



**HAL**  
open science

# Ondes scélérates et statistiques extrêmes dans les systèmes optiques fibrés

Kamal Hammani

► **To cite this version:**

| Kamal Hammani. Ondes scélérates et statistiques extrêmes dans les systèmes optiques fibrés. Autre [cond-mat.other]. Université de Bourgogne, 2011. Français. NNT : 2011DIJOS064 . tel-00648126v2

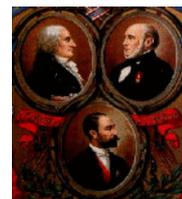
**HAL Id: tel-00648126**

**<https://theses.hal.science/tel-00648126v2>**

Submitted on 29 May 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



école doctorale Carnot

Université de Bourgogne

Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne

UMR 5209 CNRS - Université de Bourgogne,

9 Av. A. Savary, BP 47870

F-21078 DIJON Cedex, FRANCE

## **THESE**

pour obtenir le grade de

Docteur en Physique de l'Université de Bourgogne

par

**Kamal HAMMANI**

# **Ondes scélérates et statistiques extrêmes dans les systèmes optiques fibrés**

Directeurs de thèse :

Christophe FINOT

Guy MILLOT

Thèse soutenue le 14 octobre 2011 devant le jury composé de :

John M. DUDLEY	Professeur, Université de Franche-Comté	Examineur
Christophe FINOT	Professeur, Université de Bourgogne	Directeur de thèse
Juan Ariel LEVENSON	Directeur de Recherche, Laboratoire de Photonique et de Nanostructures	Rapporteur
Patrick MARQUIE	Professeur, Université de Bourgogne	Président du jury
Guy MILLOT	Professeur, Université de Bourgogne	Directeur de thèse
Antonio PICOZZI	Chargé de Recherche, Université de Bourgogne	Invité
Majid TAKI	Professeur, Université de Lille 1	Rapporteur



*à Aurélie,  
à mes parents,*



# Remerciements

*Les mots manquent aux émotions. -Victor Hugo -*

Avant de commencer ces remerciements, je tiens à m'excuser d'avance de tout oubli et prie les personnes potentiellement concernées de ne pas m'en tenir compte.

Je débute avec des remerciements à l'ensemble du personnel du Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne. Que ce soit la direction avec **Gilles Bertrand**, les personnels administratifs avec en particulier, **Claire Priou** et **Sandra Klein** ou les chercheurs, ils ont tous, directement ou indirectement, participé au bon déroulement de cette thèse.

Je remercie bien évidemment l'ensemble des membres du jury. Il y a, tout d'abord, **Patrick Marquié** qui a accepté d'être le président du jury malgré une demande tardive et à qui je souhaite de trouver un doctorant pour étudier les ondes scélérates dans les lignes électriques. Il y a aussi **John Dudley** qui a pu suivre mon travail depuis Besançon étant donné qu'il est l'un des premiers à avoir étudié ces ondes extrêmes et nous avons largement collaboré pour des articles constituant des sections majeures de ma thèse. Et un merci particulier doit être prononcé pour mes deux rapporteurs : **Majid Taki** que j'avais eu l'occasion de rencontrer le premier lors de conférences et discuter sur ma thématique qui est aussi, très largement, étudiée dans son équipe et **Ariel Levenson** que je remercie énormément d'avoir réussi à se libérer pour le vendredi 14 octobre malgré des contraintes d'emploi du temps. Je tiens aussi à remercier celui qui a permis à ma thèse d'avoir une touche analytique et théorique importante : **Antonio Picozzi**.

Et des remerciements spéciaux sont adressés à l'attention de mes co-directeurs de thèse. **Guy Millot** a toujours suivi les travaux de ma thèse avec attention et a souvent apporté un regard objectif et plein de recul. Je m'excuse auprès de lui de n'avoir pu aller au bout de ses ambitions avec, en particulier, l'impasse faite au sujet des fibres biréfringentes. Je sais combien cela lui tenait à cœur et souhaite vraiment qu'il trouve un doctorant qui pourra prendre le sujet en main. **Christophe Finot** a été un formidable directeur de thèse faisant preuve d'une disponibilité exceptionnelle pour répondre à mes multiples questions. Et cela même lorsqu'il était particulièrement occupé par sa position de directeur du département de Physique. Dès mon master, il m'a poussé vers cette thèse et je l'en remercie. Malgré que je sois son premier véritable doctorant, il a su organiser son encadrement de manière optimale. Son enthousiasme pour la recherche a été très motivant et j'aurai appris énormément à ses côtés.

Je tiens à remercier, plus généralement, mon équipe d'accueil (« Soliton, Lasers et Communications Optiques ») co-dirigée par Guy Millot et **Frédéric Smektala**. Les membres de cette équipe qu'a su judicieusement construire Guy, sont tous appréciables. En particulier, je tiens à citer **Stéphane Pitois** qui sera, à n'en pas douter, docteur au sens commun du terme, **Julien Fatome**, notre star du rock locale, qui a toujours été là pour aider lors des montages où ses mains ont souvent su réaliser des miracles et que dire de **Bertrand Kibler**. Il est la force tranquille de cette équipe, j'ai souvent pu travailler avec lui et admirer sans cesse sa sérénité et ses réflexions sans parler de ces victoires aux Karting!!

Je remercie particulièrement mes collègues de bureau que ce soit ceux que j'ai vu partir, comme **Vincent Lorient** le scientifique charmeur, **Jérôme Goujon** que je félicite pour la naissance d'un petit

Geez et, surtout, **Benoit Barviau** notre ch'ti local un peu chat noir mais qui est toujours là si besoin et auquel je souhaite beaucoup de réussite à Rouen. Il y a aussi ceux que j'ai vu arriver. Ces derniers sont **Jozef Rakovski** le représentant de l'Europe de l'Est, **Michael Claudon** l'hyperactif du groupe parfois bordélique mais ô combien serviable, **Julien Houzet** le digne successeur de V. Lorient, **Ibrahim El Mansouri** l'héritier de la malchance du Beny et bien sûr **Philippe Morin** le seul et unique Organisateur de journées pédagogiques et de soirées événementielles pour l'équipe SLCO. Certains sont partis mais sont revenus avec un poste à l'image de **Pierre Béjot** que je vois comme un surdoué cool ce qui est assez rare pour le signaler. Tous ont été des camarades de bureau fantastiques et je leur souhaite le meilleur dans leur vie.

Or de ce magique bureau D219bis et de sa Senseo envoutante, d'autres personnes, doctorants ou chercheurs, ont fait un bout de chemin avec moi durant cette thèse. Il y a ceux qui ont commencé la thèse avant moi à l'image de **Thomas Vieillard** le maître en arts martiaux futur roi du Java, **Coraline Fortier-Balme** la représentante des femmes en sciences et **Souad Chouli** la miss météo des lasers. Il y a aussi ceux qui l'ont commencé en même temps que moi comme **Marc Lapert** passé maître dans l'optimisation et **Aurélien Coillet** qui parvient à faire de la belle science avec un minimum de moyens. Enfin, il y a ceux qui l'ont débuté après moi à l'image de **Charles-Henri Hage** mon successeur webmaster à l'ATCPB où il se sera investi énormément. Un rôle important de la bonne ambiance dans l'équipe est venu des post-doctorants : **Rodolphe Sarrouf** qui fait honneur à la lignée des physiciens philosophes et autres penseurs, **Anne Boucon** la femme aux mille et un sourires avec son peps naturel et **Claire Michel-Morani** qui, derrière ces activités d'agent secret avec expertise en Krav, s'est avérée être une amie à l'écoute et je l'en remercie très sincèrement.

De façon générale, je remercie chaleureusement l'ensemble des personnels du 2<sup>ème</sup> étage de l'aile de Physique avec, entre autres, les membres de l'équipe PFL avec qui j'ai pu partager de nombreuses discussions et débats lors des repas du midi. J'ai aussi une pensée pour tous mes anciens camarades de Masters PLM et certains collègues de maths dont principalement **Muriel Grenier**.

Il ne faut pas oublier de saluer et remercier tous les membres de l'Expérimentarium avec, en particulier, **Lionel Maillot** et **Candice Chaillou** qui a récemment passé le flambeau à **Elise Cellier-Holzem**. Cette expérience unique m'a permis tout le long de ma thèse de rencontrer des doctorants de disciplines diverses et de m'entraîner à la vulgarisation de mes travaux. Je tiens aussi à remercier **Dominique Micollet** pour m'avoir confié les TP d'électronique auprès des étudiants de L3.

Je tiens aussi à remercier tous ceux qui ont participé à la relecture de ce manuscrit sans être du domaine pour m'éviter de nombreuses fautes avec, en particulier, **Aude, Jonathan, Marion** et **Fanny**.

J'ai remercié l'ensemble des personnes que j'ai connues ces dernières années et je m'excuse si j'en ai oublié tant ils sont nombreux. Mais il me faut remercier ceux qui m'ont toujours connu et toujours soutenu : les membres de ma famille. Il y a, bien sûr, mon frère **Tarik** et ma sœur **Fatima** mais aussi et surtout mes parents. Depuis mon plus jeune âge, ils m'ont poussé à aller plus loin, au bout de moi-même et c'est ce qui m'amène aujourd'hui à obtenir ce doctorat. Malgré les difficultés, ils m'ont toujours offert un environnement dans lequel je pouvais travailler sereinement et je ne les en remercierai jamais assez. Enfin et pour finir, je me dois de remercier la personne qui, tout le long de mon cycle universitaire, a été à mes côtés, celle qui a toujours trouvé les paroles justes lors des moments difficiles, celle dont le sourire suffit à me redonner des forces lorsque je suis épuisé, celle avec laquelle j'ai uni ma vie le 9 juillet 2011 et qui est donc mon épouse : **Aurélié**. C'est une femme extrêmement forte et sans elle cette thèse n'aurait pas eu la même saveur.

# Table des matières

<b>REMERCIEMENTS.....</b>	<b>I</b>
<b>TABLE DES MATIERES .....</b>	<b>III</b>
<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
<b>LES FIBRES OPTIQUES POUR COMPRENDRE LES EVENEMENTS EXTREMES .....</b>	<b>5</b>
I.  GENERALITES SUR LES EVENEMENTS EXTREMES .....	5
I.1.  Qu'est-ce qu'un événement extrême ? .....	5
I.2.  Les événements extrêmes dans la nature .....	5
I.2.1  En géologie.....	5
I.2.2  En météorologie.....	6
I.2.3  En médecine .....	7
II.  NOTIONS DE STATISTIQUES EXTREMES .....	7
II.1.  Probabilité et variable aléatoire .....	7
II.2.  Fonction de répartition et fonction de densité .....	8
II.3.  Espérance, moments et médiane.....	9
II.4.  Transformations.....	10
II.5.  Loi normale .....	11
II.5.1  Définition.....	11
II.5.2  Convergence et Théorème Central Limite.....	12
II.6.  Les distributions extrêmes .....	12
II.6.1  Le domaine d'attraction de Fréchet: $\gamma > 0$ .....	14
II.6.2  Le domaine d'attraction de Gumbel : $\gamma = 0$ .....	14
II.6.3  Le domaine d'attraction de Weibull : $\gamma < 0$ .....	14
III.  HYDRODYNAMIQUE.....	14
III.1.  Le Soliton .....	14
III.1.1  Qu'est-ce que la non-linéarité ?.....	15
III.1.2  Histoire du soliton hydrodynamique .....	15
III.1.3  Equation de Schrödinger non-linéaire .....	16
III.2.  Événements extrêmes : les vagues scélérates .....	17
III.2.1  Historique .....	17
III.2.2  Définition Scientifique .....	18
III.2.3  Les pistes d'explication .....	20
IV.  ONDES SCALERATES OPTIQUES DANS LES FIBRES ? .....	21
IV.1.  Un travail pionnier.....	21
IV.2.  La propagation dans une fibre optique .....	21
IV.2.1  Structure .....	21
IV.2.2  Les effets linéaires.....	22
IV.2.3  Les effets non-linéaires.....	25
IV.3.  L'équation de Schrödinger non-linéaire généralisée.....	27
IV.4.  Les Liens entre l'optique et l'hydrodynamique.....	28
IV.4.1  Equation de Schrödinger non-linéaire standard.....	28
IV.4.2  Soliton optique .....	29
IV.4.3  Instabilité modulationnelle .....	30
IV.5.  Conclusion.....	30
<b>STATISTIQUES EXTREMES DANS LES SUPERCONTINUUMS .....</b>	<b>33</b>
I.  INTRODUCTION .....	33

II.	RAPPELS SUR LA GENERATION DE SUPERCONTINUUM .....	33
II.1.	Les Fibres à Cristaux Photoniques (PCF).....	34
II.1.1	Histoire .....	34
II.1.2	Structure et fabrication .....	34
II.1.3	Guidage .....	35
II.1.4	Propriétés optiques .....	35
II.2.	Les étapes de la génération d'un supercontinuum .....	36
II.2.1	Dynamique liée au soliton .....	36
II.2.2	Instabilité modulationnelle et mélange à quatre ondes.....	40
III.	LES EVENEMENTS EXTREMES DANS LES SUPERCONTINUUMS .....	40
III.1.	La détection .....	40
III.1.1	La technique du filtrage spectral .....	40
III.1.2	Les limitations .....	42
III.2.	L'origine des événements scélérats.....	43
IV.	ETUDE D'UN SUPERCONTINUUM OBTENU PAR DISPERSION D'ORDRE 4 .....	44
IV.1.	Principe de l'instabilité modulationnelle d'ordre 4 .....	44
IV.1.1	Accord de phase .....	44
IV.1.2	Difficultés d'observation.....	45
IV.2.	Paramètres utilisés et première approche .....	46
IV.2.1	L'étude de Harvey et al. ....	46
IV.2.2	Notre objectif.....	46
IV.2.3	Premières observations.....	47
IV.3.	Observation longitudinale et spectro-temporelle.....	48
IV.3.1	Observation longitudinale .....	48
IV.3.2	Spectrogramme : analyse spectro-temporelle.....	49
IV.3.3	Le piégeage optique.....	50
IV.4.	Événements extrêmes .....	51
IV.4.1	Observation spectro-temporelle.....	51
IV.4.2	Statistiques de l'onde Stokes .....	52
IV.4.3	Statistiques des ondes piégées .....	52
V.	STABILISATION .....	53
V.1.1	Ajout d'un germe continu .....	53
V.1.2	Ajout d'un second germe continu .....	54
V.1.3	En route vers l'expérience .....	56
VI.	CONCLUSION .....	58
<b>STATISTIQUES EXTREMES DANS LES AMPLIFICATEURS RAMAN A GERME CONTINU .....</b>		<b>61</b>
I.	INTRODUCTION .....	61
II.	L'AMPLIFICATION RAMAN .....	61
II.1.	Rappels du principe de l'amplification Raman.....	62
II.2.	Modèle pour l'amplification Raman.....	63
II.2.1	Modèle en champ .....	63
II.2.2	Modèle en intensité.....	65
II.3.	Montage expérimental mis en œuvre .....	65
II.4.	Optique statistique et cohérence.....	67
II.5.	Caractéristiques de la pompe.....	68
II.5.1	Principe du Laser Raman Fibré .....	68
II.5.2	Observations expérimentales.....	69
II.5.3	Modèle numérique.....	70
II.5.4	Statistique de la pompe.....	71
III.	EVENEMENTS EXTREMES OBSERVES DANS LE DOMAINE TEMPOREL .....	72
III.1.	Premières observations expérimentales.....	73
III.1.1	A l'aide d'une photodiode .....	73
III.1.2	A l'aide d'un autocorrélateur en intensité.....	74

III.2. Analyse Numérique .....	74
III.3. Explication avec le modèle en intensité .....	75
III.3.1 Modèle simplifié pour la pompe .....	76
III.3.2 Modèle complet pour la pompe .....	76
IV. INFLUENCE DE LA DEPLETION ET DU WALK-OFF .....	78
IV.1. Influence de la puissance moyenne initiale du signal .....	78
IV.1.1 Déplétion de la pompe .....	79
IV.1.2 Etude basée sur un modèle simplifié .....	79
IV.1.3 Etude basée sur une pompe incohérente .....	80
IV.2. Influence des propriétés dispersives de la fibre .....	81
IV.2.1 Etude basée sur le modèle simplifié .....	82
IV.2.2 Etude basée sur le modèle complet .....	84
IV.3. Résultats expérimentaux .....	87
V. ETUDE SPECTRALE .....	88
V.1. Observation directe .....	88
V.2. Influence de la déplétion et du walk-off .....	89
V.2.1 Influence de la déplétion .....	89
V.2.2 Influence du walk-off .....	90
V.2.3 Confirmation expérimentale .....	91
V.3. Introduction à la sélection spectrale .....	91
V.3.1 Approche numérique .....	91
V.3.2 Résultats expérimentaux .....	92
VI. CONCLUSION DU CHAPITRE .....	93
<b>STATISTIQUES EXTREMES DANS D'AUTRES CONFIGURATIONS D'AMPLIFICATION</b>	
<b>..... 95</b>	
I. INTRODUCTION .....	95
II. ETUDE D'UN AMPLIFICATEUR RAMAN A PARTIR D'UN GERME IMPULSIONNEL .....	95
II.1. Mise en évidence expérimentale .....	95
II.1.1 Diagramme de l'œil .....	96
II.1.2 Statistique sur les maxima .....	97
II.2. Analyse numérique temporelle .....	98
II.3. Caractérisations temporelles avec un signal à 10 GHz .....	99
II.3.1 Les variantes du montage expérimental .....	100
II.3.2 Observations à l'oscilloscope et statistiques .....	100
II.3.3 Fonction de corrélations .....	102
II.3.4 Signal RF .....	104
II.4. Evolution Spectrale .....	105
II.4.1 Caractérisation spectrale avec un signal à 10 GHz .....	105
II.4.2 Observation avec une DCF .....	106
II.4.3 Contrôle et sélection .....	106
II.4.4 Conclusion sur l'amplification Raman .....	109
III. ETUDE DANS UN AMPLIFICATEUR PARAMETRIQUE .....	109
III.1. Principe de l'amplification paramétrique .....	109
III.1.1 Principe .....	109
III.2. Instabilité modulationnelle incohérente .....	111
III.2.1 Formalisme basé sur la fonction d'autocorrélation .....	111
III.2.2 Analyse de stabilité .....	112
III.3. Etude expérimentale de l'IM incohérente stimulée .....	113
III.3.1 Design d'une pompe incohérente .....	113
III.4. Etude spectrale .....	114
III.5. Présence et contrôle d'événements extrêmes avec un germe continu .....	116
III.6. Germe impulsionnel et statistique .....	117
IV. CONCLUSION DU CHAPITRE .....	119

<b>TURBULENCE OPTIQUE ET SOLITON DE PEREGRINE .....</b>	<b>121</b>
I. INTRODUCTION .....	121
II. TURBULENCE EN OPTIQUE .....	121
II.1. Contexte.....	122
II.2. Méthode utilisée .....	123
II.2.1 Normalisation du problème .....	123
II.2.2 Hamiltonien et autres quantités conservées.....	124
II.2.3 Méthodes numériques.....	124
II.3. La courbe de condensation et ses différents régimes.....	125
II.3.1 Régime (i).....	126
II.3.2 Régime (ii).....	128
II.3.3 Régime (iii).....	129
II.3.4 Densité de probabilité des maximas .....	130
III. LES SOLUTIONS RATIONNELLES EN REGIME TURBULENT .....	132
III.1. Solutions analytiques de l'ESNL .....	132
III.1.1 Solitons de Kuznetsov-Ma .....	132
III.1.2 Définition des breathers d'Akhmediev .....	132
III.2. Les solutions rationnelles .....	134
III.3. Mise en évidence .....	135
IV. LE SOLITON DE PEREGRINE .....	138
IV.1. Définition.....	138
IV.2. Première démonstration expérimentale .....	139
IV.3. Seconde démonstration expérimentale .....	140
IV.3.1 Montage expérimental .....	140
IV.3.2 Mesures effectuées .....	141
IV.3.3 Evolution longitudinale .....	143
V. COMPORTEMENT SPECTRAL DE L'INSTABILITE MODULATIONNELLE .....	145
V.1. Spectre théorique du Soliton de Peregrine .....	145
V.2. Dynamique Spectrale de l'instabilité modulationnelle.....	146
VI. CONCLUSION .....	148
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>151</b>
<b>ANNEXE A : CALCUL DE PDF POUR L'AMPLIFICATION RAMAN EN PRESENCE DE WALK-OFF .....</b>	<b>155</b>
<b>ANNEXE B : SOLUTIONS RATIONNELLES, APPROCHE CINETIQUE ET NON-LINEARITE .....</b>	<b>159</b>
I. APPROCHE CINETIQUE.....	159
II. INFLUENCE DE LA NON-LINEARITE .....	160
<b>ANNEXE C : RESUME DES TRAVAUX SUR LES IMPULSIONS PARABOLIQUES .....</b>	<b>163</b>
<b>REFERENCES .....</b>	<b>169</b>
<b>LISTE DES PUBLICATIONS .....</b>	<b>183</b>
<b>RESUME.....</b>	<b>186</b>
<b>SUMMARY.....</b>	<b>186</b>

# Introduction

Depuis la nuit des temps, l'Homme cherche des réponses aux phénomènes qui l'entourent et essaye d'en extraire les lois de la nature. Il est, de part cette recherche, un physicien car rappelons que la Physique n'est autre que l'étude de *ce qui concerne la nature* (étymologiquement parlant). Deux domaines ont particulièrement interpellé l'esprit des hommes. Le premier est celui qui concerne l'eau, l'élément essentiel à la vie, et plus généralement le mouvement des liquides que l'on appellera l'hydrodynamique (le terme mécanique des fluides serait plus exact). Le second domaine est celui qui concerne la lumière qui, à travers le Soleil, est aussi un élément essentiel à la vie et ce n'est autre que l'optique. Ces deux domaines ont occupé à travers les âges de nombreux scientifiques et encore aujourd'hui, des développements continuent.

Bien que de nombreux phénomènes aient été observés longtemps avant, l'histoire de l'étude des fluides [1] a débuté avec Archimède (287 - 212 av. J.C) qui étudia la flottabilité des corps avec la fameuse poussée portant son nom. Mais c'est à partir du XV<sup>ème</sup> siècle que les découvertes se succédèrent sous l'impulsion de Leonard de Vinci (1452 - 1519). Puis des noms aussi connus que Galilée (1564 - 1642), Torricelli (1608 - 1647), Pascal (1623 - 1662), Newton (1642 - 1727), Pitot (1665 - 1771) participèrent tous à leur manière à la construction des lois que nous connaissons. Le XVIII<sup>ème</sup> siècle connut les contributions les plus marquantes en commençant par celle de Daniel Bernoulli (1700 - 1782) qui a établi une connexion entre la pression et la vitesse d'un fluide. Puis Euler (1707-1783) et D'Alembert (1717-1783) participèrent à la mise en place d'équations importantes. Ces équations de base furent ensuite développées par les contributions de Lagrange (1736 - 1813) et de Navier (1785 -1836). Nous n'énoncerons pas tous les autres contributeurs, bien trop nombreux, de l'histoire de l'hydrodynamique qui continue à ce jour avec des apports récents, par exemple, sur la turbulence des ondes par Pei-Yuan Chou (1902 - 1993) et Andrei Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987).

L'histoire de l'optique n'est pas moins riche avec des débuts dès l'antiquité [2]. Si Platon (~ 423-348 av. J.C) et Aristote (384 - 322 av. J.C) ont cherché la nature de la lumière, c'est Euclide (325 - 265 av. J.C) qui en fera une première description géométrique. Comme en hydrodynamique, l'*explosion* des connaissances a lieu à partir de la seconde moitié du XV<sup>ème</sup> siècle. Galilée met au point la lunette astronomique ce qui permettra l'observation à longue distance. René Descartes (1596 - 1650) et Willebrod Snellius (1580-1626) découvrent tous deux les lois de la réfraction. Si la controverse de la paternité de cette découverte a longtemps été posée, il semble que la réfraction a été décrite bien avant par Ibn Sahl dès 984 [3]. Francesco Maria Grimaldi (1618 - 1663) découvre, quant à lui, la diffraction. Puis les études commencent à s'intéresser à la véritable nature de la lumière en commençant par Huygens (1629 - 1695) qui considéra la lumière comme une onde. Newton (1642 - 1727) la présenta comme un corps soumis aux lois de la mécanique. Dès lors le débat dans la communauté scientifique fit rage. Il aurait pu être clos avec la découverte ou plutôt l'approfondissement sur la polarisation par Malus (1775-1812). Mais si celui-ci retrouva des lois énoncées par Huygens, il prendra part pour la vision corpusculaire. La lumière aurait pu définitivement être déclarée ondulatoire avec les travaux de Young (1773 - 1829) portant sur les interférences et les développements sur la diffraction apportés par Fresnel (1788 - 1827). D'ailleurs Maxwell (1831 - 1879) classa la lumière parmi les ondes

électromagnétiques et proposa les équations qui régissent toutes les interactions électriques et magnétiques. C'était sans compter sur un certain Albert Einstein (1879 - 1955) qui, en expliquant l'effet photoélectrique en 1905, permit de réconcilier les visions de Newton et de Huygens. Ces explications avec l'appui de Louis de Broglie (1892 - 1987) ouvrirent les portes vers la théorie quantique en introduisant la dualité onde-corpuscule. Encore une fois, il serait trop long de préciser tous les développements qui ont suivi.

Toutefois, durant la seconde année de cette thèse, un anniversaire important a été fêté à travers le monde et nous ne pouvons pas éviter de revenir sur cet événement. En effet, l'année 2010 fut marquée par les 50 ans du Laser dont la naissance est attribuée à Théodore Maiman (1927 - 2007). Ce dernier fit fonctionner le premier laser basé sur un barreau de rubis le 16 mai 1960 mais l'article reportant cette expérience ne date que du 6 août 1960 avec une publication dans la revue Nature [4] après avoir essuyé un refus dans la revue Physical Review Letters. Cette formidable réussite de Maiman a été rendue possible grâce à un certain nombre de contributions antérieures en commençant par celle d'Einstein et sa démonstration de l'émission stimulée. Mais aussi et surtout, la contribution de Charles Townes, que nous avons eu la chance de rencontrer lors d'une conférence en 2010, qui fut l'un des inventeurs en 1953 du maser [5-6], qui est en quelque sorte l'ancêtre du laser [7]. L'invention du laser mena à l'apparition d'innombrables nouvelles technologies dont nous sommes entourés. C'est aussi grâce au laser que les communications optiques longues distances sont possibles.

En effet, le lauréat du prix Nobel de Physique 2009, Charles K. Kao, l'avait pressenti en proposant dès 1964 l'utilisation des lasers conjointement avec les fibres optiques pour les télécommunications à longues distances. Il comprit que le principal problème des fibres optiques de cette époque était les pertes et s'attacha à trouver le matériau et la méthode pour les diminuer. S'il mena les premières expériences de transmission de données par fibre optique en 1966 avec Georges Hockham [8-9], il faudra attendre les années 1970 pour que le développement des fibres explose. Ceci grâce à l'invention, par l'entreprise Corning, d'une fibre optique en silice suffisamment pure pour permettre des pertes relativement faibles (20 dB/ km contre 0.2 dB/km aujourd'hui).

Bien sûr, ces deux cheminements historiques, portant sur l'hydrodynamique et l'optique, semblent totalement décorrélés. Parfois les deux domaines se sont côtoyés à travers des inventions comme les miroirs ardents d'Archimède qui auraient, selon la légende, servi à brûler les bateaux ennemis ou, de manière plus réaliste, avec les phares qui ont guidé les marins ou les lunettes permettant de voir les bateaux très en avance par rapport à l'œil nu. Malgré cela, il paraît difficile de trouver, à première vue, d'autres points communs. Pourtant, le caractère sphérique des ondes lumineuses de Huygens était vraisemblablement une idée liée aux cercles créés par le jet d'une pierre dans l'eau. A ce propos, Robert Hooke (1635-1703), qui fut un précurseur de la vision ondulatoire développée ensuite par Huygens, disait: *"Il s'ensuit que chaque impulsion ou vibration de la source lumineuse génèrera une sphère, qui augmentera continuellement, à la manière (quoiqu'incomparablement plus rapidement) des vagues ou des anneaux à la surface de l'eau qui se développent en des cercles de plus en plus grands, centrés en un point où le mouvement a été amorcé par le plongeon d'une pierre."* De même, il est vraisemblable que, pour développer son principe d'interférence de la lumière, Young s'inspira des travaux de Newton. Celui-ci expliqua un phénomène de marée particulier en observant la superposition de deux ondes créées par des pierres jetées dans l'eau. Au delà de ces simples suppositions historiques, il existe de véritables points communs en commençant par le soliton.

Le soliton, qui fut découvert par John Scott Russel (1808 - 1882), est un phénomène non-linéaire hydrodynamique [10]. Celui-ci a pourtant aussi été démontré dans d'autres domaines et, en particulier,

en optique fibrée [11]. Ceci a permis de créer un véritable pont entre les deux domaines. Ce pont fut consolidé à travers le temps par la découverte d'autres phénomènes communs à l'image de l'instabilité de Benjamin-Feir [12]. L'un des objectifs de ce travail de thèse était de vérifier l'existence d'un autre phénomène commun à l'optique et à l'hydrodynamique. En effet, dans les océans, il existe des vagues géantes, capables potentiellement de détruire n'importe quel navire et de tuer n'importe quel équipage, que l'on nomme vagues *scélérates*.

De plus, ces tristement célèbres vagues scélérates représentent un mystère tant il est difficile d'expliquer leur origine. Il faut comprendre que des études en mer sont exclues du fait du danger mais aussi de la rareté et du caractère aléatoire de ces vagues pouvant apparaître n'importe où en pleine mer et à n'importe quel moment. Dès lors, on comprend qu'il est intéressant de trouver un "système de laboratoire", aux effets comparables à ceux existant en mer, qui serait sans danger. La fibre optique représente un parfait candidat avec l'avantage de faire appel à des ondes ultra-brèves permettant ainsi l'acquisition de nombreuses données (statistiques) en un temps très court même lorsque les événements qui nous intéressent sont extrêmement rares. Nous avons donc essayé de trouver des phénomènes statistiquement comparables dans les fibres optiques et d'en expliquer les origines dans différentes configurations à travers des études expérimentales, numériques et analytiques.

Ce manuscrit se présente sous la forme de cinq chapitres rapportant ces études menées durant les trois années de cette thèse portant sur les ondes scélérates optiques et qui s'inscrit dans le projet de l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) intitulé MANUREVA (ANR-08-SYSC-019 : modélisation mathématique et étude expérimentale des instabilités non-linéaires, des vagues scélérates et des phénomènes extrêmes).

Le premier chapitre est consacré à une introduction aux événements extrêmes dont les vagues scélérates. L'histoire de ces vagues ainsi que leur définition et les possibles origines sont décrites. Puis une description des effets prenant part lors de la propagation dans une fibre optique est faite afin de mieux comprendre les points communs fondamentaux entre la lumière dans les fibres optiques et les vagues dans les océans. Ce premier chapitre présente aussi les notions de probabilités et statistiques essentielles à la compréhension du manuscrit dans son ensemble.

Le second chapitre porte sur la génération des supercontinua dans les fibres optiques. Après des rappels sur les effets particuliers menant à la génération d'un spectre extrêmement large (supercontinuum), nous exposerons les premières expériences qui ont démontré l'existence de structures géantes dans les fibres optiques. Nous élargirons ces études à un cas légèrement différent et proposerons une méthode pour éviter ces structures délétères.

Les troisième et quatrième chapitres portent sur l'amplification optique. Les études rapportées ont pour objectif de montrer que ces structures géantes peuvent apparaître dans un grand nombre de montages optiques et rappellent ainsi qu'il ne faut pas les négliger aussi bien dans le cas de l'amplification Raman que dans le cas de l'amplification paramétrique.

Enfin, le dernier chapitre simplifie les systèmes étudiés de manière à se limiter à des effets clairement identifiables en hydrodynamique. En commençant par une étude sur la turbulence d'ondes incohérentes, nous arriverons à l'étude de structures cohérentes ayant des cycles de croissance et décroissance que l'on assimile à un phénomène de respiration. Cela nous mènera à l'étude d'un prototype parfait pour décrire les vagues scélérates : le soliton de Peregrine [13]. Longtemps resté sous forme d'une équation mathématique, nous montrerons que ce soliton particulier peut être généré à partir de conditions non-idéales.

Nous tenons à préciser que l'ordre des chapitres ne suit pas nécessairement l'ordre chronologique des études menées durant ces trois années de thèse. Historiquement, notre première étude a porté sur l'émergence de structures statistiquement extrêmes dans les amplificateurs Raman. C'est cette étude autour de l'amplification Raman qui a joué le rôle de fil rouge durant toute la thèse. En parallèle, chronologiquement, nous avons étudié ces mêmes structures dans les amplificateurs paramétriques ce qui nous a mené à les étudier dans les supercontinuum générés par l'instabilité modulationnelle d'ordre 4 (qui est un effet paramétrique). Puis nous nous sommes intéressés à l'impact du degré d'incohérence sur la génération de ces structures avant de nous consacrer plus récemment aux solutions rationnelles de l'équation de Schrödinger non-linéaire dont fait partie le soliton de Peregrine.

# Chapitre I

## Les fibres optiques pour comprendre les événements extrêmes

*Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. - Henri Poincaré -*

*La véritable logique de ce monde est dans le calcul des probabilités. - James Clerk Maxwell -*

### **I. Généralités sur les événements extrêmes**

#### **I.1. Qu'est-ce qu'un événement extrême ?**

Un événement est quelque chose qui se produit dans un espace et un temps limités dont les causes peuvent être naturelles ou liées à l'Homme. Chacun s'accordera sur le fait qu'une chose extrême est rare, surprenante et exceptionnelle. Mais il y a intrinsèquement un côté subjectif à cette définition. En effet, nous jugerons qu'un événement est d'autant plus extrême que ses conséquences sont grandes. Par exemple, un ouragan est un phénomène météorologique généralement extrême pourtant il sera considéré plus extrême, s'il cause de nombreuses destructions voire des pertes humaines, que s'il ne cause aucun dégât en traversant une zone inhabitée (cela, même si sa puissance réelle est supérieure). Nous pourrions donc définir un « degré d'extrême » et sa définition serait [14], du point de vue des économistes, assureurs et politiciens, le produit du changement par l'impact de l'événement le tout divisé par la fréquence à laquelle ce type d'événement se produit.

#### **I.2. Les événements extrêmes dans la nature**

##### **I.2.1 En géologie**

A la préhistoire et jusqu'à nos jours, de nombreux événements extraordinaires ont marqué l'Histoire et l'évolution de notre planète Terre. Ces dernières années, nous avons tous entendu parler de tremblements de terre, d'inondations ou d'éruptions volcaniques considérés comme extrêmes pourtant ces mêmes événements paraissent parfois bien faibles par rapport à ceux que la Terre a connus dans des temps lointains.

##### **I.2.1.1 Climat et ère glaciaire**

De nos jours, le climat est un sujet majeur avec le réchauffement climatique potentiellement anthropogénique mais le climat n'a pas eu besoin de l'influence de l'Homme pour varier depuis la création de la Terre. Les périodes les plus marquantes ont été les "âges de glace" qui ont été jusqu'à provoquer une glaciation recouvrant 30% de la surface de la planète. C'est d'ailleurs pendant l'une des ères glaciaires les plus récentes que l'Homme a pu voyager de la Sibérie vers le continent Américain.

### I.2.1.2 Volcanisme

Une éruption volcanique est par nature un événement extrême et c'est pour cela que certaines ont marqué l'histoire de l'Humanité avec, par exemple, les éruptions de Thera-Santorin autour de 1500 avant JC. Ces éruptions ont fait de nombreuses victimes sans parler des dégâts matériels à tel point que certains chercheurs pensent encore qu'elles sont une cause de la disparition de la culture minoenne. Ajoutons l'éruption du Vésuve (baie de Naples, Italie) qui provoqua en 79 la destruction de Pompéi.

### I.2.1.3 Tremblements de terre

Les tremblements de terre ne représentent pas un phénomène rare puisqu'il y en a environ 1000 chaque jour. Toutefois, certains sortent du lot. Citons, pour exemple, le plus fort tremblement de terre jamais enregistré. Il a eu lieu en 1960 au Chili et avait une magnitude de 9.5 sur l'échelle de Richter. Quant au tremblement le plus destructif, il semble qu'il ait eu lieu en Chine en 1556 en causant plus de 800 000 morts. Plus récemment, un tremblement de terre au Japon au sud de Fukushima a défrayé la chronique avec une magnitude de 8.9 menant à la génération d'un tsunami et d'une catastrophe nucléaire.

### I.2.1.4 Météorites

Les météorites pénètrent dans notre atmosphère en très grand nombre (un impact toutes les 10 minutes) mais la plupart n'atteignent pas la surface de la Terre car elles sont « brûlées » en traversant l'atmosphère. Même si une quantité loin d'être négligeable (des millions de tonnes chaque année) atteint la surface, la majorité est retrouvée en Antarctique. Toutefois, il arrive qu'une météorite se démarque comme cela a été le cas durant la transition Crétacé - Ere Tertiaire (il y a 65 millions d'années) avec un impact au Mexique d'un diamètre de 180 km. La météorite mesurait vraisemblablement 10 km de diamètre et les conséquences, bien qu'encore sujettes à débats, ont été probablement à l'origine de la disparition des dinosaures.

Nous pourrions ajouter les modifications du champ magnétique de la planète, le mouvement des plaques qui ont mené à l'existence des continents tels que nous les connaissons. Nous pourrions aussi traiter des inondations passées dignes du « déluge » mais revenons aux temps présents et aux phénomènes météorologiques exceptionnels.

## I.2.2 En météorologie

La plupart des événements extrêmes dont les médias se font « l'écho » sont des phénomènes météorologiques avec, par exemple, l'ouragan Katrina aux Etats-Unis en 2005 voire même la canicule de 2003 et la tempête de 1999 en France.

Plus récemment, ce printemps 2011, nous avons entendu parler de nombreuses tornades aux Etats-Unis. Il faut savoir que les tornades sont parmi les vents extrêmes les plus violents sur Terre pouvant atteindre les 600 km/h. Elles sont classifiées de F0 à F5 selon l'échelle de Fujita avec le dernier niveau surnommé le « doigt de Dieu » ce qui laisse imaginer les dégâts. Il existe des niveaux supérieurs classés de F6 à F12 mais cela reste théorique.

Les précipitations peuvent elles aussi être extrêmes. Par exemple, le 26 novembre 1970 à Barot en Guadeloupe, il est tombé 3.8 cm de pluie en une minute ce qui peut avoir des conséquences non-négligeables. Plus impressionnant, entre le 23 et le 27 janvier 1980, à Commerson à la Réunion, ce sont 4.3 mètres de pluie qui sont tombés sur ces 5 jours.

Les exemples de ce type sont nombreux mais représentent quand même des événements rares et exceptionnels.

### **I.2.3 En médecine**

La Nature c'est aussi l'Homme. Et l'Homme connaît malheureusement lui aussi de nombreux événements extrêmes en son sein. En effet, les crises cardiaques ou les ruptures d'anévrisme sont deux exemples d'événements extrêmes. Un autre exemple très étudié est l'épilepsie ou plus précisément les crises d'épilepsie.

Nous n'irons pas plus loin mais nous invitons le lecteur intéressé à lire la Réf. [14] qui présente les principaux événements extrêmes dans la Nature et la Société ce qui permet de se rendre compte de l'étendue des domaines touchés.

## **II. Notions de statistiques extrêmes**

Nous avons présenté de nombreux événements dits extrêmes. Toutefois, comme nous l'avons signalé précédemment, cette notion d'extrême peut s'avérer très subjective. Or, pour un scientifique, il faut trouver une définition totalement décorrélée de la perception, voire de l'émotion de chacun. Pour se faire, les statistiques et les probabilités sont d'un grand secours. A ce propos, A.N Kolmogorov a dit: "*Les probabilités sont les caractéristiques objectives de certains phénomènes [...]; la probabilité d'un événement ne dépend d'aucune opinion subjective*". Présentons ici l'essentiel des notions qui nous serviront dans la suite, toutefois le livre de Goodman est bien plus exhaustif [15].

### **II.1. Probabilité et variable aléatoire**

La théorie des probabilités nous fournit des modèles mathématiques qui permettent l'étude d'expériences dont on ne peut prévoir avec certitude le résultat. Un exemple simple est le lancer d'un dé standard à 6 faces numérotées de 1 à 6. Les résultats possibles, ou *événements élémentaires*, sont 1, 2, 3, 4, 5, 6. Si l'on jette une fois le dé, il est clair que nous ne pourrions, en aucun cas, prédire le résultat. Toutefois, si l'on lance le dé un grand nombre de fois (6000 fois), on se rendra compte que la face numérotée « 2 » est apparue 1000 fois (pas exactement mais un nombre voisin). Si nous décidons de jeter une fois de plus le dé, nous ne connaissons pas le résultat mais grâce à la théorie des probabilités, nous pouvons affirmer qu'il y a 1 chance sur 6 (1000/6000) d'obtenir la face numérotée « 2 ».

De manière générale, si l'on répète  $N$  fois une expérience et que l'on observe un événement spécifique  $A$  qui se produit  $n$  fois, la fréquence relative de cet événement sera le rapport  $n/N$ . Il est maintenant simple de définir la probabilité de l'événement  $A$  comme la limite de la fréquence relative lorsque le nombre d'essais  $N$  tend vers l'infini :

$$P(A) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n}{N}. \quad (1.1)$$

Les axiomes de base de la théorie des probabilités sont les suivants :

1. Une probabilité  $P(A)$  respecte :  $P(A) \geq 0$ ,
2. Si  $S$  est un événement certain (typiquement  $S$  représente toutes les solutions possibles c'est-à-dire l'univers) alors  $P(S)=1$ ,

3. Si  $A_1$  et  $A_2$  sont deux événements disjoints (l'un ne dépend pas de l'autre :  $P(A_1 \cap A_2) = \emptyset$ ), alors  $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$ .

A chaque événement élémentaire  $A$ , nous associons un nombre réel  $u(A)$  relié à la variable aléatoire  $U$ . Une telle variable aléatoire peut être *discrète* si l'ensemble des valeurs possibles est discret alors qu'elle sera dite *continue* si les valeurs possibles forment un continuum.

## II.2. Fonction de répartition et fonction de densité

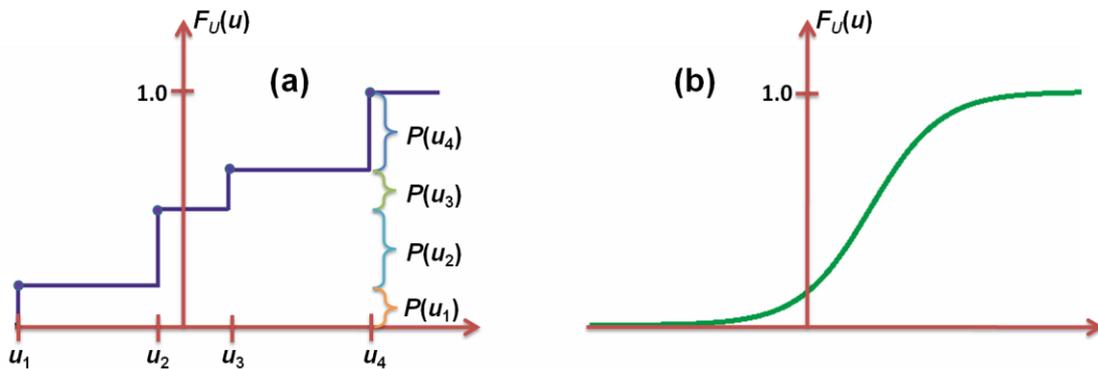
La fonction de répartition d'une variable aléatoire  $U$ , notée  $F_U(u)$  est définie par :

$$F_U(u) = P(U \leq u). \quad (1.2)$$

Cette fonction correspond à la distribution des probabilités cumulées et ne peut donc pas dépasser 1. Pour être tout à fait précis, elle présente les propriétés suivantes :

1.  $F_U$  est croissante,
2. Pour tout  $u$ ,  $0 \leq F_U \leq 1$ ,
3.  $\lim_{u \rightarrow -\infty} F_U(u) = 0$  et  $\lim_{u \rightarrow +\infty} F_U(u) = 1$
4. Si  $a \leq b$ , alors  $P(a \leq U \leq b) = F_U(b) - F_U(a)$ .

En pratique, cette fonction de répartition permet de calculer la probabilité dans un intervalle donné.



**Figure I-1.** Comparaison entre la fonction de répartition typique d'une variable aléatoire discrète (a) et celle d'une variable aléatoire continue (b).

Il est commode d'utiliser la fonction de densité de probabilité (PDF, *probability density function* en anglais) que l'on note ici  $p_U(u)$  et définie par :

$$p_U(u) \triangleq \frac{d}{du} F_U(u). \quad (1.3)$$

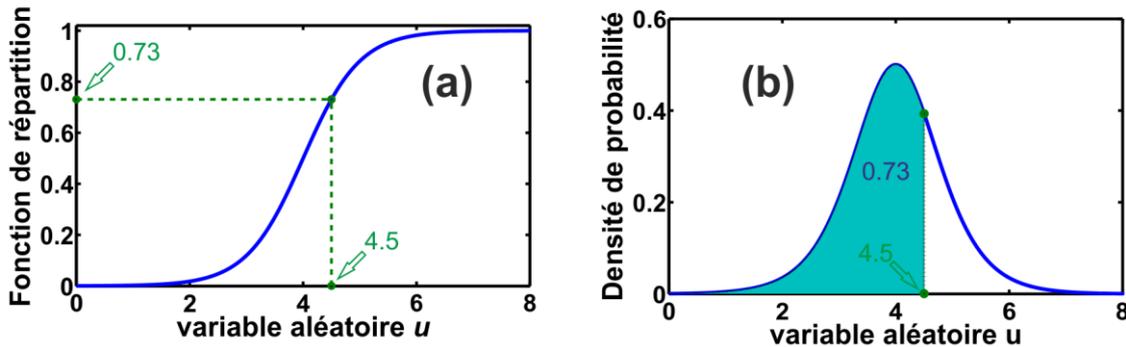
Cette fonction respecte les propriétés suivantes :

$$p_U(u) \geq 0, \quad (1.4)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p_U(u) du = 1.$$

Ainsi la probabilité sur un intervalle  $[a, b]$  peut être obtenue à partir de la fonction de densité de probabilité :

$$P(a \leq U \leq b) = \int_a^b p_U(u) du. \quad (1.5)$$



**Figure I-2.** (a) Fonction de répartition comparée à (b) la fonction de densité de probabilité correspondante. Dans cet exemple, la fonction de répartition est la fonction  $0.5 \times (\tanh(u-4)+1)$ . Ainsi la probabilité d'avoir  $u$  inférieur à 4.5 est environ égale à 0.73 ce qui se lit directement sur le graphique (a). Le même résultat se retrouve à partir de la densité de probabilité en calculant l'intégrale entre 0 et 4.5 c'est-à-dire l'aire sous la courbe comme cela se voit en bleu clair sur le graphique (b).

Remarquons que la densité de probabilité peut être supérieure à 1 bien que la probabilité ne puisse en aucun cas être supérieure à 1.

### II.3. Espérance, moments et médiane

L'espérance mathématique d'une variable aléatoire  $U$  correspond à la moyenne des valeurs possibles de  $u$ . Ainsi, nous définissons la moyenne de  $U$  par :

$$\langle u \rangle = \mathbb{E}[U] = \int_{-\infty}^{+\infty} u p_U(u) du. \quad (1.6)$$

La moyenne correspond au moment d'ordre 1. Toutefois il peut s'avérer utile de faire appel à des moments d'ordre supérieur.

Un moment d'ordre  $n$  est défini simplement en remplaçant  $u$  par  $u^n$  dans l'équation (1.6) de façon à obtenir :

$$\langle u^n \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} u^n p_U(u) du. \quad (1.7)$$

En pratique, seuls les moments d'ordre 1 et 2 seront utilisés à travers le calcul de la variance qui correspond à l'espérance mathématique du carré de l'écart à l'espérance mathématique c'est-à-dire :

$$V(U) = \int_{-\infty}^{+\infty} (u - \langle u \rangle)^2 p_U(u) du. \quad (1.8)$$

Si  $U$  est une variable aléatoire de variance  $V(U)$ , on appelle écart-type de  $U$ , le réel :

$$\sigma(U) = \sqrt{V(U)}. \quad (1.9)$$

C'est pourquoi nous préférons noter la variance  $\sigma^2$ . Précisons que l'écart-type est une mesure de la dispersion des valeurs de la variable aléatoire  $U$ .

Si l'on s'intéresse à une variable aléatoire  $U$ , alors la médiane sera le réel  $m$  tel que :

$$P(U \leq m) \geq \frac{1}{2} \leq P(U \geq m). \quad (1.10)$$

En d'autres termes, la médiane est la valeur en abscisse pour laquelle la fonction de répartition vaut 0.5. Dans nos différentes études, nous serons amenés à utiliser la médiane car elle présente l'avantage de ne pas être influencée par les valeurs extrêmes de la variable aléatoire contrairement à la moyenne.

#### **II.4. Transformations**

Dans la suite de ce mémoire, nous serons amenés à déterminer une fonction de densité de probabilité d'une variable aléatoire ayant subi une transformation. Par exemple, considérons connue la fonction de densité de probabilité  $p_U(u)$  correspondant à la variable aléatoire  $U$ , et une transformation est appliquée à  $U$  telle que :

$$z = f(u). \quad (1.11)$$

Nous voulons donc connaître la densité de probabilité de la variable aléatoire  $Z : p_Z(z)$ . Pour se faire, nous déterminons la fonction réciproque telle que :

$$u = f^{-1}(z). \quad (1.12)$$

Ensuite, il est possible de démontrer la relation qui nous intéresse, à savoir [15] :

$$p_Z(z) = p_U \left[ f^{-1}(z) \right] \left| \frac{du}{dz} \right|. \quad (1.13)$$

Prenons l'exemple d'un champ gaussien qui est complexe; nous pouvons donc écrire :

$$z = a + ib. \quad (1.14)$$

Par champ gaussien, nous sous-entendons que les variables  $a$  et  $b$  ont chacune une densité de probabilité gaussienne (voir paragraphe II.5) de même écart-type ce qui peut s'écrire :

$$p(a, b) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(a^2+b^2)}{2\sigma^2}}. \quad (1.15)$$

Dans un premier temps déterminons la densité de probabilité du module du champ  $|z| = [a^2 + b^2]^{1/2}$ . La fonction réciproque et sa dérivée sont évidentes :

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= |z|^2, \\ \frac{d}{dz}(a^2 + b^2) &= 2|z|. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Nous en déduisons, en ne tenant pas compte de la contribution de l'argument du complexe  $z$ , l'expression de la densité de probabilité du module de  $z$  :

$$pdf(|z|) = \frac{|z|}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{|z|^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1.17)$$

ce qui correspond à une distribution de Rayleigh. Si nous voulons maintenant la densité de probabilité de l'intensité du champ soit  $I=|z|^2$ , il nous faut appliquer de nouveau les équations (1.12) et (1.13). Nous commençons par la fonction réciproque et sa dérivée :

$$z = \sqrt{I},$$

$$\frac{d}{dI}(z) = \frac{d}{dI}(\sqrt{I}) = \frac{1}{2\sqrt{I}}. \quad (1.18)$$

d'où :

$$pdf(I) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{I}{2\sigma^2}\right). \quad (1.19)$$

Et finalement, en posant  $2\sigma^2 = \langle I \rangle$ , on trouve :

$$pdf(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} \exp\left(-\frac{I}{\langle I \rangle}\right). \quad (1.20)$$

Nous en déduisons que la densité de probabilité de l'intensité d'un champ gaussien n'est pas gaussienne mais une loi exponentielle. Ce dernier résultat nous sera particulièrement utile au chapitre 3.

## II.5. Loi normale

La loi normale, aussi appelée loi de Gauss ou loi de Laplace-Gauss pour des raisons historiques, est d'une importance majeure car elle s'applique dès qu'une variable aléatoire continue dépend d'un nombre important de causes indépendantes.

### II.5.1 Définition

Une variable aléatoire continue  $U$  suit une loi normale de moyenne  $\mu$  ( $= \langle u \rangle$ ) et d'écart-type  $\sigma$ , et sera donc dite *Gaussienne* ou *Normale*, si sa densité de probabilité est donnée par :

$$p_U(u) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (1.21)$$

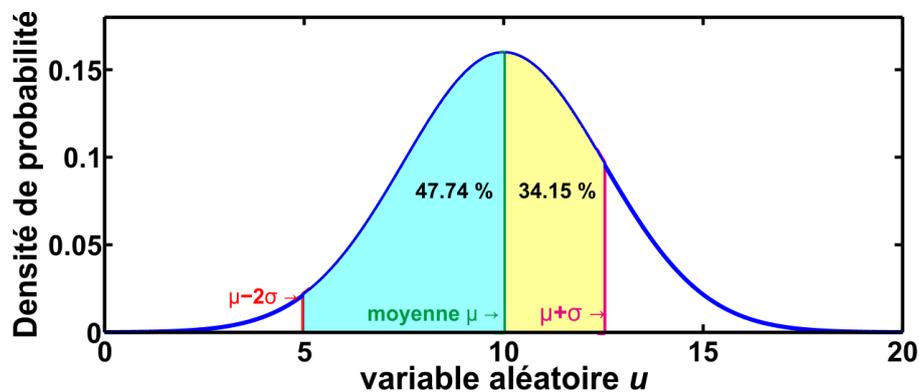


Figure I-3. Densité de probabilité gaussienne ou loi normale. Dans cet exemple, la moyenne  $\mu$  est égale à 10 et l'écart-type  $\sigma$  vaut 2.5.

La Figure I-3 montre que 68 % des événements d'une loi normale se trouvent entre la moyenne plus l'écart-type et la moyenne moins l'écart-type. Ensuite 95 % des événements se trouvent entre la moyenne moins 2 fois l'écart-type et la moyenne plus deux fois l'écart-type. Seuls 0.03 % des événements sont compris au-delà de 3 fois l'écart-type.

### II.5.2 Convergence et Théorème Central Limite

Le théorème Central Limite (aussi appelé théorème de la limite centrale) est d'importance capitale en statistiques. En effet, il porte sur la convergence d'une suite de variables aléatoires et affirme que la somme de variables aléatoires indépendantes tend vers une variable aléatoire gaussienne ce qui expliquerait la forte présence de la loi normale dans la Nature.

Mathématiquement, considérons une suite de  $n$  variables aléatoires *indépendantes*  $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ , ayant des distributions arbitraires et non-nécessairement identiques. Les moyennes (espérances) étant  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_n$  et les écart-types étant  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n$ , la variable aléatoire  $Z$  correspondant à la somme est :

$$Z = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n \frac{U_i - \mu_i}{\sigma_i}. \quad (1.22)$$

Il est possible ainsi de montrer rigoureusement que, sous certaines conditions, lorsque  $n$  tend vers l'infini alors la fonction de densité de probabilité  $p_Z(z)$  tend vers une loi Gaussienne, c'est-à-dire que :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} p_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right). \quad (1.23)$$

Il est donc facile de comprendre l'intérêt de ce théorème en pratique. En effet, en remplaçant une somme de variables aléatoires par une loi normale, la résolution et la manipulation de certaines équations et donc de certains problèmes physiques s'en retrouvent fortement simplifiées.

## II.6. Les distributions extrêmes

Maintenant que les termes nécessaires ont été introduits, nous pouvons donner une définition statistique d'un événement extrême. Celui-ci sera, en fait, loin de l'événement moyen. Nous pouvons ainsi proposer un classement [16] du type d'événement. Considérons une variable  $X$  dont un échantillon représentatif  $X_S$  comprenant  $n$  réalisations, c'est-à-dire  $X_S = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ , a pour valeur médiane  $X_{MED}$  et un écart-type  $\sigma_S$ . Ainsi :

- Un événement typique  $X^T$  est compris dans une gamme  $X_{gamme}$  qui contient plus de la moitié des événements de l'échantillon représentatif  $X_S$  :

$$\frac{\text{Nombre de } X_i \in X_{gamme}}{\text{Nombre de } X_i \in X_S} \geq \frac{1}{2}. \quad (1.24)$$

- Un événement rare  $X^R$  est compris dans une gamme  $X_{gamme}$  qui contient moins de 1/5 des événements de l'échantillon représentatif  $X_S$  :

$$\frac{\text{Nombre de } X_i \in X_{\text{gamme}}}{\text{Nombre de } X_i \in X_S} \leq \frac{1}{5}. \quad (1.25)$$

- Un événement extrême  $X^E$  est un événement qui est éloigné de la valeur médiane de  $k$  fois l'écart-type (avec  $k \geq 2$ ):

$$|X^E - X_{MED}| \geq k\sigma_S. \quad (1.26)$$

Cette dernière expression signifie en fait que les événements extrêmes ont lieu dans la queue de la distribution de probabilité. Dans le cas d'une distribution gaussienne, les queues situées à l'extrême gauche et à l'extrême droite de la valeur crête sont exponentielles. Mais, pour la plupart des événements extrêmes, les queues sont dites "fortes" parce qu'elles correspondent à des lois de puissances (algébriques) comme, par exemple:  $p(x)=x^{-a}$  où  $a > 0$ . De telles lois de puissances voient leur probabilité décroître beaucoup moins rapidement qu'une loi exponentielle (i.e. distribution gaussienne) et indiquent donc une plus forte probabilité d'apparition de structures extrêmes. Pour mieux comprendre, nous pouvons prendre des exemples concrets. Une distribution gaussienne typique serait celle représentant les tailles d'un échantillon de la population où l'on obtiendrait une valeur moyenne bien déterminée et une variance relativement faible. Une loi de puissance célèbre est la distribution de Pareto, du nom de l'économiste italien Vilfredo Pareto (1848-1923), qui observa que 80 pourcent de la richesse de l'Italie était détenue par 20 % de la population (souvent cette loi est d'ailleurs surnommée la loi 80-20). Une autre, non moins célèbre si ce n'est plus, est la loi de Gutenberg - Richter utilisée en sismologie.

Historiquement, la *théorie des valeurs extrêmes* est née au début du siècle dernier avec le premier papier publié par Fuller [17] portant sur les inondations. Les outils mathématiques nécessaires n'étaient pas encore vraiment définis. En effet, les événements extrêmes [18] sont tels qu'ils ne respectent plus le théorème central limite. Ainsi des mathématiciens se sont fortement intéressés à ce problème dit *problème de la limite extrême*. Les premiers fondements de la théorie furent posés par Von Bortkiewicz en 1922 [19] mais il faudra attendre 1927 et le papier de Fréchet [20] pour obtenir une première distribution asymptotique des valeurs extrêmes. Le problème fut résolu en totalité par Fisher et Tippett en 1928 [21] qui ont montré que trois limites étaient possibles, puis Gnedenko [22] a continué le développement de la théorie en 1943. Dès lors, de nombreux travaux furent publiés dans des domaines très variés dont la durée de vie humaine, les émissions radioactives, les inondations, les séismes... Ceci mena Gumbel, qui fut le premier à attirer l'attention des ingénieurs sur de possibles applications de la théorie des valeurs extrêmes, à écrire un livre sur le sujet dès 1958 [23].

Mathématiquement, on ne s'intéresse plus à la convergence de la somme  $Z$  comme dans le théorème central limite (voir Eq. (1.22)) mais à celle des maxima notés  $U_{n,n} = \max[U_1, U_2, \dots, U_n]$ . Ainsi quand  $n$  tend vers l'infini, on cherche la fonction de répartition  $H_\gamma$  telle que:

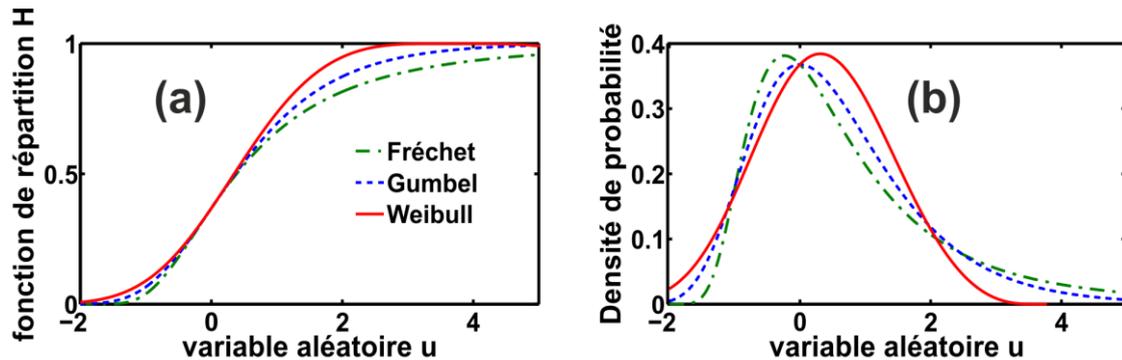
$$P\left(\frac{U_{n,n} - b_n}{a_n} \leq u\right) \rightarrow H_\gamma(u). \quad (1.27)$$

où  $a_n$  et  $b_n$  sont des paramètres de normalisation ( $b_n$  est un paramètre de position à l'image de la moyenne  $\mu$  dans l'équation (1.22) tandis que  $a_n$  est un paramètre d'échelle à l'image de  $\sigma$  dans (1.22)). Quant à  $\gamma$ , il n'a pas d'équivalent et sera un paramètre de forme critique. En effet, il est possible de montrer que toutes les limites  $H_\gamma$  possibles sont sous la forme (*loi généralisée des valeurs extrêmes*) [24-25] :

$$H_\gamma(u) = \exp\left(- (1 + \gamma u)^{-1/\gamma}\right) \text{ avec } 1 + \gamma u > 0, \gamma \neq 0$$

$$\text{et } H_0(u) = \exp(-e^{-u})$$
(1.28)

Le paramètre  $\gamma$  (parfois appelé "indice de valeur extrême") permet de déterminer le *domaine d'attraction* d'une variable aléatoire. Plus précisément, il existe trois types de lois limites possibles: Fréchet, Weibull et Gumbel. Ainsi, la majorité des lois de probabilités usuelles appartiennent à l'un des trois domaines d'attraction.



**Figure I-4.** Comparaison des fonctions de répartition (a) et des densités de probabilité correspondantes (b). En tirets bleus, la distribution correspondant au domaine d'attraction de Gumbel. En points et tirets mixés verts, et en ligne continue rouge, les distributions correspondent respectivement aux domaines d'attractions de Fréchet et de Weibull. On considère  $\gamma = 0.28$  dans l'équation (1.28) pour Fréchet et  $\gamma = -0.28$  pour Weibull.

### **II.6.1 Le domaine d'attraction de Fréchet: $\gamma > 0$**

Si le paramètre  $\gamma > 0$ , alors la variable aléatoire  $U$  est dite dans le domaine d'attraction de Fréchet [20]. Ce domaine correspond à l'ensemble des lois dites à « queues lourdes » (Heavy-tails en anglais). Les lois de Cauchy, de Student et de Pareto sont comprises dans ce domaine d'attraction.

### **II.6.2 Le domaine d'attraction de Gumbel : $\gamma = 0$**

Si le paramètre  $\gamma = 0$ , alors la variable aléatoire  $U$  est dite dans le domaine d'attraction de Gumbel. Ce domaine correspond à l'ensemble des lois dites à « queues légères ». Les lois Normale, Log-Normale, Weibull, Exponentielle sont comprises dans ce domaine d'attraction.

### **II.6.3 Le domaine d'attraction de Weibull : $\gamma < 0$**

Si le paramètre  $\gamma < 0$ , alors la variable aléatoire  $U$  est dite dans le domaine d'attraction de Weibull. Ce domaine correspond à l'ensemble des lois dites « sans queue ou à queue finie ». La loi uniforme est comprise dans ce domaine d'attraction.

## **III. Hydrodynamique**

### **III.1. Le Soliton**

En hydrodynamique comme dans d'autres domaines, le mouvement des ondes a d'abord été décrit par des équations linéaires. Mais au cours de l'histoire des sciences, les scientifiques se sont rendus compte que ces équations ne suffisaient pas à reproduire l'immense diversité des comportements existants dans la nature. Pour les reproduire et les comprendre, il faut tenir compte de la non-linéarité.

### III.1.1 Qu'est-ce que la non-linéarité ?

Très simplement, un système sera dit non-linéaire si ce qui sort du système n'est pas linéairement proportionnel à ce qui y entre [26]. De façon générale, la plupart des systèmes connus sont non-linéaires lorsque ce qui entre dans le système est suffisamment « grand ». Un exemple simple serait le cas d'un pendule. Lorsque l'angle est assez petit, le pendule se comporte linéairement. Mais si l'angle est trop grand alors le comportement change radicalement. Typiquement, la période des oscillations du pendule ne dépendra pas de l'amplitude (c'est-à-dire de l'angle maximum) dans le régime linéaire alors que c'est le cas en régime non-linéaire.

Mathématiquement, un système non-linéaire se reconnaît par l'impossibilité d'appliquer le théorème de superposition c'est-à-dire que la somme de deux solutions de l'équation considérée ne sera pas solution du système. Par exemple, si l'on revient au cas du pendule, l'équation décrivant son mouvement est la suivante :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \sin \theta = 0, \quad (1.29)$$

où  $\theta$  est l'angle entre la verticale et le pendule,  $g$  est l'accélération due à la gravité et  $L$  la longueur du pendule. Par conséquent, il est clair que si  $\theta_1(t)$  et  $\theta_2(t)$  sont chacun solution de l'équation (1.29), la somme n'est pas une solution vu que  $\sin(\theta_1(t) + \theta_2(t)) \neq \sin \theta_1(t) + \sin \theta_2(t)$ . Ici la non-linéarité vient donc du terme «  $\sin \theta$  ». En revanche, si  $\theta$  est suffisamment petit, le terme  $\sin \theta$  peut être remplacé (approximé) par  $\theta$ ; ainsi, le principe de superposition devient valable car le système est linéaire.

Il est donc facile de comprendre que la non-linéarité rendra moins évidente la compréhension et l'analyse d'un système. Ceci est d'autant plus vrai que pour un système non-linéaire, une faible perturbation (par exemple, dans les conditions initiales) peut mener à des comportements très différents. C'est en partie pour cela que l'outil informatique et les simulations qu'il permet sont devenus essentiels.

### III.1.2 Histoire du soliton hydrodynamique

Un jour d'août 1834, l'ingénieur écossais John Scott Russell menait des expériences sur le « Union Canal ». Il étudiait l'influence de la vitesse d'un bateau sur sa force de propulsion car l'avenir des bateaux tirés (depuis la rive) par des chevaux était en jeu suite à l'apparition et au développement des chemins de fer. C'est dans ces conditions et avec un peu de chance que Russell observa la génération d'une vague qui attira suffisamment son attention pour la suivre à cheval. Cette vague conserva sa forme originale sur une longue distance et seule la fin du canal fit disparaître la vague [10]. Il la nomma : « Great Wave of Translation » plus connue sous le nom d'*onde ou vague solitaire*. Il poursuivit des expériences sur le sujet et détermina une relation importante entre la vitesse  $v$  de la vague, son amplitude maximale  $a$  et la profondeur  $h$  de l'eau :

$$v^2 = g(h+a), \quad (1.30)$$

où  $g$  est l'accélération due à la gravité. Russell démontra aussi qu'une masse suffisamment grande d'eau se sépare spontanément en deux (ou plus) vagues solitaires et que ces vagues solitaires se croisent sans changement de leur forme, ni de leur vitesse.

Cette histoire ne fut pas pour autant sans soucis suite à une acceptation mitigée par la communauté scientifique. En particulier, George B. Airy mis en doute les travaux de Russel dès 1841 [27] car

d'après lui, les équations hydrodynamiques ne permettaient pas d'obtenir une vague solitaire. Il fut suivi par George G. Stokes qui proposa même une alternative [28]. Bien heureusement, certains confirmèrent les observations de Russell avec, en particulier, Henri Bazin [29] qui put reproduire ces expériences dans le canal de Bourgogne dès 1863. Mais c'est Joseph Boussinesq qui apporta un fort appui à Russell en montrant en 1872 que les vagues solitaires étaient bien une solution possible des équations hydrodynamiques [30]. Celui-ci ainsi que Lord Rayleigh [31] montrèrent, indépendamment, que le profil d'une onde solitaire s'écrit :

$$\eta(x,t) = a \operatorname{sech}^2 [\beta(x-vt)], \quad (1.31)$$

où  $\beta$  est un paramètre dépendant de la profondeur  $h$  de l'eau et de l'amplitude  $a$  de la vague. Mais il faudra attendre l'année 1895 et le travail de Diederik Korteweg et de Gustav de Vries [32] pour arriver à la célèbre équation qui porte leur nom sous la forme :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{c}{h} \left[ \left( \varepsilon + \frac{3}{2} \eta \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\sigma}{2} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \right], \quad (1.32)$$

où  $\varepsilon$  est un paramètre de valeur faible,  $c = [g h]^{1/2}$  et  $\sigma \sim h^3/3$ . Précisons que Boussinesq avait auparavant présenté une équation très proche mais c'est celle-ci qui s'est imposée comme la plus simple pour modéliser la propagation d'ondes solitaires. Par un simple changement de variable ( $x' = x + (\varepsilon/h) c t$ ), l'équation se simplifie en :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{c}{h} \left[ \frac{3}{2} \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\sigma}{2} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \right]. \quad (1.33)$$

Après normalisation, nous pouvons écrire l'équation de Korteweg de Vries (KdV) sous la forme :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + 6\eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0. \quad (1.34)$$

Enfin, il faudra attendre 1965 pour que Norman Zabusky et Martin Kruskal, tous deux des laboratoires Bell, inventent le mot « soliton » [33] (en comparaison avec les particules élémentaires : électrons, protons...) et que l'étude des solitons devienne un domaine à part entière.

### **III.1.3 Equation de Schrödinger non-linéaire**

Ainsi, le soliton étant devenu un domaine de recherche en soi, de nombreux chercheurs se sont intéressés à toutes ses facettes et aux problèmes qu'il posait. En 1967, Gardner, Greene, Kruskal et Miura [34] ont cherché à développer une méthode de résolution de l'équation de KdV à partir de conditions initiales arbitraires, ils développèrent donc la méthode de la diffusion inverse (*Inverse Scattering Method*, en Anglais). Le point de départ de leur méthode était l'introduction de la fonction  $\eta$  de l'équation (1.34) comme potentiel dans l'équation de Schrödinger, bien connue en mécanique quantique où  $\Psi$  est la fonction d'onde:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + (\lambda + \eta) \psi = 0. \quad (1.35)$$

Nous ne développerons pas ici le fonctionnement de la méthode mais le lecteur intéressé pourra se reporter aux références [34-37]. Toutefois, il faut noter qu'en 1968, Lax [38] montra qu'il était possible de découvrir plusieurs nouvelles classes d'équations. C'est ainsi que durant l'été 1972, un groupe de

travail fut mis en place par Newell [39] sur les recherches autour du soliton. La contribution la plus remarquable vint par la poste [40]. En effet, Zakharov et Shabat, en utilisant les techniques posées par Lax [38], présentèrent l'équation suivante [41], ici sous une forme normalisée:

$$i \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2u|u|^2. \quad (1.36)$$

Cette équation étant exactement une généralisation non-linéaire de l'équation de Schrödinger, c'est pourquoi elle est connue sous le nom d'Equation de Schrödinger Non-Linéaire (ESNL). Pour être plus exact, cette équation fut dérivée en premier par Zakharov en 1968 [42] à partir de sa propre équation bien plus générale. Et en 1972, Shabat et Zakharov ont appliqué la méthode de diffusion inverse pour résoudre l'ESNL. Notons que cette équation correspond principalement au cas d'une mer en eau profonde.

Si la variable  $\eta$  de l'équation (1.34) représente l'élévation par rapport à la surface, la variable  $u$  de l'équation (1.36) ne représente que l'enveloppe de l'onde.

## **III.2. Événements extrêmes : les vagues scélérates**

### **III.2.1 Historique**

Dans le paragraphe I.2 (page 5), nous avons présenté un certain nombre de phénomènes extrêmes dans des domaines assez variés. Il est bien évident que l'hydrodynamique n'échappe pas à l'existence de phénomènes extrêmes. L'Homme a toujours été impressionné par les océans et a toujours ressenti une certaine peur qui a donné naissance à bon nombre de légendes de marins et autres pêcheurs. Certaines sont restées à l'état de légende et autre chimère à l'image des sirènes destructrices de bateaux alors que d'autres sont passées de légendes à réalités scientifiques comme c'est le cas des vagues scélérates.

En effet, cela fait des siècles que des marins parlent de « murs d'eau » qui apparaissent de nulle part et disparaissent en engloutissant parfois des navires. Citons, par exemple, l'officier naval et scientifique français Dumont d'Urville qui, dans les récits de son expédition de 1826, rapportait la rencontre d'une vague atteignant 30 mètres de haut. Cela paraissait ridicule à ses contemporains et encore récemment. Durant la nuit du 12 décembre 1978, le cargo « Munchen », doté d'une technologie de pointe, envoya un signal de détresse et disparut en laissant très peu de traces alors qu'aucune tempête n'avait été signalée. Deux ans plus tard, le commandant d'un pétrolier (« Esso Languedoc ») put prendre une photographie d'une vague géante apportant la première preuve visuelle de l'existence des vagues scélérates. Puis il faut attendre le 1<sup>er</sup> janvier 1995 et l'enregistrement par les sondes à vagues de la plateforme pétrolière Draupner située en Mer du Nord pour obtenir une mesure précise et scientifique d'une vague de hauteur crête-creux atteignant 26 mètres alors que la moyenne des vagues les plus grandes de la mer à ce moment là n'était que de 12 mètres. Depuis ce jour, ce que l'on appelle en anglais *Freak* ou *Rogue Wave* est universellement reconnu comme un phénomène extrême existant. L'étude de ces vagues géantes, par le biais du projet européen MAXWAVE [43], a montré que leur fréquence n'est pas si négligeable et ainsi les pertes de bateaux, de marchandises et de personnes peuvent être grandes.

Notons qu'un autre événement hydrodynamique extrême, souvent confondu avec les vagues scélérates, est le tsunami. Hormis sa hauteur impressionnante, celui-ci n'a pourtant pas grand chose de commun avec les vagues dites scélérates. En effet, le tsunami n'est une vague géante qu'à l'approche et

au bord des côtes. De plus, son origine est bien comprise puisqu'il est toujours associé à un séisme alors que les vagues scélérates ont des origines encore mystérieuses et apparaissent de nulle part en pleine mer et disparaissent sans laisser de traces.

### III.2.2 Définition Scientifique

Avant d'aller plus loin, il nous faut expliciter la notion de hauteur d'une vague. Comme la Figure I-5 le montre, la hauteur est la distance verticale entre la crête de la vague et le creux le plus profond avant ou après la vague.

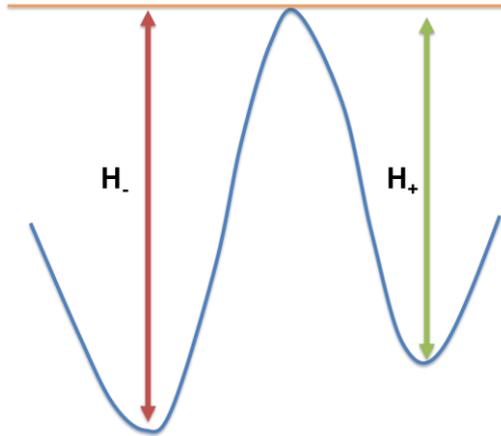


Figure I-5. Hauteur d'une vague :  $H = \max(H_-, H_+)$

Il est facile d'imaginer que les vagues sont en fait une somme de sinusoïdes d'amplitudes et phases aléatoires et indépendantes. C'est pourquoi, nous pouvons utiliser le Théorème Central Limite et ainsi supposer qu'une mer aléatoire a une distribution gaussienne et plus précisément que l'on peut écrire la densité de probabilité des élévations  $\eta$  d'une mer de la manière suivante :

$$g(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma^2}\right). \quad (1.37)$$

A partir de cette équation (1.37), Massel [44] a montré que la distribution de la hauteur de vague  $H$  à spectre étroit suit une distribution de Rayleigh, c'est-à-dire :

$$pdf(H) = \frac{H}{4\sigma^2} \exp\left(-\frac{H^2}{8\sigma^2}\right). \quad (1.38)$$

A partir de l'expression (1.5), nous pouvons en déduire la probabilité que la hauteur d'une vague dépasse une hauteur donnée  $H^*$  (appelée parfois fonction de survie):

$$P(H > H^*) = \int_{H^*}^{+\infty} pdf(H) dH = \exp\left(-\frac{H^{*2}}{8\sigma^2}\right). \quad (1.39)$$

Ainsi, un tiers des vagues seront plus hautes que  $H_1^*$  si :

$$P(H > H_1^*) = \exp\left(-\frac{H_1^{*2}}{8\sigma^2}\right) = \frac{1}{3}, \quad (1.40)$$

Ce qui nous permet de trouver :

$$H_1^* = 2\sigma\sqrt{2\ln(3)}. \quad (1.41)$$

A présent, nous pouvons définir la hauteur significative  $H_s$  comme la moyenne des hauteurs de vagues parmi le tiers des vagues les plus hautes dans un intervalle de temps donné (souvent 10 à 30 minutes) :

$$H_s = \int_{H_1^*}^{+\infty} H \text{ pdf}(H) dH \quad (1.42)$$

d'où, avec erfc la fonction d'erreur complémentaire :

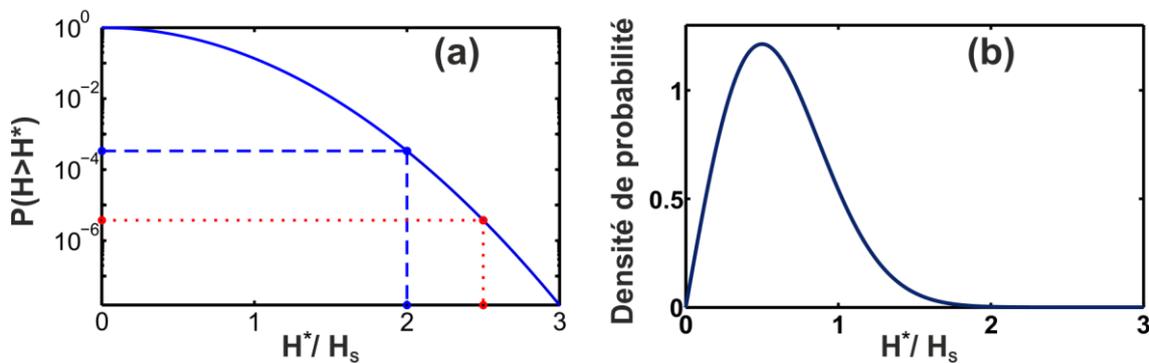
$$H_s = 3\sigma\sqrt{2\pi} \operatorname{erfc}(\sqrt{\ln 3}) + 2\sigma\sqrt{2\ln 3} \approx 4\sigma. \quad (1.43)$$

Maintenant que nous savons que la hauteur significative est égale à quatre fois l'écart-type, nous pouvons écrire l'équation (1.39) :

$$P(H > H^*) = \exp\left(-\frac{2H^{*2}}{H_s^2}\right) \quad (1.44)$$

Or, la définition classique d'une vague scélérate est une vague dont le rapport de sa hauteur par la hauteur *significative* est supérieur à 2. Ce rapport est nommé « l'indice d'anormalité » [45]:

$$AI = \frac{H_{\text{vague}}}{H_s} > 2, \quad (1.45)$$



**Figure I-6.** (a) Fonction de survie donnée à l'équation (1.44) en fonction de la hauteur de vague sur la hauteur significative en échelle logarithmique. En tirets bleus, probabilité d'un indice d'anormalité supérieur à 2 et en pointillés rouges, probabilité d'un indice d'anormalité supérieur à 2.5. (b) Densité de probabilité correspondante. Il est clair que les vagues ayant des indices d'anormalité supérieurs à 2 sont dans la queue et ont de très faibles probabilités.

Selon l'équation (1.44), cela implique qu'une vague sur 3000 est une vague scélérate (Figure I-6a). Ainsi si l'on considère une mer de période typique 10s alors une vague scélérate se produira toutes les 8.3 heures. Notons que selon certains hydrodynamiciens, l'indice d'anormalité doit être supérieur à 2.2 pour considérer la vague comme scélérate. Dans ce cas, une vague sur 16000 sera extrême et toujours en considérant une période de 10s, cela signifierait qu'une vague tueuse se produit toutes les 44.5 heures. Si l'AI devait être supérieur à 2.5 alors seule une vague sur 269 000 serait dite scélérate (Figure I-6a). Bien que ces chiffres puissent paraître importants, la Figure I-6b nous confirme que de telles vagues sont dans la queue de la distribution confirmant leur caractère rare.

Précisons que ces valeurs considèrent une mer Gaussienne en négligeant de nombreux effets dont en particulier la non-linéarité. Ceci implique une sous-estimation des probabilités [45] d'apparition de vagues scélérates bien que le chiffre d'une vague tous les 2 jours nous laisse comprendre l'importance d'identifier les mécanismes menant à la génération de telles vagues.

### III.2.3 Les pistes d'explication

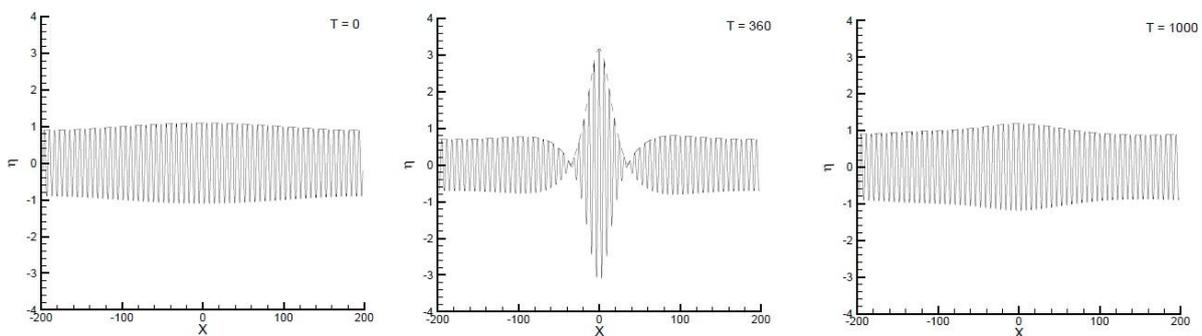
#### III.2.3.1 Focalisation d'onde quasi-linéaire

Il suffit de regarder la mer depuis n'importe quelle plage pour se rendre compte qu'il existe de nombreuses collisions et autres superpositions de « paquets de vagues » se propageant à des vitesses et directions différentes. En effet, dans une théorie quasi-linéaire, un état de mer peut être vu comme la somme d'ondes sinusoïdales monochromatiques d'amplitudes et de fréquences différentes. Les phases sont aléatoires et distribuées uniformément. Si l'on se place dans un modèle unidimensionnel, il est aisé d'imaginer que, par simple dispersion, les ondes aux grandes longueurs d'ondes, plus rapides, vont rattraper celles ayant de courtes longueurs d'ondes, plus lentes [46]. On parlera de focalisation dispersive (ou spatio-temporelle). Précisons qu'il existe aussi la focalisation géométrique où des trains de vagues de directions différentes peuvent se croiser de manière constructive [47-48] et mener à des vagues scélérates. Ajoutons aussi qu'une focalisation vers une structure extrême a été montrée suite à de multiples collisions d'ondes aléatoires turbulentes [49] dans un modèle bidimensionnel utilisant l'équation de Schrödinger non-linéaire. Dans le chapitre 5, nous nous intéresserons à un système turbulent comparable mais unidimensionnel.

#### III.2.3.2 Instabilité de Benjamin-Feir

En 1965, Lighthill débuta les travaux sur les instabilités des vagues en eau profonde [50]. Ceci mena, indépendamment et par des approches différentes [51], Zakharov [52-53] ainsi que Benjamin et Feir [12] à montrer qu'un train de vagues uniformes est instable face à de faibles perturbations dans un milieu non-linéaire et dispersif. Plus précisément, un train d'ondes périodiques va subir une modulation progressive [54] (nous y reviendrons au paragraphe IV.4.3). Ce phénomène est connu depuis sous le nom d'instabilité de Benjamin-Feir ou instabilité modulationnelle.

Par une récurrence de type Ferma-Pasta-Ulam [55], un train de vagues soumis à l'instabilité modulationnelle présente des cycles de modulation-démodulation ou de "respiration" que l'on appelle aussi *breathers*.



**Figure I-7.** Elévation de la surface libre, tracée avec son enveloppe, correspondant à l'évolution d'un train subissant l'instabilité de Benjamin-Feir. Figure extraite de la Réf. [56] (thèse de J. Touboul, Etude de l'interaction entre le vent et les vagues scélérates soutenue en 2007).

Au maximum d'un cycle de respiration (voir Figure I-7 centrale), la structure obtenue peut être vue comme une vague scélérate [57-60]. Nous reviendrons sur ces *breathers* dans le chapitre 5.

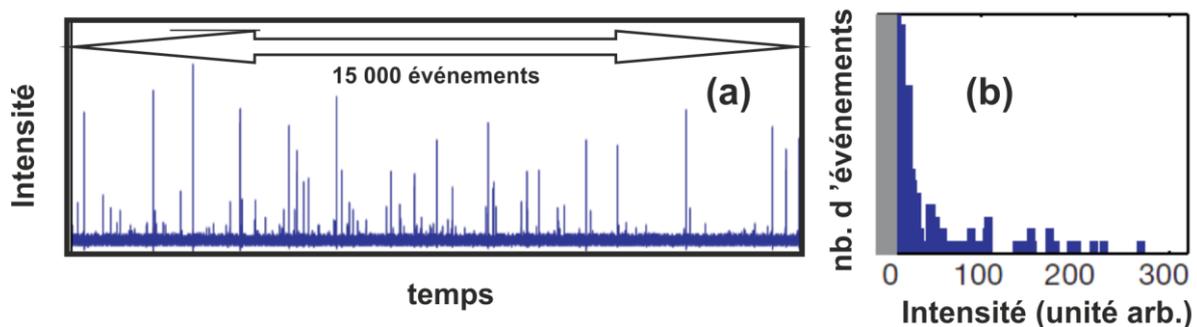
Précisons que de nombreuses autres théories existent pour expliquer l'existence de ces vagues scélérates avec, en particulier, la collision de solitons [61-62] même si en lui-même, le soliton est différent d'une vague scélérate.

## IV. Ondes scélérates optiques dans les fibres ?

Bien qu'elle porte sur les ondes scélérates, cette thèse ne présente aucune étude faite dans les océans car notre objectif est d'expliquer ou en tout cas de comprendre le phénomène des vagues scélérates par une vision optique. Nous nous intéressons, en fait, à toutes les structures optiques aux propriétés statistiques proches de celles des vagues géantes qui existent en mer. C'est pourquoi, dans cette section, nous présentons la fibre optique et les effets qui perturbent la propagation de la lumière puis nous montrerons les nombreux points communs entre les mondes hydrodynamique et optique.

### IV.1. Un travail pionnier

L'idée originale d'étudier les vagues scélérates dans les fibres optiques vient d'un groupe de l'Université de Californie à Los Angeles (UCLA) qui a mis en lumière l'existence des structures géantes en optique [63]. Cela a été possible grâce à la mise au point par ce même groupe d'une technique de mesure innovante [64] permettant de voir en temps réel les fluctuations rapides d'une onde lumineuse formant un supercontinuum (Figure I-8).



**Figure I-8.** (a) Observation expérimentale de 15 000 impulsions à la sortie d'un supercontinuum et (b) l'histogramme associé. La forme en L, caractéristique des événements extrêmes est clairement identifiable. Figure extraite et francisée de la Réf. [63].

Bien sûr, il ne suffisait pas de voir de telles structures ayant des statistiques extrêmes (Figure I-8b) pour faire un lien. Les auteurs sont partis du constat que ces événements extrêmes dans les supercontinuum sont liés à l'instabilité de Benjamin-Feir, phénomène ayant vraisemblablement un rôle important dans l'apparition de vagues scélérates. Pour mieux comprendre le lien entre les deux domaines, il nous faut expliquer la propagation de la lumière dans une fibre optique.

### IV.2. La propagation dans une fibre optique

#### IV.2.1 Structure

Les fibres optiques sont des guides d'ondes diélectriques composés essentiellement de silice fondue ( $\text{SiO}_2$ ). Dans sa forme la plus simple, une fibre est dite à saut d'indice. Elle est constituée d'un cœur

cylindrique, de rayon  $a$  et d'indice  $n_c$ , entouré par une gaine de rayon  $b$  ( $b > a$ ) ayant un indice  $n_g$  légèrement inférieur à celui du cœur. Une gaine plastique vient protéger l'ensemble comme cela est représenté sur la Figure I-9. Le cœur et la gaine étant constitués principalement de silice, la différence d'indice est réalisée par adjonction de dopants, typiquement du dioxyde de germanium ( $\text{GeO}_2$ ). Plus précisément, des dopants, tels que  $\text{GeO}_2$  et  $\text{P}_2\text{O}_5$ , sont utilisés pour augmenter l'indice de la silice dans le cœur tandis que des dopants tels que  $\text{B}_2\text{O}_3$  et la fluorine diminuent l'indice de la silice et seront ainsi plutôt utilisés pour la gaine.

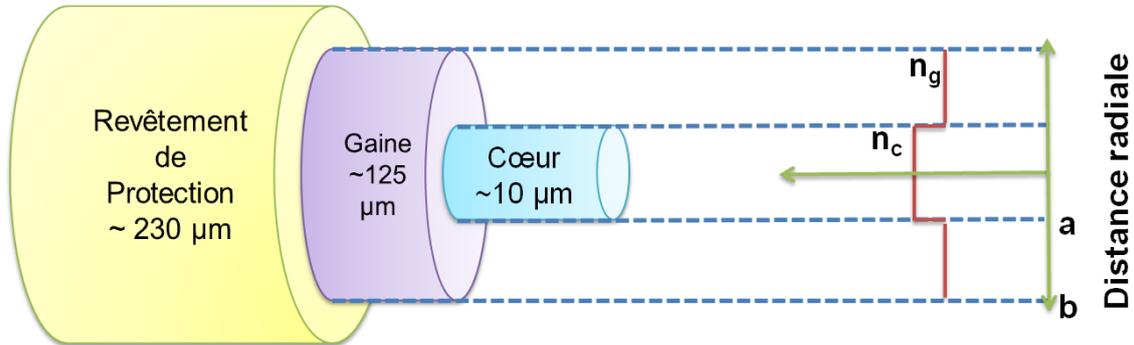


Figure I-9. Structure d'une fibre optique

Cette différence d'indice entre le cœur et la gaine est à l'origine du guidage de la lumière dans les fibres optiques à travers le phénomène de réflexion totale interne. Pour que celle-ci ait lieu, une différence d'indice de l'ordre de  $10^{-3}$  suffit.

Une fibre optique, de rayon de cœur  $a$ , peut supporter un certain nombre de modes transverses à une longueur d'onde  $\lambda$  que l'on peut relier à la fréquence normalisée  $V$ :

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a (n_c^2 - n_g^2)^{1/2} \quad (1.46)$$

Les fibres dites "monomodes" respectent la condition  $V < 2.405$ . La principale différence qui distingue les fibres monomodes des fibres multimodes est le diamètre du cœur qui sera autour de 10 µm pour une fibre monomode standard alors qu'il atteindra 50 µm pour une fibre multimode. Pour les fibres destinées aux applications de télécommunication, le diamètre de la gaine est de 125 µm.

## IV.2.2 Les effets linéaires

### IV.2.2.1 L'atténuation

Comme nous l'avons dit précédemment, le guidage de la lumière dans une fibre optique se fait par réflexion totale. Toutefois, celui-ci est inévitablement accompagné de pertes. Ces pertes sont principalement liées à la diffusion et à l'absorption dans la silice.

- L'absorption :

En premier lieu, il existe une absorption causée par les molécules de silice elles-mêmes (absorption intrinsèque). Tout matériau absorbe des longueurs d'ondes spécifiques du spectre électromagnétique. Pour ce qui est de la silice, elle absorbe fortement l'ultraviolet (UV) et l'infrarouge (IR). Toutefois, il existe une zone du spectre où la lumière est faiblement absorbée : entre 0.5 µm et 2 µm.

En second lieu, la lumière est absorbée, de manière sélective, par des impuretés contenues dans la fibre (absorption extrinsèque). Dans le cas des fibres optiques, la principale impureté est introduite par

le processus même de fabrication avec la présence de vapeur d'eau résiduelle ou plus précisément des ions OH<sup>-</sup> dans la silice ce qui induit un fort pic d'absorption centré autour de 1383 nm ainsi qu'un pic beaucoup plus faible autour de 1.23 μm. Enfin, n'oublions pas l'absorption des dopants ajoutés à la silice.

- La diffusion Rayleigh :

La diffusion Rayleigh est un phénomène par lequel la lumière est diffusée dans toutes les directions à cause de microscopiques fluctuations dans la structure de la silice. Notons, au passage, que cette diffusion Rayleigh est très bien connue car elle est, notamment, responsable de la couleur bleue du ciel. Une partie de la lumière est diffusée vers l'avant et continue à être transmise mais une autre partie est perdue dans la gaine car l'angle d'incidence ne permet plus la réflexion totale et enfin, une partie est diffusée vers l'arrière. La diffusion Rayleigh dépend de la longueur d'onde et diminue rapidement (terme en  $\lambda^{-4}$ ) lorsque la longueur d'onde augmente. Les pertes sont donc dominées par cet effet.

De façon générale, si une puissance  $P_0$  est injectée en entrée d'une fibre de longueur  $L$ , la puissance transmise  $P_T$  est donnée par l'expression suivante :

$$P_T = P_0 \exp(-\alpha L) \quad (1.47)$$

où  $\alpha$  est la constante d'atténuation en  $\text{m}^{-1}$ . Il est utile d'exprimer  $\alpha$  en dB/km en utilisant la relation suivante :

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \log\left(\frac{P_T}{P_0}\right) = 4.343\alpha \quad (1.48)$$

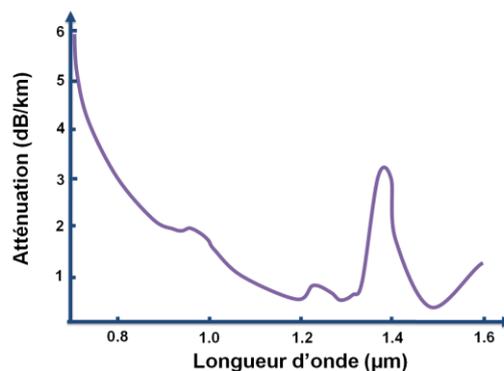


Figure I-10. Pertes dans une fibre optique

Finalement, sur la Figure I-10, il est clair que le minimum de pertes est de 0.2 dB/km et a lieu à 1.55 μm, c'est pour cela que cette longueur d'onde a été privilégiée pour les transmissions télécoms.

#### IV.2.2.2 La dispersion

Lorsqu'une onde électromagnétique interagit avec les électrons liés d'un diélectrique, la réponse du milieu dépend généralement de la fréquence  $\omega$  de l'onde. En termes plus simples, l'indice de réfraction du milieu dépend de la fréquence  $n = n(\omega)$  ainsi toutes les longueurs d'ondes ne se propagent pas à la même vitesse. On parle de dispersion chromatique. Ce phénomène est observable à grande échelle dans la vie courante lors de la formation d'un arc-en-ciel lorsque la lumière traverse les gouttes d'eau.

Loin des fréquences de résonance du matériau, l'indice de réfraction est bien approximé par l'expression de Sellmeier :

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2} \quad (1.49)$$

où  $\omega_j$  et  $B_j$  sont respectivement la fréquence et la "force" de la  $j^{\text{ème}}$  résonance. Pour les fibres optiques en silice, la courbe de dispersion peut être obtenue à partir des trois résonances suivantes :

m=3	$B_j$	$\lambda_j$ (en $\mu\text{m}$ )
j=1	0.6961663	0.0684043
j=2	0.4079426	0.1162414
j=3	0.8974794	9.896161

**Tableau 1. Indices de Sellmeier pour la silice**

Dans une fibre optique, la dispersion ne dépend pas seulement des propriétés dispersives de la silice car le guide et sa géométrie induisent une dispersion supplémentaire. En effet, en terme de rayons, la lumière est réfléchi à l'interface cœur-gaine mais toutes les longueurs d'ondes ne sont pas réfléchies au même point. Ceci implique qu'une longueur d'onde sera réfléchi plus près du cœur alors qu'une autre entrera plus profondément dans la gaine. Ainsi les chemins parcourus sont légèrement différents et induisent donc un délai.

Bien que, dans une fibre standard, la dispersion du guide soit généralement plus faible que la dispersion chromatique, il existe certaines fibres où elle joue un rôle crucial. Par exemple, elle permet de décaler la longueur d'onde de dispersion nulle  $\lambda_{\text{ZDW}}$  (qui vaut 1300 nm dans une fibre monomode classique (SMF = *Single Mode Fiber*)) vers les longueurs d'ondes proches de 1550nm pour une DSF (*Dispersion Shifted Fiber*). Notons que la dispersion du guide aura un rôle prédominant dans les fibres à cristaux photoniques.

Les effets de la dispersion sont pris en compte théoriquement en effectuant un développement en série de Taylor de la constante de propagation  $\beta(\omega) = n(\omega) \omega / c$  autour de la fréquence centrale  $\omega_0$  de l'onde considérée :

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\beta_3}{6}(\omega - \omega_0)^3 + \dots + \frac{\beta_m}{m!}(\omega - \omega_0)^m \quad (1.50)$$

où  $\beta_0 = \beta(\omega_0)$  et  $\beta_m = \left( \frac{\partial^m \beta}{\partial \omega^m} \right)_{\omega=\omega_0}$  où  $m$  est un entier naturel. Précisons que les termes  $\beta_m$  sont traditionnellement exprimés en  $ps^m / km$ .

Le terme  $\beta_1$  est égal à l'inverse de la vitesse de groupe :

$$\beta_1 = \frac{1}{v_g} = \frac{n_g}{c} = \frac{1}{c} \left( n + \omega \frac{\partial n}{\partial \omega} \right), \quad (1.51)$$

alors que  $\beta_2$  traduit le fait que deux fréquences voisines voient une vitesse de groupe différente et représente donc ce que l'on appelle la dispersion de vitesse de groupe (GVD, *Group Velocity Dispersion*):

$$\beta_2 = \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} = \frac{1}{c} \left( 2 \frac{\partial n}{\partial \omega} + \omega \frac{\partial^2 n}{\partial \omega^2} \right) \quad (1.52)$$

Souvent, la dispersion est plutôt exprimée par le paramètre D qui est relié à  $\beta_2$  par la formule :

$$D = \frac{\partial \beta_1}{\partial \lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad (1.53)$$

Nous pouvons ainsi distinguer deux régimes de dispersion: lorsque  $D$  est positif ( $\beta_2 < 0$ ), alors les hautes fréquences (décalées vers le bleu) se déplacent plus rapidement que les basses fréquences (décalées vers le rouge), on parlera de dispersion anormale. A l'inverse lorsque  $D$  est négatif ( $\beta_2 > 0$ ), ce sont alors les hautes fréquences (décalées vers le bleu) qui se déplacent plus lentement que les basses fréquences (décalées vers le rouge), on parlera de dispersion normale.

### IV.2.3 Les effets non-linéaires

#### IV.2.3.1 La non-linéarité Kerr

Jusqu'à maintenant, nous avons introduit les termes d'atténuation et de dispersion que l'on peut classer parmi les termes linéaires car linéairement proportionnels au champ. Sous certaines conditions (champ intense), la réponse du milieu varie en fonction de l'intensité (le carré du champ). On parlera de milieu non-linéaire.

En effet, lorsqu'une onde polarisée rectilignement traverse un milieu diélectrique à l'instar d'une fibre, une polarisation résultant de l'interaction onde-matière apparaît. Cette polarisation  $P$  peut s'écrire selon un développement en série de puissance du champ  $E$ :

$$P = P_L + P_{NL} = \varepsilon_0 \chi^{(1)} E + \frac{3}{4} \varepsilon_0 \chi^{(3)} |E|^2 E + \dots \quad (1.54)$$

où  $\chi^{(1)}$  et  $\chi^{(3)}$  sont les tenseurs de susceptibilités d'ordre 1 et 3 de la silice. Il n'y pas de terme de susceptibilité d'ordre 2,  $\chi^{(2)}$ , car la silice amorphe est un matériau centrosymétrique.

L'effet Kerr optique se manifeste par une dépendance en intensité de l'indice de réfraction. En effet, nous savons que la polarisation du matériau et son indice de réfraction sont liés par la relation de Maxwell  $D = n^2 \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 E + P$ , ainsi

$$n^2 = 1 + \chi^{(1)} + \varepsilon_{NL} \quad \text{avec} \quad \varepsilon_{NL} = \frac{3}{4} \chi^{(3)} |E|^2 \quad (1.55)$$

Nous pouvons ainsi définir un indice linéaire  $n_L$  et un indice non-linéaire  $\Delta n_{NL}$  tels que:

$$n^2 = (n_L + \Delta n_{NL})^2 \approx n_L^2 + 2n_L \Delta n_{NL} \quad (1.56)$$

d'où finalement:

$$n(\omega, |E|^2) = n_L(\omega) + n_2 |E|^2 \quad (1.57)$$

avec  $n_2$  l'indice de réfraction non-linéaire tel que  $n_2 = \frac{3}{8n_L} \chi^{(3)}$ .

La relation (1.57) montre clairement que l'indice de réfraction dépend de la fréquence (comme nous l'avons vu dans le paragraphe IV.2.2.2 sur la dispersion) mais aussi de l'intensité du champ. Dans la silice, l'indice non linéaire est faible et vaut typiquement de  $2.2$  à  $2.7 \times 10^{-20} \text{ m}^2 / \text{W}$  mais ses conséquences peuvent être importantes du fait du fort confinement du champ électromagnétique dans les fibres et des grandes distances d'interaction. Précisons que l'indice non linéaire Kerr est compris entre  $1.2$  et  $5.1 \times 10^{-18} \text{ m}^2 / \text{W}$  dans les verres de tellurite et vaut environ  $2.4 \times 10^{-17} \text{ m}^2 / \text{W}$  dans les verres chalcogénures ( $\text{As}_{40}\text{Se}_{60}$ ).

Dans la suite, nous utiliserons le paramètre  $\gamma$ , appelé coefficient non-linéaire. Il est défini par:

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{n_2}{A_{eff}} = \frac{\omega}{c} \frac{n_2}{A_{eff}} \quad (1.58)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide et  $A_{eff}$  est l'aire effective du cœur de la fibre. Ainsi le coefficient non-linéaire vaudra  $1.3 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$  à 1550 nm dans une fibre monomode standard ayant une aire effective de  $72 \mu\text{m}^2$ .

Ajoutons que, dans le cas où deux ondes intenses de longueurs d'ondes différentes se propagent dans une fibre optique, un effet appelé modulation de phase croisée (XPM, *cross-phase modulation* en anglais) se produit. En effet, si l'intensité d'un champ peut changer sa propre phase, elle peut aussi influencer sur la phase d'un autre champ. Ainsi, la première onde va induire un déphasage non-linéaire sur la seconde onde (et vice-versa). Comme le montrent les équations (1.59), la modulation de phase croisée peut ne pas être négligeable voire même plus importante que l'automodulation de phase (SPM, *self-phase modulation* en anglais) étant donnée la présence du facteur 2:

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{SPM} &= \gamma P_1 L \\ \Delta\phi_{XPM} &= 2\gamma P_2 L \end{aligned} \quad (1.59)$$

où  $P_1$  est la puissance d'une première onde,  $P_2$  la puissance de la seconde onde et  $L$  la longueur de fibre.

#### IV.2.3.2 L'effet Raman

Lorsqu'une onde optique se propage dans une fibre optique, les photons incidents peuvent être diffusés en produisant un autre photon décalé en fréquence. Cette diffusion est bien différente de celle présentée au paragraphe IV.2.2.1 (diffusion Rayleigh) où l'onde est diffusée à la même fréquence que l'onde incidente (diffusion élastique). Le décalage fréquentiel peut être relativement faible ( $\sim 11.3 \text{ GHz}$ ) ce qui sera associé à la diffusion Brillouin ou être relativement élevé ( $\sim 13.2 \text{ THz}$ ) ce qui sera plus caractéristique de la diffusion Raman.

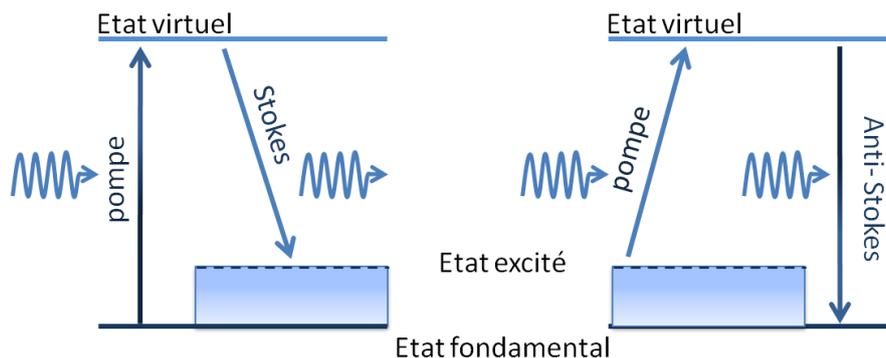


Figure I-11. Diagramme de transitions énergétiques correspondant à la diffusion Raman.

L'effet Raman se produit lorsque les molécules d'un matériau, initialement dans son état fondamental, absorbent une fraction  $\hbar\Omega_r$  de l'énergie  $\hbar\omega$  des photons incidents pour évoluer vers un état excité correspondant à une résonance de vibrations intramoléculaires. Ceci implique l'émission de photons co-propagatifs à une fréquence plus basse  $\omega_s = \omega - \Omega_r$  constituant l'onde dite Stokes (voir Figure I-11). Le décalage Raman  $\Omega_r$  dépend du matériau et est de l'ordre de 13.2 THz dans la silice. Notons par ailleurs que lorsque le nombre de molécules dans l'état excité est suffisamment élevé, une

interaction avec les photons incidents peut provoquer leur retour vers leur état fondamental en émettant des photons dits anti-Stokes à la fréquence  $\omega_{AS} = \omega + \Omega_r$ .

Le transfert d'énergie vers l'onde Stokes peut être décrit par le spectre du gain Raman  $g_R(\Omega)$  avec  $\Omega$  la différence de fréquence entre les ondes pompe et Stokes. Ce gain Raman est relié à la partie imaginaire de la transformée de Fourier de la fonction de réponse Raman  $h_R(t)$  [65]. Cette fonction de réponse non-instantanée peut être approximée par l'équation suivante :

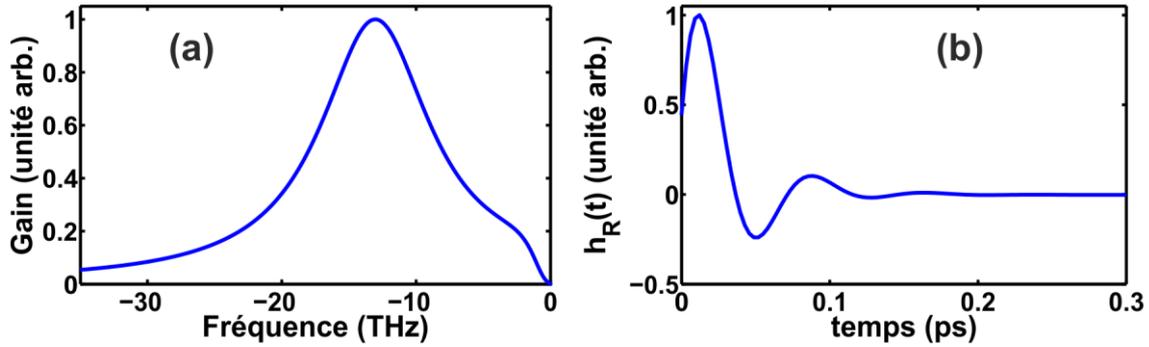
$$h_R(t) = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2} \exp\left[\frac{-t}{\tau_2}\right] \sin\left[\frac{t}{\tau_1}\right], \quad (1.60)$$

mais elle a été récemment améliorée par Lin et Agrawal [66] pour reproduire un des pics de gain (le pic de bosons) et s'exprime plutôt de cette manière :

$$h_R(t) = (f_a + f_c) \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2} \exp\left[\frac{-t}{\tau_2}\right] \sin\left[\frac{t}{\tau_1}\right] + f_b \frac{2\tau_b - t}{\tau_b^2} \exp\left[\frac{-t}{\tau_b}\right], \quad (1.61)$$

avec les constantes suivantes :

$$\tau_1 = 12.2 \text{ fs}, \quad \tau_2 = 32 \text{ fs}, \quad \tau_b = 96 \text{ fs}, \quad f_a = 0.75, \quad f_b = 0.21, \quad f_a + f_b + f_c = 1. \quad (1.62)$$



**Figure I-12.** (a) gain Raman correspondant à la partie imaginaire de la transformée de Fourier de la fonction de réponse temporelle non-instantanée (représentée en (b)) en fonction de l'écart de fréquence entre la pompe et l'onde Stokes.

A partir de ces équations, nous vérifions que le gain maximal est centré autour de 13.2 THz comme cela est visible sur la Figure I-12a.

Notons que l'effet Raman peut avoir lieu au sein d'une seule et unique impulsion lorsque son spectre est assez large, on parlera d'effet Raman *intrapulse*. Cet effet a été observé pour la première fois en 1986 par Mitschke et Mollenauer [67-68]. Nous verrons au chapitre suivant que cet effet sera primordial pour la génération de supercontinuum.

### IV.3. L'équation de Schrödinger non-linéaire généralisée

Tous les effets présentés précédemment peuvent être modélisés par l'équation de Schrödinger non-linéaire généralisée :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A - \sum_{k=2}^{\infty} \frac{i^{k+1}}{k!} \beta_k \frac{\partial^k A}{\partial T^k} = i\gamma \left(1 + i\tau_{\text{shock}} \frac{\partial}{\partial T}\right) A(z, T) \int_{-\infty}^{+\infty} R(T') \times |A(z, T - T')|^2 dT'. \quad (1.63)$$

où  $T$  est le temps retardé tel que  $T = t - \beta_1 z$ ,  $R(T) = (1 - f_R) \delta(T) + f_R h_R(T)$  est la réponse Raman avec  $f_R = 0.18$ . Cette équation peut être dérivée à partir des équations de Maxwell en considérant un certain nombre d'approximations [69] que nous ne détaillons pas ici.

Dans l'équation (1.63), nous voyons un terme dit de choc optique représenté par le paramètre  $\tau_{shock}$  défini par:

$$\tau_{shock} = \frac{1}{\omega_0} - \left\{ \frac{\partial}{\partial \omega} [\ln A_{eff}(\omega)] \right\}_{\omega=\omega_0} \quad (1.64)$$

Ce terme permet de tenir compte du changement d'aire effective et donc de non-linéarité en fonction de la fréquence. Si ce changement est négligé, il est possible de ne conserver que le terme  $\tau_0$ . Plus généralement ce terme avec la dérivée est responsable du phénomène d'auto-raïdissement qui va provoquer une asymétrie de l'élargissement spectral induit par l'auto-modulation de phase. Il va aussi induire une asymétrie dans le domaine temporel avec la présence d'un choc optique ou plus précisément d'une raideur sur le front descendant de l'impulsion.

#### **IV.4. Les Liens entre l'optique et l'hydrodynamique**

##### **IV.4.1 Equation de Schrödinger non-linéaire standard**

L'équation généralisée (1.63) rend compte de l'existence de nombreux phénomènes où il paraît difficile de trouver des analogues en hydrodynamique. Toutefois, sous certaines conditions, il est possible de simplifier encore cette équation pour ne tenir compte que de la dispersion chromatique du second ordre et de la non-linéarité Kerr. Dans ce cas, l'équation (1.63) devient, en négligeant les pertes:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (1.65)$$

L'équation de Schrödinger non-linéaire, telle qu'écrite ci-dessus, est aussi utilisée en hydrodynamique puisqu'elle est conforme à l'équation normalisée (1.36). Elle représente donc un lien de poids puisque son existence dans les deux domaines signifie qu'une structure qui naîtrait en hydrodynamique peut naître en optique et inversement. Toutefois, lorsque l'on compare l'équation normalisée (1.36) à cette équation (1.65), nous remarquons que les variables de temps et d'espace ont été "échangées". Par exemple, la dérivée première n'est plus par rapport à la variable de temps mais par rapport à la variable d'espace. Cependant, cela ne change pas les concepts physiques (nous reviendrons sur ce point au chapitre 5).

Dans une fibre optique, la propagation peut être principalement affectée par des effets dispersifs ou non-linéaires. Une manière simple d'évaluer les effets dominants est de calculer les quantités suivantes :

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}, \quad (1.66)$$

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P},$$

où nous considérons la propagation d'une impulsion en limite de Fourier de largeur temporelle à  $1/T_0$  et de puissance crête  $P_0$  dans une fibre de dispersion  $\beta_2$  et de non-linéarité Kerr  $\gamma$ . Par conséquent,

lorsque  $L_D \ll L_{NL}$ , la propagation est principalement affectée par la dispersion et lorsque  $L_D \gg L_{NL}$ , la non-linéarité est dominante.

#### IV.4.2 Soliton optique

Un des exemples de structures existant dans les deux domaines et solution de l'ESNL est le soliton. En effet, s'il a été découvert par Russel en 1834, il existe aussi dans les fibres optiques comme cela a été prédit par Hasegawa et Tappert en 1973 [11]. Ces deux auteurs n'ont toutefois pas pu réaliser l'expérience ne disposant que de fibres à fortes pertes. Il faudra attendre l'optimisation des fibres optiques pour qu'en 1980, Mollenauer et ses collaborateurs démontrent expérimentalement l'existence d'un soliton optique [70]. Plus récemment, le soliton a été démontré dans des fibres à cristaux photoniques [71].

Le soliton existe lorsque les effets non-linéaires liés à l'effet Kerr sont en équilibre parfait avec les effets dispersifs. Cela implique, en particulier, la condition  $L_D = L_{NL}$  [72]. Ceci n'est possible qu'en régime anormal ( $\beta_2 < 0$ ) lorsque le *chirp* (dérivée de la phase par rapport au temps) induit par l'effet Kerr est, en tout point, contrebalancé par le *chirp* lié à dispersion d'ordre 2. Comme en hydrodynamique, la forme de l'impulsion est ainsi une sécante hyperbolique de durée  $T_S$  (largeur à 1/e de l'impulsion) et de puissance crête  $P_S$  donnée par :

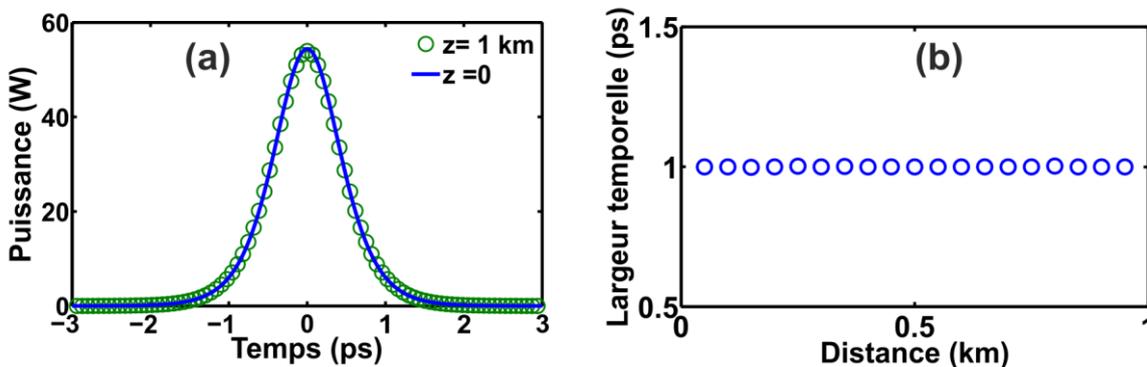
$$P_S = \frac{|\beta_2|}{\gamma T_S^2}. \quad (1.67)$$

Si J.S. Russell a pu suivre la vague solitaire sur plusieurs kilomètres, il est possible, en l'absence de pertes et d'effets d'ordres supérieurs, de propager le soliton optique sur des milliers de kilomètres sans changement de forme (voir Figure I-13) comme le démontre l'expression de l'évolution du champ :

$$A_s(z, T) = \sqrt{P_S} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_S}\right) \exp\left(i \frac{P_S z}{2\gamma}\right). \quad (1.68)$$

Notons que dans le cas d'une sécante hyperbolique, la largeur à mi-hauteur  $T_{FWHM}$  est liée à la largeur à 1/e de l'impulsion par l'expression suivante :

$$T_{FWHM} = 2 \ln(1 + \sqrt{2}) T_0 \approx 1.763 T_0. \quad (1.69)$$



**Figure I-13.** (a) Exemple de soliton de puissance crête 50 W et de largeur à mi-hauteur 1 ps dans une SMF ( $\beta_2 = -21 \text{ ps}^2/\text{km}$  et  $\gamma = 1.3 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$ ) de 1 km. La ligne bleue correspond à la sécante hyperbolique initiale et les cercles verts au profil temporel après 1 km de propagation. (b) Evolution de la largeur à mi-hauteur en fonction de la distance.

Précisons qu'il existe des solitons d'ordres supérieurs ayant un comportement périodique sur lesquels nous reviendrons au chapitre 2 (paragraphe II.2.1.1 page 37). D'autre part, notons qu'il existe des solitons en régime normal ( $\beta_2 > 0$ ) [73] que l'on appelle solitons 'noirs' (ou 'gris' ou 'trous') [74-75].

#### IV.4.3 Instabilité modulationnelle

Lorsqu'une onde continue ou quasi-continue se propage en régime anormal, elle peut devenir instable vis-à-vis du bruit optique. La conséquence directe est la naissance dans le spectre, de deux bandes latérales (voir Figure I-14a) qui croissent exponentiellement le long de la fibre sous les effets conjugués de la non-linéarité Kerr et de la dispersion. Le gain, dû à ce phénomène que l'on appelle instabilité modulationnelle, peut être évalué par une analyse de stabilité [69, 76]. Il est ainsi possible de montrer que le gain d'instabilité  $g(\Omega)$  en fonction du décalage fréquentiel  $\Omega$  s'écrit:

$$g(\Omega) = 4\pi^2 |\beta_2 \Omega| \sqrt{(\Omega_c^2 - \Omega^2)} \quad \text{où} \quad \Omega_c = \sqrt{\frac{4\gamma P}{|\beta_2|}}, \quad (1.70)$$

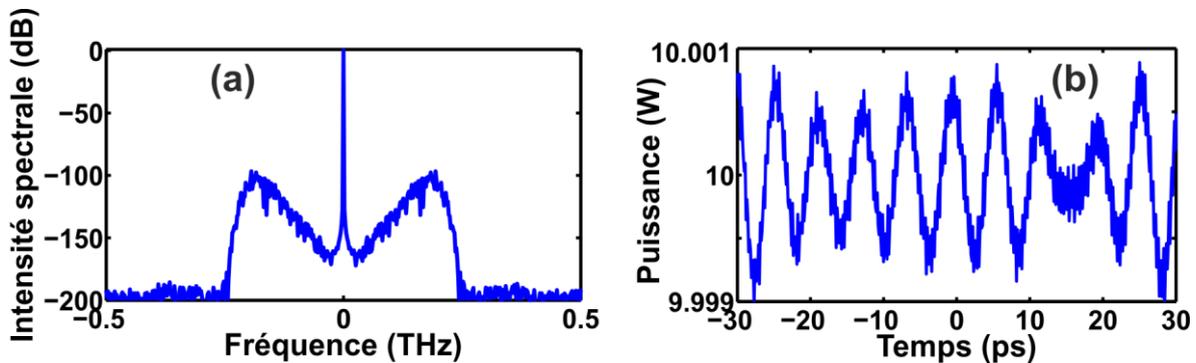
avec  $P$  la puissance de l'onde continue injectée dans la fibre optique.

Le gain maximum  $g_{\max}$  s'exprime simplement sous la forme :

$$g_{\max} = 2\gamma P, \quad (1.71)$$

et il se produit pour la fréquence optimale  $\Omega_{OPT}$  :

$$\Omega_{OPT} = \pm \frac{\Omega_c}{\sqrt{2}} = \pm \left( \frac{2\gamma P}{|\beta_2|} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.72)$$



**Figure I-14.** (a) Spectre d'instabilité modulationnelle après propagation d'une onde continue de puissance moyenne de 10 W dans une SMF de 1 km (voir paramètre Figure I-13) (b) Profil d'intensité correspondant. L'expression (1.72) donne un gain optimal à 0.17 THz ce qui est vérifiable sur la figure (a). Ceci explique que nous voyons environ 10 périodes sur 60 ps compte tenu que  $1/0.17 \sim 5.9$  ps.

Si cette instabilité modulationnelle d'une onde quasi-continue fut observée pour la première fois dans les fibres optiques en 1986 par Tai *et al.*[77], elle était déjà bien connue en hydrodynamique. En effet, l'instabilité modulationnelle n'est autre que l'instabilité de Benjamin-Feir [12, 51] dont nous avons précédemment parlé (paragraphe III.2.3.2).

#### IV.5. Conclusion

Au delà d'introduire les notions essentielles à la compréhension du reste du manuscrit, ce premier chapitre nous a permis de comprendre les liens existant entre l'optique et l'hydrodynamique. Ces liens sont tout d'abord historiques avec le cheminement qui a mené à la découverte de l'équation de

Schrödinger non-linéaire en hydrodynamique avant de devenir aujourd'hui, notre équation de travail quotidienne en optique. Les recherches en optique ont permis de redécouvrir des phénomènes existants en hydrodynamique à l'image du soliton ou de l'instabilité modulationnelle de Benjamin-Feir.

Récemment, c'est un phénomène comparable aux vagues scélérates océaniques qui a été observé dans des fibres optiques. Même si la comparaison reste limitée comme nous le verrons dans la suite de ce manuscrit, la question se pose de savoir si la fibre optique ne pourrait pas être utilisée comme un système de laboratoire sans danger pour étudier et collecter des données sur les structures à statistiques extrêmes dans des temps beaucoup plus brefs (étant donné les largeurs typiques de quelques picosecondes des impulsions utilisées et du fort taux de répétition des sources lasers).

Plus généralement, nous avons présenté les effets qui affectent la propagation d'une impulsion lumineuse et avons ainsi pu témoigner de la richesse de phénomènes se produisant lors de la propagation d'ondes dans une fibre optique.



## Chapitre 2

# Statistiques extrêmes dans les supercontinuum

*Ce qui fait réellement avancer la science, ce sont les nouvelles idées... y compris les idées fausses. - Karl Raimund Popper-*

### I. Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons présenté les effets principaux qui apparaissent lors de la propagation d'une onde dans une fibre optique tels que l'auto-modulation de phase ou l'effet Raman. Ces effets sont à l'origine de la génération de nouvelles fréquences. Cette génération peut parfois mener à un spectre s'étalant sur 100 THz. Ce type d'élargissement spectral est appelé « supercontinuum ». Ce phénomène n'est pas propre aux fibres. En effet, la première observation du phénomène [78] eut lieu au début des années 70 dans un verre de borosilicate en obtenant un spectre s'étalant de 400 nm à 700 nm. Puis d'autres expériences se succédèrent dans les liquides, gaz et autres solides. Le Tableau 2, extrait du livre d'Alfano [79] récapitule l'historique des expériences. Il ne fallut pas attendre longtemps avant que Lin et Stolen [80] rapportent la première génération d'un continuum dans une fibre optique. En effet, dès 1976, ils parvinrent à générer des spectres s'étalant sur plus de 200 nm en pompant une fibre avec un laser nanoseconde.

Auteurs	Année	Matériaux	Processus	Réf.
<b>Alfano, Shapiro</b>	1968-1973	Liquides et solides	SPM	[78, 81]
<b>Lin et Stolen</b>	1974 - 1976	Fibres	SPM	[80]
<b>Fork et al.</b>	1983	Glycérol	SPM	[82]
<b>Corkum et al.</b>	1985	Semi-conducteurs	SPM	[83]
<b>Corkum et al.</b>	1986	Gaz	SPM	[84-85]
<b>Alfano et al.</b>	1986	Verres	XPM	[86]
<b>Ho et al.</b>	1986	ZnSe	SHG et XPM	[87]
<b>Baldeck et al.</b>	1987	Fibres	SRS et XPM	[88]

**Tableau 2. Historique du supercontinuum.** SPM, XPM, SRS et SHG correspondent respectivement à l'automodulation de phase, la modulation de phase croisée, la diffusion Raman stimulée et la génération de second harmonique.

### II. Rappels sur la génération de supercontinuum

Toutefois, l'étude des supercontinua a explosée avec l'introduction de fibres de nouvelle génération par J. Knight et ses collègues de l'Université de Bath sous la direction de P. Russell [89]. Ces fibres sont appelées fibres microstructurées ou fibres à cristaux photoniques (PCF) et représentent une

véritable révolution pour ce champ de l'optique non-linéaire, qui fut définitivement confirmée avec un papier de Ranka *et al.* [90-91] présenté lors d'une conférence en 1999. Dans ce papier, grâce à ces fibres spécifiques, les auteurs sont, en effet, parvenus à obtenir un continuum s'étalant sur une octave soit sur près de 1000 nm.

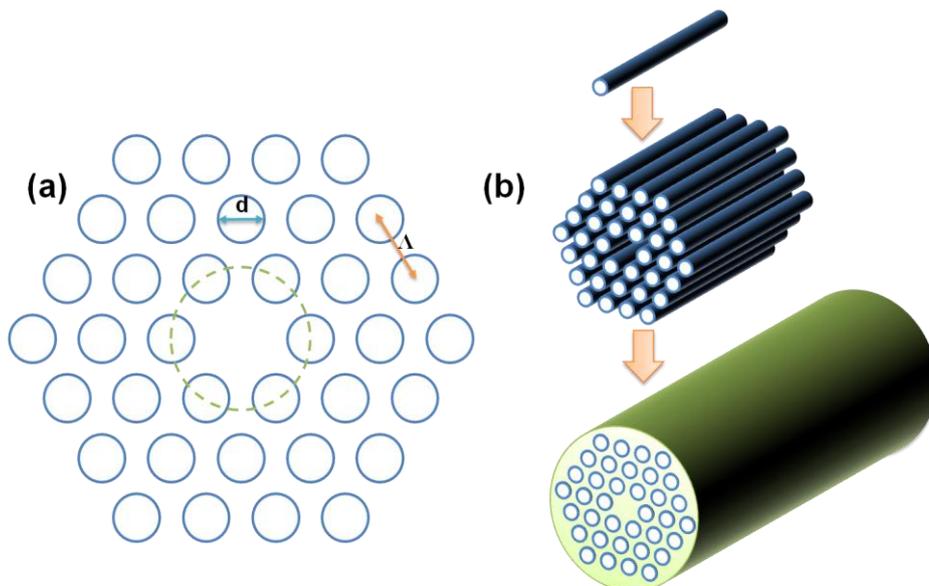
## II.1. Les Fibres à Cristaux Photoniques (PCF)

### II.1.1 Histoire

Les fibres à cristaux photoniques sont inspirées, comme leur nom l'indique, par les cristaux photoniques. Ces derniers sont des structures périodiques, dont le pas est de l'ordre des longueurs d'ondes optiques. A l'origine, ces cristaux étaient utilisées pour leur capacité à empêcher un champ optique donné de se propager. En effet, leur structure provoque une variation périodique de l'indice de réfraction ce qui a pour conséquence d'interdire certaines valeurs de constantes de propagation dans le cristal [92-93]. D'ailleurs, précisons que de telles structures photoniques sont présentes dans la nature et, en particulier, sur les ailes de papillons provoquant ainsi les formes colorées que nous leur connaissons. Pour revenir à l'optique, c'est en 1991 [94] que l'idée de construire une fibre à cœur creux ayant un réseau de trous microscopiques dans la gaine émergea dans l'esprit de Philip Russell. Mais il faudra attendre 1996 [89] pour que son équipe mette au point la première PCF. Toutefois, celle-ci était à cœur solide (plein) pour des raisons de simplicité lors de la fabrication. Mais seulement trois ans plus tard, les premières fibres microstructurées à cœur creux furent fabriquées [95].

### II.1.2 Structure et fabrication

Comme les fibres traditionnelles, les PCF sont généralement faites en silice. Nous présentons en Figure II-1a un schéma typique de leur structure. Les deux paramètres critiques sont le diamètre  $d$  des trous d'air jonchant la gaine et la période de la structure (distance entre deux trous) appelée *pitch* et notée  $\Lambda$ .



**Figure II-1.** (a) Exemple de section d'une PCF à structure hexagonale (b) schéma de fabrication d'une fibre microstructurée à cœur plein.

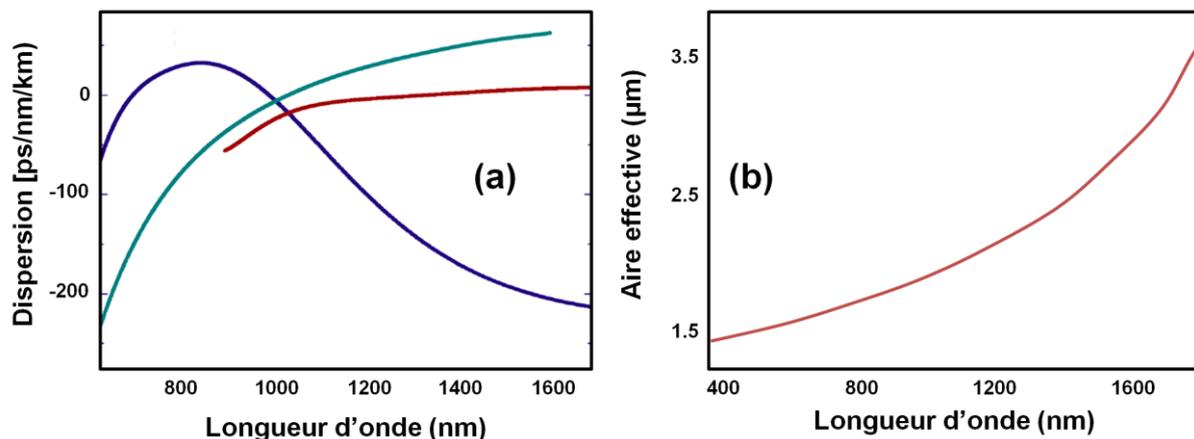
Pour leur fabrication, il est nécessaire de créer la structure finale à l'échelle macroscopique. C'est ce qu'on appelle la préforme. L'une des méthodes possibles pour créer la préforme est de percer des dizaines voire des centaines de trous dans un verre de manière à créer un arrangement périodique. Bien que cette première méthode soit parfois pratiquée, la méthode la plus répandue et celle dite « *Stack-and-Draw* » [94, 96]. Cette méthode consiste à empiler manuellement des tubes / capillaires de silice de manière à obtenir la structure désirée. Cet empilement est ensuite introduit dans un cylindre de verre puis chauffé de manière à obtenir une préforme microstructurée (Figure II-1b). Puis celle-ci est étirée de la même manière que les fibres standards.

### II.1.3 Guidage

De façon générale, il existe deux types de guidages selon les fibres microstructurées [96]. Dans le cas des fibres à cœur creux au centre de la structure, le guidage se fait par un "effet de bande interdite" qui empêche la transmission des fréquences qui interfèrent de manière destructive suite à de multiples réflexions aux interfaces air-silice. Bien que ce type de fibres soit très attractif du fait des nombreuses applications possibles [94, 97-99], dans la suite de ce chapitre, nous ne nous intéressons qu'au second type de fibres : celles à cœur plein. Celles-ci présentent un indice effectif de la région centrale supérieur à l'indice effectif de la région extérieure (constituée de la matrice de trous d'air). Par conséquent, le guidage se réalise par un processus de réflexion interne totale modifiée [100] et une analogie peut être faite avec les fibres à saut d'indice de manière à considérer que le cœur a un indice légèrement plus fort que la gaine de manière à avoir une réflexion totale [101].

### II.1.4 Propriétés optiques

Ces fibres optiques microstructurées ont permis d'obtenir une large gamme de propriétés dispersives qu'il n'était pas possible d'obtenir avec les fibres conventionnelles. En effet, la dispersion de la fibre dépend fortement du rapport  $d / \Lambda$  (voir Figure II-2a). Lorsque ce rapport augmente, la dispersion augmente fortement jusqu'à atteindre un zéro de dispersion inférieur à 800 nm [102-103]. En fait, il est assez facile de fixer la valeur du zéro de dispersion sur la gamme 500 nm à 1500 nm par l'ajustement de la structure de la fibre. Dans le cadre des supercontinuum, l'ajustement de la dispersion a été l'une des clefs de la réussite en permettant des comportements solitoniques avec des lasers Titane-saphir ou encore Ytterbium et des pompes proches du zéro de dispersion.



**Figure II-2.** (a) Courbes de dispersion de fibres ayant la structure hexagonale de la Figure II-1 dans les trois cas suivants : (en bleu)  $d = 0.3 \mu\text{m}$  et  $\Lambda = 0.85 \mu\text{m}$ , (en vert)  $d = 0.7 \mu\text{m}$  et  $\Lambda = 0.85 \mu\text{m}$  et (en rouge)  $d = 0.69 \mu\text{m}$  et  $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$ . (b) Evolution de l'aire effective en fonction de la longueur d'onde pour un cœur d' $1 \mu\text{m}$  et un  $\Lambda = 1.22 \mu\text{m}$ . Ces figures sont reprises de la Réf. [104] (thèse de G. Genty, Supercontinuum generation in microstructured fibers and novel optical measurement techniques, soutenue en 2004).

Bien évidemment, dans le cadre des supercontinuum, l'un des avantages de ces fibres est leur grande non-linéarité. Comme les effets non-linéaires sont inversement proportionnels à l'aire effective du mode se propageant dans la fibre, il suffit de varier la taille du cœur ( $\sim 2A - d$  sur la Figure II-1a) pour ajuster la non-linéarité [71, 105]. Des cœurs allant de  $1\mu\text{m}$  à  $50\mu\text{m}$  ont été démontrés. Toutefois, il est important de noter que le confinement et l'aire effective dépendent de la longueur d'onde de la lumière se propageant (Figure II-2b) ce qu'il faut souvent prendre en compte pour les supercontinuum [106]. Notons que la dispersion et l'aire effective sont liées et il n'est donc pas possible d'ajuster ces paramètres indépendamment.

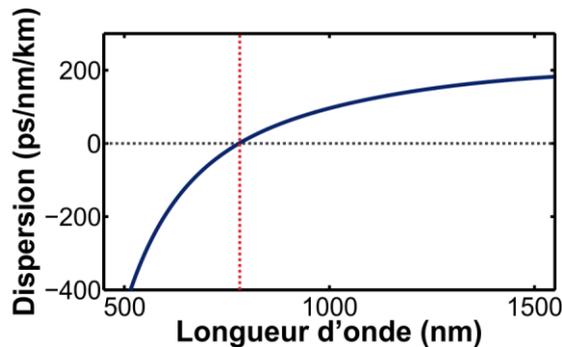
## II.2. Les étapes de la génération d'un supercontinuum

La génération d'un supercontinuum implique les rôles mutuels d'effets linéaires et non-linéaires. Les dynamiques sont assez différentes selon le type d'impulsion initiale. On distinguera deux cas : impulsion femtoseconde et impulsion très large ( $> 50\text{ ps}$ ) voire continue. Dans toutes les simulations qui vont suivre, nous considérerons les paramètres de fibre donnés dans la Réf. [107] à  $835\text{ nm}$  et que nous regroupons dans la tableau suivant :

$\beta_2$	$-11.830\text{ ps}^2/\text{km}$	$\beta_7$	$1.3486 \times 10^{-12}\text{ ps}^7/\text{km}$
$\beta_3$	$8.1038 \times 10^{-2}\text{ ps}^3/\text{km}$	$\beta_8$	$-2.5495 \times 10^{-15}\text{ ps}^8/\text{km}$
$\beta_4$	$-9.5205 \times 10^{-5}\text{ ps}^4/\text{km}$	$\beta_9$	$3.0524 \times 10^{-18}\text{ ps}^9/\text{km}$
$\beta_5$	$2.0737 \times 10^{-7}\text{ ps}^5/\text{km}$	$\beta_{10}$	$-1.7140 \times 10^{-21}\text{ ps}^{10}/\text{km}$
$\beta_6$	$-5.3943 \times 10^{-10}\text{ ps}^6/\text{km}$	$\gamma$	$110\text{ W}^{-1}.\text{km}^{-1}$

**Tableau 3.** Coefficients de dispersion à  $835\text{ nm}$  d'une fibre microstructurée où  $d=1.4\mu\text{m}$  et  $\Lambda=1.6\mu\text{m}$  [107]

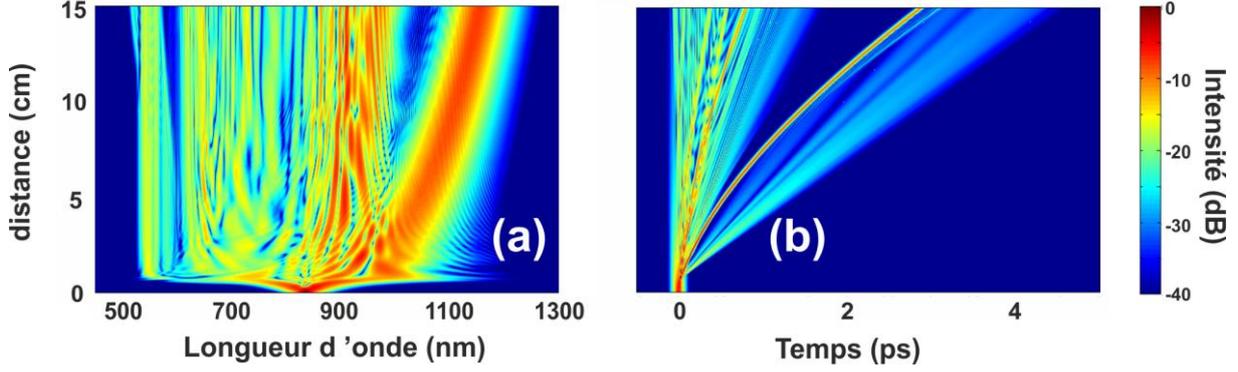
La courbe de dispersion de la fibre considérée ici est représentée en Figure II-3, elle a un seul zéro de dispersion à  $780\text{ nm}$ .



**Figure II-3.** Courbe de dispersion de la fibre considéré (Réf. [107] : J.M. Dudley *et al.*, Supercontinuum generation in photonic crystal fiber, Rev. Mod. Phys., 78 (2006) 1135. ). La ligne discontinue rouge représente le zéro de dispersion.

### II.2.1 Dynamique liée au soliton

Considérons tout d'abord le cas d'une pompe femtoseconde en régime de dispersion anormale. Sur la Figure II-4, nous voyons le spectre et son évolution longitudinale ainsi que l'évolution temporelle obtenue par la résolution numérique de l'Equation de Schrödinger Non-linéaire Généralisée [Eq. (1.63)]. Pour comprendre la dynamique, nous devons expliquer les effets séparément.



**Figure II-4. Génération d'un supercontinuum typique.** Evolution longitudinale (a) spectrale et (b) temporelle pour une impulsion sécante hyperbolique de largeur à mi-hauteur de 50 fs et de puissance crête 10 kW.

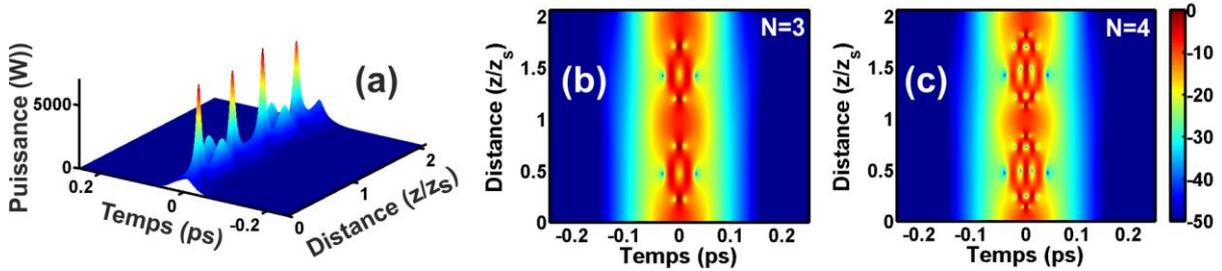
### II.2.1.1 Fission du soliton

L'effet qui va se produire lors des premiers pas de propagation est la fission du soliton à condition que la puissance crête de l'impulsion soit suffisamment forte pour constituer un soliton d'ordre supérieur. Précisons que l'ordre d'un soliton  $N$  est donné par le rapport suivant :

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|}, \quad (2.1)$$

où  $\gamma$  est le paramètre de non-linéarité,  $\beta_2$  est la dispersion d'ordre 2 et où  $P_0$  et  $T_0$  sont respectivement la puissance crête et la largeur à 1/e de l'impulsion. Lorsque  $N$  vaut 1 alors le soliton est dit fondamental.

Pour étayer notre propos, prenons l'exemple d'un soliton d'ordre 3 ( $P_0 = 1.25$  kW et  $T_0 = 0.05 / 1.763$  ps soit  $N = 3$ ).



**Figure II-5. Soliton d'ordre supérieur** (a) vue tridimensionnelle de l'évolution longitudinale d'un soliton d'ordre 3 (b) vue 2D du (a) (c) comparaison avec une vue 2D de l'évolution longitudinale d'un soliton d'ordre 4. La distance est normalisée par la distance  $z_s$  définie à l'équation (2.2). Pour ces simulations, nous ne considérons que le terme de dispersion d'ordre 2 et celui de la non-linéarité Kerr c'est-à-dire l'ESNL définie au chapitre 1 page 28.

En l'absence de terme d'ordre supérieur (si l'on utilise l'équation de Schrödinger non linéaire standard) alors, ce soliton aura une évolution périodique (Figure II-5) dont la période, *indépendante* de l'ordre du soliton, est telle que :

$$z_s = \frac{\pi T_0^2}{2|\beta_2|}. \quad (2.2)$$

En effet, les solitons d'ordres supérieurs ne sont rien d'autres que l'ensemble de solitons fondamentaux [108] ayant la même vitesse de groupe mais des puissances crêtes et des largeurs différentes. L'évolution périodique est due à des interférences entre ces solitons fondamentaux qui ont des vitesses de phases différentes. Mais dès lors qu'une perturbation existera, comme c'est le cas en présence des effets d'ordres supérieurs, ces solitons vont se séparer : on parle donc de fission. La fission se produit au maximum de compression [109-111]. Plus précisément, les solitons éjectés en premier sont ceux qui ont les amplitudes les plus élevées, les durées les plus courtes et sont ceux qui se propagent avec les vitesses de groupe les plus élevées. D'après [107], la distance à laquelle la fission se produit peut être approximée par :

$$L_{Fission} \sim \frac{L_D}{N}. \quad (2.3)$$

Il est même possible d'obtenir théoriquement les expressions explicites de chaque soliton éjecté [112]. L'amplitude du n-ième soliton s'écrira :

$$\begin{aligned} \psi_n(z, T) &= \sqrt{P_n} \operatorname{sech}(T/T_n) \text{ pour } n = 1 \text{ à } N \\ \text{où } P_n &= P_0 \frac{(2N - 2n + 1)^2}{N^2} \text{ et } T_n = \frac{T_0}{2N - 2n + 1}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

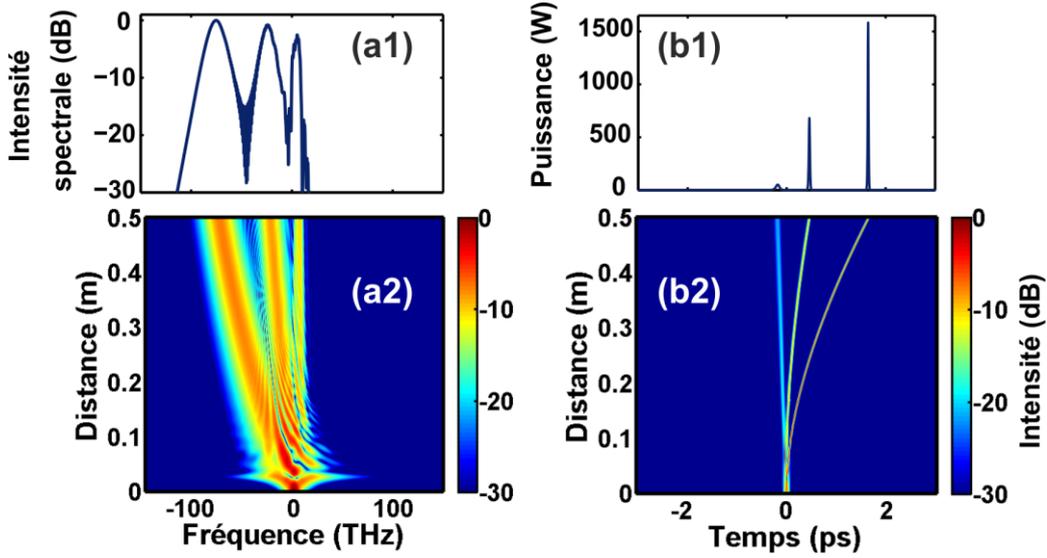
### II.2.1.2 Décalage fréquentiel du soliton

Une fois ces solitons séparés lors de la fission, chaque soliton va subir un décalage continu vers les grandes longueurs d'ondes par effet Raman : on parle d'auto-décalage fréquentiel du soliton (SSFS : Soliton Self-Frequency Shift en anglais) [67]. Cet effet est dû au recouvrement du large spectre du soliton avec sa propre bande de gain Raman : il faut donc que le soliton ait une largeur temporelle assez faible comme c'est le cas en régime femtoseconde. Ce décalage dépend donc de la durée du soliton et de sa puissance crête. Il est aussi possible d'exprimer le décalage [68-69] par la relation suivante :

$$\Delta\omega_R(z) = \frac{-8|\beta_2|T_R}{15T_0^4} z, \quad (2.5)$$

où  $T_R = 3$  fs est la pente de la réponse Raman. Cette équation nous permet de déduire que les solitons éjectés les premiers, étant ceux ayant la durée temporelle la plus courte, subiront un décalage plus fort.

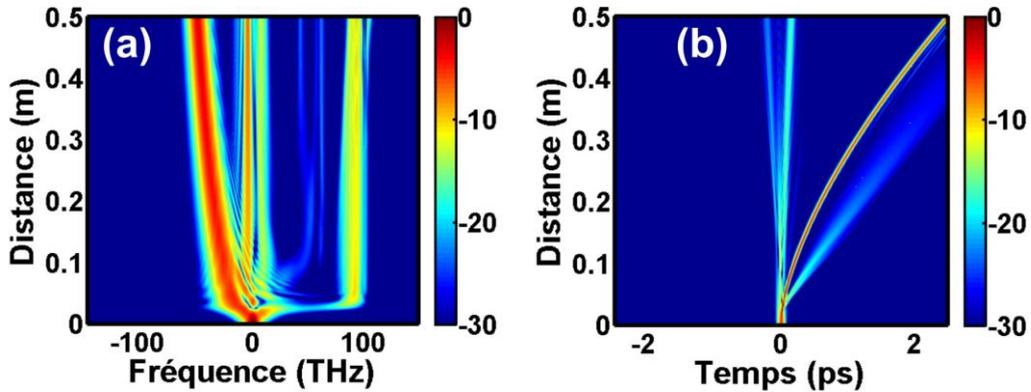
Ajoutons que ce décalage est souvent réduit par l'effet d'auto-raïdissement (*self-steepening*). Cet effet traduit le fait que les basses fréquences (*rouges*) voient une non-linéarité plus faible que les hautes fréquences (*bleues*). Temporellement, cela se traduira par un déplacement plus lent de la crête de l'impulsion par rapport aux ailes ce qui induit un raidissement du front montant de l'impulsion [69, 106].



**Figure II-6. Fission du soliton et décalage en fréquence.** L'évolution longitudinale d'un soliton d'ordre 3 est représentée spectralement (a2) avec le spectre final (a1). De même, l'évolution temporelle est représentée en (b2) et le profil temporel final en (b1). Pour ces simulations, tous les termes non-linéaires sont pris en compte afin de créer une perturbation du soliton d'ordre 3 mais pour la dispersion, nous ne considérons que l'ordre 2.

### II.2.1.3 Onde dispersive

Un autre effet crucial dans les supercontinuum est la génération d'ondes dispersives qui apparaissent principalement lorsque le soliton se propage à proximité du zéro de dispersion de la fibre. Ce phénomène correspond à un transfert d'énergie du soliton vers une fréquence de résonance en dispersion normale [113].



**Figure II-7. Ondes dispersives.** L'évolution longitudinale d'un soliton d'ordre 3 est représenté spectralement (a) et temporellement (b). Par rapport à la Figure II-6, nous ajoutons le terme de dispersion d'ordre 3.

En fait, Akhmediev et Karlsson [114] ont montré qu'en présence d'ordres supérieurs de dispersion, le soliton est instable et pour se stabiliser, une radiation est émise. Le spectre de la radiation est en régime normal mais pourtant, il existe un recouvrement avec le spectre du soliton. L'amplitude de l'onde radiative dépend du recouvrement. Quant à sa fréquence, elle peut être déterminée par la condition d'accord de phase suivante [107] :

$$\beta(\omega_s) - \frac{\omega_s}{v_{g,s}} + (1 - f_R)\gamma P_s = \beta(\omega_{DW}) - \frac{\omega_{DW}}{v_{g,s}}, \quad (2.6)$$

où  $P_S$  est la puissance crête du soliton dont la vitesse de groupe est  $v_{g,S}$  à la fréquence  $\omega_S$ .  $\omega_{DW}$  est la fréquence de l'onde dispersive (radiative) et  $f_R = 0.18$ .

## **II.2.2 Instabilité modulationnelle et mélange à quatre ondes**

Nous avons vu les effets principaux qui se manifestent dans une fibre lors d'un pompage en régime femtoseconde. En régime nanoseconde ou continu, les dynamiques sont un peu différentes. Il est toujours possible de générer un supercontinuum comme le démontrent de nombreux articles [115-118]. Toutefois, les puissances crêtes sont bien inférieures et l'effet de l'automodulation de phase est négligeable. Ainsi, il faudra des fibres microstructurées bien plus longues. En fait, dans cette configuration, c'est l'instabilité modulationnelle qui jouera un rôle majeur. En effet, l'instabilité modulationnelle va briser le signal quasi-continu qui va alors évoluer en un train d'impulsions solitoniques femtosecondes. Dès lors, l'effet Raman impliquera un décalage vers les grandes longueurs d'ondes et des fissions de soliton (si l'ordre est supérieur ou égal à 2). Nous verrons dans la suite de ce chapitre (paragraphe II.2.2 page 40) comment le mélange à quatre ondes (sous la forme d'une instabilité modulationnelle d'ordre 4) peut aussi permettre la génération d'un supercontinuum. Il est important de noter que les solitons générés sont très différents d'un tir à l'autre du fait qu'ils sont causés par l'instabilité modulationnelle spontanée c'est-à-dire à partir du bruit.

Précisons que les dynamiques décrites peuvent sensiblement varier selon la longueur d'onde initiale, la largeur de l'impulsion et bien évidemment en fonction de la courbe de dispersion. Le lecteur voulant trouver une explication exhaustive de ces supercontinuum pourra se reporter aux Références [107, 119].

## **III. Les événements extrêmes dans les supercontinuum**

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, il a fallu attendre décembre 2007 et l'article de Solli *et al.* [63] pour que l'étude des événements extrêmes en optique soit à l'origine de nombreuses investigations. De plus, cet article a introduit une nouvelle méthode de détection permettant la caractérisation directe des statistiques du supercontinuum et ainsi l'identification d'événements extrêmes.

Toutefois, il nous faut préciser que l'étude des événements extrêmes n'est une nouveauté ni en optique, ni même dans le cadre des supercontinuum. En particulier, citons le travail pionnier d'Islam *et al.* [120-121] qui montre la dégradation de la cohérence. Pour ce qui est des études dans les supercontinuum, Frosz *et al.* [122] ont montré que, selon le bruit initial, les solitons peuvent se décaler plus ou moins et donc que des événements extrêmes existent. Citons aussi d'autres travaux qui se sont intéressés aux propriétés du bruit et à son transfert au spectre [123-126].

### **III.1. La détection**

La principale difficulté pour l'observation d'événements extrêmes est le manque d'instruments "temps-réel" qui puissent capturer un grand nombre d'événements aléatoires en une seule fois.

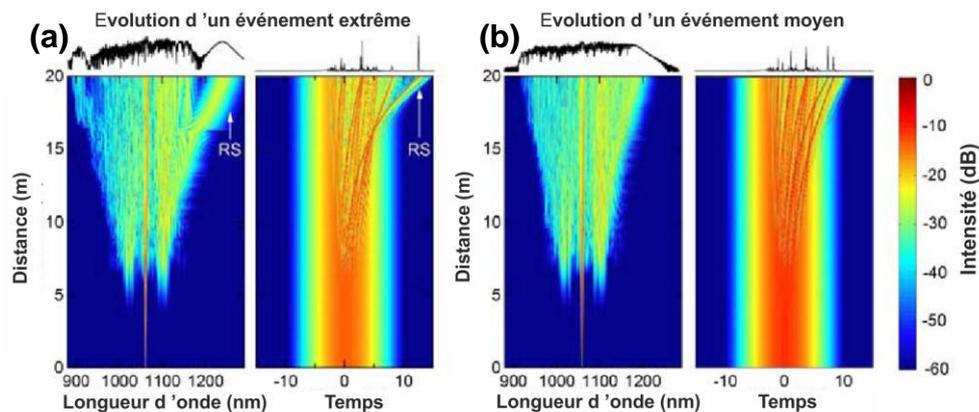
#### **III.1.1 La technique du filtrage spectral**

L'idée de Solli *et al.* [63] fut d'utiliser un filtre suivi d'une fibre fortement dispersive. En fait, les événements extrêmes sont dans la partie « rouge » du spectre si bien que le filtre utilisé sera centré aux grandes longueurs d'ondes. Puis se basant sur la technique décrite par Han *et al.* [64], la partie filtrée

est « étirée » de manière à ce qu'un oscilloscope puisse détecter les différentes structures contenues dans le signal et en tirer des statistiques.

### III.1.1.1 Pourquoi et où filtrer ?

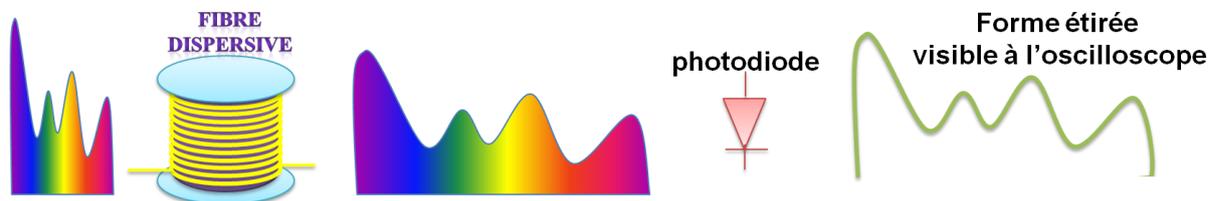
Le but est d'étudier les événements extrêmes. Or, d'après ce qui précède et en particulier la description du décalage fréquentiel du soliton (voir paragraphe II.2.1.2), les solitons les plus puissants sont aussi les plus décalés vers les grandes longueurs d'ondes. Ainsi en filtrant dans cette zone, on ne conserve que les événements les plus forts. Sur les simulations (extraites de la Réf. [127]) représentées en Figure II-8, nous voyons un événement extrême et un événement moyen. L'intérêt du filtrage est donc clair.



**Figure II-8.** Evolution spectrale et temporelle pour (a) un événement rare menant à un soliton extrême (rogue soliton, RS) et (b) un événement moyen. Ces figures ont été francisées à partir de la Réf. [127] (J.M. Dudley et al., Harnessing and control of optical rogue waves in supercontinuum generation, *Opt. Express*, 16 (2008) 3644-3651).

### III.1.1.2 Pourquoi et comment 'étirer' le signal ?

Comme nous l'avons dit précédemment, le point critique est au niveau de la détection. Une fois que la partie du spectre qui nous intéresse a été isolé par le filtre, un oscilloscope standard ne permet pas de visualiser temporellement les impulsions qui sont trop courtes (inférieures à la picoseconde). Ainsi grâce à une fibre fortement dispersive (dispersion autour de  $-1200$  ps/nm), le signal est étiré (voir Figure II-9) de manière à avoir les mêmes variations mais sur des temps plus longs. Ensuite, des statistiques sur les puissances crêtes peuvent être observées à l'aide d'un oscilloscope standard.



**Figure II-9.** Principe utilisée par Solli *et al.*[63] pour étirer leur signal optique.

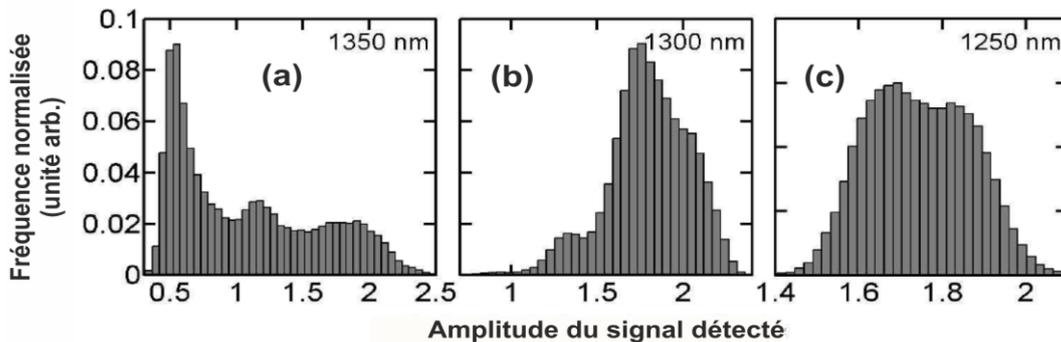
Précisons qu'il n'est pas nécessaire d'étirer le signal à l'aide d'une fibre fortement dispersive. En effet, Lafargue *et al.*[128] ont montré que la mesure de l'énergie passant par le filtre suffisait à obtenir des statistiques extrêmes de manière plus simple. Les statistiques sont ainsi obtenues sur l'énergie et non plus sur les puissances crêtes.

### III.1.2 Les limitations

#### III.1.2.1 Le filtrage conduit-il à une sur-estimation ?

Dans la Ref. [129], Erkintalo *et al.* présentent la Figure II-10 ci-dessous. En fait, un supercontinuum a été généré en régime femtoseconde et pour les statistiques, un filtre passe-haut décalé a été utilisé comme nous l'avons expliqué précédemment. Nous voyons que plus le filtre passe-haut est décalé vers les grandes longueurs d'ondes, plus la forme de la statistique tend vers un « L ». Pour être plus précis, lorsque le filtre est placé à 1250 nm, la statistique est proche d'une gaussienne alors qu'à 1350 nm et surtout à 1400 nm, elle n'a plus rien d'une gaussienne et ressemble clairement à une forme en « L » caractéristique des événements extrêmes.

Ce changement de statistiques est attribué, très justement, au fait que le filtre capture un plus grand nombre de solitons ayant subi un décalage vers les grandes longueurs d'ondes lorsqu'il est plus large : le filtre agit donc comme un « seuilleur » optique. Les auteurs insistent ensuite sur le fait que le changement de statistiques est lié à des phénomènes non-linéaires et, en particulier, au décalage de l'énergie (du soliton) vers les grandes longueurs d'ondes et en aucun cas il ne serait lié à un artefact dû au filtre.



**Figure II-10.** Histogrammes des fréquences normalisées des solitons en fonction de l'amplitude du signal détecté à différentes longueurs d'ondes. Figure francisée à partir de la Réf. [129] (M. Erkintalo et al, Rogue-wave-like characteristics in femtosecond supercontinuum generation, Opt. Lett., 34 (2009) 2468-2470).

Il est indéniable ici que la statistique observée est différente lorsque l'on décale le filtre. Bien que cela ne soit pas dû au filtre lui-même, cela pose la question de l'objectivité des mesures : où doit-on placer le filtre ? Ainsi, il est difficile de savoir si les événements extrêmes ne sont pas surestimés du fait de la position du filtre.

#### III.1.2.2 Le filtrage mène-t-il à une sous-estimation ?

Un élément de réponse est apporté par les mêmes auteurs [130] dans un article plus récent. En effet, lors de la génération d'un supercontinuum, des dynamiques assez complexes se produisent. En particulier, les solitons les plus puissants ne seront **pas nécessairement** les solitons les plus décalés vers le « rouge » (voir paragraphe III.2.1.2). La conséquence directe est que le filtre coupe des solitons pourtant bien plus puissants que ceux que l'on va détecter. Ceci impliquerait donc une sous-estimation des événements extrêmes.

Au final, il ressort que ce filtrage est *dangereux*. Il ne reflète pas nécessairement la réalité en favorisant la détection d'événements extrêmes ou en l'empêchant directement ou indirectement. Ainsi,

il faudra essayer, dans chaque situation et dans la mesure du possible, d'analyser le rôle du filtre et voir si ce que l'on regarde est objectif.

### **III.2. L'origine des événements scélérats**

Dans le cadre des supercontinuum, même si des ondes dispersives géantes ont été montrées [131], il est clair que les événements dit scélérats sont principalement des solitons (*Rogue solitons*, en anglais). Mais cela ne nous dit pas pourquoi ces solitons deviennent si géants.

#### III.2.1.1 L'instabilité modulationnelle

Initialement, la comparaison avec les vagues scélébrates océaniques vient du fait que l'instabilité modulationnelle est prépondérante dans la dynamique conduisant aux solitons géants. Or cette même instabilité est présentée comme l'une des explications les plus plausibles aux vagues océaniques (voir chapitre 1).

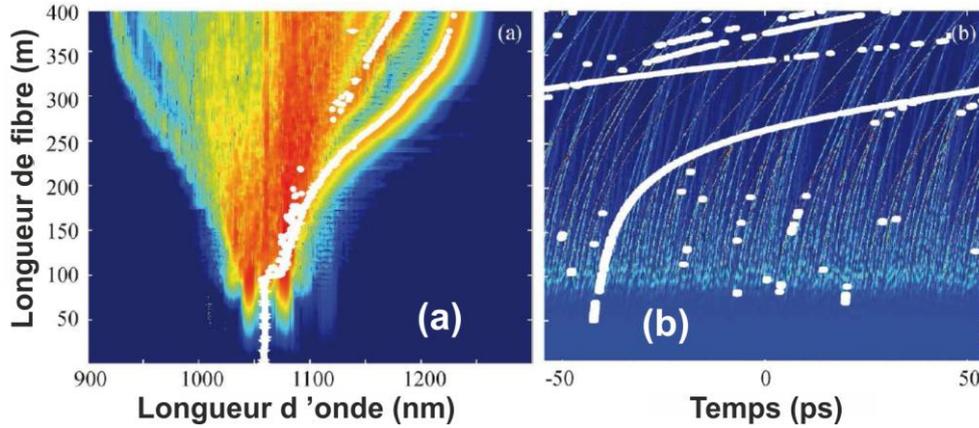
Effectivement, pour observer un événement extrême comme celui de la Figure II-8a, Dudley *et al.*[127] ont dû mener une série de 1000 simulations. La différence entre chaque simulation est infime puisque seul le bruit (1 photon par mode à phase aléatoire) change. Pourtant ce bruit va se retrouver amplifié [132] et induire de fortes variations d'un tir à l'autre.

Une autre manière de voir cela serait de considérer que le bruit va jouer le rôle de germe et être amplifié par l'effet d'instabilité modulationnelle. Ainsi selon le bruit initial, celui-ci sera plus ou moins amplifié par l'instabilité modulationnelle et se brisera en donnant naissance à des solitons plus ou moins rapidement. Dans le cas où les solitons naissent plus tôt, ils subiront d'autant plus l'effet Raman intrapulse et seront ainsi plus intenses.

Notons que Dudley *et al.*[133] ont montré que le formalisme des *breathers* d'Akhmediev (voir chapitre 5) qui est lié à l'instabilité modulationnelle pouvait rendre compte des premières étapes de l'apparition d'un supercontinuum.

#### III.2.1.2 Les collisions

Dans le cas d'une onde quasi-continue, l'instabilité modulationnelle va générer un train de solitons. Les solitons vont subir de multiples collisions comme le montre la Figure II-11b extraite de la Réf. [134]. Durant la collision entre deux solitons, le soliton le plus puissant va prendre de l'énergie à l'autre [135-136]. Ceci va induire un décalage vers le rouge dû à l'effet Raman, d'autant plus fort [122] comme le montre la Figure II-11a. Précisons qu'au moment où la collision a lieu, l'événement extrême n'est pas nécessairement suffisamment décalé spectralement pour être détecté après filtrage [130].



**Figure II-11.** Simulation numérique de la dynamique (a) spectrale et (b) temporelle durant la propagation dans la fibre. Chaque point blanc correspond au soliton le plus puissant à chaque longueur de fibre. Figure francisée de la Réf. [134].

Précisons que de nombreuses études se sont intéressées à ces collisions en se limitant à l'équation de Schrödinger Non-Linéaire avec le troisième ordre de la dispersion. Il a été ainsi montré que tout terme convectif (terme brisant la symétrie) [137] peut induire des collisions menant à l'émergence de structures extrêmes qui peuvent être des solitons [138] (voir aussi turbulence du soliton au chapitre 5) ou des *breathers* d'Akhmediev [139].

#### **IV. Etude d'un supercontinuum obtenu par dispersion d'ordre 4**

Comme nous l'avons vu précédemment, les événements extrêmes ont été particulièrement étudiés dans les supercontinuum. Toutefois, toutes ces études ont été menées dans le cadre de supercontinuum générés par instabilité modulationnelle (IM) d'ordre 2. Nous nous sommes, de notre côté, intéressés au cas d'une onde continue qui subirait non plus de la IM d'ordre 2 mais plutôt d'ordre 4.

##### **IV.1. Principe de l'instabilité modulationnelle d'ordre 4**

L'instabilité de modulation est souvent associée au régime de dispersion anormale car c'est dans ce régime qu'elle a été intensivement étudiée avec, en particulier, les applications aux télécommunications optiques. Cependant, l'IM n'est pas restreinte au régime anormal comme en témoignent un certain nombre d'articles où l'IM est observée dans des fibres à maintien de polarisation [140], dans des fibres bimodales [141] et surtout en régime normal à condition d'avoir un terme de dispersion d'ordre 4 adéquat. En effet, dès 2003, S. Pitois et G. Millot ont présenté une nouvelle instabilité modulationnelle en dispersion normale [142].

###### **IV.1.1 Accord de phase**

Lorsque l'on s'intéresse à l'instabilité modulationnelle *standard* (d'ordre 2), la condition d'accord de phase s'écrit :

$$\beta_2 \Omega^2 + 4\gamma P = 0 \quad (2.7)$$

Cela confirme que pour que la condition se réalise, la dispersion du second ordre doit d'être négative et donc l'instabilité modulationnelle d'ordre 2 se produit bien uniquement en régime anormal.

Toutefois, en prenant en compte la dispersion jusqu'à l'ordre 4, la condition d'accord de phase peut s'écrire de la manière suivante :

$$\beta_2 \Omega^2 + \frac{\beta_4 \Omega^4}{12} + 4 \gamma P = 0 \quad (2.8)$$

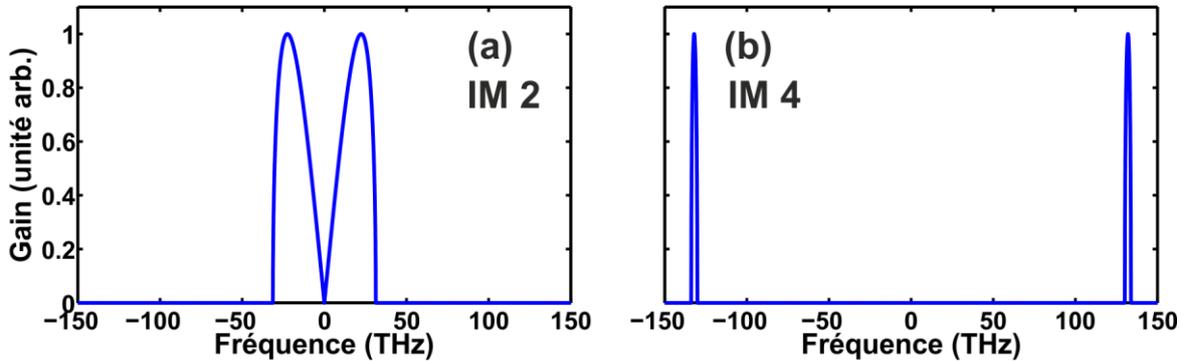
où  $\beta_2$  et  $\beta_4$  représentent, respectivement les second et quatrième ordres de dispersion,  $\gamma$  est le coefficient de non-linéarité Kerr et  $\Omega$  est le décalage spectral entre l'onde signal, appelé aussi idler, et l'onde pompe ayant une puissance crête initiale  $P$ . A partir de cette expression, il est aisé de se rendre compte que lorsque  $\beta_2$  est positif (dispersion normale), l'accord de phase se réalisera à condition que le terme  $\beta_4$  soit négatif. A partir d'une étude de stabilité, il est possible de montrer que le nombre d'onde  $K$  de la perturbation (sachant que le gain  $g = 2 \text{Im}(K)$ ) s'écrit :

$$K = \frac{\beta_3 \Omega^3}{6} \pm |\Omega| \left[ \left( \frac{\beta_4 \Omega^2 + \beta_2}{24} \right) \left( \frac{\beta_4 \Omega^4 + \beta_2 \Omega^2 + 2\gamma P}{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.9)$$

Cette équation (2.9) permet donc d'obtenir la condition d'accord de phase citée en équation (2.8) et ainsi de déduire la fréquence optimale définie telle que:

$$\Omega_{OPT} = \left[ \frac{2\sqrt{3(3\beta_2^2 - 2\beta_4\gamma P)}}{|\beta_4|} - 6\frac{\beta_2}{\beta_4} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.10)$$

Nous voyons sur la Figure II-12 que l'instabilité modulationnelle d'ordre 4 (IM4) se distingue de l'instabilité modulationnelle d'ordre 2 (IM2) par ses bandes latérales éloignées de la pompe et bien plus fines.



**Figure II-12.** Comparaison entre (a) IM2 et (b) IM4. Les paramètres sont ceux donnés au paragraphe IV.2.1 où seul le signe de  $\beta_2$  change.

#### IV.1.2 Difficultés d'observation

Si l'instabilité modulationnelle d'ordre 2 est simple à observer, il peut s'avérer bien plus difficile d'observer l'IM4 malgré que le terme de dispersion d'ordre 4 soit positif. La raison principale est que la tolérance sur l'accord de phase est stricte si bien que les fluctuations de dispersion le long de la fibre peuvent annuler l'effet [142]. Ainsi, les fibres longues seront à éviter car les fluctuations de dispersion longitudinale sont plus fortes.

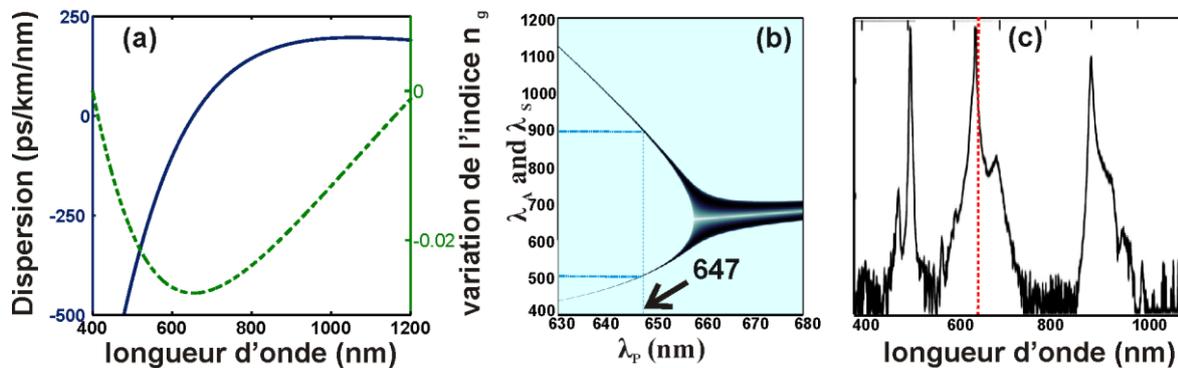
Ce problème peut être résolu en utilisant les fibres microstructurées. En effet, les effets non-linéaires exigés seront remplis pour des distances bien inférieures aux fibres conventionnelles et par conséquent,

les fluctuations de dispersion au sein de la fibre seront diminuées. De plus, en ajustant finement la structure de la fibre microstructurée, il est possible d'obtenir un terme de dispersion d'ordre 4 négatif et il est même possible d'optimiser les longueurs d'onde pompe, Stokes et Anti-Stokes [143].

## IV.2. Paramètres utilisés et première approche

### IV.2.1 L'étude de Harvey et al.

Etant donné les difficultés pour obtenir la fibre convenable, nous n'avons pas pu, avec les fibres présentes aux laboratoires, conduire une expérience. Toutefois, notre étude numérique s'est basée sur des paramètres de fibres existantes. En effet, nous avons utilisé les résultats de la Réf. [144] avec en particulier les termes de dispersion :  $\beta_2 = 2.50 \text{ ps}^2.\text{km}^{-1}$ ,  $\beta_3 = 5.2 \times 10^{-2} \text{ ps}^3.\text{km}^{-1}$  et  $\beta_4 = -4.49 \times 10^{-5} \text{ ps}^4.\text{km}^{-1}$  ce qui correspond à la courbe de dispersion en Figure II-13a. La non-linéarité est évaluée à  $160 \text{ W}^{-1}.\text{km}^{-1}$ . Ainsi, nous pouvons représenter les conditions d'accord de phase à travers le diagramme (Figure II-13b) qui prédit directement les longueurs d'ondes Stokes et anti-Stokes.



**Figure II-13.** (a) Courbe de dispersion de la fibre (en ligne bleue foncé) de la Réf. [144] (J.D. Harvey et al, Scalar modulation instability in the normal dispersion regime by use of a photonic crystal fiber, Opt. Lett., 28 (2003) 2225-2227) et sa variation d'indice de groupe (en tirets verts) (b) Diagramme d'accord de phase correspondant à la fibre (c) Spectre obtenu dans la Réf. [144] après 1 mètre de propagation. La ligne discontinue rouge représente la longueur d'onde du zéro de dispersion.

De cette figure, nous déduisons par exemple qu'une pompe à 647 nm (dans le rouge) provoquera des bandes spectrales autour de 505 et 900 nm c'est-à-dire dans le bleu et le proche infrarouge. C'est exactement dans cette situation que se sont placés Harvey *et al.*[144]. Notons que dans leur cas, la fibre était biréfringente et nous ne considérerons, dans la suite, que la partie de leur étude menée lorsque toutes les ondes sont polarisées selon l'axe lent. Nous représentons en Figure II-13c, le spectre expérimental qu'ils ont obtenu. Les deux bandes spectrales de part et d'autre de la pompe sont bien centrées aux longueurs d'ondes attendues à partir du diagramme d'accord de phase et sont donc une signature claire d'instabilité modulationnelle d'ordre 4.

### IV.2.2 Notre objectif

Le résultat publié en 2003 [144] est extrêmement intéressant dans le cadre de la génération de source ultra-large. Cet article avait pour objectif de montrer la possibilité d'obtenir un supercontinuum en utilisant le terme dispersif d'ordre 4. L'objectif est bien entendu rempli mais au niveau des interprétations physiques, certaines questions restent posées. En effet, si l'on regarde en détails le spectre expérimental de la Figure II-13, nous notons que les bandes spectrales dues à l'instabilité modulationnelle sont bien plus larges que celles attendues étant données les conditions strictes d'accord de phase. Plus précisément, il est possible de voir un élargissement significatif vers les

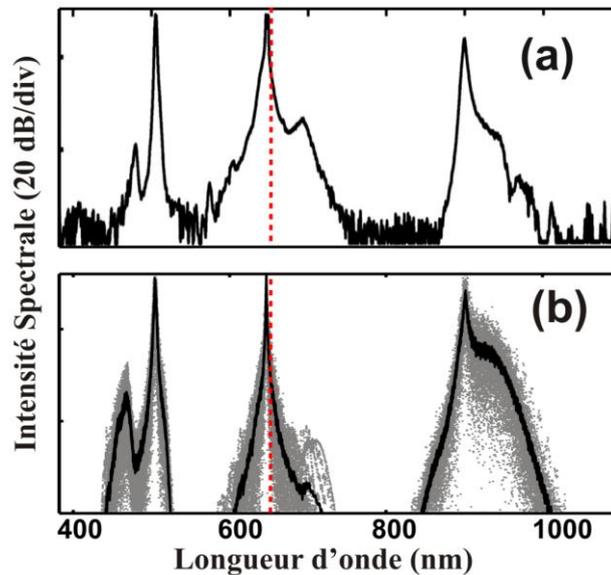
grandes longueurs d'ondes de la raie Stokes et plus étonnant encore, un second pic est observable dans les courtes longueurs d'ondes, plus courtes que celle de l'onde Anti-Stokes. Ces détails n'ont pas été relevés dans l'article original et n'ont pas non plus fait l'objet d'étude à part entière (bien qu'évoqués dans [107]). Nous nous proposons donc d'expliquer l'origine de ces dynamiques. En particulier, les fluctuations longitudinales de la dispersion sont-elles prépondérantes dans la génération de ce spectre ? Et bien évidemment, nous nous posons la question de la présence d'événements extrêmes dans ce type de supercontinuum.

#### IV.2.3 Premières observations

Pour tenter d'expliquer clairement les dynamiques menant à ce spectre, nous avons étudié l'évolution longitudinale du champ modélisé par l'équation de Schrödinger Non-Linéaire Généralisée (en se limitant à la dispersion d'ordre 4) :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A - \sum_{k=2}^{k=4} \frac{i^{k+1}}{k!} \beta_k \frac{\partial^k A}{\partial T^k} = i\gamma \left( 1 + i\tau_{shock} \frac{\partial}{\partial T} \right) A(z, T) \int_{-\infty}^{+\infty} R(T') \times |A(z, T - T')|^2 dT'. \quad (2.11)$$

Initialement, la pompe est, comme pour les expériences, une onde 'quasi-continue' c'est-à-dire une impulsion de 70 ps de large avec une puissance crête de 160 W. Un bruit blanc de fond dans le domaine fréquentiel correspondant à 1 photon par mode est aussi introduit. Le spectre enregistré expérimentalement est moyenné donc une simulation unique ne permettra pas nécessairement de se rendre compte de l'exactitude des simulations. C'est pourquoi nous avons exécuté 50 simulations en faisant varier le bruit et 1% de la puissance crête (le temps de simulation étant relativement important, nous nous sommes limités à 50).



**Figure II-14.** Comparaison du spectre obtenu (a) par Harvey *et al.* [144] expérimentalement et celui obtenu (b) par simulations numériques. Dans ce dernier cas, le spectre noir est le spectre moyenné à partir des 50 spectres représentés par les points gris. La ligne discontinue rouge correspond à la longueur d'onde du zéro de dispersion.

Le résultat des simulations est représenté en Figure II-14b avec, en particulier, le spectre moyenné en noir à comparer au spectre expérimental de la Ref. [144] en Figure II-14a. Il est clair que nos simulations sont en accord qualitatif avec les expériences menées par Harvey avec, en particulier, l'élargissement spectral des bandes Stokes et anti-Stokes que nous souhaitons expliquer. Toujours sur cette Figure II-14b, des variations significatives sont visibles (en gris) d'une simulation à une autre

confirmant que le bruit initial joue un rôle important ce qui laisse penser logiquement à la présence d'événements extrêmes.

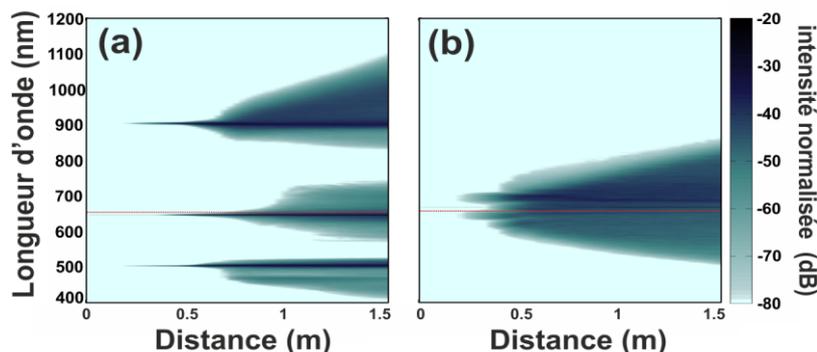
A partir des ces simulations, nous pouvons d'ores et déjà répondre à la question de l'influence des fluctuations longitudinales de la dispersion. En effet, nos simulations ne tiennent pas compte de telles fluctuations et pourtant nous reproduisons le spectre et ses sous-structures ce qui signifie que les fluctuations longitudinales ne sont pas impliquées significativement dans le développement et la localisation des sous-structures spectrales. Cependant, de petites fluctuations qui doivent être intrinsèquement présentes peuvent expliquer le léger désaccord sur les niveaux des bandes spectrales entre nos simulations et les expériences [145].

### IV.3. Observation longitudinale et spectro-temporelle

Maintenant que nous nous sommes assurés que nos simulations étaient en accord avec les expériences et donc que notre modèle semble valide, nous souhaitons mieux comprendre les dynamiques sous-jacentes qui apparaissent dans le système étudié. Pour mieux observer les dynamiques, nous ne nous arrêtons pas à 1 m comme cela était le cas dans les expériences d'Harvey *et al.*[144] mais nous effectuons des simulations pour des longueurs jusqu'à 1.5 m.

#### IV.3.1 Observation longitudinale

Pour cela, nous représentons en Figure II-15a, l'évolution spectrale en fonction de la distance de propagation, c'est-à-dire l'évolution longitudinale. Il est ainsi possible d'identifier différentes zones ou étapes. En effet, entre 25 cm et 50 cm, nous voyons clairement la naissance et le développement de deux fines bandes de chaque coté de la pompe ce qui est caractéristique de l'instabilité modulationnelle d'ordre 4 (voir Figure II-12). Un peu après 50 cm, les bandes spectrales commencent à grandir et s'élargissent de manière continue. Notons que, d'un point de vue pratique, dans le cadre de conversion de longueur d'onde, cela montre à quel point la longueur de fibre est un paramètre crucial qui doit donc être choisie avec soin [146]. Puis le spectre continue à s'élargir que ce soit au niveau de la partie centrale, c'est-à-dire autour de la pompe, ou que ce soit vers les grandes longueurs d'ondes ou encore vers les courtes longueurs d'ondes [147].



**Figure II-15.** Evolutions longitudinales du spectre (a) pour une dispersion normale et (b) pour une dispersion anormale. Les lignes discontinues représentent la longueur d'onde du zéro de dispersion.

A titre de comparaison, nous représentons en Figure II-15b, l'évolution spectrale dans le cas où la pompe serait en dispersion anormale. Nous voyons que la dynamique est très différente. En particulier, ce ne sont plus des bandes spectrales fines très éloignées de la pompe qui apparaissent mais des bandes d'instabilité modulationnelle d'ordre 2 traditionnelles c'est-à-dire des bandes larges et situées

autour de la pompe. A distance équivalente, le spectre est ainsi plus compact. Cela confirme l'intérêt d'un pompage en dispersion normale dans le cadre de la génération de supercontinuum très large comme cela a été rapporté dans de nombreux travaux récents [146, 148-149].

### IV.3.2 Spectrogramme : analyse spectro-temporelle

Maintenant, nous voulons clarifier l'origine physique de cet élargissement spectral en utilisant une représentation spectro-temporelle du champ appelé spectrogramme. Avec celui-ci, on regarde le spectre associé à chaque tranche temporelle (appelé aussi *porte*) d'un champ. Mathématiquement, cela revient à calculer [107] :

$$\Sigma(\omega, \tau) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} E(t)g(t-\tau)e^{-i\omega t} dt \right|^2, \quad (2.12)$$

où  $g$  correspond à une fonction porte dépendant de  $\tau$  qui est une valeur de délai. Ceci permet une visualisation directe des corrélations entre les propriétés temporelles et spectrales [150]. Une telle visualisation est possible expérimentalement avec la technique F.R.O.G. (*Frequency Resolved Optical Gating*) développée dans les années 90 [151-154].

Pour se faire, nous avons tracé le spectrogramme correspondant à une simulation (c'est-à-dire pour un bruit initial donné) à différentes distances de propagation. Initialement (Figure II-16a), l'impulsion longue est en limite de Fourier. Puis à 50 cm (Figure II-16b), nous voyons que les deux bandes Stokes et anti-Stokes correspondent temporellement à une forte modulation au centre de l'impulsion. Cette modulation va détruire l'onde pompe quasi-continue et des solitons vont se former (Figure II-16c) dans la bande Stokes qui se trouve être en dispersion anormale. Ces structures optiques sont ultra-courtes avec des durées inférieures à 100 fs ce qui explique l'élargissement spectral de la bande Stokes. Notons que ces solitons femtosecondes ont des puissances qui dépassent largement celle de la pompe initiale. Par conséquent, la pompe commence à subir une forte déplétion (Figure II-17) et ceci va mener à une évolution passive de l'onde Stokes qui ne va plus être affectée par le gain d'instabilité modulationnelle. A partir de ce moment, les solitons ayant des spectres assez larges vont subir l'effet Raman et ainsi s'auto-décaler progressivement vers les grandes longueurs d'ondes (Figure II-16d). Ce comportement a été intuitivement anticipé par Kudlinski *et al.* [148]. Toutefois, à ce niveau où plusieurs longueurs d'ondes existent, la modulation de phase croisée joue aussi un rôle prépondérant [155-156]. Mais qu'en est-il des courtes longueurs d'ondes ? Nous avons vu précédemment qu'un décalage vers le bleu se fait de manière à avoir un élargissement vers les courtes longueurs d'ondes. Comment cela est-ce possible?

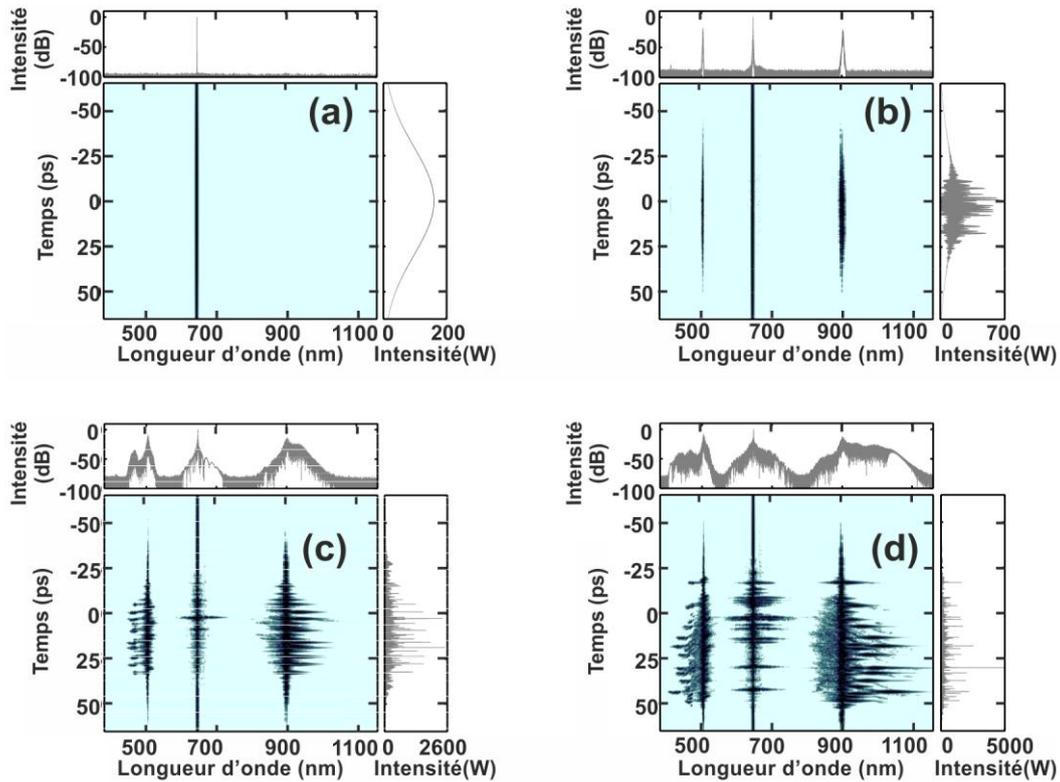


Figure II-16. Spectrogrammes à (a) 0 m , (b) 0.5 m, (c) 1.0 m et (d) 1.5 m.

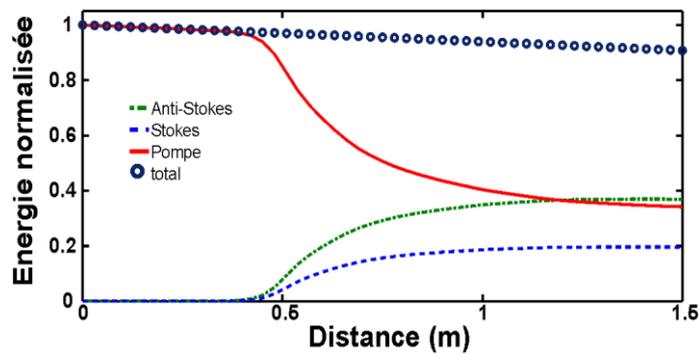
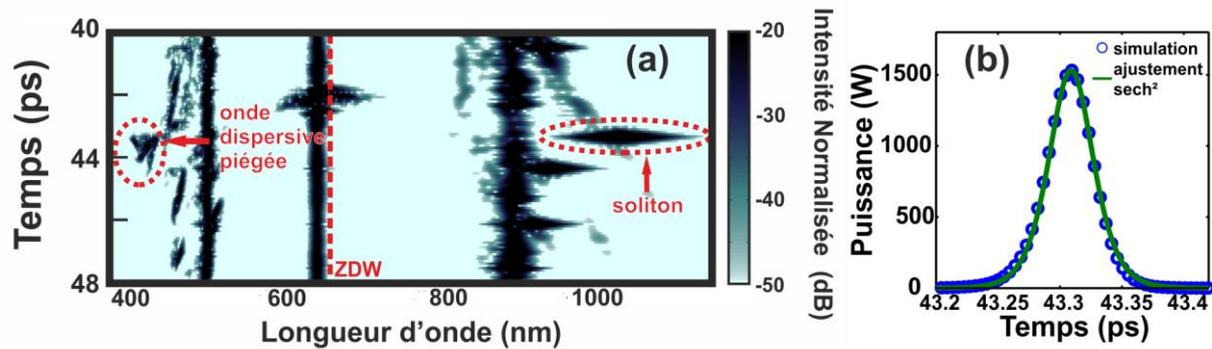


Figure II-17. Comparaison des énergies dans les parties du spectre suivantes : l'onde Stokes (en tirets bleus), l'onde Anti-Stokes (en tirets et points mixés verts) et dans la partie centrale (en traits pleins rouges). L'énergie totale est représentée en cercles bleus et diminue à cause des pertes de la fibre.

### IV.3.3 Le piégeage optique

Pour comprendre ce qui se passe à ce niveau, il faut discuter du piégeage optique qui est, en fait, à l'origine de ce décalage vers les courtes longueurs d'ondes. Parmi les structures observables aux courtes longueurs d'ondes, nous voyons des petits '*paquets*' qui se décalent vers le bleu et ayant des largeurs de l'ordre de la femtoseconde [157-159]. Il est important de comprendre que la dispersion étant normale, l'élargissement temporel de ces ondes dispersives ne peut pas être compensé par la non-linéarité. L'explication d'une telle compensation (permettant des structures aussi courtes) vient de la modulation de phase croisée des structures en régime anormal (les solitons) sur ces paquets [159-160]. Mais cela ne suffit pas à tout expliquer en particulier le décalage vers le bleu. Celui-ci est, en fait, lié à un piégeage de la lumière dispersive par les changements d'indice de réfraction induit par le décalage vers le rouge des solitons et par une sorte de force d'inertie causée par leur accélération [161-162].

Pour en revenir à notre situation, sur la Figure II-18 ci-dessous, nous avons un agrandissement de la Figure II-16d. Nous voyons une structure optique localisée à  $T = 43$  ps, qui se distingue clairement, à une longueur d'onde de 1050 nm. Cette structure est en accord avec une sécante hyperbolique ayant la forme d'un soliton fondamental. En effet, dans ce cas, la valeur de l'ordre du soliton, estimée suivant la formule (2.1), est à 1.1. Nous voyons l'onde piégée en dispersion normale qui suit temporellement le soliton (les deux structures sont positionnées à un temps  $T$  identique) mais qui se trouve à une longueur d'onde proche de 400 nm. En se référant à la Figure II-13a, il est possible de vérifier que le soliton ainsi que l'onde dispersive piégée voient bien le même indice de groupe.



**Figure II-18.** (a) Agrandissement d'une partie du spectrogramme de la Figure II-16d. ZDW = longueur d'onde du zéro de dispersion. (b) Structure du côté Stokes (soliton) comparée à une sécante hyperbolique.

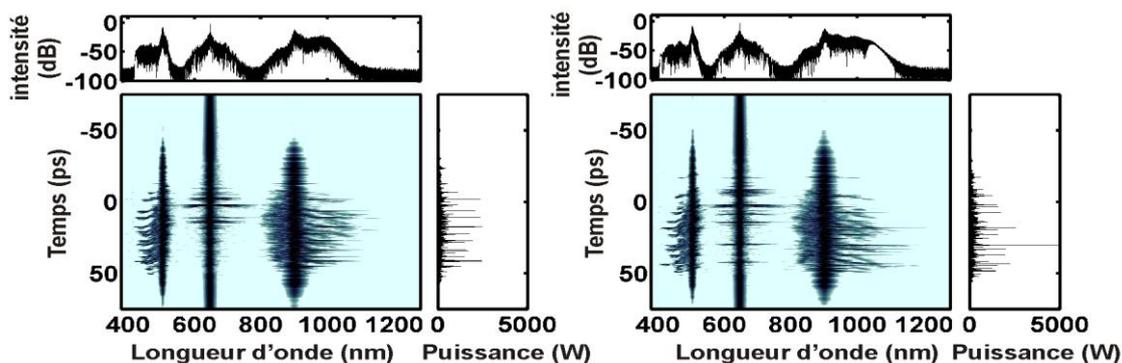
Notons que des solitons sont aussi présents dans la partie centrale à droite de la pompe. En effet, par modulation de phase croisée entre l'onde Stokes et la pompe, la pompe va s'élargir. Or étant très proche du zéro de dispersion, une partie de l'énergie va passer en dispersion anormale et conduire à de l'instabilité modulationnelle d'ordre 2 qui va induire la génération de solitons.

#### IV.4. Evénements extrêmes

L'une des questions naturelle est de savoir si cette configuration peut être propice à l'émergence d'événements extrêmes?

##### IV.4.1 Observation spectro-temporelle

La réponse à cette question était déjà donnée dans la Figure II-14 où l'on voyait de fortes variations d'une simulation à une autre. Nous présentons ici deux spectrogrammes correspondant à deux tirs (simulations avec des bruits différents).



**Figure II-19.** Comparaison d'un événement moyen (à gauche) et extrême (à droite).

En quelque sorte l'un correspond à un événement « moyen » et le second à un événement extrême. Ce dernier est clairement visible dans le spectre où l'on identifie la présence d'un soliton très décalé. Cela est donc comparable à ce qui a été montré dans les supercontinuum basés sur l'IM standard. Notons que la Figure II-19 (à droite) est identique à la Figure II-16d. En effet, pour expliquer les dynamiques, nous avons choisi le cas d'un événement extrême qui permet entre autre de mieux voir les décalages.

#### IV.4.2 Statistiques de l'onde Stokes

Nous souhaitons maintenant mesurer la distribution statistique des structures optiques émergentes. Pour se faire, nous avons exécuté 260 simulations en présence d'un bruit aléatoire et avec une variation de la puissance crête inférieure à 1% entre chaque simulation.

Pour différentes distances de propagation, nous plaçons un filtre numérique passe-bas (en fréquence) à  $-75$  THz de la pompe de manière à ne conserver que la partie Stokes du spectre et les solitons qui lui sont associés. Notons que cela signifie que nous conservons la totalité du spectre du soliton ce qui est différent de la méthode proposée par Solli *et al.* [63].

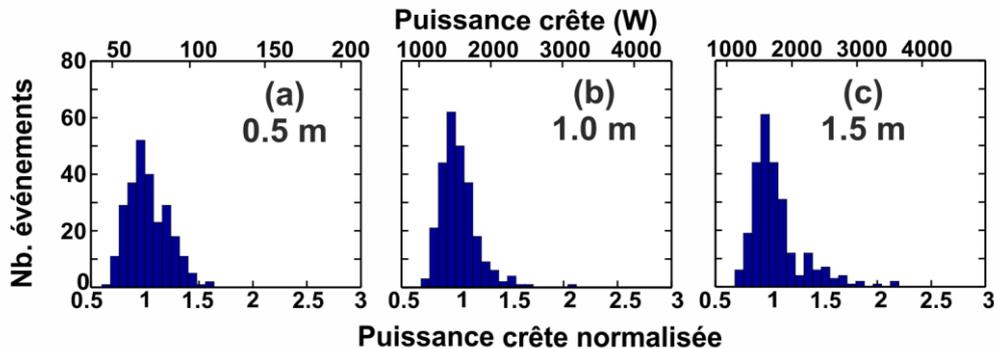


Figure II-20. Statistiques de l'onde Stokes à 0.5 m, 1 m et 1.5 m (de gauche à droite)

A une distance de 0.5 m, les puissances crêtes sont distribuées autour de la valeur médiane de telle façon que la statistique soit proche d'une Gaussienne. Après 1 m, les puissances crêtes maximales atteintes ont fortement augmenté (plus de 10 dB d'augmentation) ce qui s'accompagne d'une forte déplétion de la pompe (Figure II-17). La distribution s'est significativement étendue avec une queue qui se développe en direction des hautes puissances. Puis le système n'évolue plus fondamentalement du fait de la saturation du processus d'amplification (visible clairement Figure II-17). C'est pourquoi à 1.5 m de propagation, les différences dans les statistiques sont peu marquées. Toutefois, il est important de noter que les événements, ayant une puissance crête supérieure à deux fois la valeur moyenne, sont plus nombreux. De plus, dans les deux derniers cas, la forme de la statistique rappelle clairement la forme en L caractéristique des structures extrêmes.

#### IV.4.3 Statistiques des ondes piégées

Si nous ne retrouvons pas les mêmes statistiques que sur la Figure II-20, la Figure II-21 a pour ambition de montrer que les statistiques des solitons et des ondes dispersives sont intimement corrélées comme cela a été suggéré par Erkintlo *et al.* [129, 131] et montré aussi par Kudlinski *et al.* [163]. En effet, le piégeage est tel que lorsqu'un soliton subit un fort décalage spectral vers le rouge dans la bande Stokes, il induit un décalage vers le bleu pour l'onde dispersive piégée.

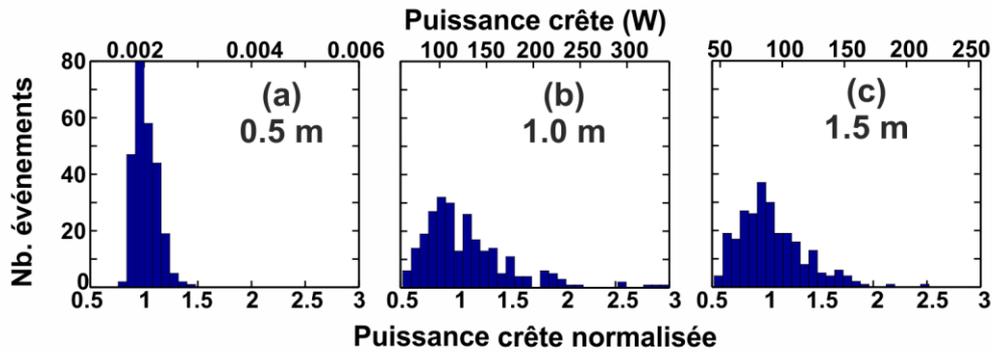


Figure II-21. Statistiques de l'onde Anti-Stokes à 0.5 m, 1 m et 1.5 m (de gauche à droite)

Effectivement, au niveau des statistiques, nous commençons avec une répartition proche d'une gaussienne puis une queue s'étale en direction des fortes puissances. Et là encore, des structures ont des puissances deux voire trois fois supérieures à la puissance médiane.

Précisons qu'une statistique en L est aussi présente au niveau du pic central du spectre. En effet, la partie de l'énergie qui passe du côté anormal va subir l'instabilité modulationnelle qui, comme nous l'avons répété plusieurs fois, provoque intrinsèquement, de par son origine, de fortes fluctuations.

## V. Stabilisation

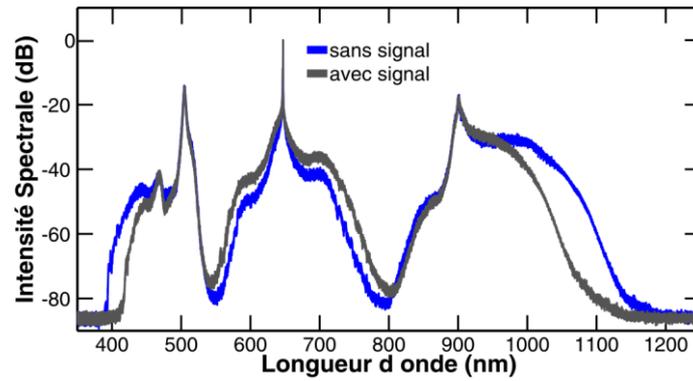
Dans cette dernière partie, nous nous proposons de contrôler ces structures extrêmes ou plutôt de stabiliser les fluctuations. Précisons dès maintenant que nous ne présenterons pas de statistiques dans la suite de ce travail mais seulement des superpositions de simulations. Notre approche se veut donc qualitative et non quantitative, principalement car nous manquons, à ce jour, de données suffisantes pour une approche statistique.

### V.1.1 Ajout d'un germe continu

Dans le cas d'un supercontinuum généré à partir d'une impulsion picoseconde ou d'une onde quasi-continue, le phénomène prépondérant est l'instabilité modulationnelle. Celle-ci est ensuite suivie d'une fission de soliton et de l'effet Raman qui va les décaler (voir paragraphe II.2). Or l'IM est excitée par le bruit, qui est intrinsèquement aléatoire, ce qui rend le déclenchement de la fission aléatoire aussi. Et finalement cela aboutit à des fluctuations importantes d'un tir à l'autre que nous appelons ondes scélérates optiques [63]. On comprend que, dans le cadre d'applications, il est important d'éviter de telles fluctuations.

Pour cela, différents travaux ont proposé l'utilisation d'une impulsion dont l'enveloppe est modulée [164-166], entre autres, par mélange à quatre ondes [167] ou encore par retour d'une partie de la lumière [168]. Solli *et al.* [169-170] ont proposé d'utiliser une impulsion de faible amplitude (un germe) pour initier l'instabilité modulationnelle à la place du bruit. Cela leur a permis de grandement diminuer le bruit en sortie du système et d'augmenter ainsi la stabilité de leur supercontinuum [171-172]. Nous nous proposons de faire de même avec le supercontinuum généré à partir de l'instabilité modulationnelle d'ordre 4.

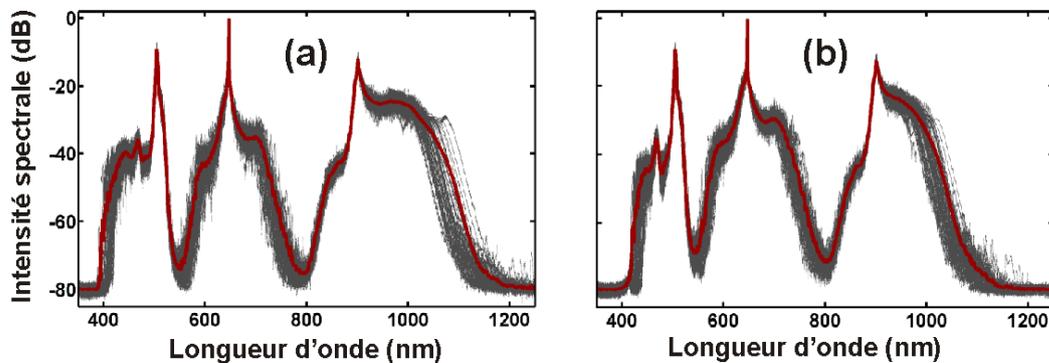
Nous gardons la configuration étudiée jusqu'ici mais nous ajoutons un signal continu d'un milliwatt positionné sur le gain maximum de l'instabilité modulationnelle d'ordre 4 c'est-à-dire à 900 nm.



**Figure II-22.** Spectres moyennés sur 50 simulations sans germe (en bleu) et avec un germe continu d'1 mW (en gris).

Dans un premier temps, nous comparons en Figure II-22, le spectre moyenné sur 50 simulations sans germe et avec germe. Les parties du spectre concernant les ondes Stokes et anti-Stokes sont moins larges en présence du signal qu'en son absence. A l'inverse, le spectre autour de la pompe s'est élargi en présence du signal. Nous pensons que cet élargissement est lié à une modulation de phase croisée de l'onde Stokes sur la pompe plus forte à cause de l'excitation par le germe continu.

Mais cela ne nous informe pas sur la diminution des fluctuations qui existent. Pour se rendre compte des fluctuations, nous superposons toutes les simulations (au nombre de 50) en présence (Figure II-23b), et en absence de signal (Figure II-23a) et nous ajoutons, dans chaque cas, le comportement moyen. Les fluctuations existent toujours même s'il semble que les événements les plus extrêmes (au niveau de l'onde Stokes) ne soient plus présents. Toutefois, les différences paraissent parfois subtiles. Nous n'avons pas la stabilisation espérée.

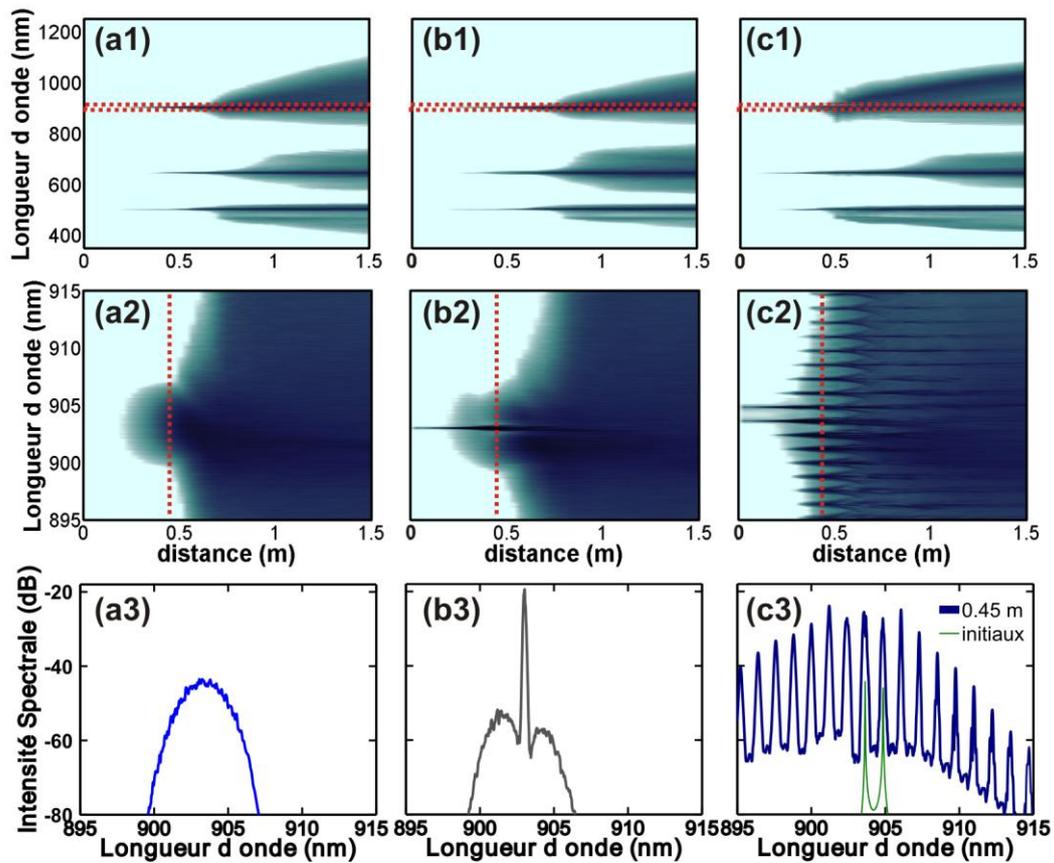


**Figure II-23.** Comparaison des fluctuations spectrale (a) sans signal et (b) avec signal. Les spectres rouges sont les spectres moyennés à partir des 50 spectres représentés par les points gris.

### V.1.2 Ajout d'un second germe continu

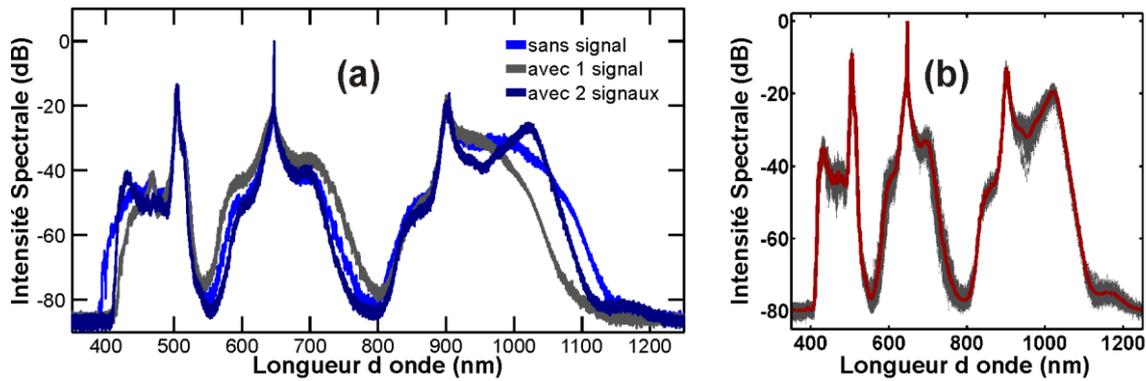
Cependant, cela est tout à fait compréhensible à partir de la Figure II-24. En effet, la Figure II-24a1 et la Figure II-24b1 montrent l'évolution spectrale longitudinale respectivement sans et avec signal. La Figure II-24a2 et la Figure II-24b2 représentent une partie de l'onde Stokes s'étalant entre 895 nm et 915 nm. Outre le fait de voir que le signal est bien centré sur la bande de gain de IM4, nous voyons, Figure II-24b2, deux bandes d'instabilité modulationnelle d'ordre 2 autour du signal. Cela est plus clair dans une coupe à 0.45 m, Figure II-24b3, où les bandes sont clairement identifiables. Or comme nous l'avons souligné, plusieurs fois, l'origine de cette instabilité étant le bruit, elle est la cause de nombreuses fluctuations. En fait, l'ajout du signal ne règle pas le problème des fluctuations car il en

créé d'autres. Notons que si nous injectons un signal plus fort, l'instabilité modulationnelle et son impact sur le système n'en seront que plus forts et nous observerons une augmentation des fluctuations.



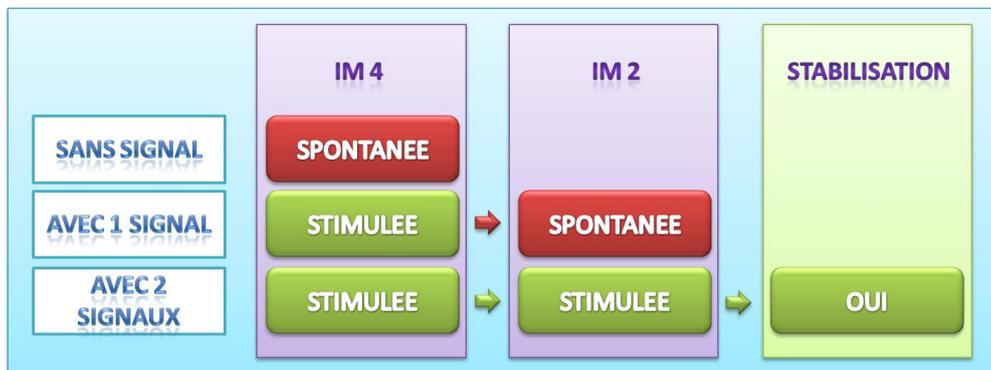
**Figure II-24.** Comparaison des cas (a) sans, (b) avec 1 signal et (c) avec 2 signaux. Les sous-figures (1) sont les évolutions spectrales longitudinales sur 1.5 m. Les sous-figures (2) sont un agrandissement de la zone encadrée dans les sous-figures (1). Les sous-figures (3) sont les profils spectraux à 0.45 m, distance représentée par une ligne discontinue en sous-figure (2).

Etant revenus au problème initial, nous proposons d'ajouter un second signal continu. Plus précisément, nous envoyons deux signaux de même puissance légèrement décalés spectralement et tous deux dans la bande de gain d'instabilité modulationnelle d'ordre 4 comme cela est visible Figure II-24c2 et c3 avec une structure de peigne dont nous reparlerons au chapitre 5. Nous avons aussi testé le cas d'un second signal dans la bande de gain d'IM2 du premier signal et moins puissant que celui-ci [164-165] mais les résultats n'étaient pas aussi satisfaisants qu'avec deux signaux de même puissance.



**Figure II-25.** (a) Spectres moyennés sur 50 simulations sans germe (en bleu), avec un germe continu d'1 mW (en gris) et avec deux germes de 3 mW (en bleu foncé) (b) Fluctuations spectrales avec deux signaux à comparer à la Figure II-23.

La Figure II-25a compare cette configuration à deux signaux à la configuration avec un seul signal et celle sans signal. Le premier point intéressant est la diminution nette avec deux signaux de la largeur du spectre autour de la pompe. Mais le point le plus frappant est la présence marquée du soliton décalé par effet Raman. Cela peut aussi se voir sur la Figure II-24c1. Ce soliton clairement identifiable est aussi accompagné, du côté anti-Stokes du spectre, d'une onde dispersive piégée tout aussi identifiable. La Figure II-25b nous montre les fluctuations sur 50 simulations. Il est clair qu'aussi bien au niveau de l'onde Stokes qu'au niveau de l'onde anti-Stokes, il n'y a (quasiment) plus de fluctuations. Toutes les simulations sont confondues avec le comportement moyen. Nous pouvons donc parler de stabilisation.



**Figure II-26.** Figure récapitulative des différentes configurations étudiées.

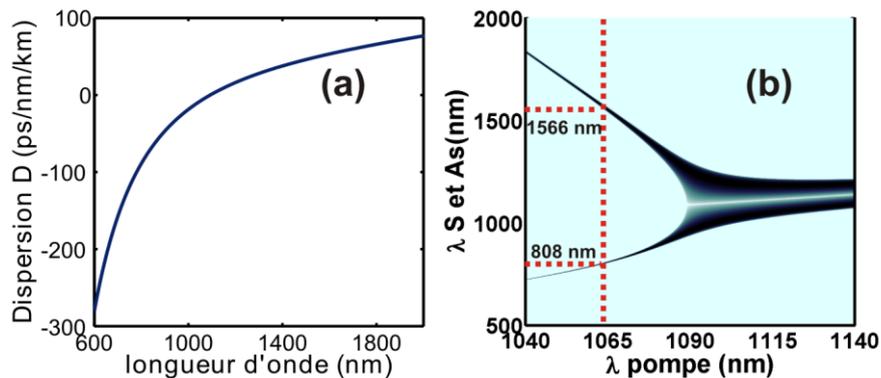
Pour résumer ces études, comme le récapitule la Figure II-26, en absence de signal pour exciter l'instabilité modulationnelle d'ordre 4, celle-ci sera spontanée et impliquera de fortes fluctuations. Si l'on ajoute un signal, l'IM4 sera stimulée mais elle induira de l'instabilité modulationnelle d'ordre 2 spontanée accrue dans la bande Stokes et des fluctuations continueront d'apparaître. Par contre, si l'on utilise deux signaux (bien choisis), cela permet de stimuler à la fois l'IM4 et l'IM2 ce qui mènera à une stabilisation.

### V.1.3 En route vers l'expérience

Nous espérons pouvoir confirmer ces résultats expérimentalement dans les mois à venir. Cela a été rendu possible par la fabrication d'une fibre microstructurée permettant l'observation de bande d'instabilité modulationnelle d'ordre 4 à l'IRCICA à Lille notamment par Alexandre Kudlinski et

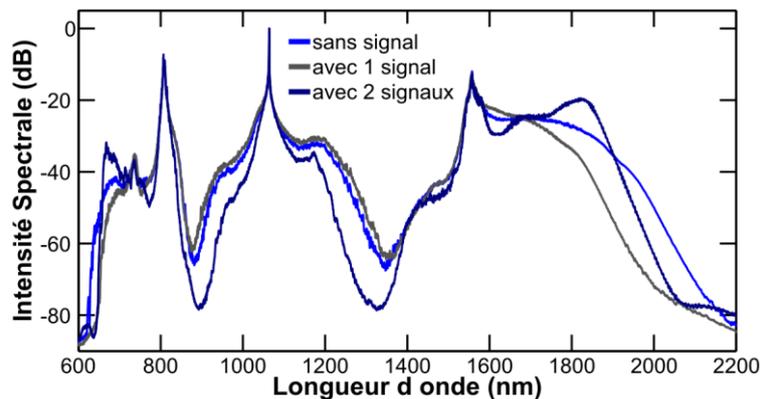
Arnaud Mussot. Au moment où cette thèse est rédigée, des expériences préliminaires, menées à Lille, essayent de reproduire les comportements présentés précédemment et plus précisément dans la suite.

La fibre fabriquée à Lille est une PCF mesurant 4.5 mètres de long dont les paramètres à 1064 nm sont les suivants :  $\beta_2 = 2.6350 \text{ ps}^2.\text{km}^{-1}$ ,  $\beta_3 = 6.29 \times 10^{-2} \text{ ps}^3.\text{km}^{-1}$  et  $\beta_4 = -8.5380 \times 10^{-5} \text{ ps}^4.\text{km}^{-1}$  ce qui correspond à la courbe de dispersion représentée en Figure II-27a. La non-linéarité est, quant à elle, égale à  $7.38 \text{ W}^{-1}.\text{km}^{-1}$ . Ainsi, nous pouvons représenter les conditions d'accord de phase par le diagramme (Figure II-27b) qui prédit directement les longueurs d'ondes Stokes et anti-Stokes soit respectivement environ 1566 nm et 808 nm. Précisons que nous considérons une impulsion large de 100 ps dont la puissance crête est de 2 kW.



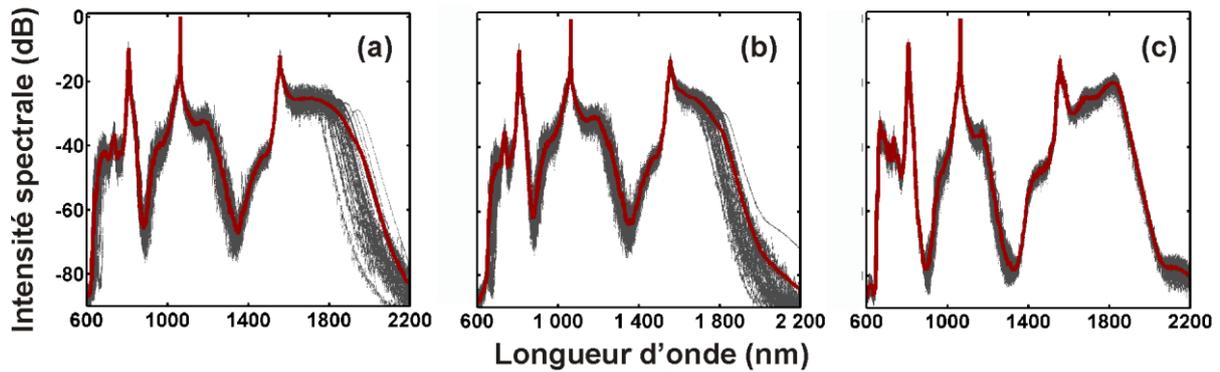
**Figure II-27.** (a) Courbe de dispersion de la fibre fabriqué à Lille mesurant 4.5 m, (b) Diagramme d'accord de phase de cette fibre avec les longueurs d'ondes excitées par une pompe à 1064 nm.

Dans un premier temps, nous comparons, en Figure II-28, les comportements moyens des trois cas possibles pour ces nouveaux paramètres de fibre. Cette figure est très similaire à la Figure II-25a. En particulier, nous notons la bosse correspondant au soliton décalé du côté Stokes.



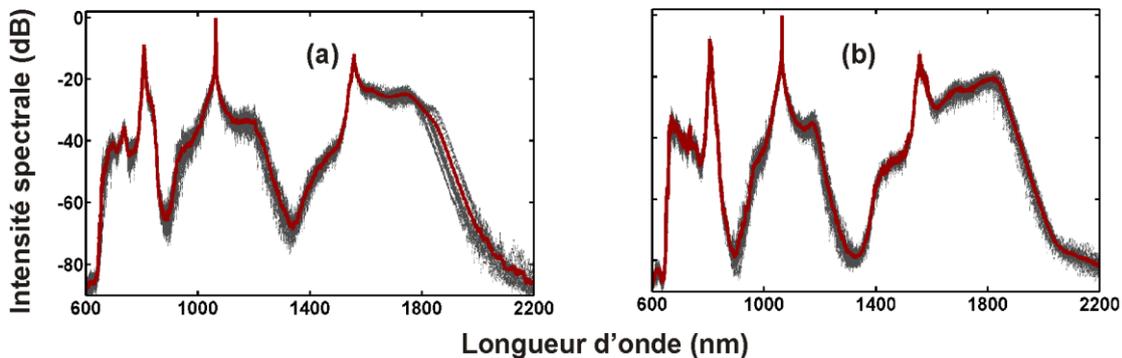
**Figure II-28.** (a) Spectres moyennés sur 50 simulations sans germe (en bleu), avec un germe continu de 3 mW (en gris) centré à 1561 nm et avec deux germes de 3 mW (en bleu foncé) placés à environ 1561 et 1562 nm.

Mais un point capital est de savoir si les conclusions trouvées dans la configuration précédente sont reproduites ici aussi, à savoir si l'utilisation de deux signaux peut stabiliser le décalage du soliton et empêcher les fluctuations extrêmes. La Figure II-29 répond à ces questions à l'aide des simulations réalisées avec différents bruits. En effet, il est clair que la configuration à un signal permet une légère diminution des fluctuations alors que la configuration à deux signaux fait disparaître toutes fluctuations.



**Figure II-29.** Comparaison des fluctuations spectrales (a) sans signal, (b) avec signal et (c) en présence de deux signaux. Les spectres rouges sont les spectres moyennés à partir des 30 spectres représentés par les points gris.

Il reste, toutefois, la question de la robustesse de cette méthode à deux signaux. En effet, nous savons que pour une pompe de puissance fixe, les fluctuations sont éliminées mais dans des conditions expérimentales réelles, la puissance des impulsions n'est pas fixe, il peut même y avoir de fortes fluctuations de puissance (gigue d'amplitude) d'une impulsion à l'autre. Lors des expériences préliminaires, le laser était un *Q-switch* nanoseconde. Des mesures effectuées par nos collaborateurs Lillois estiment les fluctuations typiques de leur source à 6.5 %. Nous avons donc simulé des conditions telles que la puissance varie de 1850 W à 2150 W. La Figure II-30 montre les fluctuations en sortie du système pour le cas sans signal (a) et avec 2 signaux (b). Encore une fois, la configuration à deux signaux est bien plus stable. Les fluctuations sont négligeables par rapport à celles qui existent dans la configuration sans signaux.



**Figure II-30. Etude en puissance :** Comparaison des fluctuations spectrale (a) sans signal et (b) avec deux signaux lorsque la pompe fluctue entre 1850 et 2150 W. Les spectres rouges sont les spectres moyennés à partir des 20 spectres représentés par les points gris.

## VI. Conclusion

Ce chapitre nous a permis de comprendre l'origine des événements aux statistiques extrêmes apparaissant dans les supercontinuum. En effet, l'un des éléments clés est l'instabilité modulationnelle qui trouve son origine dans le bruit. Ce même bruit se retrouve fortement amplifié en sortie de fibre avec, en particulier, des solitons qui se décalent parfois fortement.

Les études précédentes d'autres auteurs ont porté essentiellement sur les supercontinuum naissant de l'instabilité modulationnelle d'ordre 2 c'est-à-dire en régime anormal. Pour notre part, nous nous sommes intéressés aux supercontinuum qui se forme par l'instabilité modulationnelle d'ordre 4 c'est-à-dire en régime normal. Cette instabilité se distingue de l'IM d'ordre 2 par ses bandes fines et très

éloignées de la pompe. Nous avons ainsi montré, que dans cette configuration des statistiques extrêmes existent aussi, et expliqué les dynamiques.

Dans notre dernière partie, nous avons voulu stabiliser les supercontinuum basés sur l'IM d'ordre 4. Pour cela, nous avons vu que l'utilisation d'un germe continu dans la bande de gain ne suffit pas car il crée ses propres bandes d'instabilité modulationnelle d'ordre 2. Nous avons donc proposé une solution faisant appel à deux signaux de même puissance dans la bande de gain. Les fluctuations sont ainsi grandement diminuées voire effacées. Un point important est la robustesse de cette méthode qui stabilise le spectre et fixe le décalage du soliton et donc celui des ondes dispersives piégées. En effet, malgré des fluctuations non-négligeables ( $\pm 8\%$ ) de la pompe, la stabilisation reste efficace. Nous espérons pouvoir vérifier cela expérimentalement dans les prochaines semaines en collaboration avec l'IRCICA (laboratoire Phlam) de Lille.

D'autres méthodes de stabilisation ou de diminution des fluctuations ont été proposées soit par l'utilisation de fibres à bande interdite [173], soit par l'utilisation de fibres effilées (*tapered*) [163].



## Chapitre 3

# Statistiques extrêmes dans les amplificateurs Raman à germe continu

*La science est, en outre, universelle; ses constatations, ses découvertes, ses démonstrations valent pour tous les peuples et pour tous les hommes. - Jean Jaurès -*

### **I. Introduction**

D'après le chapitre précédent, les supercontinuum représentent un environnement prometteur pour l'étude de statistiques extrêmes similaires aux vagues scélérates. La fission d'une impulsion en une multitude de solitons, se décalant spectralement et se collisionnant, conduit, en effet, à ce genre de phénomène. Pour savoir si la génération de statistiques extrêmes est restreinte à cette seule configuration, nous nous sommes intéressés à un système optique très différent où la présence de solitons est exclue et où l'instabilité modulationnelle n'influence pas les dynamiques observées. Nous nous sommes ainsi placés en régime de dispersion normale. De plus, nous avons souhaité ne pas nous restreindre à un système nécessairement comparable à une situation maritime. Notre attention s'est alors portée sur un système très répandu en télécommunications : un amplificateur optique à fibre. Cet élément permet de compenser la perte progressive d'énergie pendant la propagation.

En effet, bien que l'atténuation dans les fibres optiques soit très faible (0.2 dB/km pour une fibre standard à 1550 nm), il reste nécessaire de réamplifier périodiquement un signal optique compte tenu des distances parcourues. Cette étape peut se faire par différentes méthodes optiques fibrées : l'amplification par fibres dopées terres-rares, l'amplification Raman ou l'amplification paramétrique.

Dans la suite de ce chapitre, nous nous concentrons exclusivement sur l'amplification Raman. L'amplification paramétrique sera abordée au chapitre suivant. Après une brève description de l'amplification Raman et du modèle associé, une attention toute particulière sera portée sur la description de la pompe optique utilisée lors de nos expériences. Une large étude dans le domaine temporel sera décrite avant de mener une étude spectrale. Dans les deux cas, l'influence des propriétés dispersives comme l'influence de la déplétion de la pompe seront analysées aussi bien analytiquement qu'expérimentalement ou encore numériquement.

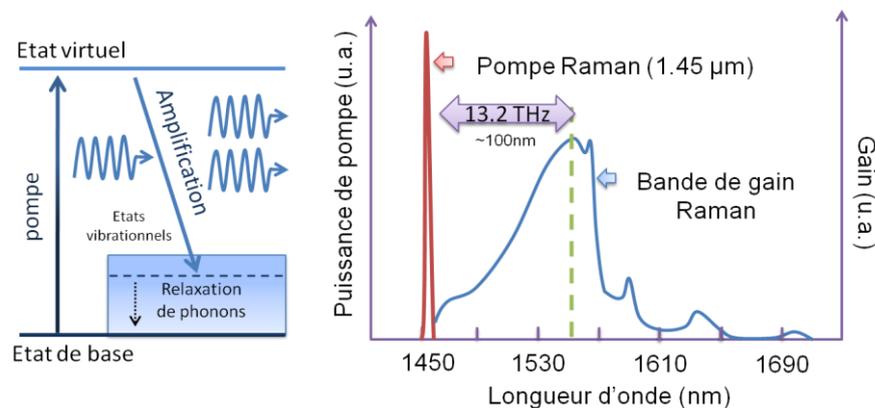
### **II. L'amplification Raman**

Bien que les amplificateurs à base de terres-rares aient été largement privilégiés avec, en particulier, les amplificateurs fibrés dopés erbium (EDFA, *Erbium Doped Fiber Amplifier* en anglais) [174], l'amplification Raman a su trouver sa place dans le paysage des télécommunications optiques longues distances. Si elle présente l'inconvénient de nécessiter des puissances de pompe conséquentes, elle offre néanmoins des performances, en termes de bruit et de bande passante, très intéressantes [175].

## II.1. Rappels du principe de l'amplification Raman

Comme nous l'avons présenté dans le premier chapitre, la diffusion Raman va transférer une partie de l'énergie d'une lumière incidente vers des fréquences plus faibles. Plus précisément, un photon pompe va exciter un milieu de manière à ce qu'il atteigne un niveau résonnant (souvent dit 'état virtuel'). Le milieu va rapidement redescendre à un niveau d'énergie plus faible en émettant un photon signal, dit Stokes, dont la fréquence dépend du matériau. La différence d'énergie, entre le photon pompe et le Stokes, est dissipée par des phonons sous forme d'énergie vibrationnelle. Rappelons que le décalage en fréquence de l'onde Stokes dépend du matériau, à travers ses états vibrationnels qui déterminent aussi la forme du gain Raman. Dans le cas de la silice et d'une fibre standard télécom, le décalage Raman est de 13.2 THz pour des ondes pompes et Stokes polarisées.

Lorsque la pompe est suffisamment puissante, on entre dans le régime de diffusion auto-stimulée où l'énergie des hautes fréquences est continuellement convertie vers les basses fréquences. C'est cet effet qui est recherché lors de l'amplification Raman. Effectivement, l'injection d'un signal à la fréquence de l'onde Stokes générée par la pompe va favoriser le transfert d'énergie : on dit que le processus de diffusion Raman est stimulé. Puis, grâce au gain Raman, un phénomène de duplication de photons va apparaître et induire une amplification du signal, comme le montre la Figure III-1a.



**Figure III-1.** (à gauche) Schéma de principe de l'amplification Raman (à droite) Bande de gain Raman d'une pompe centrée autour de 1.45 µm.

La diffusion Raman stimulée présente un certain nombre d'avantages dans le cadre de l'amplification. Premièrement, elle peut avoir lieu dans n'importe quelle fibre. Deuxièmement, le gain Raman peut se produire à n'importe quelle longueur d'onde. Il suffit, pour cela, d'ajuster la longueur d'onde de pompe. Cela n'est pas vrai dans le cas des amplificateurs dopés terres-rares car ils nécessitent une fibre spécialement dopée et les longueurs d'ondes de la pompe et du signal sont déterminées par les niveaux énergétiques des ions dopants. Enfin, l'un des avantages le plus intéressant est la large gamme de longueurs d'ondes qu'il est possible d'amplifier (voir Figure III-1 à droite). En effet, la largeur de la bande de gain exploitable avoisine 6 THz (soit plus de 40 nm aux longueurs d'onde télécoms). D'ailleurs, il a été montré [176-178] qu'en combinant plusieurs lasers pompe avec des longueurs d'ondes différentes, il est possible d'élargir le spectre de manière à obtenir une bande passante de plus de 100 nm avec un gain relativement plat.

## II.2. Modèle pour l'amplification Raman

### II.2.1 Modèle en champ

Comme cela a été précédemment présenté (voir chapitre 1 et 2), l'évolution d'un champ électrique, durant sa propagation dans une fibre optique monomode, peut être décrite par l'équation de Schrödinger Non-Linéaire étendue suivante :

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = -i \frac{\alpha}{2} \psi + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} + i \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 \psi}{\partial T^3} - \gamma \left[ 1 + \frac{i}{\omega_s} \frac{\partial}{\partial t} \right] \psi(z, T) \int_0^\infty R(T') |\psi(z, T - T')|^2 dT', \quad (3.1)$$

où, nous nous limitons à la dispersion d'ordre 3. Rappelons que  $\gamma$  est le coefficient non-linéaire Kerr,  $\alpha$  et  $R(T')$  représentent respectivement les pertes optiques et la fonction de réponse de la silice qui inclut, à la fois la contribution instantanée Kerr, et la réponse retardée Raman. Etant donné que nous nous intéressons à l'amplification d'un signal  $\psi_s$  par une pompe  $\psi_p$ , le champ initial  $\psi(0, T)$  est la superposition des deux champs telle que :  $\psi(0, T) = \psi_p(0, T) + \psi_s(0, T) \exp(-i \Omega T)$ . Précisons que  $\omega_p$  et  $\omega_s$  sont les fréquences (pulsations) respectives de la pompe et du signal décalées de  $\Omega = \omega_s - \omega_p = -13$  THz afin de bénéficier d'un gain Raman maximum.

La résolution numérique de l'équation (3.1) n'est pas aisée. En effet, pour que la simulation numérique soit correcte, il nous faut une fenêtre temporelle supérieure au *walk-off* (équation (3.5)) intégré (ce qui peut signifier, comme nous le verrons pour l'une des fibres, deux nanosecondes. Mais le souci le plus important est au niveau de la fenêtre spectrale qui doit être au moins quatre fois l'écart entre la pompe et la signal soit  $4 \times 13.2 = 52.8$  THz. Cet écart implique un nombre de points gigantesque ( $\sim 2^{18}$ ) et si l'on diminue la taille de la fenêtre temporelle pour compenser ce problème, nous sacrifierons la qualité de la simulation en provoquant l'apparition d'artéfacts numériques. C'est pourquoi, il est avantageux d'utiliser un système d'équations couplées permettant ainsi de diminuer grandement le temps de calcul. Dans ce cas, une des équations décrit l'évolution du signal à amplifier  $\psi_s$  tandis que l'autre équation décrit l'évolution de la pompe  $\psi_p$  [175, 179] :

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \psi_s}{\partial z} = & -i \frac{\alpha_s}{2} \psi_s - i \beta_{s1} \frac{\partial \psi_s}{\partial T} + \frac{\beta_{s2}}{2} \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial T^2} + i \frac{\beta_{s3}}{6} \frac{\partial^3 \psi_s}{\partial T^3} \\ & - \gamma_s \left( 1 + \frac{i}{\omega_s} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left[ (1 - f_R) (|\psi_s|^2 + 2|\psi_p|^2) \psi_s \right. \\ & \left. + f_R \psi_s \int_0^\infty h_R(T') (|\psi_s(z, T - T')|^2 + |\psi_p(z, T - T')|^2) dT' \right. \\ & \left. + f_R \psi_p \int_0^\infty h_R(T') \psi_s(z, T - T') \psi_p^*(z, T - T') e^{-i\Omega T'} dT' \right]; \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned}
i \frac{\partial \psi_P}{\partial z} = & -i \frac{\alpha_P}{2} \psi_P - i \beta_{P1} \frac{\partial \psi_P}{\partial T} + \frac{\beta_{P2}}{2} \frac{\partial^2 \psi_P}{\partial T^2} + i \frac{\beta_{P3}}{6} \frac{\partial^3 \psi_P}{\partial T^3} \\
& - \gamma_P \left( 1 + \frac{i}{\omega_P} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left[ (1 - f_R) (|\psi_P|^2 + 2|\psi_S|^2) \psi_P \right. \\
& + f_R \psi_P \int_0^\infty h_R(T') (|\psi_P(z, T - T')|^2 + |\psi_S(z, T - T')|^2) dT' \\
& \left. + f_R \psi_S \int_0^\infty h_R(T') \psi_P(z, T - T') \psi_S^*(z, T - T') e^{-i\Omega T'} dT' \right].
\end{aligned} \tag{3.3}$$

où les indices s et p correspondent aux termes liés respectivement au signal et à la pompe.

Les équations couplées (3.2) et (3.3) sont équivalentes à l'équation (3.1) tant qu'aucune fréquence additionnelle n'est générée par mélange à quatre ondes ou par un processus de cascades Raman. Etant donné que nous nous plaçons en régime continu ou, au pire, nous considérons des impulsions picosecondes, ces équations peuvent être grandement simplifiées. En effet, les champs pompe et signal peuvent être traités comme constants sur l'intervalle de temps sur lequel varie  $h_R(T)$  (c'est-à-dire sur un temps inférieur à 0.1 ps), par conséquent, les termes contenant des intégrales peuvent être calculés analytiquement. Il est ainsi possible de définir les coefficients de gain Raman [180] :

$$g_j = 2f_R \gamma_j \left| \text{Im} \left[ \tilde{h}_R(\Omega) \right] \right| \quad (j = P, S). \tag{3.4}$$

De plus, notons que l'effet Raman *intrapulse* et le décalage fréquentiel du soliton associé ou encore l'auto-raïdissement ne jouent aucun rôle dans les expériences auxquelles nous nous intéresserons.

Il existe un paramètre qui est d'une grande importance, noté  $\delta$ , et défini tel que :

$$\delta = \beta_{P1} - \beta_{S1} = \frac{1}{v_{gP}} - \frac{1}{v_{gS}}. \tag{3.5}$$

Ce paramètre qui est appelé *walk-off*, ou désaccord de vitesse de groupe, est lié à la différence des vitesses de groupe entre la pompe et le signal. Nous pouvons donc réécrire le système composé des équations (3.2) et (3.3) de la manière suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi_P}{\partial z} = -\frac{\omega_P}{\omega_S} \frac{g_R}{2} |\psi_S|^2 \psi_P - i \frac{\beta_{2P}}{2} \frac{\partial^2 \psi_P}{\partial T^2} + i \gamma \left[ |\psi_P|^2 + 2|\psi_S|^2 \right] \psi_P - \frac{\alpha}{2} \psi_P \\ \frac{\partial \psi_S}{\partial z} = \frac{g_R}{2} |\psi_P|^2 \psi_S - i \frac{\beta_{2S}}{2} \frac{\partial^2 \psi_S}{\partial T^2} + i \gamma \left[ |\psi_S|^2 + 2|\psi_P|^2 \right] \psi_S - \frac{\alpha}{2} \psi_S + \delta \frac{\partial \psi_S}{\partial T} \end{cases} \tag{3.6}$$

où vu le faible écart entre  $\alpha_S$  et  $\alpha_P$  ainsi qu'entre  $\gamma_S$  et  $\gamma_P$ , nous considérons  $\alpha = \alpha_S = \alpha_P$  et  $\gamma = \gamma_S = \gamma_P$ .

Pour ce système d'équations (3.6), nous avons aussi négligé la dispersion d'ordre 3. Nous avons vérifié numériquement la validité de ces approximations. Les coefficients de gain Raman sont, quant à eux, légèrement différents l'un de l'autre à cause de l'écart des fréquences entre la pompe, centrée en  $\omega_P$ , et le signal, centré en  $\omega_S$ . Par conséquent, nous avons défini  $g_R$  tel que [69, 175] :

$$g_R = g_S = \frac{\omega_S}{\omega_P} g_P. \tag{3.7}$$

Le rapport  $\omega_p/\omega_s$  étant très proche de 1 ( $\sim 1.06$ ), dans la suite de ce manuscrit, nous omettrons ce terme pour simplifier les écritures et les traitements analytiques. Toutefois, au cours des simulations numériques, nous avons conservé ce terme.

Ajoutons que nous pouvons aller plus loin dans la simplification du système (3.6). En effet, pour le signal continu, le terme d'automodulation de phase est négligeable par rapport au terme de modulation de phase croisée. A l'inverse, la modulation de phase croisée du signal sur la pompe est négligeable face à l'automodulation de phase de la pompe. La dispersion a quant à elle un grand rôle essentiellement à travers le terme de *walk-off*. La dispersion  $\beta_2$  peut être négligée surtout dans le cas de la fibre HNLF. Enfin, les pertes étant prises en compte dans le terme de gain, il est finalement possible d'aboutir au système d'équations suivant:

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi_P}{\partial z} = -\frac{g_R}{2} |\psi_S|^2 \psi_P + i\gamma |\psi_P|^2 \psi_P, \\ \frac{\partial \psi_S}{\partial z} = \frac{g_R}{2} |\psi_P|^2 \psi_S + 2i\gamma |\psi_P|^2 \psi_S + \delta \frac{\partial \psi_S}{\partial T}. \end{cases} \quad (3.8)$$

### II.2.2 Modèle en intensité

S'il est vrai que le système d'équations (3.8) est simplifié par rapport au système (3.6), il est encore possible de simplifier grandement les calculs et les simulations numériques. En effet, dans les équations (3.6) et (3.8), nous considérons le champ complexe ce qui nous permet de décrire l'évolution temporelle mais aussi l'évolution spectrale. Or pour le moment, nous nous intéressons uniquement à l'aspect temporel. C'est pourquoi, tant que nous nous restreindrons à l'étude temporelle, nous considérerons le modèle en intensité communément utilisé pour l'amplification Raman [175]:

$$\begin{cases} \frac{\partial P_P}{\partial z} = -g_R P_P P_S \\ \frac{\partial P_S}{\partial z} = g_R P_P P_S + \delta \frac{\partial P_S}{\partial T}. \end{cases} \quad (3.9)$$

où  $P_S$  et  $P_P$  représentent les intensités, respectivement, du signal et de la pompe telles que :  $P_j = |\psi_j|^2$ .

### II.3. Montage expérimental mis en œuvre

Il existe deux configurations principales pour un montage d'amplification Raman. En effet, soit la pompe et le signal sont injectés dans la même direction, auquel cas nous parlerons d'une configuration co-propagative, soit ils sont injectés dans des directions opposées auquel cas, nous parlerons d'une configuration contra-propagative. Nous étudierons, dans ce chapitre, exclusivement la configuration co-propagative. Toutefois, au chapitre suivant, nous comparerons cette configuration à la configuration contra-propagative, ainsi qu'à des variantes où le pompage est bidirectionnel.

La Figure III-2 représente le schéma du dispositif expérimental que nous étudions. Ce montage fait appel intégralement à des éléments disponibles commercialement et entièrement fibrés. Ayant opté pour une configuration co-propagative, le laser Raman, centré à 1455nm, et le laser délivrant le germe continu, centré à 1550 nm, sont tous deux injectés du même côté de la fibre optique à l'aide d'un coupleur en longueur d'onde (WDM pour *wavelength division multiplexer*). En sortie de fibre, un second coupleur en longueur d'onde permet de séparer le signal amplifié du résidu de pompe. Le signal amplifié, auquel nous nous intéressons, est ensuite envoyé sur différents dispositifs de caractérisation.

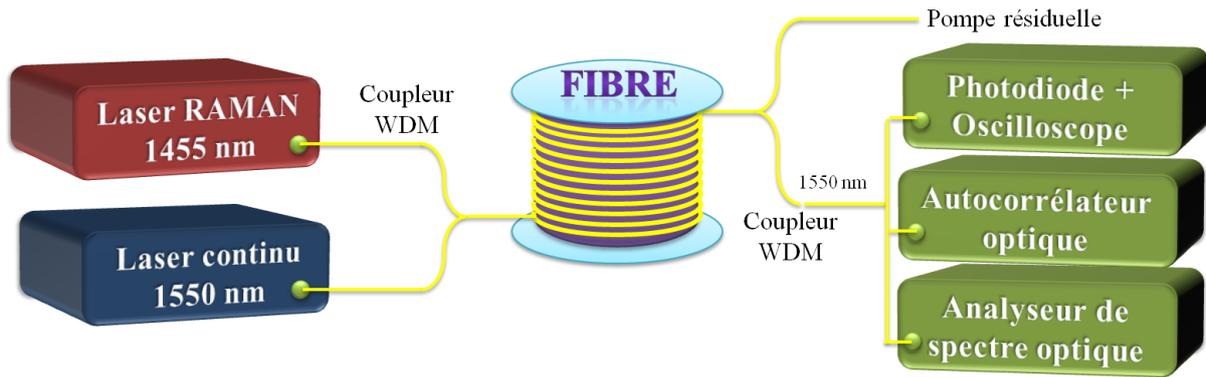


Figure III-2. Montage expérimental étudié.

Tout au long de ce chapitre, nous serons amenés à étudier différentes fibres dont nous donnerons les caractéristiques au fur et à mesure. Le laser continu est une diode laser ECL dont la largeur spectrale est de quelques MHz et dont la puissance moyenne est de quelques milliWatts. Le laser de pompe est un laser Raman fibré non-polarisé pouvant délivrer jusqu'à 2 W de puissance moyenne à 1455 nm. Quant aux dispositifs de caractérisation, ils nous permettront d'avoir des informations aussi bien temporelles que spectrales.

En effet, la caractérisation la plus directe et la plus intuitive se fait à l'aide d'un oscilloscope. Toutefois, un oscilloscope reste un appareil électrique. Il nous faut donc une photodiode qui est un semi-conducteur permettant de convertir un signal optique en signal électrique. Les photodiodes que nous utilisons ont une bande passante typique de 2 GHz. Toutefois, nous disposons d'un oscilloscope ayant une bande passante de 1 GHz. Nous n'aurons donc pas accès au véritable profil : la résolution temporelle des oscilloscopes et des photodiodes n'étant que de quelques gigahertz, elle est insuffisante et ne permet donc pas la caractérisation des événements d'une durée inférieure à 25 ps.

L'un des outils les plus répandus, pour caractériser temporellement les impulsions picosecondes ou femtosecondes, est l'autocorrélateur en intensité, qui donne une information indirecte sur leur largeurs typiques.

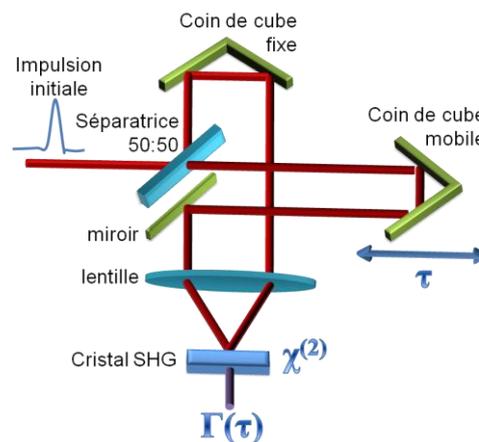


Figure III-3. Principe général d'un autocorrélateur en intensité. Précisons qu'il existe d'autres montages comme c'est le cas du dispositif FemtoChrome disponible à notre laboratoire qui est basé sur un principe mécaniquement différent.

La Figure III-3 représente le principe d'un autocorrélateur optique en intensité. Plus précisément, ce système va séparer l'impulsion à caractériser en deux impulsions de même puissance à l'aide d'une lame séparatrice 50:50. Puis un interféromètre de Michelson va induire un retard variable entre les

impulsions grâce à l'un des coins de cube qui est mobile. En sortie du Michelson, une lentille permet de focaliser les deux impulsions dans un matériau optique à réponse non-linéaire instantanée. Ce matériau, qui est typiquement un cristal de BBO (béta borate de baryum), va permettre la génération d'un signal de second harmonique (phénomène de doublage de fréquence faisant intervenir la susceptibilité  $\chi^{(2)}$  d'ordre 2 du cristal).

Mathématiquement, la sortie de ce montage optique correspond à la fonction d'autocorrélation  $\Gamma(\tau)$  :

$$\Gamma(\tau) = I * I = \int_{-\infty}^{+\infty} I(t) I(t + \tau) dt. \quad (3.10)$$

En général, il est bien plus aisé d'avoir un accès direct au spectre des impulsions. Pour l'enregistrement des spectres, nous disposons d'un analyseur de spectre optique (OSA pour *Optical Spectrum Analyzer*) de résolution 0.07 nm (ANRITSU MS 9710B).

#### II.4. Optique statistique et cohérence

La pompe est un laser Raman, dit continu. Mais cela constitue un abus de langage car son spectre n'est pas purement monochromatique mais présente une largeur typique de plusieurs dizaines de gigahertz. On peut donc s'attendre à des fluctuations rapides et importantes de son intensité. Celles-ci en font, sans nul doute, l'élément clé du montage présenté en Figure III-2. Pour comprendre ces caractéristiques de l'intensité délivrée par le laser Raman, il est important de rappeler certaines notions d'optique statistique et plus précisément, celles ayant rapport avec la cohérence.

Le temps de cohérence, noté  $\tau_c$ , est une échelle de temps, sur laquelle les fluctuations d'une lumière sont corrélées, permettant ainsi de quantifier le degré de cohérence de la source lumineuse. Pour connaître la cohérence d'un système, la fonction d'autocorrélation, précédemment définie, est d'un grand secours. Cette fonction est maximale et centrée en 0 et elle décroît en fonction du temps. Cette décroissance s'explique du fait que, plus on s'éloigne dans le temps, moins le champ est corrélé avec lui-même sauf dans le cas d'une onde purement cohérente. Dans le cas d'une onde purement continue et cohérente, l'intensité du signal retardé serait identique à celle du signal non-retardé, car indépendante du temps. Le Tableau 4 donne les temps de cohérence selon la forme du spectre.

Forme du spectre	Gaussien	Lorentzien	Rectangulaire
Temps de cohérence	$\sqrt{\frac{2 \ln 2}{\pi}} \frac{1}{\Delta \nu} \approx \frac{0.664}{\Delta \nu}$	$\frac{1}{\pi \Delta \nu} \approx \frac{0.318}{\Delta \nu}$	$\frac{1}{\Delta \nu}$

**Tableau 4.** Selon la forme de la densité spectrale, expression donnant le temps de cohérence.  $\Delta \nu$  étant la largeur totale à mi-hauteur du spectre.

Bien que le terme de cohérence soit souvent relié aux phases, comme dans le cas des interférences, nous nous intéresserons essentiellement au profil d'intensité et c'est pourquoi, dans la suite de ce chapitre, nous définirons le temps de cohérence comme la largeur totale à mi-hauteur de la fonction d'autocorrélation en intensité. Notons que cette définition sera en accord avec le cas gaussien du Tableau 4.

Dans la suite du manuscrit, nous normaliserons les signaux d'autocorrélation de manière à ce que la définition soit :

$$\Gamma(\tau) \triangleq \langle I(t+\tau) I(t) \rangle = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} I(t+\tau) I(t) dt}{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} I^2(t) dt} \quad (3.11)$$

Cette fonction d'autocorrélation sera caractérisée par deux quantités :

- Sa largeur temporelle, notée  $\Sigma$ , qui est la largeur totale à mi-hauteur de la fonction  $\Gamma(\tau) - \lim_{\tau \rightarrow \infty} \Gamma(\tau)$  et qui sera donc reliée au temps de cohérence,
- Son contraste, noté  $\Upsilon$ , qui est le rapport de la valeur maximale de  $\Gamma$  sur sa valeur minimale c'est-à-dire :  $\Upsilon = \Gamma(0) / \lim_{\tau \rightarrow \infty} \Gamma(\tau)$ .

L'autocorrélation en intensité ne nous donnant pas d'information sur les phases ou sur l'évolution spectrale des ondes, nous observerons également le spectre optique  $S(\omega)$  qui est défini par :

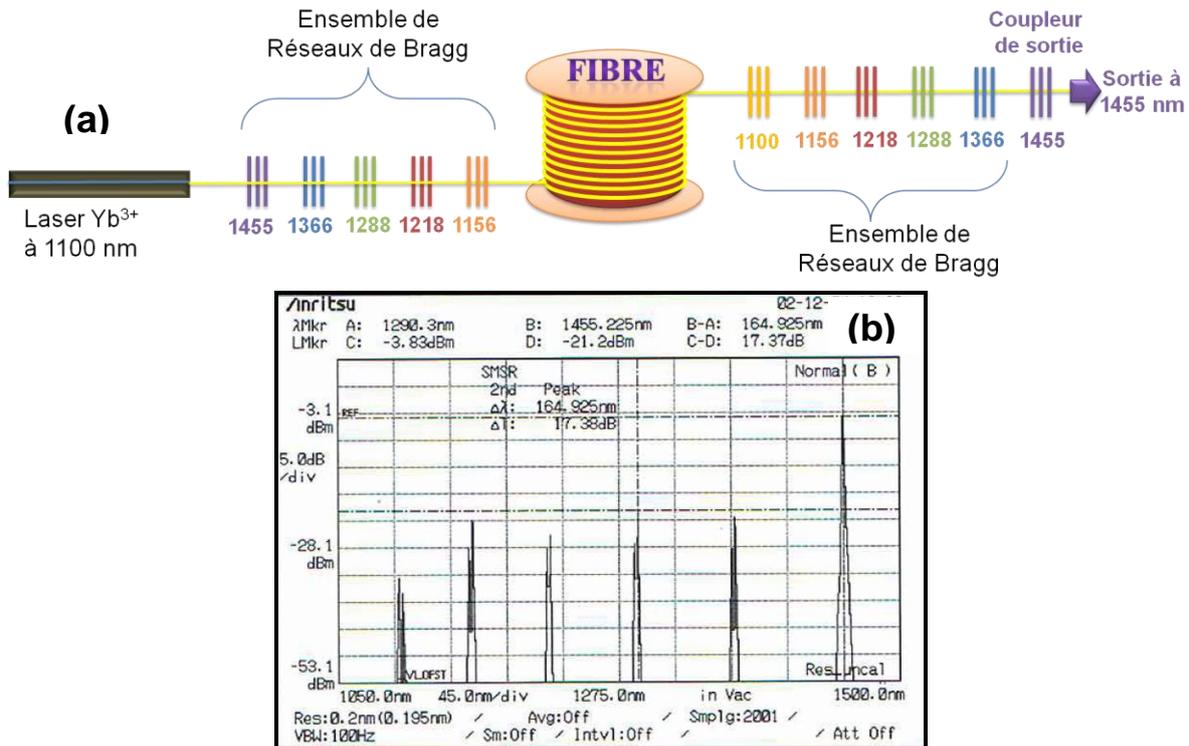
$$S(\omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{i\omega t} dt \right|^2 \quad (3.12)$$

En d'autres termes, le spectre est le module au carré de la transformée de Fourier du champ optique. Il est important de noter que, selon le théorème de Wiener-Khinchin, le spectre optique d'une onde aléatoire caractérisée par une statistique stationnaire est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation en amplitude :  $\Gamma_{\psi}(\tau) = \langle \Psi(t+\tau) \Psi^*(t) \rangle$  [15].

## II.5. Caractéristiques de la pompe

### II.5.1 Principe du Laser Raman Fibré

Les lasers Raman fibrés (RFL, *Raman Fiber Laser* en anglais) ont joué un rôle critique dans les démonstrations initiales de l'amplification Raman en télécommunications. Le premier construit avec une fibre conventionnelle est celui rapporté par Stolen dès 1972 [181]. A cette époque, l'efficacité n'était pas réellement au rendez-vous du fait des éléments optiques non-optimisés. Il a fallu attendre le développement des réseaux de Bragg et des diodes laser multi-modes pour voir l'apparition de montages efficaces. En fait, la pompe d'un laser Raman fibré est constituée d'un ensemble de diodes multi-modes qui vont exciter un laser fibré dopé terres-rares. Celui-ci va à son tour se propager dans une fibre optique générant par effet Raman cascadié la longueur d'onde voulue [182-183]. La Figure III-4 montre le principe d'un laser Raman fibré émettant à 1455 nm comme celui que nous avons utilisé. La pompe du laser Raman est ici un laser fibré ytterbium émettant à 1100 nm. Cette longueur d'onde va être injectée dans une fibre optique, typiquement de 200 m à 1 km, présentant de préférence un fort coefficient de gain Raman. De part et d'autre de cette fibre, deux ensembles de réseaux de Bragg vont jouer les rôles de miroirs afin de former le résonateur Raman à cascades. En fait, la pompe à 1100 nm va générer une onde Stokes à 1156 nm (soit bien à 13.2 THz). Dès que cette onde Stokes devient assez intense, elle va, elle-même générer sa propre onde Stokes à 1218 nm. Cette effet de cascade permet, au final, d'atteindre 1455 nm. Ainsi un tel laser permet d'atteindre potentiellement n'importe quelle longueur d'onde au delà de 1000 nm. Il suffit pour cela de choisir le laser de pompe adéquat et les réseaux de Bragg adaptés. De plus, des dopants ajoutés à la fibre permettront de changer le décalage Raman (par exemple,  $\text{GeO}_2$  induit un décalage de 12.6 THz alors que  $\text{B}_2\text{O}_3$  permettra un décalage de 24.2 THz).



**Figure III-4.** (a) Schéma de principe d'un laser Raman fibré émettant à 1455 nm [175]. (b) Spectre de notre laser Raman fibré fourni dans la documentation technique par le constructeur. Toutes les longueurs d'ondes le composant sont représentées. Notons que le taux d'extinction est de 17.38 dB.

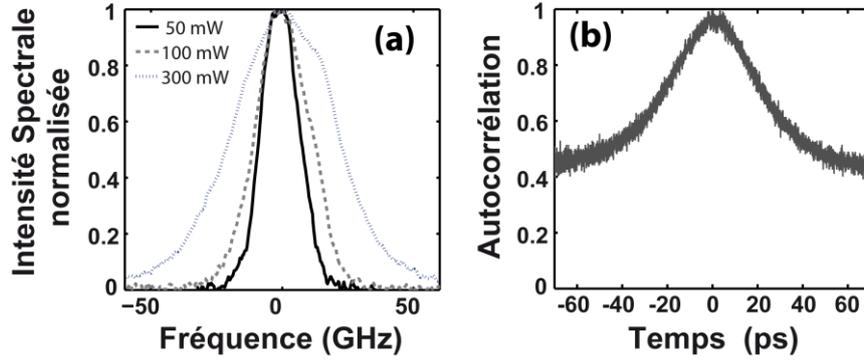
Le laser Raman fibré, que nous utilisons, est fourni par la société Keopsys. Sa longueur d'onde en sortie étant de 1455 nm, son principe est conforme à la Figure III-4a comme le confirme le spectre donné par le constructeur Figure III-4b. Précisons que nous avons vérifié ce spectre au cours de nos expériences.

Notons que le spectre non monochromatique de ce laser fibré, pouvant s'élargir avec la puissance d'émission, a été longtemps problématique car les modèles numériques échouaient à le reproduire. En 2003, Bouteiller [184-185] proposa un modèle semi-empirique permettant d'expliquer et de reproduire l'élargissement spectral. En particulier, il montre que pour un laser Raman fibré dont la fibre mesure 500 mètres, l'écart typique entre les modes longitudinaux est de  $c / 2 n L \sim 200$  kHz et permet de nombreux accords de phase. Il insiste sur l'importance du coupleur de sortie qui n'est rien d'autre qu'un réseau de Bragg avec une réflectivité inférieure à 100 %. Si celui-ci à une largeur de 10 GHz, il permet l'existence de 50 000 modes longitudinaux. Dès que le mode principal atteint la saturation, il apportera du gain à un autre mode par mélange à quatre ondes jusqu'à ce qu'il sature à son tour. De cette manière de nombreux modes vont pouvoir "laser". Pour un très long laser Raman, le nombre de modes peut aller jusqu'à  $10^8$  [186]. D'autres travaux, en particulier ceux de Babin *et al.* ont permis le développement d'une théorie complète basée sur des équations cinétiques [186-188].

## II.5.2 Observations expérimentales

Avant de commencer nos expériences, nous avons logiquement tenu à caractériser la pompe Raman, afin de vérifier en particulier son degré d'incohérence. Une manière simple de s'en assurer est d'observer le spectre de la pompe, sur un analyseur de spectre optique, comme il est présenté en Figure III-5a. Ce spectre varie entre 15 et 100 GHz pour des puissances allant de 50 à 1100 mW ce qui est

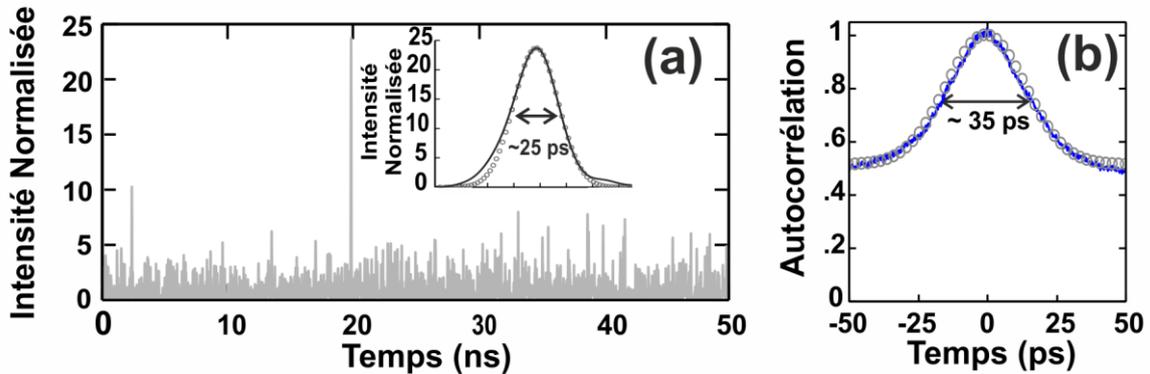
bien supérieur à la résolution de notre analyseur de spectre, confirmant que ce n'est pas un effet de convolution. Le constructeur, quant à lui, annonce une largeur de 1.38 nm soit 200 GHz à 2 W.



**Figure III-5.** (a) Spectre de la pompe Raman avant fibre à 50 mW (trait plein), 100 mW (tirets) et 300 mW (pointillés). (b) Autocorrélation de la pompe.

Cet élargissement confirme donc que la pompe Raman est partiellement incohérente. Cela nous est aussi prouvé par l'enregistrement du signal d'autocorrélation, représenté en Figure III-5b. En effet, si la pompe était parfaitement continue alors le signal d'autocorrélation serait constant et égal à 1 en fonction du temps ce qui n'est clairement pas le cas. Le contraste  $\Upsilon$  de l'autocorrélation est égal à 2 ce qui est caractéristique des ondes partiellement incohérentes [189]. Quant à la largeur  $\Sigma$ , elle est environ égale à 35 ps.

### II.5.3 Modèle numérique



**Figure III-6.** (a) Fluctuations d'intensité de la pompe sur un temps long de 50 ns normalisées par la valeur moyenne de la pompe notée  $\langle P_{p0} \rangle$ . En encart, détails d'un pic et comparaison avec un ajustement par une Gaussienne. (b) Autocorrélation en intensité de la pompe : les résultats expérimentaux sont comparés au modèle basé sur l'équation (3.13).

Pour reproduire un tel signal numériquement, il nous a fallu considérer une onde aléatoire dont la transformée de Fourier présente une forme Gaussienne avec des phases spectrales  $\varphi(\omega)$  aléatoires, et  $\delta$ -corrélées, uniformément distribuées entre  $-\pi$  et  $\pi$  [15, 190-193] :

$$\tilde{\psi}_{p0}(\omega) \propto \exp\left(-2 \ln(2) \frac{\omega^2}{\Omega_L^2}\right) \exp(i \varphi(\omega)), \quad (3.13)$$

où  $\Omega_L$  est la largeur totale à mi-hauteur de la pompe telle que  $\Omega_L = 17.7$  GHz. Ceci correspond, dans le domaine temporel, à des fluctuations d'intensité larges et ultra-courtes ayant une durée minimale  $T_L = 0.44 / \Omega_L$  de 25 ps. La Figure III-6a montre explicitement ces fluctuations d'intensité obtenues grâce à notre modèle numérique. Dans l'encadré de la Figure III-6a, le pic le plus court est isolé de manière à

confirmer la largeur minimale de 25 ps. Ce pic présente une puissance crête 24 fois supérieure à la puissance moyenne. La pompe partiellement incohérente ici présente donc des déviations bien plus larges que celles observées dans les études précédentes portant sur les fluctuations de quelques dizaines de pourcents de la puissance crête des impulsions délivrées par un laser pompe nanoseconde *Q-switched* [194-197]. Enfin, la Figure III-6b montre que ce modèle nous permet de reproduire parfaitement le signal d'autocorrélation expérimental confortant ainsi notre modèle. Précisons qu'une étude récente [192] sur le bruit, dans un amplificateur Raman similaire au notre, a validé ce modèle.

Plusieurs auteurs ont une préférence pour le modèle de diffusion de phase [198-200]. Si ce modèle permet effectivement de reproduire l'élargissement spectral de la pompe Raman, il présente un profil temporel initial constant et ne permet donc pas de retrouver un signal d'autocorrélation en intensité conforme à celui que nous observons.

Cependant, précisons que, dans notre modèle, la largeur spectrale n'est pas totalement identique à celle obtenue expérimentalement montrant ainsi que la phase n'est pas forcément reproduite à l'identique. Et il serait trop complexe de parfaitement la prendre en compte ici. Toutefois, comme nous le verrons, les processus étudiés dans la suite de ce chapitre, dépendent, avant tout, du profil d'intensité. Une dernière limite de notre modèle sera vue dans le chapitre suivant avec les analyses RF.

#### II.5.4 Statistique de la pompe

Le spectre  $|\tilde{\psi}_{p_0}(\omega)|^2$  étant  $\delta$ -corrélé, les fluctuations de la pompe sont statistiquement stationnaires dans le temps [15]. Plus précisément, en accord avec l'équation (3.13), le champ pompe  $\psi_{p_0}$  est caractérisé par une statistique stationnaire gaussienne, dont la partie réelle et la partie imaginaire ont la densité de probabilité [15] suivante :

$$pdf(r_p, i_p) = \frac{1}{\pi \langle P_{p_0} \rangle} \exp\left(-\frac{r_p^2 + i_p^2}{\langle P_{p_0} \rangle}\right), \quad (3.14)$$

où  $r_p = \Re(\psi_{p_0})$ ,  $i_p = \Im(\psi_{p_0})$  avec  $\langle P_{p_0} \rangle$  la puissance moyenne initiale de la pompe. Connaissant les règles de transformation de densité de probabilité (voir rappels Chapitre 1 et la référence [15]), il est possible d'obtenir l'expression de la densité de probabilité de la puissance de pompe  $P_{p_0}$  qui suit une loi exponentielle:

$$pdf(P_{p_0}) = \frac{1}{\langle P_{p_0} \rangle} \exp\left(-\frac{P_{p_0}}{\langle P_{p_0} \rangle}\right). \quad (3.15)$$

Nous pouvons vérifier que cette expression est cohérente avec le calcul de la moyenne de la puissance de pompe donnée par :

$$\langle P_{p_0} \rangle = \int_0^{\infty} P_{p_0} pdf(P_{p_0}) dP_{p_0}. \quad (3.16)$$

En posant  $x = P_{p_0} / \langle P_{p_0} \rangle$ , nous trouvons finalement :

$$\langle P_{P_0} \rangle \int_0^{\infty} x \exp(-x) dx = \langle P_{P_0} \rangle \left[ \underbrace{[-x \exp(-x)]_0^{\infty}}_0 + \underbrace{\int_0^{\infty} \exp(-x) dx}_1 \right] = \langle P_{P_0} \rangle. \quad (3.17)$$

A partir de la *pdf*, il nous est également possible d'obtenir analytiquement le contraste de l'autocorrélation de la pompe :

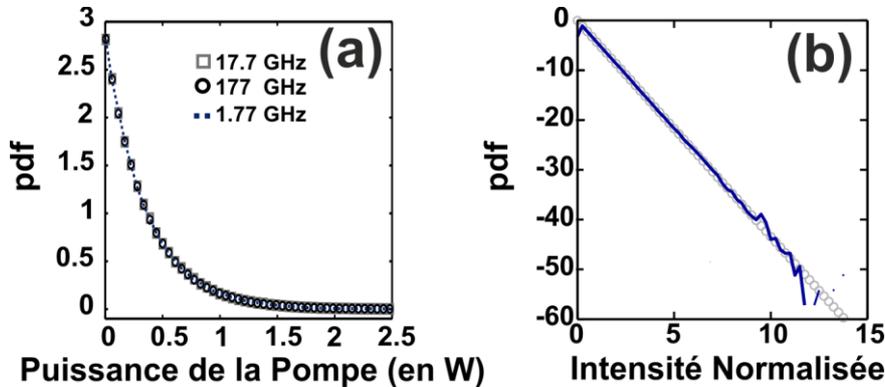
$$\Upsilon = \frac{\Gamma(0)}{\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Gamma(\tau)} = \frac{\langle P_{P_0}(t) P_{P_0}(t) \rangle}{\langle P_{P_0}(t+\tau) \rangle \langle P_{P_0}(t) \rangle} = \frac{\langle P_{P_0}^2(t) \rangle}{\langle P_{P_0}(t) \rangle^2} \quad (3.18)$$

Pour effectuer le calcul de l'équation (3.18), il ne manque que le moment d'ordre 2 c'est-à-dire :

$$\langle P_{P_0}^2(t) \rangle = \frac{1}{\langle P_{P_0} \rangle} \int_0^{\infty} P_{P_0}^2 \exp(-P_{P_0}/\langle P_{P_0} \rangle) dP_{P_0} = \frac{1}{\langle P_{P_0}(t) \rangle} \cdot 2 \langle P_{P_0}(t) \rangle^3 = 2 \langle P_{P_0}(t) \rangle^2 \quad (3.19)$$

D'où finalement,  $\Upsilon = 2$  ce qui est en accord avec nos observations de la Figure III-5b participant à confirmer le choix de ce modèle.

Précisons que l'expression (3.15) est bien connue dans le cas d'une source thermique polarisée [15, 201-202]. Cette statistique est celle qui correspond le mieux aux expériences que nous effectuons et nous permettra donc de dégager les bonnes tendances. Un fait remarquable est que la densité de probabilité de la pompe ne dépende pas de sa largeur totale à mi-hauteur  $\Omega_L$  comme le confirme la Figure III-7a. Nous représentons, sur la Figure III-7b, la densité de probabilité de la pompe (normalisée par la probabilité maximale) en échelle logarithmique ce qui conduit à une décroissance linéaire (voir équation (3.15)).



**Figure III-7.** (a) Fonctions densité de probabilité pour des largeurs totales à mi-hauteur de 1.77 GHz (tirets), de 17.7 GHz (carré gris) et de 177 GHz (cercle noir). (b) Pdf de la pompe tracée sur une échelle logarithmique. Les résultats numériques (en trait plein bleu) sont comparés à la théorie (cercles) donnée par l'équation (3.15). Les résultats sont normalisés en abscisse par  $\langle P_{P_0} \rangle = 0.35$  W et en ordonnée, de manière à avoir le maximum de la *pdf* à 1.

### III. Événements extrêmes observés dans le domaine temporel

Nous allons maintenant présenter les résultats expérimentaux obtenus avec un montage conforme à celui présenté sur la Figure III-2. L'amplification a eu lieu dans une fibre hautement non-linéaire (HNLF pour *Highly NonLinear Fiber*) de 500 mètres de long avec une dispersion  $\beta_2 = 7 \times 10^{-4}$  ps<sup>2</sup>.m<sup>-1</sup> et une non-linéarité  $\gamma = 10$  W<sup>-1</sup>.km<sup>-1</sup>. A titre de comparaison et afin de nous aider dans l'interprétation des résultats, nous comparerons les résultats obtenus dans la HNLF à ceux obtenus par amplification

dans une fibre à dispersion décalée (DSF pour *Dispersion Shifted Fiber*) mesurant 3500 mètres et ayant une dispersion  $\beta_2 = 3.2 \times 10^{-3} \text{ ps}^2.\text{m}^{-1}$  et une non-linéarité  $\gamma = 2.4 \text{ W}^{-1}.\text{km}^{-1}$ . Pour effectuer une comparaison juste, nous faisons en sorte que les deux fibres présentent un gain Raman intégré et une non-linéarité cumulée (c'est-à-dire  $\gamma L$ ) similaires. Le Tableau 5 regroupe les propriétés de ces deux fibres.

propriétés	HNLF	DSF
Dispersion $\beta_2$ (en $\text{ps}^2.\text{km}^{-1}$ )	$7 \times 10^{-4}$	$3.2 \times 10^{-3}$
Non-linéarité $\gamma$ (en $\text{W}^{-1}.\text{km}^{-1}$ )	10	2.4
Longueur $L$ (en km)	0.500	3.500
Walk-off $\delta$ estimé (en $\text{ps}.\text{km}^{-1}$ )	58	514

Tableau 5. Propriétés des deux fibres comparées.

### III.1. Premières observations expérimentales

Les premières expériences ont consisté à caractériser le signal continu amplifié pour des gains (on - off) intégrés entre 3 et 17 dB. Ces gains correspondent à une pompe Raman allant de 300 mW à 900 mW pour la HNLF tandis que cette même pompe permettra d'atteindre les mêmes gains avec la DSF pour des puissances allant de 350 mW à 1800 mW.

#### III.1.1 A l'aide d'une photodiode

La Figure III-8 montre un exemple d'enregistrement à l'oscilloscope, sur une fenêtre temporelle de 500 ns, dans le cas de la fibre hautement non-linéaire (Figure III-8a) comparé au cas de la fibre à dispersion décalée (Figure III-8b).

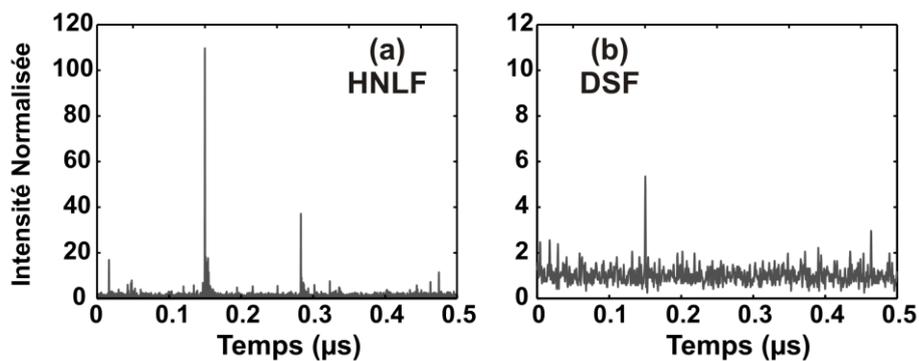


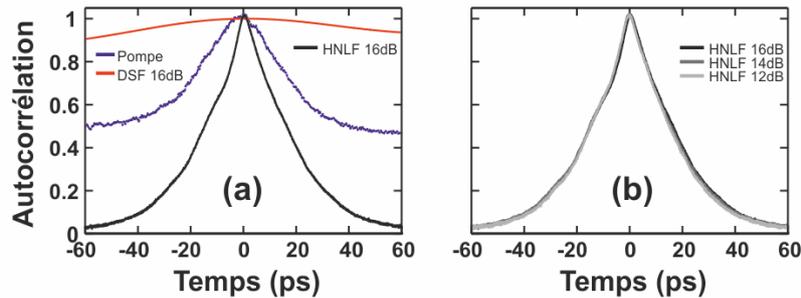
Figure III-8. (a) Signal continu amplifié dans une HNLF à 12 dB de gain (b) Comparaison avec le signal amplifié dans une DSF (toujours à 12 dB de gain). Dans les deux cas, l'intensité est normalisée par la puissance moyenne en sortie.

Dans les deux cas, le gain en sortie de fibre est de 12 dB ce qui correspond à une puissance de pompe de 700 mW pour la HNLF et une puissance de 1300 mW pour la DSF. Ainsi, à gain équivalent, nous constatons la grande différence de comportement. En effet, dans le cas de la HNLF, le signal amplifié exhibe des pics intenses générés sans aucune périodicité apparente et n'est donc en rien continu contrairement à ce qu'on aurait pu imaginer. Précisons qu'un filtre spectral a été utilisé pour supprimer une possible contribution de l'émission Raman spontanée hors de la bande du signal. Si des pics sont aussi observables dans le cas de la DSF, nous portons l'attention du lecteur sur la différence d'échelle entre les deux figures. Plus précisément, avec la DSF, il existe un pic dont la puissance crête

est 6 fois supérieure à la puissance moyenne alors qu'avec la HNFL, il existe un pic dont la puissance crête est plus de 100 fois supérieure à la puissance moyenne. De plus, la HNFL présente plus de pics intenses que la DSF.

### III.1.2 A l'aide d'un autocorrélateur en intensité

Les caractéristiques du signal amplifié sont maintenant examinées avec un autocorrélateur optique en intensité permettant ainsi d'accéder aux détails des structures optiques émergentes. La Figure III-9 compare l'autocorrélation mesurée pour l'amplificateur HNFL à celui de la pompe et à celui de l'amplificateur DSF.

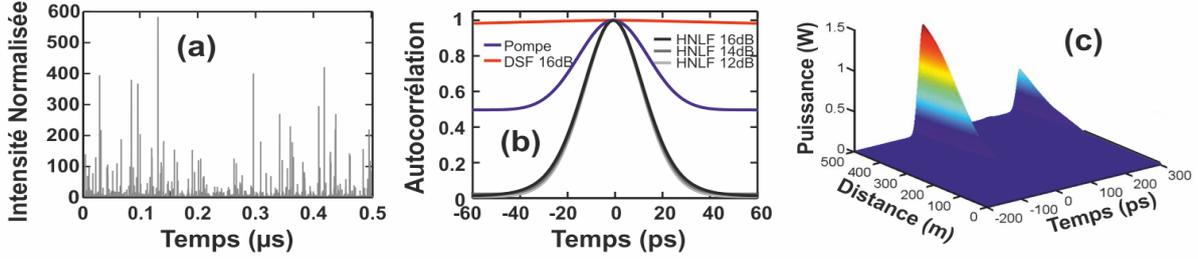


**Figure III-9.** (a) Autocorrélation de la pompe (en bleu) comparée au signal amplifié dans une DSF (en rouge) et dans une HNFL (en noir) à 16 dB de gain. (b) Comparaison des autocorrélations pour différents gains dans la HNFL.

Ces mesures d'autocorrélation montrent clairement les grandes différences entre la pompe et le signal amplifié dans une HNFL. Plus précisément, bien que la largeur de l'autocorrélation de la pompe soit comparable à celle du signal amplifié dans la HNFL, le niveau bas descend à zéro dans ce dernier cas conduisant à un contraste supérieur à 100 (tel que défini au paragraphe II.4). Ceci traduit des différences significatives entre les statistiques de la pompe et du signal, ce que nous montrerons plus loin dans ce chapitre. De plus, ce faible niveau bas, proche de zéro, indique la présence d'impulsions très puissantes comme celles vues sur la Figure III-8a. Les largeurs à mi-hauteur identiques pour les autocorrélations de la pompe et du signal amplifié permettent de conclure que la durée caractéristique des impulsions est comparable au temps des fluctuations de la pompe c'est-à-dire environ 25 ps. Contrairement au signal amplifié dans la HNFL, le signal amplifié dans la DSF conduit à un signal d'autocorrélation quasi-plat proche de celui d'une onde continue. En effet, celui-ci varie légèrement : moins de 10 % de variation, soit un contraste à peine supérieur à 1.1, sur la fenêtre de 120 ps présentée en Figure III-9. Cela confirme qu'il y a peu de fluctuations du signal amplifié dans la DSF. Remarquons que, d'après la Figure III-9b, le signal d'autocorrélation semble indépendant du gain.

## III.2. Analyse Numérique

Pour interpréter nos résultats expérimentaux, nous avons développé des simulations numériques basées sur le système d'équations couplées (3.9). Précisons qu'un facteur 2 de correction sur la puissance de pompe a été utilisé pour comparer les simulations aux expériences pour tenir compte de la dépolarisation de la pompe. La Figure III-10 montre les résultats des simulations pour lesquelles le paramètre de gain pour la HNFL est typiquement  $g_R = 6.5 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$  alors que celui de la DSF est estimé à  $1.5 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$  conformément à l'équation (3.4).



**Figure III-10.** Résultats numériques basés sur l'intégration du système d'équations (3.6). (a) Signal continu amplifié dans le cas de la HNLF (b) Autocorrélation du signal amplifié dans la HNLF comparée à celle de la pompe et celle du signal amplifié dans la DSF. (c) Représentation 3D de l'évolution longitudinale du profil temporel d'un pic d'intensité extrême.

La Figure III-10a correspond à une simulation sur une échelle de temps longue, soit ici 500 ns. Elle reproduit qualitativement les fluctuations du signal amplifié observées expérimentalement (voir Figure III-8a). Le signal d'autocorrélation correspondant (Figure III-10b) est lui-aussi en accord avec les expériences que ce soit pour l'amplification avec la fibre HNLF ou avec la fibre DSF. En particulier, nous vérifions que le signal d'autocorrélation est inchangé quel que soit le gain dans la HNLF. Nous représentons longitudinalement, en Figure III-10c, la génération et la croissance exponentielle d'un événement extrême particulier, qui se produit dans la fibre hautement non-linéaire.

### III.3. Explication avec le modèle en intensité

L'utilisation du modèle en intensité avec la pompe incohérente, telle que définie en équation (3.13), est capable de reproduire numériquement les tendances observées expérimentalement. Mais nous n'avons pas encore expliqué l'origine de ces pics intenses qui apparaissent dans la HNLF. Pour expliquer l'émergence des pics, nous nous tournons vers un modèle simplifié de l'équation (3.9) où le *walk-off* et la déplétion de la pompe sont négligés ( $\delta = 0$ ). L'impact de ces termes sera spécifiquement analysé à la section IV. L'équation considérée est alors :

$$\frac{\partial P_S}{\partial z} = g_R P_P P_S. \quad (3.20)$$

Lorsque la pompe ne subit pas de déplétion, sa puissance est constante et il est extrêmement aisé de résoudre la seconde équation du système (3.20) de manière à obtenir:

$$P_S = P_{S0} \exp(g_R P_P z). \quad (3.21)$$

Nous pouvons aussi exprimer l'évolution longitudinale du gain  $G(z)$  qui est définie comme le rapport de la puissance crête du signal amplifié sur la puissance moyenne du signal initial :

$$G(z) = \frac{\max(P_S(z, T))}{P_{S0}}. \quad (3.22)$$

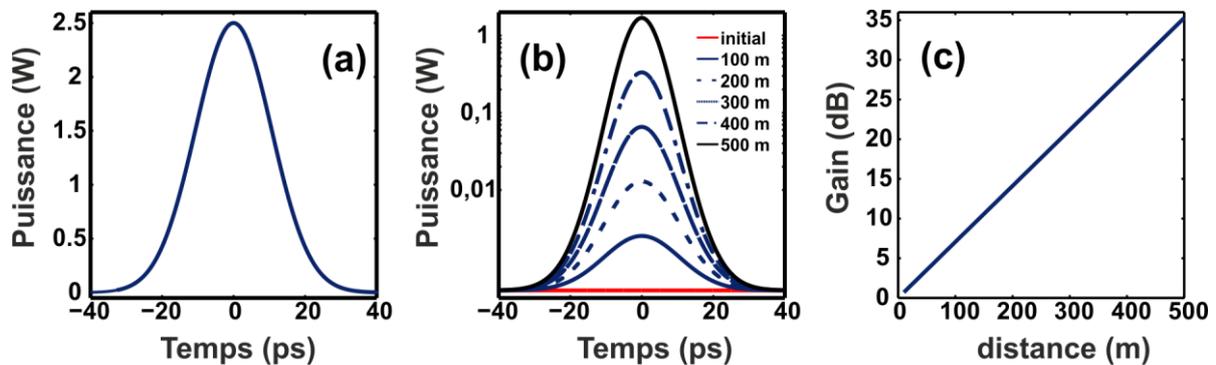
Notre définition est donc différente de celle qui considère le rapport de la puissance moyenne en sortie sur la puissance moyenne en entrée et nous permet d'avoir l'expression du gain en l'absence de déplétion:

$$G(z) = \exp(g_R P_P z). \quad (3.23)$$

### III.3.1 Modèle simplifié pour la pompe

Nous proposons, dans un premier temps, une approche qualitative à travers un modèle simplifié des fluctuations de la pompe. En effet, comme cela a été montré dans la Figure III-6b, la fluctuation la plus intense de la pompe incohérente peut être raisonnablement ajustée par une simple et unique impulsion gaussienne ayant une largeur à mi-hauteur  $T_L$  de 25 ps afin de correspondre à la structure la plus courte possible de la pompe. Nous nous intéressons donc à l'amplification résultant de cette unique gaussienne. Cela revient, en d'autres termes, à voir la pompe comme un ensemble d'impulsions gaussiennes individuelles.

Nous résolvons numériquement le système d'équations (3.6) pour une pompe gaussienne de largeur à mi-hauteur 25 ps ( la largeur à  $1/e$  est donc  $T_0 = T_L / (2(\ln 2))^{1/2} = 15$  ps) dont la puissance crête est de 2.5 W. Cette valeur maximale est tout à fait raisonnable car sur la Figure III-6a, il est clair que les fluctuations d'intensité de la pompe peuvent atteindre 25 fois la valeur moyenne (qui est, ici, de 350 mW) et, plus aisément, elles peuvent être autour de 7 fois cette valeur moyenne. Nous considérons, par ailleurs, un signal continu de 0.5 mW. Précisons, encore une fois, que les simulations ne tiennent pas compte de la déplétion de la pompe.

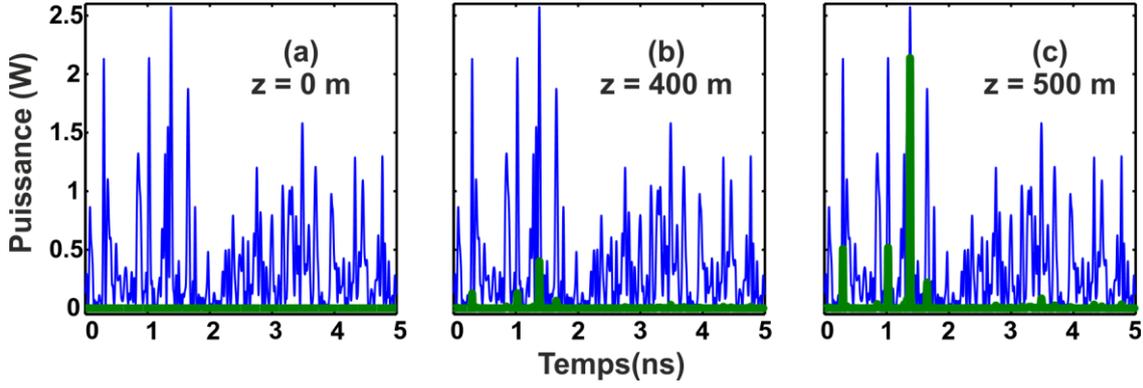


**Figure III-11.** (a) Profil d'intensité de la pompe. (b) Profils d'intensité du signal amplifié pour différentes distances de propagation comparé au signal initial. (c) Gain calculé dans la HNLF en fonction de la distance de propagation.

La Figure III-11 montre qu'une fois le signal continu amplifié, une 'copie' du profil de pompe (Figure III-11a) est observable dans ce signal représenté ici en échelle logarithmique (Figure III-11b). Ainsi, toute fluctuation de la pompe initiale sera exponentiellement transférée sur le signal comme en témoigne la courbe de gain linéaire en échelle logarithmique (Figure III-11c).

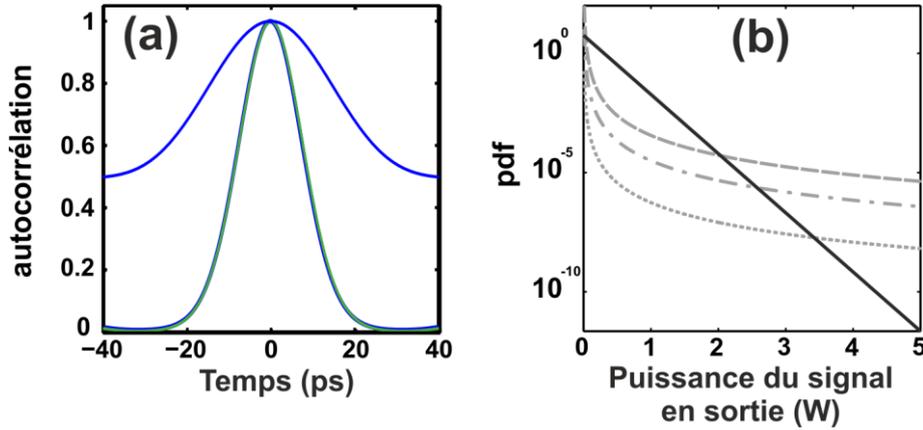
### III.3.2 Modèle complet pour la pompe

Ce modèle simplifié a permis d'identifier l'origine physique des ces événements extrêmes comme étant le transfert du bruit d'intensité de la pompe vers le signal à travers le gain exponentiel Raman. Ce transfert de bruit est nettement visible sur la Figure III-12 qui montre les évolutions temporelles le long d'une fibre de 500 mètres du signal initial de 0.5 mW (en vert) et de la pompe incohérente de puissance moyenne 350 mW (en bleue). La fenêtre choisie est de 5 nanosecondes ce qui nous permet de voir des fluctuations importantes de la pompe. Le transfert de fluctuations étant exponentiel, ce n'est qu'au-delà de 350 mètres qu'il est possible de voir des structures. Après 400 mètres de propagation (Figure III-12b), un pic est clairement visible dans le signal et il est temporellement localisé dans la même zone que le principal pic de la pompe. Puis à 500 mètres (Figure III-12c), le pic a été amplifié et d'autres pics, correspondant à chaque fois à des fluctuations précises de la pompe, se forment.



**Figure III-12.** Evolution temporelle du signal (en vert) et de la pompe (en bleu) dans la HNLF sur 500m. (a) condition initiale pour obtenir les profils à 400 m (b) et 500 m (c). Notons que les effets de déplétions et dispersifs ne sont pas pris en compte dans le modèle en intensité considéré.

En fait, les fluctuations temporelles de la pompe sont directement transcrites en variations du signal. Toutefois, ce transfert de bruit n'est pas linéaire mais exponentiel ce qui explique leurs différences de contraste constatées entre la pompe et le signal. La Figure III-13a montre l'autocorrélation du signal amplifié de la Figure III-12c et confirme que le modèle en intensité permet à lui seul de reproduire le changement du contraste du signal d'autocorrélation observé expérimentalement dans la HNLF.



**Figure III-13.** (a) Signal d'autocorrélation du signal amplifié (obtenu en Figure III-12c) comparé à celui de la pompe (b) Pdf du signal amplifié pour des puissances initiales de 0.2 mW, 2 mW et 8 mW (pointillés, mixés, tirets respectivement) en absence de déplétion. Les résultats sont comparés avec la pdf de la pompe (droite noire).

Ce changement de contraste est lié à une différence de statistique des fluctuations d'intensité entre la pompe et le signal, ce qu'il est possible de démontrer analytiquement. En effet, à partir de la pdf de la pompe donnée par l'équation (3.15) et de l'expression du signal (3.21), il est possible d'obtenir la pdf du signal après amplification [15, 201] en effectuant le calcul suivant :

$$pdf(P_S) = pdf(f^{-1}(P_S)) \cdot \left| \frac{dP_P}{dP_S} \right| \quad (3.24)$$

où  $f^{-1}$  est la fonction réciproque de  $f$  telle que  $P_S = f(P_P)$ .

Cette expression peut être analytiquement dérivée dans le cas qui nous intéresse ici c'est-à-dire lorsque la déplétion de la pompe est négligeable. En effet, la fonction réciproque n'est autre que:

$$P_P = f^{-1}(P_S) = \frac{1}{g_R z} \ln \left( \frac{P_S}{P_{S0}} \right), \quad (3.25)$$

tandis que la dérivée contenue dans l'expression (3.24) est :

$$\left| \frac{dP_P}{dP_S} \right| = \frac{1}{g_R z} \frac{1}{P_S}, \quad (3.26)$$

ainsi, en insérant (3.25) dans (3.15) et, en multipliant par (3.26), nous obtenons :

$$pdf(P_S) = \frac{1}{g_R z P_S \langle P_{P_0} \rangle} \left( \frac{P_{S_0}}{P_S} \right)^{\frac{1}{g_R z \langle P_{P_0} \rangle}} H(P_S - P_{S_0}), \quad (3.27)$$

où  $H(x)$  est la fonction de Heaviside. Cette dernière équation révèle une propriété importante : la densité de probabilité exponentielle de la pompe mène à une décroissance algébrique de la *pdf* du signal. La longue queue algébrique de la *pdf* (Figure III-13b) révèle l'existence d'événements extrêmes à forte probabilité qui trouvent leur origine dans la nature exponentielle et instantanée du gain d'amplification Raman.

Notons que cette *pdf* algébrique induit une divergence de la valeur moyenne de la puissance du signal après seulement une longueur d'amplification :  $\langle P_S / P_{S_0} \rangle(z) = [1 - z g_R \langle P_P \rangle]^{-1}$ . Une démonstration de cette expression peut être obtenue aisément ainsi :

$$\begin{aligned} P_S &= P_{S_0} e^{g_R P_{P_0} z} \\ \text{d'où } \langle P_S \rangle &= P_{S_0} \langle e^{g_R P_{P_0} z} \rangle \\ \langle P_S \rangle &= \frac{P_{S_0}}{\langle P_{P_0} \rangle} \int_0^\infty e^{g_R P_{P_0} z} e^{-P_{P_0} / \langle P_{P_0} \rangle} dP_{P_0} \\ \text{soit } \langle P_S \rangle &= \frac{P_{S_0}}{\langle P_{P_0} \rangle} \int_0^\infty e^{-P_{P_0} (1 - g_R z \langle P_{P_0} \rangle) / \langle P_{P_0} \rangle} dP_{P_0} \\ \text{enfin } \langle P_S \rangle &= P_{S_0} \frac{1}{1 - g_R z \langle P_{P_0} \rangle} \end{aligned}$$

En pratique, cette divergence est saturée par le régime non-linéaire de déplétion de la pompe, ou par le *walk-off*. Mais il est remarquable que cette divergence ne se produise pas si la puissance de pompe est caractérisée par une *pdf* gaussienne au lieu de l'être par une exponentielle.

#### IV. Influence de la déplétion et du *walk-off*

Nous venons de montrer que, sous l'influence d'un gain quasi-instantané, les fluctuations d'une pompe incohérente peuvent être exponentiellement transférées au signal. Nous souhaitons maintenant, étudier l'impact de deux paramètres importants d'un amplificateur Raman fibré que sont la déplétion et le *walk-off*. D'une part, nous voulons montrer que la puissance initiale du signal et la déplétion associée de la pompe vont fortement influencer le niveau des structures extrêmes qui peuvent être détectées. Et d'autre part, nous voulons insister sur l'impact majeur du *walk-off*.

##### IV.1. Influence de la puissance moyenne initiale du signal

Dans un premier temps, nous cherchons comment la puissance moyenne  $P_{S_0}$  du signal continu initial peut substantiellement influencer sur les fluctuations d'intensité. Pour cela, nous négligeons, comme précédemment, l'influence du *walk-off* qui sera étudié dans la section suivante.

#### IV.1.1 Déplétion de la pompe

Les équations (3.9) peuvent être résolues analytiquement pour obtenir les évolutions des profils de puissance [203] :

$$\begin{cases} P_S(z, T) = \frac{(P_{P0}(T) + P_{S0}) P_{S0} e^{z g_R (P_{P0}(T) + P_{S0})}}{P_{S0} e^{z g_R (P_{P0}(T) + P_{S0})} + P_{P0}(T)} \\ P_P(z, T) = \frac{(P_{P0}(T) + P_{S0}) P_{P0}(T)}{P_{P0}(T) + P_{S0} e^{z g_R (P_{P0}(T) + P_{S0})}} \end{cases} \quad (3.28)$$

Or la puissance du signal initial est largement inférieure à celle de la pompe, c'est-à-dire que  $P_{S0} \ll P_{P0}$ , par conséquent, les solutions suivantes donnent une approximation assez précise des évolutions de la pompe et du signal :

$$\begin{cases} P_S(z, T) = \frac{P_{P0}(T) P_{S0}}{P_{S0} + P_{P0}(T) e^{-z g_R P_{P0}(T)}} \\ P_P(z, T) = \frac{P_{P0}^2(T)}{P_{P0}(T) + P_{S0} e^{z g_R P_{P0}(T)}} \end{cases} \quad (3.29)$$

#### IV.1.2 Etude basée sur un modèle simplifié

Dans un premier temps, nous allons de nouveau faire appel au modèle simplifié introduit dans la section III.3.1. En d'autres termes, la pompe incohérente est remplacée par une gaussienne unique dont la largeur à mi-hauteur est de 25 ps et dont la puissance crête est de 2.5 W. Nous traçons sur la Figure III-14a, la pompe initiale et le signal amplifié pour deux puissances moyennes initiales différentes. Comme on pouvait s'y attendre, le germe continu a été amplifié et en sortie, il s'apparente à une réplique du profil de la pompe. La durée temporelle de cette réplique est plus faible que celle de la pompe à cause du gain exponentiel. Remarquons que la forme de ce profil temporel est affecté par la puissance initiale du germe. Typiquement, la structure sera plus longue dans le cas d'une puissance initiale élevée et le haut de la structure sera particulièrement plat. Ceci est du à la déplétion de la pompe. En effet, pour de fortes puissances initiales du signal, le gain vu par la partie centrale sature et la pompe se déplete fortement dans sa partie centrale comme cela est confirmé par la Figure III-14b. Nous insistons sur le fait que, pour les puissances et les longueurs de fibres considérées ici, il n'est pas nécessaire de prendre en compte le processus de cascades Raman qui mènerait aussi à une déplétion de la partie centrale du signal [175, 204-206].

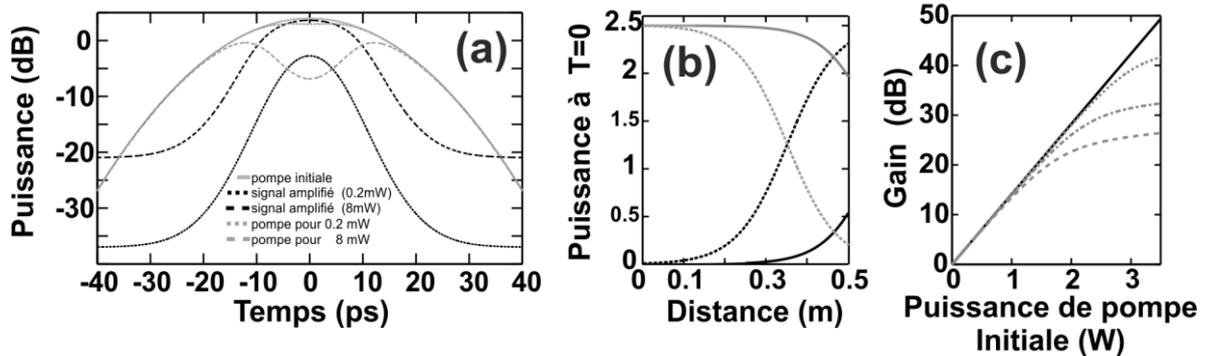


Figure III-14. (a) Profils d'intensité temporels. Signal amplifié pour une puissance moyenne initiale de 0.2 mW (pointillés noirs) et 8 mW (tirets noirs). La pompe initiale (ligne grise) est comparée à la pompe après

propagation pour des signaux initiaux de 0.2 mW et 8 mW (pointillés gris et tirets gris respectivement). Les résultats sont tracés en échelle semi-logarithmique. (b) Evolution longitudinale de la pompe et du signal à  $T=0$  (lignes grise et noire respectivement) pour une puissance initiale du signal de 0.2 mW et 8 mW (ligne et tirets respectivement). (c) Evolution du gain en fonction de la puissance crête de la pompe pour différentes puissances de signal initial (0.2 mW, 2 mW et 8 mW, pointillés, mixés et tirets respectivement). La ligne noire montre les résultats en l'absence de déplétion de la pompe tel que prédit par l'équation (3.31).

Le gain, tel que défini par l'équation (3.22), permet d'écrire :

$$G(z) = \frac{P_p(z, T)}{P_{p_0}(T)} e^{z g_R P_{p_0}}. \quad (3.30)$$

Par conséquent lorsque l'effet de la déplétion peut être négligé, nous retrouvons, en accord avec l'équation (3.23), l'expression suivante:

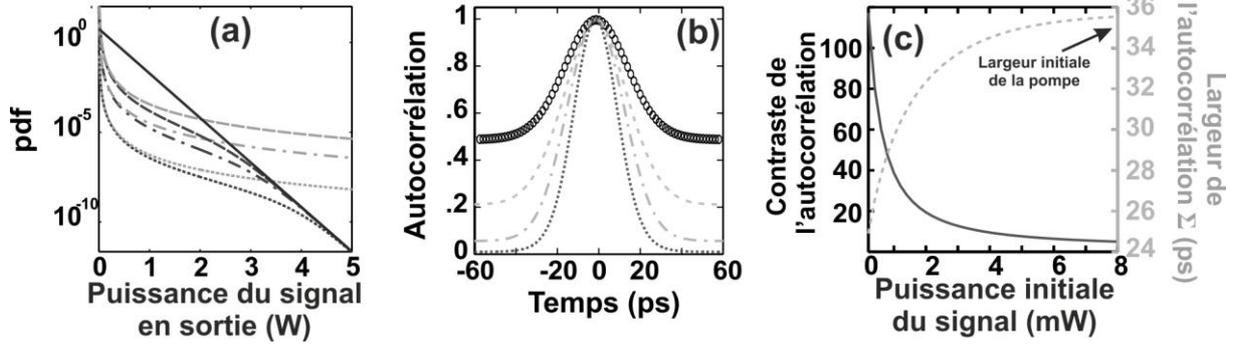
$$G(z) = \exp(g_R \max(P_{p_0}) z). \quad (3.31)$$

La Figure III-14c révèle que pour une puissance moyenne initiale du signal de 8 mW, le gain est significativement réduit comparé aux résultats obtenus avec un germe de 0.2 mW. Cette figure montre aussi que l'impact de la déplétion de la pompe est d'autant plus prononcé que la puissance de pompe augmente.

#### **IV.1.3 Etude basée sur une pompe incohérente**

Le modèle simplifié nous permet d'avoir les premières tendances mais voyons maintenant ce que le modèle complet prédit et, en particulier, si les tendances observées sont confirmées. Ce que nous nommons ici modèle complet est l'utilisation de la véritable pompe incohérente. Ce modèle permet une approche statistique riche en informations.

Lorsque la déplétion de la pompe est prise en compte, il n'est plus possible de calculer la *pdf* du signal analytiquement comme cela a été fait au paragraphe III.3.2. Nous l'avons donc calibrée numériquement et les résultats sont reportés en Figure III-15a. Même s'il existe des méthodes numériques avancées pour la prédiction des événements rares [207], nous avons préféré analyser un signal sur un temps long. Remarquons que, pour un signal faiblement amplifié, les *pdf* obtenues avec ou sans déplétion sont similaires et exhibent une queue algébrique longue en accord avec l'équation (3.27). Dans ce régime d'amplification linéaire, la *pdf* du signal diffère fortement de celle de la pompe [194-195, 197, 208]. Cependant, pour des signaux initiaux élevés, l'impact de la déplétion ne peut plus être négligé et la valeur initiale de la pompe devient une limite fondamentale supérieure. Ceci explique pourquoi la queue de la *pdf* du signal est asymptotiquement limitée par la *pdf* exponentielle de la pompe : la saturation du gain réduit fortement la probabilité des facteurs d'amplification les plus élevés [209] et la *pdf* exhibe donc une décroissance linéaire en échelle semi-logarithmique (tant qu' aucun processus de cascade Raman ne se produit durant l'amplification).



**Figure III-15.** Influence de la puissance moyenne du signal initial (a) *Pdf* du signal amplifié pour des puissances initiales de 0.2 mW, 2 mW et 8 mW (pointillés, mixés, tirets respectivement), avec (en noir) et sans (en gris) déplétion. Les résultats sont comparés avec la *pdf* de la pompe (droite noire). (b) Evolution du signal d'autocorrélation pour différentes puissances du signal (même convention qu'en (a)) comparée à l'autocorrélation de la pompe (cercles noirs) (c) Evolution de la largeur temporelle de l'autocorrélation  $\Sigma$  et de son contraste  $\Upsilon$  en fonction de la puissance initiale du signal.

Quant à l'autocorrélation en intensité, nous voyons clairement sur la Figure III-15b que le contraste de l'autocorrélation diffère nettement de 1. Une telle augmentation du contraste  $\Upsilon$  bien au-delà de la valeur initiale ( $\Upsilon=2$ ) reflète simplement l'existence d'événements extrêmes de probabilité élevée. Toutefois des signaux initiaux trop forts mèneront à une forte déplétion et à une saturation du gain telles que le nombre d'événements extrêmes en est réduit. Le signal initial ne joue pas seulement sur le contraste mais aussi sur la largeur de l'autocorrélation comme cela se voit clairement sur la Figure III-15c : l'autocorrélation est d'autant plus large que le signal initial est fort ce qui est cohérent avec le modèle simplifié.

## IV.2. Influence des propriétés dispersives de la fibre

La déplétion joue donc un rôle important sur le transfert du bruit de la pompe. Mais, comme le prouve la Figure III-8, ce transfert ne se produit pas de la même manière dans les deux fibres utilisées. Or ces fibres se distinguent principalement par leur *walk-off* intégré (lié aux propriétés dispersives des fibres). C'est pourquoi, dans cette section, nous ne nous intéressons plus aux effets liés à la déplétion mais plutôt à l'influence des propriétés dispersives et plus spécifiquement à l'impact du *walk-off*  $\delta$  entre les ondes pompe et signal. Pour pouvoir négliger la déplétion, nous nous plaçons dans le cas de signaux initiaux de faibles puissances. Il est bien connu que le *walk-off*  $\delta$  induit un lissage des fluctuations de la pompe sur le signal amplifié. En effet, le *walk-off* moyenne les fluctuations de la pompe et permet ainsi d'éviter un dramatique transfert de la pompe vers le signal [210].

Contrairement à précédemment, nous revenons au système d'équations (3.9) sans négliger le terme de *walk-off* mais vu que dans cette partie, nous négligeons la déplétion, cela revient à résoudre l'équation suivante [175] :

$$\frac{\partial P_S}{\partial z} = g_R P_P P_S + \delta \frac{\partial P_S}{\partial T}. \quad (3.32)$$

### IV.2.1 Etude basée sur le modèle simplifié

Encore une fois, nous passons par le modèle simplifié de la pompe pour voir les premières tendances. Une manière simple de résoudre l'équation (3.32) est de faire le changement de variables tel que :

$$\theta = T - \delta z,$$

de manière à obtenir l'équation suivante :

$$\frac{\partial P_S}{\partial \xi} = g_R P_P(\theta) P_S. \quad (3.33)$$

ce qui donne, après intégration :

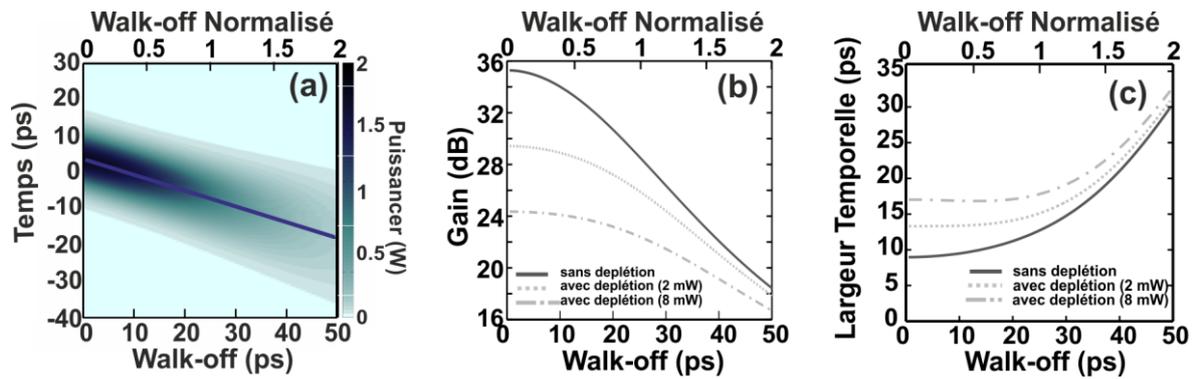
$$P_S(z, T) = P_S \exp\left(g_R \int_0^z P_{P0}(T - \delta z') dz'\right). \quad (3.34)$$

Dans notre modèle simplifié, la pompe étant représentée par une gaussienne, les intégrales de gaussienne sur un intervalle allant de 0 à  $z$  font alors apparaître les fonctions d'erreur.

En effet, nous obtenons [69, 211] :

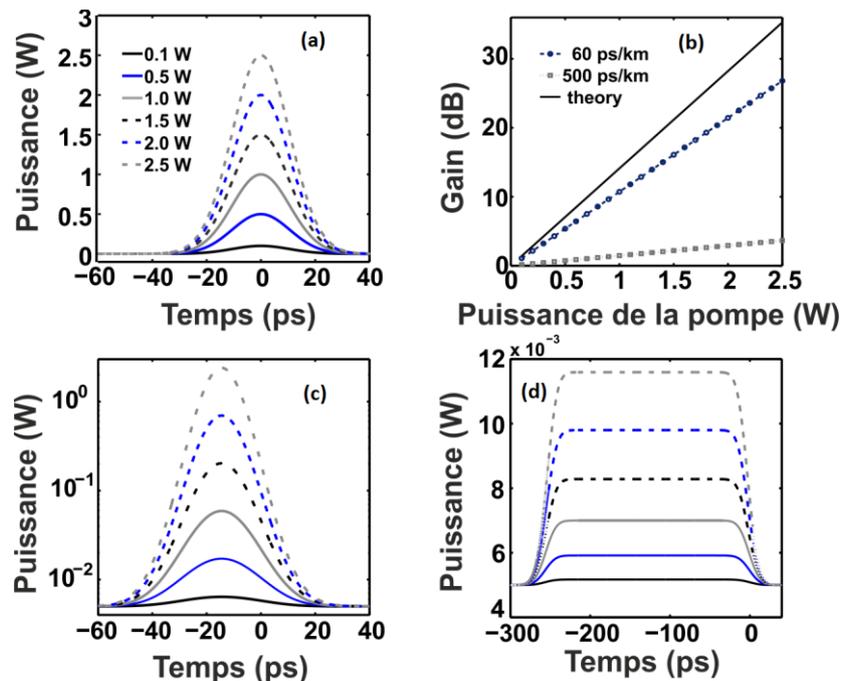
$$P_S(z, T) = P_{S0} \exp\left(g_R \frac{\sqrt{\pi} P_{P0} T_0}{2\delta} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{T}{T_0}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{T - \delta z}{T_0}\right) \right]\right), \quad (3.35)$$

où  $\operatorname{erf}$  est la fonction d'erreur de Gauss définie au premier chapitre. L'évolution du profil d'intensité du signal dû au *walk-off* est résumé par la Figure III-16a. Une augmentation de la valeur du *walk-off* mène à une rapide baisse de la puissance crête de la structure amplifiée et à un déplacement temporel du maximum [212]. En effet, le maximum du signal à une distance  $z$  est à une position  $T_c = z \delta / 2$ . Le gain résultant et la largeur à mi-hauteur de cette structure optique sont représentés sur la Figure III-16b et Figure III-16c respectivement. Nous pouvons clairement observer que l'augmentation du *walk-off* conduit à une diminution du gain et à des largeurs temporelles plus faibles. Précisons qu'en présence de la déplétion (système d'équations (3.9) à intégrer), la réduction du gain est moins apparente : si l'on néglige la déplétion, pour un *walk-off* intégré de 50 ps, une baisse du gain de 17 dB est observable alors qu'elle ne sera que de 7 dB en présence de la déplétion (dans le cas d'un signal initial de 8 mW). En effet, le *walk-off* est bénéfique puisqu'il provoque à une régénération artificielle de la pompe vue par le signal [180, 213]. De manière assez intéressante, nous notons que la largeur temporelle est relativement constante sur une certaine gamme de petites valeurs du *walk-off* : typiquement pour des valeurs intégrées inférieures à 25 ps. En fait, il faut comparer la valeur du *walk-off* intégré à la durée de la pompe pour avoir une idée de son impact sur le système.



**Figure III-16.** Influence du *walk-off* intégré  $\delta L$  avec le modèle simplifié. (a) Evolution du profil d'intensité temporel. Le maximum de la structure amplifiée est représenté en tirets. Evolution du gain (b) et de la largeur temporelle (c) en fonction du *walk-off* intégré pour le cas non déplété (ligne solide noire) et pour le cas déplété (2 mW en pointillés et 8 mW en mixés). Une échelle normalisée est utilisée pour comparer le *walk-off* intégré et la largeur de pompe initiale ( $T_L = 25$  ps).

La Figure III-17 montre, plus précisément, les profils temporels d'un signal initial de 5 mW pour une pompe ayant une puissance crête allant de 0.1 W à 2.5 W pour deux *walk-off* différents :  $60 \text{ ps.km}^{-1}$  ( $30 \text{ ps}$  intégré) et  $500 \text{ ps.km}^{-1}$  ( $250 \text{ ps}$  intégré) en l'absence de déplétion.



**Figure III-17.** (a) Profil d'intensité de la pompe pour différentes puissances (b) Courbes de gain pour deux valeurs de *walk-off* intégré ( $30 \text{ ps}$  et  $250 \text{ ps}$ ) comparées à la formule théorique (c) Profils d'intensité du signal amplifié après  $0.5 \text{ km}$  de fibre ayant un *walk-off* de  $60 \text{ ps/km}$  pour les différentes puissances de pompe (d) Profils d'intensité du signal amplifié après  $0.5 \text{ km}$  de fibre ayant un *walk-off* de  $500 \text{ ps/km}$  pour les différentes puissances de pompe.

Dans le cas d'un *walk-off* de  $60 \text{ ps.km}^{-1}$ , le signal continu a été amplifié et une 'copie' du profil de pompe est observable dans ce signal représenté ici en échelle logarithmique (Figure III-17c) comme cela a été le cas dans la Figure III-11b où le *walk-off* était nul. Dans le cas d'un fort *walk-off* comme en Figure III-17d où il vaut  $500 \text{ ps.km}^{-1}$ , le signal amplifié a un profil plat (et se rapproche ainsi d'un créneau). Nous remarquons que les puissances sont beaucoup plus faibles du fait de ce lissage. Une même fluctuation ne voit pas toujours la même zone du signal. Cette approche nous a donc montré que le paramètre critique est le *walk-off* et qu'il joue un rôle dramatique sur le transfert du bruit d'intensité

de la pompe sur le signal. Notons que la largeur de la structure amplifiée est typiquement de l'ordre de  $\delta L$  c'est-à-dire du *walk-off* intégré.

La Figure III-17b confirme que, pour les valeurs du *walk-off* considérées, c'est-à-dire des valeurs supérieures à la largeur temporelle de l'impulsion pompe, l'amplification est bien moins élevée que le gain attendu en absence de *walk-off* c'est-à-dire  $\exp(g_R L \psi_P^2)$  en accord avec Figure III-16b.

## IV.2.2 Etude basée sur le modèle complet

### IV.2.2.1 Cas général

Maintenant que nous avons eu les premières tendances quant à l'influence du *walk-off*, nous pouvons revenir au cas de la véritable pompe incohérente. Nous avons exécuté un nombre important de simulations numériques de manière à obtenir la Figure III-18a où l'on compare les fluctuations pour 4 valeurs du *walk-off* intégré  $\delta L$  soit 0 ps, 25 ps, 50 ps et 100 ps. Comme le prédisait le modèle simplifié, nous constatons que le niveau des pics est influencé par la valeur du *walk-off* : un fort *walk-off* mène à un lissage des événements extrêmes.

Toujours en considérant la *pdf* de la pompe exponentielle, nous sommes parvenus à obtenir l'expression analytique de la *pdf* du signal (le calcul complet est en annexe A) :

$$pdf(P_S) = \frac{1}{\left(\frac{z}{\varepsilon} - 1\right)! \left(g_R \varepsilon \langle P_{P0} \rangle\right)^{\frac{z}{\varepsilon}}} \left(\frac{P_{S0}}{P_S}\right)^{g_R \varepsilon \langle P_{P0} \rangle} \frac{1}{P_S} \left[\ln\left(\frac{P_S}{P_{S0}}\right)\right]^{\frac{z}{\varepsilon} - 1} H(P_S - P_{S0}), \quad (3.36)$$

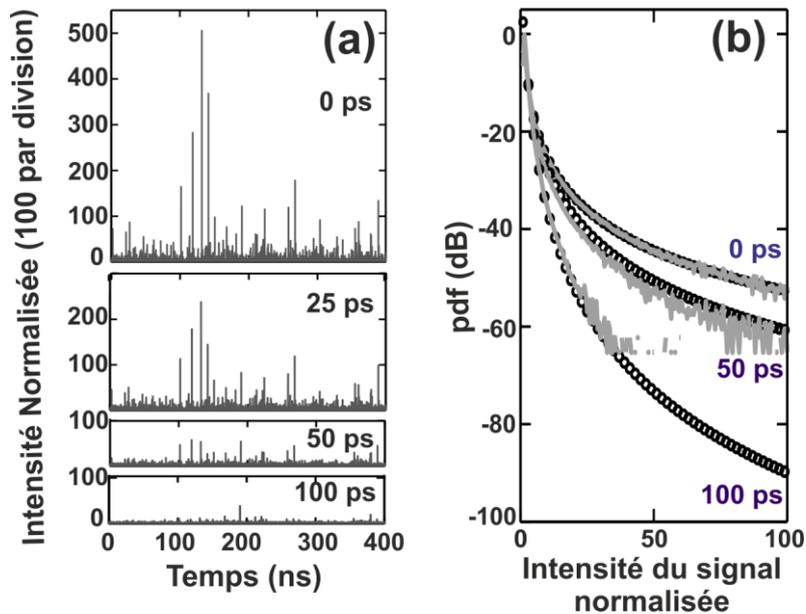
où  $\varepsilon$  représente la longueur effective de corrélation de la pompe vue par le signal en présence de *walk-off* :  $\varepsilon = \tau_c / \delta$ ,  $\tau_c$  étant le temps de cohérence des fluctuations de la pompe que nous posons empiriquement proche de  $\sqrt{2} T_L$  (ce qui est en accord avec l'expression dans le cas gaussien du Tableau 4). Dans la limite d'une longueur de corrélation  $\varepsilon$  grande, en d'autres termes en cas de *walk-off* négligeable ( $\delta = 0$ ), l'expression de la *pdf* (3.36) redonne bien la *pdf* (3.27). A l'inverse, dans le cas d'une très faible longueur d'interaction, c'est-à-dire pour un fort *walk-off*, cette *pdf* (3.36) s'exprime sous la forme :

$$pdf(P_S) = \delta_d \left[ P_S - P_{S0} \exp(g_R \langle P_P \rangle z) \right], \quad (3.37)$$

où  $\delta_d$  correspond ici à la fonction  $\delta$  de Dirac. Cette dernière expression montre en fait que le signal est amplifié comme dans le cas d'une pompe cohérente. C'est la preuve du mécanisme de moyennage dû au *walk-off*. Intéressons nous, comme dans la section précédente, à la valeur moyenne du signal ou plus précisément à la moyenne du gain  $\langle P_S / P_{S0} \rangle$ . En utilisant la *pdf* (3.36), nous obtenons :

$$\left\langle \frac{P_S}{P_{S0}} \right\rangle = \frac{1}{(1 - g_R \langle P_P \rangle \varepsilon)^{z/\varepsilon}}. \quad (3.38)$$

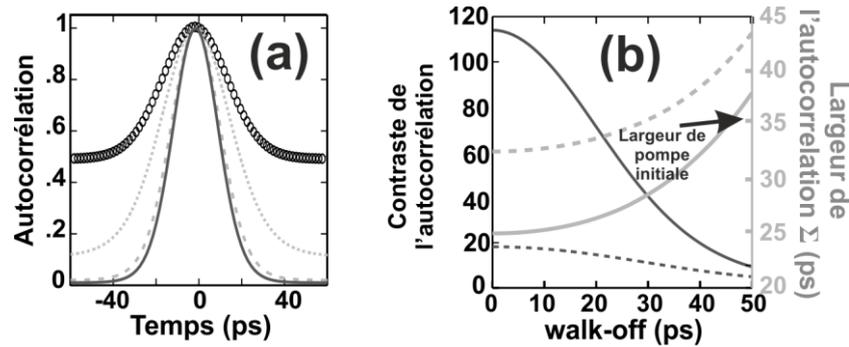
Dans la limite d'une longueur de corrélation effective faible ( $\varepsilon \ll 1$ , i.e. fort *walk-off*), la moyenne du gain redonne la valeur bien connue :  $\langle P_S / P_{S0} \rangle = \exp(g_R \langle P_P \rangle z)$  comme nous pouvions nous y attendre du fait du moyennage des fluctuations. Au contraire, dans la limite opposée d'une longueur de corrélation effective élevée ( $\varepsilon \gg 1$ , faible *walk-off*), nous parvenons à l'expression du gain :  $\langle P_S / P_{S0} \rangle(z) = [1 - g_R \langle P_P \rangle z]^{-1}$  qui présente une divergence à une longueur d'amplification.



**Figure III-18.** Impact du *walk-off* avec le modèle complet. (a) Evolution de l'intensité pour quatre valeurs de  $\delta L$  : 0 ps, 25 ps, 50 ps et 100 ps. (facteur 100 par division verticale). (b) Pdf correspondante associée au signal amplifié (valeurs de *walk-off* intégré de 0 ps, 50 ps et 100 ps ce qui correspond à 0,  $2 T_L$  and  $4 T_L$ ). Les prédictions analytiques de l'équation (3.36) (cercles noirs) sont comparées aux simulations numériques (lignes solides grises).

La Figure III-18b compare les résultats de *pdf* obtenus à partir des expressions analytiques à ceux obtenus numériquement. Nous observons un accord quantitatif entre eux. Sur la même figure, nous montrons clairement que l'influence du *walk-off* est la réduction des longues queues de la *pdf*. De plus, si la réduction des queues est assez modérée pour des *walk-off* intégrés jusqu'à 50 ps, la déviation devient très prononcée lorsque le *walk-off* augmente au-delà de cette valeur provoquant une baisse significative de la probabilité des structures les plus intenses. Notons ici l'intérêt majeur de ce calcul analytique qui permet de connaître les statistiques bien en dessous de - 60 dB ce qui numériquement est très difficile dans un délai raisonnable.

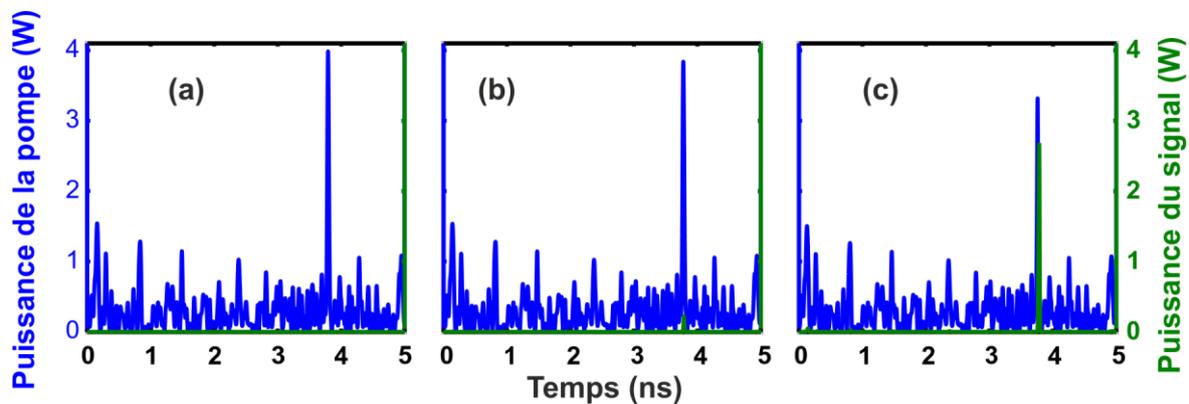
La Figure III-19 montre l'évolution du signal d'autocorrélation et permet de constater, encore une fois, en accord avec le modèle simplifié, que la largeur temporelle et le contraste de l'autocorrélation sont fortement influencés par la valeur du *walk-off* intégré. Plus précisément, nous pouvons voir que, pour des valeurs de  $\delta L$  allant de 0 ps à 20 ps, l'impact est très modéré. Remarquons que cette gamme de valeurs peut être comparée à la durée typique des fluctuations (soit 25 ps à mi-hauteur ou encore 15 ps à  $1/e$ ). Au-delà de 20 ps, une baisse rapide du contraste combinée à une augmentation de la largeur temporelle peuvent être observées. En présence d'une forte déplétion, le contraste résultant est plus faible et la largeur est plus grande. Ces dernières observations vont dans le sens des conclusions de Schröder et Coen [214]. En effet, ces auteurs ont montré que le RIN (*relative intensity noise*) diminue lorsque la déplétion augmente. Notons que dans cet article [214], les auteurs proposent une méthode pour mesurer le RIN en fonction du *walk-off* et en déduire une fréquence dite de coupure donnant une estimation du temps des fluctuations.



**Figure III-19.** Impact du *walk-off* avec le modèle complet en négligeant la déplétion de la pompe. (a) Signaux d'autocorrélations pour des valeurs de *walk-off* intégré de 0 ps, 25 ps et 50 ps (lignes noires solides, tirets gris et pointillé gris clair respectivement) comparés à l'autocorrélation de la pompe (cercles noirs) (b) Evolution du contraste de l'autocorrélation (gauche, ligne solide noire) et largeur temporelle (droite, tirets gris) en fonction du *walk-off* intégré. Les résultats, obtenus avec un germe initial de 8 mW et prenant en compte la déplétion, sont représentés en tirets.

#### IV.2.2.2 Application à la DSF

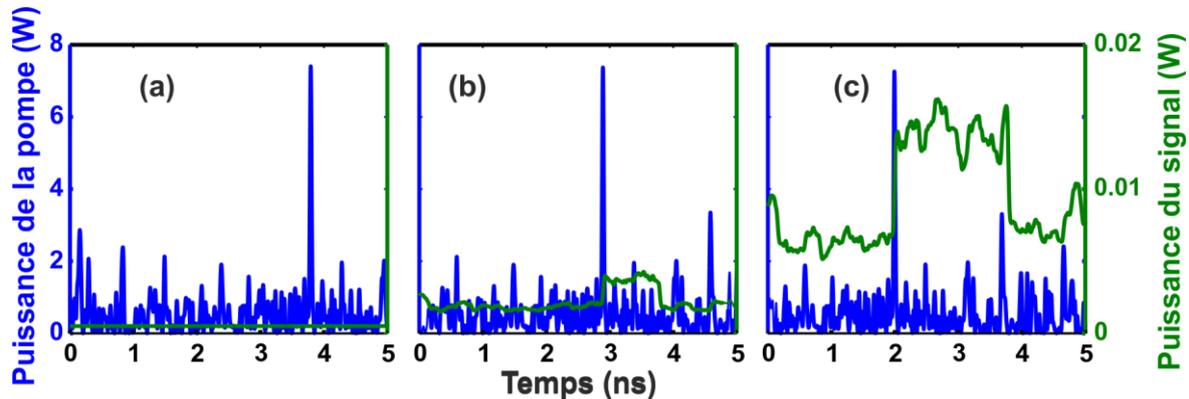
A ce stade et avant de continuer, nous pouvons revenir sur la différence observée au paragraphe III.1.1 (page 73) entre la HNFL et la DSF. Il est maintenant clair que le transfert du bruit se produit seulement pour de faibles valeurs du *walk-off* entre la pompe et le signal. C'est le cas pour la HNFL utilisée où celui-ci vaut  $\delta L = 29$  ps ce qui est comparable avec le temps des fluctuations de la pompe. La Figure III-20 montre clairement que l'évolution du signal amplifié dans une fibre ayant une si faible valeur du *walk-off* est très similaire au cas sans *walk-off* présenté en Figure III-12.



**Figure III-20.** Evolution temporelle du signal et de la pompe dans la HNFL sur 500m. (a) condition initiale pour obtenir les profils à 250 m (b) et 500 m (c).

La Figure III-21 reprend la même pompe que la Figure III-20 mais en considérant le cas de la DSF qui a un *walk-off* intégré de 1.8 ns. On voit que le signal initial va, après 1750 mètres, présenter des pics qui se forment et se développent à proximité des fluctuations de la pompe. Toutefois, le signal va voir la pompe changer et donc voir les différentes fluctuations de la pompe, ce qui aura pour effet d'élargir fortement les structures qui vont avoir des puissances crêtes bien inférieures à celle observées précédemment. Ces structures correspondent, en fait, à un moyennage voire un lissage des fluctuations de la pompe comme cela a été montré en Figure III-17d. C'est pourquoi le signal amplifié n'est pas marqué par la présence d'événements extrêmes. La différence principale entre les deux fibres étant le *walk-off*, on comprend pourquoi la configuration contra-propagative est préférée à la configuration co-propagative [210]. En effet, en configuration contra-propagative, le paramètre de *walk-off* est proche

de deux fois la vitesse de la lumière et ainsi il n'y a pas de structures extrêmes comme nous l'avons vérifié, entre autres, avec la fibre HNLF.



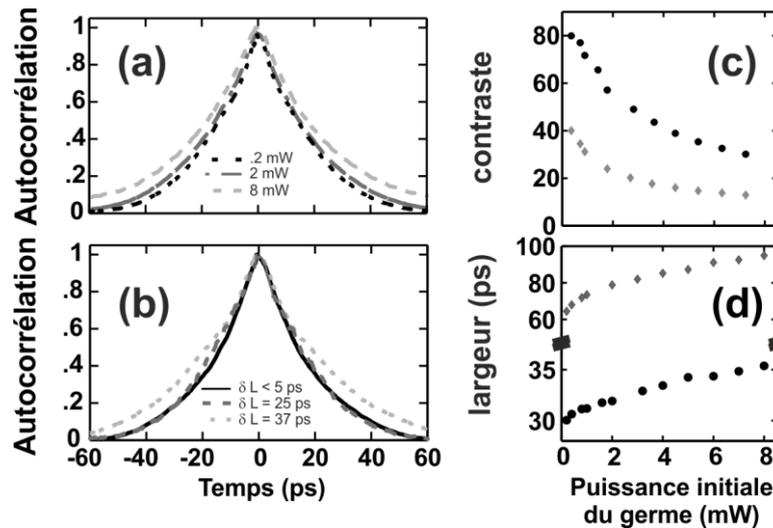
**Figure III-21.** Evolution temporelle du signal et de la pompe dans la DSF sur 3500m. (a) condition initiale pour obtenir les profils à 1750 m (b) et 3500 m (c).

### IV.3. Résultats expérimentaux

Dans le but de valider nos prédictions analytiques et numériques quant à l'influence de la déplétion et du *walk-off*, nous avons mené des expériences à partir du montage représenté en Figure III-2. Nous avons utilisé plusieurs fibres optiques ayant des propriétés dispersives différentes allant du régime de dispersion normale à anormale nous permettant ainsi de tester quelques valeurs du *walk-off* intégré. Ces expériences nous ont permis de vérifier qu'il n'y avait pas de mélange à quatre ondes significatif, ni d'ailleurs de cascades Raman spontanées. De plus, lors de ces expériences, aucune recompression solitonique n'a été observée.

Les figures ci-dessous confirment la forte influence des effets de *walk-off* et de déplétion de la pompe comme nos résultats analytiques et numériques. En effet, nous observons un élargissement temporel du signal d'autocorrélation ainsi qu'un changement du contraste. Plus précisément, en ce qui concerne l'influence du *walk-off*, nous remarquons que des changements notables ne sont observables que pour des valeurs supérieures à 25 ps. Ceci est totalement consistant avec les conclusions obtenues théoriquement. Pour ce qui est de l'influence de la puissance initiale, une augmentation du niveau du signal induit une augmentation continue du fond du signal d'autocorrélation. En d'autres termes, le contraste diminue alors que simultanément, la largeur augmente.

Les différences quantitatives observables entre les résultats issus des expériences et ceux issus de nos simulations et de notre travail analytique sont, en grande partie, dues au fait que, pour l'étude de l'influence de la puissance initiale de la pompe, nous n'avons pas une fibre avec un *walk-off* nul. Nous avons de plus négligé l'influence des effets de polarisation. En effet, la nature non-polarisée de la pompe et l'influence de la dispersion modale de polarisation de la fibre peuvent affecter l'évolution du signal [175, 215].



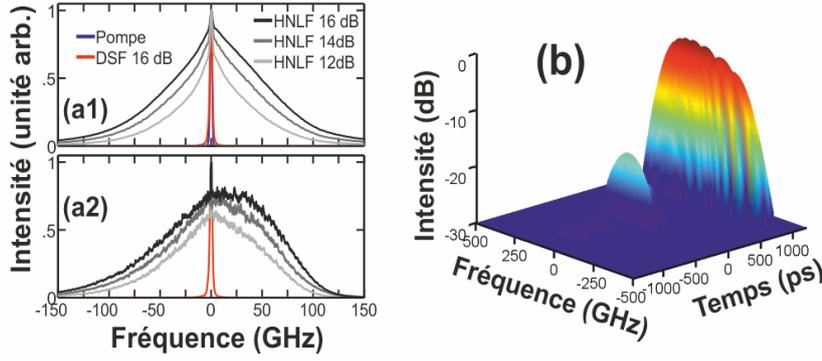
**Figure III-22.** Autocorrélation du signal amplifié : (a) pour différentes valeurs du signal initial (même convention que la Figure III-15b) et (b) pour plusieurs valeurs du *walk-off* entre le signal et la pompe (0ps, 25 ps et 37 ps, ligne noire, tirets gris et pointillés gris clairs respectivement). Influence de la puissance initiale du germe continu sur le contraste de l'autocorrélation (c) et de sa largeur temporelle (d) pour différentes valeurs initiales de *walk-off* soit 25 ps et 37 ps (cercles noirs et diamants gris).

## V. Etude spectrale

Dans le but de compléter notre étude temporelle, nous voulons maintenant montrer que la présence d'événements extrêmes se manifeste également dans le domaine spectral. Pour les simulations qui vont suivre, le modèle en intensité qui a été utilisé jusqu'ici ne convient plus et nous devons recourir aux équations (3.6).

### V.1. Observation directe

Nous commençons par observer les résultats expérimentaux en Figure III-23a1 pour la fibre hautement non-linéaire (paramètres :  $z = 500$  m,  $\beta_2 = 7 \times 10^{-4}$  ps<sup>2</sup>.m<sup>-1</sup> et  $\gamma = 10$  W<sup>-1</sup>.km<sup>-1</sup>) comparée à la fibre à dispersion décalée en Figure III-23a2 (paramètres :  $z = 3500$  m,  $\beta_2 = 3.2 \times 10^{-3}$  ps<sup>2</sup>.m<sup>-1</sup> et  $\gamma = 2.4$  W<sup>-1</sup>.km<sup>-1</sup>). Dans le cas de la HNLF, nous constatons un élargissement spectral significatif du signal qui est d'autant plus fort que le gain augmente. Pour ce qui est de la DSF, le comportement est bien différent puisque aucun élargissement n'est visible. Ces résultats expérimentaux sont en accord avec les simulations numériques obtenues à partir du système d'équations (3.6). Ces simulations nous ont permis de clarifier l'origine de cet élargissement. En effet, la modulation de phase croisée de la pompe sur le signal [216] est à l'origine de celui-ci qui, de plus, est augmenté de manière significative par la faible valeur du *walk-off*.



**Figure III-23.** (a) Spectre optique du signal amplifié pour différents gains. Les résultats pour la HNLF sont comparés à ceux de la DSF. Les résultats expérimentaux et numériques sont tracés en (a1) et (a2), respectivement. (b) Représentation spectro-temporelle d'une fluctuation extrême.

La Figure III-23b représente de manière spectro-temporelle les résultats numériques avec, en particulier, un événement extrême. Et cela confirme que ce sont les pics les plus intenses qui ont le spectre le plus large.

Remarquons qu'au niveau temporel, nous n'avons pas observé expérimentalement d'influence significative de la non-linéarité instantanée Kerr si bien que nos équations la négligeaient. Ici, nous observons clairement une signature marquée de cette non-linéarité Kerr au niveau spectral.

Comme nous l'avons fait pour le comportement temporel, nous nous intéressons maintenant à l'influence des propriétés dispersives et du signal initial.

## V.2. Influence de la déplétion et du walk-off

### V.2.1 Influence de la déplétion

Pour comprendre l'élargissement spectral, nous utilisons, tout d'abord, le modèle simplifié. Les tendances observées sur la Figure III-24a confirment que l'élargissement spectral est principalement lié à la modulation de phase croisée (XPM) [216]. En effet, en l'absence de la XPM, l'élargissement est considérablement réduit. De plus, l'élargissement est d'autant moins fort que le signal initial est élevé.

Analytiquement, nous pouvons calculer l'élargissement, en négligeant, dans un premier temps, les effets de déplétion. Dans ce cas, la phase non-linéaire résultante de la XPM s'écrit [69] :

$$\phi_{XPM}(z, T) = 2 \gamma P_{P0}(T) z. \quad (3.39)$$

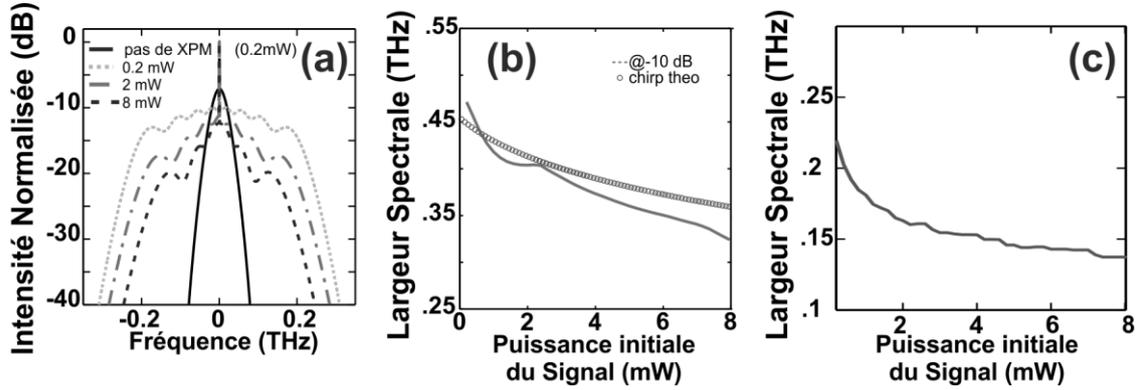
En prenant le maximum de la dérivée de l'expression (3.39), nous obtenons une estimation de la largeur spectrale totale  $\Delta\nu$  de la structure amplifiée :

$$\Delta\nu(z) = 4 \sqrt{2} \gamma \max(P_{P0}) \frac{e^{-1/2}}{T_0} z. \quad (3.40)$$

Dans ce cas, il est clair que l'élargissement spectral ne dépend aucunement de la puissance du signal initial et est lié seulement à la puissance crête initiale de la pompe. Si, maintenant nous prenons en compte les effets de déplétion, il faut résoudre l'équation suivante :

$$\frac{\partial \phi_{XPM}}{\partial z} = 2 \gamma P_p(z, T). \quad (3.41)$$

Il est possible de résoudre numériquement l'équation et l'élargissement spectral résultant est tracé Figure III-24b. La tendance observée est en accord raisonnable avec les résultats obtenus directement par intégration du système d'équations (3.6).



**Figure III-24.** (a) Spectre optique en sortie du signal pour trois puissances moyennes initiales : 0.2 mW, 2 mW et 8 mW (pointillés gris clair, mixés gris et tirets noirs respectivement) comparé au spectre optique en sortie pour un signal de 0.2 mW n'ayant pas subi de XPM. (b) Evolution de la largeur spectrale de la structure en sortie en fonction de la puissance initiale : résultats obtenus par simulations numériques du système (3.6) (ligne solide noire) sont comparés avec les résultats dérivés de l'intégration numérique de l'équation (3.41) (en gris). (c) Evolution de la largeur spectrale obtenue numériquement avec le modèle complet.

Avec le modèle complet, la Figure III-24c confirme les tendances observées précédemment, c'est-à-dire une diminution de la largeur spectrale lors de l'augmentation du signal initial.

### V.2.2 Influence du *walk-off*

Pour comprendre l'influence du *walk-off* en négligeant les effets de déplétion, il nous faut résoudre l'équation suivante :

$$\frac{\partial \psi_s}{\partial z} = \frac{g_R}{2} P_{p0} \psi_s + i 2 \gamma P_{p0} \psi_s + \delta \frac{\partial \psi_s}{\partial T}. \quad (3.42)$$

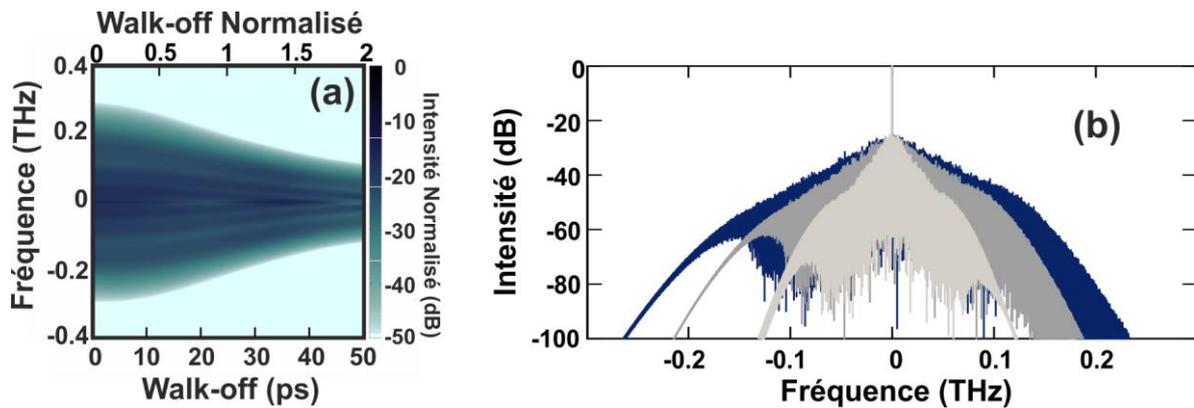
La solution s'écrit de la manière suivante :

$$\psi_s(z, T) = \psi_s(0, T) \exp\left(\frac{g_R}{2} \int_0^z P_{p0}(0, T - \delta z') dz'\right) \exp\left(2i \gamma \int_0^z P_{p0}(0, T - \delta z') dz'\right). \quad (3.43)$$

On en déduit le profil de la phase :

$$\phi_{XPM}(z, T) = 2 \gamma \int_0^z P_{p0}(0, T - \delta z') dz' = \gamma \frac{\sqrt{\pi} P_p T_0}{\delta} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{T}{T_0}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{T - \delta z}{T_0}\right) \right]. \quad (3.44)$$

Cette dernière équation met en évidence l'impact du *walk-off* dans le domaine spectral comme illustré par la Figure III-25. En effet, les hautes valeurs du *walk-off* intégré conduisent à une baisse de la XPM induite par la pompe sur le signal. Cette diminution devient critique lorsque le *walk-off* intégré est de l'ordre des fluctuations de la pompe [217]. Ainsi, le spectre devient clairement plus fin qu'en l'absence de *walk-off*.

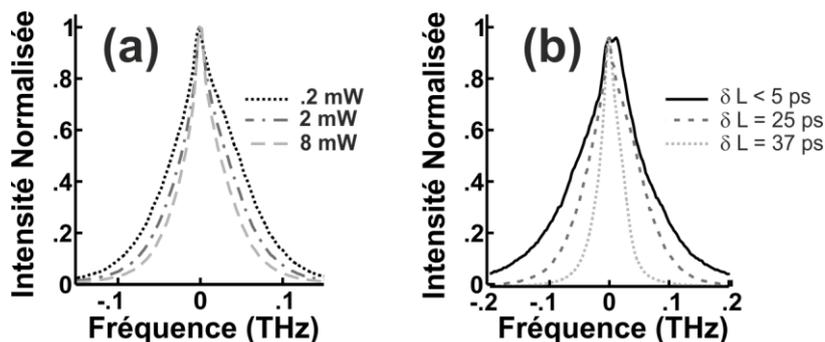


**Figure III-25.** (a) Evolution du profil d'intensité spectrale du signal amplifié en sortie de fibre en fonction du *walk-off* intégré. Une échelle normalisée est utilisée pour comparer le *walk-off* intégré et la largeur de pompe initiale ( $T_L = 25$  ps) (b) Spectre du signal amplifié pour trois valeurs du *walk-off* : 0, 25 et 50 ps respectivement en bleu foncé, gris et gris clair.

Le modèle complet confirme les tendances déduites du modèle simplifié.

### V.2.3 Confirmation expérimentale

Des mesures expérimentales, rapportées Figure III-26, confirment le fort impact des paramètres étudiés précédemment. En effet, une augmentation du signal initial ainsi qu'une augmentation du *walk-off* induisent un affinement spectral du signal amplifié.



**Figure III-26.** Spectres expérimentaux du signal amplifié en sortie de fibre : (a) pour divers signaux initiaux (même convention que Figure III-24a) (b) pour divers valeurs du *walk-off* intégré entre le signal et la pompe. Précisons que la résolution de notre analyseur de spectre optique est de 10 GHz.

## V.3. Introduction à la sélection spectrale

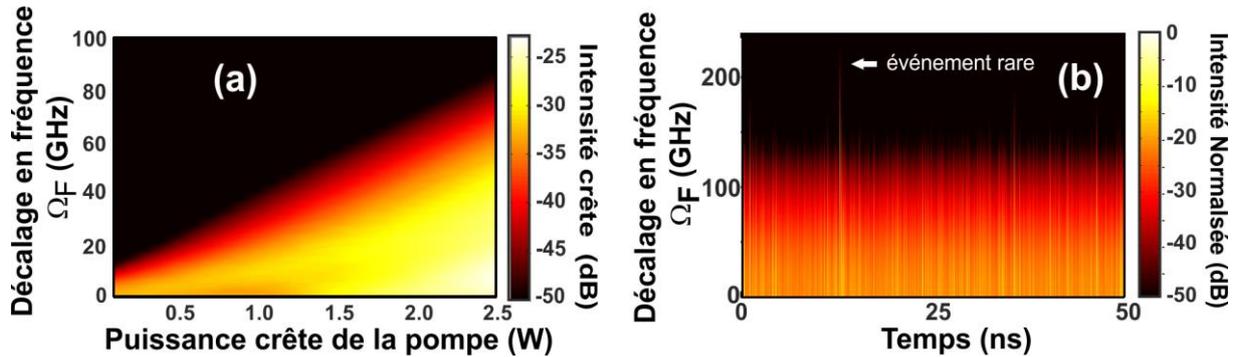
### V.3.1 Approche numérique

La Figure III-23b a montré que les structures scélérates présentent le spectre le plus large. Il est donc aisé d'imaginer un filtrage spectral en vue de supprimer toute composante continue du signal [218]. Le principe de cette technique a déjà été démontré avec succès dans le cadre de la conversion de longueur d'onde dans les télécommunications optiques à très haut débit. Dans ce cadre, l'information de la pompe est convertie sur le germe continu par XPM [216, 219-220].

Un tel filtrage peut être comparé avec les travaux faits dans les supercontinuum où, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, un filtre est utilisé pour isoler les solitons ayant subi le plus fort décalage vers le rouge. Toutefois, dans notre cas, le filtrage est possible aussi bien aux grandes

longueurs d'ondes qu'aux courtes longueurs d'ondes. Par contre, l'inconvénient dans le cas de l'amplification Raman est la perte d'énergie de la pompe qui est conséquente.

Plaçons nous dans le cas du modèle simplifié de la pompe. Nous avons vu que le spectre du signal amplifié est élargi par modulation de phase croisée (voir Figure III-23). Cet élargissement est d'autant plus fort que la pompe est puissante. La fonction de transfert reliant les puissances crêtes de la pompe et du signal décalé est représentée en Figure III-27a dans le cas d'un filtre passe-bande de 9 GHz. La fonction de transfert dépend fortement du décalage spectral  $\Omega_F$  du filtre. Pour de forts décalages, il est possible de rejeter les puissances de pompe faibles. En d'autres termes, le filtre va agir comme un discriminateur en intensité dont le seuil peut être continuellement ajusté en fonction de  $\Omega_F$ .

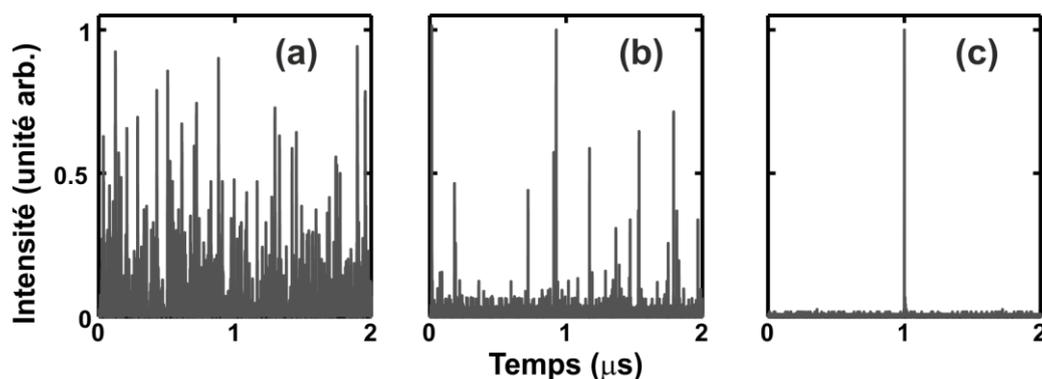


**Figure III-27.** (a) Fonction de transfert décrivant la puissance crête du signal en sortie en fonction de la puissance crête de la pompe et du filtrage spectral décalé. (b) Evolution du profil d'intensité temporelle du signal après filtrage pour différentes valeurs de  $\Omega_F$ .

Par conséquent, si nous revenons à un modèle complet, il faut imaginer qu'un filtre très décalé va supprimer les parties du signal qui ont été faiblement amplifiées au sens qu'ils ont vu des fluctuations de faible intensité. Par contre, les fortes puissances de pompe sont conservées et donc seuls les événements ayant subi une forte amplification et donc ayant un spectre très large sont considérés. En d'autres termes, il est possible d'isoler un seul événement rare généré par la pompe partiellement incohérente comme le montre la Figure III-27b.

### V.3.2 Résultats expérimentaux

Cette possibilité d'isoler un événement rare a été confirmée expérimentalement. Pour cela, nous avons utilisé le montage de la Figure III-2 auquel nous avons ajouté un filtre de Bragg optique passe bande ayant une largeur à mi-hauteur de 9 GHz. Le signal initial a une puissance de 0.5 mW. Notons que, pour des raisons expérimentales, nous n'avons pas pu changer la fréquence centrale du filtre (filtre fixe), nous avons donc déplacé la fréquence du germe continu. La Figure III-28 montre clairement que plus le décalage spectral est grand, moins le nombre de pics intenses est élevé. Comme nous l'attendions suite à la Figure III-27, pour un décalage assez grand (200 GHz pour la Figure III-28c), seul le pic le plus intense est conservé.



**Figure III-28.** Profils d'intensité temporels expérimentaux obtenus pour un germe continu initial pour 3 valeurs de décalage spectral : (a) 0 GHz, (b) 100 GHz et (c) 200 GHz.

## VI. Conclusion du chapitre

Nous nous sommes intéressés, dans ce chapitre, au transfert du bruit de la pompe vers le signal lors de l'amplification Raman. Ce transfert conduit à l'émergence d'événements extrêmes de type ondes scélérates ayant des distributions extrêmes.

Dans ce cadre, une analyse théorique, numérique et expérimentale de l'impact de la déplétion de la pompe, ainsi que de l'influence du *walk-off*, a été menée afin de mieux comprendre les processus et dynamiques affectant les amplificateurs Raman en pompage partiellement incohérent co-propagatif. En effet, la déplétion et le *walk-off* induisent des changements de statistiques significatifs. Les phénomènes favorisant les événements les plus intenses sont une déplétion négligeable (un germe continu très faible) combinée à un faible *walk-off*. À l'inverse un fort *walk-off* accompagné d'une forte saturation réduiront les fluctuations du signal amplifié. Nos résultats sont en accord avec les études basées sur l'évaluation du bruit d'intensité relative (RIN) [210]. L'étude temporelle a été complétée par une étude spectrale et montre que la modulation de phase croisée induit un fort élargissement spectral.

Ces résultats ont été mis en évidence dans le cadre des fibres optiques mais ils sont applicables à tout système faisant appel au gain Raman comme cela a été reproduit dans les guides silicium [194]. Plus généralement, dès lors que coexistent une pompe partiellement incohérente, un gain quasi-instantané et un faible *walk-off*, des événements extrêmes se produiront. C'est d'ailleurs dans cet esprit que dans l'une des sections du chapitre suivant, nous testerons une autre configuration ne faisant plus appel au gain Raman.



## Chapitre 4

# Statistiques extrêmes dans d'autres configurations d'amplification

*La science consiste à passer d'un étonnement à un autre. - Aristote -*

### I. Introduction

Le chapitre précédent a mis en lumière la présence de distributions statistiques extrêmes lors de l'amplification Raman d'un signal optique. Si les résultats montrés dans les supercontinuuums ont permis de mettre en évidence des solitons femtosecondes géants, nos expériences ont révélé des structures picosecondes intenses et rares qui ne sont pas nécessairement des solitons et qui peuvent apparaître en régime de dispersion normale. De telles structures peuvent naître dans tout système d'amplification optique sous certaines conditions. La première condition est la présence d'une pompe partiellement incohérente. La seconde condition est l'existence d'un gain quasi-instantané et la troisième condition est une faible valeur du *walk-off*.

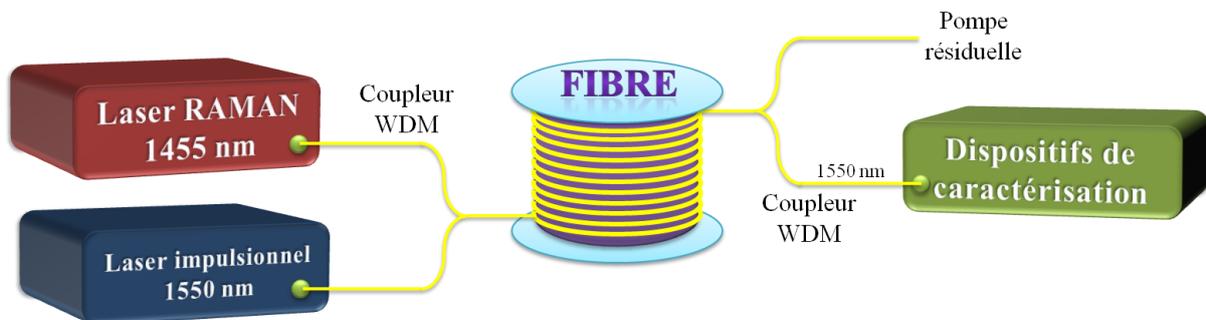
Dans le cas de l'amplification Raman, nous avons vu que le transfert du bruit de la pompe partiellement incohérente sur le signal est bien à l'origine de pics intenses. Toutefois, nous nous sommes limités au cas d'un germe continu. Nous allons dans ce chapitre élargir notre champ d'étude que ce soit au niveau de la nature du germe ou bien au niveau du processus d'amplification utilisé.

Ainsi, dans un premier temps, nous garderons la configuration Raman mais en utilisant un germe impulsionnel. Ceci nous permettra d'accéder à tout un panel de caractérisations avec, en particulier, l'accès à des statistiques expérimentales. Puis, dans un second temps, nous essayerons d'élargir notre analyse obtenue dans les amplificateurs Raman à l'amplification paramétrique.

### II. Etude d'un amplificateur Raman à partir d'un germe impulsionnel

#### II.1. Mise en évidence expérimentale

Nous reprenons la configuration du chapitre 3 en substituant au laser générant le germe continu, un laser impulsionnel comme le montre la Figure IV-1.



**Figure IV-1.** Montage expérimental typique utilisé

Dans une première série d'expériences, nous considérons un signal impulsionnel cadencé à 22 MHz. Comme dans le chapitre précédent, nous commençons par une étude temporelle et une comparaison entre une fibre hautement non-linéaire (HNLF) et une fibre à dispersion décalée (DSF). Le Tableau 5 rappelle les propriétés de ces deux fibres.

propriétés	HNLF	DSF
Dispersion $\beta_2$ (en $\text{ps}^2.\text{km}^{-1}$ )	$7 \times 10^{-4}$	$3.2 \times 10^{-3}$
Non-linéarité $\gamma$ (en $\text{W}^{-1}.\text{km}^{-1}$ )	10	2.4
Longueur $L$ (en km)	0.500	3.500
Walk-off $\delta$ estimé (en $\text{ps}.\text{km}^{-1}$ )	58	514

Tableau 6. Rappel des propriétés des deux fibres utilisées.

Le signal étant périodique, nous pouvons bénéficier des fonctionnalités d'un oscilloscope à échantillonnage rapide qui permet d'accéder à une bande passante bien plus élevée. En effet, l'oscilloscope disponible dans l'équipe (TEKTRONIX TDS CSA 8200) a un tiroir optique avec une bande passante de 30 GHz.

### II.1.1 Diagramme de l'œil

Le diagramme de l'œil est une manière simple de voir la qualité d'un signal lors d'une transmission. Pour construire un diagramme de l'œil, il suffit de choisir un intervalle de temps fixe (le temps d'une information c'est-à-dire d'un *bit* pour un signal télécom) et de représenter le signal sur ce temps. Puis on superpose toutes les informations (signaux) dans cet intervalle. Simplement et particulièrement dans notre cas, le diagramme de l'œil consiste en une superposition de toutes les impulsions..

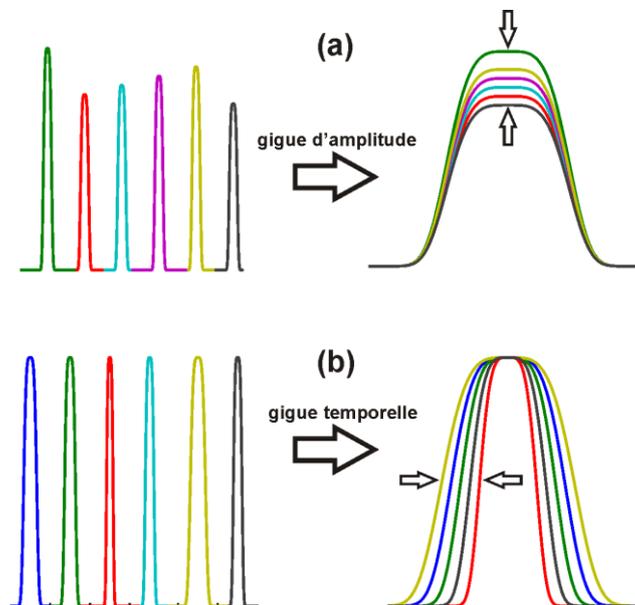
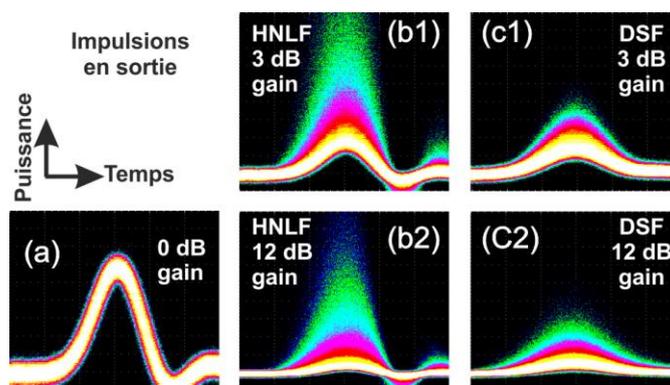


Figure IV-2. Concept schématisé du diagramme de l'œil d'un train d'impulsions concernant (a) la gigue d'amplitude et (b) la gigue temporelle.

Bien que le diagramme de l'œil représente principalement une représentation qualitative d'un signal transmis, il est possible d'en extraire un certain nombre d'informations avec, en particulier, la présence de gigue d'amplitude (Figure IV-2a), de gigue temporelle (Figure IV-2b) ainsi que le bruit ajouté au signal lors de sa propagation.

Lors de nos expériences, le signal n'était pas modulé par une quelconque information, en d'autres termes, nous avons une séquence composée exclusivement de '1'. De plus, l'oscilloscope à échantillonnage rapide (bande passante de 30 GHz), que nous utilisons, présente un code couleur pour montrer les zones les plus probables. La couleur bleue indiquera une zone qui se produit rarement alors qu'une zone blanche sera très probable. Les couleurs sont, du plus probable au moins probable, le blanc, le jaune, le rouge, le rose, le bleu clair, le vert et le bleu foncé. Précisons aussi que bien que la bande passante de notre oscilloscope soit élevée, elle ne suffit pas à résoudre les détails des impulsions picosecondes. Par conséquent, nous n'observons pas rigoureusement les puissances crêtes des impulsions mais plutôt des fluctuations d'énergie. Nous pouvons néanmoins considérer que les fluctuations sont directement proportionnelles à l'énergie des impulsions étant donné qu'une impulsion ne subit aucune séparation en deux sous impulsions ou autres effets de ce type [128].



**Figure IV-3.** Le diagramme de l'œil du train d'impulsions picosecondes initial (a) est comparé à ceux des signaux amplifiés par 3 dB de gain (b1-c1) et par 12 dB de gain (b2-c2) dans le cas de la HNLF (b) et de la DSF (c).

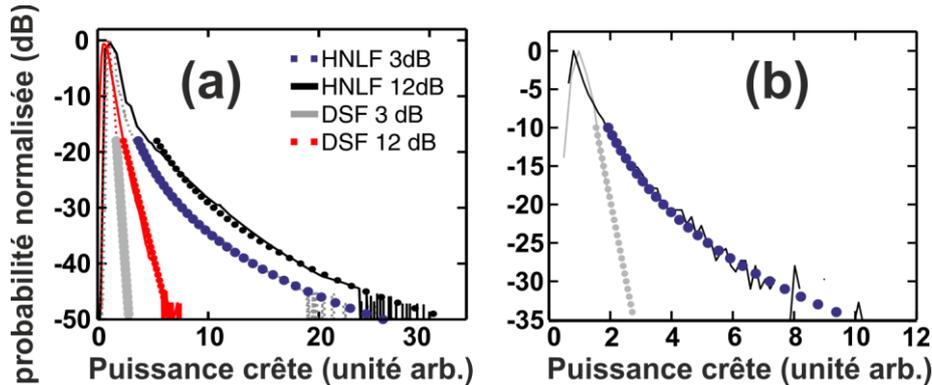
La Figure IV-3a présente le diagramme de l'œil du signal initial c'est-à-dire avant propagation dans la fibre optique, directement en sortie du laser impulsionnel. Ce diagramme est totalement blanc ce qui signifie que les millions d'impulsions se superposent parfaitement et par conséquent, elles sont toutes identiques. Ceci n'a rien d'étonnant pour un laser à modes bloqués en phase (cela signifie que le verrouillage de modes du laser a bien été effectué). Maintenant, si l'on porte notre attention sur les signaux amplifiés en sortie de fibre (Figure IV-3b-c), les diagrammes de l'œil correspondants sont bien différents avec, en particulier, la présence d'une certaine gigue d'amplitude. Toutefois, la différence de comportement entre l'amplification dans la HNLF et l'amplification dans la DSF est frappante. En effet, nous pouvons voir clairement que le signal amplifié dans la HNLF présente des fluctuations notablement plus élevées comme l'indique la trainée de points colorés en vert et bleu (Figure IV-3b1-b2). Ces fluctuations sont présentes très tôt pour des gains aussi faibles que 3 dB. Ces observations nous ont naturellement amené à nous intéresser à des mesures plus quantitatives des distributions statistiques résultantes.

### II.1.2 Statistique sur les maxima

Avant d'aller plus loin, il nous faut mettre en garde le lecteur sur les statistiques qui vont suivre afin qu'aucune confusion ne soit faite. En effet, dans le chapitre précédent, nous nous intéressions aux fonctions de densité de probabilité (pdf) du signal complet. Ici, nous nous intéressons aux densités de probabilité **des maximums**. La différence est montrée au chapitre 1.

Nous représentons en Figure IV-4a les distributions statistiques des puissances crêtes en sortie du dispositif en échelle semi-logarithmique (log-linéaire). Ces mesures confirment les natures différentes

de l'amplification dans la HNFL et dans le DSF. En effet, la probabilité des fortes puissances crêtes est largement plus grande dans le cas de la HNFL. Plus quantitativement, la queue de la distribution de probabilité, dans le cas de la DSF, est très bien ajustée par une fonction linéaire en échelle semi-logarithmique. Ceci n'indique pas pour autant que la statistique soit gaussienne mais s'en approche et surtout nous sommes vraisemblablement dans un cas de queue légère (domaine d'attraction de Gumbel, voir chapitre 1). A l'inverse, la distribution de la HNFL est ajustée par une fonction exponentielle décroissante. Nous insistons, encore une fois, sur le fait que l'échelle des ordonnées est logarithmique. Par conséquent, cette statistique présente une queue lourde (domaine d'attraction de Fréchet) c'est-à-dire un comportement en loi de puissance qui est le comportement typique des processus aux valeurs extrêmes.



**Figure IV-4.** (a) Probabilités expérimentales des puissances crêtes après la HNFL comparées à celles après la DSF pour des gains de 3 et 12 dB. (b) Probabilités obtenues numériquement pour un gain de 3 dB. Pour la DSF, des ajustements linéaires sont présentés alors que pour la HNFL, les ajustements sont par des exponentielles décroissantes (cercles). Les résultats sont représentés en échelle semi-logarithmique. Les valeurs de puissances crêtes sont normalisées par rapport à la valeur médiane.

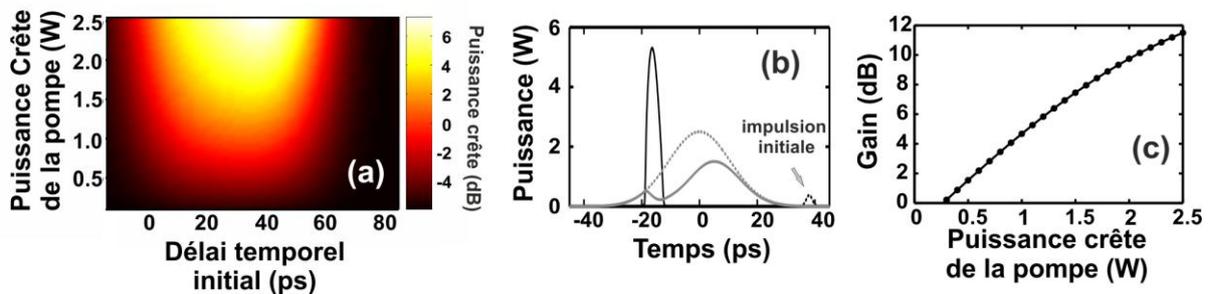
## II.2. Analyse numérique temporelle

Numériquement, par résolution de l'équation (3.6), il nous a été possible de reproduire les statistiques à la fois pour la DSF et pour la HNFL à 3 dB de gain. Pour se faire, nous avons considéré, comme cela est le cas en expérience, des impulsions de 2 ps de large et de 650 mW crête. Les résultats obtenus sont représentés sur la Figure IV-4b et montrent un très bon accord avec les résultats expérimentaux. Précisons que l'échelle n'est pas identique à la Figure IV-4a et qu'en particulier, la dynamique atteinte par simulation n'est que de 35 dB ce qui a tout de même nécessité plusieurs milliers de simulations. Une dynamique plus grande pourrait être obtenue par des simulations par la méthode de Monte-Carlo, mais dépasse les objectifs de notre travail.

Maintenant, nous étudions numériquement l'évolution du signal initial impulsionnel dont la largeur temporelle est inférieure au temps de cohérence de la pompe. Pour cela et dans le but d'obtenir des indices qualitatifs, nous reprenons le modèle simplifié, introduit au chapitre précédent.

L'intérêt de passer par ce modèle est qu'il nous permet de nous rendre compte que dans le cas d'un signal impulsionnel, il est important de prendre en compte un paramètre qui n'agissait pas dans le cas continu. En effet, le délai temporel initial, noté  $\Delta T$ , entre l'impulsion représentant la pompe et l'impulsion signal va jouer un rôle non négligeable. En effet, lorsque le germe était continu (voir chapitre 3), le maximum du signal amplifié et la pompe étaient synchronisés alors que dans le cas présent d'un germe impulsionnel, *a priori*, ce n'est pas toujours le cas.

La Figure IV-5a montre l'impact du délai initial en représentant le signal amplifié pour différentes valeurs de  $\Delta T$ . A partir de ces simulations, nous pouvons extraire le délai initial pour lequel le signal atteint sa plus forte puissance crête, c'est-à-dire  $\Delta T = 38$  ps. Ceci confirme que dans le cas impulsionnel, l'état final est influencé par l'amplitude de l'état initial et le délai temporel entre la pompe et le signal ce qui n'est pas le cas en continu. La Figure IV-5b représente les profils d'intensité temporels du signal et de la pompe initialement et en sortie. Le profil d'intensité temporel de l'impulsion évolue progressivement vers une parabole puisqu'elle se propage en régime de dispersion normale en présence de gain [221-222]. Toutefois, une asymétrie temporelle est visible en raison de la *walk-off* et des effets de déplétion de la pompe [223]. Les conséquences de la forte déplétion temporelle de la pompe [209, 224] sont aussi visibles sur l'évolution du gain en fonction de la puissance de pompe, comme cela est montré en Figure IV-5c, avec une déviation de la droite croissante théorique. Sur cette figure, les valeurs de gain pour de très faibles puissances de pompe sont négatives. Cela s'explique principalement par la dispersion qui induit un élargissement temporel du signal et ainsi une diminution de la puissance crête de celui-ci. Si notre définition du gain n'était pas basée sur le puissance crête mais sur l'énergie, nous n'aurions, bien évidemment pas cette observation.



**Figure IV-5.** (a) Puissance crête de l'impulsion amplifiée en sortie de fibre pour différentes puissances crêtes initiales de la pompe et différents délais temporels initiaux entre la pompe et le signal. (b) Profils d'intensité temporels du signal (noir) et de la pompe (en gris). Les profils en sortie (lignes continues) sont comparés aux profils initiaux (pointillés). Les résultats sont obtenus pour le délai temporel optimal et une puissance crête de pompe de 2.5W. (c) Evolution du gain en fonction de la puissance crête de la pompe pour le délai optimal. Rappelons que le gain est défini comme le rapport des puissances crêtes finale et initiale du signal.

### II.3. Caractérisations temporelles avec un signal à 10 GHz

Dans cette seconde sous-section, nous allons nous concentrer sur les conséquences du transfert des fluctuations de la pompe sur un signal impulsionnel. Contrairement aux méthodes traditionnelles de caractérisation basées sur le rapport signal sur bruit ou le RIN [225], nous allons essayer de caractériser les fluctuations d'intensité par différentes méthodes alternatives. En effet, nous allons les observer directement sur un oscilloscope et en déduire des statistiques (comme précédemment), utiliser l'autocorrélation et nous allons aussi observer le spectre RF. A chaque fois, les configurations co-propagative et contra-propagative seront comparées entre elles et avec les configurations double passage. Dans la suite, nous utilisons une fibre HNLf différente de celle utilisée jusqu'ici et dont les propriétés sont résumées dans le tableau ci-dessous.

propriétés	HNLf
Dispersion $\beta_2$ (en $\text{ps}^2 \cdot \text{km}^{-1}$ )	$7 \times 10^{-4}$
Non-linéarité $\gamma$ (en $\text{W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$ )	10
Longueur $L$ (en km)	1.0

Walk-off  $\delta$  estimé (en ps.km<sup>-1</sup>)

58

Tableau 7. Données de la fibre HNLf utilisée pour les caractérisations

### II.3.1 Les variantes du montage expérimental

Dans ces caractérisations, le signal est délivré par un laser fibré dopé erbium ayant un taux de répétition de 10 GHz. Il produit des impulsions d'environ 2.9 ps de largeur totale à mi-hauteur pour une puissance moyenne de 10 mW (correspondant à des puissances crêtes par impulsions proches de 300 mW). Quant à sa longueur d'onde centrale, elle est de 1550 nm. Le laser pompe, lui, ne change pas. C'est toujours le laser Raman partiellement incohérent émettant à 1455 nm et pouvant atteindre une puissance moyenne de 2 W. De façon générale, trois puissances de pompe seront présentées dans la suite : 500 mW, 1000 mW et 1500 mW ce qui induira des gains de 5 à 15 dB en montage co- et contra- propagatifs et des gains de 10 à 22 dB en montages bidirectionnels. Nous précisons, dans la Figure IV-6, les différentes configurations.

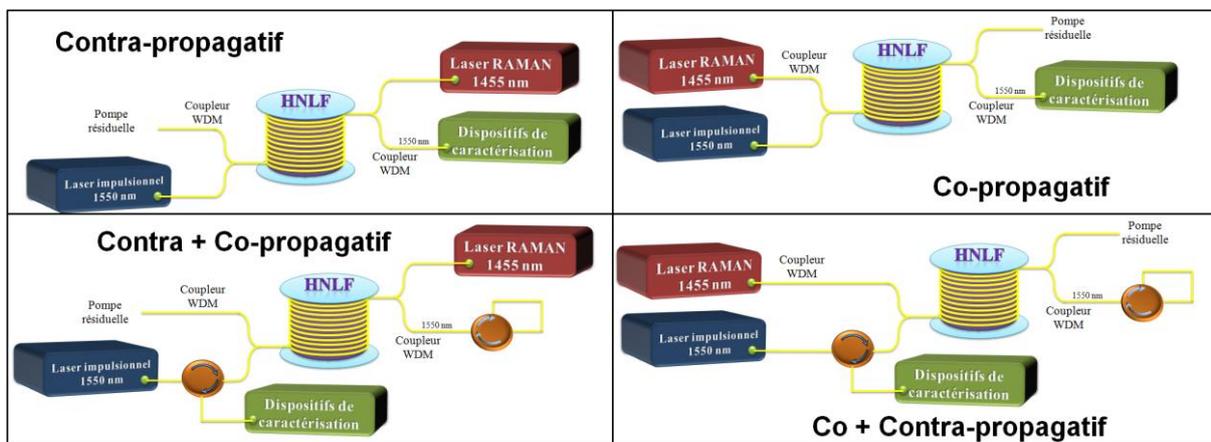
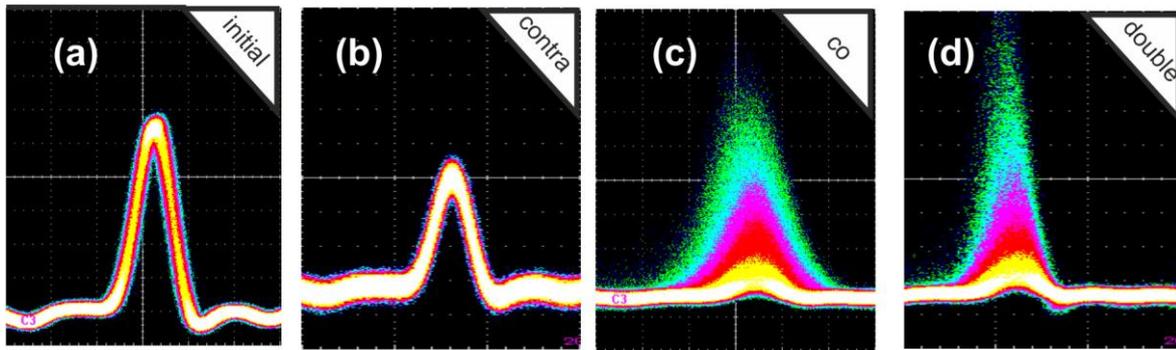


Figure IV-6. Les différentes configurations étudiées.

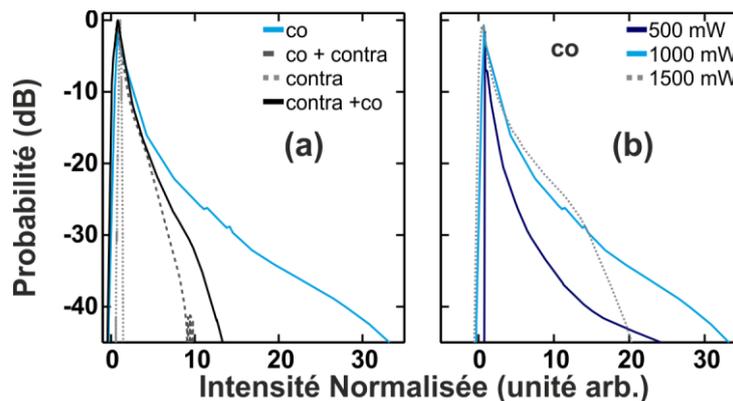
### II.3.2 Observations à l'oscilloscope et statistiques

Comme nous l'avons vu précédemment, l'une des façons les plus intuitives d'explorer et d'évaluer les fluctuations du signal, en sortie d'un montage comme le notre, est l'observation directe via un oscilloscope à échantillonnage rapide. La Figure IV-7 montre les diagrammes de l'œil associés au signal initial et aux signaux amplifiés en sortie de fibre pour les différentes configurations. Le signal initial (Figure IV-7a) ne présente aucune fluctuation significative étant donné qu'il est à modes bloqués en phase (*mode-locked*). Mais, le choix de la configuration de pompage a un fort impact sur les performances de l'amplificateur. En effet, dans le cas d'une configuration contra-propagative (Figure IV-7b), le signal en sortie de fibre présente une qualité comparable à celle du signal initial ainsi aucune fluctuation n'est détectée. Par contre, c'est loin d'être de même pour les configurations copropagative (Figure IV-7c) et double passage (Figure IV-7d) où de fortes fluctuations sont clairement visibles.



**Figure IV-7. Diagrammes de l'oeil:** (a) laser à mode-bloqués initial, (b) configuration contra-propagative, (c) configuration co-propagative (d) configuration à deux passages.

La Figure IV-8a présente des mesures plus quantitatives avec les distributions de probabilités selon la configuration utilisée pour une puissance de pompe de 1 W. Dans le cas contra-propagatif, la distribution du signal amplifié est proche de la distribution initiale c'est-à-dire très fine sans présence de queue. Lorsque le montage est co-propagatif, nous retrouvons une queue extrêmement lourde avec, en particulier des événements enregistrés ayant une énergie 30 fois supérieure à la valeur médiane. Les deux configurations à double passage présentent elles aussi de fortes queues du fait d'un passage en co-propagatif. Toutefois, les queues sont moins marquées qu'en simple passage co-propagatif du fait de la saturation du gain et de la forte déplétion qui finissent par limiter l'énergie maximale accessible.



**Figure IV-8. Statistiques :** (a) Probabilité des puissances crêtes du signal amplifié pour les configurations co-propagative (en bleu clair), co-propagative suivi d'un passage en contra-propagation (tirets gris), contra-propagative (pointillés gris clair) et deux passages dont le premier contra-propagatif (noir) pour une puissance de pompe de 1000 mW (b) Probabilité des puissances crêtes du signal amplifié dans le cas de la configuration co-propagative pour différentes puissance de pompe: 500 mW (en bleu foncé), 1000 mW (en bleu clair) et 1500 mW (en tirets gris). L'intensité est normalisée par la valeur médiane.

La Figure IV-8b s'intéresse plus en détails à la configuration co-propagative avec l'évolution de la distribution de probabilité en fonction de la puissance de la pompe et donc en fonction du gain. Il est clair que l'augmentation de la puissance de pompe agit sur la queue de la distribution en augmentant le niveau des fluctuations. Plus précisément, lorsque la puissance passe de 500 mW à 1500 mW, la probabilité d'observer un événement compris entre 2 et 12 fois la valeur médiane augmente. Toutefois, pour des gains plus forts, les effets de déplétion de la pompe et la saturation du gain deviennent importants ce qui mène à une décroissance rapide de la probabilité. Ce type de comportement statistique où la déplétion impose une limite supérieure et provoque une diminution soudaine la probabilité est similaire à ce que nous avons vu dans le chapitre précédent au paragraphe IV.1.3 page 80 (Précisons toutefois, qu'ici nous nous intéressons à la statistique sur les maxima d'un signal

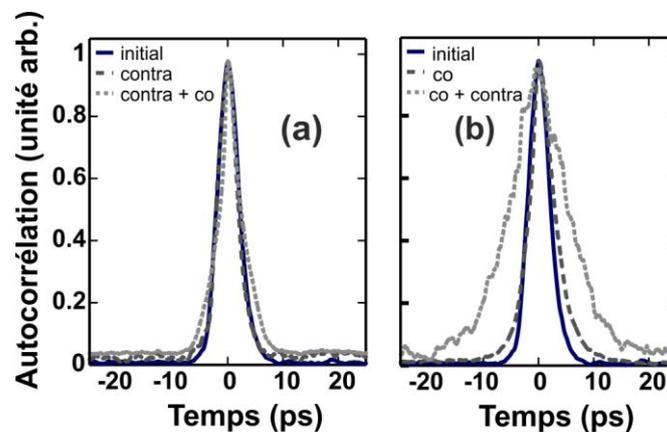
impulsionnel alors qu'au chapitre précédent, nous étudions les densités de probabilité d'un signal continu).

### II.3.3 Fonction de corrélations

#### II.3.3.1 Autocorrélation

Comme nous l'avons fait à plusieurs reprises, nous utilisons maintenant un autocorrélateur optique pour accéder à la durée des impulsions ou en tout cas à une valeur moyennée. La Figure IV-9a montre que, pour les deux configurations mono-passage, il n'y a pas de changement majeur de l'autocorrélation en intensité par rapport aux impulsions initiales. En particulier, la largeur temporelle ne subit pas de modification importante. Cela s'explique par la faible valeur de la dispersion menant à une longueur de dispersion  $L_D = T_0^2/\beta_2 > 5.5$  km bien supérieure à la longueur de la fibre. Par conséquent, la dispersion n'a pas d'effet sur les impulsions. Cependant, notons que la durée temporelle en sortie de la configuration co-propagative est légèrement plus grande. Dans cette configuration, les impulsions subissent plus d'automodulation de phase et plus de modulation de phase croisée ce qui va élargir le spectre et induire un léger élargissement temporel dû à l'effet de la dispersion.

Les observations sont bien plus marquées dans le cas des configurations à deux passages dans la fibre comme en témoigne la Figure IV-9b. En effet, selon que le premier étage soit en co-propagatif ou en contra-propagatif, de grandes différences sont observables. Plus précisément, lorsque le premier passage est en co-propagatif, la largeur temporelle est bien plus grande que lorsque le premier passage est en contra-propagatif, auquel cas la largeur temporelle est égale à la largeur initiale. Ceci s'explique par le fait que le spectre s'est largement élargi lors du passage co-propagatif étant donné la présence des événements extrêmes. Or si le spectre est plus large, lors du second passage, la dispersion aura plus d'influence et mènera donc à un élargissement.



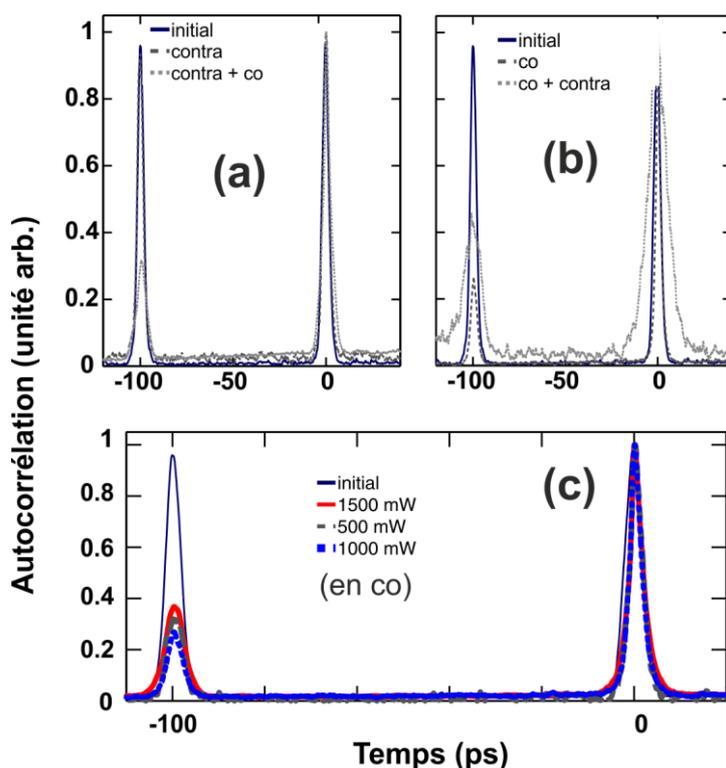
**Figure IV-9. Autocorrélations.** (a) Cas (dont le premier passage est) contra-propagatif comparé (b) au cas (dont le premier passage est) co-propagatif. En bleu, nous représentons l'autocorrélation initiale.

#### II.3.3.2 Intercorrélation

Lorsque l'enregistrement du signal d'autocorrélation se fait sur un temps assez long, nous n'avons plus la corrélation d'une impulsion avec elle-même mais d'une impulsion avec la suivante (séparée de 100 ps) et l'on parlera dans ce cas d'intercorrélation (ou corrélation croisée). Or il a été montré que cette intercorrélation permet de connaître la gigue d'amplitude qui affecte le signal durant son processus d'amplification [226-228]. Précisons que nous ne pouvions pas effectuer cette mesure dans

les configurations à 22 MHz où le délai entre les impulsions est de plusieurs nanosecondes, incompatible avec la course mécanique de notre dispositif.

La Figure IV-10 montre que le train d'impulsion initial présente un pic central ayant le même niveau que le pic suivant ce qui confirme le régime de verrouillage de mode du laser. Une telle faible gigue d'amplitude est maintenue en configuration contra-propagative. A l'inverse, dès lors qu'un passage se fait en co-propagatif, le pic d'intercorrélacion descend de manière drastique ce qui confirme un changement d'amplitude significatif entre deux impulsions successives. Ceci est totalement en accord avec les durées typiques des fluctuations de la pompe mesurées par autocorrélacion (~ 25 ps) qui sont inférieures au taux de répétition. L'utilisation de sources à taux de répétition supérieur à 80 GHz [229] pourrait donner des informations additionnelles très intéressantes.



**Figure IV-10. Intercorrélacion** montrant la dégradation du signal (a) dans une configuration contra-propagative comparée à la configuration co-propagative (b). Dans le cas d'un unique passage en co-propagation, nous montrons l'influence de la puissance (c).

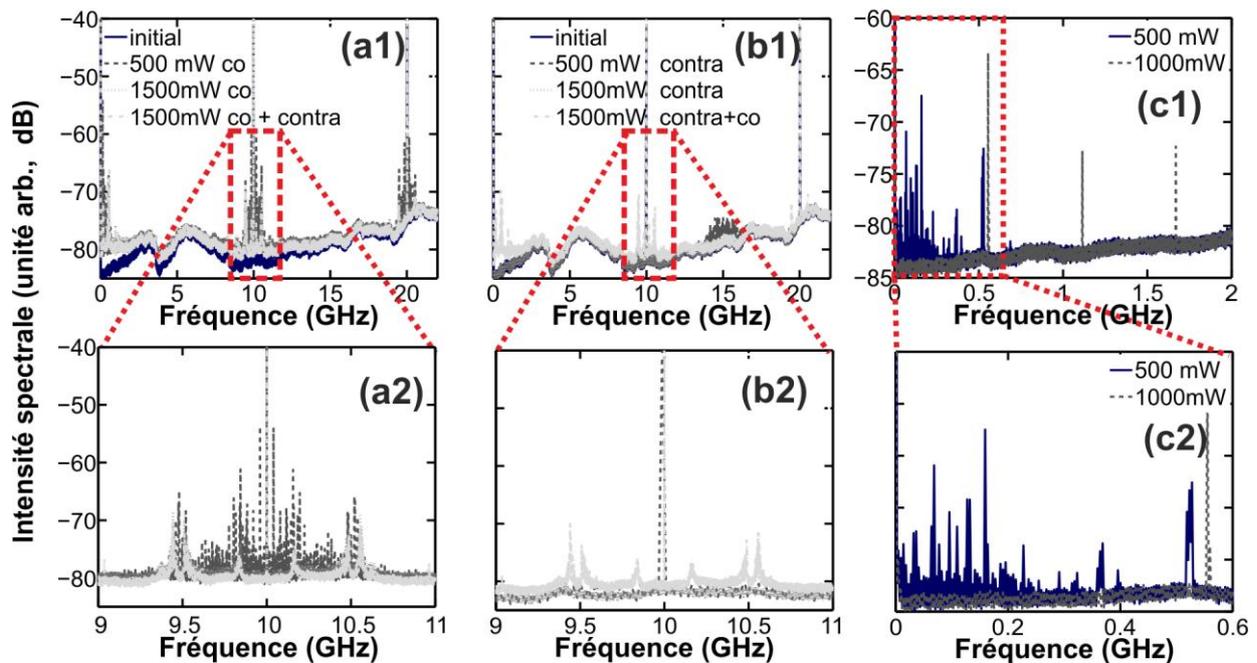
Notons que les fluctuations d'une impulsion à une autre, c'est-à-dire le contraste entre deux pics adjacents, diminuent lorsque la puissance de pompe augmente du fait de la déplétion de la pompe. Précisons enfin que, bien que Fatome *et al.* [226] aient montré qu'il est possible de mesurer la gigue d'amplitude, il ne nous est pas possible de la mesurer car la méthode suppose une gigue gaussienne ce qui est loin d'être notre cas. Quant à la gigue temporelle, qui peut être extraite de l'élargissement de l'intercorrélacion, nous n'avons pas pu la mesurer du fait d'un élargissement négligeable dans nos mesures.

Les enregistrements réalisés en fonction de la puissance en configuration co-propagative (Figure IV-10c) montrent qu'une augmentation de la puissance de pompe provoque une augmentation du nombre d'événements rares et donc des fluctuations d'une impulsion à l'autre. Ceci se traduit par un pic d'intercorrélacion plus faible. A l'inverse, pour des gains plus élevés, la saturation du gain réduit les fluctuations et permet une augmentation de l'amplitude du pic d'intercorrélacion.

### II.3.4 Signal RF

Jusqu'à maintenant, lorsque nous parlions du spectre, il était implicite qu'il s'agissait du spectre optique. Ici, nous nous intéressons au spectre électrique qui est la transformée de Fourier du champ en intensité (et non pas le module au carré de la transformée de Fourier du champ complexe comme pour le spectre optique). Notons que les mesures de spectres électriques sont souvent utilisées dans le cadre de la détermination du RIN, qui est devenu une mesure standard pour discuter des performances des amplificateurs optiques [225]. Certains auteurs ont proposé d'extraire du spectre RF, les giges d'amplitude et temporelle du signal en analysant les harmoniques [230]. Toutefois, cette analyse n'est pas possible dans nos expériences car elle nécessite un grand nombre d'harmoniques. Dans notre cas, la bande passante de l'analyseur (26 GHz) permet l'observation que des deux premiers harmoniques. De plus, cette analyse considère des variations ayant une distribution gaussienne ce qui n'est pas notre cas.

Bien loin de ces mesures quantitatives du bruit, nous voulons montrer ici qualitativement que le niveau du bruit change selon la configuration. Et nous savons, comme l'a montré Fludger numériquement [210], qu'une configuration co-propagative introduit plus de bruit qu'une configuration contra-propagative. La Figure IV-11 confirme ceci.



**Figure IV-11. Spectre RF.** (a) cas contra-propagatif et (b) cas co-propagatif. Le spectre RF de la pompe est lui-aussi, représenté (c). Les sous figures (2) sont des agrandissements des zones encadrées en rouge dans les sous-figures (1).

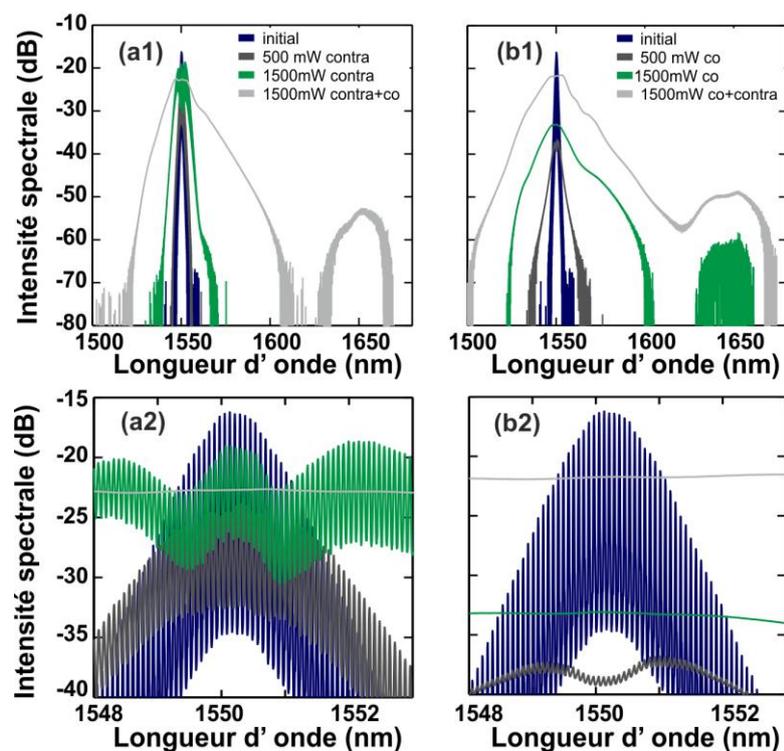
En effet, la Figure IV-11b1 et son agrandissement sur la Figure IV-11b2 montrent que la configuration contra-propagative n'introduit pas ou peu de bruit supplémentaire contrairement à la configuration co-propagative qui mène à l'apparition de pics additionnels sur le signal RF (Figure IV-11a1 et a2). Ces pics sont attribués au transfert du bruit d'intensité de la pompe vers les impulsions. L'utilisation d'un taux de répétition élevé a facilité la détection de ces pics. Notons que ces pics sont présents dans la pompe initiale et sont caractéristiques du pompage laser utilisé [231]. En effet, pour une puissance moyenne de 1000 mW, comme le montre la Figure IV-11c1, le bruit est structuré avec des pics harmoniques espacés de 0.6 GHz qui sont visibles tandis qu'à 500 mW, ces pics n'existent pas mais d'autres sont présents et paraissent être espacés de manière aléatoire jusqu'à 0.5 GHz (Figure

IV-11c2). Ces mesures pointent la complexité du bruit existant dans un laser Raman fibré avec la présence des nombreux modes longitudinaux dont ces pics sont les témoins. Les approximations faites pour modéliser le comportement de l'amplificateur Raman (c'est-à-dire un spectre gaussien avec une phase aléatoire [190]) ne sont pas totalement suffisantes pour retrouver ce spectre RF ce qui apparaît donc comme une limite du modèle.

## II.4. Evolution Spectrale

### II.4.1 Caractérisation spectrale avec un signal à 10 GHz

Nous continuons cette série de caractérisation en menant une analyse spectrale optique. Nous nous attendons à des événements extrêmes qui altèrent significativement la phase des impulsions. La Figure IV-12 résume ces changements affectant le spectre. Deux intervalles fréquentiels ont été considérés : l'un de 150 nm permettant une observation de l'élargissement spectral des impulsions et les éventuelles cascades Raman et l'autre de 5 nm permettant d'observer le détail des structures.



**Figure IV-12. Spectre Optique** (a) pour une configuration contra-propagative et (b) pour une configuration co-propagative. Dans les deux cas, le spectre initial du laser à 10 GHz est comparé aux spectres obtenus pour des puissances de pompe de 500 mW et 1500 mW. Les sous-figures (2) sont un agrandissement d'une partie des spectres des sous-figures (1).

Sur l'intervalle de 150 nm, il est clair que toutes les configurations présentent un élargissement du spectre. Cependant, le niveau d'élargissement diffère significativement selon la configuration. En effet, pour une configuration co-propagative (La Figure IV-12b1), l'élargissement est très important du fait de l'évolution des puissances crêtes vers des valeurs extrêmes ce qui va induire une auto-modulation de phase plus élevée [175, 213]. Même si son rôle est ici moindre, la modulation de phase croisée va, elle-aussi, participer à cet élargissement. Il est important de noter que cette configuration co-propagative a un fort impact sur le processus de cascades Raman, qui n'a pas lieu dans la configuration contra-propagative (avec un seul passage en Figure IV-12a1). Cela signifie que les structures

scélérates ont atteint des puissances crêtes si élevées qu'elles peuvent générer leur propre onde Stokes Raman. Cette onde Stokes est donc d'autant plus marquée en configuration à deux passages.

Si l'on s'intéresse à la partie centrale du spectre, nous devrions idéalement observer un peigne de raies espacées de 10 GHz. Bien que la résolution maximale de l'analyseur soit limitée à 0.02 nm, il est possible d'observer la structure de peigne initiale. Cette structure caractéristique est conservée lors de la propagation en configuration contra-propagative (comme en témoigne l'encadré de la Figure IV-12a2). Par contre, en configuration co-propagative, le contraste de la structure de peigne s'écroule au point de ne quasiment plus la voir (Figure IV-12b2). Ceci témoigne de l'existence de fluctuations significatives qui cassent la périodicité. Pour les configurations à double passage, étant donnée la présence d'un segment co-propagatif, le contraste est aussi très mauvais.

## II.4.2 Observation avec une DCF

Les spectres, présentés précédemment, sont moyennés et ne permettent donc pas d'avoir connaissance des fluctuations d'une impulsion à l'autre. C'est pourquoi pour finir sur cette série de caractérisations à 10 GHz, nous présentons des observations temporelles obtenues directement sur l'oscilloscope pour avoir une idée des fluctuations spectrales d'une impulsion à l'autre. Nous avons ajouté en sortie de l'amplificateur un tronçon de quelques mètres d'une fibre ayant une forte dispersion (DCF : dispersion -100 ps /km/nm). Cette fibre permet d'appliquer une large phase spectrale parabolique et ainsi de convertir les fluctuations du spectre optique vers des fluctuations dans le domaine des temps. Puis, le diagramme de l'œil nous permet d'observer qualitativement et facilement ces fluctuations. Cette méthode n'est pas sans rappeler le travail de Solli et ses co-auteurs (voir chapitre 2 page 40) mais notons que notre analyse est moins poussée puisque nous n'observons que le diagramme de l'œil sans nous intéresser aux impulsions individuelles. Précisons également que la longueur de la fibre est choisie de manière à ce qu'il n'y ait pas de recouvrement d'une impulsion avec ses impulsions voisines, en d'autres termes, l'espacement de 100 ps entre les impulsions représente une limite de l'élargissement temporel induit par la fibre.

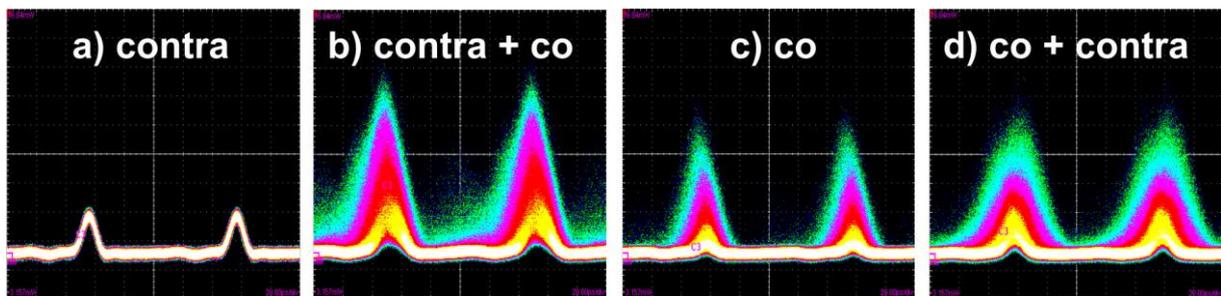


Figure IV-13. Diagrammes de l'œil pour les différentes configurations.

Encore une fois, la configuration contra-propagative ne présente pas de fluctuations visibles comme le montre la Figure IV-13a. Par contre, dans les trois autres configurations où, à chaque fois, il y a un passage en co-propagatif, les fluctuations temporelles après la DCF sont marquées. Ceci témoigne des hautes fluctuations existant spectralement d'une impulsion à l'autre.

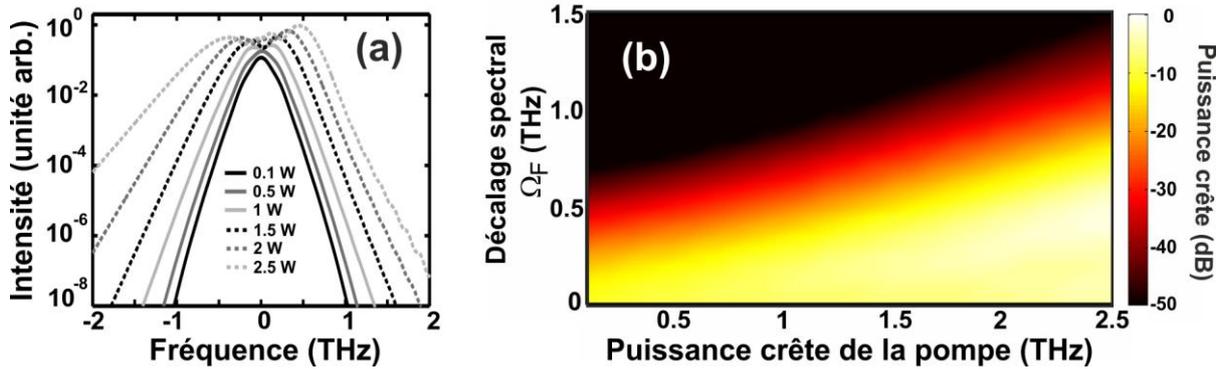
## II.4.3 Contrôle et sélection

### II.4.3.1 Modèle simplifié

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, nous utilisons ici un modèle simplifié qui voit la pompe comme un ensemble d'impulsions gaussiennes individuelles. Nous prenons donc en compte une unique gaussienne correspondant à l'une des fluctuations de la pompe. Pour modéliser ce comportement, rappelons que nous résolvons le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi_P}{\partial z} = -\frac{\omega_P}{\omega_S} \frac{g_R}{2} |\psi_S|^2 \psi_P - i \frac{\beta_{2P}}{2} \frac{\partial^2 \psi_P}{\partial T^2} + i\gamma [|\psi_P|^2 + 2|\psi_S|^2] \psi_P - \frac{\alpha}{2} \psi_P, \\ \frac{\partial \psi_S}{\partial z} = \frac{g_R}{2} |\psi_P|^2 \psi_S - i \frac{\beta_{2S}}{2} \frac{\partial^2 \psi_S}{\partial T^2} + i\gamma [|\psi_S|^2 + 2|\psi_P|^2] \psi_S - \frac{\alpha}{2} \psi_S + \delta \frac{\partial \psi_S}{\partial T}. \end{cases} \quad (4.1)$$

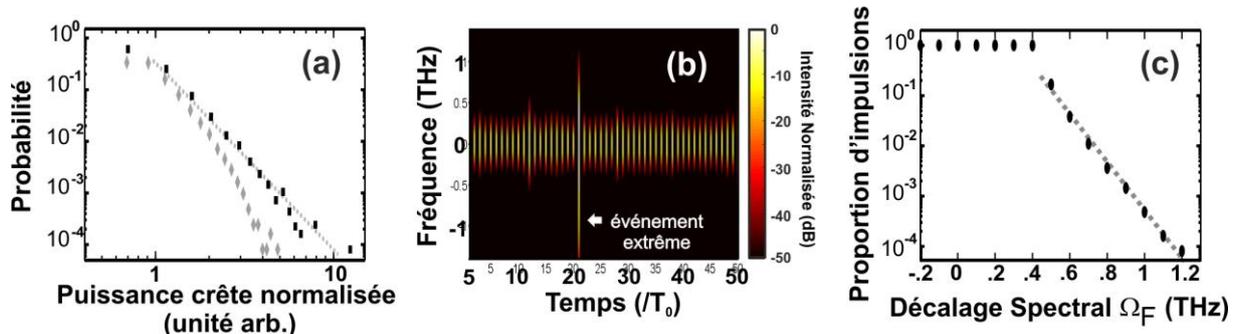
La Figure IV-14a montre l'élargissement notable du spectre. Ce dernier présente certaines asymétries qui résultent du *walk-off* [224, 232]. L'élargissement spectral trouve principalement son origine dans l'auto-modulation de phase et non dans la modulation de phase croisée. Grâce à cet élargissement, nous pouvons envisager l'utilisation d'un filtre spectral décalé pour isoler les structures ayant les puissances crêtes les plus fortes. C'est dans cet esprit que la Figure IV-14b correspond à la fonction de transfert obtenue pour le délai optimal pour différentes valeurs de décalage spectral du filtre gaussien ayant une largeur à mi-hauteur de 100 GHz. Il est clair qu'une augmentation du décalage induit un changement dans le seuil de la fonction de transfert. Ces observations peuvent être vues comme une extension de la technique de régénération proposée par Mamyshev [233-234].



**Figure IV-14.** (a) Evolution du profil d'intensité spectral du signal amplifié pour différentes puissances de pompe. Les résultats sont représentés pour le délai temporel optimal (b) fonction de transfert décrivant la puissance crête du signal en sortie de fibre en fonction de la puissance de pompe et pour diverses valeurs de décalage spectral  $\Omega_F$ .

#### II.4.3.2 Modèle complet

Nous utilisons maintenant le modèle complet qui tient compte d'une pompe incohérente. Après 12 000 nouvelles simulations, nous pouvons représenter les statistiques des puissances crêtes des impulsions en sortie (Figure IV-15a). Cette statistique est très similaire à celle observée en Figure IV-4 mais sur une échelle log-log. La comparaison de la statistique complète avec celle obtenue après filtrage de la partie centrale montre que, pour des puissances faibles, les deux courbes sont quasiment confondues. Mais pour les puissances élevées, c'est-à-dire dans les queues, les deux distributions se différencient clairement. Le filtrage central agit donc comme un limiteur des ondes extrêmes. Cela va bien dans le sens que les événements extrêmes sont les plus larges spectralement. Ceci est clairement visible sur la Figure IV-15b à l'aide d'un spectrogramme du signal amplifié en sortie où un événement extrême très prononcé se distingue par un comportement déviant fortement du comportement moyen. Cette figure montre donc clairement que l'événement le plus extrême présente aussi le spectre le plus large.

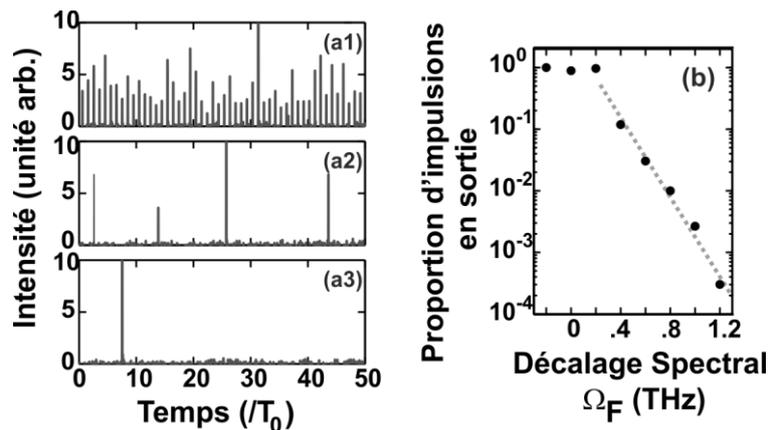


**Figure IV-15.** (a) Distribution statistique des puissances crêtes en sortie (carrés noirs). La queue de la distribution est comparée à une fonction linéaire en échelle log-log. La distribution obtenue après filtrage spectral à  $\Omega_F = 0$  GHz est représentée avec des losanges gris. (b) Vue Temps-Fréquence du train d'impulsions en sortie (séquence de 50 impulsions) où  $T_0$  est la période du train d'impulsion. (c) Proportion d'impulsions en sortie de fibre (définie comme le rapport entre le nombre d'impulsions détecté après filtrage spectral et le nombre d'impulsions initiales) en fonction du décalage spectral  $\Omega_F$ . Les résultats pour  $\Omega_F > 0.4$  THz sont comparés à une droite décroissante en échelle semi-logarithmique.

Si l'on s'intéresse maintenant au nombre d'impulsions après le filtrage spectral, nous obtenons les résultats décrits par la Figure IV-15c. Il paraît clair que pour un décalage inférieur à 0.4 THz, la proportion d'impulsions retrouvées en sortie est constante et égale à 1. En d'autres termes, nous retrouvons le train d'impulsions initiales. Pour des valeurs supérieures, le nombre d'impulsions retrouvées en sortie décroît fortement. Il apparaît que cette décroissance suit empiriquement une loi linéaire en échelle semi-logarithmique.

#### II.4.3.3 Expériences

Pour confirmer cette étude et en particulier ce dernier point (proportions d'impulsions retrouvées en sortie), nous avons mis en place une expérience basée toujours sur le montage de la Figure IV-1. Le signal impulsionnel provient d'un laser délivrant des impulsions de 2.5 ps à un taux de répétition de 22 MHz. Le filtre utilisé est un démultiplexeur en longueur d'onde dont la largeur à mi-hauteur est de 100 GHz qui délivre huit canaux séparés de 200 GHz.



**Figure IV-16.** (a) Enregistrements temporels expérimentaux du signal amplifié obtenus pour trois valeurs de décalage filtre-signal : 0 GHz (a1), 600 GHz (a2) et 1 THz (a3) (l'échelle temporelle est normalisée par le taux de répétition) (b) Nombre d'impulsions détectées en fonction du décalage spectral en sortie. Les résultats sont comparés à une fonction linéaire décroissante (en échelle semi-logarithmique).

Les résultats sont présentés en Figure IV-16. Si le train d'impulsions est filtré à sa fréquence centrale, nous retrouvons après amplification et filtrage, un train d'impulsions au même taux de répétition qu'initialement bien que des fluctuations d'une impulsion à une autre, et donc une forte gigue

d'amplitude, existent (Figure IV-16a1). un changement du canal du multiplexeur, comme en Figure IV-16a2 et Figure IV-16a3 entraîne une diminution drastique du nombre d'impulsions en sortie de sorte qu'il n'est plus possible d'identifier une quelconque périodicité. Un train d'impulsions est généré avec une séparation aléatoire entre les impulsions (dans la limite où cette séparation est un multiple de la période initiale bien sur). [235-236]. La proportion d'impulsions en sortie par rapport au nombre d'impulsions initiales est reporté sur la Figure IV-16b. Les résultats sont en accord avec la Figure IV-15c dans la mesure où pour des faibles décalages (ici 200 GHz), le nombre d'impulsions détectées est égal au nombre initial. Par contre, pour des décalages plus élevés, une baisse exponentielle (linéaire en échelle semi-log) du nombre de pics après filtrage est visible. Il est ainsi possible d'isoler une impulsion ayant une très faible probabilité d'occurrence : autour de 1 sur 1000.

#### **II.4.4 Conclusion sur l'amplification Raman**

Nous avons confirmé, dans cette partie, que la présence d'événements extrêmes observés au chapitre précédent n'est pas limitée au cas d'un germe continu mais existe aussi avec un germe impulsional. Le cas d'un germe impulsional a permis d'étudier et de caractériser plus en détails la configuration co-propagative propice à l'apparition de structures extrêmes dans un amplificateur Raman fibré. Nous avons ainsi pu montrer que la présence de structures géantes laisse une trace quelque soit la mesure (que ce soit dans le domaine temporel ou spectral). Précisons que cela n'est pas propre aux fibres. En effet, des événements extrêmes ont été observés lors de l'amplification Raman dans des guides d'ondes silicium, où le *walk-off* était négligeable [194]. Mais le lecteur peut se poser, à juste titre, la question de la validité de cette étude pour d'autres configurations à gain. Dans la suite de ce chapitre, nous présentons la possibilité d'observer des structures extrêmes à partir de l'amplification paramétrique.

### **III. Etude dans un amplificateur paramétrique**

Les amplificateurs paramétriques à fibres ont été introduits comme une alternative prometteuse aux autres types d'amplificateurs dans le cadre de l'amplification de signaux WDM. Leur avantage, au-delà d'avoir une large bande de gain, est de permettre la conversion de fréquence avec une grande efficacité sans parler de leur très faible bruit particulièrement attractif pour les nouveaux formats. Bien que les travaux pionniers de Stolen [237-238] et que les premières expériences aux longueurs d'ondes télécoms aient eu lieu dans les années 80 [239], il faudra attendre 1996 et les travaux de Marhic *et al.* [240] notamment la démonstration d'une bande de gain allant de 10 à 18 dB sur 35 nm, pour établir définitivement le potentiel de ces amplificateurs.

#### **III.1. Principe de l'amplification paramétrique**

##### **III.1.1 Principe**

L'amplification paramétrique dans un milieu Kerr fait généralement intervenir quatre ondes : le signal à la pulsation  $\omega_s$ , deux pompes intenses de pulsation  $\omega_{p1}$  et  $\omega_{p2}$  et une onde idler à la pulsation  $\omega_l$ . Cette dernière est spectralement symétrique du signal par rapport à la pulsation moyenne des deux pompes, autrement dit:  $\omega_l = \omega_{p1} + \omega_{p2} - \omega_s$ . Lorsque les deux pompes ont des pulsations différentes, on parle de configuration "non-dégénérée" alors que dans le cas de deux pompes identiques ( $\omega_{p1} = \omega_{p2}$ ), nous parlerons de configuration "dégénérée". En pratique, pour des raisons de simplicité et de coût, c'est cette dernière configuration qui est mise en jeu et c'est donc logiquement celle-ci que nous prendrons en compte dans la suite en notant la pulsation de pompe  $\omega_p$  telle que  $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$ .

L'amplification paramétrique peut être traitée par une approche spectrale à travers le mélange à quatre ondes [238]. En effet, pour que le phénomène se produise, il faut que les ondes vérifient les relations de conservations de l'énergie et d'accord de phase (conservation des moments) suivantes :

$$\begin{cases} 2\omega_p - \omega_s - \omega_I = 0 \\ 2\beta_p - \beta_s - \beta_I = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

où  $\beta_p, \beta_s, \beta_I$  sont les constantes de propagations de chaque onde  $\psi$ . Quant à l'évolution des champs électriques, il faut faire appel à l'équation de Schrödinger non-linéaire. Toutefois, comme nous l'avons montré pour l'amplification Raman où nous avons découpé les ondes pompe et Stokes Raman, nous pouvons ici séparer l'onde pompe  $\psi_p$ , l'onde Stokes  $\psi_s$  et l'onde Idler  $\psi_I$ . Après avoir négligé les pertes et les harmoniques, l'évolution des champs est donnée par le système d'équations couplées suivant :

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_p}{dz} &= i\gamma \left[ \left( |\psi_p|^2 + 2(|\psi_s|^2 + |\psi_I|^2) \right) \psi_p + 2 \psi_s \psi_I \psi_p^* \exp(i \Delta\beta_L z) \right] \\ \frac{d\psi_s}{dz} &= i\gamma \left[ \left( |\psi_s|^2 + 2(|\psi_p|^2 + |\psi_I|^2) \right) \psi_s + \psi_I^* \psi_p^2 \exp(-i \Delta\beta_L z) \right] \\ \frac{d\psi_I}{dz} &= i\gamma \left[ \left( |\psi_I|^2 + 2(|\psi_s|^2 + |\psi_p|^2) \right) \psi_I + \psi_s^* \psi_p^2 \exp(-i \Delta\beta_L z) \right] \end{aligned} \quad (4.3)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{SPM} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{XPM} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{FWM}$

avec  $\Delta\beta_L$  la différence de phase linéaire entre les ondes telle que  $\Delta\beta_L = 2\beta_p - \beta_s - \beta_I$ . Le premier terme de chaque équation correspond à l'auto-modulation de phase (SPM) tandis que le second terme correspond à la modulation de phase croisée (XPM). Quant aux derniers termes, ils représentent les échanges d'énergie cohérents entre les ondes mises en jeu lors du mélange à quatre ondes (FWM) et en ce sens, ils assurent le gain paramétrique.

Pour résoudre le système (4.3), il est possible de considérer que la puissance de pompe reste constante au cours de l'amplification dans la limite où les puissances de sortie du signal et de l'idler sont bien inférieures à la puissance de la pompe. Dans ce cas, le gain paramétrique s'exprime de la manière suivante :

$$g^2 = \left( \gamma |\psi_p|^2 \right)^2 - \left( \frac{\kappa}{2} \right)^2, \quad (4.4)$$

où  $\kappa = \Delta\beta_L + \Delta\beta_{NL}$  est l'accord de phase total. Précisons que  $\Delta\beta_{NL} = 2\gamma|\psi|^2$  est le désaccord de phase non-linéaire.

Nous avons décrit le processus d'amplification paramétrique à partir du formalisme du mélange à quatre ondes c'est-à-dire d'un point de vue spectral. Toutefois, le même phénomène peut être vu dans domaine temporel à partir du phénomène d'instabilité modulationnelle. En effet, comme nous l'avons vu au premier chapitre, lorsqu'une onde continue se propage dans un milieu dispersif et non-linéaire, le bruit peut modifier sa stabilité et induire une modulation spontanée de l'onde continue. Si maintenant, l'onde continue est perturbée par une seconde onde dont l'amplitude est bien plus faible et dont la fréquence est différente, le phénomène d'instabilité est stimulé et conduit à l'amplification de cette seconde onde. Dans la suite, nous traiterons l'amplification paramétrique en terme d'instabilité modulationnelle. Notons que lors de l'utilisation d'un germe continu pour stabiliser les fluctuations du supercontinuum au chapitre 2, nous étions aussi dans une configuration paramétrique puisque nous faisons appel au phénomène d'instabilité modulationnelle d'ordre 4.

### III.2. Instabilité modulationnelle incohérente

L'instabilité modulationnelle générée par la présence d'une pompe partiellement incohérente a particulièrement été étudiée dans le cadre d'un milieu à effet Kerr non-instantané à la fois théoriquement [241-243] et expérimentalement [244-246].

Pour exprimer le gain de l'instabilité modulationnelle incohérente, il faut utiliser un formalisme basé sur la fonction d'autocorrélation [247] bien qu'un autre formalisme basé sur l'approche de Wigner soit possible [248].

#### III.2.1 Formalisme basé sur la fonction d'autocorrélation

Tout d'abord, pour simplifier les expressions, nous notons :

$$\begin{cases} u_1 = \psi(z, t_1), \\ u_2 = \psi(z, t_2). \end{cases} \quad (4.5)$$

Il est ainsi aisé de montrer, en partant de l'équation de Schrödinger non-linéaire que :

$$i \frac{\partial}{\partial z} (u_1 u_2^*) = \frac{\beta_2}{2} \left( \frac{\partial^2}{\partial t_1^2} (u_1 u_2^*) - \frac{\partial^2}{\partial t_2^2} (u_1 u_2^*) \right) - \gamma (u_1 u_2^*) (|u_1|^2 - |u_2|^2) \quad (4.6)$$

Notons donc l'autocorrélation en champ de la façon suivante :

$$B \equiv B(z, t_1, t_2) = \langle u_1 u_2^* \rangle \quad (4.7)$$

L'expression (4.6) devient alors :

$$i \frac{\partial}{\partial z} B = \frac{\beta_2}{2} \left( \frac{\partial^2}{\partial t_1^2} - \frac{\partial^2}{\partial t_2^2} \right) B - \gamma \left( \langle u_1^2 u_1^* u_2^* \rangle - \langle u_2^{*2} u_2 u_1 \rangle \right) \quad (4.8)$$

Pour simplifier cette équation, il faut utiliser les propriétés de la statistique gaussienne permettant de décomposer les moments statistiques. Il est ainsi possible d'écrire :

$$\begin{aligned} \langle u_1^2 u_1^* u_2^* \rangle &= 2 \langle u_1^2 \rangle \langle u_1 u_2^* \rangle, \\ \langle u_2^{*2} u_2 u_1 \rangle &= 2 \langle u_2^2 \rangle \langle u_1 u_2^* \rangle \end{aligned} \quad (4.9)$$

Pour simplifier la différence des deux dérivées temporelles, nous effectuons le changement de variables suivant :

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{t_1 + t_2}{2}, \\ \tau &= t_1 - t_2. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Nous obtenons ainsi une version modifiée de l'équation de Schrödinger Non-Linéaire faisant apparaître les autocorrélations :

$$i \frac{\partial}{\partial z} B = \beta_2 \left( \frac{\partial^2}{\partial \eta \partial \tau} \right) B - 2\gamma B \left( \langle u_1^2 \rangle - \langle u_2^2 \rangle \right). \quad (4.11)$$

### III.2.2 Analyse de stabilité

Pour arriver à montrer l'instabilité de modulation, il faut décomposer la fonction d'autocorrélation du champ en une partie principale  $B_0$ , qui représente la solution stationnaire de l'équation (4.11), et une partie inhomogène  $B_1$  de très faible amplitude par rapport au terme principal qui représente la perturbation :

$$B(\eta, \tau, z) = B_0(\tau) + B_1(\eta, \tau, z) \quad \text{où } |B_0| \gg |B_1|. \quad (4.12)$$

Dès lors, il est possible d'obtenir :

$$i \frac{\partial}{\partial z} B_1 = \beta_2 \left( \frac{\partial^2}{\partial \eta \partial \tau} \right) B_1 - 2\gamma B_0 \left( B_1 \left( \eta - \frac{\tau}{2}, 0, z \right) - B_1 \left( \eta + \frac{\tau}{2}, 0, z \right) \right). \quad (4.13)$$

Puis, par la transformée de Fourier par rapport à  $\eta$ , définie telle que :

$$\tilde{B}_1(\omega, \tau, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} B_1(\eta, \tau, z) e^{-i\eta\omega} d\eta, \quad (4.14)$$

l'équation (4.13) devient :

$$i \frac{\partial}{\partial z} \tilde{B}_1(\omega, \tau, z) = i\beta_2 \omega \frac{\partial \tilde{B}_1(\omega, \tau, z)}{\partial \tau} + 2\gamma B_0(\tau) \tilde{B}_1(\omega, 0, z) \left( e^{-\frac{i\omega\tau}{2}} - e^{\frac{i\omega\tau}{2}} \right). \quad (4.15)$$

Puis par les transformées de Fourier (TF) et de Laplace (TL) suivantes :

$$\begin{aligned} \tilde{B}_1(\omega, \Omega, z) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{B}_1(\omega, \tau, z) e^{-i\Omega\tau} d\tau \quad (\text{TF}), \\ \tilde{B}_0(\Omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} B_0(\tau) e^{-i\Omega\tau} d\tau \quad (\text{TF}), \\ \tilde{B}_1(\omega, \Omega, \lambda) &= \int_0^{+\infty} \tilde{B}_1(\omega, \Omega, z) e^{-\lambda z} dz \quad (\text{TL}), \end{aligned} \quad (4.16)$$

nous obtenons l'équation d'évolution de la perturbation dans le domaine spectral [243] :

$$2\gamma \int_{\Omega} \frac{\tilde{B}_0(\Omega + \omega/2) - \tilde{B}_0(\Omega - \omega/2)}{i\lambda + \beta_2 \Omega \omega} = 1. \quad (4.17)$$

#### III.2.2.1 Cas cohérent

Dans le cas cohérent, le spectre est un Dirac tel que:  $B_0(\Omega) = P_0 \delta(\Omega)$  et par résolution de (4.17), le gain s'exprime de la manière suivante :

$$g_{co} = 2\lambda = |\beta_2 \Omega| \sqrt{\frac{4\gamma P_0}{|\beta_2|} - \Omega^2}. \quad (4.18)$$

Cela est en total accord avec l'expression du chapitre 1 (paragraphe IV.4.3 page 30).

#### III.2.2.2 Cas incohérent

Pour avoir des expressions analytiques, il est préférable de considérer un spectre Lorentzien de largeur à mi-hauteur  $\sigma$  et de puissance moyenne  $P_0$  :

$$\tilde{B}_0(\Omega) = P_0 \frac{1}{\pi} \frac{\sigma}{\sigma^2 + \Omega^2}. \quad (4.19)$$

Pour résoudre cette équation, il faut faire appel à la méthode des résidus de manière à finalement obtenir le gain suivant :

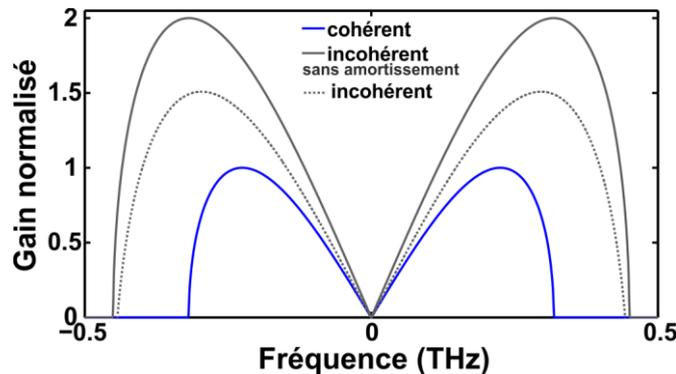
$$g_{inco} = 2\lambda = -2|\beta_2\Omega|\sigma + |\beta_2\Omega| \sqrt{\frac{8\gamma P_0}{|\beta_2|} - \Omega^2}. \quad (4.20)$$

### III.2.2.3 Différences

L'équation (4.20) est composée de deux parties :

- un terme correspondant à un gain analogue au cas cohérent à la différence près que la non-linéarité Kerr  $\gamma_{inco}$  vaut  $2\gamma_{co}$  ce qui sous-entend, a priori, un gain plus fort.
- un terme  $-2|\beta_2\Omega|\sigma$ , qui est un terme d'amortissement car il traduit le fait que le gain diminue lorsque l'incohérence  $\sigma$  de l'onde augmente.

Bien que ce dernier terme puisse laisser penser que le gain d'instabilité modulationnelle incohérente est plus faible que dans le cas cohérent, ce n'est pas le cas. Au contraire, comme en témoigne la Figure IV-17, le gain d'instabilité modulationnelle incohérente est plus fort mais aussi plus large et décalé spectralement. Une démonstration expérimentale fut présentée par Sauter *et al.*[249]. Précisons que des tendances similaires sont obtenues pour un cas gaussien.



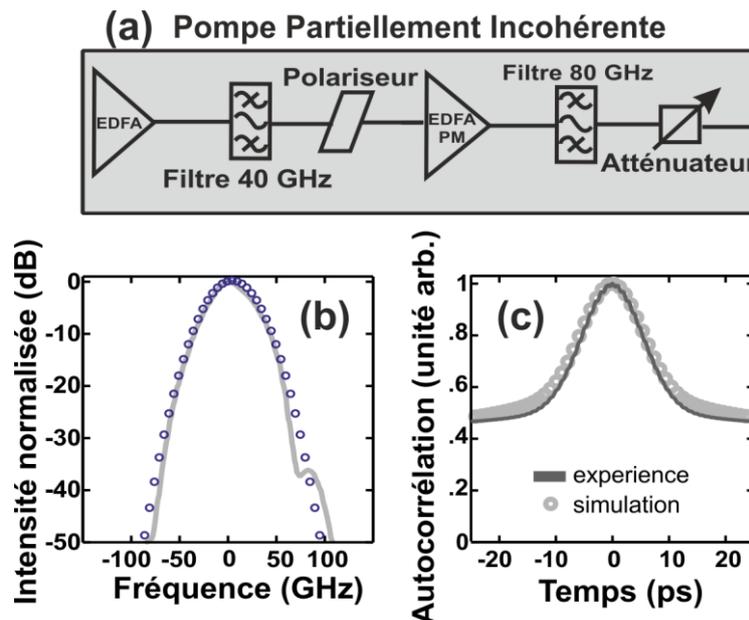
**Figure IV-17.** Exemple de gain normalisé d'instabilité modulationnelle dans le cas cohérent (ligne solide bleue), le cas incohérent sans amortissement (ligne solide grise) et le cas incohérent (pointillés gris). Ici, les paramètres considérés sont  $\beta_2 = 1 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $\gamma = 1 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$ ,  $P_0 = 1 \text{ W}$  et  $\sigma = 40 \text{ GHz}$ . La normalisation est par rapport au maximum de gain dans le cas cohérent.

## III.3. Etude expérimentale de l'IM incohérente stimulée

### III.3.1 Design d'une pompe incohérente

Dans le cas de l'amplification Raman, le laser de pompe Raman fibré était intrinsèquement incohérent du fait des nombreux modes longitudinaux. Ici, nous avons besoin d'une pompe incohérente dont la longueur d'onde centrale est proche de 1550 nm. En effet, contrairement au cas Raman où le décalage spectral est de 13.2 THz, pour les puissances disponibles et la fibre utilisée, l'amplification paramétrique donne un gain maximal éloigné au plus de quelques THz. Ainsi, du fait des outils de caractérisation centrés majoritairement autour de 1550 nm, nous n'avons pas d'autre choix que de faire une analyse autour de cette longueur d'onde. N'ayant pas ce type de source à disposition, nous avons conçu une source 'fait-maison'.

Pour cela, nous utilisons l'émission spontanée amplifiée (ASE) d'un amplificateur fibré dopé erbium (EDFA) que nous filtrons à l'aide d'un filtre optique passe bande. Ce filtre impose un profil gaussien de largeur totale à mi-hauteur égale à 40 GHz comme le confirme la Figure IV-18b. Un second amplificateur permet d'atteindre la puissance moyenne voulue et le second filtre permet de supprimer l'ASE générée par ce second EDFA. De cette manière, nous obtenons un signal de pompe présentant un signal sur bruit supérieur à 50 dB pour une puissance moyenne de 110 mW. Un atténuateur optique permet d'ajuster la puissance à la valeur voulue. Cette pompe faite maison présente des propriétés temporelles proches de celles du laser Raman fibré, c'est-à-dire qu'elle est partiellement incohérente comme le confirme le signal d'autocorrélation enregistré en Figure IV-18c. Notons qu'un groupe de Nouvelle-Zélande a repris notre technique d'élaboration d'une source incohérente (Figure IV-18a) pour faire des études sur le gain des amplificateurs paramétriques incohérents [250].

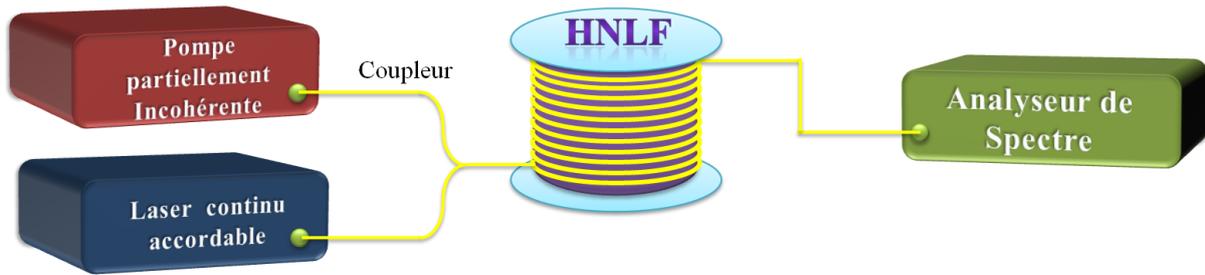


**Figure IV-18.** (a) Constitution de l'onde pompe partiellement incohérente. (b) Spectre expérimental optique de la pompe en gris comparé au spectre obtenu numériquement (cercles bleus) (c) Autocorrélation de la pompe. Les mesures expérimentales (ligne continue) sont comparées aux résultats obtenus par simulations numériques en considérant une distribution stochastique gaussienne ayant pour temps caractéristique des fluctuations de 9 ps (cercles gris).

Ces caractéristiques expérimentales sont parfaitement reproduites par des fluctuations stochastiques ayant une probabilité gaussienne (voir chapitre 3). Le temps caractéristique des fluctuations a été estimé à 9 ps. Il est important de noter que le spectre numérique obtenu à partir de notre modèle est en accord parfait avec les expériences. Ceci signifie que le modèle  $\delta$ -corrélé en phase est très satisfaisant alors que pour l'effet Raman, les dynamiques étaient plus complexes et les spectres expérimentaux (optiques et RF) n'étaient pas parfaitement reproduits par le modèle.

### III.4. Etude spectrale

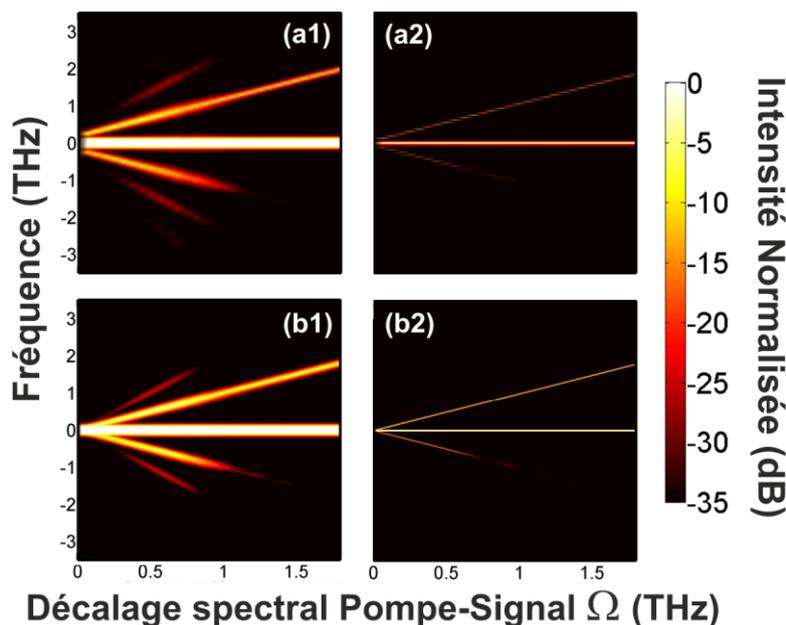
Avant d'aller plus loin et de s'intéresser aux événements extrêmes, commençons par regarder le comportement spectral lorsque l'instabilité modulationnelle générée par cette pompe partiellement incohérente, est stimulée par un germe continu émis par une diode laser avec une puissance moyenne de 140  $\mu$ W.



**Figure IV-19.** Montage utilisé dans cette étude spectrale.

Comme la montre la Figure IV-19, la pompe et le signal sont injectés à l'aide d'un coupleur dans une fibre hautement non-linéaire de 500 m dont le coefficient non-linéaire vaut  $\gamma = 10 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$  et dont le second ordre de dispersion est  $\beta_2 = -6 \times 10^{-4} \text{ ps}^2 \cdot \text{m}^{-1}$ . Pour commencer, observons le spectre pour un germe continu à 1553 nm et comparons les résultats au spectre obtenu avec une pompe cohérente. Il est clair que le gain est plus fort dans le cas incohérent.

Nous avons généralisé cette étude en enregistrant les spectres en sortie de fibre pour des décalages entre la fréquence centrale de la pompe  $\nu_P$  et la fréquence centrale du signal  $\nu_S$ ,  $\Omega = |\nu_S - \nu_P|$ , allant de 0.1 à 1.8 THz. Tous ces enregistrements sont regroupés en Figure IV-20a1 où l'on voit clairement la génération de l'onde idler. Ces résultats sont, comme précédemment comparés au cas cohérent (Figure IV-20a2). Nous observons deux différences principales entre les pompages incohérent et cohérent : d'une part, dans le cas de la pompe cohérente, l'onde idler existe jusqu'à un décalage de 0.8 THz alors que pour la pompe incohérente, elle existe encore à 1.2 THz. D'autre part, un effet de cascades est clairement observé entre 0.4 et 0.8 THz pour une pompe incohérente contrairement au cas d'une pompe cohérente.



**Figure IV-20.** Evolution du spectre en sortie de l'amplificateur en fonction du décalage entre la pompe et le signal. Les résultats expérimentaux (figures a) sont comparés aux résultats numériques (figures b). L'évolution basée sur une pompe partiellement incohérente (figures 1) est comparée avec celle observée avec une pompe cohérente (figures 2). Les intensités sont normalisées par rapport à la puissance initiale du signal.

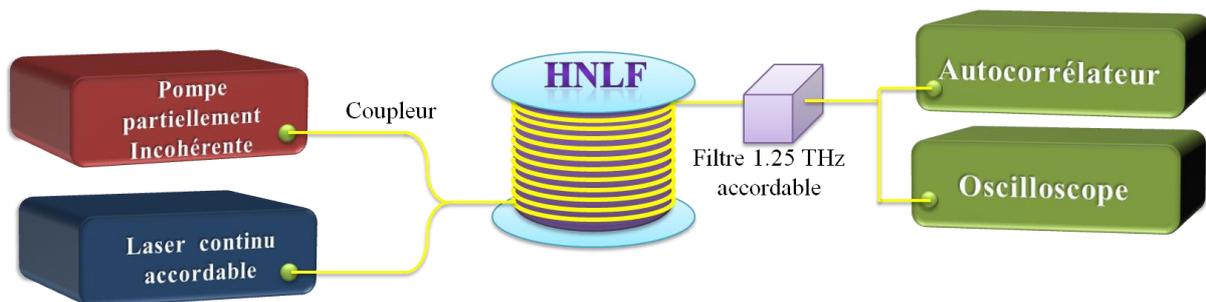
Ces différences vont dans le même sens que les tendances décrites théoriquement au paragraphe III.2.2.3 et rapportées dans la référence [249]. En effet, la bande d'amplification générée par une pompe partiellement incohérente est plus large que celle générée par une pompe cohérente. De plus, pour des puissances moyennes de pompe identiques, l'instabilité modulationnelle résultante présente un gain plus élevé dans le cas incohérent. A ce sujet, une étude détaillée (en fonction de la puissance de pompe) du gain de l'amplification paramétrique, avec une pompe incohérente similaire à la notre, a été menée par Xu *et al.*[250].

Notons que le spectre du signal amplifié est significativement élargi en présence de la pompe partiellement incohérente. Cela est du, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, à la modulation de phase croisée de la pompe sur le signal [219]. Précisons que Yan *et al.* [251] expliquent ce phénomène d'élargissement du germe continu par une théorie analytique basée sur le mélange à quatre ondes.

Nous avons cherché à retrouver ces tendances numériquement pour valider notre approche expérimentale et notre modèle numérique, basé sur pompe aux fluctuations stochastiques à distribution gaussienne (voir chapitre 3, paragraphe II.5.3 page 70). La Figure IV-20b montre les résultats et est en très bon accord avec la Figure IV-20a que ce soit pour la pompe cohérente ou incohérente.

### **III.5. Présence et contrôle d'événements extrêmes avec un germe continu**

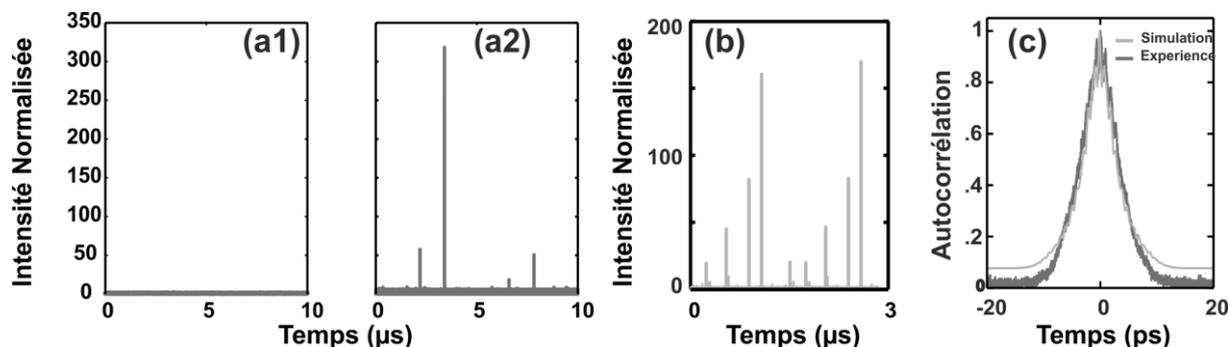
Ayant fait la démonstration d'un gain paramétrique incohérent, nous nous intéressons logiquement à l'existence de structure scélérates induites par instabilité modulationnelle incohérente. Notons à ce stade, que Sylvestre *et al.* [252] ont montré qu'une pompe partiellement incohérente pouvait grandement détériorer le signal amplifié. Toutefois leur étude a été cantonnée à une analyse fréquentielle. Nous proposons ici une étude temporelle. Pour se faire, nous observons sur un oscilloscope et un autocorrélateur optique les signaux en sortie de fibre. Précisons que nous avons fait usage d'un filtre optique ayant une forme super-gaussienne de largeur à mi-hauteur proche de 9 nm soit environ 1.25 THz. Ce filtre permet d'isoler le signal amplifié, auquel nous nous intéressons, de la pompe et de l'onde idler.



**Figure IV-21.** Montage permettant l'observation des structures extrêmes. Le filtre utilisé est accordable en longueur d'onde tandis que sa largeur à mi-hauteur est de 9 nm soit près de 1.25 THz.

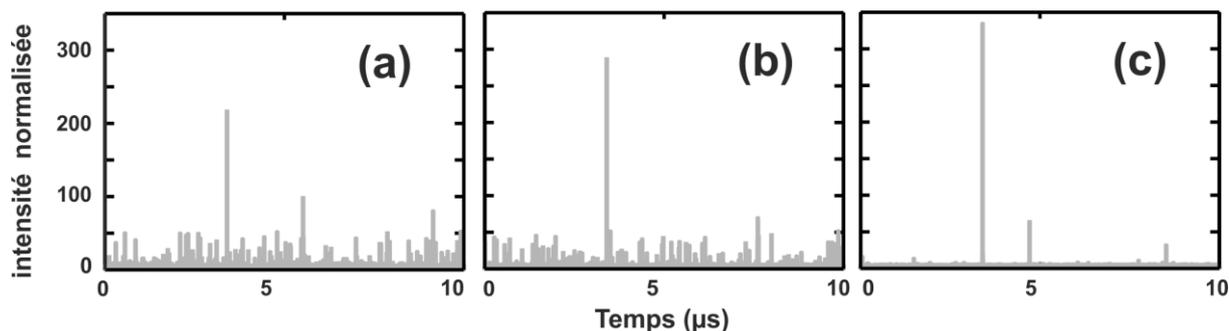
Considérons, dans un premier temps, le signal amplifié pour un germe continu placé à seulement 0.25 THz de la pompe. L'émergence de pics intenses est clairement visible sur la Figure IV-22 et prouve que les conditions d'apparition de structures extrêmes déterminées au chapitre précédent s'applique tout à fait à cette configuration paramétrique. Notons que la condition clé nécessaire est l'utilisation d'une pompe partiellement cohérente. En effet, comme le montre la Figure IV-22, en absence de pompe incohérente, aucune structure n'est observable. Le signal d'autocorrélation enregistré est lui-aussi typique de la présence d'événements extrêmes avec le changement de contraste

associé au changement de statistique entre la pompe et le signal. Un fait remarquable est la largeur de ce signal d'autocorrélation qui est de l'ordre de 5 ps soit près de 2 fois plus fine que celle de la pompe du fait du gain exponentiel.



**Figure IV-22.** (a1-a2) Signal amplifié respectivement pour une pompe cohérente et incohérente. L'intensité est normalisée par rapport à la valeur médiane. Nous conservons volontairement la même échelle pour montrer l'absence de fluctuations significatives dans le cas cohérent. (b) Signal amplifié pour une pompe incohérente obtenu par simulations numériques. (c) Comparaison des signaux d'autocorrélation obtenus expérimentalement et numériquement dans le cas d'une pompe partiellement incohérente. Pour toutes ces figures, le décalage spectral entre le signal et la pompe est de 1.25 THz.

Si le germe continu est décalé de manière à augmenter sa longueur d'onde et donc à augmenter l'écart entre la pompe et le signal, une diminution nette du nombre de pics est visible. Les simulations numériques ont permis de confirmer la présence de ces pics et de vérifier cette tendance.



**Figure IV-23.** Signaux amplifiés pour des décalages spectraux de (a) 0.75 THz, (b) 1 THz et (c) 1.25 THz. La normalisation est identique à la figure précédente.

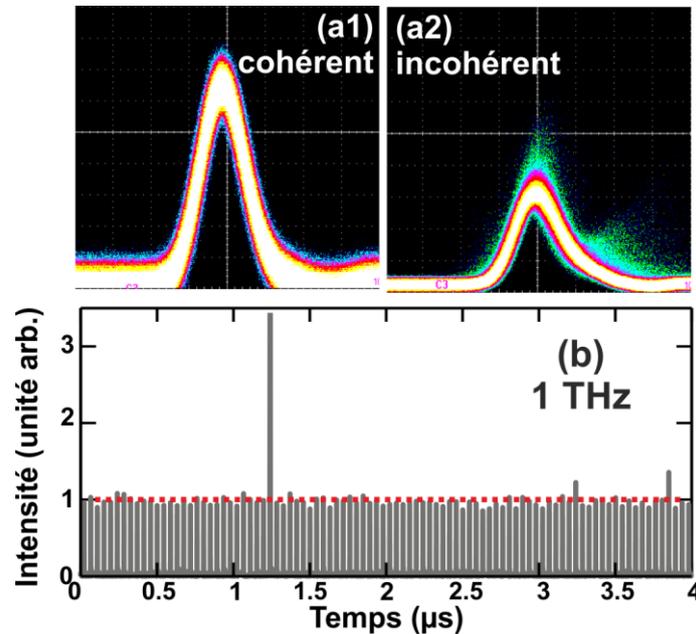
Par conséquent, l'idée qui vient à l'esprit intuitivement est la possibilité de contrôler ces structures. Contrairement au cas de l'amplification Raman, le contrôle ne se fait pas par le décalage d'un filtre mais bel et bien par le décalage du germe. En effet, l'écart spectral entre le germe et la pompe influe directement sur l'émergence de structures géantes. De plus, notons à ce propos, qu'ici nous ne découpons pas une partie du spectre comme dans le cas Raman ce qui engendre bien moins de pertes intrinsèques.

De plus, ajoutons que Xu *et al* [201, 250] ont étudié l'influence d'un système paramétrique comparable au notre sur le gain. Ils ont, entre autres, vu l'impact du décalage spectral du signal sur les fluctuations de gain.

### **III.6. Germe impulsif et statistique**

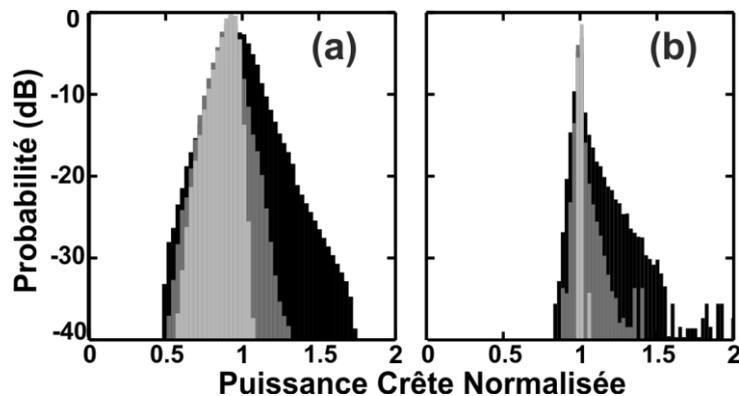
Comme nous l'avons fait avec l'amplification Raman dans la section II de ce chapitre, nous remplaçons le germe continu par un signal impulsif picoseconde délivré par un laser fibré cadencé

à 22 MHz. La longueur d'onde centrale d'émission de ce laser est telle que le décalage pompe-signal est fixé à 1 THz. Les Figure IV-24a1 et a2 comparent les diagrammes de l'œil dans le cas d'une pompe cohérente et incohérente. Clairement le cas incohérent est bien plus détérioré. Comme en témoigne la Figure IV-24b, le décalage implique que la majorité des impulsions du train ne subissent aucune amplification. En fait, seuls de rares impulsions sont amplifiées et par conséquent elles deviennent fortement de la puissance crête typique des autres impulsions (c'est-à-dire de la ligne discontinue rouge sur la Figure IV-24c).



**Figure IV-24.** (a1) Diagramme de l'œil du train d'impulsions amplifié par une pompe cohérente comparé à celui obtenu pour une pompe incohérente (a2). (b) Train d'impulsions obtenu après amplification par une pompe partiellement incohérente. Les pointillés rouges représentent la puissance crête du signal en absence de pompe.

Nous avons pu enregistrer quelques statistiques en Figure IV-25. Nous y voyons l'influence de la puissance de pompe qui provoque une asymétrie de la distribution de probabilité. En effet, si pour de faibles puissances de pompe, la statistique est proche d'une Gaussienne, elle s'en éloigne fortement lorsque la puissance de pompe augmente avec, en particulier, le développement de queue en direction des puissances crêtes les plus élevées. Encore une fois, ces résultats sont qualitativement bien reproduits par un jeu de 100 000 simulations.



**Figure IV-25.** Distributions de probabilité des puissances crêtes en fonction de la puissance de pompe. (a) Les résultats obtenus expérimentalement sont comparés aux résultats obtenus par simulation (b). Dans les deux cas, les puissances de pompe sont de 10 mW (gris clair), 50 mW (gris foncé) et 100 mW (noir).

Le lecteur s'interroge sûrement sur les différences entre les simulations et les expériences. Celles-ci s'expliquent par le fait que le système de détection expérimental inclue une grande partie de bruit électronique (lié à la photodiode ou à l'oscilloscope) et participe ainsi à un élargissement de la distribution expérimentale alors que ce bruit n'est pas inclus dans les simulations numériques.

#### **IV. Conclusion du chapitre**

L'amplification Raman et l'amplification paramétrique sont bien différentes. Pour décrire l'amplification Raman, seules deux équations sont nécessaires et nous avons pu mener une analyse poussée au chapitre précédent où nous avons vu un impact nul de la phase. Pour le cas de l'amplification paramétrique, nous avons utilisé trois équations (une supplémentaire pour décrire l'idler) et ainsi une analyse complète serait bien plus complexe d'autant que la phase a un impact potentiellement non-négligeable.

Néanmoins, dans ce chapitre, nous avons élargi notre analyse du chapitre précédent sur l'amplification Raman utilisant un germe continu à d'autres configurations : l'amplification Raman avec un germe impulsionnel et l'amplification paramétrique avec une onde pompe incohérente. Nous avons vu précédemment que l'utilisation d'une pompe partiellement incohérente combinée à un gain quasi-instantané et une faible différence de vitesses de groupe induit irrémédiablement des structures extrêmes via un transfert du bruit de la pompe vers le signal à travers le gain exponentiel. Les deux nouvelles configurations remplissent également ces conditions et confirment les résultats précédents. Au-delà de la simple configuration, ces conclusions s'appliquent à d'autres systèmes non fibrés comme cela a été démontré dans les guides d'ondes silicium par Borlaug *et al.* [194]. Pour aller plus loin, nous pourrions envisager une amplification avec une fibre dopée terre-rare qui est la troisième grande technique d'amplification avec l'amplification Raman et paramétrique. Toutefois, nous pouvons d'ores et déjà penser que cela ne fonctionnera pas à cause de l'existence des niveaux à durée de vie finie ne permettant pas une amplification quasi-instantanée, condition nécessaire d'après nos études. Par contre, une étude sur la présence d'événements extrêmes lors d'un couplage paramétrique avec l'effet Raman [253] peut être envisagée.

Notons, de façon plus générale, que ces études sur les amplifications à pompe incohérente sont d'un intérêt majeur pour les futurs développements de sources.



## Chapitre 5

# Turbulence optique et Soliton de Peregrine

*Le savant n'étudie pas la nature parce que cela est utile ; il l'étudie parce qu'il y prend plaisir et il y prend plaisir parce qu'elle est belle. Si la nature n'était pas belle, elle ne vaudrait pas la peine d'être connue, la vie ne vaudrait pas la peine d'être vécue. Je ne parle pas ici, bien entendu, de cette beauté qui frappe les sens, de la beauté des qualités et des apparences ; non que j'en fasse fi, loin de là, mais elle n'a rien à faire avec la science; je veux parler de cette beauté plus intime qui vient de l'ordre harmonieux des parties, et qu'une intelligence pure peut saisir. - Henri Poincaré -*

### **I. Introduction**

Le titre de ce manuscrit de thèse comporte le terme "scélérates" du fait de l'analogie qui peut être faite entre les vagues tueuses et les impulsions lumineuses géantes. Toutefois, jusqu'à maintenant, l'analogie restait *vague*. En effet, que ce soit dans le cadre des supercontinuum ou des amplificateurs, de nombreux phénomènes primordiaux en optique n'existent pas en hydrodynamique. Par exemple, à notre connaissance, l'effet Raman, ou toute autre réponse non-instantanée, n'a pas d'équivalent intuitif dans les océans.

C'est pourquoi, dans ce cinquième chapitre, nous nous plaçons dans des systèmes où l'on ne tient compte que de la dispersion et de l'auto-modulation de phase provoquée par la non-linéarité Kerr. Les configurations étudiées sont, en ce sens, bien plus proches du cas hydrodynamique. D'ailleurs, lorsque l'on étudie la Réf. [45], parmi les phénomènes menant à l'émergence de structures géantes (Chapitre 1 paragraphe III.2.3 page 20), deux ont retenu notre attention. Le premier est la focalisation d'ondes turbulentes et le second est l'instabilité modulationnelle et plus précisément les solutions à "respiration" appelées *breathers* d'Akhmediev [254]. Ce chapitre s'intéresse donc à ces deux phénomènes.

Nous commencerons ainsi par nous intéresser à l'impact de l'incohérence d'un système non-linéaire dans le cadre de la turbulence optique. Puis, nous étudierons l'existence du soliton de Peregrine qui n'est rien d'autre que l'un des cas limites des *breathers* (qui sont des solitons à respiration).

Avant d'aller plus loin dans ce chapitre, nous tenons à insister sur un point important : toutes les descriptions faites, dans la suite, seront dans le cadre de l'optique et non de l'hydrodynamique. Cette précision est d'une importance majeure pour les *solutions* présentées car si l'on parle d'une périodicité spatiale en hydrodynamique, elle sera temporelle en optique et donc dans notre cas et inversement.

### **II. Turbulence en optique**

La turbulence, ou plutôt la théorie de la turbulence d'onde, s'intéresse aux ondes dispersives<sup>1</sup> subissant des interactions faiblement non-linéaires. La théorie cinétique, associée à la turbulence, a été essentiellement développée pour décrire des systèmes d'ondes non-linéaires portés hors équilibre par

---

<sup>1</sup> Le terme "ondes dispersives" n'a pas ici le même sens que dans les supercontinuum vus au chapitre 2. Il signifie que nous sommes en présence d'ondes pour lesquelles les effets linéaires de dispersion dominent les effets non-linéaires

une source extérieure comme, par exemple, le vent à la surface de la mer. Dans ce cas, le système ne relaxe pas vers l'état d'équilibre thermodynamique. Ceci correspond au problème de la turbulence développée. Dans ce cas, les échelles de fréquence de forçage et de dissipation diffèrent de façon significative. L'interaction non-linéaire donne lieu à une redistribution d'énergie parmi les différents modes (fréquences). Le problème fondamental de la turbulence est de trouver le spectre stationnaire du système, c'est-à-dire la loi de distribution d'énergie sur les différentes échelles. Cette théorie a été développée dans les années 1960 en océanographie [255] et dans les plasmas. Mais ce sont les travaux de Zakharov qui ont très largement contribué au développement de cette théorie en permettant la prédiction de la forme des spectres [193]. Représentant un phénomène naturel commun, elle est présente dans de nombreux domaines de la physique.

## II.1. Contexte

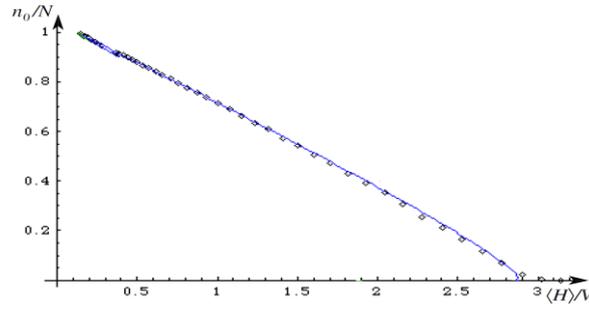
La théorie de la turbulence "faible" est aussi connue pour fournir une description détaillée de l'évolution du spectre de l'onde par un système fermé (hamiltonien). Dans le cas général, le système d'onde subit un phénomène de thermalisation qui décrit l'évolution irréversible du spectre vers un état d'équilibre thermodynamique qui réalise le maximum d'entropie (état le plus désordonné). Ceci permet, en particulier, de prédire l'existence d'un processus de condensation d'une onde non-linéaire classique.

Par exemple, considérons le cas étudié par Zakharov *et al.* [256-257] dans lequel les auteurs prennent différentes équations de Schrödinger non-linéaires non-intégrables<sup>2</sup> [258]. Leur condition initiale étant une onde continue, ils montrent que l'instabilité modulationnelle génère plusieurs solitons. Ces solitons vont subir de nombreuses collisions inélastiques étant donné le caractère non-intégrable de l'équation. Ceci va induire un transfert d'énergie des solitons de faible amplitude vers les solitons de grande amplitude. En d'autres termes, le soliton le plus fort va grandir tandis que les plus faibles vont lui donner leur énergie jusqu'à l'obtention d'un soliton unique immergé dans une mer de fluctuations de faibles amplitudes. De ce point de vue, le soliton est un attracteur du système tandis que les fluctuations qui l'entourent contiennent, en principe, toute l'information nécessaire pour une éventuelle évolution réversible du système [259]. L'auto-organisation du système en un soliton correspond à la minimisation de l'énergie (au sens de l'hamiltonien qui fournit une mesure du degré d'incohérence d'un système comme nous le verrons).

Toutefois, la génération d'une structure cohérente ne se produira que si le degré d'incohérence du système n'est pas trop grand [260-261] comme cela a été, entre autres, souligné lors de la création d'un supercontinuum dans un régime hautement non-linéaire [262-263]. Mais cet aspect a surtout été étudié dans le contexte de la condensation d'ondes non-linéaires. Dans ce cadre, il a été clairement montré [264-266] que l'émergence d'une structure cohérente (condensat) ne se produit que sous une valeur critique de l'énergie (hamiltonien). Par exemple dans la Figure V-1, cette valeur critique est autour de 2.9.

---

<sup>2</sup> Un système hamiltonien est dit intégrable s'il possède un nombre infini de degrés de libertés (nombre infini d'invariants). La plupart des équations hamiltoniennes non-intégrables ont trois invariants indépendants 258. Zakharov, V.E., et al., eds. *What is integrability ? - Integrability of nonlinear system and perturbation theory*. 1991, Springer-Verlag: New York..



**Figure V-1.** Fraction de puissance condensée  $n_0/N$  (en fonction de la densité d'énergie (l'hamiltonien)). Figure extraite de la Ref. [13]. La fraction de puissance condensée correspond à la puissance du condensat sur la puissance totale.

Les études menées dans le cadre de la condensation ont été réalisées dans des modèles multidimensionnels où la non-linéarité est défocalisante. Inspirés par ces travaux sur la condensation, nous étudions ici le régime de turbulence de quasi-solitons. Contrairement aux solitons stables des équations non-intégrables, les quasi-solitons sont des solutions localisées instables. Plus précisément, les quasi-solitons émettent de la radiation par un mécanisme analogue à la radiation de Cherenkov [256-257, 267], ils ont, par conséquent, une durée de vie finie.

Par analogie avec la condensation, nous étudions ici la transition entre le régime cohérent de quasi-soliton et le régime complètement turbulent. A notre connaissance, c'est la première fois qu'un processus analogue à la condensation est étudié avec des solutions quasi-solitons.

## II.2. Méthode utilisée

### II.2.1 Normalisation du problème

Pour faire cette étude numérique initiée par, et faite en collaboration avec A. Picozzi, nous avons considéré l'équation de Schrödinger non-linéaire incluant le terme de dispersion d'ordre 3 sous la forme suivante :

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + i\sigma \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} - |u|^2 u. \quad (5.1)$$

L'équation (5.1) est sous une forme normalisée pour simplifier l'étude. En effet, la normalisation est faite par rapport à la longueur non-linéaire  $L_{NL} = 1/(\gamma P)$  et le temps  $\tau_0 = (\beta_2 L_{NL})^{1/2}$  correspondant à la période de l'instabilité modulationnelle, où  $\gamma$  représente le coefficient non-linéaire,  $P$  est la puissance moyenne du champ et  $\beta_2$  est la dispersion d'ordre 2. Plus précisément, les changements de variables sont :

$$\xi = \frac{z}{L_{NL}}, \quad \tau = \frac{T}{\tau_0} \quad \text{et} \quad u = \frac{A}{\sqrt{P}}. \quad (5.2)$$

Cette normalisation permet qu'une même simulation s'applique à toute une gamme de valeurs de  $\beta_2$ ,  $\gamma$  et  $P$ . En d'autres termes, cela nous permet de ne pas nous restreindre à une fibre précise avec une puissance donnée mais de tirer des conclusions de manière plus globale. Etant donnée la normalisation, la dispersion d'ordre 3 normalisée s'écrit en fonction du terme d'ordre 3 non-normalisé  $\beta_3$  :

$$\sigma = \beta_3 / (6 L_{NL}^{1/2} \beta_2^{3/2}). \quad (5.3)$$

## II.2.2 Hamiltonien et autres quantités conservées

Avant de continuer, il faut introduire certaines notions nécessaires à la compréhension faisant appel à la théorie cinétique [259]. Dès lors qu'un système est non-intégrable, il subit une évolution irréversible vers un état d'équilibre thermodynamique. Cette évolution est décrite par une équation cinétique (associée à la théorie cinétique des ondes qui présente des analogies fortes avec la théorie cinétique des gaz). Précisons que l'équation cinétique consiste en une description de l'évolution du spectre moyenné d'un champ durant sa propagation dans un milieu non-linéaire. Dans son formalisme, cette équation fait appel à l'hamiltonien représentant l'énergie du système au sens de la mécanique classique (et de la thermodynamique) c'est-à-dire l'énergie cinétique  $E_{cin}$  ( $= H_L$ : hamiltonien linéaire) à laquelle il faut ajouter une contribution non-linéaire  $H_{NL}$ . L'hamiltonien total s'exprime donc de la manière suivante :

$$H_{total} = \underbrace{\int k(\omega) |u(\omega)|^2 d\omega}_{H_L} - \underbrace{\frac{1}{2} \int |u(\tau)|^4 d\tau}_{H_{NL}}, \quad (5.4)$$

où  $k(\omega) = \omega^2/2 - \sigma \omega^3$  est la relation de dispersion. Précisons que le système sera dit hautement non-linéaire (respectivement faiblement non-linéaire) lorsque  $\varepsilon = |H_{NL}| / |H_L| \gg 1$  (respectivement  $\varepsilon \ll 1$ ) c'est-à-dire lorsque les effets non-linéaires sont plus (respectivement moins) importants que les effets linéaires i.e.  $L_{nl} \ll L_d$  (respectivement  $L_{nl} \gg L_d$ ).

L'hamiltonien du système est une des trois quantités conservées. La seconde est la *puissance* normalisée  $N = \int |u(t)|^2 d\tau$  qui est constante pour l'ensemble des simulations. Notons que le terme puissance n'a pas le sens commun. En effet, le plus approprié serait l'énergie toutefois ce terme est déjà utilisé pour l'hamiltonien. La troisième quantité conservée est le moment défini par  $M = \int \omega |u(\omega)|^2 d\omega$ .

## II.2.3 Méthodes numériques

Ce travail s'inscrit aussi dans les études récentes [138, 268] montrant que le terme de dispersion d'ordre 3 pouvait à lui-seul, et comme tout autre terme convectif [137], mener à l'émergence d'ondes scélérates optiques. Toutefois, la plupart de ces études sur les phénomènes scélérats se concentrent sur l'influence du bruit initial qui parfois peut aboutir à la création d'une structure géante. Dans notre cas, nous nous intéressons à l'évolution à long-terme du système c'est-à-dire typiquement 2000 longueurs non-linéaires ( $z \sim 2000 L_{NL}$  ce qui serait atteignable avec des fibres microstructurées). Ceci laisse le temps aux collisions des solitons, composant le processus transitoire, de se terminer et donc au système d'être dans un état proche de l'état d'équilibre thermique. Notons ici que même en régime faiblement non-linéaire, l'équation (5.1) ne relaxe pas vers l'état d'équilibre thermodynamique. En effet, cette équation (5.1) présente une dégénérescence de résonances qui font que le champ présente un processus de thermalisation anormale, un aspect qui a été étudié en détail précédemment [269-271].

Dans notre cas (comme nous l'avons vérifié), le bruit initial n'est pas le paramètre pertinent contrairement à la valeur de l'hamiltonien. Des bruits différents, correspondants à des champs ayant le même hamiltonien, mèneront à des évolutions à long terme similaires (à moins qu'il existe un effet de type hystérésis).

La condition initiale de nos simulations est une onde cohérente et plus précisément un soliton auquel nous ajoutons une onde incohérente :

$$u_0 = \rho \underbrace{\left[ \frac{T_{fenetre}}{2} \operatorname{sech} \left( \frac{T_{fenetre}}{2} \tau \right) \right]}_{\text{soliton}} + (1 - \rho) \underbrace{\left[ TF_{norm} \left( e^{-\frac{f^2}{2\kappa^2}} e^{i\phi(f)} \right) \right]}_{\text{onde incohérente}}. \quad (5.5)$$

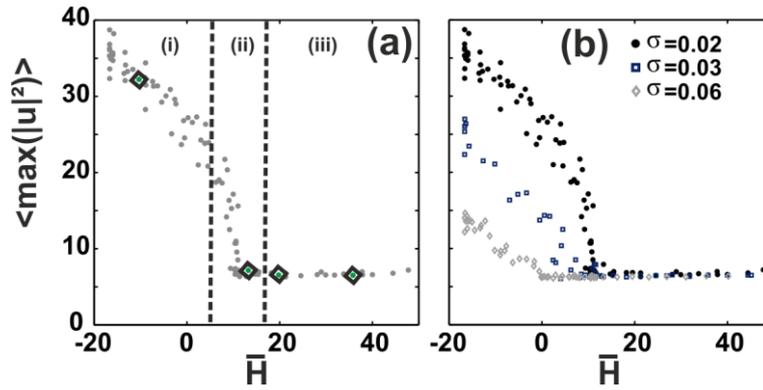
Dans cette équation (5.5),  $T_{fenetre}$  correspond à la largeur totale normalisée de notre fenêtre temporelle soit 20 (définie avec 2048 points). La manière dont est définie le soliton impose que sa densité de puissance soit égale à 1. ' $TF_{norm}$ ' représente la transformée de Fourier suivie d'une normalisation telle que la densité de puissance de l'onde incohérente soit aussi égale à 1. En ajustant la proportion  $\rho$  du soliton par rapport à l'onde incohérente, il est possible d'explorer une grande gamme d'hamiltonien allant environ de -17 à 40. Précisons que  $\rho = 1$  correspond à un soliton stable en absence de dispersion d'ordre 3 et que  $\rho = 0$  correspond à une onde incohérente définie de la même manière que la pompe Raman au chapitre 3.

Après le processus transitoire et pour chaque condition initiale correspondant à une valeur précise de l'hamiltonien, nous observons le profil temporel à chaque dixième de longueur non-linéaire (typiquement sur les 500 dernières longueurs non-linéaires). Puis, pour chacun de ces profils temporels, nous enregistrons le maximum d'intensité et nous calculons la moyenne de toutes ces puissances crêtes c'est-à-dire  $\left\langle \max(|u|^2) \right\rangle$  qui sera placée sur l'axe des ordonnées de la courbe de 'condensation'. Précisons que dans les travaux sur la condensation, habituellement, la variable placée en ordonnée est la fraction de puissance condensée.

Notons que la largeur normalisée de la fenêtre temporelle étant de 20, les simulations nécessitent plusieurs rebouclages. Les simulations ont donc des conditions périodiques aux bords. Toutefois nous avons vérifié que cela n'influence pas les dynamiques observées.

### **II.3. La courbe de condensation et ses différents régimes**

La Figure V-2 représente la moyenne des maxima des puissances crêtes détectés dans la fenêtre temporelle, comme nous l'avons expliqué précédemment, en fonction de la densité d'énergie  $\bar{H} = H/T_{fenetre}$  (pour simplifier les écritures la densité d'énergie sera tout de même notée H). Cette figure est qualitativement comparable à la Figure V-1 et est assimilable à une courbe de condensation. La présence d'un hamiltonien critique conduit à une valeur seuil de l'hamiltonien  $H_c \sim 16$  au-dessus duquel il n'est pas possible de générer des structures cohérentes de type quasi-soliton. Ce phénomène provient du fait que l'incohérence est trop forte (on dit que le système est trop 'chaud') pour générer une structure cohérente.

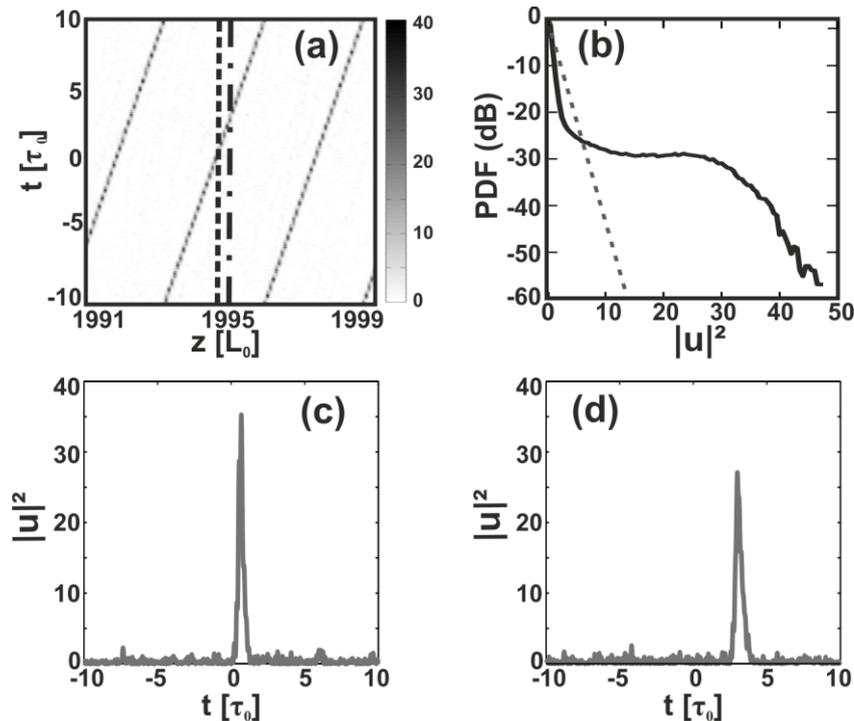


**Figure V-2. Moyenne des maxima d'intensité détectés dans la fenêtre temporelle sur les 500 dernières longueurs non-linéaires en fonction de l'hamiltonien. (a)** pour  $\sigma = 0.02$ . Les points verts entourés de losange noirs sont analysés séparément dans la suite. **(b)** Le cas  $\sigma = 0.02$  (cercles noirs) est comparé aux cas :  $\sigma = 0.03$  (carré bleus) et  $\sigma = 0.06$  (losanges gris). Rappelons que toutes les simulations sont réalisées avec la même puissance  $N$  (en unités normalisées  $N/T = 1$  avec  $T = 20$  qui est la taille de la fenêtre temporelle).

Toutefois, il est possible d'être plus précis et de distinguer non pas deux zones mais bien trois régimes différents. Notons sur la Figure V-2b, que la courbe de condensation et les trois régimes associés que nous allons décrire dans la suite sont aussi valables pour d'autres valeurs du terme de dispersion du troisième ordre. En particulier, nous les représentons ici pour  $\sigma = 0.03$  et  $\sigma = 0.06$ . La seule différence est que la courbe semble plus 'écrasée' car les structures observées dans les deux premiers régimes ont des amplitudes plus faibles lorsque le terme TOD augmente. Par contre, le minimum de la moyenne des maxima ( $\sim 6.7$ ) et l'hamiltonien critique ne dépendent pas de façon significative de ce terme  $\sigma$ .

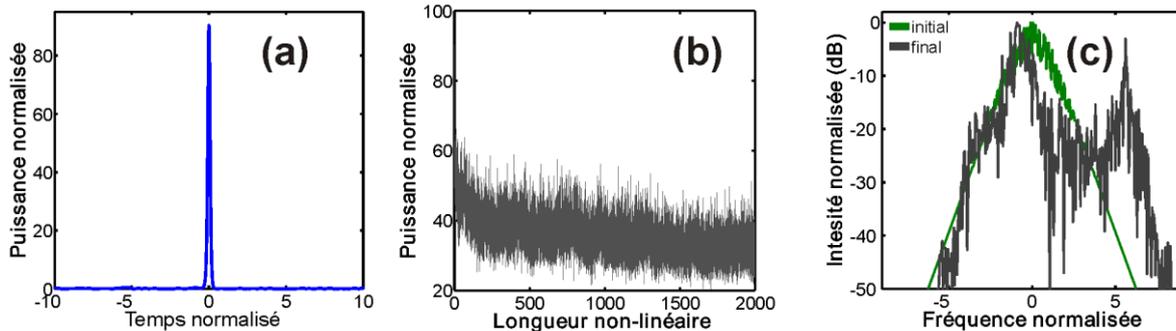
### II.3.1 Régime (i)

Le premier régime se produit lorsque le degré d'incohérence, exprimé à travers l'hamiltonien  $H$ , est inférieur à 5. Si cette condition est satisfaite alors nous sommes dans une configuration proche de la turbulence du soliton décrite par Zakharov [256]. Plus précisément, nous avons un quasi-soliton de forte amplitude entouré par une mer de petites fluctuations. Comme le montre la Figure V-3a à travers un diagramme espace-temps sur les 10 dernières longueurs non-linéaires, la structure obtenue, que nous identifions à un quasi-soliton, présente une trajectoire claire et se conserve malgré des fluctuations d'amplitude qui peuvent atteindre 20 %. En effet, les Figure V-3c-d montrent le quasi-soliton à deux instants différents et l'on voit clairement que suite à l'interaction (faible) avec le bruit environnant, le profil peut subir un changement d'amplitude.



**Figure V-3. Régime (i) :** (a) Diagramme Spatio-temporel en intensité montrant un quasi-soliton cohérent se propageant pour  $H = -10.3$  ( $\varepsilon = 2.85$ ). (b) Densité de probabilité de l'intensité du champ. La ligne discontinue grise correspond à un champ ayant une statistique Gaussienne. (c,d) Profils d'intensité temporels correspondants aux deux lignes en pointillés dans la sous-figure (a).

Si l'on examine la densité de probabilité de l'intensité du champ (Figure V-3b), il est intéressant de noter qu'elle est très éloignée du cas d'un champ gaussien qui, rappelons-le, présente une statistique en intensité décrite par une fonction exponentielle décroissante ( $f_I(I) = \exp(-I)$ , en échelle normalisée). Ceci se justifie par la forte localisation de la puissance dans le quasi-soliton.



**Figure V-4. (a)** quasi-soliton initial pour  $H = -10.3$  à comparer avec son état final Figure V-3c-d (b) évolution de la puissance crête normalisée du quasi-soliton en fonction de la distance (en longueurs non-linéaires) (c) Spectre initial du quasi-soliton (en vert) comparé à son spectre final.

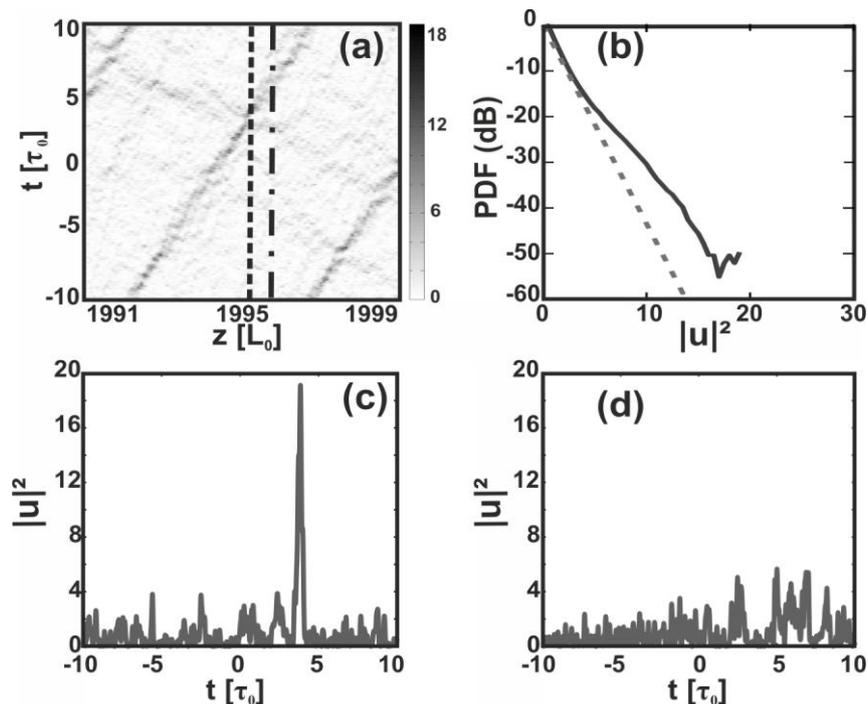
Comme nous pouvons le voir en Figure V-4a, qui montre le quasi-soliton dans son état initial, le soliton a perdu énormément de puissance dès les premières longueurs non-linéaires de propagation avant de se stabiliser autour d'une valeur moyenne ( $\sim 32$ ) sur les 500 dernières longueurs non-linéaires (voir Figure V-4b). La Figure V-4c compare le spectre initial et final. Le spectre final est hautement asymétrique du fait de la présence du terme de dispersion d'ordre 3 avec une génération d'ondes dispersives de l'autre côté du zéro de dispersion accompagnée d'une dérive temporelle du soliton qui a, d'ailleurs, été étudiée analytiquement et numériquement par Taki *et al.* [138].

Précisons qu'en ce qui concerne ce régime, il n'y a pas de dépendance de la condition initiale. Pour être plus clair, dans le cas d'une onde continue (qui, par définition, présente un  $H = -1/2$ ) ou encore d'une impulsion large quelconque, l'instabilité modulationnelle provoquera une évolution rapide vers un train de solitons qui subira des collisions inélastiques et donc l'émergence d'un quasi-soliton persistant comme nous l'avons vu précédemment. Le seul paramètre qui influe sur l'évolution du système est donc bien l'hamiltonien. Deux conditions initiales (en termes de forme, largeur et amplitude) différentes évolueront vers un même état dès lors qu'elles ont la même valeur de l'hamiltonien.

Notons aussi que ce régime, bien connu, a été identifié par Genty *et al.*[268] comme pouvant mener à des structures géantes. Bien que cela soit vrai, car typiquement, à partir d'une onde continue nous pouvons obtenir un soliton, nous tenons à préciser que les caractéristiques de ce quasi-soliton ne correspondent pas aux caractéristiques d'une vague scélérate océanique : il se conserve alors que les vagues scélérates disparaissent sans laisser de traces. C'est en ce sens que notre travail va plus loin en analysant l'impact d'une plus forte incohérence.

### II.3.2 Régime (ii)

Lorsque le niveau des fluctuations augmente et donc lorsque  $H$  augmente, l'interaction du quasi-soliton avec son environnement peut devenir plus forte que précédemment. En effet, quand  $5 < H < 16$ , le système entre dans le second régime. Ce régime inattendu est caractérisé par une dynamique intermittente.



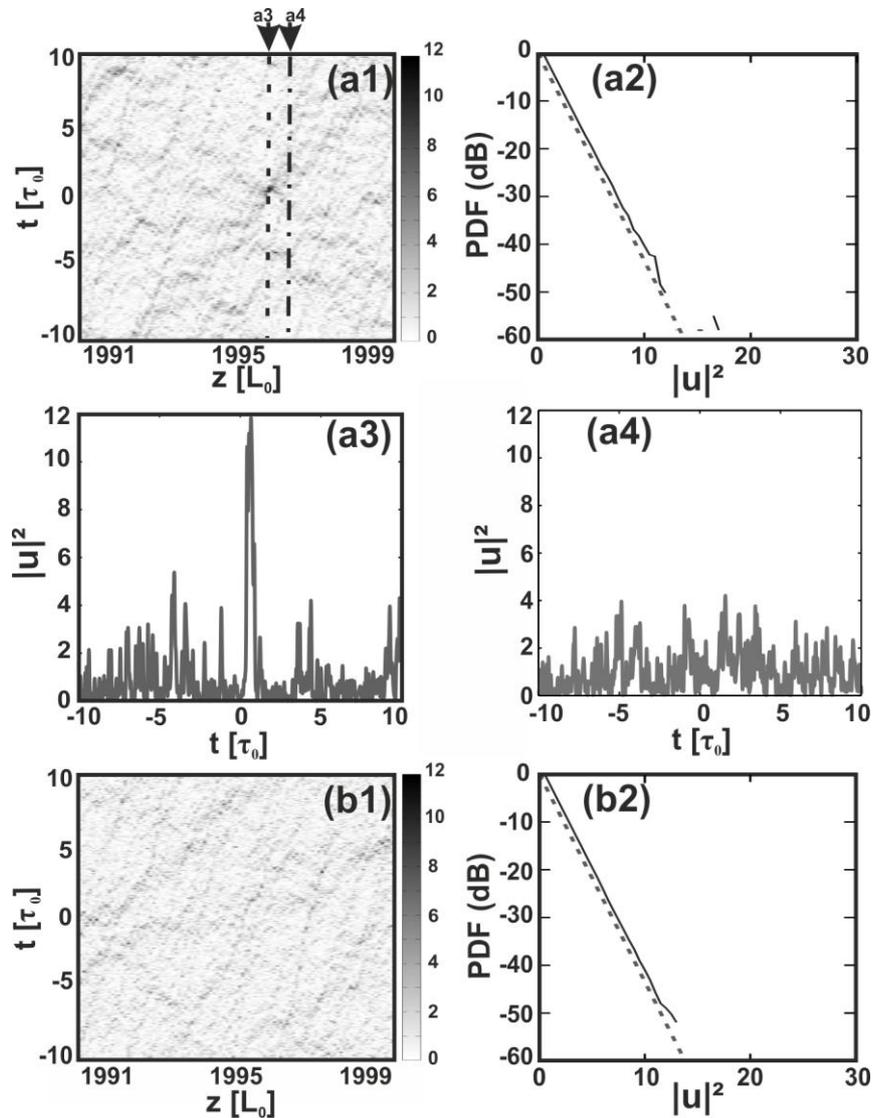
**Figure V-5. Régime (ii) :** (a) Diagramme Spatio-temporel en intensité montrant un quasi-soliton intermittent se propageant pour  $H = 13.3$  ( $\epsilon = 0.075$ ). (b) Densité de probabilité de l'intensité du champ. La ligne discontinue grise correspond à un champ ayant une statistique Gaussienne. (c,d) Profils d'intensité temporels correspondants aux deux lignes en pointillés dans la sous-figure (a).

La meilleure manière de le voir est de comparer deux profils temporels successifs du champ en intensité comme nous le faisons en Figure V-5 (c-d). Il est clair que le quasi-soliton apparaît puis disparaît durant la propagation. Ces 'cycles' d'apparition et disparition semblent aléatoires dans la

mesure où aucune période ne peut être extraite ou identifiée. L'un des faits remarquables, comme en témoigne la Figure V-5a, est que ce quasi-soliton garde une trajectoire malgré ce caractère intermittent d'apparition - disparition. Bien que le temps de vie du quasi-soliton fluctue significativement, comme pour le régime (i), la *pdf* n'est pas gaussienne mais la queue est moins marquée (Figure V-5b).

### II.3.3 Régime (iii)

Enfin le dernier régime se produit lorsque  $H > 16$ , où le système entre dans un régime de propagation totalement incohérent et faiblement non-linéaire. C'est dans ce régime que le champ optique présente un processus de thermalisation vers un état d'équilibre [193, 272-273]. Bien que ce régime soit connu, il n'a jamais été analysé du point de vue des statistiques extrêmes. Pour commencer, observons, en Figure V-6a1, le diagramme spatio-temporel correspondant à une condition initiale largement incohérente.



**Figure V-6. Régime (iii) :** (a1,b1) Diagrammes spatio-temporels en intensité respectivement pour  $H = 19.5$  ( $\varepsilon = 0.05$ ) et pour  $H = 35.5$  ( $\varepsilon = 0.027$ ). (a2,b2) Densités de probabilité de l'intensité du champ. La ligne discontinue grise correspond à un champ ayant une statistique Gaussienne. (a3,a4) Profils d'intensité temporels correspondants aux deux lignes en pointillés dans la sous-figure (a1).

Clairement, nous sommes en présence d'ondes très turbulentes mais ceci provoque parfois des événements de très courte durée de vie ayant une intensité bien plus élevée que les autres fluctuations: c'est en ce sens une onde scélérate qui émerge du champ turbulent. Celle-ci apparaît, disparaît et reste rare. Ici il n'y a pas de quasi-soliton mais nous verrons que ces événements de courte durée peuvent être associés à un type de solutions cohérentes et déterministes. Toutefois, ici la non-linéarité est très faible comme en témoigne la densité de probabilité qui est proche du cas d'un champ gaussien. La déviation est due uniquement à la présence de ces événements extrêmes.

Précisons que l'on a vérifié que la non-linéarité joue un rôle même si elle est très faible et donc les structures observées ne sont pas purement linéaires comme le démontre l'élargissement spectral visible sur la Figure V-7. Notons que le spectre final présente une forme asymétrique particulière dite en 'forme d'épaule' qui a été montrée et expliquée récemment par Michel *et al.* [271].

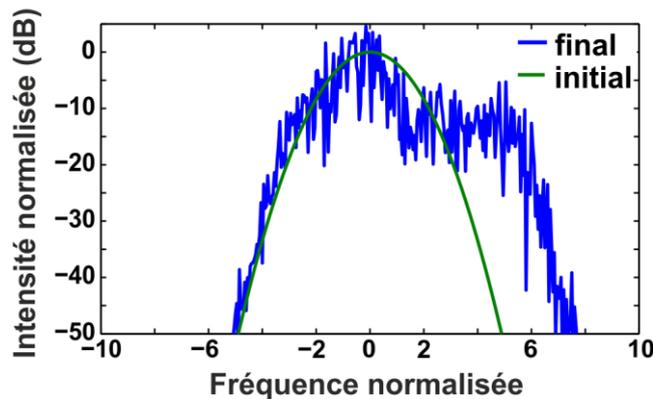
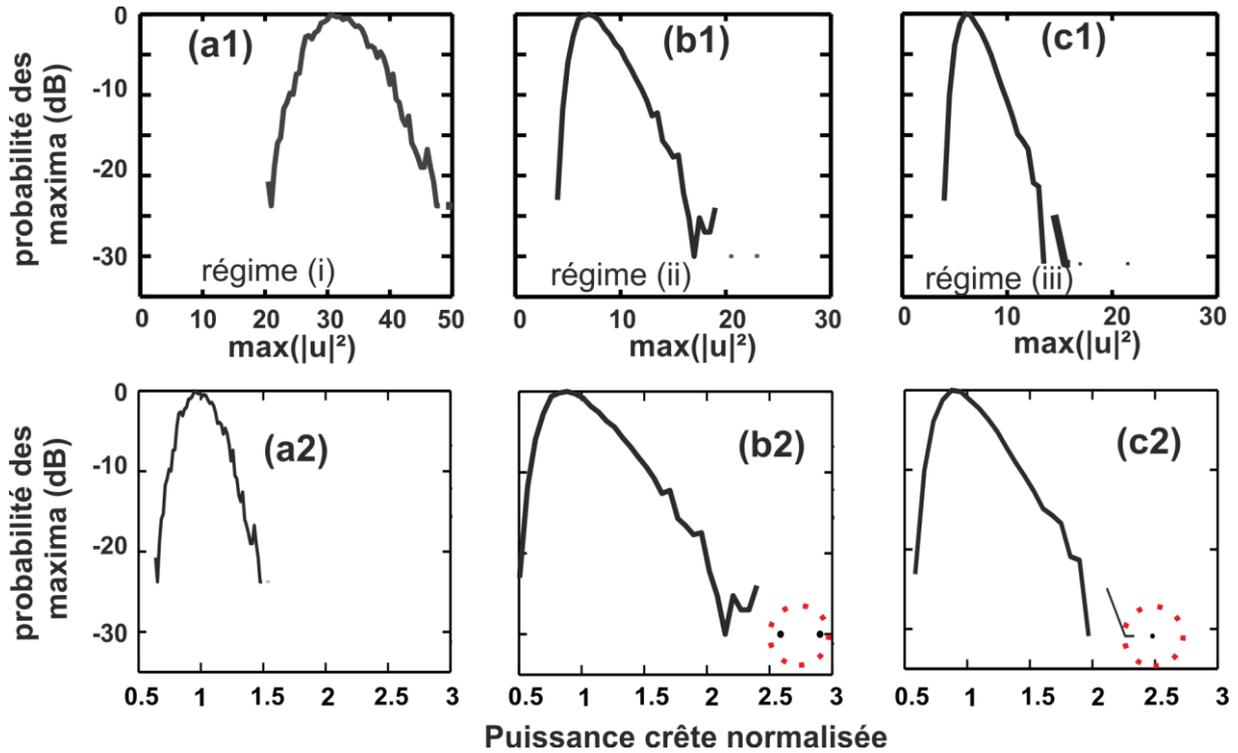


Figure V-7. Spectre initial (en vert) comparé au spectre final (en bleu) dans le régime (iii) pour  $H = 19.5$ .

### II.3.4 Densité de probabilité des maxima

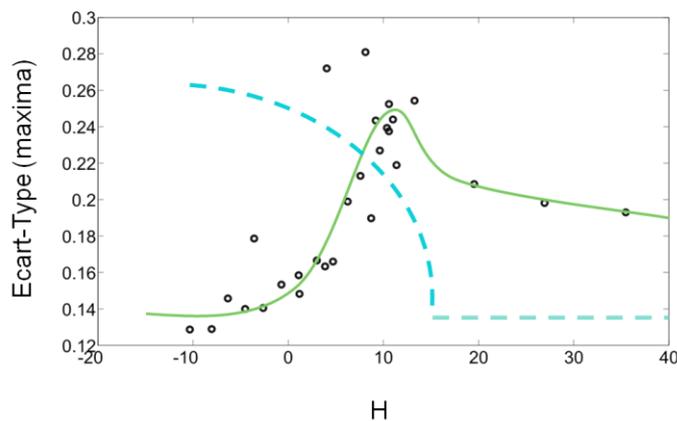
Les statistiques observées précédemment portaient sur l'intensité du champ mais pour les événements extrêmes, il est préférable d'étudier les statistiques des maxima. Rappelons que nous considérons ici les 500 dernières longueurs non-linéaires et que pour chacune, nous déterminons le maximum d'intensité dans la fenêtre temporelle. Nous obtenons alors la Figure V-8. Pour le premier régime (Figure V-8a1), la probabilité est centrée sur une valeur élevée, soit environ 30 et a une forme symétrique et relativement étroite (se reporter à la Figure V-8a2) ce qui traduit la persistance des structures observées. Pour le second régime, la probabilité est relativement plus large et surtout asymétrique. En effet, la présence des événements extrêmes liés au caractère intermittent favorise la naissance d'une queue vers les hautes intensités. L'asymétrie est aussi notable dans le troisième régime. De façon assez intéressante, nous avons vérifié que le critère hydrodynamique qui définit les vagues scélérates (indice d'anormalité défini au 1<sup>er</sup> chapitre) [45] est vérifié pour les événements entourés.



**Figure V-8.** Probabilité des maxima : (a) cas du régime (i) pour  $H = -10.3$  (b) régime (ii) pour  $H = 13.3$  et (c) régime (iii) pour  $H = 19.5$ . Les sous figures (2) sont identiques aux sous-figures (1) sauf que l'échelle des abscisses est normalisée par rapport à la valeur moyenne des maxima afin de voir les écarts relatifs. Les cercles discontinus rouges mettent en valeur les événements respectant le critère hydrodynamique sur l'indice d'anormalité pour définir une vague scélérate.

A partir de ces probabilités sur les maxima, l'écart-type peut être déterminé selon la formule suivante :

$$\text{Ecart-type} = \frac{1}{\langle \max(|u|^2) \rangle} \sqrt{\langle \max(|u|^2)^2 \rangle - \langle \max(|u|^2) \rangle^2}. \quad (5.6)$$



**Figure V-9.** Ecart-type des maxima pour chaque valeur de l'hamiltonien (cercle noir) et la forme moyenne (trait vert). Les pointillés bleu-vert représentent l'allure de la courbe de condensation obtenue en Figure V-2a.

La Figure V-9 montre clairement qu'au niveau de la transition entre la partie cohérente et incohérente c'est-à-dire au niveau du régime (ii), l'écart-type subit une forte augmentation. Cela se comprend du fait des structures intermittentes qui provoquent des variations fortes d'une longueur

non-linéaire à l'autre alors que dans le régime (i) et (iii), les variations sont bien plus modérées. En effet, dans le premier cas, un quasi-soliton fluctue autour d'une valeur moyenne *raisonnablement* (quelques pourcents) et dans le dernier régime, les événements extrêmes ne sont pas pris en compte dans le calcul de l'écart-type du fait de leur trop forte rareté et la contribution à cet écart-type provient du champ turbulent.

### III. Les solutions rationnelles en régime turbulent

#### III.1. Solutions analytiques de l'ESNL

Il est possible de trouver des solutions analytiques de l'équation de Schrödinger Non-linéaire qui ont des propriétés de périodicité dans les directions spatiale ( $\xi$ ) et temporelle ( $\tau$ ). Ces solutions sont reliées entre elles, comme cela est représenté en Figure V-10.

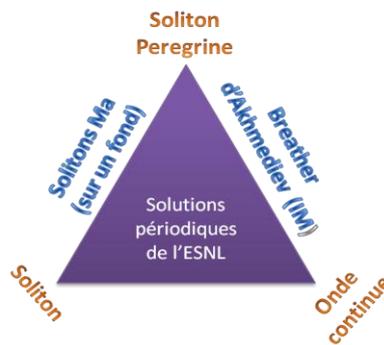


Figure V-10. Diagramme des solutions périodiques (du premier ordre) de l'ESNL.

##### III.1.1 Solitons de Kuznetsov-Ma

Parmi ces solutions, la première famille de *breathers*, ou solitons à respiration, fut découverte par Kuznetsov en 1977 [274] puis par Kawata et Inoue [275]. Enfin, Ma [276] en fit une description complète en 1979. Ce dernier résolut l'ESNL en considérant, pour état initial, une onde plane légèrement perturbée et, pour les conditions aux limites, un retour à l'état initial lorsque le temps tend vers l'infini. Il montra ainsi l'existence d'une famille d'ondes solitaires périodiques dans l'espace, entourées d'ondes dispersives résiduelles de petites amplitudes. Ces solitons sur un fond continu "respirent" (succession de compression et décompression) et sont donc appelés *breathers* ou dans ce cas précis, les solitons de Ma (ou encore solitons de Kuznetsov-Ma). Comme cela est visible sur le diagramme de la Figure V-10, l'un des cas limites des solitons Ma est le soliton standard.

Notons que des structures qui "respirent" ont été aussi montrées par Zakharov et Shabat lorsque la non-linéarité est défocalisante [277]. La différence principale est que ces solitons sont noirs au lieu d'être brillants.

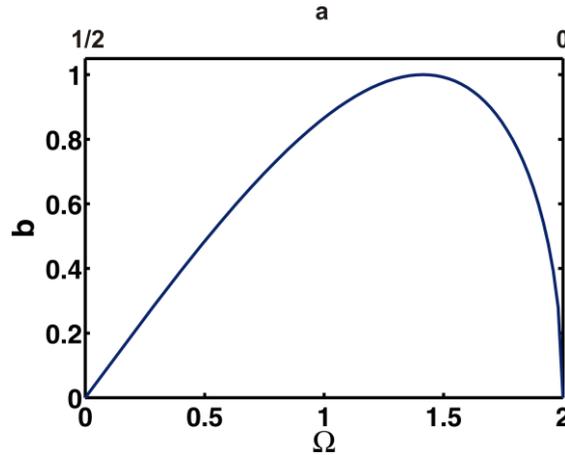
##### III.1.2 Définition des breathers d'Akhmediev

Une autre famille de structures subissant des phases de compression-décompression a été découverte par Akhmediev *et al.* [278-279]. Comme Ma, les auteurs ont considéré une onde plane ayant une perturbation périodique. Mais ils se sont particulièrement intéressés aux solutions décrivant l'instabilité modulationnelle et, par conséquent, la condition limite est un retour à l'état initial lorsque la distance tend vers l'infini. Notons que le terme *breather* n'est pas totalement approprié car il n'y a, dans ce cas,

qu'une seule respiration c'est-à-dire l'amplitude des solutions augmente pour atteindre son maximum à la distance  $\xi = 0$  puis décroît symétriquement pour disparaître à jamais. Ces structures sont, maintenant, nommées *Breathers* d'Akhmediev (AB). Ces AB s'écrivent analytiquement de la manière suivante [254] :

$$u = \frac{(1-4a)\cosh(b\xi) + \sqrt{2a}\cos(p\tau) + ib\sinh(b\xi)}{\sqrt{2a}\cos(p\tau) - \cosh(b\xi)} e^{i\xi}, \quad (5.7)$$

où  $b = \sqrt{8a(1-2a)}$  et  $p = 2\sqrt{1-2a}$  sont, respectivement, le gain représenté en Figure V-11 et la pulsation liée à la période de modulation.

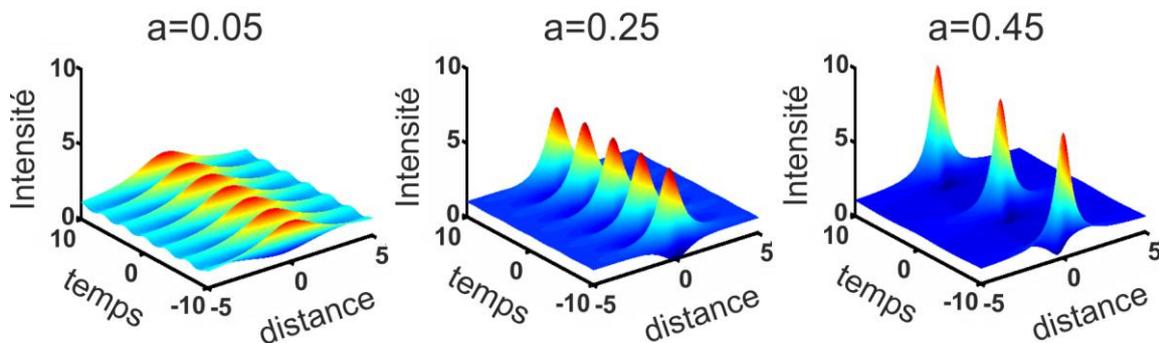


**Figure V-11.** Gain  $b$  de l'instabilité modulationnelle en fonction de la fréquence normalisée et du paramètre de modulation 'a'.

Lorsque le paramètre  $a = 1/4$ , la solution s'écrit alors :

$$u = \frac{\cos(\sqrt{2}\tau) + i\sqrt{2}\sinh(\xi)}{\cos(\sqrt{2}\tau) - \sqrt{2}\cosh(\xi)} e^{i\xi}. \quad (5.8)$$

Cette solution correspond à la valeur maximale de l'instabilité modulationnelle et apparaît en Figure V-12b. Cette Figure V-12 montre aussi clairement l'influence du paramètre 'a'. Lorsque celui-ci augmente, la période de modulation, qui est de  $2\pi/p$ , augmente aussi ainsi que l'intensité maximale. Si la période tend vers zéro alors nous revenons au cas d'une onde continue comme le montre d'ailleurs le diagramme de la Figure V-10.



**Figure V-12.** Représentation spatio-temporelle de trois *breathers* d'Akhmediev à partir de l'expression (5.7) pour  $a = 0.05$ ,  $a = 0.25$  et  $a = 0.45$ .

De plus, lorsque la période augmente jusqu'à l'infini (et donc lorsque  $a \rightarrow 0.5$ ), la solution devient rationnelle et nous ne conservons plus qu'une seule structure. Nous reviendrons sur cette solution nommée soliton de Peregrine [13]. Précisons qu'il est aisé d'obtenir l'expression non-normalisée des *breathers* d'Akhmediev :

$$\psi(z, T) = \sqrt{P_0} \frac{(1-4a) \cosh(bz / L_{NL}) + ib \sinh(bz / L_{NL}) + \sqrt{2a} \cos(\omega_{\text{mod}} T)}{\sqrt{2a} \cos(\omega_{\text{mod}} T) - \cosh(bz / L_{NL})}, \quad (5.9)$$

où  $2a = [1 - (\omega_{\text{mod}}/\omega_c)^2]$  et  $\omega_c^2 = 4 \gamma P_0 / |\beta_2|$ .

Notons que ces *breathers* d'Akhmediev ont été proposés comme une explication des vagues scélérates océaniques [254, 280] et ont même été identifiés dans les premières étapes de la génération d'un supercontinuum [133]. S'ils correspondent aux vagues scélérates, c'est dû à leur forte compression et à leur disparition sans laisser de trace. Toutefois, les mêmes propriétés d'apparition et de disparition peuvent être obtenues avec des amplitudes bien supérieures si l'on s'intéresse aux solutions rationnelles.

### III.2. Les solutions rationnelles

Contrairement aux *breathers* d'Akhmediev, les solutions rationnelles ne subissent aucun gain dû à l'instabilité modulationnelle. Pourtant, elles se développent selon une loi de puissance et disparaissent comme les AB. Sur le triangle de la Figure V-10, elles se trouvent au sommet, au croisement des *breathers* d'Akhmediev et des solitons de Ma. Leur appellation vient du fait qu'elles s'expriment par le rapport de deux polynômes :

$$u = \frac{f}{g} e^{i\xi}, \quad (5.10)$$

$f$  et  $g$  étant les polynômes. Notons que le caractère rationnel n'est pas rigoureusement vrai du fait de la présence du terme  $\exp(i\xi)$ . Pour obtenir les polynômes  $f$  et  $g$ , la résolution se fait en utilisant la transformation de Darboux [281].

Pour n'importe quel ordre de la hiérarchie des solutions, il est possible d'écrire :

$$u_j(\xi, \tau) = \left[ (-1)^j + \frac{G_j(\xi, \tau) + i\xi H_j(\xi, \tau)}{D_j(\xi, \tau)} \right] e^{i\xi}, \quad (5.11)$$

où  $G$ ,  $H$  et  $D$  sont des polynômes dépendants des variables normalisées  $\xi$  et  $\tau$ . Quant à  $j$ , il représente l'ordre de la solution. La solution rationnelle du premier ordre sera largement décrite dans la partie suivante du chapitre. Pour ce qui est de la solution du second ordre, voici les différents paramètres et la représentation de cette solution en Figure V-13 :

$$u_2 = \left[ 1 + \frac{G_2 + i\xi H_2}{D_2} \right] e^{i\xi}$$

$$\text{où } G_2 = \frac{3}{16} - \frac{3}{2} \tau^2 - \tau^4 - \frac{9}{2} \xi^2 - 6\tau^2 \xi^2 - 5\xi^4, \quad (5.12)$$

$$H_2 = \frac{15}{8} + 3\tau^2 - 2\tau^4 - \xi^2 - 4\tau^2 \xi^2 - 2\xi^4,$$

$$D_2 = \frac{3}{64} + \frac{9\tau^2}{16} + \frac{\tau^4}{4} + \frac{\tau^6}{3} + \frac{33}{16} \xi^2 - \frac{3}{2} \tau^2 \xi^2 + \tau^4 \xi^2 + \frac{9}{4} \xi^4 + \tau^2 \xi^4 + \frac{\xi^6}{3}.$$

Quant à la solution du troisième ordre, elle est donnée par :

$$u_3 = \left[ -1 + \frac{G_3 + i\xi H_3}{D_3} \right] e^{i\xi} \quad (5.13)$$

où les polynômes sont exprimés dans la Ref. [281].

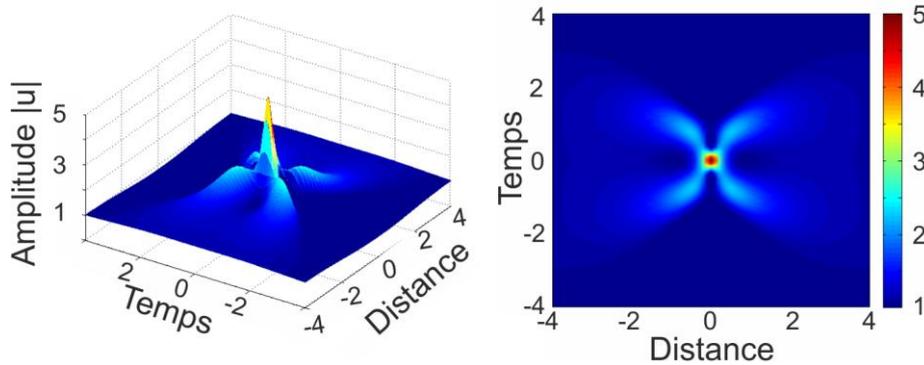


Figure V-13. Solution rationnelle d'ordre 2 représentée en amplitude.

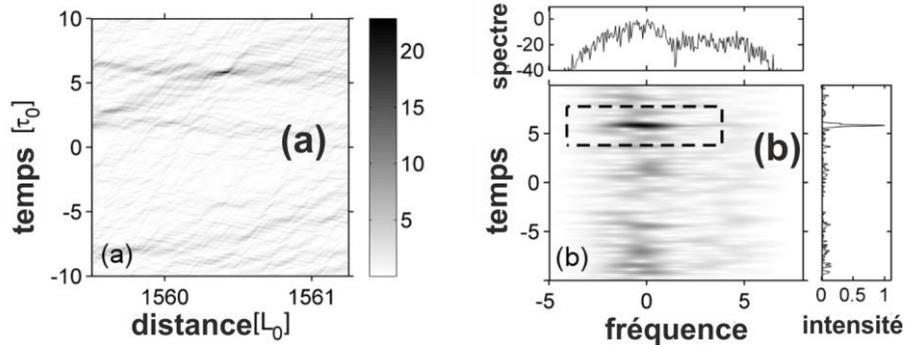
Ce type de solutions nous intéresse particulièrement car les solutions rationnelles, étant des solutions analytiques exactes de l'ESNL, peuvent être vues comme une approche cohérente et déterministe pour la compréhension des vagues scélérates [282-283]. Or ces dernières sont connues pour émerger d'un système dans un état turbulent incohérent correspondant ainsi à des conditions océaniques réalistes [284]. Il est donc fondamental d'étudier si les solutions rationnelles, qui sont cohérentes, peuvent émerger d'un système turbulent. Dans le même esprit, il est intéressant de noter que les solutions rationnelles ont été récemment identifiées dans un champ chaotique modulationnellement instable [281, 285]. Toutefois, le problème de l'existence de telles solutions dans un véritable système turbulent n'a pas vraiment été étudié. Dans la suite, nous posons donc la question de l'impact de l'incohérence du système sur la génération de solutions rationnelles.

### III.3. Mise en évidence

Pour l'analyse et l'identification de ces solutions rationnelles potentielles, il faut passer par une étape de traitement numérique et plus exactement de filtrage. En effet, la Figure V-14, obtenue par intégration numérique de l'équation (5.1), montre un diagramme distance-temps correspondant au régime (ii) et à la limite avec le régime (iii) étant donné que l'hamiltonien vaut 15.5. Dans ce cas, une structure d'intensité maximale égale à 22.9 est identifiable. Pour une meilleure analyse, il est intéressant de tracer le spectrogramme correspondant à  $z = 1560.4 L_{nl}$  en Figure V-14b. Ce spectrogramme révèle que l'événement extrême présente un haut degré de localisation à la fois dans le domaine temporel et dans le domaine spectral. Grâce à cette localisation, nous pouvons précisément filtrer l'événement, comme cela est indiqué dans la Figure V-14b, de manière à le séparer des fluctuations turbulentes environnantes. Il faut toutefois préciser que le filtrage n'affecte pas significativement nos résultats. Notons également que le filtrage spectral centré sur la fréquence de pompe supprime aussi l'onde dispersive correspondant aux radiations du quasi-soliton.

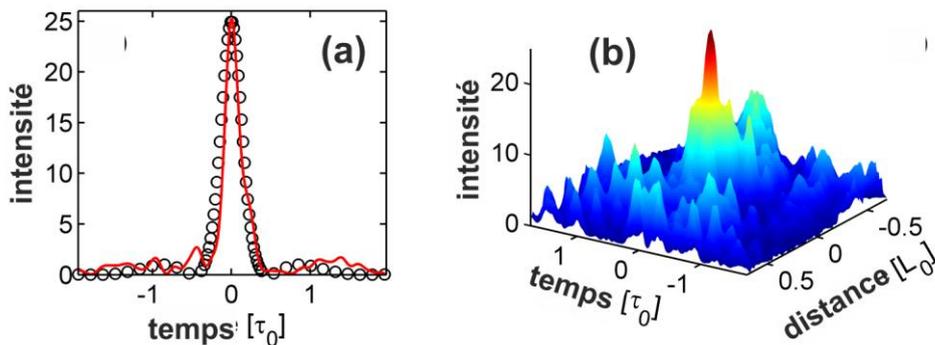
Ce filtrage est toutefois essentiel pour comparer la structure extrême avec les solutions rationnelles analytiques [281, 286]. Malgré la présence de TOD, nous pouvons espérer observer de telles solutions rationnelles car des études numériques précédentes [287] ont démontré la robustesse de ces solutions face à différentes perturbations dont le terme de dispersion d'ordre 3. En effet, tant que le paramètre de

dispersion du 3ème ordre est assez faible, comme c'est le cas ici, alors il n'affecte pas la solution rationnelle.



**Figure V-14.** (a) Diagramme spatio-temporel en intensité sur deux longueurs non-linéaires parmi les 500 dernières pour  $H = 15.5$  [limite du régime (ii)] montrant l'émergence d'un événement extrême à  $z = 1560.4 L_0$ . (b) Spectrogramme du champ optique calculé à  $z = 1560.4 L_0$  révélant la localisation spectro-temporelle de la structure extrême. Les tirets formant un rectangle indique les filtres spectral et temporel utilisés pour l'analyse décrite dans le texte.

La Figure V-15 montre une comparaison entre l'événement extrême filtré et une solution rationnelle du second ordre. Pour que cette comparaison soit la plus juste possible, nous avons re-normalisé le champ filtré de manière à ce que sa *puissance* (au sens de l'énergie) dans la fenêtre temporelle réduite du filtre soit la même que celle de la solution rationnelle analytique. Notons que nous avons comparé la solution numérique non seulement avec la solution du second ordre mais aussi avec celles du troisième et quatrième ordre mais le meilleur accord est obtenu pour celle du second ordre comme le montre bien la Figure V-15a. En fait, si cet accord est bon, c'est que l'intensité maximale du champ détecté en simulations est de 22.9 alors que la solution rationnelle du second ordre a une intensité maximale égale à 25 contre 9 et 49 respectivement pour celle du premier ordre et celle du troisième ordre. Si l'accord est excellent sur la partie centrale, il est peu satisfaisant pour les lobes latéraux vraisemblablement à cause de la perturbation dues aux fluctuations turbulentes. La Figure V-15b est à comparer avec la Figure V-13a.

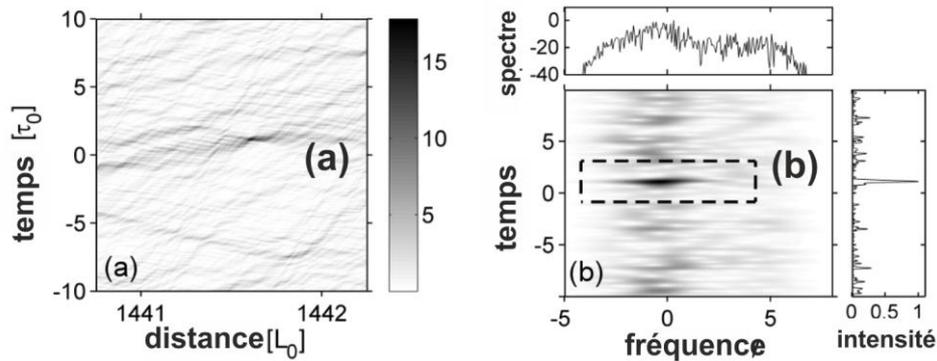


**Figure V-15.** (a) Comparaison de l'événement scélérat filtré détecté dans la limite du régime (ii) (ligne solide rouge) avec la solution rationnelle du second ordre (cercles noirs) décrite par l'équation (5.12). (b) Profil d'intensité spatio-temporel du l'événement scélérat filtré en Figure V-14.

Au delà de la simple comparaison à une distance donnée, nous nous intéressons au degré de localisation de cette structure. Nous trouvons une largeur temporelle  $\Delta t^{\text{num}} = 0.23 \tau_0$  et une largeur

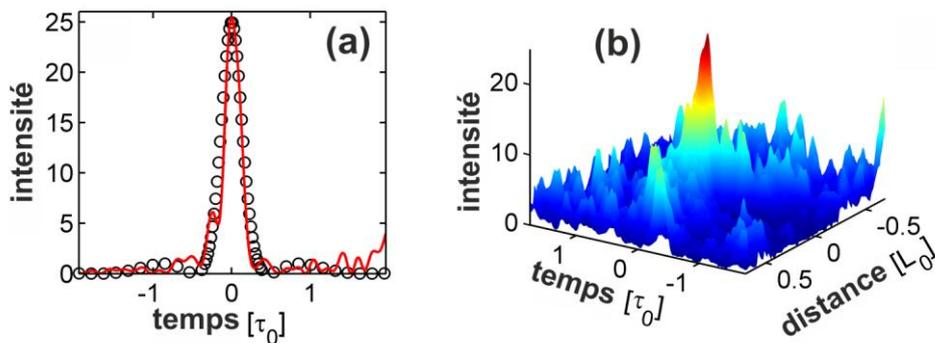
spatiale  $\Delta z^{\text{num}} = 0.23 L_0$ . Ces valeurs sont en bon accord avec les valeurs correspondantes de la solution rationnelle d'ordre 2 analytique :  $\Delta t^{\text{RS}} = 0.3 \tau_0$ ,  $\Delta z^{\text{RS}} = 0.3 L_0$ .

Nous avons aussi mené la même étude dans le cas d'une structure extrême détectée dans le régime faiblement non-linéaire (iii). Pour  $H = 19.5$  (même condition que la Figure V-6a mais à une distance différente), nous avons identifié un événement extrême atteignant une intensité de 17.1. Bien que cette valeur soit légèrement plus faible que dans le régime précédent, elle reste largement supérieure à 6.7 qui est la moyenne des maxima d'intensité détectée sur les 500 dernières longueurs non-linéaires. La Figure V-16 montre un diagramme spatio-temporel et le spectrogramme correspondant à  $z = 1441.6 L_0$ . Encore une fois, malgré les fortes fluctuations inhérentes à ce régime, l'événement extrême est encore identifiable et il est caractérisé par une localisation dans le temps et dans le spectre.



**Figure V-16.** (a) Diagramme spatio-temporel en intensité sur moins de deux longueurs non-linéaires parmi les 500 dernières pour  $H = 19.5$  [régime (iii)] montrant l'émergence d'un événement extrême à  $z = 1441.6 L_0$ . (b) Spectrogramme du champ optique calculé à  $z = 1441.6 L_0$  révélant la localisation spectro-temporelle de la structure extrême. Les tirets formant un rectangle indique les filtres spectral et temporel utilisés pour l'analyse décrite dans le texte.

De la même manière que précédemment, nous comparons le profil filtré avec la solution rationnelle du second ordre en Figure V-17.



**Figure V-17.** (a) Comparaison de l'événement scélétrat filtré détecté dans le régime (iii) (ligne solide rouge) avec la solution rationnelle du second ordre (cercles noirs) décrite par l'équation (5.12). (b) Profil d'intensité Spatio-temporel du l'événement scélétrat filtré en Figure V-16.

L'accord est encore une fois, relativement bon même si, par comparaison avec la Figure V-15a, il semble moins quantitatif (essentiellement sur la partie centrale). Cela s'explique principalement par les fortes fluctuations du champ. Par ailleurs, l'intensité maximale atteint 25.4 contre 25 pour la théorie. De même pour la localisation spatio-temporelle où  $t^{\text{num}} = 0.24 \tau_0$  et  $\Delta z^{\text{num}} = 0.21 L_0$  ce qui est encore en accord avec les valeurs théoriques qui, rappelons le, sont :  $\Delta t^{\text{RS}} = 0.3 \tau_0$ ,  $\Delta z^{\text{RS}} = 0.3 L_0$ .

Précisons que nous avons comparé de nombreux autres événements extrêmes dans les deux derniers régimes de la courbe de condensation (Figure V-2a) avec les solutions rationnelles et de bons accords ont été obtenus.

Bien que nous ne détaillerons pas le sujet de la théorie cinétique et l'approche spectrale de ce problème, nous tenons à préciser un fait important. En effet, comme nous l'avons évoqué au début de ce chapitre, la théorie de la turbulence d'onde s'applique lorsqu'un système évolue en régime faiblement non-linéaire, c'est-à-dire lorsque les effets dispersifs dominent et que les amplitudes aléatoires ont une distribution proche de la Gaussienne (voir chapitre 3). De plus, lorsque l'incohérence est forte, nous avons précisé qu'il n'était pas possible d'avoir de structures cohérentes. Cela peut paraître contradictoire avec la présence de ces solutions rationnelles qui sont cohérentes, déterministes et non-linéaires. L'un des travaux que nous menons en ce moment à justement pour ambition de montrer qu'il n'y a pas de contradiction : la description cohérente des événements extrêmes coexiste avec la description statistique d'un champ aléatoire fourni par la théorie de la turbulence d'onde. De plus, nous avons aussi montré que ces événements extrêmes ne sont pas une simple superposition d'ondes linéaires et que la non-linéarité est l'ingrédient essentiel à leur formation.

## IV. Le soliton de Peregrine

Maintenant, nous nous limitons à l'étude du premier ordre des solutions rationnelles qui est appelé plus couramment le soliton de Peregrine.

### IV.1. Définition

D.H. Peregrine, qui étudiait les mathématiques appliquées, essentiellement à l'hydrodynamique, à l'Université de Bristol, décrit ce soliton particulier en 1983 [13]. Le soliton de Peregrine est la solution rationnelle d'ordre 1 de l'équation de Schrödinger non-linéaire qui, sous une forme normalisée, s'écrit :

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = 0. \quad (5.14)$$

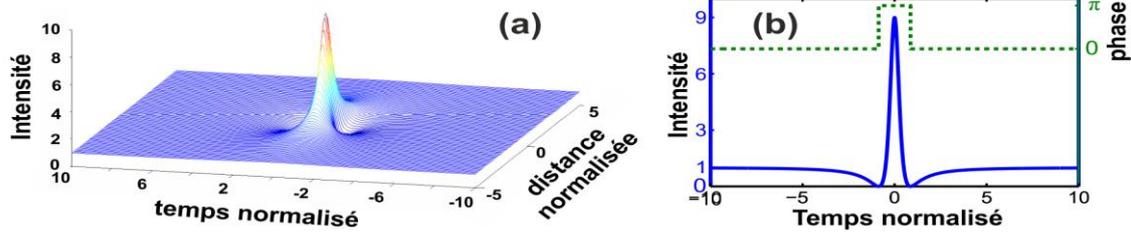
Il correspond à la solution asymptotique des *breathers* d'Akhmediev lorsque le paramètre de modulation 'a' tend vers 0.5. Dans ce cas, d'après l'équation (5.7), l'expression analytique du soliton de Peregrine est [13] :

$$u(\xi, \tau) = \left[ 1 - \frac{4(1 + 2i\xi)}{1 + 4\tau^2 + 4\xi^2} \right] e^{i\xi}. \quad (5.15)$$

Il est bien évidemment possible de réécrire cette expression sous une forme non-normalisée :

$$\psi(z, T) = \sqrt{P_0} \left[ 1 - \frac{4(1 + 2iz / L_{NL})}{1 + 4(T / T_0)^2 + 4(z / L_{NL})^2} \right] \exp(iz / L_{NL}) \quad \text{où } T_0 = (\beta_2 L_{NL})^{1/2} \quad (5.16)$$

La Figure V-18 représente l'évolution longitudinale du soliton de Peregrine et son profil au maximum de compression. La caractéristique principale du soliton de Peregrine est son unique localisation spatio-temporelle menant à une intensité crête 9 fois supérieure au niveau du fond continu. De plus, il est possible de montrer qu'un saut de phase de  $\pi$  se fait dans les creux du soliton.

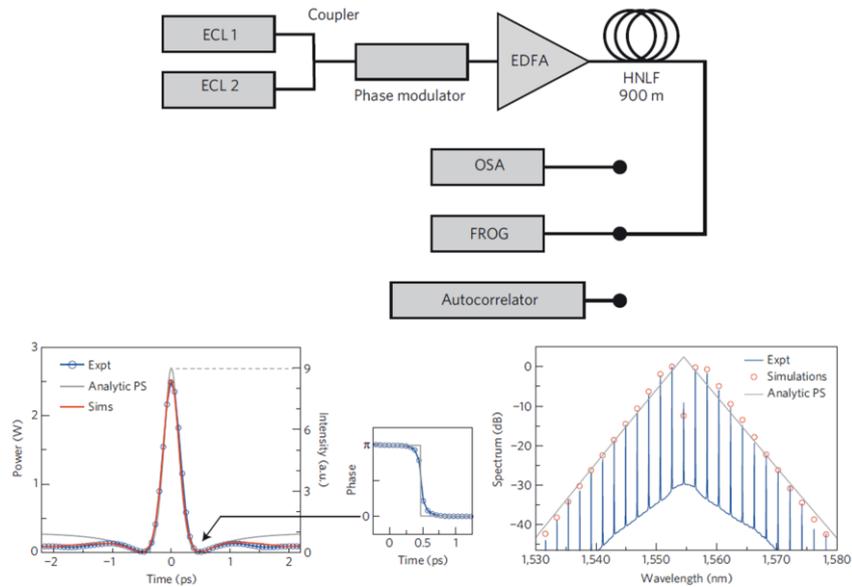


**Figure V-18. Soliton de Peregrine:** (a) évolution longitudinale du profil temporel et (b) profil d'intensité et de phase au point de compression maximal

## IV.2. Première démonstration expérimentale

Etant localisé à la fois dans l'espace et le temps, il représente un excellent prototype pour expliquer les vagues scélérates d'autant qu'il respecte parfaitement la condition sur l'indice d'anormalité. En effet, au point de compression maximal, son amplitude ( $|u|$ ) est trois fois supérieure à l'amplitude du fond continu. Toutefois, bien que son expression soit relativement simple, son existence n'avait jamais été observée dans aucun système physique continu. En Août 2010, des membres de notre équipe, en collaboration avec d'autres chercheurs dont N. Akhmediev et John M. Dudley, ont mené la première expérience au sein du Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne pour prouver l'existence du soliton de Peregrine [288].

Pour se faire, les auteurs ont utilisé un montage relativement simple rapporté en Figure V-19. Pour exciter le soliton de Peregrine, il n'était pas possible de générer expérimentalement la condition initiale théorique. Ils l'ont donc approché par une forme simple et facile à générer : une sinusoïde. Pour se faire, ils ont utilisé deux lasers continus très peu espacés en longueurs d'ondes de façon à créer un battement sinusoïdal à 200 GHz. Après le passage dans un modulateur de phase pour éviter la diffusion Brillouin et dans un amplificateur, le signal initial est injecté dans une fibre hautement non-linéaire. Ce montage relativement simple a donc permis d'observer par différentes caractérisations une structure extrêmement proche du Soliton de Peregrine. La principale caractérisation s'est faite par un système FROG qui permet d'obtenir de manière indirecte une caractérisation en intensité et en phase. La Figure V-19b montre une comparaison entre la théorie analytique et les expériences. L'accord est très bon au point que même le saut de phase dans les creux est observé. Un très bon accord est également obtenu entre le spectre expérimental et celui correspondant au soliton de Peregrine ainsi que celui obtenu par intégration numérique.

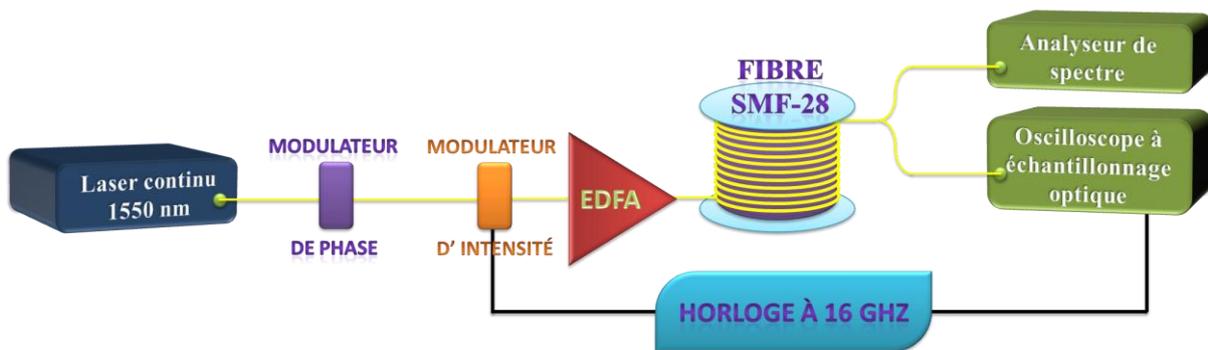


**Figure V-19.** (Figure extraite de la Ref. [288]) **(en haut)** le montage expérimental **(en bas)** comparaison des résultats expérimentaux avec la théorie analytique et les simulations **(à gauche)** pour le profil temporel et **(à droite)** pour le spectre.

### IV.3. Seconde démonstration expérimentale

#### IV.3.1 Montage expérimental

En observant les résultats de cette première expérience, nous avons voulu explorer plus en détails la génération du Soliton de Peregrine dans une fibre optique mais en utilisant un montage bien plus simple que le précédent. Ce montage est représenté en Figure V-20. Il est basé exclusivement sur les composants standards des télécommunications fibrées en commençant par la fibre qui n'est autre qu'une SMF-28 c'est à dire la fibre la plus répandue au monde.



**Figure V-20.** Montage utilisé pour notre expérience

Dans notre cas, le signal continu perturbé ou plus exactement modulé n'est pas généré par un battement sinusoïdal mais par l'utilisation d'un modulateur en intensité appliqué en sortie de la diode laser centrée à 1550 nm. Avant ce modulateur en intensité, un modulateur de phase est inséré de manière à prévenir l'effet Brillouin dans la fibre. Le signal modulé est injecté dans la fibre après un passage dans un amplificateur fibré dopé erbium (EDFA) qui nous permet d'atteindre une puissance moyenne de 1 W. La fibre a une longueur de 8.35 km et ses paramètres sont standards pour une SMF soit :  $\beta_2 = -21.4 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $\beta_3 = 0.12 \text{ ps}^3/\text{km}$ ,  $\gamma = 1.2 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$  et des pertes de 0.19 dB/km. Notons que

dans cette configuration le rapport  $\beta_2/\beta_3$  est tel que le système n'est pas impacté par le troisième ordre de dispersion.

Mais l'autre énorme différence avec le travail de Kibler *et al.* [288] est la possibilité d'une visualisation en temps réel. En effet, l'équipe SCLO s'est dotée d'un oscilloscope à échantillonnage optique (OSO - Picosolve PSO100 series) pouvant résoudre des impulsions de l'ordre de la picoseconde en temps réel. A ces mesures temporelles s'ajoutent autant de mesures spectrales obtenues par un analyseur de spectre optique ayant une résolution de 0.02 nm.

Enfin précisons que la modulation appliquée se fait à 16 GHz mais l'expérience aurait pu aussi bien se faire à 10 GHz qu'à 18 GHz. Ce choix de fréquence est un compromis lié aux conditions expérimentales (moins de bruit, puissance accessible...).

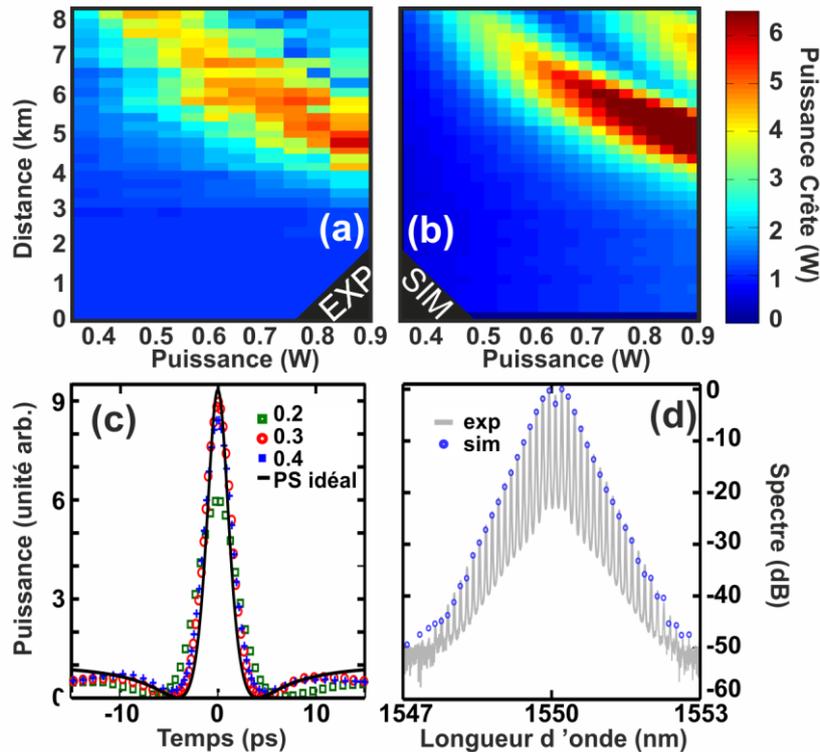
### IV.3.2 Mesures effectuées

Notre montage a certes été simplifié mais il permet une étude précise de l'impact des conditions initiales sur l'évolution du champ injecté défini par :

$$\psi(z=0, T) = \sqrt{P_0} \left[ 1 + \delta_{\text{mod}} \cos(\omega_{\text{mod}} T) \right]^{1/2}, \quad (5.17)$$

où  $\delta_{\text{mod}}$  est le contraste de l'intensité modulée et tel que  $\omega_{\text{mod}}/2\pi = 16$  GHz. Expérimentalement, il a été aisé de faire varier le terme de contraste de manière à étudier des valeurs comprises entre 0.2 et 0.6. De même, l'EDFA a permis d'étudier une douzaine de puissances allant de 0.35 W à 0.9 W. Cette gamme de puissance implique que nous étudions des dynamiques ayant un paramètre de modulation compris entre 0.4 et 0.48. Cette dernière valeur est bien meilleure que celle obtenue dans l'expérience précédente ( $a = 0.42$ ). Pour finir cette étude complète, nous avons coupé les 8.35 km de fibre en 32 morceaux ce qui a permis d'obtenir la première évolution longitudinale du champ en intensité.

La Figure V-21a résume les données mesurées en fonction de la distance et de la puissance. Ici, le paramètre fixe est donc le contraste qui est égal à  $\delta_{\text{mod}} = 0.3$ . Il est clair que la dynamique dépend fortement des conditions initiales et, en particulier, de la puissance du signal d'entrée. Les résultats qui sont représentés ici, en fausses couleurs, illustrent que la distance de la compression optimale diminue avec l'augmentation de la puissance. Ce fait est confirmé par les simulations numériques (Figure V-21b). Il est intéressant de noter, à ce stade, que pour les puissances les plus élevées, les simulations montrent l'apparition d'une seconde phase de compression. Les mesures expérimentales ne sont pas assez nombreuses pour distinguer clairement cet effet.



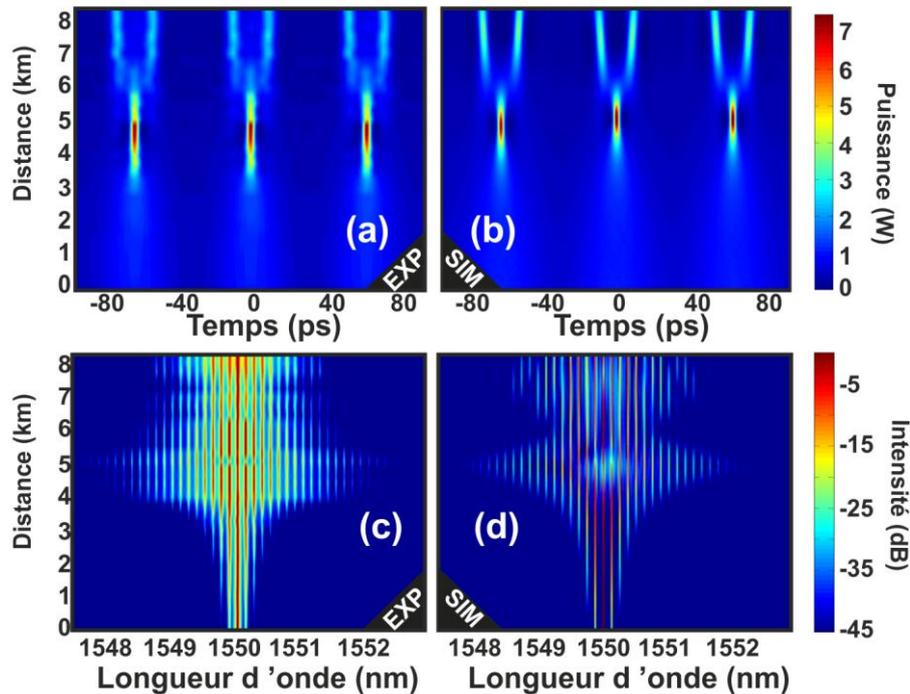
**Figure V-21.** Carte montrant la puissance crête de la structure compressée en fonction de la distance et de la puissance pour  $\delta_{\text{mod}}=0.3$  obtenue (a) expérimentalement et (b) par simulations numériques. (c) Comparaison du profil d'intensité temporel mesuré pour 3 valeurs de  $\delta_{\text{mod}}$  à la distance de compression optimale correspondante pour une puissance fixe de  $P_0=0.8$  W. Le soliton de Peregrine idéal est aussi montré en noir. Précisons que, dans le cas où  $\delta_{\text{mod}}=0.3$ , les résultats des simulations numériques se chevauchent parfaitement aux résultats expérimentaux. (d) Spectre expérimental (ligne grise) au maximum de compression dans le cas où  $\delta_{\text{mod}}=0.3$  comparé aux résultats numériques (cercles bleus).

Le but de ce travail était, avant tout, d'observer un soliton de Peregrine. Nous comparons maintenant pour une puissance fixe de  $P_0 = 0.80$  W, l'influence du paramètre  $\delta_{\text{mod}}$  sur la structure la plus compressée. Rappelons que l'évolution idéale vers le soliton de Peregrine est attendue pour de faibles valeurs du contraste [133]. Or ici le contraste varie dans la plage 0.2 à 0.4. Pour chaque contraste, la meilleure compression se produit à différentes distances ainsi les longueurs optimales respectives sont  $L = 7.3, 4.6, 4.2$  km. Ceci traduit le fait que de faibles contrastes requièrent de plus longues distances de propagation pour atteindre la compression optimale. La Figure V-21c montre que le plus bas contraste ne permet pas d'approcher au mieux le soliton de Peregrine idéal à cause des pertes significatives dues à la grande longueur de propagation. A partir de ces résultats, le meilleur accord, avec la structure attendue par la théorie, est obtenu lorsque  $\delta_{\text{mod}} = 0.3$ .

Dans ce cas, nous obtenons bien une structure localisée avec un fond non-nul. La partie centrale a une largeur temporelle de 3 ps et elle est en excellent accord avec la formule analytique et les simulations incluant la dispersion d'ordre trois, les pertes, la contribution Raman et le bruit expérimental. Comme le montre la Figure V-21d, l'accord n'est pas simplement temporel mais aussi spectral. Notons que Erkintalo *et al.*[289] ont récemment étudié l'impact de conditions réalistes comme les nôtres sur l'évolution des *breathers* d'Akhmediev.

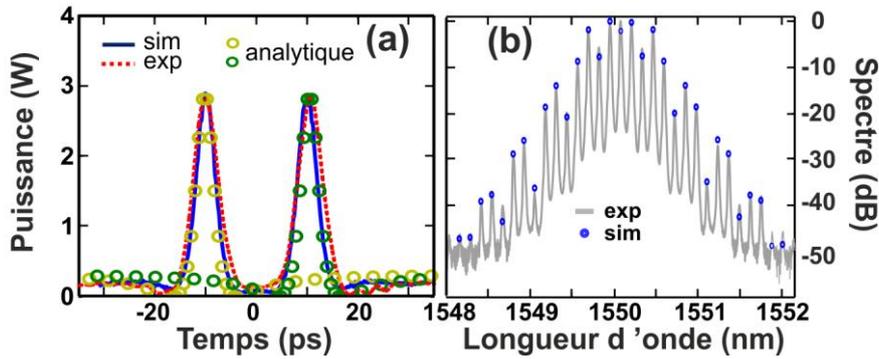
### IV.3.3 Evolution longitudinale

Bien évidemment, la découpe de la fibre avait pour but une représentation des profils temporels et spectraux tout au long de la fibre de manière à voir l'évolution vers le soliton de Peregrine et son retour à son état initial. Nous représentons en Figure V-22, les évolutions longitudinales temporelles et spectrales pour les meilleurs paramètres expérimentaux soient :  $\delta_{\text{mod}} = 0.3$  et  $P_0 = 0.80$  W (i.e.  $a = 0.47$ ). Les résultats expérimentaux sont comparés aux simulations numériques. On remarque clairement l'évolution temporelle de l'onde continue légèrement modulée vers un train d'impulsions ultra-courtes sur un fond continu. Ceci se traduit par un élargissement spectral. Là encore, les simulations et les expériences sont en excellent accord.



**Figure V-22.** Evolutions longitudinales des intensités temporelles (a, b) et spectrales (c, d) dans le cas des expériences et par simulations numériques. Ici,  $\delta_{\text{mod}} = 0.3$  et  $P_0 = 0.80$  W.

Toutefois, ces deux résultats sont en désaccord avec la théorie analytique quant au retour à l'état initial après le maximum de compression. Si nous ne retrouvons pas l'état initial, nous ne conservons pas pour autant la structure de type soliton de Peregrine. Au contraire, nous avons une division en deux sous-impulsions identiques comme le montre la Figure V-23a. Un fait remarquable est que chacune de ces sous-impulsions présente des propriétés similaires à un soliton de Peregrine.

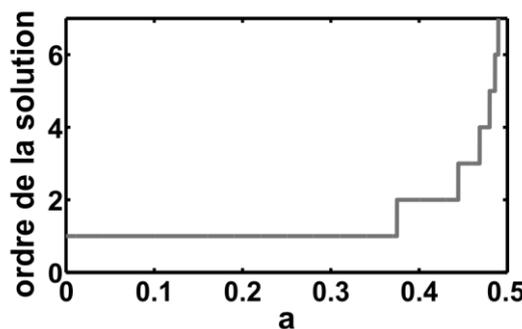


**Figure V-23.** (a) Signal observé à l'oscilloscope à échantillonnage optique à 8.4 km pour  $\delta_{\text{mod}} = 0.3$ . Les expériences (en pointillés rouges) sont comparées aux simulations numériques (ligne bleue) et à la forme analytique du soliton de Peregrine pour chaque sous-impulsion (cercles jaunes et verts). (b) Spectre expérimental correspondant (en ligne grise) comparé au spectre numérique (cercles bleus).

Un travail récent mené par G. Genty et M. Erkintalo [290] nous a permis d'identifier plus précisément l'origine de ce doublet. En fait, la séparation du soliton de Peregrine en deux sous-impulsions n'est pas propre au soliton de Peregrine mais peut se produire pour n'importe quel *breather* sous certaines conditions. En effet, cette division est la manifestation des solutions d'ordre supérieur de l'instabilité modulationnelle. Comme le soliton de Peregrine qui a des solutions d'ordre supérieur (solutions rationnelles), les *breathers* ont des ordres supérieurs. Plus précisément, le  $N^{\text{ème}}$  ordre est une superposition non-linéaire de  $N$  *breathers* élémentaires. Notons que tant que  $a < 0.375$ , il n'y a pas d'ordre supérieur et donc pas de bifurcation. La condition donnant l'ordre qu'il est possible d'atteindre en fonction du paramètre  $a$  est :

$$a > \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{N^2} \right). \tag{5.18}$$

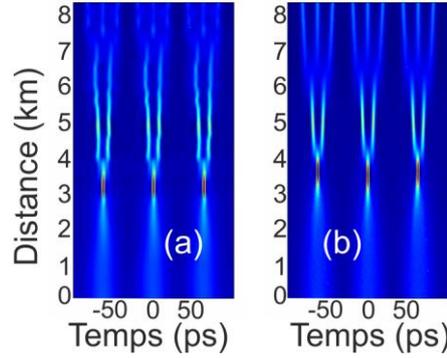
La Figure V-24 résume l'ordre de la solution en fonction du paramètre  $a$ . Dans le cas de notre expérience démontrant l'existence du Soliton de Peregrine dans un système télécom,  $a = 0.47$ , ce qui permet d'obtenir une solution d'ordre 4 et donc 4 bifurcations. Expérimentalement nous étions limités par la longueur de la fibre si bien que nous avons observé que le doublet.



**Figure V-24.** Ordre de la solution rationnelle en fonction du paramètre de modulation initial (voir éq. (5.18))

A partir des autres mesures que nous avons effectuées, nous pouvons toutefois montrer 3 bifurcations. En effet, pour  $P_0 = 0.88$  W ( $a = 0.473$ ) et un contraste  $\delta_{\text{mod}} = 0.61$ , nous obtenons l'évolution longitudinale de la Figure V-25a que nous comparons aux simulations en Figure V-25b. L'accord est relativement bon. Mais nous avons constaté qu'à partir de 6 km, les effets dramatiques de la diffusion Brillouin provoquent une perte de puissance impliquant une diminution des effets non-

linéaires. Malgré cela, nous voyons le triplet se former. A la vue des ces résultats, il paraît clair qu'il est délicat d'observer un quadruplet expérimentalement en tout cas dans notre configuration.



**Figure V-25.** Evolution longitudinale du profil temporel d'une onde continue initialement modulée pour  $a = 0.47$  obtenue (a) expérimentalement et (b) par simulations numériques.

Précisons qu'une méthode basée sur les transformations de Darboux permet de créer les solutions d'ordre supérieur et de reproduire analytiquement les résultats expérimentaux et numériques de la Figure V-25.

## V. Comportement spectral de l'instabilité modulationnelle

Nous avons observé précédemment l'évolution longitudinale vers le soliton de Peregrine temporellement et spectralement. Mais il est intéressant de s'arrêter sur la forme de ce spectre qui n'est pas clairement identifiable sur les figures précédentes.

### V.1. Spectre théorique du Soliton de Peregrine

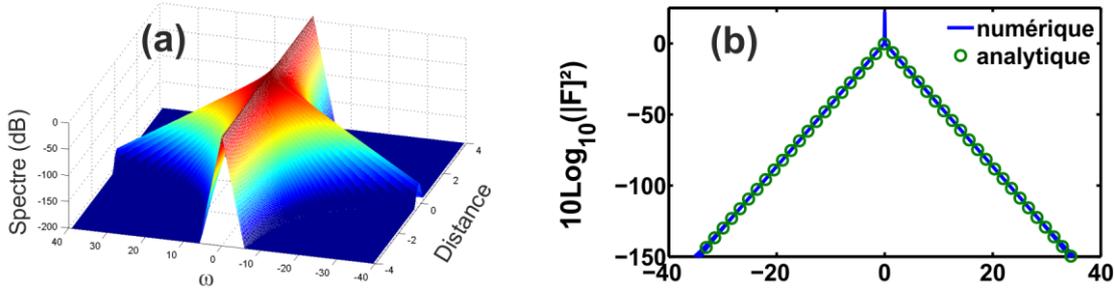
Le soliton de Peregrine, dont l'expression est donnée par l'équation (5.15) ne présente, en théorie, aucune périodicité et son spectre doit donc être une fonction continue et non pas un peigne de fréquences. En effet, si l'on calcule la transformée de Fourier de son expression, on trouve [291] :

$$\begin{aligned} F(\omega, \xi) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} u(\xi, \tau) e^{i\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{1 + 2i\xi}{\sqrt{1 + 4\xi^2}} \exp\left(-\frac{|\omega|}{2} \sqrt{1 + 4\xi^2}\right) - \delta(\omega) \right] e^{i\xi}, \end{aligned} \quad (5.19)$$

où le delta de Dirac  $\delta$  est du au fond continu. L'expression (5.19) devient en intensité :

$$|F(\omega, \xi)|^2 = 2\pi \exp\left(-|\omega| \sqrt{1 + 4\xi^2}\right), \quad (5.20)$$

Mais il faut préciser que la fonction de Dirac a été omise pour ne tenir compte que de la partie variable de la solution. Le spectre longitudinal est présenté en Figure V-26a et le spectre au point de compression maximal est comparé avec la solution réelle (celle qui tient compte du fond continu) en Figure V-26b. L'un des points intéressants que montre clairement la Figure V-26a est qu'à n'importe quelle distance (pour tout  $\xi$ ), le spectre est caractérisé par une forme triangulaire [292]. Notons qu'expérimentalement, cette allure générale triangulaire est visible qualitativement sur la Figure V-19 et la Figure V-21.



**Figure V-26.** (a) Evolution longitudinale du spectre optique du soliton de Peregrine représenté sur une échelle logarithmique à partir de l'équation (5.20) où la fonction  $\delta$  de Dirac a été omise. (b) Comparaison au point de compression optimale du spectre analytique (ne tenant pas compte de la partie continue et donc du  $\delta$  de Dirac) et du module au carré de la transformée de Fourier numérique d'un soliton de Peregrine tel que représenté en Figure V-18.

## V.2. Dynamique Spectrale de l'instabilité modulationnelle

Toutefois, le spectre expérimental est un spectre de raies car nous utilisons une source d'impulsions périodiques. Mais un autre point intéressant est la déplétion de la pompe visible au niveau de la raie centrale.

C'est pour expliquer ces caractéristiques spectrales que nous avons étudié plus précisément, en collaboration avec B. Wetzel, les dynamiques spectrales des *breathers* d'Akhmediev pour un gain arbitraire et comparé la théorie avec les expériences menées précédemment.

Nous commençons par montrer les expressions analytiques de l'évolution longitudinale des raies spectrales. On voudrait connaître l'importance relative des raies c'est-à-dire, en fait, l'énergie contenue dans une raie par rapport à l'énergie totale. Cela revient donc, pour la pompe, à calculer :

$$A_0(\xi) = \frac{1}{T} \int_0^T u(\xi, \tau) d\tau, \quad (5.21)$$

et pour la n-ième raie latérale :

$$A_n(\xi) = \frac{1}{T} \int_0^T u(\xi, \tau) e^{in\pi\tau} d\tau, \quad (5.22)$$

Pour simplifier la compréhension du problème, il est préférable d'écrire l'équation (5.7) décrivant les *breathers* d'Akhmediev de la manière suivante :

$$u(\xi, \tau) = \left[ 1 + \frac{p^2 \cosh(b\xi) + ib \sinh(b\xi)}{\sqrt{2a} \cos(p\tau) - \cosh(b\xi)} \right] e^{i\xi}, \quad (5.23)$$

La seule difficulté qui se présente pour résoudre les intégrales (5.21) et (5.22) réside dans le terme au dénominateur de l'équation (5.23), c'est-à-dire le calcul du terme :

$$I = \int_0^T \frac{e^{in\pi\tau}}{\sqrt{2a} \cos(p\tau) - \cosh(b\xi)} d\tau \quad (5.24)$$

Toutefois, après des changements de variables et une résolution par le théorème des résidus, on trouve :

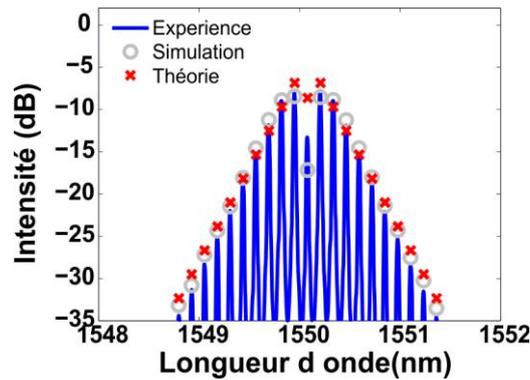
$$I = \frac{2\pi}{p\sqrt{\cosh^2 b\xi - 2a}} \left[ \frac{\cosh b\xi - \sqrt{\cosh^2 b\xi - 2a}}{\sqrt{2a}} \right]^{|n|} \quad (5.25)$$

Finalement les amplitudes de la pompe et des  $n^{\text{èmes}}$  bandes spectrales sont données par :

$$A_0(\xi) = 1 - \frac{ib \sinh b\xi + p^2 \cosh b\xi}{\sqrt{\cosh^2 b\xi - 2a}} \quad (a)$$

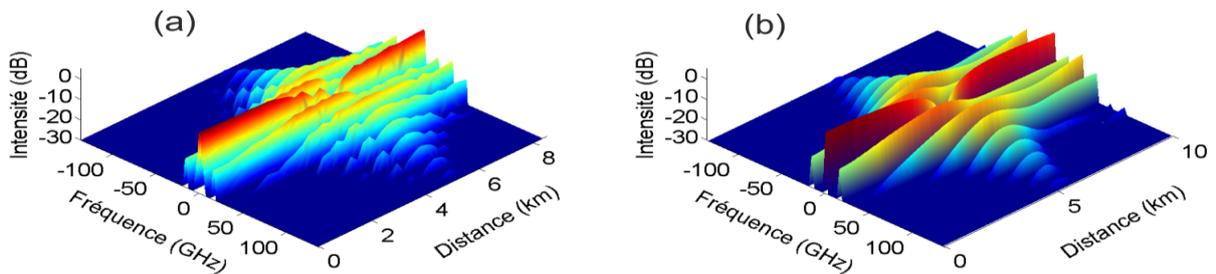
$$A_n(\xi) = \frac{ib \sinh b\xi + p^2 \cosh b\xi}{\sqrt{\cosh^2 b\xi - 2a}} \left[ \frac{\cosh b\xi - \sqrt{\cosh^2 b\xi - 2a}}{\sqrt{2a}} \right]^{|n|} \quad (b) \quad (5.26)$$

Toutes les mesures effectuées lors de nos expériences permettent aisément de confronter l'expérience à la théorie analytique. Les paramètres retenus pour la comparaison sont une puissance de 0.46 W ce qui donne un paramètre  $a = 0.45$  correspondant à un gain d'instabilité modulationnelle loin de sa valeur maximale. Une première comparaison est donnée en Figure V-27 correspondant au point de compression maximale soit, dans ce cas, à une distance de 5 km. Les accords entre théorie - expérience et simulation sont assez bons avec, en particulier, la décroissance des 14 premières bandes latérales (soit près de 40 dB de dynamique).



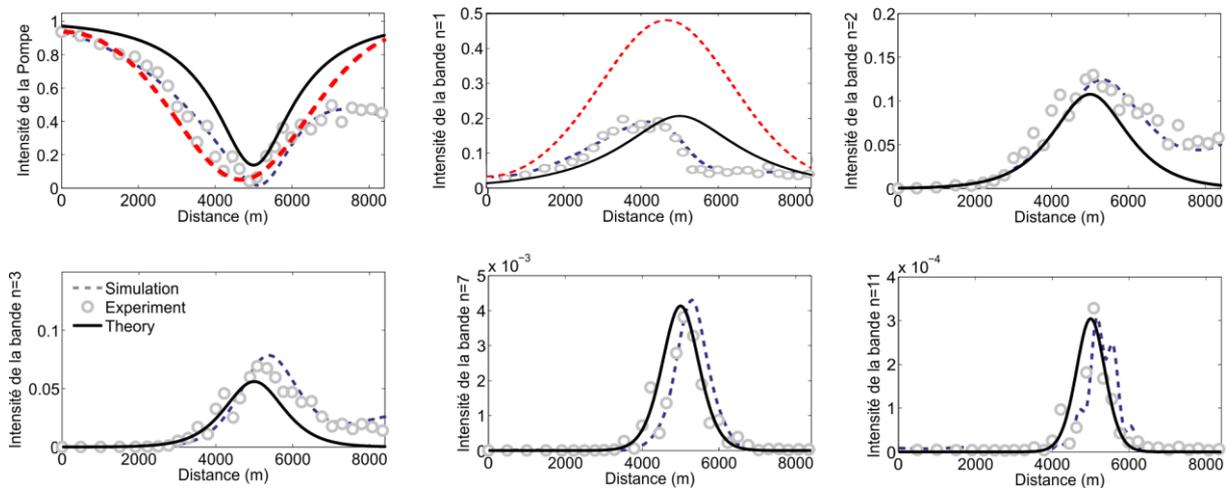
**Figure V-27.** Intensité spectrale au point de compression maximale obtenue expérimentalement (ligne pleine bleue) comparée à la théorie analytique (croix rouge) et aux simulations numériques (cercles gris).

Disposant de toutes les données longitudinales, nous représentons l'évolution longitudinale spectrale dans ce cas précis où  $a = 0.45$  en Figure V-28. Nous comparons les résultats expérimentaux aux évolutions numériques et analytiques. Précisons que, pour des raisons de clarté, seules 9 bandes latérales sont représentées pour une dynamique totale de 30 dB.



**Figure V-28. Dynamique de génération des bandes latérales.** Evolutions longitudinales des profils d'intensité spectrale en 3D obtenue (a) expérimentalement et (b) numériquement.

Cette figure nous permet de voir que la récurrence de Fermi-Pasta-Ulam idéale n'est pas observée ici malgré la compression spectrale et le début du transfert de l'énergie des bandes vers la pompe à 5km. En effet, vers 7 kms, les résultats expérimentaux s'éloignent significativement des prédictions théoriques. Nous avons vérifié numériquement que ni les pertes, ni les ordres de dispersion supérieurs, ni l'effet Raman ne suffisent à expliquer cette déviation. Seule la condition initiale non-idéale provoque cette déviation. En fait, cette déviation est celle qui dans l'expérience du paragraphe IV.3.3 menait à la séparation du soliton de Peregrine en deux sous impulsions. Cette comparaison n'étant que qualitative, nous choisissons de pousser ce travail pour obtenir une étude quantitative. Pour cela, nous comparons l'évolution de chaque bande spectrale entre la théorie, l'expérience et les simulations en Figure V-29.



**Figure V-29. Evolution longitudinale de la proportion d'énergie dans la pompe et les raies latérales.** Les expériences (cercles) sont comparées avec les simulations (tirets bleus) et les résultats analytiques à partir des breathers d'Akhmediev (ligne noire).

Précisons que la normalisation est, dans tous les cas, relative à l'énergie totale initiale. De plus, pour la pompe et la première bande, nous avons ajouté en rouge (Figure V-29) les prédictions du modèle tronqué dit des 'trois ondes' (Three Wave model, TW) [293-294]. Notons aussi que la comparaison se fait sans paramètre libre. Seule la théorie des AB oblige à ajuster la position du maximum de déplétion de la pompe (qui, en théorie a lieu à  $z = 0$ ) à la position expérimentale ou obtenue par simulation. Du coup, il existe un accord assez bon, voire très bon, compte tenu des différences sur les conditions initiales qui, comme nous l'avons vu, peuvent influencer fortement sur les dynamiques.

Cette figure montre aussi que le modèle TW utilisé jusqu'ici est efficace dans l'estimation de la distance de compression maximale mais il est inadapté pour estimer l'énergie transférée dans la première bande spectrale. En effet, vu qu'il ne prend en compte que celle-ci, ce modèle implique que l'énergie de la pompe soit transférée dans son intégralité vers la première bande ce qui a pour conséquence une large surestimation de l'énergie contenue dans cette bande. Par contre il est clair que la théorie des *breathers* d'Akhmediev décrit quantitativement l'évolution des bandes spectrales (ici jusqu'à la onzième l'accord reste satisfaisant).

## VI. Conclusion

Ce dernier chapitre est celui qui s'intéresse aux ondes scélérates optiques dans des configurations extrêmement proches des conditions réelles océaniques en commençant par la turbulence d'ondes. En effet, il n'est pas difficile d'imaginer des fluctuations aléatoires dans une mer agitée. Notre étude

montre qu'il est possible, malgré une forte incohérence, que des structures extrêmes apparaissent mais leur durée de vie est très faible à l'image de ce que l'on sait des vagues scélérates. Cela nous a aussi permis de découvrir un régime dans lequel des structures intermittentes se produisent.

En poussant l'analyse, il s'est avéré que ces structures de courte durée de vie peuvent être vues comme des solutions rationnelles de l'équation de Schrödinger non-linéaire. Dans une configuration turbulente, il est intéressant de noter que des structures déterministes et cohérentes peuvent apparaître dans un environnement aléatoire généralement étudié de manière statistique. De façon générale, ces solutions rationnelles peut être vues comme une explication des vagues scélérates océaniques car elles permettent d'atteindre des amplitudes très élevées.

Mais ces solutions rationnelles d'ordre supérieur résultent de superpositions non-linéaires de *breathers* d'Akhmediev ou plus précisément de solution rationnelle du premier ordre, c'est-à-dire du soliton de Peregrine. Ce dernier est donc plus facile à identifier et apparait comme un prototype parfait des vagues scélérates. Néanmoins, il n'avait jamais été montré expérimentalement. Son observation dans l'équipe nous a conduit à réaliser la première étude longitudinale identifiant sa localisation spatiale. Un fait intéressant est sa division en deux sous-structures qui exhibent chacune des propriétés analogues au soliton de Peregrine. Notons que, suite à l'article de Kibler *et al.*[288], le soliton de Peregrine a été enfin montré en hydrodynamique et plus précisément dans un canal de 15 mètres [295] en considérant une condition initiale sinusoïdale comme celle utilisée en optique.

Enfin et de manière plus générale, une dernière étude nous a permis de comprendre théoriquement la forme triangulaire du spectre et de prévoir l'évolution des raies spectrales les unes par rapport aux autres.

Notons que s'il existe un regain d'intérêt pour l'étude des *breathers* dans les fibres optiques et autre milieu continu dans le contexte des événements extrêmes, ils ont largement été étudiés dans les milieux discrets [296-300].



## Conclusion générale

Nous voilà arrivés au bout de ce manuscrit rapportant les travaux réalisés dans le cadre de ma thèse qui s'est déroulée de 2008 à 2011 au sein de l'équipe Solitons, Lasers et Communications Optiques (SLCO) dépendant du département Optique Matière et Rayonnement (OMR) du laboratoire interdisciplinaire Carnot de Bourgogne. Cette thèse a été dirigée par les professeurs Christophe Finot et Guy Millot. Elle porte sur les ondes scélérates optiques et autres statistiques extrêmes dans des systèmes fibrés.

Ces ondes extrêmes ont été rapportées par Solli *et al.* [63] en décembre 2007 et ont rapidement stimulé un enthousiasme considérable dans la communauté de l'optique fibrée. Pour preuves, nous pouvons citer des sessions de conférence entièrement dédiées à cette thématique, à CLEO Europe<sup>3</sup> 2009, à Nonlinear Photonics<sup>4</sup> 2010 ou encore à PIERS 2011, auxquelles nous avons participé ou encore un numéro spécial sur le sujet dans *The European Physical Journal - Special Topics* [301-302]. Dans ce dernier, les développements récents sur l'étude des vagues scélérates sont présentés [303-307] ainsi que des travaux montrant l'observation de structures extrêmes en optique fibrée [130, 139, 308], dans des condensats de Bose-Einstein [309], dans de l'hélium superfluide [310] ou encore dans des plasmas [311].

Pour autant, ces différentes structures ont-elles réellement quelque chose en commun avec les vagues scélérates excepté le caractère extrême? Bien souvent, les structures observées n'ont en commun que la statistique en forme de L qui signifie que les événements les plus forts sont aussi les plus rares tout en se produisant plus souvent que pour une statistique gaussienne. Cependant, une des caractéristiques des vagues scélérates n'est pas toujours reproduite : la faible durée de vie. Or c'est peut-être la propriété la plus importante et c'est celle qui aura laissé planer le mystère autour de l'existence de ces vagues. Pourquoi alors tous les articles, cités précédemment, revendiquent-ils une comparaison avec les vagues géantes?

La réponse, qui nous vient à l'esprit, est celle donnée par Arnaud Mussot lors de sa conférence à LEOS 2009 [312]: "*les ondes scélérates sont un nom sexy pour parler des supercontinuum*". Bien que ses propos portent sur les supercontinuum, nous pouvons aisément généraliser cette phrase : les ondes scélérates sont une manière attractive de présenter des phénomènes qui, jusqu'ici avait été négligés ou peu discutés. Pour autant les ondes scélérates ne sont-elles qu'un sujet sexy sans intérêt ? La réponse est évidemment non sinon cette thèse n'aurait pas lieu d'être. Notre travail a consisté à étudier différentes configurations où des structures extrêmes peuvent apparaître et de comprendre pourquoi elles se forment et comment les contrôler.

Le chapitre 2 a ainsi présenté les travaux effectués dans les supercontinuum. Si les études se sont quasi-exclusivement focalisées sur les supercontinuum générés à partir de l'instabilité modulationnelle d'ordre 2, nous nous sommes intéressés à ceux générés par instabilité modulationnelle d'ordre 4. Nous avons ainsi pu montrer que, dans cette configuration, des solitons extrêmes peuvent se

---

<sup>3</sup> Conference on Lasers and Electro-optics (CLEO) du 14 au 19 juin 2009 à Munich en Allemagne

<sup>4</sup> Nonlinear Photonics (NP) du 21 au 24 juin 2010 à Karlsruhe en Allemagne, session du lundi 21 entre 10h30-12h30 intitulée NMA Rogue Waves

former. Comme pour les « supercontinuuums standards », l'origine de ces solitons géants est le caractère aléatoire de l'instabilité modulationnelle, qui naît du bruit et les collisions entre impulsion et échanges d'énergie qui interviennent ensuite. Pour empêcher les fluctuations d'une impulsion à l'autre, nous avons proposé une méthode de stabilisation basée sur deux signaux continus centrés sur la bande de gain de l'IM4.

Le troisième chapitre avait pour but de montrer que les structures extrêmes observées dans les fibres ne correspondent pas nécessairement à des solitons en dispersion anormale. C'était pour nous, une manière de montrer l'universalité de ce type de phénomène. Et effectivement, en utilisant un des systèmes optiques les plus courants, nommément l'amplification Raman, nous avons pu démontrer l'émergence d'ondes de statistiques extrêmes en régime de dispersion normale. Cette étude complète, puisque analytique, numérique et expérimentale, a permis d'extraire trois conditions nécessaires. La première étant la présence d'une pompe partiellement incohérente comme c'était le cas de notre laser Raman. La seconde est un gain quasi-instantané ce qui est le cas pour l'amplification Raman mais pas, par exemple, pour une amplification aux terres-rares. Enfin la troisième et dernière condition est une faible différence de vitesses de groupe entre la pompe et le signal afin que le transfert du bruit de la pompe vers le signal soit efficace. Nous avons pu vérifier la validité de ces conditions lors du chapitre suivant avec le passage à l'amplification paramétrique. Notons que le chapitre 4 a aussi permis de vérifier qu'il n'y a pas de conditions sur le type de signal : les structures extrêmes se forment aussi bien pour un germe continu qu'impulsionnel.

Le dernier chapitre se place de nouveau en régime de dispersion anormale et diminue la complexité du problème en limitant l'équation de Schrödinger non-linéaire aux termes dispersifs (jusqu'à l'ordre 3) et à la non-linéarité Kerr. En ce sens, nous nous sommes rapprochés des études menées en hydrodynamique sur les vagues scélérates. Avec une première étude sur la turbulence et plus précisément sur l'influence du degré d'incohérence sur la génération de structures de courtes durées de vie, nous avons pu montrer la première courbe de condensation dans un modèle focalisant unidimensionnel. En plus de cette courbe, nous avons *découvert* deux nouveaux régimes avec, en particulier, l'un présentant une dynamique intermittente. Ces deux régimes présentent tous deux des structures scélérates identifiables à des solutions rationnelles cohérentes ce qui nous a amené à nous intéresser à ce type de solutions. Celles-ci présentent des caractéristiques proches des vagues scélérates océaniques puisqu'elles apparaissent et disparaissent sans traces. Nous nous sommes particulièrement intéressés à l'une de ces solutions rationnelles appelée soliton de Peregrine.

Nos travaux peuvent être vus comme l'étude des structures extrêmes sur un large éventail de configurations optiques fibrées. Bien que nos dernières études se soient attachées à des structures pressenties en hydrodynamique pour expliquer les vagues scélérates, les autres études se sont plus généralement intéressées aux statistiques extrêmes et à leur compréhension en optique. Les travaux sur l'amplification Raman ont ainsi amené une meilleure connaissance des processus de transfert de bruit et pourront servir lors des futures conceptions d'amplificateurs et donc des lignes de transmission. Le dernier chapitre consiste en une étude plus fondamentale et a permis de mieux comprendre la formation des *breathers*.

Les perspectives sont nombreuses. En premier lieu, d'un point de vue fondamental, il serait intéressant d'envisager des études non plus en optique fibrée mais dans des systèmes discrets avec, par exemple, le cas des lignes de transmission électriques. En effet, il a été montré que les effets que l'on connaît dans les fibres optiques existent aussi dans les lignes électriques ayant un composant non-linéaire [313-314]. D'ailleurs, les *breathers* ont très largement été étudiés dans le domaine de

l'électronique. L'un des avantages de ces études est la facilité d'observation de l'évolution longitudinale le long de la ligne de transmission. Toujours dans le cadre d'études assez fondamentales, il serait intéressant de considérer des systèmes optiques vectoriels. En effet, toutes les études menées jusqu'à aujourd'hui se sont faites dans des fibres peu biréfringentes et ont considéré l'équation de Schrödinger non-linéaire scalaire. Cependant pour des fibres fortement biréfringentes, il est nécessaire d'utiliser une équation non-linéaire vectorielle modélisant le phénomène d'instabilité modulationnelle vectorielle. Il est légitime de se poser la question de l'apparition de structures extrêmes dans ce cadre. Une autre étude envisagée, et qui a d'ailleurs fait l'objet d'études récentes, est l'impact de la phase dans la génération du soliton de Peregrine et plus généralement dans la formation de *breathers* avec des conditions initiales non idéales. Une autre voie serait l'interprétation de ces structures extrêmes en termes de vols de Lévy. Toutes ces études peuvent faire et feront sûrement l'objet d'une thèse à part entière. Une autre voie d'étude est la présence de ces structures extrêmes dans les cavités lasers. Notons à ce propos que des études sont récemment parues [315-317] et montrent à quel point cette perspective est sérieuse et porteuse.

A titre plus personnel, cette thèse m'a permis d'explorer un grand nombre d'effets en allant des plus basiques avec la dispersion ou l'auto-modulation de phase aux plus complexes lors de la génération de supercontinuuums. J'ai eu l'occasion de participer à une conférence organisée par une association d'hydrodynamiciens et ainsi d'ouvrir mon esprit, à travers cette thématique de vagues scélérates, à un domaine qui est proche de l'optique mais auquel je ne me serais pas intéressé a priori.

Pour finir, je tiens à préciser que j'ai eu l'occasion de mener d'autres études ne présentant aucun lien avec les ondes scélérates. Ces études épisodiques sont brièvement rapportées en Annexe C et portent sur les impulsions paraboliques et autres similaritons.



## Annexe A : Calcul de PDF pour l'amplification Raman en présence de *walk-off*

Nous proposons ici de démontrer l'expression (3.36) donnée au chapitre 3 et s'écrivant de la manière suivante :

$$pdf(P_S) = \frac{1}{\left(\frac{z}{\varepsilon} - 1\right)! \left(g_R \varepsilon \langle P_{P0} \rangle\right)^{\frac{z}{\varepsilon}}} \left(\frac{P_{S0}}{P_S}\right)^{g_R \frac{1}{\varepsilon} \langle P_{P0} \rangle} \frac{1}{P_S} \left[ \ln\left(\frac{P_S}{P_{S0}}\right) \right]^{\frac{z}{\varepsilon} - 1} H(P_S - P_{S0}), \quad (\text{A.1})$$

où  $P_S$  et  $P_p$  sont respectivement la l'intensité du signal et de la pompe,  $g_R$  est le gain Raman (voir chapitre 3 paragraphe II.2),  $z$  la longueur de fibre et  $\varepsilon$  la longueur effective de corrélation.  $H$  représente la fonction d'Heaviside.

Nous étudions ici l'influence du *walk-off* entre deux ondes en négligeant la déplétion de la pompe. Nous considérons ainsi l'évolution de l'intensité du signal dans son propre référentiel dans lequel il voit une pompe qui fluctue avec une longueur effective de corrélation  $\varepsilon = \tau_c / \delta$  avec  $\tau_c$  le temps de cohérence des fluctuations de la pompe. Nous négligeons ici la déplétion de la pompe si bien que l'évolution du signal à un temps  $t_0$  est découplée de son évolution à un temps voisin. Autrement dit, l'évolution est donc décrite par l'équation différentielle ordinaire suivante :

$$\frac{\partial P_S}{\partial z} = g_R P_p P_S + \delta \frac{\partial P_S}{\partial T}. \quad (\text{A.2})$$

Les solutions correspondantes s'écrivent :

$$P_S(z, T) = P_{S0} \exp\left(g_R \int_0^z P_{P0}(T - \delta z') dz'\right), \quad (\text{A.3})$$

ce qui, après normalisation, peut se réécrire :

$$P_S(z) = P_{S0} \exp\left[\int_0^z \tilde{P}_p(x) dx\right], \quad (\text{A.4})$$

où  $\tilde{P}_p(x)$  représente la fonction aléatoire des intensités de pompe caractérisée par la longueur de corrélation effective  $\varepsilon$ . Dans la suite de notre description comme pour l'équation (A.4), nous normalisons le problème par rapport à la longueur d'amplification :

$$L_{amp} = \frac{1}{g \langle P_p \rangle}, \quad (\text{A.5})$$

où nous rappelons que  $\langle P_p \rangle$  est la puissance moyenne de la pompe. Celle-ci est considérée constante vu que l'on néglige la déplétion. De part cette normalisation, nous avons  $pdf(\tilde{P}_p) = H(\tilde{P}_p) \exp(-\tilde{P}_p)$ , avec  $\langle \tilde{P}_p \rangle = 1$  et  $\langle \tilde{P}_p^2 \rangle = 2$ .

Dans un premier temps, nous calculons la *pdf* de la fonction suivante :

$$y(z) = \int_0^z \tilde{P}_p(x) dx. \quad (\text{A.6})$$

Pour se faire, nous écrivons l'équation (A.6) sous une forme discrète :

$$y(z) = z + \int_0^z \eta(x) dx \cong z(1 + R_N) \text{ où } R_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i \quad (\text{A.7})$$

avec  $\eta(x) = \tilde{P}_p(x) - 1$  et  $z = N\varepsilon$ .

En faisant cette discrétisation, nous considérons que les variables aléatoires  $\eta_i$  sont indépendantes les unes des autres. Nous devons donc calculer la *pdf* de la variable aléatoire  $R_N$  sachant que celle des  $\eta_i$  est directement déduite de celle de  $\tilde{P}_p$  :

$$pdf(\eta_i) = H(\eta_i + 1) \exp(-(\eta_i + 1)) \text{ avec } \langle \eta_i \rangle = 0 \text{ et } \langle \eta_i^2 \rangle = 1. \quad (\text{A.8})$$

Étant donné que les variables  $\eta_i$  sont indépendantes, la *pdf* de  $R_N$  est donnée par le produit de  $N$  convolutions de *pdf* ( $\eta_i$ ) [15]. Une telle convolution se calcule facilement dans le domaine de Fourier par la moyenne des fonctions caractéristiques correspondantes. En d'autres termes, si nous posons :

$$Q_N = NR_N = \sum_{i=1}^N \eta_i, \quad (\text{A.9})$$

alors nous aurons :

$$M_{Q_N}(\omega) = \langle \exp(i\omega Q_N) \rangle = [M_{\eta_i}(\omega)]^N = \frac{\exp(-iN\omega)}{(1-i\omega)^N}. \quad (\text{A.10})$$

La transformée de Fourier inverse est donc :

$$f_{Q_N} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-iN\omega)}{(1-i\omega)^N} e^{-i\omega Q} d\omega. \quad (\text{A.11})$$

Pour résoudre l'intégrale (A.11), il faut utiliser le théorème des résidus de manière à obtenir :

$$\begin{aligned} f_{Q_N} &= \frac{-2i\pi}{(-i)^N} \times \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{(N-1)!} \lim_{\omega \rightarrow -i} \left[ \frac{\partial^{N-1}}{\partial \omega^{N-1}} \exp(-i\omega(N+Q)) \right] \\ &= \frac{-i}{(-i)^N} \times \frac{1}{(N-1)!} \left[ (-i)^{N-1} (N+Q)^{N-1} \exp(-(N+Q)) \right] \\ &= \frac{1}{(N-1)!} (N+Q)^{N-1} \exp(-(N+Q)). \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

D'où finalement, en utilisant (A.9) :

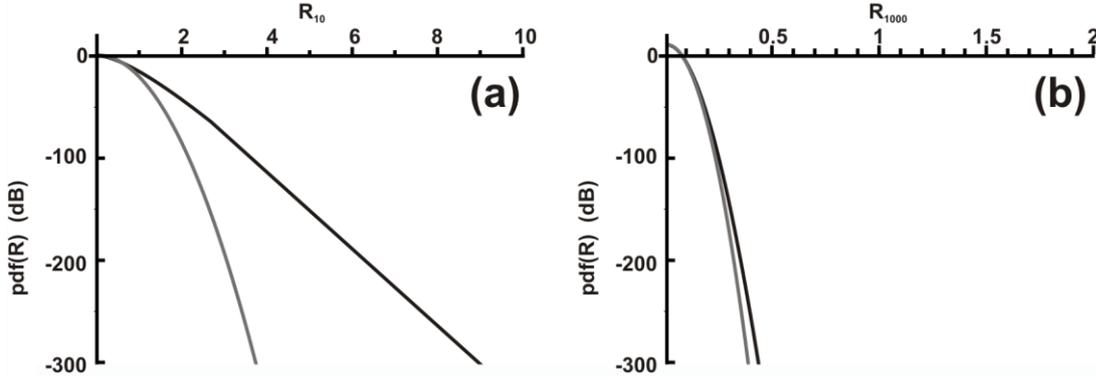
$$pdf(R_N) = \frac{f_{Q_N}}{1/N} = H(R+1) \frac{N^N}{(N-1)!} (R+1)^{N-1} \exp[-N(R+1)] \quad (\text{A.13})$$

où le symbole '!' signifie 'factoriel'.

Notons que l'expression (A.13) est largement différente de celle que l'on obtiendrait en appliquant le théorème de la limite centrale (voir chapitre 1 paragraphe II.5.2 page 12). En effet, dans le cas de  $\eta_i$  indépendants, la *pdf* de leur somme prendrait la forme de la distribution gaussienne suivante :

$$pdf^{CLT}(R_N) = \sqrt{\frac{N}{2\pi}} \exp\left(-\frac{NR^2}{2}\right) \text{ avec } \sigma = 1/\sqrt{N}. \quad (\text{A.14})$$

La Figure VI-1 compare les résultats obtenus à partir des équations (A.13) et (A.14) de manière à voir que les deux distributions diffèrent significativement. En effet, contrairement à *pdf*( $R_N$ ), la distribution *pdf*<sup>CLT</sup>( $R_N$ ) ne présente pas de longue queue (voir Figure VI-1a) pour de faibles valeurs de  $N$ . Lorsque le nombre  $N$  est très grand alors l'équation (A.14) donne une bonne approximation de l'équation (A.13).



**Figure VI-1.** Pdf de la variable aléatoire  $R_N$  obtenue à partir de l'équation (A.13) (en noir) comparée à celle obtenue à partir de l'équation (A.14) (en gris) pour (a)  $N=10$  et (b)  $N=1000$ .

Il est donc possible, en appliquant les règles de transformations (voir chapitre 1 page 10), à partir de l'équation (A.13) de calculer la *pdf* de la fonction  $y$  (définie par (A.6)) :

$$pdf(y) = \frac{1}{\varepsilon^N (N-1)!} y^{N-1} e^{-\frac{y}{\varepsilon}} H(y). \quad (\text{A.15})$$

Enfin, en appliquant une dernière transformation, il est possible d'obtenir la distribution de la puissance du signal  $P_S$  :

$$pdf(P_S) = \frac{H(P_S - P_{S0})}{\varepsilon^{z/\varepsilon} P_S \left(\frac{z}{\varepsilon} - 1\right)!} \left(\frac{P_{S0}}{P_S}\right)^{1/\varepsilon} \left[\ln\left(\frac{P_S}{P_{S0}}\right)\right]^{\frac{z}{\varepsilon} - 1}. \quad (\text{A.16})$$

Ici, l'équation (A.16) est normalisée mais de simples changements de variables permettent de retrouver l'équation (A.1).

Remarquons que dans la limite d'une longueur effective de corrélation faible ( $\delta$  grand ou  $\tau_c$  petit), cette dernière *pdf* peut se réécrire sous la forme  $pdf(P_S) = \delta[P_S - P_{S0} \exp(z)]$  où, dans ce cas,  $\delta$  correspond à la fonction de Dirac. Cela signifie que le signal est amplifié comme dans le cas totalement cohérent ce qui est consistant.



# Annexe B : Solutions rationnelles, approche cinétique et non-linéarité

## I. Approche Cinétique

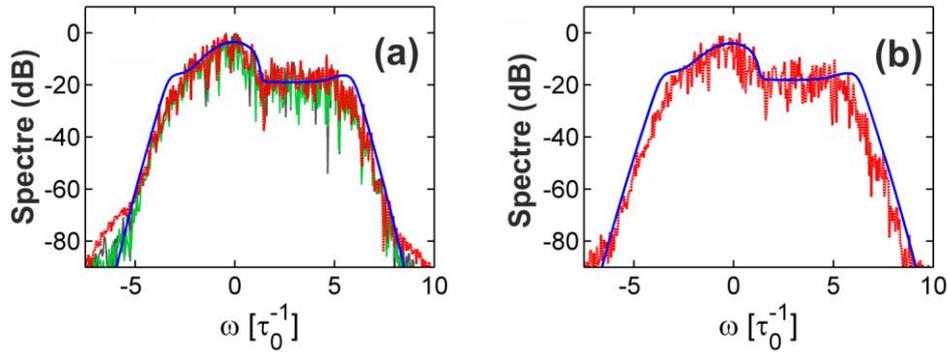
Comme nous l'avons expliqué dans le chapitre 5, la théorie de la turbulence faible décrit l'évolution spectrale d'ondes statistiquement homogènes dans leur régime d'interaction faiblement non-linéaire, c'est-à-dire lorsque  $|H_{NL}/H_L| \ll 1$  [255, 318-319]. Les équations cinétiques décrivent l'évolution d'ondes incohérentes dans un système conservatif et réversible (Hamiltonien). Par une analogie avec la théorie cinétique des gaz, un système fermé d'ondes incohérentes est sensé présenter un processus de thermalisation qui est caractérisé par une évolution irréversible du système vers un état d'équilibre thermodynamique. La théorie de la turbulence faible décrit les propriétés essentielles de cette évolution irréversible vers une distribution d'équilibre dite de Rayleigh-Jeans [193].

D'après la théorie de la turbulence faible, les effets dispersifs dominent et induisent que l'amplitude du champ aléatoire étudié présente une statistique proche de la gaussienne. Cela peut intuitivement paraître contradictoire avec la présence d'événements extrêmes que l'on associe souvent à la déviation de la statistique gaussienne. Mais il faut bien comprendre que ces événements extrêmes se manifestent particulièrement dans la queue de la distribution des maximums. L'étude que nous menons encore, à ce jour, s'intéresse à l'évolution spectrale décrite précisément par la théorie de la turbulence en présence d'événements extrêmes.

Or il a été montré récemment [270-271] que l'évolution à long terme de l'équation de Schrödinger non-linéaire présente un processus de thermalisation anormale. Celui-ci est caractérisé par une évolution irréversible du champ vers un état d'équilibre dont la distribution est fondamentalement différente de celle attendue c'est-à-dire la distribution de Rayleigh-Jeans. Cela est lié à l'existence d'un invariant local dans l'espace des fréquences  $J(\omega) = n(\omega, z) - n(q - \omega, z)$  où  $n(\omega, z) = \langle |\tilde{u}|^2(\omega, z) \rangle$  est le spectre moyenné du champ et  $q = -1/3\sigma$ . Pour plus de détails, nous invitons le lecteur intéressé à se reporter aux références [270-271]. Il a été ainsi démontré que l'évolution du spectre moyenné est donnée par l'équation cinétique suivante :

$$\partial_z n(\omega, z) = \frac{2}{3\pi|\sigma|} \int \frac{F[n, J]}{|\omega - \omega_1| |\omega + \omega_1 - q|} d\omega_1 \quad (\text{B.1})$$

où  $F[n, J] = n_\omega n_{\omega_1} (n_\omega - J_\omega)(n_{\omega_1} - J_{\omega_1}) \{n_\omega^{-1} + (n_\omega - J_\omega)^{-1} - n_{\omega_1}^{-1} - (n_{\omega_1} - J_{\omega_1})^{-1}\}$ .



**Figure VII-1.** Spectre obtenu par résolution de l'ESNL (en rouge) comparé à celui obtenu par la résolution de l'équation (B.1) (en bleu) (a) pour  $H = 15.5$  (limite du régime ii) à  $z = 1560.4 L_{nl}$  et (b) pour  $H = 19.5$  à  $z = 1441.6 L_{nl}$ . En (a), les spectres vert et gris correspondent au distance  $z = 1559.9 L_{nl}$  et  $z = 1560.9 L_{nl}$ .

Claire Michel et Antonio Picozzi, avec qui ce travail a été mené, ont intégré numériquement l'équation (B.1) et comparé le résultat obtenu à celui donné par nos simulations basées sur l'ESNL. Dans les deux cas, le spectre initial considéré est gaussien avec des phases spectrales aléatoires. La Figure VII-1 montre la comparaison entre nos simulations de l'ESNL et le résultat de la résolution de l'équation (B.1). Un accord quantitatif est obtenu avec, en particulier, l'accord sur la forme asymétrique en forme d'épaule [271]. Cela montre bien que la description de structures extrêmes cohérentes et déterministes coexiste avec une description statistique basée sur la théorie de la turbulence faible.

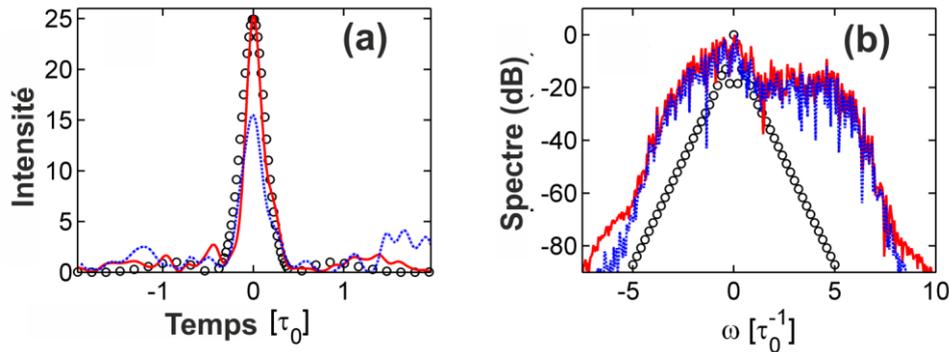
Il est intéressant de noter que l'existence d'ondes extrêmes mène à une déviation du spectre obtenu par la résolution de l'ESNL par rapport à celui prédit par la théorie cinétique. Cette déviation est très faible puisqu'elle se produit dans les ailes du spectre à  $-80$  dB. Cela est très bien illustré sur la figure 1a où les spectres de l'ESNL juste avant (en gris), pendant (en rouge) et juste après (en vert) l'émergence de l'onde scélérate sont montrés. La déviation n'est observable que sur une très courte distance inférieure à une longueur non-linéaire. Bien que cette déviation soit une manifestation spectrale de la structure géante, la théorie cinétique ne peut pas, par nature, prévoir cette déviation étant donné que le spectre, qu'elle donne, est moyenné.

## **II. Influence de la non-linéarité**

Nous venons de montrer que l'évolution spectrale des ondes incohérentes est parfaitement reproduite par la théorie de la turbulence faible malgré la présence de structures extrêmes. Nous avons aussi montré, au chapitre 5 (paragraphe III.3 page 135) que ces structures présentent des propriétés évocatrices des solutions rationnelles. Nous avons tenu à vérifier que malgré un régime d'interaction à faible non-linéarité, celle-ci joue un rôle important dans la dynamique de formation d'une onde scélérate.

Pour se faire, nous comparons des simulations numériques de l'ESNL menant à l'émergence d'une onde géante à des simulations identiques mais où la non-linéarité est considérée nulle sur les deux longueurs non-linéaires avant l'apparition de la structure. En d'autres termes, dans le cas d'un  $H = 15.5$ , la structure extrême se produit à  $z = 1560.4 L_{nl}$  alors nous stoppons, dans nos simulations, la non-linéarité ( $\gamma = 0$ ) dès  $z = 1558.4 L_{nl}$ . Les résultats sont montrés en Figure VII-2a. Il est clair que la

non-linéarité joue un rôle important puisqu'en son absence, l'intensité maximale atteinte est de 11.7 (valeur qui, statistiquement, ne satisfait pas le critère hydrodynamique pour définir une vague scélérate). Pour ce qui est des localisations temporelle et spectrale, nous trouvons  $\Delta t^{\text{num}} = 0.29 \tau_0$  et  $\Delta z^{\text{num}} = 0.1 L_{\text{nl}}$ . Ces valeurs dévient significativement des valeurs correspondantes pour les solutions rationnelles. Ceci confirme donc que l'apparition d'ondes scélérates n'est pas due à une simple superposition d'ondes linéaires.



**Figure VII-2.** (a) Comparaison d'une onde scélérate obtenue par résolution numérique de l'ESNL (en rouge) avec la structure équivalent en absence de non-linéarité (en bleu). Les cercles noirs représentent la solution rationnelle du second ordre. (b) Spectres correspondants en échelle logarithmique (mêmes conventions).

Du côté spectral, il est difficile de distinguer le spectre où la non-linéarité a été supprimé du spectre totalement non-linéaire. Encore une fois, la différence se fait essentiellement dans les ailes sous -80 dB. Notons que si la forme triangulaire du soliton de Peregrine et des autres solutions rationnelles a été présenté comme un moyen de détection à l'avance des structures extrêmes [291], nous voyons ici que cela n'est plus vrai dans un environnement turbulent.



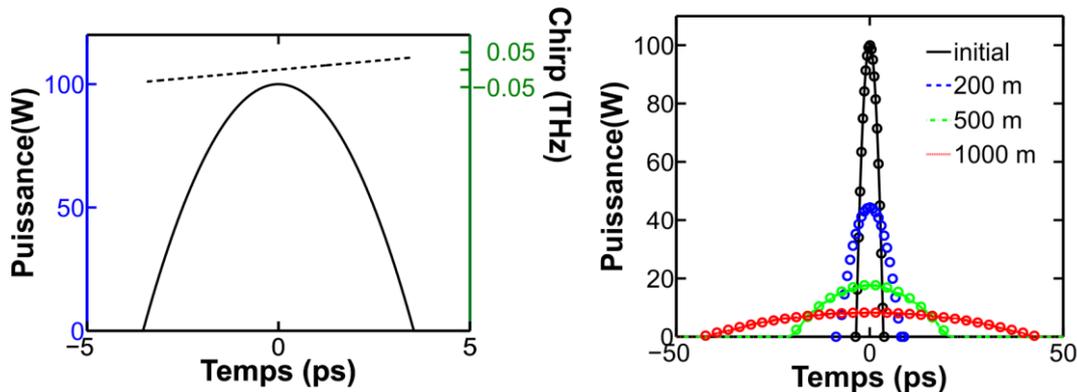
## Annexe C : Résumé des travaux sur les impulsions paraboliques

Lors de cette thèse, nous nous sommes aussi intéressé à des travaux où l'incohérence, les *breathers* et autres événements extrêmes ne jouent aucun rôle. En effet, nous avons eu l'occasion de travailler sur les impulsions paraboliques en grande partie dans le cadre d'une collaboration avec l'Université d'Aston en Angleterre.

Commençons par rappeler certaines notions essentielles. En effet, nous avons présenté, au premier chapitre, le soliton mais d'autres structures particulières se forment dans les fibres optiques dont les similaritons. Dans une fibre à dispersion normale, il a ainsi été montré [320] qu'une impulsion parabolique pouvait se propager en conservant sa forme parabolique. Toutefois, contrairement au soliton, les largeurs et puissances crêtes évoluent comme le montre la Figure VIII-1 où l'impulsion initiale est définie par :

$$\begin{cases} \psi_p(t) = A_p \sqrt{1 - \frac{t^2}{T_p^2}} \exp\left(-i \frac{C_p}{2} t^2\right) & \text{si } |T| \leq T_p \\ \psi_p(t) = 0 & \text{si } |T| \geq T_p \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

où  $T_p$  est la demi-largeur totale de l'impulsion,  $A_p$  son amplitude et  $C_p$  son coefficient de *chirp* linéaire ( $>0$ ). Toutefois, cette forme ne se conserve que pour les impulsions de forte intensité ce qui ne sera plus le cas pour de longues distances.



**Figure VIII-1.** (a) Impulsion parabolique initiale de largeur 5 ps, de puissance crête 100 W et de *chirp* égal à 10 GHz/ps. (b) Evolution obtenue numériquement de l'impulsion parabolique dans une fibre NZ-DSF ( $\beta_2 = 2.6 \times 10^{-3}$  ps<sup>2</sup>/m et  $\gamma = 1.7$  / W/ km) initialement (en noir) puis à 200 m, 500 m et 1000 m (respectivement en tirets bleus, en tirets verts et en ligne continue rouge). Les cercles correspondent à des ajustements paraboliques à partir de l'équation (C.1).

Dès 1996, Tamura et Nakazawa [321] soulignaient numériquement que des impulsions courtes injectées dans un amplificateur fibré à dispersion normale évoluent naturellement vers un profil parabolique. Et une fois ce profil obtenu, l'amplification continue de se faire tout en conservant une forme parabolique de l'impulsion. Cela fut confirmé expérimentalement par Fermann *et al.* [322] en

2000 qui proposent également une expression analytique de ces structures. Ces structures ayant une évolution auto-similaire, on parle de similaritons.

Numériquement et analytiquement, il faut considérer l'équation de Schrödinger non-linéaire avec un terme de gain :

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} - \gamma |\psi|^2 \psi + i \frac{g}{2} \psi, \quad (\text{C.2})$$

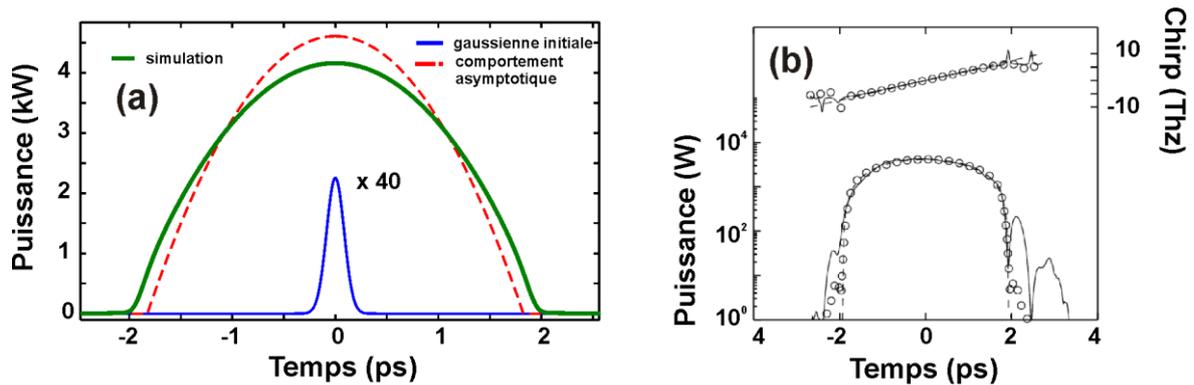
où  $g$  est le coefficient d'amplification. A partir de (C.2) et en posant le champ sous la forme :

$$\psi(z, t) = A(z, t) \exp(i\phi t) \quad (\text{C.3})$$

il est possible de montrer que les solutions analytiques asymptotiques s'écrivent de la manière suivante [221] lorsque  $|T| \leq T_p$  :

$$A(z, T) = A_0 \exp\left(\frac{g}{3} z\right) \sqrt{1 - \frac{T^2}{T_p^2(z)}} \quad \text{et} \quad \phi(z, T) = \phi_0 + \frac{3\gamma A_0^2}{2g} \exp\left(\frac{2}{3} gz\right) - \frac{g}{6\beta_2} T^2 \quad (\text{C.4})$$

$$A_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{g E_{in}}{\sqrt{\gamma \beta_2 / 2}} \right)^{1/3} \quad \text{et} \quad T_p(z) = \frac{6\sqrt{\gamma \beta_2 / 2}}{g} A_0 \exp\left(\frac{g}{3} z\right),$$



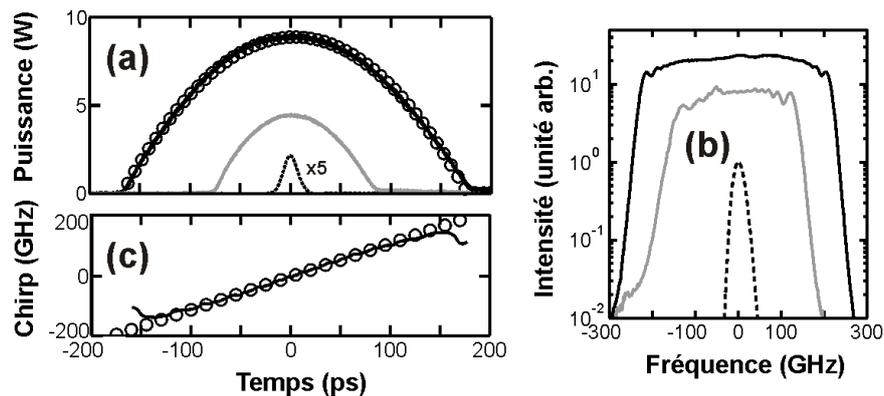
**Figure VIII-2.** (a) Evolution d'une gaussienne (en bleu) vers une impulsion parabolique (en vert) en présence de gain. L'impulsion en tirets rouge représente la forme asymptotique estimée à partir de l'équation (C.4). Ces simulations reproduisent l'expérience menée par Fermann *et al.* [322] en 2000. Les résultats obtenus expérimentalement par les auteurs sont reportés en (b). La figure est extraite et francisée à partir de la référence [322].

Si des démonstrations expérimentales ont été menées avec des fibres dopées terres-rares [221, 322] ou avec des amplificateurs Raman [323], l'observation du profil d'intensité n'a jamais été directe. En effet, c'est à l'aide d'un système de caractérisation FROG que des mesures sur le signal d'autocorrélation en intensité résolu en fréquence ont permis après un algorithme de reconstruction éventuellement complexe, de vérifier les propriétés de ces similaritons. Les largeurs des impulsions observées étaient typiquement de 500 fs à 50 ps. L'une de nos études a consisté à générer une impulsion parabolique très large (typiquement 200 ps) afin de l'observer directement sur un oscilloscope ayant une grande bande passante (>30 GHz).

Pour se faire, nous avons mis en place un montage d'amplification Raman (à l'image de ceux présentés aux chapitres 3 et 4) où le signal est généré par un laser impulsif ayant un taux de répétition de 22 MHz. Les impulsions injectées initialement sont en limite de Fourier et ont une largeur de 12 ps et sont centrées sur 1550 nm. La fibre utilisée est à compensation de dispersion telle

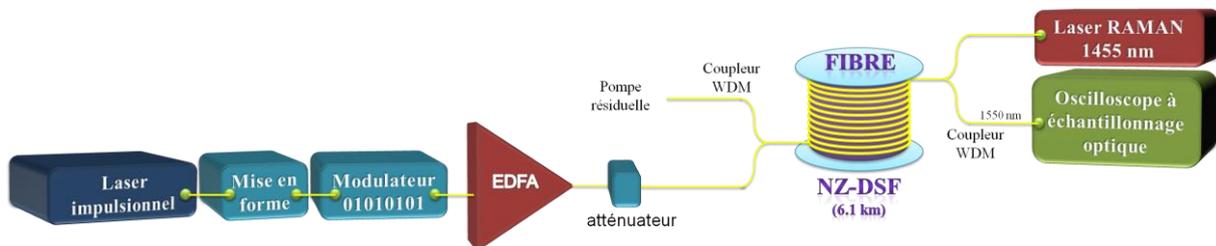
que:  $\beta_2 = 16.6 \times 10^{-3} \text{ ps}^2/\text{m}$  et  $\gamma = 4 / \text{W} / \text{km}$  pour une longueur de 15 km. Notons que nous avons considéré une configuration contra-propagative pour éviter de fortes dépletions [213] ainsi que les structures extrêmes vues au chapitre 3.

La Figure VIII-3 montre les résultats à la fois dans le domaine temporel et le domaine spectral. Il est clair que l'amplification de l'impulsion mène à une augmentation de la puissance crête mais aussi de la largeur temporelle ce qui est une signature de la propagation auto-similaire. Spectralement, un fort élargissement spectral se produit : un facteur 15 pour une énergie initiale de 7.2 pJ. En utilisant un algorithme spécifique dit de Gerchberg-Saxton [324], il a été possible de retrouver le *chirp* que l'on vérifie être linéairement croissant. Ces résultats ont donné lieu à une publication.



**Figure VIII-3.** Expériences pour une impulsion initiale de 7.2 pJ (tirets noirs). (a) Profils temporels enregistrés à l'oscilloscope rapide (b) Spectres optique et (c) *chirp*. Les cercles correspondent à un ajustement parabolique pour le profil d'intensité (a) et à un ajustement linéaire pour le *chirp* (c). En (a) et (b), les traces grises correspondent aux profils obtenus pour une impulsions d'énergie initiale de 0.6 pJ.

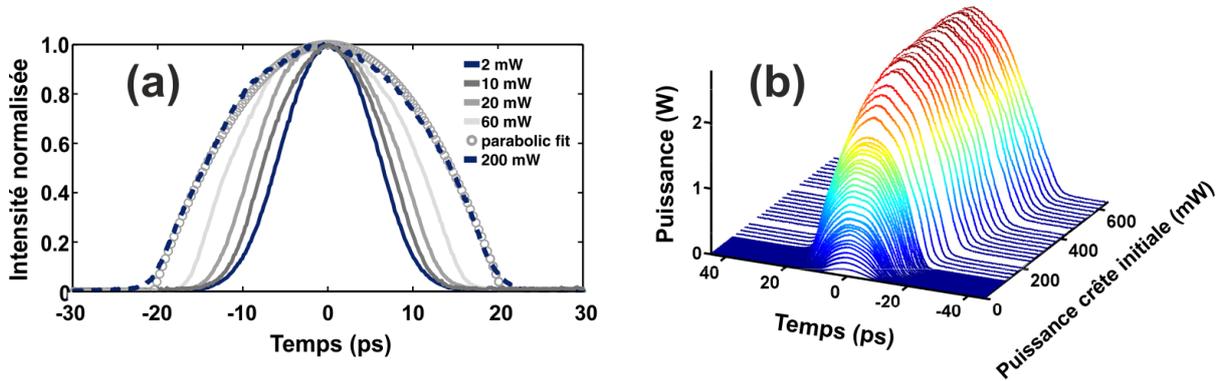
Plus récemment, dans le cadre d'une collaboration avec Sonia Boscolo et Brandon G. Bale de l'Université d'Aston (Photonics Research Center), nous nous sommes intéressés à la transition d'une gaussienne vers le similariton. Une observation directe a été possible malgré les courtes durées d'impulsions grâce à un oscilloscope à échantillonnage optique (également utilisé pour observer le soliton de Peregrine au chapitre 5). A notre connaissance, seul le travail de Billet *et al.* [325] décrit une évolution longitudinale d'une impulsion picoseconde dans un amplificateur fibré dopée erbium. Nous considérons, pour notre part, une configuration d'amplification Raman telle que reportée sur la Figure VIII-4.



**Figure VIII-4.** Montage expérimental utilisée pour observer la transition de la gaussienne vers l'impulsion parabolique.

Le signal initial est généré par un laser impulsionnel dont le taux de répétition est de 10 GHz et délivrant des impulsions sécantes hyperboliques. Grâce à un module de mise en forme, nous avons pu transformer ces sécantes hyperboliques en impulsions gaussiennes de 6.8 ps de largeur à mi-hauteur. De plus, pour minimiser l'impact des effets de dépletion, nous avons diminué le taux de répétition à 5

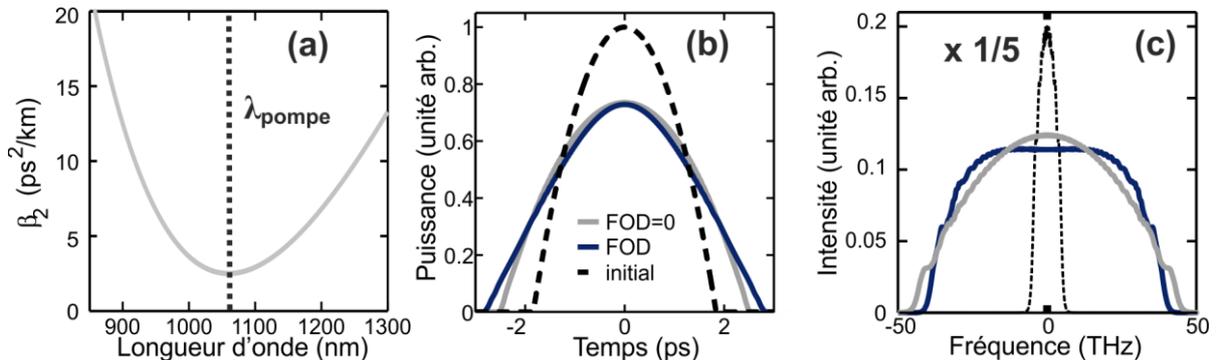
GHz à l'aide d'un modulateur optique. Enfin nous amplifions les impulsions et ajustons la puissance voulue en entrée de fibre avec un atténuateur variable.



**Figure VIII-5.** (a) Résultats expérimentaux montrant le profil temporel des impulsions de sortie pour une impulsion initialement gaussienne avec différentes puissances initiales. Les cercles représentent un ajustement parabolique pour une impulsion gaussienne de puissance crête initiale de 200 mW. (b) Evolution des profils d'intensité temporelle pour des puissances crêtes initiales allant jusqu'à 650 mW.

La fibre dans laquelle se produit l'amplification est une NZ-DSF de 6.1 km ( $\beta_2 = 2.6 \times 10^{-3} \text{ ps}^2/\text{m}$  et  $\gamma = 1.7 / \text{W}/\text{km}$ ). La pompe Raman permet d'atteindre 25 dB de gain à 2 W. Les résultats principaux sont reportés en Figure VIII-5 et montrent clairement la transition d'une gaussienne de faible puissance vers une parabole auto-similaire. Une saturation est remarquable pour des puissances crêtes initiales de 200 mW. C'est la première mesure expérimentale directe montrant cet effet de saturation du gain bien que cela a fait précédemment l'objet d'études théoriques [326-327]. Les résultats expérimentaux ont été complétés par une analyse numériques et analytique basée sur un système d'équations couplées décomposant le champ complexe en profil d'intensité et de phase [ref].

Enfin, la dernière étude en date menée, elle aussi, en collaboration avec l'Université d'Aston, a porté sur l'impact de la dispersion d'ordre 4 (FOD pour *fourth order dispersion* en anglais) en propagation passive. Plus précisément, cela permet de proposer une nouvelle méthode pour générer un supercontinuum cohérent et plat grâce au FOD en régime de dispersion normale. Ceci a, en effet, été démontré dans des études similaires qui ont récemment rapporté et montré des supercontinuum plats obtenus expérimentalement [328-329], démontrant l'intérêt significatif des fibres à dispersion convexe (Figure VIII-6a).

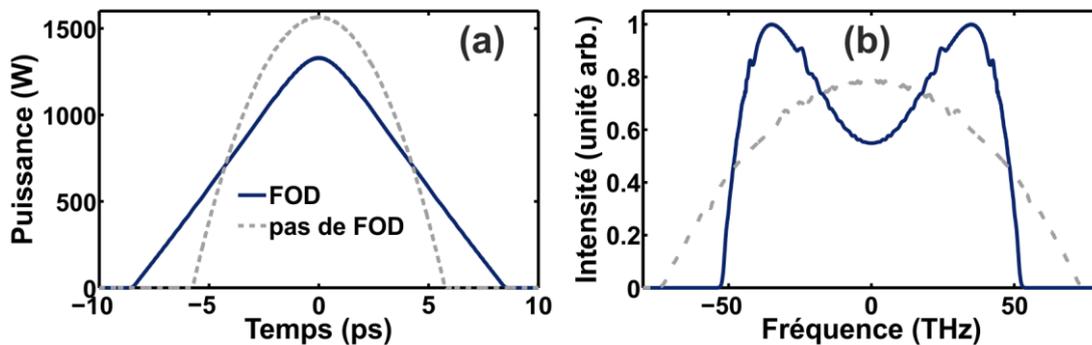


**Figure VIII-6.** (a) Profil de dispersion d'une fibre à cristaux photoniques considéré dans cette étude. (b) Profil temporel et (c) spectrale après 1.5 m de propagation avec (en bleu) et sans (en gris) FOD. L'impulsion initiale est représentée en tirets noirs.

Dans les simulations, nous considérons une fibre PCF dont la dispersion est exclusivement en régime normal. Les caractéristiques (Figure VIII-6a) sont réalistes puisqu'elles s'inspirent largement

des fibres montrées dans la Réf. [330] (voir aussi la Réf. [331]). Le troisième ordre de dispersion, qui affecte grandement la propagation auto-similaire [332], est nul à la longueur d'onde de pompe (choisie volontairement au minimum de dispersion de la fibre). L'impulsion initiale est une impulsion parabolique d'énergie initiale de 12 nJ, de largeur à mi-hauteur de 2.6 ps et ayant un *chirp* de 3.35 THz/ps. Cette condition initiale correspond à l'impulsion parabolique générée dans un amplificateur ytterbium par Fermann [322] et donc celle représentée en Figure VIII-2.

La Figure VIII-6b et la Figure VIII-6c comparent les évolutions temporelles et spectrales de cette impulsion en présence et en absence du terme de dispersion d'ordre 4 après 1.5 mètre. A cette distance, la différence dans le domaine temporel est assez subtile. En fait, en l'absence de FOD, l'impulsion conserve une forme parabolique [320] alors qu'en présence du FOD, le profil tend vers une forme triangulaire (voir aussi Figure VIII-7a). Une telle forme triangulaire a été montrée, en utilisant une approche différente, par Boscolo *et al.* [333]. Spectralement (Figure VIII-6c), la différence est plus marquée. Plus précisément, en présence du FOD, le spectre est plat (en échelle linéaire !) sur plus de 50 THz (soit, dans ce cas, près de 190 nm). Toutefois, il faut préciser que ce spectre change pour des longueurs de dispersion plus grandes et prend une forme de 'M' comme le montre la Figure VIII-7b, forme qui s'explique principalement par l'automodulation de phase induite par la forme triangulaire.



**Figure VIII-7.** Profils (a) temporel et (b) spectral à 4.5 m en présence (trait plein bleu) et en absence (tirets gris) de FOD. La partie (b) est normalisée par rapport au maximum du profil spectral en présence du terme de dispersion d'ordre 4.

Nous n'irons pas plus loin mais précisons que cette étude a été complétée par une description de l'impact du rapport  $\beta_4 / \beta_2$ , de la puissance initiale et aussi de la forme de l'impulsion initiale ainsi que par une approche analytique (papier accepté à JOSAB : B. G. Bale, S. Boscolo, K. Hammani, and C. Finot, *Effects of fourth-order fiber dispersion on ultrashort parabolic optical pulses in the normal dispersion regime*).



## Références

1. Durst, F., *Fluid Mechanics : An introduction to the Theory of Fluid Flows*. 2008, Berlin Heidelberg: Springer - Verlag.
2. Bracco, C., *Histoire des idées sur la lumière*. 2004.
3. Kwan, A., J. Dudley, and E. Lantz, *Who really discovered Snell's law?* Phys. World, 2002. **15**(4): p. 64-64.
4. Maiman, T.H., *Stimulated optical radiation in ruby*. Nature, 1960. **187**(4736): p. 493-494.
5. Gordon, J.P., H.J. Zeiger, and C.H. Townes, *Maser - new type of microwave amplifier, frequency standard, and spectrometer*. Phys. Rev., 1955. **99**(4): p. 1264-1274.
6. Schawlow, A.L. and C.H. Townes, *Infrared and optical masers*. Phys. Rev., 1958. **112**(6): p. 1940-1949.
7. Heber, J. and C. Townes, *From the maser to the laser*. Nat. Mater., 2010. **9**(5): p. 371-372.
8. Kao, K.C. and G.A. Hockham, *Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies*. Proc. Inst. Electr. Eng., 1966. **113**(7): p. 1151-&.
9. Williams, D. and K.C. Kao, *Pulse communication along glass fibers*. Proc. Inst. Electr. Eng., 1968. **56**(2): p. 197-&.
10. Russell, J.S., *Report on Waves*. British Association for the Advancement of Science, 1845.
11. Hasegawa, A. and F. Tappert, *Transmission of Stationary Nonlinear Optical Pulses in Dispersive Dielectric Fibers .I. Anomalous Dispersion*. Appl. Phys. Lett., 1973. **23**(3): p. 142-144.
12. Benjamin, T.B. and J.E. Feir, *The desintegration of wave trains on deep water. part 1: theory*. J. Fluid Mech., 1967. **21**: p. 417-430.
13. Peregrine, D.H., *Water waves, nonlinear Schrödinger equations and their solutions*. J. Aust. Math. Soc. Ser. B, 1983. **25**: p. 16-43.
14. Albeverio, S., V. Jentsch, and H. Kantz, *Extreme Events in Nature and Society*. the frontiers collection. 2006: Springer.
15. Goodman, J.W., *Statistical Optics*. 1985: John Wiley and Sons.
16. Chollete, L., *The Nature and Causes of Extreme Events: An Application to Subprime Market Spillovers*, in *NYC Computational Economics & Complexity Workshop*. 2007.
17. Fuller, W.E., *Flood flows*. Trans. Amer. SOC. Civil Engineers, 1914. **77**: p. 564.
18. Ghil, M., et al., *Extreme events: dynamics, statistics and prediction*. Nonlinear Process Geophys., 2011. **18**(3): p. 295-350.
19. Bortkiewicz, L., *Variationsbreite und mittlerer Fehler*. Sitzungsber. Berli. Math. Ges., 1922. **21**: p. 3-11.
20. Fréchet, M., *Sur la loi de probabilité de l'écart maximum*. Ann. Soc. Polon. Math., 1927. **6**: p. 93.
21. Fisher, R.A. and L.H.C. Tippett, *Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample*. Proc. Cambridge Philos. Soc., 1928. **24**: p. 180-190.
22. Gnedenko, B., *The limited distribution of the maximum term of a random series*. Annals of Mathematics, 1943. **44**: p. 423-453.
23. Gumbel, E.J., *Statistics of Extremes*. 1958, New-York: Columbia University Press.
24. De Hann, L. and A. Ferreira, *Extreme Value Theory : An Introduction*. Operations Research and Financial Engineering, ed. T.V. Mikosch, S.I. Resnick, and S.M. Robinson. 2006: Springer.
25. Kotz, S. and S. Nadarajah, *Extreme Value Distributions: Theory and Applications*. 2000: Imperial College Press.
26. Lam, L., *Nonlinear Physics for Beginners*. 1998: World Scientific.
27. Airy, G.B., *Tides and waves*. Encyclopedia Metropolitana, 1841. **3**.

28. Stokes, G.G., *On the theory of oscillatory waves*. Trans. Camb. Phil. Soc. , 1847. **8**: p. 197–229.
29. Bazin, M.H., *Rapport aux remous et la propagation des ondes*. Report to the Academy of Sciences. 1865, Paris.
30. Boussinesq, J., *Théorie des ondes et des remous qui se propagent le long d'un canal rectangular horizontal, en communiquant au liquid contenu dans ce canal des vitesses sensiblement pareilles de la surface eau fond*. J. Math. Pures Appl., 1872. **17**: p. 55–108.
31. Rayleigh, L., *On waves*. Phil. Mag. , 1876. **1**: p. 257–279.
32. Kortweg, D.J. and G. De Vries, *On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves*. Philos. Mag. , 1895. **39** p. 422–443.
33. Zabusky, N.J. and M.D. Kruskal, *Interaction of solitons in a collisionless plasma and the recurrence of initial states*. Phys. Rev. Lett., 1965. **15**: p. 240–243.
34. Gardner, C.S., et al., *Method for solving the Korteweg-deVries equation*. Phys. Rev. Lett. , 1967. **19**: p. 1095-1097.
35. Gardner, C.S., et al., *The Korteweg-deVries equation and generalizations. VI. Methods for exact solution*. Comm. Pure Appl. Math., 1974. **27**: p. 97-133.
36. Eckhaus, W. and A. Van Harten, *The inverse scattering transformation and the theory of solitons*. 1981: North Holland.
37. Ablowitz, M.J. and H. Segur, *Solitons and the Inverse Scattering Transform*. 1981, Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).
38. Lax, P.D., *Integrals of nonlinear equations of evolution and solitary waves*. Comm. Pure Appl. Math., 1968. **21**: p. 467-490.
39. Newell, A.C., *Nonlinear wave motion*. 1974: Providence, R.I.: American Mathematical Society.
40. Scott, A., *Encyclopedia of Nonlinear Science*. 2004: Routledge.
41. Zakharov, V.E. and A.B. Shabat, *Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media*. Soviet Physics, JETP, 1972. **34**: p. 62-69.
42. Zakharov, V.E., *Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid*. J. Appl. Mech. Tech. Phys. USSR, 1968. **2**: p. 190.
43. Rosenthal, W. and S. Lehner, *Rogue waves: Results of the MaxWave project*. J. Offshore Mech. Arct. Eng. Trans. ASME, 2008. **130**(2).
44. Massel, S.R., *Ocean surface waves : their physics and prediction*. Advanced Series on Ocean Engineering. Vol. 11. 1996: World Scientific.
45. Kharif, C., E. Pelinovsky, and A. Slunyaev, *Rogue Waves in the Ocean*. Advances in Geophysical and Environmental Mechanics and Mathematics, ed. P.K. Hutter. 2009: Springer.
46. Pelinovsky, E., T. Talipova, and C. Kharif, *Nonlinear-dispersive mechanism of the freak wave formation in shallow water*. Physica D: Nonlinear Phenomena, 2000. **147**(1-2): p. 83-94.
47. Johannessen, T.B. and C. Swan, *A laboratory study of the focusing of transient and directionally spread surface water waves*. Proc. R. Soc. London Ser. A-Math. Phys. Eng. Sci., 2001. **457**(2008): p. 971-1006.
48. Fochesato, C., S. Grilli, and F. Dias, *Numerical modeling of extreme rogue waves generated by directional energy focusing*. Wave Motion, 2007. **44**(5): p. 395-416.
49. Slunyaev, A., et al., *Nonlinear wave focusing on water of finite depth*. Physica D, 2002. **173**(1-2): p. 77-96.
50. Lighthill, M.J., *Contribution to the theory of waves in non-linear dispersive systems*. J. Inst. Math. Appl., 1965. **1**: p. 269-306.
51. Zakharov, V.E. and L.A. Ostrovsky, *Modulation instability: The beginning*. Physica D, 2009. **238**(5): p. 540-548.
52. Zakharov, V.E., *Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid*. J. Appl. Mech. Tech. Phys. , 1968. **9**: p. 190-194.
53. Zakharov, V.E., *Instability of waves in nonlinear dispersive media*. J. Exp. Theor. Phys., 1966. **51**: p. 1107–1114.

54. Benjamin, T.B., *Instability of periodic wavetrains in nonlinear dispersive systems*. Proc. Roy. Soc. A., 1967. **299**: p. 59-75.
55. Fermi, E., J. Pasta, and H.C. Ulam, in *Collected Papers of Enrico Fermi, edited by E. Segrè*. 1965, The University of Chicago: Chicago. p. 977-988.
56. Touboul, J., *Etude de l'interaction entre le vent et les vagues scélérates*. 2007, Université de Provence.
57. Henderson, K.L., D.H. Peregrine, and J.W. Dold, *Unsteady water wave modulations: fully nonlinear solutions and comparison with the nonlinear Schrodinger equation*. Wave Motion, 1999. **29**(4): p. 341-361.
58. Dysthe, K.B. and K. Trulsen, *Note on breather type solutions of the NLS as models for freak-waves*. Phys. Scr., 1999. **T82**: p. 48-52.
59. Osborne, A.R., M. Onorato, and M. Serio, *The nonlinear dynamics of rogue waves and holes in deep-water gravity wave trains*. Phys. Lett. A, 2000. **275**(5-6): p. 386-393.
60. Dyachenko, A. and V. Zakharov, *Modulation instability of Stokes wave  $\rightarrow$  freak wave*. JETP Lett., 2005. **81**(6): p. 255-259.
61. Peterson, P., et al., *Soliton interaction as a possible model for extreme waves in shallow water*. Nonlinear Process Geophys., 2003. **10**(6): p. 503-510.
62. Clamond, D., et al., *Long time interaction of envelope solitons and freak wave formations*. Eur. J. Mech. B-Fluids, 2006. **25**(5): p. 536-553.
63. Solli, D.R., et al., *Optical rogue waves*. Nature, 2007. **450**(7172): p. 1054-U7.
64. Han, Y., O. Boyraz, and B. Jalali, *Tera-sample per second real-time waveform digitizer*. Appl. Phys. Lett., 2005. **87**(24): p. 3.
65. Stolen, R.H., et al., *Raman response function of silica-core fibers*. J. Opt. Soc. Am. B, 1989. **6**(6): p. 1159-1166.
66. Lin, Q. and G.P. Agrawal, *Raman response function for silica fibers*. Opt. Lett., 2006. **31**(21): p. 3086-3088.
67. Mitschke, F.M. and L.F. Mollenauer, *Discovery of the Soliton Self-Frequency Shift*. Opt. Lett., 1986. **11**(10): p. 659-661.
68. Gordon, J.P., *Theory of the Soliton Self-Frequency Shift*. Opt. Lett., 1986. **11**(10): p. 662-664.
69. Agrawal, G.P., *Nonlinear Fiber Optics*. Fourth Edition ed. 2006, San Francisco, CA: Academic Press.
70. Mollenauer, L.F., R.H. Stolen, and J.P. Gordon, *Experimental Observation of Picosecond Pulse Narrowing and Solitons in Optical Fibers*. Phys. Rev. Lett., 1980. **45**(13): p. 1095.
71. Broderick, N.G.R., et al., *Nonlinearity in holey optical fibers: measurement and future opportunities*. Opt. Lett., 1999. **24**(20): p. 1395-1397.
72. Dudley, J.M., A.C. Peacock, and G. Millot, *The cancellation of nonlinear and dispersive phase components on the fundamental optical fiber soliton: a pedagogical note*. Opt. Commun., 2001. **193**(1-6): p. 253-259.
73. Hasegawa, A. and F. Tappert, *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers .2. normal dispersion*. Appl. Phys. Lett., 1973. **23**(4): p. 171-172.
74. Emplit, P., et al., *Picosecond steps and dark pulses through nonlinear single-mode fibers*. Opt. Commun., 1987. **62**(6): p. 374-379.
75. Emplit, P., M. Haelterman, and J.P. Hamaide, *Picosecond dark soliton over a 1-km fiber at 850 nm*. Opt. Lett., 1993. **18**(13): p. 1047-1049.
76. Bejot, P., et al., *General approach to spatiotemporal modulational instability processes*. Phys. Rev. A, 2011. **83**(1).
77. Tai, K., A. Hasegawa, and A. Tomita, *Observation of modulational instability in optical fibers*. Phys. Rev. Lett., 1986. **56**(2): p. 135.
78. Alfano, R.R. and S.L. Shapiro, *Emission in Region 4000 to 7000 a Via 4-Photon Coupling in Glass*. Phys. Rev. Lett., 1970. **24**(11): p. 584-&.
79. Alfano, R.R., *The Supercontinuum Laser Source*. 1989, New-York: Springer.
80. Lin, C. and R.H. Stolen, *New Nanosecond Continuum for Excited-State Spectroscopy*. Appl. Phys. Lett., 1976. **28**(4): p. 216-218.
81. Alfano, R.R. and S.L. Shapiro, *Observation of self-phase modulation and small-scale filaments in crystals and glasses*. Phys. Rev. Lett., 1970. **24**(11): p. 592-&.

82. Fork, R.L., et al., *Femtosecond White-Light Continuum Pulses*. Opt. Lett., 1983. **8**(1): p. 1-3.
83. Corkum, P.B., et al., *Generation of infrared supercontinuum covering 3 -14  $\mu\text{m}$  in dielectrics and semiconductors*. Opt. Lett., 1985. **10**(12): p. 624-626.
84. Corkum, P.B. and C. Rolland, *Femtosecond continua produced in gases*. IEEE J. Quantum Electron., 1989. **25**(12): p. 2634-2639.
85. Corkum, P.B., C. Rolland, and T. Srinivasanrao, *Supercontinuum generation in gases*. Phys. Rev. Lett., 1986. **57**(18): p. 2268-2271.
86. Alfano, R.R., et al., *Induced spectral broadening of a weak picosecond pulse in glass produced by an intense picosecond pulse*. Opt. Lett., 1986. **11**(10): p. 626-628.
87. Ho, P.P., et al., *Harmonic cross phase modulation in ZnSe* Appl. Phys. Lett., 1989. **54**(2): p. 111-113.
88. Baldeck, P.L., P.P. Ho, and R.R. Alfano, *Effects of self, induced and cross phase modulations on the generation of picosecond and femtosecond white-light supercontinua*. Revue De Physique Appliquée, 1987. **22**(12): p. 1677-1694.
89. Knight, J.C., et al., *All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding*. Opt. Lett., 1996. **21**(19): p. 1547-1549.
90. Ranka, J.K., R.S. Windeler, and A.J. Stentz, *Efficient visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm*. in *Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO)*. 1999. Baltimore, US.
91. Ranka, J.K., R.S. Windeler, and A.J. Stentz, *Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm*. Opt. Lett., 2000. **25**(1): p. 25-27.
92. John, S., *Strong Localization of Photons in Certain Disordered Dielectric Superlattices*. Phys. Rev. Lett., 1987. **58**(23): p. 2486-2489.
93. Yablonovitch, E. and T.J. Gmitter, *Photonic Band-Structure - the Face-Centered-Cubic Case*. Phys. Rev. Lett., 1989. **63**(18): p. 1950-1953.
94. Russell, P., *Photonic crystal fibers*. Science, 2003. **299**(5605): p. 358-362.
95. Cregan, R.F., et al., *Single-mode photonic band gap guidance of light in air*. Science, 1999. **285**(5433): p. 1537-1539.
96. Russell, P.S.J., *Photonic-crystal fibers*. J. Lightwave Technol., 2006. **24**(12): p. 4729-4749.
97. Ouzounov, D.G., et al., *Generation of megawatt optical solitons in hollow-core photonic band-gap fibers*. Science, 2003. **301**(5640): p. 1702-1704.
98. Knight, J.C., *Photonic crystal fibres*. Nature, 2003. **424**(6950): p. 847-851.
99. Benabid, F., et al., *Stimulated Raman scattering in hydrogen-filled hollow-core photonic crystal fiber*. Science, 2002. **298**(5592): p. 399-402.
100. Birks, T.A., J.C. Knight, and P.S. Russell, *Endlessly single-mode photonic crystal fiber*. Opt. Lett., 1997. **22**(13): p. 961-963.
101. Knight, J.C., et al., *Properties of photonic crystal fiber and the effective index model*. J. Opt. Soc. Am. A, 1998. **15**(3): p. 748-752.
102. Knight, J.C., et al., *Anomalous dispersion in photonic crystal fiber*. IEEE Photonics Technol. Lett., 2000. **12**(7): p. 807-809.
103. Mogilevtsev, D., T.A. Birks, and P.S. Russell, *Group-velocity dispersion in photonic crystal fibers*. Opt. Lett., 1998. **23**(21): p. 1662-1664.
104. Genty, G., *Supercontinuum generation in microstructured fibers and novel optical measurement techniques*, in *Department of Electrical and Communications Engineering*. 2004, Helsinki University of Technology.
105. Monro, T.M. and D.J. Richardson, *Holey optical fibres: Fundamental properties and device applications*. Comptes Rendus Physique, 2003. **4**(1): p. 175-186.
106. Kibler, B., J.M. Dudley, and S. Coen, *Supercontinuum generation and nonlinear pulse propagation in photonic crystal fiber: influence of the frequency-dependent effective mode area*. Appl. Phys. B, 2005. **81**(2-3): p. 337-342.
107. Dudley, J.M., G. Genty, and S. Coen, *Supercontinuum generation in photonic crystal fiber*. Rev. Mod. Phys., 2006. **78**(4): p. 1135.

108. Zakharov, V.E. and A.B. Shabat, *Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media*. J. Exp. Theor. Phys., 1972. **34**(1): p. 62.
109. Dianov, E.M., et al., *Optimal compression of multisoliton pulses in fiber wave-guides*. Pisma Zhurnal Tek. Fiz., 1986. **12**(12): p. 756-760.
110. Chen, C.M. and P.L. Kelley, *Nonlinear pulse compression in optical fibers: scaling laws and numerical analysis*. J. Opt. Soc. Am. B, 2002. **19**(9): p. 1961-1967.
111. Kibler, B., et al., *Optimized one-step compression of femtosecond fibre laser soliton pulses around 1550 nm to below 30 fs in highly nonlinear fibre*. Electron. Lett., 2007. **43**(17): p. 915-916.
112. Kodama, Y. and A. Hasegawa, *Nonlinear Pulse-Propagation in a Monomode Dielectric Guide*. IEEE J. Quantum Electron., 1987. **23**(5): p. 510-524.
113. Wai, P.K.A., et al., *Nonlinear Pulse-Propagation in the Neighborhood of the Zero-Dispersion Wavelength of Monomode Optical Fibers*. Opt. Lett., 1986. **11**(7): p. 464-466.
114. Akhmediev, N. and M. Karlsson, *Cherenkov radiation emitted by solitons in optical fibers*. Phys. Rev. A, 1995. **51**(3): p. 2602-2607.
115. Coen, S., et al., *White-light supercontinuum generation with 60-ps pump pulses in a photonic crystal fiber*. Opt. Lett., 2001. **26**(17): p. 1356-1358.
116. Provino, L., et al., *Compact broadband continuum source based on microchip laser pumped microstructured fibre*. Electron. Lett., 2001. **37**(9): p. 558-560.
117. Avdokhin, A.V., S.V. Popov, and J.R. Taylor, *Continuous-wave, high-power, in Raman continuum generation holey fibers*. Opt. Lett., 2003. **28**(15): p. 1353-1355.
118. Schreiber, T., et al., *High average power supercontinuum generation in photonic crystal fibers*. Opt. Commun., 2003. **228**(1-3): p. 71-78.
119. Dudley, J. and J.R. Taylor, *Supercontinuum generation in optical fibers*. 2010: Cambridge University Press.
120. Islam, M.N., et al., *Femtosecond distributed soliton spectrum in fibers*. J. Opt. Soc. Am. B, 1989. **6**(6): p. 1149-1158.
121. Islam, M.N., et al., *Broad bandwidths from frequency-shifting solitons in fibers*. Opt. Lett., 1989. **14**(7): p. 370-372.
122. Frosz, M.H., O. Bang, and A. Bjarklev, *Soliton collision and Raman gain regimes in continuous-wave pumped supercontinuum generation*. Opt. Express, 2006. **14**(20): p. 9391-9407.
123. Kobtsev, S.M. and S.V. Smirnov, *Coherent properties of super-continuum containing clearly defined solitons*. Opt. Express, 2006. **14**(9): p. 3968-3980.
124. Turke, D., et al., *Coherence of subsequent supercontinuum pulses generated in tapered fibers in the femtosecond regime*. Opt. Express, 2007. **15**(5): p. 2732-2741.
125. Demircan, A. and U. Bandelow, *Analysis of the interplay between soliton fission and modulation instability in supercontinuum generation*. Appl. Phys. B, 2007. **86**(1): p. 31-39.
126. Dudley, J.M. and S. Coen, *Coherence properties of supercontinuum spectra generated in photonic crystal and tapered optical fibers*. Opt. Lett., 2002. **27**(13): p. 1180-1182.
127. Dudley, J.M., G. Genty, and B.J. Eggleton, *Harnessing and control of optical rogue waves in supercontinuum generation*. Opt. Express, 2008. **16**(6): p. 3644-3651.
128. Lafargue, C., et al., *Direct detection of optical rogue wave energy statistics in supercontinuum generation*. Electron. Lett, 2009. **45**(4): p. 217-218.
129. Erkintalo, M., G. Genty, and J.M. Dudley, *Rogue-wave-like characteristics in femtosecond supercontinuum generation*. Opt. Lett., 2009. **34**(16): p. 2468-2470.
130. Erkintalo, M., G. Genty, and J.M. Dudley, *On the statistical interpretation of optical rogue waves*. Eur. Phys. J. - Special Topics, 2010. **185**(1): p. 135-144.
131. Erkintalo, M., G. Genty, and J.M. Dudley, *Giant dispersive wave generation through soliton collision*. Opt. Lett., 2010. **35**(5): p. 658-660.
132. Corwin, K.L., et al., *Fundamental noise limitations to supercontinuum generation in microstructure fiber*. Phys. Rev. Lett., 2003. **90**(11).
133. Dudley, J.M., et al., *Modulation instability, Akhmediev Breathers and continuous wave supercontinuum generation*. Opt. Express, 2009. **17**(24): p. 21497-21508.

134. Mussot, A., et al., *Observation of extreme temporal events in CW-pumped supercontinuum*. Opt. Express, 2009. **17**(19): p. 17010-17015.
135. Chi, S. and S.F. Wen, *Raman cross talk of soliton collision in a lossless fiber*. Opt. Lett., 1989. **14**(21): p. 1216-1218.
136. Luan, F., et al., *Energy exchange between colliding solitons in photonic crystal fibers*. Opt. Express, 2006. **14**(21): p. 9844-9853.
137. Mussot, A., et al., *Optical fiber systems are convectively unstable*. Phys. Rev. Lett., 2008. **101**(11): p. 4.
138. Taki, M., et al., *Third-order dispersion for generating optical rogue solitons*. Phys. Lett. A, 2010. **374**(4): p. 691-695.
139. Dudley, J.M., et al., *Extreme events in optics: Challenges of the MANUREVA project*. Eur. Phys. J. - Special Topics, 2010. **185**(1): p. 125-133.
140. Seve, E., et al., *Modulational instability and critical regime in a highly birefringent fiber*. Phys. Rev. A, 1996. **54**(4): p. 3519-3534.
141. Millot, G., et al., *Observation of modulational instability induced by velocity-matched cross-phase modulation in a normally dispersive bimodal fiber*. Opt. Lett., 1997. **22**(22): p. 1686-1688.
142. Pitois, S. and G. Millot, *Experimental observation of a new modulational instability spectral window induced by fourth-order dispersion in a normally dispersive single-mode optical fiber*. Opt. Commun., 2003. **226**(1-6): p. 415-422.
143. Lavoute, L., W. Wadsworth, J. , and J. Knight, C. *Efficient four wave mixing from a picosecond fibre laser in photonic crystal fibre*. in *CLEO/Europe and EQEC 2009*. 2009: Optical Society of America.
144. Harvey, J.D., et al., *Scalar modulation instability in the normal dispersion regime by use of a photonic crystal fiber*. Opt. Lett., 2003. **28**(22): p. 2225-2227.
145. Chen, J.S.Y., et al., *Effect of dispersion fluctuations on widely tunable optical parametric amplification in photonic crystal fibers*. Opt. Express, 2006. **14**(20): p. 9491-9501.
146. Sloanes, T., et al., *Optimisation of high average power optical parametric generation using a photonic crystal fiber*. Opt. Express, 2008. **16**(24): p. 19724-19733.
147. Cook, K., C. Xiong, and W.J. Wadsworth, *Enhanced four-wave mixing and parametric oscillation in photonic crystal fibre*. J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 2007. **9**(11): p. 1095.
148. Kudlinski, A., et al., *Experimental investigation of combined four-wave mixing and Raman effect in the normal dispersion regime of a photonic crystal fiber*. Opt. Lett., 2008. **33**(21): p. 2488-2490.
149. Wadsworth, W.J., et al., *Supercontinuum and four-wave mixing with Q-switched pulses in endlessly single-mode photonic crystal fibres*. Opt. Express, 2004. **12**(2): p. 299-309.
150. Treacy, E.B., *Measurement and interpretation of dynamic spectrograms of picosecond light pulses*. J. Appl. Phys., 1971. **42**(10): p. 3848-&.
151. Kane, D.J. and R. Trebino, *Characterization of arbitrary femtosecond pulses using frequency-resolved optical gating*. IEEE J. Quantum Electron., 1993. **29**(2): p. 571-579.
152. Gu, X., et al., *Frequency-resolved optical gating and single-shot spectral measurements reveal fine structure in microstructure-fiber continuum*. Opt. Lett., 2002. **27**(13): p. 1174-1176.
153. Trebino, R., et al., *Measuring ultrashort pulses in the single-cycle regime: Frequency-resolved optical gating*, in *Few-Cycle Laser Pulse Generation and Its Applications*. 2004, Springer-Verlag Berlin: Berlin. p. 231-263.
154. Gu, X., et al., *The measurement of ultrashort light pulses - Simple devices, complex pulses*. Opt. Rev., 2004. **11**(3): p. 141-152.
155. Tombelaine, V., et al., *Visible supercontinuum generation in holey fibers by dual-wavelength subnanosecond pumping*. IEEE Photonics Technol. Lett., 2006. **18**(21-24): p. 2466-2468.
156. Raikkonen, E., et al., *Supercontinuum generation by nanosecond dual-wavelength pumping in microstructured optical fibers*. Opt. Express, 2006. **14**(17): p. 7914-7923.
157. Nishizawa, N. and T. Goto, *Characteristics of pulse trapping by use of ultrashort soliton pulses in optical fibers across the zero-dispersion wavelength*. Opt. Express, 2002. **10**(21): p. 1151-1159.

158. Nishizawa, N. and T. Goto, *Ultrafast all optical switching by use of pulse trapping across zero-dispersion wavelength*. Opt. Express, 2003. **11**(4): p. 359-365.
159. Nishizawa, N. and T. Goto, *Pulse trapping by ultrashort soliton pulses in optical fibers across zero-dispersion wavelength*. Opt. Lett., 2002. **27**(3): p. 152-154.
160. Gorbach, A.V., et al., *Four-wave mixing of solitons with radiation and quasi-nondispersive wave packets at the short-wavelength edge of a supercontinuum*. Opt. Express, 2006. **14**(21): p. 9854-9863.
161. Gorbach, A.V. and D.V. Skryabin, *Light trapping in gravity-like potentials and expansion of supercontinuum spectra in photonic-crystal fibres*. Nat. Photonics, 2007. **1**(11): p. 653-657.
162. Gorbach, A.V. and D.V. Skryabin, *Theory of radiation trapping by the accelerating solitons in optical fibers*. Phys. Rev. A, 2007. **76**(5): p. 053803.
163. Kudlinski, A., et al., *Control of pulse-to-pulse fluctuations in visible supercontinuum*. Opt. Express, 2010. **18**(26): p. 27445-27454.
164. Genty, G., J.M. Dudley, and B.J. Eggleton, *Modulation control and spectral shaping of optical fiber supercontinuum generation in the picosecond regime*. Appl. Phys. B, 2009. **94**(2): p. 187-194.
165. Genty, G. and J.M. Dudley, *Route to Coherent Supercontinuum Generation in the Long Pulse Regime*. IEEE J. Quantum Electron., 2009. **45**(11): p. 1331-1335.
166. Li, Q., et al., *Investigating the influence of a weak continuous-wave-trigger on picosecond supercontinuum generation*. Opt. Express, 2011. **19**(15): p. 13757-13769.
167. Turke, D., J. Teipel, and H. Giessen, *Manipulation of supercontinuum generation by stimulated cascaded four-wave mixing in tapered fibers*. Appl. Phys. B, 2008. **92**(2): p. 159-163.
168. Moselund, P.M., et al., *Back-seeding of higher order gain processes in picosecond supercontinuum generation*. Opt. Express, 2008. **16**(16): p. 11954-11968.
169. Solli, D.R., C. Ropers, and B. Jalali, *Active Control of Rogue Waves for Stimulated Supercontinuum Generation*. Phys. Rev. Lett., 2008. **101**(23): p. -.
170. Solli, D.R., B. Jalali, and C. Ropers, *Seeded Supercontinuum Generation with Optical Parametric Down-Conversion*. Phys. Rev. Lett., 2010. **105**(23): p. 233902.
171. Cheung, K.K.Y., et al., *Manipulating supercontinuum generation by minute continuous wave*. Opt. Lett., 2011. **36**(2): p. 160-162.
172. Li, Q., et al. *Control of Optical Rogue Waves in Supercontinuum Generation with a Minute Continuous Wave*. in *Conference on Lasers and Electro Optics/ Quantum Electronics and Laser Science Conference (CLEO/QELC)*. May 2011. Baltimore, Maryland, USA,.
173. Vanvincq, O., et al., *Significant reduction of power fluctuations at the long-wavelength edge of a supercontinuum generated in solid-core photonic bandgap fibers*. Opt. Express, 2010. **18**(23): p. 24352-24360.
174. Becker, P.C., N.A. Olsson, and J.R. Simpson, *Erbium-Doped Fiber Amplifiers*. Fundamentals and Technology. 1999: Academic Press.
175. Headley, C. and G.P. Agrawal, *Raman Amplification in Fiber Optical Communication Systems*. 2005: Academic Press.
176. Kidorf, H., et al., *Pump interactions in a 100-nm bandwidth Raman amplifier*. Photonics Technology Letters, IEEE, 1999. **11**(5): p. 530-532.
177. Namiki, S. and Y. Emori, *Ultrabroad-band Raman amplifiers pumped and gain-equalized by wavelength-division-multiplexed high-power laser diodes*. IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron., 2001. **7**(1): p. 3-16.
178. Bromage, J., *Raman amplification for fiber communications systems*. J. Lightwave Technol., 2004. **22**(1): p. 79-93.
179. Headley, C. and G.P. Agrawal, *Unified description of ultrafast stimulated Raman scattering in optical fibers*. J. Opt. Soc. Am. B: Opt. Phys, 1996. **13**(10): p. 2170-2177.
180. Headley, C. and G.P. Agrawal, *Noise characteristics and statistics of picosecond stokes pulses generated in optical fibers through stimulated raman-scattering*. IEEE J. Quantum Electron., 1995. **31**(11): p. 2058-2067.
181. Stolen, R.H., A.R. Tynes, and E.P. Ippen, *Raman oscillation in glass optical waveguide*. Appl. Phys. Lett., 1972. **20**(2): p. 62.

182. Karpov, V.I., et al., *Laser-diode-pumped phosphosilicate-fiber Raman laser with an output power of 1 W at 1.48  $\mu\text{m}$* . Opt. Lett., 1999. **24**(13): p. 887-889.
183. Andrei, K., et al. *Raman fiber laser at 1.45  $\mu\text{m}$ : comparison of different schemes*. in *Optical Amplifiers and Their Applications (OAA)*. 2000. Québec, Canada: Optical Society of America.
184. Bouteiller, J.C., *Spectral modeling of Raman fiber lasers*. IEEE Photonics Technol. Lett., 2003. **15**(12): p. 1698-1700.
185. Bouteiller, J.C., *Linewidth predictions for Raman fibre lasers*. Electron. Lett., 2003. **39**(21): p. 1511-1512.
186. Babin, S.A., et al., *Turbulent broadening of optical spectra in ultralong Raman fiber lasers*. Phys. Rev. A, 2008. **77**(3): p. 5.
187. Babin, S.A., et al., *Four-wave-mixing-induced turbulent spectral broadening in a long Raman fiber laser*. J. Opt. Soc. Am. B: Opt. Phys, 2007. **24**(8): p. 1729-1738.
188. Babin, S.A., et al., *Spectral broadening in Raman fiber lasers*. Opt. Lett., 2006. **31**(20): p. 3007-3009.
189. Loudon, R., *The quantum theory of light*. Second ed. 1983, Oxford: Clarendon Press.
190. Vanholsbeeck, F., et al., *The role of pump incoherence in continuous-wave supercontinuum generation*. Opt. Express, 2005. **13**(17): p. 6615-6625.
191. Barviau, B., S. Randoux, and P. Suret, *Spectral broadening of a multimode continuous-wave optical field propagating in the normal dispersion regime of a fiber*. Opt. Lett., 2006. **31**(11): p. 1696-1698.
192. Schroder, J. and S. Coen, *Observation of high-contrast, fast intensity noise of a continuous wave Raman fiber laser*. Opt. Express, 2009. **17**(19): p. 16444-16449.
193. Zakharov, V.E., V.S. L'vov, and G. Falkovich, *Kolmogorov Spectra of Turbulence I* 1992, Berlin: Springer.
194. Borlaug, D., S. Fathpour, and B. Jalali, *Extreme Value Statistics in Silicon Photonics*. IEEE Photonics J., 2009. **1**(1): p. 33-39.
195. Betlej, A., et al., *Increased Stokes pulse energy variation from amplified classical noise in a fiber Raman generator*. Opt. Express, 2005. **13**(8): p. 2948-2960.
196. Garcia, L., et al., *Influence of classical pump noise on long-pulse multiorder stimulated Raman scattering in optical fiber*. J. Opt. Soc. Am. B: Opt. Phys, 2002. **19**(11): p. 2727-2736.
197. Landahl, E., D. Baiocchi, and J.R. Thompson, *A simple analytic model for noise shaping by an optical fiber Raman generator*. Opt. Commun., 1998. **150**(1-6): p. 339-347.
198. Cavalcanti, S.B., G.P. Agrawal, and M. Yu, *Noise amplification in dispersive nonlinear media*. Phys. Rev. A, 1995. **51**(5): p. 4086.
199. Mussot, A., et al., *Spectral broadening of a partially coherent CW laser beam in single-mode optical fibers*. Opt. Express, 2004. **12**(13): p. 2838-2843.
200. Frosz, M.H., *Validation of input-noise model for simulations of supercontinuum generation and rogue waves*. Opt. Express, 2010. **18**(14): p. 14778-14787.
201. Xu, Y.Q. and S.G. Murdoch, *Gain statistics of a fiber optical parametric amplifier with a temporally incoherent pump*. Opt. Lett., 2010. **35**(6): p. 826-828.
202. Churkin, D.V., S.V. Smirnov, and E.V. Podivilov, *Statistical properties of partially coherent cw fiber lasers*. Opt. Lett., 2010. **35**(19): p. 3288-3290.
203. Dahan, D. and G. Eisenstein, *The properties of amplified spontaneous emission noise in saturated fiber Raman amplifiers operating with CW signals*. Opt. Commun., 2004. **236**(4-6): p. 279-288.
204. Garcia, L., et al., *Effects of pump pulse temporal structure on long-pulse multi-order stimulated Raman scattering in optical fiber*. Opt. Commun., 2001. **193**(1-6): p. 289-300.
205. Chen, Y.J. and A.W. Snyder, *Saturation and depletion effect of raman-scattering in optical fibers*. J. Lightwave Technol., 1989. **7**(7): p. 1109-1117.
206. Aalto, A., G. Genty, and J. Toivonen, *Extreme-value statistics in supercontinuum generation by cascaded stimulated Raman scattering*. Opt. Express, 2010. **18**(2): p. 1234-1239.
207. Holzlohner, R. and C.R. Menyuk, *Use of multicanonical Monte Carlo simulations to obtain accurate bit error rates in optical communications systems*. Opt. Lett., 2003. **28**(20): p. 1894-1896.

208. Grabtchikov, A.S., A.I. Vodtchits, and V.A. Orlovich, *Pulse-energy statistics in the linear regime of stimulated Raman scattering with a broad-band pump*. Phys. Rev. A, 1997. **56**(2): p. 1666-1669.
209. Mermelstein, M.D., C. Headley, and J.C. Bouteiller, *RIN transfer analysis in pump depletion regime for Raman fibre amplifiers*. Electron. Lett, 2002. **38**(9): p. 403-405.
210. Fludger, C.R.S., V. Handerek, and R.J. Mears, *Pump to signal RIN transfer in Raman fiber amplifiers*. J. Lightwave Technol., 2001. **19**(8): p. 1140-1148.
211. Agrawal, G.P., P.L. Baldeck, and R.R. Alfano, *Temporal and spectral effects of cross-phase modulation on copropagating ultrashort pulses in optical fibers*. Phys. Rev. A, 1989. **40**(9): p. 5063-5072.
212. Finot, C., et al., *Selection of Extreme Events Generated in Raman Fiber Amplifiers Through Spectral Offset Filtering*. IEEE J. Quantum Electron., 2010. **46**(2): p. 205-213.
213. Finot, C., *Influence of the pumping configuration on the generation of optical similaritons in optical fibers*. Opt. Commun., 2005. **249**(4-6): p. 553-561.
214. Schröder, J. and S. Coen, *Observation of high-contrast, fast intensity noise of a continuous wave Raman fiber laser*. Opt. Express, 2009. **17**(19): p. 16444-16449.
215. Martinelli, C., et al., *Stability enhancement for dual-order Raman fiber lasers*. IEEE Photonics Technol. Lett., 2004. **16**(9): p. 2018-2020.
216. Ravet, G., A.A. Fotiadi, and P. Megret. *Spectral broadening in Raman fiber amplifier pumped by partially coherent wave*. in *Lasers and Electro-Optics, 2007 and the International Quantum Electronics Conference. CLEOE-IQEC 2007. European Conference on*. 2007.
217. Kwok, C.H. and C. Lin, *Polarization-insensitive all-optical NRZ-to-RZ format conversion by spectral filtering of a cross phase modulation broadened signal spectrum*. IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron., 2006. **12**(3): p. 451-458.
218. Olsson, B.E., et al., *A simple and robust 40-Gb/s wavelength converter using fiber cross-phase modulation and optical filtering*. IEEE Photonics Technol. Lett., 2000. **12**(7): p. 846-848.
219. Manassah, J.T., *Induced Phase Modulation by Noisy Fields*. Opt. Lett., 1991. **16**(18): p. 1379-1381.
220. Martinelli, C., et al., *Influence of polarization on pump-signal RIN transfer and cross-phase modulation in copumped Raman amplifiers*. J. Lightwave Technol., 2006. **24**(9): p. 3490-3505.
221. Dudley, J.M., et al., *Self-similarity in ultrafast nonlinear optics*. Nat. Phys., 2007. **3**(9): p. 597-603.
222. Finot, C., et al., *Beneficial impact of wave-breaking for coherent continuum formation in normally dispersive nonlinear fibers*. J. Opt. Soc. Am. B: Opt. Phys, 2008. **25**(11): p. 1938-1948.
223. Finot, C., et al., *Experimental generation of parabolic pulses via Raman amplification in optical fiber*. Opt. Express, 2003. **11**(13): p. 1547-1552.
224. Weiner, A.M., J.P. Heritage, and R.H. Stolen, *Self-phase modulation and optical pulse-compression influenced by stimulated raman-scattering in fibers*. J. Opt. Soc. Am. B: Opt. Phys, 1988. **5**(2): p. 364-372.
225. Baney, D.M., P. Gallion, and R.S. Tucker, *Theory and Measurement Techniques for the Noise Figure of Optical Amplifiers*. Opt. Fiber Technol., 2000. **6**(2): p. 122-154.
226. Fatome, J., et al., *All-optical measurements of background, amplitude, and timing jitters for high speed pulse trains or PRBS sequences using autocorrelation function*. Opt. Fiber Technol., 2008. **14**(1): p. 84-91.
227. Vo, T.D., et al., *Simultaneous multi-impairment monitoring of 640 Gb/s signals using photonic chip based RF spectrum analyzer*. Opt. Express, 2010. **18**(4): p. 3938-3945.
228. Dinu, M., D.C. Kilper, and H.R. Stuart, *Optical performance monitoring using data stream intensity autocorrelation*. J. Lightwave Technol., 2006. **24**(3): p. 1194-1202.
229. Fatome, J., S. Pitois, and G. Millot, *20-GHz-to-1-THz repetition rate pulse sources based on multiple four-wave mixing in optical fibers*. IEEE J. Quantum Electron., 2006. **42**(9-10): p. 1038-1046.
230. Vonderlinde, D., *Characterization of the noise in continuously operating mode-locked lasers*. Appl. Phys. B, 1986. **39**(4): p. 201-217.

231. Babin, S.A., et al., *Relative intensity noise in cascaded Raman fiber lasers*. IEEE Photonics Technol. Lett., 2005. **17**(12): p. 2553-2555.
232. Schadt, D. and B. Jaskorzynska, *Frequency chirp and spectra due to self-phase modulation and stimulated raman-scattering influenced by pulse walk-off in optical fibers*. J. Opt. Soc. Am. B: Opt. Phys, 1987. **4**(5): p. 856-862.
233. Mamyshev, P.V. *All-optical data regeneration based on self-phase modulation effect*. in *European Conference on Optical Communication (ECOC)*. 1998. Institute of Electrical and Electronics Engineering, Madrid, Spain.
234. Matsumoto, M., *Performance analysis and comparison of optical 3R regenerators utilizing self-phase modulation in fibers*. J. Lightwave Technol., 2004. **22**(6): p. 1472-1482.
235. Pitois, S., C. Finot, and L. Provost, *Asymptotic properties of incoherent waves propagating in an all-optical regenerators line*. Opt. Lett., 2007. **32**(22): p. 3263-3265.
236. Pitois, S., et al., *Generation of localized pulses from incoherent wave in optical fiber lines made of concatenated Mamyshev regenerators*. J. Opt. Soc. Am. B: Opt. Phys, 2008. **25**(9): p. 1537-1547.
237. Stolen, R.H., *Phase-matched-stimulated four-photon mixing in silica-fiber waveguides*. IEEE J. Quantum Electron., 1975. **QE11**(3): p. 100-103.
238. Stolen, R. and J. Bjorkholm, *Parametric amplification and frequency conversion in optical fibers*. IEEE J. Quantum Electron., 1982. **18**(7): p. 1062-1072.
239. Washio, K., K. Inoue, and S. Kishida, *Efficient large-frequency-shifted 3 wave mixing in low dispersion wavelength region in single-mode optical fiber*. Electron. Lett, 1980. **16**(17): p. 658-660.
240. Marhic, M.E., et al., *Broadband fiber optical parametric amplifiers*. Opt. Lett., 1996. **21**(8): p. 573-575.
241. Hall, B., et al., *Statistical theory for incoherent light propagation in nonlinear media*. Phys. Rev. E, 2002. **65**(3): p. 035602.
242. Hall, B., et al., *Effect of partial incoherence on modulation instability of two non-linearly interacting optical waves*. Phys. Lett. A, 2004. **321**(4): p. 255-262.
243. Anderson, D., et al., *Features of modulational instability of partially coherent light: Importance of the incoherence spectrum*. Phys. Rev. E, 2004. **69**(2): p. 025601.
244. Kip, D., et al., *Modulation instability and pattern formation in spatially incoherent light beams*. Science, 2000. **290**(5491): p. 495-498.
245. Coskun, T.H., et al., *Bright spatial solitons on a partially incoherent background*. Phys. Rev. Lett., 2000. **84**(11): p. 2374-2377.
246. Klinger, J., H. Martin, and Z.G. Chen, *Experiments on induced modulational instability of an incoherent optical beam*. Opt. Lett., 2001. **26**(5): p. 271-273.
247. Soljacic, M., et al., *Modulation instability of incoherent beams in noninstantaneous nonlinear media*. Phys. Rev. Lett., 2000. **84**(3): p. 467-470.
248. Helczynski, L., et al., *Propagation of partially incoherent light in nonlinear media via the Wigner transform method*. IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron., 2002. **8**(3): p. 408-412.
249. Sauter, A., et al., *Incoherent modulation instability in instantaneous nonlinear Kerr media*. Opt. Lett., 2005. **30**(16): p. 2143-2145.
250. Xu, Y.Q. and S.G. Murdoch, *Gain spectrum of an optical parametric amplifier with a temporally incoherent pump*. Opt. Lett., 2010. **35**(2): p. 169-171.
251. Yan, Y. and Y. Changxi, *Four-Wave Mixing Between Coherent Signal and Incoherent Pump Light in Nonlinear Fiber*. J. Lightwave Technol., 2009. **27**(22): p. 4954-4959.
252. Sylvestre, T., et al. *Impact of pump quality on the performances of fibre optical parametric amplifiers*. in *Leos Winter Topical Meeting Series*. 2008: Ieee.
253. Hsieh, A.S.Y., et al., *Combined effect of Raman and parametric gain on single-pump parametric amplifiers*. Opt. Express, 2007. **15**(13): p. 8104-8114.
254. Akhmediev, N., A. Ankiewicz, and M. Taki, *Waves that appear from nowhere and disappear without a trace*. Phys. Lett. A, 2009. **373**(6): p. 675-678.
255. Newell, A.C., *Closure problem in a system of random gravity waves*. Rev. Geophys., 1968. **6**(1): p. 1.
256. Zakharov, V.E., et al., *Soliton turbulence*. JETP Lett., 1988. **48**(2): p. 83-87.

257. Dyachenko, A.I., et al., *Soliton turbulence in nonintegrable wave systems*. Zhurnal Eksperimentalnoi I Teoreticheskoi Fiziki, 1989. **96**(6): p. 2026-2032.
258. Zakharov, V.E., et al., eds. *What is integrability ? - Integrability of nonlinear system and perturbation theory*. 1991, Springer-Verlag: New York.
259. Picozzi, A., *Towards a nonequilibrium thermodynamic description of incoherent nonlinear optics*. Opt. Express, 2007. **15**(14): p. 9063-9083.
260. Rumpf, B. and A.C. Newell, *Coherent structures and entropy in constrained, modulationally unstable, nonintegrable systems*. Phys. Rev. Lett., 2001. **87**(5).
261. Rumpf, B. and A.C. Newell, *Localization and coherence in nonintegrable systems*. Physica D, 2003. **184**(1-4): p. 162-191.
262. Barviau, B., et al., *Toward a thermodynamic description of supercontinuum generation*. Opt. Lett., 2008. **33**(23): p. 2833-2835.
263. Barviau, B., et al., *Experimental signature of optical wave thermalization through supercontinuum generation in photonic crystal fiber*. Opt. Express, 2009. **17**(9): p. 7392-7406.
264. Davis, M.J., S.A. Morgan, and K. Burnett, *Simulations of bose fields at finite temperature*. Phys. Rev. Lett., 2001. **87**(16).
265. Connaughton, C., et al., *Condensation of classical nonlinear waves*. Phys. Rev. Lett., 2005. **95**(26).
266. During, G., A. Picozzi, and S. Rica, *Breakdown of weak-turbulence and nonlinear wave condensation*. Physica D 2009. **238**(16): p. 1524-1549.
267. Akhmediev, N. and M. Karlsson, *Cherenkov radiation emitted by solitons in optical fibers*. Phys. Rev. A, 1995. **51**(3): p. 2602.
268. Genty, G., et al., *Collisions and turbulence in optical rogue wave formation*. Phys. Lett. A, 2010. **374**(7): p. 989-996.
269. Michel, C., et al., *Kinetic Description of Random Optical Waves and Anomalous Thermalization of a Nearly Integrable Wave System*. Lett. Math. Phys., 2011. **96**(1-3): p. 415-447.
270. Suret, P., et al., *Anomalous Thermalization of Nonlinear Wave Systems*. Phys. Rev. Lett., 2010. **104**(5).
271. Michel, C., et al., *Influence of third-order dispersion on the propagation of incoherent light in optical fibers*. Opt. Lett., 2010. **35**(14): p. 2367-2369.
272. Zakharov, V., F. Dias, and A. Pushkarev, *One-dimensional wave turbulence*. Phys. Rep., 2004. **398**(1): p. 1-65.
273. Dyachenko, S., et al., *Optical turbulence : weak turbulence, condensates and collapsing filaments in the nonlinear schrödinger equation*. Physica D, 1992. **57**(1-2): p. 96-160.
274. Kuznetsov, E.A., *Solitons in parametrically unstable plasma*. Doklady Akademii Nauk Sssr, 1977. **236**(3): p. 575-577.
275. Kawata, T. and H. Inoue, *Inverse scattering method for non-linear evolution equations under nonvanishing conditions*. J. Phys. Soc. Jpn., 1978. **44**(5): p. 1722-1729.
276. Ma, Y.-C., *The perturbed plane-wave solutions of the cubic Schrödinger equation*. Stud. Appl. Math., 1979. **60**: p. 43-58.
277. Zakharov, V.E. and A.B. Shabat, *Interaction between solutions in a stable medium*. Zhurnal Eksperimentalnoi Teor. Fiz., 1973. **64**(5): p. 1627-1639.
278. Akhmediev, N.N. and V.I. Korneev, *Modulation instability and periodic-solutions of the nonlinear schrödinger equation*. Theor. Math. Phys., 1986. **69**(2): p. 1089-1093.
279. Akhmediev, N.N., V.M. Eleonskii, and N.E. Kulagin, *Exact first-order solutions of the nonlinear Schrödinger equation*. Theor. Math. Phys., 1987. **72**(2): p. 809-818.
280. Akhmediev, N., J.M. Soto-Crespo, and A. Ankiewicz, *Extreme waves that appear from nowhere: On the nature of rogue waves*. Phys. Lett. A, 2009. **373**(25): p. 2137-2145.
281. Akhmediev, N., A. Ankiewicz, and J.M. Soto-Crespo, *Rogue waves and rational solutions of the nonlinear Schrödinger equation*. Phys. Rev. E, 2009. **80**(2): p. 9.
282. Dubard, P., et al., *On multi-rogue wave solutions of the NLS equation and positon solutions of the KdV equation*. Eur. Phys. J.- Spec. Top., 2010. **185**(1): p. 247-258.
283. Dubard, P. and V.B. Matveev, *Multi-rogue waves solutions to the focusing NLS equation and the KP-I equation*. Nat. Hazards Earth Syst. Sci., 2011. **11**(3): p. 667-672.

284. Onorato, M., et al., *Freak waves in random oceanic sea states*. Phys. Rev. Lett., 2001. **86**(25): p. 5831-5834.
285. Ankiewicz, A., J.M. Soto-Crespo, and N. Akhmediev, *Rogue waves and rational solutions of the Hirota equation*. Phys. Rev. E, 2010. **81**(4).
286. Ankiewicz, A., P.A. Clarkson, and N. Akhmediev, *Rogue waves, rational solutions, the patterns of their zeros and integral relations*. J. Phys. A : Math. Theor., 2010. **43**(12).
287. Ankiewicz, A., N. Devine, and N. Akhmediev, *Are rogue waves robust against perturbations?* Phys. Lett. A, 2009. **373**(43): p. 3997-4000.
288. Kibler, B., et al., *The Peregrine soliton in nonlinear fibre optics*. Nat. Phys., 2010. **6**: p. 790-795.
289. Erkintalo, M., et al., *Akhmediev breather evolution in optical fiber for realistic initial conditions*. Physics Letters A, 2011. **375**(19): p. 2029-2034.
290. Erkintalo, M., et al., *Bifurcation and temporal splitting dynamics in higher-order modulation instability*. 2011: en préparation.
291. Akhmediev, N., et al., *Rogue wave early warning through spectral measurements?* Phys. Lett. A, 2011. **375**(3): p. 541-544.
292. Akhmediev, N., et al., *Universal triangular spectra in parametrically-driven systems*. Phys. Lett. A, 2011. **375**(3): p. 775-779.
293. Cappellini, G. and S. Trillo, *3rd-order 3-wave mixing in single-mode fibers - exact-solutions and spatial instability effects*. J. Opt. Soc. Am. B, 1991. **8**(4): p. 824-838.
294. Trillo, S., S. Wabnitz, and T.A.B. Kennedy, *Nonlinear dynamics of dual-frequency-pumped multiwave mixing in optical fibers*. Phys. Rev. A, 1994. **50**(2): p. 1732-1747.
295. Chabchoub, A., N.P. Hoffmann, and N. Akhmediev, *Rogue Wave Observation in a Water Wave Tank*. Phys. Rev. Lett., 2011. **106**(20).
296. Johansson, M. and S. Aubry, *Existence and stability of quasiperiodic breathers in the discrete nonlinear Schrodinger equation*. Nonlinearity, 1997. **10**(5): p. 1151-1178.
297. Johansson, M., et al., *Dynamics of breathers in discrete nonlinear Schrodinger models*. Physica D, 1998. **119**(1-2): p. 115-124.
298. Comte, J.C., P. Marquie, and M. Remoissenet, *Dissipative lattice model with exact traveling discrete kink-soliton solutions: Discrete breather generation and reaction diffusion regime*. Phys. Rev. E, 1999. **60**(6): p. 7484-7489.
299. Bang, O. and M. Peyrard, *High-order breather solutions to a discrete nonlinear klein-gordon model*. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1995. **81**(1-2): p. 9-22.
300. Bang, O. and M. Peyrard, *Generation of high-energy localized vibrational modes in nonlinear Klein-Gordon lattices*. Phys. Rev. E, 1996. **53**(4): p. 4143-4152.
301. Akhmediev, N. and E. Pelinovsky, *Editorial - Introductory remarks on "Discussion & Debate: Rogue Waves - Towards a Unifying Concept?"*. Eur. Phys. J. - Special Topics, 2010. **185**(1): p. 1-4.
302. Ruban, V., et al., *Rogue waves - towards a unifying concept?: Discussions and debates*. Eur. Phys. J. - Special Topics, 2010. **185**(1): p. 5-15.
303. Pelinovsky, E., O. Polukhina, and A. Kurkin, *Rogue edge waves in the ocean*. Eur. Phys. J. - Special Topics, 2010. **185**(1): p. 35-44.
304. Onorato, M., D. Proment, and A. Toffoli, *Freak waves in crossing seas*. Eur. Phys. J. - Special Topics, 2010. **185**(1): p. 45-55.
305. Slunyaev, A., *Freak wave events and the wave phase coherence*. Eur. Phys. J. - Special Topics, 2010. **185**(1): p. 67-80.
306. Soomere, T., *Rogue waves in shallow water*. Eur. Phys. J. - Special Topics, 2010. **185**(1): p. 81-96.
307. Grimshaw, R., et al., *Rogue internal waves in the ocean: Long wave model*. Eur. Phys. J. - Special Topics, 2010. **185**(1): p. 195-208.
308. Jalali, B., et al., *Real-time measurements, rare events and photon economics*. Eur. Phys. J. - Special Topics, 2010. **185**(1): p. 145-157.
309. Bludov, Y.V., V.V. Konotop, and N. Akhmediev, *Vector rogue waves in binary mixtures of Bose-Einstein condensates*. Eur. Phys. J. - Special Topics, 2010. **185**(1): p. 169-180.

310. Efimov, V.B., et al., *Rogue waves in superfluid helium*. Eur. Phys. J. - Special Topics, 2010. **185**(1): p. 181-193.
311. Ruderman, M.S., *Freak waves in laboratory and space plasmas*. Eur. Phys. J. - Special Topics, 2010. **185**(1): p. 57-66.
312. Mussot, A., et al. *Convective instabilities and optical rogue waves in fibers with CW pumping*. in *IEEE/LEOS Winter Topicals Meeting Series, 2009*. 2009.
313. Tse Ve Koon, K., *Solitons à gestion de dispersion et solitons de cut-off dans les lignes électriques non linéaires*, in *Institut Carnot de Bourgogne*. 2007, Université de Bourgogne: Dijon.
314. Marquie, P., *Solitons et modes localisées dans une ligne électrique non linéaire*, in *Laboratoire de Physique, Ondes et Phénomènes non Linéaires*. 1992, Université de Bourgogne: Dijon.
315. Soto-Crespo, J.M., P. Grelu, and N. Akhmediev, *Dissipative rogue waves: Extreme pulses generated by passively mode-locked lasers*. Phys. Rev. E, 2011. **84**(1): p. 016604.
316. Churkin, D.V., O.A. Gorbunov, and S.V. Smirnov, *Extreme value statistics in Raman fiber lasers*. Opt. Lett., 2011. **36**(18): p. 3617-3619.
317. Kovalsky, M.G., A.A. Hnilo, and J.R. Tredicce, *Extreme events in the Ti:sapphire laser*. Opt. Lett., 2011. **36**(22): p. 4449-4451.
318. Benney, D.J. and P.G. Saffman, *Nonlinear interactions of random waves in a dispersive medium*. Proc. R. Soc. London, Ser. A, 1966. **289**(1418): p. 301-&.
319. Newell, A.C., S. Nazarenko, and L. Biven, *Wave turbulence and intermittency*. Physica D: Nonlinear Phenomena, 2001. **152**: p. 520-550.
320. Anderson, D., et al., *Wave-breaking-free pulses in nonlinear-optical fibers*. J. Opt. Soc. Am. B, 1993. **10**(7): p. 1185-1190.
321. Tamura, K. and M. Nakazawa, *Pulse compression by nonlinear pulse evolution with reduced optical wave breaking in erbium-doped fiber amplifiers*. Opt. Lett., 1996. **21**(1): p. 68-70.
322. Fermann, M.E., et al., *Self-similar propagation and amplification of parabolic pulses in optical fibers*. Phys. Rev. Lett., 2000. **84**(26): p. 6010-6013.
323. Finot, C., et al., *Numerical and experimental study of parabolic pulses generated via Raman amplification in standard optical fibers*. IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron., 2004. **10**(5): p. 1211-1218.
324. Gerchber, R.W. and W.O. Saxton, *Practical algorithm for determination of phase from image and diffraction plane pictures*. Optik, 1972. **35**(2): p. 237-&.
325. Billet, C., et al., *Intermediate asymptotic evolution and photonic bandgap fiber compression of optical similaritons around 1550 nm*. Opt. Express, 2005. **13**(9): p. 3236-3241.
326. Zhang, J.F., L. Wu, and L. Li, *Self-similar parabolic pulses in optical fiber amplifiers with gain dispersion and gain saturation*. Phys. Rev. A, 2008. **78**(5).
327. Bale, B.G. and S. Wabnitz, *Strong spectral filtering for a mode-locked similariton fiber laser*. Opt. Lett., 2010. **35**(14): p. 2466-2468.
328. Heidt, A.M., et al., *Coherent octave spanning near-infrared and visible supercontinuum generation in all-normal dispersion photonic crystal fibers*. Opt. Express, 2011. **19**(4): p. 3775-3787.
329. Hooper, L.E., et al., *Coherent supercontinuum generation in photonic crystal fiber with all-normal group velocity dispersion*. Opt. Express, 2011. **19**(6): p. 4902-4907.
330. Tse, M.L.V., et al., *Supercontinuum generation at 1.06  $\mu\text{m}$  in holey fibers with dispersion flattened profiles*. Opt. Express, 2006. **14**(10): p. 4445-4451.
331. Hartung, A., A.M. Heidt, and H. Bartelt, *Design of all-normal dispersion microstructured optical fibers for pulse-preserving supercontinuum generation*. Opt. Express, 2011. **19**(8): p. 7742-7749.
332. Bale, B.G. and S. Boscolo, *Impact of third-order fibre dispersion on the evolution of parabolic optical pulses*. J. Opt. A, 2010. **12**(1).
333. Boscolo, S., A.I. Latkin, and S.K. Turitsyn, *Passive Nonlinear Pulse Shaping in Normally Dispersive Fiber Systems*. IEEE J. Quantum Electron., 2008. **44**(11-12): p. 1196-1203.



## Liste des publications

1. **K. Hammani, C. Finot, J.M. Dudley and G. Millot** : *Optical rogue-wave fluctuations in fiber Raman amplifiers*, Optics Express 16, 16467-16474 (2008). <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=oe-16-21-16467>
2. **K. Hammani, C. Finot, S. Pitois, J. Fatome and G. Millot** : *Real time measurement of long parabolic optical similaritons*, Electronics Letters 44, 1239-1240 (2008). <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00406239/fr/>
3. **K. Hammani, C. Finot and G. Millot** : *Emergence of extreme events in fiber-based parametric processes driven by a partially incoherent wave*, Optics Letters 34, 1138-1140 (2009). <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00408626/fr/>
4. **K. Hammani, C. Finot, B. Kibler and G. Millot** : *Soliton generation in a microstructured fiber by fourth order scalar modulation instability*, Photonics Journal 1, 205-212 (2009). <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00447518/fr/>
5. **C. Finot, K. Hammani, J. Fatome, J.M. Dudley and G. Millot** : *Selection of extreme events generated in Raman fiber amplifiers through spectral offset filtering*, Journal of Quantum Electronics 46, 205-213 (2009).
6. **K. Hammani, B. Kibler, C. Finot and A. Picozzi** : *Emergence of rogue waves from optical turbulence*, Physics Letters A 374, 3585-3589 (2010). <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00491491/fr/>
7. **K. Hammani, B. Kibler, C. Finot, P. Morin, J. Fatome, J. M. Dudley and G. Millot** : *Peregrine soliton generation and breakup in standard telecommunications fiber*, Optics Letters, Optics Letters 36, 112-114 (2011). <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00542997/fr/>
8. **G. Millot, C. Finot, J. Fatome, K. Hammani, S. Pitois and B. Kibler** : *Nonlinear optical reshaping for ultrafast optical fiber applications*, SPIE Newsroom 14 January 2011, 392-395 (2011). <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00526858/fr/>
9. **K. Hammani, A. Picozzi and C. Finot**: *Extreme Statistics in Raman Fiber Amplifiers: From Analytical Description to Experiments*, Optics Communications, 284 (10-11), 2594 - 2603 (2011) . <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00560484/fr/>
10. **K. Hammani, B. Wetzel, B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, G. Millot, N. Akhmediev and J.M. Dudley**: *Spectral dynamics description of modulation instability using Akhmediev breather theory*, Optics Letters, 36 (11), 2140-2142 (2011). <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00592275/fr/>
11. **B. Wetzel, J.M. Dudley, M. Erkintalo, G. Genty, K. Hammani, J. Fatome, C. Finot, G. Millot, F. Dias and N. Akhmediev** : *New analysis of an old instability*, SPIE Newsroom, 28 april 2011 (2011).
12. **B.G. Bale, S. Boscolo, K. Hammani and C. Finot**, *Effects of fourth-order fiber dispersion on ultrashort parabolic optical pulses in the normal dispersion regime*, accepté dans JOSAB (2011). <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00607450/fr/>

13. **B. Kibler, K. Hammani, C. Michel, C. Finot and A. Picozzi** : *Rogue waves, rational solitons and wave turbulence theory*, Physics Letters A 375, 3149-3155 (2011). <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00607454/fr/>
14. **M. Erkintalo, K. Hammani, B. Kibler, C. Finot, N. Akhmediev, J. M. Dudley, and G. Genty** : *Higher-order modulation instability in nonlinear fiber optics*, Physical Review Letters, accepté, 2011.
15. **K. Hammani and C. Finot**: *Experimental signatures of extreme optical fluctuations in lumped Raman fiber amplifiers*, Optical Fiber Technology, accepté, 2011. <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00644860/fr/>



## Résumé

Ce mémoire présente des travaux portant sur les ondes aux statistiques extrêmes qui représentent un sujet extrêmement attractif en optique depuis qu'une comparaison avec les vagues scélérates océaniques a été proposée fin 2007. Nous décrivons donc les mécanismes de formations de ces structures extrêmes dans le cadre de la propagation guidée de la lumière dans les fibres optiques.

Dans une première partie, nous commençons par explorer les ondes scélérates optiques dans les supercontinuuums générés par instabilité modulationnelle d'ordre 4 et proposons une méthode de stabilisation basée sur l'utilisation de deux germes continus. Puis, nous continuons avec une étude approfondie sur les amplificateurs Raman à fibre où des conditions d'apparitions des structures géantes sont déterminées. En effet, en présence d'une pompe partiellement incohérente comme le laser Raman fibré, un gain quasi-instantané et un faible *walk-off* mènent à des statistiques extrêmes. Cela a pu être vérifié que le signal soit continu ou impulsif et dans le cadre d'un amplificateur paramétrique basé sur l'instabilité modulationnelle d'ordre 2 incohérente. Dans la dernière partie, un système turbulent est étudié en fonction de l'incohérence ce qui nous a permis d'identifier trois régimes avec, en particulier, le second où il existe des quasi-solitons intermittents. Enfin, nous nous intéressons à des structures non-linéaires appelées *Breathers d'Akhmediev*, qui présentent des cycles de compression-décompression, et portons notre attention sur leur limite asymptotique : le soliton de Peregrine. Ce dernier est vu comme un prototype très intéressant des vagues scélérates.

Nos études expérimentales, menées aux longueurs d'ondes des communications optiques et utilisant différentes méthodes de caractérisations spectro-temporelles, sont complétées par des études numériques et analytiques.

Mots-clés : *fibre optique, optique non-linéaire, statistiques extrêmes, ondes scélérates, amplificateur Raman, soliton*

## Summary

This thesis deals with extremes statistics which has become an attractive subject in optics since a comparison with oceanic rogue waves has been proposed at the end of 2007. We report some potential mechanisms stimulating the rogue wave formation in the context of guided propagation of light in optical fibers.

In a first part, we explore optical rogue waves in supercontinuuums generated by fourth-order modulation instability and we propose a stabilization method based on the use of two continuous seeds. Then, we present a detailed study on Raman fiber amplifiers where we determine the conditions of emergence of giant structures : in presence of a partially incoherent pumping wave, a quasi-instantaneous gain combined with a low walk-off lead to extremes statistics. We have validated these conditions for a continuous wave as well as a pulse train. Conclusions have also been successfully extended to a parametric amplifier based on incoherent second-order modulation instability. In the last part, a turbulent system is studied as a function of incoherence and we identify three regimes. In one of these regimes, we highlight the existence of intermittent quasi-solitons. Finally, we are interested in nonlinear structures called *Akhmediev Breathers* which present compression-decompression cycles and we focus our attention on its asymptotic limit: the Peregrine soliton. It corresponds to a very interesting prototype of rogue waves.

Our experimental work, performed at optical communication wavelength and using several methods of spectro-temporal characterization, is complemented by numerical and analytical studies.

Keywords : *optical fiber, nonlinear optics, extreme statistics, rogue waves, Raman amplifier, soliton*