



HAL
open science

Plannification des prises pour la manipulation robotisée

Belkacem Bounab

► **To cite this version:**

Belkacem Bounab. Plannification des prises pour la manipulation robotisée. Automatique / Robotique. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2011. Français. NNT: . tel-00629228

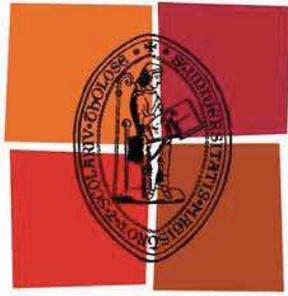
HAL Id: tel-00629228

<https://theses.hal.science/tel-00629228>

Submitted on 5 Oct 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du
DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)

Discipline ou spécialité :

Systèmes Automatiques

Présentée et soutenue par :

Belkacem Bounab

le : mardi 7 juin 2011

Titre :

Planification de prises pour la manipulation robotisée

Ecole doctorale :

Systèmes (EDSYS)

Unité de recherche :

LAAS-CNRS

Directeur(s) de Thèse :

Daniel Sidobre - Maître de Conférences (HDR) à l'UPS, Toulouse, France.

Abdelouhab Zaatri - Professeur à l'Université de Constantine, Algérie.

Rapporteurs :

Veronique Perdereau - Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie-ParisVI, France.

Belkacem Barkat - Professeur à l'Université de Batna, Algérie.

Autre(s) membre(s) du jury

Jean-Jaques Barrau - Professeur à l'UPS, Toulouse, France.

Taha Chittibi - Maître de conférences à l'École Militaire Polytechnique, Alger, Algérie.

Avant-Propos

Ce travail de thèse a été réalisé dans le cadre d'une collaboration entre le Laboratoire de Mécanique des Structures de l'École Militaire Polytechnique (LMS-EMP) en Algérie et le groupe de recherche Robotique et InteractionS (RIS) du Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes (LAAS-CNRS) de Toulouse en France.

Ce travail a été réalisé sous la direction de Monsieur Daniel SIDOBRE Maître de conférences (HDR) à l'Université Paul Sabatier de Toulouse en France et Monsieur Abdelouhab ZAATRI Professeur à l'Université Mentouri de Constantine en Algérie, qui m'ont proposé ce sujet et en ont toujours suivi le développement avec intérêt. Je tiens à leur exprimer ma sincère reconnaissance pour toutes leurs orientations et suggestions.

Il m'est très agréable de remercier Monsieur Belkacem BARKAT, Professeur à l'Université El-Hadj Lakhdar de Batna en Algérie, pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et de m'avoir fait l'honneur d'accepter de présider le jury de soutenance.

J'adresse mes plus sincères remerciements à Monsieur Jean-Jacques BARRAU, Professeur à l'Université Paul Sabatier de Toulouse en France, Madame Véronique PERDE-REAU, Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie-Paris 6 en France, et Monsieur Taha CHETTIBI Maître de conférences à l'École Militaire Polytechnique en Algérie, d'avoir accepté de faire partie du jury.

Je tiens à exprimer ma vive reconnaissance à Monsieur Abdenour LABED Chef du Laboratoire Mathématiques Appliquées de l'École Militaire Polytechnique en Algérie, il m'a été très agréable de travailler et publier avec lui une partie de ce travail.

Tous mes remerciements chaleureux vont aux personnels du LAAS-CNRS de Toulouse, pour m'avoir accueilli au sein de ce laboratoire, en particulier, les membres de l'équipe Robotique et InteractionS.

Enfin, je tiens à remercier toute personne ayant contribué, de près ou de loin, au bon déroulement de ce travail, ainsi que tous les enseignants ayant contribué à ma formation.

Je dédie ce modeste travail.

À la mémoire de ma mère.

À mon père.

À ma femme.

À mes filles Aya et Khadidja.

À mes frères Abdelghani et Fares.

Table des matières

1	Introduction Générale	1
1.1	Contexte de la thèse	4
1.2	Contributions	4
1.3	Organisation du manuscrit	5
1.4	Résultats publiés	6
2	Analyse et Synthèse des Prises : État de l'art	7
2.1	Modèles de contact	7
2.1.1	Types de Contact	8
2.1.2	Construction de l'espace des torseurs de prise	9
2.2	Stabilité des Prises	12
2.2.1	Force-Closure	14
2.2.2	Exemples	14
2.3	Nombre de contacts nécessaires	16
2.4	Algorithmes de Force-Closure	18
2.4.1	Prises bidimensionnelles	18
2.4.2	Prises tridimensionnelles	26
2.5	Mesures de Qualité	30
2.5.1	Mesures associées à la position des points de contact	31
2.5.2	Mesures de qualité associées à la configuration de la main	37
2.5.3	Mesures de qualité globales	38
2.6	Planification des prises	39
2.6.1	Synthèse de prises pour les objets polyédraux	40
2.6.2	Synthèse de prise d'objets complexes	41
2.6.3	Synthèse de prise d'objets discrétisés	43
2.6.4	Synthèse empirique des prises	43
2.7	Conclusion	45

3	Contribution à l'Analyse et à la Synthèse des Prises Planes	47
3.1	Axe central du torseur de prise	47
3.1.1	Principe de l'axe central	48
3.1.2	Distribution des axes centraux pour les prises planes	49
3.2	Condition d'équilibre	56
3.3	Condition de force-closure	57
3.4	Méthode graphique de vérification de force-closure	59
3.4.1	Principe de l'algorithme géométrique proposé	59
3.4.2	Exemples d'application de l'algorithme géométrique	61
3.4.3	Mesure de la qualité géométrique des prises	62
3.4.4	Performances de l'algorithme géométrique	63
3.5	Synthèse des prises planes	68
3.5.1	Formulation du problème d'optimisation	68
3.5.2	Recherche de prise quasi-optimale	69
3.6	Variante algébrique du test de force-closure	72
3.7	Conclusion	75
4	Contribution au calcul des Prises d'objets Tridimensionnels	77
4.1	Distribution des axes centraux pour les prises 3D	77
4.1.1	Axe central dans l'espace \mathbb{R}^3	78
4.1.2	Axes centraux du torseur des prises 3D	82
4.2	Conditions d'équilibre et de force-closure	84
4.2.1	Équilibre	84
4.2.2	Force-closure	85
4.3	Algorithmes	88
4.3.1	Tests de force-closure	89
4.3.2	Études de performances	90
4.3.3	Qualité des prises	93
4.4	Conclusion	94
5	Planification optimale de prises robotisées	97
5.1	Introduction	97
5.2	Mains robotisées	98

5.3	Simulateur GraspIt	100
5.3.1	Composants et caractéristiques	101
5.3.2	Utilisateurs de GraspIt	102
5.4	Implémentation de l'approche axe-central	103
5.5	Synthèse de prises optimales	106
5.5.1	Génération de prises	107
5.5.2	Optimisation de prises	109
5.6	Implémentation et résultats	113
5.6.1	Primitives géométriques simples	114
5.6.2	Objets complexes	116
5.6.3	Synthèse de prises en présence d'obstacles	117
5.7	Application à la main SAH	119
5.7.1	Posture initiale de la main SAH	119
5.7.2	Résultats de planification	121
5.8	Conclusion	124
6	Conclusion et Perspectives	125
A	Méthodes stochastiques d'optimisation	129
A.1	Introduction	129
A.2	Méthodes de descente pure (Hill Climbing)	130
A.3	Méthode du recuit simulé	131
A.4	Recherche Tabou	134
A.5	Algorithmes génétiques	135
A.6	Conclusion	135
	Bibliographie	137

Table des figures

1.1	Le manipulateur mobile <i>Jido</i> apportant une bouteille (LAAS).	1
1.2	Une prise enveloppante (<i>power grasp</i>) réalisée par la main Salisbury. . . .	3
2.1	Forces dans chaque type de contact : a) Ponctuel sans frottement. b) Ponctuel avec frottement ; c) Contact mou.	8
2.2	Interprétation géométrique du frottement de Coulomb.	10
2.3	Prises planes à 2 points de contact. a) force-closure. b) non force-closure. .	15
2.4	Représentation de l'espace des torseurs associés aux prises de la figure 2.3.	15
2.5	Prises spatiales à 3 contacts : a) force-closure b) non force-closure.	16
2.6	Représentation de l'espace torseur pour les prises de la figure 2.5.	16
2.7	Fermeture en forces (directions) et en moment pour le cas des prises 2D. .	18
2.8	Saisie d'un rectangle avec quatre points de contact sans frottement.	20
2.9	Prises planes à deux et trois points de contact.	22
2.10	Interpretation de la méthode " <i>moment labeling</i> " et force résultante.	23
2.11	Application de la méthode de transformation <i>force duale</i>	23
2.12	Équilibre des moments des forces de contact et configurations du point d'intersection par rapport au cône de frottement au point \mathbf{c}_i	25
2.13	Variantes de l'algorithme <i>ray-shooting</i> pour le test de force-closure.	28
2.14	(a) Intersection du cône de frottement avec le plan de contact. (b) Pince parallèle à trois points de contact.	29
2.15	Éléments utilisés dans les mesures basées sur les relations géométriques : (a) Angles internes et l'aire A du polygone de la prise. (b) Distance entre le barycentre du polygone et le centre de masse de l'objet.	33
2.16	Mesure de qualité d'une prise à trois contacts : (a) limite sur le module de chaque force de contact. (b) limite sur la somme des modules des forces appliquées.	36
2.17	Génération heuristique des prises à trois points de contact [Fischer 1997].	42

3.1	(a) Axe central de la force de prise \mathbf{f}_g . (b)-(d) Configurations des axes centraux de deux forces planes.	49
3.2	Exemples de saisies planes à trois contacts sans frottement et la distribution des axes centraux du torseur prise (prises non force-closure).	50
3.3	Exemples de saisies planes à quatre points de contact sans frottement et la distribution des axes centraux du torseur prise.	52
3.4	Distribution des axes centraux pour des prises planes à deux et trois points de contact avec frottement (prises non force-closure).	53
3.5	Distribution des axes centraux dans des prises planes à deux et trois points de contact avec frottement (prises force-closure).	54
3.6	Distribution des axes centraux dans des prises planes à quatre points de contact avec frottement.	55
3.7	Interprétation de la condition de force-closure des prises planes.	58
3.8	les six configurations géométriques des axes Δ_g^* dans les prises planes. . .	60
3.9	Exemples d'application de l'algorithme géométrique proposé.	62
3.10	Exemple d'une prise à quatre points de contact sans frottement.	65
3.11	Exemples de prises à quatre points de contact de bonne qualité Q_G	66
3.12	Évolution de la qualité proposée Q_G en fonction du rayon r_{ball}	67
3.13	Exemples de prises sur un polygone et espace des torseurs correspondant.	67
3.14	Prises optimales obtenues pour une ellipse.	70
3.15	Mesure de qualité optimale Q_G^* en fonction du nombre d'itérations.	70
3.16	Prises optimales obtenues pour différents objets polygonaux.	72
3.17	Construction des axes centraux par rapport au point de contact \mathbf{c}_1	73
3.18	Évolution de la solution optimale $\mathbf{f}^T \mathbf{x}^*$ du programme linéaire en fonction du rayon r_{ball}	75
4.1	Paramètres géométriques de l'axe central dans l'espace (cas de deux forces).	78
4.2	Distribution des axes centraux dans l'espace $(-\frac{\pi}{2} \leq \psi \leq \frac{\pi}{2})$	79
4.3	Configuration de la distribution des axes centraux $(\frac{\pi}{2} < \psi < \frac{3\pi}{2})$	80
4.4	Évolution de l'abscisse $x_{\mathbf{I}}$ en fonction de l'angle β pour différentes valeurs de ψ ($l = 1$).	81
4.5	Prise à quatre contacts qui ne réalise pas une force-closure pour $\mu = 0.3$. . .	83

4.6	Prise à quatre points de contact qui assure la force-closure ($\mu = 0.5$).	83
4.7	Interprétation géométrique de la proposition 4.5.	87
4.8	Algorithme de force-closure avancé dans la proposition 4.3.	89
4.9	Algorithme de force-closure selon la proposition 4.5.	90
4.10	Performances des tests proposés dans les propositions 4.3 et 4.5 (temps d'exécutions).	91
4.11	Performances des tests proposés en fonction de l'approximation des cônes.	92
4.12	Mesure de qualité proposée Q_1 en fonction de r_{ball} (prises à 4 contacts).	94
5.1	Prise d'une boîte avec la main DLR.	99
5.2	La main mécanique robotisée Barrett.	100
5.3	Diagramme d'héritage de la classe <i>WorldElement</i>	102
5.4	Les différents paramètres qui définissent la posture initiale de la main Barrett par rapport au repère objet. Les angles actifs $q_{i1} \in [0, 144]^\circ$ et passifs $q_{i2} = \frac{q_{i1}}{3} + 40^\circ$	104
5.5	Quelques bonnes prises générées aléatoirement pour la main Barrett avec les qualités correspondantes $[Q_1, r_{ball}]$ sont : a) $[0.875, 0.604]$, b) $[0.741, 0.492]$, c) $[1.960, 0.302]$, d) $[1.430, 0.347]$, e) $[1.120, 0.379]$, f) $[1.724, 0.308]$	105
5.6	Les différents paramètres qui définissent la posture initiale de la main Barrett par rapport au repère attaché à l'objet.	108
5.7	Algorithme de génération et d'évaluation des prises pour une posture initiale.	112
5.8	Évolution de la meilleure qualité en fonction des postures initiales générées.	114
5.9	Prises optimales obtenues sur des primitives 3D.	115
5.10	Évolution de la meilleure qualité en fonction des postures initiales générées.	116
5.11	Prises optimales de modèles d'objets réels avec la main Barrett.	117
5.12	Planification de prises avec la main Barrett en présence d'obstacles.	118
5.13	Architecture cinématique de la main SAH.	119
5.14	Posture initiale de la main SAH Schunk.	120
5.15	Modèles CAO de la main SAH Schunk.	121
5.16	Prises optimales obtenues sur des modèles d'objets réels avec la main SAH.	122
5.17	Planification de prises avec la main SAH en présence d'obstacles.	123

Introduction Générale

Aujourd'hui, les robots sont utilisés pour effectuer des tâches spécifiques ou répétitives à la fois dans les milieux industriels et domestiques. La demande croissante de nouveaux produits et services dans les sociétés modernes induit de nouvelles tâches que les systèmes robotiques devront exécuter sans intervention humaine. Le développement des composants requis pour de tels systèmes nécessite un raisonnement robuste qui peut être complexe et exige une compréhension profonde des phénomènes géométriques, des calculs et de la physique qui caractérisent l'ensemble du système.

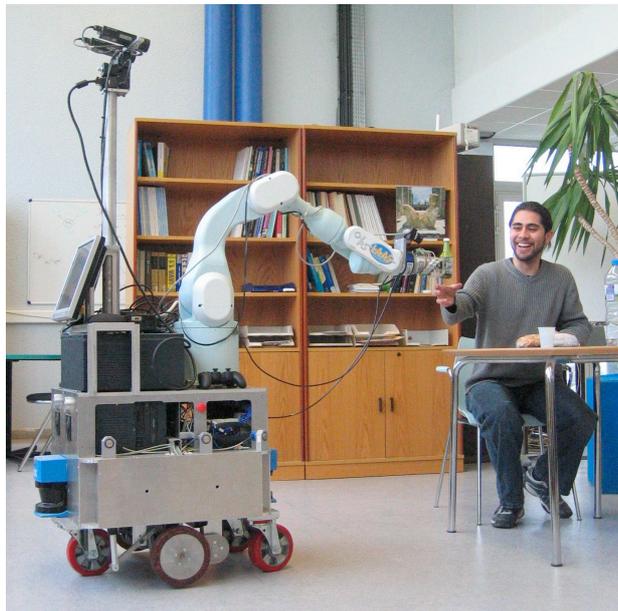


FIGURE 1.1 – Le manipulateur mobile *Jido* apportant une bouteille (LAAS).

À titre d'exemple, considérons le manipulateur mobile *Jido* présenté sur la figure 1.1. Le développement d'un tel système qui soit capable d'explorer de nombreuses possibilités avec une exigence d'autonomie, nécessite la construction des composants suivants :

- contrôleurs des mouvements de la base, du bras et de la main, ce qui assure la commande bas-niveau de ces sous-systèmes ;
- modules de perception pour le laser, les caméras et la mise à jour permanente du modèle de l'environnement extérieur du robot ;
- module de navigation pour éviter les obstacles et amener le robot aux configurations désirées (*indoor environment*).
- logiciel de simulation pour obtenir des informations sur la géométrie, la cinématique et la dynamique du système ;
- module de planification des tâches de manipulation qui nécessite la synthèse de prises stables pour les objets à saisir.

Une fonction essentielle de ces systèmes robotiques est certainement le module de manipulation. Il nécessite une forte interaction entre perception ; pour identifier, localiser et modéliser les objets et action ; pour déplacer des objets ou des outils en exerçant des efforts. Un problème de planification de mouvement basique est défini par la recherche d'une trajectoire dans l'espace des configurations. Cette trajectoire lie un point de départ à une situation finale en évitant la collision avec les obstacles de l'environnement. Par contre, la planification de manipulations engendre d'autres contraintes car ces tâches nécessitent fondamentalement de rentrer en contact avec les objets de l'environnement. Le développement d'un modèle mathématique de la saisie doit permettre la prédiction des comportements du préhenseur et de l'objet sous les différentes contraintes impliquées durant la tâche.

La manipulation robotisée est un enjeu majeur de la robotique, il est fortement conditionné par le choix des prises. Le critère de choix d'une prise peut être lié à une tâche ou exprimé d'une manière générale. Dans le premier cas, l'étude mécanique de la tâche permet de choisir les prises qui minimisent les efforts de saisie, les déformations ou tout autre critère lié à la tâche. Dans le deuxième cas, l'emploi de la notion de fermeture en force garantit que, sous l'hypothèse d'effort de saisie infini, la prise peut résister à un effort extérieur quelconque. La comparaison de deux prises peut alors se faire sur la base de préférer celle qui nécessite les moindres efforts pour un domaine de chargement donné.

Les efforts de recherche dans le domaine de la planification de prises se focalisent principalement sur deux grandes voies complémentaires : *i*) La caractérisation d'une prise (*grasp analysis*) et *ii*) La génération de prises stables (*grasp synthesis*).

L'analyse des prises vise l'étude de leur stabilité. L'objectif principal dans ce cas est d'assurer le maintien de la stabilité de la prise face aux perturbations (forces et moments) extérieures inconnues. Typiquement, ces perturbations proviennent des forces d'inertie générées durant la manipulation à haute cadence ou d'autres forces extérieures à savoir la gravité. Le maintien d'une prise implique que les forces de contact appliquées par le préhenseur empêchent la séparation des contacts et les glissements non souhaités. La classe des prises qui peuvent être maintenues face à toute perturbation extérieure est connue sous le nom de prises fermées (*closure* ou *force-closure grasps*). La figure 1.2 présente l'exécution d'une prise fermée sur un objet en l'enveloppant par les doigts et la paume de la main Salisbury [Siciliano 2008].

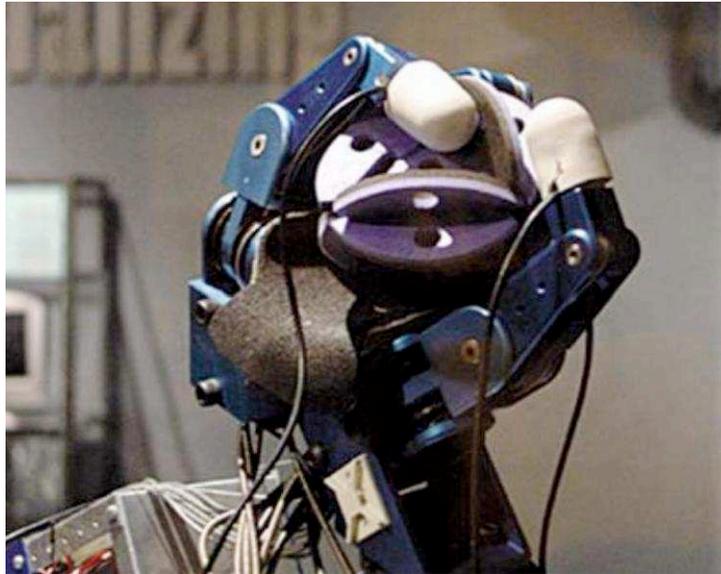


FIGURE 1.2 – Une prise enveloppante (*power grasp*) réalisée par la main Salisbury.

Comparativement aux pinces simples utilisées dans le contexte industriel, le développement des mains robotisées a permis aux robots d'élargir la classe d'objets saisis et d'assurer la fonction de manipulation. L'augmentation de la complexité cinématique des mains robotisées et la dimension élevée de l'espace des configurations où évoluent ces mains imposent une deuxième voie de recherche. Cette dernière vise à l'exploitation optimale des capacités des mains mécaniques pour la réalisation des prises. L'objectif principal dans ce cas est de déterminer la configuration la plus adéquate à la réalisation d'une prise stable.

1.1 Contexte de la thèse

Le travail présenté dans ce mémoire est une contribution à l'analyse et à la synthèse des prises robotiques. Il aborde le problème de caractérisation des prises planes (2D) et tridimensionnelles (3D) et le problème de recherche des prises stables pour des objets de formes géométriques quelconques.

Le premier problème traité concerne le développement d'algorithmes de vérification de la stabilité des prises. Les algorithmes présentés dans ce travail sont basés sur une nouvelle formulation de la propriété *force-closure*. Les nouvelles conditions nécessaires et suffisantes de force-closure sont articulées sur le principe de l'axe central du torseur des forces de contact. Cette idée a permis d'extraire la relation entre la propriété *force-closure* d'une prise et la distribution des axes centraux de ses torseurs de contact.

Ces contributions, relatives à l'analyse des prises, nous ont conduit à aborder le problème de synthèse de prises stables. Pour cela, nous avons proposé de formuler le problème de recherche de la configuration des points de contact qui assure un maximum de stabilité de l'objet sous forme d'un problème d'optimisation sous contraintes. Ensuite, pour les prises robotisées, nous avons présenté une approche pour la recherche des prises stables d'objets 3D. Le planificateur de prises proposé permet de générer des prises faisables sans passer par le calcul de la cinématique inverse de la main mécanique. Cette approche exploite, sans aucune transformation géométrique, les modèles CAO des objets à saisir, ce qui réduit de manière significative le temps de calcul nécessaire à la recherche de prises.

1.2 Contributions

Les contributions majeures de notre travail sont :

- La présentation d'une étude détaillée sur le principe de l'axe central des forces de contact et la relation entre la propriété force-closure d'une prise et la distribution des axes centraux dans l'espace torseur. Nous avons ainsi proposé une mise en équation originale du problème de fermeture de force;
- Le développement de nouvelles conditions nécessaires et suffisantes d'équilibre et de force-closure concernant les prises planes et tridimensionnelles;
- La proposition d'une méthode graphique de résolution et d'un algorithme dérivé

- pour des problèmes à n points de contact dans le cas des prises planes ;
- La proposition d’une nouvelle formulation linéaire du test de force-closure et des algorithmes quantitatifs pour les problèmes 2D et 3D ;
 - Le développement d’une nouvelle mesure de qualité pour les prises. Cette dernière est obtenue directement, sans calculs supplémentaires, pendant la vérification de la force-closure (cas 2D et 3D) ;
 - Le développement d’une approche de planification des prises robotisée d’objets complexes. Le planificateur proposé permet de synthétiser des prises même dans le cas où l’environnement de la tâche est encombré d’obstacles.

1.3 Organisation du manuscrit

Dans le chapitre 2, nous présentons les rappels théoriques concernant la mécanique de la saisie. Par la suite, nous consacrons une large partie à l’étude bibliographique relative à l’analyse, la synthèse et les mesures de la qualité des prises.

Le chapitre 3 est consacré à la présentation détaillée de la théorie de l’axe central du torseur de la prise, au développement de nouvelles conditions nécessaires et suffisantes d’équilibre et de force closure concernant les prises planes et à la proposition d’un test quantitatif pour les analyser. En s’appuyant sur le test de force-closure proposé, nous présentons quelques techniques de synthèse des prises d’objets planes. À la fin de ce chapitre, nous démontrons la possibilité de formuler le test de force-closure comme un programme linéaire basé sur la théorie de l’axe central.

Dans le chapitre 4, nous présentons une extension de l’approche de l’axe central pour l’analyse des prises d’objets 3D. Ensuite, nous exposons une nouvelle formulation du test de force-closure sous forme d’un programme linéaire.

Le chapitre 5 est consacré à la présentation d’une approche pour la recherche des prises stables d’objets 3D arbitraires. Dans ce chapitre, nous présentons l’environnement de simulation “GraspIt!” adopté pour l’implémentation de nos algorithmes. Ensuite, nous exposons une démarche générique de planification des prises robotiques.

1.4 Résultats publiés

Une partie du travail effectué dans cette thèse a fait l'objet de plusieurs publications. L'algorithme géométrique de force-closure développé dans le chapitre 3 a été initialement publié dans [Bounab 2007a] et [Bounab 2007b]. Les travaux relatifs à l'analyse des prises et l'étude des performances des algorithmes proposés, développés dans les chapitres 4 et 5, ont été principalement publiés dans [Bounab 2008] et [Bounab 2010b]. Les études menées sur l'analyse des prises ont été mises en application sur les systèmes robotiques du LAAS [Saut 2010b] et [Saut 2010a]. Le planificateur de prises proposé dans le chapitre 5 a été initialement publié dans [Bounab 2010a].

Analyse et Synthèse des Prises : État de l'art

Un planificateur de prises doit respecter plusieurs contraintes : d'abord, les forces de contact appliquées sur la surface de l'objet doivent résister à toutes les perturbations extérieures. En second lieu, les positions des points de contact doivent être accessibles par la main robotisée. Ceci est assuré en considérant le modèle géométrique inverse de l'architecture cinématique de la main robotisée. Troisièmement, une prise doit être générée sans collisions entre les différents solides impliqués (doigts, paume, objet et environnement). Finalement, la prise obtenue doit être optimale par rapport à un ou plusieurs critères ou mesures de qualité. Par conséquent, l'*analyse* et la *synthèse* des prises sont les deux problèmes fondamentaux dans l'étude de la saisie et de la manipulation dextre.

Dans ce chapitre, nous commençons par donner des rappels théoriques concernant la mécanique de la saisie. Par la suite, nous nous consacrons à l'étude bibliographique relative à l'analyse et à la synthèse des prises.

2.1 Modèles de contact

La compréhension de la nature du contact est primordiale pour l'analyse des prises. Quand deux objets sont en contact, il est possible que chacun d'eux exerce des forces à travers les régions du contact. Nous commençons cette section en passant en revue les différents modèles de contact entre deux corps. Par la suite, nous introduisons la construction de l'espace des torseurs de force admissible pour une prise.

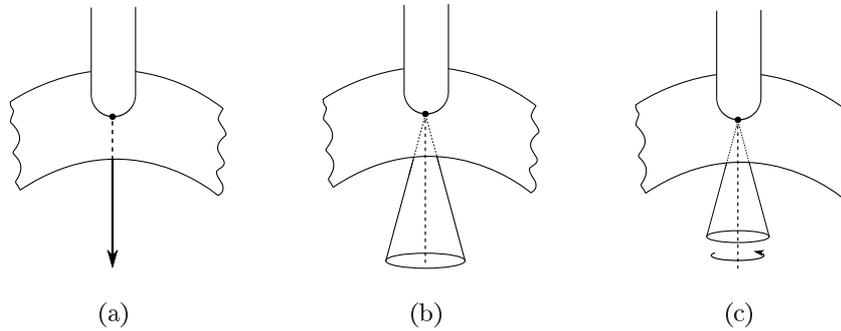


FIGURE 2.1 – Forces dans chaque type de contact : a) Ponctuel sans frottement. b) Ponctuel avec frottement ; c) Contact mou.

2.1.1 Types de Contact

Typiquement, les forces appliquées par les doigts aux points de contact peuvent agir seulement vers l'objet (contrainte de positivité). Plusieurs modèles mathématiques simples sont utilisés pour la classification des configurations du contact. Nous commençons par étudier le plus simple de ces types de contact, celui où les doigts appliquent seulement des forces normales au point de contact. Puis, nous prolongeons cette analyse pour inclure quelques modèles simples de frottement [Murray 1994].

Un *Contact ponctuel sans frottement* (figure 2.1(a)) est obtenu quand il n'y a pas frottement entre le doigt et l'objet. Dans ce cas, les forces exercées sur l'objet sont normales à la surface de contact. Ce modèle est purement théorique, mais il est très utile quand le frottement entre les doigts et l'objet est négligeable ou inconnu. Donc, la modélisation d'un contact sans frottement suppose que nous ne tenons pas compte des forces de frottement durant la manipulation de l'objet. Ce modèle est généralement utilisé pour maintenir des pièces sur les machines (usinage ou contrôle).

TABLE 2.1 – Coefficient de frottement statique[Lide 1995].

acier sur acier	0.58	bois sur bois	0.25-0.5
polyéthylène sur acier	0.3-0.35	bois sur métaux	0.2-0.6
polyéthylène sur polyéthylène	0.5	bois sur cuir	0.3-0.4
caoutchouc sur solides	1-4	cuir sur métaux	0.2-0.6

Plusieurs modèles sont proposés pour tenir compte du frottement lors de la prise [Howe 1988]. Dans le domaine de la manipulation robotique, on utilise généralement le modèle de *contact ponctuel avec frottement* selon la loi de Coulomb [Siciliano 2008]. Ce modèle empirique suppose que la force tangentielle obtenue est proportionnelle à la force normale appliquée. La constante de proportionnalité est fonction, entre autres, des matériaux qui sont en contact (figure 2.1(b)). Par conséquent, le glissement est évité quand $f^t \leq \mu f^n$, où f^n est la force normale, f^t est la force tangentielle et $\mu > 0$ est le coefficient de frottement statique. Le coefficient de frottement μ est supposé constant. Quelques valeurs de μ sont données dans le tableau 2.1.

Un modèle plus réaliste de contact est le *contact mou* qui introduit un frottement de pivotement (figure 2.1(c)). Il est la conséquence de la déformation des surfaces de contact. Ce type de modèle introduit en plus des forces de contact rigide, un couple autour de la normale à la zone de contact pour les objets 3D. Dans ce cas, le modèle du frottement de Coulomb suppose que les limites de frottement dues aux forces de torsion et de cisaillement sont indépendantes; quoiqu'il a été expérimentalement prouvé que ces effets sont couplés [Howe 1988]. L'accouplement entre ces deux effets (torsion et cisaillement) est modélisé par une relation linéaire [Buss 1996] ou elliptique [Xydas 1999].

Dans cette thèse, nous supposons que le modèle de *contact ponctuel avec frottement* est le mieux adapté pour l'étude de la saisie et de la manipulation [Siciliano 2008, Murray 1994]. Dans l'espace \mathbb{R}^3 , la contrainte de non-glissement s'écrit comme suit :

$$\sqrt{f_x^2 + f_y^2} \leq \mu f_z, \quad f_z \geq 0, \quad \mathbf{f} = (f_x \ f_y \ f_z)^T \in \mathbb{R}^3 \quad (2.1)$$

où f_x et f_y sont les composantes tangentielles de la force de contact \mathbf{f} , f_z est sa composante normale à la surface de contact. De cette relation d'inégalité, il est évident que les forces qui peuvent être appliquées au point de contact sont à l'intérieur d'un cône aligné avec la normale de contact (*cône de frottement*).

2.1.2 Construction de l'espace des torseurs de prise

Il est souhaitable qu'une prise puisse résister à toute perturbation extérieure. Une telle prise est dite stable. Cette résistance aux perturbations varie généralement avec la direction. Donc, une analyse complète des propriétés d'une prise doit examiner tout l'espace des forces et des moments qui peuvent être appliqués aux points de contact.

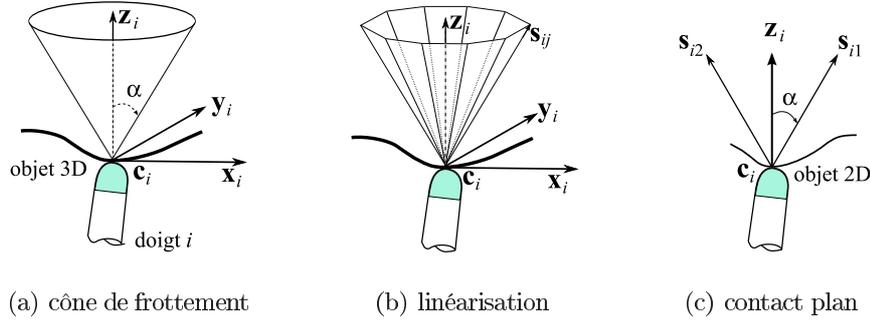


FIGURE 2.2 – Interprétation géométrique du frottement de Coulomb.

Considérons la prise d'un objet rigide avec n points de contact dans l'espace tridimensionnel. Le doigt est supposé être un corps rigide qui applique une force \mathbf{f}_i au point de contact \mathbf{c}_i (figure 2.2(a)). Selon le modèle du contact ponctuel avec frottement de Coulomb, la direction de la force \mathbf{f}_i est contrainte à rester à l'intérieur du cône de frottement. L'axe de ce cône est la normale à la surface de l'objet au point \mathbf{c}_i et son demi-angle est $\alpha = \tan^{-1} \mu$. Donc, les composantes de la force de contact \mathbf{f}_i doivent satisfaire la contrainte de non-glissement donnée par la relation (2.1). Pour l'ensemble des points de contact, nous obtenons les n contraintes suivantes :

$$\sqrt{f_{ix}^2 + f_{iy}^2} \leq \mu f_{iz} \quad , \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.2)$$

Ces contraintes peuvent être linéarisées par une approche conservatrice qui approxime le cône de frottement par une pyramide convexe à m facettes (figure 2.2(b)). La qualité de l'approximation dépend du nombre d'arêtes choisi pour linéariser les cônes. Avec cette approximation, la force \mathbf{f}_i de contact est exprimée dans un repère lié à l'objet par :

$$\mathbf{f}_i = \sum_{j=1}^m a_{ij} \mathbf{v}_{ij} \quad ; \quad \mathbf{v}_{ij} = A_i \mathbf{s}_{ij} \quad , \quad a_{ij} \geq 0 \quad (2.3)$$

La matrice A_i exprime le passage du i -ème repère (repère lié au point de contact) au référentiel de l'objet. \mathbf{s}_{ij} dénote le j -ème vecteur du cône convexe exprimé dans le i -ème repère de contact ; les vecteurs \mathbf{s}_{ij} sont normalisés d'une manière telle que $\mathbf{s}_{ij}^T \mathbf{z}_i = 1$. La somme $\sum_{j=1}^m a_{ij}$ spécifie l'amplitude de la composante normale de \mathbf{f}_i .

Pour le cas des prises planes (figure 2.2(c)), la force \mathbf{f}_i est à l'intérieur du cône de frottement défini par les deux vecteurs \mathbf{s}_{i1} et \mathbf{s}_{i2} . Le vecteur \mathbf{z}_i est la normale à la surface

de l'objet au point de contact \mathbf{c}_i . La force de contact \mathbf{f}_i s'exprime comme suit :

$$\mathbf{f}_i = a_{i1}\mathbf{v}_{i1} + a_{i2}\mathbf{v}_{i2} \quad (2.4)$$

où les coefficients a_{i1} et a_{i2} sont des constantes positives.

Le moment de la force de contact réduit à l'origine \mathbf{o} est $\mathbf{t}_{i/\mathbf{o}} = \mathbf{c}_i \times \mathbf{f}_i$. La force \mathbf{f}_i et le moment $\mathbf{t}_{i/\mathbf{o}}$ sont regroupés dans un vecteur de dimension six appelé *torseur* de force. Ce torseur appliquant sur l'objet la force de contact \mathbf{f}_i est donné au point \mathbf{o} par :

$$\mathbf{w}_i = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{f}_i \\ \mathbf{t}_{i/\mathbf{o}} = \mathbf{c}_i \times \mathbf{f}_i \end{array} \right\} = \sum_{j=1}^m a_{ij}\mathbf{w}_{ij} \quad (2.5)$$

\mathbf{w}_{ij} représentent les torseurs primitifs de contact. Ils sont donnés, dans le repère lié à l'objet, par :

$$\mathbf{w}_{ij} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{v}_{ij} \\ \mathbf{c}_i \times \mathbf{v}_{ij} \end{array} \right\} \quad (2.6)$$

L'ensemble des torseurs que peut générer la prise en maintenant les forces de contact dans les cônes de frottement peut être approximé par l'ensemble des torseurs contenus dans l'enveloppe convexe des torseurs primitif de contact.

Un espace unitaire de torseurs de prise est nécessaire pour le calcul des mesures de qualité. C'est l'ensemble des torseurs appliqués qui exerce une force de préhension de module 1. Ferrari et Canny [Ferrari 1992] décrivent deux méthodes pour construire ces espaces de torseurs. Dans les deux cas, cet espace est limité par une enveloppe convexe.

Dans la première méthode, Ferrari et Canny [Ferrari 1992] proposent de limiter le module de la force normale de contact. Si nous supposons que les forces de contact sont indépendantes et qu'elles sont individuellement limitées par une valeur maximale en utilisant la norme L_∞ , alors l'ensemble W_{L_∞} des torseurs qui peuvent être appliqués sur l'objet est :

$$W_{L_\infty} = \bigoplus_{i=1}^n W_i \quad (2.7)$$

avec

$$W_i = \left\{ \mathbf{w}_i \mid \mathbf{w}_i = \sum_{j=1}^m a_{ij}\mathbf{w}_{ij}, a_{ij} \geq 0, \sum_{j=1}^m a_{ij} \leq 1 \right\} \quad (2.8)$$

L'équation 2.7 représente la somme de Minkowski de l'ensemble des torseurs qui peuvent s'appliquer à chaque contact. Une expression équivalente qui utilise l'opérateur de l'enveloppe convexe, produit m^n points de dimension 6 :

$$W_{L_\infty} = \text{ConvexHull} \left(\bigoplus_{i=1}^n \{\mathbf{w}_{i1}, \dots, \mathbf{w}_{im}\} \right) \quad (2.9)$$

La deuxième méthode propose de limiter la somme des modules des forces normales de contact. L'expression de tous les torseurs qui peuvent être appliqués sur l'objet est :

$$W_{L_1} = \left\{ \mathbf{w}_g \mid \mathbf{w}_g = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} \mathbf{w}_{ij}, a_{ij} \geq 0, \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} \leq 1 \right\} \quad (2.10)$$

cette expression est équivalente à :

$$W_{L_1} = \text{ConvexHull} \left(\bigcup_{i=1}^n \{\mathbf{w}_{i1}, \dots, \mathbf{w}_{im}\} \right) \quad (2.11)$$

Cette deuxième enveloppe convexe est construite avec mn points seulement. Il faut noter que $W_{L_\infty} \supseteq W_{L_1}$ car l'ensemble des points calculés en utilisant l'équation 2.9 sont inclus dans l'enveloppe convexe calculée par la relation 2.11.

La somme de tous les torseurs primitifs \mathbf{w}_g , représente le torseur net appliqué par la main mécanique sur l'objet à saisir. Pour les prises planes, $\mathbf{w}_g \in \mathbb{R}^3$. Dans le cas tridimensionnel, l'espace des torseurs est de dimension six ($\mathbf{w}_g \in \mathbb{R}^6$).

2.2 Stabilité des Prises

Afin de prendre en compte les propriétés mécaniques de la préhension pour générer des prises qui ont de bonnes qualités par rapport à la tâche, il est nécessaire de définir précisément ces propriétés mécaniques et d'identifier les paramètres appropriés pour mesurer la qualité [Shimoga 1996]. Les propriétés principales que nous avons identifiées dans la bibliographie relative à la saisie sont :

Dextérité : une prise est dite dextre si les relations cinématiques entre la main et l'objet permettent à la main de déplacer l'objet d'une manière compatible avec la tâche à exécuter. Dans le cas général où la tâche n'est pas spécifiée, une prise est considérée dextre si le manipulateur peut déplacer l'objet dans n'importe quelle direction.

Équilibre : une prise est en équilibre quand la résultante, des forces et des moments, appliquée sur l'objet (par les doigts et les perturbations externes) est nulle. Un problème associé est l'optimisation des forces des doigts sur l'objet (minimisation de ces forces) afin de maintenir la stabilité de la prise sans endommager l'objet. L'optimisation est généralement faite en minimisant une fonction objectif, sous contraintes provenant du formalisme du problème de la prise.

Résistance aux perturbations : une prise peut résister aux perturbations dans n'importe quelle direction si elle remplit une des conditions suivantes : *form-closure* (fermeture géométrique) quand les positions des points de contact garantissent l'immobilité de l'objet, ou *force-closure* (fermeture de force) quand les forces appliquées à travers les points de contact assurent l'immobilité de l'objet [Bicchi 1999]. Cette dernière propriété implique que les doigts peuvent appliquer des forces sur l'objet pour produire des torseurs de contact selon n'importe quelle direction. Ainsi, ils peuvent compenser n'importe quel torseur extérieur appliqué sur l'objet (jusqu'à une certaine grandeur).

Stabilité : une prise est stable si n'importe quelle erreur de position de l'objet, ou de la force d'un doigt, provoquée par une perturbation disparaît rapidement après la disparition de la perturbation. Ainsi, la prise devrait produire des forces de restitution quand elle est éloignée de l'équilibre.

Bien que ces propriétés sont principalement établies dans le contexte de la saisie, elles sont également valides pour la manipulation, où trois niveaux de mise en oeuvre ont été identifiés [Okamura 2000] : un niveau élevé basé sur les événements discrets (planification de tâche comprenant le choix de prise), un niveau moyen traitant des transitions entre les phases de manipulation et les détections d'événement, et un niveau bas concernant la dynamique et la commande continue de chaque phase dans la manipulation.

La dextérité et la résistance aux perturbations sont les deux propriétés les plus fréquemment considérées pour caractériser la prise, la détermination des points de contact des doigts sur l'objet et la détermination d'une configuration appropriée de la main. Les deux propriétés sont considérées au niveau le plus élevé de la manipulation [Okamura 2000].

2.2.1 Force-Closure

Une planification de prise appropriée est nécessaire pour la saisie et la manipulation des objets. Un planificateur de prise calcule les positions des doigts sur la surface de l'objet pour satisfaire une des propriétés élémentaires de la prise. En général, les prises sont calculées pour assurer l'immobilité de l'objet face à des perturbations externes et satisfaire une des propriété suivantes :

form-closure : quand la tâche nécessite une prise robuste qui ne dépend pas du frottement. Par exemple, la fixation des pièces pour l'usinage ou le contrôle ;

force-closure : est plus spécialement utilisée pour la saisie et la manipulation des objets avec un nombre réduit de contacts. C'est le cas des pinces ou des mains mécaniques.

Ces deux propriétés ont été empruntées au domaine de la conception des mécanismes où elles sont connues depuis 1875 [Reulaux 1876].

Beaucoup de recherches se sont orientées vers le test de la *force-closure* d'une prise. Salisbury et Roth [Salisbury 1982] caractérisent cette propriété par la condition géométrique suivante : "*les torseurs primitifs de contact génèrent positivement l'espace des torseurs*". Cette condition est équivalente à dire que l'origine de l'espace des torseurs est situé strictement à l'intérieur de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact [Mishra 1987].

Définition 1 : Un ensemble de k vecteurs $\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k\}$ génèrent positivement l'espace \mathbb{R}^d si et seulement si, pour tout vecteur \mathbf{v} appartenant à \mathbb{R}^d , il existe des constantes non négatives $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ telles que $\mathbf{v} = \lambda_1 \mathbf{v}_1 + \dots + \lambda_k \mathbf{v}_k$.

Il faut noter que cette définition suppose que seules les directions des vecteurs sont considérées, pas leurs modules. Donc, l'ensemble des mn torseurs primitifs de contact $W = \{\mathbf{w}_{11}, \dots, \mathbf{w}_{mn}\}$ réalisent une force-closure quand ils génèrent positivement \mathbb{R}^6 .

2.2.2 Exemples

Graphiquement, la caractéristique *force-closure* peut être visualisée dans le cas des prises planes dont l'espace des torseurs de prise est de dimension 3. Sur la figure 2.3(a), une prise à deux points de contact est présentée. Les torseurs primitifs de contact sont représentés dans le repère $(\mathbf{o}, \mathbf{f}_x, \mathbf{f}_y, \mathbf{t}_z)$ de la figure 2.4(a) qui représente l'espace des torseurs de prise 2D. Dans le cas de cette prise, l'origine \mathbf{o} de l'espace des torseurs est strictement

à l'intérieur de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact et donc la prise vérifie la propriété *force-closure*. Par contre, sur la figure 2.3(b), la prise à deux points de contact n'est pas en force-closure ce qui peut se voir sur la figure 2.4(b) où l'origine \mathbf{o} n'appartient pas à l'intérieur de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact.

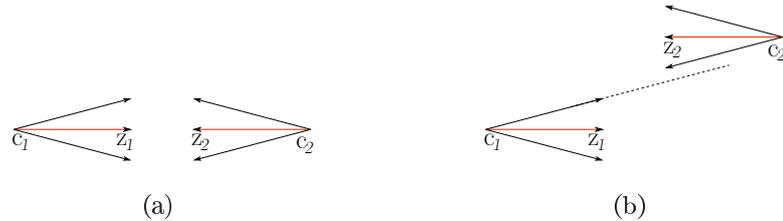


FIGURE 2.3 – Prises planes à 2 points de contact. a) force-closure. b) non force-closure.

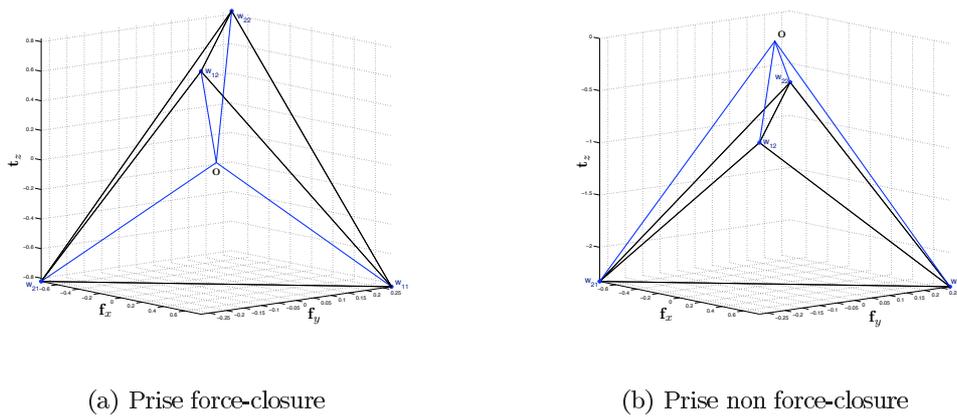


FIGURE 2.4 – Représentation de l'espace des torseurs associés aux prises de la figure 2.3.

Dans le cas des prises spatiales, l'espace des torseurs est de dimension six $\{\mathbf{f}_x, \mathbf{f}_y, \mathbf{f}_z, \mathbf{t}_x, \mathbf{t}_y, \mathbf{t}_z\}$. La visualisation n'est possible qu'à travers la projection de trois composantes. Sur la figure 2.5, deux prises à trois points de contact sont présentées. Pour la première prise (figure 2.5(a)), les trois cônes de frottement réalisent une prise force-closure. Pour cette prise, les projections des torseurs primitifs de contact dans l'espace des forces et dans l'espace des moments sont représentées sur la figure 2.6(a). La prise de la figure 2.5(b) ne réalise pas une force-closure, on peut facilement remarquer que les forces aux points de contact ne peuvent pas résister à des forces extérieures exercées selon l'axe $+\mathbf{x}$. Cette dernière remarque apparaît aussi dans la projection des torseurs primitifs de contact dans l'espace des forces ($\mathbf{o}, \mathbf{f}_x, \mathbf{f}_y, \mathbf{f}_z$) (figure 2.6(b)).

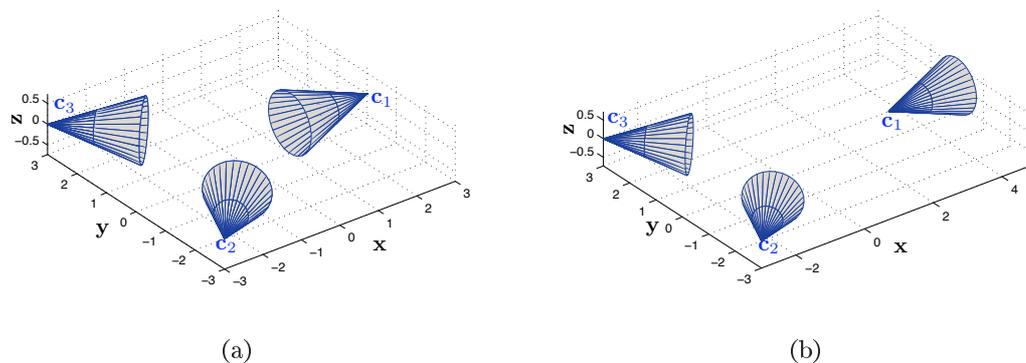


FIGURE 2.5 – Prises spatiales à 3 contacts : a) force-closure b) non force-closure.

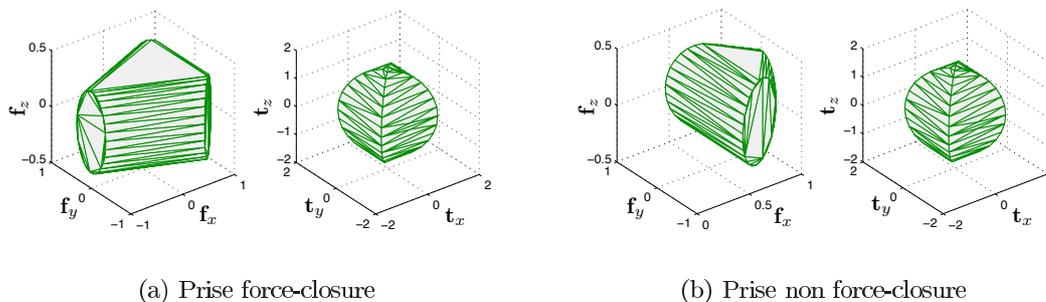


FIGURE 2.6 – Représentation de l'espace torseur pour les prises de la figure 2.5.

Les recherches menées sur la propriété de force-closure sont principalement centrées autour des questions suivantes : combien de points de contact sont nécessaires pour réaliser une prise force-closure ? Quel est l'algorithme efficace pour tester cette propriété ? Quelle sont les positions des doigts et les forces de contact qui garantissent la force-closure ?

Dans ce qui suit, nous examinerons les travaux antérieurs concernant l'analyse et la synthèse des prises, afin de donner les éléments de réponse à ces questions.

2.3 Nombre de contacts nécessaires

Le nombre de points de contact nécessaires pour réaliser une prise force-closure dépend du type de contact entre le doigt et l'objet. Pour le cas du contact sans frottement, Reulaux [Reulaux 1876] et Lakshminarayana [Lakshminarayana 1978] ont montré que quatre (resp. trois) contacts sont nécessaires pour réaliser une force-closure d'un objet

2D (resp. 3D). Quoique Mishra, Schwartz, et Sharir [Mishra 1987] ont montré que six (resp. douze) contacts sont toujours suffisant pour des objets qui ne présentent pas de symétrie en rotation. Markenscoff, Ni, et Papadimitriou [Markenscoff 1999] appuient ces résultats et montrent que, sous des conditions très générales, quatre (resp. sept) contacts sont suffisants pour réaliser une prise force-closure pour des objets 2D (resp. 3D) sans symétrie en rotation. Un objet qui a une symétrie en rotation (disque ou sphère) n'admet pas de prise force-closure avec des contacts sans frottement. Quand le frottement de Coulomb est considéré, trois contacts sont suffisants dans le cas 2D, et quatre dans le cas 3D [Markenscoff 1999]. Les contacts avec et sans frottement peuvent être étudiés d'un point de vue géométrique [Markenscoff 1999]. Le tableau 2.2 résume le nombre de contacts nécessaires pour réaliser la force-closure [Garzón 2006].

TABLE 2.2 – Nombre de contacts nécessaires pour une prise force-closure.

Objet	Type d'objet	SF	CF	CM
bidimensionnel (2D)	exceptionnel	impossible	3	3
	non exceptionnel	4	3	3
tridimensionnel (3D)	exceptionnel	impossible	4	4
	non exceptionnel	7	4	4

SF : sans frottement ; CF : contact frottant ; CM : contact mou.

2.4 Algorithmes de Force-Closure

La notion de la force-closure a reçu beaucoup d'attention durant les deux dernières décennies. Après les travaux remarquables de Salisbury et Roth [Salisbury 1982], plusieurs conditions nécessaires et suffisantes de force-closure ont été proposées dans la littérature. Dans cette section, nous allons discuter les principaux travaux relatifs à l'analyse et la caractérisation des prises.

2.4.1 Prises bidimensionnelles

À cause de la simplicité géométrique, les efforts de recherche se sont initialement concentrés sur le développement des algorithmes pour tester la force-closure dans le cas des prises planes (2D).

Nguyen [Nguyen 1988] : Nguyen a démontré qu'une prise qui réalise un équilibre non-marginal est une prise force-closure. Il a proposé un algorithme pour le calcul des prises force-closure en 2D. [Nguyen 1988] :

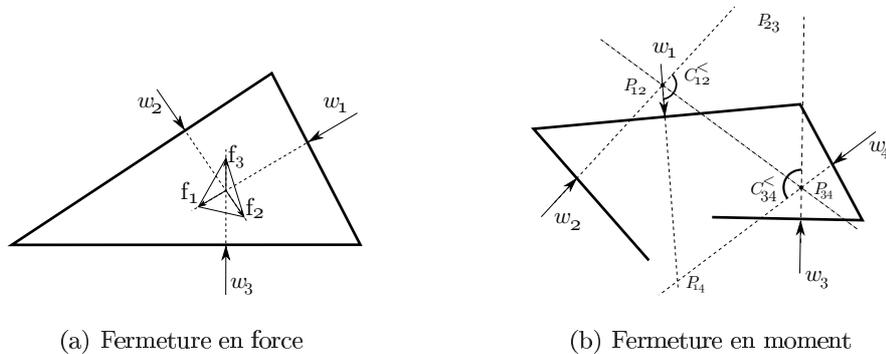


FIGURE 2.7 – Fermeture en forces (directions) et en moment pour le cas des prises 2D.

Une prise résiste à des translations dans le plan si les forces de contact ont des directions qui génèrent le plan. Nguyen a montré qu'un ensemble de torseurs génèrent des forces selon toutes les directions s'il existe trois forces $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3$ ayant une origine commune incluse dans un triangle non vide (Voir la figure 2.7(a)). Cette condition nécessaire et suffisante est reformulée par le théorème suivant :

Théorème 1 : Un ensemble de torseurs W génère des forces dans toutes les directions si et seulement si, il existe trois torseurs $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3$ dont les forces respectives $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3$ satisfont :

- Deux de ces trois directions $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3$ sont indépendantes,
- Il existe une combinaison strictement positive de ces trois directions qui est nulle.

$$a_1\mathbf{f}_1 + a_2\mathbf{f}_2 + a_3\mathbf{f}_3 = \mathbf{0} ; (a_1, a_2, a_3) > 0$$

Dans la plupart des configurations de prise, nous n'avons que des points de contact. À travers ces points de contact, un doigt ne peut exercer qu'une force pure. Un problème intéressant consiste à réaliser une fermeture de moment avec seulement des forces pures. La figure 2.7(b) illustre le fait qu'un ensemble de forces planes W produit des moments dans les deux sens si et seulement si, il existe quatre forces $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3, \mathbf{w}_4$ telles que le segment $\mathbf{p}_{12}\mathbf{p}_{34}$ soit à l'intérieur de deux cônes $C_{12}^<$ et $C_{34}^<$, formés par les paires $(\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2)$ et $(\mathbf{w}_3, \mathbf{w}_4)$. Le théorème suivant énonce cette condition [Nguyen 1988].

Théorème 2 : Un ensemble de forces planes W peut générer des moments dans les deux sens si et seulement si, il existe quatre forces $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3, \mathbf{w}_4$ telles que :

- Les lignes d'action de trois forces n'ont pas d'intersection en un point commun ou à l'infini.
- Soient $\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_4$ les directions des forces de $\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_4$. Soient \mathbf{p}_{12} et \mathbf{p}_{34} les points d'intersection des lignes d'action joignant \mathbf{w}_1 et \mathbf{w}_2 d'une part et \mathbf{w}_3 et \mathbf{w}_4 d'autre part. Il existe $(a_1, a_2, a_3, a_4) > 0$, tel que :

$$\mathbf{p}_{34} - \mathbf{p}_{12} = \pm(a_1\mathbf{f}_1 + a_2\mathbf{f}_2) = \mp(a_3\mathbf{f}_3 + a_4\mathbf{f}_4)$$

Trinkle [Trinkle 1992b] : Trinkle a proposé un algorithme quantitatif pour tester et évaluer la force-closure des prises planes à n points de contact. L'algorithme proposé par Trinkle est basé sur la programmation linéaire et il n'est valide que pour les prises planes en absence de frottement. À partir de [Trinkle 1992b], la force-closure exige que le système suivant soit consistant :

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_n \mathbf{c}_n &= \mathbf{0} \\ \mathbf{c}_n &> \mathbf{0} \end{aligned} \tag{2.12}$$

La matrice \mathbf{W}_n de dimension $3 \times n$ est formée par les torseurs des forces normales. Le vecteur des intensités des torseurs \mathbf{c}_n est de dimension n . Dans le cas où le système

2.12 n'admet pas de solution, nous pouvons facilement trouver un torseur extérieur qui ne peut pas être équilibré. Si le système 2.12 admet une solution pour un \mathbf{c}_n strictement positif, la prise plane est force-closure quel que soit le torseur extérieur car l'intensité des torseurs est illimitée par hypothèse. Le programme linéaire suivant résume la proposition de Trinkle [Trinkle 1992b] :

$$\begin{aligned}
 & \max_{\mathbf{c}_n} && d \\
 & \text{tel que : } && \mathbf{W}_n \mathbf{c}_n = \mathbf{0} \\
 & && \mathbf{c}_n - \mathbf{d} \geq \mathbf{0} \\
 & && d \geq 0 \\
 & && \mathbf{A} \mathbf{c}_n \geq \mathbf{h}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

La mesure de qualité de la force-closure est définie par la valeur optimale d^* . Le vecteur \mathbf{d} a tous les éléments égaux à la variable auxiliaire d . La valeur optimale d^* correspond au minimum \mathbf{c}_n^* . Si d^* est strictement positif, la prise réalise une force-closure. La dernière inégalité de 2.13 est un ensemble de contraintes qui doivent être faisables pour $\mathbf{c}_n = \mathbf{0}$ pour que le programme linéaire soit borné.

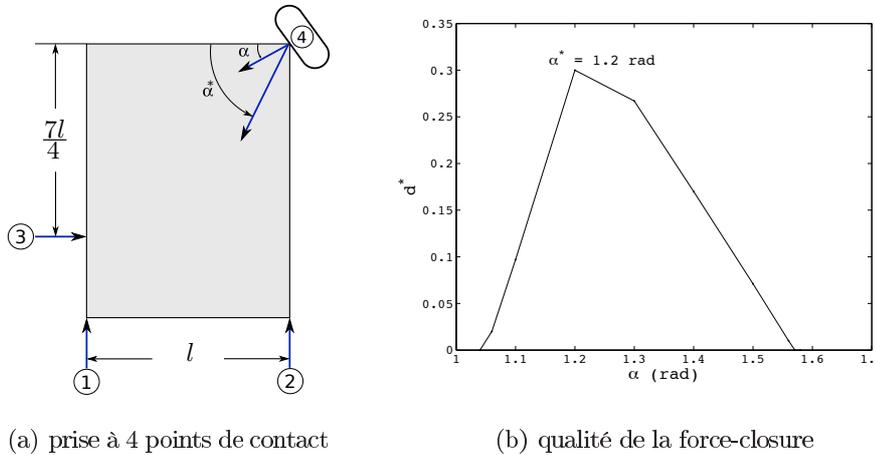


FIGURE 2.8 – Saisie d'un rectangle avec quatre points de contact sans frottement.

La figure 2.8(a) représente un exemple de saisie d'un rectangle avec quatre points de contact. Il est facile de montrer analytiquement que cette prise est force-closure si le point d'intersection entre la troisième et la quatrième force de contact est à l'intérieur du rectangle [Trinkle 1992b] (i.e. l'angle α appartient à $[1.052, \frac{\pi}{2}]$). Pour cet exemple, le programme linéaire défini dans 2.13 peut être utilisé afin de quantifier la force-closure en

fonction de la valeur de α . La matrice du torseur normal est calculée au quatrième point de contact :

$$\mathbf{W}_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -\cos(\alpha) \\ 1 & 1 & 0 & -\sin(\alpha) \\ -l & 0 & \frac{7l}{4} & 0 \end{bmatrix} ; \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} ; \mathbf{h} = \begin{bmatrix} -\mathbf{1} \\ -\mathbf{1} \end{bmatrix}$$

où \mathbf{I} est la matrice identité 4×4 et $\mathbf{1}$ est un vecteur ayant ses quatre éléments égaux à 1. La matrice \mathbf{A} et le vecteur \mathbf{h} sont choisis pour que la dernière inégalité de 2.13 représente un cube ayant une longueur de coté égale à 2 [Trinkle 1992b]. La figure 2.8(b) résume les résultats des programmes linéaires pour différentes valeurs de α . La prise la plus éloignée de la perte de force-closure correspond à une valeur de $\alpha \approx 1.2$ radians.

Chen et Burdick [Chen 1993a] : Chen et Burdick ont développé un algorithme qualitatif pour tester la force-closure des prises planes à n points de contact (avec $n \geq 3$). Le terme *qualitatif* signifie que le test ne fournit pas une mesure de qualité contrairement aux tests *quantitatifs*. Le test de force-closure, développé par [Chen 1993a], est basé sur l'enveloppe convexe des torseurs des forces limites des cônes de frottement.

Ponce et Faverjon [Ponce 1995] : Ponce et Faverjon ont développé plusieurs conditions suffisantes d'équilibre pour le cas des prises planes à trois points de contact.

Proposition 1 : Une condition suffisante pour que trois doigts réalisent l'équilibre est que les trois normales aux points de contact génèrent positivement le plan avec des angles inférieurs à $\pi - 2\alpha$, et l'intersection des trois cônes de frottement n'est pas vide.

Les conditions proposées par Ponce et Faverjon [Ponce 1995] sont linéaires avec les paramètres de la prise. Par une généralisation des résultats de Nguyen [Nguyen 1988], ils proposent que si une prise à trois points de contact réalise un équilibre non-marginal, cette prise est force-closure. Si une prise réalise l'équilibre avec des forces non nulles pour un coefficient de frottement donné, cette prise réalise l'équilibre non-marginal pour n'importe quel coefficient de frottement plus grand (figure 2.9). Les prises montrées dans les figures 2.9(a) et 2.9(b) sont en équilibre mais elles ne sont pas force-closure. Comme il est montré dans les figures 2.9(c) et 2.9(d), les mêmes prises sont en équilibre non-marginal pour des coefficients de frottement plus grand et elles réalisent alors la force-closure.

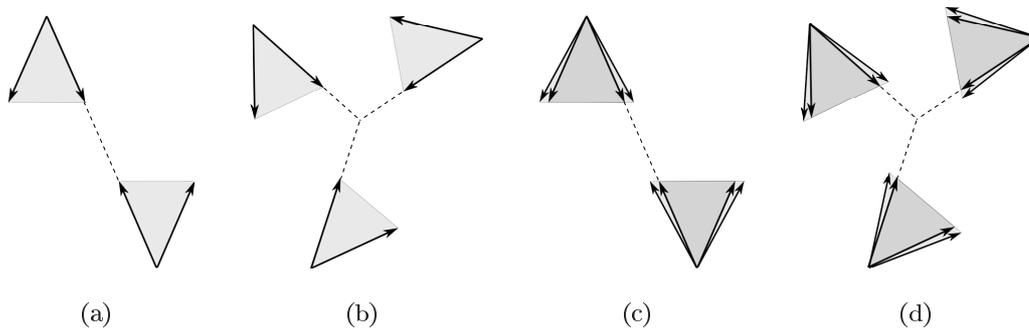


FIGURE 2.9 – Prises planes à deux et trois points de contact.

Liu [Liu 1998] [Liu 1999b] : Liu a proposé un algorithme qualitatif de force-closure pour les prises planes à n points de contact. Ce test est basé sur une technique de réduction récursive. L'auteur a aussi développé un algorithme pour calculer toutes les prises force-closure d'un objet polygonal. L'algorithme de test de force-closure a une complexité algorithmique en $O(N^4)$. Dans [Liu 1999b], l'auteur a démontré que le problème de vérifier si l'origine est à l'intérieur de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact, est équivalent à un problème de programmation linéaire (problème *ray-shooting*). L'algorithme *qualitatif* proposé dans [Liu 1999b] est valable aussi pour le cas des prises spatiales à n points de contact. Pour le cas plan, le programme linéaire comprend 3 variables et $2n$ contraintes d'inégalité. L'algorithme de [Liu 1999b] est un test qualitatif qui ne permet pas de mesurer la qualité des prises.

Mason [Mason 1998] : Mason a développé deux procédures graphiques, *étiquetage des moments* et *force duale*, pour caractériser les prises planes. Soit (f_x, f_y, t_z) un torseur plan, la ligne d'action ou ligne de force correspond à l'ensemble des points où le moment est nul. Pour associer une direction à la ligne d'action, Mason [Mason 1998] a proposé d'étiqueter tout les points du plan par " \oplus ", " \ominus ", ou " \pm ", en fonction du signe du moment appliqué par rapport à ce point. Les points qui sont à droite de la ligne d'action sont étiquetés par " \ominus ", les points situés à gauche par " \oplus ", et les points qui sont sur la ligne d'action sont étiquetés par " \pm ". Cette forme d'étiquetage ajoute une information sur le sens des lignes d'action.

Les deux exemples présentés sur la figure 2.10 sont donnés par Mason [Mason 1998]. Dans le premier, figure 2.10(a), les lignes d'action sont parallèles. Dans le deuxième

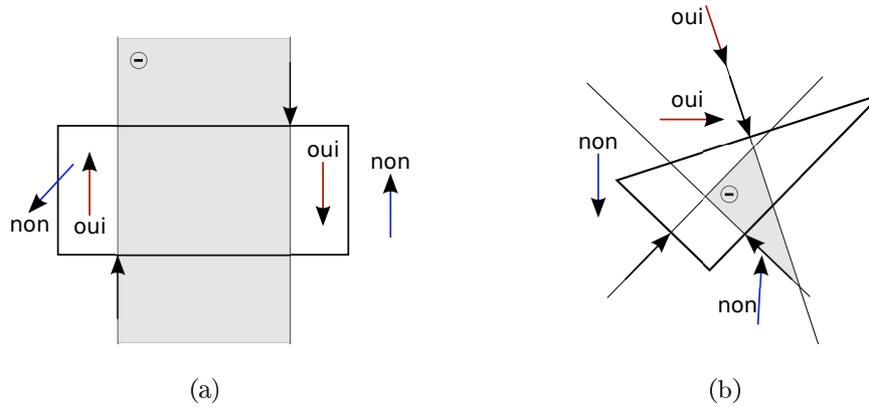


FIGURE 2.10 – Interpretation de la méthode “*moment labeling*” et force résultante.

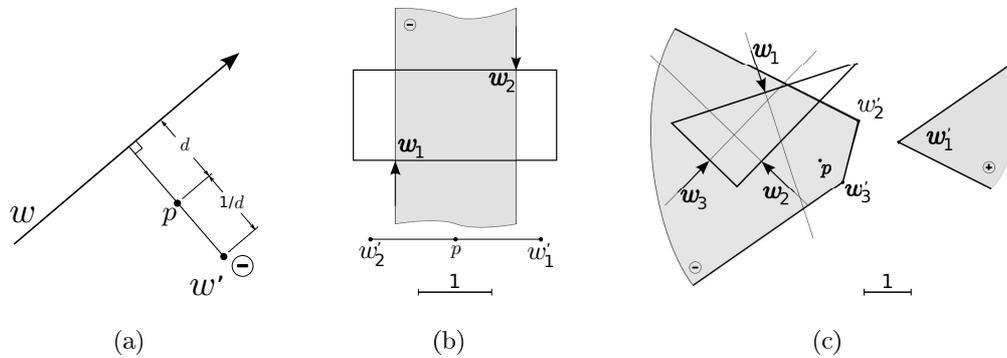


FIGURE 2.11 – Application de la méthode de transformation *force duale*.

exemple (figure 2.10(b)), les trois lignes d’action n’ont pas de point d’intersection commun. La méthode d’étiquetage des moments est utilisée pour représenter les résultantes possibles des contacts plans. Cette méthode récapitule exactement la technique de Reuleau [Mason 1998]. Il y a une façon simple pour lire cette méthode, une force résultante est possible si la ligne d’action se situe entre les régions \oplus et \ominus avec un sens positif. La ligne d’action peut se situer aux limites des régions hachurées mais elle ne peut pas passer à l’intérieur.

La deuxième méthode graphique développée par Mason [Mason 1998], dite la force duale, est une technique basée sur une transformation duale du torseur plan vers une représentation dans un plan orienté :

$$\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ t_z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -f_x/t_z \\ f_y/t_z \end{pmatrix}$$

Le signe du point est défini par le signe du moment. Si le moment est nul, nous avons un point idéal. Cette transformation a une interprétation géométrique simple. Pour une force exercée le long d'une direction, nous construisons sa perpendiculaire passant par l'origine. Le point \mathbf{p} est situé sur la perpendiculaire à une distance égale à l'inverse de la distance qui sépare la force de l'origine. La troisième composante est le signe du moment. La figure 2.11(a) illustre la construction du dual d'une force w qui donne un point w' .

L'application de la méthode des forces duales sur les deux exemples de la figure 2.10 est schématisée par les figures 2.11(b) et 2.11(c). On commence par le choix de l'origine et de l'unité de longueur, ce qui fixe le lieu de la construction. Pour chaque ligne d'action w_i , on construit son dual w'_i puis l'enveloppe convexe de $\{w'_i\}$. Pour l'exemple de la figure 2.11(b), l'origine est placée entre les deux lignes parallèles d'action. La construction donne un segment de droite étiqueté par \ominus . La comparaison de ce résultat avec celui donné par la méthode d'étiquetage des moments montre que chaque point du segment $(w'_1 w'_2)$ de la figure 2.11(b) est équivalent à une ligne d'action sur la figure 2.10(a). Pour le deuxième exemple de la figure 2.11(c), la construction donne un triangle. L'ensemble des lignes d'action est représenté par deux régions.

Les deux méthodes graphiques présentées par [Mason 1998] permettent la représentation des lignes d'action par des transformations duales. Dans [Mason 1998], l'auteur a présenté tout les arrangements qui produisent des prises force-closure. Ces méthodes graphiques présentent des difficultés géométriques quand les lignes d'action sont parallèles [Mason 1998]. La difficulté réside aussi dans l'établissement d'un algorithme pour automatiser le test de la force-closure des prises planes, car la construction dépend fortement du choix judicieux de l'origine \mathbf{p} et de l'unité de longueur. Dans [Mason 1998], l'aspect qualité de la prise n'est pas introduit dans le développement de ces deux techniques graphiques.

Jia-Wei Li [Li 2003a] : Les auteurs proposent une nouvelle condition nécessaire et suffisante de force-closure pour les prises planes à trois points de contact. L'algorithme géométrique proposé dans [Li 2003a] est basé sur des calculs algébriques. Le test commence par le traitement des limites des cônes de frottement afin d'éliminer les zones qui ne contribuent pas à la force-closure. En considérant une prise à trois point de contact, pour réaliser l'équilibre des moments des forces \mathbf{f}_i et \mathbf{f}_j (figure 2.12(a)), le moment au point \mathbf{c}_k

doit être nul, ce qui s'écrit :

$$\overrightarrow{\mathbf{c}_k \mathbf{c}_i} \times \mathbf{f}_i + \overrightarrow{\mathbf{c}_k \mathbf{c}_j} \times \mathbf{f}_j = \mathbf{0} \quad (2.14)$$

Le cône de frottement au point de contact \mathbf{c}_j est divisé en deux parties par la ligne $\overrightarrow{\mathbf{c}_j \mathbf{c}_k}$. Comme le sens du moment $\overrightarrow{\mathbf{c}_k \mathbf{c}_i} \times \mathbf{f}_i$ est positif, la force de contact \mathbf{f}_j doit se situer dans la région délimitée par les deux vecteurs \mathbf{s}_{j2} et $\overrightarrow{\mathbf{c}_j \mathbf{c}_k}$ pour satisfaire l'équation 2.14. La région délimitée par les deux vecteurs \mathbf{s}_{j1} et $\overrightarrow{\mathbf{c}_j \mathbf{c}_k}$ ne contribue pas à l'équilibre des moments et le vecteur \mathbf{s}_{j1} est substitué par $\frac{\overrightarrow{\mathbf{c}_j \mathbf{c}_k}}{\|\overrightarrow{\mathbf{c}_j \mathbf{c}_k}\|}$ sans changer l'état d'équilibre de la prise. Avec cette technique, les auteurs proposent une méthode nommée "disposition en H " afin d'éliminer toutes les régions non nécessaires des cônes de frottement [Li 2003a].

Après traitement des trois cônes de frottement par la disposition H , il faut calculer tous les points d'intersection entre les limites des cônes de frottement. Le nombre maximum de ces points est 12. Soit \mathbf{B}_{jk} un point d'intersection entre deux limites des deux cônes de frottement aux points \mathbf{c}_j et \mathbf{c}_k . Le cône de frottement positif au point de contact \mathbf{c}_i est délimité par les deux vecteurs unitaires \mathbf{s}_{i1} et \mathbf{s}_{i2} . La figure 2.12(b) résume les trois configurations possibles du point \mathbf{B}_{jk} . La prise à trois points de contact réalise une force-closure si et seulement si, un des 12 points d'intersection \mathbf{B}_{jk} est strictement à l'intérieur du cône de frottement au point \mathbf{c}_i .

Afin de mesurer la qualité de la force-closure, les auteurs proposent d'utiliser l'angle minimum entre les nouvelles limites des cônes de frottement après le traitement de ces der-

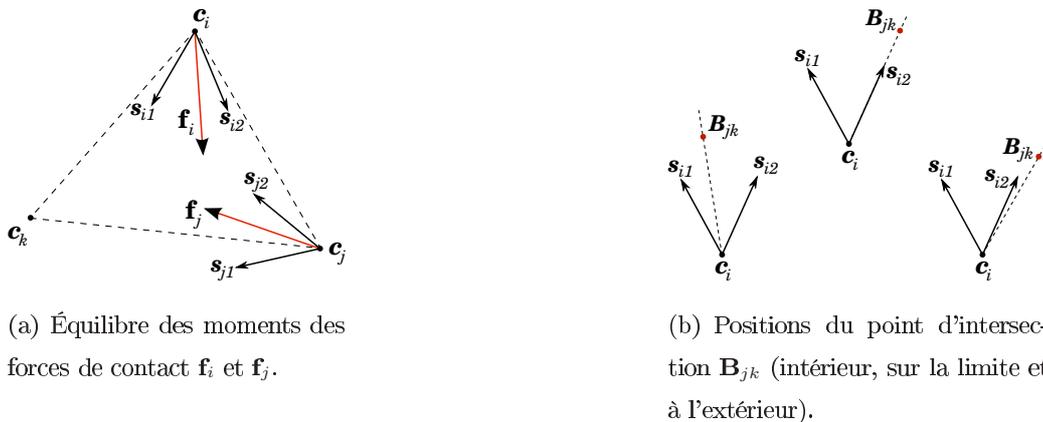


FIGURE 2.12 – Équilibre des moments des forces de contact et configurations du point d'intersection par rapport au cône de frottement au point \mathbf{c}_i .

niers par la disposition H . Cette mesure représente l’angle minimum du cône de frottement qui contribue à la force-closure [Li 2003a].

Sudsang [Sudsang 2005] : Sudsang et Phoka ont aussi étudié le problème du test de force-closure des prises planes à trois points de contact. Ils proposent une alternative de l’approche de Jia-Wei Li [Li 2003a], où chaque cône de frottement est représenté par un segment de droite dans le plan dual. Cette transformation préserve les propriétés des cônes de frottement et permet de formuler le test de force-closure comme un problème d’intersection entre un segment de droite et un polygone convexe. Comme la méthode graphique de [Li 2003a], le test développé dans [Sudsang 2005] n’est valable que pour les prises planes à trois points de contact.

2.4.2 Prises tridimensionnelles

Nous venons d’exposer la richesse des algorithmes de force-closure développés pour l’analyse des prises planes. Malheureusement, pour les objets tridimensionnels, la dimension élevée de l’espace des prises et surtout la grande complexité géométrique contraignent le développement de tests de force-closure.

Des conditions de force-closure pour les objets 3D ont été proposées pour la première fois par Somoff en 1900 [Trinkle 1992b], qui a établi qu’un minimum de 7 points de contact sont nécessaires. Dans le contexte de la synthèse des prises, Nguyen [Nguyen 1986] et Mishra [Mishra 1987] ont développé des tests qui indiquent seulement l’existence de la force-closure. Toutefois, la nature binaire des tests a motivée Kirkpatrick [Kirkpatrick 1990] pour formuler un test quantitatif pour les prises positives (*positive grips*) à partir du théorème de Steinitz. Les résultats de Kirkpatrick ne sont pas applicables dans le cas général. L’algorithme proposé par Chen et Burdick [Chen 1993a] est approprié pour les prises ayant un nombre de points de contact quelconque. Il a une complexité algorithmique en $O(N^d)$ où N est le nombre des torseurs primitifs de contact et $d(= 3$ ou $6)$ représente la dimension de l’espace des torseurs de contact. Une implémentation en temps-réel de ce test, pour le cas des prises 3D, est difficilement envisageable si le cône de frottement est approché avec une précision raisonnable [Liu 1999b]. Trinkle [Trinkle 1992b, Trinkle 1992a] a formulé le test quantitatif comme un problème de programmation linéaire avec N variables, $2N$ inégalités et six contraintes égalités. Cet algo-

rithme permet de traiter les problèmes de test des prises 3D sans frottement [Liu 1999b]. Dans [Bicchi 1999], Bicchi a présenté quelques conditions pour tester la force-closure en utilisant une formulation par programmation linéaire basée sur la mobilité du premier ordre. Il a aussi proposé une mesure de qualité qui donne la limite supérieure des forces de contact.

Liu [Liu 1999b] : Pour les prises 3D à n points de contact, Liu a formulé un test de force-closure qualitatif sous la forme d'un programme linéaire. Pour cela, il a proposé d'utiliser l'algorithme du calcul géométrique, le "*ray-shooting*", afin de vérifier si l'origine de l'espace des torseurs \mathbf{o} est à l'intérieur de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact. Cette formulation est basée sur la dualité entre les enveloppes et les polytopes convexes. L'algorithme *ray-shooting* suppose que l'enveloppe convexe contient l'origine \mathbf{o} .

La normalisation des torseurs primitifs de contact w_{ij} est nécessaire pour assurer la convexité de l'enveloppe des torseurs primitifs de contact. Afin de travailler par rapport à un point à l'intérieur de cette enveloppe, Liu propose de procéder à la translation des coordonnées des torseurs primitifs de contact vers un point $\mathbf{p} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i$. Après cette translation des coordonnées dans \mathbb{R}^6 , l'enveloppe convexe $H(W)$ est duale à un polytope convexe défini par les N inégalités suivantes :

$$(w_i - \mathbf{p})^T \mathbf{x} \leq 1 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (2.15)$$

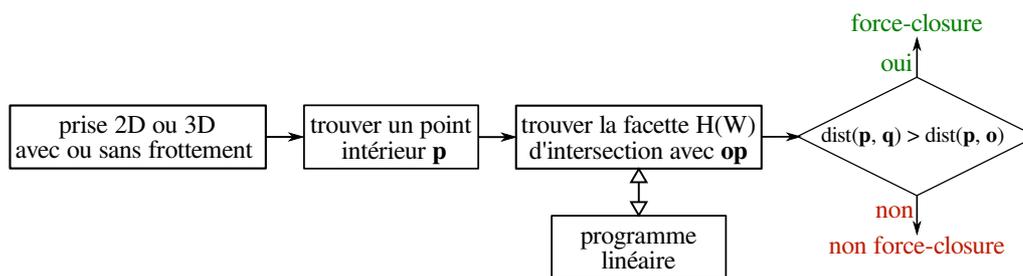
Le problème du calcul de la facette de $H(W)$ qui a une intersection avec le vecteur \mathbf{po} est un problème de *ray-shooting* classique à N contraintes de type inégalité avec 6 inconnues. Si \mathbf{t} est la direction du vecteur \mathbf{po} , alors le problème est ramené à maximiser la fonction objectif suivante :

$$z = \mathbf{t}^T \mathbf{x} \quad (2.16)$$

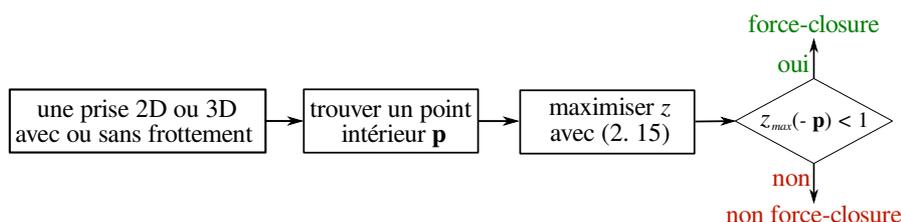
sous les contraintes données par 2.15. Si la solution optimale du programme linéaire 2.16 est $E = (e_1, e_2, \dots, e_6)$, la facette de $H(W)$ ayant une intersection avec \mathbf{po} est donnée par l'équation suivante :

$$e_1x_1 + e_2x_2 + e_3x_3 + e_4x_4 + e_5x_5 + e_6x_6 = 1 \quad (2.17)$$

Le point d'intersection entre le vecteur \mathbf{po} et l'hyperplan défini par l'équation 2.17 est noté par \mathbf{q} . Donc, si la distance $\overline{\mathbf{pq}}$ est supérieure à la distance $\overline{\mathbf{po}}$ la prise définie par les



(a) Organigramme de l'algorithme de force-closure proposé par Liu [Liu 1999b].



(b) Simplification proposée par Zheng et Qian [Zheng 2005].

FIGURE 2.13 – Variantes de l'algorithme *ray-shooting* pour le test de force-closure.

n points de contact réalise une force-closure sinon la prise n'est pas en force-closure. Le diagramme donné par la figure 2.13(a) résume l'algorithme proposé par Liu afin de tester la force-closure dans le cas des prises 3D à n points de contact.

Le test proposé dans [Liu 1999b] est aussi valable dans le cas des contacts sans frottement ainsi que pour les prises 2D. Récemment, Zheng et Qian [Zheng 2005] ont proposé une simplification de l'algorithme développé dans [Liu 1999b]. Ils prouvent que la valeur optimale de la formulation en programmation linéaire exprimée par Liu donne une indication directe sur la propriété force-closure (figure 2.13(b)). Donc, la prise réalise une force-closure si et seulement si la valeur $z_{max}(-\mathbf{p}) < 1$, ce qui préserve le temps de calcul nécessaire pour avoir le point d'intersection \mathbf{q} entre le vecteur \mathbf{po} et l'hyperplan défini par l'équation 2.17. Aucune des deux variantes de cet algorithme ne donnent une mesure de qualité. La normalisation des torseurs primitifs de contact, qui est nécessaire à la transformation en un problème de *ray-shooting*, fait perdre tout caractère quantitatif.

Li Han [Han 2000] : Dans [Buss 1996], Buss *et al.* ont remarqué que les contraintes non linéaires des cônes de frottement sont équivalentes à des matrices symétriques définies positives. Cette observation leur permet de reformuler le problème de force-closure en un problème d'optimisation des forces de contact. L'algorithme proposé repose sur la recherche

d'une solution valide de la force de prise qui satisfasse les contraintes du cône de frottement. Les auteurs ne proposent pas de solution algorithmique pour trouver la solution initiale. Sur la base de ces travaux [Buss 1996], Li Han *et al.* [Han 2000] ont proposé de regrouper les matrices des contraintes dans des LMIs (*Linear Matrices Inequalities*) et de formuler le problème d'analyse des prises comme un problème d'optimisation convexe. Bien que les temps de calcul soient plus importants par rapport à d'autres algorithmes [Liu 1999b], il faut noter la contribution fondamentale de cette étude qui prend en compte directement les contraintes quadratiques des cônes de frottement.

Jia-Wei Li [Li 2003b] : Les auteurs présentent une extension de l'algorithme développé dans [Li 2003a] pour analyser les prises planes à trois points de contact. Dans [Li 2003b], Jia-Wei Li *et al.* proposent un algorithme géométrique pour tester la force-closure des prises 3D avec trois points de contact. Les auteurs montrent que, si les trois points de contact n'appartiennent pas à la même droite et si l'intersection des trois cônes de frottement, avec le plan défini par les trois points de contact, donne trois zones triangulaires délimitées par des vecteurs unitaires de contact n_{i1} , n_{i2} ($i = 1, 2, 3$) (voir figure 2.14(a)), la prise à trois contacts réalise une force-closure si et seulement si la prise plane construite à partir des vecteurs unitaires de contact est force-closure [Li 2003b]. Cet algorithme est simple à implémenter car il ne contient que des calculs algébriques, mais il n'est valable que pour les prises à trois points de contact. Notons que pour tester si la prise plane construite par les vecteurs unitaires de contact est force-closure, on peut utiliser l'algorithme géométrique

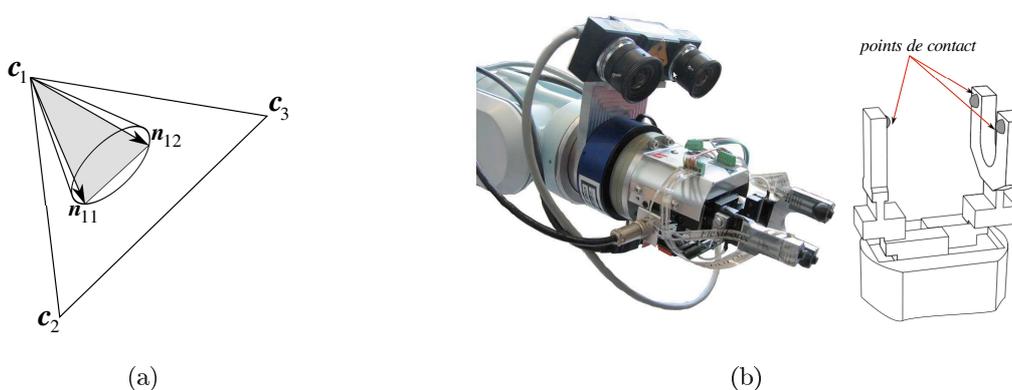


FIGURE 2.14 – (a) Intersection du cône de frottement avec le plan de contact. (b) Pince parallèle à trois points de contact.

proposé par Sudsang et Poka [Sudsang 2005]. Dans les travaux de [Li 2003b], aucune discussion sur la qualité des prises n'a été proposée. L'algorithme qualitatif de Jia-Wei Li [Li 2003b] a été implémenté par Lopez-Damian [Lopez-Damian 2005] pour tester la force-closure dans le planificateur de prise qui utilise une pince parallèle (figure 2.14(b)).

Niparnan [Niparnan 2007] : Les auteurs proposent une heuristique pour tester la force-closure des prises 3D à quatre points de contact. L'algorithme géométrique développé repose sur la propriété que si un ensemble de torseurs W génèrent positivement \mathbb{R}^n , la projection sur un sous-espace $\mathbb{R}^{k < n}$ doit aussi générer positivement ce sous-espace. Cette dernière condition est nécessaire mais pas suffisante. Par conséquent, si les torseurs d'une prise ne génèrent pas un sous-espace de \mathbb{R}^6 , cette prise ne réalise pas une force-closure. Les auteurs testent cette propriété (*positive span*) sur les sous-espaces qui contiennent le torseur de la prise, l'espace des forces et celui des moments. L'algorithme proposé dans [Niparnan 2007] est divisé en cinq tests géométriques. Le premier consiste à vérifier que les quatre cônes de force génèrent positivement \mathbb{R}^3 . Les quatre autres tests servent à vérifier si les moments génèrent positivement \mathbb{R}^3 par rapport à chacun des quatre points de contact. Cette heuristique peut être utilisée comme un filtre afin de rejeter les prises non force-closure. La contribution principale de cet algorithme est qu'il traite les contraintes non linéaires de frottement. Par contre, La généralisation de cette approche pour le cas des prises à n points de contact augmente considérablement le temps de calcul par rapport à d'autres méthodes [Liu 1999b].

2.5 Mesures de Qualité

Le développement continu de mains mécaniques complexes et versatiles augmente le besoin d'algorithmes pour automatiser la recherche des prises. Afin d'optimiser le choix des prises générées, il faut quantifier la qualité de ces dernières. Cette section présente une synthèse des principaux travaux proposés pour la mesure de la qualité des prises. Ces mesures de qualité peuvent être associées à la position des points de contact, à la configuration de la main robotique ou une approche de mesure globale [Suárez 2006].

2.5.1 Mesures associées à la position des points de contact

Ce premier groupe de mesures de qualité inclut seulement celles qui tiennent compte des propriétés de l'objet (forme, taille, poids), les contraintes de frottement et les conditions de force-closure pour quantifier la qualité de prise. Pour la clarté de la présentation, nous regroupons ces métriques en trois sous-groupes : le premier considère seulement les propriétés algébriques de la matrice de prise G (*grasp map*) qui exprime la relation entre le torseur appliqué sur l'objet et les forces exercées aux bouts des doigts. Le deuxième est fonction des relations géométriques de la prise. Le troisième sous-groupe de mesures prend en compte les limites des forces appliquées par les doigts.

2.5.1.1 Métriques basées sur les propriétés algébriques de la matrice G

Pour ce sous-groupe, seule la matrice de prise G est considérée pour la mesure de la qualité. La définition de ces mesures ne tient compte d'aucune contrainte sur les forces appliquées aux points de contact.

Valeur singulière minimale de G : Une matrice de prise G de rang complet contient d valeurs singulières données par les valeurs propres de GG^T . Quand la prise est dans une configuration singulière (au moins un degré de liberté est perdu), au moins une des valeurs singulières est nulle. La plus petite valeur singulière de la matrice de prise G , $\sigma_{min}(G)$ est une mesure de qualité, elle caractérise la distance entre la configuration actuelle de la prise et une configuration singulière [Li 1987].

$$Q = \sigma_{min}(G) \quad (2.18)$$

La prise optimale correspond à la plus grande valeur de $\sigma_{min}(G)$. De même, plus la valeur de $\sigma_{min}(G)$ est grande, plus le gain minimum de transmission des forces des points de contact au torseur de force exercé sur l'objet est grand. Malheureusement, cette mesure de qualité varie avec le changement du point de réduction des moments.

Volume de l'ellipsoïde dans l'espace des torseurs : L'effet de la matrice de prise G dans la relation de transformation entre les forces aux points de contact et le torseur net de la prise peut être représenté par un ellipsoïde. Cette relation transforme une sphère

de rayon unitaire dans le domaine des forces agissant aux points de contact en un ellipsoïde dans l'espace des torseurs. Le volume de cet ellipsoïde représente une mesure de la contribution globale de toutes les forces de contact [Li 1988].

$$Q = k\sqrt{\det(GG^T)} = k(\sigma_1\sigma_2\dots\sigma_d) \quad (2.19)$$

k est une constante et $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_d$ représentent les valeurs propres de la matrice de prise G . Cette mesure de qualité considère toutes les valeurs propres avec le même poids et elle doit être maximisée pour obtenir la meilleure prise. Cette mesure est invariable par rapport au changement du point de réduction des moments.

Index d'isotropie de la prise : Ce critère vise à créer une contribution uniforme des forces de contact dans le torseur total exercé sur l'objet, c-à-d. obtenir une prise isotrope où les grandeurs des forces internes sont semblables. Cette mesure de qualité est appelée l'index d'isotropie de prise [Li 1987], elle est définie comme suit :

$$Q = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (2.20)$$

Cette mesure de qualité est proche de 1 quand la prise est isotrope (cas optimal), et elle chute vers 0 quand la prise se rapproche d'une configuration singulière.

2.5.1.2 Mesures basées sur des relations géométriques

Ce sous-groupe de mesures correspond aux critères associés aux mesures de la qualité des prises relatives à l'évaluation de relations géométriques liées aux points de contact.

Forme du polygone de la prise : Pour les prises planes, il est souhaitable que les points de contact soient distribués d'une manière uniforme sur la surface de l'objet, ceci améliore la stabilité de la prise [Kim 2001]. Un index possible pour mesurer la distribution uniforme des doigts sur l'objet compare la valeur des angles internes du polygone de prise (dont les sommets sont les points de contact sur l'objet exemple 2.15(a)) à ceux du polygone régulier correspondant. La qualité de la prise selon ce critère est aussi appelé index de stabilité [Kim 2001], il est donné par :

$$Q = \frac{1}{\theta_{max}} \sum_{i=1}^n |\theta_i - \bar{\theta}| \quad (2.21)$$

L'angle intérieur au sommet du polygone de contact est θ_i , $\bar{\theta}$ est l'angle interne moyen du polygone régulier correspondant donné par $\bar{\theta} = \pi(n-2)/n$, l'angle $\theta_{max} = (n-2)(\pi - \bar{\theta}) + 2\bar{\theta}$ est la somme des angles internes quand le polygone a la forme conditionnée la plus irrégulière (il dégénère dans une ligne et les angles internes sont 0 ou π).

L'index de stabilité est minimum quand le polygone de contact est régulier. Dans une saisie avec trois points, la prise est optimale quand le polygone de contact est un triangle équilatéral [Park 1992, Mirtich 1994].

Aire du polygone de la prise : Pour les prises à trois doigts, plus le triangle formé par les points de contact sur l'objet est grand (figure 2.15(a)), plus la prise est robuste. Autrement dit, avec les mêmes forces appliquées par les doigts, la prise peut résister à de plus grands couples externes [Mirtich 1994]. Ainsi, l'aire du triangle de prise est également employée comme mesure de qualité pour les objets 2D ou 3D. Cette idée peut être étendue aux prises des objets 3D utilisant plus de trois doigts en maximisant le volume de l'enveloppe convexe des points de contact [Suárez 2006].

Distance entre le barycentre des contacts et le centre de masse de l'objet : L'effet des forces d'inertie et de la gravité sur la prise est réduit au minimum quand la distance entre le centre de masse de l'objet, et le centre de la surface du polygone de contact (pour les objets 2D) ou le polyèdre (objets 3D) est minimisée (figure 2.15(b)). Cette distance est également employée comme un critère de qualité des prises, pour les objets 2D [Chinellato 2005] et aussi pour les objets 3D [Ponce 1997, Ding 2001b].

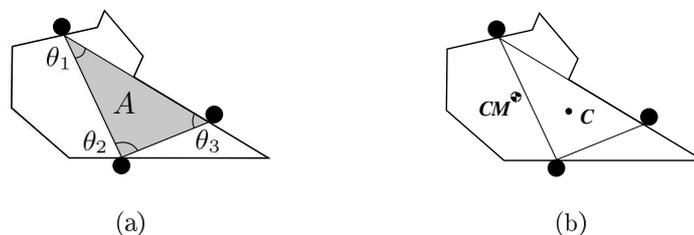


FIGURE 2.15 – Éléments utilisés dans les mesures basées sur les relations géométriques : (a) Angles internes et l'aire A du polygone de la prise. (b) Distance entre le barycentre du polygone et le centre de masse de l'objet.

Régions de contact indépendantes : Cette approche traite l'incertitude du positionnement des doigts sur l'objet. Elle est basée sur le calcul de régions sur la surface de l'objet telles que, si chaque doigt est placé à l'intérieur d'une de ces régions une prise force-closure est obtenue. Ce sont les régions indépendantes de contact [Nguyen 1988], elles définissent un parallélépipède dans l'espace de prise qui est entièrement contenu dans l'espace des prises force-closure. Plus la taille des régions est grande plus l'ensemble des positions correctes acceptables produisant une prise force-closure est important. La qualité d'une prise peut être associée à la taille L_{min} de la plus petite région indépendante (la longueur du bord le plus court du parallélépipède) [Ponce 1995]. La prise permettra de réduire l'erreur maximum dans le positionnement des doigts, si chaque doigt est nominalement placé au centre de chaque région indépendante de contact. Une autre mesure de qualité, proposée pour les objets polyédriques, est appelée l'index d'incertitude de la prise ou la marge de prise [Kim 2001, Chinellato 2005]. Elle est donnée par la somme des distances entre chacun des points de contact (x_i, y_i, z_i) et le centre de la région indépendante de contact correspondante (x_{i0}, y_{i0}, z_{i0}) .

$$Q = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i0})^2 + (y_i - y_{i0})^2 + (z_i - z_{i0})^2} \quad (2.22)$$

Cet index atteint sa valeur optimale (zéro) quand tous les doigts sont placés au centre de chaque région indépendante de contact.

2.5.1.3 Mesures relatives à la limitation des forces des doigts

Les sous-groupes précédents de mesures de qualité prennent en compte la géométrie des points de contact, mais non pas les forces appliquées par les doigts. Ainsi, les prises force-closure obtenues peuvent résister aux torseurs externes de perturbation quelle que soit leur direction, mais rien ne permet de prédire la grandeur de la perturbation à laquelle le système peut résister. Il en découle que, dans certains cas, les doigts doivent appliquer des forces extrêmement grandes pour résister à de petites perturbations. La qualité d'une prise doit aussi être mesurée en considérant le module du torseur de perturbation auquel la prise peut résister pour des forces de contact limitées. Dans ce paragraphe, nous allons présenter cet aspect.

Torseur minimum résistant : Les contraintes les plus communes sur les forces de contact \mathbf{f}_i sont :

- Le module de la force appliquée par chaque doigt qui est limité par la puissance de la source et de la transmission de chaque doigt. Afin de simplifier le formalisme, il est supposé que tous les doigts ont la même limite qui est normalisée à 1 ($\|\mathbf{f}_i\| \leq 1$, $i = 1 \dots n$). Si on considère que le cône de frottement au point de contact est approché par une pyramide à m facettes, les n points de contact produisent un torseur résultant sur l'objet donné par :

$$W = \sum_{i=1}^n w_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} w_{ij} \quad ; \quad \alpha_{ij} \geq 0, \quad \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} \leq 1 \quad (2.23)$$

En considérant les variations possibles de α_{ij} , l'ensemble \mathcal{P} des torseurs résultants possibles sur l'objet est l'enveloppe convexe de la somme de Minkowski des torseurs primitifs :

$$\mathcal{P} = \text{ConvexHull} \left(\bigoplus_{i=1}^n \{\mathbf{w}_{i1}, \dots, \mathbf{w}_{im}\} \right) \quad (2.24)$$

- La somme des modules des forces appliquées par les n doigts est limitée. Ceci correspond à une source de puissance commune limitée pour tous les doigts. Supposant encore une limite normalisée à 1, la contrainte est $\sum_{i=1}^n \|\mathbf{f}_i\| \leq 1$. En modélisant le cône de frottement comme précédemment, le torseur résultant est donné par :

$$W = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} w_{ij} \quad ; \quad \alpha_{ij} \geq 0, \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} \leq 1 \quad (2.25)$$

L'ensemble \mathcal{P} de tous les torseurs résultants possibles sur l'objet est l'enveloppe convexe des torseurs primitifs :

$$\mathcal{P} = \text{ConvexHull} \left(\bigcup_{i=1}^n \{\mathbf{w}_{i1}, \dots, \mathbf{w}_{im}\} \right) \quad (2.26)$$

En prenant en compte les contraintes sur les forces de contact, le plus grand torseur de perturbation auquel la prise peut résister indépendamment de sa direction est proposé comme mesure de qualité. Ce critère de qualité est équivalent au rayon de la plus grande boule centrée à l'origine de l'espace des torseurs et entièrement contenue dans \mathcal{P} . Il est également équivalent à la distance entre l'origine de l'espace des torseurs et la facette de \mathcal{P} la plus proche [Kirkpatrick 1989, Ferrari 1992] :

$$Q = \min_{w \in \partial \mathcal{P}} \|w\| \quad (2.27)$$

avec $\partial\mathcal{P}$ la frontière de \mathcal{P} . Cette mesure de qualité est aussi connue comme la plus grande boule. C'est l'une des mesures de qualité les plus utilisées, elle est employée dans plusieurs travaux [Cornellà 2003, Borst 2003, Miller 2004].

Une prise optimale pour une contrainte de force n'est pas nécessairement optimale pour une autre contrainte. À travers un exemple 2D, la figure 2.16 illustre qualitativement les contraintes sur les forces de contact décrites dans les équations 2.23 et 2.25, les ensembles de torseurs possibles, et les qualités résultantes dans chaque cas.

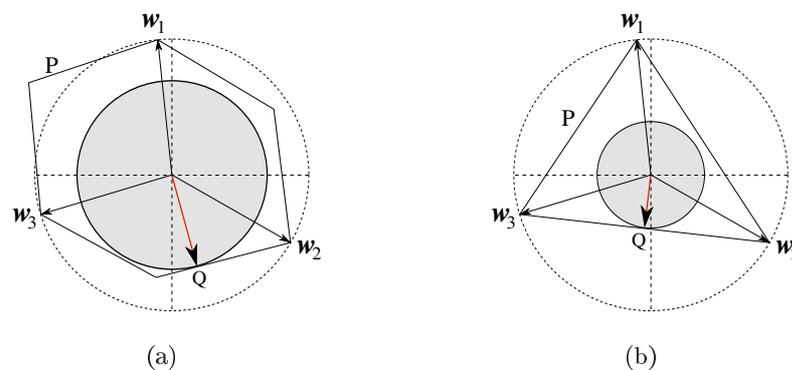


FIGURE 2.16 – Mesure de qualité d'une prise à trois contacts : (a) limite sur le module de chaque force de contact. (b) limite sur la somme des modules des forces appliquées.

Mesures orientées tâches : Lorsque une description détaillée de la tâche à exécuter est disponible, il est possible de caractériser une prise par sa capacité à réaliser cette tâche. C'est à dire à résister aux efforts extérieurs y compris les perturbations. Dans ce cas, les efforts sont représentés par un ensemble de torseurs qui peuvent être appliqués à l'objet pour réaliser un objectif donné et un ensemble de torseurs de perturbation auxquels l'objet doit résister pendant la manipulation. Tous ces torseurs forment un polytope de tâche (*Task Wrench Space*) [Pollard 1996, Borst 2004], qui est généralement approché avec un ellipsoïde [Li 1987]. La mesure de qualité est le facteur d'échelle exigé pour obtenir le plus grand ellipsoïde centré à l'origine et entièrement contenu dans \mathcal{P} . Une comparaison de cette mesure avec le rayon de la plus grande boule inscrite dans \mathcal{P} montre que, si la boule suppose que la probabilité pour chaque direction de perturbation est identique, l'ellipsoïde tient compte des directions de torseur les plus exigeantes pour accomplir la tâche.

2.5.2 Mesures de qualité associées à la configuration de la main

Ce deuxième groupe de mesures de qualité inclut les travaux qui considèrent la configuration de la main robotisée pour estimer la qualité des prises. Cette classe de mesures nécessite le calcul de la matrice jacobienne H de l'ensemble main-objet qui exprime les relations entre la main mécanique et l'objet manipulé dans les domaines vitesse et force/moment [Murray 1994].

Distance aux configurations singulières : Pour les bras redondants, l'évitement des configurations singulières est obtenu en maximisant la plus petite valeur singulière σ_{min} de la matrice Jacobienne du manipulateur [Klein 1987]. Cette idée peut être appliquée aux prises réalisées avec des mains mécaniques en utilisant la Jacobienne main-objet [Shimoga 1996]. Pour une configuration singulière de prise, on a au moins une des valeurs propres qui est nulle. Par conséquent, maximiser σ_{min} est équivalent à choisir une configuration de prise loin des singularités.

Volume de l'ellipsoïde de manipulabilité : La mesure σ_{min} considère une seule valeur propre de H , qui peut être semblable pour deux configurations différentes de prise. Afin de considérer toutes les valeurs propres de H , le volume de l'ellipsoïde de manipulabilité est proposé comme mesure de qualité [Yoshikawa 1985]. Soient $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$ les valeurs propres de H , le volume de l'ellipsoïde de manipulabilité est :

$$Q = k\sqrt{\det(HH^T)} = k(\sigma_1\sigma_2\dots\sigma_r) \quad (2.28)$$

Où k est une constante. La qualité est donc proportionnelle au produit de toutes les valeurs propres, et le maximum du déterminant de HH^T maximise le volume de l'ellipsoïde. Physiquement, ceci signifie que les mêmes vitesses au niveau des articulations des doigts pour deux configurations différentes de prise produisent une plus grande vitesse de l'objet saisi dans la configuration avec la plus grande qualité [Shimoga 1996].

Uniformité de transformation : La transformation entre le domaine de vitesse des liaisons des doigts et le domaine de vitesse de l'objet est uniforme quand la contribution de chaque vitesse d'une liaison est la même pour toutes les composantes de la vitesse de l'objet. Dans ce cas, la main peut déplacer l'objet dans n'importe quelle direction avec

le même gain, ce qui donne de bonnes capacités de manipulation. Cette qualité peut être calculée à partir des valeurs propres maximale et minimale de H . La qualité est meilleure quand la configuration de prise donne une valeur proche de 1.

$$Q = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} \quad (2.29)$$

Positions des liaisons de doigt : Un critère utile au choix des configurations pour les robots redondants est de chercher les configurations dont les liaisons sont aussi loin que possible de leurs limites physiques (c'est à dire : avec une position aussi proche du milieu de l'intervalle de déplacement de liaison [Liegeois 1977]). La même idée est appliquée aux mains mécaniques [Shimoga 1996]. L'index employé pour mesurer les déviations de la variable articulaire est :

$$Q = \sum_{i=1}^l (\theta_i - \theta_{0i})^2 \quad (2.30)$$

où l est le nombre d'articulations. Les angles θ_i et θ_{0i} représentent respectivement, les positions courantes et moyenne de la liaison i . La minimisation de Q fournit une configuration de prise dont les positions des liaisons sont proches de leur position moyenne. La mesure donnée par l'équation 2.30 peut être affinée pour pondérer les écarts à la moyenne par la longueur des différents intervalles des liaisons :

$$Q = \sum_{i=1}^l \left(\frac{\theta_i - \theta_{0i}}{\theta_{max_i} - \theta_{min_i}} \right)^2 \quad (2.31)$$

2.5.3 Mesures de qualité globales

Les critères présentés ci-dessus mesure la qualité de la prise sous différents angles, en se basant sur le lieu des points de contact sur l'objet ou sur la configuration de la main. Cependant, la prise optimale pour une tâche particulière pourrait être une combinaison de ces critères. Le choix des points de contact optimaux sur la surface de l'objet selon tous les critères de la sous-section 2.5.1 ignore la géométrie et la cinématique de la main. Ce qui peut conduire les doigts à entrer en collision ou à produire des configurations inaccessibles par la main. De même, une configuration optimale de la main peut donner une prise sensible aux petites perturbations. Afin de traiter globalement le problème, une mesure globale de la qualité peut être obtenue par la combinaison de plusieurs critères. Ces critères sont combinés d'une manière sérielle ou parallèle.

L'approche sérielle est utilisée pour la synthèse de prise. Un premier critère est utilisé pour produire une liste de prises candidates. Le meilleur candidat est choisi en utilisant une deuxième mesure de qualité. Par exemple, l'optimisation de la configuration de la main en utilisant la somme pondérée de l'index de compatibilité de tâche [Chiu 1988]. Elle produit une solution initiale qui est ensuite utilisée pour la recherche d'une prise optimale selon le critère de la plus grande boule donnée par l'équation 2.27 [Hester 1999].

L'approche parallèle combine différentes mesures de qualité dans un index global. Une méthode simple est de maximiser ou minimiser une somme algébrique de plusieurs mesures de qualité. Cette approche a été employée pour optimiser les prises planes [Boivin 2004]. Une variante de cette approche normalise les résultats de chaque critère en les divisant par la différence entre les mesures de la meilleure et la plus mauvaise prise. Cette approche a été employée pour évaluer les prises 2D avec une main à trois doigts [Chinellato 2003]. Différentes mesures globales sont obtenues en ajoutant les différents critères de base [Chinellato 2005]. Ceci peut être interprété comme la génération d'index spécifiquement adaptés aux différentes applications pratiques. Une variation de ces indices globaux est obtenue en faisant une somme pondérée de différentes mesures de qualité. Kim *et al.* [Kim 2004] utilisent cinq mesures de qualité normalisées. L'incertitude dans la position des doigts, le rapport maximum de transmission de force et l'isotropie de prise, une mesure de la stabilité et une autre reliées avec la rigidité de contact. Un indice global de qualité est défini par la valeur minimale de cinq mesures normalisées, pondérée en fonction des propriétés de la prise désirées.

Bien qu'il y ait quelques études comparant les prises optimales obtenues selon différents critères pour différents objets pour les prises bidimensionnelles [Borst 2004, Bone 2001, Morales 2002] et tridimensionnelles [Miller 1999], le choix du critère approprié dans chaque cas n'est pas toujours trivial. En conséquence, générer une prise optimale pour des applications réelles avec un temps de calcul acceptable reste encore un problème de recherche ouvert [Suárez 2006].

2.6 Planification des prises

Dans la littérature sur la planification ou la synthèse des prises, on peut distinguer principalement deux approches : empirique et analytique. Une approche empirique imite

l'être humain en utilisant des heuristiques pour choisir une configuration de la prise à partir des postures de base de la main. Ces postures dépendent de la tâche et de la géométrie de l'objet saisi. Une approche analytique essaye de générer la position des points de contact et de produire la configuration de la main en se basant sur les propriétés mécaniques de la prise. La meilleure prise est obtenue en optimisant une fonction objectif comme la stabilité de la prise ou la résistance aux perturbations externes.

De nombreux algorithmes de planification ont été développés pour synthétiser des prises sur des objets bidimensionnels. Concernant les objets polygonaux, on peut citer les travaux de Liu [Liu 1998] et de Cornellà *et al.* [Cornellà 2005b]. Cornellà et Suárez ont aussi proposé une approche de calcul des prises pour les objets non polygonaux [Cornellà 2005c] ainsi que pour les objets discrétisés [Cornellà 2005a]. Notons que la synthèse des prises d'objets tridimensionnels est encore un domaine de recherche actif à cause de la complexité de l'espace des prises.

2.6.1 Synthèse de prises pour les objets polyédraux

Une grande partie des algorithmes de planification de la saisie des objets 3D s'intéresse aux objets polyédriques composés d'un nombre fini de facettes planes. Les premiers travaux concernant la génération de prises à deux points de contact avec frottement mou [Nguyen 1987, Nguyen 1988] recherchent les régions de contact indépendantes. Si chaque point de contact est sur sa région indépendante de contact, une prise force-closure est toujours obtenue. Cela donne des prises robustes aux erreurs de placement des contacts. La synthèse et l'optimisation des prises force-closure avec trois points de contact est traitée dans les travaux de Mirtich et Canny [Mirtich 1994]. Ils ont utilisé un critère basé sur des torseurs découplés. Les prises présélectionnées sont celles qui résistent le mieux aux forces extérieures appliquées sur le plan construit par les trois contacts, parmi ces prises celles qui résistent le mieux aux couples appliqués perpendiculairement au plan des trois contacts seront considérées comme prises optimales. Plusieurs conditions nécessaires et suffisantes de force-closure ont été développées dans les travaux de Ponce *et al.* [Ponce 1993] pour le cas des prises à trois contacts. Ils proposent une formulation linéaire qui permet de chercher les six variables qui définissent les coordonnées des points de contact. Ponce *et al.* [Ponce 1997] ont proposé de classer les prises à quatre points de contact en trois groupes : *concurrent*, *pencil* et *regular*, tant en proposant des techniques pour les calculer.

Peu de travaux ont abordé la synthèse de prise à n points de contact. Liu *et al.* [Liu 1999a] considèrent une prise non force-closure à $n - 1$ contacts. Ils cherchent à placer le $n^{\text{ème}}$ point de contact afin d'obtenir une prise optimale en minimisant la distance entre le centre de masse de l'objet et le barycentre des points de contact [Ding 2000b, Ponce 1997]. Cette idée a été généralisée dans [Ding 2000b, Ding 2001b] pour calculer la position de $n - k$ contacts pour une prise non force-closure à k points de contact.

Un algorithme de calcul des positions de n points de contact pour former une prise force-closure à partir d'une configuration initiale aléatoire est présenté dans [Ding 2000a]. Cette approche utilise le test de force-closure proposé par Liu [Liu 1999b]. L'algorithme de [Ding 2000a] essaye de déplacer l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact graduellement jusqu'à ce que l'origine de l'espace des torseurs soit strictement à l'intérieur de l'enveloppe convexe (i.e. une prise force-closure est trouvée). L'inconvénient principal de cette technique locale est que l'algorithme peut être piégé par un minimum local avant que l'origine soit à l'intérieur de l'enveloppe convexe. Cet algorithme est complété dans [Ding 2001b] par une procédure qui permet de calculer une bonne prise initiale. Ceci évite le choix aléatoire de solutions de l'algorithme précédent [Ding 2000a] et améliore le temps de traitement. Cette approche peut échouer et ne pas trouver une solution acceptable car il n'y a aucune garantie sur la consistance du problème.

2.6.2 Synthèse de prise d'objets complexes

Les algorithmes proposés pour la synthèse des prises sur les objets polyédriques sont plus efficaces pour des objets qui ont un nombre réduit de facettes. Par contre, de nouvelles techniques sont nécessaires pour les objets plus complexes (non polyédriques ou polyèdres avec grand nombre de facettes), à cause des données importantes requises pour la modélisation des objets. Les modèles retenus pour les objets sont généralement des nuages de points, des triangles ou des surfaces paramétriques.

La synthèse des prises avec deux points de contact de type mou sur les objets arbitraires (convexes et non convexes) est notamment présentée dans les travaux de Chen et Burdick [Chen 1993b]. La surface de l'objet y est décrite par une fonction paramétrique. La génération heuristique a été proposée afin de synthétiser des prises ayant plus de deux points de contact. Fischer et Hirzinger [Fischer 1997] ont proposé une heuristique simple pour la synthèse des prises à trois contacts. Un système de coordonnées est généré d'une

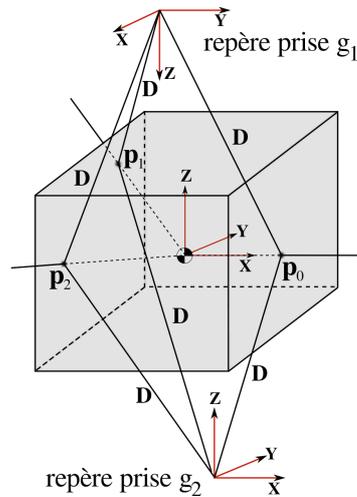


FIGURE 2.17 – Génération heuristique des prises à trois points de contact [Fischer 1997].

manière arbitraire à l'intérieur d'une boîte englobante de l'objet (figure 2.17). Trois vecteurs sont générés dans des directions prédéfinies. Le premier est dirigé selon l'axe x . Le second et le troisième sont générés le long de l'axe x avec des rotations respectives de 120° et 240° autour de l'axe z . Dans le cas où les trois vecteurs produisent chacun un seul point de pénétration, l'ensemble des points d'intersection avec la surface de l'objet est une prise candidate. Pour les objets non convexes, on obtient plus d'un seul point de pénétration. Dans ce cas, un seul point est choisi d'une manière aléatoire. Cette recherche heuristique ne considère pas le coefficient de frottement, mais les prises générées garantissent la force-closure selon les conditions présentées dans [Ponce 1993]. Les prises candidates sont filtrées afin d'exclure les prises non faisables. Le premier filtre écarte les candidats où les points de contact sont proches des surfaces de support, le second filtre vérifie que les points de contact sont accessibles par les doigts de la main mécanique. Le dernier filtre évite les collisions de la main avec l'environnement. Le repère de la main est placé dans deux origines situées à une distance D des points de contact, et un test de collision entre la main et l'environnement de la tâche est exécuté. Les prises candidates qui réussissent ces filtres sont classées selon une mesure de qualité puis l'algorithme choisit la meilleure prise.

Les travaux de Fischer et Hirzinger [Fischer 1997] sont étendus dans [Borst 1999] aux prises à quatre points de contact. La procédure de synthèse suit les mêmes idées; un ensemble de prises candidates est généré puis filtré en utilisant les mêmes critères, les

prises qui réussissent les filtres sont classées selon une mesure de qualité pour choisir finalement la meilleure prise.

Pour la générations de prises à n points de contact, Zhu et Wang [Zhu 2003] utilisent un test numérique de force-closure qui est basé sur la distance Q . Ils ont proposé une technique de synthèse des prises pour les objets qui ont des surfaces paramétriques.

2.6.3 Synthèse de prise d'objets discrétisés

Pour appliquer les algorithmes précédents, la surface de l'objet doit être paramétrée, ce qui n'est pas toujours une tâche facile. Une méthode connue pour décrire les objets complexes est le maillage en triangles. L'application des algorithmes de synthèse de prises d'objets polyédraux engendre un temps de calcul important. Pour réduire la complexité de ce problème, plusieurs algorithmes de recherche orientée ont été proposés.

Un algorithme pour synthétiser des prises avec 7 points de contact a été proposé dans [Ding 2001a]. La procédure commence par sélectionner aléatoirement un ensemble de sept points parmi une large collection de contacts candidats. Le test de force-closure utilisé est celui développé dans [Liu 1999b]. Si la prise sélectionnée réalise une force-closure, l'algorithme s'arrête. Dans le cas contraire, les points de contact sont échangés de manière itérative avec d'autres candidats jusqu'à l'obtention d'une prise force-closure.

Une généralisation de cet algorithme pour le cas des prises à n points de contact a été proposée par Liu *et al.* [Liu 2004]. Cet algorithme, qui fonctionne avec ou sans frottement, est complet car il trouve une solution si elle existe. Par contre, la non existence de solution pour l'objet discrétisé ne veut pas dire qu'il n'existe pas une prise force-closure de la surface continue de l'objet. De plus, la prise obtenue n'assure aucune optimalité.

2.6.4 Synthèse empirique des prises

A coté des algorithmes cités antérieurement, qui sont généralement basés sur des propriétés mécaniques de la prise, il existe une autre approche qui essaye d'imiter le comportement de la main humaine de manière empirique. L'identification des configurations de la main pendant les prises est connue généralement par la taxonomie de la saisie. Initialement, les prises ont été classées en deux groupes, prise de force et prise de précision. Cette classification peut être raffinée en six groupes de prise : cylindrique, sphérique, latérale,

pincée, accrochée et en paume. Les prises utilisées dans l'industrie ont été classifiées dans [Cutkosky 1989] ; un système expert a été développé pour le choix des prises en fonction de la forme de l'objet et les conditions de la tâche à exécuter. Les taxonomies de la saisie sont résumées dans [Iberall 1997] qui présente une classification plus générale basée sur le concept de doigts virtuels. Les approches proposées pour la synthèse empirique des prises utilisent une grande variété d'outils, comme la logique floue [Bowers 2003], les réseaux de neurones [Leoni 1998] ou les systèmes basés information [Bekey 1993, Iberall 1988].

Un planificateur de prise pour la main Barret à trois doigts a été proposé par Miller *et al.* [Miller 2003b]. Le processus comporte deux étapes : il commence par la génération d'un ensemble de configurations initiales de la main Barrett autour d'un modèle simplifié de l'objet (sphère, cylindre, cône ou boîte). Dans la seconde étape, les doigts de la main sont fermés sur le modèle réel de l'objet et ensuite la qualité des prises obtenues est évaluée. À la fin du processus, le système présente le classement des prises générées. Une approche similaire en deux étapes a été proposée dans [Hester 1999]. Un planificateur de prises qui considère les objets quelconques a été proposé par Goldfeder *et al.* [Goldfeder 2007] où ils décomposent l'objet à saisir en une arborescence de superquadratiques.

Une autre approche utilise une base de données de différentes prises force-closure construite pour des objets prédéfinis [Liu 2005]. La prise appropriée est sélectionnée à partir de cette base de données en minimisant les forces de contact nécessaires pour résister aux torseurs de perturbation exercés sur l'objet. Une approche de génération des prises à partir d'un exemple de prise réussie est développée dans [Pollard 2004]. La prise donne une approximation des régions de contact indépendantes, ce qui permet de calculer ces régions pour chaque doigt. L'algorithme est approprié pour un grand nombre de points de contact et le résultat dépend fortement de la prise initiale [Garzón 2006].

D'autres travaux de synthèse des prises ont été développés pour la fixation des pièces mécaniques durant le contrôle et l'usinage (milieu industriel en général). Garzon *et al.* [Garzón 2006] proposent une synthèse des méthodes de génération des prises pour ces applications en production. Une liaison cinématique complète (encastrement, form-closure) est toujours désirée pour la fixation dont l'objectif est de minimiser les erreurs de positionnement durant la tâche. Comme les forces impliquées en production sont généralement importantes et dynamiques, les points de contact sont considérés sans frottement.

2.7 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étude bibliographique relative au domaine de la saisie. Dans la première partie, nous avons commencé par la description et la modélisation des contacts adoptés dans ce domaine. Sur la base de cette modélisation, nous avons présenté la méthode de construction de l'espace torseur de la prise. Par la suite, nous avons donné une présentation des critères de stabilité de la prise ainsi que la définition de la propriété force-closure. À la fin de cette partie, nous avons présenté une discussion sur le nombre des points de contact nécessaires à la réalisation d'une prise fermée. Dans la seconde partie de ce chapitre nous avons cité les différents algorithmes de force-closure, les critères de qualité utilisés pour l'évaluation des prises et les différentes approches de planification des prises proposés dans la littérature.

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter notre contribution à l'étude des prises planes. Une nouvelle formulation du problème de synthèse des prises sera présentée.

Contribution à l'Analyse et à la Synthèse des Prises Planes

Aidées par la dimension réduite du torseur de contact et de l'espace de recherche des prises planes, de nombreuses techniques ont été développées pour l'analyse et la synthèse des prises d'objets bidimensionnelles. L'importance de ces techniques pour des tâches spécifiques de manipulation ou pour la fixation d'objets dans le plan et la possibilité de généraliser ces algorithmes pour le cas des prises tridimensionnelles justifie pleinement l'intérêt des recherches dans ce domaine.

Dans ce chapitre, nous proposons une nouvelle formulation de la propriété force-closure des prises planes. Cette approche est basée sur la théorie de l'axe central du torseur de contact et permet de développer des méthodes graphiques pour l'analyse des prises planes. Nous montrons que l'utilisation du concept bien connu d'axe central dans l'étude des prises planes conduit à une modélisation complète du problème et à des algorithmes très intéressants. L'intérêt des méthodes graphiques pour l'analyse des prises provient du temps de calcul de ces algorithmes géométriques qui est généralement plus réduit que celui des méthodes basées sur la programmation linéaire. En s'appuyant sur le test de force-closure proposé, nous présentons quelques techniques de synthèse de prises d'objets 2D.

3.1 Axe central du torseur de prise

Dans cette section, nous allons présenter les fondements théoriques de l'axe central d'un torseur ainsi que le développement de quelques propriétés mécaniques utiles pour notre travail. À travers des exemples de simulation, nous illustrons ensuite de manière graphique la relation entre le principe de la force-closure d'une prise 2D et la distribution des axes centraux du torseur prise.

3.1.1 Principe de l'axe central

Le théorème de *Poinsot* affirme que chaque torseur est équivalent à une force et un couple appliqué autour de l'axe support de cette force. Donc, un ensemble de torseurs des efforts exercés sur un corps rigide est équivalent à une force appliquée le long d'un axe plus un moment autour de ce même axe [Murray 1994]. Cet axe est appelé *axe central*. En chaque point de l'axe central d'un torseur, le moment est colinéaire à la résultante.

Dans la littérature, l'axe central est défini par une droite. Il faut préciser que nous utilisons la notion d'axe central *orienté*. La direction de cet axe est définie par la direction de la résultante (ou du moment si la résultante est nulle).

La somme de tous les torseurs primitifs de contact donnés par l'équation (2.6) exprime le torseur de la prise appliqué par la main mécanique sur l'objet. Il est donné par :

$$\mathbf{w}_g = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_g \\ \mathbf{t}_{g/o} \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

L'axe central Δ_g du torseur prise \mathbf{w}_g est défini comme suit :

$$\Delta_g = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{\mathbf{f}_g \times \mathbf{t}_{g/o}}{\|\mathbf{f}_g\|^2} + \lambda \mathbf{f}_g & : \text{si } \mathbf{f}_g \neq 0 \\ \mathbf{0} + \lambda \mathbf{t}_{g/o} & : \text{si } \mathbf{f}_g = 0 \end{array} : \lambda \in \mathbb{R} \right\} \quad (3.2)$$

L'axe central Δ_g a donc la même direction que la résultante \mathbf{f}_g et il passe par le point $\mathbf{I} = \frac{\mathbf{f}_g \times \mathbf{t}_{g/o}}{\|\mathbf{f}_g\|^2}$. Le moment autour de l'axe central est donné par :

$$\mathbf{t}_{g/I} = \frac{\mathbf{f}_g \cdot \mathbf{t}_{g/o}}{\|\mathbf{f}_g\|^2} \mathbf{f}_g \quad (3.3)$$

Pour les prises planes, le moment et la force forment deux vecteurs orthogonaux en tout point du plan de la prise. Si $\mathbf{f}_g \neq 0$, les axes centraux sont dans le plan de la prise. D'après l'équation 3.3, le moment autour de ces axes centraux est nul. Par contre si $\mathbf{f}_g = 0$, le couple $\mathbf{t}_{g/o}$ est appliqué autour de l'axe central normal au plan de la prise.

Dans ce qui suit, nous allons donner une classification des principales configurations des axes centraux dans le plan [Bounab 2007a]. Ces propriétés seront utilisées pour le développement de l'algorithme géométrique de test de force-closure des prises planes. Sur la figure 3.1, nous considérons deux forces \mathbf{f}_j et \mathbf{f}_k appliquées le long de deux vecteurs unitaires \mathbf{v}_j et \mathbf{v}_k respectivement, nous avons $\mathbf{f}_j = a_j \mathbf{v}_j$ et $\mathbf{f}_k = a_k \mathbf{v}_k$ avec (a_j, a_k) des

constantes positives. À partir de la variation des amplitudes a_j et a_k , nous pouvons définir les propriétés mécaniques des axes centraux comme suit :

- S’il existe une intersection entre les deux forces \mathbf{f}_j et \mathbf{f}_k , tout les axes centraux sont localisés entre les deux vecteurs de forces et ils passent tous par le point d’intersection (figure 3.1(b)).
- Si les deux forces \mathbf{f}_j et \mathbf{f}_k sont parallèles et elles ont le même sens, les axes centraux gardent la même direction et le même sens et ils sont localisés entre les deux vecteurs de force (figure 3.1(c)).
- Dans le cas où les deux forces sont parallèles et de sens opposés, leurs axes centraux gardent la même direction et ils sont localisés à l’extérieur des deux vecteurs de force (figure 3.1(d)).
- On peut clairement remarquer que les axes centraux ne passent pas par les points où le moment des forces a un seul sens.

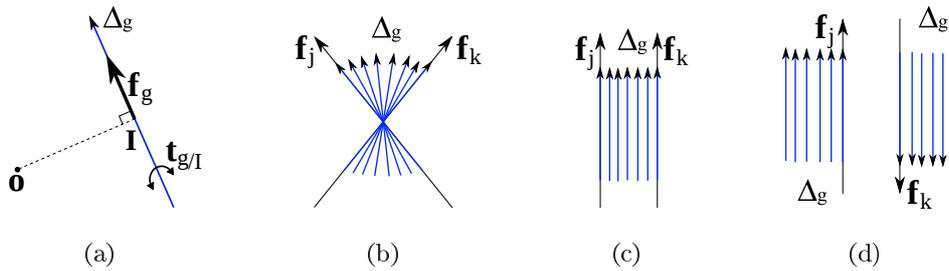


FIGURE 3.1 – (a) Axe central de la force de prise \mathbf{f}_g . (b)-(d) Configurations des axes centraux de deux forces planes.

3.1.2 Distribution des axes centraux pour les prises planes

La propriété force-closure d’une prise dépend essentiellement du nombre de points de contact \mathbf{c}_i , de leurs positions sur la surface de l’objet à saisir ainsi que les coefficients α de frottement. Afin d’illustrer la relation entre le principe de la force-closure et la distribution des axes centraux du torseur prise, nous présentons ci-dessous des exemples de prises bidimensionnelles [Bounab 2007a, Bounab 2007b]. Pour cela, une variation aléatoire est appliquée sur les amplitudes et les orientations des forces de contact \mathbf{f}_i à l’intérieur des cônes de frottement correspondants en utilisant l’équation 2.4. Les axes centraux du torseur de prise sont calculés à partir de l’équation 3.2.

Exemples de prises 2D sans frottement

Dans ce groupe d'exemples, le frottement entre les bouts des doigts et la surface de l'objet n'est pas considéré. Trois exemples de prises à deux contacts sans frottement sont donnés sur les figures 3.1(b), 3.1(c) et 3.1(d). Il est connu qu'une prise bidimensionnelle ne réalise pas la force-closure avec deux contacts sans frottement. À partir de ces trois exemples, on peut remarquer que les axes centraux ne passent pas par certaines régions, ce qui implique que les contacts n'exercent pas des forces dans toutes les directions. La même remarque peut être soulevée concernant les moments des forces de contact, il existe des régions où ces moments ont un seul sens. Par conséquent, ces prises ne réalisent jamais une force-closure quelle que soit la disposition des deux forces de contact \mathbf{f}_j et \mathbf{f}_k .

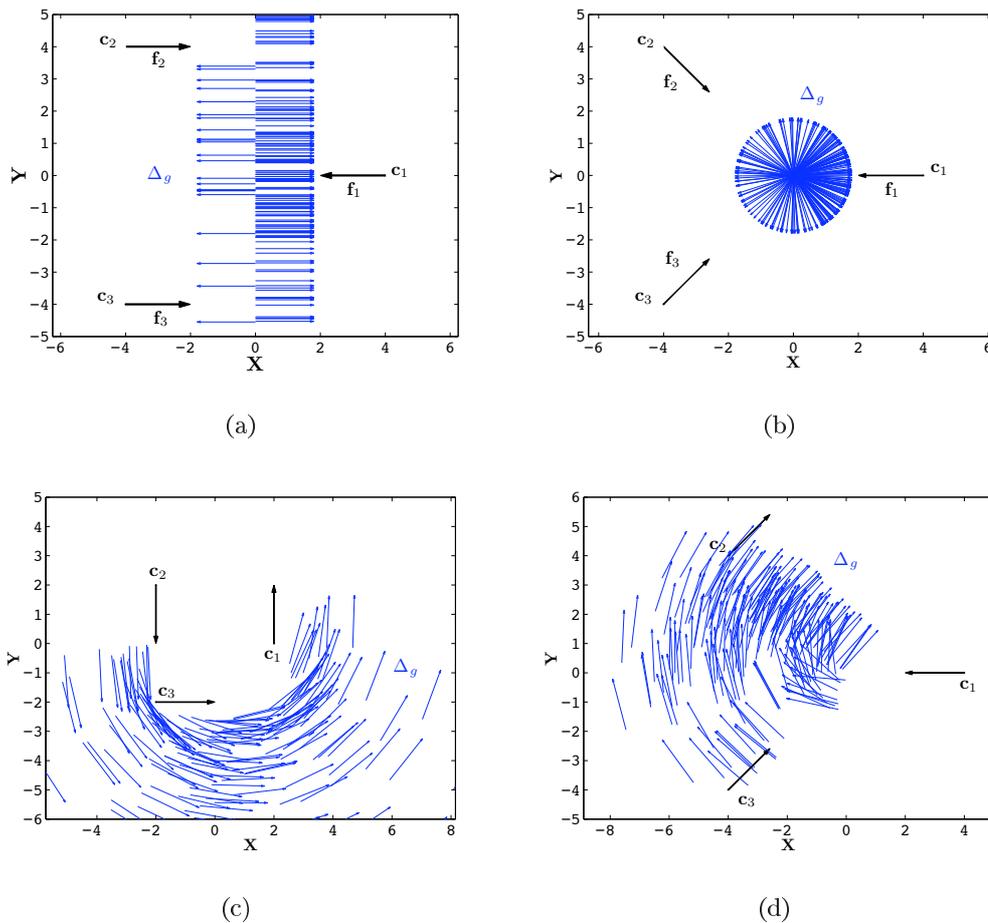


FIGURE 3.2 – Exemples de saisies planes à trois contacts sans frottement et la distribution des axes centraux du torseur prise (prises non force-closure).

Dans les exemples de la figure 3.2, nous présentons quatre prises non force-closure à trois points de contact sans frottement. Les trois forces de la prise donnée par la figure 3.2(a) ne peuvent pas exercer des forces parallèles à l'axe \mathbf{y} ce qui ne garanti pas la force-closure. Pour cette prise, nous pouvons remarquer que tous les axes centraux du torseur prise ont une seule direction parallèle aux forces de contact. La prise schématisée par la figure 3.2(b) est construite par trois forces passant par l'origine \mathbf{o} . Cette prise n'assure pas la force-closure car elle peut être perturbée par des moments extérieurs appliqués au point \mathbf{o} . Pour cette prise tous les axes centraux passent par l'origine ce qui permet de dire que ces axes génèrent le plan (\mathbf{x}, \mathbf{y}) seulement au point \mathbf{o} mais pas en d'autres points du plan de la prise. Dans les deux derniers exemples (figures 3.2(c) et 3.2(d)), les trois forces de contact ne peuvent pas générer des moments dans les deux sens en tous les points du plan de la prise, ce qui est clairement déduit de l'analyse de la distribution des axes centraux.

Dans le cas des contacts sans frottement, il faut un minimum de quatre points pour garantir une prise force-closure [Reulaux 1876, Lakshminarayana 1978]. Sur la figure 3.3, on donne quelques exemples de prises à quatre points de contact sans frottement. Pour la prise de la figure 3.3(a), les contacts ne peuvent pas exercer des forces selon l'axe \mathbf{y} et les axes centraux du torseur de prise ont la même direction que les forces de contact. Les quatre forces de la prise schématisée par la figure 3.3(b) appliquent un moment de sens négatif sur l'objet à saisir, ce qui est déduit aussi par la distribution des axes centraux. La même remarque peut être faite à la prise présentée sur la figure 3.3(c) où le moment reste toujours négatif dans la région située entre les forces de contact. Les trois premières prises de la figure 3.3 ne réalisent pas une force-closure. Par contre, pour la dernière prise (figure 3.3(d)), les axes centraux du torseur prise génèrent le plan (\mathbf{x}, \mathbf{y}) en tout point. Si nous continuons la génération des axes pour cet exemple, nous pouvons remarquer que le torseur prise génère des axes centraux dans toutes les directions possibles. L'exemple de la figure 3.3(d) présente une prise force-closure.

Exemples de prises 2D avec frottement

Nous considérons maintenant un frottement de Coulomb aux points de contact. Pour tracer la distribution des axes centraux, nous faisons varier de façon aléatoire les amplitudes et les orientations des forces de contact \mathbf{f}_i à l'intérieur des cônes de frottement. Ceci revient à faire varier les constantes positives a_{i1} et a_{i2} de l'équation 2.4.

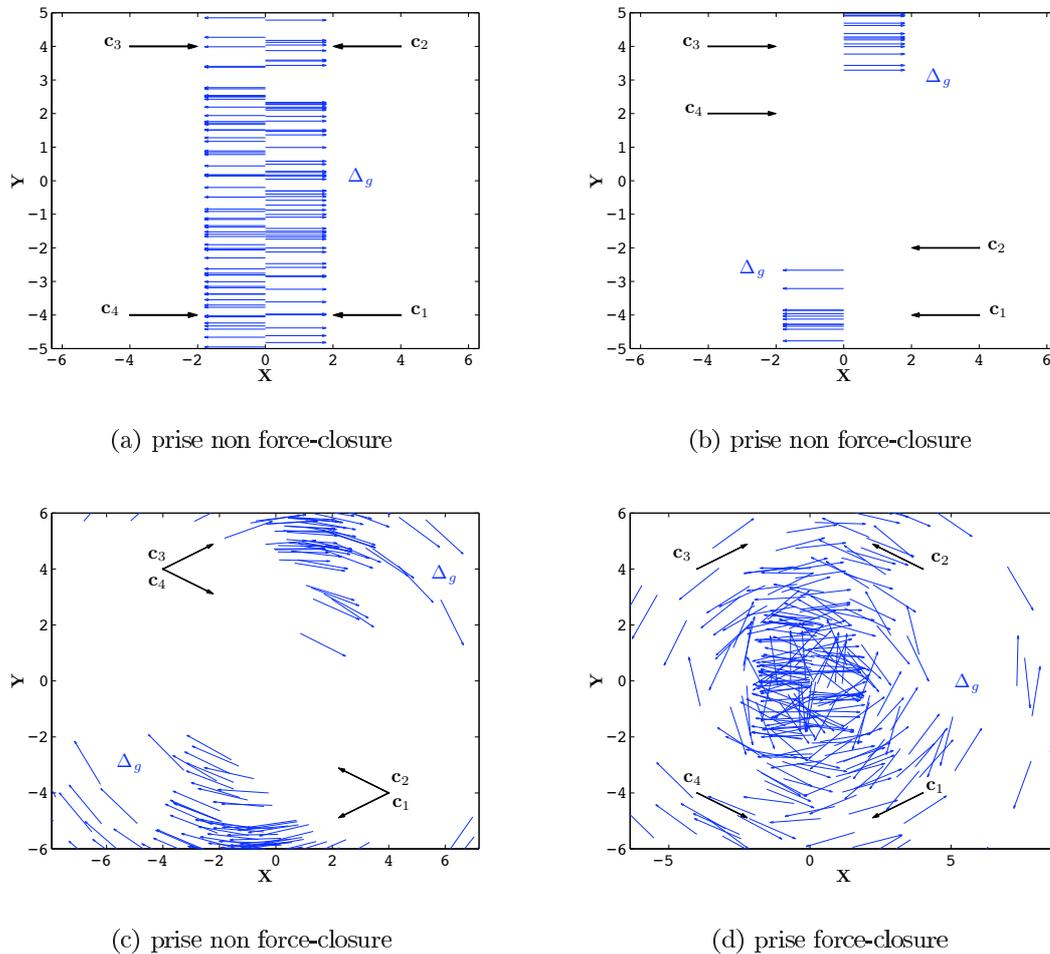


FIGURE 3.3 – Exemples de saisies planes à quatre points de contact sans frottement et la distribution des axes centraux du torseur prise.

Les deux premières prises présentées sur les figures 3.4(a) et 3.4(b) donnent des exemples de prises non force-closure à deux points de contact. Dans le premier (figure 3.4(a)), les axes centraux sont localisés entre les deux cônes de frottement et les moments des forces de contact ont un sens unique à l'extérieur des cônes. Pour l'exemple de la figure 3.4(b), le torseur prise ne peut pas générer d'axes centraux dans la région située entre les deux cônes de frottement. Pour la prise à trois points de contact de la figure 3.4(c), les trois cônes de frottement sont orientés dans le même sens. Les forces de contact ne peuvent pas exercer des forces dans le sens négatif de l'axe y . De la distribution des axes centraux dans l'exemple de la figure 3.4(d), nous pouvons remarquer que le torseur de la prise ne

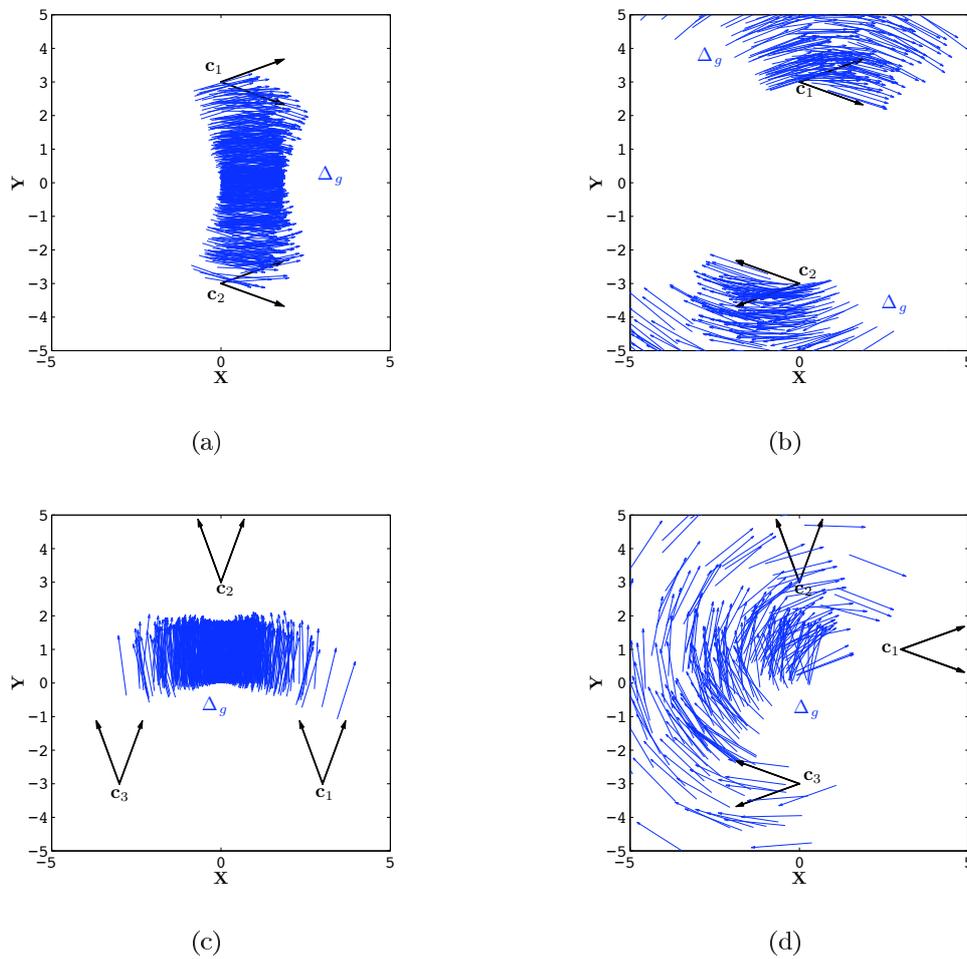


FIGURE 3.4 – Distribution des axes centraux pour des prises planes à deux et trois points de contact avec frottement (prises non force-closure).

peut pas générer des moments dans les deux sens autour de l'axe \mathbf{z} en tous les points du plan de la prise.

Les prises schématisées sur la figure 3.5 réalisent une force-closure. Pour les deux premiers exemples (figures 3.5(a) et 3.5(b)), le segment c_1c_2 passe à l'intérieur des deux cônes de frottement [Nguyen 1988]. L'analyse de ces deux figures montre que le torseur de la prise produit tous les axes centraux qui génèrent le plan de la prise en n'importe quel point. Sur les figures 3.5(c) et 3.5(d)), on donne deux exemples de prises à trois points de contact en force-closure. L'augmentation des points de contact n'influe pas sur les remarques soulevées précédemment. La figure 3.6 présente deux exemples de prises à

quatre points de contact. Le torseur prise du premier exemple (figure 3.6(a)) ne produit pas de moments dans les deux sens en tout point du plan de la prise. On remarque que les axes centraux de cet exemple sont orientés dans le sens contraire des aiguilles d'une montre à l'extérieur du polygone formé par les quatre points de contact. Par contre, la prise de la figure 3.6(b) est en force-closure et le torseur des efforts de contact peut générer tout les axes centraux dans le plan de la prise.

À partir de l'ensemble de tout les exemples cités précédemment, nous pouvons proposer la conjecture suivante : il existe une relation directe entre la propriété de force-closure des prises planes et la distribution des axes centraux du torseur des forces de contact dans

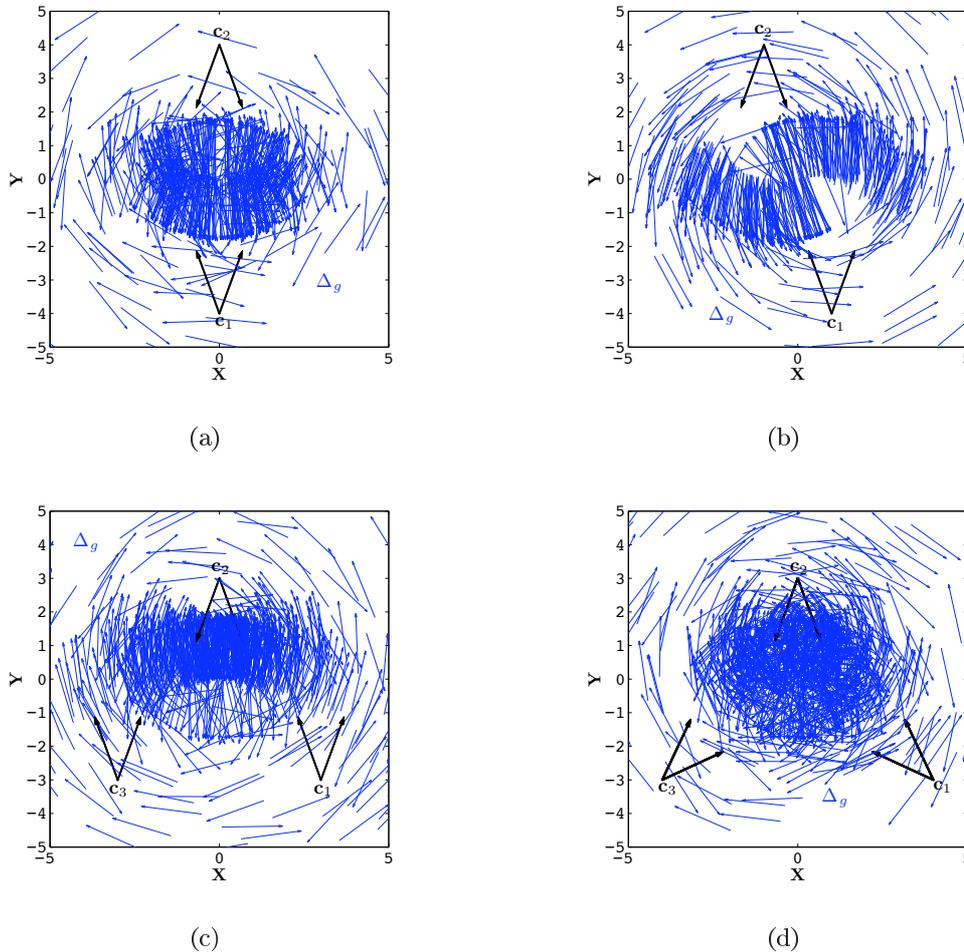


FIGURE 3.5 – Distribution des axes centraux dans des prises planes à deux et trois points de contact avec frottement (prises force-closure).

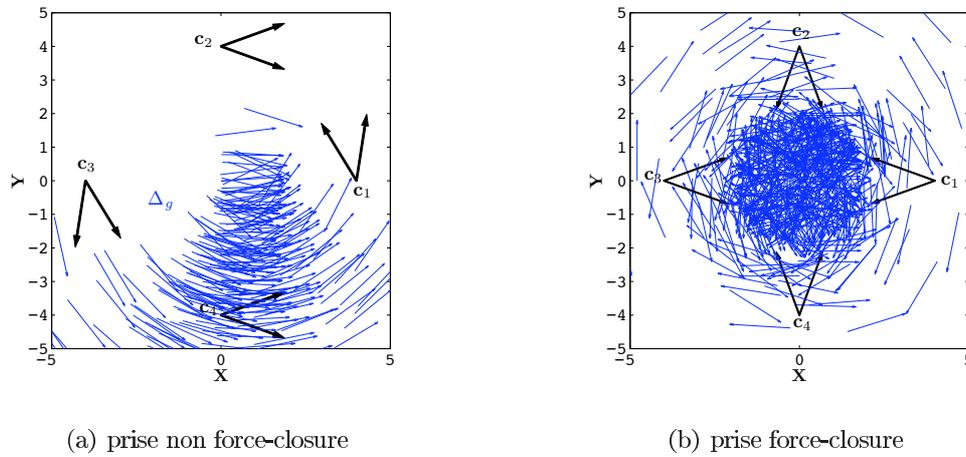


FIGURE 3.6 – Distribution des axes centraux dans des prises planes à quatre points de contact avec frottement.

le plan de la prise. Si une prise ne réalise pas la force-closure, le torseur des efforts de contact ne peut pas générer tous les axes centraux. Dans le cas contraire, si la prise est en force-closure, tout les axes centraux peuvent être produits. D'un point de vue pratique, un torseur plan est composé de trois éléments (f_x, f_y, t_z) . Dans ce cas l'axe central est défini par un angle et un moment par rapport à un point (coordonnées pluckériennes d'une droite dans un plan). On perd donc une dimension qui est l'intensité du champ de force, intensité qui est sans intérêt du point de vue force-closure.

La comparaison avec les méthodes proposées par Mason [Mason 1998] (*moment labeling* et *force dual*) permet de conclure que l'axe central du torseur de la prise est un outil très puissant ; il représente d'une manière directe les lignes d'action de la résultante des forces de contact sans aucune transformation géométrique. À partir de la distribution des axes centraux du torseur des efforts de contact, on peut déduire directement les lignes d'action de la résultante des forces et le sens des moments en tout point du plan de la prise sans utiliser les méthodes d'étiquetage proposées par Mason [Mason 1998].

Dans le paragraphe suivant, nous allons démontrer qu'il est possible de déduire les conditions d'équilibre et de force-closure à partir de la théorie de l'axe central. Dans ce chapitre, nous étudions seulement les prises planes. La généralisation au cas des prises tridimensionnelles sera développée dans le chapitre 4.

3.2 Condition d'équilibre

Pour étudier l'équilibre d'une prise, on considère seulement les forces de contact appliquées par les doigts de la main robotisée aux n points de contact. Ces forces peuvent être divisées en deux groupes : la force \mathbf{f}_k exercée au point de contact \mathbf{c}_k et, les forces \mathbf{f}_r appliquées par les autres $n - 1$ points de contact. Donc, l'objet rigide est soumis à l'action de deux torseurs $\mathbf{w}_k = (\mathbf{f}_k, \mathbf{t}_{k/\mathbf{c}_k})^T$ et $\mathbf{w}_r = (\mathbf{f}_r, \mathbf{t}_{r/\mathbf{c}_k})^T$ réduits au point \mathbf{c}_k . Les moments $\mathbf{t}_{k/\mathbf{c}_k}$ sont égaux à zéro car chaque force \mathbf{f}_k passe par son point d'appui \mathbf{c}_k . Donc, la condition d'équilibre est donnée par :

$$\mathbf{w}_g = \mathbf{w}_k + \mathbf{w}_r = \mathbf{0} \implies \begin{cases} \mathbf{f}_r = -\mathbf{f}_k \\ \mathbf{t}_{r/\mathbf{c}_k} = 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

où \mathbf{w}_g représente le torseur net appliqué par la main mécanique sur l'objet à saisir.

En utilisant le théorème de Poinot, les axes centraux du torseur de la prise donnés par l'équation 3.2 peuvent être divisés en deux classes :

Δ_k : Axes centraux du torseur \mathbf{w}_k , qui sont associés aux forces de contact \mathbf{f}_k . Δ_k représente les forces pures à l'intérieur du cône de frottement d'indice k .

Δ_r : Axes centraux du torseur \mathbf{w}_r , qui sont associés aux forces de contact \mathbf{f}_r , où le moment par rapport au point \mathbf{c}_k est égal à zéro. Δ_r définit toutes les forces pures qui passent par le point \mathbf{c}_k .

D'après la condition d'équilibre donnée par l'équation 3.4, nous pouvons immédiatement conclure la proposition d'équilibre d'une prise à n points de contact suivante :

Proposition 3.1 : *Une prise à n points de contact est en équilibre si et seulement si les $n - 1$ premiers contacts peuvent générer, au moins, un axe central de classe Δ_r de direction opposée à un axe central de classe Δ_k généré par le dernier contact.*

Démonstration :

Suffisance : Quand les torseurs \mathbf{w}_r appliqués par les $n - 1$ contacts peuvent générer un axe central Δ_r , le moment autour de cet axe $\mathbf{t}_{r/\mathbf{c}_k}$ est égal à zéro. Donc, la seconde condition du système d'équation 3.4 est satisfaite. La direction de l'axe central Δ_r est définie par celle de \mathbf{f}_r et la direction de l'axe central Δ_k est la même que celle de

\mathbf{f}_k . Donc, si Δ_r et Δ_k ont des directions opposées, nous pouvons écrire que $\mathbf{f}_r = -\delta\mathbf{f}_k$ avec $\delta > 0$. Par conséquent, les torseurs \mathbf{w}_r peuvent produire des forces pour réaliser l'équilibre.

Nécessité : Si on considère que les torseurs \mathbf{w}_r sont incapables de produire un seul axe central de classe Δ_r qui passe par le point \mathbf{c}_k , les forces \mathbf{f}_r produisent des moments non nuls par rapport à \mathbf{c}_k . Ces moments ne peuvent pas être équilibrés car la force \mathbf{f}_k a un moment nul par rapport à \mathbf{c}_k . Par conséquent, la prise n'est pas en équilibre et la condition de la proposition 3.1 est nécessaire. ■

Pour le cas bidimensionnel, si une prise est en équilibre non-marginal, elle réalise aussi la force-closure [Ponce 1995]. Ceci est équivalent à dire que, au moins, un axe central de classe Δ_r est pointé *strictement* à l'intérieur de la partie négative du cône de frottement d'indice k . Par conséquent, une prise bidimensionnelle à n point de contact réalise l'équilibre non-marginal quand les axes centraux $\Delta_g^* = \Delta_k \cup \Delta_r$ génèrent positivement \mathbb{R}^2 . L'équilibre non-marginal est donc une condition nécessaire et suffisante pour assurer la force-closure d'une prise plane. Il faut noter la nécessité d'ajouter la condition sur la non coïncidence des n points de contact.

3.3 Condition de force-closure

Une prise réalise la force-closure si elle est en équilibre quel que soit le torseur appliqué par l'environnement extérieur (tâche, gravité et autres perturbations) sur l'objet à saisir. Dans le cas des prises planes, il est clair que si les n points de contact ne sont pas confondus et si la prise réalise un équilibre non-marginal, cette prise est donc en force-closure. Par conséquent, on résume la condition de force-closure dans la proposition suivante :

Proposition 3.2 : *Soit un point arbitraire \mathbf{o} , une prise plane à n points de contact est en force-closure si et seulement si :*

- (i) *les axes centraux Δ_g^* du torseur de la prise génèrent positivement \mathbb{R}^2 au point \mathbf{o} , et*
- (ii) *les n forces de contact produisent des moments dans les deux sens (+ et -) par rapport au point \mathbf{o} autour de l'axe normal au plan de la prise.*

Démonstration : La figure 3.7 donne une interprétation géométrique de la condition de force-closure exprimée dans la proposition 3.2. Si les n points de contact peuvent produire des forces et des moments indépendants et que, les forces génèrent positivement \mathbb{R}^2 à n'importe quel point \mathbf{p} du plan et les moments par rapport à \mathbf{p} sont orientés dans les deux sens (+ et -), alors la prise plane assure la force-closure.

Suffisance : Si tout les axes centraux de la classe $\Delta_g^* = \Delta_i \cup \Delta_r$ génèrent positivement \mathbb{R}^2 au point \mathbf{o} et, si les n forces de contact produisent des moments $\mathbf{t}_{g/\mathbf{o}}$ positifs et négatifs autour de l'axe normal au plan de la prise alors, le torseur au point \mathbf{o} est :

$$\mathbf{w}_{g/\mathbf{o}}^* = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{f}_g^* \\ \mathbf{t}_{g/\mathbf{o}} \end{array} \right\} \quad (3.5)$$

\mathbf{f}_g^* exprime toutes les forces exercées le long des axes centraux Δ_g^* . $\mathbf{t}_{g/\mathbf{o}}$ est le moment produit par toutes les forces de contact par rapport au point \mathbf{o} . La force \mathbf{f}_g^* et le moment $\mathbf{t}_{g/\mathbf{o}}$ sont des vecteurs indépendants car, les forces \mathbf{f}_g^* ne créent aucun moment au point \mathbf{o} . Donc, le torseur $\mathbf{w}_{g/\mathbf{o}}^*$ peut équilibrer tout torseur extérieur exercé sur l'objet au point \mathbf{o} .

Maintenant, si on considère un autre point arbitraire \mathbf{p} qui appartient au plan de la prise, les axes centraux Δ_g^* au point \mathbf{o} peuvent générer seulement deux résultantes (\mathbf{f}_{g12}^* et \mathbf{f}_{g23}^*) qui passent par le point \mathbf{p} . Pour générer positivement \mathbb{R}^2 en ce point, les moments $\mathbf{t}_{g/\mathbf{o}}$ peuvent être exprimés par deux forces (\mathbf{f}_t^+ et \mathbf{f}_t^-). Par conséquent, les quatre forces (\mathbf{f}_{g12}^* , \mathbf{f}_{g23}^* , \mathbf{f}_t^+ , \mathbf{f}_t^-) génèrent positivement \mathbb{R}^2 au point \mathbf{p} . D'autre part, les forces \mathbf{f}_g^* qui génèrent \mathbb{R}^2 en \mathbf{o} peuvent produire des moments $\mathbf{t}_{g/\mathbf{p}}^*$ dans les deux sens par rapport à \mathbf{p} . De ce fait, la prise plane est en force-closure et les deux conditions de la proposition 3.2 sont suffisantes.

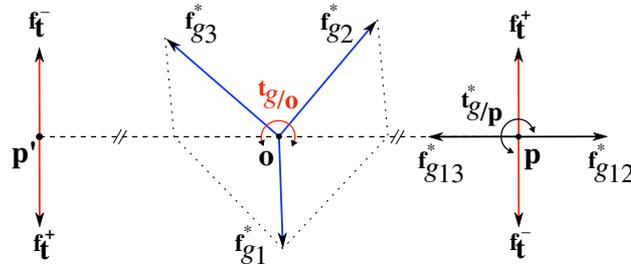


FIGURE 3.7 – Interprétation de la condition de force-closure des prises planes.

Nécessité : Si la condition (i) n'est pas satisfaite, il existe des forces extérieures qui ne peuvent pas être équilibrées par les forces de contact \mathbf{f}_g^* . De même pour la condition (ii), si les moments produits par les n forces de contact par rapport à un point arbitraire du plan de la prise n'ont pas les signes (\mathbf{f}_t^+ et \mathbf{f}_t^-), la prise n'est pas force-closure. Par conséquent, la proposition 3.2 est nécessaire. ■

La seconde condition (ii) de la proposition 3.2 indique que les moments appliqués par les n forces de contact doivent générer positivement l'axe perpendiculaire au plan de la prise au point \mathbf{o} . Mécaniquement parlant, cette condition peut être satisfaite si les axes centraux du torseur de la prise génèrent \mathbb{R}^2 en deux points différents du plan de la prise. Nous pouvons donc, exprimer la force-closure par la proposition suivante :

Proposition 3.3 : *Une prise plane à n points de contact réalise une force-closure si et seulement si les axes centraux du torseur de la prise de la classe Δ_g^* peuvent générer positivement \mathbb{R}^2 en deux points différents (exemple : \mathbf{o} et \mathbf{o}').*

Démonstration : Les forces appliquées le long des axes centraux Δ_g^* notées \mathbf{f}_g^* et $\mathbf{f}_g^{*'}$ passent respectivement par les points \mathbf{o} et \mathbf{o}' . Il est clair que si les forces de contact $\mathbf{f}_g^{*'}$ génèrent \mathbb{R}^2 en un point \mathbf{o}' différent de \mathbf{o} , les moments $(\mathbf{o}' - \mathbf{o}) \times \mathbf{f}_g^{*'}$ peuvent générer positivement l'axe perpendiculaire au plan de la prise au point \mathbf{o} . Par conséquent, la proposition 3.2 est satisfaite et la prise plane réalise une force-closure. ■

3.4 Méthode graphique de vérification de force-closure

Le problème de test de force-closure pour le cas des prises planes est simplifié par l'utilisation des propositions 3.2 et 3.3. Dans cette section, nous allons décrire l'algorithme géométrique proposé afin de vérifier la propriété force-closure des prises bidimensionnelles en considérant des contacts avec frottement.

3.4.1 Principe de l'algorithme géométrique proposé

L'algorithme géométrique proposé commence par la sélection d'un point arbitraire du plan de la prise, par exemple l'origine du repère de l'objet à saisir \mathbf{o} (considéré aussi comme le centre de masse de l'objet). Ensuite, nous calculons les moments produits par les $2n$

limites des cônes de frottement par rapport à \mathbf{o} . Si tout ces moments ont le même signe, la prise n'est pas en force-closure. Sinon, Nous passons à la détermination de tous les axes centraux qui passent par \mathbf{o} . Dans le cas où l'ensemble de ces axes centraux génèrent positivement \mathbb{R}^2 au point \mathbf{o} , la prise étudiée réalise une force-closure.

Les moments appliqués par les $2n$ limites des cônes de frottement ont les deux sens (+ et -) si et seulement si, l'inégalité suivante est satisfaite :

$$\left| \sum_{i=1}^n (t_{i1} + t_{i2}) \right| - \sum_{i=1}^n (|t_{i1}| + |t_{i2}|) < 0 \quad (3.6)$$

$t_{i1} = \mathbf{z} \cdot (\mathbf{c}_i \times \mathbf{v}_{i1})$ et $t_{i2} = \mathbf{z} \cdot (\mathbf{c}_i \times \mathbf{v}_{i2})$ représentent les modules des moments des forces limites des cônes de frottement par rapport au point \mathbf{o} et autour la normale \mathbf{z} au plan de la prise. Si la relation 3.6 est satisfaite, nous pouvons passer à la deuxième étape de l'algorithme proposé qui est la détermination de tout les axes centraux qui passent par le point \mathbf{o} . Pour cela, nous présentons une étude qui traite toutes les configurations possibles des forces \mathbf{f}_g^* appliquées le long des axes centraux Δ_g^* [Bounab 2007a]. Les limites des cônes de frottement sont indiquées par les deux vecteurs $(\mathbf{v}_j, \mathbf{v}_k) \in \{\Omega \setminus \mathbf{v}_j \neq \mathbf{v}_k\}$, où $\Omega = \{\mathbf{v}_{11}, \mathbf{v}_{12}, \mathbf{v}_{21}, \mathbf{v}_{22}, \dots, \mathbf{v}_{n1}, \mathbf{v}_{n2}\}$ est l'ensemble de toutes les $2n$ limites des n cônes de frottement. Sur la figures 3.8, nous donnons toutes les configurations possibles des forces \mathbf{f}_g^* . Ces configurations peuvent être classifiées en trois sous-groupes :

- *Intersection* : Les deux droites support des vecteurs \mathbf{v}_j et \mathbf{v}_k se coupent en \mathbf{B}_{jk} . Dans le cas où le point d'intersection \mathbf{B}_{jk} coïncide avec l'origine du repère objet \mathbf{o} (figure 3.8(a)), il existe deux forces $\mathbf{f}_{g1}^* = \mathbf{v}_j$ et $\mathbf{f}_{g2}^* = \mathbf{v}_k$. Si le point \mathbf{B}_{jk} est différent de \mathbf{o} , il existe une seule force \mathbf{f}_g^* si l'origine \mathbf{o} est à l'intérieur des deux vecteurs \mathbf{v}_j et \mathbf{v}_k (figure 3.8(b)). Dans ce cas, la direction de la force dépend du lieu du point \mathbf{o} . Cette force est donnée par $\mathbf{f}_g^* = (\mathbf{v}_j \cdot \mathbf{B}_{jk} + \mathbf{v}_k \cdot \mathbf{B}_{jk}) \frac{\mathbf{B}_{jk}}{\|\mathbf{B}_{jk}\|}$.

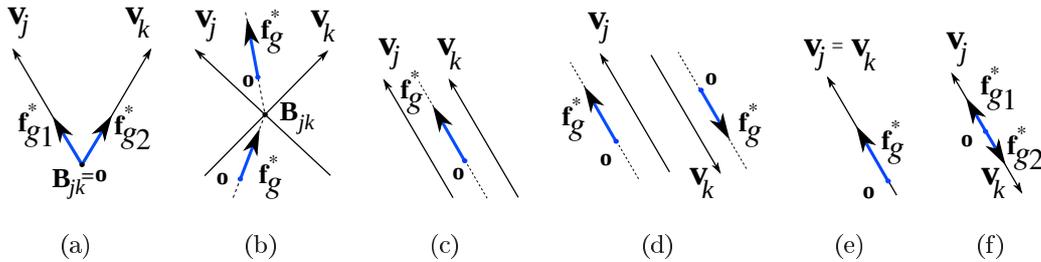


FIGURE 3.8 – les six configurations géométriques des axes Δ_g^* dans les prises planes.

- *Parallèle* : Les deux vecteurs \mathbf{v}_j et \mathbf{v}_k sont parallèles. Dans le cas où ils ont la même direction et le point \mathbf{o} se trouve à l'intérieur de ces vecteurs (figure 3.8(c)), il existe une seule force $\mathbf{f}_g^* = \mathbf{v}_j + \mathbf{v}_k$ qui passe par l'origine parallèlement à \mathbf{v}_j et \mathbf{v}_k . Si \mathbf{v}_j et \mathbf{v}_k ont des directions opposées et le point \mathbf{o} est à l'extérieur de ces vecteurs, il existe une seule force et sa direction dépend du lieu du point \mathbf{o} . Donc la force $\mathbf{f}_g^* = \mathbf{v}_j$ ou $\mathbf{f}_g^* = \mathbf{v}_k$ (figure 3.8(d)).
- *Colinéaire* : Les deux vecteurs \mathbf{v}_j et \mathbf{v}_k sont colinéaires et l'origine \mathbf{o} est sur ces vecteurs. Si ces vecteurs ont la même direction (figure 3.8(e)), il existe une force $\mathbf{f}_g^* = \mathbf{v}_j + \mathbf{v}_k$ qui leur ait parallèle. Si \mathbf{v}_j et \mathbf{v}_k ont deux directions opposées (figure 3.8(f)), il existe deux forces dans les deux directions $\mathbf{f}_{g1}^* = \mathbf{v}_j$ et $\mathbf{f}_{g2}^* = \mathbf{v}_k$.

Nous pouvons remarquer que cette étape de construction des axes centraux qui passent par le point \mathbf{o} ne contient que des opérations algébriques simples. À la fin de cette étape, nous obtenons n^* vecteurs force \mathbf{f}_g^* . La valeur de n^* dépend du nombre et de la configuration des points de contact. Si l'inégalité 3.6 est vraie, on peut conclure la force-closure si et seulement si les n^* forces génèrent positivement \mathbb{R}^2 au point \mathbf{o} . Ceci peut être accompli en vérifiant que l'origine \mathbf{o} se trouve à l'intérieur d'un polygone.

3.4.2 Exemples d'application de l'algorithme géométrique

Sur la figure 3.9, nous montrons le déploiement de l'algorithme géométrique proposé pour tester la force-closure de trois prises planes à deux points de contact avec frottement.

Exemple 1 : Sur la figure 3.9(a), les deux limites des cônes de frottement \mathbf{v}_{11} et \mathbf{v}_{21} produisent des moments positifs par rapport au point \mathbf{o} et, les deux vecteurs \mathbf{v}_{12} et \mathbf{v}_{22} génèrent des moments négatifs au même point. Donc, l'inégalité 3.6 est satisfaite. Passant à la deuxième étape, les forces (\mathbf{f}_{g1}^* , \mathbf{f}_{g2}^* , \mathbf{f}_{g3}^* , \mathbf{f}_{g4}^*) sont construites suivant le cas schématisé dans la figure 3.8(b). Ces quatre vecteurs génèrent positivement \mathbb{R}^2 au point \mathbf{o} et la prise est en force-closure.

Exemple 2 : Concernant la prise de la figure 3.9(b), les vecteurs \mathbf{v}_{11} , \mathbf{v}_{21} et \mathbf{v}_{22} produisent des moments positifs par rapport au point \mathbf{o} et le vecteur \mathbf{v}_{12} donne un moment négatif. La force \mathbf{f}_{g1}^* est construite à partir des vecteurs \mathbf{v}_{12} et \mathbf{v}_{22} suivant le cas de la figure 3.8(d). Les forces \mathbf{f}_{g2}^* et \mathbf{f}_{g3}^* sont obtenues en utilisant la règle

présentée sur la figure 3.8(b). Les trois forces génèrent positivement \mathbb{R}^2 au point \mathbf{o} . La prise demeure en force-closure.

Exemple 3 : Concernant la dernière prise présentée sur la figure 3.9(c), l'inégalité 3.6 est satisfaite. Selon le cas de la figure 3.8(b), nous construisons les deux forces \mathbf{f}_{g1}^* et \mathbf{f}_{g3}^* . La force \mathbf{f}_{g2}^* est obtenue à partir des deux vecteurs \mathbf{v}_{12} et \mathbf{v}_{22} selon le cas de la figure 3.8(d). Les trois vecteurs $((\mathbf{f}_{g1}^*, \mathbf{f}_{g2}^*, \mathbf{f}_{g3}^*))$ ne génèrent pas positivement \mathbb{R}^2 au point \mathbf{o} . Par conséquent, cette prise ne réalise pas une force-closure.

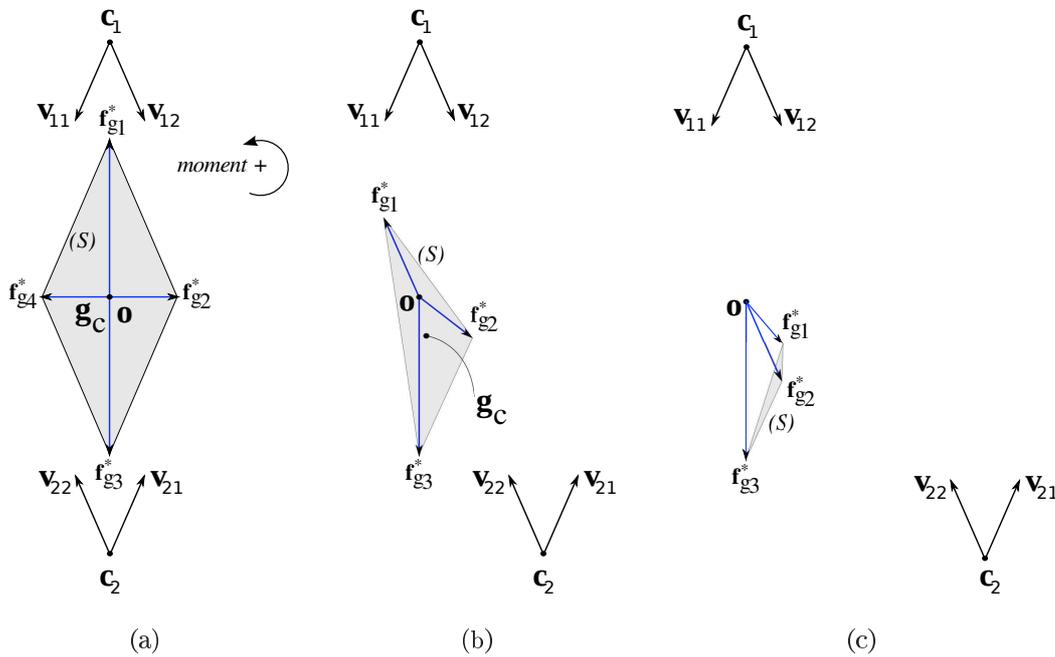


FIGURE 3.9 – Exemples d'application de l'algorithme géométrique proposé.

3.4.3 Mesure de la qualité géométrique des prises

Quand la prise étudiée réalise une force-closure, nous pouvons calculer l'aire S du polygone convexe obtenu lors de la construction des axes centraux qui passent par le point \mathbf{o} (figures 3.9(a) et 3.9(b)). La surface maximale qui peut être obtenue est celle d'un disque de rayon 2 ($S_{max} = 4\pi$) car le module maximum de la force \mathbf{f}_g^* est $\|\mathbf{v}_j + \mathbf{v}_k\| = 2$. Par conséquent, on définit la mesure géométrique suivante pour quantifier la force-closure :

$$Q_G = \omega_1 \frac{S}{4\pi} - \omega_2 \|\mathbf{g}_c\|^2 \tag{3.7}$$

avec ω_1 et ω_2 sont des coefficients de pondération fixés a priori par l'utilisateur.

En maximisant Q_G , le premier terme permet de mesurer la distance à partir de laquelle la prise peut perdre la propriété force-closure. Le deuxième terme exprime la distance entre le centre de masse de l'objet \mathbf{o} et le barycentre \mathbf{g}_c du polygone construit par les axes centraux. Quand cette distance est de faible valeur, les forces de contact seront appliquées dans toutes les directions d'une façon homogène par rapport au centre de masse de l'objet \mathbf{o} . Donc, la prise résiste mieux aux forces gravitationnelles et inertielles durant le mouvement de l'objet, ce qui assure la robustesse de la prise [Ding 2001b].

En résumé, l'algorithme géométrique proposé pour le test des prises planes peut être récapitulé par les deux étapes suivantes :

Étape I : Vérification que les forces appliquées aux points de contact peuvent produire des moments positifs et négatifs par rapport à l'origine \mathbf{o} du repère lié à l'objet (choisi aussi comme son centre de masse). Si l'inégalité 3.6 n'est pas satisfaite, la prise ne réalise pas une force-closure.

Étape II : Détermination des axes centraux Δ_g^* qui passent par le point \mathbf{o} en utilisant les configurations présentées dans la figure 3.8. Dans le cas où les n^* forces \mathbf{f}_g^* obtenues peuvent générer positivement \mathbb{R}^2 au point \mathbf{o} , la prise est en force-closure et la valeur de Q_G mesure sa qualité. Si les n^* vecteurs ne génèrent pas le plan en \mathbf{o} , la prise étudiée ne réalise pas une force-closure.

3.4.4 Performances de l'algorithme géométrique

Dans la littérature relative à l'analyse des prises planes, beaucoup d'algorithmes ont été développés pour le test force-closure. Néanmoins, dans une partie des travaux [Chen 1993a, Liu 1999b], les tests proposés sont de type qualitatifs. Dans d'autres travaux [Nguyen 1988, Ponce 1995, Li 2003a, Sudsang 2005], les algorithmes proposés ne sont valables que pour un nombre fini de points de contact. Les méthodes graphiques proposées par Mason [Mason 1998] permettent d'étudier le cas général de n points de contact. Néanmoins, dans certains cas, ces méthodes présentent des difficultés géométriques de construction [Mason 1998]. La difficulté réside aussi dans le développement d'un algorithme de force-closure et d'une mesure de qualité associée.

Dans cette partie, nous allons donner les résultats numériques obtenus avec un Pentium-M (Processeur 1.7 GHz, 1.5 Go de RAM, OS. Linux) en utilisant l'environ-

nement Matlab. L'étude des performances de l'algorithme géométrique proposé comporte deux parties. Dans la première, nous comparons le temps d'exécution avec l'algorithme de *ray-shooting* proposé par Liu [Liu 1999b]. En second lieu, nous faisons une comparaison entre la mesure de qualité proposée Q_G et la qualité donnée par le rayon r_{ball} de la plus grande sphère de centre \mathbf{o} inscrite à l'intérieur de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact. Cette mesure de qualité est la plus utilisée dans la littérature [Kirkpatrick 1990, Ferrari 1992, Miller 2004].

Le test de force-closure le plus connu est celui de Liu [Liu 1999b]. Il est équivalent à l'algorithme de *ray-shooting*. Il permet de tester si l'origine du repère \mathbf{o} est à l'intérieur de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact. Pour les prises bidimensionnelles, ces torseurs appartiennent à \mathbb{R}^3 et expriment les forces appliquées dans le plan de la prise ainsi que le moment autour de l'axe normal à ce plan. Pour conclure la force-closure avec l'algorithme proposé dans [Liu 1999b], il faut résoudre un programme linéaire de 3 variables et $2n$ contraintes de type inégalité. Pour cela, nous utilisons la bibliothèque d'optimisation de Matlab dans l'implémentation de l'approche de [Zheng 2005] qui est une simplification de l'algorithme proposé par [Liu 1999b].

Exemple 1 : Cet exemple est défini dans le papier de Trinkle [Trinkle 1992a]. Le même exemple est employé dans les travaux de Zhu *et. al* [Zhu 2004]. On considère une prise plane d'un rectangle avec quatre points de contact sans frottement (figure 2.8(a)). Les positions des contacts sont fixes, et la direction de la force de contact au point \mathbf{c}_4 est spécifiée par l'angle α . Le problème consiste à évaluer la force-closure de la prise. L'origine du repère lié à l'objet est choisie au point de contact \mathbf{c}_4 .

L'orientation de la force de contact au point \mathbf{c}_4 varie dans l'intervalle $\alpha \in [1.0, \frac{\pi}{2}]$. La figure 3.10(a) montre l'exécution de l'algorithme géométrique en fonction de α . On observe que la prise réalise la force-closure si $(\tan^{-1}(\frac{7}{4}) < \alpha < \frac{\pi}{2})$ où l'origine \mathbf{o} est strictement à l'intérieur du polygone construit par les trois axes centraux. Sur la figure 3.10(b), on remarque que la prise atteint son optimum selon le critère proposé Q_G quand $\alpha^* = 1.25$ rad, ce qui est proche des résultats trouvés dans [Trinkle 1992a, Zhu 2004]. Il faut noter que la mesure de qualité Q_G proposée dans ce travail considère l'homogénéité des forces de contact par rapport au centre de masse de l'objet \mathbf{o} . Dans cet exemple, on montre bien que l'algorithme géométrique proposé peut être appliqué sans modification pour tester la

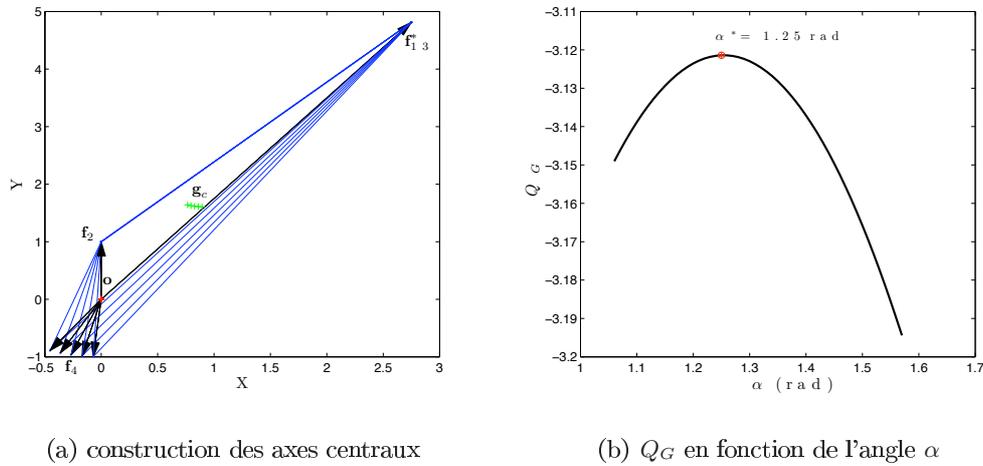


FIGURE 3.10 – Exemple d'une prise à quatre points de contact sans frottement.

force-closure des prises planes à n contacts sans frottement.

Exemple 2 : Nous considérons les prises planes d'une ellipse. Les longueurs des axes principaux sont $r_x = 2$ et $r_y = 1$ et la position de chaque point de contact \mathbf{c}_i est définie par un angle θ_i avec :

$$\mathbf{c}_i = (r_x \cos \theta_i \quad r_y \sin \theta_i)$$

Le vecteur normal au point de contact \mathbf{c}_i est défini par :

$$\mathbf{z}_i = -k_i^{-1} \begin{pmatrix} r_y \cos \theta_i \\ r_x \sin \theta_i \end{pmatrix} ; k = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$$

Dans tous les exemples donnés dans cette partie, l'angle de frottement entre les doigts et le contour de l'ellipse est fixé à $\alpha = 20^\circ$ ($\mu = 0.364$). Nous varions aléatoirement les positions des quatre points de contact sur le contour de l'ellipse pour calculer 10000 prises. Le test qualitatif est exécuté avec succès et nous permet de sélectionner un ensemble de 2048 prises qui réalisent la force-closure. En utilisant l'algorithme géométrique proposé, un temps de calcul de 14 secondes permet de tester toutes les prises. Par contre, en utilisant l'algorithme de *ray-shooting* proposé dans [Zheng 2005], le temps de calcul nécessaire pour évaluer l'ensemble des prises est de 140 secondes. Par conséquent, la méthode proposée dans ce travail réduit d'une manière significative le coût de calcul par comparaison avec les approches basées sur la programmation linéaire. Nous présentons sur la figures 3.11

quelques configurations qui donnent de bonnes qualités Q_G parmi l'ensemble des 10000 prises à quatre doigts générées aléatoirement. Les deux prises optimales des figures (3.11(b) et 3.11(d)) représentent les mêmes résultats que ceux publiés dans les travaux de Zhu et Ding [Zhu 2006].

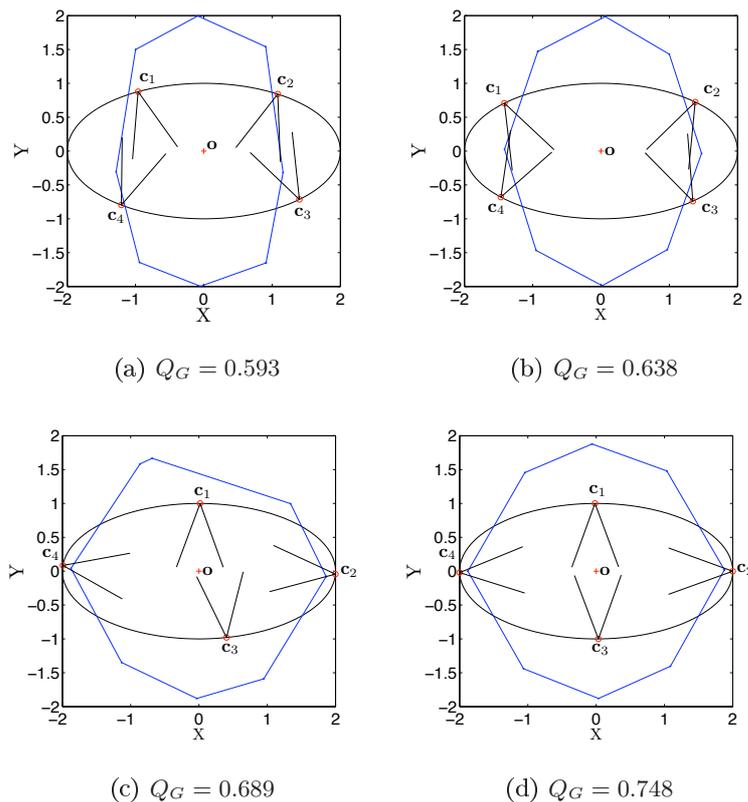


FIGURE 3.11 – Exemples de prises à quatre points de contact de bonne qualité Q_G .

Exemple 3 : Pour cet exemple, nous faisons une comparaison entre l'indice de qualité géométrique proposée Q_G et le rayon r_{ball} de la plus grande sphère inscrite dans l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact [Kirkpatrick 1990]. Plusieurs tests ont été effectués sur différents objets. Sur l'exemple de la figure 3.12, nous traçons l'évolution des deux mesures de qualité des prises générées sur l'ellipse de l'exemple précédent. Nous pouvons remarquer que la maximisation de Q_G conduit à maximiser la valeur de la mesure de qualité r_{ball} . Pour le cas des prises de la figure 3.13, on représente l'espace des torseurs pour un objet polygonal et la qualité r_{ball} relative à chacune des trois prises.

Par conséquent, le test géométrique proposé offre une bonne mesure de qualité Q_G

sans passer par le calcul de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact, ce qui diminue d'une manière significative le temps d'exécution. Notons que nous avons utilisé la bibliothèque *Qhull* [Barber 1996] pour le calcul de l'enveloppe convexe dans \mathbb{R}^3 .

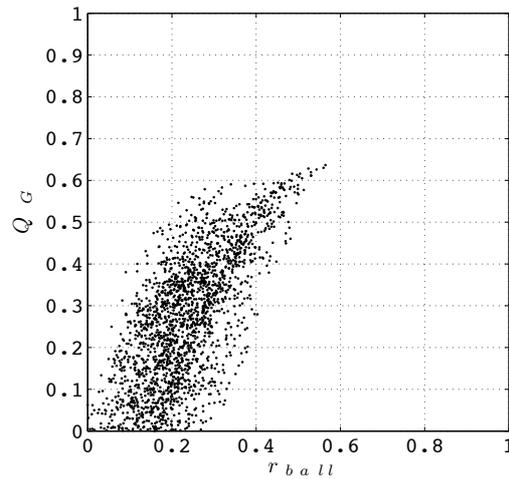


FIGURE 3.12 – Évolution de la qualité proposée Q_G en fonction du rayon r_{ball} .

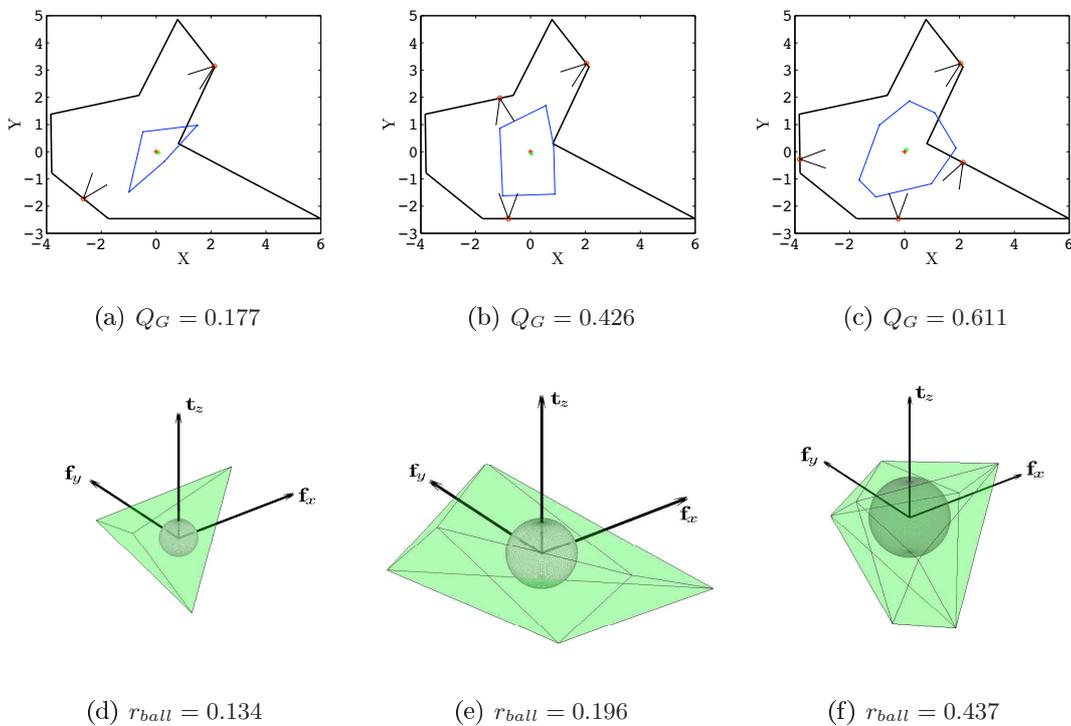


FIGURE 3.13 – Exemples de prises sur un polygone et espace des torseurs correspondant.

3.5 Synthèse des prises planes

Pour un objet donné et pour un nombre fixe de points de contact, il existe plusieurs solutions de prises force-closure. Cependant, il est important de trouver les positions de points de contact avec l'objet qui définissent une prise optimale. Donc, la synthèse de prises d'objets bidimensionnels peut être formulée comme étant la résolution d'un problème d'optimisation qui consiste à trouver, parmi l'ensemble des solutions admissibles, une solution optimale qui minimise une fonction coût donnée.

3.5.1 Formulation du problème d'optimisation

Le problème de recherche de prises optimales peut être formulé comme suit : soit \mathbf{x}_0 le vecteur qui donne les positions initiales des points de contact, considéré temporairement comme étant la meilleure solution trouvée, trouver la configuration optimale \mathbf{x}^* des points de contact. Cette solution correspond à une prise force-closure optimale au sens du critère d'optimisation choisi, tout en respectant les contraintes imposées.

Contraintes : Pour que la prise générée soit réalisable, il est nécessaire que l'on tienne compte des contraintes imposées. Dans cette partie de notre travail qui traite la synthèse des prises planes, nous ne considérons que les contraintes liées à la forme géométrique de l'objet à saisir. Ces contraintes se traduisent par une restriction de l'espace de recherche des solutions. Les objets à saisir considérés dans cette partie sont de formes géométriques polygonales ou définies par des fonctions paramétriques.

Critère de performance : Le critère de performance représente un coût à minimiser lors de la saisie de l'objet. Plusieurs critères peuvent être choisis comme index de performance pour le problème d'optimisation proposé. Pour ce travail, la mesure de qualité Q_G obtenue par l'algorithme géométrique est utilisée comme fonction objectif pour le problème d'optimisation. La maximisation de la métrique Q_G permet de garantir que la prise reste loin de la perte de la propriété force-closure.

Méthode d'optimisation : Nous proposons l'utilisation d'un procédé *stochastique* d'optimisation basé sur l'algorithme de recuit simulé [Kirkpatrick 1983]. Cette technique permet de guider la génération de chaque prise candidate et décide, via son algorithme

TABLE 3.1 – Paramètres de l’algorithme du recuit simulé

Nombre maximum d’itérations	150
Nombre d’itérations par palier de température	$100 * n$
Facteur de réduction de la température	0.95

de décision, si une candidature doit être acceptée ou rejetée. Pour chaque itération de l’algorithme de recuit simulé, une prise est générée aléatoirement. La distance entre la nouvelle prise et la prise courante est basée sur une distribution probabiliste. L’algorithme accepte toutes les nouvelles prises qui augmentent la valeur de la fonction objectif Q_G , mais aussi, avec une certaine probabilité, des prises qui diminuent la valeur de Q_G . Cette stratégie permet souvent d’éviter de tomber dans un maximum local en permettant d’explorer l’espace de recherche d’une manière plus globale. La technique du recuit simulé a plus de chance de converger vers une solution proche de l’optimum global. De ce fait, les prises générées sont généralement *quasi-optimale*.

3.5.2 Recherche de prise quasi-optimale

Dans cette partie, nous présentons des exemples d’application de l’approche par optimisation proposée pour le calcul de prises pour les objets 2D. Le premier exemple est relatif aux objets ayant un contour défini par des courbes paramétriques (ellipse). Le second exemple traite de la planification des prises pour des objets polygonaux. Pour notre implémentation, nous avons utilisé la bibliothèque d’optimisation de Matlab. Le réglage des paramètres de fonctionnement du recuit simulé a été effectué selon le tableau 3.1. Le coefficient de frottement aux points de contact est fixé à $\mu = 0.364$ (angle $\alpha = 20^\circ$).

Exemple 1 : Pour cet exemple, nous utilisons l’approche proposée pour la génération des positions optimales des points de contact sur une ellipse. Les variables de décision θ_i définissent la position des points de contact sur le contour de l’ellipse. Pour différent nombre de contacts, la figure 3.14 représente les meilleures solutions que nous avons obtenues. La figure 3.15(b), montre l’évolution de la fonction objectif pour le cas de la prise à cinq contacts 3.15(a). Nous pouvons remarquer que l’algorithme génère plusieurs prises

force-closure durant les 10 premières itérations. Le temps d'exécution total des 150 itérations est de 1.062 s. La première prise garantissant la force-closure est obtenue en un temps d'exécution inférieur à 0.015 s. La meilleure prise est obtenue avec moins de 100 itérations en un temps d'exécution correspondant à 0.484 s. Par conséquent, l'approche proposée réduit efficacement le temps de génération des prises force-closure.

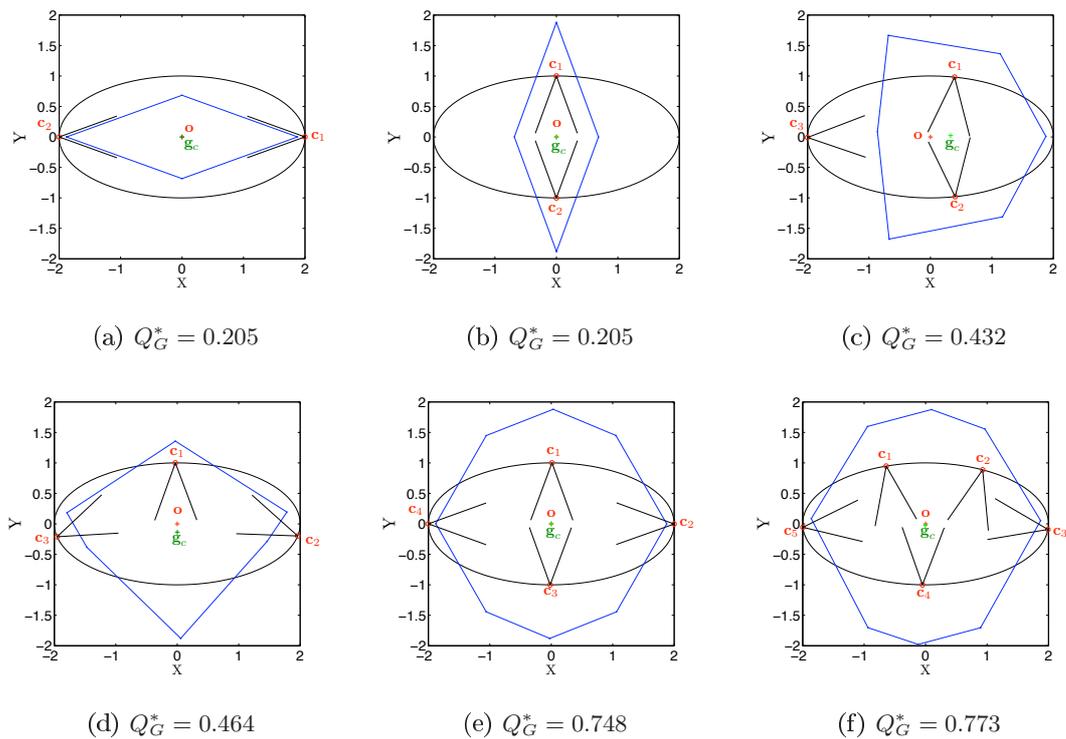


FIGURE 3.14 – Prises optimales obtenues pour une ellipse.

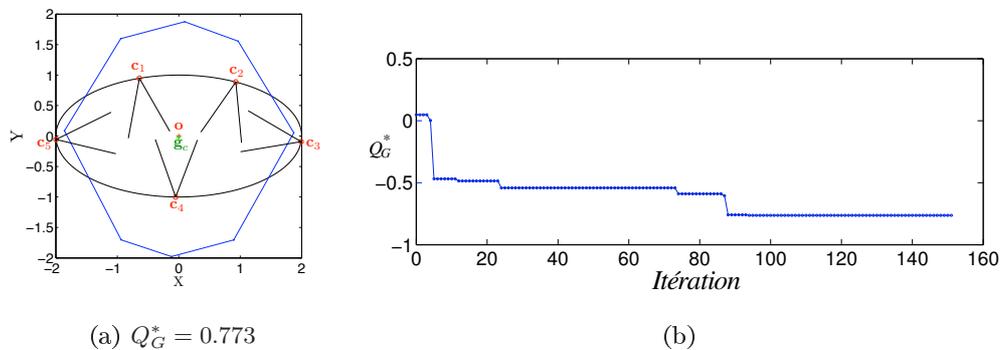


FIGURE 3.15 – Mesure de qualité optimale Q_G^* en fonction du nombre d'itérations.

Exemple 2 : Dans cet exemple, nous appliquons l'approche d'optimisation proposée pour le cas des objets polygonaux. Le polygone est défini par ses sommets \mathbf{p}_j , ($j = 1, \dots, N$). Les points de contact \mathbf{c}_i sont définis par les coordonnées curvilignes $s_i \in [0, 1]$ ($i = 1, \dots, n$) qui représentent les variables de décision de l'algorithme d'optimisation. Les coordonnées des points de contact peuvent être exprimées comme suit :

$$\mathbf{c}_i = \mathbf{p}_k + (s_i - sp_k) \frac{\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k}{sp_{k+1} - sp_k}$$

où k représente l'indice du segment du polygone qui contient le point de contact ($s_i \in [sp_k, sp_{k+1}]$). Les quantités sp_j , ($j = 1, \dots, N + 1$), représentent les limites des intervalles des coordonnées curvilignes s_i :

$$\left\{ sp_1 = 0, \dots, sp_j = \frac{l_{j-1}}{l_N}, \dots, sp_{N+1} = 1 \right\}$$

l_j exprime la distance depuis le premier sommet du polygone \mathbf{p}_1 jusqu'au sommet \mathbf{p}_{j+1} :

$$\{l_1 = \|\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1\|, \dots, l_j = l_{j-1} + \|\mathbf{p}_{j+1} - \mathbf{p}_j\|, \dots, l_N = l_{N-1} + \|\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_{N-1}\|\}$$

En utilisant cette paramétrisation, nous présentons sur la figure 3.16 quelques unes des meilleures prises que nous avons obtenu. La qualité géométrique correspondante est affichée au dessous de la figure de chaque prise calculée. Les formes des objets de la figure 3.16 sont issues de l'article de Ponce [Ponce 1995]. Les configurations des points de contact des prises à trois contacts illustrées sur les figures 3.16(a) et 3.16(d) sont caractérisées dans le travail de Ponce [Ponce 1995] comme de bonnes prises.

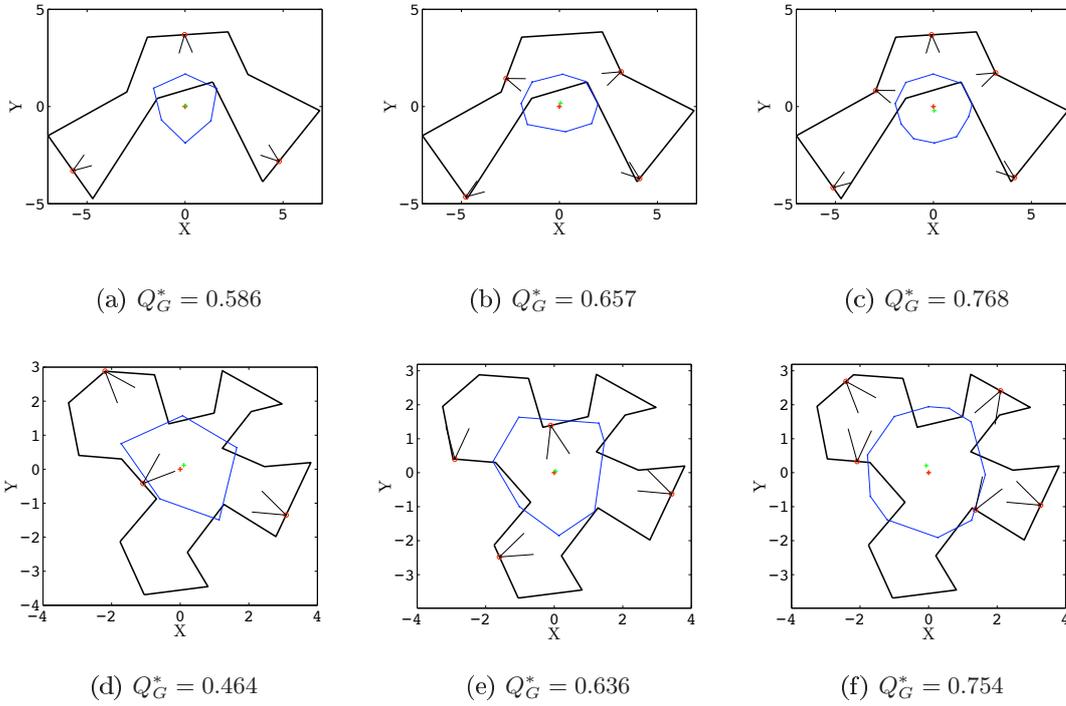


FIGURE 3.16 – Prises optimales obtenues pour différents objets polygonaux.

3.6 Variante algébrique du test de force-closure

La deuxième étape de la méthode graphique proposée consiste à vérifier que tous les axes centraux Δ_g^* doivent générer positivement le plan de la prise par rapport à un point choisi arbitrairement. Si on considère le premier point de contact \mathbf{c}_1 et que l'on construit tous les axes centraux qui passent par ce point, la condition nécessaire et suffisante pour que les axes centraux génèrent positivement \mathbb{R}^2 en \mathbf{c}_1 est que, les autres forces de contact y produisent au moins un vecteur force \mathbf{f}_g qui passe strictement à l'intérieur de la partie négative du premier cône de frottement (le cône pointé à l'extérieur de l'objet). Sur la figure 3.17(a), les trois vecteurs $(\mathbf{v}_{11}, \mathbf{v}_{12}, \mathbf{f}_g)$ génèrent positivement \mathbb{R}^2 . Par contre, la prise construite par les trois contacts $(\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}'_3)$ (figure 3.17(b)) ne réalise pas une force-closure car l'ensemble des axes centraux ne peuvent pas générer le plan de la prise au point \mathbf{c}_1 . Cette condition nécessaire et suffisante peut être formulée algébriquement par le

système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n (a_{i1} \mathbf{v}_{i1} + a_{i2} \mathbf{v}_{i2}) = -\delta \mathbf{z}_1 \\ \sum_{i=2}^n (\mathbf{c}_i - \mathbf{c}_1) \times (a_{i1} \mathbf{v}_{i1} + a_{i2} \mathbf{v}_{i2}) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (a_{i1} \geq 0, a_{i2} \geq 0, \delta > 0) \quad (3.8)$$

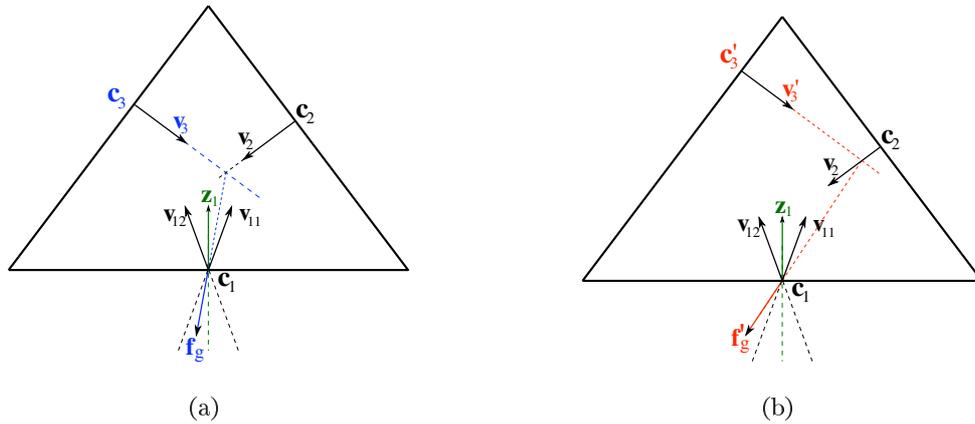


FIGURE 3.17 – Construction des axes centraux par rapport au point de contact \mathbf{c}_1 .

Pour l'exemple de la figure 3.17(a), il existe une combinaison positive des deux vecteurs \mathbf{v}_2 et \mathbf{v}_3 qui donne le vecteur force \mathbf{f}_g de moment nul par rapport au point \mathbf{c}_1 . La combinaison positive des deux vecteurs \mathbf{f}_g et \mathbf{v}_{11} peut produire une force le long de l'axe $-\mathbf{z}_1$. Cependant, sur la figure 3.17(b), les deux vecteurs \mathbf{v}_2 et \mathbf{v}_3' ne peuvent pas générer une force à l'intérieur de la partie négative du premier cône de frottement et il n'existe pas de combinaison positive des trois vecteurs \mathbf{f}_g' , \mathbf{v}_{11} et \mathbf{v}_{12} qui donne une force le long de l'axe $-\mathbf{z}_1$. Dans le système d'équation 3.8, on normalise toutes les forces par δ (l'amplitude de la force \mathbf{f}_g) et les longueurs par r_{max} , le rayon maximum de l'objet calculé de l'origine de l'espace des torseurs considéré comme le centre de masse de l'objet. Cette normalisation assure l'indépendance de la qualité de la prise avec l'échelle de l'objet à saisir [Miller 2004].

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n (x_{i1} \mathbf{v}_{i1} + x_{i2} \mathbf{v}_{i2}) = -\mathbf{z}_1 \\ \sum_{i=2}^n \mathbf{d}_i \times (x_{i1} \mathbf{v}_{i1} + x_{i2} \mathbf{v}_{i2}) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (x_{i1} \geq 0, x_{i2} \geq 0) \quad (3.9)$$

avec $\mathbf{d}_i = \frac{\mathbf{c}_i - \mathbf{c}_1}{r_{max}}$, $x_{i1} = \frac{a_{i1}}{\delta}$ et $x_{i2} = \frac{a_{i2}}{\delta}$.

Dans un processus de planification de prises, il faut caractériser les prises de bonne qualité. La seconde étape du test de force-closure (Proposition 3.2-(i)) est formulée par le programme linéaire suivant :

$$\min_{\mathbf{x}=(x_{11},x_{12},\dots,\dots,x_{n1},x_{n2})^T} \{ \mathbf{f}^T \mathbf{x} : \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \} \quad (3.10)$$

La matrice A et le vecteur \mathbf{b} sont de dimensions respectives $(3 \times 2n)$ et (3×1) :

$$A = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{11} & \mathbf{v}_{12} & \mathbf{v}_{21} & \mathbf{v}_{22} & \cdots & \mathbf{v}_{n1} & \mathbf{v}_{n2} \\ 0 & 0 & t_{21} & t_{22} & \cdots & t_{n1} & t_{n2} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -\mathbf{z}_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$t_{ij} = \mathbf{d}_i \times \mathbf{v}_{ij}$ ($i = 1, \dots, n$; $j = 1, 2$), représentent les composantes des moments suivant la normale au plan de la prise.

Revenons à la figure 3.17(a) qui représente une prise force-closure à trois points de contact ($\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_3$). Les forces de contact du premier cône de frottement participent à la génération d'une force résultante suivant l'axe $-\mathbf{z}_1$. Pour quantifier cette prise, nous considérons des valeurs des coefficients de \mathbf{v}_{11} et \mathbf{v}_{12} dans le vecteur \mathbf{f} plus grandes que celles des autres variables (\mathbf{v}_{ij} avec ($i \neq 1$; $j = 1, 2$)). Dans ce travail, les coefficients de \mathbf{v}_{11} et de \mathbf{v}_{12} sont arbitrairement fixés à n , les autres coefficients sont égaux à 1. Quand la prise est en force-closure, la solution optimale du programme linéaire est $\mathbf{f}^T \mathbf{x}^*$. Cette quantité mesure la contribution minimale des forces de contact qui maximise la force le long de l'axe $-\mathbf{z}$, ce qui éloigne la prise de la perte de la force-closure.

Suivant les conditions de la Proposition 3.2, une prise plane à n points de contact réalise une force-closure si et seulement si la condition sur les moments (inégalité 3.6) est satisfaite et le programme linéaire donné par la relation 3.10 est consistant. Par contre, si on considère la condition de la Proposition 3.3, une prise réalise une prise force-closure si et seulement si, le programme linéaire 3.10 admet une solution par rapport au moins deux points de contacts non confondus. Si on applique le programme linéaire par rapport à tous les points de contact \mathbf{c}_i , la moyenne des n solutions optimales est considérée comme une mesure de qualité de la prise. Cette valeur donne une meilleure information de la distribution des forces de contact de la prise.

Sur la figure 3.18, nous avons tracé la mesure de qualité définie par la solution optimale $\mathbf{f}^T \mathbf{x}^*$ du programme linéaire 3.10 en fonction du rayon r_{ball} pour des prises à quatre contacts générées sur l'ellipse des exemples précédents. La solution optimale de la nouvelle formulation linéaire proposée dans 3.10 offre une bonne mesure de qualité qui est comparable à la mesure définie par le torseur minimum r_{ball} auquel peuvent résister les forces de contact et cela, sans passer par le calcul de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs.

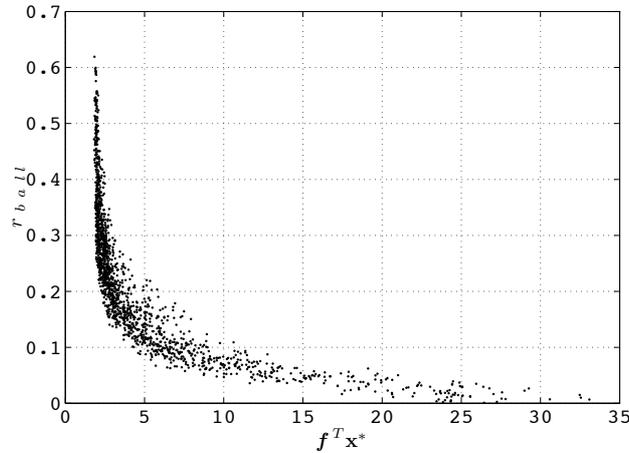


FIGURE 3.18 – Évolution de la solution optimale $f^T \mathbf{x}^*$ du programme linéaire en fonction du rayon r_{ball} .

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduire le principe de l'axe central du torseur des forces de contact pour l'analyse et le calcul des prises planes. À travers plusieurs exemples, nous avons montré la relation entre la propriété de force-closure de la prise et la distribution des axes centraux pour les objets bidimensionnels. Ensuite, nous avons proposé plusieurs contributions : le développement de nouvelles conditions nécessaires et suffisantes d'équilibre et de force closure pour les prises planes et la proposition d'un test quantitatif pour l'analyse des prises d'objets 2D (avec et sans frottement). L'algorithme graphique de force-closure proposé est basé sur des calculs géométriques simples qui réduisent d'une manière importante le coût de calcul par rapport aux schémas linéaires. Le test géométrique proposé est de nature quantitative ; il offre une bonne mesure de la qualité de la force-closure et évite le calcul de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact.

Concernant le problème de synthèse de prises, nous avons proposé une approche pour le calcul des saisies optimales pour des objets bidimensionnels arbitraires (paramétriques et polygonaux). Les résultats obtenus montrent que l'introduction du test géométrique proposé dans un processus d'optimisation stochastique permet de calculer des prises de bonne qualité avec des temps de calcul qui sont généralement très réduits. La technique d'optimisation par recuit simulé évite le problème des maxima locaux et permet d'explorer

l'espace de recherche d'une manière globale.

À la fin de ce chapitre, nous avons montré la possibilité de formuler le test de force-closure comme un programme linéaire basé sur la théorie de l'axe central. L'avantage de cette nouvelle formulation par rapport à d'autres schémas linéaires [Liu 1999b, Zheng 2005] est qu'il fournit aussi une mesure de qualité de la force-closure sans passer par le calcul de l'enveloppe convexe. Le test proposé par [Liu 1999b] est de nature qualitative car il procède à la normalisation des torseurs par primitifs de contact (l'algorithme *ray-shooting* nécessite la convexité de l'enveloppe).

Dans le chapitre suivant, nous allons démontrer la possibilité d'utiliser l'approche de l'axe central pour l'analyse et la synthèse des prises d'objets tridimensionnels.

Contribution au calcul des Prises d'objets Tridimensionnels

Le test de force-closure quantitatif est un élément crucial dans le processus de planification des prises car les performances d'un planificateur de prises en dépendent fortement. Dans le cas général, le torseur de la prise est défini dans l'espace \mathbb{R}^6 avec le modèle de frottement de Coulomb qui implique que les forces de contact sont situées à l'intérieur d'un cône de frottement.

Dans ce chapitre, nous proposons une extension de l'approche de l'axe central pour l'analyse des prises d'objets 3D. En se basant sur la théorie de l'axe central du torseur de la prise. Nous développons une nouvelle condition nécessaire et suffisante pour qu'une prise à n points de contact réalise la propriété de force-closure. De ce fait, nous proposons une nouvelle formulation du test de force-closure comme un problème de programmation linéaire. Les avantages de l'algorithme proposé sont sa facilité d'implémentation, son coût de calcul réduit par rapport à d'autres schémas linéaires et sa nature quantitative qui offre une bonne mesure de la qualité sans passer par le calcul de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact (le calcul d'une sphère dans l'espace \mathbb{R}^6 est coûteux).

4.1 Distribution des axes centraux pour les prises 3D

Dans cette section, nous introduisons une étude de la distribution des axes centraux du torseur de la prise dans le cas tridimensionnel. Ensuite, deux exemples de prises 3D sont présentés afin de montrer la relation entre la propriété force-closure et cette distribution.

4.1.1 Axe central dans l'espace \mathbb{R}^3

Dans le cas des prises planes, la distribution des axes centraux des torseurs a été schématisée suivant les configurations des forces appliquées dans le plan de la prise (figure 3.1). Pour les prises tridimensionnelles, les forces de contact appartiennent à l'espace \mathbb{R}^3 . Les points appartenant à l'axe central sont donnés par la relation 3.2 et le moment autour cet axe est calculé à partir de l'équation 3.3. À travers un exemple simple, nous allons montrer la complexité de la distribution des axes centraux de deux forces, non colinéaires et non coplanaires appartenant à \mathbb{R}^3 .

Soient deux forces \mathbf{f}_1 et \mathbf{f}_2 d'amplitudes a et b ($a, b \geq 0$). Nous allons explorer le lieu des axes centraux du torseur des deux forces. La droite passant par les deux points \mathbf{I}_1 et \mathbf{I}_2 représente la perpendiculaire commune aux axes des deux forces (figure 4.1). Le repère $(\mathbf{I}_1, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ est défini tel que \mathbf{I}_1 est l'origine, \mathbf{y} est colinéaire à \mathbf{f}_1 et l'axe \mathbf{x} est défini par la perpendiculaire commune $\mathbf{I}_1\mathbf{I}_2$. L'orientation de \mathbf{f}_2 autour de $\mathbf{I}_1\mathbf{I}_2$ est définie par l'angle ψ . Les vecteurs forces et les coordonnées de leur point d'application sont donnés par :

$$\mathbf{f}_1 = a \mathbf{y} ; \mathbf{f}_2 = b [\cos(\psi) \mathbf{y} - \sin(\psi) \mathbf{z}] ; \mathbf{I}_2 = l \mathbf{x}$$

La distribution des axes centraux du torseur des deux forces \mathbf{f}_1 et \mathbf{f}_2 peut être tracée en fonction des paramètres a et b pour un angle ψ donné. Sur la figure 4.1, le point d'application \mathbf{I} de la force générée selon l'axe central est situé sur la perpendiculaire

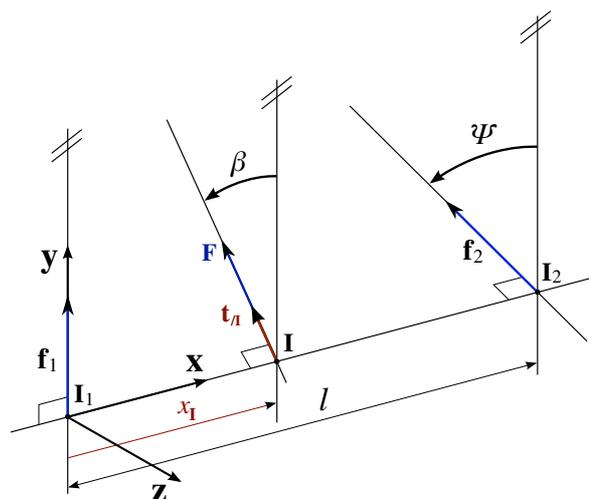


FIGURE 4.1 – Paramètres géométriques de l'axe central dans l'espace (cas de deux forces).

commune indépendamment de l'angle ψ et la valeur des amplitudes a et b . Les coordonnées du point \mathbf{I} sont exprimées comme suit :

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{F} \times \mathbf{t}_{/\mathbf{I}_1}}{\|\mathbf{F}\|^2} \quad (4.1)$$

La résultante \mathbf{F} est la somme des deux forces et $\mathbf{t}_{/\mathbf{I}_1}$ exprime le moment des forces \mathbf{f}_1 et \mathbf{f}_2 réduit à l'origine \mathbf{I}_1 . Ces deux vecteurs sont donnés par :

$$\mathbf{F} = [a + b \cos(\psi)] \mathbf{y} - b \sin(\psi) \mathbf{z}$$

$$\mathbf{t}_{/\mathbf{I}_1} = l b [\sin(\psi) \mathbf{y} + \cos(\psi) \mathbf{z}]$$

Contrairement au cas où les forces sont dans le plan, le moment autour de l'axe central $\mathbf{t}_{/\mathbf{I}}$ n'est pas toujours égal à zéro. Ce moment est exprimé comme suit :

$$\mathbf{t}_{/\mathbf{I}} = \frac{a b l \sin(\psi)}{a^2 + b^2 + 2 a b \cos(\psi)} \mathbf{F}$$

À partir de l'équation 4.1, l'abscisse $x_{\mathbf{I}}$ du point \mathbf{I} est exprimée par :

$$x_{\mathbf{I}} = \mathbf{I}_1 \mathbf{I} \cdot \mathbf{x} = \frac{l b [b + a \cos(\psi)]}{a^2 + b^2 + 2 a b \cos(\psi)} \quad (4.2)$$

La discussion de l'équation 4.2 en fonction de l'angle d'orientation ψ , permet de connaître l'intervalle de définition de l'abscisse $x_{\mathbf{I}}$ en fonction des constantes positives a et b . Selon l'équation 4.2, si $0 \leq \cos(\psi) \leq 1$, la valeur de l'abscisse $x_{\mathbf{I}}$ est définie dans l'intervalle $\frac{lb^2}{a^2+b^2} \leq x_{\mathbf{I}} \leq \frac{l(b^2+ab)}{(a+b)^2}$. Donc, quelles que soient les valeurs des constantes a et b ,

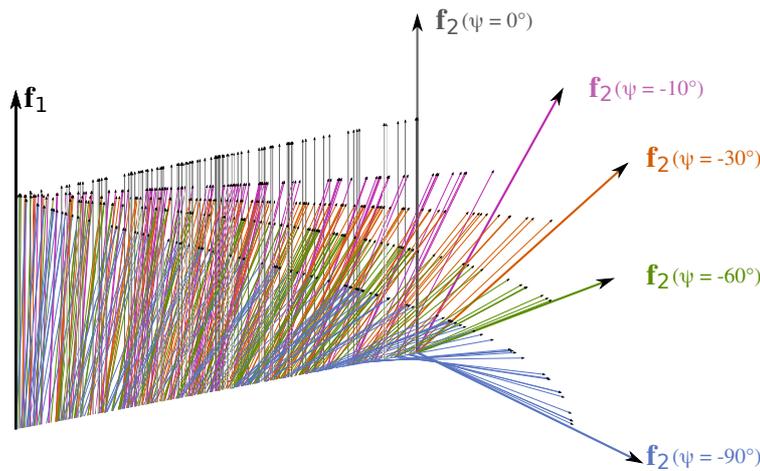


FIGURE 4.2 – Distribution des axes centraux dans l'espace $(-\frac{\pi}{2} \leq \psi \leq \frac{\pi}{2})$.

le point \mathbf{I} appartient au segment défini par les deux points \mathbf{I}_1 et \mathbf{I}_2 ($0 \leq x_{\mathbf{I}} \leq l$). La figure 4.2, présente la distribution des axes centraux du torseur des forces \mathbf{f}_1 et \mathbf{f}_2 en fonction de $\psi \in [-\frac{\pi}{2}, 0]$. Maintenant, dans le cas où $-1 \leq \cos(\psi) \leq 0$, on peut déduire de l'équation 4.2 que les valeurs limites de l'abscisse $x_{\mathbf{I}}$ sont $(\frac{lb}{b-a}, \frac{lb^2}{a^2+b^2})$. Par conséquent, l'abscisse $x_{\mathbf{I}}$ du point d'intersection entre l'axe central et la perpendiculaire commune peut avoir des valeurs négatives ou des valeurs supérieures à l . Un exemple d'illustration est donné par la figure 4.3 pour $\psi = -150^\circ$. Un cas particulier se présente pour $\cos(\psi) = -1$ où les forces \mathbf{f}_1 et \mathbf{f}_2 sont dans le même plan. L'abscisse du point \mathbf{I} est donnée par $x_{\mathbf{I}} = \frac{lb}{b-a}$ qui prend des valeurs en dehors de l'intervalle $[0, l]$ quelles que soient les valeurs de a et b .

En plus de l'abscisse $x_{\mathbf{I}}$, l'angle β est le deuxième paramètre qui définit les configurations des axes centraux du torseur des forces \mathbf{f}_1 et \mathbf{f}_2 . Ce paramètre exprime l'orientation de la résultante \mathbf{F} autour de la perpendiculaire commune $\mathbf{I}_1\mathbf{I}_2$ (figure 4.1). L'angle β est exprimé en fonction de l'angle ψ et les modules a et b par la relation suivante :

$$\tan(\beta) = \frac{b \sin(\psi)}{a + b \cos(\psi)} \tag{4.3}$$

De l'équation 4.3, on peut conclure que quelles que soient les amplitudes des forces \mathbf{f}_1 et \mathbf{f}_2 , l'orientation de l'axe central est définie dans l'intervalle $\beta \in [0, \psi]$. En utilisant les deux équations 4.2 et 4.3, on peut exprimer l'abscisse $x_{\mathbf{I}}$ en fonction de l'angle d'orientation β . Cette fonction est donnée par :

$$x_{\mathbf{I}} = \frac{l(\cot(\beta) \cot(\psi) + 1)}{1 + \cot^2(\beta)} \tag{4.4}$$

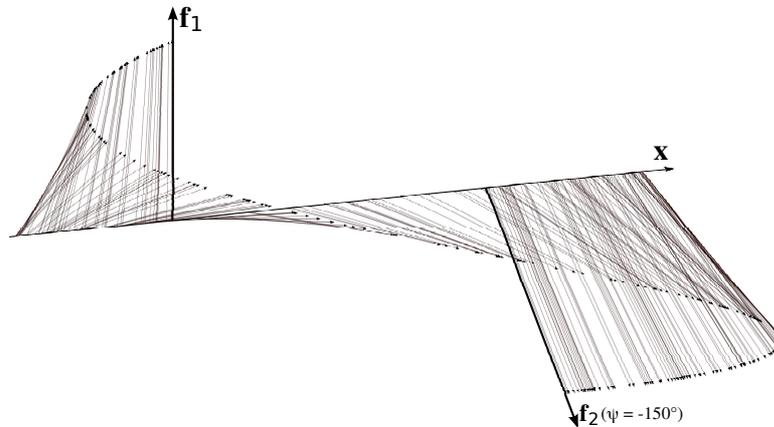


FIGURE 4.3 – Configuration de la distribution des axes centraux ($\frac{\pi}{2} < \psi < \frac{3\pi}{2}$).

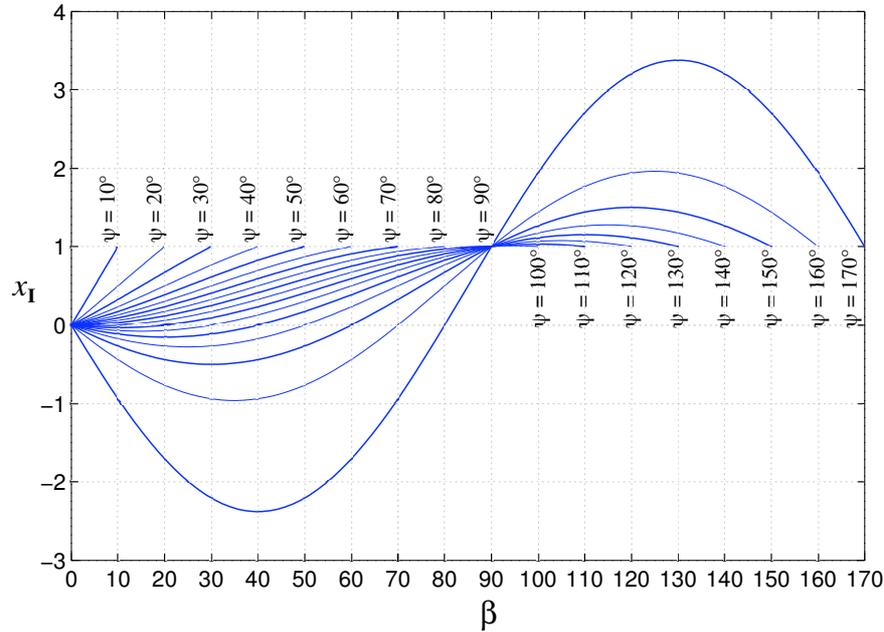


FIGURE 4.4 – Évolution de l'abscisse $x_{\mathbf{I}}$ en fonction de l'angle β pour différentes valeurs de ψ ($l = 1$).

Cette fonction donne l'évolution de l'abscisse $x_{\mathbf{I}}$ en fonction de l'angle β . Sur la figure 4.4, on trace cette évolution pour différentes valeurs de l'angle ψ (on prend $l = 1$). Par conséquent, nous pouvons déterminer la distribution des axes centraux d'un torseur de deux forces quelle que soit la configuration de ces forces dans l'espace. De la figure 4.4, on remarque que pour chaque angle ψ ($\frac{\pi}{2} < \psi < \pi$), la fonction $x_{\mathbf{I}}$ n'est plus monotone et, il existe deux extremums dont les expressions sont données par :

$$\frac{l \cot^2(\psi)}{2 \left(\sqrt{\cot^2(\psi) + 1} - 1 \right)} \leq x_{\mathbf{I}} \leq \frac{-l \cot^2(\psi)}{2 \left(\sqrt{\cot^2(\psi) + 1} + 1 \right)} \quad (4.5)$$

À travers cette étude, nous avons démontré la possibilité de construire tous les axes centraux d'un torseur de deux forces \mathbf{f}_1 et \mathbf{f}_2 , Ceci quels que soient les points d'application de ces forces. Par conséquent, nous pouvons vérifier l'existence d'un axe central qui passe par un point arbitraire \mathbf{M} . Donc, soit le point \mathbf{H} la projection orthogonale de \mathbf{M} sur la perpendiculaire commune des deux forces et β_M l'angle entre le vecteur force \mathbf{f}_1 et le vecteur \mathbf{HM} . Les forces \mathbf{f}_1 et \mathbf{f}_2 peuvent appliquer un visseur colinéaire à \mathbf{HM} si et

seulement si les deux paramètres $x_{\mathbf{H}}$ (abscisse du point \mathbf{H}) et β_M vérifient la relation 4.4. Dans le cas où le nombre de forces appliquées est supérieur à deux (minimum sept forces pour assurer la force-closure dans l'espace), l'étude géométrique de la distribution des axes centraux devient plus complexe. Dans ce travail, le problème du développement de tests géométriques de force-closure pour les prises tridimensionnelles n'est pas abordé.

4.1.2 Axes centraux du torseur des prises 3D

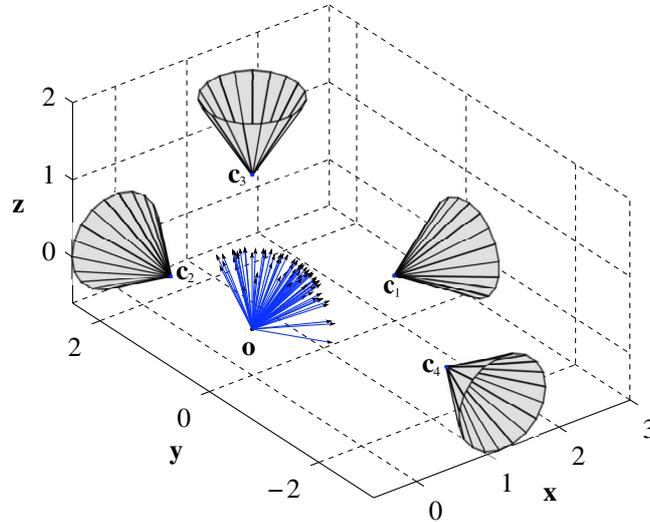
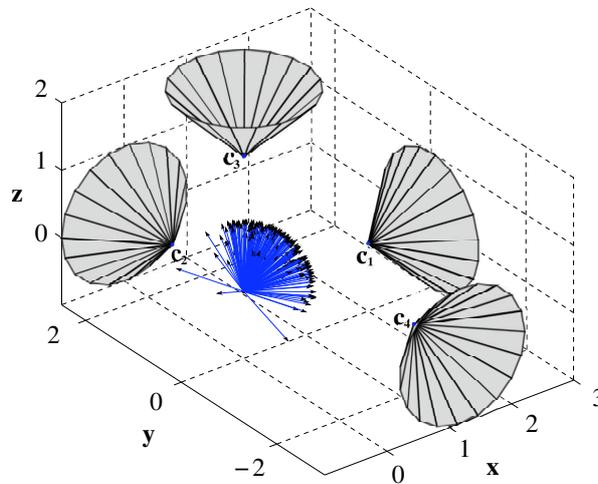
Comme pour le cas bidimensionnel, nous allons illustrer, à travers des exemples de prise d'objets 3D, la relation entre la propriété de force-closure et la distribution des axes centraux du torseur prise. Pour cela, des variations aléatoires seront appliquées sur les amplitudes et les orientations des forces de contact \mathbf{f}_i à l'intérieur des cônes de frottement correspondants en utilisant l'équation 2.3. Les axes centraux du torseur prise sont calculés à partir de l'équation 3.2.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons démontrer qu'une condition nécessaire de force-closure est que les axes centraux du torseur de la prise génèrent positivement \mathbb{R}^3 en un point arbitraire de l'espace. Dans les exemples qui suivent, nous traçons les axes centraux qui passent par le point \mathbf{o} .

Exemples : Nous utilisons les exemples des prises à quatre points de contact présentés dans la référence [Liu 1999b]. Les coordonnées des points de contact et les normales à la surface de l'objet sont :

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_1 &= [2, 0, 0]^T ; \mathbf{c}_2 = [0, 1.5, 0]^T ; \mathbf{c}_3 = [0, 0, 2]^T ; \mathbf{c}_4 = [1.2, -2, 0]^T \\ \mathbf{z}_1 &= [1, 0, 0]^T ; \mathbf{z}_2 = [0, 1, 0]^T ; \mathbf{z}_3 = [0, 0, 1]^T ; \mathbf{z}_4 = [0, -1, 0]^T \end{aligned}$$

La configuration des contacts de cette prise ne réalise pas une force-closure pour un coefficient de frottement $\mu \leq 0.3$ [Liu 1999b]. La figure 4.5 montre que les axes centraux du torseur de la prise ne génèrent pas positivement l'espace \mathbb{R}^3 à l'origine du repère \mathbf{o} . Par conséquent, les quatre forces de contact ne peuvent pas résister à toutes les perturbations extérieures et la prise de la figure 4.5 est non force-closure. Dans le cas où le coefficient de frottement atteint la valeur $\mu = 0.5$, la prise devient force-closure. La figure 4.6 montre que les axes centraux peuvent générer positivement l'espace \mathbb{R}^3 au point \mathbf{o} .

FIGURE 4.5 – Prise à quatre contacts qui ne réalise pas une force-closure pour $\mu = 0.3$.FIGURE 4.6 – Prise à quatre points de contact qui assure la force-closure ($\mu = 0.5$).

À partir des simulations effectuées pour différentes configurations de prises spatiales [Bounab 2008], nous avons remarqué que la prise réalise une force-closure si et seulement si, le torseur des forces de contact produit des axes centraux selon toutes les directions. Dans ce qui suit, nous allons démontrer que les conditions d'équilibre et de force-closure des prises planes peuvent être étendues au cas des prises tridimensionnelles.

4.2 Conditions d'équilibre et de force-closure

En se basant toujours sur la théorie de l'axe central, nous présentons les propositions nécessaires et suffisantes pour qu'une prise 3D assure les propriétés d'équilibre et de force-closure. Les cônes de frottement sont approximés par des polyèdres convexes à m facettes.

4.2.1 Équilibre

On considère le torseur de la prise exercé sur l'objet par les n forces appliquées aux points de contact \mathbf{c}_i défini par l'équation suivante :

$$\mathbf{w}_g = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} \mathbf{w}_{ij} ; \mathbf{w}_{ij} = [\mathbf{v}_{ij} , \mathbf{c}_i \times \mathbf{v}_{ij}]^T ; a_{ij} \geq 0 \quad (4.6)$$

où les \mathbf{v}_{ij} représentent les m vecteurs de linéarisation des cônes de frottement.

Par définition, l'objet est en équilibre si l'enveloppe convexe dans \mathbb{R}^6 de l'ensemble des nm torseurs primitifs de contact \mathbf{w}_{ij} contient l'origine du repère [Ponce 1995]. De ce fait, une prise réalise l'équilibre quand l'équation $\mathbf{w}_g = \mathbf{0}$ admet une solution positive et non triviale. La condition d'équilibre exprimée au point \mathbf{o} est donnée par :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} \mathbf{v}_{ij} = \mathbf{0} \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \mathbf{c}_i \times a_{ij} \mathbf{v}_{ij} = \mathbf{0} \end{cases} ; a_{ij} \geq 0 \quad (4.7)$$

La réduction de la condition d'équilibre, donnée par les équations 4.7, par rapport à un point de contact \mathbf{c}_k donne le système suivant :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} \mathbf{v}_{ij} = - \sum_{j=1}^m a_{kj} \mathbf{v}_{kj} \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\mathbf{c}_i - \mathbf{c}_k) \times a_{ij} \mathbf{v}_{ij} = \mathbf{0} \end{cases} ; i \neq k , a_{ij} \geq 0 \quad (4.8)$$

À partir de ce système d'équations et en utilisant le théorème de l'axe central de Poincot, nous pouvons distinguer deux classes d'axes centraux du torseur de la prise \mathbf{w}_g :

Δ_k : Axes centraux du glisseur \mathbf{w}_k de résultante les forces de contact $\mathbf{f}_k = \sum_{j=1}^m a_{kj} \mathbf{v}_{kj}$.

Ils définissent toutes les forces situées à l'intérieur du cône de frottement d'indice k .

Δ_r : Axes centraux du glisseur \mathbf{w}_r associés à toutes les forces de contact $\mathbf{f}_r = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} \mathbf{v}_{ij}$ avec ($i \neq k$). La condition d'équilibre donnée par le système 4.8 implique que les moments par rapport au point \mathbf{c}_k sont égaux à zéro. Les axes centraux Δ_r définissent toutes les forces pures qui passent par le point \mathbf{c}_k .

En utilisant cette classification et à partir de la condition d'équilibre exprimée par le système 4.8, nous pouvons immédiatement conclure à la proposition suivante pour l'équilibre des prises à n points de contact.

Proposition 4.1 : *Une prise 3D de n points réalise l'équilibre ssi, les $n - 1$ premiers contacts $\mathbf{c}_{i \neq k}$ peuvent générer, au moins, un axe central de classe Δ_r de direction opposée à un deuxième axe central de classe Δ_k généré par un contact arbitraire \mathbf{c}_k .*

Dans le sous-espace \mathbb{R}^3 des forces, il faut au moins quatre vecteurs pour générer positivement l'espace 3D. La proposition suivante donne une condition nécessaire et suffisante pour que quatre vecteurs génèrent positivement \mathbb{R}^3 [Niparman 2008].

Proposition 4.2 : *Un ensemble de quatre vecteurs génère positivement \mathbb{R}^3 quand un de ces vecteurs est situé strictement à l'intérieur de la partie négative de la pyramide formée par les trois autres vecteurs.*

La proposition 4.2 indique que la condition pour que les vecteurs forces génèrent \mathbb{R}^3 au point de contact \mathbf{c}_k est la capacité de produire une force qui pointe strictement à l'intérieur de la partie négative du cône de frottement d'indice k . Ceci est équivalent de dire qu'il existe une combinaison positive de forces de contact générant un glisseur le long de l'axe $-\mathbf{z}_k$, la normale sortante à la surface de l'objet au point de contact \mathbf{c}_k [Bounab 2010b].

Par conséquent, les forces de contact génèrent positivement l'espace \mathbb{R}^3 au premier point de contact \mathbf{c}_1 ($k = 1$) ssi le système d'équations suivant admet une solution positive et non triviale.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} \mathbf{v}_{ij} = -\mathbf{z}_1 \\ \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^m (\mathbf{c}_i - \mathbf{c}_1) \times a_{ij} \mathbf{v}_{ij} = \mathbf{0} \end{cases} ; a_{ij} \geq 0 \quad (4.9)$$

Dans la deuxième sommation vectorielle du système d'équations 4.9, l'indice i démarre à 2 car la force de contact \mathbf{f}_1 a un moment nul par rapport au point \mathbf{c}_1 . Dans la relation vectorielle des forces 4.9, la force de contact \mathbf{f}_1 participe, dans certains cas, à la génération d'une force unité selon la direction négative de la normale \mathbf{z}_1 .

4.2.2 Force-closure

Dans le cas des prises planes, une prise qui réalise l'équilibre non-marginal réalise aussi une force-closure [Ponce 1995]. Par contre, cette condition n'est pas suffisante pour

satisfaire la condition de force-closure pour les prises tridimensionnelles car le vecteur moment est défini dans \mathbb{R}^3 . Par exemple, une prise 3D à deux points de contact peut réaliser un équilibre non-marginal mais elle n'est jamais en force-closure. De ce fait, nous résumons la condition de force-closure des prises 3D dans la proposition suivante :

Proposition 4.3 : *Soit un point de contact arbitraire \mathbf{c}_k , une prise 3D à n contacts réalise la propriété de force-closure si et seulement si :*

- (i) *les axes centraux de classe $\Delta_g^* = \Delta_i \cup \Delta_r$ du torseur de la prise génèrent positivement \mathbb{R}^3 au point \mathbf{c}_k , et*
- (ii) *le moment appliqué par les n forces de contact $\mathbf{t}_{g/\mathbf{c}_k}$, génèrent positivement \mathbb{R}^3 au point \mathbf{c}_k .*

Démonstration : Si les deux conditions de la proposition 4.3 sont satisfaites par rapport à un point de contact arbitraire \mathbf{c}_k , le torseur de la prise correspondante $\mathbf{w}_{g/\mathbf{c}_k}^* = [\mathbf{f}_g^*, \mathbf{t}_{g/\mathbf{c}_k}]^T$ peut équilibrer tout torseur extérieur appliqué en ce point. On peut dire que la prise est en force-closure au point \mathbf{c}_k . Maintenant, le torseur de la prise exprimé par rapport à un autre point \mathbf{p} de l'espace \mathbb{R}^3 est $\mathbf{w}_{g/\mathbf{p}}^* = [\mathbf{f}_g^*, \mathbf{t}_{g/\mathbf{c}_k} + (\mathbf{c}_k - \mathbf{p}) \times \mathbf{f}_g^*]^T$. Le vecteur force \mathbf{f}_g^* génère positivement \mathbb{R}^3 au points \mathbf{p} et \mathbf{c}_k , ce qui implique que le vecteur moment exprimé par $(\mathbf{c}_k - \mathbf{p}) \times \mathbf{f}_g^*$ peut produire des moments dans toutes les directions sauf selon la direction du vecteur $\mathbf{c}_k\mathbf{p}$. Un moment extérieur appliqué autour du vecteur $\mathbf{c}_k\mathbf{p}$ est équilibré par le moment $\mathbf{t}_{g/\mathbf{c}_k}$ car, par hypothèse, il génère positivement \mathbb{R}^3 au points \mathbf{c}_k . Par conséquent, le torseur $\mathbf{w}_{g/\mathbf{p}}^*$ peut équilibrer tout torseur extérieur appliqué en \mathbf{p} et, la proposition 4.3 est suffisante. D'autre part, il est clair que si une des deux conditions de la proposition 4.3 n'est pas vérifiée, le torseur de la prise ne résiste pas à toutes les perturbations extérieures. De ce fait, La proposition 4.3 donne une condition nécessaire et suffisante pour assurer la force-closure. ■

Dans la seconde condition 4.3-(ii), les moments $\mathbf{t}_{g/\mathbf{c}_k}$ appliqués par les n forces de contact doivent générer positivement le sous-espace \mathbb{R}^3 au point \mathbf{c}_k . Nous pouvons vérifier cette condition avec le calcul de l'enveloppe convexe des nm moments primitifs de contact (sphère dans \mathbb{R}^3). Une solution plus intéressante consiste à utiliser une équivalence mathématique [Siciliano 2008] permettant de réduire le temps de test de 4.3-(ii) [Bounab 2010b].

Proposition 4.4 : *un ensemble de N vecteurs $\mathbf{t}_{i \in [1 \dots N]} \in \mathbb{R}^3$ génère positivement \mathbb{R}^{n_v} ($n_v \leq 3$) ssi, les deux conditions suivantes sont vérifiées :*

- (i) $\text{rang}(M) = n_v$ avec $M = [\mathbf{t}_1 \dots \mathbf{t}_N] \in \mathbb{R}^{n_v \times N}$, et
- (ii) il existe un vecteur $\lambda \in \mathbb{R}^N$ ($\lambda_i > 0$) tel que $M\lambda = \mathbf{0}$.

Si la condition 4.3-(i) est vérifiée et en utilisant les équations des moments du système 4.8, nous pouvons constater qu'il existe des moments au point \mathbf{c}_k qui ne s'annulent pas ($\lambda_i > 0$) et qui vérifient $\sum_{i=1}^N \lambda_i \mathbf{t}_i = \mathbf{0}$. Utilisant la proposition 4.4, la condition 4.3-(ii) est vérifiée si $\text{rang}(M) = 3$. Pour $\text{rang}(M) = 2$, les moments non nuls génèrent positivement un plan \mathcal{P} au point \mathbf{c}_k . Dans ce cas, la condition des moments de la proposition 4.3 est vérifiée si les autres moments (de coefficients $\lambda_i = 0$) peuvent générer positivement la droite passant par \mathbf{c}_k et normale au plan \mathcal{P} (notée $D_{\mathcal{P}}$). Quand le rang de la matrice M est inférieur à 2, la condition 4.3-(ii) est vérifiée en calculant l'enveloppe convexe des moments primitifs de contact dans \mathbb{R}^3 , qui donne le moment minimum m_{ball} au point \mathbf{c}_k .

Il faut noter aussi que, dans le cas où la condition (i) donnée par la proposition 4.3 est vérifiée par rapport à trois points non colinéaires, la condition sur les moments (ii) de la proposition 4.3 est automatiquement vérifiée. Nous pouvons donc exprimer la condition de force-closure par la proposition suivante :

Proposition 4.5 : *Une prise 3D de n points de contact réalise une force-closure si et seulement si, les axes centraux du torseur de la prise de classe Δ_g^* génèrent positivement \mathbb{R}^3 , au moins, par rapport à trois points non colinéaires (exemple : \mathbf{c}_i , $i = 1, 2, 3$).*

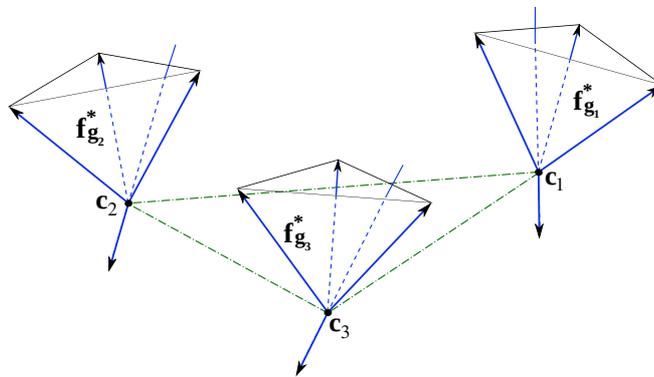


FIGURE 4.7 – Interprétation géométrique de la proposition 4.5.

Démonstration : Par définition, si une prise est en force-closure, les forces de contact génèrent positivement \mathbb{R}^3 en tout point de l'espace 3D. Donc générer positivement \mathbb{R}^3 en trois points est clairement une condition nécessaire.

Sur la figure 4.7, les forces appliquées aux point \mathbf{c}_i et selon les axes centraux Δ_g^* sont notées par $\mathbf{f}_{g_i}^*$. Maintenant, si les axes centraux génèrent positivement \mathbb{R}^3 au point \mathbf{c}_2 , le moment $(\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_2) \times \mathbf{f}_{g_2}^*$ résiste à tous les moments extérieurs à l'exception de celui qui est appliqué autour de l'axe $\mathbf{c}_1\mathbf{c}_2$. Par contre, si les axes centraux Δ_g^* génèrent positivement \mathbb{R}^3 au point \mathbf{c}_3 avec $(\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_2) \times (\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_3) \neq 0$ (points non colinéaires), le moment $(\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_3) \times \mathbf{f}_{g_3}^*$ peut produire des moments selon le vecteur $\mathbf{c}_1\mathbf{c}_2$ et, le moment en \mathbf{c}_2 génère positivement \mathbb{R}^3 . Par conséquent, la proposition 4.5 exprime une condition nécessaire et suffisante de force-closure. ■

4.3 Algorithmes

Rappelons que le développement des algorithmes de force-closure a fait l'objet de plusieurs travaux. La formulation en un problème linéaire proposée par Liu [Liu 1999b, Zheng 2005] permet de développer un test binaire de la force-closure pour les prises 3D à n points de contact. L'algorithme quantitatif le plus usuel est celui qui utilise comme mesure de qualité, le plus grand torseur de perturbation auquel la prise puisse résister [Kirkpatrick 1989, Ferrari 1992]. Malheureusement, le temps de calcul d'une sphère dans l'espace \mathbb{R}^6 des torseurs est important. L'objectif visé dans notre travail est le développement de tests quantitatifs de force-closure qui peuvent être implémentés, en temps réel, dans un processus d'optimisation de prises. Pour une prise spatiale à n contacts, le développement de tests de la propriété force-closure est simplifié en utilisant les propositions 4.3 et 4.5. Le cône de frottement est approché par une pyramide convexe à m facettes.

En se basant sur la proposition 4.2 et le système d'équations donné par 4.9, nous pouvons formuler la condition 4.3-(i) comme un problème de programmation linéaire de 6 contraintes égalité et nm variables.

$$\min_{\mathbf{x}=(a_{11},a_{12},\dots,a_{2m},\dots,a_{nm})^T} \{ \mathbf{1}^T \mathbf{x} : A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \} \quad (4.10)$$

La matrice A et le vecteur \mathbf{b} ont pour dimensions $(6 \times nm)$ et (6×1) respectivement :

$$A = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{11} & \dots & \mathbf{v}_{1m} & \mathbf{v}_{21} & \dots & \dots & \mathbf{v}_{nm} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{t}_{21} & \dots & \dots & \mathbf{t}_{nm} \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -\mathbf{z}_1 \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Avec $\mathbf{t}_{ij} = \mathbf{d}_i \times \mathbf{v}_{ij}$ et $\mathbf{d}_i = \frac{1}{r_{max}}(\mathbf{c}_i - \mathbf{c}_1)$. \mathbf{d}_i représente les distances normalisées par r_{max} qui est le rayon maximum de l'objet [Miller 2004].

4.3.1 Tests de force-closure

Dans cette section, nous résumons les tests de force-closure proposés dans les deux algorithmes donnés par les figures 4.8 et 4.9. Le premier algorithme donne une description des deux étapes avancées dans la proposition 4.3 dont, la condition 4.3-(ii) y est vérifiée en utilisant la proposition 4.4. Pour le deuxième algorithme (figure 4.9), le test de force-closure est effectué suivant la proposition 4.5. Il faut noter que la résolution de 3 programmes linéaires est suffisante pour conclure le test, mais pour avoir une vision

$$Q_1 = \text{FC_Test_1}(n, \mathbf{c}_i, \mathbf{z}_i, \mu); (i = 1 \dots n)$$

Ensure: Q_1

Require: $n \geq 3$

```

1: if (4.10) n'a pas de solutions then
2:   return  $+\infty$  {prise non force-closure}
3: else
4:   if  $\text{rang}(M) = 3$  then
5:     return  $\mathbf{1}^T \mathbf{x}^*$  {prise force-closure}
6:   else if  $\text{rang}(M) = 2$  et  $\mathbf{t}_{g/c_1}$  génère positivement  $D_{\mathcal{P}}$  then
7:     return  $\mathbf{1}^T \mathbf{x}^*$  {prise force-closure}
8:   else if  $m_{ball} > 0$  then
9:     return  $\mathbf{1}^T \mathbf{x}^*$  {prise force-closure}
10:  else
11:    return  $+\infty$  { $\mathbf{t}_{g/c_1}$  ne génère pas positivement  $\mathbb{R}^3$ }
12:  end if
13: end if

```

FIGURE 4.8 – Algorithme de force-closure avancé dans la proposition 4.3.

$Q_2 = \text{FC_Test_2}(n, \mathbf{c}_i, \mathbf{z}_i, \mu); (i = 1 \dots n)$

Ensure: Q_2

Require: $n \geq 3 \{(\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_2) \times (\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_3) \neq \mathbf{0}\}$

1: **for** $i = 1$ **to** n **do**

2: $LP_i = \min \{ \mathbf{1}^T \mathbf{x} : A\mathbf{x} = -\mathbf{z}_i, \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \}$

3: **if** LP_i est inconsistant **then**

4: **return** $+\infty$ {prise non force-closure}

5: **else**

6: $Q(i) = \frac{\mathbf{1}^T \mathbf{x}^*}{n}$ {si $i \geq 3$ alors la prise est force-closure}

7: **end if**

8: **end for**

9: **return** $\sum_{i=1}^n Q(i)$

FIGURE 4.9 – Algorithme de force-closure selon la proposition 4.5.

globale sur la distribution des forces appliquées sur l'objet à saisir, nous proposons de résoudre n programmes linéaires [Bounab 2010b].

4.3.2 Études de performances

Les algorithmes de force-closure que nous proposons permettent de tester les prises à n points de contact, planes ou spatiales, avec ou sans frottement. Pour donner une idée sur le temps d'exécution des deux tests proposés, nous utilisons l'exemple déjà présenté sur les deux figures 4.5 et 4.6 [Liu 1999b]. Ensuite, nous présentons le cas de la prise d'un verre en utilisant la main SAH à quatre doigts [Bounab 2010a].

La prise à quatre points de contact réalise la force-closure quand $\mu = 0.5$ (figure 4.10(a)). Le temps d'exécution minimum est obtenu en utilisant l'algorithme proposé sur la figure 4.8. Le test proposé sur la figure 4.9 nécessite, dans ce cas, plus de temps de calcul que les deux autres algorithmes. Par contre, pour un coefficient de frottement de valeur $\mu = 0.3$, la prise n'est plus en force-closure et nous pouvons remarquer que les deux algorithmes proposés ont des temps d'exécution équivalents (voir figure 4.10(b)). Le test basé sur l'algorithme *ray-shooting* nécessite plus de temps de calcul dans le cas des prises non force-closure [Liu 1999b, Zheng 2005]. En général, une approximation des cônes de

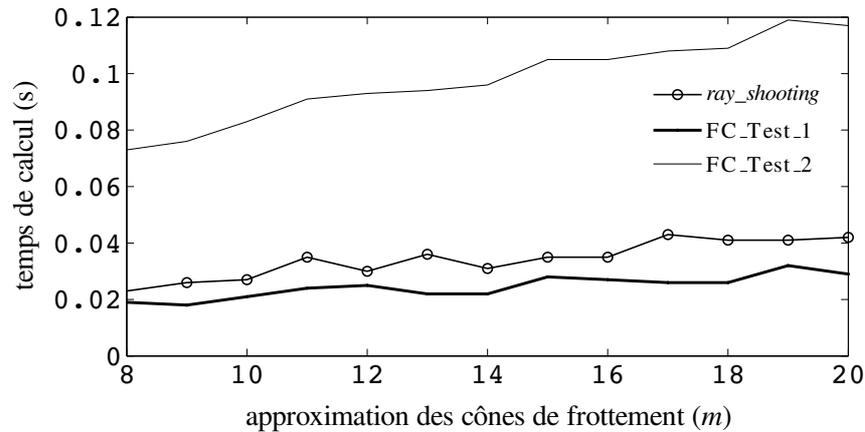
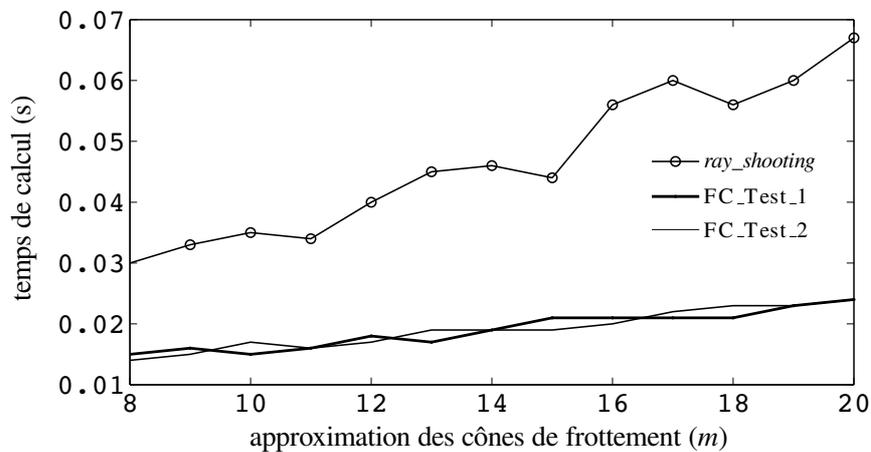
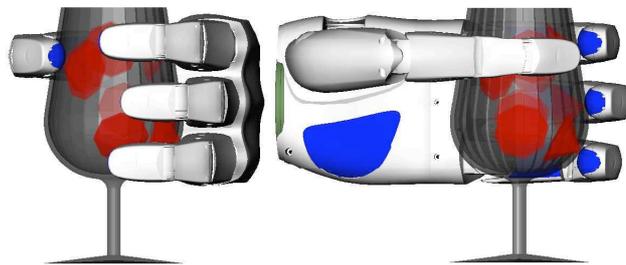
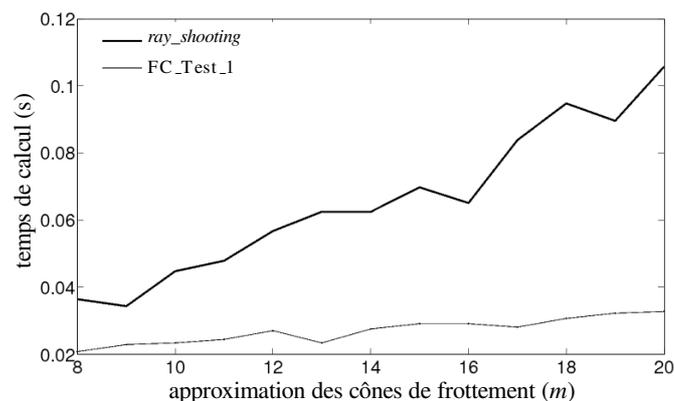
(a) prise en force-closure ($\mu = 0.5$)(b) prise non force-closure ($\mu = 0.3$)

FIGURE 4.10 – Performances des tests proposés dans les propositions 4.3 et 4.5 (temps d'exécutions).

frottements avec $12 \leq m \leq 20$ facettes donne des résultats pratiques acceptables avec un pourcentage d'erreur de l'ordre de 4.51% pour $m = 12$ et de 1.64% pour $m = 20$ [Cornellà 2008]. La comparaison des deux tests présentés dans ce document permet de constater que l'algorithme proposé sur la figure 4.8 est plus performant en terme de temps de calcul. Le test proposé sur la figure 4.9 nécessite la construction de n programmes linéaires. Contrairement à l'algorithme de *ray-shooting*, les deux tests proposés offrent une mesure de qualité de la force-closure utile à la synthèse de prises. Dans la suite de notre travail, l'algorithme basé sur la proposition 4.3 (donné sur la figure 4.8) est adopté pour le test et l'évaluation des prises d'objets tridimensionnels.

L'augmentation du nombre de points de contact n est aussi un paramètre à considérer dans l'évaluation du test de force-closure. Sur la figure 4.11(a), nous présentons la prise force-closure d'un verre avec la main Schunk à quatre doigts. Cette prise est définie par $n = 18$ points de contact avec un coefficient de frottement $\mu = 1$. La figure 4.11(b) montre une comparaison entre le test basé sur le *ray-shooting* et l'algorithme défini par la proposition 4.3, ceci en fonction du degré d'approximation des cônes de frottement $m \in [8, 20]$. Nous pouvons constater que le test proposé permet de réduire le temps d'exécution de plus de 50% en moyenne par rapport à la méthode de *ray-shooting*. Il faut noter que ce gain de temps de calcul est important pour les processus d'optimisation des prises qui utilisent intensivement ces tests. Pour l'exemple de la main Schunk de la figure 4.11, nous avons utilisé le simulateur GraspIt dans l'implémentation [Miller 2001]. Une description détaillée de cet outil sera développée dans le chapitre 5.

(a) prise d'un verre avec la main SAH ($n = 18$, $\mu = 1$)

(b) temps d'exécution des algorithmes

FIGURE 4.11 – Performances des tests proposés en fonction de l'approximation des cônes.

4.3.3 Qualité des prises

Dans le cas où une prise assure la propriété de force-closure, la solution optimale du programme linéaire exprimé par la relation 4.10 est donnée par $Q_1 = \mathbf{1}^T \mathbf{x}^*$. Ce critère de qualité donne la contribution minimale des forces de contact pour maximiser la force selon le vecteur $-\mathbf{z}$. La mesure de qualité Q_2 donnée par l'algorithme de la figure 4.9 est une moyenne par rapport à tout les points de contact, elle donne une meilleure information sur la distribution des forces de contact sur la surface de l'objet à saisir. Ces critères de qualité de prise caractérisent la distance qui sépare la prise de la perte de la force-closure.

Afin de comparer les critères de qualité que nous proposons avec le rayon r_{ball} de la plus grande sphère de centre \mathbf{o} inscrite à l'intérieur de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact [Kirkpatrick 1990, Ferrari 1992], nous considérons la prise à quatre contacts sur un ellipsoïde. Les longueurs des axes principaux de l'ellipsoïde sont définis par $r_x = r_y = R = 2$ et $r_z = r = 1$. Le coefficient de frottement est fixé à la valeur $\mu = 0.4$ et les cônes de frottement sont approchés par des pyramides à $m = 12$ facettes. Les configurations des quatre points de contact \mathbf{c}_i et les vecteurs normaux à la surface de l'ellipsoïde \mathbf{z}_i sont spécifiés par les deux paramètres (ϕ_i, θ_i) tels que :

$$\mathbf{c}_i(\phi_i, \theta_i) = (R \cos(\phi_i) \cos(\theta_i), R \cos(\phi_i) \sin(\theta_i), r \sin(\phi_i))$$

$$\mathbf{n}_i(\phi_i, \theta_i) = -\gamma^{-1} (r \cos(\phi_i) \cos(\theta_i), r \cos(\phi_i) \sin(\theta_i), R \sin(\phi_i))$$

où $\gamma = \|(r \cos(\phi_i), R \sin(\theta_i))\|$.

À partir de cette écriture paramétrique, nous avons généré aléatoirement des positions pour les quatre points de contact sur la surface de l'objet. Pour 1000 prises choisies au hasard, les tests qualitatifs sont parfaitement vérifiés. Toutes ces prises sont évaluées par l'algorithme de la figure 4.8 en un temps de calcul de 0.735 seconde. L'algorithme qualitatif de *ray-shooting* nécessite un temps d'exécution de 0.858 seconde pour tester le même ensemble de prises. Par contre, le calcul des sphères dans l'espace des torseurs \mathbb{R}^6 nécessite 94.141 secondes pour évaluer les 1000 prises générées.

Du point de vue temps de calcul, notre approche qui donne directement un résultat quantitatif est plus intéressante [Bounab 2010b]. Le temps de calcul n'est pas le seul critère de comparaison, nous devons aussi regarder d'un point de vue physique la signification de ces critères. La quantité r_{ball} caractérise le torseur minimum qui peut être généré par les

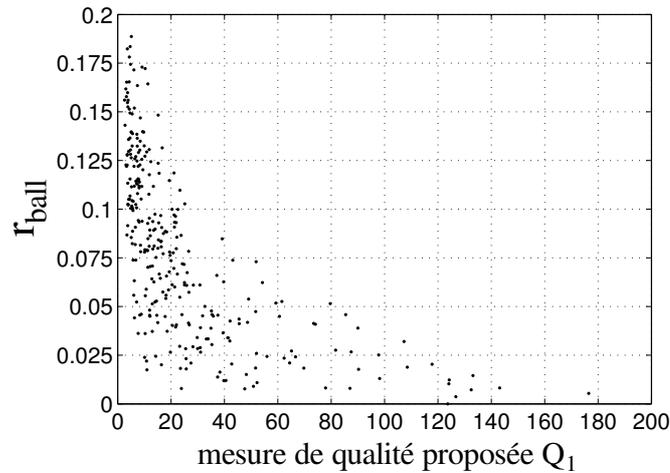


FIGURE 4.12 – Mesure de qualité proposée Q_1 en fonction de r_{ball} (prises à 4 contacts).

forces de contact. L'approche que nous proposons traite directement l'espace des torseurs sans passer par le calcul de l'enveloppe convexe dans l'espace \mathbb{R}^6 , ce qui évite de modifier cet espace. Notre critère caractérise la contribution minimale des forces de contact dans la force-closure. D'un point de vue pratique, ces deux critères ont des comportements assez différents sans être contradictoires. Nous traçons sur la figure 4.12 r_{ball} en fonction de Q_1 pour les 1000 prises générées précédemment sur l'ellipsoïde. Aux extrémités, nous trouvons de très bonnes prises avec r_{ball} grand et Q_1 petit d'une part et de mauvaises prises avec r_{ball} petit et Q_1 grand d'autre part. De ce fait, l'algorithme proposé est un test qualitatif qui offre une mesure de qualité de la force-closure sans passer par le calcul de l'enveloppe convexe dans l'espace \mathbb{R}^6 , ce qui réduit efficacement le temps d'exécution pour l'analyse ou la synthèse des prises. Pour le calcul de l'enveloppe convexe, nous avons utilisé la bibliothèque *Qhull* [Barber 1996].

4.4 Conclusion

Nous avons présenté la distribution des axes centraux d'un torseur associé à deux forces appliquées dans l'espace \mathbb{R}^3 . Cette étude illustre la complexité géométrique de cette distribution qui est la cause des difficultés de développement de méthode graphique pour le test de la force-closure pour les prises tridimensionnelles. Nous avons ensuite étudié une formulation algébrique qui utilise une approche basée sur les axes centraux des torseurs

des forces de contact pour évaluer les prises 3D. Ainsi, une nouvelle formulation linéaire pour le test de force-closure a été proposée. À travers plusieurs exemples numériques, nous avons étudié l'efficacité du test proposé en terme de qualité et de temps de calcul. Contrairement à la méthode basé sur le *ray-shooting* [Liu 1999b], le test développé est de nature quantitative. Par rapport à la méthode basée sur le calcul de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact dans \mathbb{R}^6 , l'approche proposée réduit efficacement le temps nécessaire à la caractérisation de la qualité des prises. Il faut noter l'importance de cette réduction pour les processus de planification des prises où la majorité du temps de calcul est consommée par ces tests de faisabilité et d'évaluation de la qualité des prises générées.

Le problème du choix de la configuration des points de contact qui assurent une stabilité maximale de l'objet est fréquent au niveau industriel. Du fait de la complexité des pièces à fabriquer et des processus de fabrication complexes, ces techniques de choix des prises de pièces deviennent très utiles. À titre d'exemple, on peut citer la fixation des pièces mécaniques pour l'usinage ou le contrôle.

Toutefois, la synthèse de prises pour les mains mécaniques à plusieurs doigts dans l'espace est plus complexe. Cette complexité provient de la dimension élevée de l'espace de recherche qui résulte du grand nombre de ddl de ces préhenseurs. Dans le chapitre suivant, nous proposons une approche générique pour la synthèse de prises stables avec des mains mécaniques d'objets 3D de forme quelconque.

Planification optimale de prises robotisées

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons une approche pour la recherche des prises stables d'objets 3D arbitraires. Sur la base des modèles CAO des objets et pour une architecture cinématique donnée de la main robotisée, la méthode proposée est basée sur un schéma d'optimisation stochastique. Le planificateur proposé permet de générer des prises faisables sans passer par le calcul cinématique de la main. L'approche proposée exploite, sans aucune transformation géométrique, les modèles CAO des objets à saisir, ce qui minimise le temps de recherche des prises. Pour tester les prises générées, nous utilisons l'algorithme de force-closure développé dans le chapitre 4. L'implémentation du planificateur de prise est effectuée dans le simulateur GraspIt [Miller 2001].

À cause de la dimension élevée de l'espace des solutions qui résulte de toutes les configurations possibles d'une main mécanique, peu de travaux de recherche ont traité le problème de la planification des prises en considérant l'architecture cinématique et la géométrie d'une main robotisée. Borst *et al.* [Borst 2002] ont proposé une méthode locale où la planification de prises robotisées est formulée comme un ensemble de problèmes d'optimisation sans contraintes. Dans cette formulation, les contraintes cinématiques et de contact ainsi que les débattements des liaisons sont introduits comme des termes de pénalité dans la fonction objectif. Une autre méthode locale est proposée par Rosell *et al.* [Rosell 2005]. Il s'agit d'une méthode d'optimisation pour calculer d'une manière itérative les mouvements des liaisons qui réduisent les distances entre les points de contact sur l'objet et les bouts des doigts de la main robotisée. Dans [Rosales 2008], les auteurs ont présenté une méthode pour identifier toutes les configurations possibles de la main

mécanique pour atteindre des points de contact donnés. Miller *et al.* [Miller 2001] ont développé un environnement de simulation des prises robotisées nommé GraspIt. Ce code source regroupe les fonctionnalités nécessaires pour analyser et planifier les prises. Dans [Miller 2003b], les auteurs ont développé un planificateur de prise pour des objets ayant des formes géométriques simples (*Primitive-based planner*). Cette approche comporte deux étapes : elle commence par la génération de l'ensemble des configurations initiales de la main par rapport à une forme géométrique simplifiée de l'objet (sphère, cylindre, cône et boîte). La seconde étape concerne l'évaluation des qualités des prises générées successivement à partir des configurations initiales (*pre-grasps*). Enfin, l'application génère un classement des prises force-closure selon la mesure de qualité sélectionnée. Le test de force-closure utilisé dans GraspIt est basé sur le calcul de la sphère inscrite dans l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact dans l'espace \mathbb{R}^6 . La mesure de qualité correspondante est le rayon r_{ball} maximum de cette sphère. Goldfeder *et al.* [Goldfeder 2007] ont développé une approche de planification de prises basée sur la décomposition de l'objet suivant une certaine arborescence (décomposition en super-quadratiques).

5.2 Mains robotisées

La main est considérée comme le sous-système mécanique le plus complexe dans le système de manipulation de l'être humain [Angeles 2003]. Les mains mécaniques robotisées sont développées afin d'élargir la classe des objets à saisir. Un autre avantage de l'utilisation des mains robotisées est l'exécution des tâches de manipulation dextre. Dans ce contexte, le mouvement de l'objet par rapport à la main doit être considéré.

Une main mécanique à plusieurs doigts a une architecture cinématique arborescente (*tree topology*). Ce système mécanique robotisé contient la paume, considérée comme la base de la main, qui est généralement attachée à un manipulateur à six degrés de liberté, et un ensemble de doigts. Le doigt a une architecture sérielle de (2 à 4) phalanges liés par des liaisons pivots. Généralement, les liaisons du doigt ne sont pas actionnées indépendamment (présence de liaisons passives). La figure 5.1 montre un exemple de prise réalisée avec la main robotisée du DLR [Butterfass 1998]. Cette main utilise quatre doigts identiques dont chacun possède trois liaisons actives. La rotation de la dernière liaison est couplée linéairement à celle qui la précède. La prise de la figure 5.1 est définie par quatre points

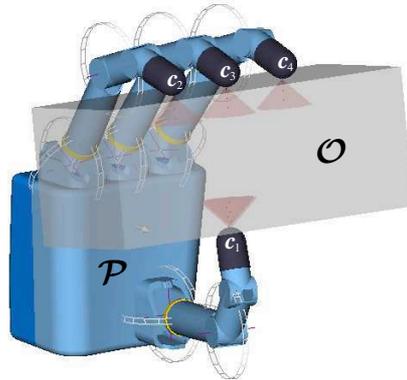


FIGURE 5.1 – Prise d’une boîte avec la main DLR.

de contact c_i ($i = 1 \dots 4$). Si la configuration de la paume \mathcal{P} (position et orientation) par rapport à l’objet à saisir \mathcal{O} est complètement déterminée et les coordonnées des quatre points de contact sont connues alors, les valeurs des coordonnées articulaires peuvent être calculées à partir des modèles géométriques inverses de chaque doigt. L’utilisation de plusieurs structure sérielles pour exécuter une tâche (cas de plusieurs manipulateurs en coopération ou des mains multi-doigts), augmente la redondance cinématique. Pour la synthèse des prises robotisées, il faut prendre en compte les contraintes liées à l’architecture de la main mécanique, celles-ci concernent les caractéristiques de l’objet à saisir et les contraintes liées à l’environnement de la tâche à exécuter.

Dans un processus de planification de prises robotisées, plusieurs contraintes doivent être respectées [Rosales 2008]. Premièrement, les forces appliquées par la main mécanique aux points de contact doivent résister à toutes perturbations extérieures. Ceci est assuré par la satisfaction de la condition de force-closure. Deuxièmement, les points de contact générés par le planificateur de prise doivent être atteignables par les doigts en considérant la structure cinématique de la main mécanique. De plus, le processus de planification des prises doit éviter les collisions entre les solides impliqués (doigts, paume, objet à saisir et environnement). Finalement, les prises générées doivent être optimisées selon un ou plusieurs critères de qualité.

Dans le développement de notre approche de la synthèse des prises, nous avons utilisé le modèle de la main *Barrett*. L’adaptation de cette méthode à d’autres architectures cinématiques de mains montre bien l’aspect générique de l’approche de synthèse développée. La main Barrett, commercialisée par *Barrett Technology*, est basée sur une conception

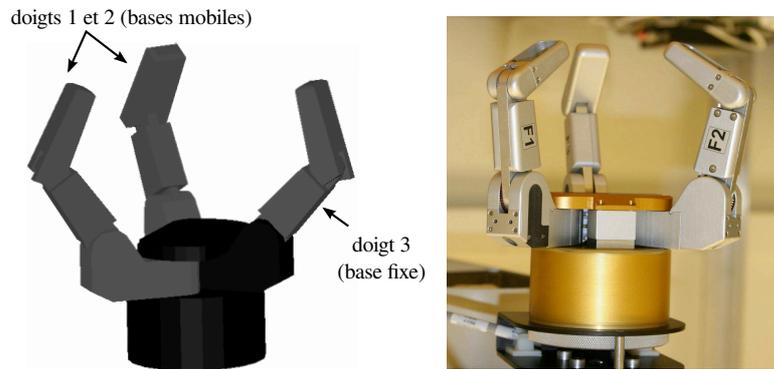


FIGURE 5.2 – La main mécanique robotisée Barrett.

développée à l’université de Pennsylvania [Ulrich 1988]. Chacun des trois doigts contient deux liaisons en rotation dont la base du premier doigt est fixée à la paume (figure 5.2). Pour les deux autres doigts (mobiles), le premier corps peut faire une rotation par rapport à la paume d’un angle π . Bien qu’il existe huit liaisons pivot, cette main est commandée par quatre moteurs. Chaque doigt est composé d’une phalange proximale et d’une phalange distale linéairement couplée avec la première. Dans le cas où la première rotation est bloquée, la deuxième liaison peut continuer son mouvement grâce à un mécanisme d’embrayage (*clutch mechanism*). Le quatrième moteur commande l’écartement synchronisé des deux doigts mobiles par rapport à la paume de la main Barrett. Cette main a donc quatre degrés de libertés internes : 1 pour l’angle d’écartement des deux doigts mobiles et, 3 pour les angles des liaisons actives (proximales). Le corps de la main Barrett est fabriqué en plastique à haute densité [Miller 2001].

5.3 Simulateur GraspIt

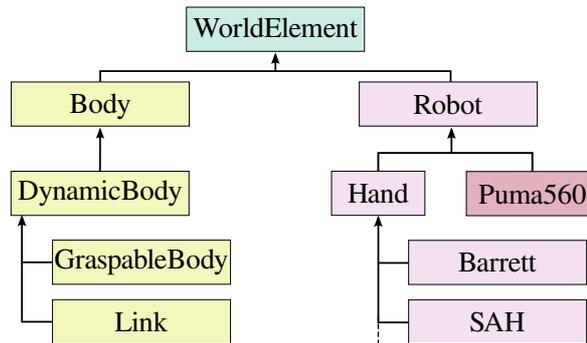
Dans le but d’implémenter des travaux de recherches concernant l’analyse des prises effectuées avec des main mécaniques, Miller [Miller 2004] a initié le développement, dans le cadre de sa thèse, d’un environnement de simulation interactive de prise “GraspIt”. Cet environnement permet d’importer une variété de modèles de mains mécaniques et des objets. De plus, il peut évaluer la qualité des prises réalisées par des mains robotisées.

5.3.1 Composants et caractéristiques

GraspIt est un environnement développé pour l'analyse et la synthèse des prises. Il peut servir pour tester de nouvelles approches relatives aux mesures de qualité et les algorithmes de planification de prises et de la manipulation. Dans ce simulateur à accès libre, il est possible de tester des algorithmes rapidement et sur plusieurs modèles de mains mécaniques. Quelques caractéristiques de ce système :

- une bibliothèque de robots qui comprend des modèles de mains mécaniques (Barrett, DLR, Robonaut, HumanHand, ...), des bras manipulateurs (puma560, TX60L) et une base mobile.
- une définition flexible des robots qui donne la possibilité d'importer de nouveaux modèles et de connecter plusieurs robots afin de construire une plateforme de manipulation.
- la possibilité d'importer des objets et des obstacles afin de construire un environnement de travail complet pour les robots.
- une interface graphique interactive et une liaison avec MATLAB.
- un système de détection de collision et de détermination des points de contact.
- des procédures d'évaluation de la qualité des prises et, la possibilité de visualiser la projection de l'espace torseur de la prise.
- un moteur de simulation dynamique, basé sur la méthode LCP [Stewart 2000] qui permet le calcul des mouvements sous l'influence des forces extérieures et des forces de contact.
- un planificateur de trajectoires simples et des algorithmes de commande pour le calcul des forces de liaisons nécessaires pour le suivi des trajectoires.

L'environnement de simulation GraspIt comporte deux types d'éléments (*WorldElement*) (voir figure 5.3). Le corps *Body* (objet à saisir, corps d'un robot), qui a une géométrie prédéfinie, un matériau, une liste de points de contact et la transformation qui définit la configuration du repère lié à l'objet par rapport au référentiel fixe de simulation. Pour faire la différence entre les corps actifs (objet à saisir et corps d'un robot) et les obstacles, un élément intermédiaire (*DynamicBody*) qui hérite toutes les propriétés de la classe *Body* plus ses caractéristiques dynamiques (masse, position du centre de masse, tenseur d'inertie) ainsi que sa position et la vitesse du centre de masse par rapport au

FIGURE 5.3 – Diagramme d’héritage de la classe *WorldElement*.

référentiel fixe. Le deuxième élément est le *robot*. Il est constitué d’une base, d’un nombre quelconque de chaînes cinématiques (*KinematicChain*) et d’une liste des degrés de liberté (*DOF*). Chaque chaîne cinématique contient une liste de corps, la liste des liaisons et une transformation définissant le repère de sa base par rapport au repère du robot. Avec cette définition générique, une large variété de robots peuvent être implémentés dans GraspIt.

5.3.2 Utilisateurs de GraspIt

Dans cette partie nous avons cité quelques travaux utilisant l’environnement de simulation GraspIt dans le domaine de la saisie [Gra 2009].

Kragic [Kragic 2001] : Les auteurs proposent d’utiliser GraspIt pour exécuter une tâche de saisie. Après la reconstruction et la localisation d’un objet dans le monde réel par un système de vision, sa configuration est introduite dans GraspIt pour générer une prise en utilisant le modèle virtuel de la main Barrett. Par la suite, la prise est exécutée avec la main Barrett réelle.

Miller [Miller 2003b] : Dans ce travail, les auteurs proposent un planificateur de prise basé sur la décomposition des objets en primitives géométriques simples.

Miller [Miller 2003a] : Les auteurs ont présenté une implémentation d’un moteur de simulation dynamique dans GraspIt. Ils proposent d’utiliser une formulation en un problème linéaire complémentaire (LCP) qui regroupe les contraintes de contacts, de non-pénétration et de liaisons.

Ciocarlie [Ciocarlie 2007b] : Ciocarlie *et al.* ont introduit un modèle de contact mou (*soft finger*) dans GraspIt.

Goldfeder [Goldfeder 2007] : Dans ce travail, les auteurs proposent d’utiliser la décomposition de l’objet à saisir en une arborescence de primitives géométriques paramétriques (*superquadrics*) afin d’automatiser complètement l’approche de planification de prises *primitive-based* proposée dans [Miller 2003b].

Ciocarlie [Ciocarlie 2007a] : Ciocarlie *et al.* ont introduit le concept *eigengrasp*. La planification de prises dans l’espace *eigengrasp* est formulée comme un problème d’optimisation.

5.4 Implémentation de l’approche axe-central

Le test de force-closure utilisé dans GraspIt est basé sur le calcul de l’enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact. Ce calcul est accompli avec la bibliothèque *Qhull* [Barber 1996]. *Qhull* permet de calculer directement le volume de cette enveloppe convexe qui est utilisé dans GraspIt comme une mesure moyenne de la qualité des prises. En examinant les facettes de l’enveloppe, le système peut déterminer laquelle est la plus proche de l’origine de l’espace des torseurs. Le vecteur normal à cette facette est le torseur d’amplitude minimale r_{ball} , qui est considérée comme la mesure la plus utilisée pour quantifier les prises [Kirkpatrick 1990, Miller 2001].

Suite aux développements introduits au chapitre 4, nous allons présenter dans cette section l’implémentation du test de force-closure proposé dans l’environnement GraspIt et l’étude des performances de l’algorithme présenté dans la figure 4.8. Pour étudier les performances de l’approche proposée dans le chapitre 4, nous utilisons la main Barrett pour réaliser des prises sur plusieurs objets [Bounab 2010b].

Pour générer une prise, la main est positionnée aléatoirement dans une configuration initiale définie par les quatre paramètres q_i , ($i = 1 \dots 4$) (figure 5.4). Les trois angles $q_1 \in [0, 2\pi]$, $q_2 \in [0, \pi]$ et $q_3 \in [0, 2\pi]$ caractérisent l’orientation du repère de la paume par rapport au repère de l’objet et l’angle $q_4 \in [0, \pi]$ définit l’écartement des doigts mobiles. La valeur de la distance d_h est fixée suffisamment grande pour éviter les collisions entre les

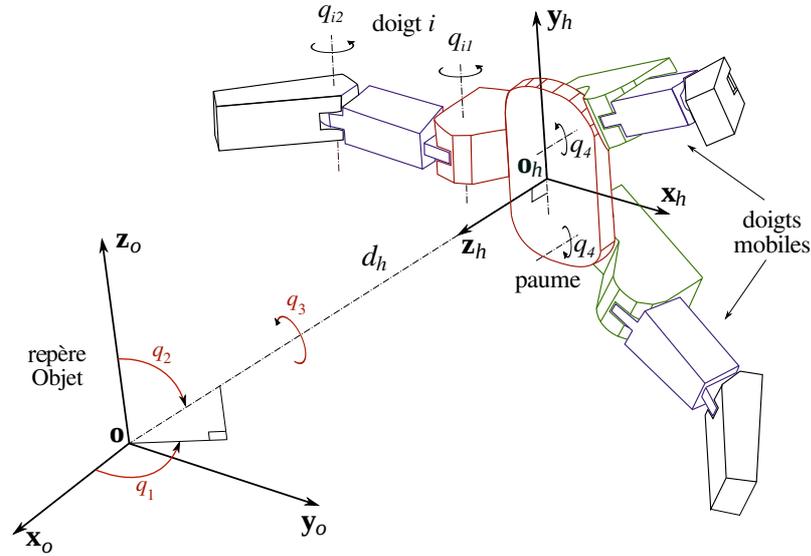


FIGURE 5.4 – Les différents paramètres qui définissent la posture initiale de la main Barrett par rapport au repère objet. Les angles actifs $q_{i1} \in [0, 144]^\circ$ et passifs $q_{i2} = \frac{q_{i1}}{3} + 40^\circ$.

corps. Ensuite, on simule une translation de la main le long de l'axe z_h jusqu'à la détection d'un contact où on applique une procédure de fermeture automatique des doigts. Si le nombre de points de contact est supérieur ou égal à trois ($n \geq 3$), la prise obtenue sera évaluée en utilisant le test de force-closure développé dans chapitre 4 (figure 4.8). Après cette première évaluation, une succession de prises seront générées en déplaçant la main suivant la direction négative de l'axe z_h d'une distance $d_{back} = 5mm$ jusqu'à ce que la main ne puisse plus atteindre l'objet. Dans toutes les simulations, le coefficient de frottement est fixé à $\mu = 1.0$ et $m = 12$ segments pour l'approximation des cônes de frottement.

En utilisant cette méthode, nous avons généré 200 postures initiales d'une façon aléatoire et nous avons calculé les prises obtenues sur plusieurs objets. Dans la figure 5.5, nous présentons les meilleures prises calculées et les mesures de qualité correspondantes. Les prises schématisées sur la figure 5.5 ont toutes une qualité $r_{ball} > 0.1$; elles représentent de bonnes prises enveloppantes (*power grasp*) [Goldfeder 2007]. Cette comparaison entre la mesure de qualité proposée Q_1 et l'amplitude du torseur minimum r_{ball} , ainsi que l'étude développée dans le chapitre 4 (figure 4.12), montrent que l'approche proposée offre un bon critère de mesure de qualité sans passer par le calcul de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact dans l'espace \mathbb{R}^6 .

Les performances de calcul de l'approche axe-central sont représentées dans le tableau 5.1. Le nombre des prises calculées pour chaque objet est affiché dans la deuxième colonne. Dans les trois dernières colonnes du tableau 5.1, nous avons donné une comparaison entre les temps de calcul en utilisant trois types de test de force-closure. Même si l'algorithme de *ray-shooting* est de nature qualitative [Liu 1999b, Zheng 2005], on remarque qu'en terme de temps de calcul, l'approche axe-central proposée est intéressante. Par rapport à l'algorithme basé sur le calcul de l'enveloppe convexe [Kirkpatrick 1990], le test proposé est plus efficace en temps de calcul. Notons que les résultats donnés dans le tableau 5.1 représentent les temps de calcul des tests de force-closure (le temps de la recherche aléatoire des prises n'est pas considéré dans ces simulations).

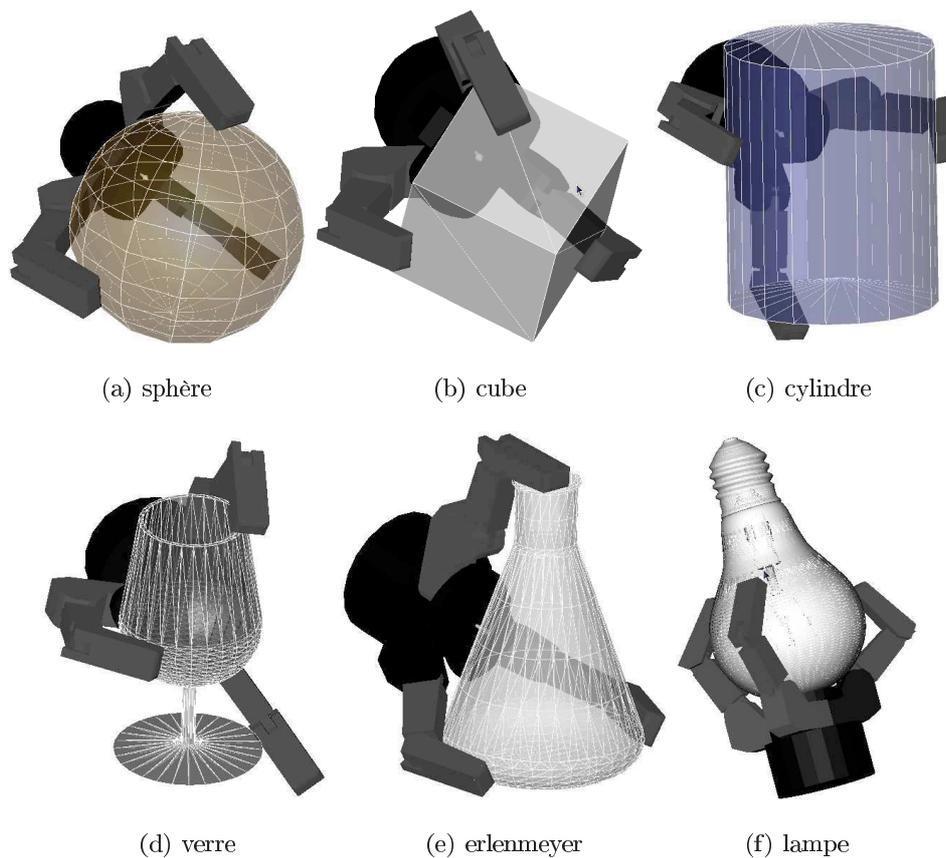


FIGURE 5.5 – Quelques bonnes prises générées aléatoirement pour la main Barrett avec les qualités correspondantes $[Q_1, r_{ball}]$ sont : a) $[0.875, 0.604]$, b) $[0.741, 0.492]$, c) $[1.960, 0.302]$, d) $[1.430, 0.347]$, e) $[1.120, 0.379]$, f) $[1.724, 0.308]$.

TABLE 5.1 – Performances du test quantitatif proposé

Objet	Prises	cpu _{CA} (s)	cpu _{RS} (s)	cpu _{CH} (s)
sphère	209	0.179	0.244	32.879
cube	347	0.263	0.360	29.740
cylindre	409	0.327	0.407	38.169
verre	533	0.485	0.608	67.604
erlenmeyer	565	0.470	0.609	66.287
lampe	578	0.534	0.677	68.296

CA : approche axe-central (algorithme de la figure 4.8).

RS : algorithme *ray-shooting* [Liu 1999b, Zheng 2005].

CH : calcul de l’enveloppe convexe dans \mathbb{R}^6 [Kirkpatrick 1990].

5.5 Synthèse de prises optimales

Dans le travail présenté par Miller *et al.* [Miller 2003b], les auteurs ont proposé un planificateur de prises nommé “*primitive-based planner*”. Cette approche commence par la génération d’un ensemble de points de départ autour d’un modèle simplifié de l’objet à saisir. La forme géométrique de l’objet est simplifiée en utilisant des primitives simples (sphère, cylindre, cône et boîte). La seconde étape consiste à positionner la main mécanique aux points de départ (*starting grasp locations*) pour ensuite appliquer une translation de la main suivant une direction prédéterminée vers l’objet à saisir. La prise est obtenue en fermant les doigts. Il faut noter que la main robotisée a une configuration cinématique (valeurs des liaisons) qui est aussi prédéterminée au départ. Pour chaque prise, le système calcule l’enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact. Si l’origine du référentiel fixe se trouve à l’extérieur de cette enveloppe, la prise n’est pas en force-closure. Dans le cas contraire, la prise générée est stable et le système retient la configuration de cette prise ainsi que sa qualité r_{ball} . À la fin de la simulation, le système classe toutes les prises force-closure selon ce critère de qualité.

En s’inspirant de l’idée développée dans ce travail [Miller 2003b], nous proposons une approche de synthèse de prises stables basée sur la génération automatique des postures initiales de la main. La contribution principale repose sur l’utilisation d’une technique stochastique pour l’exploration de l’espace des postures initiales ainsi que l’utilisation du

test quantitatif de force-closure proposé [Bounab 2010a]. Cette nouvelle approche donne la possibilité d'obtenir des prises faisables sans passer par la résolution de la cinématique inverse de la main et sans modifier le modèle de l'objet. Les principales différences entre l'approche de synthèse proposée et celle avancée dans [Miller 2003b] sont : premièrement, la méthode proposée ne nécessite aucune simplification du modèle graphique de l'objet à saisir, ce qui réduit le temps de calcul nécessaire à la synthèse des prises. Deuxièmement, les postures initiales de la main mécanique ne sont pas fixées à l'avance. Nous utilisons une technique stochastique pour explorer la surface de l'objet de manière globale.

Dans cette section, nous présentons les différentes relations qui définissent la posture initiale de la main mécanique par rapport à un référentiel fixe. La main Barrett est utilisée pour le développement de l'approche. Ensuite, nous présentons la formulation du problème d'optimisation des prises. Les étapes principales du planificateur de prises proposé sont récapitulées à la fin.

5.5.1 Génération de prises

Le mécanisme de génération d'une prise est basé sur l'utilisation de paramètres géométriques qui définissent la posture initiale de la main Barrett par rapport au repère de l'objet. Cette posture est caractérisée par la position et l'orientation de la paume par rapport à l'objet à saisir ainsi que les valeurs des degrés de liberté internes de la main.

5.5.1.1 Posture initiale

Dans la figure 5.6, on donne la définition de deux repères orthonormés directs. Le premier repère $(\mathbf{o}, \mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o, \mathbf{z}_o)$ est attaché à l'objet à saisir, l'origine \mathbf{o} coïncide avec le centre de masse de l'objet (le point \mathbf{o} est considéré aussi comme l'origine du référentiel fixe). Le second système de coordonnées $(\mathbf{o}_h, \mathbf{x}_h, \mathbf{y}_h, \mathbf{z}_h)$ est lié à la paume de la main Barrett dont l'axe \mathbf{z}_h est la normale sortante à sa surface. Les coordonnées du point \mathbf{o}_h par rapport au repère lié à l'objet sont données par :

$$\mathbf{o}_h = d_h \begin{pmatrix} \sin q_2 \cos q_1 \\ \sin q_2 \sin q_1 \\ \cos q_2 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

La constante d_h est une distance qui est choisie suffisamment grande pour éviter toute

collision entre les corps de la main Barrett dans sa configuration initiale et tous les solides impliqués dans l'environnement de la tâche (objet à saisir et obstacles).

L'orientation du repère lié à la paume de la main Barrett par rapport au référentiel attaché à l'objet à saisir est définie par les coordonnées sphériques du point \mathbf{o}_s et l'angle q_3 autour de la droite liant les deux points \mathbf{o}_h et \mathbf{o}_s . Les coordonnées du point \mathbf{o}_s par rapport au repère lié à l'objet sont données par :

$$\mathbf{o}_s = r_s \begin{pmatrix} \sin \theta_2 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_2 \sin \theta_1 \\ \cos \theta_2 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Le point \mathbf{o}_s est lié à l'objet à saisir. Donc, la valeur du paramètre positif r_s ne peut pas excéder le rayon maximum r_{max} de l'objet. En utilisant les coordonnées des deux points \mathbf{o}_h et \mathbf{o}_s données par les relations 5.1 et 5.2, la normale sortante \mathbf{z}_h à la surface de la paume est défini comme suit :

$$\mathbf{z}_h = \frac{\mathbf{o}_s - \mathbf{o}_h}{\|\mathbf{o}_s - \mathbf{o}_h\|} \quad (5.3)$$

Ensuite, les coordonnées des deux axes \mathbf{x}_h et \mathbf{y}_h peuvent être déterminées à partir d'une rotation d'angle q_3 autour de \mathbf{z}_h .

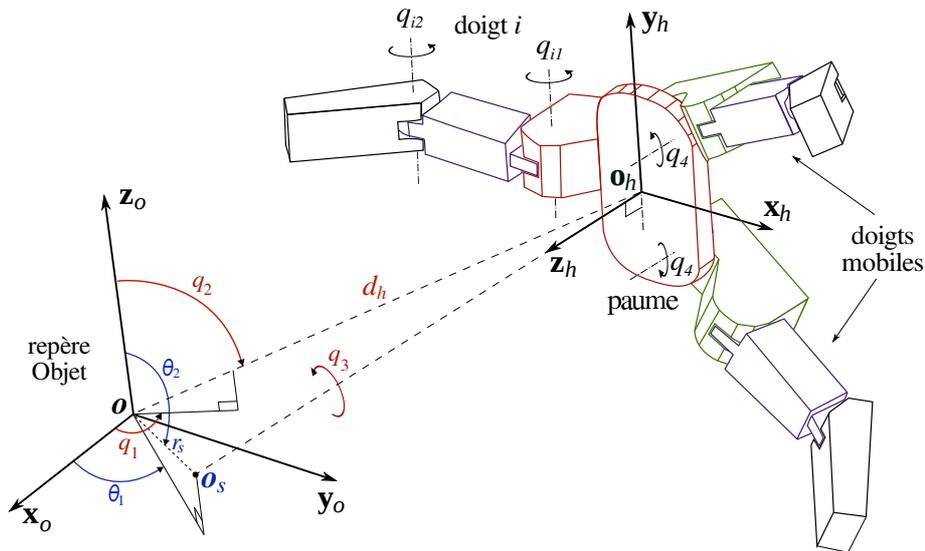


FIGURE 5.6 – Les différents paramètres qui définissent la posture initiale de la main Barrett par rapport au repère attaché à l'objet.

Il faut noter qu'avec la variation des deux paramètres q_1 et q_2 , l'origine \mathbf{o}_h du repère lié à la paume peut balayer la surface d'une sphère de rayon d_h enveloppant l'objet. En considérant aussi la variation des coordonnées du point \mathbf{o}_s et la rotation autour de l'axe \mathbf{z}_h , la main Barrett a maintenant la possibilité d'explorer entièrement la géométrie de l'objet à saisir, afin de chercher des prises réalisables dans toutes les directions possibles.

Afin de considérer aussi les degrés de liberté internes de la main Barrett, l'angle d'écartement $q_4 \in [0, \pi]$ est aussi une variable de décision, ce qui permet de faire varier la forme géométrique initiale de la main. Les angles des liaisons actives des trois doigts (*proximal link*) q_{i1} sont initialement fixés à zéro, ce qui correspond à la main entièrement ouverte.

Finalement, nous notons \mathbf{x}_{sp} le vecteur des paramètres géométriques qui décrivent la configuration de la posture initiale de la main mécanique robotisée par rapport au repère lié à l'objet. Pour la main Barrett, ce vecteur est défini par sept paramètres comme suit :

$$\mathbf{x}_{sp} = \left[q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad r_s \right]^T \quad (5.4)$$

5.5.1.2 Test et évaluation des prises

Après la définition des paramètres géométriques de la posture initiale de la main Barrett, nous passons à la description du mécanisme de génération des prises. Pour réaliser une prise, nous suivons les mêmes étapes que pour la section 5.4. La seule différence ici est que la main Barrett est initialement positionnée à une configuration de départ définie par le vecteur \mathbf{x}_{sp} .

5.5.2 Optimisation de prises

L'utilisation de la posture initiale arbitraire schématisée sur la figure 5.6 permet à la main mécanique Barrett de saisir l'objet depuis n'importe quelle direction. Ainsi, notre algorithme explore mieux la géométrie de l'objet afin de trouver des prises faisables. Par contre, il reste le problème de trouver la meilleure posture initiale pour la main Barrett, celle qui conduira à une prise optimale.

5.5.2.1 Formulation du problème

Pour une main mécanique à plusieurs doigts évoluant dans un environnement encombré par des obstacles et réalisant une tâche de saisie d'un objet, le problème de la planification

de prises peut être formulé sous forme d'un problème d'optimisation sous contraintes :

Soit le vecteur \mathbf{x}_{sp} qui regroupe les paramètres géométriques décrivant la posture initiale de la main Barrett par rapport au repère attaché à l'objet à saisir. Déterminer la solution optimale \mathbf{x}_{sp}^ correspondant à la meilleure prise force-closure, de façon à optimiser un critère de qualité, tout en respectant les contraintes imposées.*

5.5.2.2 Contraintes

Pour qu'une prise planifiée pour la main Barrett soit réalisable, il est nécessaire que l'on tienne compte des contraintes imposées. Elles sont de diverses natures et elles peuvent être classées en trois catégories : les contraintes liées à la main mécanique robotisée (Barrett dans notre cas), les contraintes liées à la tâche à réaliser et les contraintes liées à l'état de l'environnement. Ces contraintes se traduisent généralement par une restriction de l'espace de recherche des solutions.

5.5.2.3 Contraintes liées à la main mécanique

Dans cette étude, nous n'avons considéré que les contraintes liées à la cinématique de la main Barrett. Les débattements articulaires de ses corps sont limités par des butées mécaniques ou même par la conception de la liaison elle-même. Par conséquent, toute prise engendrant des dépassements des capacités tolérées d'une articulation risque d'endommager celle-ci. De ce fait, les prises planifiées doivent obligatoirement respecter ces contraintes. La formulation explicite de ces contraintes sur les débattements articulaires est donnée par :

liaisons actives : contraintes liées à la conception de la main Barrett [Miller 2003b].

$$0 \leq q_{i1} \leq 0.8\pi ; i = 1 \dots 3 \quad (5.5)$$

$$0 \leq q_4 \leq \pi \quad (5.6)$$

liaisons passives : équations linéaires en fonction des liaisons actives [Miller 2003b].

$$q_{i2} = \frac{q_{i1}}{3} + \frac{2\pi}{9} \quad (5.7)$$

5.5.2.4 Contraintes liées à la tâche

Le but d'introduire cette catégorie de contraintes est de limiter l'espace de recherche des prises faisables avec la main Barrett à un sous-espace qui contient l'objet à saisir. Ces contraintes définissent les intervalles de définition des composants du vecteur \mathbf{x}_{sp} (les contraintes sur q_4 sont exprimées par la relation 5.6). La formulation explicite de ces contraintes sur les paramètres géométriques de la posture initiale est donnée par :

$$\mathbf{x}_{sp} \leq \left[2\pi \quad \pi \quad 2\pi \quad \pi \quad 2\pi \quad \pi \quad r_{max} \right]^T \quad (5.8)$$

Les composantes du vecteur \mathbf{x}_{sp} sont positives. Les intervalles de définition des paramètres de description de la posture initiale donnés par la relation 5.8, permettent de balayer tout le sous-espace contenant le modèle de l'objet à saisir. Notons que, dans le cas où des connaissances prédéfinies sur la géométrie de l'objet ou sur la tâche à réaliser avec cet objet sont disponibles, les intervalles des paramètres de \mathbf{x}_{sp} peuvent être modérés afin d'orienter la recherche des prises faisables dans une zone prédéfinie de l'objet.

5.5.2.5 Contraintes liées à l'environnement

Les contraintes émanant de l'environnement concernent essentiellement la non collision de la main Barrett avec les obstacles encombrant l'environnement de la tâche à réaliser. Pour les tâches de *pick and place*, il est nécessaire de déterminer les configurations (initiale et finale) de la main mécanique avant de passer à la planification du mouvement entre ces deux configurations. L'objectif de notre travail consiste en la détermination des configurations finales de la main mécanique robotisée par rapport au référentiel de l'objet à saisir. Si le système détecte des collisions entre les corps de la main Barrett (auto-collision) ou entre la main et l'environnement de la tâche (objet et obstacles), la prise générée est rejetée et le processus continue la recherche d'autres solutions faisables.

5.5.2.6 Critère de performance

Le critère de performance représente un coût à minimiser lors de la réalisation de la saisie. Les différents paramètres de la prise comme la position des points de contact, la configuration de la main ou les limitations des forces de contact, peuvent être considérés comme critère de performance. Ce coût peut être aussi défini par une expression incluant

```

 $[F_{obj}, \mathcal{G}_{iter}^*] = \text{Cost\_Function}(\mathbf{x}_{sp})$ 
1: Set_Initial_Configuration( $\mathbf{x}_{sp}$ ) {positionner la main à une posture de départ}
2: Translate_Forward( $\mathbf{z}_h$ ) {translation le long de  $\mathbf{z}_h$  jusqu'à détection de contact}
3: Close_Finger() {actionner les liaisons actives  $q_{i1}$  pour fermer les doigts}
4: for  $i = 1$  to  $N_{iter}$  do
5:   { $N_{iter}$  : nombre d'itérations arrières fixé par l'utilisateur}
6:    $F_{obj} = \text{FC\_Test\_1}()$  {Calcul de la qualité de la prise}
7:   Update_Quality() {enregistrer la meilleure prise  $\mathcal{G}_{iter}^*$ }
8:   Open_Finger() {réinitialiser les liaisons actives  $q_{i1}$  pour ouvrir les doigts}
9:   Translate_Backward( $\mathbf{z}_h, d_{back}$ ) {translation d'une distance  $d_{back}$  suivant  $-\mathbf{z}_h$ }
10:  Close_Finger()
11: end for
12: return  $[F_{obj}, \mathcal{G}_{iter}^*]$ 

```

FIGURE 5.7 – Algorithme de génération et d'évaluation des prises pour une posture initiale.

plusieurs mesures de qualité. Le lecteur pourra se reporter à la section 2.5 pour plus de détails. Dans ce travail, la solution optimale Q_1 de l'algorithme de force-closure (figure 4.8) est utilisée comme une fonction objectif du problème d'optimisation proposé.

Le planificateur de prises proposé donne la configuration finale de la main mécanique relative à l'objet à saisir. Pour chaque posture initiale \mathbf{x}_{sp} , plusieurs prises sont générées en appliquant des translations successives le long du vecteur $-\mathbf{z}_h$. L'algorithme de la figure 5.7 décrit le mécanisme de génération et d'évaluation des prises pour une posture initiale \mathbf{x}_{sp} de la main Barrett. La valeur F_{obj} retourne la qualité de la meilleure prise obtenue. Le vecteur \mathcal{G}_{iter}^* retourne la configuration optimale du repère lié à la main Barrett exprimée dans le référentiel attaché à l'objet ainsi que les valeurs des liaisons actives (q_{i1} et q_4).

5.5.2.7 Technique d'optimisation

Comme le problème de planification de prises est un problème d'optimisation non-linéaire difficile à exprimer analytiquement, les algorithmes de recherche basés sur le gradient ne sont pas très performants. De ce fait, un schéma stochastique d'optimisation basé sur l'algorithme du recuit simulé [Kirkpatrick 1983] est utilisé pour résoudre le pro-

blème. Celui-ci a pour objectif de diriger la recherche vers la prise force-closure la plus performante.

L'algorithme du recuit simulé explore d'une manière aléatoire l'espace des postures initiales (paramètres du vecteur \mathbf{x}_{sp}) et génère des prises qu'il soumet à évaluation. À chaque itération, une nouvelle prise est générée aléatoirement, la comparaison avec une prise actuelle est effectuée en se basant sur une distribution probabiliste. L'algorithme accepte toute nouvelle prise ayant une qualité meilleure, mais aussi, avec une certaine probabilité, les prises qui diminuent le coût de performance. De ce fait, cette technique d'optimisation évite d'être attrapée par des optima locaux et elle a la capacité d'explorer plus globalement la surface de l'objet. Ceci lui permet de cibler progressivement les postures initiales ayant le plus de chance de fournir la meilleure prise.

5.6 Implémentation et résultats

Dans cette section, nous présentons les principaux résultats des simulations réalisées. L'implémentation est effectuée sur un Laptop Pentium-M (processeur 1.7GHz, 1.5Go de RAM et sous Linux). Pour tester l'approche de planification, nous avons proposé de synthétiser des prises sur plusieurs modèles d'objets. Dans cette section, nous avons utilisé la main Barrett, mais notre approche générique peut être facilement adaptée pour d'autres architectures cinématiques. Dans le test de force-closure (figure 4.8), l'implémentation du programme linéaire est réalisée en utilisant la bibliothèque GLPK (*GnuLinear Programming Kit*). En outre, l'optimisation des prises générées est effectuée en utilisant l'algorithme du recuit simulé ASA (*Adaptive Simulated Annealing*) développé par Ingber [Ingber 1989]. Nous avons implémenté notre planificateur en utilisant le moteur de simulation public GraspIt. Les paramètres de l'algorithme du recuit simulé utilisés dans cette partie sont regroupés dans le Tableau A.1 (Annexe A). La recherche est lancée à partir d'une configuration quelconque de la main.

Nous avons effectué plusieurs tests sur différents modèles d'objets ayant des primitives géométriques simples et complexes. Le nombre maximum de postures initiales générées est fixé à 1000. Dans l'implémentation, la distance d_{back} définie dans le mécanisme de translation arrière (algorithme de la figure 5.7) est fixée à $5mm$ (cette valeur a été définie en fonction de la taille de la main utilisée). Le coefficient de frottement entre les pièces de

la main et les objets à saisir est fixé à $\mu = 1.0$ (généralement les surfaces des corps de la main sont enrobées d'élastomère).

5.6.1 Primitives géométriques simples

Nous commençons par présenter les résultats de planification sur des objets simples (nombre de facettes réduit). Pour chaque objet à saisir, la figure 5.8 montre l'évolution de la meilleure qualité des prises en fonction du nombre d'itérations. Les configurations optimales de la main pour ces objets sont présentées sur la figure 5.9.

Dans le tableau 5.2, nous résumons les performances du planificateur proposé pour les exemples traités. Pour chacune des prises, on donne sa qualité optimale Q_1^* , la mesure de qualité r_{ball} correspondante et le temps de calcul total requis pour l'exécution de l'optimisation. Le nombre total des prises testées et de celles qui assurent la propriété de force-closure est donné dans les deux dernières colonnes du tableau 5.2.

La valeur du temps de calcul dépend, entre autres, de plusieurs paramètres, à savoir : la complexité de la géométrie des corps, le nombre de tests de collision et d'interpénétration entre ces géométries et le nombre de points de contact dans les prises générées. De la figure 5.8, on remarque que plusieurs prises force-closure de qualité acceptable sont générées typiquement durant les 200 premières itérations. Ces prises acceptables peuvent être synthétisées en un temps de calcul moyen très réduit (typiquement entre 5 et 20 se-

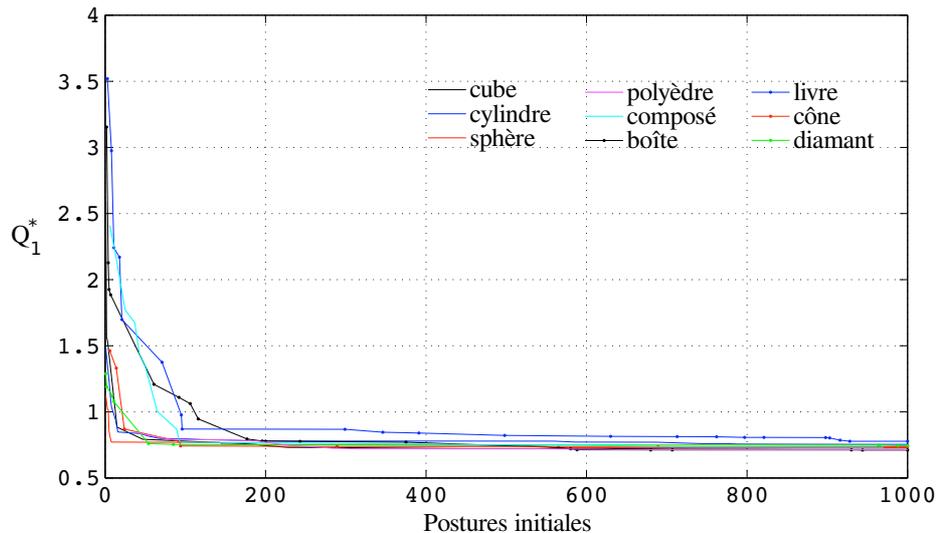


FIGURE 5.8 – Évolution de la meilleure qualité en fonction des postures initiales générées.

condes). Nous pouvons conclure aussi que, le pourcentage des prises force-closure générées est relativement important ($\geq 47\%$) par rapport à l'ensemble des prises testées. En outre, la figure 5.9 montre que le planificateur développé synthétise des prises de bonne qualité (une prise est considérée stable si sa mesure de qualité $r_{ball} \geq 0.1$ [Goldfeder 2007]).

TABLE 5.2 – Performances du planificateur de prises (figure 5.8)

Objets	Qualité Q_1^*	Qualité r_{ball}	Temps total (s)	Prises testées	Prises FC
cube	0.715	0.533	67	2140	1761
boîte	0.710	0.242	59	2013	1310
livre	0.776	0.141	48	1854	868
cylindre	0.754	0.489	100	2178	1894
sphère	0.729	0.676	139	2184	2155
cône	0.737	0.259	56	1978	1573
diamant	0.744	0.326	64	2062	1726
polyèdre	0.714	0.490	82	2174	2075
composé	0.731	0.115	45	1262	865

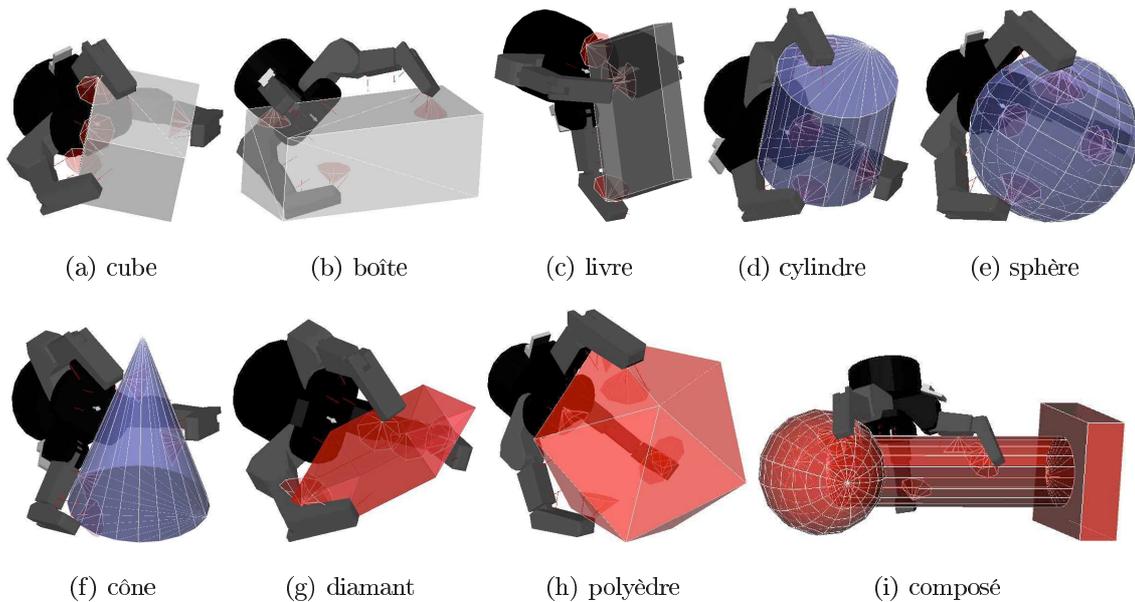


FIGURE 5.9 – Prises optimales obtenues sur des primitives 3D.

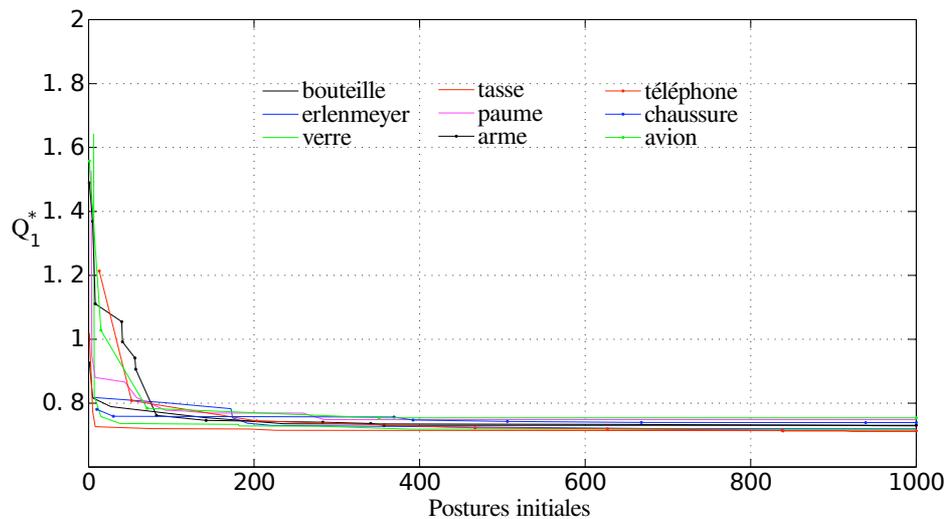


FIGURE 5.10 – Évolution de la meilleure qualité en fonction des postures initiales générées.

TABLE 5.3 – Performances du planificateur de prises (figure 5.10)

Objets	Q_1^*	r_{ball}	Temps total (s)	Prises testées	Prises FC
erlenmeyer	0.719	0.328	189	2084	1856
bouteille	0.729	0.303	116	2083	1511
verre	0.716	0.358	155	2101	1852
tasse	0.711	0.559	263	2178	2066
paume	0.748	0.480	486	2173	1896
arme	0.746	0.179	124	1801	995
téléphone	0.713	0.227	61	1927	1193
chaussure	0.739	0.276	133	1945	1401
avion	0.754	0.199	62	1372	601

5.6.2 Objets complexes

Dans le but de tester l'efficacité de notre planification sur des modèles d'objets réels, nous avons appliqué la démarche proposée sur plusieurs géométries de complexités variées. L'évolution de la meilleure qualité en fonction du nombre d'itérations est illustrée sur la figure 5.10. Les performances des simulations effectuées sont regroupées dans le tableau 5.3. Dans la figure 5.11, nous présentons les meilleures prises obtenues sur chaque objet.

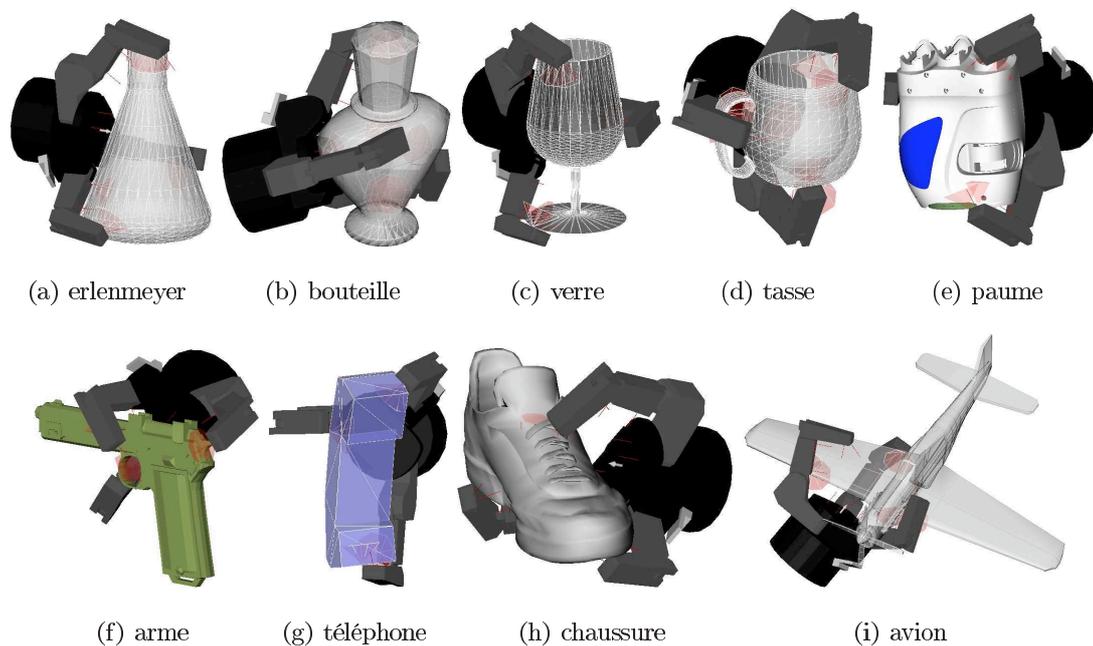


FIGURE 5.11 – Prises optimales de modèles d’objets réels avec la main Barrett.

D’après ces résultats, nous pouvons conclure que le processus d’optimisation converge rapidement vers des solutions de bonne qualité. Cependant, à cause de la complexité géométrique de cette classe d’objet, le coût de calcul est relativement important par rapport à celui des primitives simples. Néanmoins, les performances de notre méthode en terme de qualité des résultats et de temps de calcul restent compétitives par rapport à d’autres méthodes (méthodes basées sur l’exploitation de la géométrie de l’objet à saisir [Miller 2003b, Goldfeder 2007]). À titre d’exemple, pour les objets des figures 5.11(d) et 5.11(i) les qualités des meilleures prises trouvées, par l’approche *Primitive-based planner* [Miller 2003b], sont respectivement $r_{ball} = 0.457$ et 0.106 . Ces résultats sont obtenus dans des temps de calcul, respectivement, de 237 et 158 secondes. À ces temps de calcul, il faut ajouter le temps nécessaire aux opérations de simplification géométrique des objets. Ces temps sont à comparer avec nos résultats du tableau 5.3 à savoir 263 et 62 secondes respectivement pour 1000 itérations.

5.6.3 Synthèse de prises en présence d’obstacles

Finalement, nous avons utilisé l’approche de planification présentée dans ce travail pour la synthèse de prises dans un environnement complexe (présence d’obstacles). La

figure 5.12(a) montre la situation où la surface d'une table empêche l'exécution de la prise optimale trouvée sur la figure 5.11(c), ce qui force l'algorithme à trouver des solutions alternatives. Sur les figures 5.12(b) et 5.12(c), on montre que le planificateur de prises génère des solutions de bonnes qualité même dans les cas où les environnements de la tâche sont très complexes.

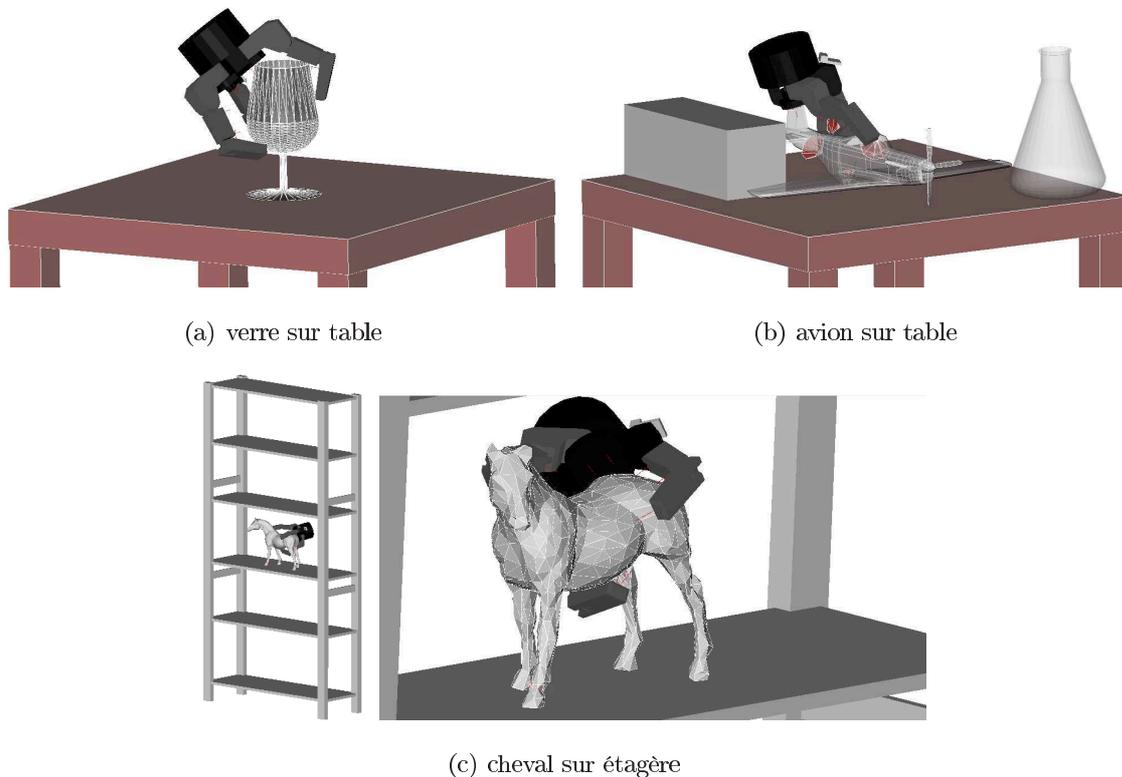


FIGURE 5.12 – Planification de prises avec la main Barrett en présence d'obstacles.

TABLE 5.4 – Performances du planificateur de prises (figure 5.12)

Objets	Q_1^*	r_{ball}	Temps total (secondes)
verre sur table	0.774	0.346	153
avion sur table	0.983	0.152	94
cheval sur étagère	0.870	0.192	173

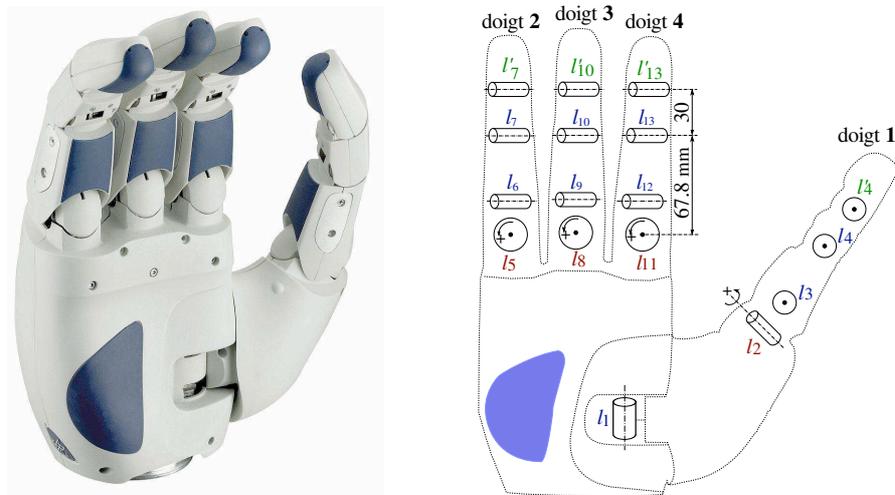


FIGURE 5.13 – Architecture cinématique de la main SAH.

5.7 Application à la main SAH

L'approche de planification proposée peut être facilement adaptée à d'autres mains mécaniques. Contrairement à la main Barrett, le placement des doigts de la main SAH (*Schunk Anthropomorphic Hand*) ressemble à la structure de la main humaine (figure 5.13). Les doigts sont identiques. Chacun contient trois phalanges avec deux liaisons pivot à la base : une liaison pivot entre la phalange proximale et la phalange intermédiaire et une autre liaison entre la phalange intermédiaire et la phalange distale. Cette dernière liaison est couplée linéairement à la rotation de la liaison antérieure ($l'_i = l_i$). Le pouce de la main SAH est lié à la paume par une liaison pivot. La main SAH possède 13 degrés de liberté internes : 3 liaisons commandées indépendamment pour les trois premiers doigts et 4 liaisons pour le pouce. La figure 5.13 montre la disposition des doigts et de ses liaisons. Les limites cinématiques des liaisons sont regroupées dans le tableau 5.5. Les pièces de cette main sont fabriquées en plastique. Les surfaces qui sont, généralement, en contact avec l'objet à saisir (surface en bleu sur la figure 5.13) sont recouvertes de caoutchouc afin d'augmenter le coefficient de frottement.

5.7.1 Posture initiale de la main SAH

Pour appliquer notre approche de planification de prises, il faut définir une posture initiale de la main SAH. Cette posture est définie par les variables de décision du processus

TABLE 5.5 – Valeurs limites des variables articulaires de la main SAH

Liaisons	l_1	l_2, l_5, l_8, l_{11}	l_3, l_6, l_9, l_{12}	l_4, l_7, l_{10}, l_{13}
limite inférieure	-90°	-15°	-5°	5°
limite supérieure	0°	15°	65°	65°

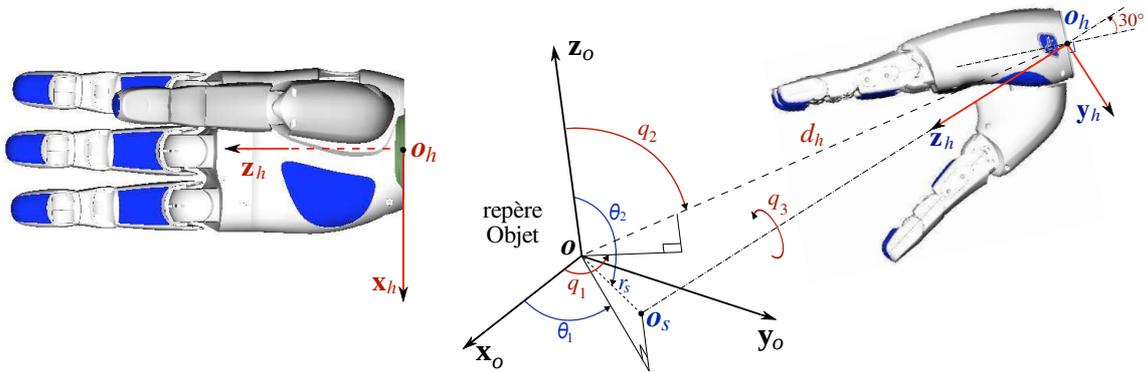


FIGURE 5.14 – Posture initiale de la main SAH Schunk.

de synthèse de prises par optimisation. Par rapport à la posture initiale de la main Barrett, nous utilisons les mêmes variables pour définir l'emplacement des points \mathbf{o}_s et \mathbf{o}_h dans un repère attaché à l'objet (figure 5.6). L'angle d'orientation de la main q_3 est défini autour de l'axe \mathbf{z}_h , représenté dans la figure 5.14. À cet ensemble de paramètres, il faut ajouter les degrés de liberté internes. Pour la main SAH, nous avons les quatre paramètres internes l_2, l_5, l_8 et l_{11} qui définissent l'écartement des doigts et l'orientation du pouce. De ce fait, nous notons par \mathbf{x}_{sp} le vecteur des paramètres géométriques qui décrit la configuration de la posture initiale de la main SAH par rapport au repère lié à l'objet à saisir. Ce vecteur est défini par dix paramètres comme suit :

$$\mathbf{x}_{sp} = \left[q_1 \quad q_2 \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad r_s \quad q_3 \quad l_2 \quad l_5 \quad l_8 \quad l_{11} \right]^T \quad (5.9)$$

La valeur de la liaison l_1 , qui définit l'orientation de la base du pouce par rapport à la paume, est fixée à $l_1 = -90^\circ$. La position ouverte du pouce est généralement utili-

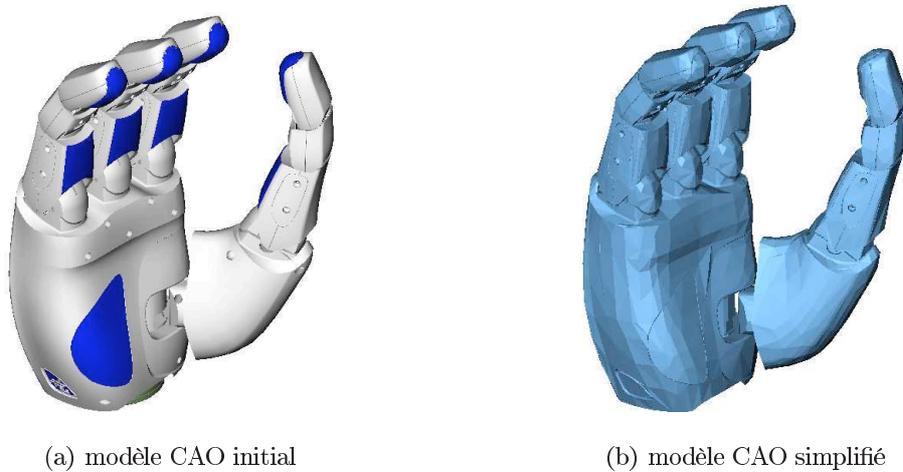


FIGURE 5.15 – Modèles CAO de la main SAH Schunk.

sée pour les prises à deux mains. Les autres variables articulaires de la main SAH sont initialement fixées à leurs limites inférieures définies dans le tableau 5.5. Il faut ajouter aussi les contraintes qui assurent la non collision entre les doigts lors de la génération des paramètres de la posture initiale. En particulier, ces contraintes vérifient l'auto-collision entre le doigt 3 et les doigts 2 et 4. Contrairement au cas de la pince Barrett où l'axe de translation \mathbf{z}_h est perpendiculaire à la surface de sa paume, nous avons choisi, pour la main SAH, de placer cet axe à un angle de 30° par rapport au plan de la paume (figure 5.14). Les simulations ont permis de constater que cette configuration donne des prises englobantes de bonne qualité.

5.7.2 Résultats de planification

Pour valider l'efficacité de notre approche, nous avons appliqué l'algorithme de synthèse de prises à la main à quatre doigts SAH pour générer des prises pour un ensemble d'objets.

Le modèle CAO présenté sur la figure 5.15(a) est une reproduction très fine du prototype réel de la main SAH. L'intégration de ce modèle dans un processus de synthèse de prises augmente le coût de calcul. L'utilisation d'un modèle CAO simplifié (figure 5.15(b)) de cette main permet de diminuer le temps d'exécution du processus d'optimisation. Malheureusement, l'utilisation du modèle simplifié engendre des erreurs de positionnement des points de contact lors de la réalisation pratique de la prise optimale générée. Pour réduire ces erreurs, nous avons utilisé le modèle de la figure 5.15(a) avec un nombre maxi-

mum d'états générés de 500 (au lieu de 1000 avec la main Barrett). Les paramètres de l'algorithme du recuit simulé sont regroupés dans le Tableau A.1 (Annexe A).

Sur la figure 5.16, nous présentons les configurations optimales obtenues pour la main SAH par rapport à plusieurs modèles d'objets. Ces résultats démontrent la capacité du planificateur développé à synthétiser des prises de bonne qualité quelle que soit la complexité géométrique des objets à saisir. Finalement, nous avons appliqué l'approche de planification pour la synthèse de prises en présence d'obstacles. Sur la figure 5.17, on montre que le planificateur de prises génère des solutions de bonne qualité même dans les cas où les environnements de la tâche sont très complexes.

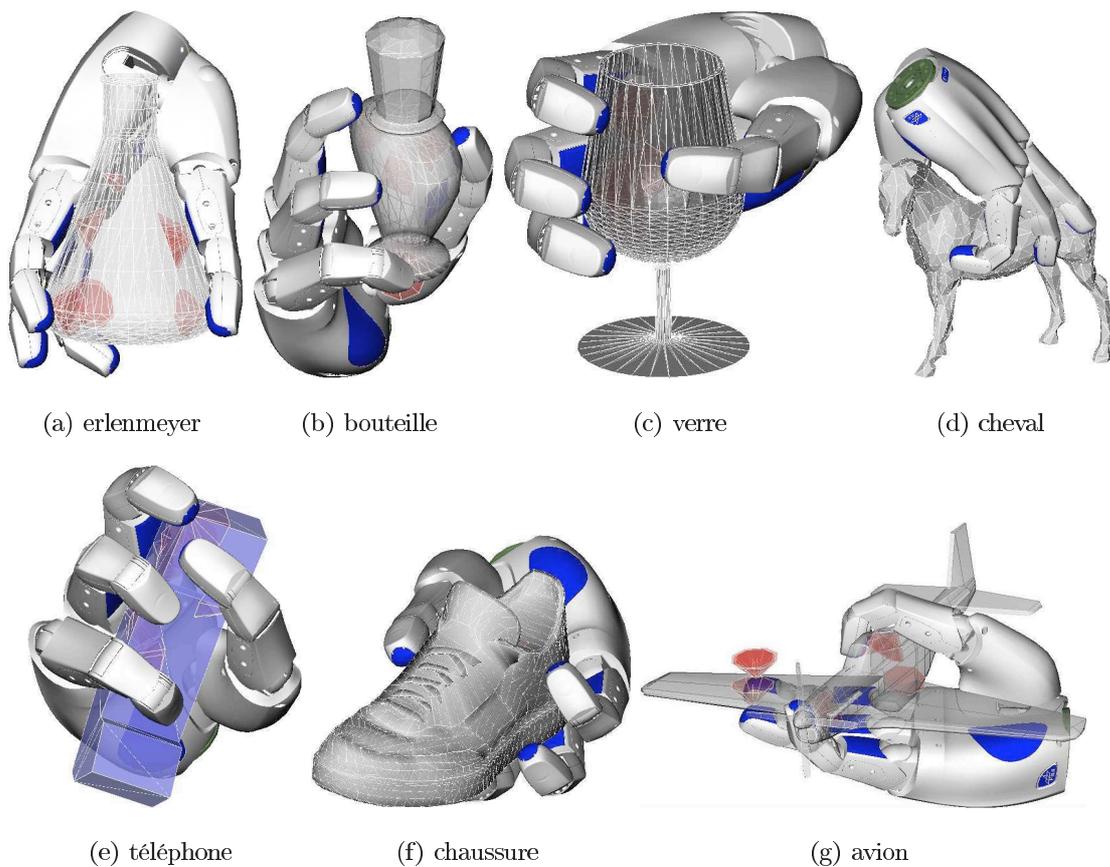


FIGURE 5.16 – Prises optimales obtenues sur des modèles d'objets réels avec la main SAH.

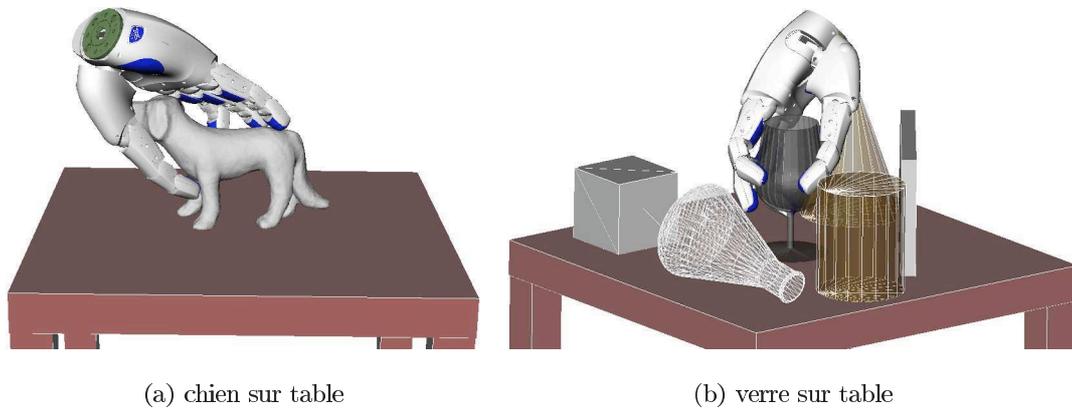


FIGURE 5.17 – Planification de prises avec la main SAH en présence d’obstacles.

Les performances des simulations effectuées sont regroupées dans le tableau 5.6. Ces résultats montrent que le planificateur synthétise des prises englobantes de très bonne qualité ($r_{ball} > 0.1$). Cependant, à cause de la complexité géométrique et cinématique de la main SAH, le coût de calcul est relativement important par rapport au nombre de postures initiales générées. Il faut noter que les temps de calcul affichés représentent le coût total nécessaire à l’exécution de la simulation, des prises optimales sont obtenues dans un nombre d’itérations très réduit, ce qui peut permettre d’arrêter l’algorithme de recherche plus tôt.

TABLE 5.6 – Performances du planificateur de prises (figures 5.16 et 5.17)

Objets	Q_1^*	r_{ball}	Temps total (secondes)
erlenmeyer	0.722	0.302	575
bouteille	0.876	0.256	172
verre	0.721	0.353	318
cheval	0.755	0.146	262
téléphone	0.869	0.258	132
chaussure	0.732	0.269	198
avion	0.769	0.162	295
chien sur table	0.713	0.231	326
verre sur table	0.727	0.349	452

5.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche de planification qui permet de synthétiser des prises robotisées d'objets complexes. En utilisant la démarche proposée, plusieurs configurations de prises stables peuvent être générées en un temps de calcul réduit. Ceci peut être accompli sans utiliser d'approximation géométrique des objets à saisir. En outre, le planificateur proposé permet de synthétiser des prises même dans le cas où l'environnement de la tâche est encombré d'obstacles. L'apport principal de la technique stochastique de recherche (recoit simulé) utilisée est l'exploration plus globale du sous-espace contenant l'objet à saisir. Par rapport à d'autres travaux [Ciocarlie 2007a] où le résultat de l'optimisation donne une seule solution, l'avantage de notre approche est de fournir plusieurs prises stables. Cette caractéristique permet de donner plusieurs choix dans les situations où le robot manipulateur n'arrive pas à atteindre une configuration donnée de la main robotique. Une autre possibilité consiste à générer une liste de prises de bonne qualité et d'en choisir une au moment de saisir l'objet. Ceci permet de réduire le temps de calcul nécessaire à la planification en ligne d'une tâche de manipulation.

Quoique l'approche développée dans ce travail est prête à être intégrée dans le processus de planification de nos robots de service, il existe des points qui méritent d'être examinés. Il serait intéressant de considérer le robot manipulateur dans le processus de synthèse de prises, donc après qu'une prise faisable soit trouvée dans l'environnement de la tâche, nous pouvons essayer de trouver les trajectoires de mouvement vers la position courante du robot. Un autre problème est la taille de l'objet à saisir qui peut être très petite par rapport aux obstacles. Il est possible que les doigts entrent toujours en collision avec ces obstacles sans atteindre l'objet. Pour remédier à ce problème, nous proposons de considérer la taille maximale de l'objet pour définir d'autres paramètres dans la posture initiale de la main robotisée (ouverture des doigts).

Conclusion et Perspectives

Notre travail constitue une contribution à l'étude de la stabilité de la saisie, à la planification des prises ainsi qu'à l'exploitation des mains mécaniques robotisées.

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre des études menées par le groupe de recherche Robotique et InteractionS (RIS) du Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes (LAAS-CNRS) de Toulouse, qui développe un projet de recherche portant essentiellement sur les machines autonomes. Les résultats obtenus dans le domaine de la saisie permettent de compléter, en terme de manipulation robotique, les travaux déjà initiés au Laboratoire Mécanique des Structures de l'École Militaire Polytechnique (LMS-EMP) d'Alger, qui visent l'exploitation optimale des systèmes mécaniques robotisés. En particulier, les recherches effectuées sur la synthèse des trajectoires de marche des robots bipèdes [Saïdouni 2005], sur l'exploitation optimale des bras manipulateurs [Chettibi 2006] ainsi que les travaux relatifs aux manipulateurs mobiles [Haddad 2008].

La principale contribution de notre travail consiste en l'introduction du concept de l'axe central dans la mécanique de la saisie. En effet, l'exploitation de la distribution des axes centraux des torseurs du contact dans une prise (2D ou 3D) permet de représenter systématiquement toutes les directions des forces de contact appliquées sur l'objet à saisir. En outre, cette idée a permis d'extraire la relation entre la propriété de fermeture en force (force-closure) d'une prise et la distribution des axes centraux de ses torseurs de contact. Sur la base de cette représentation, plusieurs voies ont été investiguées.

En premier lieu, nous nous sommes intéressés à l'aspect stabilité des prises planes. En l'occurrence, nous avons développé de nouvelles conditions nécessaires et suffisantes d'équilibre et de force-closure. Ceci constitue une contribution originale dans l'étude des prises 2D dans le sens où nous avons proposé un test quantitatif pour analyser ces prises. Le test géométrique proposé est basé sur des calculs algébriques simples, ce qui réduit de manière significative le coût de calcul en comparaison avec les schémas linéaires [Liu 1999b]. Ce

test offre une bonne mesure de qualité de la force-closure et évite le calcul de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact.

Après ces développements, nous avons étendu ces résultats au cas de la prise 3D. Cependant, à cause la complexité géométrique de la distribution des axes centraux dans l'espace \mathbb{R}^3 , le développement de tests graphiques de force-closure n'était pas possible. Pour contourner cette difficulté, nous avons proposé une formulation algébrique de l'approche axe central. Les algorithmes développés dans cette partie sont basés sur une nouvelle formulation linéaire. À travers plusieurs exemples numériques, nous avons démontré l'efficacité du test proposé en termes de qualité et de temps de calcul. En la comparant avec la méthode basée sur le calcul de l'enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact, l'approche proposée réduit de manière notable le temps nécessaire au test et à l'évaluation des prises. Ceci a permis de diminuer le coût global de la planification de prises.

Ces contributions, relatives à l'analyse des prises, nous ont conduit à proposer des approches de calcul pour la synthèse de prises stables. Au début, nous avons proposé la formulation du problème de recherche de la configuration des points de contact qui assure une stabilité maximale de l'objet sous forme d'un problème d'optimisation sous contraintes. Ensuite, pour les prises robotisées, nous avons présenté une approche pour la recherche des prises stables d'objets 3D. Le planificateur de prises proposé permet de générer des prises faisables sans passer par le calcul de la cinématique inverse de la main mécanique. Cette approche exploite, sans aucune transformation géométrique, les modèles CAO des objets à saisir, réduisant ainsi le temps de recherche des prises. Ce planificateur de prises utilise un algorithme de résolution basé sur une technique d'optimisation stochastique qui est le recuit simulé. Cette méthode nous a permis de synthétiser des prises de bonne qualité d'objets complexes même dans des environnements encombrés d'obstacles.

Comme perspectives, nous envisageons les thèmes suivants :

Test géométrique de force-closure : Pour les prises 3D, nous avons utilisé la distribution des axes centraux pour définir quelques conditions nécessaires de force-closure. Il serait intéressant d'envisager l'extension de la méthode graphique à l'analyse des prises 3D à n points de contact ;

Génération de prises en temps réel : Prendre en charge le problème de recherche en temps réel des prises optimales. Dans ce cadre, des résultats préliminaires ont déjà

été obtenus [Bounab 2010a]. L'approche proposée permet de fournir dans un temps de calcul très réduit plusieurs configurations de prises faisables ;

Optimisation multi-objectifs : L'approche proposée a prouvé son utilité pratique de part les résultats très encourageants obtenus. Cela incite à des améliorations pour son application à la synthèse des prises en tenant compte de plusieurs paramètres tels que : les limites physiques du système mécanique robotisé, les spécifications exigées de la tâche à réaliser et les paramètres liés à l'environnement d'évolution du robot ;

Synthèse de prises à deux mains : L'extension de l'approche de planification de prises pour le cas des manipulateurs mobiles à deux bras ;

Manipulation : La planification des manipulations dans le cas où la tâche à exécuter exige des mouvements relatifs de l'objet par rapport à la main mécanique constituerait une extension intéressante de ce travail.

Méthodes stochastiques d'optimisation

A.1 Introduction

La résolution d'un problème d'optimisation consiste à déterminer, parmi l'ensemble Ω des solutions admissibles, une solution \mathbf{s}^{best} qui minimise une fonction coût $J(\mathbf{s})$. En effet, tous les systèmes (ou problèmes) susceptibles d'être décrits par un modèle mathématique peuvent être optimisés. La qualité des résultats dépend du modèle, de la méthode de résolution utilisée ainsi que des moyens de calcul. En général, les méthodes de résolution envisagées sont basées sur des techniques itératives de recherche. Donc, à partir d'un état initial \mathbf{s}_0 , qui est associé temporairement à la meilleure solution trouvée, on génère, d'une manière déterministe ou aléatoire, une suite finie d'états voisins \mathbf{s}_i , $i = 1 \dots k$, pour converger vers une approximation \mathbf{s}^* de la solution optimale \mathbf{s}^{best} .

Les techniques de résolution *stochastiques* sont bien adaptées aux problèmes d'optimisation dont la fonction coût a plusieurs minima locaux. Ces méthodes se basent sur une recherche aléatoire uniformément distribuée dans l'espace Ω . De ce fait, elles peuvent éviter les pièges des minima locaux et assurer une meilleure approximation de la solution globale \mathbf{s}^{best} recherchée. Les techniques stochastiques ne font appel qu'à l'évaluation de la fonction objectif et à la vérification des contraintes imposées. Ceci rend leur mise en œuvre plus facile et évite des développements mathématiques coûteux [Haddad 2008].

Dans cette annexe, nous introduisons quelques méthodes stochastiques d'optimisation, à savoir : les méthodes de descente, le recuit simulé, la recherche tabou et les algorithmes génétiques.

A.2 Méthodes de descente pure (Hill Climbing)

Ces techniques sont assez anciennes et doivent leur succès à leur rapidité et leur simplicité. À chaque pas de calcul, cette méthode progresse vers une solution voisine de la meilleure qualité. Ce cycle va être répété jusqu'à ce que les conditions d'arrêt soient atteintes (nombre maximum d'itérations par exemple). Il existe différents types de descente selon la stratégie de génération de la solution de départ et le parcours du voisinage : la descente déterministe, la descente stochastique et la descente vers le premier meilleur.

Algorithm 1 Méthode de descente générique

Générer aléatoirement une solution initiale \mathbf{s}_0 dans Ω ;

$\mathbf{s}^* = \mathbf{s}_0$; et $J^* = J(\mathbf{s}_0)$;

while (conditions d'arrêt ne sont pas atteintes) **do**

 Générer une solution aléatoire \mathbf{s} dans Ω ;

 Évaluer $J(\mathbf{s})$;

if $J(\mathbf{s}) < J^*$ **then**

$\mathbf{s}^* = \mathbf{s}$; et $J^* = J(\mathbf{s})$;

end if

end while

return $\mathbf{s}^{best} = \mathbf{s}^*$ et $J^{best} = J^*$;

Si le nombre d'itérations est infini, ce processus convergera vers l'optimum global du problème. Cela nécessite un temps de calcul infini. Toutefois, pour des raisons pratiques d'implémentation, le processus est arrêté après un nombre d'itération N^{max} jugé suffisant pour obtenir une bonne approximation de la solution optimale recherchée [Haddad 2008].

Afin d'éviter que la génération des solutions ne soit complètement aléatoire, de nombreuses extensions essaient de *guider* la recherche. Ceci permet de réduire l'effort de calcul et d'accélérer la convergence. L'idée de base consiste à concentrer la recherche dans un *voisinage* de la meilleure solution \mathbf{s}_i obtenue à l'itération i . Ceci a pour but d'augmenter les chances d'amélioration de la solution et donc d'accélérer les calculs. Cette idée de voisinage est exploitée dans plusieurs techniques comme la méthode de Monte Carlo avec réduction de l'intervalle de recherche ou le recuit simulé ou encore la recherche Tabou.

A.3 Méthode du recuit simulé

Les méthodes de descente pure n'acceptent que les diminutions de la fonction coût. Dans certains cas, elles peuvent se coincer dans un minimum local sans pouvoir s'échapper pour chercher l'optimum global. Pour remédier à ce problème, l'idée du recuit simulé consiste à permettre sous certaines conditions des augmentations de la fonction coût. La technique du recuit simulé [Kirkpatrick 1983] trouve ses origines dans les méthodes de simulation de Metropolis en mécanique statistique. Elle est basée sur un mécanisme naturel, appelé le *recuit* en thermodynamique, pour explorer l'espace des solutions d'une manière aléatoire mais dirigée de façon à faire converger le processus vers la solution optimale.

Recuit en métallurgie

L'analogie historique s'inspire du recuit des métaux en métallurgie : un métal refroidi trop vite présente de nombreux défauts microscopiques, c'est l'équivalent d'un optimum local pour un problème d'optimisation combinatoire. Par contre, le refroidissement lent conduit à un état solide de basse énergie qui se manifeste par l'obtention d'une structure régulière. Lors du refroidissement, les atomes de la matière s'organisent entre eux de manière à ce que les configurations de plus faible niveau d'énergie (les plus stable) soient privilégiées. Tant que le niveau d'énergie totale du matériau (sa chaleur) reste élevé, les atomes peuvent trouver l'énergie pour changer de configuration. Ce passage se fait selon la loi de *Boltzmann* qui stipule qu'à la température T , la probabilité p de passage d'un groupe d'atomes se trouvant à un niveau d'énergie E_1 à un niveau d'énergie supérieur E_2 est donnée par :

$$p = \exp\left(\frac{-\Delta E}{KT}\right) \quad (\text{A.1})$$

Avec K représente la constante de *Boltzmann* et l'écart $\Delta E = E_2 - E_1$.

Au fur et à mesure que la température baisse, les atomes auront une ressource d'énergie plus faible pour passer à des configurations plus instables.

Algorithme du recuit simulé

La méthode du recuit simulé, appliquée aux problèmes d'optimisation, considère une solution initiale \mathbf{s}^* et génère dans son voisinage $V(\mathbf{s}^*)$ une autre solution de façon aléatoire. Rappelons que l'originalité de cette technique réside dans le fait qu'il est possible de se diriger vers une solution voisine moins bonne avec une probabilité non nulle. Ceci permet d'échapper aux optima locaux. Au début de l'algorithme, un paramètre T_0 , température initiale, est déterminé et décroît tout au long de l'algorithme pour tendre vers 0. La probabilité d'acceptation des solutions moins bonnes dépend de la valeur de T (plus la température T est élevée, plus cette probabilité sera forte). L'algorithme du recuit simulé se présente comme suit :

Algorithm 2 Méthode générique de recuit simulé

Générer aléatoirement une solution initiale \mathbf{s}_0 dans Ω ;

$\mathbf{s}^* = \mathbf{s}_0$; et $J^* = J(\mathbf{s}_0)$;

Calculer T_0 ; {température initiale}

$T = T_0$;

while (conditions d'arrêt ne sont pas atteintes) **do**

$k = 0$;

while $k < N_p$ (nombre d'itérations par palier) **do**

 Générer une solution aléatoire \mathbf{s} dans $V(\mathbf{s}^*) \in \Omega$;

 Évaluer $J(\mathbf{s})$;

$\Delta J = J(\mathbf{s}) - J(\mathbf{s}^*)$;

if $(\exp(\frac{-\Delta J}{T}) > \text{Random}(1))$ **then**

$\mathbf{s}^* = \mathbf{s}$; et $J^* = J(\mathbf{s})$;

end if

$k = k + 1$;

end while

 réduire la température T ;

end while

return $\mathbf{x}^{best} = \mathbf{x}^*$ et $J^{best} = J^*$;

L'algorithme 2 accepte toujours le passage d'une solution actuelle s_i à une solution s_{i+1} générée aléatoirement au voisinage de s_i et diminuant la fonction coût J , alors que

les augmentations sont acceptées avec une probabilité exprimée par :

$$p = \exp\left(-\frac{\Delta J}{T}\right) ; \Delta J = J(s_{i+1}) - J(s_i) \quad (\text{A.2})$$

La performance du recuit simulé dépend, entre autres, de la règle de refroidissement (c'est à dire la décroissance du paramètre T) que l'on utilise. Une forte décroissance de température risque de piéger l'algorithme dans un optimum local, alors qu'une faible décroissance au début du processus entraîne une convergence très lente de l'algorithme. Un compromis pour adapter la décroissance la plus appropriée consiste à utiliser une variation logarithmique $T = \frac{T_0}{\ln K}$ (*Boltzmann annealing*), géométrique $T = \frac{T_0}{K}$ (*Cauchy annealing*) ou un refroidissement exponentiel $T = T_0 \exp(-K \frac{1}{D})$ avec K est le rapport de réduction de la température, et D représente la dimension du problème [Ingber 1989].

Le choix de la température initiale conditionne, en partie, le déroulement optimal de la recherche. Une température de départ trop faible interdit l'entrée de certaines remontées énergétiques qui permettraient de sortir d'un minimum local. Par contre, une température initiale trop élevée pénalise le temps de convergence en acceptant trop de solutions sans garantir la décroissance énergétique de la fonction coût. Dans la pratique, l'évaluation de la température initiale T_0 consiste à effectuer un certain nombre de tirages aléatoires pour calculer la valeur médiane J_m des augmentations de la fonction coût J . Ce qui permet de calculer la température initiale qui favorise une probabilité d'acceptation égale à 50% [Haddad 2008]. Soit :

$$T_0 = -\frac{J_m}{\ln 0.5} \approx 1.44 J_m \quad (\text{A.3})$$

Pour le changement de palier de température, on peut simplement spécifier un nombre maximum au delà duquel la température est abaissée. Ce nombre ne dépend que de la taille du problème à traiter. Pour le critère d'arrêt, on suppose que la convergence est atteinte lorsque la solution reste identique pendant un nombre d'itérations suffisamment élevé ou bien lorsque la température est devenue inférieure à une fraction donnée de la température initiale, par exemple $T < 10^{-6} T_0$. Le Recuit Simulé possède la propriété de convergence stochastique vers l'optimum global sous condition de décroissance infiniment longue, avec des pas suffisamment fins de la température. En pratique, on cherche un compromis entre ces deux paramètres pour se rapprocher des conditions de convergence théorique, en choisissant des pas de décroissance faibles et des paliers isothermes suffisamment longs [Haddad 2008].

TABLE A.1 – Paramètres de l'algorithme du recuit simulé.

Paramètres	main Barrett	main SAH
nombre maximum d'états acceptés	120	120
nombre maximum d'états générés	1000	500
nombre maximum d'états invalides générés	500	200
Température Initiale	150	80

Les paramètres de l'algorithme du recuit simulé utilisé dans le chapitre 5 sont regroupés dans le tableau A.1. L'optimisation des prises générées dans le chapitre 5 est effectuée en utilisant l'algorithme du recuit simulé ASA (*Adaptive Simulated Annealing*) développé par Ingber [Ingber 1989].

A.4 Recherche Tabou

La recherche Tabou introduite par Glover [Glover 1986] a montré ses performances sur de nombreux problèmes d'optimisation. Cette technique n'a aucun caractère stochastique et elle utilise la notion de mémoire pour éviter les optima locaux. Elle consiste à se déplacer d'une solution s à une autre s^* , qui se trouve au voisinage de s , tout en évitant de revenir à une solution déjà rencontrée. Afin de choisir le meilleur voisin de s , cette technique évalue la fonction coût J en un nombre fini de points s_i dans $V(s)$, et retient le meilleur voisin qui améliore la valeur de la fonction coût, ou au pire celui qui la dégrade le moins. Ce qui permet à cette technique de sortir d'un minimum local. Pour éviter le risque de revenir vers une solution déjà visitée, l'algorithme 3 conserve la trace des dernières meilleures solutions dans une liste de longueur L donnée, appelé la *liste tabou*. Une nouvelle solution n'est acceptée que si elle n'appartient pas à cette liste. Ce qui permet de diriger l'exploration de la méthode vers des régions de l'espace des solutions Ω non encore visitées.

La liste tabou est gérée comme une liste *circulaire* : à chaque itération la mauvaise solution est remplacée par la nouvelle retenue. Mais le codage d'une telle liste est encombrant car il faudrait garder en mémoire tous les éléments qui définissent une solution. Pour cela, la liste tabou des solutions interdites est remplacée par une liste de "*transformations interdites*", en interdisant la transformation inverse d'une transformation déjà réalisée.

Algorithm 3 Méthode générique de Tabou

Générer aléatoirement une solution initiale s_0 dans Ω ;

$s^* = s_0$; et $J^* = J(s_0)$;

$Tabou = Vide$; {lise Tabou de longueur L }

while (conditions d'arrêt ne sont pas atteintes) **do**

 Générer N solutions s_i dans $V(s^*) \in \Omega / s_i \in Tabou$;

 Calculer $s / J(s) = \min\{J(s_i), i = 1 \dots N\}$;

 Ajouter s à la liste $Tabou$;

if $J(s) < J(s^*)$ **then**

$s^* = s$ et $J^* = J(s)$;

end if

end while

return $x^{best} = x^*$; et $J^{best} = J^*$;

A.5 Algorithmes génétiques

Ces techniques appartiennent à la classe des méthodes d'optimisation à population de solutions. Les algorithmes génétiques sont des techniques d'optimisations fondées sur les mécanismes de la sélection naturelle et de la génétique. Leur principe de fonctionnement est le suivant : on part avec une population de solutions potentielles (*chromosomes*) initiales arbitrairement choisie. On évalue leurs performances (*fitness*) relatives sur la base desquelles on crée une nouvelle population de solutions potentielles en utilisant des opérateurs d'évolution simples : la sélection, le croisement et la mutation. On recommence ce cycle jusqu'à ce que l'on trouve une solution satisfaisante. Ces algorithmes se distinguent des autres méthodes stochastiques par les deux principaux points suivants : (i) ils utilisent un codage des paramètres (solutions) et non pas les paramètres eux même et (ii) ils travaillent sur une population de points, au lieu d'un point unique.

A.6 Conclusion

Les techniques d'optimisation stochastiques sont des heuristiques établies permettant d'approcher des solutions à des problèmes complexes pour lesquels les techniques déterministes ne sont pas applicables ou moins efficaces. Ces techniques n'assurent pas une

solution exacte du problème mais présentent l'avantage d'éviter les optimums locaux en faisant une exploration plus globale dans l'espace des solutions. Elles aboutissent souvent à une très bonne approximation de l'optimum global.

Leur principe consiste à faire des tirages aléatoires uniformément repartis dans le domaine de recherche jusqu'à l'obtention d'une solution satisfaisante. Ce principe favorise un traitement général des problèmes d'optimisation indépendamment de la nature de la physique de ces problèmes. Cependant, l'efficacité de ces techniques dépend de certaines caractéristiques du problème et nécessite l'adaptation de ces paramètres notamment en fonction de la dimension du problème.

Bibliographie

- [Angeles 2003] J. Angeles. Fundamentals of robotic mechanical systems : theory, methods, and algorithms. Second Edition, Springer, 2003. [98](#)
- [Barber 1996] C. B. Barber, D.P. Dobkin et H.T. Huhdanpaa. *The Quickhull Algorithm for Convex Hulls*. ACM Transactions on Mathematical Software, vol. 22, no. 4, pages 469–483, 1996. [67](#), [94](#), [103](#)
- [Bekey 1993] G.A. Bekey, H. Liu, R. Tomovic et W.J. Karplus. *Knowledge-based control of grasping in robot hands using heuristics from human motor skills*. IEEE Transaction Robotics and Automation, vol. 9, no. 6, pages 709–722, 1993. [44](#)
- [Bicchi 1999] A. Bicchi. *On the closure properties of robotic grasping*. International Journal of Robotics Research, vol. 14, no. 4, page 319–344, 1999. [13](#), [27](#)
- [Boivin 2004] E. Boivin, I. Sharf et M. Doyon. *Optimum grasp of planar and revolute objects with gripper geometry constraints*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 326–332. IEEE/ICRA, 2004. [39](#)
- [Bone 2001] G.M. Bone et Y. Du. *Multi-metric comparison of optimal 2D grasp planning algorithms*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 3061–3066. IEEE/ICRA, 2001. [39](#)
- [Borst 1999] Ch. Borst, M. Fischer et G. Hirzinger. *A fast and robust grasp planner for arbitrary 3D objects*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 1890–1896. IEEE/ICRA, 1999. [42](#)
- [Borst 2002] Ch. Borst, M. Fischer et G. Hirzinger. *Calculating hand configurations for precision and pinch grasps*. In Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 1553–1559. IEEE/IROS, 2002. [97](#)
- [Borst 2003] Ch. Borst, M. Fischer et G. Hirzinger. *Grasping the dice by dicing the grasp*. In Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 3692–3697. IEEE/IROS, 2003. [36](#)
- [Borst 2004] Ch. Borst, M. Fischer et G. Hirzinger. *Grasp planning : How to choose a suitable task wrench space*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 319–325. IEEE/ICRA, 2004. [36](#), [39](#)

- [Bounab 2007a] B. Bounab, D. Sidobre et A. Zaatri. *An efficient algorithm for computing n -finger force-closure grasps for planar objects*. IREME Int. Review of Mechanical Engineering, vol. 20, no. 5, pages 805–816, 2007. 6, 48, 49, 60
- [Bounab 2007b] B. Bounab, D. Sidobre et A. Zaatri. *On computing multi-finger force-closure grasps of 2D objects*. In Proceedings of International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics., pages 253–258. ICINCO-RA, 2007. 6, 49
- [Bounab 2008] B. Bounab, D. Sidobre et A. Zaatri. *Central axis approach for computing n -finger force-closure grasps*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 1169–1174. IEEE/ICRA, 2008. 6, 83
- [Bounab 2010a] B. Bounab, A. Labed et D. Sidobre. *Stochastic optimization-based approach for multifingered grasps synthesis*. Robotica, vol. 28, no. 7, pages 1021–1032, DOI : 10.1017/S0263574709990889, 2010. 6, 90, 107, 127
- [Bounab 2010b] B. Bounab, D. Sidobre et A. Zaatri. *Performances of the central-axis approach in grasp analysis*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 1273–1278. IEEE/ICRA, 2010. 6, 85, 86, 90, 93, 103
- [Bowers 2003] D. Bowers et R. Lumia. *Manipulation of unmodeled objects using intelligent grasping schemes*. IEEE Transaction on Fuzzy Systems, vol. 11, no. 3, pages 320–329, 2003. 44
- [Buss 1996] M. Buss, H. Hashimoto et J.B. Moore. *Dextrous hand grasping force optimization*. IEEE Transaction Robotics and Automation, vol. 12, no. 3, pages 406–418, 1996. 9, 28, 29
- [Butterfass 1998] J. Butterfass, G. Hirzinger, S. Knoch et H. Liu. *DLR's multisensory articulated hand, part I : Hard- and software architecture*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 2081–2086. IEEE/ICRA, 1998. 98
- [Chen 1993a] I-M. Chen et J. W. Burdick. *A qualitative test for N -finger force-closure grasps on planar objects with applications to manipulation and finger gaits*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 814–820. IEEE/ICRA, 1993. 21, 26, 63

- [Chen 1993b] I.M. Chen et J.W. Burdick. *Finding antipodal point grasps on irregularly shaped objects*. IEEE Transaction Robotics and Automation, vol. 9, no. 4, pages 507–512, 1993. 41
- [Chettibi 2006] T. Chettibi. *Generation of optimal reference trajectories for robotized systems*. PhD thesis, Laboratoire Mécanique des Structures, École Militaire Polytechnique, Algérie, 2006. 125
- [Chinellato 2003] E. Chinellato, R.B. Fisher, A. Morales et A.P. del Pobil. *Ranking planar grasp configurations for a three-finger hand*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 1133–1138. IEEE/ICRA, 2003. 39
- [Chinellato 2005] E. Chinellato, A. Morales, R.B. Fisher et A.P. del Pobil. *Visual quality measures for characterizing planar robot grasps*. Trans. Systems, Man and Cybernetics, Part C : Applications and Reviews, vol. 35, no. 1, pages 30–41, 2005. 33, 34, 39
- [Chiu 1988] S.L. Chiu. *Task compatibility of manipulator postures*. International Journal of Robotics Research, vol. 7, no. 5, pages 13–21, 1988. 39
- [Ciocarlie 2007a] M. Ciocarlie, C. Goldfeder et P. Allen. *Dimensionality reduction for hand-independent dexterous robotic grasping*. In Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE/IROS, 2007. 103, 124
- [Ciocarlie 2007b] M. Ciocarlie, C. Lackner et P. Allen. *Soft finger model with adaptive contact geometry for grasping and manipulation tasks*. In IEEE Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems, 2007. 103
- [Cornellà 2003] J. Cornellà et R. Suárez. *On 2D 4-finger frictionless optimal grasps*. In Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 3680–3685. IEEE/IROS, 2003. 36
- [Cornellà 2005a] J. Cornellà et R. Suárez. *Determining independent grasp regions on 2D discrete objects*. In Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 2936–2941. IEEE/IROS, 2005. 40
- [Cornellà 2005b] J. Cornellà et R. Suárez. *Fast and flexible determination of force-closure independent regions to grasp polygonal objects*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 778–783. IEEE/ICRA, 2005. 40

- [Cornellà 2005c] J. Cornellà et R. Suárez. *On computing form-closure grasps/fixtures for non-polygonal objects*. In IEEE Int. Symp. Assembly and Task Planning, pages 138–143. IEEE/ISATP, 2005. 40
- [Cornellà 2008] J. Cornellà, R. Suárez, R. Carloni et C. Melchiorri. *Dual programming based approach for optimal grasping force distribution*. Mechatronics-Elsevier, vol. 18, pages 348–356, 2008. 91
- [Cutkosky 1989] M.R. Cutkosky. *On grasp choice, grasp models, and the design of hands for manufacturing tasks*. IEEE Transaction Robotics and Automation, vol. 5, no. 3, pages 269–279, 1989. 44
- [Ding 2000a] D. Ding, Y. Liu, Y.T. Shen et G.L. Xiang. *An efficient algorithm for computing a 3D form-closure grasp*. In Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 1223–1228. IEEE/IROS, 2000. 41
- [Ding 2000b] D. Ding, Y. Liu et S. Wang. *Computing 3-D optimal form-closure grasps*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 3573–3578. IEEE/ICRA, 2000. 41
- [Ding 2001a] D. Ding, Y.H. Liu et M.Y. Wang. *On computing immobilizing grasps of 3-D curved objects*. In Proceedings of International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation, pages 11–16, 2001. 43
- [Ding 2001b] D. Ding, Y.H. Liu, J. Zhang et A. Knoll. *Computation of fingertip positions for a form-closure grasp*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, page 2217–2222. IEEE/ICRA, 2001. 33, 41, 63
- [Ferrari 1992] C. Ferrari et J. Canny. *Planning optimal grasps*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, page 2290–2295. IEEE/ICRA, 1992. 11, 35, 64, 88, 93
- [Fischer 1997] M. Fischer et G. Hirzinger. *Fast planning of precision grasps for 3D objects*. In Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 120–126. IEEE/IROS, 1997. ix, 41, 42
- [Garzón 2006] M. A. Roa Garzón et R. S. Feijoo. *Grasp synthesis for 3D objects*. Research Report, vol. IOC-DT-P-2006-23, 2006. 17, 44
- [Glover 1986] F. Glover. *Future paths for integer programming and links to artificial intelligence*. Computers and Operations Research, vol. 13, pages 533–549, 1986. 134

- [Goldfeder 2007] C. Goldfeder, P. K. Allen, C. Lackner et R. Pelosof. *Grasp planning via decomposition trees*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 4679–4684. IEEE/ICRA, 2007. [44](#), [98](#), [103](#), [104](#), [115](#), [117](#)
- [Gra 2009] Graspit! user manual. Computer Science Department, Columbia University, 2009. [102](#)
- [Haddad 2008] M. Haddad. *Exploitation optimale des plateformes mobiles et des manipulateurs mobiles à roues. Extension de l’approche des profils aléatoires de trajectoire*. PhD thesis, Laboratoire Mécanique des Structures, École Militaire Polytechnique, Algérie, 2008. [125](#), [129](#), [130](#), [133](#)
- [Han 2000] L. Han, J.C. Trinkle et Z.X. Li. *Grasp Analysis as Linear Matrix Inequality Problems*. IEEE Transaction Robotics and Automation, vol. 16, no. 6, pages 663–674, 2000. [28](#), [29](#)
- [Hester 1999] R.D. Hester, M. Cetin, C. Kapoor et D. Tesar. *A criteria-based approach to grasp synthesis*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 1255–1260. IEEE/ICRA, 1999. [39](#), [44](#)
- [Howe 1988] R.D. Howe, I. Kao et M.R. Cutkosky. *The sliding of robot fingers under combined torsion and shear loading*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 103–105. IEEE/ICRA, 1988. [9](#)
- [Iberall 1988] T. Iberall, J. Jackson, L. Labbe et R. Zampano. *Knowledge-based prehension : Capturing human dexterity*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 82–87. IEEE/ICRA, 1988. [44](#)
- [Iberall 1997] T. Iberall. *Human prehension and dexterous robot hands*. International Journal of Robotics Research, vol. 16, no. 3, pages 285–299, 1997. [44](#)
- [Ingber 1989] L. Ingber. *Very fast simulated re-annealing*. J. Mathl. Comput. Modelling, vol. 12, no. 8, pages 967–973, 1989. [113](#), [133](#), [134](#)
- [Kim 2001] B. Kim, S. Oh, B. Yi et I.H. Suh. *Optimal grasping based on non-dimensionalized performance indices*. In Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 949–956. IEEE/IROS, 2001. [32](#), [34](#)
- [Kim 2004] B. Kim, B. Yi, S. Oh et I.H. Sung. *Non-dimensionalized performance indices based optimal grasping for multi-fingered hands*. Mechatronics, vol. 14, no. 3, pages 255–280, 2004. [39](#)

- [Kirkpatrick 1983] S. Kirkpatrick, C. Gelett et M. Vecchi. *Optimization by simulated annealing science*. pages 621–680, 1983. [68](#), [112](#), [131](#)
- [Kirkpatrick 1989] D. Kirkpatrick, S.R. Kosaraju, B. Mishra et C-K. Yap. *Quantitative Steinitz's theorem with applications to multifingered grasping*. In Robotics Report 210. Courant Institute of Mathematical Sciences, New York University, New York, 1989. [35](#), [88](#)
- [Kirkpatrick 1990] D.G. Kirkpatrick, B. Mishra et C. K. Yap. *Quantitative Steinitz's theorems with applications to multifingered grasping*. In 20th ACM Symposium on Theory of Computing, pages 341–351, 1990. [26](#), [64](#), [66](#), [93](#), [103](#), [105](#), [106](#)
- [Klein 1987] C.A. Klein et B.E. Blaho. *Dexterity measures for the design and control of kinematically redundant manipulator*. International Journal of Robotics Research, vol. 6, no. 2, pages 72–83, 1987. [37](#)
- [Kragic 2001] D. Kragic, A. T. Miller et P. K. Allen. *Real-time tracking meets online grasp planning*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 2460–2465. IEEE/ICRA, 2001. [102](#)
- [Lakshminarayana 1978] K. Lakshminarayana. *Mechanics of form closure*. ASME, Tech. Rep., vol. 78-DET-32, 1978. [16](#), [51](#)
- [Leoni 1998] F. Leoni, M. Guerrini, C. Laschi, D. Taddeucci, P. Dario et A. Starita. *Implementing robotic grasping tasks using a biological approach*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 2274–2280. IEEE/ICRA, 1998. [44](#)
- [Li 1987] Z. Li et S. Sastry. *Task-oriented optimal grasping by multifingered robotic hands*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 389–394. IEEE/ICRA, 1987. [31](#), [32](#), [36](#)
- [Li 1988] Z. Li et S. Sastry. *Task-oriented optimal grasping by multifingered robotic hands*. IEEE Transaction Robotics and Automation, vol. 4, no. 1, pages 32–44, 1988. [32](#)
- [Li 2003a] Jia-Wei Li, Ming-He Jin et Hong Liu. *A New Algorithm for Three-finger Force-closure Grasp of Polygonal Objects*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 1800–1804. IEEE/ICRA, 2003. [24](#), [25](#), [26](#), [29](#), [63](#)

- [Li 2003b] Jia-Wei Li, Hong Liu et He-Gao Cai. *On computing three-finger force-closure grasps of 2D and 3D objects*. IEEE Transaction Robotics and Automation, vol. 19, no. 1, pages 155–161, 2003. 29, 30
- [Lide 1995] David R. Lide. Crc handbook of chemistry and physics. Springer, 1995. 8
- [Liegeois 1977] A. Liegeois. *Automatic supervisory control for the configuration and behavior of multibody mechanisms*. IEEE Robotics and Automation Magazine, vol. 7, no. 12, pages 842–868, 1977. 38
- [Liu 1998] Yun-Hui Liu. *Computing n-finger force-closure grasps on polygonal objects*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 2734–2739. IEEE/ICRA, 1998. 22, 40
- [Liu 1999a] Y.H. Liu, D. Ding et S. Wang. *Constructing 3D frictional form-closure grasps of polyhedral objects*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 1904–1909. IEEE/ICRA, 1999. 41
- [Liu 1999b] Yun-Hui Liu. *Qualitative Test and Force Optimization of 3-D Frictional Form-Closure Grasps Using Linear Programming*. IEEE Transaction Robotics and Automation, vol. 15, no. 1, pages 163–173, 1999. 22, 26, 27, 28, 29, 30, 41, 43, 63, 64, 76, 82, 88, 90, 95, 105, 106, 125
- [Liu 2004] Y.H. Liu, M.L. Lam et D. Ding. *A complete and efficient algorithm for searching 3D form closure grasps in the discrete domain*. IEEE Transaction Robotics and Automation, vol. 20, no. 5, pages 805–816, 2004. 43
- [Liu 2005] Y. Liu, G. Starr, J. Wood et R. Lumia. *Spatial grasp synthesis for complex objects using model-based simulation*. Industrial Robot, vol. 32, no. 1, pages 709–722, 2005. 44
- [Lopez-Damian 2005] E. Lopez-Damian, D. Sidobre et R. Alami. *A grasp planner based on inertial properties*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 754–759. IEEE/ICRA, 2005. 30
- [Markenscoff 1999] X. Markenscoff, L. Ni et C. H. Papadimitnou. *The geometry of grasping*. International Journal of Robotics Research, vol. 9, no. 1, pages 61–74, 1999. 17
- [Mason 1998] Matthew T. Mason. Mechanics of robotic manipulation. The MIT Press, 1998. 22, 23, 24, 55, 63

- [Miller 1999] A. T. Miller et P.K. Allen. *Examples of 3D grasp quality computations*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 1240–1246. IEEE/ICRA, 1999. 39
- [Miller 2001] A. T. Miller. *GraspIt! : A versatile simulator for robotic grasping*. PhD thesis, Columbia University, 2001. 92, 97, 98, 100, 103
- [Miller 2003a] A. T. Miller et H. I. Christensen. *Implementation of multi-rigid-body dynamics within a robotic grasping simulator*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 2262–2268. IEEE/ICRA, 2003. 102
- [Miller 2003b] A. T. Miller, S. Knoop, H.I. Christensen et P.K. Allen. *Automatic grasp planning using shape primitives*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 1824–1829. IEEE/ICRA, 2003. 44, 98, 102, 103, 106, 107, 110, 117
- [Miller 2004] A. T. Miller et P.K. Allen. *GraspIt! a versatile simulator for robotic grasping*. IEEE Robotics and Automation Magazine, vol. 11, no. 4, pages 110–122, 2004. 36, 64, 73, 89, 100
- [Mirtich 1994] B. Mirtich et J. Canny. *Easily computable optimum grasps in 2D and 3D*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 739–747. IEEE/ICRA, 1994. 33, 40
- [Mishra 1987] B. Mishra, J. T. Schwartz et M. Sharir. *On the existence and synthesis of multifinger positive grips*. Algorithmica, vol. 2, no. 4, pages 541–558, 1987. 14, 17, 26
- [Morales 2002] A. Morales, P.J. Sanz, A.P. del Pobil et A.H. Fagg. *An experiment in constraining vision-based finger contact selection with gripper geometry*. In Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 1693–1698. IEEE/IROS, 2002. 39
- [Murray 1994] R. Murray, Z. Li et S. Sastry. *A mathematical introduction to robotic manipulation*. CRC press, 1994. 8, 9, 37, 48
- [Nguyen 1986] V-D. Nguyen. *The synthesis of stable force-closure grasps*. Master’s thesis, MIT, AI Lab., Cambridge, MA, 1986. 26

- [Nguyen 1987] V.D. Nguyen. *Constructing force-closure grasps in 3D*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 240–245. IEEE/ICRA, 1987. 40
- [Nguyen 1988] V.D. Nguyen. *Constructing force-closure grasps*. International Journal of Robotics Research, vol. 7, no. 3, page 3–16, 1988. 18, 19, 21, 34, 40, 53, 63
- [Niparnan 2007] N. Niparnan et A. Sudsang. *Positive span of force and torque components of four-fingered three-dimensional force-closure grasps*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 4701–4706. IEEE/ICRA, 2007. 30
- [Niparnan 2008] N. Niparnan, A. Sudsang et P. Chongstitvatana. *Positive span of force and torque components in three-dimensional four-finger force-closure grasps*. Advanced Robotics, vol. 22, no. 13-14, pages 1497–1520, 2008. 85
- [Okamura 2000] A.M. Okamura, N. Smaby et M.R. Cutkosky. *An overview of dexterous manipulation*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, page 255–262. IEEE/ICRA, 2000. 13
- [Park 1992] Y.C. Park et G.P. Starr. *Grasp synthesis of polygonal objects using a three-fingered robotic hand*. International Journal of Robotics Research, vol. 11, no. 3, pages 163–184, 1992. 33
- [Pollard 1996] N.S. Pollard. *Synthesizing grasps from generalized prototypes*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 2124–2130. IEEE/ICRA, 1996. 36
- [Pollard 2004] N.S. Pollard. *Closure and quality equivalence for efficient synthesis of grasps from examples*. International Journal of Robotics Research, vol. 23, no. 6, pages 595–614, 2004. 44
- [Ponce 1993] J. Ponce, S. Sullivan, J.D. Boissonat et J.P. Merlet. *On characterizing and computing three- and four-finger force-closure grasps for polyhedral objects*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 821–827. IEEE/ICRA, 1993. 40, 42
- [Ponce 1995] J. Ponce et B. Faverjon. *On computing three finger force-closure grasp of polygonal object*. IEEE Transaction Robotics and Automation, vol. 11, no. 6, pages 138–146, 1995. 21, 34, 57, 63, 71, 84, 85

- [Ponce 1997] J. Ponce, S. Sullivan, A. Sudsang, J.D. Boissonat et J.P. Merlet. *On computing four-finger equilibrium and force-closure grasps of polyhedral objects*. International Journal of Robotics Research, vol. 16, no. 1, pages 11–35, 1997. 33, 40, 41
- [Reulaux 1876] F. Reulaux. *The Kinematics of Machinery*. New York MacMillan, vol. 7, no. 3, 1876. 14, 16, 51
- [Rosales 2008] C. Rosales, J. M. Porta, R. Suarez et L. Ros. *Finding all valid hand configurations for a given precision grasp*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 1634–1640. IEEE/ICRA, 2008. 97, 99
- [Rosell 2005] J. Rosell, X. Sierra, L. Palomo et R. Suarez. *Finding grasping configuration of a dextrous hand and an industrial robot*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 1190–1195. IEEE/ICRA, 2005. 97
- [Salisbury 1982] J. K. Salisbury et B. Roth. *Kinematic and force analysis of articulated hands*. ASME J. Mech. , Transmissions, and Automat. in Design, vol. 10, no. 5, page 33–41, 1982. 14, 18
- [Saut 2010a] J-P. Saut, M. Gharbi1, J. Cort, D. Sidobre et T. Siméon. *Planning Pick-and-Place tasks with two-hand regrasping*. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE/RSJ, 2010. 6
- [Saut 2010b] Jean-Philippe Saut et Daniel Sidobre. *Efficient models for grasp planning with a multi-fingered hand*. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE/RSJ, 2010. 6
- [Saïdouni 2005] T. Saïdouni. *Synthèse numérique d'allures de marche optimales de robots bipèdes anthropomorphes*. PhD thesis, Laboratoire de Mécanique des Solides, Université de Poitiers, France, 2005. 125
- [Shimoga 1996] K.B. Shimoga. *Robot grasp synthesis algorithms : A survey*. International Journal of Robotics Research, vol. 15, no. 3, page 230–266, 1996. 12, 37, 38
- [Siciliano 2008] B. Siciliano et O. Khatib. Handbook of robotics. Springer, 2008. 3, 9, 86
- [Stewart 2000] D. Stewart et J. C. Trinkle. *An implicit time-stepping scheme for rigid body dynamics with coulomb friction*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 162–169. IEEE/ICRA, 2000. 101

- [Suárez 2006] R. Suárez, M. Roa et J. Cornellà. *Grasp quality measures*. In Report IOC-DT-P-2006-10. Institut d'Organització i control de Sistemes Industrials, Universitat Politècnica de Catalunya, 2006. 30, 33, 39
- [Sudsang 2005] A. Sudsang et T. Phoka. *Geometric reformulation of 3-fingered force-closure condition*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 2338–2343. IEEE/ICRA, 2005. 26, 30, 63
- [Trinkle 1992a] J. C. Trinkle. *On the stability and instantaneous velocity of grasped frictionless objects*. volume 8, pages 560–572, 1992. 26, 64
- [Trinkle 1992b] J. C. Trinkle. *A quantitative test for form closure grasps*. In Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 814–820. IEEE/IROS, 1992. 19, 20, 21, 26
- [Ulrich 1988] N. Ulrich, R. Paul et R. Bajcsy. *A medium-complexity compliant end effector*. In Proceedings of International Conference on Robotics and Automation, pages 434–439. IEEE/ICRA, 1988. 100
- [Xydas 1999] N. Xydas et I. Kao. *Modeling of contact mechanics and friction limit surfaces for soft fingers in robotics with experimental results*. International Journal of Robotics Research, vol. 18, no. 9, pages 941–950, 1999. 9
- [Yoshikawa 1985] T. Yoshikawa. *Manipulability of robotic mechanisms*. International Journal of Robotics Research, vol. 4, no. 2, pages 3–9, 1985. 37
- [Zheng 2005] Y. Zheng et W.-H. Qian. *Simplification of the ray-shooting based algorithm for 3D force-closure test*. IEEE Transaction Robotics and Automation, vol. 21, no. 3, pages 470–473, 2005. 28, 64, 65, 76, 88, 90, 105, 106
- [Zhu 2003] X. Zhu et J. Wang. *Synthesis of force-closure grasps on 3-D objects based on the Q distance*. IEEE Transaction Robotics and Automation, vol. 19, no. 4, pages 669–679, 2003. 43
- [Zhu 2004] X. Zhu, H. Ding et M. Y. Wang. *A numerical test for the closure properties of 3-D grasps*. IEEE Transaction Robotics and Automation, vol. 20, no. 3, pages 543–548, 2004. 64
- [Zhu 2006] X. Zhu et H. Ding. *Computation of force-closure grasps : an iterative algorithm*. IEEE Transaction Robotics and Automation, vol. 22, no. 1, pages 172–179, 2006. 66

Résumé : Cette thèse propose une nouvelle approche pour l’analyse des prises. En se basant sur la théorie de l’axe central du torseur des forces de contact, nous avons développé une nouvelle condition nécessaire et suffisante pour qu’une prise soit en fermeture de force (*force-closure*). Pour le cas des prises planes à n points de contact, nous avons proposé une nouvelle méthode géométrique pour le test de la force-closure. Cet algorithme graphique est basé sur des calculs géométriques simples qui permettent de réduire d’une manière significative le coût de calcul par rapport aux schémas linéaires. En outre, une nouvelle formulation linéaire est proposée pour le test et la caractérisation d’une prise à n points de contact. Cet algorithme présente l’avantage d’être très simple du point de vue implémentation et rapide du point de vue temps de calcul. Afin de valider l’approche proposée, nous l’avons comparée avec les algorithmes basés sur le calcul de l’enveloppe convexe des torseurs primitifs de contact. Des implémentations de cet algorithme sont effectuées dans le démonstrateur “Move3d” du LAAS ainsi que dans le simulateur “GraspIt”.

Nous abordons ensuite la synthèse de prises qui définissent une force-closure. En premier lieu, nous avons proposé la formulation du problème de recherche de la configuration des points de contact assurant un maximum de stabilité de l’objet comme étant un problème d’optimisation sous contraintes. En second lieu, pour les prises robotisées, nous avons présenté une approche pour la recherche des prises stables d’objets 3D. Le planificateur de prises proposé permet de générer des prises faisables sans passer par le calcul de la cinématique inverse de la main mécanique. Cette approche exploite, sans aucune transformation géométrique, les modèles CAO des objets à saisir pour minimiser le temps de recherche des prises. Ce planificateur de prises utilise un algorithme de résolution basé sur la techniques d’optimisation stochastique du recuit simulé. Cette méthode nous a permis de synthétiser des prises de bonne qualité d’objets complexes même dans des environnements encombrés d’obstacles. Pour illustrer l’efficacité de la démarche proposée, nous avons présenté des implémentations dans l’environnement de simulation “GraspIt”.

Mots clés : *Force-closure, axe central, analyse et synthèse de prises, main robotisée.*

Grasp Planning for Robotic Manipulation

Abstract : This thesis proposes a new approach for grasp analysis. Based on the theory of central axes of grasp wrench, we developed a new necessary and sufficient condition for n -finger grasps to achieve force-closure property. For n -finger planar grasps, we proposed a new graphical method for testing force-closure of arbitrary planar objects. The proposed geometric algorithm is very simple and requires low computational complexity. Thus, it can be used in real-time implementations and reduce significantly the computational cost compared to linear programming schemes. Further, based on friction-cone linearization, we formalized quantitative test of planar and spatial n -fingered force-closure grasps as a new linear programming problem. The proposed quantitative force-closure test offers a good metric of quality measurement without need to compute the convex hull of the primitive contact wrenches in \mathbb{R}^6 , which efficiently reduces the amount of computational time. Implementations were performed on “Move3D” and “GraspIt” simulation environments.

For grasp synthesis, we formulated the computation of fingertips locations problem as an optimization problem under constraints. Furthermore, we presented an approach for finding appropriate stable grasps for a robotic hand on arbitrary objects. We used simulated annealing technique to synthesize suboptimal grasps of 3D objects. Through numerical simulations on arbitrary shaped objects, we showed that the proposed approach is able to compute good grasps for multifingered hands within reasonable computational time. The proposed grasp planner was implemented on “GraspIt” simulator.

Keywords : *Force-closure, central axis, grasp analysis and synthesis, multifingered hands.*

تخطيط الإمساك للتطبيقات الآلية

ملخص: شكرًا على حسن المتابعة تعرض هذه الرسالة منهجية جديدة لتحليل طريقة مسك الاجسام و ذلك استنادًا إلى نظرية المحور المركزي لقوى الإمساك. فمنا يوضع شرط جديد «لأزم و كاف» للتحقق من خاصية الأحكام للقوى و هذا مهمًا كان عدد نقاط التلامس مع الجسم المراد إمساكه. فبالنسبة للإمساك المعرف في المستوي، اقترحنا طريقة جديدة للتحقق من الأحكام، حيث استنبطنا منها خوارزمية جديدة تعتمد على حسابات هندسية بسيطة، مما يقلل بشكل كبير من التكاليف الحاسوبية مقارنة بالأمشاط الخطية.

إضافة إلى ذلك، اقترحنا صيغة خطية جديدة يتم بموجبها التحقق من أحكام القوى على الأجسام في المستوي و الفضاء بإستعمال فرضية التبسيط الخطي لخروط الإحتكاك. يمكن لهذه الصيغة الخطية أن تُعطي تقييمًا كمياً لخاصية الأحكام دون حساب الغلاف المحدب. أُجريت التطبيقات لهذه الخوارزميات في برامج المحاكاة Move3D و GraspIt .

فما يتعلق بمجال التخطيط للإمساك، تم حساب إحداثيات نقاط التلامس مع الجسم عن طريق البحث عن الحل الأمثل. في الأخير، اقترحنا منهجية جديدة للبحث عن وضعية أصابع يد آلية تضمن الحد الأقصى من الإستقرار للجسم المراد إمساكه. إستعملنا التقنيات الرياضية للبحث العشوائي لإختيار الوضعية المثلى للإمساك. استنادًا للمحاكاة الرقمية، تم التأكد من فعالية المنهجية المقترحة في حل مسائل مختلفة و في العثور على نتائج جيدة بأقل تكاليف حاسوبية.

كلمات مفتاحية: أحكام قوى الإمساك، المحور المركزي، تحليل و تخطيط الإمساك، يد آلية.