



Extraction sur données brutes SONAR et Trajectographie associée

Fabien Bonneton

► To cite this version:

Fabien Bonneton. Extraction sur données brutes SONAR et Trajectographie associée. Optique [physics.optics]. Université du Sud Toulon Var, 2010. Français. NNT : . tel-00648184

HAL Id: tel-00648184

<https://theses.hal.science/tel-00648184>

Submitted on 5 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Toulon et du Var

U.F.R. Sciences et Techniques

discipline : Optique, Image et Signal

Extraction sur Données Brutes SONAR et Trajectographie Associée

Présentée et soutenue publiquement par

Fabien BONNETON

le 12 février 2010

Devant le jury composé de :

M. Philippe Courmontagne	Enseignant-chercheur (HDR), ISEN-Toulon, examinateur
M. René Garelo	Professeur des Universités, Télécom Bretagne, rapporteur et président
M. Regis Lengellé	Professeur des Universités, UTT, rapporteur
M. Claude Jauffret	Professeur des Universités, USTV, directeur de thèse
M. Dann Laneuville	Ingénieur (docteur), DCNS-Toulon, invité

Remerciements

Je tiens par ces quelques lignes à remercier plusieurs personnes qui à leur façon ont contribué à l'aboutissement de ces travaux de thèse.

La première de ces personnes, celle qui a le plus participé à ces travaux est bien sûr Monsieur Claude Jauffret qui m'a encadré et soutenu tout au long de ces 5 ans qu'a duré ma thèse et qui fut un directeur de thèse des plus patients et honnêtes avec moi.

Merci aussi Monsieur Philippe Courmontagne d'avoir fait partie de mon jury de thèse et qui m'a transmis la passion du traitement du signal lors de ses cours à l'ISEN. Je tiens d'ailleurs aussi à remercier à travers lui l'ensemble du personnel enseignant de l'ISEN Toulon et pense particulièrement à messieurs Didier Goguenheim, Bernard Petitprez, Philippe Ouillon.

Merci à Monsieur René Garelo et Regis Lengellé d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse et de leurs remarques pertinentes apportées à ce manuscrit.

Merci à Dann Laneuville qui fut toujours disponible pour discuter de mes travaux. Je voudrais aussi remercier à travers lui l'ensemble des personnes du groupe veille de DCNS qui m'ont accueilli au sein de leur groupe et fait partager des moments de convivialité très fort.

Merci à mes partenaires thésards que sont Salouah Rihoui, Nicolas Juennard, Thual Trainini, Remy Dubroca avec qui j'ai partagé de très bons moments.

Merci aux personnes du laboratoire IM2NP signal, Annie Claude Pignol, Bruno Borloz, Gille Chabriel, Jean Barrere, Bernard Xerri qui m'ont accueilli et aidé quand j'en avais besoin.

Cette thèse est aussi dédiée à Elodie Aubaud pour son aide précieuse dans la rédaction du manuscrit.

Merci également l'ensemble de mes amis qui ont supporté mes sautes d'humeur et de moral tout au long de cette thèse. Particulièrement Christian Souche, Adrien Ille, Gregory Bartoli, Jérômes Hugues, Christophe Masce, Céline Perles, Laurent Wlodarzick, Bertrand Lechevallier, Emilie Violon, Alban Vargas, Adelin Marchaud, Ronan Cachard. Et j'ai une pensée émue pour Maxime Jacquet trop tôt disparu.

Enfin merci à l'ensemble de ma famille parents, cousins, oncles, tantes toujours présents quand le blues arrive.

Table des matières

1	Introduction au problème	14
2	Modélisation du signal source et statistiques associées	16
2.1	Objectif du chapitre	16
2.2	Organisation du chapitre	16
2.3	Physique du problème	16
2.3.1	Antenne linéaire et notation des angles	16
2.3.2	Modélisation du signal à l'émission et à la réception	17
2.3.3	Mise en forme du signal et hypothèse	18
2.4	La formation de voies	19
2.4.1	La formation de voies temporelle	19
2.4.1.1	Principe général	19
2.4.1.2	Etude de la formation de voies en présence d'un signal sans bruit perturbateur	20
2.4.2	Etude de $\ \mathbf{y}_k(\Phi)\ ^2$	22
2.4.2.1	Échantillonnage de $\ \mathbf{y}_k(\Phi)\ ^2$	22
2.4.3	Formation de l'image d'étude	24
2.4.4	La formation de voies fréquentielle	24
2.4.5	Ordre de grandeur utilisé dans cette thèse	27
2.5	Calcul des deux premiers moments de l'image en sortie de formation de voies .	28
2.5.1	Bruit seul	28
2.5.1.1	Approximation gaussienne	28
2.5.2	Signal et bruit	29
2.6	Conclusion	32
3	Extraction par HMM dans le cas mono-source	33
3.1	Objectif du chapitre	33
3.2	Organisation du chapitre	33
3.3	Rappels sur les chaînes de Markov cachées	34
3.3.1	L'algorithme forward backward	34
3.3.2	Estimateurs	36
3.4	Application aux images issues de la formation de voies	36

3.5	Application aux images issues de la formation de voies, première architecture : l'extraction suivie de la détection	37
3.5.1	L'extraction	37
3.5.1.1	Choix du vecteur d'état	37
3.5.1.1.1	Vecteur d'état « naturel »	37
3.5.1.1.2	Vecteur d'état réduit de dimension 2	39
3.5.1.1.3	Vecteur d'état réduit de dimension 1	40
3.5.1.2	Obtention de la matrice A	41
3.5.1.2.1	Ecriture mathématique	41
3.5.1.2.2	Influence des paramètres ς et g sur A^e	41
3.5.1.3	La matrice B	43
3.5.1.3.1	Première hypothèse : le signal n'agit que dans un seul canal	43
3.5.1.3.2	Deuxième hypothèse : le signal agit sur plusieurs canaux voisins	45
3.5.1.3.2.1	L'estimation de $\Omega_S(u)$	46
3.5.1.3.2.2	L'estimation de $a_k^2(u)$	47
3.5.1.3.2.3	L'estimation de la matrice B^e	48
3.5.1.4	Récapitulatif de l'algorithme d'extraction	48
3.5.2	La détection	50
3.5.2.1	Le vecteur d'état binaire	50
3.5.2.2	Calcul des matrices A et B du modèle HMM associé à Γ_k	50
3.5.2.2.1	Calcul de la matrice B dans le cadre de la première hypothèse	52
3.5.2.2.2	Calcul de la matrice B dans le cadre de la deuxième hypothèse	52
3.5.2.3	Récapitulatif de « l'algorithme de détection »	53
3.6	Application aux images issues de la formation de voies, deuxième architecture : détection et extraction « dans un même bloc » (All in one)	54
3.6.1	Obtention de la matrice A	54
3.6.2	Obtention de la Matrice B	56
3.6.3	Résumé de l'algorithme d'extraction détection simultanées « All in One »	57
3.7	Comparaison entre les différents extracteurs	57
3.7.1	Scénario simulé et calculs effectués sur le tirage de Monte Carlo	58
3.7.2	Résultats réalisés sur les différents extracteurs	59
3.7.2.1	Extraction puis détection en considérant l'influence du signal dans un seul canal	59
3.7.2.2	Extraction puis détection en considérant l'influence du signal dans plusieurs canaux	60
3.7.3	Extraction « all in one » en considérant l'influence du signal dans un seul canal	62

3.7.3.1	Extraction « all in one » en considérant l'influence du signal dans plusieurs canaux	62
3.8	Conclusion	65
4	L'extraction multisources	66
4.1	Objectif du chapitre	66
4.2	Organisation du chapitre	66
4.2.1	Le vecteur d'état	67
4.2.2	Observations	69
4.3	La méthode globale	69
4.4	L'extraction parallèle	70
4.4.1	Principe	70
4.4.2	L'algorithme forward backward multisource	71
4.4.3	Obtention de la matrice A^l	73
4.4.4	Obtention de la matrice B^l	73
4.4.5	Initialisation	74
4.4.6	Réaffectation	74
4.4.7	Résumé de l'algorithme	76
4.4.8	La détection	76
4.4.9	Evaluation des performances de l'extracteur	77
4.4.9.1	Outils d'évaluation des performances de l'extraction	78
4.4.9.1.1	Mise en place mathématique des fonctions coûts	78
4.4.9.1.2	Interprétation de ces coûts	79
4.4.9.2	Résultats obtenus avec l'extracteur parallèle	79
4.4.9.3	Résolution du problème du décrochage des pistes et de la gestion des croisements de pistes	81
4.5	L'extraction en deux passes	84
4.5.1	Principe	84
4.5.2	Résultats	84
4.6	Conclusion	86
5	Trajectographie	88
5.1	Objectif du chapitre	88
5.2	Organisation du chapitre	88
5.3	La trajectographie sur des mesures issues d'images temps-fréquence	89
5.3.1	La trajectographie sur des mesures fréquentielles	89
5.3.1.1	Principe d'estimation par moindres carrés	89
5.3.1.2	Borne de Cramer Rao	91
5.3.1.3	Résultats théoriques à l'aide de simulation de Monte Carlo	92
5.4	Trajectographie sur des mesures de cosinus de gisement	93
5.4.1	Modélisation du problème	93
5.4.2	Maximum de vraisemblance sur mesures supposées gaussiennes	95
5.4.2.1	Principe	95

5.4.2.2	Résultats	96
5.4.2.2.1	Trajectographie réalisée sur une image qui présente un signal du début à la fin de l'écoute	97
5.4.2.2.1.1	Avec l'extracteur moyen	98
5.4.2.2.1.2	Avec l'extracteur optimisé	100
5.4.2.2.2	Trajectographie réalisée en présence d'un trou de détection	101
5.4.2.2.2.1	Extracteur moyen	102
5.4.2.2.2.2	Extracteur optimisé	103
5.4.2.2.3	Conclusion	105
5.4.3	Prise en compte de la présence de fausses alarmes dans le modèle de vraisemblance	105
5.4.3.1	Principe	105
5.4.3.2	Evaluation des performances : borne de Cramér Rao	106
5.4.3.3	Résultats	107
5.4.3.3.1	Source présente du début à la fin de l'écoute	108
5.4.3.3.1.1	Avec l'extracteur moyen	108
5.4.3.3.1.2	Avec l'extracteur optimisé	109
5.4.3.3.2	En présence d'un trou de détection	111
5.4.3.3.2.1	Avec un extracteur moyen	111
5.4.3.3.2.2	Extracteur optimisé	112
5.4.3.4	L'initialisation	112
5.4.4	Reboulage des données	113
5.4.4.1	Principe	114
5.4.4.2	Résultats	114
5.4.5	Trajectographie multisource	115
5.4.5.1	Introduction au scénario	115
5.4.5.2	Mise en équation de la trajectographie	117
5.4.5.3	Résultats obtenus	119
5.4.5.4	L'initialisation	124
5.5	Conclusion	127
6	Conclusion et perspectives	128
A	Démonstration de la formation de voies fréquentielles	132
B	Calcul de la covariance pour une image issue de la formation présentant que du bruit	134
C	Rappel sur l'extraction HMM dans une image temps fréquence	142
C.1	Construction de l'image temps fréquence	142
C.2	Extraction et détection d'une piste fréquentielle	143
C.2.1	Le vecteur d'état	143

C.2.2	Extraction : obtention des matrices de transition et de vraisemblance . .	144
C.2.3	Détection	144
C.2.4	Résumé de l'algorithme	146
D	Algorithme forward backward parallèle [1]	148
D.1	Rappel	148
D.2	Théorèmes et démonstrations	149

Table des figures

1.1	Schéma succinct du fonctionnement d'un sonar	14
2.1	Exemple d'image temps cosinus de gisement	17
2.2	Position dans l'espace du problème	18
2.3	Influence de ζ_k sur $\ \mathbf{y}_k(\Phi)\ ^2$	23
2.4	Echantillonnage de la fonction g	24
2.5	Histogramme de l'énergie (centrée réduite) en sortie de formation de voies et densité de la loi normale centrée réduite	29
2.6	Répartition de la covariance dans le plan (Φ_1, Φ_2)	30
2.7	Formation de voies pour une image présentant un signal	31
2.8	Histogramme de l'énergie (centrée réduite) dans le canal -10 et densité de la loi normale centrée réduite	31
2.9	Histogramme de l'énergie du signal (centrée réduite) et densité des lois centrales réduites centrée et décentrée.	32
3.1	Courbe de variation du cosinus de gisement dans le temps pour un scénario donné	38
3.2	Exemple d'une image gisement-temps	41
3.3	Extraction réalisée avec $g = 1$ et $g = 5$ $\varsigma = 0.5$	42
3.4	Extraction avec $\varsigma = 0.01$ et $\varsigma = 1$ et $g = 1$	42
3.5	Extraction réalisée en adaptant la matrice A^e à la manœuvre du porteur	43
3.6	Comparaison des extractions avec différentes estimations de $L_a \in \{4, 12, 20\}$.	47
3.7	Formation de voies et extraction réalisée	50
3.8	Extraction réalisée sur une image présentant un trou de détection	54
3.9	Influence de w_0 et w_1 sur la fausse alarme et la détection	60
3.10	Influence de w_0 et w_1 sur l'erreur quadratique moyenne	60
3.11	Influence de w_0 et w_1 sur la fausse alarme et la détection	61
3.12	Influence de w_0 et w_1 sur l'erreur quadratique moyenne	61
3.13	Influence du seuil et du lobe principal sur la fausse alarme et la détection	62
3.14	Influence de w_0 et w_1 sur la fausse alarme et la détection	63
3.15	Influence de w_0 et w_1 sur l'erreur quadratique moyenne	63
3.16	Influence du seuil et du lobe principal sur la fausse alarme et la détection	64
3.17	Influence du seuil et du lobe principal sur l'erreur quadratique	64
3.18	Influence de w_0 et w_1 sur la fausse alarme et la détection	65

4.1	Image issue du traitement d'antenne en présence de deux sources	67
4.2	Piste réelle de cosinus	67
4.3	Pistes extraites de cosinus. On note une mauvaise gestion du croisement.	68
4.4	Exemple d'initialisation pour deux pistes	75
4.5	Extraction confondant les pistes	79
4.6	Influence du lobe principal et du seuil de détection sur l'extracteur parallèle . .	80
4.7	Influence de w_0 et w_1 sur l'extracteur parallèle	80
4.8	Structure de la matrice A	81
4.9	Extraction en sur-estimant ς	82
4.10	Influence du lobe principal et du seuil de détection sur l'extracteur parallèle . .	83
4.11	Influence de w_0 et w_1 sur l'extracteur parallèle	83
4.12	Image présentant un effacement de piste	84
4.13	Influence du lobe principal et du seuil de détection sur l'extracteur parallèle . .	85
4.14	Influence de w_0 et w_1 sur l'extracteur parallèle	85
5.1	Trajectoire d'une source en MRU	89
5.2	Image temps fréquence	90
5.3	Trajectoire du porteur et de la source	97
5.4	Exemple d'image gisement temps avant extraction	98
5.5	Exemple d'extraction réalisée	98
5.6	Histogramme des 500 estimations de distance pour l'extracteur moyen	99
5.7	Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l'extracteur moyen	100
5.8	Histogramme des 500 estimations de distance pour l'extracteur optimisé	100
5.9	Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l'extracteur optimisé	101
5.10	Image gisement temps avant extraction	102
5.11	Extraction réalisée	102
5.12	Histogramme des 500 estimations de distance pour l'extracteur moyen	103
5.13	Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l'extracteur moyen	103
5.14	Histogramme des 500 estimations de distance pour l'extracteur optimisé	104
5.15	Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l'extracteur optimisé	104
5.16	Histogramme des 500 estimations de distance pour l'extracteur moyen	109
5.17	Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l'extracteur moyen	109
5.18	Histogramme des 500 estimations de distance pour l'extracteur optimisé	110
5.19	Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l'extracteur optimisé	110
5.20	Histogramme des 500 estimations de distance pour l'extracteur moyen	111
5.21	Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l'extracteur moyen	112
5.22	Histogramme des 500 estimations de distance pour l'extracteur optimisé	113
5.23	Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l'extracteur optimisé	113
5.24	Trajectoire du porteur et des sources dans le temps	115
5.25	Piste réelle de cosinus	116
5.26	Image gisement temps	116
5.27	Exemple de pistes extraites de mesures de cosinus avec l'extracteur parallèle . .	116
5.28	Histogramme des 500 distances estimées pour $\hat{W}^1$	120

5.29	Histogramme des 500 distances estimées pour $\hat{W}^2$	120
5.30	Histogramme des 500 distances estimées pour $\hat{W}^1$	121
5.31	Histogramme des 500 distances estimées pour $\hat{W}^2$	122
5.32	Histogramme des 500 vitesses estimées pour $\hat{W}^1$	122
5.33	Histogramme des 500 vitesses estimées pour $\hat{W}^2$	123
5.34	Histogramme des 500 distances estimées pour $\hat{W}^1$	124
5.35	Histogramme des 500 distances estimées pour $\hat{W}^2$	124
5.36	Histogramme des 500 vitesses estimées pour $\hat{W}^1$	125
5.37	Histogramme des 500 vitesses estimées pour $\hat{W}^2$	125
5.38	Estimation des distance de $\hat{W}^1$	127
5.39	Estimation des distance $\hat{W}^2$	127
C.1	Image temps fréquence	143

Glossaire

t	Temps.
$s(t)$	Signal source.
$a(t)$	Amplitude du signal .
$f(t)$	Fréquence instantanée du signal
$\lambda(t)$	Longueur d'onde du signal.
$\Psi(t)$	Phase instantanée du signal.
P	Nombre de capteurs de l'antenne.
p	Indexation des capteurs.
d	Distance entre deux capteurs
$r_p(t)$	Signal reçu sur le capteur p .
$b(t)$	Gisement.
$\theta(t)$	Azimut.
$h(t)$	Cap de l'antenne.
$\eta_p(t)$	Bruit reçu sur le capteur.
$\sigma_p(t)^2$	Variance du bruit sur le capteur p .
τ_p	Temps de décalage entre le capteur p et le capteur de référence.
RSB	Rapport Signal à Bruit.
δ_t	Durée d'un snapshot.
K	Nombre de snapshots.
k	Indexation des snaphots.
t_k	Temps d'arrivée du snapshot k .
a_k	Amplitude du signal pour le snapshot k .
Ψ_k	Phase du signal pour le snapshot k
f_k	Fréquence du signal pour le snapshot k
b_k	Gisement pendant le snapshot k
σ_k^2	Variance du bruit lors du snapshot k .
F_e	Fréquence d'échantillonnage
N	Nombre d'échantillons du signal pour un snapshot.
M	Nombre de voies.
m	Indexation des voies.
ϕ	Axe de voie.
Φ	Cosinus de l'axe de voie.
$\mathbf{R}_p(t_k)$	Vecteur temporel de taille N contenant les valeurs du signal reçu sur le capteur p lors du snapshot k .

$\mathbf{y}_k(\Phi)$	Vecteur contenant la formation de voies temporelle.
$\mathbf{D}_{p,k}(\Phi)$	Vecteur de déphasage de la voie m à l'instant k .
$\mathbf{R}_{p,k}[f]$	Vecteur fréquentiel du signal reçu sur le capteur p , à l'instant k .
$\mathbf{Y}_k(\Phi)$	Vecteur de formation de voies fréquentielle.
$g_{\Phi_k}(\Phi)$	Réponse de la formation de voies fréquentielle à un signal présent en Φ_k .
ζ_k	Largeur du lobe principal issue de la réponse de la formation de voie à un signal.
V_τ	Image formée avec la formation de voies temporelle.
V_γ	Image formée avec la formation de voies fréquentielle.
z_k	Mesures présentes à l'instant k .
$\mathbf{x}_k$	Vecteur d'état comprenant les numéros de voies et de défilement du cosinus.
U	Cardinal de l'espace d'état.
u	Indexation des vecteur d'état.
ν_k	Bruit d'état.
A^e	Matrice de transition d'état.
B^e	Matrice de vraisemblance.
Π^e	Matrice d'initialisation.
$\alpha_k(u)$	Probabilité forward.
$\beta_k(u)$	Probabilité backward.
$\gamma_k(u)$	Probabilité forward-backward.
c	Valeur du cosinus.
v	Valeur de la vitesse de défilement des cosinus (appelé aussi pente).
s	Indexation des pentes du cosinus.
$\mathbf{x}_k^P$	Vecteur d'état comprenant les valeurs physiques
I	Nombre de pentes
J	Numéro de pente le plus grand.
S	Valeur de la vitesse de défilement du cosinus maximum
T	Matrice de transition du vecteur $\mathbf{x}_k^P$
Q	Matrice de variance du bruit d'état de $\mathbf{x}_k^P$
q	Valeur de l'accélération maximum des cosinus.
G	Matrice de passage du vecteur d'état $\mathbf{x}_k^P$ à $\mathbf{x}_k$
H	Matrice de transition du vecteur $\mathbf{x}_k$
ζ	Valeur de transition de l'état $k - 1$ à k
ζ_{hm}	Valeur de ζ lorsque le bateau ne manœuvre pas.
ς_{dm}	Valeur de ς durant la manœuvre du bateau.
R	Matrice de variance du bruit d'état de $\mathbf{x}_k$

g	Paramètre lié à la matrice R .
Ω_B	Ensemble regroupant les canaux non influencé par le signal.
Ω_S	Ensemble regroupant les canaux influencés par le signal.
ω_B	Cardinal de l'ensemble Ω_B .
ω_S	Cardinal de l'ensemble Ω_S .
Γ_k	Etat binaire indiquant la détection ou non du signal.
w_0	Probabilité d'apparition de la piste.
w_1	Probabilité de disparition de la piste.
h	Seuil de détection.
$\mathbf{y}_k$	Vecteur d'état pour l'extraction « All in one »
K_d	Ensemble regroupant les snapshots où le signal est présent.
K_{nd}	Ensemble regroupant les snapshots où le signal est absent.
$\mathbf{c}_v$	Vecteur regroupant l'ensemble des vraies valeurs de cosinus du signal.
e_m	Erreur quadratique moyenne.
P_d	Probabilité de détection.
P_{Fa}	Probabilité de fausse alarme.
L	Nombre de piste supposé
l	Indexation des pistes (l vas de 1 à L).
ω_k	Ensemble tenant compte de l'exclusion des pistes à l'instant k .
Ω_K	Ensemble regroupant les ω_k pour k allant de 0 à K .
α_k^l	Probabilité forward de la piste l .
β_k^l	Probabilité backward de la piste l .
γ_k^l	Probabilité forward-backward de la piste l .
$q_k^{\alpha,l}$	Probabilité d'exclusion à l'instant k liée à la piste l en sachant les mesures antérieures à k .
$q_k^{\beta,l}$	Probabilité d'exclusion à l'instant k liée à la piste l en sachant les mesures postérieures à k .
$\tilde{\alpha}_k$	Probabilité forward ne tenant pas compte de l'exclusion à l'instant k .
$\tilde{\beta}_k$	Probabilité backward ne tenant pas compte de l'exclusion à l'instant k .
W	Vecteur d'état pour la trajectographie.
d_{cpa}	Distance SONAR trajectoire source.
V	Vitesse de la source.
f_0	Fréquence émise par la source.
t_{cpa}	Temps de propagation de l'onde.
$\epsilon_{f,k}$	Bruit ajouté à la mesure fréquentielle.
f_k	Mesure fréquentielle effectuée à l'instant k .
$Q_f(W)$	Critère des moindres carrés.
$I(W)$	Matrice d'information de Fisher.
$L(W f_k)$	Probabilité de vraisemblance de la mesure.

c_k	Cosinus mesuré à l'instant k .
$c_{v,k}$	Cosinus réel à l'instant k .
$\hat{c}_k$	Cosinus estimé à l'instant k .
$x_p(k), y_p(k)$	Coordonnées du porteur à l'instant k .
$x_s(k), y_s(k)$	Coordonnées de la source à l'instant k .
v_{xs}, v_{ys}	Coordonnées de la vitesse de la source.
$\hat{W}$	Estimation du vecteur d'état.
$\bar{W}$	Moyennes des vecteurs d'état pour un scénario donné.
Cov	Matrice de covariance empirique.

Chapitre 1

Introduction au problème

Depuis l'apparition des sous-marins à la fin du 19^e siècle, les hommes s'intéressent de plus en plus à l'acoustique sous-marine et tous ses problèmes. Détecter les autres en toute discrétion, tel est le défi des sous-marins. Pour y parvenir les sous-marins disposent essentiellement d'appareils de mesures appelés SONAR, qui tentent de détecter et d'analyser les ondes sonores.

On distingue deux types de sonars, les sonars passifs et les sonars actifs. Un sonar actif est composé d'une partie émission qui émet une onde sonore et une partie réception qui traite l'onde réfléchie. Le sonar passif quant à lui n'est composé que de la réception et traite l'arrivée de l'ensemble des signaux sonores entendus dans l'eau.

La partie réception d'un sonar (actif ou passif) est composée de 2 grands blocs :

- un ensemble de capteurs acoustiques appelés hydrophones regroupés pour former une antenne que l'on qualifiera de linéaire, cylindrique ou sphérique selon la répartition géométrique des capteurs ;
- un ensemble de modules se trouvant à bord du bâtiment (de surface ou sous marin). Chaque module est destinée à une fonction particulière (détection, classification, trajectographie,...) qualifiée de traitement amont. Le schéma succinct 1.1 résume cette description.

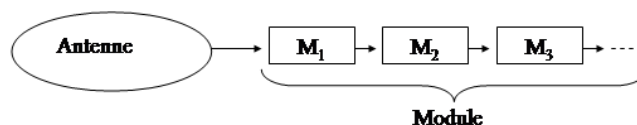


FIGURE 1.1 – Schéma succinct du fonctionnement d'un sonar

Les travaux développés dans le cadre de cette thèse s'inscrivent dans le contexte d'un sonar passif et s'intéressent à l'extraction du signal dans le plan (gisement, temps) et traite de la trajectographie passive par mesure d'angle (TPA).

L'extraction est une action consistant à créer des pistes de gisement (ou de fréquence si on est en présence d'une image temps fréquence) en fonction du temps. Il existe actuellement peu de travaux publiés sur l'extraction dans des images gisement-temps. L'extraction a surtout été développée sur des images temps fréquence. La plupart des techniques utilisées sur les images temps fréquences sont résumées dans [2]. Sur l'extraction dans des images gisement-temps on peut toutefois citer les travaux [3, 4, 5, 6, 7] où les auteurs se placent après une formation de voies paramétrique. Dans le cadre de cette thèse nous allons considérer le cas d'une antenne linéaire dont la sortie alimente la formation de voies classique qui est un algorithme non paramétrique de l'estimation de direction d'arrivée de sources en champ lointain. Cette formation de voies nous permettra d'obtenir les images gisement-temps. Ces traitements feront l'objet du deuxième chapitre. Ils sont basés notamment sur les travaux de Mucci [8], ou de Dundgeon [9].

Le troisième chapitre exploite des méthodes d'extraction de pistes de cosinus de gisement. Dans ce chapitre, ces extractions sont effectuées dans une image gisement-temps qui ne présente qu'un seul signal source sujet aux aléas de la propagation. L'étude d'un article de Harry Van Trees [7] nous montre la réalisation d'extraction sur des images gisement-temps à l'aide d'algorithmes Expectation Maximization (EM) et de lisseuse de Kalman. Dans cet article le signal est modélisé par un processus aléatoire. L'interruption de pistes dans l'image n'est pas prise en compte. Contrairement à ces travaux, nous avons considéré des signaux non permanents et « bande étroite » (i.e des signaux modélisés par des cosinus). Les techniques que nous avons mises au point, sont issues de l'arsenal des HMM. Nos travaux s'inspirent de ceux de Roy Streit [10] et de Sébastien Paris [1] effectués sur des images temps fréquence.

Le quatrième chapitre traite de l'extraction dans le cadre d'une image présentant plusieurs signaux (sources). Cette étude est effectuée pour une image gisement-temps qui présente deux pistes de signal (ou plus) se croisant. Une méthode d'extraction multipistes à base d'HMM est mise en place et détaillée dans ce chapitre. Le cas multipistes dans le cadre d'une image temps fréquence fut abordé par Sébastien Paris [11] dans sa thèse, ainsi que par George Bethel [12]. Ils mettent en œuvre plusieurs extracteurs HMM en parallèle afin d'extraire l'ensemble des pistes voulues. Xianya Xie [13] quant à lui a mis en œuvre un extracteur HMM réalisant une extraction globale de l'ensemble de pistes.

Le cinquième chapitre est dévolu à la trajectographie passive dont les entrées sont fournies par les algorithmes développés dans les deux chapitres précédents. Il met en œuvre une extension des travaux de Claude Jauffret et Yaakov Bar-Shalom [14] dans le cadre multisources.

L'originalité de notre approche vient de ce que nous avons exploité les statistiques de l'image gisement-temps, déduits des hypothèses généralement admises du signal (bande étroite) et du bruit. En effet dans la majorité des travaux associés à l'extraction ce sont des techniques issues du traitement d'image qui sont adaptées et mis en œuvre. Cette approche nous permet de traiter des cas de rapport signal à bruit très faibles (-31 dB sur capteur).

Chapitre 2

Modélisation du signal source et statistiques associées

2.1 Objectif du chapitre

Ce chapitre a pour but de présenter la modélisation mathématique du problème puis la construction d'image gisement-temps après formation de voies classiques. Il s'agit d'un abus de langage puisque sur une telle image est représentée en niveau de gris l'énergie calculée pour les cosinus de gisement au cours du temps. Un exemple d'image est donné par la figure 2.1. Les propriétés statistiques d'une telle image en bruit seul et en présence d'un signal (source), seront évaluées.

2.2 Organisation du chapitre

La première section de ce chapitre présente la modélisation du signal brut ainsi que les hypothèses utilisées sur le signal.

La deuxième section introduit la formation de voies classiques qui permet la formation d'image gisement-temps.

Dans la dernière partie on étudiera les statistiques de ces images tout d'abord en présence de bruit seul puis en présence d'une source et du bruit.

2.3 Physique du problème

2.3.1 Antenne linéaire et notation des angles

Les signaux transitent dans le milieu marin pour être éventuellement détectés par une antenne linéaire. Cette antenne est composée de P capteurs numérotés de 0 à $P - 1$ par un indice p , et espacés d'une distance régulière notée d . L'échantillonnage selon le théorème de Shannon

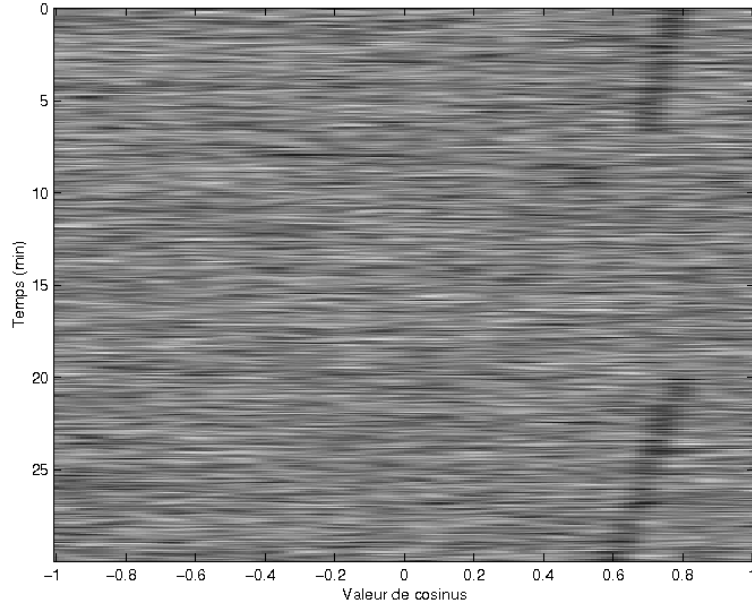


FIGURE 2.1 – Exemple d’image temps cosinus de gisement

appliqué au traitement d’antenne conduit à choisir d inférieur à la demi longueur d’onde maximum du signal que l’on veut détecter : $d \leq \frac{\lambda}{2}$ [9], λ étant la longueur d’onde du signal.

La configuration spatiale est donnée par la figure 2.2.

- b est appelé gisement.
- θ est appelé l’azimut.
- h est l’angle définissant l’orientation de l’antenne (que nous supposons égal au cap suivi par le porteur à l’instant t).

Le but du traitement d’antenne est d’estimer au mieux b au cours du temps.

2.3.2 Modélisation du signal à l’émission et à la réception

On suppose que chaque source émet un signal sinusoïdal défini par :

$$s(t) = a(t) \sin [\psi(t)] ,$$

où $a(t)$ est l’amplitude du signal au cours du temps.

La fréquence instantanée est donnée par $f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\psi(t)}{dt}$.

La longueur d’onde associée par $\lambda(t) = \frac{C}{f(t)}$ avec C la célérité des ondes sonores dans l’eau.

Le signal reçu sur le capteur p sera donc directement issu du signal source :

$$\begin{aligned} r_p(t) &= s(t - t_p) + \eta_p(t), \\ r_p(t) &= s\{t - t_0 - \tau_p[b(t)]\} + \eta_p(t), \end{aligned} \tag{2.1}$$

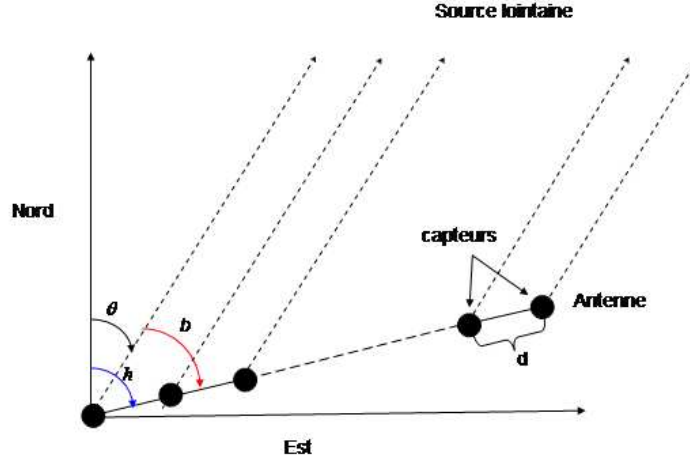


FIGURE 2.2 – Position dans l'espace du problème

où t_p est le temps de propagation mis par l'onde entre le capteur p et la source.
 t_0 est le temps de propagation pour atteindre le premier capteur.

$\tau_p[b(t)] \triangleq \frac{dp}{C} \cos[b(t)]$ est la différence du temps d'arrivée de l'onde entre le premier capteur et le capteur p .

C étant la valeur de la célérité du son dans l'eau, soit environ 1500 m.s^{-1} .

$\eta_p(t)$ modélise le bruit ambiant sur le capteur p à l'instant t . Le bruit est supposé gaussien centré de variance $\sigma_p^2(t)$.

Tout au long de nos travaux, nous supposons que les capteurs sont calibrés à l'identique et que les bruits reçus sur chaque capteur sont indépendants entre eux et de même puissance : $\sigma_p^2(t) = \sigma^2(t)$.

Le rapport signal à bruit (RSB) sur capteur est défini classiquement par :

$$\text{RSB}(t) = \frac{a^2(t)}{2\sigma^2(t)}$$

Ce rapport sera exprimé en déciBel $10 \log(\text{RSB})$.

C'est à partir des signaux $r_p(t)$ que l'on estime $b(t)$.

2.3.3 Mise en forme du signal et hypothèse

Le signal est segmenté en blocs de même durée δ_t . Un bloc est appelé snapshot. On prend pour toute la thèse $\delta_t = 4s$. Chaque bloc est numéroté par l'indice k qui varie de 0 à $K - 1$. Et on pose

$$t_k = k\delta_t$$

On suppose que $a(t)$, $f(t)$, $b(t)$ et $\sigma_p(t)$ sont lentement variables relativement à δ_t . On approxime alors ces valeurs par des constantes notées ainsi :

$$\begin{aligned} a(t) &\simeq a_k \\ f(t) &\simeq f_k \\ \lambda(t) &\simeq \lambda_k \quad t \in [t_k, t_{k+1}] \\ b(t) &\simeq b_k \\ \sigma(t) &\simeq \sigma_k \end{aligned}$$

La phase du signal à l'instant t_k est définie par φ_k . Le signal reçu durant le snapshot k est donné par :

$$r_p(t) = a_k \sin \left(2\pi f_k \left[t - \frac{pd}{C} \cos(b_k) \right] + \varphi_k \right) + \eta_p(t), \quad t \in [t_k, t_{k+1}]$$

η_p est la réalisation d'une variable aléatoire gaussienne centrée de variance σ_k^2 .

Ces signaux sont échantillonnés à une fréquence F_e respectant Shannon (i.e. $F_e > 2f_k$), ce qui permet d'avoir $N = F_e \delta_t$ valeurs reçues sur chaque capteur lors d'un snapshot.

Le N -uplet de valeurs forme le vecteur de dimension $1 \times N$:

$$\mathbf{r}_p(t_k) \triangleq \begin{bmatrix} r_p \left(t_k + \frac{0}{F_e} \right) \\ r_p \left(t_k + \frac{1}{F_e} \right) \\ \vdots \\ r_p \left(t_k + \frac{n}{F_e} \right) \\ \vdots \\ r_p \left(t_k + \frac{N-1}{F_e} \right) \end{bmatrix} + \boldsymbol{\eta}_{p,k}$$

avec $\boldsymbol{\eta}_{p,k}$ qui est un vecteur de dimension $1 \times N$ réalisation d'un vecteur aléatoire centré gaussien de variance $\sigma_k I_N$, I_N étant la matrice identité de taille N .

On utilisera une formation de voies classique qui permet de calculer l'énergie du signal reçue dans un angle donné (appelé voie). Cette formation de voies peut être effectuée sur les signaux temporels ou sur leurs formes fréquentielles.

2.4 La formation de voies

2.4.1 La formation de voies temporelle

2.4.1.1 Principe général

La formation de voies temporelle consiste à retarder régulièrement les signaux reçus par les différents capteurs comme présenté dans [9]. On effectue ensuite la somme de l'ensemble de

ces signaux retardés, et on calcule l'énergie de ce nouveau signal.

En l'absence de bruits perturbateurs cette énergie est maximale lorsque les signaux sont en phase et s'atténue si les signaux sont déphasés.

Le décalage (ou retard) sur le capteur p est défini par $\tau_p(\phi) \triangleq \frac{dp}{C} \cos(\phi)$, ϕ étant un angle quelconque parcourant l'ensemble $[-\pi, \pi]$.

Le retard n'étant pas linéaire en ϕ , on définit une nouvelle variable $\Phi \triangleq \cos(\phi)$ qui varie entre -1 et 1 . Le décalage est alors donné par

$$\tau_p(\Phi) \triangleq \frac{dp}{C} \Phi, \quad \Phi \in [-1, 1].$$

On calcule pour tout Φ le vecteur suivant [15], [8] :

$$\mathbf{y}_k(\Phi) \triangleq \sum_{p=0}^{P-1} \mathbf{r}_p [t_k + \tau_p(\Phi)]$$

Ce nouveau vecteur nous permet alors de calculer une énergie donnée par $\|\mathbf{y}_k(\Phi)\|^2$. Ceci constitue le principe de la formation de voies.

2.4.1.2 Etude de la formation de voies en présence d'un signal sans bruit perturbateur

En l'absence de bruits perturbateurs sur les capteurs, $\mathbf{y}_k(\Phi)$ s'écrit :

$$\mathbf{y}_k(\Phi) = \sum_{p=0}^{P-1} \begin{bmatrix} a_k \sin \left(2\pi f_k \left(t_k + \frac{0}{F_e} \right) + \varphi_k - 2\pi f_k \frac{pd}{C} [\cos(b_k) - \Phi] \right) \\ a_k \sin \left(2\pi f_k \left(t_k + \frac{1}{F_e} \right) + \varphi_k - 2\pi f_k \frac{pd}{C} [\cos(b_k) - \Phi] \right) \\ \vdots \\ a_k \sin \left(2\pi f_k \left(t_k + \frac{n}{F_e} \right) + \varphi_k - 2\pi f_k \frac{pd}{C} [\cos(b_k) - \Phi] \right) \\ \vdots \\ a_k \sin \left(2\pi f_k \left(t_k + \frac{N-1}{F_e} \right) + \varphi_k - 2\pi f_k \frac{pd}{C} [\cos(b_k) - \Phi] \right) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}_k(\Phi) = & a_k \sum_{p=0}^{P-1} \cos \left(2\pi f_k \frac{pd}{C} [\cos(b_k) - \Phi] \right) \begin{bmatrix} \sin \left(2\pi f_k (t_k + \frac{0}{F_e}) + \varphi_k \right) \\ \sin \left(2\pi f_k (t_k + \frac{1}{F_e}) + \varphi_k \right) \\ \vdots \\ \sin \left(2\pi f_k (t_k + \frac{n}{F_e}) + \varphi_k \right) \\ \vdots \\ \sin \left(2\pi f_k (t_k + \frac{N-1}{F_e}) + \varphi_k \right) \end{bmatrix} \\
& - a_k \sum_{p=0}^{P-1} \sin \left(2\pi f_k \frac{pd}{C} [\cos(b_k) - \Phi] \right) \begin{bmatrix} \cos \left(2\pi f_k (t_k + \frac{0}{F_e}) + \varphi_k \right) \\ \cos \left(2\pi f_k (t_k + \frac{1}{F_e}) + \varphi_k \right) \\ \vdots \\ \cos \left(2\pi f_k (t_k + \frac{n}{F_e}) + \varphi_k \right) \\ \vdots \\ \cos \left(2\pi f_k (t_k + \frac{N-1}{F_e}) + \varphi_k \right) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Or $\exists u_k \in \mathbb{N}$ tel que $f_k \approx \frac{u_k}{\delta_t}$.

A l'aide de cette approximation on montre que :

$$\begin{bmatrix} \sin \left(2\pi f_k (t_k + \frac{0}{F_e}) + \varphi_k \right) \\ \sin \left(2\pi f_k (t_k + \frac{1}{F_e}) + \varphi_k \right) \\ \vdots \\ \sin \left(2\pi f_k (t_k + \frac{n}{F_e}) + \varphi_k \right) \\ \vdots \\ \sin \left(2\pi f_k (t_k + \frac{N-1}{F_e}) + \varphi_k \right) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} \cos \left(2\pi f_k (t_k + \frac{0}{F_e}) + \varphi_k \right) \\ \cos \left(2\pi f_k (t_k + \frac{1}{F_e}) + \varphi_k \right) \\ \vdots \\ \cos \left(2\pi f_k (t_k + \frac{n}{F_e}) + \varphi_k \right) \\ \vdots \\ \cos \left(2\pi f_k (t_k + \frac{N-1}{F_e}) + \varphi_k \right) \end{bmatrix}$$

sont des vecteurs orthogonaux dont la norme au carré vaut $\frac{N}{2}$. Ainsi :

$$\|\mathbf{y}_k(\Phi)\|^2 = \frac{N}{2} a_k^2 \left[\left(\sum_{p=0}^{P-1} \cos [2\pi p \zeta_k (\cos(b_k) - \Phi)] \right)^2 + \left(\sum_{p=0}^{P-1} \sin [2\pi p \zeta_k (\cos(b_k) - \Phi)] \right)^2 \right].$$

Avec

$$\begin{aligned}
\zeta_k &\triangleq \frac{f_k d}{C}, \\
\zeta_k &= \frac{d}{\lambda_k}.
\end{aligned}$$

qui est un nombre sans unité. En respectant le principe de Shannon on a $d \leq \frac{\lambda_k}{2}$ soit $\zeta_k \leq \frac{1}{2}$.

Après développement et simplification de $\|\mathbf{y}_k(\Phi)\|^2$ on obtient la fonction suivante :

$$\begin{aligned}\|\mathbf{y}_k(\Phi)\|^2 &= a_k^2 \frac{N}{2} \left(\frac{1 - \cos(2\pi P \zeta_k [\cos(b_k) - \Phi])}{1 - \cos(2\pi \zeta_k [\cos(b_k) - \Phi])} \right) \\ \|\mathbf{y}_k(\Phi)\|^2 &= a_k^2 \frac{N}{2} \left(\frac{\sin(\pi P \zeta_k [\cos(b_k) - \Phi])}{\sin(\pi \zeta_k [\cos(b_k) - \Phi])} \right)^2\end{aligned}$$

Par la suite on introduit la nouvelle variable $\Phi_k = \cos(b_k)$ qui indique le canal où se situe le signal.

2.4.2 Etude de $\|\mathbf{y}_k(\Phi)\|^2$

$\|\mathbf{y}_k(\Phi)\|^2$ est étudié suivant la variable Φ qui varie de -1 à 1, et dépend de 2 paramètres Φ_k et ζ_k .

$\|\mathbf{y}_k(\Phi)\|^2$ est une fonction qui est maximale lorsque $\Phi = \Phi_k$. Ce maximum est donné par : $a_k^2 \frac{NP^2}{2}$.

La largeur du lobe principal est notée L_a et vaut : $L_a = \frac{2}{\zeta_k P}$. Elle dépend donc de ζ_k comme on peut le voir sur la figure 2.3. Cette figure illustre la réponse du traitement d'antenne à des ζ_k différents avec $\Phi_k = 0$.

Or afin de respecter Shannon on a $\zeta_k \leq \frac{1}{2}$, donc $L_a \leq \frac{4}{P}$. On a donc une Largeur minimum à respecter. Le cas « limite » (courbe en bleu) est d'avoir $\zeta_k = \frac{1}{2}$ qui est la valeur maximale théorique. Cette valeur est obtenue lorsque $d = \frac{\lambda}{2}$.

2.4.2.1 Échantillonnage de $\|\mathbf{y}_k(\Phi)\|^2$

En pratique $\|\mathbf{y}_k(\Phi)\|^2$ ne peut être calculé sur un ensemble Φ continu. Il faut donc échantillonner $\|\mathbf{y}_k(\Phi)\|^2$ et calculer cette réponse sur quelques valeurs précises de Φ que l'on appelle voies. Chaque voie est calculée en prenant M valeurs discrètes de Φ réparties sur $[-1, 1[$. Elles sont notées Φ_m avec $m \in [-\frac{M}{2}, \frac{M}{2} - 1]$. Φ_m est défini par :

$$\Phi_m = \frac{2m}{M}.$$

La résolution de l'antenne donnée par le lobe principal est directement fonction du nombre de

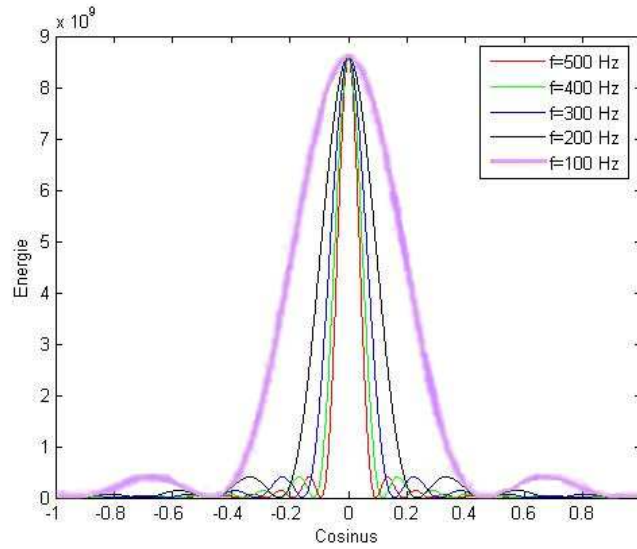


FIGURE 2.3 – Influence de ζ_k sur $\|y_k(\Phi)\|^2$

capteurs et vaut $\frac{2}{P}$ [9]. Il paraît donc normal d'au moins échantillonner Φ avec ce pas. Dans ce cas le nombre de voies est égal au nombre de capteurs soit $M = P$.

Avec cet échantillonnage et dans la configuration particulière où $\zeta_k = \frac{1}{2}$ alors $\|y_k(\Phi_m)\|^2$ correspond aux « zéros » de la fonction $\|y_k(\Phi)\|^2$. Et cette fonction est maximale seulement dans le canal du signal comme le montre l'échantillonnage désigné en rouge sur la figure 2.4. Cet échantillonnage peut donc parfois s'avérer pratique.

Néanmoins il est peu adapté à une exploitation opérationnelle et on préfère souvent « sur-échantillonner » et prendre $M > P$ afin de mieux évaluer le maximum de la fonction $\|y_k(\Phi)\|^2$. Avec $M > P$ on aura ainsi une plus grande « précision » sur la valeur du cosinus. En contre partie le sur-échantillonnage « se paie » aussi par la présence du signal sur les voies adjacentes qui est due au lobe principal, et par la corrélation des bruits dans ces voies.

Un « suréchantillonnage » avec $M = 128$ apparaît en bleu sur la figure 2.4. Pour la suite de la thèse on réalisera l'ensemble de l'étude avec $M = 128$.

La présence de lobes secondaires a deux conséquences :

1. en l'absence de signal, les bruits de canaux voisin sont corrélés ;
2. en présence d'une ou plusieurs sources des « remontées » de signal apparaissent dans les canaux adjacents à celui où se trouve le signal.

On peut atténuer l'effet des lobes secondaire en utilisant un fenêtrage du signal. Cependant ce fenêtrage se traduit par un élargissement du lobe principal et ne fut pas utilisé dans ces travaux.

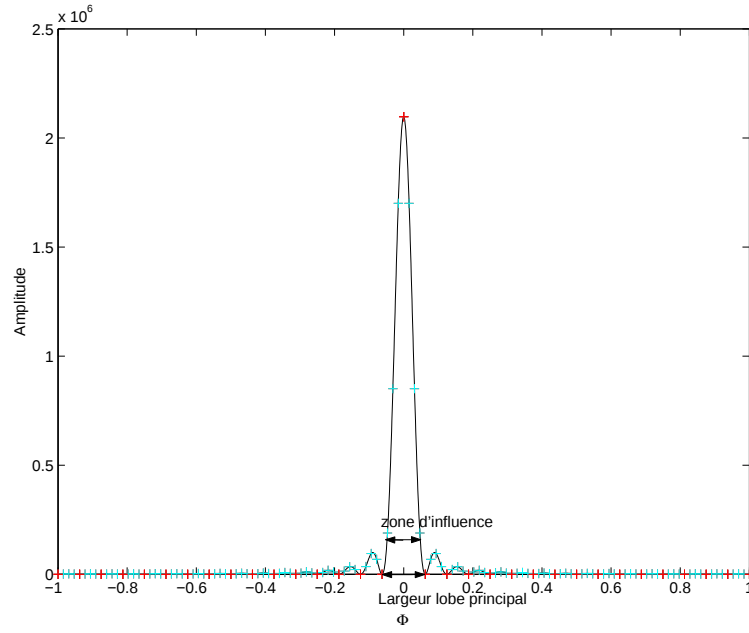


FIGURE 2.4 – Echantillonnage de la fonction g

2.4.3 Formation de l'image d'étude

Grâce à l'ensemble des $\mathbf{y}_k(\Phi_m)$, on peut construire une matrice V_τ , de taille $K \times M$, et définie par : $V_\tau(k, m) = \|\mathbf{y}_k(\Phi_m)\|^2$.

L'obtention de V_τ s'effectue en deux étapes :

- Calcul de $\mathbf{y}_k(\Phi_m)$ qui fait intervenir une convolution.
- Calcul de $\|\mathbf{y}_k(\Phi_m)\|^2$.

En pratique, le calcul de la convolution fait souvent intervenir un interpolateur car le vecteur $\mathbf{y}_k(\Phi_m)$ peut ne pas être directement disponible.

La représentation graphique en niveau de gris de la matrice V_τ donne l'image gisement-temps qui nous permettra par la suite d'extraire $\cos(\Phi_k)$.

2.4.4 La formation de voies fréquentielle

La formation de voies fréquentielle permet de calculer l'énergie du signal dans une voie donnée à partir d'un vecteur fréquentiel.

Ce vecteur noté $\mathbf{Y}_k(\Phi_m)$ pour la voie m est défini pour des fréquences allant de $-\frac{N}{2}$ à $\frac{N}{2} - 1$ avec un pas de δ_f donné par :

$$\delta_f \triangleq \frac{F_e}{N}.$$

Il est obtenu en effectuant la transformation de Fourier discrète sur $\mathbf{y}_k$:

$$\mathbf{Y}_k(\Phi_m) \triangleq \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{N-1} y_k(\Phi_m, \frac{n}{F_e}) \exp\left(-2i\pi \frac{\frac{-N}{2}n}{N}\right) \\ \sum_{n=0}^{N-1} y_k(\Phi_m, \frac{n}{F_e}) \exp\left[-2i\pi \frac{(-\frac{N}{2}-1)n}{N}\right] \\ \vdots \\ \sum_{n=0}^{N-1} y_k(\Phi_m, \frac{n}{F_e}) \exp\left(-2i\pi \frac{ln}{N}\right) \\ \vdots \\ \sum_{n=0}^{N-1} y_k(\Phi_m, \frac{n}{F_e}) \exp\left[-2i\pi \frac{(\frac{N}{2}-1)n}{N}\right] \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Ce qui revient à multiplier $\mathbf{y}_k(\Phi_m)$ par une matrice F de taille $N \times N$:

$$F = \begin{bmatrix} \exp\left(-2i\pi \frac{0-\frac{N}{2}}{N}\right) & \dots & \exp\left(-2i\pi \frac{(N-1)\frac{-N}{2}}{N}\right) \\ \vdots & \exp\left(-2i\pi \frac{(v-1)(l-\frac{N}{2}-1)}{N}\right) & \vdots \\ \exp\left(-2i\pi \frac{0(\frac{N}{2}-1)}{N}\right) & \dots & \exp\left(-2i\pi \frac{(N-1)(\frac{N}{2}-1)}{N}\right) \end{bmatrix}$$

De même la transformation de Fourier discrète inverse est définie par :

$$\mathbf{y}_k(\Phi_m) \triangleq \frac{1}{N} \begin{bmatrix} \sum_{l=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} Y_k(\Phi_m, l) \exp\left(2i\pi \frac{0l}{N}\right) \\ \sum_{l=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} Y_k(\Phi_m, l) \exp\left(2i\pi \frac{1l}{N}\right) \\ \vdots \\ \sum_{l=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} Y_k(\Phi_m, l) \exp\left(2i\pi \frac{nl}{N}\right) \\ \vdots \\ \sum_{l=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} Y_k(\Phi_m, l) \exp\left(2i\pi \frac{(N-1)l}{N}\right) \end{bmatrix}$$

Soit en écriture matricielle :

$$\mathbf{y}_k(\Phi_m) = F^{-1} \mathbf{Y}_k(\Phi_m)$$

avec $F^{-1} = \frac{1}{N}F^*$.

Cette propriété de F nous permet de démontrer que $\|Y_{\mathbf{k}}(\Phi_m)\|^2 = N\|y_{\mathbf{k}}(\Phi_m)\|^2$. Ainsi calculer $\|y_{\mathbf{k}}(\Phi_m)\|^2$ ou $\|Y_{\mathbf{k}}(\Phi_m)\|^2$ est équivalent (théorème de Parseval).

On a donc $\|Y_{\mathbf{k}}(\Phi_m)\|^2 = N\|y_{\mathbf{k}}(\Phi)\|^2$.

On définit une nouvelle fonction $g_{\Phi_k}(\Phi) = \|Y_{\mathbf{k}}(\Phi_m)\|^2$

$$g_{\Phi_k}(\Phi) = a_k^2 \frac{N^2}{2} \left(\frac{\sin(P\pi\lambda[\Phi_k - \Phi])}{\sin(\pi\lambda[\Phi_k - \Phi])} \right)^2.$$

$g_{\Phi_k}(\Phi)$ a les mêmes propriétés que $\|y_{\mathbf{k}}(\Phi)\|^2$ étudié précédemment.

Théorème 1 *Le vecteur $Y_{\mathbf{k}}(\Phi)$ se calcule ainsi :*

$$Y_{\mathbf{k}}(\Phi) = \begin{bmatrix} \sum_{p=0}^{P-1} R_{p,k}(-\frac{N}{2}) \exp\left(-2i\pi \frac{-\frac{N}{2}\tau_p(\Phi)}{NF_e}\right) \\ \vdots \\ \sum_{p=0}^{P-1} R_{p,k}(l) \exp\left(-2i\pi \frac{l\tau_p(\Phi)}{NF_e}\right) \\ \vdots \\ \sum_{p=0}^{P-1} R_{p,k}\left(\frac{N}{2} - 1\right) \exp\left(-2i\pi \frac{(\frac{N}{2} - 1)\tau_p(\Phi)}{NF_e}\right) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Avec $R_{p,k}(l)$ la l^e composante du vecteur $\mathbf{R}_{p,k}$. Ce vecteur représente l'ensemble du signal fréquentiel reçu sur le capteur p . $\mathbf{R}_{p,k}$ est obtenu par la transformée de Fourier discrète du signal temporel $\mathbf{r}_{p,k}$.

De plus dans ce calcul on introduit u_p qui est un nombre entier tel que $\tau_p(\Phi) = \frac{u_p}{F_e}$. Cette approximation est possible car $\tau_p(\Phi)$ est de l'ordre de la seconde alors que $\frac{1}{F_e}$ est de l'ordre du millièème de seconde.

Ainsi $\exp\left(-2i\pi \frac{l\tau_p(\Phi)}{\delta_t}\right)$ aussi égal à $\exp\left(-2i\pi \frac{lu_p}{N}\right)$, est stocké pour tout l allant de $-\frac{N}{2}$ à $\frac{N}{2} - 1$ dans un vecteur noté $\mathbf{D}_{p,k}(\Phi_m)$ appelé le vecteur de directivité de l'antenne ou « steering vector » en anglais.

La relation (2.3) peut aussi s'écrire :

$$Y_{\mathbf{k}}(\Phi_m) = \sum_{p=0}^{P-1} \mathbf{R}_{p,k} \otimes \mathbf{D}_{p,k}(\Phi_m),$$

Où $\otimes$ représente la multiplication terme à terme entre deux vecteurs.

La démonstration est donnée en annexe A. La formation de voies fréquentielle s'effectue donc en 3 étapes :

- Tout d'abord on calcule la transformée de Fourier pour chaque snapshot sur chaque capteur.

$$\mathbf{R}_{p,k} = \begin{bmatrix} R_{p,k}(-\frac{N}{2}) \\ \vdots \\ R_{p,k}(-n) \\ \vdots \\ R_{p,k}(n) \\ \vdots \\ R_{p,k}(\frac{N}{2} - 1) \end{bmatrix}$$

- Puis on calcule le vecteur $\mathbf{Y}_k(\Phi_m)$ à l'aide d'une multiplication terme à terme :

$$\mathbf{Y}_k(\Phi_m) = \sum_{p=0}^{P-1} \begin{bmatrix} R_{p,k}(-\frac{N}{2}) D_{p,k}(-\frac{N}{2}, \Phi_m) \\ \vdots \\ R_{p,k}(-n) D_{p,k}(-n, \Phi_m) \\ \vdots \\ R_{p,k}(n) D_{p,k}(n, \Phi_m) \\ \vdots \\ R_{p,k}(\frac{N}{2} - 1) D_{p,k}(\frac{N}{2} - 1, \Phi_m) \end{bmatrix}$$

- Enfin on calcule l'énergie du signal $\|\mathbf{Y}_k(\Phi_m)\|^2$. On obtient ainsi la matrice notée V_γ définie par $V_\gamma(k, m) = \|\mathbf{Y}_k(\Phi_m)\|^2$. (i.e. On a $V_\gamma = N V_\tau$.)

Cette solution est privilégiée à la formation de voie temporelle car sur des tailles de signaux en puissance de 2 la DFT se calcule très rapidement par FFT. Cet algorithme prendra beaucoup moins de temps de calcul que la convolution temporelle [8].

2.4.5 Ordre de grandeur utilisé dans cette thèse

Tous au longs de ces travaux on utilisera une antenne linéaire composée de 32 hydrophones. La distance inter capteur est fixé à $d = 1 \text{ m}$. On effectue un échantillonnage à 1024 Hz. La longueur d'onde maximum possible est ainsi de 2,93 m.

D'après la figure 2.3, à la page 23 on peut considérer des signaux allant de 100 Hz à 512 Hz afin de ne pas avoir la largeur du lobe principal trop importante. Dans notre étude on fixe la fréquence des signaux à 500 Hz.

2.5 Calcul des deux premiers moments de l'image en sortie de formation de voies

2.5.1 Bruit seul

Dans cette partie on modélise le bruit reçu sur chaque capteur par :

$$r_p = \eta_{p,k}.$$

qui est un vecteur aléatoire gaussien centré de variance $\sigma^2 I_N$.

$\|Y(\Phi)\|^2$ sera donc un signal aléatoire.

On va donc calculer les moments d'ordre 1 et 2 de $\|Y(\Phi)\|^2$.

Ces moments sont donnés par :

$$\begin{aligned} \mathbb{E} (\|Y(\Phi)\|^2) &= PN^2\sigma^2 \\ \mathbb{V}\text{ar} (\|Y(\Phi)\|^2) &\approx 2P^2N^3\sigma^4 \\ \mathbb{C}\text{ov} (\|Y(\Phi_k)\|^2, \|Y(\Phi_1)\|^2) &= \\ \sigma^4 \left\{ 2P^2N^2 + 4 \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}-1} [N^2 f_n(\Phi_k - \Phi_1)] + N^2 \left[f_{\frac{N}{2}}(\Phi_k - \Phi_1) + f_{\frac{N}{2}}(\Phi_k + \Phi_1) \right] \right\} \end{aligned}$$

avec

$$f_n(\Phi) = \left(\frac{\sin \left(\pi P n \frac{d}{C\delta_t} \Phi \right)}{\sin \left(\pi n \frac{d}{C\delta_t} \Phi \right)} \right)^2$$

Les démonstrations de ces expressions sont données en annexe B.

2.5.1.1 Approximation gaussienne

$\|Y(\Phi)\|^2$ étant le résultat de la somme de plusieurs variables aléatoires, on peut appliquer le théorème central limite et approximer la loi de $\|Y(\Phi)\|^2$ par la loi gaussienne de moyenne $PN^2\sigma^2$ et de variance $2P^2N^3\sigma^4$.

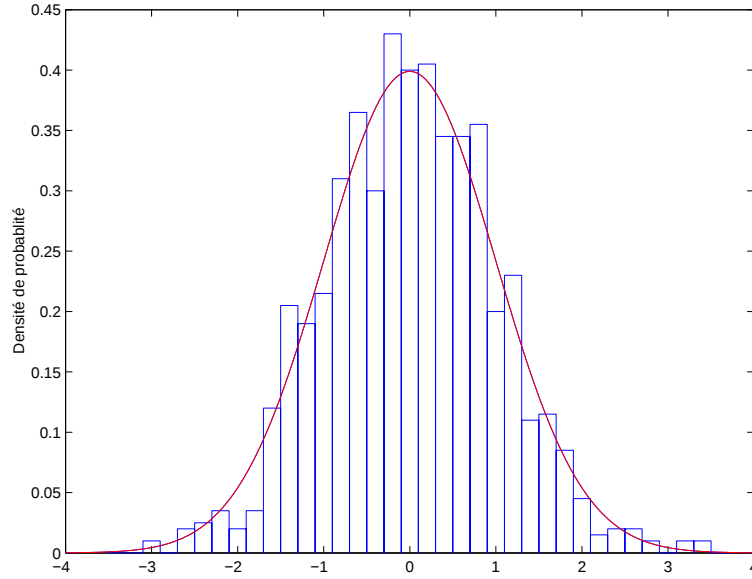


FIGURE 2.5 – Histogramme de l'énergie (centrée réduite) en sortie de formation de voies et densité de la loi normale centrée réduite

La figure 2.5 montre la répartition en énergie de $\frac{\|\mathbf{Y}(\Phi)\|^2 - PN^2\sigma^2}{\sqrt{2P^2N^3\sigma^4}}$. Cette répartition fut calculée pour 1000 tirages aléatoires que l'on a réalisés dans une voie quelconque. Les mesures furent simulées avec un $\sigma^2 = 631$ qui correspond à un RSB de -31 db lorsqu'un signal avec une énergie $a_k = 1$ est présent. Ce RSB sera pour la suite de la thèse un RSB référence. On dispose de 32 s. La durée d'un snapshot est de $4s$, et on a échantillonné à $1024Hz$, ce qui correspond à $N = 4096$.

La courbe rouge, qui représente la densité de probabilité de la loi normale, recouvre l'histogramme (que l'on a normalisé). Cela permet de conclure qu'en présence de bruit sur les capteurs, $\|\mathbf{Y}(\Phi)\|^2$ est issue d'une variable aléatoire qui suit une loi de répartition proche de celle de la gaussienne de moyenne $PN^2\sigma^2$ et de variance $2P^2N^3\sigma^4$.

Enfin la covariance dans le plan (Φ_k, Φ_1) est tracée sur la figure 2.6. Cette covariance est calculée avec $P = 32$, $N = 4096$ $\Delta_f = \frac{1}{4}$.

D'après cette figure la matrice de covariance a une structure bande de diagonale dominante. Par la suite on approximera la covariance par une matrice diagonale.

2.5.2 Signal et bruit

Dans cette partie nous allons étudier les statistiques dans le cas où les capteurs reçoivent un signal dans la voie Φ_k avec du bruit.

Notre approche est de modéliser l'énergie reçue dans chaque voie, comme étant la somme de la

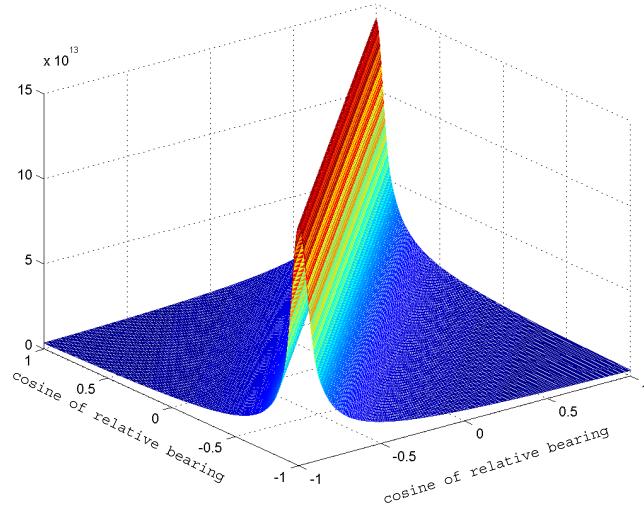


FIGURE 2.6 – Répartition de la covariance dans le plan (Φ_1, Φ_2)

formation de voies du signal seul auquel s'ajoute le bruit dont les statistiques ont été étudiées précédemment.

Soit :

$$\|\mathbf{Y}(\Phi_m)\|^2 = g_{\Phi_k}(\Phi_m) + \varepsilon \quad (2.4)$$

ε est la réalisation d'une variable aléatoire gaussienne de moyenne $PN^2\sigma^2$ et de variance $2P^2N^3\sigma^4$.

et $g_{\Phi_k}(\Phi_m)$ la fonction vue précédemment.

Afin de vérifier si l'expression (2.4) est correcte, on a réalisé 1000 simulations sur un signal ayant les propriétés suivantes : $a(t) = 1$, $\psi(t) = 2tf_0$ avec $f_0 = 500$ Hz, $\cos(b) = 0$. Le RSB est fixé à -31 dB soit $\sigma^2 = 631$. Et on a formé 128 voies allant de -1 à $1 - \frac{1}{64} \approx 0.98$. Ces 1000 réalisations sont mises les unes sous les autres pour former l'image 2.7

On a vu que $g_{\Phi_k}(\Phi_m)$ est une fonction qui est maximum lorsque $\Phi_m = \Phi_k$. En ce point on a $g_{\Phi_k}(\Phi_m) = a_k^2 P^2 \frac{N^2}{2}$. Et cette fonction décroît vers 0 relativement vite dès que l'on s'éloigne du canal où se trouve le signal.

Ainsi pour des canaux Φ_m loin de la présence du signal on approxime $\|\mathbf{Y}(\Phi_m)\|^2 = g_{\Phi_k}(\Phi_m) + \varepsilon$ par $\|\mathbf{Y}(\Phi_m)\|^2 = \varepsilon$.

La figure. 2.8 montre que la répartition de $\frac{\|\mathbf{Y}(\Phi_m)\|^2 - PN^2\sigma^2}{\sqrt{2P^2N^3\sigma^4}}$ pour $m = -10$ et $\Phi_k = 0$. On peut voir que la courbe de la loi normale recouvre bien la répartition. L'approximation est donc justifiée.

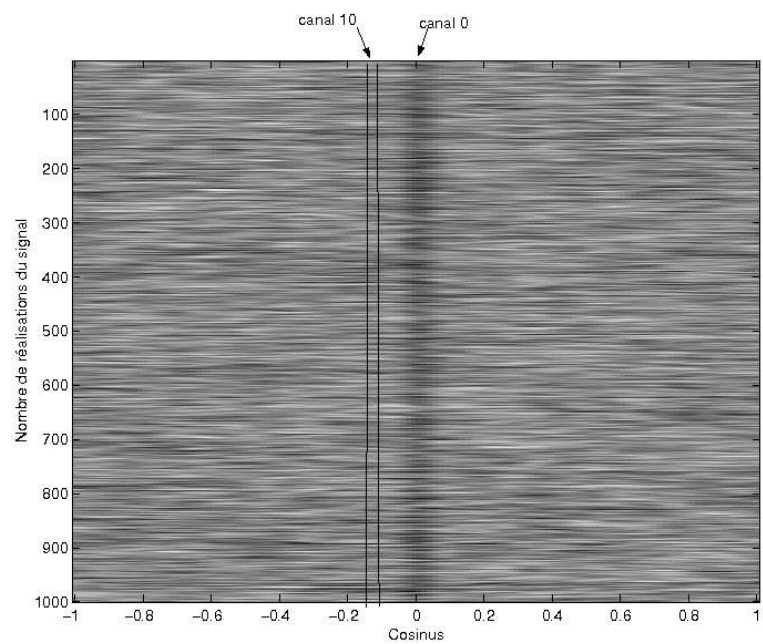


FIGURE 2.7 – Formation de voies pour une image présentant un signal

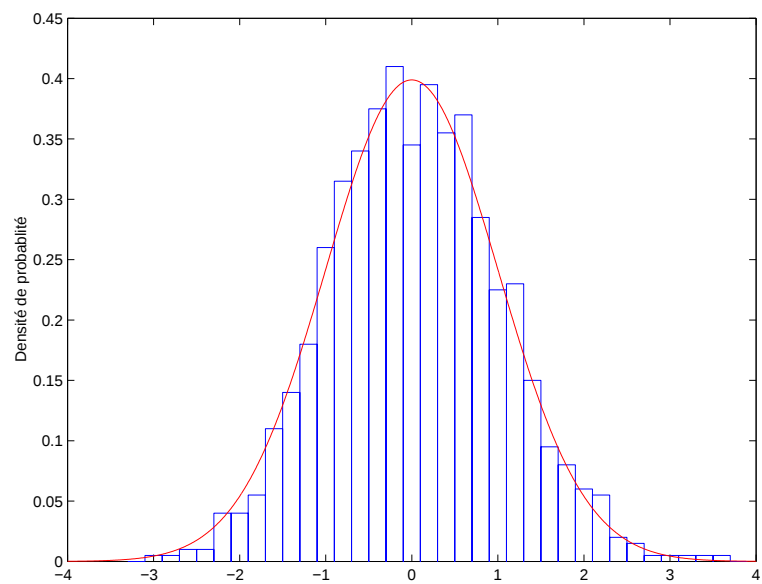


FIGURE 2.8 – Histogramme de l'énergie (centrée réduite) dans le canal -10 et densité de la loi normale centrée réduite

Pour le canal 0, canal où le signal est présent, on ne peut pas négliger l'apport du signal. Sur la figure. 2.9, on s'aperçoit nettement que l'histogramme représentant $\frac{\|Y(\Phi_m)\|^2 - PN^2\sigma^2}{\sqrt{2P^2N^3\sigma^4}}$ est décalé par rapport à la loi normale centrée réduite. Cependant il coïncide parfaitement avec la densité de la loi gaussienne réduite et d'espérance $a_k^2 \frac{N^2P^2}{2\sqrt{2P^2N^3\sigma^4}}\sigma^2$ (ici on a pris $a_k^2 = 1$). Donc $\|Y(\Phi_m)\|^2$ suit approximativement la loi gaussienne de moyenne $PN^2\sigma^2 + a_k^2 \frac{N^2P^2}{2}$ et de variance $2P^2N^3\sigma^4$. La modélisation de $\|Y(\Phi)\|^2$ par $g_{\Phi_k}(\Phi) + \varepsilon$ peut se justifier lorsqu'on est dans un canal proche du signal.

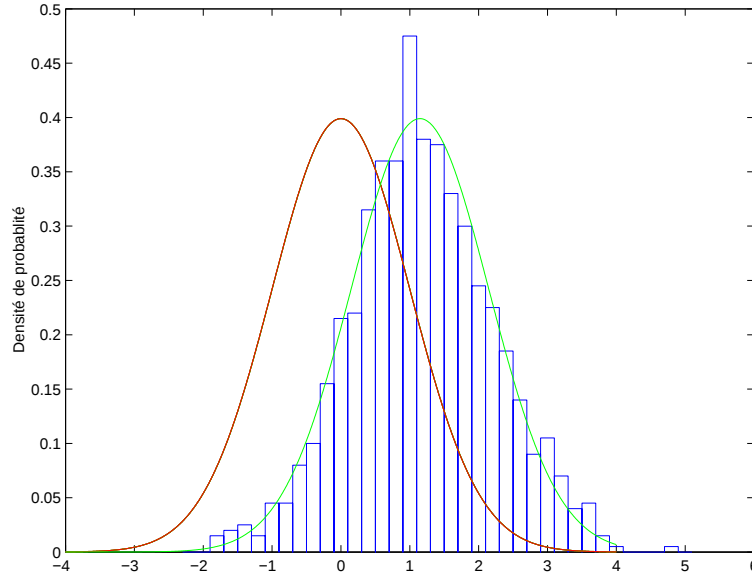


FIGURE 2.9 – Histogramme de l'énergie du signal (centrée réduite) et densité des lois centrales réduites centrée et décentrée.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre on a mis en place la modélisation mathématique du problème et détaillé une technique de la formation de voies afin de former des images gisement-temps. On a aussi étudié les propriétés statistiques de ces images en présence de bruit gaussien et de signal qui nous permettront ensuite d'extraire au mieux les pistes de gisement au cours du temps. Le chapitre suivant présente plusieurs méthodes d'extraction de ces pistes à l'aide de ces statistiques. Ces extractions sont réalisées dans un premier temps sur des images gisement-temps ne présentant qu'un seul signal qui se déplace au cours du temps.

Chapitre 3

Extraction par HMM dans le cas mono-source

3.1 Objectif du chapitre

Le but de ce chapitre est de présenter un nouvel algorithme d'extraction de mesures de co-sinus de gisement, en présence d'une seule source dans une image gisement-temps construite par formation de voie. L'extraction du signal se fera à l'aide d'un algorithme forward-backward issu des techniques de filtrage par modèle de chaînes de Markov cachées (désigné par le sigle HMM). Cette extraction devra prendre en compte les pertes du signal dans l'image. De nombreux travaux utilisant l'extraction HMM concernant les images temps fréquence existent [16], [11] [10], [17] et servent de support à l'élaboration des algorithmes présentés ici. D'autres techniques de filtrage non linéaire ont été développées par Carine Hue [18] qui sont basées sur les méthodes de Monte Carlo et le filtrage particulière [19]. On a cependant privilégié dans cette thèse les méthodes HMM qui sont plus adaptées à un espace d'état discrétisé [20].

3.2 Organisation du chapitre

Ce chapitre est articulé autour de quatre sections principales. Une bonne présentation des chaînes de Markov est donnée dans [21] et sera abordé au début de ce chapitre. Puis on aborde dans les sections suivantes les techniques d'extraction sur les images gisement-temps basées sur les travaux [22]. La deuxième section développe un algorithme qui effectue dans un premier temps l'extraction des mesures en considérant le signal présent du début à la fin de l'écoute. Puis dans un deuxième temps la validation des mesures est effectué. Dans la section suivante un algorithme effectuant l'extraction et la détection en même temps est présenté. Enfin la dernière partie compare les performances des deux extracteurs présentés.

3.3 Rappels sur les chaînes de Markov cachées

Une HMM est définie par une chaîne de Markov homogène $x = (x_k, k \in \mathbb{N})$ dont on connaît les probabilités conditionnelles $\Pr(x_k = i | x_{k-1} = j)$, et un processus de mesure $(z_k, k \in \mathbb{N})$ lié au premier par la fonction de vraisemblance $\Pr(x_k = i | z_k)$. L'ensemble des réalisations de x_k est supposé fini de cardinal U . L'hypothèse de base sous-jacente est l'indépendance conditionnelle des mesures à la succession des états i.e. :

$$\Pr(z_1, \dots, z_K | x_0, x_1, \dots, x_K) = \prod_{k=1}^K \Pr(z_k | x_k).$$

On dispose alors

- du vecteur Π de dimension $1 \times U$ défini par $\Pi(i) \triangleq \Pr(x_k = i)$;
- de la matrice dite de transition A de taille $U \times U$ définie par $A(i, j) \triangleq \Pr(x_k = i | x_{k-1} = j)$;
- de la matrice dite de vraisemblance B de taille $K \times U$ définie par $B(k, i) \triangleq \Pr(x_k = i | z_k)$.

Le triplet (Π, A, B) caractérise complètement la HMM.

Nous employons la notation classique $Z_{l:k}$ pour désigner $(z_l, z_{l+1}, \dots, z_k)$.

En réalité la variable aléatoire prend ses valeurs dans un ensemble fini et l'écriture « $x_k = i$ » doit être interprétée comme « x_k prend la valeur indexée par i ». La notion de chaîne de Markov cachée est très utile lorsqu'il s'agit de modéliser un système dynamique du premier ordre dont l'état est inconnu et sur lequel on dispose d'informations sous forme de mesures.

Le challenge est alors d'estimer le $K + 1$ uplet $(x_0, x_1, \dots, x_K)$ sachant le K uplet de mesures $Z_{1:K} = (z_1, z_2, \dots, z_K)$ et le triplet (Π, A, B) .

Nous rappelons succinctement dans le paragraphe suivant un algorithme classique d'estimation de la probabilité $\Pr(x_k | Z_{1:K})$, appelé l'algorithme forward-backward présenté par Rabiner et Juang [21].

3.3.1 L'algorithme forward backward

L'algorithme de forward backward provient de l'expression de l'équation générale de l'équation de Chapman Kolmogorov.

$$\Pr(x_k | Z_{1:K}) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pr(x_k | x_{k-1}) \Pr(x_{k-1} | Z_{1:K}) dx_{k-1}$$

Cet algorithme est basé sur l'estimation de deux probabilités :

$$\begin{aligned} \alpha_k(u) &\triangleq \Pr(x_k = u | Z_{1:k}), \text{ la probabilité forward et} \\ \beta_k(u) &\triangleq \Pr(x_k = u | Z_{k+1:K}), \text{ la probabilité backward.} \end{aligned}$$

Elles se calculent à l'aide des matrices A , B et Π :

$$\text{dans le sens chronologique (forward)} \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_0(u) = \Pi(u) \\ \alpha_k(u) = \frac{B(k, u) \sum_{u_1=0}^{U-1} A(u, u_1) \alpha_{k-1}(u_1)}{\sum_{r=0}^{U-1} B(k, r) \sum_{u_1=0}^{U-1} A(r, u_1) \alpha_{k-1}(u_1)}, \end{array} \right. \quad (3.1)$$

$$\text{dans le sens rétrograde (backward)} \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta_K(u) = \Pi(u) \\ \beta_k(u) = \frac{\sum_{u_1=0}^{U-1} B(k+1, u_1) A(j, u) \beta_{k+1}(u_1)}{\sum_{r=0}^{U-1} \sum_{u_1=0}^{U-1} B(k+1, u_1) A(u_1, r) \beta_{k+1}(u_1)}. \end{array} \right. \quad (3.2)$$

La connaissance de ces probabilités permet ensuite de calculer la probabilité $\gamma_k(u) \triangleq \Pr(\mathbf{x}_k = u | Z_{1:K})$ donnée par :

$$\gamma_k(u) = \frac{\alpha_k(u) \beta_k(u)}{\sum_{r=1}^{U-1} \alpha_k(r) \beta_k(r)}. \quad (3.3)$$

L'algorithme forward backward qui s'en déduit se résume ainsi :

```

Pour u allant de 1 à U
  calcul de  $\alpha_0(u)$ 
  calcul de  $\beta_K(u)$ 
Fin pour
Pour k allant de 1 à K
  Pour u allant de 1 à U
    Calcul de  $\alpha_k(u)$  (3.1)
    Calcul de  $\beta_{K-k}$  (3.2)
  Fin pour
Fin pour
Pour k allant de 1 à K
  Pour u allant de 1 à U
    Calcul de  $\gamma_k(u)$  (3.3)
  Fin pour
Fin pour

```

3.3.2 Estimateurs

Une fois le calcul des γ_k réalisé pour chaque état, on estime l'état le plus probable à chaque instant. Cette estimation sera notée $\hat{x}_k$. Elle est calculée par le Maximum a Posteriori (*MAP*), soit

$$\hat{x}_k = \arg \max_U (\gamma_k(u)).$$

Un autre estimateur correspondant à la moyenne peut être utilisé. Il est appelé *MMSE* (Minimum Mean Square Error). On aura ici :

$$\hat{x}_k^{MMSE} = \sum_{u \in U} \gamma_k(u) x_k(u).$$

Pour la suite de nos travaux, on utilise l'estimateur *MAP*. Cet estimateur a l'avantage de respecter la discrétisation de l'espace d'état. En effet lorsqu'on prend en compte la détection du signal on ne peut que conclure à l'absence de signal ou à sa présence. Le *MAP* nous donne le plus probable des deux, alors que l'estimateur *MMSE* nous donnera un « état moyen » se situant entre ces deux options. L'estimateur *MMSE* est ainsi plus adapté à un espace d'état homogène et continu.

A l'aide du modèle de Markov, on peut aussi construire un algorithme de maximisation globale, qui permet de calculer directement :

$$\arg \max_{x_0, \dots, x_K} [\Pr(x_k | Z_{1:K})]$$

Cet algorithme est l'algorithme de Viterbi utilisée par Sitbon [22]. Il ne fut cependant pas utilisé dans notre thèse car il donne des résultats équivalents au forward-backward couplé au MAP pour l'extraction de pistes. De plus on verra par la suite que la probabilité $\gamma_k(u)$ issu du forward-backward sera utile pour la détection du signal.

3.4 Application aux images issues de la formation de voies

En sortie de formation de voies, nous disposons d'une image gisement-temps, sous la forme d'une matrice V_γ de taille $K \times M$ représentant l'ensemble des mesures disponibles. Plus précisément, la mesure z_k sera la k^e ligne de V_γ :

$$z_k \triangleq (V_\gamma(k, 1), V_\gamma(k, 2), \dots, V_\gamma(k, M))^T$$

Soit encore :

$$\begin{aligned} z_k &= \left(\left\| y_k \left(-\frac{M}{2} \right) \right\|^2, \dots, \|y_k(m)\|^2, \dots, \left\| y_k \left(\frac{M}{2} - 1 \right) \right\|^2 \right)^T \\ &= (z_{k,1}, z_{k,2}, \dots, z_{k,M})^T \end{aligned}$$

où $\|y_k(m)\|^2$ est l'énergie calculée dans la voie m par la formation de voies.

Notre but est d'estimer la succession de voies occupées par la source au cours du temps. Nous sommes donc amenés naturellement à définir l'état x_k de notre système comme étant le n° de la voie où se trouve la source à la récurrence k . Cependant cette modélisation est trop frustrante :

- d'une part, elle ne tient pas compte du défilement possible de la source ;
- d'autre part, elle ne permet pas le traitement de sources multiples ce qui sera l'objet du chapitre suivant.

Du coup, nous proposons de définir un modèle linéaire local, *i.e* de définir l'état de notre système à la récurrence k comme un vecteur x_k de dimension 2, une composante étant le numéro du canal et l'autre le numéro de la pente (les pentes « possibles » sont numérotées de $-J$ à J).

Reste ensuite à préciser (ou à définir) les probabilités conditionnelles $\Pr(x_k|x_{k-1})$ et les lois statistiques entre x_k et z_k de façon à mettre en oeuvre l'algorithme forward-backward précédemment évoqué. Tout cela réalisera l'extraction de la piste en cosinus de gisement de la source.

Cependant il n'y a aucune raison que la source soit présente depuis la récurrence 1 jusqu'à la récurrence K . On observe en pratique des fluctuations d'énergie dues, entre autres phénomènes, aux aléas de la propagation. C'est pourquoi l'extracteur doit gérer simultanément l'apparition et la disparition d'une piste. A chaque récurrence, la réponse à la question « la piste est-elle présente ? » doit être donnée.

Pour résoudre ce problème, deux extracteurs sont proposés. Le premier s'inspire de l'extracteur fréquentiel présenté dans [1] et considère le signal présent du début à la fin, puis la « confirmation » du signal est effectuée ensuite. Le deuxième extracteur effectue simultanément la détection et l'extraction à chaque instant.

3.5 Application aux images issues de la formation de voies, première architecture : l'extraction suivie de la détection

3.5.1 L'extraction

Dans cette partie on supposera dans un premier temps que l'image gisement-temps présente une piste présente du début à la fin de l'écoute.

3.5.1.1 Choix du vecteur d'état

3.5.1.1.1 Vecteur d'état « naturel »

La piste en cosinus d'azimut étant à fluctuation lente, nous proposons un vecteur d'état bi-dimensionnel dont la première composante est le cosinus et la seconde la pente [7] :

$$x_k^P \triangleq \begin{pmatrix} c \\ v \end{pmatrix},$$

c est la valeur de la voie en cosinus à l'instant k que l'on détecte, $c \in [-1 \ 1]$. D'après le premier chapitre :

$$c \triangleq \frac{2m}{M}$$

avec m qui représente le numéro du canal où est susceptible de se trouver le signal à l'instant k , m prend donc des valeurs entières allant de $-\frac{M}{2}$ à $\frac{M}{2} - 1$.

La deuxième composante, notée v , traduit la vitesse v de défilement de la piste. v est donc une valeur physique qui s'exprime en s^{-1} .

Cette vitesse est discrétisée par un pas δ_v de sorte que l'on a I valeurs de v comprise entre $-S$ et S , S étant la valeur maximale supposée de défilement de la piste. Cette valeur est inspirée de la physique du problème. Lorsque le porteur ne manœuvre pas, le défilement de cosinus est jugé faible et S de l'ordre de $10^{-3} s^{-1}$. Lors de la manœuvre du porteur le défilement de cosinus devient plus élevé, S sera de l'ordre de 10^{-2} (voir la figure 3.1).

Nos images correspondent à une manœuvre porteur de la 10^e minute à la 20^e minute. Ainsi les snaphots pris entre la 10^e et la 20^e minute sont regroupés dans un ensemble noté K_m qui correspond donc à la manœuvre du porteur.

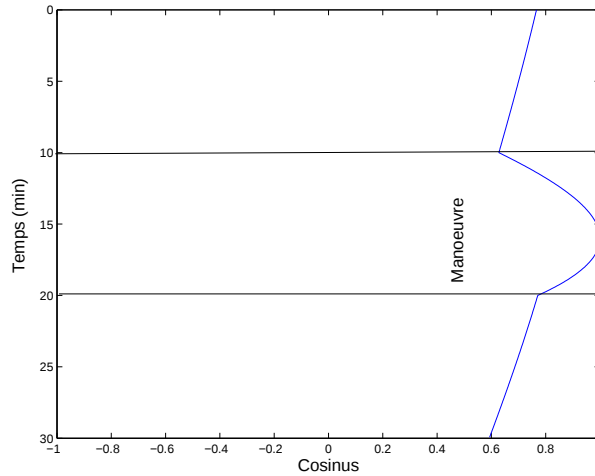


FIGURE 3.1 – Courbe de variation du cosinus de gisement dans le temps pour un scénario donné

Lors de la discrétisation de v , on prend I impair afin de prendre en compte la pente « $s=0$ ». Ainsi on a

$$v = \frac{s}{\delta_v}$$

avec $s \in \mathbb{N}$ qui appartient à un espace borné par $-\frac{I-1}{2}$ et $J \triangleq \frac{I-1}{2}$.

Généralement on se tient à $I = 3$. Ainsi quand on considère que le défilement maximum à

l'instant k est S , et que l'on décide de ne traiter que 3 pentes possibles ($I = 3$), on a ainsi les 3 valeurs de défilement suivantes : $-S$, 0 , S . Ces valeurs sont reliées aux trois nombres suivants : -1 , 0 , 1 . Ce qui permet de définir les 3 tendances de propagation :

- $s = -1$ la piste tend à se propager vers les cosinus faibles avec un défilement de $-S$;
- $s = 0$ la piste va en ligne droite ;
- $s = 1$ la piste tend à se propager vers les cosinus plus élevés avec un défilement de S .

Le vecteur d'état $\mathbf{x}_k^P$ est régi par l'équation d'état suivante :

$$\mathbf{x}_k^P = T\mathbf{x}_{k-1}^P + \nu_k$$

avec,

$$T = \begin{bmatrix} 1 & \delta_t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

et ν_k qui est un bruit centré de variance [23]

$$Q = q \begin{bmatrix} \frac{\delta_t^3}{3} & \frac{\delta_t^2}{2} \\ \frac{\delta_t^2}{2} & \delta_t \end{bmatrix}.$$

3.5.1.1.2 Vecteur d'état réduit de dimension 2

Dans cette thèse on utilise un deuxième vecteur d'état pour représenter la piste de cosinus. Il est défini par :

$$\mathbf{x}_k \triangleq \begin{pmatrix} \frac{c}{\delta_c} \\ \frac{v}{\delta_v} \end{pmatrix}.$$

Ainsi :

$$\mathbf{x}_k \triangleq \begin{pmatrix} m \\ s \end{pmatrix}.$$

$\mathbf{x}_k$ est donc relié à $\mathbf{x}_k^P$ par cette relation :

$$\mathbf{x}_k = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{M}{2} & 0 \\ 0 & \frac{J}{S} \end{bmatrix}}_G \mathbf{x}_k^P$$

L'équation d'état de $\mathbf{x}_k$ se déduit alors de celle de $\mathbf{x}_k^P$:

$$\mathbf{x}_k = H\mathbf{x}_{k-1} + \nu'_k, \quad (3.4)$$

avec :

$$\begin{aligned} H &= GTG^{-1}, \\ H &= \begin{bmatrix} 1 & \varsigma \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \varsigma &= \frac{MS\delta_t}{2J}. \end{aligned}$$

où ν'_k est un bruit centré de variance :

$$\begin{aligned} R &= G^T Q G, \\ R &= g \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2\varsigma} \\ \frac{1}{2\varsigma} & \frac{1}{\varsigma^2} \end{bmatrix}. \\ \text{Avec } g &= q \frac{M^2 \delta_t^3}{4} \end{aligned}$$

3.5.1.1.3 Vecteur d'état réduit de dimension 1

$\mathbf{x}_k$ appartient à un espace fini de $\mathbb{Z}^2$. Cet espace contient $M \times I$ états possibles. On peut relier chaque état $\mathbf{x}_k$ à un numéro u qui est compris entre 1 et MI . Cette relation s'effectue à l'aide d'une transformation bijective κ définie par :

$$\begin{aligned} \kappa : \mathbb{Z}^2 &\rightarrow \mathbb{Z} \\ \begin{pmatrix} m \\ s \end{pmatrix} &\mapsto \left(\frac{M}{2} + 1 + m \right) + M(s + J) \\ m &\in \left\{ -\frac{M}{2}, \dots, \frac{M}{2} - 1 \right\} \\ s &\in \{-J, \dots, J\} \\ \Rightarrow u &\in \{1, \dots, MI\} \end{aligned}$$

Cette transformation est injective : si $\kappa(m, s) = i$ alors il existe une fonction notée κ_1 tel que $\kappa_1(i) = m$ et il existe κ_2 tel que $\kappa_2(i) = s$. Ces deux fonctions sont définies ainsi :

$$\begin{aligned} \kappa_1 : \mathbb{Z} &\rightarrow \mathbb{Z} \\ i &\mapsto \text{mod}(i, M) - \frac{M}{2} - 1 \\ \kappa_2 : \mathbb{Z} &\rightarrow \mathbb{Z} \\ i &\mapsto \mathbf{E}\left(\frac{i}{M}\right) - J \end{aligned}$$

Avec mod qui donne le reste de la division de i par M et $\mathbf{E}$ la partie entière.

Ainsi par abus de langage « $\mathbf{x}_k = i$ » peut être interprété comme « $\kappa(\mathbf{x}_k) = i$ » avec $\mathbf{x}_{k,1} = m$ et $\mathbf{x}_{k,2} = s$.

3.5.1.2 Obtention de la matrice A

3.5.1.2.1 Ecriture mathématique

La matrice A associée à notre vecteur d'état $\mathbf{x}_k$ s'obtient directement de l'équation d'état. On la notera A^e .

On choisit

$$A^e(i, j) = \frac{C_o}{\sqrt{\det(2\pi R)}} \exp \left[-\frac{(\mathbf{x}_k - H\mathbf{x}_{k-1})^T R^{-1} (\mathbf{x}_k - H\mathbf{x}_{k-1})}{2} \right] \quad (3.5)$$

pour $i = \kappa(\mathbf{x}_k)$ et $j = \kappa(\mathbf{x}_{k-1})$.

Remarque :

- 1) C_o est une constante de normalisation qui est choisi arbitrairement ;
- 2) d'après les formules 3.1 et 3.2, C_o n'intervient pas donc on prend abusivement $C_o = 1$.

3.5.1.2.2 Influence des paramètres ς et g sur A^e

La matrice A^e dépend donc des paramètres g et ς de R qui doivent être ajustés par l'utilisateur. Il s'agit de trouver un compromis entre stabilité (lié à la confiance dans le modèle) et la plasticité (confiance dans les mesures).

Le paramètre g agit plus sur la fluctuation de la piste : si g est très grand on aura une estimation de la position plus lâche autour du vrai point. La figure suivante 3.3 montre deux extractions réalisées sur la même image (3.2) avec $g = 1$ et $g = 5$.

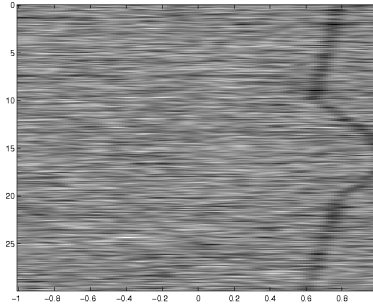


FIGURE 3.2 – Exemple d'une image gisement-temps

Le paramètre ς agit sur le « suivi » de la piste. Si ς est trop petit, on privilégie les faibles pentes et lors de fort défilement la piste pourra décrocher. De même si ς est trop grand la piste a tendance à être un peu plus « lâche » et à se propager vers ses proches voisins ce qui peut être

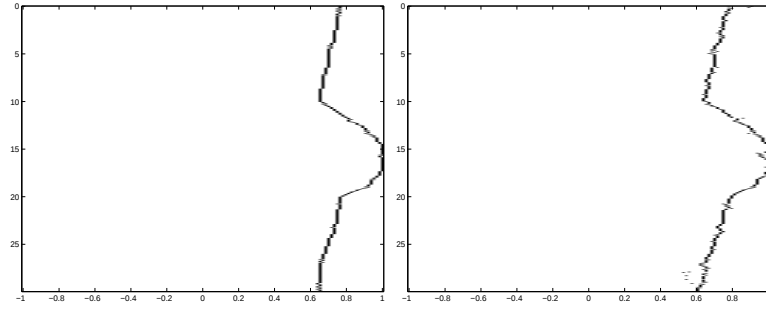


FIGURE 3.3 – Extraction réalisée avec $g = 1$ et $g = 5$ $\varsigma = 0.5$

gênant dans le cadre multipiste. (Dans le cadre monopiste la surestimation de ς est beaucoup moins gênante). La figure 3.4 nous montre une extraction réalisée avec un $\varsigma = 0.01$. On voit que lors de la manœuvre, lorsque la pente de cosinus devient plus élevée, la piste décroche. Avec un $\varsigma = 1$ la piste ne décroche pas mais fluctue beaucoup.

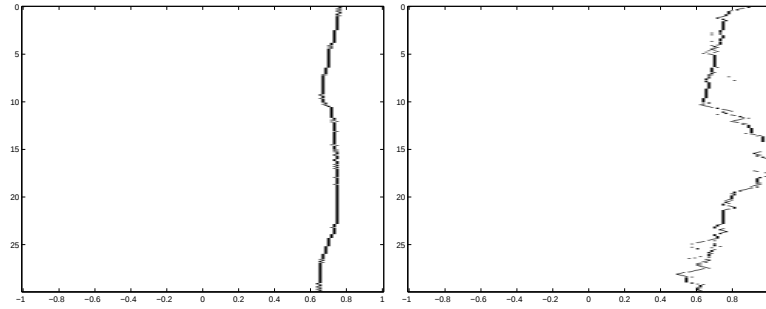


FIGURE 3.4 – Extraction avec $\varsigma = 0.01$ et $\varsigma = 1$ et $g = 1$

La valeur ς dans la matrice A^e est donc primordiale. Afin d'avoir un estimateur plus adapté au phénomène physique, on utilise deux 2 matrices A^e selon que le porteur manœuvre ou pas. En effet lors de la manœuvre du porteur le défilement de cosinus s'amplifie logiquement (voir 3.1). Il paraît donc judicieux de ne pas utiliser le même modèle si on est en manœuvre que si on ne l'est pas.

Ces 2 matrices se différencient par un ς différent et $g = 1$.

La première matrice a un ς variant plutôt autour de faible valeur typiquement de 0.01 à 0.5 il est noté ς_{hm} . Pour la manœuvre on utilise un ς plus grand noté ς_{dm} qui est compris entre les valeurs 0.1 et 1.5.

Ainsi on modifie le forward-backward classique en ajustant la matrice A^e selon que l'on manœuvre ou pas. Cette modification s'effectue lors du calcul des probabilités α_k et β_k . Lors du calcul de ces probabilités si les snaphots correspondent à la manœuvre du porteur, soit si $k \in K_m$ on utilise la deuxième matrice A^e . Si $k \notin K_m$ on utilise la première matrice.

A l'aide de cet ajustement on obtiendra ainsi une extraction de ce type (voir la figure 3.5)

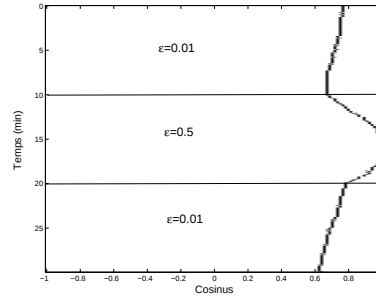


FIGURE 3.5 – Extraction réalisée en adaptant la matrice A^e à la manœuvre du porteur

3.5.1.3 La matrice B

On note par B^e la matrice B du modèle HMM associée à notre état $\mathbf{x}_k$. Cette matrice comme vu précédemment est liée à la mesure. Dans notre cas la mesure $\mathbf{z}_k$ est donnée par la ligne d'énergie obtenue à l'instant k pour chaque voie.

$$\mathbf{z}_k = \left(\left\| \mathbf{y}_k \left(-\frac{M}{2} \right) \right\|^2, \dots, \left\| \mathbf{y}_k(m) \right\|^2, \dots, \left\| \mathbf{y}_k \left(\frac{M}{2} - 1 \right) \right\|^2 \right)^T,$$

dont la l^e composante est notée $z_k(l)$.

Dans le premier chapitre on a vu qu'en présence uniquement de bruit, l'énergie du canal suit approximativement une loi gaussienne centrée autour de $PN^2\sigma^2$ et de variance $2P^2N^3\sigma^4$.

3.5.1.3.1 Première hypothèse : le signal n'agit que dans un seul canal

Dans un premier temps on supposera que le signal n'est présent que dans le canal considéré et que les autres canaux ne sont constitués que de bruit. D'après cette hypothèse et l'hypothèse

d'indépendance entre les canaux, on peut écrire que :

$$\begin{aligned}
B^e(k, u) &= \Pr(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k = u) \\
B^e(k, u) &= \prod_l^M p(z_k(l) | \mathbf{x}_k = u) \\
B^e(k, u) &= \Pr(z_k(u) | \mathbf{x}_k = u) \prod_{l \neq u}^M \frac{1}{2\sqrt{\pi N^3 P^2 \sigma^2}} \exp \left(-\frac{(z_k(l) - \sigma^2 P N^2)^2}{4\sigma^4 P^2 N^3} \right) \\
B^e(k, u) &= \Pr(z_k(u) | \mathbf{x}_k = u) \frac{\prod_l^M \frac{1}{2\sqrt{\pi N^3 P^2 \sigma^2}} \exp \left(-\frac{(z_k(l) - \sigma^2 P N^2)^2}{4\sigma^4 P^2 N^3} \right)}{\exp \left[-\frac{(z_k(u) - \sigma^2 P N^2)^2}{4\sigma^4 P^2 N^3} \right]} \\
B^e(k, u) &= \frac{\Pr(z_k(u) | \mathbf{x}_k = u)}{\exp \left[-\frac{(z_k(u) - \sigma^2 P N^2)^2}{4\sigma^4 P^2 N^3} \right]} \Pr(z_k | H_0).
\end{aligned}$$

Une partie du numérateur ne dépend pas de u mais seulement de z_k , on peut alors démontrer [11] que si l'on remplace la matrice B par une matrice $B^n = \text{diag}(z_k)B$, dans l'algorithme forward backward on aura des résultats équivalents. Cet énoncé nous permet de simplifier B^e par $\Pr(z_k | H_0)$ qui ne dépend pas de u , et d'avoir une nouvelle matrice B^e qui sera la suivante :

$$B^e(k, u) = \Pr(z_k(u) | \mathbf{x}_k = u) \exp \left(\frac{(z_k(u) - \sigma_k^2 P N^2)^2}{4\sigma_k^4 P^2 N^3} \right)$$

Dans cette expression, deux inconnues doivent être estimées $\Pr(z_k(u) | \mathbf{x}_k = u)$ et $\hat{\sigma}_k^2$.

a) Estimation de $\Pr(z_k(u) | \mathbf{x}_k = u)$

On suppose que $\Pr(z_k(u) | \mathbf{x}_k = u)$ est une probabilité sous forme exponentielle. Ainsi :

$$\Pr(z_k(u) | \mathbf{x}_k = u) = c_k \exp \left\{ \phi_k \left[z_k(m) - \mathbb{E}(z_k(m) | \mathbf{x}_{k=m}) \right] \right\}.$$

On en déduit l'estimé

$$\hat{\Pr}(z_k(u) | \mathbf{x}_k = u) = c_k \exp [\phi_k(0)]$$

b) Estimation de σ_k^2

L'estimée $\hat{\sigma}_k^2$ est calculée par la méthode des moments.

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} [\|Y(\Phi_m)\|^2] &= P N^2 \sigma_k^2 \\
\Leftrightarrow \sigma_k^2 &= \frac{1}{P N^2} \mathbb{E} [\|Y(\Phi_m)\|^2]
\end{aligned}$$

L'estimée $\hat{\sigma}_k^2$ est donc :

$$\Rightarrow \hat{\sigma}_k^2 = \frac{\sum_{m \in \Omega_B} \|Y(\Phi_m)\|^2}{\omega_B P N^2}$$

Ω_B représente l'ensemble des canaux dans lesquels on suppose l'influence du signal vraiment négligeable. Le cardinal de Ω_b est ω_B . En effet pour avoir une meilleure estimation de σ_k^2 on ne calcule la moyenne que dans des canaux relativement éloignés du signal même si on a fait l'hypothèse que le signal n'agit que dans un seul canal.

A l'aide de $\hat{\sigma}_k^2$, on a une estimation de la matrice B^e en remplaçant σ_k^2 par $\hat{\sigma}_k^2$. De plus on s'aperçoit que la valeur $\hat{P}_r(z_k(u)|\mathbf{x}_k = u)$ ne dépend pas du canal où se trouve le signal. Cette considération permet de simplifier encore la matrice B en ne gardant que la partie dépendante de u et d'avoir une nouvelle matrice normalisée :

$$\hat{B}^e = \exp \left[\frac{(z_k(u) - \hat{\sigma}_k^2 P N^2)^2}{4 \hat{\sigma}_k^4 P^2 N^3} \right]$$

3.5.1.3.2 Deuxième hypothèse : le signal agit sur plusieurs canaux voisins

Dans cette partie, afin d'améliorer l'extraction on ne néglige pas l'influence du signal sur les canaux voisins.

Comme auparavant on note ici par Ω_B l'ensemble des canaux dans lesquels on suppose le signal absent. Son complémentaire noté Ω_S représente donc l'ensemble des canaux où l'on suppose le signal présent, son cardinal est noté ω_S . On a donc $M = \omega_S + \omega_B$.

A l'instant k , le signal étant présent dans le canal $c(u)$, la loi de probabilité des mesures est approchée par la loi de probabilité gaussienne de variance $2P^2 N^3 \sigma^4$ et de moyenne $g_{c(u)}(\Phi_m) + P N^2 \sigma^2$ comme vu dans la section 2.5.2 du chapitre 2.

NB : On a négligé la corrélation du bruit.

On exprime une nouvelle matrice B^e pour notre modèle HMM :

$$\begin{aligned}
B^e(k, u) &= \Pr(z_k | \mathbf{x}_k = u) \\
B^e(k, u) &= \prod_{l \in \Omega_S(u)} \Pr(z_k(l) | \mathbf{x}_k = u) \prod_{l \notin \Omega} \Pr(z_k(l) | \mathbf{x}_k = u) \\
B^e(k, u) &= \prod_{l \in \Omega_S(u)} \frac{1}{2\sqrt{\pi N^3 P^2} \sigma^2} \exp \left(-\frac{(z_k(l) - g_{c(u)}(\Phi_m) - \sigma^2 P N^2)^2}{4\sigma^4 P^2 N^3} \right) \\
&\quad \prod_{l \notin \Omega_S(u)} \frac{1}{2\sqrt{\pi N^3 P^2} \sigma^2} \exp \left(-\frac{(z_k(l) - \sigma^2 P N^2)^2}{4\sigma^4 P^2 N^3} \right) \\
B^e(k, u) &= \prod_{l \in \Omega_S(u)} \frac{\frac{1}{2\sqrt{\pi N^3 P^2} \sigma^2} \exp \left(-\frac{(z_k(l) - g_{c(u)}(\Phi_m) - \sigma^2 P N^2)^2}{4\sigma^4 P^2 N^3} \right)}{\frac{1}{2\sqrt{\pi N^3 P^2} \sigma^2} \exp \left(-\frac{(z_k(l) - \sigma^2 P N^2)^2}{4\sigma^4 P^2 N^3} \right)} \\
&\quad \prod_{l=1}^M \frac{1}{2\sqrt{\pi N^3 P^2} \sigma^2} \exp \left(-\frac{(z_k(l) - \sigma^2 P N^2)^2}{4\sigma^4 P^2 N^3} \right) \\
B^e(k, u) &= \prod_{l \in \Omega_S(u)} \exp \left[-\frac{g_{c(u)}(\Phi_m) (2z_k(l) - g(\Phi_m, c) - 2\sigma^2 P N^2)^2}{4\sigma^4 P^2 N^3} \right] \Pr(z_k | H_0).
\end{aligned}$$

En appliquant le principe d'équivalence [11], on simplifie B^e en divisant par $\Pr(z_k | H_0)$ on a donc :

$$B^e(k, u) = \prod_{l \in \Omega_S(u)} \exp \left[-\frac{g_{c(u)}(\Phi_m) (2z_k(l) - g_{c(u)}(\Phi_m) - 2\sigma^2 P N^2)^2}{4\sigma^4 P^2 N^3} \right]. \quad (3.6)$$

La difficulté est d'estimer l'énergie du signal a_k^2 et la largeur du lobe principal de la fonction $g_{c(u)}$ afin d'en déduire une estimation $\Omega_S(u)$ (et indirectement de λ_k). On note ces estimations $\hat{a}_k^2(u)$, $\hat{\Omega}_S(u)$, ce qui permet d'évaluer la fonction $g_{c(u)}$. Cette nouvelle fonction est notée $\hat{g}_{c(u)}$.

3.5.1.3.2.1 L'estimation de $\Omega_S(u)$

On suppose que le signal n'agit que sur des canaux proches. La figure 2.4 à la page 24 nous montre la zone d'influence du canal que l'on étendra à tout le lobe principal. La largeur du lobe principal est notée L_a .

$\Omega_S(u)$ est donc défini par l'intervalle :

$$\left[c(u) - \frac{L_a}{2}, c(u) + \frac{L_a}{2} \right]$$

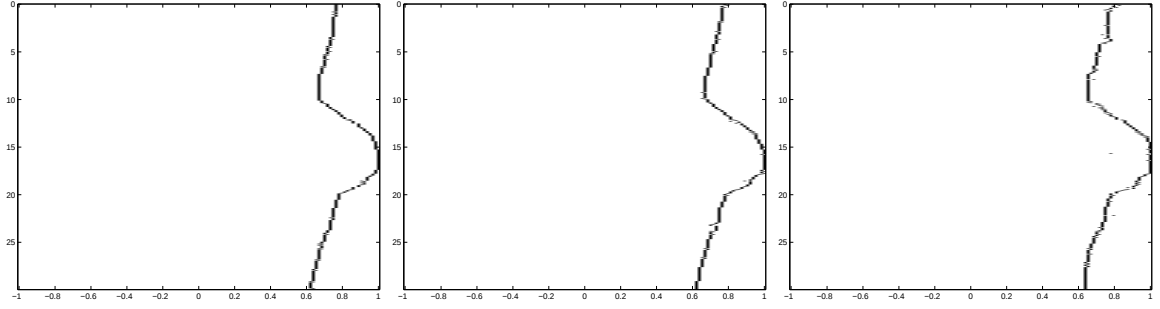


FIGURE 3.6 – Comparaison des extractions avec différentes estimations de $L_a \in \{4, 12, 20\}$

Or dans le chapitre 2, on a vu que pour des fréquences comprises entre 100 et 500 Hz , on a ζ_k compris entre 0.34 et 0.066. Comme $\zeta_k = \frac{2}{PL_a}$, la largeur du lobe principal est comprise entre 0.18 et 0.94. En échantillonnant avec $M = 128$ voies, on obtient entre 10 et 60 voies influencées par le signal.

Ainsi l'utilisateur doit évaluer au mieux le nombre de voies qu'il considère atteintes par le signal ; ceci peut s'évaluer à l'oeil nu sur l'image issue de la formation de voies. Quand ce nombre est établi, on peut estimer $\hat{\zeta}_k$, $\hat{L}_a$ et donc $\hat{\Omega}_S(u)$.

Cette estimation est loin d'être optimale, néanmoins l'extracteur réalisé n'est en fait que très peu perturbé par des erreurs d'estimation sur le nombre de voies influencées par le signal, même lorsqu'on considère un nombre de voies inférieur à celui théorique.

La figure 3.6 nous montre 3 extractions réalisées sur une image présentant un signal de 500 Hz (soit une largeur de voie de 10. La première est réalisée en considérant 4 voies seulement « touchées » par le lobe principal ; dans la deuxième, on a estimé le lobe principal à 12 voies et 20 dans la dernière.

3.5.1.3.2.2 L'estimation de $a_k^2(u)$

L'estimation de $a_k^2(u)$ est basée sur les notions du premier chapitre. On a vu qu'en présence uniquement de bruit, la mesure $z_{k,m}$ est issue d'une variable aléatoire gaussienne de moyenne $PN^2\hat{\sigma}_k^2$ et de variance $2P^2N^3\hat{\sigma}_k^4$.

En présence de signal dans la voie $m = \kappa_1(u)$, la mesure est issue d'une variable aléatoire de moyenne $PN^2\hat{\sigma}_k^2 + a_k^2(u)\frac{N^2P^2}{2}$ et de variance $2P^2N^3\hat{\sigma}_k^4$.

Donc lorsqu'un signal est présent à l'instant k , le vecteur de mesures $z_k = (z_{k,1}, \dots, z_{k,M})$ comporte deux types de mesures :

- des mesures issues de canaux où il n'y aura que du bruit ;
- des mesures où il y a présence du signal ainsi que de bruit.

Ainsi la répartition de ces M mesures tend vers la superposition des deux gaussiennes. C'est cette tendance que l'on exploite pour estimer $a_k^2(u)$.

Pour cela, on répartit les mesures z_k dans un histogramme contenant une vingtaine de classes.

La position du premier mode supérieur $2P^2N^3\hat{\sigma}_k^4$ nous donne la valeur $a_k^2 \frac{N^2P^2}{2}$.

En effet $2P^2N^3\hat{\sigma}_k^4$ est choisie car il s'agit de la classe maximale si on suppose uniquement la présence de bruit dans nos mesures et lorsqu'un signal est présent en théorie le mode se trouve décalé de $a_k^2 \frac{N^2P^2}{2}$.

On en déduit donc $\hat{a}_k(u)$.

Cette estimation de $a_k(u)$ est très grossière. Néanmoins elle est très rapide à obtenir et pour avoir de bons résultats.

3.5.1.3.2.3 L'estimation de la matrice B^e

A l'aide de $\hat{\lambda}$ et $\hat{a}_k(u)$ on obtient $\hat{g}_{c(u)}$:

$$\hat{g}_{c(u)}(\Phi) = \hat{a}_k^2(u) \frac{N^2}{2} \left(\frac{1 - \cos \left(P2\pi\hat{\lambda} [c(u) - \Phi] \right)}{1 - \cos \left(2\pi\hat{\lambda} [c(u) - \Phi] \right)} \right)$$

On peut alors écrire que

$$\hat{B}^e(k, u) = \prod_{m \in \hat{\Omega}_S(u)} \exp \left[\frac{\hat{g}_u(\Phi_m) (z_{k,m} - \hat{g}_u(\Phi_m) - PN^2\hat{\sigma}^2)}{4P^2N^3\hat{\sigma}^4} \right]$$

Enfin on définit la matrice d'initialisation Π^e par

$$\Pi^e(u) = \frac{1}{MI}$$

3.5.1.4 Récapitulatif de l'algorithme d'extraction

Une fois les matrices A^e , B^e , et Π^e définies, on peut estimer notre état $\mathbf{x}_k$ à l'aide du forward-backward et du MAP.

On a donc deux estimateurs possibles selon que l'on utilise la première hypothèse ou la deuxième. L'algorithme final est le suivant :

```

Pour u allant de 1 à U
  calcul de  $\alpha_0(u)$ .
  calcul de  $\beta_K(u)$ .
Fin pour
Pour k allant de 1 à K
  Pour u allant de 1 à U
    Calcul de  $\hat{\sigma}_k^2$ 
    Si on utilise la deuxième hypothèse : calcul de  $\hat{a}_k(u)$ 
    Si on utilise la deuxième hypothèse : calcul de  $\hat{\Omega}_S(u)$ 
    Calcul de  $\hat{B}^e$ 
    Si  $k \in K_m$ 
      Calcul de  $\alpha_k(u)$  à l'aide de  $\hat{B}^e$  et de  $A^e$  avec  $\varsigma = 0.5$ .
      Calcul de  $\beta_{K-k}$  à l'aide de  $\hat{B}^e$  et de  $A^e$  avec  $\varsigma = 0.5$ .
    sinon
      Calcul de  $\alpha_k(u)$  à l'aide de  $\hat{B}^e$  et de  $A^e$  avec  $\varsigma = 0.01$ .
      Calcul de  $\beta_{K-k}$  à l'aide de  $\hat{B}^e$  et de  $A^e$  avec  $\varsigma = 0.01$ .
    Fin si
  Fin pour
Fin pour
Pour k allant de 1 à K
  Pour u allant de 1 à U
    Calcul de  $\gamma_k(u)$ .
  Fin pour
Fin pour

```

Sur la figure 3.7, on montre l'ensemble des $\hat{x}_k$ que l'on a détectés dans une image gisement-temps. L'image gisement-temps à gauche est formée avec les caractéristiques suivantes : 128 canaux de cosinus, 450 snapshots de durée 4s, un RSB de $-31dB$ et une absence de signal depuis la 6^e minute jusqu'à la 20^e minute.

L'extraction est réalisée avec les paramètres suivants pour la matrice A^e :

- $\varsigma = 0.01$ en dehors de la manœuvre ;
- $\varsigma = 0.5$ lors de la manœuvre (qui dure de la 10^e minute à la 20^e minute, soit $k = 150$ à $k = 300$) ;
- $g = 1$ quels que soient les snapshots ;
- et on a estimé un lobe principal agissant sur 16 canaux.

Sur l'image de droite de la figure 3.7, on s'aperçoit que l'on a extrait des pistes même en l'absence de signal. Il faut maintenant confirmer ou infirmer cette extraction à chaque instant par une méthode de détection.

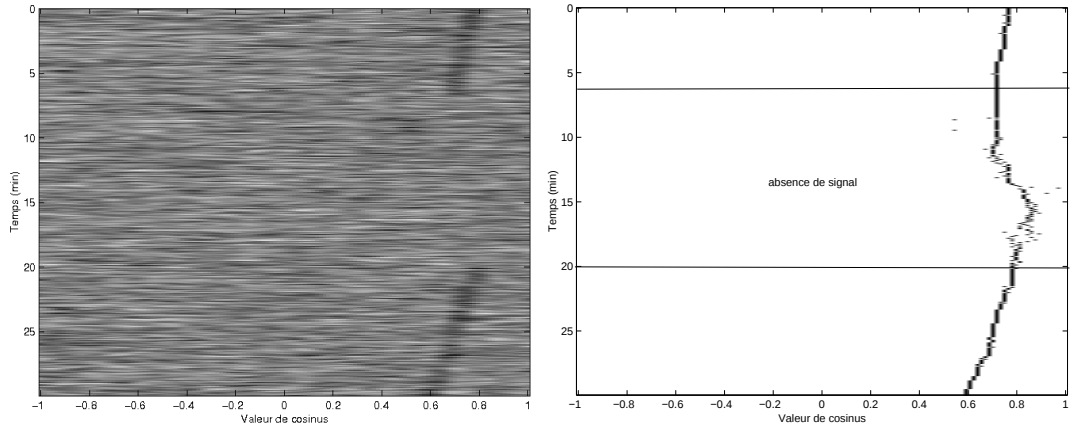


FIGURE 3.7 – Formation de voies et extraction réalisée

3.5.2 La détection

Nous mettons maintenant en œuvre, une méthode toujours à base des HMM, permettant l'estimation de présence de la piste extraite dans le signal.

3.5.2.1 Le vecteur d'état binaire

A chaque instant k , on doit définir deux hypothèses par :

- H_0 : la piste n'est pas présente à l'instant k .
- H_1 : la piste est présente à l'instant k ,

et un vecteur d'état binaire, noté Γ_k par :

- $\Gamma_k = 1 \Leftrightarrow H_0$;
- $\Gamma_k = 0 \Leftrightarrow H_1$.

A ce stade, l'extracteur précédemment décrit nous a fourni pour chaque instant une estimation sur la position du signal que l'on a notée $\hat{\mathbf{x}}_k = (\hat{m}, \hat{s})^t$ et que l'on assimile ici à notre mesure, ce qui nous permettra d'établir un modèle de Markov.

3.5.2.2 Calcul des matrices A et B du modèle HMM associé à Γ_k

La matrice de transition se définit à partir de deux probabilités :

- w_0 est la probabilité de passer de l'état $\Gamma_{k-1} = 0$ à l'état $\Gamma_k = 1$, soit la probabilité d'apparition de la piste : $w_0 = \Pr(\Gamma_k = 1 | \Gamma_{k-1} = 0)$;

- w_1 est la probabilité de passer de l'état $\Gamma_{k-1} = 1$ à l'état $\Gamma_k = 0$, soit la probabilité de disparition de la piste : $w_1 = \Pr(\Gamma_k = 0 | \Gamma_{k-1} = 1)$.

Ces valeurs de probabilités sont proposées par l'utilisateur.

On a alors :

$$A^d = \begin{pmatrix} 1 - w_0 & w_0 \\ w_1 & 1 - w_1 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

La matrice B^d est donnée par

$$B^d \triangleq \begin{pmatrix} \Pr(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{0}} = i | H_0) & \Pr(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{0}} = i | H_1) \\ \vdots & \vdots \\ \Pr(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = i | H_0) & \Pr(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = i | H_1) \\ \vdots & \vdots \\ \Pr(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{K}} = i | H_0) & \Pr(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{K}} = i | H_1) \end{pmatrix}$$

Or comme on l'a vu, dans un modèle HMM, on peut diviser la matrice B par un facteur indépendant de l'état sans changer le résultat.

En appliquant ce principe chaque ligne est divisée par $\Pr(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = i | H_0)$. On trouve une matrice équivalente qui sera utilisée par la suite.

$$B^d = \begin{pmatrix} 1 & \Lambda(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{I}} = i) \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \Lambda(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = i) \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \Lambda(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{K}} = i) \end{pmatrix}$$

$\Lambda(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = i) = \frac{\Pr(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = i | H_1)}{\Pr(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = i | H_0)}$ est aussi le rapport de vraisemblance comme il est remarqué dans [11]. La matrice B^d revient donc à comparer le rapport de vraisemblance à un seuil de 1 à chaque instant.

Partant de là, on peut choisir un seuil de détection h fixé par l'utilisateur. On utilise donc la matrice suivante [11] :

$$B^d = \begin{pmatrix} h & \Lambda(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{I}} = i) \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \Lambda(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = i) \\ \vdots & \vdots \\ h & \Lambda(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{K}} = i) \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

3.5.2.2.1 Calcul de la matrice B dans le cadre de la première hypothèse

Dans le cadre de l'hypothèse où le signal n'agit que dans un seul canal on a :

$$\begin{aligned}\Lambda(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = i) &= \nu_k \exp \left(\frac{(z_k(i) - \sigma_k^2 P N^2)^2}{4\sigma_k^4 P^2 N^3} \right) \\ \Lambda(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = i) &= \nu_k B^d\end{aligned}$$

En utilisant le principe de la matrice B équivalente on a :

$$B^d = \begin{pmatrix} h'_1 & \hat{B}^e(1, i) \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \hat{B}^e(k, i) \\ \vdots & \vdots \\ h'_K & \hat{B}^e(K, i) \end{pmatrix}$$

Avec $h'_k = \frac{h}{\nu_k}$.

3.5.2.2.2 Calcul de la matrice B dans le cadre de la deuxième hypothèse

Ici on suppose que le signal agit sur plusieurs canaux. Et d'après l'équation (3.6) vue dans le paragraphe 3.5.1.3.2 on a :

$$\Lambda(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = i) = \hat{B}^e(k, i)$$

Donc :

$$B^d = \begin{pmatrix} h & \hat{B}^e(1, i) \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \hat{B}^e(k, i) \\ \vdots & \vdots \\ h & \hat{B}^e(K, i) \end{pmatrix}$$

Avec h et h' qui sont proposés par l'utilisateur.

3.5.2.3 Récapitulatif de « l'algorithme de détection »

On applique l'algorithme forward-backward afin d'avoir les probabilités d'existence de la piste à chaque instant. Ces probabilités sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_0^d(u) = \frac{1}{2} \\ \alpha_k^d(u) = \frac{B^d(k, u) \sum_{j=0}^1 A^d(u, j) \alpha_{k-1}^d(j)}{\sum_{r=0}^1 B^d(k, r) \sum_{j=0}^1 A^d(r, j) \alpha_{k-1}^d(j)} \\ \beta_K^d(u) = \frac{1}{2} \\ \beta_k^d(u) = \frac{\sum_{j=0}^1 B^d(k+1, j) A^d(j, u) \beta_{k+1}^d(j)}{\sum_{r=0}^1 \sum_{j=0}^1 B^d(k+1, j) A^d(j, r) \beta_{k+1}^d(j)} \\ - \gamma_k^d(u) = \frac{\alpha_k^d(u) \beta_k^d(i)}{\sum_{j=0}^1 \alpha_k^d(j) \beta_k^d(j)} \end{array} \right.$$

L'estimation $\hat{\Gamma}_k$ est donnée par le maximum de vraisemblance. Soit $\hat{\Gamma}_k = \arg \max_{j=0,1} (\gamma_k^d(j))$. L'algorithme d'extraction détection se résume à ces différentes étapes :

- Estimation de $\hat{\sigma}_k$ et détermination de B^e ;
 - Calcul de $\hat{\mathbf{x}}_k = (\hat{m}, \hat{s})^t$ pour chaque instant k par la technique forward-backward et le MAP ;
 - Calcul de B^d et A^d et détermination des $\hat{\Gamma}_k$ par la technique de forward-backward ;
 - Si $\hat{\Gamma}_k = 0$ alors aucune piste ne sera affichée à l'instant k , on notera dans ce cas précis la valeur du cosinus ainsi $\hat{c}(k) = 100$;
 - Si $\hat{\Gamma}_k = 1$ alors on affichera la piste qui se trouve dans le canal $\hat{m}$, et on notera la valeur du cosinus estimé $\hat{c}(k) = \frac{2\hat{m}}{M}$.
- Le vecteur $\hat{\mathbf{c}} = (\hat{c}(1), \dots, \hat{c}(K))^t$ sera ainsi fourni en sortie de l'extracteur.

L'image 3.8 nous donne un exemple d'extraction et de détection réussi. Pour l'extraction on a utilisé les mêmes paramètres que ceux ayant permis d'obtenir la figure 3.7.

La détection fut réalisée avec $h' = 1$, $w_0 = 10^{-8}$ et $w_1 = 10^{-8}$.

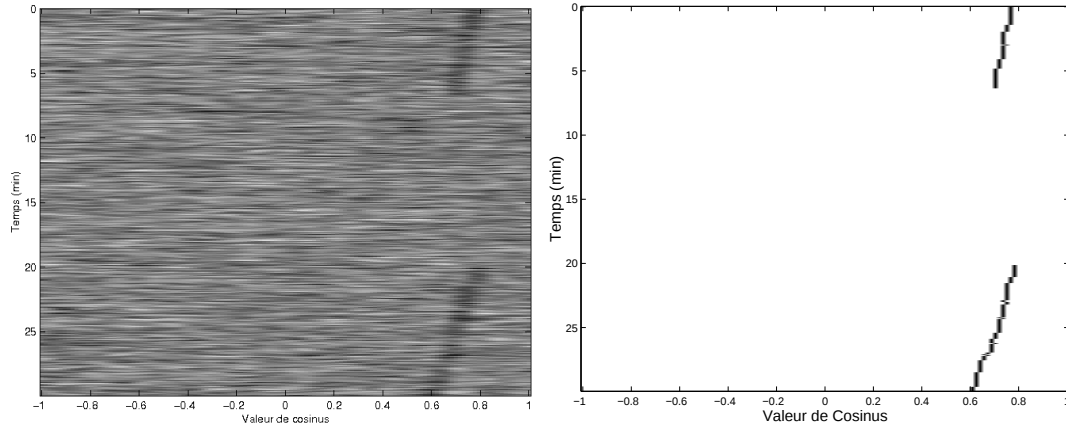


FIGURE 3.8 – Extraction réalisée sur une image présentant un trou de détection

3.6 Application aux images issues de la formation de voies, deuxième architecture : détection et extraction « dans un même bloc » (All in one)

Dans cette architecture, l'extraction et la détection sont effectuées simultanément. Pour cela on utilise un nouveau vecteur d'état que l'on note y_k , donné par l'expression [10] :

$$y_k \triangleq \Gamma_k \kappa(x_k),$$

où Γ_k est un scalaire valant 1 ou 0 selon la règle éditée au 3.5.2.1 à la page 50.

Ainsi y_k prend la valeur (ou le numéro) de x_k lorsque le signal est présent d'état, ou la valeur 0 dans le cas contraire.

On a donc les équivalences suivantes :

$$\begin{aligned} y_k = 0 &\Leftrightarrow \Gamma_k = 0 \\ y_k = u &\Leftrightarrow \Gamma_k = 1 \text{ et } \kappa(x_k) = u. \end{aligned}$$

Où $u \in [1, MI]$.

Cet état est un état discret sur lequel on peut définir une chaîne de Markov, pour laquelle il s'agit de préciser les matrices A et B .

3.6.1 Obtention de la matrice A

La matrice de transition A découle de la matrice A^e et A^d [10].

Théorème 2

Si

$$\begin{aligned}\Pr(\Gamma_k | \mathbf{x}_{\mathbf{k}-\mathbf{I}}, \Gamma_{k-1}) &= \Pr(\Gamma_k | \Gamma_{k-1}) \\ \Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}} = i | \Gamma_{k-1} = 1, \Gamma_k = 0) &= \frac{1}{MI},\end{aligned}$$

alors

$$A = \left[\begin{array}{c|ccc} 1 - w_0 & \frac{w_0}{M} & \cdots & \cdots \frac{w_0}{M} \\ \hline w_1 & & & \\ \vdots & & & \\ w_1 & & (1 - w_1)A^e & \end{array} \right]$$

Démonstration

$$\begin{aligned}A(1, 1) &= \Pr(\mathbf{y}_{\mathbf{k}} = 0 | \mathbf{y}_{\mathbf{k}-\mathbf{I}} = 0), \\ A(1, 1) &= \Pr(\Gamma_k = 0 | \Gamma_{k-1} = 0), \\ A(1, 1) &= 1 - w_0.\end{aligned}$$

Pour la première colonne de la matrice A , avec $u \in \{1, MI\}$ on peut écrire :

$$\begin{aligned}A(u + 1, 1) &= \Pr(\mathbf{y}_{\mathbf{k}} = 0 | \mathbf{y}_{\mathbf{k}-1} = u), \\ A(u + 1, 1) &= \Pr(\Gamma_k = 0 | \Gamma_{k-1} = 1, \mathbf{x}_{k-1} = u) \\ A(u + 1, 1) &= \Pr(\Gamma_k = 0 | \Gamma_{k-1} = 1), \\ A(u + 1, 1) &= w_1.\end{aligned}$$

De même sur la première ligne on a :

$$\begin{aligned}A(1, u + 1) &= \Pr(\mathbf{y}_{\mathbf{k}} = u | \mathbf{y}_{\mathbf{k}-\mathbf{I}} = 1), \\ A(1, u + 1) &= \Pr(\Gamma_k = 1, \mathbf{x}_{\mathbf{k}} = u | \Gamma_{k-1} = 0), \\ A(1, u + 1) &= \Pr(\Gamma_k = 1 | \Gamma_{k-1} = 0) \Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}} = u | \Gamma_k = 1, \Gamma_{k-1} = 0), \\ A(1, u + 1) &= \frac{w_0}{MI}.\end{aligned}$$

Enfin pour $u \in \{1, MI\}$ et $u' \in \{1, MI\}$ de A on a :

$$\begin{aligned}A(u + 1, u' + 1) &= \Pr(\mathbf{y}_{\mathbf{k}} = u' | \mathbf{y}_{\mathbf{k}-\mathbf{I}} = u), \\ A(u + 1, u' + 1) &= \Pr(\Gamma_k = 1, \mathbf{x}_{\mathbf{k}} = u' | \Gamma_{k-1} = 1, \mathbf{x}_{k-1} = u), \\ A(u + 1, u' + 1) &= \Pr(\Gamma_k = 1 | \Gamma_{k-1} = 1, \mathbf{x}_{k-1} = u) \Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}} = u' | \Gamma_{k-1} = 1, \mathbf{x}_{k-1} = u, \Gamma_k = 1), \\ A(u + 1, u' + 1) &= \Pr(\Gamma_k = 1 | \Gamma_{k-1} = 1) \Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}} = u' | \Gamma_{k-1} = 1, \mathbf{x}_{k-1} = u, \Gamma_k = 1), \\ A(u + 1, u' + 1) &= (1 - w_1)A^e(u, u'). \quad \blacksquare\end{aligned}$$

3.6.2 Obtention de la Matrice B

La matrice B est obtenue à l'aide de la matrice B^e [10].

Théorème 3

$$B = \left[\begin{array}{c|c} h & B^e \\ \vdots & \\ h & \end{array} \right]$$

Démonstration

$$\begin{aligned} B(k, 1) &= \Pr(z_k | \mathbf{y}_k = 0), \\ B(k, 1) &= \Pr(z_k | \Gamma_k = 0), \\ B(k, 1) &= \prod_{i=0}^M p(z_k(i) | \Gamma_k = 0) \end{aligned}$$

Pour $u \in \{1, MI\}$ on a :

$$\begin{aligned} B(k, u + 1) &= \Pr(z_k | \mathbf{y}_k = u), \\ B(k, u + 1) &= \Pr(z_k | \Gamma_k = 1, \mathbf{x}_k = u) \end{aligned}$$

Donc

$$B = \left[\begin{array}{c|ccc} \Pr(z_1 | H_0) & \Pr(z_1 | H_1, \mathbf{x}_I = 1) & \cdots & \Pr(z_1 | H_1, \mathbf{x}_I = MI) \\ \vdots & & & \vdots \\ \Pr(z_k | H_0) & \Pr(z_k | H_1, \mathbf{x}_k = 1) & \cdots & \Pr(z_k | H_1, \mathbf{x}_k = MI) \\ \vdots & & & \vdots \\ \Pr(z_K | H_0) & \Pr(z_K | H_1, \mathbf{x}_K = 1) & \cdots & \Pr(z_K | H_1, \mathbf{x}_K = MI) \end{array} \right]$$

On a la matrice équivalente :

$$B = \left[\begin{array}{c|ccc} 1 & \Lambda_1(\mathbf{x}_I = 1) & \cdots & \Lambda_1(\mathbf{x}_I = MI) \\ \vdots & & & \vdots \\ 1 & \Lambda_1(\mathbf{x}_k = 1) & \cdots & \Lambda_1(\mathbf{x}_k = MI) \\ \vdots & & & \vdots \\ 1 & \Lambda_1(\mathbf{x}_K = 1) & \cdots & \Lambda_1(\mathbf{x}_K = MI) \end{array} \right]$$

Néanmoins comme précédemment on préférera comparer le rapport de vraisemblance à un seuil que l'on fixera. On a donc la matrice B suivante :

$$B = \begin{bmatrix} \overbrace{h \quad B^e(1, 1) \quad \cdots \quad B^e(1, MI)}^{MI+1} \\ \vdots \quad \cdots \quad \vdots \quad \cdots \\ h \quad B^e(k, 1) \quad \cdots \quad B^e(k, MI) \\ \vdots \quad \cdots \quad \vdots \quad \cdots \\ h \quad B^e(K, 1) \quad \cdots \quad B^e(K, MI) \end{bmatrix}$$

Avec h (seuil de détection) proposé par l'utilisateur. Cette proposition dépend des hypothèses faites sur le signal lors du calcul de B^e . ■

On applique ensuite le forward-backward puis l'estimateur MAP sur ce vecteur d'état.

3.6.3 Résumé de l'algorithme d'extraction détection simultanées « All in One »

Cet extracteur se résume aux instructions suivantes :

Pour u allant de 0 à U

$$\Pi(u) = \frac{1}{U+1}$$

fin pour

Calcul de la matrice A hors manœuvre et de la matrice A durant la manœuvre

Calcul de la matrice B suivant la première hypothèse ou la deuxième et les estimation de σ_k

Calcul de $\Pr(\mathbf{y}_k | Z_{1:K})$ à l'aide du forward backward, en prenant en compte la manœuvre du porteur

Extraction de $\hat{\mathbf{y}}_k$ à l'aide du MAP.

si $\hat{\mathbf{y}}_k = 0$ le signal n'est pas détecté $\hat{c}(k) = 100$

Si $\hat{\mathbf{y}}_k = u (\neq 0)$ le signal est détecté et $\hat{c}(k) = \frac{2\hat{m}}{M}$

Le vecteur $\hat{\mathbf{c}} = (\hat{c}(1), \dots, \hat{c}(K))^t$ est fourni en sortie de l'extracteur.

3.7 Comparaison entre les différents extracteurs

Afin de comparer les performances de nos différents extracteurs, on réalise 500 images d'un même scénario avec le même RSB. Seul le bruit ambiant issu d'une variable aléatoire est différent. A l'aide des ces extractions, on estime empiriquement la probabilité de fausses

alarmes, la probabilité de détection et on calcule un écart quadratique moyen entre la position réelle du cosinus et celle que l'on estime avec nos extracteurs. Ces données permettent ensuite d'évaluer la performance de nos différents extracteurs et de voir l'influence des paramètres de d'extraction et de détection.

3.7.1 Scénario simulé et calculs effectués sur le tirage de Monte Carlo

Le scénario simulé est le suivant :

Une antenne linéaire remorquée composée de 32 capteurs espacés d'un mètre capte un signal sinusoïdal de fréquence $f = 500 \text{ Hz}$. La fréquence d'échantillonnage du SONAR est fixée à $f_e = 1024 \text{ Hz}$. Le RSB à -31 dB . La durée des snapshots est de $\delta_t = 4 \text{ s}$. Comme on écoute le signal sur 30 minutes on a $K = 450$ snapshots.

Le signal est inaudible durant les snapshots 100 à 300, l'ensemble de ces snapshots est noté K_{nd} . Les tranches de 1 à 100 et 300 à 450 forment un ensemble noté K_d ; dans cet ensemble le signal est présent.

L'image gisement-temps est formée de $M = 128$ voies de cosinus.

Un exemple d'image gisement-temps formée avec un tel scénario est donné par la figure 3.7 à la page 50.

On effectue ce scénario 500 fois afin d'avoir 500 images différentes. Les images sont indicées par $j \in [1, 500]$. Quel que soit l'extracteur utilisé, on obtient à la fin de l'algorithme un vecteur noté $\hat{\mathbf{c}}_j$ de taille $K \times 1$. Ce vecteur comprend l'ensemble des valeurs de cosinus extraits par les méthodes présentées précédemment et si à l'instant k le signal est estimé absent, on affecte à $c_j(k)$ la valeur 100.

De plus la valeur réelle du cosinus de gisement à chaque instant est stockée dans le vecteur :

$$\mathbf{c}_v = (c_v(1), \dots, c_v(K)).$$

Ce vecteur permet estimer l'erreur quadratique moyenne, la probabilité de fausse alarme et la probabilité de détection.

L'erreur quadratique moyenne est donnée par :

$$e_m = \frac{1}{500K_d} \sum_{j=1}^{500} \sum_{\substack{k \in K_d \\ c_j(k) \neq 100}} (\hat{c}_j(k) - c_v(k))^2$$

La probabilité de détection a estimée est donnée par :

$$\hat{P}_d = \frac{1}{500K_d} \sum_{j=1}^{500} \sum_{\substack{k \in K_d \\ \hat{c}_j(k) \neq 100}} 1$$

La probabilité de fausse alarme est donnée par :

$$\hat{P}_{Fa} = \frac{1}{500K_{nd}} \sum_{j=1}^{500} \sum_{\substack{k \in K_{nd} \\ \hat{c}_j(k) \neq 100}} 1$$

3.7.2 Résultats réalisés sur les différents extracteurs

Les figures suivantes montrent l'évolution de la probabilité de détection en fonction des fausses alarmes, et l'erreur quadratique moyenne (EQM). Ces figures sont obtenues en changeant différents paramètres comme w_0 , w_1 , h ou le nombre de canaux considérés perturbés par le signal dans nos différents extracteurs.

On réalise ces courbes pour 4 extracteurs différents :

- l'extraction puis la détection en considérant l'influence du signal dans un seul canal ;
- l'extraction puis la détection en considérant l'influence du signal dans plusieurs canaux ;
- l'extraction « all in one » en considérant l'influence du signal dans un seul canal ;
- l'extraction « all in one » en considérant l'influence du signal dans plusieurs canaux.

Pour tous ces extracteurs, on utilise les paramètres suivants pour la matrice A : $g = 5$, $\varsigma_{hm} = 0.1$ et $\varsigma_{dm} = 0.5$.

3.7.2.1 Extraction puis détection en considérant l'influence du signal dans un seul canal

Les figures 3.9 et 3.10 sont construites en considérant un seuil $h = 0.8$. On place ensuite les points en fonction de ω_0 et ω_1 . Les meilleurs résultats sont déterminés en prenant la distance qui sépare chaque point du point de coordonnée (0,1) supposés être l'extracteur idéal.

Dans le cas qui nous intéresse ici, on voit que l'extracteur est très sensible à la fausse alarme qui est relativement élevée dans la plupart des cas. Cependant les points correspondant à $w_0 = 10^{-2}$ ou $w_0 < 10^{-4}$ et $w_1 > 10^{-8}$ restent exploitables. De plus, on a de très faibles valeurs d'écart type (de l'ordre de 3.10^{-5}) ce qui indique que l'extracteur est précis car on est largement inférieur à la largeur de voie (i.e. $La = \frac{2}{M}$).

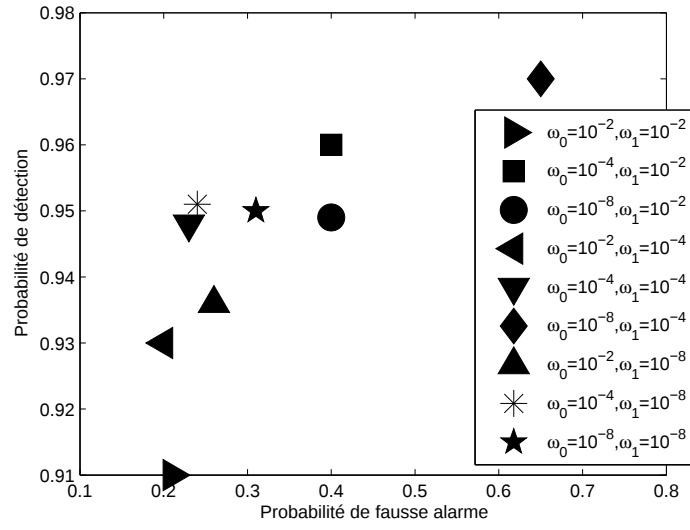


FIGURE 3.9 – Influence de w_0 et w_1 sur la fausse alarme et la détection

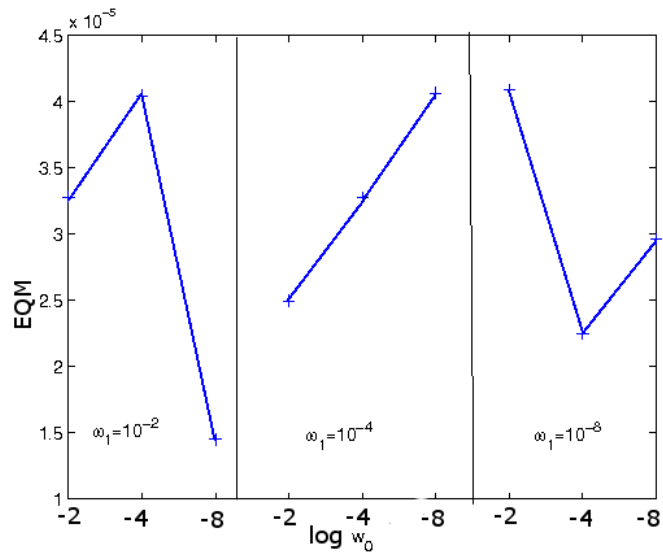


FIGURE 3.10 – Influence de w_0 et w_1 sur l'erreur quadratique moyenne

3.7.2.2 Extraction puis détection en considérant l'influence du signal dans plusieurs canaux

Sur cet estimateur, on teste l'influence des paramètres w_0 , w_1 , h et du lobe principal. Dans un premier temps on ne regarde que l'influence de w_0 , w_1 en considérant un seuil $h = 0.8$ et en supposant que le lobe agit sur 8 canaux.

On s'aperçoit que cet extracteur réduit considérablement la fausse alarme (voir 3.11) au détriment

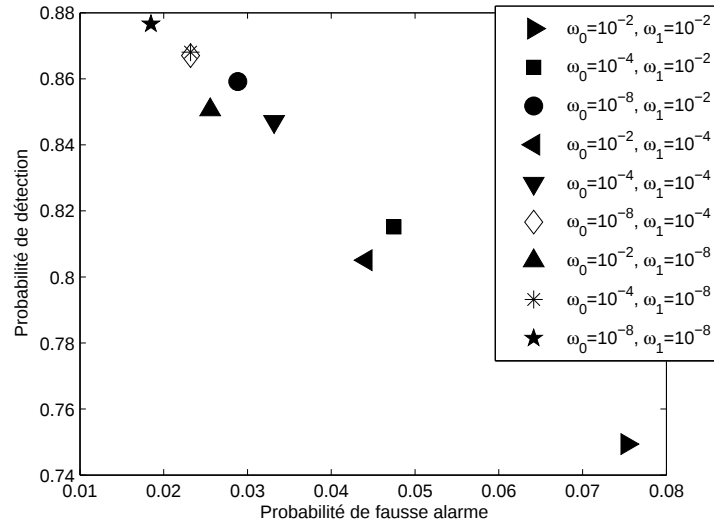


FIGURE 3.11 – Influence de w_0 et w_1 sur la fausse alarme et la détection

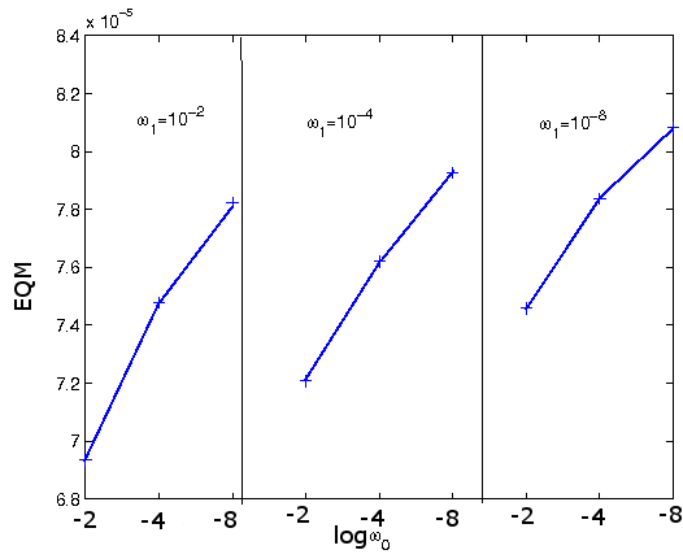


FIGURE 3.12 – Influence de w_0 et w_1 sur l'erreur quadratique moyenne

de la détection. On note aussi que l'on a augmenté sensiblement les valeurs d'écart type qui sont ici de l'ordre de $7 \cdot 10^{-5}$. Néanmoins le gain en fausse alarme incite plutôt à considérer l'utilisation de cet estimateur par rapport au précédent.

La courbe suivante (3.13) nous montre l'influence de h et du lobe principal sur cet extracteur. Elle est construite en considérant $w_0 = 10^{-4}$ et $w_1 = 10^{-4}$. On peut voir que l'évaluation de la zone d'influence du signal est primordiale sur les probabilités de détection et de la fausse

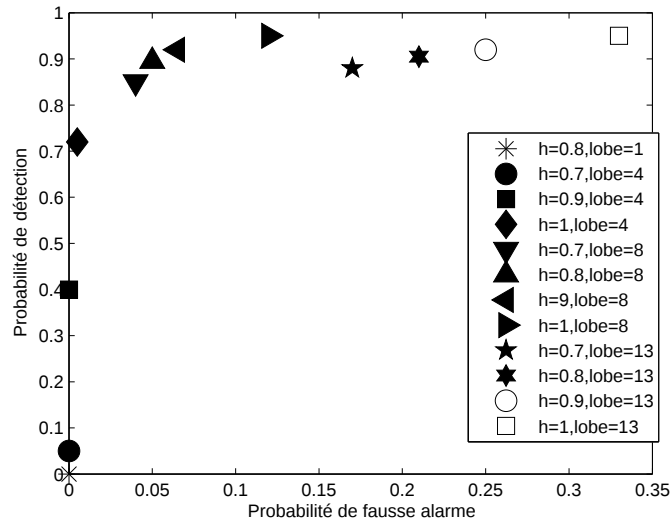


FIGURE 3.13 – Influence du seuil et du lobe principal sur la fausse alarme et la détection

alarme. Si on sous estime cette influence alors la probabilité de détection est médiocre. Si on surestime, on obtient alors une probabilité de fausse alarme élevée. La prise en compte du seuil influence aussi ces probabilités. Le meilleur estimateur est donné pour un seuil de 1 et un lobe qui agit sur 8 canaux. La courbe de l'écart type n'est pas donnée car elle est jugée peu significative.

3.7.3 Extraction « all in one » en considérant l'influence du signal dans un seul canal

Les figures 3.14 et 3.15 sont tracées en considérant un seuil $h = 1, 8$.

La figure 3.14 montre que cet extracteur est très sensible à la fausse alarme. Seuls trois points peuvent être considérés comme acceptables (fausse alarme inférieure à 0.2). On note aussi que pour ces points l'écart type est de l'ordre de 10^{-4} : la précision n'est donc pas améliorée. Cet extracteur est jugé non pertinent.

3.7.3.1 Extraction « all in one » en considérant l'influence du signal dans plusieurs canaux

Les figures 3.16 et 3.17 montrent l'influence du seuil h et du lobe principal. Elles sont tracées en considérant $w_0 = 10^{-4}$ et $w_1 = 10^{-4}$. On note, comme précédemment avec l'extracteur puis la détection, que la prise en compte du lobe principal permet d'atténuer fortement la fausse alarme. Par contre la prise en compte du lobe principal agit fortement sur la probabilité de détection, il faut donc l'estimer au mieux. Si le lobe est bien estimé, le seuil influence peu le signal. Enfin la figure 3.17 montre que cet extracteur est tout aussi précis que l'extracteur en

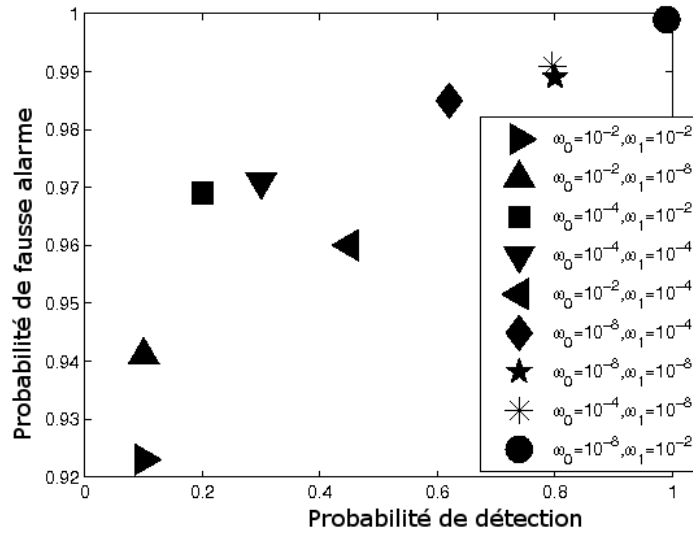


FIGURE 3.14 – Influence de w_0 et w_1 sur la fausse alarme et la détection

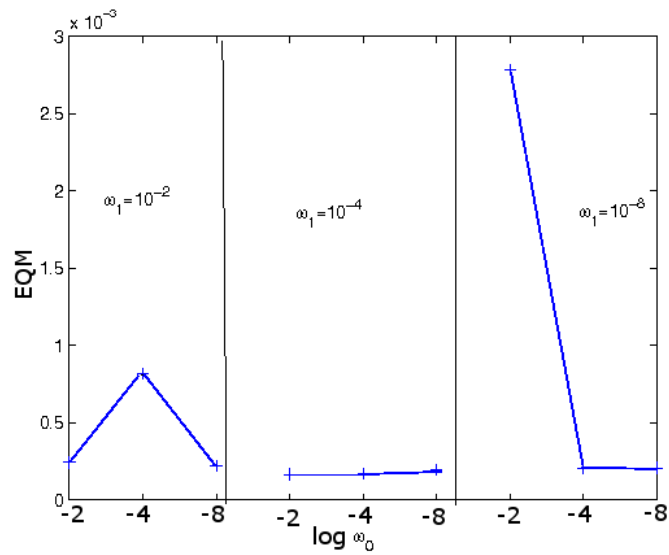


FIGURE 3.15 – Influence de w_0 et w_1 sur l'erreur quadratique moyenne

deux bloc si on ne surestime pas le lobe.

La figure 3.18 nous montre l'influence de w_0 et w_1 en considérant un seuil $h = 1.8$ et un lobe agissant sur 8 canaux. On voit ici que l'ensemble des points est proche du point idéal (0,1) surtout si $w_0 < 10^{-2}$ et $w_1 < 10^{-2}$.

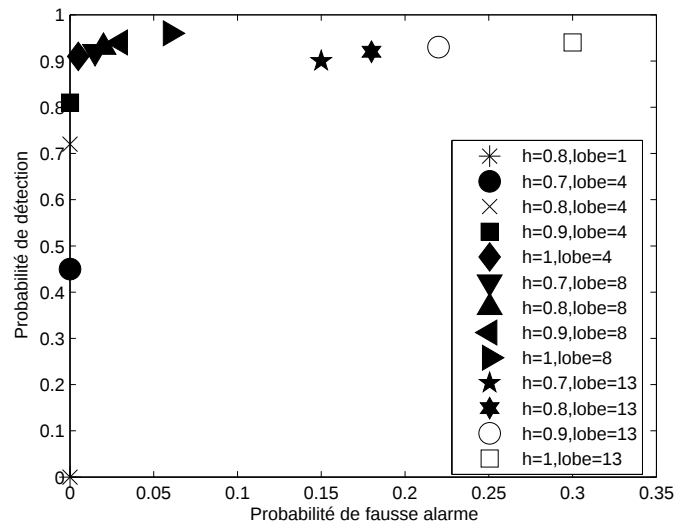


FIGURE 3.16 – Influence du seuil et du lobe principal sur la fausse alarme et la détection

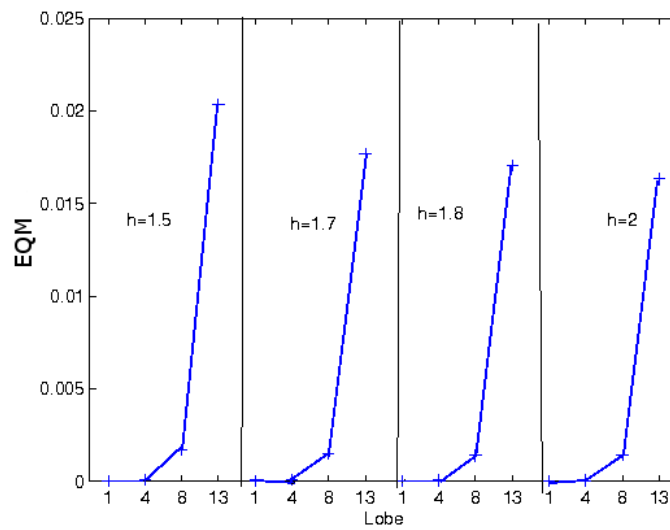


FIGURE 3.17 – Influence du seuil et du lobe principal sur l'erreur quadratique

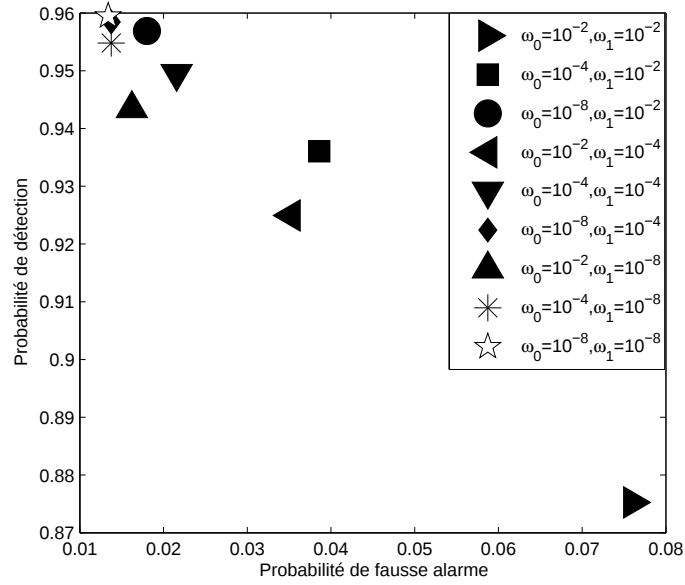


FIGURE 3.18 – Influence de w_0 et w_1 sur la fausse alarme et la détection

3.8 Conclusion

Deux techniques d'extraction/détection de pistes de cosinus à l'aide des modèles de Markov ont été présentées dans ce chapitre. Elles ont été utilisées sous deux hypothèses différentes. Les résultats de ces extracteurs fournis à la fin du chapitre permettent de conclure que l'on ne peut pas négliger l'influence de la largeur du lobe principal dans le signal surtout si l'on considère l'extracteur « all in one », l'extraction puis la détection est lui un peu plus robuste à l'influence de la largeur du lobe principal.

Les résultats nous montrent aussi que si on prend correctement en compte le lobe principal, on a peu d'écart de performance entre l'extraction puis la détection ou l'extraction « all in one ». Cet extracteur est aussi un peu plus robuste à la détection et semble plus adapté à l'extraction mono piste. On conseille donc son utilisation si on ne recherche qu'un seul signal. Cependant l'extraction et la détection en deux blocs sont utiles dans le cas multi pistes comme on va le voir dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

L'extraction multisources

4.1 Objectif du chapitre

Ce chapitre aborde plusieurs algorithmes d'extraction multipistes à base d'algorithme HMM et compare leurs performances. Ces algorithmes doivent pouvoir extraire plusieurs signaux dans une image gisement-temps en utilisant les principes de l'extraction monosource abordés dans le chapitre 3. Le principal problème concerne la gestion du croisement des pistes qui est illustré par les figures 4.1, 4.2 et 4.3. Sur l'image 4.1 on peut voir une formation de voies en présence de 2 sources. Sur la figure 4.2 la première source est donnée par la piste bleue, la deuxième source par la piste rouge. La dernière image montre une extraction réalisée ; on peut voir que lors du croisement les deux pistes l'extracteur confond les pistes. Une technique d'extraction multipistes utilisant les algorithmes EM [24, 25], est utilisé dans [7]. A la différences de ce que nous proposons, les auteurs dans cet article considèrent le cas de pistes présentes de l'instant initial à l'instant final. En outre, leur extracteur basé sur le filtre de Kalman, est utilisé sur une image gisement-temps construite par la méthode de Capon [9].

4.2 Organisation du chapitre

Ce chapitre est articulé en 4 sections principales. La première partie est consacrée à la modélisation mathématique. On y présente le vecteur d'état et l'observation. La section suivante développe un algorithme d'extraction pour L pistes. Cette extraction est basée sur le modèle HMM et sur un système d'exclusion qui permet d'extraire L pistes en même temps. Une troisième partie est consacrée aux nombreux problèmes rencontrés lors de la gestion des croisements de pistes. Une dernière partie aborde une autre technique d'extraction qui effectue l'extraction des L pistes les unes après les autres.

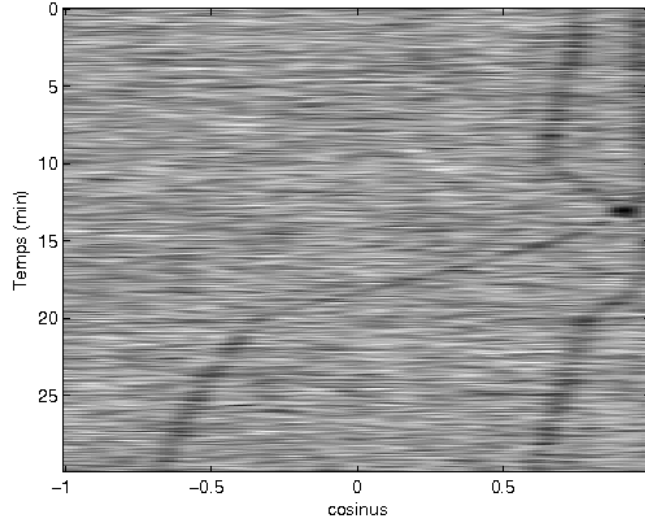


FIGURE 4.1 – Image issue du traitement d’antenne en présence de deux sources

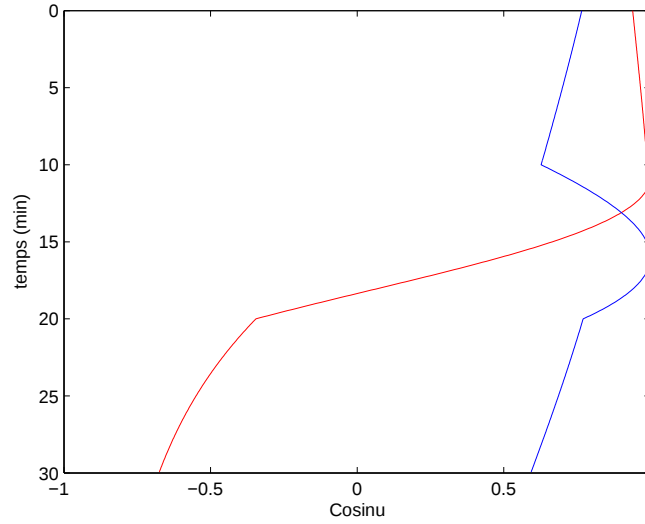


FIGURE 4.2 – Piste réelle de cosinus

4.2.1 Le vecteur d’état

On suppose tout au long de ce chapitre que L sources sont présentes. L’ensemble des sources est indicé par la lettre $l \in [1, L]$. Le nombre L est supposé connu. En pratique on le surestime. A chaque instant k , la source l se trouve dans un gisement θ_k^l qui correspond à la voie $m_k^l \in \mathbb{Z}$. On a :

$$\frac{2m_k^l}{M} - 1 \leq \cos(\theta_k^l) \leq \frac{2(m_k^l + 1)}{M} - 1$$

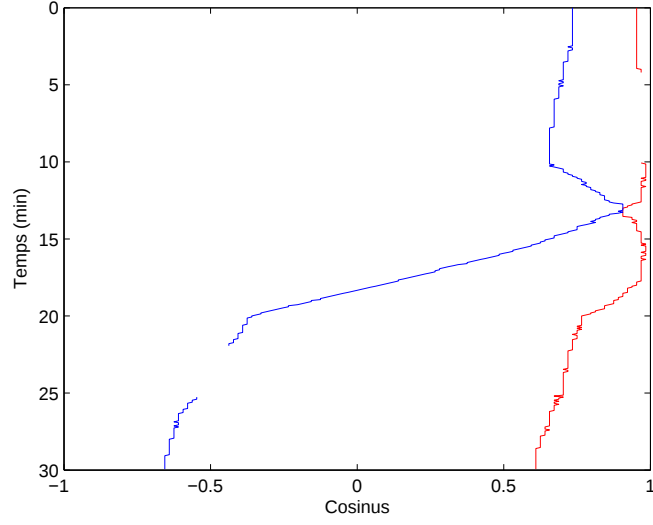


FIGURE 4.3 – Pistes extraites de cosinus. On note une mauvaise gestion du croisement.

On note $c_k^l = \frac{2m_k^l}{M} - 1$. Au cours du temps la source se manifeste dans la succession de voies :

$$\mathbf{c}^l = \{c_1^l, \dots, c_k^l = \cos(\theta_k^l), \dots, c_K^l\}.$$

Cette piste peut se modéliser comme étant l'échantillonnage d'une fonction continue dans le temps $c_k(t)$. On définit alors le défilement par :

$$\mathbf{v}^l = \{v_1^l, \dots, v_k^l, \dots, v_K^l\}$$

avec,

$$v_k^l = S \frac{s_k^l}{J}, \quad s_k^l, J \in \mathbb{Z}$$

Avec S qui est la vitesse de pente maximum de la piste.

Ainsi pour chaque piste de cosinus l on introduit le vecteur d'état suivant :

$$\mathbf{x}_k^l = \begin{pmatrix} m_k^l \\ s_k^l \end{pmatrix}.$$

Comme dans le chapitre 3, m_k^l et s_k^l prennent leurs valeurs dans un espace discret entre $-\frac{M}{2}$ et $\frac{M}{2} - 1$ pour m_k^l et $-J, J$ pour s_k^l .

Il y a donc $M(2J+1)$ états possibles qui sont numérotés à l'aide de la fonction κ introduite dans la section 3.5.1.1.3 du chapitre 3.

Ce vecteur d'état est régi suivant l'équation 3.4 :

$$\mathbf{x}_k^l = H\mathbf{x}_{k-1}^l + \eta_k^l,$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \epsilon \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\epsilon = \frac{MS\delta_t}{2J}.$$

4.2.2 Observations

Le signal reçu sur chaque capteur, pour un snapshot k est composé de L sources et du bruit. Ce qui permet d'écrire :

$$\mathbf{r}_{p,k}(t) = \sum_{l=1}^L a_{l,k} \sin \left(2\pi f_{l,k} \left[\mathbf{t}_k - \frac{pd}{C} \cos(\theta_k^l) \right] + \Psi_{1,k} \right) + \eta_{p,k}$$

La formation de voies se modélise ainsi [7] :

$$\|\mathbf{Y}_k(\Phi)\|^2 = \sum_{l=1}^L g_{c_k^l}(\Phi) + \varepsilon$$

où $g_{c_k^l}$ est la réponse de la formation de voies pour le signal numéro l .

ε est le bruit introduit dans la section 2.5 du premier chapitre. On le suppose de moyenne $PN^2\sigma^2$ et de variance $2P^2N^3\sigma^4$.

Comme dans le cas mono source, les observations sont données par :

$$\mathbf{z}_k = \left(\left\| \mathbf{Y}(\Phi_{-\frac{M}{2}}) \right\|^2, \dots, \left\| \mathbf{Y}(\Phi_{\frac{M}{2}-1}) \right\|^2 \right).$$

Elles permettent de mettre en place différentes techniques d'extraction à base des méthodes HMM.

4.3 La méthode globale

Dans le cas multipiste la vraisemblance est définie par :

$$\Pr \left(\mathbf{x}_k^1, \dots, \mathbf{x}_k^L | Z_K \right),$$

la méthode globale consiste à calculer cette vraisemblance sur l'ensemble de l'espace d'état pour appliquer le *MAP*.

$$(\hat{\mathbf{x}}_k^1, \dots, \hat{\mathbf{x}}_k^L) = \arg \max \left[\Pr \left(\mathbf{x}_k^1, \dots, \mathbf{x}_k^L | Z_K \right) \right].$$

Donc en connaissant la vraisemblance sur les $\frac{M(2J+1)!}{(M(2J+1)-L)!}$ combinaisons d'états possibles on peut calculer le *MAP*.

Une méthode pour déterminer la vraisemblance sur ces états existe [13]. Cependant cette technique est très lourde en temps de calcul du fait de l'explosion combinatoire du nombre d'états. Et dès que $M(2J+1)$ est grand elle devient donc très vite inexploitable. Comme cette thèse on a $M(2J+1) = 384$ soit 147042 combinaisons possibles. On doit utiliser une autre technique d'extraction.

4.4 L'extraction parallèle

4.4.1 Principe

Cette méthode consiste à affecter à chaque piste l un extracteur. L'extraction des pistes se réalise simultanément, et est basée sur un principe d'exclusion ce qui permet à chaque extracteur de traiter en priorité une source et d'exclure les autres sources potentielles. Pour cela, on introduit un nouvel état qui traduit l'exclusion de pistes :

$$\omega_k^l = \left\{ \mathbf{x}_k \neq \mathbf{x}_k^r, r \neq l, r \in [1, L] \right\}.$$

i.e L'événement complémentaire de ω_k^l est :

$$\bar{\omega}_k^l = \left\{ \mathbf{x}_k^1, \dots, \mathbf{x}_k^{l-1}, \mathbf{x}_k^{l+1}, \dots, \mathbf{x}_k^L \right\}$$

On forme ensuite l'ensemble :

$$\Omega_k^l = \left\{ \omega_k^1, \dots, \omega_k^L \right\}.$$

On admettra que la vraisemblance à maximiser est approximée selon :

$$\Pr \left(\mathbf{x}_k^1, \dots, \mathbf{x}_k^L | Z_K \right) \approx cste \prod_{l=1}^L \Pr \left(\mathbf{x}_k^l | Z_K, \Omega_k^l \right).$$

En appliquant le *MAP*, on a :

$$(\hat{\mathbf{x}}_k^1, \dots, \hat{\mathbf{x}}_k^L) = \cup_l \arg \max_{\mathbf{x}_k^l} \left[\Pr \left(\mathbf{x}_k^l | Z_K, \Omega_k^l \right) \right].$$

La maximisation se fait ainsi sur chaque état pris séparément. Pour chaque extracteur on doit maximiser :

$$\hat{\mathbf{x}}_k^l = \arg \max_{\mathbf{x}_k^l \in U} \left[\Pr \left(\mathbf{x}_k^l | Z_K, \Omega_k^l \right) \right].$$

$\Pr \left(\mathbf{x}_k^l | Z_K, \Omega_k^l \right)$ est obtenu à l'aide d'un algorithme forward-backward que l'on a modifié afin de prendre en compte l'exclusion.

Avec cette méthode on a plus que $LM(2J+1)$ points de vraisemblance à calculer.

4.4.2 L'algorithme forward backward multisource

Cet algorithme permet de calculer sur l'ensemble de l'espace d'état la vraisemblance :

$$\gamma_k^l(i) \triangleq \Pr(\mathbf{x}_k^l = i | Z_K, \Omega_K^l)$$

Pour ce calcul il est nécessaire de connaître la probabilité forward :

$$\alpha_k^l(i) \triangleq \Pr(\mathbf{x}_k^l = i | Z_k, \Omega_k^l)$$

On calcule aussi la probabilité backward :

$$\beta_k^l(i) \triangleq \Pr(\mathbf{x}_k^l = i | Z_{k+1:K}, \Omega_{k+1:K}^l)$$

A l'aide de ces deux probabilités on a :

$$\gamma_k^l(i) = \frac{\alpha_k^l(i)\beta_k^l(i)}{\sum_{u \in U} \alpha_k^l(u)\beta_k^l(u)}.$$

Le calcul de $\alpha_k^l(i)$ s'obtient à partir de nouvelles probabilités

$$q_k^{\alpha,l}(i) \triangleq \Pr(w_k^l | \mathbf{x}_k^l = i, \Omega_{k-1}^l, Z_k),$$

$$\alpha_k^{lq}(i) \triangleq \Pr(\mathbf{x}_k^l = i | Z_k, \Omega_{k-1}^l),$$

$$\tilde{\alpha}_k^l(i) \triangleq \Pr(\mathbf{x}_k^l = i, Z_k, \Omega_{k-1}^l),$$

et de même $\beta_k^l(i)$ s'obtient à partir de :

$$q_k^{\beta,l}(i) \triangleq \Pr(w_k^l | \mathbf{x}_k^l = i, \Omega_{k+1:K}^l, Z_{k+1:K}),$$

$$\tilde{\beta}_k^l(i) \triangleq \Pr(\mathbf{x}_k^l = i | Z_{k+1:K}, \Omega_{k+1:K}^l),$$

On montre alors que :

$$\alpha_k^l(i) = \frac{\tilde{\alpha}_k^l(i)q_k^{\alpha,l}(i)}{\sum_{u=1}^U \tilde{\alpha}_k^l(u)q_k^{\alpha,l}(u)} \quad (4.1a)$$

$$\beta_k^l(i) = \frac{\tilde{\beta}_k^l(i)q_k^{\beta,l}(i)}{\sum_{u=1}^U \tilde{\beta}_k^l(u)q_k^{\beta,l}(u)} \quad (4.1b)$$

Avec :

$$q_k^{\alpha,l}(i) = \prod_{\substack{r=1 \\ r \neq l}}^L 1 - \sum_{u \in \Omega_s^i} \tilde{\alpha}_k^r(u) \quad (4.2a)$$

$$q_k^{\beta,l}(i) = \prod_{\substack{r=1 \\ r \neq l}}^L 1 - \sum_{u \in \Omega_s^i} \tilde{\beta}_k^r(u), \quad (4.2b)$$

Ω_s^i représente l'ensemble des canaux que l'on juge influencés par un signal à l'état i . Cet ensemble comprend les états dont le cosinus est compris entre $\kappa_1(i) - e_m$ et $\kappa_1(i) + e_m$. Ainsi que l'ensemble des canaux dont la pente est compris entre $\kappa_2(i) - e_s$ et $\kappa_2(i) + e_s$. les quantités e_m et e_s sont fixées par l'utilisateur. En récrivant les équations (4.2a) et (4.2b) on a :

$$q_k^{\alpha,l}(i) = \prod_{\substack{r=1 \\ r \neq l}}^L 1 - \sum_{j=\kappa_1(i)-s_m}^{\kappa_1(i)+s_m} \sum_{n=\kappa_2(i)-s_m}^{\kappa_2(i)+s_m} \tilde{\alpha}_k^r(\kappa(j, n))$$

$$q_k^{\beta,l}(i) = \prod_{\substack{r=1 \\ r \neq l}}^L 1 - \sum_{j=\kappa_1(i)-s_m}^{\kappa_1(i)+s_m} \sum_{n=\kappa_2(i)-s_m}^{\kappa_2(i)+s_m} \tilde{\beta}_k^r(\kappa(j, n)).$$

Enfin $\tilde{\alpha}_k^l(i)$, et $\tilde{\beta}_k^l(i)$ s'obtiennent à l'aide de $\alpha_{k-1}^l(i)$ et $\beta_k^l(i)$.

$$\tilde{\alpha}_k^l(i) = \frac{\sum_{u=1}^U B^l(k, i) A^l(i, u) \alpha_{k-1}^l(u)}{\sum_{j=1}^U \sum_{u=1}^U B^l(k, j) A^l(j, u) \alpha_{k-1}^l(u)} \quad (4.3a)$$

$$\tilde{\beta}_k^l(i) = \frac{\sum_{u=1}^U B^l(k, u) A^l(u, i) \beta_{k+1}^l(u)}{\sum_{j=1}^U \sum_{u=1}^U B^l(k, u) A^l(u, j) \beta_{k+1}^l(u)} \quad (4.3b)$$

Avec

$$A^l(i, u) = \Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i | \mathbf{x}_{\mathbf{k}-\mathbf{1}}^l = u)$$

$$B^l(k, u) = \Pr(z_k | \mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = u).$$

A^l est la matrice de transition associée à l'état $\mathbf{x}_k^l$ elle s'obtient à l'aide de l'équation d'état. $B^l(k, u)$ est la matrice de vraisemblance. Elle dépend donc de la loi de vraisemblance et des hypothèses que l'on effectue sur cette loi.

Une fois déterminées A^l et B^l , il suffit d'initialiser l'algorithme avec $\alpha_0^l(u)$ et $\beta_{K+1}^l(u)$, afin de retrouver l'ensemble des $\alpha_k^l(u)$ et $\beta_k^l(u)$.

4.4.3 Obtention de la matrice A^l

Les états $\mathbf{x}_k^l$ étant indépendants entre eux, leur propagation ne dépend que de $\mathbf{x}_{k-1}^l$. Tous les états suivent la même équation :

$$\mathbf{x}_k^l = H^l \mathbf{x}_{k-1}^l + \eta_l'$$

Avec

$$H^l = \begin{bmatrix} 1 & \epsilon_l \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

et η_l' qui est un bruit de moyenne nulle et de matrice de covariance :

$$R^l = g \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2\epsilon_l} \\ \frac{1}{2\epsilon_l} & \frac{1}{\epsilon_l^2} \end{bmatrix}$$

Donc :

$$A^l = A^e \forall l$$

A^e étant l'expression 3.5 à la page 41.

4.4.4 Obtention de la matrice B^l

Pour le calcul de cette vraisemblance B^l , on suppose que l'état $\mathbf{x}_k^l$ agit seulement sur quelques canaux proches et qu'aucun autre signal ne vient perturber ces canaux là.

D'après le chapitre précédent (3) :

$$\begin{aligned} b_i^l(z_k) &= \Pr(z_k | \mathbf{x}_k^l = i) \\ b_i^l(z_k) &= \text{cst} \prod_{m=i_1-\nu}^{i+\nu} \exp \left[\frac{g(\Phi_m, i_1) (z_{k,m} - g(\Phi_m, i_1) - PN^2 \hat{\sigma}^2)}{4\sigma^2 P^2 N^3 \hat{\sigma}^4} \right] \end{aligned}$$

Avec $m = \kappa_1(\mathbf{x}_k^l)$. On utilise une expression normalisée qui permet de n'avoir que les termes dépendants de i_1 :

$$b_i^{N,l}(z_k) = \frac{b_i^l(z_k)}{\sum_{j=0}^{M-1} b_j^l(z_k)}$$

$$b_{i_1}^{N,l}(z_k) = \prod_{m=i_1-\nu}^{i_1+\nu} \exp \left[\frac{g(\Phi_m, i_1) (z_{k,m} - g(\Phi_m, i_1) - PN^2 \hat{\sigma}^2)}{4\sigma^2 P^2 N^3 \hat{\sigma}^4} \right]$$

Donc B^l ne dépend pas l , on la note B^e qui est l'expression 3.6 à la page 46 donnée dans le chapitre 3.

4.4.5 Initialisation

Il nous faut donc une initialisation propre pour chaque piste qui soit différente deux à deux et en sachant que $\forall l$:

$$\sum_{i=1}^U \Pi^l(i) = 1$$

Pour cela Π^l est donné selon un créneau :

$$\Pi^l(i) = \begin{cases} \frac{aL}{\{[a+b(L-1)]MI\}MI} & \text{si } i \in \left\{ \left[\frac{(l-1)M}{L} \right], \dots, \left[\frac{lM}{L} - 1 \right] \right\}, \forall m = -J, \dots, J \\ \frac{bL}{\{[a+b(L-1)]MI\}MI} & \text{ailleurs} \end{cases}$$

a et b déterminent la hauteur des créneaux. On prendra généralement $a = 1$ et $b = \frac{a}{10}$. Si on pose $b = 0$ on interdit purement et simplement la présence de piste dans une certaine bande.

La figure 4.4 montre un exemple d'initialisation en considérant deux pistes présentes.

4.4.6 Réaffectation

Lors du calcul de $\gamma_k^l(i)$, on lui affecte la piste forward $\alpha_k^l(i)$ et backward $\beta_k^l(i)$ lui correspondant. Or $\alpha_k^l(i)$ et $\beta_k^l(i)$ sont calculés indépendamment entre eux, donc rien n'indique que la probabilité forward $\alpha_k^l(i)$ de la piste l corresponde à la probabilité l backward $\beta_k^l(i)$.

C'est pourquoi pour chaque piste l de γ_l , on estime une piste forward $\alpha_k^{a(l)}(i)$, de numéro $a(l)$. et la piste backward $\beta_k^{b(l)}(i)$ de numéros $b(l)$ qui corresponde.

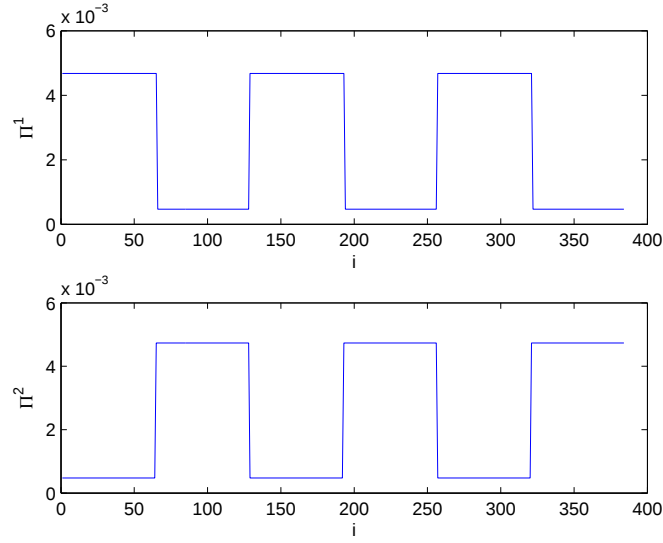


FIGURE 4.4 – Exemple d’initialisation pour deux pistes

La probabilité $\gamma_k^l(i)$ est alors donnée par :

$$\gamma_k^l(i) = \frac{\alpha_k^{a(l)}(i)\beta_k^{b(l)}(i)}{\sum_{u \in U} \alpha_k^{a(l)}(u)\beta_k^{b(l)}(u)}. \quad (4.4)$$

$$\gamma_k^l(i) = \frac{\alpha_k^{a(l)c}(i)\beta_k^{b(l)c}(i)}{\sum_{u \in U} \alpha_k^{a(l)c}(u)\beta_k^{b(l)c}(u)}. \quad (4.5)$$

$a(l)$ et $b(l)$ s’obtiennent à l’aide d’une matrice C de taille $L \times L$ définie par :

$$C(u, v) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^U \alpha_k^{uc}(i)\beta_k^{vc}(i); \quad u, v = 1, \dots, L.$$

A partir de C on estime $a(l)$ et $b(l)$ en effectuant L fois les étapes suivantes : Pour j allant de 1 à L :

$$\begin{aligned} a(l), b(l) &= \arg \max_{u, v} (C) \\ C(a(l), j) &= 0 \quad \forall j = 1, \dots, L \\ C(i, b(l)) &= 0 \quad \forall i = 1, \dots, L \end{aligned}$$

4.4.7 Résumé de l'algorithme

L'algorithme forward backward parallèle se construit ainsi :

```

Initialisation de  $\alpha_0^l(u)$  et  $\beta_0^l(u)$ 

Pour  $k$  allant de 1 à  $K$ 
  Pour  $u$  allant de 1 à  $U$ 
    Pour  $l$  allant de 1 à  $L$ 
      Calcul de  $\tilde{\alpha}_k^l(u)$ , voir (4.3a)
      Calcul de  $\tilde{\beta}_k^l(u)$ , voir (4.3b)
    fin pour
    Pour  $l$  allant de 1 à  $L$ 
      Calcul de  $q_k^{\alpha,l}(u)$ , voir (4.2a)
      Calcul de  $q_k^{\beta,l}(u)$ , voir (4.2b)
      Calcul de  $\alpha_k^l(u)$ , voir (4.1a)
      Calcul de  $\beta_k^l(u)$ , voir (4.1b)
    fin pour
  fin pour
fin pour.

Calcul de la matrice  $C$ 
Détermination des  $a(l)$ ,  $b(l)$ 
Pour  $k$  allant de 1 à  $K$ 
  Pour  $u$  allant de 1 à  $U$ 
    Pour  $l$  allant de 1 à  $L$ 
      Calcul de  $\gamma^l$ , voir (4.5)
    fin pour
  fin pour
fin pour

```

4.4.8 La détection

Chaque piste l doit maintenant être validée par la détection. Pour cela on introduit un état Γ_k^l comme dans la section 3.5.2.2 du chapitre 3

- $\Gamma_k^l = 0$ la piste l n'est pas présente à l'instant k .
- $\Gamma_k^l = 1$ la piste l est présente à l'instant k et se trouve à l'état $\mathbf{x}_k^l$.

On associe à cet état les probabilités de transition $\Pr(\Gamma_k^l = 0 | \Gamma_{k-1}^l = 1) = w_1^l$ et $\Pr(T_k^l = 1 | T_{k-1}^l = 0) = w_0^l$.

On a ainsi

$$A^{dl} = \begin{pmatrix} 1 - w_0^l & w_0^l \\ w_1^l & 1 - w_1^l \end{pmatrix}$$

De même que dans la section 3.5.2.2 la matrice de vraisemblance est donnée par

$$B^{dl} \triangleq \begin{pmatrix} \Pr(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{0}}^l = i | \Gamma_k^l = 0) & \Pr(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{0}}^l = i | \Gamma_k^l = 1) \\ \vdots & \vdots \\ \Pr(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{K}}^l = i | \Gamma_k^l = 0) & \Pr(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{K}}^l = i | \Gamma_k^l = 1) \\ \vdots & \vdots \\ \Pr(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{K}}^l = i | \Gamma_k^l = 0) & \Pr(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{K}}^l = i | \Gamma_k^l = 1) \end{pmatrix}$$

On calcule ensuite $\Pr(T_k^l | \mathbf{x}_{\mathbf{K}}^l, z_K)$ à l'aide d'un forward-backward.

4.4.9 Evaluation des performances de l'extracteur

Pour évaluer les performances de l'extracteur, on a mis en place une simulation de Monte Carlo sur 500 tirages. On a $K = 450$ snapshots, et l'observateur effectue une manœuvre entre les snapshots 100 et 150.

Les vraies pistes sont données par la figure 4.2 à la page 67.

Elles sont notées par :

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_v(1) &= \{c_{v,1}(1), \dots, c_{v,K}(1)\} \\ \text{et } \mathbf{c}_v(2) &= \{c_{v,1}(2), \dots, c_{v,K}(2)\} \text{ avec } K = 450. \end{aligned}$$

Lors de chaque tirage, on calcule l'image gisement-temps avec $M = 128$ canaux présents, les tirages sont indicés par la lettre $r = 1, \dots, 500$.

Pour chaque tirage, l'extracteur nous fournit deux pistes que l'on note

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^{(r)}(1) &= \{c_1(1), \dots, c_K(1)\} \text{ et} \\ \mathbf{c}^{(r)}(2) &= \{c_1(2), \dots, c_K(2)\} \text{ avec } r = 1, \dots, 100. \end{aligned}$$

Lors de ces scénarii multipistes, les pistes sont présentes du début à la fin de l'écoute. Pour évaluer les performances des différents extracteurs, on utilise deux estimateurs basés sur l'erreur quadratique moyenne utilisée dans la section 3.7.1 du chapitre 3.

4.4.9.1 Outils d'évaluation des performances de l'extraction

4.4.9.1.1 Mise en place mathématique des fonctions coûts

Le premier coût est donné par :

$$e_1 = \frac{1}{500K} \sum_{r=1}^{500} \frac{1}{2} \min \left(\|\mathbf{c}^{(r)}(1) - \mathbf{c}_v(1)\|^2 + \|\mathbf{c}^{(r)}(2) - \mathbf{c}_v(2)\|^2, \right. \\ \left. \|\mathbf{c}^{(r)}(1) - \mathbf{c}_v(2)\|^2 + \|\mathbf{c}^{(r)}(2) - \mathbf{c}_v(1)\|^2 \right),$$

avec

$$\|\mathbf{c}^{(r)}(i) - \mathbf{c}_v(j)\|^2 = \sum_{k=1}^K \left(c_k^{(r)}(i) - c_{v,k}(j) \right)^2$$

Le deuxième coût est donné par :

$$e_2 = \frac{1}{500K} \sum_{r=1}^{500} \sum_{k=1}^K \frac{1}{2} \min \left[\left(c_k^{(r)}(1) - c_{v,k}(1) \right)^2 + \left(c_k^{(r)}(2) - c_{k,v}(2) \right)^2 \right. \\ \left. , \left(c_k^{(r)}(1) - c_{v,k}(2) \right)^2 + \left(c_k^{(r)}(2) - c_{v,k}(1) \right)^2 \right],$$

On sait que l'extracteur nous donne des valeurs échantillonnées. Si on avait un extracteur parfait on aurait

$$c_k < c_{v,k} < c_k + \frac{2}{M}.$$

$\frac{2}{M} = \frac{1}{64}$ est le pas d'échantillonnage qui détermine la précision de notre mesure. Donc dans le cas d'un estimateur parfait les coûts e_1 et e_2 doivent s'approcher de $e_m = \frac{4}{12M^2} = 2.03 \cdot 10^{-5}$.

D'autre part on a toujours $e_2 \leq e_1$.

Une estimation de la non détection (P_{nd}) est effectué par le calcul suivant :

$$P_{nd} = \frac{1}{500K} \sum_{r=1}^{500} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \mathbb{I}_{c_k^{(r)}(i) \neq 100}$$

Avec $\mathbb{I}_{c_k^{(r)}(i) \neq 100}$ qui est la fonction indicatrice :

$$\mathbb{I}_{c_k^{(r)}(i) \neq 100} = 0 \text{ si } c_k^{(r)}(i) = 100 \\ \mathbb{I}_{c_k^{(r)}(i) \neq 100} = 1 \text{ si } c_k^{(r)}(i) \neq 100$$

4.4.9.1.2 Interprétation de ces coûts

Le coût e_2 est introduit pour évaluer la qualité du croisement de pistes. En effet dans le cas particulier de la figure 4.3, on a confondu les pistes lors du croisement. En effet sur la figure les deux pistes effectuent un « demi-tour » et non un « croisement ».

Dans ce cas précis on a $e_2 = 1000e_m$ donc relativement éloigné de e_m alors que e_1 est lui de l'ordre de $10e_m$ qui est proche des résultats effectués dans le cadre du monosource vu dans la section 3.7.1.

Ce résultat tend à montrer que si on exclut le croisement, l'extraction n'est pas aberrante et que l'on a bien deux pistes distinctes.

La figure 4.5 montre une estimation ratée où les pistes se confondent à un moment donné. Dans ce cas, on a e_1 et e_2 très éloigné de e_m ce qui confirme que l'extraction est mauvaise.

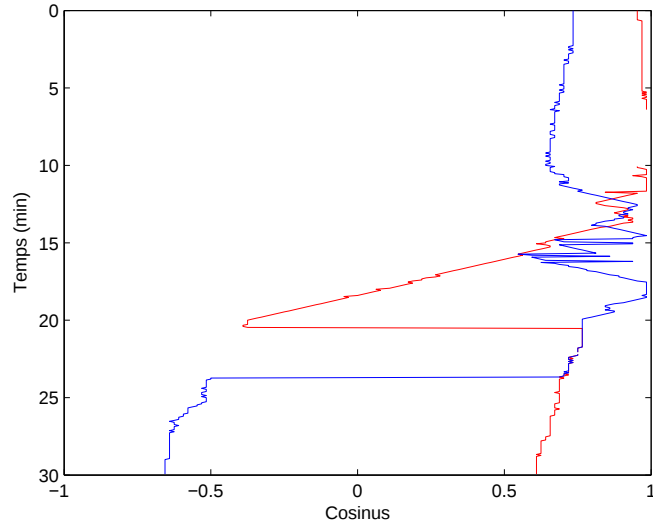


FIGURE 4.5 – Extraction confondant les pistes

4.4.9.2 Résultats obtenus avec l'extracteur parallèle

On considère deux pistes présentes dans l'image et sans trou de détection afin de voir l'influence des croisements de pistes. Le premier extracteur parallèle est amorcé avec $\varsigma_{hm} = 0.1$ hors manœuvre et $\varsigma_{dm} = 0.5$ pendant la manœuvre. Le deuxième extracteur est initialisé avec $\varsigma_{hm} = 0.1$ et $\varsigma_{dm} = 0.6$. Les courbes de la figure 4.6 montrent l'évolution de e_2 en rouge, e_1 en bleu et de non détection en vert en fonction du lobe principal et du seuil de détection. Elles sont tracées pour $w_0 = 10^{-4}$ et $w_1 = 10^{-4}$. La figure 4.7 nous montre les mêmes courbes en

fonction des probabilités w_0 et w_1 ; elles sont tracées en prenant un lobe agissant sur 8 canaux et un seuil de 0.5.

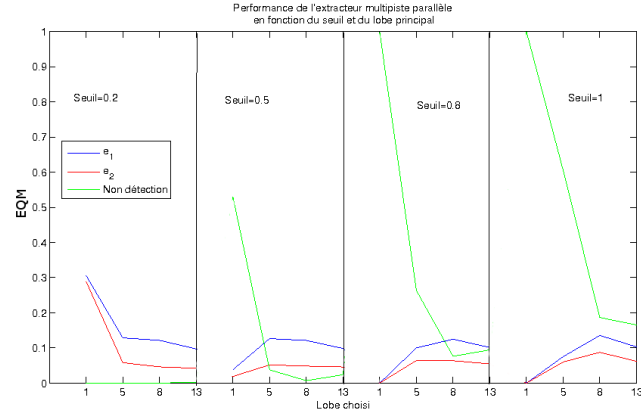


FIGURE 4.6 – Influence du lobe principal et du seuil de détection sur l'extracteur parallèle

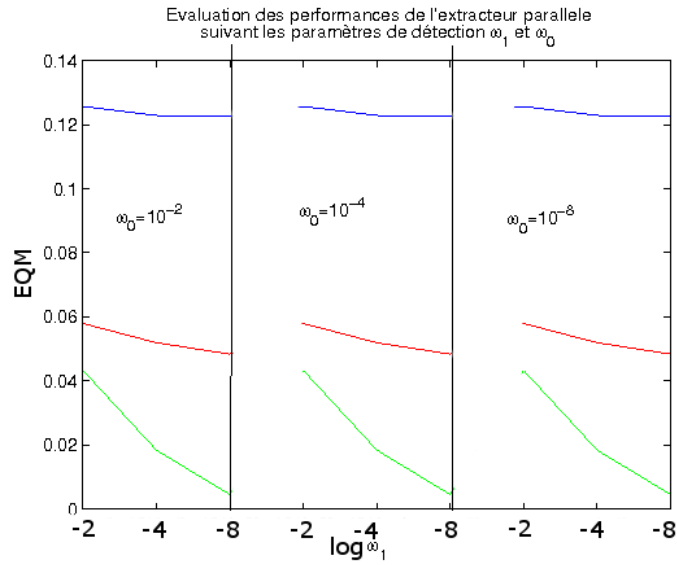


FIGURE 4.7 – Influence de w_0 et w_1 sur l'extracteur parallèle

On remarque que la probabilité de non détection devient vite très élevée lorsque le seuil augmente et que l'on néglige l'influence du signal sur les canaux voisins du canal principal. Si le seuil est de 0.2 on remarque que la détection est assurée mais lors de test sur des images multipistes présentant un trou de détection on a remarqué que la fausse alarme était à 1. Ce seuil fut seulement testé pour voir la limite basse de notre extracteur. Il nous permet aussi de voir la précision de notre extracteur avec les courbes de e_1 et e_2 qui sont calculées sur l'ensemble des points de l'image ($K = 450$).

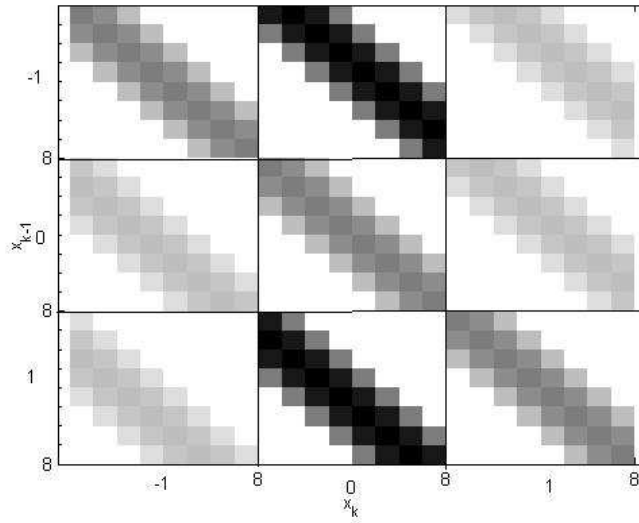


FIGURE 4.8 – Structure de la matrice A

Or on constate que e_1 et e_2 sont souvent de l'ordre de 0.1 donc très supérieur à e_m . Cette différence s'explique par le fait que l'on a une dizaine de cas où l'extracteur décroche de la piste. Si on écarte ces 10 mauvaises extractions, dans la plupart des autres cas l'extraction se passe comme dans le cas illustré par la figure 4.3 où l'extracteur confond les pistes lors du croisement, ce qui explique donc que e_1 soit largement supérieur à e_2 .

Ces courbes nous montrent que cet extracteur n'est donc pas adapté à la situation.

4.4.9.3 Résolution du problème du décrochage des pistes et de la gestion des croisements de pistes

On a vu que l'extracteur confond les pistes sur le croisement. Cette confusion est due à la quantification des cosinus qui n'est pas adaptée à la physique du problème avec des valeurs de $\epsilon < 1$.

Durant tous nos travaux, on a considéré 3 états de pentes possibles que l'on note $-1, 0, 1$ qui correspondent à un écartement ς comme vu dans le chapitre 3. Dans nos scénarii, on a des ς de l'ordre de 0.1 lorsque le bateau ne manœuvre pas et ς autour de 0.5 lors de la manœuvre. A cause de ces faibles valeurs inférieures à 1, les matrices d'état A^e ne sont pas à tendance diagonale. La figure 4.8 illustre la structure des matrices A.

Or la structure non diagonale de la matrice affecte nos résultats car cela signifie que lorsque à l'instant k l'extracteur détecte une propagation vers la droite ou la gauche, à l'instant $k + 1$ l'extracteur va privilégier la propagation en ligne droite ne pouvant plus ainsi distinguer si une piste vient de la droite ou de la gauche. Ceci explique que l'extracteur puisse confondre les pistes lors du croisement et le décrochage pour la piste trop défilante.

Afin de résoudre ce problème plusieurs solutions empiriques ont été envisagées : La première fut de remplacer ϵ dans la matrice A par la valeur 1. Malheureusement cette solution a tendance à faire « sauter » les extracteurs d’une piste à l’autre lorsque celles-ci se croisent. (voir figure 4.9). Elle fut donc abandonnée.

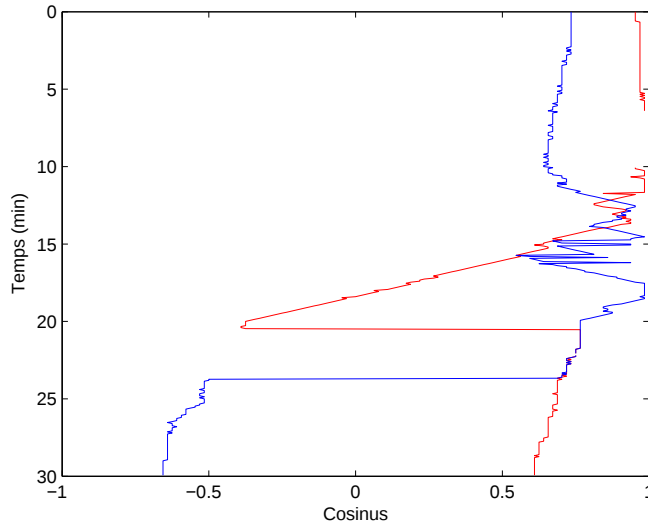


FIGURE 4.9 – Extraction en sur-estimant ς

Une autre approche fut de ne considérer que deux déplacements possibles à droite ou à gauche soit $I = 2$. On « court-circuite » ainsi le déplacement en ligne droite. Malheureusement cette technique ne donne pas de résultats satisfaisants et semble incompatible avec le concept d’exclusion.

Une dernière approche est de rendre la matrice d’état diagonale sans pour autant changer ϵ . Pour cela, on a introduit un coefficient c afin d’atténuer les probabilités de transition d’une pente de 1 vers 0 (ou -1) et d’une pente de -1 vers 0 ou 1. Dans ce cas $\Pr(\mathbf{x}_k = i | \mathbf{x}_{k-1} = j)$ est multiplié par $c \cdot \frac{1}{c} \Pr(\mathbf{x}_k | x_j = j)$.

Et si les états $\mathbf{x}_k$ et $\mathbf{x}_{k-1}$ ont la même valeur de pentes ou que $\mathbf{x}_k$ a une pente de 0 alors les valeur de $\Pr(\mathbf{x}_k = i | \mathbf{x}_{k-1} = j)$ sont maintenues .

Cette dernière approche donne des résultats satisfaisants avec $c = 0.1$, les figures 4.10 et 4.11 présentent les résultats de e_1 , e_2 , et de non détection en fonction de l’influence du lobe principal et du seuil, ou de w_0 et w_1 .

Par rapport aux courbes de l’extracteur parallèle simple on s’aperçoit que e_1 et e_2 sont presque confondus la plupart du temps et souvent inférieurs à 0.1. On note là aussi que le

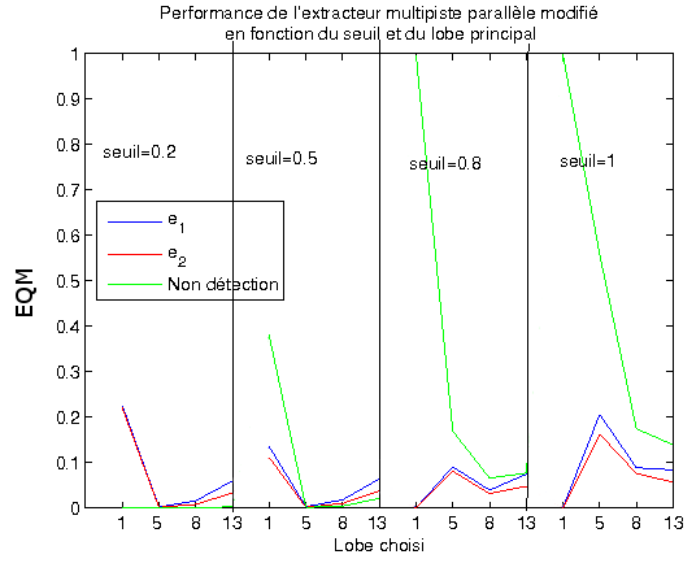


FIGURE 4.10 – Influence du lobe principal et du seuil de détection sur l'extracteur parallèle

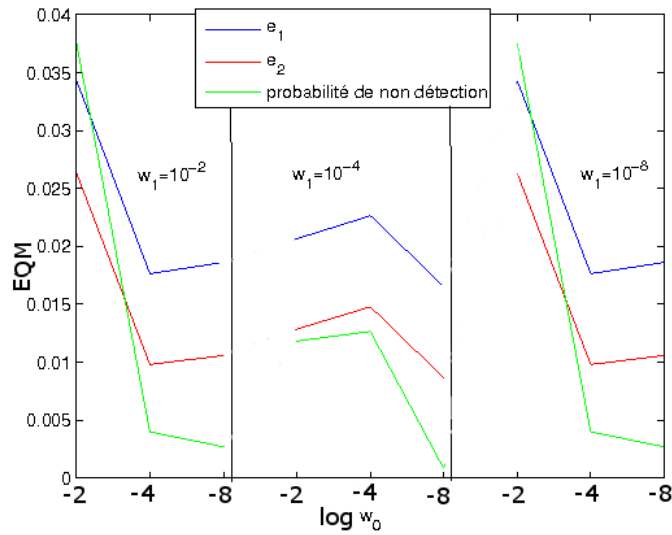


FIGURE 4.11 – Influence de w_0 et w_1 sur l'extracteur parallèle

meilleur extracteur doit considérer un lobe principal agissant sur 8 canaux et un seuil de 0.5 dans ce cas on atteint des précisions de l'ordre de 0.01 ce qui est inférieur au pas de quantification. Cet extracteur offre donc des résultats intéressants et peut être retenu pour ses performances.

4.5 L'extraction en deux passes

4.5.1 Principe

Cet extracteur utilise l'extracteur monosource vu dans le chapitre précédent. Il effectue plusieurs passes après avoir effacé la piste précédemment trouvée. Lors d'un premier passage il utilise l'image de départ avec les deux pistes et ne cherche qu'un seul signal. Ensuite l'effacement de la piste s'effectue en remplaçant l'observation $z_k(\hat{m}_k^l)$ ainsi que $z_k(\hat{m}_k^l + 1)$ et $z_k(\hat{m}_k^l) - 1$ par l'énergie du bruit $\hat{\sigma}_k^2$ qui est estimé par l'extracteur. On effectue ainsi un second passage avec une image de départ modifiée. La figure (4.12) montre un exemple d'image présentant un effacement de piste :

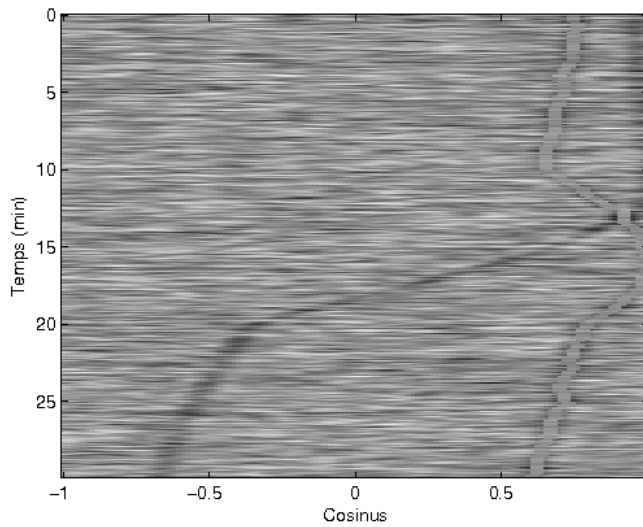


FIGURE 4.12 – Image présentant un effacement de piste

4.5.2 Résultats

Ce type de méthode est de part sa construction non optimale : l'ordre de l'extraction des pistes impacte le résultat global. Les figures 4.13 et 4.14 présentent les courbes de e_1 et e_2 et de non détection pour différentes valeurs de w_1 , w_2 , de lobe principal et de seuil de détection.

Par rapport à la détection parallèle on peut voir que l'on obtient une erreur quadratique plus importante avec cette méthode et une probabilité de non détection plus élevée. On note par contre que contrairement à ce qu'on pourrait penser, on a moins d'erreurs dues au croisement de pistes car e_1 et e_2 sont confondus. Ce qui tend à prouver que dans le cas parallèle le facteur d'exclusion lors du croisement de piste favorise les « demi-tours » plutôt que le croisement des deux pistes. Enfin la prise en compte de la présence du signal dans les canaux voisin du canal principal est obligatoire mais une surestimation de celle ci n'entraîne pas de gros écarts. Le

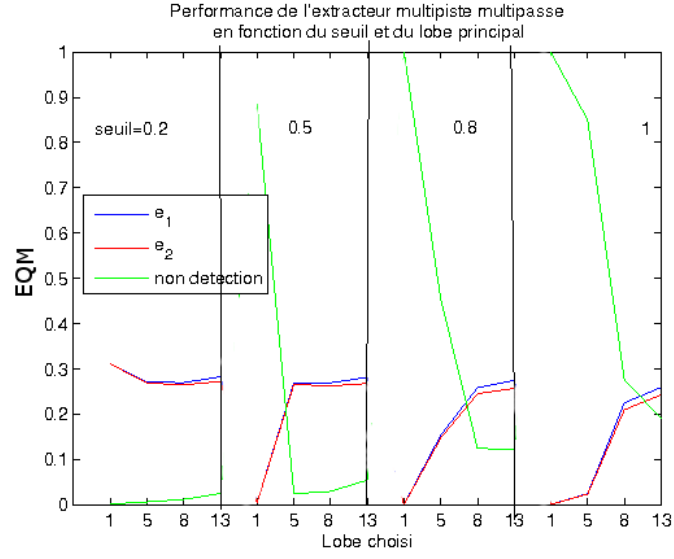


FIGURE 4.13 – Influence du lobe principal et du seuil de détection sur l'extracteur parallèle

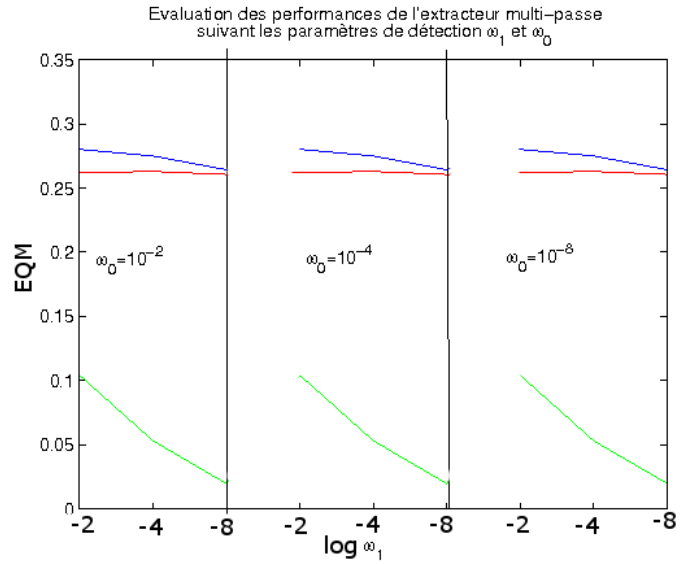


FIGURE 4.14 – Influence de w_0 et w_1 sur l'extracteur parallèle

seuil doit aussi être inférieur à 1 afin d'avoir une non détection correcte. Enfin on note qu'à seuil de détection et un nombre fixé de canaux touchés par le signal, les probabilités w_0 et w_1 influencent peu les résultats.

Cet extracteur donne cependant des résultats bien moins satisfaisants que ceux obtenus avec l'extraction parallèle modifié. Cependant ces résultats restent exploitable et contrairement à l'extraction parallèle non modifié il ne présente aucun cas de pistes confondues ou perdues.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre on a mis en place différentes techniques d'extractions multisources. Une technique effectuant l'ensemble des extractions en parallèle, et une autre basée sur la technique monosource. On a pu voir que l'influence du lobe principal du signal ainsi que le faible défilement du signal peut altérer les résultats lors du croisement de pistes dans le cas de l'extracteur parallèle. Une modification de cet extracteur permet de mieux gérer le croisement de pistes et donne des résultats très satisfaisants. Mais cet extracteur est très sensible au réglage des paramètres. Pour pallier cela, une technique d'estimation de ces paramètres (notamment pour la largeur du lobe principal) doit être mise en place.

L'extracteur multi-passes donne lui des résultats plus robustes aux paramètres mais bien moins précis.

La gestion du croisement de piste dans le cas du l'extracteur parallèle nécessite une modification de la matrice d'état. Cependant cette modification bien qu'améliorant les résultats n'est pas optimum et reste sensible aux paramètres. Afin d'être sûr de ne pas être gêné par ce croisement, la gestion de celui-ci doit être couplée à des techniques de trajectographies multipiste qui sont présentées dans le chapitre suivant.

Chapitre 5

Trajectographie

5.1 Objectif du chapitre

Ce chapitre présente différents algorithmes qui permettent d'estimer la trajectoire d'une ou plusieurs sources en mouvement rectiligne uniforme à partir des pistes fournies par l'extracteur HMM. Le résultat de la trajectographie validera l'extraction.

Ces mesures sont :

- des pistes de fréquences extraites d'image temps fréquence ;
- ou des pistes de cosinus de gisement extraites d'une image gisement-temps par la méthode présenté dans les chapitres 3 et 4.

Enfin une approche innovante de trajectographie dans le cas multipiste est présentée dans ce chapitre. Cette technique nous permet de gérer le croisement de pistes non plus avec l'extraction mais en considérant seulement la trajectographie.

5.2 Organisation du chapitre

Dans une première partie, la trajectographie par mesures de fréquences seules est présentée.

Dans une deuxième partie, on présente la trajectographie sur des mesures de cosinus extraites d'une image gisement-temps. Cette partie se compose de deux sections :

- Une première section est consacrée à la trajectographie sur une seule piste de cosinus (pouvant être interrompue). On examine dans ce cadre les effets d'un rebouclage de la trajectographie sur l'extraction.
- Une deuxième section est consacrée à la trajectographie à partir de deux pistes en cosinus qui se croisent.

5.3 La trajectographie sur des mesures issues d'images temps-fréquence

5.3.1 La trajectographie sur des mesures fréquentielles

5.3.1.1 Principe d'estimation par moindres carrés

Dans cette partie on suppose que le sonar est immobile et qu'une source en mouvement rectiligne uniforme (MRU) émet une sinusoïde pure de fréquence f_0 .

Cette situation se rencontre dans le cas de sonar « trempé » (bouée acoustique). L'effet Doppler se manifeste sur la fréquence reçue à l'instant t par

$$f(t) = f_0 \left[1 - \frac{\dot{d}(t)}{C} \right] \quad (5.1)$$

où $\dot{d}(t)$ est la vitesse radiale, C la célérité du son dans l'eau.

La source passe au plus près du sonar à une distance notée d_{cpa} à l'instant noté t_{cpa} . La connaissance de sa vitesse V , de d_{cpa} et t_{cpa} , permettent de reconstruire la trajectoire de la source à une rotation près (cf Fig. 5.1).

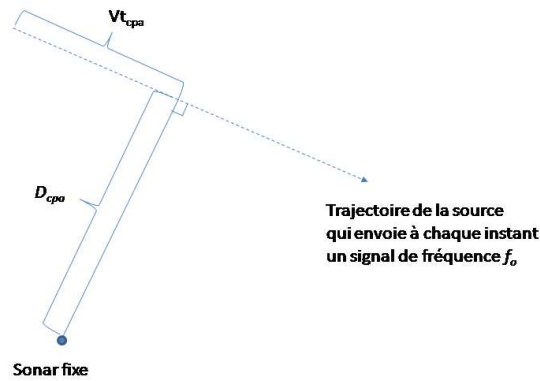


FIGURE 5.1 – Trajectoire d'une source en MRU

On définit alors le vecteur d'état suivant

$$W \triangleq (d_{cpa}, V, f_0, t_{cpa})^T = (W_1, W_2, W_3, W_4)^T.$$

A l'aide de ce vecteur, la fréquence reçue (5.1) par le sonar s'écrit :

$$f_t(W) \triangleq W_3 \left[1 - \frac{W_2^2 (t - W_4)}{C \sqrt{W_1^2 + W_2^2 (t - W_4)^2}} \right].$$

La connaissance de $f_t(W)$ à des instants différents permet de déterminer W et donc la trajectoire (observabilité).

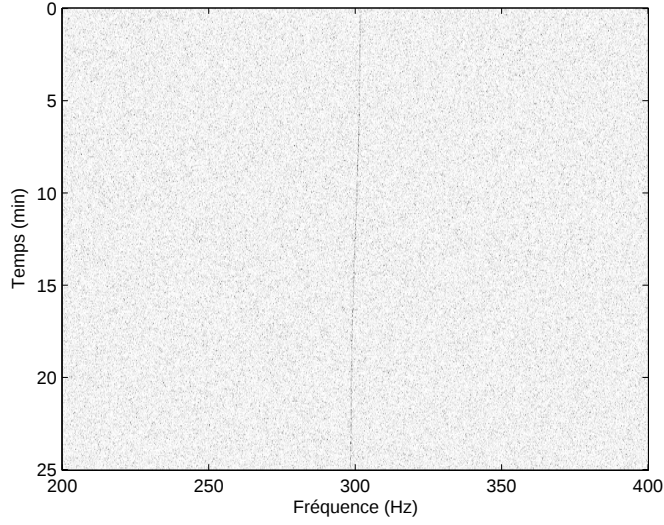


FIGURE 5.2 – Image temps fréquence

La mesure que l'on a extrait peut se modéliser ainsi :

$$f_k = f_{t_k}(W) + \varepsilon_{f,k},$$

où $\varepsilon_{f,k}$ représente l'erreur de mesure. Cette erreur a plusieurs origines :

- la quantification des mesures ne nous permet pas d'avoir une meilleure précision que le pas de quantification. Cette erreur a une variance connue qui est : $\sigma_q^2 = \frac{F_e^2}{12N^2}$ et donc définie par des paramètres physiques ;
- Une erreur d'extraction ;
- La présence de bruit sur les capteurs.

Les mesures f_k sont issus d'un extracteur de type HMM sur une image temps fréquence (appelé lofargramme voir figure 5.2). Ce genre d'extracteur fut présenté par Sébastien Paris dans sa thèse et dont le principe est rappelé en annexe C.

D'après Sébastien Paris, l'erreur introduite par l'extracteur même à de très faible RSB (de l'ordre de 4 dB) reste de l'ordre de σ_q^2 . La trajectographie consiste alors à estimer le paramètre

W à l'aide des mesures $f_k, k = 1, \dots, K - 1$.

Pour cela on propose la méthode des moindres carrés. Elle consiste à rechercher le paramètre $\hat{W}$ qui minimise la fonction suivante :

$$Q_f(W) \triangleq \sum_{k=1}^K [f_k - f_k(W)]^2.$$

Soit :

$$\hat{W} = \arg \min_W Q_f(W).$$

Du fait du caractère non linéaire de $Q_f(W)$, cette minimisation ne peut être obtenue directement, et doit faire appel à des algorithmes itératifs de type Gauss-Newton ou simplex [26].

5.3.1.2 Borne de Cramer Rao

Afin de vérifier la performance de notre estimateur, on calcule la borne de Cramer Rao (BCR) des estimateurs sans biais. Elle représente la matrice de covariance théorique « minimale » de tout estimateur sans biais pour un modèle de bruit donné. Elle est égale à l'inverse de la matrice d'information de Fisher. Dans le cas de mesures indépendantes, la matrice d'information de Fisher, notée $I(W)$, est donnée par :

$$I(W) \triangleq \sum_{k=1}^K \text{Cov}_W \{ \nabla_W \ln [L(W|f_k)] \}$$

où $L(W|f_k)$ est la vraisemblance de W sachant f_k . Si on suppose que $\varepsilon_{f,k}$ est un bruit centré gaussien de variance σ_q^2 , alors on a :

$$L(W|f_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_q} \exp \left\{ -\frac{[f_k - f(W)]^2}{2\sigma_q^2} \right\}$$

et

$$I(W) = \sum_{k=1}^K \frac{1}{\sigma_q^2} \nabla_W f_k(W) \nabla_W^T f_k(W),$$

avec

$$\nabla_W f_k = \begin{bmatrix} \frac{W_1 W_2^2 W_3 (W_4 - t)}{C [W_1^2 + W_2^2 (W_4 - t_k)^2]^{\frac{3}{2}}} \\ - \frac{W_2 W_3 (W_4 - t)}{C [W_1^2 + W_2^2 (W_4 - t_k)^2]^{\frac{3}{2}}} \\ 1 - \frac{W_1^2 (W_4 - t_k)}{C \sqrt{W_1^2 + W_2^2 (W_4 - t_k)^2}} \\ - \frac{W_1^2 W_2^2 W_3}{C [W_1^2 + W_2^2 (W_4 - t_k)^2]^{\frac{3}{2}}} \end{bmatrix}.$$

5.3.1.3 Résultats théoriques à l'aide de simulation de Monte Carlo

Afin de valider notre module extracteur/trajectographie, on effectue des simulations de Monte-Carlo sur un scénario donné. Le scénario est le suivant : on dispose d'un sonar trempé immobile qui écoute une source en mouvement pendant 25 minutes. La source se déplace à une vitesse de 10 ms^{-1} ; elle émet une fréquence de 300 Hz , passe au plus près du sonar à une distance de 5000 m et met 720 s pour arriver à ce point là.

L'image temps fréquence est réalisée en utilisant une fréquence d'échantillonnage de 1024 Hz . Les récurrences ont une durée de 4 s , soit $N = 4096$. Le signal est écouté sur une durée de 30 minutes, on a donc $K = 475$ récurrences et le RSB est de -31 dB .

L'extraction sur l'image ainsi obtenue est réalisée avec $q_f = 0.25$, $\epsilon_f = 1$, $w_0 = 10^{-3}$, $w_1 = 10^{-1} h = 1.1$. Cette extraction nous donne une piste fréquentielle $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_K)$ utilisée ensuite par la trajectographie afin d'estimer

$$W_{vrai} = \begin{bmatrix} 5000 \text{ m} \\ 10 \text{ ms}^{-1} \\ 300 \text{ Hz} \\ 720 \text{ s} \end{bmatrix}.$$

On réalise alors ensuite une simulation de type Monte Carlo en effectuant 500 fois cette procédure. On obtient 500 extractions de pistes différentes puis 500 estimations de trajectoire. Nous calculons la moyenne empirique $\bar{W}$ et la matrice de covariance Cov de l'ensemble des estimés obtenus $\{W^{(r)}, r = 1, \dots, 500\}$ que nous comparons à la BCR :

$$\bar{W} = \frac{1}{500} \sum_{r=1}^{500} \hat{W}^{(r)},$$

$$Cov = \frac{1}{499} \sum_{r=1}^{500} \left(\bar{W} - \hat{W}^{(r)} \right) \left(\bar{W} - \hat{W}^{(r)} \right)^T.$$

Les résultats suivants ont été obtenus :

$$\begin{aligned}\bar{W} &= \begin{bmatrix} 4405 \text{ m} \\ 9.51 \text{ m.s}^{-1} \\ 299.98 \text{ Hz} \\ 724 \text{ s} \end{bmatrix}, W_{vrai} = \begin{bmatrix} 5000 \text{ m} \\ 10 \text{ m.s}^{-1} \\ 300 \text{ Hz} \\ 720 \text{ s} \end{bmatrix}, \\ Cov &= \begin{bmatrix} 7.41 \cdot 10^4 & 4.69 \cdot 10^1 & -4.10 \cdot 10^{-1} & 1.31 \cdot 10^2 \\ 4.69 \cdot 10^1 & 3.07 \cdot 10^{-2} & -3.72 \cdot 10^{-1} & 1.14 \cdot 10^{-1} \\ -4.10 \cdot 10^{-1} & -3.72 \cdot 10^{-4} & 2.37 \cdot 10^{-4} & -1.27 \cdot 10^{-1} \\ 1.31 \cdot 10^2 & 1.14 \cdot 10^{-1} & -1.27 \cdot 10^{-1} & 8.34 \cdot 10^1 \end{bmatrix}, \\ BCR &= \begin{bmatrix} 2.06 \cdot 10^4 & 1.41 \cdot 10^1 & 1.44 \cdot 10^{-1} & -4.75 \cdot 10^1 \\ 1.41 \cdot 10^1 & 1.01 \cdot 10^{-2} & 1.11 \cdot 10^{-4} & -3.66 \cdot 10^{-2} \\ 1.44 \cdot 10^{-1} & 1.11 \cdot 10^{-4} & 6.69 \cdot 10^{-5} & -2.41 \cdot 10^{-2} \\ -4.75 \cdot 10^1 & -3.66 \cdot 10^{-2} & -2.41 \cdot 10^{-2} & 1.08 \cdot 10^1 \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

La BCR est calculée en supposant que le bruit de quantification est prépondérant. Ainsi

$$\sigma_q = \sqrt{\frac{F_e^2}{12N^2}} = 7.22 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}.$$

En comparant la matrice de covariance empirique avec la BCR , on s'aperçoit que les termes diagonaux (qui représentent les variances et sont les plus significatifs) ont un facteur 3 pour la plupart

Cette différence s'explique par le fait que :

- on a supposé avoir un extracteur nous fournissant des mesures gaussiennes parfaites ce qui n'est pas tout à fait exact.
- dans le calcul de la borne on a pris en compte seulement le bruit dû à la quantification.
- on a calculé la BCR pour 375 mesures de snapshot, sans tenir compte des non détections fournies par l'extracteur.

Compte tenu des hypothèses faites sur la BCR et sur la vraisemblance, ces valeurs restent acceptables et tendent à montrer que le couple extracteur HMM /trajectographie peut fonctionner. Ainsi on va étendre cette application et adapter des modules de trajectographie sur les mesures de cosinus de gisement issue du même type d'extraction HMM.

5.4 Trajectographie sur des mesures de cosinus de gisement

5.4.1 Modélisation du problème

Dans le chapitre 3, on a extrait des mesures de cosinus de gisement notées c_k , $k \in [1 K]$. On modélise cette mesure ainsi :

$$c_k = c_{v,k} + \varepsilon_{c,k}$$

où $c_{v,k}$ est le cosinus de gisement exact entre la source et l'antenne, et $\varepsilon_{c,k}$ le bruit de mesure. Ce bruit de mesure à trois origines :

- la quantification des c_k . On rappelle que $c_k = \frac{2m}{M} - 1$, $m = 0, M-1$, M étant le nombre de voies. La variance de cette erreur est donnée par : $\eta = \frac{1}{3M^2}$;
- une erreur de l'extracteur ;
- le bruit ambiant.

Dans la section 3.7.2 du chapitre 3, on a vu que les extracteurs fournissent des mesures dont l'écart type est proche de l'erreur de quantification.

De plus $c_{v,k}$ est donné par :

$$c_{v,k} \triangleq \cos(b_k),$$

où :

$$\begin{aligned} b_k &\triangleq h_k - \theta_k, \\ \theta_k &\triangleq \arctan\left(\frac{x_s(k) - x_p(k)}{y_s(k) - y_p(k)}\right). \end{aligned}$$

$(x_p(k), y_p(k))$ sont les coordonnées de l'antenne à l'instant k , h_k est le cap du porteur à l'instant k .

Les coordonnées de la source à l'instant k sont notées $(x_s(k), y_s(k))$ (cf FIG. 2.2 du chapitre 2). On suppose que la source est en mouvement rectiligne uniforme. Elle se déplace à une vitesse constante dont les coordonnées dans le plan Nord Est sont notées par (v_{xs}, v_{ys}) . Chaque point $(x_s(k), y_s(k))$ est donné par [27] :

$$\begin{aligned} x_s(k) &= x_s(0) + t_k v_{xs}, \\ y_s(k) &= y_s(0) + t_k v_{ys}. \end{aligned}$$

Le vecteur d'état

$$W = \begin{pmatrix} x_s(0) \\ y_s(0) \\ v_{xs} \\ v_{ys} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \end{pmatrix}$$

permet de reconstruire la trajectoire de la source.

Pour cela il faut que ce paramètre soit observable, c'est à dire que sans présence de bruit de mesures on puisse obtenir de manière unique W . D'après [28] lorsque les mesures sont directement les azimuts, le porteur doit effectuer une manœuvre afin d'avoir l'observabilité [28].

Conjecture :

L'observabilité de l'état à partir de mesures de cosinus de gisement a le même statut que l'observabilité de l'état à partir de mesures d'azimut.

Dans nos scénarii on utilise toujours la même manœuvre qui est la suivante :

- De 0 à 10 minutes le porteur suit un cap de 90° à une vitesse constante de 7 ms^{-1} ;
- De 10 à 20 minutes le porteur passe du cap de 90° à un cap de 0° ;
- De 20 à 30 minutes le porteur suit un cap de 0° à une vitesse constante de 7 ms^{-1} .

On utilise ensuite la technique du maximum de vraisemblance afin de déterminer une estimation de W notée $\hat{W}$ à l'aide des mesure c_k .

5.4.2 Maximum de vraisemblance sur mesures supposées gaussiennes

5.4.2.1 Principe

On note $c_k(W)$ la valeur du cosinus à l'instant k pour un paramètre W donné, soit :

$$c_k(W) = \cos \left[h_k - \arctan \left(\frac{W_1 + t_k W_3 - x_p(k)}{W_2 + t_k W_4 - y_p(k)} \right) \right].$$

On choisit l'estimateur du maximum de vraisemblance. Cette méthode consiste à maximiser la fonction de vraisemblance $L(W|c_1, \dots, c_K)$.

Dans un premier temps, on va supposer que les mesures fournies par l'extracteur ne sont pas aberrantes et considérer que $\varepsilon_{c,k}$ est un bruit aléatoire gaussien. La vraisemblance de l'état W sachant la mesure c_k est :

$$L(W|c_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta}} \exp \left\{ -\frac{[c_k - c_k(W)]^2}{2\eta} \right\}.$$

Nous supposons les mesures indépendantes conditionnellement à l'état.

On pose

$$Q_c(W) \triangleq \sum_{\substack{k=1 \\ c_k \neq 100}}^K \frac{[c_k - c_k(W)]^2}{2\eta}.$$

Le maximum de vraisemblance revient à rechercher $\hat{W}$ défini par :

$$\hat{W} \triangleq \arg \max_W \left[\prod_{\substack{k=1 \\ c_k \neq 100}}^K L(W|c_k) \right].$$

$$\Leftrightarrow \hat{W} = \arg \min_W [Q_c(W)].$$

$Q_c(W)$ n'étant pas une fonction linéaire en W , la minimisation de la fonction est approchée à l'aide de techniques numériques du type simplex ou Gauss-Newton.

Dans ces travaux, nous avons utilisé l'algorithme Gauss Newton [29] utilisant les technique de Levenberg [30] et utilisé par Christophe De Luigi dans sa thèse [31].

5.4.2.2 Résultats

Afin de tester la chaîne extraction trajectographie, on réalise 500 fois le même scénario et on calcule $\hat{W}$ à chaque fois.

La source se déplace à une vitesse constante de $7ms^{-1}$ selon un cap de 50° et se trouve à $20km$ de l'antenne au départ. On doit estimer les paramètres suivants :

$$W = \begin{bmatrix} 15.3 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 12.9 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 5.36 \text{ ms}^{-1} \\ 4.49 \text{ ms}^{-1} \end{bmatrix}.$$

Les trajectoires du porteur et de la source sont l'objet de la figure 5.3.

On écoute le signal pendant 30 minutes. La source émet à chaque instant un signal de fréquence pure 500 Hz reçue par le porteur. La formation de voies est réalisée en échantillonnant le signal à 1024 Hz, la durée des snapshots est de 4s.

On réalise alors 500 fois ce même scénario afin d'avoir des images différentes sur lesquelles on extrait la piste de cosinus de gisement à l'aide de l'extracteur présenté au paragraphe 3.6 du chapitre 3.

On utilise ensuite un extrateur « All in one » avec les paramètres suivants $g = 5$, $\varsigma_{hm} = 0.1$ (valeur de ς hors manoeuvre du bateau), $\varsigma_{dm} = 0.5$ (valeur de ς durant la manoeuvre), $w_0 = 10^{-4}$, $w_1 = 10^{-4}$, $h = 1.9$ et en considérant un signal agissant sur 13 canaux. Ces paramètres sont choisis d'après les résultats présentés dans la section 3.7.1 du chapitre 3. C'est un extracteur avec des performances moyennes en terme de fausses alarmes et de détection (lobe principal surévalué) qui se trouvent dans la « norme » des extracteurs étudiés dans le chapitre 3. Cet extracteur, qui n'est pas le meilleur, fut choisi afin de tester les performances de la trajectographie. Un extracteur plus performant, dit **optimisé** par la suite, est utilisé toujours basée sur la technique du « All in one » mais on ne surestime pas le lobe et le seuil. Ce deuxième extracteur utilise les paramètres $g = 5$, $\varsigma_{hm} = 0.1$, $\varsigma_{dm} = 0.5$, $w_0 = 10^{-4}$, $w_1 = 10^{-4}$ $h = 1.5$ et considère

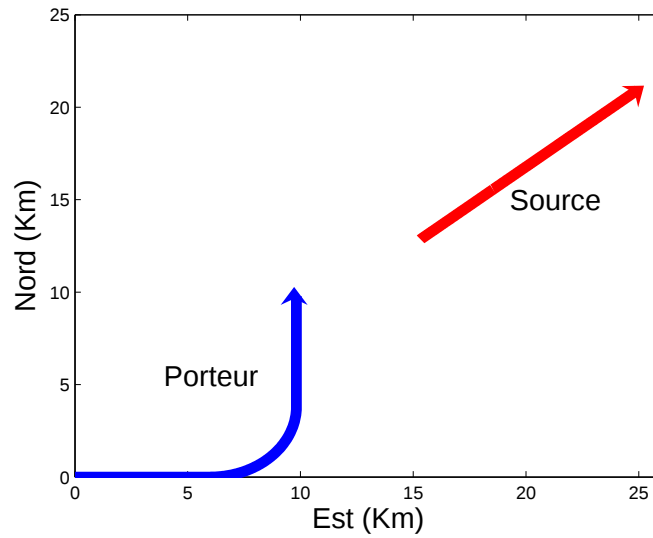


FIGURE 5.3 – Trajectoire du porteur et de la source

que le signal n'agit que sur 5 canaux.

La comparaison des résultats entre nos deux extracteurs va permettre de savoir si les résultats de la trajectographie sont fortement dépendants de l'extraction car on applique ensuite la même trajectographie sur ces mesures extraites.

L'efficacité de chaque extracteur/trajectographie est mesurée en calculant la moyenne empirique notée $\bar{W}$ ainsi que la matrice de covariance empirique, notée Cov , qui sont comparées à W ainsi qu'à la BCR .

5.4.2.2.1 Trajectographie réalisée sur une image qui présente un signal du début à la fin de l'écoute

Dans cette section, on réalise l'extraction/détection sur des images qui ne présentent aucun trou de détection tel que l'image FIG. 5.4. On réalise ensuite l'extraction selon le principe introduit dans le chapitre 3.

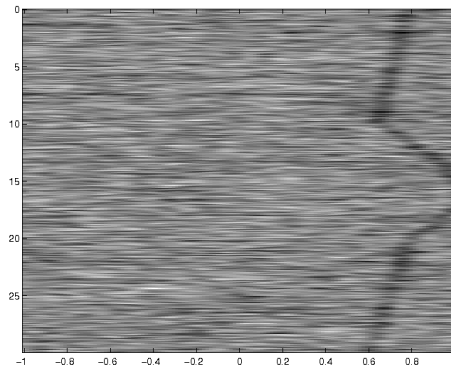


FIGURE 5.4 – Exemple d'image gisement temps avant extraction

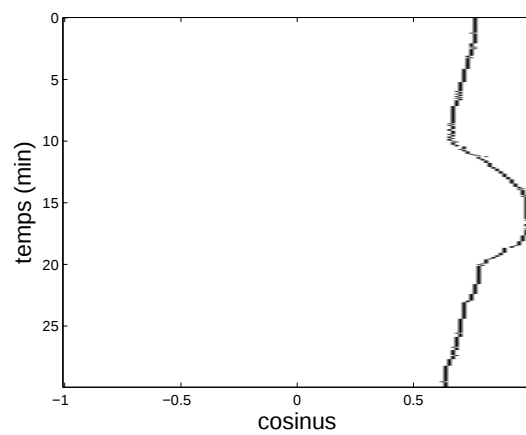


FIGURE 5.5 – Exemple d'extraction réalisée

5.4.2.2.1 Avec l'extracteur moyen

Les histogrammes 5.6 et 5.7 montrent les 500 estimations obtenues de distances et de vitesses. Sur l'histogramme des distances la plupart des estimés (450 sur 500) sont répartis autour de 20 km qui est la distance recherchée comme illustré avec les « zooms » effectués. De même on a bien une vitesse répartie autour de 7 m s^{-1} .

Toutefois on note une trentaine d'estimations aberrantes qui perturbent le calcul de la moyenne

et de la matrice de covariance empirique.

$$W = \begin{bmatrix} 15.3 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 12.9 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 5.36 \text{ m.s}^{-1} \\ 4.49 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix},$$

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} 24.5 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 20.9 \cdot 10^3 \text{ m} \\ -21.6 \text{ m.s}^{-1} \\ -17.4 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix},$$

$$Cov = \begin{bmatrix} 3.81 \cdot 10^9 & 2.79 \cdot 10^9 & -4.33 \cdot 10^6 & -1.69 \cdot 10^6 \\ 2.79 \cdot 10^9 & 2.23 \cdot 10^9 & -3.32 \cdot 10^6 & -3.21 \cdot 10^6 \\ -4.33 \cdot 10^6 & -3.32 \cdot 10^6 & 1.16 \cdot 10^5 & 5.45 \cdot 10^4 \\ -1.69 \cdot 10^6 & -3.21 \cdot 10^6 & 5.45 \cdot 10^4 & 5.80 \cdot 10^4 \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

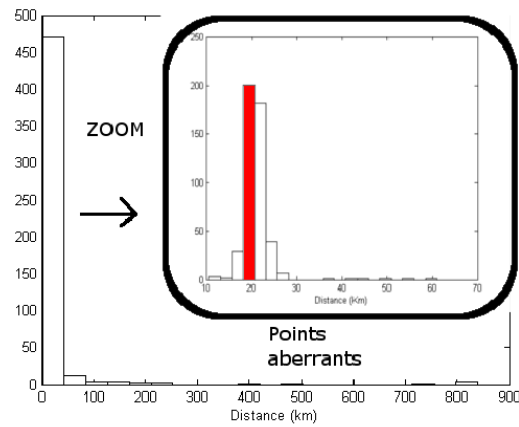


FIGURE 5.6 – Histogramme des 500 estimations de distance pour l’extracteur moyen

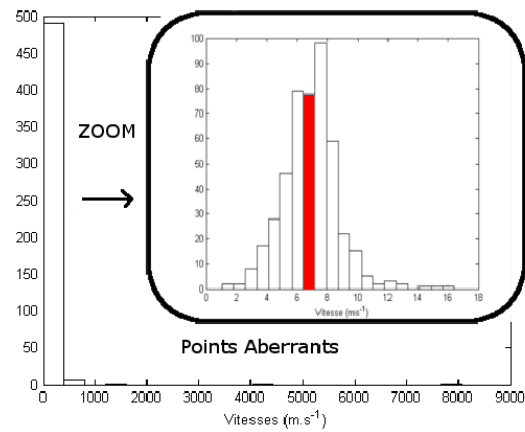


FIGURE 5.7 – Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l’extracteur moyen

5.4.2.2.1.2 Avec l’extracteur optimisé

Dans le cas où l’extraction présente un taux de fausse alarme et de non détection très faible on s’aperçoit que la matrice de covariance est comparable à la BCR. De plus les histogrammes des distances et des vitesses estimées (voir les figures 5.8 et 5.9) montrent qu’il n’y a plus de points aberrants.

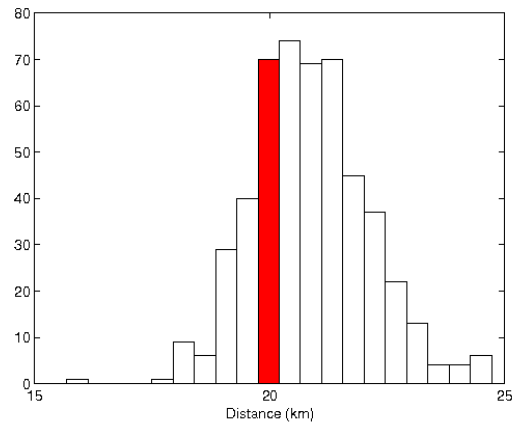


FIGURE 5.8 – Histogramme des 500 estimations de distance pour l’extracteur optimisé

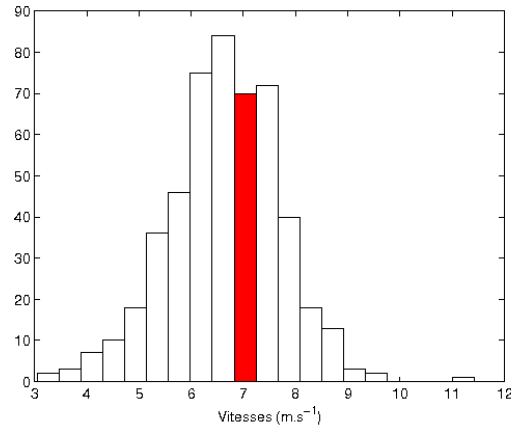


FIGURE 5.9 – Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l'extracteur optimisé

$$W = \begin{bmatrix} 15.3 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 12.9 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 5.36 \text{ m.s}^{-1} \\ 4.49 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix},$$

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} 16.0 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 13.6 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 5.01 \text{ m.s}^{-1} \\ 4.13 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix},$$

$$Cov = \begin{bmatrix} 8.22 \cdot 10^5 & 8.18 \cdot 10^5 & -6.78 \cdot 10^2 & -6.47 \cdot 10^2 \\ 8.18 \cdot 10^5 & 8.30 \cdot 10^5 & -6.58 \cdot 10^2 & -6.39 \cdot 10^2 \\ -6.78 \cdot 10^2 & -6.58 \cdot 10^2 & 6.72 \cdot 10^{-1} & 6.23 \cdot 10^{-1} \\ -6.47 \cdot 10^2 & -6.39 \cdot 10^2 & 6.23 \cdot 10^{-1} & 5.93 \cdot 10^{-1} \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

5.4.2.2.2 Trajectographie réalisée en présence d'un trou de détection

Dans cette partie on suppose que la formation de voies a été perturbée par la manœuvre et par conséquent que l'image gisement-temps présente un trou de détection entre la 7^{ème} minute et la 20^{ème} ce qui représente un déficit de 200 mesures. On travaille ainsi sur l'image de la figure 5.10.

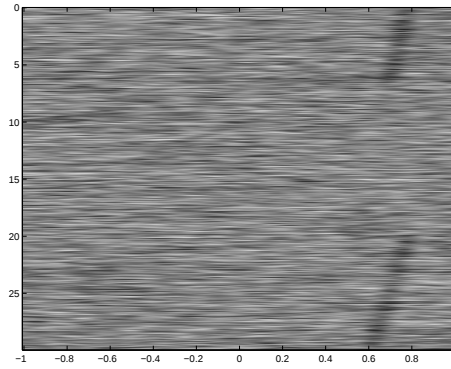


FIGURE 5.10 – Image gisement temps avant extraction

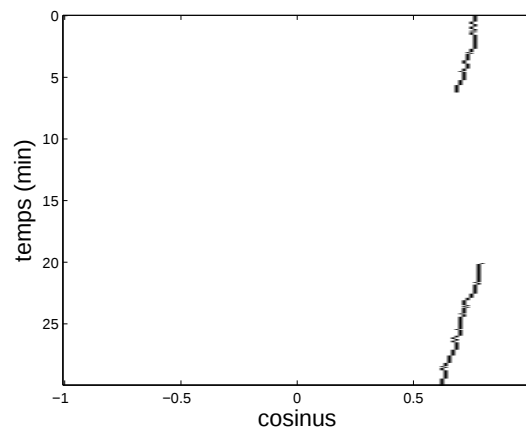


FIGURE 5.11 – Extraction réalisée

5.4.2.2.1 Extracteur moyen

Les figures 5.12 et 5.13 montrent les histogrammes des distances estimées et des vitesses estimées. On s'aperçoit que la proportion de points aberrants a augmenté, et que les points se répartissent beaucoup moins autour de 20 km ou de 7 ms^{-1} .

$\bar{W}$ et Cov ne sont pas données eu égard au nombre de points aberrants.

Ces points aberrants sont dus principalement au fait que le modèle de nos mesures extraites n'est pas adapté. Il faut utiliser un autre modèle tenant compte du fait que des mesures extraites peuvent être des fausses alarmes.

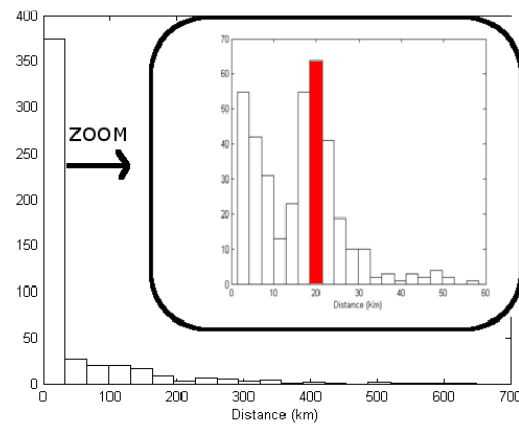


FIGURE 5.12 – Histogramme des 500 estimations de distance pour l’extracteur moyen

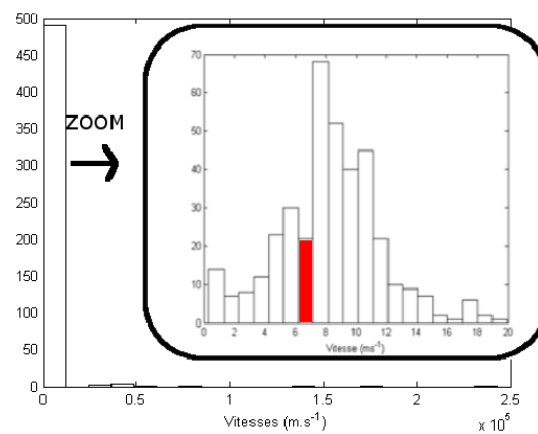


FIGURE 5.13 – Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l’extracteur moyen

5.4.2.2.2 Extracteur optimisé

Avec cet extracteur, plus robuste à la fausse alarme, on s’aperçoit que les points aberrants ont été éliminés (voir FIG. 5.14 et FIG. 5.15).

Les calculs de la moyenne empirique et de la covariance deviennent pertinents.

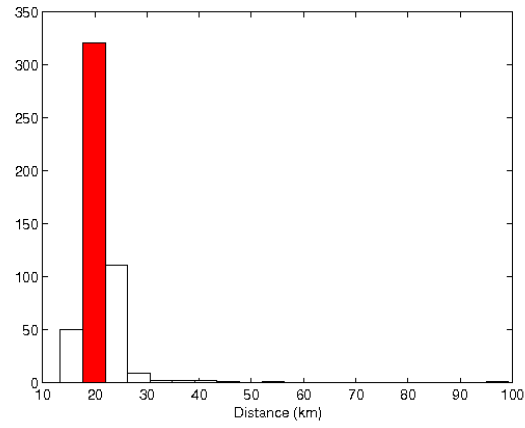


FIGURE 5.14 – Histogramme des 500 estimations de distance pour l’extracteur optimisé

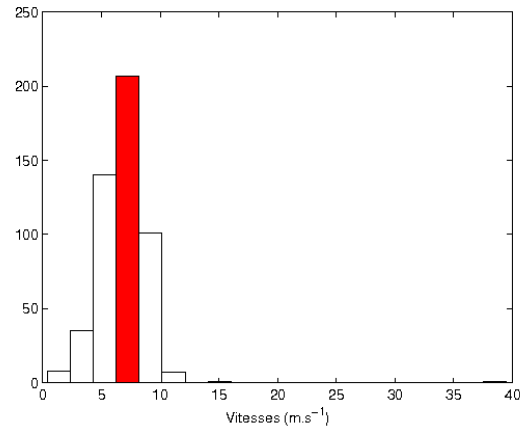


FIGURE 5.15 – Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l’extracteur optimisé

$$W = \begin{bmatrix} 15.3 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 12.9 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 5.36 \text{ m.s}^{-1} \\ 4.49 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix},$$

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} 15.9 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 13.4 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 5.00 \text{ m.s}^{-1} \\ 4.18 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix},$$

$$Cov = \begin{bmatrix} 1.35 \cdot 10^7 & 1.26 \cdot 10^7 & -8.34 \cdot 10^3 & -7.76 \cdot 10^3 \\ 1.26 \cdot 10^7 & 1.20 \cdot 10^7 & -7.74 \cdot 10^3 & -7.29 \cdot 10^3 \\ -8.34 \cdot 10^3 & -7.74 \cdot 10^3 & 5.43 & 4.98 \\ -7.76 \cdot 10^3 & -7.29 \cdot 10^3 & 4.98 & 4.63 \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

5.4.2.2.3 Conclusion

Si on applique le maximum de vraisemblance en supposant les mesures extraites seulement gaussiennes, alors la trajectographie réalisée est très sensible aux performances de l'extracteur et notamment à la fausse alarme.

Afin de réduire cette dépendance à l'extracteur et d'avoir des performances acceptables pour l'ensemble des extracteurs, on effectue de nouvelles hypothèses sur les mesures extraites et on considère que l'extraction réalisée peut fournir certaines mesures aberrantes qui sont assimilées à de la fausse alarme. Dans [14] est proposé un estimateur sur ce type de mesures à base du maximum de vraisemblance. Nous utilisons la même technique.

5.4.3 Prise en compte de la présence de fausses alarmes dans le modèle de vraisemblance

5.4.3.1 Principe

On considère que dans le lot de mesures effectuées une proportion $1 - P_c$ de fausses alarmes est présente. La fausse alarme est supposée être un bruit uniformément réparti sur un volume u . Le reste des mesures est considéré comme étant issu d'une variable aléatoire gaussienne. Les mesures sont supposées indépendantes, conditionnellement à l'état.

La vraisemblance est donnée par :

$$L(W|c_1, \dots, c_K) \triangleq \prod_{\substack{k=1 \\ c_k \neq 100}}^K \left\{ \frac{1 - P_c}{u} + \frac{P_c}{\sqrt{2\pi\eta}} \exp \left[-\frac{(c_k - c_k(W))^2}{2\eta} \right] \right\}.$$

On a alors :

$$\hat{W} = \arg \max_W [L(W|c_1, \dots, c_K)].$$

Soit encore :

$$\hat{W} = \arg \max_W \left[\sum_{\substack{k=1 \\ c_k \neq 100}}^K \ln \left(\frac{1 - P_c}{u} + \frac{P_c}{\sqrt{2\pi\eta}} \exp \left\{ -\frac{[c_k - c_k(W)]^2}{2\eta} \right\} \right) \right].$$

Cette maximisation est toujours réalisée à l'aide d'un algorithme type Gauss-Newton auquel on a couplé un algorithme de déflation afin d'éviter les minima locaux [14]. On remarque aussi que si $P_c = 1$ on se retrouve dans le cas classique.

5.4.3.2 Evaluation des performances : borne de Cramèr Rao

Pour évaluer les performances, on utilise l'information de Fisher et son inverse la borne de Cramèr Rao. Le calcul de l'information de Fisher, notée $J(P_c, u, \eta)$ a été proposé dans [14]. Elle est obtenue à l'aide de la technique développée par [23] qui consiste à ne considérer à l'instant k que les mesures présentes dans l'ensemble V_g défini par

$$V_g \triangleq \left\{ c : \frac{1}{\eta} [c - c_k(W)]^2 \leq g^2 \right\};$$

L'idée est de se dire qu'en dehors de V_g les mesures n'apportent aucune information. En pratique on a pris $g = 10$. On montre alors que :

$$J(P_c, u, \eta) = q'_2(P_c, \frac{u}{\sqrt{\eta}}) I$$

où $q'_2(P_c, \frac{u}{\sqrt{\eta}})$ est un facteur de réduction. Dans le cas mono dimensionnel ce facteur est donné par :

$$q'_2(P_c, \frac{u}{\sqrt{\eta}}) = \frac{P_c}{\sqrt{2\pi}} \int_{-g}^g \frac{x^2 \exp(-x^2)}{\left[\frac{(1-P_c)}{P_c} \right] \frac{\sqrt{\eta}}{u} \sqrt{2\pi} + \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)} dx.$$

Les courbes de $q'_2(P_c, \frac{u}{\sqrt{\eta}})$ sont données dans [14] pour différentes valeurs de P_c et $\frac{u}{\sqrt{\eta}}$. I est la matrice d'information calculée sous les hypothèses classiques de gaussianité.

Nota Bene : $J(1, u, \eta) = I, \forall u$ et η .

La matrice I est calculée ainsi :

$$I(W) = \sum_{k=1}^K \frac{1}{\eta} \nabla_W c_k(W) \nabla_W^T c_k(W),$$

si on suppose la source présente du début à la fin.

Si la piste s'interrompt entre k_1 et k_2 alors :

$$I(W) = \sum_{k=1}^{k_1} \frac{1}{\eta} \nabla_W c_k(W) \nabla_W^T c_k(W) + \sum_{k=k_2}^K \frac{1}{\eta} \nabla_W c_k(W) \nabla_W^T c_k(W).$$

Avec

$$\nabla_{W^C k}(W) = \frac{1}{\rho_k(W)} \sin(\theta_k(W) - h_k) \begin{bmatrix} -\cos[\theta_k(W)] \\ \sin[\theta_k(W)] \\ -t_k \cos[\theta_k(W)] \\ t_k \sin[\theta_k(W)] \end{bmatrix},$$

où :

$$\rho_k(W) \triangleq \sqrt{[(W_1 + t_k W_2) - x_p(k)]^2 + [(W_3 + t_k W_4) - y_p(k)]^2},$$

et

$$\theta_k(W) \triangleq \arctan\left(\frac{W_1 + t_k W_3 - x_s(k)}{W_2 + t_k W_4 - y_s(k)}\right).$$

5.4.3.3 Résultats

Ici on a pris les mêmes simulations que précédemment, seule la trajectographie change. Dans un premier temps on reprend les simulations où le signal est présent du début à la fin, puis dans un deuxième temps on réalise la trajectographie sur les pistes discontinues.

Dans tous les cas, la variance du bruit est $\eta = \frac{1}{3P^2} = 3.25 \cdot 10^{-4}$ correspondant à la résolution de l'antenne qui dépend directement des capteurs P .

En pratique, on choisit $P_c = 0.7$, valeur choisie empiriquement et $u = 0.1$ satisfaisant $u \geq \sqrt{\eta}$. De plus, d'après la section 3.7.1 du chapitre 3, l'erreur de mesure introduite par l'extracteur est de l'ordre de 10^{-4} suivant les paramètres utilisés. Or cette erreur doit être proche de $P_c \eta + (1 - P_c) \frac{u^2}{12}$. Avec $P_c = 0.7$, $u = 0.1$ $\eta = 3.25 \cdot 10^{-4}$ on obtient une variance de $4.77 \cdot 10^{-4}$ qui est dans l'ordre de grandeur des erreurs calculées précédemment.

5.4.3.3.1 Source présente du début à la fin de l'écoute

5.4.3.3.1.1 Avec l'extracteur moyen

Sur de telles images on obtient les résultats suivants :

$$\begin{aligned}
 W &= \begin{bmatrix} 15.3 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 12.9 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 5.36 \text{ m.s}^{-1} \\ 4.49 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix}, \\
 \bar{W} &= \begin{bmatrix} 15.9 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 13.4 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 5.13 \text{ m.s}^{-1} \\ 4.22 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix}, \\
 Cov &= \begin{bmatrix} 1.96 \cdot 10^6 & 1.96 \cdot 10^6 & -1.70 \cdot 10^3 & -1.64 \cdot 10^3 \\ 1.96 \cdot 10^6 & 2.00 \cdot 10^6 & -1.66 \cdot 10^3 & -1.62 \cdot 10^3 \\ -1.70 \cdot 10^3 & -1.66 \cdot 10^3 & 1.76 & 1.66 \\ -1.64 \cdot 10^3 & -1.62 \cdot 10^3 & 1.66 & 1.58 \end{bmatrix}, \\
 BCR &= \begin{bmatrix} 7.6 \cdot 10^5 & 7.48 \cdot 10^5 & -6.37 \cdot 10^2 & -6.02 \cdot 10^2 \\ 7.48 \cdot 10^5 & 7.51 \cdot 10^5 & -6.02 \cdot 10^2 & -5.88 \cdot 10^2 \\ -6.37 \cdot 10^2 & -6.02 \cdot 10^2 & 6.44 \cdot 10^{-1} & 5.95 \cdot 10^{-2} \\ -6.02 \cdot 10^2 & -5.88 \cdot 10^2 & 5.95 \cdot 10^{-1} & 5.57 \cdot 10^{-1} \end{bmatrix} \quad (5.5)
 \end{aligned}$$

avec $q'_2(0.7, 5.54) = 0.45$.

On peut s'apercevoir que $\bar{W}$ est proche de W et que la matrice de covariance est de l'ordre de grandeur de la BCR .

De plus la matrice de covariance est divisée d'un facteur 10 par rapport à la matrice précédente 5.3, ce qui montre que la prise en compte de la présence de fausses alarmes dans le modèle est payant.

Enfin on peut noter qu'il n'y a plus de points aberrants comme le montre les histogrammes de distances et de vitesses FIG. 5.16 et FIG. 5.17.

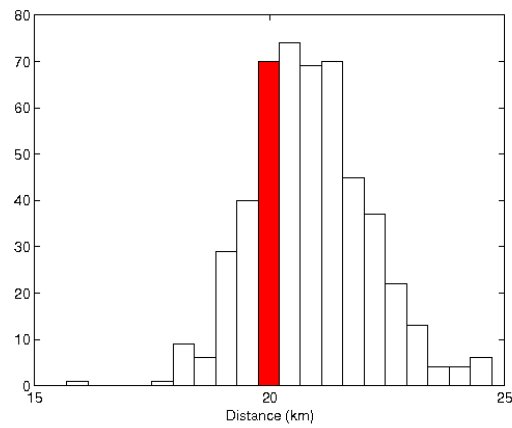


FIGURE 5.16 – Histogramme des 500 estimations de distance pour l’extracteur moyen

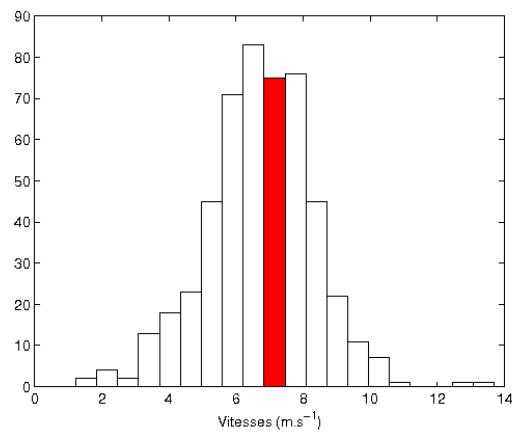


FIGURE 5.17 – Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l’extracteur moyen

5.4.3.3.1.2 Avec l’extracteur optimisé

Là encore on note que la matrice de covariance ainsi que la moyenne empirique sont améliorées par rapport à la non prise en compte de la fausse alarme. Néanmoins ici la variation est relati-

vement faible.

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} 15.9 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 13.4 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 5.10 \text{ m.s}^{-1} \\ 4.24 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix},$$

$$Cov = \begin{bmatrix} 8.88 \cdot 10^5 & 8.18 \cdot 10^5 & -6.78 \cdot 10^2 & -6.47 \cdot 10^2 \\ 8.18 \cdot 10^5 & 8.30 \cdot 10^5 & -6.58 \cdot 10^2 & -6.39 \cdot 10^2 \\ -6.78 \cdot 10^2 & -6.58 \cdot 10^2 & 6.71 \cdot 10^{-1} & 6.20 \cdot 10^{-1} \\ -6.47 \cdot 10^2 & -6.39 \cdot 10^2 & 6.20 \cdot 10^{-1} & 5.98 \cdot 10^{-1} \end{bmatrix}.$$

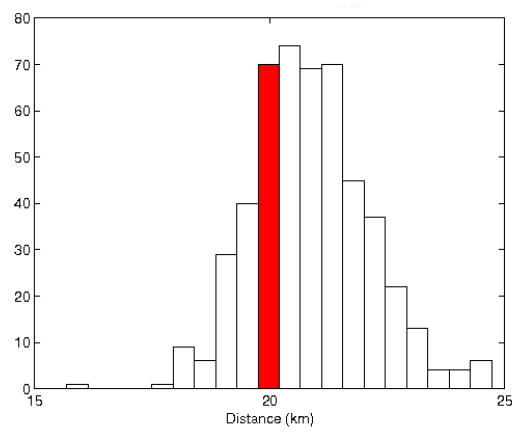


FIGURE 5.18 – Histogramme des 500 estimations de distance pour l’extracteur optimisé

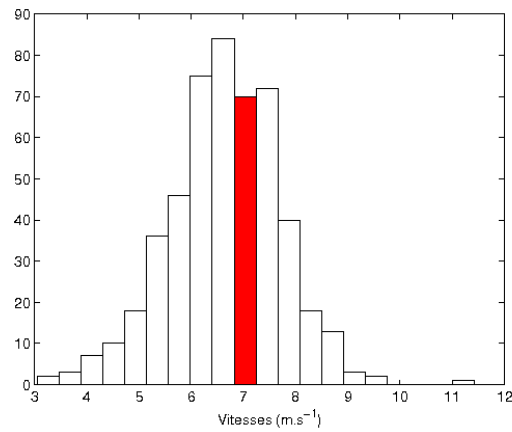


FIGURE 5.19 – Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l’extracteur optimisé

5.4.3.3.2 En présence d'un trou de détection

5.4.3.3.2.1 Avec un extracteur moyen

On note par rapport au paragraphe 5.4.2.2.2 et à l'image 5.12 que les estimés se sont regroupés autour de la distance de 20 km, qui est la distance recherchée. On note aussi qu'il n'y a plus de points aberrants et que la matrice de covariance se rapproche de la borne de Cramér Rao.

De plus la valeur de $\bar{W}$ est proche de celle de W .

$$W = \begin{bmatrix} 15.3 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 12.9 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 5.36 \text{ m.s}^{-1} \\ 4.49 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix},$$

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} 15.4 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 12.9 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 4.99 \text{ m.s}^{-1} \\ 4.31 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix},$$

$$Cov = \begin{bmatrix} 1.22 \cdot 10^7 & 1.27 \cdot 10^7 & -4.47 \cdot 10^3 & -5.59 \cdot 10^3 \\ 1.27 \cdot 10^7 & 1.36 \cdot 10^7 & -3.78 \cdot 10^3 & -6.07 \cdot 10^3 \\ -4.47 \cdot 10^3 & -3.78 \cdot 10^3 & 4.58 & 3.05 \\ -5.59 \cdot 10^3 & -6.07 \cdot 10^3 & 3.05 & 3.95 \end{bmatrix},$$

$$BCR = \begin{bmatrix} 3.04 \cdot 10^6 & 2.86 \cdot 10^6 & -2.08 \cdot 10^3 & -1.92 \cdot 10^3 \\ 2.86 \cdot 10^6 & 2.71 \cdot 10^6 & -1.95 \cdot 10^3 & -1.81 \cdot 10^3 \\ -2.08 \cdot 10^3 & -1.95 \cdot 10^3 & 1.60 & 1.46 \\ -1.92 \cdot 10^3 & -1.81 \cdot 10^3 & 1.46 & 1.35 \end{bmatrix},$$

avec $q'_2(0.7, 5.54) = 0.45$.

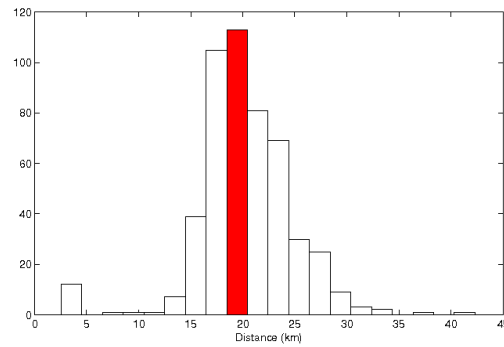


FIGURE 5.20 – Histogramme des 500 estimations de distance pour l'extracteur moyen

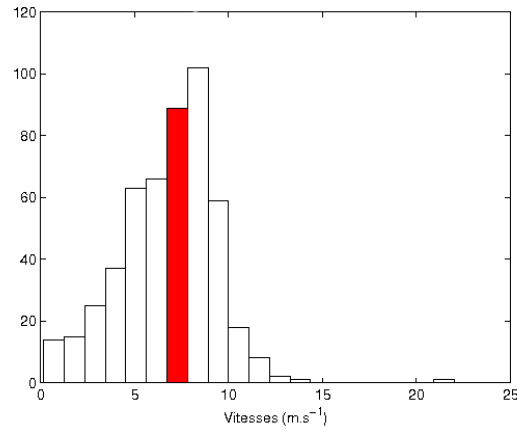


FIGURE 5.21 – Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l'extracteur moyen

5.4.3.3.2 Extracteur optimisé

Là encore on note une amélioration par rapport à la non prise en compte de la fausse alarme.

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} 15.9 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 13.4 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 5.00 \text{ m.s}^{-1} \\ 4.18 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix},$$

$$Cov = \begin{bmatrix} 3.27 \cdot 10^6 & 3.00 \cdot 10^6 & -2.27 \cdot 10^3 & -2.04 \cdot 10^3 \\ 3.00 \cdot 10^6 & 2.89 \cdot 10^6 & -2.01 \cdot 10^3 & -1.89 \cdot 10^3 \\ -2.27 \cdot 10^3 & -2.01 \cdot 10^3 & 1.76 & 1.53 \\ -2.04 \cdot 10^3 & -1.89 \cdot 10^3 & 1.53 & 1.39 \end{bmatrix}$$

5.4.3.4 L'initialisation

Pour obtenir nos résultats, les algorithmes de minimisation sont initialisés avec

$$W = \begin{bmatrix} 20 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 20 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix}$$

Or la trajectographie est sensible à l'initialisation. En effet il arrive dans certains cas de tomber sur un maximum local. Ainsi avec le vecteur initial suivant

$$W = \begin{bmatrix} 1000 \text{ m} \\ 1000 \text{ m} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix},$$

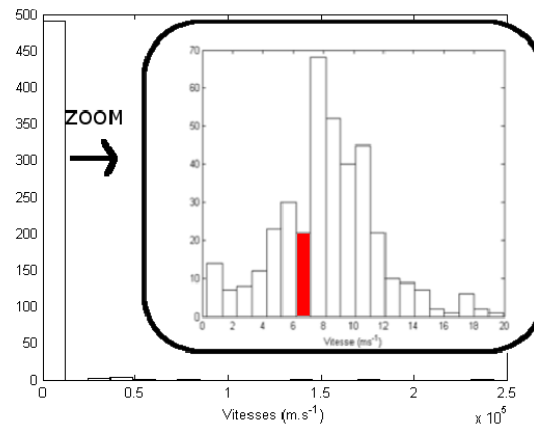


FIGURE 5.22 – Histogramme des 500 estimations de distance pour l’extracteur optimisé

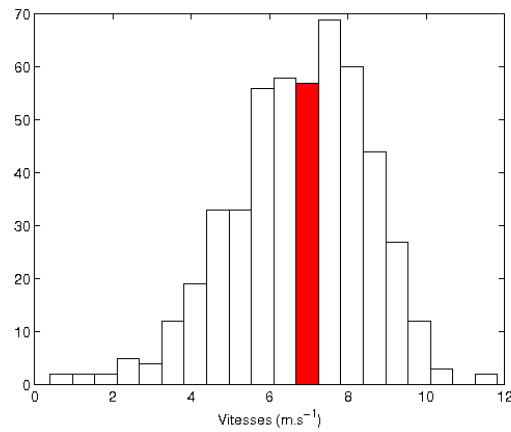


FIGURE 5.23 – Histogramme des 500 estimations de vitesse pour l’extracteur optimisé

en calculant la trajectographie sur les 500 mêmes simulations, on obtient un maximum local à chaque tirage. Ce maximum est approché par

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} 2540 \text{ m} \\ 1700 \text{ m} \\ -7.8 \text{ ms}^{-1} \\ -4.2 \text{ ms}^{-1} \end{bmatrix}.$$

5.4.4 Rebouclage des données

Afin d’améliorer encore la trajectographie et d’être moins dépendant de l’extracteur, une troisième méthode a été étudiée. Elle utilise un rebouclage sur les mesures du sonar .

5.4.4.1 Principe

Cette méthode se compose de 3 phases. Les deux premières phases sont les mêmes que celles décrites précédemment. Après une extraction réalisée selon la méthode proposée au chapitre 3, on effectue la trajectographie en tenant compte d'éventuelles fausses alarmes.

Cette phase nous permet de sortir l'estimé $\hat{W}$. A l'aide de cet estimé, on reconstitue la trajectoire du bruiteur qui nous permet de calculer une estimation des c_k que l'on note $\hat{c}_k$.

$$\hat{c}_k \triangleq \cos \left[h_k - \arctan \left(\frac{\hat{W}_1 + t_k \hat{W}_3 - x_p(k)}{\hat{W}_3 + t_k \hat{W}_4 - y_p(k)} \right) \right].$$

On réalise ensuite à chaque instant une nouvelle formation de voies allant de $\hat{c}_k - 3c_e$ à $\hat{c}_k + 3c_e$ et qui comptent $M = 1024$ voies, $c_e = \frac{2}{M}$ étant la largeur de voies précédemment utilisée dans l'image gisement temps. Cette nouvelle formation de voies est assimilable à un vernier.

On obtient ainsi une nouvelle image qui pourrait s'assimiler à un « zoom » dans les voies de cosinus où on suppose le signal présent. A chaque instant on sort alors la voie où l'énergie est maximale. Ce maximum est noté $\hat{c}_k$. A l'aide de ces mesures de cosinus, une nouvelle trajectographie est réalisée en considérant la possible présence de fausses alarmes. Elle permet d'extraire un nouveau $\hat{W}$.

5.4.4.2 Résultats

Cette méthode étant gourmande en temps de calcul, on a ici repris le cas présenté au paragraphe 5.4.2.2.2 dans le cadre d'un extracteur aux performances moyennes mais seulement sur les 100 premiers points.

On calcule la moyenne et la matrice de covariance.

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} 15.6 \cdot 10^3 \\ 13.1 \cdot 10^3 \\ 4.78 \\ 4.43 \end{bmatrix},$$

$$Cov = \begin{bmatrix} 5.31 \cdot 10^6 & 4.19 \cdot 10^6 & -7.54 \cdot 10^3 & -4.19 \cdot 10^3 \\ 4.19 \cdot 10^6 & 3.69 \cdot 10^6 & -1.78 \cdot 10^3 & -2.42 \cdot 10^3 \\ -7.54 \cdot 10^3 & -1.78 \cdot 10^3 & 19.11 & -1.59 \\ -4.19 \cdot 10^3 & -2.42 \cdot 10^3 & -1.59 & 3.89 \end{bmatrix}.$$

Ainsi on constate que l'on a peu de gain par rapport à la deuxième méthode. Il apparaît de plus 2 points sur 100 dont la vitesse en x est aberrante et perturbe la matrice de covariance.

Or ces deux points n'apparaissent pas lorsque l'on effectue la trajectographie après l'extraction. De plus, cette méthode est très coûteuse en coût de calculs. Elle fut ainsi jugée non pertinente et abandonnée.

5.4.5 Trajectographie multisource

5.4.5.1 Introduction au scénario

Dans cette section, on considère un scénario dans lequel deux 2 sources en mouvement rectiligne uniforme sont présentes. La trajectoire de la première source est définie par le vecteur d'état suivant

$$W^1 = \begin{bmatrix} 26.3 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 9.58 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 3.42 \text{ m.s}^{-1} \\ -9.40 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix},$$

et la trajectoire de la deuxième source par le vecteur d'état :

$$W^2 = \begin{bmatrix} 15.3 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 12.9 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 5.36 \text{ m.s}^{-1} \\ 4.49 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix}.$$

On écoute le signal sur 30 minutes. Les trajectoires du porteur et des 2 sources dans le plan Nord Est sont montrées sur la figure 5.24.

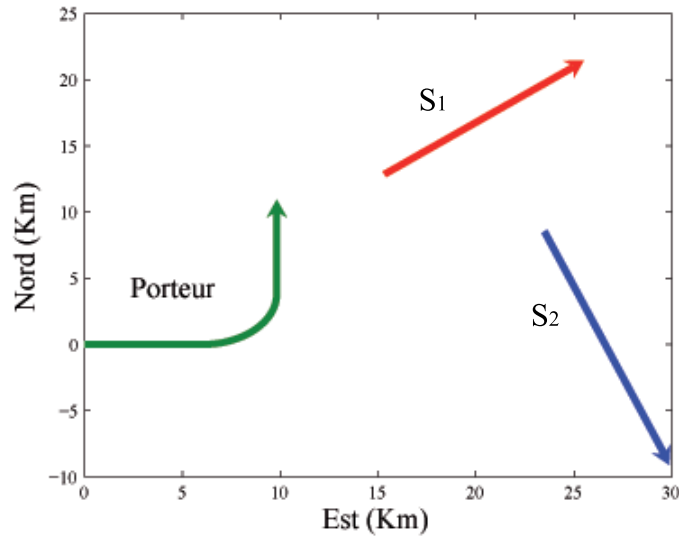


FIGURE 5.24 – Trajectoire du porteur et des sources dans le temps

En bleu correspondent les mesures exactes liées à W^1 et en rouge celles dues à W^2 (voir FIG. 5.25).

Les deux sources émettent chacune un signal de fréquence pur 500 Hz. On réalise la formation de voies en échantillonnant à 1024 Hz. Les snapshots durent 4s et le RSB est de -31 dB. Un exemple d'image issue de ce type de scénario est donné par FIG. 5.26.

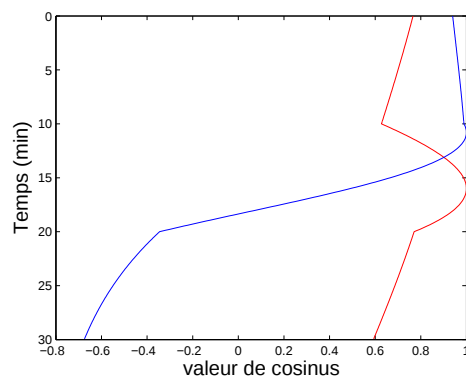


FIGURE 5.25 – Piste réelle de cosinus

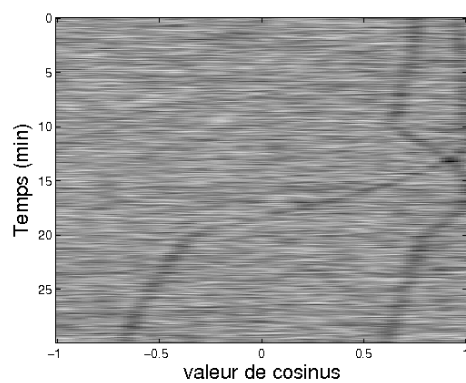


FIGURE 5.26 – Image gisement temps

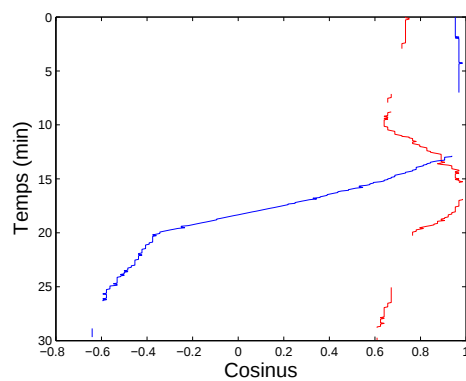


FIGURE 5.27 – Exemple de pistes extraites de mesures de cosinus avec l'extracteur parallèle

L'extraction est ensuite effectuée à l'aide des techniques proposées dans le chapitre 4. Un exemple d'extraction utilisant l'extraction parallèle modifiée, est montré à la figure 5.27.

5.4.5.2 Mise en équation de la trajectographie

A la récurrence k , l'extracteur fournit un couple de pistes $c_k = (c_k(1), c_k(2))_{k=1, \dots, K}$ avec la convention que $c_k(i) = 100$ lorsque la piste i est manquante à la récurrence k .

Trois cas sont alors à considérer :

- 1) les deux pistes sont manquantes, i.e $c_k(1) = c_k(2) = 100$. La vraisemblance de l'état (W^1, W^2) est par convention :

$$L(W^1, W^2 | c_k) = 1;$$

- 2) une piste est manquante et l'autre ne l'est pas i.e $c_k(i) = 100$ et $c_k(j) \neq 100$ $i, j \in \{1, 2\}, i \neq j$. Dans ce cas, il faut considérer deux événements exclusifs et exhaustifs :
 - $H_0(j)$ = la mesure $c_k(j)$ est une fausse alarme ;
 - $H_1(j)$ = la mesure $c_k(j)$ est une vraie détection.

Du théorème des probabilités totales, on déduit que

$$L(W^1, W^2 | c_k) = L(W^1, W^2 | c_k, H_0(j)) \Pr(H_0(j) | c_k) + L(W^1, W^2 | c_k, H_1(j)) \Pr(H_1(j) | c_k)$$

On admet que

$$\begin{aligned} \Pr(H_0(j) | c_k) &= \Pr[H_0(j)] \\ &= 1 - P_j. \end{aligned}$$

On déduit alors que

$$L(W^1, W^2 | c_k) = (1 - P_j) L(W^1, W^2 | c_k, H_0(j)) + P_j L(W^1, W^2 | c_k, H_1(j))$$

avec

$$\begin{aligned} L(W^1, W^2 | c_k, H_0(j)) &= \frac{1}{u_j} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\eta_j} \left(\exp \left\{ -\frac{[c_k(j) - c_k(W^1)]^2}{2\eta_j} \right\} + \exp \left\{ -\frac{[c_k(j) - c_k(W^2)]^2}{2\eta_j} \right\} \right); \end{aligned}$$

- 3) aucune piste n'est manquante. On définit alors les événements élémentaires suivants :
 - $H_0(i) = c_k(i)$ est une fausse alarme ;
 - $H_1(i) = c_k(i)$ est une vraie détection. avec $\Pr[H_0(i)] = P_i$.

L'ensemble des événements possibles est alors :

$$\begin{aligned} \Omega &= [H_0(1) \cup H_1(1)] \cap [H_0(2) \cup H_1(2)] \\ &= [H_0(1) \cap H_0(2)] \cup [H_0(1) \cap H_1(2)] \cup [H_1(1) \cap H_0(2)] \cup [H_1(1) \cap H_1(2)]. \end{aligned}$$

Ces événements étant exclusifs et exhaustifs, le théorème des probabilités totales s'applique encore :

$$L(W^1, W^2|c_k, H_1(j)) = \sum_{i,j} L[W^1, W^2|H_i(1)H_j(2)] \Pr(H_i(1), H_j(2)|c_k).$$

On suppose que

$$\begin{aligned} \Pr(H_i(1), H_j(2)|c_k) &= \Pr[H_i(1), H_j(2)] \\ &= \Pr[H_i(1)] \Pr[H_j(2)]. \end{aligned}$$

L'ensemble des c_k est regroupés dans une matrice noté c la matrice global s'écrit alors :

$$\begin{aligned} L(W^1, W^2|c) &= \frac{(1-P_1)(1-P_2)}{u_1 u_2} \\ &+ \frac{(1-P_1)P_2}{2u_1 \sqrt{2\pi\eta_2}} \left(\exp \left\{ -\frac{[c_k(2) - c_k(W^1)]^2}{2\eta_2} \right\} + \exp \left\{ -\frac{[c_k(2) - c_k(W^2)]^2}{2\eta_2} \right\} \right) \\ &+ \frac{(1-P_2)P_1}{2u_2 \sqrt{2\pi\eta_1}} \left(\exp \left\{ -\frac{[c_k(1) - c_k(W^1)]^2}{2\eta_1} \right\} + \exp \left\{ -\frac{[c_k(1) - c_k(W^2)]^2}{2\eta_1} \right\} \right) \\ &+ \frac{P_{c1}P_{c2}}{4\pi \sqrt{\eta_1\eta_2}} \left(\exp \left\{ -\frac{[c_k(1) - c_k(W^1)]^2}{2\eta_1} - \frac{[c_k(2) - c_k(W^2)]^2}{2\eta_2} \right\} \right. \\ &\left. + \exp \left\{ -\frac{[c_k(1) - c_k(W^2)]^2}{2\eta_1} - \frac{[c_k(2) - c_k(W^1)]^2}{2\eta_2} \right\} \right). \end{aligned}$$

De ces 3 cas, on déduit la vraisemblance de l'état sachant les 2 pistes :

$$L(W^1, W^2|c) = \prod_{k=1}^K L(W^1, W^2|c_k).$$

Le but est de maximiser cette vraisemblance relativement à :

$$W^{1,2} = \begin{bmatrix} W^1 \\ W^2 \end{bmatrix}.$$

Nota Bene : On a $L(W^1, W^2|c_k) = L(W^{1,2}|c_k)$.

Ainsi on calcule un estimé de $W^{1,2}$ noté $\hat{W}^{1,2}$ à l'aide du maximum de vraisemblance.

$$\begin{aligned} \hat{W}^{1,2} &\triangleq \arg \max_{W^{1,2}} L(W^{1,2}|c) \\ &= \arg \max_{W^{1,2}} \ln [L(W^{1,2}|c)] \\ &= \arg \max_{W^{1,2}} \sum_{k=1}^K \ln [L(W^{1,2}|c_k)]. \end{aligned}$$

5.4.5.3 Résultats obtenus

On a réalisé 500 fois le même scénario décrit précédemment. Pour rappel les deux sources se déplacent suivant ces vecteurs d'états :

$$W^1 = \begin{bmatrix} 26.3 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 9.58 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 3.42 \text{ ms}^{-1} \\ -9.40 \text{ ms}^{-1} \end{bmatrix}.$$

et

$$W^2 = \begin{bmatrix} 15.3 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 12.9 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 5.36 \text{ ms}^{-1} \\ 4.49 \text{ ms}^{-1} \end{bmatrix},$$

Dans un premier temps, on réalise une extraction parallèle comme illustrée dans la section 4.4.7 du chapitre 4. On sait que cette extraction n'est pas parfaite comme le montrent les résultats présentés dans la section 4.4.9. La trajectographie va permettre de quantifier le nombre d'extractions aberrantes.

L'extraction est paramétrée en supposant que les deux signaux agissent sur 5 canaux proches. La matrice de transition est donnée avec $\varsigma = 0.1$ hors manœuvre pour les deux pistes. Et comme on a une piste plus fluctuante que l'autre durant la manœuvre, on choisit $\varsigma = 0.5$ pour une piste et $\varsigma = 0.6$ pour l'autre piste. Pour l'exclusion, on considère un ensemble comprenant 5 canaux de cosinus et de un pour le canal de pente.

La détection utilise des matrices de transition et de vraisemblance avec les paramètres $w_0 = 10^{-4}$ $w_1 = 10^{-4}$ et un seuil $h = 0.8$.

Enfin la trajectographie utilise les critères suivants $P_1 = P_2 = 0.7$, $u_1 = u_2 = 0.1$ et $\eta_1 = \eta_2 = 3.25 \cdot 10^{-4}$. Ces paramètres ont été choisis sur les mêmes hypothèses que celles faites dans la partie 5.4.3.3. Les figures 5.28 et 5.29 montrent l'histogramme des distances estimées pour $\hat{W}^1$ et l'histogramme des distances estimées pour $\hat{W}^2$.

Comme on s'y attendait, on peut voir l'apparition de points aberrants qui traduisent la mauvaise extraction. On note tout de même quelques points correctement estimés (autour de 70), et on voit que l'estimation de W^2 semble plus robuste que celle W^1 . Ceci corrobore les résultats trouvés dans le chapitre 4 où l'on a noté la tendance de l'extracteur à décrocher lorsque l'on a une piste plus fluctuante.

Comme vu dans la section 4.4.9.1 du chapitre 4, on doit conditionner les matrices de transition d'état afin de les rendre diagonales. Ainsi on divise par 10 certains éléments de cette matrice, tout en gardant les mêmes paramètres que précédemment. On obtient alors une extraction qui gère le croisement de pistes. Si on effectue la trajectographie sur ces extractions on obtient les histogrammes suivants en distances (5.30 et 5.31), et (5.32 et 5.33) en vitesses.

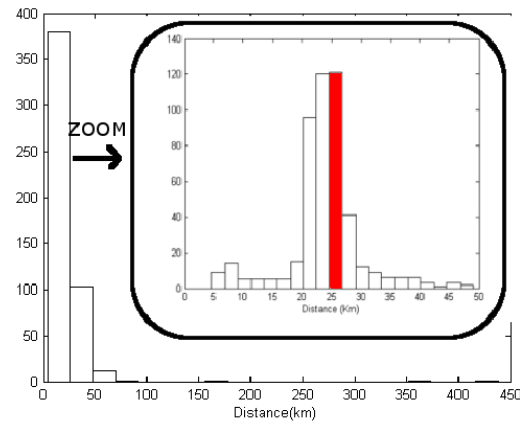


FIGURE 5.28 – Histogramme des 500 distances estimées pour $\hat{W}^1$

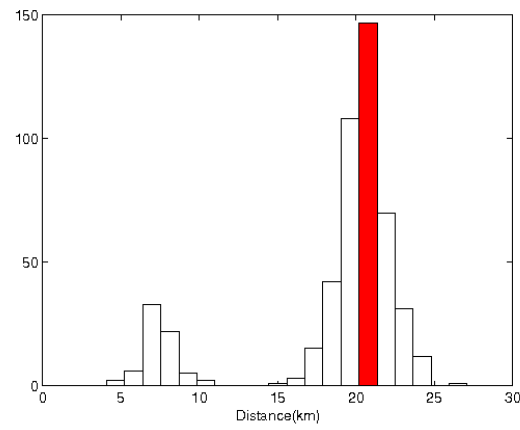


FIGURE 5.29 – Histogramme des 500 distances estimées pour $\hat{W}^2$

La moyenne et la matrice de covariance obtenues sont les suivantes.

$$\bar{W}^{1,2} = \begin{bmatrix} 24.1 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 10.0 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 4.02 \text{ ms}^{-1} \\ -10.9 \text{ ms}^{-1} \\ 15.8 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 13.5 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 4.95 \text{ ms}^{-1} \\ 3.92 \text{ ms}^{-1} \end{bmatrix},$$

$Cov =$

$2.6 \cdot 10^6$	$1.0 \cdot 10^6$	$-7.3 \cdot 10^2$	$-1.3 \cdot 10^3$	$-1.5 \cdot 10^5$	$-1.5 \cdot 10^8$	$1.5 \cdot 10^2$	$1.4 \cdot 10^2$
$1.0 \cdot 10^6$	$4.8 \cdot 10^5$	$-2.5 \cdot 10^2$	$-6.1 \cdot 10^2$	$-7.8 \cdot 10^4$	$-7.7 \cdot 10^4$	$8.4 \cdot 10^1$	$7.8 \cdot 10^1$
$-7.3 \cdot 10^2$	$-2.5 \cdot 10^2$	$2.5 \cdot 10^{-1}$	$3.3 \cdot 10^{-1}$	$3.2 \cdot 10^1$	$3.0 \cdot 10^1$	$-3.6 \cdot 10^{-2}$	$-3.5 \cdot 10^{-2}$
$-1.3 \cdot 10^3$	$-6.1 \cdot 10^2$	$3.3 \cdot 10^{-1}$	$7.7 \cdot 10^{-1}$	$9.7 \cdot 10^1$	$9.7 \cdot 10^1$	$-1.0 \cdot 10^{-1}$	$-9.4 \cdot 10^{-2}$
$-1.5 \cdot 10^5$	$-7.8 \cdot 10^4$	$3.2 \cdot 10^1$	$9.7 \cdot 10^1$	$7.9 \cdot 10^5$	$8.0 \cdot 10^5$	$-6.3 \cdot 10^2$	$-6.1 \cdot 10^2$
$-1.5 \cdot 10^5$	$-7.7 \cdot 10^4$	$3.0 \cdot 10^1$	$9.7 \cdot 10^1$	$8.0 \cdot 10^5$	$8.3 \cdot 10^5$	$-6.3 \cdot 10^2$	$-6.2 \cdot 10^2$
$1.5 \cdot 10^2$	$8.4 \cdot 10^1$	$-3.6 \cdot 10^{-2}$	$-1.0 \cdot 10^{-1}$	$-6.4 \cdot 10^2$	$-6.3 \cdot 10^2$	$6.2 \cdot 10^{-1}$	$5.8 \cdot 10^{-1}$
$1.4 \cdot 10^2$	$7.8 \cdot 10^1$	$-3.5 \cdot 10^{-2}$	$-9.4 \cdot 10^{-2}$	$-6.1 \cdot 10^2$	$-6.2 \cdot 10^2$	$5.8 \cdot 10^{-1}$	$5.6 \cdot 10^{-1}$

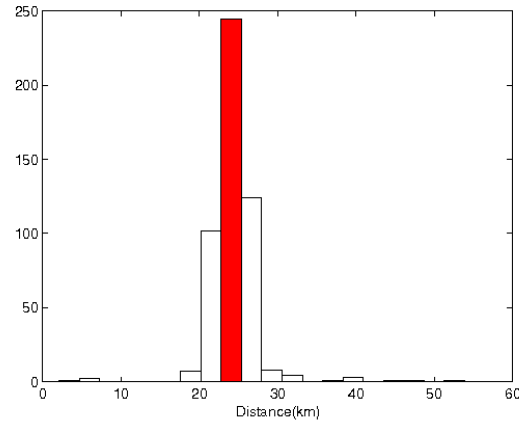


FIGURE 5.30 – Histogramme des 500 distances estimées pour $\hat{W}^1$

Sur les matrices de covariance, on a mis en gras la sous matrice correspondant à W^2 afin de comparer avec les résultats obtenus lorsqu'une seule source est présente. On note sur ce cas ci une sous matrice très proche de la BCR calculée précédemment (5.5), qui indique donc que notre couple extracteur/trajectographie ne subit aucune perte malgré la présence des deux signaux.

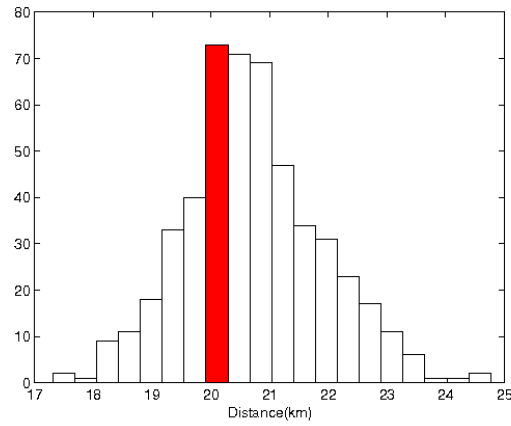


FIGURE 5.31 – Histogramme des 500 distances estimées pour $\hat{W}^2$

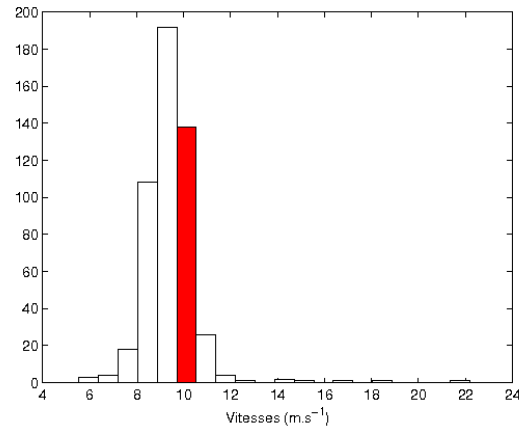


FIGURE 5.32 – Histogramme des 500 vitesses estimées pour $\hat{W}^1$

On utilise maintenant la technique d'extraction à deux passes, qui ne gère pas le croisement de pistes.

L'extracteur est initialisé avec les mêmes matrices de transition que précédemment (i.e. $\varsigma = 0.1$, $\varsigma = 0.5$ pour une passe et $\varsigma = 0.1$ et $\varsigma = 0.6$ pour la deuxième passe). Pour la détection on utilise les critères suivants $w_1 = 10^{-4}$ $w_2 = 10^{-4}$ $h = 0.5$ et les paramètres de trajectographie restent inchangés.

On obtient alors les histogrammes 5.34, 5.35, 5.36, 5.37. Et la moyenne empirique et la matrice de covariance empirique suivante.

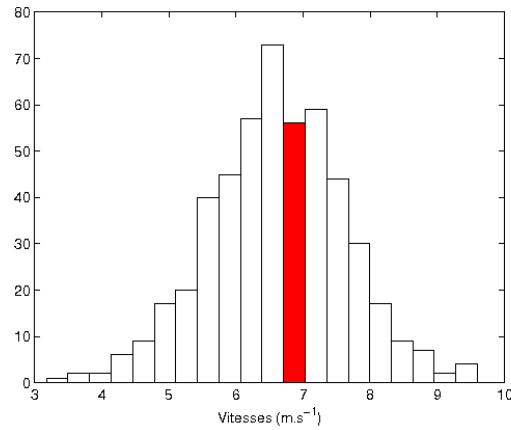


FIGURE 5.33 – Histogramme des 500 vitesses estimées pour $\hat{W}^2$

$$\bar{W}^{1,2} = \begin{bmatrix} 24.2 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 8.53 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 3.21 \text{ ms}^{-1} \\ -8.53 \text{ ms}^{-1} \\ 1.59 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 1.37 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 5.03 \text{ ms}^{-1} \\ 4.05 \text{ ms}^{-1} \end{bmatrix},$$

$$Cov =$$

$$\begin{bmatrix} 5.2 \cdot 10^6 & 2.2 \cdot 10^6 & -1.2 \cdot 10^3 & -2.9 \cdot 10^3 & 2.9 \cdot 10^4 & 1.5 \cdot 10^4 & -1.8 \cdot 10^1 & -1.4 \cdot 10^1 \\ 2.2 \cdot 10^6 & 10.0 \cdot 10^5 & -4.5 \cdot 10^2 & -1.3 \cdot 10^3 & 4.5 \cdot 10^4 & 4.0 \cdot 10^4 & -7.0 & -7.7 \\ -1.2 \cdot 10^3 & -4.5 \cdot 10^2 & 3.9 \cdot 10^{-1} & 5.9 \cdot 10^{-1} & 2.8 \cdot 10^1 & 2.9 \cdot 10^1 & -1.2 \cdot 10^{-2} & -1.2 \cdot 10^{-2} \\ -2.9 \cdot 10^3 & -1.3 \cdot 10^3 & 5.9 \cdot 10^{-1} & 1.7 & -5.8 \cdot 10^1 & -4.9 \cdot 10^1 & 1.5 \cdot 10^{-2} & 1.4 \cdot 10^{-2} \\ \hline 2.9 \cdot 10^4 & 4.5 \cdot 10^4 & 2.8 \cdot 10^1 & -5.8 \cdot 10^1 & \mathbf{1.10 \cdot 10^6} & \mathbf{1.10 \cdot 10^6} & \mathbf{-8.7 \cdot 10^2} & \mathbf{-8.4 \cdot 10^2} \\ 1.5 \cdot 10^4 & 4.0 \cdot 10^4 & 2.9 \cdot 10^1 & -4.9 \cdot 10^1 & \mathbf{1.10 \cdot 10^6} & \mathbf{1.1 \cdot 10^6} & \mathbf{-8.6 \cdot 10^2} & \mathbf{-8.4 \cdot 10^2} \\ -1.8 \cdot 10^1 & -7.0 & -1.2 \cdot 10^{-2} & 1.5 \cdot 10^{-2} & \mathbf{-8.7 \cdot 10^2} & \mathbf{-8.6 \cdot 10^2} & \mathbf{8.1 \cdot 10^{-1}} & \mathbf{7.6 \cdot 10^{-1}} \\ -1.4 \cdot 10^1 & -7.7 & -1.2 \cdot 10^{-2} & 1.4 \cdot 10^{-2} & \mathbf{-8.4 \cdot 10^2} & \mathbf{-8.4 \cdot 10^2} & \mathbf{7.6 \cdot 10^{-1}} & \mathbf{7.2 \cdot 10^{-1}} \end{bmatrix}$$

Si on compare avec l'extraction en une passe, on a des résultats relativement proches. Le facteur 2 entre les matrices de covariance est essentiellement dû à la qualité de l'extracteur en deux passes qui est moindre et qui peut entraîner la présence de points aberrants lors de la trajectographie (on a ici un point sur 500).

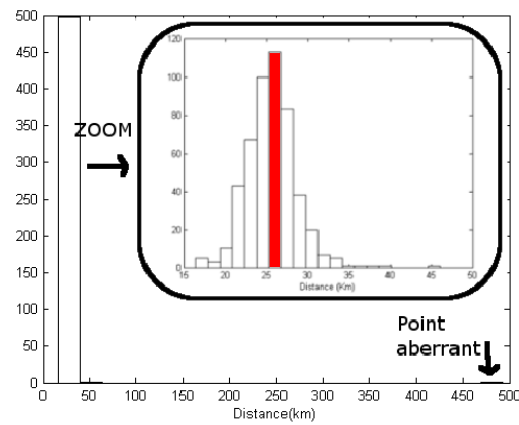


FIGURE 5.34 – Histogramme des 500 distances estimées pour $\hat{W}^1$

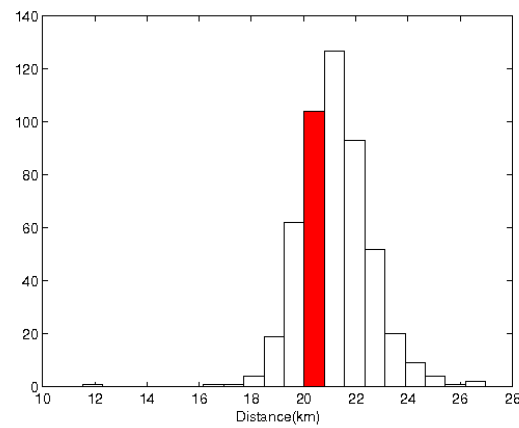


FIGURE 5.35 – Histogramme des 500 distances estimées pour $\hat{W}^2$

Ce résultat démontre que la trajectographie peut gérer le croisement de piste par elle même et que l'extraction en deux passes est exploitable.

On note là aussi que la sous matrice de covariance correspondant à W^2 est du même ordre que celle obtenue dans le cas monosource.

5.4.5.4 L'initialisation

On note lors de la trajectographie multipiste quelques problèmes liés à l'initialisation de l'algorithme.

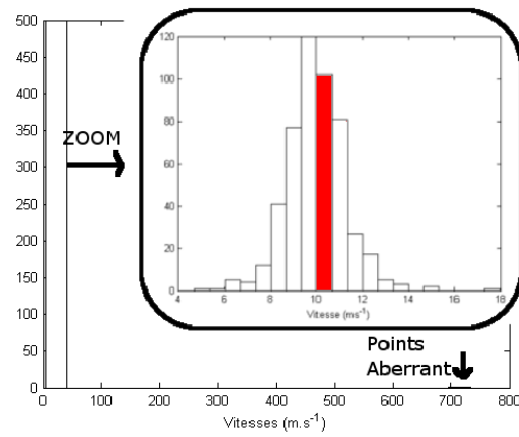


FIGURE 5.36 – Histogramme des 500 vitesses estimées pour $\hat{W}^1$

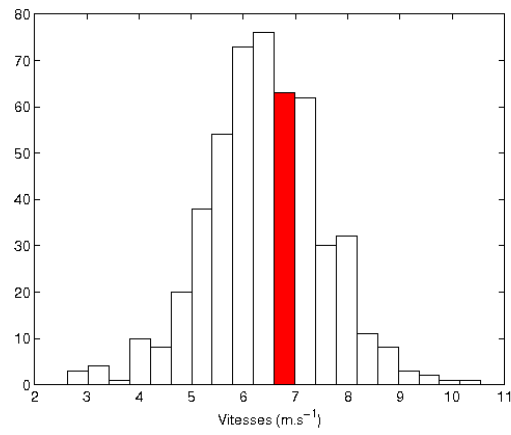


FIGURE 5.37 – Histogramme des 500 vitesses estimées pour $\hat{W}^2$

Pour obtenir les résultats présentés ici, les algorithmes ont été initialisés avec

$$W_{init}^{1,2} = \begin{bmatrix} 20000 \text{ m} \\ 20000 \text{ m} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \\ 20000 \text{ m} \\ 10000 \text{ m} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix},$$

Mais durant ces travaux, on a noté que lors de l'initialisation il faut absolument avoir $W^1 \neq W^2$. Ainsi avec l'initialisation suivante

$$W_{init}^{1,2} = \begin{bmatrix} 20000 \text{ m} \\ 20000 \text{ m} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \\ 20000 \text{ m} \\ 20000 \text{ m} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix},$$

on a toujours $\hat{W}^1 = \hat{W}^2$.

Il en va de même si $W^1 \ll$ est relativement proche $\gg$ de W^2 . En effet avec

$$W_{init}^{1,2} = \begin{bmatrix} 20000 \text{ m} \\ 20000 \text{ m} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \\ 18000 \text{ m} \\ 20000 \text{ m} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix}.$$

Lors de nos essais, on retrouve $\hat{W}^1 = \hat{W}^2$. Il faut donc choisir des initialisations bien distinctes ou effectuer la minimisation sous la contrainte $W^1 \neq W^2$.

Enfin si on utilise comme initialisation

$$W_{init}^{1,2} = \begin{bmatrix} 10000 \text{ m} \\ 1000 \text{ m} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \\ 50000 \text{ m} \\ 70000 \text{ m} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \\ 0 \text{ m.s}^{-1} \end{bmatrix}$$

On obtient des points aberrants sur l'estimation de W^1 ainsi que W^2 comme le montrent les histogrammes des distances estimées sur les figures 5.38 et 5.39.

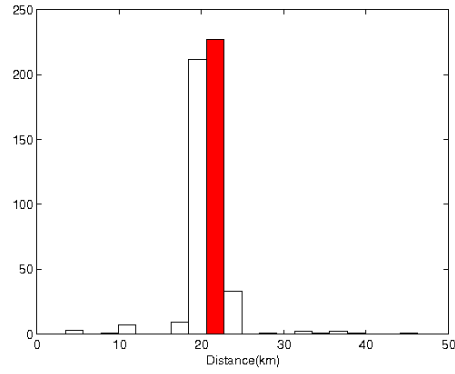


FIGURE 5.38 – Estimation des distance de $\hat{W}^1$

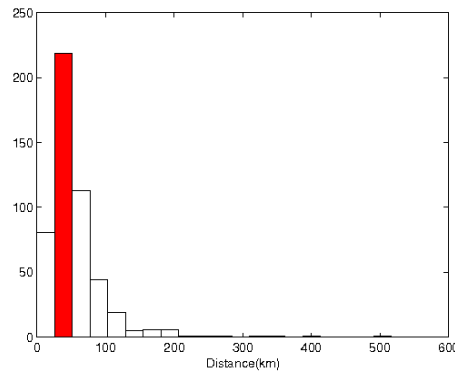


FIGURE 5.39 – Estimation des distance $\hat{W}^2$

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre on a mis en place différents couplages extraction/trajectographie sur des images temps fréquence ou gisement-temps. On a pu remarquer que pour avoir des résultats acceptables, il faut tenir compte de la présence de fausses alarmes dans les pistes extraites afin de ne pas avoir une estimation aberrante de la position et de la vitesse. Cette prise en compte permet aussi d'être plus robuste aux « erreurs » d'extraction et de gérer au mieux les images présentant un trou de détection.

Dans le cadre multipistes, la trajectographie mise en place permet de travailler sur des extracteurs qui ne gèrent pas le croisement de pistes. Cette méthode souffre cependant de l'initialisation. De plus nous suggérons de coupler la trajectographie à une maximisation sous contrainte afin d'éviter d'avoir $\hat{W}^1 = \hat{W}^2$. On note enfin que la méthode est illustrée dans cette thèse pour deux pistes présentes qui se croisent, son extension à trois ou quatre pistes est tout a fait envisageable mais demande beaucoup plus de calculs et devient vite inextricable dès lors que l'on dépasse 4 pistes.

Chapitre 6

Conclusion et perspectives

Classiquement, un système de surveillance est constitué d'un module de détection élémentaire, suivi d'un ensemble de techniques assurant le traitement de l'information, c'est à dire la trajectographie, la classification et quelquefois l'identification. La fonction qui assure le lien entre détection élémentaire et traitement de l'information est l'extraction. En effet, il est nécessaire de lier entre eux les points à bon escient, ce qui a pour conséquence :

1. de réduire sensiblement le taux de fausses alarmes tant en maintenant le taux de bonnes détections ;
2. de créer les « pistes » qui seront à l'entrée des modules du traitement de l'information.

En général l'extraction se fait par des algorithmes de traitement d'image, souvent empiriques, qui ne prennent pas en compte la nature du signal reçu. Cette thèse fait suite à celle de Sébastien Paris qui a utilisé l'arsenal des HMM pour réaliser l'extraction de pistes sur une image temps fréquence. Dans notre thèse, nous nous sommes intéressés à l'extraction de pistes de gisement sur une image gisement-temps. Le deuxième chapitre a permis de définir les statistiques déduites de la nature du signal reçu en présence de bruit. Ces statistiques sont ensuite exploitées dans les chapitres suivants afin de construire des extracteurs de pistes gisement-temps.

Le troisième chapitre est dédié à l'extraction en présence d'une seule piste dans l'image gisement-temps. Les extracteurs qui y sont présentés permettent l'extraction du signal, soit en l'effectuant en un seul bloc comme le « All in one » ou en deux blocs distincts consistant à l'extraction puis à la validation des pistes. Ce chapitre montre qu'il faut privilégier l'extracteur « All in one » lorsque l'on a qu'un signal est présent.

A partir du chapitre 4, nous nous sommes focalisés sur le cas multipistes pour lequel nous avons proposé deux architectures d'extraction : une extraction « en parallèle » et une extraction séquentielle. On note que l'extracteur séquentiel donne en moyenne de moins bonnes performances que l'extracteur parallèle mais qu'il gère mieux le croisement de pistes. On conseille cependant l'utilisation de l'extracteur parallèle s'il est suivi d'une trajectographie adéquate.

Nous testons ensuite dans le chapitre 5 les extracteurs monopiste et multipistes avec des modules de trajectographie afin de voir si les mesures fournies par de ces extracteurs sont exploitables. Ce chapitre présente de plus le couplage extraction-trajectographie en multipistes qui gère le croisement de pistes à l'aide de la trajectographie. Enfin un rebouclage des données de la trajectographie sur l'extraction est étudié mais ne donne pas des résultats satisfaisants pour être retenu.

On peut résumer les avantages et inconvénients des extracteurs proposés suivants :

- Ils gèrent automatiquement l'apparition et la disparition du signal.
- Ils donnent des résultats encourageants au niveau des performances tels que la fausse alarme, la probabilité de détection.
- Ces performances sont confirmées avec le couplage de la trajectographie qui présente alors des performances très proches de la Borne de Cramér-Rao.
- Le couplage avec un module de trajectographie permet dans le cas du multipiste de gérer le croisement de pistes.

Il y a cependant quelques limites à ces travaux :

- Les extracteurs dépendent de nombreux paramètres à estimer ou à régler par l'utilisateur tels que la largeur du lobe principal du signal, le seuil de détection, les probabilités d'apparition ou de disparition du signal. De mauvaises estimations peuvent introduire des erreurs lors de l'extraction. Pour palier cela, l'algorithme de Baum-Welch peut être utilisé. Mais cet algorithme est lourd en temps de calcul et a tendance à effectuer une « d'homogénéisation » des résultats. C'est à dire que cet estimateur a des performances situées dans la moyenne de nos extracteurs. C'est pourquoi il n'a pas été retenu dans cette thèse.
- On note aussi que les résultats présentés ont été effectués pour un RSB constant de -31dB . La qualité des extracteurs et de la trajectographie doit être évaluée en fonction du RSB . Cette étude n'a pas été effectuée à cause des temps de calculs prohibitifs pour obtenir 500 images pour un même RSB .
- Enfin les travaux présentés sont effectués sur des données issues de simulation. Nos algorithmes d'extraction et de trajectographie doivent donc être testés sur des données réelles afin de voir si les performances obtenues se maintiennent.

Au delà de l'amélioration de ces extracteurs on peut aussi envisager quelques extensions plus globales à ces travaux :

- Un algorithme d'extraction utilisant l'extraction temps fréquence et gisement-temps pourrait être construit avec une trajectographie prenant en compte ces deux mesures. Cet algorithme doit permettre d'améliorer encore la précision de la trajectographie et de l'extraction.
- En trajectographie on a utilisé une méthode globale basée sur les moindres carrés. Des méthodes récursives [32, 33] peuvent être couplées à l'extracteur et vérifier de voir si les performances sont maintenues.

- Dans le cadre de la trajectographie, on a fait l’hypothèse que le porteur manœuvre afin de rendre les sources observables. Cette hypothèse est actuellement la plus usitée à bord des sous-marins. Cependant on note que la manœuvre faite augmente le bruit produit par le porteur et peut le rendre de facto moins discret. Afin de palier cela, une nouvelle technique de trajectographie basée sur les mouvements de la source et non du porteur est proposée dans [34]. On pourra donc tester dans le futur l’extracteur avec d’autres hypothèses de trajectoires.

Annexe A

Démonstration de la formation de voies fréquentielles

Théorème 4 *Le vecteur $\mathbf{Y}_{\mathbf{k}}(\Phi)$ se calcule ainsi :*

$$\mathbf{Y}_{\mathbf{k}}(\Phi) = \begin{bmatrix} \sum_{P=0}^{P-1} R_{p,k}(-\frac{N}{2}) \exp\left(-2i\pi \frac{-\frac{N}{2}u_p}{N}\right) \\ \vdots \\ \sum_{P=0}^{P-1} R_{p,k}(\frac{N}{2} - 1) \exp\left(-2i\pi \frac{(\frac{N}{2} - 1)u_p}{N}\right) \\ \vdots \\ \sum_{P=0}^{P-1} R_{p,k}(l) \exp\left(-2i\pi \frac{l u_p}{N}\right) \end{bmatrix}$$

Démonstration :

$$\begin{aligned}
Y_k(\phi_m, l) &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{P-1} r_p \left[t_k + \frac{n}{F_e} + \tau_p(\Phi) \right] \exp \left(-2i\pi \frac{ln}{N} \right), \\
Y_k(\phi_m, l) &= \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{n=0}^{N-1} r_p \left[t_k + \frac{n + u_p}{F_e} \right] \exp \left(-2i\pi \frac{ln}{N} \right), \\
Y_k(\phi_m, l) &= \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{n'=u_p}^{N-1+u_p} r_p \left[t_k + \frac{n'}{F_e} \right] \exp \left(-2i\pi \frac{ln'}{N} \right) \exp \left(2i\pi \frac{lu_p}{N} \right), \\
Y_k(\phi_m, l) &= \sum_{p=0}^{P-1} \exp \left(2i\pi \frac{lu_p}{N} \right) \left[\sum_{n'=0}^{N-1} r_p \left[t_k + \frac{n'}{F_e} \right] \exp \left(-2i\pi \frac{ln'}{N} \right) \right. \\
&\quad + \sum_{n'=N}^{N-1+u_p} r_p \left[t_k + \frac{n'}{F_e} \right] \exp \left(-2i\pi \frac{ln'}{N} \right) \\
&\quad \left. - \sum_{n'=0}^{u_p-1} r_p \left[t_k + \frac{n'}{F_e} \right] \exp \left(-2i\pi \frac{ln'}{N} \right) \right] \\
Y_k(\phi_m, l) &= \sum_{p=0}^{P-1} \exp \left(2i\pi \frac{lu_p}{N} \right) \left[\sum_{n'=0}^{N-1} r_p \left[t_k + \frac{n'}{F_e} \right] \exp \left(-2i\pi \frac{ln'}{N} \right) \right. \\
&\quad + \sum_{n''=0}^{u_p-1} r_p \left[t_k + \frac{n'' + N}{F_e} \right] \exp \left(-2i\pi \frac{l(n'' + N)}{N} \right) \\
&\quad \left. - \sum_{n'=0}^{u_p-1} r_p \left[t_k + \frac{n'}{F_e} \right] \exp \left(-2i\pi \frac{ln'}{N} \right) \right]
\end{aligned}$$

Or $r_p \left[t_k + \frac{n+N}{F_e} \right]$ n'est connu que pour N valeurs et supposé N -périodique en dehors de cet intervalle. Donc $r_p \left[t_k + \frac{n+N}{F_e} \right] = r_p \left[t_k + \frac{n}{F_e} \right]$ Ce qui permet de conclure que :

$$\begin{aligned}
Y_k(\phi_m, l) &= \sum_{p=0}^{P-1} \exp \left(2i\pi \frac{lu_p}{N} \right) \left[\sum_{n'=0}^{N-1} r_p \left[t_k + \frac{n'}{F_e} \right] \exp \left(-2i\pi \frac{ln'}{N} \right) \right], \\
Y_k(\phi_m, l) &= \sum_{p=0}^{P-1} R_{p,k}(l) \exp \left(-2i\pi \frac{lu_p}{N} \right).
\end{aligned}$$

■

Annexe B

Calcul de la covariance pour une image issue de la formation présentant que du bruit

Théorème :

Soit une antenne linéaire composée de P capteurs espacés d'une distance d les uns des autres. Ces capteurs reçoivent chacun des signaux indépendants notées $\mathbf{r}_p$. Ils sont composés de N échantillon et $\mathbf{r}_p$ est un vecteur aléatoire gaussien centré de variance $\sigma^2 I_N$. On a alors :

$$\mathbb{E} (\|\mathbf{Y}(\Phi)\|^2) = PN^2\sigma^2 \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} \text{Cov} (\|\mathbf{Y}(\Phi_1)\|^2, \|\mathbf{Y}(\Phi_2)\|^2) = \\ \sigma^4 \left\{ 2P^2N^2 + 4 \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}-1} [N^2 f_n(\Phi_1 - \Phi_2)] + N^2 \left[f_{\frac{N}{2}}(\Phi_1 - \Phi_2) + f_{\frac{N}{2}}(\Phi_1 + \Phi_2) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

$$\mathbb{V}\text{ar} (\|\mathbf{Y}(\Phi)\|^2) \approx 2P^2N^3\sigma^4 \quad (\text{B.3})$$

avec

$$f_n(\Phi) = \left(\frac{\sin \left(\pi P n \frac{d}{C\delta_t} \Phi \right)}{\sin \left(\pi n \frac{d}{C\delta_t} \Phi \right)} \right)^2$$

Démonstration :

Lemme

On montre de plus que les composantes de $\mathbf{R}_p$ noté $R_p(l)$ ont les propriétés statistiques suivantes :

$$\begin{aligned}\mathbb{E} [\|R_p(l)\|^2] &= N\sigma^2 \\ \mathbb{E} [\|R_p(l)\|^4] &= \begin{cases} 3N^2\sigma^4 & \text{si } l = 0 \text{ ou } l = \frac{N}{2} \\ 2N^2\sigma^4 & \forall l \neq 0 \text{ et } l \neq \frac{N}{2} \end{cases}\end{aligned}$$

Démonstration du lemme :

$$\mathbf{R}_p = F\mathbf{r}_p$$

Avec F définit dans le paragraphe 2.4.4. Ainsi

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(\mathbf{R}_p) &= F\mathbb{E}(\mathbf{r}_p) \\ \mathbb{E}(\mathbf{R}_p) &= 0 \\ \mathbb{V}\text{ar}(\mathbf{R}_p) &= F\mathbb{V}\text{ar}(\mathbf{r}_p)F^* \\ \mathbb{V}\text{ar}(\mathbf{R}_p) &= N\sigma^2 I_N\end{aligned}$$

Donc $\mathbb{E} [\|R_p(l)\|^2] = N\sigma^2$.

La seconde expression se démontre en partant de l'expression de $R_p(l)$ qui est lié aux échantillons temporelle $r_p(k)$ par :

$$\begin{aligned}R_p(l) &= \sum_{k=-\frac{N}{2}+1}^{\frac{N}{2}} r_p(k) \exp\left(-2i\pi \frac{kl}{N}\right), \\ \|R_p(k)\|^4 &= \sum_{k_0, k_1, k_2, k_3=-\frac{N}{2}+1}^{\frac{N}{2}} r_p(k_0)r_p(k_1)r_p(k_2)r_p(k_3) \exp\left(-2i\pi \frac{n(k_0 - k_1 + k_2 - k_3)}{N}\right).\end{aligned}$$

Or les $r_p(k)$ sont indépendants entre eux donc :

$$\mathbb{E} (\|R_p(l)\|^4) = \sum_{k=-\frac{N}{2}+1}^{\frac{N}{2}} \mathbb{E} (r_p(k)^4) + \sum_{\substack{k_0, k_1 \\ k_0 \neq k_1}}^{\frac{N}{2}} \mathbb{E}(r_p(k_0)^2)\mathbb{E}(r_p(k_1)^2) \left[2 + \exp\left(-4i\pi \frac{l(k_0 - k_1)}{N}\right) \right],$$

$$= 3\sigma^4 N + 2\sigma^4 N(N-1) + \sigma^4 \sum_{\substack{k_0, k_1 = -\frac{N}{2} + 1 \\ k_0 \neq k_1}}^{\frac{N}{2}} \exp\left(-4i\pi \frac{l(k_0 - k_1)}{N}\right) \quad (\text{B.4})$$

Or

$$\sum_{\substack{k_0, k_1 = -\frac{N}{2} + 1 \\ k_0 \neq k_1}}^{\frac{N}{2}} \exp\left(-4i\pi \frac{l(k_0 - k_1)}{N}\right) = -N \quad \forall l \neq 0 \text{ et } l \neq \frac{N}{2}$$

$$\sum_{\substack{k_0, k_1 = -\frac{N}{2} + 1 \\ k_0 \neq k_1}}^{\frac{N}{2}} \exp\left(-4i\pi \frac{l(k_0 - k_1)}{N}\right) = N(N-1) \text{ si } l = 0 \text{ ou } l = \frac{N}{2}$$

Ainsi en revenant à B.4 on obtient bien :

$$\mathbb{E} [\|R_p(l)\|^4] = \begin{cases} 3N^2\sigma^4 \text{ si } l = 0 \text{ ou } l = \frac{N}{2} \\ 2N^2\sigma^4 \quad \forall l \neq 0 \text{ et } l \neq \frac{N}{2} \end{cases} \quad \blacksquare$$

Retour à la démonstration du théorème :

$$Y(\Phi_m) = \sum_{p=0}^{P-1} \mathbf{R}_p \otimes \mathbf{D}_p(\Phi_m),$$

est un vecteur dont la l^e composante est :

$$Y(\Phi_m, l) = \sum_{p=0}^{P-1} R_p(l) \exp\left(-2i\pi \frac{ldpF_e\Phi_m}{CN}\right).$$

$$Y(\Phi_m, l) = \sum_{p=0}^{P-1} R_p(l) D_p(\Phi_m, l).$$

Donc

$$\mathbb{E} [Y(\Phi_m, l)] = 0$$

Et l'indépendance des capteurs nous permet d'écrire que

$$\begin{aligned}\mathbb{V}\text{ar} [Y(\Phi_m, l)^2] &= P\mathbb{V}\text{ar} [R_p(l)] \\ &= PN\sigma^2\end{aligned}$$

Donc

$$\mathbf{Y}(\Phi_m) \sim CG(0, PN\sigma^2 I_N)$$

Ainsi

$$\begin{aligned}\mathbb{E} (\|\mathbf{Y}(\Phi)\|^2) &= \mathbb{E} (\mathbf{Y}^*(\Phi_m)\mathbf{Y}(\Phi_m)) \\ &= \text{diag} [\mathbb{E} (\mathbf{Y}(\Phi_m)\mathbf{Y}^*(\Phi_m))] \\ &= PN^2\sigma^2 \blacksquare\end{aligned}$$

diag étant l'opérateur somme des termes diagonaux d'une matrice.

Pour le calcul de la covariance on définit

$$\begin{aligned}f_k(\Phi) &\triangleq \sum_{p_0, p_1}^{P-1} D_{p_0}^*(\Phi, k) D_{p_1}(\Phi, k) \\ &= \sum_{p_0, p_1}^{P-1} \exp \left(-2i\pi \frac{k d F_e (p_1 - p_0) \Phi}{CN} \right) \\ f_k(\Phi) &= \left(\frac{\sin \left(\pi P k \frac{d F_e}{C} \Phi \right)}{\sin \left(\pi k \frac{d F_e}{C} \Phi \right)} \right)^2.\end{aligned}$$

$$\mathbb{C}\text{ov} (\|\mathbf{Y}(\Phi_0)\|^2, \|\mathbf{Y}(\Phi_1)\|^2) = \mathbb{E} (\|\mathbf{Y}(\Phi_0)\|^2 \|\mathbf{Y}(\Phi_1)\|^2) - \mathbb{E} (\|\mathbf{Y}(\Phi_0)\|^2) \mathbb{E} (\|\mathbf{Y}(\Phi_1)\|^2)$$

On a :

$$\begin{aligned}\|\mathbf{Y}(\Phi_i)\|^2 &= \left| Y \left(\Phi_i, \frac{N}{2} \right) \right|^2 + |Y(\Phi_i, 0)|^2 + \sum_{q=1}^{\frac{N}{2}-1} \left| Y \left(\Phi_i, \frac{N}{2} \right) \right|^2, \\ i &= 1, 2.\end{aligned}$$

Or $Y(\Phi_0, 0)$ et $Y(\Phi_1, k) \forall k \neq 0$ sont indépendants. De même pour $Y(\Phi_0, \frac{N}{2})$ et $Y(\Phi_1, k) \forall k \neq \frac{N}{2}$.

$$\begin{aligned}\mathbb{C}\text{ov} [\|\mathbf{Y}(\Phi_0)\|^2, \|\mathbf{Y}(\Phi_1)\|^2] &= \mathbb{C}\text{ov} \left[\left| Y \left(\Phi_0, \frac{N}{2} \right) \right|^2, \left| Y \left(\Phi_1, \frac{N}{2} \right) \right|^2 \right] \\ &\quad + \mathbb{C}\text{ov} [|Y(\Phi_0, 0)|^2, |Y(\Phi_1, 0)|^2] \\ &\quad + 4 \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}-1} \mathbb{C}\text{ov} [|Y(\Phi_0, k)|^2, |Y(\Phi_1, k)|^2] \quad (\text{B.5})\end{aligned}$$

Or :

$$\text{Cov}(|Y(\Phi_0, k)|^2, |Y(\Phi_1, k)|^2) = \mathbb{E}(|Y(\Phi_0)|^2 |Y(\Phi_1)|^2) - \mathbb{E}(|Y(\Phi_0)|^2) \mathbb{E}(|Y(\Phi_1)|^2)$$

$\forall k$, on a :

$$\mathbb{E}[|Y(\Phi_0, k)|^2] \mathbb{E}[|Y(\Phi_1, k)|^2] = P^2 N^2$$

Et

$$\mathbb{E}[|Y(\Phi_0, k)|^2 |Y(\Phi_1, k)|^2] =$$

$$\begin{aligned} & \sum_{p_0, p_1, p_2, p_3}^{P-1} \mathbb{E}[R_{p_0}(k) D_{p_0}(\Phi_0, k) R_{p_1}^*(k) D_{p_1}^*(\Phi_0, k) R_{p_2}(k) D_{p_2}(\Phi_1, k) R_{p_3}^*(k) D_{p_3}^*(\Phi_1, k)] \\ &= \sum_{\substack{p_0, p_1 \\ p_2, p_3}}^{P-1} \mathbb{E}[R_{p_0}(k) R_{p_1}^*(k) R_{p_2}(k) R_{p_3}^*(k)] D_{p_0}(\Phi_0, k) D_{p_1}^*(\Phi_0, k) D_{p_2}(\Phi_1, k) D_{p_3}^*(\Phi_1, k) \\ &= \sum_{p=0}^{P-1} \mathbb{E}[|R_p(k)|^4] + \sum_{\substack{p_0, p_1 = 0 \\ p_0 \neq p_1}}^{P-1} \mathbb{E}[|R_{p_0}(k)|^2] \mathbb{E}[|R_{p_1}(k)|^2] \\ &\quad + \sum_{\substack{p_0, p_1 = 0 \\ p_0 \neq p_1}}^{P-1} \mathbb{E}[|R_{p_0}(k)|^2] \mathbb{E}[|R_{p_1}(k)|^2] D_{p_0}(\Phi_0 - \Phi_1, k) D_{p_1}^*(\Phi_0 - \Phi_1, k) \\ &\quad + \sum_{\substack{p_0, p_1 = 0 \\ p_0 \neq p_1}}^{P-1} \mathbb{E}[R_{p_0}(k) R_{p_0}(k)] \mathbb{E}[R_{p_1}^*(k) R_{p_1}^*(k)] D_{p_0}(\Phi_0 + \Phi_1, k) D_{p_1}^*(\Phi_0 + \Phi_1, k) \end{aligned}$$

Pour la dernière sommation $\forall p, \forall k \neq 0$ et $k \neq \frac{N}{2}$ on montre que R_p est un nombre complexe avec une partie imaginaire non nul décoré de sa partie réelle, ce qui permet d'avoir $\mathbb{E}[R_p^2(k)] = 0$.

Si $k = 0$ ou $k = \frac{N}{2}$ la partie imaginaire est nulle et $R_p^2(k) = |R_p^2(k)|^2$ qui a donc une espérance non nulle.

On distingue donc 3 cas :

1. $k = 0$

$$\begin{aligned}
E \left[|Y(\Phi_0, 0)|^2 |Y(\Phi_1, 0)|^2 \right] &= \sum_{p=0}^{P-1} \mathbb{E} [|R_p(0)|^4] + \sum_{\substack{p_0, p_1 = 0 \\ p_0 \neq p_1}}^{P-1} \mathbb{E} [|R_{p_0}(0)|^2] \mathbb{E} [|R_{p_1}(0)|^2] \\
&+ \sum_{\substack{p_0, p_1 = 0 \\ p_0 \neq p_1}}^{P-1} \mathbb{E} [|R_{p_0}(0)|^2] \mathbb{E} [|R_{p_1}(k0)|^2] \underbrace{D_{p_0}(\Phi_0 - \Phi_1, 0) D_{p_1}^*(\Phi_0 - \Phi_1, 0)}_{=1} \\
&+ \sum_{\substack{p_0, p_1 = 0 \\ p_0 \neq p_1}}^{P-1} \mathbb{E} [R_{p_0}(0) R_{p_0}(0)] \mathbb{E} [R_{p_1}^*(k) R_{p_1}^*(0)] \underbrace{D_{p_0}(\Phi_0 + \Phi_1, 0) D_{p_1}^*(\Phi_0 + \Phi_1, 0)}_{=1} \\
&= \sigma^4 \left[\sum_{p=0}^{P-1} 3N^2 + \sum_{\substack{p_0, p_1 = 0 \\ p_0 \neq p_1}}^{P-1} N^2 + \sum_{\substack{p_0, p_1 = 0 \\ p_0 \neq p_1}}^{P-1} N^2 + \sum_{\substack{p_0, p_1 = 0 \\ p_0 \neq p_1}}^{P-1} N^2 \right] \\
&= 3\sigma^4 P^2 N^2 \\
&\Rightarrow \text{Cov} (|Y(\Phi_0, 0)|^2, |Y(\Phi_1, 0)|^2) = 2\sigma^4 P^2 N^2 \tag{B.6}
\end{aligned}$$

2. $k = \frac{N}{2}$

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} \left[\left| Y \left(\Phi_0, \frac{N}{2} \right) \right|^2 \left| Y \left(\Phi_1, \frac{N}{2} \right) \right|^2 \right] &= \sigma^4 \left[\sum_{p=0}^{P-1} 3N^2 + \sum_{\substack{p_0, p_1 = 0 \\ p_0 \neq p_1}}^{P-1} N^2 \right. \\
&\quad + \sum_{\substack{p_0, p_1 = 0 \\ p_0 \neq p_1}}^{P-1} N^2 D_{p_0} \left(\Phi_0 - \Phi_1, \frac{N}{2} \right) D_{p_1}^* \left(\Phi_0 - \Phi_1, \frac{N}{2} \right) \\
&\quad \left. + \sum_{\substack{p_0, p_1 = 0 \\ p_0 \neq p_1}}^{P-1} N^2 D_{p_0} \left(\Phi_0 + \Phi_1, \frac{N}{2} \right) D_{p_1}^* \left(\Phi_0 + \Phi_1, \frac{N}{2} \right) \right] \\
&= \sigma^4 \left[3PN^2 + PN^2 (P-1) + N^2 \left(f_{\frac{N}{2}}(\Phi_0 - \Phi_1) - P \right) + N^2 \left(f_{\frac{N}{2}}(\Phi_0 + \Phi_1) - P \right) \right] \\
&= \sigma^4 \left\{ P^2 N^2 + N^2 \left[f_{\frac{N}{2}}(\Phi_0 - \Phi_1) + f_{\frac{N}{2}}(\Phi_0 + \Phi_1) \right] \right\}. \\
\Rightarrow \text{Cov} \left(\left| Y \left(\Phi_0, \frac{N}{2} \right) \right|^2, \left| Y \left(\Phi_1, \frac{N}{2} \right) \right|^2 \right) &= \sigma^4 N^2 \left(f_{\frac{N}{2}}(\Phi_0 - \Phi_1) + f_{\frac{N}{2}}(\Phi_0 + \Phi_1) \right) \quad (\text{B.7})
\end{aligned}$$

3. $k \neq 0$ et $k \neq \frac{N}{2}$

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} \left(\left| Y(\Phi_0, k) \right|^2 \left| Y(\Phi_1, k) \right|^2 \right) &= \sigma^4 \left[\sum_{p=0}^{P-1} 2N^2 + \sum_{\substack{p_0, p_1 = 0 \\ p_0 \neq p_1}}^{P-1} N^2 \right. \\
&\quad \left. + \sum_{\substack{p_0, p_1 = 0 \\ p_0 \neq p_1}}^{P-1} N^2 D_{p_0}(\Phi_0 - \Phi_1, k) D_{p_1}^*(\Phi_0 - \Phi_1, k) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sigma^4 [2PN^2 + PN^2(P-1) + N^2(f_k(\Phi_0 - \Phi_1) - P)] . \\
&= \sigma^4 [P^2N^2 + N^2f_k(\Phi_0 - \Phi_1)] .
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{Cov}(|Y(\Phi_0, k)|^2, |Y(\Phi_1, k)|^2) = \sigma^4 N^2 f_k(\Phi_0 - \Phi_1). \quad (\text{B.8})$$

Ainsi en remplaçant B.6, B.7, et B.8 dans B.5 on obtient :

$$\begin{aligned}
&\text{Cov} [\|Y(\Phi_0)\|^2, \|Y(\Phi_1)\|^2] = \\
&\sigma^4 \left[2P^2N^2 + N^2 \left[f_{\frac{N}{2}}(\Phi_0 - \Phi_1) + f_{\frac{N}{2}}(\Phi_0 + \Phi_1) \right] + 4N^2 \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}-1} f_k(\Phi_0 - \Phi_1) \right] .
\end{aligned}$$

La valeur de la variance se déduit de la covariance en remplaçant Φ_0 et Φ_1 par Φ et en sachant que

$$\begin{aligned}
f_k(0) &= P^2 \\
f_{\frac{N}{2}}(2\Phi) &= f_N(\Phi).
\end{aligned}$$

On a alors

$$\begin{aligned}
\mathbb{V}\text{ar} [\|Y(\Phi)\|^2] &= \sigma^4 [2N^3P^2 - N^2P^2 + N^2f_N(\Phi)] \\
\mathbb{V}\text{ar} [\|Y(\Phi)\|^2] &= \sigma^4 2N^3P^2 \left[1 + o\left(\frac{1}{N}\right) \right] \blacksquare
\end{aligned}$$

Annexe C

Rappel sur l'extraction HMM dans une image temps fréquence

C.1 Construction de l'image temps fréquence

Une image temps fréquence, aussi appelée Lofargramme, peut être réalisée pour chaque hydrophone. Cette image est notée V_f . Elle s'obtient en calculant le signal fréquentiel R_k lors de chaque snapshot. Ce vecteur est issu du signal temporel $r_k(t)$ reçu sur l'hydrophone. On l'a échantillonné à une fréquence F_e qui nous permet d'avoir un vecteur temporel de N points. A l'aide de la FFT on calcule le vecteur fréquentiel de $\frac{N}{2}$ points. $R_k \triangleq \left[R_k(1), \dots, R_k\left(\frac{N}{2}\right) \right]^T$. A partir de ce vecteur, on construit l'image temps fréquence définie par :

$$V_f(k, n) \triangleq \|R_k(n)\|^2, \quad k \in \{1, \dots, K\}$$
$$\text{et } n \in \left\{ 1, \dots, \frac{N}{2} \right\}.$$

On ne parcourt que la moitié du spectre car on a un signal réel ce qui induit un spectre fréquentiel pair : $V_f(k, n) = V_f(k, N - n)$.

Dans le cas d'un signal bruité, on montre que si à l'instant k un signal de fréquence $f = n_0 \frac{F_e}{N}$ est présent, alors dans le canal n_0 se superposent l'apport du signal et du bruit. Dans les autres canaux, on fait l'hypothèse que seul du bruit est présent avec des particularités statistiques connues (loi du Khi2 à 2 degrés de libertés). On applique ensuite sur ces images temps fréquence un algorithme d'extraction issu de l'arsenal des HMM et qui utilise l'apport de ces statistiques. Un exemple d'image temps fréquence est illustré par FIG. C.1.

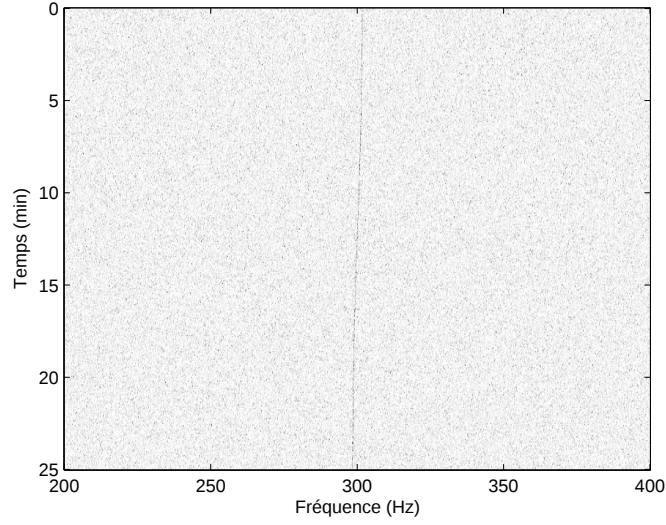


FIGURE C.1 – Image temps fréquence

C.2 Extraction et détection d'une piste fréquentielle

L'extraction/détection sur ces images, proposé dans la thèse de Sébastien Paris [11] est basé sur le modèle HMM et les algorithmes s'y référant.

C.2.1 Le vecteur d'état

Le vecteur d'état que l'on cherche à estimer est donné par :

$$\mathbf{u}_k = \begin{pmatrix} i_f = \frac{f_k}{\delta_f} \\ j_f = \frac{f}{\delta_j} \end{pmatrix},$$

avec δ_f représentant le pas d'échantillonnage en fréquence, et δ_j le pas d'échantillonnage en vitesse fréquentielle. i_f est un nombre entier compris entre 0 et $\frac{N}{2}$ et j_f est un nombre entier compris entre $-J_f$ et J_f avec J_f déterminé par l'utilisateur. On prend généralement $J_f = 1$. Ce vecteur est régi par l'équation d'état suivante :

$$\mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} 1 & \epsilon_f \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}_{k-1} + \nu_f,$$

ν_f étant un vecteur aléatoire de matrice de covariance

$$R_f = q_f \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2\epsilon_f} \\ \frac{1}{2\epsilon_f} & \frac{1}{\epsilon_f^2} \end{bmatrix}.$$

Cette équation d'état et la connaissance des statistiques de $\mathbf{V}_f$ permettent d'appliquer un algorithme forward backward afin d'estimer $\mathbf{u}_k$. Cette estimation est notée $\hat{\mathbf{u}}_k$.

C.2.2 Extraction : obtention des matrices de transition et de vraisemblance

La matrice de transition du modèle forward backward notée A^f est définie par :

$$A^f(i, j) \triangleq \frac{1}{\sqrt{\det(2\pi R_f)}} \exp \left[-\frac{(\mathbf{u}_k - H\mathbf{u}_{k-1})^T R^{-1} (\mathbf{u}_k - H\mathbf{u}_{k-1})}{2} \right],$$

où $\kappa(\mathbf{u}_k) = i$ et $\kappa(\mathbf{u}_{k-1}) = j$.

La matrice de vraisemblance notée B^f se déduit des statistiques de l'image $\mathbf{V}_f$. Après divers calculs on montre que l'élément (k, i) de cette matrice est [1] :

$$B^f(k, i) = \frac{\mathbf{V}_f(k, i)}{\sum_{u=1}^U \mathbf{V}_f(k, u)}.$$

A l'aide d'une initialisation uniforme et des matrices A^f , B^f on applique l'algorithme forward-backward qui nous permet de calculer :

$$\begin{aligned} \alpha_k^f(i) &= \Pr(\mathbf{u}_k | z_{1:k}) \\ \beta_k^f(i) &= \Pr(\mathbf{u}_k | z_{k+1:K}) \\ \gamma_k^f(i) &= \Pr(\mathbf{u}_k | z_{1:K}) \\ &\text{avec } \kappa(\mathbf{u}_k) = i. \end{aligned}$$

$\hat{\mathbf{u}}_k$ est ensuite obtenu par le *MAP* :

$$\hat{\mathbf{u}}_k = \kappa^{-1} \left[\arg \max_{i \in [1, U]} \gamma_k^f(i) \right].$$

Il s'agit ensuite de valider cette estimation par la détection.

C.2.3 Détection

Cette validation est effectuée à l'aide d'un vecteur d'état binaire Γ_k définit ainsi :

$$\begin{aligned} \Gamma_k = 0 & \text{ Le vecteur d'état } \hat{\mathbf{u}}_k \text{ n'est pas validé;} \\ \Gamma_k = 1 & \text{ Le vecteur d'état } \hat{\mathbf{u}}_k \text{ est validé.} \end{aligned}$$

Ainsi la matrice de transition A^{fd} donnée par les probabilités $w_0 = \Pr(\Gamma_k = 0 | \Gamma_{k-1} = 1)$, et $w_1 = \Pr(\Gamma_k = 1 | \Gamma_{k-1} = 0)$:

$$A^{fd} = \begin{bmatrix} 1 - w_0 & w_0 \\ w_1 & 1 - w_1 \end{bmatrix}.$$

Enfin la matrice de vraisemblance dans le cadre de la détection de pistes fréquentielles est obtenue à l'aide du rapport de vraisemblance noté : $\Lambda(\hat{\mathbf{u}}_k)$, $k = 1, \dots, K$. On a :

$$B^{fd} = \begin{bmatrix} h & \Lambda(\hat{\mathbf{u}}_1) \\ \dots & \dots \\ h & \Lambda(\hat{\mathbf{u}}_k) \\ \dots & \dots \\ h & \Lambda(\hat{\mathbf{u}}_K) \end{bmatrix},$$

où h représente un seuil donné par l'utilisateur.

Dans sa thèse Sébastien Paris montre que dans le cadre des images temps fréquence, le rapport de vraisemblance se calcule à l'aide des probabilités α_k^f et β_k^f . En effet après avoir calculé

$$\tilde{\mu}_k = \sqrt{\sum_{u=1}^U \tilde{\alpha}_k^f(u)} \sqrt{\sum_{u=1}^U \tilde{\beta}_k^f(u)},$$

où :

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_k^f(i) &= B^f(k, i) \sum_{u=1}^U \alpha_{k-1}^f(u) A^f(u, i) \\ \tilde{\beta}_k^f(i) &= \sum_{u=1}^U B^f(k, u) \beta_k^f(u) A^f(i, u). \end{aligned}$$

et montré que

$$\Lambda(\hat{\mathbf{u}}_k) \simeq \frac{N}{2} \tilde{\mu}_k,$$

on approche la matrice B^{fd} par :

$$B^{fd} \simeq \begin{bmatrix} h & \frac{N}{2} \tilde{\mu}_1 \\ \dots & \dots \\ h & \frac{N}{2} \tilde{\mu}_k \\ \dots & \dots \\ h & \frac{N}{2} \tilde{\mu}_K \end{bmatrix}.$$

Enfin on montre que cette matrice dans l'algorithme forward backward peut être remplacée par la matrice :

$$\begin{bmatrix} h' & \tilde{\mu}_1 \\ \dots & \dots \\ h' & \tilde{\mu}_k \\ \dots & \dots \\ h' & \tilde{\mu}_K \end{bmatrix},$$

où $h' = \frac{2h}{N}$. On note aussi cette matrice B^{fd} .

Une fois les matrices A^{fd} et B^{fd} définies on peut appliquer l'algorithme forward-backward. L'initialisation est uniforme, soit $\Pi^{df} = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right]$.

On calcule ensuite $\hat{\Gamma}_k$ à l'aide du MAP.

C.2.4 Résumé de l'algorithme

- Détermination de A^f et B^f ;
- Calcul de α_k, β_k et $\hat{\mathbf{u}}_k = \left(\frac{\hat{f}_k}{\delta_f}, \frac{\hat{f}}{\delta_f} \right)^T$ pour chaque instant k par la technique forward-backward et le MAP ;
- Calcul de B^{df} et A^{df} et détermination des $\hat{\Gamma}_k$ par la technique de forward-backward et du MAP ;
- Si $\hat{\Gamma}_k = 0$ alors aucune piste n'est affichée à l'instant k , on note dans ce cas la valeur de la fréquence détectée à -1 ;
- Si $\hat{\Gamma}_k = 1$ alors on sort de l'extracteur la valeur de la fréquence estimée $\hat{f}(k)$.

Cet extracteur sort donc les mesures de fréquences sur lesquelles on applique ensuite un module de trajectographie.

Annexe D

Algorithme forward backward parallèle [1]

D.1 Rappel

On considère L pistes présentes dans un lot de mesure donné par Z_K . On note par $\mathbf{x}_k = (c, v)^t$ l'état de la piste l à l'instant k . On a U état possible pour la piste.

L'ensemble $w_k^l = \{\mathbf{x}_k \neq \mathbf{x}_k^r, l \neq r\}$ traduit le fait que la piste doit être différentes des autres à l'instant k . On associe à cette ensemble $\Omega_K = \{\omega_1, \dots, \omega_K\}$.

A l'aide de ces définitions, on met en place l'algorithme forward backward parallèle qui permet de calculer la loi de probabilité

$$\gamma_k^l(i) \triangleq \Pr(\mathbf{x}_k^l = i | \Omega_K^l, Z_K).$$

Pour réaliser ce calcul on aura besoin d'avoir la probabilité forward

$$\alpha_k^l(i) \triangleq \Pr(\mathbf{x}_k^l = i | \Omega_k^l, Z_k),$$

et backward

$$\beta_k^l(i) \triangleq \Pr(\mathbf{x}_k^l = i | \Omega_{k:K}^l, Z_{k+1:K}).$$

A chacune de ces probabilités est associée une probabilité d'exclusion :

$$\begin{aligned} q_k^{\alpha,l}(i) &\triangleq \Pr(\omega_k^l | \mathbf{x}_k^l = i, \Omega_k^l, Z_k) \\ q_k^{\beta,l}(i) &\triangleq \Pr(\omega_k^l | \mathbf{x}_k^l = i, \Omega_{k+1:K}^l, Z_{k+1:K}) \end{aligned}$$

Et les probabilités suivantes :

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_k^l(i) &\triangleq \Pr(\mathbf{x}_k^l = i | \Omega_{k-1}^l, Z_k), \\ \tilde{\beta}_k^l(i) &\triangleq \Pr(\mathbf{x}_k^l = i | \Omega_{k+1:K}^l, Z_{k+1:K}). \end{aligned}$$

On a aussi besoin de définir la matrice de transition A^l donné par

$$A^l(i, j) = \Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}} = j | \mathbf{x}_{\mathbf{k}-\mathbf{I}} = i)$$

et de la matrice de vraisemblance B^l

$$B^l(k, i) = \Pr(z_k | \mathbf{x}_{\mathbf{k}} = i)$$

D.2 Théorèmes et démonstrations

Théorème :

$$\gamma_k^l(i) = \frac{\alpha_k^l(i)\beta_k^l(i)}{\sum_{j=1}^U \alpha_k^l(j)\beta_k^l(j)}$$

Démonstration :

$$\begin{aligned} \Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i, Z_K, \Omega_K^l | \mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i, Z_k, \Omega_k^l) &= \frac{\Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i, Z_K, \Omega_K^l)}{\Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i, Z_k, \Omega_k^l)} \\ &= \frac{\gamma_k^l(i)}{\alpha_k^l(i)} K_0 \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

$K_0 = \frac{\Pr(Z_K, \Omega_K^l)}{\Pr(Z_k, \Omega_k^l)}$ étant une constante indépendante de i . De même :

$$\begin{aligned} \Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i, Z_K, \Omega_K^l | \mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l) &= \Pr(Z_{k+1:K}, \Omega_{k+1:K}^l | \mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i) \\ &= \frac{K_1}{\Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i)} \beta_k^l(i) \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

Or $\Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i) = \frac{1}{U} \forall i$ Donc ne dépend pas de i comme $K_1 = \Pr(Z_{k+1:K}, \Omega_{k+1:K}^l)$.

En réunissant D.1 et D.2 on a :

$$\gamma_k^l(i) = \frac{\alpha_k^l(i)\beta_k^l(i)}{K_2},$$

avec $K_2 = \frac{K_0}{U K_1}$ étant une constance indépendante de i . Or d'après le théorèmes des probabilités totales

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^U \gamma_k^l(j) &= 1 \\ \text{Soit } K_2 &= \sum_{j=1}^U \alpha_k^l(j)\beta_k^l(j) \end{aligned}$$

Donc

$$\gamma_k^l(i) = \frac{\alpha_k^l(i)\beta_k^l(i)}{\sum_{j=1}^U \alpha_k^l(j)\beta_k^l(j)} \quad \blacksquare$$

Théorème :

$$\alpha_k^l(i) = \frac{\tilde{\alpha}_k^l(i)q_k^{\alpha,l}(i)}{\sum_{j=1}^U \tilde{\alpha}_k^l(j)q_k^{\alpha,l}(j)}$$

Démonstration :

$$\begin{aligned} \alpha_k^l(i) &\triangleq \Pr(\mathbf{x}_k^l = i | \Omega_k^l, Z_k) \\ &= \frac{\Pr(\mathbf{x}_k^l = i, \Omega_k^l, Z_k)}{\Pr(\Omega_k^l, Z_k)} \\ &= \frac{\Pr(\mathbf{x}_k^l = i, \omega_k^l, \Omega_{k-1}, Z_k)}{\Pr(\Omega_k^l, Z_k)} \\ &= \frac{\Pr(\mathbf{x}_k^l = i, \Omega_{k-1}, Z_k) \Pr(\omega_k^l | \mathbf{x}_k^l = i, \Omega_{k-1}, Z_k)}{\Pr(\Omega_k^l, Z_k)} \\ &= \Pr(\mathbf{x}_k^l = i | \Omega_{k-1}, Z_k) \Pr(\omega_k^l | \mathbf{x}_k^l = i, \Omega_{k-1}, Z_k) \frac{\Pr(\Omega_{k-1}, Z_k)}{\Pr(\Omega_k^l, Z_k)} \\ &= \frac{\tilde{\alpha}_k^l(i)q_k^{\alpha,l}(i)}{K_3} \end{aligned}$$

Or on a $\sum_{j=1}^U \alpha(j) = 1$ donc $K_3 = \sum_{j=1}^U \tilde{\alpha}_k^l(j)q_k^{\alpha,l}(j)$ soit :

$$\alpha_k^l(i) = \frac{\tilde{\alpha}_k^l(i)q_k^{\alpha,l}(i)}{\sum_{j=1}^U \tilde{\alpha}_k^l(j)q_k^{\alpha,l}(j)} \quad \blacksquare$$

De même on prouve que

$$\beta_k^l(i) = \frac{\tilde{\beta}_k^l(i)q_k^{\beta,l}(i)}{\sum_{j=1}^U \tilde{\beta}_k^l(j)q_k^{\beta,l}(j)}$$

Théorème :

$$\tilde{\alpha}_k(i) = \frac{B(k, i) \sum_{j=1}^U \alpha_{k-1}^l(j) A(j, i)}{\sum_{u=1}^U B(k, u) \sum_{j=1}^U \alpha_{k-1}^l(j) A(j, u)}$$

Démonstration :

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_k^l(i) &\triangleq \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i | \Omega_{k-1}^l, Z_k \right), \\ &= \sum_{j=1}^U \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i, \mathbf{x}_{\mathbf{k}-\mathbf{I}}^l = j | \Omega_{k-1}^l, Z_k \right) \\ &= \frac{1}{K_3} \sum_{j=1}^U \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i, \mathbf{x}_{\mathbf{k}-\mathbf{I}}^l = j, \Omega_{k-1}^l, Z_k \right) \\ &= \frac{1}{K_3} \sum_{j=1}^U \Pr \left(z_k | \mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i, \mathbf{x}_{\mathbf{k}-\mathbf{I}}^l = j, \Omega_{k-1}^l, Z_{k-1} \right) \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i, \mathbf{x}_{\mathbf{k}-\mathbf{I}}^l = j, \Omega_{k-1}^l, Z_{k-1} \right) \\ &= \frac{1}{K_3} \sum_{j=1}^U \Pr \left(z_k | \mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i \right) \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i | \mathbf{x}_{\mathbf{k}-\mathbf{I}}^l = j, \Omega_{k-1}^l, Z_{k-1} \right) \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}-\mathbf{I}}^l = j, \Omega_{k-1}^l, Z_{k-1} \right) \\ &= \frac{1}{K_4} \Pr \left(z_k | \mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i \right) \sum_{j=1}^U \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i | \mathbf{x}_{\mathbf{k}-\mathbf{I}}^l = j \right) \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}-\mathbf{I}}^l = j | \Omega_{k-1}^l, Z_{k-1} \right) \\ &= \frac{1}{K_4} B(k, i) \sum_{j=1}^U \alpha_k^l(j) A(j, i) \end{aligned}$$

Avec $K_3 = \Pr \left(\Omega_{k-1}^l, Z_k \right)$ et $K_4 = \frac{K_3}{\Pr \left(\Omega_{k-1}^l, Z_{k-1} \right)}$ Or

$$\sum_{u=1}^U \tilde{\alpha}_k^l(u) = 1$$

Donc

$$K_4 = \sum_{u=1}^U B(k, u) \sum_{j=1}^U \alpha_k^l(j) A(j, u)$$

Soit

$$\tilde{\alpha}_k(i) = \frac{B(k, i) \sum_{j=1}^U \alpha_{k-1}^l(j) A(j, i)}{\sum_{u=1}^U B(k, u) \sum_{j=1}^U \alpha_{k-1}^l(j) A(j, u)} \quad \blacksquare$$

Théorème :

$$\tilde{\beta}_k(i) = \frac{\sum_{j=1}^U B(k+1, j) \beta_{k-1}^l(j) A(i, j)}{\sum_{u=1}^U \sum_{j=1}^U B(k+1, j) \alpha_{k-1}^l(j) A(u, j)}$$

Démonstration :

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}_k^l(i) &\triangleq \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i | \Omega_{k+1:K}^l, Z_{k+1:K} \right) \\ &= \frac{1}{K_5} \sum_{j=1}^U \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i, \mathbf{x}_{\mathbf{k}+\mathbf{I}}^l = j, \Omega_{k+1:K}^l, Z_{k+1:K} \right) \\ &= \frac{1}{K_5} \sum_{j=1}^U \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i | \mathbf{x}_{\mathbf{k}+\mathbf{I}}^l = j, \Omega_{k+1:K}^l, Z_{k+1:K} \right) \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}+\mathbf{I}}^l = j, \Omega_{k+1:K}^l, Z_{k+1:K} \right) \\ &= \frac{1}{K_5} \sum_{j=1}^U \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i | \mathbf{x}_{\mathbf{k}+\mathbf{I}}^l = j \right) \Pr \left(z_{k+1} | \mathbf{x}_{\mathbf{k}+\mathbf{I}}^l = j, \Omega_{k+1:K}^l, Z_{k+2:K} \right) \\ &\quad \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}+\mathbf{I}}^l = j, \Omega_{k+1:K}^l, Z_{k+2:K} \right) \\ &= \frac{1}{K_6} \sum_{j=1}^U \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}+\mathbf{I}}^l = j | \mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i \right) \Pr \left(z_{k+1} | \mathbf{x}_{\mathbf{k}+\mathbf{I}}^l = j \right) \Pr \left(\mathbf{x}_{\mathbf{k}+\mathbf{I}}^l = j | \Omega_{k+1:K}^l, Z_{k+2:K} \right) \\ &= \frac{1}{K_6} \sum_{j=1}^U A(i, j) B(k+1, j) \alpha_{k+1}^l(j) \end{aligned}$$

avec $K_5 = \Pr \left(\Omega_{k+1:K}^l, Z_{k+1:K} \right)$ et $K_6 = \frac{K_5}{\Pr \left(\Omega_{k+1:K}^l, Z_{k+2:K} \right)}$. Or pour que $\sum_{u=1}^U \tilde{\beta}_k^l(u) = 1$ on

a $K_6 = \sum_{u=1}^U \sum_{j=1}^U A(u, j) B(k+1, j) \alpha_{k+1}^l(j)$. Donc :

$$\tilde{\beta}_k(i) = \frac{\sum_{j=1}^U B(k+1, j)^U \beta_{k-1}^l(j) A(i, j)}{\sum_{u=1}^U \sum_{j=1}^U B(k+1, j) \alpha_{k-1}^l(j) A(u, j)} \quad \blacksquare$$

Pour cette démonstration, on a utilisé la propriété $\Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}+\mathbf{I}}^l = j | \mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i) = \Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i | \mathbf{x}_{\mathbf{k}+\mathbf{I}}^l = j)$. La démonstration de cette propriété est trivial en considérant que $\Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}+\mathbf{I}}^l = i) = \Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i) = \frac{1}{U}$.

Théorème :

$$q_k^{\alpha, l}(i) = \prod_{\substack{r=1 \\ r \neq l}}^L [1 - \tilde{\alpha}_k^l(i)]$$

Démonstration :

$$\begin{aligned} q_k^{\alpha, l}(i) &\triangleq \Pr(\omega_k^l | \mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i, \Omega_{k-1}^l, Z_k) \\ &= \Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^r \neq \mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l, \forall r \neq l | \mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i, \Omega_{k-1}^l, Z_k) \\ &= \prod_{\substack{r=1 \\ r \neq l}}^L \Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^r \neq \mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l | \mathbf{x}_{\mathbf{k}}^l = i, \Omega_{k-1}^l, Z_k) \\ &= \prod_{\substack{r=1 \\ r \neq l}}^L [1 - \Pr(\mathbf{x}_{\mathbf{k}}^r = i | \Omega_{k-1}^l, Z_k)] \\ &= \prod_{\substack{r=1 \\ r \neq l}}^L [1 - \tilde{\alpha}_k^l(i)] \quad \blacksquare \end{aligned}$$

De même on montre que

$$q_k^{\beta, l}(i) = \prod_{\substack{r=1 \\ r \neq l}}^L [1 - \tilde{\beta}_k^l(i)]$$

Bibliographie

- [1] S. Paris and C. Jauffret. Frequency Line Tracking Using HMM Based Algorithms. *IEEE Trans. on AES*, 39(2), April 2003. pp 439-449.
- [2] S. E.M O’Keefe T. A. Lampert. A Survey of Spectrogram Track Detection Algorithms. *Appl Acoust*, 2009.
- [3] L. Zhang C.R. Rao and L.C. Zao. Multiple Target Angle Tracking Using Sensor Array Outputs. *IEEE Trans. on AES*, 29, January 1993. pp. 268-271.
- [4] C. R. Sastry C.R. Rao and B. Zhou. Tracking The Direction Of Arrival Of Multiple Moving Targets. *IEEE Trans. on SP*, 42, May 1994. pp. 1133-1144.
- [5] P.C. Yip Y. Zhou and H. Leung. Tracking The Direction Of Arrival Of Multiple Moving Targets By Passive Array : Algorithm. *IEEE Trans. on SP*, 47, October 1999. pp. 2655-2666.
- [6] P.C. Yip Y. Zhou and H. Leung. Tracking The Direction Of Arrival Of Multiple Moving Targets By Passive Array : Asymptotic Performance Annalysis. *IEEE Trans. on SP*, 47, October 1999. pp. 2644-2654.
- [7] K.L. Bell R.E. Zarnichn and H.L Van Trees. A Unified Method for Measurement and Tracking of Contacts from an Array of Sensors. *IEEE Trans. on SP*, 49(12), December 2001. pp.2950-2961.
- [8] R.A. Mucci. A Comparaison of Efficient Beamforming Algorithms. *IEEE Trans. on ASSP*, 32(3), June 1984.
- [9] D.H Johnson and D.E. Dudgeon. *Array Signal Processing- Concepts and Techniques*. Prentice Hall Signal Processing Series, 1993.
- [10] R.L. Streit and R.F. Barrett. Frequency Line Tracking Using Hidden Markov Models. *IEEE Trans. on ASSP*, 38(4), April 1990. pp.586-598.
- [11] Sébastien Paris. *Extraction Automatique de Pistes Fréquentielles en Sonar Passif par Chaînes de Markov Cachées*. PhD thesis, Université du Sud Toulon Var, 2000.
- [12] R.E. Bethel and G.J. Paras. A PDF Multisensor Multitarget Tracker. *IEEE Trans. on AES*, 34(1), January 1998. pp.153-168.
- [13] X. Xie and R.J. Evans. Multiple Target Tracking and Multiple Frequency Line Tracking Using Hidden Markov Models. *IEEE Trans. on SP*, 39(12), December 1991. pp.2659-2676.

- [14] C. Jauffret and Y. Bar-Shalom. Target Motion Analysis in the Presence of False Alarms. *JASA*, 94(3), September 1993. pp.1372-1375.
- [15] J.H. Gross D.E. Grant and M.Z. Lawrence. Cross-Spectral Matrix Estimation Effect on Adaptative Beamforming. *JASA*, 98(1), July 1995. pp.517-524.
- [16] R.F. Barrett and D.A. Holdsworth. Frequency Tracking Using Hidden Markov Models with Amplitude and Phase Information. *IEEE Trans. on SP*, 41(10), October 1993. pp.2965-2976.
- [17] Mehmet Karan. *Frequency Tracking and Hidden Markov Models*. PhD thesis, Bilkent University, 1995.
- [18] Carine Hue. *Méthodes Séquentielles de Monte Carlo pour le Filtrage Non Linéaire Multi-Objets dans un Environnement Bruité. Applications au Pistage Multi-Cibles et à la Trajectographie d'Entités dans des Séquences d'Images 2D*. PhD thesis, Université de Rennes1, 2003.
- [19] Niclas Bergman. *Recursive Bayesian Estimation Navigation and Tracking Applications*. PhD thesis, Linköping Universitet, 1999.
- [20] F. Bonneton and C. Jauffret. Bearing Line Tracking and Bearing-Only Target Motion Analysis. *IEEE AES Conference*, March 2007. Montana.
- [21] L. R. Rabiner and B. H. Juang. An Introduction to Hidden Markov Models. *IEEE Trans. on ASSP*, January 1986. pp.4-16.
- [22] S. Sitbon and J.-M. Passerieux. New Efficient Target Tracking Based Upon Hidden Markov Model and Probabilistic Data Association. *Asilomar*, 1995.
- [23] Y. Bar-Shalom and T.E. Fortmann. *Tracking and Data Association*. Academic Press, Mathematics in Science and Engineering volume 179, 1988.
- [24] M.I. Miller and D.R. Fuhrmann. Maximum-Likelihood Narrow-Band Direction Finding and the EM Algorithm. *IEEE Trans. on ASSP*, 38(9), September 1990. pp. 1560-1575.
- [25] N. Ueda and R. Nakano. Deterministic Annealing EM Algorithm. *Neural Networks*, (11), 1998. pp. 271-282.
- [26] J.A. Nelder and R. Mead. A Simplex Method for Function Minimization. *Computer Journal*, 7, 1965. pp. 308-313.
- [27] A.G. Lindgren S.C. Nardone and K.F. Gong. Fundamental Properties and Performances of Conventional Bearing-Only Target Motion Analysis. *IEEE Trans. on AC*, 29, September 1984. pp.775-787.
- [28] D. Pillon and C. Jauffret. Observability in Passive Target Motion Analysis. *IEEE Trans. on AES*, 32(4), October 1996. pp. 1290-1300.
- [29] D. W. Marquardt. An algorithm for Least Squares Estimation of Non Linear Parameters. *J. SIAM*, 11, 1963. pp. 431-441.
- [30] K. Levenberg. A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares. *Quart. Appl. Math.*, 2, 1944. pp. 164-168.

- [31] Christophe De Luigi. *Estimation par Méthodes Temps-Fréquence Appliquée à des Signaux Intrapulses Radar*. PhD thesis, Université du Sud Toulon Var, 2000.
- [32] D. Laneuville and C. Jauffret. Recursive Bearings-only TMA via Unscented Kalman Filter : Cartesian vs. Modified Polar Coordinates. *IEEE AES Conference*, March 2008. Montana.
- [33] D. Laneuville. Bearings-only TMA on Manoeuvring Target : A Gaussian Mixture Approach. *IET Seminar on Target Tracking and Data Fusion*, April 2008. pp 127-136, Birmingham.
- [34] D. Pillon C. Jauffret and A.-C. Pignol. Bearings-Only Maneuvering Target Motion Analysis from a non Maneuvering Platform. *IEEE Trans. on AES*, en cours de publication.