



**HAL**  
open science

# Diagnostic des systèmes aéronautiques et réglage automatique pour la comparaison de méthodes

Julien Marzat

► **To cite this version:**

Julien Marzat. Diagnostic des systèmes aéronautiques et réglage automatique pour la comparaison de méthodes. Autre [cond-mat.other]. Université Paris Sud - Paris XI, 2011. Français. NNT : 2011PA112233 . tel-00647333

**HAL Id: tel-00647333**

**<https://theses.hal.science/tel-00647333>**

Submitted on 1 Dec 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

Université Paris-Sud XI,  
Faculté des Sciences d'Orsay

Ecole doctorale « Sciences et Technologies de l'Information,  
des Télécommunications et des Systèmes »

## THÈSE

présentée pour obtenir le titre de  
DOCTEUR en Physique

### DIAGNOSTIC DES SYSTÈMES AÉRONAUTIQUES ET RÉGLAGE AUTOMATIQUE POUR LA COMPARAISON DE MÉTHODES

Julien MARZAT

**Soutenue publiquement le 4 novembre 2011 devant un jury composé de :**

<i>Président</i>	Alain Richard	Professeur, Université Henri Poincaré, Nancy I
<i>Rapporteurs</i>	Michel Kinnaert	Professeur, Université Libre de Bruxelles
	Qinghua Zhang	Directeur de Recherche INRIA, Rennes
<i>Examineurs</i>	Vincent Cocquempot	Professeur, Université Lille I
	Gérald Pignié	Directeur innovation technologique, EADS Astrium ST
	Ali Zolghadri	Professeur, Université Bordeaux I
<i>Directeur de thèse</i>	Eric Walter	Directeur de Recherche CNRS, L2S Supélec
<i>Encadrant</i>	Hélène Piet-Lahanier	Ingénieur de recherche, ONERA

---



*Thèse réalisée à* ONERA  
DCPS / SAGP  
Chemin de la Hunière, BP 80100  
91123 PALAISEAU CEDEX

*En association avec* Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S)  
SUPELEC - 3 rue Joliot-Curie  
91192 GIF-SUR-YVETTE CEDEX

*Sous la direction de* Eric Walter                      CNRS – SUPELEC – Univ. Paris-Sud

*Co-encadrement* Hélène Piet-Lahanier    ONERA DCPS  
Frédéric Damongeot    ONERA DCPS

*Financement* ONERA

---

**Résumé** — Les travaux présentés dans ce mémoire contribuent à la définition de méthodes pour la détection et le diagnostic de défauts affectant les systèmes aéronautiques. Un système représentatif sert de support d'étude, constitué du modèle non linéaire à six degrés de liberté d'un missile intercepteur, de ses capteurs et actionneurs ainsi que d'une boucle de guidage-pilotage.

La première partie est consacrée au développement de deux méthodes de diagnostic exploitant l'information de commande en boucle fermée et les caractéristiques des modèles aéronautiques. La première méthode utilise les objectifs de commande induits par les lois de guidage-pilotage pour générer des résidus indiquant la présence de défauts. Ceci permet la détection des défauts sur les actionneurs et les capteurs, ainsi que leur localisation pour ces derniers. La deuxième méthode exploite la mesure de dérivées des variables d'état (via une centrale inertielle) pour estimer la valeur de la commande réalisée par les actionneurs, sans intégration du modèle non linéaire du système. Le diagnostic est alors effectué en comparant cette estimée avec la valeur désirée, ce qui permet la détection, la localisation et l'identification de défauts multiples sur les actionneurs.

La seconde partie propose une méthodologie de réglage automatique des paramètres internes (les hyperparamètres) de méthodes de diagnostic. Ceci permet une comparaison plus objective entre les méthodes en évaluant la meilleure performance de chacune. Le réglage est vu comme un problème d'optimisation globale, la fonction à optimiser étant calculée via la simulation numérique (potentiellement coûteuse) de cas test. La méthodologie proposée est fondée sur un métamodèle de krigeage et une procédure itérative d'optimisation bayésienne, qui permettent d'aborder ce problème à faible coût de calcul. Un nouvel algorithme est proposé afin d'optimiser les hyperparamètres d'une façon robuste vis à vis de la variabilité des cas test pertinents.

**Mots clés** : détection et diagnostic de défauts, guidage-pilotage, krigeage, minimax continu, optimisation globale, redondance analytique, réglage automatique, systèmes aéronautiques.

**Abstract** — This manuscript reports contributions to the development of methods for fault detection and diagnosis applied to aeronautical systems. A representative system is considered, composed of the six-degree-of-freedom nonlinear model of a surface-to-air missile, its sensors, actuators and the associated GNC scheme.

The first part is devoted to the development of two fault diagnosis approaches that take advantage of closed-loop control information, along with the characteristics of aeronautical models. The first method uses control objectives resulting from guidance laws to generate residuals indicative of the presence of faults. This enables the detection of both actuator and sensor faults, and the isolation of sensor faults. The second method exploits the measurement of derivatives of state variables (as provided by an IMU) to estimate the control input as achieved by actuators, without the need to integrate the nonlinear model. Detection, isolation and identification of actuator faults can then be performed by comparing this estimate with the desired control input.

The second part presents a new automatic-tuning methodology for the internal parameters (the hyperparameters) of fault diagnosis methods. This allows a fair comparison between methods by evaluating their best performance. Tuning is formalised as the global optimization of a black-box function that is obtained through the (costly) numerical simulation of a set of test cases. The methodology proposed here is based on Kriging and Bayesian optimization, which make it possible to tackle this problem at a very reduced computational cost. A new algorithm is developed to address the optimization of hyperparameters in a way that is robust to the variability of the test cases of interest.

**Keywords:** aeronautical systems, analytical redundancy, automatic tuning, continuous minimax, fault detection and diagnosis, global optimization, guidance and control, Kriging.



# Remerciements

A l'issue de ces trois années de thèse, et avant que ce manuscrit ne suive son propre chemin, je tiens à remercier l'ensemble des personnes qui ont contribué au succès de sa réalisation.

Je tiens en premier lieu à remercier Eric Walter, qui a dirigé cette thèse, ainsi qu'Hélène Piet-Lahanier et Frédéric Damongeot qui l'ont co-encadrée. Ils ont été tous les trois très présents du début à la fin, et ont permis par leurs compétences et qualités scientifiques le développement de nombreuses idées innovantes. Je leur fait part de ma reconnaissance, notamment pour la sympathie et le soutien permanent dont ils ont su faire preuve. Ce fut très enrichissant et stimulant de travailler à leurs côtés, et ce n'est vraisemblablement qu'un début.

J'exprime ma gratitude aux rapporteurs Michel Kinnaert et Qinghua Zhang pour leur lecture approfondie du mémoire et les remarques judicieuses que celle-ci a générées. J'ai été très honoré de compter parmi les membres du jury Alain Richard, Vincent Cocquempot, Ali Zolghadri et Gérard Pignié. Leur intérêt pour ce travail et les discussions nourries lors de la soutenance ont permis de mettre en valeur ce travail de recherche à la lumière de leur expérience.

Comme il serait trop long et périlleux de tous les nommer, le principe de précaution m'incite à remercier de manière globale les doctorants et ingénieurs des départements DCPS et DTIM de l'ONERA avec qui j'ai partagé mes journées de travail, à Châtillon au commencement et à Palaiseau désormais. L'excellente ambiance qui a régné et continue à régner en ces lieux n'a pu qu'apporter une contribution positive au présent édifice.

Merci à tout ceux qui comptent, famille et amis, pour leur soutien sans faille. Je pense en particulier à ceux qui ont relu l'introduction avant d'abandonner lâchement, ceux qui ne liront probablement pas au delà de ces lignes et enfin tout ceux que j'ai pu oublier, mais qui se reconnaîtront.

Je salue par ailleurs le lecteur de ces lignes et j'espère qu'il trouvera ce qu'il est venu chercher dans les pages qui suivent.



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Table des matières</b>	<b>v</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>ix</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xi</b>
<b>Publications de l'auteur</b>	<b>1</b>
<b>Notations</b>	<b>3</b>
<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>Diagnostic des systèmes aéronautiques : état de l'art et cas test</b>	<b>11</b>
<b>1 Diagnostic des systèmes aéronautiques : état de l'art</b>	<b>13</b>
1.1 Introduction . . . . .	13
1.2 Principe du diagnostic de défauts . . . . .	14
1.2.1 Terminologie . . . . .	14
1.2.2 Types de défauts . . . . .	15
1.2.3 Architecture de diagnostic . . . . .	16
1.2.4 Performance et robustesse . . . . .	17
1.3 Modélisation dynamique des engins aérospatiaux . . . . .	18
1.3.1 Modèle dynamique issu de la mécanique du vol . . . . .	19
1.3.2 Modélisation des défauts de capteurs et d'actionneurs . . . . .	24
1.4 Méthodes de détection et de localisation des défauts . . . . .	28
1.4.1 Méthodes « sans modèle » . . . . .	28
1.4.2 Identification de paramètres . . . . .	32



## TABLE DES MATIÈRES

---

1.4.3	Estimation d'état . . . . .	33
1.4.4	Espace de parité . . . . .	36
1.4.5	Méthodes de découplage . . . . .	38
1.4.6	Méthodes utilisant l'information de commande . . . . .	40
1.5	Analyse des résidus . . . . .	41
1.5.1	Seuillage fixe . . . . .	42
1.5.2	Test de Student . . . . .	43
1.5.3	Generalized Likelihood Ratio (GLR) test . . . . .	43
1.5.4	Sequential Probability Ratio Test (SPRT) . . . . .	43
1.5.5	Test du CUSUM . . . . .	44
1.5.6	Randomised SubSampling (RSS) . . . . .	44
1.6	Discussion . . . . .	44
<b>2</b>	<b>Modèle du cas test aéronautique</b>	<b>47</b>
2.1	Présentation . . . . .	47
2.2	Modèle dynamique . . . . .	48
2.2.1	Modèle dynamique . . . . .	48
2.2.2	Modèle des actionneurs . . . . .	50
2.2.3	Modèle des capteurs . . . . .	51
2.2.4	Modèle longitudinal (2D) . . . . .	52
2.3	Guidage-pilotage . . . . .	52
2.3.1	Définitions . . . . .	53
2.3.2	Lois de guidage . . . . .	54
2.3.3	Pilotage . . . . .	55
2.4	Scénarios de défauts . . . . .	56
2.5	Conclusion . . . . .	57
	<b>Nouvelles approches de diagnostic des systèmes aéronautiques utilisant l'information de commande</b>	<b>59</b>
<b>3</b>	<b>Diagnostic par vérification de l'adéquation aux objectifs de commande</b>	<b>61</b>
3.1	Introduction . . . . .	61
3.2	Approche de diagnostic en boucle fermée . . . . .	63
3.2.1	Principes . . . . .	63
3.2.2	Génération de résidus . . . . .	64
3.2.3	Analyse qualitative de sensibilité . . . . .	66
3.3	Résultats de simulation . . . . .	71
3.3.1	Scénario 1 : cas de référence sans défaut (figures 3.3.1 et 3.3.2) . . . . .	71
3.3.2	Défauts de capteurs . . . . .	73
3.3.3	Défauts d'actionneurs . . . . .	77
3.3.4	Commentaires et évaluation des performances . . . . .	80

3.3.5	Remarque sur la robustesse au vent . . . . .	81
3.4	Analogie avec les méthodes à base d'observateur . . . . .	82
3.5	Conclusions et perspectives . . . . .	84
<b>4</b>	<b>Diagnostic par reconstruction de la commande appliquée</b>	<b>87</b>
4.1	Introduction . . . . .	87
4.2	Principe . . . . .	89
4.3	Algorithme de génération des résidus . . . . .	94
4.3.1	Extraction du modèle . . . . .	94
4.3.2	Résidus directs . . . . .	95
4.3.3	Résidus supplémentaires . . . . .	96
4.4	Application au cas test complet . . . . .	101
4.4.1	Modèle et génération de résidus . . . . .	101
4.4.2	Résultats de simulation . . . . .	104
4.4.3	Remarque sur la robustesse aux imprécisions de modèle . . . . .	110
4.5	Conclusions et perspectives . . . . .	111
<b>Réglage automatique et robuste des hyperparamètres de méthodes de diagnostic</b>		<b>113</b>
<b>5</b>	<b>Réglage automatique pour la comparaison de méthodes de diagnostic</b>	<b>115</b>
5.1	Introduction . . . . .	115
5.2	Méthodologie de réglage . . . . .	116
5.2.1	Formulation du problème . . . . .	116
5.2.2	Krigeage . . . . .	118
5.2.3	Optimisation . . . . .	121
5.3	Réglage de méthodes d'analyse de résidu . . . . .	124
5.4	Réglage de schémas complets de diagnostic . . . . .	128
5.4.1	Cas test . . . . .	128
5.4.2	Méthodes de diagnostic à comparer . . . . .	129
5.4.3	Résultats . . . . .	130
5.5	Conclusions et perspectives . . . . .	131
<b>6</b>	<b>Optimisation robuste des hyperparamètres au sens du minimax</b>	<b>133</b>
6.1	Introduction . . . . .	133
6.2	Optimisation minimax pour le réglage robuste . . . . .	135
6.3	Algorithme d'optimisation minimax continue MiMaReK . . . . .	137
6.4	Benchmark . . . . .	140
6.4.1	Fonctions de test . . . . .	140
6.4.2	Résultats de MiMaReK . . . . .	143
6.4.3	Convergence et choix des seuils . . . . .	144

TABLE DES MATIÈRES

---

6.5	Application au diagnostic . . . . .	145
6.5.1	Cas test . . . . .	145
6.5.2	Résultats . . . . .	146
6.6	Conclusions et perspectives . . . . .	150
<b>Conclusions et perspectives</b>		<b>153</b>
<b>Annexes</b>		<b>157</b>
<b>A Expressions supplémentaires</b>		<b>159</b>
A.1	Coefficients aérodynamiques (Chapitre 3) . . . . .	159
A.2	Modèle et résidus (Chapitre 4) . . . . .	160
A.2.1	Termes de $\bar{\mathbf{G}}$ . . . . .	160
A.2.2	Expressions des résidus pour le cas test complet (extrait) . . . . .	160
<b>Index</b>		<b>163</b>
<b>Abréviations</b>		<b>166</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>167</b>

# Liste des figures

1.2.1	Schéma usuel pour la détection et la localisation de défauts . . . . .	16
1.2.2	Zones temporelles pour le calcul d'indicateurs de performance du diagnostic	17
1.3.1	Angles d'Euler : du repère de navigation au repère engin . . . . .	20
1.3.2	Chaîne d'actionnement et de mesure . . . . .	24
1.4.1	Bancs d'observateurs pour la détection et la localisation des défauts de capteurs . . . . .	35
2.1.1	Schéma du missile en repère engin . . . . .	48
2.2.1	Numérotation des gouvernes réelles (vue arrière) . . . . .	50
2.3.1	Boucle de guidage-pilotage . . . . .	53
2.3.2	Géométrie du problème de guidage . . . . .	54
2.3.3	Interception par loi de poursuite ou navigation proportionnelle . . . . .	56
2.4.1	Trajectoires en présence de défauts . . . . .	57
3.2.1	Estimée de $t_{go}$ avec et sans défaut de poussée . . . . .	65
3.2.2	A gauche, pas de perte de propulsion. A droite, perte de propulsion de 50% à $t = 20s$ . . . . .	66
3.3.1	Scénario 1 – sans défaut – résidus pour la loi de poursuite . . . . .	72
3.3.2	Scénario 1 – sans défaut – résidus pour la loi PNG . . . . .	72
3.3.3	Scénario 2 – défaut d'accéléromètre – résidus pour la loi de poursuite . . . . .	73
3.3.4	Scénario 3 – défaut d'accéléromètre – résidus pour la loi PNG . . . . .	74
3.3.5	Scénario 4 – défaut de gyromètre – résidus pour la loi de poursuite . . . . .	75
3.3.6	Scénario 5 – défaut de gyromètre – résidus pour la loi PNG . . . . .	76
3.3.7	Scénario 6 – défaut de gouverne – résidus pour la loi de poursuite . . . . .	77
3.3.8	Scénario 7 – défaut de gouverne – résidus pour la loi PNG . . . . .	78
3.3.9	Scénario 8 – cible évasive – résidus pour la loi de poursuite . . . . .	79
3.3.10	Sans défaut, avec vent – résidus pour la loi PNG . . . . .	81
4.2.1	Principe de la méthode de reconstruction . . . . .	89
4.2.2	Résidus par inversion directe, défauts de propulsion à $t = 20s$ , et de gouverne à $t = 30s$ . . . . .	91

4.2.3	Résidus issus des substitutions, défauts de propulsion à $t = 20s$ , et de gouverne à $t = 30s$ . . . . .	93
4.4.1	Scénario 1 (cas sans défaut) . . . . .	105
4.4.2	Scénario 2 (défaut sur $\delta_1$ ) . . . . .	106
4.4.3	Valeur vraie et estimations du défaut affectant $\delta_1$ . . . . .	106
4.4.4	Scénario 3 (défaut sur $\eta$ ) . . . . .	107
4.4.5	Scénario 4 (défauts sur $\eta$ puis sur $\delta_4$ ) . . . . .	108
4.4.6	Scénario 5 (défauts sur $\delta_2$ puis $\delta_3$ ) . . . . .	109
4.4.7	Influence de l'entrée de commande $\delta_4$ sur $r_{32}$ en fonction de l'amplitude des imprécisions de modèle . . . . .	111
5.2.1	Exemple de cas test simulé . . . . .	117
5.2.2	Exemple de prédiction par krigeage . . . . .	120
5.2.3	Trois itérations d'EGO . . . . .	123
5.3.1	Résidu gaussien . . . . .	124
5.3.2	Fonctions de décision pour les meilleurs réglages . . . . .	127
5.3.3	Exploration de l'espace des hyperparamètres par EGO . . . . .	127
5.4.1	Schéma de diagnostic de défaut de capteur avec filtre générateur de résidu et test statistique . . . . .	128
5.4.2	Schéma du missile dans son plan longitudinal . . . . .	128
5.4.3	Résidus et décisions pour les meilleurs réglages des schémas de diagnostic	130
5.4.4	Histogramme des valeurs optimales obtenues pour 100 initialisations . .	131
6.4.1	Comportement de l'algorithme <i>Best Replay</i> pour la fonction de test $f_3$ .	141
6.4.2	Estimées de l'optimum minimax pour 100 initialisations . . . . .	143
6.4.3	Estimées de l'optimum minimax à chaque itération de la relaxation . . .	144
6.4.4	Performances pour différents choix des seuils de tolérances $\varepsilon_R$ et $\varepsilon_{EI}$ ( $f_5$ )	144
6.5.1	Simulation du cas test de diagnostic avec prise en compte des variables environnementales . . . . .	146
6.5.2	Estimation de la pire configuration des variables environnementales par MiMaReK pour 100 initialisations. Le point rouge désigne la valeur médiane, le rectangle noir délimite $\mathbb{X}_e$ . . . . .	147
6.5.3	Dispersion des hyperparamètres $p_1, p_3, \mu_1$ et de la valeur de la fonction pour le schéma avec observateur de Luenberger. La ligne rouge indique la valeur médiane, les lignes noires épaisses les bornes de l'espace $\mathbb{X}_c$ . .	148
6.5.4	Performance avec réglage robuste et perturbations défavorables (résidu à gauche, décision à droite) . . . . .	149
6.5.5	Fonction objectif sur $\mathbb{X}_e$ pour le réglage optimal des hyperparamètres . . . . .	149

# Liste des tableaux

1.1	Classification des publications en FDI pour l'aérospatial en fonction du type d'engin, avec les capteurs et actionneurs classiquement associés. . .	19
1.2	Paramètres du modèle de défaut de capteur . . . . .	25
1.3	Paramètres du modèle de défaut d'actionneur . . . . .	26
1.4	Classification des méthodes de diagnostic et leurs applications aérospatiales	27
1.5	Situations de décision pour un test statistique entre deux hypothèses . .	42
2.1	Conditions de vol . . . . .	55
3.1	Table des signatures des défauts de capteurs . . . . .	69
3.2	Scénarios de défauts . . . . .	71
3.3	Indicateurs de performance (moyenne et écart-type pour 100 simulations)	80
4.1	Table des signatures des résidus – cas test longitudinal . . . . .	93
4.2	Table des signatures des résidus pour le diagnostic des défauts d'actionneurs . . . . .	103
4.3	Nombre d'expressions permettant l'estimation quantitative des défauts .	103
4.4	Scénarios de défauts . . . . .	104
5.1	Hyperparamètres des six méthodes d'analyse de résidu . . . . .	125
5.2	Espaces de recherche des hyperparamètres des méthodes d'analyse de résidu . . . . .	126
5.3	Réglage des méthodes de détection de changement de moyenne . . . . .	126
5.4	Espaces de recherche des hyperparamètres (schémas complets de diagnostic) . . . . .	129
5.5	Réglage optimal des schémas complets de diagnostic . . . . .	131
6.1	Solutions de référence pour les sept fonctions de test minimax . .	141
6.2	Résultats moyens de 100 procédures minimax sur les fonctions de test . . . . .	142
6.3	Écart relatif des résultats par rapport aux références, en pourcentage . . . . .	142

6.4 Résultats pour 100 initialisations de la procédure de réglage minimax  
..... 148

# Publications de l'auteur

## **Revues internationales à comité de lecture<sup>1</sup>**

[1] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, F. Damongeot, and E. Walter. Control-based fault detection and isolation for autonomous aircraft. *Proceedings of the IMechE, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2011.

[2] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, F. Damongeot, and E. Walter. Model-based fault diagnosis for aerospace systems: a survey. *Proceedings of the IMechE, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2011.

## **Conférences internationales à comité de lecture avec actes**

[3] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, F. Damongeot, and E. Walter. A new model-free method performing closed-loop fault diagnosis for an aeronautical system. In *Proceedings of the 7th Workshop on Advanced Control and Diagnosis, ACD'2009, Zielona Gora, Poland*, 2009.

[4] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, F. Damongeot, and E. Walter. Nonlinear FDI based on state derivatives, as provided by inertial measurement units. In *Proceedings of the 8th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems, NOLCOS 2010, Bologna, Italy*, pages 951–956, 2010.

[5] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, and E. Walter. Détection et isolation de défauts par analyse des contraintes géométriques de guidage-pilotage. *Actes de la Sixième Conférence Internationale Francophone d'Automatique, IEEE CIFA 2010, Nancy, France*, 2010.

[6] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, F. Damongeot, and E. Walter. Fault diagnosis for non-linear aircraft based on control-induced redundancy. In *Proceedings of the IEEE Conference on Control and Fault-Tolerant Systems, SysTol'10, Nice, France*, pages 119–124, 2010.

---

1. Versions électroniques sur <http://julien.marzat.free.fr/Publications.html>



[7] J. Marzat, E. Walter, H. Piet-Lahanier, and F. Damongeot. Automatic tuning via Kriging-based optimization of methods for fault detection and isolation. In *Proceedings of the IEEE Conference on Control and Fault-Tolerant Systems, SysTol'10, Nice, France*, pages 505–510, 2010.

[8] J. Defretin, J. Marzat, and H. Piet-Lahanier. Learning viewpoint planning in active recognition on a small sampling budget: a Kriging approach. In *Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Machine Learning and Applications, ICMLA 2010, Washington DC, USA*, pages 169–174, 2010.

[9] J. Marzat, E. Walter, and H. Piet-Lahanier. Min-max hyperparameter tuning with application to fault detection. In *Proceedings of the 18th IFAC World Congress, Milan, Italy*, pages 12904–12909, 2011.

### **Conférences nationales à comité de lecture avec actes**

[10] J. Marzat, E. Walter, H. Piet-Lahanier, and F. Damongeot. Réglage automatique et comparaison de méthodes de diagnostic par krigeage. *Actes des Quatrièmes journées doctorales du GDR MACS, JD-JN MACS 2011, Marseille, France*, 2011.

### **Conférences internationales sur abstract avec actes**

[11] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, F. Damongeot, and E. Walter. Autonomous fault diagnosis: State of the art and aeronautical benchmark. In *Proceedings of the 3rd European Conference for Aero-Space Sciences, EUCASS 2009, Versailles, France*, 2009.

[12] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, F. Damongeot, and E. Walter. Tuning and comparing fault diagnosis methods for aeronautical systems via Kriging-based optimization. In *Proceedings of the 4th European Conference for Aero-Space Sciences, EUCASS 2011, St Petersburg, Russia*, 2011.

# Notations

## **Mathématiques**

$a$	variable scalaire
$\mathbf{a}$	vecteur colonne
$\mathbf{A}$	matrice
$\mathbf{A}^T, \mathbf{a}^T$	transposées de la matrice $\mathbf{A}$ et du vecteur $\mathbf{a}$
$\mathbf{A}^{-1}$	inverse de $\mathbf{A}$
$\text{diag}(a_1, \dots, a_n)$	matrice diagonale de dimension $n \times n$
$\mathbf{1}_n$	matrice identité de dimension $n \times n$
$\times$	produit vectoriel
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	distribution gaussienne de moyenne $\mu$ et de variance $\sigma^2$
$\Phi$	fonction de répartition de $\mathcal{N}(0, 1)$
$\phi$	densité de probabilité de $\mathcal{N}(0, 1)$

## **Modèles dynamiques linéaire et non-linéaire**

$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$	matrices d'un modèle dynamique linéaire
$\mathbf{f}, \mathbf{G}$ et $\mathbf{h}$	fonctions vectorielles et matricielles d'un modèle dynamique non-linéaire
$\bar{\mathbf{f}}, \bar{\mathbf{G}}$	fonctions du modèle sélectionné pour la génération de résidus (chapitre 4)
$\mathbf{u}$	vecteur d'entrée
$\mathbf{u}_a$	commande réalisée par les actionneurs
$\mathbf{u}_c$	consigne de commande envoyée aux actionneurs
$\mathbf{x}$	vecteur d'état
$\mathbf{y}$	vecteur de sortie
$\mathbf{y}_a$	vecteur de sortie vrai

$\mathbf{y}_s$	vecteur de sortie mesuré, potentiellement entaché de défaut(s)
$\mathbf{v}$	vecteur bruit de mesure
$\mathbf{w}_f$	vecteur de défauts
$\mathbf{w}_d$	vecteur de perturbations
$\mathbf{K}$	gain de commande par retour d'état
$\mathbf{L}$	gain d'observateur de Luenberger
$r$	résidu scalaire

### Aéronautique

$a, b$	coefficients d'inertie	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
$[a_{bx}, a_{by}, a_{bz}]^T$	accélération non gravitationnelle de l'aéronef en trièdre engin	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
$c(\cdot)$	coefficient aérodynamique	
$\mathbf{f}_{\text{aero}}$	force aérodynamique	N
$\mathbf{f}_g$	force gravitationnelle	N
$f_{\text{min}}$ et $f_{\text{max}}$	bornes du module de la force de propulsion	N
$\mathbf{f}_{\text{prop}}$	force de propulsion	N
$g$	accélération gravitationnelle	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
$\mathbf{I}$	matrice d'inertie	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
$l_{\text{ref}}$	longueur de référence	m
$L_{\text{aero}}, M_{\text{aero}}, N_{\text{aero}}$	moments aérodynamiques	N·m
$L_{\text{naero}}, M_{\text{naero}}, N_{\text{naero}}$	moments non aérodynamiques	N·m
$m$	masse de l'aéronef	kg
$Q$	pression dynamique	$\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$
$\mathbf{r}$	ligne de vue entre le missile et sa cible	m
$s_{\text{ref}}$	surface de référence	$\text{m}^2$
$t_{\text{go}}$	temps restant avant interception	s
$\hat{t}_{\text{go}}$	estimée de $t_{\text{go}}$	s
$V$	norme du vecteur vitesse de l'aéronef	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
$\mathbf{v}_m = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$	vitesse de l'aéronef exprimée dans le trièdre inertiel local	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
$\mathbf{v}_{\text{bm}} = [v_{bx}, v_{by}, v_{bz}]^T$	vitesse de l'aéronef par rapport au repère inertiel local exprimée dans le trièdre engin	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

---

$\mathbf{v}_c$	vitesse de rapprochement exprimée dans le trièdre inertiel local	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
$\mathbf{v}_t = [\dot{x}_t, \dot{y}_t, \dot{z}_t]^T$	vitesse de la cible exprimée dans le trièdre inertiel local	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
$\mathbf{x}_m = [x, y, z]^T$	position de l'aéronef en repère inertiel local	m
$\mathbf{x}_t = [x_t, y_t, z_t]^T$	position de la cible en repère inertiel local	m
$\alpha$	angle d'incidence	rad
$\beta$	angle de dérapage	rad
$\delta_1, \delta_m, \delta_n$	angles de braquage des gouvernes équivalentes	rad
$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$	angles de braquage des gouvernes réelles	rad
$\eta$	taux de propulsion	
$\lambda$	orientation de la ligne de vue	rad
$\dot{\lambda}$	vitesse angulaire de la ligne de vue	$\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$
$\rho$	densité atmosphérique	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
$\sigma_s, \varepsilon_s$ et $y_f$	paramètres du modèle de défauts de capteurs	
$\sigma_a, k_a$ et $u_f$	paramètres du modèle de défauts d'actionneurs	
$\boldsymbol{\omega} = [p, q, r]^T$	vitesse angulaire de l'aéronef	$\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$
$[\varphi, \theta, \psi]^T$	angles d'attitude de l'aéronef	rad

### ***Krigeage et optimisation***

$\mathbf{b}$	vecteur des coefficients de régression de la moyenne de $Y$
$\hat{\mathbf{b}}$	estimée de $\mathbf{b}$ par maximum de vraisemblance
$d_c$	dimension de l'espace des hyperparamètres
$d_e$	dimension de l'espace des variables environnementales
El	espérance de l'amélioration ( <i>Expected Improvement</i> )
$J$	critère d'échantillonnage pour l'optimisation
$k(\cdot, \cdot)$	fonction de corrélation
$\mathbf{k}$	vecteur des corrélations entre les points où la fonction coût a été évaluée et un nouveau point
$\mathbf{K}$	matrice de corrélation des résultats d'évaluation
$m_Y$	moyenne de $Y$
$n_c$	nombre d'évaluations effectuées pour les hyperparamètres

$n_e$	nombre d'évaluations effectuées pour les variables environnementales
$n_{EI}^c$	budget d'évaluations pour les hyperparamètres
$n_{EI}^e$	budget d'évaluations pour les variables environnementales
$\mathbf{p}$	vecteur de fonctions de base de la moyenne de $Y$
$\mathbf{P}$	matrice de régression aux points où la fonction coût a été évaluée
$\mathcal{R}_e$	ensemble fini des $\mathbf{x}_e$ explorés par la procédure de relaxation
$\mathbf{x}_c$	vecteur des hyperparamètres à régler
$\mathbf{x}_e$	vecteur des variables environnementales
$\mathbb{X}_c$	espace des hyperparamètres
$\mathbb{X}_e$	espace des variables environnementales
$\mathcal{X}_{n_c}^c$	ensemble des $n_c$ vecteurs d'hyperparamètres pour lesquels la fonction coût a été évaluée
$\mathcal{X}_{n_e}^e$	ensemble des $n_e$ vecteurs de variables environnementales pour lesquels la fonction coût a été évaluée
$y$	fonction coût à minimiser
$\mathbf{y}_n$	résultats des $n$ premières évaluations de $y$
$y_{\min}^n$	minimum empirique de $y$ après $n$ évaluations
$Y$	processus gaussien modélisant $y$
$\hat{Y}$	prédiction de $Y$ par krigeage
$Z$	processus gaussien de moyenne nulle
$\varepsilon_{EI}^c$	seuil sur la valeur de l'EI pour l'optimisation des hyperparamètres
$\varepsilon_{EI}^e$	seuil sur la valeur de l'EI pour l'optimisation des variables environnementales
$\varepsilon_R$	seuil de précision de l'algorithme d'optimisation minimax
$\hat{\sigma}^2$	estimée de la variance de l'erreur de prédiction par krigeage
$\sigma_Z^2$	variance du processus $Z$
$\tau$	variable de relaxation pour l'optimisation minimax

# Introduction

La sécurisation en vol est une préoccupation majeure des concepteurs d'engins aérospatiaux autonomes (drones, missiles, lanceurs ou satellites). Ces véhicules sont commandés pour réaliser leur mission au moyen d'algorithmes de guidage-pilotage-navigation permettant de calculer les ordres à réaliser par les actionneurs à partir des mesures fournies par les capteurs. Selon une étude de fiabilité réalisée par le Département de la Défense des États-Unis [13], environ 80% des incidents de vol concernant les drones sont dûs à des défauts affectant la propulsion, les commandes de vol ou les capteurs. Il est ainsi nécessaire d'identifier rapidement toute panne affectant ces dispositifs avant qu'elle ne conduise à une situation catastrophique impliquant l'abandon de la mission.

Cette thèse a pour objectif de contribuer à la définition de méthodes pour la détection et le diagnostic de défauts affectant les systèmes aéronautiques, selon deux axes principaux. Le premier est la proposition de deux nouvelles méthodes de diagnostic ; le second l'élaboration d'une méthodologie de réglage automatique de méthodes en vue de leur comparaison.

De nombreuses méthodes de diagnostic à base de modèles ont déjà été proposées, dont le principe de fonctionnement est de comparer le comportement observé du système avec celui prédit par un modèle dynamique issu des équations de la physique. Un certain nombre de contraintes réduisent toutefois leur applicabilité aux systèmes aéronautiques. En premier lieu, la dynamique de ces systèmes est décrite par des modèles non linéaires, tandis que la plupart des solutions de diagnostic proposées sont bien établies pour les modèles linéaires. Une solution classique consiste alors à linéariser le système étudié, au prix d'une perte d'information potentiellement dommageable. Les méthodes proposées dans cette thèse auront notamment pour objectif d'éviter cet écueil. Une autre préoccupation qui motive les développements présentés ci-après est la réduction de la charge de calcul embarquée nécessaire au diagnostic, souvent beaucoup trop importante compte-tenu des ressources existantes à bord. Enfin, le caractère bouclé des systèmes et son influence sur le diagnostic sont des pistes de recherche prometteuses que nous avons également explorées.

Le réglage approprié des paramètres internes (ou *hyperparamètres*) d'une méthode de diagnostic est généralement conditionné par l'expérience et la culture de son utilisateur. Il est ainsi délicat de comparer objectivement les méthodes en concurrence sur un même

ensemble de simulations d'un cas test complexe. L'influence du réglage des hyperparamètres sur la performance des méthodes considérées est pourtant très grande, ce qui soulève la question de leur ajustement automatique. Il apparaît judicieux de formuler ce réglage comme un problème d'optimisation globale de la performance. Toute la difficulté réside alors dans le choix d'une procédure fiable et robuste à cet effet, qui demande peu de simulations du cas test – celles-ci étant généralement très coûteuses.

Ce mémoire est composé de trois parties, dont le contenu est précisé ci-après.

## **Contenu de la partie 1**

### **Diagnostic des systèmes aéronautiques : état de l'art et cas test**

Le *chapitre 1* présente les principaux concepts du diagnostic de défauts à base de modèles, et les méthodes associées. L'étude bibliographique a été structurée de façon à mettre en relation les grands types de méthodes et les applications actuelles aux différents types de véhicules aérospatiaux. Ce chapitre inclut également une modélisation générique des systèmes aérospatiaux ainsi que de leurs capteurs et actionneurs, dans l'optique du diagnostic.

Le *chapitre 2* est dédié à la présentation d'un système aéronautique représentatif, composé d'un modèle d'aéronef non linéaire à six degrés de liberté et d'un module de guidage-pilotage en boucle fermée. La modélisation de ce système sert de base aux développements des parties suivantes, ainsi que de support d'illustration.

## **Contenu de la partie 2**

### **Nouvelles approches de diagnostic des systèmes aéronautiques utilisant l'information de commande**

Cette partie propose deux nouvelles méthodes de diagnostic pouvant s'appliquer au système proposé au chapitre 2 et respectant les contraintes évoquées précédemment. Ces méthodes ont en commun d'exploiter à la fois l'information de commande en boucle fermée et les particularités des modèles aéronautiques.

La première méthode (*chapitre 3*) s'appuie uniquement sur les contraintes géométriques et cinématiques qui sont à la base des lois de guidage-pilotage, et n'utilise donc pas explicitement le modèle dynamique de l'engin. Ceci a pour but d'alléger la charge de calcul et d'augmenter la robustesse aux imprécisions de modèle et de mesure. En boucle fermée, un éventuel défaut affectant le système est propagé dans la boucle de commande, conduisant au non-respect des objectifs initiaux. La détection et la localisation des défauts sur les capteurs, ainsi que la détection de la plupart des défauts d'actionneurs, apparaissent ainsi réalisables en vérifiant l'adéquation du système à ces objectifs de commande.

La seconde méthode (*chapitre 4*) part du constat qu'en aéronautique, une partie de la dérivée première de l'état par rapport au temps peut être directement mesurée, par exemple via une centrale inertielle. Nous proposons d'utiliser directement les équations

---

non linéaires du modèle dynamique du système pour estimer la valeur de la commande qui a été réellement appliquée par les actionneurs, sans intégration de ce modèle. La génération de résidus est alors effectuée en comparant cette estimée avec la valeur désirée. Cette approche permet la détection, la localisation et l'estimation de défauts d'actionneurs.

### **Contenu de la partie 3**

#### **Réglage automatique et robuste des hyperparamètres de méthodes de diagnostic**

Une méthodologie systématique de réglage des hyperparamètres de méthodes de diagnostic est établie dans cette partie. Elle recherche les meilleures performances des méthodes en concurrence pour une comparaison équitable (*chapitre 5*). Le réglage des hyperparamètres est vu comme un problème d'optimisation globale, dont la fonction de coût est obtenue par simulation numérique d'un cas test. La méthodologie proposée ici construit et exploite un métamodèle de krigeage reliant les hyperparamètres de la méthode à sa performance. Une procédure itérative d'optimisation globale tirant parti des propriétés du krigeage est utilisée. Cette procédure est connue sous le nom d'*efficient global optimization* (EGO). Cette approche, nouvelle dans le domaine du diagnostic, permet d'aborder ce problème de réglage à faible coût de calcul (nombre minimal d'appels à la simulation du cas test). Plusieurs applications sont traitées, notamment le réglage et la comparaison de tests de changement de moyenne dans un signal ou de schémas complets de diagnostic incluant la génération et l'évaluation de résidus.

On peut objecter à cette méthodologie que ses conclusions risquent d'être très dépendantes du cas test choisi. Une première façon de répondre à cette objection consiste à remplacer le cas test par une batterie de cas dont la simulation devient encore plus complexe. Une autre approche, suivie au *chapitre 6*, consiste à rendre robuste le réglage des hyperparamètres à la variabilité des paramètres définissant le cas test. Un nouvel algorithme pour la recherche du meilleur réglage des hyperparamètres au sens du pire cas (optimisation minimax continue) est ainsi proposé.





**Diagnostic des systèmes  
aéronautiques :  
état de l'art et cas test**



# Chapitre 1

## Diagnostic des systèmes aéronautiques : état de l'art

---

**Résumé** – Ce chapitre introductif pose les principales définitions concernant la détection et la localisation de défauts, et décrit de manière générique la modélisation dynamique des systèmes aérospatiaux. Les principaux types de défauts pouvant affecter les capteurs et actionneurs de ces engins y sont également modélisés de manière unifiée. L'étude bibliographique organisée dans la table 1.4 a vocation à réunir un nombre important de publications portant sur le diagnostic pour les applications aérospatiales, afin de permettre aux chercheurs du domaine de repérer à la fois les méthodes pertinentes et les applications déjà traitées. Cette description des méthodes et la classification associée ont été présentées dans une revue internationale [2] et en conférence internationale [11].

---

### 1.1 Introduction

Afin de permettre aux avions de continuer leur mission en cas de défauts, il est indispensable d'identifier les changements imprévus (*défauts*) du système avant qu'ils ne conduisent à une incapacité totale (*défaillance*).

Les premières méthodes de détection de défaut utilisaient la *redondance matérielle* (capteurs ou actionneurs multiples réalisant la même fonction) associée à de simples logiques à seuils [14]. Bien que ces techniques soient encore largement répandues dans l'industrie [15, 16], elles engendrent une augmentation des coûts et de la masse de l'engin conduisant à une réduction potentiellement significative de l'autonomie. Il est donc souvent plus judicieux de faire appel à de la *redondance analytique*, c'est-à-dire à l'exploitation de relations entre les grandeurs mesurées ou estimées. Les méthodes développées à partir de ce concept sont communément appelées à *base de modèles*, où le terme *modèle*

sous-entend dynamique et à base de connaissance, souvent sous la forme d'un ensemble d'équations différentielles en représentation d'état. De nombreuses méthodes ont été proposées dans cette optique et une revue de celles-ci peut être obtenue via les ouvrages de référence [17–24] et les articles de synthèse [25–38].

L'accent sera mis dans ce chapitre sur ces méthodes quantitatives à base de modèles, qui sont les plus largement utilisées pour les applications aérospatiales [39–45]. La revue des principales méthodes proposée ici s'appuie sur une importante liste de références traitant du diagnostic pour les systèmes aérospatiaux. Un effort particulier a été réalisé pour proposer une classification en fonction du type de véhicule applicatif et de la méthode de diagnostic utilisée. Cela devrait permettre d'avoir une vue d'ensemble des applications actuelles du diagnostic des aéronefs.

Les concepts de base et la terminologie propre au diagnostic sont tout d'abord rappelés en section 1.2, ainsi que l'architecture classique des méthodes à base de modèles. Puis, les principales caractéristiques des modèles aéronautiques sont soulignées dans la section 1.3. En particulier, les capteurs et actionneurs les plus courants sont identifiés, et un modèle générique des défauts les affectant est proposé. La modélisation mathématique générique à partir de la dynamique du vol est également rappelée. En section 1.4, les liens entre les méthodes de diagnostic et leur application dans le domaine aérospatial sont établis, les principes de base des méthodes de génération de résidus sont expliqués et agrémentés de références pour plus de détails. La section 1.5 expose les stratégies d'analyse des résidus (seuillage et tests statistiques). Une discussion portant sur cette étude bibliographique est développée en section 1.6 pour mettre en valeur les points importants et faire le lien avec les chapitres suivants.

Les spécialistes de l'ingénierie aérospatiale trouveront une description succincte mais complète des méthodes de diagnostic applicables via les sections 1.2, 1.4 et 1.5. Les spécialistes du diagnostic à la recherche d'applications et de cas test pourront quant à eux se référer à la section 1.3 qui contient une modélisation générique des systèmes de vol et des défauts pouvant toucher les dispositifs qui les équipent. Enfin, cette présentation peut favoriser les interactions entre utilisateurs de différentes approches de diagnostic, via notamment la table récapitulative 1.4.

## 1.2 Principe du diagnostic de défauts

### 1.2.1 Terminologie

La terminologie adoptée ici a été proposée initialement par le comité technique de l'IFAC SAFEPROCESS [46] et reproduite notamment dans l'annexe B de [19] par la suite.

Un *défaut* est une modification inattendue d'une propriété ou d'un paramètre caractéristique du système surveillé par rapport au fonctionnement acceptable ou habituel. Un *défaut* peut être annonciateur d'une *défaillance*, à savoir l'interruption permanente

de la capacité du système à accomplir sa mission, compte tenu de ses conditions de fonctionnement.

La *détection de défauts* consiste à mettre en évidence la présence de défauts dans le système et leurs instants d'apparition. Cette tâche est suivie de la *localisation de défauts* (en anglais, *isolation*), qui a pour but de les classer en fonction de leur type et de leur emplacement dans le système. Enfin, l'*identification (ou estimation) de défauts* vise à caractériser leurs amplitudes et leurs évolutions temporelles. Le processus complet est classiquement désigné sous les acronymes FDI pour *Fault Detection and Isolation* ou FDD pour *Fault Detection and Diagnosis* (détection et diagnostic de défauts), ce dernier incluant l'identification. Ces procédures nécessitent la plupart du temps de générer des *résidus*, c'est-à-dire des indicateurs de la présence de défauts calculés à partir de l'écart entre les mesures relevées sur le système et le comportement prédit par un modèle. Ces signaux sont censés être de faible amplitude lorsque le système fonctionne normalement, et s'écarter suffisamment de leur valeur initiale pour être détectable en présence de défauts.

Une fois qu'un défaut a été détecté, il apparaît naturel de chercher à le compenser par une modification adéquate de la loi de commande de l'aéronef considéré. C'est ce que cherche à réaliser la commande tolérante aux défauts (FTC for *Fault Tolerant Control*), également nommée *reconfiguration*. Le lecteur trouvera dans [37, 47] un récapitulatif des études portant sur la FTC *active*, où la reconfiguration utilise des informations provenant du diagnostic, tandis que la reconfiguration *passive* fait uniquement appel à la commande robuste. La commande tolérante aux défauts est un domaine de recherche à part entière, qui ne sera pas abordé dans ce mémoire. Il faut toutefois signaler que les préoccupations de faible charge de calcul du diagnostic, ainsi que d'estimation fiable des défauts développées dans les chapitres suivants contribuent à lier plus facilement diagnostic et reconfiguration.

### 1.2.2 Types de défauts

Trois principaux types de défauts sont distingués, en fonction de l'élément du système qu'ils affectent.

Un *défaut de capteur* est une variation anormale d'une mesure, telle qu'une erreur systématique entachant subitement les données issues d'un accéléromètre d'une centrale inertielle.

Un *défaut d'actionneur* représente un dysfonctionnement d'un dispositif agissant sur la dynamique du système, par exemple le blocage d'une gouverne.

Les *défauts de processus* sont quant à eux des changements dans les paramètres internes du système qui entraînent une modification de sa dynamique, comme une redéfinition inattendue des coefficients aérodynamiques.

L'évolution temporelle d'un défaut est en général imprévisible, et peut ainsi être abrupte, progressive (graduelle) ou encore intermittente – ces deux derniers compor-

tements étant les plus délicats à détecter. De plus amples détails à propos de la modélisation des défauts pour les applications aérospatiales sont donnés en section 1.3.2.

### 1.2.3 Architecture de diagnostic

Le diagnostic de défauts s'effectue habituellement en combinant un générateur de résidus avec une stratégie d'analyse afin de fournir un ensemble de décisions booléennes sur la présence de défauts, comme illustré en figure 1.2.1.

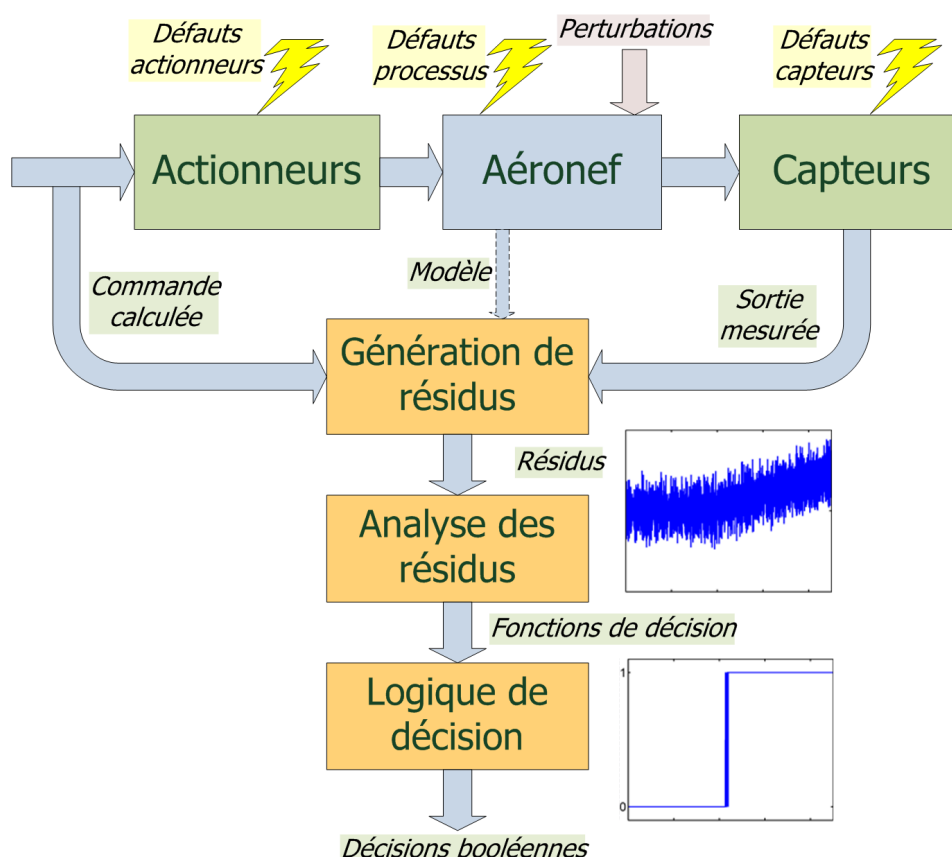


FIGURE 1.2.1: Schéma usuel pour la détection et la localisation de défauts

L'étape de *génération des résidus* utilise un modèle du système, dans lequel sont injectées les entrées de commande envoyées aux actionneurs et les mesures des sorties provenant des capteurs, pour prédire son comportement attendu et le comparer à la réalité. L'objectif est de fournir un ensemble d'indicateurs quantitatifs de la présence de défauts, les résidus. Cette procédure est au coeur de la démarche du diagnostic à base de modèles, ce qui explique pourquoi la majorité des développements lui ont été consacrés (sections 1.4.2 à 1.4.6).

La valeur moyenne des résidus doit être proche de zéro en fonctionnement normal, et s'en écarter lorsque qu'apparaissent les défauts auxquels ceux-ci ont été rendus sensibles. Il faut donc avoir recours à une méthode d'*analyse des résidus* qui traduise automatiquement l'évolution temporelle d'un résidu en une décision booléenne indiquant si le signal est considéré comme faible ou non et permettant également d'estimer un instant d'apparition du défaut (voir la section 1.5). Les méthodes utilisées impliquent généralement le choix de seuils ou de tests statistiques d'hypothèses.

Chaque résidu peut être sensible à un seul défaut, à tous les défauts, ou à un nombre intermédiaire. Ainsi, l'étape finale du processus est une *logique de décision* qui transforme les fonctions de décision obtenues précédemment en une estimée de la localisation des défauts.

### 1.2.4 Performance et robustesse

Un réglage approprié d'une procédure de diagnostic doit garantir un compromis satisfaisant entre les objectifs contradictoires que sont la minimisation des taux de *non détection* (absence d'alarme à l'apparition d'un défaut) et de *fausse alarme* (alarme en l'absence de défaut). La mesure de la performance du diagnostic s'effectue à l'aide d'indicateurs quantitatifs, souvent définis comme dans [48]. La figure 1.2.2 distingue différentes zones temporelles dans l'évolution d'une fonction de décision booléenne, qui servent de base pour le calcul de ces indices. Les valeurs de la fonction avant l'instant  $t_{on}$  (délai de convergence) et après l'instant  $t_{hor}$  (fin d'exploitation du système) ne sont pas prises en compte, tandis que  $t_{from}$  est l'instant d'apparition du défaut à détecter (connu en simulation mais pas en conditions réelles).

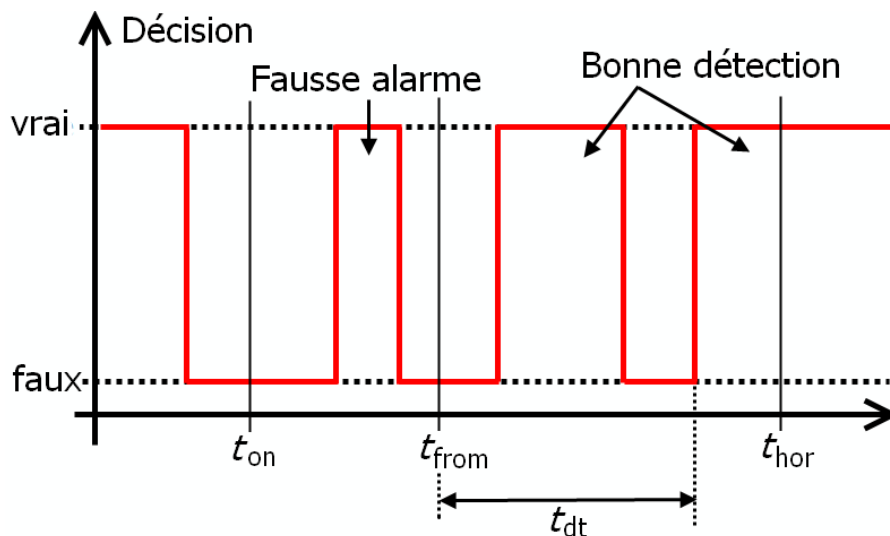


FIGURE 1.2.2: Zones temporelles pour le calcul d'indicateurs de performance du diagnostic



Pour un défaut persistant, les principaux indicateurs sont

- le *délai de détection*  $t_{dt}$ , qui correspond au temps écoulé entre l'instant d'apparition du défaut  $t_{from}$  et le dernier instant de temps avant  $t_{hor}$  où le signal de décision est passé de *faux* à *vrai* ;
- le *taux de fausse alarme*  $r_{fd} = (\sum_i t_{fd}^i) / (t_{from} - t_{on})$ , où  $t_{fd}^i$  est la durée de la  $i$ -ème période de temps entre  $t_{on}$  and  $t_{from}$  telle que la décision soit *vrai* ;
- le *taux de non détection*  $r_{nd} = 1 - r_{td}$ , où  $r_{td} = (\sum_i t_{td}^i) / (t_{hor} - t_{from})$  est le taux de bonne détection avec  $t_{td}^i$  la durée de la  $i$ -ème période de temps entre  $t_{from}$  et  $t_{hor}$  telle que la décision soit *vrai*.

En simulation, on peut choisir  $t_{from} - t_{on} \approx t_{hor} - t_{from}$ , afin d'accorder la même importance à tous les indicateurs. La performance de la localisation des défauts peut se caractériser de manière similaire, en considérant chaque fonction (ou groupe de fonctions) de décision associées à la détection d'un défaut en particulier. Le coût de calcul et la facilité de réglage sont également des éléments à prendre en compte dans l'évaluation de méthodes de diagnostic, et sont une préoccupation majeure pour le développement des nouvelles méthodes proposées dans les parties 2 et 3.

De nombreuses sources d'incertitudes peuvent perturber le diagnostic, étant donné que le modèle du système ne peut être le parfait reflet de la réalité. L'existence de bruits de mesure, d'incertitudes de modélisation et de perturbations exogènes doit être pris en compte à la conception, et peut être abordée à différents niveaux. D'un côté, un effort peut être entrepris pour générer des résidus qui soient découplés, dans la mesure du possible, des bruits et entrées inconnues (perturbations et défauts auxquels il est souhaitable d'être insensible) et robustes aux imprécisions de modélisation. D'un autre côté, l'analyse des résidus peut tenir compte d'hypothèses statistiques pour réduire l'influence des bruits sur la décision, ou encore définir des seuils adaptatifs qui permettent de réduire l'influence des entrées inconnues [49].

### 1.3 Modélisation dynamique des engins aérospatiaux

Différentes méthodes de diagnostic ont été appliquées à un large panel de véhicules aéronautiques et spatiaux. Une première classification de publications dans le domaine est proposée dans la table 1.1 en fonction de l'application. Bien que les caractéristiques et les missions des aéronefs mentionnés soient très variées, il apparaît qu'ils sont équipés de dispositifs semblables et que leur comportement peut être décrit par des modèles analogues. Cette section propose une analyse de la modélisation dynamique des engins volants et de leurs capteurs et actionneurs dans l'optique de la détection, de la localisation et de l'identification de défauts.

TABLE 1.1: Classification des publications en FDI pour l'aérospatial en fonction du type d'engin, avec les capteurs et actionneurs classiquement associés.

Type d'aéronef	Références	Capteurs	Actionneurs
Petit avion à voilure fixe	[13, 50–73]	IMU/INS, ADS	ailerons, gouvernes, hélice(s)
Voilure tournante	quadrirotor : [74–79] hélicoptère : [80–84]	IMU/INS, GPS, baromètre, radar	rotors
Avion de ligne	[14, 15, 44, 85–119]	IMU/INS, GPS, tubes Pitot, ADS	ailerons, gouvernes, volets, réacteurs (hautement redondants)
Avion de combat	F-16 : [120–131] autres : [132–141]	IMU/INS, ADS, GPS, baromètre, radar	ailerons, gouvernes, plans canard, réacteurs
Missile	[3, 4, 6, 142–145]	IMU/INS, GPS, radar	gouvernes, réacteur(s)
Fusée/navette	[146–152]	IMU/INS, ADS	réacteurs
Satellite	[16, 43, 153–165]	IMU/INS, SRU	propulseur(s), roue(s) de réaction

### 1.3.1 Modèle dynamique issu de la mécanique du vol

Le mouvement rigide d'un aéronef est principalement décrit dans deux repères, à savoir un *repère de navigation* et un *repère engin* (ou mobile). Le repère de navigation, par exemple orienté nord-est-verticale descendante, est lié à un point fixe du plan tangent local à la Terre. Il est assimilé à un repère inertiel local où les lois de Newton s'appliquent. Le repère engin a pour origine le centre de gravité de l'engin et ses axes sont orientés vers l'avant le long de l'axe longitudinal, vers la droite le long de l'axe latéral et vers le bas [166–170].

#### 1.3.1.1 Cinématique

Notons  $\mathbf{x}_m = [x, y, z]^T$  la position du véhicule et  $\mathbf{v}_m = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$  la vitesse correspondante, dans le repère de navigation. Nous noterons  $\mathbf{v}_{bm} = [v_{bx}, v_{by}, v_{bz}]^T$  l'expression de sa vitesse dans le trièdre engin. Le passage du trièdre terrestre au trièdre engin est

paramétré par les trois angles d'Euler  $[\varphi, \theta, \psi]$  en roulis, tangage et lacet (figure 1.3.1). La transformation cinématique de  $\mathbf{v}_{bm}$  en  $\mathbf{v}_m$  implique alors la matrice de rotation

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \theta \sin \varphi & \sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \varphi + \sin \psi \sin \theta \sin \varphi & -\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \sin \theta \cos \varphi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{bx} \\ v_{by} \\ v_{bz} \end{bmatrix}. \quad (1.3.1)$$

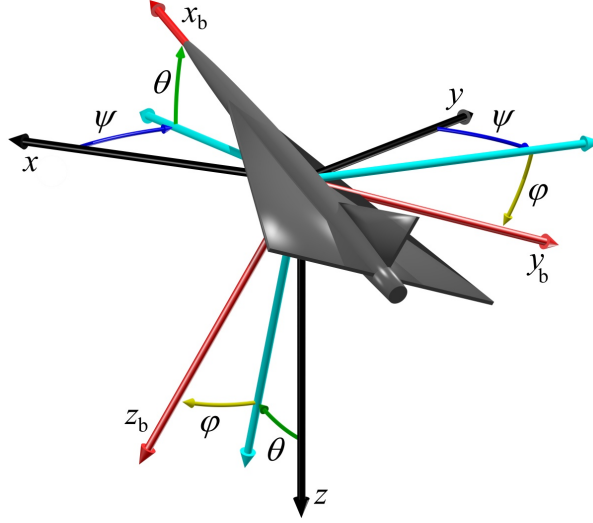


FIGURE 1.3.1: Angles d'Euler : du repère de navigation au repère engin

Le vecteur vitesse angulaire est composé des taux de rotation en roulis, tangage et lacet,  $\boldsymbol{\omega} = [p, q, r]^T$ . La projection de ces composantes dans le repère engin permet de les exprimer en fonction des dérivées temporelles des angles d'Euler,

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \varphi & \cos \theta \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, \quad (1.3.2)$$

ce qui peut être inversé pour donner

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \varphi \tan \theta & \cos \varphi \tan \theta \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi / \cos \theta & \cos \varphi / \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}. \quad (1.3.3)$$

Les équations cinématiques (1.3.1), (1.3.2) et (1.3.3) font partie intégrante du modèle dynamique de tout véhicule aéronautique ou spatial présent dans la table 1.1. Un quaternion peut également être utilisé à la place des trois angles d'Euler pour gérer le

changement de coordonnées. Dans ce cas, la matrice de rotation (1.3.1) s'exprimerait en fonction des composantes du quaternion et (1.3.3) relierait leurs dérivées temporelles aux vitesses angulaires [167, 168]. La structure globale du modèle dynamique resterait toutefois similaire, avec une variable d'état supplémentaire.

### 1.3.1.2 Dynamique

Les équations des forces et des moments sont requises pour compléter la modélisation dynamique des systèmes aéronautiques, puisque les relations établies précédemment n'impliquent pas d'entrée de commande. Exprimée dans le repère engin, l'équation des forces est

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_{bx} \\ \dot{v}_{by} \\ \dot{v}_{bz} \end{bmatrix} = \frac{1}{m} (\mathbf{f}_{\text{aero}} + \mathbf{f}_{\text{g}} + \mathbf{f}_{\text{prop}}) - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_{bx} \\ v_{by} \\ v_{bz} \end{bmatrix}, \quad (1.3.4)$$

où  $\mathbf{f}_{\text{g}}$  est la force gravitationnelle,  $\mathbf{f}_{\text{prop}}$  la force de propulsion (qui dépend du type de propulseur) et  $\mathbf{f}_{\text{aero}}$  contient les forces aérodynamiques. La masse de l'engin  $m$  n'est pas nécessairement constante. Dans la majeure partie des applications traitées, la Terre est supposée plate et non rotative et le deuxième membre de l'équation (1.3.4) ne tient compte que de ces forces. La prise en compte de la rotondité de la Terre et de son mouvement ne constituerait pas une difficulté. L'expression de  $\mathbf{f}_{\text{g}}$  est toujours

$$\mathbf{f}_{\text{g}} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} mg, \quad (1.3.5)$$

où l'accélération gravitationnelle  $g$  n'est pas nécessairement constante. La structure de  $\mathbf{f}_{\text{aero}}$  change en fonction du type et de la configuration des actionneurs équipant le véhicule considéré. Pour la plupart des applications aéronautiques,  $\mathbf{f}_{\text{aero}}$  peut s'écrire

$$\mathbf{f}_{\text{aero}} = Q s_{\text{ref}} \begin{bmatrix} c_x(\alpha, \beta, V, \mathbf{u}) \\ c_y(\alpha, \beta, V, \mathbf{u}) \\ c_z(\alpha, \beta, V, \mathbf{u}) \end{bmatrix}, \quad (1.3.6)$$

où les coefficients aérodynamiques  $c_{(\cdot)}$  sont des fonctions non linéaires et  $\mathbf{u}$  est le vecteur d'entrées de commande traduisant les positions des actionneurs. Dans le cas d'un système spatial, les forces aérodynamiques sont généralement négligeables. Les expressions de la norme  $V$  de la vitesse et de la pression dynamique  $Q$  sont

$$V = \sqrt{v_{bx}^2 + v_{by}^2 + v_{bz}^2} \quad (1.3.7)$$

$$Q = \frac{1}{2}\rho V^2. \quad (1.3.8)$$

L'angle d'incidence  $\alpha$  et l'angle de dérapage  $\beta$  sont souvent exprimés comme

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v_{bz}}{v_{bx}}\right) \quad (1.3.9)$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{v_{by}}{v_{bx}}\right). \quad (1.3.10)$$

En aviation civile principalement, les dérivées temporelles de (1.3.7), (1.3.9) et (1.3.10) remplacent parfois les relations (1.3.4) pour caractériser la dynamique de translation de l'avion.

L'équation des moments est

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \mathbf{I}^{-1} \left( \begin{bmatrix} L_{naero} + L_{aero} \\ M_{naero} + M_{aero} \\ N_{naero} + N_{aero} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \left( \mathbf{I} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right) \right) \quad (1.3.11)$$

où la matrice d'inertie  $\mathbf{I}$  peut avoir certains de ces termes égaux à zéro, selon la géométrie du véhicule. Les moments aérodynamiques  $L_{aero}, M_{aero}, N_{aero}$  ont une structure similaire à  $\mathbf{f}_{aero}$ , à savoir

$$\begin{bmatrix} L_{aero} \\ M_{aero} \\ N_{aero} \end{bmatrix} = Q_{sref} l_{ref} \begin{bmatrix} c_l(\alpha, \beta, V, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{u}) \\ c_m(\alpha, \beta, V, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{u}) \\ c_n(\alpha, \beta, V, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{u}) \end{bmatrix} \quad (1.3.12)$$

où les coefficients aérodynamiques  $c_{(.)}$  sont également des fonctions non linéaires. Les moments  $L_{naero}, M_{naero}, N_{naero}$  dépendent fortement du véhicule considéré et de ses conditions de vol, et peuvent notamment contenir des termes de propulsion.

### 1.3.1.3 Représentation d'état

Un modèle dynamique sous forme de représentation d'état est obtenu en considérant le vecteur d'état formé par la position en repère terrestre  $\mathbf{x}_m$ , la vitesse en repère engin  $\mathbf{v}_{bm}$ , la vitesse angulaire  $\boldsymbol{\omega}$  et les angles d'Euler  $\varphi, \theta, \psi$ ,

$$\mathbf{x} = [x, y, z, v_{bx}, v_{by}, v_{bz}, p, q, r, \varphi, \theta, \psi]^T. \quad (1.3.13)$$

La dynamique de l'état est alors fournie en regroupant les relations cinématiques (1.3.1) et (1.3.3), l'équation des forces (1.3.4) et l'équation des moments (1.3.11). Ces équations sont fortement non linéaires, ce qui est principalement dû aux changements de coordonnées entre repères et aux propriétés aérodynamiques. Le modèle d'état non linéaire a finalement la structure suivante,

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{cases}, \quad (1.3.14)$$

où le vecteur de mesure  $\mathbf{y}$  provient des capteurs disponibles, et où  $\mathbf{u}$  est le vecteur des entrées de commandes. Sous un certain nombre d'hypothèses classiques, telles que de petites variations des positions des gouvernes ou un modèle linéaire de la propulsion, le modèle non linéaire peut être ramené à un modèle affine en la commande,

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{cases}. \quad (1.3.15)$$

Ce type de modèle conserve le comportement global du système non linéaire tout en autorisant l'application de résultats intéressants de la théorie de la commande [171]. Si besoin, une simplification supplémentaire est accessible en linéarisant (1.3.15) autour d'un point de fonctionnement ou d'une trajectoire de référence. Le modèle linéaire résultant est de la forme

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases}, \quad (1.3.16)$$

où les matrices  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  peuvent varier au cours du temps. Ces formulations de modèles, issues de la mécanique du vol, sont génériques pour tous les types d'engins décrits en table 1.1. Les différences de géométrie et de modes de propulsion sont répercutées dans les paramètres et dans l'expression des fonctions constitutives du modèle.

#### 1.3.1.4 Caractéristiques supplémentaires

La composition du vecteur des mesures  $\mathbf{y}$  dépend du type des capteurs embarqués. Toutefois, il est fréquent que l'équation de mesure soit linéaire en  $\mathbf{x}$ , par exemple dans le cas où une centrale inertielle ou un GPS équipent le véhicule. Combiner différents capteurs parmi ceux cités dans la table 1.1 peut même permettre d'observer la totalité du vecteur d'état, ce qui autorise également plus de redondance analytique. Ces capteurs sont bien évidemment sujets à du bruit et des imprécisions de mesure dont il faut tenir compte lors de la conception de méthodes de diagnostic.

Une autre caractéristique importante de ce type de modèle est la forte incertitude associée aux paramètres, notamment due à la méconnaissance des coefficients aérodynamiques (généralement obtenus à partir d'essais en soufflerie). Des perturbations non modélisées (le vent, par exemple) influent également sur la dynamique du système. De ce fait, et comme le diagnostic est fondé sur la comparaison entre le comportement non défaillant prédit par le modèle et celui réellement observé, il est important d'éviter au maximum d'avoir recours à la linéarisation. A titre d'illustration, des modèles découplés longitudinaux et latéraux sont parfois utilisés pour la commande de systèmes aéronau-

tiques. En présence d'un défaut actionneur, des couplages apparaissent entre les axes, ce qui rend ce type de modélisation incompatible avec un diagnostic robuste des défauts.

La grande majorité des engins aérospatiaux sont commandés en boucle fermée, comme illustré sur un cas test au chapitre 2. Cette caractéristique est rarement prise en compte, et la plupart des méthodes de diagnostic sont fondées sur une modélisation en boucle ouverte uniquement. Quelques stratégies ont toutefois été proposées pour exploiter explicitement l'information à propos des défauts qui est propagée dans les signaux de commande, avec des résultats intéressants à la clé, comme présenté en 1.4.6 et comme développé tout au long de la partie 2 de ce mémoire.

### 1.3.2 Modélisation des défauts de capteurs et d'actionneurs

Les causes de défauts sont multiples, par exemple le vieillissement des composants, les dommages de combat, les perturbations électromagnétiques ou les phénomènes naturels tels que de fortes rafales de vent ou du givrage (voir [13, 37, 44, 132, 172–174] pour un historique). En mettant l'accent sur les conséquences, cette section a pour objectif de fournir une description des principaux capteurs et actionneurs et une modélisation générique des défauts typiques qui les affectent. La figure 1.3.2 représente la chaîne d'actionnement et de mesure pour un système à une entrée et une sortie.

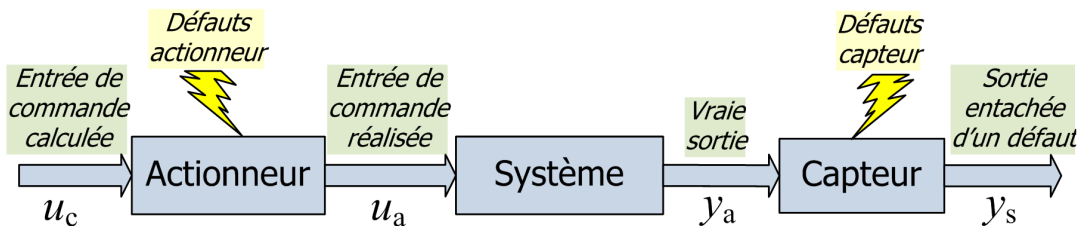


FIGURE 1.3.2: Chaîne d'actionnement et de mesure

Un défaut d'actionneur se traduit par un écart entre l'entrée de commande calculée  $u_c$  et celle effectivement réalisée  $u_a$ . De manière similaire, un défaut de capteur se traduit par l'écart entre la vraie sortie du système  $y_a$  et la mesure associée  $y_s$ . En conditions réelles, les seules informations disponibles sont la connaissance de  $u_c$ ,  $y_s$  et d'un modèle du système.

#### 1.3.2.1 Capteurs

Les principaux capteurs embarqués dans les applications aérospatiales sont des centrales inertielle (*Inertial Measurement Unit – IMU*) composées d'accéléromètres et de gyromètres mesurant l'accélération hors gravité et la vitesse angulaire, couplées à des systèmes de navigation inertielle (*Inertial Navigation Systems – INS*) qui se servent des mesures brutes pour reconstruire la position et l'orientation du véhicule dans le repère terrestre. Les données issues des IMU/INS sont couramment hybridées avec celles

de capteurs GPS qui mesurent la position en repère terrestre, pour compenser les imprécisions des centrales (biais, dérive), bien que leur fréquence d'acquisition soit plus faible [175]. L'utilisation des micro et nano technologies a permis de réduire drastiquement l'encombrement et le coût de ces dispositifs essentiels aux systèmes aériens [176]. Les études [54,57,62,64,76,79] décrivent des stratégies de détection de défauts dédiées aux systèmes IMU/INS/GPS, en exploitant la redondance analytique des équations (1.3.1) et (1.3.3) à partir des concepts d'observateurs ou d'espace de parité.

Les centrales aérodynamiques (*Air data sensing – ADS*) sont utilisées en complément des capteurs précédents pour mesurer la vitesse aérodynamique vraie, la pression dynamique, le nombre de Mach ou les angles d'incidence et de dérapage [177]. Des tubes de Pitot peuvent être utilisés pour déterminer la vitesse air, ainsi que des capteurs de pression de surface ou d'autres dispositifs mécaniques pour acquérir les valeurs des autres paramètres [149]. Des baromètres ou des radars embarqués (radioaltimètre) permettent d'obtenir l'information d'altitude.

Peu d'études se sont intéressées à la modélisation des défauts de capteurs dans le contexte aérospatial. Dans [178], les technologies à la base du fonctionnement des principaux capteurs décrits ci-dessus sont recensées, ainsi que leurs modes de défaillances les plus courants. Quatre types génériques de défauts, communs à la plupart des capteurs, sont décrits : biais (offset), dérive (linéaire ou non), facteur d'échelle (gain, linéaire ou non), perte. Cela peut se représenter comme suit, à partir des notations de la figure 1.3.2 et en considérant les paramètres de défaillance  $\sigma_s$  et  $y_f$  précisés en table 1.2.

$$y_s = \sigma_s \cdot y_a + y_f \tag{1.3.17}$$

TABLE 1.2: Paramètres du modèle de défaut de capteur

	Biais	Dérive	Facteur d'échelle	Perte	Sans défaut
$\sigma_s$	1	1	$\neq 1$	0	1
$y_f$	$\neq 0$ (constant)	$\neq 0$ (variable)	0	constant	0

### 1.3.2.2 Actionneurs

Deux types principaux d'actionneurs sont utilisés pour la commande d'un système aérospatial, à savoir les surfaces de commandes (gouvernes) et les dispositifs de propulsion, éventuellement orientables. Les différents types de gouvernes sont selon leur emplacement et leur géométrie) : aileron, gouverne de profondeur, gouverne de direction, volet, plan canard. Ces éléments sont mis en mouvement par des circuits hydromécaniques, ou électromécaniques pour les plus récents (commandes de vol dites électriques). La



propulsion est assurée, selon le véhicule, par des hélices, des réacteurs (statoréacteur, turboréacteur, pulsoréacteur, fusée) ou propulseurs spatiaux (électromagnétique). A noter qu'un réacteur peut être considéré comme un système à part entière et que des méthodes de diagnostic peuvent être employées pour détecter des défauts sur les éléments qui les constituent [73, 110]. Dans le cadre de ce mémoire, chaque actionneur d'un système aérospatial, y compris les dispositifs de propulsion, est considéré comme un tout, dont le caractère défaillant est examiné à partir de la réalisation de l'entrée de commande qui lui est appliquée et de son influence dans le modèle dynamique.

Quatre modes de défauts d'actionneurs sont couramment distingués : perte d'efficacité, blocage, butée et oscillation [97, 102, 116, 129, 137]. Cela peut se résumer à la seule équation

$$u_a = \sigma_a \cdot k_a \cdot u_c + (1 - \sigma_a) \cdot u_f, \quad (1.3.18)$$

avec les paramètres de défaillance  $\sigma_a$ ,  $k_a$  and  $u_f$  après l'instant de défaut  $t_{\text{fault}}$  comme indiqués dans la table 1.3.

TABLE 1.3: Paramètres du modèle de défaut d'actionneur

	Perte d'efficacité	Blocage	Butée	Oscillation	Sans défaut
$\sigma_a$	1	0	0	0	1
$k_a$	$0 < k_f < 1$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	1
$u_f$	0	$u_c(t_{\text{fault}})$ (constant)	constant (saturé)	périodique	0

Les défauts de processus, causés par exemple par du givrage ou des rafales de vent, sont quant à eux représentés par des changements (abrupts ou progressifs) des paramètres correspondants (masse, inertie, coefficients aérodynamiques) [52].

TABLE 1.4: Classification des méthodes de diagnostic et leurs applications aérospatiales

Véhicule / Approche de diagnostic	Petit avion	Voilure tour- nante	Avion civil	Avion de combat	Missile	Fusée/ navette	Satellite
Syst. expert			[86,179]				
Réseaux de neurones	[72]	[74, 81]	[87, 94, 99]	[124]	[143]	[146]	[161]
SVM			[103, 104]				
ACP			[107, 110]	[127, 138]		[150]	[154]
Identification de paramètres	[52]		[92, 93, 106, 111, 114]	[121]			[158]
Observateurs	[51, 55, 59, 65, 66]	[75, 82, 84]	[85, 91, 112, 116, 119]	[137, 139]	[142, 144]		[165]
Filtres de Kalman	[70, 73]	[80]	[103, 105, 117, 118]	[120, 122, 123, 125, 130, 135]		[151]	[153, 157, 160]
UKF / particulaire	[57]		[115]				[155, 156]
Estimation à erreur bornée		[79, 83]	[101, 113]	[136]			
Espace de parité	[54, 57, 61, 62, 64]		[89, 109]	[127, 131, 140]		[149]	
UIO	[50, 56, 60, 69]	[78]	[89]	[129]			[162]
Filtres $\mathcal{H}_\infty$	[52, 58, 60, 63]		[88, 95, 96, 108]	[128, 141]		[147, 152]	[159]
Géométrie différentielle	[53, 67, 68, 71]		[102]		[145]		[164]
Inversion de système		[77]		[126, 133, 134]	[4, 6]		
Diagnostic actif/ basé commande	[69, 70]		[92, 93]		[1, 3]		

## 1.4 Méthodes de détection et de localisation des défauts

Dans la table 1.4, une classification à double entrée reliant les approches de diagnostic à leurs applications aérospatiales est proposée afin d'organiser l'étude bibliographique de plus de cent publications dans le domaine. L'objectif de cet agencement est de permettre l'accès à un nombre important de références, à la fois classées par type de méthode et par type de véhicule, ce qui devrait faciliter la comparaison entre travaux. Outre ces points de repère importants, cette partie est dédiée à la présentation du principe de fonctionnement des méthodes citées. Par souci de simplicité, cette présentation est effectuée pour les modèles linéaires. Toutefois, les références importantes décrivant l'extension aux cas non linéaires sont indiquées. En section 1.4.1, les méthodes dites « sans modèle » sont présentées, tandis qu'un modèle dynamique sous forme d'état semblable à ceux établis en partie 1.3 sera supposé connu dans le cadre des approches décrites dans les sections 1.4.2 à 1.4.6.

### 1.4.1 Méthodes « sans modèle »

Quand aucun modèle dynamique n'est exploitable, les connaissances *a priori* sur le système se résument aux mesures acquises en temps réel complétées par un éventuel historique du fonctionnement du processus. Deux stratégies sont possibles pour tirer partie de ces données. La première est la *classification*, qui implique la construction de classes de fonctionnement dans la base de données de manière supervisée (avec l'aide d'un expert) ou semi-supervisée (création automatique de classes en regroupant les éléments jugés proches, puis appel à l'expert pour identifier les classes). Un classifieur est alors entraîné à distinguer ces classes pour permettre de placer un nouveau point dans une de celles-ci (typiquement, selon un mode de fonctionnement défaillant ou non défaillant). La deuxième approche est la *régression*, qui vise à construire un modèle empirique en exploitant la redondance inhérente à la base de données pour prédire les valeurs des différentes variables, ce qui permet ensuite de générer des résidus en les comparant à leurs mesures.

#### 1.4.1.1 Approches qualitatives

En l'absence même d'historique de fonctionnement, les seules informations disponibles sur le système surveillé sont la connaissance empirique des experts, qui peut être incorporée dans des *systèmes experts*. Ces processus regroupent un ensemble de règles imitant le raisonnement humain, associant prémisses et conclusions pour déterminer une suite logique d'événements. Un défaut est signalé lorsqu'une séquence interdite d'événements survient. Les principaux inconvénients de ces dispositifs sont leur manque de généralité et l'impossibilité de prendre en compte des situations non prévues [180]. L'analyse qua-

litative de tendance vise quant à elle à décomposer un signal mesuré en une séquence de primitives connues (stable, croissant...). Cette décomposition peut se faire en analysant le signe des dérivées successives du signal ou en utilisant une base de données contenant des échantillons étiquetés [181]. Les deux cas de figure impliquent l'implantation délicate de règles heuristiques. Les défauts sont détectés de la même manière que par un système expert.

Si un modèle du processus est accessible, mais que la confiance à accorder à ses paramètres et ses sorties est très faible, des équations qualitatives peuvent permettre d'exprimer d'une manière limitée les liens et variations entre les variables. Cette physique qualitative a le même objectif que les méthodes précédentes, à savoir le suivi des événements du processus afin de détecter un comportement anormal [182]. Ces liens causaux peuvent également être représentés par des graphes signés orientés (*signed digraph* – SDG) [183]. A part dans des cas très simples, ces modélisations qualitatives ont malheureusement des capacités de prédiction très restreintes.

#### 1.4.1.2 Diagnostic par reconnaissance de formes

A l'aide d'un historique de mesures, le diagnostic de défauts est réalisable par reconnaissance de formes, où de nouvelles mesures sont à classer entre des modes de fonctionnement prédéterminés. La connaissance *a priori* est regroupée dans une base de données contenant des observations passées de variables à surveiller, telles que les variables d'état (1.3.13) ou les paramètres aérodynamiques. Deux opérations préalables doivent être réalisées hors ligne : les données d'apprentissage sont à regrouper par classes et une règle de décision est à définir. Chaque point de la base de données est étiqueté comme appartenant à l'une des classes. Dans le cas du diagnostic, les classes à considérer sont le mode de fonctionnement non défaillant et tous les modes de pannes à détecter [184]. Si la base de données ne contient que des mesures en fonctionnement normal, une solution est d'avoir recours à de la classification mono-classe [185–187], bien que cela ne permette pas de localiser les défauts mais simplement de les détecter. La règle de décision peut être paramétrique ou non paramétrique.

La *classification paramétrique* définit des frontières directes entre les classes, en ayant recours à des fonctions de base. Le cas le plus simple est la classification linéaire binaire, à partir de laquelle la plupart des méthodes sont bâties [188]. L'objectif est de trouver un hyperplan qui sépare les données en deux classes tout en respectant l'étiquetage initial. Cette séparatrice est déterminée de manière optimale selon un critère prédéfini ; une norme doit ainsi être choisie pour évaluer la distance à la séparatrice avec un terme additionnel de régularisation pour éviter le « sur-apprentissage ». Dans le cas non linéaire, où aucune séparatrice linéaire n'est calculable, des fonctions de base de degré supérieur (quadratique, cubique...) sont utilisables, bien que cela accroisse dangereusement le nombre de paramètres de réglage. Une solution très employée est de concevoir ces séparatrices à l'aide de réseaux de neurones [124, 189]. Dans ce cas, les difficultés de conception deviennent la sélection d'une fonction d'activation et de la structure du

réseau (nombres de couches et de neurones). Les poids des neurones sont généralement obtenus en minimisant la distance quadratique entre les sorties du réseau et la sortie attendue par l'algorithme de rétro-propagation, qui risque toutefois de biaiser le résultat en convergeant vers des solutions locales sous-optimales. Cette méthode a été largement exploitée en diagnostic [190–193].

Deux notions clés ont fait leur apparition dans le cadre de la reconnaissance de formes moderne afin de construire des séparatrices paramétriques non linéaires, à savoir le *noyau* (*kernel*) et la *parcimonie* (*sparsity*). Le *kernel trick* autorise la généralisation directe des méthodes linéaires en transformant l'espace de représentation des données en un espace de plus grande dimension. La sortie d'une machine à noyau est de la forme

$$\mathbf{y}_k(\boldsymbol{\zeta}) = \sum_i \gamma_i \cdot \mathbf{k}(\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\zeta}_i), \quad (1.4.1)$$

où  $\boldsymbol{\zeta}$  est un nouveau point à classer, les  $\boldsymbol{\zeta}_i$  sont les points d'apprentissage,  $\mathbf{k}(\cdot, \cdot)$  est la fonction noyau et les  $\gamma_i$  sont des pondérations à déterminer. Pour réduire la charge de calcul, il faut faire preuve de *parcimonie*, car il serait dommageable d'avoir un poids pour chaque échantillon de la base de données, alors que tous ne portent pas d'information. Cette parcimonie est assurée par un choix judicieux de la fonction coût à minimiser pour trouver les poids  $\gamma_i$  [194, 195]. Les *séparateurs à vaste marge* (*Support Vector Machines – SVM*), introduits par Vapnik, ont permis de diffuser ces concepts [196]. Un SVM vise à trouver une séparatrice linéaire des données dans l'espace transformé de plus grande dimension. Cette séparatrice est conçue pour minimiser le risque empirique et il faut noter que l'optimisation des poids est un problème convexe, ce qui est un énorme avantage par rapport aux réseaux de neurones ou à d'autres méthodes purement paramétriques. Une approche similaire utilise des *Processus gaussiens* (*gaussian Processes – GP*), qui peuvent être vus comme la généralisation de distributions gaussiennes multivariées à un espace de dimension infinie (nous y reviendrons au cours de la partie 3). À noter que la régression par GP est également nommée *krigeage* par la communauté des géostatisticiens [197]. Un choix approprié de la covariance du GP, qui joue le rôle d'un noyau, permet de réduire la complexité de problèmes de grandes dimensions. De telles machines à noyaux ont déjà servi à résoudre des problèmes de diagnostic des systèmes [185, 186, 198–200], mais très peu dans le contexte aérospatial [103, 104], bien que cela semble un moyen prometteur pour l'amélioration de la détection de défauts. Par ailleurs, les critères décrits précédemment pour la classification peuvent être adaptés au contexte de la régression. Un formalisme similaire permet de créer un modèle boîte noire (ou grise) qui génère des résidus en comparant ces sorties avec les mesures issues du système, pour la détection des défauts. Il faut toutefois noter que les choix de la fonction noyau et de la fonction coût assurant la parcimonie sont des points cruciaux qui doivent être effectués avec soin [197].

Si une séparatrice paramétrique ne donne pas de résultats satisfaisants, une solution alternative est de combiner une mesure de distance et un simple vote pour réaliser une

classification *non-paramétrique*. Connaissant les données étiquetées, un nouveau point acquis est alors classé en fonction de son voisinage dans l'espace de représentation. La méthode la plus connue dans ce contexte est celle des  $k$ -plus proches voisins, qui attribue une classe au nouveau point en fonction de la majorité de celles des  $k$ -plus proches points. Une mesure de distance doit être choisie pour déterminer quels points sont à considérer comme les plus « proches » [201, 202].

### 1.4.1.3 Analyse en composantes principales (ACP)

L'ACP est une méthode de réduction de dimension consistant à projeter les données d'apprentissage sur les  $l$  vecteurs propres de la matrice de covariance qui sont associées aux valeurs propres supérieures à un certain seuil. Supposons que  $n_m$  échantillons de  $n_v$  variables, obtenus en fonctionnement non défaillant, forment la matrice de données  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n_m \times n_v}$ , avec un prétraitement conférant aux variables une moyenne nulle et une variance unitaire [203]. Sa matrice de covariance empirique est alors

$$\mathbf{S} = \frac{1}{n_m - 1} \mathbf{X}^T \mathbf{X}, \quad (1.4.2)$$

qui peut se factoriser en

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \tilde{\mathbf{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda} & 0 \\ 0 & \tilde{\mathbf{\Lambda}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \tilde{\mathbf{T}} \end{bmatrix}^T \quad (1.4.3)$$

où  $\mathbf{T}$  est une matrice de dimension  $n_m \times l$  et  $\mathbf{\Lambda}$  la matrice diagonale des  $l$  plus grandes valeurs propres,  $l$  étant alors le nombre de composantes principales. La projection dans le sous-espace principal d'un nouveau vecteur mesuré  $\zeta$  est donnée par

$$\hat{\zeta} = \mathbf{T} \mathbf{T}^T \zeta. \quad (1.4.4)$$

Dans le sous-espace résiduel, elle est donnée par

$$\tilde{\zeta} = \tilde{\mathbf{T}} \tilde{\mathbf{T}}^T \zeta. \quad (1.4.5)$$

Une norme de  $\tilde{\zeta}$  peut alors être utilisée comme résidu indicateur de la présence de défauts, puisque cette projection doit être de faible norme en conditions nominales. Par ailleurs, un défaut affectant l'une des variables peut être estimé en calculant la différence entre sa valeur mesurée et celle estimée en utilisant la matrice de projection et les valeurs mesurées de toutes les autres variables [204]. Une procédure de calcul alternative de la matrice de covariance pour la rendre robuste aux données aberrantes a été suggérée dans [205].

Cette méthode suppose une dépendance linéaire entre les variables mesurées, ce qui n'est pas nécessairement réaliste. L'extension au cas non linéaire a été examinée à l'aide

du *kernel trick* [206], ou par le biais d'autres types de décompositions comme l'analyse en composantes indépendantes [207]. Une approche similaire porte le nom de régression PLS (Partial Least Squares) [208].

## 1.4.2 Identification de paramètres

Les fonctions  $\mathbf{f}(\cdot)$  et  $\mathbf{h}(\cdot)$  du modèle non linéaire (1.3.14) dépendent d'un jeu de paramètres *physiques*  $\mathbf{p}_\phi$ , comprenant notamment la masse, les inerties, les caractéristiques géométriques de l'aéronef et les fonctions transformant les positions des actionneurs en forces et moments (par exemple, les coefficients aérodynamiques). Ces paramètres ne sont pour la plupart pas mesurés directement et sont susceptibles de varier dans le temps. De plus, les équations d'état peuvent ne pas être directement fonction de  $\mathbf{p}_\phi$ , mais plutôt d'un ensemble de paramètres *comportementaux*  $\underline{\boldsymbol{\theta}}$ , qui n'ont pas nécessairement de signification physique. Les techniques d'identification sont susceptibles de détecter les défauts de processus qui affectent ces paramètres, à condition qu'ils soient identifiables [209]. Un mode d'action possible, entre autres, est de suivre les cinq étapes décrites ci-après [27, 29, 210–213].

1. A partir du modèle (1.3.14), établir des relations entrées-sorties de la forme

$$\mathbf{y}_p = \mathbf{h}_p(\mathbf{u}_p, \underline{\boldsymbol{\theta}}), \quad (1.4.6)$$

où  $\mathbf{y}_p$  peut inclure des dérivées temporelles successives des sorties mesurées  $\mathbf{y}$ , et  $\mathbf{u}_p$  des valeurs successives des entrées de commande  $\mathbf{u}$  sur un horizon temporel.

2. Déterminer la relation entre les paramètres du modèle  $\underline{\boldsymbol{\theta}}$  et les paramètres physiques  $\mathbf{p}_\phi$  (si distinction il y a),

$$\underline{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{g}_p(\mathbf{p}_\phi). \quad (1.4.7)$$

3. Calculer une estimée  $\hat{\underline{\boldsymbol{\theta}}}$  des paramètres comportementaux à l'aide de l'équation (1.4.6), et des mesures disponibles.
4. Estimer les paramètres physiques,  $\hat{\mathbf{p}}_\phi = \mathbf{g}_p^{-1}(\hat{\underline{\boldsymbol{\theta}}})$ , ce qui suppose  $\mathbf{g}_p$  inversible.
5. Générer des résidus en comparant  $\hat{\mathbf{p}}_\phi$  aux valeurs nominales ou à des valeurs jugées acceptables pour les différents paramètres physiques. Si les valeurs nominales sont inconnues ou incertaines, les résidus peuvent être calculés comme la différence entre l'estimée courante  $\hat{\mathbf{p}}_\phi(t)$  et sa valeur antérieure  $\hat{\mathbf{p}}_\phi(t - t_h)$ , où  $t_h$  est un horizon temporel prédéfini.

Un certain nombre de méthodes utilisables pour l'estimation de paramètres à l'étape 3 sont décrites dans [21, 214]. Une manière de simplifier (1.4.6) est de linéariser la dynamique non linéaire (1.3.14) et d'agréger ensuite ses dérivées temporelles pour obtenir un modèle linéaire en les paramètres,

$$\mathbf{y}_p = \mathbf{H}_p(\mathbf{u}_p) \cdot \underline{\boldsymbol{\theta}}. \quad (1.4.8)$$

L'estimée  $\hat{\theta}$  peut ensuite être obtenue en ligne par moindres carrés récurrents [19]. Un problème à ne pas négliger dans cette procédure est le calcul des dérivées temporelles successives des mesures bruitées. Dans le cas général non linéaire, des méthodes d'optimisation non convexes sont requises, ce qui implique une charge de calcul plus importante et une convergence non garantie vers une solution optimale [22]. L'optimisation par méta-modèle apparaît comme un compromis intéressant dans ce contexte [215, 216]. D'autres types d'approches, comme les méthodes de sous-espaces [217, 218], ont également été étudiées.

A l'étape 5, il est possible de remplacer une valeur nominale unique par un ensemble de valeurs admissibles pour la comparaison [219, 220]. Dans ce contexte, un ensemble d'estimées des paramètres est déterminé (approximable par des unions d'intervalles, des ellipsoïdes ou encore des zonotopes), et le diagnostic peut s'effectuer en vérifiant que l'intersection entre cet ensemble estimé et l'ensemble de valeurs admissibles est vide, ce qui indique la présence d'un défaut [221–223].

### 1.4.3 Estimation d'état

Estimer l'état du système permet de générer des résidus en comparant les signaux reconstruits avec leur valeur mesurée ou attendue [224, 225]. Les reconSTRUCTEURS d'état sont classés ici en fonction de la manière dont ils incorporent l'incertitude de mesure ou de modèle.

#### 1.4.3.1 Approche déterministe

Un observateur de *Luenberger* [226] reconstruit les variables d'état dans un contexte déterministe. Les méthodes de détection et de localisation de défauts à base d'observateur sont parmi les plus utilisées [227–229]. Considérons tout d'abord un modèle d'état linéaire déterministe (1.3.16),

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (1.4.9)$$

et l'observateur de l'état complet associé

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}) \\ \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} \end{cases} \quad (1.4.10)$$

L'erreur d'estimation de l'état  $\mathbf{e}_x = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$  satisfait

$$\dot{\mathbf{e}}_x = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{e}_x \quad (1.4.11)$$

et  $\mathbf{e}_x$  tend asymptotiquement vers zéro si le modèle est correct et si  $\mathbf{L}$  a été choisi pour rendre  $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})$  stable, ce qui est toujours réalisable si la paire  $(\mathbf{C}, \mathbf{A})$  est observable.



Considérons maintenant un vecteur de défauts  $\mathbf{w}_f$  pouvant varier dans le temps qui agit sur l'état de sorte que

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}_f\mathbf{w}_f \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (1.4.12)$$

L'équation (1.4.11) devient alors

$$\dot{\mathbf{e}}_x = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{e}_x + \mathbf{E}_f\mathbf{w}_f. \quad (1.4.13)$$

L'erreur d'estimation est donc sensible aux défauts, et l'erreur d'estimation de la sortie  $\mathbf{e}_y = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}$  peut donc être utilisée comme résidu. Dans le domaine fréquentiel, en supposant négligeable l'effet des conditions initiales, on peut écrire  $\bar{\mathbf{e}}_y(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{1}_n - \mathbf{A} + \mathbf{L}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{E}_f\bar{\mathbf{w}}_f(s)$ . Si la transformée de Laplace  $\bar{\mathbf{w}}_f(s)$  de  $\mathbf{w}_f$  n'appartient pas au noyau de  $\{\mathbf{C}(s\mathbf{1}_n - \mathbf{A} + \mathbf{L}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{E}_f\}$ , alors le résidu est sensible à  $\mathbf{w}_f$ . Notons que les observateurs pour le diagnostic n'ont pas forcément besoin de l'observabilité totale du vecteur d'état, étant donné que la reconstruction de tout ou partie du vecteur de sortie peut suffire pour générer des résidus exploitables.

Un tel observateur, excité par toutes les entrées et sorties du système est désigné sous le nom de *Simplified Observer Scheme* (SOS). Bien qu'il permette la détection des défauts, la localisation n'est généralement pas atteignable puisque les estimées des sorties auront tendance à réagir à tout défaut agissant sur le système. Deux types de bancs (ou banques) d'observateurs ont donc été imaginés pour obtenir des résidus qui ne soient sensibles qu'à un ensemble restreint de défauts, à savoir le *Dedicated Observer Scheme* (DOS) et le *Generalized Observer Scheme* (GOS) [85]. Un DOS est un banc d'observateurs excités par une seule mesure (ou une seule entrée) et donc sensible à un seul défaut capteur (ou actionneur). Dans le cas dual du GOS, les observateurs sont excités par toutes les sorties (ou entrées) sauf une, et donc sensibles à tous les défauts sauf un. La figure 1.4.1 illustre ces deux structures pour le diagnostic de défauts de capteurs.

L'estimation d'état en non linéaire est couramment abordée à partir du modèle linéarisé autour d'un point de fonctionnement ou d'une trajectoire, afin d'exploiter les résultats précédents. Cela a donné naissance à l'observateur de Luenberger étendu (*Extended Luenberger Observer - ELO*) [230, 231]. Étant donné que la linéarisation implique une perte d'information dommageable, l'utilisation d'observateurs complètement non linéaires a été étudiée dans le contexte du diagnostic [228]. Toutefois, aucune structure générale ne s'est dégagée et le réglage de ces méthodes reste complexe. Les principaux résultats concernent les *observateurs adaptatifs* [232–236] et les observateurs *grand gain* [237–239]. Récemment, une nouvelle forme d'observateur pour le non linéaire a été proposée [240, 241], dont le réglage est conditionné par la résolution d'une équation aux dérivées partielles. Son application au diagnostic reste toutefois à étudier. Les observateurs à *mode glissant* sont également très en vogue, car ils permettent notamment d'estimer directement l'amplitude des défauts qui ont rompu la convergence vers

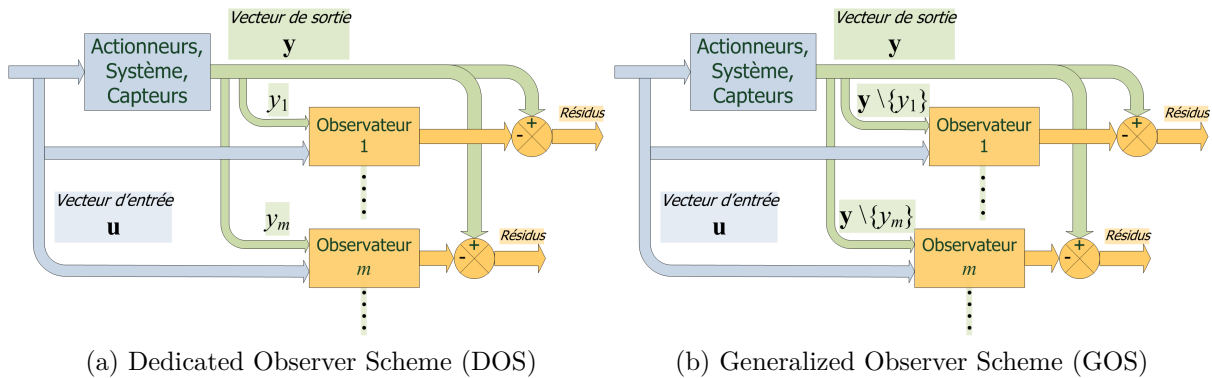


FIGURE 1.4.1: Bancs d'observateurs pour la détection et la localisation des défauts de capteurs

la surface de glissement [242–244].

Les méthodes multi-modèles sont également en cours d'étude afin de contourner les non linéarités et de réduire la charge de calcul. Il y est supposé que le modèle non linéaire du système peut être approché par une interpolation entre modèles linéaires locaux. Cette représentation, dite de *Takagi-Sugeno*, peut être obtenue analytiquement ou par identification [245]. Une fois le multi-modèle obtenu, un ensemble d'observateurs linéaires permet le diagnostic [246, 247].

### 1.4.3.2 Approche stochastique

Le filtrage de *Kalman* [248] estime l'état du système dans un cadre stochastique, où l'existence de bruits d'état et de mesure est explicitement prise en compte, en supposant qu'ils suivent une distribution gaussienne ou que leur premier et deuxième moments sont connus. En l'absence de défaut, si le filtre de Kalman a été réglé correctement, son innovation est censée être un bruit blanc de moyenne nulle et de covariance connue. L'innovation peut donc être utilisée comme un résidu, dont l'évolution est surveillable par des tests statistiques sur la moyenne ou la variance. Ce principe a été introduit dans [249] et largement exploité depuis lors [250–252].

Des schémas de bancs de filtres sont également définis. Le schéma MMAE [120, 253] (*Multiple Model Adaptive Estimation*) est un ensemble de filtres utilisant des modèles supposés de comportement sain ou défectueux, organisés en DOS ou GOS et surveillés indépendamment. La nature stochastique des innovations des filtres rend possible le calcul d'une probabilité pour chaque modèle, et renseigne donc sur le niveau de confiance à accorder à la localisation des défauts. Le schéma IMM [135, 254–256] (*Interacting Multiple Model*) intègre en plus de cela le calcul de la probabilité de passage d'un modèle à l'autre via une chaîne de Markov, et réalise également une fusion des estimées pour fournir une estimée de l'état réel aussi fiable que possible.

L'extension aux systèmes non linéaires est réalisée la plupart du temps par linéarisation du modèle autour de l'estimée courante dans le cadre du filtre de Kalman étendu (*Extended Kalman Filter – EKF*) [257]. Contrairement à l'EKF, l'*Unscented Kalman Filter* (UKF) ne linéarise pas le modèle [258] et prédit le comportement du système en évaluant le modèle non linéaire sur un ensemble de points formant grossièrement une distribution gaussienne [259, 260]. A partir d'idées similaires, les méthodes de Monte Carlo séquentielles telles que le filtrage particulaire (*Particle Filtering – PF*) sont tout à fait à même de gérer les non linéarités et les distributions non gaussienne pour l'estimation d'état, avec toutefois une charge de calcul importante [155, 261]. Les filtres particuliers sont de plus en plus sollicités pour aborder des problèmes de diagnostic complexes [262–264].

### 1.4.3.3 Approche à erreur bornée

Les méthodes présentées jusqu'ici soit n'intègrent pas explicitement d'hypothèse sur les incertitudes, soit les considèrent comme suivant une distribution probabiliste, généralement gaussienne. Une autre possibilité consiste à les représenter sous forme de bornes d'erreurs acceptables ou attendues. Ce type d'approche à erreur bornée peut être utilisée pour les modèles linéaires et non linéaires. Dans le cas non linéaire, par exemple, l'analyse par intervalles permet de prédire l'évolution d'un ensemble de valeurs possibles pour le vecteur d'état [265, 266]. Les éléments de cette prédiction ensembliste qui sont incohérents avec les mesures sont alors éliminés, et le diagnostic s'effectue en vérifiant si l'ensemble résultant est vide [219, 267].

### 1.4.4 Espace de parité

Selon un schéma différent des observateurs, les relations de parité éliminent les variables d'état inconnues à partir de modèles statiques ou dynamiques pour générer des résidus qui ne dépendent que des variables d'entrée et de sortie [26, 268, 269]. Les liens entre ces approches et les observateurs ont été décrits dans [270–272].

Considérons tout d'abord l'équation de mesure (statique) subissant des défauts,

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{E}_f\mathbf{w}_f. \quad (1.4.14)$$

Afin de découpler les variables d'état non mesurées et de créer des résidus qui ne sont sensibles qu'aux défauts, le vecteur de parité  $\mathbf{W}\mathbf{y}$  est calculé.  $\mathbf{W}$  est une matrice de projection qui doit être orthogonale à  $\mathbf{C}$  pour assurer  $\mathbf{W}\mathbf{C} = \mathbf{0}$ , et telle que  $\mathbf{W}\mathbf{E}_f \neq \mathbf{0}$  pour permettre la détection des défauts. Cette stratégie est notamment très utile pour gérer la redondance matérielle efficacement, par exemple dans le cas où plusieurs capteurs mesurent les mêmes variables [273] ou pour certaines structures d'IMU [163].

L'extension aux systèmes dynamiques exploite la structure du modèle linéaire ainsi que la redondance temporelle sur un horizon de temps  $t_h$ . Soit la version discrète du

modèle linéaire sans défaut (1.3.16), où  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$  sont supposées constantes,

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (1.4.15)$$

Les mesures successives sur l'horizon  $[k; k + t_h]$  satisfont

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \\ \mathbf{y}(k+1) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ &\vdots \\ \mathbf{y}(k+t_h) &= \mathbf{C}\mathbf{A}^{t_h}\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{A}^{t_h-1}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \dots + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(k+t_h-1) \end{aligned} \quad (1.4.16)$$

Ceci peut être écrit de manière condensée comme

$$\mathbf{Y}(k, t_h) = \mathbf{H}(t_h)\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}(t_h)\mathbf{U}(k, t_h), \quad (1.4.17)$$

où

$$\mathbf{Y}(k, t_h) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k) \\ \mathbf{y}(k+1) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(k+t_h) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}(k, t_h) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{u}(k+1) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k+t_h) \end{bmatrix}, \quad (1.4.18)$$

$$\mathbf{H}(t_h) = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{t_h} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}(t_h) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{B} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{t_h-1}\mathbf{B} & \dots & \mathbf{C}\mathbf{B} & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.4.19)$$

Ce nouveau système est semblable à celui de l'équation (1.4.14), et une matrice de projection  $\mathbf{W}$  est à déterminer telle que  $\mathbf{W}\mathbf{H}(t_h) = \mathbf{0}$ . La formulation dans le cas à temps continu est très similaire, mis à part que les dérivées temporelles successives des entrées et des sorties sont impliquées en lieu et place de leurs valeurs successives dans le temps [274].

L'extension à certaines classes de systèmes non linéaires a été examinée. La conception de relations de redondance analytique lorsque les fonctions non linéaires du modèle (1.3.14) sont polynomiales en l'état ou les entrées est décrite dans [275, 276] en utilisant la théorie de l'élimination. Une extension aux systèmes affines en l'état est présentée en [277] et aux systèmes affines en la commande en [278], toutes deux à base de géométrie différentielle [171].

### 1.4.5 Méthodes de découplage

Parmi les préoccupations majeures en diagnostic de défauts figurent la robustesse aux entrées inconnues (les perturbations agissant sur l'état, par exemple) et la conception de filtres qui sont sensibles à certains défauts et aussi découplés que possibles des autres. Soit un vecteur de perturbations  $\mathbf{w}_d$  affectant l'état du système (1.4.12) tel que

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}_d\mathbf{w}_d + \mathbf{E}_f\mathbf{w}_f \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} . \quad (1.4.20)$$

Les méthodes présentées jusqu'ici ne sont pas à même de distinguer l'entrée inconnue non désirée  $\mathbf{w}_d$  de l'entrée  $\mathbf{w}_f$  qui est due aux défauts. A titre d'illustration, le résidu issu de l'observateur de l'état complet (1.4.13) devient désormais

$$\dot{\mathbf{e}}_x = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{e}_x + \mathbf{E}_f\mathbf{w}_f + \mathbf{E}_d\mathbf{w}_d. \quad (1.4.21)$$

Idéalement, un filtre découplant utilisant un observateur de structure

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \hat{\mathbf{f}}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) \\ \mathbf{r}_y = \hat{\mathbf{h}}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) \end{cases} \quad (1.4.22)$$

doit avoir pour objectif de générer des résidus  $\mathbf{r}_y$  sensibles à  $\mathbf{w}_f$ , insensibles à  $\mathbf{w}_d$  et convergeant vers zéro en l'absence de défaut [279]. Une condition nécessaire à l'existence de ce découplage exact est  $\dim \mathbf{w}_d < \dim \mathbf{y}$ . Quatre approches abordant ce problème sont résumées dans cette partie. Le placement de structure propre (section 1.4.5.1) et les observateurs à entrée inconnue (section 1.4.5.2) sont intimement liés, en ce sens qu'ils recherchent tout deux un découplage exact en utilisant l'algèbre linéaire. Les approches géométriques non linéaires (section 1.4.5.4) sont une généralisation de ces idées aux systèmes non linéaires en utilisant la géométrie différentielle, tandis que les approches à base de norme (section 1.4.5.3) font appel à la théorie de la commande robuste pour obtenir un découplage partiel.

#### 1.4.5.1 Placement de structure propre

Avec le placement de structure propre (*eigenstructure assignment*) [270], le vecteur de résidus est calculé en multipliant à gauche l'erreur d'estimation de la sortie  $\mathbf{e}_y$  de l'observateur (1.4.10) par une matrice de pondération  $\mathbf{W}$  comme suit

$$\mathbf{r}_y = \mathbf{W}\mathbf{e}_y = \mathbf{W}\mathbf{C}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}). \quad (1.4.23)$$

La conception couplée de  $\mathbf{W}$  et du gain de l'observateur  $\mathbf{L}$  est alors réalisée en annulant la matrice de transfert entre  $\mathbf{w}_d$  et  $\mathbf{r}_y$ , ce qui implique que  $\mathbf{W}\mathbf{C}\mathbf{E}_d = \mathbf{0}$ , tout en assurant la convergence asymptotique de l'observateur [280]. A noter que, sur le même principe,

les résidus obtenus par espace de parité peuvent être rendus insensibles à des entrées inconnues [281].

### 1.4.5.2 Observateur à entrée inconnue

Une extension très utile des observateurs en détection de défauts est l'observateur à entrée inconnue (*Unknown-Input Observer – UIO*), qui peut être établi dans un contexte déterministe ou stochastique. L'UIO a pour but d'estimer le vecteur d'état tout en minimisant l'influence des entrées inconnues (comme les perturbations exogènes) par découplage [50, 282–285]. La structure d'un UIO en linéaire est donnée par

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{T}\mathbf{B}\mathbf{u} + (\mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2)\mathbf{y} \\ \mathbf{r}_y = (\mathbf{1} - \mathbf{C}\mathbf{H})\mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} \end{cases}, \quad (1.4.24)$$

où, pour assurer le découplage et la convergence asymptotique, les matrices de réglage  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{T}$ ,  $\mathbf{K}_1$ ,  $\mathbf{K}_2$ ,  $\mathbf{H}$  doivent être choisies telles que

$$\begin{cases} (\mathbf{H}\mathbf{C} - \mathbf{1})\mathbf{E}_d = \mathbf{0} \\ \mathbf{T} = \mathbf{1} - \mathbf{H}\mathbf{C} \\ \mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{H}\mathbf{C}\mathbf{A} - \mathbf{K}_1\mathbf{C} \text{ est stable} \\ \mathbf{K}_2 = \mathbf{F}\mathbf{H} \end{cases}. \quad (1.4.25)$$

Si un tel réglage est possible, des UIOs sensibles à tous les défauts sauf un et insensibles aux perturbations peuvent être incorporés dans une architecture GOS, ou de manière duale dans une architecture DOS.

L'*Extended Unknown Input Observer* (EUIO) [23] tient compte des non linéarités par linéarisation autour de la trajectoire actuelle, tel un EKF. Des extensions aux modèles complètement non linéaires ont été développées pour les systèmes dont les non linéarités sont Lipschitziennes [285–287], et pour les systèmes qui peuvent être ramenés à des systèmes Lipschitziens par une transformation d'état [288]. Une approche algébrique a également été proposée dans [289, 290].

### 1.4.5.3 Méthodes $\mathcal{H}_\infty$

Si le découplage exact des entrées inconnues par rapport aux défauts se révèle délicat, il peut être abordé au sens du pire cas. Les méthodes à base de norme [24, 291–293] cherchent à maximiser l'effet des défauts sur les résidus au sens de la norme  $\mathcal{H}_\infty$  (gain maximal de la matrice de transfert entre défauts et résidus), tout en minimisant l'influence des perturbations (gain maximal de la matrice de transfert entre perturbations et résidus). Si le modèle initial peut être mis sous forme standard, la conception du filtre est généralement réalisée en résolvant une ou plusieurs LMI (linear matrix inequality) [294]. L'estimation des défauts dans ce cadre a aussi été considérée dans [295].

#### 1.4.5.4 Approches géométriques non linéaires

La géométrie différentielle est mise à profit dans [296] pour vérifier si la conception de filtres de diagnostic sensibles à un seul défaut et découplés des autres et des perturbations est réalisable. Ce problème est soluble s'il existe des sous-systèmes observables qui sont insensibles à tous les défauts sauf un. Cette formulation géométrique non linéaire est fortement liée aux méthodes d'espace de parité et d'observateur à entrées inconnues, puisqu'elle exploite aussi le noyau de la distribution d'observabilité pour générer des résidus [297]. Une résolution à partir de l'algèbre différentielle a par ailleurs été développée dans [298, 299].

Le diagnostic par inversion de système vise quant à lui à reconstruire les entrées de commande pour détecter les défauts [300, 301]. L'inverse à gauche du système non linéaire [302] est calculée afin d'obtenir un nouveau modèle dynamique qui reconstruise les défauts à partir des entrées et sorties originelles ainsi que leurs dérivées successives. Aborder le problème du diagnostic de cette manière, à savoir du côté de l'entrée du système plutôt que de sa sortie, est un changement de point de vue très pertinent. Cette idée sera plus largement développée au chapitre 4 dans le contexte aéronautique, puisqu'elle est à l'origine d'une des nouvelles méthodes présentées dans ce mémoire, dont la principale hypothèse de travail est la présence d'une centrale inertielle à bord des avions (cf. la table 1.1).

#### 1.4.6 Méthodes utilisant l'information de commande

Les méthodes précédentes sont dites en boucle ouverte, étant donné que l'existence d'une commande en boucle fermée est ignorée au moment de la conception des filtres de diagnostic. Cela semble regrettable, car l'analyse des signaux de commande pourrait fournir des informations supplémentaires sur le comportement du système et contribuer à la détection et la localisation des défauts.

Une idée intéressante dans ce contexte est le *diagnostic actif*, où une entrée auxiliaire est injectée dans le système pour accélérer l'identification d'éventuels défauts [303–305]. Cette technique a été récemment appliquée à de petits drones à voilure fixe [69, 70], via l'ajout d'une composante sinusoïdale de faible amplitude aux signaux de commande des actionneurs suspectés défectueux. Cette stratégie est attirante, bien qu'il faille rester prudent lors du choix des signaux à injecter car l'entrée supplémentaire peut sévèrement détériorer la performance voire déstabiliser le système [306].

Compte tenu du compromis entre les objectifs de détection de défauts et la performance du système en boucle fermée, la conception couplée des lois de commande et des filtres d'estimation a fait l'objet de quelques études [307, 308]. Des méthodes d'optimisation multi-objectifs ont notamment été utilisées pour maximiser l'effet des défauts sur les filtres tout en respectant les objectifs de commande [293]. L'effet de la boucle fermée sur les méthodes classiques de diagnostic a été étudié dans [309] et plus récemment par [310], où il est montré que les incertitudes de modèles et les défauts impliquent une

dépendance des résidus par rapport au signal de commande. De manière plus générale, il est indéniable que le signal de commande en boucle fermée est porteur d'information sur les défauts, qui sont rétropropagés dans le système. Cette idée est à la base de la nouvelle méthode de diagnostic pour les systèmes aéronautiques autonomes développée au chapitre 3.

## 1.5 Analyse des résidus

Un ensemble de résidus généré à partir des méthodes décrites en section 1.4 doit être analysé en temps réel afin de fournir un ensemble de décisions booléennes indiquant s'ils sont symptomatiques de l'apparition de défauts. A partir de cet ensemble de valeurs, la matrice d'incidence des défauts est construite pour exprimer l'influence de chaque défaut sur chaque résidu [311, 312]. Dans ce contexte booléen, pour permettre la localisation des défauts via cette logique de décision, il est nécessaire que chaque défaut influence un ensemble distinct de résidus – c'est notamment ce que visent les architectures DOS et GOS.

L'analyse des résidus se ramène à comparer les caractéristiques de chaque signal avec ce qui est attendu en fonctionnement nominal. Cela concerne habituellement un changement dans la moyenne du résidu, qui doit être statistiquement proche de zéro en conditions normales. Un changement de variance ou d'une autre propriété statistique peut également être surveillé [17, 19], mais ne sera pas abordé dans ce qui suit. Les méthodes d'analyse présentées ici sont indépendantes de l'étape de génération des résidus. Toutefois, il faut garder à l'esprit que le réglage de ces tests doit être coordonné avec celui des méthodes de génération de résidus pour obtenir les meilleures performances possibles.

Considérons pour simplifier la présentation un résidu scalaire  $r(t)$ . La procédure d'analyse renvoie une fonction de décision booléenne scalaire, qui renvoie *faux* si la moyenne  $\bar{r}$  du résidu est proche de sa moyenne initiale  $\mu_0$  (généralement zéro) et *vrai* si un saut ou une dérive du signal vers une nouvelle moyenne  $\mu_1 \neq \mu_0$  a été détectée (illustration en figure 1.2.2). Ceci peut se formuler comme un test statistique à chaque pas de temps entre deux hypothèses,  $\mathcal{H}_0$  correspondant à *faux* et  $\mathcal{H}_1$  à *vrai* [313].

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \bar{r}(t) = \mu_0 & , \mu_0 \text{ connue } (\mu_0 = 0) \\ \mathcal{H}_1 : \bar{r}(t) = \mu_1 & , \mu_1 \text{ connue ou inconnue} \end{cases} . \quad (1.5.1)$$

La plupart des tests statistiques supposent une distribution gaussienne pour  $r$ , et nécessitent la connaissance de sa moyenne nominale  $\mu_0$  et de sa variance nominale  $\sigma_0^2$ . Ces valeurs peuvent être estimées sur les premières données obtenues de la part du système, pourvu que celui-ci puisse être supposé non-défaillant à son lancement. La taille du changement à détecter  $\mu_1$  peut être fixée *a priori* ou estimée en ligne. Il existe quatre situations de décision, selon la correspondance entre l'hypothèse vraie et celle choisie



par le test, comme résumé dans la table 1.5. Les objectifs opposés de minimisation des fausses alarmes et des non détections sont un des problèmes principaux posé lors du réglage d'un seuil ou des paramètres d'un test statistique. Une méthode automatique de réglage de ces hyperparamètres est notamment proposée à cet effet au chapitre 5, ainsi qu'une comparaison quantitative des méthodes exposées ici (section 5.3).

TABLE 1.5: Situations de décision pour un test statistique entre deux hypothèses

	Décision $\mathcal{H}_0$	Décision $\mathcal{H}_1$
$\mathcal{H}_0$ vraie ( <i>pas de défaut</i> )	bonne décision	fausse alarme
$\mathcal{H}_1$ vraie ( <i>défaut</i> )	non détection	bonne décision

Il faut signaler que  $r$  n'est pas nécessairement gaussien, notamment lorsque des modèles non linéaires sont impliqués. Pour pallier cela et permettre aux tests statistiques décrits ci-après de s'appliquer, l'approche *asymptotique locale* [314, 315] définit le résidu modifié, calculé à partir de  $N$  observations, comme

$$r_{\text{loc}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^N r(t). \quad (1.5.2)$$

Sous de faibles hypothèses sur les propriétés statistiques de  $r$ ,  $r_{\text{loc}}$  est approximativement gaussien pour  $N$  suffisamment élevé (variante du théorème de la limite centrale). Le temps de calcul de  $r_{\text{loc}}$  peut toutefois impliquer un léger retard à la détection.

### 1.5.1 Seuillage fixe

La règle dite des « 3 sigmas » choisit un seuil fixe bilatéral égal à  $\mu_0 \pm \nu\sigma_0$ , avec  $\nu \geq 3$  habituellement [316], étant donné que 99.7% des points d'une distribution gaussienne sont à moins de trois écart-types autour de la moyenne. La décision est donc  $\mathcal{H}_1$  lorsque la valeur du résidu dépasse l'un de ces seuils, sinon la décision est  $\mathcal{H}_0$ . Ce test simple est assez largement utilisé pour détecter des changements abrupts de grande amplitude, mais entraîne en revanche des non détections lorsque la taille du changement est du même ordre de grandeur que l'écart-type du signal.

Une variante du seuillage fixe utilisant la théorie de la commande robuste suppose l'existence de bornes sur les incertitudes de modèle, les perturbations et les bruits, et les propage via le générateur de résidus pour obtenir des seuils bilatéraux au sens du pire cas (et donc conservatifs, ce qui se traduit également par des possibles non détections) [317, 318].

### 1.5.2 Test de Student

Ce test statistique vérifie que le signal suit bien une distribution gaussienne  $\mathcal{N}(\mu_0, \sigma_0)$ , ce qui conditionne un seuillage automatique fournit par la table de Student pour un niveau de confiance désiré (95% par exemple) [319]. Si ce seuil est franchi, la décision est  $\mathcal{H}_1$ .

### 1.5.3 Generalized Likelihood Ratio (GLR) test

Ce test est fondé sur le rapport de vraisemblance  $\Lambda(r)$  de la probabilité que la moyenne de  $r$  soit  $\mu_1 \neq \mu_0$  sur la probabilité que ce soit  $\mu_0$ , en supposant toujours le signal gaussien d'écart type  $\sigma_0$  [17]. Sur  $N$  observations indépendantes successives de  $r(t)$ , le rapport de vraisemblance est

$$\Lambda(r) = \frac{\exp\left(-\frac{\sum_{t=1}^N (r(t) - \mu_1)^2}{2\sigma_0^2}\right)}{\exp\left(-\frac{\sum_{t=1}^N (r(t) - \mu_0)^2}{2\sigma_0^2}\right)} = \exp\left[\frac{(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma_0^2} \sum_{t=1}^N \left(r(t) - \frac{\mu_0 + \mu_1}{2}\right)\right]. \quad (1.5.3)$$

Le test du rapport de vraisemblance, construit à partir du lemme de Neyman-Pearson, décide  $\mathcal{H}_0$  si  $\Lambda(r) < \lambda$  et sinon  $\mathcal{H}_1$ , où  $\lambda$  est un seuil à choisir arbitrairement [320]. La version « généralisée » utilise l'estimation en ligne au sens du maximum de vraisemblance  $\hat{\mu}_1$  de  $\mu_1$  pour pouvoir détecter des changements d'amplitude inconnue (variant éventuellement dans le temps). En pratique, l'implémentation utilise le logarithme du rapport des vraisemblances sur  $N$  observations comme suit

$$\begin{cases} \sum_{t=1}^N r(t) < \frac{\sigma_0^2}{\hat{\mu}_1 - \mu_0} \ln(\lambda) + \frac{N(\mu_0 + \hat{\mu}_1)}{2} \implies \text{décider } \mathcal{H}_0 \\ \text{sinon} \implies \text{décider } \mathcal{H}_1 \end{cases} .$$

### 1.5.4 Sequential Probability Ratio Test (SPRT)

Le SPRT est proche du GLR, en ce sens qu'il fait également appel au rapport de vraisemblance. Toutefois, la taille minimale de changement à détecter  $\mu_1$  doit être spécifiée, et le seuil  $\lambda$  est complètement défini en fixant la probabilité désirée de fausse alarme  $p_{fa}$  et celle de non détection  $p_{nd}$  [17]. La décision à chaque pas est fournie par

$$\begin{cases} \Lambda(r) < \frac{p_{nd}}{1 - p_{fa}} \implies \text{décider } \mathcal{H}_0 \\ \Lambda(r) > \frac{1 - p_{nd}}{p_{fa}} \implies \text{décider } \mathcal{H}_1 \\ \text{sinon} \implies \text{pas de décision} \end{cases} . \quad (1.5.4)$$

Ce test introduit une option de « non décision », signalant que davantage de données sont nécessaires pour trancher entre  $\mathcal{H}_0$  et  $\mathcal{H}_1$ . Dans le contexte du diagnostic, où il faut absolument fournir une décision à chaque instant, cela peut être interprété comme un comportement non défaillant, c'est-à-dire  $\mathcal{H}_0$ .

### 1.5.5 Test du CUSUM

Sous l'hypothèse minimale que le résidu est centré, ce test bilatéral s'exprime de la manière suivante [17, 19, 321]

$$\begin{cases} S_1(t) = \max(S_1(t-1) + r(t) - (\mu_0 + \mu_1)/2, 0) \\ S_2(t) = \min(S_2(t-1) - r(t) + (\mu_0 + \mu_1)/2, 0) \end{cases}, \quad (1.5.5)$$

où  $\mu_1$  représente la taille minimale du défaut à détecter, qui doit être spécifiée. La règle de décision est

$$\begin{cases} (S_1 > \lambda) \text{ ou } (S_2 > \lambda) \implies \text{décider } \mathcal{H}_1 \\ \text{sinon} \implies \text{décider } \mathcal{H}_0 \end{cases}, \quad (1.5.6)$$

avec  $\lambda$  un seuil réglable reflétant le taux désiré de fausse alarme.

### 1.5.6 Randomised SubSampling (RSS)

Cette méthode, proposée récemment dans [322], utilise  $M$  sous-échantillonnages du signal sur  $N$  observations. La somme des erreurs vis-à-vis de la moyenne attendue  $\mu_0$  est calculée sur chaque sous-échantillon. La décision est  $\mathcal{H}_0$  si  $L$  parmi les  $M$  sommes sont positives et  $L$  au moins sont négatives, sinon la décision est  $\mathcal{H}_1$ . Une propriété intéressante de ce test est que la probabilité de fausse alarme est intrinsèquement égale à  $2L/M$ . La charge de calcul nécessaire est toutefois bien plus élevée que celle des tests précédents.

## 1.6 Discussion

Une modélisation générique mais réaliste de la dynamique des engins aérospatiaux, ainsi que des principaux défauts pouvant les affecter a été présentée dans ce chapitre. Les points clés des méthodes de détection et de localisation de défauts applicables dans ce contexte ont été expliqués, avec une attention particulière portée aux méthodes à base de modèles sans oublier une courte revue des méthodes « sans modèle ». Cette présentation est appuyée par une large étude bibliographique qui permet aux lecteurs du domaine aérospatial et du diagnostic d'avoir une vision d'ensemble des applications récentes. La table 1.4, qui relie chaque approche de diagnostic au type d'application

traitée, est particulièrement pertinente à ce sujet. Il ressort de cette étude qu'aucune méthode ne s'applique exclusivement à un type de véhicule.

Les méthodes d'estimation de paramètres (1.4.2) sont appropriées pour la détection de changements structurels, tandis que les autres méthodes à base de modèles (1.4.3 à 1.4.6) sont plus intéressantes pour détecter des défauts de capteurs ou d'actionneurs. Des éléments qualitatifs de comparaison sont disponibles dans [31–34, 37, 38]. Les bancs d'estimateurs d'état (1.4.3) apparaissent comme l'approche la plus polyvalente, car ils permettent de prendre en compte tout type de défaut et de générer des résidus structurés facilitant la localisation. Les points négatifs sont l'effort de modélisation requis et la charge de calcul très importante compte tenu des ressources disponibles à bord. A titre d'illustration, pour surveiller douze défauts relatifs à l'une des douze variables d'état du modèle d'un système aéronautique, il faut intégrer numériquement douze filtres. Des approches alternatives sont donc nécessaires, ainsi que le développement de la puissance de calcul embarquée. L'estimation des défauts sans passer par une logique de décision est une solution intéressante, puisque la matrice d'incidence des défauts n'est plus requise. Une tendance dans cette direction s'est amorcée récemment, avec notamment l'introduction d'observateurs à mode glissant et d'approches géométriques pour les systèmes non linéaires. La méthode de diagnostic à base d'inversion de système développée au chapitre 4 s'inscrit dans cette logique.

Une autre propriété intéressante, qu'il serait intéressant de mieux exploiter dans le cadre du diagnostic en aéronautique, est l'absence d'entrée de commande dans les équations cinématiques (1.3.1) et (1.3.3). Ces relations fournissent donc de la redondance analytique utilisable séparément pour traiter les défauts capteurs. De la même manière, les défauts d'actionneurs seraient à examiner uniquement à la lumière des équations des forces et des moments (1.3.4) et (1.3.11).

Les non linéarités présentes dans la dynamique des modèles aérospatiaux (1.3) limitent le champ d'application des méthodes à base de modèle. La linéarisation ou les approximations polynomiales ajoutent en effet de l'incertitude à des modèles dont les paramètres sont de plus connus avec une certaine marge d'erreur. Malgré ce constat, la plupart des applications traitées se fondent sur un modèle linéaire ou linéarisé : 29% des publications répertoriées dans la table 1.4 utilisent un modèle linéaire, 46% un modèle linéarisé et seulement 25% un modèle non linéaire. La tendance récente est toutefois à l'exploitation de modèles plus précis, par exemple non linéaire affines en la commande, ce qui semble être un compromis acceptable pour modéliser le comportement des aéro-nefs. Les méthodes de détection et localisation de défauts pour les modèles non linéaires continuent à faire l'objet de recherche, comme les observateurs non linéaires, et les applications aéronautiques sont à même d'inspirer des développements dans ces domaines. Cette préoccupation sera présente tout au long de la partie 2, où aucune linéarisation ne sera introduite dans les nouvelles méthodes de diagnostic proposées.

Il faut par ailleurs garder à l'esprit que les engins aéronautiques sont commandés en boucle fermée par des algorithmes de guidage-pilotage. Une meilleure exploitation de cette structure devrait permettre de rendre le diagnostic plus performant. Des méthodes

en ce sens, telles que le diagnostic actif (1.4.6) semblent prometteuses. Une voie nouvelle, à savoir l'étude de l'influence des défauts sur le respect des objectifs de commande, sera exploitée au chapitre 3.

Enfin, l'évaluation objective des différentes méthodes sur un même cas test réaliste est indispensable pour concevoir une méthodologie de diagnostic adaptée. Les indicateurs de performance quantitatifs décrits en 1.2.4 sont ainsi utilisables pour mesurer la performance et tenter de l'optimiser. Toutes les méthodes de diagnostic évoquées dans ce chapitre dépendent de paramètres internes, généralement nommés *hyperparamètres*, qui conditionnent fortement leur performance. Afin de pouvoir comparer ces méthodes, leurs hyperparamètres doivent être réglés de manière optimale vis à vis des indicateurs quantitatifs. Des outils pour arriver à un tel résultat sont notamment développés en partie 3.

#### **Positionnement**

- Modélisation générique de la dynamique des systèmes aérospatiaux
- Rappels et état de l'art des méthodes de diagnostic

#### **Contributions**

- Modèle unifié des défauts de capteurs et d'actionneurs usuels
- Organisation d'une bibliographie conséquente dédiée au diagnostic appliqué à l'aéronautique et au spatial en une classification méthodes/véhicules

# Chapitre 2

## Modèle du cas test aéronautique

---

**Résumé** – Le cas test aéronautique qui servira de support aux études menées dans ce mémoire est présenté dans ce chapitre. Le modèle dynamique de l’aéronef, de ses capteurs et de ses actionneurs est précisé, et sa boucle de guidage-pilotage est décrite.

---

### 2.1 Présentation

Le cas test aéronautique utilisé correspond à un missile intercepteur sol-air dont le mouvement complet (six degrés de liberté) est considéré. L’orientation de l’engin est commandée en roulis, tangage et lacet par un ensemble de quatre gouvernes symétriques disposées en croix. La poussée, dirigée dans l’axe de l’engin, est déterminée par le taux de propulsion. Une centrale inertielle (IMU), composée de trois gyromètres et de trois accéléromètres, est couplée à un système de navigation inertielle (INS) qui intègre ces mesures pour reconstruire l’état de l’aéronef. Ces composants sont prédéfinis, et il n’y a pas de redondance matérielle (simplement un degré d’actionnement supplémentaire). Ces caractéristiques ne sont pas spécifiques du cas test et sont partagées par de nombreuses autres applications, tel un drone en mission d’exploration (voir la table 1.1). L’aéronef paramétré dans le repère qui lui est lié est présenté en figure 2.1.1. La dynamique du missile est décrite par un modèle d’état non-linéaire, détaillé en 2.2, qui reprend les principaux éléments de la section 1.3. L’interception d’une cible mobile est réalisée par une boucle classique de guidage-pilotage (section 2.3). Les cas de défauts subis par le véhicule et ses composants sont évoqués en section 2.4.

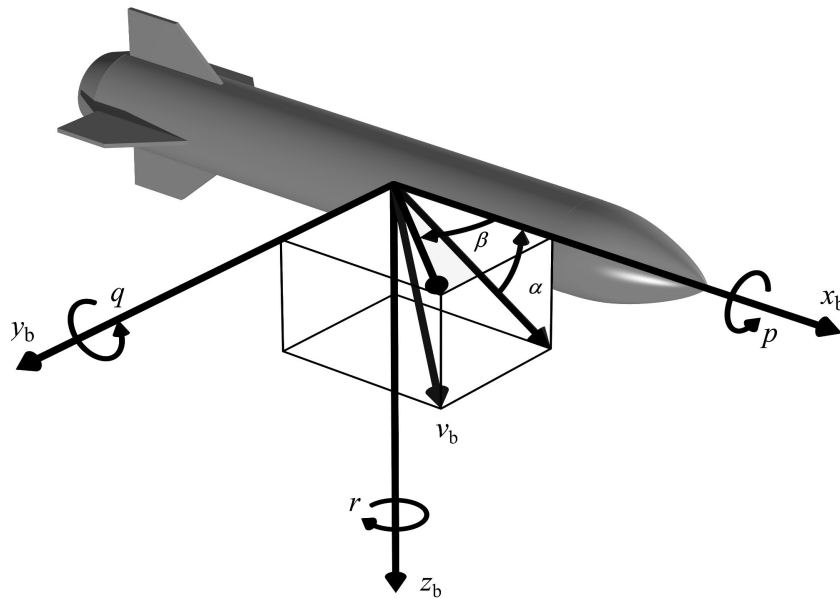


FIGURE 2.1.1: Schéma du missile en repère engin

## 2.2 Modèle dynamique

### 2.2.1 Modèle dynamique

Selon la relation fondamentale de la dynamique, la résultante des forces extérieures s'exerçant sur le véhicule exprimée en repère engin est

$$\sum \mathbf{f}_{\text{ext}} = m (\dot{\mathbf{v}}_{\text{bm}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_{\text{bm}}) \quad (2.2.1)$$

avec  $\mathbf{f}_{\text{ext}} = \mathbf{f}_{\text{aero}} + \mathbf{f}_{\text{prop}} + \mathbf{f}_{\text{g}}$  comme indiqué dans l'équation (1.3.4). Compte tenu de la consommation relativement faible, la masse globale de l'engin est supposée constante. L'équation des forces peut donc se mettre sous la forme (1.3.4), rappelée ici pour le confort de lecture,

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_{\text{bx}} \\ \dot{v}_{\text{by}} \\ \dot{v}_{\text{bz}} \end{bmatrix} = \frac{1}{m} (\mathbf{f}_{\text{aero}} + \mathbf{f}_{\text{prop}} + \mathbf{f}_{\text{g}}) - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_{\text{bx}} \\ v_{\text{by}} \\ v_{\text{bz}} \end{bmatrix} \quad (2.2.2)$$

où les forces aérodynamiques, sous l'hypothèse de petites variations des braquages de gouvernes, sont données par

$$\mathbf{f}_{\text{aero}} = Q s_{\text{ref}} \begin{bmatrix} -(c_{x0} + c_{x\alpha}\alpha + c_{x\delta_1}\delta_1 + c_{x\delta_m}\delta_m + c_{x\delta_n}\delta_n) \\ c_{y0} + c_{y\beta}\beta + c_{y\delta_1}\delta_1 + c_{y\delta_n}\delta_n \\ -(c_{z0} + c_{z\alpha}\alpha + c_{z\delta_m}\delta_m) \end{bmatrix}, \quad (2.2.3)$$

la force de propulsion, sous l'hypothèse d'un modèle linéaire de poussée orienté parfaitement selon la direction principale de l'engin, est

$$\mathbf{f}_{\text{prop}} = \begin{bmatrix} f_{\text{min}} + (f_{\text{max}} - f_{\text{min}})\eta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.2.4)$$

et la force de gravitation est

$$\mathbf{f}_g = \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \sin\varphi \\ \cos\theta \cos\varphi \end{bmatrix} mg. \quad (2.2.5)$$

Par ailleurs, le théorème du moment cinétique donne la relation

$$\sum \mathbf{m}_{\text{ext}} = \frac{d(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega})}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \quad (2.2.6)$$

avec  $\mathbf{m}_{\text{ext}} = [L_{\text{aero}}, M_{\text{aero}}, N_{\text{aero}}]^T$ . En tenant compte de la forme particulière de la matrice d'inertie  $\mathbf{I} = \text{diag}(a, b, b)$  (diagonale puisque le missile est symétrique, quasi-cylindrique) et en la supposant constante au cours du temps, on obtient l'équation des moments

$$\begin{cases} \dot{p} = \frac{Q s_{\text{ref}} L_{\text{aero}}}{a} \\ \dot{q} = \frac{1}{b} [Q s_{\text{ref}} M_{\text{aero}} - (a - b)pr] \\ \dot{r} = \frac{1}{b} [Q s_{\text{ref}} N_{\text{aero}} - (b - a)pq] \end{cases} \quad (2.2.7)$$

avec

$$\begin{cases} L_{\text{aero}} = c_{l0} + c_{l\beta}\beta + c_{l\delta_1}\delta_1 + c_{l\delta_n}\delta_n + \frac{l_{\text{ref}}}{\sqrt{v_{\text{bx}}^2 + v_{\text{by}}^2 + v_{\text{bz}}^2}} c_{lp} p \\ M_{\text{aero}} = c_{m0} + c_{m\alpha}\alpha + c_{m\delta_m}\delta_m + \frac{l_{\text{ref}}}{\sqrt{v_{\text{bx}}^2 + v_{\text{by}}^2 + v_{\text{bz}}^2}} c_{mq} q \\ N_{\text{aero}} = c_{n0} + c_{n\beta}\beta + c_{n\delta_1}\delta_1 + c_{n\delta_n}\delta_n + \frac{l_{\text{ref}}}{\sqrt{v_{\text{bx}}^2 + v_{\text{by}}^2 + v_{\text{bz}}^2}} c_{nr} r \end{cases} \quad (2.2.8)$$



La dynamique angulaire est quant à elle donnée par la relation cinématique préalablement énoncée en (1.3.3),

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \varphi \tan \theta & \cos \varphi \tan \theta \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \frac{\sin \varphi}{\cos \theta} & \frac{\cos \varphi}{\cos \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.2.9)$$

La description du modèle est complétée par le changement de coordonnées de la vitesse du repère engin vers le repère de navigation, via la matrice de rotation impliquant les trois angles d'Euler en roulis, tangage et lacet,

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \theta \sin \varphi & \sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \varphi + \sin \psi \sin \theta \sin \varphi & -\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \sin \theta \cos \varphi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{bx} \\ v_{by} \\ v_{bz} \end{bmatrix}. \quad (2.2.10)$$

Ce modèle appartient à la classe générique des systèmes non linéaires affines en la commande, étant donné les hypothèses de petites variations d'angles des gouvernes et le modèle linéaire de propulsion. Le vecteur de commande comporte les braquages des gouvernes équivalentes et le taux de propulsion,  $\mathbf{u} = [\delta_1, \delta_m, \delta_n, \eta]^T$ . Le vecteur d'état est  $\mathbf{x} = [x, y, z, v_{bx}, v_{by}, v_{bz}, p, q, r, \varphi, \theta, \psi]^T$ , comme indiqué précédemment en (1.3.13).

## 2.2.2 Modèle des actionneurs

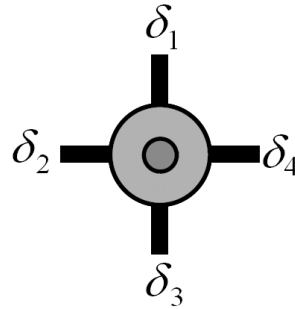


FIGURE 2.2.1: Numérotation des gouvernes réelles (vue arrière)

La dynamique du taux de propulsion est supposée décrite par un modèle linéaire du premier ordre. L'orientation du missile est commandée via quatre gouvernes disposées en croix comme illustré en figure 2.2.1, avec deux gouvernes de profondeur d'angles de braquage  $\delta_2$  et  $\delta_4$ , ainsi que deux gouvernes de direction d'angles de braquage  $\delta_1$  et  $\delta_3$ . Les retards induits par leurs servomoteurs sont modélisés comme des fonctions de transfert du deuxième ordre avec saturations en angle (0.35 rad) et en vitesse angulaire

(1.57 rad/s). La correspondance entre ces braquages de gouvernes réelles et ceux des gouvernes équivalentes  $\delta_l, \delta_m, \delta_n$  est donnée par

$$\begin{bmatrix} \delta_l \\ \delta_m \\ \delta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} \quad (2.2.11)$$

Notons que ce n'est pas la seule manière possible d'allouer les commandes, et qu'il existe un degré d'actionnement supplémentaire dans le système (quatre gouvernes pour trois actions requises). Cela n'est toutefois pas assimilable à de la redondance matérielle, car chaque gouverne met en œuvre une action distincte. C'est toutefois un atout exploitable dans un objectif d'accommodation aux défauts, notamment en cas de perte d'une gouverne.

### 2.2.3 Modèle des capteurs

Le principal ensemble de capteurs est une centrale inertielle couplée à un ordinateur, formant le système de navigation inertielle. La centrale mesure les trois composantes d'accélération non-gravitationnelle, ainsi que les trois composantes de la vitesse angulaire. Le système de navigation intègre ces signaux afin de reconstituer la position, la vitesse ainsi que les angles d'attitude. Le vecteur des sorties  $\mathbf{y}$  comprend les variables  $[x, y, z, v_{bx}, v_{by}, v_{bz}, p, q, r, \varphi, \theta, \psi, a_{bx}, a_{by}, a_{bz}]^T$ . Il est ainsi supposé que l'ensemble du vecteur d'état est estimé par le système de navigation inertielle. Il est également intéressant de remarquer que la dimension du vecteur de mesure est plus importante que celle du vecteur d'état ; nous utiliserons cette propriété au chapitre 4 pour définir une nouvelle méthode de diagnostic des défauts d'actionneurs.

Les capteurs, que ce soit la centrale inertielle ou le dispositif de suivi de la cible, sont affectés par des incertitudes de mesure. Trois types d'erreurs sont classiquement considérées pour les centrales inertielles, à savoir les biais, les facteurs d'échelle et du bruit. Si l'on considère un gyromètre donnant la mesure  $\tilde{p}$  de la vitesse angulaire de roulis  $p$ , le modèle de mesure est le suivant :

$$\tilde{p} = k_p p + b_p + w_p \quad (2.2.12)$$

où  $k_p$  est le facteur d'échelle,  $b_p$  le biais et  $w_p$  est un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et d'écart-type  $\sigma_p$ . Les valeurs caractéristiques de ces trois paramètres (pour chacun des six capteurs formant la centrale inertielle) sont fournies par le constructeur et fixées dans la simulation du cas test à des valeurs réalistes. La position et la vitesse de la cible à intercepter en repère inertiel sont mesurées par un radar au sol ou à l'aide d'un dispositif embarqué, selon la technologie retenue, formant le vecteur de mesures cible  $\mathbf{c} = [x_t, y_t, z_t, \dot{x}_t, \dot{y}_t, \dot{z}_t]^T$ . Ces mesures sont supposées sujettes uniquement à du bruit

blanc gaussien [323].

### 2.2.4 Modèle longitudinal (2D)

Afin de travailler sur un modèle allégé pour le prototypage de méthodes d'observation ou de commande, le modèle longitudinal du missile dans le plan vertical peut être obtenu en annulant la dynamique des variables d'état latérales  $\mathbf{x}_{\text{lat}} = [y, v_{\text{by}}, p, r, \varphi, \psi]$  et en conservant les variables d'état longitudinales  $\mathbf{x}_{\text{lon}} = [x, z, v_{\text{bx}}, v_{\text{bz}}, q, \theta]$ . Le modèle dynamique longitudinal à 6 variables d'état, avec comme seules entrées de commande  $\eta$  et  $\delta_m$  est alors fourni par

$$\begin{cases} \dot{x} = v_{\text{bx}} \cos \theta + v_{\text{bz}} \sin \theta \\ \dot{z} = v_{\text{bz}} \cos \theta - v_{\text{bx}} \sin \theta \\ \dot{v}_{\text{bx}} = -qv_{\text{bz}} - g \sin \theta - \frac{Qs_{\text{ref}}}{m} (c_{x0} + c_{x\alpha}\alpha + c_{x\delta_m}\delta_m) + \frac{1}{m} (f_{\text{min}} + (f_{\text{max}} - f_{\text{min}})\eta) \\ \dot{v}_{\text{bz}} = qv_{\text{bx}} + g \cos \theta - \frac{Qs_{\text{ref}}}{m} (c_{z0} + c_{z\alpha}\alpha + c_{z\delta_m}\delta_m) \\ \dot{q} = \frac{Qs_{\text{ref}}}{b} \left( c_{m0} + c_{m\alpha}\alpha + c_{m\delta_m}\delta_m + \frac{l_{\text{ref}}}{\sqrt{v_{\text{bx}}^2 + v_{\text{bz}}^2}} c_{mq}q \right) \\ \dot{\theta} = q \end{cases} \quad (2.2.13)$$

Ce modèle sera notamment utilisé au chapitre 4 pour illustrer le principe de la méthode développée, puis sera remplacé par le modèle complet à 12 variables d'état pour une étude plus avancée.

## 2.3 Guidage-pilotage

Le guidage peut viser à faire tendre vers zéro la distance entre un engin et son objectif (point de passage, trajectoire, cible). Dans le cas de l'interception, il faut amener le missile en rendez-vous avec la cible. Cette tâche est réalisée via la boucle de navigation-guidage-pilotage (*Guidance Navigation and Control – GNC*), illustrée en figure 2.3.1, dans laquelle sont définis de manière découplée un algorithme de navigation, une loi de guidage et un pilote automatique. La tâche de navigation consiste à estimer les informations relative à l'état du véhicule, fournies ici par le système de navigation inertielle. La boucle de guidage vise à suivre une trajectoire de référence définie par les contraintes géométriques et cinématiques du problème et fournit à cet effet des consignes d'accélération et d'angles d'attitude, qui seront ensuite appliquées par la boucle de pilotage (de cadence généralement plus élevée). Différentes lois de guidage ont été imaginées dans la littérature, avec pour base commune les définitions qui suivent [323–325].

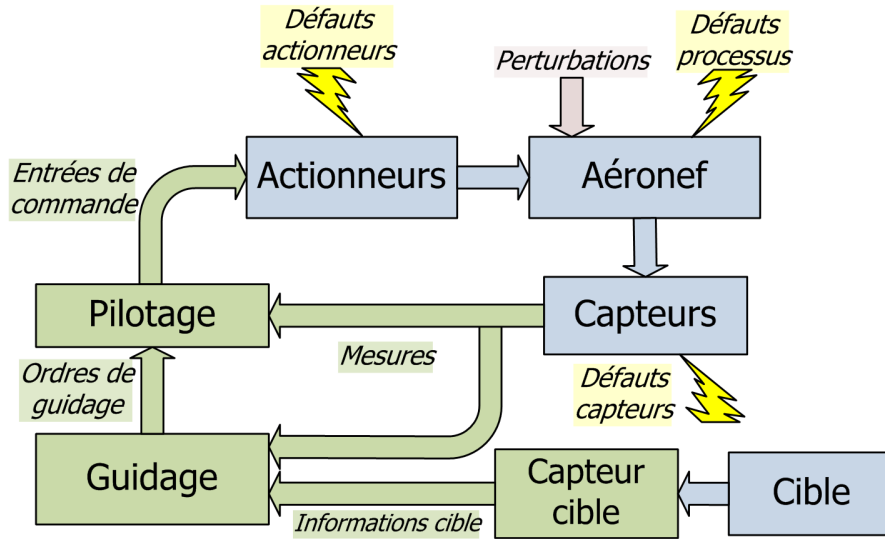


FIGURE 2.3.1: Boucle de guidage-pilotage

### 2.3.1 Définitions

En se plaçant dans le repère de navigation (lié à la Terre),

- $\mathbf{x}_m = [x, y, z]^T$  est la position du missile,
- $\mathbf{x}_t = [x_t, y_t, z_t]^T$  est la position de la cible,
- $\mathbf{v}_m = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$  est la vitesse du missile,
- $\mathbf{v}_t = [\dot{x}_t, \dot{y}_t, \dot{z}_t]^T$  est la vitesse de la cible.

Le vecteur de la position du missile à celle de la cible est la *ligne de vue* (LDV),

$$\mathbf{r} = \mathbf{x}_t - \mathbf{x}_m. \quad (2.3.1)$$

L'opposé de la dérivée temporelle de la ligne de vue est la *vitesse de rapprochement*,

$$\mathbf{v}_c = -\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}_m - \mathbf{v}_t. \quad (2.3.2)$$

L'orientation de la ligne de vue est paramétrée par  $\boldsymbol{\lambda}$ , et la vitesse de rotation de la ligne de vue est

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = \frac{\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}}{\|\mathbf{r}\|^2}. \quad (2.3.3)$$

La géométrie du problème, projetée dans le plan contenant le missile, la cible et le vecteur de référence horizontal du repère inertiel, est donnée en figure 2.3.2.

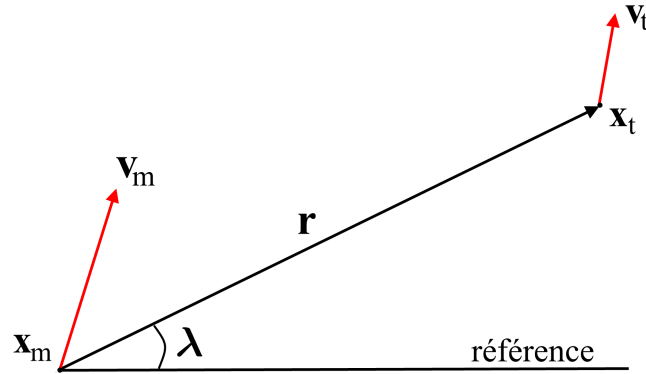


FIGURE 2.3.2: Géométrie du problème de guidage

### 2.3.2 Lois de guidage

La *poursuite* (PP – *pure pursuit*) et la *navigation proportionnelle* (PNG – *proportional navigation guidance*) sont deux lois de guidage classiques parmi les plus utilisées pour l'interception [323–325]. Elles diffèrent par les règles géométriques sur lesquelles elles se fondent, qui vont maintenant être détaillées.

Les lois de type poursuite visent à aligner la vitesse du poursuivant,  $\mathbf{v}_m$ , avec la ligne de vue,  $\mathbf{r}$ . La *poursuite en vitesse* met en œuvre cette règle en calculant la consigne d'accélération proportionnellement à l'angle entre  $\mathbf{v}_m$  et  $\mathbf{r}$ . Il est également possible d'aligner l'axe du véhicule sur la ligne de vue, cette deuxième loi étant connue sous le nom de *poursuite en angle*. Dans le cas de la poursuite en vitesse, adoptée ici, l'accélération de consigne est égale à

$$\mathbf{a}_{PP} = k_{PP} \cdot \frac{(\mathbf{v}_m \times \mathbf{r}) \times \mathbf{v}_m}{\|\mathbf{r}\|},$$

où  $k_{PP}$  est le gain de poursuite à régler.

La *navigation proportionnelle* suit la règle dite de navigation parallèle. Celle-ci consiste à conserver la direction de la ligne de vue constante dans le repère inertiel. Autrement dit, la ligne de vue est toujours parallèle à la ligne de vue initiale. Ce principe, également dénommé *navigation à cap constant*, revient à faire tendre la vitesse de rotation de la ligne de vue  $\dot{\lambda}$  vers zéro. La loi de commande en accélération est donc prise proportionnelle à  $\dot{\lambda}$ , ce qui donne l'accélération de consigne suivante

$$\mathbf{a}_{PNG} = k_{PNG} \cdot \frac{(\mathbf{r} \times \mathbf{v}_c) \times \mathbf{v}_m}{\|\mathbf{r}\|^2},$$

où  $k_{PNG}$  est le gain de la navigation proportionnelle, à choisir.

Il existe de nombreuses variantes des lois de guidage à partir des principes de poursuite et de navigation proportionnelle [323]. La loi PNG nécessite davantage d'informations de

capteurs, mais se révèle plus efficace que la poursuite car elle suit quasiment le plus court chemin de la position de départ à la cible. Les lois de poursuite en vitesse et de navigation proportionnelle telles que définies ci-dessus seront utilisées dans le cadre du cas test. La figure 2.3.3 montre le comportement des deux lois retenues pour l'interception d'une cible peu manœuvrante. Les conditions de vol qui seront – sauf indication contraire – adoptées tout au long du mémoire, y compris pour les figures 2.3.3 et 2.4.1 du chapitre présent, sont données dans la table 2.1.

Table 2.1: Conditions de vol

	Missile	Cible
Vitesse nominale	$270 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$	$200 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Position initiale	$x = 0 \text{ m}$ $y = 0 \text{ m}$ $z = 0 \text{ m}$	$x = 15000 \text{ m}$ $y = 1000 \text{ m}$ $z = 3000 \text{ m}$
Accéléromètres ( $i \in [x, y, z]$ )	$b_i \sim \mathcal{N}(0, 5 \cdot 10^{-4})$ $k_i \sim \mathcal{N}(0, 2 \cdot 10^{-3})$ $\sigma_i = 2 \cdot 10^{-3}$	-
Gyromètres ( $i \in [p, q, r]$ )	$b_i \sim \mathcal{N}(0, 1 \cdot 10^{-5})$ $k_i \sim \mathcal{N}(0, 5 \cdot 10^{-5})$ $\sigma_i = 3 \cdot 10^{-4}$	-
Écart-type du bruit du radar	-	position : $2 \text{ m}$ angle : $2 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$ vitesse : $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Erreur de mesure initiale en position	$50 \text{ m}$	$50 \text{ m}$
Erreur de mesure initiale en vitesse	$2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$	$5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

### 2.3.3 Pilotage

La boucle de contrôle d'attitude, ou pilote automatique, est conçue pour traduire les ordres d'accélération calculés par le module de guidage en terme de sollicitations des actionneurs. Dans la plupart des cas, y compris ici, ce pilote est constitué de trois correcteurs linéaires à avance de phase découplés qui calculent les angles de gouverne équivalentes à appliquer à partir de ces ordres d'accélération. Il permet également de réaliser

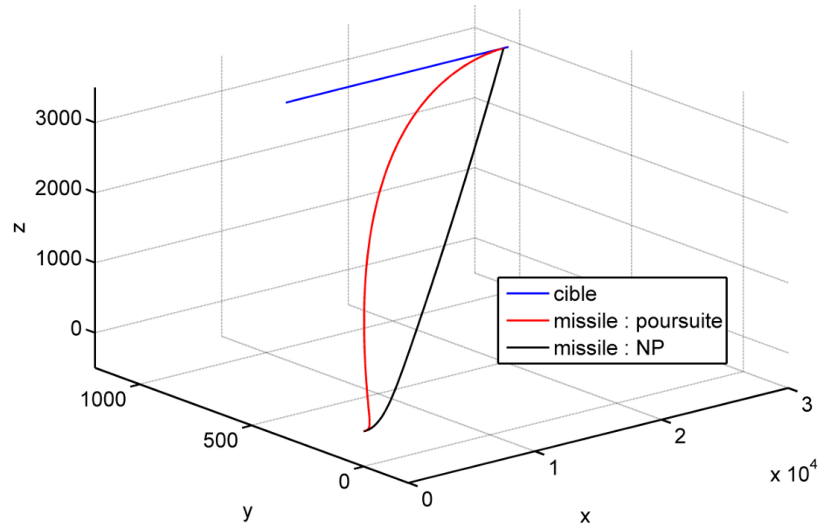


FIGURE 2.3.3: Interception par loi de poursuite ou navigation proportionnelle

la stabilisation en vitesse angulaire de l'engin. Une quatrième voie permet d'obtenir le taux de propulsion, par correction proportionnelle de la vitesse vis à vis d'une référence. L'allocation des gouvernes réelles en fonction des braquages des gouvernes équivalentes fournies par le module de pilotage est donnée par la pseudo-inverse de (2.2.11),

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_m \\ \delta_n \end{bmatrix} \quad (2.3.4)$$

## 2.4 Scénarios de défauts

Les scénarios de défauts de capteurs et d'actionneurs ont été définis en fonction des modèles présentés en section 1.3.2. Les défauts de capteurs peuvent être tout changement dans les paramètres caractéristiques d'incertitudes de la centrale inertielle, tel que des biais supplémentaires ou des aggravations de facteurs d'échelle sur les mesures. Les défauts d'actionneurs qui seront examinés sont une perte d'efficacité de la propulsion de 25 à 50%, ainsi que le blocage inopiné d'une ou plusieurs gouvernes (dû à du givrage ou un mauvais fonctionnement des servomoteurs), ou leur oscillation indésirable (causée par des perturbations électroniques injectant des signaux parasites dans la boucle de commande). Des exemples de trajectoires défaillantes sont donnés en figure 2.4.1, pour les deux lois de guidage considérées, dans le cas du blocage d'une gouverne de profondeur et d'une gouverne de direction.

Enfin, afin de prendre en compte l'incertitude sur les valeurs des coefficients aérodynamiques, chaque fonction  $c_{(\cdot)}$  est multipliée soit par 0.75 soit par 1.25 avec une probabilité égale pour ces deux valeurs à chaque lancement de simulation, tout en conservant les paramètres de commande et d'observation conçus pour les valeurs nominales du modèle.

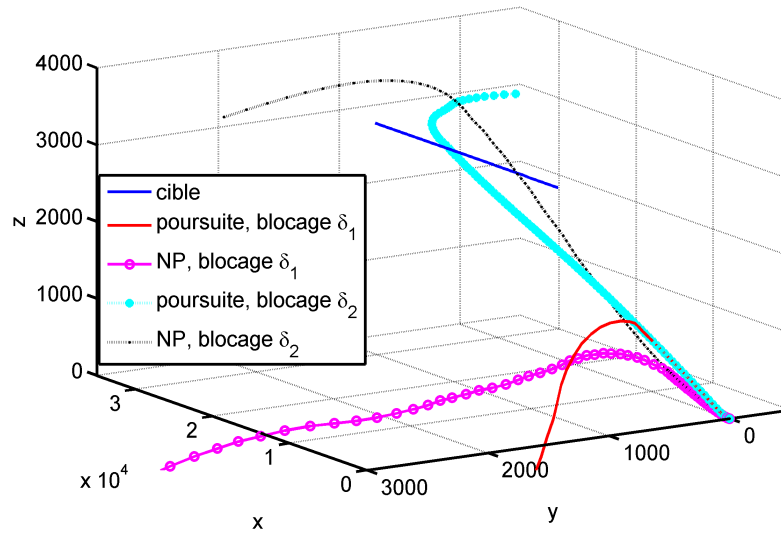


FIGURE 2.4.1: Trajectoires en présence de défauts

## 2.5 Conclusion

Ce court chapitre a permis de décrire la simulation complète d'un problème d'interception classique. Bien qu'étant nécessairement une représentation simplifiée de la réalité, ce cas test est constitué d'un modèle réaliste d'aéronef non-linéaire à six degrés de liberté pouvant être guidé vers sa cible par deux algorithmes de guidage classiques. Les incertitudes de mesure et de modélisation sont également prises en compte.

### Positionnement

- Définition d'un cas test aéronautique représentatif
- Modèle dynamique non-linéaire à six degrés de liberté
- Lois de guidage-pilotage usuelles
- Capteurs et actionneurs classiques, non redondants et défauts les affectant
- Incertitudes réalistes de mesure et de modélisation

### Contributions

- Définition d'un cas test aéronautique représentatif





**Nouvelles approches de diagnostic des  
systèmes aéronautiques utilisant  
l'information de commande**



## Chapitre 3

# Diagnostic par vérification de l'adéquation aux objectifs de commande

---

**Résumé** – Une nouvelle méthode de détection et de localisation de défauts pour les systèmes aéronautiques commandés en boucle fermée est proposée dans ce chapitre. Le diagnostic y est considéré du point de vue de la réussite de la mission. L'approche proposée vérifie l'adéquation du système aux objectifs de commande imposés par la loi de guidage-pilotage. Cette procédure n'exploite pas directement le modèle dynamique du système, ce qui allège significativement la charge de calcul embarquée et augmente la robustesse aux imprécisions de modèle. Les résultats sur le cas test défini au chapitre 2 confirment l'intérêt d'une telle approche. Une analogie avec les méthodes à base d'observateur est également développée. Ces travaux ont donné lieu à la publication d'un article dans une revue internationale [1] et de deux articles en conférences internationales [3,5].

---

### 3.1 Introduction

Les méthodes de détection de défauts à base de modèles dynamiques testent la cohérence des entrées et sorties mesurées sur le système avec le modèle, comme nous l'avons vu au chapitre 1. En aéronautique, les connaissances en mécanique du vol fournissent des modèles d'évolution non linéaires qui représentent bien le comportement des aéronefs. L'exploitation de tels modèles soulève toutefois le problème de la limite de la capacité de calcul disponible sur le véhicule, qui risque d'être insuffisante pour manipuler ces objets en temps réel. Il apparaît donc intéressant de recourir à des méthodes qui analysent directement les signaux mesurés par les capteurs, afin de s'affranchir de l'intégration de

systèmes d'équations différentielles.

Par ailleurs, la majorité des approches de diagnostic des systèmes ne prennent pas spécifiquement en compte le caractère bouclé des systèmes commandés. Il semble cependant que l'information de commande puisse fournir des éléments supplémentaires pour la détection et la localisation des défauts dans le système dynamique. A ce titre, les méthodes de diagnostic actif proposent d'injecter un signal auxiliaire en entrée du système afin de faciliter la distinction entre les modes de fonctionnement sain et défaillant [303]. Bien que cette stratégie semble être à même d'accélérer la prise de décision (voir [69, 70] pour une application aux drones), il n'existe pas à l'heure actuelle d'approche systématique pour choisir un tel signal et il est donc difficile de garantir que l'entrée additionnelle ne déstabilise pas le système [306]. C'est pourquoi une autre voie, ne nécessitant pas d'interférence avec la boucle de commande existante, est suivie ici.

L'effet de la boucle de rétroaction sur le diagnostic a été analysée dans [309, 310]. Ceci est en lien avec la conception couplée des lois de commande et des filtres de diagnostic, examinée notamment dans [159, 307], afin de réaliser un compromis entre les performances de diagnostic et de commande. Ces objectifs étant opposés (dilemme commande–diagnostic), le signal de commande contient nécessairement de l'information concernant les défauts affectant un système bouclé [326, 327]. C'est ce constat qui est à la base de la méthode que nous proposons. Les approches de suivi des performances en boucle fermée (*closed-loop performance monitoring*), bien qu'elles ne soient pas directement liées au diagnostic de défauts, sont également proches du point de vue adopté ici. Leur objectif est de détecter des changements dans les performances de la commande, en vérifiant si le correcteur réalise correctement sa mission en comparant la moyenne et la variance observées du signal de rétroaction avec leurs valeurs attendues [327, 328].

La nouvelle méthode développée dans ce chapitre considère la détection de défauts dans le même esprit que le suivi de performance. L'hypothèse principale est que l'algorithme de guidage-pilotage de l'aéronef a été correctement conçu et réglé pour répondre à chaque instant aux exigences de la mission. Ainsi, le système et sa commande en boucle fermée peuvent être considérés comme une seule entité réalisant un certain nombre d'objectifs de commande mesurables instantanément. Le principe de la méthode de diagnostic proposée est d'utiliser ces objectifs de commande pour le calcul des résidus indicateurs de la présence de défauts.

Le principe de la méthode et la traduction des objectifs de commande en résidus pour le cas test défini au chapitre 2 sont exposés en section 3.2. Il y est également précisé comment la sensibilité des résidus aux défauts peut être établie, en se fondant sur les équations de la dynamique du système. Les résultats pour un certain nombre de scénarios défaillants affectant les capteurs et les actionneurs de ce véhicule sont présentés en section 3.3. Une analogie avec le principe des méthodes classiques à base de reconstituteurs d'état est finalement introduite en section 3.4, suivie d'une discussion en section 3.5.

## 3.2 Approche de diagnostic en boucle fermée

La détection et la localisation de défauts sur les capteurs et les actionneurs du cas test défini au chapitre 2 est un problème difficile, car les équations d'état sont non-linéaires et fortement couplées. Par ailleurs, une forte incertitude existe sur les coefficients aérodynamiques du modèle non linéaire, ce qui rend la conception d'un filtre d'estimation délicate. Pour pallier ces difficultés, il est proposé ici de considérer le diagnostic du point de vue de la réussite de la mission, et d'analyser en conséquence le respect des objectifs de guidage et de pilotage par le système.

### 3.2.1 Principes

Le but du guidage est d'amener le véhicule à un emplacement souhaité qui peut être mobile (cible) ou fixe (points de passage), tandis que le pilotage assure la stabilité du vol en établissant les consignes transmises aux actionneurs. Les lois de guidage sont fondées sur un ensemble de contraintes géométriques et cinématiques caractéristiques de l'engin et de son environnement (voir la section 2.3). L'apparition d'un défaut entraîne un non-respect des contraintes de commande, qu'il devient possible de détecter. Ce type de méthode contribue à limiter la complexité calculatoire car les résidus ainsi obtenus sont des fonctions simples des mesures, ne faisant pas intervenir d'équation différentielle à résoudre.

L'hypothèse principale est de considérer que la loi de guidage et la boucle de commande ont été réglées pour réaliser les objectifs de commande de façon instantanée. Les signaux de commande sont directement calculés à partir des mesures fournies par la centrale inertielle. Le correcteur cherche à compenser un éventuel défaut affectant le système bouclé, pour atteindre l'objectif initial. La règle de base de la loi de guidage n'est alors plus respectée si un actionneur en défaut n'est plus à même de réaliser la consigne qui lui est fournie, ou si un capteur défaillant fournit une information qui n'est pas cohérente avec le mouvement et les autres mesures. Il apparaît donc intéressant d'utiliser les contraintes géométriques ou cinématiques que l'aéronef vérifie en régime nominal pour construire des résidus indicateurs de la présence de défauts. Les objectifs de commande considérés sont des fonctions statiques de variables connues (sorties, état estimé, références désirées) pouvant être calculées à chaque instant. Si de petites variations locales des résidus ainsi construits autour de zéro (objectif de commande atteint) sont inévitables, de larges déviations doivent permettre la détection de défauts. La connaissance du modèle dynamique du système servira seulement à établir à quel défaut sont sensibles les différents objectifs de commande, comme développé en section 3.2.3. Notons que la robustesse de la commande en boucle fermée aux imprécisions de mesure et de modèle permet de rendre le diagnostic robuste à ces imprécisions.

En résumé, les objectifs de commande représentent le comportement global attendu du système en boucle fermée sans nécessiter une étude précise de sa dynamique. Surveiller

la distance entre les valeurs attendues des objectifs de commande et celles réellement obtenues est finalement analogue aux méthodes classiques de diagnostic utilisant l'estimation de paramètres ou d'état, qui testent si la valeur estimée correspond à celle prédite (nous y reviendrons en section 3.4). L'approche présentée ici semble cependant tout à fait nouvelle, car aucune étude n'a à notre connaissance assimilé les objectifs de commande à des résidus. L'erreur de suivi a simplement été utilisée dans le cadre du suivi de performance pour vérifier l'efficacité d'un correcteur [328] mais pas dans le but de détecter des défauts.

## 3.2.2 Génération de résidus

Les résidus, pour les deux lois de guidage décrites en section 2.3, sont fournis par les objectifs de commandes liés aux deux lois présentées.

### 3.2.2.1 Résidus avec la loi de poursuite (PP)

L'angle entre la vitesse du missile  $\mathbf{v}_m$  et la ligne de vue  $\mathbf{r}$  doit être proche de zéro si la commande de la loi de poursuite est correctement appliquée. Quatre résidus scalaires peuvent donc être générés : les trois premiers expriment la nullité du produit vectoriel entre ces deux vecteurs et le quatrième le fait que leur produit scalaire doit être égal au produit de leurs normes.

$$\mathbf{r}_{pp}^{1 \rightarrow 3} = \mathbf{v}_m \times \mathbf{r}, \quad (3.2.1)$$

$$r_{pp}^4 = \mathbf{v}_m^T \mathbf{r} - \|\mathbf{v}_m\| \|\mathbf{r}\|. \quad (3.2.2)$$

Par ailleurs, la boucle rapide de pilotage a été conçue pour assurer la stabilisation et de ce fait pour amener la vitesse angulaire de l'engin à une valeur faible. Cette information fournit ainsi trois résidus scalaires supplémentaires, via la vitesse angulaire de l'aéronef  $\boldsymbol{\omega}$ ,

$$\mathbf{r}_{pp}^{5 \rightarrow 7} = \boldsymbol{\omega} = [p, q, r]^T. \quad (3.2.3)$$

### 3.2.2.2 Résidus avec la loi de navigation proportionnelle (PNG)

L'objectif de la navigation proportionnelle se traduit par une consigne nulle du taux de rotation de la ligne de vue  $\dot{\boldsymbol{\lambda}}$ , ce qui revient d'après (2.3.3) à aligner  $\mathbf{r}$  et  $\dot{\mathbf{r}}$ . Comme précédemment, trois résidus scalaires sont obtenus via le produit vectoriel de ces deux vecteurs et un quatrième via leur produit scalaire. Leurs expressions sont

$$\mathbf{r}_{png}^{1 \rightarrow 3} = \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}, \quad (3.2.4)$$

$$r_{png}^4 = \mathbf{r}^T \dot{\mathbf{r}} - \|\mathbf{r}\| \|\dot{\mathbf{r}}\|. \quad (3.2.5)$$

La boucle de pilotage est indépendante de la loi de guidage utilisée, et les trois résidus supplémentaires en vitesse angulaire définis par (3.2.3) sont donc également utilisables.

$$\mathbf{r}_{\text{png}}^{5 \rightarrow 7} = \boldsymbol{\omega} = [p, q, r]^T. \quad (3.2.6)$$

### 3.2.2.3 Résidu de propulsion

Les sept résidus de guidage décrits ci-dessus sont à même de détecter des défauts sur les capteurs et les gouvernes. Par contre, ils ne sont pas sensibles (ou ne le sont que de manière transitoire) aux défauts affectant la propulsion, puisque la régulation de la poussée est découplée du reste de la commande dans le cas qui nous occupe. Ainsi, les objectifs de guidage peuvent rester réalisés malgré une défaillance de la poussée. C'est le cas lorsque la cible est peu manœuvrante, comme dans le cas du cas test considéré, où les lois de guidage proposées s'appliquent. Une manœuvre significative de la cible risque en revanche de mettre à mal ces conditions, comme nous le verrons sur un exemple en section 3.3.3.3.

Un résidu lié à un objectif de commande supplémentaire doit donc être examiné pour contrôler le comportement du dispositif de propulsion. Un indicateur classique de l'issue prévue de la mission d'interception est le temps estimé d'atteinte de la cible (*time-to-go*),  $t_{\text{go}}$ . Un estimateur de  $t_{\text{go}}$  parmi les plus fréquemment utilisés est le rapport entre les normes de la ligne de vue et de la vitesse de rapprochement [329],

$$\hat{t}_{\text{go}} = \frac{\|\mathbf{r}\|}{\|\mathbf{v}_c\|}. \quad (3.2.7)$$

La figure 3.2.1 présente les résultats de simulation, avec les conditions de la table 2.1, en l'absence de défaut et avec une perte d'efficacité de 50% de la capacité de propulsion. La loi de poursuite a été utilisée dans ce cas, les résultats étant similaires avec la loi PNG. On constate que l'estimée  $\hat{t}_{\text{go}}$  décroît régulièrement de manière quasi-linéaire en conditions nominales. En revanche, lorsqu'un défaut de propulsion apparaît, la pente change significativement.

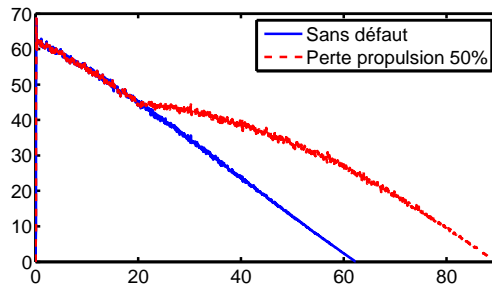


FIGURE 3.2.1: Estimée de  $t_{\text{go}}$  avec et sans défaut de poussée



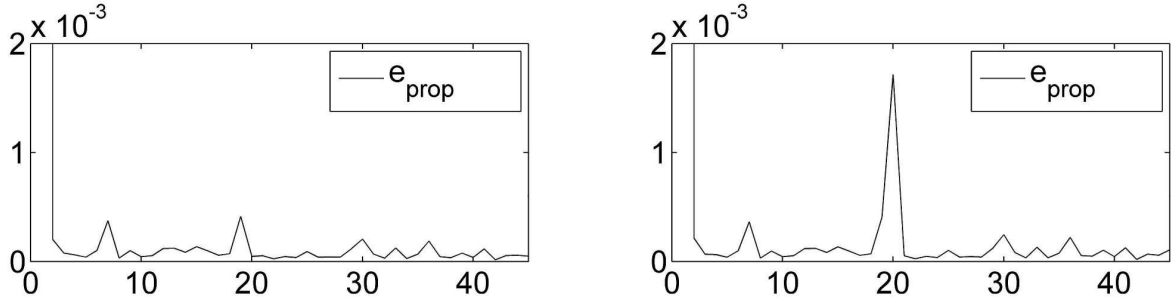


FIGURE 3.2.2: A gauche, pas de perte de propulsion. A droite, perte de propulsion de 50% à  $t = 20$ s

En effet, le véhicule atteindra sa cible plus tardivement en cas de perte d'efficacité de la propulsion. Pour identifier ce défaut, l'algorithme suivant est proposé. Il s'agit d'estimer par moindres carrés le coefficient directeur de la droite qui traduit l'évolution de  $t_{go}$ , et d'utiliser cette valeur pour prédire les valeurs de  $t_{go}$  sur l'intervalle de temps suivant. L'erreur quadratique moyenne entre cette prédiction et l'estimée  $\hat{t}_{go}$  via (3.2.7) à partir des mesures fournit alors une valeur par intervalle de temps. Ce signal d'erreur  $e_{prop}$  doit être faible en condition normale d'opération (propulsion fonctionnelle et hypothèse de cible peu manoeuvrante vérifiée) et devenir significatif lorsqu'un changement de pente apparaît. Ceci a été mis en œuvre dans le cas de la perte d'efficacité de 50% évoquée précédemment, la valeur du résidu  $e_{prop}$  étant donnée en figure 3.2.2 avec et sans défaut. Cela montre également que ce défaut peut être détecté avec un retard de détection égal à la taille de l'intervalle de temps sur lequel le calcul est effectué, ici une seconde.

### 3.2.3 Analyse qualitative de sensibilité

Sept résidus viennent donc d'être proposés pour chacune des lois de guidage, ainsi qu'un résidu supplémentaire dédié à l'analyse du comportement de la propulsion. L'étude va maintenant se focaliser sur la sensibilité des résidus de guidage-pilotage vis-à-vis des défauts sur les capteurs et les gouvernes. Jusqu'ici, les résidus ont été définis comme des fonctions explicites des mesures. Il faut désormais établir la sensibilité de ces résidus aux différents défauts à détecter. Cette information s'obtient en identifiant les variables du système sur lesquelles les défauts agissent, puis en repérant la présence de ces variables dans l'expression formelle des résidus. Pour la loi de poursuite, les résidus (3.2.1) et (3.2.2) se développent comme

$$\mathbf{r}_{pp}^{1 \rightarrow 3} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_t - x \\ y_t - y \\ z_t - z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{y}(z_t - z) - \dot{z}(y_t - y) \\ \dot{z}(x_t - x) - \dot{x}(z_t - z) \\ \dot{x}(y_t - y) - \dot{y}(x_t - x) \end{bmatrix}, \quad (3.2.8)$$

$$r_{pp}^4 = \dot{x}(x_t - x) + \dot{y}(y_t - y) + \dot{z}(z_t - z) - \|\mathbf{v}_m\| \|\mathbf{r}\|. \quad (3.2.9)$$

Les résidus avec la loi de navigation proportionnelle (3.2.4) et (3.2.5) s'expriment quant à eux comme

$$\mathbf{r}_{\text{png}}^{1 \rightarrow 3} = \begin{bmatrix} x_t - x \\ y_t - y \\ z_t - z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{x}_t - \dot{x} \\ \dot{y}_t - \dot{y} \\ \dot{z}_t - \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (y_t - y)(\dot{z}_t - \dot{z}) - (z_t - z)(\dot{y}_t - \dot{y}) \\ (z_t - z)(\dot{x}_t - \dot{x}) - (x_t - x)(\dot{z}_t - \dot{z}) \\ (x_t - x)(\dot{y}_t - \dot{y}) - (y_t - y)(\dot{x}_t - \dot{x}) \end{bmatrix}, \quad (3.2.10)$$

$$r_{\text{png}}^4 = (x_t - x)(\dot{x}_t - \dot{x}) + (y_t - y)(\dot{y}_t - \dot{y}) + (z_t - z)(\dot{z}_t - \dot{z}) - \|\mathbf{r}\| \|\dot{\mathbf{r}}\|. \quad (3.2.11)$$

A noter que les résidus (3.2.3) et (3.2.6) sont déjà sous forme explicite

$$r_{pp}^{5 \rightarrow 7} = r_{\text{png}}^{5 \rightarrow 7} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}. \quad (3.2.12)$$

Les signaux générés avec les deux lois de guidage différent, mais un examen attentif des équations (3.2.8) à (3.2.12) révèle que les mêmes variables sont respectivement impliquées, ce qui signifie que l'analyse de sensibilité qui suit est valable pour les deux lois.

### 3.2.3.1 Défauts de capteurs

Considérons tout d'abord les défauts sur les accéléromètres (axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ ). Un défaut additif sur la mesure d'accélération induit un défaut  $f_x$  sur la mesure de vitesse  $\dot{x}$  et un défaut  $f_{ix}$  sur la mesure de position  $x$  par double intégration. A noter que cette considération additive est générique, le défaut pouvant prendre n'importe quelle valeur. Pour analyser la sensibilité à ces défauts,  $\dot{x}$  est remplacé par le modèle de défaut  $(\dot{x} + f_x)$  et en procédant de même pour les autres variables dans (3.2.8) et (3.2.9), on obtient

$$\mathbf{r}_{pp}^{1 \rightarrow 3} = \begin{bmatrix} (\dot{y} + f_y)(z_t - z - f_{iz}) - (\dot{z} + f_z)(y_t - y - f_{iy}) \\ (\dot{z} + f_z)(x_t - x - f_{ix}) - (\dot{x} + f_x)(z_t - z - f_{iz}) \\ (\dot{x} + f_x)(y_t - y - f_{iy}) - (\dot{y} + f_y)(x_t - x - f_{ix}) \end{bmatrix} \quad (3.2.13)$$

$$r_{pp}^4 = (\dot{x} + f_x)(x_t - x - f_{ix}) + (\dot{y} + f_y)(y_t - y - f_{iy}) + (\dot{z} + f_z)(z_t - z - f_{iz}) - \|\mathbf{v}_m\| \|\mathbf{r}\| \quad (3.2.14)$$

Une écriture tout à fait similaire peut être établie pour les résidus de la loi PNG (3.2.10) et (3.2.11). La sensibilité de chaque résidu aux défauts d'accéléromètres dépend de la

présence de ces défauts dans les expressions ci-dessus. Ceci implique que  $r_{pp}^2$ ,  $r_{pp}^3$  et  $r_{pp}^4$  sont sensibles aux défauts affectant l'accéléromètre d'axe  $x$ , tandis que  $r_{pp}^1$ ,  $r_{pp}^3$  et  $r_{pp}^4$  réagissent à ceux sur l'accéléromètre d'axe  $y$ , enfin  $r_{pp}^1$ ,  $r_{pp}^2$  et  $r_{pp}^4$  sont sensibles aux défauts sur l'accéléromètre d'axe  $z$ . Enfin, les expressions des résidus (3.2.12) ne contiennent pas ces variables et sont ainsi insensibles à ces défauts. Ces premiers éléments rendent possible le remplissage des trois premières colonnes de la table 3.1, qui représente la table des signatures des défauts par rapport aux résidus.

Considérons maintenant les défauts affectant les trois gyromètres, mesurant respectivement  $p$ ,  $q$  et  $r$ . Les résidus  $r_{pp}^5$  et  $r_{png}^5$  sont sensibles aux défauts sur  $p$ , tandis que les 6<sup>ème</sup> et 7<sup>ème</sup> résidus pour chaque loi sont respectivement sensibles aux défauts sur  $q$  et  $r$ . Ceci permet de compléter les trois dernières lignes de la table 3.1.

Du fait de la boucle rapide de stabilisation d'attitude, les défauts de gyromètres ont également une influence sur les quatre premiers résidus de guidage. Ce n'était pas le cas pour les mesures d'accélération, car celles-ci sont utilisées directement dans la boucle de guidage et n'influencent donc pas la boucle plus rapide de pilotage. L'étude de l'influence des défauts de gyromètres sur les quatre premiers résidus peut donc être effectuée en étudiant l'équation des forces (2.2.2). Cette équation contient en effet le produit vectoriel suivant

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_{bx} \\ v_{by} \\ v_{bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qv_{bz} - rv_{by} \\ rv_{bx} - pv_{bz} \\ pv_{by} - qv_{bx} \end{bmatrix} \quad (3.2.15)$$

Ceci implique que

- les défauts sur les mesures de  $q$  ou  $r$  affectent la mesure d'accélération d'axe  $x$  ;
- les défauts sur les mesures de  $p$  ou  $r$  affectent la mesure d'accélération d'axe  $y$  ;
- les défauts sur les mesures de  $p$  ou  $q$  affectent la mesure d'accélération d'axe  $z$ .

Les résidus exprimés par les équations (3.2.8) à (3.2.11) sont constitués de produits impliquant au moins deux des variables provenant de mesures d'accélération ( $y$  et  $z$  pour  $r_{pp}^1$  ;  $x$  et  $z$  pour  $r_{pp}^2$  ;  $x$  et  $y$  pour  $r_{pp}^3$  ;  $x$ ,  $y$  et  $z$  pour  $r_{pp}^4$ ). Du fait de l'analyse précédente, il apparaît que les quatre résidus sont sensibles à tous les défauts de gyromètres, ce qui termine l'étude de sensibilité pour les défauts de capteurs.

La table des signatures des défauts de capteurs (table 3.1) est maintenant complète. Cet outil classique en diagnostic est utilisé pour résumer le potentiel de détection d'un défaut par un ensemble donné de résidus. Le symbole "×" indique que le défaut est détectable par le résidu considéré, tandis que le symbole "0" signifie que le résidu est structurellement insensible au défaut. L'analyse de cette table révèle que les défauts affectant les accéléromètres ou les gyromètres sont détectables et localisables, puisque chaque signature de défaut est unique.

TABLE 3.1: Table des signatures des défauts de capteurs

	Acc $x$	Acc $y$	Acc $z$	Gyr $p$	Gyr $q$	Gyr $r$
$r_{pp}^1$ OU $r_{png}^1$	0	×	×	×	×	×
$r_{pp}^2$ OU $r_{png}^2$	×	0	×	×	×	×
$r_{pp}^3$ OU $r_{png}^3$	×	×	0	×	×	×
$r_{pp}^4$ OU $r_{png}^4$	×	×	×	×	×	×
$r_{pp}^5$ OU $r_{png}^5$	0	0	0	×	0	0
$r_{pp}^6$ OU $r_{png}^6$	0	0	0	0	×	0
$r_{pp}^7$ OU $r_{png}^7$	0	0	0	0	0	×

### 3.2.3.2 Défauts d'actionneurs

Une analyse similaire est maintenant effectuée pour les défauts de gouverne. Examinons tout d'abord l'équation des forces (2.2.2), et l'influence des gouvernes équivalentes  $\delta_1, \delta_m, \delta_n$  détaillée en (2.2.3). Comme les défauts affectent les gouvernes réelles  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ , il faut remplacer les angles de braquage équivalents par ces angles de braquage réels grâce à l'équation (2.2.11). Les forces aérodynamiques (2.2.3) deviennent alors

$$\begin{bmatrix} -(c_{x0} + c_{x\alpha}\alpha + c_{x\delta_1}\delta_1 + c_{x\delta_2}\delta_2 + c_{x\delta_3}\delta_3 + c_{x\delta_4}\delta_4) \\ c_{y0} + c_{y\beta}\beta + c_{y\delta_1}\delta_1 + c_{y\delta_2}\delta_2 + c_{y\delta_3}\delta_3 + c_{y\delta_4}\delta_4 \\ -(c_{z0} + c_{z\alpha}\alpha + c_{z\delta_1}\delta_1 + c_{z\delta_3}\delta_3) \end{bmatrix}, \quad (3.2.16)$$

les expressions de  $c_{x\delta_1}$  à  $c_{z\delta_3}$  étant données en annexe A.1. L'analyse de ces nouvelles expressions indique que

- la mesure d'accélération d'axe  $x$  est affectée par les défauts sur  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  et  $\delta_4$  ;
- la mesure d'accélération d'axe  $y$  est affectée par les défauts sur  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  et  $\delta_4$  ;
- la mesure d'accélération d'axe  $z$  est affectée par les défauts sur  $\delta_1$  et  $\delta_3$ .

Les expressions des résidus de guidage  $r_{pp}^{1 \rightarrow 4}$  et  $r_{png}^{1 \rightarrow 4}$  sont constituées de produits croisés entre ces variables. De ce fait, les quatre résidus sont structurellement sensibles aux défauts sur chacun des quatre actionneurs  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  et  $\delta_4$ .

Considérons maintenant l'équation des moments (2.2.7), et l'influence des gouvernes réelles donnée par (2.2.8). Les moments aérodynamiques peuvent être réécrits en fonction des angles de braquage réels comme

$$\begin{bmatrix} c_{l0} + c_{l\beta}\beta + c_{l\delta_1}\delta_1 + c_{l\delta_2}\delta_2 + c_{l\delta_3}\delta_3 + c_{l\delta_4}\delta_4 + \frac{l_{ref}}{\sqrt{v_{bx}^2 + v_{by}^2 + v_{bz}^2}} c_{lp} p \\ c_{m0} + c_{m\alpha}\alpha + c_{m\delta_1}\delta_1 + c_{m\delta_3}\delta_3 + \frac{l_{ref}}{\sqrt{v_{bx}^2 + v_{by}^2 + v_{bz}^2}} c_{mq} q \\ c_{n0} + c_{n\beta}\beta + c_{n\delta_1}\delta_1 + c_{n\delta_2}\delta_2 + c_{n\delta_3}\delta_3 + c_{n\delta_4}\delta_4 + \frac{l_{ref}}{\sqrt{v_{bx}^2 + v_{by}^2 + v_{bz}^2}} c_{nr} r \end{bmatrix}, \quad (3.2.17)$$

les expressions de  $c_{1\delta_1}$  à  $c_{n\delta_4}$  étant également détaillées en annexe A.1. Une première analyse de ces expressions montre que les mesures de  $p$  et  $r$  sont sensibles à tous les défauts de gouverne, tandis que la mesure de  $q$  ne devrait être sensible qu'à ceux sur  $\delta_1$  ou  $\delta_3$ . Toutefois, il faut prendre en considération la dynamique des accélérations angulaires donnée par (2.2.7). Les caractéristiques du véhicule sont telles que le produit  $pr$  agit sur la dynamique de  $q$ , et que le produit  $pq$  agit sur celle de  $r$ . Par conséquent, si un défaut apparaît sur  $\delta_2$  ou  $\delta_4$ , cela affecte à la fois les mesures de  $p$  et  $r$ . Ceci implique que le produit  $pr$  ne sera plus proche de zéro, mais également que la mesure de  $q$  sera rendue sensible à ces défauts via (2.2.7). Les trois résidus  $r_{pp}^{5 \rightarrow 7}$  (respectivement  $r_{png}^{5 \rightarrow 7}$ ) sont donc structurellement sensibles à tous les défauts sur les actionneurs  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ .

Tous les résidus  $r_{pp}^{1 \rightarrow 7}$  et  $r_{png}^{1 \rightarrow 7}$  sont donc finalement structurellement sensibles aux défauts sur chacun des quatre actionneurs considérés. La détection de ces défauts est donc tout à fait possible, mais pas la localisation, ceci provenant principalement du couplage entre les variables impliquées dans la dynamique de l'aéronef. La table des signatures des défauts d'actionneurs est donc pleine, ce qui rend superflue sa présentation ici.

### 3.2.3.3 Remarques

Le modèle dynamique n'est pas nécessaire pour générer les résidus, qui ne dépendent pas des caractéristiques propres de l'aéronef. En revanche, l'analyse de sensibilité nécessite la connaissance des relations entre les variables, au moins d'un point de vue qualitatif.

Une commande en boucle fermée est généralement conçue pour être robuste aux imprécisions de modélisation et de mesure, ce qui rend la méthode proposée aussi robuste à ces éléments que peut l'être la loi de commande associée.

Cette méthode ne permet pas de localiser les défauts des actionneurs mais assure leur détection. Par ailleurs, il est possible de distinguer un défaut d'actionneur des défauts capteurs, puisque les signatures de défauts sur les actionneurs sont indépendantes de celles sur les capteurs. Cette information est très utile en soit, et elle est obtenue avec un très faible coût de calcul (rappelons que les résidus sont directement issus du module de guidage). S'il est nécessaire dans un deuxième temps d'isoler les défauts d'actionneurs, voire de reconstruire leur évolution (par exemple dans l'optique d'une reconfiguration), une méthode complémentaire dédiée au diagnostic des défauts d'actionneurs peut être utilisée pour lever l'ambiguïté. Une telle méthode dédiée à l'identification des défauts affectant les actionneurs est d'ailleurs introduite au chapitre 4.

Il faut toutefois noter que la loi de commande peut naturellement tolérer certains défauts d'actionneurs [309, 310], notamment lorsque le nombre d'actionneurs est beaucoup plus important que le nombre d'actions à réaliser. L'approche présentée est donc appropriée à la détection de défauts critiques qui perturbent la dynamique toute entière de l'aéronef. A noter également que si le système parvient à s'adapter en partie à un défaut d'actionneur, cela conduira à une signature inconnue de l'ensemble des résidus. Dans le cas où une telle signature serait observée, une solution possible serait d'avoir recours à

une méthode complémentaire à choisir.

### 3.3 Résultats de simulation

Les conditions de simulation, notamment les paramètres d'incertitude de mesure, sont conformes à ce qui a été décrit en table 2.1. Rappelons par ailleurs, comme précisé en section 2.4, que les coefficients aérodynamiques sont tous à  $\pm 25\%$  de leur valeur nominale. Un ensemble de scénarios défaillants a été défini, comprenant le cas sans défaut, des défauts de capteurs et des défauts d'actionneurs (voir le détail en table 3.2). Les sept résidus pour chaque scénario sont présentés de la figure 3.3.1 à la figure 3.3.10, en prenant en compte tour à tour les deux lois de guidage considérées.

TABLE 3.2: Scénarios de défauts

Scénario	Défauts	cf. figures
1	Cas sans défaut	3.3.1, 3.3.2
2	Biais, amplitude $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ , sur accéléromètre d'axe $x$ à 31s	3.3.3
3	Facteur d'échelle 1.5 sur accéléromètre d'axe $z$ à 42s	3.3.4
4	Biais, amplitude $0.5 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ , sur gyromètre $p$ à 38s	3.3.5
5	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Biais, amplitude } 0.2 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}, \text{ sur gyromètre } q \text{ à } 33\text{s} \\ \text{Bias, amplitude } 0.25 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}, \text{ sur gyromètre } r \text{ à } 51\text{s} \end{array} \right.$	3.3.6
6	Oscillation (sin. 1 Hz, amplitude 0.3) sur $\delta_2$ à 45s	3.3.7
7	Blocage de l'actionneur $\delta_3$ à 32s	3.3.8
8	Cible « évasive » de vitesse nominale $600 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$	3.3.9

#### 3.3.1 Scénario 1 : cas de référence sans défaut (figures 3.3.1 et 3.3.2)

Ce cas est pris comme référence. La convergence des résidus vers une valeur faible est obtenue en 5 secondes environ pour la loi de poursuite et en 10 secondes environ pour la loi de navigation proportionnelle. Ceci valide le principe de la méthode sur toute la durée de la mission d'interception décrite par la figure 2.3.3, notamment en mettant en évidence une faible influence des transitoires sur ces résidus.

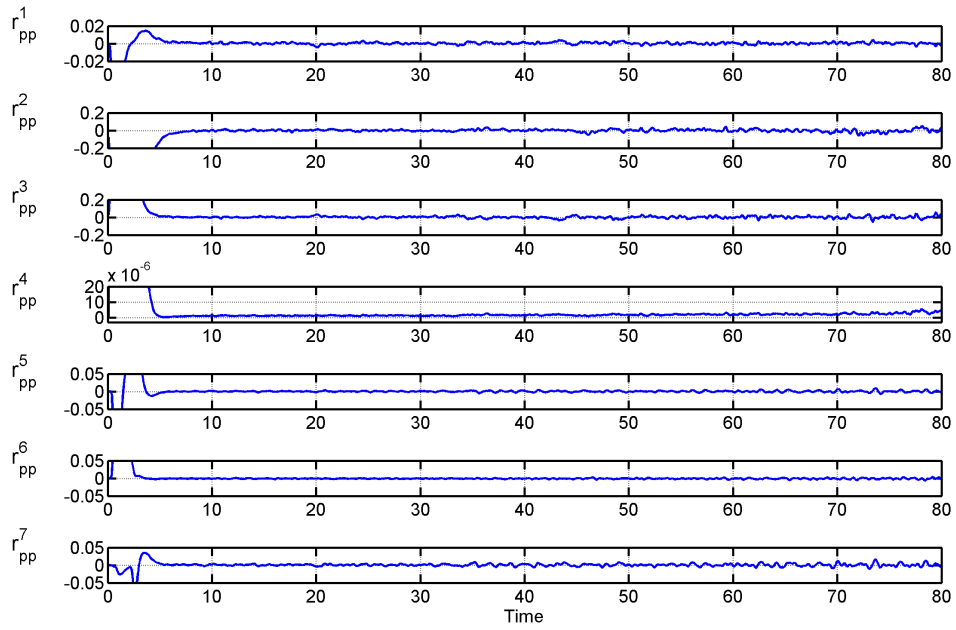


FIGURE 3.3.1: Scénario 1 – sans défaut – résidus pour la loi de poursuite

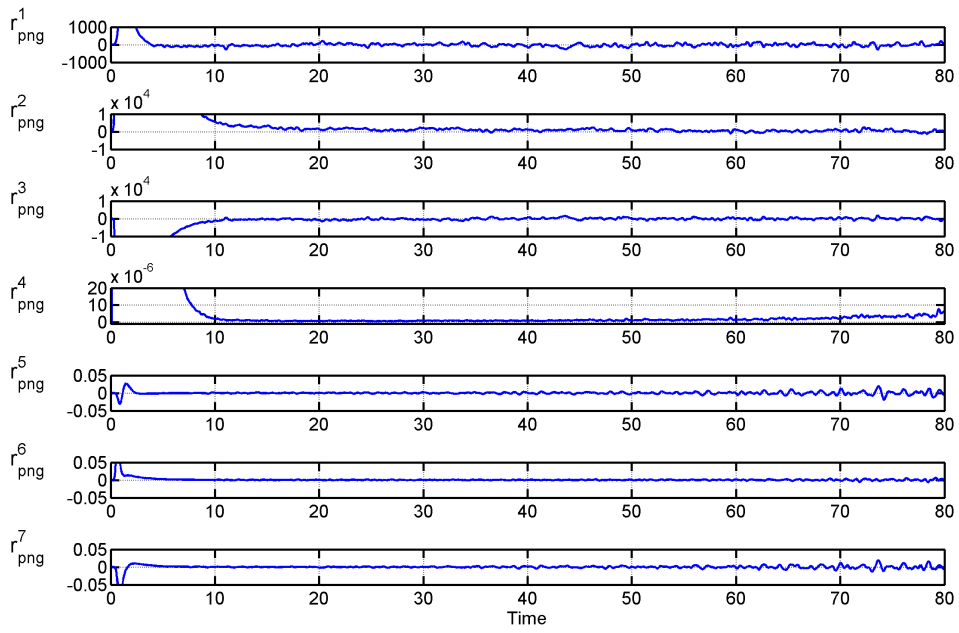


FIGURE 3.3.2: Scénario 1 – sans défaut – résidus pour la loi PNG

### 3.3.2 Défauts de capteurs

#### 3.3.2.1 Scénario 2 : défaut sur l'accéléromètre d'axe $x$ (figure 3.3.3)

Le défaut sur l'accéléromètre en  $x$  est rapidement détecté via la déviation des deuxième, troisième et quatrième résidus, tandis que les autres résidus ne réagissent pas. Ceci est en accord avec la table 3.1.

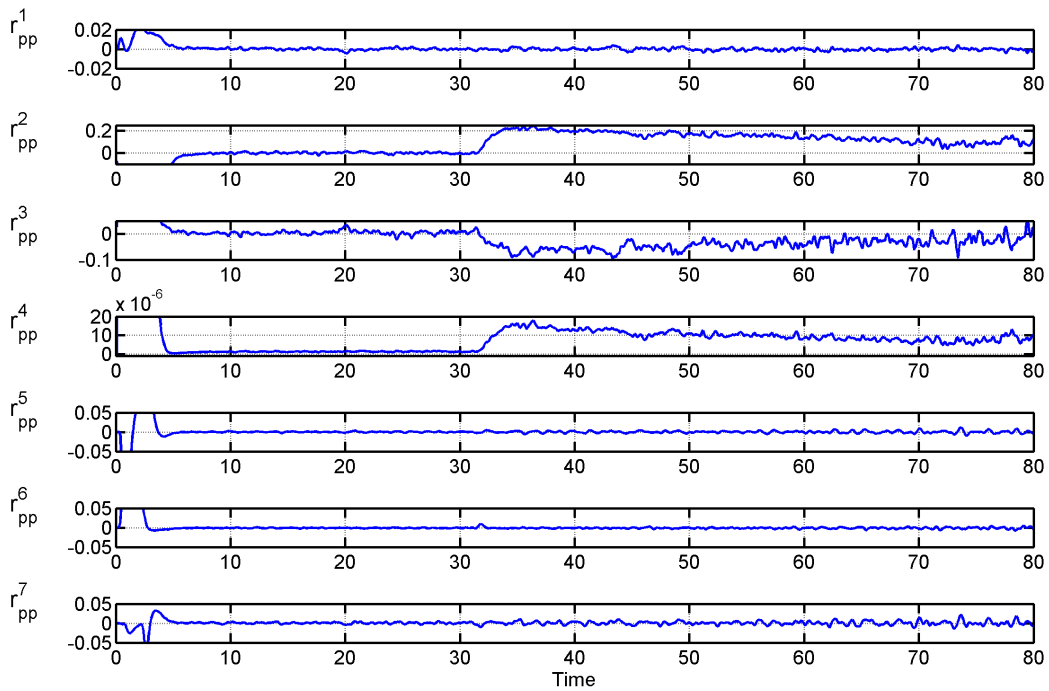


FIGURE 3.3.3: Scénario 2 – défaut d'accéléromètre – résidus pour la loi de poursuite



### 3.3.2.2 Scénario 3 : défaut sur l'accéléromètre d'axe $z$ (figure 3.3.4)

Le défaut sur l'accéléromètre suivant l'axe  $z$  provoque une réaction des premier, deuxième et quatrième résidus. Il est à noter qu'un petit transitoire est visible sur le sixième résidu. Toutefois, ce signal retourne rapidement à une valeur proche de zéro, ce qui ne devrait pas mener à une fausse alarme avec un test statistique (voir les indicateurs de performance de la table 3.3).

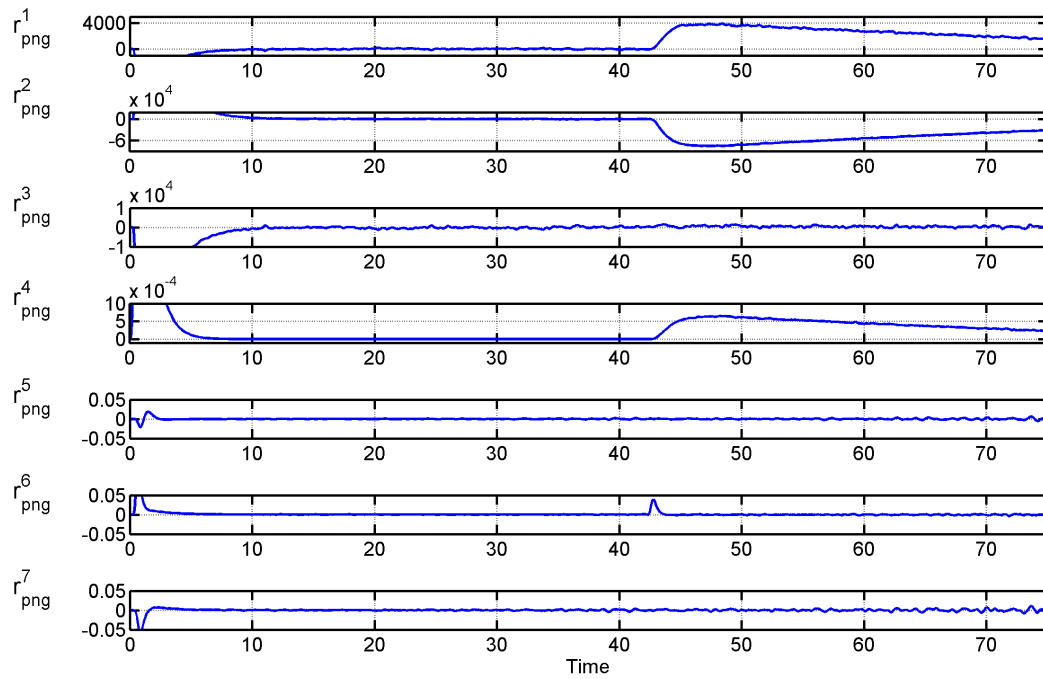


FIGURE 3.3.4: Scénario 3 – défaut d'accéléromètre – résidus pour la loi PNG

### 3.3.2.3 Scénario 4 : défaut sur le gyromètre de roulis (figure 3.3.5)

Le défaut sur le gyromètre mesurant  $p$  entraîne un changement dans la moyenne des premier, deuxième, troisième, quatrième et cinquième résidus. Ce dernier permet même l'identification de ce défaut. En effet sa valeur correspond à l'écart entre la valeur attendue et la valeur mesurée de la vitesse angulaire en roulis.

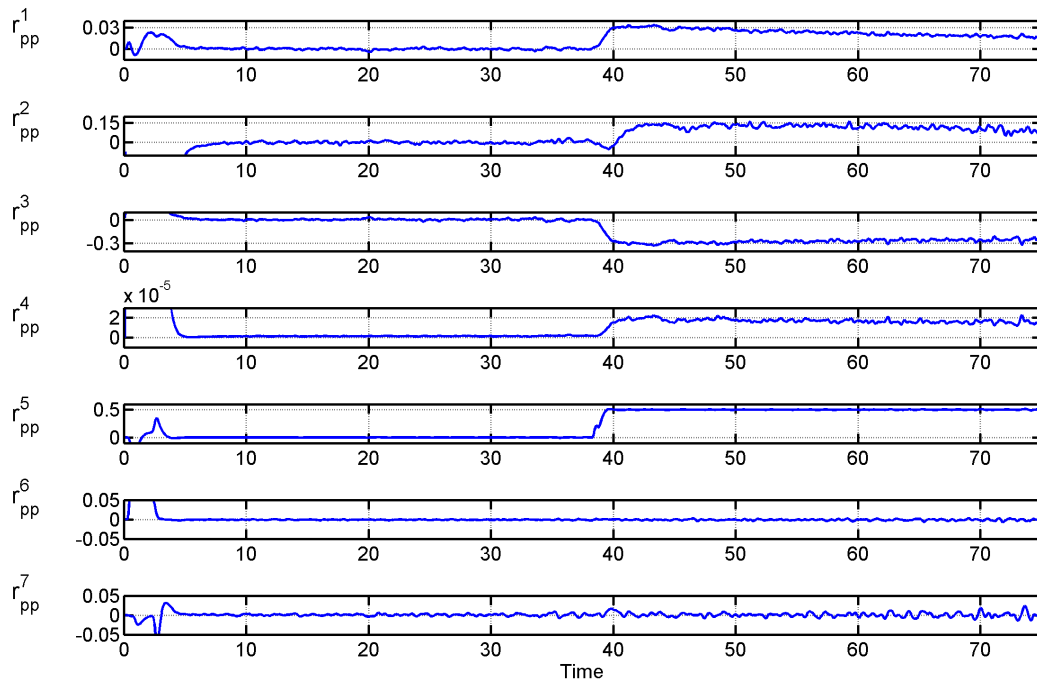


FIGURE 3.3.5: Scénario 4 – défaut de gyromètre – résidus pour la loi de poursuite

### 3.3.2.4 Scénario 5 : défauts sur les gyromètres de tangage et lacet (figure 3.3.6)

Ce scénario met en évidence la possibilité de détecter et de localiser deux défauts successifs sur des gyromètres, en fonction de leurs signatures. Le défaut sur le gyromètre mesurant  $q$  est tout d'abord détecté de la même manière qu'au scénario 5, à savoir via les premier, deuxième, troisième, quatrième et sixième résidus. Le second défaut sur le gyromètre mesurant  $r$  apparaît alors, et fait réagir le septième résidu, ce qui permet également son identification. Un petit effet transitoire affecte le cinquième résidu au moment de l'apparition du deuxième défaut, mais celui-ci revient ensuite rapidement autour de sa valeur moyenne avant apparition du défaut.

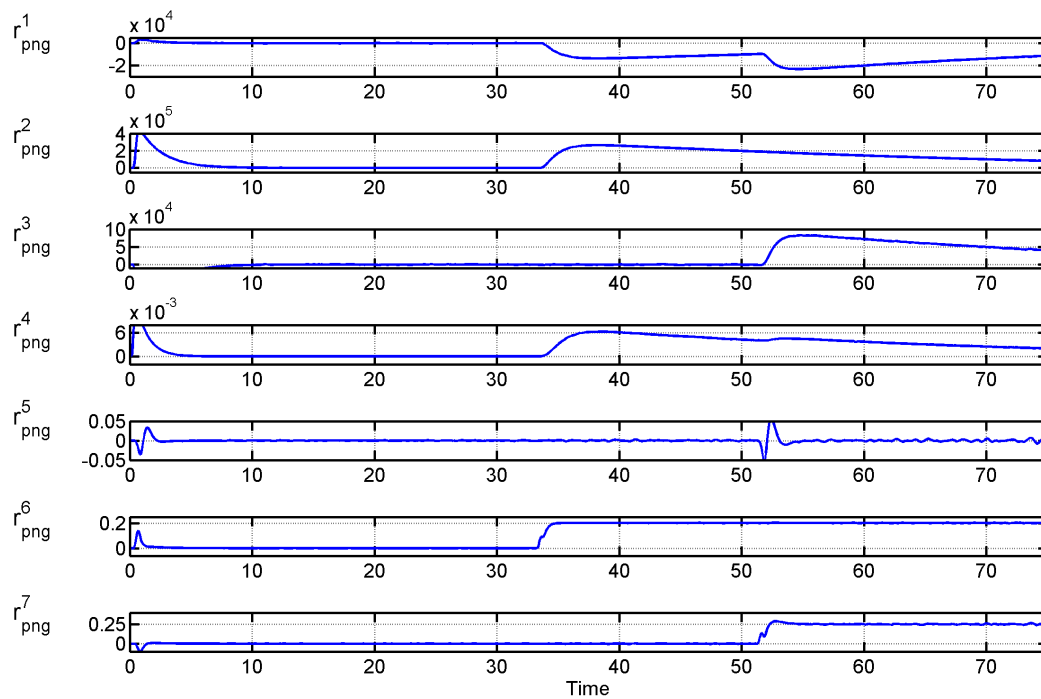


FIGURE 3.3.6: Scénario 5 – défaut de gyromètre – résidus pour la loi PNG

### 3.3.3 Défaits d'actionneurs

Deux types de défauts de gouverne sont examinés, à savoir une oscillation indésirable et un blocage à la dernière position active.

#### 3.3.3.1 Scénario 6 : défaut de type oscillatoire (figure 3.3.7)

Cette oscillation apparaît être un défaut critique, étant donné que tous les résidus  $y$  sont sensibles, comme annoncé par l'étude de sensibilité. Dans ce cas, la dynamique toute entière de l'aéronef est affectée par le défaut. Ce défaut est donc rapidement détecté, néanmoins sa localisation n'est pas réalisable. Il faudrait pour cela avoir recours à une méthode de diagnostic complémentaire pour identifier l'actionneur défaillant et éventuellement estimer l'amplitude du défaut.

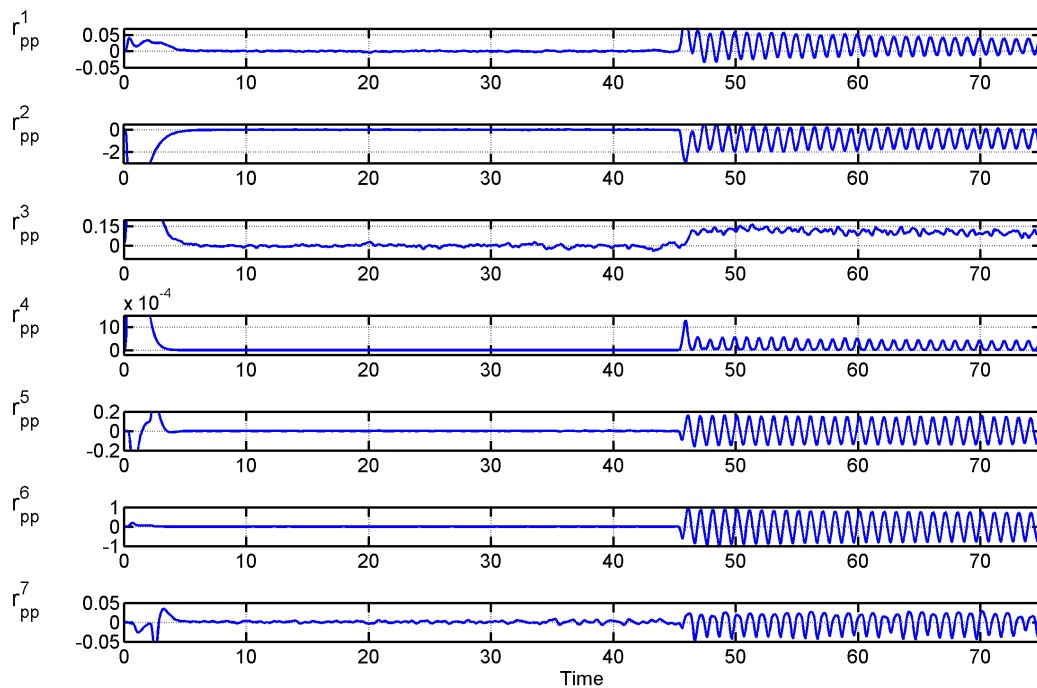


FIGURE 3.3.7: Scénario 6 – défaut de gouverne – résidus pour la loi de poursuite

### 3.3.3.2 Scénario 7 : blocage (figure 3.3.8)

Le blocage d'un actionneur (ici, la gouverne  $\delta_3$ ) est probablement l'un des défauts les plus délicats à détecter avec la méthode proposée. En effet, comme le véhicule dispose d'un degré d'actionnement supplémentaire, il est possible que le défaut soit partiellement compensé. Cela dépend fortement des possibilités d'allocation des commandes sur les actionneurs. Les résultats présentés pour la loi PNG montrent toutefois que les sept résidus réagissent (bien que faiblement pour certains), ce qui permet tout de même la détection du défaut pendant la période transitoire.

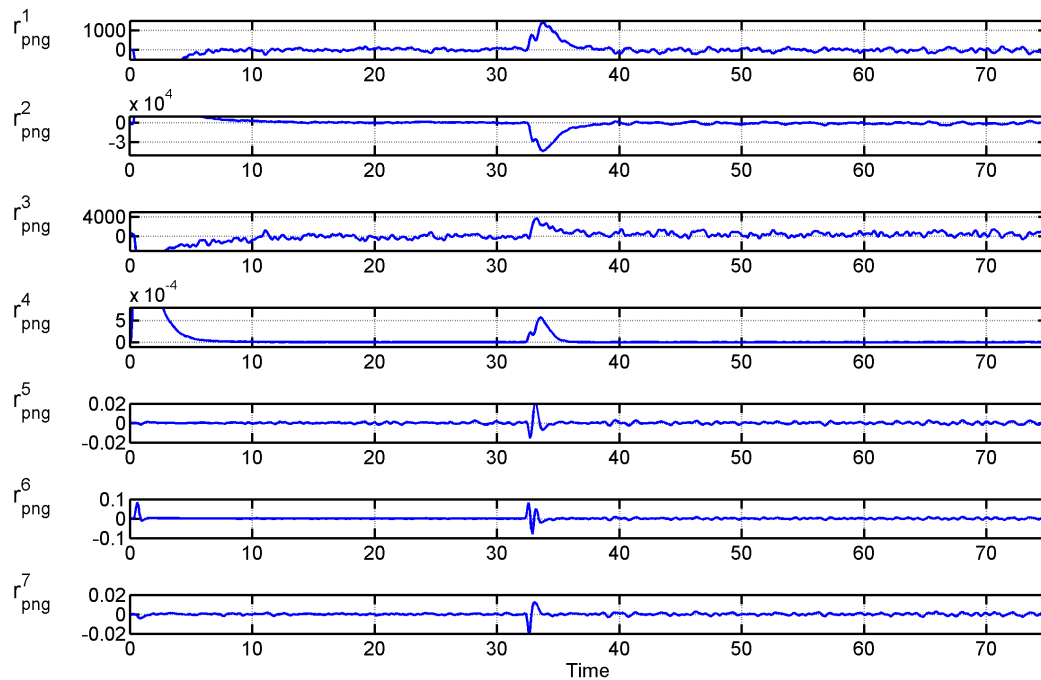


FIGURE 3.3.8: Scénario 7 – défaut de gouverne – résidus pour la loi PNG

### 3.3.3.3 Scénario 8 : cible évasive (figure 3.3.9)

Une préoccupation majeure lors d'une mission d'interception est la capacité du poursuivant à rejoindre la cible qui lui a été désignée. Il est ainsi primordial de détecter si la cible réalise des manœuvres évasives ou si sa vitesse est trop importante comparée à celle de l'intercepteur, ce qui fera échouer la mission. Ce problème a un impact direct sur les objectifs de commande qui sont utilisés comme résidus. Ce scénario considère une cible dont la vitesse est deux fois supérieure à celle du missile, ce qui, compte tenu de la configuration initiale, est un cas simple d'interception non réalisable. Les résultats montrent la réaction des quatre premiers résidus, ou leur incapacité à converger vers une valeur faible. Les trois derniers résidus sont moins affectés, la stabilisation de l'engin étant toujours réalisée. La signature inconnue observée ne permet pas de conclure en l'état sur la présence d'un défaut ou un problème lié à la mission. Cette ambiguïté pourrait être levée en utilisant une méthode de diagnostic fondée uniquement sur les mesures propres du véhicule, qui permettrait de confirmer le bon fonctionnement de l'aéronef et de conclure à une manœuvre de la cible.

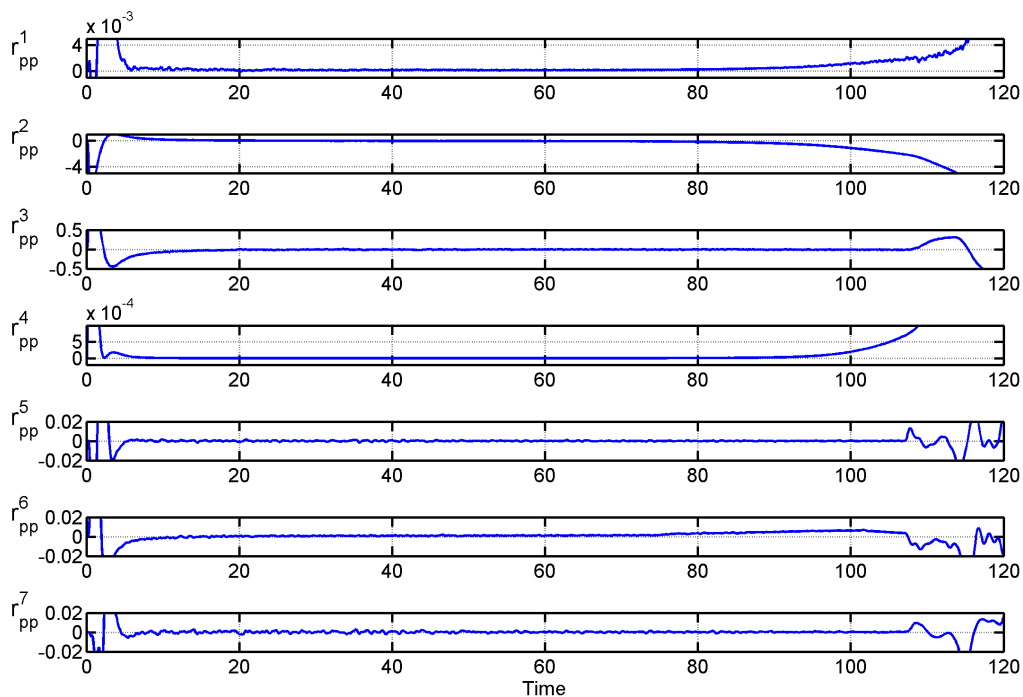


FIGURE 3.3.9: Scénario 8 – cible évasive – résidus pour la loi de poursuite

### 3.3.4 Commentaires et évaluation des performances

TABLE 3.3: Indicateurs de performance (moyenne et écart-type pour 100 simulations)

Scénario	Délais de détection (s)		Taux de fausse alarme	
	PP	PNG	PP	PNG
1	-	-	0	0
2	<b>1.99</b> (0.05)	<b>1.63</b> (0.02)	<b>0</b> (0)	<b>0</b> (0)
3	<b>1.2</b> (0.03)	<b>1.13</b> (0.04)	<b>0</b> (0)	<b>0</b> (0)
4	<b>0.4</b> ( $10^{-6}$ )	<b>0.4</b> ( $10^{-6}$ )	<b>0</b> (0)	<b>0</b> (0)
5 - défaut 1	<b>0.4</b> ( $10^{-6}$ )	<b>0.4</b> ( $10^{-6}$ )	<b>0</b> (0)	<b>0</b> (0)
5 - défaut 2	<b>0.4</b> ( $10^{-6}$ )	<b>0.4</b> ( $10^{-6}$ )	<b><math>2 \cdot 10^{-3}</math></b> ( $10^{-4}$ )	<b>0</b> (0)
6	<b>0.6</b> ( $10^{-3}$ )	<b>0.8</b> ( $10^{-5}$ )	<b>0</b> (0)	<b>0</b> (0)
7	<b>1.12</b> (0.01)	<b>1.07</b> (0.03)	<b>0.09</b> (0.001)	<b>0.02</b> ( $10^{-4}$ )

Ces résultats montrent qu'il est possible, à faible coût de calcul et pour un problème complexe, de détecter et isoler des défauts uniques ou successifs de capteurs, et de détecter des défauts d'actionneurs. La méthode de diagnostic reste efficace en présence de fortes incertitudes de mesure et de modèle, étant donné que l'approche utilise exclusivement le signal de commande en boucle fermée, qui peut être rendu robuste à de tels phénomènes.

Cette méthode permet de générer des résidus réagissant aux défauts considérés. L'étape suivante de la procédure de diagnostic nécessite l'utilisation d'une méthode de détection de changement dans la moyenne de ces résidus pour fournir une signature booléenne qui est ensuite confrontée aux tables des signatures afin de conclure quant à la présence de défauts. En fonction des résultats obtenus, les indicateurs de performances définis en section 1.2.4 sont calculés, notamment les taux de fausse alarme et les délais de détection.

Le test statistique retenu est un test bilatéral du CUSUM [17, 19]. La moyenne et la variance nominales de chaque résidu sont estimées sur les 100 premières données, à partir d'un instant fixé où le régime permanent est supposé atteint. Les données acquises par la suite sont alors normalisées à une moyenne nulle et une variance unitaire, afin de pouvoir appliquer le même test statistique malgré les différences d'amplitude entre les résidus. Les paramètres du CUSUM (section 1.5.5) ont été fixés à  $\mu_1 = 0.5$  et  $\lambda = 5$ , à l'issue de l'étude de comparaison présentée dans la section 5.3 et dans [7]. Les taux de fausse alarme et les délais de détection obtenus en appliquant ce test à tous les résidus, pour tous les scénarios et les deux lois de guidage, sont détaillés en table 3.3. La valeur moyenne des indicateurs de performance (en gras) ainsi que l'écart type correspondant (entre parenthèses) y sont précisés, pour 100 tirages aléatoires des paramètres d'incertitudes.

Les taux de fausse alarme et les délais de détection sont faibles, avec quasiment zéro

fausse alarme et des délais moyens de détection de 1 à 2 secondes (comparables à ceux décrits dans [69–71]). On ne constate pas de différence majeure entre les performances de diagnostic selon que l'on considère l'une ou l'autre des deux lois de guidage.

### 3.3.5 Remarque sur la robustesse au vent

Pour tester la robustesse de la méthode aux perturbations extérieures, un modèle de vent de type Dryden a été inclus dans la simulation, de manière analogue à ce qui est pratiqué dans [70, 330]. Ces perturbations extérieures entraînent une erreur sur l'estimation de l'angle d'incidence comprise entre 1 et 5%. Le comportement des résidus dans ce contexte et en l'absence de défaut est montré en figure 3.3.10. La principale différence avec le cas nominal est l'augmentation de la variance des résidus. La caractéristique de moyenne nulle est toutefois préservée par la robustesse inhérente à la boucle de guidage, y compris en présence de rafales. Ainsi, la détection de défauts reste envisageable dans ces conditions. De plus fortes perturbations peuvent toutefois causer des effets transitoires qui ne manqueront pas de générer quelques fausses alarmes, comme pour toute méthode de diagnostic opérant dans ces conditions.

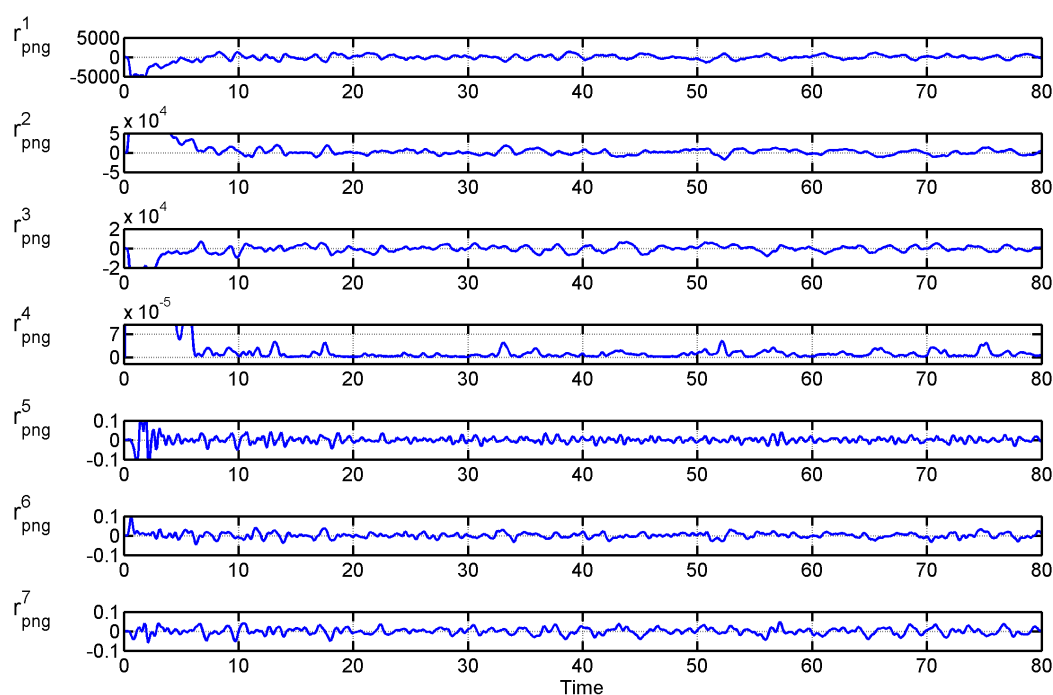


FIGURE 3.3.10: Sans défaut, avec vent – résidus pour la loi PNG



### 3.4 Analogie avec les méthodes à base d'observateur

La méthode de diagnostic à base d'objectifs de commande a donc été appliquée avec succès au diagnostic de défauts de capteurs et d'actionneurs pour un modèle dynamique non linéaire décrivant l'évolution d'un aéronef. Cette section a pour objectif de mettre en évidence l'analogie entre cette approche et les méthodes classiques à base de reconstruction d'état [29,30], dans le cadre réduit des systèmes linéaires commandés par retour d'état. Considérons tout d'abord un modèle linéaire d'état déterministe, non défaillant, correspondant par exemple à la linéarisation en un point de vol du cas test aéronautique,

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (3.4.1)$$

et l'observateur

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}) \\ \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} \end{cases} . \quad (3.4.2)$$

L'erreur d'estimation de l'état  $\mathbf{e}_x = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$  satisfait

$$\dot{\mathbf{e}}_x = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{e}_x, \quad (3.4.3)$$

et  $\mathbf{e}_x$  tend asymptotiquement vers zéro si la matrice  $\mathbf{L}$  est choisie telle que  $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})$  soit stable, ce qui est toujours possible si la paire  $(\mathbf{C}, \mathbf{A})$  est observable. Considérons maintenant un vecteur de défauts  $\mathbf{w}_f$ , pouvant varier dans le temps, affectant l'état du système de la façon suivante

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{w}_f \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} . \quad (3.4.4)$$

L'équation (3.4.3) devient alors

$$\dot{\mathbf{e}}_x = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{e}_x + \mathbf{w}_f. \quad (3.4.5)$$

L'erreur d'estimation est donc sensible aux défauts, et l'erreur d'estimation de la sortie  $\mathbf{e}_y = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}$  est utilisable comme résidu. Ce schéma de diagnostic à base d'observateur est classiquement appliqué en boucle ouverte ou en boucle fermée (voir section 1.4.3).

La méthode en boucle fermée que nous proposons opère un important changement de point de vue. Supposons la paire  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  commandable, et la paire  $(\mathbf{C}, \mathbf{A})$  toujours observable. Un retour d'état peut alors être conçu pour amener l'état du système  $\mathbf{x}$  (ou son estimée  $\hat{\mathbf{x}}$  via un observateur si nécessaire) à une référence souhaitée  $\mathbf{x}_{\text{ref}}$ , qui peut être prise égale à  $\mathbf{0}$  sans perte de généralité. La principale hypothèse de la méthode proposée est la mise en place d'un retour d'état  $\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}$  pour réaliser l'objectif de

commande  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ . La dynamique de l'erreur de suivi du système en boucle fermée, en l'absence de défaut, est alors donnée par

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\mathbf{x}. \quad (3.4.6)$$

Un résultat classique en théorie de la commande est la convergence asymptotique de  $\mathbf{x}$  vers  $\mathbf{0}$ , à condition que la matrice  $\mathbf{K}$  soit choisie telle que  $(\mathbf{A} - \mathbf{BK})$  soit stable. Bien que ce résultat soit analogue au schéma de diagnostic à base d'observateur ( $\mathbf{BK}$  dans (3.4.6) joue le même rôle que  $\mathbf{LC}$  dans (3.4.3)), utiliser la distance entre l'état mesuré et sa référence à atteindre comme résidu ne semble jamais avoir été envisagé dans le cadre du diagnostic de défauts. Ceci peut s'expliquer en partie par la conception classique qui considère le système comme évoluant en boucle ouverte et la philosophie du diagnostic consistant à vérifier la cohérence entre les entrées et les sorties.

Avec le même modèle défaillant (3.4.4) que précédemment, (3.4.6) devient

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\mathbf{x} + \mathbf{w}_f \quad (3.4.7)$$

et les mêmes arguments que ceux invoqués pour (3.4.5) permettant de considérer la distance entre  $\mathbf{x}$  et sa référence désirée – ici  $\mathbf{0}$  – comme un résidu. En particulier, dans le domaine fréquentiel, (3.4.7) devient  $\bar{\mathbf{x}}(s) = (s\mathbf{1}_n - \mathbf{A} + \mathbf{BK})^{-1}\bar{\mathbf{w}}_f(s)$ .

Ceci confirme la possibilité d'utiliser des objectifs de commande pour construire des résidus pour la détection et la localisation de défauts dans un processus, par analogie aux méthodes à base d'observateurs. Cette méthode devrait pouvoir être étendue aux systèmes non linéaires et à une formulation plus générale d'objectifs de commande, bien que cela sorte du cadre de ce mémoire. Dans cette optique, considérons simplement le modèle nominal non linéaire

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{cases}, \quad (3.4.8)$$

et supposons qu'une loi de commande  $\mathbf{u} = \mathbf{g}_u(\mathbf{y})$  ait été conçue pour réaliser l'objectif de commande  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ . Le modèle (3.4.8) devient alors

$$\dot{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}), \text{ où } \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{g}_u(\mathbf{h}(\mathbf{x}))). \quad (3.4.9)$$

Si  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$  est un point d'équilibre du modèle en boucle fermée (3.4.9), la relation suivante est valable localement,

$$\dot{\mathbf{x}} \approx \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x}, \text{ où } \tilde{\mathbf{A}} = \left. \frac{\partial \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{0}} \text{ est stable.} \quad (3.4.10)$$

Si un vecteur de défauts  $\mathbf{w}_f$  affecte le système comme suit

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \mathbf{w}_f, \quad (3.4.11)$$

alors (3.4.10) devient

$$\dot{\mathbf{x}} \approx \widetilde{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \mathbf{w}_f. \quad (3.4.12)$$

De la même manière que la détection de défaut à base d'observateur se généralise directement par linéarisation, ce résultat est tout à fait similaire à (3.4.7) et indique donc que la distance entre la référence et l'état observé est à même de signaler la présence de défauts. Ceci est toutefois applicable en pratique si la commande réalise avec une dynamique suffisamment rapide l'objectif  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$  en l'absence de défaut.

### 3.5 Conclusions et perspectives

Ce chapitre a mis en évidence le potentiel offert par l'utilisation des objectifs de commande d'un système en boucle fermée comme résidus pour indiquer la présence de défauts sur ses capteurs et actionneurs. La méthode proposée ne fait pas appel au modèle dynamique de l'engin et propose ainsi un compromis intéressant entre fiabilité et faible charge de calcul, tout en restant applicable lorsque le modèle est inconnu ou trop complexe pour être intégré en temps réel. Par ailleurs, les propriétés de la boucle fermée rendent les résidus naturellement robustes aux imprécisions de modèle ou de mesure et à certaines perturbations (vent, par exemple). Le potentiel de cette approche a été illustré sur le cas test aéronautique complet, pour les deux lois de guidage considérées. Les résultats de cette étude ont montré que la détection et la localisation des défauts de capteurs est réalisable, de même que la détection sans localisation des défauts d'actionneurs.

Les principales difficultés de mise en œuvre sont l'analyse de sensibilité aux défauts qui nécessite une étude qualitative de la propagation de ceux-ci via le modèle dynamique, et l'impossibilité (*a priori*) de structurer les résidus pour les rendre sensibles à un ensemble de défauts en particulier. La capacité de localisation est donc fortement dépendante de la structure interne du modèle dynamique, ce qui rend cette approche plus adaptée à la détection des défauts de capteurs que des défauts d'actionneurs dans le contexte aéronautique. Elle peut être utilisée comme outil de surveillance embarqué, permettant d'assurer le bon déroulement d'une mission. En cas d'anomalie, une méthode plus précise, mais plus coûteuse en calcul, peut alors être mise en œuvre pour identifier le problème rencontré. Le développement d'une telle méthode dédiée à l'estimation des défauts sur les actionneurs est examiné au chapitre 4.

Un premier pas vers la formalisation plus générale de la méthode dans le cadre de la théorie de la commande a été effectué, par analogie aux méthodes classiques à base d'observateurs. La théorie pour les systèmes non linéaires et un plus large ensemble de lois de commande reste cependant à développer.

**Positionnement**

- Diagnostic en boucle fermée pour les systèmes aéronautiques
- Méthode à faible coût de calcul
- Pas de linéarisation du modèle dynamique

**Contributions**

- Nouvelle méthode de diagnostic en boucle fermée utilisant les objectifs de commande comme résidus
- Détection et localisation des défauts de capteurs sur le cas test du chapitre 2
- Détection des défauts d'actionneurs, discernables des capteurs
- Robustesse aux imprécisions de modélisation et de mesure

**Limitations**

- Pas de localisation des défauts sur les actionneurs
- La sensibilité des résidus dépend de la structure du système



# Chapitre 4

## Diagnostic par reconstruction de la commande appliquée

---

**Résumé** – La méthode développée dans ce chapitre exploite le fait qu'en aéronautique, une partie des dérivées des variables d'état peut être directement mesurée par l'intermédiaire d'une centrale inertielle qui équipe la majeure partie des véhicules. Il devient alors possible d'utiliser directement les équations non-linéaires du système pour reconstruire la valeur de la commande qui a été réellement appliquée par les actionneurs. Le diagnostic peut alors être réalisé en comparant cette estimée avec la valeur désirée, ce qui fournit également une estimation quantitative du défaut. Cette approche permet la détection, la localisation et l'identification de défauts multiples sur les actionneurs pour le cas test aéronautique proposé au chapitre 2. Ces travaux ont donné lieu à deux communications dans des conférences internationales [4, 6].

---

### 4.1 Introduction

Comme évoqué au chapitre 1, il est souhaitable d'exploiter le modèle non linéaire décrivant l'évolution des véhicules aérospatiaux pour leur diagnostic. A cet effet, des méthodes de détection de défauts entièrement dédiées aux systèmes à dynamique non linéaire sont apparues récemment. Certaines d'entre elles visent notamment à étendre les concepts d'espace de parité et de méthodes de découplage (voir les sections 1.4.4 et 1.4.5) à l'aide des outils de la géométrie différentielle ou de l'algèbre différentielle. Une description et une comparaison de ces approches est présentée dans [297, 331].

Les méthodes à base de géométrie différentielle ont été parmi les premières à exploiter la structure des systèmes non linéaires affines en la commande [296], notamment à partir des concepts d'observabilité définis dans [171]. Elles cherchent à concevoir des

filtres de diagnostic sensibles à un seul défaut et découplés des autres entrées [68, 102]. Une généralisation plus proche du concept initial de l'espace de parité a également été proposée dans [278] pour la même classe de systèmes. Les approches utilisant l'algèbre différentielle [289, 299] nécessitent quant à elles, via la théorie de l'élimination, la transformation de l'équation d'état non linéaire en un ensemble d'équations polynomiales en les entrées et sorties du système ainsi que leurs dérivées temporelles successives. Il est alors possible de construire des résidus à partir de ces équations. Une alternative intéressante est le diagnostic par inversion à gauche du système [302], qui permet d'obtenir un modèle dynamique fournissant en sortie les défauts, à partir des entrées et sorties du système originel et leurs dérivées temporelles successives [300, 301].

La plupart de ces techniques nécessitent le calcul des dérivées successives des variables d'entrée et de sortie, qui s'effectue en pratique à partir de mesures bruitées et perturbées. La différentiation numérique de ces signaux risque d'entraîner de sévères imprécisions lors de leur utilisation dans un filtre de diagnostic [332]. Par ailleurs, les transformations de modèle nécessaires à la conception des filtres ainsi que le réglage de ces derniers sont souvent difficiles à établir pour des modèles aussi complexes que ceux traités en aéronautique [71] et très dépendants du problème considéré.

Pour pallier ces inconvénients, une approche dédiée à la détection, la localisation et l'identification des défauts d'actionneurs est proposée dans ce chapitre. Les hypothèses de travail sont que la dynamique du système à surveiller peut être décrite par un modèle non linéaire affine en la commande et qu'une centrale inertielle est embarquée sur le véhicule (deux conditions fréquemment remplies par les systèmes aéronautiques). La centrale inertielle permet de mesurer l'accélération non gravitationnelle de l'engin. Or, si les composantes de l'accélération ne font pas partie des variables d'état du système, elles constituent les dérivées temporelles des vitesses (qui sont des variables d'état, voir (1.3.13)). Cette propriété singulière autorise l'exploitation de la redondance analytique disponible dans des équations instantanées du modèle pour estimer les valeurs des entrées réellement appliquées par les actionneurs. Il est alors envisageable de générer des résidus sensibles aux défauts d'actionneurs en comparant ces valeurs estimées avec celles fournies par le module de commande.

Le point de vue adopté est similaire à celui des méthodes à base d'inversion, le problème étant considéré du point de vue de l'entrée du système et non pas de la sortie comme habituellement en diagnostic. Les variables d'état n'ont plus à être dérivées numériquement, puisque seules les dérivées mesurées sont utilisées. Par ailleurs, les résidus ainsi générés ne requièrent ni transformation du modèle ni intégration numérique, ce qui contribue à l'embarquabilité de la méthode et à son adaptabilité.

Le principe de l'approche est énoncé en section 4.2 et illustré sur la version simplifiée de notre cas test aéronautique décrite en section 2.2.4. Un algorithme de génération automatique des résidus est décrit en section 4.3. Les résidus générés à l'aide de cette procédure pour le cas test complet à 6 degrés de liberté sont présentés en section 4.4, accompagnés des résultats de simulation pour plusieurs scénarios de défauts sur les actionneurs.

## 4.2 Principe

Les systèmes non linéaires considérés sont affines en la commande, et leur modèle nominal est de la forme (4.2.1).

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4.2.1)$$

Les modèles aéronautiques décrits en section 1.3.1.3 rentrent notamment dans cette catégorie. La forme particulière de l'équation de mesure est un élément clé de la méthode proposée. Le vecteur de sortie  $\mathbf{y}$  n'y dépend pas uniquement du vecteur  $\mathbf{x}$ , mais aussi de sa dérivée première par rapport au temps. C'est notamment le cas en aéronautique où le système de navigation inertielle, comprenant une centrale inertielle et un calculateur, fournit une estimée du vecteur d'état complet, ainsi que de l'accélération.

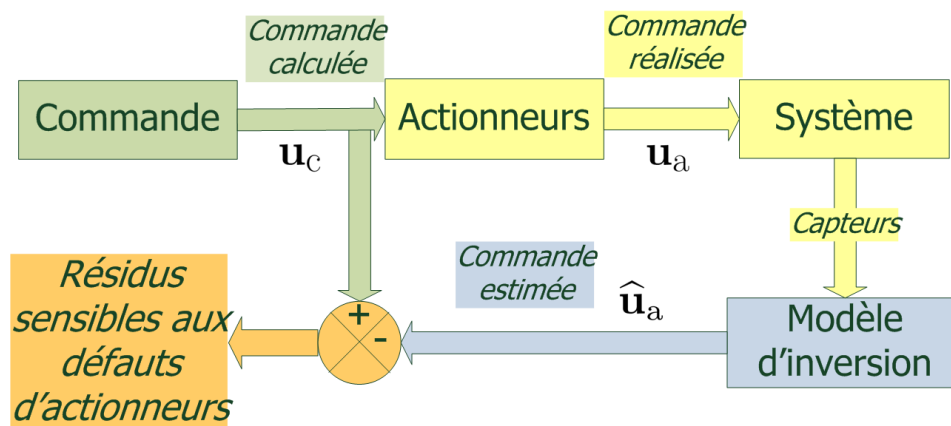


FIGURE 4.2.1: Principe de la méthode de reconstruction

Le principe de base de la plupart des méthodes de diagnostic est de comparer des estimées des *sorties* avec les valeurs mesurées correspondantes afin de générer des résidus indicateurs de la présence de défauts. Nous proposons au contraire, dans l'optique de la détection de défauts sur les actionneurs, de nous positionner du côté des *entrées* du système. L'ensemble des variables caractérisant les entrées de commande peut être partitionné en trois sous-ensembles qui définissent autant de vecteurs, comme illustré en figure 4.2.1.

- $\mathbf{u}_c$  est le vecteur des entrées de commande calculées par le module de guidage-pilotage et envoyées aux actionneurs ;
- $\mathbf{u}_a$  est le vecteur des entrées de commande effectivement réalisées par les actionneurs (celles-ci sont inconnues, en l'absence de capteur sur les actionneurs) ;
- $\hat{\mathbf{u}}_a$  est une estimée de  $\mathbf{u}_a$ , à déterminer via un algorithme adapté.



En régime nominal, l'entrée appliquée  $\mathbf{u}_a$  est proche de l'entrée calculée  $\mathbf{u}_c$ , aux incertitudes propres aux actionneurs près (retards, imprécisions de positionnement...). Un défaut sur les actionneurs se matérialise comme une différence entre ces vecteurs, et peut donc être détecté voire identifié en examinant les résidus calculés comme la différence entre  $\mathbf{u}_c$  et l'estimée  $\hat{\mathbf{u}}_a$  de  $\mathbf{u}_a$ .

Pour illustrer l'approche proposée, considérons tout d'abord le modèle longitudinal du cas test aéronautique défini au chapitre 2. Sa dynamique est décrite par l'équation d'état (2.2.13). Le vecteur d'état à six composantes est  $\mathbf{x} = [x, z, v_{bx}, v_{bz}, q, \theta]^T$  et le vecteur d'entrée est  $\mathbf{u} = [\delta_m, \eta]^T$ , avec  $\delta_m$  l'angle de braquage en tangage et  $\eta$  le taux de propulsion. Le module de guidage-pilotage fournit le vecteur des commandes calculées  $\mathbf{u}_c = [\delta_{mc}, \eta_c]^T$ . Les mesures disponibles permettent de reconstruire l'ensemble du vecteur d'état  $\mathbf{x}$  ainsi que les accélérations. Il s'avère donc que toutes les variables impliquées dans l'équation des forces (dérivées de  $v_{bx}$  et  $v_{bz}$ ) sont mesurées, les autres éléments étant des paramètres supposés connus (masse, inertie...) et les entrées de commande qui nous intéressent. Isolons ces deux équations,

$$\begin{cases} \dot{v}_{bx} = -qv_{bz} - \sin(\theta)g - \frac{Qs_{\text{ref}}}{m} [c_{x0} + c_{xa}\alpha + c_{x\delta_m}\delta_m] + \frac{1}{m} [f_{\text{min}} + (f_{\text{max}} - f_{\text{min}})\eta] \\ \dot{v}_{bz} = qv_{bx} + \cos(\theta)g - \frac{Qs_{\text{ref}}}{m} [c_{z0} + c_{za}\alpha + c_{z\delta_m}\delta_m] \end{cases}, \quad (4.2.2)$$

et mettons les sous la forme

$$\begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{g}_{11} & \bar{g}_{12} \\ \bar{g}_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_m \\ \eta \end{bmatrix}, \quad (4.2.3)$$

avec

$$\begin{cases} \bar{f}_1 = \dot{v}_{bx} + qv_{bz} + \sin \theta g + \frac{Qs_{\text{ref}}}{m} [c_{x0} + c_{xa}\alpha] - \frac{f_{\text{min}}}{m} \\ \bar{f}_2 = \dot{v}_{bz} - qv_{bx} - \cos \theta g + \frac{Qs_{\text{ref}}}{m} [c_{z0} + c_{za}\alpha] \\ \bar{g}_{11} = -\frac{Qs_{\text{ref}}}{m} c_{x\delta_m} \\ \bar{g}_{21} = \frac{f_{\text{max}} - f_{\text{min}}}{m} \\ \bar{g}_{12} = -\frac{Qs_{\text{ref}}}{m} c_{z\delta_m} \end{cases}. \quad (4.2.4)$$

Il s'agit maintenant d'utiliser ce nouveau modèle (statique) pour estimer les valeurs  $\delta_m$  et  $\eta$  des commandes appliquées par les actionneurs et générer des résidus en comparant ces estimées aux valeurs de consigne calculées par l'algorithme de guidage-pilotage. Plusieurs stratégies peuvent être imaginées à cet effet. La plus directe ici est d'inverser (4.2.3), qui comporte autant d'équations que de variables à estimer. Dans ce cas, les estimées des commandes appliquées sont fournies par

$$\begin{bmatrix} \hat{\delta}_{ma} \\ \hat{\eta}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{g}_{11} & \bar{g}_{12} \\ \bar{g}_{21} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/\bar{g}_{21} \\ 1/\bar{g}_{12} & -\bar{g}_{11}/(\bar{g}_{12}\bar{g}_{21}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \end{bmatrix}, \quad (4.2.5)$$

et deux résidus sont générés sous la forme

$$\begin{cases} r_{\delta_m} = \delta_{mc} - \widehat{\delta}_{ma} \\ r_{\eta} = \eta_c - \widehat{\eta}_a \end{cases} . \quad (4.2.6)$$

Considérons le scénario de défauts successifs composé d'une perte de 50% de l'efficacité de la propulsion à  $t = 20s$ , suivie d'un blocage de la gouverne  $\delta_m$  à  $t = 30s$ . Les résidus fournis par l'inversion ont le comportement affiché en figure 4.2.2. Ils parviennent à estimer indépendamment l'amplitude des deux défauts. Remarquons que  $r_{\delta_m}$  ne réagit pas au défaut affectant la propulsion.

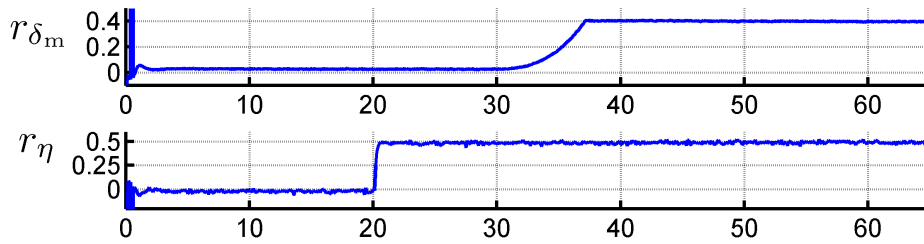


FIGURE 4.2.2: Résidus par inversion directe, défauts de propulsion à  $t = 20s$ , et de gouverne à  $t = 30s$

Insistons sur le fait qu'aucune intégration du modèle dynamique n'est nécessaire à l'obtention de ce résultat. Toutefois, cette simple procédure d'inversion n'est pas toujours applicable. Il faut en particulier que le nombre d'équations affines en les variables de commande soit supérieur ou égal au nombre de variables de commande. La matrice à inverser peut également être mal conditionnée. De plus, les incertitudes de modélisation et de mesure affectant le système impliquent que les fonctions non linéaires (4.2.4) décrivent imparfaitement le système réel. Du point de vue de la fiabilité du diagnostic, il apparaît intéressant de disposer d'un large ensemble de résidus permettant d'assurer la localisation et l'identification des défauts. C'est ce qui motive la procédure proposée ci-après, qui exploite également la connaissance des commandes calculées dans le calcul des résidus.

L'idée de base est de considérer chacune des équations disponibles (4.2.3) séparément, et d'estimer chacune des entrées de commande en fonction de (4.2.4) et des autres commandes (remplacées par leurs valeurs calculées connues). A partir de la première ligne de (4.2.3), on obtient

$$\begin{cases} \widehat{\delta}_{ma}^1 = \frac{1}{\bar{g}_{11}} (\bar{f}_1 - \bar{g}_{12}\eta_c) \\ \widehat{\eta}_a^1 = \frac{1}{\bar{g}_{12}} (\bar{f}_1 - \bar{g}_{11}\delta_{mc}) \end{cases} , \quad (4.2.7)$$

ce qui donne les deux résidus

$$\begin{cases} r_{11} = \delta_{mc} - \widehat{\delta}_{ma}^1 = \delta_{mc} - \frac{1}{\bar{g}_{11}} (\bar{f}_1 - \bar{g}_{12}\eta_c) \\ r_{12} = \eta_c - \widehat{\eta}_a^1 = \eta_c - \frac{1}{\bar{g}_{12}} (\bar{f}_1 - \bar{g}_{11}\delta_{mc}) \end{cases} . \quad (4.2.8)$$

Ces expressions sont les formes explicites de calcul des résidus, puisque seules des variables connues sont représentées dans le membre de droite (mesures et commandes calculées). La même opération peut être effectuée à l'aide de la deuxième ligne de (4.2.3), ce qui fournit

$$\widehat{\delta}_{ma}^2 = \frac{\bar{f}_2}{\bar{g}_{21}} \quad (4.2.9)$$

et le résidu

$$r_{21} = \delta_{mc} - \widehat{\delta}_{ma}^2 = \delta_{mc} - \frac{\bar{f}_2}{\bar{g}_{21}} . \quad (4.2.10)$$

Trois résidus ont donc été calculés en considérant les deux équations de (4.2.3) séparément. La génération de résidus supplémentaires est envisageable, par exemple en injectant l'estimée  $\widehat{\delta}_{ma}^2$  en lieu et place de  $\delta_{mc}$  dans les deux résidus (4.2.8), ce qui donne

$$\begin{cases} r_{11}^1 = \frac{\bar{f}_2}{\bar{g}_{21}} - \frac{1}{\bar{g}_{11}} (\bar{f}_1 - \bar{g}_{12}\eta_c) \\ r_{12}^1 = \eta_c - \frac{1}{\bar{g}_{12}} (\bar{f}_1 - \bar{g}_{11}\frac{\bar{f}_2}{\bar{g}_{21}}) \end{cases} . \quad (4.2.11)$$

Remarquons qu'injecter  $\widehat{\delta}_{ma}^1$  dans  $r_{21}$  redonne le résidu  $r_{11}^1$ . Cinq résidus sont donc disponibles ; reste à évaluer leur sensibilité aux défauts et leur capacité d'identification. Pour ce faire, il suffit de remplacer  $\bar{f}_1$  et  $\bar{f}_2$  par leurs expressions provenant de (4.2.3). Par exemple,

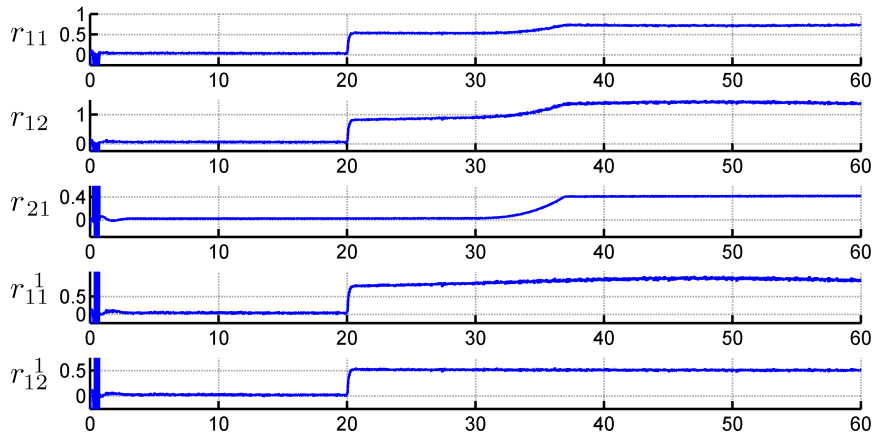
$$r_{11} = \delta_{mc} - \frac{1}{\bar{g}_{11}} (\bar{g}_{11}\delta_{ma} + \bar{g}_{12}\eta_a - \bar{g}_{12}\eta_c) = (\delta_{mc} - \delta_{ma}) + \frac{\bar{g}_{12}}{\bar{g}_{11}} (\eta_a - \eta_c) . \quad (4.2.12)$$

Le résidu  $r_{11}$  est donc sensible à la fois aux défauts sur  $\delta_m$  et sur  $\eta$ , puisqu'il est directement fonction des écarts entre les valeurs envoyées aux actionneurs et celles (inconnues) réalisées. Par ailleurs, en l'absence de défaut sur  $\eta$ ,  $\eta_a \approx \eta_c$ , ce qui conduit à  $r_{11} \approx \delta_{mc} - \delta_{ma}$ . Ce résidu permet donc directement l'identification du défaut de gouverne, en l'absence de défaut de propulsion. De manière générale, la sensibilité des résidus à un des défauts est indiquée par la présence dans son expression de la valeur calculée de la commande correspondante. Ceci peut se résumer, sur le cas considéré, au moyen de la table des signatures présentée en table 4.1.

TABLE 4.1: Table des signatures des résidus – cas test longitudinal

	$\delta_m$	$\eta$
$r_{11}$	×	×
$r_{12}$	×	×
$r_{21}$	×	0
$r_{11}^1$	0	×
$r_{12}^1$	0	×

Un des intérêts de cette méthode est de fournir des résidus supplémentaires, en exploitant la redondance analytique disponible dans les équations retenues et le module de commande. La figure 4.2.3 montre les résultats obtenus avec ces cinq nouveaux résidus, pour le même scénario de défauts successifs qu'en figure 4.2.2.

FIGURE 4.2.3: Résidus issus des substitutions, défauts de propulsion à  $t = 20$ s, et de gouverne à  $t = 30$ s

Dans le cas présent, les signatures des deux défauts sur ces cinq résidus (cf Table 4.1) montrent qu'ils sont discernables. En effet, les résidus  $r_{11}$  et  $r_{12}$  sont sensibles aux deux défauts et permettent leur détection ; le résidu  $r_{21}$  est sensible uniquement au défaut sur  $\delta_m$  et permet ainsi sa localisation, tandis que les résidus  $r_{11}^1$  et  $r_{12}^1$  sont sensibles uniquement au défaut sur  $\eta$ . La prise en compte simultanée des trois résidus  $r_{21}$ ,  $r_{11}^1$  et  $r_{12}^1$  peut permettre d'augmenter la robustesse de la localisation des défauts aux incertitudes, notamment par rapport à la méthode d'inversion directe où un seul résidu par défaut était généré. Par ailleurs, le résidu  $r_{21}$  permet d'identifier le défaut sur  $\delta_m$  et le résidu  $r_{12}^1$  fournit une estimée du défaut en  $\eta$ .

### 4.3 Algorithme de génération des résidus

Cette partie présente une procédure automatique de calcul de résidus similaires à ceux obtenus pour le cas test longitudinal dans la partie précédente. Cet algorithme, qui peut être codé avec MAPLE, a pour entrée une structure de modèle telle que celle de (4.2.3)-(4.2.4), et renvoie en sortie l'ensemble des résidus de la forme (4.2.8), (4.2.10) et (4.2.11).

#### 4.3.1 Extraction du modèle

Une étape préliminaire consiste à déterminer, dans le modèle non linéaire (4.2.1), les équations d'état qui contiennent des entrées de commande et impliquent uniquement des variables d'état mesurées et leurs dérivées. L'algorithme 4.1 est dédié à cette extraction. La  $i^{\text{ème}}$  équation d'état du modèle (4.2.1) est

$$\dot{x}_i = f_i(\mathbf{x}) + \mathbf{g}_i^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}, \quad (4.3.1)$$

où  $\mathbf{g}_i^T$  est la  $i^{\text{ème}}$  ligne de  $\mathbf{G}$ . La dimension du vecteur d'état est notée  $n_x$ .

---

#### Algorithme 4.1 Mise en forme du modèle

---

**Entrées :**  $\mathbf{f}, \mathbf{G}$

$j \leftarrow 0$

**pour**  $i = 1$  à  $n_x$  **faire**

**si**  $\dot{x}_i$  et toutes les variables d'états arguments de  $f_i$  et  $\mathbf{g}_i$  sont mesurées et  $\mathbf{g}_i$  n'est pas nul **alors**

$j \leftarrow j + 1$

$\bar{f}_j(\mathbf{y}) = \dot{x}_i - f_i(\mathbf{x})$

$\bar{\mathbf{g}}_j^T(\mathbf{y}) = \mathbf{g}_i^T(\mathbf{x})$

**fin si**

**fin pour**

**Sorties :**  $\bar{\mathbf{f}}, \bar{\mathbf{G}}$

---

Notons  $n_r$  le nombre d'équations ainsi sélectionnées (égal à la valeur de  $j$  après exécution de l'algorithme 4.1) et  $m_r$  le nombre d'entrées de commandes restantes. Il est par ailleurs supposé ici, pour simplifier, que toutes les entrées de commande initiales sont impliquées dans ce nouveau modèle, soit  $m_r = \dim \mathbf{u}$ . Celui-ci s'écrit alors comme

$$\begin{bmatrix} \bar{f}_1(\mathbf{y}) \\ \vdots \\ \bar{f}_{n_r}(\mathbf{y}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{g}}_1^T(\mathbf{y}) \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{g}}_{n_r}^T(\mathbf{y}) \end{bmatrix} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \bar{g}_{11}(\mathbf{y}) & \cdots & \bar{g}_{1m_r}(\mathbf{y}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{g}_{n_r1}(\mathbf{y}) & \cdots & \bar{g}_{n_r m_r}(\mathbf{y}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_{m_r} \end{bmatrix}, \quad (4.3.2)$$

ou de manière plus concise,  $\bar{\mathbf{f}}(\mathbf{y}) = \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{u}$ . Par souci de simplicité d'écriture, la

dépendance en  $\mathbf{y}$  sera omise dans ce qui suit. Dans le cas du modèle aéronautique longitudinal (2.2.13), l'algorithme 4.1 renvoie (4.2.3) et (4.2.4).

### 4.3.2 Résidus directs

Considérons chaque ligne de (4.3.2) séparément. Chaque entrée de commande impliquée peut être exprimée en fonction des mesures  $\mathbf{y}$  et des autres entrées de commandes présentes dans l'équation, à condition que l'élément de  $\bar{\mathbf{G}}$  lui correspondant ne soit pas nul (ce que nous supposons pour le moment). Ceci implique qu'il existe autant de manières d'exprimer chaque entrée de commande qu'il y a d'équations où elle apparaît. Notons  $\hat{u}_{aij}$  l'estimée de la  $j^{\text{ème}}$  entrée de commande à partir de la  $i^{\text{ème}}$  équation de (4.3.2). Ainsi, Si  $\bar{g}_{ij}$  n'est pas nul, on obtient

$$\hat{u}_{aij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{\bar{g}_{ij}} \left[ \bar{f}_i - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{m_r} \bar{g}_{ik} u_k \right]. \quad (4.3.3)$$

En pratique, ces estimées se calculent en injectant dans (4.3.3) le vecteur des entrées des commandes calculées  $\mathbf{u}_c$  à la place du vecteur inconnu des commandes  $\mathbf{u}$ . Elles dépendent donc uniquement de variables mesurées, puisque les expressions des fonctions  $f_{()}$  et  $g_{()}$  sont connues et les commandes  $u_{ck}$  ( $k$  variant de 1 à  $m_r$ ) sont fournies par le module de commande. Pour  $i$  variant de 1 à  $n_r$  et  $j$  de 1 à  $m_r$ , il est donc possible de générer des résidus  $r_{ij}$  en comparant chaque entrée de commande calculée  $u_{cj}$  avec chacune des estimées correspondantes  $\hat{u}_{aij}$ . Chaque résidu  $r_{ij}$  est défini comme

$$r_{ij} = u_{cj} - \hat{u}_{aij}(\mathbf{u}_c), \quad (4.3.4)$$

soit

$$r_{ij} = \frac{\bar{g}_{ij}}{\bar{g}_{ij}} u_{cj} - \frac{\bar{f}_i}{\bar{g}_{ij}} + \frac{1}{\bar{g}_{ij}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{m_r} \bar{g}_{ik} u_{ck}, \quad (4.3.5)$$

ce qui mène finalement à

$$r_{ij} = -\frac{\bar{f}_i}{\bar{g}_{ij}} + \frac{1}{\bar{g}_{ij}} \sum_{k=1}^{m_r} \bar{g}_{ik} u_{ck}. \quad (4.3.6)$$

Cette première étape (algorithme 4.2) permet d'obtenir autant de résidus qu'il y a de termes non nuls dans la matrice  $\bar{\mathbf{G}}$ . Dans le cas de l'exemple précédent, il s'agit des équations (4.2.8) et (4.2.10). Un problème de stabilité numérique dû au passage par zéro de la valeur des fonctions  $\bar{g}_{ij}$  impliquées dans le calcul des résidus peut se poser, étant donné leur présence au dénominateur. Il est nécessaire de tester si la valeur du dénominateur de  $r_{ij}$  n'est pas inférieur à un certain seuil, auquel cas le résidu ne devra pas être utilisé pour le diagnostic à cet instant. Notons toutefois que ce cas de figure ne s'est jamais présenté dans les exemples traités dans ce chapitre. En effet, les fonctions  $\bar{g}_{()}$  décrites

---

**Algorithme 4.2** Génération de résidus directs

---

**Entrées :**  $\bar{\mathbf{f}}, \bar{\mathbf{G}}$   
 $\mathcal{R}_{\text{dir}} = \{\}$   
**pour**  $i = 1$  à  $n_r$  **faire**  
    **pour**  $j = 1$  à  $m_r$  **faire**  
        **si**  $\bar{g}_{ij}$  n'est pas nul **alors**  
             $r_{ij} = \frac{1}{\bar{g}_{ij}} \left[ -\bar{f}_i + \bar{\mathbf{g}}_i^T \mathbf{u}_c \right]$   
             $\mathcal{R}_{\text{dir}} \leftarrow \{ \mathcal{R}_{\text{dir}}, r_{ij} \}$   
        **fin si**  
    **fin pour**  
**fin pour**  
**Sortie :**  $\mathcal{R}_{\text{dir}}$

---

par (4.2.4) impliquent des coefficients aérodynamiques qui ne passent généralement pas par zéro pour la plupart des conditions de vol.

### 4.3.3 Résidus supplémentaires

Les résidus produits par l'algorithme 4.2 ont été obtenus en considérant chaque équation de (4.3.2) séparément. L'étape suivante consiste à obtenir toutes les combinaisons possibles entre les estimées de type (4.3.3) et les résidus de type (4.3.6). Autrement dit, il s'agit d'injecter les différentes estimées de chaque commande (fonctions des mesures et des commandes calculées) dans les expressions des résidus, à l'image de ce qui a été fait en (4.2.11). L'objectif est d'obtenir une collection de relations de redondance la plus large possible, afin de disposer d'un choix de résidus différents pour la localisation et l'identification des défauts.

La première étape de cette substitution consiste à stocker dans une matrice  $\mathbf{R}_{\text{est}}$ , de dimension  $n_r \times m_r$ , les expressions des commandes calculées (4.3.3). Les indices non nuls de la matrice  $\bar{\mathbf{G}}$  sont quant à eux stockés dans un ensemble  $\mathcal{I}$  et les commandes présentes dans chacune des équations dans un ensemble  $\mathcal{C}$ . Ces éléments sont initialisés par l'algorithme 4.3.

Dans le cas de l'exemple longitudinal (4.2.3), on obtient les ensembles

$$\mathbf{R}_{\text{est}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{g}_{11}} (\bar{f}_1 - \bar{g}_{12} \eta_c) & \frac{1}{\bar{g}_{12}} (\bar{f}_1 - \bar{g}_{11} \delta_{\text{mc}}) \\ \frac{\bar{f}_2}{\bar{g}_{21}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{I} = \{[1, 1], [1, 2], [2, 1]\}$$

$$\mathcal{C} = \{\{1, 2\}, \{1\}\}$$

Il s'agit ensuite de confronter les ensembles  $\mathcal{I}$  et  $\mathcal{C}$  afin de déterminer quelles commandes peuvent être injectées dans les différents résidus. La principale contrainte est qu'une

commande estimée à partir de la  $i^{\text{ème}}$  ligne ne peut pas être utilisée dans cette même ligne. Ceci est effectué pour chaque sous ensemble de  $\mathcal{C}$ , ce qui donne l'ensemble résultant  $\mathcal{D}$  renvoyé par l'algorithme 4.4.

---

**Algorithme 4.3** Ensembles auxiliaires
 

---

**Entrées :**  $\bar{f}, \bar{\mathbf{G}}$

$\mathcal{I} = \{\}, \mathcal{C} = \{\}$

**pour**  $i = 1$  à  $n_r$  **faire**

$\mathcal{I}_{\text{tmp}} = \{\}$

**pour**  $j = 1$  à  $m_r$  **faire**

**si**  $\bar{g}_{ij}$  n'est pas nul **alors**

$$\mathbf{R}_{\text{est}}[i, j] = \frac{1}{\bar{g}_{ij}} \left[ \bar{f}_i - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{m_r} \bar{g}_{ik} u_k \right]$$

$\mathcal{I} = \{\mathcal{I}, [i, j]\}$

$\mathcal{I}_{\text{tmp}} = \{\mathcal{I}_{\text{tmp}}, j\}$

**fin si**

**fin pour**

$\mathcal{C} \leftarrow \{\mathcal{C}, \mathcal{I}_{\text{tmp}}\}$

**fin pour**

**Sorties :**  $\mathcal{C}, \mathcal{I}$

---



---

**Algorithme 4.4** Ensemble des substitutions de base
 

---

**Entrées :**  $\mathcal{C}, \mathcal{I}$

$\mathcal{D} = \{\}$

**pour**  $i = 1$  à  $n_r$  **faire**

$\mathcal{D}_{\text{tmp}} = \{\}$

**pour**  $j = 1$  à  $\dim(\mathcal{C}[i])$  **faire**

**pour**  $k = 1$  à  $\dim(\mathcal{I})$  **faire**

**si**  $\mathcal{I}[k][1] \neq i$  et  $\mathcal{I}[k][2] = \mathcal{C}[i][j]$  **alors**

$\mathcal{D}_{\text{tmp}} = \{\mathcal{D}_{\text{tmp}}, \mathcal{I}[k]\}$

**fin si**

**fin pour**

**fin pour**

$\mathcal{D} \leftarrow \{\mathcal{D}, \mathcal{D}_{\text{tmp}}\}$

**fin pour**

**Sortie :**  $\mathcal{D}$

---



Pour l'exemple longitudinal, l'algorithme 4.4 fournit

$$\mathcal{D} = \left\{ \{[2, 1]\}, \{[1, 1]\} \right\}.$$

Ceci signifie que, seule l'estimée de la première commande à partir de la deuxième ligne peut être incorporée dans les résidus issus de la première ligne de (4.2.3), tandis que la seule substitution réalisable pour la deuxième ligne est celle de l'estimée de la première commande à partir de la première ligne.

Dans cet exemple simple, il n'y a qu'un seul sous-ensemble pour chaque équation. Considérons un exemple plus complexe, avec trois équations et deux commandes,

$$\begin{bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \\ \bar{f}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{g}_{11} & 0 \\ 0 & \bar{g}_{22} \\ \bar{g}_{31} & \bar{g}_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{c1} \\ u_{c2} \end{bmatrix}, \quad (4.3.7)$$

où l'ensemble  $\mathcal{D}$  est alors

$$\mathcal{D} = \left\{ \{[3, 1]\}, \{[3, 2]\}, \{[1, 1], [2, 2]\} \right\}.$$

Dans ce cas, il est possible de substituer à la fois l'estimée  $\hat{u}_{a11}$  et l'estimée  $\hat{u}_{a22}$  dans les résidus issus de la troisième ligne, comme le montre le troisième sous-ensemble de  $\mathcal{D}$ . Il est donc nécessaire de déterminer, pour chaque ligne, toutes les combinaisons réalisables. Ceci est obtenu par la procédure récursive *Group* décrite dans l'algorithme 4.5, qui renvoie l'ensemble  $\mathcal{D}$  complété de toutes les substitutions autorisées. A noter que les combinaisons comprenant au moins deux éléments dont les deuxièmes indices (numéro de la commande) sont identiques sont exclues. En effet, si on peut estimer  $u_k$  à partir de deux lignes,  $i$  et  $j$ , le choix a été fait de n'injecter que  $u_{ki}$  ou  $u_{kj}$ , et non une combinaison linéaire de ces deux variables.

A titre d'illustration, voici le déroulement de l'algorithme 4.5 sur le sous-ensemble  $\{[1, 1], [2, 2]\}$  :

- $k = 0 \rightarrow \mathcal{P} = \{\emptyset\}$
- $k = 1 \rightarrow \mathcal{Q} = \{[1, 1]\}, \mathcal{P} \leftarrow \{\emptyset, \{[1, 1]\}\},$
- $k = 2 \rightarrow \mathcal{P} = \text{Group}(\mathcal{P}) = \{\emptyset, \{[1, 1]\}, \{[2, 2]\}\},$   
 $\mathcal{Q} = \{[1, 1], [2, 2]\}, \mathcal{Q}[1][2] \neq \mathcal{Q}[2][2] \rightarrow \text{OK}$   
 $\mathcal{P} \leftarrow \mathcal{P} \cup \mathcal{Q} = \{\emptyset, \{[1, 1]\}, \{[2, 2]\}, \{[1, 1], [2, 2]\}\}$

La procédure MAPLE *choose* permet d'obtenir toutes les permutations, auxquelles il faut *a posteriori* retirer les combinaisons interdites.

A partir de l'ensemble  $\mathcal{D}$  obtenu en sortie de l'algorithme 4.5, il ne reste plus qu'à construire les vecteurs de commande en remplaçant les commandes calculées  $u_{c_j}$  par leur

estimée  $\hat{u}_{aij}$ , selon les indices  $i$  retenus pour chaque ligne. Les résidus supplémentaires sont alors générés comme à l'algorithme 4.2 en remplaçant  $\mathbf{u}_c$  par le nouveau vecteur de commande.

---

**Algorithme 4.5**  $Group(\mathcal{D})$

---

**Entrée :**  $\mathcal{D}$   
 $\mathcal{P} = \{\}, \mathcal{Q} = \{\}$   
**pour**  $v = 1$  à  $\dim(\mathcal{D})$  **faire**  
     $\mathcal{D}_v = \mathcal{D}[v]$   
    **pour**  $k = 0$  à  $\dim(\mathcal{D}_v)$  **faire**  
        **si**  $k = 0$  **alors**  
             $\mathcal{P} = \{\emptyset\}$   
        **sinon**  
             $\mathcal{P} = Group(\mathcal{P})$   
            **pour tout** les sous-ensembles  $\mathcal{E} \in \mathcal{P}$  **faire**  
                 $\mathcal{Q} = \mathcal{E} \cup \mathcal{D}_v[k]$   
            **fin pour**  
            **pour**  $i = 1$  à  $\dim(\mathcal{Q})$  **faire**  
                **si**  $n_{\mathcal{Q}[i]} > 1$  **alors**  
                    **pour**  $j = 1$  à  $\dim(\mathcal{Q}[i])$  **faire**  
                        **pour**  $l = 1$  à  $\dim(\mathcal{Q}[i])$  **faire**  
                            **si**  $\mathcal{Q}[i][j][2] = \mathcal{Q}[i][l][2]$  **alors**  
                                Retirer  $\mathcal{Q}[i]$  de  $\mathcal{Q}$   
                            **fin si**  
                        **fin pour**  
                    **fin pour**  
                **fin si**  
                **fin pour**  
                 $\mathcal{P} \leftarrow \mathcal{P} \cup \mathcal{Q}$   
            **fin si**  
        **fin pour**  
         $\mathcal{D}[v] \leftarrow \mathcal{P}$   
**fin pour**  
**Sortie :**  $\mathcal{D}$

---

L'ensemble final des résidus s'obtient alors en concaténant  $\mathcal{R}_{\text{sup}}$  en sortie de l'algorithme 4.6 avec l'ensemble  $\mathcal{R}_{\text{dir}}$  obtenu via l'algorithme 4.2, puis en éliminant les éventuels doublons.

Par exemple, sur l'exemple longitudinal, à partir de  $\mathcal{D} = \{\{[2, 1]\}, \{[1, 1]\}\}$ , il vient

$$- k = 1, i = 1 \rightarrow \mathbf{u}_{\text{tmp}} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{f}_2}{\bar{g}_{21}} \\ \eta_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow r_{11}^1 &= \frac{\bar{f}_2}{\bar{g}_{21}} - \frac{1}{\bar{g}_{11}} \left( \bar{f}_1 - \bar{g}_{12} \eta_c \right) \text{ et } r_{12}^1 = \eta_c - \frac{1}{\bar{g}_{12}} \left( \bar{f}_1 - \bar{g}_{11} \frac{\bar{f}_2}{\bar{g}_{21}} \right) \\ - k = 2, i = 1 &\rightarrow \mathbf{u}_{\text{tmp}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{g}_{11}} \left( \bar{f}_1 - \bar{g}_{12} \eta_c \right) \\ \eta_c \end{bmatrix} \rightarrow r_{21}^1 = \frac{-\bar{f}_2}{\bar{g}_{21}} + \frac{1}{\bar{g}_{11}} \left( \bar{f}_1 - \bar{g}_{12} \eta_c \right) \end{aligned}$$

Comme il s'avère que  $r_{21}^1 = -r_{12}^1$ , le premier de ces résidus n'est pas conservé. Deux résidus supplémentaires sont donc obtenus, ce qui correspond à l'équation (4.2.11) pour l'exemple développé au cours de la section précédente.

---

**Algorithme 4.6** Génération des résidus supplémentaires

---

**Entrées :**  $\mathcal{D}, \bar{\mathbf{f}}, \bar{\mathbf{G}}$   
 $\mathcal{R}_{\text{sup}} = \{ \}$   
**pour**  $k = 1$  à  $\dim(\mathcal{D})$  **faire**  
     $\mathcal{D}_k = \mathcal{D}[k]$   
    **pour**  $i = 1$  à  $\dim(\mathcal{D}_k)$  **faire**  
         $\mathbf{u}_{\text{tmp}} \leftarrow \mathbf{u}_c$   
        **pour**  $j = 1$  à  $\dim(\mathcal{D}_k[i])$  **faire**  
             $i_{\text{tmp}} \leftarrow \mathcal{D}_k[i][j][1], j_{\text{tmp}} \leftarrow \mathcal{D}_k[i][j][2]$   
             $\mathbf{u}_{\text{tmp}}(j_{\text{tmp}}) = \mathbf{R}_{\text{est}}(i_{\text{tmp}}, j_{\text{tmp}})$   
             $r = \frac{1}{\bar{g}_{ij}} \left[ -\bar{f}_i + \bar{\mathbf{g}}_i^T \mathbf{u}_{\text{tmp}} \right]$   
             $\mathcal{R}_{\text{sup}} = \{ \mathcal{R}_{\text{sup}}, r \}$   
        **fin pour**  
    **fin pour**  
**fin pour**  
**Sortie :**  $\mathcal{R}_{\text{sup}}$

---

Cette procédure permet de générer systématiquement des relations de redondance analytique permettant la détection, la localisation et l'identification des actionneurs. Lorsque le nombre de termes non nuls de  $\bar{\mathbf{G}}$  est important, le nombre des résidus obtenus risque d'être beaucoup trop grand. Il faut alors passer par une étape de tri, afin de déterminer à quels défauts ces résidus sont sensibles. Comme illustré par (4.2.12), la sensibilité à un défaut sur un actionneur est mise en évidence par la présence de la commande calculée lui correspondant dans l'expression du résidu. Examinons, par exemple, le cas des résidus directs (4.3.6),

$$r_{ij} = -\frac{\bar{f}_i}{\bar{g}_{ij}} + \frac{1}{\bar{g}_{ij}} \sum_{k=1}^{m_r} \bar{g}_{ik} u_{ck}. \quad (4.3.8)$$

Leur sensibilité se détermine en remplaçant  $\bar{f}_i$  par son expression comprenant les com-

mandes réellement appliquées, soit

$$r_{ij} = -\frac{1}{\bar{g}_{ij}} \left( \sum_{k=1}^{m_r} \bar{g}_{ik} u_{ak} \right) + \frac{1}{\bar{g}_{ij}} \sum_{k=1}^{m_r} \bar{g}_{ik} u_{ck}, \quad (4.3.9)$$

ce qui donne finalement

$$r_{ij} = \frac{1}{\bar{g}_{ij}} \left( \sum_{k=1}^{m_r} \bar{g}_{ik} (u_{ck} - u_{ak}) \right). \quad (4.3.10)$$

Par construction, les résidus sont donc sensibles aux défauts sur les actionneurs dont ils contiennent la commande calculée. Par ailleurs, l'identification du défaut est possible, en (4.3.10), pour  $k = j$ , puisque  $r_{ij}$  contient alors directement l'écart  $u_{cj} - u_{aj}$ . Il en est ainsi pour chaque résidu qui permet l'identification directe d'un défaut unique, sous l'hypothèse que les autres défauts auquel il est sensible ne soient pas présents. Tout ceci rend aisé l'étape de tri, puisqu'il suffit de vérifier quelles commandes calculées interviennent dans chacun des résidus pour obtenir leurs signatures.

L'intérêt de cet algorithme est de mettre à la fois en évidence des résidus structurés, rendus insensibles à un ou plusieurs défauts d'actionneurs, et de fournir une collection d'expressions à même d'estimer les différents défauts. Une sélection minimale de résidus avec des signatures différentes peut ainsi être mise en œuvre en ligne à faible coût de calcul (rappelons qu'aucune intégration numérique n'est nécessaire), pour détecter et localiser un défaut d'actionneur. Une fois celui-ci localisé, il peut être identifié en ayant recours aux résidus dédiés à cet effet, qui auront été préalablement extraits de l'ensemble initial de résidus.

## 4.4 Application au cas test complet

Appliquons la procédure présentée ci-dessus au cas test aéronautique complet décrit au chapitre 2. Pour mémoire, celui-ci est actionné via quatre gouvernes et un dispositif de propulsion. Nous allons maintenant traiter de la détection, localisation et identification des défauts pouvant affecter ces cinq actionneurs via la méthode proposée dans ce chapitre.

### 4.4.1 Modèle et génération de résidus

Comme dans le cas de l'exemple longitudinal, les équations d'état du modèle à six degrés de liberté qui vérifient les conditions de l'algorithme 4.1 sont les équations des forces (2.2.2). En effet, le membre de gauche est directement mesuré par le biais de la centrale inertielle embarquée, de même que les variables impliquées dans le membre de droite. Par ailleurs, l'ensemble des commandes  $y$  intervient. Il est important de remarquer que les forces aérodynamiques (2.2.3) sont exprimées en fonction des gouvernes équivalentes. L'allocation des commandes (2.2.11) aux gouvernes réelles (qui subissent

en pratique les défauts) doit donc être prise en compte dans ces forces pour établir le modèle qui servira au diagnostic. Il est plus aisé de procéder en deux temps, à savoir de commencer par établir les relations (4.3.2) avec les gouvernes équivalentes, ce qui donne

$$\begin{bmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \\ \tilde{f}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{g}_{11} & \tilde{g}_{12} & \tilde{g}_{13} & \tilde{g}_{14} \\ \tilde{g}_{21} & 0 & \tilde{g}_{23} & 0 \\ 0 & \tilde{g}_{32} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_m \\ \delta_n \\ \eta \end{bmatrix}, \quad (4.4.1)$$

avec

$$\begin{cases} \tilde{f}_1 = \dot{v}_{bx} + qv_{bz} - rv_{by} + \sin \theta mg + \frac{Q_{sref}}{m} [c_{x0} + c_{xa}\alpha] - \frac{f_{min}}{m} \\ \tilde{f}_2 = \dot{v}_{by} + rv_{bx} - qv_{bz} - \cos \theta \sin \varphi mg - \frac{Q_{sref}}{m} [c_{y0} + c_{yb}\beta] \\ \tilde{f}_3 = \dot{v}_{bz} + pv_{by} - qv_{bx} - \cos \theta \cos \varphi mg + \frac{Q_{sref}}{m} [c_{z0} + c_{za}\alpha] \\ \tilde{g}_{11} = -\frac{Q_{sref}c_{x\delta_1}}{m} \\ \tilde{g}_{12} = -\frac{Q_{sref}c_{x\delta_m}}{m} \\ \tilde{g}_{13} = -\frac{Q_{sref}c_{x\delta_n}}{m} \\ \tilde{g}_{14} = \frac{f_{max} - f_{min}}{m} \\ \tilde{g}_{21} = \frac{Q_{sref}c_{y\delta_1}}{m} \\ \tilde{g}_{23} = \frac{Q_{sref}c_{y\delta_n}}{m} \\ \tilde{g}_{32} = -\frac{Q_{sref}c_{z\delta_m}}{m} \end{cases} \quad (4.4.2)$$

Il s'agit ensuite de multiplier cette matrice  $\tilde{\mathbf{G}}$  par la matrice d'allocation (2.2.11) (augmentée d'une ligne et une colonne pour tenir compte de  $\eta$ ) afin d'obtenir la matrice  $\bar{\mathbf{G}}$  du modèle liant les variables mesurées aux actionneurs réels, comme suit,

$$\bar{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} \tilde{g}_{11} & \tilde{g}_{12} & \tilde{g}_{13} & \tilde{g}_{14} \\ \tilde{g}_{21} & 0 & \tilde{g}_{23} & 0 \\ 0 & \tilde{g}_{32} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{g}_{11} & \bar{g}_{12} & \bar{g}_{13} & \bar{g}_{14} & \bar{g}_{15} \\ \bar{g}_{21} & \bar{g}_{22} & \bar{g}_{23} & \bar{g}_{24} & 0 \\ 0 & \bar{g}_{32} & 0 & \bar{g}_{34} & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.4.3)$$

Les expressions des nouveaux termes  $\bar{g}_i$  sont développées en annexe A.2. En appliquant la procédure décrite en section 4.3, 438 relations de redondance analytique sont obtenues. Cependant, l'analyse de leur sensibilité révèle que la plupart d'entre elles (257) sont sensibles à tous les défauts d'actionneurs, ce qui les rend impropres à la localisation des défauts. La table 4.2 présente la table des signatures des résidus obtenus, ainsi que le nombre de relations disponibles pour chaque signature. Les types de relations de redondance ont été renommées  $r_1$  à  $r_8$  et  $r_{all}$  pour faciliter la lecture des résultats ci-après.

Pour chaque actionneur, il existe au moins un résidu sensible à tous les défauts sauf

sur l'actionneur considéré, ce qui remplit la condition de localisation des défauts. Par ailleurs, trois types de résidus sensibles à deux ou trois défauts et insensibles aux autres sont disponibles (trois dernières lignes du tableau). La mise en œuvre pratique s'effectue en sélectionnant au minimum un résidu de chaque type ( $r_1$  à  $r_8$ ), voire plusieurs si la capacité de calcul le permet. La prise en compte de plusieurs résidus d'un même type peut permettre de conserver une capacité de détection si par exemple l'un des résidus est composé de paramètres plus sensibles aux perturbations que les autres.

TABLE 4.2: Table des signatures des résidus pour le diagnostic des défauts d'actionneurs

Nombre de résidus sensibles	Nom du type de résidu	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_4$	$\eta$
257	$r_{\text{all}}$	×	×	×	×	×
35	$r_1$	0	×	×	×	×
14	$r_2$	×	0	×	×	×
35	$r_3$	×	×	0	×	×
14	$r_4$	×	×	×	0	×
48	$r_5$	×	×	×	×	0
5	$r_6$	×	×	×	0	0
5	$r_7$	×	0	×	×	0
25	$r_8$	0	×	0	×	0

Une fois qu'un défaut a été localisé, il peut être identifié en utilisant une ou plusieurs relations de redondance contenant directement son estimée. Le nombre d'expressions disponibles pour l'estimation de chacun des défauts est indiqué en table 4.3. Un échantillon des résidus générés sur ce problème est disponible en annexe A.2.

TABLE 4.3: Nombre d'expressions permettant l'estimation quantitative des défauts

Défaut identifiable	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_4$	$\eta$
Nombre de relations	42	31	42	31	39

#### 4.4.2 Résultats de simulation

Cinq scénarios ont été conçus, afin d'examiner le comportement des types de résidus générés en présence de différents défauts sur les actionneurs. Ceux-ci comprennent le cas nominal sans défaut, deux configurations avec défaut unique et deux séquences de défauts successifs persistants.

Les résultats présentés ci-après montrent un comportement des résidus en accord avec la table 4.2. Il est ainsi mis en évidence la possibilité de détecter, localiser et identifier les défauts sur les actionneurs du cas test aéronautique, en présence des fortes incertitudes de mesure et de modélisation précisées au chapitre 2. Il faut par ailleurs rappeler que tous ces résidus ont été générés uniquement à partir des trois équations des forces.

TABLE 4.4: Scénarios de défauts

Scénario	Défauts	cf figures
1	Cas sans défaut	4.4.1
2	Blocage de $\delta_1$ à 47s	4.4.2
3	Perte d'efficacité de 50% de $\eta$ à 54s	4.4.4
4	Perte d'efficacité de 75% de $\eta$ à 32s et blocage de $\delta_4$ à 71s	4.4.5
5	Blocage de $\delta_2$ à 38s puis blocage de $\delta_3$ à 62s	4.4.6

#### 4.4.2.1 Scénario 1 (cas sans défaut)

En l'absence de défaut, les huit types de résidus sont de moyenne nulle, après une période transitoire initiale de l'ordre de cinq secondes.

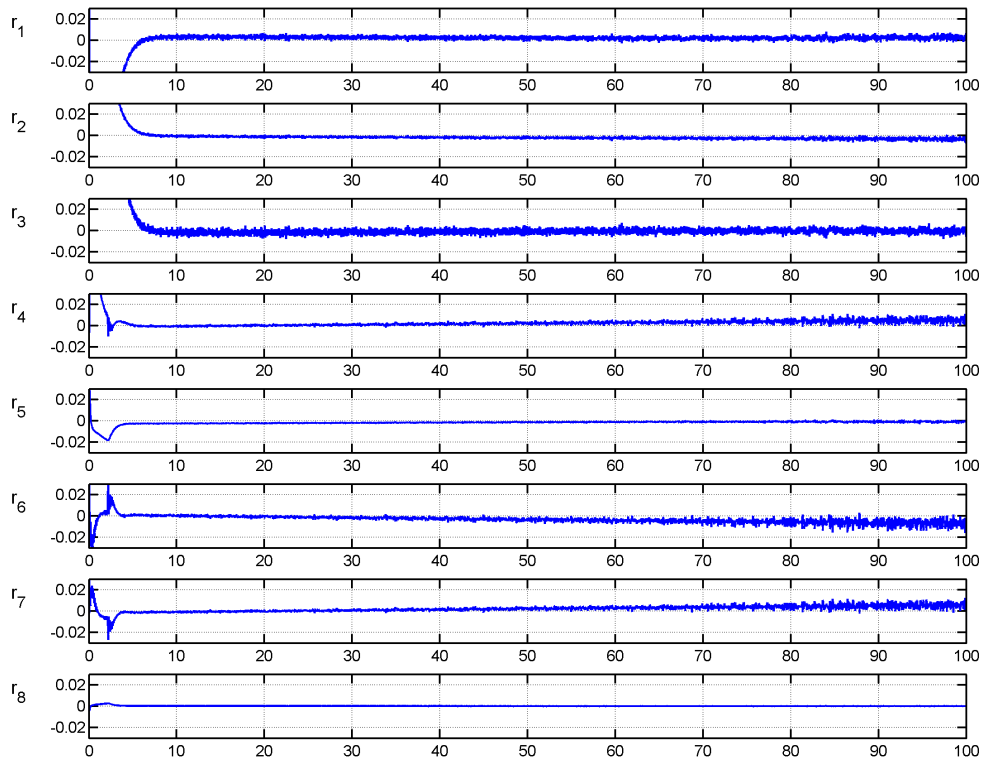


FIGURE 4.4.1: Scénario 1 (cas sans défaut)



#### 4.4.2.2 Scénario 2 (défaut sur $\delta_1$ )

Le scénario 2 correspond à un défaut sur la gouverne  $\delta_1$ , qui perturbe tous les résidus sauf  $r_1$  et  $r_8$ , conformément à la table des signatures 4.2. La figure 4.4.3 présente trois estimées de ce défaut cohérentes avec la vraie évolution de celui-ci, obtenues à l'aide de résidus dédiés.

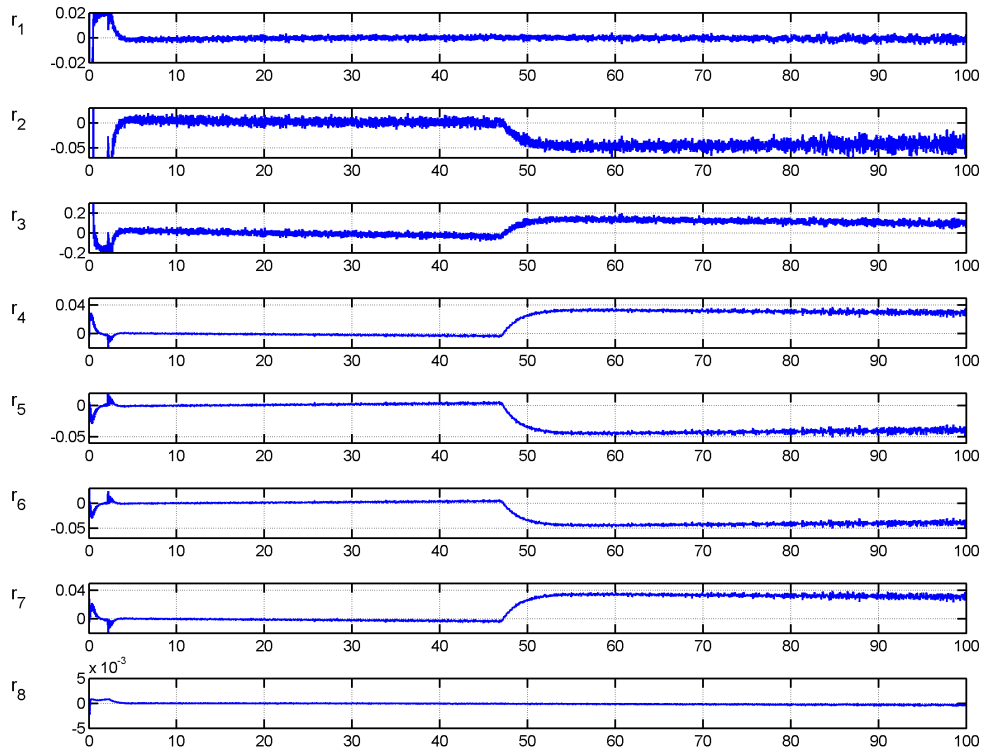


FIGURE 4.4.2: Scénario 2 (défaut sur  $\delta_1$ )

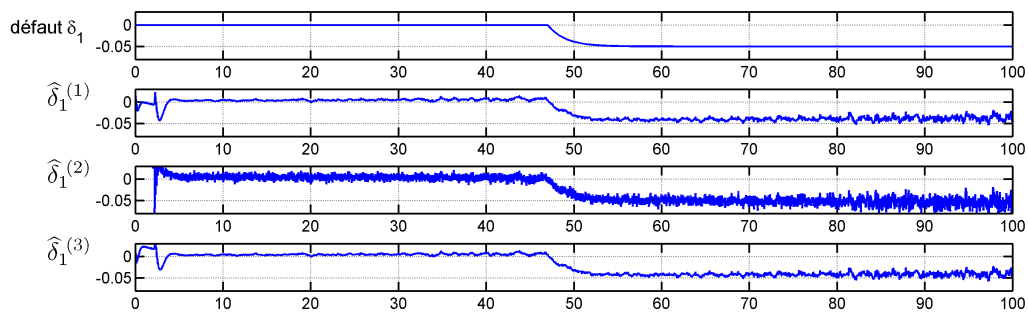


FIGURE 4.4.3: Valeur vraie et estimations du défaut affectant  $\delta_1$

### 4.4.2.3 Scénario 3 (défaut sur $\eta$ )

Les résidus  $r_1$  à  $r_4$  sont effectivement sensibles à la perte d'efficacité de la propulsion. Les trois premiers présentés ici fournissent d'ailleurs une estimée de ce défaut (perte d'efficacité de 50% de la propulsion). En revanche,  $r_5$  à  $r_8$  ne sont pas sensibles à ce défaut ; la signature globale permet donc de le localiser, à l'aide de la table 4.4.

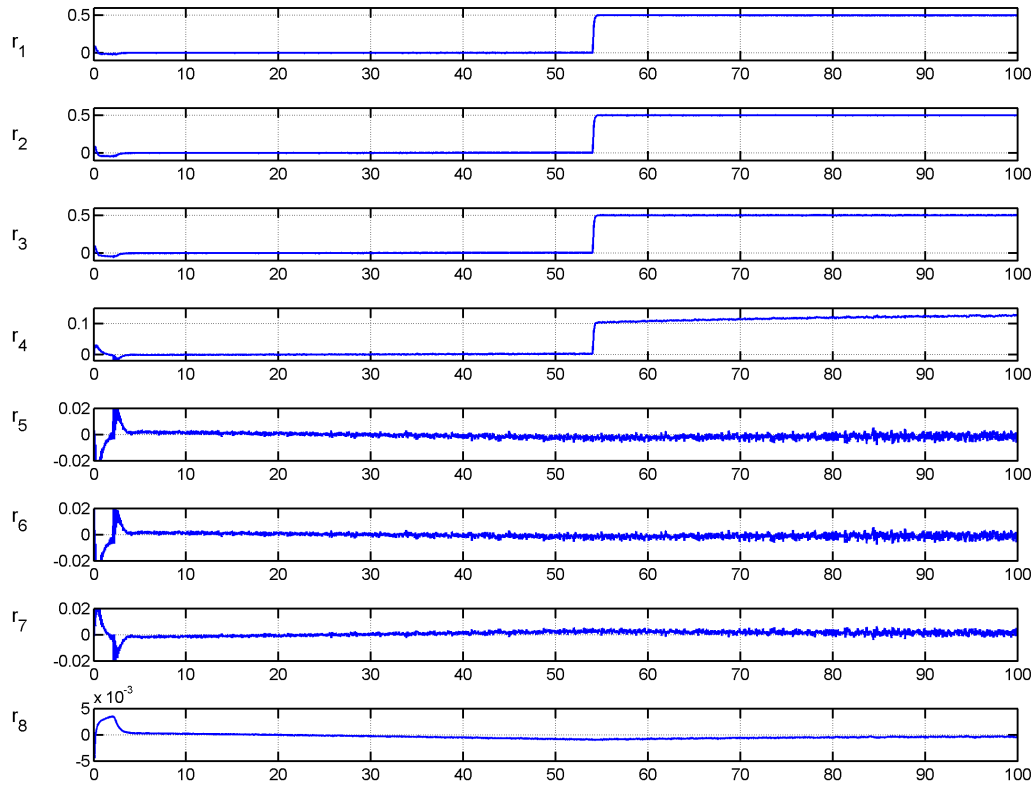


FIGURE 4.4.4: Scénario 3 (défaut sur  $\eta$ )

#### 4.4.2.4 Scénario 4 (défauts sur $\eta$ puis sur $\delta_4$ )

Comme pour le scénario précédent, la réaction des quatre premiers résidus signale tout d'abord l'apparition d'un défaut de propulsion. Puis, au moment de l'apparition du défaut sur la gouverne  $\delta_4$ , les résidus  $r_5$ ,  $r_7$  et  $r_8$  s'écartent de zéro. Le fait que seul  $r_6$  conserve une moyenne nulle désigne sans ambiguïté  $\eta$  et  $\delta_4$  comme défailants. Par ailleurs,  $r_8$  autorise l'estimation du défaut sur  $\delta_4$ , sans interférence avec celui sur  $\eta$  préalablement estimé. Ceci illustre la possibilité de détecter, localiser et identifier plusieurs défauts à l'aide des résidus qui ont été générés.

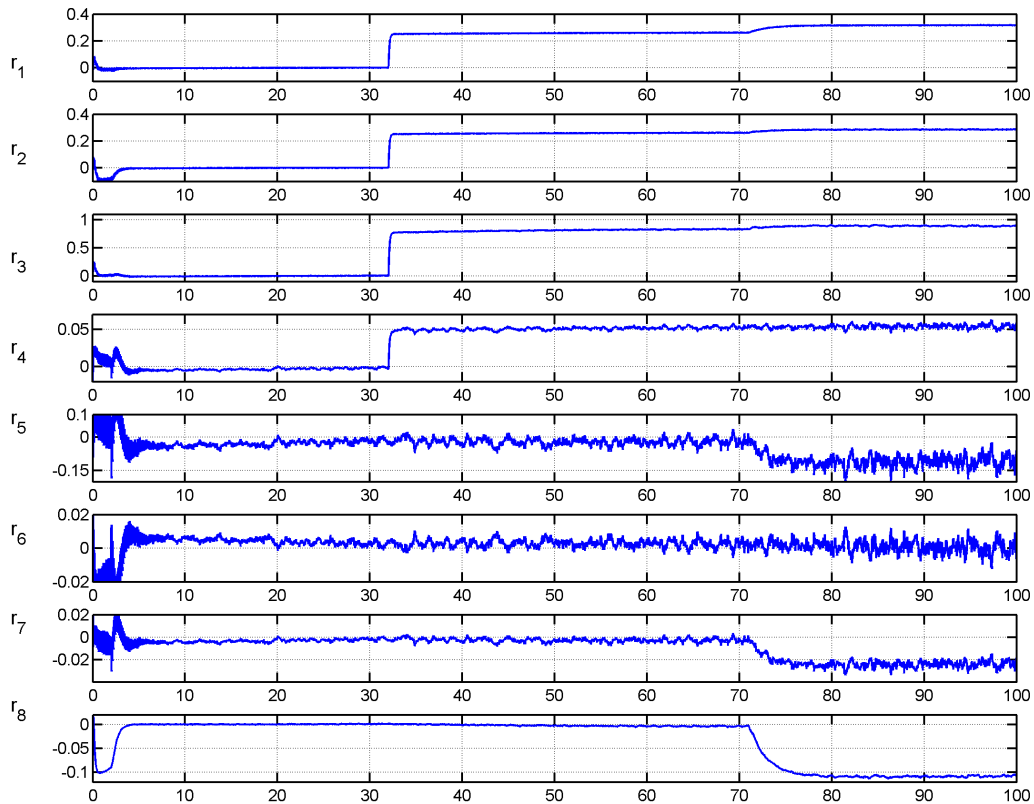


FIGURE 4.4.5: Scénario 4 (défauts sur  $\eta$  puis sur  $\delta_4$ )

#### 4.4.2.5 Scénario 5 (défauts sur $\delta_2$ puis $\delta_3$ )

Ce scénario confirme la possibilité de diagnostiquer deux défauts, ici sur les gouvernes  $\delta_2$  puis  $\delta_3$ . En effet,  $r_2$  et  $r_7$  ne réagissent pas au premier défaut, ce qui désigne  $\delta_2$ . Ensuite,  $r_3$  et  $r_8$  ne subissent pas de modifications alors que tous les autres signaux s'écartent de leur position courante, ce qui signifie qu'un défaut affectant  $\delta_3$  vient de se produire.

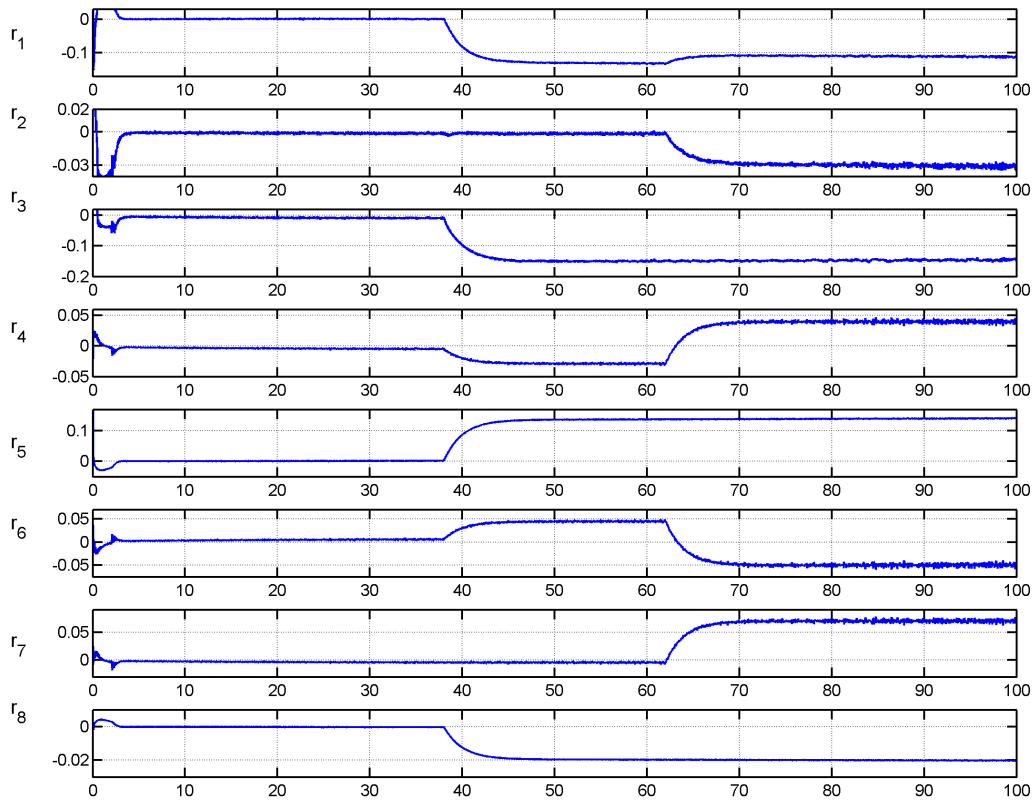


FIGURE 4.4.6: Scénario 5 (défauts sur  $\delta_2$  puis  $\delta_3$ )

### 4.4.3 Remarque sur la robustesse aux imprécisions de modèle

Les résultats de simulation sont donc satisfaisants, malgré une erreur systématique de  $\pm 25\%$  sur chacun des coefficients aérodynamiques. Pour illustrer l'influence de ces méconnaissances, considérons le résidu

$$r_{32} = -\frac{f_3}{\bar{g}_{32}} + \delta_{2c} + \frac{\bar{g}_{34}}{\bar{g}_{32}} \delta_{4c},$$

qui fait partie du type de résidu «  $r_8$  », structurellement sensible aux défauts sur  $\delta_2$  et  $\delta_4$  et insensible aux autres défauts. Supposons maintenant que des imprécisions de modèle affectent les coefficients aérodynamiques ou d'autres paramètres (ce qui est le cas dans le problème considéré). Pour analyser la sensibilité de ce résidu, il faut remplacer  $f_3$  par son expression provenant du modèle réel. Si cet écart entre le modèle réel et le modèle de synthèse peut être modélisé par des paramètres additifs  $\varepsilon_{ij}$ , tels que  $\varepsilon_{ij} = \bar{g}_{ij-(\text{réel})} - \bar{g}_{ij-(\text{modèle})}$ , variables mais bornés, on obtient

$$r_{32} = -\frac{(\bar{g}_{32} + \varepsilon_{32})\delta_{2a} + (\bar{g}_{34} + \varepsilon_{34})\delta_{4a}}{\bar{g}_{32}} + \delta_{2c} + \frac{\bar{g}_{34}}{\bar{g}_{32}} \delta_{4c},$$

soit finalement

$$r_{32} = (\delta_{2c} - \delta_{2a}) + \frac{\bar{g}_{34}}{\bar{g}_{32}} (\delta_{4c} - \delta_{4a}) - \varepsilon_{32} \delta_{2a} + \varepsilon_{34} \delta_{4a}.$$

Bien que le résidu reste effectivement sensible uniquement aux défauts sur  $\delta_2$  et  $\delta_4$ , il apparaît qu'il est influencé (via les erreurs de modèle) par la valeur de la commande réellement appliquée et ce, même en l'absence de défaut. Si les imprécisions de modèle sont trop importantes, ce terme additif n'est plus négligeable devant les imprécisions de mesure, et le résidu risque de devenir difficilement exploitable. La figure 4.4.7 illustre l'influence de ces termes sur le résidu considéré. Il apparaît une corrélation de plus en plus forte entre l'entrée de commande  $\delta_{4a}$  et  $r_{32}$  lorsque l'écart entre le modèle de synthèse et le modèle réel augmente. Le résidu est exploitable, comme nous l'avons vu, avec une erreur de modèle de 25%, la variation observée ( $\max(r_{32}) - \min(r_{32}) = 0.003$ ) étant faible compte tenu de la taille des défauts à détecter. En revanche, le résidu n'est plus utilisable pour une imprécision de 50%, car les fluctuations ( $\max(r_{32}) - \min(r_{32}) = 0.034$ ) sont du même ordre de grandeur qu'un défaut et risquent de conduire à des fausses alarmes. La méthode proposée dans ce chapitre nécessite donc une certaine précision du modèle de synthèse, comme c'est le cas de toute méthode de diagnostic à base de modèle. Néanmoins, le niveau de précision requis reste modeste et compatible avec une mise en œuvre effective.

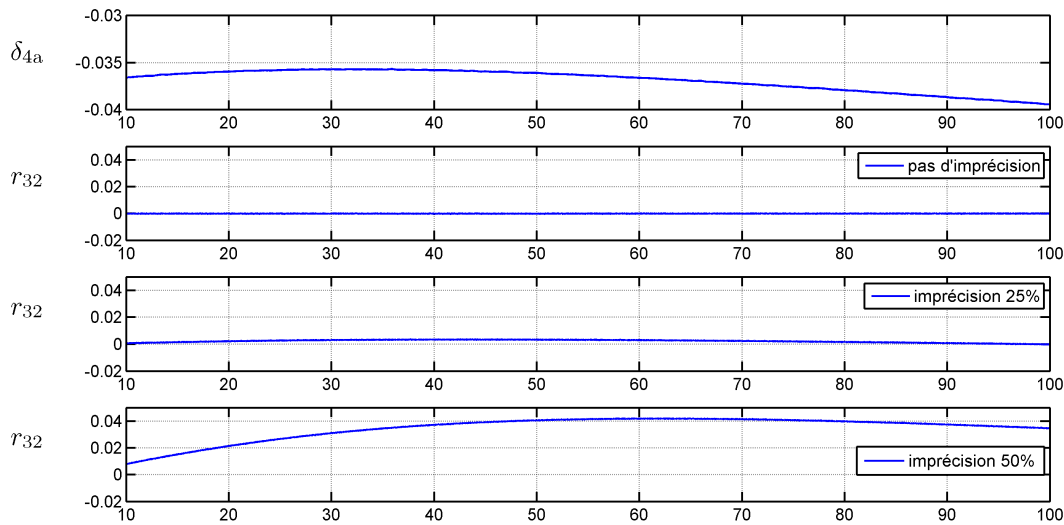


FIGURE 4.4.7: Influence de l'entrée de commande  $\delta_4$  sur  $r_{32}$  en fonction de l'amplitude des imprécisions de modèle

## 4.5 Conclusions et perspectives

Une nouvelle méthode de génération de résidus a été proposée dans ce chapitre pour réaliser la détection, la localisation et l'identification de défauts sur les actionneurs d'un système dont la dynamique est décrite par un modèle d'état non linéaire affine en la commande. L'hypothèse principale est l'existence de mesures de certaines dérivées des variables d'état, comme c'est notamment le cas en aéronautique. Certaines équations peuvent alors être utilisées directement pour estimer la commande inconnue effectuée par les actionneurs. En comparant les entrées estimées aux entrées calculées par le module de commande, cette information peut être mise à profit pour construire un nombre important de relations de redondance analytique impliquant les défauts d'actionneurs.

La procédure a tout d'abord été illustrée sur la restriction du cas test aéronautique à son plan vertical. Un ensemble d'algorithmes a ensuite été décrit, qui permet de construire hors ligne un ensemble de résidus sensibles à différents sous-ensembles de défauts. Rappelons que le calcul de ces résidus en ligne ne nécessite ni l'intégration du modèle dynamique ni la dérivation temporelle des observations, ce qui allège très significativement la charge de calcul et évite certains aléas numériques. Un problème ouvert reste la sélection parmi les résidus calculables de ceux qui contribueront au diagnostic en ligne du système. Il serait envisageable d'utiliser à cet effet les techniques présentées dans la partie 4.5.

La méthode proposée a été appliquée avec succès au cas test aéronautique complet, puisqu'il est possible de détecter, localiser et identifier les défauts sur chacun des action-

neurs (gouvernes et propulsion) du cas test, même en présence d'occurrences multiples et avec un modèle entaché d'erreurs significatives. Ceci complète tout à fait la méthode proposée au chapitre 3, qui permet de détecter et localiser les défauts sur les capteurs mais n'est pas à même de distinguer les défauts sur les actionneurs.

Il apparaît donc possible d'intégrer ces deux méthodes dans une même boucle. En effet, l'approche du chapitre 3 permet de surveiller l'adéquation du système à ses objectifs et peut signaler un éventuel défaut de capteur ou d'actionneur, ce qui pourrait entraîner l'appel aux résidus de la méthode proposée dans ce chapitre pour confirmer ou infirmer le premier diagnostic. L'ensemble reste à faible charge de calcul, car les sept résidus de la première méthode sont directement issus du module de commande, et les huit résidus de la deuxième méthode sont directement fonction des mesures.

Par ailleurs, ceci ouvre la possibilité d'exploiter l'identification des défauts d'actionneurs réalisée ici dans une boucle de commande tolérante, qui assurerait par exemple la poursuite de la mission en cas de défaut unique de gouverne suivi d'une reconfiguration.

#### **Positionnement**

- Système décrit par un modèle non linéaire affine en la commande
- Capteurs mesurant certaines dérivées de l'état (ex : accélération)
- Méthode à faible coût de calcul
- Pas de linéarisation du modèle dynamique

#### **Contributions**

- Méthode de diagnostic exploitant la structure affine du modèle, la forme particulière des mesures et les informations du module de commande
- Procédure formelle de calcul des relations de redondance analytique
- Détection, localisation et identification des défauts sur les actionneurs du cas test aéronautique
- Analyse de la robustesse aux imprécisions sur les paramètres du modèle

#### **Limitations**

- Nécessité de disposer de mesures exploitables des dérivées de l'état

# **Réglage automatique et robuste des hyperparamètres de méthodes de diagnostic**





# Chapitre 5

## Réglage automatique pour la comparaison de méthodes de diagnostic

---

**Résumé** – La plupart des méthodes de diagnostic dépendent de paramètres internes (*hyperparamètres*), qu'il convient de régler pour atteindre une performance optimale. Ce réglage est traité ici comme un problème d'optimisation, dont la fonction de coût est évaluée par simulation d'un ou plusieurs cas test. La méthodologie construit et exploite un métamodèle de krigeage qui prédit les performances en fonction de la valeur du vecteur des hyperparamètres. Elle est associée à une procédure itérative d'optimisation. Ceci permet d'aborder ce problème d'optimisation à un coût de calcul beaucoup plus faible que par utilisation exclusive des simulations complexes. Cette procédure est appliquée à différentes méthodes de diagnostic, afin d'évaluer leurs performances pour un réglage optimal et ainsi les comparer de façon plus objective. Ces travaux ont été diffusés via deux communications en conférences internationales [7, 10].

---

### 5.1 Introduction

Les performances des méthodes de détection et de localisation de défauts sont fortement liées aux valeurs de leurs *hyperparamètres*. Le réglage de ces hyperparamètres est la plupart du temps confié à l'expérience ou à l'intuition de l'ingénieur. L'objectif de ce chapitre est de proposer une méthodologie systématique de réglage de ces hyperparamètres qui soit utilisable par un non-spécialiste de chacune des méthodes considérées.

La démarche proposée, inspirée du domaine des expériences simulées sur ordinateur (*computer experiments*) [333], consiste tout d'abord à définir les hyperparamètres d'une

méthode ainsi qu'un critère de performance. Il s'agit alors de simuler un cas test (ou une batterie de cas test) sous forme de boîte noire admettant en entrée ces hyperparamètres et fournissant en sortie le coût associé au critère de performance. Ce critère est par exemple en diagnostic un compromis entre les taux de fausse alarme et de non détection. Il faut donc trouver une procédure efficace pour minimiser ce coût afin de fournir une valeur optimale des hyperparamètres. Une comparaison objective entre méthodes est ainsi facilitée, puisque chacune d'entre elles est ajustée afin d'atteindre sa meilleure performance sur un même ensemble de cas test.

Les principaux outils de réglage existants sont fondés sur les techniques de validation croisée (*cross-validation*) [334]. Celles-ci permettent d'évaluer la performance d'une méthode pour une valeur donnée des hyperparamètres. Elles peuvent alors être complétées par une procédure d'optimisation permettant de trouver le meilleur réglage, comme présenté dans [335, 336] où une discrétisation de l'espace des hyperparamètres est utilisée. Une autre méthode utilisant les réseaux bayésiens pour le réglage automatique a été proposée dans [337], avec l'intégration des résultats de simulations précédentes comme connaissance a priori. Par ailleurs, des méthodes de recherche utilisant des simulations de Monte Carlo [338, 339], des réseaux de neurones [340] ou des algorithmes d'optimisation évolutionnistes [341, 342] ont été exploitées pour le réglage de filtres de Kalman. Il faut toutefois noter que toutes ces approches requièrent un nombre important de simulations du cas test, car elles nécessitent une exploration approfondie de l'espace des hyperparamètres. Ceci peut poser problème car l'évaluation de la performance peut s'avérer très coûteuse, tout particulièrement si un degré élevé de représentativité est visé, ce qui restreint fortement le nombre d'évaluations envisageable.

L'alternative proposée ici consiste à substituer à la simulation numérique un modèle de krigeage admettant comme entrées les hyperparamètres et fournissant en sortie le critère de performance. Ce modèle est utilisé pour rechercher les hyperparamètres optimaux avec une méthode itérative connue sous le nom de *Efficient Global Optimization (EGO)* [333, 343]. Cette approche limite considérablement le nombre de simulations du cas test initial.

Suite à la description de la méthodologie dans la section 5.2, deux exemples d'applications sont proposés. En section 5.3, le réglage de six méthodes de détection de changement dans la moyenne d'un signal gaussien est considéré, tandis que la section 5.4 est consacrée au réglage de deux schémas de diagnostic réunissant un générateur de résidu et un test statistique afin de détecter un défaut de capteur sur un modèle dynamique. Les conclusions et perspectives sont discutées en section 5.5.

## 5.2 Méthodologie de réglage

### 5.2.1 Formulation du problème

La méthode à régler dépend d'un vecteur d'hyperparamètres de dimension  $d_c$  noté  $\mathbf{x}_c \in \mathbb{X}_c \subset \mathbb{R}^{d_c}$ , où  $\mathbb{X}_c$  est un ensemble compact connu. Pour chaque valeur de  $\mathbf{x}_c$ , à partir

d'un cas test fixé (qui peut lui même comporter une batterie de tests élémentaires), une simulation numérique fournit une valeur d'une fonction objectif scalaire  $y(\mathbf{x}_c)$  dont nous supposons qu'il faut la minimiser (on parle alors de fonction de coût). Cette valeur représente le niveau de performance atteint sur ce cas test à  $\mathbf{x}_c$  fixé. La recherche d'un bon réglage peut alors se formaliser comme un problème d'optimisation globale continue sur  $\mathbb{X}_c$ ,

$$\hat{\mathbf{x}}_c = \arg \min_{\mathbf{x}_c \in \mathbb{X}_c} y(\mathbf{x}_c). \quad (5.2.1)$$

Un exemple de cas test est présenté en figure 5.2.1, avec la mise en évidence des hyperparamètres et de la fonction de coût. Ce type de simulation correspond à l'exemple développé en section 5.4.

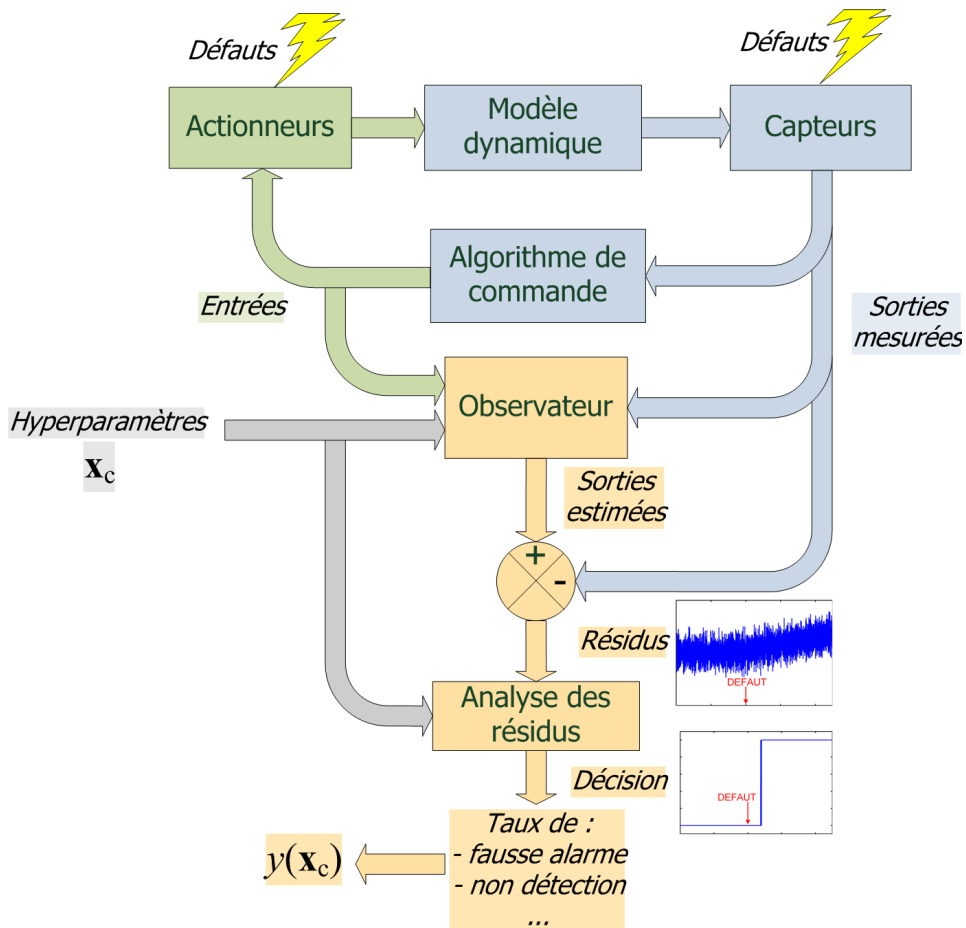


FIGURE 5.2.1: Exemple de cas test simulé

Le coût  $y(\cdot)$  n'est pas nécessairement différentiable, et peut n'être connu que par les valeurs qu'il prend pour un nombre fini de points échantillonnés, comme c'est notamment le cas pour la simulation ci-dessus.

Le *krigeage* permet de construire un modèle mathématique simple qui interpole (ou approche) la fonction liant les hyperparamètres au coût. D'autres types d'approximations auraient pu être envisagés, en utilisant une famille de polynômes ou des combinaisons linéaires d'autres fonctions de base [215, 344–346]. Toutefois, le krigeage présente entre autres propriétés intéressantes celle de fournir une indication sur la fiabilité de sa prédiction, utilisée ensuite par la procédure d'optimisation EGO (*Efficient Global Optimization*) [343] afin d'optimiser la valeur prise par la fonction de coût boîte noire avec un budget d'évaluations réduit [333].

### 5.2.2 Krigeage

Le point de départ consiste à évaluer  $y(\cdot)$  en  $n_c$  valeurs préalablement choisies de  $\mathbf{x}_c$ ,

$$\mathbf{y}_{n_c} = [y(\mathbf{x}_{c,1}), \dots, y(\mathbf{x}_{c,n_c})]^T.$$

Dans la suite, nous noterons  $\mathcal{X}_{n_c}^c$  l'ensemble de ces valeurs de  $\mathbf{x}_c$ ,

$$\mathcal{X}_{n_c}^c = [\mathbf{x}_{c,1}, \dots, \mathbf{x}_{c,n_c}].$$

Le krigeage [197, 347, 348] modélise la fonction inconnue  $y(\cdot)$  par un processus gaussien, qui peut être considéré comme la généralisation de distributions gaussiennes à un espace de fonctions de dimension infinie. Ainsi, de même qu'une distribution gaussienne est complètement définie par sa moyenne et sa matrice de covariance, un processus gaussien est caractérisé par ses *fonctions* de moyenne et de covariance [197, 349].

Dans ce qui suit, la fonction objectif  $y(\cdot)$  sera modélisée par

$$Y(\mathbf{x}_c) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_c)\mathbf{b} + Z(\mathbf{x}_c). \quad (5.2.2)$$

Ce modèle est composé de deux parties. La première est une fonction moyenne du processus, telle que

$$m_Y(\mathbf{x}_c) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_c)\mathbf{b},$$

où  $\mathbf{p}(\mathbf{x}_c)$  est un vecteur de régresseurs (des monômes en  $\mathbf{x}_c$ , par exemple) et  $\mathbf{b}$  est un vecteur de paramètres de régression à estimer à partir des données disponibles. La deuxième composante  $Z(\mathbf{x}_c)$  est un processus gaussien de moyenne nulle et de fonction de covariance  $\text{cov}(\cdot, \cdot)$ . Cette fonction, généralement inconnue, est exprimée comme

$$\text{cov}(Z(\mathbf{x}_{c,i}), Z(\mathbf{x}_{c,j})) = \sigma_Z^2 \cdot k(\mathbf{x}_{c,i}, \mathbf{x}_{c,j}), \quad (5.2.3)$$

où  $\sigma_Z^2$  est la variance du processus et  $k(\cdot, \cdot)$  une fonction de corrélation paramétrée.

Les paramètres de  $k(\cdot, \cdot)$  et la variance  $\sigma_Z^2$  peuvent être choisis *a priori* ou estimés à partir des données disponibles. Le choix de la fonction de corrélation et de la valeur de ses paramètres est un problème important qui a des conséquences directes sur la qualité de l'approximation par krigeage. En effet, cette fonction est censée intégrer les hypothèses

sur la fonction à approcher, en termes de régularité et d'influence du voisinage de chaque point. Le choix de la structure de la fonction de corrélation est un problème délicat. Une discussion à ce sujet peut être trouvée par exemple au chapitre 4 de [197]. Nous faisons le choix classique [350] de la fonction de corrélation exponentielle suivante (dite *power exponential correlation function*),

$$k(\mathbf{x}_{c,i}, \mathbf{x}_{c,j}) = \exp\left(-\sum_{l=1}^{d_c} \left|\frac{\mathbf{x}_{c,i}(l) - \mathbf{x}_{c,j}(l)}{\theta_l}\right|^{p_l}\right), \quad (5.2.4)$$

où  $\mathbf{x}_{c,i}(l)$  représente la  $l$ -ième composante de  $\mathbf{x}_{c,i}$ . On peut remarquer que  $k(\mathbf{x}_{c,i}, \mathbf{x}_{c,j}) \rightarrow 1$  lorsque  $\|\mathbf{x}_{c,i} - \mathbf{x}_{c,j}\| \rightarrow 0$ , tandis que  $k(\mathbf{x}_{c,i}, \mathbf{x}_{c,j}) \rightarrow 0$  lorsque  $\|\mathbf{x}_{c,i} - \mathbf{x}_{c,j}\| \rightarrow \infty$ , ce qui semble raisonnable. Les paramètres  $\theta_l > 0$  quantifient la manière dont l'influence d'un point sur un autre diminue lorsque la distance qui les sépare augmente. Pour assurer la régularité de la fonction d'approximation, les paramètres  $p_l$  sont fixés à la valeur 2 pour toutes les applications traitées. Ce choix a aussi l'avantage de simplifier notablement l'estimation des paramètres de la fonction de corrélation. Les paramètres restants  $\theta_l$  sont estimés par maximum de vraisemblance, comme suggéré dans [333].

Le prédicteur par krigeage de  $y(\mathbf{x}_c)$ , pour tout  $\mathbf{x}_c \in \mathbb{X}_c$ , est la prédiction linéaire non biaisée qui minimise la variance de l'erreur de prédiction (*BLUP – best linear unbiased predictor*). La dérivation de son expression n'est pas détaillée ici, mais peut être consultée notamment dans [351, 352]. La prédiction se compose de deux parties. La première est la *moyenne du processus* en n'importe quel point  $\mathbf{x}_c \in \mathbb{X}_c$ , qui est donnée par

$$\hat{y}(\mathbf{x}_c) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_c) \hat{\mathbf{b}} + \mathbf{k}(\mathbf{x}_c)^T \mathbf{K}^{-1} (\mathbf{y}_{n_c} - \mathbf{P} \hat{\mathbf{b}}), \quad (5.2.5)$$

où  $\mathbf{K}$  est la matrice de dimension  $n_c \times n_c$  dont les composantes sont les corrélations du processus gaussien entre les points échantillonnés

$$\mathbf{K}_{i,j} = k(\mathbf{x}_{c,i}, \mathbf{x}_{c,j}), \quad (5.2.6)$$

$\mathbf{k}(\mathbf{x}_c)$  est le vecteur de dimension  $n_c$  des corrélations du processus gaussien entre les points préalablement échantillonnés et le point où la prédiction est calculée

$$\mathbf{k}(\mathbf{x}_c) = [k(\mathbf{x}_{c,1}, \mathbf{x}_c), \dots, k(\mathbf{x}_{c,n_c}, \mathbf{x}_c)]^T, \quad (5.2.7)$$

$\mathbf{P}$  est la matrice de dimension  $n_c \times \dim \mathbf{b}$  dont les composantes sont les fonctions de régression évaluées aux points échantillonnés

$$\mathbf{P} = [\mathbf{p}(\mathbf{x}_{c,1}), \dots, \mathbf{p}(\mathbf{x}_{c,n_c})]^T, \quad (5.2.8)$$

et  $\hat{\mathbf{b}}$  est l'estimée au sens du maximum de vraisemblance du vecteur des coefficients de

régression<sup>1</sup>  $\mathbf{b}$  à partir des données disponibles  $\{\mathcal{X}_{n_c}^c; \mathbf{y}_{n_c}\}$ ,

$$\hat{\mathbf{b}} = (\mathbf{P}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{y}_{n_c}. \quad (5.2.9)$$

L'estimée au sens du maximum de vraisemblance de la variance du processus  $\sigma_Z^2$  est

$$\hat{\sigma}_Z^2 = \frac{1}{n_c} (\mathbf{y}_{n_c} - \mathbf{P}\hat{\mathbf{b}})^T \mathbf{K}^{-1} (\mathbf{y}_{n_c} - \mathbf{P}\hat{\mathbf{b}}). \quad (5.2.10)$$

La prédiction (5.2.5) est bien linéaire en  $\mathbf{y}_{n_c}$  et interpole les données :  $\hat{y}(\mathbf{x}_{c,i}) = y(\mathbf{x}_{c,i})$  pour  $i = 1, \dots, n_c$ . Ce type de krigeage peut également être vu comme une interpolation linéaire à l'aide d'une somme pondérée sur une base de fonctions particulière [197].

La deuxième partie de la prédiction, dont le rôle sera essentiel dans la suite, est une estimée de la *variance de l'erreur de prédiction*, donnée par

$$\hat{\sigma}^2(\mathbf{x}_c) = \sigma_Z^2 (1 - \mathbf{k}(\mathbf{x}_c)^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{k}(\mathbf{x}_c)), \quad (5.2.11)$$

qui permet d'évaluer la précision de l'approximation par krigeage (5.2.5) en  $\mathbf{x}_c$ . Sa valeur est faible à proximité des points échantillonnés (nulle en leur emplacement exact) et plus importante loin de ceux-ci.

Ceci est illustré en figure 5.2.2, où la fonction  $y(x_c) = \sin(x_c)/x_c$  est approchée par krigeage sur l'espace  $\mathbb{X}_c = [0; 10]$ , pour un échantillonnage initial comportant 4 points. Les intervalles de confiance à 95% sont calculés à partir de l'équation (5.2.11).

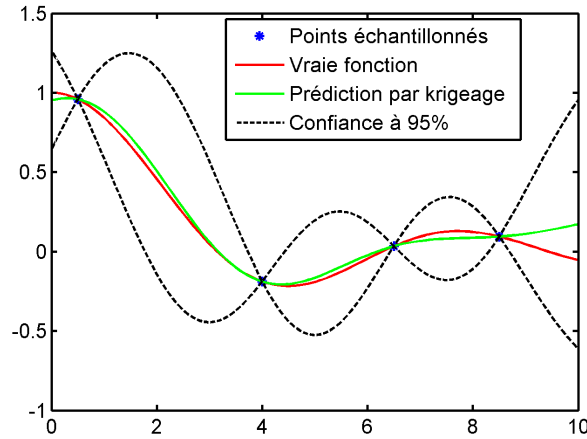


FIGURE 5.2.2: Exemple de prédiction par krigeage

1. En toute rigueur, les formules (5.2.9) et (5.2.10) supposent la fonction de corrélation entièrement connue. En pratique, les paramètres dont elle dépend sont choisis *a priori* ou estimés par maximum de vraisemblance. Les valeurs obtenues sont injectées dans les calculs de ces formules et des suivantes. On parle alors de krigeage empirique (*empirical kriging*) [333].

### 5.2.3 Optimisation

L'idée principale de l'algorithme EGO [343] est d'utiliser l'approximation par krigeage pour trouver itérativement de nouveaux points où la simulation doit être conduite, afin de se rapprocher d'un minimiseur global. Un nouveau point est choisi en maximisant un critère  $J(\cdot)$  mesurant l'intérêt d'échantillonner en  $\mathbf{x}_c$ , étant donné les résultats  $\mathbf{y}_{n_c}$  précédemment obtenus en  $\mathcal{X}_{n_c}^c$  ainsi que la prédiction (5.2.5) et la mesure de confiance associée (5.2.11),

$$\mathbf{x}_{c,n_c+1} = \arg \max_{\mathbf{x}_c \in \mathbb{X}_c} J(\mathbf{x}_c, \mathcal{X}_{n_c}^c, \mathbf{y}_{n_c}, \hat{y}(\mathbf{x}_c), \hat{\sigma}(\mathbf{x}_c)). \quad (5.2.12)$$

L'expression (5.2.12) peut donner l'impression trompeuse que le problème d'optimisation initial (pour lequel on ne dispose pas de méthode de résolution analytique) a simplement été remplacé par un autre problème d'optimisation, qu'il faudra de plus résoudre à de multiples reprises. Nous allons voir que ce problème (5.2.12) est en fait beaucoup plus facile à résoudre que (5.2.1), car il ne fait pas intervenir la simulation complexe.

La meilleure estimée disponible de la valeur optimale du coût parmi les données échantillonnées est donnée par le minimum empirique

$$y_{\min}^{n_c} = \min_{i=1\dots n_c} \{y(\mathbf{x}_{c,i})\}, \quad (5.2.13)$$

qui permet de définir, pour tout  $\mathbf{x}_c \in \mathbb{X}_c$ , l'amélioration pour la recherche du minimum par

$$\max \{0, y_{\min}^{n_c} - \hat{y}(\mathbf{x}_c)\}.$$

Un choix judicieux pour  $J(\cdot)$  est la maximisation de l'espérance de l'amélioration (*EI – Expected Improvement*) [343], qui s'exprime comme

$$\text{EI}(\mathbf{x}_c, y_{\min}^{n_c}, \hat{y}, \hat{\sigma}) = \hat{\sigma}(\mathbf{x}_c) [u\Phi(u) + \phi(u)], \quad (5.2.14)$$

où  $\Phi$  est la fonction de répartition et  $\phi$  la densité de probabilité de la loi normale centrée réduite  $\mathcal{N}(0, 1)$ , et où

$$u = \frac{y_{\min}^{n_c} - \hat{y}(\mathbf{x}_c)}{\hat{\sigma}(\mathbf{x}_c)}. \quad (5.2.15)$$

Il existe de nombreuses variations autour du critère EI, qui ne sont pas l'objet d'étude de ce mémoire. Le lecteur pourra notamment se référer à [352–354] et trouvera des éléments concernant la convergence de la procédure dans [355]. La maximisation de EI réalise un compromis entre la recherche locale (numérateur de  $u$ ) et l'exploration de zones inconnues (où  $\hat{\sigma}$  est grand), ce qui fait d'EI un critère approprié pour l'optimisation globale. L'algorithme 5.1 résume le déroulement de la procédure EGO. L'expression de  $\text{EI}(\mathbf{x}_c, y_{\min}^{n_c}, \hat{y}, \hat{\sigma})$  est contractée en  $\text{EI}(\mathbf{x}_c)$  dans ce qui suit afin de faciliter la lecture.

L'échantillonnage initial de l'étape 2 peut correspondre par exemple à un hypercube latin (*Latin Hypercube Sampling – LHS*) ou tout autre plan d'échantillonnage couvrant



---

**Algorithme 5.1** Efficient Global Optimization (EGO)

---

- 1: **Entrées** :  $\mathbb{X}_c, y(\cdot), \varepsilon_{\text{EI}}^c, n_{\text{EI}}^c$
  - 2: Choisir un échantillonnage initial  $\mathcal{X}_{c,n_c} = \{\mathbf{x}_{c,1}, \dots, \mathbf{x}_{c,n_c}\}$  dans  $\mathbb{X}_c$
  - 3: Calculer  $\mathbf{y}_{c,n_c} = [y(\mathbf{x}_{c,1}), \dots, y(\mathbf{x}_{c,n_c})]^T$
  - 4: **tant que**  $\max_{\mathbf{x}_c \in \mathbb{X}_c} \text{EI}(\mathbf{x}_c) > \varepsilon_{\text{EI}}^c$  **et**  $n_c < n_{\text{EI}}^c$  **faire**
  - 5: Identifier le modèle de krigeage à partir des données  $\{\mathcal{X}_{n_c}^c; \mathbf{y}_{c,n_c}\}$
  - 6: Déterminer  $y_{\min}^{n_c} = \min_{i=1..n_c} \{y(\mathbf{x}_{c,i})\}$
  - 7: Déterminer  $\mathbf{x}_{c,n_c+1} = \arg \max_{\mathbf{x}_c \in \mathbb{X}_c} \{\text{EI}(\mathbf{x}_c)\}$
  - 8: Calculer  $y(\mathbf{x}_{c,n_c+1})$ , l'incorporer à  $\mathbf{y}_{c,n_c}$
  - 9: Incorporer  $\mathbf{x}_{c,n_c+1}$  à  $\mathcal{X}_{n_c}^c$
  - 10:  $n_c \leftarrow n_c + 1$
  - 11: **fin tant que**
  - 12: **Sortie** :  $y_{\min} = \min_{i=1..n_c} \{y(\mathbf{x}_{c,i})\}$
- 

l'espace des entrées [349]. Une heuristique recommandée dans [343] et couramment utilisée est de tirer aléatoirement dix échantillons par dimension de l'espace des hyperparamètres, ce qui donne  $n_c = 10 \times d_c$ . A l'étape 7, la maximisation de (5.2.14) par un algorithme auxiliaire est requise afin de trouver un nouveau point où échantillonner la fonction boîte noire. L'expression analytique de l'EI le rend facilement calculable et différentiable en tout point de  $\mathbb{X}_c$ . Son évaluation n'implique en effet que le métamodèle de krigeage. L'algorithme d'optimisation DIRECT [356] a été utilisé pour toutes les applications présentées dans cette thèse, à l'image des travaux de [352]. L'utilisation de tout autre algorithme à même de maximiser la fonction EI pourrait être envisagée. La procédure est itérée jusqu'à atteindre le seuil de précision  $\varepsilon_{\text{EI}}^c$  sur l'EI ou à épuiser le budget d'évaluations autorisées  $n_{\text{EI}}^c$ .

Le déroulement d'EGO sur trois itérations est illustré en figure 5.2.3 pour la minimisation de la fonction  $y(x_c) = \sin(x_c)/x_c$  (considérée ici comme une boîte noire) sur  $\mathbb{X}_c = [0; 10]$ , à partir de 4 échantillons initiaux tirés aléatoirement. Pour chaque itération, la fonction approchée par krigeage et l'incertitude associée sont tracées sur la partie gauche, tandis que la fonction EI correspondante est tracée sur la partie droite.

Lors de la première itération, le maximum de l'EI est situé à la valeur 10, qui correspond à un emplacement où la prédiction est très incertaine. On peut également remarquer que l'EI présente un pic aux alentours de  $x_c = 4$ , qui correspond à un emplacement proche du meilleur minimiseur connu. Un nouveau point est donc échantillonné en  $x_c = 10$ .

Lors de la seconde itération, il faut tout d'abord constater que l'interpolation est beaucoup plus fiable sur le bord droit de l'espace, suite à l'évaluation précédente. Le critère EI présente maintenant un seul maximum, où un nouvel échantillon va être évalué.

Lors de la troisième itération, l'erreur de prédiction globale s'est à nouveau améliorée,

notamment autour de la valeur minimale de la fonction. La valeur où l'EI est maximale est maintenant très proche du vrai minimiseur global, vers 4.5.

Remarquons qu'au fil des itérations, la valeur maximale prise par l'EI décroît ( $4 \cdot 10^{-2}$  à l'itération 1,  $2.5 \cdot 10^{-2}$  à l'itération 2 et  $2.5 \cdot 10^{-3}$  à l'itération 3). Ceci illustre la pertinence du premier des critères d'arrêt de la procédure mentionné à l'étape 4 de l'algorithme 5.1.

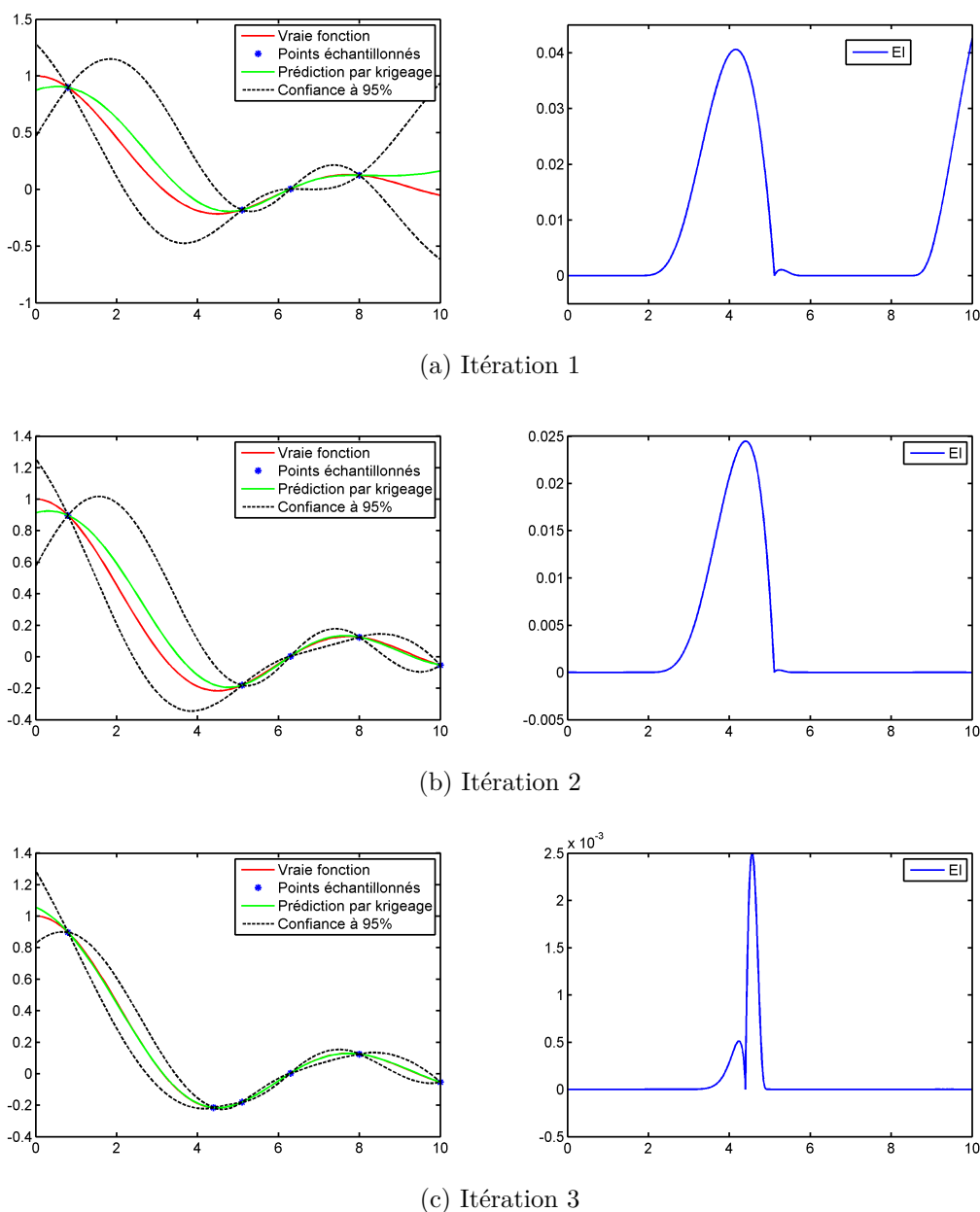


FIGURE 5.2.3: Trois itérations d'EGO

### 5.3 Réglage de méthodes d'analyse de résidu

Soit un résidu  $r$  dont l'évolution temporelle est celle d'un signal gaussien initialement de moyenne nulle et de variance unitaire simulé sur 1000 points, la graine aléatoire étant fixée. Ce résidu subit un changement abrupt de moyenne d'amplitude égale à 1 à l'instant 500 (voir la figure 5.3.1). Sa moyenne initiale est notée  $\mu_0$  et son écart-type initial  $\sigma_0$ , ces deux variables n'étant pas supposées connues mais estimées sur les 100 premiers points du signal.

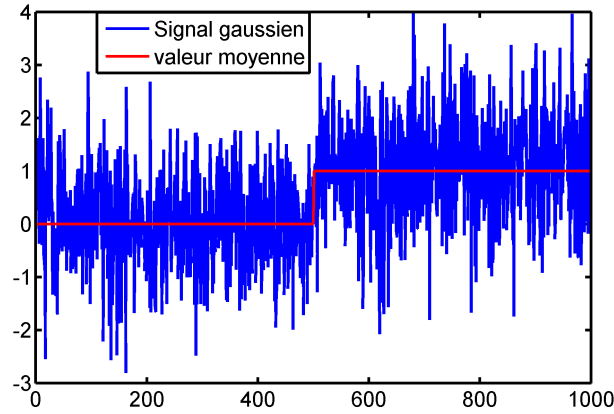


FIGURE 5.3.1: Résidu gaussien

Le réglage automatique des six méthodes permettant de détecter un changement de moyenne de ce résidu qui ont été décrites en section 1.5 est considéré. Chacune de ces méthodes fournit une fonction de décision booléenne prenant la valeur *faux* (ou 0) si la moyenne du signal reste statistiquement proche de la moyenne initiale  $\mu_0$ , et la valeur *vrai* (ou 1) si le signal s'écarte sensiblement de  $\mu_0$ . Les hyperparamètres de chaque méthode sont rappelés dans la table 5.1, et les bornes entre lesquelles la valeur du réglage de chacun d'entre eux sera recherchée sont indiqués en table 5.2.

Le coût à minimiser est la somme du taux de fausse alarme et du taux de non détection évalués à partir de la fonction de décision, comme définis en section 1.2.4 (voir également la figure 1.2.1),

$$y = r_{fd} + r_{nd}. \quad (5.3.1)$$

Étant donné que les objectifs de minimisation de  $r_{fd}$  et  $r_{nd}$  sont antagonistes et qu'ils prennent tout deux leurs valeurs dans  $[0; 1]$ , cette somme traduit le compromis entre fausses alarmes et non-détections. Une pondération différente peut être utilisée si l'un des deux objectifs est à privilégier. La méthodologie de réglage a été appliquée en utilisant le seuil minimal  $\varepsilon_{EI}^c = 10^{-4}$  sur l'EI et un budget de simulation  $n_{EI}^c = 100$ . L'échantillonnage initial est effectué par LHS, en utilisant 10 points par dimension de l'espace. La procédure de réglage a été lancée 100 fois pour chaque méthode avec une

TABLE 5.1: Hyperparamètres des six méthodes d'analyse de résidu

Méthode	Hyperparamètres et leur signification
3-sigma	$\nu$ : taille du seuil en fonction de l'écart-type du signal
Student	$N$ : horizon temporel
GLR	$N$ : horizon temporel $\lambda$ : seuil sur le rapport de vraisemblance
SPRT	$N$ : horizon temporel $\mu_1$ : taille de changement à détecter $p_{fa}$ : probabilité souhaitée de fausse alarme $p_{fn}$ : probabilité souhaitée de non détection
CUSUM	$\mu_1$ : taille de changement à détecter $\lambda$ : seuil sur la somme cumulée
RSS	$N$ : horizon temporel $L$ : seuil sur les sous-échantillonnages $M$ : nombre de sous-échantillonnages

initialisation différente, afin d'analyser sa répétabilité et sa convergence. Les résultats correspondants sont répertoriés dans la table 5.3 qui indique la meilleure performance médiane et son écart-type empirique sur ces 100 procédures, le nombre d'évaluations requis et sa dispersion, ainsi qu'une valeur possible des hyperparamètres correspondant à ce niveau de performance.

Pour chacune des six méthodes étudiées, la dispersion des estimées du minimum trouvé autour de leur valeur médiane est faible sur l'ensemble des initialisations. Ceci laisse à penser qu'il est possible de se limiter à une seule optimisation dans le traitement d'un problème réel. Il est également important de remarquer que le nombre d'évaluations (appel de la simulation numérique) est toujours très faible, et qu'il n'est pas nécessairement lié à la dimension du problème, mais plutôt à la régularité (inconnue) de la fonction objectif et à l'échantillonnage aléatoire initial [354]. Par exemple, le nombre d'évaluations pour trouver un bon réglage au SPRT, qui dépend pourtant de 4 hyperparamètres, est analogue à celui requis pour le CUSUM qui ne dépend que de 2 hyperparamètres.

Les résultats de cette étude suggèrent, sur le cas test considéré, que le test du CUSUM est la méthode la plus adaptée à ce type de situation (plus faible taux de fausse alarme et de non détection), suivi de près par le SPRT et le RSS. Les performances obtenues pour les tests de Student et du GLR sont moins satisfaisantes. Celle du test du seuil fixe montre clairement que cette méthode n'est pas adaptée à la détection d'un changement dont l'amplitude est du même ordre de grandeur que l'écart-type du bruit.

TABLE 5.2: Espaces de recherche des hyperparamètres des méthodes d'analyse de résidu

3-sigma	Student	GLR
$\nu \in [0.5; 10]$	$N \in [50; 250]$	$N \in [10; 150]$ $\lambda \in [1; 10]$
SPRT	CUSUM	RSS
$N \in [10; 150]$ $\mu_1 \in [0.1; 5]$ $p_{fa} \in [0.05; 0.2]$ $p_{nd} \in [0.05; 0.2]$	$\mu_1 \in [0.01; 5]$ $\lambda \in [0.1; 20]$	$N \in [10; 150]$ $L \in [5; 30]$ $M \in [200; 300]$

TABLE 5.3: Réglage des méthodes de détection de changement de moyenne

	3-sigma	Student	GLR	SPRT	CUSUM	RSS
<i>Classement</i>	6	4	5	2	1	3
<b>Meilleure performance médiane</b>	<b>0.7597</b>	<b>0.0579</b>	<b>0.07</b>	<b>0.0379</b>	<b>0.024</b>	<b>0.0399</b>
Écart-type de la performance	0.0014	0.002	0.0018	0.0017	0.0005	0.003
<b>Nombre moyen de simulations</b>	<b>32.84</b>	<b>19.71</b>	<b>39.68</b>	<b>51.13</b>	<b>49.5</b>	<b>46.67</b>
Écart-type du nombre de simulations	15.05	7.88	6.57	4.35	13	14.95
Taux de fausse alarme	0.2124	0	0	0	0	0
Taux de non détection	0.5473	0.0579	0.07	0.0379	0.024	0.0399
Valeur des hyperparamètres (performance médiane)	$\nu = 1.337$	$N = 219$	$N = 72$ $\lambda = 1.679$	$N = 24$ $\mu_1 = 0.6976$ $\alpha = 0.1397$ $\beta = 0.1204$	$\delta = 0.2872$ $\lambda = 4.8907$	$N = 38$ $q = 18$ $M = 217$

La figure 5.3.2 répertorie les six fonctions de décision obtenues pour le meilleur réglage de chaque méthode, tandis que la figure 5.3.3 montre quatre exemples d'exploration de l'espace des hyperparamètres par la procédure de réglage, le meilleur coût obtenu étant atteint au centre du disque rouge.

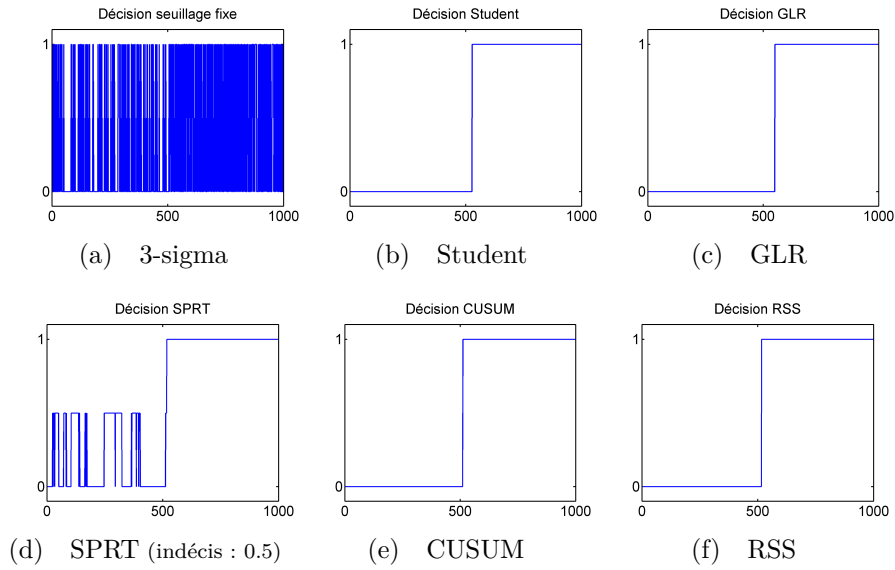


Figure 5.3.2: Fonctions de décision pour les meilleurs réglages

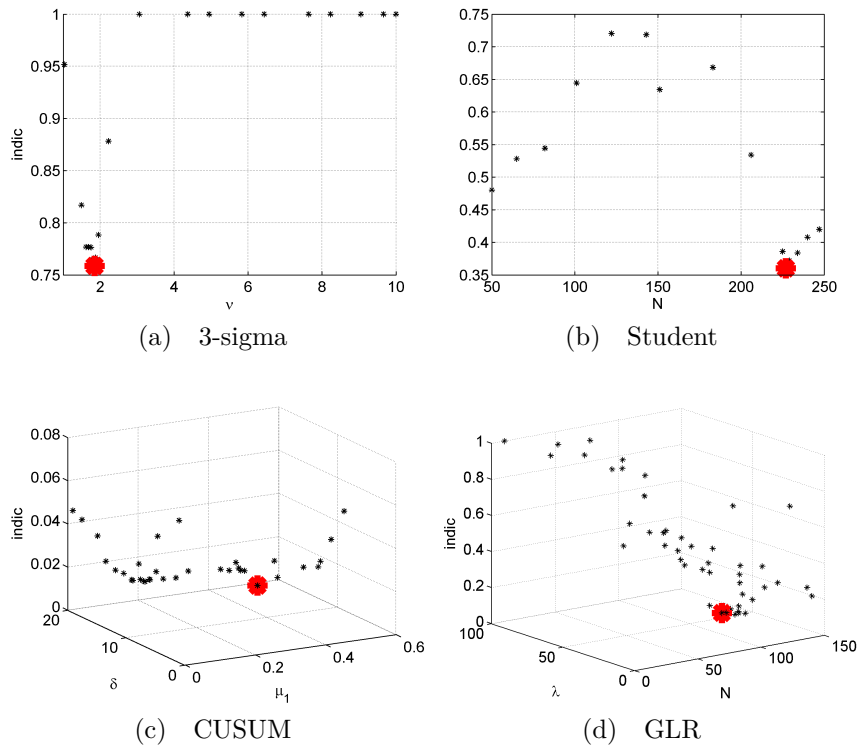


Figure 5.3.3: Exploration de l'espace des hyperparamètres par EGO

## 5.4 Réglage de schémas complets de diagnostic

Nous nous intéressons maintenant à la comparaison de deux schémas complets de diagnostic comprenant un générateur de résidus et un test statistique, à l'image de ce qui est présenté en figure 5.4.1.

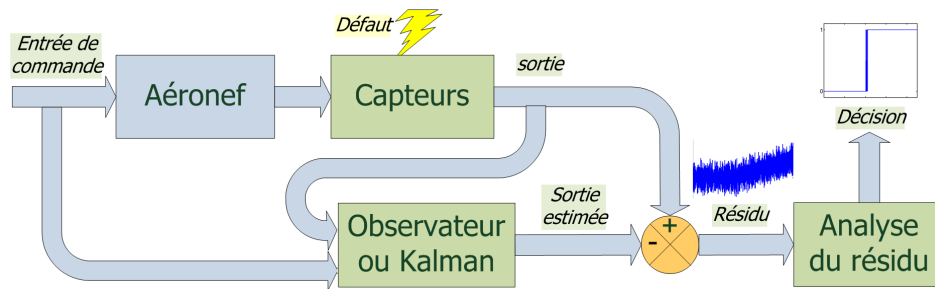


FIGURE 5.4.1: Schéma de diagnostic de défaut de capteur avec filtre générateur de résidu et test statistique

### 5.4.1 Cas test

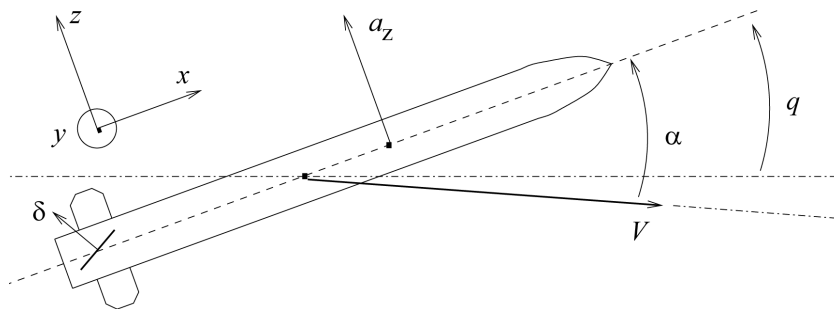


FIGURE 5.4.2: Schéma du missile dans son plan longitudinal

L'illustration proposée est le modèle linéarisé du mouvement longitudinal d'un missile air-air à altitude constante [357] (voir figure 5.4.2). Le vecteur d'état est composé de l'angle d'incidence, de la vitesse angulaire de tangage et du nombre de Mach soit  $\mathbf{x} = [\alpha, q, M]^T$ . La commande est l'angle de gouverne  $\mathbf{u} = \delta$ , et la mesure disponible est l'accélération normale,  $\mathbf{y} = a_z$ . Le modèle d'état linéarisé autour du point de vol  $\mathbf{x}_0 = [\bar{\alpha}, \bar{q}, \bar{M}]^T = [20 \text{ deg}, 18.4 \text{ deg/s}, 3]^T$  est, après discrétisation avec un pas de temps de 0.02s,

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}u_k \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{D}u_k + v_k + w_{f,k} \end{cases}, \quad (5.4.1)$$

avec

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.9163 & 0.0194 & 0.0026 \\ -5.8014 & 0.9412 & 0.5991 \\ -0.0485 & -0.005 & 0.996 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -0.0279 \\ -2.5585 \\ -0.0019 \end{bmatrix} \quad (5.4.2)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -2.54 & 0 & -0.26 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = -0.204.$$

Ce modèle est simulé sur un horizon de 50 secondes. La mesure  $\mathbf{y} = a_z$  subit un défaut progressif  $w_f$  de type rampe dont la pente est égale à  $10^{-2}$ , à partir de l'instant 25s. Cette mesure est aussi affectée par un bruit additif  $v$ , de moyenne nulle et distribué uniformément dans l'intervalle  $[-10^{-3}; 10^{-3}]$ .

### 5.4.2 Méthodes de diagnostic à comparer

Les deux générateurs de résidus considérés sont un observateur de Luenberger et un filtre de Kalman (voir la section 1.4.3). Un résidu est généré par chacun de ces filtres par différence entre la mesure disponible et la sortie prédite. Ce résidu est ensuite analysé dans les deux schémas par un test du CUSUM, choisi compte-tenu des résultats de la section 5.3.

La performance de l'observateur de Luenberger est fonction du placement de ses 3 pôles  $[p_1, p_2, p_3]$ . Le bon fonctionnement du filtre de Kalman est quant à lui lié à l'initialisation de la matrice de covariance du bruit d'état  $\mathbf{W}$ , qui est de dimension  $3 \times 3$ , et de la matrice de covariance du bruit de mesure  $\mathbf{V}$ , ici de dimension  $1 \times 1$ . La matrice  $\mathbf{W}$  est supposée pour simplifier diagonale. Le filtre de Kalman dépend donc de 4 hyperparamètres  $[w_1, w_2, w_3, v_1]$ , tels que

$$\mathbf{W} = \text{diag}([w_1, w_2, w_3]) \quad , \quad \mathbf{V} = v_1 \quad (5.4.3)$$

La matrice de covariance de l'erreur d'estimation est initialisée à  $\mathbf{1} \cdot 10^3$ . L'initialisation de l'estimée de l'état est identique pour les deux filtres, égale à  $[0, 0, 2]^T$ . Les hyperparamètres à régler pour chaque schéma sont l'association de ceux du générateur de résidu et de ceux du test statistique. Les espaces de recherche de ces valeurs pour chacune des deux méthodes sont indiqués dans la table 5.4.

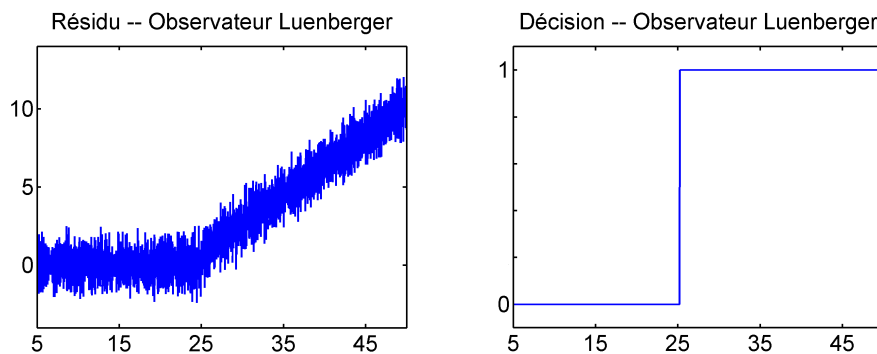
TABLE 5.4: Espaces de recherche des hyperparamètres (schémas complets de diagnostic)

Observateur et CUSUM	$p_1 \in [0; 1] \quad p_2 \in [0; 1] \quad p_3 \in [0; 1]$ $\mu_1 \in [0.01; 5] \quad \lambda \in [0.1; 20]$
Kalman et CUSUM	$w_1 \in [0; 2] \quad w_2 \in [0; 2] \quad w_3 \in [0; 2] \quad v_1 \in [0; 10]$ $\mu_1 \in [0.01; 5] \quad \lambda \in [0.1; 20]$

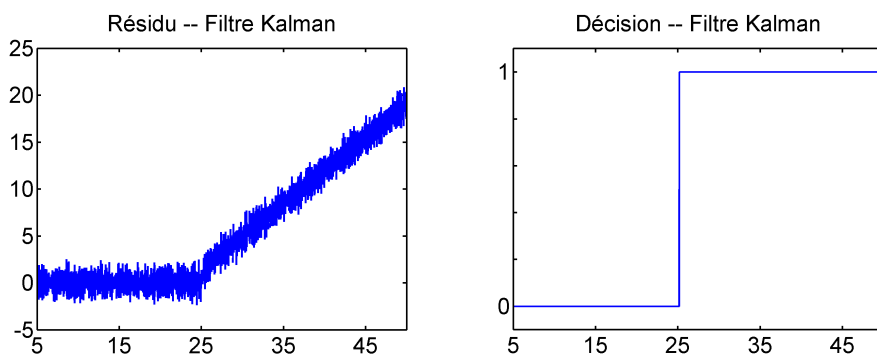


### 5.4.3 Résultats

Comme pour l'application précédente, la méthodologie de réglage a été testée pour 100 initialisations aléatoires. Les paramètres de EGO ont été fixés à  $\varepsilon_{\text{EI}}^c = 10^{-4}$  et  $n_{\text{EI}}^c = 100$ . Le nombre d'évaluations nécessaire à l'obtention d'une bonne valeur de réglage est encore une fois très faible (table 5.5), de même que la dispersion des résultats. Les deux schémas obtiennent des performances satisfaisantes pour ce cas test de détection de défaut, avec un taux de fausse alarme nul et un taux de non détection très faible (moins de 1%). Le schéma avec filtre de Kalman atteint un niveau de performance légèrement meilleur que celui utilisant l'observateur de Luenberger. La figure 5.4.3 illustre les résidus et la décision associée qui ont été obtenus pour le meilleur réglage médian des deux schémas de diagnostic. La figure 5.4.4 présente un histogramme des valeurs de l'optimum obtenues lors des 100 répétitions de la procédure, pour chaque méthode. On constate que les valeurs obtenues à chaque exécution de la procédure d'optimisation sont très proches, et que la valeur médiane est très fréquemment atteinte. Ainsi, sur un problème plus complexe, un seul lancement de la procédure d'optimisation devrait permettre d'obtenir un résultat acceptable, étant donné la faible sensibilité de la procédure à l'initialisation.



(a) Observateur de Luenberger et CUSUM

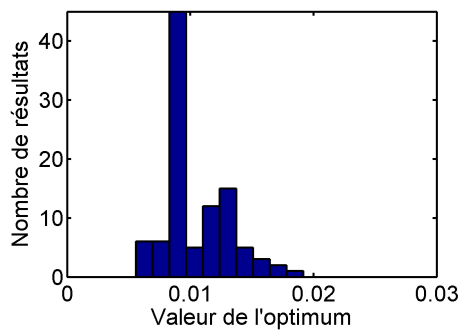


(b) Filtre de Kalman et CUSUM

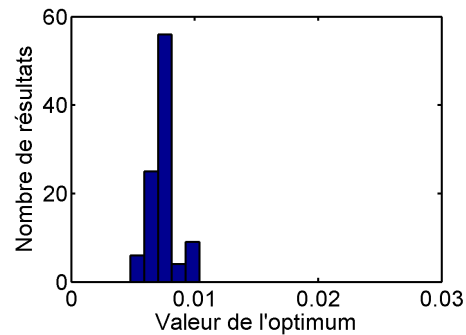
FIGURE 5.4.3: Résidus et décisions pour les meilleurs réglages des schémas de diagnostic

TABLE 5.5: Réglage optimal des schémas complets de diagnostic

	Observateur et CUSUM	Kalman et CUSUM
<i>Classement</i>	<i>2</i>	<i>1</i>
<b>Meilleure performance médiane</b>	<b>0.0096</b>	<b>0.0072</b>
Écart-type de la performance	0.0026	0.0012
<b>Nombre moyen de simulations</b>	<b>60.9</b>	<b>67.73</b>
Écart-type du nombre de simulations	12.7	2.4
Taux de fausse alarme	0	0
Taux de non détection	0.0096	0.0072
Valeur des hyperparamètres (performance médiane)	$p_1 = 0.708$ $p_2 = 0.636$ $p_3 = 0.662$ $\mu_1 = 0.173$ $\lambda = 4.3$	$w_1 = 1.11$ $w_2 = 1.776$ $w_3 = 1.335$ $v_1 = 2.311$ $\mu_1 = 0.264$ $\lambda = 3.278$



(a) Observateur et CUSUM



(b) Filtre de Kalman et CUSUM

FIGURE 5.4.4: Histogramme des valeurs optimales obtenues pour 100 initialisations

## 5.5 Conclusions et perspectives

Une méthodologie de réglage automatique des hyperparamètres de méthodes de diagnostic a été proposée dans ce chapitre. Elle est applicable à de nombreux problèmes en ingénierie, à la simple condition que le problème considéré puisse être simulé numériquement et fournir ainsi une mesure de performance pour chaque valeur potentielle des

hyperparamètres. Le réglage est alors formalisé comme un problème d'optimisation globale de la fonction boîte noire liant les hyperparamètres à cette performance souhaitée. Pour résoudre ce problème, un métamodèle de krigeage est utilisé comme approximation de la fonction inconnue. L'algorithme EGO y est associé, ce qui permet de trouver une estimée de l'optimum en très peu d'itérations. Ceci s'avère particulièrement intéressant quand l'évaluation de la performance pour une valeur donnée des hyperparamètres est informatiquement lourde, ce qui sera le cas chaque fois que le cas test a été choisi pour refléter la complexité et de la diversité d'une situation réaliste.

La pertinence de cette méthodologie a été illustrée par le réglage de six méthodes d'analyse des résidus et de deux schémas complets de diagnostic. Sur ces deux applications, la procédure a montré sa faible sensibilité à l'initialisation. Par ailleurs, le nombre de simulations numériques du cas test relevé est effectivement très faible. Un élément intéressant est la possibilité d'ajuster conjointement le filtre générateur de résidus et la méthode d'analyse du résidu composant un schéma de diagnostic, ce qui est généralement difficile avec un réglage manuel.

Les variables environnementales, telles que la variance du bruit de mesure ou la gravité du défaut ont été ici considérées comme fixes et connues. En pratique, il est nécessaire d'être en mesure de déterminer un réglage tenant compte du domaine de variation de ces variables. En effet, il existe un risque de « surapprentissage » sur un cas test particulier qui peut rendre le réglage obtenu difficilement exploitable en d'autres circonstances. Le chapitre suivant propose ainsi une extension significative de la procédure afin de la rendre robuste aux variations de ces conditions environnementales.

### **Positionnement**

- Réglage automatique d'hyperparamètres
- Comparaison de méthodes
- Simulation numérique de cas test fournissant une mesure de performance

### **Contributions**

- Comparaison équitable des approches concurrentes
- Réglage parcimonieux en appels de la simulation
- Sélection de méthodes adaptées d'analyse de résidus
- Réglage conjoint des éléments de schémas complets de diagnostic
- Méthodologie générique applicable à de nombreux autres problèmes

### **Limitations**

- Adéquation au problème des hypothèses de représentation gaussienne du processus et du choix de sa covariance
- Réglage dépendant des spécificités du cas test

# Chapitre 6

## Optimisation robuste des hyperparamètres au sens du minimax

---

**Résumé** – Nous proposons dans ce chapitre un nouvel algorithme d’optimisation minimax pour les fonctions de type boîte noire. Celui-ci permet notamment la recherche d’un réglage optimal des hyperparamètres d’une méthode de diagnostic compte-tenu du pire cas des perturbations affectant un cas test. Ce problème est particulièrement délicat à traiter lorsque ces deux types de variables, hyperparamètres et incertitudes, évoluent dans des espaces continus. Pour le résoudre à faible charge de calcul, une procédure de relaxation est combinée avec l’algorithme d’optimisation à base de krigeage exposé précédemment. Cette procédure est appliquée à un ensemble de fonctions tests afin d’évaluer son comportement et sa précision. Elle est ensuite utilisée pour régler deux schémas de diagnostic combinant génération et analyse de résidu, dans le but de les rendre robustes aux variations du niveau de bruit et de l’amplitude du défaut à détecter. Ces travaux ont été présentés lors de deux conférences internationales [9, 12].

---

### 6.1 Introduction

Le chapitre précédent a permis d’établir une méthodologie de réglage automatique qui a été appliquée à l’ajustement des hyperparamètres de méthodes de diagnostic. Cette approche est fondée sur un métamodèle de krigeage, qui facilite l’optimisation globale de la performance via un nombre restreint de simulations numériques d’un cas test. Cependant, la modélisation de ce cas test n’est qu’une représentation approchée de la réalité et celui-ci est en pratique sujet à diverses perturbations, modélisées par un ensemble de variables dites *environnementales*. Dans le cas du diagnostic d’un système aéronautique, il s’agit par exemple des caractéristiques statistiques des erreurs de mesure, de l’incertitude

sur les paramètres du modèle, de la taille du défaut à détecter ou encore des variations des conditions atmosphériques. La prise en compte de ces variables perturbatrices (non contrôlables) lors de l'étape de réglage est donc importante, car celles-ci ont un impact direct sur la performance atteignable par la méthode à régler.

Deux types de variables sont couramment distingués dans le domaine des expériences simulées sur ordinateur [333]. Les *variables de conception* (ici, nos hyperparamètres) sont à optimiser, tandis que les *variables environnementales* (ou d'incertitude) ont un effet indésirable auquel les variables de conception doivent être robustes. Une telle solution robuste peut être recherchée en modélisant les incertitudes de manière probabiliste ou déterministe [358].

Le point de vue probabiliste suppose les variables environnementales distribuées selon une loi de probabilité connue. La performance est alors évaluée vis-à-vis de l'espérance d'une mesure de robustesse. Néanmoins, un réglage optimal en moyenne peut donner de mauvaises performances pour des valeurs particulières des variables environnementales. Un certain nombre de travaux ont considéré l'optimisation robuste d'une simulation boîte noire à partir d'un métamodèle de krigeage. Dans [359–361], des simulations de Monte-Carlo sont réalisées pour un ensemble de valeurs échantillonnées des variables de conception. Un modèle de krigeage est alors déterminé à partir de ces résultats, sur lequel l'optimisation est réalisée à l'aide d'algorithmes classiques. L'approche proposée dans [362–364] étend le critère EI afin de prendre en compte la distribution de probabilité sur les variables environnementales. L'idée de base consiste à minimiser la moyenne pondérée de la performance pour un ensemble discret de variables environnementales.

Le point de vue déterministe suppose que les variables environnementales appartiennent à un ensemble compact. La performance peut alors être évaluée en considérant le pire cas d'une mesure de robustesse. L'optimisation au sens du minimax est forcément conservatrice en moyenne, et le choix entre les deux paradigmes doit être fait en fonction des caractéristiques du problème considéré. Il faut toutefois noter que l'optimalité au sens du pire cas a été abordée à de nombreuses reprises dans le domaine de la détection de défauts. Notamment, les travaux de [26] suggèrent un choix au sens du minimax des paramètres de méthodes d'espace de parité, par rapport aux incertitudes de modélisation. On peut également citer dans le même esprit les seuils adaptatifs proposés dans [317, 318] ou les méthodes  $\mathcal{H}_\infty$  [152, 163] qui ont pour objectif de minimiser l'impact des perturbations sur les résidus générés.

A ce jour, aucun algorithme ne semble être à même d'optimiser une fonction boîte noire évaluée par simulation (coûteuse) tout en assurant la robustesse aux incertitudes au sens du pire cas. C'est pourquoi un nouvel algorithme d'optimisation minimax continue pour de telles fonctions est proposé dans ce chapitre. Cet algorithme exploite la procédure de relaxation itérative initialement développée dans [365]. La méthode d'optimisation à base de krigeage présentée au chapitre 5 est alors adaptée à ce contexte. Le concept de relaxation permet de prendre en compte des espaces continus à la fois pour les hyperparamètres et pour les variables environnementales, ce qui n'est pas le cas des algorithmes utilisant le formalisme probabiliste décrits précédemment.

Le réglage robuste des hyperparamètres face aux incertitudes est formalisé comme un problème d'optimisation minimax continue dans la section 6.2. Le nouvel algorithme combinant l'optimisation à base de krigeage et la procédure de relaxation est détaillé en section 6.3. Ses performances sont analysées en section 6.4 à l'aide de fonctions de tests appropriées issues de [366]. Enfin, la section 6.5 présente l'application de la méthode au réglage des deux schémas de diagnostic qui ont été examinés en 5.4, afin de les rendre robustes aux variations du niveau de bruit et de la taille du défaut à détecter.

## 6.2 Optimisation minimax pour le réglage robuste

Le vecteur des hyperparamètres à régler est toujours noté  $\mathbf{x}_c$  et le vecteur des variables environnementales est noté  $\mathbf{x}_e$ . La valeur de la fonction objectif reflétant la performance obtenue par simulation du cas test est maintenant fonction de ces deux vecteurs,  $y(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$ . La seule hypothèse sur le vecteur des variables environnementales  $\mathbf{x}_e$  est qu'il appartient à un ensemble compact  $\mathbb{X}_e \subset \mathbb{R}^{d_e}$  supposé connu (à l'instar de  $\mathbb{X}_c$  pour les hyperparamètres  $\mathbf{x}_c$ ). Le réglage robuste des méthodes de diagnostic que nous proposons consiste à déterminer une valeur des hyperparamètres qui reste valide pour l'ensemble considéré des variables environnementales. Il s'agit de résoudre le problème d'optimisation minimax pour trouver  $\hat{\mathbf{x}}_c$  et  $\hat{\mathbf{x}}_e$ , appartenant tous deux à des espaces continus, tels que

$$\{\hat{\mathbf{x}}_c, \hat{\mathbf{x}}_e\} = \arg \min_{\mathbf{x}_c \in \mathbb{X}_c} \max_{\mathbf{x}_e \in \mathbb{X}_e} y(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e). \quad (6.2.1)$$

Ceci correspond à la recherche des meilleurs hyperparamètres, pour le cas le plus défavorable des variables environnementales sur le cas test qui fournit la performance  $y$ . De manière plus générale, ce type de conception est particulièrement approprié si le système considéré doit être capable de supporter le pire cas des perturbations pouvant l'affecter. Ce paradigme minimax est largement répandu dans de nombreux domaines, en diagnostic comme évoqué en introduction, mais également en commande [367, 368] ou en planification d'expériences [369]. Ce type de problème est également intimement lié à l'optimisation multi-niveaux [370] et à la théorie des jeux [371].

Bien qu'un nombre considérable de travaux aient été consacrés à l'étude de la théorie de l'optimisation minimax, très peu d'algorithmes ont été proposés pour résoudre le problème de minimax continu (6.2.1), où  $y$  est continue sur les deux ensembles compacts  $\mathbb{X}_c$  et  $\mathbb{X}_e$ . Des revues des principales avancées sont consultables dans [366, 372], tandis que les développements les plus récents ont été publiés dans [373, 374]. Toutes les stratégies proposées dans ces références supposent l'existence d'une expression analytique de la fonction à optimiser, ainsi que la possibilité de calculer son gradient ou sous-gradient [375]. De ce fait, le problème qui nous occupe ne peut être résolu par ces algorithmes, étant donné que la valeur de la fonction n'est accessible que par simulation en certains points et que son gradient n'est pas calculable.

Pour résoudre (6.2.1), une première idée pourrait consister à trouver (avec EGO, par exemple) tout d'abord un minimiseur  $\hat{\mathbf{x}}_c$  de  $y$  sur  $\mathbb{X}_c$  pour une valeur fixée de  $\mathbf{x}_e \in \mathbb{X}_e$ , puis de maximiser  $y$  par rapport à  $\mathbf{x}_e$  sur  $\mathbb{X}_e$  pour cette valeur fixée  $\hat{\mathbf{x}}_c$ , et d'alterner ces étapes jusqu'à obtenir une solution stable. Toutefois la convergence de cet algorithme simpliste n'est pas garantie et il a tendance à osciller entre des valeurs non optimales de solutions candidates. A titre d'illustration, la figure 6.4.1 (voir page 141) montre le résultat obtenu en termes d'erreur et de valeur de la fonction de coût pour la fonction de test  $f_3$  de la section 6.4.1. On constate que l'algorithme ne converge pas et que l'estimée de l'optimum prend des valeurs très différentes selon les itérations. Notons toutefois que cette procédure, connue sous le nom de *Best Replay* [376], est mieux adaptée au cas où les ensembles  $\mathbb{X}_c$  et  $\mathbb{X}_e$  sont discrets et donc dénombrables.

Pour faire face à ces difficultés, Shimizu et Aiyoshi [365, 377] ont proposé de transformer le problème initial (6.2.1) en introduisant le scalaire  $\tau$  tel que

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{x}_c \in \mathbb{X}_c} \tau, \\ \text{sous la contrainte } y(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e) \leq \tau, \forall \mathbf{x}_e \in \mathbb{X}_e \end{array} \right. . \quad (6.2.2)$$

Ce nouveau problème d'optimisation est sujet à une infinité de contraintes et est donc toujours impossible à résoudre en l'état. Il est toutefois possible d'utiliser une procédure itérative pour obtenir une solution approchée, en relaxant le problème (6.2.2) comme

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{x}_c \in \mathbb{X}_c} \tau, \\ \text{sous la contrainte } y(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e) \leq \tau, \forall \mathbf{x}_e \in \mathcal{R}_e \end{array} \right. , \quad (6.2.3)$$

où  $\mathcal{R}_e$  est un ensemble *fini* contenant les valeurs de  $\mathbf{x}_e$  déjà explorées. L'algorithme 6.1 résume cette stratégie de relaxation itérative.

Le seuil  $\varepsilon_R$  spécifie la précision désirée de la solution. Il est important de noter que si la procédure est arrêtée avant que la condition finale de l'étape 4 soit atteinte, alors une solution approchée est tout de même obtenue, qui correspond à un seuil  $\varepsilon'_R > \varepsilon_R$ . Ceci est particulièrement intéressant dans le cas où le nombre d'évaluations de la fonction  $y$  est limité. Il apparaît ainsi possible de considérer un budget de simulation au terme duquel une solution approchée est retenue. Sous des hypothèses raisonnables, il a été prouvé que la boucle principale se termine en un nombre fini d'itérations [365]. Ces conditions sont notamment la compacité de  $\mathbb{X}_c$  et  $\mathbb{X}_e$ , la continuité de  $y$  en  $\mathbf{x}_e$  et sa différentiabilité en  $\mathbf{x}_c$  (ce qui ne signifie pas nécessairement que cette dérivée doit pouvoir être calculée). Cet algorithme, également présenté dans [373], est générique et laisse libre le choix des procédures d'optimisation permettant de réaliser les étapes 2 et 3. Pour le problème qui nous occupe, où  $y$  est évaluée par le biais d'une simulation généralement coûteuse, l'optimisation à l'aide d'un métamodèle de krigeage semble un choix approprié et est donc à la base de l'algorithme proposé dans la section suivante.

---

**Algorithme 6.1** Optimisation minimax par relaxation

---

1: Choisir  $\mathbf{x}_e^{(1)} \in \mathbb{X}_e$ , initialiser  $\mathcal{R}_e = \{\mathbf{x}_e^{(1)}\}$  et  $i \leftarrow 1$ .

2: Déterminer

$$\mathbf{x}_c^{(i)} = \arg \min_{\mathbf{x}_c \in \mathbb{X}_c} \left\{ \max_{\mathbf{x}_e \in \mathcal{R}_e} y(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e) \right\}$$

3: Déterminer

$$\mathbf{x}_e^{(i+1)} = \arg \max_{\mathbf{x}_e \in \mathbb{X}_e} y(\mathbf{x}_c^{(i)}, \mathbf{x}_e)$$

4: Si

$$y(\mathbf{x}_c^{(i)}, \mathbf{x}_e^{(i+1)}) - \max_{\mathbf{x}_e \in \mathcal{R}_e} y(\mathbf{x}_c^{(i)}, \mathbf{x}_e) < \varepsilon_R$$

**alors**  $\{\mathbf{x}_c^{(i)}, \mathbf{x}_e^{(i+1)}\}$  est choisi comme solution approchée de (6.2.1).

**sinon**, incorporer  $\mathbf{x}_e^{(i+1)}$  à  $\mathcal{R}_e$ , incrémenter  $i$  de 1 et retourner à l'étape 2.

---

## 6.3 Algorithme d'optimisation minimax continue MiMaReK

Cette section propose un algorithme dédié à la résolution du problème d'optimisation minimax (6.2.1) pour les fonctions accessibles uniquement par simulation, en combinant EGO (algorithme 5.1, voir la section 5.2.3) avec la procédure de relaxation précédente (algorithme 6.1).

Les étapes 2 et 3 de l'algorithme 6.1 nécessitent l'optimisation globale de fonctions obtenues par simulation de cas test dépendant d'un unique vecteur de variables. En effet, seul  $\mathbf{x}_c$  est variable à l'étape 2, et seul  $\mathbf{x}_e$  est variable à l'étape 3. Chacun de ces deux problèmes est donc tout à fait similaire à celui exposé au chapitre précédent. Deux algorithmes EGO indépendants peuvent donc être utilisés, ceux-ci nécessitant deux échantillonnages initiaux  $\mathcal{X}_0^c$  sur  $\mathbb{X}_c$  et  $\mathcal{X}_0^e$  sur  $\mathbb{X}_e$ . La procédure complète est détaillée dans l'algorithme 6.2 que nous avons nommé MiMaReK (*MiniMax optimization via Relaxation and Kriging*). Les lignes 2 à 5 de cet algorithme correspondent à l'étape 1 de l'algorithme 6.1, l'étape 2 est réalisée par les lignes 7 à 18, l'étape 3 par les lignes 19 à 29 et l'étape 4 par les lignes 30 à 32.

A l'étape 2, l'objectif est de trouver un minimiseur  $\mathbf{x}_c^{(i)}$  de la fonction

$$\max_{\mathbf{x}_e \in \mathcal{R}_e} y(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e), \tag{6.3.1}$$

où  $\mathcal{R}_e$  contient un nombre fini de valeurs préalablement explorées de  $\mathbf{x}_e$ . Le calcul de  $\mathbf{y}_j^c$  à la ligne 9 est alors réalisé en sélectionnant, pour chaque point  $\mathbf{x}_c$  de l'échantillonnage  $\mathcal{X}_j^c$ , le minimum empirique de  $y(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$  sur tous les éléments  $\mathbf{x}_e$  de  $\mathcal{R}_e$ . Ceci nécessite  $j \times i$  évaluations de  $y$  à chaque itération de la boucle « tant que » de l'étape 2, où



$j$  est le numéro de l'itération courante et où  $\dim \mathcal{R}_e = i$ . Nous avons fait le choix de réutiliser le même échantillonnage  $\mathcal{X}_0^c$  à chaque itération de la relaxation. Ceci permet de réduire le coût de calcul à  $i$  évaluations de  $y$  par itération. Il faut également noter que la détermination du modèle de krigeage et la maximisation du critère EI associée sont réalisées sur (6.3.1), qui ne dépend que de  $\mathbf{x}_c$ , contrairement à  $y$  qui est fonction de  $\mathbf{x}_c$  et de  $\mathbf{x}_e$ . Ceci implique que les calculs nécessaires à l'établissement du métamodèle sont effectués pour une dimension bien plus faible que si un échantillonnage avait été effectué sur  $\mathbb{X}_c \times \mathbb{X}_e$ .

A l'étape 3, la fonction à maximiser est  $y(\mathbf{x}_c^{(i)}, \mathbf{x}_e)$ ; EGO est donc utilisé pour minimiser

$$-y(\mathbf{x}_c^{(i)}, \mathbf{x}_e),$$

où  $\mathbf{x}_c$  est fixé à  $\mathbf{x}_c^{(i)}$  qui est l'optimum obtenu à la ligne 17. De manière duale à l'étape 2, cette fonction ne dépend que de  $\mathbf{x}_e$ . Le même échantillonnage  $\mathcal{X}_0^e$  sur  $\mathbb{X}_e$  peut être utilisé à chaque exécution de cette étape, bien que cela n'ait pas une influence significative sur la réduction de la charge de calcul.

La plupart des tâches intermédiaires d'optimisation impliquées dans les étapes 2 et 3 de MiMaReK consistent simplement à sélectionner la valeur optimale dans un ensemble fini de dimension relativement réduite. Seules les lignes 13 et 25 nécessitent d'avoir recours à un algorithme d'optimisation auxiliaire pour maximiser la fonction EI (5.2.14) qui est différentiable et très rapide à évaluer (voir la section 5.2.3). Comme au chapitre 5, le choix s'est porté sur l'algorithme DIRECT pour toutes les applications présentées.

L'algorithme 6.2 dépend de sept paramètres  $(\varepsilon_R, \varepsilon_{EI}^c, n_{EI}^c, \varepsilon_{EI}^e, n_{EI}^e, n_c, n_e)$ . Les dimensions des échantillonnages initiaux  $n_c$  et  $n_e$  peuvent être fixées respectivement à  $10 \cdot \dim \mathbf{x}_c$  et  $10 \cdot \dim \mathbf{x}_e$ , selon l'heuristique usuelle [343]. Les nombres maximaux d'itérations autorisées pour chaque algorithme EGO, respectivement  $n_{EI}^c$  et  $n_{EI}^e$ , dépendent des ressources informatiques disponibles et du temps nécessaire à l'évaluation de la fonction objectif  $y(\cdot, \cdot)$ . Le seuil  $\varepsilon_R$ , principale condition d'arrêt de la procédure de relaxation, détermine la précision recherchée pour l'optimum minimax. Enfin, les seuils  $\varepsilon_{EI}^c$  et  $\varepsilon_{EI}^e$  sur la valeur maximale de l'EI pour chacun des algorithmes EGO conditionnent la précision avec laquelle les étapes d'optimisation intermédiaires sont menées. Une étude empirique sur le choix de ces paramètres est consultable en section 6.4.3.

---

**Algorithme 6.2** MiMaReK

---

- 1: **Entrées** :  $\varepsilon_R, \varepsilon_{EI}^c, n_{EI}^c, \varepsilon_{EI}^e, n_{EI}^e, n_c, n_e, \mathbb{X}_c, \mathbb{X}_e, y$
  - 2: – **Etape 1** –
  - 3: Choisir  $\mathbf{x}_e^{(1)}$  dans  $\mathbb{X}_e$ , initialiser  $\mathcal{R}_e = \{\mathbf{x}_e^{(1)}\}$  et  $i \leftarrow 1$
  - 4: Choisir  $\mathcal{X}_0^c = \{\mathbf{x}_{c,1}, \dots, \mathbf{x}_{c,n_c}\}$  dans  $\mathbb{X}_c$ , par exemple par LHS
  - 5: Choisir  $\mathcal{X}_0^e = \{\mathbf{x}_{e,1}, \dots, \mathbf{x}_{e,n_e}\}$  dans  $\mathbb{X}_e$ , par exemple par LHS
  - 6: **tant que**  $e > \varepsilon_R$  **faire**
  - 7: – **Etape 2** –
  - 8: Initialiser  $j \leftarrow n_c$  et  $\mathcal{X}_j^c = \mathcal{X}_0^c$
  - 9: Calculer  $\mathbf{y}_j^c = \left\{ \max_{\mathbf{x}_e \in \mathcal{R}_e} \{y(\mathbf{x}_{c,1}, \mathbf{x}_e)\}, \dots, \max_{\mathbf{x}_e \in \mathcal{R}_e} \{y(\mathbf{x}_{c,n_c}, \mathbf{x}_e)\} \right\}$
  - 10: **tant que**  $\max_{\mathbf{x}_c \in \mathbb{X}_c} \{EI(\mathbf{x}_c)\} > \varepsilon_{EI}^c$  **et**  $j < n_{EI}^c$  **faire**
  - 11: Identifier un modèle de krigeage à partir des données  $\{\mathcal{X}_j^c, \mathbf{y}_j^c\}$
  - 12: Déterminer  $y_{\min}^j = \min_{1..j} \{\mathbf{y}_j^c\}$
  - 13: Déterminer  $\mathbf{x}_{c,j+1} = \arg \max_{\mathbf{x}_c \in \mathbb{X}_c} EI(\mathbf{x}_c)$  et l'incorporer à  $\mathcal{X}_j^c$
  - 14: Calculer  $\max_{\mathbf{x}_e \in \mathcal{R}_e} \{y(\mathbf{x}_{c,j+1}, \mathbf{x}_e)\}$  et l'incorporer à  $\mathbf{y}_j^c$
  - 15:  $j \leftarrow j + 1$
  - 16: **fin tant que**
  - 17: Déterminer  $\mathbf{x}_c^{(i)} = \arg \min_{\mathbf{x}_c \in \mathcal{X}_j^c} \{\mathbf{y}_j^c\}$
  - 18: Calculer  $e_{\text{prec}} = \max_{\mathbf{x}_e \in \mathcal{R}_e} y(\mathbf{x}_c^{(i)}, \mathbf{x}_e)$
  - 19: – **Etape 3** –
  - 20: Initialiser  $k \leftarrow n_e$  et  $\mathcal{X}_k^e = \mathcal{X}_0^e$
  - 21: Calculer  $\mathbf{y}_k^e = \left\{ -y(\mathbf{x}_c^{(i)}, \mathbf{x}_{e,1}), \dots, -y(\mathbf{x}_c^{(i)}, \mathbf{x}_{e,n_e}) \right\}$
  - 22: **tant que**  $\max_{\mathbf{x}_e \in \mathbb{X}_e} \{EI(\mathbf{x}_e)\} > \varepsilon_{EI}^e$  **et**  $k < n_{EI}^e$  **faire**
  - 23: Identifier un modèle de krigeage sur les données  $\{\mathcal{X}_k^e, \mathbf{y}_k^e\}$
  - 24: Déterminer  $y_{\max}^k = \min_{1..k} \{\mathbf{y}_k^e\}$
  - 25: Déterminer  $\mathbf{x}_{e,k+1} = \arg \max_{\mathbf{x}_e \in \mathbb{X}_e} EI(\mathbf{x}_e)$  et l'incorporer à  $\mathcal{X}_k^e$
  - 26: Calculer  $-y(\mathbf{x}_c^{(i)}, \mathbf{x}_{e,k+1})$  et l'incorporer à  $\mathbf{y}_k^e$
  - 27:  $k \leftarrow k + 1$
  - 28: **fin tant que**
  - 29: Déterminer  $\mathbf{x}_e^{(i+1)} = \arg \min_{\mathbf{x}_e \in \mathcal{X}_k^e} \{\mathbf{y}_k^e\}$  et l'incorporer à  $\mathcal{R}_e$
  - 30: – **Etape 4** –
  - 31: Calculer  $e = y(\mathbf{x}_c^{(i)}, \mathbf{x}_e^{(i+1)}) - e_{\text{prec}}$
  - 32:  $i \leftarrow i + 1$
  - 33: **fin tant que**
  - 34: **Sorties** :  $\mathbf{x}_c^{(i)}, \mathbf{x}_e^{(i+1)}$
-

## 6.4 Benchmark

Sept fonctions de test pour l'optimisation minimax, convexes sur  $\mathbb{X}_c$  et concaves sur  $\mathbb{X}_e$ , ont été définies au chapitre 5 de l'ouvrage de Rustem et Howe consacré à ce sujet [366]. Les dimensions de ces problèmes vont de  $\{d_c = 2; d_e = 2\}$  jusqu'à  $\{d_c = 5; d_e = 5\}$ . Trois méthodes analytiques de descente (celle de Kiwiel [378] et deux méthodes de type quasi-Newton proposées par Rustem et Howe) ont donné des résultats similaires sur ces fonctions de test [366]. Nous utiliserons donc ces résultats comme solutions de référence. Dans ce qui suit, les sept fonctions de test sont considérés comme des *boîtes noires* et MiMaReK (algorithme 6.2) est appliqué afin de trouver la solution minimax.

### 6.4.1 Fonctions de test

La  $i$ -ème composante du vecteur des hyperparamètres  $\mathbf{x}_c$  est notée  $x_{ci}$ , et la  $i$ -ème composante du vecteur des variables environnementales  $\mathbf{x}_e$  est notée  $x_{ei}$ . Avec ces notations, les expressions analytiques des fonctions de tests sont

$$\begin{aligned}
 f_1(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e) &= 5(x_{c1}^2 + x_{c2}^2) - (x_{e1}^2 + x_{e2}^2) + x_{c1}(-x_{e1} + x_{e2} + 5) + x_{c2}(x_{e1} - x_{e2} + 3) \\
 f_2(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e) &= 4(x_{c1} - 2)^2 - 2x_{e1}^2 + x_{c1}^2 x_{e1} - x_{e2}^2 + 2x_{c2}^2 x_{e2} \\
 f_3(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e) &= x_{c1}^4 x_{e2} + 2x_{c1}^3 x_{e1} - x_{c2}^2 x_{e2}(x_{e2} - 3) - 2x_{c2}(x_{e1} - 3)^2 \\
 f_4(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e) &= -\sum_{i=1}^3 (x_{ei} - 1)^2 + \sum_{i=1}^2 (x_{ci} - 1)^2 + x_{e3}(x_{c2} - 1) + x_{e1}(x_{c1} - 1) + x_{e2}x_{c1}x_{c2} \\
 f_5(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e) &= -(x_{c1} - 1)x_{e1} - (x_{c2} - 2)x_{e2} - (x_{c3} - 1)x_{e3} + 2x_{c1}^2 + 3x_{c2}^2 + x_{c3}^2 - \sum_{i=1}^3 x_{ei}^2 \\
 f_6(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e) &= x_{e1}(x_{c1}^2 - x_{c2} + x_{c3} - x_{c4} + 2) + x_{e2}(-x_{c1} + 2x_{c2}^2 - x_{c3}^2 + 2x_{c4} + 1) \\
 &\quad + x_{e3}(2x_{c1} - x_{c2} + 2x_{c3} - x_{c4}^2 + 5) + 5x_{c1}^2 + 4x_{c2}^2 + 3x_{c3}^2 + 2x_{c4}^2 - \sum_{i=1}^3 x_{ei}^2 \\
 f_7(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e) &= 2x_{c1}x_{c5} + 3x_{c4}x_{c2} + x_{c5}x_{c3} + 5x_{c4}^2 + 5x_{c5}^2 - x_{c4}(x_{e4} - x_{e5} - 5) \\
 &\quad + x_{c5}(x_{e4} - x_{e5} + 3) + \sum_{i=1}^3 (x_{ei}(x_{ci}^2 - 1)) - \sum_{i=1}^5 x_{ei}^2
 \end{aligned} \tag{6.4.1}$$

La table 6.1 reproduit les solutions de référence pour chacune des fonctions de test, selon [366]. Les espaces  $\mathbb{X}_c$  et  $\mathbb{X}_e$  de recherche des hyperparamètres et des variables environnementales y sont également indiqués, de même que la solution minimax  $(\hat{\mathbf{x}}_c, \hat{\mathbf{x}}_e)$  et la valeur correspondante de la fonction objectif. Comme  $\mathbb{X}_c$  était infini dans [366], nous avons choisi ici des bornes assez espacées pour contenir à la fois la solution de référence et les points d'initialisation des algorithmes de descente. Ces fonctions de test constituent des problèmes minimax difficiles, comme en témoigne l'impossibilité de l'algorithme *Best Replay* à converger pour  $f_3$  (figure 6.4.1).

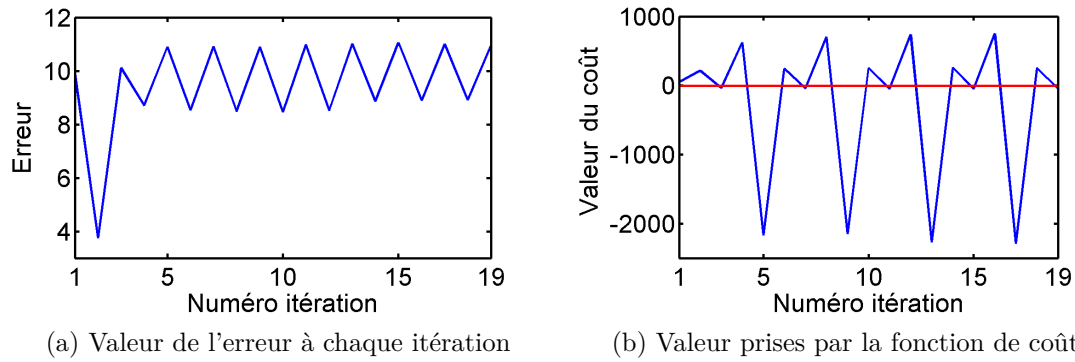
FIGURE 6.4.1: Comportement de l'algorithme *Best Replay* pour la fonction de test  $f_3$ 

Table 6.1: Solutions de référence pour les sept fonctions de test minimax

Fonction de test	$\mathbb{X}_c$	$\mathbb{X}_e$	Référence $\hat{\mathbf{x}}_c$	Référence $\hat{\mathbf{x}}_e$	$f_i(\hat{\mathbf{x}}_c, \hat{\mathbf{x}}_e)$
$f_1(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	$[-5; 5]^2$	$[-5; 5]^2$	-0.4833 -0.3167	0.0833 -0.0833	-1.6833
$f_2(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	$[-5; 5]^2$	$[-5; 5]^2$	1.6954 -0.0032	0.7186 -0.0001	1.4039
$f_3(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	$[-5; 5]^2$	$[-3; 3]^2$	-1.1807 0.9128	2.0985 2.666	-2.4688
$f_4(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	$[-5; 5]^2$	$[-3; 3]^3$	0.4181 0.4181	0.709 1.0874 0.709	-0.1348
$f_5(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	$[-5; 5]^3$	$[-1; 1]^3$	0.1111 0.1538 0.2	0.4444 0.9231 0.4	1.345
$f_6(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	$[-5; 5]^4$	$[-2; 2]^3$	-0.2316 0.2228 -0.6755 -0.0838	0.6195 0.3535 1.478	4.543
$f_7(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	$[-5; 5]^5$	$[-3; 3]^5$	1.4252 1.6612 1.2585 -0.9744 -0.7348	0.5156 0.8798 0.2919 0.1198 -0.1198	-6.3509

Table 6.2: Résultats moyens de 100 procédures minimax sur les fonctions de test

Fonction de test	$\hat{\mathbf{x}}_c$ moyen	$\hat{\mathbf{x}}_e$ moyen	$f_i(\hat{\mathbf{x}}_c, \hat{\mathbf{x}}_e)$ moyen	Écart-type $f_i$
$f_1(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	-0.4860 -0.3299	0.0792 -0.0774	-1.6824	0.0295
$f_2(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	1.6966 -0.0033	0.7206 -0.0156	1.4036	0.0012
$f_3(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	-1.1818 0.9119	2.0898 2.6859	-2.4689	0.0682
$f_4(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	0.4181 0.4205	0.6953 1.085 0.6988	-0.1352	0.0213
$f_5(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	0.1142 0.1559 0.202	0.4415 0.9149 0.3954	1.345	0.006
$f_6(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	-0.2239 0.2305 -0.6629 -0.0398	0.6037 0.4032 1.4903	4.5485	0.0207
$f_7(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	1.3922 1.6087 1.1938 -0.9684 -0.7171	0.4719 0.8149 0.2288 0.1086 -0.1337	-6.3334	0.1561

Table 6.3: Écart relatif des résultats par rapport aux références, en pourcentage

Fonction de test	$\hat{\mathbf{x}}_c$	$\hat{\mathbf{x}}_e$	$f_i(\hat{\mathbf{x}}_c, \hat{\mathbf{x}}_e)$	Évaluations par dimension
$f_1(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	1.65 %	6.01 %	<b>0.05 %</b>	64
$f_2(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	0.07 %	0.28 %	<b>0.02 %</b>	147
$f_3(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	0.02 %	0.3 %	<b>0.004 %</b>	251
$f_4(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	0.29 %	0.89 %	<b>0.29 %</b>	94
$f_5(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	1.4 %	0.88 %	<b>0.001 %</b>	81
$f_6(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	2.16 %	0.96 %	<b>0.12 %</b>	382
$f_7(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$	2.8 %	7.37 %	<b>0.28 %</b>	402

### 6.4.2 Résultats de MiMaReK

Les résultats présentés dans cette section ont été obtenus avec les paramètres de réglage suivants :  $\varepsilon_R = 10^{-3}$ ,  $\varepsilon_{EI}^c = \varepsilon_{EI}^e = 10^{-4}$ ,  $n_c = n_e = 100$ . Comme au chapitre précédent, 100 initialisations différentes de la procédure ont été testées afin de vérifier sa répétabilité. Les résultats moyens correspondants sont donnés dans la table 6.2. Ils ont été comparés aux résultats de référence en calculant la valeur absolue de l'écart relatif avec les valeurs de référence de la table 6.1, pour les valeurs du minimiseur  $\hat{\mathbf{x}}_c$ , du maximiseur  $\hat{\mathbf{x}}_e$  et de la fonction  $f_i(\hat{\mathbf{x}}_c, \hat{\mathbf{x}}_e)$ . Les résultats de cette comparaison sont exposés dans la table 6.3. Le plus grand écart constaté sur les sept fonctions pour la valeur de la fonction objectif est de 0.29%. La dispersion est un peu plus importante pour les valeurs des minimiseurs et des maximiseurs, étant donné que différentes valeurs de ces arguments peuvent conduire à des valeurs proches de la fonction. Ces écarts n'excèdent toutefois pas 7%. L'algorithme MiMaReK donne donc pleinement satisfaction pour ces fonctions de test. Ceci est d'autant plus vrai que, sur l'ensemble des initialisations de la procédure, l'écart-type de la valeur obtenue pour l'estimée de l'optimum minimax est faible.

Dans la dernière colonne de la table 6.3, le nombre total de simulations utilisées a été divisé par  $(\dim \mathbb{X}_c + \dim \mathbb{X}_e)$  pour permettre la comparaison entre des problèmes de dimensions différentes. La troisième fonction de test  $f_3$  est celle qui nécessite le plus grand nombre de simulations, alors que la dimension de  $\mathbb{X}_c \times \mathbb{X}_e$  est simplement égale à 4. Ceci est notamment à comparer avec la fonction  $f_5$ , pour laquelle  $\mathbb{X}_c \times \mathbb{X}_e$  est de dimension 6, qui semble moins difficile à optimiser.

La figure 6.4.2 montre deux exemples de dispersion des résultats optimaux pour 100 initialisations de l'algorithme MiMaReK, comparé à la valeur de référence. Il faut garder à l'esprit en examinant ces figures que le domaine de définition des fonctions est bien plus vaste que l'échelle présentée ; une exploration grossière du domaine de variation sur  $\mathbb{X}_c \times \mathbb{X}_e$  donne  $[-414, 496]$  pour  $f_2$  et  $[-95, 170]$  pour  $f_5$ . Les résultats obtenus peuvent donc être considérés comme fiables, compte-tenu de l'écart relatif très faible aux solutions de référence.

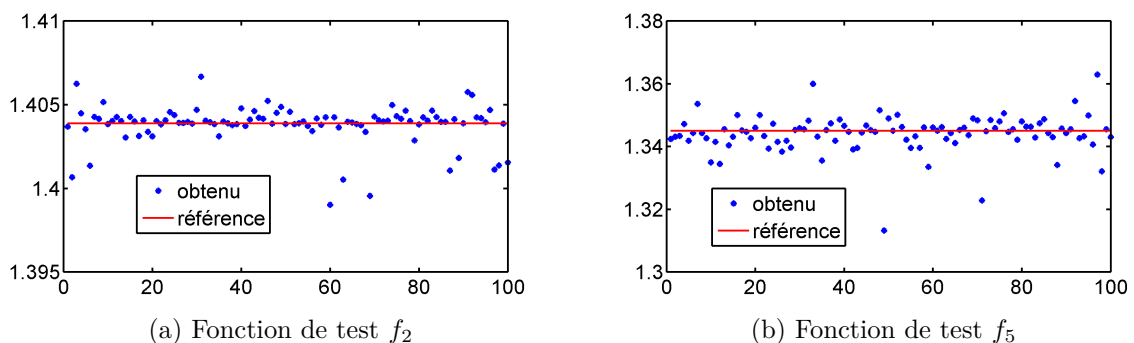


FIGURE 6.4.2: Estimations de l'optimum minimax pour 100 initialisations

### 6.4.3 Convergence et choix des seuils

Comme précisé en section 6.2, la procédure de relaxation itérative permet d'obtenir une valeur sous-optimale de la solution minimax en cas d'interruption avant que le seuil  $\varepsilon_R$  soit atteint. Ceci est illustré par la figure 6.4.3, qui montre les valeurs des estimées des solutions minimax à chaque itération, comparé aux valeurs de référence. On peut ainsi constater que des solutions minimax tout à fait acceptables sont obtenues bien avant d'atteindre la précision  $\varepsilon_R = 10^{-3}$  constituant le critère d'arrêt de la procédure.

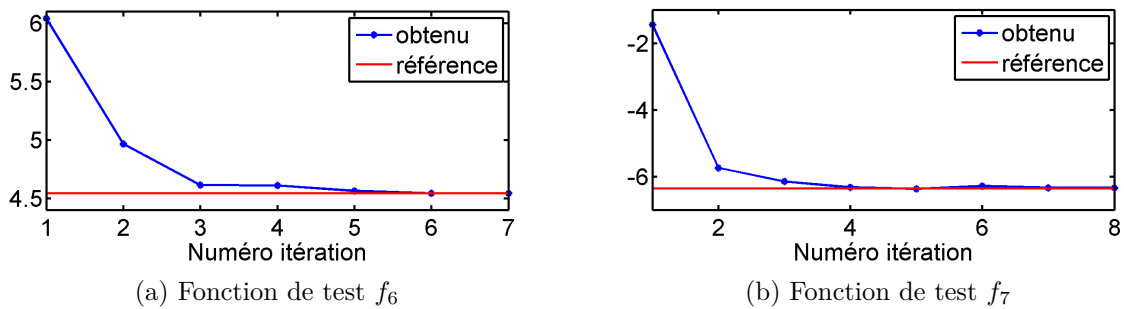


FIGURE 6.4.3: Estimées de l'optimum minimax à chaque itération de la relaxation

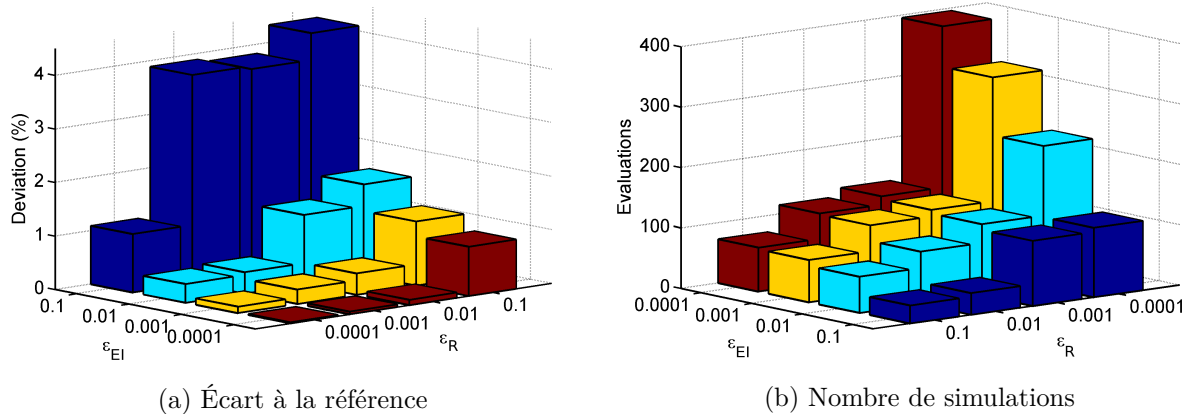


FIGURE 6.4.4: Performances pour différents choix des seuils de tolérances  $\varepsilon_R$  et  $\varepsilon_{EI}$  ( $f_5$ )

Dans l'application précédente, les tolérances sur l'EI et la procédure de relaxation ont été choisies délibérément petites, afin d'étudier la convergence vers les valeurs de référence. Cependant, la figure 6.4.3 suggère que des seuils plus élevés pourraient être suffisants, selon le niveau de précision recherché. Pour vérifier cette hypothèse, une campagne empirique a été réalisée pour le cas de la fonction de test  $f_5$ . Les résultats sont

présentés en figure 6.4.4, pour une grille de seuils  $(\varepsilon_R, \varepsilon_{EI})$  dont les valeurs sont comprises entre  $10^{-4}$  et  $10^{-1}$  (le même  $\varepsilon_{EI}$  étant utilisé pour les deux algorithmes EGO). Un compromis entre la précision (petit écart à la référence) et la complexité (nombres de simulations nécessaires) apparaît clairement. A seuil constant  $\varepsilon_R$ , la diminution de  $\varepsilon_{EI}$  améliore la qualité de l'estimation de l'optimum. La réciproque est également vraie, et dans les deux cas le nombre des simulations requises pour la fonction objectif augmente avec la diminution des valeurs des seuils.

## 6.5 Application au diagnostic

### 6.5.1 Cas test

Nous reprenons dans cette section l'exemple qui a été traité en section 5.4, afin d'obtenir un réglage robuste des hyperparamètres des schémas de diagnostic considérés. Rappelons que deux types de générateurs de résidus sont considérés afin de détecter un défaut de capteur sur un système aéronautique dont on considère le modèle simplifié longitudinal linéarisé de dimension 3.

La première méthode est composée d'un observateur de Luenberger, dont les paramètres à régler sont ses trois pôles, associé à un test du CUSUM dépendant de deux paramètres. Le vecteur des hyperparamètres de cette première méthode est donc  $\mathbf{x}_c = [p_1, p_2, p_3, \mu_1, \lambda]^T$ . La deuxième méthode combine un filtre de Kalman, disposant de quatre paramètres de réglage (variances), avec un test du CUSUM similaire. Son vecteur d'hyperparamètres est  $\mathbf{x}_c = [w_1, w_2, w_3, v_1, \mu_1, \lambda]^T$ . Les domaines de recherche  $\mathbb{X}_c$  pour ces deux vecteurs d'hyperparamètres sont indiqués dans la table 5.4.

Au chapitre précédent, la mesure d'accélération disponible  $a_z$  était supposée subir un défaut de capteur  $w_f$  à l'instant 25s. Ce défaut progressif était modélisé comme une rampe de pente  $\varsigma = 10^{-2}$ . Par ailleurs, le bruit de mesure était considéré comme uniformément distribué sur l'intervalle  $[-\zeta; \zeta]$ , avec  $\zeta = 10^{-3}$  fixé.

Nous allons maintenant rechercher un réglage pour ces deux schémas de diagnostic, sur cette même application, qui soit robuste aux variations de la taille du défaut à détecter et du niveau de bruit affectant la mesure. Ainsi, le vecteur de variables environnementales est défini comme  $\mathbf{x}_e = [\zeta, \varsigma]^T$ , et l'ensemble  $\mathbb{X}_e$  correspondant est un rectangle aligné sur les axes tel que  $\zeta \in [10^{-7}; 10^{-3}]$  et  $\varsigma \in [10^{-3}; 10^{-1}]$ . Il s'agit désormais de rechercher un réglage optimal pour les deux schémas de diagnostic, qui tienne compte des pires conditions (que nous supposons inconnues *a priori*, même si le bon sens permet ici de les détecter) infligées par ces variables environnementales.

La fonction objectif est à nouveau choisie égale à

$$y(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e) = r_{fd} + r_{nd},$$

afin de représenter le compromis entre fausses alarmes et non détections. La seule dif-



férence par rapport à l'étude menée au chapitre 5 est que sa valeur est maintenant conditionnée par le choix des conditions environnementales, qui ne sont dorénavant plus fixées. L'algorithme MiMaReK va maintenant être employé afin d'obtenir un réglage optimal au sens du minimax, compte tenu de ces perturbations. La nouvelle configuration de la simulation est représentée en figure 6.5.1.

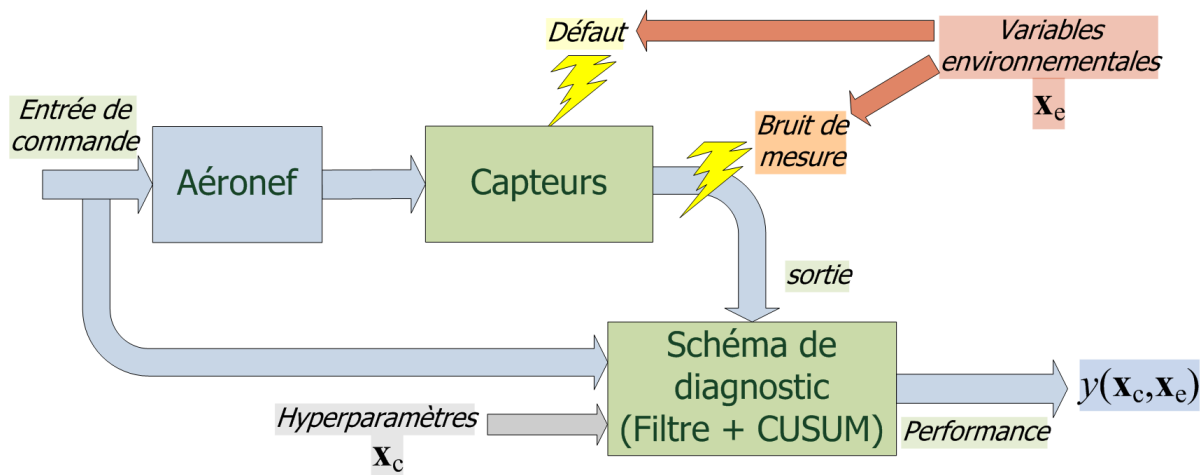


FIGURE 6.5.1: Simulation du cas test de diagnostic avec prise en compte des variables environnementales

## 6.5.2 Résultats

Les paramètres de l'algorithme 6.2 ont été fixés à  $\varepsilon_R = 10^{-4}$ ,  $n_c = n_e = 100$ ,  $\varepsilon_{EI}^c = \varepsilon_{EI}^e = 10^{-4}$ . Comme lors de la section 6.4, 100 initialisations de la procédure de réglage ont été réalisées afin d'évaluer la dispersion des résultats obtenus. Les résultats numériques sont répertoriés dans la table 6.4. Celle-ci contient notamment la valeur de la performance médiane, le nombre moyen de simulations nécessaires, la médiane des estimées du pire cas des variables environnementales et un réglage des hyperparamètres correspondant à la performance médiane. La dispersion des résultats au niveau de la performance et du nombre des évaluations est à nouveau faible, ce qui suggère que l'algorithme se comporte convenablement sur ce cas d'application pratique, après avoir montré sa fiabilité sur des fonctions de test synthétiques. Le nombre de simulations nécessaires est relativement faible, avec un échantillonnage moyen de 33 points par dimension de l'espace. Comparé à la vingtaine d'évaluations requises par le réglage sans prise en compte des variables environnementales, la charge de calcul supplémentaire n'est pas énorme.

Le domaine admissible  $\mathbb{X}_e$  pour les variables environnementales  $\mathbf{x}_e$  est représenté en figure 6.5.2, avec les résultats de chacune des 100 initialisations de la procédure sur le cas test. Ceux-ci indiquent que les conditions environnementales les plus défavorables, quel que soit le schéma de diagnostic, correspondent à la taille de défaut minimale

associée au plus haut niveau de bruit. Ceci est en accord avec ce que l'intuition pouvait suggérer sur ce cas test de petite dimension, ce qui conforte la pertinence de cette procédure de réglage. Sur un problème plus complexe impliquant davantage de variables environnementales (défauts multiples, gravité des imprécisions de modèle, perturbations exogènes, etc), il sera certainement plus difficile d'anticiper quelle est la pire combinaison des perturbations et l'utilisation de la méthode proposée se justifiera pleinement.

La figure 6.5.3 présente les estimées de quelques hyperparamètres optimaux et de la fonction objectif associée, pour les 100 initialisations de la procédure de réglage du schéma avec observateur de Luenberger. La dispersion observée pour les hyperparamètres suggère que plusieurs réglages de la méthode de diagnostic considérée permettent d'atteindre un niveau de performance acceptable.

La figure 6.5.4 montre les résidus et les décisions booléennes associés aux réglages optimaux pour les deux schémas de diagnostic, avec les conditions environnementales les plus défavorables. Il apparaît que le schéma avec filtre de Kalman donne de meilleures performances que celui avec observateur de Luenberger, dans ce cas de figure où le défaut progressif est pratiquement noyé dans le bruit. La méthodologie de réglage parvient toutefois à obtenir un réglage satisfaisant pour les deux schémas.

La valeur de la fonction objectif  $y(\mathbf{x}_c, \mathbf{x}_e)$  est tracée en figure 6.5.5, pour un balayage de  $\mathbf{x}_e$  sur l'ensemble de l'espace des hyperparamètres  $\mathbb{X}_e$  et avec  $\mathbf{x}_c$  fixé à la valeur du réglage minimax optimal. Ceci permet de visualiser la performance atteignable pour ce réglage minimax des hyperparamètres, dans des conditions de perturbation plus favorables.

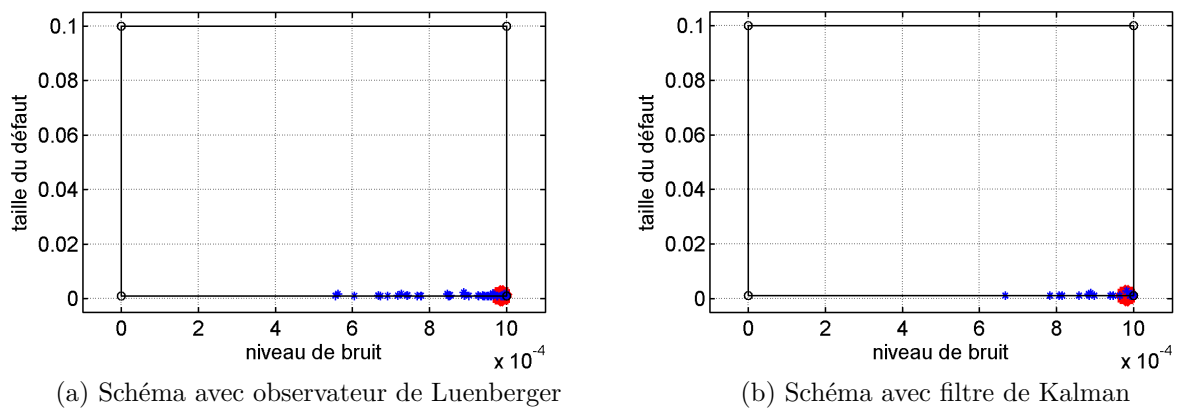


FIGURE 6.5.2: Estimation de la pire configuration des variables environnementales par MiMaReK pour 100 initialisations. Le point rouge désigne la valeur médiane, le rectangle noir délimite  $\mathbb{X}_e$

Table 6.4: Résultats pour 100 initialisations de la procédure de réglage minimax

	Observateur et CUSUM	Kalman et CUSUM
<i>Classement</i>	<i>2</i>	<i>1</i>
<b>Performance minimax médiane</b>	<b>0.114</b>	<b>0.0312</b>
Écart-type de la performance	$4.7 \cdot 10^{-2}$	$1.97 \cdot 10^{-2}$
<b>Nombre moyen de simulations</b>	<b>168</b>	<b>199</b>
Écart-type du nombre de simulations	26	8
<b>Vecteur des variables environnementales <math>\mathbf{x}_e</math></b>		
Niveau de bruit $\zeta$	$9.8 \cdot 10^{-4}$	$9.81 \cdot 10^{-4}$
Taille du défaut $s$	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$
<b>Vecteur des hyperparamètres <math>\mathbf{x}_c</math></b>		
Valeur des hyperparamètres (performance médiane)	$p_1 = 0.798$ $p_2 = 0.726$ $p_3 = 0.67$ $\mu_1 = 0.065$ $\lambda = 4.553$	$w_1 = 1.57$ $w_2 = 1.11$ $w_3 = 1.06$ $v_1 = 2.04$ $\mu_1 = 0.12$ $\lambda = 3.33$

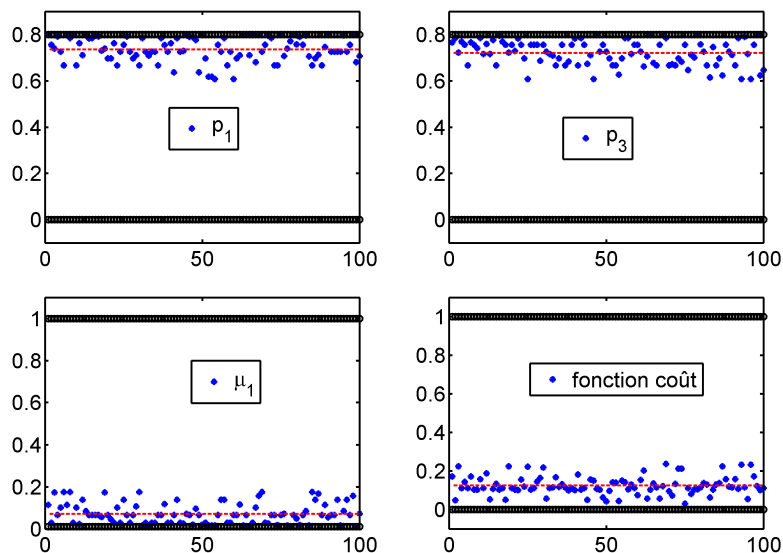


FIGURE 6.5.3: Dispersion des hyperparamètres  $p_1, p_3, \mu_1$  et de la valeur de la fonction pour le schéma avec observateur de Luenberger. La ligne rouge indique la valeur médiane, les lignes noires épaisses les bornes de l'espace  $\mathbb{X}_c$

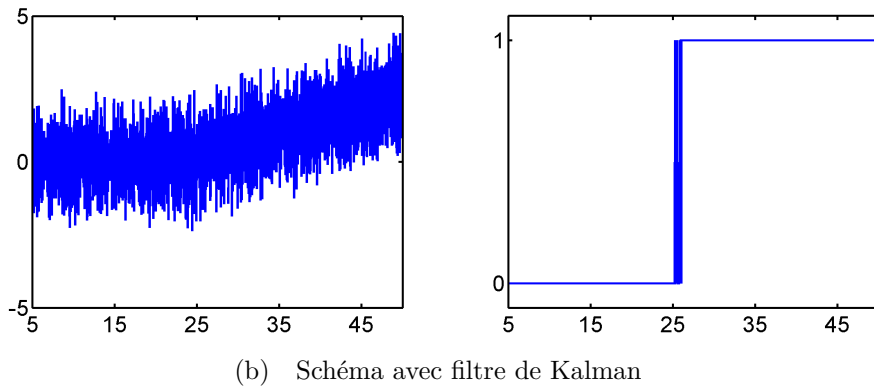
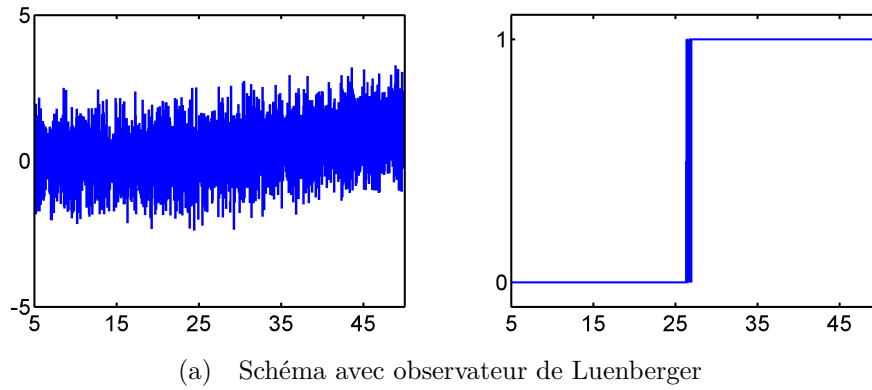


Figure 6.5.4: Performance avec réglage robuste et perturbations défavorables (résidu à gauche, décision à droite)

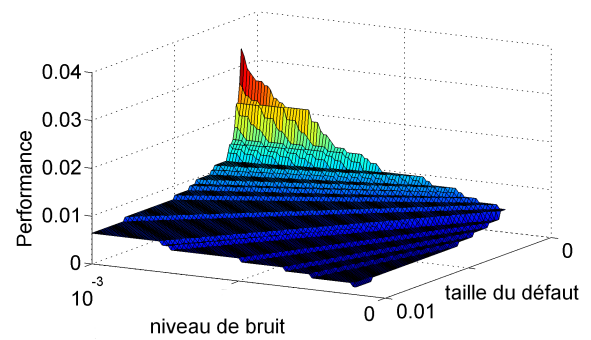
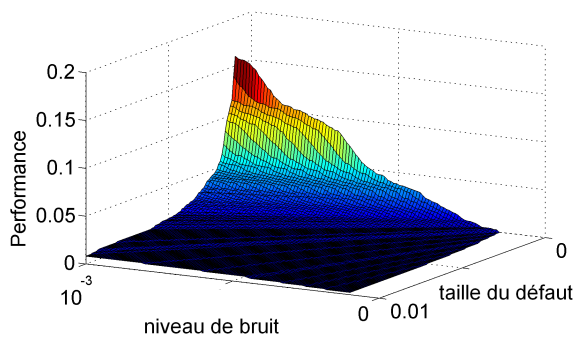


Figure 6.5.5: Fonction objectif sur  $\mathbb{X}_e$  pour le réglage optimal des hyperparamètres

## 6.6 Conclusions et perspectives

Ce chapitre a permis de définir un nouvel algorithme (MiMaReK) permettant de chercher une solution optimale au difficile problème de l'optimisation minimax continue de fonctions calculables uniquement par simulation coûteuse. Il s'agit *a priori* des premiers résultats tangibles dans ce domaine. La méthode proposée est fondée sur une procédure de relaxation itérative qui facilite la recherche d'une solution approchée. Celle-ci est associée à l'algorithme d'optimisation à base de krigeage EGO, qui permet de traiter le cas de ces fonctions de type boîte noire. L'application de la procédure à un ensemble de fonctions de test, dédiées à l'optimisation minimax continue, a permis de mettre en évidence sa capacité à résoudre avec précision et efficacité ce type de problème.

Ces développements ont été motivés par la recherche d'un réglage automatique des hyperparamètres de méthodes de diagnostic qui soit robuste aux perturbations. Ceci permet notamment de lever la limitation évoquée en conclusion du chapitre précédent, concernant le danger de surapprentissage du réglage sur un cas test qui serait biaisé. Il est désormais possible avec la méthode proposée d'obtenir un réglage optimal des hyperparamètres pour un domaine continu de variation des conditions environnementales du cas test simulé. Les possibilités offertes par la méthode ont été vérifiées sur un modèle simplifié de véhicule aéronautique soumis à un défaut de capteur. Deux schémas complets de diagnostic ont ainsi pu être réglés, tout en recherchant la configuration la plus défavorable pour les variables environnementales. Ce réglage est, comme au chapitre 5, obtenu à l'aide d'un nombre restreint de simulations du cas test. Ceci rend la méthode très attractive pour les applications où une conception robuste est souhaitée mais n'est pas mise en œuvre du fait de la lourdeur des simulations numériques. La méthodologie proposée est générique et peut être appliquée à de nombreux autres problèmes de réglage en ingénierie, par exemple dans le contexte de la commande robuste ou de l'analyse de performances de systèmes soumis à des perturbations ou des imprécisions de modélisation.

Les exemples d'applications traitées présentent jusqu'à six hyperparamètres et jusqu'à cinq variables environnementales. Il serait intéressant d'examiner le comportement de la procédure pour de plus grandes dimensions. Par ailleurs, la seule contrainte imposée sur les hyperparamètres et les variables environnementales est d'appartenir à des hyperrectangles aux arrêtes parallèles aux axes de l'espace. La procédure de relaxation et l'algorithme EGO sont théoriquement à même de prendre en compte des ensembles plus complexes ou des contraintes liant les variables entre elles, bien que cela reste encore à vérifier pour l'algorithme complet.

**Positionnement**

- ❑ Réglage des hyperparamètres robuste aux perturbations
- ❑ Simulation numérique de cas test fournissant une mesure de performance

**Contributions**

- ❑ Nouvel algorithme d'optimisation minimax continue pour les fonctions boîte noire
- ❑ Bonnes performances sur un ensemble de fonctions de test
- ❑ Réglage automatique robuste des hyperparamètres de deux schémas de diagnostic pour un modèle dynamique d'aéronef
- ❑ Méthodologie générique pour l'ingénierie

**Limitations**

- ❑ Adéquation au problème des hypothèses de représentation gaussienne du processus et du choix de sa covariance



# Conclusions et perspectives

Ce travail avait deux objectifs principaux. Le premier était de proposer des méthodes de diagnostic de défauts adaptées aux spécificités et contraintes des systèmes aéronautiques autonomes à faible redondance matérielle. Le second était de concevoir une méthodologie de réglage automatique qui soit à la fois robuste et peu coûteuse en calcul.

Une revue des principales méthodes de diagnostic à base de modèle a été proposée au chapitre 1, avec un effort particulier alloué à la classification d'une importante bibliographie d'applications du diagnostic en aéronautique et spatial. Ce chapitre a également rappelé la modélisation générique de la dynamique des systèmes aérospatiaux et étudié les principaux défauts pouvant affecter leurs capteurs et actionneurs usuels.

Sur cette base, un cas test aéronautique représentatif a été défini au chapitre 2, comme plate-forme d'évaluation pour les méthodes proposées. Celui-ci comporte le modèle dynamique non-linéaire à six degrés de liberté d'un missile intercepteur, commandé selon un schéma de guidage-pilotage classique. Cette simulation prend également en compte de fortes incertitudes de modélisation sur les coefficients aérodynamiques et les imperfections de mesure du système de navigation inertielle.

## **Diagnostic des systèmes aéronautiques utilisant l'information de commande**

### ***Contributions***

La méthode de diagnostic proposée au chapitre 3 a montré l'intérêt de transformer les objectifs de commande liés au guidage-pilotage en résidus pour détecter et localiser un certain nombre de défauts sur les capteurs ou les actionneurs. L'idée principale est que l'apparition d'un défaut entraîne un non-respect de certains de ces objectifs de commande qu'il devient possible de détecter, en supposant que l'algorithme de commande est adapté à la réalisation quasi-instantanée de ces contraintes. Ce principe est tout à fait intéressant, puisque le modèle dynamique du système n'intervient pas dans l'exploitation en ligne de ces résidus pour le diagnostic. La structure de ce modèle ne sert qu'à déterminer la sensibilité des résidus aux défauts. La charge de calcul est ainsi très réduite car les résidus sont de simples fonctions statiques des mesures (généralement évaluées par le module de commande). Les résultats de simulation sur le cas test aéronautique ont mis en évidence la possibilité de détecter et localiser à partir de ces informations les défauts affectant les capteurs. Les défauts sur les actionneurs sont quant à eux détectables et



discernables des défauts de capteurs, mais non localisables du fait des couplages internes entre les variables d'état du système.

Le chapitre 4 a été consacré au développement d'une méthode de détection, localisation et estimation des défauts sur les actionneurs. Les hypothèses de travail sont l'existence de mesures exploitables d'une partie des dérivées des variables d'état (telle que l'accélération via l'INS) et la description de la dynamique du système par un modèle affine en la commande, qui peut être non linéaire. Certaines des équations de la dynamique peuvent alors être directement utilisées, sans intégration numérique, pour reconstruire les entrées de commande réalisées par les actionneurs. On obtient alors des résidus en comparant ces estimées avec la valeur de consigne. Une procédure formelle a été définie pour calculer automatiquement l'ensemble de ces relations de redondance. Se placer du côté des entrées du système avec ces hypothèses de modélisation (généralement vérifiées par les systèmes aéronautiques) permet d'obtenir des résidus statiques et donc plus légers en calculs, tout en tirant parti de la connaissance de la dynamique non linéaire du système.

Ces deux méthodes peuvent représenter une alternative ou un complément aux méthodes classiques de diagnostic à base de modèle, dans le contexte d'application des engins aéronautiques. A partir d'hypothèses et de principes différents, elles répondent aux objectifs initiaux de respect des non-linéarités du système, d'exploitation de l'information de commande en boucle fermée et de faible charge de calcul en ligne. Elles ont permis la détection, la localisation et l'identification de nombreux défauts sur les capteurs et les actionneurs du cas test aéronautique.

### ***Perspectives***

Au vu des résultats des deux nouvelles méthodes qui ont été considérées dans cette partie, il serait intéressant de tester leur association dans une même boucle de diagnostic. En effet, la procédure du chapitre 3 est à même de détecter et localiser des défauts sur les capteurs, mais ne permet que la détection de ceux sur les actionneurs. D'un autre côté, la procédure du chapitre 4 autorise la détection, la localisation et l'identification de tous les défauts sur les actionneurs. Ainsi, on pourrait imaginer un schéma où la première méthode fonctionnerait à chaque instant, et où la seconde serait appelée pour désigner l'actionneur en défaut lorsqu'une signature inconnue ferait son apparition. Ce schéma resterait à charge de calcul modeste, les résidus employés étant toujours des fonctions statiques des mesures qui ne nécessitent pas l'intégration du modèle dynamique.

La méthode de diagnostic par analyse des objectifs de commande s'est montrée efficace sur l'application proposée. Il serait intéressant d'examiner de manière plus avancée le concept d'objectifs de commande et d'influence des défauts sur la boucle fermée, dans le cadre de la théorie de la commande non linéaire. Une piste d'étude peut notamment être la définition d'un critère d'observabilité des défauts, pour signaler la sensibilité à chaque instant des résidus issus des objectifs de commande. On pourrait également imaginer coupler cette méthode avec une procédure de diagnostic actif, afin d'exploiter encore plus avant le lien entre les défauts et la commande en boucle fermée. Ceci est

---

également lié à la recherche du meilleur réglage de la commande qui garantirait les performances nominales du système tout en sensibilisant au maximum les résidus aux différents défauts, vis-à-vis des objectifs de commande.

En ce qui concerne la méthode de diagnostic par reconstruction analytique de la commande appliquée, l'étape de tri de l'ensemble des résidus dédiés aux défauts d'actionneurs pourrait être automatisée. Il s'agirait notamment de sélectionner un ensemble restreint de résidus sensibles à différents sous-ensembles de défauts, tout en impliquant des sources d'imprécisions différentes. Par ailleurs, la mise en place d'un horizon temporel glissant pourrait permettre de pallier certains inconvénients dus au caractère statique des résidus. Dans la version présentée ici, plusieurs expressions sont à même de fournir une estimée de la valeur des défauts sur les actionneurs. Cette identification pourrait également être réalisée en combinant ces expressions.

## **Réglage automatique et robuste des hyperparamètres de méthodes de diagnostic**

### ***Contributions***

Au chapitre 5, une méthodologie a été proposée pour répondre au problème délicat du réglage automatique des algorithmes de diagnostic. Comme alternative au réglage *ad hoc*, nous avons proposé de considérer l'ajustement des hyperparamètres d'une méthode sur un cas test donné comme un problème d'optimisation globale d'une fonction boîte noire. Cette fonction lie les valeurs possibles prises par les hyperparamètres à une mesure de performance à optimiser, dont chaque valeur est obtenue par la simulation, généralement coûteuse, d'un cas test ou d'un ensemble de cas test. Dans ce contexte, le krigeage permet d'obtenir une approximation de cette fonction à moindre coût, ainsi qu'une évaluation de la qualité de cette prédiction. Les propriétés de ce modèle de substitution peuvent alors être exploitées par la procédure d'optimisation EGO pour rechercher un optimiseur global de la mesure de performance avec un budget restreint de simulations. Ceci a permis d'obtenir un réglage satisfaisant pour de nombreuses méthodes fréquemment utilisées en diagnostic. Six tests statistiques permettant de détecter un changement dans la moyenne d'un signal ont été ajustés automatiquement, de même que deux schémas comprenant un générateur de résidu et un test d'analyse pour détecter un défaut via le modèle dynamique d'un aéronef. Il a donc été possible d'évaluer la meilleure performance atteignable par différentes méthodes sur un même cas test, ce qui a facilité leur comparaison et l'a rendue plus objective. La méthodologie proposée rend notamment possible le réglage conjoint des hyperparamètres d'un filtre générateur de résidus et du test d'analyse qui lui est associé, ce qui est crucial pour le bon fonctionnement du diagnostic.

A la suite de ces premiers développements, le chapitre 6 a abordé le problème du réglage robuste. En effet, le réglage précédent dépend des conditions de simulation du cas test fournissant la mesure de performance à optimiser. Il était ainsi légitime de s'interroger sur la robustesse de la solution obtenue à une variation des conditions de

simulation, modélisées par un ensemble de variables environnementales. Le réglage a donc été reformulé comme un problème d'optimisation minimax continue, consistant à rechercher les hyperparamètres optimisant la performance dans le pire cas des variables environnementales. Ce problème est difficile, notamment car les espaces de recherche des deux types de variables sont continus et car la fonction à optimiser est de type boîte noire. A notre connaissance, l'algorithme MiMaReK que nous avons proposé est le seul à s'attaquer à ce problème. Celui-ci associe une procédure de relaxation itérative avec l'algorithme d'optimisation énoncé au chapitre précédent. Son comportement et la qualité de la solution qu'il renvoie ont été examinés sur un ensemble de fonctions de test représentatives. Le réglage robuste de schémas de diagnostic a ensuite été mis en œuvre et a montré sa pertinence vis à vis de la variation du bruit de mesure et de l'amplitude du défaut à détecter.

### ***Perspectives***

La procédure de réglage que nous avons proposée au chapitre 5 est tout à fait générique et peut être appliquée à de nombreux autres problèmes, éventuellement de plus grande dimension. A titre d'exemple, nous avons exploité cette méthode pour une stratégie de vision active [8], qui nécessite l'optimisation d'une fonction de coût liant la prochaine action à effectuer à une mesure de qualité de reconnaissance d'objet, avec un faible budget de simulations.

Par ailleurs, le nouvel algorithme de conception au sens du pire cas proposé au chapitre 6 pourra également s'appliquer à d'autres problèmes complexes de synthèse minimax en automatique, notamment le réglage de correcteurs et la commande optimale, ou à l'optimisation multidisciplinaire.

Enfin, la seule contrainte considérée dans le problème d'optimisation minimax continue est d'imposer que chaque variable appartienne à un intervalle connu. Il serait intéressant d'étendre la procédure à la prise en compte de contraintes plus complexes sur ces espaces ou sur les variables, afin d'élargir la classe de problèmes pouvant être abordés.

# **Annexes**



# Annexe A

## Expressions supplémentaires

### A.1 Coefficients aérodynamiques (Chapitre 3)

Pour l'équation (3.2.16), les valeurs des coefficients aérodynamiques sont donnés par

$$\left\{ \begin{array}{l} c_{x\delta_1} = 0.25c_{x\delta_1} - 0.5c_{x\delta_m} \\ c_{x\delta_2} = 0.25c_{x\delta_1} + 0.5c_{x\delta_n} \\ c_{x\delta_3} = 0.25c_{x\delta_1} + 0.5c_{x\delta_m} \\ c_{x\delta_4} = 0.25c_{x\delta_1} - 0.5c_{x\delta_n} \\ c_{y\delta_1} = 0.25c_{y\delta_1} \\ c_{y\delta_2} = 0.25c_{y\delta_1} + 0.5c_{y\delta_n} \\ c_{y\delta_3} = 0.25c_{y\delta_1} \\ c_{y\delta_4} = 0.25c_{y\delta_1} - 0.5c_{y\delta_n} \\ c_{z\delta_1} = -0.5c_{z\delta_m} \\ c_{z\delta_3} = 0.5c_{z\delta_m} \end{array} \right.$$

Ceux de l'équation (3.2.17) sont

$$\left\{ \begin{array}{l} c_{l\delta_1} = 0.25c_{l\delta_1} \\ c_{l\delta_2} = 0.25c_{l\delta_1} + 0.5c_{l\delta_n} \\ c_{l\delta_3} = 0.25c_{l\delta_1} \\ c_{l\delta_4} = 0.25c_{l\delta_1} - 0.5c_{l\delta_n} \\ c_{m\delta_1} = -0.5c_{m\delta_m} \\ c_{m\delta_3} = 0.5c_{m\delta_m} \\ c_{n\delta_1} = 0.25c_{n\delta_1} \\ c_{n\delta_2} = 0.25c_{n\delta_1} + 0.5c_{n\delta_n} \\ c_{n\delta_3} = 0.25c_{n\delta_1} \\ c_{n\delta_4} = 0.25c_{n\delta_1} - 0.5c_{n\delta_n} \end{array} \right.$$

## A.2 Modèle et résidus (Chapitre 4)

### A.2.1 Termes de $\bar{\mathbf{G}}$

Les termes correspondants à la matrice  $\bar{\mathbf{G}}$  de l'équation (4.4.3) sont

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{g}_{11} = 0.25\tilde{g}_{11} - 0.5\tilde{g}_{13} \\ \bar{g}_{12} = 0.25\tilde{g}_{11} + 0.5\tilde{g}_{12} \\ \bar{g}_{13} = 0.25\tilde{g}_{11} + 0.5\tilde{g}_{13} \\ \bar{g}_{14} = 0.25\tilde{g}_{11} - 0.5\tilde{g}_{12} \\ \bar{g}_{15} = \tilde{g}_{14} \\ \bar{g}_{21} = 0.25\tilde{g}_{21} - 0.5\tilde{g}_{23} \\ \bar{g}_{22} = 0.25\tilde{g}_{21} \\ \bar{g}_{23} = 0.25\tilde{g}_{21} + 0.5\tilde{g}_{23} \\ \bar{g}_{24} = 0.25\tilde{g}_{21} \\ \bar{g}_{32} = 0.5\tilde{g}_{32} \\ \bar{g}_{34} = -0.5\tilde{g}_{32} \end{array} \right. .$$

### A.2.2 Expressions des résidus pour le cas test complet (extrait)

Afin d'alléger les notations, les termes  $\bar{f}_{( )}$  et  $\bar{g}_{( )}$  sont notés  $f$  et  $g$  dans cette section et chaque ligne correspond à un résidu.

#### Résidus $r_{\text{all}}$ , sensibles à tous les défauts

$$\begin{aligned} & \frac{g_{24}}{g_{21}g_{14}} (-g_{14}\delta_4 + f_1 - g_{11}\delta_1 - g_{12}\delta_2 - g_{13}\delta_3 - g_{15}\eta) \\ & \frac{1}{g_{11}} \left( f_1 - 2g_{12}\delta_2 - g_{13}\delta_3 - 2g_{14}\delta_4 - g_{15}\eta + \frac{g_{12}f_3}{g_{32}} - \frac{g_{12}g_{34}\delta_4}{g_{32}} + \frac{g_{14}f_3}{g_{34}} - \frac{g_{14}g_{32}\delta_2}{g_{34}} \right) - \delta_1 \\ & \frac{1}{g_{14}} \left( -f_1 + g_{11}\delta_1 + \frac{g_{12}f_2}{g_{22}} + \frac{g_{12}}{g_{22}} (-g_{21}\delta_1 - g_{23}\delta_3 - g_{24}\delta_4) + g_{13}\delta_3 + \frac{1}{g_{34}} (f_3 - g_{32}\delta_2) + g_{15}\eta \right) \\ & \frac{1}{g_{24}} \left( -f_2 + g_{21}\delta_1 + \frac{g_{22}}{g_{12}} (f_1 - g_{11}\delta_1 - g_{13}\delta_3 - g_{14}\delta_4 - g_{15}\eta) + \frac{g_{23}\delta_3}{g_{24}} + \frac{1}{g_{14}} (f_1 - g_{11}\delta_1 - g_{12}\delta_2 - g_{13}\delta_3 - g_{15}\eta) \right) \end{aligned}$$

#### Résidus $r_1$ , insensibles aux défauts sur $\delta_1$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{g_{24}} \left( -f_2 + \frac{g_{21}}{g_{11}} (f_1 - g_{12}\delta_2 - g_{13}\delta_3 - g_{14}\delta_4 - g_{15}\eta) + g_{22} (\delta_2 + \delta_3) \right) + \delta_4 \\ & \frac{1}{g_{21}} \left( -f_2 + g_{22}\delta_2 + g_{23}\delta_3 + \frac{g_{24}}{g_{34}} (f_3 - g_{32}\delta_2) \right) + \frac{1}{g_{11}} (f_1 - g_{12}\delta_2 - g_{13}\delta_3 - g_{14}\delta_4 - g_{15}\eta) \\ & \frac{1}{g_{21}} \left( -f_2 + \frac{g_{22}}{g_{32}} (f_3 - g_{34}\delta_4) + \frac{1}{g_{21}} \left( g_{23}\delta_3 + \frac{g_{24}}{g_{34}} (f_3 - g_{32}\delta_2) \right) \right) + \frac{1}{g_{11}} (f_1 - g_{12}\delta_2 - g_{13}\delta_3 - g_{14}\delta_4 - g_{15}\eta) \end{aligned}$$

**Résidus  $r_2$ , insensibles aux défauts sur  $\delta_2$**

$$\begin{aligned} & \delta_1 + \frac{1}{g_{11}} \left( -f_1 + \frac{g_{12}}{g_{32}} (f_3 - g_{34}\delta_4) + g_{13}\delta_3 + g_{14}\delta_4 + g_{15}\eta \right) \\ & \delta_1 + \frac{1}{g_{11}} \left( -f_1 + \frac{g_{12}}{g_{22}} (f_2 - g_{21}\delta_1 - g_{23}\delta_3 - g_{24}\delta_4) + g_{13}\delta_3 + g_{14}\delta_4 + g_{15}\eta \right) \\ & \delta_3 + \frac{1}{g_{23}} \left( -f_2 + g_{21}\delta_1 + \frac{g_{22}}{g_{12}} (f_1 - g_{11}\delta_1 - g_{13}\delta_3 - g_{14}\delta_4 - g_{15}\eta) + g_{24}\delta_4 \right) \end{aligned}$$

**Résidus  $r_3$ , insensibles aux défauts sur  $\delta_3$**

$$\begin{aligned} & \frac{1}{g_{24}} \left( -f_2 + g_{21}\delta_1 + g_{22}\delta_2 + \frac{g_{23}}{g_{13}} (f_1 - g_{11}\delta_1 - g_{12}\delta_2 - g_{14}\delta_4 - g_{15}\eta) \right) + \frac{1}{g_{34}} (f_3 - g_{32}\delta_2) \\ & \frac{1}{g_{15}} \left( -f_1 + g_{11}\delta_1 + \frac{g_{12}}{g_{32}} (f_3 - g_{34}\delta_4) + \frac{g_{13}}{g_{23}} (f_2 - g_{21}\delta_1 - g_{22}\delta_2 - g_{24}\delta_4) + \frac{g_{14}}{g_{34}} (f_3 - g_{32}\delta_2) \right) + \eta \\ & \frac{1}{g_{23}} \left( -f_2 + g_{21}\delta_1 + \frac{g_{22}}{g_{32}} (f_3 - g_{34}\delta_4) + \frac{g_{24}}{g_{34}} (f_3 - g_{32}\delta_2) \right) + \frac{1}{g_{13}} (f_1 - g_{11}\delta_1 - g_{12}\delta_2 - g_{14}\delta_4 - g_{15}\eta) \end{aligned}$$

**Résidus  $r_4$ , insensibles aux défauts sur  $\delta_4$**

$$\begin{aligned} & \frac{1}{g_{14}} (-f_1 + g_{11}\delta_1 + g_{12}\delta_2 + g_{13}\delta_3 + g_{15}\eta) + \frac{1}{g_{34}} (f_3 - g_{32}\delta_2) \\ & \delta_2 + \frac{1}{g_{32}} \left( -f_3 + \frac{g_{34}}{g_{14}} (f_1 - g_{11}\delta_1 - g_{12}\delta_2 - g_{13}\delta_3 - g_{15}\eta) \right) \\ & \delta_2 + \frac{1}{g_{22}} \left( -f_2 + g_{21}\delta_1 + g_{23}\delta_3 + \frac{g_{24}}{g_{14}} (f_1 - g_{11}\delta_1 - g_{12}\delta_2 - g_{13}\delta_3 - g_{15}\eta) \right) \end{aligned}$$

**Résidus  $r_5$ , insensibles aux défauts sur  $\eta$**

$$\begin{aligned} & \frac{1}{g_{24}} (-f_2 + g_{21}\delta_1 + g_{22}\delta_2 + g_{23}\delta_3 + \delta_4) \\ & \frac{1}{g_{11}} \left( -g_{14}\delta_4 + \frac{g_{14}}{g_{24}} (f_2 - g_{21}\delta_1 - g_{22}\delta_2 - g_{23}\delta_3) \right) \\ & \frac{1}{g_{24}} \left( f_2 - g_{21}\delta_1 - 2g_{22}\delta_2 - 1g_{23}\delta_3 + \frac{g_{22}}{g_{32}} (f_3 - g_{34}\delta_4) \right) + \frac{1}{g_{34}} (f_3 - g_{32}\delta_2) - 2\delta_4 \end{aligned}$$

**Résidus  $r_6$ , insensibles aux défauts sur  $\delta_4$  et  $\eta$**

$$\begin{aligned} & \delta_2 + \frac{1}{g_{22}} \left( -f_2 + g_{21}\delta_1 + g_{23}\delta_3 + \frac{g_{24}}{g_{34}} (f_3 - g_{32}\delta_2) \right) \\ & \delta_2 + \frac{1}{g_{32}} \left( -f_3 + \frac{g_{34}}{g_{24}} (f_2 - g_{21}\delta_1 - g_{22}\delta_2 - g_{23}\delta_3) \right) \end{aligned}$$

**Résidus  $r_7$ , insensibles aux défauts sur  $\delta_2$  et  $\eta$**

$$\begin{aligned} & \delta_3 + \frac{1}{g_{23}} \left( -f_2 + g_{21}\delta_1 + \frac{g_{22}}{g_{32}} (f_3 - g_{34}\delta_4) + g_{24}\delta_4 \right) \\ & \frac{1}{g_{32}} (-f_3 + g_{34}\delta_4) + \frac{1}{g_{22}} (f_2 - g_{21}\delta_1 - g_{23}\delta_3 - g_{24}\delta_4) \end{aligned}$$



**Résidus  $r_8$ , insensibles aux défauts sur  $\delta_1$ ,  $\delta_3$  et  $\eta$**

$$\begin{aligned} & \frac{1}{g_{34}} (-f_3 + g_{32}\delta_2) + \delta_4 \\ & \frac{1}{g_{21}g_{22}} \left( -\delta_2 + \frac{1}{g_{32}} (f_3 - g_{34}\delta_4) \right) \\ & -\delta_4 + \frac{g_{12}}{g_{14}} \left( -\delta_2 + \frac{1}{g_{32}} (f_3 - g_{34}\delta_4) \right) + \frac{1}{g_{34}} (f_3 - g_{32}\delta_2) \end{aligned}$$

# Index

- ACP, 31
- algorithme, 94, 96, 97, 99, 100, 122, 137, 139
- analyse
  - de résidus, 17, 41, 124
  - de sensibilité, 67
  - en composantes principales, 31
- approche géométrique, 40, 87
- benchmark, 48, 140
- Best Replay, 136, 141
- cas test aéronautique, 47, 69, 101, 128, 146
- centrale inertielle, 23, 24, 47, 63
- choix des seuils, 42, 125, 144
- classification
  - des méthodes de diagnostic, 27
  - des publications, 19
- coefficients aérodynamiques, 22, 32, 159
- coefficients de régression, 119
- computer experiments, 115
- covariance, 30, 118
- découplage, 38
- défaillance, 14
- défaut, 14
  - accéléromètre, 74
  - actionneurs, 15, 25, 69, 77, 104
  - capteurs, 15, 24, 67, 73
  - détection, 15, 70
  - de gouverne, 56, 71, 104
  - de propulsion, 65, 104
  - gyromètre, 75
  - localisation, 15, 68, 70
  - processus, 15
  - scénarios, 71, 104
- diagnostic
  - actif, 40, 62
  - en boucle fermée, 40, 61
  - indicateurs de performance, 17, 80, 124
  - qualitatif, 28
  - robustesse, 38, 81, 110
  - sans modèle, 28
  - schéma classique, 16, 117, 128
  - systèmes non linéaires, 40, 88
- DIRECT, 122, 138
- EI, 121, 122, 138
- erreur de prédiction, 122
  - variance, 120
- espérance de l'amélioration, 121
- espace de parité, 36
- estimation

- à erreur bornée, 36
- d'état, 33
- de paramètres, 32
- expériences simulées sur ordinateur, 115, 134
- fausse alarme, 17, 42, 80
- FDD, 15
- FDI, 15, 19
- filtrage particulière, 36
- filtre de Kalman, 35, 129, 145
  - étendu, 35
- fonction de corrélation exponentielle, 119
- FTC, 15
- guidage-pilotage, 52
  - PNG, 54, 64
  - PP, 54, 64
- H-infini, 39, 134
- hypercube latin, 121
- hyperparamètres, 115, 126, 135
- identification
  - de défauts, 15, 93
  - de paramètres, 32
- IMM, 35
- IMU, 19, 24
- INS, 19, 24
- inversion, 40, 88
- krigeage, 30, 118
  - prédiction, 119
- LHS, 121, 124, 138
- minimax, 134, 137
- MMAE, 35
- modèle
  - de défaut d'actionneur, 26
  - de défaut de capteur, 25
  - dynamique d'aéronef, 18, 22, 48, 128
- non détection, 17, 42
- observateur
  - à entrée inconnue, 39
  - de Luenberger, 33, 82, 129, 145
- optimisation
  - EGO, 121, 137, 144
  - globale, 117, 137
  - MiMaReK, 139, 143
  - minimax continu, 135
  - multi-objectifs, 40, 124
  - robuste, 133
- processus gaussien, 30, 118
- réglage automatique, 115, 134
  - comparaison, 126, 131
  - robuste, 135, 148
- résidus, 15, 160
  - analyse, 17, 41, 124
  - génération, 16, 64, 94
  - sensibilité aux défauts, 66, 101
- reconfiguration, 15
- reconnaissance de formes, 29
- redondance analytique, 13, 45, 88
- redondance matérielle, 13
- relaxation, 134, 137
- repère
  - de navigation, 19
  - engin, 19

Shimizu et Aiyoshi, 136

SVM, 30

test

3 sigmas, 42, 125

CUSUM, 44, 80, 125, 129, 145

GLR, 43, 125

RSS, 44, 125

seuillage adaptatif, 18, 42

SPRT, 43, 125

Student, 42, 125

UKF, 36

validation croisée, 116

variable

de conception, 134

environnementale, 132, 134, 145

# Abréviations

ACP	Analyse en Composantes Principales
DIRECT	Dividing RECTangles
EGO	Efficient Global Optimization
EKF	Extended Kalman Filter
EI	Expected Improvement
FDD	Fault Detection and Diagnosis
FDI	Fault Detection and Isolation
FTC	Fault Tolerant Control
GLR	Generalized Likelihood Ratio
GP	Gaussian Process
IMM	Interacting Multiple Models
IMU	Inertial Measurement Unit
INS	Inertial Navigation System
LHS	Latin Hypercube Sampling
MiMaReK	MiniMax optimization via Relaxation and Kriging
PNG	Proportional Navigation Guidance
PP	Pure Pursuit
RSS	Randomized SubSampling
SPRT	Sequential Probability Ratio Test
UIO	Unknown Input Observer
UKF	Unscented Kalman Filter

# Bibliographie

- [1] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, F. Damongeot, and E. Walter. Control-based fault detection and isolation for autonomous aircraft. *Proceedings of the IMechE, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2011.
- [2] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, F. Damongeot, and E. Walter. Model-based fault diagnosis for aerospace systems: a survey. *Proceedings of the IMechE, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2011.
- [3] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, F. Damongeot, and E. Walter. A new model-free method performing closed-loop fault diagnosis for an aeronautical system. In *Proceedings of the 7th Workshop on Advanced Control and Diagnosis, ACD'2009, Zielona Gora, Poland*, 2009.
- [4] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, F. Damongeot, and E. Walter. Nonlinear FDI based on state derivatives, as provided by inertial measurement units. In *Proceedings of the 8th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems, Bologna, Italy*, pages 951–956, 2010.
- [5] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, and E. Walter. Détection et isolation de défauts par analyse des contraintes géométriques de guidage-pilotage. In *Actes de la Sixième Conférence Internationale Francophone d'Automatique, IEEE CIFA 2010, Nancy, France*, 2010.
- [6] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, F. Damongeot, and E. Walter. Fault diagnosis for nonlinear aircraft based on control-induced redundancy. In *Proceedings of the IEEE Conference on Control and Fault-Tolerant Systems, SysTol'10, Nice, France*, pages 119–124, 2010.
- [7] J. Marzat, E. Walter, H. Piet-Lahanier, and F. Damongeot. Automatic tuning via Kriging-based optimization of methods for fault detection and isolation. In *Proceedings of the IEEE Conference on Control and Fault-Tolerant Systems, SysTol'10, Nice, France*, pages 505–510, 2010.
- [8] J. Defretin, J. Marzat, and H. Piet-Lahanier. Learning viewpoint planning in active recognition on a small sampling budget: a Kriging approach. In *Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Machine Learning and Applications, ICMLA 2010, Washington DC, USA*, pages 169–174, 2010.
- [9] J. Marzat, E. Walter, and H. Piet-Lahanier. Min-max hyperparameter tuning with application to fault detection. In *Proceedings of the 18th IFAC World Congress, Milan, Italy*, pages 12904–12909, 2011.
- [10] J. Marzat, E. Walter, H. Piet-Lahanier, and F. Damongeot. Réglage automatique et comparaison de méthodes de diagnostic par krigeage. In *Actes des Quatrièmes Journées Doctorales du GDR MACS, Marseille, France*, 2011.
- [11] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, F. Damongeot, and E. Walter. Autonomous fault diagnosis: state of the art and aeronautical benchmark. In *Proceedings of the 3rd European Conference for Aero-Space Sciences, Versailles, France*, 2009.
- [12] J. Marzat, H. Piet-Lahanier, F. Damongeot, and E. Walter. Tuning and comparing fault diagnosis methods for aeronautical systems via Kriging-based optimization. In *Proceedings of the 4th European Conference for Aero-Space Sciences, St Petersburg, Russia*, 2011.

- [13] R. Schaefer. Unmanned aerial vehicle reliability study. *Office of the Secretary of Defense, Washington, D.C.*, 2003.
- [14] D. M. Johnson. A review of fault management techniques used in safety-critical avionic systems. *Progress in Aerospace Sciences*, 32(5):415–431, 1996.
- [15] P. Goupil. Airbus state of the art and practices on FDI and FTC. In *Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Barcelona, Spain*, pages 564–572, 2009.
- [16] X. Olive. FDI(R) for satellite at Thales Alenia Space: how to deal with high availability and robustness in space domain? In *Proceedings of the IEEE Conference on Control and Fault-Tolerant Systems, SysTol'10, Nice, France*, pages 837–842, 2010.
- [17] M. Basseville and I. V. Nikiforov. *Detection of Abrupt Changes: Theory and Application*. Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ, 1993.
- [18] R. J. Patton and P. M. Frank. *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Springer-Verlag, London, 2000.
- [19] F. Gustafsson. *Adaptive Filtering and Change Detection*. Wiley London, 2001.
- [20] M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze, and M. Staroswiecki. *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2003.
- [21] S. Simani, C. Fantuzzi, and R. J. Patton. *Model-based Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Identification Techniques*. Springer-Verlag, London, 2003.
- [22] R. Isermann. *Fault-diagnosis Systems: An Introduction from Fault Detection to Fault Tolerance*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2006.
- [23] M. Witczak. *Modelling and Estimation Strategies for Fault Diagnosis of Non-Linear Systems: From Analytical to Soft Computing Approaches*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2007.
- [24] S. X. Ding. *Model-Based Fault Diagnosis Techniques: Design Schemes, Algorithms, and Tools*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2008.
- [25] A. S. Willsky. A survey of design methods for failure detection in dynamic systems. *Automatica*, 12(6):601–611, 1976.
- [26] E. Y. Chow and A. S. Willsky. Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 29(7):603–614, 1984.
- [27] R. Isermann. Process fault detection based on modeling and estimation methods—A survey. *Automatica*, 20(4):387–404, 1984.
- [28] J. J. Gertler. Survey of model-based failure detection and isolation in complex plants. *IEEE Control Systems Magazine*, 8(6):3–11, 1988.
- [29] P. M. Frank. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy: a survey and some new results. *Automatica*, 26(3):459–474, 1990.
- [30] R. Isermann. Supervision, fault-detection and fault-diagnosis methods : an introduction. *Control Engineering Practice*, 5(5):639–652, 1997.
- [31] G. Betta and A. Pietrosanto. Instrument fault detection and isolation: state of the art and new research trends. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 49(1):100–107, 2000.
- [32] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, K. Yin, and S. N. Kavuri. A review of process fault detection and diagnosis Part I: quantitative model-based methods. *Computers and Chemical Engineering*, 27(3):293–311, 2003.
- [33] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, and S. N. Kavuri. A review of process fault detection and diagnosis Part II: qualitative models and search strategies. *Computers and Chemical Engineering*, 27(3):313–326, 2003.

- 
- [34] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, S. N. Kavuri, and K. Yin. A review of process fault detection and diagnosis Part III: process history based methods. *Computers and Chemical Engineering*, 27(3):327–346, 2003.
- [35] M. Kinnaert. Fault diagnosis based on analytical models for linear and nonlinear systems—a tutorial. In *Proceedings of the 5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Washington D.C., USA*, pages 37–50, 2003.
- [36] R. Isermann. Model-based fault-detection and diagnosis—status and applications. *Annual Reviews in Control*, 29(1):71–85, 2005.
- [37] Y. Zhang and J. Jiang. Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. *Annual Reviews in Control*, 32(2):229–252, 2008.
- [38] I. Hwang, S. Kim, Y. Kim, and C. E. Seah. A survey of fault detection, isolation, and reconfiguration methods. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 18(3):636–653, 2010.
- [39] P. M. Frank. Advanced fault diagnosis techniques in aerospace systems. In *Proceedings of CompEuro’89, VLSI and Computer Peripherals, Hamburg, Germany*, volume 3, pages 136–143, 1989.
- [40] R. J. Patton. Fault detection and diagnosis in aerospace systems using analytical redundancy. *Computing & Control Engineering Journal*, 2(3):127–136, 1991.
- [41] R. J. Patton and J. Chen. Review of parity space approaches to fault diagnosis for aerospace systems. *Journal of Guidance Control Dynamics*, 17:278–285, 1994.
- [42] C. Hajiyev and F. Caliskan. *Fault Diagnosis and Reconfiguration in Flight Control Systems*. Kluwer Academic Publishers, London, 2003.
- [43] D. Henry. From fault diagnosis to recovery actions for aeronautic and aerospace missions: a model-based point of view. In *Proceedings of the 23rd IAR Workshop on Advanced Control and Diagnosis, Coventry, UK*, 2008.
- [44] C. Edwards, T. Lombaerts, and H. Smaili. *Fault Tolerant Flight Control: a Benchmark Challenge*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2010.
- [45] N. Meskin and K. Khorasani. *Fault Detection and Isolation: Multi-Vehicle Unmanned Systems*. Springer, 2011.
- [46] R. Isermann and P. Balle. Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes. *Control Engineering Practice*, 5(5):709–719, 1997.
- [47] M. Steinberg. Historical overview of research in reconfigurable flight control. *Proc. IMechE Part G: J. Aerospace Engineering*, 219(4):263–275, 2005.
- [48] M. Bartyś, R. J. Patton, M. Syfert, S. de las Heras, and J. Quevedo. Introduction to the DAMADICS actuator FDI benchmark study. *Control Engineering Practice*, 14(6):577–596, 2006.
- [49] P. M. Frank. Handling modelling uncertainty in fault detection and isolation systems. *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, 4(4):29–46, 2002.
- [50] M. Saif and Y. Guan. A new approach to robust fault detection and identification. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 29(3):685–695, 1993.
- [51] J. Chen, R. J. Patton, and G. P. Liu. Detecting incipient sensor faults in flight control systems. In *Proceedings of the 3rd IEEE Conference on Control Applications, Glasgow, Scotland*, volume 2, pages 871–876, 1994.
- [52] J. W. Melody, T. Hillbrand, T. Baar, and W. R. Perkins.  $\mathcal{H}_\infty$  parameter identification for in-flight detection of aircraft icing: the time-varying case. *Control Engineering Practice*, 9(12):1327–1335, 2001.
- [53] C. De Persis, R. De Santis, and A. Isidori. Nonlinear actuator fault detection and isolation for a VTOL aircraft. In *Proceedings of the American Control Conference, Arlington, USA*, volume 6, pages 4449–4454, 2001.



- [54] S. M. Magrabi and P. W. Gibbens. Decentralised fault detection and diagnosis in navigation systems for unmanned aerial vehicles. In *Proceedings of the IEEE Position Location and Navigation Symposium, San Diego, USA*, pages 363–370, 2002.
- [55] R. H. Miller and M. L. Larsen. Optimal fault detection and isolation filters for flight vehicle performance monitoring. In *Proceedings of the 2003 IEEE Aerospace Conference, Big Sky, USA*, volume 7, pages 3197–3203, 2003.
- [56] T. G. Park and K. S. Lee. Process fault isolation for linear systems with unknown inputs. In *IET Control Theory and Applications*, volume 151, pages 720–726, 2004.
- [57] H. S. Kim, S. K. Park, Y. Kim, and C. G. Park. Hybrid fault detection and isolation method for UAV inertial sensor redundancy management system. In *Proceedings of the 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic*, pages 265–270, 2005.
- [58] M. Mattei and G. Paviglianiti. Managing sensor hardware redundancy on a small commercial aircraft with  $\mathcal{H}_\infty$  FDI observers. In *Proceedings of the 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic*, pages 347–352, 2005.
- [59] M. Mattei and G. Paviglianiti. Online approximators for the actuators FDI of a small commercial aircraft. In *Proceedings of the 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic*, pages 336–341, 2005.
- [60] F. Amato, C. Cosentino, M. Mattei, and G. Paviglianiti. A direct/functional redundancy scheme for fault detection and isolation on an aircraft. *Aerospace Science and Technology*, 10(4):338–345, 2006.
- [61] M. Bonfe, P. Castaldi, W. Geri, and S. Simani. Fault detection and isolation for on-board sensors of a general aviation aircraft. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 20(8):381–408, 2006.
- [62] Y. Bo, Q. Yongyuan, and C. Yan. A method for fault detection and isolation in the integrated navigation system for UAV. *Measurement Science and Technology*, 17(6):1522–1528, 2006.
- [63] H. P. Rotstein, R. Ingvanson, T. Keviczky, and G. J. Balas. Fault-detection design for uninhabited aerial vehicles. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 29(5):1051–1060, 2006.
- [64] S. Kim, Y. Kim, C. G. Park, and I. Jung. Hybrid fault detection and isolation techniques for aircraft inertial measurement sensors. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 7(1):73–83, 2006.
- [65] N. Slegers and M. Costello. Variable structure observer for control bias on unmanned air vehicles. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 30(1):281–286, 2007.
- [66] R. Sharma and M. Aldeen. Fault detection in nonlinear systems with unknown inputs using sliding mode observer. In *Proceedings of the American Control Conference, New York City, USA*, pages 432–437, 2007.
- [67] M. Bonfe, P. Castaldi, W. Geri, and S. Simani. Nonlinear actuator fault detection and isolation for a general aviation aircraft. *Space Technology*, 27(2-3):107–114, 2007.
- [68] M. Benini, M. Bonfe, P. Castaldi, W. Geri, and S. Simani. Fault diagnosis strategies for a simulated nonlinear aircraft model. In *Proceedings of the 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea*, pages 7300–7307, 2008.
- [69] F. Bateman, H. Noura, and M. Ouladsine. Active fault detection and isolation strategy for an unmanned aerial vehicle with redundant flight control surfaces. In *Proceedings of the 16th Mediterranean Conference on Control and Automation, Ajaccio, France*, pages 1246–1251, 2008.
- [70] G. Ducard and H. P. Geering. Efficient nonlinear actuator fault detection and isolation system for unmanned aerial vehicles. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 31(1):225–237, 2008.

- 
- [71] P. Castaldi, W. Geri, M. Bonfe, S. Simani, and M. Benini. Design of residual generators and adaptive filters for the FDI of aircraft model sensors. *Control Engineering Practice*, 18(5):449–459, 2010.
- [72] I. Samy, I. Postlethwaite, and D. W. Gu. Sensor fault detection and accommodation using neural networks with application to a non-linear unmanned air vehicle model. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 224(4):437–447, 2010.
- [73] D. Dimogianopoulos, J. Hios, and S. Fassois. Aircraft engine health management via stochastic modelling of flight data interrelations. *Aerospace Science and Technology*, In Press, 2011.
- [74] G. R. Drozeski, B. Saha, and G. J. Vachtsevanos. A fault detection and reconfigurable control architecture for unmanned aerial vehicles. In *Proceedings of the 2005 IEEE Aerospace Conference, Big Sky, USA*.
- [75] H. Rafaralahy, E. Richard, M. Boutayeb, and M. Zasadzinski. Simultaneous observer based sensor diagnosis and speed estimation of unmanned aerial vehicle. In *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 2938–2943, 2008.
- [76] C. Berbra, S. Gentil, and S. Lesecq. Identification of multiple faults in an inertial measurement unit. In *Proceedings of the 7th Workshop on Advanced Control and Diagnosis ACD'2009, Zielona Gora, Poland*, 2009.
- [77] N. Zhang, J. L. Lopez Fernandez, A. Doncescu, and F. Mora-Camino. Rotorcraft fault detection using difference flatness. In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Chicago, USA*, 2009.
- [78] A. Freddi, S. Longhi, and A. Monteriu. A model-based fault diagnosis system for unmanned aerial vehicles. In *Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Barcelona, Spain*, pages 71–76, 2009.
- [79] H. V. Nguyen, C. Berbra, S. Lesecq, S. Gentil, A. Barraud, and C. Godin. Diagnosis of an inertial measurement unit based on set membership estimation. In *Proceedings of the 17th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation, Thessaloniki, Greece*, pages 211–216, 2009.
- [80] C. Rag, R. Prasanth, R.K. Mehra, and R. Fortenbaugh. Failure detection and identification and fault tolerant control using the IMM-KF with applications to the eagle-eye UAV. In *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control, Tampa, USA*, pages 4208–4213, 1998.
- [81] N. Oza, K. Tumer, I. Tumer, and E. Huff. Classification of aircraft maneuvers for fault detection. In T. Windeatt and F. Roli, editors, *Multiple Classifier Systems*, volume 2709 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 375–384. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2003.
- [82] S. Samar, D. Gorinevsky, and S. P. Boyd. Embedded estimation of fault parameters in an unmanned aerial vehicle. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications, Munich, Germany*, pages 3265–3270, 2006.
- [83] W. Achour, H. Piet-Lahanier, and H. Siguerdidjane. Bounded error identification of the wind gusts effect on a small scaled helicopter. In *Proceedings of the IFAC Workshop on Aerospace Guidance, Navigation and Flight Control Systems, Samara, Russia*, 2009.
- [84] G. Heredia, A. Ollero, M. Bejar, and R. Mahtani. Sensor and actuator fault detection in small autonomous helicopters. *Mechatronics*, 18(2):90–99, 2008.
- [85] R. N. Clark. Instrument fault detection. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, (3):456–465, 1978.
- [86] P. C. Schutte, K. H. Abbott, M. T. Palmer, and W. R. Ricks. An evaluation of a real-time fault diagnosis expert system for aircraft applications. In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, Los Angeles, USA*, volume 26, pages 1941–1947, 1987.

- [87] M. R. Napolitano, Y. An, and B. A. Seanor. A fault tolerant flight control system for sensor and actuator failures using neural networks. *Aircraft Design*, 3(2):103–128, 2000.
- [88] N. E. Wu, K. Zhou, and G. Salomon. Control reconfigurability of linear time-invariant systems. *Automatica*, 36(11):1767–1771, 2000.
- [89] A. Zolghadri, C. Goetz, B. Bergeon, and X. Denoize. Integrity monitoring of flight parameters using analytical redundancy. In *Proceedings of the UKACC International Conference on Control, Sheffield, UK*, pages 1534–1539, 2002.
- [90] I. Szaszi, B. Kulcsar, G. J. Balas, and J. Bokor. Design of FDI filter for an aircraft control system. In *Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, USA*, pages 4232–4237, 2002.
- [91] D. M. Wilbers and J. L. Speyer. Detection filters for aircraft sensor and actuator faults. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Control and Applications, Jerusalem, Israel*, pages 81–86, 1989.
- [92] S. Glavaski, M. Elgersma, M. Dorneich, and P. Lommel. Failure accommodating aircraft control. In *Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, USA*, volume 5, pages 3624–3630, 2002.
- [93] S. Glavaski and M. Elgersma. Active aircraft fault detection and isolation. In *Proceedings of IEEE Systems Readiness Technology Conference AUTOTESTCON, Valley Forge, USA*, pages 692–705, 2002.
- [94] D. Dasgupta, K. Krishnakumar, D. Wong, and M. Berry. Negative selection algorithm for aircraft fault detection. *Artificial Immune Systems*, 3239:1–13, 2004.
- [95] I. Szaszi, A. Marcos, G. J. Balas, and J. Bokor. Linear parameter-varying detection filter design for a Boeing 747-100/200 aircraft. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 28(3):461–470, 2005.
- [96] A. Marcos, S. Ganguli, and G. J. Balas. An application of  $\mathcal{H}_\infty$  fault detection and isolation to a transport aircraft. *Control Engineering Practice*, 13(1):105–119, 2005.
- [97] M. Azam, K. Pattipati, J. Allanach, S. Poll, and A. Patterson-Hine. In-flight fault detection and isolation in aircraft flight control systems. In *Proceedings of the 2005 IEEE Aerospace Conference, Big Sky, USA*, 2005.
- [98] H. Alwi and C. Edwards. Robust sensor fault estimation for tolerant control of a civil aircraft using sliding modes. In *Proceedings of the American Control Conference, Minneapolis, USA*, pages 5704–5709, 2006.
- [99] A. Fekih, H. Xu, and F. N. Chowdhury. Two neural net-learning methods for model based fault detection. In *Proceedings of the 6th IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes, Beijing*, pages 72–77, 2006.
- [100] J. Liu, B. Jiang, and Y. Zhang. Sliding mode observer-based fault detection and isolation in flight control systems. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Control and Applications, Singapore*, pages 1049–1054, 2007.
- [101] P. Ribot, C. Jauberthie, and L. Travé-Massuyes. State estimation by interval analysis for a nonlinear differential aerospace model. In *Proceedings of the IEEE European Control Conference, Kos, Greece*, pages 4839–4844, 2007.
- [102] N. Meskin, T. Jiang, E. Sobhani, K. Khorasani, and C. A. Rabbath. Nonlinear geometric approach to fault detection and isolation in an aircraft nonlinear longitudinal model. In *Proceedings of the American Control Conference, New York City, USA*, pages 5771–5776, 2007.
- [103] R. T. Rausch, K. F. Goebel, N. H. Eklund, and B. J. Brunell. Integrated in-flight fault detection and accommodation: a model-based study. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 129(4):962–969, 2007.

- 
- [104] W. Yin, W. G. Zhang, and X. Sun. A SVM-based multiple faults classification scheme design in flight control FDI system. In *Proceedings of the Second International Conference on Innovative Computing, Information and Control, Kumamoto, Japan*, pages 187–191, 2007.
- [105] Q. Cheng, P. K. Varshney, J. H. Michels, and C. M. Belcastro. Fault detection in dynamic systems via decision fusion. *IEEE Transactions on aerospace and electronic systems*, 44(1):227, 2008.
- [106] P. A. Samara, G. N. Fouskitakis, J. S. Sakellariou, and S. D. Fassois. A statistical method for the detection of sensor abrupt faults in aircraft control systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 16(4):789–798, 2008.
- [107] I. Trendafilova, M. P. Cartmell, and W. Ostachowicz. Vibration-based damage detection in an aircraft wing scaled model using principal component analysis and pattern recognition. *Journal of Sound and Vibration*, 313(3-5):560–566, 2008.
- [108] J. Zhou and X. Huang. Application of a new fault detection approach to aircraft’s closed-loop control system. *Intelligent Robotics and Applications*, pages 1223–1232, 2008.
- [109] A. Varga. Monitoring actuator failures for a large transport aircraft – the nominal case. In *Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Barcelona, Spain*, pages 627–632, 2009.
- [110] S. Borguet and O. Leonard. Coupling principal component analysis and Kalman filtering algorithms for on-line aircraft engine diagnostics. *Control Engineering Practice*, 17(4):494–502, 2009.
- [111] T. A. Smith, Z. A. Nielsen, E. Y. Reichenbach, and J. M. Urnes Sr. Dynamic structural fault detection and identification. In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Chicago, USA*, 2009.
- [112] H. Alwi, C. Edwards, O. Stroosma, and J. Mulder. Evaluation of a sliding mode fault-tolerant controller for the El Al incident. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 33(3):677–694, 2010.
- [113] P. Rosa, C. Silvestre, J. S. Shamma, and M. Athans. Fault detection and isolation of an aircraft using set-valued observers. In *Proceedings of the 18th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace, Nara, Japan*, 2010.
- [114] G. Hardier and A. Bucharles. On-line parameter identification for in-flight aircraft monitoring. In *Proceedings of the 27th International Congress of the Aeronautical Sciences, Nice, France*, 2010.
- [115] M. Jayakumar and B. B. Das. Isolating incipient sensor faults and system reconfiguration in a flight control actuation system. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 224(1):101–111, 2010.
- [116] P. Goupil. Oscillatory failure case detection in the A380 electrical flight control system by analytical redundancy. *Control Engineering Practice*, 18(9):1110–1119, 2010.
- [117] C. Döll, G. Hardier, A. Varga, and C. Kappenberger. IMMUNE project : an overview. In *Proceedings of the 18th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace, Nara, Japan*, 2010.
- [118] D. Berdjag, A. Zolghadri, J. Cieslak, and P. Goupil. Fault detection and isolation for redundant aircraft sensors. In *Proceedings of the IEEE Conference on Control and Fault-Tolerant Systems, SysTol’10, Nice, France*, pages 137–142.
- [119] D. Efimov, A. Zolghadri, and T. Raïssi. Actuator fault detection and compensation under feedback control. *Automatica*, In press, available online, 2011.
- [120] P. K. Eide and P. S. Maybeck. An MMAE failure detection system for the F-16. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 32(3):1125–1136, 1996.
- [121] J. Monaco, D. Ward, R. Barron, and R. Bird. Implementation and flight test assessment of an adaptive, reconfigurable flight control system. In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, pages 97–3738, 1997.

- [122] C. Hajiyev and F. Caliskan. Sensor/actuator fault diagnosis based on statistical analysis of innovation sequence and robust Kalman filtering. *Aerospace Science and Technology*, 4(6):415–422, 2000.
- [123] F. Caliskan and C. M. Hajiyev. Innovation sequence application to aircraft sensor fault detection: comparison of checking covariance matrix algorithms. *ISA transactions*, 39(1):47–56, 2000.
- [124] Y. M. Chen and M. L. Lee. Neural networks-based scheme for system failure detection and diagnosis. *Mathematics and Computers in Simulation*, 58(2):101–109, 2002.
- [125] T. E. Menke and P. S. Maybeck. Sensor/actuator failure detection in the Vista F-16 by multiple model adaptive estimation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 31(4):1218–1229, 2002.
- [126] R. H. Chen and J. L. Speyer. Sensor and actuator fault reconstruction. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 27(2):186–196, 2004.
- [127] A. Hagenblad, F. Gustafsson, and I. Klein. A comparison of two methods for stochastic fault detection: the parity space approach and principal component analysis. In *Proceedings of 13th IFAC Symposium on System Identification, Rotterdam, The Netherlands*, 2003.
- [128] B. Chen and S. Nagarajaiah. Linear-matrix-inequality-based robust fault detection and isolation using the eigenstructure assignment method. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 30(6):1831–1835, 2007.
- [129] D. Wang and K. Y. Lum. Adaptive unknown input observer approach for aircraft actuator fault detection and isolation. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 21(1):31–48, 2007.
- [130] S. Kim and J. Choi. Fault detection and diagnosis of aircraft actuators using fuzzy-tuning IMM filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 44(3):940–952, 2008.
- [131] M. L. Fravolini, V. Brunori, G. Campa, M. R. Napolitano, and M. La Cava. Structural analysis approach for the generation of structured residuals for aircraft FDI. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 45(4):1466–1482, 2010.
- [132] F. W. Burcham, T. A. Maine, and C. G. Fullerton. *Development and Flight Evaluation of an Emergency Digital Flight Control System Using Only Engine Thrust on an F-15 Airplane*. NASA, TP-3627, 1996.
- [133] A. J. Ostroff and B. J. Bacon. Force and moment approach for achievable dynamics using nonlinear dynamic inversion. In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Portland, Oregon*, pages 424–434, 1999.
- [134] A. J. Ostroff and B. J. Bacon. Reconfigurable flight control using nonlinear dynamic inversion with a special accelerometer implementation. In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Denver, USA*, 2000.
- [135] Y. Zhang and X. R. Li. Detection and diagnosis of sensor and actuator failures using IMM estimator. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 34(4):1293–1313, 1998.
- [136] E. Scholte and M. E. Campbell. On-line nonlinear guaranteed estimation with application to a high performance aircraft. In *Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, USA*, pages 184–190, 2002.
- [137] J. D. Boskovic, S. E. Bergstrom, R. K. Mehra, S. S. Co, and M. A. Woburn. Retrofit reconfigurable flight control in the presence of control effector damage. In *Proceedings of the American Control Conference, Portland, USA*, pages 2652–2657, 2005.
- [138] H. Benitez-Pérez, F. Garcia-Nocetti, and H. Thompson. Fault classification based upon self organizing feature maps and dynamic principal component analysis for inertial sensor drift. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 3(2):257–276, 2007.

- 
- [139] X. G. Yan and C. Edwards. Robust sliding mode observer-based actuator fault detection and isolation for a class of nonlinear systems. *International Journal of Systems Science*, 39(4):349–359, 2008.
- [140] M. L. Fravolini and G. Campa. Design of robust redundancy relations for a semi-scale YF-22 aircraft model. *Control Engineering Practice*, 17(7):773–786, 2009.
- [141] M. L. Kerr, A. Marcos, L. F. Penin, O. Briège, I. Postlethwaite, and M. Turner. Piloted assessment of a fault diagnosis algorithm on the ATTAS aircraft. In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Chicago, USA*, 2009.
- [142] W. H. Chen. Nonlinear disturbance observer-enhanced dynamic inversion control of missiles. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 26(1):161–166, 2003.
- [143] D. Xu, M. Wu, and J. An. Design of an expert system based on neural network ensembles for missile fault diagnosis. In *Proceedings of the IEEE Conference on Robotics, Intelligent Systems and Signal Processing, Las Vegas, USA*, volume 2, pages 903–908, 2003.
- [144] P. Halder, S. K. Chaudhuri, and S. Mukhopadhyay. On line sensor fault detection, isolation and accommodation in tactical aerospace vehicle. In *Proceedings of the IEEE TENCON, Chiang Mai, Thailand*, pages 684–686, 2004.
- [145] C. Yu, H. X. Han, and W. Min. Missile fault detection based on linear parameter varying fault detection filter. *Information Technology Journal*, 8(3):340–346, 2009.
- [146] B. Whitehead, E. Kiech, and M. Ali. Rocket engine diagnostics using neural networks. In *Proceedings of the 26th Joint Propulsion Conference, Orlando*, 1990.
- [147] R. M. Agustin, R. S. Mangoubi, R. M. Hain, and N. J. Adams. Robust failure detection for reentry vehicle attitude control systems. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 22(6):839–845, 1999.
- [148] D. Gorinevsky, S. Samar, J. Bain, and G. Aaseng. Integrated diagnostics of rocket flight control. In *Proceedings of the 2005 IEEE Aerospace Conference, Big Sky, USA*, pages 3831–3842, 2005.
- [149] J. C. Ellsworth and S. A. Whitmore. Reentry air data system for a sub-orbital spacecraft based on X-34 design. In *Proceedings of the 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibition, Reno, USA*, 2007.
- [150] C. Barta, J. Melendez, and J. Colomer. Off line diagnosis of Ariane flights using PCA. *Space Technology*, 27(2–3):99–106, 2007.
- [151] A. Falcoz, D. Henry, and A. Zolghadri. A nonlinear fault identification scheme for reusable launch vehicles control surfaces. *International Review of Aerospace Engineering*, 1(6):492–503, 2008.
- [152] A. Falcoz, D. Henry, and A. Zolghadri. Robust fault diagnosis for atmospheric reentry vehicles: a case study. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 40(5):886–899, 2010.
- [153] R. Mehra, C. Rago, and S. Seereeram. Autonomous failure detection, identification and fault-tolerant estimation with aerospace applications. In *Proceedings of the 1998 IEEE Aerospace Conference, Snowmass, USA*, volume 2, pages 133–138, 1998.
- [154] R. Fujimaki, T. Yairi, and K. Machida. An approach to spacecraft anomaly detection problem using kernel feature space. In *Proceedings of the 11th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery in Data Mining*, pages 401–410, 2005.
- [155] Q. Zhang, F. Campillo, F. Cerou, and F. Legland. Nonlinear system fault detection and isolation based on bootstrap particle filters. In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, Seville, Spain*, pages 3821–3826, 2005.
- [156] K. Xiong, C. W. Chan, and H. Y. Zhang. Detection of satellite attitude sensor faults using the UKF. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 43(2):480–491, 2007.

- [157] W. R. Williamson, J. L. Speyer, V. T. Dang, and J. Sharp. Fault detection for deep space satellites. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 32(5):1570–1584, 2009.
- [158] T. Jiang, K. Khorasani, and S. Tafazoli. Parameter estimation-based fault detection, isolation and recovery for nonlinear satellite models. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 16(4):799–808, 2008.
- [159] D. Henry. Fault diagnosis of microscope satellite thrusters using  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$  filters. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 31(3):699–711, 2008.
- [160] N. Tudoroiu and K. Khorasani. Satellite fault diagnosis using a bank of interacting Kalman filters. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 43(4):1334–1350, 2008.
- [161] H. A. Talebi, K. Khorasani, and S. Tafazoli. A recurrent neural-network-based sensor and actuator fault detection and isolation for nonlinear systems with application to the satellite’s attitude control subsystem. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 20(1):45–60, 2009.
- [162] R. J. Patton, F. J. Uppal, S. Simani, and B. Polle. Robust FDI applied to thruster faults of a satellite system. In *Proceedings of the 17th IFAC Symposium on Automatic Control and Aerospace, Toulouse, France, 2007*.
- [163] D. Henry, S. Simani, and R. J. Patton. Fault detection and diagnosis for aeronautic and aerospace missions. In C. Edwards, T. Lombaerts, and H. Smaili, editors, *Fault Tolerant Flight Control*, volume 399 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pages 91–128. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2010.
- [164] P. Baldi, P. Castaldi, S. Simani, and G. Bertoni. Fault diagnosis and control reconfiguration for satellite reaction wheels. In *Proceedings of the IEEE Conference on Control and Fault-Tolerant Systems, SysTol’10, Nice, France*, pages 143–148, 2010.
- [165] H. Alwi, C. Edwards, and A. Marcos. FDI for a Mars orbiting satellite based on a sliding mode observer scheme. In *Proceedings of the IEEE Conference on Control and Fault-Tolerant Systems, SysTol’10, Nice, France*, pages 125–130, 2010.
- [166] D. G. Hull. *Fundamentals of Airplane Flight Mechanics*. Springer-Verlag, New York, 2007.
- [167] R.F. Stengel. *Flight Dynamics*. Princeton University Press, Princeton, 2004.
- [168] B. L. Stevens and F. L. Lewis. *Aircraft Control and Simulation*. Wiley, New York, 2003.
- [169] B. Etkin and L. D. Reid. *Dynamics of Flight: Stability and Control*. Wiley, New York, 1996.
- [170] F. Veysset. *Modélisation et identification de comportements de l’avion en vol turbulent par modèles à retards*. Thèse, Ecole Centrale de Lille, 2006.
- [171] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems: An Introduction*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1995.
- [172] United States National Transportation Safety Board. *Aircraft Accident Report: American Airlines, Inc., DC-10-10, N110AA, Chicago-O’Hare International Airport, Chicago, Illinois, May 25, 1979*. National Transportation Safety Board, USA, 1979.
- [173] J. M. Maciejowski and C. N. Jones. MPC fault-tolerant flight control case study: Flight 1862. In *Proceedings of the 5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Washington D.C., USA, 2003*.
- [174] M. S. Reveley, J. L. Briggs, J. K. Evans, S. M. Jones, T. Kurtoglu, K. M. Leone, C. E. Sandifer, and M. A. Thomas. *Commercial Aircraft Integrated Vehicle Health Management Study*. NASA, TM-215808, 2010.
- [175] A. Lawrence. *Modern Inertial Technology: Navigation, Guidance, and Control*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1998.
- [176] N. Barbour and G. Schmidt. Inertial sensor technology trends. *IEEE Sensors Journal*, 1(4):332–339, 2001.

- 
- [177] S. Merhav. *Aerospace Sensor Systems and Applications*. Springer-Verlag, New York, 1996.
- [178] E. Balaban, A. Saxena, P. Bansal, K. F. Goebel, and S. Curran. Modeling, detection, and disambiguation of sensor faults for aerospace applications. *IEEE Sensors Journal*, 9(12):1907–1917, 2009.
- [179] R. F. Stengel and D. Handelman. Combining expert system and analytical redundancy concepts for fault-tolerant flight control. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 12:39–45, 1989.
- [180] C. Angeli and A. Chatzinikolaou. On-line fault detection techniques for technical system: a survey. *International Journal of Computer Science & Applications*, 1(1):12–30, 2004.
- [181] M. R. Maurya, R. Rengaswamy, and V. Venkatasubramanian. Fault diagnosis using dynamic trend analysis: a review and recent developments. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 20(2):133–146, 2007.
- [182] A. Panati and D. Theseider Dupré. Causal simulation and diagnosis of dynamic systems. In F. Esposito, editor, *AI\*IA 2001: Advances in Artificial Intelligence*, volume 2175 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 135–146. 2001.
- [183] J. Montmain and S. Gentil. Dynamic causal model diagnostic reasoning for online technical process supervision. *Automatica*, 36(8):1137–1152, 2000.
- [184] R. J. Patton, C. J. Lopez-Toribio, and F. J. Uppal. Artificial intelligence approaches to fault diagnosis for dynamic systems. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 9(3):471–518, 1999.
- [185] H. J. Shin, D. H. Eom, and S. S. Kim. One-class support vector machines: an application in machine fault detection and classification. *Computers & Industrial Engineering*, 48(2):395–408, 2005.
- [186] S. Mahadevan and S. L. Shah. Fault detection and diagnosis in process data using one-class support vector machines. *Journal of Process Control*, 19(10):1627–1639, 2009.
- [187] V. Chandola, A. Banerjee, and V. Kumar. Anomaly detection: a survey. *ACM Computing Surveys*, 41(3):1–58, 2009.
- [188] A. K. Jain, R. P. W. Duin, and J. Mao. Statistical pattern recognition: a review. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(1):4–37, 2000.
- [189] G. P. Zhang. Neural networks for classification: a survey. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, 30(4):451–462, 2000.
- [190] T. Sorsa, H. N. Koivo, and H. Koivisto. Neural networks in process fault diagnosis. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 21(4):815–825, 1991.
- [191] R. J. Patton, J. Chen, and T. M. Siew. Fault diagnosis in nonlinear dynamic systems via neural networks. In *Proceedings of the International Conference on Control, Coventry, UK*, volume 2, pages 1346–1351, 1994.
- [192] P. M. Frank and B. Köppen-Seliger. Fuzzy logic and neural network applications to fault diagnosis. *International Journal of Approximate Reasoning*, 16(1):67–88, 1997.
- [193] M. Markou and S. Singh. Novelty detection: a review – part 1: statistical approaches. *Signal Processing*, 83(12):2481–2497, 2003.
- [194] S. R. Gunn. Support Vector Machines for Classification and Regression. *ISIS Technical Report*, 1998.
- [195] L. Györfi. *Principles of Nonparametric Learning*. Springer-Verlag, New York, 2002.
- [196] V. N. Vapnik. An overview of statistical learning theory. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 10(5):988–999, 1999.



- [197] C. E. Rasmussen and C. K. I. Williams. *Gaussian Processes for Machine Learning*. Springer-Verlag, New York, 2006.
- [198] M. Ge, R. Du, G. Zhang, and Y. Xu. Fault diagnosis using support vector machine with an application in sheet metal stamping operations. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18(1):143–159, 2004.
- [199] M. Davy, F. Desobry, A. Gretton, and C. Doncarli. An online support vector machine for abnormal events detection. *Signal Processing*, 86(8):2009–2025, 2006.
- [200] M. Saadawia and D. Söffker. SVM-based fault diagnosis system for materials change detection. In *Proceedings of the 7th Workshop on Advanced Control and Diagnosis, Zielona Gora, Poland, 2009*.
- [201] S. R. Kulkarni, G. Lugosi, and S. S. Venkatesh. Learning pattern classification – a survey. *IEEE Transactions on Information Theory*, 44(6), 1998.
- [202] M. Markou and S. Singh. Novelty detection: a review – part 2: neural network based approaches. *Signal Processing*, 83(12):2499–2521, 2003.
- [203] C. F. Alcalá and S. J. Qin. Unified analysis of diagnosis methods for process monitoring. In *Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Barcelona, Spain*, pages 1007–1012, 2009.
- [204] M. F. Harkat, G. Mourot, and J. Ragot. An improved PCA scheme for sensor FDI: application to an air quality monitoring network. *Journal of Process Control*, 16(6):625–634, 2006.
- [205] Y. Tharrault, G. Mourot, J. Ragot, and D. Maquin. Fault detection and isolation with robust principal component analysis. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 18(4):429–442, 2008.
- [206] J. M. Lee, C. K. Yoo, S. W. Choi, P. A. Vanrolleghem, and I. B. Lee. Nonlinear process monitoring using kernel principal component analysis. *Chemical Engineering Science*, 59(1):223–234, 2004.
- [207] W. Li, H. H. Yue, S. Valle-Cervantes, and S. J. Qin. Recursive PCA for adaptive process monitoring. *Journal of Process Control*, 10(5):471–486, 2000.
- [208] X. Wang, U. Kruger, and B. Lennox. Recursive partial least squares algorithms for monitoring complex industrial processes. *Control Engineering Practice*, 11(6):613–632, 2003.
- [209] E. Walter and L. Pronzato. On the identifiability and distinguishability of nonlinear parametric models. *Mathematics and Computers in Simulation*, 42(2-3):125–134, 1996.
- [210] R. Isermann. Fault diagnosis of machines via parameter estimation and knowledge processing—Tutorial paper. *Automatica*, 29(4):815–835, 1993.
- [211] G. Delmaire, J.-P. Cassar, and M. Staroswiecki. Identification and parity space techniques for failure detection in SISO systems including modelling errors. In *Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control, Lake Buena Vista, USA*, volume 3, pages 2279–2285, 1994.
- [212] G. Bloch, M. Ouladsine, and P. Thomas. On-line fault diagnosis of dynamic systems via robust parameter estimation. *Control Engineering Practice*, 3(12):1709–1717, 1995.
- [213] R. Doraiswami and M. Stevenson. A robust influence matrix approach to fault diagnosis. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 4(1):29–39, 1996.
- [214] E. Walter and L. Pronzato. *Identification of Parametric Models from Experimental Data*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1997.
- [215] T. W. Simpson, J. D. Poplinski, P. N. Koch., and J. K. Allen. Metamodels for computer-based engineering design: survey and recommendations. *Engineering with Computers*, 17(2):129–150, 2001.

- 
- [216] J. Villemonteix, E. Vazquez, and E. Walter. Bayesian optimization for parameter identification on a small simulation budget. In *Proceedings of the 15th IFAC Symposium on System Identification, SYSID 2009, Saint-Malo France*, 2009.
- [217] M. Basseville, M. Abdelghani, and A. Benveniste. Subspace-based fault detection algorithms for vibration monitoring. *Automatica*, 36(1):101–109, 2000.
- [218] K. M. Pekpe, G. Mourot, and J. Ragot. Subspace method for sensor fault detection and isolation—application to grinding circuit monitoring. *Proceedings of the 11th IFAC Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal Processing, Nancy, France*, pages 47–52, 2006.
- [219] V. Puig. Fault diagnosis and fault tolerant control using set-membership approaches: application to real case studies. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 20(4):619–635, 2010.
- [220] M. Kieffer and E. Walter. Guaranteed estimation of the parameters of nonlinear continuous-time models: contributions of interval analysis. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 25(3):191–207, 2011.
- [221] S. M. Castillo, E. R. Gelso, and J. Armengol. Constraint satisfaction techniques under uncertain conditions for fault diagnosis in nonlinear dynamic systems. In *Proceedings of the 16th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation, Ajaccio, France*, pages 1216–1221, 2008.
- [222] A. Ingimundarson, J. M. Bravo, V. Puig, T. Alamo, and P. Guerra. Robust fault detection using zonotope-based set-membership consistency test. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 23(4):311–330, 2009.
- [223] V. Reppa and A. Tzes. Fault detection and diagnosis based on parameter set estimation. *IET Control Theory & Applications*, 5(1):69–83, 2011.
- [224] R. V. Beard. *Failure Accomodation in Linear Systems Through Self-Reorganization*. PhD Thesis, Dept. Aeronautics Astronautics, MIT, Cambridge, MA, 1971.
- [225] H. L. Jones. *Failure Detection in Linear Systems*. PhD Thesis, Dept. Aeronautics Astronautics, MIT, Cambridge, MA, 1973.
- [226] D. G. Luenberger. Observers for multivariable systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11(2):190–197, 1966.
- [227] R. J. Patton and J. Chen. Observer-based fault detection and isolation: robustness and applications. *Control Engineering Practice*, 5(5):671–682, 1997.
- [228] E. Alcorta Garcia and P. M. Frank. Deterministic nonlinear observer-based approaches to fault diagnosis: a survey. *Control Engineering Practice*, 5(5):663–670, 1997.
- [229] P. M. Frank and X. Ding. Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems. *Journal of Process Control*, 7(6):403–424, 1997.
- [230] M. Zeitz. The extended Luenberger observer for nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 9(2):149–156, 1987.
- [231] F. Nejjari, V. Puig, L. Giancristofaro, and S. Koehler. Extended Luenberger observer-based fault detection for an activated sludge process. In *Proceedings of the 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea*, pages 9725–9730, 2008.
- [232] K. Adjallah, D. Maquin, and J. Ragot. Non-linear observer-based fault detection. In *Proceedings of the 3rd IEEE Conference on Control Applications, Glasgow, Scotland*, pages 1115–1120, 1994.
- [233] W. Chen, M. Saif, and Y. Soh. A variable structure adaptive observer approach for actuator fault detection and diagnosis in uncertain nonlinear systems. In *Proceedings of the American Control Conference, Chicago, USA*, volume 4, pages 2674–2678, 2000.
- [234] A. Xu and Q. Zhang. Nonlinear system fault diagnosis based on adaptive estimation. *Automatica*, 40(7):1181–1193, 2004.

- [235] Z. Li and B. Dahhou. An observers based fault isolation approach for nonlinear dynamic systems. In *Proceedings of the 2nd International Symposium on Communications, Control and Signal Processing, Marrakech, Morocco, 2006*.
- [236] X. Zhang, M. M. Polycarpou, and T. Parisini. Fault diagnosis of a class of nonlinear uncertain systems with Lipschitz nonlinearities using adaptive estimation. *Automatica*, 46(2):290–299, 2010.
- [237] H. Hammouri, M. Kinnaert, and E. H. El Yaagoubi. Observer-based approach to fault detection and isolation for nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(10):1879–1884, 1999.
- [238] E. Busvelle and J.-P. Gauthier. High-gain and non high-gain observers for nonlinear systems. *Contemporary Trends in Nonlinear Geometric Control Theory*, pages 257–286, 2002.
- [239] G. Besançon. High-gain observation with disturbance attenuation and application to robust fault detection. *Automatica*, 39(6):1095–1102, 2003.
- [240] V. Andrieu and L. Praly. On the existence of a Kazantzis-Kravaris/Luenberger observer. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 45(2):432–456, 2006.
- [241] V. Andrieu. Exponential convergence of nonlinear Luenberger observers. In *Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control, Atlanta, USA, 2010*.
- [242] C. Edwards, S. K. Spurgeon, and R. J. Patton. Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica*, 36(4):541–553, 2000.
- [243] C. P. Tan and C. Edwards. Sliding mode observers for robust detection and reconstruction of actuator and sensor faults. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 13(5):443–463, 2003.
- [244] B. Jiang, M. Staroswiecki, and V. Cocquempot. Fault estimation in nonlinear uncertain systems using robust/sliding-mode observers. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 151(1):29–37, 2004.
- [245] T. Takagi and M. Sugeno. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 15:116–132, 1985.
- [246] A. Ichtev, J. Hellendoorn, and R. Babuska. Fault detection and isolation using multiple Takagi-Sugeno fuzzy models. In *Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Melbourne, Australia, volume 3, pages 1498–1502, 2001*.
- [247] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin. Fault diagnosis for Takagi-Sugeno nonlinear systems. In *Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Barcelona, Spain, pages 504–509, 2009*.
- [248] R. E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, 82(1):35–45, 1960.
- [249] R. K. Mehra and J. Peschon. An innovations approach to fault detection and diagnosis in dynamic systems. *Automatica*, 7(5):637–640, 1971.
- [250] A. Willsky. Detection of abrupt changes in dynamic systems. In M. Basseville and A. Benveniste, editors, *Detection of Abrupt Changes in Signals and Dynamical Systems*, volume 77, pages 27–49. 1986.
- [251] R. Nikoukhah. Innovations generation in the presence of unknown inputs: application to robust failure detection. *Automatica*, 30(12):1851–1867, 1994.
- [252] A. Zolghadri. An algorithm for real-time failure detection in Kalman filters. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(10):1537–1539, 1996.
- [253] P. D. Hanlon and P. S. Maybeck. Multiple-model adaptive estimation using a residual correlation Kalman filter bank. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 36(2):393–406, 2000.

- 
- [254] H. A. P. Blom and Y. Bar-Shalom. The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33(8):780–783, 1988.
- [255] J. Ru and R. Li. Interacting multiple model algorithm with maximum likelihood estimation for FDI. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Intelligent Control, Houston, USA*, pages 661–666, 2003.
- [256] A. Hocine, D. Maquin, and J. Ragot. Finite memory observer for switching systems: application to diagnosis. In *Proceedings of the 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic*, 2005.
- [257] C. T. Chang and J. W. Chen. Implementation issues concerning the EKF-based fault diagnosis techniques. *Chemical Engineering Science*, 50(18):2861–2882, 1995.
- [258] S. J. Julier and J. K. Uhlmann. Unscented filtering and nonlinear estimation. *Proceedings of the IEEE*, 92(3):401–422, 2004.
- [259] L. Cork and R. Walker. Sensor fault detection for UAVs using a nonlinear dynamic model and the IMM-UKF algorithm. In *Proceedings of the Conference on Information, Decision and Control, Adelaide, Australia*, pages 230–235, 2007.
- [260] K. Xiong, C. W. Chan, and H. Y. Zhang. Unscented Kalman filter for fault detection. In *Proceedings of the 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic*, 2005.
- [261] C. Andrieu, A. Doucet, S. S. Singh, and V. B. Tadic. Particle methods for change detection, system identification, and control. *Proceedings of the IEEE*, 92(3):423–438, 2004.
- [262] P. Li and V. Kadiramanathan. Particle filtering based likelihood ratio approach to fault diagnosis in nonlinear stochastic systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, 31(3):337–343, 2001.
- [263] V. Verma, G. Gordon, R. Simmons, and S. Thrun. Real-time fault diagnosis. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 11(2):56–66, 2004.
- [264] X. Wang and V. L. Syrmos. Interacting multiple particle filters for fault diagnosis of non-linear stochastic systems. In *Proceedings of the American Control Conference, Seattle, USA*, pages 4274–4279, 2008.
- [265] L. Jaulin, M. Kieffer, O. Didrit, and E. Walter. *Applied Interval Analysis*. Springer, London, 2001.
- [266] T. Raïssi, G. Videau, and A. Zolghadri. Interval observer design for consistency checks of nonlinear continuous-time systems. *Automatica*, 46(3):518–527, 2010.
- [267] V. Puig, J. Quevedo, T. Escobet, F. Nejjari, and S. de las Heras. Passive robust fault detection of dynamic processes using interval models. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 16(5):1083–1089, 2008.
- [268] R. J. Patton and J. Chen. A review of parity space approaches to fault diagnosis. In *Proceedings of the 1st IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Baden-Baden, Germany*, pages 65–81, 1991.
- [269] J. J. Gertler and R. Monajemy. Generating directional residuals with dynamic parity relations. *Automatica*, 31(4):627–635, 1995.
- [270] R. J. Patton and J. Chen. Robust fault detection using eigenstructure assignment: a tutorial consideration and some new results. In *Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control, Brighton*, pages 2242–2247, 1991.
- [271] J.-F. Magni and P. Mouyon. On residual generation by observer and parity space approaches. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(2):441–447, 1994.
- [272] J. J. Gertler. All linear methods are equal – and extendible to (some) nonlinearities. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 12(8):629–648, 2002.

- [273] D. Maquin, V. Cocquempot, J. P. Cassar, M. Staroswiecki, and J. Ragot. Generation of analytical redundancy relations for FDI purposes. In *Proceedings of the IFAC Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives, Carry-le-Rouet, France*, pages 270–276, 1997.
- [274] A. Medvedev. Fault detection and isolation by a continuous parity space method. *Automatica*, 31(7):1039–1044, 1995.
- [275] M. Staroswiecki and G. Comtet-Varga. Analytical redundancy relations for fault detection and isolation in algebraic dynamic systems. *Automatica*, 37(5):687–699, 2001.
- [276] A. Shumsky. Redundancy relations for fault diagnosis in nonlinear uncertain systems. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 17(4):477–489, 2007.
- [277] H. Hammouri, P. Kabore, and M. Kinnaert. A geometric approach to fault detection and isolation for bilinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(9):1451–1455, 2001.
- [278] M. L. Leuschen, I. D. Walker, and J. R. Cavallaro. Fault residual generation via nonlinear analytical redundancy. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 13(3):452–458, 2005.
- [279] M. A. Massoumnia. A geometric approach to the synthesis of failure detection filters. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31(9):839–846, 1986.
- [280] R. J. Patton and J. Chen. On eigenstructure assignment for robust fault diagnosis. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 10(14):1193–1208, 2000.
- [281] J. J. Gertler and M. M. Kunwer. Optimal residual decoupling for robust fault diagnosis. *International Journal of Control*, 61(2):395–422, 1995.
- [282] K. Watanabe and D. M. Himmelblau. Instrument fault detection in systems with uncertainties. *International Journal of Systems Science*, 13(2):137–158, 1982.
- [283] B. Gaddouna, D. Maquin, and J. Ragot. Fault detection observers for systems with unknown inputs. *Proceedings of the 2nd IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Espoo, Finland*, 1994.
- [284] J. Chen, R. J. Patton, and H. Y. Zhang. Design of unknown input observers and robust fault detection filters. *International Journal of Control*, 63(1):85–105, 1996.
- [285] W. Chen and M. Saif. Fault detection and isolation based on novel unknown input observer design. In *Proceedings of the American Control Conference, Minneapolis, USA*, pages 5129–5134, 2006.
- [286] D. Koenig. Observer design for unknown input nonlinear descriptor systems via convex optimization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(6):1047–1052, 2006.
- [287] A. M. Pertew, H. J. Marquez, and Q. Zhao. LMI-based sensor fault diagnosis for nonlinear Lipschitz systems. *Automatica*, 43(8):1464–1469, 2007.
- [288] R. Seliger and P. M. Frank. Fault-diagnosis by disturbance decoupled nonlinear observers. In *Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control, Brighton, UK*, volume 3, pages 2248–2253, 1991.
- [289] R. Martinez-Guerra and S. Diop. Diagnosis of nonlinear systems using an unknown-input observer: an algebraic and differential approach. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 151(1):130–135, 2004.
- [290] J.-P. Barbot, D. Boutat, and T. Floquet. An observation algorithm for nonlinear systems with unknown inputs. *Automatica*, 45(8):1970–1974, 2009.
- [291] M. Hou and R. J. Patton. An LMI approach to  $\mathcal{H}_-/\mathcal{H}_\infty$  fault detection observers. In *Proceedings of the UKACC International Conference on Control, Exeter, UK*, volume 1, pages 305–310, 1996.
- [292] M. L. Rank and H. H. Niemann. Norm based design of fault detectors. *International Journal of Control*, 72(9):773–783, 1999.

- 
- [293] D. Henry and A. Zolghadri. Design and analysis of robust residual generators for systems under feedback control. *Automatica*, 41(2):251–264, 2005.
- [294] M. Zhong, S. X. Ding, J. Lam, and H. Wang. An LMI approach to design robust fault detection filter for uncertain LTI systems. *Automatica*, 39(3):543–550, 2003.
- [295] J. Stoustrup and H. H. Niemann. Fault estimation – a standard problem approach. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 12(8):649–673, 2002.
- [296] C. De Persis and A. Isidori. A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(6):853–865, 2001.
- [297] J. Bokor and Z. Szabó. Fault detection and isolation in nonlinear systems. *Annual Reviews in Control*, 33(2):113–123, 2009.
- [298] M. Fliess, C. Join, and H. Sira-Ramirez. Robust residual generation for linear fault diagnosis: an algebraic setting with examples. *International Journal of Control*, 77(14):1223–1242, 2004.
- [299] D. Berdjag, C. Christophe, V. Cocquempot, and B. Jiang. Nonlinear model decomposition for robust fault detection and isolation using algebraic tools. *International Journal of Innovative Computing, Information & Control*, 2(6):1337–1354, 2006.
- [300] A. Edelmayer, J. Bokor, Z. Szabo, and F. Szigeti. Input reconstruction by means of system inversion: a geometric approach to fault detection and isolation in nonlinear systems. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 14(2):189–200, 2004.
- [301] A. Edelmayer, J. Bokor, and Z. Szabó. Inversion-based residual generation for robust detection and isolation of faults by means of estimation of the inverse dynamics in linear dynamical systems. *International Journal of Control*, 82(8):1526–1538, 2009.
- [302] R. Hirschorn. Invertibility of multivariable nonlinear control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 24(6):855–865, 1979.
- [303] S. L. Campbell and R. Nikoukhah. *Auxiliary Signal Design for Failure Detection*. Princeton University Press, Princeton, 2004.
- [304] H. H. Niemann. Active fault diagnosis in closed-loop uncertain systems. In *Proceedings of the 6th IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes, Beijing, China*, pages 631–636, 2006.
- [305] A. E. Ashari, R. Nikoukhah, and S. L. Campbell. Feedback in active fault detection. In *Proceedings of the 15th IFAC Symposium on System Identification, St Malo*, pages 192–196, 2009.
- [306] H. H. Niemann and J. Stoustrup. Active fault diagnosis by temporary destabilization. In *Proceedings of the 6th IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes, Beijing, China*, pages 607–612, 2006.
- [307] C. A. Jacobson and C. N. Nett. An integrated approach to controls and diagnostics using the four-parameter controller. *IEEE Control Systems Magazine*, 11(6):22–29, 1991.
- [308] S. X. Ding. Integrated design of feedback controllers and fault detectors. *Annual Reviews in Control*, 33(2):124–135, 2009.
- [309] H. H. Niemann and J. Stoustrup. Robust fault detection in open loop vs. closed loop. In *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego*, volume 5, pages 4496–4497, 1997.
- [310] H. Bäikeche, B. Marx, D. Maquin, and J. Ragot. On parametric and nonparametric fault detection in linear closed-loop systems. In *Proceedings of the 4th Workshop on Advanced Control and Diagnosis, Nancy*, 2006.
- [311] M. Basseville. Information criteria for residual generation and fault detection and isolation. *Automatica*, 33(5):783–803, 1997.

- [312] J. J. Gertler and Q. Luo. Robust isolable models for failure diagnosis. *AIChE journal*, 35(11):1856–1868, 1989.
- [313] M. Basseville. Detecting changes in signals and systems—a survey. *Automatica*, 24(3):309–326, 1988.
- [314] A. Benveniste, M. Basseville, and G. Moustakides. The asymptotic local approach to change detection and model validation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 32(7):583–592, 1987.
- [315] M. Basseville. On-board component fault detection and isolation using the statistical local approach. *Automatica*, 34(11):1391–1415, 1998.
- [316] F. Pukelsheim. The three sigma rule. *The American Statistician*, 48(2):88–91, 1994.
- [317] A. Emami-Naeini, M. M. Akhter, and S. M. Rock. Effect of model uncertainty on failure detection: the threshold selector. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33(12):1106–1115, 1988.
- [318] S. X. Ding, P. Zhang, P. M. Frank, and E. L. Ding. Threshold calculation using LMI-technique and its integration in the design of fault detection systems. In *Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control, Maui, USA*, volume 1, pages 469–474, 2003.
- [319] W. S. Gosset. The probable error of a mean. *Biometrika*, 6(1):1–25, 1908.
- [320] J. Neyman and E. S. Pearson. On the problem of the most efficient tests of statistical hypotheses. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 231:289–337, 1933.
- [321] G. Verdier, N. Hilgert, and J.-P. Vila. Optimality of CUSUM rule approximations in change-point detection problems: application to nonlinear state-space systems. *IEEE Transactions on Information Theory*, 54(11):5102–5112, 2008.
- [322] E. Weyer, K. Sangho, and M. C. Campi. A randomised subsampling method for change detection. In *Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Barcelona, Spain*, pages 289–294, 2009.
- [323] C. F. Lin. *Modern Navigation, Guidance, and Control Processing*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1991.
- [324] P. Zarchan. *Tactical and Strategic Missile Guidance*. AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics, Washington DC, 1990.
- [325] N. A. Shneydor. *Missile Guidance and Pursuit: Kinematics, Dynamics & Control*. Horwood Publishing Limited, Chichester, 1998.
- [326] H. Baikeche. *Diagnostic des systèmes linéaires en boucle fermée*. Thèse de doctorat de l’Institut National Polytechnique de Lorraine, 2007.
- [327] T. J. Harris, C. T. Seppala, and L. D. Desborough. A review of performance monitoring and assessment techniques for univariate and multivariate control systems. *Journal of Process Control*, 9(1):1–17, 1999.
- [328] A. Ingimundarson and T. Hägglund. Closed-loop performance monitoring using loop tuning. *Journal of Process Control*, 15(2):127–133, 2005.
- [329] M. J. Tahk, C. K. Ryoo, and H. Cho. Recursive time-to-go estimation for homing guidance missiles. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 38(1):13, 2002.
- [330] T. Yamasaki, H. Sakaida, K. Enomoto, H. Takano, and Y. Baba. Robust trajectory-tracking method for UAV guidance using proportional navigation. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Control, Automation and Systems, Seoul, Korea*, pages 1404–1409, 2007.
- [331] A. Shumsky and A. Zhirabok. Nonlinear diagnostic filter design: algebraic and geometric points of view. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 16(1):115, 2006.

- 
- [332] A. G. Ramm and A. B. Smirnova. On stable numerical differentiation. *Mathematics of Computation*, 70(235):1131–1153, 2001.
- [333] T. J. Santner, B. J. Williams, and W. Notz. *The Design and Analysis of Computer Experiments*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2003.
- [334] G. H. Golub, M. Heath, and G. Wahba. Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter. *Technometrics*, 21(2):215–223, 1979.
- [335] R. Kohavi and G. H. John. Automatic parameter selection by minimizing estimated error. In *Proceedings of the Twelfth International Conference on Machine Learning, Tahoe City, USA*, pages 304–312, 1995.
- [336] F. Hutter, H. H. Hoos, and T. Stutzle. Automatic algorithm configuration based on local search. In *Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence*, volume 22, pages 1152–1160, 2007.
- [337] R. Pavón, F. Díaz, and V. Luzón. A model for parameter setting based on Bayesian networks. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 21(1):14–25, 2008.
- [338] R. J. Patton, F. Uppal, S. Simani, and B. Polle. A Monte Carlo analysis and design for FDI of a satellite attitude control system. In *Proceedings of the 6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Beijing, China*, pages 1393–1398, 2006.
- [339] S. Aberkane and M. Kinnaert. Threshold selection based on closed-loop performance for fault detection schemes. In *Proceedings of the 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea*, pages 3240–3245, 2008.
- [340] O. V. Korniyenko, M. S. Sharawi, and D. N. Aloï. Neural network based approach for tuning Kalman filter. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Electro/Information Technology, Lincoln, USA*, 2006.
- [341] T. D. Powell. Automated tuning of an extended Kalman filter using the downhill simplex algorithm. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 25(5):901–908, 2002.
- [342] A. Falcoz, D. Henry, and A. Zolghadri. A nonlinear fault identification scheme for reusable launch vehicles control surfaces. In *Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Barcelona, Spain*, pages 53–58, 2009.
- [343] D. R. Jones, M. J. Schonlau, and W. J. Welch. Efficient global optimization of expensive black-box functions. *Journal of Global Optimization*, 13(4):455–492, 1998.
- [344] J. Sjöberg, Q. Zhang, L. Ljung, A. Benveniste, B. Delyon, P-Y. Glorennec, H. Hjalmarsson, and A. Juditsky. Nonlinear black-box modeling in system identification: a unified overview. *Automatica*, 31(12):1691–1724, 1995.
- [345] N. V. Queipo, R.T. Haftka, W. Shyy, T. Goel, R. Vaidyanathan, and P. K. Tucker. Surrogate-based analysis and optimization. *Progress in Aerospace Sciences*, 41(1):1–28, 2005.
- [346] A. I. J. Forrester, A. Sobester, and A. J. Keane. *Engineering Design via Surrogate Modelling: A Practical Guide*. Wiley, Chichester, 2008.
- [347] G. Matheron. Principles of geostatistics. *Economic Geology*, 58(8):1246, 1963.
- [348] J. P. C. Kleijnen. Kriging metamodeling in simulation: a review. *European Journal of Operational Research*, 192(3):707–716, 2009.
- [349] D. J. C. MacKay. *Information Theory, Inference, and Learning Algorithms*. Cambridge Univ Press, Cambridge, 2003.
- [350] D. R. Jones. A taxonomy of global optimization methods based on response surfaces. *Journal of Global Optimization*, 21(4):345–383, 2001.
- [351] M. Schonlau. *Computer Experiments and Global Optimization*. PhD Thesis, University of Waterloo, Canada, 1997.



- [352] M. J. Sasena. *Flexibility and Efficiency Enhancements for Constrained Global Design Optimization with Kriging Approximations*. PhD Thesis, University of Michigan, USA, 2002.
- [353] D. Huang, T. T. Allen, W. I. Notz, and N. Zeng. Global optimization of stochastic black-box systems via sequential Kriging meta-models. *Journal of Global Optimization*, 34(3):441–466, 2006.
- [354] J. Villemonteix, E. Vazquez, and E. Walter. An informational approach to the global optimization of expensive-to-evaluate functions. *Journal of Global Optimization*, 44(4):509–534, 2009.
- [355] E. Vazquez and J. Bect. Convergence properties of the expected improvement algorithm with fixed mean and covariance functions. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 140(11):3088–3095, 2010.
- [356] D. R. Jones, C. D. Perttunen, and B. E. Stuckman. Lipschitzian optimization without the Lipschitz constant. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 79(1):157–181, 1993.
- [357] R. T. Reichert. Robust autopilot design using  $\mu$ -synthesis. In *Proceedings of the American Control Conference, San Diego, USA*, pages 2368–2373, 1990.
- [358] H. G. Beyer and B. Sendhoff. Robust optimization – a comprehensive survey. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(33-34):3190–3218, 2007.
- [359] G. Dellino, J. P. C. Kleijnen, and C. Meloni. Robust optimization in simulation: Taguchi and response surface methodology. *International Journal of Production Economics*, 125(1):52–59, 2010.
- [360] W. Chen, J. K. Allen, K. L. Tsui, and F. Mistree. A procedure for robust design: minimizing variations caused by noise factors and control factors. *ASME Journal of Mechanical Design*, 118:478–485, 1996.
- [361] K. Lee, G. Park, and W. Joo. A global robust optimization using the Kriging based approximation model. In *Proceedings of the 6th World Congresses of Structural and Multidisciplinary Optimization, Rio de Janeiro, Brazil*, 2005.
- [362] B. J. Williams, T. J. Santner, and W. I. Notz. Sequential design of computer experiments to minimize integrated response functions. *Statistica Sinica*, 10(4):1133–1152, 2000.
- [363] J. S. Lehman., T. J. Santner, and W. I. Notz. Designing computer experiments to determine robust control variables. *Statistica Sinica*, 14(2):571–590, 2004.
- [364] C. Q. Lam. *Sequential Adaptive Designs in Computer Experiments for Response Surface Model Fit*. PhD Thesis, The Ohio State University, 2008.
- [365] K. Shimizu and E. Aiyoshi. Necessary conditions for min-max problems and algorithms by a relaxation procedure. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 25(1):62–66, 1980.
- [366] B. Rustem and M. Howe. *Algorithms for Worst-Case Design and Applications to Risk Management*. Princeton University Press, 2002.
- [367] D. M. Salmon. Minimax controller design. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 13(4):369–376, 1968.
- [368] J. Helton. Worst case analysis in the frequency domain: the  $H_\infty$  approach to control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 30(12):1154–1170, 1985.
- [369] L. Pronzato and E. Walter. Robust experiment design via maximin optimization. *Mathematical Biosciences*, 89(2):161–176, 1988.
- [370] B. Colson, P. Marcotte, and G. Savard. An overview of bilevel optimization. *Annals of Operations Research*, 153(1):235–256, 2007.
- [371] T. Başar and G. J. Olsder. *Dynamic Noncooperative Game Theory*. Society for Industrial Mathematics, New York, 1999.

- [372] D. Du and P. M. Pardalos. *Minimax and Applications*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, 1995.
- [373] P. Parpas and B. Rustem. An algorithm for the global optimization of a class of continuous minimax problems. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 141(2):461–473, 2009.
- [374] A. Tsoukalas, B. Rustem, and E. N. Pistikopoulos. A global optimization algorithm for generalized semi-infinite, continuous minimax with coupled constraints and bi-level problems. *Journal of Global Optimization*, 44(2):235–250, 2009.
- [375] F. H. Clarke. *Optimization and Nonsmooth Analysis*. Wiley, New York, 1983.
- [376] B. Rustem. *Algorithms for Nonlinear Programming and Multiple Objective Decisions*. John Wiley & Sons, Chichester, 1998.
- [377] K. Shimizu, Y. Ishizuka, and J. F. Bard. *Nondifferentiable and Two-level Mathematical Programming*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, 1997.
- [378] K. C. Kiwiel. A direct method of linearization for continuous minimax problems. *Journal of optimization theory and applications*, 55(2):271–287, 1987.