



**HAL**  
open science

# Ondes élastiques en milieu périodique et réfraction négative

Juliette Pierre

► **To cite this version:**

Juliette Pierre. Ondes élastiques en milieu périodique et réfraction négative. Physique [physics]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2011. Français. NNT: . tel-00630231

**HAL Id: tel-00630231**

**<https://theses.hal.science/tel-00630231>**

Submitted on 7 Oct 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE PARIS VI

## THÈSE

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR de l'Université Pierre et Marie Curie**

Spécialité : **Physique du Solide**

préparée à l' **Institut des NanoSciences de Paris**

dans le cadre de l'École Doctorale **SMAER Ed391**

présentée et soutenue publiquement  
par

**Juliette PIERRE**

le 26 septembre 2011

Titre:

**Ondes élastiques en milieu périodique et réfraction négative**

Directeur de thèse: **Bernard Bonello**

### Jury

Mme. Claire Prada,	Rapporteur
M. Bahram Djafari-Rouhani,	Rapporteur
Mme. Agnès Maitre,	Examineur
M. Sébastien Guenneau,	Examineur
M. Bruno Morvan,	Examineur
M. Bernard Bonello,	Directeur de thèse

---

---

# Remerciements

Les remerciements, très certainement l'exercice le plus difficile. N'oublier personne alors que les gens à remercier sont si nombreux. Bon allez je me lance...

Pour commencer, je remercie mon directeur de thèse pour sa présence et de m'avoir permis de commencer cette merveilleuse épopée que furent ces trois dernières années. Merci également à Bernard Perrin, actuel directeur de l'Institut des NanoSciences de Paris, et Claudine Noguera, ex-directrice de l'institut, de m'avoir accueillie, mais aussi et surtout pour toutes les discussions que j'ai pu avoir avec eux, ainsi que pour tous leurs si précieux conseils.

Pour avoir examiné avec autant de rigueur mon manuscrit et pour toutes leurs remarques, je tiens à témoigner toute ma gratitude à l'ensemble des membres du jury.

Pour leur collaboration et leur aide au quotidien, merci à Laurent Belliard, Olga Boyko, Roger Gohier et Mélanie Escudier. Je tiens à dire tout particulièrement merci à Mathieu Rénier pour son aide et son soutien tout au long de la dernière année et notamment au moment de la phase ultime de rédaction.

Pour leur collaboration et leur aide qui m'ont été indispensables pendant ces trois ans, merci à tous les membres de l'ANR SUPREME et plus particulièrement un très grand merci à Anne-Christine Hladky-Hennion et Jérôme Vasseur de l'IEMN de Lille, Bruno Morvan de LOMC au Havre et Olivier Poncelet du LMP à Bordeaux.

Merci à tous ceux que j'ai rencontrés au cours des différents congrès et écoles auxquels j'ai pu participer.

Je tiens également à remercier toute l'équipe d'enseignement de physique de l'UFR biomédicale de l'Université Paris 5 René Descartes. Je vous remercie chaleureusement de m'avoir offert la possibilité d'enseigner et de m'avoir appris à le faire du mieux possible.

Et bien évidemment, merci aussi à tous les gens de l'INSP avec qui j'ai eu le plaisir et l'honneur d'interagir. En écrivant cela, j'ai bien entendu une forte pensée pour toute l'équipe «Acoustique, optique et thermique ultra-rapides dans les nano-systèmes».

Je dis un grand merci à ceux dont j'ai partagé le bureau : Daniel, Shuo, Abdelhak, Nicolas, Feng et Romain. Merci à vous, car vous avez su me supporter au quotidien et je ne sais que trop que cela n'est pas toujours chose aisée. Pour toutes les pauses et les chouettes moments passés à rire, merci aussi à Eric, Laurent, Ahmed et Diego.

---

Et parce que sans vous tout aurait été bien moins drôle, MERCI encore mille fois à Nicolas, Romain et Mathieu pour tous ces moments hors thèse, les pauses, les cafés, les thés, sans oublier toutes les bières et autres verres... mais aussi pour leur présence dans tous les moments beaucoup moins rigolos...

La fin de la thèse, c'est aussi la fin d'une longue période universitaire... alors merci à tous ces gens géniaux que j'ai eu la chance de rencontrer durant toutes ces années pré-thèse. Fany de m'avoir accompagnée en cours la première année. Elsa et Popo d'avoir rendu ma 2<sup>ème</sup> année et la suite si géniale. Sarah pour toutes les pistes de ski descendues ensemble, ainsi que pour toutes nos séances de Barav et Café Crème. Franky pour le chorizo et les becs Bunzen. Bacchus pour sa bonne humeur et sa joie de vivre. Neurone et Raph mon couple préféré. Pollux pour sa finesse et son élégance. Nissan d'avoir été aussi chiant. Samy pour ces moments improbables vécus en sa compagnie. Sophie, Guillaume, Chris, Lolo, Thierry, David pour tous ces supers moments passés en leur présence. À tous MERCI !

Merci aussi à ma petite Marie... je suis ta plus grande fan.

Et pour sa présence ces quinze dernières années, un merci infini à Maud.

Pour ces neuf dernières années, merci Jérôme, Manu, Adri, Philippe, Cédric... et bien d'autres, mais surtout MERCI À L'INÉVITABLE d'exister !

Pour finir, Merci à Alexis qui a su même dans les moments les plus difficiles être là ; Merci à ma mère, à Annie et à Arlette parce que sans vous, je n'en serais pas là aujourd'hui...

Et comme le malentendu est le meilleur ami de l'Homme merci à lui, car aujourd'hui je suis docteur... et si ça, ce n'est pas un malentendu !

# Résumé

La propagation des ondes élastiques dans les structures périodiques infinies est décrite par la théorie de Floquet-Bloch. Les contraintes expérimentales conduisant nécessairement à des cristaux phononiques de taille finie, des écarts à la théorie sont donc envisageables. Par ailleurs, le comportement expérimental des ondes élastiques au sein de ces milieux périodiques est mal décrit à ce jour, car déduit du signal transmis. Ainsi, un grand nombre de phénomènes, n'existant qu'au sein des cristaux, ne peuvent être mis en évidence.

La première partie de ce travail expérimental vise à mieux appréhender la dispersion des ondes élastiques se propageant au sein de cristaux phononiques bidimensionnels. Ces derniers sont composés d'inclusions d'air obtenues par photolithographie et attaque chimique de plaques minces de silicium. Un montage "ultrasons-laser", permettant la génération et la détection d'ondes élastiques en tout point de la surface de l'échantillon, a été mis au point. L'analyse des champs de déplacements de surface a permis la mise en évidence de la décomposition des vecteurs d'onde telle que prédite par la théorie de Floquet-Bloch. Une observation des modes à vitesse de groupe nulle en bord de gap a également été réalisée. Enfin, l'influence de la dissymétrie des inclusions sur l'ouverture de gap intra-bande a été étudiée.

La seconde partie de ce travail est consacrée à l'observation expérimentale de la réfraction négative d'ondes élastiques, de Lamb et de Rayleigh, par des cristaux phononiques à deux dimensions et à matrices solides (silicium et silice). Le lien entre la propagation des ondes au sein du cristal phononique et leur réfraction à l'interface avec le milieu homogène est établi.

# Abstract

The propagation of elastic waves in infinite periodic structures is described by the Bloch theory. Due to experimental constraints the phononic crystals are necessarily of finite size; some discrepancies between the theory and the experimental data are thus possible. Moreover, the behaviour of elastic waves within these periodic structures is badly described thus far, because it is deduced from the transmitted signal. Therefore, a large number of phenomena, existing only within crystals, cannot be brought to light.

The first part of this experimental work aims at better understanding the dispersion of elastic waves propagating within bi-dimensional phononic crystals. These phononic crystals consist of air inclusions engraved in a thin silicon plate by photolithography and chemical attack. A laser-ultrasonic setup is used both to generate and to detect surface elastic waves on all the surface of the sample. The analysis of the displacements field at the surface of the samples allows reveals the decomposition of wave vectors, as predicted by the Bloch theory. At the band gap edge, an observation of elastic modes with zero group velocity has also been achieved. Finally, the influence of the dissymmetry of the inclusions on the opening of intra-band gap has been studied.

The second part of this work is devoted to the negative refraction of Lamb and Rayleigh waves by two dimensional phononic crystals with a solid matrix (silicon and silica). The link between the propagation of elastic waves within the phononic crystal and the refraction at the interface with the homogeneous medium is established.

# Table des matières

Résumé . . . . .	v
Abstract . . . . .	vi
Table des matières . . . . .	vii
<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>1 Pré-requis théoriques et état de l'art</b>	<b>7</b>
<b>1.1 Ondes élastiques guidées</b>	<b>11</b>
1.1.1 Propagation d'ondes dans un solide homogène . . . . .	11
1.1.1.1 Quelques bases d'élasticité . . . . .	12
1.1.1.2 Equation de propagation . . . . .	14
1.1.2 Ondes élastiques guidées à l'interface air/solide . . . . .	17
1.1.2.1 Ondes guidées par une surface libre : onde de Rayleigh . . . . .	18
1.1.2.2 Ondes guidées par 2 surfaces libres : ondes de Lamb . . . . .	21
<b>1.2 Ondes élastiques en milieu périodique : les cristaux phononiques</b>	<b>27</b>
1.2.1 Cristaux phononiques . . . . .	27
1.2.2 Propriétés des structures cristallines . . . . .	29
1.2.2.1 Généralités . . . . .	29
1.2.2.2 Conséquence de la périodicité : Théorème de Bloch . . . . .	30
1.2.3 Principales propriétés des cristaux phononiques . . . . .	32
1.2.3.1 Ouverture de gap en fréquence . . . . .	32
1.2.3.2 Vers une localisation de l'énergie élastique . . . . .	35
1.2.3.3 Réfraction de Bragg et réfraction négative . . . . .	37
<b>1.3 Réfraction négative des ondes élastiques</b>	<b>39</b>
1.3.1 Etat de l'art général . . . . .	39
1.3.2 Généralités sur le passage de l'interface entre 2 milieux . . . . .	42
1.3.2.1 Loi de Snell-Descartes générale . . . . .	42
1.3.2.2 Cas extraordinaire : réfraction négative . . . . .	43
1.3.3 Vers un milieu homogène artificiel : les métamatériaux acoustiques . . . . .	44
1.3.4 Influence de la structure de bande . . . . .	46
1.3.4.1 Milieu homogène naturel et ondes de Lamb . . . . .	46
1.3.4.2 Milieux phononiques et réfraction de Bragg . . . . .	47
<b>2 Conception des échantillons et montages expérimentaux</b>	<b>49</b>
<b>2.1 Echantillons</b>	<b>53</b>
2.1.1 Gravure du silicium par attaque chimique anisotrope . . . . .	56



2.1.1.1	Etapes de fabrication des échantillons : . . . . .	56
2.1.1.2	Géométrie des cavités après gravure . . . . .	58
2.1.2	Gravure de la silice par attaque chimique isotrope . . . . .	61
2.1.3	Tableau des différents types de cristaux phononiques étudiés . . . . .	61
<b>2.2</b>	<b>Dispositifs expérimentaux pour la génération et la détection d'ondes guidées</b>	<b>63</b>
2.2.1	Dispositif expérimental au MHz . . . . .	63
2.2.1.1	Génération large bande "conventionnelle" . . . . .	64
2.2.1.2	Génération monochromatique . . . . .	67
2.2.1.3	Détection des déplacements de surface : interféromètre de Michelson et analyse du signal . . . . .	72
2.2.2	Acoustique picoseconde pour l'imagerie d'onde de surface au GHz . . . . .	80
2.2.2.1	Génération . . . . .	81
2.2.2.2	Détection . . . . .	81
<b>3</b>	<b>Etudes expérimentales de la propagation d'ondes guidées en milieux périodiques</b>	<b>83</b>
<b>3.1</b>	<b>Dispersion des ondes élastiques en milieu périodique</b>	<b>87</b>
3.1.1	Gap de Bragg et vitesse de groupe nulle . . . . .	89
3.1.1.1	Schéma d'expérience . . . . .	89
3.1.1.2	Résultats expérimentaux . . . . .	90
3.1.2	Ondes de Lamb et influence de la géométrie des inclusions phononiques sur les courbes de dispersion . . . . .	94
3.1.2.1	Inclusions "sabliers" : conséquence de la forme des inclusions sur les courbes de dispersion . . . . .	94
3.1.2.2	Inclusions "sabliers" : symétrie vs dissymétrie en centre de plaque : mise en évidence d'un gap intrabande . . . . .	97
3.1.3	Observation expérimentale de la décomposition en ondes planes des modes du cristal phononique . . . . .	102
3.1.3.1	Schéma d'expérience . . . . .	102
3.1.3.2	Courbes de dispersion numériques . . . . .	103
3.1.3.3	Résultats expérimentaux . . . . .	104
<b>3.2</b>	<b>Réfraction négative d'ondes guidées par un cristal phononique 2D à matrice solide</b>	<b>113</b>
3.2.1	Réfraction négative d'une onde Lamb . . . . .	113
3.2.1.1	Schéma d'expérience . . . . .	113
3.2.1.2	Résultats pour différentes fréquences . . . . .	117
3.2.2	Réfraction négative d'une onde de Rayleigh . . . . .	122
3.2.2.1	Schéma d'expérience . . . . .	122
3.2.2.2	Résultats pour différentes fréquences . . . . .	124
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>131</b>
	<b>Annexes : Ondes Guidées en milieux isotropes</b>	<b>135</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>143</b>



FIGURE 1 – Et si sur un malentendu c'était vrai!



# Introduction

*On mesure l'intelligence d'un individu à la quantité d'incertitudes qu'il est capable de supporter.*

Emmanuel Kant

L'intérêt porté aux phénomènes de propagation d'ondes (électroniques, optiques, acoustiques) en milieu périodique n'est pas récent. Les physiciens du solide sont les premiers à s'être penchés sur la question de l'influence de la périodicité sur la propagation des électrons "libres". L'impact d'un milieu périodique, dans un premier temps regardé avec les yeux de la physique quantique, va relativement vite s'étendre à la physique des ondes classiques. Ainsi, en montrant que la périodicité d'un cristal électronique agit sur les électrons comme un potentiel périodique, Félix Bloch à la fin des années 20 va poser ce qui sont aujourd'hui les fondements théoriques de la propagation des ondes en milieu cristallin au sens large.

A partir de la fin des années 80, l'optique voit se développer de manière fulgurante les travaux sur les propriétés des ondes électromagnétiques en milieu périodique et ainsi naître la notion de cristal photonique. Cet engouement pour les milieux périodiques va également toucher l'acoustique et les vingt dernières années ont été marquées par une explosion du nombre de travaux sur les cristaux phononiques. Les propriétés induites par la périodicité de ces structures sont très nombreuses (filtrage de fréquences, réfraction de Bragg, guides d'ondes...) et couvrent des domaines d'études très variés allant des télécommunications à l'imagerie médicale, en passant par le contrôle non destructif.

L'imagerie acoustique "classique" est au même titre que l'imagerie optique "classique" soumise aux aberrations limitant la résolution de l'image en ne permettant pas aux ondes évanescentes de participer à sa construction. L'enjeu de ce travail, à long terme, réside dans la conception de super-lentilles acoustiques permettant d'imager un objet avec une résolution inférieure à la limite de résolution classique.

La réalisation d'une telle lentille marquerait une rupture avec l'imagerie classique et repose

sur un phénomène initialement envisagé pour les ondes électromagnétiques dans les années 1960 par V. G. Veselago : la réfraction négative. Cette propriété montrée dans un premier temps en électromagnétisme va être étudiée, puis démontrée en acoustique une dizaine d'années plus tard. D'un point de vue purement expérimental, la voie d'une super-lentille constituée d'un métamatériau acoustique n'en est encore qu'au stade théorique. L'approche cristal phononique est donc, à ce jour, la voie la plus explorée.

Dans un solide coexistent ondes longitudinales et transverses, rendant complexe la connaissance des phénomènes mis en jeu pour obtenir une réfraction négative par un réseau périodique. En outre, la compréhension des processus intervenant lorsqu'une onde élastique traverse une structure périodique couvre un grand nombre d'applications (autres que la réfraction négative) et est donc d'un intérêt académique certain. Notamment, l'étude des cristaux phononiques à matrice solide s'avère être un enjeu de taille en vue d'une intégration de ces systèmes en microélectronique. En effet, dans ce domaine, le filtrage, le guidage, le stockage et la focalisation de l'énergie élastique sont des problématiques fondamentales. Or, à l'heure actuelle les phénomènes de propagation de phonons dans ces milieux périodiques, dès lors qu'ils sont de dimensions infinies, sont très bien connus d'un point de vue théorique et numérique. En revanche, les études expérimentales conduites au sein de cristaux réels, donc de dimensions finies, restent peu nombreuses et la dispersion des ondes élastiques au sein de ces milieux est principalement déduite du signal transmis. Compte tenu des difficultés expérimentales rencontrées pour réaliser une analyse *in situ*, très peu d'études se sont intéressées à ce problème. Dans ce contexte, une question se pose : "Que devient la dispersion d'une impulsion élastique émise dans un milieu homogène lorsqu'elle entre et se propage dans une structure périodique de dimensions finies ?"

Tout au long de ce manuscrit je vais donc tenter de mieux appréhender la propagation d'ondes guidées (essentiellement les ondes de Lamb) au sein de cristaux phononiques à deux dimensions à matrice solide et comportant un nombre de périodes fini. Entre autres, leur comportement pour les fréquences de bord de gap et l'influence d'une dissymétrie de la structure phononique sur la dispersion des ondes de Lamb seront abordés.

Pour revenir au coeur de la problématique posée au début de ce travail, en clôture de ce manuscrit, je m'attacherai à montrer la capacité d'un cristal phononique à deux dimensions et à matrice solide à être le siège de la réfraction négative d'ondes guidées.

Toujours, dans le but d'une utilisation en microélectronique et en imagerie médicale, la gamme des fréquences étudiées s'étend de quelques mégahertz à quelques gigahertz. Les matériaux solides étudiés ont été choisis en raison de leurs propriétés élastiques et de leur

facilité de structuration. L'étude expérimentale est réalisée grâce à deux montages de génération et détection d'ultrasons par laser. Ces techniques "tout optique" permettent de mesurer les déplacements de surface en tout point des échantillons et ce sans contact mécanique (et donc sans altération du champ élastique). En accord avec la gamme de fréquences étudiée, les paramètres de maille des réseaux des cristaux phononiques analysés vont de quelques microns à quelques centaines de microns. Les cristaux phononiques consistent tous en des réseaux d'inclusions d'air gravés dans du silicium ou de la silice.

Notons, pour conclure cette introduction que c'est dans ce contexte scientifique que le projet SUPREME, "SUPERlentille à REFraction négative à base de METamatériaux et de cristaux phononiques", financé par l'Agence Nationale pour la Recherche a été mis en place. Ce projet, mettant en commun les compétences de diverses équipes, a pour but d'explorer les différentes pistes pour aboutir à la création d'une super-lentille à matrice solide à base de métamatériaux acoustiques ou de cristaux phononiques.

Le manuscrit comprend trois parties. Dans la première, les bases théoriques et l'état de l'art des phénomènes expérimentaux à étudier sont posés. Dans une deuxième partie, les protocoles de fabrication des échantillons et les techniques expérimentales sont décrits. Enfin, dans la dernière partie, les résultats expérimentaux sont présentés et discutés.



## Première partie

### Pré-requis théoriques et état de l'art





---

*Car je me trouvais embarrassé de tant de doutes et d'erreurs, qu'il me semblait n'avoir fait autre profit, en tâchant de m'instruire, sinon que j'avais découvert de plus en plus mon ignorance.*  
René Descartes, *Discours de la méthode*.

Cette première partie a pour but de poser les fondements théoriques qui ont conduit aux études expérimentales présentées à la troisième et dernière partie de ce manuscrit. L'ensemble de ce travail repose sur la propagation d'ondes élastiques dans des solides homogènes ou périodiques.

Dans le premier chapitre, je reviendrai donc sur quelques bases d'élasticité qui permettent d'établir les équations de propagation des ondes de Rayleigh et de Lamb, dans les milieux solides homogènes possédant respectivement une et deux surfaces libres (solide semi-infini ou plaque). Les différentes expériences présentées dans ce manuscrit (partie 3) ont été réalisées à partir d'échantillons basés sur des matrices solides en silice (solide isotrope) ou en silicium (cristal cubique). Je m'attacherai donc particulièrement à montrer le comportement des ondes guidées dans ces deux types de milieux.

Dans le deuxième chapitre, l'influence d'inclusions périodiquement réparties dans une matrice, sur la propagation d'une onde élastique est abordée (en comparaison avec une propagation en absence d'inclusions). Les principales propriétés des cristaux phononiques, conséquences de la périodicité du milieu, sont brièvement évoquées.

Au chapitre trois, une des propriétés des cristaux phononiques est développée : la réfraction négative. Outre l'aspect "cristal phononique", ce chapitre présente un état de l'art de cette propriété "extraordinaire", ainsi que les différents moyens pour y accéder (ex : cristaux phononiques, métamatériaux) et l'intérêt d'y accéder.



# Chapitre 1.1

## Ondes élastiques guidées

Connaître et comprendre les propriétés des ondes élastiques se propageant dans les substrats solides est un préliminaire indispensable. Ce chapitre permet de poser les bases de la propagation des ondes élastiques guidées (par une ou deux surfaces libres) en milieu solide homogène, isotrope et faiblement anisotrope. Les démonstrations présentées dans ce chapitre et dans les annexes A et B sont en grande partie extraites du tome 1 de l'ouvrage *Ondes élastiques dans les solides* par Daniel Royer et Eugène Dieulesaint [79].

### 1.1.1 Propagation d'ondes dans un solide homogène

Dans le cas présent, l'hypothèse d'un solide homogène est posée, à savoir un solide dans lequel les distances interatomiques sont très inférieures aux longueurs d'ondes caractéristiques des phénomènes étudiés. Ainsi, les ondes élastiques se propageant dans un tel solide ne sont pas sensibles à l'action de chaque atome, mais à la structure atomique prise dans son ensemble.

A l'application de forces extérieures sur un solide, celui-ci est contraint, les atomes sont alors mis en mouvement et une déformation du solide engendrée. Un solide homogène est dit élastique dès lors qu'il peut revenir dans son état initial une fois toutes les forces extérieures annulées. Le retour à l'équilibre global du système conduit, dans certains cas, à une "oscillation" du milieu. Au niveau atomique, cette oscillation est associée aux mouvements collectifs des atomes qui provoquent la propagation d'un quanta d'énergie de proche en proche, autrement appelé phonons. Toutefois, dans ce travail, l'approche macroscopique, dans laquelle l'état élastique du solide peut être décrit par l'intermédiaire du couple contrainte/déformation, est privilégiée.

### 1.1.1.1 Quelques bases d'élasticité

#### a. Tenseur des contraintes

Le tenseur des contraintes permet de représenter l'ensemble des forces surfaciques susceptibles d'intervenir pour déformer le milieu. C'est un tenseur de rang 2, avec  $3^2 = 9$  composantes, et est noté  $T_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ), où par définition  $T_{ij}$  est la  $i^{me}$  composante de la force agissant sur un petit élément de surface du solide normale à l'axe  $j$ .

Dans le cas des phénomènes étudiés, le tenseur des contraintes est symétrique ( $T_{ij} = T_{ji}$ ), car aucun couple de forces extérieures n'agit sur le solide considéré. Dans ce tenseur, les termes diagonaux,  $T_{ii}$ , sont associés à de la compression pure et les termes non diagonaux,  $T_{ij}$  ( $i \neq j$ ), à du cisaillement (voir figure 1.1.1).

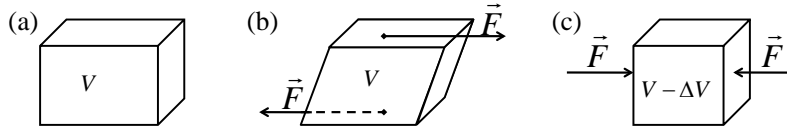


FIGURE 1.1.1 – Solide de volume  $V$  : (a) en l'absence de force extérieure, (b) en cisaillement pure sous l'action de forces extérieures et sans variation de volume, (c) en compression sous l'action de forces extérieures et associé à une variation de volume  $\Delta V$ .

#### b. Tenseur des déformations

Soient deux points matériels A et B, d'un solide donné, initialement positionnés en  $x_j$  et  $x_j + dx_j$ , se déplaçant l'un par rapport à l'autre et auxquels sont respectivement associés les déplacements  $u_i(x_j)$  et  $u_i(x_j + dx_j)$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ). Pour de petits déplacements, depuis une position donnée, il est alors possible d'écrire la relation suivante (en omettant les termes non linéaires) :

$$u_i(x_j + dx_j) \simeq u_i(x_j) + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dx_j \quad (1.1.1)$$

D'après l'équation 1.1.1, il est possible d'établir un gradient de déplacement tel que :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = S_{ij} + \Omega_{ij} \quad (1.1.2)$$

Dans cette équation le terme symétrique est associé à la déformation, et le terme antisymétrique à la rotation locale. Néanmoins, dans la propagation des ondes élastiques seule la déformation entre en compte.

Le tenseur des déformations, symétrique par construction, est un tenseur de rang 2, et s'exprime donc comme :  $S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ .

### c. Loi de Hooke

Pour un solide déformé sous l'action de contraintes dues à des forces extérieures, la loi de Hooke (équation 1.1.3) traduit la réponse du solide, en terme de déformations, à une sollicitation extérieure. Cette relation permet de relier tenseur des contraintes et tenseur des déformations :

$$T_{ij} = C_{ijkl}S_{kl}, \quad (1.1.3)$$

où  $\mathbf{C}$  est appelé tenseur des rigidités. Ce dernier est un tenseur de rang 4, dont les composantes  $C_{ijkl}$  sont les constantes élastiques du solide. Il possède donc *a priori*  $3^4 = 81$  composantes indépendantes, toutes liées aux propriétés intrinsèques du milieu de propagation. Néanmoins, la symétrie des tenseurs de contraintes et déformations le rend invariant par permutation des indices  $ij$  et  $kl$  et permet de définir un nouveau système d'indices :

$$\alpha \Leftrightarrow (ij) \quad \text{et} \quad \beta \Leftrightarrow (kl) \quad \text{avec} \quad \alpha = 1, \dots, 6 \quad \text{et} \quad \beta = 1, \dots, 6. \quad (1.1.4)$$

Ce système de notation permet de réécrire le tenseur des rigidités sous la forme d'une matrice 6x6. Le tenseur des rigidités peut alors se réduire à une matrice à 21 composantes indépendantes, telles que :

$$C_{ijkl} = C_{\alpha\beta} = C_{\beta\alpha}. \quad (1.1.5)$$

Les tenseurs des contraintes et déformations pouvant également être réécrits en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$ , la loi de Hooke devient :

$$T_{\alpha} = C_{\alpha\beta}S_{\beta}. \quad (1.1.6)$$

Par ailleurs, la symétrie cristalline du solide, où se propage la déformation, permet de réduire le nombre de composantes indépendantes de la matrice  $C_{\alpha\beta}$ . Notamment dans le cas des **cristaux à symétrie cubique** (tel que le silicium) le nombre d'éléments indépendants se trouve réduit à trois et la matrice des rigidités s'écrit alors :

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix} \quad (1.1.7)$$

**Exemple d'un cristal isotrope : la silice :**

Dans le cas particulier d'un cristal isotrope, tel que la silice, les trois composantes indépendantes peuvent être reliées par la relation :

$$C_{44} = \frac{C_{11} - C_{12}}{2}. \quad (1.1.8)$$

La rigidité d'un cristal isotrope ne dépend donc plus que de deux composantes indépendantes. Pour la silice les différentes constantes élastiques et la densité,  $\rho$ , valent :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{11} = 0,785 \cdot 10^{11} N.m^{-2} \\ C_{12} = 0,161 \cdot 10^{10} N.m^{-2} \\ C_{44} = 0,312 \cdot 10^{11} N.m^{-2} \\ \rho = 2,203 \cdot 10^3 kg.m^{-3} \end{array} \right. \quad (1.1.9)$$

Par ailleurs, à partir de la relation 1.1.8 il est possible d'établir un facteur d'anisotropie, noté  $A$  et donné par la relation :

$$A = \frac{2C_{44}}{C_{11} - C_{12}} \quad (1.1.10)$$

Ce facteur définit le degré d'anisotropie d'un cristal cubique, de sorte que plus  $A$  s'écarte de l'unité plus le cristal est anisotrope.

**Exemple d'un cristal cubique : le silicium :**

Le silicium est un cristal à symétrie cubique tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{11} = 1,6578 \cdot 10^{11} N.m^{-2} \\ C_{12} = 0,6394 \cdot 10^{11} N.m^{-2} \\ C_{44} = 0,7962 \cdot 10^{11} N.m^{-2} \\ \rho = 2,331 \cdot 10^3 kg.m^{-3} \end{array} \right. \implies A = \frac{2C_{44}}{C_{11} - C_{12}} = 1,56 \quad (1.1.11)$$

Nous verrons par la suite que, pour les ondes élastiques étudiées et aux fréquences auxquelles sont réalisées les expériences, l'anisotropie du silicium ( $A = 1,56$ ) peut être considérée comme faible.

**1.1.1.2 Equation de propagation**

Soit un solide homogène infini, impliquant une densité de masse  $\rho$  et un tenseur  $C_{ijkl}$  sont donc invariants par translation dans l'espace. L'équation de propagation des ondes élastiques dans un solide homogène se déduit de l'application du principe fondamental de

la dynamique en négligeant les forces d'inertie et de pesanteur :

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \\ &= C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k}. \end{aligned} \quad (1.1.12)$$

Soit une onde plane progressive se propageant à une vitesse de phase, notée  $v$ , dans le solide homogène considéré selon une direction de propagation définie par la  $i^{\text{ème}}$  composante du vecteur unitaire  $\mathbf{n}$ . La  $i^{\text{ème}}$  composante du vecteur de déplacement peut alors se mettre sous la forme :

$$u_i(x, t) = u_i^\circ F\left(t - \frac{n_j x_j}{v}\right), \quad (1.1.13)$$

pour une onde de polarisation  $u_i^\circ$ .

Il en découle les expressions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = u_i^\circ F'' \\ \frac{\partial u_l}{\partial x_j} = -u_l^\circ \frac{n_j}{v} F' \Leftrightarrow \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} = u_l^\circ \frac{n_j n_k}{v^2} F'' \end{array} \right. \quad (1.1.14)$$

où  $F'$  est la dérivée première par rapport à la position de la fonction  $F$  et  $F''$  est la dérivée seconde par rapport au temps de la fonction  $F$ .

Pour une onde plane progressive, de déplacement particulière  $u_i$ , l'équation 1.1.12 devient :

$$\rho v^2 u_i^\circ = C_{ijkl} n_j n_k u_l^\circ \quad (1.1.15)$$

Cette équation, appelée équation de Christoffel, peut être écrite en fonction du tenseur de second ordre du même nom,  $\Gamma_{il}$ , soit :

$$\Gamma_{il} u_l^\circ = \rho v^2 u_i^\circ \text{ avec } \Gamma_{il} = C_{ijkl} n_j n_k \quad (1.1.16)$$

Ainsi, déterminer les vitesses de phases et les polarisations d'ondes planes se propageant dans un cristal, de rigidité  $C_{ijkl}$ , selon  $n_i$ , revient à déterminer les valeurs et les vecteurs propres du tenseur de Christoffel.

De manière générale, pour une direction donnée, la résolution de l'équation séculaire :

$$|\Gamma_{il} - \rho v^2 \delta_{il}| = 0, \quad (1.1.17)$$



donne trois vitesses de phase. Dans un cristal de symétrie quelconque, trois ondes planes, une onde (quasi-)longitudinale ou de compression, et deux ondes (quasi-) transverses pour les milieux isotropes (anisotropes), de polarisations orthogonales deux à deux se propagent avec trois vitesses de phases différentes (notées  $V_L$  pour les ondes longitudinales, et  $V_{T1}$ ,  $V_{T2}$  pour les deux types d'ondes transverses). Les ondes longitudinales sont polarisées dans la direction de propagation ( $\mathbf{u} \parallel \mathbf{k}$ ), la polarisation des ondes transverses est perpendiculaire à cette même direction.

Dans un solide isotrope les vitesses des deux ondes transverses se confondent, et les vitesses des ondes de volume sont données par les relations :

$$V_T = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}} = \sqrt{\frac{(C_{11} - C_{12})}{2\rho}}, \quad V_L = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}. \quad (1.1.18)$$

Par ailleurs, dans tous les solides isotropes, le coefficient  $C_{12}$  étant positif, l'inégalité suivante est vérifiée :

$$V_T < \frac{V_L}{\sqrt{2}}. \quad (1.1.19)$$

Notons également que ces vitesses sont indépendantes de la fréquence de l'onde élastique. La propagation est donc non dispersive.

### Influence de l'anisotropie sur la propagation :

A la section précédente il a été montré que l'anisotropie d'un solide cristallin peut être définie à partir du facteur d'anisotropie  $A$  (pour le silicium  $A = 1,56$ ). Cette anisotropie n'est pas sans conséquence sur la propagation des ondes élastiques. Outre la vitesse de propagation qui devient fonction des directions cristallographiques, le vecteur vitesse de groupe<sup>1</sup>,  $\mathbf{v}_g = \partial\omega/\partial\mathbf{k}$ , n'est plus nécessairement colinéaire à la direction de propagation de l'onde. Cette non-colinéarité est illustrée à la figure 1.1.2, où est schématisée une surface des lenteurs pour un milieu fictif fortement anisotrope (la direction du vecteur  $\mathbf{v}_g$  est normale à la surface des lenteurs<sup>2</sup>). Dans ce schéma, il apparaît clairement que le vecteur d'onde,  $\mathbf{k}$ , et la vitesse de groupe ne sont colinéaires qu'en certains points très spécifiques de l'espace des  $k$ . Dans la section suivante, l'influence de l'anisotropie sur la propagation des ondes de Rayleigh et de Lamb dans le cas particulier du silicium cristallin sera montrée.

---

1. La vitesse de groupe traduit le transport de l'énergie.

2. Les surfaces des lenteurs sont définies comme étant les surfaces des inverses des vitesses (isofréquence).

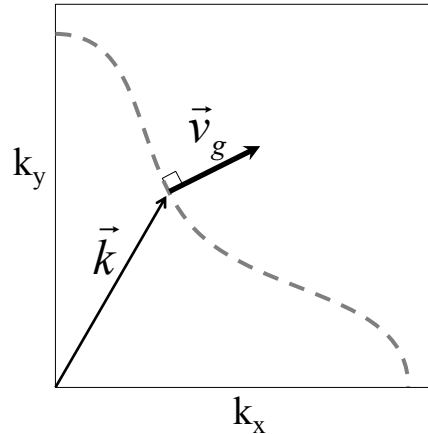


FIGURE 1.1.2 – Schéma d’une surface des lenteurs pour un milieu fortement anisotrope (en gris pointillé). La flèche noire montre la direction de propagation et la flèche grise indique le vecteur vitesse de groupe. Notons que  $\mathbf{k}=(k_x,k_y)$  est le vecteur qui décrit la zone de Brillouin dans l’espace des phases, notion sur laquelle nous reviendrons plus tard (voir section 1.2.2.2).

### 1.1.2 Ondes élastiques guidées à l’interface air/solide

Regardons maintenant l’influence de conditions aux limites pour le milieu solide homogène. Après avoir décrit, à la section précédente, la propagation des ondes transverses et longitudinales dans un solide infini (ondes de volume), cette section a pour but la description de la propagation des ondes guidées par une et deux surfaces libres d’un solide.

Dans cette section je ne détaillerai pas le cas des ondes transverses horizontales, dites ondes SH (pour *shear horizontal*). En effet, à la partie suivante nous verrons que notre système expérimental ne permet pas de détecter les modes qui ne possèdent pas de composante de déplacement hors plan.

Les ondes élastiques guidées présentent l’intérêt majeur de pouvoir se propager à grande distance sans être fortement atténuées, justifiant ainsi leur utilisation en contrôle non destructif (CND) et en microélectronique. L’utilisation de ces ondes est très variée. Les ondes de Rayleigh (ondes guidées par une surface libre) permettent notamment de contrôler la présence de défauts de surfaces complexes. Les ondes de Lamb (ondes guidées par deux surfaces libres) trouvent, notamment, leur efficacité dans la recherche de défauts dans l’épaisseur, ou encore dans le contrôle de collages. Notons également que l’étude de ces ondes est un enjeu important en sismologie.

### 1.1.2.1 Ondes guidées par une surface libre : onde de Rayleigh

Lord Rayleigh en 1885 montre l'existence d'ondes, maintenant dites ondes de Rayleigh, non dispersives, se propageant à la surface libre d'un solide semi-infini (soit d'épaisseur très importante vis à vis de la longueur d'onde).

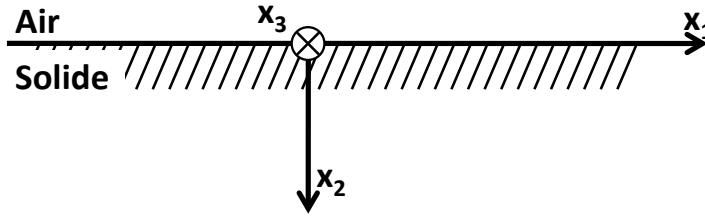


FIGURE 1.1.3 – Schématisation des axes  $x_i$  par rapport à la surface libre d'un solide semi-infini placée en  $x_2 = 0$

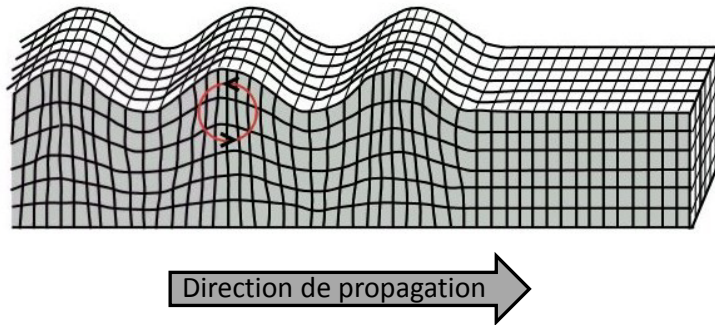


FIGURE 1.1.4 – Schématisation du déplacement d'une onde de Rayleigh.

Les axes  $x_i$  sont définis tels que la surface libre soit dans le plan  $(x_1, x_3)$  et pour  $x_2 = 0$  ; le solide remplit la région  $x_2 \geq 0$  (voir figure 3.2.12). La surface libre du solide considéré est placée en  $x_2 = 0$  et impose alors les conditions aux limites mécaniques (dites de traction libre) suivantes :

$$T_\alpha = 0 \quad \text{pour } \alpha = 2, 4, 6 \quad \text{et } x_2 = 0 \quad (1.1.20)$$

L'application de ces conditions aux limites mécaniques et des propriétés élastiques (intrinsèques au milieu de propagation) à l'équation de propagation 1.1.12 permet de déterminer le déplacement et la vitesse des ondes de Rayleigh, notée  $V_R$ . On montre alors que cette vitesse est invariante par rapport à la fréquence de l'onde, et ne dépend que des propriétés élastiques du milieu solide (et donc de la direction de propagation dans le cas d'un solide anisotrope). Les ondes de Rayleigh sont donc non dispersives :  $k = \omega/V_R$ . Notons également que  $V_R$  est inférieure à  $V_T$  et  $V_L$ .

### a. Cas d'un solide semi-infini isotrope

L'annexe A présente le calcul permettant d'établir la vitesse et le déplacement de ces ondes. En résumé, les composantes longitudinale et transversale du déplacement mécanique sont respectivement données par :

$$\begin{cases} u_1 &= A_1(e^{-k\chi_1 x_2} - \sqrt{\chi_1 \chi_2} e^{-k\chi_2 x_2}) e^{i(\omega t - kx_1)} \\ u_2 &= i\sqrt{\frac{\chi_1}{\chi_2}} A_1(e^{-k\chi_1 x_2} - \sqrt{\chi_1 \chi_2} e^{-k\chi_2 x_2}) e^{i(\omega t - kx_1)} \end{cases} \quad (1.1.21)$$

où

$$\chi_1 = \left(1 - \sqrt{\frac{V_R^2}{V_L^2}}\right) \quad \text{et} \quad \chi_2 = \left(1 - \sqrt{\frac{V_R^2}{V_T^2}}\right). \quad (1.1.22)$$

La figure 1.1.4 schématise l'allure du déplacement d'une telle onde, dans laquelle se distinguent les deux polarisations (longitudinale et transverse).

La polarisation de l'onde de Rayleigh est elliptique et sa propagation induit un déplacement normal à la surface libre (ondulation) dont l'amplitude devient négligeable au-delà d'une profondeur de l'ordre d'une longueur d'onde. Les décroissances très rapides des amplitudes longitudinale,  $u_1$ , et transversale,  $u_2$ , avec la profondeur apparaissent très nettement lorsqu'on trace dans le cas de la silice par exemple  $u_1(x_2/\lambda_R)$  et  $u_2(x_2/\lambda_R)$  (figure 1.1.5).

En outre, une approximation de la vitesse de l'onde de Rayleigh est donnée par la formule publiée par I. A. Viktorov [91] :

$$V_R = V_T \frac{0,436 + C_{12}/C_{11}}{0,50 + C_{12}/C_{11}}. \quad (1.1.23)$$

### b. Cas d'un solide anisotrope : le silicium

A la différence de la propagation en milieu isotrope, la vitesse de propagation d'une onde de Rayleigh dans un cristal anisotrope dépend des directions cristallographiques. L'anisotropie se manifeste également par un flux d'énergie (dont la propagation est donnée par la vitesse de groupe) qui n'est plus nécessairement colinéaire au vecteur d'onde,  $\mathbf{k}$ , et des composantes du déplacement mécanique qui tendent vers zéro (décroissance avec la profondeur) en oscillant plus ou moins fortement suivant que l'anisotropie est plus ou moins importante.

Tracer les surfaces des lenteurs de l'onde de Rayleigh permet de se convaincre de la relativement faible anisotropie du silicium vis-à-vis de cette onde de surface. La figure 1.1.6

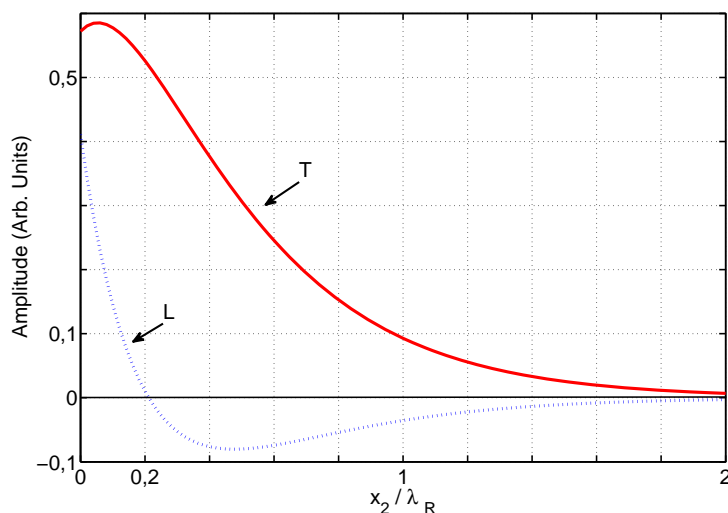


FIGURE 1.1.5 – Calcul théorique de l’amplitude en fonction de la profondeur  $x_2$  des composantes transversales et longitudinales de l’onde Rayleigh dans la silice (solide isotrope).

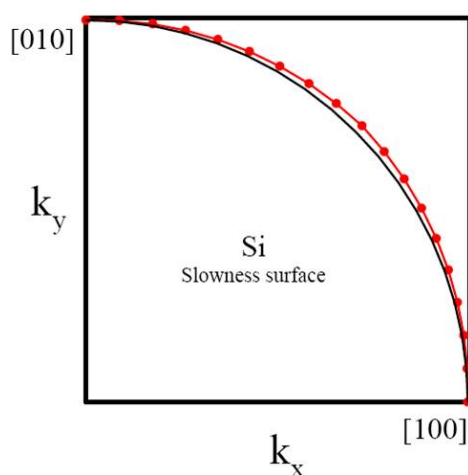


FIGURE 1.1.6 – En pointillé (rouge) : calcul numérique de la surface des lenteurs de l’onde de Rayleigh dans du silicium (cristal cubique). La courbe pleine (noire) illustre le cas d’une propagation isotrope.

présente la surface des lenteurs (points rouges ajustés par la ligne pleine rouge) de l’onde de Rayleigh normalisée. Le quart de cercle noir montre la surface des lenteurs dans le cas d’un milieu isotrope. On montre alors que l’écart relatif entre les vitesses des ondes de Rayleigh selon les directions  $[110]$  et  $[100]$  avoisine 1%, nous assurant bien de la faible anisotropie du silicium vis-à-vis de l’onde de Rayleigh.

La relativement faible anisotropie de l’onde de Rayleigh dans le silicium ( $A = 1.56$ ) conduit alors à des amplitudes transversales et longitudinales de l’onde de Rayleigh qui chutent en fonction de la profondeur de manière assez proche de celle d’un solide isotrope (voir figure

1.1.5), de sorte qu'au-delà d'une longueur d'onde selon  $x_2$ , les amplitudes sont négligeables.

### 1.1.2.2 Ondes guidées par 2 surfaces libres : ondes de Lamb

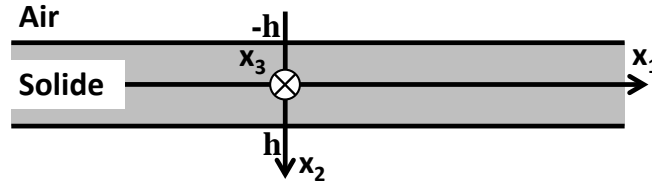


FIGURE 1.1.7 – schématisation des axes  $x_i$  par rapport au deux surfaces libres d'une plaque d'épaisseur  $2h$ .

A la section précédente, il a été montré que dans le cas d'une onde guidée par une surface libre d'un solide isotrope (ou faiblement anisotrope), l'amplitude des composantes longitudinale et transversales est non négligeable jusqu'à une profondeur de l'ordre d'une longueur d'onde. Ainsi, tant que l'épaisseur d'un solide d'épaisseur finie (deux surfaces libres) est grande devant la longueur d'onde, des ondes de Rayleigh peuvent se propager librement, sans interférer, sur chacune des deux surfaces libres. En revanche quand l'épaisseur  $2h$  (voir figure 1.1.7 : une surface libre en  $x_2 = +h$  et une surface libre en  $x_2 = -h$ ) de la plaque devient du même ordre de grandeur que la longueur d'onde, il y a couplage entre les ondes qui se propagent sur les deux surfaces et formation d'ondes de Lamb.

En effet, une plaque d'épaisseur inférieure à la longueur d'onde agit comme un guide d'onde. Les ondes longitudinales et transverses verticales sont réfléchies par les surfaces libres de la plaque et se couplent à chaque réflexion<sup>3</sup>.

Traiter analytiquement la propagation de ces ondes dans les milieux anisotropes étant impossible, je me limiterai ici, à l'analyse de la propagation des ondes de Lamb dans des milieux isotropes homogènes.

#### a. Cas d'une plaque isotrope

Le développement de l'équation d'onde et l'application des différentes contraintes et conditions aux limites permettent de montrer que le déplacement mécanique des ondes planes guidées entre deux surfaces libres d'un solide isotrope homogène peut s'écrire (voir

3. Les ondes transverses horizontales (modes SH) dont la polarisation est conservée lors des réflexions successives se propagent donc seules.

annexe B) :

$$\begin{cases} u_1(x_1, x_2, t) = qA \left[ \cos(qx_2 + \alpha) - \frac{2k^2}{k^2 - q^2} \frac{\cos(qh + \alpha)}{\cos(ph + \alpha)} \cos(px_2 + \alpha) \right] \exp i(\omega t - kx_1) \\ u_2(x_1, x_2, t) = ikA \left[ \sin(qx_2 + \alpha) + \frac{2pq}{k^2 - q^2} \frac{\cos(qh + \alpha)}{\cos(ph + \alpha)} \sin(px_2 + \alpha) \right] \exp i(\omega t - kx_1) \end{cases} \quad (1.1.24)$$

avec  $p^2 = \frac{\omega^2}{V_L^2} - k^2$ ,  $q^2 = \frac{\omega^2}{V_T^2} - k^2$ .

L'expression de ce déplacement mécanique laisse apparaître la présence de deux types d'ondes de Lamb :

- une classe de modes symétriques pour  $\alpha = 0$ , notés  $S_n$
- une classe de modes antisymétriques pour  $\alpha = \pi/2$ , notés  $A_n$

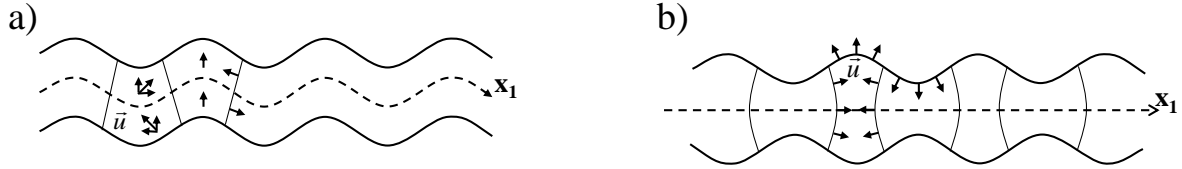


FIGURE 1.1.8 – a) Onde de Lamb antisymétrique, b) Onde de Lamb symétrique

La figure 1.1.8 illustre ces deux cas. Dans le cas symétrique les composantes longitudinales sont égales et les composantes transversales opposées par rapport au plan médian aux deux surfaces libres, alors que dans le cas antisymétrique, les composantes transversales sont égales, et les composantes longitudinales sont en opposition de phase.

En outre, la résolution de l'équation de propagation permet d'établir la relation de dispersion,  $\omega(k)$ , de Rayleigh-Lamb valable pour l'ensemble des modes :

$$\frac{\omega^4}{V_T^4} = 4k^2 q^2 \left[ 1 - \frac{p \tan(ph + \alpha)}{q \tan(qh + \alpha)} \right] \quad (1.1.25)$$

Cette relation fait apparaître très nettement le caractère dispersif des ondes de Lamb. En d'autres termes, suivant le domaine de fréquence le comportement des ondes de Lamb évolue (voir figure 1.1.9). Regardons le comportement des différents modes de Lamb aux basses et aux hautes fréquences. Dans ces deux régimes, il est nécessaire de distinguer les modes sans et avec fréquence de coupure (soit  $S_n$  et  $A_n$  avec  $n = 0$  pour les modes sans fréquence de coupure et  $n = 1, 2, 3, \dots$  pour les modes avec fréquence de coupure) dues à la périodicité des fonctions tangentes de l'équation 1.1.25.

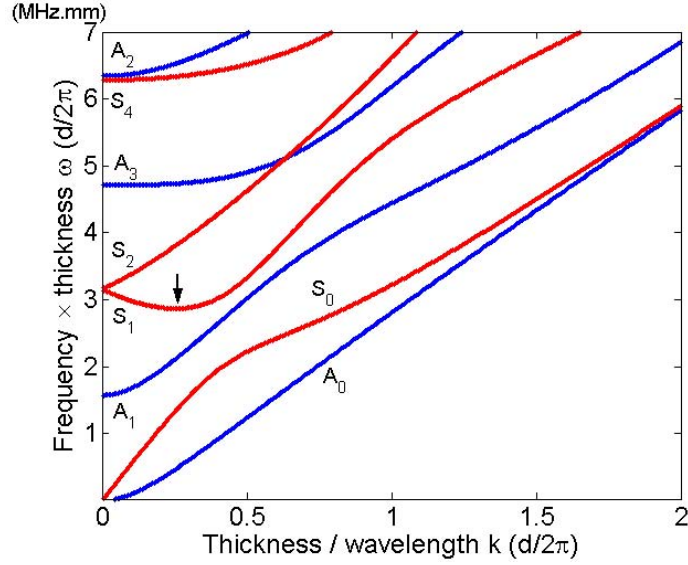


FIGURE 1.1.9 – Extrait de [73]. Courbes de dispersion numériques d’une plaque de Duraluminium (solide isotrope) montrant les différents modes de Lamb dans le domaine des basses et des hautes fréquences. Les modes symétriques apparaissent en rouge et les modes anti-symétriques en bleu. La flèche verticale noire montre la concavité conduisant à l’existence d’un mode à vitesse de groupe nulle.

### Domaine des basses fréquences :

Dans ce domaine de fréquences, les longueurs d’ondes sont très grandes devant l’épaisseur de la plaque et deux cas particuliers sont à distinguer : les modes à fréquence de coupure nulle et ceux à fréquence de coupure non nulle.

- **Modes sans fréquence de coupure ( $n=0$ ) ( $k$  et  $\omega$  autour de zéro) :**

- *Mode symétrique*, pour  $\alpha = 0$ ,  $S_0$  : la relation de dispersion 1.1.25 devient :

$$\frac{\omega^4}{V_T^4} \simeq 4k^2(q^2 - p^2) \iff \omega \simeq 4kV_T \sqrt{1 - \frac{V_T^2}{V_L^2}} \quad (1.1.26)$$

Il est alors aisé de constater que la vitesse de phase,  $V = \omega/k$ , tend vers une limite finie  $V_P$ , dite vitesse de plaque :

$$V_P = 4V_T \sqrt{1 - \frac{V_T^2}{V_L^2}} = V_L \sqrt{1 - \frac{C_{12}^2}{C_{11}^2}} \quad (1.1.27)$$

En omettant le facteur en  $\exp i(\omega t - kx_1)$ , les déplacements mécaniques (1.1.24)



prennent la forme :

$$\begin{cases} u_1 &= qA(1 + C_{11}/C_{12}) \\ u_2 &= iqA(1 + C_{12}/C_{11})kx_2 \end{cases} \quad (1.1.28)$$

Ainsi, pour les petits  $k$ , aux basses fréquences, le mode de Lamb, noté  $S_0$ , est quasi longitudinal.

– *Mode antisymétrique*  $\alpha = \pi/2$ ,  $A_0$  : la relation de dispersion devient :

$$\frac{\omega^4}{V_T^4} \simeq 4k^2q^2 \left(1 - \frac{1 + q^2h^2/3}{1 + p^2h^2/3}\right) \iff \omega = \frac{V_P}{\sqrt{3}}k^2h \quad (1.1.29)$$

Et les déplacements deviennent :

$$\begin{cases} u_1 &\simeq -kA \frac{k^2 + q^2}{k^2 - q^2} kx_2 \\ u_2 &\simeq ikA \frac{k^2 + q^2}{k^2 - q^2} \end{cases} \quad (1.1.30)$$

Le mode antisymétrique sans fréquence de coupure, noté  $A_0$ , est un mode de flexion qui se propage plus lentement que le mode  $S_0$  (voir figure 1.1.9).

• **Modes avec fréquence de coupure** : ( $k \rightarrow 0$  et  $\omega = \omega_c$ ) :

Outre les modes sans fréquence de coupure, les ondes de Lamb présentent tout une série d'autres modes définis par des fréquences de coupure différentes de zéro. Ces modes n'étant pas au coeur des études réalisées et présentées ici, je ne détaillerai que brièvement leurs propriétés.

Dès lors que  $n$  est différent de zéro les modes de Lamb sont dits avec fréquence de coupure. Il est possible de déterminer leur fréquence de coupure  $f_c$  et l'allure des déplacements tant que  $k$  est proche de zéro. Les modes à fréquence de coupure sont classables en deux catégories :

- les modes pairs définis pour  $n = 2m$  (avec  $m = 1, 2, 3, \dots$ ).
- les modes impairs définis pour  $n = 2j + 1$  (avec  $j = 1, 2, 3, \dots$ ).

Les résultats que l'on obtient pour les différents modes de Lamb,  $S_n$  et  $A_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), aux petits  $k$ , sont reportés dans le tableau suivant, où  $m = 1, 2, 3, \dots$  et  $j = 0, 1, 2, 3, \dots$  :

	Mode	fréquence de coupure $f_c$	Déplacement
$\alpha = 0$	$S_0$ $S_{2m}$ $S_{2j+1}$	$f_c = 0$ $f_c \times 2h = mV_T$ $f_c \times 2h = (j + 1/2)V_L$	longitudinal longitudinal transversal
$\alpha = \pi/2$	$A_0$ $A_{2m}$ $A_{2j+1}$	$f_c = 0$ $f_c \times 2h = mV_L$ $f_c \times 2h = (j + 1/2)V_T$	flexion transversal longitudinal

### Domaine des hautes fréquences :

Pour des fréquences suffisamment élevées, soit pour  $kh \gg 1$ , on montre que les vitesses des modes  $S_0$  et  $A_0$  tendent vers la vitesse des ondes de Rayleigh,  $V_R$ .

En effet, le caractère dispersif des modes sans fréquence de coupure est très marqué aux basses fréquences. Dès lors que le ratio épaisseur/longueur d'onde dépasse l'unité, les ondes de Lamb se comportent comme les ondes de Rayleigh et deviennent non dispersives.

En outre, les modes  $A_n$  et  $S_n$ , pour  $n \neq 0$ , tendent vers la vitesse des ondes transverses  $V_T$ .

### b. Cas d'une plaque anisotrope de silicium

La figure 1.1.10 présente la comparaison entre les courbes de dispersion dans les directions [100] et [110] d'une plaque de silicium, où le plan  $(x_1, x_2)$  (3.2.13) correspond au plan (100) du silicium. Ainsi, il est aisé d'observer que les modes impliqués dans les études présentées à la troisième partie,  $A_0$  et  $S_0$ , sont très peu affectés par l'anisotropie. Dans le cadre des études réalisées ici le silicium sera donc considéré comme un cristal isotrope.

### c. Particularité de certains modes à fréquence de coupure non nulle : modes ZGV

Certains modes de Lamb à fréquence de coupure non nulle présentent une concavité pour des valeurs de  $k$  différentes de zéro. Sur les figures 1.1.9 et 1.1.10, les minimums des ces concavités sont indiquées par des flèches verticales. Ces minimums sont caractérisés par une tangente horizontale qui traduit une vitesse de groupe nulle (mode ZGV pour *Zero Group Velocity*)<sup>4</sup>.

De tels modes n'existent que pour certaines fréquences bien précises. Ne se propageant pas,

4. On rappelle qu'au premier ordre la vitesse de groupe est définie par la relation :  $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$ .

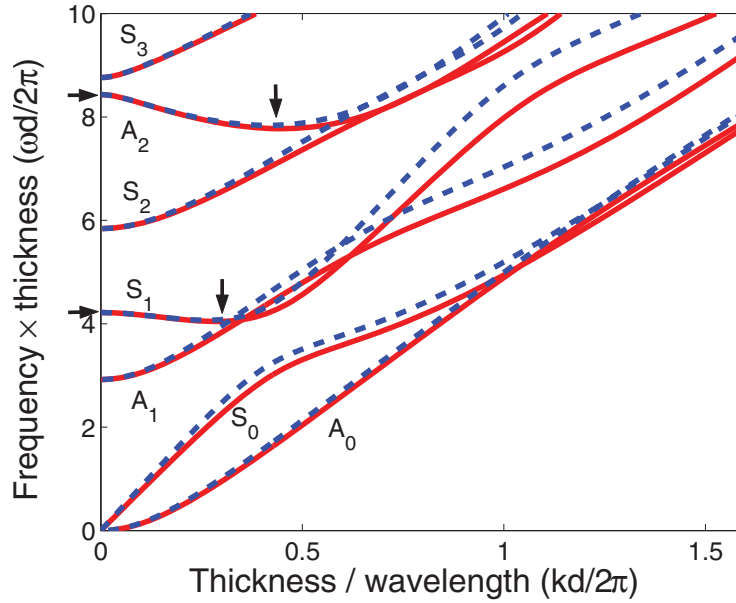


FIGURE 1.1.10 – Extrait de l'article [72]. Influence de l'anisotropie du silicium sur les courbes de dispersion du silicium. Les courbes de dispersion numériques sont normalisées par l'épaisseur de la plaque. En rouge (ligne continue) est présentée la propagation dans la direction [100] et en bleu (ligne pointillée) la propagation dans la direction [110]. Les flèches verticales indiquent les modes ZGV et les flèches horizontales la fréquence de coupure des modes correspondants.

ils sont marqués par une résonance à proximité de leur zone de génération. Depuis leur mise en évidence [35], ces modes ont montré leur intérêt, tel que permettre de réaliser des mesures de propriétés des milieux (ex : applications industrielles avec des mesures d'épaisseur) et de caractériser l'anisotropie d'un matériau [71–74].

Dans la partie trois du manuscrit (section 3.1.1) il sera montré que l'existence de tels modes peut être mise en évidence au sein des cristaux phononiques.

Nous verrons au troisième chapitre de cette partie (section 1.3.4.1) que la présence d'une concavité pour certains modes à fréquence de coupure peut être exploitée pour mettre en évidence le phénomène de réfraction négative et de focalisation des ondes de Lamb. Toutefois, cette propriété ne sera pas étudiée expérimentalement ici.

## Chapitre 1.2

# Ondes élastiques en milieu périodique : les cristaux phononiques

Au chapitre précédent, nous avons vu de quelle manière se propage une onde élastique (et plus particulièrement des ondes guidées par une ou deux surfaces libres) dans un solide homogène. Que devient cette propagation dès lors que l'onde élastique se propage dans un solide hétérogène organisé ? Ce chapitre est ainsi consacré à la compréhension de l'influence des structures phononiques sur la propagation des ondes élastiques (à noter que le propos serait très peu différent pour des ondes électromagnétiques dans un cristal photonique). Nous allons voir que ces milieux élastiques agissent sur la propagation des phonons comme un potentiel périodique.

### 1.2.1 Cristaux phononiques

Les cristaux phononiques sont des structures périodiques constituées d'au moins deux matériaux aux propriétés élastiques différentes. Autrement dit il s'agit d'une *matrice, fluide ou solide homogène, composée d'inclusions, fluides ou solides homogènes, organisées selon un motif répété périodiquement au sein du milieu matriciel*. Leur périodicité peut être définie à une, deux ou trois dimensions (voir figure 1.2.1). Dans ce travail de thèse, notre intérêt s'est porté sur les cristaux phononiques à deux dimensions, à matrice solide, avec inclusions d'air. Ce choix sera développé dans la deuxième et la troisième partie du manuscrit.

Dans de tels milieux (*i.e.* milieux à inclusions), si les longueurs d'onde des ondes élastiques,  $\lambda$ , s'y propageant sont très supérieures aux dimensions inter-inclusions,  $a$ , l'onde ne

peut être sensible à la présence individuelle de chaque inclusion et ne perçoit alors qu'un milieu global homogénéisable (tant que le contraste entre les inclusions et le milieu environnant reste suffisamment faible.).

*En revanche, les propriétés intéressantes induites par l'organisation périodique des inclusions composant les cristaux phononiques apparaissent dès lors que les longueurs d'onde des ondes acoustiques qui s'y propagent sont comparables à la périodicité de milieu, soit  $\lambda \simeq a$ . Ces milieux sont donc hétérogènes vis-à-vis de la longueur d'onde. L'ensemble des diffusions multiples, induites par la présence des hétérogénéités, conduit pour certaines fréquences à l'ouverture de gap en transmission. La position et la nature des inclusions modifient la propagation des ondes par rapport à une propagation au sein du milieu matriciel (i.e. milieu homogène).*

Les cristaux phononiques (quelque soit la nature de la matrice et des inclusions) sont donc assimilables, de par leur organisation spatiale, à des structures cristallines et agissent sur la propagation des phonons comme un potentiel périodique. Dans ce cadre, le théorème de Bloch et de la théorie de Bragg généralisés sont applicables. Au lieu de fonction d'onde on parle de déplacement  $u(r, t)$  et les réflexions de Bragg provoquent l'ouverture de gap en fréquence et non pas en énergie (comme dans les cristaux électroniques). Grâce aux travaux de M. S. Kushwaha, en 1993, sur des structures périodiques à deux dimensions [49], le concept de cristal phononique et de bande interdite phononique apparaissent clairement. Avant cette date, l'ensemble des travaux sur les milieux composites périodiques concernent des structures à une dimension, appelés super-réseaux ou milieux stratifiés périodiquement [1, 24, 25]. Dans la section suivante, il s'agit de mettre en évidence les grandes similitudes entre cristaux électroniques et cristaux phononiques.

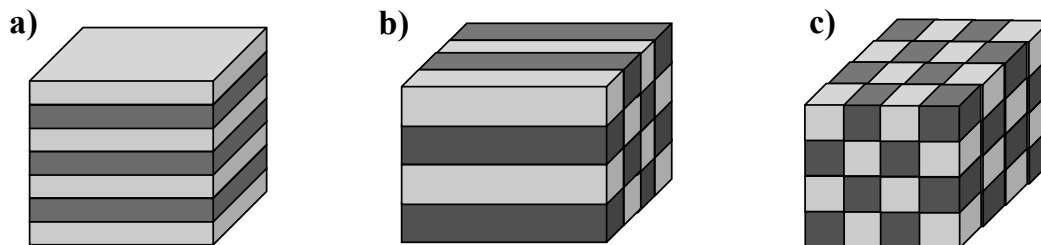


FIGURE 1.2.1 – Schéma d'un cristal phononique a) 1D, b) 2D, c) 3D.

## 1.2.2 Propriétés des structures cristallines

### 1.2.2.1 Généralités

Un cristal, qu'il soit électronique ou phononique, peut-être décrit par un réseau direct de Bravais, auquel correspond des vecteurs primitifs, notés  $\mathbf{a}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), et par un réseau réciproque de Bravais, auquel sont associés des vecteurs primitifs, notés  $\mathbf{b}_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ), tels que (voir figure 1.2.2) :

$$\mathbf{b}_i \cdot \mathbf{a}_j = 2\pi\delta_{ij}. \quad (1.2.1)$$

La maille primitive du réseau réciproque permet de construire la première zone de Brillouin qui contient toutes les informations relatives à la propagation des ondes dans le cristal. L'ensemble des vecteurs du réseau direct peut être écrit sur la base de ces vecteurs primitifs de la façon suivante :

$$\mathbf{R} = \sum_i m_i \mathbf{a}_i, \quad (1.2.2)$$

où les  $m_i$  sont des entiers relatifs.

L'ensemble des vecteurs du réseau réciproque sont quant à eux définis par la relation :

$$\mathbf{K} = \sum_i p_i \mathbf{b}_i, \quad (1.2.3)$$

où les  $p_i$  sont des entiers relatifs. Ainsi, les vecteurs des réseau direct et réciproque sont liés par l'égalité suivante :  $\exp(i\mathbf{R} \cdot \mathbf{K}) = 1$ .

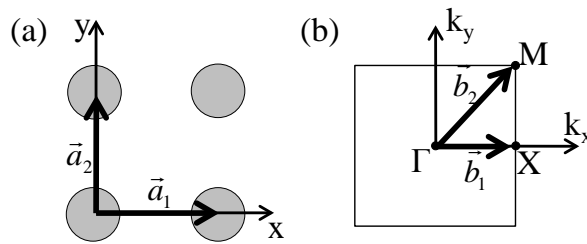


FIGURE 1.2.2 – (a) Réseau direct carré :  $a = a_1 = a_2$ . (b) Réseau réciproque associé.

Dans le cas d'un réseau à 2 dimensions carré (voir figure 1.2.2 a)), de pas de réseau noté  $a$ , la première zone de Brillouin est elle aussi carrée, de paramètre  $2\pi/a$ . Les points de haute symétrie de la maille du réseau réciproque sont notés  $\Gamma$ ,  $X$  et  $M$ , et sont réciproquement définis comme le centre de la première zone de Brillouin, le milieu d'un côté, et l'intersection de deux côtés(voir figure 1.2.2 b)). Ainsi, dans la première zone de Brillouin les coordonnées des points  $\Gamma$ ,  $X$  et  $M$  sont respectivement :  $(0,0)$ ,  $(\pi/a,0)$ ,  $(\pi/a,\pi/a)$ .

### 1.2.2.2 Conséquence de la périodicité : Théorème de Bloch

#### a. Electron et cristal électronique

En 1928, dans sa thèse, Felix Bloch a expliqué de quelle manière le mouvement des électrons dans un cristal est affecté par la périodicité d'un milieu cristallin : "... J'ai trouvé, à mon propre émerveillement, que l'onde des électrons différait des ondes planes des électrons libres seulement par une modulation périodique. Ceci était tellement simple que je ne pensais pas que ça pouvait être une découverte, mais quand je l'ai montré à Heisenberg, il a dit tout de suite : C'est ça !" [58].

Dans le cas d'électrons immergés dans un potentiel périodique,  $U(\mathbf{r})$ , l'échelle de la périodicité du potentiel ( $\approx 10^{-8}cm$ ) est de même ordre de grandeur que la longueur d'onde de de Broglie d'un électron, établie dans le cadre du modèle des électrons libres de Sommerfeld.

A une position quelconque,  $\mathbf{r}$ , le potentiel  $U(\mathbf{r})$  de même périodicité que le réseau de Bravais donné est donc défini tel que :

$$U(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = U(\mathbf{r}), \quad (1.2.4)$$

pour tout vecteur  $\mathbf{R}$  du réseau de Bravais.

Pour un cristal électronique le **théorème de Bloch** peut être énoncé comme suit :

Les états propres de l'Hamiltonien sont choisis de telle manière qu'à chaque  $\Psi$  soit associé un vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  quelconque du réseau réciproque tel que :

$$\Psi(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}}\Psi(\mathbf{r}), \quad (1.2.5)$$

pour tout  $\mathbf{R}$  appartenant au réseau de Bravais considéré [64].

Ainsi, le vecteur de propagation  $\mathbf{k}$  qui apparaît dans le théorème de Bloch peut toujours être limité à la première zone de Brillouin (définie par le vecteur du réseau réciproque  $\mathbf{G}$ , tel que :  $\mathbf{K} = n\cdot\mathbf{G}$ , avec  $n$  un entier relatif), ainsi tout vecteur  $\mathbf{k}'$  n'appartenant pas à la première zone de Brillouin peut s'écrire :

$$\mathbf{k}' = \mathbf{k}_{\text{red}} + \mathbf{K}, \quad (1.2.6)$$

où  $\mathbf{K}$  est un vecteur du réseau réciproque et  $\mathbf{k}_{\text{red}}$  le vecteur réduit dans la première zone de Brillouin. La première zone de Brillouin (voir même la demi-zone de Brillouin) contient

l'intégralité de l'information relative à la propagation dans le cristal.

Au niveau électronique, les ondes associées aux électrons sont réfléchies sur les plans atomiques créant ainsi des réflexions de type Bragg. Ces réflexions induisent des bandes interdites en énergie, autrement appelées gaps en énergie, au niveau des plans de Bragg<sup>1</sup>. Ce sont les réflexions de Bragg qui sont à la base de la diffraction des rayons X.

### b. Phonons et cristal phononique

Le théorème de Bloch, initialement prévu dans le cadre de cristaux électroniques peut être généralisé à toutes "particules" ou "quasi-particules", telles que les phonons, plongées dans un potentiel périodique (de périodicité un réseau de Bravais donné), et dont l'échelle de la périodicité du réseau est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde des ondes des particules ou des quasi-particules mises en jeu.

Le déplacement associé à une onde élastique (i.e. propagation de phonons) dans un cristal phononique, à une position  $\mathbf{r}$  quelconque, peut se mettre sous la forme :

$$u(\mathbf{r}) = u(\mathbf{r} + \mathbf{R}), \tag{1.2.7}$$

pour tout vecteur  $\mathbf{R}$  du réseau direct du cristal phononique.

Ainsi, la propagation d'une onde élastique dans un cristal phononique induit un certain nombre de propriétés, telles que l'ouverture de gaps en fréquence, les réflexions de Bragg... A titre d'exemple, la figure 1.2.3 montre l'ensemble de courbes de dispersion d'ondes de Lamb réduite dans la première zone de Brillouin pour une plaque de silicium structurée par un cristal phononique à deux dimensions. Ces courbes numériques représentent l'ensemble des modes élastiques pouvant se propager dans un cristal phononique parfait et infini. Le cercle rouge montre la présence d'un des nombreux gap de Bragg (la notion de gap de Bragg sera développé à la section suivante). Il s'agit ici du premier gap ouvert au point de haute symétrie  $X$  pour le mode de Lamb  $A_0$ . La périodicité conduit également aux croisements de différents modes symétriques et antisymétriques (cercle vert) qui, compte tenu de leur symétrie, ne peuvent *a priori* pas se coupler. A la partie 3, il sera montré que sous certaines conditions sur la symétrie des inclusions cette impossibilité de couplage peut être rompue.

---

1. On appelle plan de Bragg, le plan médiateur d'une droite joignant l'origine de l'espace de  $k$  à un point  $K$  du réseau réciproque.



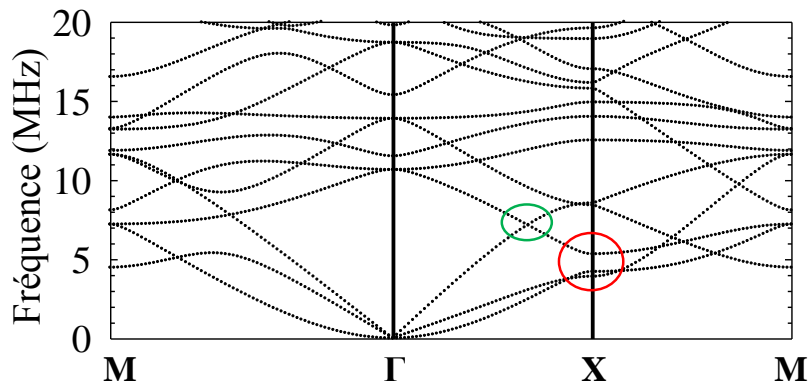


FIGURE 1.2.3 – Courbes de dispersion dans la première zone de Brillouin : cristal phononique 2D structuré dans une plaque de silicium de  $160 \mu m$  d'épaisseur par des inclusions carrées selon un motif carré de pas  $267 \mu m$  et avec un taux de remplissage de 0,4. Le cercle rouge indique la présence du premier gap de Bragg du mode  $A_0$  en centre de zone de Brillouin. Le cercle vert entoure une intersection entre le mode  $A_0$  et  $S_0$  créée sous l'effet de la périodicité.

### 1.2.3 Principales propriétés des cristaux phononiques

Les conséquences sur la propagation d'ondes élastiques en milieu périodique sont nombreuses. Dans cette section, je m'attacherai à présenter les propriétés les plus importantes identifiées à ce jour dans de telles structures.

#### 1.2.3.1 Ouverture de gap en fréquence

##### a. Gap de Bragg

La périodicité est à la base de l'ouverture des bandes de fréquences interdites<sup>2</sup> dans les courbes de dispersion, en bord de zone de Brillouin [84]. Cette propriété des cristaux phononiques est à ce jour la plus étudiée. Ces gaps sont dus à des interférences destructives des réflexions de Bragg sur les plans d'inclusions et sont donc communément nommés gaps de Bragg. Ces gaps en fréquences ne sont pas nécessairement complets<sup>3</sup>. En effet, les conditions d'interférences ne sont pas toujours isotropes et peuvent donc conduire à l'ouverture de gaps partiels, autrement dit suivant la direction de propagation la position en fréquence des bandes interdites ne sera pas identique (voir figure 1.2.3).

Un grand nombre de travaux ont été conduits dans le but de comprendre l'ensemble des paramètres influençant l'ouverture des bandes interdites [15, 17, 40, 46–48, 89]. Ainsi, la posi-

2. Un gap en fréquence correspond dans le cas idéal à un coefficient de transmission nulle pour une certaine gamme de fréquence.

3. Un gap est dit complet lorsqu'il existe dans toutes les directions de propagation pour les même fréquences.

tion en fréquence du gap est contrôlée par la taille et l'arrangement des éléments constituant le cristal. La largeur du gap est fonction du pas du réseau et de la différence d'élasticité au sens large entre les différents matériaux constituant le milieu phononique [17,89]. La figure 1.2.4 présente une étude numérique réalisée en PWE (pour *Plane Wave Expansion*) par J. Vasseur [89] sur un cristal phononique composé cylindre d'air arrangés selon un motif carré dans une plaque d'acier (a) et dans une plaque de silicium (b). Les courbes de dispersion, dans le cas du substrat d'acier, montrent clairement la présence d'un gap complet autour de  $0.55\Omega$ , où  $\Omega$  est la fréquence réduite (figure 1.2.4(a)). En outre, le graphique 1.2.4(b) illustre parfaitement la forte dépendance de la taille et la position du gap complet en fonction du rapport épaisseur de plaque sur pas du réseau.

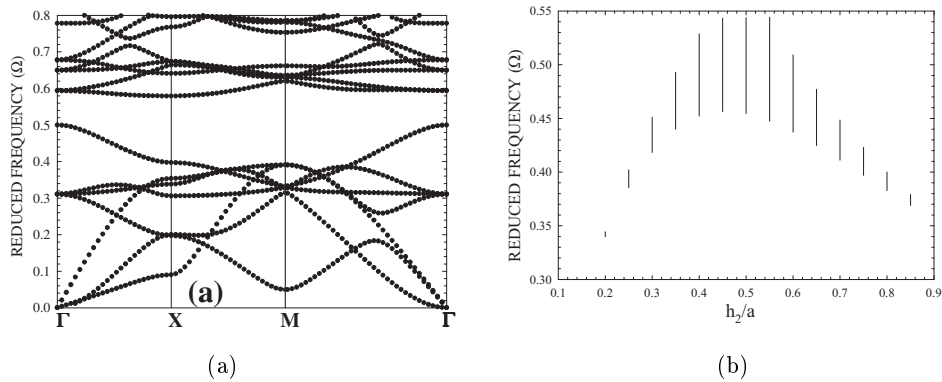


FIGURE 1.2.4 – Etude numérique extraite de [89] réalisée sur un cristal phononique 2D composé d'inclusions d'air cylindriques arrangées selon un motif carré, de pas noté  $a$ , dans un substrat d'épaisseur  $h$ , pour un taux de remplissage de 0,7. (a) Courbe de dispersion pour une plaque d'acier et pour  $h = a$ . (b) Pour une plaque de silicium, évolution de taille et de la position du gap complet en fonction de  $h/a$ .

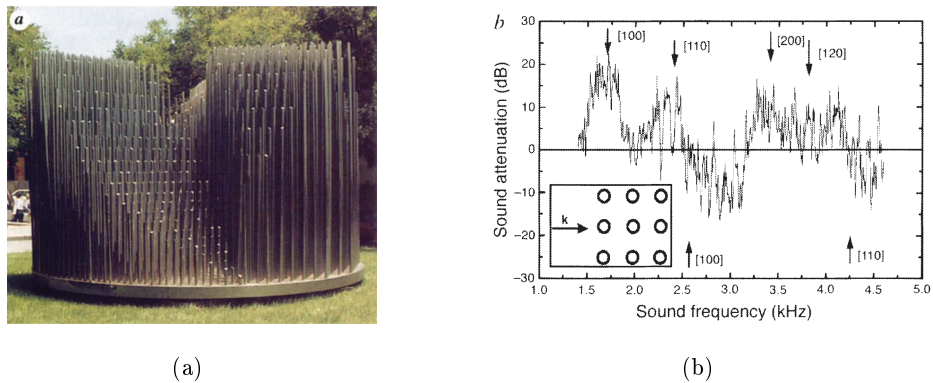


FIGURE 1.2.5 – Sculpture d'Eusebio Sempere : cylindres d'acier de 2,9 cm de diamètre, espacés périodiquement de 10 cm suivant un réseau carré, et présentant des bandes interdites pour les ondes sonores (ex : forte atténuation du signal entre 1,5 et 2 kHz). (a) Photo de la sculpture. (b) Atténuation du signal acoustique en fonction de la fréquence.

Depuis la fin des années 80, cette propriété d'ouverture de bande interdite induite par la périodicité du milieu a été beaucoup étudiée, aussi bien au niveau théorique [2, 26] qu'expérimental [11, 39, 53, 77, 94]. La première démonstration expérimentale d'ouverture des gap de Bragg pour les ondes sonores a été réalisée grâce à la sculpture D'Eusebio Sempere (figure 1.2.5) [59]. Notons que cette propriété trouve son intérêt dans des domaines très variés allant de la microélectronique [62] à la sismologie [29].

**Les gaps de Bragg émergent donc de l'arrangement spatial (périodicité) des inclusions.** Ainsi, la nature et la géométrie du substrat et des inclusions permettent de faire varier l'ouverture et la position des gaps, mais n'en sont pas la cause.

Au paragraphe suivant, nous verrons que d'autres types de gaps peuvent prendre naissance dans les structures périodiques.

### b. Gap d'hybridation et gap intra-bande

Dans un premier temps, afin d'éviter des incompréhensions face au vocabulaire utilisé, il me semble important de définir le plus clairement possible la manière dont le terme d'hybridation est entendu ici. Il s'agit d'un couplage de modes existant pour un même couple  $(\omega, \mathbf{k})$  et de symétries identiques. Ce couplage est associé à un transfert d'énergie d'un mode vers l'autre. Le mode ayant cédé son énergie élastique se trouve alors marqué par un **gap d'hybridation** centré sur le point  $(\omega, \mathbf{k})$  de croisement des modes.

Il est important de noter qu'un croisement de modes n'implique pas toujours un couplage. Pour que le couplage ai lieu, les modes mis en jeu doivent nécessairement avoir un accord de polarisation. A titre d'exemple, les courbes de dispersion de la figure 1.2.3 présentent le cas d'ondes de Lamb dans un cristal phononique où malgré les nombreux croisements de modes, aucun couplage n'est possible.

Au contraire des gaps précédemment évoqués (gaps de Bragg), **cet autre type de bande interdite en fréquence est induit par la présence de certains types d'inclusions.** Ce type de gap est donc directement lié à la nature et/ou la géométrie des inclusions [5, 50, 98].

Par exemple, dans le cas des cristaux phononiques de bulles dans l'eau, les résonances propres des bulles [50] et l'onde acoustique qui se propage dans le milieu peuvent se coupler, provoquant ainsi l'ouverture d'un gap en transmission. En d'autres termes la résonance des bulles absorbe ou réfléchit l'énergie de l'onde acoustique initialement émise. Dans ce cas le gap est bien lié à la nature des inclusions. L'organisation des bulles dans l'espace peut alors venir amplifier les gaps de Bragg et/ou ouvrir des gaps intra-bandes (en dehors

des bords de la zone de Brillouin).

Outre la nature des inclusions, leur géométrie peut également être à l'origine d'une hybridation de modes. Il a notamment été montré [5] la possibilité de coupler des modes de Lamb symétriques et antisymétriques dans le cas d'un réseau périodique de rayures 1D sur une des surfaces d'une plaque mince. Dans un tel cas, la périodicité du milieu conduit à la création de croisements de modes de Lamb symétriques et antisymétriques (voir théorème de Bloch, équation 1.2.6). L'hybridation des modes de Lamb aux points de croisement des modes symétriques et antisymétriques est engendrée par la dissymétrie de la géométrie des inclusions par rapport au plan médian à la plaque. La taille des gaps d'hybridation ( $\Delta\nu$ ) ainsi ouverte est faible devant sa position en fréquence ( $\nu$ ) (i.e.  $\Delta\nu/\nu \ll 1$ ).

Dans la partie trois du manuscrit, il sera notamment abordé la capacité de certaines inclusions d'air dissymétriques, périodiquement réparties dans une plaque et formant un cristal phononique à deux dimensions, à ouvrir des gaps d'hybridation de taille importante ( $\Delta\nu \approx \nu$ ). Cette propriété ouvrent ainsi la voie à de nouveaux types de filtres en fréquence.

### 1.2.3.2 Vers une localisation de l'énergie élastique

#### a. Défauts et guide d'ondes

Sous certaines conditions, créer au sein d'une structure phononique une ligne de défaut (voir figure 1.2.6) permet de conférer au cristal phononique les propriétés d'un guide d'onde [42, 44, 45]. Il devient alors possible de transmettre des fréquences appartenant au gap du cristal sans guide.

La présence d'un défaut unique au sein d'une structure phononique (lacune d'une inclusion), conduit à l'apparition d'un pic de transmission à une fréquence propre au défaut et contenue dans le gap du cristal parfait [43] (voir figure 1.2.7). Il a également été montré que la taille du défaut et la quantité de défaut induisent un nombre plus ou moins grand de fréquences propres, pouvant être transmises par le cristal et toutes contenues dans les gaps. La présence de ces modes est due à une résonance du défaut et agirait donc comme un Fabry-Pérot. Ainsi, la présence d'un défaut dans un cristal phononique peut être à l'origine d'un stockage d'énergie. Ces propriétés des cristaux phononiques juste évoquées, ne seront pas plus développées dans ce manuscrit.)

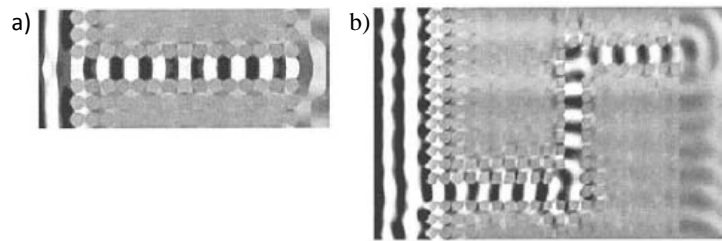


FIGURE 1.2.6 – Figures extraites de [42] montrant la simulation numérique d’une onde acoustique se propageant dans deux types de guides d’ondes phononiques.

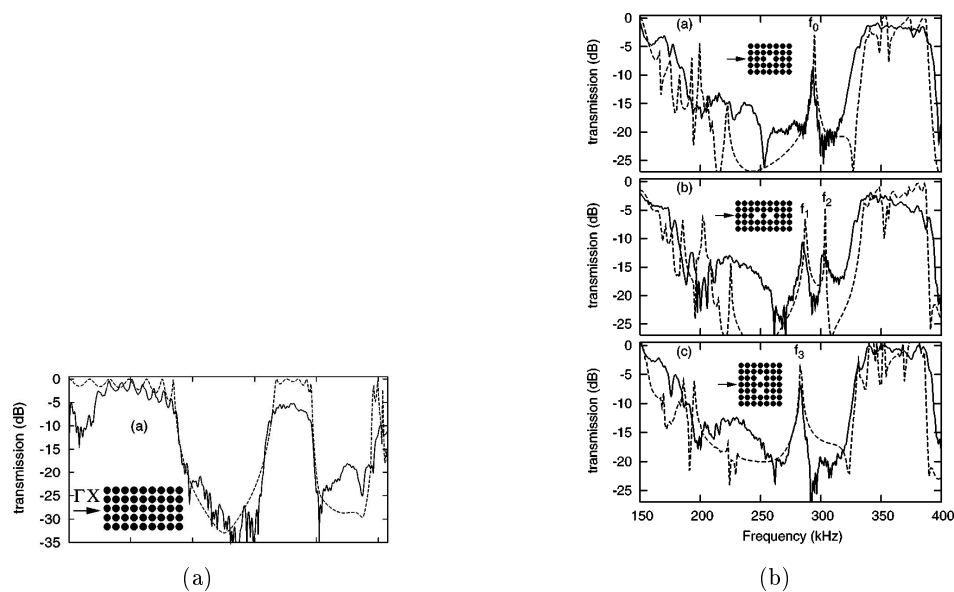


FIGURE 1.2.7 – Figures extraites de [43]. (a) Signal transmis selon la direction de propagation  $\Gamma X$  d’un cristal phononique de maille carrée sans défaut. (b) Signal transmis à travers trois cristaux phononiques présentant chacun des lacunes d’inclusions.

### b. Vitesse de groupe nulle

En examinant les courbes de dispersion il est aisé de constater que les bords des gaps sont marqués par des tangentes horizontales (voir figure 1.2.3). Ces dernières sont la signature de modes à vitesses de groupe nulles (ZGV). En annulant la vitesse de groupe au sein de la structure phononique, l’énergie n’a théoriquement plus de possibilité de se propager en dehors de celui-ci. Cette propriété et ses conséquences seront montrées et discutées dans la troisième partie du manuscrit.

### 1.2.3.3 Réfraction de Bragg et réfraction négative

Théoriquement, selon la décomposition de Bloch (voir équation 1.2.6), au sein d'un cristal phononique, sous l'effet de la périodicité, à une fréquence donnée les vecteurs d'ondes existant sont multiples. Lors de la traversée d'une interface entre un cristal phononique et un milieu extérieur, chaque mode créé dans le milieu périodique peut conduire à une réfraction selon un angle qui lui est propre et appelée réfraction de Bragg (voir loi de Snell-Descartes au chapitre suivant). Ainsi, dans certains cas nous verrons au chapitre suivant que certaines de ces réfractions de Bragg peuvent se faire pour des angles négatifs. La mise en évidence expérimentale de ce phénomène de réfraction négative est présentée à la troisième partie.



## Chapitre 1.3

# Réfraction négative des ondes élastiques

### 1.3.1 Etat de l'art général

#### La réfraction négative en optique...

Dans les années 60, V. G. Veselago, en optique, est le premier à introduire la notion de matériaux dits "main gauche" [90]. Ces matériaux artificiels possèdent la particularité d'avoir une permittivité  $\varepsilon$  et une perméabilité  $\mu$  simultanément négatives. L'indice du milieu,  $n$ , défini par  $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ , devient alors négatif. Dans de tels objets la vitesse de groupe et le vecteur d'onde sont en opposition, rendant ainsi possible une réfraction négative des ondes électromagnétiques (EM). De là, l'optique a vu apparaître un grand nombre de travaux dans ce domaine.

Deux types de matériaux artificiels rendent possible cette propriété "extraordinaire" de réfraction négative : les *cristaux photoniques* et les *métamatériaux optiques*. Les processus conduisant à la réfraction négative des ondes EM ne sont pas identiques dans ces deux cas. Dans le cas des cristaux photoniques, les paramètres de maille sont du même ordre de grandeur que la longueur d'onde. Les propriétés de réfraction négative proviennent alors directement de la périodicité du milieu [21, 60, 66, 67]. Dans le cas des métamatériaux, les inclusions contenues dans la matrice ainsi que les distances inter-inclusions sont de dimensions très faibles devant la longueur d'onde des ondes EM s'y propageant. La réfraction négative naît dans ce cas des propriétés intrinsèques du milieu effectif (homogénéisable), soit indépendamment de la périodicité [76].



Au début des années 2000, Pendry va proposer d'utiliser cette propriété artificielle et remarquable pour créer une « super-lentille » optique, pouvant focaliser les ondes EM au-delà de limite de diffraction [56, 57, 61, 68].

### **En acoustique...**

De nombreuses analogies sont possibles entre l'optique et l'acoustique. En acoustique, il est alors question de métamatériaux acoustiques et de cristaux phononiques. Les notions de permittivité et perméabilité sont ici remplacées par les notions de densité et de compressibilité. Comme en optique, les processus à l'origine des propriétés de la réfraction négative peuvent être dus soit à la structure de bande (cristaux phononiques), soit aux propriétés intrinsèques d'un milieu homogénéisable (métamatériaux acoustiques).

L'approche métamatériaux acoustiques est suivie depuis uniquement quelques années. Dans ce type de matériaux l'opposition entre vitesse de groupe et vecteur d'onde est obtenue grâce à la présence d'inclusions résonnantes de taille très inférieure à la longueur d'onde. Par ailleurs, pour y parvenir, les résonateurs locaux doivent posséder des propriétés élastiques très différentes de celles du milieu matriciel. Obtenir de forts contrastes rend leur conception très délicate. Ceci explique qu'à ce jour, les travaux réalisés dans ce domaine soient en grande partie numériques ou ne concernent que des systèmes modèles [36, 51, 56, 92]. Notons en outre que les métamatériaux sont à l'heure actuelle principalement étudiés dans le but de réaliser du cloaking acoustique ou cape d'inaudibilité [31].

L'utilisation de la propagation dans des milieux homogènes naturels d'ondes de Lamb pour faire naître de la réfraction négative a été envisagée et réalisée depuis peu [12]. Ainsi pour ce type d'onde et pour des gammes de fréquences particulières, la réfraction négative n'est plus seulement une spécificité des matériaux artificiels.

A ce jour, l'approche cristal phononique reste la plus explorée. Grand nombre d'équipes se sont attachées à comprendre la propagation des ondes acoustiques dans ces systèmes périodiques. Citons entre autre, les travaux fondateurs d'Alexeie Suckhovich et John Page [85]. Au delà des simulations numériques [34, 97], des études expérimentales ont été menées sur des cristaux phononiques en y propageant des ondes de volumes, que ce soit dans des cristaux à matrice fluide (les plus fréquents) [28, 41] ou solide. Citons par exemple l'expérience conduite par B. Morvan sur un cristal phononique 2D à matrice aluminium [63]. Le projet SUPREME<sup>1</sup>, dans lequel s'intègre ce travail de thèse, soutenu par l'Agence Nationale pour la Recherche débuté en Janvier 2009 est dédié à l'étude des phénomènes de réfraction

---

1. SUPerlentille à REfraction négative à base de MEtamatériaux et de cristaux phononiques

négative dans le but de créer une super lentille acoustique solide à base de métamatériaux et de cristaux phononiques.

### Vers une lentille acoustique sub-longueur d'onde

En optique, John Pendry au début des années 2000 lance l'idée de créer une superlentille permettant de focaliser une onde électromagnétique de longueur d'onde  $\lambda$  au delà de la limite de diffraction, soit sub-longueur d'onde. Cette limitation existe également pour les ondes acoustiques, et dans les deux cas est due à l'impossibilité de transmettre les ondes évanescentes, qui ne peuvent alors pas participer à la formation de l'image.

Réaliser une lentille super focalisante acoustique ou optique relève donc du même enjeu : *amplifier les ondes évanescentes pour leur permettre de participer à la formation de l'image*<sup>2</sup>. Cette aptitude à exalter les ondes évanescentes a été montré par Pendry ([68]) dans le cas d'une lentille plane d'indice  $n_2 = -1$  plongée dans un milieu environnant d'indice  $n_1 = 1$ . Dans ce cas la formation de l'image implique une double focalisation, dont une au sein de la lentille, comme le montre la figure 1.3.1.

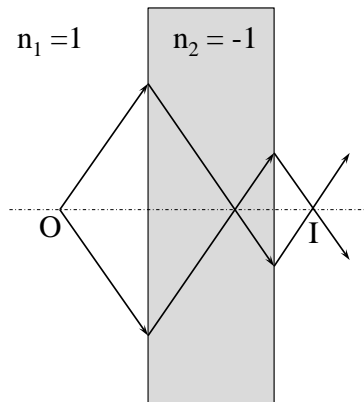


FIGURE 1.3.1 – Milieu d'indice négatif ( $n_2 = -1$ ) permettant, après une double focalisation, d'amplifier les ondes évanescentes et ainsi permettre d'imager un objet (objet en O, imagé en I) au-delà de la limite de diffraction

Dans ce travail théorique, le milieu entourant la lentille est de l'air ( $n = 1$ ). C'est cette hypothèse qui impose à la lentille de devoir avoir un indice de -1 pour permettre une résolution sub-longueur d'onde. La condition réelle est d'avoir un accord d'indice entre les deux milieux, soit :

<sup>2</sup>. Le principe fondamental de conservation de l'énergie n'est pas violé compte tenu du fait que les ondes évanescentes ne transportent pas d'énergie.

$$\frac{n_1}{n_2} = -1 \tag{1.3.1}$$

Par ailleurs, un objet quelconque émet dans toutes les directions, il faut donc, pour une fréquence donnée, que les milieux 1 et 2 soient isotropes (on parle aussi d'équifréquences circulaires), afin que l'image puisse être reconstituée de manière identique quelque soit l'angle d'incidence<sup>3</sup>.

Quelques études expérimentales basées sur la propagation d'ondes acoustiques ont été réalisées pour des lentilles tirant leurs propriétés de cristaux phononiques [37, 41, 85, 96] et des ondes de Lamb [12].

Avant de parvenir à la réalisation d'une super-lentille il apparaît essentiel de parfaitement comprendre les processus permettant la création d'une onde réfractée négativement. Dans un premier temps je vais donc m'arrêter un moment sur les concepts théoriques des phénomènes intervenant lors du passage d'une interface entre deux matériaux aux propriétés élastiques différentes.

## 1.3.2 Généralités sur le passage de l'interface entre 2 milieux

En 1621, Snell développe ces travaux, mais c'est Descartes, qui en 1637, publie les lois de la réfraction de la lumière en annexe du Discours de la méthode dans son traité Dioptrique (Discours premier : "de la lumière", et Discours second : " De la réfraction") : *"Considérez que les rayons se détournent aussi, en même façon qu'il a été dit d'une balle quand ils rencontrent obliquement la superficie d'un corps transparent, par lequel ils pénètrent plus ou moins facilement que par celui d'où ils viennent, et cette façon de se détourner s'appelle en eux Réfraction."*

Ces lois de réfraction, énoncées à la fois par Snell et Descartes, peuvent être intégralement déduite du principe de Fermat et des lois de Maxwell (voir [13] ; la démonstration ne sera pas posée ici).

### 1.3.2.1 Loi de Snell-Descartes générale

Une onde élastique se propageant dans un milieu 1 et arrivant à l'interface avec un milieu 2 subit les lois de réfraction dites de Snell-Descartes (voir figure 1.3.2). Ces lois, initialement prévues pour les ondes électromagnétiques, peuvent être étendues à tous les types d'ondes, telles que les ondes élastiques.

---

3. L'objet émettant dans toutes les directions tous les angles d'incidences à la lentille existent.

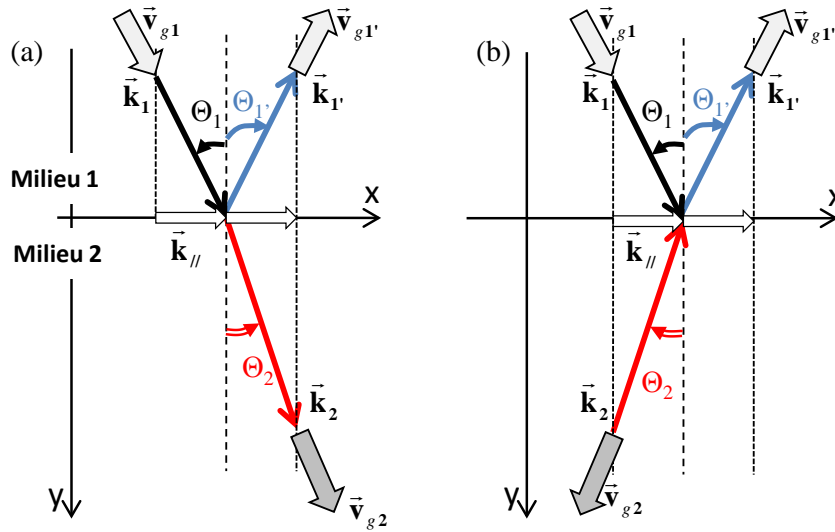


FIGURE 1.3.2 – Réfraction d'une onde de vecteur d'onde  $\vec{k}_1$ , et de vitesse de groupe  $\vec{v}_{g1}$ , à l'interface entre un milieu 1 et un milieu 2, donnant naissance à une onde transmise et réfractée de vecteur d'onde  $\vec{k}_2$ , et de vitesse de groupe  $\vec{v}_{g2}$ . L'onde incidente est indiquée en noire, l'onde réfléchie en bleu et l'onde transmise en rouge.

De la continuité des déplacements et tensions mécaniques au passage de l'interface entre deux milieux élastiquement différents, il vient **la conservation du vecteur  $\vec{k}_{//}$  à l'interface** ( $\vec{k}_{1//} = \vec{k}_{2//} = \vec{k}_{//}$ ).

De cette loi fondamentale découle la relation dans laquelle on note  $\theta_1$ , et  $\vec{k}_1$  l'angle et le vecteur d'onde de l'onde incidente et  $\theta_2$ , et  $\vec{k}_2$  ceux de l'onde réfractée (à noter que les angles sont définis par rapport à la normal à l'interface) (voir figure 1.3.2 (a)) :

$$\vec{k}_1 \sin(\theta_1) = \vec{k}_2 \sin(\theta_2) \quad (1.3.2)$$

De manière classique le vecteur d'onde dans le milieu 2,  $\vec{k}_2$ , est dans le même sens que la vitesse de groupe  $\vec{v}_{g2}$ , et l'angle de réfraction dans le milieu 2,  $\theta_2$ , est donc nécessairement positif (voir figure 1.3.2 (a)).

### 1.3.2.2 Cas extraordinaire : réfraction négative

De manière « extraordinaire », il est possible de rendre négative la réfraction de l'onde incidente à l'interface entre les deux milieux, et ceci en accord avec la conservation du vecteur  $\vec{k}_{//}$ , uniquement si *le vecteur d'onde et la vitesse de groupe de l'onde réfractée sont de signe opposé* (voir figure 1.3.2 (b)), soit dans le milieu 2 :

$$\vec{v}_{g2} \cdot \vec{k}_2 < 0 \quad (1.3.3)$$

Cette relation peut également s'exprimer en fonction de vecteur de Poynting,  $\mathbf{S}_2$  (vecteur de transport de l'énergie qui est une fonction,  $f$ , de la vitesse de groupe :  $\mathbf{S}_2 = f(\mathbf{v}_{\mathbf{g}2})$ ) et devient alors :

$$\mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{k}_2 < 0 \quad (1.3.4)$$

Notons que la vitesse de groupe est la vitesse associée au transport de l'énergie. Elle doit être positive pour que l'onde avance dans le milieu 2. Ainsi, pour être réfractée négativement, l'onde doit dans l'un des deux milieux se propager avec un vecteur d'onde négatif. La figure 1.3.2 b) illustre cette situation.

Deux principales voies d'étude peuvent être suivies pour que cette condition soit satisfaite :

- un des milieux doit posséder **une impédance caractéristique (ou indice de milieu effectif) négative** (métamatériaux).
- à une fréquence donnée, un **vecteur d'onde négatif se trouvant sur une pente positive** (vitesse de groupe positive) dans les courbes de dispersion (cristaux phononiques).

Autrement dit, la réfraction négative peut être directement liée aux propriétés intrinsèques et homogènes du milieu ou être un effet de la structure de bande.

### 1.3.3 Vers un milieu homogène artificiel : les métamatériaux acoustiques

L'enjeu est dans ce cas d'obtenir cette propriété de réfraction négative à partir de matériaux homogènes et donc pour lesquels un type d'onde est défini par un couple  $(\omega, \mathbf{k})$  où, à une fréquence donnée, le vecteur d'onde est unique. A titre de rappel, un matériau est considéré comme homogène dès lors que ces hétérogénéités sont de dimensions très inférieures à la longueur d'onde.

Pour qu'une onde élastique arrivant en incidence oblique à l'interface entre deux milieux homogènes soit réfractée négativement, un des deux milieux doit nécessairement posséder les propriétés d'un milieu "négatif" (vitesse de groupe opposée au vecteur d'onde). Dans ce cas, ce sont les propriétés élastiques globales du milieu homogène à "indice" négatif qui conduisent à mettre en opposition vecteur de Poynting et vecteur d'onde (i.e. vitesse de groupe et vitesse de phase).

Cette opposition n'est pas une notion triviale à comprendre, il s'avère donc indispensable de s'y arrêter quelques instants pour bien saisir les enjeux du problème. Pour une onde

plane définie par un couple  $(\omega, \mathbf{k})$  le vecteur de Poynting peut se mettre sous la forme :

$$\mathbf{S} = \frac{i}{2\omega\rho} P \nabla P^* = \frac{|P|^2 \mathbf{k}}{2\omega\rho} \quad (1.3.5)$$

où  $P$  est la pression, et  $\rho$  la densité du milieu. Il apparaît alors, que pour opposer le vecteur de Poynting,  $\mathbf{S}$  et le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  de l'onde,  $\rho$  doit être négatif.

Afin de décrire le plus simplement possible ce phénomène, considérons un milieu fluide homogène où la relation de continuité et le principe fondamental sont données respectivement par les relations :

$$\nabla \mathbf{v} - i \frac{\omega}{k} P = 0 \quad \text{et} \quad \nabla P - i\omega\rho\mathbf{v} = \mathbf{0}, \quad (1.3.6)$$

De cette relation, il vient que la densité  $\rho$  est directement liée au module de compressibilité  $\kappa$  par la relation :

$$\frac{1}{c^2} = \frac{\rho}{\kappa} \quad (1.3.7)$$

avec  $\kappa = -V \frac{\partial P}{\partial V}$  où  $V$  est le volume subissant une pression extérieure  $P$ . De la relation 1.3.7 il vient que si  $\rho$  est négatif  $\kappa$  est nécessairement négatif. De sorte qu'en compressant le matériau il se dilate ! Cette notion n'est bien entendu absolument pas intuitive lorsque que l'on pense en termes de matériaux naturels. Pour être plus rigoureux, et éviter toutes confusions avec des matériaux naturellement existants il faut parler de densité effective et de module de compressibilité effectif.

En synthèse on peut donc établir que la réfraction négative par un milieu homogène (devant la longueur d'onde) est possible dès lors que celui-ci possède une densité effective et un module de compressibilité effectif simultanément négatifs.

Une telle propriété n'existe pas à l'état naturel. Une des voies actuellement explorée est de concevoir artificiellement un milieu remplissant ces conditions. De tels matériaux artificiels sont appelés *métamatériaux acoustiques*.

De tels métamatériaux acoustiques tirent leurs propriétés d'un milieu constitué de résonateurs locaux de dimensions très inférieures à la longueur d'onde acoustique. Dans ce cas un agencement périodique des inclusions n'est pas une condition nécessaire à l'apparition de ces phénomènes extraordinaires. L'élaboration de ces métamatériaux implique donc de parvenir à introduire dans une matrice des inclusions aux propriétés élastiques très différentes de celle du milieu matriciel. A ce jour, pallier cette contrainte expérimentale s'avère

très compliqué. En revanche, les résultats numériques montrant les potentialités de ces matériaux sont nombreux ([23, 27, 31, 36, 51, 55, 92]).

En outre, il est important de souligner une conséquence fondamentale de ce type de matériaux sur la propagation des ondes élastiques. Pour une fréquence donnée et un mode acoustique donné, les métamatériaux possèdent un indice de milieu effectif négatif et unique<sup>4</sup>. Une onde émergeant d'un tel matériau sera donc réfractée négativement sans risque d'existence d'autres réfractions "parasites", et donc sans perte importante d'énergie. Cette propriété s'avère très intéressante dès que l'on se penche un peu plus sur les conséquences et les potentialités de la réfraction négative, telles que la conception d'une super-lentille acoustique.

### 1.3.4 Influence de la structure de bande

Dans la section précédente, la réfraction négative est due aux propriétés intrinsèques des matériaux mis en jeu. Bien que très prometteur pour conduire à la conception d'une super-lentille acoustique, les études visant à réaliser des métamatériaux n'en sont encore qu'à leurs débuts.

#### 1.3.4.1 Milieu homogène naturel et ondes de Lamb

Très récemment, C. Prada et ses collaborateurs [12], ont montré la possibilité de s'appuyer sur les propriétés intrinsèques des ondes de Lamb pour générer une onde réfractée négativement. En effet nous avons vu à la section 1.1.2.2 que les courbes de dispersion de certains modes de Lamb sont marquées par des concavités. Sur les courbes de dispersion en fonction de la valeur absolue du vecteur d'onde, les concavités sont associées à un minimum de fréquence nécessairement précédé d'une pente négative (voir à la partie 1 du manuscrit la figure 1.1.9). Dans le cas d'une propagation vers l'avant (soit  $v_g > 0$ ), le pendant de cette pente négative est une pente positive associée à un vecteur d'onde négatif. Ainsi, en s'appuyant sur ce mode il devient envisageable de faire réfracter négativement certains modes de Lamb.

Le système utilisé est composé de deux plaques d'aluminium (matériau isotrope) d'épaisseur différente, et permettant, à une fréquence de l'ordre de 28MHz, une excitation du mode  $S_2$  de la plaque la plus épaisse ( $h_1 = 131,7\mu m$ ) et du mode  $S_1$  de l'autre plaque ( $h_1 = 102,5\mu m$ ) (voir figure 1.3.3). A cette fréquence, le mode  $S_1$  est défini par un vecteur

---

4. Le milieu considéré étant homogène le vecteur d'onde propre à une fréquence fixée, pour un mode donné, est unique

d'onde négatif et un vecteur de groupe positif, alors que le mode  $S_2$  est défini par un vecteur d'onde et une vitesse de groupe tout deux positifs. Autour de 28MHz, la réfraction à l'interface entre ces deux milieux est donc négative.

Toutefois, notons que dans ce cas les vecteurs d'ondes excités au passage de l'interface ne sont pas uniques. L'énergie est donc répartie sur les différents modes, comme dans les cristaux phononiques. Toutefois, dans ce cas, même si la réfraction négative est un effet de la structure de bande, celle-ci est aussi la conséquence des propriétés élastiques intrinsèques d'un milieu homogène.

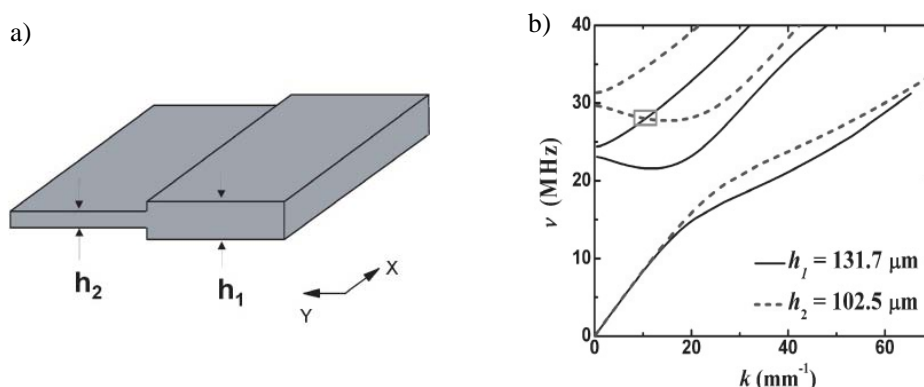


FIGURE 1.3.3 – a) Schéma de l'échantillon : deux plaques d'épaisseurs  $h_1 = 131,7 \mu\text{m}$  et  $h_2 = 102,5 \mu\text{m}$ . b) Courbes de dispersion des deux plaques, montrant une zone rendant possible la réfraction négative.

### 1.3.4.2 Milieux phononiques et réfraction de Bragg

Au chapitre 2 de la partie 1 les principales propriétés des cristaux phononiques ont été présentées. Entre autre, il a été montré, qu'une onde définie par une couple  $(\omega, k)$  dans le milieu matriciel sans inclusion voit, sous l'influence de la périodicité, son vecteur d'onde se décomposer de sorte qu'au sein du milieu l'onde est définie par  $(\omega, k_n)$ . Les vecteurs d'onde peuvent être définis à partir du vecteur de Bloch,  $\mathbf{G}$ , et du vecteur d'onde réduit dans la première zone de Brillouin,  $\mathbf{k}_{\text{red}}$ , de sorte que la relation 1.2.6 peut s'écrire comme :

$$\mathbf{k}_{\text{CP}} = \mathbf{k}_{\text{red}} + n\mathbf{G}, \quad (1.3.8)$$

où  $n$  un entier relatif.

La périodicité rend alors possible la présence de modes pour lesquels le produit scalaire



entre vecteur d'onde et vitesse de groupe est négatif<sup>5</sup> et à partir desquels les ondes élastiques peuvent se trouver négativement réfractée.

En raison de la multiplicité des vecteurs d'onde existant dans le cristal phononique (voir équation 1.3.8), la réfraction d'une onde élastique se propageant du milieu phononique vers un milieu homogène n'est pas nécessairement unique, de sorte que la relation de Snell-Descartes (équation 1.3.2) devient :

$$k_{CP} \sin(\theta_i) = k_{sub} \sin(\theta_{r(n)}) \iff (k_{red} + n.G) \sin(\theta_i) = k_{sub} \sin(\theta_{r(n)}) \quad (1.3.9)$$

où l'onde incidente se propageant dans le cristal phononique avec un vecteur d'onde noté  $k_{CP}$  et arrive à l'interface avec le milieu homogène avec un angle d'incidence  $\theta_i$ . L'onde est ainsi réfractée selon un vecteur d'onde  $k_{sub}$ , avec un angle noté  $\theta_{r(n)}$ . Cette réfraction, parfois multiple, est appelée réfraction de Bragg (voir partie 1 chapitre 2). L'introduction, dans la relation 1.3.2, de la définition des vecteurs existant au sein des cristaux phononiques conduit à la relation :

$$|\sin(\theta_{r(n)})| = \left| \frac{k_{red} + nG}{k_{sub}} \sin(\theta_i) \right| \leq 1. \quad (1.3.10)$$

Les propriétés de réfraction des ondes acoustiques par ces milieux hétérogènes et périodiques proviennent directement des paramètres du "réseau cristallin", et ne sont donc pas les propriétés d'un milieu homogène.

Les éventuelles réfractions multiples affectant un type d'onde donné ont une conséquence directe et fondamentale : la réfraction négative en sortie d'un cristal phononique n'arrive pas seule. Ainsi, l'énergie de l'onde incidente au sein du cristal se répartit entre les différents modes réfractés en sortie du cristal (outre les pertes par réflexion en entrée du cristal et au sein de celui-ci), de sorte que l'onde réfractée négativement, si elle existe, peut être d'intensité très faible. Ce problème peut nuire de manière drastique à l'observation du phénomène.

Dans la troisième partie du manuscrit je m'attacherai à montrer l'existence de cette réfraction particulière. En outre, afin d'avoir une vision quantitative de la réfraction négative, nous verrons de quelle manière se répartit l'énergie sur les différents modes associés aux différents vecteurs d'ondes engendrés par la périodicité.

---

5. Le produit scalaire entre vecteur d'onde et vitesse de phase est négatif dès lors que le mode se trouve, dans les courbes de dispersion :

- sur une pente positive avec un vecteur d'onde négatif.
- sur une pente négative avec un vecteur d'onde positif.

## Deuxième partie

# Conception des échantillons et montages expérimentaux



---

*On ne peut se passer d'une méthode pour se mettre en quête de la vérité des choses.*

René Descartes, *Discours de la méthode*.

"Le résultat est-il exploitable et fiable ?" Dans le cadre fixé par cette question, banale et à la base de toute réflexion scientifique, l'expérimentateur est soumis à la constante "incertitude de mesure". L'expérience comme moyen de validation de phénomènes théoriquement bien établis, implique alors la mise au point d'un protocole expérimental "rigoureux" et "stable", permettant de se rapprocher au plus près des conditions posées par la théorie, afin d'éliminer au maximum "l'incertitude". En ce sens, il est indispensable de mettre en place une démarche expérimentale permettant l'emploi de sujets d'étude les plus parfaits possible et d'une technique d'analyse des phénomènes qui s'y produisent la plus précise et reproductible possible.

Le comportement des ondes élastiques est bien expliqué théoriquement dans le cas idéal des cristaux phononiques de dimensions infinies (voir chapitre 2 partie 1). En revanche, au sein de cristaux phononiques de dimensions finies, des écarts avec la théorie sont possibles. Or, l'essentiel des travaux décrits dans la littérature présente des expériences réalisées en transmission. La propagation au sein de ces structures périodiques n'est donc connue que par déduction de l'information contenue dans le signal transmis. Peu de techniques expérimentales permettent d'avoir accès à la propagation en tout point des cristaux phononiques. Cette partie est consacrée à présenter les techniques d'élaboration des milieux périodiques artificiels étudiés, ainsi que les outils utilisés pour les différentes études présentées à la troisième et dernière partie. Les deux techniques expérimentales présentées permettent toutes deux d'aller sonder, de manière non intrusive, les déplacements de surfaces des ondes élastiques se propageant au sein des cristaux phononiques.

En vue d'applications potentielles notamment en microélectronique, un des premiers enjeux de ce travail de thèse a été de montrer expérimentalement l'existence du phénomène de réfraction négative d'ondes élastiques guidées dans des plaques solides structurées par des cristaux phononiques dans des gammes de fréquences élevées (jusqu'à la centaine de MHz). Ainsi, les techniques expérimentales présentées au deuxième chapitre de cette partie ont été adaptées dans le but d'observer les phénomènes de réfraction d'ondes élastiques, allant de quelques MHz à la centaines de MHz, existant au passage d'une interface entre un cristal phononique et un milieu homogène.



# Chapitre 2.1

## Echantillons

Ce chapitre présente les différents cristaux phononiques étudiés, ainsi que la technique mise en oeuvre pour les réaliser.

Deux types de cristaux phononiques ont été réalisés. Les uns sont obtenus par structuration de substrats de silicium cristallin (plaque de Silicium de différentes épaisseurs), les autres à partir d'un substrat semi-infini de silice (matrice isotrope). Les structures phononiques élaborés dans ces deux types de matrices consistent en un arrangement périodique d'inclusions d'air.

Pourquoi avoir choisi le silicium comme matrice pour les études à réaliser ? Les perspectives d'utilisation des cristaux phononiques dans des applications technologiques font du silicium, semi-conducteur très utilisé en microélectronique, un matériau d'étude proche des applications potentielles. Il s'avère également que plusieurs techniques de gravure du silicium, très bien maîtrisées, existent. Ces techniques permettent des gravures plus ou moins profondes, isotropes ou non, plus ou moins longues à mettre en oeuvre et économiquement plus ou moins coûteuses. Le choix d'une technique par rapport à une autre (ou le mélange de plusieurs techniques) dépend donc du "cahier des charges" initialement fixé. Ces différentes techniques peuvent être réparties en deux grandes familles : les gravures dites physiques et les gravures dites chimiques.

1. **Gravures "physiques"** : Ces techniques de gravures sont utilisées pour réaliser des gravures peu profondes (submicroniques) avec un très bon contrôle de la formation des cavités.
  - Gravure au plasma : après avoir été partiellement protégé, le substrat à graver est bombardé d'ions. Cela conduit à une gravure pour laquelle la frontière entre les zones gravées et non gravées est généralement rectiligne et verticale. Le principal

désavantage est la faible profondeur de gravure réalisable.

2. **Gravures Chimiques** : le plus souvent ce sont des gravures par voie humides.

- Gravure isotrope humide : une solution réagissant avec le substrat vient l'attaquer de manière isotrope (les cavités gravées ont donc un profil hémisphérique), après que ce dernier ait été partiellement protégé. Cette technique ne permet pas un parfait contrôle de la profondeur des cavités, et ne permet pas des gravures submicroniques.
- Gravure anisotrope humide : C'est une technique de gravure profonde, où l'attaque chimique est directement liée à la structure cristallographique du substrat. Dans ce type de gravure les dimensions des cavités microstructurées sont parfaitement contrôlées.

3. **Gravures "hybrides"** :

- Gravure ionique réactive (RIE pour Reactive Ion Etching) : C'est une technique dérivée des gravures plasma, qui est associée à une gravure chimique sèche. En plus du bombardement ionique, un gaz fortement réactif avec le substrat à graver est ajouté (ex : hexafluorure de soufre  $SF_6$ , tétrafluorure de carbone  $CF_4$ ) pour attaquer le Silicium. cet ajout d'une attaque chimique sèche (à la précédente technique) permet d'augmenter la profondeur de gravure, tout en gardant des flans de cavités rectilignes et verticaux et une attaque bien contrôlée. L'utilisation d'une telle technique est coûteuse aussi bien en temps qu'économiquement.

Le pas du réseau direct, noté  $a$ , des cristaux phononiques doit être du même ordre de grandeur que la longueur d'onde,  $\lambda$ , des ondes élastiques émises (onde de Lamb ou de Rayleigh). Les dimensions des échantillons sont donc liées par la longueur d'onde,  $\lambda$ , à la vitesse de propagation des ondes,  $c$ , et à leur fréquence,  $\nu$ , de sorte que :

$$a \approx \lambda = \frac{c}{\nu}. \quad (2.1.1)$$

Le but des études conduites sur les échantillons à matrice silicium est l'observation de l'influence de la périodicité sur la dispersion du mode de Lamb antisymétrique sans fréquence de coupure. Pour ce faire, l'épaisseur des plaques minces de silicium doivent être inférieures aux longueurs d'onde élastique et le pas du réseau phononique comparable à

ces mêmes longueurs d'onde. Ainsi, pour des fréquences allant jusqu'à la dizaine de MHz (voir système expérimental au chapitre suivant), le choix est fait de structurer sur toute l'épaisseur des plaque de  $200\mu m$  par des cristaux phononiques de maille carrée, de pas de réseau  $1mm$  et des plaques de  $160\mu m$  par des cristaux phononiques de maille carrée, de pas de réseau  $267\mu m$ . Ces différents échantillons impliquent donc des profondeurs de gravures importantes (centaine de microns). La nécessité d'obtenir des échantillons de bonne qualité (précision dans les dimensions) avec de telles profondeurs de gravure nous a conduit à structurer les wafers de silicium par gravure chimique anisotrope humide.

En outre, au deuxième chapitre de la troisième partie du manuscrit une étude de la réfraction négative d'onde de Rayleigh, au GHz, par un cristal phononique à matrice de silice est présentée. Un des enjeux était ici d'utiliser un matériau relativement proche du silicium mais qui soit isotrope. Pour cette gamme de fréquence, la silice est structurée par cristal phononique de maille carrée et de pas  $4\mu m$ . La technique de gravure choisie est une attaque chimique isotrope.

Notons que lors de la fabrication des échantillons une zone suffisamment large de substrat est conservée tout autour des cristaux phononiques, afin de rendre possible la génération (et la détection) d'ondes élastiques dans le substrat non structuré, en amont du cristal phononique (figure 2.1.1). Les ondes élastiques émises sont ici dans la gamme de la centaine de MHz et les dimensions du réseau de l'ordre du micron.

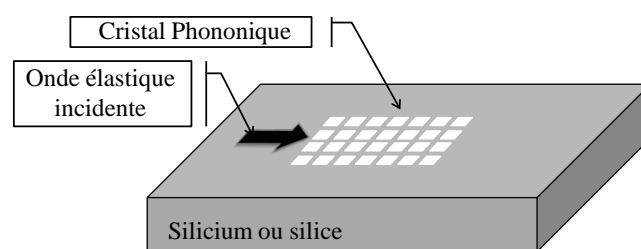


FIGURE 2.1.1 – Schématisation des échantillons : substrat structuré par des inclusions formant le cristal phononique. La flèche verte indique la zone d'excitation et la direction de propagation de l'onde générée en amont du cristal.

Dans ce chapitre j'aborderai dans un premier temps le procédé de structuration des cristaux phononiques à matrice silicium, puis dans un deuxième temps la technique de gravure des substrats de silice. En fin de chapitre un tableau qui recense les différents échantillons réalisés et étudiés est présenté.



### 2.1.1 Gravure du silicium par attaque chimique anisotrope

Pour réaliser les échantillons, des wafers de silicium polis sur les deux faces sont percés par attaque chimique d'une solution aqueuse d'hydroxyde de potassium (KOH). Cette technique d'attaque profonde conduit à une gravure anisotrope liée aux directions cristallographiques. Cette anisotropie de gravure contraint la forme des inclusions d'air, ainsi que leur orientation. Toutefois, ce type de gravure permet de contrôler parfaitement la dimension des cavités microstructurées. Un masque d'une couche de passivation est réalisé en surface du silicium. Les zones ouvertes du masque permettent de graver localement le silicium. Dans notre cas, la couche de passivation est une couche d'oxyde de silicium.

A la fin des années 90, Seidel a établi les réactions chimiques et les vitesses de gravure des couches de passivation et du silicium en fonction des orientations cristallographiques, de la concentration en KOH et de la température du bain de KOH [82, 83]. Il a montré que la gravure se fait de manière préférentielle dans les plans (100) avec une vitesse d'attaque selon ces directions de l'ordre de cent fois plus rapide que celle selon les plans (111). Cette anisotropie est généralement expliquée par une vitesse de gravure liée à la configuration locale de la surface [6, 16].

On trouve dans la littérature [4] les différentes géométries des cavités obtenues après gravure en fonction de l'orientation cristallographique du silicium, de la géométrie du masque et de l'orientation de celui-ci par rapport aux axes cristallographiques. Dans notre cas, les inclusions structurées sont de section carrée. Cette forme d'inclusion n'est certes pas favorable à l'ouverture de gap de Bragg complet (voir chapitre 1.2.3), mais présente l'intérêt d'être rapidement et facilement structurable. Par ailleurs, dans le cadre des études menées ici, et présentée à la partie 3 du manuscrit, l'ouverture de gaps complets n'influence en rien les résultats. Notons par ailleurs que le silicium est un matériau fragile et qu'il a donc été indispensable de réaliser les échantillons en plusieurs exemplaires.

#### 2.1.1.1 Etapes de fabrication des échantillons :

Les différentes étapes de l'élaboration des structures phononiques ont toutes été réalisées dans de la salle blanche de L'INSP, avec la collaboration de Roger Gohier. Le schéma de la figure 2.1.2 présente le principe de la structuration du silicium. Un wafer de silicium, orienté (100) et parfaitement poli est oxydé (étape 1) dans un four à très haute température avec un flux de dioxygène (Température du four d'environ 1100° ; couche d'oxyde de moins d'un micron).

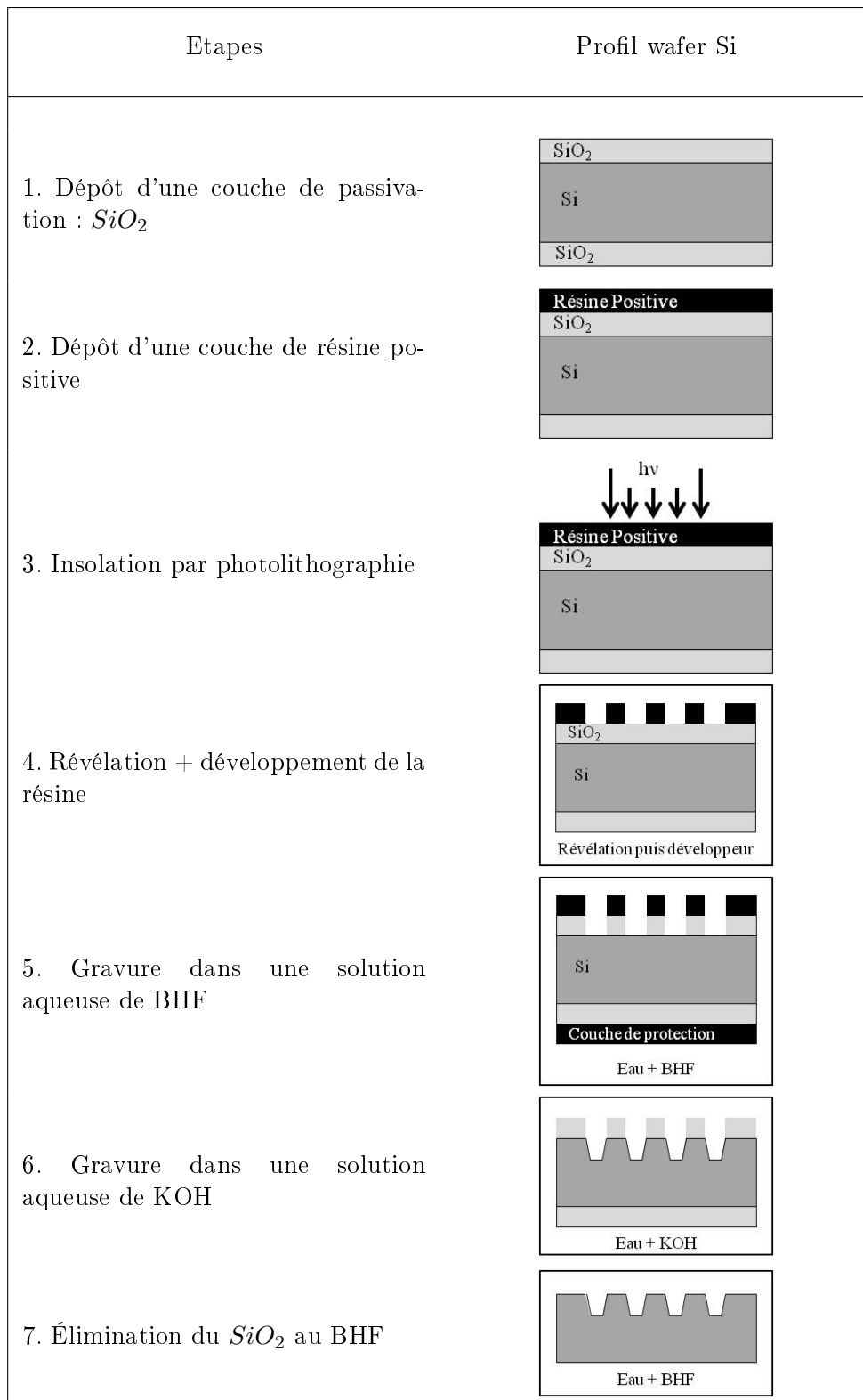


FIGURE 2.1.2 – Étapes de structuration du silicium cristallin par photolithographie et attaque chimique

Une couche de résine photosensible positive<sup>1</sup> y est ensuite déposée par centrifugation (étape 2), le contrôle de la vitesse de centrifugation assurant une épaisseur de résine régulière et contrôlée.

Les zones à graver chimiquement sont délimitée par photolithographie, c'est à dire par une insolation de la résine localisée aux zones à éliminer (ou zones à graver) (étape 3).

Après révélation et développement du masque de résine (étape 4), le wafer est plongé dans une solution d'acide hydrofluorique tamponné (BHF) (étape 5) afin d'éliminer l'oxyde de silicium dans les zones exemptes de résine (le BHF réagit avec le  $SiO_2$ , mais pas avec le silicium, il est donc indispensable, pour cette étape, de déposer une couche protectrice sur la face non gravée).

Après nettoyage de la résine (nettoyage à l'acétone), le wafer est plongé dans une solution de KOH (étape 5) qui va attaquer le silicium non protégé par la couche d'oxyde. La solution de KOH est chauffée à  $60^\circ C$  afin de catalyser la réaction KOH-Si. La durée de l'attaque est proportionnelle à la profondeur de gravure souhaitée, sachant qu'à  $60^\circ C$  la vitesse d'attaque est d'environ  $18\mu m/h$ .

Une fois le silicium gravé, le wafer est de nouveau immergé dans la solution de BHF (étape 6) afin d'éliminer la couche d'oxyde restante. La profondeur des cavités est contrôlée au microprofilomètre.

### 2.1.1.2 Géométrie des cavités après gravure

**Cavités carrées en surface et structuration sur une seule face :** Pour réaliser des cavités de section carrée (figure 2.1.4a)), le wafer doit être orienté selon la direction (100). Le masque doit comporter des ouvertures carrées dont les côtés sont placés parallèlement à la direction  $[0\bar{1}1]$  du silicium. La figure 2.1.4 c) montre l'allure du profil d'une cavité carrée, dont la géométrie s'exprime en fonction du côté de l'ouverture carrée du masque, noté  $b$ , de la profondeur de la cavité, notée  $h$ , et du côté du fond de la cavité, noté  $W$ , de sorte que :

$$b = \sqrt{2}h + W. \quad (2.1.2)$$

Aurement dit, la profondeur maximale des trous, notée  $h_{max}$ , est directement liée au côté  $b$  :

$$h_{max} = \frac{b}{2} \tan(54, 74^\circ). \quad (2.1.3)$$

---

1. Une résine est dite positive quand, après illumination, la résine éclairée est celle éliminée grâce à un "développeur" adapté.

Les inclusions d'air ainsi réalisées ont une forme "pyramidale" (voir cliché de la figure 2.1.3). Une brève étude présentée à la partie 3 montre que la forme pyramidale ne modifie pas drastiquement les courbes de dispersion en comparaison à des inclusions parallélépipédiques, tant que le taux de remplissage<sup>2</sup> est le même.

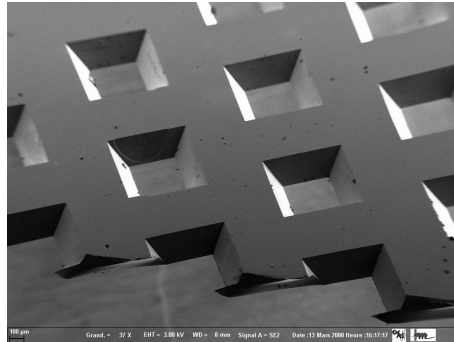


FIGURE 2.1.3 – Cliché au microscope électronique d'une plaque de silicium structurée par attaque chimique anisotrope. Cristal phononique composé d'inclusions de sections carrées (grande base des pyramides de  $550\mu m$ ).

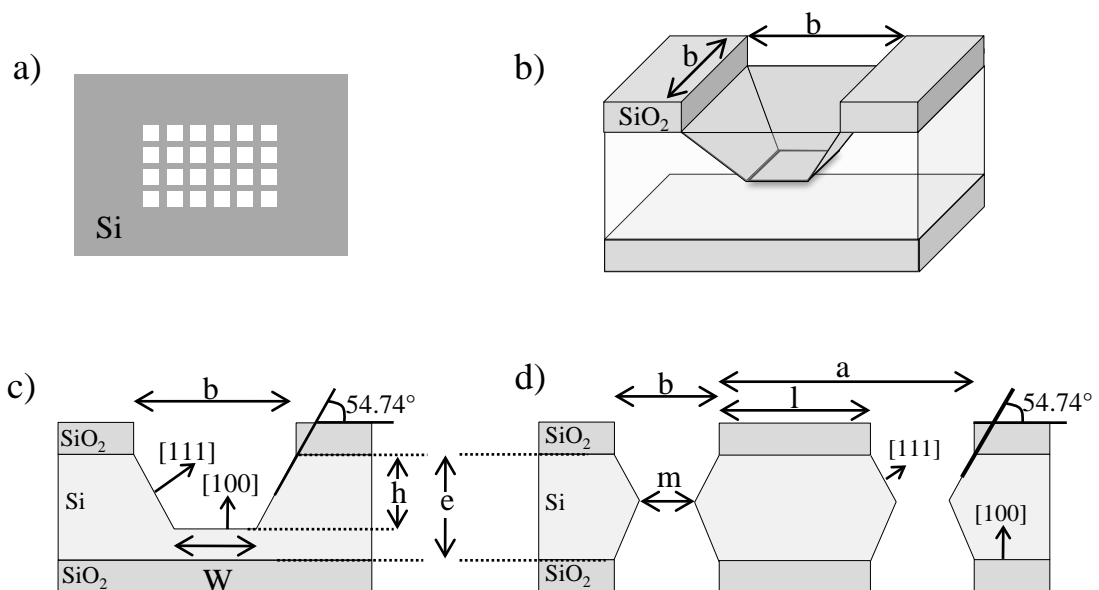


FIGURE 2.1.4 – Trous carrés en surface avec gravure sur une ou deux faces du wafer. a) Vue du dessus : cristal phononique de maille carrée organisé en rectangle. b) Vue 3D d'une inclusion d'air sur une seule face. c) Vue de profil : gravure sur une seule face, cavités en forme de pyramides tronquées de petit côté  $W$ . d) Vue de profil : gravure sur les deux faces, cavités en forme de "sablier".

2. Le taux de remplissage est le ratio entre l'espace occupé par les inclusions et la surface occupé par la matrice.

**Cavités carrées en surface et structuration sur les deux faces :** Afin de rendre symétriques les inclusions par rapport à l'axe central de la plaque, la gravure est effectuée à partir d'un masque photolithographiés sur les deux surfaces libres de la plaque. Pour ce faire, les étapes 1 à 3 sont donc réalisées sur les deux faces (la couche de protection présente à l'étape 5 n'est alors plus nécessaire).

Dans le cas d'une structuration à partir des deux faces de la plaque de silicium, la taille minimum des carrés en surface, notées  $b_{min}$ , est imposée par l'épaisseur de la plaque,  $e$ , telle que :

$$b_{min} = \frac{e}{\tan(54,74^\circ)}. \quad (2.1.4)$$

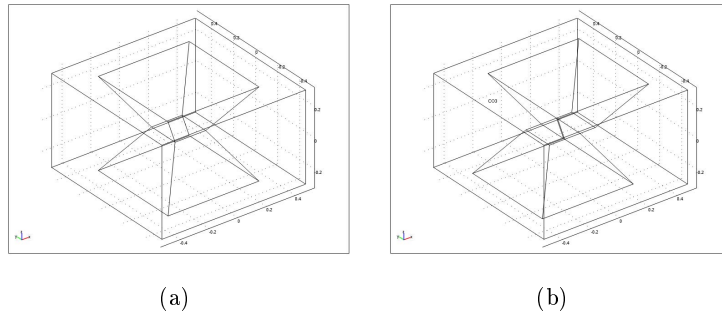


FIGURE 2.1.5 – (a) Schéma inclusion de forme "sablier". (b) Schéma inclusion de forme "sablier désaxé".

Lorsque les cavités "pyramidales" issues des deux surfaces libres de la plaque de silicium se rejoignent (au moment de la gravure) de manière parfaitement coaxiales, les inclusions deviennent débouchantes et prennent une forme de "sablier" (voir figure 2.1.4 d)). Dans ce cas idéal  $W = m$ , où  $m$  est le côté de la section vide au centre de la plaque (voir figure 2.1.4 (d)). Au cours de la partie 3, la comparaison entre des cristaux phononiques composés de ce type d'inclusions par rapport à des inclusions à flans droit sera montré.

Lors de la réalisation des masques de résine (étape 3 et 4) l'alignement par rapport au plan médian de la plaque peut être mis à mal, créant alors de cavités pyramidales désaxées les unes par rapport au autres. Les inclusions d'air se retrouvent dissymétrisées par rapport au plan médian de la plaque de silicium, et prennent la forme de "sablier désaxé". le schéma b de la figure 2.1.5 illustre le cas d'une dissymétrie dans une seule direction. L'influence d'une telle dissymétrie sera étudié à la partie 3.

En outre, que les deux inclusions pyramidales chacune de profondeur  $e/2$  soient alignées où non le taux de remplissage d'un cristal phononique de maille élémentaire carrée structuré par de telles inclusions a un taux de remplissage en surface,  $f_S$  et un taux de remplissage

moyen,  $f$ , définis comme :

$$f_S = \frac{b^2}{a^2} \quad \text{et} \quad f = \frac{(b+W)^2}{4a^2}. \quad (2.1.5)$$

### 2.1.2 Gravure de la silice par attaque chimique isotrope

La silice amorphe est un solide amorphe qui par attaque chimique conduit à la création de cavité gravée de manière isotrope. La réalisation d'un masque de résine par photolithographie (voir section précédente) permet de définir les zones à graver. Enfin, la lithographie d'un disque conduit alors à la création d'une cavité hémisphérique (voir figure 2.1.6). La profondeur de gravure est alors limitée par le rayon des cavités,  $r$ .

La taux de remplissage en surface pour un réseau carré, de côté  $a$ , vaut :

$$f_S = \frac{\pi r^2}{a^2} \quad (2.1.6)$$

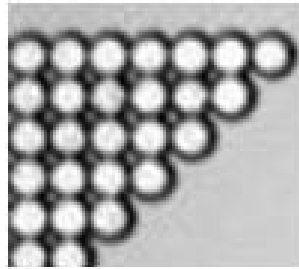


FIGURE 2.1.6 – Cliché au microscope optique d'inclusions hémisphériques d'air dans un substrat de silice. Pas du réseau de  $4\mu\text{m}$ .

### 2.1.3 Tableau des différents types de cristaux phononiques étudiés

Les études réalisées utilisent des échantillons de configurations différentes. Pour mettre en évidence le phénomène de réfraction négative, des cristaux phononiques de forme prismatique sont utilisés, afin de faciliter l'observation des angles de réfraction (voir Partie 3). En outre, les études des phénomènes de bord de gap sont réalisées avec des cristaux phononiques organisés en rectangles. Le tableau ci-après répertorie les différents échantillons avec leur nom, associé à un substrat d'épaisseur  $e$ . La forme générale des cristaux phononiques et les paramètres de mailles (géométrie de la maille, paramètre de maille  $a$ , taux de remplissage en surface  $f_S$ , forme des inclusions) sont également donnés.

Nom	matrice	e ( $\mu\text{m}$ )	forme inclusion	maille	a ( $\mu\text{m}$ )	$f_S$	forme globale
CP1	Silicium	160	sablier	carrée	267	0.4	rectangle
CP2	Silicium	160	sablier désaxé	carrée	267	0.4	rectangle
CP3	Silicium	200	carrés	carrée	1000	0.56	rectangle
CP4	Silicium	160	sablier	carrée	267	0.4	triangle isocèle rectangle
CP5	Silice	semi-infini	hémisphérique	carrée	4	$\pi/4$	triangle isocèle rectangle

FIGURE 2.1.7 – Tableau répertoriant les différents échantillons étudiés.

## Chapitre 2.2

# Dispositifs expérimentaux pour la génération et la détection d'ondes guidées

### 2.2.1 Dispositif expérimental au MHz

La génération d'ondes élastiques guidées, dans la gamme du MHz<sup>1</sup>, par des transducteurs piézoélectriques reste encore la méthode de génération la plus commune, même si de tels systèmes de génération impliquent une interaction mécanique avec l'échantillon. En effet, les transducteurs doivent nécessairement être couplés au milieu propagateur, nécessitant donc un contact mécanique avec l'échantillon. Générer et sonder sans contact mécanique avec le solide, les ondes élastiques s'y propageant, contraint fortement la méthode de génération ultrasonore.

Les travaux de R. M. White en 1963 [93] ont montré la possibilité de créer une onde élastique en échauffant de manière transitoire la surface d'un solide. La directivité et le contenu fréquentiel du signal ultrasonore émis dans le milieu solide sont directement liés à l'allure et à la durée de l'échauffement. A partir de ces travaux et de ceux qui ont suivi sur la création d'ondes élastiques par effet photoélastique, les techniques laser-ultrasons ont pu voir le jour dès le milieu des années 70 [7, 80, 81]. Dans ces systèmes expérimentaux, l'échauffement local de la surface du solide est assuré par une impulsion laser, soit sans contact mécanique entre le système de génération et le solide étudié. La forme de la tache focale et la durée de l'impulsion laser imposent la bande passante des ondes émises.

---

1. Dans le silicium la vitesse de Rayleigh est d'environ 4900m/s. La longueur d'onde associée à une onde de Rayleigh générée autour de 10 MHz dans du silicium avoisine les 0,5mm.



Avec l'évolution des lasers, la durée de l'impulsion peut être réduite, jusqu'à permettre la génération d'ondes de volume au térahertz avec l'apparition des lasers femtosecondes.

La technique employée, ici, est basée sur l'utilisation d'un laser impulsif Nd :YAG picoseconde, couplée à un système de détection interférométrique assurée par un laser He-Ne continu monté sur un interféromètre de Michelson (figure 2.2.1). Un tel montage, tout optique, permet une analyse, des propriétés de propagation élastique de surface, sans contact mécanique avec l'échantillon, et sous certaines conditions d'excitation du solide, sans aucune altération de ce dernier.

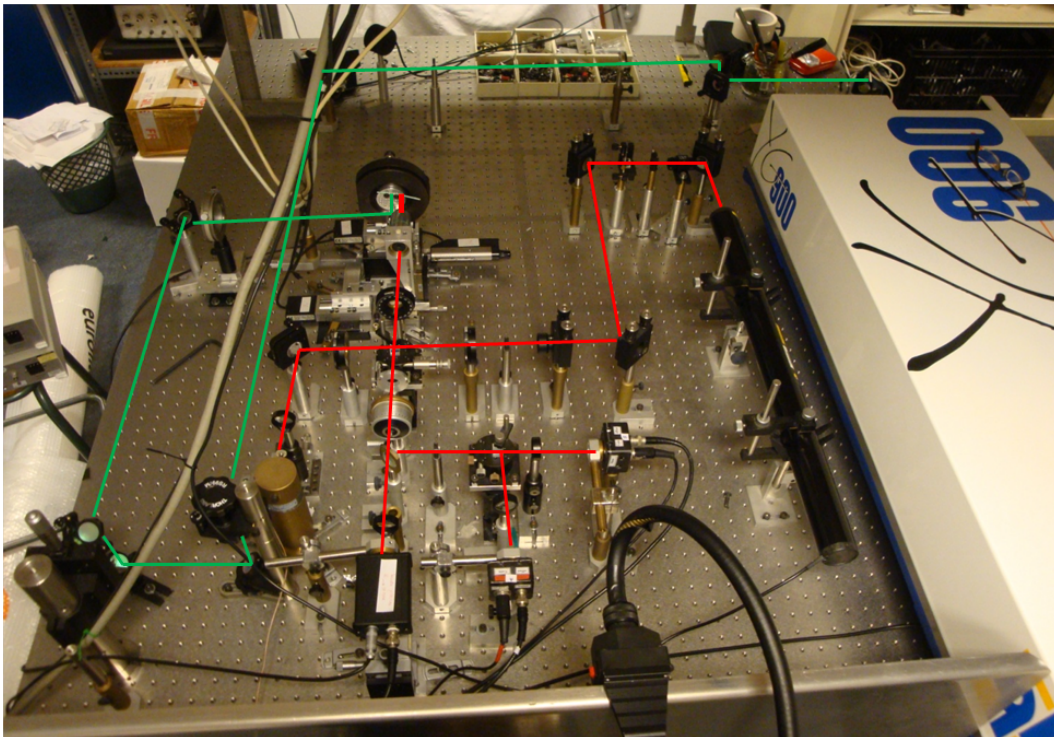


FIGURE 2.2.1 – Photographie du système expérimental. Les chemins optiques de la pompe et de la sonde sont respectivement indiqués en vert et rouge.

### 2.2.1.1 Génération large bande "conventionnelle"

De manière "conventionnelle", les techniques laser-ultrason permettent de générer des paquets d'ondes élastiques. Nous verrons dans ce chapitre que générer optiquement des ondes monochromatiques au MHz s'avère plus complexe, bien que préférable pour certaines des études réalisées dans le cadre de ce travail. La génération large bande est relativement simple à mettre en place, car le montage optique est relativement léger. Ce processus de génération nous permet entre autres de déterminer expérimentalement les courbes de

dispersion d'un milieu solide qu'il soit homogène ou non (ex. : cristaux phononiques). Il est ainsi possible de remonter expérimentalement aux propriétés élastiques du milieu sondé.

### a. Principe de la génération photothermique large bande

Ce type de génération permet d'émettre dans un substrat solide, sans contact mécanique, des ondes élastiques ayant un large contenu fréquentiel. Elle nécessite l'emploi d'une source lumineuse suffisamment énergétique pour contraindre le solide par échauffement local. En effet, lorsqu'un matériau est échauffé localement, il se dilate, créant un champ de déformation. Ce dernier conduit alors à la création d'une onde élastique qui va se propager dans le solide. Dans notre cas, la surface de l'échantillon est échauffée par un laser Nd :YAG doublé pulsé de longueur d'onde centrale  $\lambda = 532nm$  et très énergétique (Nd-YAG doublé Pizzicato de Quantel : 30ps, 0.5 :1.5 mJ/pulse). La forme de la tache focale, ainsi que la fluence à la surface de l'échantillon, déterminent le contenu fréquentiel et l'amplitude du signal acoustique généré. La puissance lumineuse impose quant à elle un régime d'excitation, qui peut être de deux natures différentes : thermoélastique ou d'ablation.

### Focalisation et directivité de la source

La source lumineuse peut être focalisée de différentes manières.

Par exemple, une **tache focale circulaire**, ne favorisant aucune direction de propagation, conduit à l'émission d'une onde élastique large bande dont les fronts d'onde sont circulaires et centrifuges (voir figure 2.2.2 a)). Dans ce cas le diamètre de la tache est de dimension très inférieure à la plus grande longueur d'onde élastique générée.

Dans le cas d'une **tache focale linéique** les fronts d'onde sont plans. La propagation se fait alors de manière normale à la ligne lumineuse.(voir figure 2.2.2 b). L'extension spatiale de la tache est supérieure à la longueur d'onde acoustique et la largeur très inférieure à la plus grande longueur d'onde.

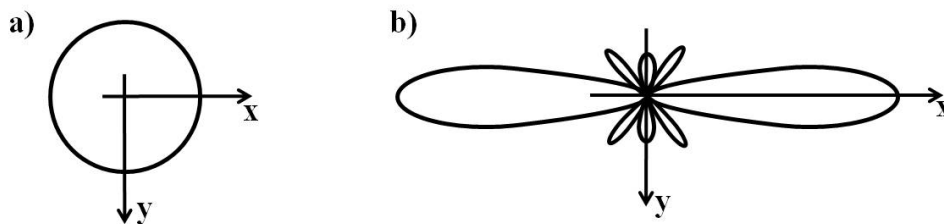


FIGURE 2.2.2 – Diagramme de directivité : a)Focalisation circulaire de la pompe, b) Focalisation linéique de la pompe selon l'axe y. (Extrait de [79])

### Régime d'excitation

L'échauffement de la surface du solide peut se faire soit en régime thermoélastique, soit en régime d'ablation.

On parle de **régime thermoélastique** ( voir figure 2.2.3 a)) tant que l'intensité lumineuse est suffisamment faible pour permettre au solide un retour à son état initial. Ce processus d'échauffement conduit à une élévation de la température inférieure au point de fusion du matériau. L'énergie communiquée au solide est alors dissipée en intégralité sous forme de chaleur. Il n'y a donc pas de changement d'état de la matière.

En **régime d'ablation** (voir figure 2.2.3 b)), l'intensité lumineuse déposée à la surface du solide est suffisamment importante pour que la température de fusion soit dépassée. Dans ce cas, il y a évaporation et éjection de matière et le solide n'a plus la possibilité de revenir dans son état d'origine. Au cours de ce processus irréversible, des contraintes normales à la surface apparaissent, elle correspondent à un transfert de quantité de mouvement. La reproductibilité de l'expérience est mise à mal dans le cas d'un régime d'ablation trop marqué.

En conséquence, les expériences réalisées et présentées à la troisième partie sont réalisées en régime thermoélastique ou en régime d'ablation le plus faible possible.

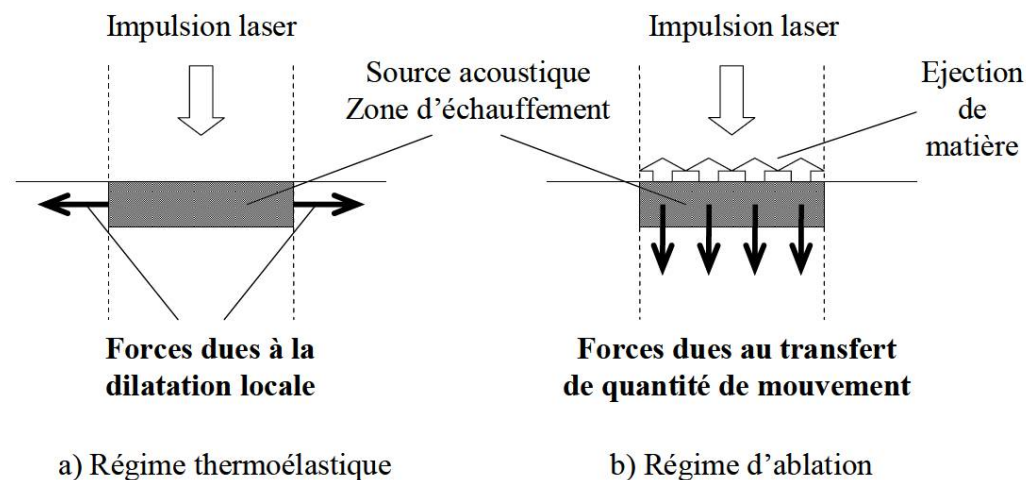


FIGURE 2.2.3 – a) Régime d'excitation thermoélastique (faible intensité lumineuse) : génération due aux forces créées par l'extension thermique. b) Régime d'excitation ablatif (intensité lumineuse élevée) : génération due aux forces créées par le transfert de quantité de mouvement. (Extrait de [79])

## b. Montage expérimental

Le montage optique utilisé dans ce cas est extrêmement simple. L'excitation large bande se fait via une lentille cylindrique de 75 mm qui vient focaliser en une ligne le faisceau pompe<sup>2</sup> (figure 2.2.4). La largeur de la ligne lumineuse est déterminée par la focale de la lentille et impose l'ensemble des vecteur d'ondes,  $\mathbf{k}$ , du paquet d'ondes large bande, émis dans le substrat (le dispositif actuel permet d'atteindre sans difficulté les 20MHz). L'ensemble des vecteurs d'ondes, en fonction des propriétés du milieu propageur, détermine le contenu fréquentiel du paquet d'onde. Ce dernier est d'autant plus grand que la ligne lumineuse est étroite.

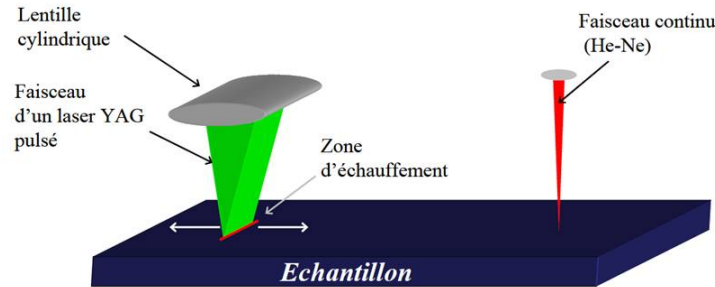


FIGURE 2.2.4 – Schéma du montage avec une génération d'ondes élastique large bande en fréquence.

### 2.2.1.2 Génération monochromatique

#### a. Intérêt

Dans la première partie, il a été montré la forte dépendance en fréquence des phénomènes que l'on cherche à mettre évidence (réfraction négative et vitesse de bord de gap). Or, nous venons de voir que les techniques classiques d'excitation impulsionnelle permettent de générer des paquets d'ondes élastiques large bande. Une telle génération conduit à répartir l'énergie d'une impulsion élastique incidente sur un grand nombre de fréquences dont certaines ne participant pas aux phénomènes à observer. Dans le cadre de cette étude, ces techniques d'émission ont très rapidement montré leurs limites. Il est apparu préférable de mettre au point un dispositif expérimental permettant de générer des paquets d'ondes élastiques étroits et centrés autour d'une fréquence ajustable. La fréquence centrale du paquet d'onde doit bien entendu appartenir à la bande passante du système de détection (celui-ci sera présenté dans le chapitre suivant) soit de quelques MHz à quelques dizaines

2. Le faisceau pompe est le faisceau laser permettant la génération des ondes élastiques.

de MHz. Les contraintes majeures dans la mise en place de ce nouveau dispositif sont : mettre au point un système de génération laser-ultrason au MHz, le plus monochromatique possible, accordable en fréquence facilement et qui soit le moins encombrant possible (une table d'optique n'étant pas de dimensions infinies...). Au delà du montage optique, la monochromaticité est limitée par l'échantillon à analyser, car ses dimensions latérales imposent un nombre de longueurs d'onde limite possiblement imprimable<sup>3</sup>.

### b. Principe et montage

Le but est d'imposer à l'onde générée dans le système, une longueur d'onde (i.e. un vecteur d'onde). La nature élastique et l'épaisseur du substrat associé à cette longueur d'onde conduisent donc à l'émission d'un paquet d'onde élastique à des fréquences directement dépendantes des caractéristiques du milieu. C'est une onde élastique à cette fréquence qui se propage par la suite dans le système.

Il existe différentes manières pour imposer ce vecteur d'onde,  $\mathbf{k}$ . Dans la gamme de longueurs d'ondes à générer, une solution couramment employée est l'élaboration de transducteurs à électrodes interdigitées à la surface du solide [79]. Cette technique impose le dépôt d'un film piézoélectrique à la surface de l'échantillon, nécessitant alors un contact mécanique avec ce dernier. Avec cette méthode de génération, le système étudié est altéré, et les fréquences émises ne sont pas accordables.

Pour pallier cette contrainte un réseau de franges lumineuses dont l'interfrange est ajustable peut être imprimé à la surface de l'échantillon. Pour une génération jusqu'au GHz des techniques de réseau transitoire ("transient grating"), utilisant des masques de phases, ont été mises au point par l'équipe de Keith A. Nelson [65]. Cette méthode consiste à faire interférer deux faisceaux optiques, en un point M à la surface de l'échantillon. Dans ce cas la distance entre les franges d'interférence créées au point M est inversement proportionnelle à l'angle entre les deux faisceaux lumineux. Ainsi, l'angle permettant de générer des ondes au MHz est très faible et devient difficilement contrôlable. Une nouvelle technique de génération quasi-monochromatique, au MHz, accordable en fréquence et ne nécessitant pas de contact mécanique avec l'échantillon, a donc été mise au point dans le cadre cette étude. Comme dans le cas de l'excitation large bande précédemment présentée, la puissance lumineuse du faisceau pompe conduit aux deux types de régime d'excitation, ablation et thermoélastique. Ce dernier, étant non destructif, est préféré au régime d'ablation.

---

3. Les wafers de silicium utilisés ont un diamètre d'environ 5cm. Pour générer des ondes de Lamb dans une plaque de  $160\mu\text{m}$  d'épaisseur, à la dizaine de MHz les longueurs d'ondes à imprimées sont de l'ordre de  $100\mu\text{m}$  à  $500\mu\text{m}$ .

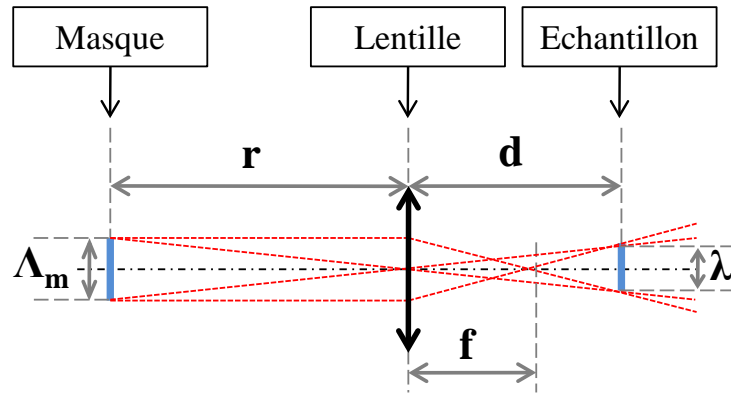


FIGURE 2.2.5 – Schéma optique du montage et formule de conjugaison.

**Montage expérimental** Les franges lumineuses sont créées par l'intermédiaire d'un montage d'optique géométrique, composé d'un masque de fentes rectilignes régulièrement espacées<sup>4</sup>, caractérisé par une distance interfente notée  $\Lambda_m$  et d'une lentille sphérique, de focale  $f$ . Le respect de la formule de conjugaison (figure 2.2.5) permet d'imager les fentes du masque à la surface de l'échantillon, sachant que :

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f} \quad (2.2.1)$$

où  $r$  est la distance masque/lentille et  $d$  la distance lentille/échantillon.

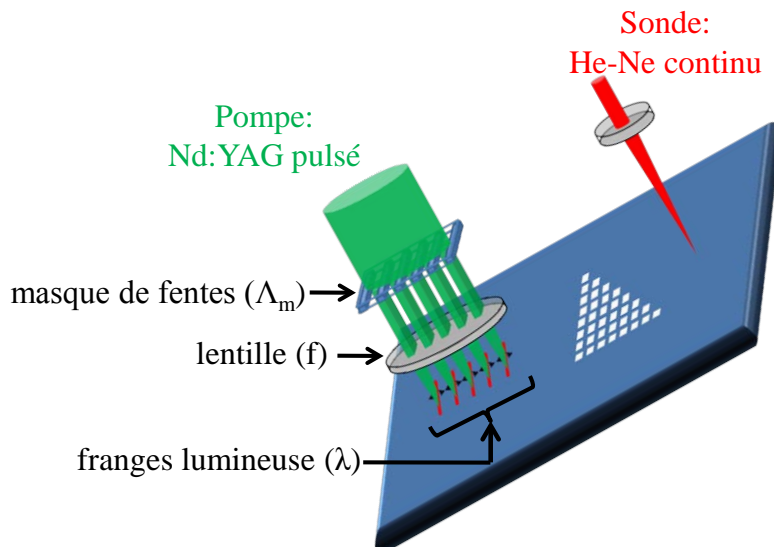


FIGURE 2.2.6 – Schéma du montage optique avec génération quasi-monochromatique.

4. masque métallique percé de fentes rectiligne suffisamment large pour se placer dans un régime d'optique purement géométrique. Le masque est utilisé est métallique pour deux raisons principales : la transmission du faisceau de pompe est nulle sur les zone non percée du masque, et le matériau est choisi pour résister à la puissance de pompe.

La figure 2.2.6 présente un schéma du montage. Le faisceau du laser Nd :YAG traverse le masque métallique. Le pas  $\Lambda_m$  est choisi selon la gamme de fréquences à émettre. Le faisceau est ensuite focalisé sur l'échantillon grâce à une lentille de focale  $f$ , en faisant varier  $r$  et  $d$  pour conserver la relation de conjugaison 2.2.1. Le masque, ainsi que la lentille sont placés sur des translations micrométriques afin de pouvoir accorder le pas des franges lumineuses à la surface du solide. La génération est systématiquement réalisée dans une zone du substrat non structurée. Pour générer des ondes de Lamb ou de Rayleigh dans du silicium au MHz,  $\Lambda_m$  doit être de l'ordre quelques centaines de microns (le taux de remplissage du masque est de 0,5), pour une lentille cylindrique de focale 75mm. Le pas entre les franges, noté  $\lambda$ , imprimées à la surface de l'échantillon est donné par la relation :

$$\lambda = \Lambda_m \left( \frac{d}{f} - 1 \right) \quad (2.2.2)$$

Cette interfrange est directement la longueur d'onde,  $\lambda$ , de l'onde émise dans le substrat et ce indépendamment des caractéristiques élastiques de ce dernier. Il existe donc une relation directe entre le vecteur d'onde  $k$ , l'interfente  $\Lambda_m$  et les caractéristiques du montage optique de génération :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{(f-d)\Lambda_m}. \quad (2.2.3)$$

En revanche, la fréquence  $\nu$ , de l'onde générée dépend de la nature (i.e. constantes élastiques, épaisseur...) du substrat solide, par le biais de la vitesse de propagation  $V$ , à la longueur d'onde créée, soit :

$$\nu = \frac{V}{\lambda} = \frac{fV}{(f-d)\Lambda_m}. \quad (2.2.4)$$

A priori, tous les modes accessibles dans le solide pour le vecteur d'onde  $k$  sont émis dans le milieu. Les différents modes se propagent à des vitesses différentes pour une même longueur d'onde.

De la relation 2.2.4 il vient que dans le cas de la génération d'une onde de Rayleigh (non dispersive), pour un pas  $\Lambda_m$  et une focale  $f$  donnés, la fréquence de l'onde émise se trouve inversement proportionnelle à la distance lentille/échantillon,  $d$ .

En revanche si la génération conduit à la propagation d'ondes de Lamb (ondes dispersives), la fréquence et la distance  $d$ , ne sont plus inversement proportionnelle. Cette propriété est

illustrée par le graphique de la figure 2.2.7. En faisant varier la distance  $d$  (tout en conservant la relation de conjugaison) la fréquence de l'onde initialement émise dans le substrat est modifiée. La fréquence de l'onde de Lamb générée dépend donc à la fois de des propriétés élastiques du substrat, de son épaisseur et de  $d$ . En effet la distance  $d$  permet de sélectionner une longueur d'onde et donc un vecteur d'onde  $k$  et la courbe de dispersion du milieu où a lieu la génération définit alors la fréquence de l'onde excitée.

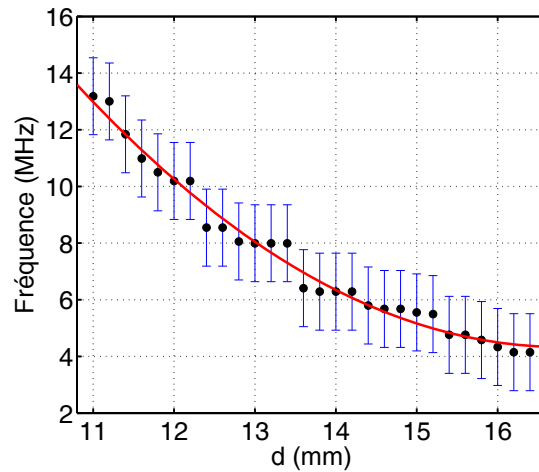


FIGURE 2.2.7 – Résultat expérimental montrant le contenu fréquentiel d'ondes quasi-monochromatiques, émises dans une plaque de Silicium de  $160\mu\text{m}$  d'épaisseur (génération d'ondes de Lamb), en fonction de la distance lentille/échantillon notée  $d$ , avec une lentille de focale  $f=75\text{mm}$  et un masque tel que  $\Lambda_m = 500\mu\text{m}$ . Traits bleus : largeurs fréquentielles des paquets d'ondes. (La ligne continue est un guide pour l'oeil.)

En outre, une conséquence sur la nature de ondes élastiques créées est propre aux deux systèmes de génération (large bande et quasi monochromatique) d'ondes de surface. Au chapitre 1 de la partie 1 il a été montré que l'excitation d'une plaque mince ( $\lambda \ll e$ ) doit conduire à la génération d'ondes de Lamb. Or, dans les deux systèmes de génération, l'excitation se fait de manière asymétrique (voir figures 2.2.4 et 2.2.6), favorisant la génération des modes antisymétriques. Par ailleurs dans la section suivante il sera montré que notre système de détection n'est sensible qu'à la composante normale des déplacements de surface. Le mode antisymétrique à fréquence de coupure nulle possédant une forte composante hors plan il est préférentiellement détecté.



### 2.2.1.3 Détection des déplacements de surface : interféromètre de Michelson et analyse du signal

Un laser He-Ne continu à 632nm monté sur un interféromètre de Michelson stabilisé permet de détecter le déplacement normal de surface des ondes élastiques (voir 2.2.8(b) et (c)). L'intérêt majeur d'un tel montage est de pouvoir sonder les déplacements hors plan **en tout point de la surface** sans contact mécanique, au contraire de transducteurs piézoélectriques qui sont mécaniquement liés à l'échantillon, ne peuvent donc pas être positionnés en tout point de la surface de l'échantillon et qui perturbent le champ de propagation. Le signal temporel est recueilli par un oscilloscope numérique pour être analysé.

#### a. Principe de la détection interférométrique

Le schéma de principe est présenté à la figure 2.2.8 b). La détection (sonde) est assurée par un laser émettant en continu à 632nm. Un isolateur de Faraday est placé juste en sortie du laser He-Ne, afin d'éliminer tout retour possible dans la cavité du laser pouvant la déstabiliser.

Le faisceau laser est, dans un premier temps, dirigé vers un cube séparateur polarisé (PBS), qui le divise en 2 bras. En sortie du cube, chacun des bras traversent une lame de phase quart d'onde ( $\lambda/4$ ) qui rend leur polarisation circulaire.

Une partie, dit faisceau sonde (S), est dirigée en incidence normale vers l'échantillon (la surface de l'échantillon doit être parfaitement polie pour agir comme un miroir). L'autre, dit faisceau de référence (R) est envoyée vers un miroir placé sur une cale piézoélectrique. Le faisceau sonde parcourt un chemin optique que l'on note  $LS$ , et celui de référence  $LR$ . Avant d'atteindre l'échantillon le laser de sonde est focalisé par un objectif de microscope en un spot de moins de  $5\mu m$  de diamètre, soit une tache focale très inférieure à la longueur d'onde des ondes élastiques se propageant à la surface du substrat. Afin de pouvoir ajuster l'intensité réfléchie des deux bras, telles que celles-ci soient identiques, une lame de phase demi-onde ( $\lambda/2$ ) est placée en amont du cube séparateur.

Après avoir été réfléchis, l'un par l'échantillon et l'autre par le miroir de la cale piézoélectrique, les deux faisceaux retransversent les lames quart d'onde ( $\lambda/4$ ). Le faisceau de référence entre alors dans le cube séparateur avec une polarisation horizontale, et le faisceau sonde avec une polarisation verticale. Ils viennent ainsi interférer en sortie du cube séparateur (R+S) après avoir traversé une lame de phase demi-onde ( $\lambda/2$ ).

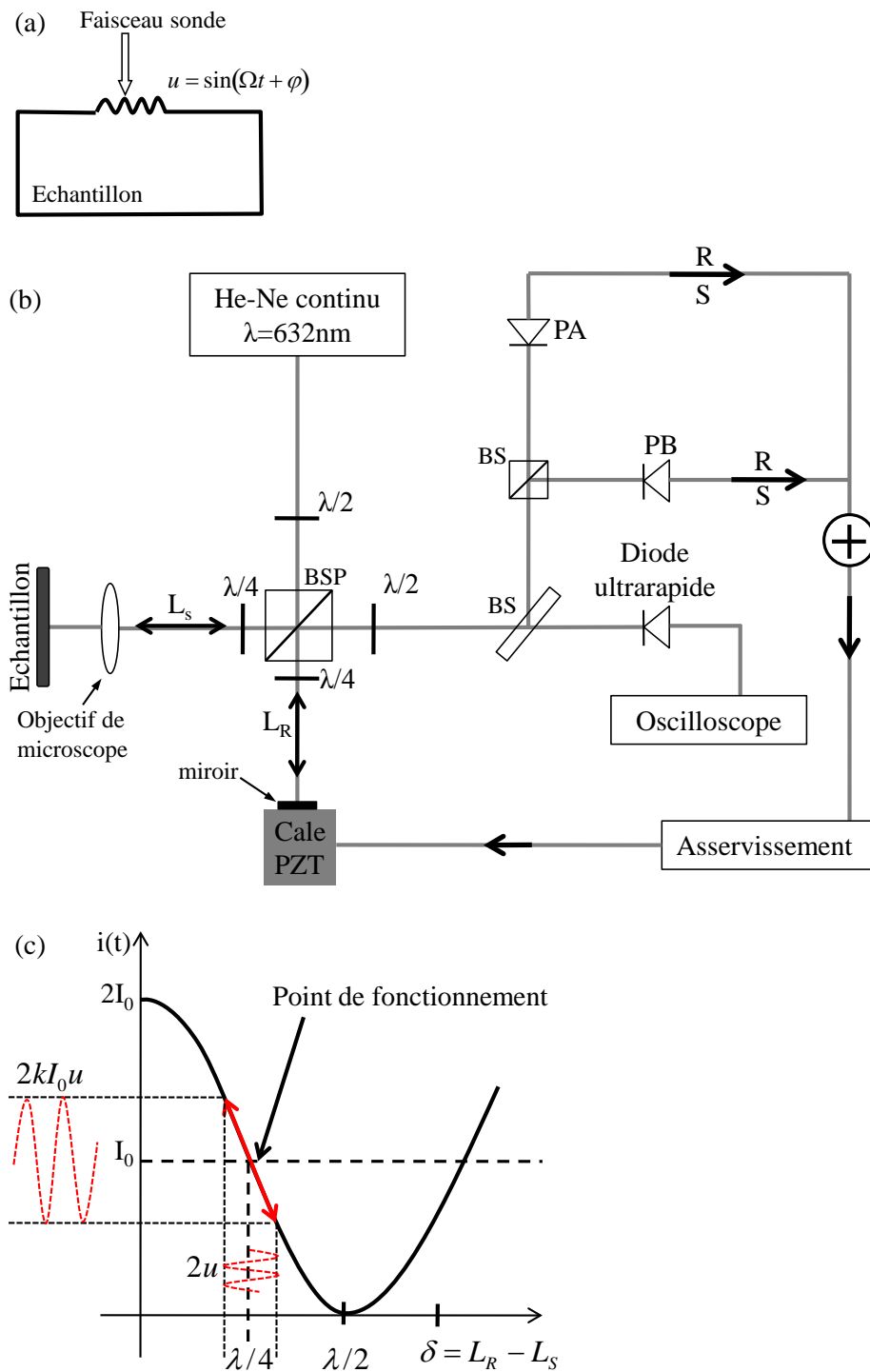


FIGURE 2.2.8 – Détection interférométrique : interféromètre de Michelson stabilisé. a) Le faisceau sonde arrive en incidence normale à la surface pour détecter les ondulations de surface. b) schéma du montage. c) Variation de l'intensité du photocourant en fonction de la différence de chemin optique. La sensibilité est maximale lorsque cette différence est égale à  $\lambda/4$

Grâce à une lame séparatrice une partie du faisceau R+S est dirigée vers les photodiodes PA et PB, qui permettent l'asservissement. Le reste du faisceau R+S part en direction d'une photodiode ultrarapide (dont la bande passante est de 0 : 50 MHz), assurant la détection des déplacements de surface du système sondé.

Un oscilloscope enregistre le photocourant de la photodiode de détection. Le signal temporel,  $i(t)$ , ainsi obtenu est proportionnel à la composante normale des ondulations à la surface (déplacement de surface) d'échantillon au cours du temps au niveau du spot de sonde.

Pour un déplacement normale à surface de l'échantillon tel que (voir figure 2.2.8(a)) :

$$u = \sin(\Omega t + \varphi), \quad (2.2.5)$$

le champ électrique du faisceau sonde, initialement défini  $\omega$  et  $k$ , réfléchi par la surface est modulé en phase par le déplacement  $u$ , et peut ainsi s'écrire :

$$E_S = E_0 \exp[i\omega t + \phi_S + 2ku \sin(\Omega t + \varphi)] \quad (2.2.6)$$

Le déplacement de surface étant petit devant  $\lambda$  (soit  $ku \ll 1$ ), l'expression 2.2.6 se simplifie, de sorte que :

$$E_S = E_0 \{ \exp i(\omega t + \phi_S) + 2ku \exp i[\sin(\omega + \Omega)t + \phi_S - \varphi] - 2ku \exp i[\sin(\omega - \Omega)t + \phi_S - \varphi] \} \quad (2.2.7)$$

Le dispositif expérimental est tel que l'amplitude de l'intensité du faisceau sonde et de référence sont égales. On note  $E_R$  le champ électrique du faisceau de référence et  $\phi_R$  sa phase.

L'intensité reçue par les photodiodes d'asservissement PA et PB est le résultat d'interférences entre le faisceau de référence et le faisceau source et peut s'écrire comme :

$$i(t) = s[|E_S|^2 + |E_R|^2 + 2\text{Re}(E_S E_R^*)] = I_0 + I_0 \cos[2ku \sin(\Omega t + \varphi) + \phi_S - \phi_R] \quad (2.2.8)$$

Cette expression montre que l'intensité du photocourant reçu par PA et PB est sinusoidalement dépendante de la différence de phase  $\phi_S - \phi_R$ . Or  $\phi_S - \phi_R = 2\pi(L_S - L_R)/\lambda$ , avec  $\delta = L_S - L_R$  la différence de marche entre le faisceau sonde et le faisceau de référence. L'intensité  $i(t)$  dépend donc sinusoidalement de la différence de marche  $\delta$ . La sensibilité

est maximale quand l'intensité est maximale, soit quand :

$$L_S - L_R = \left(n + \frac{1}{4}\right)\lambda \quad (2.2.9)$$

Il est alors possible de définir le point de fonctionnement du dispositif expérimental. Un asservissement électronique est réglé afin de maintenir invariant ce point de fonctionnement. De manière pratique, l'asservissement reçoit le signal provenant des photodiodes PA et PB et le filtre par un filtre passe-bas de fréquence de coupure  $F_c=10\text{kHz}$ . Dans le signal basse fréquence sont contenues une grande partie des perturbations de types thermiques et mécaniques. Ce signal commande la cale PZT pour éliminer les vibrations basses fréquences indésirables.

Une fois le point de fonctionnement réglé, les variations d'intensité dues au passage de l'onde élastique dans le solide analysé varient autour de ce point de fonctionnement. Il est alors possible de connaître l'intensité du photocourant autour de ce point :

$$i(t) = I_0 + 2kuI_0 \sin(\Omega t + \varphi). \quad (2.2.10)$$

**Exemples : impulsion large bande et impulsion "quasi-monochromatique" :**

La figure 2.2.9 a) présente le déplacement en fonction du temps, pour une distance pompe/sonde donnée, d'un tel paquet d'ondes et le contenu fréquentiel associé. La durée du signal est inversement proportionnelle au contenu fréquentiel.

La figure 2.2.9 b) montre l'allure des déplacements normaux de surface obtenue par le biais du système de génération excitation "quasi-monochromatique" et le contenu fréquentiel associé.

**b. Vers une automatisation complète du système génération/détection**

**Cartographie des déplacements**

Le système expérimental a été réalisé de manière à permettre des cartographies, à une et deux dimensions, des déplacements de surface. Pour ce faire, l'échantillon est monté sur des translations motorisées lui donnant la possibilité de se mouvoir de manière parallèle (moteur noté X) et normale (moteur noté Z) à la table optique. La lentille de focalisation est elle aussi motorisée pour permettre de compenser les mouvements de l'échantillon parallèles à la table (moteur noté X')<sup>5</sup>. Une translation verticale manuelle (montage optique composé

---

<sup>5</sup>. Rappel : au chapitre précédent il a été dit que dans le cas de la détection "quasi-monochromatique" le système de génération est également doté de translation permettant de respecter la formule de conjugaison

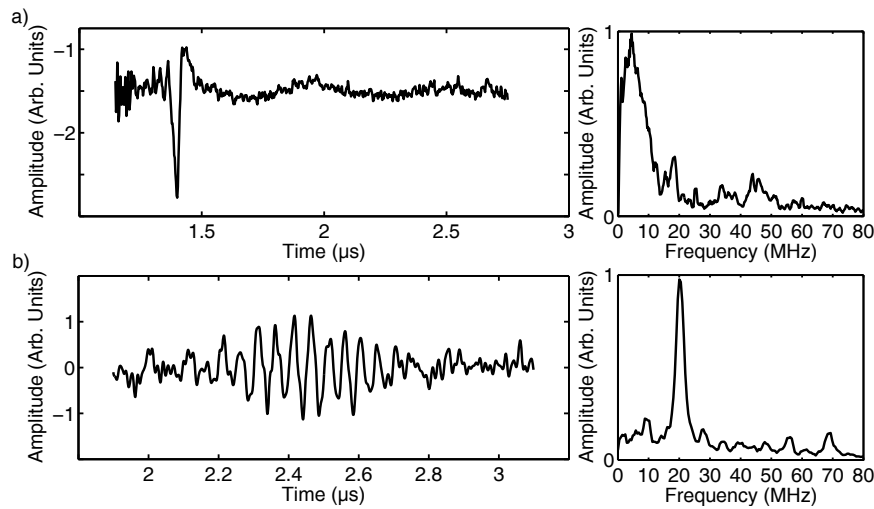


FIGURE 2.2.9 – a) Génération large-bande : amplitude des déplacements normaux de surface en fonction du temps associé au passage d'une onde de Rayleigh large bande à la surface d'un substrat semi-infini de silicium, et son contenu fréquentiel. b) Génération monochromatique : amplitude des déplacements normaux de surface en fonction du temps associé au passage d'une onde de Lamb centrée autour de 20MHz dans une plaque de silicium de  $160\mu m$  d'épaisseur, et son contenu fréquentiel.

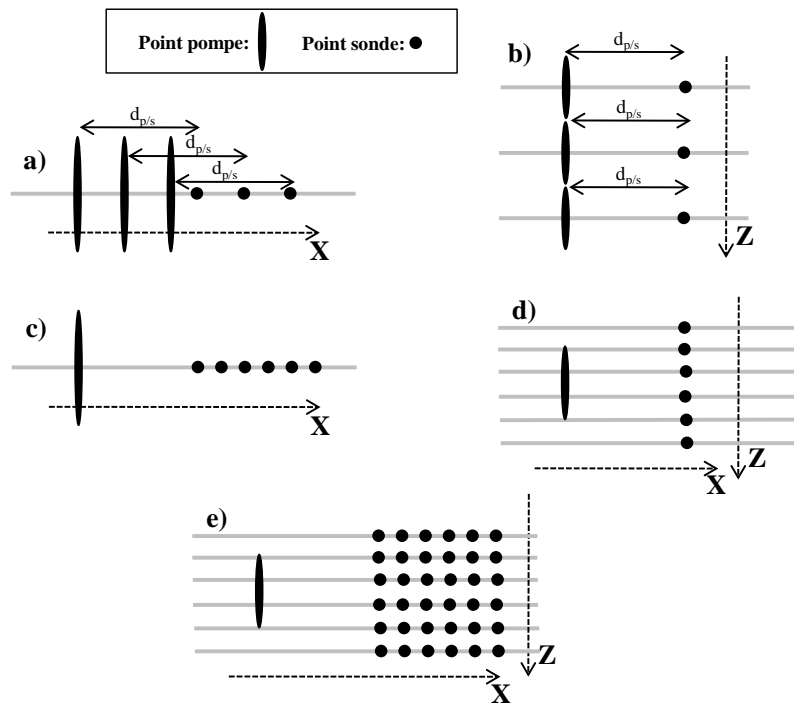


FIGURE 2.2.10 – (Encadré : légende) a) cartographie 1D en X avec distance pompe/sonde ( $d_{p/s}$ ) fixe. b) cartographie 1D en Z avec distance pompe/sonde fixe ( $d_{p/s}$ ). c) Cartographie 1D en X avec une seule position de pompe pour les différents points sondes. d) Cartographie 1D en Z avec une seule position de pompe pour les différents points sondes. e) Cartographie 2D avec une position de la pompe fixe par rapport à l'échantillon.

d'une translation micrométrique non motorisée)<sup>6</sup> permet de faire monter et descendre le faisceau pompe relativement au mouvement de l'échantillon (moteur noté Z), afin de compenser le déplacement de ce dernier.

Un programme LabVIEW permet de commander les différents moteurs (notés X, Z et X'). Il est ainsi possible de déplacer l'échantillon parallèlement à la table en gardant la distance pompe/sonde fixe (figure 2.2.10 a) et b)) ou en maintenant la pompe fixe par rapport à l'échantillon (figure 2.2.10 c) et d)). Les moteurs permettent également de réaliser des cartographies à deux dimensions avec une position de la pompe fixe par rapport à l'échantillon (figure 2.2.10 e)).

**Exemple d'une cartographie 1D pour la mise en évidence de la dispersion des ondes de Lamb :** L'aspect dispersif des ondes de Lamb apparaît très nettement dans le cas d'une excitation large bande. La figure 2.2.11 illustre parfaitement la forte dispersion des basses fréquences qui, se propageant plus lentement, se trouvent "rejetées" vers la fin du signal temporel quand la distance pompe/sonde augmente. Notons également que le rapport signal sur bruit du dispositif de détection est de très bonne qualité, compte tenu du fait qu'il s'agit de signaux temporels obtenus directement en sortie de l'oscilloscope (sans traitement de type filtrage ou autre, la seule limitation de bruit est due à l'application à l'oscilloscope d'un filtre passe-bas de 20MHz).

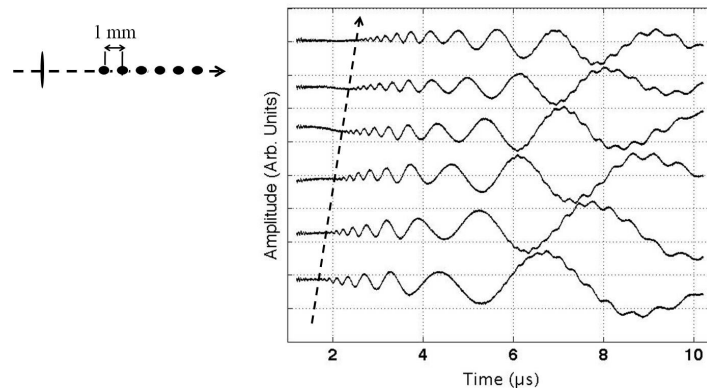


FIGURE 2.2.11 – Déplacements hors plan mesuré à la surface d'une plaque de silicium non structurée de  $160\mu m$  d'épaisseur. Acquisition réalisée en 6 points successifs le long d'une ligne (indiquée par une flèche pointillée) et espacés les uns des autres de  $1mm$ .

6. Cette partie du système qui n'est à l'heure pas motorisé devrait l'être à terme pour permettre une complète automatisation du dispositif expérimental.

### c. Analyse de Fourier

Le signal mesuré par le montage interférométrique et donné par l'oscilloscope correspond à l'évolution des déplacements de surface au cours du temps. Une transformée de Fourier discrète sur le temps permet alors de remonter au contenu fréquentiel des signaux enregistrés. Ainsi en réalisant une série de mesures en des points régulièrement espacés (cartographie 1D en  $X$ , voir figure 2.2.10 c)), et en  $y$  appliquant une transformée de Fourier sur le temps et l'espace (transformée de Fourier à deux dimensions) il est possible de construire les courbes de dispersion du milieu sondé (cartographie 2D selon  $X$  et  $Z$ , voir figure 2.2.12(b)).

A titre d'exemple, la figure 2.2.12(c) montre une courbe de dispersion expérimentale entre 0 et 1,2MHz selon la direction  $\Gamma X$ , d'un cristal phononique (silicium  $200\mu m$  d'épaisseur, inclusions d'air carrées, réseau carré,  $a = 1mm$ ,  $f=0.64$ ). Elle a été obtenue en réalisant, selon  $\Gamma X$ , un scan 1D (figure 2.2.12(a)) de 65 points sondes espacés de  $300\mu m$  les uns des autres (figure 2.2.12(b)). Une transformée de Fourier sur le temps et l'espace est appliquée aux 65 points temporels pour permettre de passer de l'espace direct  $(x, t)$  à l'espace réciproque  $(\omega, k)$ . La courbe de dispersion du CP laisse apparaître de manière très nette le premier gap en fréquence (autour de 0,6 MHz).

### Propagation large bande et analyse de Fourier : le cas d'une plaque mince

L'excitation d'une plaque mince ( $\lambda \gg e$ ) par effet photothermique conduit à la génération d'ondes de Lamb (voir partie 1 chapitre 1). La génération asymétrique (l'excitation n'a lieu que sur une face de la plaque : voir figures 2.2.4 et 2.2.6) et l'amplitude des composantes hors plan des ondes dans le substrat favorisent la génération du mode de Lamb  $A_0$ . Toutefois, dans certain cas, il est possible de parvenir à exciter les premiers modes à fréquence de coupure non nulle (voir figure 2.2.13).

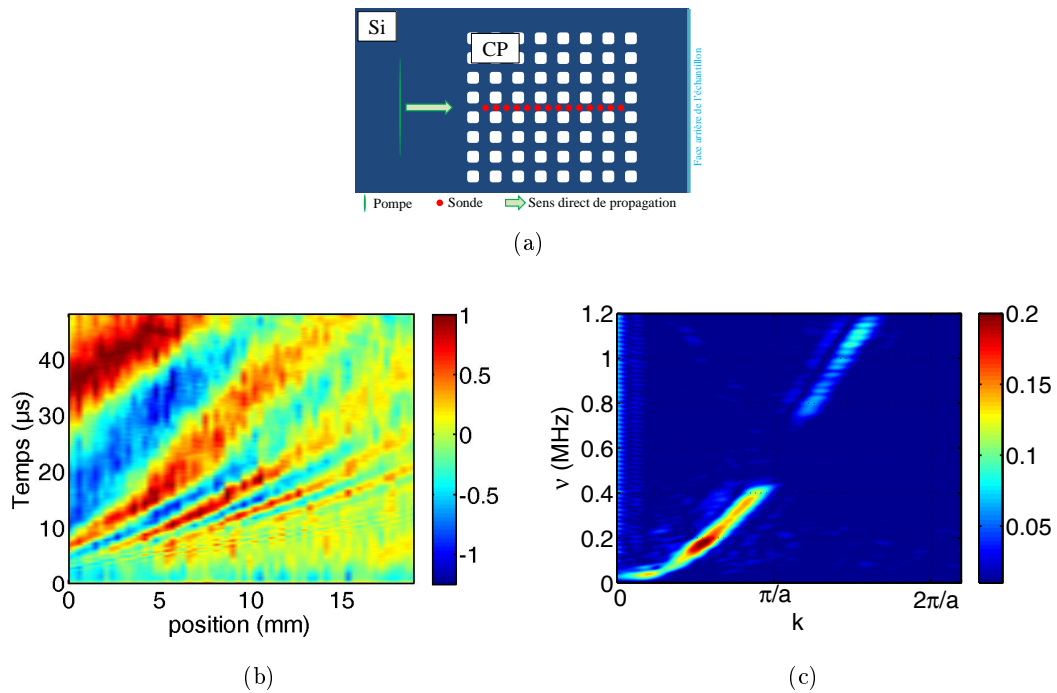


FIGURE 2.2.12 – Etude expérimentale de la dispersion du mode de Lamb antisymétrique  $A_0$  dans un cristal phonique (silicium  $200\mu\text{m}$  d'épaisseur, inclusions d'air carrées, réseau carré,  $a = 1\text{mm}$ ,  $f=0.64$ ). (a) Schéma de l'expérience : 65 point sonde régulièrement espacés chaque  $300\mu\text{m}$  selon une ligne au sein du cristal phonique, contenant 500 points temporels chaque  $0.1\mu\text{s}$ . (b) Signal spatio-temporel. (c) Transformée de Fourier à deux dimensions associée.

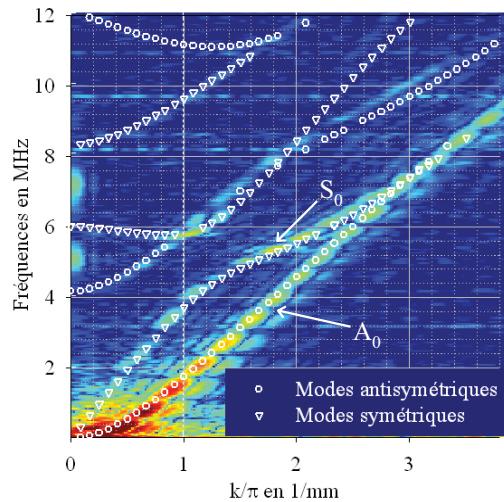


FIGURE 2.2.13 – Courbe de dispersion expérimentale extraite de la thèse de l'UPMC de Christine Charles : Comparaison de la courbe de dispersion mesurée dans une plaque de silicium ( $700\mu\text{m}$  d'épaisseur) surmontée d'une couche mince de cuivre ( $5\mu\text{m}$ ) et de la courbe de dispersion théorique calculée pour une plaque de silicium de ( $700\mu\text{m}$ ). La propagation se fait dans la direction  $[100]$  du silicium.



## 2.2.2 Acoustique picoseconde pour l'imagerie d'onde de surface au GHz

Au cours de ce travail de thèse, des expériences en acoustique picoseconde ont été menées, en collaboration avec Laurent Belliard maître de conférence à l'INSP. Cette section permet de poser les bases de l'acoustique picoseconde, mais n'a en aucun cas la prétention de retracer tout l'historique de cette dernière. Notons néanmoins que c'est grâce aux travaux de l'équipe de H. J. Maris [88] que l'acoustique picoseconde et la possibilité d'explorer le comportement élastique de matériaux à l'échelle nanométrique a pu voir le jour en 1984. Ce dispositif est, au même titre que la technique présentée au chapitre précédent, une technique de génération-détection laser ultrason pompe-sonde. Traditionnellement, l'acoustique picoseconde est utilisée pour générer et détecter des ondes élastiques de volumes, longitudinales ou transversales jusqu'au THz [22,38,69], pour l'étude des propriétés élastiques de différents systèmes (films [87], supers réseaux [8,18]...). Il n'y a qu'une dizaine d'années [9] que son utilisation a été envisagée pour étudier des ondes de Rayleigh. Avec l'évolution de la technique, il est dorénavant possible de réaliser des cartographies des déplacements des ondes de surface en fonction du temps et ainsi de tracer les courbes de dispersion des ondes émises à la surface du système étudié [86].

Le dispositif expérimental utilisé ici [10] permet de réaliser des cartographies du déplacement normal à la surface d'un solide semi-infini, permettant ainsi l'étude de la propagation d'ondes de Rayleigh dans la gamme du GHz.

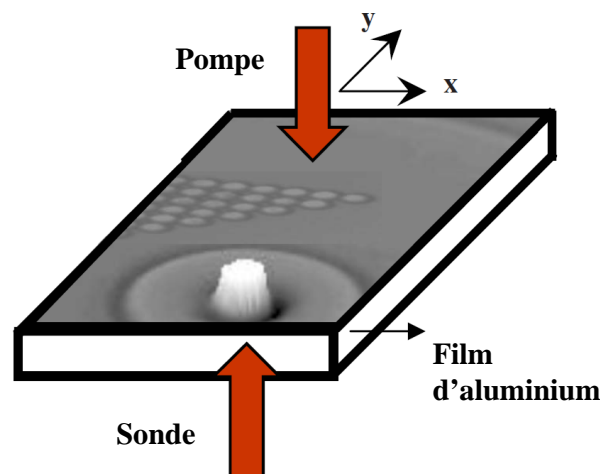


FIGURE 2.2.14 – Schéma de montage : silice recouverte sur la face avant de l'échantillon (ici un cristal phononique 2D triangulaire) d'un film métallique d'aluminium, faisceau pompe placé sur la face arrière et faisceau sonde sur la face avant.

La génération et la détection est assurée par un même laser Ti :Saphire, dont les impulsions sont ultra brèves (durée=100fs,  $\lambda = 800nm$ ). Dans ce travail, les échantillons analysés sont tous réalisés dans de la silice (amorphe transparent).

Ce système expérimental couplé à nos échantillons à matrice silice a permis une analyse dans des matrices isotropes d'ondes se propageant pour des fréquences beaucoup plus élevées. Par ailleurs, la méthode d'acoustique picoseconde permet d'avoir accès à des cartographies spatiales des déplacements de surface très bien résolues, au contraire de la technique précédemment exposée.

### 2.2.2.1 Génération

Le laser utilisé est un laser de type "Mai Tai" Spectra Physics Laser possédant un taux de répétition de 80MHz et de longueur d'onde optique  $\lambda = 800nm$ . La silice étant transparente pour cette longueur d'onde, pour permettre l'effet thermoélastique, un film d'aluminium fin (autour de 500nm) est déposé à la surface. La pompe vient alors exciter l'échantillon par l'intermédiaire du film d'aluminium depuis la face arrière de la silice (voir figure 2.2.14). La pompe est focalisée en une tache circulaire de quelques microns, permettant ainsi l'émission d'une impulsion élastique large bande allant jusqu'au GHz. L'énergie déposée à la surface de l'échantillon est telle que la génération se fait de manière totalement thermoélastique. La réponse à cette excitation est l'émission dans la silice d'un paquet d'ondes large bande émettant de manière identique dans toutes les directions de la surface libre (cf précédemment le cas du système de génération large bande au MHz).

### 2.2.2.2 Détection

#### a. cartographie résolue spatialement

Le système de détection des déplacements de surface permet la réalisation de cartographie spatiale, à un instant donné, de très grande résolution.

La mesure des déplacements de surface est réalisée depuis la face avant de l'échantillon (voir figure 2.2.14). Cette détection peut se faire soit par interférométrie, soit en mesurant les changements de réflectivité induits par le champ de contrainte.

Dans le premier cas, le faisceau de sonde est asservi par l'intermédiaire d'un interféromètre de Michelson stabilisé, dont le fonctionnement et le montage sont très proches de ceux présentés au chapitre précédent (voir sous section a.). La réalisation de cartographies spatiales des déplacements de surface nécessite que la surface à étudier ne soit pas marquée par des

changements forts de réflectivité.

En revanche les variations de réflectivités sont, dans le cas des expériences qui seront présentées à la partie suivante, utilisée pour imager la surface des échantillons. Dans ce cas aucun asservissement n'est utilisé et seuls les changements de réflectivité permettent de reconstruire l'allure de la surface étudiée.

La sonde est focalisée à la surface de l'échantillon par un objectif (NA=0.95) attaché à une translation piezoélectrique permettant de réaliser rapidement (quelques minutes), avec une très bonne résolution spatiale, des cartographies à deux dimensions de  $100 \times 100 \mu m^2$  ou  $300 \times 300 \mu m^2$  dans le plan (x,y) (voir figure 2.2.14).

### **b. Etude en fonction du temps**

En outre, une analyse résolue en temps est également possible. Toutefois, la résolution obtenue est fortement limitée par le temps des acquisitions. Une ligne à retard permet la réalisation de cartographie pour différents instants. Cette dernière permet de décaler dans le temps l'arrivée de l'impulsion du faisceau sonde par rapport de celle de la pompe. L'évolution temporelle des déplacements de surface est ainsi mesurée par translation de la ligne à retard. Dans le montage utilisé ici, elle permet un retard maximum de 12ns entre la pompe et la sonde (temps permettant de voir évoluer une onde Rayleigh dans la silice compte tenu de sa vitesse de propagation d'environ  $3,2 nm.ps^{-1}$ ).

Troisième partie

Etudes expérimentales de la  
propagation d'ondes guidées en  
milieux périodiques



---

*Pour examiner la vérité, il est besoin, une fois dans sa vie, de mettre toutes choses en doute autant qu'il se peut.*

René Descartes, *Règles pour la direction de l'esprit.*

Toute théorie nécessite d'être expérimentalement mise à l'épreuve pour être validée ou invalidée. Tel Saint Thomas : "Je ne crois que ce que je vois."

A ce jour, la théorie permettant d'expliquer le comportement des ondes élastiques en milieu hétérogène et périodique est bien établie. De nombreuses études expérimentales en transmission (analyse des ondes après leur traversée du cristal phononique) ont permis de montrer la validité de la théorie (ex : prédictions des gaps). Toutefois, très peu d'études visant à explorer le comportement des ondes au sein des cristaux ont été conduites. C'est dans cet espace peu exploré que s'insère une grande partie de ce travail expérimental. Les différentes études présentées ici poursuivent les travaux numériques et expérimentaux sur les cristaux phononiques bidimensionnels réalisés, au sein de l'équipe "acoustique et thermique" de l'Institut de NanoSciences de Paris, au cours de la thèse Christine Charles et du poste d'ATER de Thomas Brunet [11, 14, 17].

Le premier chapitre de cette partie, s'attachera donc à mieux cerner la propagation complexe des ondes élastiques en milieu périodique solide. Cette étude amènera à se pencher, dans un premier temps, sur l'observation de la dispersion des ondes élastiques en bordure de gap, ce qui conduira à mettre en lumière la capacité de ces milieux à confiner naturellement l'énergie. Par la suite, j'aborderai la manière dont certaines inclusions phononiques peuvent influencer la dispersion, et permettre l'ouverture de gaps, dits d'hybridation, en dehors des bords de la zone de Brillouin. Enfin, la question de l'existence ou non des différents vecteurs d'onde  $\mathbf{k}$ , due à la périodicité du milieu de dimension finie sera abordée.

Pour clore cette partie, c'est de la dispersion particulière de certains modes de vibration que découle les phénomènes de réfraction négative présentés au deuxième chapitre. En effet, ce dernier porte sur l'étude de la réfraction négative d'ondes guidées observable en sortie d'un cristal phononique solide à deux dimensions. Une approche qualitative et quantitative est ici exposée.

Par ailleurs, par souci de commodité, l'ensemble des expériences décrites ici s'appuient sur des cristaux phononiques à deux dimensions de maille cristalline carrée et exclusivement étudiés selon la direction  $\Gamma X$ .



## Chapitre 3.1

# Dispersion des ondes élastiques en milieu périodique

De manière générale, les cristaux phononiques ont été étudiés en transmission, et peu d'expériences in-situ ont été conduites. Le comportement des ondes au sein de ces milieux hétérogènes est donc essentiellement connu de manière théorique et numérique. Le but de ce premier chapitre consacré aux résultats est de mieux comprendre, à travers différentes expériences, le comportement des ondes se propageant au sein d'une structure hétérogène et périodique, et notamment celui des ondes de Lamb.

Les études numériques de telles structures considèrent des cristaux infinis et excités élastiquement en régime harmonique. Les courbes de dispersion numériques des différentes structures phononiques, étudiées et présentées dans cette partie, sont utilisées comme un appui aux différentes expériences, mais ne représentent en aucun cas une étude à part entière. Ces calculs numériques ont été réalisés, soit par éléments finis (Logiciels de calcul : ATTILA<sup>1</sup> et COMSOL Multiphysics) [34], soit en PWE (pour *Plane Wave Expansion*) [89], en collaboration avec Anne-Christine Hladky et Jérôme Vasseur de l'IEMN de Lille. Ces méthodes de calculs n'étant pas au coeur de ce travail expérimental, elles ne seront pas développées dans ce manuscrit.

Les deux premières sections de ce chapitre s'intéressent au cas de la propagation d'ondes guidées par les deux surfaces libres d'une plaque phononique.

Dans la première partie du manuscrit il a été montré que la périodicité des cristaux phononiques conduit à l'ouverture de gap en fréquence et que ces bords de gap dans le cas de cristaux parfaits et infinis sont marqués par des modes à vitesse de groupe nulle. La mise

---

1. Le code ATTILA est un code d'éléments finis développé par l'IEMN de Lille.



en évidence de l'aptitude des cristaux phononiques réels (de dimensions finies) à filtrer les ondes élastiques peut être réalisée par une mesure du signal transmis et n'est donc à ce jour plus à démontrer car parfaitement connue. La figure 3.1.1 montre l'ouverture d'un gap par un cristal phononique 2D structuré dans une plaque mince de silicium (génération d'ondes de Lamb dans une plaque de  $160\mu\text{m}$  d'épaisseur) par une mesure en transmission obtenue grâce au système expérimental présenté à la section 2.2.1.1 de la partie 2.

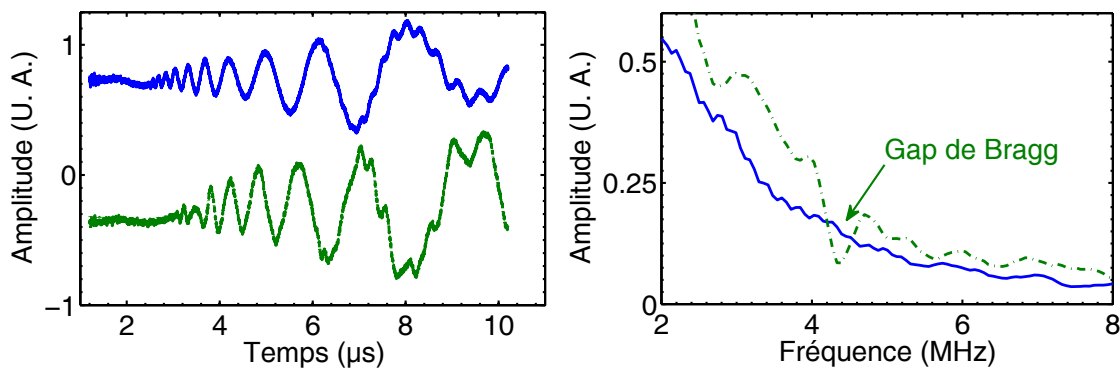


FIGURE 3.1.1 – A gauche : Déplacements mesurés en fonction du temps pour une onde de Lamb antisymétrique dans une plaque de silicium de  $160\mu\text{m}$  et après un cristal phononique (plaque de  $160\mu\text{m}$  structurée par des trous carrés en surface, pas du réseau de  $280\mu\text{m}$ , taux de remplissage de 0.5). A droite : contenu fréquentiel entre 2 et 8MHz des signaux temporels. Mise en évidence du 1er gap en fréquence du cristal phononique.

En revanche, la dispersion particulière des ondes élastiques en bord de gap ne peut être observée que par une mesure des déplacements au sein des cristaux phononiques. Ainsi, dans un premier temps, ce chapitre a pour but de montrer le comportement des ondes de Lamb au bord des gaps de Bragg, dans un cristal phononique réel.

Par ailleurs, de par leur nature, les ondes de Lamb sont sensibles à la symétrie de la plaque dans laquelle elles se propagent. Dans un deuxième temps, l'influence de la forme des inclusions sur les courbes de dispersion dans le cas d'ondes de Lamb se propageant dans une plaque phononique est abordée.

Enfin, ce premier chapitre présente une étude visant à comprendre la nature du signal mesurable expérimentalement et comment celui-ci rend compte de l'effet des diffusions multiples créées au sein du cristal, par les différentes inclusions constituant le cristal phononique. La question sous-jacente posée ici est donc : "A quoi a-t-on accès expérimentalement lorsque l'on sonde le signal élastique se propageant au sein d'un cristal phononique de taille finie et excité par un paquet d'ondes en régime transitoire ?"

### 3.1.1 Gap de Bragg et vitesse de groupe nulle

Rappelons qu'au chapitre 1 de la première partie du manuscrit nous avons vu que certains modes de Lamb dans les milieux homogènes présentent des concavités, dont le minimum est marqué par une vitesse de groupe nulle et ce pour des valeurs du nombre d'onde  $k$  non nulles et inférieures à  $2\pi/e$  (où  $e$  est l'épaisseur de la plaque homogène de silicium). Ce phénomène se traduit par une résonance, à la fréquence du mode ZGV (pour *Zero Group Velocity*) à proximité de la zone d'excitation.

La théorie de Bloch dans le cas de cristaux phononiques parfaits et infinis prévoit l'ouverture de bandes interdites en fréquence en bord de la zone de Brillouin. De ce cas idéal, les bords de ces gaps sont marqués par des tangentes horizontales et compte tenu de la définition de la vitesse de groupe<sup>2</sup>, ces tangentes horizontales sont la marque d'un mode à vitesse de groupe nulle (i.e. mode ZGV).

Dans la réalité les structures phononiques ne peuvent être infinies. Ainsi, dans le cadre de l'étude du comportement de la propagation des ondes de Lamb en milieu hétérogène périodique, nous avons cherché à montrer ce que deviennent les modes ZGV de bord de gap dans le cas d'un cristal phononique de dimension finie.

#### 3.1.1.1 Schéma d'expérience

Le cristal phononique utilisé pour cette série d'expériences est le CP1. Il consiste en un arrangement périodique carré d'inclusions d'air de forme "sablier", structurées dans une plaque de silicium de  $160\mu m$  d'épaisseur. Le pas du réseau est de  $267\mu m$ , pour un taux de remplissage en surface de 0,4. Les calculs numériques, présentés à la figure 3.1.2<sup>3</sup>, prévoient le premier gap du mode  $A_0$  entre 4,4MHz et 5,2MHz et le bord inférieur du deuxième gap vers 11,5MHz.

Les modes ZGV, s'ils existent dans un cristal phononique de dimensions finies, surviennent à une fréquence bien précise. Cette condition justifie que toutes les expériences présentées dans cette sous-partie aient été réalisées grâce au montage expérimental quasi-monochromatique détaillé au chapitre 2 de la partie 1. Des ondes de Lamb (préférentiellement le mode  $A_0$ ) centrées autour d'une fréquence de bord de gap sont générées dans le substrat de silicium non structuré en amont du cristal. Les déplacements de surface sont détectés, pour

2. vitesse de groupe donnée par  $v_g = \frac{\partial\omega}{\partial k}$

3. les courbes de dispersions numériques montrent la présence du mode  $A_0$ , mais également les modes  $S_0$ ,  $A_1$ , et  $SH$  qui ne sont pas accessibles avec la technique expérimentale utilisée.

une même distance pompe/sonde  $D$  (voir figure 2.2.10 a)), dans trois zones distinctes de l'échantillon (voir figure 3.1.3) : (a) en amont du cristal (dans le silicium non structuré), (b) dans le cristal après une vingtaine de rangées et (c) après le cristal (dans le silicium non structuré).

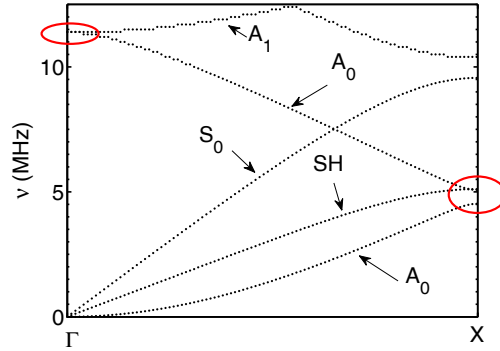


FIGURE 3.1.2 – Courbes de dispersion numériques (obtenues par éléments finis, COMSOL Multiphysics) des modes se propageant selon la direction  $\Gamma X$  dans une plaque de silicium de  $160\mu\text{m}$  d'épaisseur structuré par cristal phononique à deux dimensions (inclusions d'air de forme "sablier", maille carrée,  $a = 267\mu\text{m}$ , taux de remplissage en surface de 0,4).

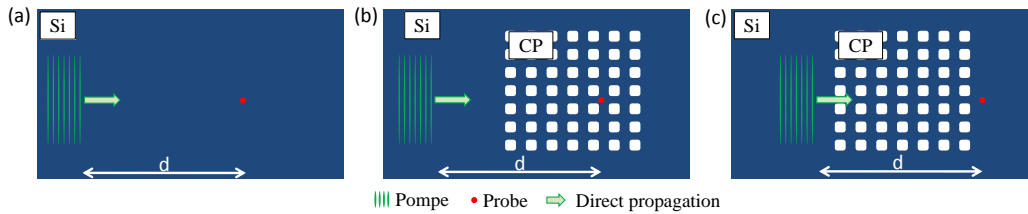


FIGURE 3.1.3 – Schéma d'expérience, montrant trois positions de points sondes : (a) en amont du cristal, (b) dans le cristal après une 20<sup>ème</sup> de rangées, et (c) après le cristal. Distance pompe/sonde, notée  $D$  constante.

### 3.1.1.2 Résultats expérimentaux

#### a. Au point $\Gamma$ de la 1<sup>re</sup> zone de Brillouin : fréquence inférieure du second gap du mode de Lamb antisymétrique

Une première étude de ces bords de gap a été réalisée. L'émission d'un paquet d'ondes incident étroit en fréquence et centré à 11MHz (voir figure 3.1.4(a)), conduit dans le cristal, à un signal étalé dans le temps (voir courbe rouge de la figure 3.1.4), traduisant la présence d'un mode quasi stationnaire. En revanche, le signal temporel associé à l'émission d'un paquet d'ondes centré autour de 8MHz s'étale dans le temps de manière identique dans le

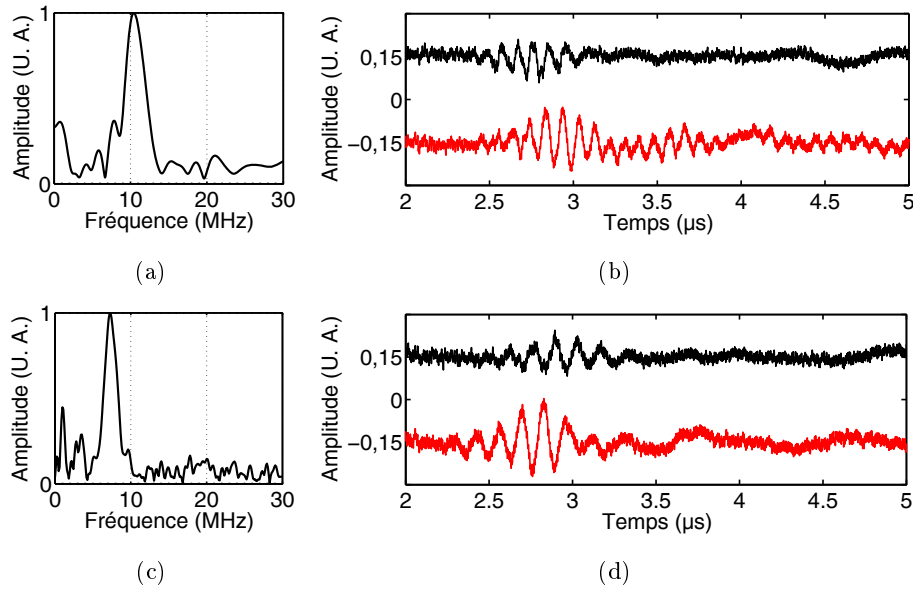


FIGURE 3.1.4 – (a) Spectre du paquet d’ondes élastiques incident. (b) Signaux temporels associés au paquet d’ondes incident (courbe noire) et à un point sonde placé au sein du cristal phononique (CP1) (courbe rouge). (c) Spectre du paquet d’ondes élastiques incident. (d) Signaux temporels associés au paquet d’ondes incident (courbe noire) et à un point sonde placé au sein du cristal phononique (CP1) (courbe rouge).

cristal qu’en l’absence de cristal. Dans ces premières mesures il est important de noter que les distances pompe/sonde ne sont pas connues. Ainsi, aucune interprétation sur les temps de vol n’est possible. Cette première observation semble montrer d’ores et déjà, qu’en bord de gap la vitesse de groupe s’annule.

Afin de confirmer et compléter cette première observation, d’autres mesures ont été conduites, autour de cette fréquence. La figure 3.1.5 présente une étude comparative de trois signaux temporels en trois zones distinctes de l’échantillon et pour une même puissance de pompe. La position des trois points sondes est schématisée à la figure 3.1.3. L’évolution en temps du signal fréquentiel, contenue dans les signaux temporels issus des trois positions de sonde, est reconstruite en appliquant à ces derniers une transformée de Fourier glissante (sur un intervalle de temps de  $2\mu s$  (voir figure 3.1.5)). Afin d’être comparables, les signaux ont tous été traités de la même manière. Il faut toutefois observer que la réalisation d’un traitement par transformée de Fourier sur des intervalles temporels de  $2\mu s$  affecte la résolution fréquentielle. Cet intervalle de temps est le résultat d’un compromis entre une bonne résolution fréquentielle et rendre compte au mieux de l’extension temporelle de ce dernier. Notons également que l’extension temporelle de la fenêtre d’analyse est bornée entre l’arrivée du signal incident,  $2\mu s$ , et le début du retour de l’onde réfléchi sur

la face avant de la plaque de silicium,  $8\mu s$  (au-delà de ce temps l'onde incidente et l'onde réfléchi se recouvrent temporellement et interfèrent).

La figure 3.1.5(a) montre un signal recueilli en amont du cristal phononique et est donc directement reliée au contenu fréquentiel de l'onde générée. L'extension temporel du signal incident est d'environ  $1\mu s$ . Lorsque pour une même distance pompe/sonde,  $D$ , le faisceau sonde est placé au sein du cristal phononique, seule la fréquence du bord du gap,  $11,5\text{MHz}$ , est détectée avec une intensité non négligeable (voir 3.1.5(b)). Le signal à  $11,5\text{MHz}$  est mesurable pendant plus de  $6\mu s$ . Les fréquences inférieures à  $11,5\text{MHz}$  existent encore dans le cristal, mais s'y propagent plus lentement. Elles arrivent donc plus tard que le signal incident ( $1\mu s$  après) et s'étendent, comme le paquet élastique incident, sur  $1\mu s$ . Les fréquences supérieures à  $11,5\text{MHz}$ , existant dans le spectre incident, sont filtrées par le milieu phononique. Au point  $\Gamma$ , la fréquence du bord inférieur du second gap existe sur une durée bien supérieure à celle du signal incident et disparaît quasi intégralement en aval du cristal, comme le montre la figure 3.1.5(c). Bien que la structure phononique soit de dimension finie, l'onde à la fréquence de bord de gap voit sa vitesse de groupe s'annuler et tend à rester confinée au sein du cristal.

**b. Au point  $X$  de la 1<sup>re</sup> zone de Brillouin : autour du premier gap du mode de Lamb antisymétrique**

Intéressons nous maintenant aux bords du premier gap pour le mode  $A_0$ , situé au point  $X$  de la zone de Brillouin. Les calculs numériques (voir figure 3.1.2) prévoient que le gap est situé entre  $4,4\text{MHz}$  et  $5,2\text{MHz}$ . Pour étudier les bords de ce gap, une impulsion élastique incidente centrée autour de  $5\text{MHz}$  est émise dans le silicium (figure 3.1.6(a)). Le même traitement, par transformée de Fourier glissante, que précédemment est appliqué aux trois signaux temporels obtenus (figure 3.1.6). Une mesure au sein du cristal montre que le signal s'étale dans le temps (figure 3.1.6(b)). Toutefois, la distinction entre les deux fréquences de bords de gaps est rendue difficile par l'étroitesse du gap et la méthode de traitement du signal. Le mode du bord inférieur du gap est bien plus marqué. Deux arguments permettent d'expliquer raisonnablement cette observation : l'énergie issue de l'impulsion incidente est plus importante pour cette fréquence ; l'amplitude du mode hors plan associée à ce mode est plus importante.

A ce stade d'étude, et comparativement aux résultats précédents, seule une tendance se dégage. En sortie du cristal les fréquences du gap ont presque totalement disparu et le gap se dessine (figure 3.1.6(c)). Cette observation va dans le sens de l'hypothèse de fréquences

de bord de gap stationnaires et donc confinées au sein du crystal.

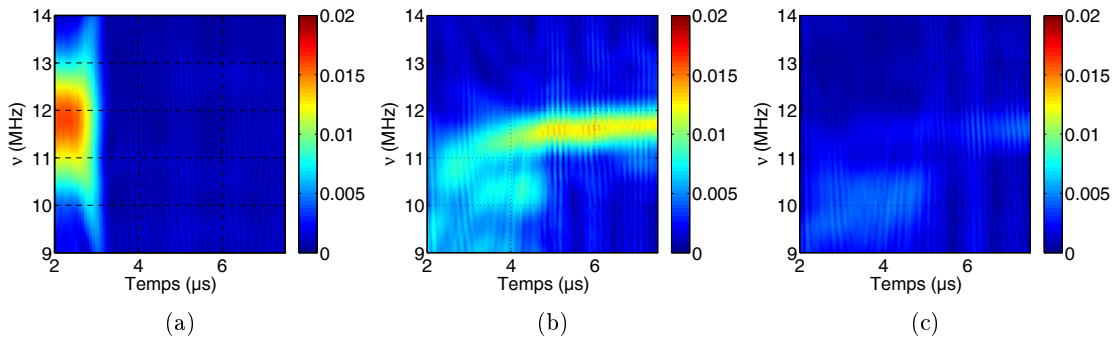


FIGURE 3.1.5 – Signaux temps-fréquence (amplitude donnée en code couleur) pour un signal étroit en fréquence centré autour du bord inférieur du deuxième gap, et associées à trois points différents (voir schématisation de la figure 3.1.3) : a) en amont du crystal, b) dans le crystal après une  $20^{aine}$  de rangées, c) après le crystal.

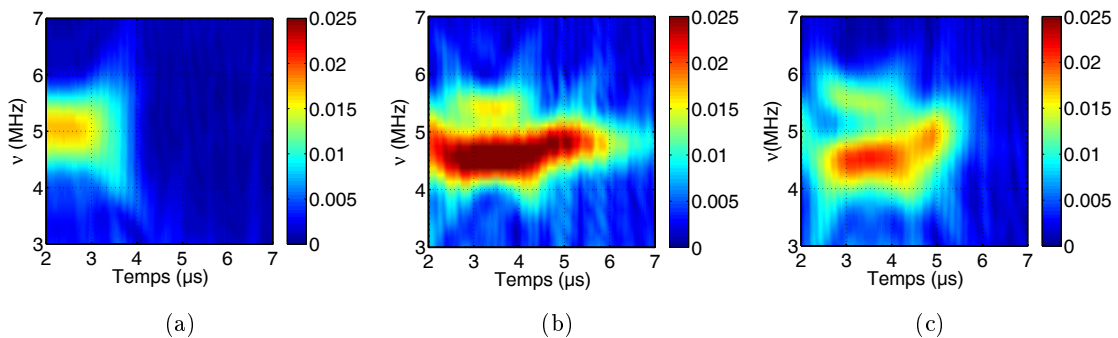


FIGURE 3.1.6 – Signaux temps-fréquence (amplitude donnée en code couleur) pour un signal étroit en fréquence centré autour du premier gap, et associées à trois points différents (voir schématisation de la figure 3.1.3) : a) en amont du crystal, b) dans le crystal après une  $20^{aine}$  de rangées, c) après le crystal.

Dans cette section il a été montré que dans un crystal de dimension finie il est possible de voir s'annuler la vitesse de groupe en bord de gap. Les cristaux phononiques réels semblent donc "naturellement" aptes à confiner l'énergie élastique. Des études complémentaires pourraient permettre de répondre à de nombreuses questions découlant de cette observation : quelle est la durée de vie de ces modes ? Quels sont les critères permettant l'établissement de tels modes, tels que le nombre de rangées d'inclusions nécessaire pour l'instauration du phénomène ? Comment se répartit l'énergie au sein de la structure phononique ?

### 3.1.2 Ondes de Lamb et influence de la géométrie des inclusions phononiques sur les courbes de dispersion

Les ondes de Lamb sont des ondes guidées par les deux surfaces libres d'une plaque, affectant ainsi l'intégralité de son épaisseur (voir Partie 1 chapitre 1). Ces ondes sont dissociées en deux catégories, les symétriques et les antisymétriques, qui, en raison de leur polarisation respective, dans le cas d'une plaque homogène non structurée, sont assurées de ne pas pouvoir se coupler. En revanche, dans le cas d'une plaque contenant des inclusions non symétriques par rapport au plan médian à l'épaisseur de la plaque, nous allons voir qu'un couplage entre les modes symétriques et antisymétriques devient envisageable, conduisant alors à l'ouverture de gaps d'hybridation. De tels gaps ont déjà été observés et étudiés dans le cas de stries périodiquement espacées, et peu profondes, réalisées sur une des deux surfaces libres d'une plaque d'aluminium (cristal phononique 1D). Dans ce cas, la périodicité des stries est à l'origine de l'ouverture de gaps de Bragg, et la dissymétrie des structures phononiques conduit à l'ouverture de minigap intrabande [5].

L'enjeu de cette section est de montrer l'influence de la géométrie de certaines formes d'inclusions à deux dimensions sur la dispersion des ondes de Lamb.

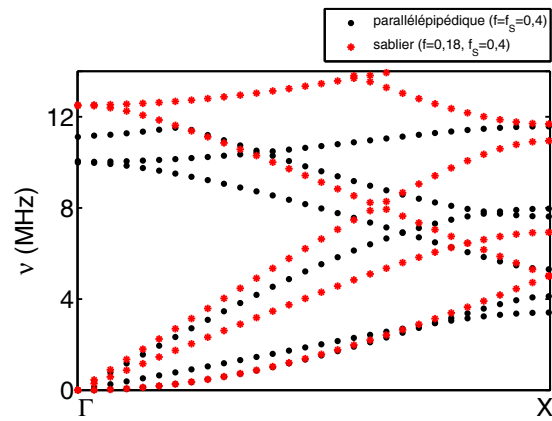
#### 3.1.2.1 Inclusions "sabliers" : conséquence de la forme des inclusions sur les courbes de dispersion

La partie 2 du manuscrit présente la technique de structuration de plaques minces de silicium pour la réalisation de cristaux phononiques 2D. Cette méthode d'attaque chimique conduit à l'obtention d'inclusions d'air de section carrée, mais dont les flancs sont inclinés (voir figure 3.1.8). Comment cette forme modifie-t-elle les courbes de dispersion par rapport à des inclusions aux flancs droits ?

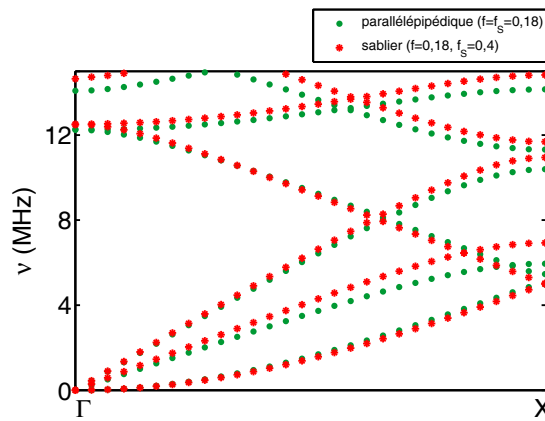
Les résultats présentés ici sont uniquement numériques. Ils ont été obtenus par éléments finis grâce au logiciel COMSOL Multiphysics. La figure 3.1.7 présentent des comparaisons entre des inclusions de forme sablier et des inclusions de forme parallélépipédiques<sup>4</sup>. Pour chacune d'entre elles, les milieux phononiques consistent en un arrangement périodique de symétrie carrée d'inclusions d'air, de période  $a = 267\mu m$ , réalisés dans du silicium de  $160\mu m$  d'épaisseur.

---

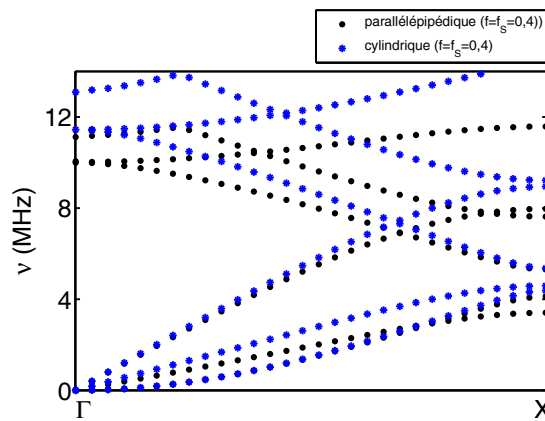
4. Le taux de remplissage,  $f$  (taux de remplissage en surface  $f_S$ ), d'un cristal phononique à deux dimensions de maille carrée, défini par un pas de réseau  $a$  et composé d'inclusions parallélépipédiques de côté  $b$  est donné par la relation :  $f = f_S = b^2/a^2$



(a)



(b)



(c)

FIGURE 3.1.7 – Courbes de dispersions pour un cristal phononique 2D structuré dans une plaque de silicium de  $160\mu m$  d'épaisseur :  $a = 267\mu m$ , maille carrée. Courbes rouges : inclusions d'air de forme "sablier" avec  $f_S = 0,4$  et  $f = 0,18$ . Courbes noires : inclusions d'air parallépipédiques avec  $f = f_S = 0,4$ . Courbes vertes : inclusions d'air parallépipédiques avec  $f = f_S = 0,18$ . Courbes bleues : inclusions d'air cylindriques avec  $f = f_S = 0,4$ .



La première figure 3.1.7(a) compare deux cristaux phononiques avec un même taux de remplissage en surface  $f_S$ , alors que la figure 3.1.7(b) correspond à des cristaux ayant un même taux de remplissage global.

Au vue de ces deux comparaisons, il apparaît qu'à basse fréquence les modes  $A_0$  et  $S_0$  sont très peu affectés (poids des gaps et position des gaps de Bragg quasiment identiques) par l'inclinaison des flancs des inclusions tant que le taux de remplissage global de la structure est conservé.

En revanche, la figure 3.1.7(c) présente une comparaison entre des inclusions cylindriques<sup>5</sup> et parallélépipédiques pour un même taux de remplissage. Les courbes de dispersion de ces deux systèmes sont très différentes (différences de largeurs et de position des gaps de Bragg...).

Compte tenu de ces différents résultats, il paraît pertinent de conclure que la forme de la section des inclusions joue un rôle primordial dans la propagation des ondes de Lamb dans un cristal phononique à deux dimensions.

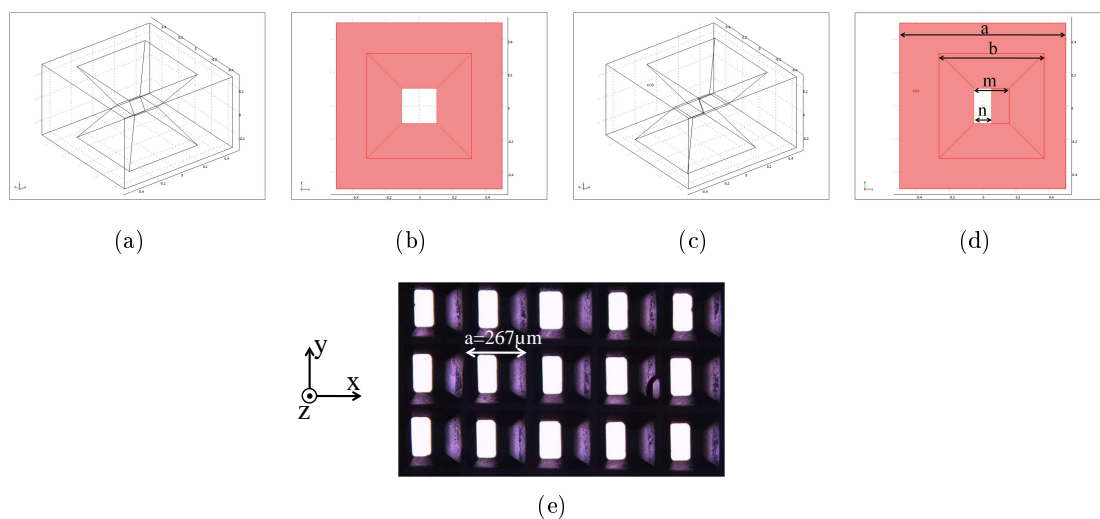


FIGURE 3.1.8 – Forme de la maille élémentaire du cristal phononique 2D structuré dans une plaque par des inclusions d'air symétriques et dissymétriques latéralement. Pyramides tronquées alignées : a) vue du dessus, b) vue de profil. Pyramides tronquées désalignées selon la direction  $\Gamma X$  : c) vue du dessus, d) vue de profil. e) Cliché des inclusions désaxées.

5. Le taux de remplissage,  $f$  (taux de remplissage en surface  $f_S$ ), d'un cristal phononique à deux dimensions de maille carrée, défini par un pas de réseau  $a$  et composé d'inclusions cylindriques de rayon  $r$  est donné par la relation :  $f = f_S = \pi r^2/a^2$

### 3.1.2.2 Inclusions "sabliers" : symétrie vs dissymétrie en centre de plaque : mise en évidence d'un gap intrabande

Nous venons de voir que les courbes de dispersion (pour des fréquences inférieures au 2ème gap de Bragg) de cristaux formés d'inclusions à flancs droits ou inclinés sont quasiment identiques dès lors que le taux de remplissage moyen des cristaux est le même. Après cette observation, revenons aux structures expérimentalement étudiées, à savoir des cristaux phononiques composés de trous de forme "sablier" dans le cas idéal.

La notion de cas "idéal" prend tout son sens lorsque l'on considère que les échantillons sont obtenus après un procédé long et minutieux (voir partie 2 chapitre 1). En effet, compte tenu de la technique de gravure employée, la symétrie des inclusions n'est assurée que par un parfait alignement sur les deux faces de la plaque de silicium des masques de silice photolithographiés. Un mauvais alignement selon une direction donnée (ici notée  $x$ ) conduit à des structures constituées par deux pyramides désaxées, comme le montre la figure 3.1.8. Notons que le désaxage des pyramides peut avoir lieu selon  $x$  et/ou  $y$ . pour cette étude nous sommes concentré sur une dissymétrie dans la direction de propagation de l'onde, ici  $\Gamma X$ .

Dans le cadre de l'étude de cette forme d'inclusion, on introduit le taux de dissymétrie, noté  $T$  :

$$T = \frac{m - n}{m}, \quad (3.1.1)$$

où  $m$  est le côté de la plus petite base des pyramides et  $n$  est l'interstice en centre de plaque (voir figure d) 3.1.8).  $T = 0$  correspond une structure parfaitement symétrique.

Quelle est l'impact d'une telle dissymétrie, dans le plan médian de la plaque phononique, sur la propagation d'ondes de Lamb? Et en conséquence, la symétrie des inclusions est-elle, dans ce cas, un paramètre fondamental dans la conception des cristaux phononiques?

#### a. Prévisions numériques

La figure 3.1.9 présente une comparaison entre deux cristaux phononiques de même motif cristallin (trous carrés en surface, maille carrée,  $a = 267\mu m$ ,  $f_S = 0,4$ ), où l'un des cristaux est composé de trous dits "sabliers" (soit avec  $T = 0$ ) (cristal noté CP1) et l'autre d'inclusions dites "sabliers désaxées". Les inclusions dissymétriques sont choisies avec  $T = 50\%$ , un taux de dissymétrie important qui permet de bien mettre en évidence les différences. En première observation on constate qu'à la zone de croisement entre le mode  $A_0$  à vitesse groupe positive et  $S_0$  rétropropagé un gap apparait en présence des inclusions

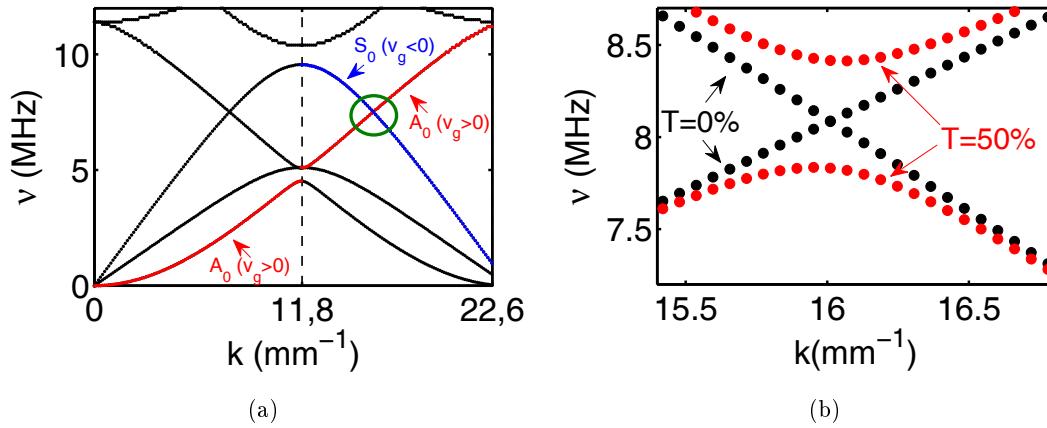


FIGURE 3.1.9 – Courbes de dispersions numériques selon la direction  $\Gamma X$  : cristaux phononiques structurés dans une plaque de silicium de  $160\mu m$  d'épaisseur :  $a = 267\mu m$ , maille carrée, taux de remplissage en surface  $f=0,4$ . (a) Courbes de dispersion (en fonction des vecteurs d'onde non réduits) pour un cristal phononique formé d'inclusion "sablier" ( $T=0$ ) (b) Comparaison d'inclusions avec  $T=0$  et  $T=0,5$  : zoom sur l'intersection entre le mode  $A_0$  à vitesse de groupe et vecteur d'onde positifs et un mode  $S_0$ . Points noirs : inclusions d'air en forme de "sablier". Points rouges : inclusions d'air "sabliers désaxés" avec un taux de dissymétrie d'environ 50%.

dissymétriques. La génération d'un mode de Lamb  $A_0$  à cette fréquence de croisement doit donc conduire à un transfert de son énergie vers un mode  $S_0$  à vitesse de groupe négative.

### b. Mise en évidence expérimentale

Les calculs numériques présentés précédemment sont bien entendu basés sur des cristaux phononiques infinis. Nous avons donc tenté de montrer expérimentalement le comportement d'un mode de Lamb  $A_0$  en présence de cristaux dissymétriques.

Dans un premier temps, une comparaison expérimentale entre une structure cristalline symétrique et une antisymétrique possédant un taux de dissymétrie d'environ  $T=20\%$  a été réalisée.

Le système expérimental qui a permis la réalisation des courbes de dispersions du mode  $A_0$ , selon la direction de propagation  $\Gamma X$ , génère un paquet d'ondes de Lamb ( $A_0$ ) large bande jusqu'à environ 12MHz (voir chapitre 2 partie 2.1). Les signaux spatio-temporels dont sont déduites les courbes de dispersions (figure 3.1.10) contiennent 128 points spatiaux séparés par un pas de  $30\mu m$  (voir figure 2.2.10 c)), contenant chacun un signal temporel de  $4\mu s$  échantillonné avec un pas de  $0,002\mu s$ . Les courbes de dispersion sont obtenues par

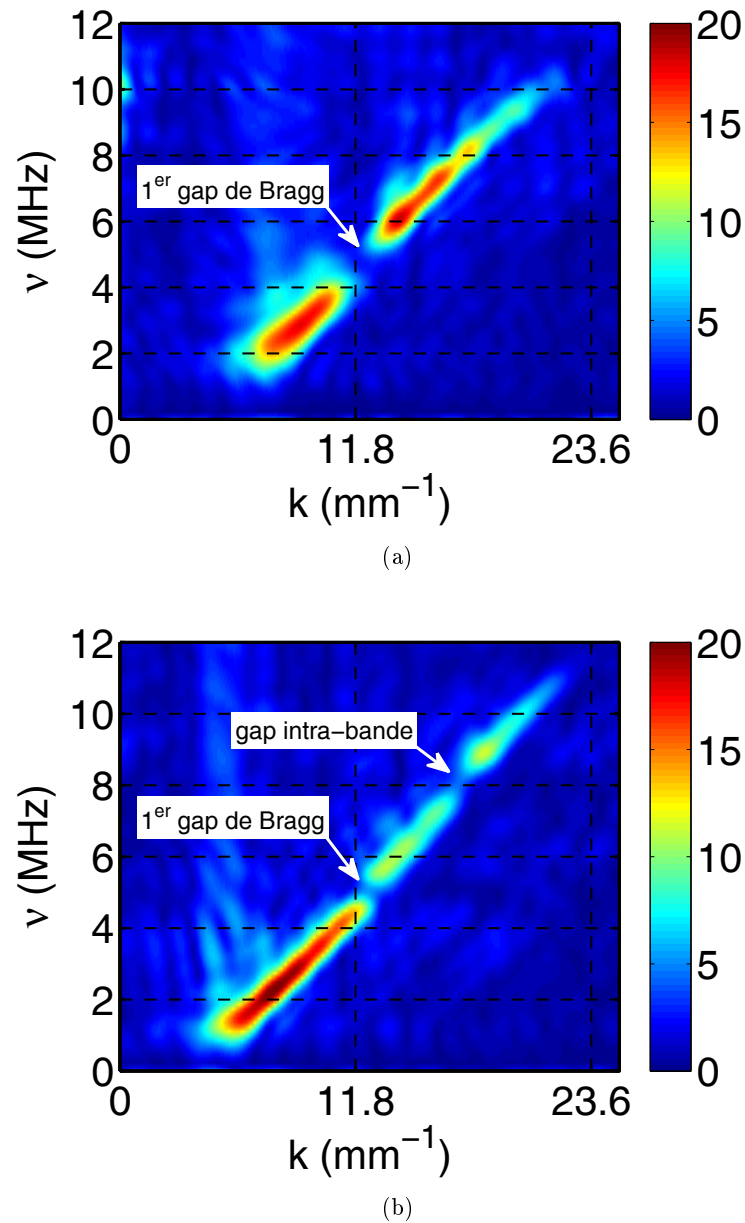


FIGURE 3.1.10 – Courbes de dispersion expérimentales du mode de Lamb  $A_0$  (à  $k > 0$ ) des cristaux phononiques CP1 et CP2 (inclusions d'air carrées en surface structurée dans une plaque de silicium de  $160\mu\text{m}$  d'épaisseur :  $a = 267\mu\text{m}$ , maille carrée, taux de remplissage moyen  $f_S = 0,4$ ). a) CP1 : inclusions "sablier". b) CP2 : inclusions "sabliers désaxés" ( $T \simeq 20\%$ ).

l'application d'une transformée de Fourier à deux dimensions aux signaux spatio-temporels enregistrés<sup>6</sup>. Les courbes de dispersion du mode  $A_0$  dans le cas d'inclusions symétriques et dissymétriques ( $T = 0, 2$ ), pour  $k > 0$  et pour des fréquences allant jusqu'au second gap de Bragg sont montrées à la figure 3.1.10.

La courbe de dispersion associée aux inclusions dissymétriques laisse clairement apparaître

6. Un filtre passe-bande entre 1 et 15MHz est appliqué aux signaux spatio-temporels.

un gap situé entre les deux premiers gaps de Bragg, d'une largeur d'environ 0,5MHz, absent dans le cas d'inclusions symétriques. La position du centre de ce gap coïncide parfaitement avec l'intersection entre les modes symétriques et antisymétriques théoriquement prédite autour de 8MHz. Par comparaison avec les résultats numériques (figure 3.1.9), le gap intra-bande observé expérimentalement peut alors être attribué à un couplage des modes de Lamb. Au fur et à mesure que le mode de Lamb  $A_0$  traverse des rangées d'inclusions il cède de l'énergie au mode  $S_0$  rétropropagé. Après avoir traversé suffisamment de période, le mode antisymétrique présente un gap d'hybridation autour de la fréquence de croisement. Une analyse de la dispersion en amont du cristal devrait permettre d'observer le mode symétrique rétropropagé. Une telle étude n'est pour le moment pas possible avec notre technique expérimentale.

### c. Evolution du gap d'hybridation avec la dissymétrie

Une étude théorique et expérimentale complémentaire visant à montrer l'évolution de la largeur du gap d'hybridation en fonction du taux de dissymétrie,  $T$ , est présentée à la figure 3.1.11. Il apparaît clairement sur cette figure que l'ouverture du gap, normalisée par  $f$  et  $a$ , croît linéairement avec le taux de dissymétrie. Les largeurs théoriques des gaps sont relevées en centre de gap. L'écart entre les valeurs théoriques et expérimentales s'explique simplement. En effet le couplage entre les deux modes de Lamb est maximal en centre de gap, mais l'expérience donne accès aux couplages partiels. Ainsi, la mesure considère des valeurs de  $k$  s'étendant de part et d'autre du centre du gap et l'ouverture du gap est maximisée. [5].

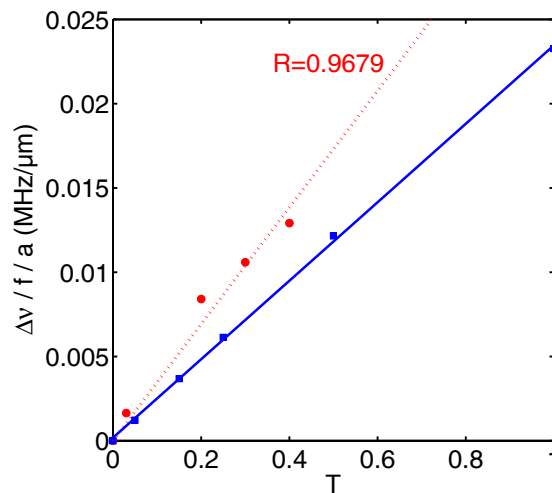


FIGURE 3.1.11 – CP 2D formé d'inclusions de forme "sablier désaxé" dans une plaque de silicium de  $160\mu\text{m}$  d'épaisseur (paramètre de maille : carré, pas du réseau de  $267\mu\text{m}$ ). Evolution de l'ouverture du gap intra-bande  $\Delta\nu/a/f$  en fonction du taux de dissymétrie,  $T$ . Bleu : étude numérique. Rouge : étude expérimentale (points expérimentaux et régression linéaire).

Les propriétés intrinsèques des ondes de Lamb les rendent très sensibles à la géométrie de la plaque dans laquelle elles se propagent. Ainsi, lors de la propagation d'une onde de Lamb (ici le mode  $A_0$ ) dans un cristal phononique à deux dimensions parfaitement symétrique par rapport au plan médian de la plaque, aucun couplage entre les modes symétriques et antisymétriques n'est possible. En revanche, dès lors que la symétrie est rompue un couplage entre ces modes est créé autour de la zone de croisement des deux types de modes. Dans le cas de l'émission d'un mode Lamb antisymétrique, il y a ouverture d'un gap d'hybridation sur la courbe de dispersion de ce mode en faveur de la génération d'un mode symétrique rétropropagé. En transmission, un tel couplage conduit à la création d'un filtre en fréquence en dehors des bords de la zone de Brillouin et plus ou moins large suivant le taux de dissymétrie imposé.

Cette étude a été réalisée selon la direction  $\Gamma X$  et pour une dissymétrie de structure selon cette même direction. Qu'advient-il du gap d'hybridation pour dissymétrie selon  $\Gamma M$ ,  $XM$  ou une dissymétrie plus complexe ?

D'autres questions découlent de ces résultats. En effet, il serait entre autres intéressant de regarder plus en détail le nombre de périodes nécessaires pour l'instauration du phénomène.

### 3.1.3 Observation expérimentale de la décomposition en ondes planes des modes du cristal phononique

La théorie de Bloch prédit qu'en milieu hétérogène et périodique la propagation des ondes élastiques est définie par  $(\omega, k_n)$ , où les  $k_n$  représentent l'ensemble des vecteurs d'onde induits par la périodicité du milieu (voir partie 1 chapitre 2). En vertu du théorème de Bloch ces vecteurs d'onde peuvent être écrits sous la forme :

$$\mathbf{k}_n = \mathbf{k}_0 + n\mathbf{G}_{\Gamma X}, \quad (3.1.2)$$

où  $\mathbf{G}_{\Gamma X}$  est le vecteur de Bloch selon la direction  $\Gamma X$  définissant la première zone de Brillouin ( $G_{\Gamma X} = 2\pi/a$ ),  $n$  un entier relatif, et  $\mathbf{k}_0$  le vecteur de propagation que nous appellerons fondamental<sup>7</sup>. La conservation de l'énergie du mode incident  $(\omega, k)$  (dans le milieu non phononique) implique une répartition de celle-ci sur les différents vecteurs d'onde  $k_n$ . Le poids énergétique affecté à chacun d'entre eux est directement dépendant de la structure "cristalline". Expérimentalement, lorsque l'on sonde l'intérieur du cristal il est légitime de se demander s'il est possible d'avoir accès aux différents vecteurs d'onde. C'est à cette question que ce chapitre tente de répondre.

#### 3.1.3.1 Schéma d'expérience

L'étude expérimentale suivante a été réalisée sur un cristal phononique 2D (noté CP4) structuré, dans une plaque de silicium d'épaisseur  $e = 200\mu m$ , par des inclusions d'air carrées en surface. Le réseau est de symétrie carrée, le taux de remplissage  $f = 0,56$ , pour un pas de réseau  $a = 1mm$ . Dans la première zone de Brillouin les point  $\Gamma$  et  $X$  sont alors respectivement définis par  $k = 0mm^{-1}$  et  $k = \pi mm^{-1}$ .

Le système expérimental utilisé permet de générer un paquet d'ondes élastiques large bande au MHz (voir partie 2 chapitre 2). La plaque de silicium est excitée par une impulsion laser selon une ligne sur une des surfaces libres de la plaque et dans une zone non structurée située en amont du milieu phononique. Un paquet d'ondes de Lamb antisymétriques à fréquence de coupure nulle ( $A_0$ ), large bande (jusqu'à 2MHz), est ainsi généré.

---

7. A la partie 1 chapitre 2 la relation liant le vecteur d'onde était donnée par :  $\mathbf{k}_{CP} = \mathbf{k}_{red} + n\mathbf{G}$ , où  $\mathbf{G}$  est le vecteur du réseau réciproque définissant la première zone de Brillouin,  $\mathbf{k}_{red}$  le vecteur réduit dans la première zone de Brillouin, et  $n$  un entier relatif. Ces deux relations sont bien entendu rigoureusement équivalente, mais celle utilisée ici permet à mon sens de simplifier la discussion entourant les résultats expérimentaux.

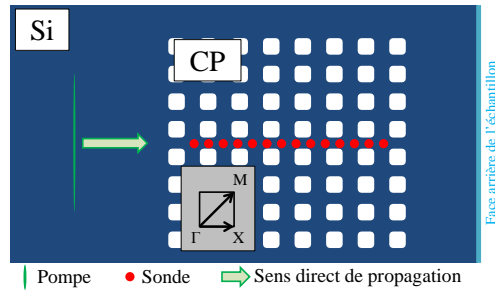


FIGURE 3.1.12 – Schéma d'expérience.

L'onde entre dans le cristal en incidence normale et s'y propage selon la direction  $\Gamma X$ . Les déplacements hors plan au sein du cristal sont mesurés en réalisant, selon la direction  $\Gamma X$ , une ligne de 65 points sondes périodiquement répartis chaque  $300\mu\text{m}$  (voir figure 2.2.10 c) et 3.1.12). Le signal temporel de chaque point sonde est échantillonné avec un pas en temps de  $0,1\mu\text{s}$ . Le signal spatio-temporel ainsi enregistré et la transformée de Fourier à deux dimensions associée sont présentées aux figures 3.1.14(a) et 3.1.14(b).

### 3.1.3.2 Courbes de dispersion numériques

Les courbes de dispersions numériques, obtenues par PWE, de ce cristal sont présentées à la figure 3.1.13(b). Selon la direction  $\Gamma X$ , le premier gap de Bragg pour le mode  $A_0$  est attendu, au point  $X$  de la première zone de Brillouin, autour de  $0,5\text{MHz}$ , et le début du deuxième gap pour ce même mode, au point  $\Gamma$  de la première zone de Brillouin, autour de  $1,5\text{MHz}$ . Sur cette figure le mode de Lamb  $A_0$ , dans la gamme de fréquences étudiée, est surligné en rouge (fréquences situées avant le deuxième gap du mode  $A_0$ ).

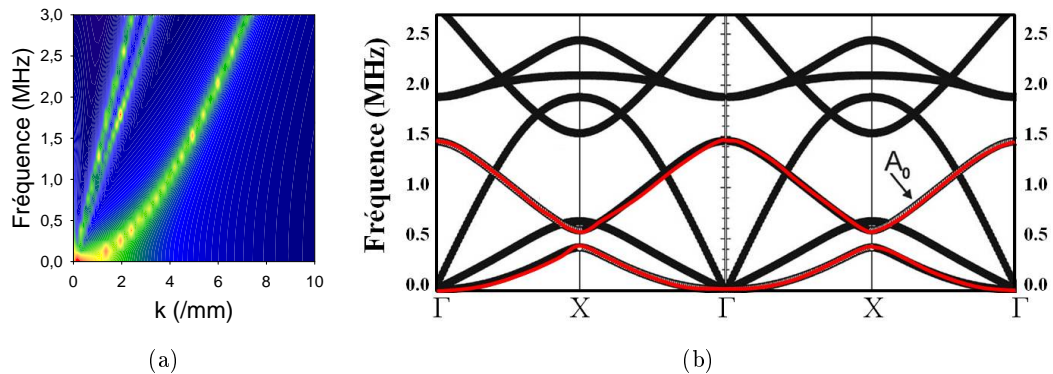


FIGURE 3.1.13 – (a) Courbes de dispersion numériques des modes de lamb se propageant dans une plaque de silicium de  $200\mu\text{m}$  d'épaisseur selon la direction  $[100]$  du silicium. (b) CP3 : courbes de dispersions numériques (inclusions d'air de section carrée dans une plaque de silicium de  $200\mu\text{m}$  d'épaisseur :  $a=1\text{mm}$ , maille carrée,  $f=0,56$ ). Courbes rouges : mode de Lamb  $A_0$  pour des fréquences inférieures au deuxième gap.



## 3.1.3.3 Résultats expérimentaux

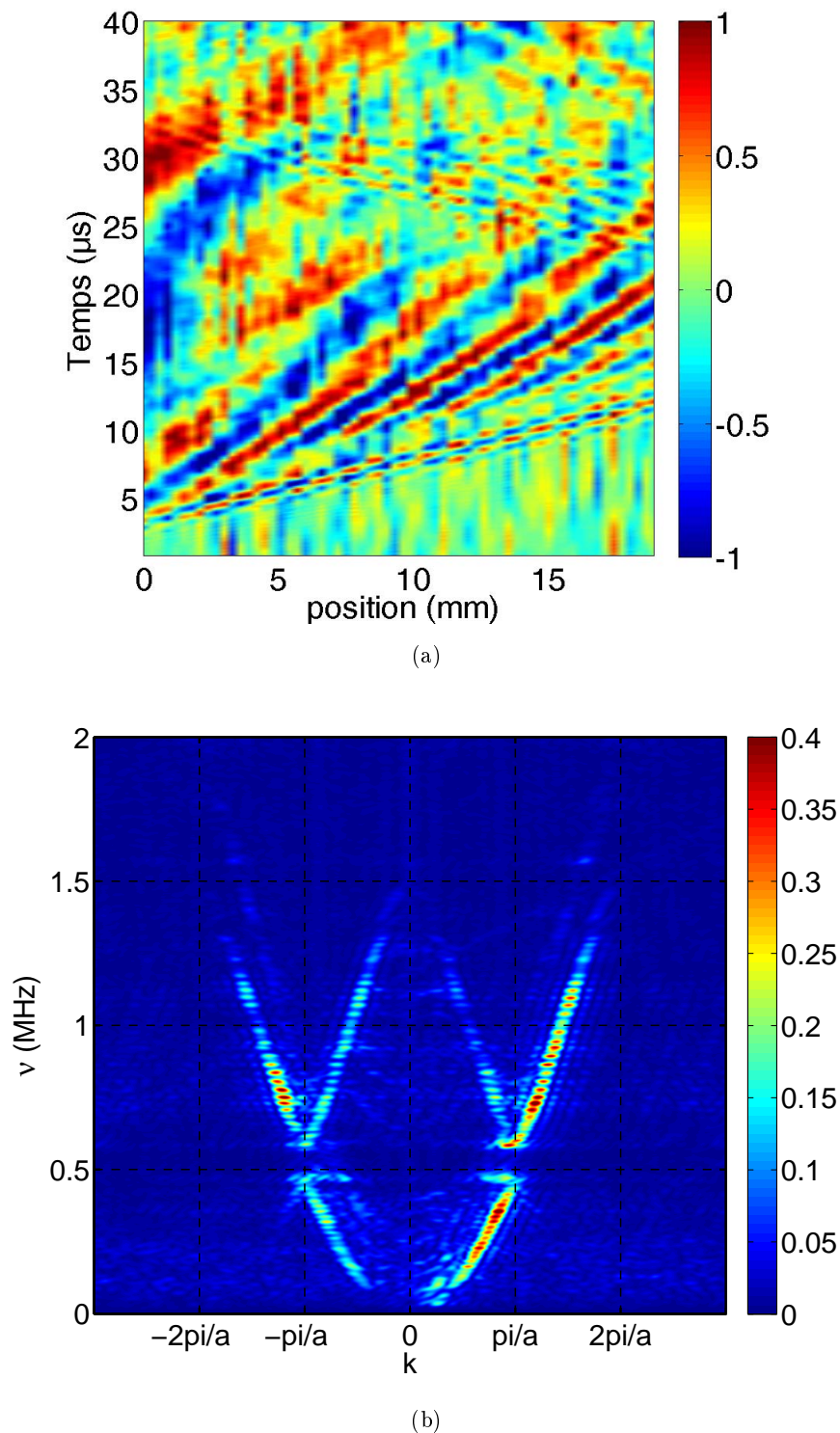
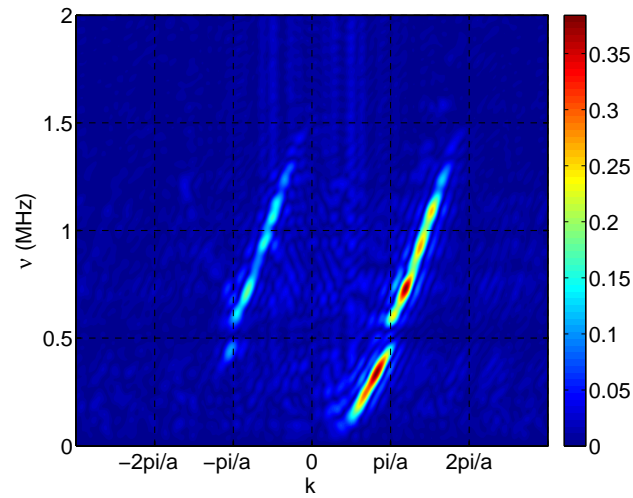
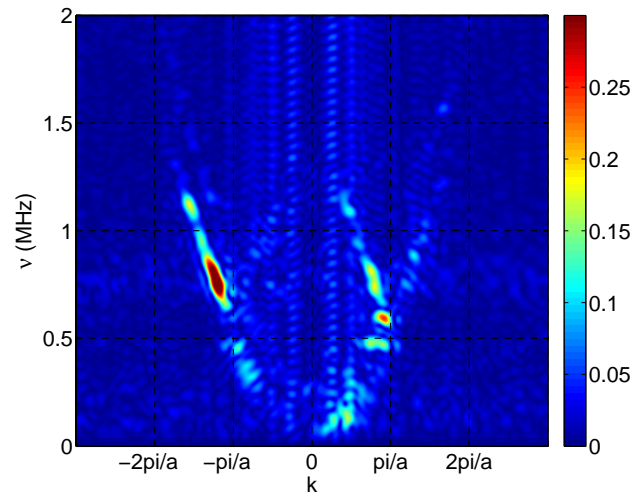


FIGURE 3.1.14 – CP3 (silicium  $200\mu\text{m}$  d'épaisseur, inclusions d'air carrées, réseau carré,  $a = 1\text{mm}$ ,  $f=0.56$ ) : étude expérimentale. a) Signal spatio-temporel issue d'une ligne de 65 points sonde espacés par un pas de  $300\mu\text{m}$ , contenant 2000 points temporels chaque  $0,2\mu\text{s}$ . b) Transformée de Fourier à deux dimensions associée.



(a)



(b)

FIGURE 3.1.15 – CP3 (silicium  $200\mu\text{m}$  d'épaisseur, inclusions d'air carrées, réseau carré,  $a = 1\text{mm}$ . a) Transformée de Fourier associée au signal temps/position de la figure 3.1.14(a), entre 0 et  $20\mu\text{s}$ . b) Transformée de Fourier associée au signal temps/position de la figure 3.1.14(a), entre 20 et  $40\mu\text{s}$ .

Le signal spatio-temporel enregistré, pour l'ensemble des points sondes, est représenté sur la figure 3.1.14(a). Le module de la transformée de Fourier sur le temps et l'espace associée à ce signal est quant à lui présentée à la figure 3.1.14(b). Plusieurs branches d'intensité très différentes sont visibles. Par ailleurs, l'observation du signal spatio-temporel (figure 3.1.14(a)) montre une différence de dispersion entre les 20 premières microsecondes et les 20 suivantes. Cette observation se retrouve sur les transformées de Fourier calculées sur ces deux intervalles de temps (voir figures 3.1.15(a) et 3.1.15(b)).

Pour les fréquences comprises entre le premier et le deuxième gap, les 20 premières mi-

crosecondes du signal spatio-temporel sont associées aux deux branches à pente positive, alors que les 20 microsecondes suivantes contiennent essentiellement le signal associé aux deux branches à pente négative.

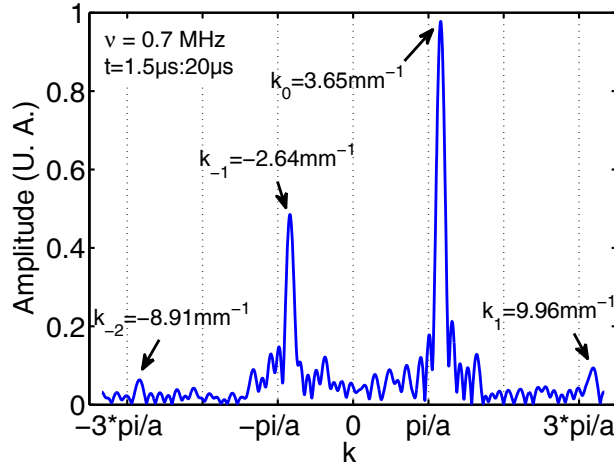


FIGURE 3.1.16 – CP3. Amplitude de la transformée de Fourier 2D associée aux 20 premières  $\mu s$  du signal temps/position de la figure 3.1.14(a) pour  $\nu = 0,7 MHz$ .

La figure 3.1.16 montre l'amplitude du vecteur  $k$  extraite de la courbe de dispersion de la figure 3.1.15(a), pour une fréquence située entre les deux premiers gaps ( $\nu = 0,7 MHz$ ). Cette représentation permet de mettre en évidence deux pics supplémentaires, d'intensité trop faible pour être distingués nettement sur les courbes de dispersion expérimentales précédentes (en raison du code couleur). Au regard de cette dernière figure, la décomposition de Bloch apparaît alors très clairement comme étant le lien entre les différents pics identifiés, de sorte que si on note  $G_{\Gamma X} = 2\pi/a = 6.28 mm^{-1}$  le vecteur de Bloch de la première zone de Brillouin, on a :

$$\begin{aligned}
 k_0 &= +3,65 mm^{-1}, \\
 k_{+1} &= +9,96 mm^{-1} \approx k_0 + G_{\Gamma X}, \\
 k_{-1} &= -2,64 mm^{-1} \approx k_0 - G_{\Gamma X}, \\
 k_{-2} &= -8,91 mm^{-1} \approx k_0 - 2G_{\Gamma X}.
 \end{aligned}
 \tag{3.1.3}$$

Le mode de Lamb  $A_0$ , engendré dans le silicium et se propageant avec une vitesse de groupe positive (voir le schéma d'expérience présenté à la figure 3.1.12), est alors décrit par une courbe de dispersion pour laquelle, à une fréquence donnée, n'est attribuable qu'un et un seul vecteur d'onde positif (voir figure 3.1.13(a)). Cette relation entre vecteur d'onde et fréquence ne s'applique plus pour une onde se propageant dans un milieu hétérogène et périodique. A une fréquence donnée, l'énergie des différents modes de vecteurs d'onde  $k_n$

créés par le milieu périodique se propagent avec la même vitesse de groupe, mais voit leur vecteur d'onde évoluer différemment.

Afin de mieux comprendre comment se propagent ces différents modes, la figure 3.1.17

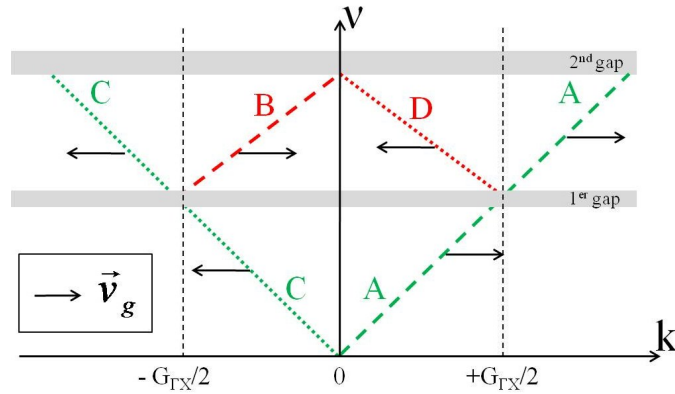


FIGURE 3.1.17 – Schéma des modes les plus intenses de la figure 3.1.14(b).

schématise les modes les plus intenses de la courbe de dispersion de la figure 3.1.14(b), et montre l'orientation de leur vitesse de groupe.

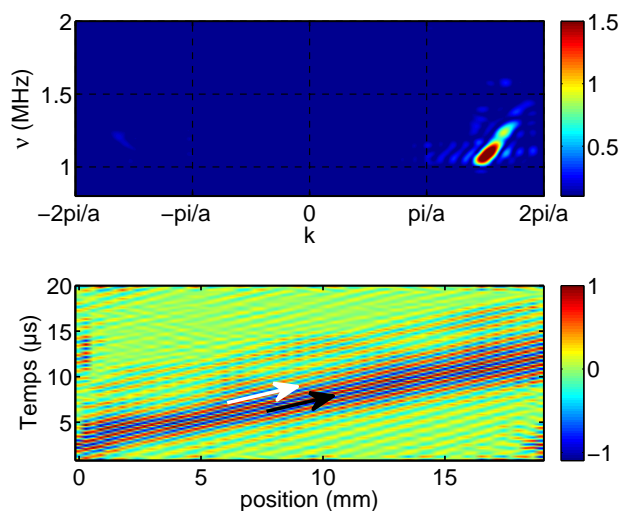
Compte tenu de la définition de la vitesse de groupe,  $v_g = \partial\omega/\partial k$ , et du vecteur d'onde  $k_n$ , les signes de la vitesse de groupe et du vecteur d'onde des différentes branches des courbes de dispersion (notées A, B, C et D) sont indiqués dans le tableau suivant :

Branche	signe $\mathbf{v}_g$	signe $\mathbf{k}$	produit $\mathbf{v}_g \cdot \mathbf{k}$
A	positif	positif	positif
B	positif	négatif	négatif
C	négatif	négatif	positif
D	négatif	positif	négatif

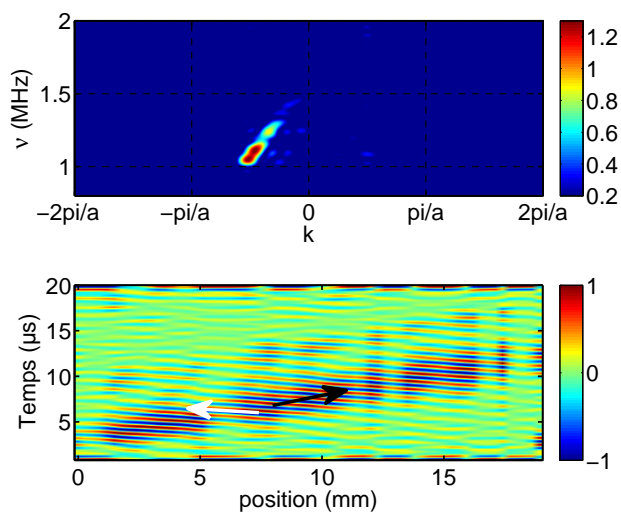
Regardons maintenant la propagation associée à ces différentes branches. A partir des résultats de la figure 3.1.14(b), pour chacune des branches de la seconde bande<sup>8</sup>, une zone étroite en fréquence et vecteur d'onde a été isolée. Pour ce faire, un filtre en fréquence et nombre d'onde est utilisé (voir figures 3.1.18 et 3.1.19). Le signal spatio-temporel de ces différentes zones est ensuite reconstruit grâce à une transformée de Fourier inverse à deux dimensions. Les résultats ainsi obtenus sont présentés aux figures 3.1.18 et 3.1.19. La propagation des paquets d'ondes associés aux différentes branches est en parfait accord avec le tableau précédent. Il est important de noter que la géométrie cristalline étudiée

8. Seconde bande est la zone délimitée par les deux premiers gaps du mode  $A_0$ .

conduit à la présence d'un mode, d'intensité non négligeable, dont l'énergie se propage dans le sens direct (vitesse groupe positive) avec un vecteur d'onde négatif (voir figure 3.1.18(b)). Il sera montré au chapitre suivant que ce mode peut être réfracté négativement.

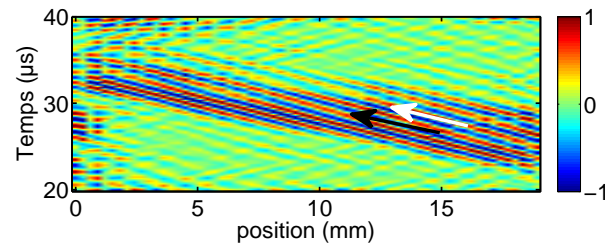
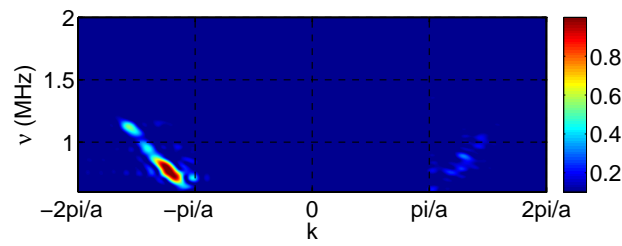


(a) Branche A

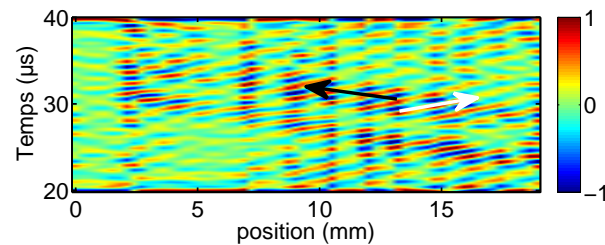
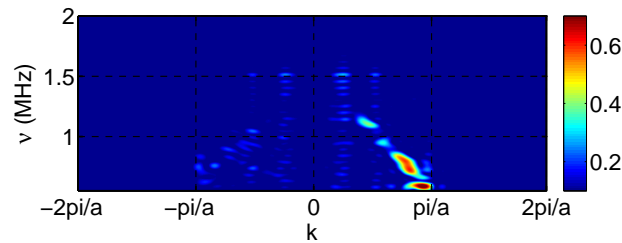


(b) Branche B

FIGURE 3.1.18 – CP3. Signal dans l'espace fréquence/nombre d'onde associé aux branches A et B et signal spatio-temporel reconstruit par transformée de Fourier inverse à deux dimensions. Les flèches noires indiquent le sens de la vitesse groupe, et les flèches blanches, celui du vecteur d'onde. a)  $\mathbf{v}_g > 0$  et  $\mathbf{k} > 0$ . b)  $\mathbf{v}_g > 0$  et  $\mathbf{k} < 0$ .



(a) Branche C



(b) Branche D

FIGURE 3.1.19 – CP3. Signal dans l'espace fréquence/nombre d'onde associé aux branches C et D et signal spatio-temporel reconstruit par transformée de Fourier inverse à deux dimensions. Les flèches noires indiquent le sens de la vitesse groupe, et les flèches blanches, celui du vecteur d'onde. a)  $\mathbf{v}_g < 0$  et  $\mathbf{k} < 0$ . b)  $\mathbf{v}_g < 0$  et  $\mathbf{k} > 0$ .

En synthèse, cette section a permis de montrer que les différentes branches des courbes de dispersion peuvent être dissociées en deux catégories, les ondes qui se propagent avec une vitesse de groupe positive (modes identifiés par A et B sur la figure 3.1.17), et les ondes rétropropagées (modes identifiés par C et D sur la figure 3.1.17). Le premier type d'onde est principalement contenu dans les 20 premières microsecondes du signal spatio-temporel (figure 3.1.14(a)), dont les ondes rétropropagées sont exclues. En effet, les ondes rétrogrades,

dans ce cas, doivent leur existence à une réflexion sur la face arrière de la plaque de silicium, parcourant donc plus de distance, elles arrivent donc nécessairement à des temps supérieurs. Ces ondes rétropropagées se retrouvent alors principalement contenues dans la partie du signal spatio-temporel entre 20 et 40  $\mu s$ .

Si l'on regarde maintenant uniquement les ondes se propageant vers l'avant (figures 3.1.15(a), 3.1.16), les différentes branches sont reliées les unes aux autres *via* le vecteur de Bloch (voir Partie 1, chapitre 2). Avoir un cristal phononique infini et être en régime permanent ne sont donc pas des conditions nécessaires pour voir apparaître la "forêt" de vecteurs d'ondes existants à une fréquence donnée (décomposition de Bloch due à la périodicité du milieu). Ainsi une onde émise dans un milieu homogène à une fréquence donnée n'est définie que par un seul vecteur d'onde associé à une vitesse de groupe positive. Lorsqu'elle entre, en incidence normale, et se propage dans un cristal phononique, l'onde se décompose et se trouve alors définie par un ensemble de vecteurs d'onde tous associés à une même vitesse de groupe. Enfin, quand l'onde émerge en aval du cristal, toujours en incidence normale, dans le milieu homogène les vecteurs d'ondes se "recombinent" et l'onde retrouve alors dans son état au moment de l'émission. Cette évolution est schématisée sur la figure 3.1.20. Bien entendu, les fréquences contenues dans les gaps sont filtrées et ne pourront donc pas être réémises en aval du cristal.

En outre, la branche B (figure 3.1.17) située pour des nombres d'ondes appartenant à la première zone de Brillouin entre 0 et  $-\pi/a$  et pour des fréquences comprises entre les deux premiers gaps est associée à des ondes d'ont l'énergie se propage vers l'avant pour des vecteurs d'onde négatifs (i.e. le produit scalaire entre vitesse de groupe positive et vecteur d'onde est négatif). Au chapitre suivant, avec l'étude de la réfraction négative, je reviendrai sur l'intérêt d'une telle situation.

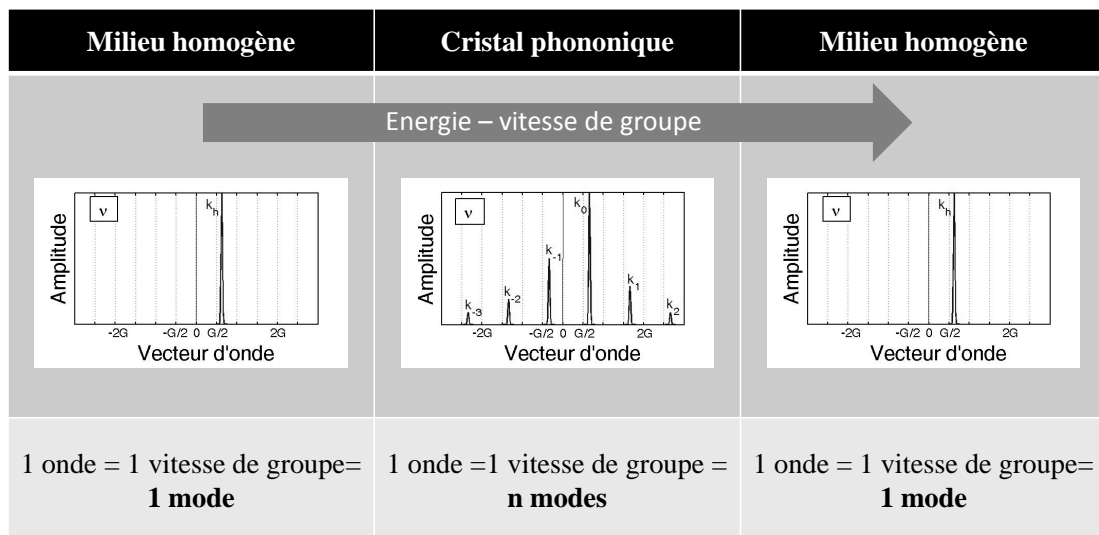


FIGURE 3.1.20 – Schéma de l'évolution d'une onde émise dans un substrat homogène avec une vitesse de groupe et à une fréquence données, puis se propageant dans un cristal phononique et enfin, ressortant dans du cristal dans le milieu homogène initial. (La répartition et la position des vecteurs d'onde est arbitraire)





## Chapitre 3.2

# Réfraction négative d'ondes guidées par un cristal phononique 2D à matrice solide

### 3.2.1 Réfraction négative d'une onde Lamb

Au chapitre précédent nous avons vu que les cristaux phononiques peuvent être le siège de modes se propageant avec un produit scalaire, entre la vitesse de groupe et le vecteur d'onde, négatif. C'est en s'appuyant sur de tels modes que les cristaux phononiques, dès lors que la loi de Snell-Descartes (voir chapitre 3 partie 1) est respectée, peuvent générer des ondes réfractées négativement. Ce chapitre reprend de manière développée et complétée les résultats expérimentaux publiés dans Applied Physic Letters [70].

#### 3.2.1.1 Schéma d'expérience

##### a. Structure phononique étudiée

Le cristal phononique étudié a été structuré par des inclusions d'air de forme "sablées" (voir Partie 2 chapitre 2) dans une plaque de silicium de  $160\mu\text{m}$  d'épaisseur (figure 3.2.1(a)). Les inclusions sont arrangées selon une maille carrée de pas  $a = 267\mu\text{m}$ , avec un taux de remplissage en surface de 0,4 (voir cliché à la figure 3.2.1(b)). Par commodité, le cristal est noté CP4.

La relation de dispersion expérimentale du mode de Lamb antisymétrique à fréquence de coupure nulle est présentée à la figure 3.2.1(d). Un filtre passe-bande entre 1 et 11MHz est appliqué aux signaux spatio-temporels. La relation calculée numériquement par éléments

finis  $y$  est superposée. Entre 5 et 10 MHz, l'expérience montre bien la présence de deux branches, une à nombre d'onde positif et l'autre à nombre d'onde négatif (voir section 3.1.3), toutes deux d'intensité non négligeable.

### **b. Montage expérimental et géométrie globale du système étudié**

Le cristal phononique a globalement la forme d'un triangle isocèle rectangle, permettant de bien mettre en évidence les phénomènes de réfraction induits en sortie du cristal. Le paquet d'ondes incident émis dans le silicium non structuré, entre dans le cristal en incidence normale, puis se propage au sein du cristal phononique selon la direction  $\Gamma X$ . Il parcourt une vingtaine de rangées d'inclusions avant d'atteindre l'interface de sortie avec un angle de  $45^\circ$  (voir figure 3.2.1(c)).

L'étude de la réfraction négative par un cristal phononique conduit à étudier des phénomènes très dépendants de la fréquence. En raison de cette forte dépendance en fréquence la génération d'ondes élastiques large bande rend plus difficile l'interprétation des résultats. Afin de minimiser la génération d'ondes de Lamb à des fréquences non souhaitées, les différentes expériences qui suivent s'appuient sur un système expérimental permettant de générer un paquet d'ondes élastiques de quelques MHz de largeur, autour d'une fréquence donnée (voir partie 2 chapitre 1).

L'onde incidente est émise en amont du cristal, dans une zone exempte de structuration. La longueur du pulse élastique incident est de l'ordre 4 à 5 mm.

Les déplacements normaux à la surface de la plaque sont sondés en différents points afin de réaliser des cartographies selon la direction parallèle à l'interface d'entrée du cristal (voir figures 2.2.10 d) et 3.2.1(c)). Le faisceau pompe reste donc fixe par rapport à l'échantillon tout au long des mesures et des lignes de points sondes sont réalisées comme schématisées à la figure 3.2.1(c). Les points de mesures le long d'une même ligne sont régulièrement séparés de 0,75mm. Chaque point sonde est associé à un signal temporel ayant une résolution de  $0,002\mu s$ .

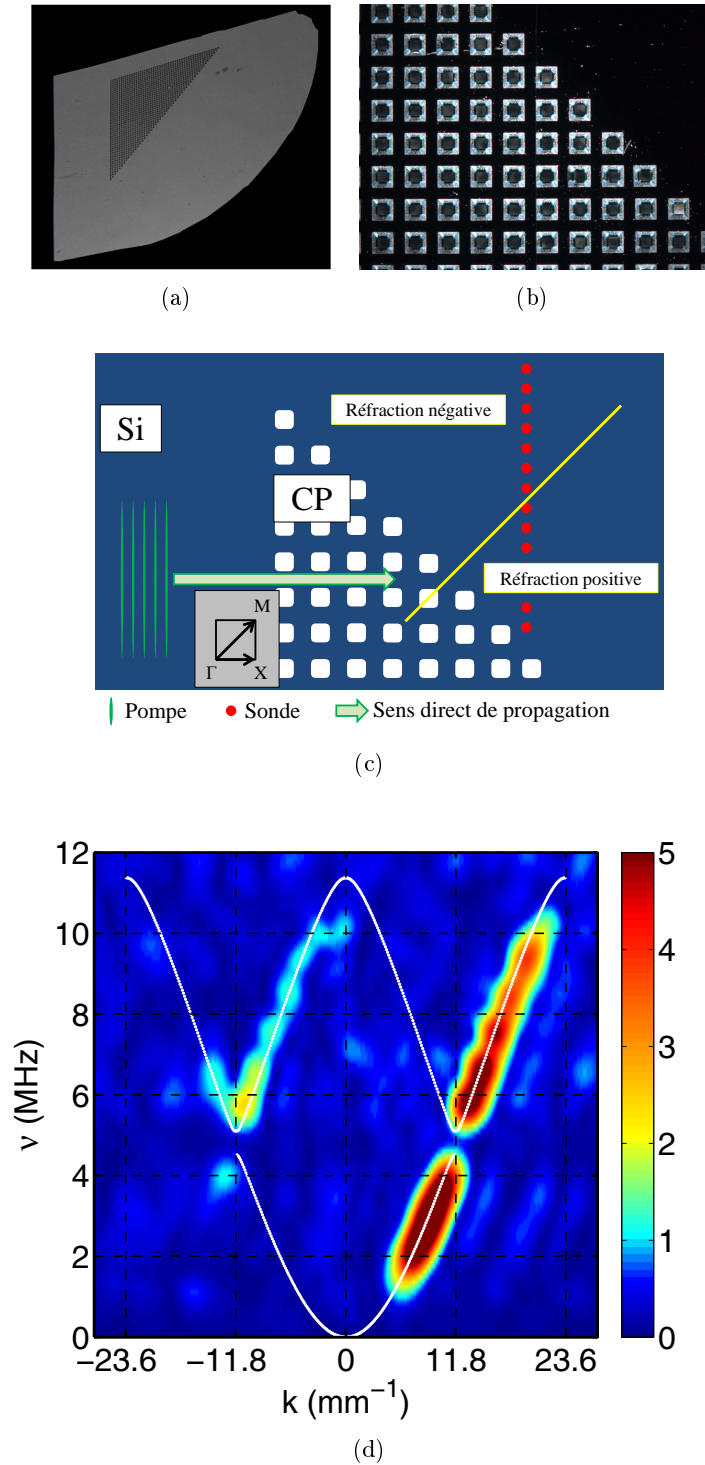


FIGURE 3.2.1 – a) Cliché de l'échantillon. b) Cliché du cristal phononique, CP4 (Arrangement phononique : matrice de silicium d'épaisseur  $160\mu\text{m}$ , inclusions d'air de forme "sablier", maille carrée, pas du réseau de  $267\mu\text{m}$ , taux de remplissage en surface de 0,4). c) Schéma de l'échantillon et illustration de la géométrie des expériences (la ligne continue jaune symbolise la séparation des zones de réfraction positive et négative). d) Propagation du mode de Lamb  $A_0$  dans le cristal phononique selon la direction  $\Gamma X$  : courbe de dispersion numérique (courbes blanches) superposée à la courbe de dispersion expérimentale.

c. Dispersion et relation angle d'incidence/angle de réfraction

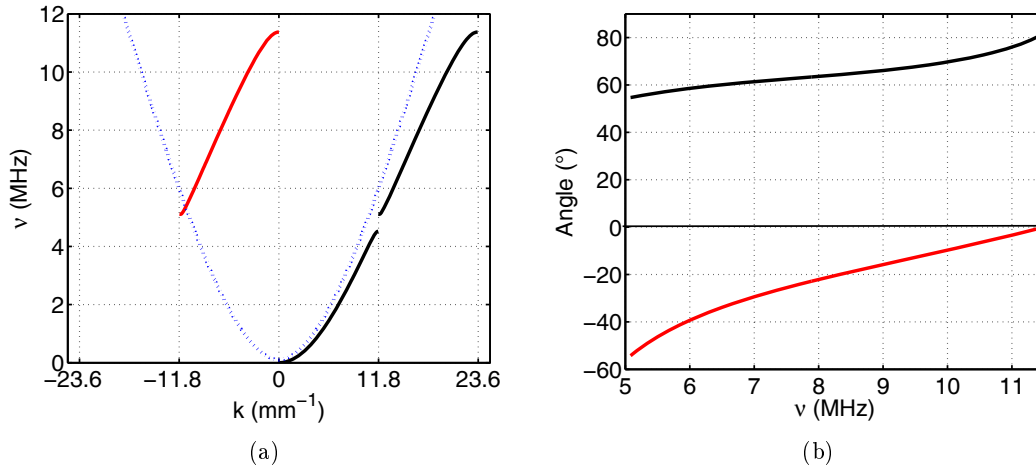


FIGURE 3.2.2 – Propagation dans le CP4 selon  $\Gamma X$  : a) Courbes de dispersion numériques : La ligne continue noire correspond au mode  $A_0$  principal (défini pour des nombres d'onde notés  $k$ ) ; la ligne rouge correspond au mode  $A_0$  secondaire défini par  $k_{-1} = k_0 - G_{\Gamma X}$ , pour des fréquences comprises entre les deux premiers gaps. La ligne bleue pointillée correspond au mode  $A_0$  du silicium selon la direction [100]. b) Angles de réfraction du mode  $A_0$  en sortie du cristal pour des fréquences comprises entre les deux premiers gaps et pour angle d'incidence à l'interface de sortie CP5/Si de  $45^\circ$ .

La figure 3.2.2(a) montre la relation de dispersion théorique du mode de Lamb  $A_0$  se propageant dans le cristal phononique (CP4), selon  $\Gamma X$ , ainsi que celle du mode  $A_0$  dans le silicium, selon la direction [100]<sup>1</sup>. (Seuls les modes se propageant vers l'avant sont indiqués.)

La courbe de dispersion expérimentale du mode  $A_0$  au sein du cristal, présentée à la figure 3.2.1(d), montre que les deux modes les plus intenses sont les modes  $k_0$  et  $k_{-1}$ .

Notons également, que le mode à  $k_{-1}$  (représenté en rouge sur la figure 3.2.2(a)) possède la particularité d'être défini par une vitesse de groupe positive (propagation vers l'avant) et un vecteur d'onde négatif (voir partie 3 chapitre 1). C'est grâce à la présence de ce mode que la réfraction négative peut, dès lors que la relation de Snell-Descartes le permet, être observée en sortie du cristal.

Après avoir traversé le cristal (CP4), selon la direction  $\Gamma X$ , l'onde arrive à l'interface entre le cristal et le silicium non structuré avec un angle de  $45^\circ$ . L'onde est alors réfractée dans le substrat de silicium non structuré selon un ou plusieurs angles, notés  $\theta_{r(n)}$ . Ces angles sont imposés par la conservation de la composante du vecteur d'onde parallèle à

1. On rappelle que pour ce mode et à ces fréquences le silicium cristallin est très faiblement anisotrope, autour de 1%. Dans ces expériences, le silicium est donc considéré comme un matériau isotrope.

l'interface entre le milieu phononique et le milieu matriciel, et régis par la relation de Snell-Descartes qui dans notre système et à une fréquence donnée, s'exprime par :

$$\sin(\theta_{r(n)}) = \frac{k_0 + n \cdot G_{\Gamma X}}{k_{Si}} \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad (3.2.1)$$

Dans l'équation ci-dessus,  $k_0$  et  $G_{\Gamma X}$  sont respectivement le vecteur d'onde fondamental et le vecteur de Bloch de la première zone de Brillouin dans le cristal selon  $\Gamma X$ , et  $k_{Si}$  le nombre d'onde du mode de Lamb  $A_0$  dans le silicium.

La présence de deux branches entre 5 et 10 MHz (voir figure 3.2.1(d)), laisse la possibilité d'obtenir non seulement de la réfraction négative, mais aussi la réfraction d'au moins deux modes distincts. Compte tenu de la relation 3.2.1, et des nombres d'onde des différents milieux (figure 3.2.2(a)), les angles de réfraction possibles pour cette gamme de fréquences sont déterminés, et présentés à la figure 3.2.2(b). Dans ce cas, seuls les modes de Bloch  $k_0$  et  $k_{-1}$  (qui sont les deux modes d'intensité non négligeable) peuvent être réfractés dans le silicium. En outre la figure 3.2.2(b) montre que le mode à nombre d'onde négatif ( $k_{-1}$ ) conduit à une réfraction négative en sortie du cristal, au contraire du mode défini pour des nombres d'ondes positifs.

En synthèse, pour les fréquences de la deuxième bande la réfraction négative est permise, mais qu'elle n'arrive jamais seule.

En revanche, les fréquences de la première bande (inférieures au premier gap) ne peuvent théoriquement conduire qu'à un unique mode réfracté dans le sens positif.

### 3.2.1.2 Résultats pour différentes fréquences

Afin de vérifier les prédictions théoriques précédentes (voir figure 3.2.2(b)), les phénomènes de réfraction à l'interface de sortie CP4/Si ont été étudiés pour trois fréquences. Une de ces fréquences appartient à la première bande du mode  $A_0$  et les deux autres à la deuxième bande<sup>2</sup>.

#### a. Fréquence de la première bande

Avant le premier gap, la courbe de dispersion du cristal ne présente pas de mode ayant un vecteur d'onde négatif pouvant être réfracté en aval du cristal phononique. Les condi-

---

<sup>2</sup>. La première bande correspond à l'ensemble des vecteurs d'ondes aux fréquences situées avant le premier gap et la deuxième bandes aux fréquences situées entre les deux premiers gaps.

tions de passage imposées par la relation 3.2.1 ne permettent que la réfraction positive du mode à vecteur d'onde et vitesse de groupe positifs. Ce cas est illustré par l'expérience présentée à l'image d) de la figure 3.2.3. Dans cette expérience un paquet d'ondes centré autour de 4MHz est généré dans le substrat de silicium. La mesure des déplacements normaux le long d'une ligne parallèle à la face d'entrée du cristal phononique est réalisée (voir schéma expérimental à la figure 3.2.1(c)). La figure 3.2.3 (d) présente la transformée de Fourier sur le temps appliquée à chaque point de mesure (l'amplitude est représentée en code couleur). Cette représentation laisse clairement apparaître la présence d'une tache unique dans la partie "positive". L'excitation d'un paquet d'ondes de Lamb centré autour de 4MHz conduit bien à de la réfraction positive en sortie du cristal.

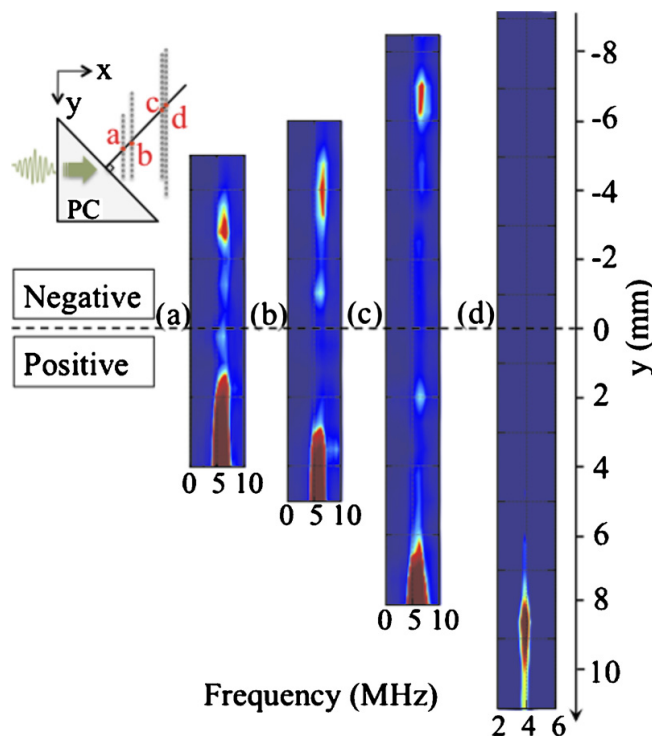


FIGURE 3.2.3 – (a), (b) et (c) Réfraction autour de 6MHz d'une onde arrivant en incidence  $45^\circ$  à l'interface CP4-Si, pour 3 position horizontales. (d) Réfraction autour de 4MHz.

## b. Fréquences de la deuxième bande

### A proximité du premier gap

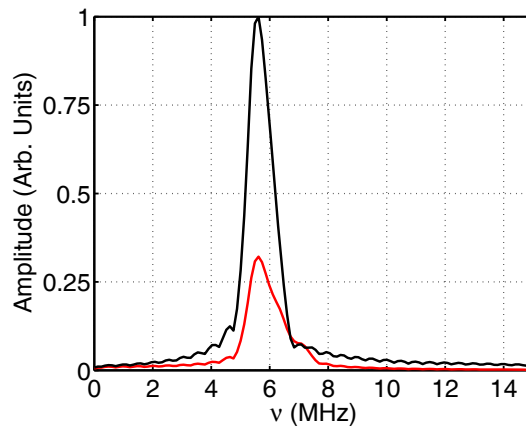
La théorie prévoit qu'autour de 6MHz le mode de Lamb étudié est réfracté par notre système, à la fois négativement et positivement (figure 3.2.2(b)).

La figure 3.2.3 illustre, entre autres, une expérience réalisée à cette fréquence. Les déplacements élastiques ont été mesurés selon trois lignes parallèles à la face d'entrée du cristal,

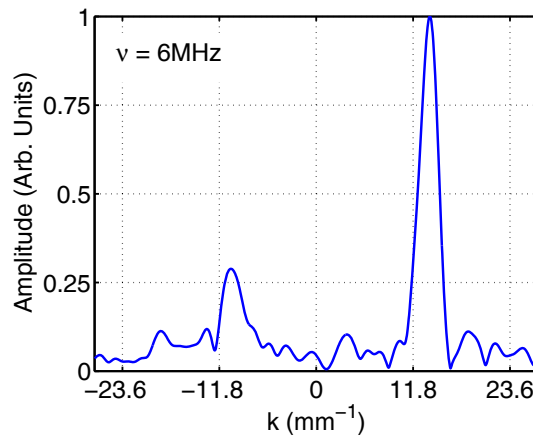
identifiés par  $a$ ,  $b$  et  $c$ , et telles que leurs distances à l'interface CP4/Si, le long de la normale, soient respectivement :  $a \simeq 2,8\text{mm}$ ,  $b \simeq 4,2\text{mm}$  et  $c \simeq 8,5\text{mm}$ .

Une transformée de Fourier sur le temps est appliquée à chaque point de mesure. Sur la figure 3.2.3 l'amplitude du spectre associé aux différents points le long de chaque ligne sondée est représentée en code couleur. Le code couleur est saturé afin de mettre en évidence la présence des deux taches de réfraction, positive et négative.

Afin de rendre plus lisibles le rapport des amplitudes de ces deux ondes réfractées par le cristal phononique, pour le maximum d'amplitude spectrale de chacune des deux taches, les spectres sont représentés à la figure 3.2.4(a). L'amplitude de l'onde réfractée apparaît nettement plus faible que celle réfractée positivement.



(a)



(b)

FIGURE 3.2.4 – (a) Contenu fréquentiel au centre des deux spots de réfraction de la ligne de la figure 3.2.3. (b) Amplitude des signaux au sein du cristal phononique (CP4) pour  $\nu = 6\text{MHz}$  en fonction du nombre d'onde (spectre obtenu à partir de la courbe de dispersion 3.2.2(a)).

Il faut revenir un peu en arrière pour comprendre d'où vient cette différence d'ampli-



tude. Au chapitre 1 de cette troisième partie nous avons vu que la périodicité du milieu phononique conduit à la création d'un ensemble de vecteurs d'onde pour un mode et une fréquence donnés. Dans ce processus, une partie de l'énergie du mode incident défini par le couple  $(\nu, k)$  est transférée sur les modes secondaires définis par  $(\nu, k_0 + nG)$ . En traçant le spectre expérimental des nombres d'onde à  $\nu = 6\text{MHz}$  (voir figure 3.2.4(b)), le mode réfracté négativement ( $k < 0$  et  $v_g > 0$ ) apparaît avec une amplitude 4 fois inférieure au mode fondamental réfracté dans le sens positif. La comparaison des figures 3.2.4(a) et 3.2.4(b) montre bien que le rapport des amplitudes des deux réfractions est comparable à celui des vecteurs d'onde mesuré dans le cristal.

**Fréquence en centre de bande** Afin de vérifier la possibilité de faire émerger de notre cristal phononique une onde réfractée négativement à toutes les fréquences de la seconde bande, nous avons réalisé une expérience, similaire aux deux précédentes, au centre de la seconde bande. La figure 3.2.5(a) présente le spectre des nombres d'ondes pour une fréquence de 8MHz. Pour cette fréquence encore, le ratio entre les deux modes ("réfraction négative"/"réfraction positive") avoisine les 0,25.

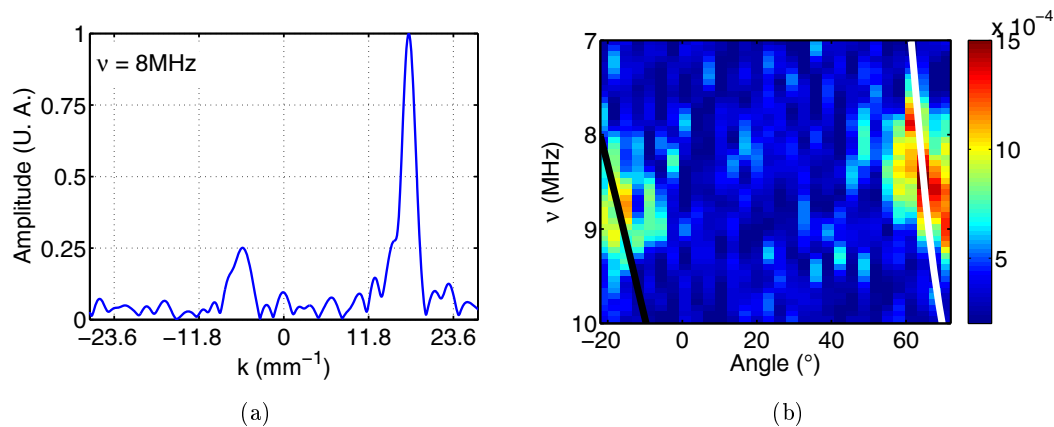


FIGURE 3.2.5 – (a) Amplitude des signaux au sein du cristal phononique (CP4) pour  $\nu = 8\text{MHz}$  en fonction du nombre d'onde (spectre obtenu à partir de la courbe de dispersion 3.2.2(a)). (b) Réfraction après le cristal phononique pour un pulse incident entre 7,5MHz et 9,5MHz. Lignes noire et blanches : relation angle/fréquence théorique (voir figure 3.2.2(b)).

Un pulse élastique centré autour de 8.5MHz est émis dans le substrat. Un scan vertical de 30 points (pas=0,75mm) est réalisé (la distance à l'échantillon permet de remonter aux angles de réfraction). Une transformée de Fourier sur le temps est appliquée à chaque point sonde, et permet de reconstruire le spectre fréquentiel qui leur est associé. L'ensemble des fréquences est représenté sur à la figure 3.2.5(b) en fonction des angles ; les amplitudes sont

données en code couleur. Il apparaît alors un bon accord entre les angles théoriques (marqués par les lignes continues) et l'expérience, et malgré une résolution grossière, l'amplitude de l'onde réfractée négativement est visiblement plus faible que celle de la réfraction positive. Toutefois, compte tenu de la qualité de résolution de l'expérience il n'est pas possible de tirer des conclusions aussi nettes que pour l'expérience à 6MHz.

## 3.2.2 Réfraction négative d'une onde de Rayleigh

Ces travaux viennent compléter l'étude menée sur les ondes de Lamb. Le but est ici de vérifier s'il est possible ou non d'observer la réfraction négative d'ondes de Rayleigh, dans une gamme de fréquences plus élevée que précédent et pour une matrice et un cristal phononique différents. Dans cette série d'expérience les ondes de Rayleigh de plusieurs centaines de MHz sont générées dans un substrat isotrope (silice amorphe). Les résultats présentés dans ce chapitre ont donné lieu à un article paru dans Physical Review B [10].

### 3.2.2.1 Schéma d'expérience

#### a. Cristal phononique

Le milieu phononique à deux dimensions étudié ici est obtenu par structuration d'un substrat de silice. L'épaisseur de ce dernier étant de quelques centaines de microns, il peut être considéré comme semi-infini vis-à-vis des longueurs d'onde élastiques s'y propageant (dans la gamme de fréquence étudiée, compte tenu de la vitesse de Rayleigh dans la silice :  $\lambda > 2\mu m$ ). Une attaque chimique au BHF permet de graver de manière isotrope la silice (matériau amorphe), créant ainsi des inclusions d'air hémisphériques (voir partie 2 chapitre 1). Les trous élaborés à la surface du bloc de silice sont agencés en un réseau carré, avec un pas de  $4\mu m$  et selon un taux de remplissage en surface de  $f \approx \pi/4^3$ . Le cristal étudié est noté CP5.

Les courbes de dispersion théoriques pour l'onde de Rayleigh, selon la direction  $\Gamma M$ , calculées par PWE par J. Vasseur de l'IEMN de Lille et repliées dans une demi-zone de Brillouin, sont présentées à la figure 3.2.6. Le premier gap de la structure phononique est attendu autour de 500MHz. Notons qu'apparaissent sur la figure 3.2.6 tout un ensemble de modes de Lamb. La présence de ces modes est dues à la méthode numérique utilisée qui consiste à calculer le mode de Rayleigh comme étant la limite des modes de Lamb quand l'épaisseur de la plaque tend vers l'infini [10,89]. Le mode de Rayleigh est identifié grâce à l'allure de ces déplacements. Ces derniers sont indiqués au bas de la figure 3.2.6.

#### b. Montage expérimental et géométrie globale du système étudié

Les résultats présentés dans ce chapitre ont été réalisés grâce au dispositif expérimental d'acoustique picoseconde présenté au chapitre 3 de la partie 2. Le principe de cette mé-

---

3. Un tel taux de remplissage pour des inclusions circulaires en surface et organisé selon une maille carrée correspond à un arrangement compact ou "close packing".

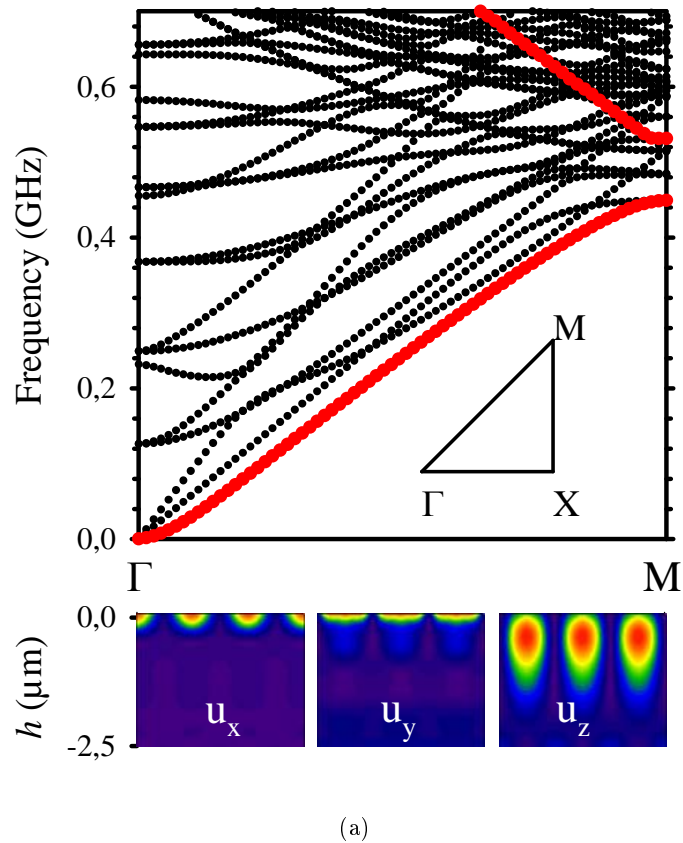


FIGURE 3.2.6 – Courbes de dispersion numériques du CP5 (arrangement carré de trous sphériques dans un substrat semi-infini de silice,  $a = 4\mu\text{m}$ ,  $f = \pi/4$ ) selon  $\Gamma M$ . Les lignes pointillées rouges identifient l'onde de Rayleigh, dont les déplacements pour la première bande repliée sont indiqués dans la partie basse de la figure.

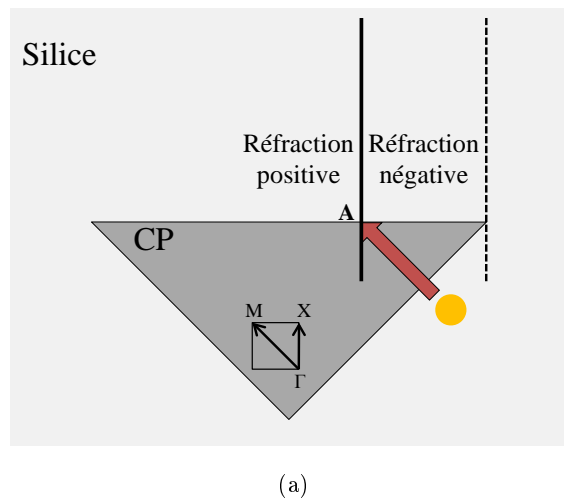


FIGURE 3.2.7 – Schéma de la géométrie globale des expériences. Le cercle jaune schématise la pompe, la ligne continue émergeant depuis le point A symbolise la séparation des zones de réfraction positive et négative, et la ligne pointillée la limite avec le cristal.

thode n'est pas très différent de celui utilisé dans les chapitres précédents, mais ces deux montages présentent l'intérêt d'être complémentaires. En effet, au contraire des expériences précédentes, le choix est ici fait d'utiliser un dispositif d'acoustique picoseconde pour obtenir des cartographies spatiales de très bonne résolution au détriment de la résolution temporelle (Bien qu'accessible, avoir une grande résolution temporelle et des cartographies demande un temps de mesure très long).

En résumé, ce montage permet entre autres la génération d'ondes de Rayleigh large bande dans une gamme de fréquences pouvant s'étendre jusqu'à plusieurs dizaines de GHz. La pompe, à l'origine de l'émission des ondes élastiques, est focalisée selon une tache circulaire. Comme dans les expériences décrites au chapitre précédent, le cristal phononique à la forme d'un triangle rectangle isocèle. La géométrie globale des expériences est illustrée à la figure 3.2.7. A suffisamment grande distance de la zone d'excitation, l'hypothèse de la propagation d'ondes planes est posée pour simplifier l'interprétation des résultats. Sous cette hypothèse, les ondes de surface émises dans la silice entrent dans le cristal en incidence normale, traversent ensuite celui-ci selon la direction  $\Gamma M$ , avant d'atteindre l'interface de sortie avec un angle de  $45^\circ$  par rapport à la normale. Deux cas de propagation dans le substrat homogène sont alors possibles : la réfraction positive et/ou la réfraction négative. Compte tenu de cette géométrie, des courbes de dispersion théoriques du cristal phononique (voir figure 3.2.6), et des lois de réfraction de Snell-Descartes, la réfraction négative est assurée pour les fréquences de la seconde bande.

### 3.2.2.2 Résultats pour différentes fréquences

Comme au chapitre précédent plusieurs expériences ont été menées afin de comparer au mieux les prévisions théoriques, le but étant de montrer le comportement des ondes de Rayleigh en sortie du cristal phononique pour différentes fréquences. Les résultats présentés dans les paragraphes suivants sont associés à deux focalisations de la pompe<sup>4</sup>. Dans un premier temps, la pompe est focalisée pour exciter uniquement des ondes de Rayleigh appartenant à la première bande (entre 0 et 500MHz). Dans un deuxième temps, la pompe est focalisée plus fortement afin de générer des ondes de Rayleigh contenues dans la première et la deuxième bande (de 0 à 1,5GHz).

---

4. Pour rappel : le diamètre de la tache focale détermine le contenu fréquentiel du paquet d'onde généré.

**a. Première bande : Réfraction positive**

Les simulations numériques présentées à la figure 3.2.6 montrent que la première bande de l'onde de Rayleigh pour le cristal étudié est comprise entre 0 et 450MHz. Dans cette gamme de fréquences, les vecteurs d'onde autorisés à être réfractés en aval du cristal sont positifs. La première bande n'est théoriquement associée qu'à une réfraction positive des ondes de rayleigh.

En excitant l'échantillon grâce à un faisceau pompe focalisé sur un diamètre de  $10\mu m$ , le contenu fréquentiel du paquet d'ondes de surface émis dans le système n'excède pas 450MHz. Les ondes ainsi générées appartiennent donc intégralement à la première bande. La figure 3.2.8 présente une image du déplacement de surface dans le cas d'une expérience réalisée pour telle une excitation de l'échantillon. Dans ce cas, l'expérience ne laisse apparaître aucune réfraction du côté "négatif" de la normale à l'interface de sortie (à droite du trait plein).

Notons en première approximation qualitative la présence d'un front d'onde (large bande noire et blanche) au contenu basse fréquence qui traverse le cristal phononique sans être affectée de manière importante. En effet, en observant ce paquet d'ondes, non dispersif, de part et d'autre de la ligne pointillée, aucune différence notable n'apparaît (la ligne pointillée symbolise la limite où l'onde initialement émise interagit ou non avec le cristal). Remarquons également que le front d'onde est suivi d'une série d'oscillations réfractées positivement. Dans la suite de la section je reviendrai sur l'origine de ces oscillations.

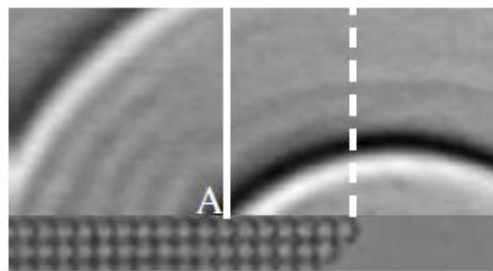


FIGURE 3.2.8 – Image enregistrée après le CP5 pour une impulsion de pompe focalisée en un spot d'environ  $10\mu m$ , de sorte que la fréquence acoustique maximum émise dans le milieu avoisine 450MHz.

**b. Seconde bande : Réfraction négative**

**Cartographie des déplacements de surface**

La théorie prévoit que les vecteurs d'ondes ( $\mathbf{k}_{CP} = \mathbf{k}_{red} + n\mathbf{G}_{\Gamma M}$ ) associés aux fré-

quences de la première bande repliée (seconde bande) dans la demi zone de Brillouin  $\Gamma M$ , pour l'onde de Rayleigh dans le cristal étudié, peuvent conduire à la création d'une onde réfractée négativement. Afin de le vérifier, le faisceau sonde est focalisé en un spot de  $3,5\mu m$ , pour émettre dans le système des ondes dans une gamme de fréquences s'étendant au-delà de 600MHz.

Sur la figure 3.2.9 la dimension horizontale de tous les clichés est de  $100\mu m$ . La partie

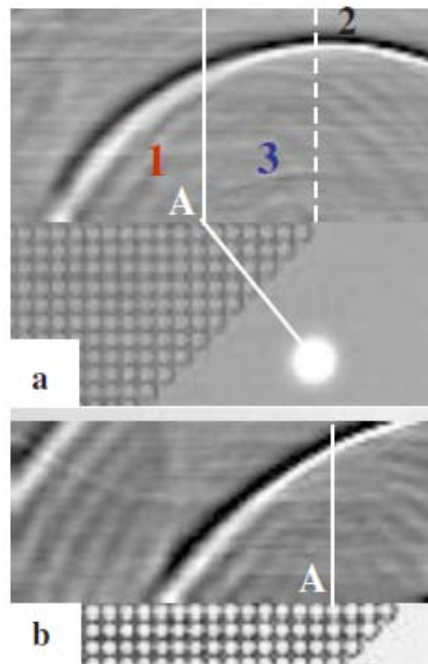


FIGURE 3.2.9 – Cartographie des d'ondes de surface émergeant d'un cristal phononique 2D à matrice silice (arrangement carré de trous sphériques,  $a = 4\mu m$ ,  $f = \pi/4$ ). Les points (1) rouge et (2) bleu indiquent les zones où ont été enregistrées les données de la figure 3.2.10(b). a) Image enregistrée à  $t=21.5ns$  après l'impulsion de pompe. b) Image enregistrée avec une excitation optique située à  $40\mu m$  de l'interface d'entrée dans le cristal (soit hors de la zone de cartographie).

haute de chaque image laisse apparaître les ondes de surface. La ligne issue du point A correspond à la normale à l'interface cristal phononique/milieu homogène. La ligne pointillée marque la limite où peut exister une interaction entre onde de Rayleigh et le cristal. Dans la partie basse des acquisitions, les inclusions d'air ne permettant pas la stabilisation du faisceau sonde, le passage des ondes de surface n'est pas visible. En revanche, les changements de réflectivité induits par la pompe sur le film l'aluminium permettent d'imager le cristal et la position de la pompe (tache blanche en bas à droite). Chaque image est donc composée d'une superposition de deux acquisitions : une en réflectométrie (pour imager le milieu phononique et la position de la pompe) et une en interférométrie (pour cartogra-

phier le déplacement des ondes de surface).

La seconde image de la figure 3.2.9 est réalisée en plaçant le faisceau pompe suffisamment loin du cristal afin de pouvoir, au maximum, faire l'hypothèse de front d'onde plan.

Sur les deux clichés apparaissent très clairement deux paquets d'ondes quasi-monochromatiques de part et d'autre de la normale à l'interface de sortie du cristal, indiquée par la ligne blanche continue, l'un avec un angle de réfraction positif (à gauche du trait plein), l'autre avec un angle négatif (à droite du trait plein). En outre la bande intense correspond à un paquet d'ondes de Rayleigh large bande en fréquence dont le contenu fréquentiel varie selon qu'elle ait ou non interagi avec le cristal. En première observation, on remarque que le paquet d'onde large bande (en noir et blanc), non dispersif, se propage plus rapidement que les oscillations quasi-monochromatiques.

Pour mieux comprendre d'où proviennent l'ensemble des déplacements de surfaces observés à la figure 3.2.9, une analyse temporelle a été réalisée.

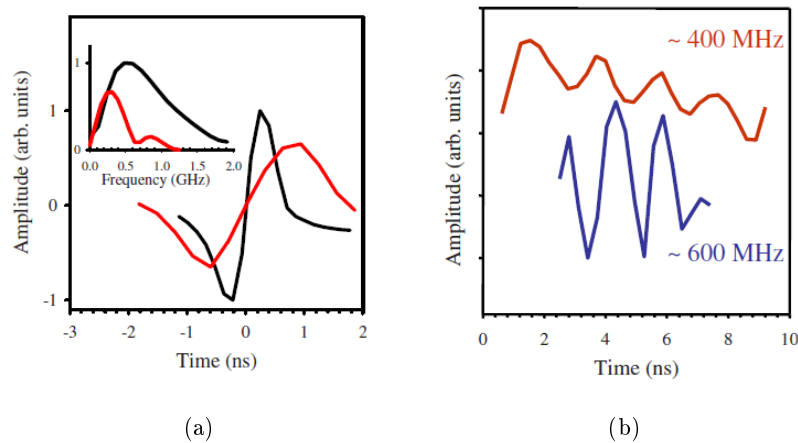


FIGURE 3.2.10 – Déplacements hors plan en fonction du temps dans la partie à gauche et à droite de la ligne pleine (voir figure 3.2.9 pour les numéros des points). (a) Signal temporel et contenu fréquentiel associé pour l'onde de Rayleigh large bande au point 1 (courbes rouges) et au point 2 (courbes noires). (b) Signal temporel au point 1 (courbes rouges) et au point 2 (courbes bleue).

### Evolution temporelle des déplacements

En déplaçant la ligne à retard, le décalage entre la pompe et la sonde est modifié, rendant ainsi possible une étude temporelle de l'information élastique.

Dans un premier temps, regardons quel est le contenu fréquentiel du paquet d'ondes large bande de part et d'autre de la ligne continue. La figure 3.2.10(a) montre, aux points 1 et 2 de la figure 3.2.9, l'évolution temporelle des déplacements de surface normaux. Un trans-



formée de Fourier sur le temps permet de remonter au contenu fréquentiel. Les courbes rouge sont associées au point 1 et les courbes noires au point 2. Ainsi, à gauche du trait plein, dans la zone de réfraction positive, le paquet d'onde possède un contenu fréquentiel limité à la première bande. En revanche, le spectre issue d'une analyse dans la zone de réfraction négative s'étend au-delà du deuxième gap et pour une gamme de fréquence couvrant l'intégralité de la seconde bande.

Dans un deuxième temps, la figure 3.2.10(b) présente une mesure en fonction du temps des déplacements de surface des oscillations suivant le passage du paquet d'onde large. Les oscillations se propageant dans la zone de réfraction positive (point 1, courbes rouges) sont quasi-monochromatiques autour d'une fréquence de 400MHz. Les oscillations se propageant négativement (point 3, courbes bleues) possèdent quant à elle un contenu fréquentiel étroit autour de 600MHz. Ce deux fréquences correspondent au bord du premier gap, ce qui explique que les oscillations arrivent après le passage du contenu large bande. En effet, en bord de gap les ondes se propagent plus lentement.

Pour finir cette étude temporelle, la figure 3.2.11 montre l'évolution du signal émergent du cristal à travers une série de cartographies effectuées pour différentes positions de la ligne à retard (une image chaque nano-seconde).

En conclusion de cette section, la réfraction négative est bien liée à la structure de bande entre les deux premiers gap. L'étude temporelle présentée corrobore parfaitement l'ensemble des résultats précédemment obtenus.

En outre, l'interprétation quantitatives (mesures des angles et intensité des signaux) des résultats présentés dans cette section est limitée par l'excitation large bande. Pour pallier ce problème et compléter ces résultats, de nouvelles expériences seront bientôt réalisées en générant une impulsion quasi-monochromatique. La très bonne résolution spatiale permise par ce système expérimental permettra notamment d'accéder à une mesure précise des angles de réfraction.

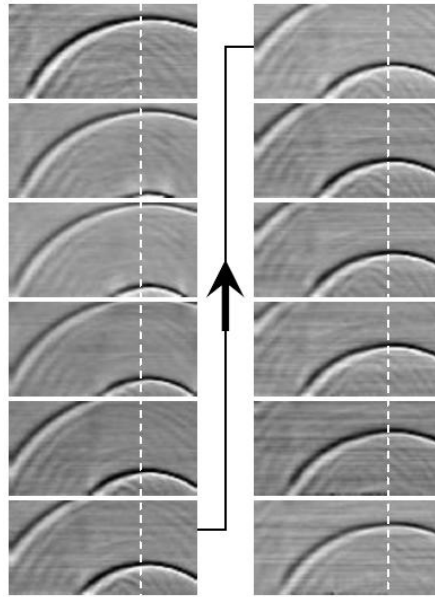


FIGURE 3.2.11 – (Séquence de 12 images ( $100 \times 50 \mu\text{m}^2$ ) montrant l'évolution dans le temps des ondes de surface après le CP5. Une image est enregistrée chaque nanoseconde durant un laps de temps séparant deux pulses de pompes consécutifs (taux de répétition de laser "Mai Tai" Spectra Physics : 80MHz). La ligne pointillée indique la limite de l'interaction des ondes avec le cristal phononique.

En synthèse, dans ce chapitre, il a été montré qu'un cristal phononique 2D à matrice solide peut être le siège du phénomène de réfraction négative d'une onde guidée par une ou deux surfaces libres d'un solide. L'intensité de cette réfraction est directement liée à la répartition d'énergie sur les différents modes  $(\omega, k_n)$  engendrés par le milieu périodique. Notamment, pour un cristal phononique à deux dimensions composés d'inclusions d'air, dans une matrice silicium, de maille carrée, il a été montré que le mode réfracté négativement n'arrive pas seul. Le mode négatif est ici quatre fois moins intense que le mode réfracté positivement.

Notons également que les phénomènes de réfraction observés sont purement classiques et que leur existence ne dépend pas de la gamme de fréquence des ondes élastiques. Seul le rapport entre la longueur d'onde élastique et le pas du réseau phononique apparaît comme fondamental.



# Conclusion et perspectives

*Dieu a créé le volume, le diable la surface.*

Wolfgang Pauli.

Tout au long de ce travail expérimental je me suis attachée à montrer l'existence de certains phénomènes (ex : modes de bords de gaps, réfraction négative...) dans des cristaux phononiques réels (i.e. de dimensions finies et plus ou moins parfaits) dont les fondements théoriques reposent sur des milieux infinis et parfaits.

Entre autres, je me suis intéressée à la propagation d'ondes guidées par une ou deux surfaces libres d'un solide entrant, traversant et émergeant d'un réseau périodique d'inclusions d'air. Dans ce cas, le substrat solide et le cristal phononique sont de dimensions finies.

A ce jour, l'essentiel des travaux expérimentaux sur les cristaux phononiques impliquent la propagation d'ondes de volume (ex : cristal phononique de tiges solides dans l'eau, inclusions d'air dans un bloc solide, cristal phononique de bulles...). Etudier la propagation d'ondes acoustiques guidées par une ou deux surfaces libres d'un solide s'avère relativement complexe. En effet, il s'agit ici de prendre en compte non seulement la présence des différents modes (transverses et longitudinaux) générés dans le milieu solide (comparativement aux liquides infinis où seules les ondes longitudinales se propagent) mais aussi les conditions aux limites posées par la présence des surfaces libres conduisant à la génération d'ondes de Rayleigh ou de Lamb suivant l'épaisseur du substrat.

Dans le cas des études présentées dans ce travail l'enjeu a donc été de montrer l'influence, sur la propagation des ondes guidées, d'un cristal phononique à matrice solide, à deux dimensions et comportant un nombre fini de périodes.

Peu de systèmes expérimentaux permettent une analyse *in situ* de ces milieux composites. La majorité des études réalisées sur des cristaux phononiques à deux dimensions dans des matrices solides sont obtenues par des mesures en transmission et ne donnent accès au comportement des ondes élastiques que par déduction du signal transmis. Grâce à la technique laser-ultrasons utilisée, pour générer et détecter des ondes de surface au MHz, il a

été possible de mettre en évidence l'allure de la propagation d'ondes de Lamb au sein de milieux composites, tels que les cristaux phononiques.

La possibilité d'ouverture de gap de Bragg dans un cristal phononique d'au moins 5 rangées est connue depuis longtemps. Montrer la possibilité d'ouvrir des gaps avec de tels structures n'était donc pas un enjeu. En revanche, il est théoriquement attendu que les bords de gaps sont marqués par des tangentes horizontales, signature de modes à vitesse de groupe nulle. Cette prévision théorique est bien entendu issue d'une propagation dans un milieu périodique infini. La possibilité d'accéder à de tels modes dans le cas de cristaux phononiques de taille finie a été montrée après la traversée d'une vingtaine de rangées. Ainsi, dans un cristal phononique réel, les modes de bords de gap voient leur vitesse de groupe devenir quasiment nulle et leur énergie tendre à se confiner au sein du cristal.

En outre, dans le cas de la propagation d'ondes de Lamb dans une plaque phononique composée d'inclusions dissymétriques par rapport au plan médian, la possibilité de coupler les modes symétriques et antisymétriques a été mise en évidence. Il a été montré que ce couplage est à l'origine de l'ouverture de gaps dits d'hybridation dont la taille est proportionnelle au taux de dissymétrie des inclusions (voir relation 3.1.1). Compte tenu de la largeur des gaps dans le cas des structures étudiées, ce type de gap s'avère d'un intérêt non négligeable dans la quête au filtrage fréquentiel.

Enfin, l'étude de la dispersion des ondes élastiques en milieux périodiques a permis de mettre en évidence la présence des différents modes induits par la périodicité. L'onde ne doit pas nécessairement être émise en régime permanent et le cristal ne doit pas nécessairement être infini pour que la périodicité influe sur la propagation élastique en accord avec le théorème de Bloch. Ainsi, une onde incidente émise dans le milieu homogène et définie par  $(\omega, k)$  se trouve, lorsqu'elle se propage au sein du cristal phononique, décomposée en plusieurs modes, définis par  $(\omega, k_n)$  (où  $n$  est un entier relatif). La répartition de l'énergie de l'onde incidente  $(\omega, k)$ , vers les différents modes  $(\omega, k_n)$  créés au sein de la structure cristalline, est directement dépendante de l'organisation du cristal. Dans le cas d'un réseau carré d'inclusions d'air de section carrée, la présence d'un mode à vitesse de groupe positive et vecteur d'onde négatif a été mis en évidence. Ce mode est, dans cette configuration cristalline, le deuxième mode le plus intense. C'est sur la présence de ce mode que s'appuient les expériences de réfraction négative, coeur de ce travail de thèse.

Une fois la compréhension des phénomènes de dispersion dans les cristaux phononiques étudiés, mieux appréhendée, je me suis penchée sur la question initialement posée : dans quelle mesure un cristal phononique à matrice solide peut-il conduire à la génération d'une

onde négativement réfractée ?

Il a donc été montré ici qu'un cristal phononique à deux dimensions à matrice solide (isotrope ou non) peut conduire à la réfraction négative d'ondes guidées (Rayleigh et Lamb). Toutefois, la géométrie cristalline (maille carrée) et la géométrie globale (triangle isocèle rectangle) des échantillons étudiés permettent, en aval du cristal, la propagation d'une onde réfractée positivement et d'une onde réfractée négativement. Il a été montré que le poids énergétique de ces deux réfractions est directement lié à la répartition d'énergie sur les modes existants au sein du cristal phononique (soit  $k_0$  et  $k_{-1}$  pour la structure cristalline étudiée).

Par ailleurs, il est important de retenir que la fréquence n'influence pas l'existence des phénomènes observés. Que l'onde incidente soit générée au Hertz ou au Giga Hertz les phénomènes restent classiques, seuls importent les caractéristiques de la maille élémentaire et le ratio entre la dimension des structures et les longueurs d'onde élastiques s'y propageant.

Les cristaux phononiques ont, dans certaines gammes de fréquences propres à leur organisation cristalline, la possibilité de réfracter négativement les ondes élastiques, ce qui laisse présager la possibilité de réaliser une super-lentille acoustique dont le milieu négatif serait un cristal phononique. Toutefois, en raison de la multiplicité des nombres d'ondes existant pour un mode à une fréquence donnée, la réfraction négative, si elle émerge, contient certes toute l'information, mais avec une intensité très faible. Ainsi, l'existence de plusieurs modes de réfraction ne font donc a priori pas des cristaux étudiés ici de très bons candidats pour l'élaboration d'une super-lentille acoustique, objectif à plus ou moins long terme de ce travail. En revanche, en réalisant une étude d'ingénierie de courbes de dispersion il serait possible de trouver des structures cristallines rendant dominant le mode à réfraction négative de la seconde bande (mode  $k_{-1}$ ) et négligeable tous les autres modes. En effet, à ma connaissance, aucun concept physique n'empêche une telle répartition d'énergie et un tel cristal phononique favoriserait la conception d'une super-lentille.

En outre, sur le chemin de la focalisation sub-longueur d'onde se trouvent toujours les métamatériaux. Bien qu'encore à l'état embryonnaire, ils se présentent à ce jour comme l'axe de recherche le plus ambitieux et prometteur.

Au-delà de cette quête de l'image parfaite, le potentiel d'applications des milieux à inclusions artificiels n'ont pas dit leur dernier mot.

En effet, une autre voie de recherche dans ce domaine est le cloaking acoustique qui

consiste à rendre acoustiquement invisible un objet en l'entourant d'un matériau artificiel. En quelques mots, l'idée est ici d'entourer l'objet à isoler d'un matériau artificiel anisotrope afin d'obtenir des directions de propagation des ondes acoustiques privilégiées. Cette anisotropie artificielle force donc les ondes acoustiques à contourner l'objet. Cette propriété déjà démontrée pour les ondes à la surface de l'eau est beaucoup moins aisée à obtenir pour les ondes de Rayleigh-Lamb.

# Annexes : Ondes Guidées en milieux isotropes

## Annexe A : Ondes de Rayleigh en milieux isotropes

Dans cette annexe, les ondes élastiques considérées se propagent à proximité de la surface libre d'un solide semi-infini, soit dans le plan  $(x_1, x_3)$ . Le seul cas du solide isotrope sera abordé dans partie, car il est le seul analytiquement accessible. Cette annexe a été réalisée à partir du Tome 1 de "Ondes élastiques dans les solides" par D. Royer et E. Dieulesaint [79].

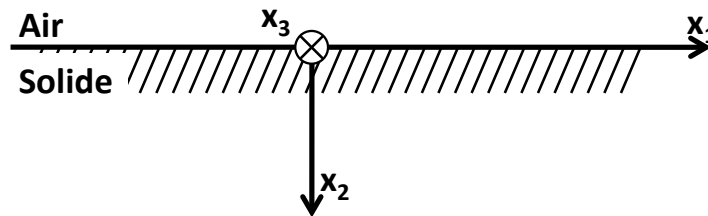


FIGURE 3.2.12 – schématisation des axes  $x_i$  par rapport à la surface libre d'un solide semi-infini.

Le déplacement particulière d'une onde se déplaçant à proximité de la surface libre (i.e. dont l'amplitude décroît avec la profondeur  $x_2$ ) selon la direction (arbitrairement choisie)  $x_1$ , peut s'écrire sous la forme :

$$u_l = U_l e^{i(\omega t - kx_1)} e^{-\chi k x_2}, \text{Re}[\chi k] > 0 \quad (3.2.2)$$

Dans le cas d'un solide isotrope, les vitesses de l'onde de volume longitudinale  $V_L = \sqrt{C_{11}/\rho}$  de polarisation  $\mathbf{U}^{(1)}$  et de l'onde de volume transversale  $V_T = \sqrt{C_{44}/\rho}$  de polarisation  $\mathbf{U}^{(2)}$  sont indépendantes de la direction du vecteur d'onde. De cette propriété découlent les relations de dispersion suivantes :



$$\begin{cases} \omega^2 = V_L^2 k^2 (1 - \chi_1^2) & \text{pour l'onde partielle } \mathbf{U}^{(1)}(1, -i\chi_1, 0) // \mathbf{k} \\ \omega^2 = V_T^2 k^2 (1 - \chi_2^2) & \text{pour l'onde partielle } \mathbf{U}^{(2)}(i\chi_2, 1, 0) \perp \mathbf{k} \end{cases} \quad (3.2.3)$$

où,

$$\chi_1 = (1 - V_R^2/V_L^2)^{1/2} \quad \text{et} \quad \chi_2 = (1 - V_R^2/V_T^2)^{1/2} \quad (3.2.4)$$

avec  $V_R$  la vitesse de l'onde de Rayleigh polarisée dans le plan sagittal (car elle se propage dans un solide isotrope).

Afin que les facteurs de décroissance  $\chi_1$  et  $\chi_2$  soient positifs la vitesse de l'onde de Rayleigh  $V_R = \omega/k$  doit être inférieure à  $V_L$  et  $V_T$ .<sup>5</sup>

L'onde totale peut être exprimée sous la forme :

$$\begin{cases} u_1 = (A_1 e^{-\chi_1 k x_2} + i\chi_2 A_2 e^{-\chi_2 k x_2}) e^{i(\omega t - k x_1)} \\ u_2 = (-i\chi_1 A_1 e^{-\chi_1 k x_2} + A_2 e^{-\chi_2 k x_2}) e^{i(\omega t - k x_1)} \end{cases} \quad (3.2.5)$$

dans laquelle les coefficients  $A_1$  et  $A_2$  sont déterminés en appliquant les conditions aux limites mécaniques imposées par la propagation de l'onde dans le plan sagittal et par la surface libre. Par ailleurs, la présence d'un milieu isotrope permet l'annulation et la simplification du tenseur de rigidité (voir 1.1.7 et 1.1.8). Après introduction de ces conditions ils vient :

$$\begin{cases} 2\chi_1 A_1 + i(1 + \chi_2^2) A_2 = 0 & \alpha = 6 \\ i(-C_{12} + C_{22}\chi_1^2) A_1 + \chi_2(C_{12} - C_{22}) A_2 = 0 & \alpha = 2 \end{cases} \quad (3.2.6)$$

Cette expression permet entre autre de déterminer la vitesse de Rayleigh en tenant compte tenu des relations :

$$C_{22} - C_{12} = 2C_{44} \quad \text{et} \quad C_{22}\chi_1^2 - C_{12} = 2C_{44} - \rho V^2 = C_{44}(1 + \chi_2^2) \quad (3.2.7)$$

Grâce à ces relations on en déduit la relation :

---

5. L'absence de matière au-dessus de la surface libre entraîne une baisse des constantes de rigidités pouvant permettre d'expliquer que la vitesse de Rayleigh reste inférieure à la vitesse transverse

$$(1 + \chi_2^2)^2 - 4\chi_1\chi_2 = 0 \quad (3.2.8)$$

Il vient alors :

$$16\left(1 - \frac{V_R^2}{V_L^2}\right)\left(1 - \frac{V_R^2}{V_T^2}\right) - \left(2 - \frac{V_R^2}{V_T^2}\right)^4 = 0 \quad (3.2.9)$$

En posant que  $R = V_R^2/V_T^2$ , cette équation se ramène à une équation de degré trois en  $V_R^2$  établie par Lord Rayleigh en 1885 :

$$R^3 - 8(R - 1)(R - 1 - C_{12}/C_{11}) = 0 \quad (3.2.10)$$

Dans le cas d'un solide isotrope la ratio  $C_{12}/C_{11}$  varie entre 0 et 1. Dans ce cas, la résolution de cette équation fait apparaître qu'elle ne possède qu'une seule racine positive permettant d'assurer la condition  $0 \leq V_R \leq V_T$  (soit  $R \leq 1$ ). La vitesse de Rayleigh est alors approximativement donnée par la relation :

$$V_R = V_T \frac{0.718 - (V_T/V_L)^2}{0.75 - (V_T/V_L)^2} = V_T \frac{0,436 + C_{12}/C_{11}}{0,50 + C_{12}/C_{11}}. \quad (3.2.11)$$

Le système d'équation 3.2.6 permet en outre de donner le rapport entre les coefficients  $A_1$  et  $A_2$  :

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{2i\chi_1}{1 + \chi_2^2} = i\left(\frac{\chi_1}{\chi_2}\right)^{1/2} \quad (3.2.12)$$

Ainsi les composantes de longitudinale  $u_1$  et transversale  $u_2$  du déplacement particulière de l'onde de Rayleigh sont données par :

$$\begin{cases} u_1 &= A_1(e^{-k\chi_1 x_2} - \sqrt{\chi_1\chi_2}e^{-k\chi_2 x_2})e^{i(\omega t - kx_1)} \\ u_2 &= i\sqrt{\frac{\chi_1}{\chi_2}}A_1(e^{-k\chi_2 x_2} - \sqrt{\chi_1\chi_2}e^{-k\chi_1 x_2})e^{i(\omega t - kx_1)} \end{cases} \quad (3.2.13)$$

Les deux composantes du déplacement sont déphasées de  $\pi/2$ . La polarisation est donc elliptique. Cette polarisation se déforme et passe de rétrograde à la surface à directe à partir d'une profondeur de l'ordre de  $0.2\lambda_R$ , profondeur à laquelle la composante longitudinale change de signe.

**Annexe B : Ondes de Lamb en milieux isotropes**

Cette annexe, comme la précédente est extraite du Tome 1 de "Ondes élastiques dans les solides" par D. Royer et E. Dieulesaint [79].

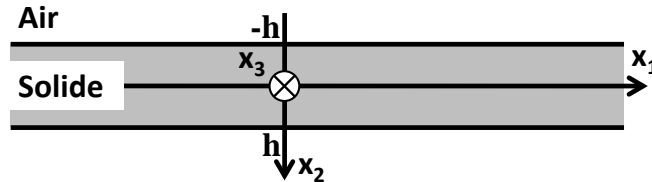


FIGURE 3.2.13 – schématisation des axes  $x_i$  par rapport aux deux surfaces libres d'une plaque d'épaisseur  $2h$ .

Soit un potentiel scalaire, noté  $\Phi$ , qui traduit la dilatation, et un potentiel vecteur, noté  $\Psi$ , qui traduit le cisaillement dans le solide. Ces potentiels satisfont aux équations :

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{V_L^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad \text{et} \quad \nabla^2 \Psi - \frac{1}{V_L^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0. \quad (3.2.14)$$

où  $V_L = \sqrt{C_{11}/\rho}$  et  $V_T = \sqrt{C_{44}/\rho}$  dans un solide isotrope.

Le déplacement de matière dans un solide peut s'écrire en fonction de ces deux potentiels tel que :

$$\mathbf{u} = \nabla \Phi - \nabla \wedge \Psi. \quad (3.2.15)$$

La plaque considérée ici est schématisée à la figure 3.2.12 de la partie 1 chapitre 1. De sorte que l'axe  $x_2$  est normal aux deux surfaces libres de la plaque, et situées en  $x_2 = +h$  et  $x_2 = -h$ . L'onde est polarisée dans le plan sagittal  $x_1 x_2$ .

On néglige la présence d'une propagation selon  $x_3$ , de sorte que :  $\partial/\partial x_3 = 0$ . Ainsi pour une onde de Lamb se propageant selon  $x_1$  sinusoïdalement on a :  $\partial/\partial x_1 = -ik$ . Les deux composantes du déplacement mécanique peuvent alors s'écrire comme :

$$\begin{cases} u_1 &= -ik\Phi + \frac{\partial \Psi_3}{\partial x_2} \\ u_2 &= \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} + ik\Psi_3 \end{cases} \quad (3.2.16)$$

Dans la plaque se propage également une onde transversale horizontale, TH. Elle se propage

seule et avec un déplacement mécanique tel que :

$$u_3 = -(ik\Psi_2 + \frac{\partial\Psi_1}{\partial x_2}). \quad (3.2.17)$$

Compte tenu de la symétrie du problème, le Laplacien s'écrit :

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} = -k^2 + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}. \quad (3.2.18)$$

Ainsi les potentiels satisfont aux équations :

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_2^2} + p^2\Phi = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2\Psi}{\partial x_2^2} + q^2\Psi = 0 \quad (3.2.19)$$

avec

$$p^2 = \frac{\omega^2}{V_L^2} - k^2 \quad \text{et} \quad q^2 = \frac{\omega^2}{V_T^2} - k^2. \quad (3.2.20)$$

Le solide considéré étant isotrope et comme  $S_{33} = \partial_3 u_3 = 0$ , la dilatation peut s'écrire comme :

$$S = S_{11} + S_{22} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = \nabla^2\Phi. \quad (3.2.21)$$

Ainsi, la contrainte normale  $T_2 = T_{22} = C_{11}S - 2C_{44}S_{11}$  devient :

$$T_2 = C_{11}\nabla^2\Phi - 2C_{44}\frac{\partial u_1}{\partial x_1} = C_{11}\nabla^2\Phi + 2C_{44}(k^2\Phi + ik\frac{\partial\Psi}{\partial x_2}). \quad (3.2.22)$$

Compte tenu de l'équation 3.2.14 et de la relation 3.2.19 on a :

$$C_{11}\nabla^2\Phi = -\rho\omega^2\Phi = -C_{44}(k^2 + q^2)\Phi, \quad (3.2.23)$$

la contrainte normale devient alors :

$$T_2 = C_{44}[(k^2 + q^2)\Phi + 2ik\frac{\partial\Psi}{\partial x_2}]. \quad (3.2.24)$$

D'autre part, la contrainte tangentielle  $T_6 = T_{12} = 2C_{44}S_{12}$  s'écrit :

$$T_6 = C_{44}(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}) = C_{44}(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x_2^2} + k^2\Psi - 2ik\frac{\partial\Phi}{\partial x_2}), \quad (3.2.25)$$

et comme  $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_2^2} = -q^2 \Psi$  :

$$T_6 = C_{44}[(k^2 - q^2)\Psi - 2ik \frac{\partial \Phi}{\partial x_2}]. \quad (3.2.26)$$

Les conditions  $T_2 = T_6 = 0$  ne sont satisfaites simultanément pour  $x_2 = +/ - h$  que si les contraintes  $T_2$  et  $T_6$  sont des fonctions paires ou impaires de  $x_2$ . Les solutions des équations 3.2.20 sont donc nécessairement de parités différentes. En omettant le facteur de propagation  $\exp i(\omega t - kx_1)$  il vient :

$$\Phi = B \cos(px_2 + \alpha) \quad \text{et} \quad \Psi = A \sin(qx_2 + \alpha) \quad (3.2.27)$$

avec  $\alpha = 0$  ( $T_2$  pair,  $T_6$  impair) ou  $\alpha = \pi/2$  ( $T_2$  impair,  $T_6$  pair).

Les expression du déplacement mécanique peuvent alors s'exprimer comme :

$$\begin{cases} u_1 &= -ikB \cos(px_2 + \alpha) + qA \sin(qx_2 + \alpha) \\ u_2 &= -pB \cos(px_2 + \alpha) + ikA \sin(qx_2 + \alpha), \end{cases} \quad (3.2.28)$$

laissant ainsi apparaître deux types d'ondes de Lamb :

- Les modes symétriques pour  $\alpha = 0$  : la composante longitudinale est une fonction paire de  $x_2$  et la composante transversale une fonction impaire de  $x_2$ .
- Les modes antisymétriques pour  $\alpha = \pi/2$  : la composante longitudinale est une fonction impaire de  $x_2$  et la composante transversale une fonction paire de  $x_2$ .

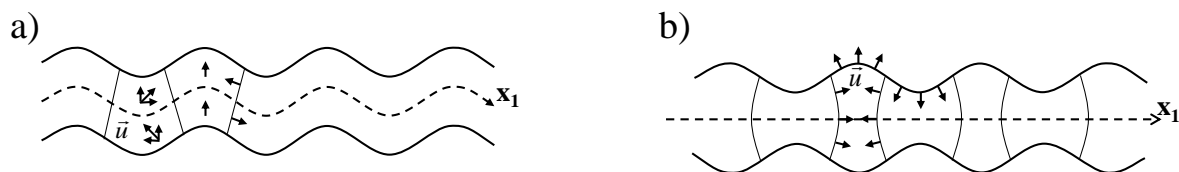


FIGURE 3.2.14 – a) Onde de Lamb antisymétrique, b) Onde de Lamb symétrique

Pour  $\alpha = 0$  ou  $\alpha = \pi/2$ , les conditions aux limites se réduisent aux deux équations suivantes :

$$\begin{cases} (k^2 - q^2)B \cos(ph + \alpha) + 2ikqA \cos(qh + \alpha) &= 0 \\ 2ikpB \sin(ph + \alpha) + (k^2 - q^2)A \sin(qh + \alpha) &= 0. \end{cases} \quad (3.2.29)$$

La compatibilité de ce système linéaire et homogène exige que le déterminant des coeffi-

coefficients A et B soit nul :

$$(k^2 - q^2)^2 \cos(ph + \alpha) \sin(qh + \alpha) + 4k^2 pq \sin(ph + \alpha) \cos(qh + \alpha) = 0, \quad (3.2.30)$$

soit :

$$(k^2 - q^2)^2 = (k^2 + q^2)^2 - 4k^2 q^2 = \frac{\omega^4}{V_T^4} - 4k^2 q^2, \quad (3.2.31)$$

il vient alors la relation de dispersion dite de *Rayleigh-Lamb* :

$$\frac{\omega^4}{V_T^4} = 4k^2 q^2 \left[ 1 - \frac{p \operatorname{tg}(ph + \alpha)}{q \operatorname{tg}(qh + \alpha)} \right], \quad (3.2.32)$$

où  $\alpha = 0$  ou  $\pi/2$ .



# Bibliographie

- [1] J. D. Achenbach. Wave propagation in lamellar composite materials. *J. Acou. Soc. Am.*, 43 :1451, 1968.
- [2] L. Akhlesh, V. Vasundara V., and V. Vijay K. Reflection characteristics of an elastic slab containing a periodic array of circular elastic cylinders : P and s wave analysis. *Journal Acoust. S. Am.*, 83 :1267, 1988.
- [3] O. Balogun, T. W. Murray, and C. Prada. Simulation and measurement of the optical excitation of the sl zero group velocity lamb wave resonance in plates. *J. Appl. Phys.*, 102(064914), 2007.
- [4] I. Barycka and I. Zobel. Silicon anisotropic etching in koh-isopropanol etchant. *Sensors and Actuators A*, 48(229-238), 1995.
- [5] M. Bavencoffe, A-C. Hladky-Hennion, B. Morvan, and J-L. Izbicki. Attenuation of lamb waves in the vicinity of a forbidden band in a phononic crystal. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 56(9), 2009.
- [6] K. Bean. Anisotropic etching of silicon. *IEEE Transactions on Electron D*, ED-25 :1185–1193, 1978.
- [7] J. H. Bechtel. Heating of solid targets with laser pulses. *J. Appl. Phys.*, 46(4) :1585, 1975.
- [8] L. Belliard, A. Huynh, B. Perrin, A. Michel, G. Abadias, and C. Jaouen. Elastic properties and phonon generation in mo/si superlattices. *Phys. Rev. B*, 80(155424), 2009.
- [9] B. Bonello, A. Ajinou, V. Richard, Ph. Djemia, and S. M. Chérif. Surface acoustic waves in the ghz range generated by periodically patterned metallic stripes illuminated by an ultrashort laser pulse. *J. Acoust. Soc. Am.*, 110(1943), 2001.
- [10] B. Bonello, L. Belliard, J. Pierre, J. O. Vasseur, B. Perrin, and O. Boyko. Negative refraction of surface acoustic waves in the subgigahertz range. *Phys. Rev. B*, 82(104109), 2010.
- [11] B. Bonello, C. Charles, and F. Ganot. Lamb waves in plates covered by a two-dimensional phononic film. *APL*, 90(021909), 2007.
- [12] S. Bramhavar, C. Prada, A. A. Maznev, A. G. Every, T. B. Norris, and T. W. Murray. Negative refraction and focusing of elastic lamb waves at an interface. *Phys. Rev. B*, 83(014106), 2011.
- [13] G. Bruhat. *Optique*. Masson & Cie, 1954.
- [14] T. Brunet, J. Vasseur, B. Bonello, B. Djafari-Rouhani, and A-C. Hladky-Hennion. Lamb waves in phononic crystal slabs with square or rectangular symmetries. *J. Appl. Phys.*, 104(043506), 2008.
- [15] D. Caballero, J. Sanchez-Dehesa, C. Rubio, R. Martinez-Sala, J. V. Sanchez-Perez, F. Meseguer, and J. Linares. Large two-dimensional sonic band gaps. *Phys. Rev. E*, 60(6), 1995.



- [16] H. Camon, A. M. Gue, J. S. Danel, and M. Djafari-Rouhani. Modelling of anisotropic etching in silicon-based sensor application. *Sensors and Actuators*, A33(103-105), 1992.
- [17] C. Charles, B. Bonello, and F. Ganot. Propagation of guided elastic waves in 2d phononic crystals. *Ultrasonics*, 44 :1209–1213, 2006.
- [18] W. Chen, W. Chen, Y. Lu, H. J. Maris, and G. Xiao. Picosecond ultrasonic study of localized phonon surface modes in al/ag superlattices. *Phys. Rev. B*, 50(14506), 1994.
- [19] D. Clorennec, C. Prada, and D. Royer. Local and noncontact measurements of bulk acoustic wave velocities in thin isotropic plates and shells using zero group velocity lamb modes. *J. Appl. Phys.*, 101(034908), 2007.
- [20] D. Clorennec, C. Prada, and D. Royer. Laser ultrasonic inspection of plates using zero-group velocity lamb modes. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 57(5), 2010.
- [21] E. Cubukcu, Koray A., E. Ozbay, S. Foteinopoulou, and C. M. Soukoulis. Negative refraction by photonic crystals. *Nature*, 423(604), 2003.
- [22] T. Dehoux, N. Chigarev, C. Rossignol, and B. Audoin. Effect of lateral electronic diffusion on acoustic diffraction in picosecond ultrasonics. *Phys. Rev. B*, 77(214307), 2008.
- [23] Y. Ding, Z. Liu, C. Chunyin, and J. Shi. Metamaterial with simultaneously negative bulk modulus and mass density. *Phys. Rev. Lett.*, 99(093904), 2007.
- [24] B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, O. Hardouin Duparc, R. E. Camley, and A. A. Maradudin. Sagittal elastic waves in infinite and semi-infinite superlattices. *Phys. Rev. B*, 28 :1711, 1983.
- [25] B. Djafari-Rouhani, A. A. Maradudin, and R. F. Wallis. Rayleigh waves on a superlattice stratified normal to the surface. *Phys. Rev. B*, 29 :6454, 1984.
- [26] E. N. Economou and A. Zdetsis. Classical wave propagation in periodic structures. *Phys. Rev. B*, 40 :2, 1989.
- [27] N. Fang, D. Xi, J. Xu, M. Ambati, W. Srituravanich, C. Sun, and X. Zhang. Ultrasonic metamaterials with negative modulus. *Nature materials*, 5(452), 2006.
- [28] L. Feng, X-P. Liu, M-H Lu, Y-B. Chen, Y-F. Chen, Y-W. Mao, J. Zi, Y-Y. Zhu, S-N. Zhu, and N-B. Ming. Acoustic backward-wave negative refractions in the second band of a sonic crystal. *Phys. Rev. Lett.*, 96(014301), 2006.
- [29] J. Gaofeng and S. Zhifei. A new seismic isolation system and its feasibility study. *Earthq Eng & Eng Vib*, 9 :75–82, 2010.
- [30] C. Goffaux and J. Sanchez-Dehesa. Two-dimensional phononic crystals studied using a variational method : Application to lattices of locally resonant materials. *Phys. Rev. B*, 67(144301), 2003.
- [31] S. Guenneau, A. Movchan, G. Pétursson, and S. A. Ramakrishna. Acoustic metamaterials for sound focusing and confinement. *New Journal of Physics*, 9(399), 2007.
- [32] Z. He, Y. Heng, S. Peng, Y. Ding, M. Ke, and Z. Liu. Acoustic collimating beams by negative refraction in two-dimensional phononic crystal. *J. Appl. Phys.*, 105(116105), 2009.
- [33] Z. He, X. Li, J. Mei, and Z. Liu. Improving imaging resolution of a phononic crystal lens by employing acoustic surface waves. *J. Appl. Phys.*, 106(026105), 2009.
- [34] A. Hladky-Hennion, J. Vasseur, B. Dubus, B. Djafari-Rouhani, D. Ekeom, and B. Morvan. Numerical analysis of negative refraction of transverse waves in an elastic material. *J. Appl. Phys.*, 104(064906), 2008.

- 
- [35] S. D. Holland and D. E. Chimenti. Air-coupled acoustic imaging with zero-group-velocity lamb modes. *App. Phys. Lett.*, 83(13), 2003.
- [36] X. Hu, C. T. Chan, and J. Zi. Two-dimensional sonic crystals with helmholtz resonators. *Phys. Rev. E*, 71(055601), 2005.
- [37] X. Hu, Y. Shen, X. Liu, R. Fu, and J. Zi. Superlensing effect in liquid surface waves. *Phys. Rev. E*, 69(030201(R)), 2004.
- [38] D. H. Hurley, O.B. Wright, O. Matsuda, V.E. Gusevc, and O.V. Kolosovd. Laser picosecond acoustics in isotropic and anisotropic materials. *Ultrasonics*, 38(470), 2000.
- [39] J. Jing, P. Cheng, and M. Zhou. Theory of acoustic excitations in colloidal suspensions. *Phys. Rev. Lett.*, 66 :1240, 1991.
- [40] M. Kafesaki, M. M. Sigalas, and E. N. Economou. Elastic wave band gap in 3-d periodic polymer matrix composites. *Solid State Comm.*, 96 :285, 1995.
- [41] M. Ke, Z. Liu, C. Qiu, W. Wang, J. Shi, W. Wen, and P. Sheng. Negative-refraction imaging with two-dimensional phononic crystals. *Phys. Rev. B*, 72(064306), 2005.
- [42] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani, and V. Laude. Guiding and bending of acoustic waves in highly confined phononic crystal waveguides. *App. Phys. Lett.*, 84(22), 2004.
- [43] A. Khelif, A. Choujaa, B. Djafari-Rouhani, M. Wilm, Ballandras, and V. Laude. Trapping and guiding of acoustic waves by defect modes in a full-band-gap ultrasonic crystal. *Phys. Rev. B*, 68(174308), 2003.
- [44] A. Khelif, B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, P. A. Deymier, Ph. Lambin, and L. Dobrzynski. Transmittivity through straight and stublike waveguides in a two-dimensional phononic crystal. *Phys. Rev. B*, 65(174308), 2002.
- [45] A. Khelif, M. Wilm, V. Laude, S. Ballandras, and B. Djafari-Rouhani. Guided elastic waves along a rod defect of a two-dimensional phononic crystal. *Phys. Rev. E*, 69(067601), 2004.
- [46] W. Kuang, Z. Hou, and Y. Liu. The effects of shapes and symmetries of scatterers on the phononic band gap in 2d phononic crystals. *Phys. Rev. A*, 332 :481, 2004.
- [47] M. S. Kushwaha and P. Halevi. Band-gap engineering in periodic elastic composite. *App. Phys. Lett.*, 64 :1085, 1993.
- [48] M. S. Kushwaha and P. Halevi. Giant acoustic stop bands in two-dimensional periodic arrays of liquid cylinders. *App. Phys. Lett.*, 69 :31, 1996.
- [49] M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani. Acoustic band structure of periodic elastic composite. *Phys. Rev. Lett.*, 71 :2022, 1993.
- [50] V. Leroy, A. Bretagne, M. Fink, H. Willaime, P. Tabeling, and A. Tourin. Design and characterization of bubble phononic crystals. *App. Phys. Lett.*, 95(171904), 2009.
- [51] J. Li and C. T. Chan. Double-negative acoustic metamaterial. *Phys. Rev. E*, 70(055602), 2004.
- [52] J. Li, Z. Liu, and C. Qiu. Negative refraction imaging of acoustic waves by a two-dimensional three-component phononic crystal. *Phys. Rev. B*, 73(054302), 2006.
- [53] J. Liu, L. Ye, D. A. Weitz, and P. Sheng. Novel acoustic excitations in suspensions of hard-sphere colloids. *Phys. Rev. Lett.*, 65 :2602, 1990.
- [54] Z. Liu, C. T. Chan, , and P. Sheng. Analytic model of phononic crystals with local resonances. *Phys. Rev. B*, 71(014103), 2005.
- [55] Z. Liu, X. Zhang, Y. Mao, Y. Y. Zhu, Z. Yang, C. T. Chan, and P. Sheng. Locally resonant sonic materials. *Sciences*, 289(1734), 2000.

- [56] W. T. Lu and S. Sridhar. Superlens imaging theory for anisotropic nanostructured metamaterials with broadband all-angle negative refraction. *Phys. Rev. B*, 77(233101), 2008.
- [57] Chiyun Luo, S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos, and J. B. Pendry. All-angle negative refraction without negative effective index. *Phys. Rev. B*, 65(201104), 2002.
- [58] M. P. Marder. *Condensed Matter Physics*. 1960.
- [59] R. Martinez-Sala, J. Sancho, J. V. Sánchez, V. Gómez, J. Llinares, and F. Meseguer. Sound attenuation by sculpture. *Nature*, 378 :241, 1995.
- [60] T. Matsumoto, T. Asatsuma, and T. Baba. Experimental demonstration of a wavelength demultiplexer based on negative-refractive photonic-crystal components. *Phys. Rev. Lett.*, 91(091117), 2007.
- [61] D. Maystre and S. Enoch. Perfect lenses made with left-handed materials : alicet/s mirror? *Journal of optical Society of America*, 21 :122–131, 2004.
- [62] S. Mohammadi, A. Asghar Eftekhari, W. D. Hunt, and A. Adibi. High-q micro-mechanical resonators in a two-dimensional phononic crystal slab. *App. Phys. Lett.*, 94 :051906, 2009.
- [63] B. Morvan, A. Tinel, A-C. Hladky-Hennion, J. Vasseur, and B. Dubus. Experimental demonstration of the negative refraction of a transverse elastic wave in a two-dimensional solid phononic crystal. *APL*, 96(101905), 2010.
- [64] et N. David Mermin Neil W. Ashcroft. *Physique des solides*. 2002.
- [65] K. A. Nelson, D. R. Lutz, and M. D. Fayer. Laser-induced phonon spectroscopy. optical generation of ultrasonic waves and investigation of electronic excited-state interactions in solids. *Phys. Rev. B*, 24(6), 1981.
- [66] M. Notomi. Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals : Refraction like behavior in the vicinity of the photonic band gap. *Phys. Rev. B*, 62(10696), 2000.
- [67] P. V. Parimi, W.T. Lu, P. Vodo, J. Sokoloff, J. S. Derov, and S. Sridhar. Negative refraction and left-handed electromagnetism in microwave photonic crystals. *Phys. rev. Lett.*, 92(127401), 2004.
- [68] J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 85(3966), 2000.
- [69] T. Pezeril, P. Ruello, S. Gougeon, N. Chigarev, D. Mounier, J.-M. Breteau, P. Picart, and V. Gusev. Generation and detection of plane coherent shear picosecond acoustic pulses by lasers : Experiment and theory. *Phys. Rev. B*, 75(174307), 2007.
- [70] J. Pierre, O. Boyko, L. Belliard, J. O. Vasseur, and B. Bonello. Negative refraction of zero order flexural lamb waves through a two-dimensional phononic crystal. *App. Phys. Lett.*, 97(121919), 2010.
- [71] C. Prada, O. Balogun, and T. W. Murray. Laser-based ultrasonic generation and detection of zero-group velocity lamb waves in thin plates. *App. Phys. Lett.*, 87(194109), 2005.
- [72] C. Prada, D. Clorennec, T. W. Murray, and D. Royer. Influence of the anisotropy on zero-group velocity lamb modes. *J. Acou. Soc. Am.*, 126(2), 2009.
- [73] C. Prada, D. Clorennec, and D. Royer. Local vibration of an elastic plate and zero-group velocity lamb modes. *J. Acou. Soc. Am.*, 124(1), 2008.
- [74] C. Prada, D. Clorennec, and D. Royer. Power law decay of zero group velocity lamb modes. *Wave Motion*, 45 :723–728, 2008.

- 
- [75] C. Qui, X. Zhang, and Z. Liu. Far-field imaging of acoustic waves by a two-dimensional sonic crystal. *Phys. Rev. B*, 71(054302), 2005.
- [76] S. Anantha Ramakrishna. Physics of negative refractive index materials. *Rep. Prog. Phys.*, 68(449-521), 2005.
- [77] W. M. Robertson and J. F. Rudy. Measurement of acoustic stop bands in two-dimensional periodic scattering arrays. *J. Acou. Soc. Am.*, 104(694), 1998.
- [78] D. Royer and E. Dieulesaint. Analyse de la génération d'ondes de rayleigh par effet photothermique. *Journal de Physique colloque C6*, 44, 1983.
- [79] D. Royer and E. Dieulesaint. *Ondes élastiques dans les solides. Tome 1 et 2*. Masson, 1996.
- [80] C. B. Scruby, R. J. Dewhurst, D. A. Hutchins, and S. B. Palmer. Quantitative studies of thermally generated elastic waves in laserirradiated metals. *J. Appl. Phys.*, 51(12) :6210, 1980.
- [81] C. B Scruby and L. E. Drain. *Laser Ultrasonics : techniques and applications*, Adam Hilger, New York (1990). 1990.
- [82] H. Seidel. The mechanism of anisotropic silicon etching and its relevance for micromachining. *Transducers'87, rec. of the 4th INT. Conf. on Solid-State Sensors and Actuators*, (120-125), 1987.
- [83] H. Seidel, L. Csepregi, A. Heuberger, and H. Baumgärtel. Anisotropic etching of crystalline silicon in alkaline solutions. *Journal of the Electrochemical society*, 137(11), 1990.
- [84] G. W. Stewart. Acoustic wave filters. *Phys. Rev.*, 20 :528, 1922.
- [85] A. Suckhovich, L. Jing, and J. H. Page. Negative refraction and focusing of ultrasound in two-dimensional phononic crystals. *Phys. Rev. B*, 77(0143301), 2008.
- [86] Y. Sugawara, O. B. Wright, O. Matsuda, M. Takigahira, Y. Tanaka, S. Tamura, , and V. E. Gusev. Watching ripples on crystals. *Phys. Rev. Lett.*, 88(185504), 2002.
- [87] C. Thomsen, H. T. Grahn, H. J. Maris, and J. Tauc. Surface generation and detection of phonons by picosecond light pulses. *Phys. Rev. B*, 34(4129), 1986.
- [88] C. Thomsen, J. Strait, Z. Vardeny, H. J. Maris, and J. Tauc. Coherent phonon generation and detection by picosecond light pulses. *Phys. Rev. Lett.*, 53(10), 1984.
- [89] J. Vasseur, P. A. Deymier, B. Djafari-Rouhani, Y. Pennec, and A-C. Hladky-Hennion. Absolute forbidden bands and waveguiding in two-dimensional phononic crystal plates. *Phys. Rev. B*, 77(085415), 2008.
- [90] V. G. Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative value of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Soviet Physics usp*, 10(509), 1968.
- [91] I. A. Viktotov. Rayleigh and lamb waves. *Plenum Press*, page 3, 1970.
- [92] Z. G. Wang, S. H. Lee, C. K. Kim, C. M. Park, K. Nahm, and S. A. Nikitov. Acoustic wave propagation in one-dimensional phononic crystals containing helmholtz resonators. *J. Appl. Phys.*, 103(064907), 2008.
- [93] R. M. White. Generation of elastic wave by transient surface heating. *J. Appl. Phys.*, 34(12) :3559, 1963.
- [94] T. Wu, Z-G. Huang, T-C. Tsai, and T-C. Wu. Evidence of complete band gap and resonances in a plate with periodic stubbed surface. *APL*, 93(111902), 2008.
- [95] S. Yang, J. H. Page, Z. Liu, M. L. Cowan, C.T. Chan, and P. Sheng. Ultrasound tunneling through 3d phononic crystals. *Phys. Rev. Lett.*, 88(10430), 2002.

- [96] S. Yang, J. H. Page, Z. Liu, M. L. Cowan, C.T. Chan, and P. Sheng. Focusing of sound in a 3d phononic crystal. *Phys. Rev. Lett.*, 93(2), 2004.
- [97] X. Zhang and Z. Liu. Negative refraction of acoustic waves in two-dimensional phononic crystals. *APL*, 85(341), 2004.
- [98] H. Zhao, Y. Liu, G. Wang, J. Wen, D. Yu, X. Han, and X. Wen. Resonance modes and gap formation in a two-dimensional solid phononic crystal. *Phys. Rev. B*, 72(012301), 2005.



---

**MOT-CLEFS**

Cristal phononique, Onde de Lamb, Onde de Rayleigh, Réfraction négative

---

**TITLE**

Elastic waves in periodic medium and negative refraction

---

**KEYWORDS**

Phononic crystal, Lamb wave, Rayleigh wave, Negative refraction

---

**ADDR** : 2 place Jussieu, 75005 Paris