



HAL
open science

Etude de la structure des noyaux exotiques semi-magiques en séniorité généralisée

O. Monnoye

► **To cite this version:**

O. Monnoye. Etude de la structure des noyaux exotiques semi-magiques en séniorité généralisée. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université de Caen, 2001. Français. NNT : . tel-00647463

HAL Id: tel-00647463

<https://theses.hal.science/tel-00647463v1>

Submitted on 2 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE de CAEN/BASSE-NORMANDIE
U.F.R: Sciences
ECOLE DOCTORALE S.I.M.E.M.

THESE

présentée par

M. Olivier MONNOYE

et soutenue

le 15 Novembre 2001

en vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE CAEN

Spécialité : Constituants élémentaires
(Arrêté du 30 Mars 1992)

Sujet:

**Etude de la structure des noyaux exotiques semi-magiques en
séniorité généralisée**

JURY

Directeur de thèse: P. Van Isacker, chercheur CEA, GANIL Caen

M. E. Caurier, directeur de recherche CNRS, IReS Strasbourg
M. K. Heyde, professeur d'université, Gand (Belgique)
M. M. Lewitowicz, directeur de recherche CNRS, GANIL Caen
M. O. Naviliat-Cuncic, professeur d'université, LPC Caen

Rapporteur
Rapporteur

UNIVERSITE de CAEN/BASSE-NORMANDIE
U.F.R: Sciences
ECOLE DOCTORALE S.I.M.E.M.

THESE

présentée par

M. Olivier MONNOYE

et soutenue

le 15 Novembre 2001

en vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE CAEN

Spécialité : Constituants élémentaires
(Arrêté du 30 Mars 1992)

Sujet:

**Etude de la structure des noyaux exotiques semi-magiques en
séniorité généralisée**

JURY

Directeur de thèse: P. Van Isacker, chercheur CEA, GANIL Caen

M. E. Caurier, directeur de recherche CNRS, IReS Strasbourg
M. K. Heyde, professeur d'université, Gand (Belgique)
M. M. Lewitowicz, directeur de recherche CNRS, GANIL Caen
M. O. Naviliat-Cuncic, professeur d'université, LPC Caen

Rapporteur
Rapporteur

Remerciements

Recette d'une thèse réussie

Prévoyez un laboratoire de haut niveau (comme le GANIL), préchauffez-le à température accueillante avec deux directeurs (D. Guerreau et J.P. Fouan) et maintenez-le en conditions optimales grâce à une autre direction (D. Goutte et M. Lewitowicz).

Le jury est l'un des ingrédients les plus importants, il ne faut donc surtout pas oublier les rapporteurs (E. Caurier et K. Heyde), ni les autres membres (M. Lewitowicz et O. Naviliat).

Veillez à ce que la thèse soit bien encadrée tout au long de sa préparation. Ne pas hésiter pour cela à utiliser un chef de la meilleure qualité: P. Van Isacker.

Affinez la préparation à l'aide de collaborations fructueuses (S. Pittel bien sûr, mais aussi N. Smirnova, A. Bruce, J. Engel, J. Bennett, F. Nowacki, O. Juillet et j'en oublie sûrement, pardon à eux).

Mélangez le tout avec les physiciens et le personnel administratif (en particulier A. Latour), sans négliger les informaticiens (dont D. Vaillant), ni la documentation (M. Lion).

Ajoutez pendant la cuisson les indispensables épices sans lesquelles la vie serait fade: les amis. Choisissez parmi les suivants, mon conseil est de tous les utiliser: Bébér, JL², Jlove, Binoît, Babas, Le Gib, Jos, Pierres (C. et D.), Frank, Ettore, Nicolas (les deux), Lydie, Charles, Carmen, tous les Bucheois(es), Bouboune, Tony et les autres thésards et anciens thésards du GANIL et du LPC que je n'ai pas cités ici mais qui se reconnaîtront.

Terminez la préparation avec le soutien familial (papa, maman et Sylvain) et, cerise sur le gâteau, mon soleil de tous les jours: Sylvie.

À "la Famille"

Table des matières

1	Introduction	7
1.1	Contexte physique	8
1.2	Approches théoriques	11
1.2.1	Les approches de type macroscopique	11
1.2.2	Les approches de type microscopique	12
1.3	Plan du mémoire	13
2	Le modèle en couches	15
2.1	Généralités	15
2.2	Interaction nucléaire	18
2.3	La partie monopolaire de l'interaction nucléaire	19
2.3.1	Extraction de la partie monopolaire d'une interaction à deux corps	19
2.3.2	Ajustement de la partie monopolaire sur les données nucléaires	21
3	La séniorité généralisée	25
3.1	Une approximation dans le modèle en couches	25
3.2	Le formalisme	26
3.2.1	Le modèle des paires brisées	26
3.2.2	Le modèle des quasi-particules projetées	28
3.3	Le code	30
3.4	Tests du code	32
3.4.1	Les résultats analytiques	33
3.4.2	Les résultats numériques	40
4	Les isotopes du nickel	47
4.1	L'interaction résiduelle	47
4.2	Propriétés des spectres	51
4.2.1	Les nucléides les plus stables	51
4.2.2	Les nucléides plus exotiques	56
4.3	Les moments magnétiques	58
4.3.1	Le calcul des moments	58
4.3.2	Systématique des moments magnétiques	62
4.3.3	Moments magnétiques et états isomériques	65

4.4	Les temps de vie des noyaux	69
4.4.1	Calcul des temps de vie	69
4.4.2	Résultats et comparaisons	72
4.5	Conclusions	76
5	Les isotones de 82 neutrons	77
5.1	Calculs dans l'espace "restreint"	78
5.2	Calculs dans l'espace agrandi	82
5.2.1	Le mouvement spurieux du centre de masse	82
5.2.2	Les résultats	84
5.3	Impact astrophysique	87
6	Conclusion	89
A	Interaction multipolaire et fermetures de couches	91
B	Le formalisme de la matrice G	93
	Bibliographie	97

Chapitre 1

Introduction

L'interprétation en termes de structure nucléaire des mesures effectuées sur les noyaux est une discipline qui apporte depuis longtemps des résultats très satisfaisants. Ainsi, la description du problème nucléaire à l'aide de théories de champ moyen, de modèle en couches, voire macroscopiques permet maintenant d'obtenir avec une très bonne précision la masse de tous les noyaux proches de la vallée de stabilité, et même au delà [Duf95, Abo95, Möl97]. Les différentes approches théoriques utilisées jusqu'à présent ne sont toutefois basées que sur des ajustements de l'interaction nucléaire sur les propriétés de ces mêmes noyaux stables et divergent bien souvent aux alentours de la ligne de drip [Gor00, p.250].

L'étude des noyaux exotiques est donc utile à deux titres:

- Elle permet d'augmenter le nombre de données phénoménologiques sur lesquelles on peut ajuster les interactions (et donc de diminuer l'incertitude sur cet ajustement).
- Elle est aussi source de découverte de propriétés nouvelles (halos, apparition ou disparition de nombres magiques) dont la compréhension est synonyme de progrès dans la connaissance globale du potentiel nucléaire.

Les récentes avancées des détecteurs et des accélérateurs permettent maintenant l'accès expérimental à des noyaux de plus en plus exotiques, mettant à rude épreuve les théories les plus sophistiquées de la physique nucléaire. Ces nouvelles techniques ouvrent de plus une autre dimension dans le travail du physicien nucléaire en lui autorisant de mesurer directement les propriétés de noyaux produits lors des réactions les plus explosives de l'univers. Ainsi, la physique nucléaire rejoint l'astrophysique dans le domaine de la compréhension des phénomènes de synthèse naturelle des éléments.

Ce chapitre d'introduction est constitué comme suit:

- Dans une première partie nous développerons les arguments précédents et décrirons le contexte physique qui nous a conduit à étudier les noyaux exotiques décrits dans cette thèse.
- Nous brosserons ensuite un panorama des approches théoriques disponibles pour l'étude de ces noyaux.

1.1 Contexte physique

Les nouvelles méthodes expérimentales de production (faisceaux radioactifs, fragmentation du projectile), de séparation (Isotope Separation On Line) et d'étude (spectroscopie en ligne [Lóp00]) des noyaux permettent d'accéder aux propriétés de nucléides de plus en plus exotiques. La zone des noyaux exotiques riches en neutrons est l'une des plus récemment explorées.

Parmi les découvertes réalisées dans ce domaine, deux grands phénomènes se distinguent:

- l'apparition de halos ou de peaux de neutrons,
- le changement des nombres magiques habituels.

Les noyaux à halo sont des noyaux légers dans lesquels l'excès de neutrons est tellement important que ceux-ci se placent dans des états à la limite du continuum caractérisés par des fonctions d'onde de grande extension spatiale [Tan85]. Les calculs de modèle en couches traditionnels ne parviennent pas à décrire ces états, il faut considérer les couplages au continuum pour pouvoir les étudier [Ben99]. Ces méthodes parviennent à tenir compte de la diffusivité du niveau de Fermi de ces noyaux. Leur compréhension n'est toutefois pas encore complète et ils suscitent de nombreuses interrogations aussi bien au niveau de leurs structures que du mécanisme de leur formation.

Le phénomène qui nous intéresse plus particulièrement ici concerne le changement de la position des fermetures de couches. Il se caractérise par une modification des propriétés physiques de noyaux semi-magiques possédant un grand excès de neutrons. Ce comportement a été mis en évidence dès les années 70 [Thi75] dans la couche $0d_{1/2}$, et de nombreuses autres fermetures de couches ont depuis été étudiées. On a ainsi mis en évidence:

- la disparition de nombres magiques :
 - Les mesures réalisées aux alentours du ^{32}Mg [Thi75, Det79, Hub78] montrant une structure déformée pour ce noyau semi-magique sont bien expliquées par des calculs théoriques considérant des intrusions des couches $0f_{7/2}$ et $0p_{3/2}$ dans la couche sd [Pov87, Cau98, Uts99, Cam75].
 - La structure des noyaux de 28 neutrons pauvres en protons (autour du ^{44}S) est discutée entre les tenants de la disparition de la couche $N = 28$ [Sor93, Wer94, Gla97], et ceux de son affaiblissement [Cau98, Ret97].
- l'apparition de nombres magiques :
 - La couche $N = 16$ [Oza00] est l'une des découvertes les plus récentes dans ce domaine.
 - La couche $N = 40$ [Mue99] est l'objet de notre étude théorique.

Les fermetures de couches sont des phénomènes physiques qui dépendent essentiellement du potentiel de champ moyen nucléaire. Une partie importante de ce potentiel est due à l'interaction répulsive à courte portée entre les nucléons du noyau [Haf70]. Ce sont malheureusement ces interactions qui sont les plus difficiles à décrire théoriquement (à cause du fort potentiel répulsif) et qui nécessitent encore des corrections phénoménologiques [Pov81]. L'étude des noyaux riches en neutrons nous apporte de nouvelles informations et nous permet, à défaut de mieux comprendre, au moins de mieux paramétrer ce potentiel.

La description théorique de la spectroscopie de ces noyaux est de plus un challenge pour le modèle en couches. La base utilisée dans cette description tient compte en effet des nombres magiques des noyaux stables. Pour pouvoir identifier de nouveaux nombres magiques il faut donc agrandir les espaces ce qui augmente la difficulté des calculs. Nous présentons dans cette thèse une méthode d'approximation du modèle en couches qui a pour effet de réduire les espaces où sont menés les calculs, c'est pourquoi l'étude de ces noyaux nous est apparue d'un intérêt particulier.

Les noyaux exotiques riches en neutrons ne sont pas seulement importants pour les physiciens nucléaires ; Ils le sont aussi pour les astrophysiciens. Certains d'entre eux se trouvent en effet sur le chemin du processus r de la nucléosynthèse.

Les processus de nucléosynthèse tentent de décrire, par des phénomènes naturels, l'abondance en éléments que l'on mesure dans l'univers (telles qu'on les connaît en étudiant la composition des météorites ou les spectres d'émission des étoiles). Trois processus explosifs expliquent la formation (défavorisée énergétiquement) des noyaux plus lourds que le fer :

- Le processus rp (rapid proton) est à l'origine des noyaux riches en protons,
- le processus s (slow) des noyaux stables,
- le processus r (rapid) enfin, des noyaux riches en neutrons.

L'objectif des astrophysiciens consiste à trouver de quelle façon et dans quel endroit de l'univers la synthèse de ces éléments a pu se dérouler. Nous nous intéressons dans cette thèse aux noyaux riches en neutrons, c'est-à-dire aux noyaux synthétisés par le processus r. Décrivons en quelques mots le principe de cette synthèse.

Le scénario généralement reconnu de nucléosynthèse par le processus r consiste en une compétition entre la capture neutronique radiative (réactions (n, γ)) et la désintégration β des noyaux. Dans des conditions de très forts bombardements neutroniques, la capture de neutrons est si rapide que les noyaux générés s'éloignent de la stabilité jusqu'à ce qu'il s'établisse un équilibre $(n, \gamma) \rightleftharpoons (\gamma, n)$ avec la photodissociation. La désintégration β des noyaux ainsi produits trouble ensuite cet équilibre en produisant des noyaux qui non seulement ont une charge de plus (production de nouveaux éléments), mais aussi se rapprochent de la vallée de stabilité (ce qui leur permet de capturer à nouveau des neutrons).

Le lieu des équilibres $(n, \gamma) \rightleftharpoons (\gamma, n)$ est appelé chemin du processus r et suit globalement la ligne de drip neutronique (cf. fig.1.1). Il est découpé par de grandes structures caractéristiques situées aux fermetures de couches neutroniques. On remarque ainsi qu'au niveau des nombres magiques de neutrons, le chemin du processus r s'approche de la vallée

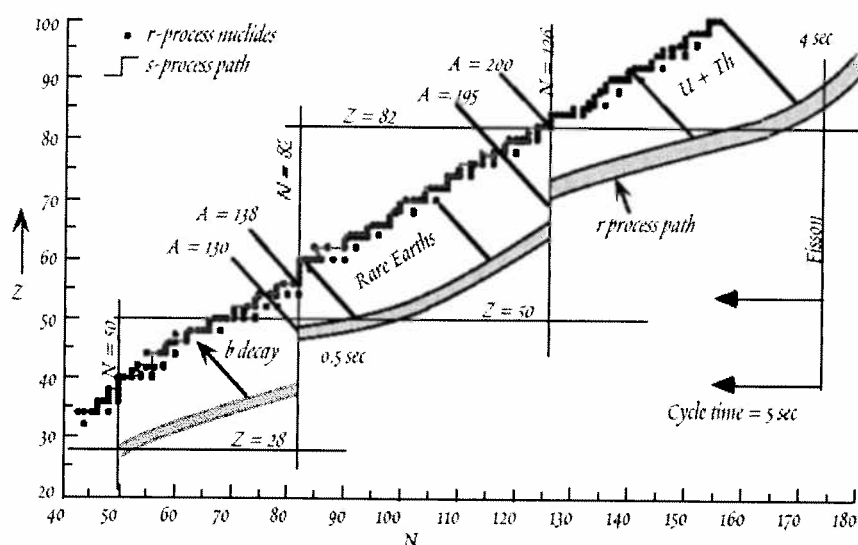


FIG. 1.1 – Chemins des processus r et s de la nucléosynthèse. Les noyaux stables sont représentés par les carrés noirs, le chemin du processus r par la bande grisée. D'après [White].

de stabilité. En effet, les noyaux ayant un nombre magique de neutrons ne capturent pas facilement d'autres neutrons, le temps de capture neutronique devient donc long devant celui de désintégration β , jusqu'à ce que le noyau soit suffisamment proche de la stabilité pour que la compétition capture neutronique-décroissance β s'inverse à nouveau. Le passage d'une fermeture de couche neutronique est donc une étape lente du processus r , qui ne dépend que du temps de désintégration β des noyaux concernés en première approximation. Le temps de vie de ces noyaux détermine donc la durée du processus r , c'est pourquoi on les appelle points d'attente.

Le principe du processus r de la nucléosynthèse est maintenant bien accepté tel qu'il a été décrit ci-dessus. Toutefois les résultats quantitatifs sont loin d'être satisfaisants. Ainsi, les erreurs qu'entraînent aussi bien les modèles nucléaires (simulation des données loin de la stabilité) qu'astrophysiques ne permettent toujours pas aujourd'hui de désigner de manière fiable un site dans lequel pourrait avoir lieu ce processus. Le défi proposé aux physiciens nucléaires ici consiste donc :

- soit à mesurer les grandeurs nucléaires d'intérêt pour ce processus,
- soit à les calculer (pour les noyaux trop instables pour être produits).

La réduction des incertitudes nucléaires dans les calculs de processus r permettra ensuite d'augmenter les contraintes sur les modèles astrophysiques et ainsi de se rapprocher de la solution du problème.

La description des phénomènes nucléaires inclus dans le processus r de la nucléosynthèse demande en résumé la détermination des masses (en fait des Q de réaction), des sections

efficaces de capture de neutrons et des taux de décroissance β des noyaux riches en neutrons impliqués dans les réactions. La plupart de ces données ne peut pas encore être mesurée à l'heure actuelle, il faut donc les calculer. La section suivante décrit les approches théoriques à notre disposition pour la réalisation de cette tâche.

1.2 Approches théoriques

Cette section est consacrée à la description rapide des approches théoriques utilisées communément pour déterminer les propriétés des noyaux. Notre objectif ici n'est pas de présenter une liste exhaustive des modèles utilisés en structure nucléaire, mais de proposer un survol des méthodes qu'on utilise le plus souvent quand il s'agit d'estimer la masse ou le temps de vie de noyaux inconnus. Comme annoncé dans la section précédente, nous mentionnerons les applications récentes de ces approches, en particulier dans le domaine des noyaux riches en neutrons et des calculs astrophysiques. Nous commenterons également les avantages et inconvénients de chaque méthode. Nous avons décidé de partager les modèles de structure nucléaire en deux grandes classes.

1.2.1 Les approches de type macroscopique

La manière la plus simple d'étudier le noyau, en particulier les propriétés globales de son état fondamental, consiste à le considérer comme un système non quantique. Ainsi les premiers modèles du noyau donnant des résultats fiables le décrivent comme une goutte de matière nucléaire liquide et uniformément chargée. Cette vision des choses a entre autres permis de reproduire les masses de tous les noyaux connus avec une précision d'environ 3MeV [Wei35] en utilisant un ajustement avec 4 paramètres. La formule de masse de Von Weizsäcker a depuis été améliorée pour tenir compte, entre autres, des corrections dues aux effets de couche. La version la plus récente de ces formules (qui est également la formule la plus utilisée dans les calculs astrophysiques jusqu'à récemment) est donnée par le modèle microscopique-macroscopique de Möller et Nix, FRDM (pour Finite Range Droplet Model) [Möl97]. Pour pouvoir calculer les propriétés de décroissance, en particulier les taux de désintégration β , le modèle doit tenir compte des états excités des noyaux. Les calculs réalisés à partir du modèle FRDM considèrent les excitations des noyaux à l'aide du modèle QRPA (Quasi Particle Random Phase Approximation, que l'on décrira section 1.2.2), les temps de vie calculés ne considèrent donc que les excitations 1 particule-1 trou dans le noyau.

Le grand avantage de ce type de modèles est sa facilité de mise en oeuvre (il est donc aisé de l'inclure dans un calcul plus grand de type astrophysique). Les calculs utilisant le modèle de la goutte liquide ne sont toutefois pas bien adaptés pour décrire les propriétés spectrales des noyaux (qui ont un caractère quantique). De plus, leurs fondements empiriques ne leur permettent pas d'être sûrs lorsque l'on veut étudier des noyaux inconnus, c'est-à-dire extrapoler les valeurs ajustées dans des régions exotiques (en particulier riches en neutrons) de la carte des nucléides [Abo95]. Pour pouvoir pallier à ces incohérences, la construction de

modèles basés sur des critères microscopiques est indispensable. Ils font l'objet du deuxième paragraphe de cette section.

1.2.2 Les approches de type microscopique

L'objectif commun de tous les calculs de type microscopique est de résoudre l'équation de Schrödinger (indépendante du temps)

$$H |\psi\rangle = E |\psi\rangle$$

(on ne considère pas ici le cas relativiste). Cette équation devient très difficile à résoudre exactement dans la plupart des cas en physique nucléaire (en fait dès que le noyau contient plus de trois nucléons); ainsi, différentes méthodes ont été développées pour calculer ses solutions de manière approchée. Nous énumérons ici les approximations les plus connues.

Dans une première méthode, on considère que chaque nucléon se déplace indépendamment des autres dans le potentiel créé par ceux-ci. Cette approche, dite de particules indépendantes, est très simple à interpréter, dès que la forme du potentiel et donc des fonctions d'onde a été choisie. Elle ne peut cependant pas tenir compte de toutes les corrélations entre les nucléons dans le noyau (en particulier des corrélations à deux corps).

Une étape supplémentaire est franchie en considérant le problème:

$$H |\psi\rangle = \sum_{i=1}^A \frac{p_i^2}{2m} |\psi\rangle + \sum_{i<j}^A V(i, j) |\psi\rangle = E |\psi\rangle$$

Même si l'hamiltonien de cette équation prend en compte les interactions à deux corps $V(i, j)$, la fonction d'onde $|\psi\rangle$ de l'état fondamental est tout d'abord choisie comme une solution du problème de particules indépendantes. En faisant varier la fonction d'onde de chaque nucléon du noyau dans l'état fondamental de façon à minimiser son énergie $E = \frac{\langle \psi | H | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle}$, on est amené à résoudre le système de A équations

$$\left(\frac{p_i^2}{2m} + U[\phi^{(n)}] \right) \phi_i^{(n+1)} = \epsilon_i^{(n+1)} \phi_i^{(n+1)}, \quad i = 1, \dots, A$$

dans lequel le potentiel de champ moyen U dit auto-cohérent dépend, à l'itération $n+1$ des fonctions d'ondes individuelles obtenues à l'itération n . Lorsque l'on a itéré ce processus jusqu'à convergence (ie. $\phi^{(n)} \simeq \phi^{(n-1)}$), le potentiel U est celui qui prend le mieux en compte l'interaction à deux corps. Cette méthode, dite de Hartree-Fock (HF), est très efficace dans la description des états fondamentaux des noyaux de toute la carte des nucléides (et même au delà [Ber01]). Les phénomènes observés sur les masses nucléaires comme par exemple les fermetures de couches sont ainsi généralement reproduits (ce qui n'est pas le cas dans les calculs de type macroscopique où l'on doit introduire explicitement un terme dépendant des nombres magiques). Les calculs de champ moyen auto-cohérent ne prennent toutefois pas en compte les excitations internes du noyau et ne peuvent donc pas décrire toutes les propriétés nucléaires.

Une solution à ce problème consiste à considérer des excitations particules-trous autour du fondamental décrit par la solution HF: C'est l'approximation des phases aléatoires (Random Phase Approximation ou RPA). La RPA est un modèle décrivant les différents états du noyau avec une superposition d'excitations 1 particule-1 trou dans le fondamental. Elle permet de bien décrire les phénomènes collectifs dans les noyaux comme les résonances géantes [Gol48]. Elle est de plus bien adaptée à l'étude d'états de hautes énergies dans le noyau, puisqu'elle n'est pas (ou peu) limitée par la taille des espaces mis en jeu (comme c'est le cas pour le modèle en couches que nous décrirons plus tard). Ces caractéristiques, ainsi que sa rapidité d'utilisation en ont fait un outil quasiment indispensable des calculs astrophysiques. Ainsi, les calculs microscopiques-macroscopiques de Möller [Möl97], mais aussi les données de Aboussir et Pearson [Abo95] utilisant une approximation, appelée Extended Thomas-Fermi Plus Strutinski Integral (ETFPSI) des équations de Hartree-Fock font appel aux calculs RPA (ou à des variantes: QRPA, continuum QRPA). L'utilisation de calculs RPA n'est pourtant pas toujours adaptée aux cas étudiés. Ainsi, de récents résultats de calculs de temps de vie des noyaux de 82 neutrons points d'attente du processus r [Eng99] montrent que l'approximation des phases aléatoires est très sensible aux paramètres de l'interaction dans la voie particule-particule (calculs QRPA). Cette forte dépendance peut être un effet du peu de corrélations introduites dans le modèle [Bor00]. Il faut donc tenir compte d'autres degrés de liberté que les excitations de 1 particule-1 trou.

Pour bien décrire la structure de basse énergie des noyaux, une dernière approche est communément utilisée: les calculs de type modèle en couches. Contrairement aux deux approches précédentes, le modèle en couches est dédié à l'étude du spectre de basse énergie du noyau. Avec une interaction correctement ajustée, il est tout à fait faisable de reproduire les masses des noyaux [Cau99, Lan95], on préfère toutefois dans certains cas utiliser les Q de réaction expérimentaux ou obtenus à partir de formules de masses [Mar99]. Le modèle en couches est particulièrement efficace pour calculer les temps de vie des noyaux ayant une structure complexe à basse énergie (existence d'états isomériques par exemple). Le plus grand inconvénient de cette approche réside dans l'impossibilité de l'appliquer à tous les noyaux de manière identique. En effet, les dimensions des matrices utilisées dans ce modèle croissent très rapidement avec le nombre de couches et le nombre de constituants du noyau. Il faut donc tronquer l'espace et en particulier diminuer le nombre de couches accessibles aux nucléons (on parle de coeurs inertes). Le modèle en couches n'est donc utilisable que sur de petites surfaces de la carte des nucléides, c'est pourquoi les applications astrophysiques de ce modèle se cantonnent aux calculs des temps de vie les plus importants de la nucléosynthèse comme ceux des points d'attente du processus r [Mar99, Cau99]. C'est le modèle en couches que nous avons choisi pour réaliser la suite de cette étude, c'est pourquoi un chapitre entier lui est dédié, nous n'en parlerons donc pas plus ici.

1.3 Plan du mémoire

L'objet de ce travail de thèse est d'étudier une troncature du modèle en couches et son application aux noyaux exotiques riches en neutrons. Nous présenterons donc dans un

premier chapitre le principe du modèle en couches, ses avantages et ses inconvénients. Nous discuterons rapidement des moyens de remédier à l'augmentation des dimensions et des différentes possibilités de troncature qui s'offrent à nous dans ce domaine. Nous mettrons également en évidence le rôle crucial des interactions nucléaires et verrons comment en fabriquer une pour le modèle en couches.

Nous étudierons ensuite en détails l'approche de séniorité généralisée, comment nous avons pu la mettre en oeuvre et comment nous avons vérifié nos résultats. Nous commenterons les effets indésirables de la troncature sur des exemples précis.

Le quatrième chapitre de ce mémoire concerne les isotopes du nickel. Après avoir discuté l'espace de modélisation et mis au point une interaction adaptée à celui-ci, nous testerons notre approche sur les isotopes les plus stables du nickel. Un calcul des propriétés structurales (spectres, moments magnétiques et taux de désintégration β) des isotopes plus exotiques nous permettra ensuite de tirer des informations sur la fermeture de la couche $N = 40$.

Les isotones de 82 neutrons d'intérêt astrophysique seront enfin l'objet du cinquième chapitre de ce mémoire. Une étude de leurs spectres puis de leurs temps de vie β sera présentée dans trois espaces modèles différents et comparée à d'autres résultats théoriques disponibles dans cette région. Cette comparaison nous permettra de tirer des conclusions sur l'utilité de l'approximation de séniorité généralisée dans le calcul des propriétés des noyaux semi-magiques à l'approche de la ligne de drip neutronique.

Un dernier chapitre sera consacré à la conclusion de ce mémoire.

Chapitre 2

Le modèle en couches

2.1 Généralités

Depuis 1950 et l'explication des nombres magiques [May49], le modèle en couches est devenu un outil incontestable en physique nucléaire théorique. Il est basé sur une analogie avec la physique atomique dans laquelle les électrons, placés dans le champ coulombien central du noyau, remplissent les orbitales solutions de l'équation de Schrödinger les uns après les autres. Selon que l'orbitale (ou couche) est plus ou moins remplie, les propriétés de l'atome changent expliquant ainsi la nature périodique des éléments chimiques.

Le problème du noyau est plus subtil; l'interaction nucléaire est tout d'abord moins bien connue que la force électromagnétique, de plus le potentiel dans lequel évolue chaque nucléon est créé par les nucléons eux-mêmes. Le système à A corps est décrit de manière non relativiste par l'équation de Schrödinger :

$$H |\Phi\rangle = \left(\sum_{i=1}^A T(i) + \sum_{i<j}^A V(i,j) + \sum_{i<j<k}^A W(i,j,k) + \dots \right) |\Phi\rangle = E |\Phi\rangle \quad (2.1)$$

où H , hamiltonien du système, est la somme :

- d'un terme d'énergie cinétique T ,
- d'un terme d'interaction nucléaire à deux corps V ,
- et de termes prenant en compte les interactions nucléaires à trois corps et plus.

L'interaction nucléaire étant à courte portée, la contribution des termes à trois corps - ou plus - est directement reliée à la probabilité de trouver 3 - ou plus - nucléons très proches les uns des autres dans le noyau. Le libre parcours moyen d'un nucléon dans le noyau est estimé à la taille de ce dernier [Boh69, sec. 2.1], on peut donc considérer que les nucléons sont dans un milieu "dilué" et que la probabilité que 3 - a fortiori plus - nucléons soient

proches est très faible; c'est pourquoi on négligera ces termes dans la suite des calculs. L'hamiltonien devient donc :

$$H = \sum_{i=1}^A T(i) + \sum_{i<j}^A V(i,j) \quad (2.2)$$

Introduisons dans H un potentiel U à un corps de forme arbitraire :

$$H = \sum_{i=1}^A T(i) + \sum_{i=1}^A U(i) + \left[\sum_{i<j}^A V(i,j) - \sum_{i=1}^A U(i) \right] \equiv H^{(0)} + H^{(1)} \quad (2.3)$$

L'approximation qui consiste à négliger $H^{(1)}$ et à résoudre l'équation :

$$H^{(0)} |\Psi\rangle = \left(\sum_{i=1}^A T(i) + \sum_{i=1}^A U(i) \right) |\Psi\rangle = E^{(0)} |\Psi\rangle \quad (2.4)$$

est connue comme le modèle des particules indépendantes. Elle décrit le noyau comme un ensemble de nucléons n'interagissant entre eux que par l'intermédiaire d'un potentiel moyen. La valeur du libre parcours moyen du nucléon dans le noyau nous indique en effet que tout se passe comme si chaque nucléon pouvait traverser le noyau sans jamais (en moyenne) rencontrer d'autre nucléon. L'introduction artificielle du potentiel U dans (2.3) se justifie donc physiquement si on le choisit de façon à décrire au mieux l'influence du milieu nucléaire sur chaque nucléon. Le critère utilisé pour déterminer U est ainsi lié à la validité de l'approximation (2.4); il s'agit de trouver un potentiel U rendant l'hamiltonien résiduel $H^{(1)}$ le plus petit possible.

Les solutions de (2.4) sont les produits des fonctions d'onde individuelles de chaque nucléon; il faut toutefois tenir compte de la nature fermionique des nucléons et antisymétriser ces solutions.

$$\Psi(1, 2, \dots, A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \begin{vmatrix} \varphi_{a_1}(1) & \varphi_{a_1}(2) & \dots & \varphi_{a_1}(A) \\ \varphi_{a_2}(1) & \varphi_{a_2}(2) & \dots & \varphi_{a_2}(A) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{a_A}(1) & \varphi_{a_A}(2) & \dots & \varphi_{a_A}(A) \end{vmatrix}$$

avec

$$(T(i) + U(i)) \varphi_{a_i} = \varepsilon_{a_i} \varphi_{a_i}$$

Les fonctions d'onde Ψ représentent ainsi "l'empilement" des nucléons dans le noyau, chacun occupant une orbite particulière, d'énergie ε_{a_i} , en respectant le principe de Pauli. En effet, si plusieurs nucléons occupent la même orbite on aura plusieurs indices a_i égaux dans notre déterminant (et donc plusieurs lignes égales), soit $\Psi(1, 2, \dots, A) = 0$.

L'énergie des états solutions de (2.4) s'obtient simplement en sommant les énergies individuelles $E^{(0)} = \sum_{i=1}^A \varepsilon_{a_i}$. L'état fondamental du noyau est obtenu en minimisant l'énergie

$E^{(0)}$, c'est-à-dire l'énergie ε_{a_i} de chaque nucléon pris séparément. La solution la moins coûteuse en énergie consiste donc à "remplir" les orbitales les plus basses en énergie au fur et à mesure, jusqu'au dernier nucléon. Les états excités du noyau sont obtenus avec les autres combinaisons possibles des fonctions φ_{a_i} . Le modèle des particules indépendantes a l'avantage d'être très facile d'utilisation et de donner des informations quasiment directement sur la structure des noyaux ; il est suffisant pour expliquer, avec un potentiel adéquat (i.e. : avec une grande composante spin-orbite), la valeur des nombres magiques. L'approximation est toutefois trop grossière pour décrire en détail la spectroscopie des noyaux. Il faut donc prendre en compte les interactions "résiduelles" à deux corps des nucléons entre eux, c'est-à-dire résoudre l'équation complète :

$$H|\Phi\rangle = \left(\sum_{n=1}^A T(n) + \sum_{n=1}^A U(n) + \left[\sum_{n<m}^A V(n,m) - \sum_{n=1}^A U(n) \right] \right) |\Phi\rangle = E|\Phi\rangle \quad (2.5)$$

Les solutions Ψ de (2.4) forment une base complète de l'espace sur laquelle on peut décomposer les solutions Φ de (2.5). Le système d'équations différentielles devient alors une équation aux valeurs propres dans l'espace vectoriel des fonctions Ψ . Le terme résiduel ($H^{(1)}$) va mélanger les fonctions d'onde Ψ ; plus il est petit, et plus les fonctions d'onde Φ seront proches des états de la base (on retrouve ici le besoin d'un choix judicieux de U pour minimiser $H^{(1)}$). Dans le modèle en couches, on choisit généralement pour U un potentiel d'oscillateur harmonique qui a pour avantage de générer des fonctions d'onde bien connues.

Les calculs de modèle en couches décrivent ainsi de façon très fiable la spectroscopie de basse énergie des noyaux. Ils ont toutefois l'inconvénient d'être très coûteux à mettre en oeuvre à cause de la taille des espaces à diagonaliser qui augmente très rapidement avec :

- le nombre de nucléons,
- le nombre de couches (voir table 2.1).

espace	nombre d'états individuels	nombre de nucléons	dimension
p	12	6	924
sd	24	12	2704156
fp	40	20	1.378 10 ¹¹
fpg _{9/2}	50	25	1.183 10 ¹⁷

TAB. 2.1 – Dimensions du modèle en couches dans différents espaces. On regarde ici la plus grande dimension possible (i.e. on se place en milieu de couches et on ne tient compte d'aucune symétrie).

Même si des calculs faisant appel à des techniques de Monte-Carlo [Koo97, Ots99] permettent de traiter de tels espaces, des techniques de troncature sont couramment utilisées.

La première consiste à considérer le noyau comme un ensemble de A_v nucléons de valence gravitant dans un nombre fini (mais le plus grand possible) de couches autour d'un

coeur de $A_c = A - A_v$ nucléons inertes (généralement choisi doublement magique). Cette troncature permet de réduire le nombre de couches dans le noyau au nombre de couches de valence (de même pour le nombre de nucléons). On peut ensuite encore réduire l'espace utilisé par des considérations énergétiques ou de symétrie. Par exemple, les hamiltoniens sont invariants par rotation et donc diagonaux par blocs dans une base dépendante du moment angulaire; on pourra ainsi diagonaliser chaque bloc de moment angulaire bien défini indépendamment des autres.

Le modèle en couches est donc une approximation qui permet de résoudre le problème à A corps du noyau. La géométrie qui en découle est entièrement prise en compte par le calcul; il ne manque qu'une information, indispensable: l'hamiltonien.

2.2 Interaction nucléaire

La force nucléaire est l'une des données les plus importantes d'un calcul en modèle en couches, puisque c'est elle qui contient toutes les informations concernant les interactions entre les nucléons dans le noyau. C'est elle qui permet de déterminer la base dans laquelle le calcul se met en place. Enfin, c'est en diagonalisant la matrice des interactions résiduelles dans cette base que l'on déduit les observables: niveaux d'énergies et fonctions d'onde. Différentes méthodes ont été utilisées pour calculer l'interaction entre les nucléons dans le noyau:

la méthode la plus phénoménologique consiste à déterminer les éléments de matrice de la force en ajustant directement leurs valeurs de façon à reproduire les propriétés des noyaux dans l'espace de configurations choisi [Coh65],[Bro88]. Il est nécessaire pour cela d'avoir peu d'éléments de matrice et beaucoup de noyaux connus afin d'avoir une information la plus complète possible. Le pouvoir prédictif de ces interactions est limité à la région où les éléments de matrice ont été déterminés et ne peut donc pas s'étendre:

- dans les domaines exotiques (il n'existe pas assez de données);
- dans de grands espaces de valence (il y a trop d'éléments de matrice).

Ces forces n'apportent de plus que peu d'information sur la nature même de l'interaction nucléaire puisqu'elles sont fondamentalement dépendantes de l'espace de valence choisi.

La méthode la plus rigoureuse utilise quant à elle les connaissances de la physique des particules pour dériver, à partir de l'interaction entre les quarks constituant chaque nucléon, le potentiel nucléaire dans le noyau. Les potentiels de ce type ne donnent toutefois pas encore de résultats très quantitatifs [Ord96].

Une troisième méthode, intermédiaire, consiste à décrire l'interaction nucléaire par l'échange de mésons entre les nucléons dans le noyau. Les paramètres de ces potentiels - masse de mésons et constantes de couplage - sont ajustés de façon à reproduire les analyses en déphasage des collisions élastiques proton-proton et proton-neutron ainsi que les observables du deuton. On obtient ainsi un potentiel nucléon-nucléon dans le vide. Il faut ensuite transposer ce potentiel dans le noyau, c'est-à-dire prendre en compte l'effet du

milieu nucléaire sur les deux nucléons en interaction. Ces effets sont traités à l'aide du formalisme de la matrice G [Bru55] - qui corrige l'interaction dans le vide en tenant compte de la présence de nucléons dans l'espace de valence - et de la technique des graphes liés [Kuo71] - qui décrit l'influence du coeur dur dans les calculs (voir annexe B). Ces forces possèdent l'avantage d'avoir une base théorique solide (l'interaction nucléon-nucléon dans le vide) et de reproduire les données spectroscopiques, calculées à partir du modèle en couches, de façon très correcte. Toutefois, les propriétés de saturation de la matière nucléaire (rayon carré moyen et énergie de liaison par exemple) sont mal reproduites par ce type de forces. La raison microscopique de ce comportement est encore mal comprise, mais est certainement due aux approximations faites pour calculer le potentiel à courte portée de l'interaction dans le vide. Pour l'étudier plus en détails des calculs de modèle en couches sans coeur sont réalisés s'affranchissant ainsi du problème des excitations du coeur et donnant des résultats satisfaisants [Nav00]. Ces calculs sont toutefois limités aux noyaux ne contenant que peu de nucléons étant donné la taille prohibitive des espaces atteints. Pour pouvoir utiliser ces interactions dans des noyaux plus lourds, il faut donc corriger leurs défauts. Une correction phénoménologique usuelle consiste à retirer toutes les composantes à un corps (y compris les énergies des niveaux individuels de l'espace des configurations) de ces forces et à les remplacer par l'énergie individuelle expérimentale des niveaux de l'espace de configurations étudié. Cette correction permet de décrire de façon très correcte les noyaux proches de ceux d'où on a tiré cette correction phénoménologique [Cor99] mais les résultats empiriques à mesure que l'on s'en éloigne. Une correction plus efficace consiste à retirer - en plus de la partie à un corps - toute la composante monopolaire de ces forces. Il a en effet été montré [Zuk95] que les interactions de type "matrice G " possèdent une partie multipolaire qui reproduit très bien les données spectroscopiques alors que leur partie monopolaire - responsable entre autres de l'évolution des énergies individuelles avec le nombre de nucléons - est entièrement à l'origine des mauvaises propriétés de saturation. La solution à ce problème reste phénoménologique et consiste à remplacer cette partie monopolaire par une paramétrisation des données. Ce sont deux interactions de ce type qui seront utilisées dans la suite de cette thèse, c'est pourquoi nous présentons ici plus en détail la méthode de renormalisation de la partie monopolaire d'une force comme elle est proposée par Zuker et al. [Zuk95].

2.3 La partie monopolaire de l'interaction nucléaire

La renormalisation de la partie monopolaire d'une interaction nucléaire se réalise en deux étapes : il s'agit tout d'abord de retirer à l'interaction initiale sa composante monopolaire défailante, il faut ensuite la remplacer par une paramétrisation adéquate.

2.3.1 Extraction de la partie monopolaire d'une interaction à deux corps

En seconde quantification l'hamiltonien résiduel à deux corps s'écrit :

$$H^{(1)} = \sum_{\substack{i,j,k,l \\ J,T}} \hat{J}\hat{T}V_{JT}(i,j,k,l) \left[\left(a_i^\dagger a_j^\dagger \right)^{(JT)} \left(\tilde{a}_k \tilde{a}_l \right)^{(JT)} \right]^{(00)} \quad (2.6)$$

où les indices i, j, k, l représentent tous les nombres quantiques nécessaires pour caractériser les couches individuelles ($i \equiv (n_i, l_i, j_i)$), les coefficients $V_{JT}(i, j, k, l)$ se déduisent des éléments de matrice réduits de l'interaction à deux corps par la relation:

$$V_{JT}(i, j, k, l) = \sqrt{(1 + \delta_{ij})(1 + \delta_{kl})} \langle i, j; J, T \| V \| k, l; J, T \rangle \quad (2.7)$$

et où les notations $\hat{J} = \sqrt{2J+1}$, $\tilde{a}_{j,m} = (-1)^{j+m} a_{j,-m}$ sont utilisées.

La technique décrite dans ce paragraphe consiste à réécrire cet hamiltonien sous la forme multipolaire:

$$H^{(1)} = \sum_{\substack{i,j,k,l \\ \lambda\gamma}} \hat{\lambda}\hat{\gamma}\omega_{\lambda\gamma}(i, j, k, l) \left[\left(a_i^\dagger \tilde{a}_j \right)^{(\lambda\gamma)} \left(a_k^\dagger \tilde{a}_l \right)^{(\lambda\gamma)} \right]^{(00)} \quad (2.8)$$

en exprimant les coefficients $\omega_{\lambda\gamma}(i, j, k, l)$ en fonction des $V_{JT}(i, j, k, l)$, puis à modifier ces derniers de façon à annuler les éléments $\omega_{0\gamma}(i, j, k, l)$ composant la partie monopolaire de l'interaction. On obtient:

$$\omega_{\lambda\gamma}(i, k, j, l) = \sum_{J,T} \hat{J}^2 \hat{T}^2 (-)^{l+i+J+\lambda+T+\gamma} \left\{ \begin{array}{ccc} i & j & J \\ l & k & \lambda \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & T \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \gamma \end{array} \right\} V_{JT}(i, j, k, l) \quad (2.9)$$

plus un terme à un corps que l'on ajoutera aux énergies individuelles des états (que l'on va paramétriser aussi). Exprimons tout d'abord la grandeur $\omega_{0\gamma}(i, j, k, l)$ que l'on veut retirer:

$$\begin{aligned} \omega_{0\gamma}(i, k, j, l) &= \sum_{J,T} \hat{J}^2 \hat{T}^2 (-)^{l+i+J+T+\gamma} \left\{ \begin{array}{ccc} i & j & J \\ l & k & 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & T \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \gamma \end{array} \right\} V_{JT}(i, j, k, l) \\ &= \sum_{J,T} \hat{J}^2 \hat{T}^2 (-)^{T+\gamma} \frac{\delta_{ik} \delta_{jl}}{\hat{l}} \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & T \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \gamma \end{array} \right\} V_{JT}(i, j, k, l) \end{aligned} \quad (2.10)$$

On retire à notre force V une grandeur \bar{V} appelée communément centroïde de telle façon que dans notre nouvelle force W le terme monopolaire ω_0 soit nul. On pose pour cela:

$$W_{JT}(i, j, k, l) = V_{JT}(i, j, k, l) - \delta_{ik} \delta_{jl} \bar{V}_T(i, j) \quad (2.11)$$

et en résolvant:

$$\omega_{0\gamma}(i, k, j, l) = \sum_{J,T} \hat{J}^2 \hat{T}^2 (-)^{T+\gamma} \frac{\delta_{ik} \delta_{jl}}{\hat{l}} \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & T \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \gamma \end{array} \right\} W_{JT}(i, j, k, l) = 0 \quad (2.12)$$

⇔

$$\sum_J (2J + 1) (V_{JT}(i, j, i, j) - \bar{V}_T(i, j)) = 0$$

⇔

$$\bar{V}_T(i, j) = \frac{\sum_J (2J + 1) V_{JT}(i, j, i, j)}{\sum_J (2J + 1)} \quad (2.13)$$

Les centroïdes \bar{V} contiennent toute la partie monopolaire défaillante de la force qu'on utilise, ce sont ces grandeurs que l'on va remplacer par une paramétrisation des données pour obtenir une interaction réaliste dans les calculs.

Remarque: On a pris en compte ici un espace de configurations simple, où le moment angulaire suffit pour distinguer deux niveaux individuels. Les calculs deviennent plus complexes quand les orbitales actives de l'interaction comptent plusieurs couches différentes de moments angulaires (j) identiques (franchissement d'une couche majeure de l'oscillateur harmonique); pour le détail de ces calculs voir [Zuk95].

2.3.2 Ajustement de la partie monopolaire sur les données nucléaires

La partie monopolaire d'une interaction peut s'exprimer (en partant de (2.10) et en tenant compte de la partie à un corps) comme [Now96]:

$$\begin{aligned} H_m &= E_0 + \epsilon_\nu n + \epsilon_\pi z + W_{\nu\nu} \frac{n(n-1)}{2} + W_{\pi\pi} \frac{z(z-1)}{2} + W_{\pi\nu} n z \\ &+ \sum_{i_\nu \neq 1} \Gamma_{i_\nu} \left(\left(\frac{D_\nu - n - 1}{D_\nu - 2} \right) \eta_{i_\nu} + \left(\frac{n-1}{D_\nu - 2} \right) \bar{\eta}_{i_\nu} + \frac{z}{D_\pi} (q_{i_\nu} - \eta_{i_\nu}) \right) \\ &+ \sum_{i_\pi \neq 1} \Gamma_{i_\pi} \left(\left(\frac{D_\pi - z - 1}{D_\pi - 2} \right) \eta_{i_\pi} + \left(\frac{z-1}{D_\pi - 2} \right) \bar{\eta}_{i_\pi} + \frac{n}{D_\nu} (q_{i_\pi} - \eta_{i_\pi}) \right) \\ &+ \sum_{i_\nu \neq j_\nu} \Gamma_{i_\nu j_\nu} W_{i_\nu j_\nu} + \sum_{i_\pi \neq j_\pi} \Gamma_{i_\pi j_\pi} W_{i_\pi j_\pi} + \sum_{i_\nu, i_\pi} \Gamma_{i_\nu} \Gamma_{i_\pi} W_{i_\nu i_\pi} \end{aligned} \quad (2.14)$$

avec les opérateurs:

$$- \Gamma_i = D_i \left(\frac{n_i}{D_i} - \frac{n_1}{D_1} \right),$$

$$- \Gamma_{ij} = \frac{D_i D_j}{2} \left(\frac{2n_i n_j}{D_i D_j} - \frac{n_i (n_i - 1)}{D_i (D_i - 1)} - \frac{n_j (n_j - 1)}{D_j (D_j - 1)} \right),$$

et les notations:

- n nombre de neutrons de valence, z nombre de protons de valence,

- n_i nombre de particules dans la couche i ,
- D_ν, D_π dégénérescence globale des couches de neutrons et de protons,
- $D_i = 2j_i + 1$ dégénérescence de la couche i ,
- 1 est l'indice d'une couche choisie arbitrairement dans les couches de valence.

Les autres grandeurs $\eta, \bar{\eta}, q, E_0, \epsilon, W$ sont les paramètres que l'on doit faire varier pour décrire les niveaux d'énergie des noyaux.

Observons l'équation (2.14) de plus près : la première partie dépend de variables globales des noyaux (n, z) et ne varie que quand on change de noyau; elle décrit l'énergie de liaison des noyaux. Les deux lignes suivantes ont la forme de produits d'un coefficient (dépendant des variables n et z) par un opérateur proportionnel à l'opérateur nombre de particules; elles représentent les énergies individuelles des nucléons et leur évolution d'un noyau à un autre. La dernière partie corrige les effets des lignes précédentes en rendant compte de l'évolution des énergies individuelles des couches en fonction du remplissage des autres; cette correction est faible [Now96] et on la négligera dans la première partie du calcul.

L'équation (2.14) se réduit donc dans un premier temps à :

$$H_m = B(n, z) + \sum_{i_\nu} \epsilon_{i_\nu}(n, z)n_{i_\nu} + \sum_{i_\pi} \epsilon_{i_\pi}(n, z)n_{i_\pi}$$

où la variation des énergies individuelles ϵ_i est linéaire avec n et z :

$$\epsilon_{i_\nu}(n, z) = \frac{D_\nu - 1 - n}{D_\nu - 2} \eta_{i_\nu} + \frac{n - 1}{D_\nu - 2} \bar{\eta}_{i_\nu} + \frac{z}{D_\pi} (q_{i_\nu} - \eta_{i_\nu}) \text{ pour } i_\nu \neq 1_\nu$$

$$\epsilon_{1_\nu} = - \sum_{i_\nu \neq 1_\nu} \frac{D_{i_\nu}}{D_{1_\nu}} \epsilon_{i_\nu}(n, z)$$

Les formules concernant les énergies individuelles des protons ϵ_{i_π} sont identiques aux précédentes (en remplaçant ν par π et n par z). On a représenté ces variations par un schéma sur la figure 2.1.

Il nous reste 3 paramètres $\eta, \bar{\eta}$ et q par couche de valence (sauf pour la couche 1) plus le paramètre $B(n, z)$ qui représente l'énergie de liaison du noyau étudié et qu'on annulera dans la détermination des énergies individuelles ϵ (on regardera la différence d'énergie entre chaque niveau noyau par noyau). Le paramètre $B(n, z)$ ne sera utilisé que quand on s'intéressera à plusieurs noyaux en même temps (comme dans une décroissance β); dans ce cas, on choisira pour B le Q de la réaction.

L'objectif de la paramétrisation consiste maintenant à trouver les noyaux de référence à l'aide desquels on pourra fixer les paramètres. On peut montrer facilement (cf. Annexe A) que la partie multipolaire de l'interaction ne joue aucun rôle dans les noyaux ayant au plus une particule (proton ou neutron) ou un trou dans leur espace de valence. Ces noyaux sont donc les candidats idéaux pour tester la "nouvelle" partie monopolaire de la force. Toutefois, dès que l'espace étudié est grand (ce qui est l'objectif quand on veut

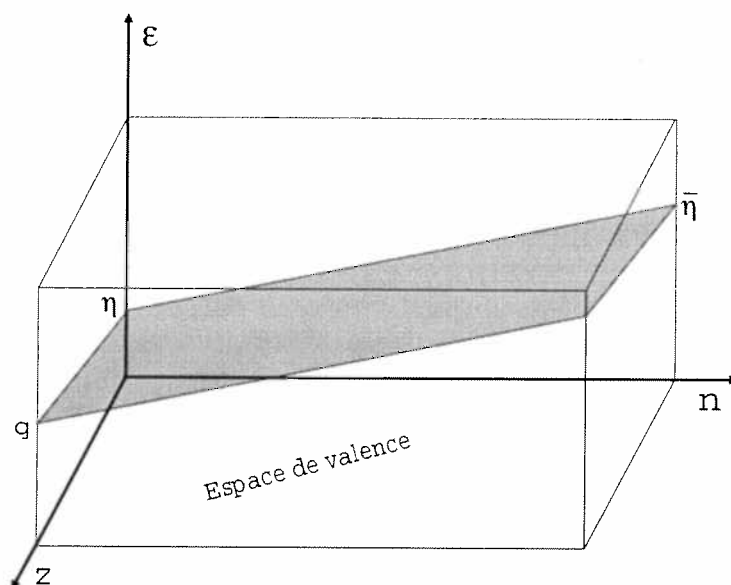


FIG. 2.1 – Paramétrisation de l'énergie individuelle d'une couche neutronique et de son évolution avec n et z : le premier neutron aura l'énergie η s'il n'y a pas de proton dans l'espace de valence et q si l'espace des protons est rempli. Le dernier neutron (le premier trou de neutron) aura l'énergie $\bar{\eta}$ s'il n'y a pas de proton.

inclure le plus de corrélations possible) ces noyaux deviennent trop exotiques et ne sont plus accessibles à l'expérience. On choisit alors comme noyaux de référence des noyaux les plus sphériques possibles (où la partie multipolaire aura le moins d'influence) et dispersés aux extrémités de l'espace de valence (pour pouvoir décrire le mieux possible l'évolution de l'hamiltonien à travers toute la couche).

L'hamiltonien total ainsi créé reproduit de façon très correcte les propriétés des noyaux dans tout l'espace de valence. Si une description plus précise de la spectroscopie des noyaux est nécessaire, on peut de plus utiliser les paramètres W_{ij} qu'on ajustera sur un plus grand nombre de noyaux (ou de niveaux) dans la couche.

Les interactions construites de cette façon ont l'avantage d'avoir une bonne base phénoménologique qui permet de les utiliser aux limites de la carte de nucléides, et d'être assez précises pour bien reproduire les données nucléaires (en particulier spectroscopiques) des noyaux moins exotiques. Elles autorisent de grands espaces de configuration et donc un grand nombre de corrélations dans les calculs de modèle en couches. Toutes les conditions sont donc réunies pour réaliser un calcul le plus précis possible de la structure de noyaux. Toutefois (voir sec. 2.1), la dimension des matrices à diagonaliser grandit rapidement avec, entre autres, la taille des espaces de configuration. Des troncatures s'imposent afin de rendre le calcul réalisable numériquement. L'utilisation de considérations énergétiques pour réduire les dimensions du problème est une bonne méthode.

Chapitre 3

La séniorité généralisée

3.1 Une approximation dans le modèle en couches

L'étude des dimensions des matrices dans les calculs de modèle en couches montre que la diagonalisation de celles-ci est pour l'instant impossible à mener numériquement dans de nombreux cas. Certaines propriétés de l'hamiltonien permettent cependant de limiter ces dimensions : ainsi, les propriétés de symétrie par rotation permettent de séparer les hamiltoniens en blocs de moment angulaire distincts. Dans la plupart des cas toutefois, les limitations qu'on peut apporter aux dimensions nécessitent de faire des approximations. La validité de certaines d'entre-elles ne peut être vérifiée qu'après coup : par exemple, si on limite un espace de modélisation à n sous-couches, les résultats du calcul mené avec $n + 1$ sous-couches doivent être pratiquement identiques aux premiers. Puisqu'on recherche une approximation la meilleure possible, on calcule les matrices dans l'espace de modélisation le plus grand possible; le calcul à l'ordre suivant dans l'approximation est par conséquent impossible à faire.

Il faut donc trouver des critères phénoménologiques qui justifient a priori les coupures que l'on fait dans l'espace complet. La magie est l'un de ces critères. On remarque en effet dans les noyaux magiques une grande stabilité vis-à-vis des perturbations extérieures. Autrement dit, les noyaux magiques ne sont pas faciles à exciter. Leur état fondamental est tellement stable que leurs états excités ont une très grande énergie. Un noyau magique est donc un candidat idéal pour le rôle du coeur inerte. C'est pourquoi l'espace de modélisation des calculs de modèle en couches est souvent constitué d'un petit nombre de niveaux individuels placés autour d'un noyau magique.

Si on étudie maintenant les noyaux semi-magiques -qui n'ont qu'un type de constituant (proton ou neutron) en nombre magique- on remarque que leurs états de basse énergie d'excitation ont une structure particulière. Les particules qui sont en nombre magique restent dans leur état "de coeur", l'autre type de nucléon adopte une configuration où le maximum de particules se groupe par paires de moment angulaire $J = 0$ et de parité positive. Le nombre quantique de séniorité est défini dans un niveau individuel (une seule valeur pour j) comme le nombre de nucléons non appariés à $J^\pi = 0^+$. On généralise cette

définition au cas de plusieurs couches individuelles en constatant que parmi toutes les façons de coupler les particules à 0^+ une seule est vraiment favorisée énergétiquement. On dit que les nucléons couplés de cette manière forment une paire S et on définit la séniorité généralisée comme le nombre de nucléons n'appartenant pas à une paire S . On peut maintenant dire que les états de basse énergie des noyaux semi-magiques sont des états de basse séniorité généralisée. Cette constatation est le critère phénoménologique qui nous amène à considérer la séniorité (généralisée) comme une grandeur de troncature dans le modèle en couches.

3.2 Le formalisme

L'approximation de séniorité généralisée a porté de nombreux noms au cours de son histoire. Plusieurs modèles ont en effet été développés quasiment parallèlement dans le but de décrire les propriétés d'appariement dans les noyaux semi-magiques. On peut distinguer deux grandes classes parmi ceux-ci :

- la première décrit le noyau sous forme de paires S et brise un certain nombre de celles-ci en deux nucléons indépendants. Cette méthode est connue sous le nom du modèle des paires brisées [Gam69]. Ce type de formalisme a été appliqué à de nombreux cas, en particulier dans les noyaux pair-pairs où il a été montré [Pit82] qu'il peut servir de point de départ microscopique aux calculs du modèle des bosons en interaction (IBM [Ari76]).
- La seconde est basée sur la théorie de BCS [Bar57] appliquée au cas nucléaire. La théorie BCS ne conservant pas le nombre de particules, différentes méthodes ont été utilisées pour l'appliquer au noyau (qui contient un nombre fixe de nucléons). Les modèles obtenus portent les noms de FBCS [Die64], ou du modèle des quasi-particules projetées [Lan65].

Il a fallu quelque temps pour reconnaître que tous ces modèles se rejoignent et décrivent sous différentes formes la même approximation du modèle en couches : celle de la séniorité généralisée. Une description complète des différents développements de ce formalisme peut être trouvée dans [All88]. Nous brosserons ici les grandes lignes des deux types de formalismes et montrerons sur un calcul simple comment ils se rejoignent.

3.2.1 Le modèle des paires brisées

Le modèle des paires brisées est formellement équivalent à l'approche de séniorité généralisée, c'est pourquoi nous parlerons ici d'états de séniorité ν là où dans [Gam69] on parle d'états de $\nu/2$ paires brisées. La première chose à définir est la structure de la paire S ; en seconde quantification, on écrit :

$$S^\dagger = \sum_{i=1}^a \alpha_i S_+(i) \quad (3.1)$$

avec

$$S_+(i) = \frac{\sqrt{2j_i + 1}}{2} (a_i^\dagger a_i^\dagger)_0^{(0)} \quad (3.2)$$

la somme dans (3.1) court sur toutes les orbites individuelles de l'espace de valence. Les coefficients α_i représentent la distribution de chaque paire de nucléons parmi les couches i .

L'état fondamental des noyaux est défini comme l'état de plus basse séniorité :

- Si le nombre de nucléons n est pair, l'état fondamental (de séniorité 0) sera constitué de $n/2$ paires S :

$$|\Psi_n(\nu_g = 0)\rangle = \mathcal{N} (S^\dagger)^{n/2} |\Theta\rangle \quad (3.3)$$

où \mathcal{N} est un facteur de normalisation assurant $\langle \Psi_n(\nu_g = 0) | \Psi_n(\nu_g = 0) \rangle = 1$, et $|\Theta\rangle$ représente le vide de particules. Les coefficients α_i qui entrent dans la construction des paires S sont déterminés de façon à minimiser l'énergie du fondamental

$$E = \langle \Psi_n(\nu_g = 0) | H | \Psi_n(\nu_g = 0) \rangle \quad (3.4)$$

sous la contrainte $\langle \Psi_n(\nu_g = 0) | \Psi_n(\nu_g = 0) \rangle = 1$.

- Si n est impair on représentera l'état fondamental comme l'état de séniorité 1 de plus basse énergie:

$$|\Psi_n(\nu_g = 1)\rangle = \mathcal{N} a_i^\dagger (S^\dagger)^{(n-1)/2} |\Theta\rangle \quad (3.5)$$

où là encore, \mathcal{N} sert pour la normalisation. L'indice i est celui de l'orbite de plus petite énergie individuelle, et les coefficients α_i minimisent l'énergie de l'état fondamental à $n - 1$ nucléons $|\Psi_{n-1}(\nu_g = 0)\rangle$.

Dans les deux cas, les états de séniorité croissante sont obtenus en "brisant" les paires S au fur et à mesure. On peut ainsi construire une base d'états de séniorité connue et, bien sûr, ne sélectionner que les états de séniorité les plus basses pour tronquer la base du modèle en couches (qui elle est constituée des états de toutes les séniorités possibles). La grande difficulté de ce type de calculs consiste en l'évaluation des normes et des recouvrements nécessaires à l'orthonormalisation de la base, ainsi qu'à la détermination des éléments de matrice. Il faut pour cela se ramener au modèle en couches et développer

$$\begin{aligned} |\Psi_{2n}(\nu_g = 0)\rangle &= \mathcal{N} (S^\dagger)^n |\Theta\rangle \\ &= \mathcal{N} \left(\sum_{i=1}^a \alpha_i S_+(i) \right)^n |\Theta\rangle \\ &= \mathcal{N} n! \sum_{p_1 \dots p_a} \prod_{i=1}^a \frac{\alpha_i^{p_i}}{p_i!} S_+^{p_1}(1) \dots S_+^{p_a}(a) |\Theta\rangle \\ &= \mathcal{N} n! \sum_{p_1 \dots p_a} \prod_{i=1}^a \alpha_i^{p_i} \left\{ \frac{\Omega_i!}{(\Omega_i - p_i)! p_i!} \right\}^{\frac{1}{2}} |p_1 \dots p_a; \nu = 0\rangle \end{aligned} \quad (3.6)$$

où la somme sur les p_i court sur toutes les partitions possibles des n paires de nucléons parmi les a couches ($\sum_i p_i = n$) et Ω_i est le nombre maximum de paires que peut contenir le niveau i ($\Omega_i = (2j_i + 1)/2$). Chaque ket $|p_1 \dots p_a; \nu = 0\rangle$ représente un état normé de séniorité 0 du modèle en couches ayant $2p_1$ particules dans la couche 1, etc... Les états de séniorité généralisée plus élevée s'obtiennent de la même façon et des relations de récurrence entre les coefficients de combinatoire permettent d'obtenir des codes de calcul assez rapides des grandeurs voulues. On peut donc décrire les états de paires brisées comme des superpositions d'états de séniorité bien définies du modèle en couches. L'interprétation physique de tels états n'est toutefois pas immédiate, c'est pourquoi nous présentons ici le formalisme équivalent de projection des états BCS, qui donne une image plus compréhensible des états étudiés.

3.2.2 Le modèle des quasi-particules projetées

Le formalisme des quasi-particules projetées est une méthode permettant d'obtenir des états de nombre fixes de nucléons à partir des états BCS. Rappelons rapidement les caractéristiques du formalisme de BCS [Bar57].

La théorie BCS

La théorie BCS a été appliquée au cas nucléaire pour décrire les phénomènes d'appariement dans les noyaux pairs. Le fondamental de ces noyaux est représenté par la fonction d'essai

$$|BCS\rangle = \prod_{i=1}^a \prod_{m_i=\frac{1}{2}}^{j_i} (u_i + v_i (-1)^{j_i-m_i} a_{i,m_i}^\dagger a_{i,-m_i}^\dagger) |\Theta\rangle \quad (3.7)$$

Il s'agit ensuite de faire varier les paramètres u_i et v_i de façon à minimiser l'énergie $\langle BCS | H | BCS \rangle$ sous la contrainte

$$\langle BCS | \widehat{N} | BCS \rangle = n$$

où n est le nombre (pair) de nucléons de valence, et \widehat{N} est l'opérateur nombre de particules. Les fonctions d'onde BCS sont de plus normalisées sous la condition $u_i^2 + v_i^2 = 1$ pour toutes les couches.

L'interprétation d'un état BCS en termes de modèle en couches est relativement simple, il suffit de constater que

$$v_i^2 = \langle BCS | a_{i,m_i}^\dagger a_{i,m_i} | BCS \rangle$$

nous donne la probabilité d'occupation de la couche i dans l'état BCS. Le formalisme de BCS décrit bien les états fondamentaux des noyaux semi-magiques, en particulier le gain en énergie de liaison dû à l'appariement. Il a de plus la structure d'un état de quasi-particules indépendantes; en effet, si on introduit dans un état BCS la transformation de Bogoliubov [Bog58]:

$$\eta_{i,m_i} = u_i a_{i,m_i} - v_i (-1)^{j_i-m_i} a_{i,-m_i}^\dagger, \quad \eta_{i,m_i}^\dagger = u_i a_{i,m_i}^\dagger - v_i (-1)^{j_i-m_i} a_{i,-m_i}$$

on constate que

$$|BCS\rangle = \mathcal{N} \prod_{i=1}^a \prod_{m_i=-j_i}^{j_i} \eta_{i,m_i} |\Theta\rangle$$

la transformation de Bogoliubov a changé notre état de nucléons appariés en un vide de quasi-particules non corrélées (puisque $\eta_{i,m_i} |BCS\rangle = 0$). On peut maintenant construire une base de quasi-particules permettant de décrire les états excités des noyaux qui nous intéressent.

Le principal inconvénient de ce type de calculs est que les opérateurs η et η^\dagger ne conservent pas le nombre de nucléons, et que si cet effet est peu visible quand on n'utilise que peu de quasi-particules, le mélange entre les états de plusieurs noyaux devient très gênant dès qu'on veut regarder des configurations plus complexes. Le besoin d'une théorie de type BCS avec un nombre de particules fixe se fait sentir.

La projection des états BCS

Les états BCS décrivent par une seule fonction d'onde les configurations de plusieurs noyaux pairs. Pour mettre ce fait en évidence, réécrivons l'équation (3.7):

$$\begin{aligned} |BCS\rangle &= \prod_{i=1}^a \prod_{m_i>0} u_i \prod_{i=1}^a \prod_{m_i>0} \left(1 + \frac{v_i}{u_i} (-1)^{j_i-m_i} a_{i,m_i}^\dagger a_{i,-m_i}^\dagger \right) |\Theta\rangle \\ &= \prod_{i=1}^a u_i^{\Omega_i} \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{1}{p!} (S_{uv}^\dagger)^p |\Theta\rangle \end{aligned} \quad (3.8)$$

on a remplacé dans la deuxième ligne les coefficients α de l'équation (3.1) par les rapport $\frac{v}{u}$ des paramètres de l'équation (3.7). L'équation (3.8) montre l'état fondamental BCS sous la forme d'une somme d'états de séniorité généralisée 0 d'une infinité de noyaux. Le formalisme des quasi-particules projetées utilise cette expression pour décomposer la fonction d'onde BCS et remonter à chacune de ses composantes (à p fixe). Il s'agit de remplacer la fonction d'onde BCS par la fonction d'essai:

$$|\Psi(z)\rangle = \prod_{i=1}^a u_i^{\Omega_i} \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{z^p}{p!} (S_{uv}^\dagger)^p |\Theta\rangle \quad (3.9)$$

où z est un nombre complexe quelconque. Remarquons déjà qu'en $z=1$, $|\Psi(z)\rangle = |BCS\rangle$. On peut aussi noter qu'à chaque puissance de z correspond une composante de la fonction d'onde de nombre de particules fixe (état colinéaire à l'état de séniorité 0 pour ce nombre de particules). Si on appelle $|\Psi_{2p}\rangle$ cet état de $2p$ particules (non normé) dans l'état BCS, on peut réécrire $|\Psi(z)\rangle$ sous la forme:

$$|\Psi(z)\rangle = \sum_{p=0}^{+\infty} z^p |\Psi_{2p}\rangle \quad (3.10)$$

l'idée consiste à utiliser la méthode des résidus pour déduire $|\Psi_{2p_0}\rangle$ pour le nombre de paires p_0 voulu, soit:

$$|\Psi_{2p_0}\rangle = P_{n=2p_0} |BCS\rangle = \frac{1}{2i\pi} \oint z^{-p_0-1} |\Psi(z)\rangle dz \quad (3.11)$$

l'intégrande n'a qu'un seul pôle en $z = 0$, le seul résidu de l'intégrale est le terme en z^{-1} , donc l'état

$$\begin{aligned} |\Psi_{2p_0}\rangle &= \prod_{i=1}^a u_i^{\Omega_i} \frac{1}{p_0!} (S_{uv}^\dagger)^{p_0} |\Theta\rangle \\ &= \prod_{i=1}^a u_i^{\Omega_i} \frac{1}{p_0!} \left(\sum_{i=1}^a \frac{v_i}{u_i} S_+(i) \right)^{p_0} |\Theta\rangle \\ &= \left(\prod_{i=1}^a u_i^{\Omega_i} \frac{1}{p_0!} \right) \frac{1}{\mathcal{N}} |\Psi_{2p_0}(\nu_g = 0)\rangle_{uv} \end{aligned}$$

est identique à l'état de séniorité 0 de la base du modèle des paires brisées (au facteur de normalisation près), à condition de choisir les paramètres u et v de manière à minimiser l'énergie

$$E = \frac{\langle \Psi(z) | H | \Psi(z) \rangle}{\langle \Psi(z) | \Psi(z) \rangle}$$

et de définir les paires S avec les paramètres $\frac{v}{u}$ à la place des α . Le formalisme de BCS projeté nous permet donc de construire de manière identique au formalisme BCS (donc facilement interprétable) une base de séniorité généralisée. Le code utilisé dans nos calculs met en oeuvre les deux formalismes, il est intéressant de noter ici certaines de ses particularités.

3.3 Le code

Le code de séniorité généralisée employé a été développé spécifiquement pour décrire les propriétés des noyaux impairs. Nous avons calculé la structure des nucléons en nombre pair en suivant une approche de type "paires brisées". Les éléments de matrice utilisés sont pour une large part dérivés de [Pit82]. Cette partie du code permet de calculer les configurations de séniorité généralisée allant jusqu'à 2 ($\nu_g \leq 2$). Les nucléons en nombre impair sont traités suivant le formalisme de projection des états BCS décrit de façon complète dans [All88]. Cet ensemble de nucléons se couple en états de séniorité limitée à 3. Les deux fluides interagissent ensuite sous un potentiel proton-neutron, ce qui nous permet de décrire des noyaux ayant jusqu'à 5 particules découplées.

Ce code permet aussi de calculer les propriétés de désintégration β des noyaux, c'est-à-dire les caractéristiques des noyaux père et fils ainsi que les éléments de matrice nucléaire de transition entre ces deux noyaux.

La structure des paires S est calculée par diagonalisation itérative [Sch83]: par exemple, pour un noyau de N (pair) neutrons (et de $Z=0$ protons de valence), on calcule les valeurs

de α qui diagonalisent H dans le sous-espace de moment angulaire total $J = 0$ et de séniorité généralisée $\nu_g \leq 2$. Partant d'un ensemble $\{\alpha_i^{(0)}\}$ de coefficients pour la paire S_ν de neutrons, les vecteurs propres sont une combinaison linéaire des états de base, c'est-à-dire

$$\begin{aligned} |\Phi\rangle &= \sum_{i=1}^a c_i \mathcal{S}_{\nu i}^\dagger (S_\nu^\dagger)^{(N-2)/2} |\Theta\rangle \\ &= \sum_{i=1}^a c_i \sum_{j=1}^a a_{ji} S_+(j) (S_\nu^\dagger)^{(N-2)/2} |\Theta\rangle \\ &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^a c_i a_{ji} S_+(j) (S_\nu^\dagger)^{(N-2)/2} |\Theta\rangle \\ &= \sum_{i=1}^a S_\nu'^{\dagger i} (S_\nu^\dagger)^{(N-2)/2} |\Theta\rangle \end{aligned}$$

où la notation $\mathcal{S}_{\nu i}$ est choisie pour indiquer la paire de nucléons qui crée les états de séniorité 0 ou 2 ($\mathcal{S}_{\nu 1} = S_\nu$ si l'état 1 est l'état de séniorité $\nu_g = 0$, donc $\{a_{j1}\} = \{\alpha_j\}$). Le vecteur propre d'énergie la plus basse nous donne les coefficients de la paire S à l'ordre suivant ; en effet, si les coefficients α' définissent la paire S' alors, les coefficients entrant dans la composition de la paire S à l'ordre suivant seront :

$$\alpha_i^{(n+1)} = \left[\frac{N-2}{2} \alpha_i^{(n)} + \alpha_i' \right] / N$$

en itérant ce processus sous la contrainte

$$\sum_{i=1}^a \Omega_i \alpha_i^2 = \Omega$$

jusqu'à ce que $\alpha^{(n+1)} \simeq \alpha^{(n)}$ on obtient les coefficients des paires S . Ce processus a le principal avantage de converger rapidement, c'est pourquoi il est utilisé dans le code à la place d'un algorithme de minimisation de l'énergie. Si les noyaux contiennent en même temps protons et neutrons de valence, alors le processus de minimisation comporte une étape supplémentaire à chaque itération :

- On calcule d'abord les coefficients α_π des protons en diagonalisant l'hamiltonien dans la base

$$|\psi_i\rangle = \mathcal{S}_{\pi i} (S_\pi^\dagger)^{(Z-2)/2} (S_\nu^\dagger)^{N/2} |\Theta\rangle$$

la structure des paires S_ν des neutrons étant fixe.

- On détermine ensuite les coefficients α_ν par la même méthode en inversant le rôle des protons et des neutrons.

De la même façon que précédemment, on s'assure de la convergence du processus par la stabilité des coefficients α .

Le code utilisé a subi de nombreux tests avant de donner des résultats de physique, ce sont ces tests qui font l'objet de la prochaine section.

3.4 Tests du code

L'approche de séniorité généralisée constitue une troncature phénoménologique de la base du modèle en couches. La réalisation d'un tel calcul approché est toujours soumise à la balance de deux effets contraires, qu'il faut avoir sous contrôle :

- D'une part, l'approximation rend les calculs plus faciles (ce qu'on pourra tester dans notre cas avec la dimension des matrices à diagonaliser).
- D'autre part, les résultats qu'on obtient sont moins précis qu'avec le calcul exact.

Le tableau 3.1 donne la comparaison des dimensions des bases du modèle en couches complet et de notre approche pour les différents noyaux et dans les différents espaces utilisés lors des tests. On remarque tout d'abord que les dimensions de la base tronquée

Couche		0s1d						0f1p			
Noyau		¹⁸ O	¹⁹ O	²⁰ O	²¹ O	²² O	²³ O	⁶³ Ni	⁶⁵ Ni	⁶⁷ Ni	⁵³ Mn
Spin-parité		0 ⁺	$\frac{1}{2}^+$	0 ⁺	$\frac{1}{2}^+$	0 ⁺	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{1}{2}^-$
Dimension	S.M.	3	5	9	15	14	15	4444272	404513	9896	444272
	S.G.	3	5	3	5	3	5	1284	1284	42	1284

TAB. 3.1 – Dimensions des matrices à diagonaliser dans les bases non-tronquées du modèle en couches (S.M.) et tronquées de l'approche de séniorité généralisée (S.G.). On considère les sous-espaces de spin-parité indiqués.

sont constantes sur presque tout l'espace. Ce résultat s'explique par le fait que les particules qui contribuent à l'augmentation des espaces (dont les configurations ne sont pas fixées dans une paire S) sont en nombre constant dans le code (cf. sec. 3.3) quel que soit le nombre de particules de valence (s'il est assez grand). Ceci explique du même coup pourquoi la réduction des dimensions est de plus en plus importante à mesure qu'on s'éloigne des couches fermées.

On pourrait craindre de ce tableau que les résultats de l'approche de séniorité généralisée ne se détériorent à la même vitesse que les dimensions diminuent. L'intérêt de cette troncature est ici : Quel que soit le nombre de nucléons de valence, les états de basse énergie seront des états de basse séniorité généralisée. Pour éprouver cette affirmation ainsi que le code, deux séries de tests ont été effectuées :

- nous avons tout d'abord comparé les résultats du calcul avec des spectres calculables analytiquement,
- puis nous avons utilisé un code de modèle en couches pour valider nos résultats avec des forces plus complexes.

3.4.1 Les résultats analytiques

Le principe des calculs que nous avons réalisés consiste à trouver des symétries dans l'hamiltonien d'un système permettant de résoudre complètement et de manière analytique le problème à A corps. Supposons que l'hamiltonien qui nous intéresse soit invariant sous une symétrie Σ . Il commute alors avec toutes les transformations infinitésimales génératrices du groupe des symétries Σ . Soient $\{\sigma_i\}_{i=1,n}$ les générateurs de Σ , la propriété précédente nous permet de déduire que si $|\Psi\rangle$ est un vecteur propre de H , alors $\sigma_i|\Psi\rangle$ est aussi vecteur propre de H avec la même valeur propre, quel que soit i . Autrement dit, l'ensemble des vecteurs $\{\sigma_i|\Psi\rangle$ forme une base d'un sous-espace propre de H . On peut donc donner à $|\Psi\rangle$ deux nombres quantiques, $|\Psi\rangle = |S, \alpha\rangle$ le premier (S) étiquetant les sous-espaces propres, le second (α) pour séparer les vecteurs propres à l'intérieur de chaque sous-espace. Une autre propriété des groupes de symétrie est qu'ils contiennent tous un ensemble d'opérateurs dits de Casimir C_Σ qui - tout comme H - commutent avec tous les éléments du groupe. Les vecteurs propres de ces opérateurs se groupent donc en sous-espaces propres - de la même manière que les sous-espaces propres de H . On appelle les ensembles $\{\sigma_i|\Phi\rangle = |\Gamma\gamma\rangle$ de vecteurs propres des opérateurs C_Σ les représentations irréductibles du groupe Σ ; Les valeurs propres des C_Σ se calculent ensuite analytiquement en fonction des nombres quantiques caractérisant chaque représentation irréductible. L'objectif consiste alors à exprimer H en fonction des opérateurs de Casimir du groupe de symétries Σ . On peut ensuite facilement calculer le spectre de H , et retrouver ses vecteurs propres à partir des représentations irréductibles de Σ .

Nous avons utilisé deux groupes de symétrie dans les tests: le groupe $SO(8)$ et le groupe $SU(3)$.

La symétrie $SO(8)$

L'hamiltonien habituel d'un calcul de modèle en couches est basé sur un potentiel non perturbé d'oscillateur harmonique, représentant le champ moyen régnant à l'intérieur du noyau. Pour réaliser ce test, nous avons considéré que ce potentiel usuel a un terme de spin-orbite nul (le moment orbital L est alors un bon nombre quantique); Ceci impose que les orbites individuelles de H sont complètement dégénérées. L'hamiltonien s'écrit donc, en seconde quantification:

$$H = H_0 + V_{res} = \sum_l \sqrt{2l+1} \epsilon \left[a_{l\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^\dagger \otimes \tilde{a}_{l\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \right]_{000}^{(000)} + V_{res}$$

où ϵ est l'énergie commune de tous les niveaux individuels de l'espace considéré (une couche majeure si on considère la base de l'oscillateur harmonique) et où la somme est réalisée sur tous les moment orbitaux l possibles (par exemple, dans la couche $0s1d$, $l = 0, 2$).

L'interaction résiduelle décrit l'appariement dans un noyau contenant des neutrons et des protons dans l'espace de valence. Elle doit donc tenir compte de l'isospin. Comme L est un bon nombre quantique, on sépare la fonction d'onde en une composante orbitale et une composante de spin-isospin. L'interaction d'appariement va favoriser les nucléons

couplés par paires à $L = 0$ indépendamment de leur nature (proton ou neutron). Elle sera donc constituée d'opérateurs ayant une composante orbitale symétrique. Pour assurer l'antisymétrie de la fonction d'onde globale, ces opérateurs doivent être antisymétriques dans l'espace de spin/isospin. Ainsi, les seules configurations autorisées pour l'interaction dans l'espace de spin-isospin sont les combinaisons $S = 1, T = 0$ et $S = 0, T = 1$. Si on suppose que l'appariement isovectoriel et l'appariement isoscalaire sont de même intensités, alors l'interaction résiduelle s'écrit, en seconde quantification:

$$V_{res} = -\frac{1}{2}G \sum_{\mu=-1}^1 \hat{S}_{+,\mu}^{10} \hat{S}_{-,\mu}^{10} - \frac{1}{2}G \sum_{\mu=-1}^1 \hat{S}_{+,\mu}^{01} \hat{S}_{-,\mu}^{01}$$

avec

$$\hat{S}_{+,\mu}^{10} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_l \sqrt{2l+1} \left[a_{l\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^\dagger \otimes a_{l\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^\dagger \right]_{0\mu 0}^{(010)}, \quad \hat{S}_{-,\mu}^{10} = \left(\hat{S}_{+,\mu}^{10} \right)^\dagger$$

et

$$\hat{S}_{+,\mu}^{01} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_l \sqrt{2l+1} \left[a_{l\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^\dagger \otimes a_{l\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^\dagger \right]_{00\mu}^{(001)}, \quad \hat{S}_{-,\mu}^{01} = \left(\hat{S}_{+,\mu}^{01} \right)^\dagger$$

où G représente l'intensité de l'appariement.

On connaît maintenant la forme de l'hamiltonien. En suivant le processus décrit plus haut, on recherche les symétries laissant H invariant. Comme les orbites individuelles de H_0 sont dégénérées, on peut écrire H comme:

$$H = n\epsilon + V_{res} = E_0 + V_{res}$$

où n est constant et représente le nombre de nucléons de chaque noyau. Une constante est par définition invariante suivant tout type de symétries, les symétries de H seront donc les symétries de V_{res} .

La première étape à franchir dans la recherche de ce groupe de symétries consiste à trouver un ensemble d'opérateurs contenant l'interaction et possédant une structure de groupe. Le plus simple des ensembles contenant V_{res} est formé par les opérateurs qui la constituent: $\hat{S}_{\pm,\mu}^{01}$ et $\hat{S}_{\pm,\mu}^{10}$. Toutefois, ces opérateurs ne forment pas une structure fermée de groupe (ils ne se transforment pas les uns dans les autres). Pour assurer cette structure de groupe, on leur ajoute les 16 opérateurs [Flo64]:

$$\begin{aligned} \hat{n} &= 2 \sum_{i=1}^a \sqrt{2l_i+1} \left[a_{l_i\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^\dagger \otimes \tilde{a}_{l_i\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \right]_{000}^{(000)}, \\ \hat{S}_\mu &= \sum_{i=1}^a \sqrt{2l_i+1} \left[a_{l_i\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^\dagger \otimes \tilde{a}_{l_i\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \right]_{0\mu 0}^{(010)}, \\ \hat{T}_\mu &= \sum_{i=1}^a \sqrt{2l_i+1} \left[a_{l_i\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^\dagger \otimes \tilde{a}_{l_i\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \right]_{00\mu}^{(001)}, \\ \hat{Y}_{\mu\nu} &= \sum_{i=1}^a \sqrt{2l_i+1} \left[a_{l_i\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^\dagger \otimes \tilde{a}_{l_i\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \right]_{0\mu\nu}^{(011)}. \end{aligned}$$

L'ensemble $\{\hat{S}_{\pm,\mu}^{10}, \hat{S}_{\pm,\mu}^{01}, \hat{n}, \hat{S}_\mu, \hat{T}_\mu, \hat{Y}_{\mu\nu}\}$ génère le groupe des symétries $SO(8)$. En étudiant les relations de commutation de l'hamiltonien avec les générateurs de ce groupe, on remarque que :

$$[H, \hat{S}_\mu] = [H, \hat{T}_\mu] = [H, \hat{Y}_{\mu\nu}] = 0$$

Les deux premières relations de commutation nous indiquent que l'hamiltonien est symétrique sous les transformations des groupes $SU_S(2)$ et $SU_T(2)$ du spin et de l'isospin. Ceci signifie en particulier que les nombres S et T seront de bons nombres quantiques. La troisième relation nous apprend de plus que les fonctions d'onde de H suivront une symétrie de type $SU(4)$ dans l'espace de spin-isospin. On peut donc réduire le groupe $SO(8)$ des symétries de H suivant la chaîne :

$$SO(8) \supset SU(4) \supset SU_S(2) \otimes SU_T(2)$$

Ainsi, les fonctions d'onde de H se classent selon les nombres quantiques $\{\omega_i\}$, $\{P, P', P''\}$, S et T caractéristiques des représentations irréductibles de $SO(8)$, $SU(4)$, $SU_S(2)$, $SU_T(2)$. Pour calculer les valeurs propres de H , il ne reste plus qu'à l'exprimer en fonction des opérateurs de Casimir de ces groupes :

$$H = E_0 + \frac{G}{2} \left(C_2(SO(8)) - C_2(SU(4)) - \left(\Omega - \frac{1}{2}\hat{n} \right)^2 - 6 \left(\Omega - \frac{1}{2}\hat{n} \right) \right)$$

H est donc diagonal dans la base des représentations irréductibles de $SU(4)$, et on peut calculer son spectre en tenant compte en plus du nombre de nucléons. Ce type d'interaction nous apporte un premier test analytique pour notre code; l'hamiltonien étudié ici est cependant très simple (tous les niveaux individuels sont dégénérés) le groupe de symétrie du paragraphe suivant nous permet d'étudier un hamiltonien un peu moins trivial.

La symétrie $SU(3)$

L'optique suivie dans ce paragraphe est un peu différente de celle du paragraphe précédent. On considère toujours l'hamiltonien de l'oscillateur harmonique sans terme de spin-orbite, mais cette fois-ci, la forme du potentiel est importante, puisque nous allons y chercher une symétrie particulière. On recherchera ensuite une interaction résiduelle obéissant, elle aussi, à cette symétrie.

Une particule dans le champ moyen de l'oscillateur harmonique subit le potentiel :

$$H_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{r}^2$$

si on prend la masse d'un nucléon comme unité de masse et la période d'oscillation comme unité de temps, alors l'hamiltonien s'écrit :

$$H_0 = \frac{1}{2} (\hat{p}^2 + \hat{r}^2) = \frac{1}{2} (\hat{p} + i\hat{r}) (\hat{p} - i\hat{r}) + \frac{3}{2}\hbar = \hbar \left(\sum_{k=1}^3 a_k^\dagger a_k + \frac{3}{2} \right)$$

où $a = \frac{1}{\sqrt{2\hbar}}(\hat{p} - i\hat{r})$ est l'opérateur d'annihilation d'un quantum d'énergie de l'oscillateur. L'ensemble des transformations unitaires qui laissent le vecteur $\vec{p} - i\vec{r}$ invariant est le groupe $U(3)$. Ces transformations laissent également $H_0 = |\vec{p} - i\vec{r}|^2 + \frac{3}{2}\hbar$ invariant. H_0 est donc symétrique par les transformations de $U(3)$.

Le groupe $U(3)$ des transformations d'une seule particule est généré par les neuf opérateurs

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{1}{\hbar} (\hat{p}^2 + \hat{r}^2) \\ l_m &= (\hat{r} \wedge \hat{p})_m^{(1)} \\ q_m &= \sqrt{\frac{4\pi}{5}} (r^2 \hat{Y}_m^{(2)}(\theta_r, \phi_r) + p^2 \hat{Y}_m^{(2)}(\theta_p, \phi_p)) \end{aligned}$$

Comme toutefois on ne peut pas observer physiquement la phase globale d'un état, on peut réduire notre problème à l'algèbre $SU(3)$ [Ell58]; On s'affranchit alors du générateur scalaire de ce groupe (C_0). Les représentations irréductibles de $SU(3)$ sont distinguées par les deux nombres [Ell58] λ et μ . Ce groupe contient de plus le groupe des rotations $SO(3)$, ce qui nous permettra de donner à nos états les nombres quantiques L et M habituels. Dans le cas d'un seul nucléon dans le potentiel H , la classification des états est triviale, et se résume à $\lambda = N$, $\mu = 0$ (N est le nombre de quanta d'énergie mis dans l'oscillateur). Cependant, si on étudie les symétries de type $SU(3)$ du noyau dans sa globalité, les différentes représentations irréductibles des A_v nucléons de valence vont se coupler à d'autres représentations irréductibles. C'est ce type de classification que nous allons étudier.

Les opérateurs dipolaires et quadrupolaires à A_v corps sont:

$$\begin{aligned} L_m &= \sum_{i=1}^{A_v} l_m(i) \\ Q_m &= \sum_{i=1}^{A_v} q_m(i) \end{aligned}$$

Ils sont les générateurs de l'algèbre des symétries $SU(3)$ du noyau.

La chaîne de réduction du problème s'écrit:

$$U(4n) \supset (U(n) \supset SU(3) \supset O(3)) \otimes (SU(4) \supset (SU_T(2) \otimes SU_S(2))) \quad (3.12)$$

Le groupe $U(4n)$ est l'ensemble des symétries des nucléons dans la fonction d'onde du noyau ($4n$ représente la dégénérescence de la couche étudiée). Comme l'hamiltonien ne dépend ni du spin ni de l'isospin (là encore, le terme de spin-orbite est nul), on a pu séparer $U(4n)$ en deux groupes: $U(n)$ prend en compte les symétries de la partie orbitale de la fonction d'onde, $SU(4)$ est le groupe des symétries de l'espace spin/isospin. La symétrie $SU(3)$ est indépendante du spin et de l'isospin, elle est donc valable pour la partie de la fonction d'onde décrite par les représentations de $U(n)$. Les représentations irréductibles de ces

différents sous-groupes nous donnent des nombres quantiques permettant d'étiqueter les fonctions d'onde propres de H_0 : S pour $SU_S(2)$, T pour $SU_T(2)$, L pour $O(3)$, λ et μ pour $SU(3)$.

Il s'agit maintenant d'ajouter à l'hamiltonien non perturbé H_0 une interaction résiduelle à deux corps telle que la décomposition précédente soit toujours valable pour l'hamiltonien $H = H_0 + V_{res}$. En d'autres termes, on doit pouvoir exprimer H en fonction de l'opérateur de Casimir de $SU(3)$:

$$C_{SU(3)} = \frac{1}{4}Q \cdot Q + \frac{3}{4}L \cdot L$$

On choisit pour V_{res} une interaction de type quadrupole-quadrupole:

$$V_{res} = \sum_{i < j}^{A_v} \mathcal{Q}(i) \cdot \mathcal{Q}(j)$$

avec

$$\mathcal{Q}_\mu(i) = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} r_i^2 Y_\mu^{(2)}(\theta_i, \phi_i)$$

Comme

$$\langle r_i^2 \hat{Y}_m^{(2)}(\theta_{r_i}, \phi_{r_i}) \rangle = \langle p_i^2 \hat{Y}_m^{(2)}(\theta_{p_i}, \phi_{p_i}) \rangle$$

on peut écrire, à condition de restreindre l'espace de valence à une seule couche majeure d'oscillateur harmonique, $q_m(i) = 2\mathcal{Q}_m(i)$, et donc

$$\begin{aligned} V_{res} &= \frac{1}{4} \sum_{i < j}^{A_v} q(i) \cdot q(j) \\ &= \frac{1}{8} Q \cdot Q - \frac{1}{8} \sum_{i=1}^{A_v} q(i) \cdot q(i) \\ &= \frac{1}{2} C_{SU(3)} - \frac{3}{8} L \cdot L - \frac{1}{8} \sum_{i=1}^{A_v} q(i) \cdot q(i) \end{aligned}$$

(Ce calcul est aussi possible dans un espace de valence plus grand, mais il faut dans ce cas considérer une interaction résiduelle construite à partir des opérateurs Q et non plus \mathcal{Q} .)

L'équation complète devient:

$$\begin{aligned} H |\Psi\rangle &= \left(H_0 + \sum_{i < j}^{A_v} \mathcal{Q}(i) \cdot \mathcal{Q}(j) \right) |\Psi\rangle \\ &= \left(H_0 - \frac{1}{8} \sum_{i=1}^{A_v} q(i) \cdot q(i) + \frac{1}{2} C_{SU(3)} - \frac{3}{8} C_{O(3)} \right) |\Psi\rangle \\ &= E |\Psi\rangle \end{aligned}$$

En ajoutant à H_0 les énergies individuelles $\epsilon_i = \frac{1}{8} q(i) \cdot q(i)$, l'hamiltonien complet du système s'exprime uniquement en fonction des opérateurs de Casimir de $SU(3)$ et $O(3)$. Le travail

qui reste à faire est complètement analytique et consiste à retrouver les représentations irréductibles de $SU(3)$ puis de $O(3)$ pour le système de A_ν nucléons dans le groupe $U(4n)$. Le spectre s'obtient ensuite facilement en notant que dans une représentation (λ, μ) de $SU(3)$ les valeurs propres de $C_{SU(3)}$ valent [Ell58]

$$C_{SU(3)}(\lambda, \mu) = \lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3(\lambda + \mu)$$

et que

$$C_{O(3)}(L) = L(L + 1)$$

Ce deuxième test analytique est plus complexe que le premier; on peut remarquer en effet que les énergies individuelles des orbites ne sont plus complètement dégénérées, cette dégénérescence étant brisée par l'interaction quadrupolaire entre nucléons de la même orbite $\epsilon_i = \frac{1}{8}q(i).q(i)$.

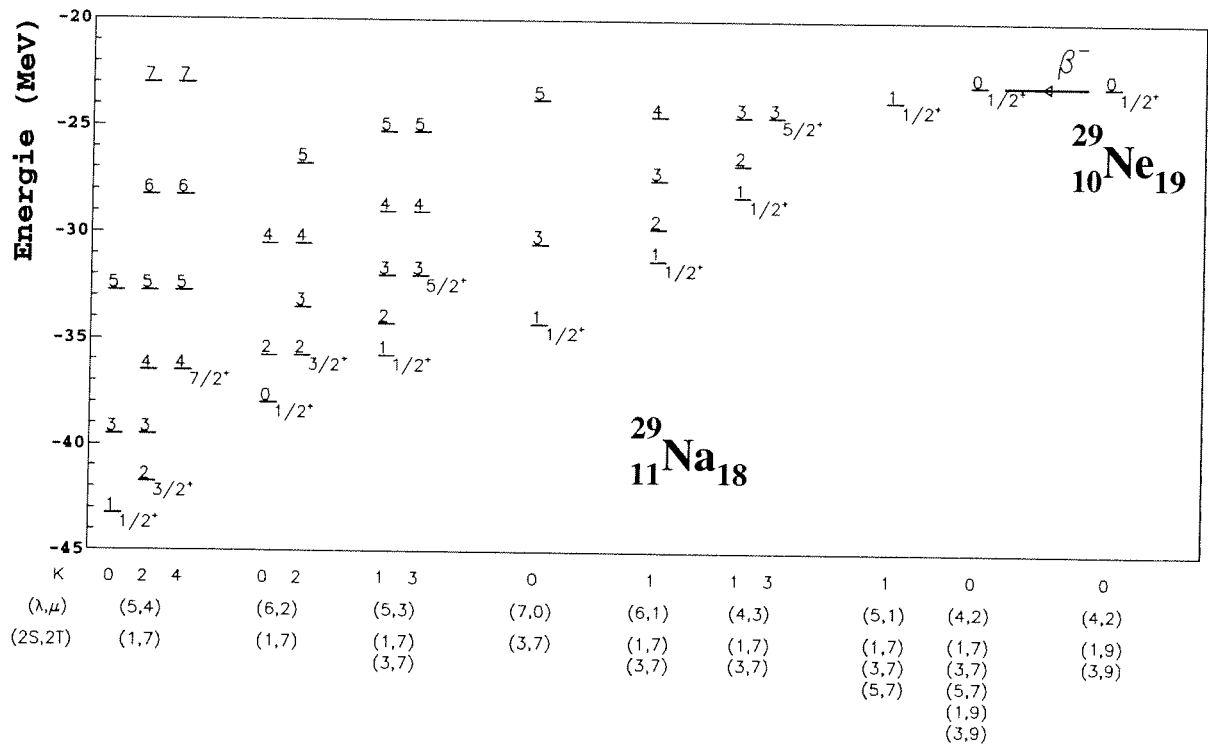
Les comparaisons que nous avons effectuées entre les résultats fournis par le code et les calculs analytiques ont été très concluantes aussi bien au niveau des spectres qu'au niveau des fonctions d'onde. Ces comparaisons étaient toutefois limitées à un certain nombre de noyaux. En effet, dans les bases que nous venons d'étudier, l'isospin est un bon nombre quantique. La troncature de séniorité généralisée apparie les nucléons identiques et limite la base du calcul complet aux configurations de basse séniorité généralisée. Elle brise ainsi la symétrie d'isospin et mélange les configurations $SU(4)$ des hamiltoniens précédents entre elles. La comparaison des résultats se limite donc aux cas où le calcul se fait sans troncature (i.e: la séniorité maximale qui peut être atteinte dans le calcul complet est inférieure ou égale à la séniorité de troncature du code). Étant donné les possibilités du code (cf. sec.3.3), on n'a pu le tester que dans les configurations de 2 particules (ou trous) dans un fluide et au plus 3 particules (ou trous) dans l'autre fluide.

La figure 3.1 montre les résultats d'un test effectué avec une interaction de type quadrupole-quadrupole dans la couche $0s1d$. Il s'agit de la désintégration β d'un noyau de ^{29}Ne vers un noyau de ^{29}Na , noyaux qui possèdent, respectivement, 3 protons, 2 trous de neutrons et 2 protons, 3 trous de neutrons de valence dans la couche $0s1d$. Les spectres des deux noyaux sont entièrement explicables par la décomposition analytique dans les représentations irréductibles de la chaîne de réduction (3.12), ce qui montre la validité du calcul des énergies propres de l'hamiltonien.

Pour tester les fonctions d'onde, nous avons étudié l'élément de matrice de Fermi de désintégration β .

Les règles de sélection de la désintégration de Fermi imposent que le noyau père ne décroisse que vers le niveau isobarique analogue de son fondamental dans le noyau fils (si on considère que le noyau père est dans son état fondamental lors de sa décroissance β). Ces états isobariques analogues ont le même isospin et le même spin. Comme notre interaction est indépendante de la charge, ces états doivent également avoir la même énergie. Ces règles de sélection sont bien respectées par le calcul qui trouve que le fondamental du noyau père ne se désintègre que vers un état (dégénéré en énergie), de même spin, de même énergie, et dont nous savons, grâce à la décomposition analytique, qu'il appartient à des représentations irréductibles de même isospin (ici $\frac{9}{2}$).

FIG. 3.1 – Spectre partiel du ^{29}Na calculé avec une interaction quadrupolaire dans la couche $0s1d$. Pour plus de clarté, on a indiqué le spin et la parité uniquement pour les états les plus bas en énergie de chaque bande. Au dessus de chaque niveau est mentionné le moment orbital L caractéristique de la symétrie $O(3)$ du noyau. En légende figurent les nombres quantiques des représentations irréductibles de $SU(3)$: (λ, μ) , et de $SU_S(2) \otimes SU_T(2)$ (sous la forme $(2S, 2T)$). Le nombre K sert à lever la dégénérescence des représentations irréductibles de $O(3)$ à l'intérieur de celles de $SU(3)$. En haut à droite se trouve le fondamental du noyau père de la désintégration β (^{29}Ne) et sa décomposition suivant la symétrie dynamique précédente.



L'élément de matrice de la décroissance de Fermi entre deux états isobariques analogues vaut:

$$M_F = \sqrt{T(T+1) - T_{z_i} T_{z_f}}$$

où T est l'isospin commun aux deux états, et $T_{z_{i(f)}} = N_{i(f)} - Z_{i(f)}$ la projection d'isospin de l'état initial (final). Dans notre calcul, la décroissance a lieu vers 3 états parmi les 8 états dégénérés de même spin et énergie, ce qui signifie que parmi les 8 états $\lambda = 4$, $\mu = 2$, $K = 0$, $L = 0$, $S = \frac{1}{2}$, $T = \frac{7}{2}$ ou $\frac{9}{2}$ du noyau fils, 3 ont le bon isospin (ce qu'on vérifie analytiquement également). Les éléments de matrice de Fermi obtenus pour chacun de ces trois états valent $M_{F_1} = -0.27$, $M_{F_2} = 2.78$, et $M_{F_3} = 1.08$. L'intensité totale de cette désintégration vaut donc $I = \sum_{i=1}^3 M_{F_i}^2 = 8.97 \simeq T(T+1) - T_{z_i} T_{z_f} = 9$, ce qui montre que le calcul des fonctions d'onde est lui aussi correct.

Ces tests nous ont permis de vérifier que le calcul des énergies était réalisé correctement, et que les paires S étaient introduites sans erreur. Ils ne concernent cependant que des cas où la structure même des paires S n'entre pas en compte. Pour pouvoir tester cette structure, les calculs analytiques exacts ne sont plus suffisants, il faut réaliser des diagonalisations numériques avec des interactions réalistes.

3.4.2 Les résultats numériques

Les interactions utilisées jusqu'ici dans les tests avaient l'avantage de présenter une symétrie permettant de calculer leur spectre analytiquement. L'inconvénient de ces forces est relié à cet avantage; En effet, de la symétrie des interactions se déduisent de nombreuses règles de sélection de telle façon que beaucoup d'éléments de matrice sont nuls dans l'hamiltonien. Le test du code avec des interactions réalistes beaucoup plus complexes apparaît donc nécessaire. Comme on ne peut plus comparer nos résultats avec un calcul analytique, il nous faut une nouvelle référence, numérique cette fois-ci: un code de modèle en couches. Nous avons choisi de réaliser ces tests avec le programme OXBASH [Rae88]. Notons ici que la comparaison des résultats des deux codes ne concerne que les spectres des noyaux étudiés et pas les fonctions d'onde.

Là où la troncature de séniorité n'a aucun effet (cf. sec.3.4.1), les résultats d'OXBASH coïncident exactement avec ceux du code de séniorité généralisée, ce qui prouve une fois de plus la validité du code dans ces conditions (même avec une interaction complexe). Cette comparaison ne nous apporte cependant rien de plus qu'une confirmation des tests analytiques et ne correspond pas à l'objectif qu'on s'était fixé: tester la structure des paires S et évaluer la qualité de l'approximation. Ces tests constituent le sujet des deux paragraphes suivants: il s'agit tout d'abord d'étudier les noyaux semi-magiques où la séniorité généralisée est un très bon critère de troncature, on s'éloignera ensuite progressivement de ces noyaux pour pousser le modèle à ses limites.

Les noyaux semi-magiques

Les noyaux considérés dans cette étude n'ont qu'un seul type de nucléon dans leurs couches de valence (comme les isotopes de calcium étudiés dans la couche 0f1p). En d'autres

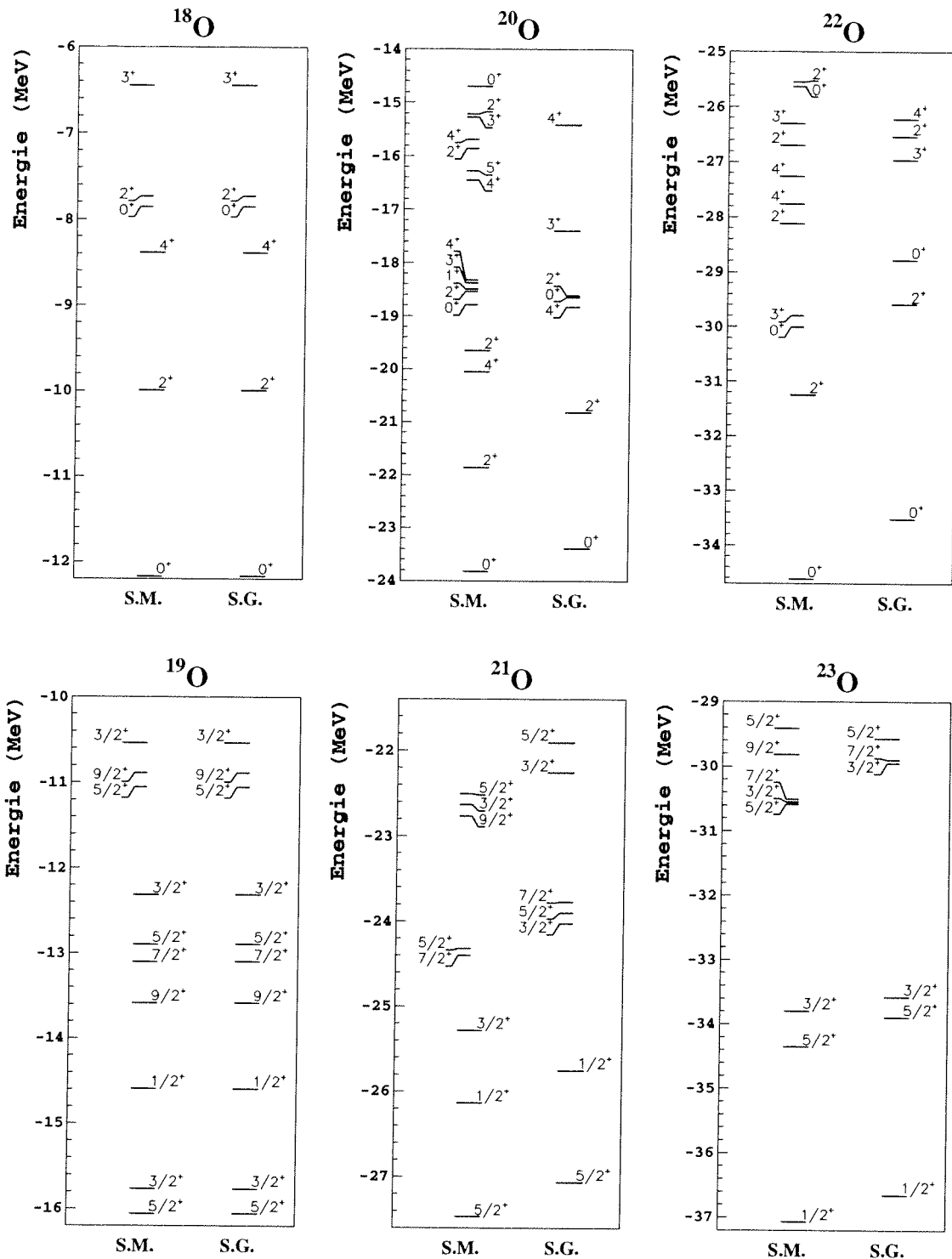


FIG. 3.2 – Évolution des spectres obtenus avec le modèle en couches (S.M.) et l'approche de séniorité généralisée (S.G.) en fonction du nombre de neutrons dans la couche de valence (ici la couche sd). Les trois figures du haut correspondent aux tests de la partie paire du code, les figures du bas à la partie impaire (cf. sec3.3). On a utilisé l'interaction "USD" [Wil84].

termes, on ne tient pas compte dans ce paragraphe des interactions entre les protons et les neutrons.

Comme on l'a vu précédemment, (sec.3.3) le code de séniorité généralisée est construit en deux parties: l'une traite les nucléons en nombre pair et l'autre les nucléons en nombre impair. Nous avons donc mis en oeuvre deux séries de calculs, pour les noyaux pairs et les noyaux impairs. Pour pouvoir mener les calculs du code de modèle en couches avec beaucoup de particules sans avoir à faire aucune troncature, nous avons choisi un espace de valence relativement petit, la couche $0d_{1/2}$. Nous avons comparé les spectres obtenus par les deux calculs avec l'interaction USD [Wil84] pour les isotopes pairs et impairs de l'oxygène. L'évolution des résultats avec le nombre de neutrons est montrée fig.3.2.

Sur les deux spectres les plus à gauche, l'accord est parfait, ce qui est logique, puisqu'on ne fait aucune troncature. Plus on se déplace vers la droite et plus il y a de paires dans le modèle de séniorité, donc plus la troncature est importante. L'accord entre les deux résultats reste pourtant très bon, l'écart sur l'énergie de liaison étant de quelques pour-cents. De plus, si on compare la spectroscopie des états excités, l'ordre des niveaux est identique dans la plupart des cas dans les deux calculs, et leurs énergies d'excitation par rapport au fondamental concordent à quelques dizaines de keV près. Il faut toutefois noter que certains niveaux sont moins bien reproduits que d'autres, ce qui est signe d'une composante de grande séniorité (tronquée par notre code) dans la fonction d'onde de cet état dans le modèle en couches. Le nombre de ces états croît avec l'énergie d'excitation, ce qui justifie que notre approximation n'est valable que pour les états de basse énergie (on voit bien ce comportement en particulier dans le cas ^{22}O où la densité de niveaux dans le spectre de haute énergie est complètement différente).

Une remarque enfin à propos de ces tests: Les choix des isotopes de l'oxygène, dicté par la petite taille des espaces considérés, est très artificiel. Il ne s'agissait ici que de comparer deux modèles, sans tenir compte de la physique des noyaux étudiés. Nous considérons que ces tests sont concluants, et poussons l'étude plus loin en mélangeant neutrons et protons dans les couches de valence.

La séniorité généralisée et l'interaction proton-neutron

On a vu précédemment (sec. 3.4.1) que la troncature de l'espace induite par l'approche de séniorité généralisée brisait la symétrie d'isospin. Inversement, l'interaction entre protons et neutrons de valence brise la symétrie de séniorité (en appariant les protons avec les neutrons). En d'autres termes, l'interaction proton-neutron va détériorer notre approximation. Le paragraphe qui suit décrit dans quelle mesure cette détérioration se produit et donc détermine les situations dans lesquelles on peut encore utiliser notre code dans de bonnes conditions. Les premiers exemples concernent encore des noyaux semi-magiques, mais d'une manière particulière. Le dernier montre les limites à ne pas dépasser, où la brisure d'isospin change complètement la structure du spectre.

Les isotopes du nickel Les isotopes du nickel sont des noyaux semi-magiques (ils ont 28 protons). Ils ont la particularité d'exister pour un nombre très varié de neutrons (allant

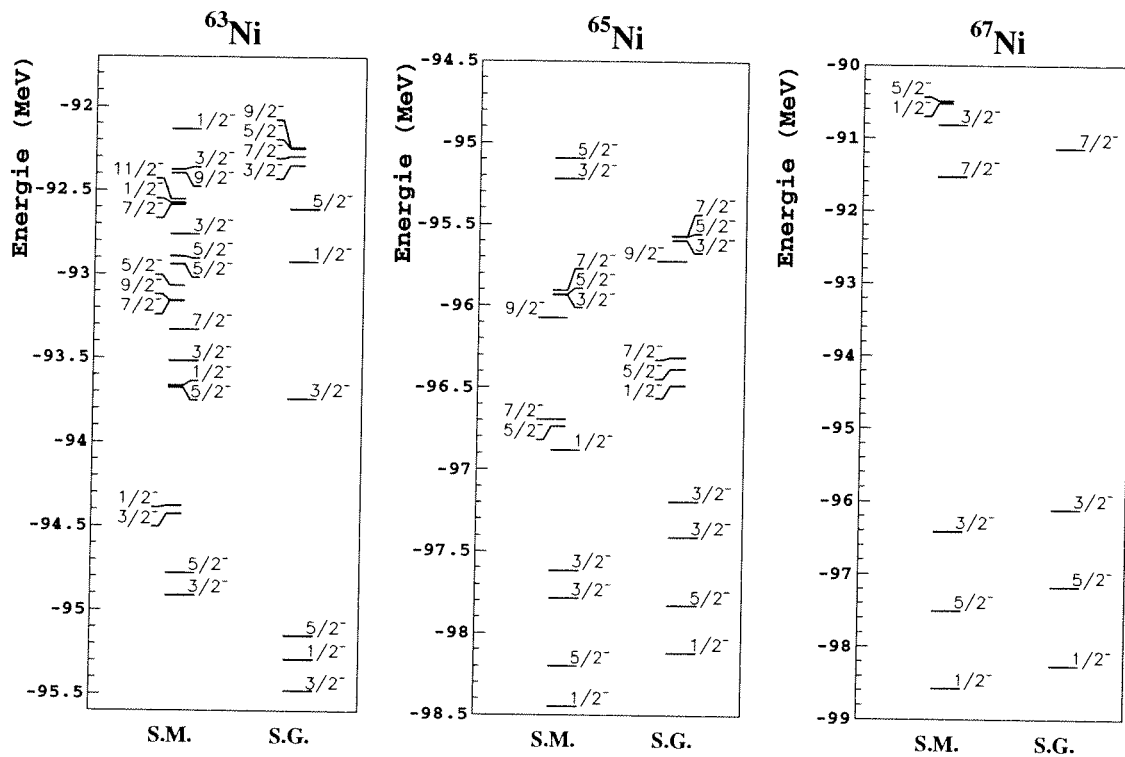


FIG. 3.3 – Comparaison des calculs modèles en couches (S.M) et de séniorité généralisée (S.G.) pour les isotopes du nickel. Le calcul est réalisé dans la couche $0f_{1p}$. Le calcul modèle en couches est tronqué à 1 excitation particule-trou dans la couche $f_{7/2}$ pour le ^{63}Ni , 2 excitations pour le ^{65}Ni , et 3 pour le ^{67}Ni .

de 20 (^{48}Ni) jusqu'à 50 (^{78}Ni). Les noyaux qui nous ont servis dans ce test sont les isotopes riches en neutrons, en particulier les nucléides ^{67}Ni , ^{65}Ni , ^{63}Ni . Le nombre des neutrons étant beaucoup plus important que celui des protons dans ces cas, on s'attend à ce que l'interaction proton-neutron soit faible par rapport à l'interaction proton-proton ou neutron-neutron. Ces noyaux sont donc de bons candidats pour un calcul dans le formalisme de la séniorité généralisée. Les tests menés sur ces noyaux ne seraient toutefois pas très différents de ceux réalisés sur les oxygènes si on considérait dans le calcul que la couche de valence était vide de protons. On choisit donc une couche de valence dans laquelle le ^{56}Ni n'est pas un noyau magique (le nombre Z (ou N) = 28 n'est signe que de la fermeture d'une sous-couche). Dans ce cas, la semi-magicité n'est pas créée artificiellement par une troncature de l'espace de valence, mais est due à l'interaction utilisée. C'est donc bien la physique du problème qui va justifier du critère de troncature par la séniorité. On prend la couche $0f1p$ comme couche de valence, ainsi nos noyaux test auront, respectivement, 8 protons et 1 trou de neutron, 8 protons et 3 trous de neutrons, 8 protons et 5 trous de neutrons. Les deux premiers calculs seront exacts pour les neutrons, on testera donc l'influence de l'interaction proton-neutron sur les propriétés d'appariement des protons entre eux. Le dernier calcul prendra en compte les effets de la troncature dans les deux fluides ainsi que ceux de l'interaction proton-neutron (le nombre de protons et de neutrons n'étant plus très différent dans le ^{63}Ni). Les comparaisons entre ces trois spectres sont présentées figure 3.3.

Le meilleur accord entre les deux modèles est obtenu pour le ^{67}Ni , puis les comparaisons se détériorent quand on va vers les noyaux plus légers. Les 4 premiers états excités du ^{67}Ni ont pratiquement la même énergie dans les deux calculs; Ces 4 états, dont la structure est celle de 4 paires S de protons et d'un trou de neutrons dans le modèle de séniorité, sont le signe que notre approximation reproduit de façon très fidèle les phénomènes se produisant aux fermetures de sous-couches. L'écart qui se produit à plus haute énergie est déjà dû à l'influence de l'interaction proton-neutron et à la brisure de l'isospin introduite par la troncature. Déjà ici, le calcul est tronqué dans le modèle en couches (cf. fig. 3.3), toutefois cette troncature n'a pas beaucoup d'influence sur le résultat (comme on peut le voir sur la figure 3.4).

Même si l'énergie de liaison obtenue par notre approximation est plus faible que par le calcul de modèle en couches dans le cas du ^{65}Ni , (l'erreur n'est que de 0.3%), la qualité du spectre qu'on obtient est là aussi excellente. On peut faire sur ce spectre les mêmes remarques que sur celui du ^{67}Ni , c'est-à-dire que les états montrés sur la figure 3.3 sont majoritairement composés de 4 paires S de protons et de 3 trous de neutrons; la qualité de l'approximation est donc fortement améliorée par la fermeture de la sous-couche $Z = 28$. Il faut remarquer de plus que le calcul de modèle en couches est lui aussi tronqué (cf fig.3.3), la comparaison peut donc être faussée.

Comparons maintenant les spectres du ^{63}Ni : les informations à tirer de ce graphique sont malheureusement minces, on peut seulement en déduire que l'allure générale des spectres concorde, et que l'approximation de séniorité généralisée impose une troncature moins importante dans le modèle en couches que celle qu'on a dû faire pour pouvoir mener le calcul à son terme avec le code OXBASH (cf. fig. 3.3) (car notre énergie de liaison est

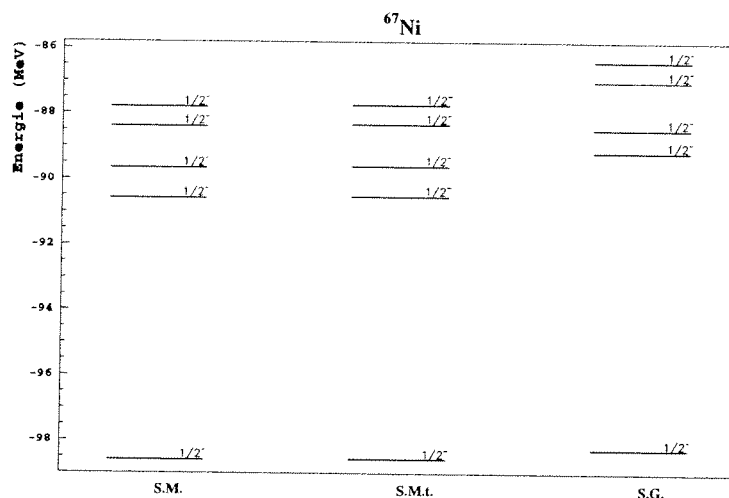


FIG. 3.4 – Comparaison des résultats du modèle en couches non tronqué, du modèle en couches tronqué (cf. fig. 3.3), et du modèle des paires brisées sur les 5 premiers niveaux $\frac{1}{2}^-$ du ^{67}Ni (où on a pu mener les 3 calculs à leur terme).

plus grande).

Les tests qu'on a réalisés jusqu'ici sont globalement concluants, et montrent que l'approximation de séniorité est encore valable même avec des protons et des neutrons de valence. L'exemple qui suit explore les limites de ce modèle, là où l'interaction entre les protons et les neutrons brise complètement la séniorité généralisée.

Le ^{53}Mn On explore une autre partie de la carte des nucléides en se rapprochant cette fois-ci de la zone $N \simeq Z$. Le ^{53}Mn est un noyau semi-magique puisqu'il possède 28 neutrons, il n'est donc pas incohérent de vouloir l'étudier avec notre code. Toutefois, le résultat est très décevant, comme le montre la figure 3.5 .

L'énergie de liaison calculée avec l'approximation de séniorité généralisée est légèrement plus basse que celle obtenue avec la plus grande approximation qu'on a pu faire avec le code OXBASH (2 excitations de la couche $0f_{7/2}$ vers les autres niveaux de la couche $0f_{1p}$). Il est donc raisonnable d'estimer que l'état fondamental du ^{53}Mn est bien reproduit dans l'approximation de séniorité. Quand on regarde les états excités, le point de vue change radicalement: même si l'ordre des premiers niveaux est respecté, les énergies d'excitation sont surestimées de plusieurs centaines de keV dans la majorité des cas, le désaccord allant même jusqu'au MeV pour certains états (en particulier les états de haut spin). Une étude plus poussée des fonctions d'onde obtenues avec notre code met de plus en évidence un mélange d'isospin dans ces états (alors que l'hamiltonien est invariant en isospin). L'interaction entre les protons et les neutrons de la couche $0f_{7/2}$ est trop grande pour qu'on puisse négliger son effet sur l'appariement. On peut tirer deux conclusions de cet échec:

- l'importance de la brisure d'isospin dans les fonctions d'onde est une grandeur essen-

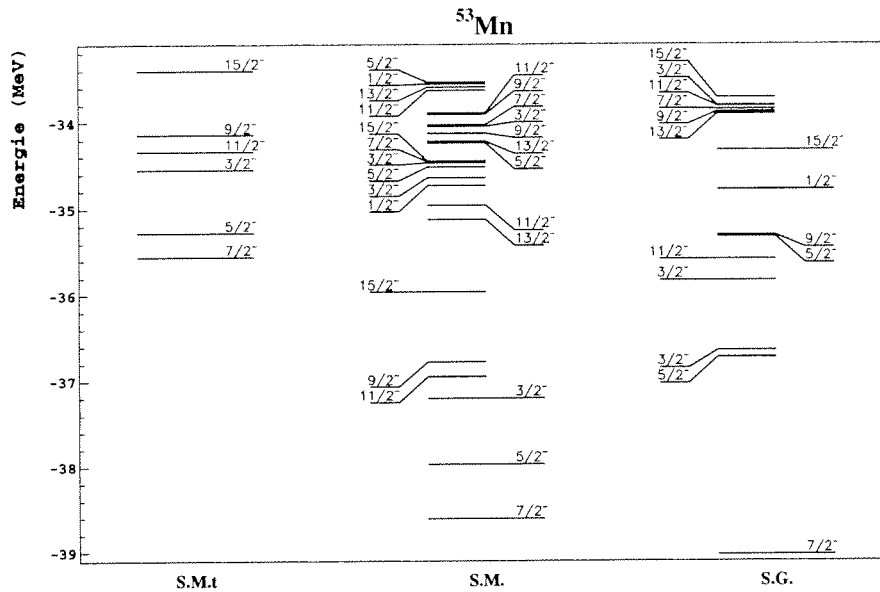


FIG. 3.5 – Comparaison des spectres obtenus avec le modèle en couches et l'approximation de séniorité généralisée pour les noyaux de ^{53}Mn . Calcul réalisé dans la couche $0f_{1p}$: Le spectre S.M.t est une troncature du calcul complet à une excitation particule-trou de la couche $0f_{7/2}$ vers les autres, le calcul S.M. considère 2 excitations, S.G. représente le résultat du calcul de paires brisées.

tielle à contrôler,

- le modèle des paires brisées s'applique mal aux noyaux $N \simeq Z$.

L'ensemble des tests que nous avons réalisés nous permet donc de valider l'approximation que l'on fait, et aussi la façon dont on l'a faite. Les informations supplémentaires que l'on en tire nous donnent des régions d'utilisation (là où l'approximation doit être très bonne), et des variables de contrôle (sur la qualité de l'approximation). L'étape suivante consiste en l'étude de cas réels, il s'agit donc de choisir des noyaux où le modèle doit bien décrire les phénomènes observés. Nous avons dans un premier temps choisi d'étudier les isotopes du nickel (noyaux où le test a été satisfaisant).

Chapitre 4

Les isotopes du nickel

L'étude des noyaux situés loin de la vallée de stabilité est une riche source d'informations sur la structure nucléaire. Les progrès réalisés dans le domaine expérimental permettent d'atteindre des noyaux de plus en plus exotiques et de mettre en évidence des phénomènes encore mal compris. En particulier, les noyaux riches en neutrons présentent des propriétés inattendues, par exemple l'apparition de nouveaux nombres magiques [Oza00]. Une zone très discutée de la carte des nucléides dans ce domaine concerne les noyaux de 40 neutrons pauvres en protons. Des études expérimentales et théoriques [Lal98, Rik99] interprètent en effet les phénomènes nucléaires dans cette région comme une conséquence de la magie du ^{68}Ni . À l'inverse, d'autres résultats [Geo01, Mue99] montrent la faiblesse de la fermeture de la sous-couche $N = 40$. L'objectif de notre étude est de confirmer ou d'infirmer cette hypothèse; il s'agit de réaliser un calcul systématique de la structure des isotopes du nickel depuis les noyaux moins exotiques de structure connue, jusqu'aux noyaux plus riches en neutrons. L'évolution d'observables pertinentes en fonction du nombre de neutrons nous renseignera alors sur l'éventuel franchissement d'une couche autour de $N = 40$.

Ce chapitre comporte quatre parties. Dans la première nous discuterons de l'espace de modélisation et de l'interaction résiduelle que nous avons choisis. Nous étudierons ensuite les trois observables que nous avons sélectionnées: énergies, moments magnétiques et taux de désintégration β .

4.1 L'interaction résiduelle

La première étape dans la détermination d'une interaction résiduelle est le choix de l'espace de modélisation. Nous voulons étudier l'évolution des propriétés des isotopes du nickel avec le nombre de neutrons, afin de valider (ou d'invalidier) la magie du nombre $N = 40$. Nous ne pouvons donc plus utiliser la couche $0f1p$ comme au chapitre précédent. L'espace de modélisation qui vient alors à l'esprit est construit autour d'un coeur de ^{56}Ni et contient les couches $1p0f_{5/2}0g_{9/2}$. Toutefois, les observables étudiées dépendent beaucoup des interactions entre les niveaux de moments orbitaux égaux (partenaires de spin-orbite). Ainsi l'absence dans cet espace du niveau $0f_{7/2}$ risque de très fortement influencer nos

résultats. C'est pourquoi l'espace choisi finalement pour cette étude a un coeur de ^{40}Ca et contient les couches $1p0f0g_{9/2}$. Cet espace a été très peu utilisé jusqu'à maintenant, et il n'y existait pas d'interaction réaliste au moment de notre étude. Il y a deux raisons principales à cette absence :

- La première, et la plus évidente, est la taille de l'espace de modélisation qui rend très rapidement les calculs impossibles.
- La seconde, plus subtile, est due à la présence dans cet espace des deux niveaux $0f_{7/2}$ et $0g_{9/2}$. En effet, le modèle en couches est construit dans une base d'oscillateurs harmoniques fixés sur un centre de masse supposé au repos. En d'autres termes, on ne veut tenir compte que des excitations internes du noyau dans un calcul de modèle en couches. Toutefois, une excitation collective de tous les nucléons peut induire un mouvement du centre de masse du noyau; il apparaît alors dans les résultats un état - ou un ensemble d'états - qu'on ne veut pas décrire dans le calcul: ces états sont spurieux. Le mouvement spurieux du centre de masse se traduit par des excitations de spin 1 et de parité négative. Deux nucléons dans les niveaux $0f_{7/2}$ et $0g_{9/2}$ peuvent se coupler dans un état de spin-parité 1^- , l'hamiltonien à deux corps du système peut donc contenir des termes non nuls de spin 1 et de parité négative. Les excitations 1^- apparaissent donc aussi dans l'espace des configurations, et il devient impossible d'exclure le mouvement spurieux du centre de masse a priori. Il n'existe de plus pas de moyen d'exclure ces excitations spurieuses rigoureusement (sauf en changeant l'espace de modélisation). Nous avons choisi par la suite de contrôler dans les fonctions d'onde obtenues le taux des excitations spurieuses dues au mouvement du centre de masse.

L'espace-modèle choisi, il nous reste à déterminer les éléments de matrice de notre interaction. Nous avons choisi de partir d'une interaction de type "matrice G" [Pit99] (cf annexe B). Nous avons extrait les énergies des niveaux $1p_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $0f_{5/2}$, $0f_{7/2}$ des états de particule individuelle du ^{41}Ca ; l'énergie du niveau $0g_{9/2}$ est tirée d'un calcul de Duflo et Zuker [Duf99]. Nous avons ensuite renormalisé la partie monopolaire de cette interaction en suivant la méthode exposée au premier chapitre (sec. 2.3). L'ajustement des monopoles est réalisé sur les premiers états excités de différents noyaux bien connus situés de part et d'autre de l'espace de modélisation, à savoir le ^{49}Sc , le ^{49}Ca , le ^{57}Ni et le ^{89}Zr . La figure 4.1 montre la comparaison entre les spectres calculés et expérimentaux des noyaux choisis pour l'ajustement. L'ajustement s'est effectué à proprement dit sur les niveaux de particule individuelle du ^{57}Ni [Rud99] et du ^{89}Zr , les deux autres noyaux servant à vérifier a posteriori nos résultats. Un intérêt plus particulier a été apporté au spectre du ^{57}Ni , puisque ce sont ses isotopes que nous allons étudier.

La validation de cette interaction s'est effectuée en 3 étapes :

- Tout d'abord les spectres des noyaux d'ajustement devaient concorder avec les données expérimentales.
- Il s'est agi ensuite de vérifier que la structure des niveaux ajustés est bien une structure de particule individuelle (ou une structure proche).

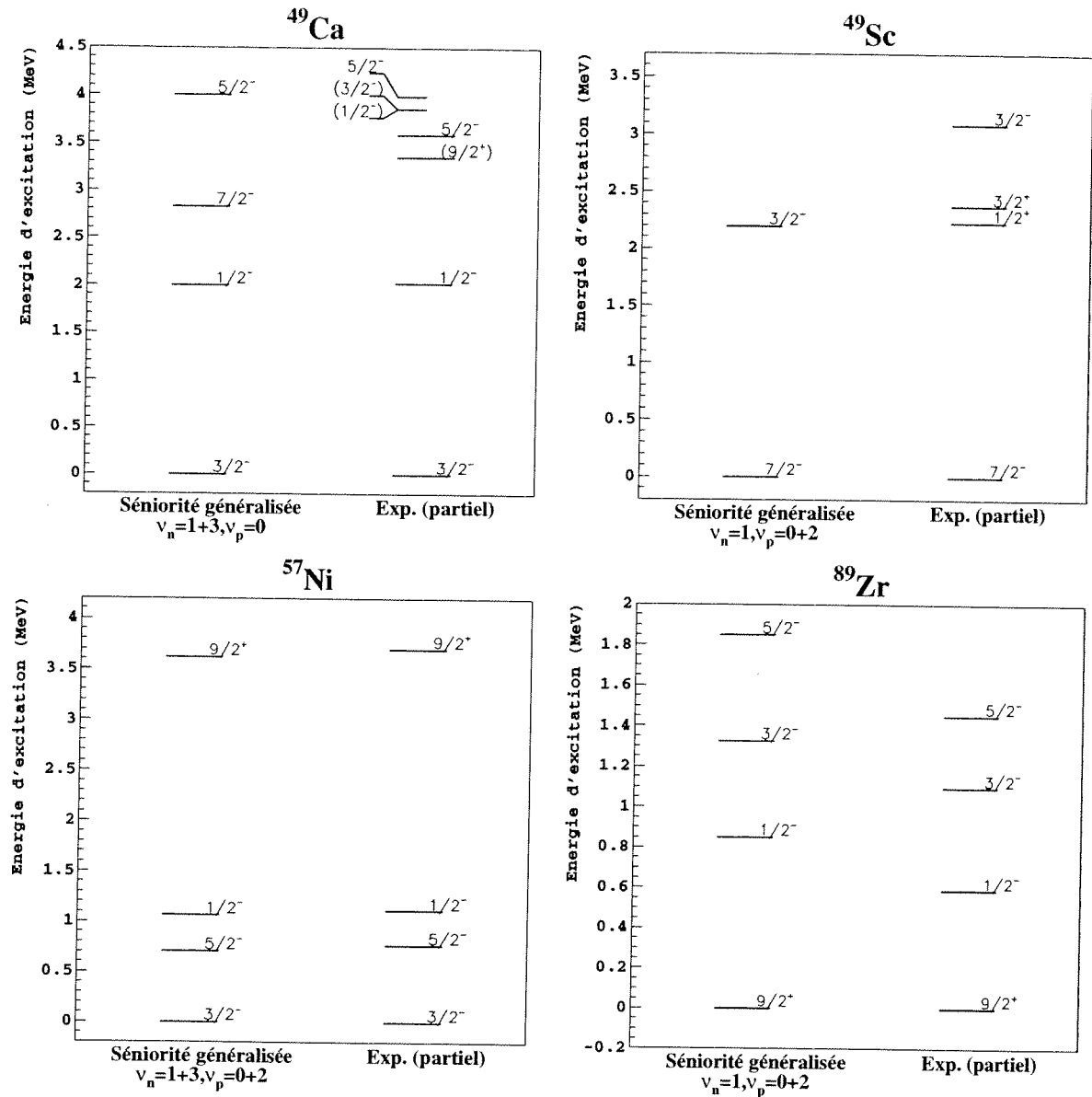


FIG. 4.1 – Comparaison des spectres calculés et expérimentaux des noyaux utilisés pour l'ajustement de la partie monopolaire de l'interaction. Dans les deux vignettes supérieures, le spectre expérimental est coupé en énergie d'excitation. Pour les deux autres, seuls les niveaux ayant une structure de particule individuelle sont représentés dans les spectres expérimentaux. Les données sont tirées de [Fir96, Rud99].

- On a comparé enfin les spectres expérimentaux et théoriques des deux nucléides tests : le ^{49}Ca et le ^{49}Sc .

Les résultats de la figure 4.1 correspondent à ces critères, les différences entre les spectres dans les cas du ^{49}Ca et du ^{49}Sc étant dûs, pour la plupart, à des niveaux appartenant à l'extérieur de l'espace de modélisation et donc indéscriptibles par l'interaction choisie. Bien qu'appartenant aux données d'ajustement, le spectre du ^{89}Zr n'est pas reproduit exactement par nos calculs. Cet écart s'explique par la forme linéaire de notre paramétrisation. Il nous est en effet apparu impossible de relier les énergies individuelles effectives des noyaux de ^{41}Ca , ^{57}Ni , et de ^{89}Zr par une fonction linéaire de N et Z . Nous avons donc choisi de reproduire au mieux les 3 spectres, en nous concentrant sur le ^{41}Ca (obtention directe des énergies individuelles) et le ^{57}Ni (puisque nous étudions ses isotopes). La figure 4.2 montre

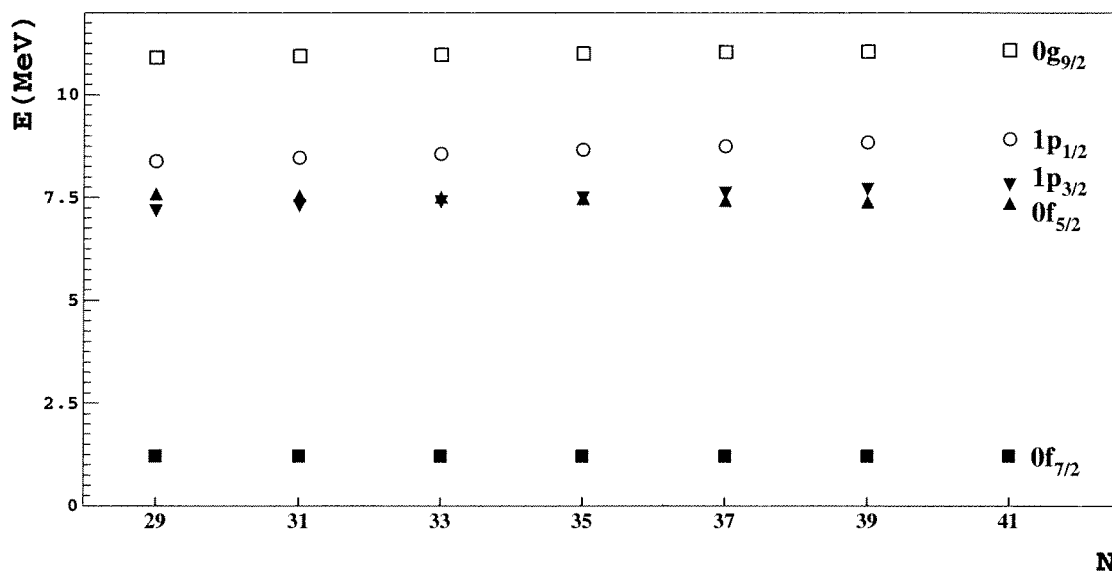


FIG. 4.2 – Évolution des énergies individuelles effectives extraites de la partie renormalisée de l'interaction monopolaire avec le nombre de neutrons dans les isotopes du nickel.

l'évolution des énergies individuelles effectives des neutrons dans les isotopes du nickel qui vont être étudiés. On remarque qu'elles varient peu avec le nombre de neutrons, ce qui est un signe du comportement doux de l'interaction "de champ moyen". L'écart important entre le niveau $0f_{7/2}$ et les autres nous permet de justifier encore mieux l'utilisation de notre approche dans ces noyaux. On peut en effet considérer que le ^{56}Ni est quasiment un coeur dur dans ces isotopes, et donc que les isotopes du nickel sont pratiquement tous semi-magiques. Toutefois, cet écart est peut-être surestimé, et nous verrons dans la suite de ce chapitre l'influence qu'il peut prendre dans nos résultats.

L'interaction est maintenant sous sa forme définitive, il s'agit d'étudier les propriétés des isotopes du nickel.

4.2 Propriétés des spectres

La forme des spectres en énergie des nucléides apporte une première information sur la structure de ceux-ci, en particulier sur leur magie. Les noyaux doublement magiques ont en effet un spectre dans lequel le premier état excité a une grande énergie par rapport à l'état fondamental. Les noyaux que nous avons étudiés ont un nombre impair de constituants, ils ne peuvent donc pas être doublement magiques ; toutefois, la proximité d'une fermeture de couche neutronique (et donc la proximité d'un noyau de nickel doublement magique) sera visible. En effet, un noyau proche d'une fermeture de couche est un noyau qui a peu d'états accessibles dans le modèle en couches. Les états de basse énergie (qui proviennent des configurations possibles des nucléons dans l'espace de modélisation) seront donc peu nombreux. On s'attend ainsi à ce que le spectre de tels noyaux ne présente que peu d'états de basse énergie.

L'objectif que nous avons poursuivi ici est donc double :

- Tout d'abord, il s'agit de vérifier que l'interaction choisie donne de bons résultats sur les noyaux les moins exotiques bien connus expérimentalement. Nous pourrons alors être confiants dans les spectres obtenus sur les nucléides plus instables.
- Nous étudierons ensuite les spectres des isotopes plus exotiques. Nous en déduirons des indices sur la fermeture éventuelle de la couche $N = 40$.

4.2.1 Les nucléides les plus stables

Cette partie est consacrée à l'étude des spectres des isotopes impairs les plus stables du nickel, c'est-à-dire les noyaux de ^{57}Ni , ^{59}Ni , ^{61}Ni , ^{63}Ni . La comparaison des spectres calculés et expérimentaux nous permettra de conclure à la validité de l'interaction et de l'approximation de séniorité généralisée dans la région qui nous intéresse. La pureté de l'isospin, ainsi que la spuriosité due au mouvement du centre de masse sera contrôlée pour tous les états de basse énergie.

Étudions tout d'abord les spectres : la figure 4.3 montre une première comparaison de nos calculs avec les résultats expérimentaux. On remarque que la concordance parfaite des états que nous avons ajustés dans le ^{57}Ni se détériore un peu quand on s'éloigne de ce noyau, en particulier en ce qui concerne le premier niveau $\frac{1}{2}^-$. Toutefois la tendance du spectre expérimental à se "resserrer" quand le nombre de neutrons augmente est bien suivie par nos calculs, ce qui est une preuve du bon comportement global de la partie monopolaire de notre interaction. Si l'allure générale du spectre est bien reproduite pour les états de plus basse énergie, il faut tout de même noter que nos calculs surestiment de parfois plus d'un MeV l'énergie des états plus excités. Ces états, de structure plus complexe, peuvent contenir des composantes de séniorités élevées, non décrites par le modèle (comme c'est le cas du deuxième état $\frac{5}{2}^-$ dans le ^{57}Ni [Bha98]). Il est possible aussi que l'interaction proton-neutron soit importante dans cette région (puisque $N \simeq Z$) et rende notre approximation moins valable. Les résultats devraient donc s'améliorer avec le nombre croissant de

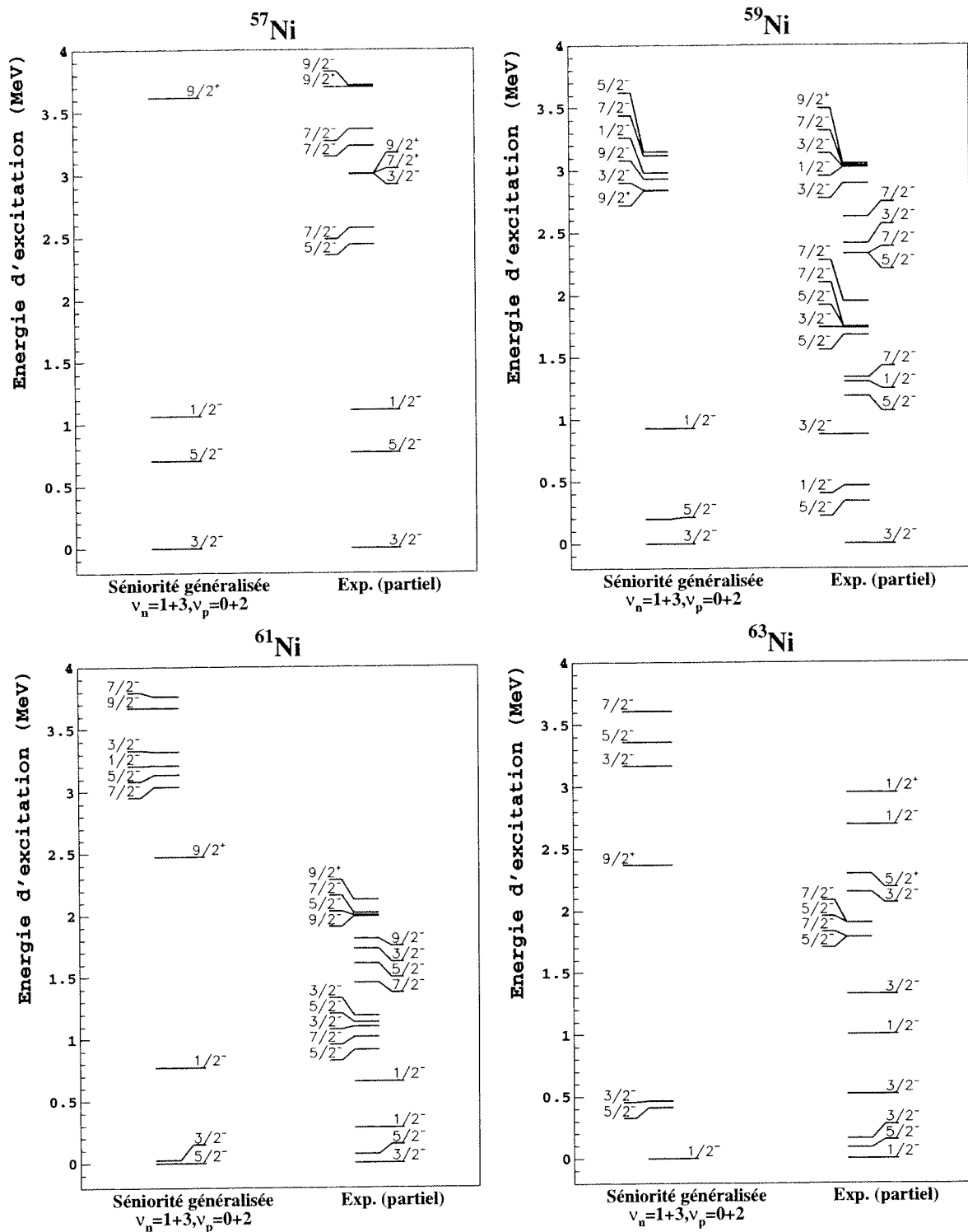


FIG. 4.3 – Spectres calculés et expérimentaux des 4 isotopes les plus stables du nickel: ^{57}Ni , ^{59}Ni , ^{61}Ni et ^{63}Ni . Seuls les états de plus basse énergie, de spin et parité assignés de façon sûre, sont montrés. Les spectres expérimentaux des nucléides ^{59}Ni , ^{61}Ni , et ^{63}Ni sont tirés de [Fir96]; celui du ^{57}Ni provient de [Rud99].

neutrons. Dans tous les cas, ni le mélange d'isospin dû à la troncature en séniorité généralisée, ni le mouvement spurieux du centre de masse ne sont prédominants dans ces calculs, comme on le constatera à la section suivante.

L'isospin des états calculés

En tronquant la base du modèle en couches, l'approche de séniorité généralisée brise la symétrie d'isospin (comme on l'a déjà noté au chapitre précédent sec.3.4.1). Notre approche risque donc de créer des états qui n'ont pas de sens physique (en toute rigueur elle risque de mélanger des états d'isospins différents). Il faut donc vérifier après coup que les états que nous avons obtenus ont gardé dans leur majorité un isospin pur.

Pour contrôler la variable d'isospin, nous avons décidé d'évaluer l'opérateur \hat{T}^2 dans les états propres obtenus. La valeur attendue de cet opérateur dans un état d'isospin total \mathcal{T} est :

$$\langle \Psi_{\mathcal{T}} | \hat{T}^2 | \Psi_{\mathcal{T}} \rangle = \mathcal{T}(\mathcal{T} + 1)$$

Dans notre cas, les états n'ont pas un isospin pur ; en d'autres termes, leur fonctions d'onde contiennent plusieurs composantes d'isospin différent. Développons une telle fonction d'onde sur une base d'états d'isospin pur :

$$|\Psi_{tronc}\rangle = C_{\mathcal{T}} |\Psi_{\mathcal{T}}\rangle + C_{\mathcal{T}+1} |\Psi_{\mathcal{T}+1}\rangle + \dots$$

dans un tel état, l'opérateur \hat{T}^2 prend la valeur

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{tronc} | \hat{T}^2 | \Psi_{tronc} \rangle &= C_{\mathcal{T}}^2 \mathcal{T}(\mathcal{T} + 1) + C_{\mathcal{T}+1}^2 (\mathcal{T} + 1)(\mathcal{T} + 2) + \dots \\ &\geq C_{\mathcal{T}}^2 \mathcal{T}(\mathcal{T} + 1) + (\mathcal{T} + 1)(\mathcal{T} + 2) (C_{\mathcal{T}+1}^2 + C_{\mathcal{T}+2}^2 + \dots) \\ &\geq C_{\mathcal{T}}^2 \mathcal{T}(\mathcal{T} + 1) + (\mathcal{T} + 1)(\mathcal{T} + 2) (1 - C_{\mathcal{T}}^2) \end{aligned}$$

on obtient ainsi une borne inférieure pour le coefficient correspondant au plus petit isospin dans le développement de notre fonction d'onde :

$$C_{\mathcal{T}}^2 \geq \frac{(\mathcal{T} + 1)(\mathcal{T} + 2) - \langle \Psi_{tronc} | \hat{T}^2 | \Psi_{tronc} \rangle}{2(\mathcal{T} + 1)} = C_{\mathcal{T}_{min}}^2 \quad (4.1)$$

Dans la plupart des cas, les états que l'on étudie sont les états de plus bas isospin ($T = |T_z| = \frac{|N-Z|}{2}$), et cette borne inférieure nous donne directement des informations sur la pureté de l'état en isospin. Quand la composante d'isospin le plus bas n'est plus majoritaire, l'opérateur \hat{T}^2 ne nous permet malheureusement pas de savoir si l'état que l'on a obtenu est pur en isospin avec $T > T_z$ ou s'il est très mélangé en isospin. Le seul moyen de le savoir consiste alors à regarder si cet état a un état isobarique analogue dans un noyau où $T = T_z$; la désintégration β de Fermi devient ici un outil important dans notre étude.

Le tableau 4.1 montre la pureté en isospin des états fondamentaux des noyaux dont on a montré le spectre figure 4.3. Les résultats obtenus montrent que l'approche de séniorité

Noyau	^{57}Ni	^{59}Ni	^{61}Ni	^{63}Ni
J, T, T_z	$\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}, \frac{7}{2}, \frac{7}{2}$
$C_{T_{\min}}$	97.6%	98.8%	99.2%	99.4%

TAB. 4.1 – Spin et isospin des états fondamentaux des noyaux étudiés fig.4.3, ainsi que le pourcentage minimum d'isospin $T = T_z$ dans leur fonction d'onde $C_{T_{\min}}$ (eq. (4.1)).

généralisée n'entraîne que peu de mélange d'isospin dans cette région, y compris dans le ^{57}Ni aux alentours de la ligne $N = Z$. Les états que nous étudions sont donc fiables et nous pouvons en tirer des informations physiques. On peut remarquer de plus que ces états sont de plus en plus purs en isospin à mesure que l'on augmente le nombre de neutrons, ce qu'on peut expliquer par la diminution de la composante d'appariement isoscalaire de la force avec l'éloignement de la ligne $N = Z$. Cette tendance est idéale pour notre étude, puisqu'elle indique que notre approximation sera encore meilleure dans les noyaux plus riches en neutrons (autour de $N = 40$), au moins du point de vue du mélange d'isospin.

Le deuxième problème qui nous concerne est le mouvement spurieux du centre de masse. C'est l'objet du paragraphe suivant.

Le mouvement spurieux du centre de masse

De manière similaire à ce que nous avons fait pour l'isospin, le mouvement spurieux du centre de masse est une grandeur que nous allons contrôler a posteriori dans les fonctions d'onde. L'opérateur du mouvement du centre de masse s'écrit [Law80, pp. 223-244]:

$$\hat{O}_A = \frac{\hat{P}^2}{2mA} + \frac{1}{2}m\omega^2 A \hat{R}^2$$

avec: A nombre de constituants du noyau, m masse du nucléon, ω pulsation propre de l'oscillateur harmonique; $\hat{P} = \sum_{i=1}^A \hat{p}_i$ et $\hat{R} = \sum_{i=1}^A \frac{\hat{r}_i}{A}$ sont les opérateurs impulsion totale et position du centre de masse des A nucléons.

Dans un état propre de la base d'oscillateurs harmoniques (ie: un déterminant de Slater), cet opérateur prendra la valeur:

$$\langle \Phi_A | \hat{O}_A | \Phi_A \rangle = \hbar\omega \left(\frac{3}{2} + N_{spur} \right)$$

où N_{spur} représente le nombre d'excitations du centre de masse.

Dans les calculs de modèle en couches le centre de masse est considéré au repos. Autrement dit, les états dans lesquels N_{spur} est non nul ne représentent pas des excitations internes du noyau, ils sont dûs aux erreurs de modélisation: ce sont des états spurieux. L'objectif de notre calcul est donc d'évaluer les valeurs attendues $\langle \Psi_A | \hat{O}_A | \Psi_A \rangle$ et de rejeter les états spurieux.

Encore plus que dans le cas de l'isospin, il n'y a aucune raison pour que l'opérateur \hat{O}_A soit diagonal dans la base des états propres de l'hamiltonien. On peut développer ces états

propres sur une base des vecteurs propres de \hat{O}_A :

$$|\Psi_A\rangle = C_0 |\Phi_0\rangle + C_1 |\Phi_1\rangle + \dots$$

ainsi,

$$\begin{aligned} \langle \Psi_A | \hat{O}_A | \Psi_A \rangle &= \hbar\omega \left(\frac{3}{2} + C_1^2 + 2C_2^2 + \dots \right) \\ &= \frac{3}{2}\hbar\omega + (C_1^2 + 2C_2^2 + \dots) \hbar\omega \\ &\geq \frac{3}{2}\hbar\omega + (1 - C_0^2) \hbar\omega \end{aligned}$$

on obtient, comme dans le cas de l'isospin, une estimation du minimum de la composante non spurieuse dans chaque fonction d'onde:

$$C_0^2 \geq \frac{5}{2} - \frac{\langle \Psi_A | \hat{O}_A | \Psi_A \rangle}{\hbar\omega} = C_{0_{min}}^2 \quad (4.2)$$

Les états pour lesquels ce minimum est inférieur à 50% ne sont pas considérés puisqu'ils sont susceptibles d'avoir une grande composante spurieuse du centre de masse. Dans les autres cas, la valeur de ce minimum nous permet de contrôler les erreurs induites par l'espace de modélisation que nous avons choisi.

Le tableau 4.2 montre la spuriosité des états fondamentaux des noyaux calculés précédemment dans ce chapitre. Contrairement au mélange d'isospin, le taux de spuriosité

Noyau	^{57}Ni	^{59}Ni	^{61}Ni	^{63}Ni
$C_{0_{min}}$	99.0%	99.5%	99.5%	99.4%

TAB. 4.2 – Borne inférieure de la composante non spurieuse du mouvement du centre de masse dans la fonction d'onde du fondamental de différents isotopes du nickel. Les résultats sont exprimés en pourcentage de la fonction d'onde totale (voir eq.(4.2)).

n'évolue pas avec le nombre de neutrons; ce qui est logique étant donné que ce taux ne dépend que de l'espace de modélisation et pas de la qualité de l'approximation de séniorité généralisée. On remarque aussi que les composantes spurieuses sont pratiquement nulles dans les fonctions d'onde des fondamentaux. C'est également le cas des états excités que l'on gardera dans les études qui suivent.

Les spectres des isotopes les plus stables du nickel ont en conclusion un comportement bien décrit par l'approche de séniorité généralisée. De plus, leurs fonctions d'onde ne montrent pas (ou peu) de composantes n'ayant pas de sens physique. Ces deux résultats sont suffisants pour justifier de mener les calculs sur des isotopes plus riches en neutrons, où moins de données sont disponibles.

4.2.2 Les nucléides plus exotiques

Les noyaux étudiés dans cette section ne sont pas les isotopes les plus exotiques du nickel. L'espace de modélisation que nous avons choisi nous permettrait de calculer la structure de ces nucléides (jusqu'au ^{77}Ni), mais ces calculs ne nous donneraient qu'une vision très simplifiée et arbitraire de ce qui se passe (l'espace des configurations se trouve réduit à un trou de neutrons dans les couches de valence dans le cas du ^{77}Ni par exemple). De plus, ces noyaux sortent du champ de cette étude qui consiste à étudier la fermeture de la couche $N = 40$. C'est pourquoi les calculs présentés dans cette section concerneront les noyaux de ^{65}Ni , ^{67}Ni et ^{69}Ni . Nous utiliserons ici le même plan qu'à la section précédente, c'est-à-dire que nous montrerons tout d'abord les spectres calculés et expérimentaux, puis nous contrôlerons si les états calculés ne contiennent pas d'information non physique.

Les spectres des noyaux

La figure 4.4 montre la comparaison entre les spectres que nous avons obtenus et les niveaux expérimentaux. On remarque sur ces spectres un bon accord global entre les résultats expérimentaux et théoriques. On peut tout de même noter un mauvais comportement des premiers niveaux $\frac{3}{2}^-$ et $\frac{5}{2}^-$ qui restent proches l'un de l'autre dans nos calculs. Ce comportement peut être dû à une défaillance de la partie monopolaire de la force concernant les niveaux de particule individuelle $1p_{1/2}$, $1p_{3/2}$, et $1f_{5/2}$ pendant le remplissage des couches $1p_{3/2}$ et $1f_{5/2}$ (c'est cette même défaillance qui serait responsable des écarts entre le premier niveau $\frac{1}{2}^-$ calculé et son homologue expérimental dans les noyaux plus stables (^{59}Ni et ^{61}Ni)). On pourrait corriger ce comportement en modifiant les paramètres W_{ij} (cf. eq. 2.14) de la force monopolaire. La mauvaise reproduction de ces niveaux, surtout visible dans le spectre du ^{65}Ni , peut aussi être un effet de la déformation des noyaux (en particulier du ^{65}Ni) qui rendrait notre approximation moins valable. Nous avons donc choisi de négliger ces légers écarts avec les spectres expérimentaux et de ne pas modifier l'interaction, ce qui a l'inconvénient de rendre nos résultats moins précis, mais l'avantage de nécessiter moins de données dans l'ajustement.

Le tableau 4.3 résume les tests menés sur la spuriété du mouvement du centre de masse et l'isospin des fonctions d'onde dans les noyaux étudiés dans ce paragraphe. Les

Noyau	^{65}Ni	^{67}Ni	^{69}Ni
T	9/2	11/2	13/2
$C_{T_{min}}$	99.5%	99.7%	99.8%
$C_{0_{min}}$	99.4%	99.3%	99.3%

TAB. 4.3 – Pureté en isospin et spuriété du mouvement du centre de masse des états fondamentaux des noyaux de ^{65}Ni , ^{67}Ni , et ^{69}Ni .

résultats de ces tests nous permettent là encore d'être confiants dans les fonctions d'onde que nous avons trouvées. On peut en déduire que les grands écarts en énergie entre les premiers états excités et les états plus complexes sont dus à des phénomènes dépendant

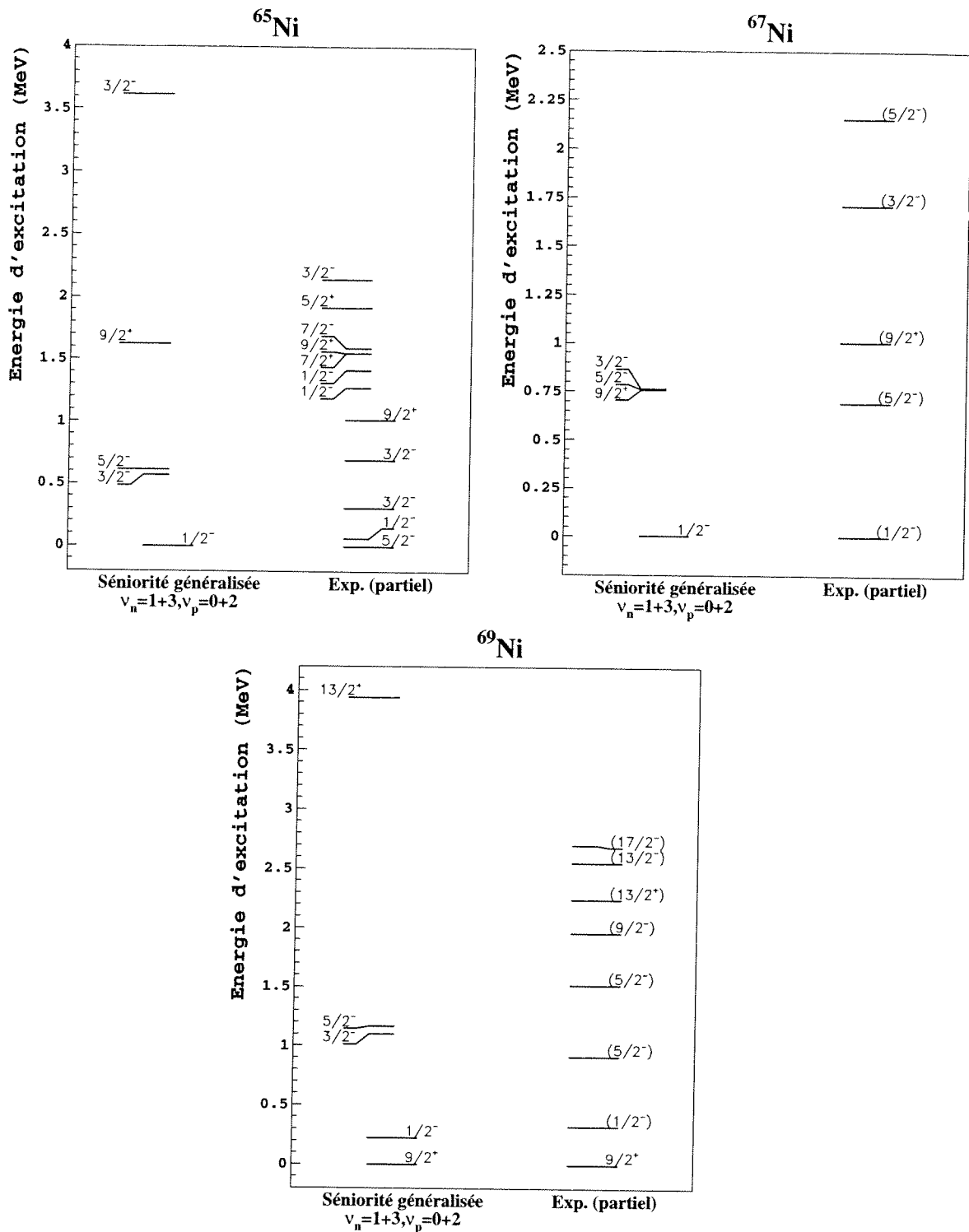


FIG. 4.4 – Spectres expérimentaux et théoriques des isotopes du nickel ^{65}Ni , ^{67}Ni , et ^{69}Ni . Le spectre expérimental du ^{65}Ni a été coupé à 2.2 MeV d'énergie d'excitation et est tiré de [Fir96], celui du ^{67}Ni est déduit de [Wei99] et [Gir88], et celui du ^{69}Ni de [Grz98].

soit de l'interaction, soit de l'existence d'états de séniorité élevée dans le spectre de basse énergie des noyaux étudiés. En particulier, la différence en énergie entre les états $\frac{13}{2}^+[1]$ expérimentaux et calculés dans le ^{69}Ni laisse à penser que notre approche surestime l'effet de couche à $N = 40$.

Il s'agit maintenant de sonder ces fonctions d'onde plus profondément en regardant d'autres observables. La prochaine section de ce chapitre concerne les moments magnétiques des noyaux dont nous venons de montrer les spectres.

4.3 Les moments magnétiques

Parmi les observables intéressantes en physique nucléaire, le moment magnétique a une importance particulière pour deux raisons principales:

- Cette grandeur est observée depuis longtemps et de nombreuses études ont été menées dans le but de déterminer de manière systématique le moment magnétique des états fondamentaux de chaque nucléide stable. On a ainsi pu mettre en évidence une relation simple entre la structure des noyaux et leur moment magnétique (que l'on étudiera section 4.3.1).
- Toutefois, malgré ces études, les résultats théoriques se montrent systématiquement éloignés des valeurs expérimentales. Ce mauvais comportement quantitatif est expliqué par les approximations réalisées lors des calculs (où on néglige les excitations du coeur et les corrélations entre mésons par exemple), et est corrigé en considérant un opérateur effectif dans le noyau. Cette correction n'est cependant pas complètement satisfaisante du point de vue théorique et c'est pourquoi elle fait l'objet de nombreuses recherches [Tow87, Sto97]. Dans la suite de cette section nous ne considérerons que les opérateurs effectifs dans nos calculs, sans nous attarder sur la justification de cette correction. Nous nous contenterons de préciser, au moment où elle intervient, la valeur de la renormalisation.

Cette section est séparée en deux parties. Dans la première nous expliquerons comment on peut estimer théoriquement le moment magnétique d'un noyau. Nous comparerons nos résultats avec les données expérimentales dans la seconde.

4.3.1 Le calcul des moments

Le moment magnétique dipolaire d'un état $|\Psi_I\rangle$ de spin I (en général seuls les états fondamentaux ou des états isomériques ont des temps de vie assez longs pour qu'on puisse mesurer ce moment) est la valeur que prend l'opérateur de transition magnétique dipolaire dans l'état $|\Psi_I\rangle$ [Law80, p.297]:

$$\mu_\Psi = g_\Psi I = \langle \Psi_{I,M=I} | \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \hat{M}1_0^{(1)} | \Psi_{I,M=I} \rangle \quad (4.3)$$

Suivant l'approximation des grandes longueurs d'onde, l'opérateur $\hat{M}1$ s'écrit:

$$\hat{M}1 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \mu_N \left(\sum_n g_s(n) \vec{s}_n + \sum_p g_s(p) \vec{s}_p + g_l(p) \vec{l}_p \right) \quad (4.4)$$

avec μ_N : magnéton nucléaire, g_s : facteur gyromagnétique de spin: $g_s(n) = -3.82\mu_N$, $g_s(p) = 5.58\mu_N$ et g_l facteur gyromagnétique orbital: $g_l(n) = 0$, $g_l(p) = 1$. Les sommes sont réalisées sur tous les neutrons et, respectivement, tous les protons du noyau. Pour corriger les erreurs consécutives aux approximations, on considère un facteur de réduction constant pour les coefficients gyromagnétiques de spin. Ces coefficients prendront la valeur effective dans le milieu: $g_{s_{eff}} = 0.7 * g_s$.

Estimons la valeur du moment magnétique d'un noyau dans trois cas simples:

1. La configuration $[j^n]_I$ Supposons tout d'abord que le noyau d'intérêt a la structure d'un nucléon individuel gravitant autour d'un coeur dur. Son moment magnétique s'écrit d'après (4.3) et (4.4)

$$\mu = \langle \Psi_{I,M=I} | \mu_N g_s(n) \vec{s}_n | \Psi_{I,M=I} \rangle$$

si c'est un neutron ou

$$\mu = \langle \Psi_{I,M=I} | \mu_N (g_s(p) \vec{s}_p + \vec{l}_p) | \Psi_{I,M=I} \rangle$$

si c'est un proton. Ce nucléon est dans une orbite individuelle, on connaît donc sans ambiguïté son moment orbital l et son spin s . Le moment magnétique vaudra

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{1}{2} g_s(n) \mu_N \text{ si } I = l + \frac{1}{2} \\ &= \frac{-I}{I+1} g_s(n) \mu_N \text{ si } I = l - \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (4.5)$$

dans le cas d'un neutron seul gravitant autour du noyau, et

$$\begin{aligned} \mu &= \left(\frac{1}{2} g_s(p) + l \right) \mu_N \text{ si } I = l + \frac{1}{2} \\ &= \frac{I}{I+1} \left(l + 1 - \frac{1}{2} g_s(p) \right) \mu_N \text{ si } I = l - \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (4.6)$$

si c'est un proton.

Cette estimation est appelée limite de Schmidt [Sch37] du nom de son auteur et n'est utilisable que dans les noyaux impairs; elle se calcule habituellement avec la valeur dans le vide des facteurs gyromagnétiques du neutron et du proton. On peut généraliser cette formule au cas de plusieurs nucléons identiques dans la même couche individuelle (configuration j^n) en remarquant que [Law80, p.297]

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{j,m} | \hat{M}1_\nu^{(1)} | \Psi_{j,m} \rangle &= (-1)^{j-m} \begin{pmatrix} j & 1 & j \\ -m & \nu & m \end{pmatrix} \langle \Psi_j | \hat{M}1 | \Psi_j \rangle \\ &= \frac{\langle \Psi_{j,m} | \hat{J}_\nu^{(1)} | \Psi_{j,m} \rangle}{\langle \Psi_j | \hat{J} | \Psi_j \rangle} \langle \Psi_j | \hat{M}1 | \Psi_j \rangle \\ &= C(j) \langle \Psi_{j,m} | \hat{J}_\nu^{(1)} | \Psi_{j,m} \rangle \end{aligned}$$

comme les états $|\Psi_{j,m}\rangle$ forment une base de l'espace, on en déduit

$$\hat{M}1_\nu = C(j)\hat{J}_\nu \quad (4.7)$$

où $C(j)$ est un coefficient ne dépendant que des propriétés magnétiques de l'état de particule individuelle $|\Psi_{j,m}\rangle$ et \hat{J}_ν est l'opérateur de moment angulaire. Cette identité ne sera vraie que sur les éléments de matrice diagonaux mais ce sont eux qui nous intéressent quand on regarde les moments magnétiques. On peut maintenant calculer le moment magnétique de n'importe quelle configuration $(j^n)_I$ en utilisant les relations (4.5) ou (4.6) avec (4.7):

$$\begin{aligned} \mu [(j^n)_I] &= \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \langle \Psi_{I,M=I} | \hat{M}1_0^{(1)} | \Psi_{I,M=I} \rangle \\ &= \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \frac{\langle \Psi_j | \hat{M}1 | \Psi_j \rangle}{\sqrt{j(j+1)(2j+1)}} \langle \Psi_{I,M=I} | \hat{J}_0^{(1)} | \Psi_{I,M=I} \rangle \\ &= \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \frac{I}{\sqrt{j(j+1)(2j+1)}} \langle \Psi_j | \hat{M}1 | \Psi_j \rangle \\ &= \frac{I}{j} \mu_{Sch} \end{aligned}$$

où μ_{Sch} désigne la valeur de Schmidt du moment magnétique.

Si on regarde maintenant le facteur gyromagnétique total de ce noyau,

$$\begin{aligned} g &= \frac{\mu}{I} \\ &= \frac{\mu_{Sch}}{j} \\ &= g_{Sch} \end{aligned}$$

on peut remarquer qu'il ne dépend ni du nombre de nucléons n dans son unique couche de valence (j) ni du moment angulaire total I de l'état dans lequel il se trouve. En fait, tout au long du remplissage d'une couche de valence unique, le facteur gyromagnétique du noyau est constamment égal à sa valeur de Schmidt (notée g_{Sch}). Ceci nous donne de bonnes informations phénoménologiques sur la structure des noyaux. Ces informations ne sont toutefois valables que dans le cas de noyaux semi-magiques (ou supposés comme tels).

2. Protons et neutrons de valence Dans les noyaux contenant des protons et des neutrons de valence, l'estimation de Schmidt est facilement généralisable car l'opérateur de transition $\hat{M}1$ est séparable en un terme ne concernant que les protons et un autre ne concernant que les neutrons. L'hypothèse de départ consiste maintenant à supposer que le noyau qu'on étudie possède 1 neutron et 1 proton de valence au dessus d'un coeur dur. Le moment magnétique s'écrit alors:

$$\mu = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \langle \Psi_{I,M=I} | \hat{M}1_0^{(1)} | \Psi_{I,M=I} \rangle$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \frac{I}{\sqrt{I(I+1)(2I+1)}} \langle [\varphi_{j_\nu} \otimes \varphi_{j_\pi}]^{(I)} \parallel \hat{M}1^{(1)} \parallel [\varphi_{j_\nu} \otimes \varphi_{j_\pi}]^{(I)} \rangle \\
&= \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \mu_N \frac{I}{\sqrt{I(I+1)(2I+1)}} (-1)^{j_\nu+j_\pi+I+1} (2I+1) \\
&\times \left(\left\{ \begin{matrix} j_\nu & I & j_\pi \\ I & j_\nu & 1 \end{matrix} \right\} \langle \varphi_{j_\nu} \parallel g_s(n) \vec{s}_n \parallel \varphi_{j_\nu} \rangle + \left\{ \begin{matrix} j_\pi & I & j_\nu \\ I & j_\pi & 1 \end{matrix} \right\} \langle \varphi_{j_\pi} \parallel g_s(p) \vec{s}_p + \vec{l}_p \parallel \varphi_{j_\pi} \rangle \right)
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Il ne reste qu'à évaluer les coefficients géométriques pour obtenir le résultat (qu'on exprimera sous la forme de facteurs gyromagnétiques $g = \mu/I$ pour plus de concision):

$$g = \frac{1}{2} \left[(g_{Sch_\nu} + g_{Sch_\pi}) + \frac{j_\nu(j_\nu+1) - j_\pi(j_\pi+1)}{I(I+1)} (g_{Sch_\nu} - g_{Sch_\pi}) \right]$$

Dans une configuration encore plus complexe du type $\left[(j_\nu^n)_{J_\nu} \otimes (j_\pi^{n'})_{J_\pi} \right]_I$, on utilisera la relation (4.7) dans chaque terme de l'équation (4.8) pour exprimer le moment magnétique des configurations des protons et des neutrons en fonction de leurs limites de Schmidt respectives. On obtiendra dans ce cas:

$$g = \frac{1}{2} \left[(g_{Sch_\nu} + g_{Sch_\pi}) + \frac{J_\nu(J_\nu+1) - J_\pi(J_\pi+1)}{I(I+1)} (g_{Sch_\nu} - g_{Sch_\pi}) \right] \tag{4.9}$$

3. La loi d'additivité Les cas traités dans ce paragraphe concernent les configurations des nucléons telles qu'on peut les trouver dans la base d'un calcul de modèle en couches. Les protons et les neutrons peuvent occuper toutes les orbites de l'espace-modèle, la seule restriction étant de considérer que le mélange des configurations est nul. Calculons donc le moment magnétique d'une configuration quelconque de la base du modèle en couches:

$$\left[\left[(j_{\nu_1})_{J_1}^{n_1} \otimes (j_{\nu_2})_{J_2}^{n_2} \right]_{I_\nu} \otimes \left[(j_{\pi_1})_{J_1'}^{n_1'} \otimes (j_{\pi_2})_{J_2'}^{n_2'} \right]_{I_\pi} \right]_I$$

Il suffit de réutiliser l'idée du paragraphe précédent en découpant l'opérateur $\hat{M}1$ (eq. 4.4) sous la forme:

$$\begin{aligned}
\hat{M}1 &= \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \mu_N \\
&\times \left(\sum_{n \in j_{\nu_1}} g_s(n) \vec{s}_n + \sum_{n' \in j_{\nu_2}} g_s(n') \vec{s}_{n'} + \sum_{p \in j_{\pi_1}} g_s(p) \vec{s}_p + g_l(p) \vec{l}_p + \sum_{p' \in j_{\pi_2}} g_s(p') \vec{s}_{p'} + g_l(p') \vec{l}_{p'} \right)
\end{aligned}$$

Le calcul qui suit est formellement identique à celui réalisé dans l'équation (4.8) en séparant en deux l'opérateur $\hat{M}1$ autant de fois que nécessaire.

Le facteur gyromagnétique recherché s'obtient ensuite par l'utilisation récursive de l'équation

$$g = \frac{1}{2} \left[(g_1 + g_2) + \frac{J_1(J_1+1) - J_2(J_2+1)}{I(I+1)} (g_1 - g_2) \right] \tag{4.10}$$

où les indices 1 et 2 désignent les ensembles de nucléons que l'on a séparés avec l'opérateur $\hat{M}1$ et I le moment angulaire auxquels ils étaient couplés. (On pourra dans notre exemple calculer tout d'abord les facteurs g_ν et g_π concernant les protons et les neutrons, puis utiliser une troisième fois (4.10) pour obtenir le facteur gyromagnétique final).

Les estimations précédentes considèrent toujours des configurations simples dans la structure du noyau, dans lesquelles les nucléons n'interagissent pas entre eux; c'est pourquoi nous les appellerons limites de particules indépendantes. Nous les calculerons en considérant les valeurs effectives des facteurs gyromagnétiques du proton et du neutron. Elles constituent un outil phénoménologique très utile à deux titres:

- Tout d'abord elles rendent le calcul analytique du moment magnétique faisable dans un grand nombre de cas. Ceci nous permettra de vérifier que nos calculs ne sont pas incohérents avec la structure de la fonction d'onde.
- Ensuite, on remarque que plus l'hypothèse de départ de ces estimations sera valable, plus la limite de particules indépendantes sera proche de la valeur expérimentale. En d'autres termes, plus un niveau individuel sera isolé des autres, meilleure sera l'estimation. Ce cas de figure se présentant au niveau des fermetures de couches (puisque'il y a moins de corrélations entre les différents nucléons de valence), ces estimations nous serviront d'indices pour savoir si notre interaction n'induit pas trop (ou trop peu) d'effets de couche là où sa composante monopolaire est prédominante.

Les résultats du paragraphe suivant sont présentés suivant deux axes:

- Nous montrerons tout d'abord l'évolution du moment magnétique des isotopes de nickel et de cuivre avec l'augmentation du nombre de neutrons.
- Nous nous attarderons ensuite sur la fermeture de couche $N = 40$ en comparant nos calculs avec une étude récente [Geo01] sur les états isomériques dans cette région.

4.3.2 Systématique des moments magnétiques

L'étude des isotopes impairs du nickel que nous avons menée contient, dans le but d'obtenir des informations sur la fermeture de la couche $N = 40$, un calcul du temps de vie des nucléides les plus riches en neutrons vis-à-vis de la désintégration β^- . Ces calculs nous ont amenés à décrire la structure des noyaux fils de cette désintégration, c'est-à-dire les isotopes riches en neutrons du cuivre. Afin d'avoir la série complète des noyaux de cuivre isobares des nucléides de nickel que nous avons calculés, nous avons aussi déterminé les propriétés des isotopes du cuivre les plus pauvres en neutrons (là où notre approximation risque le plus d'être mise en défaut). La connaissance de la structure de ces deux séries d'isotopes permet d'étudier en parallèle le comportement du moment magnétique de leurs états fondamentaux.

L'intérêt de cette étude tient en deux points:

- La limite de particules indépendantes du moment magnétique des isotopes impairs du cuivre est déterminée par leur nombre (impair) de protons. Elle sera donc toujours la même, et il sera intéressant d'observer à quel point s'en éloignent les résultats expérimentaux ainsi que nos calculs.
- Au contraire, la limite de particules indépendantes des moments magnétiques des isotopes du nickel va varier à mesure que le nombre de neutrons augmente, et on pourra voir dans ce cas si nos résultats suivent globalement cette tendance.

La figure 4.5 montre l'évolution des moments magnétiques des états fondamentaux des

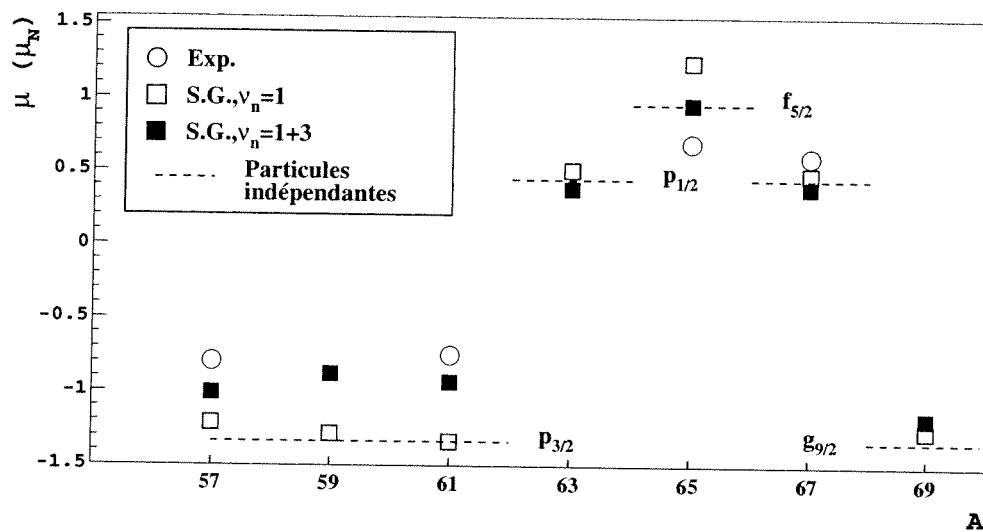


FIG. 4.5 - Moments magnétiques expérimentaux et calculés des isotopes du nickel depuis le ^{57}Ni jusqu'au ^{69}Ni . Deux séries de calculs ont été réalisées: La première limitant la séniorité généralisée des neutrons à 1 (carrés vides), la seconde autorisant en plus les états de neutrons de séniorité 3 (carrés pleins). Dans les deux cas, la séniorité des états de protons est inférieure ou égale à 2. Les valeurs expérimentales (ronds vides) sont tirées de [Bha93, Bha98, Bha99, Rik99].

isotopes du nickel le long de la chaîne isotopique que nous avons choisie ($57 \leq A \leq 69$). Nous avons calculé la limite de particules indépendantes en considérant que l'état fondamental de chaque noyau est constitué par un neutron seul gravitant autour d'un coeur dur dans l'orbite de moment angulaire appropriée (ex. $1p_{3/2}$ dans le cas d'un fondamental $\frac{3}{2}^-$). Cette hypothèse n'est pas toujours appropriée, en particulier dans les noyaux de milieu de couche (comme le ^{61}Ni) où les interactions entre les nucléons de valence jouent le plus grand rôle. Elle est toutefois bien adaptée au test de nos calculs puisque, dans le cas de l'approximation de séniorité 1 pour les neutrons, les configurations les plus basses en énergie seront celles d'un neutron seul évoluant autour d'un ensemble de paires S de protons et

de neutrons. Les valeurs que nous avons calculées dans cette configuration sont proches des valeurs de particules indépendantes, ce qui nous assure la validité de notre calcul de moments.

L'influence des interactions entre nucléons de valence est ensuite prise en compte par l'ajout des états de séniorité 3 dans les calculs: plus on s'éloigne des couches $N = 28$ et $N = 40$, plus les valeurs obtenues avec les deux approximations sont différentes. La seule exception à cette observation concerne le noyau de ^{63}Ni , qui est l'un des meilleurs candidats parmi ces noyaux pour contenir des états de séniorité supérieure à 3. Il se peut aussi que, fortuitement, le moment magnétique de ce noyau se trouve aux alentours de la limite de particules indépendantes que nous avons estimée. Malheureusement, le manque de résultats expérimentaux concernant le moment magnétique du fondamental de ce noyau nous empêche de conclure.

Le comportement global des résultats expérimentaux dans ces noyaux est malgré tout bien reproduit et semble montrer des indices pour la fermeture de la couche $N = 40$. En effet, la bonne reproduction du moment magnétique du fondamental du ^{67}Ni montre que cet état est bien décrit par des configurations de basse séniorité, ce qui indique la proximité d'une fermeture de couche. La figure 4.6 montre l'évolution des moments magnétiques des isotopes de cuivre avec le nombre de masses, et nous apporte d'autres indices sur cette fermeture.

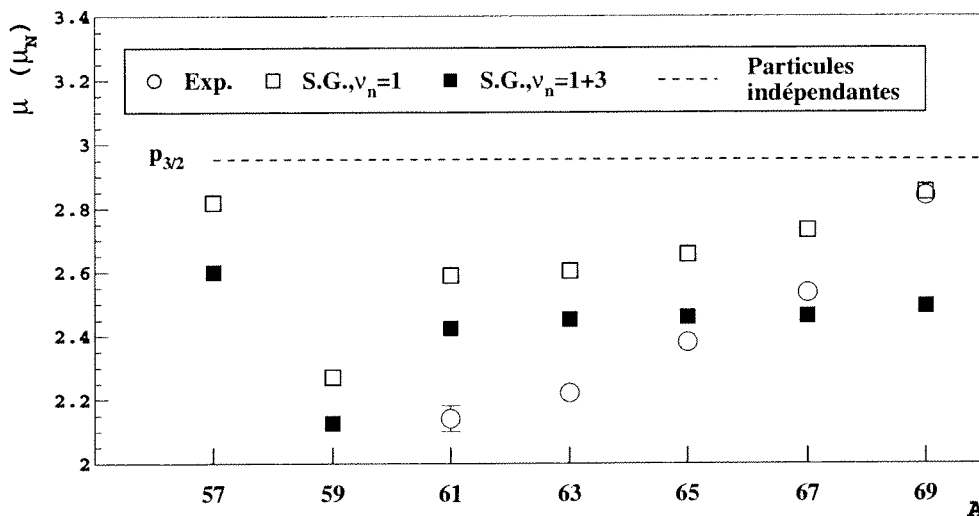


FIG. 4.6 – Moments magnétiques expérimentaux et calculés des isotopes du cuivre depuis le ^{57}Cu jusqu'au ^{69}Cu . Les moments expérimentaux sont issus de [Bha93, Bha99, Kin91, Rik99]. Voir fig. 4.5 pour les légendes.

Le comportement expérimental du moment magnétique est dû à l'interaction entre le proton $1p_{3/2}$ - isolé si on considère la couche $Z = 28$ comme fermée - et les neutrons de valence. On remarque bien sur la figure 4.6 le rapprochement des résultats expérimentaux par rapport à la limite de particules indépendantes à mesure que l'on s'approche du nombre

de neutrons $N = 40$. Ce comportement est une indication de la magie de ce nombre. Nos calculs ne nous aident pas ici puisqu'ils ne semblent pas reproduire le comportement expérimental (en particulier les calculs les plus précis $\nu_n \leq 3$). Toutefois, les calculs limités $\nu_n = 1$ reproduisent bien la tendance des résultats expérimentaux. Notons que c'est surtout au niveau des noyaux de ^{67}Cu et ^{69}Cu que l'écart entre les calculs en séniorité $\nu_n \leq 3$ et ceux plus simples limités à $\nu_n = 1$ est le plus grand. Cette observation nous indique que la couche $N = 40$ n'est pas assez fermée avec notre interaction puisque l'ajout de corrélations par rapport à la limite de particules individuelles change beaucoup les observables. Cette remarque paraît en contradiction avec les conclusions précédentes. Il faut toutefois remarquer que celles-ci ne concernaient que les noyaux de nickel, dans lesquels on peut noter une bonne fermeture de la couche $Z = 28$; nous n'avons donc pas vraiment testé l'interaction proton-neutron. L'étude dans les sections suivantes des états isomériques et des désintégrations β , en particulier dans le ^{69}Cu nous en apprendra plus sur ce problème.

Dans le but d'étudier encore plus en détails cette région, nous nous sommes intéressés aux récentes expériences concernant la structure des états isomères des noyaux riches en neutrons aux alentours de $N = 40$. Les spectres et les moments magnétiques de ces noyaux font l'objet de la prochaine section.

4.3.3 Moments magnétiques et états isomériques

Les études systématiques que nous avons menées sur les isotopes du nickel et du cuivre tendent à montrer le caractère fermé de la couche $N = 40$. En d'autres termes, les calculs que nous avons réalisés ne nécessitaient pas la présence de la couche $0g_{9/2}$ (sauf dans le cas de l'isobare 69). Au contraire, les états que nous allons étudier dans cette section sont supposés contenir une composante non négligeable dans la couche $0g_{9/2}$; c'est ce qui les rend isomériques (la décroissance d'un ou plusieurs nucléons d'un niveau de grand moment angulaire ($0g_{9/2}$) vers un niveau de petit moment angulaire ($1p_{1/2}$) entraîne une émission électromagnétique de grande multipolarité qui est très peu probable). L'objectif que nous avons poursuivi ici consiste donc à vérifier l'hypothèse d'occupation du niveau $0g_{9/2}$ dans les états isomériques (il peut y avoir d'autres causes d'isomérisme que celle expliquée ci-dessus); nous montrerons par la même occasion que l'écart en énergie entre les niveaux $1p_{1/2}$ et $0g_{9/2}$ n'est pas très grand et donc que la couche $N = 40$ n'est pas très fortement fermée.

Les calculs montrés dans cette section se basent sur deux études expérimentales récentes [Geo01, Mue00] concernant les noyaux de ^{67}Ni , ^{69}Cu , ^{66}Co , ^{68}Co . Les deux derniers noyaux sont des noyaux impair-impair, nous avons donc modifié le programme pour pouvoir calculer leurs structures. Cette section est construite comme suit: dans un premier paragraphe, nous commenterons les spectres de ces 4 noyaux en insistant sur la position de l'état isomérique étudié. Nous discuterons ensuite de la valeur des moments magnétiques que nous avons calculés.

Étude des spectres

La figure 4.7 présente les niveaux d'énergie des 4 noyaux de ^{67}Ni , ^{69}Cu , ^{66}Co , ^{68}Co . Le spectre du ^{67}Ni a déjà été montré fig.4.4, il figure ici à titre de rappel. Les états isomères qui nous intéressent sont:

- Le premier niveau $\frac{9}{2}^+$ du ^{67}Ni . Il est supposé avoir la structure de deux trous de neutrons dans la couche $1p_{1/2}$ ou dans la couche $0f_{5/2}$ et un neutron dans la couche $0g_{9/2}$. Son énergie est bien reproduite par nos calculs, ce qui nous donne confiance en sa structure.
- Le premier niveau $\frac{13}{2}^+$ du ^{69}Cu . Notre calcul surestime son énergie d'excitation de 2.5MeV , certainement à cause de la fermeture trop importante de la couche $N = 40$ dans notre interaction. On constatera dans le prochain paragraphe l'erreur que cela entraîne sur le moment magnétique.
- Le premier niveau excité du ^{66}Co . On ne connaît ni son spin ni sa parité expérimentalement. En revanche, son moment magnétique a été mesuré; les comparaisons de nos calculs avec la valeur expérimentale nous permettront de proposer des valeurs.
- Les deux niveaux du ^{68}Co . La structure des noyaux de cobalt riches en neutrons semble suivre un comportement similaire d'un nucléide à l'autre et comporter deux bandes de parités opposées. Le calcul de la structure de ce noyau nous a servi pour déterminer notre marge d'erreur dans le ^{66}Co . Nous trouvons bien deux groupes de niveaux de parités opposées, l'un commençant par trois niveaux 8^- , 7^- et 6^- quasiment dégénérés, l'autre - d'énergie plus grande - commençant par un niveau 3^+ . Cette constatation nous permet de déduire que notre calcul reproduit bien la parité des états et que notre erreur est d'une unité sur le spin. En revanche, l'isomérisme γ constaté pour le niveau 3^+ paraît difficilement explicable avec une telle différence d'énergie avec l'état fondamental. Il semble donc ici aussi que la couche $0g_{9/2}$ soit trop éloignée des autres (ie. la fermeture de la couche $N = 40$ est surestimée).

L'information apportée par les spectres expérimentaux est assez maigre en ce qui concerne les noyaux les plus exotiques. On peut toutefois considérer que nos résultats décrivent assez bien les comportements mis en évidence dans ce paragraphe. Il s'agit à présent de vérifier si nos hypothèses sur la structure des états isomériques présentés sont correctes. La variable d'étude est le moment magnétique.

Étude des moments magnétiques

Les moments magnétiques des niveaux isomériques dans les noyaux de ^{67}Ni , ^{69}Cu et ^{66}Co ont été mesurés récemment au GANIL [Geo01]. Nous comparerons nos résultats non seulement avec ces valeurs expérimentales, mais aussi avec les valeurs déduites de la structure supposée du noyau et des estimations de particules indépendantes (cf. 4.3.1). Ces comparaisons sont résumées dans le tableau 4.4. Nos résultats sont très proches des limites

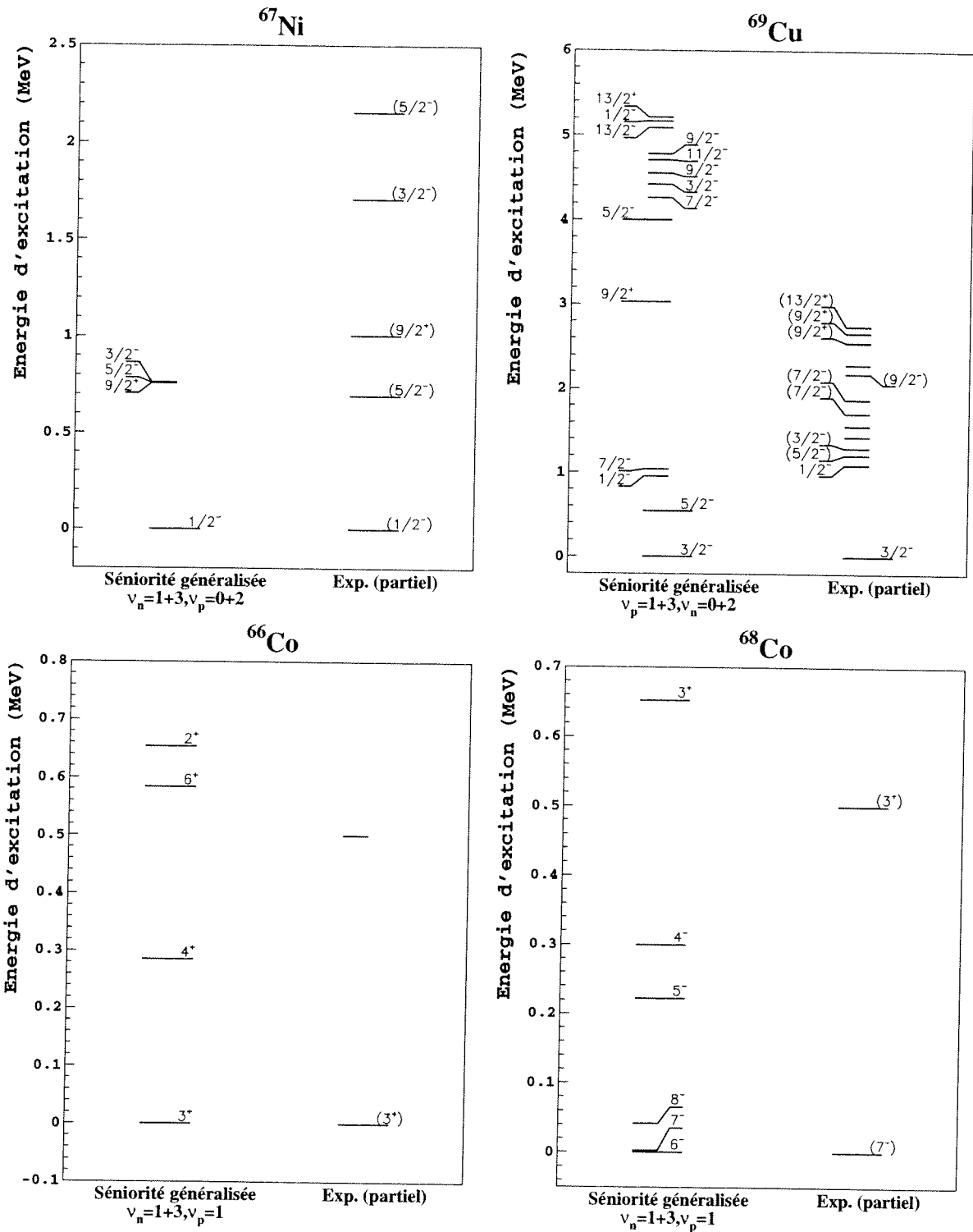


FIG. 4.7 – Spectres expérimentaux et calculés des nucléides ^{67}Ni , ^{69}Cu , ^{66}Co et ^{68}Co . Les spectres expérimentaux sont tirés de [Fir96, Oro00], de [Mue99] et de [Mue00]. Les états isomères du ^{66}Co et ^{68}Co ont été placés arbitrairement à une énergie d'excitation de 500keV.

Noyau	^{67}Ni	^{69}Cu	^{66}Co
Spin-parité de l'état isomère	$\frac{9^+}{2}$	$\frac{13^+}{2}$	4^+ ou 7^-
Structure supposée	$\nu_{g_{9/2}}$	$\pi_{p_{3/2}} \otimes \bar{\nu}_{p_{1/2}} \nu_{g_{9/2}}$	$\bar{\pi}_{f_{7/2}} \otimes \bar{\nu}_{p_{1/2}}$ ou $\bar{\pi}_{f_{7/2}} \otimes \nu_{g_{9/2}}$
Particules indépendantes	-1.337	2.062	5.40 ou 2.95
Résultat du calcul	-1.135	1.326	5.244 ou 2.814
Résultat expérimental	-0.563	1.385	0.628 ou 1.099

TAB. 4.4 – Comparaison des moments magnétiques expérimentaux et théoriques calculés dans l'hypothèse de particules indépendantes, ou, plus complètement, avec l'approche de seniorité généralisée. Dans la structure supposée, on n'a montré que les nucléons contribuant au moment magnétique. Les couches complètement pleines ou complètement vides ont été omises. Les résultats expérimentaux sont tirés de [Geo01].

de particules indépendantes, ce qui confirme les observations que nous avons faites sec. 4.3.2. Toutefois, l'accord entre nos calculs et les mesures est très dépendant de l'isomère étudié, c'est pourquoi nous allons expliquer les résultats noyau par noyau.

- Le moment calculé dans le ^{67}Ni ne reproduit pas bien les mesures, ce qui est un signe de la trop grande simplicité de notre état. On remarque en effet que notre valeur se rapproche, mais pas assez, du moment mesuré par rapport à la valeur de particules indépendantes. Cette erreur doit être corrigée en augmentant le nombre d'excitations depuis la couche $0f_{7/2}$, c'est-à-dire en diminuant l'effet de la fermeture de couche à $Z = 28$. En effet, notre calcul prédit un deuxième état $\frac{9^+}{2}$, possédant une composante importante d'excitations depuis la couche $\pi_{f_{7/2}}$, et dont le moment magnétique vaut $-0.819\mu_N$. Cet état, dont le moment magnétique se rapproche notablement du résultat expérimental, a une énergie d'excitation supérieure à l'énergie mesurée de plus de 4MeV , qui peut être reliée à l'énergie de franchissement de la fermeture $Z = 28$.
- En ce qui concerne le ^{69}Cu , on constate que notre calcul est en très bon accord avec le moment mesuré, alors même que l'énergie d'excitation de ce niveau est très mal reproduite. Cet accord est peut-être fortuit, une autre observable doit être choisie pour nous permettre de conclure.
- Les résultats obtenus dans le ^{66}Co sont très difficiles à analyser car ils dépendent de la valeur du spin de l'isomère. D'après son long temps de vie, en supposant que le fondamental est bien un niveau 3^+ , on peut exclure un spin-parité 4^+ pour cet état. Ce résultat semble confirmé par notre calcul, bien qu'aucun des deux moments calculés ne coïncide vraiment avec le moment mesuré. Si on suppose dans ce cas des excitations de neutrons dans la couche $0g_{9/2}$, l'écart énergétique calculé entre l'état isomère 7^- et le fondamental est trop grand pour décrire un temps de vie expérimental aussi grand, et notre calcul doit s'améliorer en diminuant l'écart en énergie entre la couche $0f_{1p}$ et le niveau $0g_{9/2}$.

Les calculs que nous avons menés sur les observables de moment magnétique montrent une tendance à surestimer la fermeture des couches $N = 40$ et $Z = 28$ dans notre interaction. Nos résultats sont en effet très proches des estimations de particules indépendantes ne considérant qu'un seul nucléon gravitant autour d'un coeur inerte. L'espace de modélisation que nous avons choisi se trouve ainsi naturellement réduit aux couches $0f_{5/2}1p_{3/2}1p_{1/2}$. Cet espace paraît suffisamment grand pour reproduire les propriétés des états fondamentaux de manière correcte, toutefois les états isomériques ne sont pas bien décrits avec notre interaction. Avant de voir quelles modifications de l'interaction permettraient de résoudre ce problème, étudions une autre observable.

La section suivante concerne les désintégrations β . Cette étude nous a permis de tester les fonctions d'ondes des noyaux fils dans leurs états excités et de comparer leurs temps de vie aux grandeurs expérimentales.

4.4 Les temps de vie des noyaux

Contrairement aux observables précédentes, le temps de vie des noyaux vis-à-vis de la désintégration β est une grandeur intégrée, c'est-à-dire qu'elle ne va pas beaucoup dépendre des détails de la structure des noyaux (comme les petites inversions de niveau que nous avons remarquées dans le spectre du ^{65}Ni par exemple). Elle nous permettra donc de tester les propriétés globales de l'interaction et de l'approximation, en particulier de voir si notre approche n'induit pas de troncature trop importante dans la fenêtre d'émission β des noyaux étudiés. Cette observable est de plus facilement accessible à l'expérience, ce qui a permis sa mesure avec une bonne précision jusqu'au ^{75}Ni (nous nous sommes toutefois restreints, dans nos calculs, aux noyaux précédemment étudiés). La vérification du bon accord de nos résultats avec ces données expérimentales nous permettra ensuite de tirer quelques conclusions sur la fermeture de la couche $N = 40$.

Les désintégrations étudiées dans ce chapitre sont des émissions β^- , c'est pourquoi nous étudierons les isotopes précédents à partir du ^{63}Ni (premier isotope du nickel émetteur β^- de notre série). Nous montrerons tout d'abord comment nous sommes parvenus à calculer les temps de vie des noyaux à partir des éléments de matrice nucléaires, nous comparerons ensuite nos résultats aux valeurs expérimentales.

4.4.1 Calcul des temps de vie

L'objectif de ce paragraphe est de déduire des éléments de matrice nucléaires que nous avons calculés les temps de vie des noyaux. Ce processus comporte deux étapes:

- Il s'agit tout d'abord de relier nos résultats théoriques aux valeurs "ft", premiers éléments de comparaison avec l'expérience.
- Il suffira ensuite d'estimer l'intégrale d'espace des phases "f" pour chaque niveau et d'intégrer sur tous les états d'énergie inférieure au Q de la désintégration pour obtenir le temps de vie.

Les valeurs “ft”

Les désintégrations β permises que nous avons étudiées se divisent en deux parties:

- les désintégrations de Fermi, construites à partir de l’opérateur $T_+ = \sum_{i=1}^A t_+(i)$,
- et les désintégrations de Gamow-Teller, suivant $\mathcal{M}_{GT_+} = \sum_{i=1}^A \vec{\sigma}(i)t_+(i)$.

où t_+ est l’opérateur individuel de diminution d’isospin ($t_+ |n\rangle = |p\rangle$), et $\vec{\sigma} = 2\vec{s}$ est la matrice de Pauli.

Ces deux opérateurs nous permettent de calculer les éléments de matrice nucléaires de la désintégration. Ils décrivent la composante nucléaire des probabilités de transition entre les états initiaux et finaux du noyau. La probabilité de décroissance β dépend ensuite de l’espace des phases dans lequel peuvent être émis l’électron et le neutrino. Dans l’approximation des grandes longueurs d’onde (les longueurs d’onde de l’électron et du neutrino sont grandes devant la taille du noyau), on peut intégrer les densités de probabilité sur les degrés de liberté de l’électron et du neutrino et obtenir [deS74, P.781]:

$$ft_{1/2} = \frac{2\pi^3 \hbar^7}{m_e^5 c^4 c_F^2} \frac{\ln 2}{M_F^2 + \left(\frac{c_{GT}}{c_F}\right)^2 M_{GT}^2}$$

où

- m_e est la masse de l’électron;
- c la vitesse de la lumière;
- $2\pi\hbar$ la constante de Planck;
- $M_F^2 = \frac{1}{2J_I+1} |\langle F | T_+ | I \rangle|^2$ et $M_{GT}^2 = \frac{1}{2J_I+1} \left| \langle F | \mathcal{M}_{GT_+} | I \rangle \right|^2$ sont les éléments de matrice nucléaires entre les états initiaux (I) et finaux (F) de la décroissance;
- le facteur f est appelé intégrale sur l’espace des phases et nous l’étudierons au paragraphe suivant;
- enfin, c_F et c_{GT} sont les constantes de couplage de Fermi et de Gamow-Teller. Leurs valeurs sont déterminées expérimentalement. Les éléments de matrice de Gamow-Teller dépendent des matrices de spin des nucléons. Ils sont donc très sensibles aux effets de polarisation du coeur et d’échanges de mésons (comme on l’a vu pour les moments magnétiques sec. 4.3.1). C’est pourquoi nous utiliserons un facteur de renormalisation devant la constante c_{GT} .

Pour les valeurs numériques et le facteur de renormalisation, nous nous sommes basés sur [Mar99, Lan00] et avons choisi d’utiliser:

$$ft_{1/2} = \frac{6146}{M_F^2 + 1.26^2 \times 0.74^2 \times M_{GT}^2}$$

le facteur f étant sans dimension, le résultat final est exprimé en secondes. Le calcul du temps de vie dépend maintenant de celui du facteur f que nous allons détailler au prochain paragraphe.

Les temps de vie

L'intégrale de l'espace des phases, ou facteur f , est le nom donné à la quantité

$$f = \int_1^{\epsilon_0} F(Z, R, \epsilon) \epsilon (\epsilon - \epsilon_0)^2 \sqrt{\epsilon^2 - 1} d\epsilon \equiv \int_1^{\epsilon_0} h(Z, R, \epsilon_0, \epsilon) d\epsilon$$

où ϵ représente l'énergie totale de l'électron émis (en unité de masse de l'électron), ϵ_0 est l'énergie maximale qui puisse être emportée par l'électron, et $F(Z, R, \epsilon_0)$ est le rapport entre la densité relativiste de l'électron à la surface du noyau et la même densité prise à l'infini:

$$F(Z, R, \epsilon) = \frac{2(1 + \gamma_0)}{(2pR/\hbar)^{2(1-\gamma_0)}} e^{\pi\nu} \frac{|\Gamma(\gamma_0 + i\nu)|^2}{(\Gamma(2\gamma_0 + 1))^2}$$

avec $\gamma_0 \equiv \sqrt{1 - \left(\frac{e^2 Z}{\hbar c}\right)^2}$, $\nu = \frac{e^2 Z \epsilon}{\hbar c^2 p}$ et $p = \sqrt{\epsilon^2 - 1}$, moment cinétique de l'électron émis

[Bah66]. $\Gamma(a + ib)$ est la fonction gamma: $\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{z-1} dt$.

La fonction h dépend donc de la charge et du rayon du noyau fils, de l'énergie emportée par l'électron et du Q de la désintégration. En effet, l'énergie maximale que peut emporter l'électron est égale à la différence des énergies de liaison nucléaires des noyaux pères et fils, $\epsilon_0 = M_{nuc}(i) - M_{nuc}(f) = 1 + Q_\beta$ (en unités de masse de l'électron) si le noyau fils est dans son état fondamental. Si le noyau fils est dans un état excité, l'énergie disponible pour l'électron est diminuée de l'énergie d'excitation de cet état, ϵ_0 vaudra donc: $\epsilon_0 = 1 + Q_\beta - E_{exc}$. Le facteur f est ainsi une fonction de grandeurs faciles à déterminer: la charge et le rayon du noyau fils, le Q de la décroissance β et l'énergie d'excitation des états du noyau fils.

Le calcul du temps de vie du noyau étudié est maintenant simple. On considère que le noyau père est dans son état fondamental (ou dans un état isomère bien précis) lors de sa décroissance. On calcule ensuite la valeur "ft" et l'intégrale f de chaque état du noyau fils situé dans la fenêtre de désintégration β (d'énergie d'excitation inférieure au Q_β). On obtient ainsi les temps de vie partiels τ_{fi} de chaque désintégration. La probabilité de chaque désintégration vaut alors:

$$w_{fi} = \frac{\ln 2}{\tau_{fi}}$$

et la probabilité totale:

$$W_\beta = \sum_f w_{fi} = \sum_f \frac{\ln 2}{\tau_{fi}}$$

On en déduit le temps de vie totale du noyau:

$$T_\beta = \frac{\ln 2}{W_\beta} = \frac{1}{\sum_f \frac{1}{\tau_{fi}}}$$

Nous pouvons maintenant comparer nos résultats avec les temps de vie expérimentaux, c'est l'objet de la prochaine section.

4.4.2 Résultats et comparaisons

Les états fondamentaux

Les calculs que nous avons menés concernant les propriétés de décroissance β des isotopes du nickel nous ont permis tout d'abord de comparer nos résultats aux données expérimentales avec une observable bien connue même dans les noyaux les plus riches en neutrons: le temps de vie. De nombreuses approches théoriques [Möl97, Bor00], décrivent cette observable, parmi lesquelles les calculs de type modèle en couches prennent une place de plus en plus importante [Cau99, Mar99]. Pour juger de nos résultats, nous les comparerons également à une approche de type macroscopique-microscopique [Möl97].

La renormalisation de notre interaction ne nous permet pas de reproduire correctement les énergies de liaison dans les noyaux (car nous ne nous sommes ajustés que sur des différences d'énergie dans les spectres), c'est pourquoi nous n'utiliserons pas le Q_β tel qu'il nous est donné par notre calcul, mais prendrons à sa place la valeur expérimentale. Le mélange d'isospin est un problème très gênant lorsque l'on regarde les transitions β . En effet, les transitions de Fermi n'ont lieu qu'entre deux états de même isospin, appelés analogues isobariques, ce qui ne se produit qu'à grande énergie d'excitation dans la gamme de noyaux que l'on étudie. Toutefois, les états que nous obtenons dans les noyaux fils en suivant l'approche de séniorité généralisée possèdent la plupart du temps une composante non nulle d'isospin égal à celui du père dans leur fonction d'onde, et ce, même dans le spectre de basse énergie. Il se peut donc que le mélange d'isospin induise une décroissance de Fermi non nulle entre deux états qui ne sont pas analogues isobariques, et ainsi fausser le calcul de temps de vie.

Pour résoudre ce problème, nous avons tout d'abord considéré les transitions expérimentales. Quand elles ne contenaient pas de transition de Fermi, nous ne les avons pas calculées. Pour les cas où les données expérimentales étaient inexistantes, nous avons considéré l'isospin des états du noyau fils. Les propriétés d'états isobariques analogues dans des calculs de modèle en couches complet ne tenant pas compte de l'énergie coulombienne sont: énergie identique et même isospin. Nos calculs sont tronqués, mais on s'attend tout de même à ce que deux états isobares analogues aient environ la même énergie et le même isospin dans nos résultats. La variable d'isospin nous a ainsi permis de retrouver l'analogie isobarique du noyau père dans le noyau fils, et de ne calculer la transition de Fermi que dans ce cas (si cet état appartenait à la fenêtre de décroissance β).

La figure 4.8 montre les résultats de nos calculs ainsi que ceux de Möller et al. [Möl97] réalisés avec une approche macroscopique-microscopique. Les valeurs expérimentales y sont représentées par des cercles vides. Notre approche reproduit globalement bien les résultats expérimentaux. On peut toutefois noter que, malgré nos remarques de la section 4.3.2 nous décrivons mieux les observables expérimentales aux alentours de la sous-couche $N = 40$. Il n'est en effet pas surprenant de bien décrire la structure de l'état fondamental des

noyaux pères (étant donné notre bonne description des moments magnétiques des noyaux de nickel). Il semble cependant étrange de reproduire aussi bien les états excités des noyaux

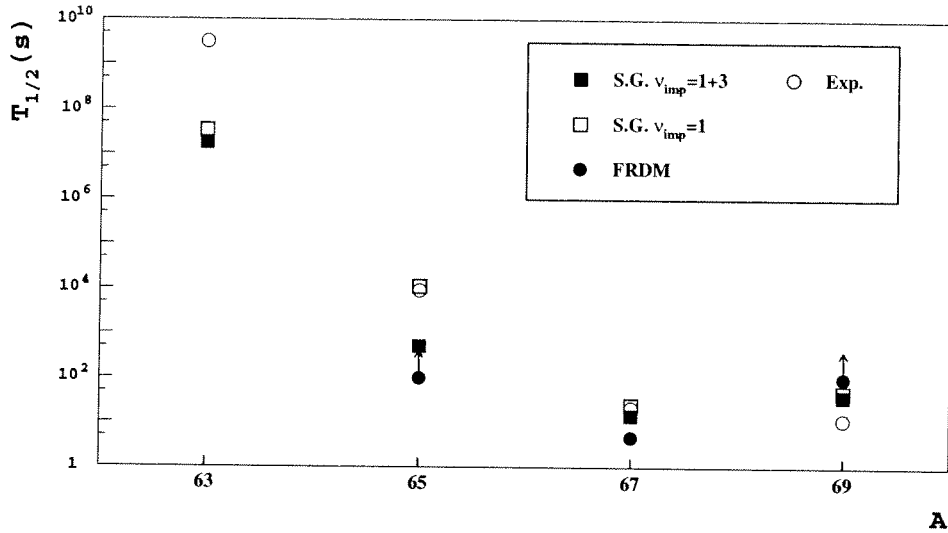


FIG. 4.8 – Temps de vie expérimentaux et calculés des isotopes du nickel. Les calculs réalisés suivant l’approche de séniorité généralisée sont représentés par des carrés. Les carrés pleins indiquent que le calcul inclut les états de séniorité 3 pour les neutrons dans le noyau père et les protons dans le noyau fils. Lorsque ces états de séniorité 3 sont exclus, les résultats sont représentés par des carrés vides. Les cercles pleins sont les résultats de calculs FRDM+RPA [Möl97]. Lorsque les valeurs des temps de vie indiquées dans cette table étaient uniquement notées comme supérieures à 100s, nous avons ajouté une flèche au dessus du point.

fils (bien qu’on ne regarde pas les mêmes états avec les deux observables, en particulier, la décroissance β du fondamental du ^{69}Ni ne peuple pas le fondamental du ^{69}Cu).

De plus, l’ajout des états de neutrons de séniorité 3 dans le noyau père et des états de protons de séniorité 3 dans le noyau fils, ne modifie pas beaucoup nos résultats (sauf pour le ^{65}Ni). Ici encore, les conclusions tirées de l’étude des moments magnétiques du cuivre sont en contradiction avec nos résultats. Il faut toutefois rappeler que le temps de vie est une grandeur intégrée et qu’il est donc moins sensible aux effets de couche que les éléments de matrice de transition $M1$. Ainsi, puisque les noyaux pères sont dans leurs états fondamentaux (où les états de séniorité 1 doivent être majoritaires) et que les noyaux fils ont la structure supposée d’une couche pleine ($Z = 28$) plus un proton, les résultats des calculs en ajoutant les configurations de séniorité 3 ne doivent pas beaucoup changer. Le cas particulier du ^{65}Ni s’explique par l’apparition dans la fenêtre de désintégration β du noyau fils d’un état supplémentaire dans le calcul de séniorité $\nu_{\pi} \leq 3$. En étudiant la structure de cet état, nous avons remarqué qu’il n’avait qu’une faible composante de séniorité 3 dans sa fonction d’onde, mais qui était suffisante pour descendre son énergie dans la limite du Q_{β} . Dans tous les cas, le temps de vie calculé en incluant les états de séniorité 3 est plus court

qu'en les excluant. Ce résultat n'est pas surprenant puisque le nombre d'états accessibles dans le noyau fils est plus important. Ainsi, malgré les défauts que nous avons notés section 4.3.3, notre interaction semble reproduire correctement les propriétés globales des états excités des noyaux de cuivre et des fondamentaux des noyaux de nickel, en particulier dans le noyau qui nous intéressera par la suite, le ^{69}Ni . On peut aussi noter la qualité de nos résultats par rapport aux calculs de Möller, et ainsi juger de l'intérêt des calculs de type modèle en couches dans le domaine des propriétés globales des noyaux, en particulier des propriétés de décroissance, très utiles dans les calculs astrophysiques. Dans ce domaine cependant, notre étude est limitée aux noyaux trop peu exotiques pour servir de tests aux modèles de nucléosynthèse. Notre espace de modélisation est en effet trop petit (voir sec.4.1) pour tenir compte de beaucoup de corrélations entre les nucléons aux alentours du ^{78}Ni (noyau d'intérêt dans l'étude du processus r de la nucléosynthèse (cf. sec. 1.1)). L'absence de la couche $0g_{7/2}$ de notre espace nous apparaît de plus très gênante dans le cadre d'étude de désintégration β de noyaux dans lesquels la couche $0g_{9/2}$, son partenaire de spin-orbite, joue un rôle important.

Le temps de décroissance β des noyaux n'est toutefois pas uniquement utile aux astrophysiciens, et peut aussi apporter des connaissances sur la structure des noyaux exotiques. Le paragraphe suivant est dédié à l'étude d'un de ces noyaux, et nous permettra de tirer des conclusions générales sur la fermeture de la couche $N = 40$ dans les noyaux pauvres en protons. Nous y étudierons l'état isomérique $\frac{1}{2}^- [1]$ du noyau ^{69}Ni .

Les états excités

Parmi tous les résultats que nous avons rassemblés au sujet de la structure des noyaux de nickel et de cuivre autour de la couche $N = 40$, les observables de moment magnétique et de désintégration β semblent être contradictoires. En particulier, l'interaction entre les protons et les neutrons dans le noyau de ^{69}Cu engendre un moment magnétique trop faible pour son fondamental, alors que son état isomère $\frac{13}{2}^+ [1]$ a une énergie mal décrite mais un moment magnétique en bon accord avec les données expérimentales. De la même façon, la désintégration β du ^{69}Ni vers les états excités de parités positives (décroissances permises depuis un niveau $\frac{9}{2}^+$) est bien décrite par nos calculs. Il semblerait donc que nous arrivions bien à décrire les états contenant des excitations particule-trou dans les neutrons, mais pas les états obtenus avec une couche $N = 40$ fermée. Un résultat expérimental récent [Mue99] nous donne la possibilité de vérifier cette hypothèse.

Il s'agit du temps de vie du premier état excité $\frac{1}{2}^-$ du ^{69}Ni . Les désintégrations permises à partir de ce niveau atteignent le fondamental et les premiers états de parité négative (interprétés comme des états de proton individuel autour d'un coeur de ^{68}Ni) dans le ^{69}Cu . Le temps de vie expérimental, de 3.5(5)s est bien reproduit par notre calcul qui l'estime à 3.2s. On voit donc ici encore une contradiction entre nos résultats sur le moment magnétique du fondamental du ^{69}Cu qui reproduisent mal le moment expérimental, et notre calcul de temps de vie, qui lui donne de très bons résultats. Comparons toutefois les schémas de décroissance expérimentaux et calculés sur la figure 4.9. On constate que notre calcul ne reproduit pas du tout la distribution de force de Gamow-Teller expérimentale, qui

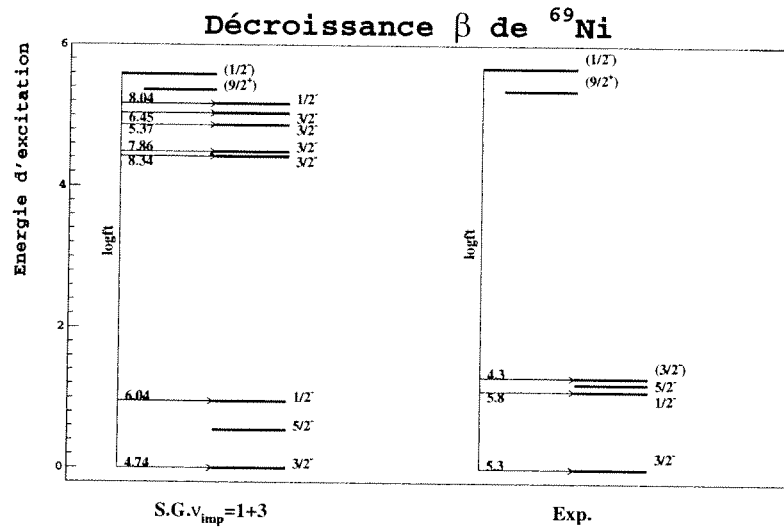


FIG. 4.9 – Schéma de décroissance β du ^{69}Ni calculé en autorisant les états de séniorité inférieure ou égale à 3, comparé au résultat expérimental [Mue99]. On n'a montré sur les spectres des noyaux fils que les états susceptibles d'être peuplés par une désintégration permise de l'isomère $\frac{1}{2}^-$ du noyau père.

amène le ^{69}Ni à décroître vers le premier état excité $\frac{3}{2}^-$, alors que notre calcul prédit une désintégration majoritaire vers l'état fondamental. Ainsi, malgré une mauvaise description du fondamental, le temps de vie β reste correct.

Cette constatation nous montre que notre interaction est suffisamment correcte pour décrire les propriétés globales des noyaux dans cette région, mais qu'elle n'est toutefois pas assez bien ajustée pour expliquer les détails de leurs structures. L'hypothèse que nous avons faite section 4.4.2 pour expliquer les contradictions entre nos résultats sur les moments magnétiques et ceux sur les temps de vie est justifiée par la même occasion.

Les sections précédentes ont mis en lumière des défauts de notre interaction ne nous permettant pas de bien reproduire toutes les observables étudiées simultanément. Il ressort des différentes remarques que nous avons faites:

- que la couche $0f_{7/2}$ est trop fortement fermée (moment magnétique du niveau isomérique $\frac{9}{2}^+$ dans le ^{67}Ni , et spectres des noyaux impairs-impairs ^{66}Co et ^{68}Co).
- que la position de la couche $0g_{9/2}$ est mal déterminée (trop basse quand on regarde les moments magnétiques des états fondamentaux dans les isotopes du cuivre et trop haute quand on regarde les propriétés des isotopes du nickel).

Des modifications de l'interaction s'imposent donc :

- dans les monopoles concernant la couche $0f_{7/2}$,
- dans les éléments de matrice monopolaires proton-neutron incluant la couche $0g_{9/2}$.

Ces propositions de modification, ainsi que les différents résultats que nous avons mis en évidence dans ce chapitre nous permettent de tirer des conclusions sur la fermeture de couche $N = 40$. Ces conclusions sont présentées dans la section suivante.

4.5 Conclusions

Les observables étudiées dans tout ce chapitre, et en particulier les difficultés que nous avons rencontrées pour les décrire nous apprennent plusieurs choses sur la fermeture de la sous-couche $N = 40$.

Tout d'abord, elle influence bien la structure des noyaux dans les environs du ^{68}Ni (La présence d'états isomères dans les spectres du ^{67}Ni et du ^{66}Co est due à cette fermeture de couche).

Ensuite, elle est très sensible à l'interaction avec les protons de valence. On constate en effet que l'état $\frac{9}{2}^+[1]$ du ^{67}Ni a une composante non négligeable de sa fonction d'onde contenant une excitation particule-trou de proton à l'extérieur de la couche $0f_{7/2}$. On peut remarquer de plus que le niveau $0g_{9/2}$ semble très proche de la couche $0f_{1p}$ dans les isotopes du cobalt (^{66}Co et ^{68}Co) qui possèdent un trou dans la couche $\pi 0f_{7/2}$, alors que la fermeture de la sous-couche $N = 40$ paraît très prononcée dans les isotopes du cuivre (en particulier dans le ^{69}Cu) qui possèdent un proton dans les couches $1p0f_{5/2}$.

Ainsi, l'ensemble des résultats rassemblés montre une très faible persistance des phénomènes observés dans le ^{68}Ni dès que l'on s'éloigne un peu de ce noyau. Un réglage plus précis de la partie monopolaire de notre interaction semble toutefois indispensable pour tirer des conclusions définitives.

Chapitre 5

Les isotones de 82 neutrons

Les études menées au chapitre précédent concernaient les propriétés structurelles mises en évidence récemment dans les noyaux exotiques riches en neutrons, et en particulier dans les isotopes du nickel. Dans ce chapitre, nous nous éloignons encore plus de la vallée de stabilité pour décrire des noyaux encore inaccessibles à l'expérience. Parmi ces noyaux, les nucléides ayant un nombre magique de neutrons ont un intérêt astrophysique: ils sont des points d'attente du processus r de la nucléosynthèse. Le processus r de la nucléosynthèse est, comme nous l'avons décrit dans l'introduction, un scénario astrophysique permettant d'expliquer en principe la formation de tous les noyaux riches en neutrons plus lourds que le fer. L'abondance relative des éléments trouvés sur terre dépend fortement de la durée de ce processus explosif, qui elle est reliée au temps de vie β des points d'attente.

Malgré les progrès expérimentaux, la mesure du temps de vie des noyaux d'attente les plus exotiques reste impossible pour le moment, et la connaissance du chemin du processus r est donc encore très dépendante des modèles de la physique nucléaire. L'objectif que nous avons poursuivi dans ce chapitre consiste à réaliser les calculs de temps de vie β des points d'attente de 82 neutrons, et de comparer nos résultats avec les études déjà menées:

- du point de vue expérimental (noyaux voisins du ^{132}Sn),
- du point de vue théorique (on s'intéressera en particulier aux résultats obtenus avec le modèle en couches [Mar99]).

L'influence de l'agrandissement de l'espace-modèle par rapport aux études théoriques précédentes sera mise en évidence; on pourra aussi juger de l'effet de l'approche de troncature du modèle en couches sur les propriétés calculées des noyaux.

Ce chapitre se découpe en deux parties. Dans la première nous comparons nos résultats à ceux déjà publiés précédemment. Nous agrandissons l'espace-modèle dans la deuxième partie et en déduisons l'influence que peut avoir une troncature dans le modèle en couches sur les résultats de ce calcul.

5.1 Calculs dans l'espace "restreint"

L'objet de cette première partie est d'ajouter de nouveaux résultats théoriques à ceux déjà effectués précédemment. Nous avons décidé de réutiliser l'espace et l'interaction de l'étude [Mar99]. Les isotones de 82 neutrons et leurs fils par décroissance β sont étudiés dans l'espace $1p_{1/2}, 0g_{9/2}, 2s_{1/2}, 1d_{5/2}, 1d_{3/2}, 0g_{7/2}, 0h_{11/2}$ illustré dans la figure 5.1. Les

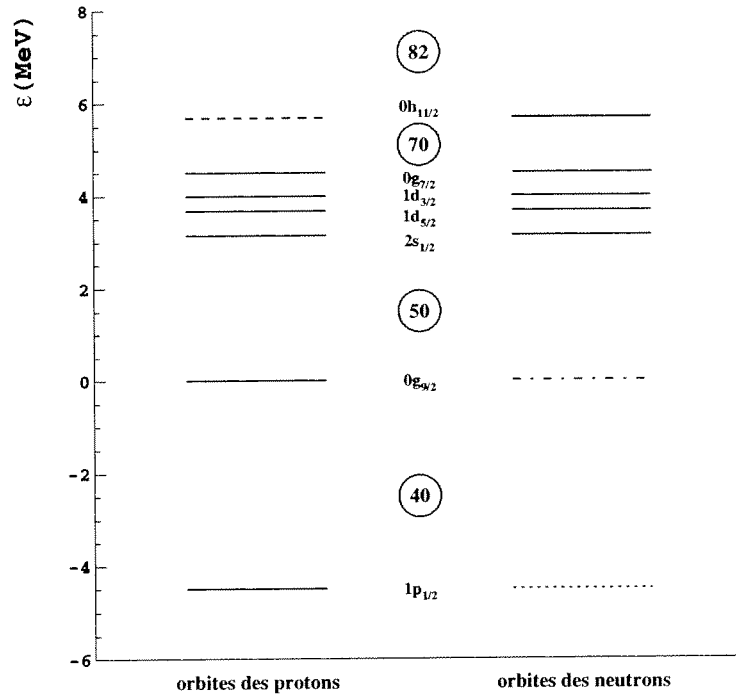


FIG. 5.1 – *Espaces de valence utilisés lors des calculs. L'espace restreint est représenté par les niveaux en traits continus. Les espaces agrandis sont obtenus en ajoutant tout d'abord les niveaux en traits tiretés (espace (b), cf. sec. 5.2) puis les niveaux en traits mixtes (espace (c), cf. sec. 5.2).*

orbitales $1p_{1/2}$ et $0g_{9/2}$ sont considérées comme pleines pour les neutrons, qui occupent donc un espace de valence compris entre $N = 50$ et $N = 82$. Les noyaux pères des désintégrations β auront ainsi leurs couches neutroniques remplies. Cette limitation aux nombres de configurations des neutrons n'est toutefois pas gênante, car elle permet tout de même une bonne description des propriétés physiques des noyaux dans la région qui nous intéresse (si on regarde le spectre expérimental du ^{132}Sn , on remarque que le premier état excité a une énergie de 4MeV , ce qui indique une forte fermeture de la couche $N = 82$). L'espace de valence des protons contient quant à lui toutes les couches sauf le niveau $0h_{11/2}$ (afin d'éviter les excitations spurieuses du centre de masse (couches $0g_{9/2}$ et $0h_{11/2}$)). Il prend en compte les protons entre $Z = 38$ et $Z = 70$. L'ajout de la couche $1p_{1/2}$ permet de décrire les états isomériques de basse énergie des noyaux de cette région (comme le niveau $1/2^- [1]$ dans le ^{131}In) mais inclut lui aussi des excitations spurieuses du centre de masse (avec les couches

$1d_{3/2}$ et $2s_{1/2}$) que nous devons contrôler comme nous l'avons fait au chapitre précédent (sec. ??). L'exclusion du niveau $0h_{11/2}$ de l'espace de valence des protons est toutefois très mal justifiée physiquement. De même, l'inclusion dans l'espace des configurations d'excitations dans le niveau $\nu 0g_{7/2}$ sans considérer d'influence sur son partenaire de spin-orbite ($\nu 0g_{9/2}$) est discutable. C'est pourquoi nous traiterons un espace-modèle agrandi dans la deuxième partie de ce chapitre.

L'interaction utilisée [Mar00] est dérivée d'un calcul de type matrice G (cf. annexe B); sa partie monopolaire a été renormalisée selon les prescriptions de Zuker et al. [Zuk95]. Parmi les noyaux d'ajustement figurent le ^{131}Sn et le ^{133}Sb , dont les spectres sont montrés figure 5.2. L'accord entre nos résultats et les spectres expérimentaux est très bon malgré

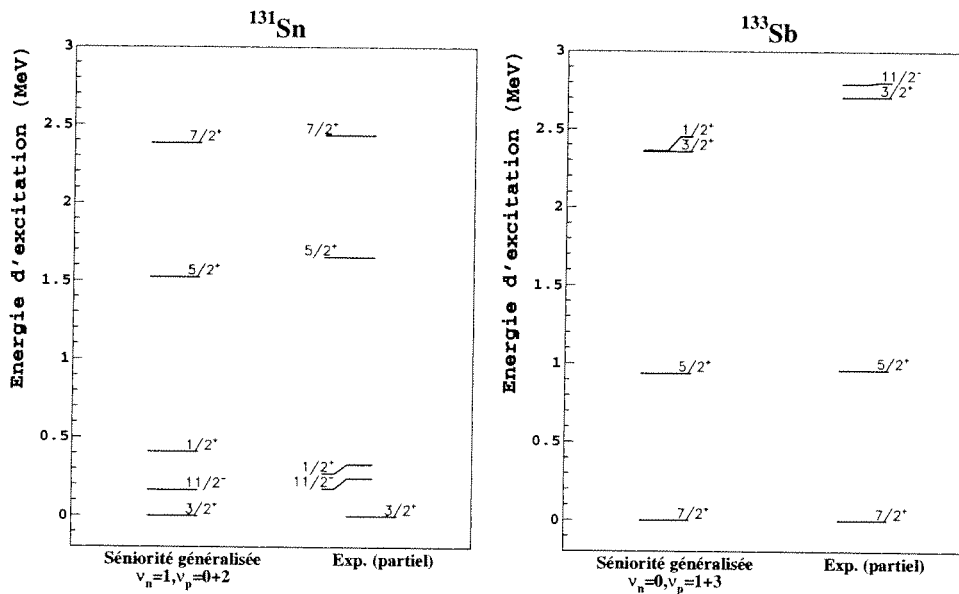


FIG. 5.2 – Spectres calculés et expérimentaux des noyaux de ^{131}Sn et ^{133}Sb qui ont servi à l'ajustement de la partie monopolaire de l'interaction utilisée. Le spectre expérimental est tiré de [Fir96].

quelques problèmes dans le spectre de l'antimoine. On peut en effet remarquer que notre calcul prédit un état $\frac{1}{2}^+$ là où il n'y en a pas expérimentalement. Cette prédiction est un point important à vérifier par la mesure. Il se pourrait en effet qu'elle soit une erreur du calcul due à un défaut de la partie monopolaire de l'interaction, défaut difficile à corriger étant donnée la proximité des deux niveaux $\frac{3}{2}^+[1]$ et $\frac{1}{2}^+[1]$ dans le spectre expérimental du noyau d'étain ($Z = 50$, $N = 81$) et leur éloignement dans celui de l'antimoine ($Z = 51$, $N = 82$) (rappelons ici que la partie monopolaire de l'interaction varie linéairement avec N et Z (cf. sec. 2.3.2)). Il est toutefois plus probable que ce niveau existe vraiment mais qu'on n'ait pas pu le mettre en évidence expérimentalement étant donné sa proximité avec le niveau $\frac{3}{2}^+[1]$ et son énergie d'excitation importante ($\simeq 2.5\text{MeV}$). Le deuxième défaut du spectre de l'antimoine est l'absence du niveau $\frac{11}{2}^-$ dans le spectre théorique. Ce manque

est dû à notre restriction de l'espace-modèle des protons où nous avons décidé de ne pas considérer la couche $0h_{11/2}$; il sera corrigé dans la deuxième partie de ce chapitre consacrée à l'agrandissement de cet espace. Il faut noter que ces erreurs dans le spectre sont à des énergies assez hautes, et qu'elles concernent des états individuels qui sont peu peuplés dans les noyaux étudiés (de charges $Z \leq 50$). Nous verrons toutefois plus loin l'influence que peuvent avoir ces états peu peuplés sur les propriétés de décroissance des noyaux. Le bon accord global des spectres calculés et mesurés nous indique finalement que la partie monopolaire de l'interaction est correctement ajustée pour étudier les noyaux dans cette région. Nous pouvons donc maintenant calculer les observables qui nous intéressent: les temps de vie.

La figure 5.3 présente une comparaison entre différents calculs (dont les nôtres) et les données expérimentales (quand elles existent). Comme au chapitre précédent, nous avons

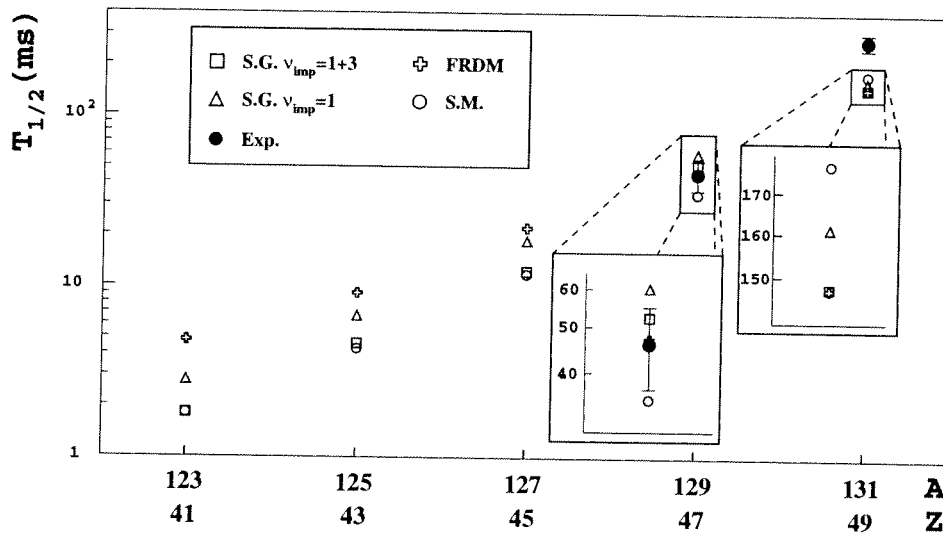


FIG. 5.3 – Temps de vie des noyaux isotones de 82 neutrons donnés par différents calculs et comparés aux données expérimentales [Fir96]. Les résultats FRDM sont issus de [Möl97]. Les résultats du modèle en couches (S.M.) [Mar99] et de nos calculs (S.G.) sont obtenus avec la même interaction [Mar00] dans le même espace-modèle.

choisi de ne pas tenir compte des Q de désintégration que nous donnaient nos calculs pour leurs privilégier les valeurs expérimentales (quand elles existent) ou les résultats de systématiques (nous avons choisi ici la compilation de masses de Duffo et Zuker [Duf95]). Nous avons de plus gardé le facteur 0.74 pour la renormalisation du coefficient $\frac{g_A}{g_V}$. Nos résultats sont ainsi directement comparables aux résultats de Martinez [Mar99]; on remarque d'ailleurs le parfait recouvrement entre les deux calculs dans le cas du ^{123}Nb ce qui constitue encore un test concluant de notre approche qui décrit certes le noyau père de la désintégration (^{123}Nb) sans approximation (puisqu'il ne contient que 3 protons de valence et 0 trou de neutron), mais qui tronque la base du noyau fils (^{123}Mo). Les temps de vie que nous avons calculés sont en général très proches de ceux calculés avec le modèle

en couches ce qui n'est pas une surprise étant donné que l'espace-modèle et l'interaction sont les mêmes. De plus les calculs modèle en couches étaient eux aussi tronqués [Mar99] à trois particules libres au plus ce qui les rapproche encore de notre approche. On remarque toutefois que notre temps de vie est sensiblement plus long au niveau de ^{129}Ag (où nous nous rapprochons de la valeur expérimentale par rapport à [Mar99]) mais un peu plus court au niveau de ^{131}In (où nous nous en éloignons). Ce comportement à l'approche de la fermeture de la couche $N = 50$ est peut-être dû à la diminution de l'espace des configurations de basses énergies, on remarque en effet qu'il coïncide avec le rapprochement des résultats des calculs considérant $\nu_{imp} \leq 3$ ou $\nu_{imp} = 1$.

Les calculs FRDM s'éloignent de nos résultats avec l'augmentation du rapport $\frac{N}{Z}$ des noyaux étudiés mais restent proches de nos valeurs. On peut supposer que notre approche est meilleure que celle de Möller et Nix étant donné le caractère entièrement microscopique de nos calculs. La comparaison des deux résultats montre toutefois l'influence que peut prendre le choix d'une approche théorique de physique nucléaire dans les calculs astrophysiques; Les temps de vie du ^{123}Nb diffèrent par exemple de plus de 200% entre le calcul FRDM et notre approche.

L'accord entre nos résultats et les données expérimentales est loin d'être correct dans la description du temps de vie de ^{131}In . Le temps de vie expérimental est en effet approximativement le double de celui que nous calculons. Étudions donc de plus près la désintégration de ce noyau. L'état fondamental $\frac{9}{2}^+$ de ^{131}In se désintègre majoritairement (à 91,6%) vers le premier état $\frac{7}{2}^+$ de ^{131}Sn . La valeur ft de cette désintégration ($\log ft = 4.4$) est la plus petite de toutes les valeurs ft du spectre de basse énergie. C'est donc cette désintégration qui va déterminer le temps de vie du noyau père en première approximation. Le tableau 5.1 donne la valeur $\log ft$ de cette désintégration obtenue par différents calculs. Ainsi l'image

	Exp.	part. indép.	S.G. $\nu_{imp} \leq 3$	S.G. $\nu_{imp} = 1$
$\log ft$	4.4	3.6	4.08	4.12

TAB. 5.1 – $\log ft$ de la désintégration majoritaire de ^{131}In dans différents calculs. La limite de particules individuelles suppose un trou de proton dans la couche $0g_{9/2}$ dans le noyau père ($^{131}\text{In}_{82}$) et un trou de neutron dans la couche $0g_{7/2}$ dans le noyau fils ($^{131}\text{Sn}_{81}$). La valeur expérimentale est indiquée ici en rappel du texte (elle est issue de [Fir96]).

simple que l'on peut avoir de la structure des deux noyaux considérés aboutit à une désintégration dix fois trop rapide. Le mélange de configurations joue donc un rôle très important dans cette étude. Pour prendre en compte ce mélange, notre espace-modèle considère les excitations au-delà de la fermeture de couche $Z = 50$, et on observe bien une amélioration des résultats. Toutefois, nos valeurs ft sont encore près de 2 fois trop petites (ce qui explique que notre temps de vie est deux fois trop court). L'espace-modèle considéré ne prend donc pas assez en compte le mélange de configurations. Il existe deux façons de remédier à ce problème:

- Nous pouvons changer la partie monopolaire de l'interaction de façon à diminuer la fermeture de la couche $Z = 50$. Ce choix paraît hasardeux étant donné que nous

reproduisons bien les spectres expérimentaux (en particulier la position du niveau $\frac{7}{2}^+[1]$ qui nous intéresse dans ^{131}Sn).

- Nous pouvons aussi augmenter la taille de l'espace-modèle. C'est cette possibilité que nous étudierons dans la section suivante.

5.2 Calculs dans l'espace agrandi

Les calculs menés dans la section précédente ne semblent pas assez précis pour rendre compte correctement des temps de vie expérimentaux de la région de la carte des nucléides que nous avons étudiée. En particulier, et bien que son spectre soit correctement reproduit, le ^{131}Sn a un temps de vie expérimental deux fois plus long que nos prédictions. La solution envisagée à ce problème consiste à augmenter la taille de l'espace-modèle. Tenant compte des remarques de la section précédente nous avons choisi d'ouvrir tout d'abord la couche $\pi 0h_{11/2}$ pour les protons, créant ainsi l'espace (b). Nous avons ensuite ouvert la couche $\nu 0g_{9/2}$ des neutrons pour obtenir l'espace (c). La partie monopolaire de l'interaction est ajustée pour l'espace-modèle restreint, l'ouverture de ces deux couches risque donc de provoquer un changement dans le spectre des noyaux d'ajustement. C'est pourquoi nous garderons sous contrôle cette observable, en plus d'étudier les temps de vie. Le mouvement spurieux du centre de masse joue aussi un rôle très important dans nos espaces. Nous l'avons traité dans cette étude d'une manière un peu différente de celle décrite au chapitre précédent, et que nous développons dans le paragraphe suivant.

5.2.1 Le mouvement spurieux du centre de masse

Expliquons tout d'abord les raisons qui nous ont poussés à changer de stratégie pour traiter les états spurieux. Les calculs menés sur les isotopes du nickel consistaient uniquement à évaluer le taux de spuriosité de la fonction d'onde puis, éventuellement, à retirer les états dans lequel ce taux était trop grand. Si nous appliquons cette méthode dans le cas des isotones de 82 neutrons, les résultats sont semblables dans les deux espaces (a) et (b), c'est-à-dire que le mouvement du centre de masse ne perturbe que très peu les fonctions d'onde des états qui nous intéressent (ie. les états de basse énergie et les états des noyaux fils concernés par la décroissance β du père).

Dans l'espace (c) en revanche, des composantes spurieuses apparaissent dans les niveaux de basse énergie des noyaux. Par exemple, le niveau $\frac{9}{2}^+[1]$ de ^{131}Sn a une composante spurieuse d'environ 20% dans sa fonction d'onde ($C_{0min}^2 = 79.5\%$). De telles valeurs sont très gênantes dans nos calculs, car on ne peut ni négliger cette composante, ni considérer l'état comme complètement spurieux. Nous avons donc dû choisir une autre méthode pour traiter les calculs dans l'espace (c). Nous avons considéré l'hamiltonien modifié

$$H_{cdm} = H + \lambda \hat{O}_A = H + \lambda \left(\frac{\hat{P}^2}{2mA} + \frac{1}{2} m\omega^2 A \hat{R}^2 \right)$$

qui tient compte explicitement du mouvement du centre de masse. Nous avons vu section ?? que les valeurs propres de \hat{O}_A étaient des multiples du quantum d'oscillation $\hbar\omega$ à une constante près, et que les seuls états qui nous intéressaient étaient les états ne contenant aucun quantum. En choisissant la constante λ telle que $\frac{\hbar\omega}{A} = 1\text{MeV}$, les états propres de $\lambda\hat{O}_A$ prennent des valeurs très différentes suivant l'état considéré. En particulier, les états spurieux du centre de masse occuperont des états d'énergie d'au moins 100MeV ($A \simeq 130$), au dessus du fondamental. La diagonalisation de H_{cdm} repoussera donc les états spurieux vers les grandes énergies, sans changer les autres. Cette méthode est bien justifiée si les états spurieux et les états non spurieux du centre de masse sont bien séparés. Dans ce cas, l'ajout de l'opérateur $\lambda\hat{O}_A$ ou le changement de la valeur de λ ne doit pas changer le spectre obtenu (en dehors de la disparition des états spurieux). Autrement dit, nos résultats doivent être stables vis-à-vis de λ .

La figure 5.4 montre le spectre de ^{131}Sn avant et après la modification de l'hamiltonien

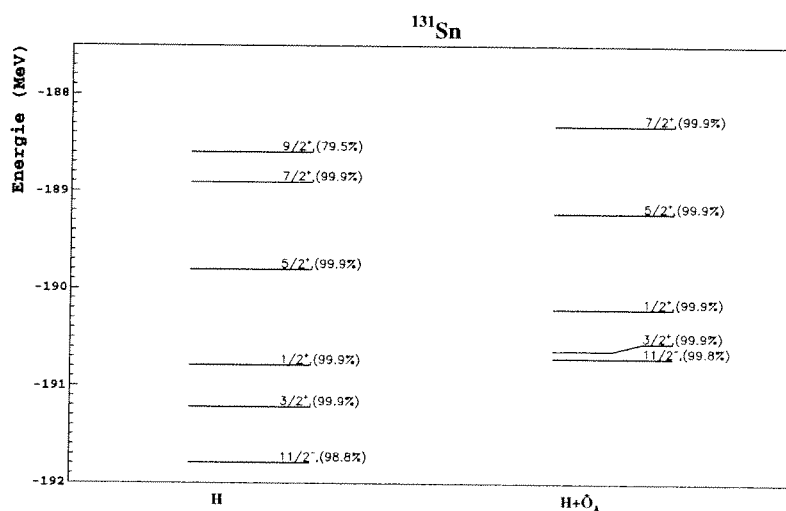


FIG. 5.4 – Spectres de ^{131}Sn obtenus en diagonalisant l'hamiltonien H non modifié et l'hamiltonien H_{cdm} (identifié comme $H + \hat{O}_A$). Entre parenthèses est indiqué le coefficient $C^2_{0_{min}}$ (cf. sec. ??).

(c'est-à-dire pour $\lambda = 0$ ou 1). On note que tous les états montrés sur le spectre de droite (pour $\lambda = 1$) ne contiennent presque plus de composante spurieuse du centre de masse. Leur énergie n'est que très peu modifiée, à l'exception de celle du fondamental. Le mouvement spurieux du centre de masse amenait de plus un niveau $\frac{9}{2}^+$ à basse énergie, qui se trouve repoussé à haute énergie dans le nouveau calcul mais n'a pas disparu entièrement.

Les résultats que l'on obtient varient donc avec la valeur de λ , et on ne peut pas considérer qu'ils seront complètement exempts de mouvement spurieux du centre de masse (en particulier le fondamental). Toutefois, les variations de la forme de nos spectres sont faibles et c'est pourquoi nos résultats nous apparaissent valables dans une première approche. Nous regarderons donc par la suite les résultats obtenus dans l'espace (c) avec

l'hamiltonien H_{cdm} .

5.2.2 Les résultats

Les calculs menés dans cette section consistent à observer l'influence de l'agrandissement de l'espace de valence sur les temps de vie estimés des noyaux. Les résultats obtenus dans l'espace restreint ne sont en effet pas satisfaisants au niveau du calcul des temps de vie (les temps expérimentaux connus n'étant pas bien reproduits), même si les spectres des noyaux d'ajustement sont eux en bon accord avec les mesures (cf. sec. 5.1). Nous devons donc vérifier que le spectre de ^{131}Sn et ^{133}Sb restent grossièrement les mêmes, et que les temps de décroissance des noyaux (en particulier de ^{131}Sn) sont en meilleur accord avec les résultats expérimentaux.

La figure 5.5 montre l'évolution des spectres des noyaux d'ajustement avec l'agrandissement de l'espace-modèle. On remarque une légère amélioration dans la reproduction des spectres expérimentaux avec l'ouverture de la couche $\pi 0h_{11/2}$. Ainsi, l'absence du niveau $\frac{11}{2}^-$ dans le spectre de basse énergie de l'antimoine est corrigée. En revanche, la présence du niveau $\frac{1}{2}^+$ juste au dessus du niveau $\frac{3}{2}^+$ indique que notre modification de l'espace n'a pas entièrement nettoyé le spectre. Ceci confirme d'ailleurs que la position de cet état est bien due à un défaut de la partie monopolaire de l'interaction. L'ajout de la couche $\nu 0g_{9/2}$ détériore quant à lui les spectres calculés. En effet, l'interaction entre les couches $\nu 0g_{9/2}$ et $\nu 0h_{11/2}$ amène par exemple le niveau $\frac{11}{2}^- [1]$ en dessous du niveau $\frac{3}{2}^+ [1]$ qui est le fondamental expérimentalement. L'ensemble de ces défauts est un effet de l'inadaptation de la partie monopolaire de notre interaction dans cet espace-modèle. Toutefois, si cet ajout rend le spectre moins bon, il ne modifie pas beaucoup les énergies d'excitation des états importants dans la désintégration β . En particulier, l'énergie du niveau $\frac{7}{2}^+ [1]$ de ^{131}Sn , état qui reçoit la majorité de la décroissance du fondamental du noyau père ^{131}In , est mieux reproduite dans l'espace (c) que dans l'espace (b).

C'est pourquoi nous avons choisi de continuer les calculs sans changer d'interaction et ainsi garder une cohérence avec la partie précédente (puisque'il s'agit d'étudier l'influence de la taille de l'espace-modèle).

Le tableau 5.2 montre l'évolution des temps de vie calculés avec l'ouverture des couches. L'agrandissement de l'espace de valence n'a pas un effet très important sur les noyaux les

	^{123}Nb	^{125}Tc	^{127}Rh	^{129}Ag	^{131}In
espace (a)	1.8	4.6	12.3	52.3	147.4
espace (b)	1.3	3.7	12.8	51.5	100.4
espace (c)	1.5	4.2	13.3	56.7	114.4

TAB. 5.2 – Temps de vie (en ms) des isotones de 82 neutrons d'intérêt astrophysique. La description des espaces (a), (b) et (c) est donnée figures 5.5 et 5.2.

plus légers que nous avons calculés (^{123}Nb , ^{125}Tc , ^{127}Rh). La faible influence de l'ouverture de la couche $\pi 0h_{11/2}$ dans ces noyaux est compréhensible étant donné le faible peuplement

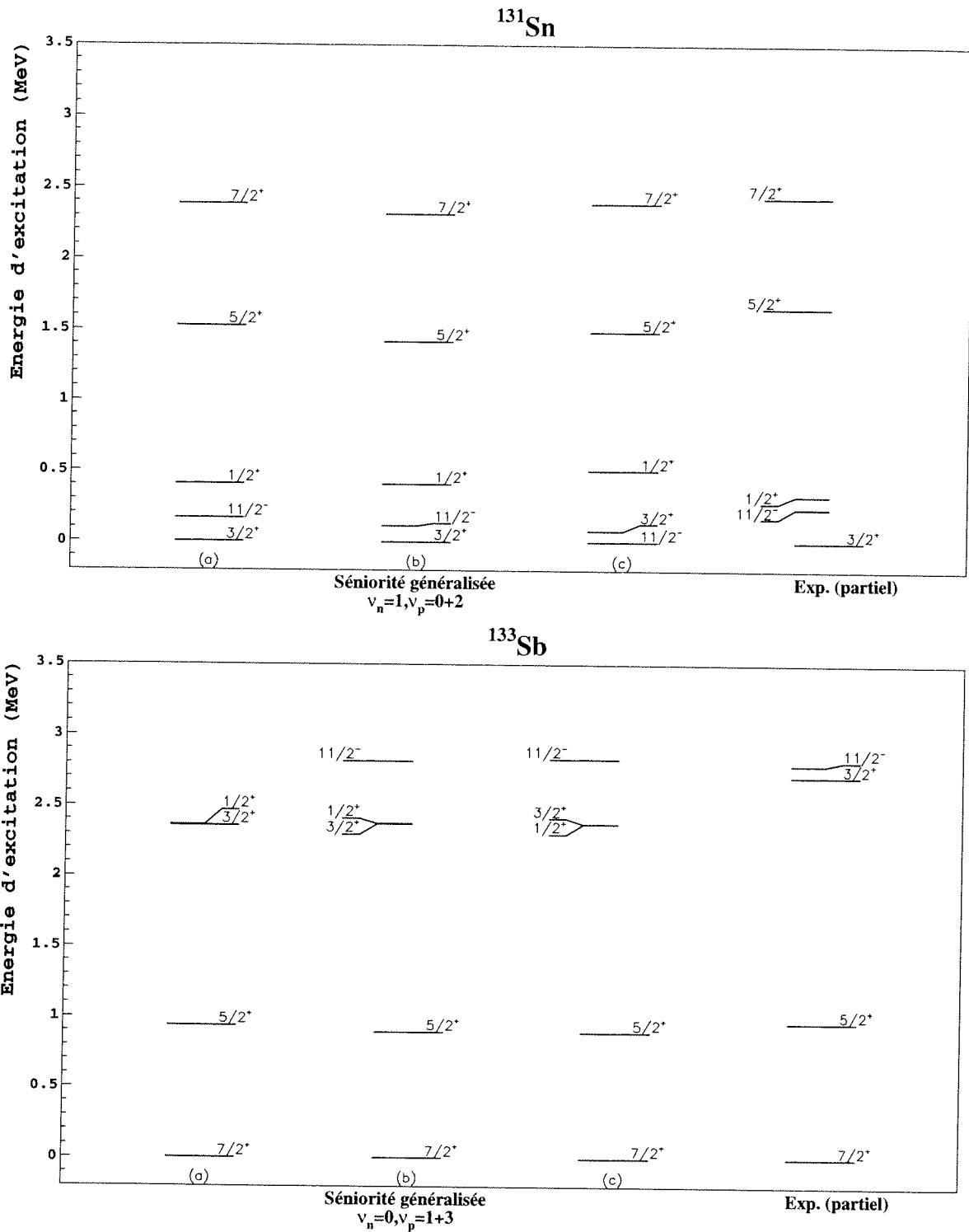


FIG. 5.5 – Évolution des spectres de ¹³¹Sn et ¹³³Sb avec l'agrandissement de l'espace-modèle. On a représenté les spectres calculés dans : (a) l'espace restreint, (b) l'espace restreint plus la couche $\pi 0h_{11/2}$, (c) l'espace restreint plus les couches $\pi 0h_{11/2}$ et $\nu 0g_{9/2}$ (cf. figure 5.2).

des couches de valence protoniques (^{127}Rh n'a par exemple que 7 protons de valence dans l'ensemble des couches). En revanche, l'ouverture de la couche neutronique $0g_{9/2}$ devrait avoir un effet non négligeable. L'ouverture de cette couche ajoute par exemple un état $\frac{9}{2}^+$ recevant une transition dont le $\log ft$ vaut 3.6 dans le spectre de ^{123}Mo . Cet état est toutefois trop haut en énergie pour que sa présence apporte un véritable effet sur le temps de vie du noyau père de ^{123}Nb .

On peut faire cette remarque sur tous les noyaux de notre étude: l'ouverture de la couche $\nu 0g_{9/2}$ augmente le temps de vie (on se rapproche donc de la valeur expérimentale du temps de vie de ^{131}In). Toutefois l'apport énergétique qu'il faut fournir pour exciter un trou de neutron dans cette couche est tellement important que l'effet d'une telle configuration sur la durée de décroissance β est faible.

D'autre part, la couche $\pi 0h_{11/2}$ a une influence non négligeable sur le noyau de ^{131}In , mais cette influence diminue son temps de vie et donc nous éloigne des résultats expérimentaux. Le cas de ^{129}Ag est à part dans notre étude et fera l'objet d'une discussion ultérieure.

L'ouverture de l'espace de valence telle que nous l'avons faite n'est donc pas suffisante pour expliquer le temps de vie de ^{131}In . Nous ne pouvons donc pas nous prononcer sur la qualité de nos résultats. Les perspectives d'amélioration qui nous restent tiennent en deux points:

- Il faut modifier la partie monopolaire de l'interaction (par exemple la position de la couche $\nu 0g_{9/2}$). L'inconvénient de cette solution réside dans le fait que les spectres d'ajustement sont déjà bien reproduits. Il nous faut donc trouver de nouvelles données pour fixer de manière plus fiable nos paramètres.
- Tous les noyaux pères des désintégrations qui nous intéressaient avaient leurs couches neutroniques complètement fermées. Même si les états contenant une excitation particule-trou dans les couches de neutrons sont situés à assez haute énergie dans le spectre des noyaux étudiés (les premiers états contenant de telles excitations sont indiqués phénoménologiquement à $4.515 MeV$ dans le spectre de ^{131}Sn [Ser94]), leur influence peut-être importante et est dans tous les cas non négligeable. L'ouverture d'une couche neutronique supplémentaire au delà du nombre magique $N = 82$, et en particulier de la couche $\nu 1f_{7/2}$ apparaît donc souhaitable.

Revenons enfin sur le cas particulier de ^{129}Ag . Son temps de vie calculé dans l'espace (a) reproduit bien les données expérimentales. L'ouverture de la couche $\pi 0h_{11/2}$ diminue très peu notre estimation et améliore encore la qualité de nos résultats (contrairement à ce qui se passe pour ^{131}In). Dans l'espace le plus grand (c) enfin, nos résultats deviennent moins bons que dans les deux espaces précédents (de plus, l'ouverture de la couche $\nu 0g_{9/2}$ a un effet important sur nos résultats). Tous ces résultats qui semblent contradictoires sont toutefois très peu éloignés les uns des autres et suivent une tendance identique aux résultats de l'ensemble de nos calculs. C'est donc le peu de données expérimentales qui ne nous permet pas de conclure cette discussion. La détermination du spectre de ^{129}Ag , dont nous

reproduisons bien le temps de vie paraît l'observable la plus abordable expérimentalement et peut-être la plus discriminante pour résoudre nos problèmes. S'il s'avère en effet que son spectre calculé concorde avec son spectre expérimental, alors notre erreur sur le temps de vie de ^{131}In doit être due à un phénomène local aux limites de la couche $Z = 50$. Ainsi, nos extrapolations des temps de vie des noyaux plus exotiques serait confirmée. Si au contraire, nos calculs ne reproduisent pas du tout le spectre de ^{129}Ag , alors notre bon accord avec son temps de vie est fortuit et nos extrapolations fausses.

En définitive, les résultats de nos calculs soulèvent beaucoup de questions quant à notre connaissance des noyaux isotones de 82 neutrons à l'approche de la ligne de drip neutronique. Notre description de ces noyaux ne nous permet pas en effet de reproduire le temps de vie de ^{131}Sn à moins d'un facteur 2. Le comportement global de nos résultats est toutefois suffisamment régulier et proche des autres approches théoriques pour pouvoir en tirer quelques conclusions d'ordre astrophysique. Elles font l'objet de la dernière section de ce chapitre.

5.3 Impact astrophysique

Les points d'attente du processus r que nous venons de décrire sont des noyaux importants du point de vue astrophysique, car la connaissance de leurs propriétés apporte une contrainte presque directe dans les modèles de nucléosynthèse explosive. En effet, les temps de vie, sections efficaces de capture de neutrons et masses des noyaux impliqués entrent directement en compte dans les calculs "canoniques" de processus r, qui permettent de déduire, moyennant d'énormes simplifications, les conditions astrophysiques nécessaires à la nucléosynthèse (flux de neutrons, durée du bombardement neutronique). Les temps de vie que nous avons calculés, en accord avec de précédentes études [Mar99, Kra01], ajoutent encore plus de certitudes sur la durée, très courte, du processus r. Ainsi, l'hypothèse selon laquelle le processus r aurait lieu dans le vent induit par neutrinos créé au dessus du résidu en formation d'une supernova n'est pas infirmée par les récents résultats, puisque la durée des deux processus est comparable [Woo94].

Il faudrait cependant mieux reproduire les temps de vie des noyaux connus (en particulier celui de ^{131}Sn) pour pouvoir utiliser nos résultats dans un calcul de réseau de réactions de nucléosynthèse et en déduire l'abondance estimée en éléments de cette région.

Chapitre 6

Conclusion

La structure des noyaux stables est de nos jours bien interprétée par les différents modèles existants. Parmi ceux-ci, le modèle en couches a connu de nombreux succès et est devenu incontournable dans le domaine de la description phénoménologique de la spectroscopie nucléaire à basse énergie [Kuo66, Cau99]. La production et l'étude expérimentale de noyaux de plus en plus instables pose toutefois de nouveaux problèmes aux théoriciens. Ainsi, l'étude théorique des phénomènes exotiques rencontrés chez les noyaux riches en neutrons demande des calculs de plus en plus précis et donc de plus en plus complexes. Par exemple, le nombre de corrélations à introduire pour décrire les noyaux à l'approche de la ligne de drip neutronique devient très important et la diagonalisation des matrices utilisées dans le modèle en couches rapidement impossible. Pour contourner ce problème, de nombreuses approximations ont vu le jour permettant, d'une manière plus ou moins arbitraire, de rendre les calculs réalisables. L'utilisation de symétries est une méthode des plus élégantes de faire ces troncatures. Elle rend de plus l'interprétation des résultats beaucoup plus aisée.

Dans ce travail de thèse, nous avons choisi d'utiliser la symétrie de séniorité généralisée pour tronquer la base du modèle en couches. Cette troncature a déjà été utilisée avec profit pour décrire l'appariement dans les noyaux . Elle donne des résultats très précis dans les noyaux semi-magiques [Gam71]. Elle est de plus une base microscopique du modèle des bosons en interaction (IBM [Ari76]) [Pit82], modèle très efficace dans l'étude des noyaux de masse intermédiaires et des noyaux lourds [Iac79].

Un ensemble de tests comparant les résultats de notre approche avec tout d'abord des calculs analytiques puis des spectres du modèle en couches nous a permis de constater la qualité de l'approximation que nous avons faite. Il nous a aussi donné une idée sur les noyaux que nous pouvions étudier et sur les erreurs qu'entraînait l'interaction proton-neutron sur nos résultats.

Notre étude s'est ensuite portée sur le calcul de la structure de noyaux très riches en neutrons et proches de la semi-magieité. Cette configuration nous a permis de justifier l'emploi de notre approche. Elle nous a naturellement amené à calculer la structure des isotopes du nickel avec un intérêt particulier pour les noyaux proches de ^{68}Ni et de la fermeture de la couche $N = 40$. Nous avons développé pour cela une interaction dans

un espace-modèle encore très peu étudié comprenant tous les niveaux entre les nombres magiques 20 et 50. La comparaison de nos calculs de moments magnétiques, temps de vie et spectres des noyaux avec les résultats expérimentaux nous a permis de déduire une faible persistance de la fermeture $N = 40$ ainsi qu'un affaiblissement de la fermeture $Z = 28$ avec l'augmentation du nombre de neutrons de valence. De cette façon, de récents résultats expérimentaux [Geo01] ont été expliqués.

La dernière partie de notre travail concernait les isotones de 82 neutrons. Là encore, la semi-magicité de ces noyaux nous a assuré de reproduire de façon quasi-parfaite les résultats obtenus par le modèle en couches [Mar99]. Nous avons toutefois montré que l'espace utilisé n'était pas assez grand pour décrire avec une bonne précision les résultats expérimentaux, en particulier le temps de vie de ^{131}Sn . L'augmentation du nombre de couches neutroniques accessibles avec l'ouverture de la couche $\nu 0g_{9/2}$ semble améliorer les résultats. C'est pourquoi l'ouverture de la couche $N = 82-126$ aux excitations neutroniques nous apparaît comme une solution des plus probables à ce problème. Elle ajoute en effet, en plus de l'augmentation du nombre de configurations disponibles, l'influence de l'interaction proton-neutron, jusqu'ici inexistante dans le noyau père. Un raisonnement analogue à celui mené sur les isotopes du nickel, ajoutant cette fois-ci la couche $\nu 1f_{7/2}$ à notre espace-modèle est donc une des perspectives les plus prometteuses dans ce domaine. Les calculs ainsi réalisés pourraient ensuite être appliqués aux noyaux plus proches de la ligne de drip et insérés avec une grande confiance dans les codes de nucléosynthèse.

Nous avons montré en définitive que l'utilisation de troncatures basées sur des critères phénoménologiques et bien adaptées à la région de la carte des nucléides étudiée est encore très utile dans les calculs de modèle en couches. La qualité des programmes et la rapidité des ordinateurs est certes toujours en progrès, mais la description de données toujours plus exotiques demande l'utilisation d'espaces toujours plus grands. Dans ce contexte, l'approche de séniorité généralisée apparaît comme un remplaçant de luxe pour l'étude des noyaux semi-magiques riches en neutrons.

Annexe A

Interaction multipolaire et fermetures de couches

Prouvons que la partie multipolaire d'une interaction réaliste, comme on l'a extraite au chapitre 2 (sec. 2.3.1), est nulle dans les noyaux ayant au plus une particule (ou un trou) dans leurs couches de valence. Il s'agit de calculer des éléments de matrice du type $\langle \Psi_j \| H_M \| \Psi_j \rangle$ où les $|\Psi_j\rangle$ sont les fonctions d'ondes du système à une particule que l'on peut écrire, en seconde quantification, $|\Psi_j\rangle = a_j^\dagger |\Theta\rangle$. D'après l'équation (2.11),

$$\langle \Psi_j \| H_M \| \Psi_j \rangle = \sum_{\substack{a,b,c,d \\ J,T}} \widehat{J}\widehat{T}W_{JT}(a,b,c,d) \langle \Psi_j \| \left[(a_a^\dagger a_b^\dagger)^{(JT)} (\tilde{a}_c \tilde{a}_d)^{(JT)} \right]^{(00)} \| \Psi_j \rangle$$

avec

$$\langle \Psi_j \| \left[(a_a^\dagger a_b^\dagger)^{(JT)} (\tilde{a}_c \tilde{a}_d)^{(JT)} \right]^{(00)} \| \Psi_j \rangle = \widehat{J}\widehat{T} (\delta_{ja} \delta_{bc} \delta_{dj})$$

on obtient

$$\begin{aligned} \langle \Psi_j \| H_M \| \Psi_j \rangle &= \sum_{J,T} (2J+1)(2T+1)W_{JT}(a,j,a,j) \\ &= \sum_T (2T+1) \sum_{a,J} (2J+1)W_{JT}(a,j,a,j) \\ &= 0 \end{aligned}$$

car on a construit W tel que: $\sum_J (2J+1)W_J(i,j,i,j) = 0$ quels que soient i et j (eq.(2.13)).

Annexe B

Le formalisme de la matrice G

Le formalisme de la matrice G permet de calculer une interaction nucléaire finie à partir de potentiels nucléon-nucléon dans le vide dont la partie à courte portée est très répulsive (voire infiniment répulsive dans certains cas [Ham62]). La matrice G décrit la diffusion d'un nucléon par un autre dans le milieu nucléaire. Les différences entre ce problème et celui de la diffusion nucléaire dans le vide tiennent en deux points :

- le principe de Pauli interdit beaucoup d'états dans la voie de sortie,
- l'influence du milieu nucléaire est liée à l'interaction que l'on veut calculer (à travers le champ moyen).

Suivons l'approche de Brueckner [Bru55] : Il s'agit de trouver comment calculer des observables dans la matière nucléaire à partir du potentiel nucléon-nucléon obtenu dans le vide. En supposant que les interactions prépondérantes diffusent les nucléons vers des états de grande impulsion (non occupés dans le milieu), on néglige les effets du principe de Pauli. L'équation à résoudre est alors formellement identique à l'équation de diffusion élastique dans le vide

$$G = V + V(\omega - H_0)^{-1}G \quad (\text{B.1})$$

à la différence près que, dans le vide, H_0 représente uniquement l'énergie cinétique des particules diffusées, alors qu'ici, $H_0 = T + U$ où U prend en compte les effets du champ moyen des nucléons sur la diffusion (ω est l'énergie des particules avant l'interaction). Comme U dépend de V , l'équation (B.1) devient auto-cohérente. Ce traitement a l'avantage de ramener un problème intraitable en théorie des perturbations (car les ordres successifs divergent) à une équation connue qu'on sait résoudre (B.1).

Appliquons maintenant cette théorie dans le cadre du modèle en couches. On ne peut plus dans ce cas négliger les effets du principe de Pauli (les phénomènes étudiés ayant lieu à basse énergie) et l'équation précédente s'écrit :

$$G = V + VQ(\omega - QH_0Q)^{-1}QG \quad (\text{B.2})$$

où ω est l'énergie des particules avant l'interaction *dans* le milieu, c'est un paramètre du calcul. Q est l'opérateur d'exclusion de Pauli défini dans notre espace de configurations.

Dans la matière nucléaire, l'opérateur Q exclut de peupler les états en dessous du niveau de Fermi (qui sont déjà occupés). Il est généralisé dans le modèle en couches en interdisant non seulement les états du coeur (qui sont occupés) mais aussi les états où les deux nucléons sont diffusés dans les couches de valence (car cette diffusion est déjà prise en compte par un autre élément de cette matrice G). Ainsi, l'opérateur Q n'autorise que des états intermédiaires ayant au moins un nucléon à l'extérieur de l'espace des configurations. Séparons cet opérateur en deux parties $Q = Q_b + Q_h$: la première partie contient les états intermédiaires de basse énergie et la seconde les états de haute énergie. Loin de l'espace des configurations, le potentiel créé par le noyau peut-être considéré comme nul, et on peut définir une nouvelle matrice G :

$$\tilde{G} = V + VQ_h(\omega - Q_h T Q_h)^{-1} Q_h \tilde{G} \quad (\text{B.3})$$

où l'on s'est affranchi dans l'hamiltonien non perturbé du terme de champ moyen. Quelques calculs matriciels [Bet63] permettent de plus d'exprimer \tilde{G} en fonction de G :

$$G = \tilde{G} + \tilde{G}Q_b(\omega - Q_b H_0 Q_b)^{-1} Q_b G \quad (\text{B.4})$$

Il s'agit donc maintenant de calculer \tilde{G} . Un autre calcul matriciel [Tsa72] permet de traiter de manière exacte le problème de l'opérateur de Pauli dans (B.3):

$$\tilde{G} = \tilde{G}_F + \Delta \tilde{G} \quad (\text{B.5})$$

où \tilde{G}_F vérifie l'équation:

$$\tilde{G}_F = V + V(\omega - T)^{-1} \tilde{G}_F \quad (\text{B.6})$$

qui est en tous points similaire à l'équation de diffusion dans le vide et donc facilement calculable à partir de techniques bien maîtrisées comme l'inversion dans l'espace des moments [Haf70]. $\Delta \tilde{G}$ s'exprime ensuite en fonction de \tilde{G}_F ; on peut donc remonter à \tilde{G} , puis à G .

La seconde étape dans le processus consiste à trouver une interaction effective qui prenne en compte le fait que notre espace de modélisation n'est pas infini. En effet, si on considère l'équation complète

$$\mathcal{H} |\Psi\rangle = (H^{(0)} + G) |\Psi\rangle = \mathcal{E} |\Psi\rangle \quad (\text{B.7})$$

et que l'on développe ses solutions $|\Psi\rangle$ sur la base des solutions $|\Phi_i\rangle$ de l'équation

$$H^{(0)} |\Phi_i\rangle = E_i |\Phi_i\rangle \quad (\text{B.8})$$

la fonction d'onde complète aura la forme

$$|\Psi\rangle = \sum_{i=1}^{+\infty} \alpha_i |\Phi_i\rangle \quad (\text{B.9})$$

où l'on tient compte de *toute* la base des fonctions. La taille de notre espace de modélisation étant finie, le développement (B.9) sera tronqué, nous donnant une fonction d'onde

$|\Psi'\rangle$ différente de la fonction d'onde réelle. Il s'agit donc de trouver un hamiltonien H^{eff} corrigeant les effets de cette troncature, c'est-à-dire vérifiant l'équation:

$$H^{eff} |\Psi'\rangle = \mathcal{H} |\Psi\rangle \quad (\text{B.10})$$

l'opérateur effectif d'interaction à deux corps vérifie alors

$$V^{eff} |\Psi'\rangle = G |\Psi\rangle \quad (\text{B.11})$$

et est relié à la matrice G par la relation:

$$V^{eff} = G + GQ(\mathcal{E} - H^{(0)})^{-1}QV^{eff} \quad (\text{B.12})$$

où l'opérateur Q est le projecteur vers l'extérieur de l'espace de modélisation, c'est à dire vers les niveaux au-delà des niveaux de valence, mais aussi vers les niveaux composant le coeur dans notre espace. Cette équation est similaire aux équations précédentes (B.2 et suivantes), son traitement est toutefois un peu différent. Dans cette équation l'hamiltonien non perturbé $H^{(0)}$ est l'hamiltonien du noyau en entier, si on veut exprimer (B.12) en fonction uniquement de grandeurs de l'espace de valence, on aboutit à l'expression

$$V^{eff} = G + GQ(E_v - H_v^{(0)})^{-1}QV^{eff} \quad (\text{B.13})$$

qui peut être vue comme un développement

$$V^{eff} = G + GQ(E_v - H_v^{(0)})^{-1}QG + GQ(E_v - H_v^{(0)})^{-1}QGGQ(E_v - H_v^{(0)})^{-1}QG + \dots \quad (\text{B.14})$$

dans lequel chaque terme est un graphe de Feynman particulier appelé graphe lié. La résolution de cette équation fait appel à la théorie des perturbations dépendantes du temps, que nous n'expliquerons pas ici. Pour plus de détails on pourra se reporter à [Kuo71]. On remarquera toutefois que le développement (B.14) prend en compte non seulement les diffusions dans l'espace de modélisation (avec le premier terme), mais aussi les interactions à l'extérieur de celui-ci (termes suivants). En particulier, ce type d'interaction corrige des effets de polarisation du coeur.

L'ensemble des méthodes décrites rapidement ici permettent d'obtenir une interaction de modèle en couches dans l'espace désiré à partir des informations recueillies sur les diffusions élastiques proton-proton, proton-neutron, et les observables du deuton. Ce formalisme est maintenant bien maîtrisé et a fait l'objet de nombreuses publications. On pourra consulter par exemple [Hjo95] pour avoir un inventaire plus approfondi de ces techniques.

Bibliographie

- [Abo95] Y. Aboussir et al., *At. Data Nucl. Data Tables* 61 (1995) 127.
- [All88] K. Allaart et al., *Phys. Rep.* 169 (1988) 209.
- [Ari76] A. Arima et F. Iachello, *Ann. Phys. (N.Y.)* 99 (1976) 253.
- [Bah66] J. N. Bahcall, *Nucl. Phys.* 75 (1966) 10.
- [Bar57] J. Bardeen, L. N. Cooper et J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* 108 (1957) 1175.
- [Bha93] M. R. Bhat, *Nuclear Data Sheets* 69 (1993) 209.
- [Bha98] M. R. Bhat, *Nuclear Data Sheets* 85 (1998) 415.
- [Bha99] M. R. Bhat, *Nuclear Data Sheets* 88 (1999) 417.
- [Ben99] K. Bennaceur, Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur de Strasbourg, Décembre 1999.
- [Ber01] J. F. Berger et al., *Nucl. Phys.* A685 (2001) 1c.
- [Bet63] H. A. Bethe, B. H. Brandow et A. G. Petschek, *Phys. Rev.* 129 (1963) 225.
- [Bog58] N. N. Bogoliubov, *Nuovo Cimento* 7 (1958) 794.
- [Boh69] A. Bohr et B. R. Mottelson, *Nuclear Structure, Vol. 1.*, Benjamin, New York (1969).
- [Bor00] I. N. Borzov et S. Goriely, *Phys. Rev.* C62 (2000) 035501.
- [Bro88] B. A. Brown, B. H. Wildenthal, *Ann. Rev. Nuc. Part. Sci* 38 (1988) 29.
- [Bru55] K. A. Brueckner, *Phys. Rev.* 97 (1955) 1353.
- [Cam75] X. Campi et al., *Nucl. Phys.* A251 (1975) 193.
- [Cau98] E. Caurier et al., *Phys. Rev.* C58 (1998) 2033.
- [Cau99] E. Caurier et al., *Nucl. Phys.* A653 (1999) 439.

- [Coh65] S. Cohen et D. Kurath, Nucl. Phys. 73 (1965) 1.
- [Cor99] L. Coraggio et al., Phys. Rev. C60 (1999) 064306.
- [deS74] A. de Shalit et H. Feshbach, Theoretical Nuclear Physics, Vol. 1., Wiley Interscience, New York (1974).
- [Det79] C. Detraz et al., Phys. Rev. C19 (1979) 164.
- [Die64] K. Dietrich, H. J. Mang et J. H. Pradal, Phys. Rev. 135 (1964) B22.
- [Duf95] J. Duflo et A. P. Zuker, Phys. Rev. C52 (1995) R23.
- [Duf99] J. Duflo et A. P. Zuker, Phys. Rev. C59 (1999) R2347.
- [Ell58] J. P. Elliott, Proc. Roy. Soc. A245 (1958) 128.
- [Eng99] J. Engel et al., Phys. Rev. C60 (1999) 014302.
- [Fir96] R. B. Firestone, Table of isotopes, Wiley Interscience, New York (1996).
- [Flo64] B. H. Flowers et S. Szpikowski, Proc. Phys. Soc. 84 (1964) 673.
- [Gam69] Y. K. Gambhir, A. Rimini et T. Weber, Phys. Rev. 188 (1969) 1573.
- [Gam71] Y. K. Gambhir, A. Rimini et T. Weber, Phys. Rev. C3 (1971) 1965.
- [Geo01] G. Georgiev, Ph. D. thesis, Katholieke Universiteit Leuven (2001).
- [Gir88] M. Girod et al., Phys. Rev. C37 (1988) 2600.
- [Gla97] T. Glasmacher et al., Phys. Lett. B395 (1997) 163.
- [Gol48] M. Goldhaber et E. Teller, Phys. Rev. 74 (1948) 1046.
- [Gor00] S. Goriely, Cours de l'École Joliot-Curie de Physique Nucléaire, IN2P3 (2000).
- [Grz98] R. Grzywacz et al., Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 766.
- [Haf70] M. I. Haftel et F. Tabakin, Nucl. Phys. A158 (1970) 1.
- [Ham62] T. Hamada et I. D. Johnston, Nucl. Phys. 34 (1962) 382.
- [Hjo95] M. Hjorth-Jensen, T. T. S. Kuo et E. Osnes, Phys. Rep. 261 (1995) 125.
- [Hub78] G. Huber et al., Phys. Rev. C18 (1978) 2342.
- [Iac79] F. Iachello, Interacting Bosons in Nuclear Physics, Plenum, New York (1979).
- [Kin91] M. M. King, Nuclear Data Sheets 64 (1991) 815.

- [Koo97] S. E. Koonin, D. J. Dean et K. Langanke, *Phys. Rep.* 278 (1997) 1.
- [Kra01] K. -L. Kratz, *Nucl. Phys. A*688 (2001) 308c.
- [Kuo66] T. T. S. Kuo et G. E. Brown, *Nucl. Phys.* 85 (1966) 40.
- [Kuo71] T. T. S. Kuo, S. Y. Lee et K. F. Ratcliff, *Nucl. Phys.* A176 (1971) 65.
- [Lal98] G. A. Lalazissis, D. Vretenar, and P. Ring, *Phys. Rev. C*57 (1998) 2294.
- [Lan65] A. Lande, *Ann. Phys.* 31 (1965) 525.
- [Lan95] K. Langanke et al., *Phys. Rev. C*52 (1995) 718.
- [Lan00] K. Langanke et G. Martínez-Pinedo, *Nucl. Phys. A*673 (2000) 481.
- [Law80] R. D. Lawson, *Theory of the Nuclear Shell Model*, Oxford studies in nuclear physics, New York (1980).
- [Lóp00] M. J. López-Jiménez, Thèse de doctorat, Université de Caen (2000).
- [Mar99] G. Martínez-Pinedo et K. Langanke, *Phys. Rev. Lett.* 83 (1999) 4502.
- [Mar00] G. Martínez-Pinedo, communication privée (2000).
- [May49] M. G. Mayer, *Phys. Rev.* 75 (1949) 1969.
- [Möl97] P. Möller, J. R. Nix, et K. -L. Kratz, *At. Data Nucl. Data Tables* 66 (1997) 131.
- [Mue99] W. F. Mueller et al., *Phys. Rev. Lett.* 83 (1999) 3613.
- [Mue00] W. F. Mueller et al., *Phys. Rev. C*61 (2000) 054308.
- [Nav00] P. Navratil, J. P. Vary et B. R. Barrett, *Phys. Rev. Lett.* 84 (2000) 5728.
- [Now96] F. Nowacki, Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur de Strasbourg, Janvier 1996.
- [Ord96] C. Ordóñez, L. Ray et U. Van Kolck, *Phys. Rev. C*53 (1996) 2086.
- [Oro00] A. M. Oros-Peusquens et P. F. Mantica, *Nucl. Phys. A*669 (2000) 81.
- [Ots99] T. Otsuka, T. Mizusaki et M. Honma, *J. Phys. G*25 (1999) 699.
- [Oza00] A. Ozawa et al., *Phys. Rev. Lett.* 84 (2000) 5493.
- [Pit82] S. Pittel, P. D. Duval et B. R. Barrett, *Ann. Phys.* 144 (1982) 168.
- [Pit99] S. Pittel, communication privée.
- [Pov81] A. Poves et A. Zuker, *Phys. Rep.* 70 (1981) 235.

- [Pov87] A. Poves et J. Retamosa, *Phys. Lett.* B184 (1987) 311.
- [Rae88] W. D. M. Rae, A. Etchegoyen et B. A. Brown, M.S.U. Lab. Rep. 524 (1988).
- [Ret97] J. Retamosa et al., *Phys. Rev.* C55 (1997) 1266.
- [Rik99] J. Rikovska et al., *Phys. Rev. Lett.* 85 (2000) 1392.
- [Rud99] D. Rudolph et al., *Eur. Phys. J.* A6 (1999) 377.
- [Sch37] T. Schmidt, *Z. Phys.* 106 (1937) 358.
- [Sch83] O. Scholten, *Phys. Rev.* C28 (1983) 1783.
- [Ser94] Y. V. Sergeenkov et al., *Nuclear Data Sheets* 72 (1994) 487.
- [Sor93] O. Sorlin et al., *Phys. Rev.* C47 (1993) 2941.
- [Sto97] N. J. Stone et al., *Phys. Rev. Lett.* 78 (1997) 820.
- [Tan85] I. Tanihata et al., *Phys. Rev. Lett.* 55 (1985) 2676.
- [Thi75] C. Thibault et al., *Phys. Rev.* C12 (1975) 644.
- [Tsa72] S. F. Tsai et T. T. S. Kuo, *Phys. Lett.* B39 (1972) 427.
- [Tow87] I. S. Towner, *Phys. Rep.* 155 (1987) 265.
- [Uts99] Y. Utsuno et al., *Phys. Rev.* C60 (1999) 054315.
- [Wei35] C. F. Von Weiszäcker, *Z. Phys.* 96 (1935) 431.
- [Wei99] L. Weissman et al., *Phys. Rev.* C59 (1999) 2004.
- [Wer94] T. R. Werner et al., *Phys. Lett.* B335 (1994) 259.
- [White] W. M. White, *Geochemistry*, non publié,
<http://www.geo.cornell.edu/geology/classes/geo455/Chapters.HTML>.
- [Wil84] B. H. Wildenthal, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 11 (1984) 5.
- [Woo94] S. E. Woosley, *Astrophys. J.* 433 (1994) 229.
- [Zuk95] A. P. Zuker et M. Dufour, report LANL archive nucl-th 9505012 (1995).

Résumé:

L'étude expérimentale de noyaux de plus en plus riches (ou pauvres) en neutrons met à rude épreuve les modèles de structure nucléaire. Ainsi, la découverte de nouveaux nombres magiques pose le problème de la définition de l'espace-modèle dans les calculs de modèle en couches. L'approche suivie dans cette thèse consiste à utiliser les propriétés d'appariement des nucléons pour diminuer les dimensions de l'espace des configurations utilisé dans le modèle en couches. Cette approche, dite de séniorité généralisée, nous permet d'agrandir les espaces de valence tout en gardant les dimensions des matrices accessibles à une diagonalisation numérique. Elle n'est toutefois valable qu'aux alentours de noyaux semi-magiques. Un ensemble de comparaisons de nos résultats à des calculs analytiques puis à des calculs de type modèle en couches complet, dans des espaces où ils étaient réalisables, nous a permis d'apprécier la qualité de notre approximation. Une application de notre approche à des problèmes théoriques d'actualité a ensuite été réalisée. Deux séries de noyaux se prêtaient particulièrement bien à cette application:

- Les isotopes du nickel. Afin de tenir compte des excitations décrites dans d'autres études comme extérieures à l'espace-modèle, nous avons considéré l'espace $0f1p0g_{9/2}$. Nous avons validé ce choix sur les isotopes les plus stables avant d'étudier la fermeture de la sous-couche $N = 40$.
- Les isotones de 82 neutrons. Nous avons étudié l'influence de la taille de l'espace-modèle sur les temps de vie de ces noyaux d'intérêt astrophysique.

Les résultats obtenus montrent l'importance du choix des critères phénoménologiques utilisés dans les troncations du modèle en couches, et justifie l'utilisation des symétries nucléaires pour orienter ce choix.

Mots-clés:

Structure nucléaire, modèles en couches (physique nucléaire), isotopes du nickel, groupes de symétrie, nucléosynthèse, interactions nucléon-nucléon.

Study of the structure of exotic semi-magic nuclei within the generalized seniority scheme

Abstract:

The experimental results on nuclei far from the valley of stability constitute a severe test of currently accepted models of nuclear structure. Specifically, the discovery of new magic numbers has put into question the conventional choices that are made to define the valence space of the nuclear shell model. The approach followed in this thesis to elucidate this problem is based on the nuclear pairing property and allows the reduction of the dimensionality of the shell-model configuration-space. The net result is that, as a result of the ensuing generalized-seniority truncation, larger valence spaces can be treated in a shell-model approach. Nevertheless, the approximation is valid for semi-magic nuclei only.

Extensive comparisons of generalized-seniority calculations with results from analytical models or with exact shell-model calculations are carried out to test the quality and limitations of the truncation. Applications to nuclei of current interest are considered and, specifically, two series of nuclei are studied:

- The nickel isotopes. To have a full description of excitations in these nuclei, the $0f1p0g_{9/2}$ valence space is considered. This choice is validated by the study of known stable isotopes and calculations are subsequently extended to the neutron rich side to study the $N = 40$ sub-shell effect.
- The $N = 82$ isotones. The size of the valence space is varied and the influence of its size on the half-life of these isotones of astrophysical interest is studied.

These results demonstrate the usefulness of the choice of a proper criterion for a shell-model truncation and also how symmetry principles can guide this choice.

Keywords:

Nuclear structure, Shell-model theories (nuclear physics), Nickel isotopes, Symmetry groups, Nucleosynthesis, Nucleon-nucleon interactions.