HAL
open science

Rendu réaliste de matériaux complexes

Charles De Rousiers

To cite this version:

Charles De Rousiers. Rendu réaliste de matériaux complexes. Autre [cs.OH]. Université de Grenoble, 2011. Français. NNT : 2011GRENM055 . tel-00648850

HAL Id: tel-00648850

https://theses.hal.science/tel-00648850v1

Submitted on 6 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Mathématiques et Informatique**

Arrêté ministériel : 25 octobre 2011

Présentée par

Charles de Rousiers

Thèse dirigée par **Nicolas Holzschuch**

préparée au sein du **Laboratoire Jean Kuntzmann** et de **INRIA Grenoble**
dans l'**École Doctorale Mathématiques, Sciences et Technologies de l'Information, Informatique**

Rendu réaliste de matériaux complexes

Realistic rendering of complex materials

Thèse soutenue publiquement le **14 novembre 2011**,
devant le jury composé de :

Marie-Paule Cani
Professeur à l'université de Grenoble, Présidente

Christophe Schlick
Professeur à l'université de Bordeaux, Rapporteur

Michael Wimmer
Professeur à l'université de Vienne, Rapporteur

Jean-Michel Dischler
Professeur à l'université de Strasbourg, Examinateur

Sylvain Lefebvre
Chargé de recherche à INRIA Nancy, Examinateur

Nicolas Holzschuch
Directeur de recherche à INRIA Grenoble, Directeur de thèse

2

Résumé

Reproduire efficacement l'apparence réaliste des matériaux est un problème crucial pour la synthèse d'images réalistes dans les productions cinématographiques et les jeux vidéo. Outre le transport global de la lumière, le réalisme d'une image de synthèse passe par une modélisation physique du transport local, c'est-à-dire les interactions entre lumière et matière.

La modélisation de ces interactions a donné lieu à un grand nombre de modèles de réflectance. Nous proposons une classification de ces modèles en s'appuyant sur l'échelle utilisée pour abstraire les détails géométriques sous-jacents. À partir de cette classification, nous proposons :

1. un modèle de transmission pour les surfaces transparentes et rugueuses, tels que le verre dépoli. Son efficacité permet une utilisation au sein applications temps-réel,
2. une analyse et une modélisation du transport de la lumière dans les matériaux composés d'agrégats de particules,
3. une base alternative aux harmoniques sphériques pour représenter et illuminer efficacement les matériaux mesurés ayant une réflectance à basses fréquences.

Ces contributions permettent une abstraction efficace des interactions locales tout en conservant la reproduction de leurs effets réalistes.

Mots clés : *Matériau*, *Réflectance*, *Rendu réaliste*

4

Abstract

Reproducing efficiently the appearance of complex materials is a crucial problem in the synthesis of realistic images. These are used involved in the production of video games and movies. Apart from global light transport, the realism of a synthetic image is mostly due to the adequate representation of local light transport, *i.e.* the interactions between light and matter.

Modeling these interactions gives rise to a large variety of reflectance models. We therefore propose a classification of these models based on the scales of their abstract geometric details. We present the following contributions :

1. a transmitting reflectance model for transparent rough surfaces such a frosted glass. The efficiency of our model allows real-time performances,
2. a study and a model of energy propagation in material composed of dense packed discrete particles,
3. an alternative basis for representing and lighting efficiently measured materials having a low frequency reflectance.

Our contributions permit the abstraction of local interactions while keeping the realism of fully simulated local light transport models.

Keywords : *Materials*, *Reflectance*, *Realistic Rendering*.

6

Notations

Géométrie

n , n_x	Normale à la surface, normale au point x
x	Point
x_i , x_o	Point d'incidence, point de sortie
ω	Vecteur normalisé
$\vec{\omega}$	Vecteur non-normalisé
ω_i , ω_o	Direction d'incidence, direction de sortie
ω_h	*Half-vector*
ϕ,θ	Coordonnées sphériques d'un vecteur normalisé

Description d'un matériau

σ_a	Coefficient d'absorption d'un matériau
σ_s	Coefficient de *scattering* d'un matériau
σ_t	Coefficient d'atténuation d'un matériau ($\sigma_a + \sigma_s$)
ρ	Fonction de phase d'un matériau
l	*Mean free path*
η	Indice de refraction d'un milieu

Fonctions de *scattering*

f_s	BSDF (*Bidirectionnal Scattering Distribution Function*)
f_r	BRDF (*Bidirectionnal Reflectance Distribution Function*)
f_t	BTDF (*Bidirectionnal Transmittance Distribution Function*)
f_{ss}	BSSSDF (*Bidirectionnal Sub-Surface Scattering Distribution Function*)
f_{sr}	BSSRDF (*Bidirectionnal Sub-Surface Reflectance Distribution Function*)
f_{st}	BSSTDF (*Bidirectionnal Sub-Surface Transmittance Distribution Function*)

Opérateurs

$\cdot$	Produit scalaire
$\otimes$	Produit de convolution
$\mathcal{R}$	Opérateur de rotation
$\chi^+(a)$	Fonction caractéristique : retourne 1 si a est positif ou nul, 0 sinon

Radiométrie

λ	Longueur d'onde
Φ	Flux
L	Radiance
E	Irradiance

Domaine d'intégration

$\mathcal{A}$	Domaine surfacique
$\mathcal{S}^2$	Domaine sphérique
$\mathcal{H}^2_+$	Hémisphère supérieur
$\mathcal{H}^2_-$	Hémisphère inférieur

Fonctions

F	Fonction de Fresnel
D , γ	NDF (*Normal Distribution Function*)
G	Terme géométrique (*shadowing/masking*)
$Y_l^m(\omega)$	Fonction harmonique sphérique (l, m)
$Y_l^0(\omega)$	Fonction harmonique zonale l
$Z_l^k(\omega)$	Fonction harmonique zonale l tournée dans la direction ω_k

Table des matières

1 Introduction 13
1.1 Contexte 14
1.2 Motivations 15
1.3 Organisation 17
1.4 Rappels : transport et radiométrie 18
1.4.1 Optique physique et informatique graphique 18
1.4.2 Spectre visible 20
1.4.3 Radiométrie 21

ÉTAT DE L'ART 23

2 De la géométrie à la matière 25
2.1 Introduction 26
2.2 Interaction entre lumière et matière 26
2.2.1 Transferts radiatifs volumiques 26
2.2.2 Transferts radiatifs surfaciques 29
2.3 Échelles de détails : effets de la distance d'observation . . 31
2.4 Échelle microscopique 34
2.4.1 Interface d'un matériau et micro-détails 35
2.4.2 Approximation angulaire des micro-détails (*BSDF* : *BRDF* + *BTDF*) 38
2.4.3 Approximation angulaire et spatiale des micro-détails (*BSSSDF* : *BSSRDF* + *BSSTDF*) 46
2.5 Échelle mésoscopique 52
2.5.1 Méso-détails sans parallaxe 52
2.5.2 Méso-détails avec parallaxe 56
2.6 Échelle Macroscopique 61
2.6.1 Représentations surfaciques 62
2.6.2 Représentations volumiques 63
2.7 Continuité entre échelles 63
2.7.1 Sur-échantillonnage (*Super-sampling*) 63

2.7.2 Approches multi-modales 64
2.7.3 Approches unifiées 65
2.8 Conclusion 67

CONTRIBUTIONS 69

3 Modèle de réflectance pour matériaux transparents et rugueux 71
3.1 Introduction 72
3.1.1 Motivations 72
3.1.2 Transparence et translucidité 72
3.2 Travaux antérieurs 74
3.2.1 Réfractions en temps-réel 74
3.2.2 Modèles de *BTDF* 76
3.3 Théorie générale 76
3.3.1 Modèle de *BTDF* 77
3.3.2 Pré-calculs 79
3.3.3 Transport 80
3.3.4 Réflexion interne totale 82
3.3.5 Implémentation 84
3.3.6 Résultats 87
3.4 Rugosité variant spatialement 91
3.4.1 Motivations 91
3.4.2 Implémentation 94
3.4.3 Résultats 95
3.5 Illumination locale 96
3.5.1 Motivations 96
3.5.2 Implémentation 98
3.5.3 Résultats 99
3.6 Perception et discussion 99
3.7 Conclusions 100

4 Analyse de matériaux composés d'agrégats de particules 101
4.1 Introduction 102
4.1.1 Motivations 102
4.1.2 Transports indépendant et dépendant 103
4.1.3 Hypothèses sur le type de matériaux étudiés 106
4.2 Travaux relatifs 106
4.2.1 Transport indépendant 107
4.2.2 Transport dépendant 109
4.2.3 Mesures de matériaux discrets 109

4.3 Simulations du transfert radiatif dans des blocs de matériaux synthétiques **110**
4.3.1 Types de particules considérées 110
4.3.2 Simulation du transport radiatif 111
4.3.3 Mesures de l'énergie sortante 113
4.4 Analyse des résultats **113**
4.4.1 Single scattering 114
4.4.2 Multiple scattering 118
4.4.3 Modèle 121
4.5 Conclusions **126**

5 Outils mathématiques 129
5.1 Introduction **130**
5.1.1 Motivations 130
5.1.2 Rappels sur les harmoniques sphériques 131
5.2 Travaux antérieurs **134**
5.2.1 Décomposition en lobes 134
5.2.2 Opérateur de rotation 135
5.2.3 Opérateur de convolution et pré-intégration 136
5.3 Base de fonctions : harmoniques zonales tournées **136**
5.3.1 Décomposition / Projection 136
5.3.2 Opérateur de rotation 138
5.3.3 Filtrage et pré-convolution 139
5.4 Résultats **142**
5.4.1 Validation 142
5.4.2 Performances 143
5.4.3 Illumination de *BRDF*s complexes 144
5.5 Conclusion **146**

CONCLUSION 151

6 Conclusion et perspectives 153
6.1 Résumé des travaux **154**
6.2 Perspectives **155**

Bibliographie 171

CHAPITRE 1

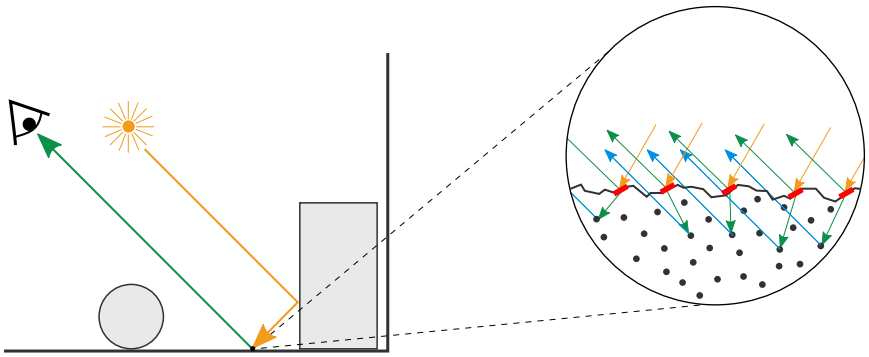
Introduction

1.1 Contexte **14**
1.2 Motivations **15**
1.3 Organisation **17**
1.4 Rappels : transport et radiométrie **18**
1.4.1 Optique physique et informatique graphique 18
1.4.2 Spectre visible 20
1.4.3 Radiométrie 21

1.1 Contexte

Les images de synthèse réalistes ont massivement été adoptées par les productions cinématographiques pour les effets spéciaux. De même, la recherche d'immersion dans les jeux vidéos conduit les productions actuelles vers davantage de réalisme. Ce réalisme nécessite la simulation des **interactions globales** de la lumière dans la scène (illumination globale) mais également la simulation des **interactions locales** à la surface des objets. Ces interactions locales sont primordiales car elles gouvernent le réalisme des surfaces : c'est-à-dire, l'apparence des matériaux.

La création d'images de synthèse implique de calculer la quantité d'énergie renvoyée par la scène au travers de chaque pixel, voir figure 1.1. La projection d'un pixel dans une scène donne lieu à une intégration spatiale à la surface des objets. Les interactions locales résultent des phénomènes sous-jacents à cette intégration sous pixelique. Ces interactions sont en général complexes, dues aux variations de géométries et de réflectance dans cette zone.



(a) Interactions globales (b) Interactions locales

Figure 1.1 : Illustration de la différence entre transport global (a) et transport local (b). Les interactions globales s'intéressent aux échanges d'énergie entre les différents objets de la scène. Les interactions locales s'intéressent aux échanges d'énergie entre lumière et matière.

La génération d'images de synthèse serait impossible si tous ces échanges d'énergie étaient simulés : l'intégration numérique de ces interactions nécessiterait des jours de calculs pour une simple image [ZWMB11]. Le caractère local de ces interactions lumière / matière est exploité afin d'isoler et d'abstraire le transport local [1].

Le principal challenge du rendu réaliste, en informatique graphique, est de réduire le temps de génération des images de synthèse, tout en conservant leur réalisme.

1. Des approches similaires ont été explorées au niveau du transport global, comme par exemple avec les *PRT*s (Precomputed Radiance Transfer) [SKS02].

Cette contrainte de temps est valable aussi bien pour la génération d'images dites *offline* que temps-réel : les coûts de création d'une image en production sont en partie liés à son temps de rendu ; pour les applications temps-réel la sauvegarde de quelques millisecondes est un gain considérable car elle permet d'exploiter le temps libéré pour d'autres opérations.

Cette thèse s'intéresse à la complexité de ces échanges locaux, en cherchant à comprendre et représenter efficacement ces interactions.

1.2 Motivations

On observe différents phénomènes de réflectance suivant la structure des détails géométriques sous-jacents à la zone d'intégration (voir figure 1.2) :

- réflexion (diffuse, glossy, spéculaire),
- transmission (glossy, spéculaire),
- rétro-réflexion,
- dispersion, diffraction,
- propagation sous surfacique,
- ...

L'échelle des détails géométriques (macro/méso/microscopique) influence fortement l'apparence locale (voir figure 1.2).

> **Définition**
> Une fonction de réflectance modélise les phénomènes résultants de l'interaction locale entre lumière et matière, c'est-à-dire la réponse du matériau sous l'effet d'une impulsion lumineuse. Cette abstraction permet de réduire le coût d'évaluation et de réduire les temps de calculs.

Les modèles de réflectance se focalisent généralement sur un type de phénomène, et ne permettent pas de reproduire toute la gamme d'effets observables sur un matériau réel. Cette spécialisation a conduit au développement de nombreux modèles de matériaux capables de reproduire certains types d'apparences.

Notre analyse du domaine nous a permis d'identifier quatre points nécessitant une investigation approfondie :

1. Une classification des différents modèles existants est intéressante afin de déterminer les types de réflectance représentables. Nous proposons ainsi un état de l'art des principaux modèles de réflectance en classant ces derniers par échelle de détails géométriques. Cet aspect est important car il permet d'abstraire au mieux les interactions lumineuses et donc de réduire intelligemment les coût de calculs. Ce sera l'objet du chapitre 2.

Figure 1.2 : Exemples de différents types d'apparence observables. De haut en bas, de gauche à droite : asphalte, feuille d'aluminium, verre dépoli, feuillage, fourrure d'animal, sable, neige, peau humaine, velours, ruban décoratif, surface métallique.

❷ La modélisation physique de ces interactions conduit généralement à des formulations complexes. L'évaluation de ces modèles est souvent trop coûteuse pour des applications temps-réel comme les jeux-vidéo. Une représentation simplifiée qui conserve le réalisme des effets semble importante pour ce type

d'application. En particulier, les modèles de transmission pour les surfaces rugueuses sont coûteux à évaluer. Nous proposons une approximation de ce modèle permettant de rendre ce type de matériau en temps réel. Ce sera l'objet du chapitre 3.

3. La modélisation des interactions physiques par les modèles de réflectance ne permet pas toujours de reproduire tous les effets observables sur les surfaces réelles. Ceci est généralement dû aux hypothèses du modèle ou à son inadaptation. L'utilisation de données de réflectance acquises à partir d'un matériau [2], permet de capturer tous ces effets. Les bases de représentation de ces données ne sont pas toujours adaptées au rendu temps réel. La recherche de bases compatibles avec cette contrainte temps-réel est intéressante. Nous proposons ainsi une base alternative pour représenter les fonctions de réflectance à basses fréquences et rendre ces matériaux mesurés en temps-réel. Ce sera l'objet du chapitre 5.

4. Enfin, les interactions lumineuses dans certains types de matériaux n'ont jamais été étudiées. En particulier les matériaux composés d'agrégats de particules [3] ne possèdent pas de modèle de réflectance décrivant les interactions lumière / matière. Nous proposons une analyse du transport dans ce type de matériaux ainsi qu'un modèle de réflectance adapté. Ce sera l'objet du chapitre 4.

1.3 Organisation

La suite de ce manuscrit propose une étude approfondie des matériaux. La partie I présente un état de l'art des modèles de matériaux utilisés en informatique graphique, et montre leur continuité au travers des échelles.

La partie II présente nos contributions : le chapitre 3 propose un modèle de transmission pour les surfaces rugueuses comme les verres dépolis ; le chapitre 4 s'intéresse ensuite à un modèle pour les matériaux complexes composées d'agrégats de particules ; enfin le chapitre 5 développe une base de fonctions dérivée des harmoniques sphériques, permettant entre autre un rendu efficace des matériaux mesurés.

En conclusion, la partie III résume et ouvre des pistes pour la poursuite de ces travaux.

2. Ces mesures de matériaux sont possibles grâce aux avancées considérables faites en physique et en informatique graphique [MMS+04, WMLT07, DJ07, DWL+09]

3. Ce type de médium n'est pas compatible avec les hypothèses du transport radiatif traditionnel utilisé dans milieux continus et milieux participatifs.

> **Remarque**
> Dans le cadre de ce manuscrit, nous avons pris le parti d'utiliser les termes anglais pour décrire les aspects clés du domaine, évitant ainsi les traductions hasardeuses. Il nous semble plus aisé pour le lecteur de lire les termes anglais, couramment employés dans la bibliographie, facilitant ainsi leur transposition.

1.4 Rappels : transport et radiométrie

Nous rappelons brièvement les différentes modélisations de la lumière en physique et la manière dont celles-ci sont utilisées en informatique graphique. Nous rappelons également les notions de radiométrie qui décrivent les quantités d'énergie.

1.4.1 Optique physique et informatique graphique

La lumière est une notion difficile à définir. Deux représentations sont utilisées en physique pour caractériser la lumière :

- **Radiation électromagnétique** : est une représentation des phénomènes de rayonnements électromagnétiques. Elle est constituée d'un champ électrique et d'un champ magnétique qui sont tous deux perpendiculaires. Comme toute onde, elle peut être décrite à l'aide d'un spectre de fréquences caractérisant les longueurs d'ondes qui la constituent.
- **Photon** : est une particule composant les ondes électromagnétiques. Il est considéré comme un paquet élémentaire d'énergie qui est échangé lors de l'absorption ou de l'émission de la lumière par la matière.

En s'appuyant sur ces représentations de la lumière, trois grandes théories ont développées durant ces derniers siècles. Ces théories peuvent se résumer ainsi :

1. **Optique géométrique** : L'optique géométrique est la plus ancienne et la plus simple des trois théories. Elle repose sur la notion théorique de rayons lumineux qui matérialisent les directions de propagation d'une onde électromagnétique. Elle ne considère que la direction de propagation de l'énergie de l'onde lumineuse sans se préoccuper de sa nature ondulatoire. Cette théorie se base sur trois principes fondamentaux :
   - la propagation rectiligne de la lumière dans un milieu transparent et isotrope,
   - le retour inverse de la lumière : "*je vois qui voit mon œil*",
   - la déviation de la lumière, lorsqu'un rayon lumineux rencontre un dioptre [4], suit la loi de Snell-Descartes. Cette déviation est une conséquence du principe de Fermat : la lumière emprunte le plus court chemin.

4. Un dioptre est une surface de séparation entre deux milieux transparents

Des phénomènes ondulatoires apparaissent lorsque la distance entre deux interactions est inférieure aux longueurs d'onde incidentes $\lambda << d$. Ces phénomènes empêchent l'utilisation de l'optique géométrique aux petites échelles.

2. **Optique ondulatoire :** Cette théorie explique la propagation de la lumière à l'aide d'ondes formées par un champ électromagnétique se propageant perpendiculairement à lui même. Cette théorie est apparue au 19ème siècle avec l'expérience des fentes d'Young, et fut principalement développée par Maxwell. Cette formulation de la lumière permet d'expliquer entre autre les trois phénomènes suivants :
   - *interférences* : lorsque deux ondes de même type se rencontrent, elles interfèrent l'une avec l'autre, comme le montre la figure 1.3 ;
   - *diffraction* : est le résultat d'ondes interférant après être entrées en contact avec une surface.
   - *polarisation* : du fait de leur nature vectorielle, les ondes lumineuses peuvent être orientées d'une manière particulière. Naturellement la lumière n'est pas polarisée de façon directionnelle, mais peut le devenir après une réflexion ou en passant à travers un polariseur.

3. **Optique quantique :** L'optique quantique est issue de la mécanique quantique. Elle est apparue au cours du 20ème siècle avec Einstein et Bohr. Elle réunit les théories ondulatoire et géométrique en représentant la lumière sous forme de photons. Ces derniers sont considérés comme :
   - des corpuscules dans leurs interactions avec la matière,
   - des ondes dans leur propagation.

   L'analyse des effets de la lumière se fait en déterminant la présence de photons de façon probabiliste.

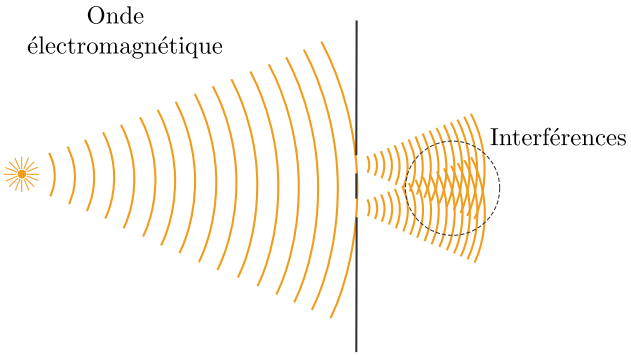


Figure 1.3 : Illustration du phénomène d'interférence. Lorsqu'une onde électromagnétique traverse une surface perforée, les ondes sortantes se recouvrent et créées des interférences (fentes d'Young).

En informatique graphique, le transport globale utilise l'optique géométrique par souci de simplicité. Sous cette forme, il permet une grande richesse des effets. Il existe quelques cas particuliers où l'approche ondulatoire est utilisée [GS04]. Il en va de même pour le transport local où les modèles se basent généralement sur l'optique géométrique. L'utilisation de l'optique ondulatoire est toutefois plus courante : la taille des détails, souvent proches des longueurs d'onde incidentes, provoque des effets subtiles de diffraction. D'autres effets, dus à la polarisation, sont importants visuellement.

1.4.2 Spectre visible

Toute source lumineuse émet des ondes électromagnétiques selon un spectre donné. Par exemple le soleil émet sur une large gamme de longueurs d'onde, voir figure 1.5a. À l'opposé, une lampe équipée d'une ampoule LED émet sur un spectre plus restreint, voir figure 1.5b.

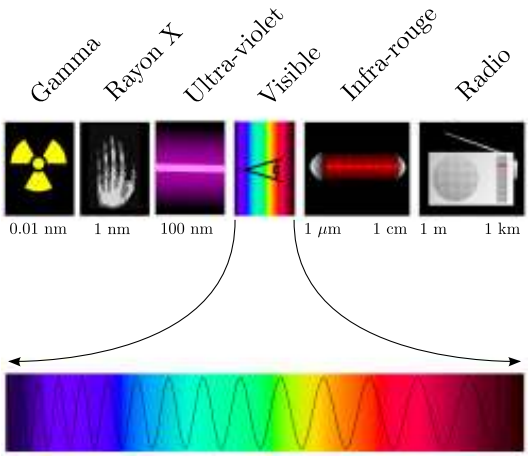


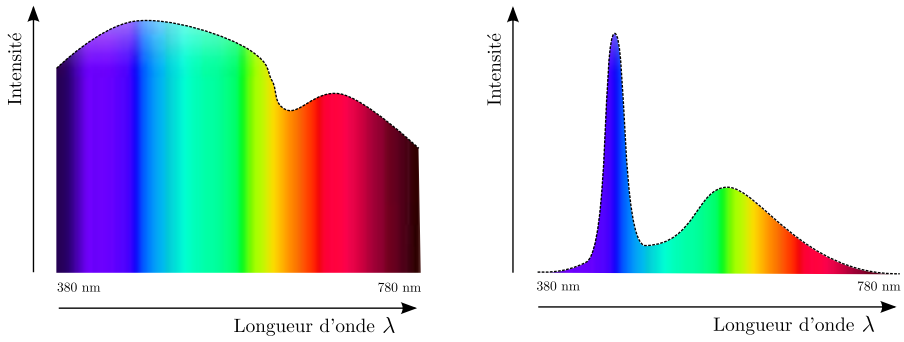
Figure 1.4 : Classification des longueurs d'onde. Les longueurs d'onde visibles sont restreintes alors de 380 nm à 780nm.

Lors d'interactions avec la matière, ce spectre est modifié en fonction des propriétés du matériau. La matière absorbe une partie du spectre et réfléchit/transmet le reste [5].

La physionomie de l'œil humain ne permet de voir qu'une infime partie des ondes électromagnétiques nous entourant. En effet, l'œil ne discerne que les longueurs d'onde comprises entre 370*nm* et 730*nm* et les interprète par des couleurs allant respectivement du violet au rouge en passant par le bleu, le vert puis le jaune (voir

5. Les matériaux fluorescents transfèrent une partie de l'énergie du spectre non visible au spectre visible.

figure 1.4).



(a) Soleil (b) Lampe LED

Figure 1.5 : Exemples de spectres de sources lumineuses : spectre du soleil observable au niveau de la mer (a), spectre d'une lampe équipée d'une ampoule LED. Le spectre du soleil est relativement uniforme sur les longueurs d'onde visibles. En revanche le spectre d'une ampoule LED présente un pic marqué sur les longueurs d'onde proche du bleu.

Remarque

La rétine humaine contient deux types de cellules réceptrices :

1. les **bâtonnets** permettent de capturer la *luminance*, c'est-à-dire la quantité globale d'énergie arrivant dans l'œil,
2. les **cônes** permettent de capturer la *chrominance*. Il existe trois types de cônes, chacun sensible à des longueurs d'onde différentes.

Cette physionomie de l'œil rend possible la représentation de ces couleurs par un simple triplet de valeurs d'après la théorie du *tri-stimulus*.

1.4.3 Radiométrie

La radiométrie définit les quantités élémentaires permettant d'expliquer les échanges d'énergie. Nous les utiliserons tout au long des chapitres suivants.

– **Flux radiant / puissance** Ω : énergie totale passant à travers une surface ou une région de l'espace par unité de temps. La puissance est exprimée en $joule/s$ ou plus couramment en *watt*. L'émission d'une source lumineuse est en général exprimée en terme de flux.

– **Radiance** L : densité de flux par unité de surface projetée et par unité d'angle solide. Elle est mesurée en $watt/m^2/sr^2$. Il s'agit de la quantité la plus utilisée en informatique graphique.

$$L(p,\omega) = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\omega\,\mathrm{d}A^{\perp}} \tag{1.1}$$

Le flux est obtenu en intégrant la radiance en angle et en espace :

$$\Phi = \int_A \int_{S^2} L(p,\omega)\,\lfloor n(x)\cdot\omega\rfloor\,\mathrm{d}\omega\,\mathrm{d}A \tag{1.2}$$

– **Irradiance** E : densité surfacique du flux qui arrive sur cette surface. L'irradiance est mesurée en $watt/m^2$.

$$E(p) = \int_{S^2} L(p,\omega)\,\lfloor n(x)\cdot\omega\rfloor\,\mathrm{d}\omega \tag{1.3}$$

– **Radiosité** M : densité surfacique du flux quittant la surface. Tout comme l'irradiance, la radiosité est mesurée en $watt/m^2$. Par abus de langage, le terme irradiance est souvent utilisé pour désigner la radiosité.

– **Intensité** I : densité angulaire du flux quittant un point. Elle est mesurée en $watt/sr$. L'intensité n'est utilisée que pour les sources ponctuelles due fait de sa description angulaire.

$$I(\omega) = \int_A L(p,\omega)\,\mathrm{d}A \tag{1.4}$$

État de l'art

PARTIE

PARTIE
État de l'art

CHAPITRE 2

De la géométrie à la matière

2.1 Introduction **26**

2.2 Interaction entre lumière et matière **26**

2.2.1 Transferts radiatifs volumiques 26

2.2.2 Transferts radiatifs surfaciques 29

2.3 Échelles de détails : effets de la distance d'observation **31**

2.4 Échelle microscopique **34**

2.4.1 Interface d'un matériau et micro-détails . . 35

2.4.2 Approximation angulaire des micro-détails (*BSDF* : *BRDF* + *BTDF*) 38

2.4.3 Approximation angulaire et spatiale des micro-détails (*BSSSDF* : *BSSRDF* + *BSSTDF*) . . 46

2.5 Échelle mésoscopique **52**

2.5.1 Méso-détails sans parallaxe 52

2.5.2 Méso-détails avec parallaxe 56

2.6 Échelle Macroscopique **61**

2.6.1 Représentations surfaciques 62

2.6.2 Représentations volumiques 63

2.7 Continuité entre échelles **63**

2.7.1 Sur-échantillonnage (*Super-sampling*) . . . 63

2.7.2 Approches multi-modales 64

2.7.3 Approches unifiées 65

2.8 Conclusion **67**

2.1 Introduction

L'apparence d'un objet est produite par les interactions entre lumière et matière. Ces interactions produisent des effets variés et complexes dépendants de la structure de la matière et du niveau d'échelle d'observation. Les micro-détails, non perceptibles à l'œil nu, influencent la quantité de lumière réfléchie/transmise.

L'obtention d'apparence réaliste est un point critique pour le rendu *photo-réaliste* en informatique graphique. Les interactions entre lumière et matière sont coûteuses à simuler numériquement, et sont donc abstraites sous la forme de modèles de réflectance. La classification des modèles existants est difficile en raison de leur grand nombre et de leur recouvrement.

Contributions

Au travers de cet état de l'art, nous proposons une classification de ces modèles, en se focalisant sur la notion d'*échelle de détails* et en rappelant les interactions physiques sous-jacentes. Cet état de l'art a pour objectif de répondre aux questions suivantes :

- Que définit-on par la notion de *matériau* ?
- Quelles sont les façons de représenter les matériaux ?
- Quelles sont les échelles de détails couvertes par ces modèles ?
- Comment sont réalisées les transitions entre ces modèles ?
- Quelles sont les méthodes d'évaluation efficaces de ces modèles ?

2.2 Interaction entre lumière et matière

2.2.1 Transferts radiatifs volumiques

Les échanges d'énergie au niveau d'un matériau sont régis par la théorie des *transferts radiatifs* [Cha60, JAM+10]. Cette théorie permet de déterminer, suivant les propriétés d'un matériau et l'énergie incidente, la quantité d'énergie renvoyée et sa répartition. Un matériau est conceptualisé comme un ensemble de particules dont la forme, la densité et les propriétés de réflexion influent la façon dont se propage l'énergie incidente.

Cette dernière est absorbée ou déviée par les particules rencontrées sur son passage. La forme et la densité de ces particules jouent un rôle prépondérant sur la propagation de la radiance incidente. La structuration de ces particules est décrite au travers de trois quantités :

1. **Coefficient d'absorption** $\sigma_a(x)$: représente l'atténuation subit par la radiance incidente lorsqu'elle rencontre une particule sur sa trajectoire.

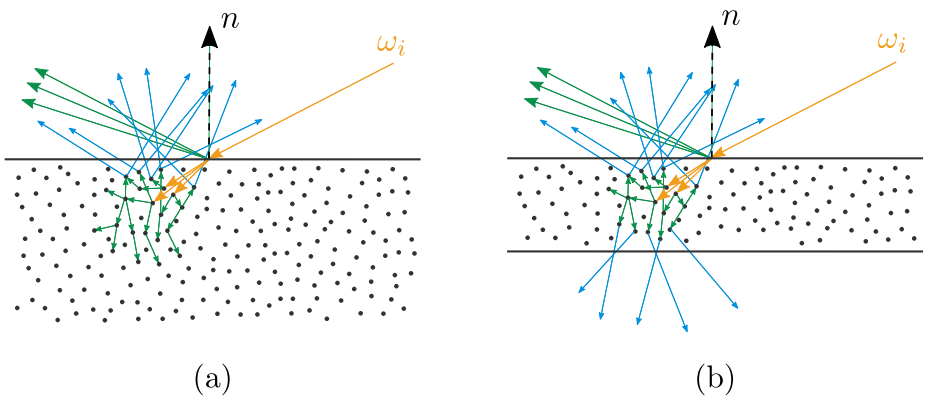


Figure 2.1 : Ensemble des échanges d'énergie se produisant lorsque un faisceau incident heurte une surface. Une partie de l'énergie est renvoyée directement par la surface. Le reste se propage au sein du matériau et ressort dans le voisinage du point incident. Lorsque la paroi est épaisse l'énergie transmise est totalement absorbée : aucun photon ne traverse la paroi (a). Lorsque la paroi est fine, une partie de l'énergie est transmise et ressort sur la face opposée (b).

2. **Coefficient de *scattering*** $\sigma_s(x)$: représente la quantité de radiance réfléchie lorsque la radiance incidente lors de sa propagation dans le matériau.
3. **Fonction de phase** $f_\rho(x, \omega, \omega')$: décrit la quantité de radiance réfléchie dans la direction ω' lorsqu'un photon frappe une particule au point x avec une direction incidente ω.

Interprétation

Les coefficients d'absorption et de scattering modifient profondément l'apparence d'un matériau (voir figure 2.2) :

- plus le coefficient d'absorption est grand, moins la lumière pénètre au sein du matériau,
- plus le coefficient de *scattering* est important, plus la lumière diffusée à l'intérieur du matériau.

La somme de ces coefficients décrit l'atténuation de la lumière pénétrant dans le matériau. C'est le coefficient d'atténuation σ_t :

$$\sigma_t(x) = \sigma_a(x) + \sigma_s(x) \tag{2.1}$$

La propagation d'un photon dépend de cette atténuation. La distance moyenne parcourue par un photon entre deux interactions est appelée *mean free path* (*mfp*) et

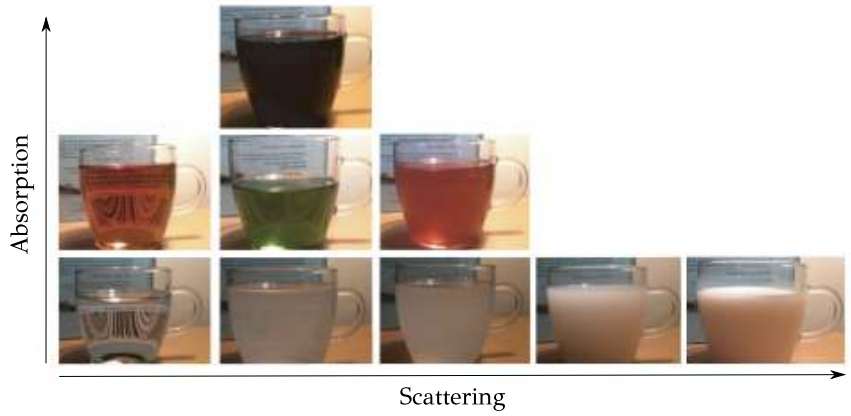


Figure 2.2 : Exemple de matériaux présentant des phénomènes de *scattering*. L'apparence de ces matériaux est gouvernée par leur coefficients d'absorption σ_a et de *scattering* σ_s. Plus l'absorption est importante moins l'énergie se propage dans le matériau. Plus le coefficient de *scattering* est important, plus l'énergie *rebondit* au sein du matériau (image originale de Naty Hoffman).

se définit comme l'inverse de l'atténuation $l = \frac{1}{\sigma_t}$

À l'aide de ces coefficients, la propagation de l'énergie dans un matériau est décrite par l'équation intégro-différentielle introduite par Chandrasekhar [Cha60] :

$$\begin{aligned}(\omega \cdot \nabla)L(x,\omega) &= \sigma_t(x)L_e(x,\omega) - \sigma_t(x)L(x,\omega) + \\ &\quad \frac{\sigma_s(x)}{4\pi}\int_{\mathcal{S}^2} f_\rho(x,\omega\cdot\omega')\, L(x,\omega')\, \mathrm{d}\omega' \end{aligned} \tag{2.2}$$

Cette équation traduit l'atténuation de la lumière pour une petite variation du point x dans la direction ω. Les matériaux, dont la structure des particules présentent des directions privilégiées, sont dits anisotropes. Cette structuration rend la fonction de phase dépendante de l'angle d'incidence [JAM+10]. Pour ces matériaux, l'équation 2.2 se généralise de la manière suivante :

$$\begin{aligned}(\omega \cdot \nabla)L(x,\omega) &= \sigma_t(x,\omega)L_e(x,\omega) - \sigma_t(x,\omega)L(x,\omega) + \\ &\quad \frac{\sigma_s(x,\omega)}{4\pi}\int_{\mathcal{S}^2} f_\rho(x,\omega,\omega')\, L(x,\omega')\, \mathrm{d}\omega' \end{aligned} \tag{2.3}$$

À l'aide des conditions de bords, définies par la radiance incidente à la surface de l'objet, cette équation prédit la manière dont l'énergie se propage dans un matériau.

L'interface entre le milieu extérieur et la matériau conditionne la quantité et la distribution d'énergie propagée au sein du matériau. La rugosité et la réflectance de cette interface sont les deux principaux facteurs influençant la transmission d'énergie dans le matériau.

2.2.2 Transferts radiatifs surfaciques

Une modélisation de la réponse surfacique en fonction des condition de bords permet de s'affranchir de l'intégration numérique des équations 2.2 et 2.3 pour évaluer le transport d'énergie dans le volume. Catégorisées sous le terme de *searchlight problem*, ces modélisations s'intéressent à la réponse surfacique de la propagation d'énergie au sein d'un bloc de matériau d'épaisseur donnée, voir figure 4.4.

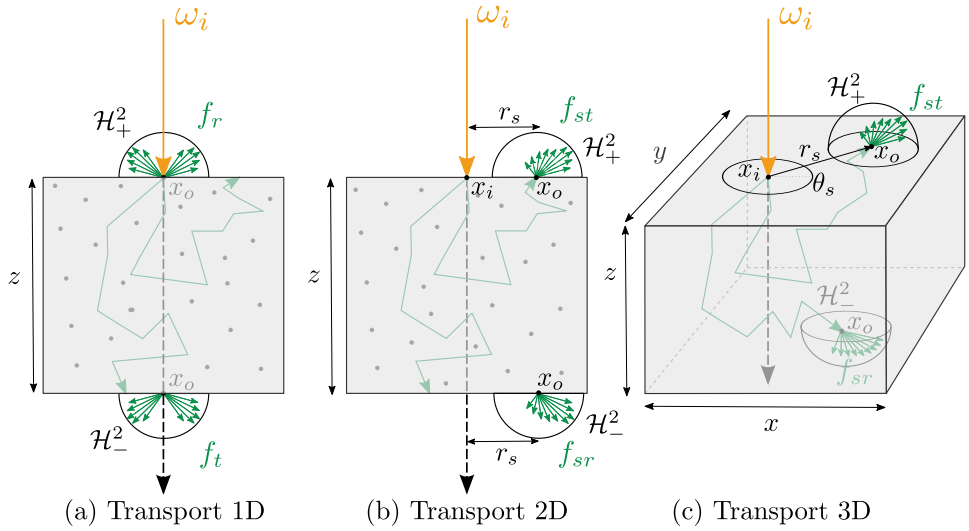


Figure 2.3 : Illustration du transport (a) 1D, (b) 2D, et (c) 3D. La réponse du transport 1D est uniforme sur la surface supérieure du bloc. Le transport 2D tient compte les variations en fonction de la distance r_s au point incident. Le transport 3D tient compte à la fois de la distance r_s au point incident mais également de l'angle θ_s relatif à ce dernier, permettant de prendre compte de l'angle d'incidence.

On distinguent trois types de transport :

1. **Transport 1D** : les échanges d'énergie se produisent uniquement dans la dimension verticale z ; les effets surfacique (x et y) sont considérés comme uniformes (voir figure 4.4a). De ce fait, la réponse surfacique est uniquement angulaire.
2. **Transport 2D** : les échanges lumineux se produisent en profondeur mais varient également en fonction de la distance au point incident, voir figure 4.4b. La réponse surfacique varie angulairement et spatialement mais

suppose une symétrie radiale autour du point d'incidence, empêchant la prise en compte de l'angle d'incidence.

3. **Transport 3D** : les échanges lumineux sont complètement modélisés, et prennent en compte l'angle d'incidence et de la position $(x_o,y_o) = (r_s,\theta_s)$ de sortie, voir figure 4.4c.

Les transports radiatifs surfaciques sont alors gouvernés, par l'équation de rendu [Kaj86] étendue à l'ensemble de la surface d'incidence $\mathcal{A}$. Cette équation exprime la radiance sortante au point x_o en fonction de la radiance incidente au point x_i à l'aide d'une fonction *scattering* f :

$$L(x_o, \omega_o) = L_e(x_o, \omega_o) + \int_{\mathcal{A}} \int_{\mathcal{S}^2} f(x_o, \omega_o, x_i, \omega_i)\, L(x_i, \omega_i)\, |n_{x_i} \cdot \omega_i|\, \mathrm{d}\omega_i\, \mathrm{d}x_i \quad (2.4)$$

Transport 1D : considérant uniquement les variations angulaires, le transport 1D est modélisé au travers d'une fonction de *scattering* f_s appelée *BSDF* (*Bidirectionnal Scattering Distribution Function*), voir figure 4.4a. Cette fonction, sans unité, décrit pour une direction incidente ω_i et une direction de sortie ω_o, la fraction d'irradiance réfléchie au point x_o. Il s'agit donc d'une fonction à quatre dimensions : deux pour la direction d'entrée, deux pour la direction de sortie. Ces directions sont prises sur la sphère unitaire $\mathcal{S}^2$.

$$f_s(x_o, \omega_o, \omega_i) = \frac{\mathrm{d}L(x_o, \omega_o)}{\mathrm{d}E(x_o, \omega_i)} \quad (2.5)$$

Elle se décompose en deux parties : une *BRDF* f_r (*Bidirectionnal Reflectance Distribution Function*) et une *BTDF* f_t (*Bidirectionnal Transmittance Distribution Function*). La première modélise les effets de réflexion du spectre incident sur l'hémisphère supérieur $\mathcal{H}^2_+$. La seconde modélise les effets de transmission du spectre incident sur l'hémisphère inférieur $\mathcal{H}^2_-$.

$$f_s(x_o, \omega_o, \omega_i) = f_r(x_o, \omega_o, \omega_i) + f_t(x_o, \omega_o, \omega_i) \quad (2.6)$$

Cette modélisation étant ponctuelle, l'intégral spatiale de l'équation 2.4 est supprimée donnant lieu à une unique intégrale sur la sphère $\mathcal{S}^{2^2}$.

Transport 2D et 3D : considérant à la fois les variations spatiales et angulaires, ces transports sont modélisés à l'aide d'une *BSSSDF* f_{ss} (*Bidirectionnal Sub-Surface Scattering Distribution Function*) [NRH+92] (voir figure 4.4b et c).

$$f_{sr}(x_o, \omega_o, x_i, \omega_i) = \frac{\mathrm{d}L(x_o, \omega_o)}{\mathrm{d}E(x_i, \omega_i)} \quad (2.7)$$

Tout comme une *BSDF*, elle se décompose en deux sous-fonctions : une *BSSRDF* f_{sr} (*Bidirectionnal Sub-Surface Reflectance Distribution Function*) pour l'hémisphère supérieur $\mathcal{H}^2_+$ et une *BSSTDF* f_{st} (*Bidirectionnal Sub-Surface Transmittance Distribution Function*) pour l'hémisphère inférieur :

$$f_{ss}(x_o, \omega_o, x_i, \omega_i) = f_{sr}(x_o, \omega_o, x_i, \omega_i) + f_{st}(x_o, \omega_o, x_i, \omega_i) \tag{2.8}$$

Ces fonctions prennent en compte les événements de *scattering* se produisant sous la surface et se diffusant autour des points d'incidence x_i. Les huit dimensions de ces fonctions prennent à la fois en compte la position x_i et la direction ω_i d'entrée, mais également la position x_o et la direction ω_o du point de sortie. Dans le cadre de matériaux isotropes et homogènes, ces fonctions se réduisent à cinq dimensions. On ne considère que la distance relative entre les points x_o et x_i et l'angle relatif entre ϕ_i et la direction $x_o - x_i$.

$$f_{sr}(x_o, \omega_o, x_i, \omega_i) = \frac{\mathrm{d}L(x_o, \omega_o)}{\mathrm{d}E(x_i, \omega_i)} \tag{2.9}$$

Il est à noter que ces fonctions dépendent de l'épaisseur du bloc de matériau. L'hypothèse d'un bloc d'épaisseur finie permet de modéliser des échanges d'énergie de façon plus juste sur les objets ayant des parois fines.

Hétérogénéité
Les coefficients d'absorption et de *scattering*, voir équations 2.2 et 2.3, ainsi que la fonction de phase peuvent changer en tout point x du volume. Dans ce cas le matériau est dit *hétérogène*. Nous faisons abstraction de ces variations dans la suite de cet état de l'art.

Pour davantage de détails, nous invitons le lecteur à se référer aux ouvrages du domaine [Cha60, AMHH08, PH10, Hof10].

2.3 Échelles de détails : effets de la distance d'observation

À l'instar des propriétés de *scattering* et d'absorption d'un matériau, la densité de particules sous-jacente au pixel influence directement l'apparence du matériau. Cette densité est à relier au ***mfp perçu*** par l'observateur situé à une certaine distance. Plus l'observateur est distant, plus ce *mfp perçu* diminue, rendant la propagation sous surfacique moins importante voir ponctuelle (figure 2.4) : *l'apparence d'un matériau dépend de la distance d'observation*.

(a) (b) (c)

Figure 2.4 : Influence du ***mean free path*** (*mfp*) sur le rendu d'un objet. Lorsque le *mfp* est faible et que le coefficient de *scattering* du matériau est important, la diffusion sous-surfacique est contenue dans une petite zone (a). Lorsque le *mfp* augmente, (b) et (c), la probabilité qu'un photon heurte une particule diminue pour une distance donnée. Les photons traversent alors de plus grandes distances, rendant le matériau de plus en plus translucide (images rendues avec LuxRender).

Les détails géométriques, situés à l'interface d'un objet, sont aussi dépendants de la distance d'observation. En examinant une surface à la loupe ou au microscope, on observe de nombreuses variations géométriques distinctes. En s'éloignant, ces variations géométriques peuvent masquer certaines parties : les parties cachées du point de vue de la lumière créent des *ombres* ; les parties cachées du point de vue d'observation créent des effets de *parallaxe*.

Définition
La **parallaxe** correspond aux changements visuels de la géométriques produit par le changement de position de l'observateur.

Ces deux aspects modifient l'apparence de la surface. Lorsque l'observateur est suffisamment loin, ces détails géométriques deviennent indiscernables mais continuent à modifier l'apparence de l'objet. À ce niveau d'échelle, le coût d'évaluation de la radiance réfléchie devient prohibitif car elle nécessiterait un sur-échantillonnage dense [ZWMB11]. Un nouvelle *fonction de réflectance* est utilisée afin d'abstraire la complexité de la géométrie sous-jacente, indistinguable pour de telles distances d'observation.

Suivant les échelles, ces détails géométriques ont un effet direct sur l'apparence. Prenons le rendu d'une prairie. En se plaçant au raz du sol, chaque brin d'herbe

est observable individuellement et possède une apparence propre. C'est l'échelle *macroscopique* (figure 2.5a). En se plaçant à présent à quelques mètres au dessus du sol, les brins d'herbes, encore dissociables, confèrent à la prairie une apparence de fourrure sensiblement différente de l'apparence des brins d'herbe qui la constituent. C'est l'échelle *mésoscopique* (figure 2.5b). En s'éloignant à nouveau, la prairie devient une surface plane de couleur unie dont l'apparence change en fonction de l'angle d'observation. C'est l'échelle *microscopique* (figure 2.5c). À ces trois niveaux, la fonction de réflectance a évolué en intégrant petit à petit les détails géométriques.

(a) Macro (b) Méso (c) Micro

Figure 2.5 : Illustration de la notion d'échelle. (a) Échelle macroscopique : la géométrie de chaque brin d'herbe est précise et clairement distinguable. (b) Échelle mésoscopique : Les brins d'herbe sont distinguables mais présents en grand nombre. Leur proximité influence leur apparence. (c) Échelle microscopique : les brins d'herbe ne sont plus distinguables et apparaissent comme une surface continue.

Définition

Ainsi en informatique graphique la **notion de matériau** est un **ensemble de fonctions de réflectance** décrivant la manière dont la lumière incidente est réfléchie et transmise en fonction de paramètres propres à la surface **pour une échelle d'observation donnée**.

Les modèles de matériaux utilisés peuvent être classés en trois catégories d'échelles :

1. **Microscopique :** les micro-détails géométriques ne sont pas visibles directement mais influence l'apparence de l'objet, particulièrement aux angles rasants où l'auto-ombrage et les occlusions géométriques ont un impact fort sur le spectre réfléchi, voir figures 2.6a et b ;
2. **Mésoscopique :** les méso-détails géométriques sont visibles sous forme de petits détails discernables, tout en influençant l'apparence de l'objet au

travers de la parallaxe et de l'auto-ombrage, voir figure 2.6c ;

3. **Macroscopique :** les macro-détails géométriques sont visible sous la forme de surfaces géométriques mais n'influencent pas directement l'apparence de l'objet, voir figure 2.6d.

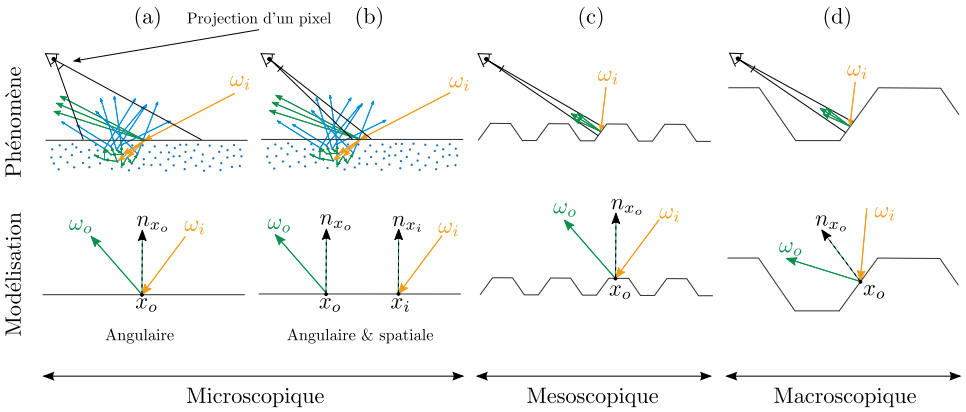


Figure 2.6 : Illustration des trois échelles de détails : microscopique angulaire (a) et microscopique angulaire/spatiale (b), mésoscopique (c), et macroscopique (d). La première ligne illustre les principaux phénomènes se déroulant à ces niveaux d'échelles. La seconde ligne montre le type de modélisation utilisé pour ces niveaux d'échelles.

> **Surface-support et détails géométriques**
> il est important de bien distinguer la *surface-support* sur laquelle les détails reposent de *la surface géométriques de ces détails*, voir figure 2.7. La première correspond à la surface d'un objet, la seconde correspond à la surface d'un détail particulier.

Dans la suite de cet état de l'art, nous détaillons dans un premier temps les modèles de matériaux pour l'échelle des micro-détails en séparant les modèles variant angulairement (figure 2.6a), des modèles variant angulairement et spatialement (figure 2.6b). Dans une second temps, nous nous intéressons aux modèles de méso-détails (figure 2.6c). Enfin nous aborderons brièvement les représentations pour les macro-détails (figure 2.6d), ainsi que les méthodes de transitions entre ces différentes échelles.

2.4 Échelle microscopique

En se plaçant à l'échelle microscopique, nous supposons que la géométrie support du matériau ne présente aucun détail géométrique visible pouvant modifier l'apparence de l'objet.

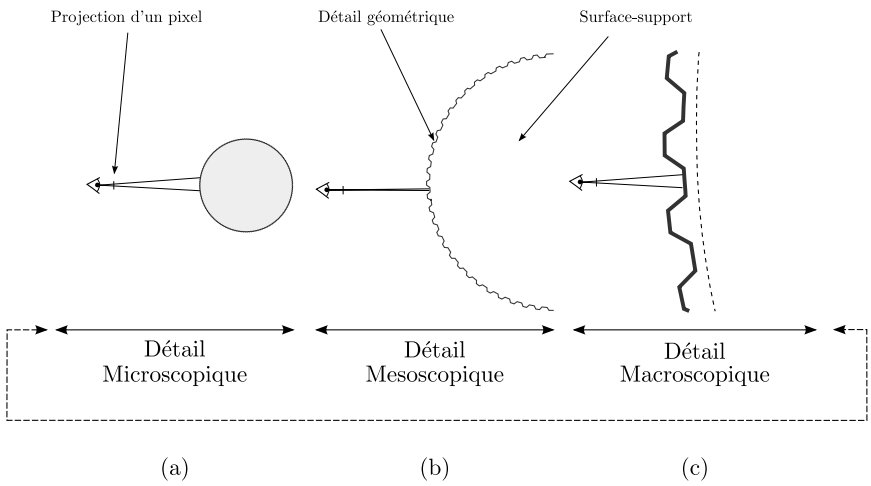


Figure 2.7 : Illustration du cycle des échelles de détails : microscopique (a), mésoscopique (b), et macroscopique (c). Ces échelles sont cycliques puisque les macro-détails sont recouvert d'un matériau composé lui même de détails géométriques sous-jacents. Un objet est ainsi composé d'une surface support sur laquelle des détails géométriques modifient son apparence.

2.4.1 Interface d'un matériau et micro-détails

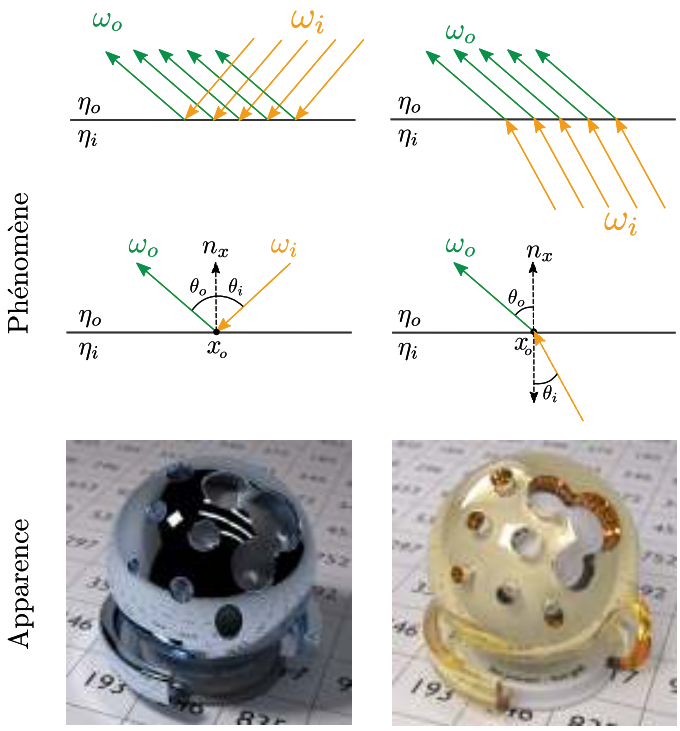
L'interface géométrique entre l'air et le matériau peut être de deux natures différentes :

1. **Interface plane** : Lorsque la géométrie sous-jacente est parfaitement plane, les rayons lumineux incidents suivent les lois de réflexion et de réfraction de Snell-Descartes [PH10, Hof10], voir figure 2.8. Ces matériaux sont généralement qualifiés de *spéculaires*. La quantité d'énergie réfléchie et refractée suit le modèle de Fresnel [PH10]. Ce modèle dépend de l'angle incident θ_i et de la nature du matériau, caractérisée par η son indice de réfraction [1].

$$F(\theta_i) = \frac{1}{2}\left(r_{\parallel}^2 + r_{\perp}^2\right) \tag{2.10}$$

   Suivant la nature du matériau, les termes $r_{\parallel}$ et $r_{\perp}$ ont des expressions différentes :
   – Les **conducteurs** (*e.g.,* métaux) absorbent l'énergie transmise et la transforment sous forme de chaleur [2]. Cette absorption k de l'énergie transmise

1. Cet indice exprime la vitesse de la lumière dans un matériau par rapport à la vitesse de la lumière dans le vide. Par exemple, l'indice de réfraction de l'eau est $\eta = 1.33$ indiquant que la lumière se déplace 1.33 fois moins vite que dans le vide. Cet indice de réfraction est un nombre complexe, dont la partie imaginaire représente le degré d'absorption k du matériau.
2. Les conducteurs possèdent un indice de réfraction dont la partie imaginaire est non nulle.



(a) Réfléxion (b) Transmission

Figure 2.8 : Réflexion (a) et transmission (b) spéculaires, lorsque la surface d'interface entre l'extérieur et l'intérieur du matériau est parfaitement plane. Ligne supérieure : descriptions schématiques des échanges d'énergie. Ligne inférieure : exemples de matériaux spéculaires (images rendues avec LuxRender).

rend les conducteurs opaques. Les termes $r_\parallel$ et $r_\perp$ sont définis par :

$$
\begin{aligned}
r_\parallel &= \frac{(\eta^2+k^2)\cos(\theta_i)^2 - 2\eta\cos(\eta_i) + 1}{(\eta^2+k^2)\cos(\theta_i)^2 + 2\eta\cos(\theta_i) + 1} \\
r_\perp &= \frac{(\eta^2+k^2) - 2\eta\cos(\eta_i) + \cos(\eta_i)^2}{(\eta^2+k^2) + 2\eta\cos(\theta_i) + \cos(\eta_i)^2}
\end{aligned}
$$

– Les **isolants** ou **diélectriques** (*e.g.,* verre, diamant, plastique) réfractent de façon importante la lumière aux angles d'incidence non rasants[3]. L'énergie non réfractée est réfléchie. Ces valeurs sont dépendantes de la longueur d'onde de l'énergie incidente. Les termes $r_\parallel$ et $r_\perp$ sont définis par :

3. En plus de la dépendance à l'angle d'incidence et l'indice de réfraction, la proportion d'énergie réfléchie /réfractée dépend de la polarisation. En général cette dernière est omise.

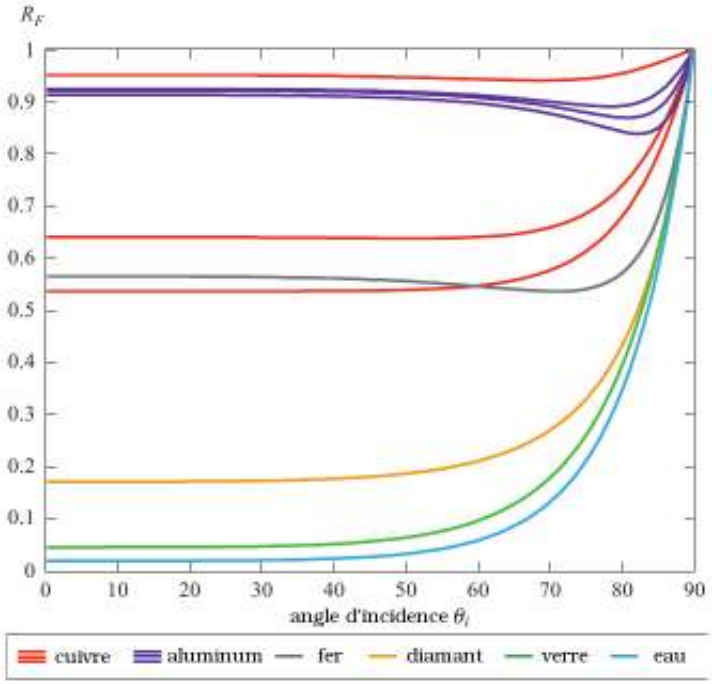


Figure 2.9 : Fonction de Fresnel, indiquant la quantité d'énergie réfléchie en fonction de l'angle d'incidence pour différents matériaux conducteurs (cuivre, aluminium, fer) et diélectriques (diamant, verre, eau). Les matériaux conducteurs présentent une forte réflexion aux angles d'incidence faibles, contrairement aux matériaux diélectriques (image originale de Naty Hoffman [Hof10]).

$$
\begin{aligned}
r_{\parallel} &= \frac{\eta_o \cos(\theta_i) - \eta_i \cos(\theta_o)}{\eta_o \cos(\theta_i) + \eta_i \cos(\theta_o}) \\
r_{\perp} &= \frac{\eta_i \cos(\theta_i) - \eta_o \cos(\theta_o)}{\eta_i \cos(\theta_i) + \eta_o \cos(\theta_o})
\end{aligned}
$$

L'évaluation de la fonction de Fresnel étant coûteuse, Schlick [Sch94] propose une approximation efficace fonctionnant bien pour les matériaux diélectriques et conducteurs.

$$F(\theta_i) = F(0) + (1 - F(0))(1 - \cos(\theta_i)) \tag{2.11}$$

où $F(0)$ est la valeur de la fonction de Fresnel à l'angle normale d'incidence $\theta_i = 0$.

❷ **Interface rugueuse** : Lorsque la géométrie sous-jacente présente un grand nombre d'imperfections géométriques, les rayons lumineux incidents sont perturbés, rendant floues réflexions et réfractions, voir figure 2.10.

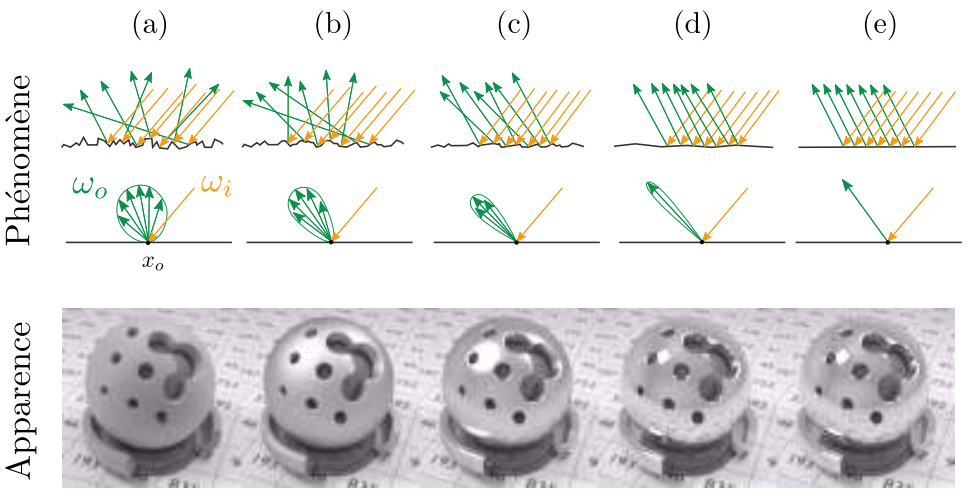


Figure 2.10 : Illustration de l'apparence d'un matériau en fonction de la rugosité de la surface d'interface. De gauche à droite, la rugosité de la surface, importante au début (a), diminue progressivement pour devenir quasiment lisse (e). Plus la surface est rugueuse, plus les rayons incidents sont déviés, donnant lieu à un lobe de réflexion large et donc à des réflexions floues (images rendues avec LuxRender).

2.4.2 Approximation angulaire des micro-détails (*BSDF* : *BRDF* + *BTDF*)

Lorsque l'observateur est suffisamment loin de la surface, les variations spatiales de réflectance sont entièrement intégrées/contenues dans l'empreinte d'un pixel, voir figure 2.11. L'apparence finale de la surface n'est dépendante que de la **direction incidente** et de la **direction d'observation**[4]. Ces considérations impliquent un transport 1D et une représentation des échanges d'énergie à l'aide d'une *BSDF*, figure 4.4.

2.4.2.1 Représentations physiques des micro-détails

La théorie des micro-facettes introduite par Torrance *et al.* [TS67] est la base d'une grande variété de modèles de réflectance pour les surfaces rugueuses. Apparue originellement dans le domaine de la physique, ce théorie physique a été transposée en informatique graphique. Elle prend pour hypothèse que la micro-géométrie sous-jacente est composée de micro-facettes, représentables par la distribution statistique de leur orientation [CT82, WMLT07].

4. Les modèles de réflectance détaillés tout au long de ce chapitre sont dépendants de la longueur d'onde. Plusieurs versions de ces modèles de réflectance sont nécessaires pour couvrir l'ensemble du spectre visible. En général, on utilise un triplet RGB.

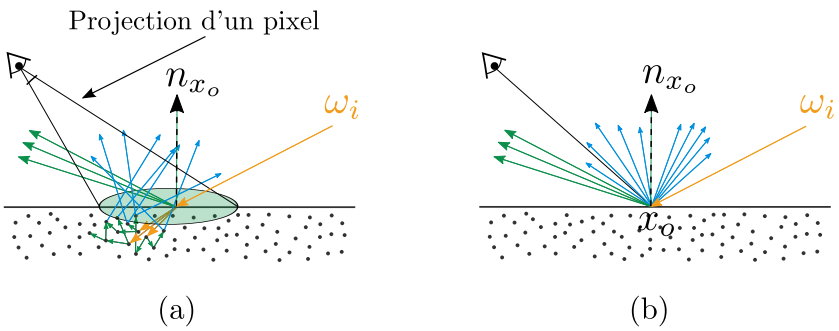


Figure 2.11 : Lorsque l'observateur se situe suffisamment loin, la projection d'un pixel couvre l'ensemble de la zone dans laquelle la radiance ressort (a). Les effets spatiaux dans le voisinage du point incident sont alors approximés angulairement (b).

Ainsi la fonction de *scattering* peut être exprimée de la façon suivante :

$$f_s(x, \omega_o, \omega_i) = \int_{\mathcal{S}^2} \left|\frac{\omega_i \cdot \omega_m}{\omega_i \cdot n}\right| \; f_s{}^m(x_m, \omega_o, \omega_i) \; \left|\frac{\omega_o \cdot \omega_m}{\omega_o \cdot n}\right| \; G(\omega_o, \omega_i) \; D(\omega_m) \; \mathrm{d}\omega_m \quad (2.12)$$

La réflectance f_s^m, la distribution $D(\omega_m)$ et l'occlusion $G(\omega_o, \omega_i)$ des micro-facettes peuvent être représentées de différentes manières.

– **Réflectance des micro-facettes** f_s^m : elle représente la fonction de *scattering* des micro-facettes. Lorsque f_s^m est **spéculaire** [TS67], l'équation 2.12 se simplifie en s'appuyant sur la notion d'*half-vector* $\omega_h = \frac{\omega_o + \omega_i}{\|\omega_o + \omega_i\|}$:

$$f_r(x, \omega_o, \omega_i) = \frac{D(\omega_h) F(\omega_o) G(\omega_o, \omega_i)}{4 \cos\theta_o \cos\theta_i} \quad (2.13)$$

Cette simplification s'appuie sur le fait qu'une réflectance spéculaire est représentable par une distribution de *Dirac*, simplifiant l'intégrale sur l'hémisphère supérieure. En revanche, lorsque la fonction de réflectance f_s^m est **diffuse**, une telle simplification n'est pas envisageable. De plus, les inter-réflexions deviennent non-négligeables, impliquant une formulation plus complexe [ON94] :

$$f_r(x, \omega_o, \omega_i) = \frac{\chi^+(\omega_i \cdot n_x)}{\pi} \Big(A + B \; max(0, \cos(\phi_i - \phi_r)) \; \sin(\alpha) \; \tan(\beta)\Big) \quad (2.14)$$

avec : $\alpha = max(\theta_i, \theta_r)$ $\quad A = 1 - \frac{0.5\,\kappa^2}{\kappa^2 + 0.33}$

$\beta = min(\theta_i, \theta_r)$ $\quad B = \frac{0.45\,\kappa^2}{\kappa^2 + 0.09}$

κ contrôle la rugosité de la micro-géométrie. θ_i et ϕ_i sont les composantes angulaires de la direction incidente ω_i et θ_r et ϕ_r sont les composantes angulaires du vecteur ω_o réfléchi par rapport à n_x.

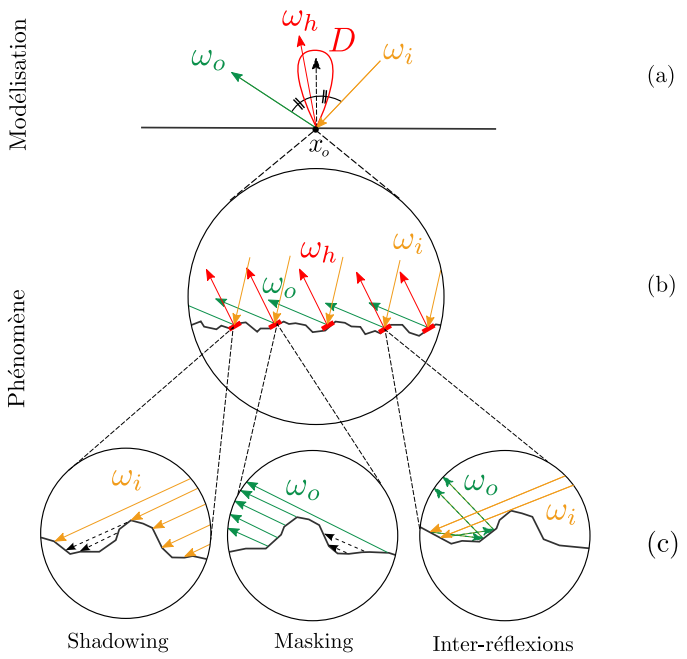


Figure 2.12 : Illustration du concept de micro-facettes. Les facettes de la surface rugueuse (b), sont modélisées sous la forme d'une distribution statistique D. Seules les facettes dont la normale est alignée avec le ω_h contribuent à la réflexion ω_o de la lumière incidente ω_i (a). Des effets de *shadowing*, de *masking* et d'inter-réflexions peuvent se produire aux angles rasants (c), modifiant la quantité de radiance renvoyée.

Pour les réflectances **intermédiaires**, le modèle proposé par Ashikmin *et al.* [APS00] est un cadre plus général dans lequel toute fonction de réflectance isotrope peut être appliquée aux micro-facettes.

– **Distribution des micro-facettes** $D(\omega_m)$: cette fonction, appelée *NDF* (*Normal Distribution Function*), représente la distribution angulaire des normales des micro-facettes, voir figure 2.12a. Cette distribution influence directement l'apparence d'un matériau : plus la distribution est étroite, plus l'apparence est lisse ; plus la distribution est large, plus l'apparence est rugueuse. De nombreuses représentations existent. Parmi elles, les plus courantes s'appuient sur différents types de lobe : Phong, Beckmann, Strauss, GGX, von Mises [CT82, WMLT07, HSRG07]. Il est important de noter que ces distributions doivent être radialement symétriques pour les matériaux isotropes, mais peuvent être quelconques dans le cas de matériaux anisotropes [APS00].
– **Occlusion des micro-facettes** $G(\omega_o, \omega_i)$: cette fonction représente la proportion des micro-facettes cachées du point du vue de la lumière (*shadowing*) et de l'observateur (*masking*), en raison de la géométrie sous-jacente, voir figure 2.12c.

Cette fonction est directement dépendante de la distribution des micro-facettes bien qu'il soit courant de les supposer décorrélées. La fonction introduite par Smith [Smi67] est la plus souvent utilisée [CT82, WMLT07]. D'autre formulations existent, comme la distribution GGX introduite par Walter [WMLT07], qui est davantage en accord avec les mesures physiques pour les matériaux transparents. Ces formulations supposent que les micro-facettes soient successivement orientées en "V". Pour les structures arbitraires, la méthode proposée Ashikmin *et al.* [APS00] permet de calculer une fonction d'occlusion à partir de la *NDF*.

Cependant cette formulation, bien que capable de reproduire les principaux effets d'un matériau, n'est pas parfaite car suppose une décorrélation entre la distribution des facettes, leur réflectance et leur occlusion.

D'autres effets plus complexes sont représentables à l'aide de cette théorie des micro-facettes ou de modèles dérivés. En particuliers :

- **Anisotropie :** les matériaux anisotropes peuvent être modélisés dans le cadre des micro-facettes à l'aide de *NDF*s anisotropes, voir figure 2.13a. Cependant d'autres modèles, tel que celui introduit par Poulin et Fournier [PF90], permettent d'obtenir des résultats similaires. Leur modèle suppose une micro-géométrie composée de micro-cylindres spéculaires dont l'orientation et la taille créent les reflets anisotropes.
- **Transmission :** les modèles présentés ci-dessus sont couramment utilisés pour les matériaux réfléchissants, mais ne permettent pas d'assurer directement les effets de transmission au travers d'une interface rugueuse de façon correcte, voir figure 2.13b. Les modèles de micro-facettes présentés par Walter *et al.* [WMLT07] et par Dai *et al.* [DWL+09] pallient à ce problème, tout comme les travaux que nous présentons dans le chapitre 3.
- **Interférences :** l'équation 2.12 suppose que la taille des micro-facettes soit plus grande que les longueurs d'onde incidentes, voir figure 2.13c. Certains modèles lèvent cette contrainte et prennent en compte les phénomènes d'interférences à l'aide d'une approche ondulatoire de la lumière [Sta99, HTSG91]. Ces modèles sont capables de reproduire les effets de diffraction visibles à la surface d'un compact disque.
- **Matériaux en couches :** certains matériaux tels que les peintures par exemple, sont composées de multiples couches dont chacune joue un rôle essentiel dans l'apparence finale. Les interactions, parfois complexes, entre les couches peuvent être calculées avec l'approche proposée par Weidlich *et al.* [WW07].
- **Diffusion sous surfacique :** D'autres modèles permettent d'approximer ponctuellement (sous la forme d'une *BSDF*) la propagation sous-surfacique de la lumière incidente [HK93, Sta01]. Ces modèles permettent de prendre en compte ces effets ignorés par la théorie des micro-facettes qui se concentre sur les échanges situés à l'interface.

(a) (b) (c)

Figure 2.13 : Exemples de matériaux plus atypiques. (a) Matériau métallique anisotrope, (b) matériau transparent rugueux, (c) matériau présentant des phénomènes de dispersion (images rendues avec LuxRender).

2.4.2.2 Représentations empiriques des micro-détails

À l'opposée des modèles physiques, les modèles empiriques s'appuient sur les effets observables des matériaux. Ces modèles permettent de représenter trois catégories de réflectance :

– **Diffuse :** simule l'apparence de matériaux extrêmement rugueux, voir figure 2.23a. Le modèle de Lambert utilise une fonction constante sur l'hémisphère $\mathcal{H}^2_+$, équation 2.15.

$$f_r(x, \omega_o, \omega_i) = \frac{1}{\pi} \tag{2.15}$$

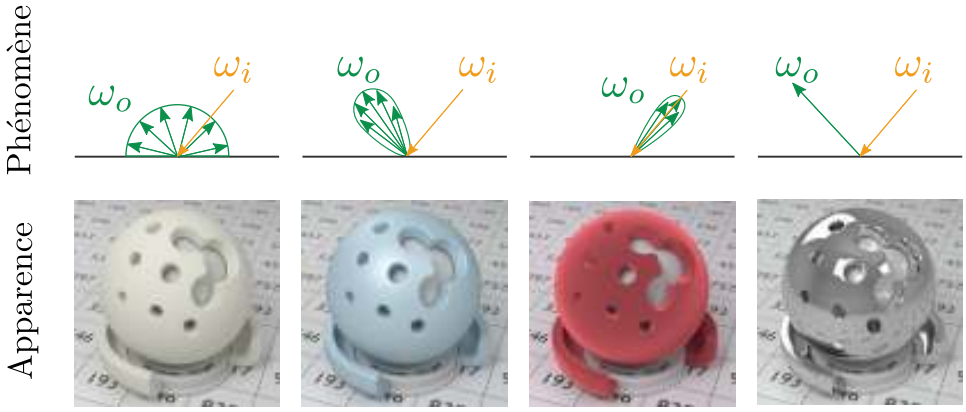
– **Glossy :** simule l'apparence de matériaux rugueux, voir figures 2.23a, b et d. Le modèle introduit par Phong [Pho75] modélise directement le lobe de réflectance aligné sur la direction de réflexion spéculaire. Comme observé par de nombreux auteurs [FW94, Rus98, NDM05], les lobes de réflexion des surfaces réelles présentent une anisotropie aux angles rasants. Le modèle de Blinn [Bli77] propose une modification du modèle de Phong [Pho75], en changeant la paramétrisation par un *half-vector*, à la manière des modèles de micro-facettes, équation 2.16[5]. Les termes de normalisation originellement absents, ne permettent à ces modèles d'assurer la conservation de l'énergie. De nombreuses variantes à mi-chemin entre le modèle de Blinn et la théorie des micro-facettes existent, notamment pour les surfaces anisotropes [War92, AS00, Due05].

$$f_r(x, \omega_o, \omega_i) = \chi^+(\omega_h \cdot n_x)\frac{\kappa + 8}{8\pi}(\omega_h \cdot n_x)^\kappa \tag{2.16}$$

5. Originalement le terme de normalisation $\frac{\kappa+8}{8\pi}$ est absent. Ce terme est important car il assure la conservation de l'énergie du modèle, c'est-à-dire que le modèle ne renvoie pas plus d'énergie qu'il en reçoit

– **Générale :** simule tous types d'apparence. Le modèle de Lafortune [LFTG97] généralise les modèles empiriques en définissant un repère local au sein duquel plusieurs lobes peuvent être orientés par rapport à la direction de réflexion. Des phénomènes complexes, tels que la rétro-réflexion, voir figure 2.23c, ou l'anisotropie des lobes sont supportés par ce modèle, tout en assurant une conservation de l'énergie.

L'utilisation de ces modèles pour les réfractions est également possible, bien que leur comportement ne soit pas physiquement correct.



(a) Diffus (b) Glossy (c) Rétro (d) Spéculaire

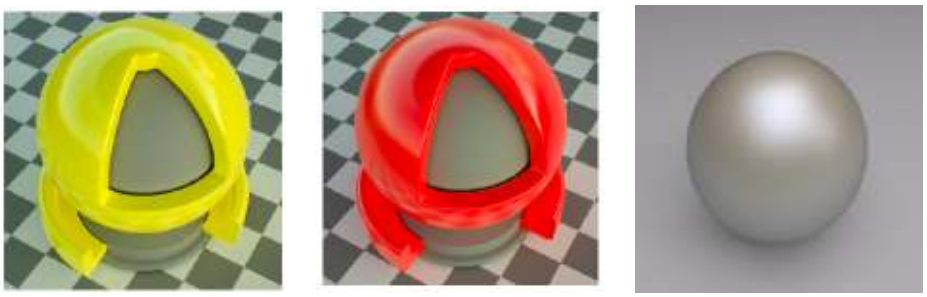
Figure 2.14 : Exemple de différents types de *BRDF*s : (a) diffuse, (b) glossy, (c) rétro-réflective, et (d) spéculaire. La première ligne montre les distributions types de ces matériaux. La seconde ligne montre les apparences types de ces matériaux (images rendues avec LuxRender).

2.4.2.3 Représentations des micro-détails mesurés

Les techniques d'acquisition actuelles permettent de mesurer les propriétés de réflectance de la plupart des matériaux. Cependant stocker directement ces valeurs échantillonnées sous forme de tableaux est loin d'être optimal et peut nuire aux performances [6]. Plusieurs approches existent pour comprimer et représenter ces données :

– **réduction de dimensions** : limite l'empreinte mémoire en compressant la base de représentation (PCA) [MPBM03] ;
– **bases de fonctions** : permet de représenter les données par un ensemble de co-

6. Les processeurs actuels sont dépendants des accès mémoire et une grande partie de leurs performances dépend de la cohérence des données et du cache. Les données d'une *BRDF* isotrope représente quelques dizaines de méga-octets, une *BRDF* anisotrope plusieurs centaines de méga-octets.



(a) (b) (c)

Figure 2.15 : Exemples d'objets recouverts d'un matériau fluorescent [HHA+10] (a) et (b) et d'une perle possédant un matériau irisé [GMN94] (c).

efficients. De nombreuses bases existent :
- harmoniques sphériques [CMS87, WAT92, GMN94],
- ondelettes [CBP07],
- base de fonction radiales [LFTG97, TS06, WRG+09].

Les modèles de réflectance présentés précédemment permettent également de réduire la dimension des données acquises, voir figure 2.16. En optimisant les paramètres de ces modèles, il est possible d'approximer l'apparence capturée comme prouvé par Ngan *et al.* [NDM05] sur une centaine de matériaux différents. La reproduction du spectre réfléchi, bien que non parfait, capture l'essence du matériau. On peut noter que les modèles de micro-facettes reproduisent bien la plupart des effets mesurables. Une mixture de plusieurs modèles permet de capturer davantage d'effets en raison l'unique lobe des modèles considérés.

D'autres modèles, plus atypiques, ont été proposés pour tenir compte d'effets subtils comme la polarisation des surfaces rugueuses [GMN94] ou encore des phénomènes de fluorescence [HHA+10], qui transfèrent une partie de l'énergie non-visible dans le domaine visible, voir figure 2.15.

2.4.2.4 Pré-intégration de l'illumination pour les modèles angulaires

Ces modèles de réflectance expriment la quantité de radiance réfléchie/transmise pour une paire de direction incidente/sortante. Cette formulation permet *in fine* d'évaluer la contribution d'une source lumineuse ponctuelle. En revanche, lorsque la source lumineuse devient surfacique ou complexe, ces formulations sont inadaptées car elle nécessitent un échantillonnage intense.

Pour les illuminations complexes et distantes, telles que les *environment maps*, l'utilisation de techniques de pré-intégration permet de réduire les coûts d'évalu-

(a) Référence (b) Lobes gaussiens

Figure 2.16 : Rendu d'un matériau acrylique violet. Comparaison entre la version mesurée du matériau [MPBM03] et sa version optimisée à l'aide de lobes gaussiens [WRG+09]. L'approximation proposée par Wang *et al.* permet de bien capturé les différents lobes de réflexions.

ation. Cette pré-intégration nécessite cependant que le modèle de réflectance soit indépendant de l'angle d'incidence et soit radialement symétrique. [7]

Pour ces techniques de pré-intégration, le produit de l'illumination et la fonction de réflectance est pré-calculé pour un ensemble discret de directions sur la sphère $\mathcal{S}^2$ [KVHS00] et est réutilisé au moment du rendu :

$$L(x, \omega_o) = \int_{\mathcal{S}^2} f_s(x, \omega_o, \omega_i) L(x, \omega_i) \, |n_x \cdot \omega_i| \, \mathrm{d}\omega_i \tag{2.17}$$

avec ω_o appartenant à un ensemble discret de directions.

Une grande partie des fonctions de réflectance, dont les modèles physiques n'est pas compatible avec les pré-requis de la pré-intégration en raison de leur anisotropie aux angles rasants. L'approximation par lobes gaussiens mise au point par Wang *et al.* [WRG+09], permet d'utiliser cette pré-intégration pour un large spectre de matériaux.

Pour les modèles exprimés dans des bases de fonctions orthogonales, le produit scalaire permet de calculer efficacement une telle intégration évitant l'étape de pré-intégration. En contrepartie, les opérateurs de rotation, nécessaires aux changements de repères, ne sont pas toujours triviaux à exprimer, rendant la manipulation de telles fonctions peu efficace.

7. Si ces conditions ne sont pas remplies, le coût de pré-calcul devient prohibitifs, car il est nécessaire de pré-intégrer le produit de la *BSDF* avec l'environnement pour toutes les orientations

	Expressivité	Évaluation	Physique	Shadowing Masking	Compatible Pré-filtrage	Pré-calculs
Empirique						
Lambert	-	+++	✗	✗	✓	✗
Lafortune [LFTG97]	+++	++	✗	✗	✗	✗
Ward [War92]	++	++	✗	✗	✗	✗
Phong [Pho75]	+	+++	✗	✗	✓	✗
BlinnPhong [Bli77]	++	+++	✗	✗	✗	✗
Micro-Facettes						
Cook-Torrance [CT82]	++	++	✓	✓	✗	✗
Oren-Nayar [ON94]	+	++	✓	✓	✗	✗
Walter [WMLT07]	++	++	✓	✓	✗	✗
Dai [DWL+09]	+	++	✓	✓	✗	✗
Ashikhmin [APS00]	+++	+	✓	✓	✗	✓
He [HTSG91]	++	+	✓	✓	✗	✗
Bases de fonctions						
Gauss. sphériques [WRG+09]	+++	+++	✗	~	✓	~
Harm. sphériques [WAT92]	++	+	~	~	✓	✓
Ondelettes [CBP07]	++	+	~	~	✓	✓

Figure 2.17 : Tableau récapitulatif des différents modèles angulaires de réflectance pour l'échelle microscopique. **Expressivité** : gamme de matériaux représentables. **Évaluation** : facilité d'évaluation. **Physique** : modèle physiquement correct. **Shadow/Masking** : occlusion aux angles rasants. **Pré-filtrage** : compatible avec les évaluations basées sur le pré-filtrage. **Pré-calculs** : nécessite des pré-calculs. **Notation** : - Pas du tout, + Peu, ++ Grande, +++ Excellent, ✓ support, ✗ ne support pas, ~ dépend. Parmi l'ensemble de ces méthodes, les modèles de Cook-Torrance [CT82] et de Walter [WMLT07] permettent de modéliser un grand panel de matériaux de manière physique. Le modèle proposé par Wang [WRG+09] constitue également une excellente alternative car simple à évaluer et supporte la pré-convolution d'*environment maps*.

2.4.3 Approximation angulaire et spatiale des micro-détails (*BSSSDF* : *BSSRDF* + *BSSTDF*)

2.4.3.1 Catégorie de diffusion sous surfacique

Lorsque le *mean free path* est suffisamment important, des variations spatiales de radiance sont observables autour du point d'incidence, voir figure 2.18. Ces vari-

possibles de la fonction de réflectance.

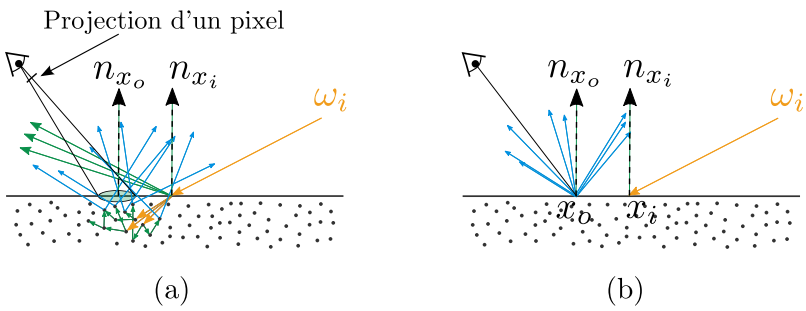


Figure 2.18 : Lorsque les effets de diffusion de la lumière incidente ne sont plus contenus dans la projection d'un pixel, la radiance sortante n'est plus représentable par une simple distribution angulaire (a). La distribution de radiance dépend alors de la position de sortie x_o relatif au point d'incidence x_i (b).

ations sont dues à la propagation de la lumière dans le matériau. Ce phénomène appelé *sub-surface scattering* (dispersion sous-surfacique) est observable sur de nombreux matériaux dont les matériaux organiques (peau, cire, fruits et légumes, *etc*).

Les propriétés des particules composant le matériau déterminent la forme de la fonction de phase. Elle régit la façon dont la lumière se propage à chaque évènement de *scattering*. Cette fonction peut présenter trois tendances de *scattering* différentes, figure 2.19 :

1. **Istrope :** la lumière est réfléchie uniformément sur la sphère.
2. **Forward :** la lumière est propagée principalement dans la même direction que la direction incidente.
3. **Backward :** la lumière est réfléchie principalement dans la direction opposée à la direction incidente.

Différents modèles existent pour cette fonction de phase :

- **Mie :** permet de modéliser des matériaux composés de particules sphériques diélectriques, dont la distribution des tailles peut être spécifiée, voir figure 2.20c. Par exemple, un nuage, constitué de particules sphériques d'eau, peut être modélisé à l'aide d'une fonction de Mie, dont la distribution des tailles suit une loi *Gamma*. Cette fonction reste valide pour une large gamme d'échelles y compris aux échelles proches des longueurs d'onde incidentes. Le modèle de Mie se base sur les équations de Maxwell afin de prendre en compte les effets de diffraction. La forme de cette fonction dépend de la longueur d'onde.
- **Rayleigh :** permet de modéliser des matériaux composés de particules dont les tailles sont inférieures ou proches des longueurs d'onde incidentes, comme les fumées fines par exemple, voir figure 2.20b. Considérée comme un cas particulier de Mie, elle est également capable de prendre en compte les phénomènes

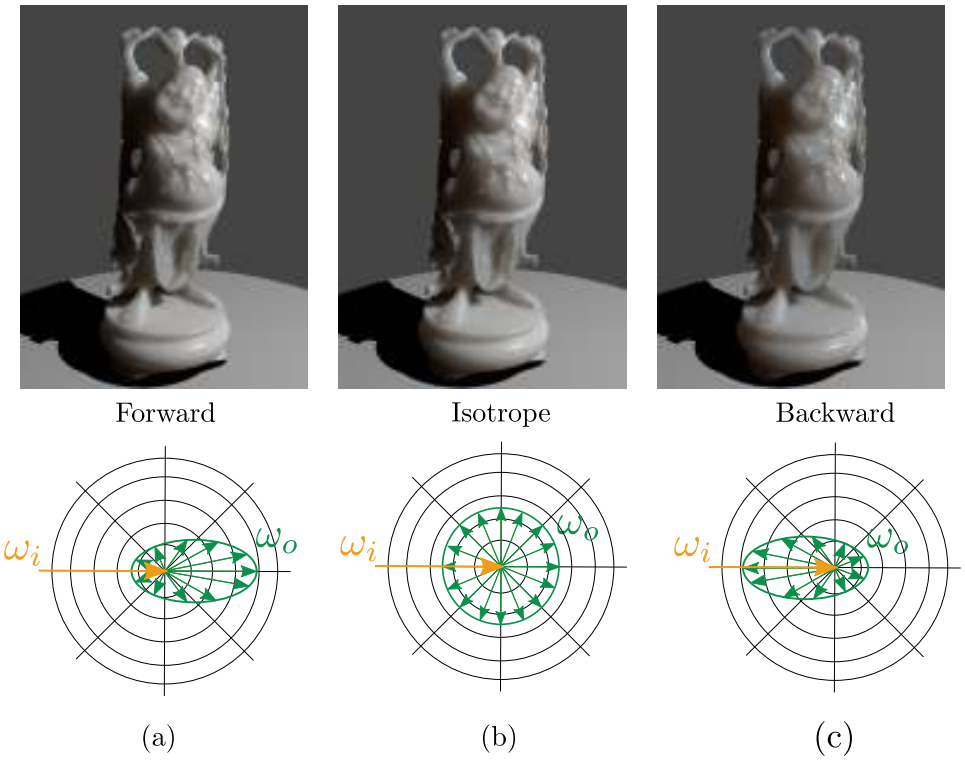


Figure 2.19 : Différents types de fonctions de phase ; (a) isotrope, (b) *forward-scattering*, (c) *back-scattering*. La ligne supérieure illustre le rendu d'un modèle Buddha avec ce type de fonction de phase. La ligne inférieure illustre schématiquement le distribution de l'énergie par ces fonctions de phase. Il est à noter que ces fonctions sont radialement symétriques autour de la direction incidente (images rendues avec LuxRender).

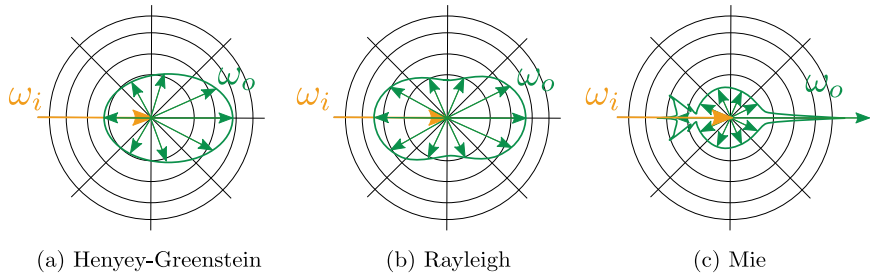
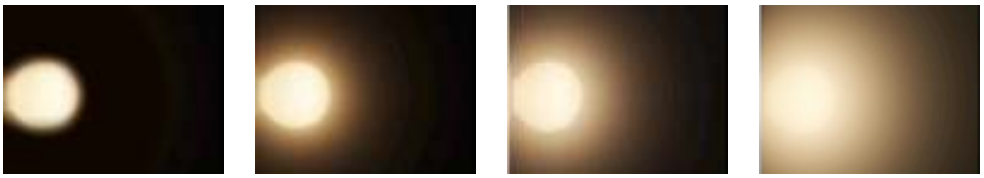


Figure 2.20 : Exemples schématiques de fonctions de phase : (a) fonction de Henyey-Greenstein, (b) fonction de Rayleigh, (c) fonction de Mie.



(a) (b) (c) (d)

Figure 2.21 : Exemples de matériaux présentant des ordres de *scattering* différents : (a) *single-scattering* dominant, (b) *single-scattering* + ordres faibles, (c) *single-scattering* + ordres faibles, et (d) *single-scattering* + ordres élevés.

de diffraction et d'interférence. Comme Mie, la forme de cette fonction dépend de la longueur d'onde.

- **Henyey-Greenstein :** permet d'approximer un comportement global (isotrope, *forward-scattering*, *back-scattering*), voir figure 2.20a. Employée seule pour approximer une fonction de Mie ou sous forme de mixture pour représenter des données mesurées, la fonction de Henyey-Greenstein est fréquemment utilisée pour sa simplicité et son support de l'échantillonage par importance.
- **Micro-Flake :** permet de représenter une structure anisotrope. Introduite par Jakob *et al.* [JAM+10], cette fonction très générale décrit à la manière des micro-facettes, la réflectance de la géométrie sous-jacente.
- **Autres :** d'autres représentations existent, comme l'utilisation de bases de fonctions telles que la base des harmoniques sphériques.

Suivant les valeurs des coefficients de *scattering* d'absorption et du type de la fonction de phase, on obtient différents types d'apparences (figure 2.22). On classe ces différents types d'apparence par *ordre de scattering*, *i.e.,* en fonction du nombre d'interactions *prédominant* pour un photon pénétrant le matériau. L'importance spatiale des effets est gouvernée par le *mean free path* du matériau.

- **Ordre 0 :** lorsque le matériau est *pur* (verre, diamant), les photons traversent le matériau de part en part, sans qu'aucun événement de *scattering* n'ait lieu, voir figure 2.23a. De tels matériaux possèdent un coefficient de *scattering* nul et sont décrits de fait comme *matériaux spéculaires*.
- **Ordre 1 :** ce type de matériaux est dominé par le premier événement de *scattering*, voir figures 2.21a et 2.22a. La propagation d'un faisceau lumineux incidente est clairement visible.
- **Ordre faible (0 à 15) :** bien que ce type de matériaux soit en général gouverné par le *scattering* d'ordre 1, ce dernier est perturbé par les effets de *multiple-scattering* d'ordre faible, voir figures 2.21a et b, 2.22a et b, et 2.23b. En raison du faible nombre d'événements de *scattering*, la directionnalité de la lumière incidente est en partie préservée, rendant la distribution de radiance sortante complexe et sensible au point de sortie.

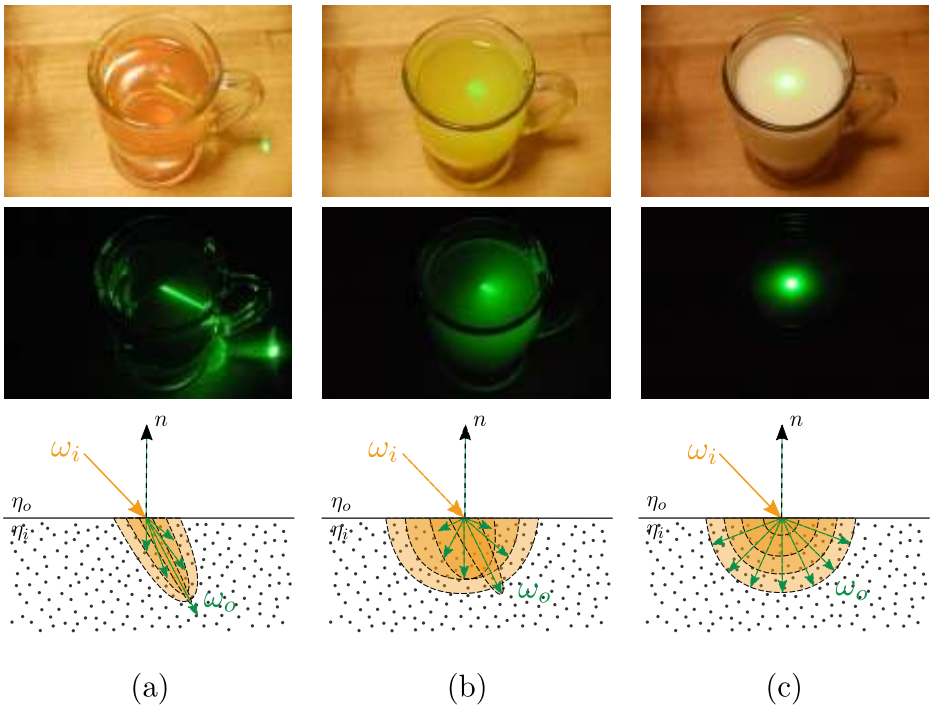


Figure 2.22 : Exemples de *scattering* d'ordres différents : ordre très faible proche du *single-scattering* (thé) (a), ordre faible (jus d'orange) (b), ordre élevé (lait) (c). La ligne supérieure montre un verre rempli d'un liquide et illuminé par un laser incident à 45° ainsi qu'un éclairage secondaire. La ligne du milieu, montre la même scène mais dans l'obscurité afin de mieux voir la propagation de la lumière issue du laser. La ligne inférieure illustre schématiquement la façon dont la lumière se propage dans ces liquides (images originales de Mukaigawa [MYR10]).

– **Ordre élevé (15+) :** lorsque un matériau présente un *albedo* ($= \frac{\sigma_s}{\sigma_a+\sigma_s}$) proche de 1, le nombre d'événements de *scattering* devient élevé (dans un matériau tel que le lait, un photon subit plusieurs centaines d'évènements de *scattering* avant de ressortir), voir figures 2.21d, 2.22c et 2.23c. Les photons perdant leur directionnalité incidente après quelques rebonds, la réponse surfacique au voisinage du point d'incidence est quasi diffuse.

2.4.3.2 Modèles de diffusion sous surfacique

La description d'un matériau à l'aide des coefficients de *scattering*, d'absorption et d'une fonction de phase, permet de calculer les radiances réfléchie et transmise d'un matériau en tout point par intégration numérique. L'utilisation de méthodes d'intégration numérique, comme le *path-tracing* (non biaisée) ou le *photon-*

mapping (biaisée), permet de résoudre les équations 2.2 et 2.3 [PH10]. D'autres formulations existent [PH00, PAS03]. Bien que moins coûteuses que les méthodes d'intégrations numériques classiques, elles convergent lentement.

Des modèles de réflectance spécifiques à certains ordres de *scattering*, permettent un rendu plus efficace de ces matériaux :

- **Ordre 0 :** l'atténuation exponentielle de la lumière dans le matériau est modélisée par la loi de *Beer* [PH10], et peut être calculé analytiquement.
- **Ordre 1 :** en l'absence d'obstacle sous-surfacique, l'équation 2.2 peut être résolue analytiquement pour des média homogènes, comme montré par Pegoraro *et al.* [PP09]. Lorsque le matériau est hétérogène ou en présence d'obstacle, un *ray-marching* le long de chaque rayon de vue est nécessaire pour intégrer correctement la lumière incidente [PH10]. Des techniques de cache existent pour accélérer ces calculs [LV00].
- **Ordre faible :** les méthodes d'intégration numériques permettent de rendre ce type de matériaux mais possèdent une faible convergence. Peu de modèles de réflectance existent dû à la complexité des effets engendrés. Le modèle de *BSSRDF* proposé par Donner *et al.* [DLR+09], modélise ce type d'effet pour un large panel de matériaux à l'aide d'une fonction de phase de Henyey-Greenstein. Leur modèle empirique se base sur une représentation elliptique des lobes de sortie et sur un ensemble de données pré-simulées. Ce modèle ayant été conçu pour un transport dans un bloc de profondeur infinie, il n'est pas applicable aux objets ayant des parois fines [8].
- **Ordre élevé :** les modèles de *BSSRDF* proposés par Jensen *et al.* [JMLH01, JB02, DI11] reproduisent efficacement ces effets en s'appuyant sur la théorie de diffusion [Sta95] à l'aide de dipôles. Leur formulation hiérarchique permet d'intégrer rapidement les contributions incidentes, y compris pour les matériaux ayant un fort *mean free path*. Les évolutions de ce modèle [DJ05, DJ07, DI11] permettent de pallier aux problèmes de courbure de la surface et de supporter des matériaux ayant de multiples couches.
  En raison de la lenteur de convergence les méthodes d'intégration numérique lorsque le nombre de *scattering* devient élevé, de nouveaux modèles d'intégration numériques ont été développés. Entre autres, les approximations de diffusion par éléments finis permettent d'augmenter drastiquement la convergence, au prix d'imprécisions [WRG+09]. Les méthodes hybrides proposent une intégration numérique classique pour les premiers événements de *scattering*, puis migrent vers un régime de diffusion lorsque le nombre de *scatterings* atteint un certain seuil [LPT05, FCJ07]. Cette migration est possible grâce à la théorie des similarités [JMLH01, FCJ07], entraînant une modification de la fonction de phase et des coefficients de *scattering*/absorption. D'autres

8. Bouthors *et al.* [BNM+08] ont développé un modèle similaire pour le rendu de nuages convectifs (*Cloud Scattering*). Leur approche peut être perçue comme un cas particulier du modèle de Donner *et al.* [DLR+09] où la fonction de phase et les coefficients de *scattering* et d'absorption seraient fixés.

méthodes, spécifiques aux matériaux hétérogènes ont également été développées [STPP09, AWB11].

(a) (b) (c)

Figure 2.23 : Exemples de matériaux ayant des ordres de *scattering* dominant différents : (a) ordre 0, *e.g.,* atténuation selon la loi de *Beer-Lambert* (image rendue avec LuxRender), (b) ordres faibles [DLR+09], (c) ordres élevés [DI11].

2.5 Échelle mésoscopique

Lorsque l'observateur s'éloigne de la surface, les détails géométriques de la surface-support deviennent visibles. Ces détails, appelés détails méso-géométriques, influencent l'apparence de l'objet. Leur organisation peut être structurée, aléatoire ou encore semi-régulière, comme le montre la figure 2.26. La quantité de ces détails rend difficile l'utilisation de représentations géométriques traditionnelles, trop coûteuses en espace mémoire et en temps de calculs (les cartes graphiques d'ancienne génération étaient mal adaptées au rendu de nombreux petits triangles). L'utilisation de représentations dites alternatives, permet de pallier à ces problèmes de performances.

Données de géométrie / réflectance

Les modèles existants pour cette échelle cherchent un équilibre entre quantité de données stockées, temps de calculs et richesses des effets reproductibles. Ainsi, suivant le type de méso-structures, telle ou telle représentation sera plus adaptée en raison d'un meilleur compris. La majorité des modèles réalise un **compromis entre quantité de *données géométriques* et quantité de *données de réflectance***.

	Évaluation	Hétérogénéité	Ordre *scattering*
Modèles surfaciques			
Dipole [JMLH01, JB02]	++	✗	Élevé
Multipole [DJ05]	++	✗	Élevé
Photon diffusion [DJ07]	+	✗	Élevé
Cloud Scattering [BNM+08]	+++	✗	Faible / Élevé
Empirical BSSRDF [DLR+09]	+	✗	Faible / Élevé
Modèles volumiques			
FEM [WWH+10]	+++	✓	Élevé
Hybride [LPT05, FCJ07]	+	✓	Tous
Path Tracing [PH10]	-	✓	Tous
Photon Mapping [Jen96]	+	✓	Tous

Figure 2.24 : Tableau récapitulatif des différents modèles angulaires et spatiales de réflectance pour l'échelle microscopique. **Évaluation** : facilité d'évaluation. **Hétérogénéité** : support de l'hétérogénéité. **Ordre de scattering** : ordre de *scattering* supporté. **Notation** : - Pas du tout, + Peu, ++ Grande, +++ Excellente. Du fait des variations spatiales et angulaires, exceptées les approches Cloud Scattering ou FEM, toutes ces modèles sont coûteux en évaluation (de plusieurs secondes à plusieurs minutes sur un processeur récent). En dehors des méthodes d'intégration numérique, aucun modèle de réflectance ne permet de couvrir tous les ordres de *scattering*

.

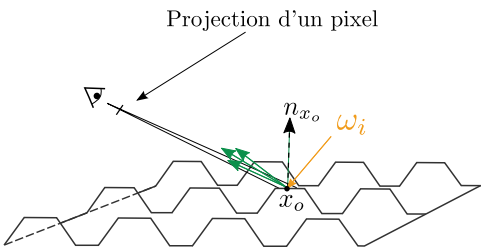


Figure 2.25 : Illustration de l'échelle de rendu des méso-détails. Les détails géométriques, bien que nombreux, sont distinctement visibles. Leur présence peut occulter les rayons de vue et/ou la lumière incidente créant des effets de parallaxe et d'ombres portées.

(a) Non-structurée (b) Semi-structurée (c) Structurée

Figure 2.26 : Exemples de trois catégories des méso-structures communément observables. (a) Crépi : méso-géométrie non structurée, (b) graviers : méso-géométrie semi-structurée et (c) tuiles : méso-géométrie structurée.

2.5.1 Méso-détails sans parallaxe

Variations spatiales de réflectance : L'utilisation de textures permet de représenter les aspects non-homogènes d'un matériau en spécifiant pour chaque point de la surface la réflectance locale du matériau. Ce type d'approche permet d'obtenir des apparences très détaillées sans ajout de géométrie supplémentaire.

– **Lobes de réflexion :** les variations des propriétés d'un modèle de réflectance (largeur de lobe, albedo), tel que Lafortune [LFTG97], peuvent être stockées en tout point de la surface [MLH02]. Des approches plus intelligentes permettent de tirer partie de la cohérence spatiale et angulaire de ces variations [LBAD+06, DWT+10]. Après une étape d'analyse de la réflectance d'une surface réelle, ces variations sont décomposées et factorisées dans un arbre de

(a) (b)

Figure 2.27 : Illustration des représentations de méso-géométries sans parallaxe. (a) Graines rendues avec auto-ombrage et inter-réflexions [MGW01]. (b) Le lapin de Stanford rendu avec un matériau de type éponge [TWL+05].

réflectance [LBAD+06]. Cette représentation permet d'une part un stockage concis, mais aussi une édition facile.

– **NDFs :** la représentation des micro-détails géométriques sous-jacents sous forme de *NDF*s en chaque point de la surface [WZT+08, WRG+09], est une alternative aux représentations par lobes de réflexion.
– **Light-field :** l'acquisition de photos des détails géométriques d'un matériau sous différentes conditions d'illumination permet une excellente reproduction des ombres portées et des inter-réflexions, voir figure 2.27a. Des méthodes de compression efficace existent pour ce type d'approche, notamment à base de représentation polynomiale [MGW01].
  L'extraction de la translucidité des méso-détails permet également de reproduire approximativement les effets de diffusion sous-surfacique, tout en préservant les détails géométriques à hautes fréquence de la surface [TWL+05]. Toutefois, limitée aux matériaux ayant un ordre de *scattering* élevé et un faible *mean free path*, cette méthode reproduit les effets de *sub-surface scattering* ainsi que les ombres auto-portées de matériaux complexes, tels que le pain ou les éponges, voir figure 2.27b.

Variations géométriques : les approches précédentes permettent de capturer les variations de réflectance mais ne découplent pas les variations de réflectance des variations géométriques des méso-détails. Les méthodes suivantes se focalisent sur ces variations géométriques :

– **Normal mapping :** l'utilisation de *bump-maps*/*normal-maps* sur une surface-support plane [Bli78, COM98], permet de modéliser les variations géométriques

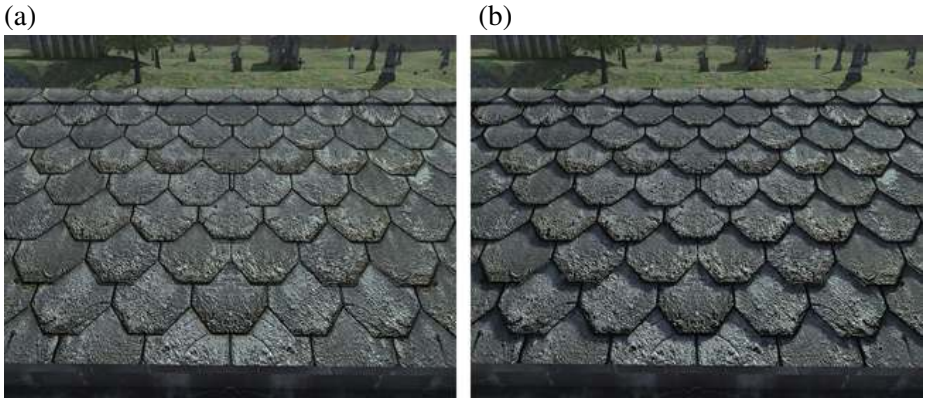


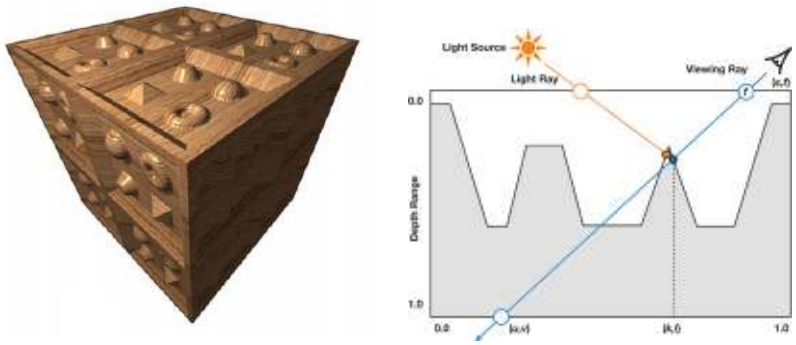
Figure 2.28 : (a) L'utilisation du *normal-mapping* permet de rendre compte des variations de réflectance dues aux méso-géométries. (b) L'ajout d'*horizon-mapping* permet de rendre davantage compte des relations spatiales entre les méso-éléments (images rendues avec C4Engine).

de la surface en modifiant localement l'orientation de la normale. Ce changement d'orientation implique une rotation de la *NDF*, modifiant la radiance réfléchie sans-surcoût géométrique, voir figure 2.28a.

– **Horizon mapping :** l'utilisation d'*horizon-map*s [Max88] permet de reproduire les ombres auto-portées des détails méso-géométriques, voir figure 2.28b. En chaque point de la surface et pour chaque direction environnante, l'angle d'horizon est stocké. À l'aide de ce dernier, un simple test permet de déterminer si un point est ombré ou non pour une source lumineuse distante. Les adaptations de cette technique permettent de rendre les pré-calculs et le rendu d'*horizon-map*s en temps-réel [SC00, TW10].

Principales limitations

Ces approches sont sensibles à la paramétrisation et à la courbure de la surface-support, car les données mésoscopiques sont exprimées en espace texture. Leur application sur une surface courbe entraîne des déformations. Bien qu'il soit possible de compenser ces déformations dans une certaine limite *et al.* [Max88], elles restent l'un des principaux inconvénients de ces méthodes, en plus de l'absence de parallaxe. L'expression de ces données en espace objet résout en partie ces problèmes.



(a) (b)

Figure 2.29 : Illustration du *ray-casting* de méso-géométries. (a) Rendu d'un cube par *relief-mapping* [POC05]. (b) Illustration schématique du *ray-casting* d'un *heightfield* (images originales de Policarpo [POC05]).

2.5.2 Méso-détails avec parallaxe

L'ajout de parallaxe dans les méso-détails est primordial lorsque ces derniers sont clairement visibles. En effet, la parallaxe permet à l'observateur d'estimer le relief et le positionnement relatif des méso-détails dans l'espace. En raison des performances des cartes graphiques d'anciennes générations, les approches purement géométriques n'étaient pas envisageable durant les années 2000. Ainsi de nombreuses techniques alternatives se sont orientées vers des approches type *ray-casting*. Le coût de ces approches, proportionnel au nombre de pixels couverts à l'écran, fait de ces méthodes d'excellentes alternatives aux méthodes géométriques.

2.5.2.1 Représentations par *heightfield*

Une large catégorie de méso-détails est représentable sous la forme d'un simple *heightfield*. Les variations verticales par rapport à une surface de référence sont stockées sous forme de textures ou générées de manière procédurale, découplant géométrie-support et méso-détails.

– **Recherche d'intersections :** avant que les techniques de *ray-casting* pures deviennent populaires, de nombreuses approximations ont été développées à l'instar du *parallax occlusion mapping* [Tat05]. L'idée principale de ces techniques consiste à pré-calculer une estimation du point d'intersection entre les rayons de vue et la surface mésoscopique.
  À l'inverse les techniques de *ray-casting* pures sur GPU [POC05, PO06] permettent de trouver l'intersection exacte du rayon de vue avec la surface mésoscopique, voir figure 2.29. Cette opération peut aussi être réalisée pour les rayons

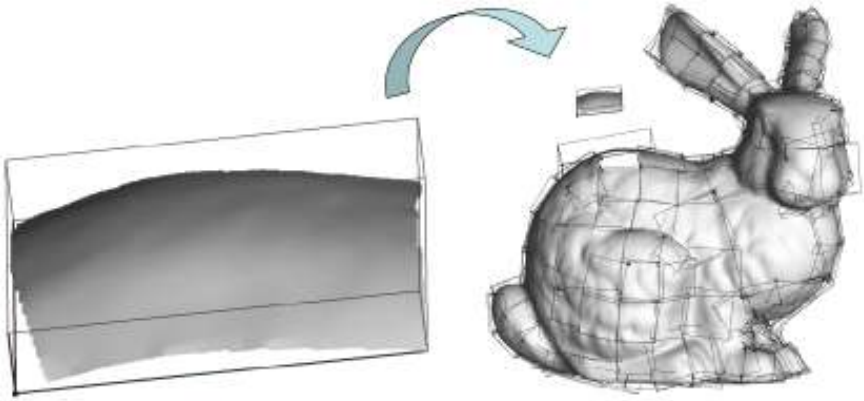


Figure 2.30 : Illustration de la décomposition proposée par de Toledo *et al.* [dTWL08], évitant la déformation les méso-détails sur les surfaces courbes (images originales de Toledo [dTWL08]).

provenant des sources lumineuses afin d'estimer les ombres auto-portées.
L'application de méso-géométrie sur une surface-support courbe entraîne une déformation de l'espace texture dans lequel les méso-géométries sont exprimées. Cette déformation complexifie la recherche d'intersection du fait que le rayon incident devient courbe en espace texture. L'utilisation de surfaces *proxies* analytiques [PO06] ou de pré-calculs de la courbure de l'objet [CC08] facilite cette recherche [9]. L'approche prise par de Toledo *et al.* [dTWL08] inverse le problème en décomposant la surface-support en un ensemble d'espaces droits, voir figure 2.30. Cette décomposition supprime les problèmes de courbure mais pose des problèmes de raccordement aux frontières de ces espaces.
Pour tout point de la surface proxy, l'intersection du rayon de vue avec la surface peut être pré-calculée. Cette approche, intitulée *View-dependent Displacement Mapping* (*VDMs*) [WWT+03], donne lieu une fonction à 5 dimensions, dont le 5ème paramètre permet de tenir compte de la courbure de la surface-support, voir figure 2.31a. Alors que les résultats sont convaincants, le pré-calcul de cette fonction 5D et le coût stockage (plusieurs centaines de méga-octets par méso-détail) ne permettent pas le passage à l'échelle de cette méthode.

– **Structures accélératrices :** le calcul du point d'intersection implique une recherche linéaire fastidieuse en espace texture. De nombreuses structures accélératrices existent [BD06, OKL06, FP07, TIS08] afin de rendre cette recherche efficace et conservative [10]. Parmi toutes ces techniques, les approches hiérarchiques [OKL06, TIS08] proposent le meilleur compromis entre souplesse de

9. Comme pour les techniques de *normal-mapping* ou d'*horizon-mapping*, les méso-détails étant définis en espace texture, l'application directe sur une surface courbe entraîne leur déformation.
10. Les approches à pas constants ne sont pas robustes car elles peuvent omettre des intersections.

mise à jour, dans le cadre d'objets déformables (quelques millisecondes contre plusieurs minutes ou heures pour les autres approches), et performances de recherche d'intersection. Pour une revue en détail de toutes ces techniques, nous invitons le lecteur à lire l'état de l'art réalisé par Szirmay-Kalos *et al.* [SKU08].

– **Ombres :** pour les sources ponctuelle, la présence d'intersection entre le point observé et la source lumineuse indique si le point est ombré ou non. Les méthodes d'*horizon-mapping* citées précédemment sont applicables aux rendus par *ray-casting*. Lorsque la source lumineuse est surfaciques ces méthodes sont inefficaces car nécessitent un sur-échantillonnage pour estimer les zones d'ombres et de pénombres. Des méthodes se basent sur des *horizon-map* hiérarchiques pour évaluer efficacement ce type de sources lumineuses [SN08, TW10].
– **Inter-réflexions :** les inter-réflexions entre méso-détails peuvent être estimées en pré-calculant le voisinage visible de chaque point de la surface [HDKS00] ou en estimant celui-ci à la volée [NS09]. Ces méthodes ne permettant de simuler qu'un seul rebond à la fois, n passes sont nécessaires pour tenir compte des n premières inter-réflexions.

2.5.2.2 Représentations volumiques

Les structures mésoscopiques complexes ne sont pas toujours représentables à l'aide d'un champ de hauteurs. L'utilisation de structures volumiques telles que des textures 3D [Ney98], permet de représenter tous types de méso-structures au prix d'un stockage plus onéreux. Ces méso-détails volumiques sont généralement répétés sur toute la surface afin de limiter le stockage.

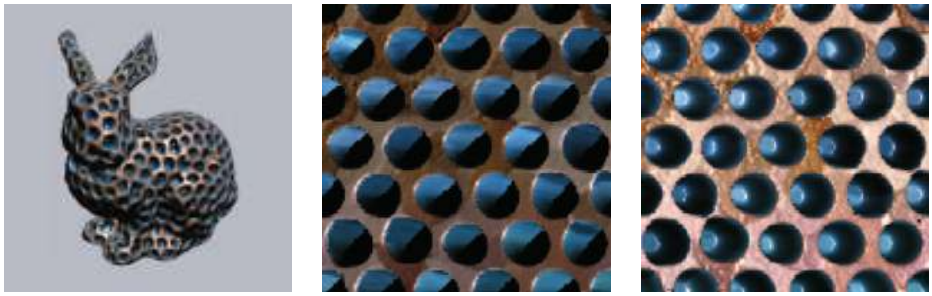
– **Recherche d'intersections :** tout comme pour les représentations de type *heightfield*, l'application de ces données volumiques sur une surface courbe complexifie la recherche d'intersections.Une approximation linéaire par morceaux du rayon incident permet d'obtenir d'une bonne estimation du point d'intersection [Ney98, PBFJ05, JMW07]. Tout comme pour la méthode VDM, ce point d'intersection peut être pré-calculé pour différents degrés de courbure(*Generalized view-dependent Displacement Mapping*, *GDMs*) [WTL+04], générant une fonction 5D à partir de la méso-géométrie volumique, voir figure 2.31b.
– **Effet sous-surfaciques :** les échanges sous-surfaciques peuvent également être pré-calculés pour une méso-géométrie volumique donnée (*Shell Texture Functions* (STF)) [CTW+04, SCT+05]. La couche de méso-détails stocke en chaque point du volume la radiance incidente au voxel en fonction de la radiance incidente à la surface. Les échanges d'énergie à l'intérieur du cœur de l'objet sont eux réalisés par diffusion. Bien que limité à des matériaux ayant un ordre de *scattering* élevé, les résultats produits sont impressionnants pour une technique temps-réel, voir figure 2.31c.

(a) (b) (c)

Figure 2.31 : Représentations de méso-géométries par View-dependent Displacement Mapping [WWT+03] (a), Generalized Displacement Mapping [WTL+04] (b) et Shell Texture Function [TWL+05] (c) (images originales de Wang [WWT+03, WTL+04] et Tong [TWL+05]).

2.5.2.3 Représentations par *light-field*

Contrairement aux méthodes précédentes mixant données géométriques et données de réflectance, les méthodes dites *image-based* stockent uniquement les données de réflectance sortante. Ces approches, généralement coûteuses en stockage, permettent de capturer une grande richesse de détails et de les rendre en temps-réel.



(a) (b) (c)

Figure 2.32 : L'utilisation de BTF [DvGNK99] permet de capturer des apparences complexes et réalistes, comprenant parallaxe, ombres portées et inter-réflexions (a). La surface utilisée est acquise pour différents angles de vue et de lumière (b) et (c) (images originales de Dana [DvGNK99]).

– **Stockage :** parmi les approches les plus populaires, les *BTF*s (*Bi-directional Texture Functions* [DvGNK99]) stockent pour un ensemble de directions de vue et de lumière la radiance sortante en tout point de la surface. Les *BTF*s présentent l'avantage de capturer tous les détails de la méso-géométrie : ombres portées,

parallaxe, translucidité, inter-réflexions, *etc*. En revanche, afin d'éviter les effets de *ghosting* et pour capturer les détails à hautes fréquences, un échantillonnage dense et coûteux en mémoire est nécessaire (plusieurs dizaines voir centaines de méga-octets par *BTF*).

– **Compression :** différentes approches ont été proposées pour réduire le coût de stockage de ces fonctions 6D, comme l'utilisation de techniques de réduction de dimensions type PCA, de représentations par tenseur [VT04] ou encore en séparant parallaxe et réflectance [HPGS09]. La séparation en couches semi-transparentes et indépendantes de la parallaxe [MK06], permet également permet un stockage plus concis des *BTF*s, bien que des phénomènes d'*aliasing* peuvent apparaître aux angles rasants.
– **Silhouette :** l'approche originale des *BTF*s ne permet pas d'extraire les détails de silhouette, importants pour percevoir la rugosité d'une méso-structure. Pour pallier à cela, une fonction de distance à la surface à partir des données des *BTF*s peut être reconstruite [WWT+], à la manière des *VDM*s et *GDM*s.
– **Inter-réflexions :** le stockage direct des inter-réflexions des méso-détails dans les données mésoscopiques ne permet pas toujours une bonne intégration des inter-réflexions de la surface-support. L'utilisation d'une méthode de *PRT* à deux échelles permet de prendre en compte les échanges énergétiques entre ces deux échelles [SLSS03].

Pour plus de détails sur les *BTFs*, nous invitons le lecteur à lire l'état de l'art réalisé par Muller *et al.* [MMS+04].

2.5.2.4 Représentations géométriques

Les méthodes purement géométriques, connues sous le nom de *displacement-mapping* ont été les premières à apparaître. En raison de leurs mauvaises performances, ces méthodes ont rapidement été abandonnées pour des méthodes dites d'*inverse displacement-mapping*. Grâce à l'intégration de processeur de tesselation sur les puces graphiques de dernière génération, les détails mésoscopiques peuvent être représentés sous forme purement géométrique. La parallaxe est implicitement gérée, et les ombres auto-portées peuvent être calculées à l'aide de *shadow-map*s ou d'*horizon-map*s. En revanche, les inter-réflexions sont plus difficiles à calculer bien qu'il soit possible d'utiliser les approches citées ci-dessus [HDKS00, NS09] ou encore des techniques de *PRT*s.

2.5.2.5 Représentations *ad-hoc*

De nombreuses méthodes *ad-hoc* ont été mises au point afin de répondre aux besoins spécifiques de certaines apparences. Parmi elles, les cheveux [MJC+03, MM06, MWM08] dont les *BSDF*s particulières ont fait l'objet de nombreuses attentions ces dernières années, ou encore les tissus pour lesquels de nombreux mod-

	Évaluation	Concision	Shadowing	Parallaxe	Silhouette	Inter-réflexions
Réflectance simple						
McAllister [MLH02]	+++	++	✗	✗	✗	✗
Lawrence [LBAD+06]	++	++	✗	✗	✗	✗
Wang [WRG+09]	+++	+++	✗	✗	✗	✗
Dong [DWT+10]	++	++	✗	✗	✗	✗
Tong [TWL+05]	++	++	✓	✗	✗	✓
heightfield						
Normal/Bump Map [Bli78, COM98]	+++	+++	✗	✗	✗	✗
Polynomial Map [MGW01]	+++	++	✓	✗	✗	✓
Tensor Map [VT04]	++	++	✓	✓	✗	✗
Horizon Map [Max88, SC00, TW10]	+++	++	✓	✗	✗	✗
Relief Map [POC05, PO06]	++	+++	✓	✓	✓	✗
Volume						
Volumique texture [Ney98]	+	+	✓	✓	✓	✗
Shell Map [PBFJ05]	++	+	✓	✓	✓	✗
Réflectance complexe						
BTF [DvGNK99]	++	+	✓	✓	✓	✓
VDM [WWT+03]	++	+	✓	✓	✗	✗
GDM [WTL+04]	++	+	✓	✓	✗	✗
Shell Texture [CTW+04, SCT+05]	++	+	✓	✓	✗	✗
Géométrie						
Tessélation	+++	++	✓	✓	✓	✗

Figure 2.33 : Tableau récapitulatif des différents modèles pour l'échelle mésoscopique. **Évaluation** : facilité d'évaluation, **Concision** : concision des données requises, **Shadowing** : support de l'auto-ombrage, **Parallaxe** : support de la parallaxe, **Silhouette** : visibilité de la silhouette, **Inter-réflexions** : support des inter-réflexions. **Notation** : - Pas du tout, + Peu, ++ Grande, +++ Excellent.

èles existent [XCL+01, ZWMB11, SKZ11]. Pour plus de détails sur ces modèles dits *ad-hoc*, nous invitons le lecteur à consulter l'état de l'art proposé par Dorsey *et al.* [DRS07].

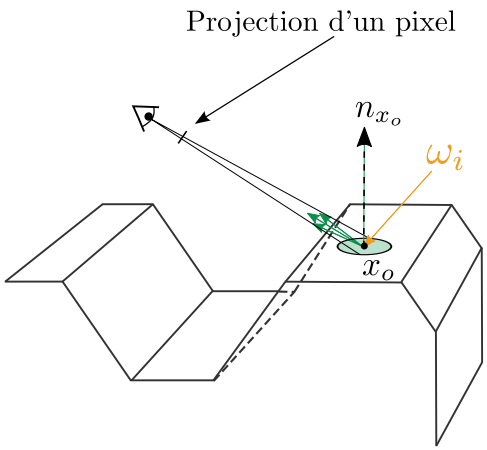


Figure 2.34 : Illustration de l'échelle de rendu des macro-détails. La géométrique des détails est unique et la projection d'un pixel ne couvre qu'une partie plan de la surface.

2.6 Échelle Macroscopique

A l'échelle macroscopique, les détails sont représentés par des surfaces géométriques (voir figure 2.34). Cette géométrie est recouverte d'un matériau modélisant les détails microscopique de celle-ci. Deux grandes familles de représentation sont existes pour l'échelle macroscopique : les représentations surfaciques et les représentations volumiques.

2.6.1 Représentations surfaciques

Les approches surfaciques font partie des représentations les plus courantes. Massivement adoptée par l'industrie, en particulier pour les applications temps-réel, la représentation par maillage prédomine. L'introduction récente de processeurs de tesselation dans les cartes graphiques conforte cette idée. Des manières de stockage intermédiaires existent : maillage simple, *geometry image* [GGH02], *displacement-mapping*, mais posent généralement la question de la paramétrisation de ladite surface.

2.6.2 Représentations volumiques

Les approches volumiques sont quant à elles davantage réservées à des domaines plus spécifiques : *sketching*, visualisation scientifique, visualisation industrielle, *etc*. Parmi elles, on retrouve les approches voxéliques, les surfaces implicites, les représentations par points, ou encore la modélisation procédurale. L'utilisation de

voxels tend à se généraliser aussi bien dans le domaine de la visualisation scientifique [ZWMB11] que de l'industrie cinématographique en raison de la richesse des effets représentables.

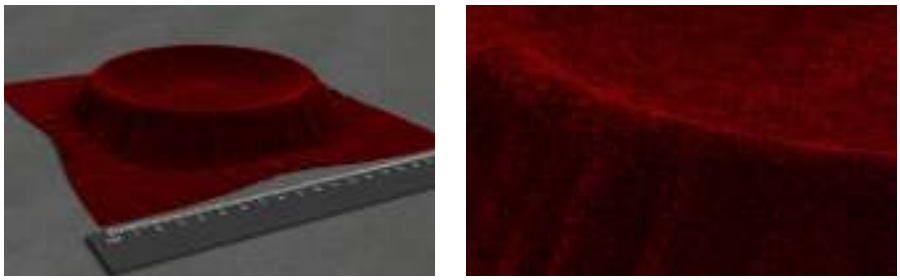
2.7 Continuité entre échelles

L'existence de modèles adaptés à chaque niveau de détails pose le problème de la continuité inter-échelles. Afin que les transitions entre les différents modèles puissent se faire de façon continue, des mécanismes de transition doivent être mis en place.

2.7.1 Sur-échantillonnage (*Super-sampling*)

Le sur-échantillonnage permet de calculer la réflectance exacte à toute échelle. Pour cela l'intégration spatiale de la projection du pixel est réalisée numériquement par échantillonnage. Elle permet l'obtention de résultats exacts sans hypothèse de décorrélation entre la fonction réflectance, les couleurs et la visibilité.

En revanche cette approche est d'autant plus coûteuse que l'observateur est loin de la surface, en raison d'une plus grande projection du pixel (plusieurs dizaines/centaines d'échantillons par pixel peuvent être nécessaire, impliquant des temps de rendu de plusieurs minutes/heures). Par exemple, l'utilisation d'une représentation volumique de la micro-géométrie à toutes les échelles, nécessite un sur-échantillonnage pour calculer l'intégration spatiale de la projection d'un pixel [ZWMB11], voir figure 2.35.

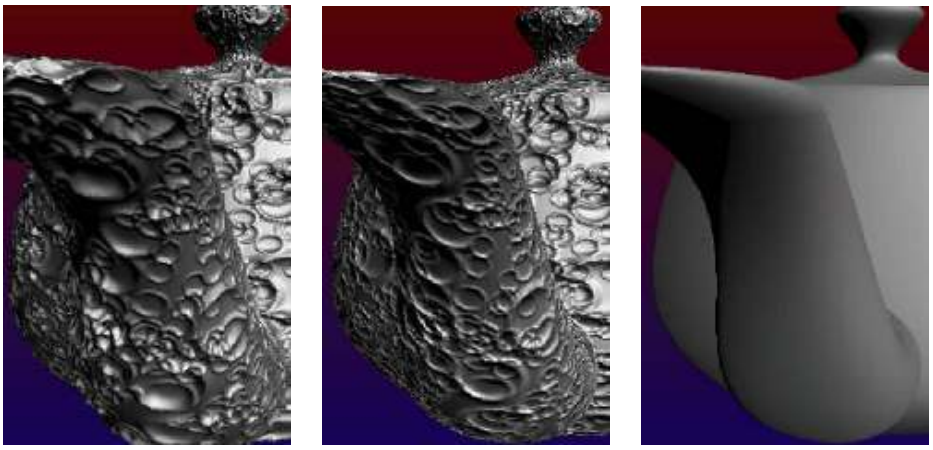


(a) (b)

Figure 2.35 : Utilisation du sur-échantillonnage pour rendre un matériaux de type velours à partir de sa micro-géométrie sous-jacente [ZWMB11]. Le rendu d'un tel objet nécessite plusieurs dizaines de milliers d'échantillons par pixel. (a) Morceau de velours dont la méso-géométrie est visible sur les bords. (b) Zoom sur une partie du tissu (images originales de Zhao [ZWMB11]).

2.7.2 Approches multi-modales

Les approches multi-modales combinent plusieurs modèles de réflectance et les interpolent aux bords de leur domaine de validité.



(a) (b) (c)

Figure 2.36 : Filtrage multi-modal. Utilisation d'une *displacement-map* à l'échelle macroscopique, puis utilisation d'une *normal-map* lorsque l'utilisateur se situe suffisamment loin et que la parallaxe des méso-géométries n'est plus perceptible. Enfin utilisation d'une *BRDF* à l'échelle microscopique (images originales de Becker [BM93]).

- **Approches bi-modales :** limitées aux échelles macro et mésoscopique, ces approches combinent géométrie et *normal-map*s. À l'échelle macroscopique, les macro-détails sont représentés par à l'aide de géométrie. Lorsque l'observateur s'éloigne, ces détails géométriques sont remplacés par une *normal-map*. Le mécanisme utilisé pour simplifier la géométrie permet de conserver l'apparence globale de l'objet notamment au niveau des silhouettes [COM98]. Toutefois, l'utilisation de *normal-map*s ne permet pas de prendre en compte les phénomènes de *masking* ou de *shadowing*, importants aux angles rasants.
- **Approches tri-modales :** ces approches ajoutent le niveau de l'échelle microscopique. La géométrie à l'échelle macroscopique se simplifie en *normal-map*s à l'échelle mésoscopique, puis en *BRDF* à l'échelle microscopique [BM93, BNH10], voir figure 2.36. Afin d'assurer une conservation de l'énergie parfaite entre les modèles, la *normal-map* peut être calculée en fonction du point de vue à partir de la géométrie, permettant de tenir compte des effets d'occlusions. Les transitions entre ces modèles sont assurées par un mécanisme de *blending* palliant au manque de conservation d'énergie entre ces derniers.

2.7.3 Approches unifiées

Les approches unifiées se concentrent autour d'une unique représentation, valide à toutes échelles. Les transitions entre les niveaux de détails sont davantage continue car plus conservatifs. Ces méthodes se basent sur la *pré-intégration* des détails géométriques aux différents niveaux d'échelle considérés. Ces pré-calculs sont stockés en général au sein d'un *MIP-map* [11] de textures.

(a) (b) (c)

Figure 2.37 : Filtrage unifié. Utilisation de lobes de von Mises [HSRG07] pour représenter les données de réflectance à toutes les échelles.(a) Échelle macroscopique, (b) échelle mésoscopique (c) échelle microscopique (images originales de Han [HSRG07]).

Le recours à une pré-intégration nécessite l'existence de trois opérateurs pour la création et l'utilisation des données :

1. **Projection :** sert à projeter les données de réflectance dans la base de représentation ;
2. **Fusion :** permet de calculer les données d'un niveau à l'aide des données d'un niveau inférieur ;
3. **Interpolation :** permet d'interpoler les données discrètes pour reproduire une fonction continue en tout point de la surface et pour tout niveau d'échelle.

Différentes représentations existent pour ces approches unifiées :

– **Bases de lobes :** introduit par Fournier [Fou92], les bases de lobes sont couramment utilisées pour représenter les données de réflectance [TLQ+08, ON97] ou de *NDF*s [Fou92, Tok05, TLQ+05, HSRG07, OB10], voir figure 2.37. Ces différents travaux s'appuient sur des lobes de natures différentes (gaussien, cosinus,

11. Introduit par Williams [Wil83], le *MIP-mapping* sert originellement à stocker pour chaque niveau, la couleur représentative des pixels sous-jacents. Le pré-filtrage, généralement réalisé en espace texture, suppose l'application sur une surface plane. Le stockage en espace objet permet de limiter les problèmes.

von Mises, *etc*). Chaque niveau de *MIP-map* stocke les données directionnelles fusionnées des échelles inférieures.
Ces bases de lobes nécessitent un processus d'optimisation non-linéaire lors de la projection des données. Cette optimisation est complexe et instable, du fait d'un processus itératif et d'une forte dépendance aux conditions initiales. Les données voisines d'un texel sont généralement projetées indépendamment. Cette indépendance rend difficile l'appareillement des lobes, nécessaire pour une interpolation correcte. Plusieurs méthodes ont été proposées pour simplifier cette étape [HSRG07, TLQ+08], mais sans éliminer complètement cette instabilité.
Les approches modélisant uniquement les *NDF*s omettent les termes de *shadowing* et *masking* dus à la méso-géométrie. En supposant une décorrélation entre ces deux termes, Tan *et al.* [TLQ+08] proposent une approximation multi-échelle de ces termes.

– **Bases de fonctions :** l'utilisation de bases de fonctions orthogonales (harmoniques sphériques, ondelettes) évite cette projection par optimisation, en résumant cette projection à une simple intégration des données sur les différentes fonctions composant la base. Leur nature linéaire assure une pré-intégration et une interpolation triviales. En revanche, de telles bases nécessitent un grand nombre de coefficients pour représenter correctement les données, impliquant des coûts de stockage important (pour exemple, la représentation d'une fonction de réflectance de fréquence comparable à un lobe de Phong d'exposant 12 nécessite 64 coefficients d'harmonique sphériques).
– **Light-field :** les approches basées images comme les *BTF*s bénéficient également de l'utilisation de *MIP-map*s. Chaque texture de réflectance est décomposée dans une pyramide Laplacienne afin de pré-intégrer les détails à chaque niveau de *MIP-map* [MCT+05]. Bien que coûteuse en stockage (plusieurs dizaines voir centaines de méga-octets par *BTF*s), cette approche permet de bénéficier d'un filtrage simple et efficace.
– **Clustering :** en identifiant les points de réflectance caractéristiques et en se basant sur une hiérarchie de maillages, la réflectance d'un point donné peut être reconstruite par combinaison linéaire des points caractéristiques [WDR09]. Bien que coûteux en stockage (plusieurs dizaines de méga-octets en sus des différentes versions du maillage) et en évaluation (plusieurs minutes sur un processeur récent), ce type d'approche permet de tenir compte des effets de *masking* et de *shadowing* induits par la méso-géométrie.

Pour plus de détails sur les approches filtrage, nous invitons le lecteur à consulter l'état de l'art proposé par Bruneton *et al.* [BN11].

2.8 Conclusion

Au travers de cet état de l'art nous avons défini la notion de matériau comme un ensemble de fonctions de réflectance adaptées aux niveaux d'échelle de la géométrie

sous-jacente. Nous avons classifié les différents modèles de réflectance existants pour ces différents niveaux d'échelles et montrer les principales techniques de transitions entre ces échelles.

Malgré l'absence de modèle unifié, les nombreux modèles existants permettent de reproduire une grande variété d'effets de réflectance. Les modèles de diffusion sous-surfacique (modèles angulaires et spatiales pour micro-détails) sont parmis les plus complexes et les plus coûteux à évaluer. De nombreux amélioration restent à faire pour ces modèles.

Contributions

PARTIE II

PARTIE II
Contributions

CHAPITRE 3

Modèle de réflectance pour matériaux transparents et rugueux

3.1 Introduction **72**
3.1.1 Motivations 72
3.1.2 Transparence et translucidité 72
3.2 Travaux antérieurs **74**
3.2.1 Réfractions en temps-réel 74
3.2.2 Modèles de *BTDF* 76
3.3 Théorie générale **76**
3.3.1 Modèle de *BTDF* 77
3.3.2 Pré-calculs 79
3.3.3 Transport 80
3.3.4 Réflexion interne totale 82
3.3.5 Implémentation 84
3.3.6 Résultats 87
3.4 Rugosité variant spatialement **91**
3.4.1 Motivations 91
3.4.2 Implémentation 94
3.4.3 Résultats 95
3.5 Illumination locale **96**
3.5.1 Motivations 96
3.5.2 Implémentation 98
3.5.3 Résultats 99
3.6 Perception et discussion **99**
3.7 Conclusions **100**

3.1 Introduction

3.1.1 Motivations

Les matériaux transparents tels que le verre, les plastiques, laissent traverser la lumière de part en part de l'objet. Une partie de ces matériaux présente des micro-variations géométriques qui perturbent la transmission de la lumière incidente. Cette rugosité de l'interface donne lieu à des réfractions floues. Dans notre quotidien de nombreuses objets revêtent des matériaux transparents et rugueux (vitres de salles de bains, photophores, *etc*). C'est pourquoi un tel modèle de matériau est utile.

Cette rugosité donne lieu à deux difficultés : une fonction de *scattering* (*BSDF*) complexes aux interfaces de l'objet ; un transport complexe (angulaire et spatiale) de la lumière de part en part de l'objet.

Figure 3.1 : Exemples d'objets réels réalisés dans un matériau transparent et rugueux. (a) Évier réalisé en verre dépoli. (b) Pierres décoratives en verre dépoli.

Au travers de ce chapitre, nous introduisons un nouveau modèle de réflectance capable de reproduire les effets observables sur ces matériaux transparents et rugueux. La simplicité de ce modèle permet d'atteindre des performances temps-réel. D'autre part, les paramètres intuitifs permettent aux artistes de rapidement tester différentes types d'apparences, point important dans le contexte d'un jeu vidéo.

3.1.2 Transparence et translucidité

Il est important de ne pas confondre matériaux transparents et matériaux translucides. D'apparence similaire, les réfractions floues de ces matériaux, ne sont pas issues des mêmes phénomènes.

– **matériaux translucides** : les particules/impuretés contenues dans le médium dévient les photons qui se propagent dans le matériau, voir figure 3.2a. Ces déviations créées alors des réflexions floues.
– **matériaux transparents** : les photons sont déviés de leur trajectoire initiale par l'interface rugueuse du matériau. L'intérieur du matériau étant *pure*, les photons traversent le matériau de part en part de façon rectiligne, voir figure 3.2b.

Ainsi un photon traversant un objet de part en part subira exactement deux évènements de *scattering* (entrée/sortie), dans le cas d'un matériau transparent rugueux et deux ou plus, dans le cas d'un matériau translucide.

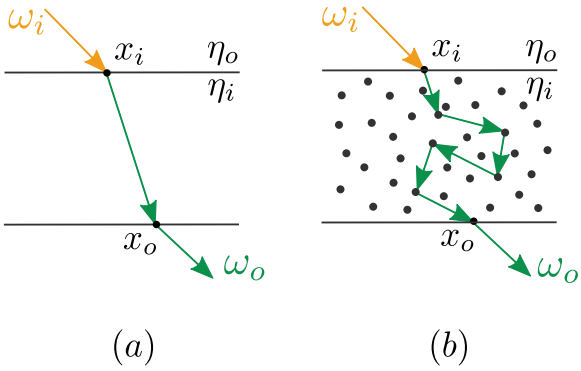


Figure 3.2 : Différences entre un matériau translucide et un matériau transparent. (a) Matériau translucide : un rayon lumineux traversant de part en part un objet subit de nombreux événements de *scattering* à l'intérieur de l'objet. (b) Matériau transparent : un rayon lumineux traversant de part en part un objet subit uniquement des événements de *scattering* au niveau des interfaces.

Contributions

Nous proposons les contributions suivantes :

– une méthode pour rendre en temps-réel des matériaux rugueux et transparents éclairés par une illumination complexe et distante,
– une approximation d'une *BTDF* à micro-facettes par une gaussienne sphérique,
– une modélisation de l'opérateur de transport par un opérateur de convolution,
– une méthode pour tenir compte des variations de rugosité à la surface,
– une méthode pour tenir en compte de l'éclairage local.

Publications
Ces travaux ont été publiés dans la conférence *ACM Symposium on Interactive 3D Graphics and Games 2011* [dRBS+11] et a remporté le *Best Paper Award*. Une version étendue de ces travaux sera également publiée dans le journal *IEEE Transaction on Visual and Computer Graphics 2012*. Ces travaux ont été réalisés en collaboration avec Adrien Bousseau (INRIA), Kartic Subr (UCL), Nicolas Holzschuch (INRIA), et Ravi Ramamoorthi (UC Berkeley).

La suite de ce chapitre détaille ces différentes contributions.

3.2 Travaux antérieurs

Nous détaillons ici les principaux modèles de matériaux existants pour les surfaces translucides.

3.2.1 Réfractions en temps-réel

Durant ces dernières années, de nombreux modèles et algorithmes se sont attachés à produire des images d'objets transparents spéculaires en temps-réel. Avec l'arrivée de la programmation des cartes graphiques, la simulation de réfraction s'est rapidement développée. Ces techniques n'appliquaient qu'une simple déviation sur la première interface de l'objet. Cette simple approximation ne permet pas d'obtenir des réfractions plausibles, voir figure 3.2.1. Tenir compte de l'interface de sortie est un problème plus difficile du fait de l'utilisation de z-*buffer* sur les cartes graphiques modernes.

Différentes approches ont ainsi été explorées. Wyman [Wym05] observe que le point de sortie du rayon est toujours situé entre la prolongation de la normale et le rayon incident. Ainsi en pré-calculant le point d'intersection dans la direction de la normale, il est d'approximer le point de sortie. Bien que non physiquement correct, cette technique produit des images plausibles en temps-réel. Olivera *et al.* [OB07] propose un calcul exact du point de sortie. Pour cela, les faces les proches et les plus éloignés sont rendues dans deux z-*buffer* différents. Un algorithme de *ray-casting* propage alors le rayon réfracté dans le z-*buffer*, permettant de trouver l'intersection exacte et d'appliquer la seconde réfraction. De manière différente, Eisemann *et al.* [ED06] propose une *voxélisation* temps-réel de la scène 3D. Ceci permet de propager le rayon réfracté de manière correcte. La seconde réfraction est effectuée de manière plus où moins exacte en fonction de la résolution de la grille de voxels. Toutes ces approches produisent des images plausibles, mais ne sont uniquement applicables qu'aux réfraction spéculaires. Elles ne permettent pas d'obtenir des réfractions rugueuses.

(a) Interface simple

(b) Interface multiple

Figure 3.3 : Comparaison entre une image produite en ne considérant qu'une seule interface (a), et une image considérant toutes les interfaces (b). La prise en compte des autres interfaces ajoute des hautes fréquences auxquelles nous prêtons attention dans les matériaux ayant des réfractions spéculaires (images originales de Olivera [OB07]).

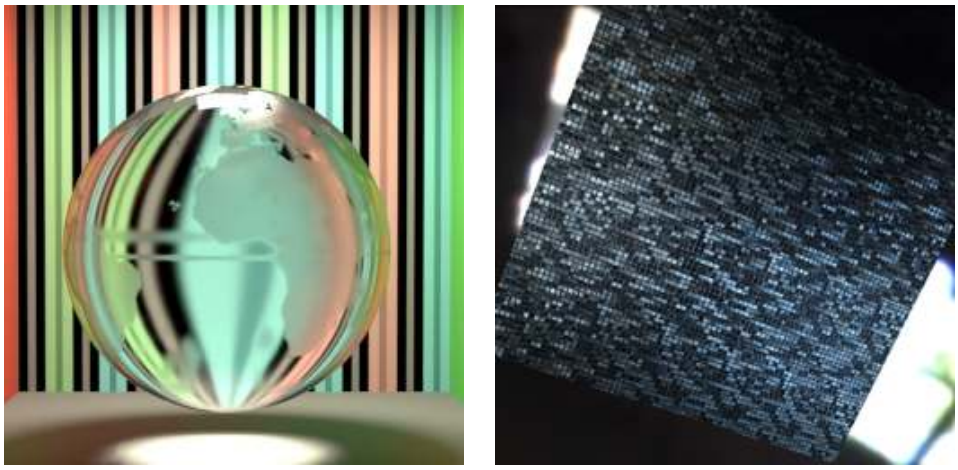
(a) Modèle proposé par Eisemann *et al.*

(b) Modèle proposé par Olivera *et al.*

Figure 3.4 : Exemples des méthodes proposées par Eisemann *et al.* [ED06] et par Olivera *et al.* [OB07]. Ces deux méthodes permettent d'obtenir des réfractions spéculaire en temps-réel.

3.2.2 Modèles de *BTDF*

Afin de générer des images avec un matériau transparent et rugueux, Walter *et al.* [WMLT07] ont proposé un modèle se basant sur la théorie des micro-facettes. Appliquées aux matériaux translucides, les micro-facettes permettent d'obtenir une simulation physiquement correcte, en accord avec les mesures réalisées lors de leurs expériences. De la même manière Dai *et al.* [DWL+09] ont proposé un modèle de réflectance pour les surfaces transparentes et rugueuses applicable aux parois fines. Un tel modèle de matériau est utile car une simulation complète à l'aide du modèle proposé par Walter *et al.* [WMLT07] peut rapidement devenir coûteux. Les deux interfaces doivent être échantillonnées de façon dense, nécessitant plusieurs centaines d'échantillons. Le modèle proposé par Dai permet ainsi de réduire le coût d'évaluation en fusionnant les deux interfaces au sein d'un unique modèle. Ces deux modèles nécessitent toujours un échantillonnage dense, empêchant d'obtenir des performances temps-réel.



(a) Modèle proposé par Walter *et al.* (b) Modèle proposé par Dai *et al.*

Figure 3.5 : Exemples de rendus réalisés avec les modèles de Walter *et al.* [WMLT07] (a) et Dai *et al.* [DWL+09] (b). Ces modèles permettent de reproduire l'apparence des matériaux transparents et rugueux de manière réaliste.

3.3 Théorie générale

Le modèle proposé se limite dans un premier temps à un éclairage distant complexe (*environment map*). Nous verrons à la fin de ce chapitre une extension aux modèles locaux d'éclairage.

Les propriétés de réflectance du matériau se décomposent en deux parties : une

BRDF et une *BTDF*. Le calcul de la radiance sortante pour une position x_o et une direction ω_o données nécessite l'intégration de ces deux fonctions sur les hémisphères supérieur et inférieur comme le montre l'équation 3.1.

$$\begin{aligned} L(x_o, \omega_o) &= \int_{\mathcal{H}^2_+} L(x_o, \omega_i) f_r(\omega_o, \omega_i)\, \mathrm{d}\omega_i \\ &\quad + \int_{\mathcal{H}^2_-} L(x_o, \omega_i)\, f_t(\omega_i, \omega_o)\, \mathrm{d}\omega_i \end{aligned} \tag{3.1}$$

Nous nous intéressons ici uniquement à la partie *BTDF* du modèle ; pour la partie *BRDF*, nous utilisons le modèle proposé par Wang *et al.* [WRG+09].

3.3.1 Modèle de *BTDF*

Le modèle introduit par Walter *et al.* [WMLT07] repose sur la théorie des microfacettes et permet d'obtenir des résultats proches des mesures physiques. Comme le montre l'équation 3.2, son expression est complexe :

$$\begin{aligned} f_t(\omega_{h_t}, n) &= \frac{|\omega_i \cdot \omega_{h_t}||\omega_o \cdot \omega_{h_t}|}{|\omega_i \cdot n||\omega_o \cdot n|} \\ &\quad \frac{\eta_o^2(1 - F(\omega_o, n))D(\omega_{h_t}, n)G(\omega_o, \omega_i, \omega_{h_t})}{(\eta_i(\omega_i \cdot \omega_{h_t}) + \eta_o(\omega_o \cdot \omega_{h_t}))^2} \end{aligned} \tag{3.2}$$

La fonction D modélise la rugosité du matériau par une distribution de normales (*NDF*). Plus cette distribution est large, plus le matériau apparaît comme rugueux et plus la réfraction sera floue. Plusieurs modèles de fonction sont envisageables pour D. Bien que la fonction *GGX* [WMLT07] donne les meilleurs résultats, nous avons privilégiés la fonction gaussienne pour sa simplicité et ses bonnes propriétés :

$$D(\omega_{h_t}, n) = \chi^+(n \cdot \omega_{h_t}) \frac{\kappa_\gamma^D + 2}{2\pi} (n \cdot \omega_{h_t})^{\kappa_\gamma^D} \tag{3.3}$$

Le vecteur ω_{h_t} est l'équivalent du *half-vector* pour les réfractions. Il est défini de la manière suivante :

$$\omega_{h_t} = \frac{\vec{\omega_{h_t}}}{||\vec{\omega_{h_t}}||} = -\frac{\eta_o \omega_o + \eta_i \omega_i}{||\eta_o \omega_o + \eta_i \omega_i||} \tag{3.4}$$

Si l'on s'intéresse uniquement aux événements de *scattering* ayant lieu au niveau d'une seule interface, on se rend compte que le simple calcul de la radiance sortante

en un point et pour une direction donnée est coûteux. En effet, avec ce modèle il est nécessaire d'échantillonner l'ensemble de la fonction f_t. Pour éviter cela, il semble judicieux de faire appel à la *pré-intégration*. Celle-ci consiste à pré-calculer l'intégration du produit de la *BTDF* et de la fonction d'illumination pour un ensemble discret de directions. Pour restreindre les coûts de calcul et de stockage, le lobe de réflexion/réfraction doit être indépendant de la direction incident et radialement symétrique [1]. Le calcul de la radiance pour une position et une direction données se fait alors en une simple lecture dans une table/texture.

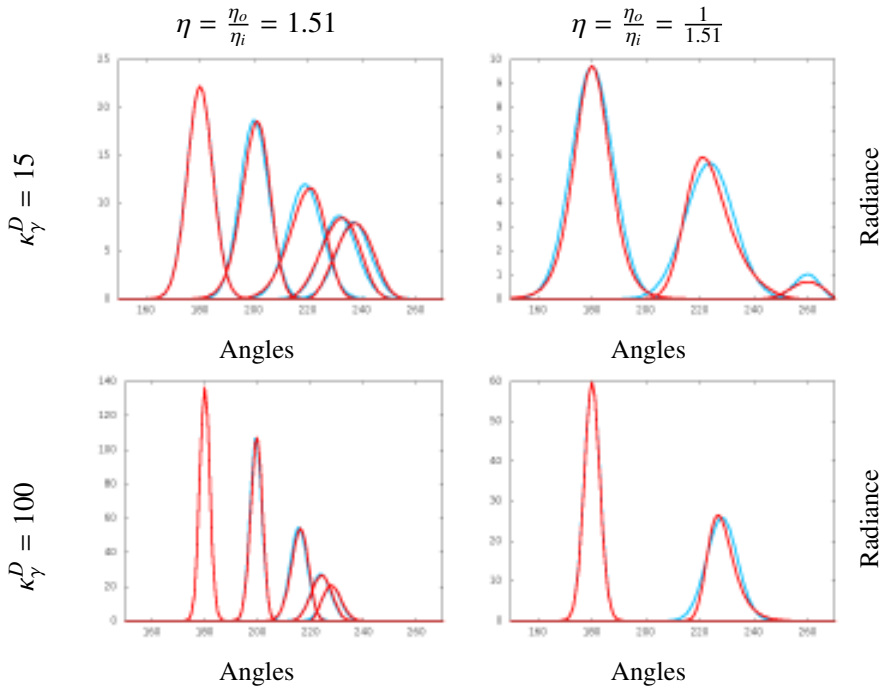


Figure 3.6 : Comparaison entre le modèle de réflectance proposé par (rouge) et notre approximation en gaussienne sphérique (bleu) pour différents angles d'incidence (0,30,60,80 et 88 degrés) et pour différentes valeurs de rugosité κ_γ^D. La première colonne montre le cas entrant, ($\eta = 1.51$). La seconde colonne montre le cas sortant ($\eta = \frac{1}{1.51}$). Dans le second cas, des phénomènes de réflexion totale interne se produisent réduisant le nombre de courbes.

En analysant la fonction proposée par [WMLT07], nous avons observé un comportement proche d'une gaussienne sphérique, voir figure 3.6. Pour des angles d'incidence différents, ainsi que pour des rugosités différentes, on observe le même type de réponse. Cette approximation est intéressante en raison de la simplicité d'expression d'une gaussienne sphérique et de ses bonnes propriétés. Une gaussienne sphérique a pour équation :

1. Autrement il serait nécessaire de prendre en compte l'angle de rotation de la fonction de réflectance pour toutes les directions de vue possibles

$$f_t(\omega_o, \omega_i) = \alpha_t e^{\kappa_t(p_t \cdot \omega_i - 1)} \tag{3.5}$$

où p_t représente la direction du lobe, κ_t représente la largeur du lobe et α_t représente la taille du lobe, voir figure 3.7.

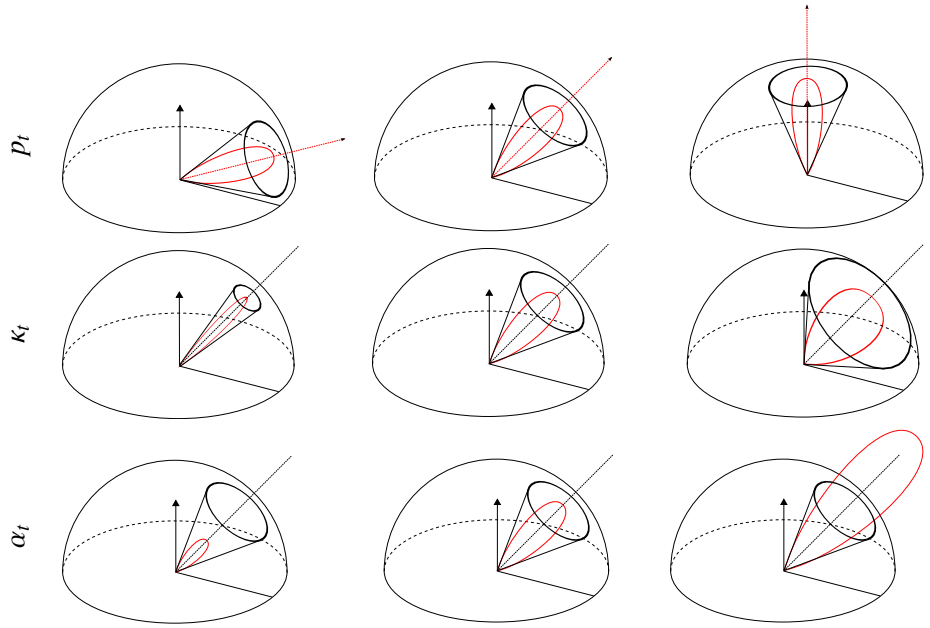


Figure 3.7 : Influence des trois paramètres p_t, κ_t et α_t d'un lobe gaussien sphérique. La première ligne montre l'influence du paramètre de direction p_t. La second ligne montre l'influence du paramètre de largeur κ_t. Enfin la troisième ligne montre l'influence du paramètre d'échelle α_t.

3.3.2 Pré-calculs

Deux pré-calculs sont nécessaires pour exploiter notre méthode.

1. **Paramètres :** les trois paramètres des gaussiennes sphériques sont optimisés pour un ensemble d'angles incidents, de rugosités et d'indices de réfraction. Les résultats de cette optimisation sont stockés dans une table où une texture T, indexée par l'angle incident θ_o, l'indice de réfraction η et la rugosité du matériau κ_γ^D. Cette table est utilisée au moment du rendu.

$$T(\theta_o, \eta, \kappa_\gamma^D) \rightarrow (\alpha_t, \kappa_t, p_t) \tag{3.6}$$

2. **Pré-intégration :** de par sa nature radialement symétrique, une gaussienne sphérique est parfaitement adaptée aux méthodes de pré-intégration. Pour

un ensemble de largeurs de lobe, on pré-calcule l'intégrale du produit entre l'*environment map* et la gaussienne sphérique. Cette opération est équivalente à une convolution sphérique. Sous cette forme elle permet d'accélérer les pré-calculs pour les lobes larges, en réalisant cette convolution dans l'espace des harmoniques sphériques [RH01, RH02]. La convolution avec de larges noyaux provoque la disparition des hautes fréquences. De ce fait, les résultats peuvent être stockés dans des textures de plus faibles résolutions [2].

3.3.3 Transport

Jusqu'à présent, nous ne nous sommes intéressés qu'aux événements de *scattering* ayant lieu au niveau d'une unique interface. Cependant les images produites au travers d'une seule réfraction ne sont pas plausibles. Tout comme les approches proposées par Wyman [Wym05] et Olivera *et al.* [OB07], nous considérons le transport lumineux traversant l'objet de part en part. L'équation 3.7 formalise le transport entre ces deux interfaces :

$$L(x_o, \omega_o) = \int_S L(x_o, \omega_s)\ f_t(\omega_o, \omega_s)\ J(n_{x_o}, n_{x_s}, x_o, x_s)\ \mathrm{d}x_s \tag{3.7}$$

où x_o et x_s sont respectivement les points de sortie et d'entrée de la lumière incidente, $\omega_= \frac{x_s - x_o}{\|x_s - x_o\|}$, n_{x_o} et n_{x_s} sont respectivement les normales aux points x_o et x_s, voir figure 3.8. $J(n_{x_o}, n_{x_s}, x_o, x_s)$ est le Jacobien associé au changement de variable de l'angle solide à la surface S, aboutissant au final à :

$$L(x_o, \omega_{\mathbf{s}x_o}) = \int_{\mathcal{H}^2_-} L(x_s, \omega_s)\ f_t(\omega_s, \omega_o)\ \mathrm{d}\omega_s \tag{3.8}$$

Pour calculer la radiance sortante à l'aide du modèle original, il est nécessaire d'intégrer au niveau de la première interface la fonction de réflectance sur l'hémisphère inférieur. Pour chaque échantillon, il faut ensuite calculer sa contribution sur la seconde interface, voir figure 3.8. Enfin pour chaque point projeté sur la seconde interface, il faut calculer l'intégrale du produit de la *BTDF* avec l'illumination distante sur l'hémisphère inférieur. Cet échantillonnage est extrêmement coûteux.

Notre approximation en gaussienne sphérique permet de simplifier la dernière partie en utilisant la pré-intégration de l'*environment map*. Cependant, cela ne résout pas le transport au sein de l'objet. Afin de résoudre ce dernier problème, notre

2. La pré-intégration peut être stockée dans un *MIP-map* de textures, réduisant ainsi la taille de stockage en mémoire. D'autre part cela permet de tirer meilleur parti de la carte graphique, en utilisant ses fonctionnalités matérielles d'interpolation

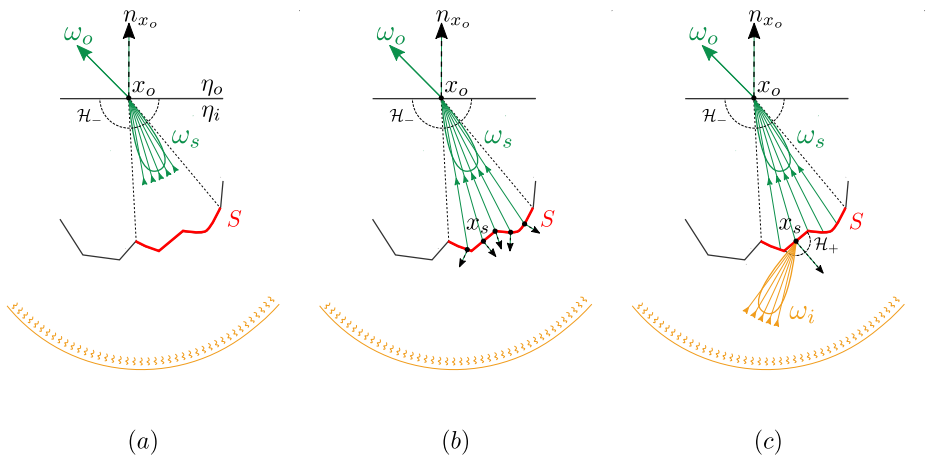


Figure 3.8 : Calcul de la radiance sortante au point x_o dans la direction ω_o en considérant deux interfaces : une interfaces d'entrée et une interface de sortie. (a) La direction incidente détermine le lobe de la première interface à échantillonner. (b) Chaque échantillon se projette sur la surface S. (c) Pour chacun des échantillons, il faut intégrer l'illumination distante en échantillonnant la fonction de réflectance sortante.

idée est de transformer ce problème de transport en un problème de filtrage. L'hypothèse d'illumination purement directionnelle, permet de remplacer la géométrie de la face opposée par sa description angulaire : une distribution de normale (*NDF*) appliquée sur une surface proxy, voir figure 3.9. Ceci étend en quelque sorte les travaux effectués par Han *et al.* [HSRG07] sur le filtrage de normales. Afin de réaliser cela, deux problèmes se posent :

- Comment définir la zone géométrique à filtrer ?
- Comment calculer la *BTDF* finale ?

Pour répondre à la première question, l'approximation en gaussienne sphérique nous permet de borner le lobe à l'aide d'un cône. L'intersection de ce cône avec la seconde interface détermine la zone géométrique à filtrer, c'est-à-dire à remplacer par une *NDF* γ^G. Pour borner un lobe gaussien nous définissons la valeur Λ comme un pourcentage de l'intégrale du lobe. À partir de cette valeur, on détermine l'angle θ_{lim} bornant le lobe :

$$\Lambda I = \int_{\Omega_{lim}} e^{\kappa(p\cdot\omega-1)} \mathrm{d}\omega$$

$$\Lambda I = 2\pi \int_0^{\theta_{lim}} e^{\kappa(p\cdot\omega-1)} \sin(\theta)\, \mathrm{d}\theta$$

Sachant que $e^{\kappa(p\cdot\omega-1)} = \cos^{\kappa}(\theta)$ pour $\kappa > 2$ [HSRG07], on obtient :

$$\begin{aligned}
\Lambda I &= 2\pi \int_0^{\theta_{lim}} \cos^{\kappa}(\theta)\sin(\theta)\,\mathrm{d}\theta \\
\Lambda I &= 2\pi \left[\frac{-1}{\kappa+1}\cos^{\kappa+1}(\theta)\right]_0^{\theta_{lim}} \\
\Lambda I &= \frac{2\pi}{\kappa+1}\left(-\cos^{\kappa+1}(\theta_{lim})+1\right)
\end{aligned}$$

Sachant que $I = \frac{2\pi}{\kappa+1}$, on obtient :

$$\begin{aligned}
\Lambda &= 1-\cos^{\kappa+1}(\theta_{lim}) \\
\cos^{\kappa+1}(\theta_{lim}) &= 1-\Lambda \\
\theta_{lim} &= \arccos((1-\Lambda)^{\frac{1}{\kappa_l+1}})
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Ainsi, θ_{lim} donne l'angle limite qui permet de conserver Λ fois la valeur de l'intégrale. Une fois cette valeur calculée, il est possible de trouver la zone géométrique à filtrer et de déterminer la *NDF* correspondante γ^G. La *BTDF* finale est définie comme étant la convolution entre la *NDF* de la *BTDF* γ^D, c'est à dire sa rugosité, et la *NDF* de la zone géométrique couverte γ^G. Cette formulation est valide sous les conditions suivantes :

- La *NDF* de la zone géométrique filtrée est représentable par une gaussienne sphérique
- La forme globale de la *BTDF* est indépendante de l'angle incident

En pratique, les résultats prouvent une bonne tolérance à ces hypothèses. Calculer une convolution sphérique entre deux gaussiennes est triviale. Le résultat est lui-même une gaussienne sphérique, dont la largeur $\kappa_\gamma^{D'}$ est donnée par l'équation 3.10. Cette nouvelle *NDF* $\gamma^{D'}$ est utilisée pour définir la *BTDF* représentant le transport complet au travers de l'objet pour un point x_o et une direction ω_o donnés.

$$\kappa_\gamma^{D'} = \frac{\kappa_\gamma^G\,\kappa_\gamma^D}{\kappa_\gamma^G+\kappa_\gamma^D} \tag{3.10}$$

3.3.4 Réflexion interne totale

Du fait d'un changement de milieux, la proportion d'énergie transmise et réfléchie varie avec l'angle d'incidence. Cette proportion est régie par la loi de Fresnel et la direction du rayon réfracté suit la loi de Snell. Lorsque l'indice du milieu incident

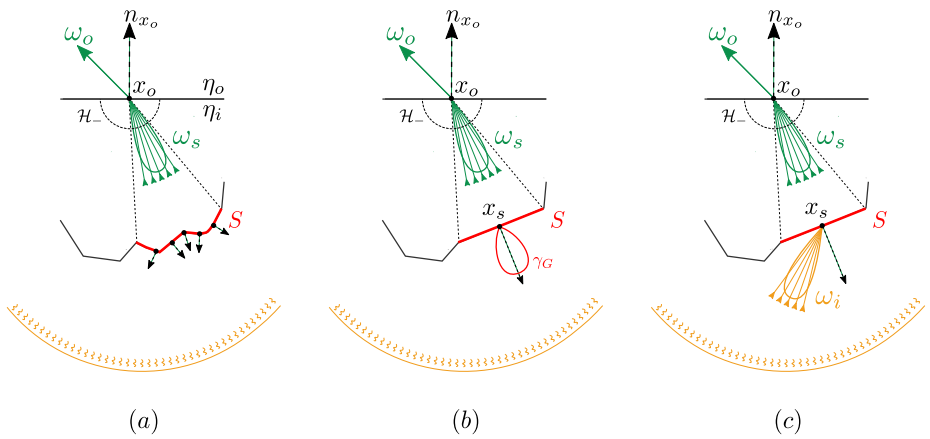


Figure 3.9 : Approximation du transport. (a) Calcul de la surface intersectée par le cône délimitant le lobe d'entrée. (b) Remplacement de la géométrie par une surface proxy et une distribution de normale. (c) Modification de la fonction de réflectance, puis calcule de la seconde réfraction et intégration de l'illumination distante.

est plus fort que celui du milieu sortant, des réflexions totales internes (*TIR* : *Total Internal Reflection*) apparaissent, lorsque l'angle incident est supérieur à l'angle critique. Dans ce cas tous les rayons incidents sont réfléchis.

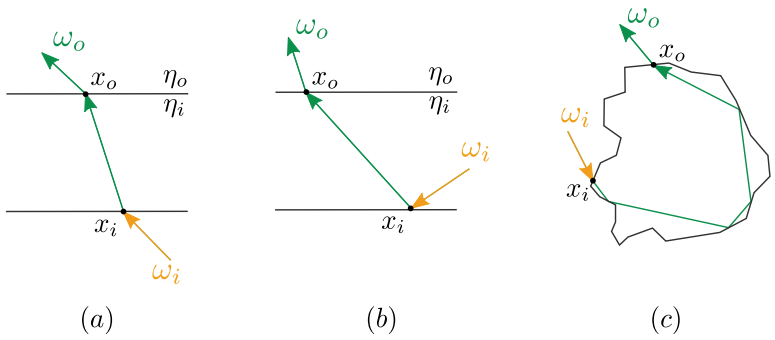


Figure 3.10 : Exemples de réflexion interne totale (*TIR*). (a) Réfraction normale sans aucune *TIR*. (b) Cas de *TIR*, car l'angle incident est supérieur à l'angle critique. (c) Cas complexe de réfraction, où plusieurs *TIR*s se succèdent avant que le rayon ne ressorte de l'objet.

Dans le cadre de réfractions spéculaires, on peut traiter correctement ces cas de *TIR* [DW07]. Il est facile de calculer la trajectoire d'un seul rayon lumineux sortant. Toutefois, ce calcul est coûteux car nécessite un *ray-marching* long dans les *buffer*s de profondeur. De ce fait, on utilise généralement des approximations. En cas de

TIR, une des méthodes les plus utilisées consiste à remplacer le vecteur réfracté par une des tangentes du point sortant [Wym05, OB07]. Bien que n'ayant aucun fondement physique, cette technique permet d'obtenir des images plausibles.

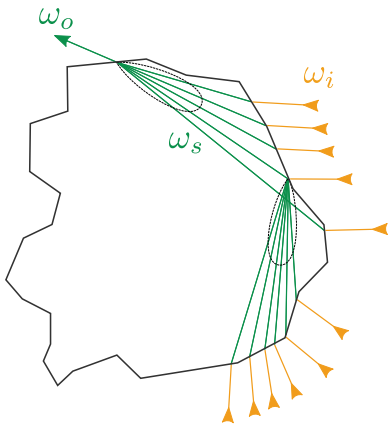


Figure 3.11 : Exemple de réfractions complexes durant lesquels de nombreuses réflexions internes ont lieu, et ce, à plusieurs ordres.

Dans le cadre de réfractions à travers des matériaux rugueux, ce calcul est plus complexe car on considère une distribution de rayons. On pré-calcule la proportion réfléchie et réfractée de la distribution pour ensuite appliquer au choix : soit la méthode proposée par Wyman *et al.* [Wym05], soit une réflexion simple du rayon incident. Dans ce cas, le troisième événement de *scattering* est omis en raison de l'étendu spatiale couverte par le faisceau lumineux, voir figure 3.11. L'œil humain étant assez peu sensible aux erreurs de réfraction, les résultats obtenus avec ces méthodes sont très satisfaisantes.

3.3.5 Implémentation

Notre implémentation sur carte graphique se base sur un algorithme en 3 passes, voir figure 3.12. Schématiquement, l'algorithme s'attache lors de la première passe à rendre la géométrie *arrière* de l'objet, puis filtre ces informations lors de la seconde passe. La dernière passe calcule la radiance en considérant successivement les événements de *scattering*. Nous allons à présent détailler chacune de ces phases.

0. **Entrées :** Durant la phase de pré-calculs les paramètres des lobes sont optimisés pour un ensemble d'angles incidents et de rugosités. Ces paramètres sont stockés dans deux textures : l'une pour l'interface d'entrée, l'autre pour l'interface de sortie. L'illumination est pré-convoluée pour différentes largeurs de lobes et stockée dans un *MIP-map* de textures. Enfin, l'algorithme nécessite en entrée la géométrie de l'objet à un instant T. Notre algorithme peut donc traiter les objets dynamiques/déformables.

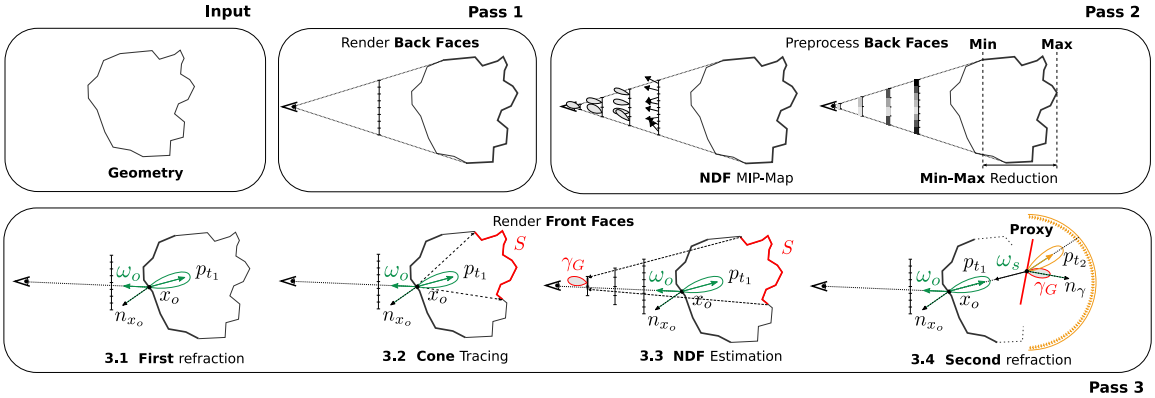


Figure 3.12 : Vue globale de l'algorithme. (**Passe 1**) Durant la première passe, les normales et les profondeurs des faces arrières de l'objet sont stockées dans deux *buffer*s. (**Passe 2**) Un *buffer* de *NDF* est construit à partir du *buffer* de normales en estimant pour chaque texel la direction principale et la variance des normales. Le minimum et la maximum des profondeurs sont également extraits. (**Passe 3**) Durant la dernière passe, les faces avant de la géométrie sont rasterisées. Pour chaque fragment, les paramètres du lobes de la première interface sont lus dans une texture et quatre rayons sont lancés pour estimer la projection du lobe sur les faces opposées. La *NDF* correspondant à cette zone permet de remplacer la surface opposée par une surface proxy pour la seconde réfraction. La radiance finale est calculée à partir des *environment map*s pré-convoluées.

1. **Interface arrière :** Lors de la première passe, l'algorithme rasterise l'interface arrière de l'objet dans deux *buffer*s de sortie : le premier stocke la profondeur, le second les normales. Du fait que l'on ne considère que deux interfaces, il faut sélectionner une des interfaces de sortie lorsque l'objet présent une certaine complexité de profondeur. Comme [OB07], nous avons observé qu'il était préférable de conserver l'interface de sortie la plus distante. Ainsi seules les faces géométriques les plus éloignées sont rasterisées dans les deux *buffer*s de sortie.

2. **Filtrage géométrique :** Durant la seconde passe, on effectue deux opérations successives : extraire les bornes de profondeurs et filtrer la géométrie. Les valeurs minimum et maximum de profondeur sont extraites par réduction du *buffer* de profondeur.

   Pour la construction des distributions de normales aux différentes échelles, nous nous basons sur les travaux réalisés par Toksvig [Tok05]. Ses travaux permettent d'approximer un ensemble de vecteurs normalisés par une distribution uni-modale. Nous avons du modifier l'approche originale en changeant le schéma d'interpolation ainsi que les données stockées. Un *MIP-map* de textures à quatre canaux est construit. Chaque pixel de chaque niveau de *MIP-map* stocke la somme normalisée des vecteurs dans les composantes x, y et z de la texture, et la norme dans la composante w. À partir de ces in-

formations, il est facile d'extraire la direction principale du lobe ; la largeur du lobe est donnée par :

$$\kappa_\gamma^G = \frac{2}{\sigma^2} = \frac{2\,(1 - \|\vec{n}\|)}{\|\vec{n}\|} \tag{3.11}$$

où $\vec{\mathbf{n}}$ représente la somme des vecteurs sous-jacents. Le fait de stocker séparément le vecteur normalisé et sa norme permet de les interpoler séparément sans changement brutal de la variance, contrairement à la méthode originale. Il est à noter que certaines précautions doivent être prises au niveau de la silhouette de l'objet lors de la construction de ce *MIP-map*.

3. **Calcul de la radiance :** Lors de la troisième passe, les faces avant de l'objet sont rendues et la radiance sortante pour chacun des fragments rasterisés est calculée. Ceci implique un ensemble de sous-étapes successives :
   - Tout d'abord l'angle d'incidence est calculé entre le rayon entrant et la normale à la surface de l'objet. À l'aide de cet angle et de la rugosité de l'objet, les paramètres du lobe de sortie sont lus dans la première texture de paramètres.
   - Comme expliqué dans la partie théorique, il est possible de borner un lobe gaussien. En se plaçant dans le référentiel du lobe (voir figure 3.13), nous construisons quatre rayons autour du lobe, en se basant sur l'angle limite θ_{lim} calculé à l'aide de l'équation 3.9.
   - Un algorithme de *ray-casting* en espace écran [OB07] est utilisé pour trouver l'intersection de ces quatre rayons avec l'interface de sortie. Le *ray-casting* est réalisé dans le *buffer* de profondeur des faces arrières de la géométrie en utilisant les valeurs minimales et maximales de profondeur [3].
   - Ces quatre intersections permettent d'estimer approximativement la zone couverte par le lobe. Pour cela, les quatre points sont projetés en espace écran, et leur boite englobante détermine le niveau de filtrage de la zone, c'est-à-dire le niveau de *MIP-map* à interroger dans le *buffer* de *NDF*s.
   - Connaissant la rugosité du matériau de sortie κ_γ^D ainsi que la largeur κ_γ^G de la *NDF* γ^G nous pouvons calculer la nouvelle rugosité $\kappa_\gamma^{D'}$ du matériau à l'aide de l'équation 3.10. La surface de sortie est remplacée par une surface *proxy* orientée dans la direction moyenne de la *NDF*. L'angle formé par la direction principale du lobe de sortie de la première interface et la surface proxy permet, à l'aide la rugosité $\kappa_\gamma^{D'}$, de récupérer les paramètres du lobe de sortie de la seconde interface. La direction et la largeur de ce nouveau lobe servent alors à récupérer la valeur pré-convoluée de l'illumination pour calculer la radiance finale.

3. L'utilisation d'un tel algorithme peut provoquer des artefacts lorsque la surface est trop courbée (le rayon réfléchi intersecte alors les faces avant de l'objet. Il est possible de prévenir ce type de cas en rastérisant à la fois les faces avants et les faces arrières de la géométrie lors de la première passe. La progression du rayon est testée contre les deux *buffer*s de profondeurs pour prévenir tous les cas possibles

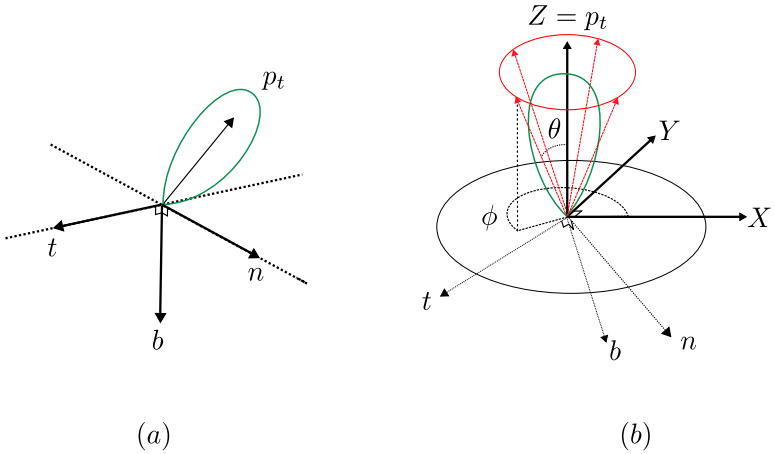


Figure 3.13 : Approximation de lobe gaussien par un cône. (a) Changement de référentiel pour se placer dans le repère du lobe. (b) Génération de quatre rayons à partir de l'angle limite θ_{lim} du cône délimitant le lobe gaussien.

Gestion des *TIR*s
Pour tenir compte des réflexions totales internes, la proportion pré-calculée de *TIR* stockée dans la texture de paramètres est utilisée pour pondérer les lobes. Deux solutions sont possibles pour la direction de sortie : aligner la direction réfractée avec la tangente de la surface ou réfléchir le rayon incident. Ces deux possibilités conduisent à des résultats plausibles.

3.3.6 Résultats

Nous présentons dans cette sous partie les résultats obtenus avec cette méthode. L'algorithme à été implémenté en *C++* à l'aide d'*OpenGL* 3.2 et *GLSL* 1.5. Les résultats ont été générés sur une station équipée d'un processeur *Intel Xeon* à 2.67GHz et d'une carte graphique *nVidia* 260GTX. Les images présentées dans ce chapitre ont été capturées en 512 × 512 pixels. Les images de référence ont quant à elles été générées à l'aide d'un *path-tracer* temps-réel implémenté sous *Optix*, un système proposée par *nVidia* pour effectuer du lancer de rayon sur *GPU*.

La figure 3.14 compare le modèle Armadillo rendu avec notre méthode (voir figure 3.14b) avec une image de référence produite par *path-tracing* (figure 3.14a). La différence absolue entre deux images est montrée sur la figure 3.14c. Comme on peut le constater bien que le résultat ne soit pas parfait l'approximation est excellente. Elles fournissant les éléments clés pour produire un résultat plausible.

Les différences proviennent en majorité de deux cas de figure : une trop forte courbure, violant nos hypothèses de transport ; une complexité de profondeur, invalidant

(a) Référence (b) Notre méthode (c) Différences

Figure 3.14 : Comparaison de rendu avec image de référence sans les *TIR*s. (a) Référence. (b) Notre modèle de réflectance. (c) Différences entre les deux images. Bien que les résultats soient proches et plausibles, quelques artéfacts demeurent visibles en raison de nos hypothèses.

l'hypothèse de deux interfaces uniques. La figure 3.15 montre une comparaison de rendu entre notre méthode (voir figure 3.15b) et un rendu de référence (voir figure 3.15a) pour un modèle de singe. La figure 3.15c, montre le graphe des intensités sur la ligne horizontale traversant le centre de l'image. Ce graphe montre une bonne approximation de la radiance par notre méthode.

(a) Référence (b) Notre méthode
(c) Radiance

Figure 3.15 : Comparaison de rendu avec image de référence sans les *TIR*s. (Gauche) Image de référence. (Milieu) Notre modèle de réflectance. (Droite) Graphe de la radiance pour la ligne horizontale passant au milieu de l'image. Ce graphe montre une bonne estimation de la référence par notre modèle. La géométrie des sourcils du singe viole notre hypothèse de convexité, expliquant les différences d'apparence avec l'image de référence.

(a) Transport base sur la profondeur (b) Référence (c) Notre transport sur la profondeur

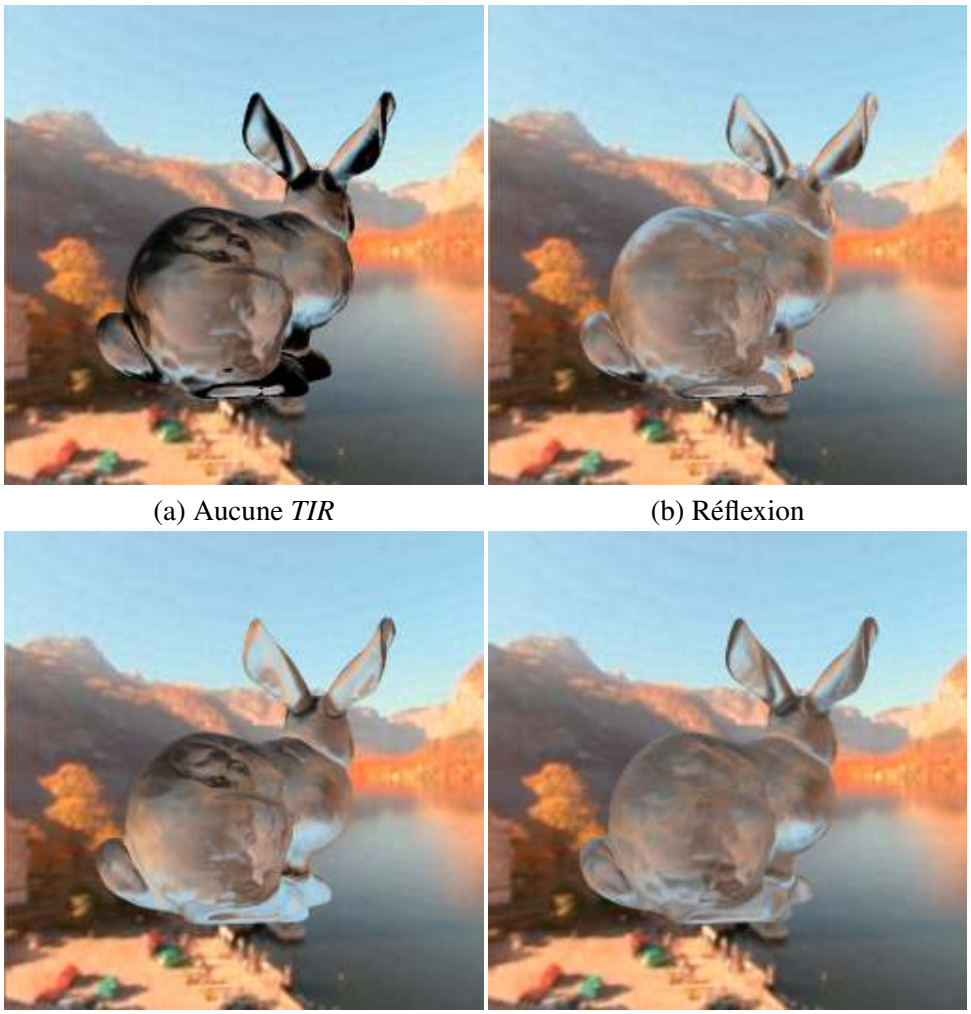
Figure 3.16 : Comparaison des méthodes de transport en incluant les réflexions totales internes : (Gauche) Transport spéculaire basé sur la profondeur de la seconde interface pour estimer le niveau de filtrage de l'*environment map*. Cette approche est similaire à celle proposée par *et al.* [ED06]. (Middle) Référence. (Right) Notre approche tient compte du transport complet du lobe en filtrant les hautes fréquences des détails géométriques présents sur les faces arrières.

Afin de montrer l'importance d'une bonne approximation du transport pour les matériaux transparents et rugueux, la figure 3.16 compare plusieurs méthodes de transport. Elle montre le rendu du modèle Bunny obtenu avec une méthode de transport basée uniquement sur une information de profondeur, sans tenir compte des détails géométriques des faces arrières (cette méthode est similaire à celle utilisée par Eisemann *et al.* [ED06]. Les figures 3.16b et 3.16c, montrent le même rendu calculé respectivement avec par *path-tracing* et avec notre approximation. Cette comparaison montre qu'un simple flou basé sur la profondeur n'est pas suffisant et qu'il est important de tenir en compte du filtrage géométrique intervenant durant le transport.

Comme nous l'avons mentionné précédemment, plusieurs approximations sont possible pour simuler les effets de réflexions totales internes. La figure 3.17 compare ces différentes méthodes avec une image de référence. Bien que des différences notoires soient observables avec l'image de référence, prise une à une, ces différentes approximations demeurent plausibles.

La figure 3.18 montre le modèle Bunny placé sous différentes illuminations avec différentes valeurs de rugosité, permettant d'observer l'effet de cette dernière sur l'apparence de l'objet : plus la rugosité est importante plus les hautes fréquences de l'objet disparaissent.

Les performances de l'algorithme sont détaillées au travers du tableau 3.19 et de la figure 3.20. Le tableau récapitule les temps d'exécution du *shader* et les compare à un *shader* réalisant une réfraction spéculaire à travers deux interfaces. Les

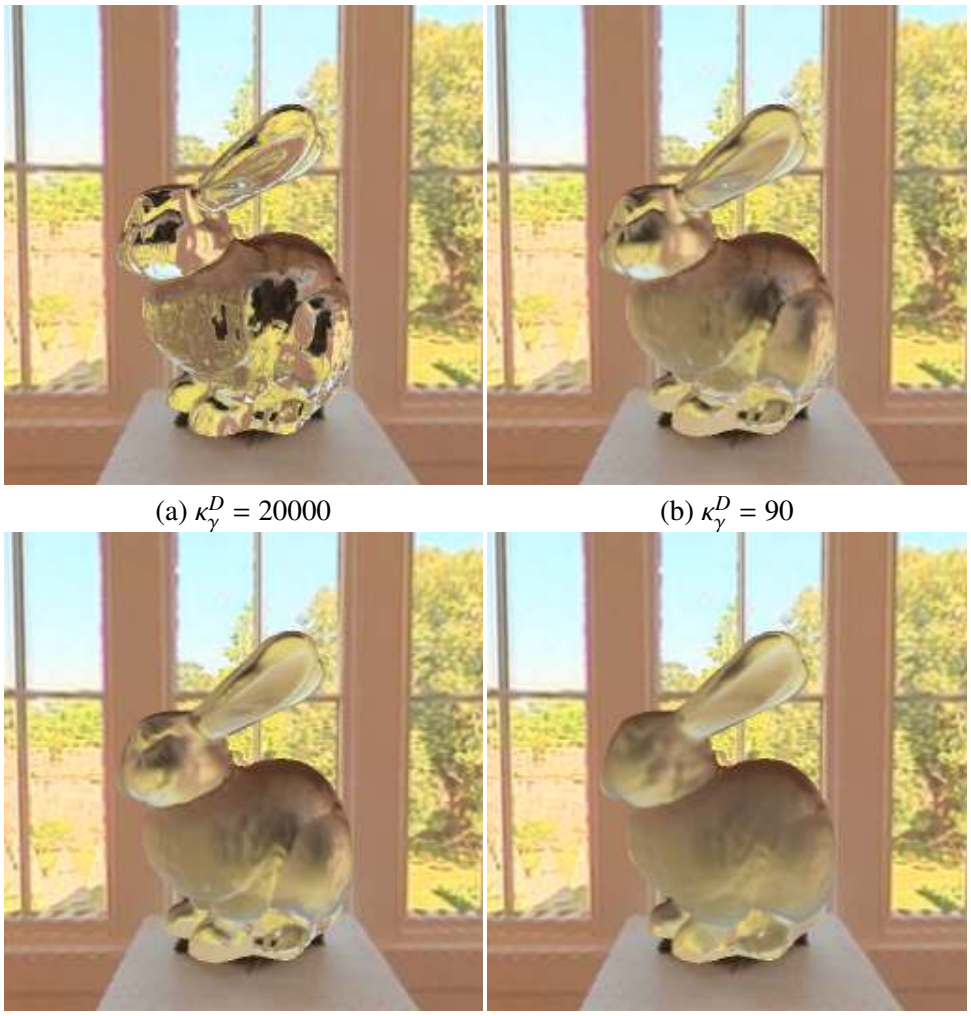


(a) Aucune *TIR* (b) Réflexion

(c) Tangente (d) Référence

Figure 3.17 : Différentes approximations des réflexions totales internes sur le modèle Bunny. (a) Aucune *TIR*. (b) Réflexion de la direction incidente. (c) Utilisation de la tangente comme direction de réflexion. (d) Référence.

performances sont détaillées pour plusieurs modèles dont le nombre de triangles varient. Le nombre de pixels couverts lors des mesures est également indiqués, étant donné que le coût est proportionnel au nombre de pixels exécutés. On peut observer qu'en moyenne, notre implémentation met deux fois plus de temps que pour une réfraction spéculaire. Le *shader* n'étant pas optimisé, il semble tout à fait possible d'obtenir de meilleurs performances. La figure 3.20, quant à elle, détaille le coût de chacune des trois passes. On peut remarquer que la troisième passe reste la plus coûteuse en raison des nombreux calculs qu'elle réalise.



(a) $\kappa_\gamma^D = 20000$ (b) $\kappa_\gamma^D = 90$

(c) $\kappa_\gamma^D = 24$ (d) $\kappa_\gamma^D = 6.4$

Figure 3.18 : Modèle Bunny rendu avec une rugosité croissante.

3.4 Rugosité variant spatialement

3.4.1 Motivations

Jusqu'à présent nous avons supposé que l'objet était recouvert d'un matériau ayant une rugosité uniforme. Cependant, comme le montre la figure 3.21, il est courant de rencontrer des objets couvert de différentes rugosités.

Alors qu'il est facile de tenir en compte de cette variation spatiale lors du premier

Modèles	#Triangles	#Pixels	Spéculaire	Notre approche	Référence
Sphere	20k	80k	1.4 ms	3.5 ms	47 s
Bunny	65k	58k	2.2 ms	7.2 ms	47 s
Monkey	70k	76k	6.3 ms	11.9 ms	46 s
Buddha	100k	65k	10.8 ms	19.6 ms	51 s
Dragon	100k	87k	10.0 ms	19.8 ms	65 s

Figure 3.19 : Performances de notre méthode pour différents modèles, de complexité croissante. Nous comparons notre méthode avec une méthode de réfraction spéculaire et la génération d'images de référence. Les images de références ont été générées avec 512 échantillons par pixel.

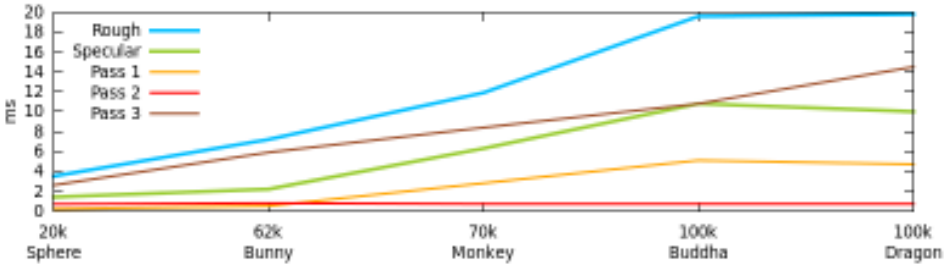


Figure 3.20 : Ce graphe résume les performances de notre algorithme en détaillant le temps de rendu pour chacune des différentes passes et pour chacun des différents modèles géométriques.

événement de *scattering*, cela reste plus problématique pour la seconde interface. En effet, l'intégration sur la seconde interface n'est plus uniforme, mais dépendant de la répartition des rugosités au sein de la zone géométrique à filtrer, voir figure 3.22.

Nous introduisons la fonction de rugosité $R(x)$ décrivant en tout point x de la surface la valeur de rugosité. Ainsi la *BTDF*, devient dépendante de la position x, soit $f_t(\omega_i, \omega_o, R(x))$. En se basant sur l'équation 3.7 et sur la nouvelle *BTDF*, nous pouvons reformuler le transport (J représente le Jacobien induit par le changement de variable d'intégration, du domaine angulaire au domaine spatial) :

$$L(x_o, \omega_o) \quad = \quad \int_S L(x_o, \omega_s)\ f_t(\omega_s, \omega_o, R(x_s))\ J\ \mathrm{d}x_s$$

En supposant que la surface est recouverte par un ensemble discret de rugosités différentes, il est possible de décomposer cette intégrale en une somme d'intégrales, prenant pour domaines les zones de rugosité constantes R_i. Pour conserver le domaine d'intégration commun, nous utilisons une pondération c_i représentant les

Figure 3.21 : Exemples de matériaux transparents ayant une rugosité variable à la surface.

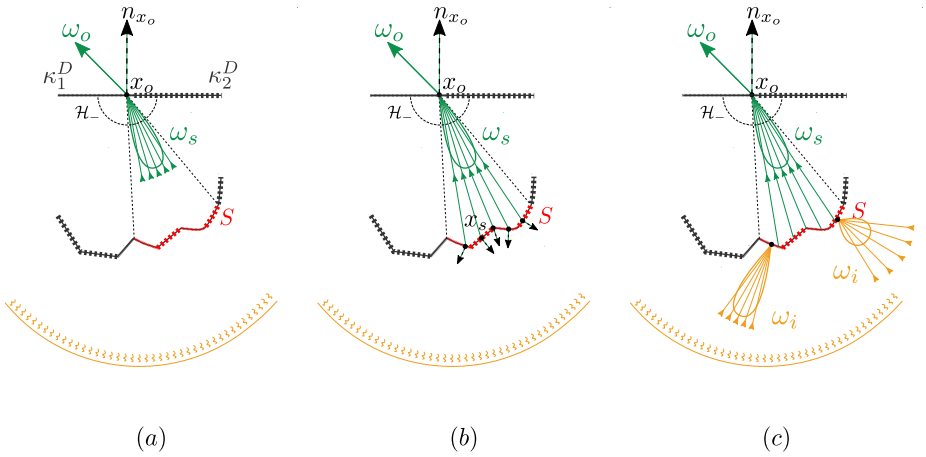


Figure 3.22 : Transport de la radiance dans un objet ayant deux rugosités distinctes : κ_1^D et κ_2^D. (a) La première intersection détermine la forme du lobe. (b) Intégration stochastique du premier lobe. (c) Pour chaque direction échantillonnée en (b), on intègre le produit du lobe avec l'*environment map* en tenant compte de la rugosité locale.

rapports entre les zones de rugosité constantes R_i et la zone totale considérée. On obtient alors :

$$L(x_o, \omega_o) = \sum_{i=0} c_i \int_S L(x_o, \omega_s)\ f_t(\omega_s, \omega_o, R_i(x_s))\ J\ \mathrm{d}x_s \tag{3.12}$$

Ceci permet de conserver notre approximation du transport en accumulant successivement les différentes rugosités mais implique que la fonction de rugosité soit constante par morceaux et qu'elle soit décorrélée de l'illumination distante. En effet, la moyenne calculée par cette approximation ne tient pas en compte de la spatialité de chacune des zones. Ainsi si une zone de faible rugosité couvre une incidence lumineuse bleu, et qu'une zone de forte rugosité couvre une incidence lumineuse rouge, l'équation 3.12 considère l'intégration de chacune rugosité sur l'ensemble des illuminations bleue et rouge.

3.4.2 Implémentation

Cette modification de la théorie pour tenir en compte de la variation spatiale de la rugosité, implique un certain nombre de changements dans l'algorithme. La figure 3.23 montre le nouveau pipeline utilisé.

0. En entrée la géométrie est couverte d'une texture donnant en tout point de la surface sa rugosité. Ceci peut nécessiter la paramétrisation de l'objet, bien qu'une texture 3D soit envisageable.
1. Durant la première passe, un troisième *buffer* de sortie en charge de stocker les rugosité des faces arrières est ajouté, en sus des *buffer*s de normales et de profondeurs.
2. La seconde passe, toujours en charge d'extraire les valeurs minimales et maximales de profondeur, et de calculer les distributions de normales, calcule la couverture des différentes rugosités à toutes les échelles. À titre d'exemple, si l'objet est recouvert de deux rugosités distinctes R_1 et R_2, pour tout pixel d'un niveau de *MIP-map* donne, ce *buffer* contient la proportion entre les pixels sous-jacent de rugosité R_1 et R_2.
3. Enfin durant la troisième passe, la rugosité de la première interface est évaluée en lisant la texture au point d'entrée. L'algorithme de transport général reste similaire à celui présenté dans la sous partie précédente, à la différence près, que la proportion des différentes rugosités est lue en même temps que la *NDF*. Pour chaque rugosité R_i, une nouvelle *BTDF* est calculée par convolution, permettant d'évaluer la radiance sortante. Les différentes radiances sont ensuite combinées en fonction des coefficients c_i. L'accumulation de ces valeurs donne la radiance finale.

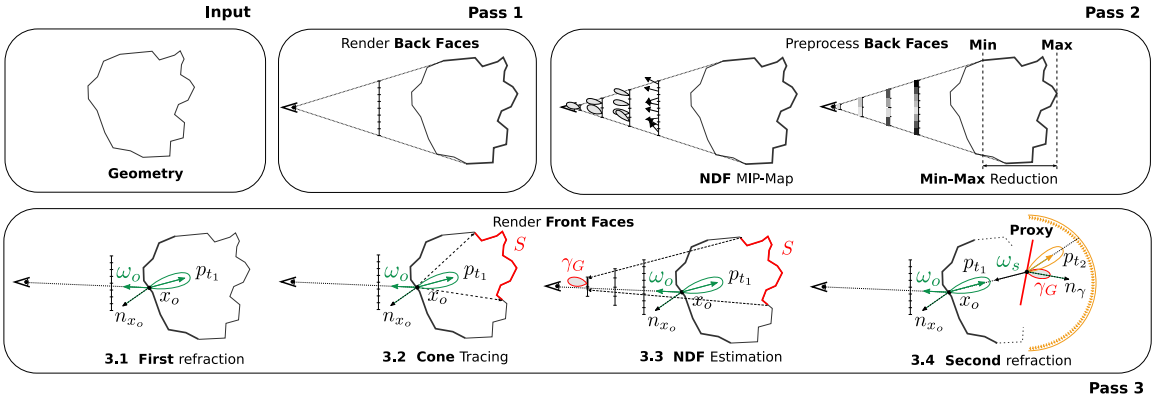


Figure 3.23 : Vue globale de l'algorithme avec rugosité variable. (**Passe 1**) Durant la première passe, les normales, les profondeurs et les rugosités des faces arrières de l'objet sont stockés dans trois *buffer*s. (**Passe 2**) Un *buffer* de *NDF* est construit à partir du *buffer* de normales en estimant pour chaque texel la direction principale et la variance des normales. Le minimum et la maximum des profondeurs sont également extraits. Enfin la couverture de chacune des rugosités est estimée aux différents niveaux de *MIP-map* (**Passe 3**) Durant la dernière passe, les faces avants de la géométrie sont rasterisées. Pour chaque fragment, les paramètres du lobe de la première interface sont lus dans une texture en fonction de sa rugosité. Quatre rayons sont lancés pour estimer la projection du lobe sur les faces opposées. La *NDF* correspondant à la zone est lue à partir du *buffer* de *NDF* et permet de remplacer la surface opposée par une surface proxy pour la seconde réfraction. Pour chacune des différentes rugosités la radiance est calculée à partir des maps d'environnement pré-convoluées. Ces différentes valeurs sont pondérées par les coefficients de couverture c_i.

3.4.3 Résultats

La figure 3.24 montre le rendu d'une sphère sur laquelle est plaquée une texture de rugosité, représentant les continents de la Terre. Le rendu de la figure 3.24 est réalisé en ne prenant compte que la rugosité de la première interface, c'est-à-dire en utilisant la méthode proposée dans la première partie de ce chapitre. Les figures 3.24b et 3.24c, tiennent compte de la rugosité variant sur la seconde interface en utilisant respectivement, un méthode de *path-tracing* et la méthode de proposée ci-dessus. Les différentes images ont été rendues sans réflexion totale internes.

La figure 3.25 montre le rendu du modèle Bunny et du modèle Dragon avec une texture de rugosité plaquée sur eux. Les deux modèles sont rendus sous des conditions d'illuminations différentes. La variation spatiale de la rugosité est davantage visible sur la première interface qu'elle ne l'est pour la seconde.

(a) Sans filtrage (b) Référence (c) Avec filtrage

Figure 3.24 : Comparaison des approches pour un matériau ayant une rugosité variable sur une sphère. La rugosité des océans est fixée à $\kappa^D_{\gamma_1} = 100$ et celle des continents à $\kappa^D_{\gamma_2} = 4.2$. (a) La rugosité est supposée constante sur les faces arrières de l'objet. (b) Référence. (c) Avec filtrage de la rugosité sur les faces arrières de la sphère.

3.5 Illumination locale

3.5.1 Motivations

Jusqu'à présent nous avons considéré une illumination distante purement directionnelle. Il peut être intéressant d'avoir une source lumineuse locale, comme par exemple la flamme d'une bougie dans un photophore en verre dépoli. Cependant l'illumination locale varie selon la direction mais aussi selon la position à la surface de l'objet. Cette dépendance spatiale rend impraticable les hypothèses faites pour approximer le transport. Il est toutefois possible de lever ces restrictions en se limitant cas des objets fins, voir figures 3.26a et 3.26b. En effet dans ce cas la projection du lobe sur la seconde interface est réduite, et peut être assimilé à un point. On peut alors reformuler le transport comme étant :

$$L(x_o, \omega_o) = \int_{\mathcal{H}^2_+} f_t(\omega_i, \omega_o) L(x_s, \omega_i) \, \mathrm{d}\omega_i \tag{3.13}$$

où x_s est le centre de la projection du lobe sur la seconde interface.

L'utilisation d'*environment maps* pré-convoluées reste toujours possible pour l'illumination distante. Pour l'illumination locale, nous exploitons la nature gaussienne des lobes. Le produit scalaire de deux lobes gaussiens de paramètres respectifs (α_t, κ_l, p_t) et (α_t, κ_l, p_t) est analytique, équation 3.14.

Figure 3.25 : Modèles Armadillo et Bunny rendus avec une rugosité variable sous différentes illuminations distantes. Les valeurs des deux rugosités utilisées sont fixées à $\kappa^D_{\gamma_1} = 100$ et $\kappa^D_{\gamma_2} = 3.4$

$$\int_{\mathcal{H}^2_+} f_t(\omega_i, \omega_o) L(\omega_i)\, \mathrm{d}\omega_i = \frac{4\pi\alpha_t\alpha_l}{e^{\kappa_t+\kappa_l}} \frac{\sinh d_m}{d_m} \tag{3.14}$$

avec $d_m = \|\kappa_t p_t + \kappa_l \mathbf{p}_l\|$.

Ainsi en considérant des sources lumineuses sphériques, il est possible de calculer analytiquement l'illumination locale pour les objets fins. Une source lumineuse sphérique de rayon r, d'intensité I et positionnée en x_l par rapport au point d'intégration placé en x_s, est exprimable par une lobe gaussien dont les paramètres sont

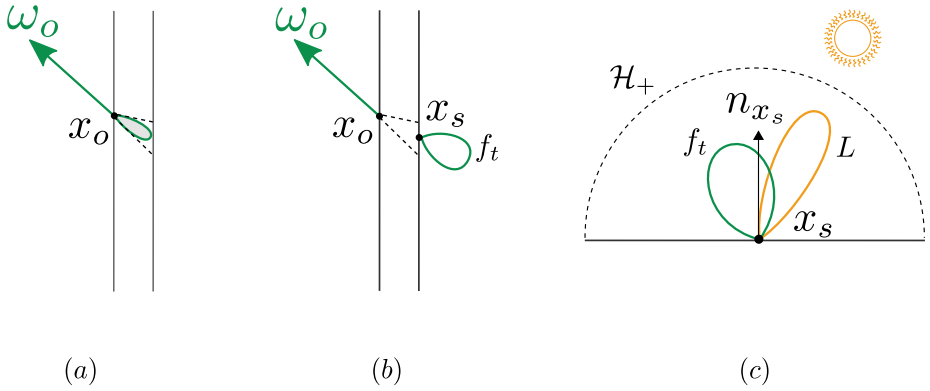


Figure 3.26 : (a) et (b). En considérant une paroi mince, la projection du lobe sur la seconde interface est restreinte et peut être approximée ponctuellement. (c) Approximation de la source lumineuse par un lobe et intégration du produit de l'illumination avec la fonction de réflectance.

donnés Wang *et al.* [WRG+09] :

$$(\alpha_l, \kappa_l, p_l) = (\frac{I}{||x_l - x_s||^2}, \frac{2\pi r^2}{||x_l - x_s||^2}, \frac{x_l - x_s}{||x_l - x_s||}) \tag{3.15}$$

Remarque
Les sources lumineuse ayant une forme complexe peuvent être approximées par un ensemble de sources sphériques.

3.5.2 Implémentation

Plus l'épaisseur de l'objet est importante, plus le résultat sera erroné, car elle invalide l'hypothèse d'une paroi fine. Ainsi deux algorithmes sont envisageables. Soit on souhaite conserver une certaine épaisseur de la géométrie. Dans ce cas, l'implémentation ne nécessite pas de modification profonde du pipeline présenté précédemment. Seul les équations 3.15 et 3.14 doivent être ajoutées afin prendre en compte les sources lumineuses locales. Soit on souhaite simplifier le pipeline en ne considérant plus qu'une seule interface auquel cas, une seule passe est suffisante. Cette passe doit prendre en compte les deux événements de *scattering* afin de calculer la bonne direction et la bonne largeur du lobe de sortie.

3.5.3 Résultats

La figure 3.27 montre une surface plane mince, recouverte d'une texture de rugosité. Une source lumineuse sphérique placée derrière, éclaire la surface au travers. La variation de rugosité influe les effets d'éclairage locaux.

Figure 3.27 : Rendu d'une surface fine plane avec une rugosité variable et une source lumineuse locale située derrière.

3.6 Perception et discussion

Bien que notre méthode permette d'obtenir des résultats réalistes et de manière temps-réel, certaines limitations demeurent. Comme toute méthode en espace écran (*screen-space*), lorsque l'objet n'est pas entièrement contenu dans le champ de vision, des problèmes liés au *ray-casting* peuvent apparaître. D'autre part le support de deux interfaces est un facteur limitant lorsque l'objet est fortement non-convexe ou lorsque deux objets sont l'un devant l'autre. Tenir en compte de ces effets est une piste à privilégier dans les travaux futurs.

Comme observé par Khan *et al.* [KRFB06] et Yeung *et al.* [YTBK11], l'être humain a de grandes difficultés pour déterminer avec certitude si une réfraction est correcte ou non. De manière similaire, les différents travaux réalisés par Wyman [Wym05] et Olivera *et al.* [OB07] ont montré que l'hypothèse d'un objet convexe était suffisante pour obtenir des images plausibles dans le cadre de réfractions spéculaires. Ils ont également montré que de simples approximations des réflexions totales internes étaient suffisantes pour rendre plausible le rendu d'objets transparents. Ceci explique en partie pourquoi nos différentes approximations permettent

d'obtenir des rendus plausibles.

En revanche, des études sur la perception menées par Fleming *et al.* [FDA03] ont montré une forte sensibilité de l'homme aux variations de rugosité. Ceci pourrait expliquer pourquoi il est important d'effectuer le transport de la radiance au sein d'un objet correctement comme montré par la figure 3.16. Une étude perceptuelle sur ce point aiderait à déterminer l'importance du filtrage des détails géométriques présents sur les faces arrières ainsi que leur influence sur notre perception de la rugosité d'un objet.

3.7 Conclusions

Au travers de ce chapitre, nous avons présenté un nouveau modèle de réflectance pour les surfaces transparentes et rugueuses, capable d'offrir des performances temps-réel. Le modèle physiquement correct sur lequel se sont basées nos approximations, nous permet d'obtenir des images physiquement plausibles et de ce fait photo-réalistes. L'opérateur de convolution comme opérateur de transport permet de capturer l'apparence correcte de l'objet en gommant les hautes fréquences des faces opposées de la géométrie. D'autre part le modèle proposé supporte les méthodes de pré-intégration permettant d'éclairer les objets sous des illuminations complexes. Le support d'une rugosité variable permet d'ajouter un réalisme supplémentaire. Enfin nous avons proposé une méthode analytique pour l'illumination locale d'objets fins.

CHAPITRE 4

Analyse de matériaux composés d'agrégats de particules

4.1 Introduction **102**
4.1.1 Motivations 102
4.1.2 Transports indépendant et dépendant . . . 103
4.1.3 Hypothèses sur le type de matériaux étudiés 106
4.2 Travaux relatifs **106**
4.2.1 Transport indépendant 107
4.2.2 Transport dépendant 109
4.2.3 Mesures de matériaux discrets 109
4.3 Simulations du transfert radiatif dans des blocs de matériaux synthétiques **110**
4.3.1 Types de particules considérées 110
4.3.2 Simulation du transport radiatif 111
4.3.3 Mesures de l'énergie sortante 113
4.4 Analyse des résultats **113**
4.4.1 Single scattering 114
4.4.2 Multiple scattering 118
4.4.3 Modèle 121
4.5 Conclusions **126**

4.1 Introduction

4.1.1 Motivations

Les matériaux composés d'agrégats granuleux tels que le sable, la neige ou le riz sont difficiles à représenter en raison d'une diffusion complexe de la lumière dans ce type de structures. Cette diffusion aboutit à des variations spatiales et angulaire de la réflectance, voir figure 4.1.

Figure 4.1 : Exemple de matériaux composés d'agrégats. La proximité des particules élémentaires impliquent une propagation complexe de la lumière dans ce type de matériaux. À gauche, sucres, à droite, riz. La ligne inférieure montre une vue rapprochée sur ce type de structures.

Ces matériaux sont constitués de petits éléments, dont la forte densité implique des échanges d'énergie inter-particules (*near-field*) importants. Cette proximité invalide l'hypothèse d'indépendance utilisée dans la théorie des transferts radiatifs

en milieu continu. D'autre part les nombreux événements de *scattering* se produisant à l'intérieur du matériau rendent les méthodes de simulations numériques inadaptées car trop coûteuses.

L'étude du transport d'énergie dans ce type de matériaux constituent un important champ de recherche, comme en témoignent les nombreux travaux réalisés en optique et en physique durant ces trente dernières années.

Contributions

Nous proposons, dans ce chapitre, une analyse du transport de la lumière au sein de matériaux composés d'agrégats denses de particules. Pour cela nous avons :

1. **simulé** le transport radiatif dans des blocs synthétiques de matériaux,
2. **analysé** les caractéristiques intrinsèques du transport dans ces matériaux,
3. **modélisé** l'irradiance et la radiance sortante issues des phénomènes de *multiple-scattering*.

Publications

Ces travaux ont été réalisés en collaboration avec Kartic Subr (UCL), Nicolas Holzschuch (INRIA), Kavita Bala (Cornell) et Bruce Walter (Cornell). Ils feront l'objet d'une publication, mais nécessite davantage d'investigations et de résultats.

4.1.2 Transports indépendant et dépendant

Dans la théorie des transferts radiatifs, un matériau est conceptualisé comme un ensemble de particules (poussières, bulles d'air, gouttelettes, *etc*) plongées dans une matrice (air, eau, solvant, *etc*). La densité de particules par unité de volume d combinée aux propriétés des particules (section efficace d'absorption υ_a, section efficace de *scattering* υ_s), déterminent les propriétés du matériaux :

– **coefficient d'absorption** : décrit la proportion de photons absorbés

$$\sigma_a = d\ \upsilon_a$$

– **coefficient de *scattering*** : décrit la proportion de photons réfléchis

$$\sigma_s = d\ \upsilon_t$$

De plus, la **fonction de phase** ρ détermine la façon dont un photon est dévié de sa trajectoire initiale lorsqu'il intersecte une particule. Cette déviation dépend de la forme des particules. Ainsi tout matériau isotrope peut être décrit à l'aide de ces trois paramètres : σ_a, σ_s et ρ.

Important
Toutefois, la théorie des transferts radiatifs s'appuie sur l'hypothèse d'indépendance des évènements de *scattering* : *les effets de scattering d'une particule n'influencent pas les effets de scattering d'une particule voisine*.

Plus généralement, cette description purement angulaire (*far-field*) repose sur trois éléments clés (Chandrasekhar [Cha60] et Ishimaru [Ish78, Ish91]) :

1. La longueur des chemins parcourus par les photons suit une distribution exponentielle.
2. Un événement de *scattering* est indépendant de la distance parcourue par le photon.
3. L'angle de réflexion d'un photon rencontrant une particule de matière est indépendant de la distance parcourue par le photon.

Ainsi cette modélisation des échanges d'énergie implique une distance minimum entre les particules. Or, lorsque la densité de particules augmente, leur proximité est telle qu'une description par *far-field* n'est plus suffisante.

Les interactions inter-particules deviennent corrélées : les effets de *scattering* d'une particule influencent les effets de *scattering* des particules voisines. Il faut donc prendre en compte les interactions spatiales (*near-field*) en plus des interactions angulaires. C'est ce qu'on appelle le *scattering dépendant*.

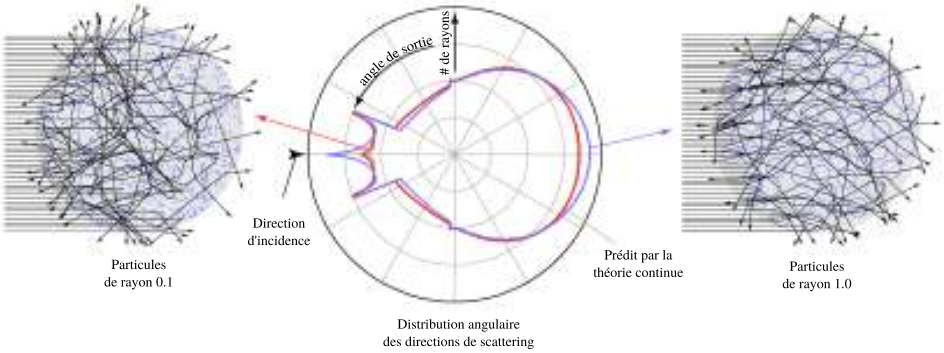


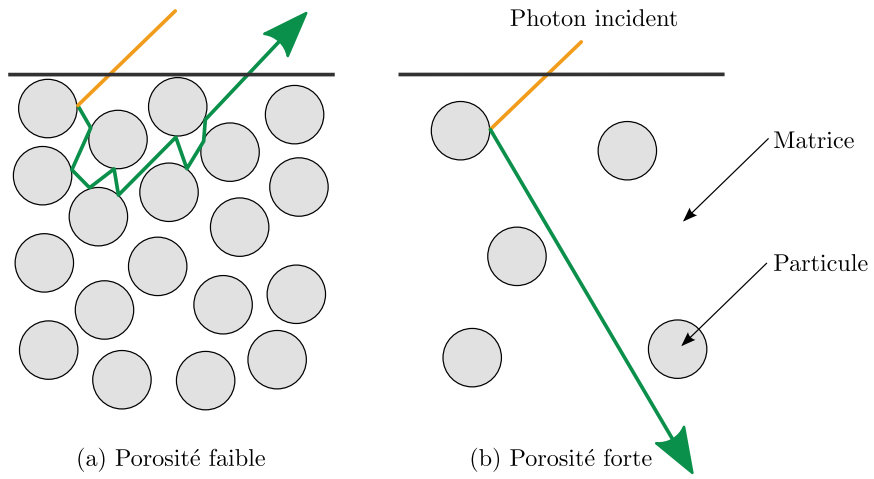
Figure 4.2 : Exemple de non applicabilité du transport indépendant lorsque les espaces inter-particules sont trop restreints. La fonction de phase prédite par la transport indépendant (gauche) ne correspond pas à la fonction de phase réelle du matériau (droite). Image de Walter *et al.* [WMLT07].

Le choix entre *scattering dépendant* et *scattering indépendant* se fait en fonction de la *porosité* (ou du *volume fractionnel*) du matériau :

– **porosité** : se définit comme le volume relatif occupé par la matrice, *i.e.,* la quantité d'espace dans lequel les photons peuvent potentiellement se propager,

– **volume fractionnel** : se définit comme le volume relatif occupé par les particules de matière.

Lorsque la porosité d'un matériau est faible, la densité des particules est forte nécessitant l'utilisation de *scattering dépendant* (sous condition que la répartition des particules soit homogène au sein du matériau). En revanche lorsque la porosité est forte, l'utilisation de *scattering indépendant* est possible.



(a) Porosité faible (b) Porosité forte

Figure 4.3 : Exemple de matériau ayant une porosité faible (a) dans lequel les hypothèses du transport indépendant ne sont pas valides. Matériau ayant une porosité forte (b) dans lequel la théorie continue est applicable.

Le transport indépendant est donc applicable :

– aux média continus,
– aux média discrets,

dont volume fractionnel est supérieur à 10%.

Remarque
Des phénomènes d'interférence se produisent lorsque la taille des particules est proche des longueurs d'onde incidentes. Dans notre cas, la taille des particules est relativement grande (sable : 0.02 à 2 mm [KB10], neige : 0.05 à 5.0 mm [War82, KKM+06]) en comparaison des longueurs d'onde incidentes (comprises entre 380nm et 780nm). De ce fait, nous considérons que l'optique géométrique est applicable et nous omettons ces phénomènes dans la suite de ce chapitre (bien qu'ils soient considérés dans le domaine de la physique et de l'optique)

4.1.3 Hypothèses sur le type de matériaux étudiés

L'apparence des matériaux composés d'agrégats, tels que la neige ou le sucre, est dépendante de l'échelle à laquelle l'observateur se place (voir chapitre 2). Lorsque l'observateur se positionne suffisamment près du matériau, on peut distinguer la géométrie des structures (flocon de neige, grain de riz, grain de sable). Différentes méthodes permettent de les modéliser [CTW+04, TWL+05, MWM07].

Contrairement à ces approches, nous supposons que l'observateur est suffisamment loin pour que les méso-détails soient représentables par une distribution statistique. À ce niveau d'échelle, on observe des effets de propagation sous-surfacique [dO95] : la radiance sortante est à la fois dépendante de la direction d'entrée mais aussi de la position et de la direction de sortie. C'est pourquoi une analyse 3D du transport de la lumière est nécessaire, voir figure 4.4.

Le matériau est considéré comme isotrope. La matrice est supposée être l'air, ce qui évite les problèmes de changements de milieux à l'interface du matériau. D'autre part, nous considérons que le médium est homogène : la distribution de particules est uniforme et ne présente pas de direction privilégiée.

Contributions

Dans ce chapitre, nous analysons le transport 3D de la lumière au sein de matériaux composés d'agrégats de particules et pour lesquels le transport indépendant est inapplicable. Les matériaux considérés possèdent les propriétés suivantes :

- homogènes,
- isotropes,
- statistiquement représentables,
- plongés dans une matrice d'air.

Le transport est analysé dans des blocs infiniment épais et composés de particules ayant différentes géométries et matériaux. Une modélisation de l'irradiance et de la radiance sortante est proposée en fin de chapitre.

4.2 Travaux relatifs

De nombreux travaux se sont intéressés aux transferts radiatifs dans des matériaux translucides. La majorité des travaux réalisés en informatique graphique se concentre sur les matériaux continus, délaissant les matériaux discrets. Bien que nous nous intéressons au transport discret dépendant, nous rappelons les différentes approches utilisées dans le domaine du transport indépendant afin de les mettre en relief.

> **Remarque**
> L'ensemble des approches citées ci-après font l'hypothèse d'un transport radiatif linéaire. Les effets ondulatoires sont confinés au sein de la fonction de phase.

4.2.1 Transport indépendant

Intégrations numériques : les méthodes de *path-tracing* et de *photon-mapping* permettent de simuler la propagation de la lumière dans un matériau par marche aléatoire. Les trois paramètres du matériau (σ_a, σ_s, et ρ) sont suffisants pour décrire statistiquement les chemins pris par les photons incidents. Ces méthodes convergent généralement lentement.

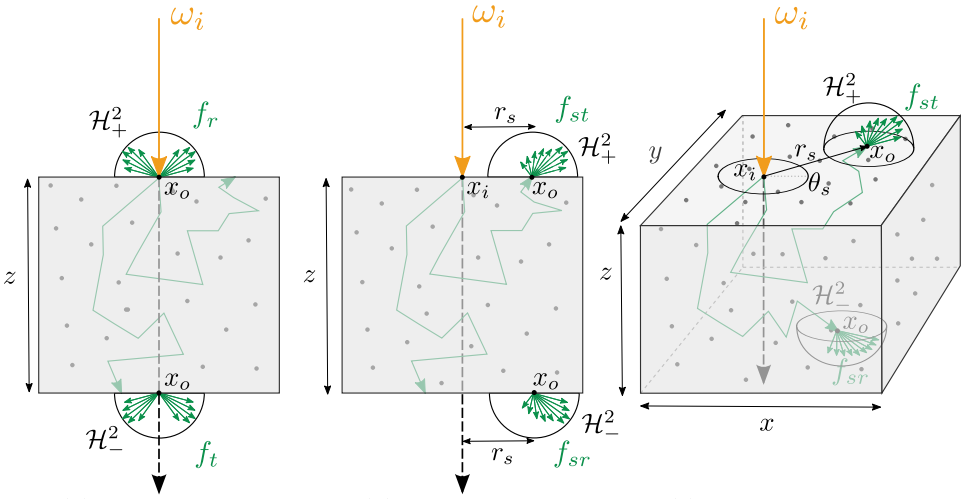
Intégrations hybrides : les méthodes par intégrations numériques deviennent coûteuses lorsque le nombre d'événements de *scattering* devient élevé . En utilisant une approche par diffusion [Sta95], ces calculs convergent beaucoup plus rapidement. Cependant les premières évènements de *scattering* sont mal modélisés par ce modèle. Les méthodes hybrides combinent le *path-tracing*, pour les premiers événements de *scattering*, aux approches par diffusion, lorsque le nombre de *scattering* dépasse un seuil [LPT05, FCJ07]. Ces méthodes utilisent la *théorie des similarités* pour déterminer les paramètres de diffusion du matériau [JMLH01].

Modélisations surfaciques : La modélisation de la réponse surfacique permet de s'abstraire de ces intégrations coûteuses (plusieurs centaines d'échantillons par pixels sont nécessaires). La dimension de la réponse dépend des hypothèses faites sur les conditions d'observation du matériau (voir figure 4.4) :

1. **Transport 1D** (*BSDF* = *BRDF* +*BTDF*) : cette modélisation purement angulaire est suffisante lorsque la projection d'un pixel couvre l'ensemble de la zone de diffusion sous-surfacique [HK93, Sta01].
2. **Transport 2D** (*BSSSDF* = *BSSRDF* +*BSSTDF*) : cette modélisation suppose que la diffusion est radialement symétrique par rapport au point d'incidence. Les variations spatiales et angulaires sont prises en compte [JMLH01, JB02, DJ05, MYR10, DI11]. Cependant ces effets sont indépendants de la direction d'incidence.
3. **Transport 3D** (*BSSSDF* = *BSSRDF* +*BSSTDF*) : les échanges lumineux sont complètement modélisés, et prennent en compte l'angle d'incidence, et la position $(x_o,y_o) = (r_s,\theta_s)$ de sortie [BNM+08, DLR+09, Wil09a, Wil09b]. Des modélisations hybrides considèrent le cas 3D comme une somme de cas 2D [DJ07].

Les méthodes citées font en général deux types d'hypothèses sur :

1. Le **type d'interface** entre le l'air et la matrice :



(a) Transport 1D (b) Transport 2D (c) Transport 3D

Figure 4.4 : Illustration du transport (a) 1D, (b) 2D, et (c) 3D. La réponse du transport 1D est uniforme sur la surface supérieure du bloc. Le transport 2D tient compte des variations de radiance en fonction de la distance r_s au point d'incidence. Le transport 3D tient compte à la fois de la distance r_s au point d'incidence mais également de l'angle θ_s relatif à ce dernier, permettant de prendre compte de l'angle d'incidence.

- *interface lisse* : seule la fonction de Fresnel influence le transfert d'énergie (en fonction de l'indice de réfraction) [HK93, JMLH01, JB02, DJ05, DI11] ;
- *interface rugueuse* : le transfert est modélisée à l'aide de micro-facettes. La fonction de Fresnel et la NDF de la surface influencent le transfert d'énergie [Sta01, DJ07].

❷ L'**épaisseur du bloc** de matière dans lequel la lumière se propage :

- *Profondeur finie* : permet de prendre en compte la variation d'apparence en fonction de l'épaisseur du bloc (forte translucidité lorsque la paroi est fine ; forte opacité lorsque la paroi est épaisse). Une telle hypothèse permet également de modéliser les échanges entre couches de différentes natures [HK93, Sta01, DJ05, DJ07, DI11].
- *Profondeur infinie* : suppose que la géométrie-support a une forte épaisseur comparé au *mean free path*. D'autre part, ces approches supposent que le matériau est homogène en profondeur (c'est-à-dire qu'il n'est pas composé de couches superposées) [JMLH01, JB02, DLR+09].

> **Remarque**
> Les photons entrant rebondissent zéro, une ou plusieurs fois dans le matériau avant de ressortir. Le *single-scattering* correspond aux photons n'ayant subit qu'un seul rebond. La distribution de radiance due au *single-scattering* présente une particularité : *elle est planaire et est contenue dans le* ***plan de scattering*** (voir figure 4.11).

4.2.2 Transport dépendant

Les travaux réalisés par Chandrasekhar [Cha60] et Ishimaru [Ish78, Ish91] ont montré que le *scattering* indépendant est invalide si les particules sont trop proches les unes des autres. Ishimaru estime que si le volume fractionnel est supérieur à 10% alors il faut considérer les corrélations entre particules [Ish78].

Intégrations numériques : Les méthodes de *path-tracing* et de *photon-mapping* sont applicables au transport dépendant. Cependant la géométrie du matériau doit être prise en compte : la description d'un matériau à l'aide de ces coefficients d'absorption et de *scattering* et de sa fonction de phase n'est plus suffisantes (contrairement aux remarques de Singh *et al.* [SK92] et Gusarov *et al.* [GK05] pour le transport 1D). Différentes méthodes intégration numérique existent pour ce type de matériaux [Dro86, BS00]. L'état de l'art réalisé par Zhu *et al.* [ZLZ09] résume ces différentes approches.

Intégrations hybrides : À l'instar des méthodes hybrides existantes pour le transport indépendant, Moon *et al.* [MWM07] proposent une méthode à deux régimes pour accélérer l'intégration numérique du *multiple-scattering*. Des fonctions de transport sont pré-calculées à différentes échelles, et utilisées pour propager le rayon lumineux, lorsque le photon a atteint une certaine profondeur dans le matériau. Les particules géométriques en surface sont ray-tracées normalement, permettant de tenir compte de toutes les détails géométriques des particules. Cette méthode accélère les rebonds multiples, mais nécessite toutefois l'utilisation de méthodes d'intégration numériques coûteuses. Bien qu'adaptée aux échelles de détails macroscopique et mésoscopique, cette méthode demeure relativement inefficace pour l'échelle mésoscopique lointaine et microscopique, car elle nécessite un sur-échantillonnage.

4.2.3 Mesures de matériaux discrets

Mesures 1D : De nombreux travaux se sont intéressés au transfert 1D dans le cadre de mesures par satellite :

- pour le sable [KB09, KB10] ;
- pour la neige [War82, KKM+06, PKN+05, DBP+09].

Ces modèles prennent en compte uniquement les variations angulaires. De fait, ils sont valable uniquement lorsque l'observateur est loin (échelle microscopique).

Mesures 3D : La propagation de la lumière dans ces matériaux peut être importante. Pour exemple, dans un bloc de neige composé de grains de taille de 0.6 mm, 1% de l'énergie incidente est observable à 1 mètre du point d'incidence [War82]. Les effets spatiaux de tels matériaux ne sont pas négligeables, justifiant l'utilité d'un modèle de transport 3D pour les échelles proches. Cependant outre ces quelques faits, nous n'avons trouvé aucune mesures 3D de matériaux discrets.

> **Remarque**
> La neige présente des caractéristiques différentes des autres matériaux granuleux en raison d'une grande diversité de nature. Suivant sa fraîcheur, son degré d'humidité, sa compacité, *etc*, la structure résultante varie beaucoup. Lorsque la neige est peu tassée, la théorie du *scattering indépendant* est applicable [War82]. De même lorsque la neige est fortement tassée, la théorie du *scattering indépendant* devient à nouveau applicable. Dans ce cas, la neige devient la matrice continue dans laquelle les petites bulles d'air emprisonnées dévient les photons incidents. Le milieu est en quelque sorte inversé par rapport à la situation initiale. Entre les deux, la proximité des grains entraînent des interactions de type *near-field* nécessitant l'utilisation de *scattering dépendant*.

4.3 Simulations du transfert radiatif dans des blocs de matériaux synthétiques

Afin de comprendre la propagation de la lumière au sein de matériaux discrets et denses, nous avons simulé numériquement ce transport. Pour cela, nous avons construit des blocs de matériaux synthétiques dans lesquels nous avons simulé les interactions lumineuses, et visualisé les résultats de cette propagation.

4.3.1 Types de particules considérées

Les blocs des matériaux sont composés de particules géométriques simples ayant des formes différentes [1] (voir figure 4.5) :

1. **sphère** : géométrie continue parfaitement isotrope ;
2. **cube** : géométrie présentant de fortes discontinuités ;
3. **cône** : intermédiaire entre la sphère et le cube, elle présente une partie continue ainsi que de fortes discontinuités.

1. Nous avons également étudiés le cas des ellipsoïdes. Elles présentent néanmoins une forte proximité géométrique en raison de la description statistique utilisée.

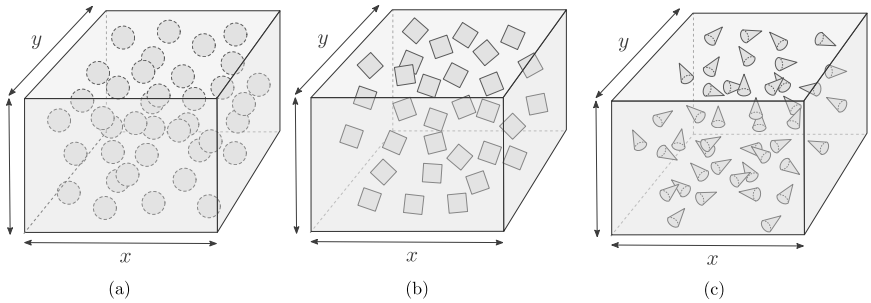


Figure 4.5 : Exemple schématique de blocs synthétiques dans lesquels notre analyse du transport radiatif 3D a été réalisée.

Chacune de ces particules est recouverte d'un matériau dont les propriétés modifient la réflexion et/ou la transmission d'un photon. Cinq types de matériaux ont été étudiés :

1. cas des particules **opaques** :
   - réflexion diffuse,
   - réflexion glossy,
   - réflexion spéculaire ;
2. cas des particules **translucides** :
   - réflexion et transmission glossy,
   - réflexion et transmission spéculaire.

Nous souhaitons étudier les matériaux ayant une faible porosité. De ce fait, les particules doivent être arrangées de façon dense. La construction de tels blocs synthétiques nécessite un placement rigoureux des particules de matière pour éviter leur auto-intersection. Nous utilisons un placement des particules par disque de Poisson [2]. Ceci permet de mieux "tasser" les particules contrairement aux approches par grille régulière [JY05]. De plus, les particules sont orientées aléatoirement afin d'assurer un médium isotrope.

2. D'autre approches utilisent une description statistique du matériau pour déterminer si un rayon intersecte ou non une particule de matière [KB09]

Volume fractionnel

Le volume fractionnel est calculé en fonction du volume d'une particule $v_{particle}$, de sa densité $d_{particule}$, et du volume du bloc v_{bloc} :

$$\upsilon_f = \frac{d_{particule}\ v_{particule}}{v_{bloc}} \tag{4.2}$$

Si υ_f est supérieur à 10% alors la théorie du transport dépendant doit être utilisée.

4.3.2 Simulation du transport radiatif

On utilise une marche aléatoire pour simuler le transport de la lumière au travers du bloc, grâce à un algorithme proche du *photon-mapping* [Jen96].

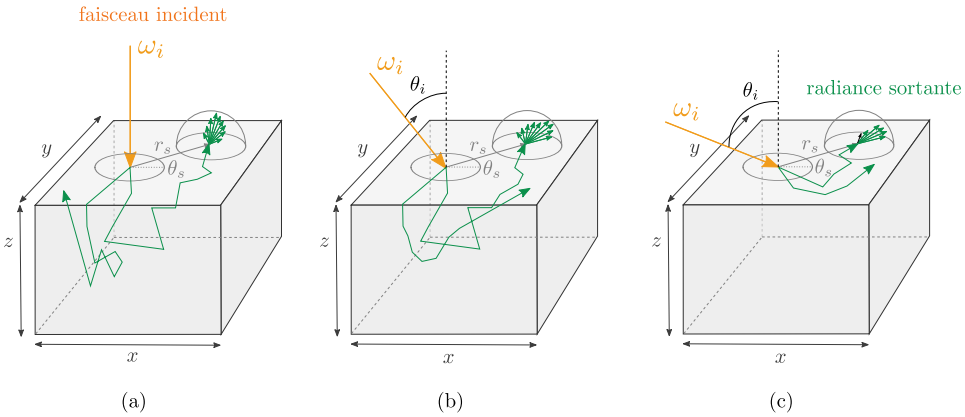


Figure 4.6 : La réponse directionnelle en chaque point (r_s, θ_s) de la surface du bloc varie en fonction de l'angle d'incidence θ_i. De ce fait des simulations ont été réalisées pour différents angles d'incidence.

Un faisceau incident au bloc, incliné d'un angle θ_i, projette des photons dans le bloc, voir figure 4.6. Ces photons se propagent dans le bloc où ils sont déviés ou absorbés par les particules de matière qu'ils rencontrent.

- **Direction de rebond** : est déterminée par la *BSDF* des particules.
- **Probabilité d'absorption** : est conditionnée par l'albédo des particules.

Seule la trajectoire des photons ressortants du bloc est enregistrée [3].

De nombreuses simulations doivent être réalisées, en différents points de la surface,

3. De cette manière, il est possible de s'abstraire de la distribution interne des photons lorsqu'on souhaite reconstruire le *light-field* sortant de l'objet, car la visibilité est implicitement calculée à la sortie.

afin de calculer la *réponse statistique* du matériau. Pour une simulation donnée, le point d'incidence est choisi aléatoirement (selon une distribution uniforme) sur une zone couvrant plusieurs centaines de particules. La réponse du bloc est obtenue en calculant la moyenne des différentes simulations.

Plusieurs centaines de millions de photons doivent être lancées pour réduire la variance de l'irradiance sortante (radiosité) et de la radiance sortante. Lorsque les particules sont glossy ou spéculaires avec une faible absorption (fort albédo), un photon peut réaliser plusieurs centaines d'événements de *scattering* avant de ressortir du bloc. Une telle simulation, pour un angle d'incidence donné, peut prendre plusieurs heures. Il est nécessaire de raccourcir ces temps de calculs étant donné l'espace d'exploration des paramètres (porosité, géométrie des particules, matériaux des particules). Les différentes simulations étant indépendantes les unes des autres, nous utilisons un algorithme parallèle qui réduit linéairement les temps de calculs, en fonction du nombre de processeurs.

Afin de capturer le transport 3D d'un matériau, nous considérons les différents angles d'incidence de la lumière, allant de l'angle normal aux angles rasants.

4.3.3 Mesures de l'énergie sortante

Ayant pris pour hypothèse un bloc infiniment épais, notre analyse du *light-field* sortant se limite à la partie supérieure du bloc (*BSSRDF*). Nous ne considérons donc que les phénomènes de *réflexions* et non les phénomènes de *transmissions*.

Une fois les simulations réalisées, la visualisation des résultats n'est pas directe. Il faut reconstruire la fonction de radiance et/ou d'irradiance sortante à partir du transport radiatif discrète (photons). En prenant pour coordonnées $(0, 0)$, le point d'incidence, la fonction de radiance sortante est une fonction à 5 dimensions [4].

$$L(p_o, \omega_o, \omega_i) = L(x_o, y_o, \theta_o, \phi_o, \theta_i) \tag{4.3}$$

La densité spatiale et angulaire des photons à la surface du bloc reflète la quantité d'énergie sortante au point p_o, dans la direction ω_o. Pour reconstruire la fonction L complète, nous utilisons une méthode d'estimation de la densité par noyau 2D $\times$ 2D, qui lisse les données discrètes spatialement et angulairement. Ce lissage supprime en partie les hautes fréquences liées au bruit de la simulation mais conserve les principales caractéristiques des distributions sortantes.

$$L(p_o, p_i, \omega_i) = \frac{1}{N} \sum_{j}^{N} K_{spatial}(\|p_j - p_o\|)\, K_{angulaire}(\omega_o \cdot \omega_i)\, \Phi_j \tag{4.4}$$

4. Le matériau étant isotrope, la réponse est elle même isotrope. De ce fait, l'angle ϕ_i n'a pas d'influence.

où p_j, ω_j et Φ_j sont respectivement la position, la direction et l'énergie du j-ème photon le plus proche du point de sortie p_o [5]. $K_{angulaire}$ est le noyau de lissage (nous utilisons un lobe gaussien).

4.4 Analyse des résultats

Les blocs synthétiques utilisés dans cette section ont un volume fractionnel de 20% environ. Avec de tels volumes fractionnels, l'application du transport indépendant n'est plus valide. Une telle densité ne permet plus d'obtenir une distribution exponentielle des événements de scattering, comme prédit par le transport indépendant, voir figure 4.7.

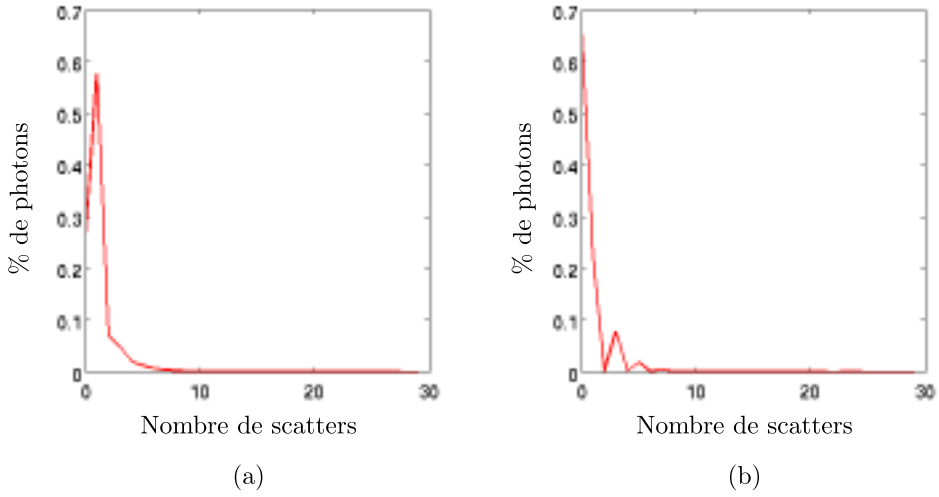


Figure 4.7 : Distribution des événements de *scattering* des photons entrant dans un bloc de matière. (a) bloc composé de cubes diffus. (b) bloc composé de sphères translucides. Les deux blocs ont une porosité de 20% environ. Ces courbes ne suivent pas une distribution exponentielle comme le prédit la théorie du transport indépendant.

Cela est d'autant plus visible dans le cas de particules translucides (voir figure 4.7b) où les événements de scattering oscillent fortement. Les particules transparentes étant convexes, deux événements de *scattering* sont nécessaires pour qu'un photon la traverse (entrée/sortie). La forte cohérence des photons lors des premiers événements de *scattering* rend particulièrement visible ce phénomène.

Dans la suite de ce chapitre, nous séparons ***single-scattering*** et ***multiple-scattering*** afin de clarifier l'analyse du transport. De plus, chacune de ces sous-parties se

5. Le filtre de construction étant angulairement isotrope, il tend à filtrer de manière agressive les distributions anisotropes. Nous avons tenu compte de ce filtrage dans nos analyses.

décompose :

1. en **analyse spatiale** (irradiance sortante/la radiosité),
2. en **analyse angulaire** (radiance),

ceci afin de mieux appréhender cette fonction 6D. Il est important de noter que le *single-scattering* domine la distribution d'énergie et que le *multiple-scattering*, bien que visible, est un effet *secondaire*.

4.4.1 Single scattering

Le *single-scattering* regroupe tous des photons ayant rebondis une et une seul fois sur les particules du bloc. Les effets résultants dépendent de la géométrie et de la matière des particules, car elles définissent une interface rugueuse discontinue entre le bloc de matière et l'air. Ces effets sont particulièrement visibles pour les angles incidents supérieurs à 60°.

4.4.1.1 Analyse spatiale

Malgré une porosité faible, la distribution des photons sortants au tour du point d'incidence est loin d'être ponctuelle (plusieurs dizaines de fois la taille d'une particule). L'interface perméable du matériau laisse pénétrer les photons dans le bloc qui ressortent autour du point d'incidence après avoir été déviés par une particule de matière, voir figure 4.8. Lorsque la porosité devient très faible, ces effets spatiaux convergent vers une réponse ponctuelle de type BRDF. Cette convergence est observable à la fois pour les particules opaques et les particules translucides.

La répartition spatiale de l'irradiance varie en fonction de l'angle d'incidence, voir figure 4.8. À l'angle normal, on observe une symétrie radiale autour du point d'incidence. Comme prédit par le principe de Curie, le matériau étant isotrope, la réponse est elle même isotrope. Lorsque l'angle d'incidence augmente, cette symétrie devient axiale par rapport à la direction d'incidence. La déviation causée par les particules de matière a lieu moins profondément au fur et à mesure que l'angle d'incidence devient rasant (voir figure 4.8). De ce fait, l'impact spatial est d'autant plus grand que l'angle d'incidence est rasant.

Pour les angles d'incidence inférieurs à 60°, les variations d'irradiance dépendent peu de la géométrie et du matériau des particules (voir figures 4.9 et 4.10). Cependant les matériaux diffus atténuent davantage les variations angulaires que les matériaux glossy ou spéculaires (aussi bien réflectifs que transmitifs). Ces deux types de matériaux laissent apparaître des motifs à hautes fréquences spatiales qui dépendent de la géométrie sous-jacente, voir figure 4.10.

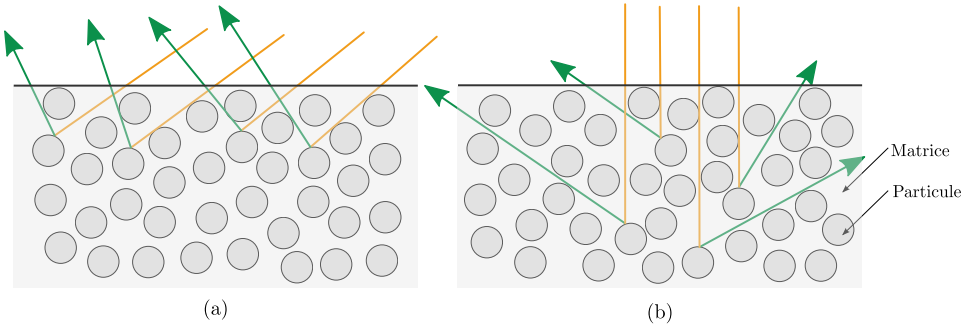


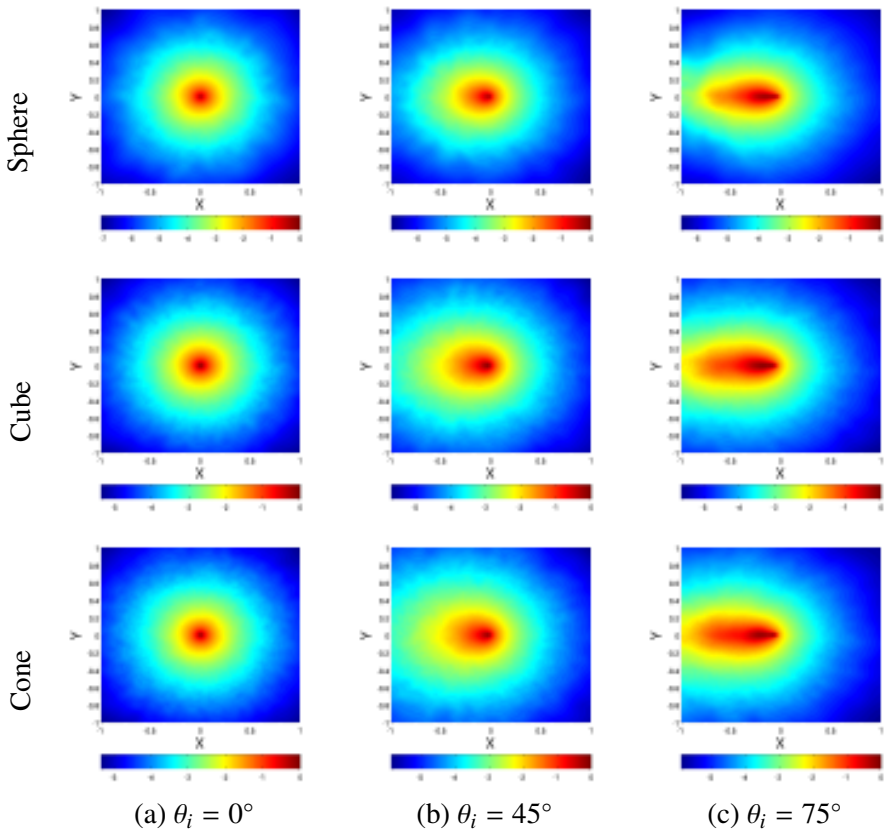
Figure 4.8 : Propagation des photons dans une bloc de particules sphériques. Seuls les événements de *single-scattering* sont représentés. La distance moyenne parcours par un photon étant indépendante de l'angle d'incidence, la profondeur atteinte par ce dernier est réduite lorsque l'angle d'incidence augmente. (a) Pour les directions incidentes rasantes, les événements de *single-scattering* ont lieu proches de la surface. (b) Pour les directions incidentes normales, les événements de *single-scattering* ont lieu plus profondément dans le bloc.

4.4.1.2 Analyse angulaire

Comme pour le transport indépendant, la réponse angulaire a lieu dans le plan de *single-scattering*. Ceci s'explique par la construction géométrique du *single-scattering*, qui ne considère que les photons ayant subi une unique interaction, voir figure 4.11.

Dans le cas de matériau diffus, la réponse 2D dans ce plan de *scattering* (voir figure 4.11) est quasi indépendante de la géométrie (voir figure 4.9). Les variations angulaires de cette réponse uni-modale sont relativement simples (voir figure 4.12). En revanche dès que le matériau devient réflectif, ces variations angulaires deviennent importantes et complexes (voir figure 4.13). Pour ces deux types de matériaux, on observe des effets de *back-scattering*, également remarqués par Gusarov *et al.* [GK05]. En raison de l'occlusion causée par les particules, une partie de l'énergie est renvoyée dans la direction d'incidence.

Le manque de similarité entre les réponses inter-géométries et inter-matériaux ne permet pas une modélisation unifiée. D'autre part, l'application de la théorie des micro-facettes, pour modéliser le *single-scattering*, est impossible au regard des fortes discontinuités géométriques ainsi que des dépendances spatiales de la radiance.



(a) $\theta_i = 0°$ (b) $\theta_i = 45°$ (c) $\theta_i = 75°$

Figure 4.9 : Irradiance à la surface du bloc due au *single-scattering* pour des particules diffuses. Chaque ligne correspond à une géométrie de particule différente (cube, sphère, et cône) et chaque colonne correspond à un angle d'incidence différent (0°, 0°, et 75°). Le faisceau incident est placé au centre de chaque graphe. L'irradiance est visualisée en échelle logarithme afin de mieux percevoir les variations.

4.4.2 Multiple scattering

Le *multiple-scattering* considère tous les événements de *scattering* excepté le premier. Du fait de nombreux rebonds, ce type d'effet s'étend sur une plus grande zone et donne lieu à des phénomènes spatiaux et angulaires à plus basses fréquences.

4.4.2.1 Analyse spatiale

Les interactions multiples accentuent la diffusion sous-surfacique, propageant les photons de manière plus lointaine dans le matériau. Tout comme le *single-scattering*, les effets surfaciques dépendent de l'angle d'incidence, voir figure 4.14.

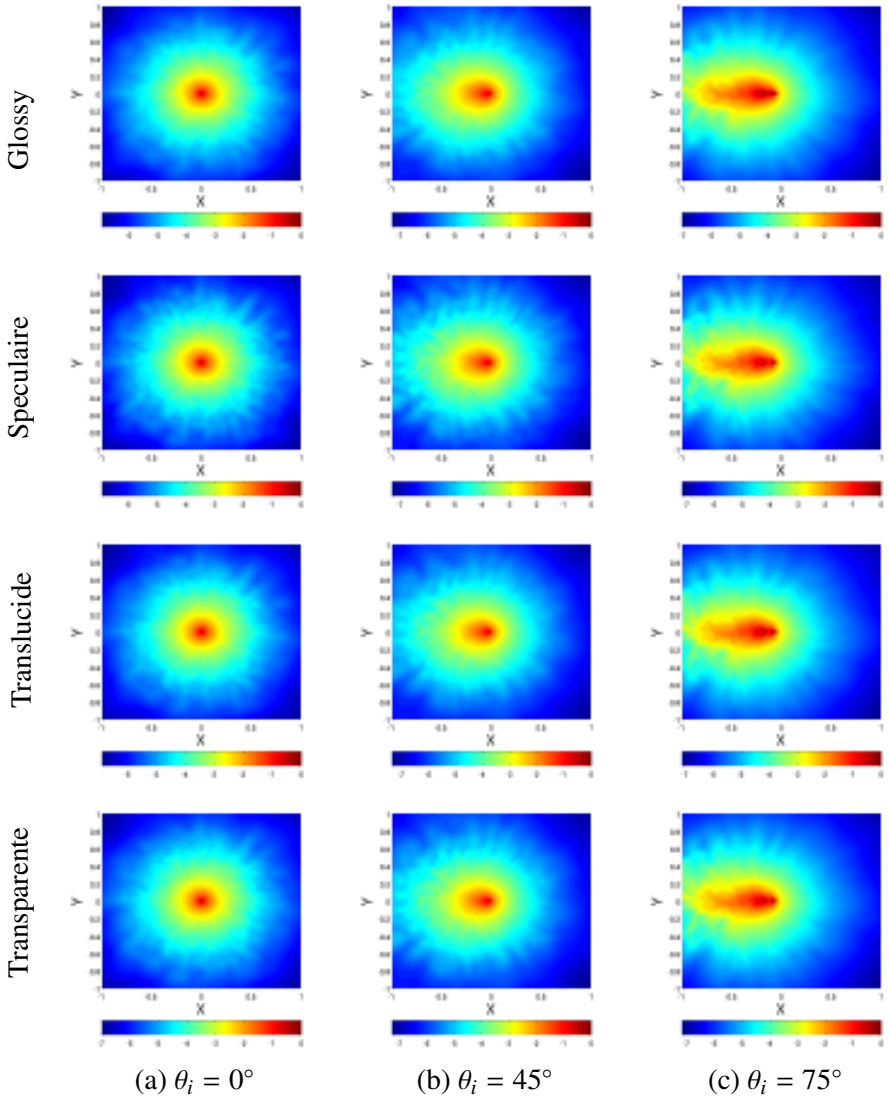


Figure 4.10 : Irradiance à la surface du bloc due au *single-scattering* pour des particules sphériques. Chaque ligne correspond à un matériau de particule différent (glossy, spéculaire, translucide, et transparent) et chaque colonne correspond à un angle d'incidence différent (0°, 0°, et 75°). Le faisceau incident est placé au centre de chaque graphe. L'irradiance est visualisée en échelle logarithme afin de mieux percevoir les variations.

On observe une symétrie radiale à l'angle d'incidence normale. Cette symétrie devient axiale lorsque l'angle d'incidence augmente. Ce phénomène est aussi observé par Donner [DJ07, DLR+09] et d'Eon [DI11] dans le cadre du trans-

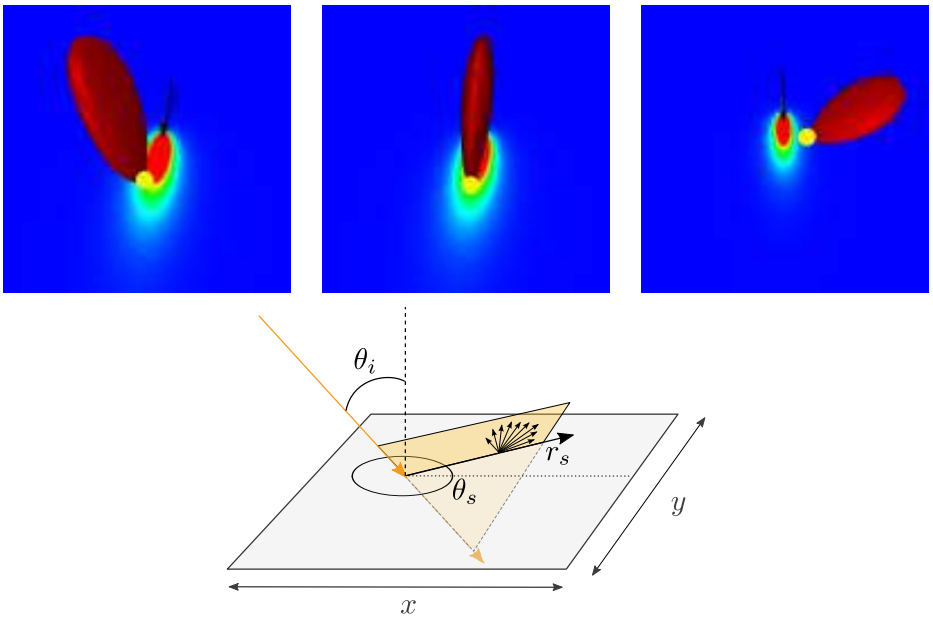


Figure 4.11 : Illustration du plan de *scattering*. (Haut) Exemples de distributions prises en différents points et dont l'orientation est alignée sur le plan de *scattering*. (Bas) Vue schématique du plan de *scattering*.

port indépendant. À l'inverse des modélisations réalisées par Jensen [JMLH01] et Bouthors [BNM+08], la distribution d'irradiance est ici anisotrope.

Le schéma de propagation est identique pour les matériaux diffus et glossy [6]. En effet, la géométrie des particules n'influence que légèrement la diffusion, voir les figures 4.14 et 4.15. Ceci est également vrai pour les matériaux réflectifs spéculaires bien que moins visible en raison du bruit [7] lié à une faible convergence.

En revanche, le schéma de propagation des matériaux transmitifs diffère. Deux régimes de propagations se succèdent, comme observable sur les matériaux transparents et translucides pour les angles de 45° et 75° :

1. **Ordre faible** : À proximité du point d'incidence, la forte directionnalité de l'énergie indique un régime faible de diffusion. Comme observé, par d'Eon [DI11] et Donner [DLR+09], les photons proches du faisceau incident tendent à conserver leur direction. Leur forte intensité rend ces effets

6. On peut rattacher cela aux observations faites par de nombreux chercheurs [GW99, NGW03, GNW05, FCJ07] : la forme des cristaux de glace, pourtant sensiblement différentes (colonnes, plateau, *etc*), influence peu l'aspect final de la neige. Ces cristaux peuvent être assimilés à des particules sphériques lorsque ils sont orientées de façon aléatoire.

7. Le bruit est particulièrement visible en périphérie du graphe où la probabilité qu'un photon emprunt cette trajectoire est extrêmement faible.

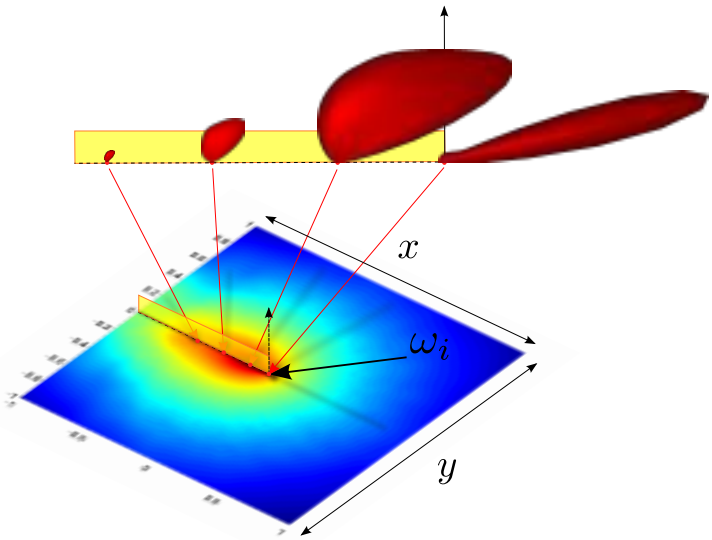


Figure 4.12 : Exemple de réponses angulaires pour différentes positions le long du plan de *scattering* pour un bloc constitué de sphères diffuses. Les distribution de radiance sont symétriques par rapport au plan de *scattering*. La distribution de radiance varie en fonction de la position, mais elle reste relativement simple : elle est uni-modale.

particulièrement visibles.

❷ **Ordre élevé** : En périphérie du point d'incidence, le nombre d'événements de *scattering* devient élevé (>15), et donne lieu à un régime de diffusion plus élevé [JMLH01, JB02, DI11].

4.4.2.2 Analyse angulaire

La réponse angulaire des interactions multiples est fortement directionnelle et varie en fonction de la position à la surface, contrairement aux heuristiques utilisées dans les méthodes de diffusion [JMLH01, DJ05].

Comme pour le *single-scattering*, la radiance sortante se concentre autour du plan de *scattering*. Pourtant, dans ce cas, la réponse n'est pas planaire mais présente un volume variable symétrique autour de ce plan. Cette observation permet une modélisation du phénomène en 2D : le profil de la distribution est convolué par un noyau radialement symétrique. Moins complexe que pour le *single-scattering*, cette réponse angulaire est quasi uni-modale. Son orientation dépend de la distance au point d'incidence et de l'orientation du plan de *scattering*.

Au point d'incidence, on observe à nouveau des effets de *back-scattering* [Ish78, GK05, MWM07]. Lorsque l'on s'éloigne du point d'incidence, la distribution de

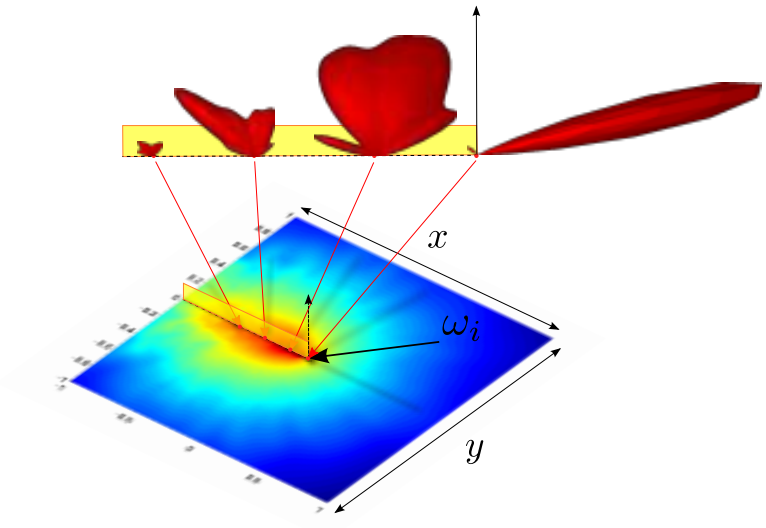


Figure 4.13 : Exemple de réponses angulaires pour différentes positions le long du plan de *scattering* pour un bloc constitué de sphères glossy. Les distribution de radiance sont symétriques par rapport au plan de *scattering*. La distribution de radiance varie fortement en fonction de la position. Les variations semblent brutales et non structurées.

radiance sortante évolue en un lobe de *forward-scattering*, voir figure 4.16 et 4.17.

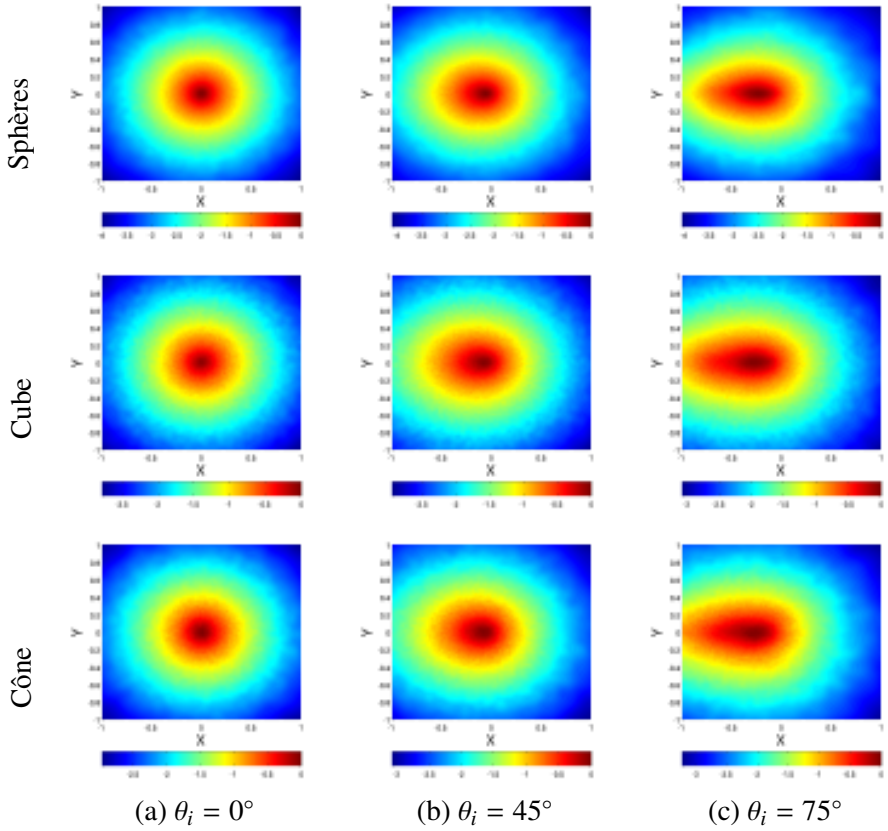
4.4.3 Modèle

Cette analyse montre que la modélisation du *single-scattering* n'est pas réalisable simplement, car l'irradiance et la radiance sortantes sont fortement liée à la géométrie et au matériau des particules sous-jacentes. Ces phénomènes pourrait être simulés numériquement en utilisant une description statique du matériau, comme celle proposé par Kimmel [KB09, KB10].

À l'opposé, excepté pour les particules translucides, l'irradiance et la radiance sortantes issues du *multiple-scattering* semblent plus facilement modélisables. Elles présentent de fortes similarités au travers des différents types de particules.

C'est pourquoi nous proposons une modélisation empirique de l'irradiance et la radiance sortantes issues du *multiple-scattering*, pour des blocs de particules opaques revêtus d'un matériau réflectif (diffus, glossy ou spéculaire).

Les isolines sur les graphes d'irradiance (voir figure 4.14 et 4.15) témoignent d'une diffusion à basse fréquence qui dépend de l'angle d'incidence. Pour reproduire cet effet, une source émettrice et une fonction d'atténuation sont nécessaires.



(a) $\theta_i = 0°$ (b) $\theta_i = 45°$ (c) $\theta_i = 75°$

Figure 4.14 : Irradiance à la surface du bloc due au *multiple-scattering* pour des particules diffuses. Chaque ligne correspond à une géométrie de particule différente (cube, sphère, et cône) et chaque colonne correspond à un angle d'incidence différent (0°, 0°, et 75°). Le faisceau incident est placé au centre de chaque graphe. L'irradiance est visualisée en échelle logarithme afin de mieux percevoir les variations.

Notre modèle empirique reproduit la symétrie de la distribution de radiance autour du plan de *scattering*. Pour cela, nous plaçons une source rectiligne sous-surfacique dans le prolongement du vecteur d'incidence, (voir figure 4.19) en s'appuyant sur la formulation suivante :

$$L(x_o, \omega_o) = \int_0^{r_{max}} \lambda(x_i \to u)\ \lambda(u \to x_o)\ K(\omega_o, \omega_u)\ \mathrm{d}u \tag{4.5}$$

où λ est une fonction d'atténuation dépendante de la distance parcourue. $x_i \to u$: entre le point d'incidence et un point émetteur. $u \to x_o$: entre ce point émetteur et le point de sortie.

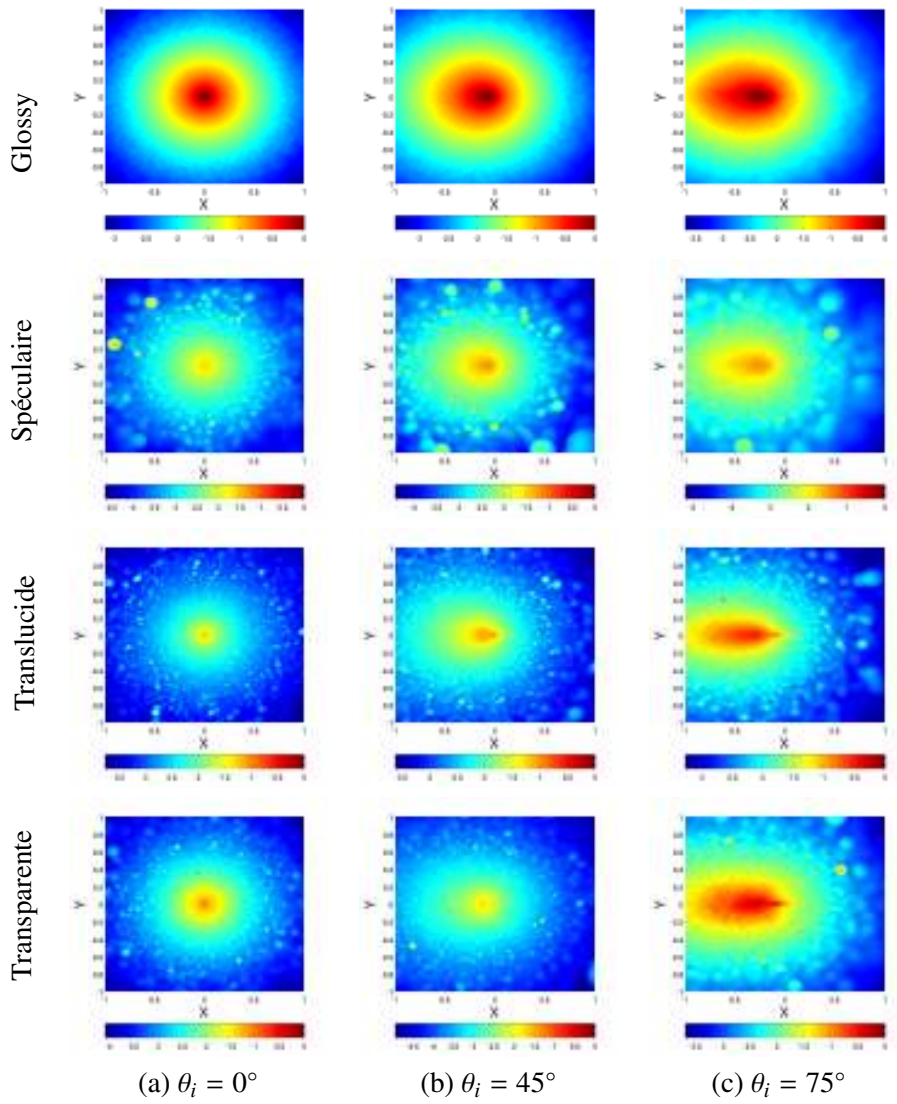


Figure 4.15 : Irradiance à la surface du bloc due au *single-scattering* pour des particules sphériques. Chaque ligne correspond à une particule ayant un matériau différent (glossy, spéculaire, translucide, et transparent) et chaque colonne correspond à un angle d'incidence différent (0°, 0°, et 75°). Le faisceau incident est placé au centre de chaque graphe. L'irradiance est visualisée en échelle logarithme afin de mieux percevoir les variations.

K est un kernel donnant une estimation de la distribution de radiance sortante pour un point émetteur u (à la manière des heuristiques développées pour les modèles à base de diffusion pour le transport indépendant [JMLH01, DJ05, DJ07]). La fonc-

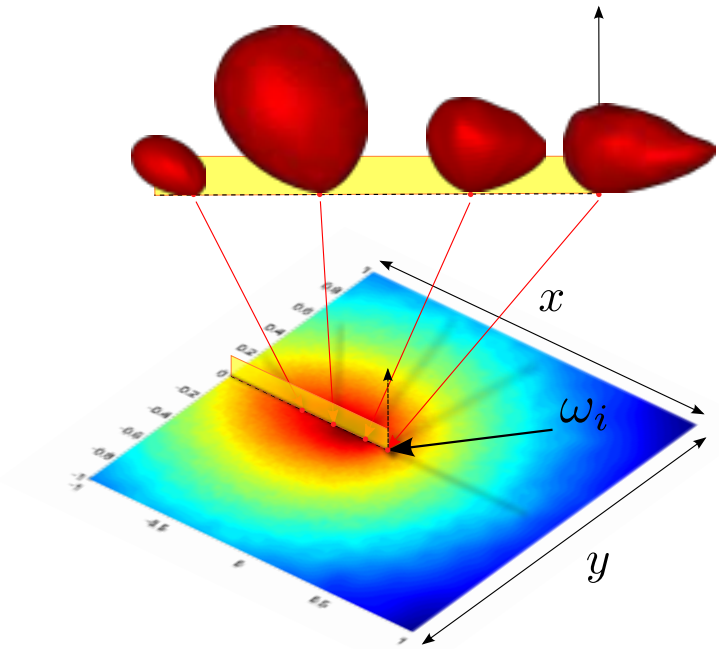


Figure 4.16 : Distributions de radiance mesurées en différents points de la surface d'un bloc composé de sphères diffuses. Les distribution de radiance sont symétriques par rapport au plan de *scattering*.

tion d'atténuation λ est basée sur une distribution *log-normale* :

$$\lambda(x_i \to y; \alpha, \mu, \sigma) = \alpha \frac{1}{\|x - y\| \sigma \sqrt{(2\pi)}} \exp\left(\frac{-(\ln \|x - y\| - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \tag{4.6}$$

Cette fonction d'atténuation constitue la principale différence avec la théorie du transport indépendant, qui utilise une atténuation exponentielle. Le placement d'une source continue, à l'opposé des sources ponctuelles [JMLH01, DJ07], permet une meilleure modélisation de l'atténuation. La radiance sortante, pour un point de la source linéaire, est distribuée selon un lobe gaussien : le kernel K.

L'équation 4.5 ne possède pas de forme analytique. L'irradiance et la radiance sortantes doivent être calculées par intégration numérique [8]. Cependant, la distribution log-normale λ peut être échantillonnée par importance afin d'améliorer la vitesse de convergence.

8. Cependant nos expérimentations à base de mixture de gaussiennes et les récents travaux de d'Eon *et al.* [DI11] laissent imaginer qu'une approximation de l'équation 4.5 par une mixture de gaussiennes est envisageable, permettant une évaluation plus rapide.

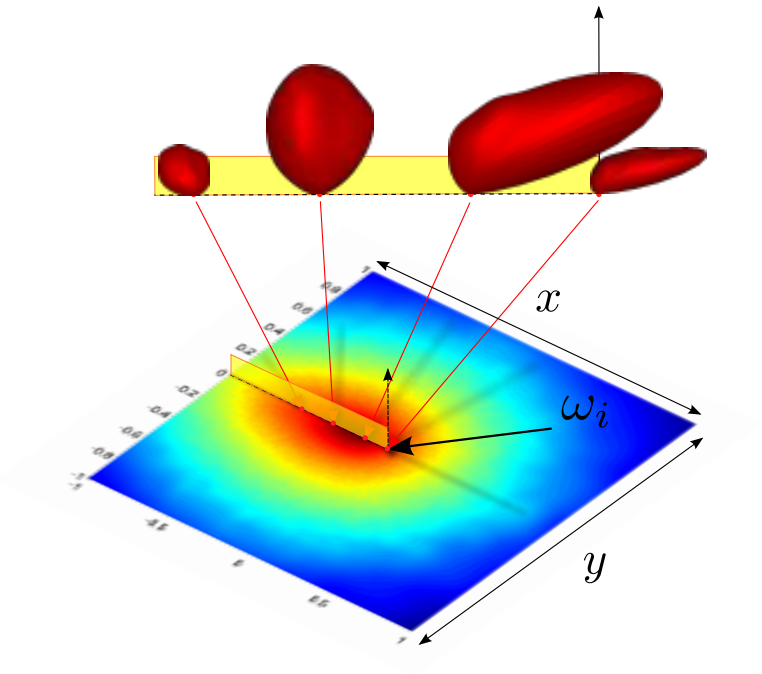


Figure 4.17 : Distributions de radiance mesurées à différents points de la surface d'un bloc composé de sphères glossy. Les distribution de radiance sont symétriques par rapport au plan de *scattering*.

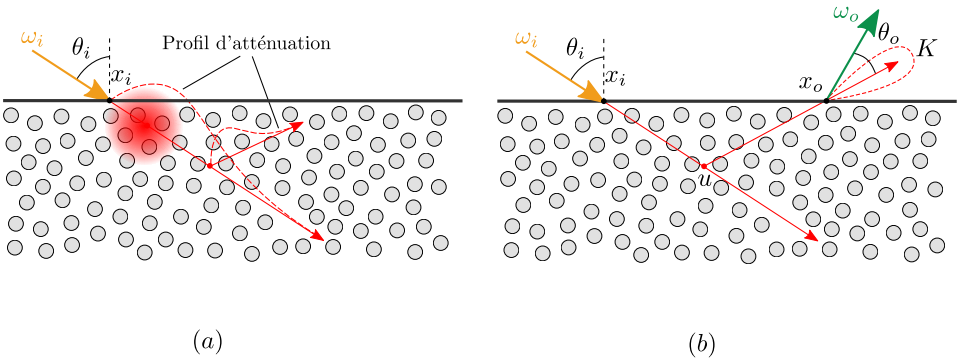


Figure 4.18 : Illustration du modèle empirique proposé. (a) Des sources isotropes sont placées de façon continue dans la prolongation de la direction d'incidence ω_i au point x_i. L'intensité de ces sources suit une distribution *log-normale*. L'atténuation de ces sources dans le milieu suit également une fonction *log-normale*. (b) Leur évaluation permet de calculer la radiance sortante au point x_o dans la direction ω_o, en évaluant le kernel K.

Cette modélisation permet de calculer en quelques secondes la radiance ou l'irradiance sortante alors que plusieurs minutes voir plusieurs heures sont nécessaires pour estimer ces valeurs avec une simulation *brute-force*.

La fonction d'atténuation λ dépend de trois paramètres : α, μ et σ contrôlants la puissance et la profondeur de l'atténuation. Ces paramètres peuvent être estimés à l'aide d'une optimisation non linéaire, pour un matériau donné. Ce nombre restreints de paramètres permet également à un artiste de les optimiser manuellement afin d'obtenir l'aspect désiré.

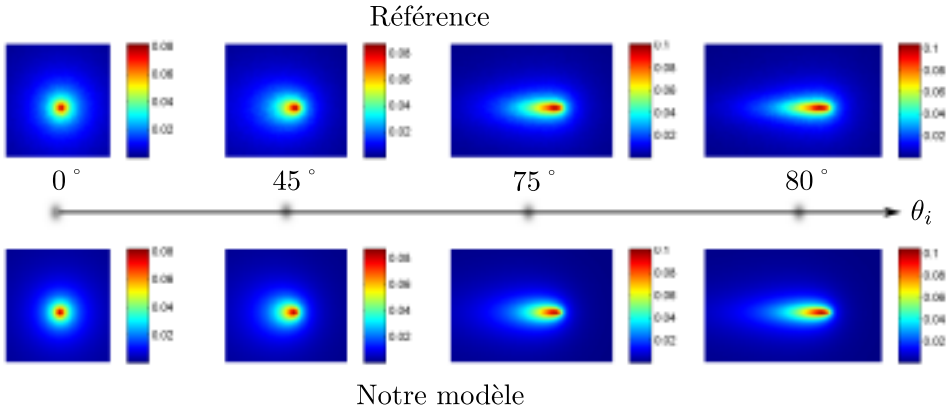
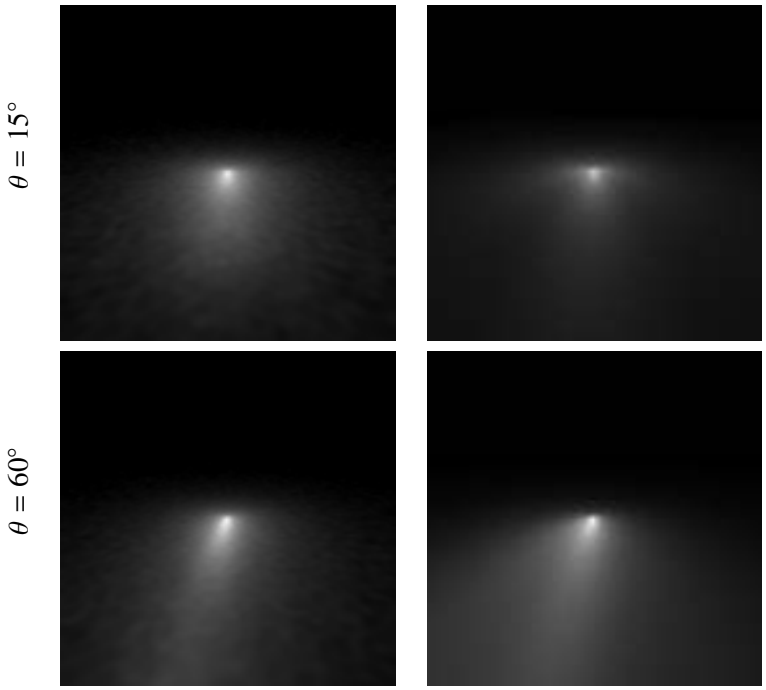


Figure 4.19 : Comparaison de l'irradiance sortante entre prédite par le modèle empirique avec l'irradiance de référence pour différents angles d'incidence. La répartition spatiale de l'irradiance est correctement prédite par ce modèle pour tous les angles d'incidences.

La figure 4.19 compare notre modèle aux données de simulation pour un bloc de sphères diffuses. Le modèle empirique prédit correctement l'irradiance sortante pour tous angles d'incidence. D'autre part, ce modèle empirique est aussi capable de prédire la distribution de radiance sortante pour différents matériaux, mais tend à sur-estimer l'inclinaison du lobe de radiance pour les positions éloignées du point d'incidence, voir figure 4.4.3.

Dans ce type de matériaux, l'application de la théorie du transport indépendant n'est pas possible en raison d'un volume fractionnel trop important. La figure 4.22 compare le modèle du dipôle [JMLH01], qui s'appuie sur la théorie du transport indépendant, aux données issues de simulations. On peut clairement observer que le régime de propagation prédit par la théorie du transport indépendant diffère de celui observable dans les données mesurées autour du point incident. D'autre part, la prise en compte de l'angle incident n'est pas possible avec le modèle du dipôle. L'utilisation d'un modèle tel que le *photon diffusion* proposé par Donner *et al.* [DJ07], permettrait de pallier à ce problème, mais ne réglerait le mauvais régime de diffusion.

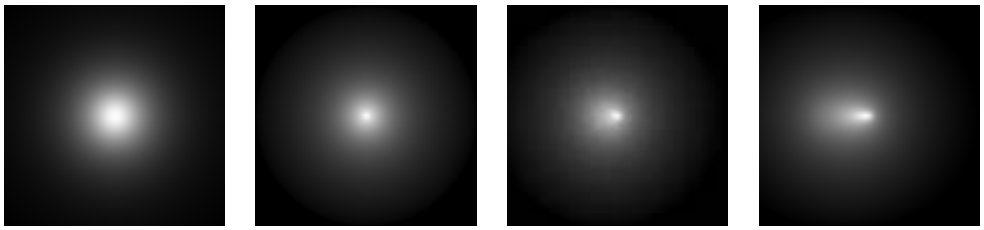


(a) Référence (b) Notre modèle

Figure 4.20 : Comparaison de la radiance prédite par notre modèle avec les données de simulations. La première ligne compare les données pour un angle d'incidence de 15°. La seconde compare les données pour une angle d'incidence de 60°.

(a) (b)

Figure 4.21 : Utilisation du modèle proposé pour rendre d'un tas de particules sphériques blanches. L'apparence obtenue est proches de celle du sucre. Le *single-scattering* est approximé en utilisant un modèle similaire à celui du *multiple-scattering*. Une *normal-map* est utilisée pour obtenir l'aspect granuleux. L'image est rendue en une centaine de secondes.



(a) (b) (c) (d)

Figure 4.22 : Comparaison de l'irradiance sortante prédite par le modèle de dipôle (a) avec l'irradiance sortante mesurée pour une bloc de matériaux composés de sphères diffuses pour différents angles incidents : (b) $\theta_i = 0°$, (c) $\theta_i = 30°$, et (d) $\theta_i = 60°$. Le régime de diffusion autour du point incident n'est pas correctement prédit par le modèle du dipôle [JMLH01].

Outre la qualité des résultats produits, le temps de calcul est un facteur important dans l'évaluation d'un modèle quant à son utilisation. Une simulation brute force de la propagation de la lumière dans un bloc de matière nécessite entre 30 minutes et 10 heures suivant le type de matériaux recouvrant les particules qui composent le bloc. Notre modèle permet de réduire ces temps de calculs entre 20 secondes et 10 minutes suivant le type de matériaux simulés. À titre de comparaison, un modèle tel que le dipôle prendra entre 1 seconde et 1 minute en raison de la faible dimension de son domaine d'intégration. Cependant un tel modèle ne permet pas de reproduire les effets observables dans les simulations.

Une investigation de la propagation volumique de l'énergie semble nécessaire pour les particules translucides, car elles donnent lieu à des phénomènes de transmission. Cette investigation devrait permettre d'identifier les différents régimes de diffusion mise en jeu à la manière de Mukaigawa *et al.* [MYR10] et Bouthors *et al.* [BNM+08]. En outre, cette compréhension volumique devrait permettre de lever l'hypothèse d'un bloc de profondeur infinie.

4.5 Conclusions

Au travers de ce chapitre, nous avons montré que l'application du transport indépendant n'était pas valide pour les matériaux isotropes composés d'agrégats de particules.

Grâce aux simulations du transport d'énergie au sein de tels blocs, nous avons identifié des caractéristiques indépendantes de la géométrie et du matériau des particules. Ces caractéristiques, nous ont permis d'établir un modèle empirique capable de modéliser l'irradiance et la radiance sortantes en tout point de la surface.

Plusieurs voies de poursuites sont envisageables dans la continuité de ces travaux. Un modèle reste à définir pour reproduire les effets issus du *single-scattering*. D'autre part, on pourrait réaliser une analyse plus approfondie des effets issus du *multiple-scattering* dans des particules translucides.

D'autre part l'hypothèse d'un bloc de profondeur infinie ne permet pas d'estimer la radiance sortante pour une paroi mince. Une étude 3D du transport devrait permettre de lever cette contrainte et d'estimer la *BSSTDF* sortante sur la face opposée du bloc.

CHAPITRE 5

Outils mathématiques

5.1 Introduction **130**
5.1.1 Motivations 130
5.1.2 Rappels sur les harmoniques sphériques . . 131
5.2 Travaux antérieurs **134**
5.2.1 Décomposition en lobes 134
5.2.2 Opérateur de rotation 135
5.2.3 Opérateur de convolution et pré-intégration 136
5.3 Base de fonctions : harmoniques zonales tournées 136
5.3.1 Décomposition / Projection 136
5.3.2 Opérateur de rotation 138
5.3.3 Filtrage et pré-convolution 139
5.4 Résultats **142**
5.4.1 Validation 142
5.4.2 Performances 143
5.4.3 Illumination de *BRDF*s complexes 144
5.5 Conclusion **146**

5 CHAPITRE
Outils mathématiques

5.1 Introduction

5.1.1 Motivations

L'utilisation d'harmoniques sphériques pour représenter des données directionnelles (*BRDF*s, *NDF*s, irradiance) est courante en informatique graphique [CMS87, WAT92, KVHS00, RH01, SLS05, HSRG07]. En particulier, cette base de fonctions est adaptée aux distributions complexes à basses fréquences comme les *BRDF*s mesurées [MPBM03], où les modèles de réflectances traditionnelles ne permettent pas de bonnes approximations [NDM05].

Pour être utilisable, une telle base de fonctions doit être munie d'opérateurs essentiels, comme l'opérateur de rotation. L'intégration du produit de la *BRDF* et de l'illumination distante ne peut être calculée directement, car les données de réflectance sont exprimées dans le référentiel local. Une rotation de la fonction est donc nécessaire. Alors que cette opération est triviale dans certaines bases de fonctions, elle est coûteuse et complexe dans le cas des harmoniques sphériques [Wig31, IR96, CIGR99].

Nous proposons une base alternative reposant sur une décomposition en harmoniques zonales orientées dans des directions pré-calculées. Cette base permet une expression simple de l'opérateur de rotation.

D'autre part, cette décomposition en somme de fonctions radialement symétriques permet de faire usage des techniques de pré-intégrations [1]. Pour cela, l'opérateur de convolution est décomposé en une somme de convolutions élémentaires pré-calculées. Grâce à cette base, le rendu de fonctions de réflectance complexes/mesurées sous une illumination distante complexe devient possible en temps-réel.

Contributions

Nos contributions peuvent être résumées de la manière suivante :

- une projection analytique en harmoniques zonales tournées ;
- une formulation simple de l'opérateur de rotation pour les harmoniques sphériques ;
- une méthode de pré-convolution pour *BRDF*s complexes à basses fréquences.

1. L'utilisation de pré-intégration sur des fonctions arbitraires est possible avec les techniques traditionnelles mais implique des coûts de stockage importants. Il est nécessaire de pré-calculer l'intégration de la fonction de réflectance avec l'irradiance incidente pour toutes les orientations sur SO3.

Publications
Ces travaux ont été réalisés en collaboration avec Cyril Soler (INRIA) et Nicolas Holzschuch (INRIA). Ces travaux feront très prochainement l'objet d'une publication (article en cours de rédaction).

La suite de ce chapitre présente dans un premier temps les travaux relatifs à notre approche et détaille les différentes contributions apportées par cette décomposition.

5.1.2 Rappels sur les harmoniques sphériques

Les harmoniques sphériques définissent une base de fonctions orthonormale sur la sphère, originellement introduite pour résoudre l'équation de Laplace. On distingue les fonctions harmoniques complexes des fonctions harmoniques réelles. Seule les harmoniques réelles sont utilisées en informatique graphique pour représenter des fonctions directionnelles (*BRDF*, *NDF*, irradiance, *etc*). Ces fonctions, si elles sont bornées en fréquence, sont représentables par un ensemble fini de coefficients.

Les fonctions d'harmoniques sphériques sont définies par :

$$Y_l^m(\theta,\phi) = \begin{cases} \sqrt{2}\, N_l^m \ \cos(m\phi)\ P_l^m(\cos\theta) & \text{if } m > 0 \\ N_l^0\ P_l^0(\cos\theta) & \text{if } m = 0 \\ \sqrt{2}\, N_l^{|m|}\ \cos(|m|\phi)\ P_l^{|m|}(\cos\theta) & \text{if } m < 0 \end{cases} \tag{5.1}$$

Le terme P_l^m correspond aux polynômes associés de Legendre P_l^m définis par :

$$P_l^m(x) = \frac{(-1)^m}{2^l\ l!}\ (1-x^2)^{m/2}\ \frac{\mathrm{d}^{m+l}}{\mathrm{d}^{m+l}}(x^2-1)^l \tag{5.2}$$

Le terme N_m^l correspond au terme de normalisation, assurant l'orthonormalité de la base.

$$N_l^m = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}\frac{(l-m)!}{(l+m)!}} \tag{5.3}$$

Les fonctions harmoniques sont ordonnées par bande l contenant chacune $2l+1$ fonctions harmoniques de fréquences similaires (voir figure 5.1) notées de $m = -l$ à $m = +l$. Ainsi, pour un ordre L_{max} donné, une fonction directionnelle est représentée par $(L_{max}+1)^2$ coefficients.

Remarque
L'ordre maximal L_{max} détermine la limite fréquentielle représentable par la base. Plus cet ordre est grand, plus les hautes fréquences de la fonction originale seront bien représentées, voir figure 5.2. Si la fonction est bornée en fréquence, il est alors possible de représenter exactement cette fonction dans la base des harmoniques sphériques.

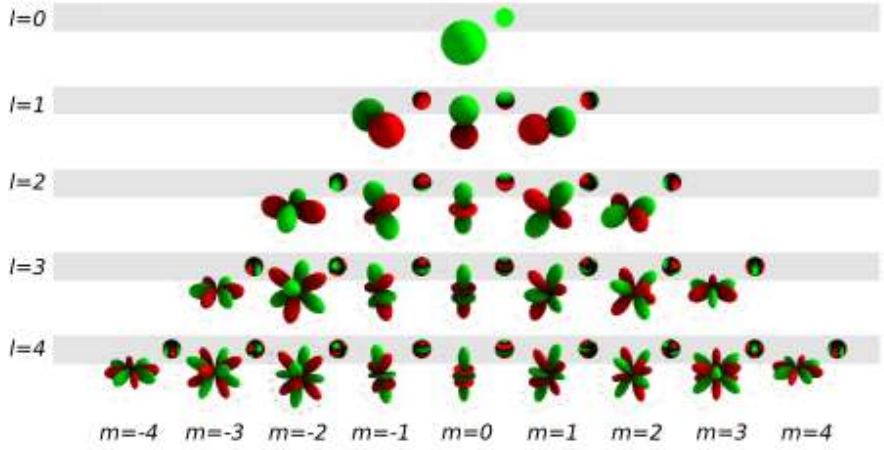


Figure 5.1 : Visualisation des fonctions harmoniques jusqu'à $L_{max} = 4$. Les portions positives des fonctions sont représentées en rouge, les portions négatives en vert. Les fonctions harmoniques définies pour m=0 sont également appelées harmoniques zonales et présentent une symétrie radiale autour de Z (image originale de Paul Green).

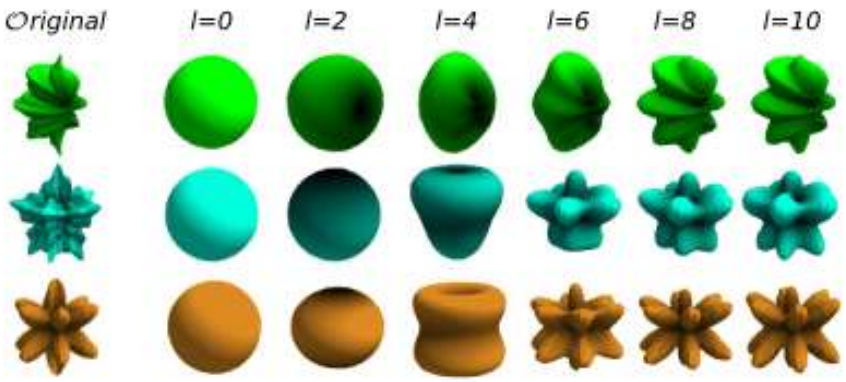


Figure 5.2 : Projection de 3 fonctions directionnelles dans la bases des harmoniques sphériques. Ces projections sont réalisées à différents ordres (colonnes). Plus l'ordre de projection l est grand plus la projection est précise mais plus le nombre de coefficients nécessaires est grand (image originale de Paul Green).

La formulation par récurrence des polynômes de Legendre permet de calculer les termes d'ordre l en fonction des termes d'ordre $l - 1$. Cette formulation simplifie grandement les algorithmes de calculs :

$$\begin{aligned}
(l-m)P_l^m &= x\,(2l-1)P_{l-1}^m - (l+m-1)P_{l-2}^m \\
P_m^m &= (-1)^m(2m-1)!\,(1-x^2)^{m/2} \\
P_{m+1}^m &= x\,(2m-1)P_m^m
\end{aligned}$$

Toute fonction directionnelle peut être projetée dans la base des harmoniques sphériques. Chaque coefficient c_l^m est obtenu en intégrant le produit de chaque fonction harmonique avec la fonction projetée sur la sphère :

$$c_l^m = \int_{\mathcal{S}^2} f(\omega)\; Y_l^m(\omega)\; \mathrm{d}\omega \tag{5.4}$$

La fonction directionnelle f peut être reconstruite à l'ordre L_{max} :

$$f(\omega) \simeq \tilde{f}(\omega) = \sum_{l=0}^{L_{max}} \sum_{m=-l}^{+l} c_l^m\; Y_l^m(\omega) \tag{5.5}$$

Si L_{max} est suffisamment grand, alors $f = \tilde{f}$. Du fait de l'orthogonalité de la base, l'intégrale du produit de deux fonctions (*i.e.,* le produit scalaire) s'exprime comme le produit des coefficients :

$$\int_{\mathcal{S}^2} f(\omega)\; g(\omega)\; \mathrm{d}(\omega) = \sum_{l=0}^{L_{max}} \sum_{m=-l}^{+l} f_l^m\; g_l^m \tag{5.6}$$

Parmi la famille des harmoniques sphériques se distinguent les harmoniques zonales. Elles sont définies pour $m = 0$ et se différencient des autres harmoniques par leur symétrie radiale autour de l'axe Z, voir figure 5.1

De façon analogue au cas planaire, il est possible de définir un opérateur de convolution sur la sphère : on parle dans ce cas d'opérateur de *convolution sphérique*.

$$h(\omega) = f(\omega) \otimes g(\omega') = \int_{\mathcal{S}^2} f(\omega)\; g(\omega - \omega')\; \mathrm{d}\omega' \tag{5.7}$$

Cette opérateur s'exprime simplement entre une distribution zonale g et une fonction directionnelle générale f :

$$h_l^m = \Lambda_l\; g_l^0\; f_l^m \tag{5.8}$$

avec g_l^0 les coefficients de la distribution zonale, f_l^m les coefficients de la distribution arbitraire, et $\Lambda_l = \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}}$.

5.2 Travaux antérieurs

5.2.1 Décomposition en lobes

Différentes décompositions en lobes ont été imaginées pour représenter des fonctions directionnelles. En particulier, Sloan *et al.* [SLS05] proposent une décomposition à base d'harmoniques zonales tournées pour stocker les résultats de précalculs d'échanges de radiance (*PRT*). Ces fonctions de transferts sont représentées par une somme d'harmoniques zonales tournées. Elles limitent le nombre de coefficients nécessaires pour représenter les distributions à hautes hautes fréquences. Cette minimisation implique deux différences majeures par rapport à notre approche : les lobes sont obtenus par optimisation non linéaire, et le résultat de cette décomposition est généralement peu satisfaisant pour les distributions à basses fréquences.

De manière similaire, Tsai *et al.* [TS06] et plus récemment Wang *et al.* [WRG+09], décomposent *BRDF*s et illuminations distantes sur un ensemble de gaussiennes sphériques tournées. Les gaussiennes possèdent de bonnes propriétés (produit scalaire simple et analytique, rotations simples, *etc*) mais leur méthode présente les mêmes limitations que celle proposée par Sloan *et al.* [SLS05].

Enfin, Han *et al.* [HSRG07] proposent une décomposition en lobes de *von Mises* (identiquent aux lobes gaussiens sphériques pour $\kappa > 2$) exprimés dans la base des harmoniques sphériques pour filtrer la géométrie sous-jacente au pixel courant.

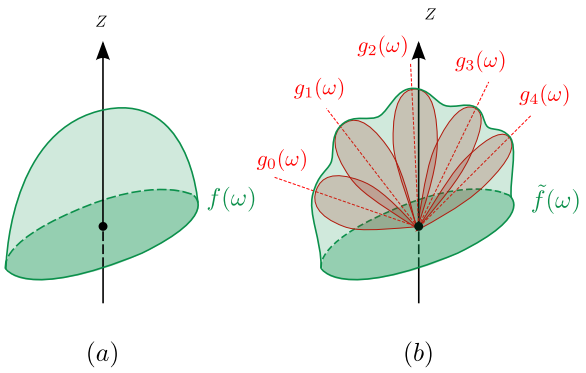


Figure 5.3 : Représentation d'une fonction continue (a) par une somme de lobes (b). Les représentations à base de somme discrète de lobes ne sont pas les meilleures candidates pour de telles fonctions. Des artéfacts sont observables à la reconstruction. De plus l'optimisation des paramètres de ces lobes n'est pas aisée : aucune zone prédomine.

Toutes ces approches ont l'avantage de pouvoir représenter des distributions à hautes fréquences de façon plus concise, mais il reste difficile de représenter des

fonctions ayant des zones continues, voir figure 5.3. En sus, la forte dépendance de l'optimisation non linéaire aux conditions initiales rend l'étape de projection non robuste et approximative.

5.2.2 Opérateur de rotation

La rotation d'une fonction projetée en harmoniques sphériques modifie la valeur de chacun de ses coefficients. L'influence de chaque coefficient est confinée dans sa bande d'ordre l, voir figure 5.4. Par conséquence, la matrice de rotation est diagonale par blocs, mais chaque terme de cette matrice est complexe à exprimer.

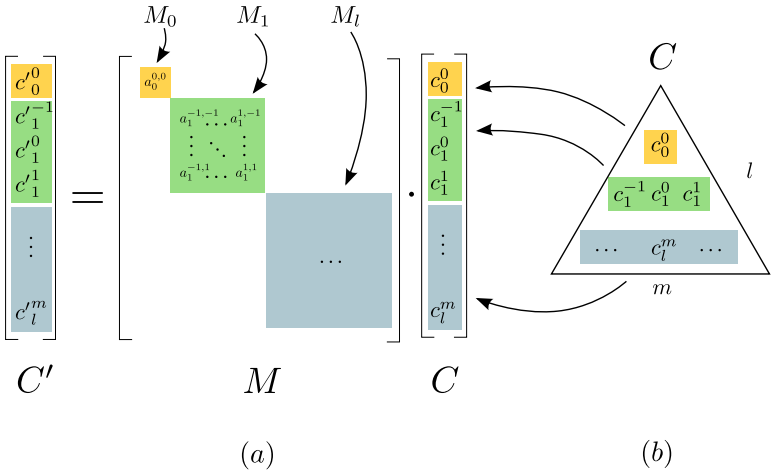


Figure 5.4 : La matrice de rotation pour les coefficients d'harmoniques sphériques M est diagonale par bloc. L'influence de chaque coefficient lors d'une rotation est contenue dans sa bande l.

Originellement Wigner [Wig31] et plus tardivement Griffin [Gri59] ont proposé une méthode pour calculer les coefficients de cette matrice. Leurs méthodes se basent sur une décomposition de la rotation en une succession de rotations élémentaires : ZYZ. La rotation autour de l'axe Z est simple à exprimer. En revanche, la rotation autour de l'axe Y est plus délicate, donnant lieu à une formule complexe. Leur formulation peut être écrite par récurrence, allégeant les calculs.

D'autres formulations ont plus récemment été proposées [ITO90, BFB97, GG09, LdWF12]. Les méthodes de Ivanic *et al.* [IR96], Choi *et al.* [CIGR99] sont plus performantes que la méthode de Wigner, mais sont plus complexes en écriture. Leurs formulations se basent sur une récurrence capable de prendre en entrée tous types de rotation sans décomposer cette dernière. Des détails sur leurs implémentions sont donnés par Green [Gre03].

D'autres méthodes plus récentes [GG09, LdWF12] permettent une formulation ef-

ficace et relativement simple. En particulier les travaux de Lessig *et al.* [LdWF12] sont très proches des travaux réalisés dans ce chapitre, bien que la formulation ne soit pas identique : la construction de la matrice de rotation proposée par Lessig est semblable à celle proposée ici.

5.2.3 Opérateur de convolution et pré-intégration

Le pré-filtrage d'*environment map* est utilisé pour accélérer l'intégration de l'illumination distante et complexe. Pour cela, l'illumination est pré-convoluée par la fonction de réflectance pour un ensemble de directions couvrant la sphère $\mathcal{S}^2$. Au moment du rendu, un simple accès texture permet de récupérer la valeur pré-calculée de cette pré-intégration [KVHS00].

Ramamoorthi *et al.* [RH01] et Basri *et al.* [BJ03] ont montré que cet opérateur de convolution dans la base des harmoniques sphériques est simple entre une fonction zonale et une fonction arbitraire. Ceci limite la pré-convolution aux fonctions de réflectance radialement symétriques. Bien qu'une convolution générale ait été évoquée [RH01], aucune formulation efficace n'a été proposée.

5.3 Base de fonctions : harmoniques zonales tournées

5.3.1 Décomposition / Projection

Nous allons détailler notre base alternative permettant de simplifier certains opérateurs. Soit f une fonction directionnelle projetée dans la base des harmoniques sphériques (SH) :

$$\tilde{f}(\omega) = \sum_{l=0}^{L_{max}} \sum_{m=-l}^{l} c_l^m \; Y_l^m(\omega) \tag{5.9}$$

Nous définissons une nouvelle base composée d'un ensemble de $2L_{max} + 1$ harmoniques zonales tournées (RZH), notées Z_l^k et orientées dans les directions ω_k. Ces directions sont pré-calculées. La fonction f est exprimée dans cette base de la manière suivante :

$$\tilde{f}(\omega) = \sum_{l=0}^{L_{max}} \sum_{k=-l}^{l} s_l^k \; Z_l^k(\omega) \tag{5.10}$$

Contrairement à la base des harmoniques sphériques, cette base n'est pas orthogonale mais possède un ensemble de bonnes propriétés que nous allons à présent

détailler. La conversion des coefficients *SH* en coefficients *RZH* pour un ordre l peut être effectuée par une multiplication vecteur/matrice.

$$[c_l^m] = M_l\,[s_l^m] \tag{5.11}$$

Chaque colonne k de cette matrice contient les coefficients de l'harmonique zonale Y_l^0 tournée dans la direction de l'axe ω_k.

$$M_l = \underbrace{\begin{pmatrix} a_l^{m_{-l},k_{-l}} & \cdots & a_l^{m_{-l},k_l} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_l^{m_l,k_{-l}} & \cdots & a_l^{m_l,k_l} \end{pmatrix}}_{k} \tag{5.12}$$

L'inversibilité de la matrice M_l permet d'assurer que chacune des harmoniques zonales tournées est linéairement indépendantes des autres harmoniques zonales tournées. Il est important de noter que les axes ω_k ne sont pas linéairement indépendants, mais que les RZH le sont, et forment ainsi une base dans laquelle toute fonction directionnelle est représentable.

Choix des axes

Le choix des axes de rotation est indépendant de la fonction projetée dans la base des RZH. Une fois ces axes calculés, ils sont applicables à toutes fonctions directionnelles. Nous générons les axes selon une distribution de Poisson sur la sphère. La configuration de ces axes est validée en regardant l'inversibilité et le conditionnement des matrices M_l.

Le conditionnement est le rapport entre la plus petite et la plus grandes des valeurs propres d'une matrice. Plus ce rapport est proche de 1, plus la matrice est bien conditionnée et donc stable numériquement. Tout comme Lessig *et al.* [LdWF12], nous optimisons la stabilité numériques des matrices M_l. Si le conditionnement est trop faible (inférieur à 1e-06 dans nos exemples), nous regénérons un autre ensemble d'axes. Nous avons tester cette méthode jusqu'à l'ordre 30 avec succès.

Les coefficients c'^m_l d'une harmonique zonale tournée par une rotation eulérienne $\mathcal{R}_{\varphi,\theta,0}$ s'expriment au sein de la bande d'ordre l :

$$c'^m_l = \mathcal{R}_{\varphi,\theta,0}\,Y_l^0 \tag{5.13}$$

$$= \Lambda_l Y_l^m(\theta,\phi) \tag{5.14}$$

Ainsi chaque coefficient a_l^{mk} de la matrice M_l est défini par :

$$a_l^{mk} = \Lambda_l Y_l^m(\omega_k) \tag{5.15}$$

Les coefficients *RZH* s_l^k de f sont calculés en multipliant les coefficients *SH* c_l^m par l'inverse de la matrice M_l [2]. L'inversibilité de la matrice ne dépend que du choix des axes.

Partage des axes

Il est important de remarquer l'indépendance entre M_l et f. Pour un ordre l donné, les axes ω_k et la matrice M_l n'ont besoin d'être calculés qu'une seul fois et peuvent être partagés par différentes fonctions directionnelles. De plus, ces axes ω_k peuvent être partagés entre les différents ordres l, voir figure 5.5. Ainsi seulement $2L_{max} + 1$ axes sont nécessaires pour toutes les fonctions projetées à l'ordre L_{max}.

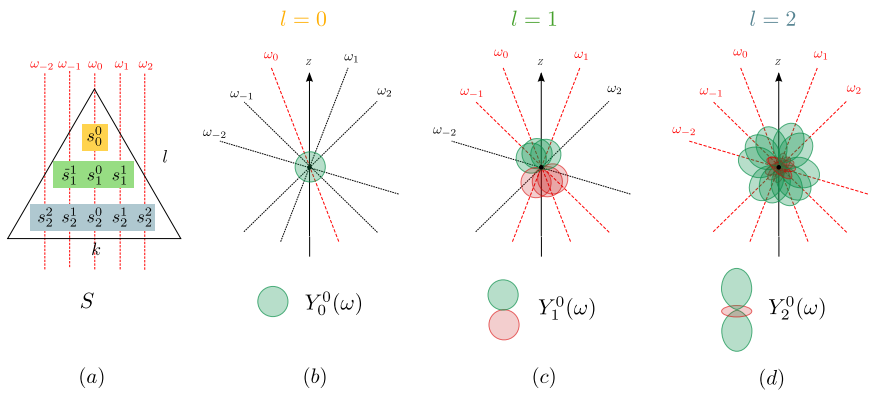


Figure 5.5 : Les axes de décomposition ω_k, de la base des harmoniques zonales tournées, sont partagés entre les différents ordres l.

5.3.2 Opérateur de rotation

Une fois les coefficients d'harmoniques zonales tournées s_l^k calculés, l'expression d'une matrice de rotation M'_l à l'ordre l devient simple. En effet, les coefficients d'harmoniques sphériques c'^m_l de la fonction f tournée sont obtenus en multipliant les coefficients s_l^k par la matrice M_l dont les axes ont été tournés par la rotation $\mathcal{R}$:

$$[c'^m_l] = M'_l\,[s_l^m] \tag{5.16}$$

$$= \mathcal{R}\,M_l\,[s_l^m] \tag{5.17}$$

2. Le calcul de cet inverse peut être effectué par différentes méthodes (*LU*, *QR*, *etc*)

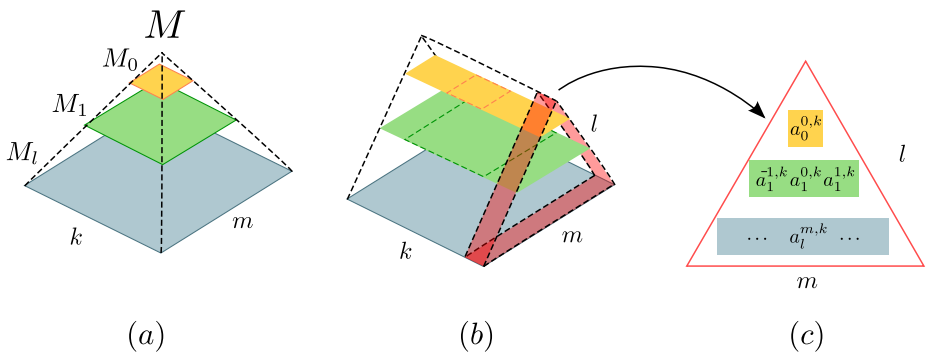


Figure 5.6 : Les matrices de rotation des différents ordres M_l forment une pyramide (a). Le calcul des coefficients de rotation $a_l^{m,k}$ peut être réalisé récursivement pour chaque tranche du prisme, en utilisant la formule par récurrence des polynômes de Legendre.

avec les coefficients a'^{mk}_l de la matrice M'_l donnés par :

$$a'^{mk}_l = \Lambda_l Y_l^m(\mathcal{R} \circ \omega_k) \tag{5.18}$$

La représentation d'une fonction dans cette base d'harmoniques zonales tournées permet d'exprimer de façon simple et élégante toutes les rotations sans décomposition eulérienne.

L'expression par récurrence des polynômes de Legendre, équation 5.4, permet de calculer efficacement ces matrices de rotation. L'ensemble de ces matrices forme une pyramide de base m et k et de hauteur l, voir figure 5.6. Les axes ω_k étant indépendants les uns des autres, chaque tranche k de cette pyramide peut être calculée indépendemment, voir figure 5.6. Le calcul de ces coefficients peut donc être réalisé en parallèle.

5.3.3 Filtrage et pré-convolution

La pré-convolution d'*environment map* permet d'illuminer un objet de manière efficace, les parties les plus coûteuses étant préalablement calculées.

Ces méthodes de pré-convolution sont restreintes aux *BRDF*s radialement symétriques. Sinon, il est nécessaire de pré-convoluer l'*environment map* avec toutes les rotations possibles de la *BRDF* donnant lieu à un coût de stockage prohibitif.

Détaillons le calcul de la radiance sortante $L(\omega_o)$ pour une *BRDF* f et une illumination complexe E. En projetant l'illumination incidente dans la base *SH* et la

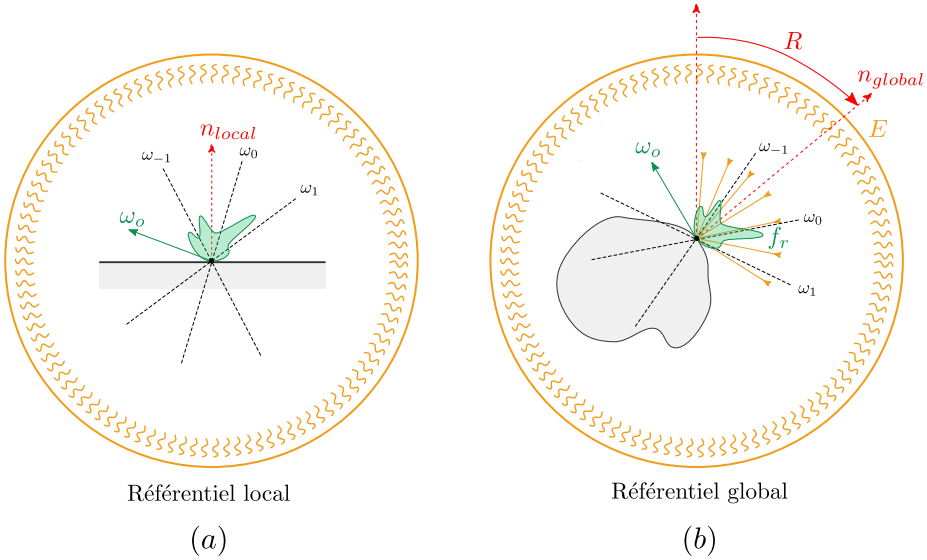


Figure 5.7 : Rotation du référentiel local pour exprimer la fonction de réflectance dans le référentiel global. Les axes de décompositions de la fonction de réflectance sont ainsi tournés.

BRDF dans notre base *RZH*, on obtient :

$$
\begin{aligned}
L(\omega_o) &= \int_{\mathcal{S}^2} E(\omega_i)\, f(\omega_o, \omega_i)\, \mathrm{d}\omega_i \\
&= \sum_{l=0}^{L_{max}} \sum_{m=-l}^{+l} e_l^m\, c_l^m(\omega_o) \\
&= \sum_{l=0}^{L_{max}} \sum_{m=-l}^{+l} e_l^m \sum_{k=-l}^{+l} \Lambda_l\, Y_l^m(\omega_k)\, s_l^k(\omega_o) \\
&= \sum_{l=0}^{L_{max}} \sum_{k=-l}^{+l} s_l^k(\omega_o) \underbrace{\sum_{m=-l}^{+l} \Lambda_l\, Y_l^m(\omega_k)\, e_l^m}_{\Gamma}
\end{aligned}
\tag{5.19}
$$

En isolant la somme sur m, il devient possible de pré-calculer le terme Γ de l'équation 5.19 pour toute direction ω_k.

$$
\Gamma(l, \omega_k) = \sum_{m=-l}^{+l} \Lambda_l\, Y_l^m(\omega_k)\, e_l^m \tag{5.20}
$$

Le calcul de la radiance se simplifie, et toute rotation $\mathcal{R}$ liée aux changements de référentiels peut simplement être appliquée aux axes ω_k :

$$L(\omega_o) = \sum_{l}^{L_{max}} \sum_{k=-l}^{+l} s_l^k(\omega_o)\, \Gamma(l, \mathcal{R}(\omega_k)) \tag{5.21}$$

En projetant la *BRDF* dans la base des harmoniques zonales tournées, nous la décomposons en une somme de fonctions radialement symétriques. L'*environment map* peut être pré-convoluée pour toutes ces fonctions radialement symétriques, c'est-à-dire pour toutes les harmoniques zonales Y_l^0 jusqu'à l'ordre L_{max}. Ceci aboutit à $L_{max} + 1$ *environment map*s pré-convoluées.

Au moment du rendu, les axes de décomposition sont tournés selon la transformation inverse de l'espace tangent dans lequel la *BRDF* est exprimée. Les valeurs pré-convoluées sont alors lues dans la direction de ces axes et pondérées par les coefficients s_l de la *BRDF*. Cette méthode simple et efficace, permet d'illuminer en temps-réel des *BRDF*s complexes à moindre coût.

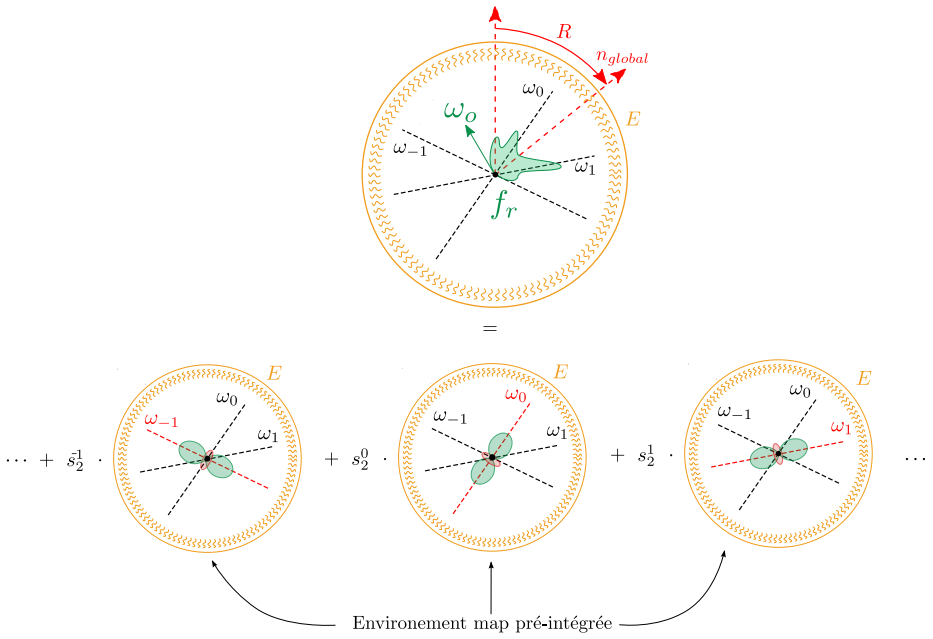


Figure 5.8 : Illustration du calcul de l'illumination pour une *BRDF* complexe. L'*environment map* est pré-convoluée pour les différents ordres l. Les valeurs pré-convoluées sont lues dans la direction des axes tournés et sont pondérées par les coefficients s_l^k.

Convolution et espaces de rotation
Bien que $\mathcal{R}$ puisse indifféremment appartenir à l'espace des rotations S02 ou S03, une telle convolution n'est proprement définie que dans l'espace S02. En effet dans l'espace S03, cet opérateur calcule toutes les rotations possibles du kernel de convolution sur lui même.
En réalité, la convolution souhaitée dans le cadre d'illumination de fonctions de réflectance complexes n'est qu'un sous ensemble des rotations de SO3, qu'il n'est pas possible de calculer simplement. C'est pourquoi notre méthode s'appuie sur une décomposition de cette convolution en convolutions élémentaires. La convolution complète est reconstruite uniquement au moment opportun.

5.4 Résultats

5.4.1 Validation

Tout d'abord, nous validons notre base d'harmoniques zonales tournées en décomposant et en reconstruisant une fonction arbitraire dans cette base. La figure 5.9 montre la décomposition d'une fonction selon les différentes composantes zonales. Les axes ω_k sont partagés entre les différentes harmoniques. La fonction est décomposée jusqu'à l'ordre $L_{max} = 2$.

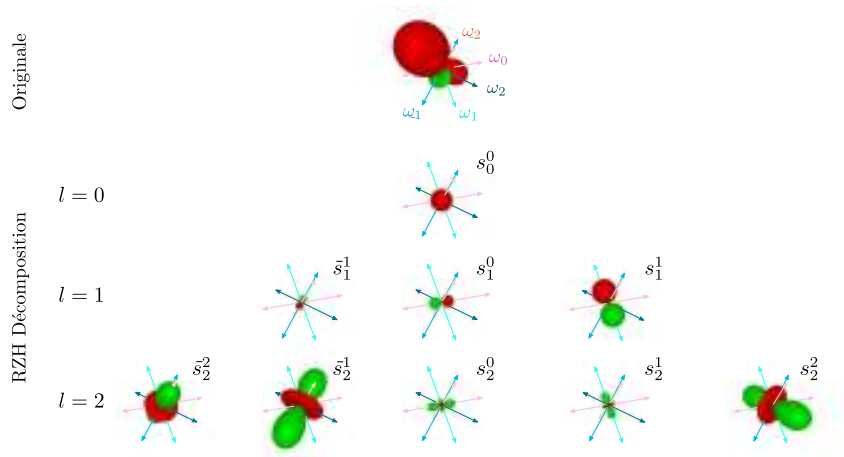
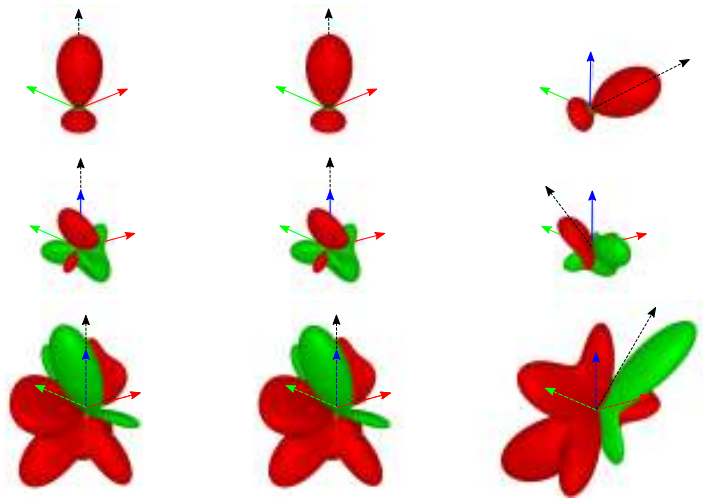


Figure 5.9 : Décomposition d'une fonction directionnelle (haut) dans la base des harmoniques zonales tournées. Les harmoniques zonales sont orientées selon les axes ω_k. Ces axes sont partagés entre les différents ordres l. Le rouge représente les parties positives de la fonction ; le vert, les parties négatives.

La figure 5.10 montre l'équivalence de notre base avec la base des harmoniques

sphériques. La projection, voir figure 5.10b, ne modifie pas la distribution originale, voir figure 5.10a et permet d'appliquer simplement des rotations sur cette distribution, voir figure 5.10c.



(a) Originale (SH) (b) RZH (c) Rotation RZH

Figure 5.10 : Exemple de distributions directionnelles projetées dans notre base *RZH*. La fonction originale (a) n'est pas altérée par cette projection (b). La colonne (c) montre l'application d'une rotation sur cette distribution. Cette rotation s'exprime simplement dans cette base alternative .

5.4.2 Performances

Notre base permet d'exprimer simplement les rotations. Cependant il est important de comparer ses performances face aux méthodes traditionnelles [Wig31]. La figure 5.11 compare le temps de construction d'une matrice de rotation avec notre méthode et celle de Wigner [Wig31], et ce, pour différents ordres L_{max}. Notre méthode étant parallélisable, nous avons également comparé les performances avec une version multi-cores utilisant l'API OpenMP.

Lorsque L_{max} augmente, notre méthode devient plus performante. Cependant ce gain n'est qu'un facteur : les deux méthodes présentent le même type de complexité en $O(N^2)$. Ainsi notre base exprime simplement les rotations tout en assurant de bonnes performances. La version parallélisée permet d'accroitre ces performances de façon sensible.

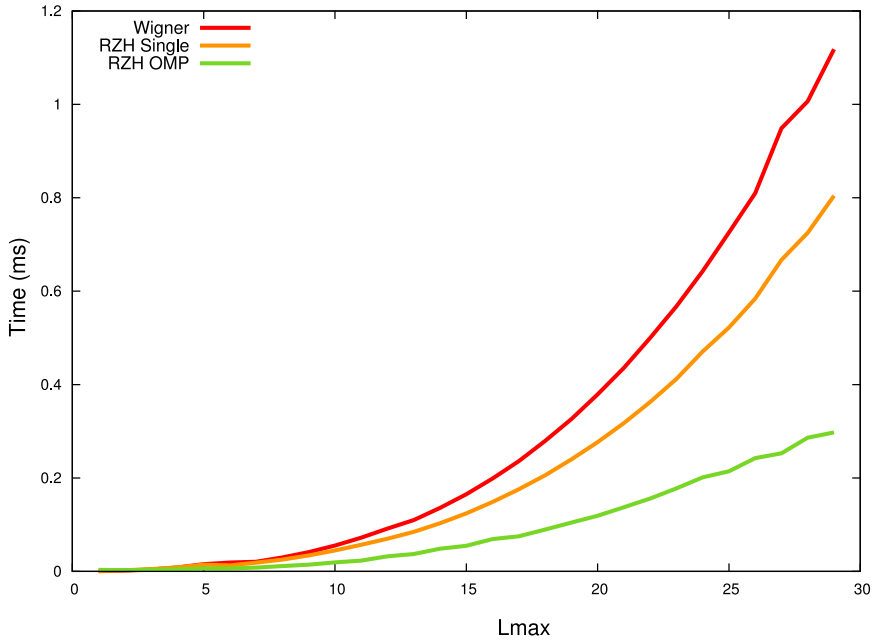


Figure 5.11 : Comparaison du temps de construction de la matrice de rotation entre la méthode de Wigner [Wig31] et notre méthode pour différents ordres L_{max}. Lorsque L_{max} augmente notre méthode devient plus performantes. Néanmoins on observe la même complexité algorithmique entre le deux méthodes. Comparaison également avec une version parallélisée de la construction de la matrice de rotation sur quatre cores CPU à l'aide de OpenMP.

Autres méthodes de rotations

Bien que notre formulation des matrices de rotation pour harmoniques sphériques soit plus simple, les performances sont en deçà des méthodes citées dans l'état de l'art, plus particulièrement les méthodes d'Ivanic [IR96] ou de Choi [CIGR99]. Nous comparons ici les performances avec la méthode originale de Wigner [Wig31] pour des raisons d'implémentions.

De même l'approche proposée par Lessig [LdWF12], pourtant fortement semblable a notre approche, semble avoir de meilleurs performances selon les résultats publies dans leur article. Par manque de temps, nous n'avons pu réaliser une telle comparaison des résultats.

5.4.3 Illumination de *BRDF*s complexes

L'illumination de *BRDF*s mesurées devient possible en temps-réel grâce à notre base d'harmoniques zonales tournées. Pour chaque matériau, on calcule les coeffi-

cients *RZH* pour les différents angles d'incidence. En prenant $L_{max} = 12$ (169 coefficients) on peut représenter un grand nombre de matériaux à basses fréquences. La figure 5.12 montre la projection de la *BRDF* d'un tissu beige [MPBM03] pour différents angles d'incidence : cette projection donne de bons résultats à tous les angles.

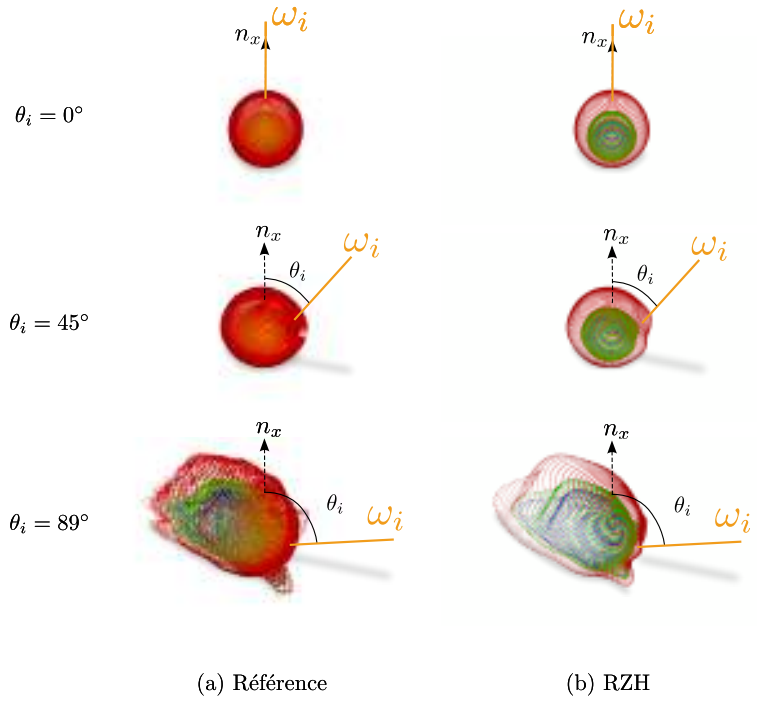
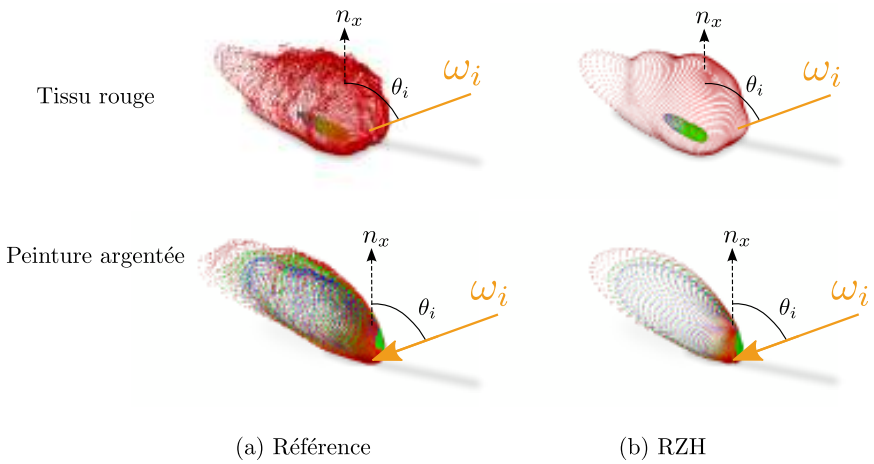


Figure 5.12 : Projection de la *BRDF* d'un tissu beige [MPBM03] dans la base de harmoniques zonales tournées à l'ordre $L_{max} = 12$, colonne (b). La colonne (a) montre les distributions de référence pour différents angles d'incidence. Les principales caractéristiques de ces distributions sont bien capturées par cette projection.

L'illumination est projetée dans la base des harmoniques sphériques dans une premier temps. Puis pour chaque ordre l, on calcule le terme de pré-intégration Γ , décrit par l'équation 5.20.

La figure 5.14 montre l'illumination d'un modèle recouvert d'un matériau mesurée, type tissu beige [MPBM03]. Notre base permet de bien capturer les détails de la *BRDF*. Les images de références sont calculées par échantillonnage de la fonction de réflectance. Environ 2000 échantillons sont nécessaires pour obtenir une image sans bruit. Le temps de calcul d'une image de référence est d'environ 1 seconde. Notre approches permet de réduire ces temps de calculs à quelques millisecondes (entre 2 et 15 ms en fonction de la surface de l'écran couverte par l'objet). Ceci représente 2 à 3 ordres de magnitude par rapport à la solution de référence.



(a) Référence (b) RZH

Figure 5.13 : Comparaison de la projection de deux matériaux différents (colonne a : références, colonne b : versions projetées). La premier ligne montre un matériau à basses fréquences (tissu rouge [MPBM03]). La second ligne montre un matériau ayant des fréquences plus élevées (peinture argentée [MPBM03]). Les détails à hautes fréquences ne sont pas bien capturés à l'ordre $L_{max} = 12$. Plus de coefficients seraient nécessaires.

La figure 5.15 montre le rendu du même modèle 3D avec deux matériaux mesurés plus glossy [MPBM03] : l'un couvert d'une peinture argentée, l'autre d'une peinture dorée. Ces matériaux présentent davantage de hautes fréquences, et nécessite une projection à l'ordre $L_{max} = 20$ (>400 coefficients). Les résultats obtenus sont fidèles aux images de référence tout en améliorant sensiblement les performances (entre 10 et 25 ms en fonction de la surface de l'écran couverte par l'objet contre environ 1 seconde pour l'image de référence). La figure 5.13 montre un exemple de ces même matériaux avec une projection insuffisante ($L_{max} = 12$) à titre de comparaison.

Bien que les performances restent raisonnable pour ces matériaux glossy, une telle représentation devient quelque peu inadaptée du fait d'un grand nombre de coefficients. D'autres représentations comme les bases d'ondelettes peuvent être plus adaptées pour les matériaux présentant de hautes fréquences angulaires.

5.5 Conclusion

Au travers de ce chapitre, nous avons présenté une base alternative aux harmoniques sphériques, s'appuyant sur un ensemble d'harmoniques zonales tournées selon des directions pré-calculées. Cette base permet une formulation simple de l'opérateur de rotation. D'autre part, elle permet une décomposition analytique

(a) Référence (b) RZH

Figure 5.14 : Comparaison d'un modèle 3D recouvert d'une *BRDF* mesurée (tissu beige [MPBM03]) et éclairé par une illumination complexe et distante. À droite image de référence calculée par échantillonnage (2000 échantillons, temps de rendu par image : 1000ms). À gauche notre approche (temps de rendu par image : 2-15ms). Notre base permet de rendre efficacement ce type de matériau tout en capturant les détails de réflectance subtiles notamment aux angles rasants (L'*environment map* "Pisa" est fournie par Paul Debevec).

simple en fonctions radialement symétriques de toutes fonctions directionnelles. Cette décomposition permet d'utiliser les techniques pré-intégration pour des fonctions directionnelles arbitraires, originalement limitées aux fonction radialement symétriques.

Comme pour les harmoniques sphériques, le nombre de coefficients est dépendant du contenu fréquentiel de la fonction projetée. Cette méthode est donc davantage adaptée aux distributions directionnelles à basses fréquences.

(a) Référence (b) RZH

Figure 5.15 : Exemples de rendu de matériaux à plus hautes fréquences. Première ligne : peinture argentée [MPBM03]. Seconde ligne : peinture dorée [MPBM03]. Colonne (a) matériaux de références. Colonne (b) matériaux projetés dans notre base *RZH* à l'ordre $L_{max} = 20$ (L'*environment map* "Pisa" est fournie par Paul Debevec).

(a) Référence (b) RZH

Figure 5.16 : Exemples de rendu de matériaux à plus hautes fréquences. Première ligne : peinture argentée [MPBM03]. Seconde ligne : peinture dorée [MPBM03]. Colonne (a) matériaux de références. Colonne (b) matériaux projetés dans notre base *RZH* avec un nombre insuffisant de coefficients $L_{max} = 12$ (L'*environment map* "Pisa" est fournie par Paul Debevec).

Conclusion III

PARTIE

PARTIE III

Conclusion

CHAPITRE 6

Conclusion et perspectives

6.1 Résumé des travaux 154
6.2 Perspectives 155

6 CHAPITRE Conclusion et perspectives

6.1 Résumé des travaux

Au fil de ce manuscrit, nous avons étudié les interactions locales entre lumière et matière.

Dans un premier temps, nous avons proposé une classification des modèles de réflectance existants dans la littérature. Ils permettent de reproduire une grande variété d'apparence abstrayant les interactions entre lumière et matière. Cependant chaque modèle se limite à une catégorie particulière d'effets. Une combinaison de ces modèles permet de capturer les principaux phénomènes observables sur une surface réelle.

Le grand nombre de modèles existants rend difficile le choix d'un modèle de réflectance particulier. Cette synthèse a pour but d'orienter le lecteur dans ce choix. La classification proposée s'appuie sur l'échelle d'abstraction des détails géométriques et compare les différents modèles suivant plusieurs critères : efficacité d'évaluation, coûts de représentation en mémoire, richesse des effets reproductibles, *etc*.

Cette classification a également permis de mettre en exergue des lacunes : coûts d'évaluation trop importants pour les modèles de transmission sur surfaces rugueuses, absence de modèle pour les matériaux composés d'agrégats, ou encore bases de fonctions mal adaptées pour les données mesurées. Ces trois problèmes ont été étudiés au travers de ce manuscrit.

1. **Matériaux transparents et rugueux** : les modèles de réflectance existants pour ce type de matériau sont trop coûteux pour être utilisés dans des applications temps-réel : leur évaluation requiert en général une intégration numérique coûteuse (plusieurs centaines d'échantillons par pixel sont nécessaires pour obtenir une valeur convergée). Notre analyse a montrée qu'une approximation simple par lobe gaussien de la fonction de réflectance était suffisante.

   Cela nous a permis de développer un opérateur de transport, vu comme un opérateur de convolution. Il permet de transporter efficacement la lumière de part en part d'un objet. Au final, ce modèle permet d'illuminer un objet transparent rugueux sous une illumination distante et complexe en temps-réel. Le support de l'illumination locale est également possible pour les objets aux parois fines. La variation de rugosité à la surface de l'objet est également supportée par le modèle proposé.

2. **Matériaux composés d'agrégats discrets** : le transport de la lumière dans des matériaux composés d'agrégats de particules densément arrangées a peu été étudié dans la littérature. Pourtant, un grand nombre de matériaux sont structurés de cette manière : sable, neige, sel, sucre, *etc*. Notre analyse dans des blocs de matériaux synthétiques a montré que ce transport est complexe est peu aisé à modéliser.

Les effets de *single-scattering* sont complexes, et fortement dépendants des propriétés (géométrie/réflectance) des particules sous-jacentes. À l'inverse, les effets de *multiple-scattering* présentent une certaine indépendance vis à vis de ces propriétés. Cette observation nous a permis de modéliser l'irradiance sortante au voisinage du point d'incidence et d'approximation la radiance sortante.

Le transport dans des particules transparentes/translucides est en revanche plus complexe dû aux différents régimes de propagation observables. Une modélisation de ces effets reste définir.

3. **Matériaux mesurés** : Les bases de fonctions traditionnelles permettent de représenter plus ou moins efficacement un grand nombre de données. Toutefois ces bases de données ne sont pas toujours adaptées au rendu temps réel, notamment à cause des opérateurs de rotations trop coûteux à utiliser. Nous avons introduits une base de fonctions alternatives aux harmoniques sphériques permettant d'exprimer facilement cette opérateur de rotation. Cette formulation permet de décomposer une fonction complexe en une somme de fonctions radialement symétriques.

   Cette base de fonctions permet de représenter des données de réflectance mesurées en les décomposant en fonctions radialement symétriques. Cette décomposition permet la pré-convolution de l'illumination distante. Dès lors un rendu de matériaux réalistes sous une illumination distante et complexe devient possible en temps réel.

Ces travaux ont permis d'aborder différentes problématiques concernant la représentation des apparences allant de la modélisation de fonctions de réflectance, à l'étude de bases de fonctions pour la représentation de données en passant par l'analyse du transfert radiatif dans des particules de matière.

6.2 Perspectives

Au cours de cette étude des matériaux, nous avons acquis une bonne compréhension du domaine, nous permettant d'entrevoir les principaux challenges à moyen et à long terme de la représentation d'apparence. Parmi ces challenges, trois nous semblent particulièrement important pour les années à venir.

1. **Modèles analytiques :** Les récentes avancées dans le domaine des processeurs parallèles et spécialement des processeurs graphiques (GPUs) permettent aujourd'hui d'utiliser des méthodes d'intégration numérique brute-force telles que le *path tracing*.

   Par exemple, la société *Refractive Software* propose une solution de rendu physiquement réaliste basée sur GPUs : à l'aide de 8 cartes graphiques de dernières générations, ce moteur est capable d'accumuler plusieurs milliers

d'échantillons par pixel en quelques secondes, voir figure 6.1. De telles performances sont impressionnantes étant donnée la complexité des scènes rendues et la présence de matériaux coûteux à évaluer numériquement (réflexion et transmission glossy).

Figure 6.1 : Images rendues avec le moteur Octane de Refractive Sofware. Ce moteur de rendu utilise la puissance des GPUs actuels pour rendre ces images par path-tracing en quelques secondes seulement.

Ceci montre que les processeurs parallèles sont de parfaits candidats pour le rendu d'images de synthèse, aussi bien produites en *forward rendering* quand *backward rendering*.

Cependant la croissance de cette puissance de calculs n'est pas identique pour les puces mémoires embarquées sur ces cartes. Cette différence de progression rend les accès mémoires extrêmement coûteux relativement aux opérations arithmétiques, spécialement lorsque ces accès mémoires ne sont pas cohérents.

Cette différence de coûts rend invalide un grand nombre d'approches prises par les modèles de réflectance actuels. En effet de nombreux modèles s'appuient sur de larges volumes de données pré-calculées. En particulier, les méthodes basées sur les *light-field*s pour l'échelle mésoscopique (BTF [DvGNK99], VDM [WWT+03], GDM [WTL+04], STF [SCT+05], etc) ou encore l'utilisation de bases à hautes dimensions [WDR09, WDR09]. Bien qu'utiles actuellement, ces approches sont à l'opposée de cette tendance, les rendant peu pérennes. Même les méthodes hybrides, reposants à la fois sur des modèles analytiques et sur des jeux de données pré-calculées *et al.* [DLR+09], ne semblent pas être l'idéal dans un tel contexte.

Ce recours aux données pré-calculées devrait donc peu à peu disparaître pour laisser place aux modèles purement analytiques, autrefois délaissés pour leur coût d'évaluation trop important. Cependant le manque de modèles analytiques pour certains types de réflectance et pour certaines échelles, en particulier l'échelle mésoscopique, ouvrent un grand champ de recherche.

❷ **Continuité inter-échelles :** Connu sous le nom de filtrage géométrique, ce champ de recherche est en quelque sort le *Graal* du transport local. En effet,

le changement d'échelle implique l'intégration des variations géométriques dans la fonction de réflectance lorsque l'observateur s'éloigne ou l'ajout de détails lorsque celui-ci se rapproche.

La recherche d'une solution unifiée applicable à tous types de surfaces semble vaine, étant données les différences majeures qui peuvent exister entre deux surfaces. Ainsi l'utilisation de modèles adaptés à chaque niveau d'échelle semble être la solution la plus facile ou probable, bien les transitions entre ces différentes échelles ne soient ni évidentes ou correctes [BNH10, BN11].

D'autres part, les hypothèses de décorrélation, faites spécialement dans les modèles microscopiques, sont un frein pour la production de matériaux réalistes [WDR11]. Les approches permettant de tenir compte de cette corrélation [WDR09, WDR11] sont encore trop coûteuses à évaluer et reposent sur un volume important de données pré-calculées.

La génération procédurale des détails en fonction des caractéristiques du matériau [KHS01] (de la fonction de réflectance vers les détails ou des détails géométriques vers la fonction de réflectance) sont approches qu'ils seraient intéressantes d'investiguer davantage.

❸ **Matériaux difficiles à modéliser :** Dès lors que le matériau présente des détails fins, notamment à l'échelle mésoscopique et que la réflectance de ces détails comporte des hautes fréquences (transmission/réflexion : glossy, spéculaire, *etc*), la modélisation de la radiance sortante devient complexe (fourrures, tissus). Quelques modèles existent pour ce type de matériaux mais ils restent coûteux à évaluer. D'autre part, les matériaux translucides ayant un ordre de *scattering* faible ne possèdent pas de modèles de rendu aussi concis et efficace que les modèles de *scattering* d'ordre élevé [WMLT07, DLR+09].

Le domaine des interactions locales a donc encore de nombreux challenges à résoudre avant d'être capable de représenter à toutes les échelles, l'apparence des matériaux nous entourant.

Bibliographie

[AMHH08] Tomas Akenine-Möller, Eric Haines, and Natty Hoffman. *Real-Time Rendering 3rd Edition*. A. K. Peters, Ltd., Natick, MA, USA, 2008. 2.2.2

[APS00] Michael Ashikmin, Simon Premože, and Peter Shirley. A microfacet-based brdf generator. SIGGRAPH '00, pages 65–74, 2000. 2.4.2.1, 2.4.2.4

[AS00] Michael Ashikhmin and Peter Shirley. An anisotropic phong brdf model. *J. Graph. Tools*, 5 :25–32, February 2000. 2.4.2.2

[AWB11] Adam Arbree, Bruce Walter, and Kavita Bala. Heterogeneous subsurface scattering using the finite element method. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 17 :956–969, July 2011. 2.4.3.2

[BD06] Lionel Baboud and Xavier Décoret. Rendering geometry with relief textures. In *Proceedings of Graphics Interface 2006*, GI '06, pages 195–201, 2006. 2.5.2.1

[BFB97] Miguel A. Blanco, M. Flórez, and M. Bermejo. Evaluation of the rotation matrices in the basis of real spherical harmonics. *Journal of Molecular Structure : THEOCHEM*, 419(1-3) :19 – 27, 1997. 5.2.2

[BJ03] Ronen Basri and David W. Jacobs. Lambertian reflectance and linear subspaces. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 25 :218–233, February 2003. 5.2.3

[Bli77] James F. Blinn. Models of light reflection for computer synthesized pictures. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 11 :192–198, July 1977. 2.4.2.2, 2.4.2.4

[Bli78] James F. Blinn. Simulation of wrinkled surfaces. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 12 :286–292, August 1978. 2.5.1, 2.5.2.5

[BM93] Barry G. Becker and Nelson L. Max. Smooth transitions between bump rendering algorithms. SIGGRAPH '93, pages 183–190, 1993. 2.7.2, 2.36

[BN11] Éric Bruneton and Fabrice Neyret. A survey of non-linear prefiltering methods for efficient and accurate surface shading. *IEEE Trans. Vis. Comput. Graph.*, March 2011. 2.7.3, 6.2

[BNH10] Éric Bruneton, Fabrice Neyret, and Nicolas Holzschuch. Real-time realistic ocean lighting using seamless transitions from geometry to BRDF. *Comput. Graph. Forum*, 29(2) :487–496, April 2010. 2.7.2, 6.2

[BNM+08] Antoine Bouthors, Fabrice Neyret, Nelson Max, Eric Bruneton, and Cyril Crassin. Interactive multiple anisotropic scattering in clouds. In *Symposium on Interactive 3D Graphics and Games (I3D)*, pages 173–182, 2008. 8, 2.4.3.2, 4.2.1, 4.4.2.1, 4.4.3

[BS00] Dominique Baillis and Jean-François Sacadura. Thermal radiation properties of dispersed media : theoretical prediction and experimental characterization. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 67(5) :327 – 363, 2000. 4.2.2

[CBP07] Luc Claustres, Loïc Barthe, and Mathias Paulin. Wavelet encoding of brdfs for real-time rendering. In *Proceedings of Graphics Interface 2007*, GI '07, pages 169–176, New York, NY, USA, 2007. ACM. 2.4.2.3, 2.4.2.4

[CC08] Ying-Chieh Chen and Chun-Fa Chang. A prism-free method for silhouette rendering in inverse displacement mapping. *Computer Graphics Forum*, 27(7) :1929–1936, 2008. 2.5.2.1

[Cha60] Subrahmanyan Chandrasekhar. Radiative transfer. In *Radiative Transfer*. Clarendon Press, Oxford, UK, 1960. 2.2.1, 2.2.1, 2.2.2, 4.1.2, 4.2.2

[CIGR99] C. H. Choi, J. Ivanic, M. S. Gordon, and K. Ruedenberg. Rapid and stable determination of rotation matrices between spherical harmonics by direct recursion. *Journal of Chemical Physics*, 111 :8825–8831, November 1999. 5.1.1, 5.2.2, 5.4.2

[CMS87] Brian Cabral, Nelson Max, and Rebecca Springmeyer. Bidirectional reflection functions from surface bump maps. SIGGRAPH '87, pages 273–281, 1987. 2.4.2.3, 5.1.1

[COM98] Jonathan Cohen, Marc Olano, and Dinesh Manocha. Appearance-preserving simplification. SIGGRAPH '98, pages 115–122, 1998. 2.5.1, 2.5.2.5, 2.7.2

[CT82] R. L. Cook and K. E. Torrance. A reflectance model for computer graphics. *ACM Trans. Graph.*, 1 :7–24, January 1982. 2.4.2.1, 2.4.2.1, 2.4.2.4, 2.17

[CTW+04] Yanyun Chen, Xin Tong, Jiaping Wang, Stephen Lin, Baining Guo, and Heung-Yeung Shum. Shell texture functions. *ACM Trans. Graph.*, 23 :343–353, August 2004. 2.5.2.2, 2.5.2.5, 4.1.3

[DBP+09] M. Dumont, O. Brissaud, G. Picard, B. Schmitt, J.-C. Gallet, and Y. Arnaud. High-accuracy measurements of snow bidirectional reflectance distribution function at visible and nir wavelengths and comparison with modelling results. *Atmospheric Chemistry and Physics Discussions*, 9(5) :19279–19311, 2009. 4.2.3

[DI11] Eugene D'Eon and Geoffrey Irving. A quantized-diffusion model for rendering translucent materials. In *ACM SIGGRAPH 2011 papers*,

SIGGRAPH '11, pages 56 :1–56 :14, New York, NY, USA, 2011. ACM. 2.4.3.2, 2.23, 4.2.1, 4.4.2.1, 8

[DJ05] Craig Donner and Henrik Wann Jensen. Light diffusion in multi-layered translucent materials. *ACM Trans. Graph.*, 24 :1032–1039, July 2005. 2.4.3.2, 2.4.3.2, 4.2.1, 4.4.2.2, 4.4.3

[DJ07] Craig Donner and Henrik Wann Jensen. Rendering translucent materials using photon diffusion. In *SR '07 Eurographics Symposium on Rendering Techniques*, pages 243–251, 2007. 2, 2.4.3.2, 2.4.3.2, 4.2.1, 4.4.2.1, 4.4.3, 4.4.3, 4.4.3

[DLR+09] Craig Donner, Jason Lawrence, Ravi Ramamoorthi, Toshiya Hachisuka, Henrik Wann Jensen, and Shree Nayar. An empirical BSSRDF model. *ACM Trans. Graph.*, 28 :30 :1–30 :10, July 2009. 2.4.3.2, 8, 2.23, 2.4.3.2, 4.2.1, 4.4.2.1, 6.2

[dO95] Peter Niels den Outer. Multiple light scattering in random discrete media, Ph.d thesis, amsterdam, 1995. 4.1.3

[dRBS+11] Charles de Rousiers, Adrien Bousseau, Kartic Subr, Nicolas Holzschuch, and Ravi Ramamoorthi. Real-time rough refraction. In *Symposium on Interactive 3D Graphics and Games*, I3D '11, pages 111–118 PAGE@7, New York, NY, USA, 2011. ACM. 3.1.2

[Dro86] Independent and dependent scattering in packed-sphere systems. In B. L. Drolen and C. L. Tien, editors, *4th Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference*, June 1986. 4.2.2

[DRS07] Julie Dorsey, Holly Rushmeier, and Francois Sillion. *Digital Modeling of Material Appearance*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA, 2007. 2.5.2.5

[dTWL08] Rodrigo de Toledo, Bin Wang, and Bruno Levy. Geometry textures and applications. *Computer Graphics Forum*, 27(8) :2053–2065, 2008. 2.5.2.1, 2.30

[Due05] A. Duer. On the ward model for global illumination, technical report, 2005. 2.4.2.2

[DvGNK99] Kristin J. Dana, Bram van Ginneken, Shree K. Nayar, and Jan J. Koenderink. Reflectance and texture of real-world surfaces. *ACM Trans. Graph.*, 18 :1–34, January 1999. 2.32, 2.5.2.3, 2.5.2.5, 6.2

[DW07] Scott T Davis and Chris Wyman. Interactive refractions with total internal reflection. In *Graphics Interface*, pages 185–190, 2007. 3.3.4

[DWL+09] Qiang Dai, Jiaping Wang, Yiming Liu, John Snyder, Enhua Wu, and Baining Guo. The dual-microfacet model for capturing thin transparent slabs. *Computer Graphics Forum*, 28(7) :1917–1925, 2009. 2, 2.4.2.1, 2.4.2.4, 3.2.2, 3.5

[DWT+10] Yue Dong, Jiaping Wang, Xin Tong, John Snyder, Yanxiang Lan, Moshe Ben-Ezra, and Baining Guo. Manifold bootstrapping for

svbrdf capture. In *ACM SIGGRAPH 2010 papers*, SIGGRAPH '10, pages 98 :1–98 :10, New York, NY, USA, 2010. ACM. 2.5.1, 2.5.2.5

[ED06] Elmar Eisemann and Xavier Décoret. Fast scene voxelization and applications. In *Symposium on Interactive 3D Graphics and Games (I3D)*, pages 71–78, 2006. 3.2.1, 3.4, 3.16, 3.3.6

[FCJ07] Jeppe Revall Frisvad, Niels Jørgen Christensen, and Henrik Wann Jensen. Computing the scattering properties of participating media using lorenz-mie theory. *ACM Trans. Graph.*, 26, July 2007. 2.4.3.2, 2.4.3.2, 4.2.1, 6

[FDA03] Roland W. Fleming, Ron O. Dror, and Edward H. Adelson. Real-world illumination and the perception of surface reflectance properties. *Journal of Vission*, 3(5) :347–368, 2003. 3.6

[Fou92] Alain Fournier. Filtering normal maps and creating multiple surfaces. Technical report, Vancouver, BC, Canada, Canada, 1992. 2.7.3

[FP07] Manuel M. Oliveira Fabio Policarpo. Relaxed cone stepping for relief mapping, GPU Gems 3, 2007, 2007. 2.5.2.1

[FW94] Frederick Fisher and Andrew Woo. *R.E versus N.H specular highlights*, pages 388–400. Academic Press Professional, Inc., San Diego, CA, USA, 1994. 2.4.2.2

[GG09] Z. Gimbutas and L. Greengard. A fast and stable method for rotating spherical harmonic expansions. *Journal of Computational Physics*, 228(16) :5621 – 5627, 2009. 5.2.2

[GGH02] Xianfeng Gu, Steven J. Gortler, and Hugues Hoppe. Geometry images. *ACM Trans. Graph.*, 21 :355–361, July 2002. 2.6.1

[GK05] A.V. Gusarov and J.-P. Kruth. Modelling of radiation transfer in metallic powders at laser treatment. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48(16) :3423 – 3434, 2005. 4.2.2, 4.4.1.2, 4.4.2.2

[GMN94] Jay S. Gondek, Gary W. Meyer, and Jonathan G. Newman. Wavelength dependent reflectance functions. SIGGRAPH '94, pages 213–220, 1994. 2.15, 2.4.2.3, 2.4.2.3

[GNW05] T. C. Grenfell, S. P. Neshyba, and S. G. Warren. Representation of a nonspherical ice particle by a collection of independent spheres for scattering and absorption of radiation : 3. Hollow columns and plates. *Journal of Geophysical Research (Atmospheres)*, 2005. 6

[Gre03] Robin Green. Spherical harmonic lighting : The gritty details, Sony Computer Entertainment America, 2003. 5.2.2

[Gri59] J. J. Griffin. Group theory and its application to the quantum mechanics of atomic spectra. *Academic Press*, 1959. 5.2.2

[GS04] Stephane Guy and Cyril Soler. Graphics gems revisited : fast and physically-based rendering of gemstones. In *SIGGRAPH 2004*, pages 231–238, 2004. 1.4.1

[GW99] T. C. Grenfell and S. G. Warren. Representation of a nonspherical ice particle by a collection of independent spheres for scattering and absorption of radiation. *Journal of Geophysical Research (Atmospheres)*, 1999. 6

[HDKS00] Wolfgang Heidrich, Katja Daubert, Jan Kautz, and Hans-Peter Seidel. Illuminating micro geometry based on precomputed visibility. SIGGRAPH '00, pages 455–464, 2000. 2.5.2.1, 2.5.2.4

[HHA+10] Matthias B. Hullin, Johannes Hanika, Boris Ajdin, Hans-Peter Seidel, Jan Kautz, and Hendrik P. A. Lensch. Acquisition and analysis of bispectral bidirectional reflectance and reradiation distribution functions. *ACM Trans. Graph.*, 29 :97 :1–97 :7, July 2010. 2.15, 2.4.2.3

[HK93] Pat Hanrahan and Wolfgang Krueger. Reflection from layered surfaces due to subsurface scattering. SIGGRAPH '93, pages 165–174, 1993. 2.4.2.1, 4.2.1

[Hof10] Naty Hoffman. Siggraph 2010 course notes - physically-based shading models in film and game production, 2010. 2.2.2, 2.4.1, 2.9

[HPGS09] Julien Hadim, Romain Pacanowski, Xavier Granier, and Christophe Schlick. Flat Bidirectional Texture Functions. Research Report RR-7144, INRIA, 2009. 2.5.2.3

[HSRG07] Charles Han, Bo Sun, Ravi Ramamoorthi, and Eitan Grinspun. Frequency domain normal map filtering. *ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH 2007)*, 26(3) :28, 2007. 2.4.2.1, 2.37, 2.7.3, 3.3.3, 3.3.3, 5.1.1, 5.2.1

[HTSG91] Xiao D. He, Kenneth E. Torrance, François X. Sillion, and Donald P. Greenberg. A comprehensive physical model for light reflection. SIGGRAPH '91, pages 175–186, 1991. 2.4.2.1, 2.4.2.4

[IR96] Joseph Ivanic and Klaus Ruedenberg. Rotation matrices for real spherical harmonics. direct determination by recursion. *The Journal of Physical Chemistry*, 100(15) :6342–6347, 1996. 5.1.1, 5.2.2, 5.4.2

[Ish78] A. Ishimaru. Wave propagation and scattering in random media. 1978. 4.1.2, 4.2.2, 4.4.2.2

[Ish91] A. Ishimaru. Wave propagation and scattering in random media and rough surfaces. *Proceedings of the IEEE*, 79(10) :1359 –1366, oct 1991. 4.1.2, 4.2.2

[ITO90] T. Inui, Y. Tanabe, and Y. Onodera. Group theory and its applications in physics. 1990. 5.2.2

[JAM+10] Wenzel Jakob, Adam Arbree, Jonathan T. Moon, Kavita Bala, and Steve Marschner. A radiative transfer framework for rendering materials with anisotropic structure. *ACM Trans. Graph.*, 29 :53 :1–53 :13, July 2010. 2.2.1, 2.2.1, 2.4.3.1

[JB02] Henrik Wann Jensen and Juan Buhler. A rapid hierarchical rendering technique for translucent materials. *ACM Trans. Graph.*, 21 :576–581, July 2002. 2.4.3.2, 2.4.3.2, 4.2.1, 4.4.2.1

[Jen96] Henrik Wann Jensen. Global illumination using photon maps. In *Proceedings of the eurographics workshop on Rendering techniques '96*, pages 21–30, London, UK, 1996. Springer-Verlag. 2.4.3.2, 4.3.2

[JMLH01] Henrik Wann Jensen, Stephen R. Marschner, Marc Levoy, and Pat Hanrahan. A practical model for subsurface light transport. SIGGRAPH '01, pages 511–518, 2001. 2.4.3.2, 2.4.3.2, 4.2.1, 4.2.1, 4.4.2.1, 4.4.2.2, 4.4.3, 4.4.3, 4.4.3, 4.22

[JMW07] Stefan Jeschke, Stephan Mantler, and Michael Wimmer. Interactive smooth and curved shell mapping. In Jan Kautz and Sumanta Pattanaik, editors, *Rendering Techniques 2007 (Proceedings Eurographics Symposium on Rendering)*, pages 351–360. Eurographics, 6 2007. 2.5.2.2

[JY05] Ya-Qiu Jin and Qing Yang. Correlated scattering and clustering of very dense random spherical particles using Monte-Carlo numerical realization. In *Microwave Conference Proceedings, 2005. APMC 2005. Asia-Pacific Conference Proceedings*, volume 4, page 4 pp., dec. 2005. 4.3.1

[Kaj86] James T. Kajiya. The rendering equation. SIGGRAPH '86, pages 143–150, 1986. 2.2.2

[KB09] Bradley W. Kimmel and Gladimir V. G. Baranoski. A compact framework to efficiently represent the reflectance of sand samples. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 47 :3625–3629, 2009. 4.2.3, 2, 4.4.3

[KB10] Bradley W. Kimmel and Gladimir V.G. Baranoski. Simulating the appearance of sandy landscapes. *Computers and Graphics*, 34(4) :441 – 448, 2010. Procedural Methods in Computer Graphics ; Illustrative Visualization. 4.1.2, 4.2.3, 4.4.3

[KHS01] Jan Kautz, Wolfgang Heidrich, and Hans-Peter Seidel. Real-time bump map synthesis. In *Proceedings of the ACM SIGGRAPH/EUROGRAPHICS workshop on Graphics hardware*, HWWS '01, pages 109–114, New York, NY, USA, 2001. ACM. 6.2

[KKM+06] S. Kaasalainen, M. Kaasalainen, T. Mielonen, J. Suomalainen, and J.I. and Peltoniemi. Optical properties of snow in backscatter. *Journal of Glaciology*, 52, December 2006. 4.1.2, 4.2.3

[KRFB06] Erum Arif Khan, Erik Reinhard, Roland W. Fleming, and Heinrich H. Bülthoff. Image-based material editing. In *ACM SIGGRAPH 2006 Papers*, SIGGRAPH '06, pages 654–663, New York, NY, USA, 2006. ACM. 3.6

[KVHS00] Jan Kautz, Pere-Pau Vázquez, Wolfgang Heidrich, and Hans-Peter Seidel. Unified approach to prefiltered environment maps. In *Eurographics Workshop on Rendering*, pages 185–196, 2000. 2.4.2.4, 5.1.1, 5.2.3

[LBAD+06] Jason Lawrence, Aner Ben-Artzi, Christopher DeCoro, Wojciech Matusik, Hanspeter Pfister, Ravi Ramamoorthi, and Szymon Rusinkiewicz. Inverse shade trees for non-parametric material representation and editing. In *ACM SIGGRAPH 2006 Papers*, SIGGRAPH '06, pages 735–745, New York, NY, USA, 2006. ACM. 2.5.1, 2.5.2.5

[LdWF12] C. Lessig, T. de Witt, and E. Fiume. Efficient and accurate rotation of finite spherical harmonics expansions. *Journal of Computational Physics*, 231(2) :243 – 250, 2012. 5.2.2, 5.3.1, 5.4.2

[LFTG97] Eric P. F. Lafortune, Sing-Choong Foo, Kenneth E. Torrance, and Donald P. Greenberg. Non-linear approximation of reflectance functions. In *Proceedings of the 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '97, pages 117–126, New York, NY, USA, 1997. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co. 2.4.2.2, 2.4.2.3, 2.4.2.4, 2.5.1

[LPT05] Hongsong Li, Fabio Pellacini, and Kenneth E. Torrance. A hybrid monte carlo method for accurate and efficient subsurface scattering. In *Rendering Techniques*, pages 283–290, 2005. 2.4.3.2, 2.4.3.2, 4.2.1

[LV00] Tom Lokovic and Eric Veach. Deep shadow maps. SIGGRAPH '00, pages 385–392, New York, NY, USA, 2000. 2.4.3.2

[Max88] Nelson L. Max. Horizon mapping : shadows for bump-mapped surfaces. *The Visual Computer*, 4 :109–117, 1988. 2.5.1, 2.5.1, 2.5.2.5

[MCT+05] Wan-Chun Ma, Sung-Hsiang Chao, Yu-Ting Tseng, Yung-Yu Chuang, Chun-Fa Chang, Bing-Yu Chen, and Ming Ouhyoung. Level-of-detail representation of bidirectional texture functions for real-time rendering. In *Proceedings of the 2005 symposium on Interactive 3D graphics and games*, I3D '05, pages 187–194, 2005. 2.7.3

[MGW01] Tom Malzbender, Dan Gelb, and Hans Wolters. Polynomial texture maps. SIGGRAPH '01, pages 519–528, 2001. 2.27, 2.5.1, 2.5.2.5

[MJC+03] Stephen R. Marschner, Henrik Wann Jensen, Mike Cammarano, Steve Worley, and Pat Hanrahan. Light scattering from human hair fibers. In *ACM SIGGRAPH 2003 Papers*, SIGGRAPH '03, pages 780–791, New York, NY, USA, 2003. ACM. 2.5.2.5

[MK06] Sebastian Magda and David J. Kriegman. Reconstruction of volumetric surface textures for real-time rendering. In Tomas Akenine-Moller and Wolfgang Heidrich, editors, *Proceedings of the Eurographics Symposium on Rendering Techniques, Nicosia, Cyprus, 2006*, pages 19–29, 2006. 2.5.2.3

[MLH02] David K. McAllister, Anselmo Lastra, and Wolfgang Heidrich. Efficient rendering of spatial bi-directional reflectance distribution functions. In *Proceedings of the ACM SIGGRAPH/EUROGRAPHICS conference on Graphics hardware*, HWWS '02, pages 79–88, 2002. 2.5.1, 2.5.2.5

[MM06] Jonathan T. Moon and Stephen R. Marschner. Simulating multiple scattering in hair using a photon mapping approach. In *ACM SIGGRAPH 2006 Papers*, SIGGRAPH '06, pages 1067–1074, 2006. 2.5.2.5

[MMS+04] G. Müller, J. Meseth, M. Sattler, R. Sarlette, and R. Klein. Acquisition, synthesis and rendering of bidirectional texture functions, 2004. 2, 2.5.2.3

[MPBM03] Wojciech Matusik, Hanspeter Pfister, Matt Brand, and Leonard McMillan. A data-driven reflectance model. In *ACM SIGGRAPH 2003 Papers*, SIGGRAPH '03, pages 759–769, New York, NY, USA, 2003. ACM. 2.4.2.3, 2.16, 5.1.1, 5.4.3, 5.12, 5.4.3, 5.13, 5.4.3, 5.14, 5.15, 5.16

[MWM07] Jonathan T. Moon, Bruce Walter, and Stephen R. Marschner. Rendering Discrete Random Media Using Precomputed Scattering Solutions. In *Eurographics Symposium on Rendering*, pages 231–242, 2007. 4.1.3, 4.2.2, 4.4.2.2

[MWM08] Jonathan T. Moon, Bruce Walter, and Steve Marschner. Efficient multiple scattering in hair using spherical harmonics. In *ACM SIGGRAPH 2008 papers*, SIGGRAPH '08, pages 31 :1–31 :7, New York, NY, USA, 2008. ACM. 2.5.2.5

[MYR10] Y. Mukaigawa, Y. Yagi, and R. Raskar. Analysis of light transport in scattering media. In *Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2010 IEEE Conference on*, pages 153 –160, june 2010. 2.22, 4.2.1, 4.4.3

[NDM05] Addy Ngan, Frédo Durand, and Wojciech Matusik. Experimental analysis of BRDF models. In *Eurographics Symposium on Rendering*, pages 117–226, 2005. 2.4.2.2, 2.4.2.3, 5.1.1

[Ney98] Fabrice Neyret. Modeling, animating, and rendering complex scenes using volumetric textures. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 4 :55–70, January 1998. 2.5.2.2, 2.5.2.5

[NGW03] S. P. Neshyba, T. C. Grenfell, and S. G. Warren. Representation of a nonspherical ice particle by a collection of independent spheres for scattering and absorption of radiation : 2. Hexagonal columns and plates. *Journal of Geophysical Research (Atmospheres)*, 108 :4448, August 2003. 6

[NRH+92] F. E. Nicodemus, J. C. Richmond, J. J. Hsia, I. W. Ginsberg, and T. Limperis. Radiometry. chapter Geometrical considerations and

nomenclature for reflectance, pages 94–145. Jones and Bartlett Publishers, Inc., , USA, 1992. 2.2.2

[NS09] Derek Nowrouzezahrai and John Snyder. Fast global illumination on dynamic height fields. *Computer Graphics Forum : Eurographics Symposium on Rendering*, June 2009. 2.5.2.1, 2.5.2.4

[OB07] Manuel M. Oliveira and Maicon Brauwers. Real-time refraction through deformable objects. In *Proceedings of the 2007 ACM SIGGRAPH symposium on Interactive 3D Graphics and Games*, pages 89–96, 2007. 3.2.1, 3.3, 3.4, 3.3.3, 3.3.4, 3.3.5, 3.3.5, 3.6

[OB10] Marc Olano and Dan Baker. Lean mapping. In *Proceedings of the 2010 ACM SIGGRAPH symposium on Interactive 3D Graphics and Games*, I3D '10, pages 181–188, New York, NY, USA, 2010. ACM. 2.7.3

[OKL06] Kyoungsu Oh, Hyunwoo Ki, and Cheol-Hi Lee. Pyramidal displacement mapping : a GPU based artifacts-free ray tracing through an image pyramid. In *Proceedings of the ACM symposium on Virtual reality software and technology*, VRST '06, pages 75–82, New York, NY, USA, 2006. ACM. 2.5.2.1

[ON94] Michael Oren and Shree K. Nayar. Generalization of lambert's reflectance model. SIGGRAPH '94, pages 239–246, 1994. 2.4.2.1, 2.4.2.4

[ON97] Marc Olano and Michael North. Normal distribution mapping. In *Tech. Rep. TR97-041, Department of Computer Science, University of North Carolina, Chapel Hill, North Carolina*, 1997. 2.7.3

[PAS03] Simon Premože, Michael Ashikhmin, and Peter Shirley. Path integration for light transport in volumes. In *Proceedings Eurographics workshop on Rendering*, EGRW '03, pages 52–63, 2003. 2.4.3.2

[PBFJ05] Serban D. Porumbescu, Brian Budge, Louis Feng, and Kenneth I. Joy. Shell maps. In *ACM SIGGRAPH 2005 Papers*, SIGGRAPH '05, pages 626–633, New York, NY, USA, 2005. ACM. 2.5.2.2, 2.5.2.5

[PF90] Pierre Poulin and Alain Fournier. A model for anisotropic reflection. SIGGRAPH '90, pages 273–282, 1990. 2.4.2.1

[PH00] Matt Pharr and Pat Hanrahan. Monte Carlo evaluation of non-linear scattering equations for subsurface reflection. SIGGRAPH '00, pages 75–84, 2000. 2.4.3.2

[PH10] Matt Pharr and Greg Humphreys. *Physically Based Rendering : From Theory to Implementation, 2nd Edition*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA, 2010. 2.2.2, 2.4.1, 2.4.3.2, 2.4.3.2

[Pho75] Bui Tuong Phong. Illumination for computer generated pictures. *Commun. ACM*, 18 :311–317, June 1975. 2.4.2.2, 2.4.2.4

[PKN+05] J.I. Peltoniemi, S. Kaasalainen, J. Naranen, L. Matikainen, and J. Piironen. Measurement of directional and spectral signatures of light reflectance by snow. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 43(10) :2294 – 2304, oct. 2005. 4.2.3

[PO06] Fabio Policarpo and Manuel M. Oliveira. Relief mapping of non-height-field surface details. In *Proceedings of the 2006 symposium on Interactive 3D graphics and games*, I3D '06, pages 55–62, New York, NY, USA, 2006. ACM. 2.5.2.1, 2.5.2.5

[POC05] Fábio Policarpo, Manuel M. Oliveira, and João L. D. Comba. Real-time relief mapping on arbitrary polygonal surfaces. In *ACM SIGGRAPH 2005 Papers*, SIGGRAPH '05, pages 935–935, New York, NY, USA, 2005. ACM. 2.29, 2.5.2.1, 2.5.2.5

[PP09] Vincent Pegoraro and Steven G. Parker. An Analytical Solution to Single Scattering in Homogeneous Participating Media. *Computer Graphics Forum (Proceedings of the 30th Eurographics Conference)*, 28(2) :329–335, 2009. 2.4.3.2

[RH01] Ravi Ramamoorthi and Pat Hanrahan. A signal-processing framework for inverse rendering. In *SIGGRAPH '01*, pages 117–128, 2001. 3.3.2, 5.1.1, 5.2.3

[RH02] Ravi Ramamoorthi and Pat Hanrahan. Frequency space environment map rendering. *ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH '02)*, 21(3) :517–526, 2002. 3.3.2

[Rus98] Szymon M. Rusinkiewicz. A new change of variables for efficient brdf representation. In *In Eurographics Workshop on Rendering*, pages 11–22, 1998. 2.4.2.2

[SC00] Peter-Pike J. Sloan and Michael F. Cohen. Interactive horizon mapping. In *Proceedings of the Eurographics Workshop on Rendering 2000*, pages 281–286, 2000. 2.5.1, 2.5.2.5

[Sch94] Christophe Schlick. An inexpensive BRDF model for physically-based rendering. *Computer Graphics Forum*, 13 :233–246, 1994. 2.4.1

[SCT+05] Ying Song, Yanyun Chen, Xin Tong, Stephen Lin, Jiaoying Shi, Baining Guo, and Heung-Yeung Shum. Shell radiance texture functions. *The Visual Computer*, 21(8-10) :774–782, 2005. 2.5.2.2, 2.5.2.5, 6.2

[SK92] B.P. Singh and M. Kaviany. Modelling radiative heat transfer in packed beds. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 35(6) :1397 – 1405, 1992. 4.2.2

[SKS02] Peter-Pike Sloan, Jan Kautz, and John Snyder. Precomputed radiance transfer for real-time rendering in dynamic, low-frequency lighting environments. *ACM Trans. Graph.*, 21 :527–536, July 2002. 1

[SKU08] Laszlo Szirmay-Kalos and Tamas Umenhoffer. Displacement mapping on the GPU state of the art. *Computer Graphics Forum*, 27(6) :1567–1592, 2008. 2.5.2.1

[SKZ11] Kai Schröder, Reinhard Klein, and Arno Zinke. A volumetric approach to predictive rendering of fabrics. *Computer Graphics Forum (Proceedings of EGSR 2011)*, 30(4), 2011. 2.5.2.5

[SLS05] Peter-Pike Sloan, Ben Luna, and John Snyder. Local, deformable precomputed radiance transfer. In *ACM SIGGRAPH 2005 Papers*, SIGGRAPH '05, pages 1216–1224, New York, NY, USA, 2005. ACM. 5.1.1, 5.2.1

[SLSS03] Peter-Pike Sloan, Xinguo Liu, Heung-Yeung Shum, and John Snyder. Bi-scale radiance transfer. *ACM Trans. Graph.*, 22 :370–375, July 2003. 2.5.2.3

[Smi67] B. Smith. Geometrical shadowing of a random rough surface. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 15(5) :668 – 671, sep 1967. 2.4.2.1

[SN08] John Snyder and Derek Nowrouzezahrai. Fast soft self-shadowing on dynamic height fields. *Computer Graphics Forum : Eurographics Symposium on Rendering*, 27(4) :1275–1283, June 2008. 2.5.2.1

[Sta95] Jos Stam. Multiple scattering as a diffusion process. In *In Eurographics Rendering Workshop*, pages 41–50, 1995. 2.4.3.2, 4.2.1

[Sta99] Jos Stam. Diffraction shaders. SIGGRAPH '99, pages 101–110, 1999. 2.4.2.1

[Sta01] Jos Stam. An illumination model for a skin layer bounded by rough surfaces. In *Eurographics Workshop on Rendering*, pages 39–52, 2001. 2.4.2.1, 4.2.1

[STPP09] Ying Song, Xin Tong, Fabio Pellacini, and Pieter Peers. Subedit : a representation for editing measured heterogeneous subsurface scattering. In *ACM SIGGRAPH 2009 papers*, SIGGRAPH '09, pages 31 :1–31 :10, New York, NY, USA, 2009. ACM. 2.4.3.2

[Tat05] Nathalia Tatarchuk. Practical dynamic parallax occlusion mapping, talk, Siggraph 2005, 2005. 2.5.2.1

[TIS08] Art Tevs, Ivo Ihrke, and Hans-Peter Seidel. Maximum mipmaps for fast, accurate, and scalable dynamic height field rendering. In *Proceedings of the 2008 symposium on Interactive 3D graphics and games*, I3D '08, pages 183–190, New York, NY, USA, 2008. ACM. 2.5.2.1

[TLQ+05] Ping Tan, Stephen Lin, Long Quan, Baining Guo, and Heung yeung Shum. Multiresolution reflectance filtering. In *Eurographics Symposium on Rendering*, pages 111–116, 2005. 2.7.3

[TLQ+08] Ping Tan, Stephen Lin, Long Quan, Baining Guo, and Harry Shum. Filtering and rendering of resolution-dependent reflectance models. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 14 :412–425, March 2008. 2.7.3

[Tok05] Michael Toksvig. Mipmapping normal maps. *journal of graphics, GPU, and game tools*, 10(3) :65–71, 2005. 2.7.3, 3.3.5

[TS67] K. E. Torrance and E. M. Sparrow. Theory for off-specular reflection from roughened surfaces. *J. Opt. Soc. Am.*, 57(9) :1105–1112, Sep 1967. 2.4.2.1, 2.4.2.1

[TS06] Yu-Ting Tsai and Zen-Chung Shih. All-frequency precomputed radiance transfer using spherical radial basis functions and clustered tensor approximation. In *ACM SIGGRAPH 2006 Papers*, SIGGRAPH '06, pages 967–976, New York, NY, USA, 2006. ACM. 2.4.2.3, 5.2.1

[TW10] Ville Timonen and Jan Westerholm. Scalable height field self-shadowing. *Computer Graphics Forum*, 29(2) :723–731, 2010. 2.5.1, 2.5.2.1, 2.5.2.5

[TWL+05] Xin Tong, Jiaping Wang, Stephen Lin, Baining Guo, and Heung-Yeung Shum. Modeling and rendering of quasi-homogeneous materials. In *ACM SIGGRAPH 2005 Papers*, SIGGRAPH '05, pages 1054–1061, New York, NY, USA, 2005. ACM. 2.27, 2.5.1, 2.31, 2.5.2.5, 4.1.3

[VT04] M. Alex O. Vasilescu and Demetri Terzopoulos. Tensortextures : multilinear image-based rendering. In *ACM SIGGRAPH 2004 Papers*, SIGGRAPH '04, pages 336–342, New York, NY, USA, 2004. ACM. 2.5.2.3, 2.5.2.5

[War82] S. G. Warren. Optical Properties of Snow. *Reviews of Geomphysics and space physics*, 1982. 4.1.2, 4.2.3

[War92] Gregory J. Ward. Measuring and modeling anisotropic reflection. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 26 :265–272, July 1992. 2.4.2.2, 2.4.2.4

[WAT92] Stephen H. Westin, James R. Arvo, and Kenneth E. Torrance. Predicting reflectance functions from complex surfaces. SIGGRAPH '92, pages 255–264, 1992. 2.4.2.3, 2.4.2.4, 5.1.1

[WDR09] Hongzhi Wu, Julie Dorsey, and Holly Rushmeier. Characteristic point maps. *Computer Graphics Forum*, 28(4) :1227–1236, 2009. 2.7.3, 6.2

[WDR11] Hongzhi Wu, Julie Dorsey, and Holly Rushmeier. Physically-based interactive bi-scale material design. *ACM Trans. Graphic.*, 30(6), December 2011. 6.2

[Wig31] E. P. Wigner. Gruppentheorie und ihre anwendung auf die quantenmechanik der atomspektren. *Vieweg Verlag*, 1931. 5.1.1, 5.2.2, 5.4.2, 5.11, 5.4.2

[Wil83] Lance Williams. Pyramidal parametrics. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 17 :1–11, July 1983. 11

[Wil09a] M.M.R. Williams. Three-dimensional transport theory : An analytical solution of an internal beam searchlight problem-i. *Annals of Nuclear Energy*, 36(6) :767 – 783, 2009. 4.2.1

[Wil09b] M.M.R. Williams. Three-dimensional transport theory : An analytical solution of an internal beam searchlight problem, iii. *Annals of Nuclear Energy*, 36(8) :1256 – 1261, 2009. 4.2.1

[WMLT07] Bruce Walter, Stephen R. Marschner, Hongsong Li, and Kenneth E. Torrance. Microfacet models for refraction through rough surfaces. In *Eurographics Symposium on Rendering*, 2007. 2, 2.4.2.1, 2.4.2.1, 2.4.2.4, 2.17, 3.2.2, 3.5, 3.3.1, 3.3.1, 3.3.1, 4.2, 6.2

[WRG+09] Jiaping Wang, Peiran Ren, Minmin Gong, John Snyder, and Baining Guo. All-frequency rendering of dynamic, spatially-varying reflectance. *ACM Transactions on Graphics*, 28(5), 2009. 2.4.2.3, 2.16, 2.4.2.4, 2.17, 2.4.3.2, 2.5.1, 2.5.2.5, 3.3, 3.5.1, 5.2.1

[WTL+04] Xi Wang, Xin Tong, Stephen Lin, Shi-Min Hu, Baining Guo, and Heung-Yeung Shum. Generalized displacement maps. In *Rendering Techniques*, pages 227–234, 2004. 2.5.2.2, 2.31, 2.5.2.5, 6.2

[WW07] Andrea Weidlich and Alexander Wilkie. Arbitrarily layered microfacet surfaces. In *Proceedings of the 5th international conference on Computer graphics and interactive techniques in Australia and Southeast Asia*, GRAPHITE '07, pages 171–178, New York, NY, USA, 2007. ACM. 2.4.2.1

[WWH+10] Yajun Wang, Jiaping Wang, Nicolas Holzschuch, Kartic Subr, Jun-Hai Yong, and Baining Guo. Real-time Rendering of Heterogeneous Translucent Objects with Arbitrary Shapes. *Computer Graphics Forum*, 29(2) :497–506, 2010. 2.4.3.2

[WWT+] Jiaping Wang, Jiaping Wang, Xin Tong, Xin Tong, Yanyun Chen, Yanyun Chen, Baining Guo, Baining Guo, Heung yeung Shum, Heung yeung Shum, John Snyder, and John Snyder. Capturing and rendering geometry details for btfmapped surfaces. *Visual Computer*, 21 :2005. 2.5.2.3

[WWT+03] Lifeng Wang, Xi Wang, Xin Tong, Stephen Lin, Shimin Hu, Baining Guo, and Heung-Yeung Shum. View-dependent displacement mapping. *ACM Trans. Graph.*, 22 :334–339, July 2003. 2.5.2.1, 2.31, 2.5.2.5, 6.2

[Wym05] Chris Wyman. An approximate image-space approach for interactive refraction. *ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH 2005)*, 24(3) :1050–1053, 2005. 3.2.1, 3.3.3, 3.3.4, 3.3.4, 3.6

[WZT+08] Jiaping Wang, Shuang Zhao, Xin Tong, John Snyder, and Baining Guo. Modeling anisotropic surface reflectance with example-based microfacet synthesis. In *ACM SIGGRAPH 2008 papers*, SIGGRAPH '08, pages 41 :1–41 :9, New York, NY, USA, 2008. ACM. 2.5.1

[XCL+01] Ying-Qing Xu, Yanyun Chen, Stephen Lin, Hua Zhong, Enhua Wu, Baining Guo, and Heung-Yeung Shum. Photorealistic rendering of knitwear using the lumislice. SIGGRAPH '01, pages 391–398, 2001. 2.5.2.5

[YTBK11] Sai Kit Yeung, Chi-Keung Tang, Michael S. Brown, and Sing Bing Kang. Matting and compositing of transparent and refractive objects. *ACM Transactions on Graphics*, 30(1) :2, 2011. 3.6

[ZLZ09] Qunzhi Zhu, Hyunjin Lee, and Zhuomin M. Zhang. Radiative properties of materials with surface scattering or volume scattering : A review. *Frontiers of Energy and Power Engineering in China*, 3 :60–79, 2009. 4.2.2

[ZWMB11] Shuang Zhao, Jakob Wenzel, Steve Marschner, and Kavita Bala. Building volumetric appearance models of fabric using micro ct imaging. In *Proceedings of the ACM SIGGRAPH 2011*, SIGGRAPH '11, New York, NY, USA, 2011. ACM. 1.1, 2.3, 2.5.2.5, 2.6.2, 2.7.1, 2.35