0 + \delta_2 \Omega^2$ . Dans un laser Raman à fibre typique, le coefficient de courbure  $\delta_2$  vaut approximativement  $3 ps^2$  [8].

L'équation maîtresse 3.11 issue du modèle de Babin *et al* est similaire à l'équation maîtresse 3.9 développée dans le modèle de Haus *et al*. On retrouve dans les deux cas des pertes, du gain, de la dispersion d'ordre 2, de l'effet Kerr et un terme de diffusion lié à l'existence d'une courbure dans l'espace de Fourier. Cependant, la courbure est située au niveau du gain dans le modèle de Haus *et al* alors que dans le modèle de Babin *et al* elle porte sur les pertes effectives. De la même manière, le gain saturable est plat spectralement dans l'équation 3.11 alors que dans l'équation 3.9 ce sont les pertes qui sont saturables et indépendantes de  $\omega$ .

Enfin, il est important de remarquer que l'équation maîtresse 3.11 ne prend en compte que les effets de dispersion d'ordre 2 liés à la fibre optique. Les effets de phases induits par les miroirs de Bragg ne figurent pas dans cette équation, qui ne comporte que les effets d'amplitude des miroirs (coefficients  $\delta_0$  et  $\delta_2$ ). L'équation maîtresse de Babin *et al* telle qu'elle est écrite en 3.11 contient donc des termes qui ne peuvent en rien dissymétriser le spectre. Elle ne peut en aucun cas décrire le spectre asymétrique que nous avons observé dans notre étude expérimentale présentée précédemment (chapitre 2). Celle-ci doit être adaptée de manière à prendre en compte les effets de phases induits par les miroirs de Bragg. C'est ce que nous effectuons dans la section suivante.

### 3.2.2.2 Prise en compte des effets de phases des miroirs de Bragg

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent (section 2.4.2.1), le déphasage induit sur l'onde Stokes lorsqu'elle se réfléchit sur les miroirs de Bragg est à l'origine de la forme asymétrique du spectre optique observée à faible puissance de pompe (figure 2.7). Afin de prendre en compte les effets de phases des miroirs de Bragg dans notre modèle champ moyen présenté ici, nous pouvons calculer la dispersion d'ordre 2 induite par ces miroirs sur l'onde Stokes. Celle-ci se calcule à partir de la dérivée seconde de la phase  $\phi(\omega)$  des miroirs de Bragg *FBG1* et *FBG2* (voir section 1.1.3.1). La figure 3.2 représente cette dispersion déterminée à partir des déphasages représentés sur la figure 2.16.

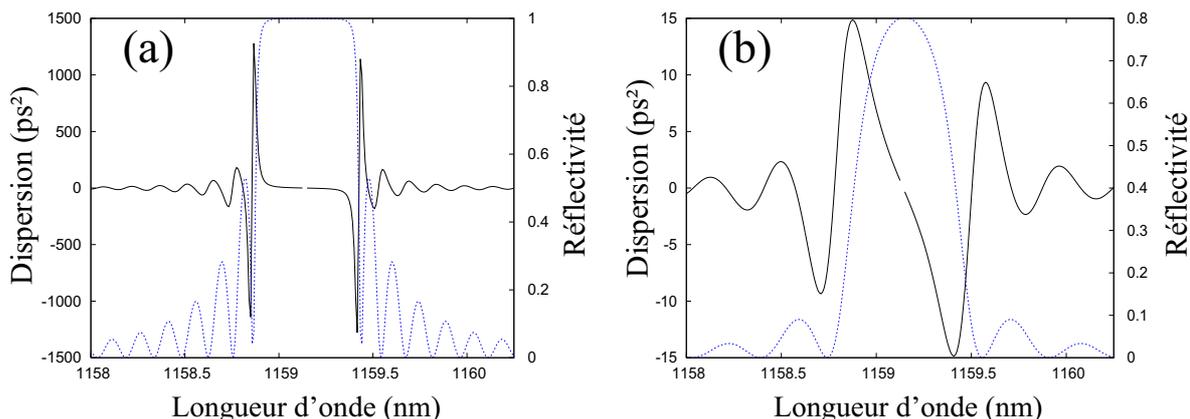


FIG. 3.2 – Dispersion d'ordre 2 (en noir) des miroirs de Bragg. (a) FBG1. (b) FBG2. En bleu : spectres de réflectivité en puissance des miroirs.

La figure 3.2 montre que la dispersion introduite par les miroirs de Bragg atteint son maximum sur les bords des miroirs et passe par zéro au centre de la courbe de réflectivité. Sur la bande de réflectivité des miroirs, la variation de la dispersion est 100 fois plus forte au niveau du miroir d'entrée FBG1 que sur le miroir de sortie FBG2. Ceci est dû à une courbure de la phase spectrale du miroir de Bragg FBG1 nettement plus prononcée aux alentours de 1158.9 nm et de 1159.4 nm (figure 2.16-(b)).

Lorsque le spectre optique de l'onde Stokes se réfléchissant sur les miroirs de Bragg s'étend sur toute la largeur du spectre de réflectivité, il est très important de remarquer que la dispersion introduite par les miroirs (très majoritairement par FBG1) est très importante devant la dispersion d'ordre 2 de la fibre intégrée sur un tour complet de la cavité (15.7 ps<sup>2</sup> pour 1 km de propagation, soit un aller et retour dans la fibre PMF de la cavité laser). Si nous définissons la dispersion totale de la cavité par

$$\beta_2^{cav}(\omega) = 2L\beta_2 + \frac{d^2}{d\omega^2}(\phi_1(\omega) + \phi_2(\omega)), \quad \omega = \frac{2\pi c}{\lambda}, \quad (3.12)$$

où  $\phi_i(\omega)$  ( $i = 1, 2$ ) est le déphasage induit par le miroir de Bragg FBG $i$  (figure 2.16), nous pouvons évaluer sur la figure 3.3 l'effet de la dispersion des miroirs sur les propriétés dispersives totales de la cavité (fibre PMF + miroirs de Bragg) :

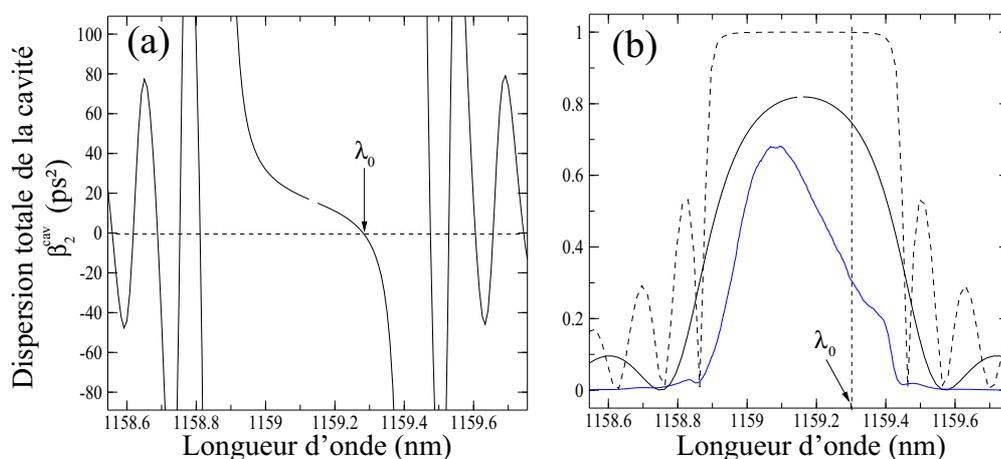


FIG. 3.3 – (a) Dispersion totale de la cavité  $\beta_2^{cav}$ . (b) Position du zéro de dispersion par rapport à la bande de réflectivité des miroirs (en noir) et du spectre optique du laser mesuré expérimentalement (en bleu).  $\lambda_0$  = longueur d'onde du zéro de dispersion.

La figure 3.3-(a) montre que la dispersion d'ordre 2 des miroirs de Bragg est tellement importante qu'elle a pour effet de décaler la longueur d'onde du zéro de dispersion de la fibre  $\lambda_{ZDW}$  de  $1400 \text{ nm}$  à  $\lambda_0 = 1159.3 \text{ nm}$ , dans la bande de réflectivité des miroirs de Bragg. Ceci constitue un des résultats principaux de mes travaux de thèse : la longueur d'onde  $\lambda_0$  étant différente de la longueur d'onde centrale  $\lambda_s$  des miroirs de Bragg (figure 3.3-(b)), il existe une asymétrie des effets dispersifs que nous interprétons comme étant responsable de l'asymétrie du spectre optique observée à faible puissance de pompe. A notre connaissance, ce phénomène n'a jamais été reporté dans la littérature.

Afin de décrire cette asymétrie du spectre optique dans notre modèle champ moyen présenté ici, nous allons ajouter à l'équation maîtresse de Babin *et al* 3.11 un terme de dispersion d'ordre supérieur induit par les miroirs de Bragg. Pour cela, nous approximons dans la bande de réflectivité des miroirs la dépendance en  $\omega$  de  $\beta_2^{cav}$  par une fonction linéaire représentée en bleu sur la figure 3.4.

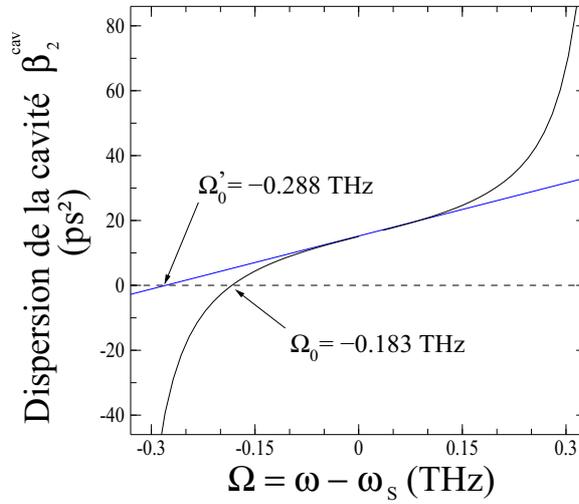


FIG. 3.4 – Approximation par une fonction linéaire (en bleu) de la dispersion totale de la cavité  $\beta_2^{cav}$  (en noir).

La dispersion totale de la cavité  $\beta_2^{cav}$  dans cette approximation s'écrit :

$$\beta_2^{cav}(\Omega) \simeq 2L\beta_2^{fibre} + \beta_3\Omega, \quad (3.13)$$

où  $\beta_3$  est la dispersion d'ordre 3 induite par les miroirs de Bragg. D'après la relation 3.13, la dispersion  $\beta_2^{cav}$  est approchée au premier ordre par une droite passant par zéro en  $\Omega'_0 = -2L\beta_2^{fibre}/\beta_3 = -288 \text{ GHz}$  (droite bleu sur la figure 3.4). Cette valeur de la fréquence du zéro de dispersion est différente de la valeur exacte  $\Omega_0 = -183 \text{ GHz}$  (correspondant à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 1159.3 \text{ nm}$  sur la figure 3.3), ceci est dû à l'ordre d'approximation utilisé pour reproduire la dispersion totale de la cavité. Il est possible de se rapprocher de la position réelle du zéro de dispersion en utilisant des termes de dispersion d'ordres supérieurs dans notre modèle. Cependant, nous verrons plus loin dans les résultats du modèle que la seule inclusion des termes en  $\beta_2$  et  $\beta_3$  donne qualitativement le comportement du spectre.

L'intégration du terme de dispersion  $\beta_3$  dans l'équation maîtresse 3.11 se fait de manière relativement simple : comme nous l'avons vu dans la présentation du modèle de Haus *et al* (section 3.2.1), il s'agit d'évaluer sur un tour de cavité l'effet du troisième ordre de la dispersion sur l'amplitude  $A(t)$  de l'onde Stokes intracavité. Celui-ci s'exprime à partir d'une dérivée troisième [35] :

$$\Delta A_{\beta_3} = \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3}. \quad (3.14)$$

L'équation 3.11 devient alors l'équation maîtresse suivante que nous avons développée pour reproduire les propriétés spectrales du laser Raman à fibre de notre étude expérimentale :

$$\tau_{rt} \frac{\partial A(T,t)}{\partial T} = -(\alpha_s L + \frac{\delta_0}{2}) A + \frac{1}{2} (\delta_2 - i2L\beta_2) \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i2\gamma L |A|^2 A + gL\bar{P}A + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3}. \quad (3.15)$$

La valeur numérique de  $\beta_3$  est obtenue à partir de l'expression de la dispersion totale de la cavité  $\beta_2^{cav}(\omega)$  définie en 3.12 et illustrée sur la figure 3.4. Sur cette courbe, le coefficient  $\beta_3$  représente la pente de  $\beta_2^{cav}(\Omega)$  en  $\Omega = 0$  :

$$\beta_3 = \left. \frac{d\beta_2^{cav}(\Omega)}{d\Omega} \right|_{\Omega=0} = 54.5 \text{ ps}^3. \quad (3.16)$$

Nous utiliserons par la suite cette valeur dans nos simulations.

Enfin, l'expression de  $\bar{P}$  dans l'équation 3.15 dépend de la configuration expérimentale du laser Raman à fibre (miroir de Bragg sur l'onde de pompe en sortie de cavité ou pas). Celle-ci s'obtient facilement à partir du modèle monomode de AuYeung et Yariv (section 1.2.2). Avec un miroir de Bragg sur l'onde de pompe l'expression est la suivante (modèle de Babin *et al* [8]) :

$$\bar{P} = P_0 \frac{1 - e^{-(2\alpha_p + 2\frac{\lambda_s}{\lambda_p} gI)L}}{\alpha_p L + \frac{\lambda_s}{\lambda_p} gLI}, \quad (3.17)$$

sans miroir de Bragg sur le rayonnement pompe (notre configuration expérimentale, figure 2.1), celle-ci devient :

$$\bar{P} = \frac{1}{L} \int_0^L P(z) dz = P_0 \frac{1 - e^{-(\alpha_p + 2\frac{\lambda_s}{\lambda_p} gI)L}}{\alpha_p L + 2\frac{\lambda_s}{\lambda_p} gLI}. \quad (3.18)$$

### 3.3 Exploitation du modèle

#### 3.3.1 Ordres de grandeur et normalisation de l'équation maîtresse

##### - Echelles de temps :

Afin de saisir le sens physique des échelles de temps présentes dans l'équation 3.15, nous allons donner les ordres de grandeur de leurs valeurs typiques.

Pour le temps "rapide", le temps caractéristique  $t_c$  d'évolution de l'onde est inversement proportionnel à la largeur du spectre optique du laser. Soit pour une largeur typique d'environ  $\Delta\lambda \simeq 1 \text{ nm}$  ( $\Delta\nu \simeq 300 \text{ GHz}$ ) :

$$t_c \simeq \frac{1}{\Delta\nu} \simeq 3 \text{ ps}. \quad (3.19)$$

Pour le temps "long", considérons le premier terme du membre de droite de l'équation 3.15 :

$$\tau_{rt} \frac{\partial A(T,t)}{\partial T} = -\frac{1}{2} (\delta_0 + 2\alpha_s L) A, \quad (3.20)$$

dont la solution triviale est :

$$A(T,t) = A(0,t) e^{-\frac{1}{2\tau_{rt}} (\delta_0 + 2\alpha_s L) T}. \quad (3.21)$$

L'expression 3.21 signifie que l'amplitude de l'onde Stokes décroît de manière exponentielle au cours du temps à cause des pertes totales de la cavité constituées des pertes linéaires de la fibre

( $\alpha_s$ ) et des pertes de réflexion sur les miroirs de Bragg<sup>2</sup> ( $\delta_0$ ). L'expression 3.21 permet de définir un temps caractéristique de décroissance  $T_c$ , aussi appelé temps de vie des photons dans la cavité, à partir duquel ces pertes sont significatives (amplitude de l'onde Stokes divisée par  $e$ ) :

$$T_c = \frac{2}{\delta_0 + 2\alpha_s L} \tau_{rt}. \quad (3.22)$$

$\delta_0 + 2\alpha_s L$  est de l'ordre de 1 ( $\delta_0 = 0.75$  et  $2\alpha_s L = 0.18$ ), ce qui donne à  $T_c$  une valeur de l'ordre de  $\tau_{rt} = \frac{2L}{c}$  largement supérieure au temps caractéristique  $t_c$  d'évolution rapide de l'onde :

$$T_c \simeq \tau_{rt} \simeq 3\mu s \gg t_c \simeq 3 ps. \quad (3.23)$$

Le temps "long" représente donc l'échelle de temps sur laquelle les effets physiques liés aux pertes de la cavité sont significatifs.

Nous pouvons également définir les échelles de temps liées à la dispersion ( $\beta_2, \beta_3$ ) et à la diffusion ( $\delta_2$ ) du système. Ainsi nous obtenons :

$$\tau_{\beta_2} = 2\pi \sqrt{\frac{2L\beta_2}{2}} \simeq 18 ps, \quad (3.24)$$

$$\tau_{\beta_3} = 2\pi \left(\frac{\beta_3}{6}\right)^{\frac{1}{3}} \simeq 13 ps, \quad (3.25)$$

$$\tau_{\delta_2} = 2\pi \sqrt{\frac{\delta_2}{2}} \simeq 8 ps, \quad (3.26)$$

avec les valeurs de paramètres suivantes :  $L = 500 m$ ,  $\beta_2 = 15.7 ps^2/km$ ,  $\beta_3 = 54.5 ps^3$  et  $\delta_2 = 3 ps^2$ .

#### - Seuil théorique du laser :

L'expression théorique du seuil d'émission à partir de l'équation 3.15 s'obtient en utilisant la condition d'oscillation du laser définie par l'égalité stricte entre les pertes de la cavité et le gain Raman (section 1.2.2) :

$$\frac{1}{2}(\delta_0 + 2\alpha_s L) = gL\bar{P}, \quad (3.27)$$

soit d'après 3.18 :

$$\frac{1}{2}(\delta_0 + 2\alpha_s L) = gLP_0^{th} \frac{1 - e^{-(\alpha_p + 2\frac{\lambda_s}{\lambda_p} gL)L}}{\alpha_p L + 2\frac{\lambda_s}{\lambda_p} gLI}. \quad (3.28)$$

Au seuil, l'intensité Stokes est nulle ( $I = 0$ ), ce qui donne pour l'expression de  $P_0^{th}$  :

$$P_0^{th} = \frac{\alpha_p(\delta_0 + 2\alpha_s L)}{2g(1 - e^{-\alpha_p L})} \simeq 350 mW, \quad (3.29)$$

pour les valeurs de paramètres suivantes :  $\alpha_p = 0.9 dB/km$ ,  $\delta_0 = 0.75$ ,  $\alpha_s = 0.8 dB/km$ ,  $L = 0.5 km$  et  $g = 12.3 dB/km/W$ . On peut remarquer que cette valeur du seuil d'oscillation est en bon accord avec le seuil de puissance du laser mesuré expérimentalement (section 2.2.1).

#### - Normalisation de l'équation maîtresse :

Afin de distinguer plus clairement la physique du système et d'éviter les zones de paramètres redondantes, nous avons procédé à la normalisation de l'équation 3.15, qui ne laisse apparaître que

<sup>2</sup>La valeur numérique de  $\delta_0$  dans notre modèle tient compte également des pertes de puissance introduites par les coupleurs intracavité  $C1$  et  $C2$  (figure 2.1). Ainsi,  $\delta_0 = -\ln[R_1(\Omega = 0)R_2(\Omega = 0)] = -\ln(0.73 \times 0.65) = 0.75$ . Les valeurs de  $R_1, R_2$  sont les mêmes que celles utilisées pour le calcul du seuil du laser dans l'expression 2.1.

les paramètres importants jouant un rôle dans la formation du spectre optique :

$$\boxed{\frac{\partial A(T,t)}{\partial T} = -A + (1 - i\beta_2) \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + i|A|^2 A + P_0 \frac{1 - e^{-(\alpha + gT)}}{\alpha + gI} A}, \quad (3.30)$$

avec  $I(T) = \int |A(T,t)|^2 dt$  et les changements de variables suivants :

$$T \frac{\delta_0 + 2\alpha_s L}{2\tau_{rt}} \rightarrow T, \quad (3.31)$$

$$t \sqrt{\frac{\delta_0 + 2\alpha_s L}{\delta_2}} \rightarrow t, \quad (3.32)$$

$$A' \sqrt{\frac{4\gamma L}{\delta_0 + 2\alpha_s L}} \rightarrow A. \quad (3.33)$$

Les paramètres normalisés sont :

$$P_0 \frac{2gL}{\delta_0 + 2\alpha_s L} \rightarrow P_0, \quad (3.34)$$

$$\frac{\lambda_s}{\lambda_p} \frac{g}{2\gamma} (\delta_0 + 2\alpha_s L) \rightarrow g, \quad (3.35)$$

$$\frac{\beta_3}{3} \sqrt{\frac{\delta_0 + 2\alpha_s L}{\delta_2^3}} \rightarrow \beta_3, \quad (3.36)$$

$$\frac{2L\beta_2}{\delta_2} \rightarrow \beta_2, \quad (3.37)$$

$$\alpha_p L \rightarrow \alpha, \quad (3.38)$$

$$P_0^{th} = \frac{\alpha}{1 - e^{-\alpha}}. \quad (3.39)$$

Dans la suite de ce manuscrit, l'équation maîtresse normalisée 3.30 est celle qui sera utilisée dans les simulations numériques présentées dans la section 3.3.2.

### 3.3.2 Simulations numériques : détermination du spectre optique du laser Raman

#### 3.3.2.1 Spectre optique au voisinage du seuil du laser

L'intégration numérique de l'équation 3.30 nécessite la détermination du coefficient de courbure des pertes effectives induites par les miroirs de Bragg *FBG1* et *FBG2* de notre laser (figure 2.1). La figure 3.5 représente l'évolution des pertes effectives  $-\ln(R_1 R_2)$  en fonction de  $\Omega$  calculée à partir des spectres de réflectivité  $R_1(\Omega)$  et  $R_2(\Omega)$  de la figure 2.15 (section 2.4) :

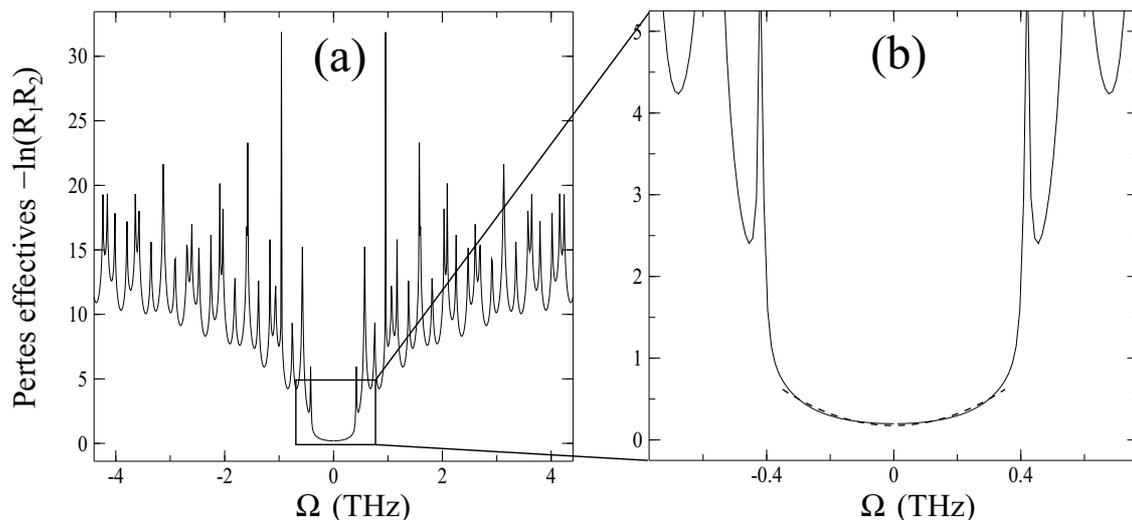


FIG. 3.5 – Evolution de  $-\ln(R_1 R_2)$  en fonction de  $\Omega$ . (a) Allure générale. (b) Zoom. En pointillés : approximation par un polynôme d'ordre 2 de type  $\delta_0 + \delta_2 \Omega^2$  pour  $\Omega$  compris entre  $-0.4$  et  $0.4$  THz.

Comme dans le modèle de Babin *et al* [8], nous approximations dans notre modèle les pertes effectives des miroirs de Bragg par une parabole représentée en pointillés sur la figure 3.5-(b). De cette manière, les pertes effectives s'écrivent  $-\ln(R_1 R_2) \simeq \delta_0 + \delta_2 \Omega^2$  et la valeur numérique du coefficient de courbure  $\delta_2$  dépend de l'intervalle spectral sur lequel nous procédons à cette approximation. Entre  $-0.4$  et  $0.4$  THz, bande spectrale sur laquelle s'étend le spectre optique du laser pour une puissance de pompe valant  $1.5P_{th}$ , la valeur de  $\delta_2$  est de  $3.3$  ps<sup>2</sup>. Cette valeur du coefficient de courbure sera par la suite utilisée dans nos simulations.

Nous avons procédé à l'intégration numérique de l'équation maîtresse 3.30 pour des valeurs de paramètres correspondant aux expériences effectuées à faible puissance de pompe ( $P_0 = 1.5P_0^{th}$ , section 2.2). L'algorithme numérique utilisé est une méthode de Runge-Kutta à pas et ordre variables et une méthode pseudo-spectrale [62]. Nous partons dans nos simulations d'une condition initiale bruitée (spectre plat et phases des modes aléatoires), la figure 3.6 représente le spectre optique de l'onde Stokes intracavité issu de l'équation 3.30, comparé au spectre optique mesuré expérimentalement :

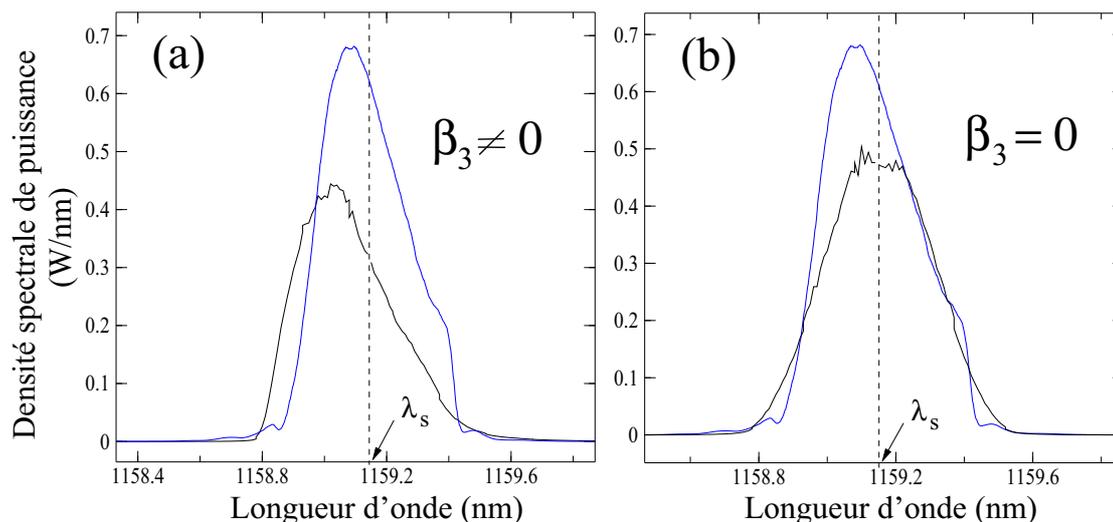


FIG. 3.6 – Comparaison des spectres optiques expérimentaux et calculés numériquement (Eq. 3.30) à  $P_0 = 1.5P_0^{th}$ . En noir : simulation, en bleu : expérience ( $S_{I2}$ ). (a)  $\beta_3 = 2.94$ . (b)  $\beta_3 = 0$ . Paramètres :  $\beta_2 = 4.76$ ,  $g = 0.22$ ,  $\alpha = 0.10$ . Nombre de points/modes dans le spectre : 500.  $\lambda = \lambda_s$  correspond à  $\Omega = 0$  sur la figure 3.4.

Les simulations numériques présentées sur la figure 3.6-(a) montrent qu’au voisinage du seuil du laser, le spectre optique en noir présente une asymétrie très similaire à celle du spectre optique expérimental en bleu. Cette asymétrie est due à la présence de la dispersion d’ordre 3 dans l’équation 3.30. Effectivement, en annulant la valeur de  $\beta_3$  l’asymétrie disparaît totalement et le spectre optique présente une forme bien symétrique qui n’est en rien comparable avec celle qui est observée expérimentalement (figure 3.6-(b)).

Nous rappelons que la présence du terme de dispersion d’ordre 3 est due au déphasage induit par les miroirs de Bragg sur l’onde Stokes s’y réfléchissant qui introduit une variation très forte de la dispersion d’ordre 2 dans la bande de réflectivité des miroirs (figure 3.3). La figure 3.6 démontre que la forme asymétrique du spectre du laser Raman apparaissant au voisinage du seuil du laser est due aux effets de dispersion d’ordres supérieurs induits par les miroirs de Bragg. A notre connaissance, cette interprétation est totalement nouvelle et elle a fait l’objet d’un article publié à *Optics Letters* et présenté en annexe de ce manuscrit.

Les effets de dispersion d’ordres supérieurs étant dus majoritairement à la présence du miroir de Bragg *FBG1* de réflectivité maximale égale à 99%, les lasers Raman à fibre constitués d’au moins un miroir de Bragg de ce type doivent a priori présenter un spectre optique asymétrique pour des puissances de pompe proches du seuil du laser. En effet, la figure 1.15-(a) extraite de la référence [6] montre bien l’existence d’un spectre asymétrique à faible puissance de pompe similaire à celui observé dans notre étude expérimentale (spectre (ii)). L’étude expérimentale de Babin *et al* [8] (section 1.3), dans laquelle le laser Raman est constitué de deux miroirs de Bragg de réflectivités maximales, ne fait pas état de cette asymétrie du spectre optique lorsqu’il est observé près du seuil du laser. Cette asymétrie est un effet fin qu’il n’est possible d’observer qu’en réalisant une expérience soignée et il est probable qu’il ait de ce fait échappé aux observations antérieures. La figure 3.6 montre donc que le modèle de Babin *et al* est incomplet, car il ne prend pas en compte les effets de dispersion d’ordres supérieurs induits par les miroirs de Bragg.

Enfin, nous remarquons sur la figure 3.6-(a) que les maxima des spectres numérique et expérimental ne sont pas exactement confondus. Cette différence peut être due à la valeur de  $\beta_3$  utilisée dans nos simulations qui, rappelons le, n’a pas fait l’objet d’une mesure expérimentale (valeur obtenue à partir du profil spectral théorique du déphasage des miroirs sur la figure 2.16), mais aussi aux effets de filtrage des miroirs non pris en compte dans notre modèle champ moyen présenté ici (voir section 3.3.3). Une fois encore, nous rappelons que l’objectif ici n’est pas d’obtenir une description

quantitative du spectre optique du laser mais de montrer que sa formation est influencée par les effets dispersifs des miroirs de Bragg.

### 3.3.2.2 Spectre optique à forte puissance de pompe

A plus forte puissance de pompe ( $P_1 = 3.6 W$  figure 2.3), le spectre optique s'étend sur plusieurs nanomètres. Nous devons donc réajuster la valeur du paramètre de courbure  $\delta_2$  des pertes effectives déterminée auparavant pour une puissance de pompe au voisinage du seuil ( $P_1 = 0.53 W$ ). La figure 3.7-(a) permet de comparer la largeur du spectre optique à  $P_1 = 3.6 W$  à la largeur des pertes effectives des miroirs de Bragg :

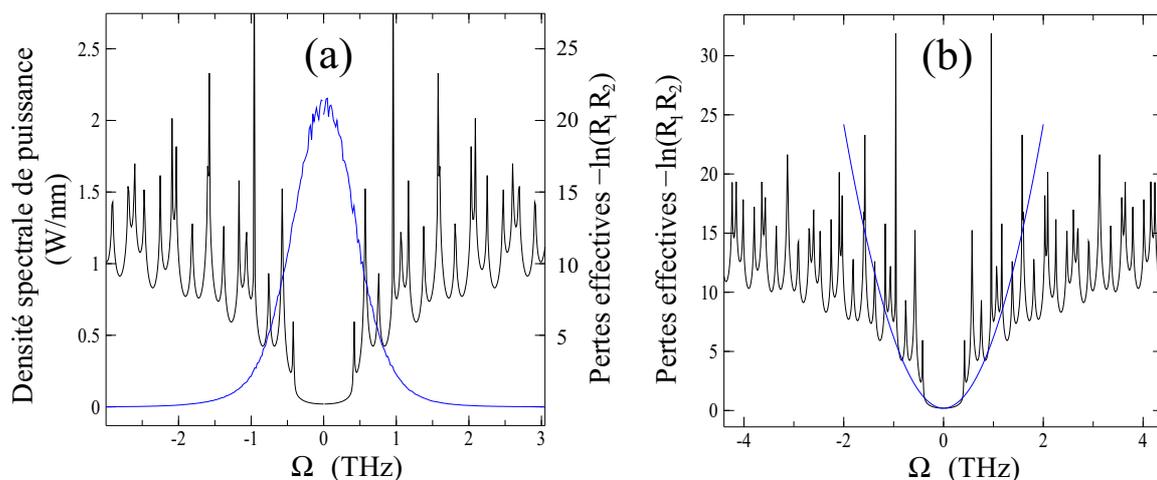


FIG. 3.7 – (a) Comparaison entre la largeur des pertes effectives (en noir) et la largeur du spectre optique (en bleu) à  $P_1 = 3.6 W$  ( $\sim 10P_{th}$ ). (b) Approximation par une parabole tracée en bleu entre  $-2$  et  $2 THz$ .

La figure 3.7-(a) montre que le spectre optique du laser à  $P_1 = 3.6 W$  s'étend sur un intervalle spectral allant de  $-2$  à  $2 THz$ . Etant donnée l'allure complexe du profil des pertes effectives sur cette plage spectrale, il est difficile de l'approximer de manière précise par un polynôme d'ordre 2 uniquement. Néanmoins, nous pouvons toujours chercher à approcher raisonnablement la forme générale de ces pertes avec une parabole tracée en bleu sur la figure 3.7-(b). Babin *et al* ont d'ailleurs utilisé la même approximation pour approcher les pertes effectives des miroirs de Bragg dans leur étude [8]. Dans notre cas, la valeur du coefficient de courbure  $\delta_2$  de la parabole illustrée sur la figure 3.7-(b) est de  $6 ps^2$  et elle sera utilisée pour les simulations numériques présentées ci-dessous.

L'intégration numérique de l'équation 3.30 pour  $P_0 = 10P_{th}$  et  $\delta_2 = 6 ps^2$  donne le spectre optique tracé en noir sur la figure 3.8 :

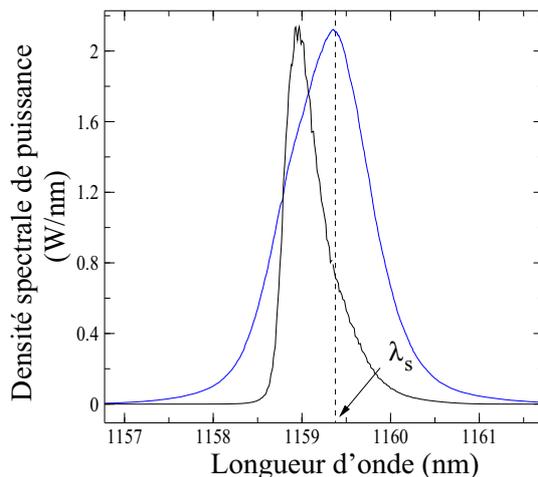


FIG. 3.8 – Comparaison des spectres optiques expérimental et calculé numériquement (Eq. 3.30) à  $P_0 = 10P_0^{th}$ . En noir : simulation, en bleu : expérience ( $S_{I2}$ ). Paramètres :  $\beta_3 = 1.2$ ,  $\beta_2 = 2.6$ ,  $g = 0.22$ ,  $\alpha = 0.10$ . Nombre de points/modes dans le spectre : 500.

La figure 3.8 montre que le spectre numérique calculé avec l'équation maîtresse 3.30 reste asymétrique à forte puissance de pompe. Ce résultat en totale opposition avec les observations expérimentales est dû au fait que l'équation maîtresse 3.30 ne peut pas décrire qualitativement la formation du spectre optique du laser Raman pour des puissances de pompe très au dessus du seuil du laser. La symétrisation du spectre optique à forte puissance de pompe visible sur le spectre expérimental tracé en bleu sur la figure 3.8 peut être dûe à deux raisons différentes :

- Soit il s'agit d'effets dispersifs d'ordres supérieurs ne figurant pas dans l'équation maîtresse 3.30 (ordre d'approximation de la dispersion totale  $\beta_2^{cav}$  insuffisant).
- Soit il s'agit d'un effet de filtrage des miroirs de Bragg non pris en compte dans l'équation 3.30 (ordre d'approximation des pertes effectives  $-\ln(R_1 R_2)$  trop petit).

En effet, comme le modèle complet de la section 2.4 décrit très bien le spectre optique du laser Raman à forte puissance de pompe, cela implique qu'il y a dans ce modèle un effet physique n'étant pas présent dans l'équation maîtresse 3.30. Les deux seules différences existantes entre le modèle complet et le modèle en champ moyen proposé ici sont les approximations faites sur la dispersion de la cavité et le profil spectral des pertes de réflexion. Les autres effets physiques sont identiques dans les deux modèles. Dans la section 3.3.3 nous discutons les différences entre le modèle complet et le modèle champ moyen et nous identifions l'effet physique responsable de la symétrisation du spectre optique à forte puissance de pompe.

### 3.3.3 Origine de la symétrisation du spectre à forte puissance de pompe

Dans cette section, nous cherchons à comprendre quelle est l'origine physique de la forme symétrique du spectre optique observé à forte puissance de pompe. La figure 3.8 montre que l'équation maîtresse 3.30 ne décrit pas la physique du système à haute puissance, nous proposons donc d'utiliser à nouveau le modèle complet de la section 2.4 pour expliquer ce phénomène.

Afin de déterminer si les effets dispersifs d'ordres supérieurs induits par les miroirs de Bragg n'étant pas pris en compte dans l'équation maîtresse 3.30 sont responsables de la symétrisation du spectre, nous allons "jouer" sur le déphasage des miroirs de Bragg et observer s'il existe un effet éventuel sur la forme du spectre optique. La figure 3.9 représente trois simulations numériques issues de l'intégration de l'équation 2.7 du modèle complet pour lesquelles le déphasage des miroirs a été volontairement modifié.

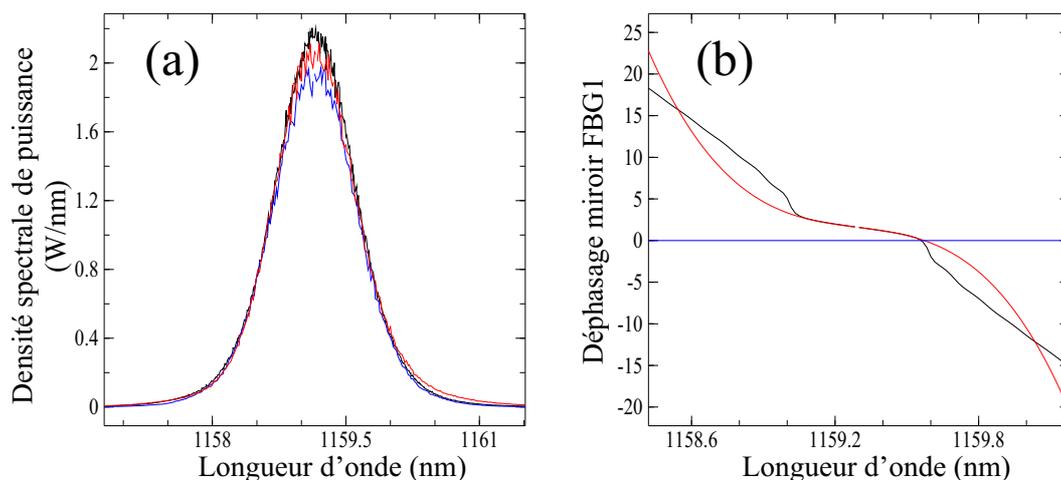


FIG. 3.9 – (a) Spectres numériques à  $P_1 = 3.6 W$  issus de l'équation 2.7 du modèle complet pour différents déphasages des miroirs de Bragg. (b) Déphasage du miroir *FBG1*, en noir : déphasage réel (figure 2.16), en bleu : déphasage nul, en rouge : déphasage approximé par un polynôme d'ordre 3. Les spectres numériques correspondant sont tracés avec les mêmes couleurs. Les paramètres de la simulation sont donnés dans la légende de la figure 2.19.

Les simulations numériques de la figure 3.9-(a) montrent que le spectre optique à haute puissance ne dépend absolument pas des effets de phase des miroirs de Bragg. La forme du spectre est identique quel que soit le profil du déphasage des miroirs (exemple avec le miroir *FBG1* sur la figure 3.9-(b)). Le déphasage tracé en rouge sur la figure 3.9-(b) induit des effets dispersifs du même ordre que ceux dans l'équation maîtresse 3.30 ( $\beta_3$ ), sans qu'ils induisent pour autant un spectre optique (en rouge sur la figure 3.9-(a)) de forme asymétrique comme celui observé sur la figure 3.8. Par conséquent, la symétrisation du spectre à forte puissance de pompe visible sur la figure 3.8 (en bleu) ne peut pas être dûe à des effets de dispersion d'ordres supérieurs induits par les miroirs de Bragg n'étant pas pris en compte dans l'équation maîtresse 3.30.

La symétrisation du spectre optique pour une puissance de pompe très au dessus du seuil observée dans notre étude expérimentale (figure 2.3) provient donc du fait que les coefficients de réflexion en puissance des miroirs de Bragg sont symétriques. A haute puissance, les effets dispersifs des miroirs ne jouent plus de rôle et l'action de filtrage des miroirs de Bragg devient dominante. Si nous prenons une valeur de  $\beta_3$  égale à 0 (ce qui est équivalent à négliger les effets de phases des miroirs de Bragg) l'intégration numérique de l'équation maîtresse 3.30 à forte de puissance de pompe donne le spectre théorique en bleu illustré sur la figure 3.10.

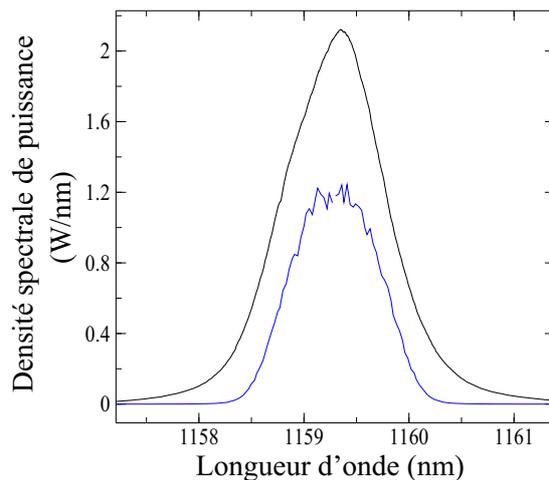


FIG. 3.10 – Comparaison entre le spectre expérimental (en noir) incident sur  $FBG2$  à  $P_1 = 10P_{th}$  et le spectre numérique (en bleu) issu de l'équation 3.30 à  $P_0 = 10P_0^{th}$  et pour  $\beta_3 = 0$ . Paramètres :  $\beta_2 = 2.6$ ,  $g = 0.22$ ,  $\alpha = 0.10$ . Nombre de points/modes dans le spectre : 500.

La simulation de la figure 3.10 montre qu'en négligeant les effets de dispersion induits par les miroirs de Bragg ( $\beta_3 = 0$ ) à haute puissance de pompe, le spectre optique en bleu provenant de l'équation maîtresse 3.30 est bien entendu symétrique. Cependant il n'est pas quantitativement comparable au spectre optique symétrique observé expérimentalement très au dessus du seuil (spectre en noir figure 3.10). L'équation maîtresse 3.30 sans les effets de phase des miroirs de Bragg ne peut donc pas non plus décrire quantitativement le spectre optique du laser à forte puissance de pompe.

En effet, à forte puissance de pompe, lorsque la largeur du spectre est supérieure à la bande de réflectivité des miroirs de Bragg, les pertes de puissance des fréquences situées en dehors de la bande de réflectivité sont très importantes (voir figure 2.4 du précédent chapitre). Ces fortes pertes sont en dehors des limites de validité de l'équation maîtresse, pour laquelle nous avons fait l'hypothèse que les variations d'amplitude de l'onde Stokes sur un tour de cavité sont très faibles (approche en champ moyen). Par conséquent, l'approche basée sur une équation maîtresse visant à décrire la formation du spectre optique du laser Raman à fibre n'est pertinente que pour un spectre optique restant confiné dans la bande de réflectivité des miroirs de Bragg.

Il est très important de remarquer que l'équation maîtresse 3.30 sans les effets de dispersion d'ordres supérieurs ( $\beta_3 = 0$ ) avec laquelle nous avons déterminé le spectre numérique de la figure 3.10 est identique à l'équation maîtresse 3.11 développée par Babin *et al* (seule la valeur de  $\bar{P}$  est différente). La simulation de la figure 3.10 pose donc la question de la validité des approches de modélisation de Babin *et al* et de Turitsyna *et al* qui utilisent cette équation pour décrire les propriétés spectrales du laser Raman à fibre pour des régimes de puissance bien au dessus du seuil du laser.

### 3.4 Conclusions

Bien que le modèle basé sur une équation maîtresse que nous avons développé dans ce chapitre ne permette pas de décrire de manière quantitative le spectre optique du laser Raman, il nous a permis de comprendre certains aspects de la formation du spectre optique de l'onde Stokes :

- Premièrement, lorsque le spectre optique est contenu dans la bande de réflectivité des miroirs, à des puissances de pompe proches du seuil du laser, celui-ci présente une forme asymétrique dûe aux effets dispersifs d'ordres supérieurs induits par les miroirs de Bragg. Ils ont pour conséquence

de déplacer la longueur d'onde du zéro de dispersion de la cavité dans la bande de réflectivité des miroirs de Bragg, ce qui entraîne une variation très forte de la dispersion dans cet intervalle spectral et donc une asymétrie du spectre.

- Deuxièmement, les effets de dispersion induits par les miroirs de Bragg semblent être négligeables à plus fortes puissances de pompe. En effet le spectre optique du laser se symétrise progressivement lorsque la puissance de pompe augmente et semble être insensible au fait qu'il se développe simultanément dans deux régimes de dispersion différents (normale et anormale). Si à faible puissance la formation du spectre est fortement influencée par la dispersion induite par les miroirs de Bragg, à forte puissance, cette formation est dominée par l'action de filtrage des miroirs.

Cependant, l'utilisation d'une équation maîtresse pour décrire quantitativement les propriétés spectrales du laser Raman à fibre est assez délicate. En effet, ce modèle est basé sur une approche en champ moyen qui consiste à supposer que l'amplitude de l'onde Stokes subit très peu de variations sur un tour de cavité. Le modèle champ moyen ne décrit donc que l'évolution temporelle du spectre optique intracavité moyen, et il ne peut en aucun cas expliquer les formes très différentes du spectre observées expérimentalement avant et après réflexion sur les miroirs de Bragg (figure 2.4). Plus particulièrement, à forte puissance de pompe, le spectre du laser Raman est si large qu'il dépasse la bande de réflectivité des miroirs de Bragg. Celui-ci subit alors de profonds changements de forme lorsqu'il se réfléchit sur les miroirs (voir figure 2.3), ce qui rend de ce fait l'hypothèse des faibles variations d'amplitude sur un tour de cavité totalement fautive pour ce régime de puissance.

Compte tenu de ces remarques, notre étude pose la question de la validité des modèles de Turitsyna *et al* [9, 10] et Babin *et al* [8] présentés dans le premier chapitre. Ces auteurs utilisent une équation maîtresse développée par Babin *et al* pour décrire les propriétés spectrales du laser Raman à fibre à divers régimes de puissance. En particulier, Babin *et al* démontrent analytiquement à partir d'une approche statistique de leur équation maîtresse (quasiment identique à la notre) que le spectre optique du laser présente une forme en sécante hyperbolique en excellent accord avec leur expérience quelle que soit la puissance du laser et la finesse de la cavité. Or :

1) La figure 3.10 montre que l'équation maîtresse ne décrit pas quantitativement le spectre du laser Raman à fibre oscillant dans une cavité de finesse faible.

2) L'approche statistique de Babin *et al* dépend d'un paramètre d'ajustement dans cette zone de paramètre (cavité faible finesse).

3) Nos spectres expérimentaux ne présentent pas toujours une forme en sécante hyperbolique (figure 2.26).

Ces trois remarques étant énoncées, dans le chapitre suivant nous présentons quelques perspectives de réflexions sur l'utilisation ou non de la théorie cinétique des ondes pour décrire la formation du spectre optique du laser Raman à fibre.

## Quatrième chapitre

## Chapitre 4

# Approche statistique de la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre : perspectives de travail

### 4.1 Introduction

Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre (section 1.3), un des tous derniers modèles cherchant à décrire la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre est basé sur une approche statistique du champ [8]. Le modèle de Babin *et al* consiste à supposer que le nombre de modes en interaction non linéaire dans le spectre du laser est si important qu'une description moyenne du processus d'interaction peut être envisagée. Ainsi, les auteurs proposent d'utiliser pour la première fois les concepts de la *théorie cinétique des ondes* pour décrire la formation du spectre du laser Raman. Selon Babin *et al*, la formation du spectre optique résulte d'un mécanisme d'échange d'énergie entre les modes de la cavité que les auteurs attribuent à un processus faiblement turbulent induit par l'effet Kerr.

La *théorie de la turbulence faible* ou *théorie cinétique des ondes* [17, 72–75], a été élaborée à l'origine dans les contextes de l'hydrodynamique [15, 16] et de la physique des plasmas [13, 14, 97] pour essayer de décrire les phénomènes de turbulence développée y étant observés [17]. Par opposition à la turbulence forte, la théorie de la turbulence faible traite des ondes se propageant dans des milieux faiblement non linéaires dominés par des effets dispersifs. Le problème général de la turbulence d'ondes concerne les systèmes caractérisés par un très grand nombre de degrés de liberté. Elle permet de décrire entre autres les phénomènes de cascades Kolmogorov-Zakharov observés dans des systèmes possédant un terme “source” d'énergie situé à des grandes échelles spatiales et un terme de “pertes” localisé lui aux petites échelles d'espace. Lorsque ces deux échelles spatiales sont bien séparées par une *zone inertielle* (intervalle spectral sans pertes ni gain), cela entraîne une redistribution de l'énergie de sorte que le spectre hors équilibre est caractérisé par une *loi d'échelle* s'étalant sur la totalité du domaine spectral borné par les fréquences de gain et de pertes. Le problème fondamental de cette théorie est alors de déterminer cette loi d'échelle pour le système étudié.

La théorie cinétique des ondes permet également de décrire des phénomènes d'équilibre au sens thermodynamique observés dans le cadre de systèmes hamiltoniens (non dissipatifs). La théorie cinétique des ondes conduit au développement d'une équation cinétique qui décrit la dynamique à long terme de la densité spectrale du champ. Cette équation a des propriétés semblables à l'équation de Boltzmann pour les gaz dilués. Elle décrit l'évolution du spectre optique de l'onde vers un état d'équilibre thermodynamique irréversible, et ce malgré la réversibilité formelle des équations de propagation. L'évolution irréversible de l'onde vers cet état d'équilibre se traduit par un théorème *H*, caractérisant la propriété du système à augmenter en permanence son entropie.

Ce n'est que très récemment que la théorie cinétique des ondes a été appliquée à l'optique

[74, 76–79, 98, 99]. La possibilité d’appliquer cette théorie pour décrire la propagation simple de champs optiques partiellement cohérents provient de l’hypothèse que ceux-ci possèdent une statistique gaussienne. Une façon simple de se représenter une image de cette hypothèse est de considérer que les phases spectrales des champs sont aléatoires et très peu corrélées lors de l’évolution du système. Toutefois, si cette théorie a été appliquée jusqu’ici pour la description de la propagation de champs incohérents dans des systèmes hamiltoniens, Babin *et al* sont les premiers à l’avoir utilisée en optique dans le système dissipatif que constitue le laser Raman à fibre [8]. Bien que la théorie cinétique des ondes semble être un outil intéressant pour décrire les propriétés spectrales de ce système optique, le laser Raman à fibre possède des caractéristiques intrinsèques qui le font sortir du cadre traditionnel d’application de cette théorie. En effet, il n’existe pas dans le laser Raman de zone inertielle (pertes de la cavité et gain Raman sur toute la bande spectrale de l’onde Stokes). Par ailleurs, l’équation champ moyen développée dans le chapitre 3 qui décrit la dynamique du laser Raman à fibre est identique à l’équation de Ginzburg-Landau à couplage global. Elle est aussi très proche de l’équation de Schrödinger Non Linéaire à une dimension qui est intégrable. Or, comme nous le verrons dans le paragraphe 4.2, la théorie cinétique des ondes prédit dans le cas d’un système intégrable une évolution nulle du spectre optique de l’onde (spectre optique constant). Par conséquent, l’approche statistique proposée par Babin *et al* est a priori non conventionnelle si l’on se place du point de vue de l’approche traditionnelle introduite par Zakharov *et al* [17]. Malgré cela, la solution analytique stationnaire de l’équation cinétique qu’ils développent est selon Babin *et al* en très bon accord quantitatif avec le spectre optique mesuré expérimentalement.

Par conséquent, afin d’apporter des éléments de réflexion sur la possibilité ou non de décrire la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre grâce aux concepts de la théorie cinétique des ondes, nous développons dans ce chapitre une équation cinétique pour le spectre du laser basée sur l’approche classique de Zakharov *et al* [17]. Nous montrons ici que l’intégration numérique de cette équation ne permet pas de reproduire qualitativement le spectre optique du laser Raman. Les résultats et discussions présentés dans ce chapitre constituent l’état actuel de nos recherches. Nous présentons donc ceux-ci sous formes de perspectives de réflexion et de questions restant ouvertes à la discussion.

## 4.2 Théorie cinétique des ondes : rappels

Afin d’établir une équation cinétique décrivant la formation du spectre dans les lasers Raman selon une méthode alternative à celle employée par Babin *et al* [8], nous présentons d’abord les étapes importantes de la méthode proposée par Zakharov *et al* pour développer une approche cinétique de l’équation de Schrödinger Non Linéaire à 2 dimensions. Nous introduisons en particulier les hypothèses fondamentales définissant le domaine de validité de la théorie cinétique des ondes et définissons quelques unes des grandeurs inhérentes à cette théorie : les *moments* du champ. Nous nous appuyerons ensuite sur les résultats de cette section pour établir une équation cinétique décrivant la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre.

### 4.2.1 Equation de Schrödinger Non Linéaire à 2 dimensions

Considérons une onde électromagnétique partiellement cohérente se propageant dans un milieu non dissipatif et non linéaire (non linéarité Kerr). L’évolution spatiale de l’enveloppe lentement variable  $A(z, \vec{r})$  du champ électrique de l’onde obéit dans le cadre de l’approximation paraxiale à l’équation de Schrödinger non linéaire à 2 dimensions normalisée [34, 76, 100] :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = i\Delta A + i\alpha|A|^2 A, \quad (4.1)$$

où  $z$  est la distance de propagation dans le milieu,  $\vec{r}$  le vecteur transverse de composantes  $(x, y)$  et  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  l'opérateur laplacien transverse lié à la diffraction de l'onde dans le milieu. Le paramètre  $\alpha$  peut prendre deux valeurs différentes correspondant au régime "focalisant" ( $\alpha = 1$ ) ou au régime "défocalisant" ( $\alpha = -1$ ).

On montre que l'équation 4.1 conserve deux quantités importantes [17, 76, 101] :

- La puissance de l'onde ou le nombre de particules :  $N = \int |A|^2 d\vec{r}$ .

- L'énergie totale ou l'hamiltonien du système :  $H = H_l + H_{nl}$ ,

$H_l$  et  $H_{nl}$  étant respectivement les hamiltoniens linéaire et non linéaire du champ s'écrivant [76] :

$$H_l = \int |\nabla A|^2 d\vec{r}, \quad (4.2)$$

$$H_{nl} = -\frac{1}{2}\alpha \int |A|^4 d\vec{r}. \quad (4.3)$$

Une des hypothèses fondamentales de la théorie cinétique des ondes, ou théorie de la turbulence faible, est que les effets non linéaires doivent être perturbatifs devant les effets linéaires de types dispersifs [17]. On doit donc avoir :

$$H_{nl} \ll H_l. \quad (4.4)$$

Dans cette approximation, la théorie cinétique des ondes est applicable pour des systèmes comportant un très grand nombre de degrés de liberté, ce qui en optique correspond à un champ électromagnétique dont le spectre est composé d'un très grand nombre de modes en interaction faiblement non linéaire via l'effet Kerr.

L'amplitude complexe  $\tilde{A}(z, \mathbf{k})$  des modes du spectre (avec  $\mathbf{k} \equiv \vec{k}$ ), égale à la transformée de Fourier de l'enveloppe complexe  $A(z, \mathbf{r})$  du champ électrique définie par

$$\tilde{A}(z, \mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A(z, \mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}, \quad (4.5)$$

ainsi que

$$A(z, \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(z, \mathbf{k}) e^{+i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{k}, \quad (4.6)$$

$$\delta_{\mathbf{k}} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}, \quad (4.7)$$

obéit à une équation dynamique issue de la transformée de Fourier de l'équation 4.1 :

$$\frac{\partial \tilde{A}(z, \mathbf{k})}{\partial z} = -ik^2 \tilde{A}(z, \mathbf{k}) + i\frac{\alpha}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A(z, \mathbf{r}) A^*(z, \mathbf{r}) A(z, \mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}. \quad (4.8)$$

Lorsque le nombre de modes du spectre optique de l'onde devient très important, une description dynamique de l'évolution de chacun d'entre eux est trop complexe. Dans ces conditions, Zakharov *et al* ont établi une description statistique du champ pour décrire l'évolution d'un système à grand nombre de degrés de liberté en développant à partir de l'équation 4.8 une *équation cinétique* pour le *moment d'ordre 2* du champ défini par [17]

$$\langle \tilde{A}(z, \mathbf{k}_1) \tilde{A}^*(z, \mathbf{k}_2) \rangle = \langle |\tilde{A}(z, \mathbf{k}_1)| |\tilde{A}(z, \mathbf{k}_2)| e^{i(\phi(z, \mathbf{k}_1) - \phi(z, \mathbf{k}_2))} \rangle = n_{\mathbf{k}_1}(z) \delta_{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2}. \quad (4.9)$$

Dans l'expression 4.9, les symboles  $\langle \rangle$  représentent la moyenne au sens statistique du terme (sur un ensemble de réalisations),  $n_{\mathbf{k}}(z)$  est le spectre optique moyen de l'onde et  $\delta_{\mathbf{k}}$  la distribution de Dirac. Dans le cadre de l'approximation de champs possédant une statistique gaussienne (phases des modes  $A_k$  aléatoires), nous pouvons définir des moments d'ordres pairs supérieurs s'exprimant

en fonction de produits de moments d'ordre 2 [17] (relations de fermeture des moments) :

- Le moment d'ordre 4

$$\langle \tilde{A}_{\mathbf{k}_1} \tilde{A}_{\mathbf{k}_2}^* \tilde{A}_{\mathbf{k}_3} \tilde{A}_{\mathbf{k}_4}^* \rangle = n_{\mathbf{k}_1} n_{\mathbf{k}_2} (\delta_{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3} \delta_{\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_4} + \delta_{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_4} \delta_{\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3}). \quad (4.10)$$

- Le moment d'ordre 6

$$\langle \tilde{A}_{\mathbf{k}_1} \tilde{A}_{\mathbf{k}_2} \tilde{A}_{\mathbf{k}_3} \tilde{A}_{\mathbf{k}_4}^* \tilde{A}_{\mathbf{k}_5} \tilde{A}_{\mathbf{k}_6}^* \rangle = n_{\mathbf{k}_1} n_{\mathbf{k}_2} n_{\mathbf{k}_3} [\delta_{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_4} (\delta_{\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_5} \delta_{\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_6} + \delta_{\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_6} \delta_{\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_5}) + \delta_{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_5} (\delta_{\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_4} \delta_{\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_6} + \delta_{\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_6} \delta_{\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4}) + \delta_{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_6} (\delta_{\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_4} \delta_{\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_5} + \delta_{\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_5} \delta_{\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4})]. \quad (4.11)$$

Les notations  $\tilde{A}_{\mathbf{k}_i} = \tilde{A}(z, \mathbf{k}_i)$  et  $n_{\mathbf{k}_i} = n_{\mathbf{k}_i}(z)$  ont été utilisées pour alléger l'écriture. Ces relations de fermeture des moments du champ sont très importantes dans la théorie cinétique des ondes. Ce sont elles qui rendent possible le développement de l'équation cinétique associée à l'équation de Schrödinger Non Linéaire à 2 dimensions présenté dans le paragraphe suivant.

#### 4.2.2 Etablissement de l'équation cinétique

L'équation cinétique décrivant l'évolution du spectre optique de l'onde  $n_{\mathbf{k}}(z)$  s'obtient à partir de l'équation sur le moment d'ordre 2 du champ. Nous partons donc de l'équation dynamique 4.8 sur l'amplitude complexe des modes du spectre, à laquelle nous ajoutons un terme de pertes  $-\gamma \tilde{A}$  permettant de faciliter le développement de l'équation cinétique [17, 101] :

$$\frac{\partial \tilde{A}(z, \mathbf{k}_4)}{\partial z} = -\gamma \tilde{A}(z, \mathbf{k}_4) - ik_4^2 \tilde{A}(z, \mathbf{k}_4) + i \frac{\alpha}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A(z, \mathbf{r}) A^*(z, \mathbf{r}) A(z, \mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}_4 \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r}, \quad (4.12)$$

où le vecteur  $\mathbf{k}$  de l'équation 4.8 a été remplacé par  $\mathbf{k}_4$ .

Afin d'obtenir l'équation pour le moment d'ordre 2 du champ, nous multiplions l'équation 4.12 par le complexe conjugué  $\tilde{A}^*(z, \mathbf{k}_4)$ . En additionnant l'équation ainsi obtenue à son complexe conjugué et en prenant la valeur moyenne nous obtenons l'équation 4.13 décrivant l'évolution du spectre optique de l'onde (voir l'annexe A pour les détails de calculs).

$$\frac{\partial n_{\mathbf{k}_4}(z)}{\partial z} = -2\gamma n_{\mathbf{k}_4}(z) - \frac{2\alpha}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{I}m(\hat{I}) \delta_{\mathbf{k}_4 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3, \quad (4.13)$$

où  $\mathcal{I}m(\hat{I})$  est la partie imaginaire du moment d'ordre 4 du champ défini par  $\hat{I} = \langle \tilde{A}_{\mathbf{k}_1} \tilde{A}_{\mathbf{k}_2}^* \tilde{A}_{\mathbf{k}_3} \tilde{A}_{\mathbf{k}_4}^* \rangle$  (cf relation 4.10). Le membre de droite de l'équation 4.13 est représentatif du couplage par mélange à quatre ondes du mode de composante  $\mathbf{k}_4$  avec les modes de composantes  $\mathbf{k}_1$ ,  $\mathbf{k}_2$  et  $\mathbf{k}_3$ . Nous rappelons que l'efficacité du processus d'échange d'énergie induit par le mélange à quatre ondes est conditionnée par la relation d'accord de phases  $\mathbf{k}_4 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_3$ , cette dernière apparaissant de manière explicite dans la distribution de Dirac de l'équation 4.13.

L'équation 4.13 montre que l'évolution du spectre optique de l'onde est dépendante du moment d'ordre 4 du champ. Si on développait de la même façon une équation différentielle pour le moment d'ordre 4, celle-ci dépendrait du moment d'ordre 6, et ainsi de suite. Cette hiérarchie des moments de l'onde est tout à fait classique en théorie cinétique des ondes [17]. Il existe un moyen de tronquer cette hiérarchie en utilisant la *relation de fermeture des moments*, valable uniquement dans le cadre de champs possédant une statistique quasi-gaussienne [17]. Cette relation de fermeture permet d'exprimer le moment d'ordre 6 de l'onde en fonction d'une somme de moments d'ordre 2 (cf relation 4.11) et de fermer ainsi l'équation d'évolution 4.13 du spectre optique de l'onde.

Dans le développement de l'équation cinétique, l'étape suivante consiste donc à écrire une

équation sur les moments d'ordre 4 et de procéder à la fermeture des moments en remplaçant les moments d'ordre 6 y apparaissant uniquement par une somme de moments d'ordre 2. Ainsi, en partant de l'équation 4.8, nous obtenons pour  $\hat{I}$  le moment d'ordre 4 du champ (voir l'annexe A pour les détails de calculs) :

$$\partial_z \hat{I} = -[4\gamma + i(k_1^2 + k_3^2 - k_2^2 - k_4^2)]\hat{I} + i \frac{2\alpha}{(2\pi)^2} \mathcal{N}(z), \quad (4.14)$$

avec  $\mathcal{N}(z) = (n_2 n_3 n_4 + n_1 n_2 n_4 - n_1 n_2 n_3 - n_1 n_3 n_4) \delta_{\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_4}$  et  $n_i = n(z, \mathbf{k}_i)$ .

Dans la suite du développement, Zakharov *et al* supposent que la fonction  $\mathcal{N}(z)$  dans l'équation 4.14 est une constante indépendante de  $z$ . La solution de l'équation 4.14 pour le moment d'ordre 4 du champ s'écrit alors :

$$\hat{I}(z) = \hat{I}'(z) e^{-[4\gamma + i(k_1^2 + k_3^2 - k_2^2 - k_4^2)]z} - \frac{2\alpha}{(2\pi)^2} \frac{\mathcal{N}}{-(k_1^2 + k_3^2 - k_2^2 - k_4^2) + i4\gamma}, \quad (4.15)$$

où  $\hat{I}'(z)$  est une fonction déterminée en injectant l'expression 4.15 dans la relation 4.14. A ce stade du développement de l'équation cinétique, Zakharov *et al* effectuent une approximation importante supplémentaire : ils négligent dans l'expression 4.15 la contribution de la fonction oscillante qu'ils supposent nulle en moyenne. Cette approximation revient à ne considérer que l'évolution stationnaire du moment d'ordre 4, ce qui donne pour  $\hat{I}$  [17] :

$$\hat{I} \simeq - \frac{2\alpha}{(2\pi)^2} \frac{\mathcal{N}}{-(k_1^2 + k_3^2 - k_2^2 - k_4^2) + i4\gamma}. \quad (4.16)$$

En substituant la relation 4.16 du moment d'ordre 4 dans l'équation 4.13 et en faisant tendre les pertes vers 0 ( $\gamma \rightarrow 0$ ), nous obtenons l'équation cinétique associée à l'équation de Schrödinger Non Linéaire à 2 dimensions (voir l'annexe A pour les détails de calculs) :

$$\frac{\partial n_{\mathbf{k}_4}(z)}{\partial z} = \frac{4\pi\alpha^2}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{N} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3, \quad (4.17)$$

avec  $\mathcal{N} = (n_{\mathbf{k}_1} n_{\mathbf{k}_2} n_{\mathbf{k}_3} + n_{\mathbf{k}_1} n_{\mathbf{k}_3} n_{\mathbf{k}_4} - n_{\mathbf{k}_2} n_{\mathbf{k}_3} n_{\mathbf{k}_4} - n_{\mathbf{k}_1} n_{\mathbf{k}_2} n_{\mathbf{k}_4}) \delta_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_4} \delta_{k_1^2 + k_3^2 - k_2^2 - k_4^2}$ .

D'un point de vue thermodynamique, l'équation 4.17 est similaire à l'équation de Boltzmann qui décrit l'évolution d'un gaz de particules vers un état d'équilibre. Le membre de droite de l'équation 4.17 est appelé *terme de collision* [17, 76], par analogie aux collisions apparaissant dans un gaz. L'équation cinétique 4.17 est une équation usuelle dans la littérature que l'on rencontre par ailleurs en hydrodynamique [15, 16] et en physique des plasmas [13, 14]. Elle montre que l'évolution du spectre optique de l'onde est gouvernée par l'ensemble des combinaisons de mélanges à quatre ondes dont l'efficacité est conditionnée par les résonances induites par les distributions  $\delta$  de Dirac.

### 4.2.3 Détermination de l'état d'équilibre et propriétés du terme de collision

#### 4.2.3.1 Phénomène de thermalisation d'ondes : évolution du système vers un état d'équilibre

Si la dimension  $N$  de l'équation de Schrödinger Non Linéaire 4.1 est supérieure ou égale à 2, il existe un état d'équilibre associé à une thermalisation de l'onde correspondant à une équipartition de l'énergie des modes du champ [17, 76]. Nous abordons ici brièvement le phénomène de thermalisation d'ondes apparaissant dans un système hamiltonien (non dissipatif) [17, 76]. Nous insistons sur le fait que notre système d'étude, le laser Raman à fibre, étant un système dissipatif, il ne peut en aucun cas être assujetti à ce genre de processus.

Par analogie avec la thermodynamique, le phénomène de thermalisation d'ondes est caractérisé

par une évolution irréversible du système vers un état d'équilibre qui peut être décrite par un théorème *H*. Celui-ci se caractérise par une croissance monotone de l'entropie  $S$  du système d'ondes définie par [17, 76] :

$$S(z) = \int \log[n_{\mathbf{k}}(z)] d\mathbf{k}, \text{ et } \frac{dS(z)}{dz} > 0. \quad (4.18)$$

Comme en mécanique statistique, l'équilibre thermodynamique est déterminé à partir du postulat du maximum d'entropie. Le spectre d'équilibre  $n_{eq}(\mathbf{k})$  réalisant ce maximum est soumis aux contraintes de conservation de l'hamiltonien linéaire  $H_l$  et du nombre de particules  $N$  [17, 76] :

$$n_{eq}(\mathbf{k}) = \frac{1}{\frac{1}{T}\omega(\mathbf{k}) - \frac{\mu}{T}}, \quad (4.19)$$

où  $T$  et  $\mu$  représentent respectivement la température et le potentiel chimique par analogie avec la thermodynamique. La distribution d'équilibre 4.19 annule exactement le terme de collision de l'équation cinétique 4.17 ( $\mathcal{C}oll[n_{eq}] = 0$ ), ce qui signifie qu'une fois la distribution d'équilibre atteinte par le spectre, celui-ci n'évolue plus durant la propagation. Comme en optique la relation de dispersion  $\omega(\mathbf{k})$  est quadratique en  $\mathbf{k}$  ( $\omega(\mathbf{k}) \propto k^2$ ), la distribution 4.19 est une lorentzienne [76] et les constantes  $T$  et  $\mu$  peuvent être calculées à partir des quantités conservées  $H_l$  et  $N$ .

#### 4.2.3.2 Terme de collision de l'équation de Schrödinger Non Linéaire à une dimension

Pour un système à une seule dimension transverse  $x$ , le terme de collision de l'équation cinétique 4.17 est nul. En effet, l'équation scalaire de Schrödinger Non Linéaire 4.1 à une dimension s'écrit :

$$\frac{\partial A(z, x)}{\partial z} = i \frac{\partial^2 A(z, x)}{\partial x^2} + i\alpha |A(z, x)|^2 A(z, x), \quad (4.20)$$

et le développement de l'équation cinétique pour l'équation 4.20 nous donne :

$$\frac{\partial n_{k_4}(z)}{\partial z} = \frac{4\pi\alpha^2}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{N} dk_1 dk_2 dk_3, \quad (4.21)$$

où  $\mathcal{N} = (n_{k_1} n_{k_2} n_{k_3} + n_{k_1} n_{k_3} n_{k_4} - n_{k_2} n_{k_3} n_{k_4} - n_{k_1} n_{k_2} n_{k_4}) \delta_{k_1+k_3-k_2-k_4} \delta_{k_1^2+k_3^2-k_2^2-k_4^2}$ , avec  $k = k_x$ . Les conditions de résonances induites par les distributions  $\delta$  de Dirac de l'équation cinétique 4.21 impliquent le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} k_1 + k_3 - k_2 - k_4 = 0, \\ k_1^2 + k_3^2 - k_2^2 - k_4^2 = 0. \end{cases} \quad (4.22)$$

On montre facilement que le système d'équations 4.22 admet deux solutions triviales :

$$\begin{cases} k_1 = k_2 \text{ et } k_3 = k_4, \\ \text{ou} \\ k_1 = k_4 \text{ et } k_3 = k_2. \end{cases} \quad (4.23)$$

En calculant la valeur du terme de collision de l'équation 4.21 pour les deux solutions données en 4.23, nous obtenons dans les deux cas :

$$\mathcal{C}oll[n_{k_4}] = \frac{4\pi\alpha^2}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (n_{k_1} n_{k_1} n_{k_3} + n_{k_1} n_{k_3} n_{k_3} - n_{k_1} n_{k_3} n_{k_3} - n_{k_1} n_{k_1} n_{k_3}) dk_1 dk_2 dk_3 = 0, \quad (4.24)$$

ce qui implique pour l'équation de Schrödinger Non Linéaire à une dimension :

$$\frac{\partial n_{k_4}(z)}{\partial z} = 0. \quad (4.25)$$

L'expression 4.25 indique qu'à l'ordre d'approximation de la théorie cinétique des ondes, l'équation cinétique associée à l'équation de Schrödinger Non Linéaire à une dimension prédit une évolution nulle du spectre optique du champ partiellement cohérent (le spectre reste identique à sa valeur initiale). Il est nécessaire d'avoir une dimension du système supérieure ou égale à 2 pour assister à une évolution du spectre de l'onde et éventuellement un phénomène de thermalisation d'onde précédemment évoqué dans la section 4.2.3.1. Dans le cas de l'équation de Schrödinger Non Linéaire (SNL<sup>1</sup>) à une seule dimension, le terme de collision est nul et l'équation cinétique ne peut en aucun cas décrire une évolution irréversible du système vers un état d'équilibre à travers un processus de thermalisation [17]. Ceci est dû au fait que l'équation SNL à une dimension est intégrable<sup>2</sup> et ne peut pas donner lieu à une évolution chaotique du système [17, 102].

#### 4.2.4 Conclusions

L'objectif de cette partie du chapitre 4 était de présenter brièvement la théorie cinétique des ondes appliquée à l'équation de Schrödinger Non Linéaire à 2 dimensions, et d'introduire selon la méthode de Zakharov *et al* [17] le développement usuel de l'équation cinétique décrivant l'évolution du spectre optique d'une onde électromagnétique dans un système non dissipatif. La théorie cinétique des ondes telle que nous l'avons présentée a été utilisée récemment pour décrire d'un point de vue thermodynamique des phénomènes d'optique bien connus ainsi que les propriétés d'un champ optique partiellement cohérent se propageant dans milieu non linéaire et dispersif [76, 78, 79, 98, 99, 103, 104]. Par exemple, Barviau *et al* ont démontré que le phénomène d'élargissement spectral inhérent à la génération d'un supercontinuum dans une fibre optique pouvait être décrit à l'aide d'arguments thermodynamiques basés sur la théorie cinétique des ondes [78, 98, 99]. D'après Barviau *et al*, le processus lié à la génération d'un supercontinuum peut être vu comme un phénomène de thermalisation, caractérisé par une évolution irréversible du champ optique vers un état d'équilibre maximisant l'entropie de l'onde.

Toutefois, dans ces travaux, la possibilité d'appliquer la théorie cinétique des ondes est liée au fait que le système optique considéré est *conservatif*. Par ailleurs, dans les références [78, 98, 99, 103], l'ajout des termes de dispersion d'ordres supérieurs dans l'équation SNL à une dimension a pour effet de briser l'intégrabilité de cette équation unidimensionnelle. Babin *et al*, eux, sont les premiers à utiliser la théorie cinétique des ondes pour décrire la formation du spectre optique dans un système *dissipatif* à une seule dimension tel que le laser Raman à fibre [8]. Dans leur étude, ils développent une équation cinétique décrivant l'évolution du spectre optique du laser sur de longues échelles de temps à partir d'une équation champ moyen à une dimension. Cette équation champ moyen est identique à l'équation de Ginzburg-Landau à couplage global, mais également très proche de l'équation SNL unidimensionnelle (voir la section 1.3). Or, comme nous l'avons vu dans la section 4.2.3.2, l'intégrabilité de l'équation SNL à une seule dimension implique que la théorie cinétique des ondes ne peut pas décrire une évolution du spectre sur de longues distances de propagation dans ce genre d'équation. Une façon possible d'interpréter ce résultat, et qui reste ouverte à la discussion, est que les termes de gain et de pertes présents dans l'équation champ moyen qu'ils utilisent ont pour effet de briser l'intégrabilité de cette équation unidimensionnelle. Toutefois, la présence de ces termes de gain et de pertes induit également un développement non classique de l'équation cinétique (Zakharov *et al* [17]), qui à notre connaissance n'a jamais été exposé dans la littérature. De plus, nous avons vu dans le premier chapitre que celle-ci ne décrit pas toujours la formation du spectre optique du laser. De fait, nous posons la question suivante : la théorie cinétique des ondes peut-elle décrire l'évolution du spectre optique d'une onde électromagnétique dans un système dissipatif à une seule dimension ?

<sup>1</sup>SNL : Schrödinger Non Linéaire

<sup>2</sup>Dans un système intégrable discret à N degrés de liberté (2N dans l'espace des phases), il existe N constantes du mouvement. Dans un système continu (comme celui décrit par l'équation SNL à une dimension), le nombre de degrés de liberté (nombre de modes) est infini et par conséquent le nombre de constantes du mouvement aussi.

Afin de développer ce point et d'exposer différentes pistes de réflexion, nous établissons dans la section 4.3 une équation cinétique d'une manière alternative à celle proposée par Babin *et al* et en nous basant sur la méthode traditionnelle de Zakharov *et al* décrite dans la section 4.2. Nous montrons que l'intégration numérique de cette équation cinétique ne permet pas de reproduire la physique de l'équation maîtresse de Babin *et al*, ce qui pose la question de la validité de leur approche.

### 4.3 Formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre : approches par la théorie cinétique des ondes

#### 4.3.1 Etablissement de l'équation cinétique selon la méthode de Zakharov *et al*

Comme nous l'avons vu dans la section 4.2, l'équation cinétique est issue d'une équation aux dérivées partielles décrivant le comportement dynamique du système d'ondes. Dans le cas du laser Raman à fibre, l'équation la plus simple dont nous disposons qui regroupe l'ensemble des effets physiques agissant sur le spectre optique est l'équation maîtresse 4.26 ci-dessous, que nous avons établie précédemment dans la section 3.2.2.2. Celle-ci décrit l'évolution temporelle de l'enveloppe lentement variable  $A(T, t)$  du champ électrique de l'onde Stokes. Pour simplifier notre étude, nous ne tenons pas compte ici des effets de phases induits par les miroirs de Bragg ( $\beta_3 = 0$ ).

$$\tau_{rt} \frac{\partial A(T, t)}{\partial T} = \Gamma(t)A - \frac{i}{2} 2L\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i2\gamma L|A|^2 A. \quad (4.26)$$

$\Gamma(t) = -\alpha_s L - \frac{\delta_0}{2} + gL\bar{P} + \frac{1}{2}\delta_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}$  est un opérateur linéaire traduisant l'aspect dissipatif du laser Raman à fibre (pertes et gain).  $\beta_2$  représente les effets de dispersion induits par la fibre optique et  $\gamma$  le coefficient de couplage Kerr.  $\alpha_s$  et  $\delta_0$  sont les pertes de la fibre et des miroirs et  $\delta_2$  le coefficient de courbure des pertes effectives induites par les miroirs de Bragg (figure 3.5). Enfin  $g$  est le coefficient de gain Raman supposé plat spectralement,  $\bar{P}$  la puissance de pompe moyenne,  $\tau_{rt}$  le temps mis par l'onde Stokes pour faire un tour complet de la cavité et  $L$  la longueur de la cavité.

L'équation maîtresse 4.26 sans les effets de phases des miroirs de Bragg est identique à celle établie par Babin *et al* dans la référence [8] et transposée dans l'espace direct (relation 3.11 du chapitre 3). Si nous ne tenons pas compte du terme  $\Gamma(t)$ , l'équation 4.26 est formellement identique à l'équation de Schrödinger Non Linéaire 4.20 à une dimension. La présence du terme  $\Gamma(t)$  brise l'intégrabilité de l'équation 4.26 ce qui nous permet de développer à la fin de ce paragraphe une équation cinétique possédant un terme de collision non nul<sup>3</sup>.

Enfin, il est intéressant de remarquer que la forme de l'équation 4.26 est très similaire à celle introduite par Dyachenko *et al* dans la référence [72] (équation 2.1 de cette référence). Cependant, contrairement à l'équation 4.26, Dyachenko *et al* établissent dans leur étude une équation cinétique pour un système dissipatif à deux dimensions.

Nous établissons dans la suite de ce paragraphe l'équation cinétique associée à l'équation maîtresse 4.26 en suivant les mêmes étapes de calcul que celles présentées dans la section 4.2.2. Ainsi, la transformée de Fourier de l'équation 4.26 nous donne :

$$\tau_{rt} \frac{\partial A_\omega}{\partial T} = \Gamma_\omega A_\omega + \beta_2 L \omega^2 A_\omega + i \frac{\gamma L}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A_{\omega_1} A_{\omega_2}^* A_{\omega_3} \delta_{\omega+\omega_2-\omega_1-\omega_3} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3, \quad (4.27)$$

avec

$$\Gamma_\omega = -\alpha_s L - \frac{\delta_0}{2} + gL\bar{P} - \frac{\delta_2}{2} \omega^2, \quad (4.28)$$

<sup>3</sup>Nous insistons une fois de plus sur le fait que l'équation 4.26 étant dissipative et unidimensionnelle, celle-ci ne peut en aucun cas être sujette à un phénomène de thermalisation d'ondes (section 4.2.3.1)

ainsi que les notations et définitions suivantes :

$$A_\omega = \tilde{A}(\omega, T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(t, T) e^{-i\omega t} dt, \quad (4.29)$$

$$A(t, T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(\omega, T) e^{i\omega t} d\omega, \quad (4.30)$$

$$\delta_\omega = \delta(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} dt. \quad (4.31)$$

En calculant de la même manière que dans la section 4.2.2 l'équation du moment d'ordre 2  $\langle A_\omega A_{\omega'}^* \rangle = n_\omega \delta_{\omega-\omega'}$ , nous obtenons :

$$\tau_{rt} \frac{\partial n_\omega}{\partial T} = 2\Gamma_\omega n_\omega - \frac{2\gamma L}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{I}m(\hat{I}) \delta_{\omega+\omega_2-\omega_1-\omega_3} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3. \quad (4.32)$$

avec  $\hat{I} = \langle A_{\omega_1} A_{\omega_2}^* A_{\omega_3} A_\omega^* \rangle$  le moment d'ordre 4 du champ Stokes. Nous retrouvons la hiérarchie classique entre les moments du champ, nous réalisons donc la fermeture des moments de la même façon que dans la section 4.2.2. Nous obtenons ainsi l'équation d'évolution du moment d'ordre 4 du champ en utilisant la relation 4.27 :

$$\tau_{rt} \frac{\partial \hat{I}}{\partial T} = \left( \sum \Gamma_{\omega_i} + i\Delta k \right) \hat{I} + i \frac{2\gamma L}{\pi} \mathcal{N}(T), \quad (4.33)$$

avec

$$\sum \Gamma_{\omega_i} = \Gamma_\omega + \Gamma_{\omega_1} + \Gamma_{\omega_2} + \Gamma_{\omega_3}, \quad (4.34)$$

$$\Delta k = \beta_2 L (\omega_1^2 + \omega_3^2 - \omega_2^2 - \omega^2), \quad (4.35)$$

$$\mathcal{N}(T) = (n_{\omega_2} n_{\omega_3} n_\omega + n_{\omega_1} n_{\omega_2} n_\omega - n_{\omega_1} n_{\omega_2} n_{\omega_3} - n_{\omega_1} n_{\omega_3} n_\omega) \delta_{\omega+\omega_2-\omega_1-\omega_3}. \quad (4.36)$$

En procédant à la même approximation que celle introduite par Zakharov *et al* et présentée dans la section 4.2.2 (passage des relations 4.14 à 4.16), l'état stationnaire de l'équation 4.33 s'exprime comme suit :

$$\hat{I} = - \frac{2\gamma L}{\pi} \frac{\mathcal{N}}{\Delta k - i[\Gamma_\omega + \Gamma_{\omega_1} + \Gamma_{\omega_2} + \Gamma_{\omega_3}]}. \quad (4.37)$$

A cet endroit, la façon de procéder diffère de celle utilisée dans un système conservatif (passage des relations 4.16 à 4.17). Effectivement, le laser Raman étant un système dissipatif, nous ne pouvons faire tendre les termes  $\Gamma_\omega$  vers zéro. Par conséquent, ceux-ci apparaissent dans l'équation cinétique présentée en 4.38 obtenue en remplaçant dans l'équation 4.32 la valeur de  $\hat{I}$  par son expression en 4.37 :

$$\begin{aligned} \tau_{rt} \frac{\partial n_\omega}{\partial T} &= 2\Gamma_\omega n_\omega \\ &+ \left( \frac{2\gamma L}{\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{n_{\omega_1} n_{\omega_2} n_{\omega_3} n_\omega [n_{\omega_1}^{-1} + n_{\omega_3}^{-1} - n_{\omega_2}^{-1} - n_\omega^{-1}] [\sum \Gamma_{\omega_i}]}{\Delta k^2 + [\sum \Gamma_{\omega_i}]^2} \delta_{\omega+\omega_2-\omega_1-\omega_3} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3. \end{aligned} \quad (4.38)$$

L'équation cinétique 4.38 que nous présentons ici est très similaire à celle établie par Dyachenko *et al* [72] (relation 2.6 de cet article). De la même manière que l'équation cinétique établie par Babin *et al* dans la référence [8], l'équation 4.38 présente une seule dimension transverse. Toutefois, la présence du dénominateur dans l'intégrale de collision, induit par les pertes et le gain du laser Raman, implique un terme de collision non nul malgré le caractère unidimensionnel de l'équation cinétique 4.38.

### 4.3.2 Comparaison à l'équation cinétique de Babin *et al*

Nous pouvons chercher à comparer plus en avant l'équation cinétique 4.38 que nous avons développée selon la méthode traditionnelle de Zakharov *et al* à celle établie phénoménologiquement par Babin *et al* dans la référence [8]. Pour cela, réécrivons l'équation 1.43 de la section 1.3 dans les mêmes notations que l'équation 4.38 :

$$\begin{aligned} \tau_{rt} \frac{\partial n_\omega}{\partial T} &= 2\Gamma_\omega n_\omega \\ &+ (\gamma L)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{n_{\omega_1} n_{\omega_2} n_{\omega_3} n_\omega [n_\omega^{-1} + n_{\omega_3}^{-1} - n_{\omega_1}^{-1} - n_{\omega_2}^{-1}]}{\Delta k^2 + 3\tau_{rt}/\tau} \delta_{\omega+\omega_3-\omega_1-\omega_2} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3, \end{aligned} \quad (4.39)$$

avec  $\Gamma_\omega = -\alpha_s L - \frac{\delta_0}{2} + gL\bar{P} - \frac{\delta_2}{2}\omega^2$ , la puissance de pompe moyenne  $\bar{P}$  étant définie par la relation 1.38 de la section 1.3, et  $\Delta k = \beta_2 L(\omega^2 + \omega_3^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2)$ . Pour passer de l'équation 1.43 à 4.39, nous avons utilisé les changements de variables suivants :

$$\begin{aligned} \Omega &= \omega, \\ \Omega - \Omega_1 &= \omega_1, \\ \Omega - \Omega_2 &= \omega_2, \\ \Omega - \Omega_1 - \Omega_2 &= \omega_3, \\ I(\Omega_i) &= n_{\omega_i}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

L'équation 4.39 montre qu'il existe de fortes similitudes entre l'équation cinétique 4.38 et l'équation cinétique 4.39 proposée par Babin *et al*. En particulier, on peut remarquer la présence d'un dénominateur dans l'intégrale de collision de l'équation 4.38 également présent dans l'équation 4.39 mais sous une forme différente. Toutefois, le terme  $3\tau_{rt}/\tau$  dans l'équation 4.39 est issu de l'introduction phénoménologique d'une corrélation en temps des modes par Babin *et al* (relation 1.41). Par conséquent, il est difficile de comparer plus en avant ces deux équations.

Cependant, nous pouvons procéder à l'intégration numérique de l'équation cinétique 4.38 afin d'observer quel est le spectre optique d'équilibre (à l'état stationnaire) donné par celle-ci. C'est ce que nous avons réalisé en partant d'une condition initiale plate spectralement. L'algorithme numérique utilisé est une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 à pas fixe [62]. Le spectre optique tracé en noir sur la figure 4.1 est issu de l'équation cinétique 4.38. Le spectre optique tracé en bleu provient de l'intégration numérique de l'équation maîtresse 4.26 pour les mêmes paramètres.

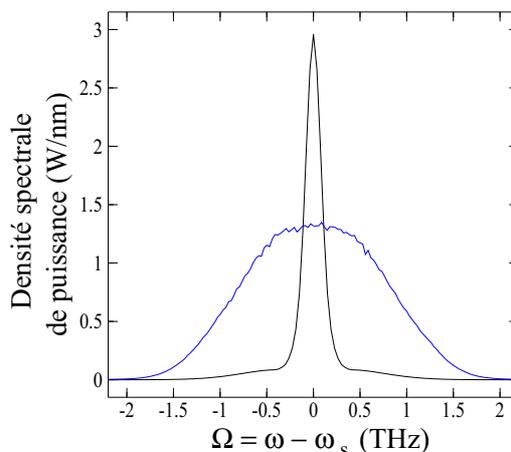


FIG. 4.1 – Comparaison entre le spectre numérique issu de l'équation cinétique 4.38 (en noir) et celui issu de l'équation maîtresse 4.26 (en bleu) à  $P_0 = 3.6$  W.

La figure 4.1 montre que l'approche cinétique de l'équation maîtresse 4.26 (identique à l'équation champ moyen de Babin *et al* de la référence [8]) selon la méthode de Zakharov *et al* donne un spectre optique (en noir) totalement différent de celui issu de l'équation maîtresse 4.26 pour les mêmes paramètres (en bleu). L'équation cinétique 4.38 que nous avons développée ici n'est donc pas valable pour décrire la physique présente dans l'équation maîtresse 4.26.

Les différences constatées entre les deux spectres numériques de la figure 4.1 peuvent être dûes au fait que l'approche statistique de l'équation maîtresse 4.26 est plus restrictive sur le plan théorique que l'approche en champ moyen sur laquelle est basée cette équation. Effectivement, le développement de l'équation cinétique 4.38 implique, en plus des approximations liées à l'approche en champ moyen, une statistique du champ qui doit demeurer quasi-gaussienne, les effets non linéaires devant être dominés par les effets linéaires dispersifs, et la prise en compte dans l'évolution du moment d'ordre 4 de l'état stationnaire seul (évolution transitoire donnée par l'équation 4.33 non considérée). Il est donc possible que ces hypothèses supplémentaires induisent un spectre optique issu de l'équation cinétique 4.38 qualitativement différent de celui provenant de l'équation champ moyen 4.26.

### 4.3.3 Perspective de travail

Une façon différente de développer une équation cinétique associée à l'équation maîtresse 4.26 est de ne pas considérer l'évolution stationnaire du moment d'ordre 4. Cela consiste à introduire la solution exacte de l'équation 4.33 pour  $\hat{I}$  dans l'équation 4.32 du spectre optique de l'onde Stokes. La solution exacte de l'équation 4.33 s'écrit :

$$\hat{I}(T) = \hat{I}'(T)e^{+\Gamma T/\tau_{rt}}, \quad (4.41)$$

avec  $\Gamma = \sum \Gamma_{\omega_i} + i\Delta k$ ,  $\sum \Gamma_{\omega_i}$  et  $\Delta k$  étant définis en 4.34 et 4.35.  $\hat{I}'(T)$  est une fonction que nous déterminons en injectant l'expression 4.41 de  $\hat{I}(T)$  dans l'équation 4.33 du moment d'ordre 4. De cette manière, ceci nous donne pour l'expression finale de  $\hat{I}(T)$  :

$$\hat{I}(T) = i \frac{2\gamma L}{\pi} \int_0^T \mathcal{N}(T') e^{-\Gamma(T'-T)/\tau_{rt}} \frac{dT'}{\tau_{rt}}. \quad (4.42)$$

En remplaçant dans l'équation 4.32 le moment d'ordre 4  $\hat{I}(T)$  par son expression en 4.42, nous obtenons une expression alternative à l'équation cinétique 4.38 pour le spectre optique de l'onde Stokes :

$$\begin{aligned} \tau_{rt} \frac{\partial n_\omega}{\partial T} = & 2\Gamma_\omega n_\omega \\ - \left( \frac{2\gamma L}{\pi} \right)^2 \int_0^T & e^{-\sum \Gamma_{\omega_i}(T'-T)/\tau_{rt}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{N}(T') \cos \left[ \frac{\Delta k}{\tau_{rt}}(T' - T) \right] \delta_{\omega+\omega_2-\omega_1-\omega_3} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 \frac{dT'}{\tau_{rt}}, \end{aligned} \quad (4.43)$$

avec  $\mathcal{N} = n_{\omega_1} n_{\omega_2} n_{\omega_3} n_\omega (n_{\omega_1}^{-1} + n_{\omega_3}^{-1} - n_{\omega_2}^{-1} - n_\omega^{-1})$ .

L'équation cinétique 4.43 est très similaire à celle obtenue par Soh *et al* dans la référence [105]. Dans cette étude, les auteurs décrivent statistiquement l'influence de la dispersion d'ordre 2 d'une fibre en présence de dissipation et de gain sur le spectre optique d'une onde réalisant un seul passage dans celle-ci.

Contrairement à l'équation cinétique 4.38, l'équation cinétique 4.43 tient compte de l'évolution transitoire du moment d'ordre 4. La variation de la densité spectrale  $n_\omega$  à l'instant  $T$  résulte de la somme de toutes les combinaisons de mélanges à quatre ondes des instants précédents.

Dans l'approximation utilisée par Zakharov *et al*, que nous avons également utilisée pour

développer l'équation cinétique 4.38, nous n'avons pas tenu compte de cette évolution transitoire du moment d'ordre 4. Par conséquent, cela peut influencer sur la largeur finale du spectre optique et donc expliquer éventuellement la raison pour laquelle l'équation cinétique 4.38 ne décrit pas la physique de l'équation maîtresse 4.26. Une des perspectives de travail sera donc l'intégration numérique de l'équation cinétique 4.43 afin de voir si celle-ci peut reproduire la physique du laser Raman à fibre présente dans l'équation maîtresse 4.26. De plus, cette façon de procéder permet d'établir une équation cinétique "ab initio" associée à l'équation champ moyen 4.26, ce qui permettra éventuellement de saisir l'approche phénoménologique de Babin *et al* pour établir leur équation cinétique associée à l'équation 4.26.

## 4.4 Conclusions

Mis à part le fait que l'équation cinétique 4.38 telle qu'elle a été développée ne semble pas pouvoir décrire les mécanismes physiques présents dans l'équation maîtresse 4.26 (identique à l'équation champ moyen 3.11 développée par Babin *et al* et présentée dans la section 3.2.2.1), nous pouvons nous interroger sur la capacité ou non de la théorie cinétique des ondes à pouvoir décrire la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre :

- Premièrement, l'équation cinétique 4.38 a été établie à partir d'un modèle champ moyen décrivant l'évolution temporelle de l'amplitude complexe de l'onde Stokes intracavité. Comme nous l'avons vu dans le troisième chapitre, cette équation n'est valable que pour des variations d'amplitude supposées faibles d'un tour de cavité sur l'autre. Or, nous savons que ceci est faux en particulier à forte puissance de pompe (figure 2.4). Ceci implique que l'équation maîtresse 4.26 ne peut pas décrire quantitativement la formation du spectre optique du laser à forte puissance, c'est ce que nous avons montré sur la figure 3.10. D'un point de vue purement pratique, de manière évidente on s'attend donc à ce que l'équation cinétique 4.38, développée à partir de l'équation maîtresse 4.26, ne permette pas non plus une description quantitative de la formation du spectre optique du laser Raman dans ce régime de puissance.

- Deuxièmement, une hypothèse fondamentale de la théorie cinétique des ondes est que la distribution de probabilité caractérisant la statistique de l'onde Stokes doit demeurer quasi-gaussienne lors de son évolution dans la cavité. Or, comme nous l'avons montré dans le deuxième chapitre, d'après notre modèle complet développé dans le deuxième chapitre, ceci n'est jamais le cas dans le laser Raman, quelle que soit sa puissance de fonctionnement (section 2.4.2.2). Cette hypothèse fondamentale n'étant a priori pas respectée dans les lasers Raman à fibre, nous pouvons nous interroger sur la validité de la théorie cinétique des ondes dans ce genre de système. D'ailleurs, il serait intéressant d'étudier la statistique du champ Stokes induite par l'équation maîtresse 4.26 et de voir si celle-ci dévie fortement d'une statistique gaussienne. Cela peut également constituer une piste de travail intéressante par la suite. Toutefois, et ceci reste une question ouverte, il est également intéressant d'étudier à quel point la validité de la théorie cinétique des ondes est sensible à une déformation de la distribution de probabilité du champ.

- Enfin, l'hypothèse que la statistique du champ doit demeurer quasi-gaussienne pour décrire par des arguments statistiques la formation du spectre du laser est aussi une conséquence du fait que les effets non linéaires doivent être dominés par les effets linéaires dispersifs. Dans le laser Raman à fibre, nous ne savons pas si cette condition est respectée. Le fait que le spectre optique du laser s'élargisse fortement avec la puissance Stokes grâce au mélange à quatre ondes semble a priori suggérer que ce n'est pas le cas. Toutefois, quelle incidence cela peut-il avoir sur la validité de la théorie cinétique des ondes dans le cas d'un système non hamiltonien tel que le laser Raman à fibre ?

# Conclusion

# Conclusion

Le travail présenté dans ce mémoire a été consacré à l'étude de la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre.

Dans le premier chapitre de ce manuscrit, nous avons présenté le principe de fonctionnement du laser Raman à fibre et exposé l'ensemble des modélisations existantes cherchant à décrire les propriétés physiques de ce laser. Il ressort de ces différents travaux que l'élargissement du spectre optique de l'onde Stokes avec la puissance de pompe joue un rôle important dans le fonctionnement du laser Raman à fibre. Dès lors, beaucoup d'efforts ont été faits pour établir un modèle simple permettant de comprendre les mécanismes de formation du spectre optique de l'onde Stokes. Toutefois, aujourd'hui encore il n'existe pas de modèle clair et unique décrivant dans toutes les zones de paramètres les propriétés spectrales du laser Raman à fibre. De surcroît, les études expérimentales sur lesquelles s'appuient ces modèles sont souvent incomplètes et peu précises.

Nous avons mené une étude expérimentale détaillée dans laquelle nous connaissons avec précision l'ensemble des paramètres physiques d'un laser Raman à fibre oscillant dans une cavité Pérot-Fabry. En particulier, grâce à un contrôle précis de l'état de polarisation des champs intracavité, nous avons mesuré quantitativement un total de quatre spectres optiques pour l'onde Stokes se propageant dans les deux sens de circulation de la cavité. Il découle de notre étude deux résultats importants sur les propriétés spectrales du laser Raman à fibre :

- A faible puissance de pompe, la forme du spectre optique du laser évolue peu d'un tour de cavité sur l'autre. Toutefois, le spectre optique présente une forme asymétrique qui n'avait à notre connaissance jamais été reportée dans la littérature.

- A forte puissance de pompe, la forme du spectre optique est totalement symétrique et celle-ci évolue fortement sur un tour de cavité. En particulier, notre étude expérimentale révèle que dans ce régime de puissance, le spectre optique résulte d'un phénomène dans lequel l'élargissement du spectre sur un passage dans la fibre est périodiquement contrebalancé par un effet de filtrage des miroirs de la cavité.

Le schéma synoptique de la figure 2.3 résume le comportement du spectre optique du laser Raman à fibre selon la puissance du laser.

Nous avons cherché à identifier les mécanismes physiques responsables de la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre en développant plusieurs modèles. L'un d'eux est basé sur l'intégration numérique de l'équation de Schrödinger Non Linéaire associée aux conditions de réflexions sur les miroirs de Bragg. Nous avons montré que ce modèle "complet" reproduit quantitativement le spectre optique mesuré expérimentalement et dans tous les régimes de puissance du laser. En particulier, ce modèle montre que la forme asymétrique du spectre observée à faible puissance de pompe est liée aux effets de phases induits par les miroirs de Bragg. Un autre modèle en champ moyen que nous avons développé a révélé que ces effets de phases des miroirs de Bragg induisent sur l'onde Stokes des effets dispersifs. Ceux-ci ont pour conséquence de décaler la longueur d'onde du zéro de dispersion de la cavité (fibre + miroirs) dans la bande de réflectivité des miroirs de Bragg et à une longueur d'onde différente de leur centre de réflectivité. De cette manière, l'asymétrie des effets dispersifs induit à faible puissance de pompe une asymétrie de forme du spectre optique du laser. Par ailleurs, l'utilisation combinée du modèle champ moyen et du modèle "complet" nous a également permis d'identifier l'origine physique de la symétrisation du spectre observée à forte puissance de pompe. Elle provient du fait qu'à forte puissance les effets de filtrage des miroirs

deviennent dominants. Le spectre optique n'est alors plus sensible aux effets dispersifs induits par les miroirs de Bragg. Enfin, le modèle complet présenté dans ce manuscrit a également été utilisé pour étudier numériquement la statistique de l'onde Stokes dans le laser Raman à fibre. Ceci nous a permis de questionner la validité de certains travaux [8–10] sur les propriétés spectrales du laser.

Un certain nombre de points importants portant sur la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre ont été soulevés dans ce manuscrit et restent encore à éclaircir dans des travaux ultérieurs :

- Tout d'abord, un des derniers modèles cherchant à décrire la formation du spectre optique de l'onde Stokes et établi par Babin *et al* [8] est basé sur une approche statistique d'une équation en champ moyen décrivant l'évolution temporelle de l'onde Stokes. Selon Babin *et al*, la forme du spectre optique du laser est due à un mécanisme faiblement turbulent d'échange d'énergie entre les modes de la cavité induit par l'effet Kerr. En utilisant les concepts de la théorie cinétique des ondes [17], les auteurs développent une équation cinétique dont la solution stationnaire décrit selon eux quantitativement la formation du spectre optique du laser Raman. Toutefois, bien que la théorie cinétique des ondes soit un outil fondamentalement intéressant pour étudier la formation du spectre optique du laser Raman à fibre, l'approche proposée de Babin *et al* semble ne pas pouvoir décrire cette formation dans certaines zones de paramètres du laser (travaux de Turitsyna *et al* [9, 10]). Des travaux supplémentaires sont nécessaires pour comprendre la raison pour laquelle l'approche phénoménologique de Babin *et al* décrit quantitativement selon les auteurs la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre, mais aussi pour confirmer si la théorie cinétique des ondes est applicable dans le cadre de ces systèmes optiques.

- Enfin, nous pouvons remarquer que les travaux de recherche présentés dans ce manuscrit concernent uniquement la formation à l'état stationnaire du spectre optique dans les lasers Raman à fibre. Comme le reporte l'étude numérique présentée dans la référence [9], le spectre optique de l'onde Stokes à l'état stationnaire résulte en réalité d'un régime transitoire au cours duquel une condition initiale monochromatique s'est déstabilisée. Lorsque nous réalisons une analyse de stabilité linéaire de cette condition initiale monochromatique (non exposée dans ce manuscrit) à partir de l'équation en champ moyen que nous avons développée, celle-ci montre qu'elle est linéairement stable. D'un point de vue fondamental, il est important de comprendre le mécanisme physique qui conduit à la déstabilisation de cet état monochromatique du spectre du laser, et donc au spectre fortement multimode que nous avons observé au cours de nos expériences. Cette perspective de travail est actuellement menée par l'équipe avec laquelle j'ai travaillé.

# Annexes

## Annexe A

# Equation cinétique associée à l'équation de Schrödinger Non Linéaire à 2 dimensions

Dans cette annexe, nous présentons l'ensemble des étapes de calcul conduisant à l'établissement de l'équation cinétique associée à l'équation de Schrödinger Non Linéaire à 2 dimensions.

Considérons une onde électromagnétique se propageant dans un milieu Kerr conservatif. Dans le cadre de l'approximation paraxiale, l'amplitude  $A(z, \mathbf{r})$  du champ électrique de l'onde obéit à l'équation de Schrödinger Non Linéaire normalisée :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = i\Delta A + i\alpha|A|^2 A, \quad (\text{A.1})$$

où  $z$  est la distance de propagation dans le milieu,  $\mathbf{r}$  le vecteur transverse de composantes  $(x, y)$  et  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  l'opérateur laplacien transverse lié à la diffraction de l'onde dans le milieu. Le paramètre  $\alpha$  peut prendre deux valeurs différentes correspondant au régime "focalisant" ( $\alpha = 1$ ) ou au régime "défocalisant" ( $\alpha = -1$ ).

Soit  $\tilde{A}(z, \mathbf{k})$  la transformée de Fourier spatiale de  $A(z, \mathbf{r})$  définie par :

$$\tilde{A}(z, \mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A(z, \mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}, \quad (\text{A.2})$$

ainsi que

$$A(z, \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(z, \mathbf{k}) e^{+i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{k}, \quad (\text{A.3})$$

$$\delta_{\mathbf{k}} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}. \quad (\text{A.4})$$

L'évolution de l'amplitude complexe  $\tilde{A}(z, \mathbf{k})$  est décrite par l'équation A.5 issue de la transformée de Fourier de l'équation A.1, à laquelle nous ajoutons un terme de pertes  $-\gamma\tilde{A}$  permettant de faciliter le développement de l'équation cinétique [17, 101] :

$$\frac{\partial \tilde{A}(z, \mathbf{k})}{\partial z} = -\gamma\tilde{A}(z, \mathbf{k}) - ik^2\tilde{A}(z, \mathbf{k}) + i\frac{\alpha}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A(z, \mathbf{r}) A^*(z, \mathbf{r}) A(z, \mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}. \quad (\text{A.5})$$

Les termes  $A(z, \mathbf{r})$  et  $A^*(z, \mathbf{r})$  de l'intégrale du membre de droite de l'équation A.5 peuvent être remplacés par leur expression issue de la transformée de Fourier inverse définie en A.3. Ce qui donne

pour l'équation A.5 [101] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{A}(z, \mathbf{k}_4)}{\partial z} &= -\gamma \tilde{A}(z, \mathbf{k}_4) - ik_4^2 \tilde{A}(z, \mathbf{k}_4) \\ &+ i \frac{\alpha}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{r} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(z, \mathbf{k}_1) \tilde{A}^*(z, \mathbf{k}_2) \tilde{A}(z, \mathbf{k}_3) e^{-i(\mathbf{k}_4 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3)\mathbf{r}} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3, \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

où le vecteur  $\mathbf{k}$  de l'équation A.5 a été remplacé par  $\mathbf{k}_4$ .

L'équation cinétique décrivant l'évolution du spectre de l'onde est obtenue en établissant l'équation du moment d'ordre 2 du champ défini par

$$\langle \tilde{A}(z, \mathbf{k}_4) \tilde{A}^*(z, \mathbf{k}_5) \rangle = n(z, \mathbf{k}_4) \delta_{\mathbf{k}_4 - \mathbf{k}_5}, \quad (\text{A.7})$$

où  $n(z, \mathbf{k}_4)$  est le spectre optique de l'onde électromagnétique. Afin d'obtenir l'équation pour le moment d'ordre 2 du champ, nous multiplions l'équation A.6 par le complexe conjugué  $A_5^*$ , où la notation  $A_5^* = \tilde{A}^*(z, \mathbf{k}_5)$  est introduite pour alléger l'écriture. En additionnant l'équation ainsi obtenue à son complexe conjugué et en utilisant la relation A.4, nous obtenons l'équation suivante [101] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial (A_4 A_5^*)}{\partial z} &= -2\gamma A_4 A_5^* + i(k_5^2 - k_4^2) A_4 A_5^* \\ &+ i \frac{\alpha}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\delta_{\mathbf{k}_5 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3} A_1 A_2^* A_3 A_5^* - A_1^* A_2 A_3^* A_4 \delta_{\mathbf{k}_4 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3}) d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3, \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

où  $\delta_{\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3}$  est la distribution  $\delta$  de Dirac. Enfin, en prenant la valeur moyenne de l'équation A.8 et en considérant que  $\mathbf{k}_4 = \mathbf{k}_5$  dans l'expression A.7 du moment d'ordre 2, nous obtenons l'équation d'évolution du spectre optique de l'onde [101] :

$$\frac{\partial n(z, \mathbf{k}_4)}{\partial z} = -2\gamma n(z, \mathbf{k}_4) - \frac{2\alpha}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{I}m(\hat{I}) \delta_{\mathbf{k}_4 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3, \quad (\text{A.9})$$

où  $\mathcal{I}m(\hat{I})$  est la partie imaginaire du moment d'ordre 4 du champ défini par  $\hat{I} = \langle A_1^* A_2 A_3^* A_4 \rangle$ .

Dans le développement de l'équation cinétique, l'étape suivante consiste à écrire une équation sur les moments d'ordre 4 et de procéder à la fermeture des moments en remplaçant les moments d'ordre 6 y apparaissant uniquement par une somme de moments d'ordre 2. L'équation différentielle des moments d'ordre 4 s'obtient en utilisant le fait que :

$$\partial_z (A_i A_j^* A_k A_l^*) = A_j^* A_k A_l^* \partial_z A_i + A_i A_k A_l^* \partial_z A_j^* + A_i A_j^* A_l^* \partial_z A_k + A_i A_j^* A_k \partial_z A_l^*. \quad (\text{A.10})$$

Ainsi, en partant de l'équation A.5, nous obtenons pour  $\hat{I}$  le moment d'ordre 4 de l'équation A.9 :

$$\begin{aligned}
\partial_z \hat{I} = & -4\gamma \hat{I} - i(k_1^2 + k_3^2 - k_2^2 - k_4^2) \hat{I} \\
& + i \frac{\alpha}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_7 - \mathbf{k}_6 - \mathbf{k}_8} \langle A_6 A_7^* A_8 A_2^* A_3 A_4^* \rangle d\mathbf{k}_6 d\mathbf{k}_7 d\mathbf{k}_8 \\
& + i \frac{\alpha}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta_{\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_7 - \mathbf{k}_6 - \mathbf{k}_8} \langle A_6 A_7^* A_8 A_2^* A_1 A_4^* \rangle d\mathbf{k}_6 d\mathbf{k}_7 d\mathbf{k}_8 \\
& - i \frac{\alpha}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta_{\mathbf{k}_4 + \mathbf{k}_7 - \mathbf{k}_6 - \mathbf{k}_8} \langle A_6^* A_7 A_8^* A_1 A_2^* A_3 \rangle d\mathbf{k}_6 d\mathbf{k}_7 d\mathbf{k}_8 \\
& - i \frac{\alpha}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta_{\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_7 - \mathbf{k}_6 - \mathbf{k}_8} \langle A_6^* A_7 A_8^* A_1 A_4^* A_3 \rangle d\mathbf{k}_6 d\mathbf{k}_7 d\mathbf{k}_8. \quad (\text{A.11})
\end{aligned}$$

Ici nous utilisons la relation de fermeture des moments pour exprimer les moments d'ordre 6  $\langle A_i A_j^* A_k A_l^* A_m A_n^* \rangle$  de l'équation A.11 en fonction d'une somme de moments d'ordre 2 [17] (seul le premier moment d'ordre 6 de l'équation A.11 est donné pour faciliter la lecture) :

$$\begin{aligned}
\langle A_6 A_7^* A_8 A_2^* A_3 A_4^* \rangle = & n_7 n_2 n_4 [\delta_{7-6} (\delta_{8-2} \delta_{3-4} + \delta_{8-4} \delta_{2-3}) \\
& + \delta_{7-8} (\delta_{6-2} \delta_{3-4} + \delta_{6-4} \delta_{2-3}) + \delta_{7-3} (\delta_{6-2} \delta_{8-4} + \delta_{6-4} \delta_{8-2})], \quad (\text{A.12})
\end{aligned}$$

où les notations  $n_i = n(z, \mathbf{k}_i)$  et  $\delta_{i-j} = \delta_{\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j}$  ont été adoptées pour alléger l'écriture. Compte tenu du fait que les vecteurs d'onde  $\mathbf{k}_6$ ,  $\mathbf{k}_7$  et  $\mathbf{k}_8$  varient lors du calcul des intégrales de l'équation A.11, seules les contributions non nulles resteront, soit l'expression finale de A.11 :

$$\partial_z \hat{I} = -[4\gamma + i(k_1^2 + k_3^2 - k_2^2 - k_4^2)] \hat{I} + i \frac{2\alpha}{(2\pi)^2} \mathcal{N}(z), \quad (\text{A.13})$$

avec  $\mathcal{N}(z) = (n_2 n_3 n_4 + n_1 n_2 n_4 - n_1 n_2 n_3 - n_1 n_3 n_4) \delta_{\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_4}$ .

Dans la suite du développement de l'équation cinétique, Zakharov *et al* supposent que la fonction  $\mathcal{N}(z)$  dans l'équation A.13 est une constante indépendante de  $z$ . La solution de l'équation A.13 pour le moment d'ordre 4 du champ s'écrit alors [17] :

$$\hat{I}(z) = \hat{I}'(z) e^{-[4\gamma + i(k_1^2 + k_3^2 - k_2^2 - k_4^2)]z} - \frac{2\alpha}{(2\pi)^2} \frac{\mathcal{N}}{-(k_1^2 + k_3^2 - k_2^2 - k_4^2) + i4\gamma}, \quad (\text{A.14})$$

où  $\hat{I}'(z)$  est une fonction déterminée en injectant l'expression A.14 dans la relation A.13. A ce stade du développement de l'équation cinétique, Zakharov *et al* effectuent une approximation importante supplémentaire : ils négligent dans l'expression A.14 la contribution de la fonction oscillante qu'ils supposent nulle en moyenne. Cette approximation revient à ne considérer que l'évolution stationnaire du moment d'ordre 4, ce qui donne pour  $\hat{I}$  [17] :

$$\hat{I} \simeq -\frac{2\alpha}{(2\pi)^2} \frac{\mathcal{N}}{-(k_1^2 + k_3^2 - k_2^2 - k_4^2) + i4\gamma}. \quad (\text{A.15})$$

D'après la définition mathématique de la partie principale  $P$  dans le formalisme des distributions [101]

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{x \pm i\epsilon} = P\left(\frac{1}{x}\right) \mp i\pi\delta(x), \quad (\text{A.16})$$

et dans la limite où  $\gamma \rightarrow 0$  (système conservatif), l'expression A.15 s'écrit alors :

$$\hat{I} = -\frac{2\alpha}{(2\pi)^2} \mathcal{N} \left[ P\left(\frac{1}{-(k_1^2 + k_3^2 - k_2^2 - k_4^2)}\right) - i\pi\delta(k_1^2 + k_3^2 - k_2^2 - k_4^2) \right]. \quad (\text{A.17})$$

En substituant la relation A.17 au moment d'ordre 4 de l'équation A.9, nous obtenons l'équation cinétique associée à l'équation de Schrödinger Non Linéaire à 2 dimensions :

$$\frac{\partial n_{\mathbf{k}_4}(z)}{\partial z} = \frac{4\pi\alpha^2}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{N} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3, \quad (\text{A.18})$$

avec  $\mathcal{N} = (n_{\mathbf{k}_1} n_{\mathbf{k}_2} n_{\mathbf{k}_3} + n_{\mathbf{k}_1} n_{\mathbf{k}_3} n_{\mathbf{k}_4} - n_{\mathbf{k}_2} n_{\mathbf{k}_3} n_{\mathbf{k}_4} - n_{\mathbf{k}_1} n_{\mathbf{k}_2} n_{\mathbf{k}_4}) \delta_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_4} \delta_{k_1^2 + k_3^2 - k_2^2 - k_4^2}$ .

## Annexe B

### Articles

- Nicolas Dalloz, Stéphane Randoux and Pierre Suret, *Influence of dispersion of fiber Bragg grating mirrors on formation of optical power spectrum in Raman fiber lasers*, Opt. Lett. **35**, 2505 (2010).

- Stéphane Randoux, Nicolas Dalloz, and Pierre Suret, *Intracavity changes in the field statistics of Raman fiber lasers*, Opt. Lett. **36**, 790 (2011).

# Influence of dispersion of fiber Bragg grating mirrors on formation of optical power spectrum in Raman fiber lasers

Nicolas Dalloz, Stéphane Randoux,\* and Pierre Suret

Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules, UMR CNRS 8523, Université des Sciences et Technologies de Lille, F-59655 Villeneuve d'Ascq, France  
\*Corresponding author: stephane.randoux@univ-lille1.fr

Received April 19, 2010; revised June 7, 2010; accepted June 16, 2010;  
posted July 6, 2010 (Doc. ID 126732); published July 16, 2010

We show, from experiments and numerical simulations, that dispersion of fiber Bragg grating (FBG) mirrors influences the formation of the optical power spectrum of Raman fiber lasers by shifting the cavity zero-dispersion wavelength inside the FBG reflectivity bandwidth. This results in a spectrum asymmetry, which is well described from a master equation including a third-order dispersion term. © 2010 Optical Society of America  
OCIS codes: 140.3550, 060.3735.

Questions related to the formation of the optical spectrum of Raman fiber lasers (RFLs) have recently attracted a great deal of interest [1–7]. Although these complicated questions have been initially raised in order to find ways to optimize power and spectral characteristics of RFLs, the most recent works in this domain have moved the problem into the fundamental field of wave turbulence (WT) [3–6]. RFLs are now seen as light sources characterized by an optical power spectrum, which is determined by turbulentlike weak interactions among their multiple (typically  $\sim 10^3$ – $10^8$ ) cavity modes. The multimode generation occurring in RFLs is now commonly described from a master equation [(ME) generalized complex Ginzburg–Landau equation] relying on a mean-field approach [3,6]. Gains, losses, and dispersive effects occurring inside the whole laser cavity are supposed to influence the formation of the optical power spectrum through their dependence in frequency-space. In particular, fiber Bragg grating (FBG) mirrors are usually considered as spectral filters, which have only an effect on the power carried by cavity modes without influencing their phases. Dispersive effects occurring inside the laser cavity are supposed to be dominantly governed by the second-order dispersion of the fiber, and dispersive effects occurring at light reflection on the FBGs are commonly fully neglected [2–7].

Applying WT theory on the ME, Babin *et al.* have shown that the RFL intracavity power spectrum takes a *symmetric* hyperbolic secant shape [3,4]. Turitsyna *et al.* have then underlined that the predictions of WT theory are inherently insensitive to the sign of wave dispersion [6]. They have further shown that the dispersion sign drastically changes the spectral shape, together with the statistics of the laser radiation [6]. Finally the influence of the bandwidth and of the spectral shape of the FBG reflectors has been recently examined from numerical simulations in [7]. To the best of our knowledge, all previous theoretical and experimental works on the formation of optical spectra in RFLs have reported spectra remaining *symmetric*, regardless of the laser operating regime [2–7].

In this Letter, we present experimental and numerical results showing that dispersion of cavity FBGs must be

taken into account to describe the formation of the optical spectrum in RFLs. We show that conventional RFLs may exhibit an *asymmetric* optical power spectrum, and we demonstrate that this asymmetry finds its origin in dispersive effects inherent to light reflection at the FBG mirrors. Introducing a new ME, we show that the observed asymmetry can be understood from third-order dispersion (TOD) effects.

Our experimental setup is schematically shown in Fig. 1. It is basically similar to the one presented in [8]. The RFL is pumped by a linearly polarized Yb-doped fiber laser operating at  $\lambda_p = 1100$  nm. It is made with a 500-m-long polarization-maintaining fiber (PMF) having a measured Raman gain of 12.3 dB/km/W at the Stokes wavelength  $\lambda_s \simeq 1159$  nm. The pump wave undergoes a single pass inside the fiber. The fiber losses are of 0.9 dB/km and 0.8 dB/km at  $\lambda_p$  and  $\lambda_s$ , respectively. The laser cavity is made with two uniform (unchirped) FBGs with a bandwidth of  $\sim 0.5$  nm and peak reflectivities of  $R_1 \simeq 99\%$  and  $R_2 \simeq 80\%$ . The intracavity spectra  $S_j(\lambda)$  ( $j = 1, 2$ ) of Stokes waves, which are incident on each of the two FBGs, can be recorded at the two ends of the laser cavity by means of two fiber couplers (FC1

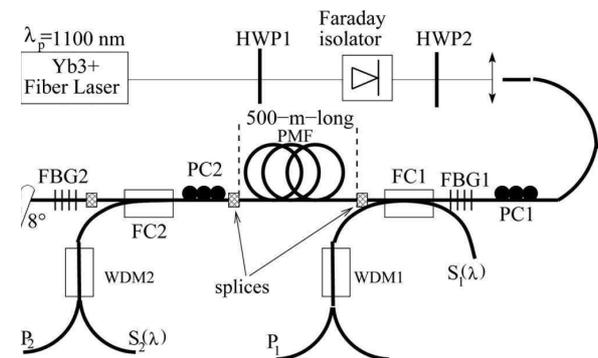


Fig. 1. Experimental setup: HWP, half-wave plate; WDM, wavelength-dense multiplexer; PC, polarization controller.  $P_j$  ( $j = 1, 2$ ) represents the power of the forward-propagating pump wave near FBG1 and FBG2.  $S_j(\lambda)$  ( $j = 1, 2$ ) represents the spectral power density of Stokes light incident on FBG1 and FBG2.

2506 OPTICS LETTERS / Vol. 35, No. 15 / August 1, 2010

and FC2) inserted between the FBGs and the PMF. The single-pass insertion losses of FC1 (respectively, FC2) are 14% (respectively, 10%) at  $\lambda_s$ . The laser power threshold  $P_{Th}$  measured at FC1 is close to 350 mW.

The FBGs and the fiber couplers are made with a standard fiber (Corning HI1060) that does not preserve light polarization. Changes in the light state of polarization (SOP) that occur in these pieces of standard fiber may have deep impact on the laser power characteristics [8]. Following a careful procedure similar to the one described in [8], we have designed the laser to have a precise control on the light SOP. In our RFL, pump and Stokes waves remain linearly polarized, at best to within a few percent. Moreover, a careful calibration procedure permits us to measure the power  $P_j$  and the spectral power density  $S_j(\lambda)$  ( $j = 1, 2$ ) of pump and Stokes waves with a relative uncertainty lower than 10% at the two ends 1 and 2 (see Fig. 1) of the laser cavity.

Figures 2(a) and 2(b) show the power spectra of the Stokes light (lower solid blue curves), which is incident at each of the two FBGs. The optical power spectra have been recorded at an incident pump power of  $\sim 1.5$  times the laser power threshold (i.e.,  $P_1 \sim 530$  mW). At the relatively modest level of pump power used, the Stokes optical spectra remain well confined within the reflectivity bandwidth of the two FBGs and they do not extend in those wavelength regions in which the reflectivity spectrum of FBG1 is slightly asymmetric [see Fig. 2(a)]. The Stokes optical power spectra exhibit a marked asymmetry, which strongly contrasts with the symmetric profile depicted by the two FBGs reflectivity spectra over the bandwidth of the Stokes light. These features have been observed at up to twice the laser power threshold in our experiments.

The asymmetry in the optical power spectra cannot originate from an asymmetry in the cavity-loss profile, and it cannot be attributed to a possible wavelength-dependence of the Raman gain profile, which can be considered as nearly flat over the narrow bandwidth ( $\sim 0.4$  nm) of Stokes light. Furthermore, dispersive effects occurring inside the cavity fiber can be fairly well

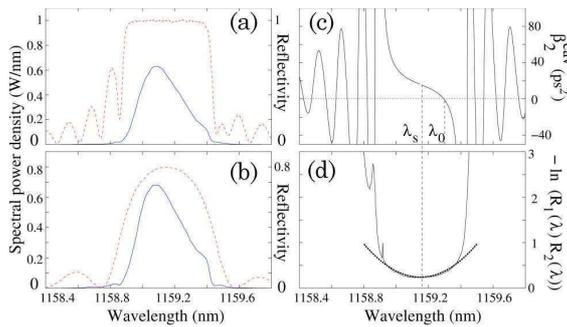


Fig. 2. (Color online) (a), (b) Experiments: spectra  $S_1(\lambda)$  and  $S_2(\lambda)$  of the Stokes light waves incident on (a) FBG1 and (b) FBG2 are plotted with the lower solid blue curves. Reflectivity power spectra of (a) FBG1 and (b) FBG2 are plotted with the upper dashed red curves. The resolution of the optical spectrum analyzer is of 0.01 nm. (c) Cavity second-order dispersion  $\beta_2^{\text{cav}}(\lambda)$ .  $\lambda_0$  is the cavity ZDW, and  $\lambda_s$  is the central wavelength of FBGs. (d) FBG losses: measurement (thin curve) and parabolic approximation (thick dashed curve).

treated by taking into account only the PMF second-order dispersion, which cannot break the spectrum symmetry.

We show below that the asymmetric shape of the optical power spectra found in our experiments is due to higher-order dispersive effects occurring at the reflection of Stokes light on the cavity FBGs. The influence of these dispersive effects has been extensively studied in the time domain for problems related to dispersion compensation in optical fiber transmission systems [9,10]. On the other hand, FBGs used to close laser cavities are often considered as optical filters influencing only the power of frequency components falling out of their bandwidth [3,7].

To grasp the influence of higher order dispersive effects on the formation of the optical spectrum in RFLs, we introduce an ME including, in addition to the ingredients usually found in this approach [3,6,7], the influence of a TOD term:

$$\frac{\partial A(T, t)}{\partial T} = -\frac{\delta_0 + 2\alpha_s L}{2\tau_{rt}} A + \frac{1}{2\tau_{rt}} (\delta_2 - i2L\beta_2) \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6\tau_{rt}} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + i \frac{2\gamma L}{\tau_{rt}} |A|^2 A + \frac{gL}{\tau_{rt}} \bar{P} A. \quad (1)$$

Contrary to [3,6,7], Eq. (1) is not written for the longitudinal modes of the cavity but for the complex amplitude  $A(T, t)$  of the intracavity Stokes field, which varies on two separate time scales. The “slow” time scale  $T$  is associated to changes of the Stokes field, which occur typically over the cavity photon lifetime. The “fast” time scale  $t$  corresponds to rapid variations of the Stokes field occurring on a characteristic time, which is typically inversely proportional to the Stokes linewidth. As in [3],  $\delta_0$  and  $\delta_2$  are obtained from a parabolic fit of the FBG reflectivity coefficients:  $-\ln(R_1(\omega)R_2(\omega)) = \delta_0 + \delta_2\omega^2$  [see Fig. 2(d)].  $\tau_{rt}$  represents the cavity round trip time.  $\alpha_p$  and  $\alpha_s$  are the fiber power losses at  $\lambda_p$  and  $\lambda_s$ , respectively.  $g$  and  $\gamma$  represent the Raman and Kerr coefficient of the fiber, respectively.

$$\bar{P} = P_1 \frac{1 - \exp(-\alpha_p L - 2g \frac{\lambda_s}{\lambda_p} IL)}{\alpha_p L + 2g \frac{\lambda_s}{\lambda_p} LI}$$

represents the mean power of the saturated pump field, which is exponentially depleted.  $P_1$  is the incident pump power measured at FC1,  $I(T) = \int |A(T, t)|^2 dt$  is the total Stokes power.  $L$  and  $\beta_2$  are the length and the second-order dispersion coefficient of the PMF, respectively.

Using a well-established analytic expression for the complex reflectivity coefficients  $\rho_j(\lambda) = \sqrt{R_j(\lambda)} \times \exp(i\phi_j(\lambda))$  ( $j = 1, 2$ ) of uniform (unchirped) FBGs (Eq. (21) of [11]), we have determined the FBG parameters that provide reflectivity power spectra as close as possible to those measured in the experiment. With this procedure, the spectral phases  $\phi_j(\omega)$  ( $j = 1, 2$ ) of the two uniform FBGs used in experiments are determined with a good accuracy. Figure 2(c) shows the second-order dispersion  $\beta_2^{\text{cav}}(\lambda)$  accumulated over one round trip inside the laser cavity  $(\beta_2^{\text{cav}}(\omega) = 2\beta_2 L + \frac{d^2}{d\omega^2} (\phi_1(\omega) + \phi_2(\omega)))$ ,  $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ ,

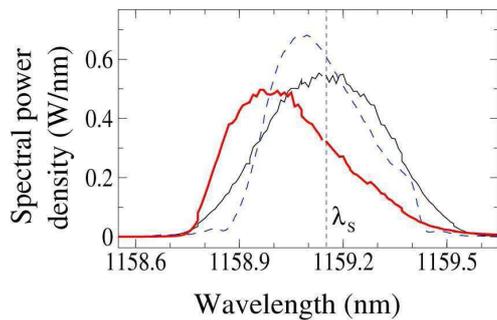


Fig. 3. (Color online) Stokes optical power spectra numerically calculated from Eq. (1) with  $\beta_3 = 54.4 \text{ ps}^3$  (thick red curve) and  $\beta_3 = 0 \text{ ps}^3$  (thin black curve). Power spectrum experimentally recorded is shown with the dashed blue curve. Parameters used in numerical simulations are  $\delta_0 = 0.77$ ,  $\alpha_s = 0.8 \text{ dB/km}$ ,  $\alpha_p = 0.9 \text{ dB/km}$ ,  $L = 0.5 \text{ km}$ ,  $\delta_2 = 3.3 \text{ ps}^2$ ,  $\beta_2 = +15.7 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $\gamma = 6.3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ,  $g = 12.3 \text{ dB} \cdot \text{W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ,  $\beta_3 = +54.4 \text{ ps}^3$ , and  $P_1 = 0.58 \text{ W}$ .

where  $c$  is the light velocity). As a result of dispersive effects occurring at reflection on the FBGs, the laser cavity exhibits a zero-dispersion wavelength (ZDW)  $\lambda_0 = 1159.30 \text{ nm}$ , which falls inside the reflectivity bandwidth of the FBGs. The central wavelength  $\lambda_s$  of the FBGs is  $1159.15 \text{ nm}$ . At  $\lambda = \lambda_s$ , the cavity second-order dispersion is given by  $\beta_2^{\text{cav}}(\lambda_s) = 2\beta_2 L$ . The numerical values of the TOD coefficient  $\beta_3$  found in Eq. (1) is simply determined from the curve plotted in Fig. 2(c) by using the relation  $\beta_3 = \frac{d\beta_2^{\text{cav}}(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega_s}$  ( $\omega_s = \frac{2\pi c}{\lambda_s}$ ). The value of the TOD coefficient  $\beta_3$  thus found is  $54.4 \text{ ps}^3$ . The contribution of the cavity fiber to the TOD effects is negligible, because its TOD coefficient is  $\beta_3^{\text{PMF}} \sim -4.3 \cdot 10^{-2} \text{ ps}^3/\text{km}$  at the Stokes wavelength.

Despite the strongly positive second-order dispersion of the PMF ( $\beta_2 = 15.7 \text{ ps}^2/\text{km}$  at  $1159 \text{ nm}$ ), strong dispersive effects that also occur over one cavity round trip inside the two FBGs bring the ZDW of the laser cavity inside the FBG reflectivity bandwidth. To the best of our knowledge, this feature has never been reported. The second-order dispersion of a highly reflective FBG mirror ( $R = 99\%$ ) typically varies  $\sim 1000 \text{ ps}^2$  over its bandwidth. This is much greater than the absolute value of the second-order dispersion coefficient of standard fibers, which does not exceed a few tens of  $\text{ps}^2/\text{km}$  in the  $1\text{--}1.6 \mu\text{m}$  wavelength region. Therefore, the shift in the ZDW that we report in this Letter arises in any RFL oscillating in a Fabry-Perot cavity made with at least one highly reflective uniform (*unchirped*) FBG and with a standard fiber having a length lower than a few kilometers. In our RFL, the ZDW  $\lambda_0$  is slightly detuned from the central wavelength  $\lambda_s$  of the two FBGs. The dispersive effects are, therefore, not symmetric with respect to the central wavelength of the FBG mirrors, which leads to an asymmetric Stokes optical power spectrum.

Starting from a noisy initial condition, Eq. (1) has been numerically integrated using a numerical step- and order-

adaptive split-step scheme [12]. Well after any transient motion, the Stokes spectrum at steady state is obtained from an average of the Stokes spectra over thousands of cavity round trip times. As shown in Fig. 3, the steady-state Stokes spectrum exhibits a marked asymmetry, which is fully relaxed if the value of  $\beta_3$  is set to zero. The peak-wavelength of the Stokes spectrum and the cavity ZDW  $\lambda_0$  are roughly symmetrically located with respect to  $\lambda_s$ . The Stokes spectrum obtained from the integration of Eq. (1) is not exactly quantitatively identical to the spectrum experimentally recorded. This can be explained from a nonnegligible contribution of dispersive effects of order greater than 3 or from deviations, in the experiment, of the mean-field approximation used to derive Eq. (1).

In conclusion, we have shown both from experiments and numerical simulations that high-order dispersive effects occurring at light reflection on cavity FBGs deeply influence the formation of the optical power spectrum in RFLs by shifting the cavity ZDW inside the FBG reflectivity bandwidth. In our RFL, this results in a spectrum asymmetry, which is observed near the laser threshold and which is well described from a ME, including a TOD term. Well above the threshold, our experiments show that the RFL spectrum takes a symmetric shape previously observed in various RFLs [2–4]. This cannot be described from our model [Eq. (1)], which produces a spectrum asymmetry, whatever the incident pump power, if  $\beta_3 \neq 0$ . One can expect that dispersive effects of an order greater than 3 and the exact shape of FBG reflectivity power spectra are needed to describe the symmetrization of the Stokes power spectrum well above the threshold.

## References

1. J. C. Bouteiller, IEEE Photon. Technol. Lett. **15**, 1698 (2003).
2. V. Karalekas, J. D. Ania-Castañón, P. Harper, S. A. Babin, E. V. Podivilov, and S. K. Turitsyn, Opt. Express **15**, 16690 (2007).
3. S. A. Babin, D. V. Churkin, A. E. Ismagulov, S. I. Kablukov, and E. V. Podivilov, J. Opt. Soc. Am. B **24**, 1729 (2007).
4. S. A. Babin, D. V. Churkin, A. E. Ismagulov, S. I. Kablukov, and E. V. Podivilov, Laser Phys. **17**, 1279 (2007).
5. S. A. Babin, V. Karalekas, E. V. Podivilov, V. K. Mezentsev, P. Harper, J. D. Ania-Castañón, and S. K. Turitsyn, Phys. Rev. A **77**, 033803 (2008).
6. E. G. Turitsyna, G. Falkovich, V. K. Mezentsev, and S. K. Turitsyn, Phys. Rev. A **80**, 031804(R) (2009).
7. E. G. Turitsyna, S. K. Turitsyn, and V. K. Mezentsev, Opt. Express **18**, 4469 (2010).
8. P. Suret and S. Randoux, Opt. Commun. **237**, 201 (2004).
9. G. P. Agrawal, *Applications of Nonlinear Fiber Optics* (Academic, 2001).
10. G. Lenz, B. J. Eggleton, and N. Lichinitser, J. Opt. Soc. Am. B **15**, 715 (1998).
11. T. Erdogan, IEEE J. Lightwave Technol. **15**, 1277 (1997).
12. B. Barviau, S. Randoux, and P. Suret, Opt. Lett. **31**, 1696 (2006).

# Intracavity changes in the field statistics of Raman fiber lasers

Stéphane Randoux,\* Nicolas Dalloz, and Pierre Suret

Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules, UMR CNRS 8523,  
Université Lille 1, 59655 Villeneuve d'Ascq, France

\*Corresponding author: stephane.randoux@univ-lille1.fr

Received December 22, 2010; revised January 28, 2011; accepted February 7, 2011;  
posted February 8, 2011 (Doc. ID 140119); published March 4, 2011

We present an experiment in which intracavity optical power spectra of a Raman fiber laser are precisely measured both in the forward and in the backward propagation directions near the cavity mirrors. The statistical properties of the intracavity Stokes field are found to be very different before and after reflection on the cavity mirrors. The influence of both the dispersion and the spectral filtering actions of fiber Bragg grating mirrors are discussed. © 2011 Optical Society of America

OCIS codes: 140.3550, 190.4370, 060.3735.

Raman fiber lasers (RFLs) are light sources that deliver high-power cw radiation in the near-IR region. Their optical spectrum is typically composed of  $10^5$  to  $10^8$  longitudinal modes interacting from four-wave mixing (FWM) processes. Recent theoretical treatments consider this multimode generation as being a turbulentlike phenomenon, and they use a master equation (ME) relying on a mean-field approximation to describe the laser physics [1–4]. This ME approach is well justified as long as the Stokes field (and its power spectrum) slightly changes from one cavity round trip to the next one. The ME approach can be valid in the so-called high- $Q$  RFL [1], and it captures qualitatively the laser physics near the threshold, as long as the Stokes power spectrum remains narrower than the fiber Bragg grating's (FBG's) reflectivity power spectra [5]. In particular, we have recently shown that the RFL spectrum is asymmetric near the threshold because of high-order dispersive effects occurring in FBG mirrors closing the cavity [5].

For RFLs oscillating well above the threshold in cavities that are not closed by highly reflective ( $\sim 99\%$ ) FBGs, the ME treatment cannot be applied, and a few numerical procedures based on generalized nonlinear Schrödinger (NLS) equations have been introduced to compute the forward- and backward-propagating fields [6,7]. At each time step, intracavity fields are computed from forward- and backward-propagating fields, which are evaluated at different physical times. Therefore, such numerical procedures cannot describe the precise dynamics of the RFL from one single pass in the fiber to the next one. However, they are interestingly found to converge towards Stokes fields that have mean powers and mean spectral widths quantitatively comparable with those measured in experiments [6,7]. Considering this good quantitative agreement between numerical results and experiments, Churkin *et al.* have recently used such a model to get information about the statistics of the intracavity Stokes radiation in a high- $Q$  normal dispersion cavity RFL [7]. The statistical properties of ultralong RFLs have also been investigated from an ME treatment in Ref. [3]. In these works, the statistical treatment was performed at one point inside the cavity with the implicit assumption that the statistics do not change along the cavity fiber.

In this Letter, we show that the intracavity Stokes field significantly changes in terms of statistics and optical power spectrum depending on the light propagation direction and on the position inside the cavity fiber. We present an experiment in which we examine a total of four intracavity Stokes optical power spectra recorded near the two FBG mirrors, both in forward- and in backward-propagation directions. Our laser operates well above threshold in a cavity configuration that is far from the so-called high- $Q$  RFL. We show that forward- and backward-propagating Stokes waves experience a significant spectral broadening from a single pass inside the cavity fiber. The ME approach being inadequate in this situation, we introduce a simple model describing the spectral broadening phenomenon in a quantitative way at steady state. The statistical properties of the Stokes field determined from this model are shown to be significantly modified from a single pass inside the fiber and the succeeding reflection on one FBG mirror.

Figure 1 shows a schematic representation of our experimental setup, which is similar to the one presented in Ref. [5]. The RFL is pumped by a linearly polarized Yb-doped fiber laser operating at  $\lambda_p = 1100$  nm. It is made with a 500-m-long polarization-maintaining fiber (PMF)

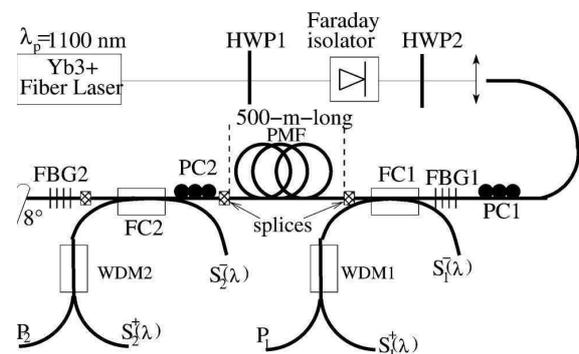


Fig. 1. Experimental setup. HWP, half-wave plate; WDM, wavelength-division multiplexer; PC, polarization controller.  $P_1$  and  $P_2$  are the powers of the forward-propagating pump wave near FBG1 and FBG2, respectively.  $S_{1,2}^{\pm}(\lambda)$  are the spectral power densities of forward-propagating (+) and backward-propagating (-) intracavity Stokes light near FBG1 and FBG2.

having a Raman gain of 12.3 dB/km/W at the Stokes wavelength  $\lambda_s \simeq 1159$  nm. The pump wave undergoes a single pass inside the fiber. The fiber losses are of 0.8 dB/km at  $\lambda_s$ . The laser cavity is made with two unchirped FBGs already described in Ref. [5]. Their bandwidth is of  $\sim 0.5$  nm, and their peak reflectivities are  $R_1 \simeq 99\%$  and  $R_2 \simeq 80\%$ . The intracavity power spectra,  $S_j^{+/-}(\lambda)$  ( $j = 1, 2$ ), of forward-propagating (+) and backward-propagating (-) Stokes waves are recorded at the two ends of the laser cavity, near the FBGs, by means of two fiber couplers (FC1 and FC2) inserted between the FBGs and the PMF. The single-pass insertion losses of FC1 and FC2 are 14% and 10%, respectively, at  $\lambda_s$ . The laser power threshold,  $P_{Th}$ , measured at FC1 is  $\sim 350$  mW.

As extensively discussed in Refs. [5,8], the RFL of Fig. 1 has been designed with great care to make sure that the pump and Stokes waves remain linearly polarized with a precision better than a few percent. A careful calibration procedure has been implemented to measure the powers  $P_{1,2}$  and the spectral power densities  $S_{1,2}^{+/-}(\lambda)$  of pump and Stokes waves with a relative uncertainty lower than 10% at the two ends of the laser cavity.

Figures 2(a) and 2(b) show the power spectra of forward- and backward-propagating Stokes light near FBG2 and FBG1, respectively. At a pump power,  $P_1$ , of  $\sim 3.6$  W  $\sim 10P_{Th}$ , the Stokes light incident on each of the two FBGs has experienced a significant spectral broadening. The power of the Stokes light incident on FBG2 and FBG1 is  $\sim 2.6$  W and  $\sim 1.9$  W, respectively. Propagating from FBG1 to FBG2 and from FBG2 to FBG1, the Stokes optical power spectrum takes a smooth shape with nearly exponential wings [1] and its width increases by factors of  $\sim 2$  and  $\sim 1.5$ , respectively, from a single pass inside the cavity fiber. Experimental results presented in Figs. 2(a) and 2(b) show that the formation of the RFL optical power spectrum results from a balance phenomenon in which the single-pass spectral broadening mechanism is periodically counterbalanced by the FBG's filtering action.

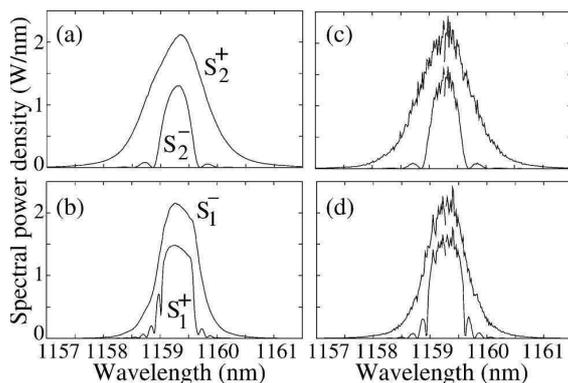


Fig. 2. (a) and (b) Experiments at  $P_1 \sim 3.6$  W  $\sim 10P_{Th}$ .  $S_2^-$  and  $S_1^+$  are the spectra of Stokes light reflected by FBG2 and FBG1, respectively, and  $S_2^+$  and  $S_1^-$  are respectively the spectra of forward-propagating and backward-propagating Stokes light incident on FBG2 and FBG1, respectively. (c) and (d): Same as (a) and (b) but from numerical simulations made with the parameters  $g = 12.3$  dB/km/W,  $\alpha_s = 0.8$  dB/km,  $\beta_2 = 15.7$  ps<sup>2</sup>/km, and  $\gamma = 6.3$  km<sup>-1</sup> W<sup>-1</sup>.

As single-pass propagation induces pronounced changes in the Stokes power spectra (compare for instance  $S_1^+$  and  $S_2^+$  in Figs. 2(a) and 2(b)), a ME treatment of features observed in experiments is *a priori* not practicable. However, these features can be quantitatively described from a model in which a generalized NLS equation is iteratively integrated in forward and backward directions. Considering propagation in a reference frame moving with the Stokes wave, our model reads

$$\pm \frac{\partial A_s^\pm(z, t)}{\partial z} + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_s^\pm(z, t)}{\partial t^2} = -\frac{\alpha_s}{2} A_s^\pm(z, t) + \frac{g}{2} P(z) A_s^\pm(z, t) + i\gamma |A_s^\pm|^2 A_s^\pm. \quad (1)$$

$A_s^\pm(z, t)$  represent the complex envelopes of the forward- (+) and backward- (-) propagating Stokes fields.  $\beta_2$  and  $\alpha_s$  are the second-order dispersion coefficient and the fiber attenuation coefficient at  $\lambda_s$ .  $g$  and  $\gamma$  are the Raman and Kerr coefficients of the fiber at  $\lambda_s$ . As in Refs. [6,7], we introduce an empirical procedure that does not describe the precise dynamics of the RFL but that provides its average optical power spectrum. Instead of a propagation equation for the pump wave [7], we use a simple expression for its stationary longitudinal power,  $P(z)$ . As the pump power has been carefully measured at the two ends of the PMF ( $P(z=0) = P_1 \sim 3.6$  W,  $P(z=L) = P_2 \sim 34$  mW), we suppose that the function  $P(z)$  is simply given by  $P(z) = P_1 e^{-az}$  with  $a = 1/L \ln(P_1/P_2)$ . Numerical simulations taking into account saturation of the Raman gain, show that deviations from this exponential profile are weak and can be neglected even at  $P_1 \sim 10P_{Th}$ . With this fixed stationary pump profile,  $P(z)$ , the pump wave is treated as a monochromatic wave, and cross-phase modulation effects between the pump and Stokes waves are neglected [7].

Starting from a noisy initial condition for the Stokes field, Eq. (1) is first numerically integrated in the forward direction from  $z = 0$  to  $z = L$ . The Stokes field computed at  $z = L$  is reflected by FBG2, and numerical integration of Eq. (1) is made between  $z = L$  and  $z = 0$ . The Stokes field is reflected by FBG1, and the whole procedure is repeated until the wave system reaches a steady state. RFL optical power spectra are obtained from an ensemble average over hundreds of realizations of the iterative procedure [9]. In this procedure, reflections on FBGs are treated by using a well-established analytic expression for the complex reflectivity coefficients  $\rho_j(\lambda) = \sqrt{R_j(\lambda)} \exp[i\phi_j(\lambda)]$  ( $j = 1, 2$ ) of the unchirped FBGs [Eq. (21) of Ref. [10]]. As in Ref. [5], the FBG's parameters found in this analytic expression have been adjusted in order to get reflectivity power spectra as close as possible to those measured in the experiment.

As shown in Figs. 2(c) and 2(d), the Stokes optical power spectra computed from numerical simulations based on the procedure described above are nearly quantitatively identical to those measured in the experiments at  $\sim 10P_{Th}$ . Moreover, our procedure allows us to investigate the influence of the spectral phases,  $\phi_{1,2}(\lambda)$ , of FBGs: Stokes optical power spectra at  $\sim 10P_{Th}$  have a symmetric shape, which is not sensitive to dispersive

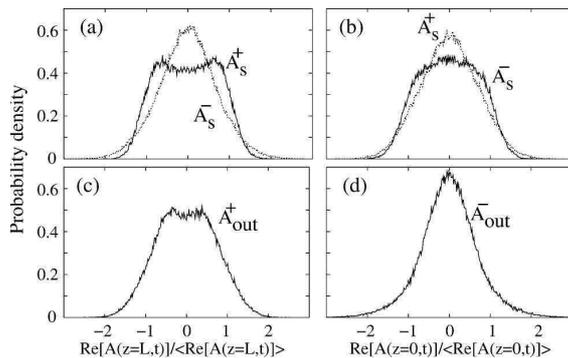


Fig. 3. Numerical simulations. PDFs of the real part,  $\text{Re}[A_s^\pm(t)]$ , of the intracavity field near (a) FBG2 and (b) FBG1. PDFs of the real part,  $\text{Re}[A_{\text{out}}^\pm(t)]$ , of the field at the output of the cavity near (c) FBG2 and (d) FBG1.

effects occurring in FBGs [i.e., canceling out the phases  $\phi_{1,2}(\lambda)$  of FBGs, the spectra remain identical to those of Figs. 2(c) and 2(d)]. This means that dispersive effects occurring in FBGs well above threshold do not play any role; the symmetric shape of the RFL spectrum is given by the shape of the FBG reflectivity power spectra.

Our iterative procedure also confirms that the spectrum asymmetry evidenced at  $\sim 1.5P_{\text{Th}}$  in Ref. [5] fully originates from dispersive effects occurring at light reflection on FBGs. Indeed, numerical simulations at  $\sim 1.5P_{\text{Th}}$  provide results quantitatively nearly identical to those observed in experiments previously reported in Figs. 2(a), (b) of Ref. [5]. Canceling out the phases  $\phi_{1,2}(\lambda)$  of FBGs, we have checked that the spectrum asymmetry observed near the laser threshold is fully relaxed.

In Ref. [7], Churkin *et al.* have shown that the amplitudes of the longitudinal modes cannot be treated as constant in RFLs. We obtain identical conclusions from numerical simulations based on the iterative integration of Eq. (1). However, note that the so-called random spectral phase model provides results *on averaged spectra* that are almost identical to those presented in Fig. 2. Taking a Stokes wave with a power spectrum given by  $S_1^+(\lambda)$  or  $S_2^-(\lambda)$  and *random spectral phases*, the *single-pass* integration of Eq. (1) from  $z = 0$  to  $z = L$  or from  $z = L$  to  $z = 0$ , respectively, gives an *averaged power spectrum* nearly identical to  $S_2^+(\lambda)$  and  $S_1^-(\lambda)$ , respectively. If the averaging procedure is not performed, the spectra computed from the single-pass integration of Eq. (1) have the noisy structure evidenced in Fig. 2(a) of Ref. [7].

The complete numerical procedure based on the iterative integration of Eq. (1) is now used to investigate the

statistics of the Stokes field before and after reflection on the FBG mirrors. As shown in Figs. 3(a) and 3(b), probability density functions (PDFs) of the real part,  $\text{Re}[A_s^\pm(t)]$ , of the Stokes field at  $z = 0$  or  $z = L$  strongly depend on whether Stokes light is incident or reflected by FBG mirrors. Stokes light reflected by FBG mirrors exhibits nearly Gaussian statistics that significantly differ from the statistics of the Stokes light that is incident on the FBG mirrors. Note that, computing the PDFs for the intensities  $|A_s^+(t, z = L)|^2$  and  $|A_s^-(t, z = 0)|^2$  of Stokes fields that are *incident* of FBG mirrors, we obtain results qualitatively similar to those presented in Fig. 3(b) of Ref. [7]. As shown in Figs. 3(c) and 3(d), the PDFs of the real part,  $\text{Re}[A_{\text{out}}^\pm(t)]$ , of the Stokes field at the output of the laser cavity are different from the PDFs of the intracavity Stokes field [Figs. 3(a) and 3(b)]. Future works intending to describe the statistical properties of partially coherent cw fiber lasers will therefore have to separate light propagation directions and to distinguish the laser output field from the intracavity field.

PDFs of the intracavity Stokes field are distorted by the single-pass spectral broadening phenomenon, but they return to the Gaussian shape from reflections on FBG mirrors. Wave turbulence theory provides a theoretical framework for studying the nonlinear evolution of fields that preserve nearly Gaussian statistics [11]. Distortions from Gaussian shape evidenced in Fig. 3 open questions about the validity of a kinetic wave treatment of spectral broadening in RFLs that oscillate in configurations far from the so-called high-Q RFL [1].

## References

1. S. A. Babin, D. V. Churkin, A. E. Ismagulov, S. I. Kablukov, and E. V. Podivilov, *J. Opt. Soc. Am. B* **24**, 1729 (2007).
2. S. A. Babin, V. Karalekas, E. V. Podivilov, V. K. Mezentsev, P. Harper, J. D. Ania-Castañón, and S. K. Turitsyn, *Phys. Rev. A* **77**, 033803 (2008).
3. E. G. Turitsyna, G. Falkovich, V. K. Mezentsev, and S. K. Turitsyn, *Phys. Rev. A* **80**, 031804(R) (2009).
4. E. G. Turitsyna, S. K. Turitsyn, and V. K. Mezentsev, *Opt. Express* **18**, 4469 (2010).
5. N. Daloz, S. Randoux, and P. Suret, *Opt. Lett.* **35**, 2505 (2010).
6. J. Hagen, R. Engelbrecht, O. Welzel, A. Siekiera, and B. Schmauss, *IEEE Photonics Technol. Lett.* **19**, 1759 (2007).
7. D. V. Churkin, S. V. Smirnov, and E. V. Podivilov, *Opt. Lett.* **35**, 3288 (2010).
8. P. Suret and S. Randoux, *Opt. Commun.* **237**, 201 (2004).
9. B. Barviau, S. Randoux, and P. Suret, *Opt. Lett.* **31**, 1696 (2006).
10. T. Erdogan, *J. Lightwave Technol.* **15**, 1277 (1997).
11. A. Picozzi, *Opt. Express* **15**, 9063 (2007).

# Bibliographie

- [1] Y.-G. Han, T. V. A. Tran, S.-H. Kim, and S. B. Lee, *Development of a multiwavelength Raman fiber laser based on phase-shifted fiber Bragg gratings for long-distance remote-sensing applications*, Opt. Lett. **30**, 1114 (2005).
- [2] J. Bromage, *Raman amplification for fiber communications systems*, Lightwave Technology, Journal of **22**, 79 (2004).
- [3] P.-L. Hsiung *et al.*, *Optical coherence tomography using a continuous-wave, high-power, Raman continuum light source*, Opt. Express **12**, 5287 (2004).
- [4] F. Anquez *et al.*, *A high-power tunable Raman fiber ring laser for the investigation of singlet oxygen production from direct laser excitation around 1270 nm*, Opt. Express **18**, 22928 (2010).
- [5] J. AuYeung and A. Yariv, *Theory of cw Raman oscillation in optical fibers*, J. Opt. Soc. Am. **69**, 803 (1979).
- [6] P. Suret and S. Randoux, *Influence of spectral broadening on steady characteristics of Raman fiber lasers : from experiments to questions about validity of usual models*, Optics Communications **237**, 201 (2004).
- [7] J. C. Bouteiller, *Spectral Modeling of Raman Fiber Lasers*, IEEE Photonics Technology Letters **15**, 1698 (2003).
- [8] S. A. Babin *et al.*, *Four-wave-mixing-induced turbulent spectral broadening in a long Raman fiber laser*, J. Opt. Soc. Am. B **24**, 1729 (2007).
- [9] E. G. Turitsyna, G. Falkovich, V. K. Mezentsev, and S. K. Turitsyn, *Optical turbulence and spectral condensate in long-fiber lasers*, Phys. Rev. A **80**, 031804 (2009).
- [10] E. G. Turitsyna, S. K. Turitsyn, and V. K. Mezentsev, *Numerical investigation of the impact of reflectors on spectral performance of Raman fibre laser*, Opt. Express **18**, 4469 (2010).
- [11] D. V. Churkin, S. V. Smirnov, and E. V. Podivilov, *Statistical properties of partially coherent cw fiber lasers*, Opt. Lett. **35**, 3288 (2010).
- [12] S. Babin *et al.*, *Broadening of the Intracavity and Output Spectra of a Raman Fiber Laser with a Low-Q Cavity*, Laser Physics **17**, 1279 (2007).
- [13] V. N. Tsytovich, *Nonlinear Effects in Plasma* (Plenum, 1970).
- [14] P. A. Robinson, *Nonlinear wave collapse and strong turbulence*, Rev. Mod. Phys. **69**, 507 (1997).
- [15] K. Hasselmann, *On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum Part 1. General theory*, Journal of Fluid Mechanics **12**, 481 (1962).
- [16] K. Hasselmann, *On the non-linear energy transfer in a gravity wave spectrum Part 2. Conservation theorems ; wave-particle analogy ; irrevesibility*, Journal of Fluid Mechanics **15**, 273 (1963).
- [17] V. Zakharov, V. L'vov, and G. Falkovich, *Kolmogorov Spectra of Turbulence I : Wave Turbulence* (Springer-Verlag, 1992).

- [18] S. K. Turitsyn *et al.*, *270-km Ultralong Raman Fiber Laser*, Phys. Rev. Lett. **103**, 133901 (2009).
- [19] A. E. El-Taher *et al.*, *Dual-wavelength, ultralong Raman laser with Rayleigh-scattering feedback*, Opt. Lett. **35**, 1100 (2010).
- [20] S. K. Turitsyn *et al.*, *Random Distributed Feedback Fiber Laser*, Opt. Photon. News **21**, 33 (2010).
- [21] S. B. Poole, D. Payne, and M. Fermann, *Fabrication of low-loss optical fibres containing rare-earth ions*, Electronics Letters **21**, 737 (1985).
- [22] R. J. Mears, D. Payne, and M. Fermann, *Neodymium-doped silica single-mode fibre laser*, Electronics Letters **21**, 738 (1985).
- [23] A. Hideur, *Etude et réalisation de lasers à fibre de puissance* (Thèse de doctorat, université de Rouen, 2001).
- [24] E. P. Ippen, *Low-power Quasi-cw Raman Oscillator*, Applied Physics Letters **16**, 303 (1970).
- [25] R. H. Stolen, E. P. Ippen, and A. R. Tynes, *Raman Oscillation in Glass Optical Waveguide*, Applied Physics Letters **20**, 62 (1972).
- [26] K. O. Hill, B. S. Kawasaki, and D. C. Johnson, *Low-threshold cw Raman laser*, Applied Physics Letters **29**, 181 (1976).
- [27] D. Johnson, K. Hill, B. Kawasaki, and D. Kato, *Tunable Raman fibre-optic laser*, Electronics Letters **13**, 53 (1977).
- [28] R. K. Jain *et al.*, *A high-efficiency tunable cw Raman oscillator*, Applied Physics Letters **30**, 162 (1977).
- [29] R. H. Stolen, C. Lin, and R. K. Jain, *A time-dispersion-tuned fiber Raman oscillator*, Applied Physics Letters **30**, 340 (1977).
- [30] R. K. Jain, C. Lin, R. H. Stolen, and A. Ashkin, *A tunable multiple Stokes cw fiber Raman oscillator*, Applied Physics Letters **31**, 89 (1977).
- [31] C. Lin, R. H. Stolen, and L. G. Cohen, *A tunable 1.1- $\mu\text{m}$  fiber Raman oscillator*, Applied Physics Letters **31**, 97 (1977).
- [32] C. Lin, R. H. Stolen, W. G. French, and T. G. Malone, *A cw tunable near-infrared (1.085-1.175- $\mu\text{m}$ ) Raman oscillator*, Opt. Lett. **1**, 96 (1977).
- [33] C. V. Raman, *A new radiation*, Indian Journal of Physics **2**, 387 (1928).
- [34] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics* (Academic Press, 1992).
- [35] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics - Third edition* (Academic Press, 2001).
- [36] R. H. Stolen and E. P. Ippen, *Raman gain in glass optical waveguides*, Applied Physics Letters **22**, 276 (1973).
- [37] G. P. Agrawal, *Fiber-optic Communication Systems - Second Edition* (Wiley-Interscience, 1997).
- [38] T. Erdogan, *Fiber Grating Spectra*, Journal of Lightwave Technology **15**, 1277 (1997).
- [39] A. Othonos and K. Kalli, *Fiber Bragg Gratings - Fundamentals and Applications in Telecommunications and Sensing* (Artech House, 1999).
- [40] R. Paschotta, J. Nilsson, A. Tropper, and D. Hanna, *Ytterbium-doped fiber amplifiers*, Quantum Electronics, IEEE Journal of **33**, 1049 (1997).
- [41] D. J. Richardson, J. Nilsson, and W. A. Clarkson, *High power fiber lasers : current status and future perspectives*, J. Opt. Soc. Am. B **27**, B63 (2010).
- [42] D. Ripin and L. Goldberg, *High efficiency side-coupling of light into optical fibres using imbedded v-grooves*, Electronics Letters **31**, 2204 (1995).

- [43] S. G. Grubb *et al.*, *1.3  $\mu\text{m}$  Cascaded Raman Amplifier in Germanosilicate Fibers*, OAA, Paper PD3, 187 (1994).
- [44] S. G. Grubb *et al.*, *High-Power 1.48  $\mu\text{m}$  Cascaded Raman Laser in Germanosilicate Fibers*, OAA, Paper SaA4-1, 197 (1995).
- [45] E. Dianov *et al.*, *CW high power 1.24  $\mu\text{m}$  and 1.48  $\mu\text{m}$  Raman lasers based on low loss phosphosilicate fibre*, Electronics Letters **33**, 1542 (1997).
- [46] V. I. Karpov *et al.*, *Laser-diode-pumped phosphosilicate-fiber Raman laser with an output power of 1 W at 1.48  $\mu\text{m}$* , Opt. Lett. **24**, 887 (1999).
- [47] M. Prabhu, N. S. Kim, L. Jianren, and K. ichi Ueda, *Simultaneous two-color CW Raman fiber laser with maximum output power of 1.05 W/1239 nm and 0.95 W/1484 nm using phosphosilicate fiber*, Optics Communications **182**, 305 (2000).
- [48] M. Rini *et al.*, *Experimental and numerical optimization of a fiber Raman laser*, Optics Communications **203**, 139 (2002).
- [49] Y. Feng, L. R. Taylor, and D. B. Calia, *150 W highly-efficient Raman fiber laser*, Opt. Express **17**, 23678 (2009).
- [50] D. A. Chestnut and J. R. Taylor, *Wavelength-versatile subpicosecond pulsed lasers using Raman gain in figure-of-eight fiber geometries*, Opt. Lett. **30**, 2982 (2005).
- [51] S. Randoux and P. Suret, *Toward passive mode locking by nonlinear polarization evolution in a cascaded Raman fiber ring laser*, Optics Communications **267**, 145 (2006).
- [52] A. Chamorovskiy *et al.*, *1.38- $\mu\text{m}$  mode-locked Raman fiber laser pumped by semiconductor disk laser*, Opt. Express **18**, 23872 (2010).
- [53] S. A. E. Lewis, S. V. Chernikov, and J. R. Taylor, *Fibre-optic tunable CW Raman laser operating around 1.3  $\mu\text{m}$* , Optics Communications **182**, 403 (2000).
- [54] P. Reeves-Hall and J. Taylor, *Wavelength tunable CW Raman fibre ring laser operating at 1486-1551 nm*, Electronics Letters **37**, 491 (2001).
- [55] M. Mermelstein *et al.*, *Configurable three-wavelength Raman fiber laser for Raman amplification and dynamic gain flattening*, Photonics Technology Letters, IEEE **13**, 1286 (2001).
- [56] S. A. Babin *et al.*, *All-fiber widely tunable Raman fiber laser with controlled output spectrum*, Opt. Express **15**, 8438 (2007).
- [57] C. Lin and W. G. French, *A near-infrared fiber Raman oscillator tunable from 1.07 to 1.32  $\mu\text{m}$* , Applied Physics Letters **34**, 666 (1979).
- [58] E. Granados and D. J. Spence, *Pulse compression in synchronously pumped mode locked Raman lasers*, Opt. Express **18**, 20422 (2010).
- [59] A. Chamorovskiy *et al.*, *Raman fiber laser pumped by a semiconductor disk laser and mode locked by a semiconductor saturable absorber mirror*, Opt. Lett. **35**, 3529 (2010).
- [60] J. Schröder, S. Coen, F. Vanholsbeeck, and T. Sylvestre, *Passively mode-locked Raman fiber laser with 100 GHz repetition rate*, Opt. Lett. **31**, 3489 (2006).
- [61] J. Schröder, D. Alasia, T. Sylvestre, and S. Coen, *Dynamics of an ultrahigh-repetition-rate passively mode-locked Raman fiber laser*, J. Opt. Soc. Am. B **25**, 1178 (2008).
- [62] E. Hairer, P. Norsett, and G. Wanner, *Solving Ordinary Differential Equations I. Nonstiff Problems.*, Springer Series in Comput. Mathematics (Springer-Verlag, 1993).
- [63] S. D. Jackson and P. H. Muir, *Theory and numerical simulation of nth-order cascaded Raman fiber lasers*, J. Opt. Soc. Am. B **18**, 1297 (2001).
- [64] S. Cierullies, H. Renner, and E. Brinkmeyer, *Numerical optimization of multi-wavelength and cascaded Raman fiber lasers*, Optics Communications **217**, 233 (2003).

- [65] A. Doutte, P. Suret, and S. Randoux, *Influence of light polarization on dynamics of continuous-wave-pumped Raman fiber lasers*, Optics Letters **28**, 2464 (2003).
- [66] P. Suret, A. Doutte, and S. Randoux, *Influence of light polarization on dynamics of all-fiber Raman lasers : theoretical analysis*, Optics Letters **29**, 2166 (2004).
- [67] S. A. Skubchenko, M. Y. Vyatkin, and D. V. Gapontsev, *High-Power CW Linearly Polarized All-Fiber Raman Laser*, IEEE Photonics Technology Letters **16**, 1014 (2004).
- [68] S. Randoux, A. Doutte, and P. Suret, *Polarization-resolved analysis of the characteristics of Raman laser made with a polarization maintaining fiber*, Optics Communications **260**, 232 (2006).
- [69] S. A. Babin, D. V. Churkin, and E. V. Podivilov, *Intensity interactions in cascades of a two-stage Raman fiber laser*, Optics Communications **226**, 329 (2003).
- [70] Y. Wang and H. Po, Opt. Eng. **42**, 2872 (2003).
- [71] R. H. Stolen, C. Lee, and R. K. Jain, *Development of the stimulated Raman spectrum in single-mode silica fibers*, J. Opt. Soc. Am. B **1**, 652 (1984).
- [72] S. Dyachenko, A. Newell, A. Pushkarev, and V. Zakharov, *Optical turbulence : weak turbulence, condensates and collapsing filaments in the nonlinear Schrödinger equation*, Physica D **57**, 96 (1991).
- [73] A. Newell, S. Nazarenko, and L. Biven, *Wave turbulence and intermittency*, Physica D **152-153**, 520 (2001).
- [74] C. Connaughton *et al.*, *Condensation of Classical Nonlinear Waves*, Physical Review Letters **95**, 263901 (2006).
- [75] C. Connaughton, A. Newell, and Y. Pomeau, *Non-stationary spectra of local wave turbulence*, Physica D **184**, 64 (2003).
- [76] A. Picozzi, *Towards a nonequilibrium thermodynamic description of incoherent nonlinear optics*, Optics Express **15**, 9063 (2007).
- [77] S. Pitois, S. Lagrange, H. Jauslin, and A. Picozzi, *Velocity Locking of Incoherent Nonlinear Wave Packets*, Physical Review Letters **97**, 033902 (2006).
- [78] B. Barviau, B. Kibler, and A. Picozzi, *Wave-turbulence approach of supercontinuum generation : Influence of self-steepening and higher-order dispersion*, Phys. Rev. A **79**, 063840 (2009).
- [79] P. Suret, S. Randoux, H. Jauslin, and A. Picozzi, *Anomalous Thermalization of Nonlinear Wave Systems*, Physical Review Letters **104**, 054101 (2010).
- [80] S. A. Babin *et al.*, *Turbulence-induced square-root broadening of the Raman fiber laser output spectrum*, Opt. Lett. **33**, 633 (2008).
- [81] S. Babin *et al.*, *Relative Intensity Noise in Cascaded Raman Fiber Lasers*, IEEE Photonics Technology Letters **17**, 2553 (2005).
- [82] H. Haus, *Theory of mode locking with a fast saturable absorber*, Journal of Applied Physics **46**, 3049 (1975).
- [83] J. Hagen *et al.*, *Numerical Modeling of Intracavity Spectral Broadening of Raman Fiber Lasers*, Photonics Technology Letters, IEEE (2007).
- [84] S. Babin, A. Kurlov, V. Potapov, and D. Churkin, *Dependence of the spectral parameters of a Raman fiber laser on the Bragg grating temperature*, Quantum Electronics **33**, 1096 (2003).
- [85] I. A. Bufetov *et al.*, *Highly Efficient One- and Two-Cascade Raman Lasers Based on Phosphosilicate Fibers*, Laser Physics **13**, 234 (2003).
- [86] V. I. Karpov, W. R. Clements, E. M. Dianov, and S. B. Papernyi, *High-power 1.48  $\mu\text{m}$  phosphoro-silicate-fiber-based laser pumped by laser diodes*, Canadian Journal of Physics **78**, 407 (2000).

- [87] F. Vanholsbeeck, S. Martin-Lopez, M. González-Herráez, and S. Coen, *The role of pump incoherence in continuous-wave supercontinuum generation*, Opt. Express **13**, 6615 (2005).
- [88] B. Barviau, S. Randoux, and P. Suret, *Spectral broadening of a multimode continuous-wave optical field propagating in the normal dispersion regime of a fiber*, Opt. Lett. **31**, 1696 (2006).
- [89] A. Mussot, M. Beaugeois, M. Bouazaoui, and T. Sylvestre, *Tailoring CW supercontinuum generation in microstructured fibers with two-zero dispersion wavelengths*, Opt. Express **15**, 11553 (2007).
- [90] Siegman, *Lasers* (University Science Books, 1986).
- [91] G. Grynberg, A. Aspect, and C. Fabre, *Introduction aux lasers et à l'optique quantique, Cours de l'école polytechnique* (Ellipse, 1997).
- [92] D. Dangoisse, D. Hennequin, and V. Zehnlé-Dhaoui, *Les lasers* (Dunod, 1998).
- [93] H. Haus, J. Fujimoto, and E. Ippen, *Structures for additive pulse mode-locking*, J. Opt. Soc. Am. B **8**, 2068 (1991).
- [94] J. Jasapara *et al.*, *Automodulations in Kerr-lens mode-locked solid-state lasers*, J. Opt. Soc. Am. B **17**, 319 (2000).
- [95] H. Haus, *Mode-Locking of Lasers*, Quantum Electronics **6**, 1173 (2000).
- [96] A. Dunlop, W. Firth, D. Heatley, and E. Wright, *Generalized mean-field or master equation for nonlinear cavities with transverse effects*, Optics Letters **21**, 770 (1996).
- [97] A. Hasegawa, *Plasma Instabilities and Nonlinear Effects* (Springer-Verlag New York, 1975).
- [98] B. Barviau and A. Picozzi, *Toward a thermodynamic description of supercontinuum generation*, Optics Letters **33**, 2833 (2008).
- [99] B. Barviau *et al.*, *Experimental signature of optical wave thermalization through supercontinuum-generation in photonic crystal fiber*, Opt. Express **17**, 7392 (2009).
- [100] A. Newell and J. Moloney, *Nonlinear Optics* (Addison-Wesley Publishing Company, 1992).
- [101] S. Lagrange, *Relaxation d'ondes optiques non linéaires : thermalisation d'ondes incohérentes et attraction de polarisation* (Thèse de doctorat, université de Bourgogne, 2008).
- [102] V. Zakharov, *What Is Integrability, Nonlinear Dynamics* (Springer-Verlag, 1991).
- [103] C. Michel *et al.*, *Influence of third-order dispersion on the propagation of incoherent light in optical fibers*, Opt. Lett. **35**, 2367 (2010).
- [104] S. Lagrange, S. Pitois, H. Jauslin, and A. Picozzi, in *Nonlinear Photonics* (Optical Society of America, 2007), p. NWA4.
- [105] D. B. S. Soh *et al.*, *The effect of dispersion on spectral broadening of incoherent continuous-wave light in optical fibers*, Opt. Express **18**, 22393 (2010).



## Résumé:

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans la problématique générale de la formation du spectre optique dans les lasers Raman à fibre.

Nous avons mené une étude expérimentale sur un laser Raman à fibre oscillant dans une cavité Pérot-Fabry fermée par des miroirs de Bragg. Cette étude montre que la forme du spectre optique diffère selon la puissance du laser. En développant différents modèles, nous avons montré que les miroirs de Bragg sont à l'origine de ce changement de forme du spectre optique. En particulier, à faible puissance, la forme asymétrique du spectre provient d'effets dispersifs lors de la réflexion sur les miroirs de Bragg. A forte puissance, ces effets dispersifs sont dominés par les effets de filtrage des miroirs, ce qui conduit à la symétrisation du spectre du laser observée dans notre expérience.

Par ailleurs, nous avons également étudié numériquement la statistique du champ Stokes intracavité. Nous avons montré que celle-ci change fortement selon que l'onde Stokes est incidente ou réfléchiée par les miroirs de Bragg. Ce résultat nous a permis de questionner la validité d'un modèle récemment publié sur la formation du spectre optique du laser Raman à fibre. Ce modèle s'appuie sur les outils de la théorie cinétique des ondes, valable uniquement dans le cas de champs possédant une statistique gaussienne. Toutefois, notre étude numérique indique que cette condition n'est pas respectée dans le laser Raman à fibre, et la forme du spectre optique observé dans notre étude expérimentale s'oppose fortement à celle prédite par cette approche statistique de la formation du spectre optique du laser Raman à fibre.

## Abstract:

The work presented in this thesis deals with the formation of the optical power spectrum in Raman fiber lasers.

We carried out an experimental study on a Raman fiber laser oscillating in a Pérot-Fabry cavity closed by fiber Bragg grating mirrors. We report that the shape of the optical spectrum is power dependent. Developing several models, we show that fiber Bragg gratings are responsible for this property of the optical power spectrum. In particular, at low power, the asymmetric shape of the spectrum is due to dispersive effects occurring in fiber Bragg grating mirrors. At high laser power, those dispersive effects are dominated by the filtering action of fiber Bragg grating mirrors, which results in a symmetrisation of the optical power spectrum observed in our experiment.

In addition, we have also studied numerically the statistics of the intracavity Stokes field. We show that the field statistics strongly depends on whether Stokes light is incident or reflected by cavity mirrors. This result allows us to question the validity of a model recently developed in order to describe the formation of the optical power spectrum in Raman fiber lasers. This model relies on the recent tools of wave kinetic theory which is valid exclusively in the case of nearly gaussian fields statistics. However, our numerical study seems to indicate this condition is not fulfilled in Raman fiber lasers, and the shape of the optical spectrum observed in our experiment contrasts with the one predicted by this statistical approach of the formation of the optical power spectrum in Raman fiber lasers.