



HAL
open science

Méthode des Champs Virtuels pour la caractérisation de comportements viscoplastiques et d'endommagement, à partir de mesures de champs mécaniques hétérogènes

Delphine Notta-Cuvier

► **To cite this version:**

Delphine Notta-Cuvier. Méthode des Champs Virtuels pour la caractérisation de comportements viscoplastiques et d'endommagement, à partir de mesures de champs mécaniques hétérogènes. Mécanique des solides [physics.class-ph]. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2011. Français. NNT: . tel-00649476

HAL Id: tel-00649476

<https://theses.hal.science/tel-00649476>

Submitted on 8 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre: 11-27

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR UNIVERSITÉ LILLE-NORD-DE-FRANCE
UNIVERSITÉ DE VALENCIENNES ET DU HAINAUT-CAMBRÉSIS

Thèse

Présentée devant l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis
pour obtenir le diplôme de Docteur en Génie Mécanique

Intitulée :

Méthode des Champs Virtuels
pour la caractérisation de comportements viscoplastiques et d'endommagement,
à partir de mesures de champs mécaniques hétérogènes

par

Delphine NOTTA-CUVIER

Soutenue le 22 novembre 2011 devant le jury composé de :

M.	Ahmed Benallal, LMT de Cachan	Président du jury
MM.	Stéphane Avril, ENSM de Saint-Étienne	Rapporteurs
	Jean-Philippe Ponthot, Université de Liège	
M.	Franck Lauro, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis	Examineur
M.	Éric Markiewicz, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis	Directeur de thèse
M.	Bertrand Langrand, ONERA	Co-Encadrant
MM.	Benjamin Bourel, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis	Invités
	Gérald Portemont, ONERA	

Non, la science n'est pas une illusion. Mais ce serait une illusion de croire que nous puissions trouver ailleurs ce qu'elle ne peut pas nous donner.
Sigmund Freud

Ce n'est pas dans la science qu'est le bonheur, mais dans l'acquisition de la science.
Edgar Allan Poe

A toi, Maman

Remerciements

En préambule à ce mémoire de thèse, je tiens à remercier très sincèrement l'ensemble des personnes qui ont contribué à ce que ces trois années de recherche se déroulent dans les meilleures conditions possibles.

En premier lieu, je remercie MM. Avril et Ponthot qui m'ont fait l'honneur d'accepter de rapporter ce travail, de même que les autres membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour ces travaux.

Ceux-ci n'auraient pu être menés à bien sans le co-financement de la région Nord-Pas-de-Calais et de l'Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales (ONERA), que je remercie.

Bien qu'un seul nom apparaisse sur la couverture, cette thèse est d'abord un travail collectif. En premier lieu, elle n'aurait pu voir le jour sans la confiance que m'a témoignée mon directeur de thèse, Pr. Éric Markiewicz. Je l'en remercie sincèrement ainsi que pour tous les conseils qu'il a pu me donner, toujours avec le sourire.

Je souhaite exprimer toute ma gratitude envers Bertrand Langrand, mon co-encadrant au sein de l'ONERA, qui, en plus de m'avoir lui aussi fait confiance, a fait preuve d'une très grande disponibilité. Nos nombreux échanges, enrichis par sa pédagogie et sa curiosité scientifique, m'ont permis de progresser, à tous les niveaux. L'aboutissement de ses travaux doit beaucoup à son soutien constant, je ne l'en remercierai jamais assez !

J'ai pu trouvé au sein du LAMIH et de l'ONERA d'autres personnes dont l'appui, la disponibilité et tout simplement la gentillesse ont permis de mener à bien ces travaux de thèse. Je pense en particulier au LAMIH à Franck Lauro et Benjamin Bourrel pour leurs conseils précieux et leur bonne humeur constante. Merci également à Mme Dubar qui s'est très généreusement rendue disponible pour nous permettre de réaliser des observations au MEB de nos éprouvettes. À l'ONERA, je remercie toutes les personnes qui ont pu collaborer à ces travaux, en particulier Fabrice Poirion. Enfin, je souhaite remercier très sincèrement Gérard Portemont qui s'est démené pour mener à bien les essais dont les résultats sont exploités dans cette thèse.

Plus généralement, être intégrée à l'unité CRD fut un véritable plaisir au cours de ces quelques années, grâce à la formidable gentillesse des personnes que j'ai côtoyées. Un grand merci donc à Alain, Bernard, David, Didier, Éric, Florence, Hugues, Jacky, Jacques, Jean-Michel, Jean-François, les deux Jean-Luc, Laurent, Léon (qui compte les jours!), Mathieu (bon mariage à venir!), Patrick, Roland et Steve! Je souhaite également adresser un petit mot d'encouragement à Vincent qui a choisi de se lancer dans cette aventure qu'est la conduite d'une thèse ainsi qu'à Jean-Émile qui a su mener à bien son stage de fin d'études, malgré mon encadrement pas toujours optimal... J'adresse un "coucou" particulier à Julien, qui fut un collègue de bureau très agréable, même si parfois il disparaissait entièrement derrière nos piles de documents! Je lui souhaite bonne chance pour la suite. Enfin, je ne peux oublier Lise, Pauline, Sarah mais aussi Benjamin, Nicolas et Samuel ainsi que tous les doctorants et stagiaires que j'ai eu la chance de côtoyer, plus ou moins longtemps, mais toujours avec plaisir.

Pour finir, je souhaite remercier, et le mot est faible, mes grands-parents et toute ma famille pour leur soutien dans les moments difficiles que j'ai dû traverser. Sans oublier bien sûr Christophe, qui continue jour après jour à me supporter, dans tous les sens du terme !

Table des matières

Remerciements	i
Introduction	1
1 Identification de modèles de comportement	7
1.1 Modélisation du comportement des matériaux	8
1.2 Procédures classiques d'identification par essais statiquement déterminés	14
1.3 Identification par essais statiquement indéterminés	17
1.3.1 Techniques de mesures de champs	17
1.3.2 Méthodes de recalage par éléments finis	20
1.3.3 La Méthode des Champs Virtuels	21
1.3.3.1 Principe des Travaux Virtuels	21
1.3.3.2 La MCV pour les lois de comportements linéaires	23
1.3.3.3 La MCV pour les lois de comportements non-linéaires	25
1.4 Bilan du chapitre 1	27
2 Caractérisation de modèles de comportement fortement non-linéaires par la MCV	29
2.1 La MCV pour l'élasticité linéaire	30
2.2 La MCV pour la J_2 -plasticité	35
2.2.1 Algorithmes à retour radial pour le calcul des champs mécaniques en J_2 -plasticité	35
2.2.1.1 Implémentations	35
2.2.1.2 Validation des algorithmes à retour radial implémentés	40
2.2.2 Mise en place du processus d'identification	42
2.2.2.1 Définition des essais modélisés	42
2.2.2.2 Construction de la fonction-coût	43
2.2.2.3 Optimisation de fonctions non-convexes	44
2.2.3 Caractérisation de modèles de comportement en J_2 -plasticité par la MCV	46
2.3 Bilan du chapitre 2	53
3 Caractérisation numérique du modèle viscoplastique de Johnson-Cook par la MCV	55
3.1 Modèles de comportement viscoplastiques	56
3.1.1 Essais statiquement déterminés pour la caractérisation d'un alliage de Titane	57
3.1.2 Algorithmes à retour radial pour le modèle viscoplastique de Johnson-Cook	60
3.2 Caractérisation du modèle viscoplastique de Johnson-Cook par la MCV	66
3.2.1 Modélisation des essais et construction de la fonction-coût	66
3.2.2 Résultats d'identification	71
3.3 Discussions	71
3.3.1 Problématiques liées au traitement de données en dynamique	72
3.3.2 Sensibilités de la MCV en tant que processus d'optimisation	74
3.3.3 Pertinence du comportement identifié	79

3.4	Bilan du chapitre 3	83
4	Caractérisation expérimentale du modèle viscoplastique de Johnson-Cook par la MCV	85
4.1	Application de la MCV en conditions de chargement quasi-statiques	86
4.1.1	Description de l'essai de traction en conditions de chargement quasi-statiques	86
4.1.2	Identification des paramètres élastiques par la MCV	89
4.1.3	Identification des paramètres plastiques par la MCV	93
4.1.4	Discussion des résultats	96
4.2	Application de la MCV en conditions de chargement dynamiques	100
4.2.1	Description de l'essai de traction en conditions de chargement dynamiques	100
4.2.2	Identification des paramètres dynamiques par la MCV	103
4.3	Comportement viscoplastique du Ti6Al4V caractérisé par la MCV	107
4.3.1	Comparaison avec le comportement caractérisé par essais statiquement déterminés	107
4.4	Bilan du chapitre 4	110
5	Pour aller plus loin... Caractérisation de l'endommagement par la MCV	113
5.1	Modèle d'endommagement continu isotrope de Lemaitre	114
5.1.1	Équations constitutives	114
5.1.2	Algorithmes à retour radial	115
5.2	Caractérisation de modèles de comportement plastiques endommageables par la MCV	118
5.2.1	Identifiabilité de paramètres d'endommagement par la MCV	119
5.2.2	Tests d'identification	120
5.3	Endommagement du Ti6Al4V : quelques résultats expérimentaux	124
5.4	Bilan du chapitre 5	128
	Conclusions et perspectives	129
	Annexe	133
A	Modèle viscoplastique de Norton	135
A.1	Equations constitutives	135
A.2	Identifiabilité par la MCV du paramètre viscoplastique de Norton	138
B	Informations complémentaires sur l'alliage Ti6Al4V	141
	Bibliographie	145
	Liste des figures	151
	Liste des tableaux	155
	Glossaire	157

Introduction

L'amélioration de la sécurité des passagers dans les transports aériens est une préoccupation constante pour tous les acteurs du secteur aéronautique. Elle est de ce fait soutenue par une forte politique, publique et privée, de mise en œuvre de grands programmes de recherches et d'innovations. Ainsi, le nombre de décès liés aux déplacements par les airs est l'un des plus bas, par rapport au nombre de passagers et de kilomètres parcourus. Par exemple, pour l'Union Européenne, les déplacements par aviation civile sont les plus sûrs, à égalité avec le train (Tableau 1 - d'après l'*European Transport Safety Council*). Néanmoins, chaque accident reste traumatisant pour l'opinion publique en raison du très grand nombre de pertes humaines dénombrées pour un seul évènement et de l'impact médiatique associé, ce qui incite à poursuivre les recherches.

Moyen de transport	Passagers tués par 100 millions de passagers-kilomètres
Cyclomoteur	8.2
Déplacement pédestre	7.4
Bicyclette	7.8
Voiture	0.7
Navire transbordeur	0.25
Autobus et autocar	0.07
Air (aviation civile)	0.035
Train	0.035

TABLE 1 – Données d'accidentologie pour l'UE – Période 2001-2002

Un évènement marquant, survenu au début de ces travaux de thèse, illustre parfaitement les progrès réalisés ces dernières années pour accroître la conservation de l'intégrité des structures aéronautiques, et ainsi améliorer la survivabilité des passagers. Le 15 janvier 2009, le pilote d'un Airbus A320 de la compagnie aérienne américaine US Airways réussit à amerrir sur l'Hudson, à New York, permettant l'évacuation des 155 passagers et membres d'équipage, tous sains et saufs (Figure 1). Il semble que l'avion soit entré en collision avec des oiseaux, peu après son décollage. L'endommagement des réacteurs a alors obligé le pilote à rebrousser chemin et à tenter cette manœuvre périlleuse. En effet, aucun avion de cette taille n'avait jamais réussi à amerrir auparavant. En plus de l'habileté du pilote, cette opération n'aurait pu réussir sans la résistance remarquable de la structure face aux sollicitations extrêmes subies lors de l'impact avec le fleuve.

Plus généralement, les structures aéronautiques peuvent être soumises à des chargements à haute énergie, en dynamique rapide, au cours de crashes, d'impacts (e.g. avec des oiseaux) ou encore d'explosions. Pour concevoir des structures aéronautiques plus résistantes, il est indispensable de pouvoir mieux prévoir la réponse des matériaux les constituant face à ces sollicitations extrêmes. Pour cela, les recherches menées au sein du



FIGURE 1 – Évacuation des passagers de l’A320 sur l’Hudson (*www.liberation.fr*)

laboratoire commun ONERA ^a-UVHC ^b-CNRS ^c “*Dynamique Rapide des Structures et Collisions*”, dont font partie ces travaux de thèse, visent en particulier à comprendre et à modéliser le comportement de matériaux sous sollicitations en dynamique rapide.

La prédiction de la réponse des matériaux face aux sollicitations subies repose sur la résolution des équations constitutives des modèles de comportement. Les modèles adéquats sont d’abord sélectionnés en fonction de la nature (métaux, polymères, composites, bois, béton, glace . . .) et des différentes sensibilités (e.g. à la température, à la vitesse de déformation, . . .) des matériaux considérés. De plus, le choix d’un modèle de comportement est étroitement lié à la nature et à l’intensité des sollicitations imposées. En effet, celles-ci conditionnent le type de déformations rencontrées dans le matériau (réversibles, irréversibles, avec développement continu d’un endommagement ou d’effets visqueux . . .) et l’activation de ses différentes sensibilités. Une fois le modèle de comportement adéquat sélectionné, ses équations constitutives sont utilisées pour exprimer les évolutions des différents champs mécaniques en fonction d’un nombre plus ou moins important de paramètres. Ceux-ci sont propres à chaque matériau et doivent donc être identifiés.

Les procédures classiques d’identification reposent sur des essais normalisés comme, par exemple, des essais de traction uniaxiale (Figure 2), généralement exploités de façon “statiquement déterminée”. Dans ce cas, des hypothèses de staticité sont formulées pour garantir l’homogénéité des champs mécaniques. Elles permettent alors une connaissance *a priori* de ces champs (en particulier des contraintes), en tout point de l’éprouvette, à partir, par exemple, de mesures ponctuelles de déformations et d’efforts. Néanmoins, le respect de telles hypothèses est très contraignant. Par exemple, pour un essai de traction, l’utilisateur doit vérifier l’absence de tout frottement ou glissement aux mors. Surtout, il doit s’assurer de maintenir une vitesse de déformation constante dans l’éprouvette, tout au long du chargement. En plus d’être particulièrement difficile à respecter au cours de chargements dynamiques, cette dernière condition impose de devoir réaliser plusieurs essais, à différentes vitesses de déformation constantes, pour caractériser le comportement viscoplastique d’un matériau (i.e. sa sensibilité à la vitesse de déformation).

Par nature, les hypothèses de staticité sont violées dès l’apparition de localisations dans le matériau, comme

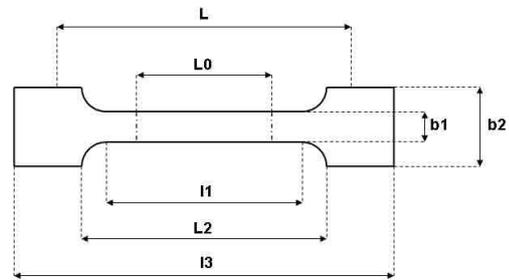
a. Office National d’Études et de Recherches Aérospatiales et en particulier le Département d’Aéroélasticité et de Dynamique des Structures (DADS), unité Conception et Résistance Dynamique (CRD) du centre de Lille

b. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis et en particulier le Laboratoire d’Automatique de Mécanique et d’Informatique industrielles et Humaines (LAMIH – FRE CNRS 3304).

c. Centre National de la Recherche Scientifique.



(a) Machine de traction-compression conventionnelle
Instron - ONERA Lille



(b) Éprouvette plate de traction normalisée

FIGURE 2 – Exemple de machine de traction-compression et d'éprouvette normalisée

par exemple la striction dans le cas d'un essai de traction. L'exploitation statiquement déterminée des essais est donc limitée à de faibles gammes de déformations et une grande part des informations recueillies au cours des essais n'est alors pas exploitable. Cette limitation est d'autant plus préjudiciable que le développement de nouvelles méthodes de mesures de champs (e.g., par stéréo-corrélation d'images numériques) permet, comme leur nom l'indique, une mesure tensorielle, et non plus seulement ponctuelle, des champs de déplacements et de déformations. La richesse des données recueillies au cours des essais est alors considérablement accrue. Pour en profiter, une alternative consiste à exploiter les essais de façon statiquement indéterminée. Cette approche n'utilise aucune connaissance *a priori* des champs mécaniques, et, par conséquent, aucune hypothèse quant à leur nature n'est plus à respecter. Alors, de nouvelles perspectives s'ouvrent en matière d'identification de paramètres matériau. En effet, la possibilité de traiter de champs hétérogènes permet de définir des chargements conduisant à l'implication simultanée d'un plus grand nombre de paramètres dans la réponse structurale. Ainsi, on peut envisager de réduire le nombre d'essais nécessaires à leur identification. Par exemple, la possibilité d'exploiter des champs de vitesse de déformation hétérogènes peut permettre la caractérisation de la sensibilité d'un matériau à la vitesse de déformation à partir d'un seul essai, à la place de plusieurs tests à vitesse de déformation constante. Enfin, sans aucune hypothèse de staticité restrictive à respecter, les essais peuvent être exploités pour des gammes de déformations beaucoup plus étendues, voire jusqu'à rupture.

Le traitement des mesures de champs de déplacements/déformations mises en œuvre dans un but d'identification de paramètres matériau nécessite des outils adaptés à la quantité importante d'information recueillie. De plus, dans le cadre d'une exploitation statiquement indéterminée, ces outils ne doivent s'appuyer sur aucune connaissance *a priori* des autres champs mécaniques (en particulier des champs de contrainte). La grande majorité des techniques d'identification utilisées reposent alors sur le principe de recalage aux éléments finis (e.g. [1, 2]). Un modèle aux éléments finis de l'essai est construit afin de calculer les champs de déplacements

ou de déformations^d, pour un jeu de paramètres matériau initial. Ces derniers évoluent selon une procédure itérative jusqu'à ce que les écarts entre les champs numériques associés au jeu de paramètres considéré et les champs mesurés expérimentalement soient minimisés. Les méthodes de recalage permettent généralement une bonne identification des paramètres matériau pour des modèles de comportement linéaires ou non. Néanmoins, elles peuvent être coûteuses en temps de calcul et leur mise en œuvre est souvent délicate, notamment car elle nécessite une modélisation très précise des conditions aux limites réelles.

La Méthode des Champs Virtuels (MCV) apparaît alors comme une alternative très intéressante aux méthodes de recalage EF. Développée par Grédiac à la fin des années 1980 [3], la MCV est dédiée au traitement de mesures de champs de déformations pour l'identification de modèles de comportement de tous types (i.e. linéaires ou non). Contrairement aux méthodes de recalage EF, sa mise en place ne nécessite que la connaissance de la résultante des efforts imposés, généralement accessible au cours de l'essai (e.g. par cellules d'efforts).

De nombreux travaux ont mis en évidence la très grande efficacité et la robustesse de la MCV pour la caractérisation de comportements linéaires (e.g. en élasticité linéaire) pour des matériaux à comportement isotrope aussi bien qu'orthotrope^e [4, 5]. Dans ces cas, l'application de la MCV conduit en effet à l'expression du problème d'identification sous la forme d'un simple système d'équations linéaires dont l'inversion conduit à l'identification directe et immédiate des paramètres de comportement, avec une très grande précision. De plus, des études plus approfondies [6] ont prouvé que l'utilisation de Champs Virtuels Spéciaux permet de réduire significativement l'impact des bruits de mesure (inévitables lors du traitement de données expérimentales) sur les résultats d'identification et donc de renforcer encore la robustesse de la méthode.

Les travaux s'intéressant à des comportements non linéaires sont moins nombreux et concernent presque exclusivement des modèles de comportement élastoplastiques à lois d'érouissage linéaires [7, 8, 9]. Ils ont permis de montrer la pertinence de l'utilisation de la MCV pour la caractérisation de tels modèles. Une étude d'Avril *et al.* s'est intéressée à la prise en compte de la dépendance à la vitesse de déformation pour un modèle viscoplastique de Perzyna [10], mais certaines limites du modèle empêchent de tester le potentiel de la MCV. Enfin, certains auteurs (e.g., Kim *et al.* [11] ou encore Chalal *et al.* [12]) se sont intéressés à la caractérisation par la MCV d'un endommagement des matériaux. Néanmoins, dans ces travaux, la prise en compte de l'endommagement n'est modélisée que dans un cadre linéaire, par la modification d'une rigidité élastique.

La pertinence des résultats d'identification obtenus par l'utilisation de la Méthode des Champs Virtuels pour ces modèles de comportements incite fortement à poursuivre les travaux pour traiter de modèles de comportement plus complexes, adaptés à la description des réponses structurales sous des chargements dynamiques, en grandes déformations et/ou à rupture. En particulier, les premières adaptations du processus de la MCV au traitement d'une dépendance à la vitesse de déformation [10] doivent être poursuivies pour permettre le traitement de modèles viscoplastiques complets. De même, l'aptitude de la méthode à caractériser des modèles d'endommagement ductile doit être étudiée. Cette problématique fait l'objet des travaux présentés dans ce mémoire de thèse, intitulé *Méthode des Champs Virtuels pour la caractérisation de comportements viscoplastiques et d'endommagement, à partir de mesures de champs mécaniques hétérogènes*.

La démarche présentée dans ce mémoire commence par situer les travaux dans leur contexte en présentant, au chapitre 1, les grandes lignes de la modélisation des comportements des matériaux métalliques, ainsi que des techniques d'identification généralement mises en œuvre. Bien entendu, une attention particulière est portée aux études concernant la Méthode des Champs Virtuels. Dans le chapitre 2, les derniers verrous s'opposant à l'utilisation de cette méthode pour la caractérisation de comportements à lois d'érouissages fortement non linéaires sont levés. Des tests reposant sur des champs de déformations simulés numériquement permettent de

d. Le recalage peut aussi reposer sur la comparaison des valeurs d'efforts ou d'allongement, par exemple, et ne nécessite donc pas forcément de mesures de champs.

e. La MCV peut théoriquement être appliquée à la caractérisation de comportements complètement anisotropes. Cependant, les mesures de champs sont très généralement surfaciques et ne permettent pas de mesurer les variations des champs mécaniques dans l'épaisseur.

dégager certaines sensibilités de la MCV et ainsi de préconiser quelques précautions à respecter. Riches de ces premiers enseignements, les travaux sont étendus au chapitre 3 au cas du modèle viscoplastique de Johnson-Cook [13], très utilisé industriellement pour décrire le comportement de matériaux métalliques, en particulier dans le cadre de sollicitations en grandes déformations et à hautes vitesses de déformation. Une originalité des travaux consiste alors à la mise en œuvre d’algorithmes à retour radial, adaptés de ceux développés pour la plasticité, pour le calcul des champs mécaniques selon ce modèle de comportement. L’analyse des résultats des tests numériques sont mis à profit dans le chapitre 4 pour la caractérisation expérimentale du comportement d’un alliage de titane avec la MCV. Il est démontré que le comportement viscoplastique de ce matériau (modèle de Johnson-Cook) peut être entièrement caractérisé à partir de seulement deux essais de traction uniaxiale, pour lesquels les champs de déformations, mesurés par corrélation ou stéréo-corrélation d’images numériques, sont exploités de façon statiquement indéterminée avec la MCV. Enfin, pour compléter ces travaux, le chapitre 5 s’intéresse au traitement par la MCV d’un modèle d’endommagement continu isotrope, de type Lemaitre [14]). L’identifiabilité de tels modèles de comportement par la MCV y est démontrée.

Chapitre 1

Identification de modèles de comportement

Le choix d'un modèle de comportement est une problématique à part entière. Celui-ci doit bien entendu être adapté au matériau considéré mais aussi aux types de sollicitations qu'il subit. Lorsque ce choix est effectué, une seconde étape consiste alors à identifier les paramètres de comportement du modèle choisi propres au matériau considéré. De nombreuses techniques ont été développées. Historiquement, la plupart repose sur des essais fortement normalisés où les champs mécaniques doivent respecter des hypothèses d'homogénéité très contraignantes. Plus récemment, le développement des techniques de mesures de champs a ouvert de nouvelles perspectives en matière d'identification, en permettant le traitement de champs mécaniques hétérogènes. L'exploitation des données recueillies utilise souvent des méthodes de type recalage par éléments finis. Néanmoins, la Méthode des Champs Virtuel, dédiée à l'exploitation de mesures de champs, présente des avantages indéniables pour la caractérisation de modèles de comportement de toutes natures.

1.1 Modélisation du comportement des matériaux

Chaque matériau possède sa propre microstructure. Par exemple, les métaux et leurs alliages sont constitués d'assemblages cristallographiques, selon des configurations régulières (e.g. cubique centré, cubique à faces centrées, hexagonal compact) permettant d'atteindre un état stable (minimum d'énergie). Lorsque des sollicitations sont imposées au matériau, la microstructure évolue pour équilibrer les sollicitations extérieures. Cette évolution de la microstructure caractérise la déformation du matériau. Si la microstructure retrouve sa configuration initiale après l'arrêt du chargement, la déformation est réversible et elle est qualifiée d'élastique (ou viscoélastique^a pour des matériaux polymères, par exemple). Chaque matériau possède une limite d'élasticité au delà de laquelle la microstructure est définitivement modifiée, sans retour à l'état initial possible. La déformation est alors qualifiée d'irréversible. Celle-ci peut être plastique ou viscoplastique en fonction, de façon simplificatrice, de sa dépendance au temps, et notamment à la vitesse de la déformation. Au-delà d'un seuil de déformation, propre au matériau, la naissance et la croissance de microcavités et de microfissures introduisent des discontinuités à l'intérieur de la microstructure : le matériau s'endommage. Enfin, au delà d'un seuil critique d'endommagement, la rupture du matériau se produit. Lorsque celle-ci a lieu sans déformation irréversible, elle est qualifiée de fragile. Dans le cas contraire, la rupture est ductile. Pour généraliser, le comportement d'un matériau sollicité peut donc se décomposer en une phase de déformation élastique, suivie d'une phase de déformation plastique ou viscoplastique. L'endommagement se développe au cours de la transformation à partir d'un certain seuil de déformation, jusqu'à la rupture du matériau.

Des modèles de comportement sont développés pour rendre compte de l'évolution du matériau au cours de chacune de ces phases. Sous l'hypothèse des petites perturbations, un tenseur des déformations, $\bar{\varepsilon}$, peut être défini à partir des champs de déplacements, \vec{u} , dans le référentiel considéré, selon la relation suivante :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left[\text{grad } \vec{u} + (\text{grad } \vec{u})^T \right] \quad (1.1)$$

L'hypothèse de partition des déformations stipule que la déformation totale, $\bar{\varepsilon}$, peut être décomposée en une déformation élastique, $\bar{\varepsilon}^e$, et une déformation irréversible, ou inélastique, $\bar{\varepsilon}^{in}$, selon la relation $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}^e + \bar{\varepsilon}^{in}$. $\bar{\varepsilon}^{in}$ est notée $\bar{\varepsilon}^p$ pour un comportement plastique ou $\bar{\varepsilon}^{vp}$ pour un comportement viscoplastique.

En élasticité, des modèles de comportement linéaires sont généralement employés pour décrire l'évolution de $\bar{\varepsilon}^e$ au cours du chargement. Les équations constitutives relient alors linéairement les composantes du tenseur des déformations aux composantes du tenseur des contraintes de Cauchy, $\bar{\sigma}$. Un exemple très répandu sont les lois de Hooke pour l'élasticité linéaire, qui font intervenir des paramètres de rigidités, propres au matériau, selon la relation $\bar{\sigma} = Q \cdot \bar{\varepsilon}^e$, où Q est la matrice 6×6 des rigidités. Les équations constitutives en élasticité linéaire sont très généralement simplifiées en considérant un comportement non-anisotrope (i.e. isotrope ou orthotrope) et/ou en faisant l'hypothèse d'un état de contraintes ou de déformations planes. Par exemple, pour un matériau isotrope, c'est-à-dire se comportant de façon identique dans chacune des trois directions de l'espace, et sous l'hypothèse de contraintes planes dans le plan $(\vec{x}; \vec{y})$, la matrice des rigidités s'exprime intégralement en fonction de deux paramètres uniquement : le module d'Young, E , et le coefficient de Poisson, ν , selon la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \nu \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^e \\ \varepsilon_{yy}^e \\ \varepsilon_{xy}^e \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

Sous l'hypothèse de contraintes planes, les autres composantes de $\bar{\sigma}$ sont nulles.

a. La viscoélasticité ne sera pas traitée dans ces travaux.

Dès que la limite d'élasticité est franchie, les lois de Hooke, et plus généralement les lois d'élasticité, ne sont plus représentatives du comportement réel. Des modèles de plasticité ou de viscoplasticité doivent alors être mis en place pour traduire l'écoulement du matériau. Leurs équations constitutives se basent sur les lois de la Thermodynamique [15]. Celles-ci considèrent des variables d'état observables et internes. Les variables observables sont la déformation totale et la température, T . Les variables internes sont, pour la description de la plasticité, les déformations élastiques et plastiques auxquelles viennent s'ajouter d'autres variables internes, notées V_k , telles que les variables d'écoulement, par exemple. Chacune des variables internes, V_k , possède une variable associée A_k . Par exemple, la déformation plastique est associée à $-\bar{\sigma}$. On postule l'existence d'un potentiel de dissipation, $F(A_k)$, dont la connaissance fournit l'évolution des variables internes selon l'expression générale des lois d'état (1.3), sous l'hypothèse de normalité.

$$\dot{V}_k = -C \frac{\partial F}{\partial A_k} \quad (1.3)$$

avec C une constante.

En plasticité associée, F peut être remplacée par une fonction f appelée surface de charge. Celle-ci délimite la frontière du domaine, dans l'espace des contraintes, à l'intérieur duquel toute variation de contrainte n'entraîne que des déformations élastiques. Cette frontière est atteinte lorsque la contrainte tensorielle d'écoulement, $\bar{\sigma}_y$, égale une contrainte seuil, $\bar{\sigma}_{seuil}$, définie par le critère de plasticité utilisé. Alors, $f = \|\bar{\sigma}_y - \bar{\sigma}_{seuil}\| = 0$, où $\|\bar{X}\| = \sqrt{\bar{X} : \bar{X}}$ désigne la norme du tenseur \bar{X} . La loi d'écoulement pilote l'évolution du tenseur des contraintes d'écoulement, selon $\bar{\sigma}_y = \bar{\sigma}_{y,0} + \bar{R}(r)$, avec \bar{R} la contrainte d'écoulement, fonction de la variable d'écoulement, r (variable interne).

Pour simplifier, un écoulement isotrope est considéré par la suite. Alors, le critère de plasticité est indépendant de la direction du chargement et se réduit à une grandeur scalaire, de même que la contrainte d'écoulement. La contrainte d'écoulement se réduit à une fonction de r unique. Parmi les critères de plasticité isotropes existants [15], le critère de Tresca peut être utilisé. Il permet d'exprimer f en fonction des contraintes principales, σ_i , selon $f = \sup_{i \neq j} |\sigma_i - \sigma_j| - \sigma_y = 0$. Néanmoins, le critère le plus rencontré, et utilisé dans ces travaux, est le critère d'écoulement isotrope de von Mises, dit aussi du J_2 (on parle alors de J_2 -plasticité). La contrainte équivalente de von Mises, ou second invariant des contraintes (J_2), est utilisée pour délimiter le domaine élastique. Alors, l'expression de la surface de charge est la suivante :

$$f = \sigma_{eq} - \sigma_y = 0 \quad (1.4)$$

avec $\sigma_{eq} = J_2(\bar{\sigma} - \bar{\beta}) = \sqrt{\frac{3}{2} (\bar{S} - \bar{\beta}) : (\bar{S} - \bar{\beta})}$, où \bar{S} est le déviateur de $\bar{\sigma}$. $\bar{\beta}$ est la variable d'écoulement cinématique (couramment appelée "back stress"), autre variable interne dont l'évolution est pilotée par la loi d'écoulement cinématique.

Les lois d'écoulement sont définies par les modèles de comportement. Elles peuvent être linéaires ou non-linéaires. Par exemple, la loi de Prandtl-Reuss [15] considère, pour le critère de plasticité de von Mises, une loi d'écoulement isotrope "puissance", telle que : $R(r) = Kr^n$, où K et n sont des paramètres propres au matériau (appelés respectivement module et exposant d'écoulement isotrope). La loi de Voce [16] superpose un écoulement isotrope linéaire et une loi exponentielle. Alors, $R(r) = R_0 r + R_\infty [1 - \exp(-br)]$, où R_0 , R_∞ et b sont des paramètres matériau. Un exemple de loi d'écoulement cinématique non linéaire est la loi d'Armstrong-Frederick, permettant le calcul de la variable d'écoulement cinématique selon $\frac{d}{dt} \left(\frac{\bar{\beta}}{C} \right) = \frac{2}{3} \dot{\bar{\epsilon}}^{in} - \frac{2}{3} \frac{B}{C} \cdot \|\dot{\bar{\epsilon}}^{in}\| \cdot \bar{\beta}$ (B et C paramètres matériau). La loi linéaire de Prager [15] pour l'écoulement cinématique est également fréquemment rencontrée, avec $\frac{d\bar{\beta}}{dt} = \frac{2}{3} H \frac{\partial \bar{\epsilon}^{in}}{\partial t}$, où H est le module d'écoulement cinématique. Le choix des lois d'écoulement dépend très fortement de la nature du chargement imposé au matériau. D'un point de vue pratique, les lois linéaires permettent des calculs de comportement et une identification des paramètres matériaux généralement plus aisés. Néanmoins, elles peuvent ne pas suffire pour rendre compte de certains phénomènes physiques, observés pour des chargements non-monotones. Par exemple, un écoulement

isotrope linéaire seul ne permettra pas de modéliser l'effet Bauschinger^b observé lors d'un chargement de traction-compression. Cet effet peut être retranscrit en prenant en compte un écrouissage cinématique, même linéaire. En revanche, l'écrouissage cinématique linéaire seul ne peut modéliser l'effet Rocher^c observés lors de chargement cycliques stabilisés. Une solution est d'utiliser un écrouissage cinématique non-linéaire ou de superposer des modèles d'écrouissages isotropes et cinématiques.

On peut noter que, dans l'espace des contraintes principales à 3 dimensions, la surface de charge associée au critère de von Mises est un cylindre à base circulaire dont le rayon est égal à la contrainte d'écoulement. Son évolution est déterminée par la loi d'écrouissage isotrope. Le centre de la surface de charge dans l'espace des contraintes est $\bar{\beta}$. La Figure 1.1 permet d'illustrer ces notions.

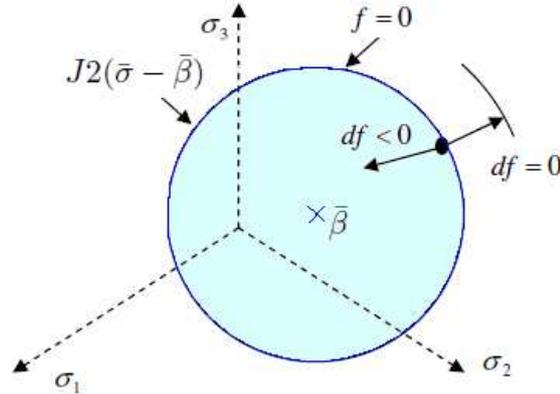


FIGURE 1.1 – Notions de surface de charge et états de contrainte admissibles

En plasticité indépendante du temps, les états de contrainte admissibles ne peuvent pas sortir de la surface de charge et $f \leq 0$, le cas $f = 0$ traduisant un écoulement plastique. Une seconde condition est qu'au cours de l'écoulement $\dot{f} = 0$. Alors, une élévation du niveau de contraintes se traduit obligatoirement par une augmentation de la valeur de la contrainte d'écoulement (Figure 1.1). Les cas pour lesquels $f = 0$ et $\dot{f} < 0$ correspondent à des décharges élastiques pour lesquelles les valeurs des déformations plastiques et des variables d'écrouissage sont maintenues constantes. La condition $\dot{f} = 0$ peut être développée sous une forme appelée condition de consistance, telle que :

$$df = \frac{\partial f}{\partial (\bar{\sigma} - \bar{\beta})} : d(\bar{\sigma} - \bar{\beta}) + \frac{\partial f}{\partial r} : dr = 0 \quad (1.5)$$

Cette condition est utilisée pour calculer le multiplicateur plastique, λ , définie selon les relations d'état (1.3) appliquées au cadre de la plasticité associée. Par exemple :

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\varepsilon}^p}{\partial t} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} \\ \frac{\partial r}{\partial t} = -\dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial R} \end{cases} \quad (1.6)$$

Alors, l'ensemble des conditions définissant les états de contrainte admissibles en plasticité indépendante du temps sont résumées ci-dessous (1.7). Elles sont appelées conditions de Kuhn-Tucker.

$$\begin{cases} \dot{\lambda} \geq 0 \\ f \leq 0 \\ \dot{\lambda} f = 0 \end{cases} \quad (1.7)$$

b. L'effet Bauschinger est l'abaissement de la valeur absolue de la limite élastique en compression consécutive à un chargement préalable en traction [15]

c. L'effet Rocher est observé lorsque le chargement cyclique n'est pas purement alterné, c'est-à-dire que la contrainte imposée en traction est différente de celle imposée en compression (en valeur absolue). Alors, même en chargement stabilisé, l'incrément de déformation croît à chaque cycle.

Enfin, on définit la déformation plastique cumulée, α , selon la relation (1.8). Pour un matériau vierge (c'est-à-dire non endommagé), α est assimilable à la variable d'érouissage isotrope, r , et est homogène au multiplicateur plastique λ .

$$\alpha = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3}} \|\dot{\bar{\varepsilon}}^p\| dt \quad (1.8)$$

En viscoplasticité, les mêmes grandeurs peuvent être naturellement définies en substituant un tenseur des déformations viscoplastiques, noté $\bar{\varepsilon}^{vp}$, à celui des déformations plastiques, $\bar{\varepsilon}^p$. La condition de consistance (1.5) n'est plus nécessairement respectée puisque \dot{f} peut être non nulle. Plus généralement, l'ensemble des conditions de Kuhn-Tucker (1.7) peuvent ne plus être valables, en fonction du type de modélisation des effets visqueux. Deux pistes principales peuvent être suivies. La première considère que le développement de contraintes d'écoulement visqueuses, σ_v , dans le matériau peut être modélisé indépendamment du calcul des niveaux de contraintes d'écoulement d'érouissage plastique, σ_y^p . Ainsi, ces dernières restent calculées selon la théorie de la J_2 -plasticité exposée précédemment, avec des états de contraintes se situant à l'intérieur de la surface de charge. Les états de contraintes "réels", définis par $\sigma_y = \sigma_y^p + \sigma_v$ peuvent alors se situer en dehors de la surface de charge. Les conditions de Kuhn-Tucker (1.7) ne sont alors plus valables et :

$$\begin{cases} f < 0 & \text{Élasticité} \\ f = 0 & \text{Écoulement plastique} \\ f = \sigma_v > 0 & \text{Écoulement viscoplastique} \end{cases} \quad (1.9)$$

Un exemple typique de modèle de comportement construit selon cette approche est le modèle de Norton [15, 17]. Il donne une nouvelle expression du multiplicateur plastique, λ (1.10), dépendante de 2 paramètres matériau, N et η , et permet également un calcul direct des contraintes d'écoulement visqueuses (1.11), indépendamment des contraintes d'érouissage plastique.

$$\dot{\lambda} = \left(\frac{\langle f \rangle}{\eta} \right)^N \quad (1.10)$$

où $\langle \cdot \rangle$ sont les crochets de McCauley, définis par $\langle x \rangle = \frac{1}{2} (x + |x|)$ (conservation des parties positives de x).

$$\sigma_v = \eta \dot{r}^{\frac{1}{N}} \quad (1.11)$$

La seconde approche consiste à coupler le calcul des contraintes visqueuses et celui des autres niveaux de contraintes. Pour cela, la viscoplasticité est considérée dès la définition des lois d'érouissages. L'ensemble des conditions de Kuhn-Tucker (1.7) peuvent alors être conservées pour définir les états admissibles et en particulier $f = \sigma_y - \sigma_{eq} \leq 0$. De très nombreux modèles de comportement considèrent cette approche [18]. Un exemple typique est le modèle viscoplastique de Johnson-Cook [13] qui intègre la prise en compte de la viscoplasticité dans la loi d'érouissage isotrope (1.12), de même que la dépendance à la température.

$$\sigma_y = (\sigma_0 + K \alpha^n) \left(1 + M \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}^{vp}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \left(1 - \left(\frac{T - T_0}{T_f - T_0} \right)^m \right) \quad (1.12)$$

Dans ce modèle, les contributions des différents termes sont activées par des valeurs seuils. Ainsi, l'adoucissement lié à la température apparaît dès que la température, T , devient supérieure au seuil T_0 , une température de référence propre au matériau. Les paramètres m et T_f (température de fusion sous les CNTP) pilotent cet adoucissement. De même, les effets visqueux apparaissent dans le matériau pour des vitesses de déformations viscoplastiques équivalentes, $\dot{\varepsilon}^{vp}$, supérieures au seuil de viscoplasticité, $\dot{\varepsilon}_0$. Un autre paramètre matériau est alors impliqué : le paramètre viscoplastique de Johnson-Cook, M . On peut remarquer que, sous le seuil de viscoplasticité et en l'absence d'effets de la température, la loi d'érouissage isotrope du modèle viscoplastique de Johnson-Cook se réduit à une loi puissance de Prandtl-Reuss, avec σ_0 la limite initiale d'élasticité pour la contrainte d'écoulement et K et n les module et exposant d'érouissage isotrope.

Un niveau de sollicitation excessif imposé au matériau peut entraîner sa rupture, qui peut être définie de façon très générale comme la “séparation d’un matériau en plusieurs parties, sous l’action d’une contrainte” [19]. Une première approche macroscopique caractérise la rupture par la donnée des valeurs d’une contrainte et d’une déformation ultimes propres au matériau. La rupture est qualifiée de fragile lorsqu’elle intervient sans que le matériau ne subisse de déformation irréversible. Elle est qualifiée de ductile lorsqu’elle résulte d’une déformation plastique ou viscoplastique excessive. Dans une autre approche, plus microscopique et phénoménologique, la rupture du matériau fait suite à une dégradation progressive du matériau jusqu’à l’apparition de microfissures. Une partie des théories développées dans le cadre de la Mécanique de la Rupture vise alors à déterminer l’évolution de ces microfissures (ou entailles) dans le matériau. Ces microfissures sont issues de l’évolution progressive de défauts de la microstructure du matériau qui peut être décrite par les théories de l’endommagement.

À l’instar de la (visco)plasticité, de très nombreux modèles de comportement sont développés pour traduire l’endommagement des matériaux. Le type d’endommagement rencontré (endommagement fragile, ductile, de fluage...) varie en fonction de la nature du matériau et des sollicitations imposées, les phénomènes physiques mis en jeu pouvant être très différents. Dresser une liste exhaustive de ces modèles est donc bien évidemment impossible. Néanmoins, ces dernières années, la très grande majorité des modèles d’endommagement développés ont pour socle commun la théorie de l’endommagement continu [14]. Dans ce cadre, une variable d’endommagement peut être définie comme la densité des défauts de la microstructure (microcavités, microfissures ...), à l’intérieur d’une surface de normale \vec{n} du volume élémentaire représentatif (VER) (1.13). Généralement, cette surface est choisie de sorte qu’elle prenne en compte le plus grand nombre de défauts existant à l’intérieur du VER (surface de plus haute densité de défauts).

$$D_{\vec{n}} = \frac{\delta S^d}{\delta S} \quad (1.13)$$

où δS est l’aire de la surface totale et δS^d celle de l’ensemble des micro-défauts.

Pour un matériau non-endommagé (vierge), la variable d’endommagement est logiquement nulle, dans toutes les directions de l’espace puisque la surface des micro-défauts est nulle. De plus, par définition, l’endommagement ne peut être supérieur à 1 puisque la surface des défauts ne peut être supérieure à la surface initiale, δS . Généralement, l’endommagement est limité à une valeur critique inférieure à 1 pour laquelle l’importance des défauts est telle qu’elle aboutit à la rupture du matériau.

Un endommagement isotrope est généralement considéré. En d’autres termes, l’endommagement du matériau est modélisé de façon identique dans toutes les directions de l’espace. La variable d’endommagement est alors indépendante de \vec{n} et peut se réduire à un scalaire. Pour modéliser les comportements des matériaux endommagés, il est intéressant de se rapprocher des équations constitutives développées pour des matériaux vierges. Pour cela, la notion de contrainte effective est définie comme la contrainte qui s’exercerait, pour le niveau de déformation considéré, sur la surface “résistante” du matériau, $\delta \tilde{S}$, c’est-à-dire la surface initiale corrigée de la surface des défauts, telle que $\delta \tilde{S} = \delta S - \delta S^d$. La définition de la variable d’endommagement isotrope permet alors d’exprimer le tenseur des contraintes effectives, $\bar{\sigma}$, à partir du tenseur des contraintes “vraies”, $\bar{\sigma}$ selon la relation suivante :

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}}{1 - D} \quad (1.14)$$

Les contraintes vraies, $\bar{\sigma}$, sont les contraintes réellement appliquées au matériau alors que les contraintes effectives, $\bar{\sigma}$, sont celles qui s’appliqueraient à un matériau vierge soumis à la même sollicitation (en particulier aux mêmes déformations et vitesses de déformation). Le principe d’équivalence en déformation permet alors d’utiliser toutes les équations constitutives de la (visco)plasticité (développées pour un matériau vierge) pour le calcul des contraintes effectives, $\bar{\sigma}$. Celles-ci sont ensuite affectées par l’endommagement selon la relation (1.14) pour calculer les contraintes vraies, $\bar{\sigma}$. Un exemple concret très simple de l’application de ce principe est l’évaluation du niveau d’endommagement par variation du module d’Young apparent. Supposons un

chargement uniaxial de traction et un matériau au comportement élastique linéaire isotrope, tel que, avant endommagement, la limite d'élasticité soit définie par $\sigma_0 = E\varepsilon_{lim}$. En procédant à un essai de charge-décharge, au cours duquel le matériau va s'endommager et voir sa rigidité diminuer, la contrainte vraie est mesurée en fonction de la déformation, telle que $\sigma = \tilde{E}\varepsilon^e$, où \tilde{E} est appelé module d'Young apparent. L'application du principe d'équivalence en déformation donne $\tilde{\sigma} = E\varepsilon^e = \frac{\sigma}{1-D}$. Alors, il vient immédiatement $E = \frac{\tilde{E}}{1-D}$ ou encore $D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E}$.

Remarque : Dans l'application des équations constitutives, il faut veiller à ne plus assimiler la déformation (visco)plastique cumulée, α , à la variable d'écrouissage, r . En effet, l'hypothèse de normalité en plasticité associée conduit toujours aux mêmes relations (1.6) entre les variables internes et leur variable associée. Alors on a toujours $\dot{r} = -\dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial R}$, et $\dot{\varepsilon}_{ij}^{in} = \dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\dot{\lambda}}{1-D}\frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}}$. Par conséquent, dans les calculs utilisant les contraintes effectives, \dot{r} est toujours homogène à $\dot{\lambda}$ mais $\dot{\alpha}$ est homogène à $\frac{\dot{r}}{1-D}$. \square

L'évolution de la variable d'endommagement peut être modélisée de façon très variable [20]. Un exemple courant est un modèle d'endommagement de Lemaitre [14]. Ce modèle est piloté en déformation. Ainsi, le matériau s'endommage dès que la déformation (visco)plastique cumulée dépasse un certain seuil, α_D , propre au matériau. L'évolution de l'endommagement dépend ensuite directement de l'évolution des niveaux de déformation (visco)plastique dans le matériau. Plus précisément, l'évolution de D est calculée dans le modèle de Lemaitre selon la relation (1.15), faisant intervenir le taux de restitution de densité d'énergie, Y . Celui-ci s'exprime en fonction de la contrainte équivalente de von Mises et de la fonction de triaxialité, R_v , selon la relation (1.16). Cette dernière fonction (1.17) dépend notamment du taux de triaxialité, rapport de la contrainte hydrostatique, σ_H , et de la contrainte équivalente de von Mises, σ_{eq} . On peut souligner que R_v peut être calculée indifféremment avec les contraintes vraies ou effectives, la contribution de D s'annulant dans le rapport du taux de triaxialité. Ce modèle s'applique jusqu'à ce que D atteigne une valeur critique, D_c : c'est la rupture (ductile) du matériau.

$$\dot{D} = \left(\frac{Y}{S}\right)^s \dot{\alpha}, \text{ dès que } \alpha \geq \alpha_D \quad (1.15)$$

avec S et s des paramètres matériaux.

$$Y = \frac{\tilde{\sigma}_{eq}^2 R_v}{2E} \quad (1.16)$$

$$R_v = \frac{2}{3}(1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right)^2 \quad (1.17)$$

avec σ_H le premier invariant des contraintes, égal au tiers de la trace de $\bar{\sigma}$.

La modélisation du comportement des matériaux doit donc prendre en compte les différents stades d'évolution de leurs microstructures (déformation élastique, (visco)plastique, endommagement). Ce paragraphe présente quelques exemples de modèles de comportement pouvant être utilisés mais la liste ne saurait être exhaustive. Devant la multitude de modèles existants, la première étape primordiale pour la caractérisation d'une réponse structurale est donc le choix d'un modèle de comportement adapté au matériau considéré, bien entendu, mais aussi aux types de sollicitations qu'il subit. Une fois ce choix effectué, l'ensemble des paramètres du modèle, propres au matériau considéré, doivent alors être identifiés à partir de procédures expérimentales dédiées. La plupart sont fortement normalisées pour respecter des hypothèses de staticité et permettre une exploitation des essais de façon "statiquement déterminée". Néanmoins, une exploitation des essais de façon "statiquement indéterminée", développée plus récemment, présente des avantages certains.

1.2 Procédures classiques d'identification par essais statiquement déterminés

Au cours d'un essai mécanique, certaines grandeurs physiques sont directement accessibles. Ce sont par exemple les efforts, mesurés grâce à des dynamomètres ou des cellules d'efforts, les déplacements (extensomètres), les déformations (jauges de déformations), les températures (thermocouples) et bien sûr le temps. Dans le cas où ils ne sont pas mesurés, les champs de déformations peuvent être déduits des déplacements pour la caractérisation d'un comportement. En revanche, l'accès aux champs de contraintes est plus délicat, voire impossible à obtenir par la mesure. Pour pallier ce manque d'information, une solution est de supposer l'unicité de la réponse en termes de distribution spatiale des contraintes, pour le chargement considéré, dans au moins une partie de l'éprouvette : ce sont les hypothèses de staticité. Cette approche est qualifiée de statiquement déterminée car les champs de contraintes sont supposés connus *a priori*. En effet, en supposant un champ de contraintes homogène celui-ci peut être déterminé en fonction uniquement des efforts imposés à l'éprouvette.

Tout essai peut donc théoriquement être exploité de façon statiquement déterminé. Néanmoins, le respect des hypothèses de staticité est extrêmement contraignant. Il oblige à une réflexion sur la sollicitation imposée et la géométrie des éprouvettes, les choix effectués conditionnant le domaine de validité de la loi de comportement ainsi identifiée. Pour des essais en chargements multi-axiaux, destinés notamment à évaluer l'influence de la direction de la sollicitation sur le comportement, il est très difficile de définir des conditions permettant d'utiliser une relation analytique simple pour calculer les champs de contrainte. Néanmoins, certaines études sont parvenues à définir des essais multi-axiaux, notamment de traction, pour lesquels les hypothèses de staticité peuvent être respectées [21]. Les procédures existantes sont plus nombreuses pour des essais à chargement uniaxial. On peut citer l'essai de compression sur des éprouvettes cylindriques ou encore l'essai de traction uniaxiale.

Ce dernier est l'essai le plus couramment employé, dans des conditions statiquement déterminées, pour caractériser le comportement (linéaire ou non) en traction d'un matériau. Le respect des hypothèses de staticité dans une partie au moins de l'éprouvette (partie utile) nécessite de respecter une procédure contraignante normalisée. Les normes imposées^d définissent très précisément les géométries d'éprouvettes à utiliser, ainsi que la mise en place des dispositifs de mesure et l'application rigoureuse des conditions aux limites. Une condition importante à respecter porte sur la vitesse de sollicitation qui doit être constante. Le comportement du matériau est alors déterminé pour cette vitesse de déformation particulière. Lorsque les hypothèses de staticité sont respectées, l'évolution du comportement du matériau peut être complètement déterminée à partir de la mesure de l'allongement de la partie utile, ΔL , et de l'effort, F . Dans un premier temps, on définit la déformation nominale, ou conventionnelle, ε_n , comme l'allongement relatif de la partie utile, soit $\varepsilon_n(t) = \frac{\Delta L(t)}{L_0}$, où t est le temps et L_0 la longueur initiale de la partie utile. La contrainte nominale (ou conventionnelle), σ_n , est calculée en divisant l'effort F par la section résistante initiale de la partie utile, S_0 . Par définition, les hypothèses de staticité ne sont plus vérifiées dès que des phénomènes de localisation apparaissent dans le matériau. Pour un essai de traction, elles sont donc valables jusqu'à l'apparition de la striction. Cette instabilité géométrique se caractérise par une diminution de la contrainte nominale, provoquée par la diminution de la charge liée à la réduction progressive de la section, et est repérée par la relation $\frac{d\sigma_n}{d\varepsilon_n} = 0$. Le tracé de σ_n en fonction de ε_n permet donc de délimiter le domaine de validité des hypothèses de staticité pour laquelle l'essai reste exploitable (Figure 1.2).

Le comportement ainsi caractérisé ne correspond cependant pas directement au comportement vrai (ou rationnel) du matériau. La déformation rationnelle, ε , est calculée comme l'intégrale de l'allongement relatif, selon la relation (1.18). Elle permet d'additionner les déformations au cours de l'essai, ce qui est impossible

d. Les normes principales sont les normes AFNOR NF EN 10002-1 à 10002-5 (française), ASTM E8M-96 (américaine) ou encore ISO 6892 (internationale). Elles sont précisées en fonction du type de matériau à caractériser et des conditions d'essai. Par exemple, la norme ISO 6892-1 définit l'essai à "température ambiante", la norme ISO 6892-2 à "température élevée", pour les matériaux métalliques.

avec la déformation conventionnelle car $\varepsilon_{n\ 0 \rightarrow t_2} = \frac{L(t_2) - L_0}{L_0} \neq \varepsilon_{n\ 0 \rightarrow t_1} + \varepsilon_{n\ t_1 \rightarrow t_2} = \frac{L(t_1) - L_0}{L_0} + \frac{L(t_2) - L(t_1)}{L(t_1)}$.

$$\varepsilon_{t_1 \rightarrow t_2} = \int_{L(t_1)}^{L(t_2)} \frac{dL}{L} = \ln \left(\frac{L(t_2)}{L(t_1)} \right) = \ln (1 + \varepsilon_{n\ t_1 \rightarrow t_2}) \quad (1.18)$$

La contrainte rationnelle, σ , ou contrainte vraie, est calculée en divisant les efforts mesurés par la section "réelle" de l'éprouvette à chaque instant, selon :

$$\sigma(t) = \frac{F(t)}{S(t)} = \frac{F(t)}{S_0} (1 + \varepsilon_{n\ 0 \rightarrow t}) \quad (1.19)$$

L'exemple de comportement rationnel tracé sur la Figure 1.2 correspond à un comportement élastoplastique (matériau supposé isotrope) à écrouissage en loi puissance, de paramètres quelconques. La première partie, linéaire, de la courbe permet d'identifier le module d'Young du matériau, grâce à la relation $\sigma = E\varepsilon$ (loi de Hooke), de même que la limite d'élasticité, σ_0 . La déformation plastique est alors calculée grâce à l'hypothèse de partition des déformations, selon $\varepsilon^p = \varepsilon - \frac{\sigma}{E}$. Les modules et exposant d'écrouissage (K et n) sont déterminés en s'appuyant sur le tracé de la seconde partie de la courbe dans un diagramme logarithmique. En effet, $\ln(\sigma - \sigma_0) = \ln(K) + n \ln(\varepsilon^p)$.

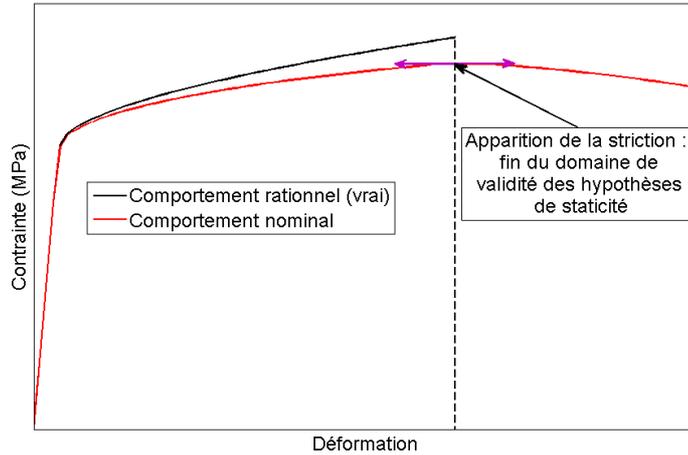


FIGURE 1.2 – Comportements nominal et rationnel en traction

Remarque : limite d'élasticité à 0.2 %. Par convention, afin de garantir l'unicité de la solution pour la limite initiale d'élasticité, celle-ci est identifiée comme étant la valeur de la contrainte pour laquelle la déformation plastique atteint 0.2 %. \square

La caractérisation d'un comportement matériau dépendant de la vitesse de déformation nécessite de mettre en œuvre plusieurs essais. Chaque essai doit être effectué à vitesse de déformation constante et homogène dans la partie utile de l'éprouvette, ce qui est de plus en plus difficile à respecter au fur et à mesure que la vitesse de déformation augmente. Le comportement rationnel est ensuite tracé pour chacune des vitesses de déformation (e.g. Figure 1.3 pour un alliage de Titane Ti6Al4V). Dans l'exemple d'un modèle de comportement de Johnson-Cook (1.12), en conditions isothermes, ces courbes sont utilisées pour caractériser les paramètres M et $\dot{\varepsilon}_0$, après avoir identifié les paramètres de la partie statique du modèle, par des méthodes de régression linéaires.

Exploiter un essai de façon statiquement déterminée dans un but d'identification de comportement présente donc l'avantage de ne nécessiter que des mesures ponctuelles d'efforts et de déplacements. Néanmoins, les procédures associées sont délicates à mettre en œuvre à cause de la forte normalisation nécessaire au respect

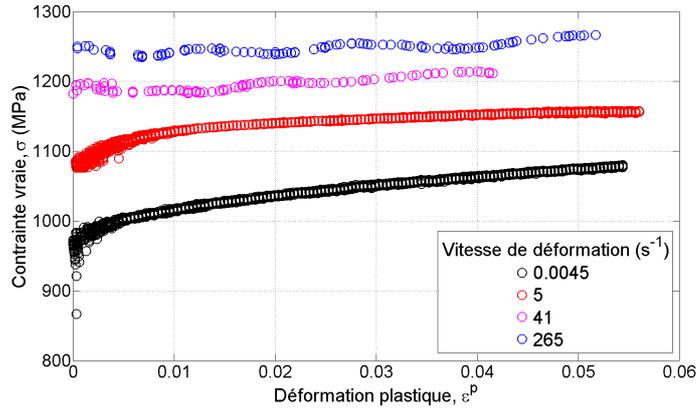


FIGURE 1.3 – Comportement d'un matériau métallique sensible à la vitesse de déformation

des hypothèses de staticité. De plus, ces conditions sont un frein pour l'identification de certains types de comportements, inaccessibles en un seul essai. Ainsi, à l'instar de l'exemple précédent d'un modèle viscoplastique, l'identification de comportements anisotropes ou de modèles d'endommagement [22], par exemple, nécessite de mettre en place plusieurs essais, toujours fortement normalisés, dont le nombre requis va croissant avec la complexité du modèle et/ou le nombre de ses paramètres. Dans tous les cas, la gamme de validité du modèle de comportement identifié est limitée à celle du respect des hypothèses de staticité. Celles-ci étant violées dès l'apparition de localisations dans le matériau, il est donc impossible de caractériser un comportement en grandes déformations, par exemple, et encore moins à rupture. Pour résumer, lors d'une exploitation statiquement déterminée, le potentiel de l'essai, en termes d'information, est donc largement sous-exploité, comme l'illustre la Figure 1.4, relative à un essai de traction.

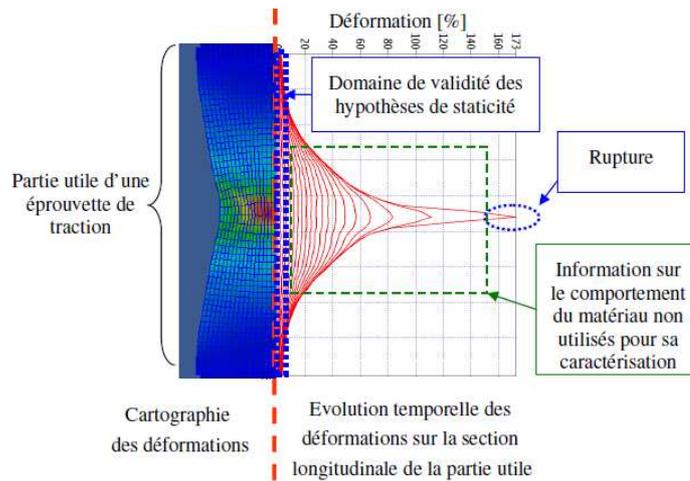


FIGURE 1.4 – Exploitation limitée d'un essais statiquement déterminé [23]

Une solution pour enrichir la quantité d'information exploitable est de pouvoir traiter de champs hétérogènes. Une approche consiste alors à exploiter les essais de façon statiquement indéterminés.

1.3 Identification par essais statiquement indéterminés

Le paragraphe 1.2 montre qu'une exploitation des essais de façon statiquement déterminée, bien que tout à fait efficace pour l'identification de la plupart des lois de comportement, est difficile à mettre en place et présente de nombreuses limitations. Historiquement, ces procédures ont été développées en adéquation avec les techniques de mesures disponibles, très souvent ponctuelles, ou en tout cas ne permettant pas de mesurer précisément des hétérogénéités des champs mécaniques. Avec le développement des mesures de champs, un traitement des champs hétérogènes est désormais envisageable. Alors, les essais peuvent être exploités au delà des restrictions habituelles imposées par les hypothèses de staticité. De plus, la présence d'hétérogénéités peut permettre de rencontrer lors d'un même essai des gammes de déformations ou de vitesses de déformation, par exemple, très étendues au sein de l'éprouvette. De nouvelles perspectives d'identification de modèles de comportement complexes à partir d'un nombre réduit d'essais s'ouvrent alors.

Quelques techniques de mesures de champs sont présentées dans le paragraphe suivant. Leur exploitation, dans le cadre d'essais statiquement indéterminés, nécessite le développement d'outils adaptés, notamment car les champs de contrainte ne sont plus connus *a priori*. Ces outils sont présentés par la suite.

1.3.1 Techniques de mesures de champs

Les récents développements des outils optiques, comme les caméra CCD, et les progrès effectués dans le traitement d'images rendent les techniques de mesures de champs de plus en plus accessibles et nombreux sont les projets de recherche s'appuyant désormais sur ces techniques, en particulier en Mécanique.

Plus précisément, les champs mécaniques mesurables par ces techniques optiques sont les déplacements, les déformations ou encore les températures. Ces dernières sont mesurables grâce à des caméras infrarouges. Les champs de température mesurés peuvent ensuite être analysés pour des applications diverses. Ainsi, Jones *et al.* [24] utilisent des profils d'émissions thermiques pour contrôler l'évolution de l'endommagement d'un matériau composite de façon non destructive. Les variations des propriétés mécaniques en fonction de la température peuvent également être utilisées pour déterminer des concentrations (e.g., un ratio polymère-ciment [25]). La mesure directe de champs de déformation utilise des techniques de "shearography" [26, 27], de photographie de speckle en cisaillement [28], ou encore de déplacement de franges de Moiré [29]. Néanmoins, les champs de déformation sont plus généralement issus d'une dérivation numérique des champs de déplacements. Les techniques de mesure de champs de déplacement peuvent être classées en deux catégories : les méthodes interférométriques et non-interférométriques.

Le principe général des méthodes interférométriques est de faire interférer deux faisceaux monochromatiques, issus de la même source (donc ayant la même pulsation) mais suivant des chemins optiques différents. Un des faisceau est le faisceau de référence, le second éclaire la surface de l'éprouvette dont on veut mesurer les déplacements. Cette différence de trajet entraîne une différence de phase entre les deux faisceaux qui peut être reliée aux déplacements. La phase peut varier de 2π pour seulement quelques nanomètres, les méthodes interférométriques sont donc très performantes pour la mesure de petits déplacements. En contrepartie, elles sont très sensibles aux perturbations extérieures, comme les vibrations. Les méthodes les plus utilisées sont l'interférométrie de Moiré ou de speckle.

La technique du Moiré consiste à analyser l'évolution d'un réseau de lignes parallèles, régulièrement espacées, formant une grille. En interférométrie de Moiré [30, 31], les interférences de deux nappes laser cohérentes génèrent une grille de référence très fine (jusqu'à plus de 1000 lignes par mm [32]). Celle-ci peut être "imprimée" sur une plaque photographique et transférée sur la surface de l'échantillon. La superposition de cette grille, qui se déforme avec le matériau, à celle de référence permet un calcul des déplacements dans le plan de la grille (surface de l'éprouvette) à une précision inférieure au micron [31]. La méthode peut également être utilisée pour calculer les déplacements hors-plan [33]. Dans ce cas, la grille de référence est placée perpendiculairement à la surface de l'éprouvette. La superposition d'une première nappe réfléchie sur la surface de l'échantillon avec celle issue de la grille de référence fournit des franges d'interférence car la première nappe est distordue

par les effets de déformation hors-plan. Ces franges dessinent donc le contour des déplacements hors-plan. La mise en place de cette méthode reste néanmoins délicate et les résultats sont très sensibles aux bruits optiques, aux différentes perturbations et bien sûr à la qualité de la grille de diffraction.

L'interférométrie de Speckle [34] est une méthode plus souple à mettre en œuvre. En particulier, elle ne nécessite pas d'apposer une grille sur la surface du matériau et, contrairement à toutes les autres méthodes interférométriques, elle ne nécessite pas de polissage de la surface de l'éprouvette. La seule condition nécessaire est que celle-ci disperse la lumière. Lorsqu'une source lumineuse cohérente vient impacter la surface rugueuse, les rayons sont dispersés dans toutes les directions de l'espace. Leur addition à une source laser de référence fournit une description de la surface (motif de speckle) en termes de décalage de phase. Le champ de déplacement est ensuite extrait par corrélation de deux motifs de speckle, le premier enregistré avant, le second après le déplacement.

Les méthodes non-interférométriques permettent une mesure des déplacements grâce à l'analyse de deux images successives, montrant l'évolution de repères liés à la surface de l'éprouvette. En fonction de la finesse de ces repères et des dispositifs d'observation utilisés (e.g., objectifs de caméra), des applications à toutes les échelles sont envisageables. Parmi elles, la méthode de grille [35, 36] est une technique de mesures de champs dans le plan, en lumière blanche, basée sur l'analyse de l'évolution d'une grille solidaire de la surface du matériau. Le pas de la grille peut varier d'environ 1000 traits par mm (observations sous microscope à haute résolution) à moins d'un trait par mm (objectif photographique). Selon le matériau étudié et le pas souhaité, la grille peut être gravée, transférée, imprimée ou collée sur la surface [37, 38]. On suppose que la grille suit fidèlement les déplacements et les déformations de la surface de l'éprouvette. Pour chaque point A de la grille, l'intensité dans l'état initial est telle que $I_{A0} = I_{A0} \left[1 + \gamma \cos \left(\frac{2\pi x_A}{p} \right) \right]$, avec γ le contraste, p la période de grille et x_A la position du point A dans la direction perpendiculaire aux lignes de la grille. Au cours du chargement, le point A est déplacé en a , avec un déplacement noté $U(A)$. En a , on retrouve la même intensité lumineuse I_{A0} et $I_a = I_{A0} \left[1 + \gamma \cos \left(\frac{2\pi(x_A + U(A))}{p} \right) \right]$. Le déphasage introduit est donc directement relié au déplacement, puisque $\Phi(a) = \frac{2\pi}{p}U(A)$. L'analyse des variations de phase donne donc directement accès au champ de déplacement. Expérimentalement, la mise en œuvre des méthodes de grille est délicate, d'une part à cause de la mise en place de la grille, mais aussi parce qu'il est difficile de garder le plan du capteur CCD parallèle au plan de la grille. Les mouvements hors-plan affectent donc particulièrement les mesures. Une solution peut consister à effectuer les mesures de part et d'autre de l'éprouvette [39]. Enfin, la méthode de grille n'est applicable que pour des petits déplacements et des petites déformations (quelques pourcents). En contrepartie, la résolution peut être de l'ordre du centième du pas de grille.

Le principe de corrélation entre deux états d'intensité lumineuse est également utilisé en photographie de speckle [40, 41]. Cette fois, tout comme pour l'interférométrie de speckle, l'éclairage de la surface rugueuse provoque une dispersion des rayons lumineux. Leur projection, grâce à une lentille, forme une tache de speckle, où chaque point possède une intensité lumineuse. La corrélation de deux "images" successives, c'est-à-dire des intensités lumineuses en chaque point, permet de déterminer les déplacements. Cette méthode peut être utilisée pour mesurer de grands déplacements et des déplacements hors-plan.

Enfin, dans la technique de corrélation d'images numériques [42, 43, 44], l'évolution d'un mouchetis est suivie au cours de l'essai. Celui-ci résulte généralement du dépôt d'un spray de peinture noire sur la surface de l'éprouvette peinte en blanc. Le motif aléatoire ainsi obtenu est caractérisé par un profil de niveaux de gris. La taille d'une tache du mouchetis doit être adaptée à la taille d'un pixel sur le CCD, sa mise en place demande donc une certaine maîtrise, même si elle reste plus "facile" que l'application d'une grille, par exemple. Dans certains cas, pour une analyse à l'échelle millimétrique, la texture naturelle du matériau peut suffire pour générer le mouchetis, dès lors que le motif en niveau de gris soit suffisamment riche pour être post-traité. Le post-traitement consiste en une analyse des images successivement enregistrées au cours de l'essai par un logiciel de corrélation d'images. Celui-ci commence par échantillonner la surface d'étude dans l'état initial en facettes de quelques pixels de côté. Chacune d'entre elles peut être repérée par une distribution spatiale de niveau de gris unique. Le logiciel recherche alors dans l'image suivante, qui correspond à un niveau

de chargement supplémentaire, une facette possédant la même distribution (Figure 1.5). Les déplacements de chaque point de mesure sont ainsi suivis tout au long du chargement, après calibration de l'ensemble du système optique (objectif, caméras, éclairage...), le plus souvent grâce à des mesures sur plaques de calibration.

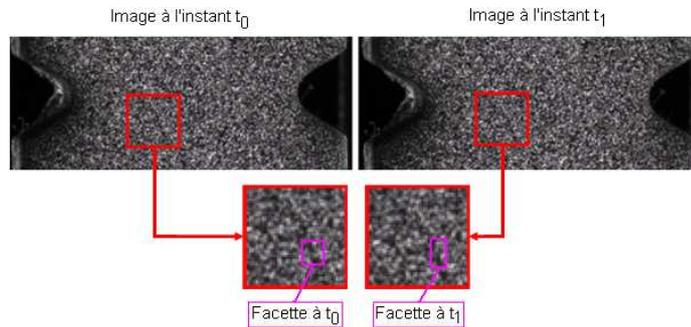


FIGURE 1.5 – Suivi d'une facette du mouchetis en cours d'essai

La méthode est populaire du fait de sa relative simplicité (caméra, lumière blanche, mouchetis). Même si sa sensibilité est inférieure à celle des techniques de speckle (taille du motif plus importante), elle est de l'ordre sub-pixelique et la méthode peut permettre des analyses très fines, comme par exemple l'analyse des déformations entre les plis d'un matériau composite en fibre de carbone dans les travaux de Lecomte-Grosbras *et al.* [45]. Haddadi *et al.* [46] dressent une liste assez complète des différents facteurs pouvant influencer sur les résultats de mesure. Comme bon nombre de techniques optiques, la précision de la mesure issue de corrélations d'image dépend bien entendu de la qualité des images enregistrées. Dans ce cadre, l'éclairage doit rester stable pendant toute la durée de l'enregistrement pour ne pas entraîner de fausses variations de niveaux de gris, ou des saturations, qui perturberaient la corrélation. Les distorsions de l'objectif peuvent aussi nuire à la mesure. Néanmoins, les facteurs les plus pénalisants restent les éventuels déplacements hors-plan. Une solution pour s'en affranchir peut consister en l'utilisation de deux caméras, étalonnées au préalable. On parle alors de stéréocorrélation d'images numériques, qui sera utilisée dans ces travaux. Enfin, les résultats sont bien évidemment sensibles à tous les paramètres affectant la corrélation, comme la taille des facettes ou encore le pas de la grille de mesure, à la qualité du mouchetis et à l'algorithme de corrélation utilisé.

Remarque : Il existe deux grands types de logiciels de corrélation d'images [23] pour lesquels l'utilisateur peut plus ou moins impacter sur l'algorithme de corrélation mis en œuvre. Le premier groupe est celui des logiciels universitaires pour lesquels les utilisateurs ont parfois accès aux sources mais dont les outils de traitement et d'analyse sont limités. On peut citer Correli de l'ENS Cachan [47], 7D du LMéCa d'Annecy, Correla du LMS de Poitiers, CorrelManuV du LMS et de l'École Polytechnique, Kelkins du LMGc de Montpellier, Icasoft de l'INSA de Lyon, etc... Le second groupe est celui des logiciels commerciaux dont les outils de post-traitement et d'analyses sont plus complets. On peut citer Aramis de Gom^e ou encore Vic-3D de Correlated Solution^f. □

Les mesures de champs de déplacements/déformations donnent accès à une information enrichie, permettant de traiter de champs hétérogènes et de localisations. Pour profiter pleinement de ce potentiel dans des problématiques d'identification de lois de comportement, une exploitation des essais de façon statiquement indéterminée est la plus appropriée. Ainsi, aucune hypothèse sur la nature des autres champs mécaniques (notamment des contraintes) n'est nécessaire et l'exploitation de l'essai n'est pas limitée à la gamme de validité de telles hypothèses. En contrepartie, des outils adaptés au traitement de l'information disponible, tant vis-à-vis de sa quantité que de l'absence de connaissances *a priori* sur les contraintes, doivent être développés ou adaptés. Ces outils sont très souvent basés sur des méthodes de type recalage par éléments finis, présentées ci-après.

e. Informations techniques disponibles sur le site <http://www.gom.com/fr/systemes-de-mesure/apercu-systeme/aramis.html>

f. <http://www.correlatedsolutions.com/index.php/products/vic-3d-2010>

1.3.2 Méthodes de recalage par éléments finis

Les techniques de mesures de champs permettent d'acquérir les données en un très grand nombre de points (généralement entre 1 000 et 10 000). Avril *et al.* [48] dressent une liste assez complète des techniques d'identification de paramètres de comportement pouvant être mises en œuvre à partir de mesures de champs de déplacements ou de déformations. Les méthodes de type recalage par éléments finis (ou *Finite Element Model Updating* - *FEMU*) sont les plus répandues. Un modèle aux éléments finis (EF) de l'essai est construit, en appliquant au matériau le modèle de comportement désiré, associé à un jeu de paramètres initial. Le modèle EF est résolu pour un grand nombre de configurations où les paramètres matériau varient itérativement, jusqu'à ce que les grandeurs mécaniques calculées numériquement soient les plus proches possibles des mesures expérimentales. Les méthodes FEMU ne sont donc pas dédiées au traitement de mesures de champs puisque les écarts modélisation-mesures peuvent être calculés en termes d'efforts (méthode FEMU-F [49]) ou d'allongement de la partie utile, par exemple. L'identification se résume alors au problème d'optimisation suivant (cas FEMU-F) :

$$\min_{\vec{X}} \left(F^{EF}(\vec{X}) - F^{Exp} \right) \quad (1.20)$$

avec \vec{X} le vecteur des paramètres à identifier et F^{EF} , F^{Exp} la résultante des efforts calculée par le solveur EF et mesurée expérimentalement, respectivement.

Les paramètres identifiés sont alors ceux qui permettent de retranscrire une réponse modélisée globale du matériau la plus en accord possible avec les observations expérimentales. L'adaptation de ce problème au traitement de mesure de champs (le plus souvent de déplacements) est immédiate. On parle alors de méthode FEMU-U [49, 50], qui consiste à résoudre le problème d'optimisation (1.21), pour tous les points de mesure, i , pour lequel les écarts sont par exemple exprimés au sens des moindres carrés. Généralement, les modèles aux EF sont construits de sorte que les points de mesure correspondent aux nœuds du maillage (points de calcul des déplacements).

$$\min_{\vec{X}} \sqrt{\sum_i \left(u_i^{EF}(\vec{X}) - u_i^{Exp} \right)^2} \quad (1.21)$$

avec u_i le déplacement (calculé ou mesuré) du point de mesure i .

La construction du modèle aux EF nécessite la connaissance précise des conditions aux limites, et en particulier de la répartition précise des efforts sur l'éprouvette. Il faut alors veiller à respecter durant l'essai certaines conditions, comme l'absence de glissement aux mors, par exemple. Le respect de ces conditions réduit la liberté de l'utilisateur dans la définition des essais d'identification et limite l'intérêt du recours à une exploitation statiquement indéterminée. Les résultats d'identification peuvent également être affectés par des biais propres à la simulation EF (problèmes de dépendance au maillage, e.g.).

Meuwissen *et al.* [1] sont les pionniers dans l'application des méthodes FEMU pour la caractérisation de modèles élastoplastiques. Plus récemment, Kajberg *et al.* [51, 2] ont étendu cette approche à l'élasto-viscoplasticité, pour des modèles de Perzyna [52] et de Johnson-Cook [13]. Leur utilisation est par nature liée à la disponibilité dans les solveurs EF des différents modèles de comportement.

Enfin, quelques méthodes alternatives sont brièvement présentées dans les travaux d'Avril *et al.* [48]. Parmi elles, la méthode d'écarts aux équations constitutives (ou *Constitutive Equation Gap Method* - *CEGM*), principalement utilisée pour le traitement de données vibratoires [53], la méthode d'écarts à l'équilibre [54] (ou *Equilibrium Gap Method* - *EGM*) ou encore la méthode d'écarts à la réciprocité [55] (ou *Reciprocity Gap Method* - *RGM*). La CEGM, comme les méthodes FEMU, ne nécessite pas de mesures de champs. En revanche, la RGM requiert des mesures de champs à la frontière de l'éprouvette et l'EGM sur l'ensemble du domaine d'intérêt. Ces deux méthodes peuvent en réalité être considérées comme des applications particulières d'une méthode plus générale d'identification dédiée au traitement de mesures de champs : la Méthode des Champs Virtuels (MCV).

1.3.3 La Méthode des Champs Virtuels

Les atouts et les limites des méthodes de types recalage par éléments finis pour l'identification de paramètres de lois de comportement sont brièvement présentés au paragraphe précédent. En particulier, ces méthodes sont utilisables pour la caractérisation de tout types de modèles de comportement, linéaires ou non, dès lors qu'ils sont implémentés dans un solveur EF. Théoriquement, elles peuvent aussi être appliquées pour caractériser un comportement sous tout types de sollicitations. En pratique, néanmoins, la construction du modèle EF nécessite de connaître très précisément les conditions aux limites, ce qui peut être délicat dès qu'on s'écarte d'essais "standards" bien maîtrisés. Enfin, ces méthodes sont couteuses en temps de calcul, même pour des lois de comportement linéaires, en raison de leur processus itératif. La Méthode des Champs Virtuels apparait alors à la fin des années 1980, grâce aux travaux de Grédiac [3], comme une alternative extrêmement intéressante pour la caractérisation de lois de comportement. Comme les méthodes FEMU, elle est applicable à tout types de modèles. Pour des modèles linéaires, la MCV permet une identification directe et immédiate des paramètres de comportement, pour un matériau isotrope aussi bien qu'anisotrope (c.f. paragraphe 1.3.3.2). Elle ne nécessite donc dans ces cas aucune procédure itérative ce qui permet un gain considérable en termes de coûts de calcul. Surtout, l'application de la MCV, pour des champs virtuels (CV) judicieusement choisis, ne requiert aucune connaissance précise des conditions aux limites appliquées à l'éprouvette. En particulier, la mesure de la résultante des efforts est suffisante et aucune condition spécifique visant à permettre la détermination de leur répartition exacte n'est nécessaire. Les degrés de liberté offerts à l'utilisateur pour la définition des essais sont donc très importants et permettent d'envisager la mise en place de procédures d'identification de plus en plus performantes. En effet, la possibilité de traiter de fortes hétérogénéités des champs mécaniques, tant spatialement que temporellement, permet de grandement enrichir les données. L'identification d'un modèle complet, à grand nombre de paramètres, en un nombre réduit d'essais est alors envisageable.

1.3.3.1 Principe des Travaux Virtuels

La théorie de la MCV repose sur l'écriture du Principe des Travaux Virtuels (PTV), qui est une adaptation, en petites perturbations, du Principe des Puissances Virtuelles, développé par Germain [15] dès 1972, dans le but de traduire l'équilibre mécanique d'un milieu matériel. Dans un référentiel donné, un mouvement virtuel de ce milieu est caractérisé par un champ de vitesse virtuelle, $\vec{v}^*(t)$, à un instant t donné. La puissance virtuelle associée représente le travail par unité de temps mis en jeu par le ou les phénomènes considérés dans ce mouvement donné. L'axiome de l'équilibre stipule alors que pour tout milieu matériel, à chaque instant et pour tout mouvement virtuel, la puissance virtuelle des quantités d'accélération, P_a^* , est égale à la somme des puissances virtuelles des efforts intérieurs, P_{int}^* , et des efforts extérieurs, P_{ext}^* , ce qui permet d'exprimer la loi fondamentale de la Mécanique sous la forme suivante :

$$P_a^* = P_{int}^* + P_{ext}^* \quad (1.22)$$

L'expression du gradient du champ de vitesse virtuelle peut se décomposer selon la relation (1.23) pour définir le tenseur virtuel des taux de déformation, \bar{D}^* , et le tenseur virtuel des taux de rotation, $\bar{\Omega}^*$.

$$grad \vec{v}^* = \underbrace{\frac{1}{2} [grad \vec{v}^* + (grad \vec{v}^*)^T]}_{\bar{D}^*} + \underbrace{\frac{1}{2} [grad \vec{v}^* - (grad \vec{v}^*)^T]}_{\bar{\Omega}^*} \quad (1.23)$$

On suppose ensuite que la puissance virtuelle des efforts intérieurs peut être définie comme l'intégrale sur l'ensemble du volume V du milieu matériel considéré d'une puissance virtuelle volumique décomposable en trois termes en \vec{v}^* , \bar{D}^* et $\bar{\Omega}^*$, associés respectivement à un vecteur $\vec{\tau}$ et à deux tenseurs du second ordre, symétrique, $\bar{\sigma}$ et antisymétrique, $\bar{\Gamma}$ [15], selon la relation suivante :

$$P_{int}^* = - \int_V (\vec{\tau} \cdot \vec{v}^* + \bar{\sigma} : \bar{D}^* + \bar{\Gamma} : \bar{\Omega}^*) dV \quad (1.24)$$

Cette expression est valable pour tout mouvement virtuel, en particulier un mouvement virtuel rigidifiant. L'axiome d'objectivité impose alors $P_{int}^* = 0$. Parmi les mouvements virtuels rigidifiants, on peut considérer le cas particulier d'une translation pure. Alors, $\vec{v}^* = \vec{v}_0$ en tout point du milieu, avec \vec{v}_0 un vecteur constant différent de $\vec{0}$. Alors, $grad \vec{v}^* = 0$, et $\bar{D}^* = \bar{\Omega}^* = 0$. On déduit de la relation (1.24) que $\int_V (\vec{\tau} \cdot \vec{v}^*) dV = 0$, soit $\vec{\tau} = 0$, puisque $v_0 \neq 0$. Pour un mouvement virtuel rigidifiant de rotation pure, on a $\bar{D}^* = 0$ mais $\bar{\Omega}^* \neq 0$. Alors $\int_V (\bar{\Gamma} : \bar{\Omega}^*) dV = 0$. Finalement, la définition de P_{int}^* se simplifie de (1.24) en :

$$P_{int}^* = - \int_V (\bar{\sigma} : \bar{D}^*) dV \quad (1.25)$$

Le tenseur symétrique $\bar{\sigma}$ associé au tenseur virtuel des taux de déformation est le tenseur des contraintes de Cauchy.

Les efforts extérieurs s'exerçant sur le solide se répartissent en deux catégories : les efforts exercés à distance par des systèmes extérieurs, caractérisés par une densité volumique \vec{f} , et les efforts de contact, s'appliquant sur une surface S_f du solide et de densité surfacique \vec{T} . La puissance virtuelle des efforts extérieurs s'exprime donc comme suit :

$$P_{ext}^* = \int_V \vec{f} \cdot \vec{v}^* dV + \int_{S_f} \vec{T} \cdot \vec{v}^* dS \quad (1.26)$$

Enfin, la puissance virtuelle du champ d'accélération, $\vec{\gamma}$, est donnée par :

$$P_a^* = \int_V \rho \vec{\gamma} \cdot \vec{v}^* dV \quad (1.27)$$

Alors, la relation fondamentale de la dynamique (1.22) permet d'écrire :

$$\int_V \rho \vec{\gamma} \cdot \vec{v}^* dV = - \int_V \bar{\sigma} : \bar{D}^* dV + \int_V \vec{f} \cdot \vec{v}^* dV + \int_{S_f} \vec{T} \cdot \vec{v}^* dS \quad (1.28)$$

Dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations, le tenseur des déformations virtuelles, $\bar{\varepsilon}^*$ peut être défini par intégration temporelle du tenseur des taux de déformations virtuelles selon $\bar{\varepsilon}^* = \int \bar{D}^* dt$. D'après la définition de \bar{D}^* et en considérant un champ virtuel de déplacements, \vec{u}^* , tel que $\vec{u}^* = \int \vec{v}^* dt$, l'expression des déformations virtuelles à partir de \vec{u}^* est établie (1.29).

$$\bar{\varepsilon}^* = \frac{1}{2} \left[grad \vec{u}^* + (grad \vec{u}^*)^T \right] \quad (1.29)$$

La réécriture du Principe des Puissances Virtuelles (1.28) en déplacement permet de formuler le Principe des Travaux Virtuels (1.30), qui traduit l'égalité entre le travail virtuel des accélérations et les travaux virtuels des efforts intérieurs et extérieurs. Cette expression est valable pour tout champ virtuel en déplacement (CV) cinématiquement admissible (CA), c'est-à-dire continu sur le volume considéré et nul sur les surfaces éventuelles d'application d'un déplacement réel.

$$\int_V \rho \vec{\gamma} \cdot \vec{u}^* dV = - \int_V \bar{\sigma} : \bar{\varepsilon}^* dV + \int_V \vec{f} \cdot \vec{u}^* dV + \int_{S_f} \vec{T} \cdot \vec{u}^* dS \quad (1.30)$$

Le PTV (1.30) s'applique pour tout milieu matériel, quelles que soient sa géométrie et les sollicitations qu'il subit. En d'autres termes, l'utilisation de la MCV ne comporte aucune restriction théorique. La méthode peut donc théoriquement être utilisée pour caractériser tous les types de modèles de comportement, pour tous les matériaux et à partir de toutes configurations d'essais (géométrie de l'éprouvette et sollicitations imposées), dès lors que le PTV puisse être exprimé. Néanmoins, son utilisation peut être limitée par des considérations pratiques. Par exemple, la mesure des champs mécaniques en 3D est très délicate et encore coûteuse et peu de travaux y sont consacrés. On peut néanmoins citer les travaux d'Avril *et al.* [56] utilisant des mesures de champs 3D, par IRM, pour la caractérisation de paramètres élastiques avec la MCV. En règle générale, l'utilisation de techniques optiques de mesures de champs ne permet d'avoir accès qu'aux champs

de déplacements/déformations sur la surface de l'éprouvette. Pour s'affranchir de l'absence de données dans l'épaisseur, la MCV est alors utilisée en exprimant le PTV (1.30) sous l'hypothèse de contraintes planes. Pour la respecter, des éprouvettes de faibles épaisseurs doivent donc être utilisées.

Un des grands atouts de la MCV est la possibilité d'identifier un modèle de comportement sans avoir à connaître la répartition exacte des efforts surfaciques appliqués sur l'éprouvette. En effet, à condition d'être cinématiquement admissible, n'importe quel CV peut être utilisé pour exprimer le PTV (1.30). Un choix judicieux consiste alors à utiliser des CV colinéaires à la résultante des efforts, \vec{F} , et constants sur la surface d'application, S_f . Alors, la partie correspondante du travail virtuel des efforts extérieurs est grandement simplifiée, puisqu'elle s'exprime directement en fonction de F et de la valeur du CV sur S_f , α . En effet, puisque, sur S_f , $\vec{F} = F \cdot \vec{n} = \int_{S_f} \vec{T} \cdot \vec{n} dS$ et $\vec{u}^* = \alpha \vec{n}$ (α constante), l'expression suivante est obtenue pour le travail virtuel des efforts extérieurs surfaciques :

$$\int_{S_f} \vec{T} \cdot \vec{u}^* dS = \int_{S_f} \left(\vec{T} \cdot \vec{n} \right) \cdot \underbrace{(\vec{u}^* \cdot \vec{n})}_{=\alpha} dS = \alpha F \quad (1.31)$$

La seconde partie du travail virtuel des efforts extérieurs, relative aux efforts volumiques à distance, est généralement négligée dans le processus de la MCV. En effet, ceux-ci restent généralement très faibles devant les forces surfaciques. Néanmoins, leur intégration au processus ne présente pas de difficulté particulière, car \vec{f} est très généralement connu (e.g., poids). Le calcul du travail virtuel des efforts d'accélération peut, en revanche, s'avérer difficile. Dans des conditions d'essais quasi-statiques, le champ d'accélération peut être considéré comme nul à chaque instant de chargement et l'expression du PTV (1.30) se simplifie. Cela n'est plus possible directement dans des conditions d'essais dynamiques. De plus, en dehors de sollicitations très particulières, par exemple de type vibratoires pour lesquelles l'excitation sinusoïdale permet un calcul aisé du champ d'accélération [57, 58], celui-ci n'est généralement pas mesurable précisément. Néanmoins, à l'échelle des éprouvettes utilisées dans ces travaux, de faible masse, la valeur du travail virtuel des accélérations reste très négligeable devant celles des autres travaux (rapport de 10^{-4} , cf. chapitre 3).

Les processus d'identification par la MCV reposent donc dans la très grande majorité des cas sur l'expression simplifiée suivante du PTV :

$$\int_V \bar{\sigma} : \bar{\varepsilon}^* dV = \int_{S_f} \vec{T} \cdot \vec{u}^* dS \quad (1.32)$$

1.3.3.2 La MCV pour les lois de comportements linéaires

L'identification de paramètres de lois de comportement linéaires par la MCV est directe et immédiate. En effet, elle repose sur l'inversion d'un système d'équations linéaires, construites à partir de différentes expressions du PTV (1.32) en utilisant autant de CV cinématiquement admissibles que de paramètres à identifier. Pour illustrer rapidement ce point, considérons un comportement élastique linéaire pour un matériau homogène isotrope. Ce comportement est modélisable par la loi de Hooke (1.2), exprimée ici en contraintes planes dans le plan $(\vec{x}; \vec{y})$. Pour alléger l'écriture, les notations de Voigt sont utilisées. Alors $[\sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \sigma_{xy}]^T = [\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_s]^T$ et $[\varepsilon_{xx}^e \ \varepsilon_{yy}^e \ \varepsilon_{xy}^e]^T = \left[\varepsilon_x^e \ \varepsilon_y^e \ \frac{\varepsilon_s^e}{2} \right]^T$. On pose $Q_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2}$ et $Q_{xy} = \frac{\nu E}{1-\nu^2}$. Q_{xx} et Q_{xy} sont les deux seuls paramètres matériau à identifier pour caractériser complètement le comportement élastique, puisque, selon la loi de Hooke (1.2) :

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & 0 \\ Q_{xy} & Q_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Q_{xx}-Q_{xy}}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x^e \\ \varepsilon_y^e \\ \varepsilon_s^e \end{pmatrix} \quad (1.33)$$

La loi de comportement peut ensuite être intégrée à l'expression du PTV (1.32). Pour simplifier, la surface d'applications des efforts, S_f , est supposée normale à \vec{y} , pour une résultante des efforts, F , orientée selon cet axe. Alors :

$$\left. \begin{aligned} \int_V (Q_{xx} \varepsilon_x^e + Q_{xy} \varepsilon_y^e) \cdot \varepsilon_x^{e*} dV + \int_V (Q_{xy} \varepsilon_x^e + Q_{xx} \varepsilon_y^e) \cdot \varepsilon_y^{e*} dV \\ + \int_V \left(\frac{Q_{xx}-Q_{xy}}{2} \right) \cdot \varepsilon_s^e \cdot \varepsilon_s^{e*} dV = \int_{S_f} T_y \cdot u_y^* dS \end{aligned} \right|$$

Pour un matériau homogène, les rigidités sont constantes sur le volume et peuvent être sorties des intégrales, d'où :

$$Q_{xx} \cdot \int_V \left(\varepsilon_x^e \cdot \varepsilon_x^{e*} + \varepsilon_y^e \cdot \varepsilon_y^{e*} + \frac{\varepsilon_s^e \cdot \varepsilon_s^{e*}}{2} \right) dV + Q_{xy} \cdot \int_V \left(\varepsilon_y^e \cdot \varepsilon_x^{e*} + \varepsilon_x^e \cdot \varepsilon_y^{e*} - \frac{\varepsilon_s^e \cdot \varepsilon_s^{e*}}{2} \right) dV = \int_{S_f} T_y \cdot u_y^* dS \quad (1.34)$$

Une infinité de CV peuvent être utilisés. Aucun déplacement n'étant imposé à l'éprouvette, les conditions d'admissibilité cinématique se réduisent à respecter la continuité des CV sur le volume considéré. Ici, choisissons deux CV très simples : $u^{*(1)} = (x, 0)^T$ et $u^{*(2)} = (0, y)^T$. Les champs virtuels de déformation associés se réduisent chacun à une seule composante non nulle, respectivement $\varepsilon_x^{e*(1)} = 1$ et $\varepsilon_y^{e*(2)} = 1$. Le problème d'identification se résume alors au système linéaire (1.35), pour une surface S_f d'équation $y = L$. Son inversion et donc l'identification des paramètres élastiques à partir des champs de déformation mesuré est alors immédiate.

$$\begin{cases} Q_{xx} \int_V \varepsilon_x^e dV + Q_{xy} \int_V \varepsilon_y^e dV = 0 \\ Q_{xy} \int_V \varepsilon_y^e dV + Q_{xx} \int_V \varepsilon_x^e dV = F.L \end{cases} \quad (1.35)$$

La simplicité d'application de la MCV pour des comportements linéaires est à l'origine de très nombreux travaux sur le sujet, avec des matériaux isotropes mais aussi anisotropes (il suffit alors d'augmenter le nombre d'équation du système (1.35) en choisissant des CV adéquats supplémentaires). En particulier, en élasticité linéaire, les rigidités dans le plan [4] ou en flexion [59, 5] de matériaux anisotropes sont caractérisées avec la MCV avec une très bonne précision. Néanmoins, lorsque le nombre de paramètres augmente, la définition de CV adéquats, permettant de définir suffisamment d'équations linéairement indépendantes et d'exprimer simplement le travail virtuel des efforts extérieurs, peut vite devenir une opération difficile et fastidieuse. Grédiac *et al.* [6] ont alors développé une procédure de construction systématique de CV appropriés, appelés Champs Virtuels Spéciaux (CVS). Les CVS sont définis sur l'ensemble de la zone d'intérêt par exemple sous forme polynômiale (ici en supposant un problème plan, $u_z^* = 0$), selon :

$$\begin{cases} u_x^* = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m a_{ij} \left(\frac{x}{H}\right)^i \left(\frac{y}{L}\right)^j \\ u_y^* = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m b_{ij} \left(\frac{x}{H}\right)^i \left(\frac{y}{L}\right)^j \end{cases} \quad (1.36)$$

avec H et L des dimensions caractéristiques de l'éprouvette dans les directions \vec{x} et \vec{y} respectivement.

La dérivation de ces CVS permet d'exprimer simplement les champs virtuels de déformation, sous forme polynômiale, en fonction des coefficients a_{ij} et b_{ij} . Ceux-ci sont déterminés de sorte que la matrice du système d'identification soit égale à la matrice d'identité. Dans l'exemple précédemment développé d'un matériau isotrope, cela revient à construire deux CVS respectant les conditions suivantes (d'après la relation (1.34)) :

$$\begin{aligned} \text{CVS 1 : pour } Q_{xx} & \begin{cases} \int_V \left(\varepsilon_x^e \cdot \varepsilon_x^{e*(1)} + \varepsilon_y^e \cdot \varepsilon_y^{e*(1)} + \frac{\varepsilon_s^e \cdot \varepsilon_s^{e*(1)}}{2} \right) dV = 1 \\ \int_V \left(\varepsilon_y^e \cdot \varepsilon_x^{e*(1)} + \varepsilon_x^e \cdot \varepsilon_y^{e*(1)} - \frac{\varepsilon_s^e \cdot \varepsilon_s^{e*(1)}}{2} \right) dV = 0 \end{cases} \\ \text{CVS 2 : pour } Q_{xy} & \begin{cases} \int_V \left(\varepsilon_x^e \cdot \varepsilon_x^{e*(2)} + \varepsilon_y^e \cdot \varepsilon_y^{e*(2)} + \frac{\varepsilon_s^e \cdot \varepsilon_s^{e*(2)}}{2} \right) dV = 0 \\ \int_V \left(\varepsilon_y^e \cdot \varepsilon_x^{e*(2)} + \varepsilon_x^e \cdot \varepsilon_y^{e*(2)} - \frac{\varepsilon_s^e \cdot \varepsilon_s^{e*(2)}}{2} \right) dV = 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (1.37)$$

Des conditions supplémentaires sont ensuite imposées aux CVS pour qu'ils soient CA, colinéaires à \vec{F} sur S_f et constants sur cette surface. Alors, après détermination des coefficients a_{ij} et b_{ij} permettant de vérifier l'ensemble de ces conditions, le système d'identification s'écrit simplement :

$$\begin{pmatrix} Q_{xx} \\ Q_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F.U^{(1)} \\ F.U^{(2)} \end{pmatrix}$$

avec $U^{(i)}$ la valeur, constante, du i^{eme} CV sur S_f , telle que $\vec{u}^{*(i)} = U^{(i)} \cdot \vec{n}$ sur S_f . \vec{n} est le vecteur normé dans la direction de la résultante des efforts ($\vec{F} = F \cdot \vec{n}$). L'identification est encore une fois immédiate.

Pour un matériau isotrope, la procédure de construction des CVS peut sembler lourde à mettre en œuvre pour déterminer uniquement deux paramètres. Néanmoins, même pour ce comportement très simple, l'utilisation de CVS peut permettre d'augmenter la précision et la robustesse de l'identification par la MCV [60, 61]. En particulier, la construction des CVS peut intégrer des critères permettant de réduire la sensibilité au bruit de mesures [62].

Enfin, certaines études s'intéressent à l'utilisation de la MCV pour la détection de l'endommagement dans des matériaux composites, dans le cadre de lois constitutives linéaires. Ainsi, l'objet des travaux de Kim *et al.* [11] est de localiser et de quantifier l'endommagement de plaques composites, en supposant l'état vierge parfaitement caractérisé, grâce à la détection de la réduction des rigidités par la MCV. Chahal *et al.* [12] utilisent également la MCV pour caractériser une réduction de rigidité, modélisant de façon très simple l'endommagement d'un matériau composite. Ainsi, la rigidité Q_{ss} est diminuée, selon la relation $\sigma_s = Q_{ss}\varepsilon_s - c \cdot Q_{ss}\varepsilon_s^3$, avec les notations de Voigt (c constante). Avec cette relation, le processus de la MCV pour les modèles linéaires est utilisé avec des CVS. La réduction de rigidité est correctement identifiée.

1.3.3.3 La MCV pour les lois de comportements non-linéaires

Les très bonnes performances de la MCV pour l'identification de modèles de comportement linéaires incite à étendre son utilisation à la caractérisation de modèles non-linéaires. Dans ce cadre, aucune relation ne permet de calculer directement les champs de contraintes en fonction des déformations mesurées. Pour résoudre le PTV (1.32), il faut donc inclure dans le processus de la MCV un outil permettant le calcul des champs de contraintes, en fonction des déformations mesurées, pour le modèle de comportement choisi associé à un jeu de paramètres, \vec{X} . Ces contraintes sont utilisées pour calculer le travail virtuel des efforts intérieurs, $w_{int}^* = \int_V \bar{\sigma}(\vec{X}) : \bar{\varepsilon}^* dV$, associé au CV choisi. Alors, une fonction-coût peut être définie pour exprimer les écarts au PTV (1.32). La relation (1.38) donne un exemple de fonction-coût ainsi définie au sens des moindres carrés.

$$\varphi(\vec{X}) = \left(\frac{w_{int}^* - w_{ext}^*}{w_{ext}^*} \right)^2 \quad (1.38)$$

avec $w_{ext}^* = \int_{S_f} \vec{T} \cdot \vec{u}^* dS$.

Un premier calcul utilise un jeu de paramètres initiaux, \vec{X}_0 , pour calculer φ . Un processus itératif d'optimisation est ensuite utilisé pour faire varier ces paramètres jusqu'à atteindre le minimum global de la fonction φ . En effet, par définition et conformément au respect du PTV (1.32), φ est théoriquement nulle (minimum global) pour les valeurs "réelles" des paramètres matériau. La Figure 1.6 illustre le principe de ce processus itératif. On peut souligner que dans ce processus, la définition d'un seul CV est suffisante. Enfin, la fonction-coût peut être définie à partir de plusieurs cartographies de déformations, enregistrées à différents stades du chargement.

Les études portant sur la caractérisation de lois constitutives non-linéaires par la MCV s'intéressent en très grande majorité à des modèles élastoplastiques et utilisent des CV simples [7, 8, 9]. L'identifiabilité par la MCV de lois d'érouissage isotrope simples, notamment de type Prandtl-Reuss pour un érouissage linéaire (i.e. $\sigma_y = \sigma_0 + K\alpha$, avec les notations du paragraphe 1.1) a ainsi été démontrée. Pannier *et al.* [63] ont étendu l'application de la méthode à la caractérisation d'un érouissage isotrope non-linéaire de Voce (i.e. $\sigma_y = \sigma_0 + R_0\alpha + R_\infty [1 - \exp(-b\alpha)]$). Enfin, définir une procédure de construction de CV particuliers, similairement à celle des CVS, est impossible en non-linéaire. Néanmoins, certaines études [64, 65] visent à transposer dans un cadre non-linéaire les techniques de sélection appliquées aux CVS pour diminuer la sensibilité des résultats aux bruits. Elles définissent alors des Champs Virtuels dits Optimisés (CVO), appliqués

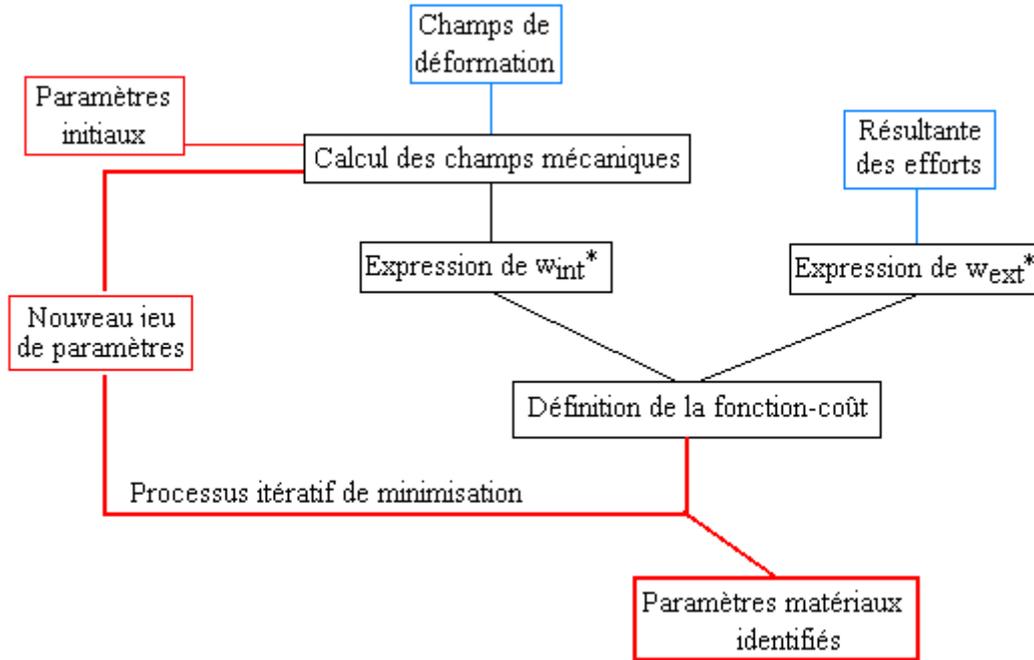


FIGURE 1.6 – Schéma itératif de la MCV pour la caractérisation de modèles de comportement non-linéaires pour caractériser des modèles élastoplastiques intégrant un écrouissage cinématique.

La caractérisation de modèles élastoplastiques à écrouissages linéaires par la MCV s'avère donc plutôt performante. Néanmoins, peu d'études se sont encore intéressées à la caractérisation de modèles de comportement plastiques fortement non-linéaires, à l'exception de Pannier *et al.* pour un modèle de Voce [63]. De plus, aucune ne concerne, à la connaissance de l'auteur, le traitement de modèles d'endommagement ductiles^g. Enfin, toutes ces applications considèrent des conditions de chargement quasi-statiques. En dehors du cas très particulier des études de plaques en vibrations de Giraudeau *et al.* [57, 58], aucune étude ne semble avoir traité de problème d'identification sous des chargements dynamiques. Une des raisons principales peut être l'absence de développement de la MCV pour la caractérisation de comportements dépendants du temps. Ainsi, à l'écriture de ces lignes, il semble qu'une seule étude extérieure se soit intéressée aux cas de modèles viscoplastiques. Avril *et al.* [10] ont reformulé le problème inverse d'identification par la MCV en y intégrant une dépendance temporelle. En particulier, le calcul des contraintes repose sur un schéma incrémental temporel implicite d'Euler, entre deux instants d'enregistrement des cartographies de déformations. L'identification des paramètres d'écrouissage et de l'exposant de sensibilité à la vitesse de déformation d'un modèle de Perzyna [52] est testée. La limite initiale d'élasticité est identifiée assez précisément à partir de résultats expérimentaux. En revanche, les valeurs identifiées des autres paramètres sont très différentes des valeurs de référence attendues. L'apparition dans le matériau d'effets de localisation non pris en compte par le modèle de Perzyna est l'explication proposée par les auteurs pour expliquer ces différences.

Cette étude ne permet donc pas réellement de juger du potentiel de la MCV pour des cas viscoplastiques. Néanmoins, elle permet de souligner à nouveau qu'en matière de caractérisation du comportement de matériaux, la première difficulté reste le choix d'un modèle adapté. Ainsi, l'évaluation de la performance d'une méthode d'identification ne doit pas être découplée d'une évaluation de la pertinence de la modélisation.

g. Les travaux sur l'endommagement concernent uniquement la détection de réduction de rigidités dans un cadre constitutif linéaire (cf paragraphe 1.3.3.2)

1.4 Bilan du chapitre 1

Ce premier chapitre présente, à travers quelques exemples, le schéma général d'évolution du comportement des matériaux, de leur déformation élastique jusqu'à rupture, en passant par une phase de déformation irréversible (plastique ou viscoplastique) et/ou d'endommagement. De nombreux facteurs, microstructuraux ou environnementaux (e.g., température ou vitesse de déformation), peuvent influencer les comportements matériaux. Les modèles de comportement sont donc à adapter au matériau considéré, bien entendu, mais aussi aux types de sollicitations qu'il subit. Alors, un nombre plus ou moins importants de paramètres, propriétés intrinsèques du matériau considéré, doivent être identifiés pour permettre le calcul de la réponse structurale selon le modèle retenu.

Les procédures classiques d'identification, reposant sur une exploitation statiquement déterminée d'essais mécaniques, sont généralement délicates à mettre en œuvre, car fortement normalisées. De plus, elles peuvent être coûteuses car un nombre important d'essais est généralement requis pour identifier plusieurs paramètres. Enfin, la gamme de validité du comportement ainsi identifié est limitée par le respect des hypothèses de staticité. En particulier, celles-ci sont violées dès l'apparition de phénomènes de localisations dans le matériau et l'étude du comportement en grandes déformations est alors impossible. À l'inverse, une exploitation statiquement indéterminée des essais ne considère aucune hypothèse sur la nature des champs mécaniques. Les restrictions habituelles liées au respect de telles hypothèses de staticité peuvent alors être dépassées, ce qui permet de traiter de champs hétérogènes et ainsi de grandement enrichir l'information extraite de l'essai.

Pour analyser cette information, des outils doivent être développés qui ne reposent pas sur une connaissance *a priori* des champs de contraintes. Les méthodes de recalage par éléments finis sont ainsi fréquemment utilisées. Néanmoins, la Méthode des Champs Virtuels constitue une alternative très intéressante. En particulier, sa mise en œuvre est facilitée par rapport aux méthodes de recalage car elle ne nécessite pas de connaître précisément les conditions aux limites appliquées à l'éprouvette. Reposant sur le Principe du Travaux Virtuels, la MCV est en théorie applicable pour l'identification de tous types de modèles de comportement. De nombreux travaux ont montré que la MCV permet une identification robuste et précise de paramètres de lois de comportement linéaires, de même que de lois d'écrouissage en plasticité. Enfin, une première approche dans le traitement de la viscoplasticité n'a pas révélé de freins à l'extension de cette méthode pour traiter de tels comportements. Néanmoins, le traitement par la MCV de modèles viscoplastiques complets nécessite encore de nombreux développements.

Ces résultats très encourageants incitent alors à poursuivre les travaux pour étendre l'application de la MCV à la caractérisation de modèles de comportement plus complexes. Dans ces travaux de thèse, l'objectif est ainsi de parvenir à identifier le comportement viscoplastique (modèle de Johnson-Cook [13]) d'un matériau (alliage de Titane) soumis à des sollicitations en dynamique rapide, grâce à la MCV, en un nombre réduit d'essais mécaniques.

Pour y parvenir, l'applicabilité de la MCV pour la caractérisation de lois d'écrouissage fortement non-linéaires, en plasticité puis en viscoplasticité doit être étudiée. Cette première étape, utilisant des données simulées numériquement, fait l'objet du deuxième chapitre de ce mémoire. L'analyse des résultats obtenus a ensuite permis d'étendre les travaux au cas du modèle viscoplastique de Johnson-Cook, toujours à partir de données numériques (chapitre 3). D'autres problématiques ont ainsi pu être soulevées, améliorant les connaissances quant au fonctionnement de la MCV pour ce type de modèles de comportement. Finalement, le chapitre 4 présente les résultats obtenus à partir de champs de déformations mesurés par stéréo-corrélation d'images numériques. La possibilité de caractériser par la MCV un modèle couplé plasticité-endommagement de type Lemaitre [14] constitue un autre axe de ces travaux, présenté au chapitre 5.

Chapitre 2

Caractérisation de modèles de comportement fortement non-linéaires par la MCV

Ce chapitre 2 présente une première étape du développement de la Méthode des Champs Virtuels dans l'objectif à terme d'une caractérisation de modèles viscoplastiques complets (de type Johnson-Cook [13]) et de modèles couplés plasticité - endommagement de Lemaitre [14]. Pour cela, il est tout d'abord nécessaire de mettre en place les outils permettant d'utiliser la MCV pour l'identification de paramètres matériaux en plasticité de von Mises (ou J_2 -plasticité) à écrouissages fortement non-linéaires. Ainsi, les travaux existants pour le traitement de lois d'écrouissage isotrope linéaire (en particulier ceux de Blanchard et al. [23, 9]) sont étendus à la prise en compte d'un écrouissage cinématique de Prager [15], puis à un écrouissage isotrope non-linéaire de Prandtl-Reuss [15] en loi puissance. Le choix de ce modèle se justifie dans le sens où il correspond à la partie "statique" (i.e., valable à faible vitesse de déformation) du modèle viscoplastique de Johnson-Cook. En J_2 -plasticité, les équations constitutives étant non-linéaires, l'utilisation de la MCV requiert le développement d'outils adaptés pour calculer les champs mécaniques intervenant dans l'expression du Principe des Travaux Virtuels. Une originalité de ces travaux consiste à développer pour cela des algorithmes à retour radial dont le schéma, présenté au paragraphe 2.2.1, permet de considérer un grand nombre de modèles de comportement en J_2 -plasticité. Ainsi, la MCV peut être testée pour la caractérisation de ces modèles. L'analyse des résultats permet de mettre en évidence certaines problématiques, propres à la MCV ou, de façon plus générale, à l'identification de comportements matériaux.

Dans ce chapitre, la MCV est testée à partir de champs de déformations simulés numériquement, grâce à la résolution de modèles aux éléments finis d'éprouvettes de géométries simples. Ainsi, les développements de la méthode sont décorrélés des biais pouvant être rencontrés lors du traitement de données expérimentales, comme le bruit. De plus, l'utilisation de données numériques permet de s'affranchir des problématiques d'adéquation entre la modélisation et le comportement réel. En particulier, les différents types d'écrouissage (isotrope et cinématique) peuvent être découplés et successivement considérés, ce qui serait impossible expérimentalement.

En préambule, à titre d'illustration de la simplicité d'utilisation et de l'efficacité de la MCV pour des lois linéaires, des paramètres élastiques sont d'abord identifiés en utilisant des champs virtuels simples et des champs virtuels spéciaux (CVS).

2.1 La MCV pour l'élasticité linéaire

Comme abordé au chapitre 1, l'utilisation de la MCV pour la caractérisation de modèles de comportement linéaires, en particulier élastiques, repose sur la simple résolution d'un système d'équations linéaires, construites à partir du Principe des Travaux Virtuels simplifié (1.32), dont on rappelle l'expression :

$$\int_V \bar{\sigma} : \bar{\varepsilon}^* dV = \int_{S_f} \vec{T}_i \cdot \vec{u}^* dS \quad (2.1)$$

Pour illustrer cette simplicité de mise en œuvre, quelques exemples sont proposés pour débiter ce chapitre.

Considérons en premier lieu une éprouvette carrée, de 10 mm de côté, soumise à un chargement de traction uniaxial, selon l'axe \vec{y} , comme illustré sur la Figure 2.1. Son modèle aux éléments finis (MEF) est résolu par le code ZéBuLoN^a, sous l'hypothèse de contraintes planes dans le plan $(\vec{x}; \vec{y})$. L'épaisseur de l'éprouvette est uniforme et reste égale à 1 mm. Des éléments à 4 nœuds, de taille de maille 0.5 mm et à 9 points d'intégration dans le plan de l'élément sont utilisés. Le comportement du matériau, supposé élastique isotrope, suit la loi de Hooke (1.33), avec un module d'Young, E , de 71 000 MPa et un coefficient de Poisson, ν de 0.3 (matériau de type alliage d'aluminium). En introduisant les deux paramètres de rigidités correspondant, $Q_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2}$ et $Q_{xy} = \nu Q_{xx}$, et en supposant un matériau homogène, l'expression du PTV (2.1) peut être développée comme suit, avec les notations de Voigt^b :

$$Q_{xx} \int_V \left[\varepsilon_x \varepsilon_x^* + \varepsilon_y \varepsilon_y^* + \frac{1}{2} \varepsilon_s \varepsilon_s^* \right] dV + Q_{xy} \int_V \left[\varepsilon_y \varepsilon_x^* + \varepsilon_x \varepsilon_y^* - \frac{1}{2} \varepsilon_s \varepsilon_s^* \right] dV = \sum_i \int_{S_{f_i}} \vec{T}_i \cdot \vec{u}^* dS \quad (2.2)$$

Avec S_{f_i} les surfaces d'applications des efforts de vecteurs contraintes \vec{T}_i .

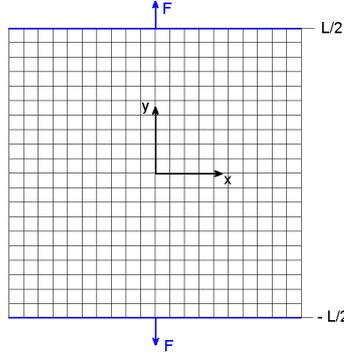


FIGURE 2.1 – Eprouvette carrée

Pour identifier les deux paramètres Q_{xx} et Q_{xy} , la MCV est utilisée dans un premier temps avec deux CV simples. L'absence de déplacement imposé sur l'éprouvette réduit les conditions d'admissibilités cinématiques à la simple continuité des CV sur V . Néanmoins, pour pouvoir calculer le travail virtuel des efforts extérieurs (terme de droite de la relation (2.2)) à partir des seules résultantes des efforts, F_i , les CV sont choisis colinéaires à F_i sur les surfaces S_{f_i} (i.e. en $y = L/2$ et $y = -L/2$, Figure 2.1). Des exemples de CV répondant à ces critères sont :

$$u^{*1} = \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad u^{*2} = \begin{pmatrix} x \left(y + \frac{L}{2} \right) \left(y - \frac{L}{2} \right) \\ 0 \end{pmatrix}$$

a. Code de calcul développé par l'École des Mines de Paris en partenariat avec l'ONERA. ZéBuLoN utilise un schéma d'intégration temporelle implicite.

b. On rappelle qu'avec les notations de Voigt $[\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_s]^T = [\sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \sigma_{xy}]^T$ et $[\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_s]^T = [\varepsilon_{xx} \ \varepsilon_{yy} \ 2\varepsilon_{xy}]^T$.

Les déformations virtuelles associées s'expriment simplement par dérivation de ces CV :

$$\begin{cases} \varepsilon_x^{*1} = 0 \\ \varepsilon_y^{*1} = 1 \\ \varepsilon_s^{*1} = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \varepsilon_x^{*2} = \left(y + \frac{L}{2}\right) \left(y - \frac{L}{2}\right) \\ \varepsilon_y^{*2} = 0 \\ \varepsilon_s^{*2} = 2xy \end{cases}$$

Leur introduction dans l'expression du PTV (2.2) conduit aux deux équations linéaires suivantes :

$$\begin{cases} Q_{xx} \int_V \varepsilon_y dV + Q_{xy} \int_V \varepsilon_x = F \frac{L}{2} + (-F) \left(\frac{-L}{2}\right) = FL \\ Q_{xx} \int_V \left[\varepsilon_x \left(y + \frac{L}{2}\right) \left(y - \frac{L}{2}\right) + \varepsilon_s xy\right] dV + Q_{xy} \int_V \varepsilon_y \left(y + \frac{L}{2}\right) \left(y - \frac{L}{2}\right) dV = 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

La résolution de ce système est immédiate. Pour une valeur d'effort correspondant à un déplacement imposé de $2.5 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$ (i.e. 1.82 kN , d'après les résultats de la simulation numérique), les valeurs identifiées sont respectivement de $78 \ 078 \text{ MPa}$ et $23 \ 524 \text{ MPa}$ pour Q_{xx} et Q_{xy} (écarts relatifs de 0.007% et 0.5% par rapport aux valeurs de référence du MEF). Les valeurs de E et ν calculées à partir des rigidités identifiées sont de $70 \ 990 \text{ MPa}$ et 0.3013 . Le comportement élastique linéaire isotrope est donc parfaitement caractérisé par la MCV.

Avec cette géométrie d'éprouvette très simplifiée, et pour un comportement isotrope ne comportant que deux paramètres, le choix des CV reste simple. Pour des géométries plus complexes et/ou lorsque le comportement devient orthotrope^c, avec 4 paramètres à identifier, la construction de 4 CV adéquats est plus délicate. Considérons par exemple une éprouvette perforée en son centre, dont le comportement matériau, supposé élastique linéaire orthotrope, suit la loi de Hooke (2.4).

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & 0 \\ Q_{xy} & Q_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{ss} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_s \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Un quart de cette éprouvette est modélisé avec le code aux éléments finis ZéBuLoN. Des conditions de symétrie sont alors appliquées aux frontières, telles que $u_x(M) = 0 \forall M(0, y)$ et $u_y(M) = 0 \forall M(x, 0)$ (Figure 2.2). Des éléments à 4 nœuds et 9 points d'intégration dans le plan de l'élément sont utilisés avec une taille de maille moyenne de 0.5 mm . La résolution utilise toujours une hypothèse de contraintes planes. L'éprouvette subit un chargement de traction uniaxial de résultante F_y , appliqué sur la surface supérieure $y = L$. L'identification utilise la valeur de l'effort correspondant à un déplacement imposé de $3 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$ (i.e. 411 N).

Pour identifier les 4 rigidités, Q_{xx} , Q_{yy} , Q_{xy} et Q_{ss} , de la loi de Hooke (2.4), 4 CV doivent être déterminés pour construire le système d'identification à partir de l'expression du PTV (2.1). Pour être cinématiquement admissibles, ces 4 CV doivent être continus et respecter les conditions supplémentaires imposées par l'utilisation de symétries, à savoir :

- $u_x^* = 0$ aux points d'abscisse nulle,
- $u_y^* = 0$ aux points d'ordonnée nulle.

Enfin, pour pouvoir calculer le travail virtuel des efforts extérieurs directement à partir de F_y , on impose, pour chacun des 4 CV, $u_x^* = 0$ et $u_y^* = c^{ste}$ sur S_f , définie ici par $y = L$. Un exemple de CV déterminés "à la main" et respectant ces conditions est donné ci-après (2.5).

$$u^{*1} = \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}, \quad u^{*2} = \begin{pmatrix} 0 \\ xy(y-L) \end{pmatrix}, \quad u^{*3} = \begin{pmatrix} xy(y-L) \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad u^{*4} = \begin{pmatrix} xy(y-L) \\ y^2 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Les champs de déformations virtuelles associés sont obtenus par dérivation des CV (2.5). Leur introduction dans l'expression développée du PTV (2.6), pour ce comportement (matériau homogène), permet de construire

^c. On rappelle que les cas de matériaux complètement anisotropes sont traitables par la MCV mais sont difficilement appréhendables par mesures de champs, d'où l'hypothèse de contraintes planes considérée tout au long de ces travaux.

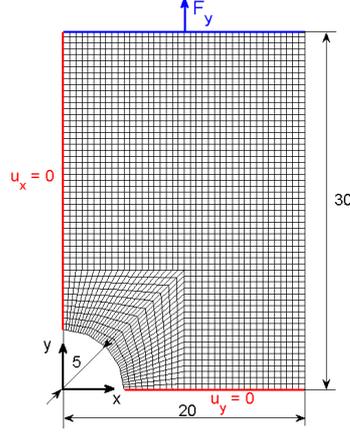


FIGURE 2.2 – Quart de l'éprouvette perforée

le système linéaire d'identification par la MCV (2.7). La difficulté principale dans le choix des CV est d'aboutir à un système d'équations linéairement indépendantes.

$$Q_{xx} \int_V \varepsilon_x \varepsilon_x^* dV + Q_{yy} \int_V \varepsilon_y \varepsilon_y^* dV + Q_{xy} \int_V [\varepsilon_x \varepsilon_y^* + \varepsilon_y \varepsilon_x^*] dV + Q_{ss} \int_V \varepsilon_s \varepsilon_s^* dV = \int_{S_f} \vec{T} \cdot \vec{u}^* dS \quad (2.6)$$

$$\begin{cases} Q_{yy} \int_V \varepsilon_y dV + Q_{xy} \int_V \varepsilon_x dV = F_y L \\ Q_{yy} \int_V (2xy - xL) \varepsilon_y dV + Q_{xy} \int_V (2xy - xL) \varepsilon_x dV + Q_{ss} \int_V y(y-L) \varepsilon_s dV = 0 \\ Q_{xx} \int_V y(y-L) \varepsilon_x dV + Q_{xy} \int_V y(y-L) \varepsilon_y dV + Q_{ss} \int_V (2xy - xL) \varepsilon_s dV = 0 \\ Q_{xx} \int_V y(y-L) \varepsilon_x dV + Q_{yy} \int_V 2y \varepsilon_y dV + Q_{xy} \int_V [2y \varepsilon_x + y(y-L) \varepsilon_y] dV \\ \quad + Q_{ss} \int_V (2xy - xL) \varepsilon_s dV = F_y L^2 \end{cases} \quad (2.7)$$

L'inversion du système linéaire (2.7) est immédiate. Les écarts relatifs entre les valeurs des rigidités identifiées et leur valeur de référence sont respectivement de 0.16 %, 0 % (valeur exacte identifiée), $-6.7 \cdot 10^{-3}$ % et -2.26 % pour Q_{xx} , Q_{yy} , Q_{xy} et Q_{ss} .

Pour s'affranchir du choix délicat des CV, des champs virtuels spéciaux (CVS) peuvent être déterminés selon une procédure systématique [6]. Dans ces travaux, des tests sont menés avec des CVS construits selon le modèle polynômial (1.36) présenté au chapitre 1, soit, pour un problème dans le plan $(\vec{x}; \vec{y})$:

$$\begin{cases} u_x^* = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m a_{ij} \left(\frac{x}{H_0}\right)^i \left(\frac{y}{L_0}\right)^j \\ u_y^* = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m b_{ij} \left(\frac{x}{H_0}\right)^i \left(\frac{y}{L_0}\right)^j \end{cases} \quad (2.8)$$

avec H_0 et L_0 des dimensions caractéristiques de l'éprouvette dans les directions \vec{x} et \vec{y} , respectivement.

Le principe de construction des CVS est de déterminer les coefficients a_{ij} et b_{ij} pour que les CVS soient cinématiquement admissibles (la continuité étant d'ores et déjà vérifiée grâce aux propriétés des polynômes), mais aussi pour que le système d'identification ait une matrice égale à la matrice identité. Les CVS, construits pour l'identification de chaque rigidité, doivent alors respecter les conditions regroupées dans le Tableau 2.1 ci-après.

Au final, l'identification des rigidités élastiques par la MCV avec CVS revient alors à résoudre le système

CVS construit pour identifier :	Conditions à respecter			
	$\int_V \varepsilon_x \varepsilon_x^* dV$	$\int_V \varepsilon_y \varepsilon_y^* dV$	$\int_V [\varepsilon_x \varepsilon_y^* + \varepsilon_y \varepsilon_x^*] dV$	$\int_V \varepsilon_s \varepsilon_s^* dV$
Q_{xx}	= 1	= 0	= 0	= 0
Q_{yy}	= 0	= 1	= 0	= 0
Q_{xy}	= 0	= 0	= 1	= 0
Q_{ss}	= 0	= 0	= 0	= 1

TABLE 2.1 – Conditions à respecter pour la construction de chaque CVS

linéaire suivant :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_{xx} \\ Q_{yy} \\ Q_{xy} \\ Q_{ss} \end{pmatrix} = \sum_k \begin{pmatrix} U_k^{xx} \\ U_k^{yy} \\ U_k^{xy} \\ U_k^{ss} \end{pmatrix} F_k \quad (2.9)$$

où U_k^{ij} est la valeur du CVS construit pour l'identification de Q_{ij} sur la surface S_{f_k} , sur laquelle s'applique les efforts de résultante F_k .

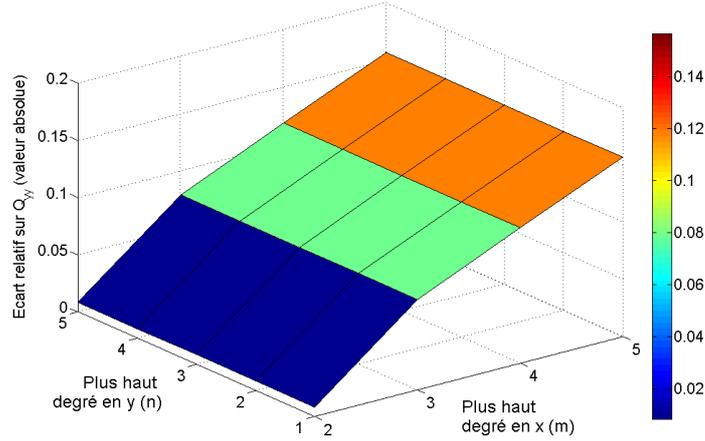
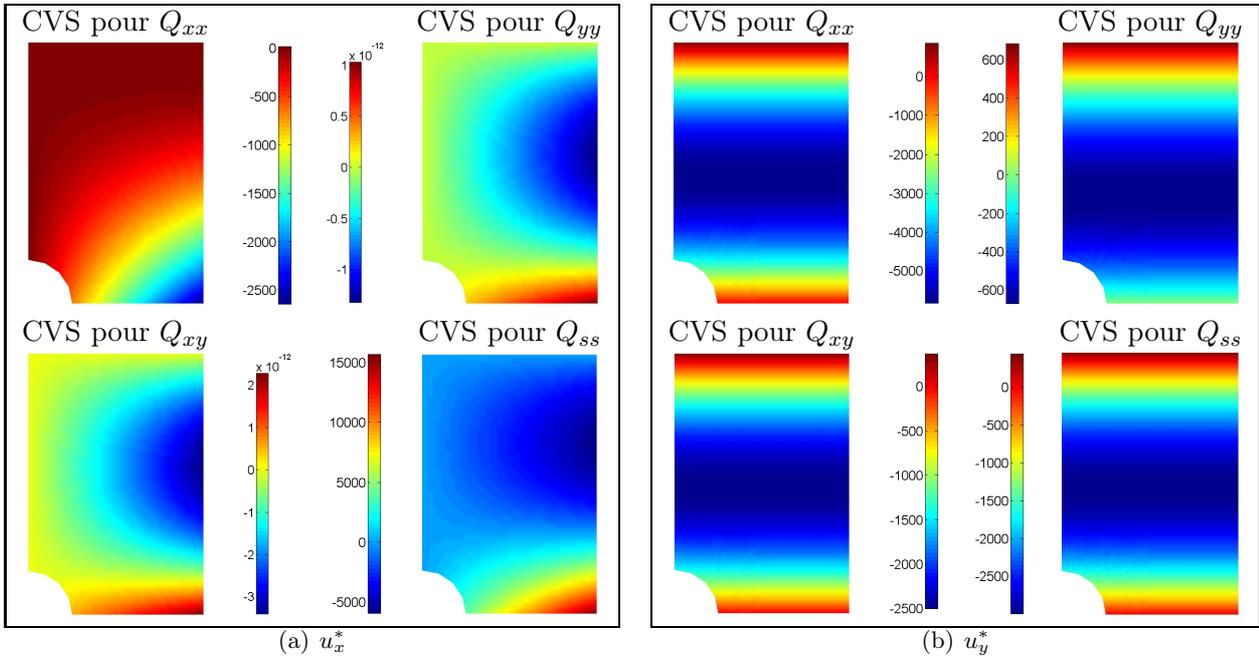
L'identification par la MCV avec CVS est appliquée au cas de l'éprouvette perforée en son centre (Figure 2.2), dont le comportement matériau est toujours supposé élastique linéaire orthotrope. Le MEF conserve les mêmes caractéristiques que précédemment. Les CVS sont construits selon le modèle polynomial (2.8) et répondent aux conditions du Tableau 2.1. Des conditions supplémentaires, identiques à celles imposées aux CV simples, doivent être respectées pour que les CVS soient cinématiquement admissibles, à savoir :

- $u_x^* = 0$ aux points d'abscisse nulle,
- $u_y^* = 0$ aux points d'ordonnée nulle.

Enfin, pour pouvoir calculer le travail virtuel des efforts extérieurs directement à partir de F_y , on impose toujours $u_x^* = 0$ et $u_y^* = c^{ste}$ sur S_f ($y = L$). Au cours des tests, les degrés m (en x) et n (en y) (2.8) varient de 1 à 5. Les résultats d'identification présentent une grande dépendance au choix de ces degrés. En particulier, les CVS déterminés pour un plus haut degré en y , m , égal à 1 conduisent à des valeurs de paramètres identifiés proches de zéro. En réalité, il n'existe pas de CVS permettant de respecter toutes les conditions imposées pour cette valeur de m . Alors, un certain nombre des coefficients polynomiaux sont fixés arbitrairement à zéro au cours de la résolution du système (2.8). La Figure 2.3 donne un exemple d'influence des degrés polynomiaux m et n sur les valeurs identifiées de Q_{yy} (le cas $m = 1$ est supprimé pour une meilleure lisibilité). Les meilleurs résultats d'identification par inversion du système (2.9) sont obtenus avec des CVS de plus haut degré 1 en x et 2 en y , dont la Figure 2.4 présente l'allure. On peut remarquer que ces degrés polynomiaux correspondent à ceux des CV simples construits par tâtonnement. Les écarts relatifs sur les rigidités identifiées avec CVS sont de $-1.89 \cdot 10^{-2} \%$, $8.5 \cdot 10^{-3} \%$, $-4.2 \cdot 10^{-3} \%$ et -0.22% pour Q_{xx} , Q_{yy} , Q_{xy} et Q_{ss} , respectivement.

Remarque : L'allure des champs virtuels n'a pas à être cohérente avec celle des champs réels, comme on peut le voir en comparant les Figures 2.4 et 2.5. En particulier, les champs virtuels n'ont pas à rendre compte des éventuelles hétérogénéités des champs réels mais doivent uniquement respecter les conditions d'admissibilité cinématique pour que le PTV (2.1) soit respecté. \square

Ces quelques cas illustratifs démontrent la simplicité de la mise en œuvre de la MCV pour la caractérisation de lois linéaires, en particulier en élasticité. L'utilisation de CVS permet de simplifier encore la démarche pour un nombre élevé de paramètres à identifier. Les résultats obtenus pour un matériau orthotrope sont révélateurs de l'importance du choix des conditions de chargement. En effet, bien que tout à fait acceptables, les erreurs commises sur les rigidités Q_{xx} et Q_{ss} sont toujours supérieures à celles commises sur Q_{yy} et Q_{xy} . L'explication principale vient d'une implication déséquilibrée de ces paramètres dans la réponse structurale. En effet, au

FIGURE 2.3 – Influence des degrés des CVS sur l'identification de Q_{yy} FIGURE 2.4 – CVS construits pour identifier les 4 paramètres élastiques ($n = 1, m = 2$)

cours du chargement de traction selon \vec{y} , la contrainte σ_y est prépondérante devant les autres composantes de $\vec{\sigma}$. Une erreur sur les paramètres Q_{yy} et Q_{xy} pilotant son évolution a donc un impact non négligeable, ce qui facilite leur identification. Au contraire, le paramètre Q_{ss} n'influence que la valeur de σ_s qui reste négligeable. De même, devant les faibles valeurs de ε_x , la valeur de $\sigma_x = Q_{xx}\varepsilon_x + Q_{xy}\varepsilon_y$ dépend très peu de Q_{xx} . Pour une identification précise de chaque paramètre de comportement, les conditions d'essais doivent donc être définies pour permettre leur implication de façon la plus équilibrée possible dans la réponse du matériau. Cette observation est commune à l'ensemble des techniques d'identification, dont la MCV. Elle est d'autant plus importante que les modèles de comportement se complexifient et elle devra être prise en considération tout au long du paragraphe suivant, traitant de la J_2 -plasticité.



FIGURE 2.5 – Déplacements calculés par le code EF en fin de chargement de traction-compression

2.2 La MCV pour la J_2 -plasticité

L'identification par la MCV de modèles de comportement non-linéaires ne peut plus reposer sur la simple inversion d'un système linéaire. En effet, les composantes des contraintes utilisées pour exprimer le PTV (2.1) ne s'expriment plus directement en fonction des déformations mesurées. Dans ces travaux, les champs de contraintes sont donc calculés par l'intermédiaire d'algorithmes à retour radial, développés pour chacun des modèles de comportement considérés. Ce chapitre s'intéresse au cas de la J_2 -plasticité, pour différents types d'écouissements.

2.2.1 Algorithmes à retour radial pour le calcul des champs mécaniques en J_2 -plasticité

2.2.1.1 Implémentations

La théorie de la J_2 -plasticité (ou plasticité de von Mises) a été présentée au chapitre 1. Seuls quelques éléments nécessaires à la compréhension du schéma des algorithmes sont donc rappelés ici, avec les mêmes notations.

Les schémas des algorithmes à retour radial implémentés dans ces travaux se basent sur ceux développés par Simo et Hughes [66]. En particulier, les équations générales de la plasticité tridimensionnelle sont adaptées ici à un problème de contraintes planes. Un schéma d'intégration temporelle implicite d'Euler est utilisé. Il permet de calculer l'ensemble des grandeurs à l'incrément $n + 1$ à partir de leurs valeurs connues à l'état n , selon la relation générale $x_{n+1} = x_n + \Delta x$.

Des modèles de comportement non-endommageables sont considérés dans ce chapitre. La déformation plastique cumulée, α , est donc assimilée à la variable d'écouissement isotrope, r . Dans un premier temps, les algorithmes à retour radial sont implémentés pour des écouissements isotrope (2.10) et cinématique (2.11) linéaires.

$$R(\alpha) = \sigma_0 + K\alpha \quad (2.10)$$

$$\frac{d\bar{\beta}}{dt} = \frac{2}{3}H \frac{d\bar{\varepsilon}^p}{dt} \quad (2.11)$$

avec $\bar{\beta}$ la variable d'écouissement cinématique et $\bar{\varepsilon}^p$ la déformation plastique. σ_0 , K et H sont des paramètres matériaux, respectivement la limite initiale d'élasticité et les modules d'écouissement isotrope et cinématique. Pour simplifier les notations, on pose :

$$\bar{\xi} = \bar{\sigma} - \bar{\beta}$$

Avec la loi d'écouissement isotrope (2.10), la surface de charge s'exprime alors par :

$$f = J_2(\bar{\xi}) - \underbrace{(\sigma_0 + K\alpha)}_{\sigma_y} \leq 0 \quad (2.12)$$

avec $J_2(\bar{x}) = \sqrt{\frac{3}{2} dev(\bar{x}) : dev(\bar{x})}$, où $dev(\bar{x})$ est le déviateur de \bar{x} .

On peut remarquer qu'en l'absence d'écrouissage cinématique, la condition d'écoulement plastique est donnée par $\sigma_y = \sigma_{eq}$, avec σ_{eq} la contrainte équivalente de von Mises. En effet, lorsque $\bar{\beta}$ est nulle, $J_2(\bar{\xi}) = J_2(\bar{\sigma}) = \sigma_{eq}$. Enfin, on rappelle une expression particulière du multiplicateur plastique, λ :

$$\frac{\partial \bar{\varepsilon}^p}{\partial t} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} \quad (2.13)$$

L'incrément de déformation plastique s'exprime à partir de cette définition (2.13), selon le schéma d'intégration implicite et en utilisant les notations de Voigt (2.14).

$$\Delta \bar{\varepsilon}^p = \bar{\varepsilon}_{n+1}^p - \bar{\varepsilon}_n^p = \Delta \lambda P \bar{\xi}_{n+1} \quad (2.14)$$

où P est un opérateur matriciel, tel que $P = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$.

En contraintes planes et avec les notations de Voigt, $J_2(\bar{X}) = \sqrt{\bar{X}^T P \bar{X}}$. Les incréments des variables d'écrouissage (2.15) peuvent être exprimés à partir de l'expression (2.14) de l'incrément de déformation plastique.

$$\begin{cases} \Delta \alpha = \sqrt{\frac{2}{3}} \|\Delta \bar{\varepsilon}^p\| = \frac{2}{3} \Delta \lambda J_2(\bar{\xi}_{n+1}) \\ \Delta \bar{\beta} = \frac{2}{3} \Delta \lambda H P \bar{\xi}_{n+1} \end{cases} \quad (2.15)$$

Chaque incrément n est associé à une cartographie des déformations enregistrées. L'utilisation de l'algorithme repose donc sur des champs de déformation totaux connus à chaque incrément. L'ensemble des autres grandeurs mécaniques sont calculées à l'incrément $n+1$ à partir de l'incrément n résolu auparavant^d. Pour cela, deux phases se succèdent :

- une phase de prédiction élastique,
- une phase de correction plastique.

La phase de prédiction élastique considère un état test pour lequel la transformation entre les incréments n et $n+1$ serait purement élastique (2.16).

$$\begin{cases} \Delta \bar{\varepsilon}^p = 0 \\ \bar{\varepsilon}_{n+1}^e = \bar{\varepsilon}_{n+1} - \bar{\varepsilon}_n^p \\ \Delta \alpha = 0 \\ \Delta \bar{\beta} = 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

Un comportement élastique isotrope linéaire est supposé. La loi de Hooke (2.17) est alors utilisée pour caractériser l'état de contrainte test (2.18). μ et λ_L^e sont les coefficients de Lamé.

$$\bar{\sigma} = 2\mu \bar{\varepsilon}^e + \lambda_L tr(\bar{\varepsilon}^e) \bar{I} \quad (2.17)$$

$$\begin{cases} \bar{\sigma}^{test} = 2\mu (\bar{\varepsilon}_{n+1} - \bar{\varepsilon}_n^p) + \lambda_L \underbrace{tr(\bar{\varepsilon}_{n+1} - \bar{\varepsilon}_{n+1}^p)}_{=tr(\bar{\varepsilon}_{n+1})} \bar{I} \\ \bar{\xi}^{test} = \bar{\sigma}^{test} - \bar{\beta}_n \\ f^{test} = J_2(\bar{\xi}^{test}) - \sigma_0 - K\alpha_n \end{cases} \quad (2.18)$$

Si $f^{test} < 0$, la transformation entre les états n et $n+1$ est réellement élastique. Les grandeurs mécaniques sont alors simplement mises à jour selon (2.16) et $\bar{\sigma}_{n+1} = \bar{\sigma}^{test}$. Dans le cas contraire où $f^{test} \geq 0$ ^f, la phase de correction plastique est appliquée.

d. L'ensemble des grandeurs mécaniques sont initialisées à 0.

e. Le coefficient de Lamé est généralement noté λ mais est noté λ_L ici pour éviter toute confusion avec le multiplicateur plastique.

f. L'état test n'a pas de réalité physique et peut donc se trouver en dehors de la surface de charge.

Pour cela, il est nécessaire d'exprimer le multiplicateur plastique λ . À partir des expressions de f^{test} et de f_{n+1} ci-dessous, sachant que $f_{n+1} = 0$ (écoulement plastique), une première relation est établie.

$$\begin{cases} f^{test} = J_2(\bar{\xi}^{test}) - \sigma_0 - K\alpha_n \\ f_{n+1} = J_2(\bar{\xi}_{n+1}) - \sigma_0 - K\alpha_{n+1} = 0 \end{cases}$$

alors :

$$f^{test} = J_2(\bar{\xi}^{test}) - J_2(\bar{\xi}_{n+1}) + K\Delta\alpha = J_2(\bar{\xi}^{test}) - J_2(\bar{\xi}_{n+1}) + \frac{2}{3}K\Delta\lambda J_2(\bar{\xi}_{n+1}) \quad (2.19)$$

or :

$$\begin{cases} \bar{\xi}_{n+1} = 2\mu(\bar{\varepsilon}_{n+1} - \bar{\varepsilon}_{n+1}^p) + \lambda_L tr(\bar{\varepsilon}_{n+1}) \cdot \bar{I} - \bar{\beta}_{n+1} \\ \bar{\xi}^{test} = 2\mu(\bar{\varepsilon}_{n+1} - \bar{\varepsilon}_n^p) + \lambda_L tr(\bar{\varepsilon}_{n+1}) \cdot \bar{I} - \bar{\beta}_n \end{cases}$$

D'où :

$$\begin{aligned} \bar{\xi}^{test} &= \bar{\xi}_{n+1} + 2\mu(\bar{\varepsilon}_{n+1}^p - \bar{\varepsilon}_n^p) + \bar{\beta}_{n+1} - \bar{\beta}_n \\ &= \bar{\xi}_{n+1} + (2\mu + \frac{2}{3}H) \Delta\lambda P \bar{\xi}_{n+1} \end{aligned} \quad (2.20)$$

On peut montrer que $J_2(\bar{\xi}_{n+1}) \bar{\xi}^{test} = J_2(\bar{\xi}^{test}) \bar{\xi}_{n+1}$. En introduisant (2.20) dans (2.19), on obtient alors :

$$\Delta\lambda = \frac{f^{test}}{J_2(\bar{\xi}_{n+1}) [2\mu + \frac{2}{3}H + \frac{2}{3}K]} \quad (2.21)$$

Cette expression (2.21) du multiplicateur plastique ne permet pas de le calculer directement car $J_2(\bar{\xi}_{n+1})$ est inconnue et dépend de $\Delta\lambda$. Dans ces travaux, $\Delta\lambda$ est donc calculé par une boucle itérative en partant de l'expression initiale approchée suivante :

$$\Delta\lambda = \frac{f^{test}}{J_2(\bar{\xi}^{test}) [2\mu + \frac{2}{3}H + \frac{2}{3}K]}$$

En définissant l'opérateur $\Xi = [Q^{-1} + \frac{\Delta\lambda}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\lambda} P]^{-1}$, où Q est la matrice des rigidités, il est aisé d'établir que :

$$\bar{\xi}_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\lambda} \Xi Q^{-1} \bar{\xi}^{test} \quad (2.22)$$

La valeur de $J_2(\bar{\xi}_{n+1})$ est donc réévaluée en fonction des valeurs calculées de $\Delta\lambda$, puis réinjectée dans l'expression (2.21). La valeur du multiplicateur plastique est considérée comme définitive après 50 itérations, la convergence étant effective après une dizaine d'itérations seulement.

Une fois que la valeur de $\Delta\lambda$ est déterminée, la valeur définitive de $J_2(\bar{\xi}_{n+1})$ est calculée grâce à la relation (2.22). Les variables d'écrouissage sont ensuite mises à jour, d'après les relations (2.15). Enfin, les contraintes sont calculées grâce à la simple relation $\bar{\sigma}_{n+1} = \bar{\xi}_{n+1} + \bar{\beta}_{n+1}$. Un test de retour sur la surface de charge permet de vérifier la cohérence des résultats. Pour cela, on vérifie que $f_{n+1} = J_2(\bar{\xi}_{n+1}) - \sigma_0 - K\alpha_{n+1} = 0$. Dans le cas contraire, les états de contraintes sont corrigées en conséquence. Pour finir, la déformation dans l'épaisseur est calculée conformément à l'hypothèse de contrainte plane. Ce schéma (Tableau 2.2) est exécuté en chaque point de mesure et pour chaque cartographie d'enregistrement des déformations (i.e. pour chaque niveau de chargement). La réponse du matériau, pour un modèle de comportement à écrouissages cinématique et isotrope linéaires, est ainsi intégralement connue. En fonction des matériaux, l'écrouissage isotrope ou cinématique peut bien évidemment être annulé en posant respectivement $K = 0$ ou $H = 0$.

Le schéma des algorithmes à retour radial est adapté au cas d'un écrouissage isotrope non-linéaire de Prandtl-Reuss, en loi puissance (2.23).

$$R(\alpha) = \underbrace{\sigma_0 + K\alpha^n}_{\sigma_y} \quad (2.23)$$

Entrées : $\bar{\varepsilon}_{n+1}$, grandeurs à l'état n , paramètres matériaux.

Sorties : Grandeurs à l'état $n + 1$.

Calcul de l'état test (prédiction élastique) : $\bar{\sigma}^{test}$, $\bar{\xi}^{test}$, $J_2(\bar{\xi}^{test})$, f^{test} (2.18)

Si $f^{test} > 0$, **alors** :

$$\Delta\lambda = \frac{f^{test}}{J_2(\bar{\xi}^{test})[2\mu + \frac{2}{3}H + \frac{2}{3}K]}$$

Pour $i = 1$ à N :

$$\begin{cases} \Xi = \left[Q^{-1} + \frac{\Delta\lambda}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\lambda} P \right]^{-1} \\ \bar{\xi}_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\lambda} \Xi Q^{-1} \bar{\xi}^{test} \end{cases} \quad (2.22)$$

$$\Delta\lambda = \frac{f^{test}}{J_2(\bar{\xi}_{n+1})[2\mu + \frac{2}{3}H + \frac{2}{3}K]} \quad (2.21)$$

Mises à jour des variables :

$$\bar{\xi}_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\lambda} \Xi Q^{-1} \bar{\xi}^{test} \quad (2.22)$$

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \frac{2}{3}\Delta\lambda J_2(\bar{\xi}_{n+1}) \quad (2.15)$$

$$\bar{\beta}_{n+1} = \bar{\beta}_n + \frac{2}{3}\Delta\lambda H P \bar{\xi}_{n+1} \quad (2.15)$$

$$\bar{\sigma}_{n+1} = \bar{\xi}_{n+1} + \bar{\beta}_{n+1}$$

$$\bar{\varepsilon}_{n+1}^p = \bar{\varepsilon}_n^p + \Delta\lambda P \bar{\xi}_{n+1}$$

Calcul de la nouvelle surface de charge : $f_{n+1} = J_2(\bar{\xi}_{n+1}) - \sigma_{y\ n+1}$

Vérification du retour sur la surface de charge :

| Si $f_{n+1} \neq 0$ alors, correction des contraintes.

Si non :

Mise à jour des variables pour un incrément élastique (2.16).

Calcul de la déformation dans l'épaisseur pour assurer la condition de contraintes planes.

TABLE 2.2 – Schéma de l'algorithme à retour radial en J_2 -plasticité à écrouissages linéaires

Pour cela, une approche "multi-linéaire" est considérée pour laquelle la loi d'écrouissage isotrope non-linéaire est approximée par une loi linéaire par morceaux. Ainsi, sur chaque intervalle $[\alpha_i; \alpha_{i+1}]$ de déformation plastique cumulée, la contrainte d'écoulement, σ_y , croît linéairement en fonction d' α selon la loi d'écrouissage isotrope approchée $\hat{R}(\alpha)$ (2.24). La Figure 2.6 illustre ce principe. Les écarts entre la courbe d'écrouissage en loi puissance et son approximation linéaire sont volontairement exagérés. Dans la pratique, le pas de déformation plastique cumulée est de 10^{-4} .

$$\begin{aligned} \forall \alpha \in [\alpha_i; \alpha_{i+1}] \quad R(\alpha) &= \sigma_y^i + K' \alpha \\ \text{Avec : } \sigma_y^i &= \sigma_0 + K \alpha_i^n \\ \text{Et : } K' &= \frac{\sigma_y^{i+1} - \sigma_y^i}{\alpha_{i+1} - \alpha_i} = K \frac{\alpha_{i+1}^n - \alpha_i^n}{\alpha_{i+1} - \alpha_i} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Le Tableau 2.3 présente le schéma utilisé par les algorithmes à retour radial dans le cas d'un écrouissage isotrope en loi puissance (2.23) et d'un écrouissage cinématique linéaire. Bien évidemment, la contribution de ce dernier peut être annulée en posant $H = 0$, tout comme on peut considérer un écrouissage isotrope linéaire en posant $n = 1$.

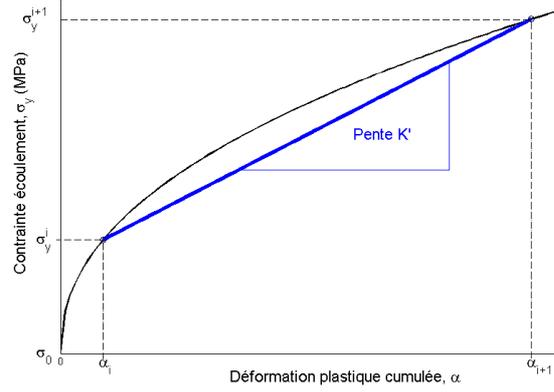


FIGURE 2.6 – Principe de l'approximation multilinéaire d'un écrouissage isotrope en loi puissance

Entrées : $\bar{\varepsilon}_{n+1}$, grandeurs à l'état n , paramètres matériaux.

Sorties : Grandeurs à l'état $n + 1$.

Test sur la valeur de α à l'incrément précédent : $\alpha_n \in [\alpha_i; \alpha_{i+1}[$

 | Calcul de σ_y^i et de K' (2.24)

Calcul de l'état test (prédiction élastique) : $\bar{\sigma}^{test}$, $\bar{\xi}^{test}$, $J_2(\bar{\xi}^{test})$ (2.18)

$f^{test} = J_2(\bar{\xi}^{test}) - (\sigma_y^i + K'\alpha_n)$

Si $f^{test} > 0$, alors :

$$\Delta\lambda = \frac{f^{test}}{J_2(\bar{\xi}^{test})[2\mu + \frac{2}{3}H + \frac{2}{3}K']}$$

Pour $i = 1$ à N :

$$\begin{cases} \Xi = \left[Q^{-1} + \frac{\Delta\lambda}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\lambda} P \right]^{-1} \\ \bar{\xi}_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\lambda} \Xi Q^{-1} \bar{\xi}^{test} \quad (2.22) \\ \Delta\lambda = \frac{f^{test}}{J_2(\bar{\xi}_{n+1})[2\mu + \frac{2}{3}H + \frac{2}{3}K']} \end{cases}$$

Mises à jour des variables :

$$\bar{\xi}_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\lambda} \Xi Q^{-1} \bar{\xi}^{test} \quad (2.22)$$

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \frac{2}{3}\Delta\lambda J_2(\bar{\xi}_{n+1}) \quad (2.15)$$

$$\bar{\beta}_{n+1} = \bar{\beta}_n + \frac{2}{3}\Delta\lambda H P \bar{\xi}_{n+1} \quad (2.15)$$

$$\bar{\sigma}_{n+1} = \bar{\xi}_{n+1} + \bar{\beta}_{n+1}$$

$$\bar{\varepsilon}_{n+1}^p = \bar{\varepsilon}_n^p + \Delta\lambda P \bar{\xi}_{n+1}$$

Calcul de la nouvelle loi de comportement

$$\begin{cases} \alpha_{n+1} \in [\alpha_j; \alpha_{j+1}[\\ \text{Calcul de } \sigma_y^j \text{ et de } K' \text{ (2.24)} \end{cases}$$

Calcul de la nouvelle surface de charge : $f_{n+1} = J_2(\bar{\xi}_{n+1}) - (\sigma_y^j + K'\alpha_{n+1})$

Vérification du retour sur la surface de charge :

 | Si $f_{n+1} \neq 0$ alors, correction des contraintes.

Si non :

Mise à jour des variables pour un incrément élastique (2.16).

Calcul de la déformation dans l'épaisseur pour assurer la condition de contraintes planes.

TABLE 2.3 – Schéma de l'algorithme à retour radial en J_2 -plasticité à écrouissages isotrope en loi puissance (2.23) et cinématique linéaire

2.2.1.2 Validation des algorithmes à retour radial implémentés

La validation des algorithmes à retour radial repose sur une procédure numérique. Des modèles aux EF de différentes éprouvettes, subissant différents types de chargement sont résolus avec le code ZéBuLoN. Les champs de déformations calculés constituent les données d'entrées des algorithmes. Les grandeurs mécaniques (champs de contrainte et de déformation plastique cumulée) obtenues en sorties sont alors comparées aux mêmes grandeurs calculées par le solveur EF, ces dernières étant considérées comme les références. Les algorithmes sont successivement validés pour un écrouissage isotrope seul (linéaire puis non-linéaire) et pour un écrouissage cinématique seul. Enfin, les deux types d'écrouissage sont considérés simultanément. Seuls quelques exemples de résultats sont présentés ici.

Un premier exemple de test de validation utilise l'éprouvette perforée (Figure 2.2), constituée d'un matériau à comportement plastique de von Mises, à écrouissages isotrope linéaire ($\sigma_0 = 300 \text{ MPa}$, $K = 747 \text{ MPa}$) et cinématique linéaire ($H = 5\,000 \text{ MPa}$)^g. L'éprouvette subit un chargement uniaxial de traction-compression piloté en déplacement. Le déplacement total au cours de la phase de traction est de 3 mm , soit 30 cartographies enregistrées à chaque incrément de déplacement de 0.1 mm . La phase de compression qui lui succède aboutit à un déplacement imposé en fin de chargement de -2 mm . 50 cartographies sont enregistrées au cours de la phase de compression, à chaque incrément de déplacement de -0.1 mm . Les Figures 2.7(a) et 2.7(b) présentent les cartographies de contraintes calculées par le code EF ZéBuLoN et par l'algorithme à retour radial, en fin de traction et en fin de chargement de traction-compression, respectivement. Elles permettent de constater que les contraintes calculées par l'algorithme à retour radial coïncident parfaitement avec les contraintes issues de ZéBuLoN pour ces niveaux de chargement.

Une autre étape de la procédure de validation consiste à comparer les évolutions au cours du chargement des grandeurs mécaniques. Considérons par exemple, l'éprouvette carrée (Figure 2.1), en chargement uniaxial de traction-compression (Figure 2.8). Le matériau suit un comportement plastique à écrouissage isotrope non-linéaire (2.23) ($\sigma_0 = 300 \text{ MPa}$, $K = 600 \text{ MPa}$, $n = 0.5025$) et cinématique linéaire ($H = 5\,000 \text{ MPa}$). La Figure 2.9 présente les évolutions des contraintes de Cauchy et de la contrainte équivalente de von Mises, ainsi que de la déformation plastique cumulée, au point de coordonnées (4; 4) (coin supérieur droit de l'éprouvette). Enfin, elle fournit une illustration du comportement axial σ_{yy} vs. ε_{yy} . Là encore, les grandeurs mécaniques calculées par l'algorithme à retour radial sont tout à fait cohérentes avec celles du code EF ZéBuLoN, tout au long du chargement de traction-compression.

g. Les valeurs de σ_0 et K sont des valeurs correspondant à un matériau de type aluminium; la valeur de H est arbitraire.

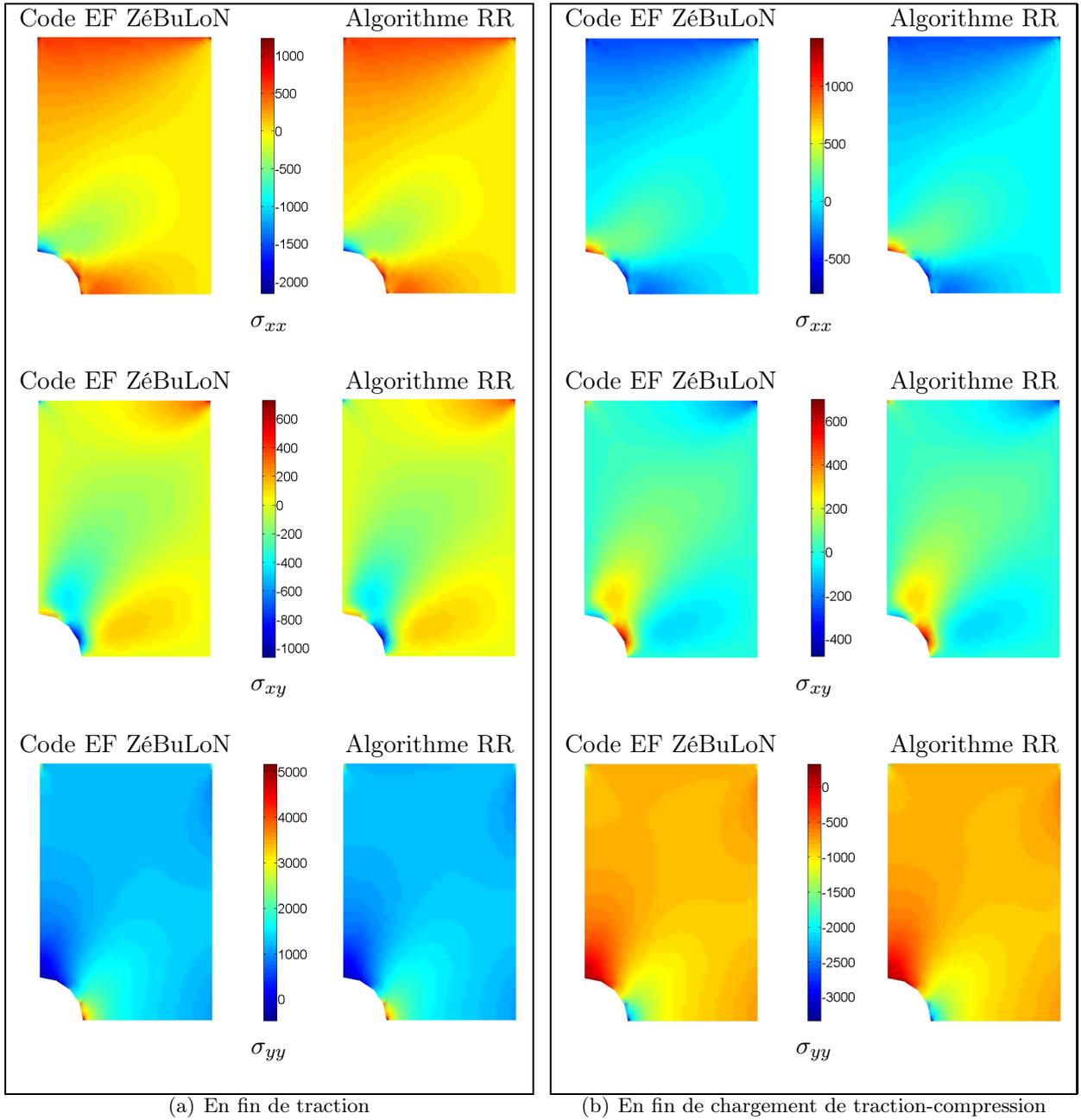


FIGURE 2.7 – Cartographies de contraintes au cours du chargement de traction-compression

Ces différentes figures permettent d’illustrer la cohérence des résultats des algorithmes à retour radial pour le traitement de la J_2 -plasticité, à différents types d’érouissage. Leur implémentation est validée, ce qui permet leur utilisation dans le processus de la MCV. Le paragraphe suivant présente la mise en œuvre de la méthode pour l’identification de ces modèles de comportements non-linéaires, à partir de cartographies de champs de déformations simulées numériquement.

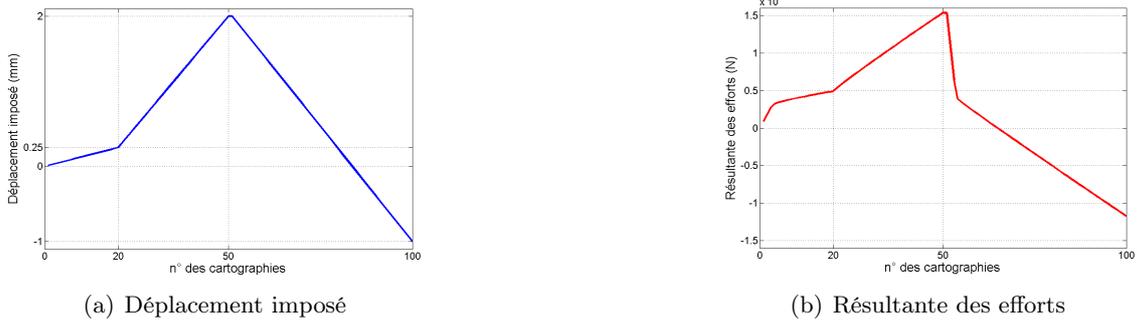


FIGURE 2.8 – Chargement de traction-compression imposé à l'éprouvette carrée

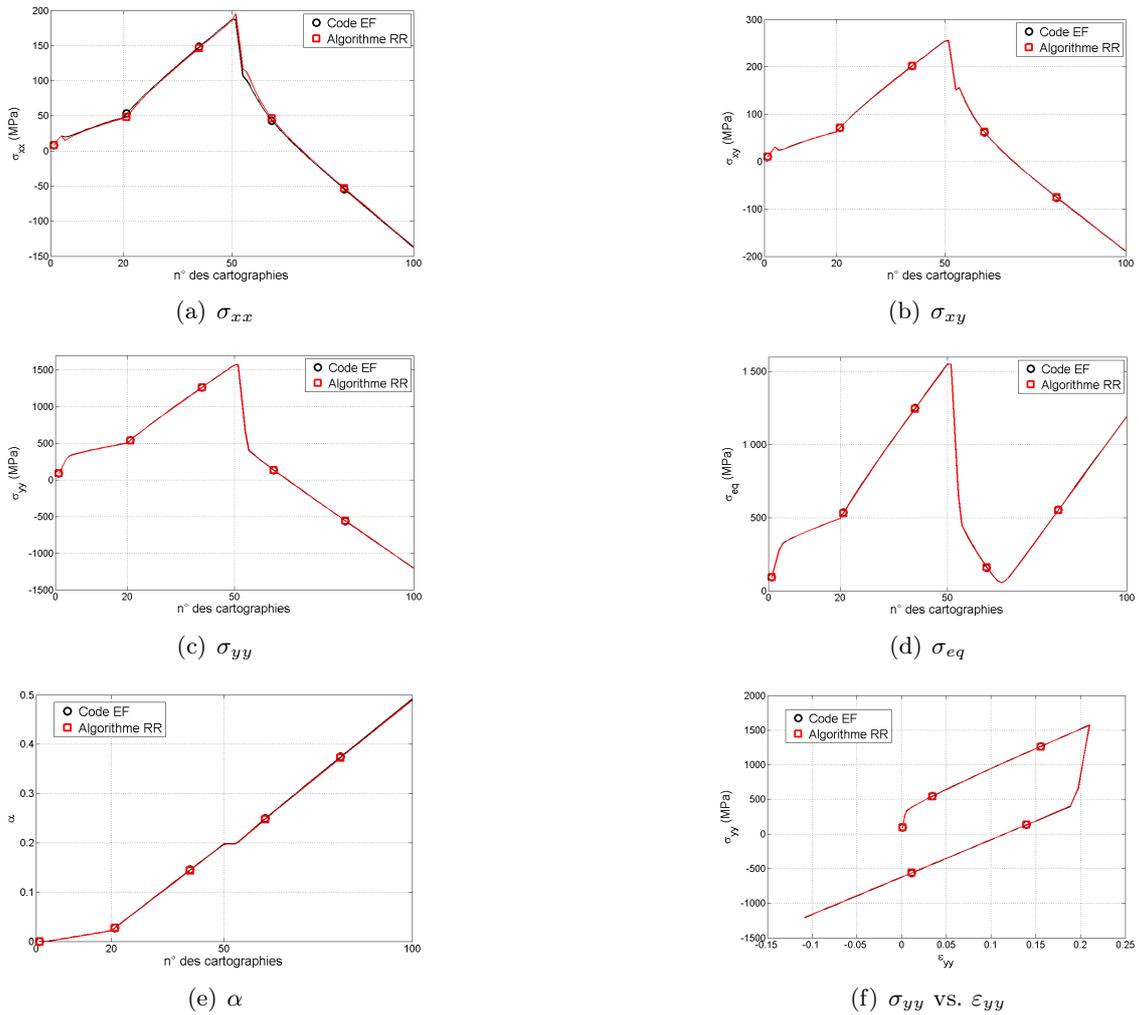


FIGURE 2.9 – Évolutions temporelles des grandeurs mécaniques en chargement de traction-compression - Coin supérieur droit de l'éprouvette carrée

2.2.2 Mise en place du processus d'identification

2.2.2.1 Définition des essais modélisés

Dans ce chapitre, l'ensemble des tests d'identification par la MCV utilise des champs de déformations issus de la résolution de MEF (code ZéBuLoN) de l'éprouvette carrée (Figure 2.1), en chargement uniaxial.

L'hypothèse de contraintes planes est toujours considérée.

Dans toutes les procédures d'identification, la MCV ne faisant pas exception, l'essai utilisé doit être cohérent avec le modèle de comportement à identifier. En particulier, l'essai doit permettre une implication significative des paramètres matériaux dans la réponse structurale. En effet, plus l'influence d'une variation de leur valeur sur les champs mécaniques est importante, plus leur détermination pourra être précise. Certains paramètres ne sont activés que dans des conditions de chargement particulières. Par exemple, le paramètre viscoplastique du modèle de Johnson-Cook (1.12) n'influence la réponse du matériau que pour des vitesses de déformations viscoplastiques supérieures au seuil $\dot{\varepsilon}_0$. Dans d'autres cas, l'influence propre à chaque paramètre n'est observable que sous certaines conditions d'essai. Un exemple typique, rencontré ici, est la superposition des écrouissages isotropes et cinématiques. L'évolution de l'écrouissage isotrope est pilotée par la déformation plastique cumulée, α , celle de l'écrouissage cinématique par la déformation plastique, $\bar{\varepsilon}^P$. Lors d'un chargement de traction uniaxial, ces deux variables évoluent de façon similaire. Les contributions de chaque écrouissage ne sont alors pas séparables et il est impossible d'identifier $(K; n)$ et H simultanément. Pour y parvenir, il est donc indispensable de considérer un chargement non-monotone, les deux écrouissages évoluant différemment au cours d'un cycle de traction-compression.

Ainsi, en fonction du comportement à identifier, les chargements uniaxiaux appliqués à l'éprouvette carrée pourront être monotones (traction simple) ou non monotones (traction-compression).

2.2.2.2 Construction de la fonction-coût

Pour l'identification de modèles de comportement non-linéaires, la MCV repose sur un processus de minimisation (Figure 1.6 du chapitre 1). La fonction-coût considérée traduit les écarts au PTV (2.1). Celui-ci est simplifié du travail virtuel des quantités d'accélération puisque les chargements sont considérés comme quasi-statiques^h. De plus, l'action des forces volumiques, ici uniquement le poids, est négligée en raison de la faible masse de l'éprouvette (volume de 100 mm^3 , masse inférieure au milligramme). Avec ces simplifications, la fonction-coût, $\varphi(\vec{X})$, est donc définie pour traduire les écarts entre le travail virtuel des efforts extérieurs surfaciques, w_{ext}^* (2.25), et le travail virtuel des efforts intérieurs, $w_{int}^*(\vec{X})$ (2.26), en fonction du jeu de paramètres matériau, \vec{X} . Une expression au sens des moindres carrés, prenant en compte plusieurs niveaux de chargement (i.e. différentes cartographies désignées par leur numéro, k) est choisie. Le problème inverse d'identification par la MCV s'exprime alors comme le problème d'optimisation (2.27). En effet, φ , fonction à valeurs positives, atteint son minimum global lorsque le PTV (2.1) est respecté, c'est-à-dire pour les valeurs de référence des paramètres matériaux (i.e., valeurs imposées au cours de la simulation EF).

$$w_{ext}^*(k) = \int_{S_f} \vec{T}(k) \cdot \vec{u}^*(k) dS \quad (2.25)$$

$$w_{int}^*(\vec{X}, k) = \int_V \bar{\sigma}(\vec{X}, k) : \bar{\varepsilon}^*(k) dV \quad (2.26)$$

$$\min_{\vec{X}} \varphi(\vec{X}) \text{ avec } \varphi(\vec{X}) = \sum_k \left[\frac{w_{int}^*(\vec{X}, k) - w_{ext}^*(k)}{w_{ext}^*(k)} \right]^2 \quad (2.27)$$

Un choix judicieux de CV cinématiquement admissible permet de calculer très simplement w_{ext}^* à partir de la résultante des efforts. Le CV simple (2.28) est adapté aux cas présents de chargements uniaxiaux. L'expression de w_{ext}^* est alors grandement simplifiée (2.29).

h. Le code ZéBuLoN résout l'équilibre mécanique pour chaque valeur de déplacement ou d'effort imposé (i.e chaque cartographie), sans aucune référence au temps. En conséquence, les notions de vitesse ou d'accélération ne sont pas définies sous ZéBuLoN.

$$u^* = \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

$$w_{ext}^*(k) = F(k) \frac{L(k)}{2} + (-F(k)) \frac{-L(k)}{2} = F(k) L(k) \quad (2.29)$$

Avec ce CV (2.28), seule la composante ε_{yy}^* du tenseur des déformations virtuelles est non nulle et vaut 1. L'expression de $w_{int}^*(\vec{X}, k)$ est donc également simplifiée (2.30).

$$w_{int}^* = \int_V \sigma_{yy}(\vec{X}, k) dV \quad (2.30)$$

Cette expression doit encore être adaptée à la nature des données. En effet, les mesures de champs donnent accès aux déplacements/déformations en un ensemble fini de P points, répartis sur la surface de mesure. Lors de tests sur des cartographies numériques, ces points de mesure correspondent aux points de calculs des déformations (nœuds ou points de Gaussⁱ). Le volume de l'éprouvette est alors divisé en P volumes élémentaires, V_i , dont la surface dans le plan de mesure, S_i , est centrée autour du point i . L'hypothèse de contraintes planes permet déjà de supposer une déformation uniforme dans l'épaisseur, e_i . L'hypothèse supplémentaire d'uniformité des déformations sur S_i est formulée, avec une valeur égale à celle mesurée au point i . Cela permet d'exprimer le travail virtuel des efforts intérieurs sous forme discrétisée (2.31), grâce à une approximation de l'intégrale. Finalement, l'expression définitive de la fonction-coût est donnée par la relation (2.32).

$$w_{int}^*(\vec{X}, k) = \sum_{i=1}^P \sigma_{yy}^i(\vec{X}, k) \cdot e_i(k) \cdot S_i(k) \quad (2.31)$$

où σ_{yy}^i est la valeur de la contrainte calculée par l'algorithme à retour radial à partir des déformations "mesurées" au point i .

$$\varphi(\vec{X}) = \sum_k \left[\frac{\sum_{i=1}^P \sigma_{yy}^i(\vec{X}, k) \cdot e_i(k) \cdot S_i(k) - F(k) L(k)}{F(k) L(k)} \right]^2 \quad (2.32)$$

Les propriétés de convexité de cette fonction-coût sont difficiles à analyser car son expression empêche tout calcul de gradient. Néanmoins, pour des lois d'érouissage isotrope non-linéaires, la présence de l'exposant n laisse supposer que la fonction-coût peut devenir non-convexe. Le processus d'optimisation peut alors être faussé par l'existence de minima locaux, différents du minimum global que l'on cherche à localiser (cf paragraphe suivant). Le traitement de modèles de comportement fortement non-linéaires par la MCV soulève donc des problématiques liées à la minimisation de fonctions non-convexes.

2.2.2.3 Optimisation de fonctions non-convexes

Par nature, les résultats d'identification de la MCV sont dépendants du processus d'optimisation utilisé, particulièrement lorsque le traitement de modèles de comportement complexes conduit à la définition de fonctions-coût non convexes. Dans ces travaux, l'algorithme de minimisation du Simplex de Nelder-Mead [67] est d'abord choisi. En effet, il permet la minimisation de fonctions sans nécessiter de calcul de gradient. Néanmoins, la méthode du Simplex est un algorithme d'optimisation locale qui peut conduire à l'identification de minima locaux dans le cas de fonctions-coût non convexes. De plus, les résultats sont alors sensibles au choix des paramètres de départ utilisés pour lancer l'algorithme de minimisation.

i. Le post-traitement de ZéBuLon projette l'ensemble des grandeurs mécaniques calculées aux points de Gauss aux nœuds du maillage.

Considérons par exemple la fonction d’Ackley (2.33) utilisée comme test pour les algorithmes d’optimisation [68]. Cette fonction présente en effet de nombreux minima locaux, son minimum global se situant en $\vec{x} = \vec{0}$.

$$g(\vec{x}) = 20 - 20 \exp \left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2} \right) + e - \exp \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i) \right) \quad (2.33)$$

La minimisation de cette fonction en dimension $n = 5$ est testée avec la méthode du Simplex pour deux vecteurs de départ, $\vec{x}_0^1 = \vec{1}$ (vecteur dont les 5 composantes valent 1) et $\vec{x}_0^2 = 2 \cdot \vec{1}$. Aucun de ces deux vecteurs initiaux ne permet de faire converger l’algorithme vers le minimum global et deux minima locaux, différents, sont détectés, comme on peut le voir dans le Tableau 2.4.

Vecteur de départ	Valeur initiale de g	Minimum identifié	Valeur finale de g	Nombre d’évaluations
\vec{x}_0^1	3.6254	0.9685. $\vec{1}$	3.5745	335
\vec{x}_0^2	6.5936	1.9745. $\vec{1}$	6.5596	295

(a) Algorithme du Simplex

Vecteur de départ	Valeur initiale de g	Minimum identifié	Valeur finale de g	Nombre d’évaluations
\vec{x}_0^1	3.6254	$\vec{0}$	0	1765
\vec{x}_0^2	6.5936	$\vec{0}$	0	1738

(b) Algorithme CMAES

TABLE 2.4 – Tests d’optimisation de la fonction d’Ackley

Des méthodes d’optimisation globale, visant à identifier le minimum global de fonctions non-convexes, existent. La plupart repose sur des schémas d’algorithmes génétiques. Ceux-ci considèrent une population initiale, où chaque individu est caractérisé par ses “gènes” (ici son vecteur de paramètres matériau). À chaque itération, une nouvelle population (les “enfants”) est générée à partir de “mutations” ou de “croisements” des gènes d’un ou des deux parents. La mutation permet de générer un nouvel individu (i.e., un nouveau vecteur de paramètres) en remplaçant un de ses gènes (i.e., la valeur d’un paramètre en particulier) par un nombre aléatoire, choisi dans un intervalle défini par l’utilisateur (mutation uniforme), par la borne inférieure ou supérieure de cet intervalle (mutation de frontière), ou encore par un nombre construit selon une fonction dépendant de l’intervalle de recherche et du nombre de générations (mutation non-uniforme). La multi-mutation est une combinaison des 3 types de mutation agissant simultanément sur tous les gènes du parent. Le croisement génère un enfant à partir des gènes de deux parents. Ainsi, le croisement simple associe les premiers gènes du premier parent aux derniers gènes du second parent ; le croisement arithmétique utilise une combinaison linéaire des gènes des parents. Le croisement heuristique remplace le parent ayant la plus mauvaise fonction-coût par l’enfant généré. Toute la difficulté de la mise en oeuvre de tels algorithmes réside alors dans le choix des paramètres de mutations et de croisement conduisant à une amélioration rapide des valeurs de fonction-coût associées à chaque individu. La méthode CMAES (*Co-Variance Matrix Adaptation Evolution Strategy*) utilise ainsi une approche particulière de la mutation où les gènes sont modifiés par l’ajout d’un vecteur aléatoire, normalement distribué, dont la variance est progressivement adaptée [69, 70, 68, 71]. Un test de cette méthode pour la minimisation de la fonction d’Ackley (2.33) permet d’identifier son minimum global, pour les deux vecteurs de départ \vec{x}_0^1 et \vec{x}_0^2 (Tableau 2.4).

D’autres méthodes d’optimisation globale connaissent actuellement un fort développement. Parmi elles, la méthode du tabou [72, 73, 74] sélectionne aléatoirement un certain nombre de vecteurs dans le voisinage, défini par des critères imposés par l’utilisateur, d’un point initial. Le meilleur point, en termes de valeurs de fonction-coût, rencontré dans ce voisinage est conservé, même s’il ne constitue pas une amélioration par

rapport au point initial, et devient le point courant. Ainsi, l'algorithme limite les risques de stagnation autour d'un minimum local. De plus, chaque point retenu est placée sur une "liste tabou", ce qui l'empêche d'être reselectionné par l'algorithme avant un certain nombre d'itérations. Lorsque les critères d'arrêt sont atteints, le meilleur point est choisi parmi ceux de la liste tabou.

Enfin, de nombreuses études s'intéressent aux algorithmes de recuit simulé [75, 76, 77]. Ceux-ci s'inspirent, comme leur nom l'indique, du processus de recuit utilisé en métallurgie qui alterne des cycles de refroidissement lent et de réchauffage (recuit) pour minimiser l'énergie du matériau. Au cours de l'optimisation, la valeur de la fonction-coût est donc qualifiée d'énergie, par similitude avec le processus physique, et un paramètre de température, T , est introduit. La solution initiale est choisie arbitrairement dans le domaine de recherche. Une température initiale est choisie par l'utilisateur, de préférence élevée pour ne pas contraindre trop rapidement la zone de recherche. À chaque itération de l'algorithme, les composantes du vecteur initial sont modifiées par l'ajout d'un vecteur de déplacement dans le domaine de recherche, dont les caractéristiques sont définies par l'utilisateur. Si la variation d'énergie, ΔE , (i.e., la variation de la valeur de la fonction-coût) entre le point test, ainsi créé, et le point courant est négative le cas est favorable. Le point test est alors systématiquement conservé et devient le point courant. Dans le cas contraire, le nouveau point est accepté avec la probabilité $\exp\left(-\frac{\Delta E}{T}\right)$ (règle de Metropolis). Comme la méthode du tabou, le recuit simulé peut donc conserver certaines solutions défavorables pour éviter de converger trop rapidement vers un minimum local. L'originalité, mais aussi la difficulté de mise en œuvre, du recuit simulé tient dans la définition de la variation du paramètre de température, T . Deux approches principales peuvent être retenues. La première est le "recuit par palier". Elle consiste à itérer à température constante jusqu'à ce que le système atteigne un "équilibre thermodynamique", puis la température est diminuée, selon une loi définie par l'utilisateur. La seconde approche utilise une décroissance continue de la température. Là encore, toutes sortes de lois de décroissance sont imaginables. La plus courante est du type $T_{i+1} = \kappa T_i$, avec $\kappa < 1$. Lorsque la température devient inférieure à un seuil assez bas, fixé au préalable, ou que le système n'évolue plus, l'algorithme s'arrête. De toute évidence, le choix des paramètres agissant sur la température est donc capital pour les résultats et la performance de l'algorithme de recuit simulé.

La mise en œuvre de telles méthodes d'optimisation est complexe, ne serait-ce qu'à cause du très grand nombre de paramètres pouvant influencer les résultats et les performances. Dans le cadre de ces travaux, il n'est donc pas possible de s'intéresser de façon approfondie à la définition du meilleur algorithme d'optimisation pour le processus d'identification par la MCV^j. Dans ces travaux, deux algorithmes de minimisation sont systématiquement utilisés : le Simplex de Nelder-Mead et l'algorithme CMAES d'optimisation globale^k. Ainsi, on vise notamment à écarter les incertitudes liées à une éventuelle dépendance aux paramètres initialisant le processus. En contrepartie, la méthode CMAES, comme tous les algorithmes d'optimisation globale, est plus coûteuse en nombres d'itérations et d'évaluations de la fonction-coût. Les deux optimisations sont conduites en parallèle. Le résultat retenu est celui conduisant à la valeur finale de la fonction-coût la plus faible.

2.2.3 Caractérisation de modèles de comportement en J_2 -plasticité par la MCV

Lors des tests d'identification, les modèles de comportement considérés sont progressivement complexifiés. Ainsi, les cas à un seul type d'érouissage (isotrope linéaire et non-linéaire, puis cinématique) sont d'abord traités avant de considérer la superposition des deux types d'érouissage. Conformément aux observations du paragraphe 2.2.2.1, les chargements uniaxiaux (axe \vec{y}) appliqués à l'éprouvette carrée^l peuvent donc être de traction simple ou de traction/compression. Le Tableau 2.5 présente les caractéristiques des chargements considérés ici. Au cours des tests, la fonction φ (2.32) est systématiquement minimisée en utilisant les algorithmes

j. Des tests de recuit simulé, en collaboration avec Fabrice Poirion, ONERA-DADS, ont néanmoins soulevés des perspectives de recherche intéressantes mêlant le développement de la MCV et des méthodes complexes d'optimisation.

k. Des fonctions Matlab pour cet optimiseur sont disponibles en téléchargement libre à l'adresse [http : //www.lri.fr/hansen/cmaes_inmatlab.html](http://www.lri.fr/hansen/cmaes_inmatlab.html)

l. Dans le modèle EF, les nœuds d'ordonnée $-\frac{L}{2}$ sont encastrés et un déplacement selon \vec{y} est imposé aux nœuds d'ordonnée $\frac{L}{2}$.

du Simplex et CMAES en parallèle. L'algorithme du Simplex est totalement non-contraint. En particulier, aucune frontière du domaine de recherche n'est imposée. En revanche, ce domaine est borné pour l'algorithme CMAES, avec les limites $[0; 1\ 000]$ MPa pour la limite initiale d'élasticité, σ_0 , et le module d'écroissage isotrope, K , $[0; 10]$ pour l'exposant d'écroissage isotrope, n , et $[0; 10\ 000]$ MPa pour le module d'écroissage cinématique, H . Les valeurs des paramètres initialisant les algorithmes sont toujours de 100 MPa pour σ_0 et K , 0.1 pour n et 1 000 MPa pour H , sauf mention contraire.

Chargement	Nature	Incrément de déplacement imposé (mm)	Nombre de cartographies
T1	Traction	0.1	40
T2	Traction	10^{-3}	89
TC	Traction-Compression	$1.25 \cdot 10^{-2}$, puis $\approx 5.83 \cdot 10^{-2}$ puis $\approx -6.12 \cdot 10^{-2}$ (Figure 2.8)	100 (20 - 30 - 50)

TABLE 2.5 – Chargements appliqués à l'éprouvette carrée

Un premier test utilisant toutes les cartographies du chargement de traction T1 vise à identifier un comportement à écroissage isotrope linéaire seul (valeurs de référence : $\sigma_0 = 300$ MPa , $K = 747$ MPa). Il permet de mettre en évidence les très bons résultats d'identification de ce type de modèle par la MCV (Tableau 2.6). En effet, les deux algorithmes de minimisation conduisent à l'identification des mêmes valeurs de paramètres matériau, très proches des valeurs de référence, en détectant le minimum global de φ (2.32). La valeur finale de φ n'est en pratique jamais vraiment égale à 0, en raison notamment des erreurs numériques pouvant apparaître lors du calcul de w_{int}^* (2.31) (e.g., approximation de l'intégrale, erreurs de calculs de l'algorithme à retour radial). Enfin, on peut souligner le coût important de la méthode CMAES, en termes d'évaluations de la fonction-coût, par rapport à celui du Simplex. À titre d'information, une évaluation de la fonction-coût coûte environ 41 s pour ce modèle de comportement, avec les valeurs de référence des paramètres matériau (processeur 3 GHz). Le coût supplémentaire de l'algorithme CMAES par rapport au Simplex est donc d'environ 14 heures pour ce cas.

Algorithme	Paramètres identifiés (MPa) (Ecart relatif en %)		Valeur finale de φ (Valeur initiale de 6.294)	Nombre d'évaluations
	σ_0	K		
CMAES	301.28 (0.43)	746.96 ($-4.8 \cdot 10^{-3}$)	$8.82 \cdot 10^{-6}$	1503
Simplex	301.28 (0.43)	746.96 ($-4.8 \cdot 10^{-3}$)	$8.82 \cdot 10^{-6}$	270

TABLE 2.6 – Caractérisation d'un écroissage isotrope linéaire sur le chargement de traction T1

Le comportement à caractériser est complexifié par la prise en compte d'un écroissage isotrope non-linéaire. Les 3 paramètres σ_0 , K et n , dont les valeurs de référence sont respectivement de 300 MPa , 747 MPa et 0.5, sont alors à identifier. Dans un premier temps, la fonction-coût est construite à partir des cartographies du chargement T1. Les écarts relatifs sur les valeurs identifiées des paramètres (Tableau 2.7(a)) semblent importants par rapport à ceux obtenus précédemment, bien que les deux algorithmes utilisés convergent correctement vers le même vecteur de paramètres. Une analyse des causes de ces écarts a permis de dégager une condition nécessaire au bon déroulement de l'identification : les données d'entrées doivent comporter au moins une cartographie de déformations purement élastiques. En effet, l'algorithme à retour radial est initialisé

pour des valeurs d'érouissages nulles. Dans le cas où la première cartographie présente déjà un écoulement plastique, des écarts entre les contraintes "réelles" et celles calculées par l'algorithme peuvent apparaître et biaiser le processus d'identification. Or, le premier incrément de déplacement imposé au cours du chargement T1 conduit à un écoulement plastique dans l'éprouvette, pour ce comportement à érouissage isotrope non-linéaire^m. Ce n'est plus le cas lorsque le chargement T2 est utilisé. En effet, ses premières cartographies correspondent à des états de déformations purement élastiques. Les valeurs des paramètres identifiées avec l'algorithme CMAES pour ce cas prouvent l'identifiabilité par la MCV d'un érouissage isotrope non-linéaire (Tableau 2.7(b)).

Les résultats obtenus avec l'algorithme du Simplex (Tableau 2.7(b)) sont révélateurs de la non-convexité de la fonction-coût pour un érouissage non-linéaire. En effet, cet algorithme d'optimisation local identifie un minimum local, dont les valeurs de paramètres sont très éloignées des valeurs de référence. La non-convexité de la fonction-coût provoque une dépendance aux valeurs des paramètres de départ des résultats du Simplex. À titre d'exemple, un nouveau test d'optimisation est effectué avec la méthode du Simplex en considérant les valeurs initiales de 290 MPa, 600 MPa et 0.2 pour σ_0 , K et n , respectivement. Leurs valeurs ainsi identifiées sont alors de 300.58 MPa (écart relatif de 0.19 %), 770.14 MPa (3.10 %) et 0.5088 (1.76 %), respectivement, pour une valeur finale de φ de $1.21 \cdot 10^{-8}$ (519 évaluations). On peut souligner que ces valeurs sont très légèrement différentes de celles obtenues avec l'algorithme CMAES (300.59 MPa, 770.75 MPa et 0.509, respectivement), pour une même valeur finale de φ , principalement pour des raisons de précision numérique. Surtout, le nombre d'évaluations de φ nécessaires à sa minimisation est 10 fois supérieur pour l'algorithme CMAES. En contrepartie de résultats indépendants des paramètres de départ, le surcoût de l'algorithme CMAES peut être évalué à environ 78 heures, le coût d'une évaluation de φ étant d'environ 51 s pour ce cas, avec les valeurs de référence des paramètres matériau (processeur 3 GHz).

Paramètres identifiés (Ecart relatifs en %)					
Algorithme	σ_0 (MPa)	K (MPa)	n	Valeur finale de φ (Valeur initiale : 2.7968)	Nombre d'évaluations
CMAES	324.94 (8.31)	742.97 (-0.54)	0.5476 (9.52)	$3.03 \cdot 10^{-4}$	3167
Simplex	324.94 (8.31)	742.97 (-0.54)	0.5476 (9.52)	$3.03 \cdot 10^{-4}$	1916

(a) Chargement T1

Paramètres identifiés (Ecart relatifs en %)					
Algorithme	σ_0 (MPa)	K (MPa)	n	Valeur finale de φ (Valeur initiale : 0.9056)	Nombre d'évaluations
CMAES	300.59 (0.20)	770.75 (3.18)	0.5090 (1.80)	$1.21 \cdot 10^{-8}$	5999
Simplex	33.84 (-89)	414.32 (-44)	0.0507 (-90)	$1.62 \cdot 10^{-4}$	331

(b) Chargement T2

TABLE 2.7 – Caractérisation d'un érouissage isotrope non-linéaire sur les chargements de traction

A priori, au vu des résultats des tests concernant l'érouissage isotrope seul, l'identification d'un érouissage cinématique linéaire par la MCV ne doit pas soulever de problèmes particuliers. Un test utilisant les

m. Ce qui n'était pas le cas pour le comportement à érouissage isotrope linéaire précédemment caractérisé.

50 premières cartographies du chargement de traction-compression (phases de traction) démontre en effet l'identifiabilité du paramètre H^n par la MCV, avec une très bonne précision (Tableau 2.8). Logiquement, la caractérisation d'un écrouissage cinématique seul est possible sur un chargement monotone (ici en traction simple). En revanche, ce n'est plus le cas lorsque les contributions des deux écrouissages, isotrope et cinématique, se superposent, pour les raisons déjà évoquées. À titre d'illustration, les résultats d'un test visant à caractériser un comportement à écrouissages isotrope et cinématique linéaires^o utilisant une fonction-coût construite sur les cartographies des phases de traction du chargement TC sont présentés dans le Tableau 2.9(a)^p. Comme attendu, la valeur identifiée de la limite initiale d'élasticité, σ_0 est proche de sa référence mais les paramètres d'écrouissage, K et H , ne sont pas identifiables. Néanmoins, la Figure 2.10 permet de constater que le comportement ainsi caractérisé est cohérent avec le comportement de référence, en termes d'évolution de la contrainte σ_{yy} , pendant les phases de traction (i.e. cartographies utilisées dans le processus d'identification), ainsi qu'au début de la phase de compression. Bien que les paramètres d'écrouissage ne soient pas identifiables, car les contributions de chaque type d'écrouissage ne sont pas séparables, l'évolution globale de l'écrouissage pendant les phases de traction est correctement caractérisée par la MCV. On peut remarquer que les valeurs de K et H identifiées conduisent à un module d'écrouissage "global" de 5759 MPa , soit un écart de 0.21 % par rapport à la somme des valeurs théoriques de ces paramètres. Logiquement, ces valeurs identifiées ne permettent plus de modéliser correctement le comportement dans la phase de compression.

Pour séparer les contributions des deux types d'écrouissage, il est nécessaire de considérer un chargement non-monotone en traction-compression. Alors, pour ce cas où les conditions d'essai sont adaptées au comportement à caractériser, les paramètres des écrouissages isotrope et cinématique linéaires sont identifiés très précisément par la MCV (Tableau 2.9(b)).

Remarque : La succession des phases de traction et de compression dans le chargement TC implique un retour à zéro de la valeur de la résultante des efforts, donc de celle de w_{ext}^* . Or, w_{ext}^* est placé au dénominateur de la fonction-coût φ (2.32). Pour écarter tous risques de division par zéro au cours du processus d'optimisation, les cartographies 61 à 89, proches de la valeur d'effort nulle, ne sont jamais prises en compte dans la construction de la fonction-coût (2.32). \square

Algorithme	Paramètres identifiés (MPa) (Ecart relatif en %)		Valeur finale de φ (Valeur initiale : 6.2025)	Nombre d'évaluations
	σ_0	H		
CMAES	301.40 (0.47)	5033.5 (0.67)	$2.26 \cdot 10^{-4}$	1089
Simplex	301.40 (0.47)	5033.5 (0.67)	$2.26 \cdot 10^{-4}$	1360

TABLE 2.8 – Caractérisation d'un écrouissage cinématique linéaire sur un chargement de traction

La dernière phase de complexification des comportements considère la superposition d'un écrouissage cinématique linéaire à un écrouissage isotrope non-linéaire. Les paramètres σ_0 , K , n et H sont alors à identifier par la MCV. Leur valeur de référence sont respectivement de 300 MPa , 600 MPa , 0.5025 et $5\,000 \text{ MPa}$. Bien entendu, la fonction-coût est construite à partir des cartographies du chargement de traction-compression TC. Les résultats obtenus avec l'algorithme CMAES (Tableau 2.10) valident l'utilisation de la MCV pour la caractérisation de ce type de comportement. Comme le montrent les résultats obtenus avec l'algorithme du

n. Valeur de référence de $5\,000 \text{ MPa}$.

o. Paramètres de référence : $\sigma_0 = 300 \text{ MPa}$, $K = 747 \text{ MPa}$ et $H = 5\,000 \text{ MPa}$.

p. La notation B.S. signifie que la valeur identifiée par l'algorithme CMAES d'un des paramètres se situe en dehors des frontières de son domaine de recherche. L'algorithme renvoie alors la borne supérieure de l'intervalle de recherche pour ce paramètre.

Algorithme	Paramètres identifiés (MPa) (Ecart relatifs en %)			Valeur finale de φ (Valeur initiale : 7.0344)	Nombre d'évaluations
	σ_0	K	H		
CMAES	301.51 (0.50)	B.S.	4786.6 (-4.27)	$2.45 \cdot 10^{-4}$	2435
Simplex	301.51 (0.50)	4611.1 (517)	1169.8 (-77)	$2.42 \cdot 10^{-4}$	1908

(a) Chargement TC – 50 premières cartographies (phases de traction)

Algorithme	Paramètres identifiés (MPa) (Ecart relatifs en %)			Valeur finale de φ (Valeur initiale : 15.0051)	Nombre d'évaluations
	σ_0	K	H		
CMAES	302.37 (0.79)	758.08 (1.47)	4986.1 (-0.28)	$1.30 \cdot 10^{-3}$	1264
Simplex	302.37 (0.79)	758.08 (1.47)	4986.1 (-0.28)	$1.30 \cdot 10^{-3}$	442

(b) Chargement TC – Cartographies 1 à 60 et 90 à 100 (phases de traction et de compression)

TABLE 2.9 – Caractérisation d'écouissages isotrope et cinématique linéaires

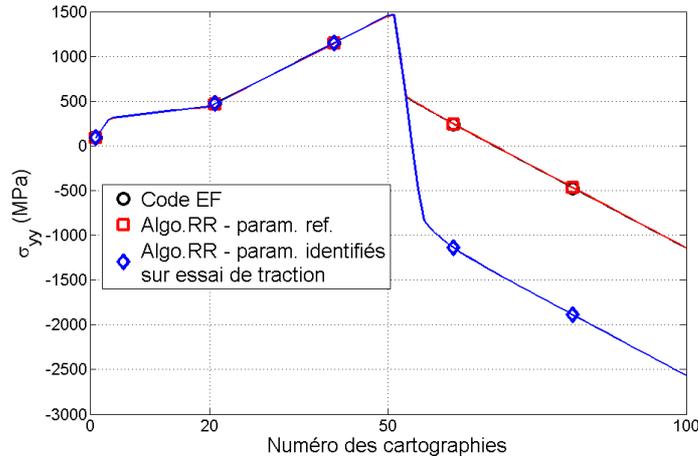


FIGURE 2.10 – Contributions non séparables des deux types d'écouissage (Point de coordonnées (4;4))

Simplex, la fonction-coût est rendue non-convexe par la considération d'un écouissage isotrope non-linéaire. Avec les paramètres de départ utilisés, celui-ci converge alors vers un minimum local très éloigné du minimum global, tant en valeurs de paramètres qu'en valeur de φ .

Enfin, en pratique, le comportement du matériau à caractériser est inconnu et rien ne permet généralement de supposer la linéarité de l'écouissage isotrope. Il est donc intéressant d'examiner la possibilité de retrouver un comportement à écouissage linéaire en lançant le processus d'identification de la MCV pour un écouissage non-linéaire. Pour cela, les champs de déformations générés pour le comportement à écouissages isotrope et cinématique linéaires au cours du chargement TC sont utilisés pour identifier les paramètres σ_0 , K , n et H . Les deux algorithmes convergent vers une valeur de l'exposant d'écouissage, n , proche de 1 (0.98

Algorithme	Paramètres identifiés (Ecart relatifs en %)				Valeur finale de φ (Valeur initiale : 16.9461)	Nombre d'évaluations
	σ_0 (MPa)	K (MPa)	n	H (MPa)		
CMAES	302.30 (0.77)	603.26 (0.54)	0.5002 (-0.46)	4983.7 (-0.23)	$1.40 \cdot 10^{-3}$	3757
Simplex	-3559.4 (-1 300)	4101.4 (6 800)	0.0096 (-98)	3957.1 (-21)	2.22	1447

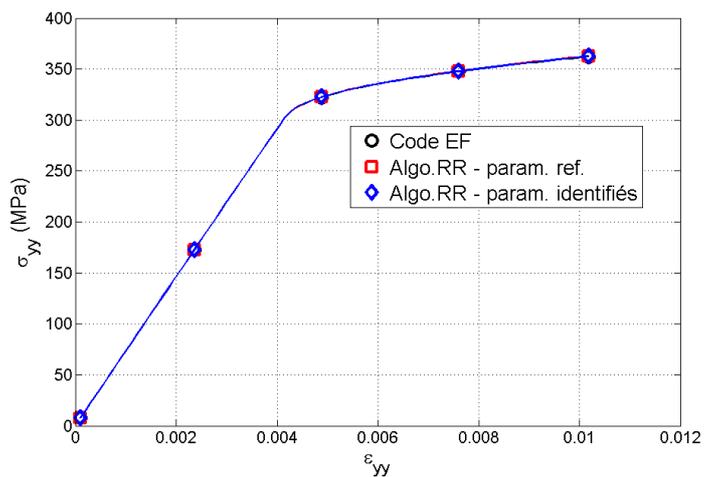
TABLE 2.10 – Caractérisation d'écroissements isotrope non-linéaire et cinématique linéaire sur le chargement de traction-compression TC

- Tableau 2.11), ce qui démontre la possibilité de retrouver un écroissement linéaire sans en faire l'hypothèse *a priori*. On peut remarquer que la valeur finale de la fonction-coût pour ce test est inférieure à celle du test considérant un écroissement linéaire (Tableau 2.9(b)). La principale explication tient dans le degré de liberté supplémentaire apporté par l'introduction du paramètre n pour faire coïncider les valeurs de w_{int}^* et w_{ext}^* .

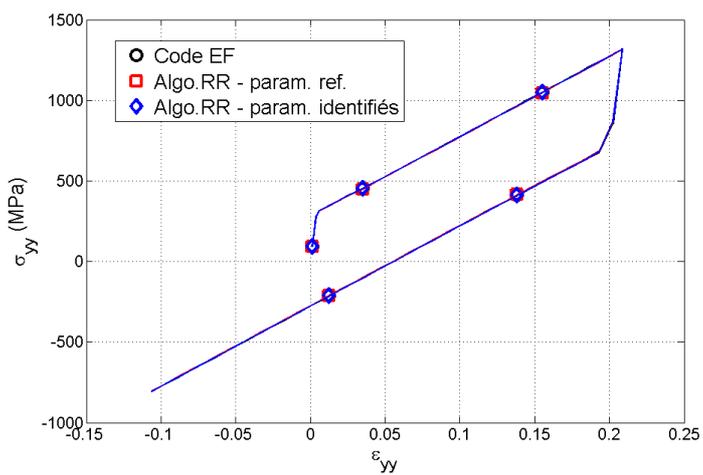
Algorithme	Paramètres identifiés (Ecart relatifs en %)				Valeur finale de φ (Valeur initiale : 13.2582)	Nombre d'évaluations
	σ_0 (MPa)	K (MPa)	n	H (MPa)		
CMAES	301.50 (0.50)	744.65 (-0.31)	0.9818 (-1.82)	4988.2 (-0.24)	$1.20 \cdot 10^{-3}$	4555
Simplex	301.50 (0.50)	744.65 (-0.31)	0.9818 (-1.82)	4988.2 (-0.24)	$1.20 \cdot 10^{-3}$	1024

TABLE 2.11 – Détection de la linéarité de l'écroissement isotrope

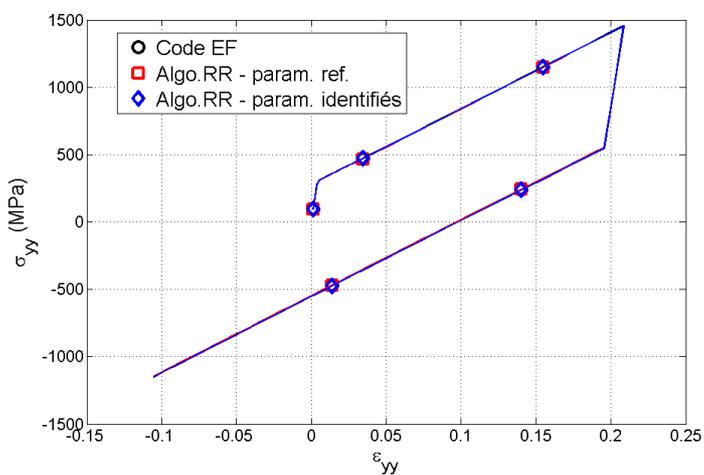
La Figure 2.11 présente quelques exemples d'évolution de la contrainte σ_{yy} en fonction de la déformation ε_{yy} au point de coordonnées (4; 4) de l'éprouvette carrée, pour différents modèles de comportement. Elle permet d'illustrer la très bonne adéquation entre les comportements de référence et ceux caractérisés par la MCV en J_2 -plasticité. En conclusion, l'identifiabilité par la MCV de paramètres de modèles de comportement fortement non-linéaires en J_2 -plasticité est donc démontrée, sous certaines précautions qui ont pu être mises en évidence. La première, commune à l'ensemble des techniques d'identification, consiste à définir des conditions de chargement adaptées au comportement à identifier. La seconde est propre à l'utilisation dans le processus de la MCV d'une phase d'optimisation. Dans le cas de comportements à écroissements non-linéaires, la fonction-coût peut devenir non-convexe. Les résultats d'identification sont alors dépendants de l'algorithme de minimisation utilisé, ainsi que des valeurs des paramètres de départ, pour un algorithme de minimisation locale. La solution choisie dans ces travaux est d'utiliser deux algorithmes en parallèle, le premier d'optimisation locale (Simplex), dépendant des paramètres de départ ; le second d'optimisation globale (CMAES), plus coûteux mais convergeant théoriquement vers le minimum global.



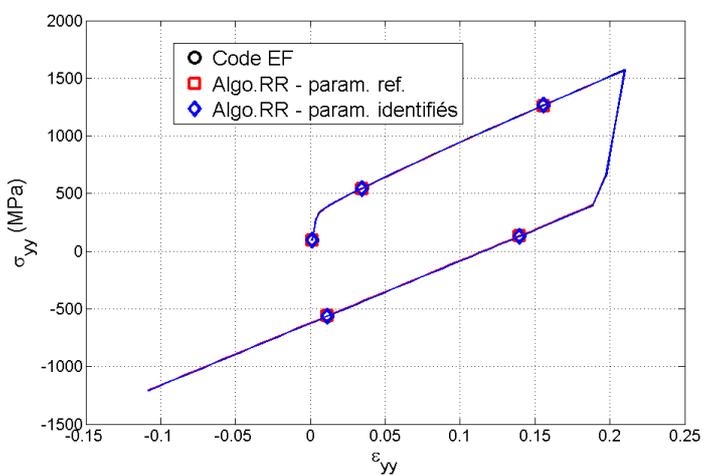
(a) Ecrouissage isotrope non-linéaire



(b) Ecrouissage cinématique linéaire



(c) Ecrouissages isotrope et cinématique linéaires



(d) Ecrouissages isotrope non-linéaire et cinématique linéaire

FIGURE 2.11 – Comportements axiaux caractérisés par la MCV

2.3 Bilan du chapitre 2

Ce chapitre visait à étendre l'utilisation de la Méthode des Champs Virtuels pour la caractérisation de modèles de comportement en J_2 -plasticité à écrouissage isotrope non-linéaires mais aussi à écrouissages isotrope et cinématique superposés. Le calcul des champs mécaniques, en particulier des contraintes, à partir des déformations mesurées ou simulées, repose sur des algorithmes à retour radial, développés pour de tels modèles de comportement. Une fois validés, par un processus de comparaisons numériques, ces algorithmes sont intégrés au processus d'identification par la MCV pour le calcul de la fonction-coût à minimiser itérativement. Un point important à souligner est que leur schéma implicite impose de considérer en entrée au moins une cartographie de déformations purement élastiques pour le bon déroulement des calculs.

Dans ce chapitre, l'importance des conditions de chargement utilisées a pu être mise en évidence. Par exemple, des conditions de chargement non-monotones sont indispensables à l'identification simultanée de paramètres d'écrouissages isotrope et cinématique. De plus, les implications de chaque paramètre à identifier doivent être les plus équilibrées possible pour faciliter leur identification. Ces observations sont bien entendu communes à l'ensemble des techniques d'identification et ne sont pas propres à l'utilisation de la MCV.

Pour la caractérisation de comportement non-linéaires, la MCV repose sur un processus itératif d'optimisation. Par nature, les résultats d'identification dépendent donc des conditions d'optimisation utilisées (algorithme, paramètres de départ...), d'autant plus que la fonction-coût n'est plus nécessairement convexe pour des cas à écrouissages non-linéaires. Le choix a donc été fait d'utiliser en parallèle un algorithme d'optimisation locale (Simplex), plus rapide (i.e. nombre d'évaluations nécessaires de la fonction-coût largement inférieur), mais pouvant converger vers un minimum local de la fonction-coût, et un algorithme d'optimisation globale (CMAES) qui, théoriquement, renvoie son minimum global. Certains tests ont néanmoins montré que l'algorithme CMAES pouvait ne pas converger. De plus, la compréhension du fonctionnement de cet algorithme est incomplète car l'influence des nombreux paramètres "de réglage" accessibles à l'utilisateur n'a pas été complètement étudiée dans ces travaux de thèse. C'est pourquoi les deux algorithmes seront systématiquement utilisés en parallèle.

Au final, moyennant ces quelques précisions, l'identification par la MCV de paramètres de modèles de comportement fortement non-linéaires en J_2 -plasticité s'avère précise et robuste, à partir de données numériques. La poursuite de ces travaux s'oriente alors vers l'utilisation de la MCV pour la caractérisation de modèles de comportement viscoplastiques, en particulier du modèle de Johnson-Cook. En effet, dans les sollicitations à haute énergie qui nous intéressent plus particulièrement, la dépendance des comportements matériaux à la vitesse de déformation ne peut plus être négligée.

Chapitre 3

Caractérisation du modèle viscoplastique de Johnson-Cook par la MCV, à partir d'essais modélisés

Lorsqu'une structure subit un chargement à haute énergie (e.g., crash, impact, ...), les matériaux la constituant sont soumis à des vitesses de sollicitation pouvant être localement élevées. Or, le comportement de ces matériaux peut montrer une certaine sensibilité à la vitesse de déformation. On parle alors de comportement viscoplastique, dont la modélisation peut s'appuyer sur différentes approches, plus ou moins complexes. Dans le cadre d'applications industrielles utilisant des matériaux métalliques, le modèle viscoplastique de Johnson-Cook [13] demeure le plus utilisé. En effet, bien que phénoménologique, ce modèle permet généralement une bonne description de la réponse des matériaux métalliques sous des chargements en grandes déformations et hautes vitesses de déformations (e.g., [78, 79]). De plus, il s'appuie sur des équations constitutives relativement simples (cf. paragraphe 3.1), avec un faible nombre de paramètres à identifier, ce qui lui confère un bon compromis coût/précision. Néanmoins, les procédures classiques de caractérisation du modèle viscoplastique de Johnson-Cook nécessitent la mise en œuvre de nombreux essais statiquement déterminés, à vitesse de déformation constante. Un des objectifs principaux de ces travaux de thèse est donc de profiter des atouts de la MCV pour caractériser ce modèle de comportement en un nombre réduit d'essais statiquement indéterminés.

Le modèle de comportement viscoplastique de Johnson-Cook considère une dépendance de l'écroutissement à la vitesse de déformation dès que celle-ci dépasse un seuil de viscoplasticité propre au matériau. En deçà de ce seuil, la loi d'écroutissement isotrope se réduit à une loi puissance, de type Prandtl-Reuss [15], dont la caractérisation précise et robuste par la MCV, a été démontrée au chapitre précédent. Ce chapitre vise donc à poursuivre les développements de la MCV pour l'identification de paramètres viscoplastiques, en dynamique rapide.

Pour y parvenir, une première étape (cf. paragraphe 3.1.2) consiste à développer les algorithmes à retour radial pour la prise en compte de la partie viscoplastique du modèle de Johnson-Cook. Une fois validés, ces algorithmes sont intégrés au processus d'identification par la MCV. Afin de s'affranchir des biais expérimentaux dans ces premiers développements de la méthode pour la viscoplasticité, les champs de déformation sont simulés numériquement. Des modèles aux éléments finis d'éprouvettes plates entaillées, similaires à celles qui seront utilisées lors de la campagne d'essai (chapitre 4), sont donc construits. Le matériau considéré est un alliage de titane aéronautique (Ti6Al4V), dont le comportement suit les équations constitutives du modèle de Johnson-Cook. Les paramètres matériau utilisés dans la simulation EF ont été déterminés lors d'une campagne d'essais statiquement déterminés antérieure à ces travaux (cf. paragraphe 3.1.1).

L'analyse des résultats des tests d'identification constitue le paragraphe 3.3. De nouvelles problématiques, propres au traitement de données en dynamique, sont dégagées, de même que certaines sensibilités de la méthode, liées à l'utilisation d'une procédure d'optimisation. Enfin, les résultats posent la question du sens physique à donner aux paramètres utilisés dans la modélisation des comportements.

3.1 Modèles de comportement viscoplastiques

La modélisation de la viscoplasticité se traduit généralement par une adaptation des modèles de comportement plastiques, indépendants du temps, pour la prise en compte de contraintes visqueuses additionnelles dont les valeurs dépendent de la vitesse de déformation (cf chapitre 1). L’hypothèse de partition de la déformation totale, $\bar{\varepsilon}$, en une déformation élastique, $\bar{\varepsilon}^e$, et une déformation inélastique (ou irréversible), $\bar{\varepsilon}^{in}$, est toujours considérée, selon $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}^e + \bar{\varepsilon}^{in}$. La déformation inélastique réunit la déformation plastique et la déformation viscoplastique. On considérera par la suite que la déformation irréversible est une déformation viscoplastique, notée $\bar{\varepsilon}^{vp}$. La déformation viscoplastique cumulée s’exprime alors selon la définition $\alpha = \int_t \sqrt{\frac{2}{3}} \|\dot{\bar{\varepsilon}}^{vp}\| dt$. Dans ces travaux, la définition de la surface de charge selon le critère de plasticité de von Mises est conservée. L’évolution de son rayon est toujours piloté par la loi d’écrouissage isotrope ; celle de la position de son centre (“*back-stress*”, $\bar{\beta}$) dans l’espace des contraintes par la loi d’écrouissage cinématique. La différence fondamentale par rapport à la plasticité indépendante du temps est que les états de contrainte admissibles peuvent désormais sortir de la surface de charge, selon le type de modélisation de la viscoplasticité considéré.

Une première approche de modélisation des contraintes visqueuses consiste à les exprimer indépendamment des contraintes “plastiques”, calculées selon la théorie de la J_2 -plasticité indépendante du temps. L’état de contrainte “réel” est alors obtenu par l’addition de ces deux niveaux de contraintes. En conséquence, lors d’un écoulement viscoplastique, les états admissibles se situent en dehors de la surface de charge. La différence de valeur entre l’état de contrainte situé sur cette surface et l’état réel correspond aux valeurs des contraintes visqueuses. Un exemple typique de modèle de comportement construit selon cette approche est le modèle de Norton [15, 17] qui considère le calcul des contraintes d’écoulement visqueuses (1.11) indépendamment des contraintes d’écrouissage plastique, en fonction de deux paramètres matériau.

Les applications pratiques de la loi de Norton restent limitées. En effet, cette loi est essentiellement établie pour modéliser le comportement en fluage (i.e. sous contrainte et température constantes) des matériaux. Elle ne permet alors généralement pas de retranscrire le comportement sous d’autres sollicitations, notamment en traction, car elle ne prend pas en compte les effets d’écrouissage [15].

Remarque : L’identifiabilité par la MCV du paramètre viscoplastique du modèle de Norton est étudiée en Annexe A. \square

Ces travaux se concentrent sur le modèle viscoplastique de Johnson-Cook [13] dont les applications industrielles sont beaucoup plus répandues. En effet, bien qu’empirique, ce modèle traduit généralement de façon très satisfaisante le comportement de matériaux métalliques subissant des chargements en grandes déformations, vitesses de déformation et hautes températures [78, 79, 80]. Pour cela, le modèle de Johnson et Cook s’appuie sur une approche différente selon laquelle le calcul des contraintes visqueuses est couplé à celui des autres niveaux de contraintes dans les lois d’écrouissages. Dans la loi d’écrouissage isotrope (3.1) qu’ils proposent, la contrainte d’écoulement, σ_y , devient dépendante à la vitesse de déformation viscoplastique dès que celle-ci devient supérieure à un seuil de viscoplasticité, $\dot{\varepsilon}_0$, propre au matériau. Avec cette expression de σ_y , les états de contrainte admissibles ne peuvent plus sortir de la surface de charge, définie par la relation (3.2).

$$\sigma_y = (\sigma_0 + K\alpha^n) \left(1 + M \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \left(1 - \left(\frac{T - T_0}{T_f - T_0} \right)^m \right) \quad (3.1)$$

$$f = J_2 (\bar{\sigma} - \bar{\beta}) - \sigma_y \leq 0 \quad (3.2)$$

Un adoucissement du matériau pour des températures, T , supérieures à T_0 , est également modélisé. T_0 est une température de référence propre au matériau considéré, tout comme les paramètres m et T_f (température de fusion sous les CNTP). La vitesse de déformation viscoplastique équivalente, $\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp}$, est une grandeur scalaire définie comme la dérivée temporelle de la déformation viscoplastique équivalente au sens de von Mises. Alors,

$\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp} = \frac{3}{2} \frac{\partial \alpha}{\partial t}$. M est nommé paramètre viscoplastique de Johnson-Cook. En deçà du seuil de viscoplasticité, et en l'absence d'influence de la température, la loi d'érouissage isotrope du modèle viscoplastique de Johnson-Cook se réduit à une loi puissance de type Prandtl-Reuss, dont les paramètres sont σ_0 , la limite initiale d'élasticité pour la contrainte d'écoulement, et K et n les module et exposant d'érouissage isotrope, respectivement.

Cette activation par valeurs-seuil permet de séparer les contributions de la déformation, de la vitesse de déformation et de la température à l'érouissage ou à l'adoucissement du matériau. Cette propriété est naturellement prise en compte pour définir des procédures d'identification permettant une caractérisation séparée de chacune de ces contributions. Classiquement, elles reposent sur une série d'essais statiquement déterminés. Le paragraphe suivant en fournit un exemple pour la caractérisation du comportement d'un alliage de Titane.

3.1.1 Essais statiquement déterminés pour la caractérisation d'un alliage de Titane

L'alliage de titane Ti6Al4V considéré dans ces travaux présente une sensibilité à la vitesse de déformation et un adoucissement à hautes températures très importants [78, 81]. Ses différentes sensibilités peuvent être retranscrites de façon très satisfaisante par les équations constitutives du modèle de Johnson-Cook (3.1) [78, 79, 80].

À termes, ces travaux visent à identifier avec la MCV les paramètres du modèle viscoplastique de Johnson-Cook pour cet alliage Ti6Al4V. À titre comparatif, mais aussi pour déterminer des paramètres matériau de référence utilisés pour les tests numériques, une procédure classique d'identification de ce modèle est présentée dans ce paragraphe.

Dans ces travaux, l'influence de la température sur le comportement du matériau est négligée (applications isothermes, à température ambiante). La loi d'érouissage isotrope du modèle viscoplastique de Johnson-Cook est donc simplifiée (3.3) pour ne prendre en compte que l'érouissage dépendant de la déformation et de la vitesse de déformation, le cas échéant (i.e. lorsque $\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp} > \dot{\varepsilon}_0$).

$$\sigma_y = (\sigma_0 + K\alpha^n) \left(1 + M \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \quad (3.3)$$

La procédure classique d'identification de ce modèle utilise une série d'essais de traction uniaxiale. Comme abordé au chapitre 1, la mise en œuvre de tels essais est fortement normalisée pour respecter les hypothèses de staticité. En particulier, la vitesse de déformation doit être homogène sur tout le volume utile des éprouvettes. La caractérisation complète du modèle nécessite alors de réaliser plusieurs essais, à différentes vitesses de sollicitation. Au moins un de ces essais doit considérer des conditions de chargement quasi-statiques, à faible vitesse de sollicitation, pour pouvoir identifier la partie statique du modèle (i.e. partie purement plastique). Les autres essais, utilisant des conditions de chargement dynamiques, visent ensuite à caractériser la dépendance à la vitesse de déformation.

La présente procédure utilise un premier test à vitesse de sollicitation quasi-statique de 2 mm.min^{-1} . La vitesse de déformation, calculée comme la moyenne de la dérivée temporelle de la déformation plastique, est de $4.5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. En conditions de chargement dynamiques, la vitesse de sollicitation peut atteindre 6 m.s^{-1} . 4 essais sont mis en œuvre pour générer dans l'éprouvette des vitesses de déformation de 5, 41, 265 et 469 s^{-1} . Chaque configuration d'essais est itérée 5 fois (soit 25 essais au total). La mesure de l'effort, F , par une cellule piézoélectrique (Kistler 9071A) donne accès à la contrainte nominale (ou conventionnelle), $\sigma_n = \frac{F}{S_0}$, avec S_0 la section initiale de la partie utile. L'allongement de cette partie utile, ΔL , est mesuré par un transducteur laser (Keyence LC2450) dans des conditions de chargement quasi-statiques et par un extensomètre optique (Zimmer 200XH) dans des conditions dynamiques. Sa mesure permet de calculer la déformation nominale (ou conventionnelle), selon $\varepsilon_n = \frac{\Delta L}{L_0}$, puis la déformation rationnelle (vraie), $\varepsilon = \ln(1 + \varepsilon_n)$, et enfin la contrainte

rationnelle (vraie), $\sigma = \sigma_n (1 + \varepsilon_n)$ (cf chapitre 1). Une faible dispersion du comportement est observée. Par exemple, l'écart maximal entre les contraintes vraies à rupture et leur valeur moyenne est inférieur à 3 %.

Le comportement élastique est supposé isotrope linéaire, selon la loi de Hooke (i.e. $\sigma = E\varepsilon^e$, en traction uniaxiale). La partie linéaire du graphe σ vs. ε pour le chargement quasi-statique permet alors d'identifier une valeur de 114 *GPa* pour le module d'Young, E^a . La déformation plastique peut alors être évaluée en supposant la partition des déformations, puisqu'alors $\varepsilon^p = \varepsilon - \varepsilon^e$, où $\varepsilon^e = \frac{\sigma}{E}$. Par convention, la limite initiale d'élasticité, σ_0 , est la contrainte rationnelle atteinte pour une valeur de ε^p de 0.2 %. Une valeur de 973 *MPa* est déterminée pour σ_0 à partir du graphe du chargement quasi-statique. Les résultats de cet essai, jusqu'à l'apparition de la striction à environ 5 % de déformation plastique, sont également utilisés pour l'identification de la partie statique du modèle de Johnson-Cook, avec, en chargement uniaxial, $\sigma = \sigma_0 + K (\varepsilon^p)^n$. Pour cela, une régression linéaire est appliquée au tracé de $\ln(\sigma - \sigma_0)$ vs. $\ln(\varepsilon^p)$ (Figure 3.1). Les valeurs de 557.3 *MPa* et 0.5632 sont identifiées pour K et n , respectivement (coefficient de régression $R^2 = 0.9874$).

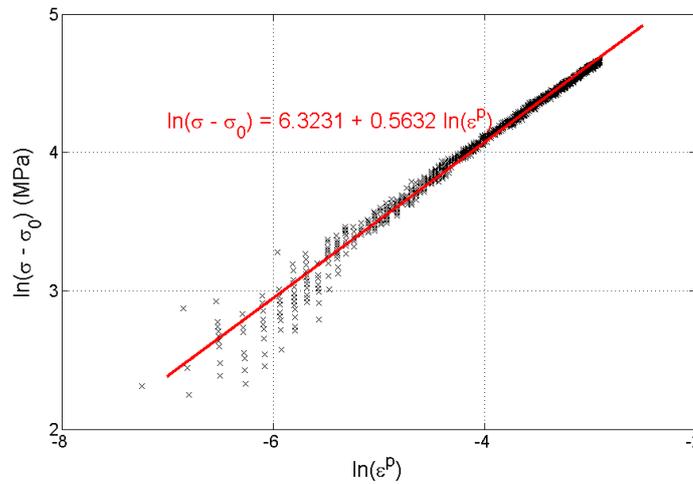


FIGURE 3.1 – Traitement de l'essai en conditions quasi-statique ($\dot{\varepsilon}^p = 4.5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$)

L'expression en viscoplasticité du modèle de Johnson-Cook donne $\left(\frac{\sigma}{\sigma_0 + K(\varepsilon^p)^n} - 1\right) = M(\ln(\dot{\varepsilon}^p) - \ln(\dot{\varepsilon}_0))$. Le tracé de cette relation pour les résultats expérimentaux à plus hautes vitesses de déformation est utilisé pour identifier les paramètres de la partie dynamique du modèle de Johnson-Cook. Le choix des données à utiliser pour la régression linéaire n'est pas trivial, notamment en raison d'une dispersion des mesures plus importantes qu'en conditions de chargement quasi-statiques (Figure 3.2(a)). L'utilisation des données mesurées au cours des 4 tests en conditions dynamiques (i.e. vitesses de déformation de 5, 41, 265 et 469 s^{-1}) conduit à des paramètres M et $\dot{\varepsilon}_0$ valant respectivement 0.0151 et $1.16 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$, pour un faible coefficient de régression $R^2 = 0.4431$ (Figure 3.2(b)). Un bien meilleur coefficient $R^2 = 0.7447$ est obtenu en considérant les mesures des essais à 5, 265 et 469 s^{-1} . Néanmoins, la valeur du seuil de viscoplasticité associée est une nouvelle fois faible ($5.37 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$) devant les valeurs communément rencontrées, de l'ordre de 1 s^{-1} pour les matériaux métalliques [83, 79]. En ne considérant que les 3 plus hautes vitesses, la régression linéaire conduit à une valeur du seuil de viscoplasticité plus proches de cette valeur de 1 s^{-1} souvent prise comme référence dans la littérature, puisque $\dot{\varepsilon}_0 = 1.29 \text{ s}^{-1}$ ($M = 0.0329$). Ce couple de paramètres sera donc sélectionné comme valeurs identifiées, bien que la valeur de R^2 reste faible à 0.4943.

Les résultats définitifs de cette procédure d'identification sont regroupés dans le Tableau 3.1. La Figure 3.3 permet d'observer les écarts entre le comportement réel mesuré et sa modélisation pour ces valeurs identifiées des paramètres de Johnson-Cook. En moyenne, ces écarts sont de seulement 0.2 % pour le chargement quasi-statique (comportement purement plastique). Expérimentalement, on observe en dynamique une diminution

a. La valeur du coefficient de Poisson, $\nu = 0.342$, est issue de la littérature [82].

du module d'érouissage (pente σ vs. ε^p) qui n'est pas prise en compte par le modèle. Néanmoins les écarts restent tout à fait acceptables puisqu'ils valent en moyenne 3.81 %, 1.90 %, 2.21 % et 1.69 % pour les essais dynamiques à $\dot{\varepsilon}^p = 5, 41, 265$ et 469 s^{-1} , respectivement.

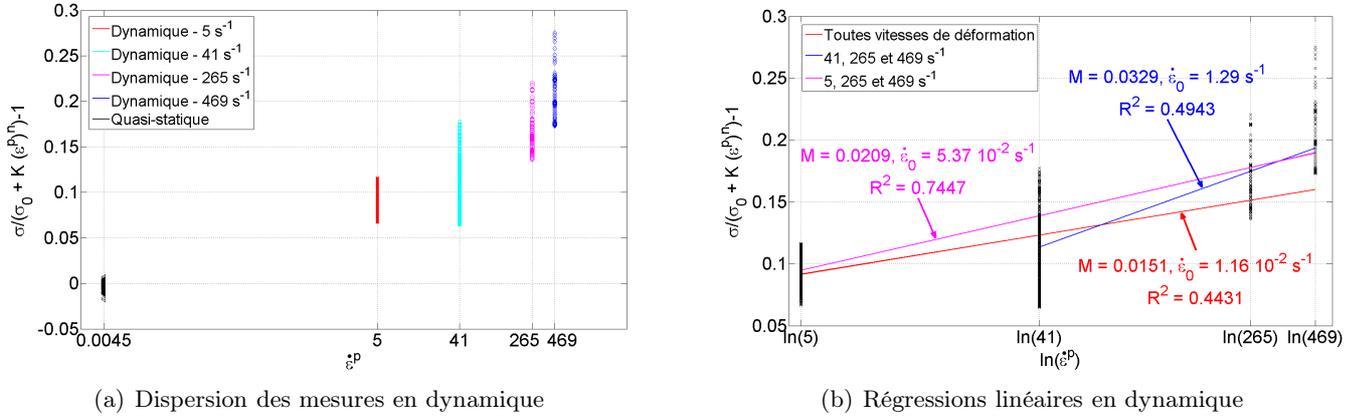


FIGURE 3.2 – Identification des paramètres viscoplastiques à partir des essais en conditions dynamiques

Module d'Young, E	114 000 MPa
Coefficient de Poisson, ν [82]	0.342
Limite initiale d'élasticité, σ_0	973 MPa
Module d'érouissage isotrope, K	557.3 MPa
Exposant d'érouissage isotrope, n	0.5632
Seuil de viscoplasticité, $\dot{\varepsilon}_0$	1.29 s^{-1}
Coefficient viscoplastique de Johnson-Cook, M	0.0329

TABLE 3.1 – Paramètres identifiés pour le Ti6Al4V par une procédure d'essais statiquement déterminés

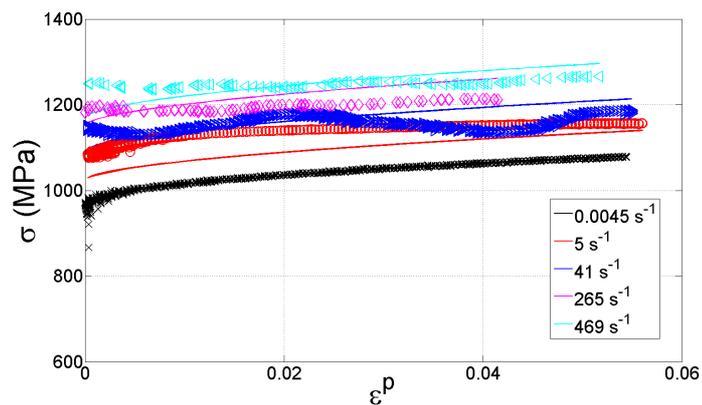


FIGURE 3.3 – Adéquation du modèle de comportement identifié et des mesures expérimentales

Ces résultats confirment que le comportement de l'alliage de titane considéré peut être modélisé de façon satisfaisante par les équations constitutives de Johnson et Cook. L'identification des paramètres matériau associés (Tableau 3.1) peut être réalisée grâce à plusieurs essais statiquement déterminés, à différentes vitesses

de déformation, comme décrit dans ce paragraphe. Comme on a pu le constater, l'exploitation de ces essais nécessite de respecter des hypothèses de staticité. En particulier, les champs de contraintes, de déformations et de vitesse de déformation doivent être homogènes sur l'ensemble de la partie utile de l'éprouvette. Le respect de ces hypothèses au cours des essais est délicat, particulièrement en dynamique pour ce qui concerne la vitesse de déformation. Pour s'en affranchir, mais aussi pour diminuer le nombre d'essais nécessaires, une solution est de pouvoir traiter de champs mécaniques hétérogènes et de les exploiter grâce à la Méthode des Champs Virtuels. Pour cela, un algorithme à retour radial permettant le calcul des champs mécaniques, selon le modèle viscoplastique de Johnson-Cook, à partir des déformations mesurées, est implémenté.

3.1.2 Algorithmes à retour radial pour le modèle viscoplastique de Johnson-Cook

Au chapitre 2, des algorithmes à retour radial ont été développés et validés pour traiter de modèles de comportement en J_2 -plasticité. En particulier, le cas de l'écoulement isotrope en loi puissance de Prandtl-Reuss qui correspond à la partie statique du modèle de Johnson-Cook a été traité. Il reste donc à adapter les algorithmes à retour radial pour la prise en compte de la partie dynamique du modèle.

Leur schéma reste similaire à ceux utilisés pour traiter de la J_2 -plasticité indépendante du temps. En particulier, un schéma d'intégration temporelle implicite est toujours utilisé. De même, la prise en compte de la loi puissance de la partie statique du modèle d'écoulement isotrope repose sur la même approximation multilinéaire, selon laquelle :

$$\sigma_y = (\sigma_y^p)^i + K' \alpha \left(1 + M \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \quad \forall \alpha \in [\alpha_i; \alpha_{i+1}[\quad (3.4)$$

Avec $\sigma_y^p)^i = \sigma_0 + K \alpha_i^n$ et $K' = K \frac{\alpha_{i+1}^n - \alpha_i^n}{\alpha_{i+1} - \alpha_i}$.

La loi d'écoulement cinématique suit le modèle linéaire de Prager, soit $\frac{\partial \bar{\beta}}{\partial t} = \frac{2}{3} H \frac{\partial \bar{\varepsilon}^{vp}}{\partial t}$.

La première phase des algorithmes consiste en la définition de l'état test (3.5) considérant une évolution purement élastique entre les incréments n et $n+1$, selon la loi de Hooke pour un matériau homogène isotrope. Par rapport au schéma pour la J_2 -plasticité, cet état test doit désormais considérer une valeur test de la vitesse de déformation viscoplastique équivalente.

$$\begin{cases} \bar{\sigma}^{test} = 2\mu (\bar{\varepsilon}_{n+1} - \bar{\varepsilon}_n^{vp}) + \lambda_L \underbrace{tr(\bar{\varepsilon}_{n+1} - \bar{\varepsilon}_{n+1}^{vp})}_{=tr(\bar{\varepsilon}_{n+1})} \bar{I} \\ \bar{\xi}^{test} = \bar{\sigma}^{test} - \bar{\beta}_n \\ \dot{\varepsilon}_{eq}^{vp test} = \frac{J_2(\bar{\sigma}^{test}) - J_2(\bar{\sigma}_n)}{\frac{3}{2} \frac{E}{1+\nu} \Delta t} \end{cases} \quad (3.5)$$

où Δt est l'incrément de temps entre deux mesures de champs de déformations. On rappelle que $J_2(\bar{\sigma})$ est la contrainte équivalente de von Mises. La définition de la surface de charge inclut les effets visqueux et dépend donc de la valeur de la vitesse de déformation viscoplastique équivalente test (3.6).

$$\begin{cases} \text{Si } \dot{\varepsilon}_{eq}^{vp test} \leq \dot{\varepsilon}_0 : & f^{test} = J_2(\bar{\xi}^{test}) - \left(\sigma_y^p)^i - K' \alpha_n \right) \\ \text{sinon :} & f^{test} = J_2(\bar{\xi}^{test}) - \left(\sigma_y^p)^i - K' \alpha_n \right) \left(1 + M \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp test}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \end{cases} \quad \forall \alpha \in [\alpha_i; \alpha_{i+1}[\quad (3.6)$$

Dans le cas $f^{test} < 0$, l'écoulement entre les incréments n et $n+1$ est réellement élastique et les grandeurs mécaniques sont mises à jour en conséquence. Dans le cas contraire, une phase de correction plastique est appliquée. Le calcul du multiplicateur plastique, λ , doit être adapté au modèle de Johnson-Cook. Considérons le cas le plus général d'un écoulement viscoplastique. La surface de charge s'exprime selon :

$$f_{n+1} = J_2(\bar{\xi}_{n+1}) - \left(\sigma_y^p)^i + K' \alpha_{n+1} \right) \left(1 + M \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp n+1}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) = 0 \quad \forall \alpha_{n+1} \in [\alpha_i; \alpha_{i+1}[\quad (3.7)$$

Pour alléger les notations, on pose $A_n = M \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}_{eq}^{vp} n}{\dot{\epsilon}_0} \right)$ et $A_{n+1} = M \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}_{eq}^{vp} n+1}{\dot{\epsilon}_0} \right)$. La recombinaison des relations (3.6) et (3.7) conduit à :

$$\begin{aligned} \alpha_{n+1} - \alpha_n &= \frac{J_2(\bar{\xi}_{n+1}) - \sigma_y^p i(1+A_{n+1})}{K'(1+A_{n+1})} - \frac{J_2(\bar{\xi}^{test}) - f^{test} - \sigma_y^p i(1+A_n)}{K'(1+A_n)} \\ &= \frac{J_2(\bar{\xi}_{n+1})(1+A_n) - J_2(\bar{\xi}^{test})(1+A_{n+1}) + f^{test}(1+A_{n+1})}{K'(1+A_n)(1+A_{n+1})} \end{aligned} \quad (3.8)$$

La relation (2.20) démontrait que $\bar{\xi}^{test} = \bar{\xi}_{n+1} + (2\mu + \frac{2}{3}H) \Delta\lambda P \bar{\xi}_{n+1}$. En rappelant que $J_2(\bar{\xi}^{test}) = J_2(\bar{\xi}_{n+1}) \frac{\bar{\xi}^{test}}{\bar{\xi}_{n+1}}$ et que $\Delta\alpha = \frac{2}{3} \Delta\lambda J_2(\bar{\xi}_{n+1})$, la relation (3.8) conduit à l'expression suivante pour le multiplicateur plastique :

$$\Delta\lambda = \frac{J_2(\bar{\xi}_{n+1})(A_n - A_{n+1}) + f^{test}(1 + A_{n+1})}{\left[\frac{2}{3} K'(1 + A_n) + 2\mu + \frac{2}{3} H \right] (1 + A_{n+1}) J_2(\bar{\xi}_{n+1})} \quad (3.9)$$

Les inconnues A_{n+1} et $J_2(\bar{\xi}_{n+1})$ subsistent dans cette expression. Le calcul de $\Delta\lambda$ repose alors sur une boucle itérative. Celle-ci est initialisée en posant $A_{n+1} = A_n$ et $J_2(\bar{\xi}_{n+1}) = J_2(\bar{\xi}^{test})$. Alors :

$$\Delta\lambda_0 = \frac{f^{test}}{\left[\frac{2}{3} K'(1 + A_n) + 2\mu + \frac{2}{3} H \right] J_2(\bar{\xi}^{test})}$$

La valeur de A_n est nulle si $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp} n \leq \dot{\epsilon}_0$.

Le schéma des algorithmes à retour radial pour le modèle viscoplastique de Johnson-Cook est résumé dans le Tableau 3.2. Des tests sur la valeur de la vitesse de déformation équivalente permettent d'orienter les calculs vers un schéma viscoplastique ou purement plastique.

Entrées : $\bar{\varepsilon}_{n+1}$, grandeurs à l'état n , paramètres matériaux.

Sorties : Grandeurs à l'état $n + 1$.

Test sur la valeur de α à l'incrément précédent : $\alpha_n \in [\alpha_i; \alpha_{i+1}[$

 | Calcul de $\sigma_y^p{}^i$ et de K'

Calcul de l'état test (prédiction élastique) : $\bar{\sigma}^{test}$, $\bar{\xi}^{test}$, $J_2(\bar{\xi}^{test})$, $\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp test}$ (3.5)

Si $\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp test} \leq \dot{\varepsilon}_0$, **alors** :

 | $f^{test} = J_2(\bar{\xi}^{test}) - (\sigma_y^p{}^i + K'\alpha_n)$

Sinon :

 | $f^{test} = J_2(\bar{\xi}^{test}) - (\sigma_y^p{}^i + K'\alpha_n) \left(1 + M \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp test}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right)$

fin.

Si $f^{test} > 0$, **alors** :

Si $\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp test} \leq \dot{\varepsilon}_0$:

 | $\Delta\lambda = \frac{f^{test}}{\left[\frac{2}{3}K' + 2\mu + \frac{2}{3}H\right]J_2(\bar{\xi}^{test})}$

Sinon :

 | $\Delta\lambda = \frac{f^{test}}{\left[\frac{2}{3}K' \left(1 + M \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp test}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right) + 2\mu + \frac{2}{3}H\right]J_2(\bar{\xi}^{test})}$

fin.

Pour $i = 1$ à N :

 | $\Xi = \left[Q^{-1} + \frac{\Delta\lambda}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\lambda}P\right]^{-1}$

 | $\bar{\xi}_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\lambda} \Xi Q^{-1} \bar{\xi}^{test}$

 | $\alpha_{n+1} = \alpha_n + \frac{2}{3}\Delta\lambda J_2(\bar{\xi}_{n+1})$

 | $\dot{\varepsilon}_{eq\ n+1}^{vp} = \frac{3}{2} \frac{\alpha_{n+1} - \alpha_n}{\Delta t}$

Si $\dot{\varepsilon}_{eq\ n+1}^{vp} > \dot{\varepsilon}_0$:

Si $\dot{\varepsilon}_{eq\ n}^{vp} > \dot{\varepsilon}_0$:

 | $\Delta\lambda = \frac{J_2(\bar{\xi}_{n+1})M \left(\ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq\ n}^{vp}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) - \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq\ n+1}^{vp}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right) + f^{test} \left(1 + M \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq\ n+1}^{vp}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right)}{\left[\frac{2}{3}K' \left(1 + M \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq\ n}^{vp}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right) + 2\mu + \frac{2}{3}H\right] \left(1 + M \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq\ n+1}^{vp}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right) J_2(\bar{\xi}_{n+1})}$

Sinon :

 | $\Delta\lambda = \frac{-J_2(\bar{\xi}_{n+1})M \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq\ n+1}^{vp}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) + f^{test} \left(1 + M \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq\ n+1}^{vp}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right)}{\left[\frac{2}{3}K' + 2\mu + \frac{2}{3}H\right] \left(1 + M \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq\ n+1}^{vp}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right) J_2(\bar{\xi}_{n+1})}$

fin.

Sinon :

 | $\Delta\lambda = \frac{f^{test}}{\left[\frac{2}{3}K' + 2\mu + \frac{2}{3}H\right]J_2(\bar{\xi}_{n+1})}$

fin.

Mises à jour des variables :

 | $\bar{\xi}_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\lambda} \Xi Q^{-1} \bar{\xi}^{test}$

 | $\alpha_{n+1} = \alpha_n + \frac{2}{3}\Delta\lambda J_2(\bar{\xi}_{n+1})$

 | $\bar{\beta}_{n+1} = \bar{\beta}_n + \frac{2}{3}\Delta\lambda H P \bar{\xi}_{n+1}$

 | $\bar{\sigma}_{n+1} = \bar{\xi}_{n+1} + \bar{\beta}_{n+1}$

 | $\bar{\varepsilon}_{n+1}^{vp} = \bar{\varepsilon}_n^{vp} + \Delta\lambda P \bar{\xi}_{n+1}$

 | $\dot{\varepsilon}_{eq\ n+1}^{vp} = \frac{3}{2} \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$

Suite page suivante

Suite :

<p>Calcul de la nouvelle loi de comportement</p> <p style="padding-left: 20px;">$\alpha_{n+1} \in [\alpha_j; \alpha_{j+1}[$</p> <p style="padding-left: 20px;">Calcul de σ_y^p et de K'</p> <p>Calcul de la nouvelle surface de charge</p> <p style="padding-left: 20px;">Si $\dot{\varepsilon}_{eq\ n+1}^{vp} > \dot{\varepsilon}_0$:</p> <p style="padding-left: 40px;">$f_{n+1} = J_2(\bar{\xi}_{n+1}) - (\sigma_y^p + K'\alpha_{n+1}) \left(1 + M \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq\ n+1}^{vp}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right)$</p> <p style="padding-left: 20px;">Sinon :</p> <p style="padding-left: 40px;">$f_{n+1} = J_2(\bar{\xi}_{n+1}) - (\sigma_y^p + K'\alpha_{n+1})$</p> <p style="padding-left: 20px;">fin.</p> <p>Vérification du retour sur la surface de charge :</p> <p style="padding-left: 20px;">Si $f_{n+1} \neq 0$ alors correction des contraintes.</p> <p>Sinon :</p> <p>Mise à jour des variables pour un incrément élastique.</p> <p>fin.</p>	<p>Calcul de la déformation dans l'épaisseur pour assurer la condition de contraintes planes.</p>
---	---

TABLE 3.2 – Schéma de l'algorithme à retour radial pour le modèle viscoplastique de Johnson-Cook

La validation des algorithmes à retour radial implémentés pour le modèle viscoplastique de Johnson-Cook repose une nouvelle fois sur un processus de comparaisons numériques. Le code EF de recherche Europlexus^b fournit les champs de déformation utilisés en entrée des algorithmes. Europlexus utilise un schéma d'intégration temporelle explicite. Son implémentation du modèle viscoplastique de Johnson-Cook ne prend pas en compte d'écrouissage cinématique. La valeur de H est donc systématiquement fixée à 0 dans la procédure de validation des algorithmes à retour radial. Enfin, on peut souligner que le choix de calculer la valeur test de la vitesse de déformation viscoplastique équivalente en fonction de la variation de la contrainte équivalente de von Mises est conforme à la façon dont la vitesse de déformation est initialisée sous Europlexus.

Entre autres tests, la procédure de validation utilise un modèle EF de l'éprouvette carrée, de 10 mm de côté, déjà utilisée sous le code ZéBuLoN pour valider les algorithmes en J_2 -plasticité indépendante du temps (Figure 2.1 du chapitre 2). Sous Europlexus, des éléments à 4 nœuds et à 4 points d'intégration, de taille de maille 0.5 mm sont utilisés. Une hypothèse de contrainte plane est imposée; l'épaisseur est uniforme et reste constante tout au long de la simulation à 1 mm. Les valeurs des paramètres matériaux considérées sont celles précédemment identifiées à partir d'essais statiquement déterminés (Tableau 3.1), à l'exception de $\dot{\varepsilon}_0$, dont la valeur est fixée à $1\ s^{-1}$. L'éprouvette subit des chargements de traction uniaxiale (axe \vec{y}). Une première vitesse de sollicitation de $10^{-3}\ m.s^{-1}$ ($\Delta t = 1\ ms$) permet de tester l'algorithme en l'absence d'effets visqueux dans l'éprouvette, la vitesse de déformation demeurant en tout point inférieure au seuil $\dot{\varepsilon}_0$. La Figure 3.4 illustre le bon fonctionnement de l'algorithme à retour radial pour ce cas statique, c'est-à-dire en plasticité indépendante du temps. En effet, les évolutions temporelles des contraintes calculées par l'algorithme sont tout à fait conformes à celles calculées par Europlexus.

Dans un deuxième temps, une vitesse de $2\ m.s^{-1}$ est imposée ($\Delta t = 10^{-2}\ ms$) pour juger du bon traitement par l'algorithme de la viscoplasticité. La Figure 3.5 permet de constater que les allures des contraintes calculées par Europlexus sont légèrement plus chahutées que celles calculées par l'algorithme. Néanmoins, les évolutions de contraintes restent tout à fait cohérentes entre les deux calculs.

Cette allure des contraintes sous Europlexus découle directement d'une évolution des valeurs de vitesses

b. Europlexus est un logiciel EF pour le traitement de la dynamique rapide non-linéaire (fluides et structures), développé notamment par le Centre Commun de Recherche d'Ispra (Italie), le CEA et l'ONERA. Une version commerciale est distribuée par SAMTECH (http://www.samtech.com/files/files/broch_europlexus.pdf).

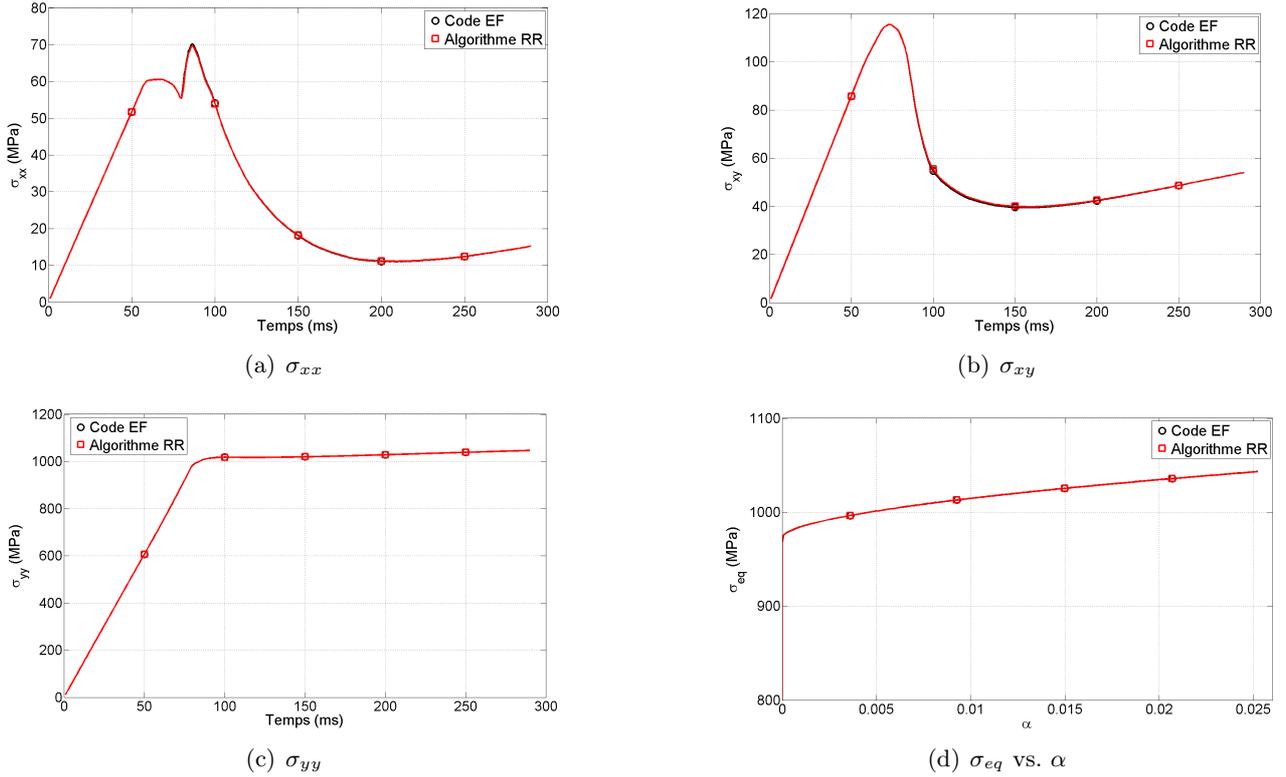


FIGURE 3.4 – Évolutions temporelles des grandeurs mécaniques en chargement de traction à 10^{-3} m.s^{-1} - Coin supérieur droit de l'éprouvette carrée

de déformation visiblement plus chahutée, comme l'illustre la Figure 3.6. La cause n'est pas déterminée précisément, mais est en partie liée à l'utilisation d'un schéma explicite par le code EF Europlexus, alors que l'algorithme est implémenté selon un schéma implicite. Les écarts entre les valeurs de $\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp}$ calculées par Europlexus et par l'algorithme peuvent alors atteindre des pics de l'ordre de 500 s^{-1} au cours du chargement de traction à 2 m.s^{-1} , ce qui peut provoquer un écart maximal sur la valeur de la contrainte d'écoulement, σ_y , de l'ordre de 3 %. L'impact de ces écarts sur $\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp}$ peut être beaucoup plus important lorsque ses valeurs sont proches du seuil de viscoplasticité. Considérons par exemple une valeur théorique de $\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp}$ légèrement inférieure à $\dot{\varepsilon}_0$. Un écart, même relativement faible, sur sa valeur calculée par Europlexus peut suffire à la rendre supérieure à $\dot{\varepsilon}_0$. Alors, les niveaux de contraintes sont artificiellement accrus par le calcul de contraintes visqueuses qui devraient théoriquement être nulles. La Figure 3.7 illustre cette observation pour un chargement de l'éprouvette carrée à une vitesse de sollicitation intermédiaire de 10^{-1} m.s^{-1} ($\Delta t = 1 \text{ ms}$). Les écarts observés sur la contrainte σ_{yy} ne sont alors plus négligeables. De plus, ce phénomène est amplifié par l'absence de relaxation des contraintes visqueuses sous Europlexus. En effet, même si la vitesse de déformation viscoplastique équivalente calculée par le code redevient inférieure au seuil de viscoplasticité, les niveaux additionnels de contraintes visqueuses sont conservés tout au long du calcul. Ainsi, un seul pic de $\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp}$, à un incrément donné, peut suffire à augmenter artificiellement les niveaux de contraintes sous Europlexus sur l'ensemble de la simulation du chargement.

En conclusion, l'implémentation de l'algorithme à retour radial pour le modèle viscoplastique de Johnson-Cook est parfaitement validée pour des cas statiques, c'est-à-dire pour des vitesses de déformation équivalente suffisamment faibles pour pouvoir considérer un comportement purement plastique (i.e. $\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp} \ll \dot{\varepsilon}_0$). Pour des cas dynamiques, c'est-à-dire à plus hautes vitesses de déformations (comportement viscoplastique), l'implémentation est validée pour $\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp} \gg \dot{\varepsilon}_0$. Les cas intermédiaires pour lesquels $\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp} \approx \dot{\varepsilon}_0$ ne peuvent pas être rigoureusement validés en raison des biais observés sous Europlexus et décrits précédemment. Néanmoins, les

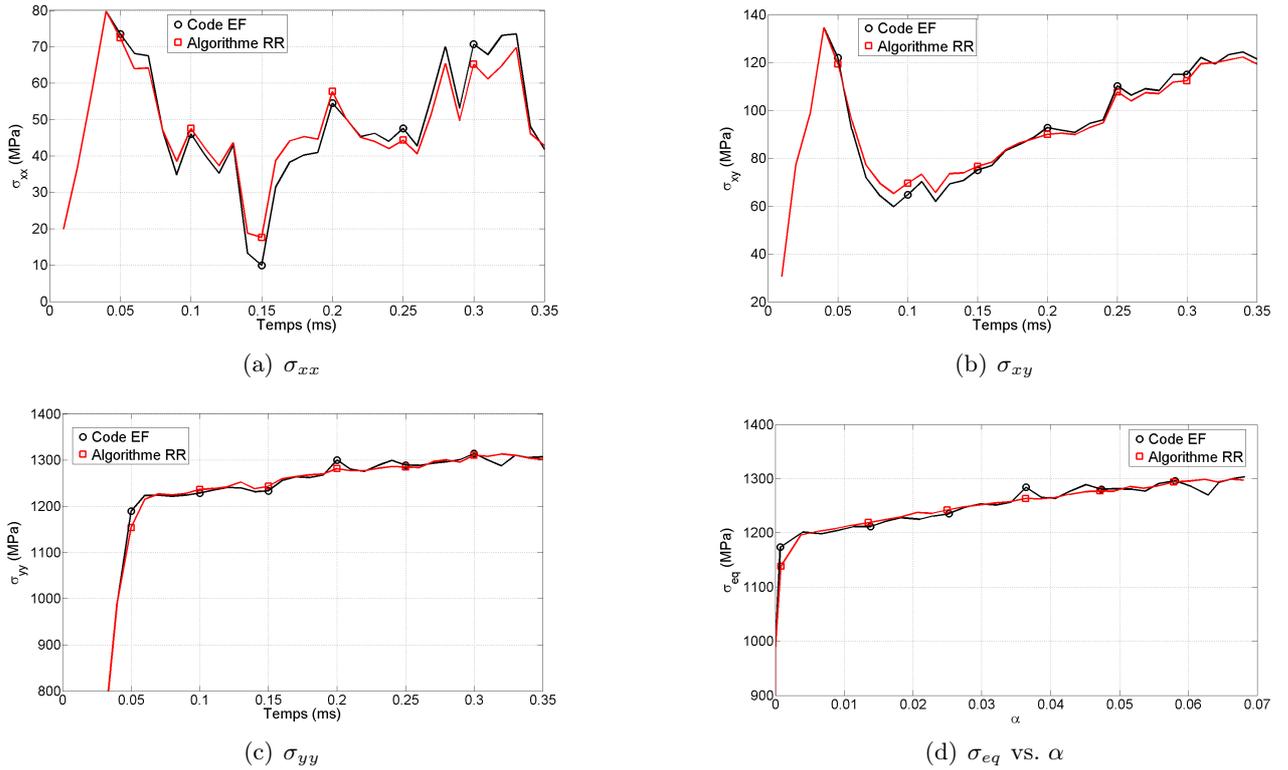


FIGURE 3.5 – Évolutions temporelles des grandeurs mécaniques en chargement de traction à 2 m.s^{-1} - Coin supérieur droit de l'éprouvette carrée

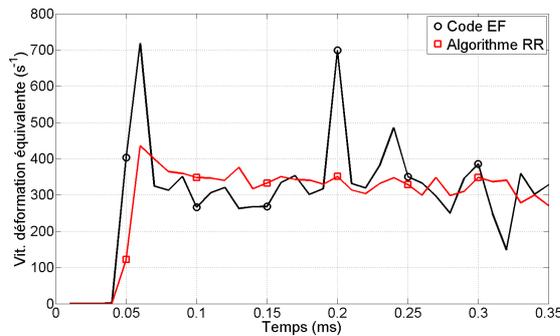


FIGURE 3.6 – Vitesse de déformation équivalente (chargement à 2 m.s^{-1}) - Coin supérieur droit de l'éprouvette carrée

grandeurs mécaniques calculées par l'algorithme à retour radial semblent évoluer de façon tout à fait cohérente. Enfin, bien qu'implémentée, la prise en compte d'un écrouissage cinématique additionnel n'a pu être validée en dynamique, faute de références numériques.

La validation de l'algorithme à retour radial pour le modèle viscoplastique de Johnson-Cook permet son intégration au processus d'identification par la MCV.

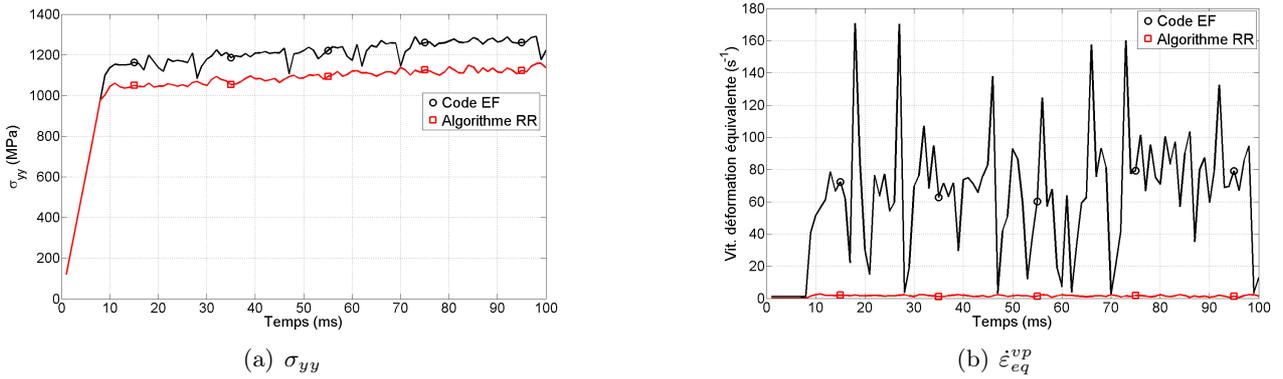


FIGURE 3.7 – Évolutions temporelles des grandeurs mécaniques en chargement de traction à $10^{-1} m.s^{-1}$ - Coin supérieur droit de l'éprouvette carrée

3.2 Caractérisation du modèle viscoplastique de Johnson-Cook par la MCV

3.2.1 Modélisation des essais et construction de la fonction-coût

Dans ce chapitre, la caractérisation par la MCV du modèle viscoplastique de Johnson-Cook utilise des cartographies de déformations simulées numériquement. Pour cela, des MEF d'une éprouvette plate entaillée (rayon d'entaille $1.2 mm$ - Figure 3.8) sont résolus sous Europlexus, sous l'hypothèse de contraintes planes. Le maillage utilise 888 éléments à 4 nœuds et 4 points de Gauss, avec une taille de maille moyenne de $0.5 mm$. Les champs de déformation sont calculés aux points de Gauss qui seront donc considérés comme les "points de mesure" dans le processus de la MCV. La surface élémentaire associée à chacun de ces points vaut un quart de la surface de l'élément correspondant, elle-même calculée à partir des coordonnées initiales et des déplacements nodaux connus à chaque enregistrement des cartographies. L'épaisseur est homogène et constante à $1 mm$. Le comportement matériau suit le modèle de Johnson-Cook avec les paramètres du Tableau 3.3 correspondant aux résultats de la procédure classique d'identification (cf paragraphe 3.1.1). Aucun écrouissage cinématique n'est pris en compte.

Module d'Young, E	114 GPa
Coefficient de Poisson, ν	0.342
Limite initiale d'élasticité, σ_0	973 MPa
Module d'écrouissage isotrope, K	557.3 MPa
Exposant d'écrouissage isotrope, n	0.5632
Paramètre viscoplastique, M	0.0329
Seuil de viscoplasticité, $\dot{\epsilon}_0$	1 s^{-1}

TABLE 3.3 – Paramètres de référence pour le modèle de Johnson-Cook

Dans un contexte purement mathématique d'optimisation, l'identification simultanée de l'ensemble des paramètres du modèle de Johnson-Cook par la MCV à partir d'un essai unique est théoriquement envisageable. On constate alors que les algorithmes de minimisation ont tendance à conserver des valeurs élevées du seuil de viscoplasticité et à renvoyer des valeurs de paramètres plastiques surestimées pour compenser l'apparition de contraintes visqueuses^c. Néanmoins, le modèle phénoménologique de Johnson-Cook permet de séparer les contributions plastiques (via α) et viscoplastiques (via $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}$) à l'écrouissage (3.3). La caractérisation de chacune

c. Exemple de résultats sur un chargement en conditions dynamiques (traction uniaxiale à $1 m.s^{-1}$), avec l'algorithme du Simplex : $\sigma_0 = 1289 MPa$ (33 %), $K = 1969 MPa$ (253 %), $n = 1.99$ (254 %), $M = -0.0352$ (-207 %) et $\dot{\epsilon}_0 = 15.8 s^{-1}$ (1480 %).

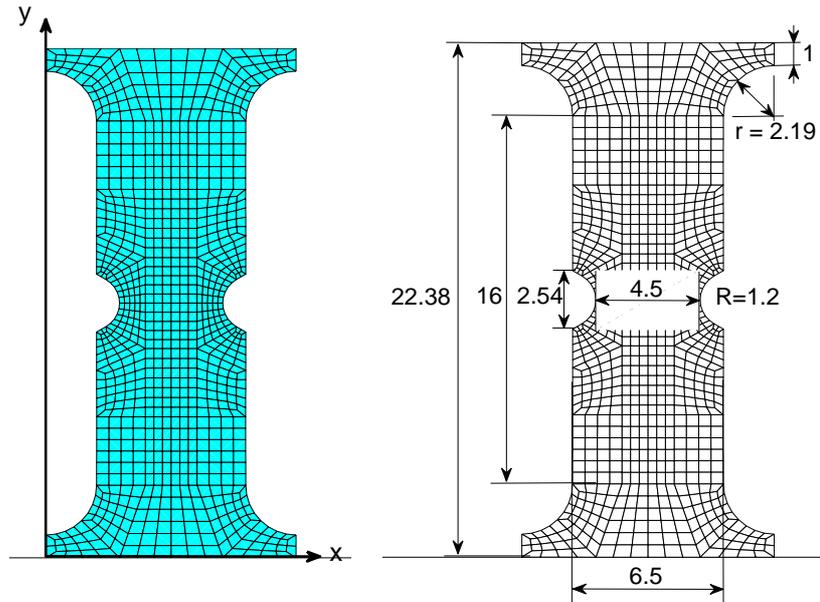


FIGURE 3.8 – Modélisation de l'éprouvette entaillée

de ces parties du modèle est alors effectuée séparément. De plus, l'influence très prépondérante de la partie statique sur la réponse structurale nécessite que sa caractérisation soit la plus précise possible. Les résultats des précédents développements ont montré que cela était possible à partir d'un essai en conditions de chargement quasi-statiques (cf chapitre 2). En conséquence, dans ce chapitre, l'identification de l'ensemble des paramètres du modèle viscoplastique de Johnson-Cook utilise les simulations numériques de deux chargements de traction uniaxiale (axe \vec{y}). Le premier, en conditions de chargement quasi-statiques, est utilisé pour l'identification de la partie statique du modèle (paramètres σ_0 , K et n). Le second, en conditions de chargement dynamiques, vise à identifier les paramètres viscoplastiques (M et $\dot{\epsilon}_0$), connaissant les valeurs des paramètres plastiques.

Expérimentalement, des vitesses de sollicitation de l'ordre de quelques mm/min sont imposées en conditions de chargement quasi-statiques afin de conserver des vitesses de déformations équivalentes bien inférieures au seuil de viscoplasticité (généralement de l'ordre de $1 s^{-1}$ dans la bibliographie, e.g., [83, 79]). L'observation d'un écrouissage suffisamment significatif pour permettre l'identification peut alors prendre plusieurs dizaines, voire centaines de secondes. La simulation numérique, reposant sous Europlexus sur un schéma explicite, est soumise à des conditions sur le pas de temps pour éviter les instabilités. Sa durée totale ne peut alors excéder l'ordre de la seconde. Le choix a donc été fait d'imposer une vitesse de sollicitation plus élevée de $5 \cdot 10^{-3} m.s^{-1}$. Pour conserver des conditions de test quasi-statiques, il faut s'assurer qu'aucune valeur de $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}$ ne devienne supérieure à $\dot{\epsilon}_0$ au cours du chargement. La valeur de ce paramètre seuil est alors artificiellement fixée à $1\ 000 s^{-1}$. La durée totale du chargement est de $99 ms$. Les cartographies de déformation sont enregistrées toutes les $1 ms$. Localement, la déformation ϵ_{yy} maximale est de 27% en fond d'entaille; sa moyenne sur l'ensemble des points de Gauss est de 2.21% en fin de chargement. La valeur de l'énergie cinétique est bien nulle tout au long de la simulation. Les paramètres matériau de référence étant parfaitement connus, puisqu'imposés par l'utilisateur, la cohérence des résultats de l'algorithme à retour radial peut être vérifiée, par exemple en termes de champ de contrainte σ_{yy} (Figure 3.9, au dernier niveau de chargement).

Un second essai, à vitesse de sollicitation de $1 m.s^{-1}$, est modélisé. Cette fois, des effets visqueux sont générés dans le matériau. La valeur de $\dot{\epsilon}_0$ est bien entendu refixée à sa valeur de référence ($1 s^{-1}$). La durée du chargement est de $1 ms$ avec un enregistrement des cartographies de déformations toutes les $0.05 ms$. En fin de chargement, la valeur moyenne de ϵ_{yy} est de 4.35% ; localement, elle atteint presque 50% , en fond d'entaille. Expérimentalement, cet essai aurait donc de toute évidence conduit à la rupture de l'éprouvette,

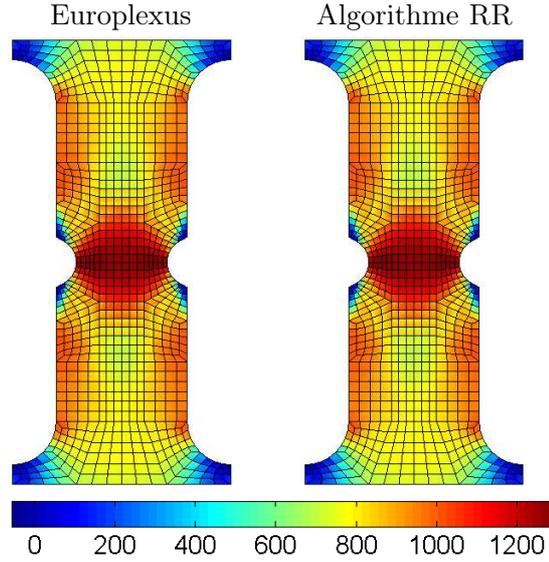


FIGURE 3.9 – Contrainte σ_{yy} calculée par l’algorithme à retour radial à la fin du chargement quasi-statique

mais aucun critère de rupture n’est implémenté ici. La présence des entailles permet de générer des champs mécaniques hétérogènes à la surface de l’éprouvette. En particulier, une large gamme de vitesses de déformation est observée. Cette richesse des données permet de viser une identification de la partie dynamique du modèle de Johnson-Cook (paramètres M et ε_0) à partir de ce seul essai en conditions de chargement dynamiques, en utilisant les valeurs précédemment identifiées de σ_0 , K et n . Les données sont encore enrichies par l’enregistrement des cartographies à différents instants de chargement, avec une évolution temporelle des gammes de vitesses de déformation rencontrées. En particulier, le suivi du basculement de certaines zones de l’éprouvette d’un comportement purement plastique vers un comportement viscoplastique au cours de l’essai (Figure 3.10, champs calculés par l’algorithme à retour radial) peut faciliter l’identification du seuil de viscoplasticité. Les contraintes calculées au cours de ce chargement dynamique par l’algorithme à retour radial (paramètres matériaux de référence) présentent localement certains écarts par rapport à celles d’Europlexus. La Figure 3.11 en fournit des exemples, avec la comparaison des cartographies de σ_{yy} , en fin de chargement, et de son évolution temporelle, pour un point de Gauss en fond d’entaille. Ces écarts sont en grande partie liés aux allures chahutées sous Europlexus des champs de vitesse de déformation, comme on a déjà pu l’observer lors du processus de validation de l’algorithme. On peut souligner à nouveau que l’utilisation d’un schéma implicite dans l’algorithme à retour radial permet d’obtenir des allures de champs beaucoup plus lisses (Figure 3.12).

La mise en œuvre du processus d’identification de la MCV repose sur l’expression du PTV, rappelée ci-dessous.

$$\underbrace{\int_V \rho \vec{\gamma} \cdot \vec{u}^* dV}_{w_{acc}^*} = - \underbrace{\int_V \vec{\sigma} : \vec{\varepsilon}^* dV}_{w_{int}^*} + \int_V \vec{f} \cdot \vec{u}^* dV + \underbrace{\int_{S_f} \vec{T} \cdot \vec{u}^* dS}_{w_{ext}^*} \quad (3.10)$$

Avec ρ la masse volumique et $\vec{\gamma}$ le champ d’accélération.

L’action des forces volumiques, \vec{f} , (ici uniquement le poids) peut d’ores et déjà être négligée devant celles des efforts surfaciques. En effet, en raison du très faible volume de l’éprouvette, la valeur de $\int_V \vec{f} dV$ est d’environ 4 mN^d alors que celle de $\int_{S_f} \vec{T} dS$ est de l’ordre de 10 kN .

Un CV simple, $[0, y]^T$, cinématiquement admissible et adapté au chargement de traction uniaxiale, est

d. $\vec{f} = \rho \vec{g}$ avec $\rho = 2\,850 \text{ kg.m}^{-3}$ et $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$. V vaut environ 155 mm^3 .

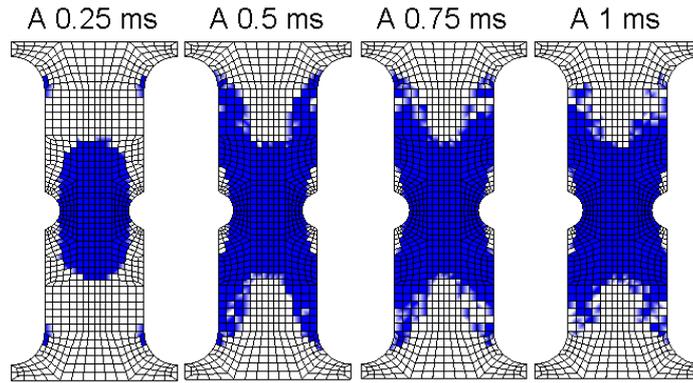
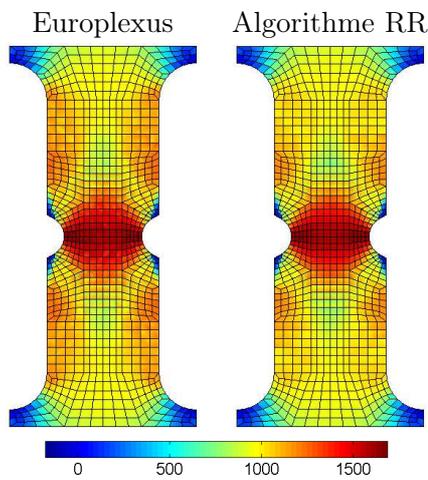
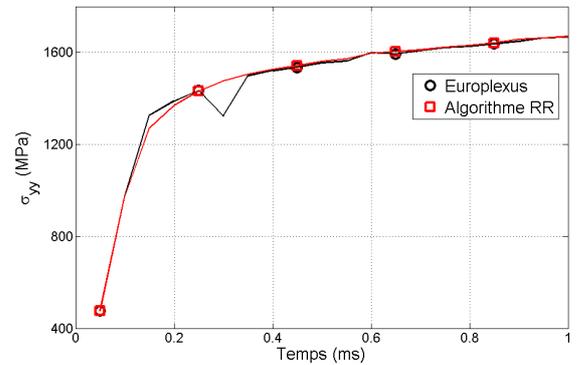


FIGURE 3.10 – Extension des zones viscoplastiques (colorées) au cours du chargement

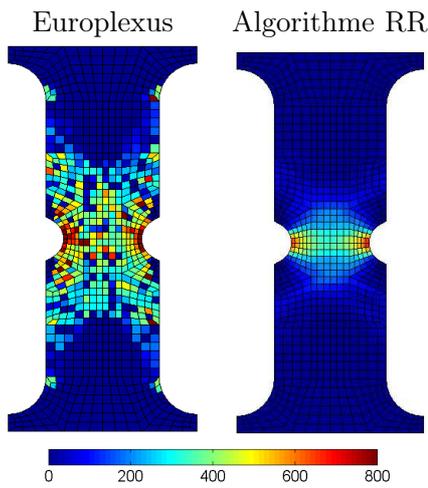


(a) Cartographies de σ_{yy} à 1 ms

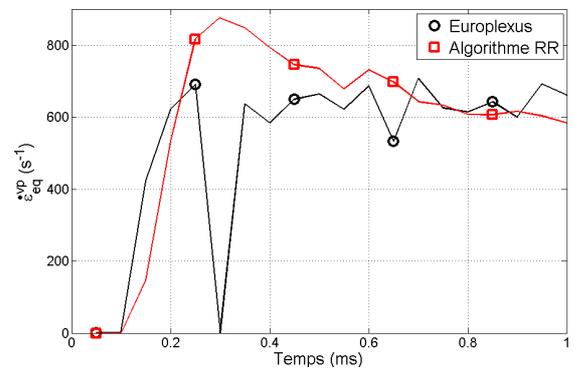


(b) Évolution de σ_{yy} en fond d'entaille

FIGURE 3.11 – Écarts sur σ_{yy} pour l'éprouvette entaillée en chargement dynamique



(a) Cartographies de $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}$ à 1 ms



(b) Évolution de $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}$ en fond d'entaille

FIGURE 3.12 – Écarts sur $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}$ pour l'éprouvette entaillée en chargement dynamique

utilisé. Comme démontré au chapitre précédent, le travail virtuel des efforts extérieurs surfaciques, w_{ext}^* , s'exprime alors directement à partir de la résultante des efforts, $\vec{F} = F\vec{y}$, appliquée sur la surface supérieure de l'éprouvette entaillée (en $y = L$)^e. En effet :

$$w_{ext}^*(t_k) = F(t_k) L(t_k) \quad (3.11)$$

où les t_k sont les instants d'enregistrement des cartographies de déformations.

Avec ce CV, l'expression du travail virtuel des efforts intérieurs, w_{int}^* , ne fait intervenir que la composante σ_{yy} du tenseur des contraintes. Son expression est discrétisée selon le principe détaillé au chapitre précédent :

$$w_{int}^*(\vec{X}, t_k) = e_0 \sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}, t_k) S_i(t_k) \quad (3.12)$$

avec \vec{X} le vecteur des paramètres de comportement à identifier. e_0 est l'épaisseur, ici homogène et constante ; les S_i sont les surfaces élémentaires associées à chaque point de Gauss, i . Les contraintes σ_{yy}^i sont calculées par l'algorithme à retour radial à partir des déformations au point de Gauss i .

Enfin, la question de la prise en compte du travail virtuel des efforts d'accélération, w_{acc}^* , dans l'expression du PTV (3.10) se pose car les conditions de chargement ne sont plus nécessairement quasi-statiques. Ce travail s'exprime avec le CV considéré selon la relation $w_{acc}^*(t_k) = \rho \int_V \gamma_y(t_k) \cdot y(t_k) dV$, qui peut être approchée par discrétisation en :

$$w_{acc}^* = e_0 \rho \sum_i \gamma_y^i(t_k) y_i(t_k) S_i(t_k)$$

w_{acc}^* est calculé à partir des accélérations nodales renvoyées par Europlexus. On vérifie que w_{acc}^* est bien nul en conditions de chargement quasi-statiques, après quelques oscillations en début de chargement. Dans le cas du chargement dynamique, w_{acc}^* n'est pas nul mais sa valeur reste très inférieure à celle des autres travaux, comme en témoigne la Figure 3.13, notamment en raison de la faible masse de l'éprouvette. La contribution de w_{acc}^* dans l'expression du PTV sera donc négligée. On peut souligner que sa prise en compte aurait été difficile en dehors de tests numériques, les valeurs des champs d'accélération n'étant pas facilement mesurables en tout point de la surface de l'éprouvette au cours d'un essai.

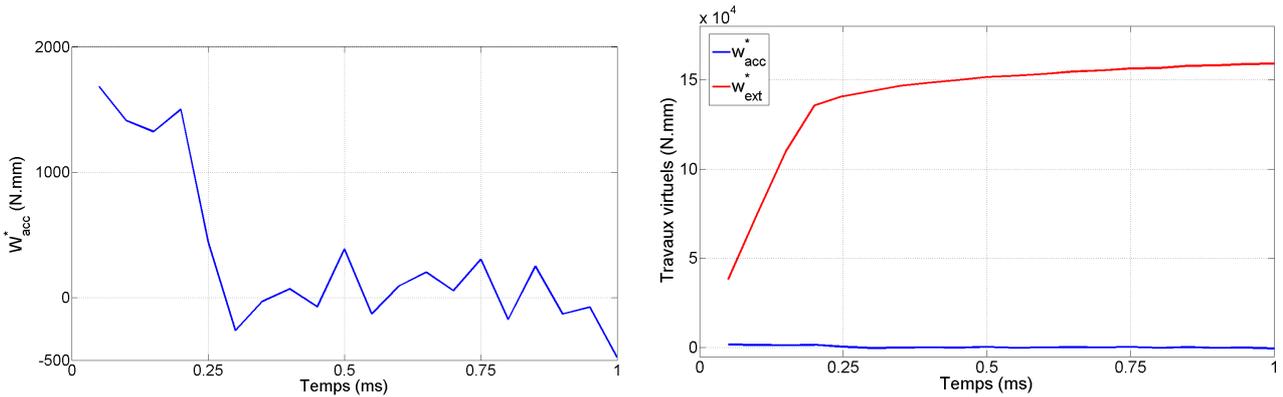


FIGURE 3.13 – Travail virtuel des accélérations pour le chargement dynamique

Ces différentes simplifications apportées à l'expression du PTV (3.10) conduisent finalement à la définition d'une fonction-coût, $\varphi(\vec{X})$ (3.13), traduisant les écarts entre w_{int}^* (3.12) et w_{ext}^* (3.11), au sens des moindres carrés, en fonction des paramètres matériau, \vec{X} .

e. Les nœuds de la base de l'éprouvette (i.e, en $y = 0$) sont encastrés.

$$\varphi(\vec{X}) = \sum_k \left(\frac{e_0 \sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}, t_k) S_i(t_k) - F(t_k) L(t_k)}{F(t_k) L(t_k)} \right)^2 \quad (3.13)$$

En résumé, l'identification de l'intégralité du modèle viscoplastique de Johnson-Cook par la MCV se décompose en deux processus successifs de minimisation de φ (3.13) :

- Étape 1 : pour identifier les paramètres plastiques σ_0 , K et n , φ (3.13) est construite à partir de l'ensemble des cartographies du chargement en conditions quasi-statiques ; les calculs de l'algorithme à retour radial sont effectués en considérant $M = 0$;
- Étape 2 : pour identifier les paramètres viscoplastiques M et $\dot{\varepsilon}_0$, φ (3.13) est construite à partir de l'ensemble des cartographies du chargement en conditions dynamiques ; les calculs de l'algorithme à retour radial sont effectués en considérant les valeurs précédemment identifiées des paramètres plastiques.

Les processus d'optimisation sont initialisés avec les valeurs de 500 MPa pour σ_0 et K , 1 pour n , 0.01 pour M et 10 s^{-1} pour $\dot{\varepsilon}_0$. Les valeurs des paramètres élastiques, E et ν sont supposées connues. Les algorithmes du Simplex et CMAES sont utilisés en parallèle, conformément aux préconisations du chapitre 2.

3.2.2 Résultats d'identification

Les résultats d'identification par la MCV des paramètres plastiques, à partir du chargement quasi-statique, sont regroupés dans le Tableau 3.4. Les deux algorithmes d'optimisation convergent vers le même minimum global de la fonction-coût. Les valeurs identifiées des paramètres sont très proches de celles de référence. Comme attendu suite aux résultats du chapitre précédent, la partie statique du modèle de Johnson-Cook est donc caractérisée de façon très précise par la MCV. Les paramètres plastiques, σ_0 , K et n , ainsi identifiés peuvent donc être utilisés dans le second processus d'optimisation visant à identifier la partie viscoplastique du modèle à partir des cartographies de déformations calculées au cours du chargement dynamique.

Paramètres identifiés (Écarts relatifs en %)			Valeur finale de φ (Valeur initiale de $4.8 \cdot 10^{-3}$)	Nombre d'évaluations
σ_0 (MPa)	K (MPa)	n	1.65 10^{-5}	Simplex : 1630 CMAES : 3949
975.31 (0.24 %)	560.88 (0.64 %)	0.5754 (2.17 %)		

TABLE 3.4 – Identification de la partie statique du modèle de Johnson-Cook

Ces résultats d'identification des paramètres M et $\dot{\varepsilon}_0$ sont regroupés dans le Tableau 3.5. Cette fois, les deux algorithmes d'optimisation convergent vers des valeurs de paramètres différentes. Les valeurs considérées comme identifiées sont alors celles conduisant à une plus faible valeur finale de la fonction-coût. Ici, il s'agit des valeurs $M = 0.0187$ et $\dot{\varepsilon}_0 = 6.21 \cdot 10^{-3} s^{-1}$, détectées par l'algorithme du Simplex. Celles-ci sont très éloignées des valeurs de référence attendues ($M = 0.0329$ et $\dot{\varepsilon}_0 = 1 s^{-1}$). Les causes de ces écarts sont recherchées au paragraphe suivant.

3.3 Discussions

Les écarts très importants observés lors du processus d'identification par la MCV de la partie dynamique du modèle de Johnson-Cook peuvent avoir de nombreuses causes. Néanmoins, on peut d'ores et déjà souligner que les valeurs identifiées des paramètres viscoplastiques sont très peu influencées par l'utilisation des valeurs identifiées des paramètres plastiques, celles-ci étant très proches des valeurs de référence (Tableau 3.4). Pour

Algorithme	Paramètres identifiés (Ecart relatifs en %)		Valeur finale de φ (Valeur initiale de $8.28 \cdot 10^{-1}$)	Nombre d'évaluations
	M	$\dot{\epsilon}_0$ (s^{-1})		
Simplex	0.0187 (-43 %)	$6.207 \cdot 10^{-3}$ (-99 %)	$2.7 \cdot 10^{-3}$	389
CMAES	0.0699 (112 %)	4 (300 %)	$2.8 \cdot 10^{-3}$	926

TABLE 3.5 – Identification de la partie dynamique du modèle de Johnson-Cook

information, un test d'identification des paramètres viscoplastiques utilisant les valeurs de référence de σ_0 , K et n conduit à la même valeur de M et à une valeur identifiée de $\dot{\epsilon}_0$ très proche ($6.402 \cdot 10^{-6} s^{-1}$)^f.

Les bons résultats obtenus lors du traitement de modèles de comportements purement plastiques permettent d'écarter certaines sources d'erreurs possibles. En particulier, les hypothèses réalisées pour le calcul de w_{int}^* (champs constants dans les sous-volumes, approximation discrète de l'intégrale, notamment) ne nuisent pas aux résultats d'identification en conditions quasi-statiques et ne sont donc pas à l'origine de biais en conditions dynamiques, puisque l'éprouvette utilisée est identique. En revanche, des biais spécifiques aux données en dynamique, détectés au cours des développements (e.g., évolutions chahutées, écarts locaux sur les contraintes), peuvent de toute évidence nuire à l'identification. Leurs effets sont analysés au paragraphe 3.3.1. D'autres causes peuvent être liées à l'utilisation d'un processus d'optimisation par la MCV (paragraphe 3.3.2). La non-convexité de la fonction-coût, provoquant une sensibilité aux valeurs des paramètres de départ, a été mise en évidence. Une solution satisfaisante consiste en l'utilisation en parallèle de deux algorithmes de minimisation. Toutefois, ceci ne résout pas les autres problématiques pouvant être liées à l'utilisation d'un processus d'optimisation par la MCV. En particulier, le processus peut être affecté par des influences déséquilibrées des différents paramètres de comportement sur les variations de la fonction-coût. Par exemple, dans le cas du modèle de Johnson-Cook, l'influence prépondérante de l'érouissage lié à la déformation plastique devant les niveaux de contraintes visqueuses peut être un frein à l'identification de la partie dynamique du modèle, au même titre que le fort couplage existant entre M et $\dot{\epsilon}_0$. Ces considérations conduisent tout naturellement à s'interroger sur la pertinence de la modélisation (sens "physique" de chacun des paramètres ou retranscription globale du comportement ?) et les résultats obtenus par la MCV seront discutés en ce sens au paragraphe 3.3.3.

3.3.1 Problématiques liées au traitement de données en dynamique

Le bon fonctionnement de la MCV pour des cas de chargements quasi-statiques incite à rechercher les causes des écarts importants sur les paramètres viscoplastiques dans les spécificités du traitement de cas de chargements dynamiques.

En premier lieu, la possibilité de négliger le travail virtuel des accélérations (w_{acc}^*) dans la définition de la fonction-coût est re-vérifiée. En effet, les tests d'identification de la partie dynamique du modèle de Johnson-Cook prenant en compte w_{acc}^* conduisent à des résultats sensiblement équivalents^g.

Le bon fonctionnement des algorithmes de minimisation est également vérifié. En particulier, la valeur de la fonction-coût φ , calculée avec les valeurs identifiées des paramètres viscoplastiques ($2.7 \cdot 10^{-3}$) est inférieure à celle obtenue avec les valeurs de référence ($8.5 \cdot 10^{-3}$). Même, les valeurs de chacune de ses composantes aux différents instants t_k , i.e. $\left(\frac{w_{int}^*(\vec{X}, t_k) - w_{ext}^*(t_k)}{w_{ext}^*(t_k)} \right)^2$, calculées avec les valeurs identifiées des paramètres viscoplastiques sont toujours inférieures à celles calculées avec les valeurs de référence (Figure 3.14).

f. Algorithme du Simplex, valeur finale de φ identique de $2.7 \cdot 10^{-3}$ en 1010 évaluations.

g. Avec l'algorithme du Simplex, $M = 0.0187$ et $\dot{\epsilon}_0 = 6.389 \cdot 10^{-3} s^{-1}$. Valeur finale de φ de $1.14 \cdot 10^{-4}$, en 1110 évaluations.

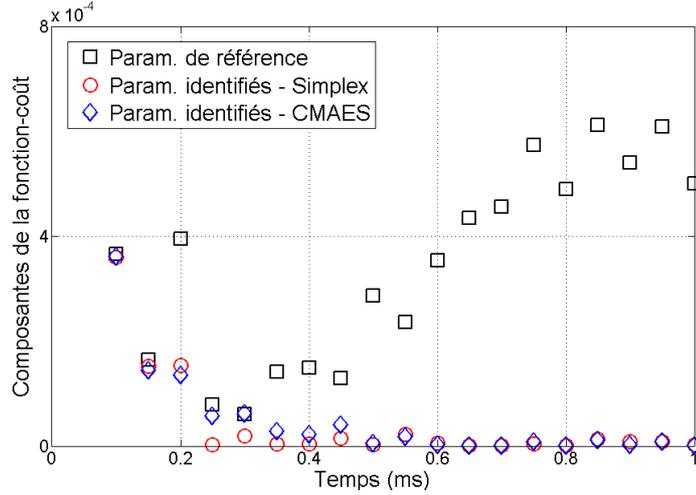


FIGURE 3.14 – Composantes de la fonction-coût φ en fonction des valeurs des paramètres viscoplastiques

Le vecteur \vec{X}_{ref} , constitué des valeurs de référence des paramètres matériau, ne correspond donc pas à celui minimisant la fonction-coût. De toute évidence, l'identification de ces valeurs de référence est donc impossible puisque les algorithmes de minimisation convergent logiquement vers un vecteur différent, \vec{X}_{id} , pour lequel $\varphi(\vec{X}_{id}) < \varphi(\vec{X}_{ref})$. Les causes du non-respect du PTV (2.1) avec les paramètres \vec{X}_{ref} sont à rechercher dans les écarts existant entre les résultats du code EF Europlexus et ceux de l'algorithme à retour radial. On rappelle que les cartographies de champs de déformation utilisées au cours de ces tests d'identification sont issues de la résolution de MEF par Europlexus. De même, les efforts nodaux calculés par le code sont utilisés pour obtenir la résultante des efforts nécessaire au calcul de w_{ext}^* (3.11) dans le processus de la MCV. Ces efforts sont calculés par le solveur EF en cohérence avec ses champs de contrainte. Ainsi, on peut vérifier que le PTV (2.1) est bien vérifié par Europlexus, c'est-à-dire que $\sum_i \sigma_{yy}^{i\ Epx}(\vec{X}_{ref}, t_k) e_0 S_i(t_k) = F(t_k) L(t_k), \forall t_k$, avec $\sigma_{yy}^{i\ Epx}$ les contraintes calculées par Europlexus. Cependant, dans le processus de la MCV, le travail virtuel des efforts intérieurs, w_{int}^* (3.12), est exprimé à partir des champs de contraintes calculés par l'algorithme à retour radial. Or, on a montré que des écarts locaux peuvent exister entre les contraintes calculées par le code EF et par l'algorithme. Alors, la valeur de $w_{int}^*(\vec{X}_{ref}, t_k)$, calculée à partir des contraintes de l'algorithme, peut être différente de celle de $w_{ext}^*(t_k)$, calculée en cohérence avec les contraintes d'Europlexus. Le PTV (2.1) n'est alors plus respecté pour \vec{X}_{ref} qui ne minimise pas φ : l'identification de \vec{X}_{ref} est impossible. La Figure 3.15 illustre schématiquement ces propos.

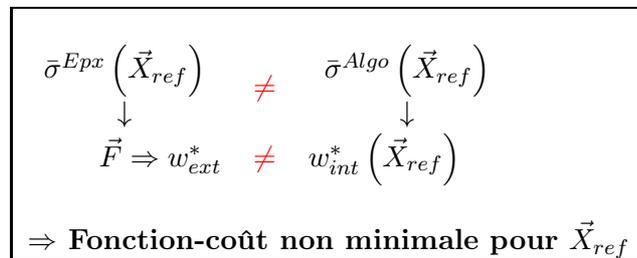
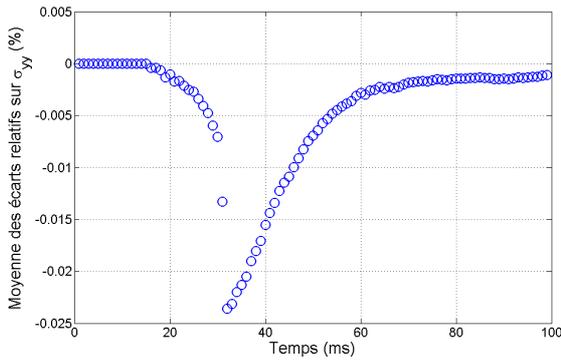


FIGURE 3.15 – Écarts sur les contraintes en dynamique et impossibilité d'identification de \vec{X}_{ref}

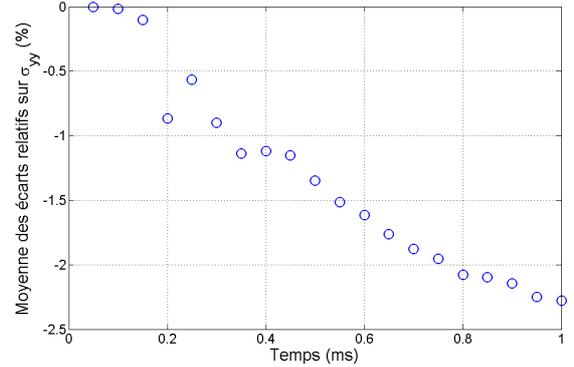
On peut constater que les écarts entre les valeurs de σ_{yy} calculées par Europlexus et par l'algorithme croissent au cours du chargement dynamique. Leur moyenne sur l'ensemble des points de Gauss atteint des

valeurs de l'ordre de 2.5 % (Figure 3.16(b)). Localement, c'est-à-dire pour certains points de Gauss, les écarts peuvent même atteindre 15 %.

Remarque : De tels écarts sur les champs de contraintes ne sont pas observés en conditions de chargement quasi-statiques où leur moyenne sur l'ensemble des points de Gauss n'excède pas 0.025 %, les erreurs maximales étant observées au début de l'écoulement plastique (Figure 3.16(a)). Ceci permet l'identification par la MCV de valeurs de paramètres plastiques très proches de celles attendues (Tableau 3.4). \square



(a) Chargement quasi-statique



(b) Chargement dynamique

FIGURE 3.16 – Moyenne sur tous les points de Gauss des écarts sur σ_{yy} au cours des deux chargements

Compte-tenu de l'expression (3.12), les valeurs de w_{int}^* sont affectées par des biais dont l'ordre de grandeur est équivalent à celui de la moyenne des écarts sur σ_{yy} . Bien que de l'ordre de seulement quelques pourcents en conditions de chargement dynamiques, ces biais s'avèrent néanmoins suffisant pour fausser les résultats d'identification par la MCV des paramètres viscoplastiques du modèle de Johnson-Cook. Cette observation met en évidence la sensibilité de la méthode, discutée dans le paragraphe suivant.

3.3.2 Sensibilités de la MCV en tant que processus d'optimisation

Le paragraphe précédent a permis de constater que des écarts, même relativement faibles, affectant les champs de contraintes, et donc le travail virtuel des efforts intérieurs, w_{int}^* (3.12) peuvent fortement influencer les résultats d'identification par la MCV. Plus généralement, les résultats de la MCV sont sensibles à tous les biais pouvant exister dans l'expression de la fonction-coût (3.13) à minimiser. À titre d'exemple, des tests d'identification de la partie plastique du modèle de Johnson-Cook, à partir du chargement en conditions quasi-statiques, sont réalisés en utilisant des valeurs altérées de la résultante des efforts, \hat{F} . Pour cela, un coefficient correctif, ζ est appliqué à la résultante F , issue d'Europlexus, tout au long du chargement, tel que $\hat{F}(t_k) = F(t_k)(1 + \zeta)$, $\forall t_k$. ζ prend les valeurs 0.005, 0.01, 0.02, 0.05 et 0.1 et leurs opposées. La fonction-coût est exprimée à partir de l'ensemble des cartographies du chargement quasi-statique. Sa minimisation utilise toujours les deux algorithmes Simplex et CMAES. En cas de résultats différents, les valeurs identifiées des paramètres plastiques sont toujours celles conduisant à la plus faible valeur finale de la fonction-coût. La Figure 3.17 présente les écarts relatifs entre ces valeurs identifiées et les valeurs de référence en fonction de ζ . Elle permet de constater que les écarts sur les valeurs identifiées des paramètres deviennent très vite importants, même pour de faibles valeurs de ζ . Ces écarts ne semblent pas évoluer linéairement avec ζ .

L'impact des biais affectant l'expression de la fonction-coût, φ (3.13), est exacerbé par son allure en plateau très prononcée. Alors, une faible variation de la valeur de cette fonction peut se traduire par un changement important des valeurs des composantes du vecteur de paramètres correspondant. Ces plateaux sont principalement liés à une influence déséquilibrée des différents paramètres de comportement sur la réponse structurale et donc sur la fonction-coût. Ainsi, parmi les paramètres plastiques, le poids de la limite initiale

d'élasticité, σ_0 , reste très prépondérant devant ceux des module, K , et exposant, n , d'écroissage isotrope. En d'autres termes, une variation de la valeur de σ_0 entraîne une variation non négligeable de la valeur de φ . Alors, l'identification de σ_0 est généralement plus précise et robuste et moins sensible aux biais pouvant affecter φ . L'impact sur la valeur de φ d'une variation de K et n est limité, à l'exception de très fortes surestimations (Figure 3.18^h). Leur identification est donc plus sensible aux biais pouvant affecter φ (i.e., moins robuste).

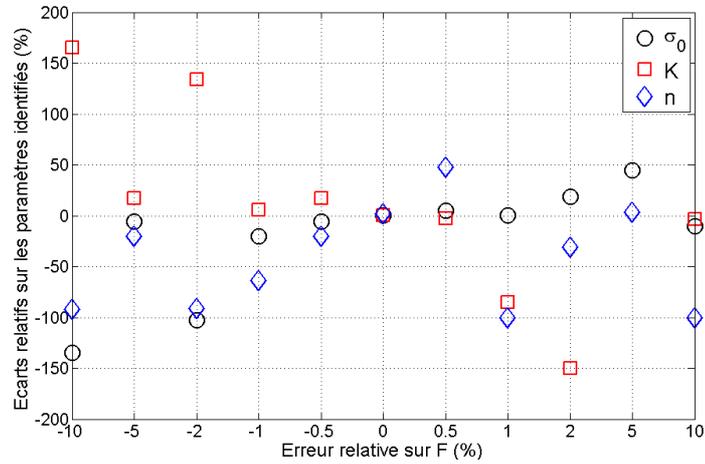


FIGURE 3.17 – Impact d'une erreur sur F sur les résultats d'identification des paramètres plastiques

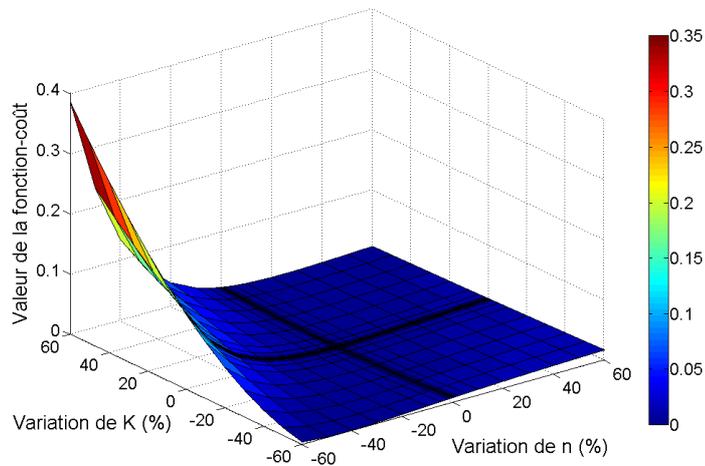


FIGURE 3.18 – Influence sur φ de K et n (σ_0 fixée à sa valeur de référence)

Néanmoins, l'identifiabilité de ces paramètres d'écroissage par la MCV est attestée et, en l'absence de tous biais affectant l'expression de la fonction-coût, leur valeur de référence est identifiée. Pour le démontrer, une fonction-coût test est construite de sorte que son minimum global soit atteint avec certitude en \vec{X}_{ref} . Pour cela, il faut s'affranchir des biais liés aux écarts existant entre les résultats du code EF Europlexus et ceux de l'algorithme à retour radial. Une solution est de remplacer l'expression de w_{ext}^* par celle de $w_{int}^*(\vec{X}_{ref})$, en théorie égale. Alors, la fonction-coût test, φ_{test} , s'exprime selon la définition (3.14). Elle est minimale et nulle avec certitude en $\vec{X} = \vec{X}_{ref}$.

h. Pour cette illustration, φ est construite à partir de l'ensemble des cartographies du chargement quasi-statique. Dans son expression, w_{int}^* est calculé par l'algorithme à retour radial avec la valeur de référence de σ_0 et avec des valeurs de K et n affectées d'une erreur relative.

$$\varphi_{test}(\vec{X}) = \sum_k \left(\frac{\sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}, t_k) S_i(t_k) - \sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}_{ref}, t_k) S_i(t_k)}{\sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}_{ref}, t_k) S_i(t_k)} \right)^2 \quad (3.14)$$

avec σ_{yy} les contraintes calculées par l'algorithme à retour radial.

Lorsque φ_{test} est construite à partir des cartographies du chargement quasi-statique, sa minimisation par les algorithmes du Simplex et CMAES conduit à l'identification des valeurs de référence des paramètres plastiques, σ_0 , K et n^i . Les écarts observés entre les valeurs identifiées et de référence de ces paramètres (Tableau 3.4) sont donc directement liés aux biais (ici très faibles) pouvant affecter l'expression de la "vraie" fonction-coût, φ (3.13).

Le paragraphe précédent montre que ces biais peuvent prendre des valeurs beaucoup plus importantes lors du traitement de données issues de chargements en conditions dynamiques. Néanmoins, la minimisation de la fonction-coût test (3.14) pour le chargement dynamique, avec les paramètres plastiques fixés à leur valeur de référence, ne permet pas de retrouver les valeurs de référence de M et $\dot{\epsilon}_0^j$. Ce résultat révèle que l'existence de biais dans l'expression de φ n'est pas suffisante pour expliquer à elle-seule les écarts observés sur les valeurs identifiées des paramètres viscoplastiques (Tableau 3.5). Une cause supplémentaire peut être le fort couplage existant entre les paramètres viscoplastiques. Celui-ci conduit alors à l'identification d'un couple $(M, \dot{\epsilon}_0)$, permettant le calcul d'une évolution cohérente des champs mécaniques, mais ne permet pas d'aboutir à une identification précise de chacun de ces paramètres. Néanmoins, un couplage de même nature existe entre les paramètres d'écroutissage K et n dans le modèle de Johnson-Cook sans que cela ne constitue un obstacle à leur identification. Le problème est que, dans le cas des paramètres viscoplastiques, ce phénomène de couplage s'ajoute à la nature particulière de valeur seuil du paramètre $\dot{\epsilon}_0$. En pratique, aucune information ne permet *a priori* aux algorithmes minimisant φ (ou φ_{test}) de converger vers la valeur de référence du seuil de viscoplasticité. En fonction de leur cheminement, ces algorithmes vont donc converger vers une valeur de $\dot{\epsilon}_0$, puis adapter en conséquence la valeur de M de sorte que l'évolution ainsi calculée de w_{int}^* (3.12) coïncide avec celle de w_{ext}^* (3.11) et que la fonction-coût (3.13) soit minimisée.

De toute évidence, l'influence d'une variation de la valeur des paramètres viscoplastiques sur le comportement modélisé dépend de la valeur de la vitesse de déformation. Une illustration simple consiste à calculer l'impact des valeurs identifiées des paramètres viscoplastiques (M^{id} et $\dot{\epsilon}_0^{id}$) sur la contrainte d'écoulement, σ_y (3.3), en considérant que la partie statique du modèle de Johnson-Cook est parfaitement déterminée. L'écart relatif entre la valeur de σ_y pour les paramètres viscoplastiques identifiés (Tableau 3.5) et celle pour les paramètres de référence s'exprime selon la relation (3.15). Son évolution en fonction de la vitesse de déformation équivalente, $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}$, est tracée sur la Figure 3.19. De toute évidence, les valeurs de σ_y ne sont pas affectées par des variations des paramètres M et $\dot{\epsilon}_0$ tant que $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}$ reste inférieure au seuil de viscoplasticité identifié^k, puisqu'alors la partie dynamique du modèle de Johnson-Cook n'est pas activée. Les écarts sont maxima pour des vitesses de déformations proches du seuil de viscoplasticité de référence, puis décroissent au fur et à mesure que $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}$ augmente. Ils deviennent inférieurs à 4 % à partir de 35 s^{-1} environ, puis inférieurs à 2 % à partir de 150 s^{-1} environ.

$$\Delta\sigma_y = \frac{M^{id} \ln\left(\frac{\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}}{\dot{\epsilon}_0^{id}}\right) - M^{ref} \ln\left(\frac{\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}}{\dot{\epsilon}_0^{ref}}\right)}{1 + M^{ref} \ln\left(\frac{\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}}{\dot{\epsilon}_0^{ref}}\right)} \quad (3.15)$$

i. Valeur finale de φ_{test} de $1.47 \cdot 10^{-28}$, en 1598 évaluations pour l'algorithme CMAES, de $1.74 \cdot 10^{-30}$ en 529 évaluations pour le Simplex.

j. Pour l'algorithme du Simplex, $M = 0.0187$ (-43 %) et $\dot{\epsilon}_0 = 6.35 \cdot 10^{-2} s^{-1}$ (-94 %), pour une valeur finale de φ_{test} de $2.92 \cdot 10^{-5}$, en 10 002 évaluations. Pour CMAES, $M = 0.0424$ (29 %) et $\dot{\epsilon}_0 = 2.3 s^{-1}$ (130 %), pour une valeur finale de φ_{test} de $9.53 \cdot 10^{-6}$, en 1 650 évaluations.

k. Dans le cas où $\dot{\epsilon}_0^{id} < \dot{\epsilon}_0^{ref}$, ou tant que $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp} \leq \dot{\epsilon}_0^{ref}$ dans le cas où $\dot{\epsilon}_0^{ref} < \dot{\epsilon}_0^{id}$.

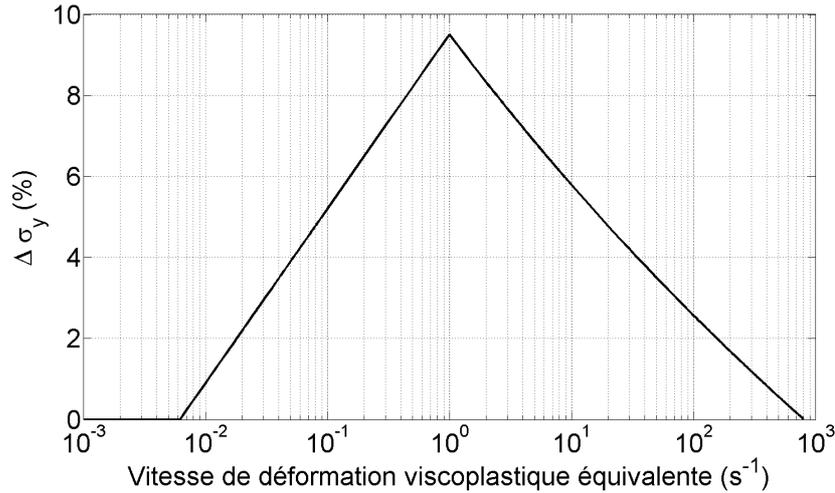


FIGURE 3.19 – Écarts relatifs sur σ_y en fonction de $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}$

Ces observations sont à rapprocher d’une analyse des données en termes de valeurs de vitesses de déformation. Pour l’identification de la partie dynamique du modèle de Johnson-Cook, la fonction-coût, φ (3.13), est construite à partir des champs de déformations calculés pour chacun des 3 552 points de Gauss, sur 20 cartographies, soit 71 040 “données” au total possédant le même poids dans la fonction-coût. Or, pour 58 % de ces données, la vitesse de déformation équivalente est inférieure au seuil de viscoplasticité de référence (55.5 % sont inférieures à $\dot{\epsilon}_0^{id}$), comme on peut le voir sur l’histogramme de la Figure 3.20(a). Ceci signifie qu’elles n’apportent aucune information pour l’identification des paramètres viscoplastiques.

Pour augmenter la proportion de données utiles à la détermination des paramètres viscoplastiques parmi celles disponibles, une première piste est de supprimer dans l’expression de φ (3.13) les premières cartographies de chargement. En effet, celles-ci sont caractérisées par une forte proportion de données où le comportement est encore élastique ou pour lesquelles les vitesses de déformations sont très faibles. En n’utilisant que les 6 dernières cartographies (i.e. numéro 15 à 20), la proportion de données telles que $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp} \leq \dot{\epsilon}_0^{ref}$ diminue à 45 % (Figure 3.20(b)).

Remarque : Dans le processus de la MCV, quel que soit le numéro de la première cartographie prise en compte dans l’expression de φ (3.13), les calculs des champs mécaniques par l’algorithme à retour radial débutent toujours avec la cartographie numéro 1, correspondant à un état de déformation élastique sur l’ensemble de l’éprouvette. En effet, en raison de l’utilisation d’un schéma implicite, le calcul des champs à l’incrément $N + 1$ nécessite leur connaissance à l’incrément N et la prise en compte d’une première cartographie élastique est indispensable pour une prévision correcte de la transition élasto-plastique. \square

Une autre solution peut consister à focaliser la zone d’intérêt (ZOI) sur les parties de l’éprouvette présentant le plus de points caractérisés par un comportement viscoplastique. Ainsi, le choix d’une ZOI s’étendant à plus ou moins 5 mm autour du plan des entailles permet de réduire encore la proportion de ces données “non visqueuses” à environ 30 %, en prenant en compte les 20 cartographies (Figure 3.20(c)), et à moins de 10 % pour les cartographies numéros 15 à 20 (Figure 3.20(d)).

Remarque : Pour lancer le processus d’identification par la MCV sur une ZOI réduite, il est nécessaire d’adapter le CV. En effet, les champs de déformation sont en pratique inconnus en dehors de cette ZOI. Or, le PTV (2.1) est exprimé sur l’ensemble du volume de l’éprouvette. Alors, le CV choisi doit, en plus d’être toujours cinématiquement admissible, conduire à un champ de déformation virtuel nul en dehors de la ZOI, de sorte

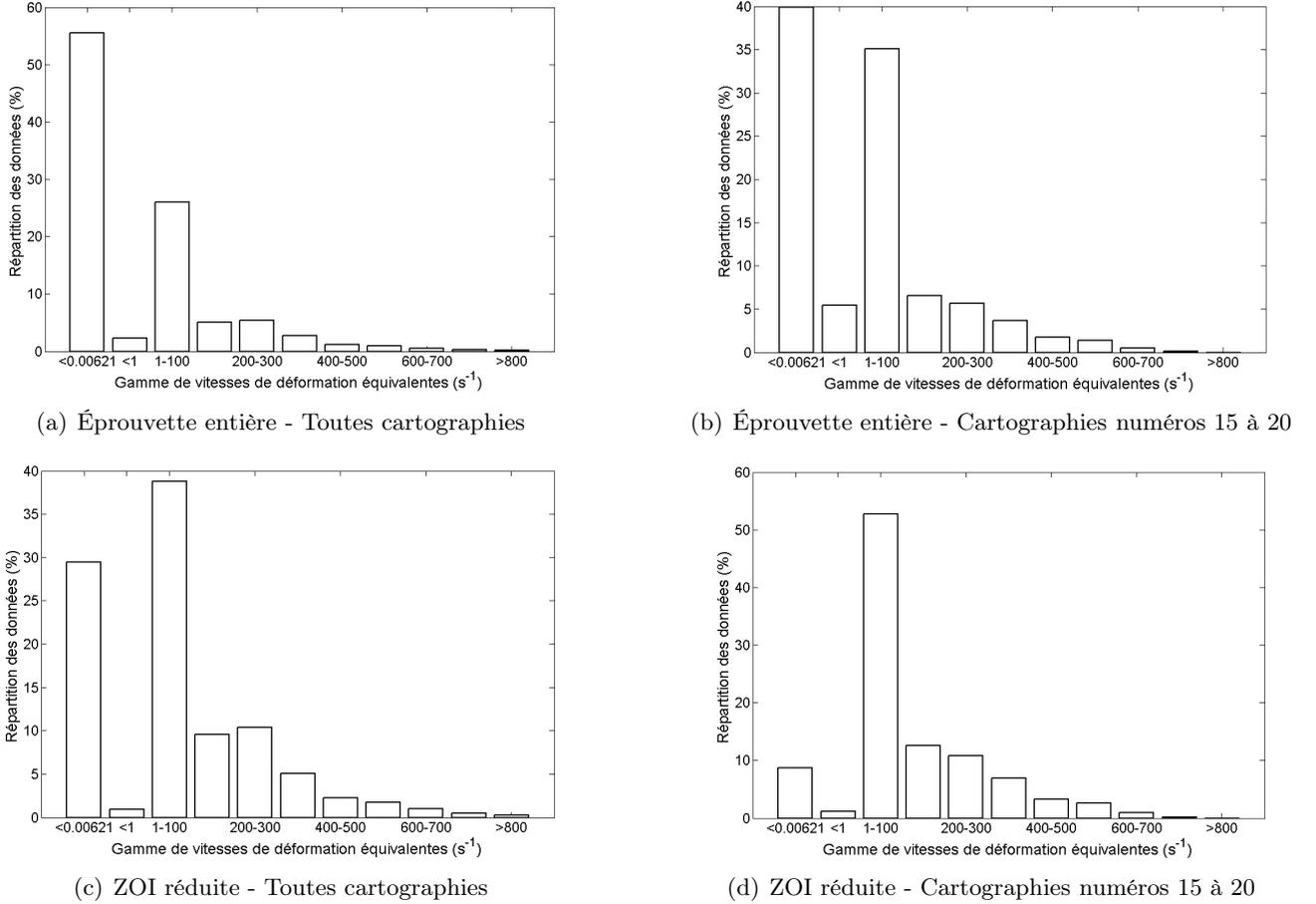


FIGURE 3.20 – Répartition des données en termes de vitesse de déformation équivalente

que le travail virtuel des efforts extérieurs puisse être calculé selon la décomposition suivante :

$$\int_V \bar{\sigma} : \bar{\varepsilon}^* dV = \int_{V_{ZOI}} \bar{\sigma} : \bar{\varepsilon}^* dV + \int_{V-V_{ZOI}} \bar{\sigma} : \underbrace{\bar{\varepsilon}^*}_{=0} dV = \int_{V_{ZOI}} \bar{\sigma} : \bar{\varepsilon}^* dV$$

avec V_{ZOI} le volume de la ZOI réduite.

De plus, pour simplifier le calcul de w_{ext}^* , le CV doit être constant et colinéaire à la résultante des efforts sur S_f . Le CV exprimé selon la définition (3.16) répond à ces conditions, avec $y_{min}(t_k)$ et $y_{max}(t_k)$ les valeurs limites, respectivement inférieures et supérieures, des ordonnées de la ZOI réduite pour chaque cartographie numéro k .

$$u_x^*(t_k) = 0 \quad \text{et} \quad \begin{cases} u_y^*(t_k) = 0 & \forall y \leq y_{min}(t_k) \\ u_y^*(t_k) = y(t_k) - y_{min}(t_k) & \forall y(t_k) \in [y_{min}(t_k); y_{max}(t_k)] \\ u_y^*(t_k) = y_{max}(t_k) - y_{min}(t_k) & \forall y(t_k) \geq y_{max}(t_k) \end{cases} \quad \text{et} \quad \forall t_k \quad (3.16)$$

Alors, on montre facilement que $w_{int}^*(t_k)$ conserve la même expression, mais avec les points i les points de Gauss situés à l'intérieur de la ZOI réduite, c'est-à-dire :

$$w_{int}^*(\vec{X}, t_k) = e_0 \sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}, t_k) S_i(t_k)$$

L'expression de w_{ext}^* est modifiée en $w_{ext}^*(t_k) = F(t_k)l(t_k)$, avec l la hauteur de la ZOI réduite, telle que $l(t_k) = y_{max}(t_k) - y_{min}(t_k) \quad \forall t_k$. Alors, l'expression correspondante de la fonction-coût est donnée par la

relation (3.17).

$$\varphi(\vec{X}) = \sum_k \left(\frac{e_0 \sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}, t_k) S_i(t_k) - F(t_k) l(t_k)}{F(t_k) l(t_k)} \right)^2 \quad (3.17)$$

□

Les valeurs identifiées des paramètres pour ces données sélectionnées sont détectées dans chacun des cas par l'algorithme du Simplex (Tableau 3.6). Celles de M sont dans chaque cas identiques à sa valeur identifiée sans restreindre les données ; les valeurs du seuil de viscoplasticité sont également sensiblement équivalentes.

Données considérées	Paramètres identifiés (Simplex)	
	M	$\dot{\epsilon}_0$ (s^{-1})
Éprouvette entière, toutes cartographies	0.0187 (-43 %)	$6.21 \cdot 10^{-3}$ (-99 %)
Éprouvette entière, cartographies numéros 15 à 20	0.0187 (-43 %)	$4.84 \cdot 10^{-3}$ (-100 %)
ZOI réduite, toutes cartographies	0.0187 (-43 %)	$6.67 \cdot 10^{-3}$ (-99 %)
ZOI réduite, cartographies numéros 15 à 20	0.0187 (-43 %)	$6.49 \cdot 10^{-3}$ (-99 %)

TABLE 3.6 – Paramètres viscoplastiques identifiés par la MCV sur des données sélectionnées

Finalement, les tests d'identification par la MCV de la partie dynamique du modèle de Johnson-Cook reposant sur des données sélectionnées n'ont pas permis de rapprocher les valeurs identifiées des paramètres viscoplastiques de leurs valeurs de référence. Néanmoins, ils permettent de dégager la robustesse des résultats d'identification de ces paramètres, en particulier de M . Les valeurs identifiées des paramètres M et $\dot{\epsilon}_0$ ne sont pas dépourvues de sens car elles permettent, comme on l'a vu, une minimisation des écarts entre les différents termes du PTV. Le modèle de comportement ainsi caractérisé a déjà pu être comparé au modèle utilisant les valeurs de référence, en termes d'influence sur la contrainte d'écoulement, σ_y (Figure 3.19). Afin de poursuivre l'analyse de la pertinence du modèle identifié par la MCV, une comparaison de l'évolution locale des champs mécaniques est effectuée au paragraphe suivant.

3.3.3 Pertinence du comportement identifié

Ce paragraphe vise à discuter de la pertinence du modèle de comportement de Johnson-Cook caractérisé par la MCV par rapport au modèle utilisant les paramètres de référence. Au paragraphe précédent, une première comparaison des deux modélisations s'intéressait aux différences sur la contrainte d'écoulement, σ_y , imputables aux écarts sur les paramètres viscoplastiques M et $\dot{\epsilon}_0$. Elle a permis de montrer (Figure 3.19) que les écarts entre les valeurs identifiées et les valeurs de référence des paramètres M et $\dot{\epsilon}_0$ affectent fortement les valeurs de σ_y pour des vitesses de déformations équivalentes faibles, c'est-à-dire proches du seuil de viscoplasticité (théorique ou identifié). Pour des vitesses de déformations importantes, les écarts sur σ_y diminuent fortement car la sous-estimation de $\dot{\epsilon}_0$ est alors compensée par la sous-estimation de M .

Le comportement caractérisé par la MCV peut être analysé de façon locale, c'est-à-dire en comparant les évolutions des grandeurs mécaniques en chaque point. Celles-ci sont donc calculées par l'algorithme à retour radial pour les valeurs identifiées des paramètres matériau et comparées aux grandeurs calculées avec les valeurs de référence des paramètres et par le code EF Europlexus. Par exemple, la Figure 3.21 permet de comparer les évolutions des composantes du tenseur des contraintes, $\bar{\sigma}$, de la contrainte équivalente de von Mises, σ_{eq} , de la déformation viscoplastique cumulée, α , et de la vitesse de déformation viscoplastique équivalente, $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}$, au cours du chargement en conditions dynamiques, pour un point de Gauss en fond d'entaille

($\dot{\epsilon}_{eq}^{vp} \sim 600 \text{ s}^{-1}$). Ces évolutions sont quasiment identiques pour les valeurs identifiées ou de référence des paramètres de comportement pour ce point où la valeur de $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}$ est importante.

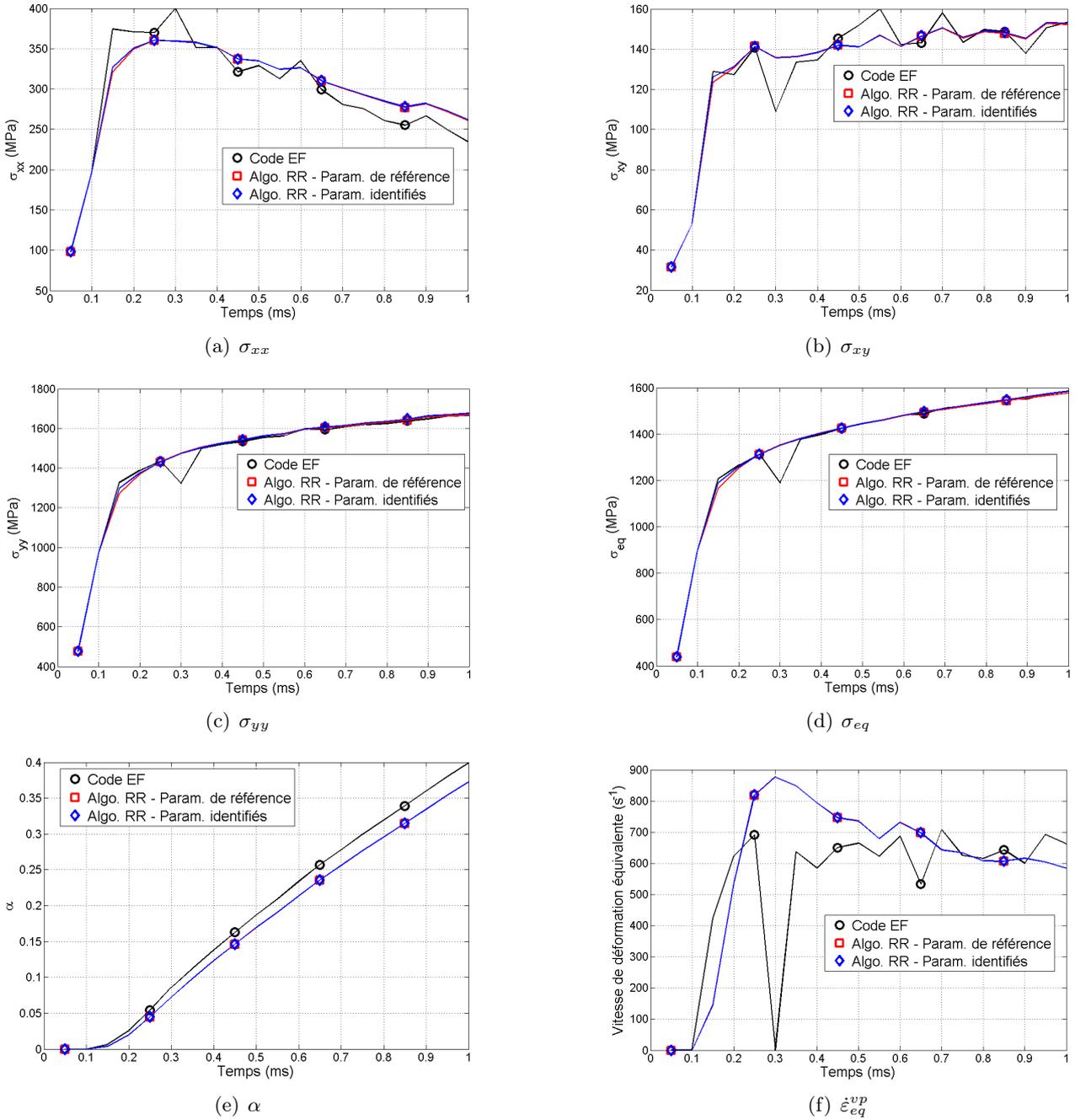


FIGURE 3.21 – Champs mécaniques en fond d'entaille pour les paramètres identifiés (chargement dynamique)

La Figure 3.22 permet de comparer les valeurs de σ_{yy} calculées en tous points de l'éprouvette, au dernier niveau du chargement en conditions dynamiques. Comme attendu, les écarts les plus importants sont localisés dans les zones de transition entre les points à comportement viscoplastique et ceux à comportement purement plastique, c'est-à-dire pour des valeurs de vitesses de déformation équivalente proches du seuil de viscoplasticité. Enfin, la Figure 3.23 présentent les histogrammes d'écarts relatifs commis sur σ_{yy} lorsque les valeurs identifiées des paramètres sont utilisées à la place des valeurs de référence, pour le dernier niveau de chargement (Figure 3.23(a)) ou au cumulé sur l'ensemble du chargement dynamique (Figure 3.23(b)). Pour une très

grande majorité des points de Gauss les écarts sur σ_{yy} liés aux écarts sur les paramètres de comportement restent largement inférieurs à 5%.

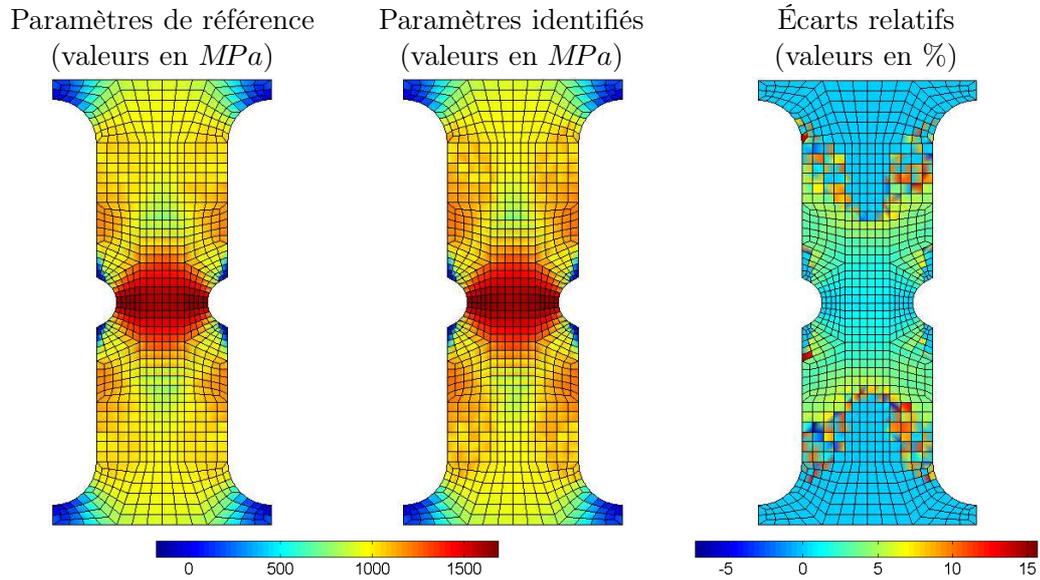
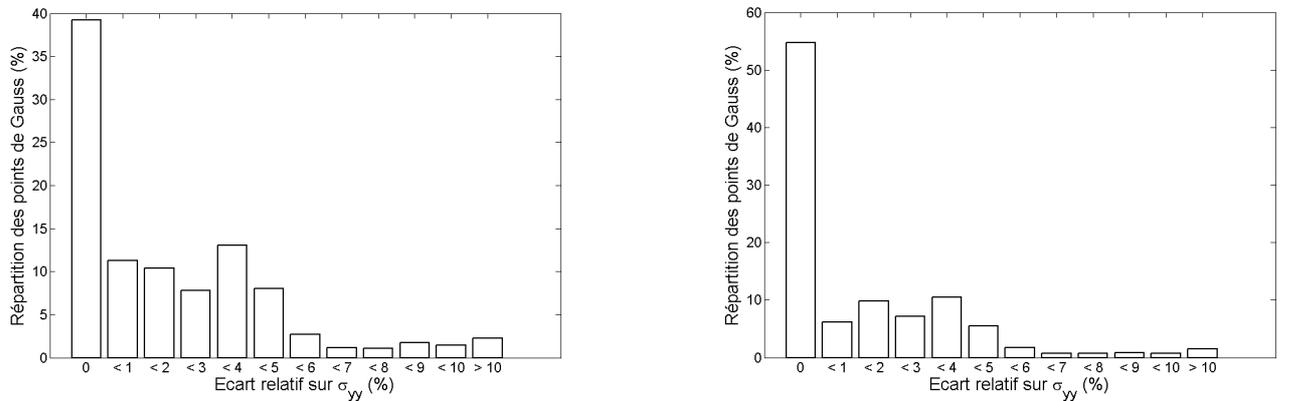


FIGURE 3.22 – Influence des valeurs identifiées des paramètres matériau sur σ_{yy} (chargement dynamique)



(a) Tous points de Gauss au dernier niveau de chargement

(b) Tous points de Gauss et tous niveaux de chargement

FIGURE 3.23 – Écarts sur σ_{yy} dus à l'utilisation des paramètres identifiés

En conclusion, bien que les valeurs des paramètres viscoplastiques identifiés par la MCV soient éloignées des valeurs de référence attendues, le modèle de Johnson-Cook ainsi caractérisé permet de retranscrire de façon satisfaisante le comportement global (i.e. en termes de loi d'écrouissage) et local du matériau. Pour de hautes vitesses de déformation équivalente, les écarts entre le modèle de référence et le modèle identifié deviennent même négligeables, grâce au couplage des paramètres viscoplastiques.

Ces résultats mettent en évidence les limites du sens physique à apporter à chacun des paramètres d'un modèle de comportement phénoménologique. Il est important de souligner que cette problématique n'est pas propre à la MCV. Déjà lors de la caractérisation de la partie viscoplastique du modèle de Johnson-Cook à partir d'une procédure d'essais statiquement déterminés (cf paragraphe 3.1.1), l'identification des paramètres M et $\dot{\epsilon}_0$ permettant la meilleure régression linéaire n'était pas évidente. Le choix s'était alors porté sur la valeur

du seuil de viscoplasticité la plus proche de celle communément rencontrée dans la littérature et de la valeur de M associée. Des valeurs plus faibles de ce seuil avaient été écartées car leur interprétation conduisaient à faire apparaître dans le matériau des effets visqueux pour des valeurs de vitesses de déformations considérées comme trop faibles pour que ces effets aient un sens physique admissible. Néanmoins, elles conduisaient à de meilleurs résultats en termes de coefficients de régression. Ce problème se pose exactement de la même façon lors de l'analyse des résultats de la MCV. Les paramètres matériau conduisant au calcul d'une évolution au cours des chargements du travail virtuel des efforts intérieurs la plus proche possible de celle du travail virtuel des efforts extérieurs sont sans aucun doute identifiés. Néanmoins, la valeur de $\dot{\epsilon}_0$ ainsi obtenue sous-entend, là encore, l'apparition d'effets visqueux dans le matériau pour des valeurs de vitesses de déformation faibles par rapport aux valeurs communément rencontrées.

Dans la bibliographie [83, 79], le seuil de viscoplasticité pour le Ti6Al4V (et la plupart des matériaux métalliques) est très souvent fixé à la valeur de 1 s^{-1} . Alors, la dépendance du matériau à la vitesse de déformation est entièrement caractérisée par la seule identification du paramètre M . On peut souligner que cette approche est conforme à l'esprit du modèle de Johnson-Cook, construit pour traiter de comportements sous grandes vitesses de déformations [13]. Avec la MCV, la valeur de M ainsi identifiée, c'est-à-dire pour $\dot{\epsilon}_0$ fixé à cette valeur de référence de 1 s^{-1} , à partir du chargement en conditions dynamiques, est de 0.0436 (écart relatif de 33 %) ¹. L'écart constaté est directement imputable aux biais affectant l'expression de w_{int}^* lors du chargement dynamique. En effet, la minimisation de la fonction-coût test, φ_{test} (3.14), pour $\dot{\epsilon}_0 = 1 \text{ s}^{-1}$, conduit à l'identification de la valeur de référence de M .

En conclusion, la caractérisation de l'ensemble du modèle de Johnson-Cook par la MCV à partir de seulement deux essais statiquement indéterminés est possible. Néanmoins, les résultats obtenus doivent être interprétés de la même façon que pour toute autre méthode d'identification, en fonction du sens physique que l'utilisateur souhaite donner à chacun des paramètres matériau.

1. Le résultat est identique en considérant les valeurs identifiées ou de référence des paramètres plastiques, σ_0 , K et n .

3.4 Bilan du chapitre 3

Ce chapitre visait à étendre l'utilisation de la Méthode des Champs Virtuels à la caractérisation de modèles de comportement viscoplastiques, et en particulier du modèle de Johnson-Cook [13]. Pour cela, les algorithmes à retour radial pour le calcul des champs mécaniques en J_2 -plasticité sont adaptés à la prise en compte de la partie dynamique de ce modèle et intégrés au processus d'identification par la MCV.

Celui-ci utilise des cartographies de champs de déformations simulées numériquement pour des essais de traction uniaxiale, exploités de façon statiquement indéterminée. Un premier essai, en conditions de chargement quasi-statiques, permet l'identification par la MCV de la limite initiale d'élasticité et des paramètres d'érouissage plastique du modèle. Ensuite, grâce à la capacité de la MCV de traiter de champs de vitesses de déformation hétérogènes, l'identification des paramètres viscoplastiques, traduisant la dépendance à la vitesse de déformation, est possible à partir d'un unique essai en conditions de chargement dynamiques.

Ces tests numériques permettent de s'affranchir dans ces premiers développements des biais expérimentaux, tels que le bruit notamment. Néanmoins, leur analyse permet déjà de dégager certaines sensibilités de la MCV. En premier lieu, les résultats d'identification apparaissent très sensibles aux erreurs commises sur la résultante des efforts ou sur les champs de contraintes et, plus généralement, à l'ensemble des biais, même relativement faibles, pouvant affecter l'expression de la fonction-coût à minimiser. L'influence de ces biais est exacerbée dans le processus de la MCV par les allures en plateaux de la fonction-coût, dues à une influence déséquilibrée et/ou à des couplages des différents paramètres de comportement.

Lorsque les biais sur la fonction-coût sont réduits, l'efficacité de la MCV pour la caractérisation de la partie statique du modèle de Johnson-Cook est démontrée. En effet, les valeurs identifiées des paramètres plastiques sont très proches des valeurs attendues et leur identification est robuste. La caractérisation de la partie dynamique du modèle conduit en revanche à des valeurs identifiées des paramètres viscoplastiques très éloignées des valeurs attendues. Néanmoins, le modèle de Johnson-Cook ainsi caractérisé permet une retranscription satisfaisante du comportement simulé, tant globalement (loi d'érouissage) que localement (champs mécaniques aux points de "mesure"), en particulier pour de hautes vitesses de déformation.

Finalement, les résultats obtenus avec la MCV sont à analyser de façon similaire à ceux de toute autre méthode d'identification. Dans le cas où une retranscription "mathématique" du comportement est suffisante, le modèle de Johnson-Cook caractérisé par la MCV en seulement deux essais statiquement indéterminés est tout à fait satisfaisant. Néanmoins, son sens "physique" peut être discuté. La limite initiale d'élasticité peut être parfaitement caractérisée et traduit réellement le début de l'écoulement plastique selon le critère de von Mises. De même, les paramètres d'érouissage plastique décrivent parfaitement l'évolution des niveaux de contrainte en l'absence d'effets visqueux.

En revanche, la valeur identifiée du seuil de viscoplasticité, $\dot{\epsilon}_0$, traduit un développement de ces effets visqueux à partir de valeurs de vitesses de déformation plus faibles que celles généralement considérées [83, 79]. Néanmoins, pour pouvoir juger du sens physique de ce seuil, il faudrait réaliser une campagne d'essais de traction uniaxiale statiquement déterminés où la vitesse de déformation serait très progressivement accrue au cours de chaque test, jusqu'à l'apparition d'effets visqueux dans le tracé de la relation de comportement. Bien que probablement très coûteuse et difficile à mener, cette campagne est réalisable. Néanmoins, il ne faut pas oublier que le modèle de Johnson-Cook à vocation à modéliser le comportement des matériaux sous hautes vitesses de déformation [13], ce qui minimise finalement l'importance à donner à la valeur de $\dot{\epsilon}_0$. Ceci explique que sa valeur soit très souvent fixée arbitrairement à 1 s^{-1} au cours des procédures d'identification, puisque la transcription de la sensibilité à la vitesse de déformation, lorsque celle-ci prend des valeurs élevées, peut être portée par le seul paramètre M .

Sous cette approche, la caractérisation par la MCV de l'ensemble du modèle viscoplastique de Johnson-Cook s'avère tout à fait satisfaisante et robuste, la précision sur les valeurs identifiées des paramètres matériaux dépendant de l'ordre de grandeur des biais affectant la fonction-coût.

D'autres biais, bien que de natures différentes de ceux rencontrés au cours de ces tests numériques, sont inévitablement présents au cours d'essais. En particulier, les mesures de champs de déformations peuvent être

affectées par un bruit. De même, des effets de bords ou des déplacements hors-plan, par exemple, peuvent nuire à la précision des mesures et les cartographies de déformations peuvent présenter des erreurs ou des pertes d'informations au cours des chargements. Le développement de la Méthode des Champs Virtuels pour la caractérisation de modèles de comportement viscoplastiques en dynamique rapide doit donc être étendu au traitement de cartographies de déformations mesurées expérimentalement. Conformément au cheminement suivi dans ce chapitre pour les tests numériques, la caractérisation expérimentale par la MCV du comportement viscoplastique de l'alliage Ti6Al4V, présentée au chapitre suivant, utilise deux essais de traction uniaxiale, en conditions de chargement quasi-statiques puis dynamiques. Les champs de déformation sont mesurés par corrélation ou stéréo-corrélation d'images numériques pour une exploitation statiquement indéterminée des essais.

Remarques : Ces tests numériques de la Méthode des Champs Virtuels pour la caractérisation du modèle viscoplastique de Johnson-Cook ont fait l'objet de communications dans un colloque national [84] et dans des conférences internationales [85, 86]. Enfin, une publication sur ce sujet a été soumise à l'*International Journal of Mechanical Sciences* [87]. □

Chapitre 4

Caractérisation expérimentale du modèle viscoplastique de Johnson-Cook par la MCV

Dans ce chapitre 4, la Méthode des Champs Virtuels est utilisée pour la caractérisation expérimentale de modèles de comportement, à partir de mesures de champs de déformations par corrélation d'images numériques, en s'appuyant sur les différents enseignements apportés par les précédents tests numériques (cf. chapitre 3). Le matériau considéré dans ces travaux est un alliage de titane $Ti6Al4V$, très utilisé pour des applications variées (aéronautique, biomédical, etc., cf. Annexe B), car il combine des propriétés mécaniques intéressantes à une bonne usinabilité. Son comportement présente une sensibilité importante à la vitesse de déformation et peut être décrit par le modèle viscoplastique de Johnson-Cook [13], comme l'attestent les travaux de Lee [78], Meyer [79], ou plus récemment Peirs [80], par exemple. La caractérisation de ce modèle de comportement par la MCV utilise des essais de traction uniaxiale sur des éprouvettes plates entaillées.

Conformément au cheminement suivi lors des tests numériques, la caractérisation de l'intégralité du modèle viscoplastique de Johnson-Cook repose sur uniquement deux essais. Le premier, en conditions de chargement quasi-statiques, vise à identifier les paramètres de la partie statique du modèle (plasticité indépendante du temps). Ensuite, des conditions de chargement dynamiques sont utilisées afin d'identifier les paramètres viscoplastiques, pilotant la dépendance du comportement à la vitesse de déformation.

Les résultats d'identification de la partie statique du modèle sont discutés au paragraphe 4.1.4. En particulier, la transposabilité des paramètres identifiés pour la modélisation du comportement matériau observé sur des éprouvettes à rayons d'entailles différents est analysée. La caractérisation de la partie dynamique du modèle de Johnson-Cook par la MCV est ensuite étudiée au paragraphe 4.2. Pour finir, le modèle de comportement élasto-viscoplastique ainsi caractérisé par la MCV en seulement deux essais de traction statiquement indéterminés est discuté au paragraphe 4.3.

4.1 Application de la MCV en conditions de chargement quasi-statiques

Les essais de caractérisation par la MCV du comportement du Ti6Al4V utilisent des éprouvettes plates entaillées soumises à des chargements de traction uniaxiale.

Le schéma des éprouvettes utilisées est donné sur la Figure 4.1. Trois rayons d'entailles, R , différents sont définis pour lesquels la largeur des entailles, B , varie (Tableau 4.1). Après polissage^a, l'épaisseur des éprouvettes est de 1.21 mm . Elle sera supposée homogène sur l'ensemble de leur partie utile. L'utilisation d'éprouvettes plates permet de supposer un état de contraintes planes. Le matériau est supposé homogène et avoir un comportement isotrope [80].

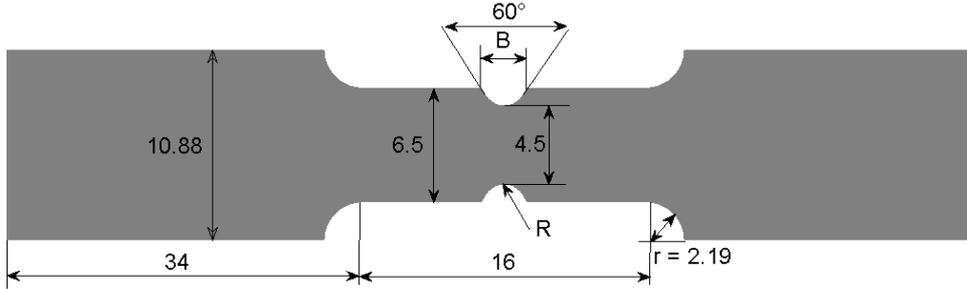


FIGURE 4.1 – Schéma des éprouvettes plates entaillées

Dénomination de l'essai	Rayon d'entaille, R (mm)	Largeur d'entaille, B (mm)
R4	0.4	1.62
R8	0.8	2.08
R12	1.2	2.54

TABLE 4.1 – Caractéristiques des éprouvettes plates entaillées

Un premier essai en conditions de chargement quasi-statiques (vitesse de sollicitation de 5 mm/min) est mis en œuvre pour la caractérisation du comportement du Ti6Al4V en élasticité et en plasticité indépendante du temps. Son exploitation de façon statiquement indéterminée par la MCV est décrite au paragraphe suivant.

4.1.1 Description de l'essai de traction en conditions de chargement quasi-statiques

Dans ce premier essai, les éprouvettes subissent un chargement de traction uniaxiale au vérin rapide hydraulique (Schenk), à la vitesse de sollicitation de 5 mm.min^{-1} , jusqu'à rupture. Dans ces conditions de chargement quasi-statiques, les champs de déplacements/déformations sont mesurés par stéréo-corrélation d'images numériques. Cette technique permet de reconstituer un champ en trois dimensions de la surface de mesure, à partir de deux images 2D. La mesure donne donc accès aux déformations dans l'épaisseur en plus des déformations dans le plan. Ici, la surface de mesure s'étend sur une hauteur totale d'environ 12 mm et est centrée sur le plan des entailles. Elle est recouverte d'un mouchetis (sprays de peinture noire sur une couche de peinture blanche) créant un motif aléatoire (Figure 4.2). La surface de mesure peut alors être divisée en facettes de quelques pixels, possédant chacune une signature unique en niveau de gris. Les points de mesure se situent au centre des facettes. Au cours de l'essai, la surface est photographiée simultanément par deux caméras, sous des angles différents (Figure 4.3). Une calibration du système permet de connaître précisément l'écartement (distance $C_1 - C_2$) des capteurs optiques et leur orientation. Les positions des points P_1 et P_2 ,

a. Les échantillons sont découpés par électro-érosion.

projections du point de mesure P dans les plans de ces capteurs, permettent de localiser P dans l'espace comme l'intersection de deux droites (triangulation). Pour cela, les logiciels de corrélation recherchent sur chacune des deux images la facette correspondant au point de mesure P , grâce à sa signature en niveaux de gris. En procédant ainsi pour chaque facette, toute la surface peut-être reconstituée. En pratique, les facettes sont caractérisées grâce aux images prises avant déformation de l'éprouvette puis la corrélation compare ces images de référence aux images enregistrées tout au long du chargement.

Dans ces travaux, les champs de déformations utilisés ne sont pas ceux renvoyés par le logiciel de corrélation (Aramis de Gom^b), mais sont recalculés à partir des gradients de la transformation, F_{ij} , selon la relation des déformations linéarisées ci-dessous.

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} (D_{ij} + D_{ji})$$

avec $D_{ij} = F_{ij} - \delta_{ij}$, le tenseur gradient des déplacements (δ_{ij} est le symbole de Kronecker).

La fréquence d'acquisition des images est de 10 Hz. L'effort est mesuré par une cellule piézoélectrique (Kistler) et l'allongement de la partie utile de l'éprouvette (longueur initiale d'environ 10 mm) par un extensomètre optique (Zimmer). Les mesures d'efforts et d'allongement sont synchronisées avec l'acquisition des images. Deux essais sont réalisés pour chaque éprouvette. La dispersion de l'effort mesuré est d'environ 3 % sur R12, 4 % sur R8 et 6 % sur R4.

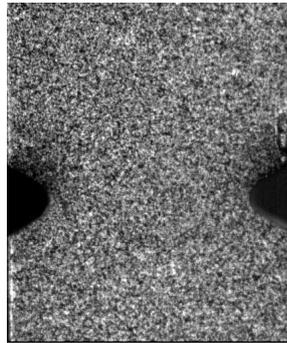


FIGURE 4.2 – Exemple de mouchetis

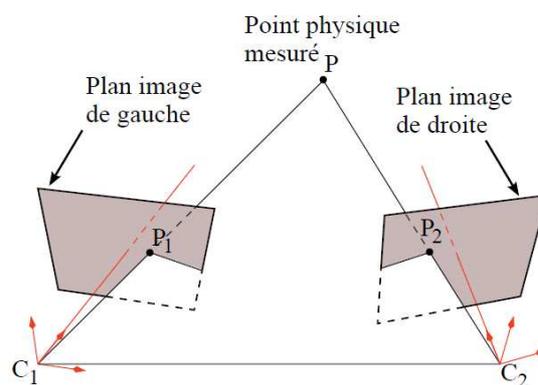


FIGURE 4.3 – Principe de la stéréo-corrélation

b. <http://www.gom.com/fr/systemes-de-mesure/apercu-systeme/aramis.html>

La taille des facettes est un facteur influençant la mesure des champs de déformations par corrélation d'images numériques et son choix résulte souvent d'un compromis. En effet, une faible taille de facettes permet d'éviter les pertes de données sur les bords en "maillant" plus finement les contours de la surface utile. Néanmoins, le mouchetis contenu dans la facette doit rester suffisamment riche pour pouvoir la caractériser de façon unique. En d'autres termes, la taille minimale de la facette doit être cohérente avec la finesse du mouchetis. À l'inverse, une grande taille de facette permet de réduire les bruits de mesure dans les zones à faibles déformations mais, en contrepartie, les forts gradients sont moins bien appréhendés, car la déformation est moyennée sur la surface de la facette.

Dans ces travaux, la sélection de la taille de facette offrant le meilleur compromis repose sur deux étapes principales. La première consiste en des mesures de champs de déformations sur une éprouvette plate lisse (i.e., non entaillée) en chargement quasi-statique de traction uniaxiale (axe \vec{y}). Les images sont exploitées avec des tailles de facettes de 10×7 , 15×9 , 20×14 et 40×28 pixels, puis les déformations obtenues pour chaque taille sont comparées. La Figure 4.4 permet par exemple d'observer l'influence de la taille des facettes sur les mesures des déformations ε_{xy} et ε_{yy} au centre de l'échantillon. Les valeurs de ε_{yy} sont surestimées pour une taille de 40×28 pixels (Figure 4.4(b)), celle-ci n'est donc pas retenue. De même, la taille de 20×14 pixels conduit à une sous-estimation de la contrainte en cisaillement (Figure 4.4(a)), et est écartée.

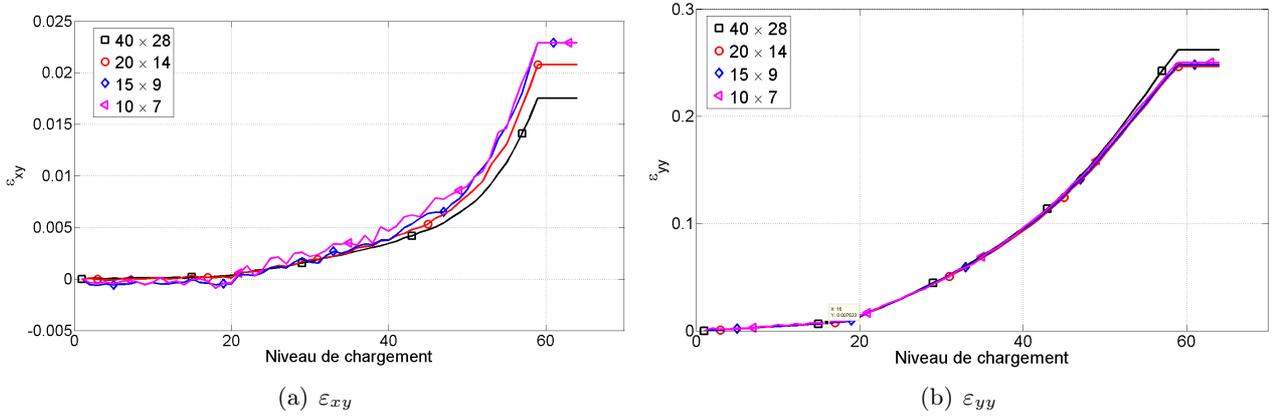


FIGURE 4.4 – Influence de la taille des facettes sur les mesures de champs de déformations – Éprouvette lisse

Pour discriminer les deux tailles de facettes restantes, la seconde étape consiste en une analyse de déplacements de corps rigides. Par nature, de tels déplacements ont lieu sans déformation. Les "déformations" mesurées sont donc directement assimilables à un bruit de mesure. La Figure 4.5(a) permet de comparer les cartographies de "déformation" ε_{yy} mesurées pour ces deux tailles. De même, la Figure 4.5(b) montre l'évolution de la moyenne et du maximum de ε_{yy} mesurés. Finalement, la taille de facette de 15×9 pixels conduit à des niveaux de bruit inférieurs et est sélectionnée pour le post-traitement des images.

Les processus d'identification par la MCV présentés ci-après utilisent les données recueillies au cours de l'essai R12 (éprouvette de rayon d'entailles de 1.2 mm). Au cours de cet essai, 165 cartographies de déformations (8 002 points de mesure) sont enregistrées toutes les 0.1 s jusqu'à la rupture de l'éprouvette. L'utilisation de la stéréo-corrélation d'images numériques permet de mesurer la déformation dans l'épaisseur, ε_{zz} . Or, celle-ci est également calculée par l'algorithme à retour radial en supposant un état de contraintes planes. En élasticité, cette hypothèse conduit à $\varepsilon_{zz}^e = -\frac{\nu}{1-\nu} (\varepsilon_{xx}^e + \varepsilon_{yy}^e)$. Ensuite, l'hypothèse d'une déformation plastique à volume constant permet d'écrire $\varepsilon_{zz}^{vp} = -(\varepsilon_{xx}^{vp} + \varepsilon_{yy}^{vp})$. Enfin, l'hypothèse de partition des déformations donnant $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{zz}^e + \varepsilon_{zz}^{vp}$, on aboutit à :

$$\varepsilon_{zz} = -\frac{\nu}{1-\nu} (\varepsilon_{xx}^e + \varepsilon_{yy}^e) - (\varepsilon_{xx}^{vp} + \varepsilon_{yy}^{vp}) \quad (4.1)$$

L'écart moyen sur la zone de mesure entre les valeurs mesurées de ε_{zz} et celles calculées selon l'hypothèse de

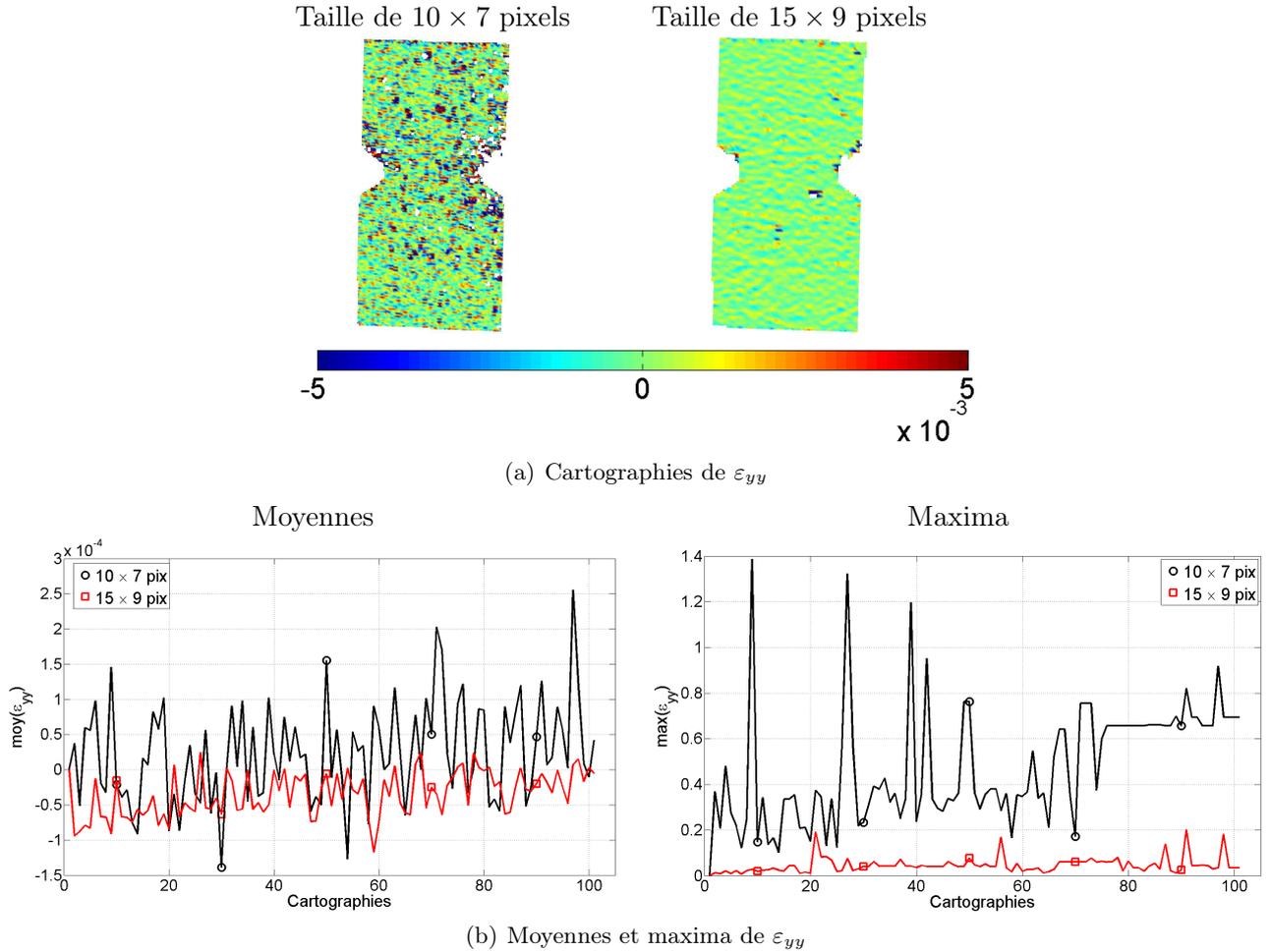


FIGURE 4.5 – Mesures de “déformations” d’un corps rigide pour deux tailles de facettes

contraintes planes (4.1) reste faible (e.g., $3.8 \cdot 10^{-4}$ au niveau de chargement 140°C – Figure 4.6(a)), ce qui permet de valider l’utilisation de l’hypothèse de contraintes planes. L’épaisseur, $e_i(t_k)$, calculée en chaque point de mesure, i , et à chaque instant d’acquisition des cartographies, t_k , selon la relation $e_i(t_k) = e_0(1 + \varepsilon_{zz}^i(t_k))$ ^d est réduite de façon importante au cours de l’essai (Figure 4.6(b)), notamment à proximité des entailles (jusqu’à 17 %).

La Figure 4.7 fournit un exemple des déformations dans le plan mesurées après 14 s de chargement (cartographie 140). La Figure 4.8 présente leur évolution au cours du chargement, pour un point de mesure en fond d’entaille. Ces courbes permettent de situer le début de l’écoulement plastique aux alentours de la cartographie 90 (9 s) pour ce point de mesure. Enfin, l’effort, F , mesuré au cours de cet essai est présenté sur la Figure 4.9. Là encore, son évolution semble linéaire globalement jusqu’à environ 9 secondes de chargement.

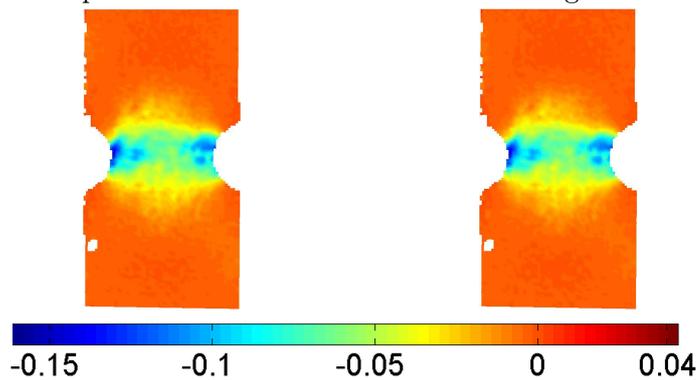
4.1.2 Identification des paramètres élastiques par la MCV

En élasticité linéaire, le comportement du Ti6Al4V est supposé suivre la loi de Hooke (4.2), pour un comportement isotrope en contraintes planes. La première étape dans la caractérisation du comportement de cet alliage par la MCV consiste donc à identifier ses deux rigidités élastiques, Q_{xx} et Q_{xy} , pour en déduire son module d’Young, E , et son coefficient de Poisson, ν . Pour rappel, une procédure d’identification utilisant des

c. Valeur moyenne de ε_{zz} à ce niveau de chargement de $-1.37 \cdot 10^{-2}$.

d. e_0 est toujours l’épaisseur initiale de 1.21 mm.

Mesures par stéréo-corrélation Calculs de l'algorithme RR



Mesures par stéréo-corrélation Calculs de l'algorithme RR

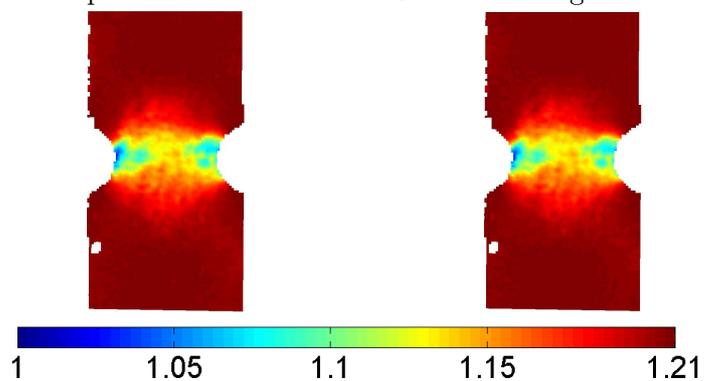


FIGURE 4.6 – Déformation ε_{zz} et épaisseur mesurées et calculées au niveau de chargement 140

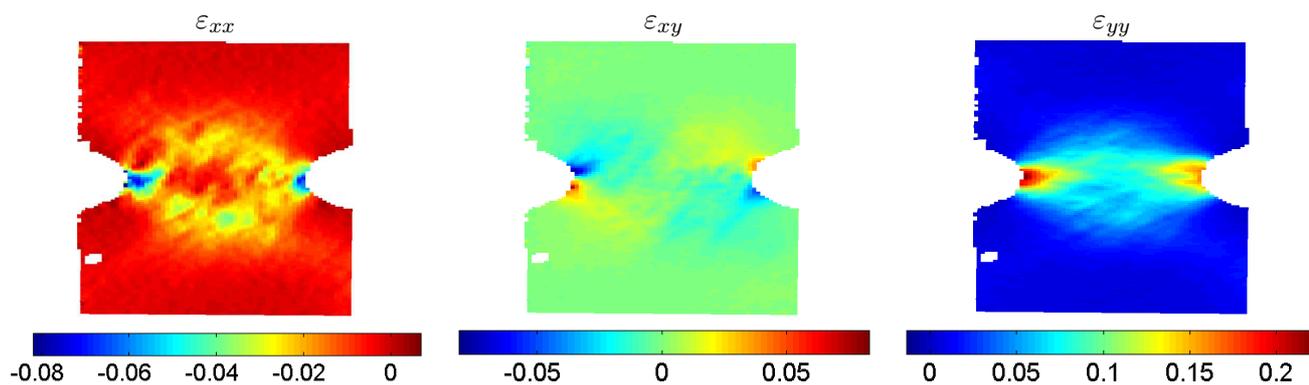


FIGURE 4.7 – Déformations mesurées à 14 s de l'essai R12

essais statiquement déterminés (cf chapitre 3, paragraphe 3.1.1) avait conduit à l'identification de la valeur de 114 GPa pour E , avec une valeur de ν de 0.342 issue de la littérature [82].

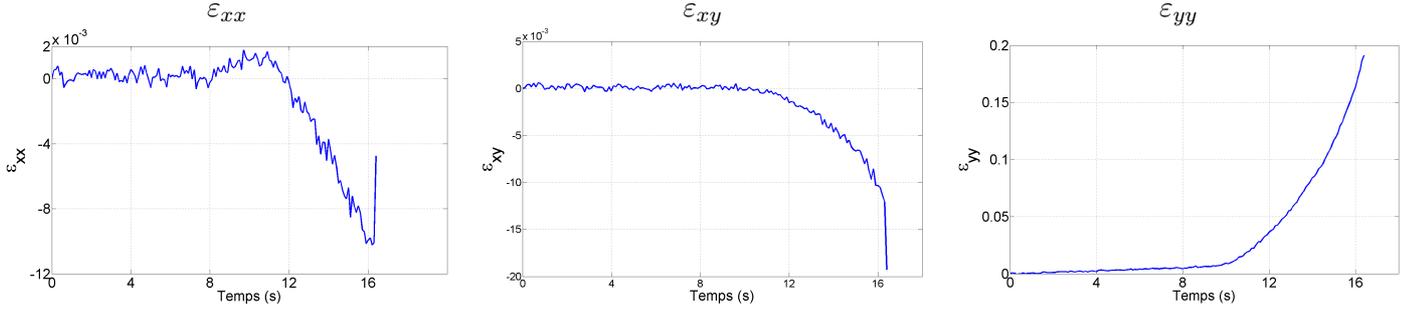


FIGURE 4.8 – Déformations mesurées en fond d'entaille au cours de l'essai R12

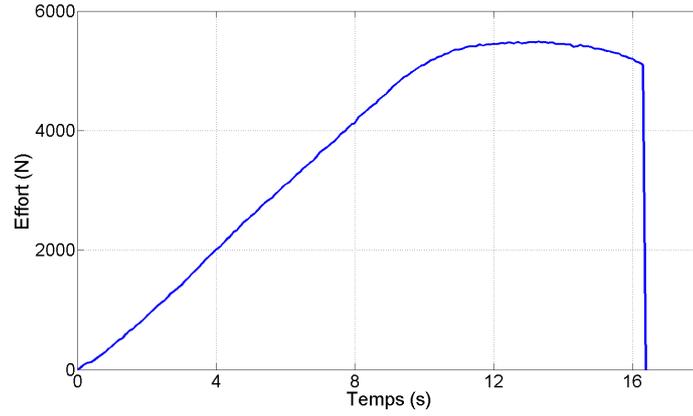


FIGURE 4.9 – Effort mesuré au cours de l'essai R12

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & 0 \\ Q_{xy} & Q_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Q_{xx}-Q_{xy}}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_s \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

avec les notations de Voigt ; $Q_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2}$ et $Q_{xy} = \nu Q_{xx}$.

Dans un premier temps, deux champs simples (4.3) sont utilisés pour écrire le système linéaire d'identification (4.4). Le principe de sa construction est détaillé dans le chapitre 2, au paragraphe 2.1, et ne sera pas rappelé ici.

Ordonnées	CV 1	CV 2
$y \leq y_{min}$	$\vec{0}$	$\vec{0}$
$y \in [y_{min}; y_{max}]$	$\begin{pmatrix} 0 \\ y - y_{min} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x(y - y_{min})(y - y_{max}) \\ 0 \end{pmatrix}$
$y \geq y_{max}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ y_{max} - y_{min} \end{pmatrix}$	$\vec{0}$

$$\begin{cases} Q_{xx} \int_{V_{ZOI}} \varepsilon_y dV + Q_{xy} \int_{V_{ZOI}} \varepsilon_x dV = F(y_{max} - y_{min}) \\ Q_{xx} \int_{V_{ZOI}} [(y - y_{min})(y - y_{max}) \varepsilon_x + \frac{1}{2}x(2y - y_{min} - y_{max}) \varepsilon_s] + \\ Q_{xy} \int_{V_{ZOI}} [(y - y_{min})(y - y_{max}) \varepsilon_y - \frac{1}{2}x(2y - y_{min} - y_{max}) \varepsilon_s] = 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

en notations de Voigt et avec y_{min} et y_{max} les limites inférieure et supérieure, respectivement, des ordonnées des points de la zone d'intérêt (ZOI).

Les intégrales de volume sont calculées par discrétisation. Ainsi, comme on l'a déjà présenté, un volume élémentaire, de surface extérieure S_i et d'épaisseur e_i est défini autour de chaque point de mesure, i . Les surfaces sont calculées pour chaque cartographies à partir des déplacements mesurés. Les épaisseurs ne sont pas calculées à partir de la déformation ε_{zz} mesurée, mais par l'intermédiaire de celle calculée par l'algorithme à retour radial^e, en respectant l'hypothèse de contraintes planes.

Remarque : Pour les niveaux de chargement élastiques, la valeur de la déformation dans l'épaisseur reste très faible. La résolution des différents systèmes en supposant que l'épaisseur est en tout point égale à l'épaisseur initiale conduit alors à des résultats identiques. \square

Le système (4.4) est résolu pour chacune des cartographies de déformations 1 à 90. Les valeurs identifiées de E et ν , calculées à partir de celles de Q_{xx} et Q_{xy} , sont dispersées pour les premiers niveaux de chargement (Figure 4.10), notamment en raison des très faibles niveaux de déformations mesurées, plus affectées par le bruit. La diminution des valeurs calculées de E pour les dernières cartographies considérées traduit le début d'un écoulement plastique local dans le matériau, probablement à proximité des entailles, même si le comportement reste globalement linéaire, d'après l'allure de la courbe d'effort mesurée (Figure 4.9). Finalement, les valeurs considérées comme identifiées par la MCV des paramètres élastiques sont les moyennes de celles obtenues à partir des cartographies 60 à 80. Alors, $E = 121.9 \text{ GPa}$ et $\nu = 0.340$.

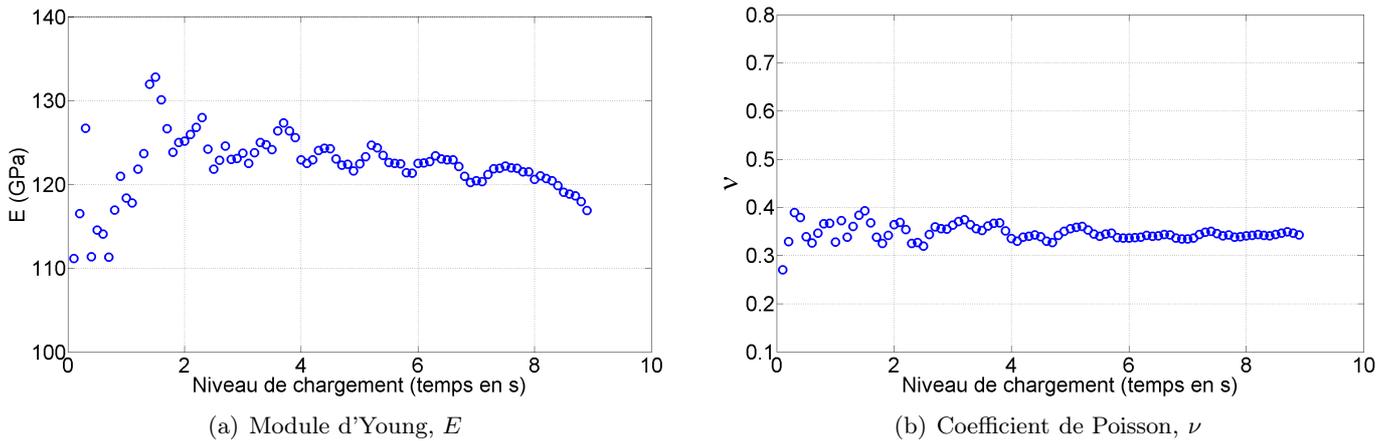


FIGURE 4.10 – Identification des paramètres élastiques par la MCV avec deux CV simples

La MCV peut également être utilisée avec des Champs Virtuels Spéciaux (CVS) construits selon un modèle polynômial (cf chapitre 2, paragraphe 2.1). La Figure 4.11 présente les résultats d'identification de E et ν avec CVS pour des degrés polynômiaux de 3 en x et en y . Pour être cohérent, les valeurs considérées comme identifiées sont les moyennes de celles obtenues sur les cartographies 60 à 80. Alors, $E = 129.29 \text{ GPa}$ et $\nu = 0.352$.

Le choix des degrés polynômiaux est important. En particulier, les résultats ne sont pas physiquement acceptables^f pour des polynômes linéaires (i.e., degré en x et/ou en y égal à 1) mais aussi pour un degré en x de 2 (Figure 4.12). Lorsque ces valeurs de degrés sont écartées, l'identification est robuste. Les valeurs identifiées par la MCV avec CVS pour E et ν sont les moyennes de celles obtenues sur les cartographies 60 à 80 pour l'ensemble des valeurs de degrés acceptables. Elles sont respectivement de 129.63 GPa et de 0.3519 . Ces valeurs sont supérieures à celles précédemment identifiées au cours d'essais statiquement déterminés ou par la MCV avec 2 CV simples, en particulier pour E , mais leur ordre de grandeur reste cohérent.

e. Ce choix se justifie par la volonté de définir des procédures pour la MCV pouvant s'appliquer en simple corrélation d'images numériques, sans mesure de ε_{zz} .

f. En pratique, ces cas conduisent à un système de calcul des coefficients des CVS sans solution.

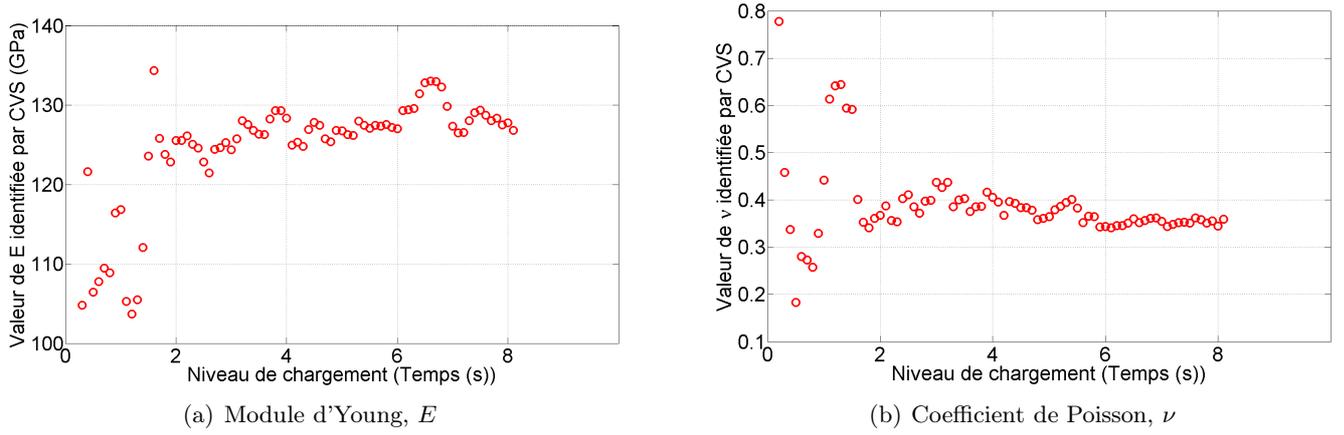
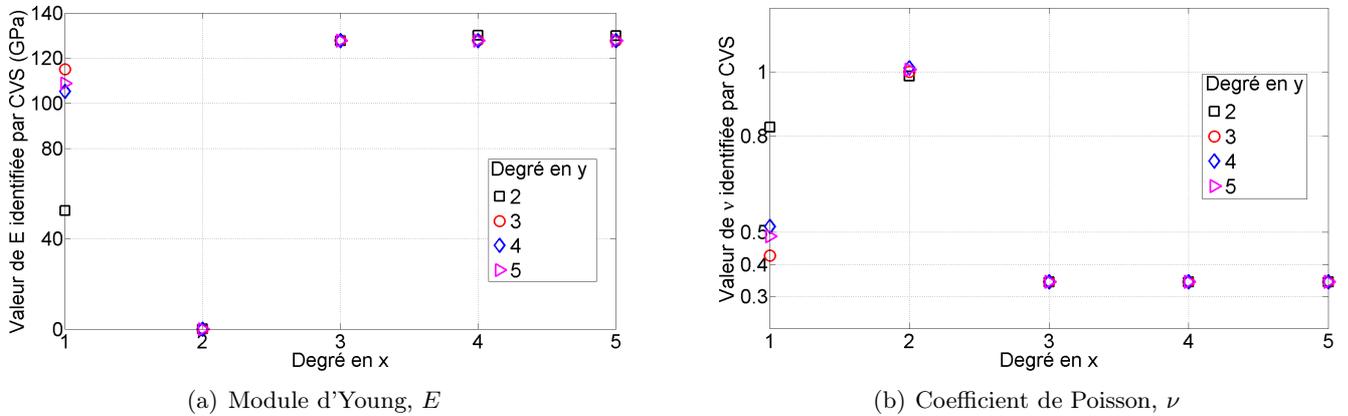

 FIGURE 4.11 – Identification des paramètres élastiques par la MCV avec CVS de degrés 3 en x et en y


FIGURE 4.12 – Influence des degrés polynomiaux des CVS

Après l'identification des paramètres élastiques, le paragraphe suivant s'intéresse à la caractérisation par la MCV de l'érouissage du Ti6Al4V, selon un modèle de comportement en J_2 -plasticité indépendante du temps.

4.1.3 Identification des paramètres plastiques par la MCV

Le modèle de Johnson-Cook^g (4.5), associé au critère de plasticité de von Mises, est utilisé pour décrire le comportement du Ti6Al4V en plasticité (ou viscoplasticité). Le jeu de paramètres du modèle de Johnson-Cook (4.5) précédemment identifié à partir d'essais statiquement déterminés (cf chapitre 3, paragraphe 3.1.1) pour le Ti6Al4V est rappelé dans le Tableau 4.2.

$$\sigma_y = (\sigma_0 + K\alpha^n) \left(1 + M \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \quad (4.5)$$

Sous ces conditions de chargement quasi-statiques, à faible vitesse de sollicitation ($5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$), la vitesse de déformation équivalente, $\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp}$, est supposée demeurer inférieure au seuil de viscoplasticité, $\dot{\varepsilon}_0$, sur l'ensemble de la zone utile de l'éprouvette, tout au long du chargement^h. Le comportement modélisé est alors indépendant de la vitesse de déformation et la loi d'érouissage isotrope se réduit à la première parenthèse de la relation

g. On négligera l'adoucissement lié à la température pour ces applications isothermes et à température ambiante.

h. Des calculs de l'algorithme utilisant les champs de déformations mesurés ici et les paramètres du Ti6Al4V identifiés par la procédure classique d'essais statiquement déterminés (Tableau 4.2) conduisent à des valeurs maximales des $\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp}$ de l'ordre de 1 ms^{-1} .

Module d'Young, E	114 GPa
Coefficient de Poisson, ν	0.342
Limite initiale d'élasticité, σ_0	973 MPa
Module d'écroutissage isotrope, K	557.3 MPa
Exposant d'écroutissage isotrope, n	0.5632
Seuil de vitesse de déformation équivalente, $\dot{\epsilon}_0$	1.29 s^{-1}
Paramètre viscoplastique de Johnson-Cook, M	0.0329

TABLE 4.2 – Paramètres du modèle de Johnson-Cook précédemment identifiés pour le Ti6Al4V

(4.5). 3 paramètres plastiques sont alors à identifier par la MCV : la limite initiale d'élasticité, σ_0 et les module et exposant d'écroutissage isotrope, K et n .

Pour caractériser ce comportement non-linéaire, le processus de la MCV repose désormais sur la minimisation d'une fonction-coût, traduisant les écarts au PTV, pour un champ virtuel donné. Comme pour l'ensemble des tests précédents, le champ virtuel uniaxial (4.6), cinématiquement admissible et adapté au chargement de traction uniaxial, est utilisé. L'expression du travail virtuel des efforts extérieurs surfaciquesⁱ sur la zone d'intérêt (ZOI) est alors toujours donnée par la relation (4.7).

$$u_x^*(t_k) = 0 \quad \text{et} \quad \begin{cases} u_y^*(t_k) = 0 & \forall y(t_k) \leq y_{min}(t_k) \\ u_y^*(t_k) = y(t_k) - y_{min}(t_k) & \forall y_{min}(t_k) \leq y(t_k) \leq y_{max}(t_k) \\ u_y^*(t_k) = y_{max}(t_k) - y_{min}(t_k) & \forall y(t_k) \geq y_{max}(t_k) \end{cases} \quad \forall t_k \quad (4.6)$$

$$w_{ext}^*(t_k) = F(t_k) (y_{max}(t_k) - y_{min}(t_k)) \quad \forall t_k \quad (4.7)$$

où les t_k sont les différents instants d'enregistrement des cartographies et y_{max} et y_{min} sont toujours les limites supérieures et inférieures, respectivement, de la ZOI.

Le travail virtuel des efforts intérieurs, w_{int}^* , s'exerçant sur la ZOI s'exprime sous forme discrétisée (4.8).

$$w_{int}^*(\vec{X}, t_k) = \sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}, t_k) e_i(t_k) S_i(t_k) \quad \forall t_k \quad (4.8)$$

où \vec{X} est le vecteur des paramètres plastiques (σ_0 , K et n) à identifier. Les points i sont les points de mesure des déformations inclus dans la ZOI considérée. Ils sont situés au centre de chaque facette, de surface S_i . Celle-ci est toujours calculée pour chaque cartographie (i.e., chaque instant t_k) à partir des coordonnées initiales et des déplacements des points i . Comme précédemment, l'épaisseur e_i , variable au cours de l'essai à cause notamment du phénomène de striction, est calculée pour chaque point et chaque niveau de chargement à partir des déformations $\varepsilon_{zz}^i(t_k)$ (4.1), elles-mêmes calculées par l'algorithme à retour radial pour respecter l'hypothèse de contraintes planes.

Enfin, dans ces conditions de chargement quasi-statiques, le travail virtuel des accélérations est nul. La fonction-coût (4.9) utilisée dans le processus d'identification par la MCV traduit donc les écarts entre w_{int}^* (4.8) et w_{ext}^* (4.7), en fonction de \vec{X} .

$$\varphi(\vec{X}) = \sum_k \left(\frac{\sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}, t_k) e_i(t_k) S_i(t_k) - F(t_k) (y_{max}(t_k) - y_{min}(t_k))}{F(t_k) (y_{max}(t_k) - y_{min}(t_k))} \right)^2 \quad (4.9)$$

i. L'action des forces volumiques à distance (i.e., ici le poids) est négligée, en raison de la faible masse de l'éprouvette.

Le choix des cartographies entrant dans l'expression de la fonction-coût est important. En particulier, il faut s'assurer que l'écroutissage se soit suffisamment développé pour permettre sa caractérisation. Or, dans ces conditions de chargement quasi-statiques, de nombreuses cartographies présentent des états de déformations élastiques. En effet, d'après l'effort (Figure 4.9) et les déformations (Figure 4.8) mesurés, on peut considérer que les 80 premières cartographies au moins correspondent à des états de déformations élastiques, ce qui a été confirmé par les tests d'identification des paramètres élastiques, au paragraphe précédent. De plus, la déformation macroscopique à rupture du Ti6Al4V est relativement faible (de l'ordre de 14 % [82]), ce qui oblige à considérer des cartographies proches de la fin du chargement pour caractériser l'écroutissage. Le risque est alors que le comportement ne soit plus fidèle au modèle de Johnson-Cook (4.5), notamment si un endommagement affecte le matériau. Néanmoins, l'évolution temporelle de l'effort (Figure 4.9) ne semble pas décroître avant la cartographie 140 (14 s), ce qui sous-entendrait que l'endommagement du matériau reste négligeable jusqu'à ce niveau de chargement. Les 140 premières cartographies sont donc considérées pour exprimer la fonction-coût, φ (4.9).

Remarque : L'utilisation de l'algorithme à retour radial à schéma implicite impose, comme on l'a déjà vu, de considérer une première cartographie en élasticité, mais rien n'oblige à en considérer plusieurs. Or, un nombre important de cartographies élastiques est mesuré au cours de l'essai considéré. Pour réduire le coût de l'optimisation, on aurait pu supprimer les premières cartographies sans nuire aux résultats d'identification. À titre informatif, le temps de calcul des champs mécaniques pour les 8 002 points de mesure est d'environ 850 s pour les cartographies 1 à 140 et d'environ 460 s pour les cartographies 70 à 140. On peut souligner que, logiquement, le temps de calcul des niveaux de chargement élastiques reste légèrement inférieur à celui des niveaux de chargement en plasticité, en raison de l'absence de correction plastique (phase de prédiction élastique uniquement). \square

Enfin, la question de la hauteur de la ZOI à considérer se pose. Logiquement, la proportion de points à comportement potentiellement plastique augmente lorsque la ZOI est resserrée autour du plan médian de l'éprouvette. Néanmoins, nous avons pu voir dans le chapitre 3 (paragraphe 3.3.2), dans le cadre de l'identification des paramètres viscoplastiques, qu'une augmentation de la proportion de points concernés par le comportement à caractériser ne modifiait pas nécessairement les résultats. En revanche, dans le cas de ces tests expérimentaux, la réduction de la ZOI en hauteur est rendue nécessaire par la perte de données affectant notamment les frontières supérieures et inférieures du domaine de mesure au cours du chargement (Figure 4.13), en raison de la sortie de certains points de mesure du champ des caméras. La zone d'intérêt considérée pour les tests d'identification des paramètres plastiques du modèle de Johnson-Cook s'étend donc sur environ 2 mm de part et d'autre du plan médian de l'éprouvette (2414 points de mesure).

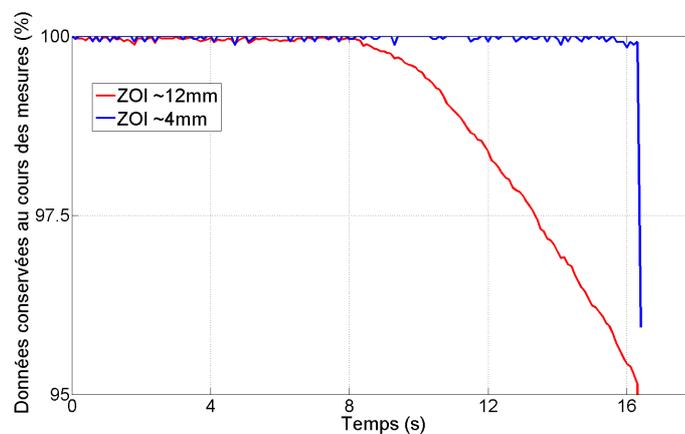


FIGURE 4.13 – Perte de données au cours de l'essai R12

Les deux algorithmes d'optimisation du Simplex et CMAES sont toujours utilisés en parallèle pour la minimisation de la fonction-coût, φ (4.9). Les valeurs initiales des paramètres sont de 500 *MPa* pour σ_0 et K et 1 pour n . Leur valeurs identifiées par la MCV sont donnés dans le Tableau 4.3. Ces résultats sont discutés dans le paragraphe suivant.

Algorithme	Paramètres identifiés			Valeur finale de φ (Valeur initiale : 1.9726)	Nombre d'évaluations
	σ_0 (<i>MPa</i>)	K (<i>MPa</i>)	n		
Simplex	899	524	0.5935	0.2853344	744
CMAES	899	520	0.5893	0.2853345	2695

TABLE 4.3 – Résultats d'identification des paramètres plastiques du Ti6Al4V par la MCV

4.1.4 Discussion des résultats

Les valeurs des paramètres considérées comme identifiées sont celles obtenues avec l'algorithme du Simplex, la valeur finale de la fonction-coût étant très légèrement inférieure à celle obtenue avec l'algorithme CMAES (Tableau 4.3). Néanmoins, ce dernier détecte des valeurs de paramètres très proches dont l'utilisation conduit au calcul de champs mécaniques tout à fait similaires.

D'après la bibliographie [82], la limite initiale d'élasticité mesurée sur un essai de traction normalisé pour le Ti6Al4V (recuit) peut prendre des valeurs de 830 à 930 *MPa*. Une première observation est donc que la valeur identifiée de σ_0 est cohérente avec la bibliographie. En revanche, celle-ci est inférieure à la valeur de 973 *MPa* identifiée par des essais statiquement déterminés. Les éprouvettes utilisées au cours de ces deux campagnes d'essais sont issues de parties différentes d'un bloc de Ti6Al4V ayant subi un forgeage à froid. Ce traitement peut avoir provoqué une hétérogénéité du matériau, ce qui peut expliquer l'origine de ces écarts.

L'algorithme à retour radial est utilisé pour calculer les champs de contraintes avec ces valeurs identifiées des paramètres du modèle de Johnson-Cook. La Figure 4.14 en fournit un exemple pour le niveau de chargement 140 (i.e., dernier niveau pris en compte dans la construction de la fonction-coût). Les valeurs de la contrainte σ_{xy} restent très faibles (Figure 4.15(b)). Les évolutions temporelles de la contrainte σ_{xx} sont chahutées (Figures 4.15(a)), avec un niveau de bruit cohérent avec celui observé sur les déformations (Figure 4.8). Enfin, l'évolution de σ_{yy} est également chahutée (Figure 4.15(c)) mais devient plus lisse du fait d'une régularisation par le développement de l'écoulement plastique (calcul intégral de la déformation plastique cumulée, α).

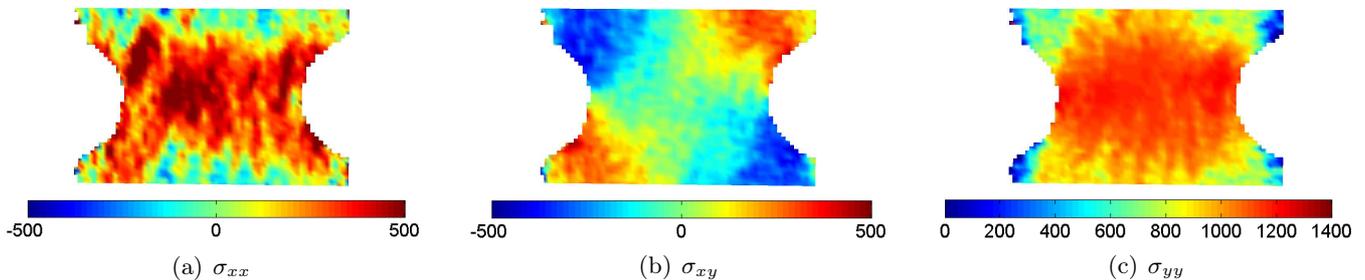


FIGURE 4.14 – Contraintes calculées selon le comportement caractérisé par la MCV

Un critère d'évaluation de la pertinence du modèle de comportement caractérisé par la MCV peut consister à comparer les valeurs mesurées de l'effort, F , à celles calculées à partir des contraintes correspondantes aux valeurs identifiées des paramètres matériau (F_σ). Les valeurs de F_σ peuvent théoriquement être calculées selon

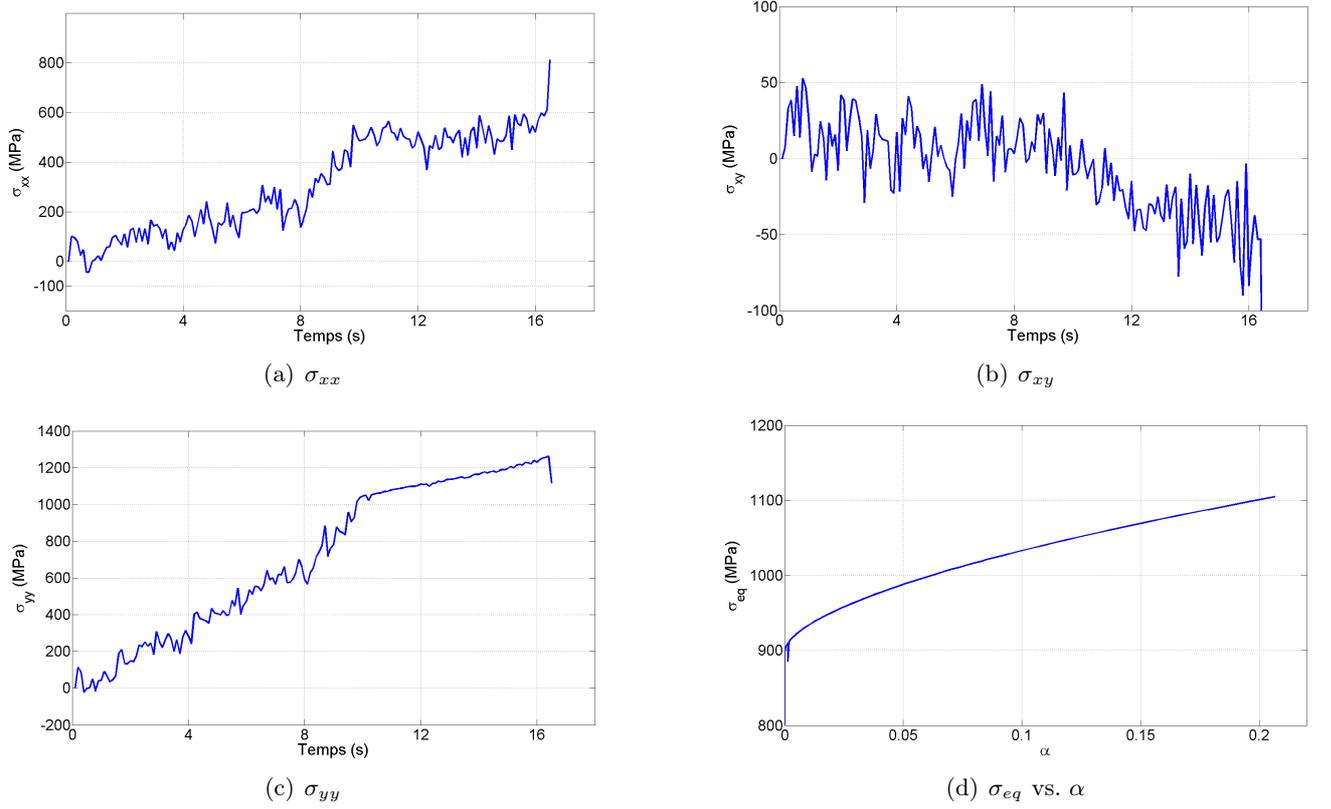


FIGURE 4.15 – Évolutions des contraintes calculées en fond d'entaille

la relation (4.10), pour chaque instant t_k , avec la surface S_f d'application de l'effort constituée des M points de mesure situés sur la frontière supérieure de la ZOI. Néanmoins, lorsque la ZOI couvre l'ensemble de la zone de mesure, la perte de données sur S_f peut être très importante et le calcul de F_σ selon la relation (4.10) devient impossible. L'effort est alors évalué par la moyenne des σ_{yy} , calculées sur la ZOI, multipliée par la moyenne des valeurs des surfaces de normale \vec{y} , selon la relation (4.11). On note f_σ cette valeur approximée de F_σ .

$$F_\sigma(t_k) = \int_{S_f} \sigma_{yy}(t_k) dS \approx \sum_{i=1}^M \sigma_{yy}^i(t_k) e_0 (1 + \varepsilon_{zz}^i(t_k)) \Delta x_i(t_k) \quad \forall t_k \quad (4.10)$$

avec les points i les points de mesure situés sur la surface d'application de l'effort. $\Delta x_i(t_k)$ est calculé à l'instant t_k pour chacun des M points de mesure appartenant à S_f selon la formule générale $\Delta x_i(t_k) = \frac{x_{i+1}(t_k) - x_{i-1}(t_k)}{2} \quad \forall i \in [2; M-1]$, et $\Delta x_1(t_k) = \frac{x_2(t_k) - x_1(t_k)}{2}$, $\Delta x_M(t_k) = \frac{x_M(t_k) - x_{M-1}(t_k)}{2}$ (les points i sont numérotés par ordre des x_i croissants).

$$f_\sigma(t_k) = \underset{j}{moy}(\sigma_{yy}^j(t_k)) \frac{e_0 \left(1 + \underset{j}{moy}(\varepsilon_{zz}^j(t_k)) \right) \sum_j S_j(t_k)}{y_{max}(t_k) - y_{min}(t_k)} \quad \forall t_k \quad (4.11)$$

avec les points j les points de mesure contenus dans la ZOI.

La Figure 4.16(a) permet de comparer les valeurs de F , F_σ et f_σ pour l'essai R12 pour une ZOI couvrant l'ensemble de la zone de mesure et pour la ZOI de hauteur réduite à 4 mm, considérée au cours de l'identification. Les mêmes calculs sont effectués à partir des données recueillies sur les essais R8 (Figure 4.16(b)) et R4 (Figure 4.16(c)). On rappelle que ces essais utilisent des éprouvettes à rayons d'entailles différents (Ta-

bleau 4.1). Dans tous les cas, les évolutions des efforts calculées à partir des contraintes correspondant au comportement caractérisé par la MCV sont cohérentes. Néanmoins, les valeurs de F_σ et f_σ sont surestimées par rapport à celles de F dans le cas de l'essai R4 sur la ZOI réduite en hauteur. Une explication pourrait être une surestimation de la valeur des surfaces élémentaires utilisées pour le calcul de F_σ et f_σ , en raison de la facétisation autour d'entailles plus étroites sur l'éprouvette R4. Cependant, des écarts plus importants seraient alors observés sur la ZOI couvrant l'ensemble de la zone de mesure, alors que ceux-ci sont très faibles (même plus faibles que pour les éprouvettes R8 et R12). Une cause plus probable est l'existence d'un phénomène de localisation plus important sur R4 (entailles plus aigües), entraînant une augmentation des niveaux de déformations sur la ZOI réduite, tout en conservant une déformation moyenne du même ordre de grandeur que pour les autres éprouvettes sur la ZOI de 12 mm. Cette hypothèse est confortée par le tracé des comportements nominaux^j pour chacun des essais quasi-statiques (Figure 4.17). En effet, des déformations nominales plus importantes sont mesurées sur la ZOI réduite de l'éprouvette R4, alors que les comportements nominaux sur R8 et R12, mais aussi celui sur R4, avec une ZOI de 12 mm, sont similaires. Ceci peut expliquer les écarts plus importants rencontrés sur les efforts pour le cas particulier de la ZOI réduite de l'éprouvette R4 par rapport aux autres cas. Cependant, ces écarts restent suffisamment faibles pour valider la transposabilité des paramètres plastiques identifiés par la MCV sur l'essai R12 à la modélisation du comportement du Ti6Al4V pour les autres éprouvettes.

j. On rappelle que le comportement nominal est donné par le tracé de σ_n vs ε_n , où $\sigma_n = \frac{F}{S_0}$ et ε_n est l'allongement relatif de la ZOI $\frac{\Delta L}{L_0}$. S_0 est la section résistante initiale, valant 5.445 mm² pour toutes les éprouvettes.

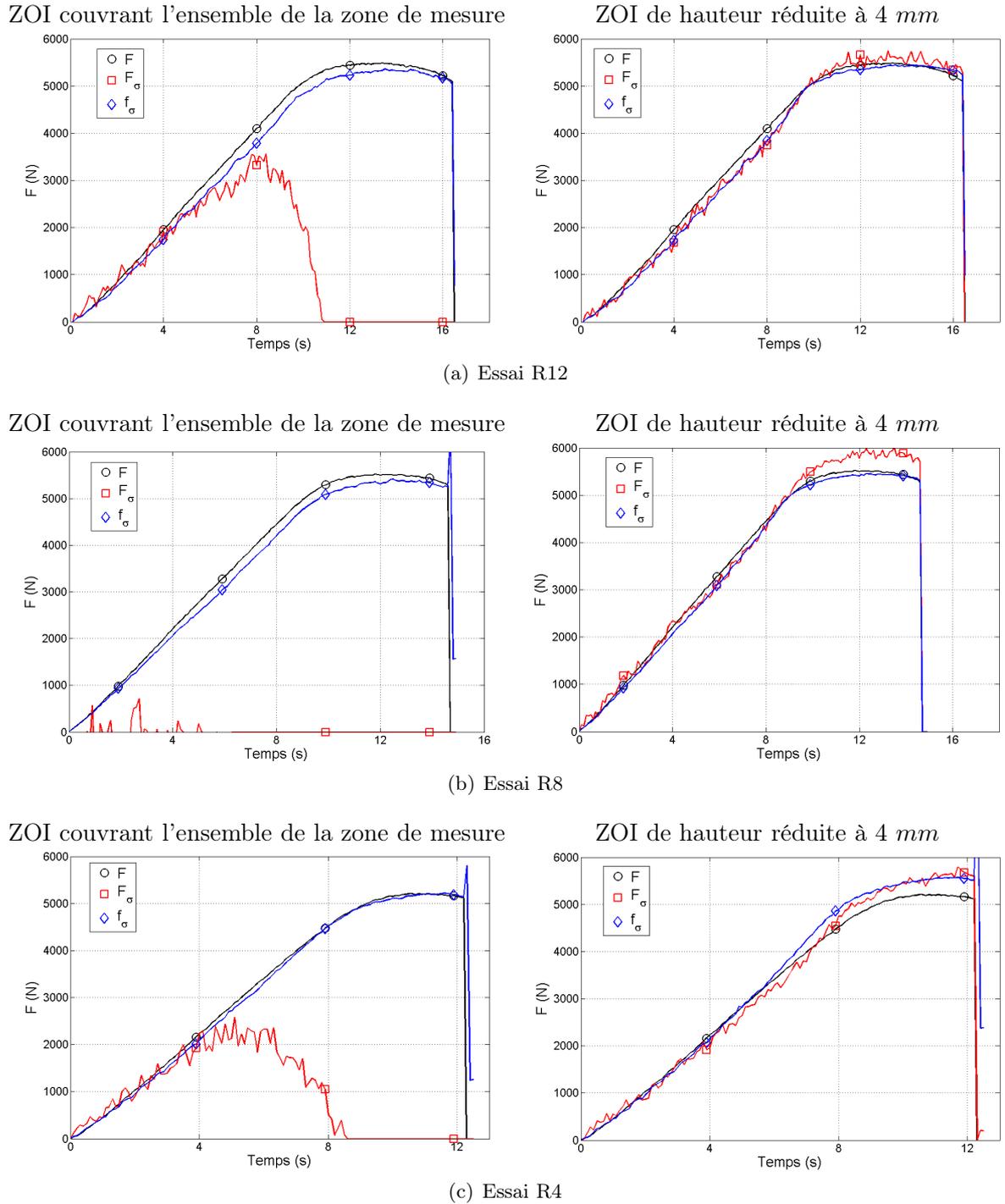


FIGURE 4.16 – Calcul des efforts pour le comportement identifié

Pour conclure, les valeurs des paramètres de la partie statique du modèle de comportement de Johnson-Cook (4.5) pour l'alliage Ti6Al4V sont correctement identifiées par la MCV à partir de mesures expérimentales de champs de déformations. Ces valeurs peuvent désormais être utilisées pour la caractérisation de la partie dynamique du modèle à partir de cartographies de déformation acquises au cours d'un chargement de traction à plus haute vitesse de sollicitation.

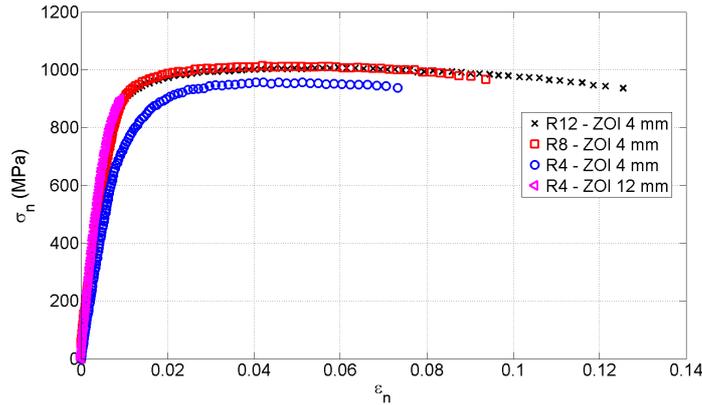


FIGURE 4.17 – Comportements nominaux en chargements quasi-statiques

4.2 Application de la MCV en conditions de chargement dynamiques

4.2.1 Description de l'essai de traction en conditions de chargement dynamiques

Des éprouvettes plates entaillées R4 (Figure 4.1), à rayon d'entailles de 0.4 mm (Tableau 4.1), sont soumises à un chargement de traction uniaxiale au vérin rapide hydraulique (Schenck - Figure 4.18), à la vitesse de sollicitation dynamique de 0.2 m.s^{-1} , jusqu'à rupture. Les champs de déplacements/déformations sont mesurés par simple corrélation d'images numériques (technique du mouchetis), et non plus en stéréo-corrélation. Une seule caméra rapide (caméra numérique Photron RS2000, fréquence d'acquisition de 10 kHz) est utilisée. Une conséquence importante est que la déformation dans l'épaisseur n'est plus accessible expérimentalement, la reconstitution en trois dimensions de la surface de mesure étant impossible avec une seule caméra. Celle-ci a une hauteur totale d'environ 7 mm et est légèrement décentrée par rapport au plan des entailles (Figure 4.19). L'épaisseur avant chargement de cette partie utile de l'éprouvette est homogène à 1.21 mm . L'effort est mesuré par une cellule piézoélectrique à la fréquence de 1 MHz , tout comme l'allongement de la zone de mesure, détecté par un extensomètre optique (Zimmer). Ces mesures ne sont pas synchronisées avec l'enregistrement des images. Toutefois, au cours du post-traitement, les valeurs d'efforts et de déplacements considérées seront bien entendu celles mesurées aux instants d'acquisition des cartographies.

Tout comme en conditions de chargement quasi-statiques, la taille des facettes peut avoir une influence non négligeable sur les mesures de champs. Pour les essais dynamiques, des tailles de 15×9 et 20×12 pixels ont notamment été testées. Le niveau de bruit mesuré s'avère plus important avec des tailles de facettes de 15×9 pixels. Les images sont donc exploitées pour l'identification avec une taille de facettes de 20×12 pixels.

La dernière cartographie avant rupture de l'éprouvette correspond à un temps de chargement de 6.4 ms , soit un déplacement imposé de 1.28 mm . Les 1 106 points de mesure, situés au centre des facettes, sont conservés sur les 63 premières cartographies et seulement deux points sont "perdus" dans la dernière cartographie. Contrairement aux cas quasi-statiques, la perte de données ne constitue donc pas un problème pour cet essai en conditions de chargement dynamiques et la procédure d'identification pourra utiliser l'ensemble de la zone de mesure.

Les valeurs de l'effort mesurées aux instants d'acquisition des cartographies sont présentées sur la Figure 4.20. L'évolution temporelle de l'effort est perturbée par la fréquence de résonance du montage d'essai. Ces perturbations affectent également les mesures de déformations (Figure 4.21). Les champs de déformations sont fortement hétérogènes, comme le montre la Figure 4.22 (à 6 ms de chargement). L'utilisation d'éprouvettes entaillées permet également une hétérogénéité des vitesses de déformations, ce qui conduit à des évolutions temporelles des déformations différentes en fonction du point de mesure considéré (Figure 4.21). Visiblement,

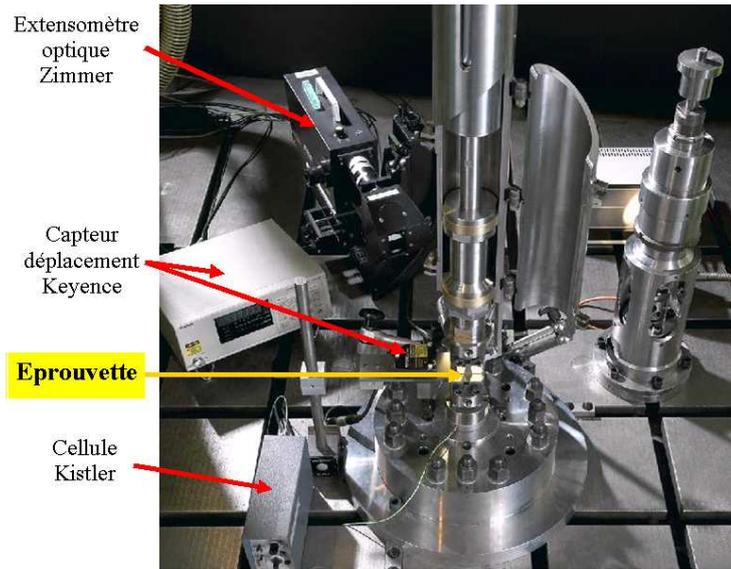


FIGURE 4.18 – Montage d'essai dynamique ONERA sur vérin Schenck

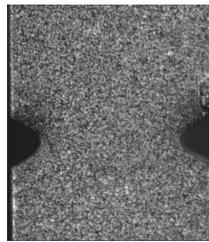


FIGURE 4.19 – Zone de mesure sur l'éprouvette R4 en essai dynamique

des vitesses de déformations viscoplastiques équivalentes de l'ordre de plusieurs centaines de s^{-1} peuvent déjà être atteintes localement, même pour cette vitesse de sollicitation de 0.2 m.s^{-1} .

La richesse de l'information recueillie grâce à cette hétérogénéité des champs de déformations et de vitesse de déformation permet d'envisager la caractérisation de la partie dynamique du modèle de Johnson-Cook (4.5) par la MCV à partir de ce seul essai, comme décrit au paragraphe suivant.

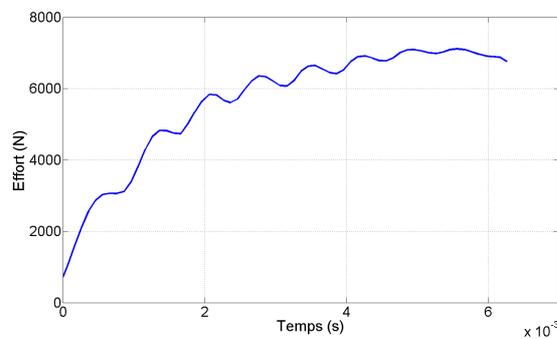


FIGURE 4.20 – Effort mesuré au cours de l'essai dynamique

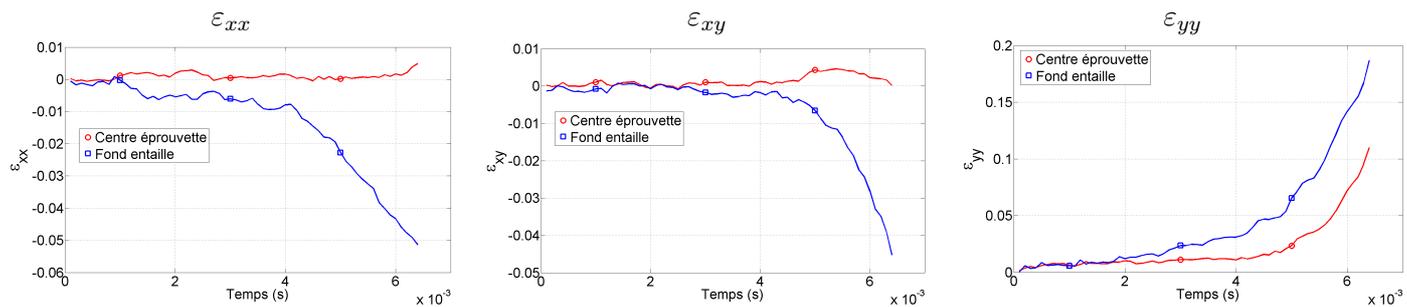


FIGURE 4.21 – Déformations mesurées au cours de l'essai dynamique

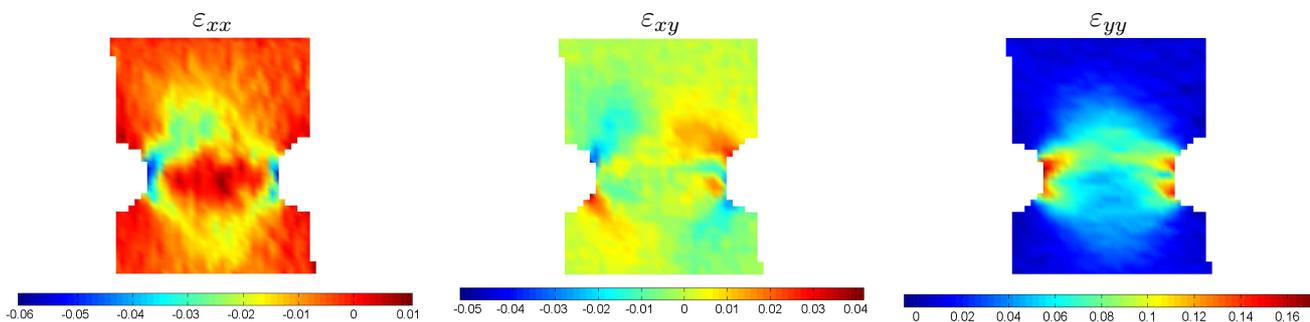


FIGURE 4.22 – Déformations mesurées à 6 ms de l'essai dynamique

4.2.2 Identification des paramètres dynamiques par la MCV

Les champs de déformations mesurés au cours de l'essai *R4* en conditions de chargement dynamiques, présenté au paragraphe précédent, sont utilisés dans le processus de la MCV pour l'identification des paramètres dynamiques, M et $\dot{\varepsilon}_0$, du modèle viscoplastique de Johnson-Cook (4.5). Les valeurs des paramètres plastiques considérées sont celles précédemment identifiées, soit $\sigma_0 = 899 \text{ MPa}$, $K = 524 \text{ MPa}$ et $n = 0.5935$ (Tableau 4.3).

Le chargement étant toujours uniaxial, le champ virtuel simple (4.6) est réutilisé. Le travail virtuel des efforts extérieurs est exprimé en négligeant l'action des forces volumiques à distance (i.e, le poids). Enfin, le travail virtuel des accélérations est négligé. Ce choix se justifie par rapport aux résultats obtenus au cours des simulations numériques du chapitre 3, qui ont démontré sa très faible valeur devant celle des autres travaux virtuels, mais également d'un point de vue pratique car les champs d'accélération sont difficilement mesurables. Dans ces conditions, la fonction-coût s'exprime selon la relation (4.9), rappelée ci-dessous.

$$\varphi(\vec{X}) = \sum_k \left(\frac{\sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}, t_k) e_i(t_k) S_i(t_k) - F(t_k) (y_{max}(t_k) - y_{min}(t_k))}{F(t_k) (y_{max}(t_k) - y_{min}(t_k))} \right)^2$$

où \vec{X} est cette fois le vecteur des paramètres M et $\dot{\varepsilon}_0$ à identifier. Les points i sont toujours les points de mesure des déformations inclus dans la ZOI considérée et les t_k les instants d'acquisition des cartographies. L'épaisseur e_i , associée à chaque point de mesure, est calculée selon la relation $e_i(t_k) = e_0 (\varepsilon_{zz}^i(t_k) + 1)$, $\forall t_k$. e_0 est l'épaisseur initiale et ε_{zz} la déformation dans l'épaisseur, toujours calculée par l'algorithme à retour radial en utilisant l'hypothèse de contraintes planes (4.1).

La fonction-coût est exprimée en considérant les 64 cartographies et la ZOI couvre l'ensemble de la zone de mesure, puisque la perte de données y est négligeable. Sa minimisation utilise toujours les algorithmes d'optimisation du Simplex et CMAES en parallèle. Les valeurs des paramètres de départ sont de 0.1 pour M et $\dot{\varepsilon}_0$ (s^{-1}). Le domaine de recherche est borné pour l'algorithme CMAES uniquement ($[0; 1] \times [10^{-11}; 10]$, pour M et $\dot{\varepsilon}_0$). Les valeurs ainsi détectées des paramètres dynamiques sont présentées dans le Tableau 4.4. Comme pour les tests numériques, les algorithmes ont tendance à converger vers des valeurs du seuil de viscoplasticité, $\dot{\varepsilon}_0$, assez faibles par rapport aux valeurs de référence communément rencontrées, de l'ordre de 1 s^{-1} [83, 79]. Les valeurs identifiées des paramètres sont toujours celles conduisant à la plus faible valeur finale de la fonction-coût, soit ici les valeurs de 0.0656 pour M et $1.57 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ pour $\dot{\varepsilon}_0$ (algorithme CMAES).

Paramètres identifiés				
Algorithme	M	$\dot{\varepsilon}_0$ (s^{-1})	Valeur finale de φ (Valeur initiale : 0.5148)	Nombre d'évaluations
Simplex	0.0832	0.1078	0.2952	2002
CMAES	0.0656	0.0157	0.2789	1997

TABLE 4.4 – Résultats d'identification par la MCV des paramètres dynamiques

Comme pour les essais quasi-statiques, une façon d'évaluer la pertinence des résultats de la MCV est de comparer l'effort mesuré, F , à l'effort calculé à partir des contraintes sur l'éprouvette. Elles-mêmes sont calculées par l'algorithme à retour radial selon le modèle de Johnson-Cook caractérisé par la MCV (paramètres \vec{X}_{id}). La Figure 4.23(a) présente les efforts calculés selon la relation (4.12), pour différentes ordonnées y des points de mesure. Les niveaux d'efforts sont sous-estimés de façon assez importante sur la bande supérieure de la ZOI et en fond d'entaille. Dans le premier cas, les écarts semblent être dus à une plus grande dispersion et à l'évolution très chahutée des valeurs des déformations mesurées aux points de plus hautes ordonnées (effets de bord). En fond d'entaille, le calcul de l'effort est plutôt affecté par une facétisation plus grossière autour des

entailles. En effet, la valeur de la largeur de la zone de mesure n'y est que de 3.85 mm (avant chargement), contre une valeur théorique de 4.5 mm . Les données situées dans des zones intermédiaires (ici à environ 2.2 mm au dessus du plan d'entailles) sont moins affectées par ces problèmes de facétisation et l'effort qui y est calculé est plus proche de l'effort mesuré. Enfin, la moyenne des F_σ pour toutes les valeurs d'ordonnées conduit à une valeur de l'effort, F_σ^{moy} , cohérente avec l'effort mesuré, F (Figure 4.23(b)).

$$F_\sigma(t_k, y) \approx \sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}_{id}, t_k) e_i(t_k) \Delta x_i(t_k) \quad \forall t_k \quad (4.12)$$

avec les points i tous les points de mesure d'ordonnée y . Les Δx_i sont calculés comme précédemment.

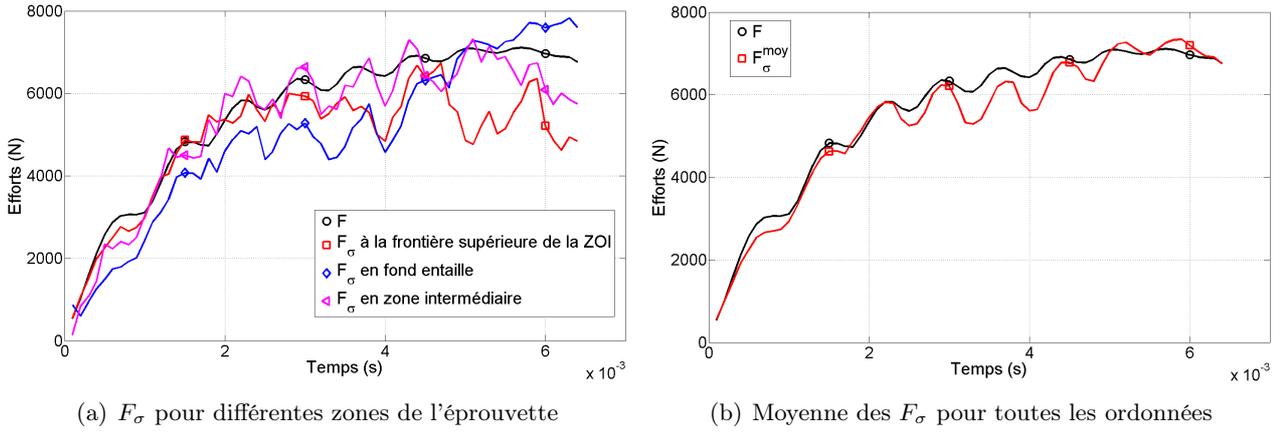


FIGURE 4.23 – Calcul de l'effort avec les paramètres identifiés

Remarque : La plupart des méthodes classiques d'identification en dynamique ont recours à un filtrage des oscillations de l'effort. Certaines méthodes de recalage aux EF nécessitent en revanche une modélisation, souvent délicate, de la réponse en fréquence du montage d'essai. En comparaison, la MCV permet une retranscription complète de la réponse structurale car l'information traitée contient la réponse fréquentielle du système. Ainsi, l'évolution temporelle de l'effort moyen reconstruit, F_σ^{moy} , présente des oscillations de fréquence très proche de celle de l'effort mesuré, F , bien que d'amplitudes supérieures. \square

Les observations précédentes posent la question de l'estimation de la surface totale de la ZOI, calculée à partir des surfaces élémentaires entourant chaque point de mesure. Or, le calcul du travail virtuel des efforts intérieurs (4.8), utilisant une approximation discrétisée de l'intégrale de volume, est directement impacté par ces erreurs de surface. La mise en place de facteurs correctifs, visant à reconstruire plus fidèlement la surface de la ZOI, est donc une piste d'amélioration du processus d'identification intéressante [23].

L'utilisation de tels facteurs était superflue pour le traitement des essais quasi-statiques. En effet, la surface reconstruite était alors suffisamment proche de la surface réelle pour ne pas nuire aux résultats d'identification. En premier lieu, l'utilisation de l'éprouvette *R12*, aux entailles moins aigües, limitait les problèmes de "maillage" de la surface. De plus, une taille de facettes inférieure de 15×9 pixels était utilisée. Dans ces conditions de chargement dynamiques, la taille de facettes est augmentée à 20×12 pixels, afin de réduire les niveaux de bruit mesurés, trop importants avec une taille de 15×9 pixels. Bien évidemment, ce choix a des conséquences en termes de discrétisation de la surface de mesure. Ainsi, la somme des surfaces élémentaires calculée pour l'ensemble des points de mesure de l'essai dynamique est $S_{tot}^{Dynam} = 34.50 \text{ mm}^2$. Pour la même hauteur de ZOI, cette surface est $S_{tot}^{QS} = 37.95 \text{ mm}^2$ pour l'essai quasi-statique^k, ce qui correspond à une perte de surface de 9 % environ pour les mesures de champs en conditions de chargement dynamiques.

k. La surface réelle est d'environ 39 mm^2 .

Les points de mesure proches des entailles, et plus généralement des bords de la zone de mesure, sont probablement les plus touchés par des erreurs de surface. Néanmoins, il est difficile de quantifier l'erreur commise sur chaque surface élémentaire. Alors, les tests considèrent uniquement une correction de la surface totale en utilisant l'expression modifiée du travail virtuel des efforts intérieurs, w_{int}^{*S} (4.13), pour construire la fonction-coût (l'expression de w_{ext}^* n'est pas modifiée).

Le Tableau 4.5 présente les résultats obtenus pour cette expression corrigée de la fonction-coût.

$$w_{int}^{*S}(\vec{X}, t_k) = w_{int}^*(\vec{X}, t_k) \frac{S_{tot}^{QS}}{S_{tot}^{Dynam}}, \forall \vec{X}, t_k \quad (4.13)$$

Paramètres identifiés				
Algorithme	M	$\dot{\epsilon}_0$ (s^{-1})	Valeur finale de φ (Valeur initiale : 0.5968)	Nombre d'évaluations
Simplex	0.0448	0.1524	0.1323	358
CMAES	0.0470	0.1733	0.1316	910

TABLE 4.5 – Résultats d'identification des paramètres dynamiques par la MCV : test de correction de la surface totale

La première observation est que les valeurs finales de la fonction-coût sont plus faibles lorsque la surface totale est corrigée (0.1316 contre 0.2789). La valeur identifiée de $\dot{\epsilon}_0$ (0.1733 s^{-1}) est 10 fois supérieure à la valeur précédente mais reste d'ordre inférieur à la s^{-1} . Ces nouvelles valeurs identifiées des paramètres viscoplastiques (algorithme CMAES) sont utilisées pour le calcul des champs mécaniques et des efforts. La correction de la surface totale permet d'aboutir à des valeurs d'efforts calculés selon l'expression (4.12) plus proches des valeurs mesurées, pour toutes les ordonnées considérées (Figure 4.24). De plus, les amplitudes de leurs oscillations sont réduites. Les écarts relatifs moyens, τ , entre les valeurs de l'effort associées aux deux jeux de paramètres identifiés, F_σ , et les valeurs mesurées, F , sont calculés selon la relation (4.14)¹. Les valeurs de τ présentées dans le Tableau 4.6 permettent de conclure que la correction de la surface totale a un effet positif indiscutable sur les résultats d'identification.

$$\tau = moy_k \left[abs \left(\frac{F_\sigma(t_k, y) - F(t_k)}{F(t_k)} \right) \right] \quad (4.14)$$

Cas	Écarts τ en %			
	Haut de la ZOI	Fond d'entaille	Bande intermédiaire	Moyenne sur toutes les ordonnées
Sans correction	11.93	17.85	9.30	5.01
Correction de la surface totale	8.67	14.12	8.13	3.20

TABLE 4.6 – Réduction des écarts sur les efforts calculés grâce à une correction de la surface totale

Les valeurs de la vitesse de déformation équivalente (tout comme celles de α) ne sont pratiquement pas affectées par le changement de valeur des paramètres viscoplastiques (e.g., Figure 4.25(b), en fond d'entaille). Toutefois, l'importance des pics de vitesse de déformation est nettement réduite pour ce nouveau jeu de paramètres dynamiques, en raison notamment de la valeur plus élevée du seuil de viscoplasticité. En conséquence, les pics sur la contrainte σ_{yy} sont également réduits (Figure 4.25(a)). Au final, les niveaux de contraintes calculés sont inférieurs, ce qui provient directement de valeurs de la contrainte d'écoulement, σ_y (4.5), moins

1. Pour éviter une compensation des écarts relatifs positifs et négatifs, la moyenne des valeurs absolues des écarts est considérée.

importantes. En effet, les valeurs de $M \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}^{vp}}{\dot{\epsilon}_0} \right)$, calculées avec les paramètres dynamiques identifiés en considérant une correction de la surface, sont plus faibles^m (Figure 4.26).

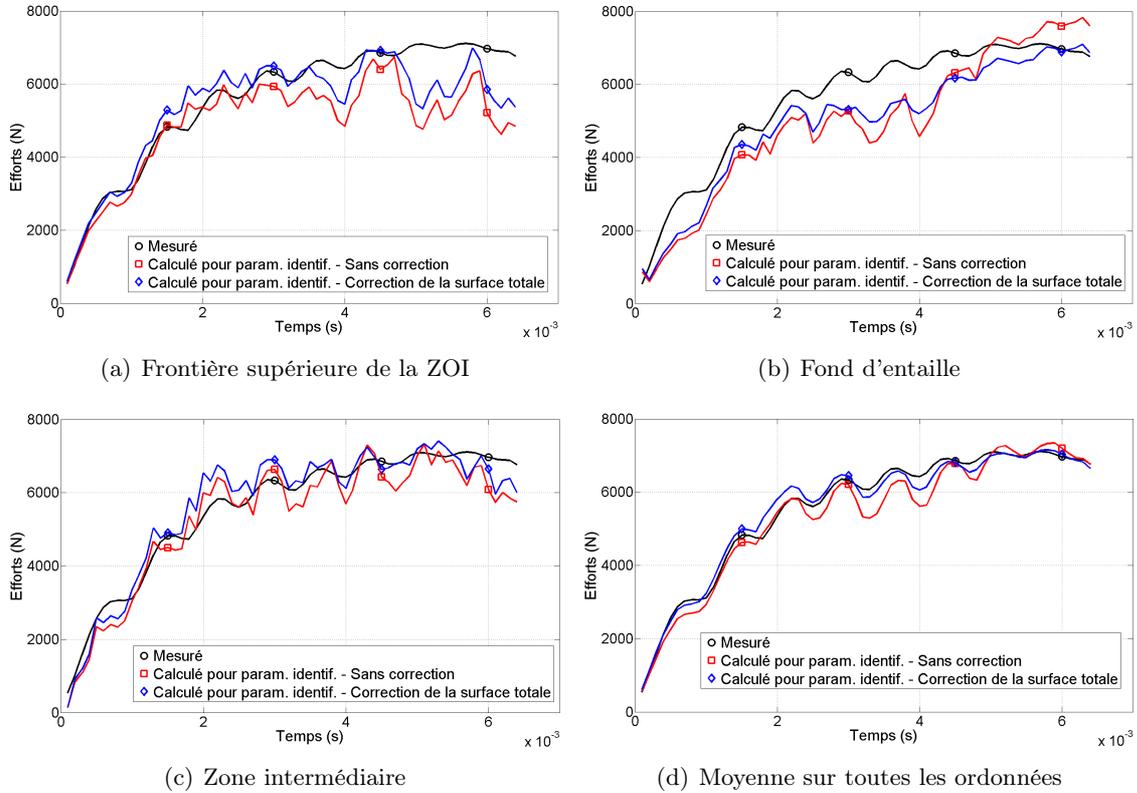


FIGURE 4.24 – Effort pour les paramètres identifiés avec une correction de la surface totale

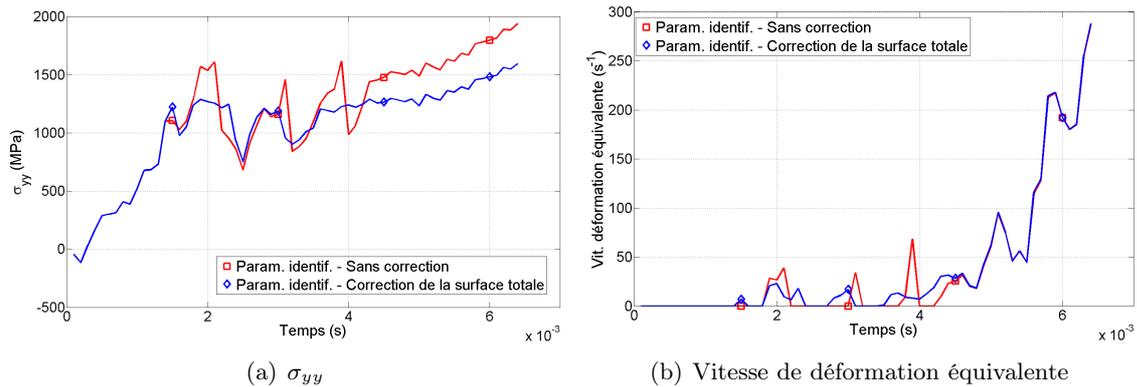


FIGURE 4.25 – Champs mécaniques pour les paramètres identifiés avec une correction de la surface totale

Ces différents résultats permettent de conclure que les valeurs des paramètres dynamiques identifiées par la MCV sont celles obtenues en considérant une correction de la surface totale. Elles sont donc respectivement de

^m. Les valeurs des paramètres plastiques sont les mêmes et les valeurs de α ne sont quasiment pas influencées par le changement de valeur des paramètres viscoplastiques. Les variations de σ_y sont donc dues aux variations de sa partie visqueuse uniquement.

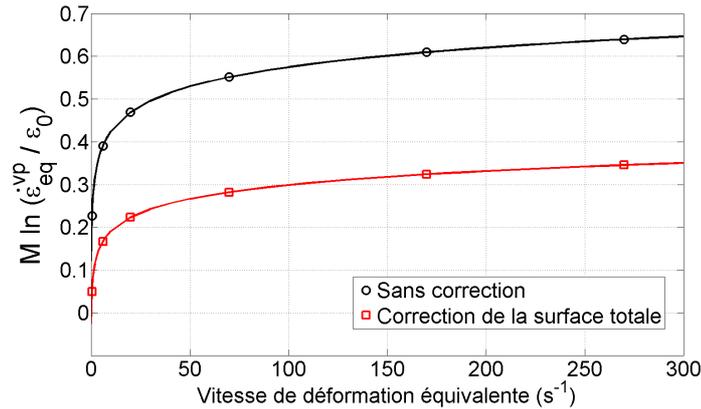


FIGURE 4.26 – Influence de la correction de la surface totale sur le calcul des effets visqueux

0.047 pour M et de 0.1733 s^{-1} pour $\dot{\epsilon}_0$. Le modèle de comportement de Johnson-Cook (4.5) pour le Ti6Al4V est donc entièrement caractérisé par la Méthode des Champs Virtuels, à partir de deux essais de traction uniaxiale statiquement indéterminés.

4.3 Comportement viscoplastique du Ti6Al4V caractérisé par la MCV

Le Tableau 4.7 regroupe les valeurs de l'ensemble des paramètres du modèle viscoplastique de Johnson-Cook (4.5) identifiées par la MCV pour le Ti6Al4V. Elles peuvent être comparées à celles obtenues au cours de la procédure classique d'identification utilisant des essais statiquement déterminés (cf. chapitre 3, paragraphe 3.1.1).

	Méthode des Champs Virtuels	Essais statiquement déterminés
Module d'Young, E (GPa)	122	114
Coefficient de Poisson, ν	0.340	0.342
Limite initiale d'élasticité, σ_0 (MPa)	899	973
Module d'érouissage isotrope, K (MPa)	524	557.3
Exposant d'érouissage isotrope, n	0.5935	0.5632
Seuil de vitesse de déformation équivalente, $\dot{\epsilon}_0$ (s ⁻¹)	0.1733	1.29
Paramètre viscoplastique de Johnson-Cook, M	0.047	0.0329

TABLE 4.7 – Paramètres du modèle de Johnson-Cook (4.5) identifiés pour le Ti6Al4V

4.3.1 Comparaison avec le comportement caractérisé par essais statiquement déterminés

La limite initiale d'élasticité identifiée par la MCV est plus faible mais du même ordre de grandeur que celle identifiée par la procédure classique. Comme on l'a déjà souligné, ces écarts peuvent provenir d'hétérogénéités dans le bloc de Ti6Al4V d'où proviennent les différentes éprouvettes. Les paramètres d'érouissage K et n sont très proches pour les deux méthodes. En revanche, les paramètres viscoplastiques prennent des valeurs très différentes. En particulier, une plus faible valeur du seuil de viscoplasticité est identifiée par la MCV.

En plasticité indépendante du temps, les niveaux de contraintes d'écoulement, σ_y (4.5), calculés avec les paramètres de la MCV sont donc translatés vers des valeurs inférieures, en raison de la valeur plus faible de σ_0 . Inversement, la part visqueuse de la contrainte d'écoulement est plus importante avec les paramètres

identifiés par la MCV pour une même vitesse de déformation équivalente (Figure 4.27). À hautes vitesses de déformation, les valeurs de l'érouissage plastique plus faibles sont alors partiellement compensées.

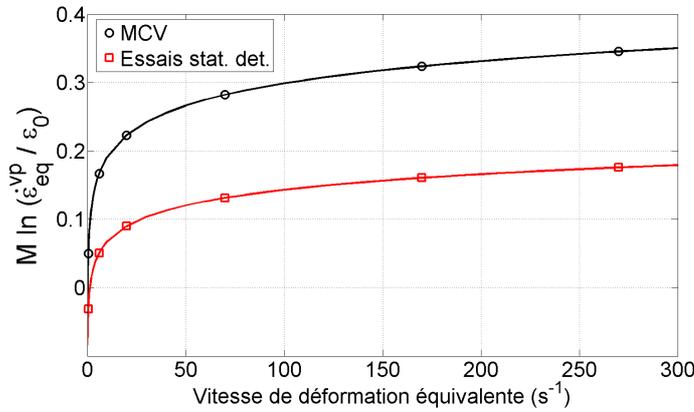


FIGURE 4.27 – Effets visqueux en fonction des paramètres identifiés pour le Ti6Al4V

Il est difficile de juger de la pertinence d'un modèle caractérisé par rapport à un autre. Une première solution serait de procéder à d'autres tests de validation en dynamique, utilisant des mesures sur des éprouvettes à rayon d'entailles différent, par exemple. À partir des données à notre disposition, un critère d'évaluation peut une nouvelle fois consister en la comparaison de l'effort mesuré et de l'effort calculé à partir des paramètres identifiésⁿ. Selon ce critère, les valeurs des paramètres identifiées par la MCV sont les plus appropriées pour rendre compte du comportement du Ti6Al4V soumis aux chargements décrits dans ce chapitre, en conditions quasi-statiques (pour les 3 types d'éprouvettes considérées^o, Figure 4.28(a)) aussi bien que dynamiques (Figure 4.28(b)).

n. F_{σ}^{moy} est calculée à partir de la relation (4.12), moyennée pour toutes les valeurs d'ordonnées y .

o. On rappelle que, pour les essais quasi-statiques, 3 éprouvettes à rayon d'entailles de 0.4, 0.8 et 1.2 mm sont utilisées (Tableau 4.1).

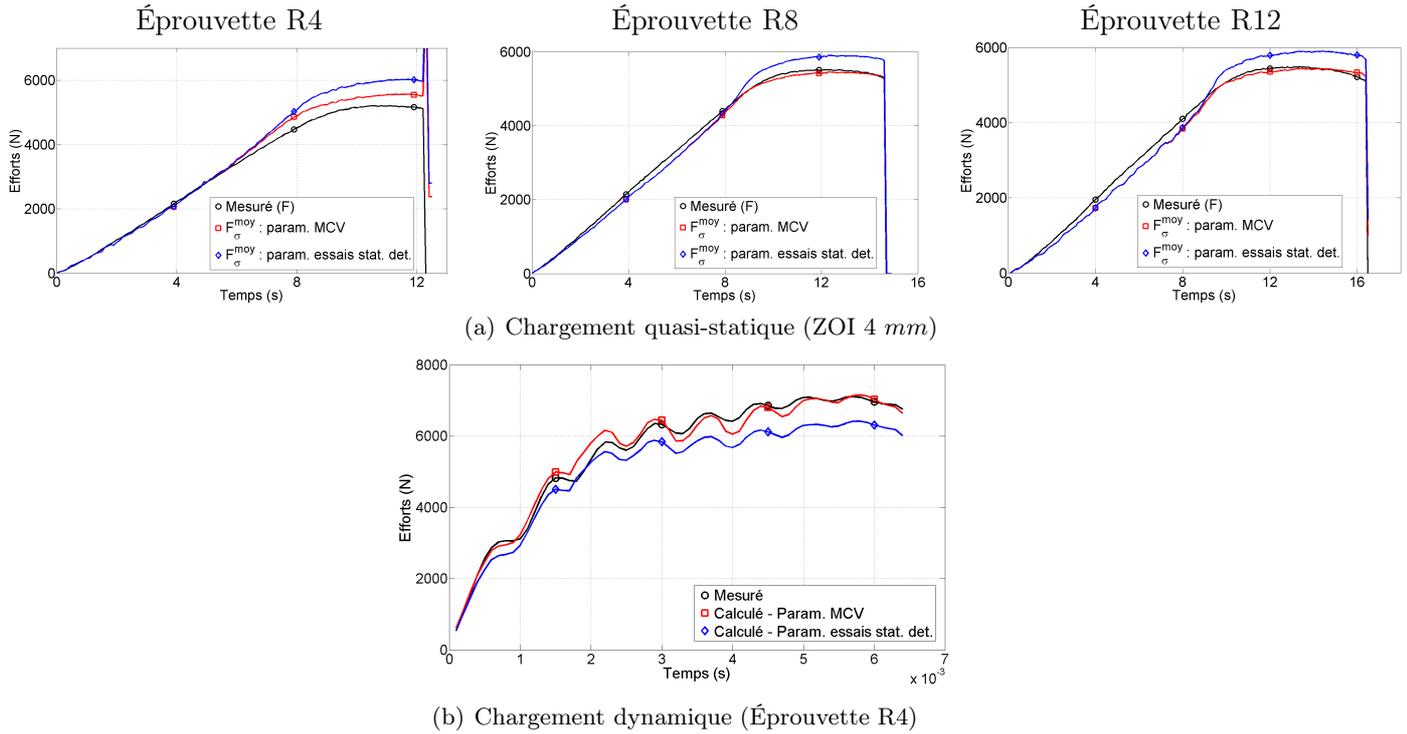


FIGURE 4.28 – Comparaison en termes d'efforts des deux modèles identifiés

Ces observations permettent de valider l'utilisation de la MCV pour la caractérisation de lois de comportement élasto-viscoplastiques, à partir de seulement deux essais de traction uniaxiale, exploités de façon statiquement indéterminée.

4.4 Bilan du chapitre 4

Ce chapitre visait à étudier la Méthode des Champs Virtuels pour la caractérisation de comportements élasto-viscoplastiques, à partir de mesures de champs de déformations par corrélation d'images numériques. Le cas particulier de l'alliage de Titane Ti6Al4V, dont l'écroutissage et la sensibilité à la vitesse de déformation peuvent être modélisés par les équations constitutives du modèle viscoplastique de Johnson-Cook (4.5) est considéré.

Les procédures classiques de caractérisation de ce modèle de comportement font appel à plusieurs essais de traction uniaxiale statiquement déterminés. Des conditions de chargement quasi-statiques permettent l'identification des paramètres de la partie plastique du modèle (i.e., indépendante de la vitesse de déformation). Plusieurs essais à plus hautes vitesses de sollicitation sont ensuite mis en œuvre pour la caractérisation de sa partie dynamique. Chacun de ces tests doit respecter des hypothèses de staticité, très contraignantes. En particulier, la vitesse de déformation doit demeurer constante au cours de chaque chargement.

Le modèle de Johnson-Cook ayant vocation à décrire le comportement de matériaux sous de hautes vitesses de déformation [13], il n'est pas rare que la valeur du seuil de viscoplasticité, $\dot{\epsilon}_0$, soit arbitrairement fixée (très souvent à 1 s^{-1} [83, 79]) lors des procédures d'identification. Alors, la sensibilité du matériau à la vitesse de déformation est décrite par le seul paramètre M . À l'inverse, le choix peut être fait d'identifier les deux paramètres dynamiques, $\dot{\epsilon}_0$ et M , à partir d'essais statiquement déterminés. La sélection des valeurs de paramètres les plus adéquates nécessite alors une interprétation des résultats par l'utilisateur (cf chapitre 3, paragraphe 3.1.1^P).

Comparée à ces procédures classiques d'identification, la MCV possède de nombreux avantages. En premier lieu, cette méthode permet de traiter de champs mécaniques hétérogènes. Aucune hypothèse de staticité n'est alors imposée pour l'exploitation statiquement indéterminée des essais, ce qui facilite grandement leur mise en œuvre. Surtout, la possibilité de traiter de champs de vitesses de déformation hétérogènes permet la caractérisation de la partie dynamique du modèle de Johnson-Cook à partir d'un seul essai en conditions de chargement dynamiques, après l'identification des paramètres plastiques sur un essai quasi-statique, comme le démontrent les résultats de ce chapitre.

Les valeurs identifiées par la MCV des paramètres plastiques du modèle de Johnson-Cook (4.5) pour le Ti6Al4V sont cohérentes avec la bibliographie [79] et les précédents tests, et le couple de paramètres dynamiques identifié permet une modélisation très satisfaisante du comportement du matériau sous chargement dynamique. Ainsi, le modèle de Johnson-Cook caractérisé par la MCV est validé en termes de prédiction des valeurs d'efforts, pour des cas de chargements quasi-statiques et dynamiques. De même, sa transposabilité pour la description du comportement matériau observé sur d'autres éprouvettes que celles ayant servi de base à l'identification est démontrée.

Un autre avantage indéniable de la MCV est d'apporter à l'utilisateur une liberté dans le sens qu'il souhaite donner à l'identification des paramètres matériau, en particulier viscoplastiques. Ainsi, il conserve la possibilité d'intervenir dans le processus d'identification, en fixant arbitrairement la valeur du seuil de viscoplasticité et en n'identifiant que M , par exemple. Néanmoins, la différence fondamentale entre la MCV et les procédures classiques d'identification est que cette intervention extérieure est possible mais non indispensable. En effet, ce chapitre démontre que la mise en œuvre de la MCV permet d'aboutir à l'identification d'un couple de paramètres dynamiques traduisant de façon tout à fait satisfaisante la sensibilité du matériau à la vitesse de déformation, sans qu'aucune analyse et sélection des résultats d'identification ne soit nécessaire. Ainsi, toute subjectivité est retirée des valeurs identifiées des paramètres.

Enfin, dans ce chapitre, une modélisation du comportement jusqu'à rupture utilisant les équations constitutives de Johnson-Cook pour un matériau vierge est considérée. Cependant, aucune restriction théorique

p. En particulier, des valeurs du seuil de viscoplasticité jugées trop faibles avaient été écartés bien que conduisant à de meilleurs résultats en termes de régression linéaire.

ne s'oppose à la mise en œuvre de la MCV pour la caractérisation de modèles d'endommagement. Cette problématique fait l'objet du dernier chapitre de ce mémoire.

Chapitre 5

Pour aller plus loin... Caractérisation de l'endommagement par la MCV

Dans les chapitres précédents, la Méthode des Champs Virtuels est utilisée pour la caractérisation du comportement de l'alliage Ti6Al4V en élasto-viscoplasticité, selon le modèle de Johnson-Cook [13], pour un matériau vierge. Néanmoins, dans le cadre des sollicitations à hautes énergies qui nous intéressent, l'endommagement des matériaux demeure une problématique à ne pas négliger.

Tout comme pour les modèles viscoplastiques, la caractérisation de l'endommagement nécessite généralement la mise en œuvre de procédures expérimentales contraignantes car fortement normalisées. Généralement, celles-ci considèrent des chargements de traction uniaxiale en traction-compression ou charge-décharge [88]. La plupart des travaux récents utilisent des méthodes inverses, comme le recalage par éléments finis, pour alléger les procédures d'identification (e.g. [89]).

Comme on l'a vu au chapitre 1, l'état de l'art concernant la caractérisation d'un endommagement par la Méthode des Champs Virtuels s'intéresse à l'identification de réductions de paramètres de rigidités, dans un cadre constitutif linéaire (e.g. [11, 12]). L'objectif de ce chapitre est d'étendre ces travaux en appliquant la MCV à la caractérisation de modèles élasto-plastiques endommageables.

Plus précisément, l'identifiabilité par la MCV des paramètres d'un modèle d'endommagement continu isotrope de Lemaitre [14] est étudiée (paragraphe 5.2). Les données sont d'abord simulées numériquement. Les conditions de chargement considérées restant quasi-statiques, ces données ne sont pas affectées par les biais rencontrés au cours de tests en conditions dynamiques (cf chapitre 3, paragraphe 3.1.2). Néanmoins, d'autres problématiques peuvent être soulevées. En particulier, l'évolution de l'endommagement étant pilotée en déformation plastique (paragraphe 5.1), les contributions de l'écrouissage et de l'endommagement ne sont pas séparables. Il est alors impossible de réaliser une identification en deux étapes des modèles élastoplastiques endommageables, contrairement au cas du modèle viscoplastique de Johnson-Cook (cf chapitres 3 et 4). Pour des matériaux faiblement endommageables, la recherche des paramètres d'endommagement peut alors s'avérer délicate, comme l'illustrent des tests sur le Ti6Al4V, à partir de données expérimentales recueillies par mesures de champs (paragraphe 5.3).

5.1 Modèle d'endommagement continu isotrope de Lemaitre

La théorie générale de l'endommagement continu a été présentée au chapitre 1. Dans ce chapitre 5, nous nous plaçons dans le cadre d'un endommagement isotrope. Celui-ci est alors caractérisé par une grandeur scalaire, D , nulle pour un matériau vierge (i.e. non endommagé). La notion de contrainte effective, $\tilde{\sigma}$, est définie par la relation (5.1). Les contraintes vraies, $\bar{\sigma}$, sont les contraintes réellement appliquées au matériau alors que les contraintes effectives, $\tilde{\sigma}$, sont celles qui s'appliqueraient à un matériau vierge soumis à la même sollicitation (en particulier aux mêmes déformations et vitesses de déformation). Les contraintes effectives, $\tilde{\sigma}$, sont calculées en utilisant les équations constitutives développées pour des matériaux vierges, conformément au principe d'équivalence en déformation. Elles sont ensuite affectées par l'endommagement selon la relation (5.1) pour calculer les contraintes vraies, $\bar{\sigma}$.

$$\bar{\sigma} = \tilde{\sigma} (1 - D) \quad (5.1)$$

Parmi tous les modèles d'endommagement existant, ces travaux considèrent le modèle de Lemaitre [14] pour décrire l'évolution de D . Ses équations constitutives sont présentées au paragraphe suivant.

5.1.1 Équations constitutives

Le modèle d'endommagement continu isotrope de Lemaitre [14] est piloté en déformation plastique cumulée (5.2). Ainsi, le matériau s'endommage à partir d'un seuil de déformation plastique cumulée, α_D , et l'évolution temporelle de D est pilotée par celle de α . Le modèle de Lemaitre fait intervenir le taux de restitution de densité d'énergie, Y (5.3), qui dépend de la fonction de triaxialité, R_v (5.4). En plus du seuil α_D , le modèle de Lemaitre (5.2) est caractérisé par deux paramètres propres au matériau : le module ou coefficient d'endommagement, S , et l'exposant d'endommagement, s .

$$\dot{D} = \left(\frac{Y}{S} \right)^s \dot{\alpha}, \text{ dès que } \alpha \geq \alpha_D \quad (5.2)$$

$$Y = \frac{\sigma_{eq}^2 R_v}{2E(1-D)^2} \quad (5.3)$$

avec :

$$R_v = \frac{2}{3}(1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2 \quad (5.4)$$

où σ_{eq} est la contrainte équivalente vraie de von Mises (ou $J_2(\bar{\sigma})$) et σ_H est la contrainte hydrostatique vraie, définie comme le tiers de la trace de $\bar{\sigma}$. $\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}$ est le taux de triaxialité. E et ν sont toujours le module d'Young et le coefficient de Poisson du matériau, respectivement.

Le modèle de Lemaitre pour l'endommagement est associé à des comportements en élasto-plasticité modélisés dans le cadre de la J_2 -plasticité déjà détaillé. Comme souligné au chapitre 1, bien que le principe d'équivalence en déformation permette l'utilisation des équations constitutives développées pour un matériau vierge pour le calcul des quantités effectives, certaines précautions doivent être prises pour coupler les modèles élastoplastiques et les modèles d'endommagement. Ainsi, on rappelle que la déformation plastique cumulée, α , n'est plus assimilable à la variable d'écrouissage isotrope, r , mais $\dot{\alpha}$ est homogène à $\frac{\dot{r}}{1-D}$. En effet, la définition de ces variables selon l'hypothèse de normalité en plasticité associée est inchangée. Alors :

$$\dot{r} = -\dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial R} \quad \text{et} \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\dot{\lambda}}{1-D} \frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}}$$

avec R la loi d'écrouissage isotrope.

Dans ces travaux, on considère toujours une loi d'écrouissage isotrope de type Prandtl-Reuss [15] en loi puissance (5.5) et un écrouissage cinématique linéaire de Prager (5.6) [15]. Les états de contraintes admissibles

ne peuvent pas sortir de la surface de charge, f (5.7).

$$\tilde{\sigma}_y = \sigma_0 + Kr^n \quad (5.5)$$

où $\tilde{\sigma}_y$ est la contrainte effective d'écoulement.

$$\frac{\partial \bar{\beta}}{\partial t} = \frac{2}{3} H \frac{\partial \bar{\varepsilon}^p}{\partial t} \quad (5.6)$$

$$f = J_2 (\tilde{\sigma} - \bar{\beta}) - \tilde{\sigma}_y(r) \leq 0 \quad (5.7)$$

Les équations constitutives ainsi précisées sont implémentées dans des algorithmes à retour radial pour le calcul des champs mécaniques.

5.1.2 Algorithmes à retour radial

Le schéma des algorithmes à retour radial développés pour la J_2 -plasticité à loi d'écrouissage isotrope non-linéaire (Tableau 2.3 du chapitre 2) est adapté à la prise en compte du modèle d'endommagement de Lemaitre (5.2). La loi d'écrouissage isotrope non-linéaire est toujours implémentée sous la forme d'une loi linéaire par morceau. Les adaptations les plus significatives concernent la distinction devenue nécessaire entre r et α . L'algorithme ne calcule plus directement les évolutions du multiplicateur plastique, $\Delta\lambda$, mais celles d'une variable Λ , homogène à α , telle que $\Delta\Lambda = \frac{\Delta\lambda}{1-D}$. Les variables sont alors mises à jour dans la phase de correction plastique selon les relations (5.8). Ce schéma des algorithmes à retour radial s'inspire de l'approche semi-couplée plasticité-endommagement, proposée par Lemaitre [20, 90]^a. En particulier, la valeur de la variable d'endommagement à l'incrément précédent, D_n , est utilisée pour le calcul des autres grandeurs mécaniques à l'incrément courant ($n+1$). La valeur de D_{n+1} est calculée en fin d'algorithme selon la relation discrétisée (5.9). Si sa valeur atteint 1, les contraintes vraies $\bar{\sigma}_{n+1}$ sont forcées à zéro.

$$\begin{cases} \Delta\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}} J_2 (\bar{\xi}_{n+1}) \Delta\Lambda (1 - D_n) \\ \Delta r = \Delta\alpha (1 - D_n) \\ \Delta\bar{\beta} = \frac{2}{3} H P \bar{\xi}_{n+1} \Delta\Lambda (1 - D_n) \\ \bar{\sigma}_{n+1} = \bar{\xi}_{n+1} + \bar{\beta}_{n+1} \end{cases} \quad (5.8)$$

où $\Delta x = x_{n+1} - x_n$.

$$D_{n+1} = D_n + \left(\frac{Y_n}{S} \right)^s (\alpha_{n+1} - \alpha_n) \quad (5.9)$$

avec :

$$Y_n = \frac{\sigma_{eq}^2 R_{v n}}{2E(1-D_n)^2} \quad \text{et} \quad R_{v n} = \frac{2}{3} (1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left(\frac{\sigma_H n}{\sigma_{eq n}} \right)^2$$

Le Tableau 5.1 présente le schéma complet des algorithmes à retour radial pour ces modèles élasto-plastiques endommageables.

La validation de l'implémentation des algorithmes à retour radial repose, comme pour les cas précédents, sur des comparaisons numériques. Des simulations EF fournissent les champs mécaniques de référence, dont les champs de déformations qui sont utilisés en entrée des algorithmes. Les grandeurs calculées par les algorithmes (contraintes, variables d'écrouissage, déformation plastique cumulée et endommagement) sont ensuite comparées aux grandeurs de référence.

Un exemple de test de validation considère un MEF composé d'un élément carré unique de 1 mm (Figure 5.1), à 4 nœuds et 9 points d'intégration dans le plan de l'élément. La résolution de ce MEF utilise le code

a. Un schéma totalement couplé plasticité-endommagement est proposé par Benallal *et al* [91], par exemple.

Entrées : $\bar{\varepsilon}_{n+1}$, grandeurs à l'état n , paramètres matériaux.

Sorties : Grandeurs à l'état $n + 1$.

Test sur la valeur de r à l'incrément précédent : $r_n \in [r_i; r_{i+1}[$

- | Calcul de $\tilde{\sigma}_y^i = \sigma_0 + Kr_i^n$ et de $K' = K \frac{r_{i+1}^n - r_i^n}{r_{i+1} - r_i}$

Calcul de l'état test (prédiction élastique) : $\tilde{\sigma}^{test}, \bar{\xi}^{test}, J_2(\bar{\xi}^{test})$

$$f^{test} = J_2(\bar{\xi}^{test}) - (\tilde{\sigma}_y^i + K'r_n)$$

Si $f^{test} > 0$, alors :

- | $\Delta\Lambda = \frac{f^{test}}{J_2(\bar{\xi}^{test})[2\mu + \frac{2}{3}H + \frac{2}{3}K']}$
- | Pour $i = 1$ à N :
- | $\Xi = \left[Q^{-1} + \frac{\Delta\Lambda}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\Lambda} P \right]^{-1}$
- | $\bar{\xi}_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\Lambda} \Xi Q^{-1} \bar{\xi}^{test}$
- | $\Delta\Lambda = \frac{f^{test}}{J_2(\bar{\xi}_{n+1})[2\mu + \frac{2}{3}H + \frac{2}{3}K']}$

Mises à jour des variables (5.8) :

$$\bar{\xi}_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\Lambda} \Xi Q^{-1} \bar{\xi}^{test}$$

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \frac{2}{3}\Delta\Lambda J_2(\bar{\xi}_{n+1})(1 - D_n)$$

$$r_{n+1} = r_n + (\alpha_{n+1} - \alpha_n)(1 - D_n)$$

$$\bar{\beta}_{n+1} = \bar{\beta}_n + \frac{2}{3}\Delta\Lambda H P \bar{\xi}_{n+1}(1 - D_n)$$

$$\tilde{\sigma}_{n+1} = \bar{\xi}_{n+1} + \bar{\beta}_{n+1}$$

$$\bar{\varepsilon}_{n+1}^p = \bar{\varepsilon}_n^p + \Delta\Lambda P \bar{\xi}_{n+1}$$

Calcul de la nouvelle loi de comportement

- | $r_{n+1} \in [r_j; r_{j+1}[$
- | Calcul de $\tilde{\sigma}_y^j$ et de K'

Calcul de la nouvelle surface de charge : $f_{n+1} = J_2(\bar{\xi}_{n+1}) - (\tilde{\sigma}_y^j + K'r_{n+1})$

Vérification du retour sur la surface de charge :

- | Si $f_{n+1} \neq 0$ alors, correction des contraintes.

Calcul de $\tilde{\sigma}_{eq\ n+1}$

Sinon :

Mise à jour des variables pour un incrément élastique.

Calcul de l'endommagement :

Si $\alpha_{n+1} \geq \alpha_D$

| Calcul des contraintes vraies à l'incrément n : $\bar{\sigma}_n, \sigma_{eq\ n}, \sigma_{H\ n}$

| Calcul de $R_{v\ n}$ et Y_n

| Calcul de D_{n+1} (5.9)

Si $D_{n+1} \geq 1$:

| $D_{n+1} = 1$

| $\tilde{\sigma}_{n+1} = \bar{0}$

Calcul de la déformation dans l'épaisseur pour assurer la condition de contraintes planes.

TABLE 5.1 – Schéma semi-couplé des algorithmes à retour radial en J_2 -plasticité et endommagement de Lemaitre

implicite ZéBuLoN sous l'hypothèse de contraintes planes. Le matériau est affecté d'un module d'Young, E , de 71 *GPa* et d'un coefficient de Poisson, ν , de 0.3. Son comportement est modélisé en J_2 -plasticité par un écrouissage isotrope en loi puissance (5.5) ($\sigma_0 = 300$ *MPa*, $K = 600$ *MPa*, $n = 0.5025$) et un écrouissage cinématique linéaire (5.6) ($H = 5\ 000$ *MPa*). Les paramètres d'endommagement S et s valent respectivement

2.8 MPa et 2^b. Sous ZéBuLoN, la valeur du seuil d'endommagement n'est pas renseignable par l'utilisateur et $\alpha_D = 0$. L'élément unique subit un chargement de traction-compression uniaxiale. Celui-ci est imposé sous la forme d'incrément de déplacement selon \vec{y} sur les deux nœuds supérieurs de l'élément. Pendant la phase de traction, 30 incréments de $5 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$ sont imposés, puis la phase de compression comporte 16 incréments de $-6 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$. La Figure 5.2 permet de constater que les grandeurs mécaniques calculées par l'algorithme à retour radial sont tout à fait cohérentes avec celles calculées par ZéBuLoN.

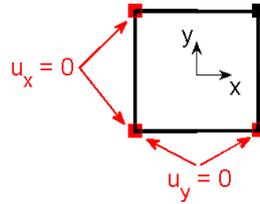


FIGURE 5.1 – Degrés de liberté de l'élément unique

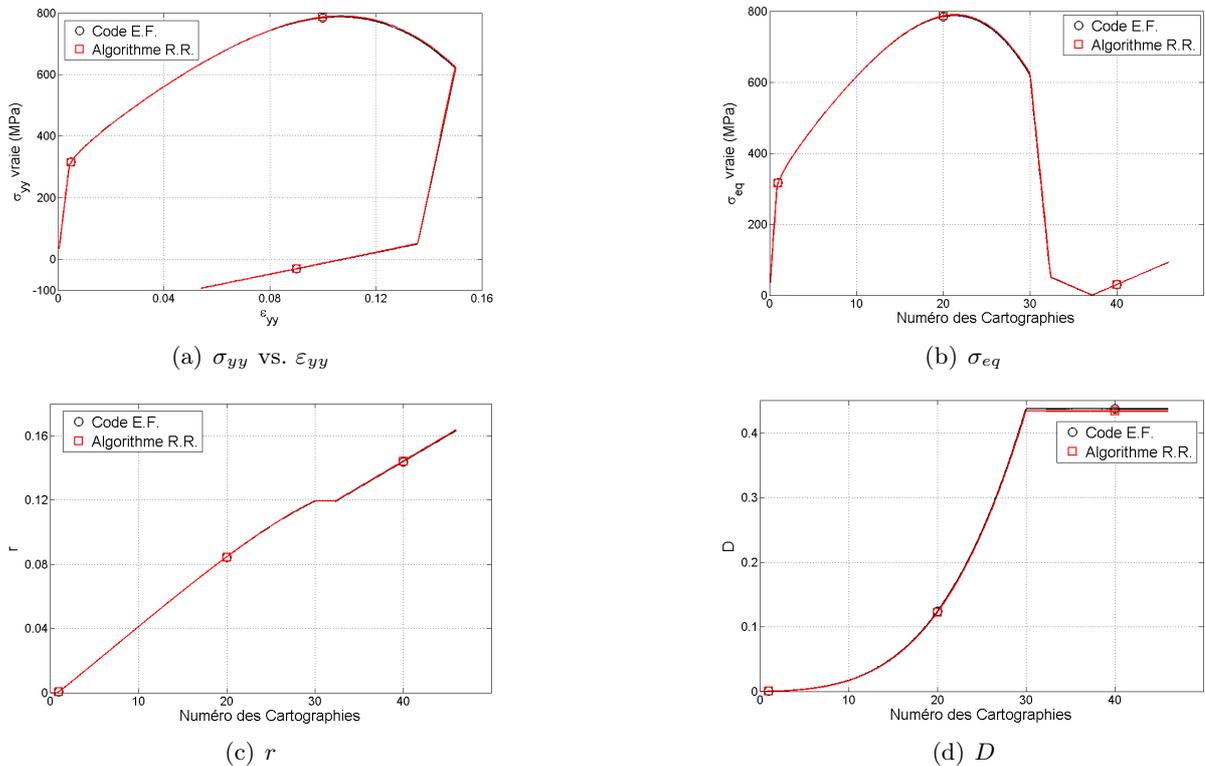


FIGURE 5.2 – Évolutions au cours du chargement de traction-compression des grandeurs mécaniques pour l'élément unique

À titre illustratif, la Figure 5.3 permet d'observer l'évolution de l'endommagement au sein d'une éprouvette carrée de 1 mm de côté et divisée en 400 éléments. Les conditions aux limites imposées à cette éprouvette sont similaires à celles imposées à l'élément unique et un chargement de traction uniaxiale est imposé sous la forme

b. Les paramètres élastiques et plastiques sont choisis arbitrairement mais sont proches de ceux rencontrés pour des aluminiums. Les paramètres d'endommagement S et s sont ceux proposés par Lemaitre et al [14] pour l'acier 2-1/4 CrMo. Ce matériau a un seuil d'endommagement $\alpha_D = 0.12$ et sa valeur critique d'endommagement est $D_c = 0.2$.

d'incrément de déplacement. Cette Figure 5.3 permet de constater à nouveau que le calcul de la variable d'endommagement par l'algorithme à retour radial est conforme aux résultats renvoyés par le solveur EF ZéBuLoN.

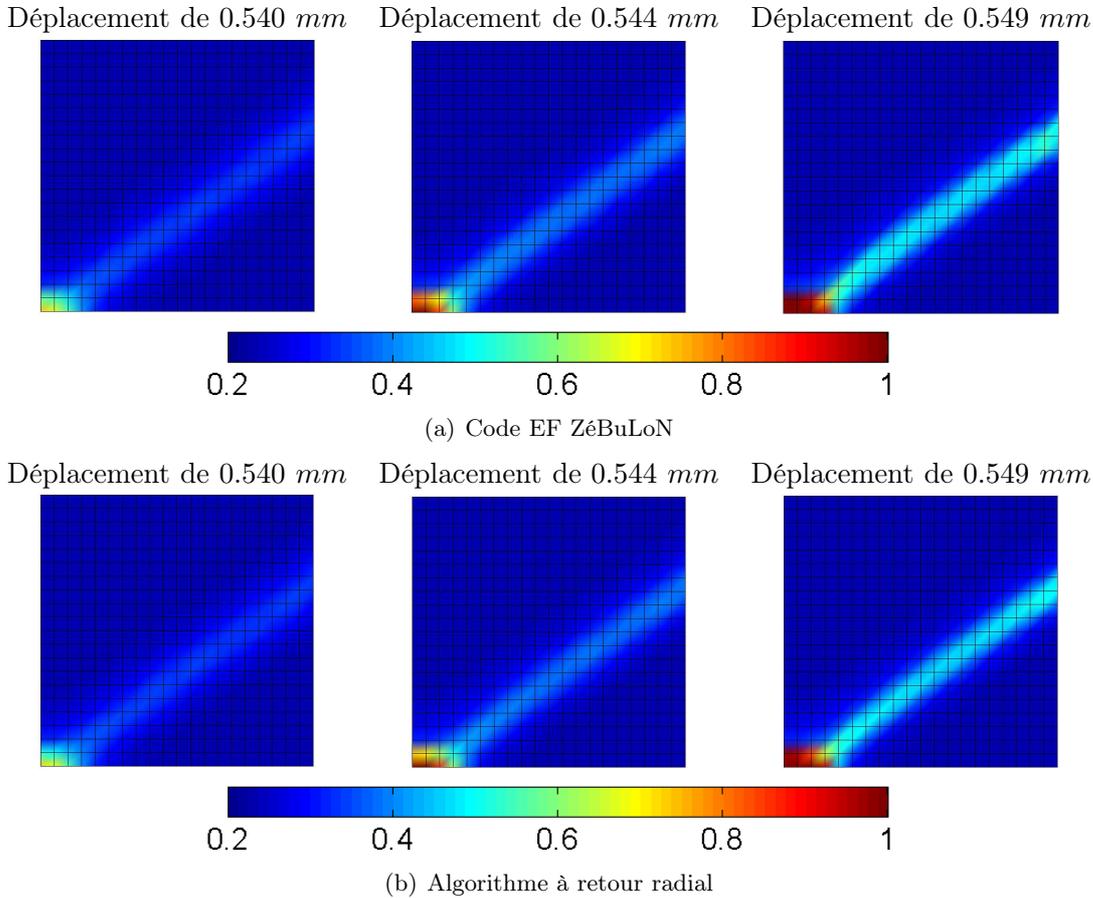


FIGURE 5.3 – Endommagement d'une éprouvette carrée

L'implémentation des algorithmes à retour radial pour des comportements en J_2 -plasticité associés à un modèle d'endommagement de Lemaitre (5.2) est validée. Ces algorithmes peuvent désormais être intégrés au processus d'identification par la MCV.

5.2 Caractérisation de modèles de comportement plastiques endommageables par la MCV

Le processus d'identification par la MCV dans le cas de modèles de comportement endommageables est identique à celui utilisé pour caractériser d'autres types de comportements non-linéaires. Les tests considérés dans ce paragraphe utilisent des données simulées numériquement (code implicite ZéBuLoN). Les éprouvettes sont toujours sollicitées en chargements de traction uniaxiale (selon l'axe \vec{y}) et le CV simple (5.10) est utilisé. Les conditions de chargement étant quasi-statiques, le travail virtuel des accélérations entrant dans l'expression du PTV est nul. L'action des forces volumiques à distance est négligée. La fonction-coût, $\varphi(\vec{X})$, à minimiser en fonction des paramètres matériau, \vec{X} , s'exprime alors selon la relation (5.11), avec le CV (5.10).

$$u_x^*(k) = 0 \quad \text{et} \quad \begin{cases} u_y^*(k) = 0 \quad \forall y(k) \leq y_{min}(k) \\ u_y^*(k) = y(k) - y_{min}(k) \quad \forall y(k) \in [y_{min}(k); y_{max}(k)] \\ u_y^*(k) = y_{max}(k) - y_{min}(k) \quad \forall y(k) \geq y_{max}(k) \end{cases} \quad \text{pour toute cartographie } k. \quad (5.10)$$

$$\varphi(\vec{X}) = \sum_k \left(\frac{e_0 \sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}, k) S_i(k) - F(k) (y_{max}(k) - y_{min}(k))}{F(k) (y_{max}(k) - y_{min}(k))} \right)^2 \quad (5.11)$$

avec les points i les points de “mesure” (i.e. les nœuds du maillage auxquels sont transposés les champs calculés aux points de Gauss) de la ZOI considérée. Celle-ci est limitée par les ordonnées $y_{min}(k)$ et $y_{max}(k)$, où k est le numéro de la cartographie considérée. F est toujours la valeur de la résultante des efforts imposés.

On peut souligner que le calcul du travail virtuel des efforts intérieurs utilise la contrainte vraie, σ_{yy} , et pas la contrainte effective. Enfin, l'épaisseur est homogène et constante au cours des simulations EF, utilisant une hypothèse de contraintes planes, et vaut $e_0 = 1 \text{ mm}$.

5.2.1 Identifiabilité de paramètres d'endommagement par la MCV

Compte-tenu du fort couplage existant entre les différents paramètres matériau impliqués dans les équations constitutives des modèles plastiques endommageables, une première étape consiste à vérifier l'identifiabilité de ces paramètres par le processus de minimisation de la MCV. Pour cela, la méthode appliquée au cas des paramètres viscoplastiques de Johnson-Cook (cf chapitre 3, paragraphe 3.3.2) est réutilisée. Elle consiste à définir une fonction-coût test, $\varphi_{test}(\vec{X})$ (5.12), dont le minimum global est atteint avec certitude pour le vecteur \vec{X}_{ref} , composé des valeurs de référence des paramètres plastiques et d'endommagement à identifier. Si les algorithmes d'optimisation utilisés dans le processus de la MCV parviennent à détecter \vec{X}_{ref} en minimisant φ_{test} , alors ces paramètres sont identifiables.

$$\varphi_{test}(\vec{X}) = \sum_k \left(\frac{\sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}, k) S_i(k) - \sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}_{ref}, k) S_i(k)}{\sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}_{ref}, k) S_i(k)} \right)^2 \quad (5.12)$$

La minimisation de la fonction-coût test, φ_{test} (5.12), est par exemple testée pour les champs de déformations calculés sur une éprouvette carrée de 1 mm de côté, divisée en 100 éléments (4 nœuds, 9 points d'intégration dans le plan de l'élément). Le modèle aux éléments finis utilise les mêmes conditions de symétrie que celles appliquées à l'élément unique (Figure 5.1). Un chargement uniaxial de traction (axe \vec{y}) est imposé aux nœuds de plus hautes ordonnées du carré, sous la forme de 1 000 incréments de déplacement de $5 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$.

Le comportement du matériau vierge est modélisé en élasticité par la loi de Hooke (4.2), avec $E = 71 \text{ GPa}$ et $\nu = 0.3$. En J_2 -plasticité, une loi puissance est utilisée pour l'écroutissage isotrope (5.5) ($\sigma_0 = 300 \text{ MPa}$, $K = 600 \text{ MPa}$ et $n = 0.5025$). L'écroutissage cinématique est nul. Les paramètres d'endommagement du modèle de Lemaitre (5.2) sont $S = 2.8 \text{ MPa}$ et $s = 2$, avec un seuil d'endommagement $\alpha_D = 0$.

La fonction-coût test (5.12) est construite à partir de l'ensemble des cartographies. Les paramètres de départ initialisant le processus de minimisation de φ_{test} sont respectivement de 100 MPa pour σ_0 et K , de 1 MPa pour S et de 1 pour les paramètres n et s . Les résultats obtenus avec les algorithmes du Simplex et CMAES sont présentés dans le Tableau 5.2.

L'algorithme du Simplex converge vers un minimum local de la fonction φ_{test} , dont les valeurs pour les paramètres d'endommagement, négatives, ne sont pas acceptables physiquement. En revanche, les paramètres de référence, \vec{X}_{ref} , sont détectés par l'algorithme CMAES. La caractérisation par la MCV de modèles de comportement plastiques endommageables est donc possible.

Algorithmme	Valeurs détectées des paramètres					Valeur finale de φ_{test} (Valeur initiale : 29.4985)	Nombre d'évaluations
	σ_0 (MPa)	K (MPa)	n	S (MPa)	s		
Simplex	371.27	27.49	1.5787	-3.1079	-0.8465	0.2121	> 5 000
CMAES	Paramètres de référence \vec{X}_{ref}					$9.51 \cdot 10^{-26}$	3 394

TABLE 5.2 – Minimisation de φ_{test} pour un modèle plastique endommageable

5.2.2 Tests d'identification

Sans information sur la valeur du seuil d'endommagement du matériau, une procédure d'identification par la MCV en plusieurs étapes, comme celle utilisée pour la caractérisation du modèle viscoplastique de Johnson-Cook (chapitres 3 et 4), ne peut pas être définie pour les modèles endommageables considérés dans ce chapitre. En effet, en raison du couplage des phénomènes d'écroutissage et d'endommagement dans les équations constitutives (cf paragraphe 5.1.1), une identification simultanée de l'ensemble des paramètres plastiques et d'endommagement est obligatoire. Or, le paragraphe précédent a démontré l'identifiabilité simultanée de ces paramètres par la MCV, lorsque le minimum global de la fonction-coût est atteint de façon certaine pour les valeurs de référence de ces paramètres matériau^c. La caractérisation par la MCV de modèles élasto-plastiques couplés à un modèle d'endommagement de Lemaitre (5.2) sur un essai unique peut donc être testée.

Les tests utilisent toujours une éprouvette carrée de 1 mm de côté. Son MEF sous ZéBuLoN comporte seulement 9 éléments à 4 nœuds et 9 points d'intégration (dans le plan de l'élément), afin de réduire les temps de calcul. Le comportement du matériau en élasticité suit la loi de Hooke (4.2) ($E = 71 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$). Son comportement en J_2 -plasticité est simplifié afin de se concentrer sur l'identification des paramètres d'endommagement. Ainsi, l'écroutissage isotrope est linéaire ($\sigma_0 = 300 \text{ MPa}$, $K = 747 \text{ MPa}$) et l'écroutissage cinématique est nul. L'évolution de l'endommagement du matériau suit les équations constitutives du modèle de Lemaitre (5.2), avec les paramètres $S = 2.8 \text{ MPa}$ et $s = 2$.

Les conditions aux limites appliquées à l'éprouvette sont présentées sur la Figure 5.4. Un chargement de traction uniaxiale (axe \vec{y}) est imposé aux nœuds de plus hautes ordonnées sous la forme de 800 incréments de déplacement de 10^{-3} mm . A la fin du chargement, l'endommagement atteint la valeur maximale de 1^d au point le plus sollicité (nœud encastré au coin inférieur gauche), comme l'illustre la Figure 5.5. Celle-ci permet également de vérifier à nouveau que les calculs de l'algorithme à retour radial sont cohérents avec ceux de ZéBuLoN, ce qui permet de limiter les biais dans la construction de la fonction-coût, φ (5.11). Son expression utilise le CV simple (5.10) et considère l'ensemble des 16 nœuds du maillage et la totalité des 800 cartographies. Logiquement, le poids des paramètres d'endommagement dans la fonction-coût est plus important pour de hautes valeurs de D . La Figure 5.6 illustre ce point en comparant l'influence d'erreurs sur S et s sur la composante de la fonction-coût pour une cartographie où l'endommagement moyen vaut 0.05 (Figure 5.6(a)) et une seconde où celui-ci vaut 0.5 (Figure 5.6(b))^e. En d'autres termes, la précision et la robustesse de l'identification des paramètres S et s seront logiquement meilleures avec la possibilité de traiter de hauts niveaux d'endommagement.

La minimisation de φ (5.11) utilise les algorithmes du Simplex et CMAES avec des valeurs initiales pour les paramètres de 100 MPa pour σ_0 et K , 1 MPa pour S et 1 pour s . Les bornes du domaine de recherche pour l'algorithme CMAES sont $[0; 1000] \text{ MPa}$ pour σ_0 et K et $[0; 10]$ pour $S \text{ (MPa)}$ et s . Les résultats d'identification sont présentés dans le Tableau 5.3. Au vu des résultats, les valeurs identifiées des paramètres sont celles

c. Ce n'était pas le cas pour le modèle viscoplastique de Johnson-Cook, pour lequel la minimisation de fonctions-coût tests ne permettait pas de détecter les paramètres plastiques et viscoplastiques simultanément.

d. En pratique, ZéBuLoN ne limite pas les valeurs de D qui peuvent dépasser 1, ce qui est impossible pour l'algorithme à retour radial.

e. Les calculs des composantes de φ sont effectués en considérant les valeurs de référence des paramètres plastiques.

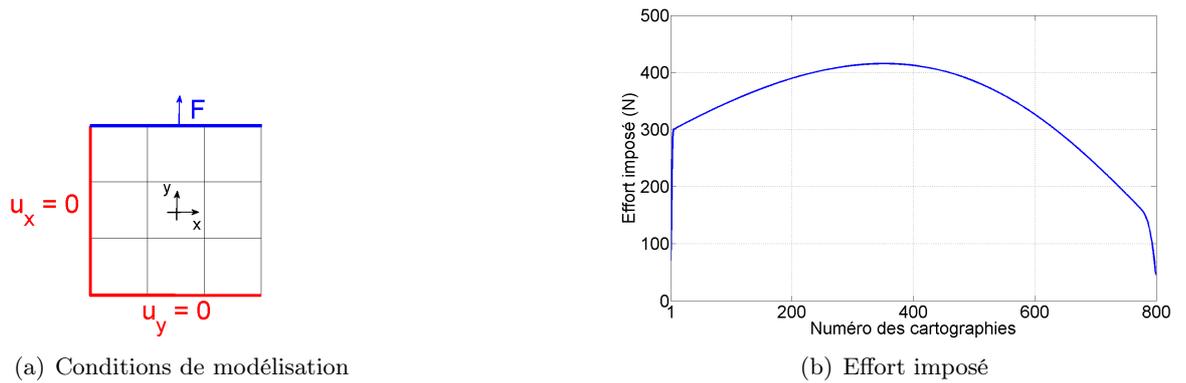


FIGURE 5.4 – Éprouvette carrée à 9 éléments

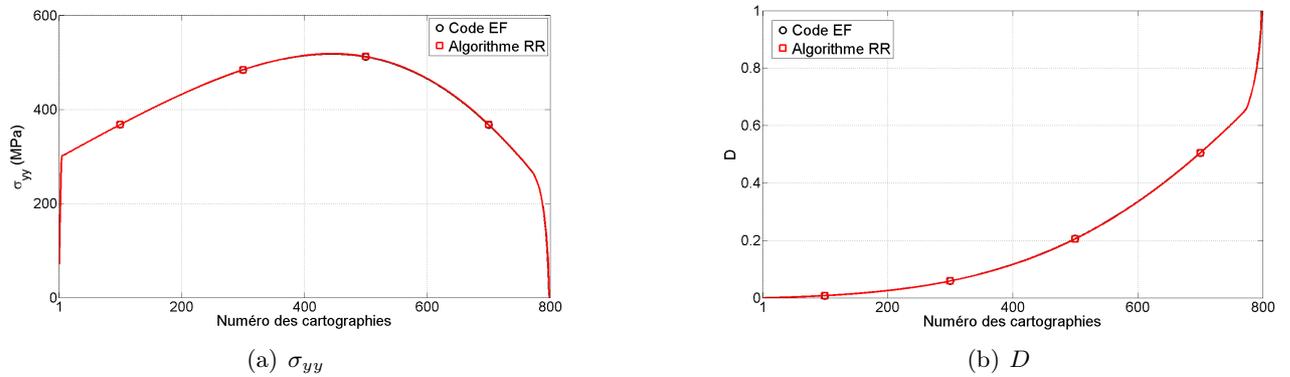


FIGURE 5.5 – Évolutions de σ_{yy} et D au nœud le plus sollicité de l'éprouvette à 9 éléments

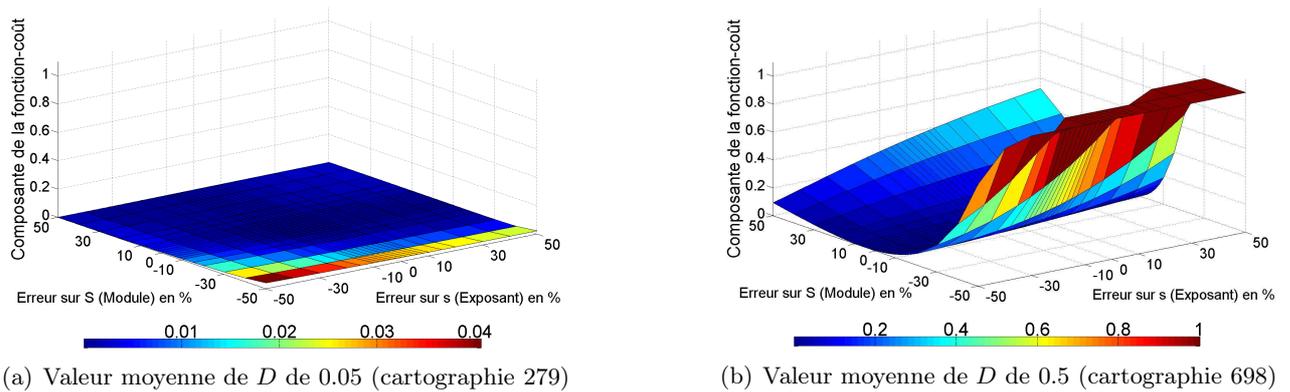


FIGURE 5.6 – Poids des paramètres d'endommagement dans la fonction-coût pour différents niveaux moyens de D

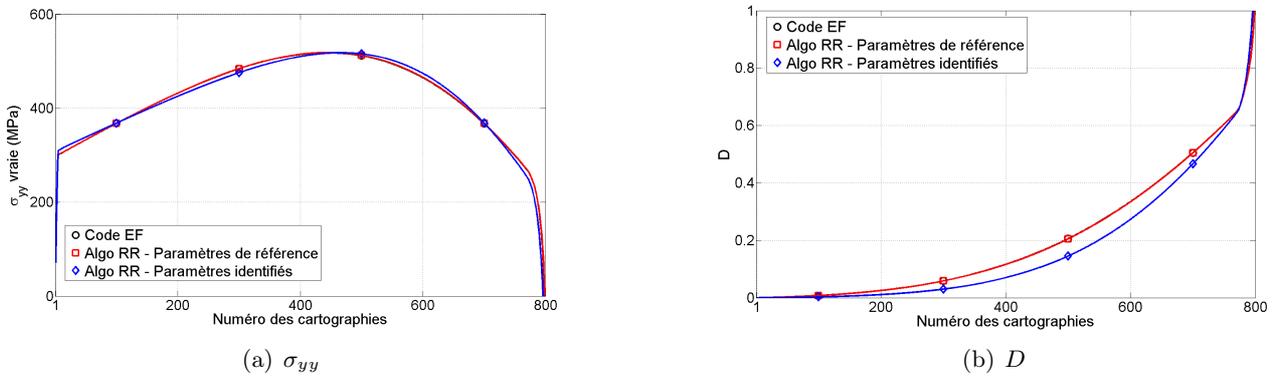
détectées par l'algorithme CMAES, qui permet d'aboutir à une valeur finale de la fonction-coût nettement inférieure. De plus, les valeurs détectées par l'algorithme du Simplex pour les paramètres d'endommagement ne sont pas acceptables physiquement.

Algorithme	Valeurs identifiées des paramètres (Ecart relatif en %)				Valeur finale de φ (Valeur initiale : 799)	Nombre d'évaluations
	σ_0 (MPa)	K (MPa)	S (MPa)	s		
Simplex	418.3 (39 %)	274.5 (-63 %)	$6 \cdot 10^{-51}$ (-100 %)	-0.0046 (-100 %)	39.6047	5031
CMAES	311.1 (3.6 %)	616.7 (-17 %)	2.5663 (-8.35 %)	3.0763 (54 %)	0.3905	3258

TABLE 5.3 – Identification par la MCV d'un modèle plastique endommageable (éprouvette à 9 éléments)

Les écarts relatifs sur les valeurs ainsi identifiées des paramètres matériau sont satisfaisants. Mais, même si l'évolution de σ_{yy} est faiblement impactée par ces écarts sur les paramètres matériau (Figure 5.7(a)), des différences plus importantes affectent l'évolution de l'endommagement (Figure 5.7(b)).

Les écarts existant entre $\sigma_{yy}(\vec{X}_{id})$ et les valeurs de ZéBuLoN semblent globalement beaucoup plus importantes que pour $\sigma_{yy}(\vec{X}_{ref})$. Il paraît alors surprenant que $\varphi(\vec{X}_{id})$ ait une valeur inférieure à $\varphi(\vec{X}_{ref})$. Pourtant, $\varphi(\vec{X}_{ref}) = 1.5971 > 0.3905$. Le calcul des composantes, $\Phi_k(\vec{X}_{ref})$, de $\varphi(\vec{X}_{ref})$ ^f révèle que celles-ci sont bien inférieures aux composantes de $\varphi(\vec{X}_{id})$ pour une très grande majorité des cartographies (les 784 premières), comme on peut le constater sur la Figure 5.8(a). Cependant, leur valeur croît beaucoup plus fortement au cours des derniers niveaux de chargement, tant qu'au final $\varphi(\vec{X}_{id}) < \varphi(\vec{X}_{ref})$ (Figure 5.8(b)).

FIGURE 5.7 – Évolutions identifiées de D et σ_{yy} au nœud le plus sollicité de l'éprouvette à 9 éléments

Le début de l'accroissement des valeurs de $\Phi_k(\vec{X}_{ref})$ correspond précisément aux points d'inflexion visibles sur les évolutions de l'effort imposé à l'éprouvette (Figure 5.4(b)) ou encore de D au nœud le plus sollicité (Figure 5.5(b)). Les écarts apparaissant alors entre $w_{int}^*(\vec{X}_{ref})$ et w_{ext}^* sont en grande partie imputables aux erreurs commises par l'algorithme à retour radial lors du traitement de grands incréments de D , en raison de l'utilisation d'un schéma semi-couplé.

f. On rappelle que les composantes de $\varphi(\vec{X})$ sont calculées selon $\Phi_k(\vec{X}) = \left(\frac{w_{int}^*(\vec{X},k) - w_{ext}^*(k)}{w_{ext}^*(k)} \right)^2$ et que $\varphi(\vec{X}) = \sum_k \Phi_k(\vec{X})$.

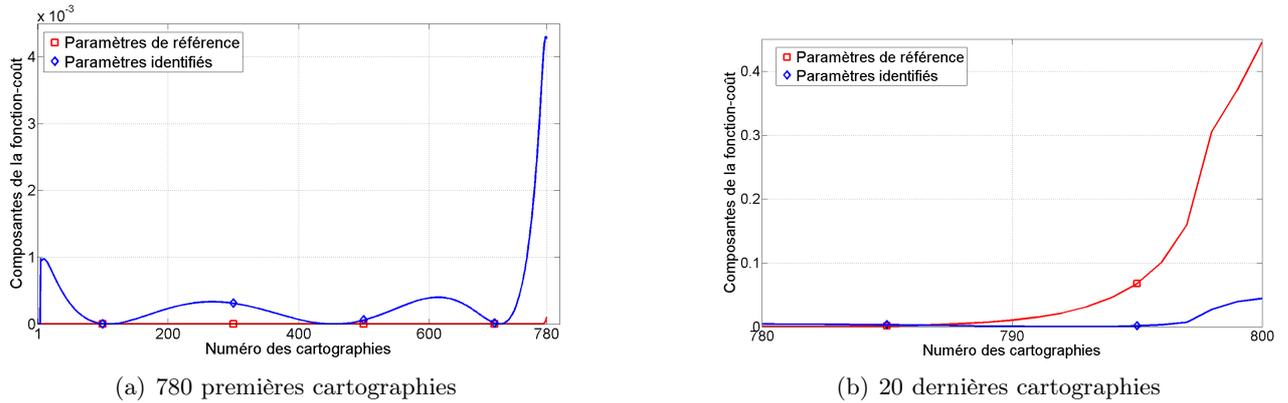


FIGURE 5.8 – Composantes de la fonction-coût

La détection du point d'inflexion de l'effort est possible au cours d'essais de caractérisation car elle ne nécessite pas de connaissance *a priori* du comportement du matériau considéré. Il est alors intéressant de limiter la construction de la fonction-coût utilisée dans le processus de la MCV aux cartographies antérieures à ce point d'inflexion afin d'améliorer les résultats d'identification. Le Tableau 5.4 présente les valeurs des paramètres ainsi identifiées à partir des 784 premières cartographies. Une nouvelle fois, les valeurs identifiées des paramètres sont celles détectées par l'algorithme CMAES d'optimisation globale. Elles sont très proches des valeurs de référence, pour les paramètres plastiques comme pour les paramètres d'endommagement. Pour ces faibles écarts sur les paramètres, les évolutions de σ_{yy} et de D sont logiquement très proches, voire confondues, avec leurs évolutions de référence, issues de ZéBuLoN (Figure 5.9).

Algorithme	Valeurs identifiées des paramètres (Ecart relatif en %)				Valeur finale de φ (Valeur initiale : 284.7)	Nombre d'évaluations
	σ_0 (MPa)	K (MPa)	S (MPa)	s		
Simplex	401.5 (34 %)	349.3 (-53 %)	$1.6 \cdot 10^{-61}$ (-100 %)	-0.0046 (-100 %)	22.48	5025
CMAES	300.3 (0.09 %)	744.4 (-0.35 %)	2.7904 (-0.34 %)	2.0118 (0.59 %)	$1.4 \cdot 10^{-3}$	2414

TABLE 5.4 – Identification par la MCV d'un modèle plastique endommageable après restriction des cartographies

L'analyse des résultats de ces tests, utilisant des données de déformations simulées numériquement, permet donc de montrer la pertinence des résultats d'identification par la MCV de modèles élastoplastiques endommageables. Ils soulèvent néanmoins l'importance d'éviter de considérer des gradients d'endommagement trop importants entre deux cartographies successives. En effet, des biais peuvent alors être introduits dans la fonction-coût, en raison de l'utilisation d'algorithmes à retour radial à schéma semi-couplé.

Ces tests considèrent des niveaux d'endommagement importants, ce qui permet aux paramètres S et s d'avoir un poids non négligeable dans l'expression de la fonction-coût (Figure 5.6(b)) et donc d'être plus facilement identifiables. En comparaison, l'alliage Ti6Al4V considéré dans ces travaux semble présenter peu d'endommagement à rupture, ce qui peut compromettre l'identification d'un modèle endommageable pour ce matériau. Cette problématique est abordée au paragraphe suivant, en utilisant des mesures expérimentales de

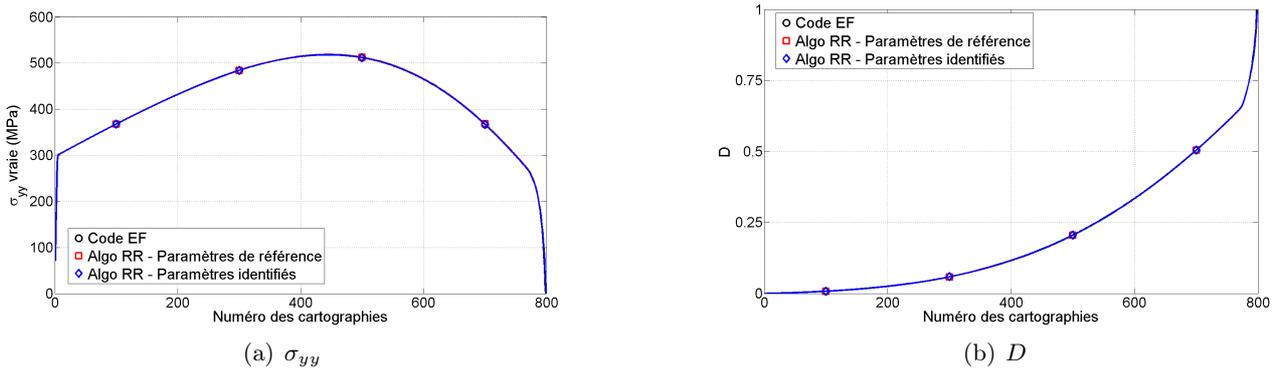


FIGURE 5.9 – Évolutions identifiées de D et σ_{yy} sur les 784 premières cartographies, au nœud le plus sollicité

champs de déformations.

5.3 Endommagement du Ti6Al4V : quelques résultats expérimentaux

Après les tests sur données numériques, ce paragraphe s'intéresse à la caractérisation de l'endommagement par la MCV, à partir de données expérimentales. L'alliage de Titane Ti6Al4V considéré dans ces travaux ne semble présenter que de très faibles niveaux d'endommagement avant rupture, d'après les essais décrits dans le chapitre 4. Ce matériau n'est donc vraisemblablement pas le plus approprié pour tester la caractérisation expérimentale par la MCV de modèles de comportement endommageables. Les résultats présentés dans ce paragraphe ont donc un caractère essentiellement illustratif.

Les champs de déformations mesurés au cours de l'essai de traction quasi-statique sur l'éprouvette plate entaillée $R12$ (cf chapitre 4, paragraphe 4.1.1) sont utilisés pour tester la caractérisation par la MCV de l'endommagement du Ti6Al4V. Son comportement est supposé suivre un modèle élasto-plastique à écrouissage isotrope non-linéaire (partie statique du modèle de Johnson-Cook (4.5)), associé à un modèle d'endommagement de Lemaitre (5.2). L'écrouissage cinématique est supposé nul, de même que le seuil d'endommagement en déformation plastique cumulée, α_D .

La fonction-coût, φ (5.11), est construite pour la ZOI réduite à une hauteur d'environ 4 mm et à partir des 140 premières cartographies, toujours avec le CV simple unidimensionnel (5.10).

Afin d'évaluer qualitativement le poids des paramètres d'endommagement dans la fonction-coût, le MEF de l'éprouvette carrée à 100 éléments est redéfini sous ZéBuLoN avec les paramètres en J_2 -plasticité du Ti6Al4V^g. La Figure 5.10 permet d'observer l'allure en plateau de la fonction-coût et l'effet quasiment nul d'une variation des valeurs de S et s , sauf pour de très grands écarts, ce qui peut compromettre leur identification par la MCV. En effet, même de faibles biais dans la construction de la fonction-coût sont alors suffisants pour déplacer son minimum global en un vecteur dont les composantes S et s sont très éloignées des valeurs de référence attendues.

La minimisation de φ^h conduit à la détection des valeurs de paramètres présentées dans le Tableau 5.5. On rappelle que les valeurs identifiées par la MCV des paramètres du modèle plastique non-endommageable pour cet essai sont respectivement de 899 MPa, 524 MPa et 0.5935 pour σ_0 , K et n (valeur finale de φ de 0.2853).

g. Les paramètres d'endommagement du matériau étant inconnus, les valeurs $S = 2.8$ MPa et $s = 2$ sont conservées. Un endommagement moyen de 0.016 et maximum de 0.102 est calculé pour la cartographie utilisée dans la Figure 5.10.

h. Valeurs de départ : respectivement 500 MPa pour σ_0 et K , 1 MPa pour S et 1 pour n et s .

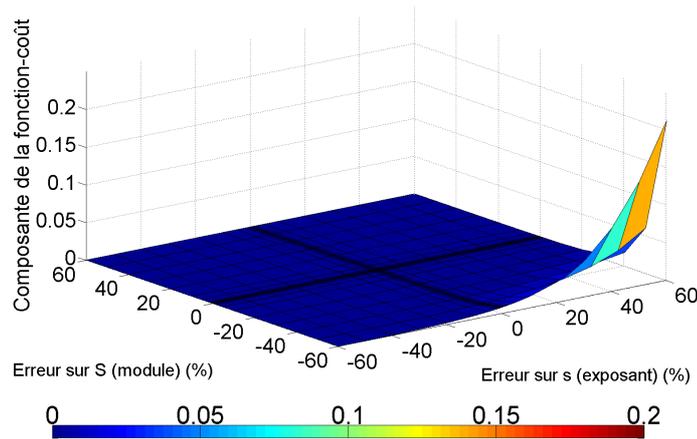


FIGURE 5.10 – Faible poids des paramètres d’endommagement dans l’expression de la fonction-coût

Algorithme	Valeurs identifiées des paramètres					Valeur finale de φ Valeur initiale : 10.26	Nombre d’évaluations
	σ_0 (MPa)	K (MPa)	n	S (MPa)	s		
Simplex	924	604	0.7763	1.5152	-1.8957	0.2921	Inconnu
CMAES	892	813	0.6912	9.85	6.50	0.2911	136

TABLE 5.5 – Identification par la MCV d’un modèle plastique endommageable : données expérimentales (R12)

Remarques : L’algorithme du Simplex n’a pas convergé. Les valeurs des paramètres présentées dans le Tableau 5.5 sont celles du dernier vecteur considéré par l’algorithme. \square

Les valeurs identifiées, issues de l’algorithme CMAES, de la limite initiale d’élasticité, σ_0 , sont très proches pour les deux types de comportement, et conformes aux résultats bibliographiques [79]. Les valeurs des paramètres d’érouissage isotrope, K et n , sont plus importantes pour le modèle endommageable, ce qui conduit à des niveaux de contraintes effectives supérieurs. Ce résultats est logique, dans le sens où les contraintes effectives sont ensuite affectées de l’endommagement (5.1) pour calculer les niveaux de contraintes réelles. Néanmoins, les valeurs de la variable d’endommagement, D , restent très faibles jusqu’à la dernière cartographie considérée dans l’expression de φ (numéro 140 - 14 s de chargement), comme le montrent les Figures 5.11(a) et 5.12(d). Alors, les niveaux de contrainte vraie σ_{yy} , calculés pour le modèle endommageable identifié, restent en moyenne légèrement plus élevés que pour le modèle non-endommageable (Figures 5.11(b) et 5.12(c)). Pour donner un ordre de grandeur, la valeur moyenne sur l’ensemble des points de mesure de σ_{yy} au niveau de chargement 140 est de 943 MPa et de 953 MPa pour les modèles de comportement non-endommageable et endommageable, respectivementⁱ. Avec ces faibles valeurs de D , les contraintes σ_{xx} et σ_{xy} ne sont pas affectées par la prise en compte de l’endommagement (Figures 5.12(a) et 5.12(b), pour un point de mesure en fond d’entaille).

Les efforts, F_σ , calculés à partir des valeurs de σ_{yy} pour les points de mesure situés sur la frontière supérieure de la ZOI, sont sensiblement identiques pour les deux modèles (Figure 5.13(a)), la moyenne des écarts sur σ_{yy} étant seulement de 0.41 % sur cette zone frontière. Si on considère la formule approchée de calcul de l’effort f_σ (5.13), déjà utilisée au chapitre 4, les niveaux d’effort moyennés sur la ZOI sont logiquement légèrement supérieurs lorsqu’ils sont calculés pour le modèle endommageable (Figure 5.13(b)), en raison d’une

i. Au niveau de chargement 140, la moyenne sur l’ensemble des points de la ZOI des écarts relatifs sur σ_{yy} entre les modèles endommageable et non-endommageable est de 0.70 % ; la moyenne des valeurs absolues des écarts relatifs est de 1.14 %.

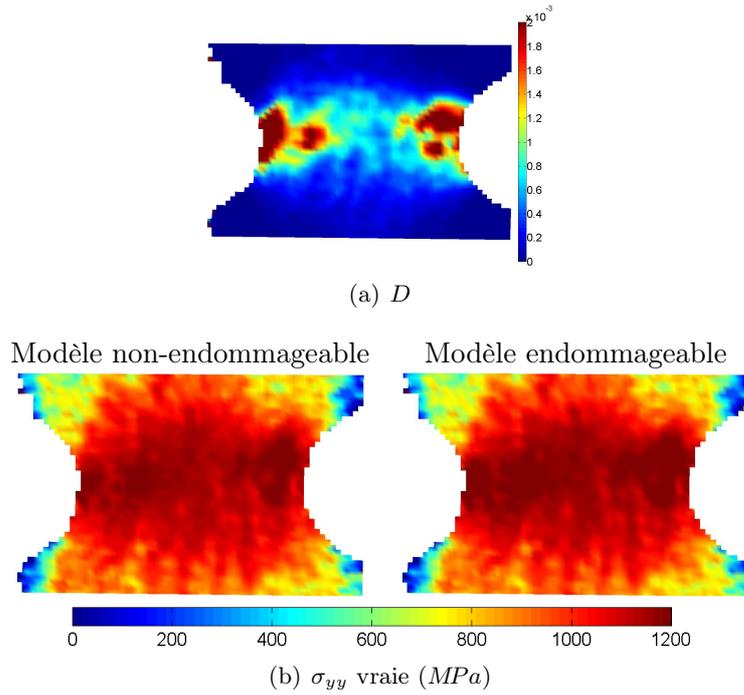


FIGURE 5.11 – Champs mécaniques au niveau de chargement 140

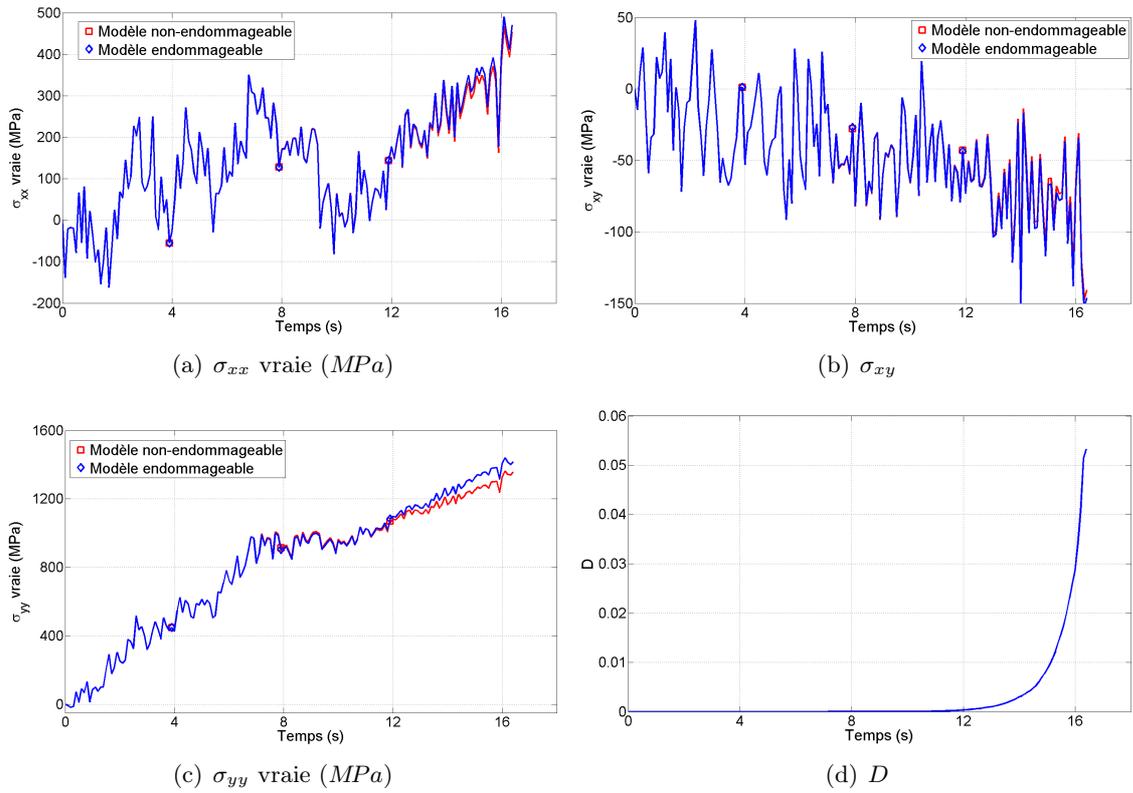


FIGURE 5.12 – Évolutions des grandeurs mécaniques en fond d'entaille

valeur moyenne des σ_{yy} supérieure. Néanmoins, ils restent très proches de l'effort mesuré.

$$f_{\sigma}(t_k) = \text{moy}_j(\sigma_{yy}^j(t_k)) \frac{e_0 \left(1 + \text{moy}_j(\varepsilon_{zz}^j(t_k)) \right) \sum_j S_j(t_k)}{y_{max}(t_k) - y_{min}(t_k)} \quad (5.13)$$

avec les points j les points de mesure dans la ZOI.

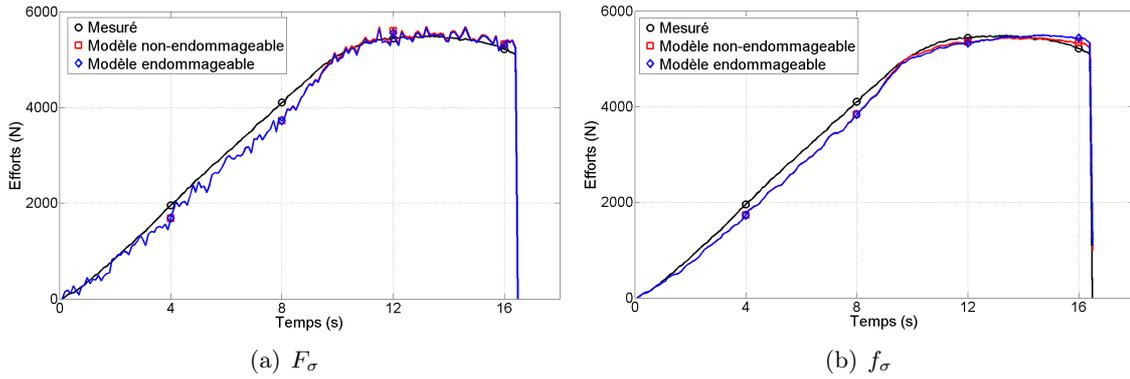


FIGURE 5.13 – Calcul de l'effort pour les deux modèles de comportement

Les mêmes observations sont effectuées lorsque ce comportement élasto-plastique endommageable est utilisé pour décrire le comportement en conditions de chargement quasi-statiques des éprouvettes à rayon d'entailles de 0.4 et 0.8 mm.

En résumé, ces différents tests sur les données expérimentales confirment que la recherche d'une description du comportement du Ti6Al4V en conditions de chargement quasi-statiques par un modèle élastoplastique endommageable est délicate, en raison des faibles niveaux d'endommagement atteints (Figure 5.12(d)). Néanmoins, le modèle de comportement élastoplastique endommageable caractérisé par la MCV, à partir d'un seul essai de traction, est satisfaisant en termes d'évaluations de l'effort. De même, les champs mécaniques calculés selon ce modèle ont des évolutions proches de celles calculées pour un modèle non-endommageable.

5.4 Bilan du chapitre 5

Ce chapitre visait à étendre l'utilisation de la Méthode des Champs Virtuels à la caractérisation de modèles d'endommagement dans un cadre fortement non-linéaire. Plus particulièrement, des modèles de comportement en J_2 -plasticité sont couplés à un modèle d'endommagement continu isotrope de Lemaitre (5.2). Ainsi, des algorithmes à retour radial sont implémentés, selon un schéma semi-couplé, pour permettre le calcul des différentes grandeurs mécaniques, dont la variable d'endommagement.

Les modèles endommageables considérés étant pilotés en déformation plastique cumulée, les contributions de l'érouissage et de l'endommagement dans l'évolution des niveaux de contraintes ne sont plus séparables, dès lors que le seuil d'endommagement est franchi. Celui-ci étant inconnu, et fortement variable d'un matériau à l'autre, il est alors impossible de mettre en place une procédure d'identification en plusieurs étapes comme pour la caractérisation du modèle viscoplastique de Johnson-Cook (cf chapitres 3 et 4), dont la partie plastique (i.e. indépendante de la vitesse de déformation) peut être caractérisée indépendamment de la partie dynamique^j. Une première étape consiste donc à vérifier l'identifiabilité par la MCV de l'ensemble des paramètres matériau simultanément, grâce à la minimisation d'une fonction-coût test.

La capacité de la MCV à caractériser des modèles endommageables étant démontrée, des tests d'identification sont menés sur des cartographies de déformations simulées numériquement. Les résultats permettent de mettre plusieurs points en évidence. En premier lieu, la caractérisation précise de l'endommagement nécessite bien évidemment de rencontrer dans le matériau des niveaux d'endommagement suffisamment importants pour qu'une variation des valeurs des paramètres d'endommagement influe sensiblement sur la réponse structurale, et donc sur la fonction-coût à minimiser. Ce n'est pas le cas pour un matériau dont le comportement en J_2 -plasticité évolue comme l'alliage de titane Ti6Al4V considéré dans ces travaux. Toutefois, cette observation peut être étendue à l'ensemble des techniques d'identification et n'est pas une caractéristique propre à la MCV.

Pour des matériaux à potentiel d'endommagement important, les tests numériques ont permis de montrer que la MCV peut être utilisée pour la caractérisation de modèles de comportement endommageables. Un souci particulier doit néanmoins être apporté au choix des cartographies utilisées afin d'éviter de traiter d'incrémentes d'endommagement trop importants. Ceux-ci peuvent en effet biaiser les résultats de calcul des algorithmes à retour radial, en raison de l'utilisation d'un schéma semi-couplé.

j. En effet, des conditions d'essais quasi-statiques garantissent des vitesses de déformation inférieures au seuil de viscoplasticité.

Conclusions et perspectives

Pour améliorer la résistance des structures aéronautiques, et ainsi accroître la sécurité des voyageurs, une partie importante de la Recherche consiste à prévoir et modéliser la réponse des matériaux les constituant face à des sollicitations dynamiques à hautes énergies, telles que les crashes, les impacts ou encore les explosions. Dans ce contexte, ces travaux de thèse s'intéressent à la mise en œuvre d'une procédure innovante de caractérisation de modèles de comportement de matériaux : la Méthode des Champs Virtuels. Leur originalité est de considérer des modèles de comportement viscoplastiques, fortement non-linéaires, permettant de traiter de la réponse de matériaux dans ce cadre dynamique, en grandes déformations, de même que des modèles d'endommagement continu. Ainsi, ces travaux permettent de se rapprocher de l'objectif à terme, qui est de pouvoir caractériser le comportement des matériaux sous de telles sollicitations, jusqu'à rupture.

Les procédures classiques de caractérisation de modèles de comportement reposent sur une exploitation statiquement déterminée d'essais normalisés, avec les inconvénients et les limitations présentés au chapitre 1. En particulier, le respect de l'homogénéité des champs mécaniques (hypothèses de staticité) limite l'exploitation statiquement déterminée des essais à de faibles gammes de déformations et la caractérisation des différentes sensibilités des matériaux nécessite la mise en œuvre de nombreux essais. De plus, le respect des hypothèses de staticité ne permet pas de profiter pleinement du potentiel d'information disponible grâce au développement des mesures de champs (cf paragraphe 1.3.1), qui permettent en particulier d'appréhender les hétérogénéités des champs mécaniques. Pour toutes ces raisons, l'approche statiquement indéterminée est de plus en plus plébiscitée. Elle ne repose sur aucune connaissance *a priori* des champs mécaniques, ce qui permet de traiter de mesures en grandes déformations, voire à rupture, puisque l'exploitation de l'essai n'est plus limitée par le respect d'hypothèses de staticité. De plus, l'information extraite au cours d'un même essai étant enrichie, le nombre d'essais nécessaire à l'identification peut être diminué.

Parmi les outils de traitement adaptés à une exploitation statiquement indéterminée des essais, les méthodes de recalage par éléments finis, présentées au chapitre 1, sont les plus utilisées [1, 51, 2]. Néanmoins, la Méthode des Champs Virtuels (MCV) se pose de plus en plus comme une alternative particulièrement intéressante. La MCV, présentée par Grédiac en 1989 [3], est dédiée au traitement de mesures de champs de déformations. Elle repose sur l'expression du Principe des Travaux Virtuels (PTV) (cf paragraphe 1.3.3.1) et peut donc être utilisée pour la caractérisation de tous types de modèles de comportement. De plus, sa mise en œuvre est facilitée par rapport aux méthodes de recalage. En effet, ces dernières nécessitent une modélisation très précise des conditions aux limites et, en particulier, de la distribution exacte de l'effort sur l'éprouvette. En comparaison, seule la connaissance de la résultante de l'effort imposé est nécessaire à l'application de la MCV. Un autre de ses avantages est de permettre une identification directe et immédiate, par la simple inversion d'un système linéaire, des paramètres constitutifs de lois de comportement linéaires (e.g., en élasticité linéaire [4, 59, 5]). Les résultats obtenus aux paragraphes 2.1 et 4.1.2, pour des données numériques ou expérimentales, permettent de le vérifier.

Dans le cas de modèles de comportement non-linéaires, des études ont démontré la pertinence de l'utilisation de la MCV pour la caractérisation de modèles de comportement en J_2 -plasticité, généralement pour des lois d'écrouissage linéaires [7, 8, 9]. Ces travaux de thèse proposent des solutions permettant de lever les derniers verrous s'opposant à l'application de la méthode pour la caractérisation de modèles de comportement élasto-viscoplastiques et/ou endommageables. Pour y parvenir, la démarche suivie repose sur une complexi-

fication progressive des modèles de comportement considérés. D'abord, le traitement de la J_2 -plasticité est étendu à la prise en compte de lois d'érouissages fortement non-linéaires, au chapitre 2. Une part importante des travaux, aux chapitres 3 et 4, est ensuite consacrée au modèle viscoplastique de Johnson-Cook [13]. En effet, celui-ci est adapté à la description du comportement des matériaux métalliques soumis aux sollicitations dynamiques en grandes déformations et vitesses de déformations [78, 79, 80], qui nous intéressent particulièrement^k. Enfin, la question de la prise en compte de l'endommagement est examinée (modèle de Lemaitre), au chapitre 5.

Comme pour toutes les méthodes d'identification, les essais définis pour l'utilisation de la MCV doivent bien évidemment être adaptés au comportement à caractériser. En particulier, ils doivent permettre une implication suffisamment importante de chacun des paramètres à identifier dans la réponse structurale. Par exemple, l'identification des paramètres d'un modèle d'endommagement est logiquement compromise si les niveaux d'endommagement atteints dans le matériau au cours de l'essai restent faibles (cf paragraphes 5.2.2 et 5.3). De plus, les essais doivent permettre la séparation des différentes contributions. Par exemple, l'identification simultanée de paramètres d'érouissages isotrope et cinématique nécessite d'imposer un chargement non-monotone (cf paragraphe 2.2.3).

Dans le cas de modèles de comportement non-linéaires, la MCV repose sur un processus itératif de minimisation d'une fonction-coût traduisant les écarts au PTV, en fonction des valeurs des paramètres matériau (cf paragraphe 1.3.3.3). La première étape pour exprimer le PTV est de sélectionner un champ virtuel, cinématiquement admissible, et adapté au chargement imposé, c'est-à-dire permettant le calcul du travail virtuel des efforts extérieurs surfaciques^l directement à partir de la seule résultante des efforts. Dans ces travaux, des chargements uniaxiaux de traction (ou traction-compression) sont toujours considérés, ce qui permet l'utilisation d'un champ virtuel simple unidirectionnel. Dans une seconde étape, l'expression du PTV nécessite le calcul du travail virtuel des efforts intérieurs et donc des différents champs mécaniques, dont les champs de contraintes, à partir des champs de déformations mesurés. Dans ces travaux, ces calculs sont assurés par des algorithmes à retour radial, implémentés pour chacun des modèles de comportement considérés. Ces algorithmes utilisent un schéma d'intégration temporelle implicite et sont initialisés pour des déformations plastiques nulles. Comme souligné au chapitre 2, il faut donc s'assurer de mesurer une première cartographie de déformations purement élastiques pour une description correcte de la transition élasto-plastique.

Après avoir vérifié la négligeabilité du travail virtuel des accélérations^m, la fonction-coût à minimiser est alors définie pour traduire les écarts entre les travaux virtuels des efforts intérieurs et extérieurs, en fonction des paramètres matériau. Sa non-convexité est mise en évidence dès lors que les lois d'érouissages deviennent non-linéaires (cf paragraphes 2.2.2.2 et 2.2.3). Sa minimisation au cours du processus d'identification par la MCV soulève alors des problématiques typiques d'optimisation, comme la détection de minima locaux et la sensibilité aux paramètres de départ. La solution préconisée dans ces travaux est alors d'utiliser en parallèle deux algorithmes d'optimisation. Le premier est l'algorithme du Simplex de Nelder-Mead [67]. Il s'agit d'une méthode d'optimisation locale qui peut donc converger vers un minimum local de la fonction-coût. En contrepartie, c'est un algorithme rapide, car il ne nécessite pas de calcul de gradient, robuste et simple à mettre en œuvre. Le second est l'algorithme génétique CMAES d'optimisation globale [69, 70, 68, 71]. Théoriquement, cet algorithme converge donc vers le minimum global de la fonction-coût. Néanmoins, la maîtrise de son exécution est délicate car elle dépend de nombreux paramètres, qui n'ont pas tous été testés dans ces travauxⁿ. Pour cette raison, les deux algorithmes sont toujours utilisés en parallèle.

En respectant les préconisations énoncées ci-dessus, les résultats des tests présentés au paragraphe 2.2.3

k. L'adoucissement lié aux hautes températures n'est pas considéré dans ces travaux, car les applications sont isothermes à température ambiante.

l. Les forces volumiques (ici réduites au poids) sont négligeables en raison des faibles masses considérées.

m. Celui-ci est nul en conditions de chargement quasi-statiques et reste négligeable en conditions dynamiques compte tenu des faibles masses des éprouvettes considérées.

n. Certains cas ont d'ailleurs montré que le Simplex conduisait à des résultats plus satisfaisants que CMAES, en termes de réduction de la valeur de la fonction-coût.

démontrent l'identifiabilité par la MCV de paramètres de lois d'écoulements fortement non-linéaires en J_2 -plasticité, à partir de champs de déformations simulés numériquement.

Le modèle élasto-viscoplastique de Johnson-Cook [13] est ensuite considéré. Ses équations constitutives définissent des contributions séparées de la déformation (partie plastique du modèle) et de la vitesse de déformation (partie dynamique) à l'écoulement. La contribution de cette dernière n'est activée que pour des vitesses de déformation équivalentes supérieures au seuil de viscoplasticité. Ceci permet de définir des procédures d'identification en deux étapes, reposant sur des essais de traction uniaxiale. Ainsi, un premier essai en conditions de chargement quasi-statiques est d'abord utilisé pour l'identification par la MCV des paramètres de la partie plastique du modèle de Johnson-Cook (J_2 -plasticité à écoulement isotrope en loi puissance). La méthode permet une identification très précise et robuste des paramètres plastiques, pour des champs de déformations simulés numériquement (cf paragraphe 3.2.2), ainsi que pour des champs de déformations mesurés expérimentalement par stéréo-corrélation d'images numériques^o (cf paragraphe 4.1.3). Le comportement plastique ainsi caractérisé expérimentalement par la MCV est validé en termes de transcription de l'effort. De même, sa transposabilité à la description du comportement du matériau sur d'autres éprouvettes est démontrée.

Dans un second temps, des conditions de chargement dynamiques, i.e. à plus haute vitesse de sollicitation, permettent le développement d'effets visqueux dans le matériau et sont donc utilisées pour la caractérisation de la partie dynamique du modèle. Un point important est que, contrairement aux procédures classiques, statiquement déterminées, la MCV permet l'identification des paramètres viscoplastiques à partir d'un unique essai dynamique. En effet, son approche statiquement indéterminée permet de traiter de champs de vitesse de déformations hétérogènes, générés ici grâce à l'utilisation d'éprouvettes plates entaillées^p. De nombreuses procédures d'identification du modèle de Johnson-Cook, présentées dans la littérature [83, 79], fixent arbitrairement la valeur du seuil de viscoplasticité, généralement à 1 s^{-1} , et n'identifient que le paramètre viscoplastique, M^q . Un choix important fait dans ces travaux est de considérer le seuil de viscoplasticité comme un paramètre à part entière et de viser à l'identifier simultanément au paramètre viscoplastique.

Dans ces conditions de chargement dynamiques, les allures des champs mécaniques issus de la modélisation EF sont chahutées. Leur utilisation permet alors de mettre en évidence la sensibilité de la MCV aux biais pouvant affecter l'expression de la fonction-coût, au travers du calcul des différents termes du PTV (erreur sur les contraintes ou sur la résultante des efforts, e.g.) (cf paragraphe 3.3). Cette sensibilité est exacerbée par les allures en plateaux de la fonction-coût (influence déséquilibrée et/ou couplages des différents paramètres de comportement). Les valeurs des paramètres dynamiques identifiées par la MCV pour des champs de déformations simulés numériquement sont éloignées des valeurs de référence attendues. Néanmoins, ils permettent une retranscription satisfaisante du comportement simulé (cf paragraphe 3.3.3), tant globalement (loi d'écoulement) que localement (champs mécaniques aux points de "mesure"), en particulier pour de hautes vitesses de déformation, ce qui est cohérent avec la vocation du modèle phénoménologique de Johnson-Cook. L'utilisation de mesures de champs par corrélation d'images numériques permet l'identification expérimentale par la MCV des paramètres dynamiques du modèle (cf paragraphe 4.2.2). Là encore, une valeur assez faible du seuil de viscoplasticité est détectée mais le couple de paramètres dynamiques identifié permet une modélisation très satisfaisante du comportement du matériau sous chargement dynamique.

Finalement, le modèle de Johnson-Cook caractérisé expérimentalement par la MCV est validé, en particulier en termes de prédiction des valeurs d'efforts, pour des cas de chargements quasi-statiques et dynamiques. Les valeurs identifiées des paramètres plastiques sont tout à fait cohérentes. La pertinence de la valeur identifiée

o. Éprouvettes plates entaillées de Ti6Al4V.

p. L'approche statiquement déterminée impose notamment le respect de l'homogénéité de la vitesse de déformation dans l'éprouvette. La caractérisation de la partie dynamique du modèle de Johnson-Cook nécessite alors de réaliser plusieurs tests, à vitesse de déformation constante.

q. Ce choix est justifiable car le modèle de Johnson-Cook, phénoménologique, a vocation à retranscrire le comportement de matériaux sous de hautes vitesses de déformations [13]. Dans ces cas, les effets visqueux sont développés avec certitude dans le matériau et l'identification du seul paramètre M est suffisante pour décrire la sensibilité du matériau à la vitesse de déformation.

du seuil de viscoplasticité a été longuement discutée, mais il est impossible de juger de son sens physique sans caractériser précisément la vitesse de déformation à partir de laquelle les effets visqueux apparaissent dans le matériau, si toutefois cela est possible. Une piste est de mettre en œuvre une campagne d’essais de traction uniaxiale statiquement déterminés où la vitesse de déformation serait très progressivement accrue au cours de chaque test, jusqu’à l’apparition d’effets visqueux dans le tracé de la relation de comportement. Sans connaissance d’une valeur physique du seuil de viscoplasticité, et en tenant compte du caractère phénoménologique du modèle de Johnson-Cook^r, la seule conclusion qui s’impose est que la partie dynamique du modèle identifiée par la MCV traduit de façon tout à fait satisfaisante la sensibilité du matériau à la vitesse de déformation. De plus, l’identification par la MCV ne nécessite aucune analyse ni sélection des résultats par l’utilisateur^s, ce qui retire toute subjectivité des valeurs de paramètres identifiées. Selon ses attentes, l’utilisateur reste ensuite libre de fixer la valeur du seuil de viscoplasticité à une valeur arbitraire afin de se rapprocher des résultats bibliographiques^t.

Le dernier chapitre de ce mémoire ouvre des perspectives intéressantes pour la caractérisation de modèles de comportement endommageables par la MCV. En effet, les tests numériques ont mis en évidence l’identifiabilité des paramètres du modèle d’endommagement de Lemaitre, associé à des modèles en J_2 -plasticité (cf paragraphe 5.2.2). Ce potentiel de la méthode n’a pu être validé sur des résultats expérimentaux en raison de trop faibles niveaux d’endommagement de l’alliage Ti6Al4V utilisé dans ces travaux. Une perspective à court terme est donc d’appliquer la MCV pour la caractérisation expérimentale de tels modèles de comportement pour un matériau dont l’endommagement est significatif. Par exemple, le comportement d’alliages d’aluminium de type 2024 peut être décrit de façon très satisfaisante par un modèle de Lemaitre, avec un seuil d’endommagement en déformation plastique cumulée très faible (de l’ordre de $\alpha_D = 0.03$), pour un endommagement critique de l’ordre de 0.23 [14].

Une autre perspective à court terme est d’utiliser les résultats de la MCV pour la caractérisation de critères de rupture ductile. En effet, la plupart de ces critères reposent sur l’expression d’une déformation équivalente à rupture, connue par mesures de champs, en fonction des autres grandeurs mécaniques, très généralement du taux de triaxialité, calculables par les algorithmes à retour radial avec les valeurs des paramètres matériau identifiées par la MCV. Dans l’exemple de l’alliage Ti6Al4V, si aucune modélisation d’un endommagement continu ne semble avoir été envisagée dans la littérature, des études proposent en revanche des critères de rupture ductile brutale (i.e. sans endommagement) de ce matériau. Par exemple, El-Magd et Abouridouane [81] considèrent le critère de Hancock-Mackenzie [92] qui définit une déformation plastique cumulée à rupture en fonction du taux de triaxialité et de 3 paramètres matériaux. Ce critère est étendu par Børvik *et al* [93] par la prise en compte de termes traduisant la dépendance à la vitesse de déformation et à la température, selon une approche similaire à celle de Johnson et Cook. D’autres critères reposent sur l’expression d’une contrainte ultime, comme par exemple le critère de Wilkins [94, 95]. Bien évidemment, ils peuvent également être caractérisés par la MCV.

À moyen terme, les développements à apporter à la MCV doivent se concentrer sur l’expression de la fonction-coût. En effet, même les algorithmes d’optimisation les plus performants ne peuvent conduire à des résultats d’identification satisfaisants si le minimum global de la fonction-coût n’est pas détectable. Les deux causes principales à ce problème sont de trop forts plateaux liés à une implication déséquilibrée des paramètres et la translation du minimum global de la fonction-coût en un autre vecteur de paramètres matériau, dans le cas où des biais affectent son expression.

r. Le modèle de Johnson-Cook est établi pour les hautes vitesses de déformation et n’a pas vocation à décrire la transition plastique-viscoplastique.

s. Pour des procédures classiques statiquement déterminées, la sélection des valeurs de paramètres dynamiques les plus adéquates nécessite une interprétation des résultats par l’utilisateur (cf paragraphe 3.1.1).

t. Au cours des tests numériques, la valeur de référence de M pouvait être identifiée par la MCV (en écartant tous biais sur la fonction-coût) en fixant la valeur de $\dot{\epsilon}_0$.

Pour répondre aux problèmes d'implication des paramètres, quelques pistes ont été soulevées au cours de ces travaux de thèse, dont certaines méritent d'être approfondies. En premier lieu, il faut, comme on l'a déjà souligné, veiller à définir des essais permettant d'atteindre des valeurs d'érouissage ou d'endommagement, par exemple, significatives. Néanmoins, équilibrer l'implication des paramètres matériaux dans l'expression de la fonction-coût reste difficile car certains paramètres, comme la limite initiale d'élasticité, auront toujours une influence prépondérante dans la réponse structurale. Une piste à creuser peut alors être de procéder en plusieurs étapes, en relançant l'identification des paramètres les moins influents en fixant la valeur de ceux dont l'identification est plus robuste. Cette solution sous-entend néanmoins de connaître suffisamment le matériau et son comportement pour pouvoir effectuer ces choix. D'autres tests utilisant la minimisation simultanée de fonctions-coût construites sur des zones différentes des éprouvettes (i.e. plus ou moins sollicitées) n'ont pas abouti à des résultats concluants. La perspective la plus intéressante, qui n'a été que très peu abordée au cours de ces travaux, semble plutôt de travailler sur la définition de champs virtuels plus complexes, permettant d'impliquer plus de composantes des contraintes dans la fonction-coût. Il faut néanmoins veiller à ne pas nuire aux atouts de la MCV. En particulier, seule la connaissance de la résultante des efforts imposés doit rester nécessaire.

Les tests numériques ont montré que les erreurs de calculs des algorithmes à retour radial restaient suffisamment faibles pour ne pas affecter les résultats d'identification. Néanmoins, l'expression de la fonction-coût peut être biaisée par des erreurs de mesure de la résultante des efforts et surtout par le bruit sur les cartographies de déformations obtenues par mesures de champs. Celui-ci est difficile à quantifier et à modéliser précisément. Cependant, une modélisation du bruit présent sur nos cartographies de déformations expérimentales sous la forme d'un biais systématique s'additionnant à un bruit blanc (i.e., Gaussienne de moyenne nulle) semble pertinente^u. Des tests d'identification par la MCV en J_2 -plasticité, utilisant des déformations artificiellement bruitées selon cette modélisation, révèlent que la valeur identifiée de la limite initiale d'élasticité est très peu affectée par la présence du bruit, grâce à son influence très forte sur la réponse structurale. Ce n'est pas le cas pour les paramètres d'érouissage dont l'identification est rendue peu robuste par la présence du bruit. Ces premiers résultats méritent d'être approfondis. De même, les pistes proposées par Pierron *et al.* [64, 65] concernant la définition de champs virtuels optimisés, pour des modèles de comportement non-linéaires, sont à creuser.

Ce n'est que lorsque ces problématiques seront plus ou moins solutionnées qu'il sera intéressant de renforcer la procédure d'optimisation en elle-même, par le choix d'algorithmes d'optimisation globale plus performants notamment. Parmi eux, la technique du recuit simulé [75, 76, 77], par exemple, est intéressante. En effet, son approche stochastique pourrait être mise à profit pour mettre en œuvre des techniques de suivi de propagation d'erreurs tout au long du processus de la MCV.

Une autre perspective à plus long terme est de lever les différentes hypothèses utilisées jusqu'alors, i.e. de contraintes planes et d'homogénéité du matériau. Aucune restriction théorique ne s'oppose à appliquer la MCV sur des cas 3D, car le PTV n'impose pas le travail en contraintes planes et les algorithmes à retour radial peuvent être développés pour ces cas^v. A l'heure actuelle, seules des restrictions pratiques de mesure se posent mais pourraient bientôt être levées. Par exemple, Avril *et al.* ont déjà mis en œuvre la MCV pour des mesures 3D par I.R.M. [56]. Enfin, le cas de matériaux hétérogènes a été abordé notamment par Toussaint *et al.* [96], pour des cas de modèles de comportement linéaires et des pistes intéressantes sont proposées.

u. Ces résultats ne sont pas présentés dans ce mémoire. Il s'agit des travaux de Jean-Émile Rocher pour son stage de fin d'études (École Centrale Marseille). Le choix de cette modélisation s'inspire des travaux d'Avril [62] et d'Haddadi [46].

v. En réalité, ceux-ci ont été adaptés du cas général pour le travail en contraintes planes.

Annexe A

Modèle viscoplastique de Norton

A.1 Equations constitutives

Les travaux présentés dans ce mémoire s'intéressent particulièrement à la caractérisation par la Méthode des Champs Virtuels du modèle viscoplastique de Johnson-Cook (3.3), très utilisé pour des applications industrielles. Comme on a pu le voir, ses équations constitutives couplent le calcul des contraintes visqueuses à celui des contraintes d'érouissage plastique. Le modèle de Norton [15, 17] utilise une approche différente avec un calcul découplé des deux types de contraintes. Les contraintes d'écoulement visqueuses, σ_v , sont calculées selon la relation (A.1), à partir de la variable d'érouissage isotrope, r , et des deux paramètres matériau N et η . Le multiplicateur plastique peut prendre une nouvelle expression (A.2), dépendante de la surface de charge, f . Les états de contraintes admissibles peuvent sortir de la surface de charge lors d'un écoulement viscoplastique. La valeur de f peut donc être strictement positive pour le modèle de Norton.

$$\sigma_v = \eta \dot{r}^{\frac{1}{N}} \quad (\text{A.1})$$

$$\dot{\lambda} = \left(\frac{\langle f \rangle}{\eta} \right)^N \quad (\text{A.2})$$

où $\langle \cdot \rangle$ sont les crochets de McCauley, définis par $\langle x \rangle = \frac{1}{2} (x + |x|)$ (conservation des parties positives de x).

Remarque : Dans cette annexe, on présente le modèle de Norton pour un matériau vierge, sans prendre en compte d'endommagement. Par la suite la variable d'érouissage isotrope, r , sera donc assimilée à la déformation viscoplastique cumulée, α . \square

Des algorithmes à retour radial sont implémentés pour le calcul des champs mécaniques à partir des champs de déformations pour le modèle de Norton associé à des érouissages isotrope en loi puissance (A.3) et cinématique linéaire (A.4). Le critère de plasticité de von Mises est toujours utilisé pour exprimer la surface de charge, f (A.5). On note $\bar{\xi} = \bar{\sigma} - \bar{\beta}$.

$$\sigma_y = \sigma_0 + K \alpha^n \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{d\bar{\beta}}{dt} = \frac{2}{3} H \frac{d\bar{\varepsilon}^p}{dt} \quad (\text{A.4})$$

$$f = J_2(\bar{\xi}) - \sigma_y \quad (\text{A.5})$$

avec :

$f < 0$	comportement élastique
$f = 0$	comportement plastique indépendant du temps
$f = \sigma_v > 0$	comportement viscoplastique de Norton

Le schéma de ces algorithmes est similaire à ceux présentés précédemment, en particulier l'intégration temporelle est toujours implicite et on fait l'hypothèse d'un état de contraintes planes. Une phase de correction plastique suit une phase de prédiction élastique. Les adaptations par rapport aux cas de J_2 -plasticité (cf chapitre 2, Tableau 2.3) concernent principalement la modification du calcul des incréments du multiplicateur plastique, $\Delta\lambda$. D'après la relation (A.2), $\frac{\Delta\lambda}{\Delta t} = \left(\frac{f_{n+1}}{\eta}\right)^N$, avec $n+1$ l'incrément courant et Δt l'incrément temporel séparant les cartographies de déformation n et $n+1$. En considérant une approximation linéaire par morceau de la loi d'érouissage isotrope (A.3), f_{n+1} peut être exprimée comme suit :

$$f_{n+1} = J_2(\bar{\xi}_{n+1}) - (\sigma_y^i - K'\alpha_{n+1})$$

où $\sigma_y^i = \sigma_0 + K\alpha_i^n$ et $K' = \frac{\alpha_{i+1}^n - \alpha_i^n}{\alpha_{i+1} - \alpha_i}$, $\forall \alpha \in [\alpha_i; \alpha_{i+1}]$.

De même, l'expression de la surface de charge test est :

$$f^{test} = J_2(\bar{\xi}^{test}) - (\sigma_y^i - K'\alpha_n)$$

Alors :

$$f_{n+1} = f^{test} + J_2(\bar{\xi}_{n+1}) - J_2(\bar{\xi}^{test}) - K'\Delta\alpha$$

Or, on a montré au chapitre 2 que $J_2(\bar{\xi}^{test}) = J_2(\bar{\xi}_{n+1}) \frac{\bar{\xi}^{test}}{\bar{\xi}_{n+1}}$, avec $\bar{\xi}^{test} = \bar{\xi}_{n+1} + (2\mu + \frac{2}{3}H) \Delta\lambda P \bar{\xi}_{n+1}$. Enfin, $\Delta\alpha = \frac{2}{3} \Delta\lambda J_2(\bar{\xi}_{n+1})$. Alors :

$$f_{n+1} = f^{test} - J_2(\bar{\xi}_{n+1}) \left[2\mu + \frac{2}{3}H + \frac{2}{3}K' \right] \Delta\lambda$$

et :

$$\frac{\Delta\lambda}{\Delta t} = \left[\frac{f^{test} - J_2(\bar{\xi}_{n+1}) \left[2\mu + \frac{2}{3}H + \frac{2}{3}K' \right] \Delta\lambda}{\eta} \right]^N \quad (\text{A.6})$$

La résolution de l'équation (A.6) permet le calcul de $\Delta\lambda$ nécessaire à la mise à jour des variables pendant la phase de correction plastique. Dans ces travaux, le problème est simplifié en posant $N = 1$, ce qui permet d'exprimer directement $\Delta\lambda$ (A.7). Son calcul par les algorithmes à retour radial utilise une boucle itérative, initiée par la valeur approchée $\Delta\lambda_0$ (A.8), car la valeur de $J_2(\bar{\xi}_{n+1})$ est inconnue. Le Tableau A.1 présente le schéma complet des algorithmes à retour radial pour ce modèle de Norton simplifié ($N = 1$).

$$\Delta\lambda = \frac{f^{test}}{\frac{\eta}{\Delta t} + J_2(\bar{\xi}_{n+1}) \left[2\mu + \frac{2}{3}H + \frac{2}{3}K' \right]} \quad (\text{A.7})$$

$$\Delta\lambda_0 = \frac{f^{test}}{\frac{\eta}{\Delta t} + J_2(\bar{\xi}^{test}) \left[2\mu + \frac{2}{3}H + \frac{2}{3}K' \right]} \quad (\text{A.8})$$

L'implémentation des algorithmes à retour radial est validée par un processus de comparaisons numériques. Pour cela, des MEF de différentes éprouvettes sont résolus par le solveur ZéBuLoN (en contraintes planes). Les champs de déformation EF constituent alors les données d'entrée des algorithmes. Les grandeurs mécaniques calculées en sortie sont ensuite comparées aux références EF. Un exemple de validation considère l'éprouvette perforée (Figure 2.2 du chapitre 2) en chargement de traction-compression. Le comportement du matériau est modélisé en J_2 -plasticité par une loi d'érouissage isotrope non-linéaire (A.3), de paramètres $\sigma_0 = 300 \text{ MPa}$, $K = 600 \text{ MPa}$ et $n = 0.5025$, et une loi d'érouissage cinématique linéaire (A.4) de paramètre $H = 5\,000 \text{ MPa}$. Les paramètres élastiques (loi de Hooke isotrope en contraintes planes) sont $E = 71 \text{ GPa}$ et $\nu = 0.3$. Enfin, le paramètre de Norton est $\eta = 2\,500 \text{ MPa}$. Les Figures A.1 et A.2 permettent de constater la cohérence des résultats de l'algorithme à retour radial pour ce type de comportement. Une fois les implémentations validées, les algorithmes à retour radial développés pour la prise en compte du modèle viscoplastique de Norton peuvent être intégrés au processus de la MCV.

Entrées : $\bar{\varepsilon}_{n+1}$, grandeurs à l'état n , paramètres matériaux.

Sorties : Grandeurs à l'état $n + 1$.

Test sur la valeur de α à l'incrément précédent : $\alpha_n \in [\alpha_i; \alpha_{i+1}[$

| Calcul de σ_y^i et de K' (2.24)

Calcul de l'état test (prédiction élastique) : $\bar{\sigma}^{test}$, $\bar{\xi}^{test}$, $J_2(\bar{\xi}^{test})$ (2.18)

$$f^{test} = J_2(\bar{\xi}^{test}) - (\sigma_y^i + K'\alpha_n)$$

Si $f^{test} > 0$, **alors** :

$$\Delta\lambda = \frac{f^{test}}{\frac{\eta}{\Delta t} + J_2(\bar{\xi}^{test})[2\mu + \frac{2}{3}H + \frac{2}{3}K']} \quad (A.8)$$

Pour $i = 1$ à 50 :

$$\Xi = \left[Q^{-1} + \frac{\Delta\lambda}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\lambda} P \right]^{-1}$$

$$\bar{\xi}_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\lambda} \Xi Q^{-1} \bar{\xi}^{test} \quad (2.22)$$

$$\Delta\lambda = \frac{f^{test}}{\frac{\eta}{\Delta t} + J_2(\bar{\xi}_{n+1})[2\mu + \frac{2}{3}H + \frac{2}{3}K']} \quad (A.7)$$

Mises à jour des variables :

$$\bar{\xi}_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}H\Delta\lambda} \Xi Q^{-1} \bar{\xi}^{test} \quad (2.22)$$

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \frac{2}{3}\Delta\lambda J_2(\bar{\xi}_{n+1}) \quad (2.15)$$

$$\bar{\beta}_{n+1} = \bar{\beta}_n + \frac{2}{3}\Delta\lambda H P \bar{\xi}_{n+1} \quad (2.15)$$

$$\bar{\sigma}_{n+1} = \bar{\xi}_{n+1} + \bar{\beta}_{n+1}$$

$$\bar{\varepsilon}_{n+1}^p = \bar{\varepsilon}_n^p + \Delta\lambda P \bar{\xi}_{n+1}$$

Calcul de la nouvelle loi de comportement

$$\alpha_{n+1} \in [\alpha_j; \alpha_{j+1}[$$

| Calcul de σ_y^j et de K' (2.24)

Calcul de la nouvelle surface de charge : $f_{n+1} = J_2(\bar{\xi}_{n+1}) - (\sigma_y^j + K'\alpha_{n+1})$

Vérification de la surface de charge :

$$\text{Calcul de } \sigma_v = \frac{2}{3}\frac{\eta}{\Delta t}\Delta\lambda J_2(\bar{\xi}_{n+1}) \quad (A.1)$$

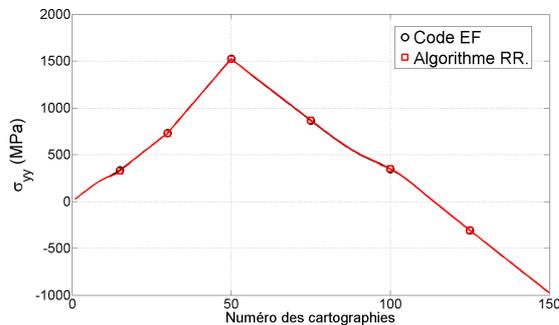
| Si $|f_{n+1} - \sigma_v| > 0$ alors, correction des contraintes.

Sinon :

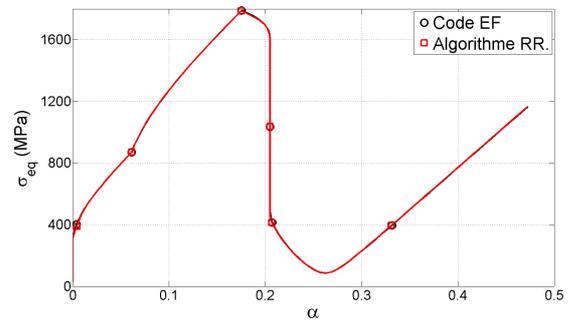
Mise à jour des variables pour un incrément élastique (2.16).

Calcul de la déformation dans l'épaisseur pour assurer la condition de contraintes planes.

TABLE A.1 – Schéma de l'algorithme à retour radial en J_2 -plasticité et modèle viscoplastique de Norton linéaire



(a) σ_{yy}



(b) σ_{eq} vs α

FIGURE A.1 – Évolutions des contraintes près de la perforation

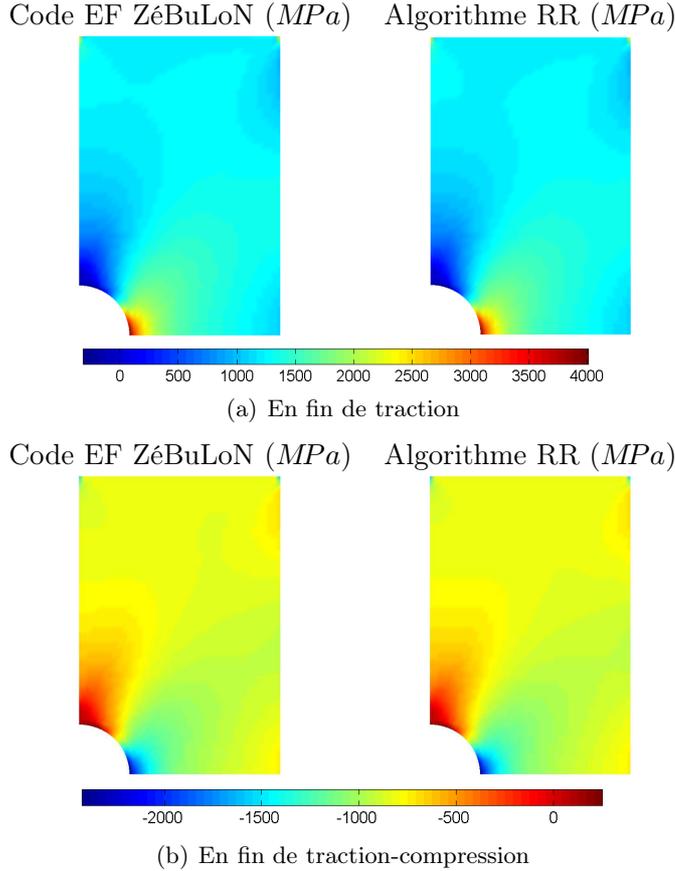


FIGURE A.2 – Cartographies de σ_{yy} en fin de phase de traction et de traction-compression

Remarque : Pour ce modèle de comportement, le solveur ZéBuLoN doit considérer les incréments temporels, Δt , entre deux cartographies successives. Pour cela, les chargements imposés sont définis sous formes de plusieurs séquences. Chacune d’entre elles est caractérisée par un temps initial et un temps final, une valeur totale du déplacement (ou de l’effort) imposée à ces deux instants et un nombre d’incrément. La valeur de Δt considérée par ZéBuLoN est alors constante pour chaque séquence de chargement et égale à la différence entre les temps final et initial correspondants, divisée par le nombre d’incrément sur cette séquence. \square

A.2 Identifiabilité par la MCV du paramètre viscoplastique de Norton

L’objectif de ce paragraphe est de démontrer l’identifiabilité par la MCV du paramètre viscoplastique η (A.2) du modèle de Norton linéaire^a. Comme précédemment, une façon de procéder est de tester la minimisation au cours du processus de la MCV d’une fonction-coût test dont le minimum global se situe avec certitude en \vec{X}_{ref} , composé des valeurs de référence des paramètres matériau à identifier. Alors, l’identifiabilité par la MCV des paramètres du modèle de Norton est démontrée par la détection de \vec{X}_{ref} .

Les tests d’identifiabilité reposent sur un MEF très simplifié, puisque composé d’un élément unique de 1 mm de côté, à 4 nœuds et 9 points d’intégration dans le plan de l’élément (Figure A.3). Sa résolution sous ZéBuLoN suppose un état de contraintes planes avec une épaisseur constante, e_0 , de 1 mm pour l’élément. Le comportement est modélisé en élasticité par la loi de Hooke pour un matériau isotrope ($E = 71 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$) et en J_2 -plasticité par une loi d’écrouissage isotrope linéaire, de paramètres $\sigma_0 = 300 \text{ MPa}$ et $K = 747 \text{ MPa}$. L’écrouissage cinématique est nul. Le paramètre viscoplastique de Norton est $\eta = 2 \text{ 500 MPa}$. L’élément subit

a. La valeur de N est toujours fixée à 1.

un chargement de traction uniaxiale (axe \vec{y}), défini par une séquence de 30 incréments de 10^{-2} mm sur une durée de 30 ms. Dans ce cas, le CV simple unidimensionnel, $(0 y - y_{min})^T$, est toujours utilisé pour exprimer la fonction-coût test (A.9).

$$\varphi_{test}(\vec{X}) = \sum_k \left[\frac{\sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}, k) S_i(k) - \sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}_{ref}, k) S_i(k)}{\sum_i \sigma_{yy}^i(\vec{X}_{ref}, k) S_i(k)} \right]^2 \quad (\text{A.9})$$

avec i les nœuds de l'élément et k les numéros des cartographies (toutes considérées ici). Les surfaces élémentaires, S_i , associées à chacun des nœuds, sont égales au quart de la surface de l'élément, calculée à chaque niveau de chargement en fonction des déplacements nodaux.

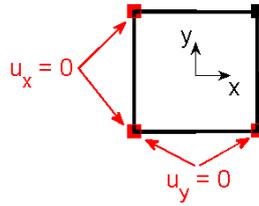


FIGURE A.3 – Degrés de liberté de l'élément unique

La minimisation de φ_{test} par les algorithmes du Simplex et CMAES conduit à la détection de \vec{X}_{ref}^b , ce qui démontre l'identifiabilité du modèle viscoplastique de Norton par la MCV.

b. Valeurs finales de φ_{test} de $1.97 \cdot 10^{-30}$ pour le Simplex (532 évaluations) et de $2.53 \cdot 10^{-26}$ pour CMAES (1 589 évaluations).

Annexe B

Informations complémentaires sur l'alliage Ti6Al4V

Comme son nom l'indique, le Ti6Al4V est formé de Titane allié à environ 6 % d'Aluminium et 4 % de Vanadium, en pourcentages massiques. Ces taux peuvent varier en fonction des applications, jusqu'à 6.75 % d'Aluminium et 4.5 % de Vanadium. Cet alliage contient d'autres éléments, en quantité inférieure (Tableau B.1).

Al	C	Fe	H	N	O	V
5.5 - 6.75	0.1	0.4	0.015	0.05	0.2	3.5 - 4.5

TABLE B.1 – Composition du Ti6Al4V (Pourcentages massiques) [82]

Le Ti6Al4V est l'alliage de titane de loin le plus utilisé, avec plus de 50 % des ventes en tonnage. 80 % de la production est destinée à l'industrie aéronautique, en particulier pour une utilisation dans les turbines de réacteurs. La seconde application principale (environ 3 % de la production) est la fabrication de prothèses médicales [82]. En effet, le Ti6Al4V présente une excellente biocompatibilité.

Le Ti6Al4V est un alliage de phases α - β . Les fractions volumiques de chaque phase, et donc la microstructure du matériau, peuvent bien évidemment varier, selon la teneur en éléments interstitiels (en particulier en oxygène), mais surtout en fonction du traitement thermique qu'a connu le matériau. Ainsi, un refroidissement lent à partir de la zone β -stable (cubique centrée) provoque la nucléation et la croissance de la phase α (hexagonale compacte) en plaque, à partir des frontières des grains β . Une trempe à l'eau, suivie d'un recuit dans la région ($\alpha + \beta$), conduira à une structure lamellaire plus fine, etc ... (Figure B.1).

La grande majorité des alliages Ti6Al4V utilisés présentent un pourcentage volumique en phase α de l'ordre de 90 % [82, 97, 98]. Une analyse de la microstructure du matériau utilisé dans ces travaux, observée au microscope électronique à balayage (MEB - Figure B.2(a)), montre la présence majoritaire de grains α primaires, de taille de l'ordre de 20 μm , entourés de grains α secondaires allongés (largeur de 1 μm environ pour une longueur de 10 – 15 μm) et entourés d'une phase β intergranulaire (fraction volumique de 13 % environ). Ces caractéristiques sont confirmées par les observations de Leguey *et al.* [97]. La Figure B.2(b) montre un exemple de grains α allongés dans une phase β intergranulaire, observés par microscopie électronique en transmission (MET).

En raison de la forte densité en phase α , celle-ci est généralement supposée supporter la grande majorité des déformations plastiques. En particulier, sa structure hexagonale compacte peut se déformer par maclage, ce qui est à l'origine de différences de comportement assez importantes en traction et en compression ("*strength differential effect*") du Ti6Al4V [98].

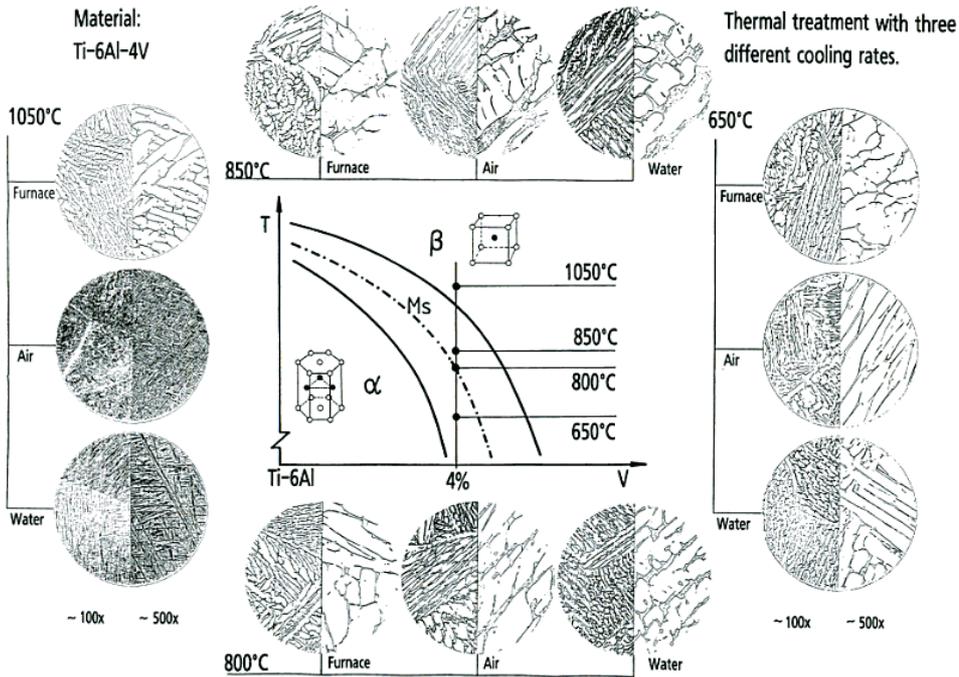
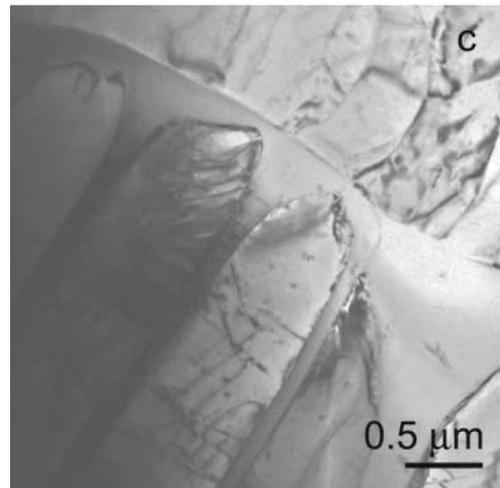


FIGURE B.1 – Évolution de la microstructure du Ti6Al en fonction de la teneur en vanadium et du traitement thermique [82]



(a) Observation au MEB



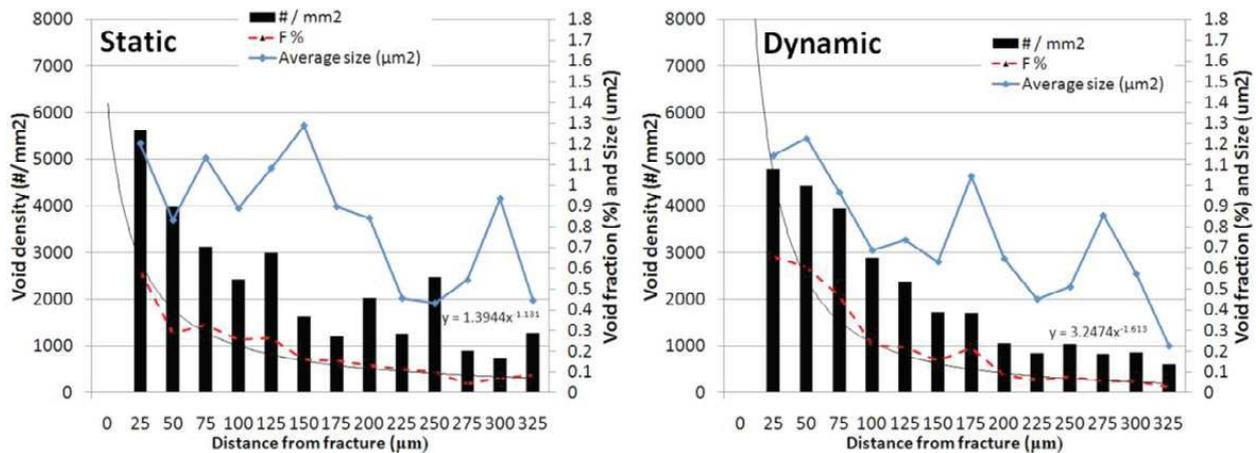
Légende originale :
Secondary α grains and intergranular β phase
 (b) Grains α secondaires et phase β intragranulaire (MET) [97]

FIGURE B.2 – Microstructure du Ti6Al4V

Certaines études [81, 99] montrent que l'endommagement du Ti6Al4V se produit principalement par nucléation, croissance et coalescence de micro-cavités. Peirs *et al* [99] soulignent que la grande majorité des défauts apparaissent dans la phase β du matériau, minoritaire, et très dispersée dans la phase α . Une première conséquence est alors qu'une grande hétérogénéité de la répartition spatiale des défauts peut être observée.

D'autre part, leur regroupement dans les faibles volumes de la phase β peut conduire à leur coalescence, et à la rupture du matériau, même pour un faible nombre de défauts. En d'autres termes, la rupture du Ti6Al4V peut être observée avant le développement de hauts niveaux d'endommagement, au sens de la théorie de l'endommagement continu.

Peirs *et al.* [99] mettent également en évidence le rôle prépondérant de la déformation dans la nucléation ^a, avec une grande concentration des défauts dans les zones de hautes déformations. Par conséquent, la densité de défauts décroît très rapidement quand la distance à la zone de rupture (zone de concentration des déformations) augmente (Figure B.3). En d'autres termes, les zones du matériau non concernées par une concentration des déformations ne sont pratiquement pas affectées par la nucléation et sont donc très peu endommagées.



Légende originale : *Distribution of void density, void fraction and void size in function of the distance to the fracture for static (left) and dynamic (right) tests. Power law is fitted to the void fraction F%*

FIGURE B.3 – Concentration des défauts à proximité de la zone de rupture pour le Ti6Al4V (Extraite de [99])

Remarque : La vitesse de déformation a peu d'influence sur le nombre et la taille des défauts, les mêmes caractéristiques étant observées en conditions de chargement quasi-statiques et dynamiques [99]. En revanche, les chargements dynamiques conduisent à une concentration des déformations plus importantes et donc à une zone de présence des défauts de taille encore plus réduite que dans des conditions quasi-statiques. □

Des observations au MEB du faciès de rupture de l'éprouvette R12, ayant servi de base à l'identification des paramètres plastiques du modèle de Johnson-Cook par la MCV (cf chapitre 4), montrent une juxtaposition de cupules (Figure B.4), caractéristiques d'une rupture ductile et de la concentration de hauts niveaux de déformation. Dans l'ensemble, l'aspect du faciès de rupture est homogène. En particulier aucune modification de son aspect n'est visible à proximité des entailles, à l'exception d'une bande d'arrachement. Néanmoins, quelques zones, rares et de faibles tailles, semblent avoir été affectées par le phénomène de clivage (Figure B.5), caractéristique d'une rupture fragile. À première vue, il s'agirait de zones d'inclusions d'éléments étrangers, probablement de carbures.

a. La croissance et la coalescence des micro-cavités sont en revanche plutôt influencées par le taux de triaxialité. Ainsi, elles sont retardées dans le cas de chargements de cisaillement (taux nul).

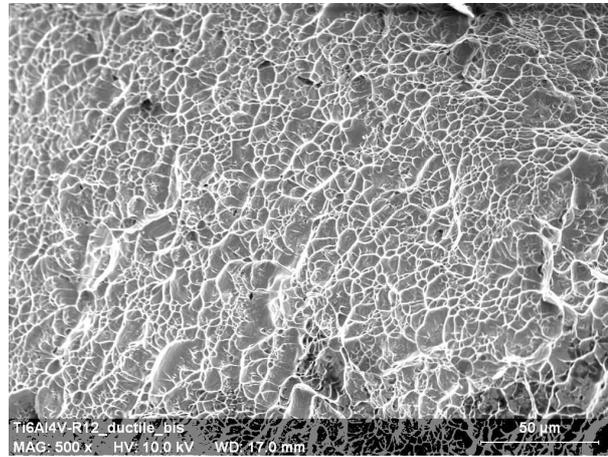


FIGURE B.4 – Faciès de rupture du Ti6Al4V - Éprouvette R12 (MEB)

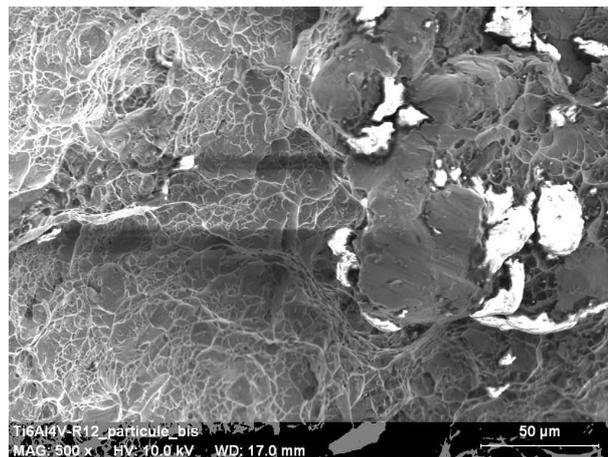


FIGURE B.5 – Zone particulière du faciès de rupture (MEB)

Bibliographie

- [1] M.H.H. Meuwissen, C.W.J. Oomens, F.P.T. Baaijens, R. Petterson, and J.D. Janssen. Determination of the elasto-plastic properties of aluminium using a mixed numerical-experimental method. *Journal of Material Processing Technology*, 75 :204–211, 1998.
- [2] J. Kajberg and Wikman B. Viscoplastic parameter estimation by high strain-rate experiments and inverse modelling - speckle measurements and high-speed photography. *International Journal of Solids and Structures*, 44(1) :145–164, 2007.
- [3] M. Grédiac. Principe des travaux virtuels et identification. *C.R. Académies des Sciences, Série II, Paris*, 309 :1–5, 1989.
- [4] M. Grédiac, F. Pierron, and Y. Surrel. Novel procedure for complete in-plane composite characterization using a t-shaped specimen. *Experimental Mechanics*, 39 :142–149, 1999.
- [5] M. Grédiac, N. Fournier, P.A. Paris, and Y. Surrel. Direct identification of elastic constants of anisotropic plates by modal analysis : experiments and results. *Journal of Sound and Vibration*, 210 :645–659, 1998.
- [6] M. Grédiac, E. Toussaint, and F. Pierron. Special virtual fields for the direct determination of material paramters with the virtual fields method. 1–principle and definitions. *International Journal of Solids and Structures*, 39 :2691–2705, 2002.
- [7] M. Grédiac and F. Pierron. Applying the virtual fields method to the identification of elasto-plastic constitutive parameters. *International Journal of Plasticity*, 22 :602–627, 2006.
- [8] S. Avril, F. Pierron, Y. Pannier, and R. Rotinat. Stress reconstruction and constitutive parameter identification in plane-stress elasto-plastic problems using surface measurements of deformation fields. *Experimental Mechanics*, 48 :403–419, 2008.
- [9] S. Blanchard, B. Langrand, J. Fabis, and E. Markiewicz. Identification of plastic behaviour parameters from strongly heterogeneous strain field. In *SEM XIth International Congress and Exposition on Experimental and Applied Mechanics*, Orlando (USA), 2008.
- [10] S. Avril, F. Pierron, M.A. Sutton, and J. Yan. Identification of elasto-visco-plastic parameters and characterization of lüders behavior using digital image correlation and the virtual fields method. *Mechanics of Material*, 40 :729–742, 2008.
- [11] J.H. Kim, F. Pierron, M.R. Wisnom, and K. Syed-Muhamad. Identification of the local stiffness reduction of a damaged composite plate using the virtual fields method. *Composites : Part A*, 38 :2065–2075, 2007.
- [12] H. Chalal, F. Meraghni, F. Pierron, and M. Grédiac. Direct identification of the damage behaviour of composite materials using the virtual fields method. *Composites : Part A*, 35 :841–848, 2004.
- [13] G.R. Johnson and W.H. Cook. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures. In *7th Int. Symp. on Ballistics*, pages 541–547, The Hague (The Netherlands), 1983.
- [14] J. Lemaitre. *A course on Damage Mechanics*. Springer, Berlin Heidelberg, 2nd Edition, 1996.
- [15] J. Lemaitre and J.L. Chaboche. *Mécanique des Matériaux Solides*. Dunod, 2nde Edition, 2004.
- [16] E. Voce. A practical strain-hardening function. *Metallurgia*, 51 :219–226, 1955.

- [17] J.L. Chaboche. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *International Journal of Plasticity*, 24 :1642–1693, 2008.
- [18] B. Langrand, P. Geoffroy, J.L Petiniot, J. Fabis, E. Markiewicz, and P. Drazetic. Identification technique of constitutive model parameters for crashworthiness modelling. *Aerospace Science and Technology*, 4 :215–227, 1999.
- [19] J.P. Mercier, G. Zambelli, and W. Kurz. *Traité des Matériaux – 1. Introduction à la Science des Matériaux*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 3ème Ãdition, 1999.
- [20] J. Lemaitre and R. Desmorat. *Engineering Damage Mechanics*. Springer Berlin Heidelberg New York, 2005.
- [21] T. Kuwabara, M. Kuroda, V. Tvergaard, and K. Nomura. Use of abrupt strain path change for determining subsequent yield surface : experimental study with metal sheets. *Acta Materiala*, 48 :2071–2079, 2000.
- [22] B. Bennani and F. Lauro. Damage models and identification procedures for crashworthiness of automotive light materials. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 3 :75–87, 2006.
- [23] S. Blanchard. *Caractérisation du comportement non-linéaire des matériaux à partir d’essais statiquement indéterminés et de champs de déformation fortement hétérogènes*. PhD thesis, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2009.
- [24] R. Jones, M. Heller, D. Lombardo, S. Dunn, J. Paul, and D. Saunders. Thermoelastic assessment of damage growth in composites. *Composites Structures*, 12(4) :291–314, 1989.
- [25] R. Morlat, P. Godard, Y. Bomal, and G. Orange. Dynamic mechanical thermoanalysis of latexes in cement paste. *Cement and Concrete Research*, 29 :847–853, 1999.
- [26] D.W. Templeton. Computerization of carrier fringe data acquisition, reduction and display. *Experimental Techniques*, 11(11) :26–30, 1987.
- [27] J. Bulhak and Y. Surrel. Grating shearography. In *Interferometry’99 : Techniques and Technologies*, pages 506–515, Pultusk (Poland), 1999.
- [28] P.K. Rastogi. Speckle shearing photography : a tool for direct measurement of surface strains. *Applied optics*, 37 :1292–1298, 1998.
- [29] J.J. Wasowski and L.M. Wasowski. Computer based optical differentiation of fringe patterns. *Experimental Techniques*, 11(3) :16–18, 1987.
- [30] K. Patorski. *Handbook of the moiré fringe technique*. Elsevier, Amsterdam, 1993.
- [31] D. Post, B. Han, and P. Ifju. *High sensitivity moiré : Experimental analysis for mechanics and materials*. Springer-Verlag, New York, 1994.
- [32] M. Grédiac. The use of full-field measurement methods in composite material characterization : interest and limitations. *Composites : Part A*, 35 :751–761, 2004.
- [33] A. Asundi, M.T. Cheung, and C.S. Lee. Moiré interferometry for simultaneous measurements of u, v, w. *Experimental Mechanics*, 29 :258–260, 1989.
- [34] J.C. Dainty. *Laser speckle and related phenomenon*. Springer, Berlin, 1984.
- [35] Y. Surrel. Moiré and grid methods : a signal processing approach. In *Interferometry’94 : Photomechanics*, pages 213–220, 1999.
- [36] Y. Surrel. La technique de la grille et ses applications. *Instrumentation mesure et métrologie*, 4(3-4) :193–216, 2005.
- [37] V.J. Parks. Geometric moiré. In *Handbook on Experimental Mechanics, Chap. 6*, pages 267–296, 1993.
- [38] D. Post. Developments in moiré interferometry. *Optical Engineering*, 21(3) :458–467, 1982.
- [39] R. Moulard, S. Avril, and F. Pierron. Identification of the through-thickness rigidities of a thick laminated composite tube. *Composites : Part A : Applied Science and Manufacturing*, 37(2) :326–336, 2006.

- [40] C. Joenathan. Speckle photography, shearography and espi. *Optical measurement techniques and applications*, 6 :151–182, 1997.
- [41] F.P. Chiang and A. Asundi. White light speckle method of experimental strain analysis. *Applied optics*, 18 :409–411, 1979.
- [42] M.A. Sutton, W.J. Wolters, W.H. Petters, W.F. Ranson, and S.R. McNeill. Determination of displacements using an improved digital image correlation method. *Image and Vision Computing*, 1(3) :133–139, 1983.
- [43] T.C. Chu, W.F. Ranson, M.A. Sutton, and W.H. Petters. Application of digital image correlation techniques to experimental mechanics. *Experimental Mechanics*, 3 :232–244, 1985.
- [44] M.A. Sutton, S.R. McNeill, J. Helm, and Y.J. Chao. Advances in two-dimensional and three-dimensional computer vision. In *Photomechanics, topics applied physics*, pages 323–372, 2000.
- [45] P. Lecomte-Grosbras, B. Paluch, M. Brieu, G. De Saxcé, and L. Sabatier. Interlaminar shear strain measurement on angle-ply laminate free edge using digital image correlation. *Composites : Part A : Applied Science and Manufacturing*, 40(12) :1911–1920, 2009.
- [46] H. Haddadi and S. Belhabib. Use of a rigid-body motion for the investigation and estimation of the measurement errors related to digital image correlation technique. *Optics and Lasers in Engineering*, 46 :185–196, 2008.
- [47] K. Triconnet, K. Derrien, F. Hild, and D. Baptiste. Parameter choice for optimized digital image correlation. *Optics and Lasers in Engineering*, 47 :728–737, 2009.
- [48] S. Avril et al. Overview of identification methods of mechanical parameters based on full-field measurements. *Experimental Mechanics*, 48 :381–402, 2008.
- [49] N. Cottin, H.P. Felgenhauer, and H.G. Natke. On the parameter identification of elastomechanical systems using input and output residuals. *Ing. Arch.*, 54 :378–387, 1984.
- [50] F.M. Hemez and C. Farhat. Updating finite element dynamic models using element-by-element sensitivity methodology. *AIAA Journal*, 31(9) :1702–1711, 1993.
- [51] J. Kajberg, K.G. Sundin, L.G. Melin, and P. Stahle. High strain-rate tensile testing and viscoplastic parameter identification using microscopic high-speed photography. *International Journal of Plasticity*, 20(4-5) :561–575, 2004.
- [52] P. Perzyna. The constitutive equations for rate-sensitive plastic materials. *Journal of Applied Mathematics*, 20 :321–332, 1963.
- [53] P. Ladevèze, B. Nedjar, and M. Reynier. Updating of finite element models using vibration tests. *AIAA Journal*, 32 :1485–1491, 1994.
- [54] D. Claire, F. Hild, and S. Roux. A finite element formulation to identify damage fields. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61 :189–208, 2004.
- [55] M. Ikehata. Inversion formulas for the linearized problem for an inverse boundary value problem in elastic prospection. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 50 :1635–1644, 1990.
- [56] S. Avril, J.M. Huntley, F. Pierron, and D.D. Steele. 3d heterogeneous stiffness reconstruction using mri and the virtual fields method. *Experimental Mechanics*, 48 :479–494, 2008.
- [57] A. Giraudeau and F. Pierron. Identification of stiffness and damping properties of thin isotropic vibrating plates using the virtual fields method : theory and simulations. *Journal of Sound and Vibration*, 284 :757–781, 2005.
- [58] A. Giraudeau, F. Pierron, and B. Guo. An alternative to modal analysis for material stiffness and damping identification from vibrating plates. *Journal of Sound and Vibration*, 329(10) :1653–1672, 2010.
- [59] M. Grédiac and A. Vautrin. A new method for determination of bending rigidities of thin anisotropic plates. *Journal of Applied Mechanics*, 57 :964–968, 1990.

- [60] M. Grédiac, E. Toussaint, and F. Pierron. Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. 2–application to in-plane properties. *International Journal of Solids and Structures*, 39 :2707–2730, 2002.
- [61] M. Grédiac, E. Toussaint, and F. Pierron. Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. 3–application to the bending rigidities of anisotropic plates. *International Journal of Solids and Structures*, 40 :2401–2419, 2003.
- [62] S. Avril, M. Grédiac, and F. Pierron. Sensitivity of the virtual fields method to noisy data. *Computational Mechanics*, 34 :439–452, 2004.
- [63] Y. Pannier, S. Avril, R. Rotinat, and F. Pierron. Identification of elasto-plastic constitutive parameters from statically undetermined tests using the virtual fields method. *Experimental Mechanics*, 46 :735–755, 2006.
- [64] V.T. Tran. *Identification du comportement des matériaux métalliques au-delà de leur limite d'élasticité par la méthode des champs virtuels*. PhD thesis, ENSAM Châlons-en-Champagne, 2008.
- [65] F. Pierron, S. Avril, and V. The Tran. Extension of the virtual fields method to elasto-plastic material identification with cyclic loads and kinematic hardening. *International Journal of Solids and Structures*, 47 :2993–3010, 2010.
- [66] J.C. Simo and T.J.R. Hughes. *Computational Inelasticity, vol7 Interdisciplinary Applied Mechanics*. Springer, Berlin, 1998.
- [67] J.C. Lagarias, J.A. Reeds, Wright M.H., and Wright P.E. Convergence properties of the nelder-mead simplex method in low dimensions. *SIAM Journal of Optimization*, 9(1) :112–147, 1998.
- [68] N. Hansen and S. Kern. *In Parallel Problem Solving from Nature - PPSN VIII : Evaluation the CMA evolution strategy on multimodal test functions*. Springer, 2004.
- [69] N. Hansen, A. Ostermeier, and A. Gawelczyk. On the adaptation of arbitrary normal mutation distributions in evolution strategies : the generating set adaptation. In *Sixth International Conference on Genetic Algorithms*, 1995.
- [70] N. Hansen and A. Ostermeier. Completely derandomized self-adaptation in evolution strategies. *Evolutionary Computation*, 9(2) :159–195, 2001.
- [71] K. Gopalakrishnan and A. Manik. Co-variance matrix adaptation evolution strategy for pavement back-calculation. *Construction and Building Materials*, 24 :2177–2187, 2010.
- [72] R. Chelouah and P. Siarry. Tabu search applied to global optimization. *European Journal of Operational Research*, 123 :256–270, 2000.
- [73] R. Chelouah and P. Siarry. A hybrid method combining continuous tabu search and nelder-mead simplex algorithms for the global optimization of multim minima functions. *European Journal of Operational Research*, 161 :636–654, 2005.
- [74] P. Siarry, G. Berthiau, F. Durdin, and Haussy J. Enhanced simulated annealing for globally minimizing functions of many-continuous variables. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 23(2) :209–228, 1997.
- [75] S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt, and M.P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science, New Series*, 220(4598) :671–680, 1983.
- [76] G.L. Bilbro and W.E. Snyder. Optimization of functions with many minima. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 21(4) :840–849, 1991.
- [77] A. Bolte and U.W. Thonemann. Optimizing simulated annealing schedules with genetic programming. *European Journal of Operational Research*, 92 :402–416, 1996.
- [78] W.S. Lee and C.F. Lin. Plastic deformation and fracture behaviour of ti-6al-4v alloy loaded with high strain rate under various temperatures. *Materials Science and Engineering*, A241 :48–59, 1998.

- [79] H.W. Meyer and D.S. Kleponis. Modeling the high strain rate behavior of titanium undergoing ballistic impact and penetration. *International Journal of Impact Engineering*, 26 :509–521, 2001.
- [80] J. Peirs, P. Verleysen, W. Van Paeppegem, and J. Degrieck. Determining the stress-strain behaviour at large strains from high strain rate tensile and shear experiments. *International Journal of Impact Engineering*, 38 :406–415, 2011.
- [81] E. El-Magd and M. Abouridouane. Characterization, modelling and simulation of deformation and fracture behaviour of the light-weight wrought alloys under high strain rate loading. *International Journal of Impact Engineering*, 32 :741–758, 2006.
- [82] R. Boyer, G. Welsch, and E.W. Collings. *Materials Properties Handbook : Titanium Alloys*. ASM International, Materials Park, OH, 1994.
- [83] G.R. Johnson. Strength and fracture characteristics of a titanium alloy (.06al,.04v) subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures. Technical Report 86-144, NSWC, Dahlgren VA, 1985.
- [84] D. Notta, B. Langrand, E. Markiewicz, and F. Lauro. Méthode des champs virtuels pour la caractérisation de modèles de comportement viscoplastiques. In *10ème Colloque National en Calcul des Structures, CSMA*, Giens (France), mai 2011.
- [85] D. Notta, B. Langrand, E. Markiewicz, and B. Bourel. An advanced procedure to identify viscoplastic parameters using the virtual fields method. In *Plasticity'2011*, Puerto Vallarta (Mexico), jan. 2011.
- [86] D. Notta, B. Langrand, E. Markiewicz, and B. Bourel. Characterization of the dynamic behaviour of a titanium alloy using the virtual fields method. In *3rd International Conference on Impact Loading of Lightweight Structure, ICILLS 2011*, Valenciennes (France), june 2011.
- [87] D. Notta-Cuvier, B. Langrand, E. Markiewicz, and F. Lauro. Identification of viscoplastic material parameters with the virtual fields method – application to johnson-cook model of behaviour. *International Journal of Mechanical Sciences*, Soumise février 2011.
- [88] D.J. Celentano and J.-L. Chaboche. Experimental and numerical characterization of damage evolution in steels. *International Journal of Plasticity*, 23 :1739–1762, 2007.
- [89] F. Lauro, B. Bennani, P. Croix, and J. Oudin. Identification of the damage parameters for anisotropic materials by inverse technique : application to an aluminium. *Journal of Materials Processing Technology*, 118 :472–477, 2001.
- [90] A. Benallal, R. Billardon, and J. Lemaitre. Continuum damage mechanics and local approach to fracture : Numerical procedures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 92 :141–155, 1991.
- [91] A. Benallal, R. Billardon, and I. Doghri. An integration algorithm and the corresponding consistent tangent operator for fully coupled elastoplastic and damage equations. *Communications in Applied Numerical Methods*, 4 :731–740, 1988.
- [92] J.W. Hancock and A.C. Mackenzie. On the mechanisms of ductile failure in high-strength steels subjected to multi-axial stress-states. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 24 :147–160, 1976.
- [93] T. Børvik, M. Langseth, Hopperstad O.S., and K.A. Malo. Ballistic penetration of steel plates. *International Journal of Impact Engineering*, 22 :855–886, 1999.
- [94] M.L. Wilkins, R.D. Streit, and J.E. Reaugh. Cumulative-strain-damage model of ductile fracture : simulation and prediction of engineering fracture tests. Technical Report UCRL-53058, Lawrence Livermore National Laboratories, 1980.
- [95] K.A. Pickett, T. Pyttel, F. Payen, F. Lauro, N. Petrinic, H. Werner, and J. Christlein. Failure prediction for advanced crashworthiness of transportation vehicles. *International Journal of Impact Engineering*, 30 :853–872, 2004.
- [96] E. Toussaint, M. Grédiac, and F. Pierron. The virtual fields method with piecewise virtual fields. *International Journal of Mechanical Sciences*, 48 :256–264, 2006.

- [97] T. Leguey, R. Schäublin, P. Marmy, and M. Victoria. Microstructure of ti5al2.5sn and ti6al4v deformed in tensile and fatigue tests. *Journal of Nuclear Materials*, 305 :52–59, 2002.
- [98] W. Hammami, G. Gilles, A.-M. Habraken, and L. Duchêne. Phenomenological and crystal plasticity approaches to describe the mechanical behaviour of ti6al4v titanium alloy. *International Journal of Material Forming*, 4 :205–215, 2011.
- [99] J. Peirs, P. Verleysen, and J. Degrieck. Experimental study of the influence of strain-rate on fracture of ti6al4v. *Procedia Engineering*, 10 :2336–2341, 2011.

Table des figures

1	Évacuation des passagers de l'A320 sur l'Hudson (<i>www.liberation.fr</i>)	2
2	Exemple de machine de traction-compression et d'éprouvette normalisée	3
1.1	Notions de surface de charge et états de contrainte admissibles	10
1.2	Comportements nominal et rationnel en traction	15
1.3	Comportement d'un matériau métallique sensible à la vitesse de déformation	16
1.4	Exploitation limitée d'un essais statiquement déterminé [23]	16
1.5	Suivi d'une facette du mouchetis en cours d'essai	19
1.6	Schéma itératif de la MCV pour la caractérisation de modèles de comportement non-linéaires	26
2.1	Eprouvette carrée	30
2.2	Quart de l'éprouvette perforée	32
2.3	Influence des degrés des CVS sur l'identification de Q_{yy}	34
2.4	CVS construits pour identifier les 4 paramètres élastiques ($n = 1, m = 2$)	34
2.5	Déplacements calculés par le code EF en fin de chargement de traction-compression	35
2.6	Principe de l'approximation multilinéaire d'un écrouissage isotrope en loi puissance	39
2.7	Cartographies de contraintes au cours du chargement de traction-compression	41
2.8	Chargement de traction-compression imposé à l'éprouvette carrée	42
2.9	Grandeurs mécaniques en chargement de traction-compression - Éprouvette carrée	42
2.10	Contributions non séparables des deux types d'écrouissage (Point de coordonnées (4;4))	50
2.11	Comportements axiaux caractérisés par la MCV	52
3.1	Traitement de l'essai en conditions quasi-statique ($\dot{\epsilon}^p = 4.5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$)	58
3.2	Identification des paramètres viscoplastiques à partir des essais en conditions dynamiques	59
3.3	Adéquation du modèle de comportement identifié et des mesures expérimentales	59
3.4	Grandeurs mécaniques en chargement de traction à 10^{-3} m.s^{-1} - Éprouvette carrée	64
3.5	Grandeurs mécaniques en chargement de traction à 2 m.s^{-1} - Éprouvette carrée	65
3.6	Vitesse de déformation équivalente (chargement à 2 m.s^{-1}) - Éprouvette carrée	65
3.7	Grandeurs mécaniques en chargement de traction à 10^{-1} m.s^{-1} - Éprouvette carrée	66
3.8	Modélisation de l'éprouvette entaillée	67
3.9	Contrainte σ_{yy} calculée par l'algorithme à retour radial à la fin du chargement quasi-statique	68
3.10	Extension des zones viscoplastiques (colorées) au cours du chargement	69
3.11	Écarts sur σ_{yy} pour l'éprouvette entaillée en chargement dynamique	69
3.12	Écarts sur $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}$ pour l'éprouvette entaillée en chargement dynamique	69
3.13	Travail virtuel des accélérations pour le chargement dynamique	70
3.14	Composantes de la fonction-coût φ en fonction des valeurs des paramètres viscoplastiques	73
3.15	Écarts sur les contraintes en dynamique et impossibilité d'identification de \vec{X}_{ref}	73
3.16	Moyenne sur tous les points de Gauss des écarts sur σ_{yy} au cours des deux chargements	74
3.17	Impact d'une erreur sur F sur les résultats d'identification des paramètres plastiques	75
3.18	Influence sur φ de K et n (σ_0 fixée à sa valeur de référence)	75
3.19	Écarts relatifs sur σ_y en fonction de $\dot{\epsilon}_{eq}^{vp}$	77

3.20	Répartition des données en termes de vitesse de déformation équivalente	78
3.21	Champs mécaniques en fond d'entaille pour les paramètres identifiés (chargement dynamique)	80
3.22	Influence des valeurs identifiées des paramètres matériau sur σ_{yy} (chargement dynamique)	81
3.23	Écart sur σ_{yy} dus à l'utilisation des paramètres identifiés	81
4.1	Schéma des éprouvettes plates entaillées	86
4.2	Exemple de mouchetis	87
4.3	Principe de la stéréo-corrélation	87
4.4	Influence de la taille des facettes sur les mesures de champs de déformations – Éprouvette lisse	88
4.5	Mesures de “déformations” d'un corps rigide pour deux tailles de facettes	89
4.6	Déformation ε_{zz} et épaisseur mesurées et calculées au niveau de chargement 140	90
4.7	Déformations mesurées à 14 s de l'essai R12	90
4.8	Déformations mesurées en fond d'entaille au cours de l'essai R12	91
4.9	Effort mesuré au cours de l'essai R12	91
4.10	Identification des paramètres élastiques par la MCV avec deux CV simples	92
4.11	Identification des paramètres élastiques par la MCV avec CVS de degrés 3 en x et en y	93
4.12	Influence des degrés polynômiaux des CVS	93
4.13	Perte de données au cours de l'essai R12	95
4.14	Contraintes calculées selon le comportement caractérisé par la MCV	96
4.15	Évolutions des contraintes calculées en fond d'entaille	97
4.16	Calcul des efforts pour le comportement identifié	99
4.17	Comportements nominaux en chargements quasi-statiques	100
4.18	Montage d'essai dynamique ONERA sur vérin Schenck	101
4.19	Zone de mesure sur l'éprouvette R4 en essai dynamique	101
4.20	Effort mesuré au cours de l'essai dynamique	101
4.21	Déformations mesurées au cours de l'essai dynamique	102
4.22	Déformations mesurées à 6 ms de l'essai dynamique	102
4.23	Calcul de l'effort avec les paramètres identifiés	104
4.24	Effort pour les paramètres identifiés avec une correction de la surface totale	106
4.25	Champs mécaniques pour les paramètres identifiés avec une correction de la surface totale	106
4.26	Influence de la correction de la surface totale sur le calcul des effets visqueux	107
4.27	Effets visqueux en fonction des paramètres identifiés pour le Ti6Al4V	108
4.28	Comparaison en termes d'efforts des deux modèles identifiés	109
5.1	Degrés de liberté de l'élément unique	117
5.2	Grandeurs mécaniques en chargement de traction-compression - Élément unique	117
5.3	Endommagement d'une éprouvette carrée	118
5.4	Éprouvette carrée à 9 éléments	121
5.5	Évolutions de σ_{yy} et D au nœud le plus sollicité de l'éprouvette à 9 éléments	121
5.6	Poids des paramètres d'endommagement dans la fonction-coût	121
5.7	Évolutions identifiées de D et σ_{yy} au nœud le plus sollicité de l'éprouvette à 9 éléments	122
5.8	Composantes de la fonction-coût	123
5.9	Évolutions identifiées de D et σ_{yy} sur les 784 premières cartographies, au nœud le plus sollicité	124
5.10	Faible poids des paramètres d'endommagement dans l'expression de la fonction-coût	125
5.11	Champs mécaniques au niveau de chargement 140	126
5.12	Évolutions des grandeurs mécaniques en fond d'entaille	126
5.13	Calcul de l'effort pour les deux modèles de comportement	127
A.1	Évolutions des contraintes près de la perforation	137
A.2	Cartographies de σ_{yy} en fin de phase de traction et de traction-compression	138
A.3	Degrés de liberté de l'élément unique	139

B.1	Évolution de la microstructure du Ti6Al	142
B.2	Microstructure du Ti6Al4V	142
B.3	Concentration des défauts à proximité de la zone de rupture pour le Ti6Al4V	143
B.4	Faciès de rupture du Ti6Al4V - Éprouvette R12 (MEB)	144
B.5	Zone particulière du faciès de rupture (MEB)	144

Liste des tableaux

1	Données d'accidentologie pour l'UE – Période 2001-2002	1
2.1	Conditions à respecter pour la construction de chaque CVS	33
2.2	Algorithme à retour radial : J_2 -plasticité, écrouissages linéaires	38
2.3	Algorithme à retour radial : J_2 -plasticité, écrouissage isotrope en loi puissance	39
2.4	Tests d'optimisation de la fonction d'Ackley	45
2.5	Chargements appliqués à l'éprouvette carrée	47
2.6	Caractérisation d'un écrouissage isotrope linéaire sur le chargement de traction T1	47
2.7	Caractérisation d'un écrouissage isotrope non-linéaire sur les chargements de traction	48
2.8	Caractérisation d'un écrouissage cinématique linéaire sur un chargement de traction	49
2.9	Caractérisation d'écrouissages isotrope et cinématique linéaires	50
2.10	Caractérisation d'écrouissages isotrope non-linéaire et cinématique linéaire	51
2.11	Détection de la linéarité de l'écrouissage isotrope	51
3.1	Paramètres identifiés pour le Ti6Al4V par une procédure d'essais statiquement déterminés	59
3.2	Schéma de l'algorithme à retour radial pour le modèle viscoplastique de Johnson-Cook	63
3.3	Paramètres de référence pour le modèle de Johnson-Cook	66
3.4	Identification de la partie statique du modèle de Johnson-Cook	71
3.5	Identification de la partie dynamique du modèle de Johnson-Cook	72
3.6	Paramètres viscoplastiques identifiés par la MCV sur des données sélectionnées	79
4.1	Caractéristiques des éprouvettes plates entaillées	86
4.2	Paramètres du modèle de Johnson-Cook précédemment identifiés pour le Ti6Al4V	94
4.3	Résultats d'identification des paramètres plastiques du Ti6Al4V par la MCV	96
4.4	Résultats d'identification par la MCV des paramètres dynamiques	103
4.5	Résultats d'identification des paramètres dynamiques avec correction de la surface	105
4.6	Réduction des écarts sur les efforts calculés grâce à une correction de la surface totale	105
4.7	Paramètres du modèle de Johnson-Cook (4.5) identifiés pour le Ti6Al4V	107
5.1	Algorithmes à retour radial en J_2 -plasticité et endommagement de Lemaitre	116
5.2	Minimisation de φ_{test} pour un modèle plastique endommageable	120
5.3	Identification par la MCV d'un modèle plastique endommageable (éprouvette à 9 éléments)	122
5.4	Identification par la MCV d'un modèle plastique endommageable - Restriction des cartographies	123
5.5	Identification par la MCV d'un modèle plastique endommageable : données expérimentales	125
A.1	Algorithme à retour radial : J_2 -plasticité et modèle viscoplastique de Norton linéaire	137
B.1	Composition du Ti6Al4V (Pourcentages massiques) [82]	141

Glossaire

Les principales notations et les acronymes utilisés dans ce mémoire sont regroupées ci-dessous.

Les différentes notations peuvent être complétées par l'utilisation des symboles “*”, qui désigne une grandeur virtuelle, ou “’”, qui désigne une quantité effective, lorsqu'un modèle de comportement endommageable est considéré. Les tenseurs sont toujours caractérisés par la notation “’”, les vecteurs par “’”.

Les notations \dot{x} et Δx désignent respectivement la dérivée temporelle de x et son incrément entre deux instants ou deux cartographies successives.

Notations latines

A_k	Variables associées d'un système thermodynamique
D	Variable d'endommagement isotrope
\bar{D}	Tenseur des taux de déformations ou tenseur gradient des déplacements
E	Module d'Young
e	Epaisseur
e_0	Epaisseur initiale
F	Effort (résultante) ou potentiel de dissipation
F_σ	Effort calculé à partir des contraintes, pour les valeurs des paramètres matériau identifiées
F_σ^{moy}	Valeur moyennée de F_σ sur l'ensemble de la ZOI
\bar{F}	Tenseur des gradients de la transformation
f	Surface de charge
f_σ	Calcul approché de F_σ
\vec{f}	Forces volumiques
H	Module d'écrouissage cinématique ou largeur caractéristique
I ou \bar{I}	Matrice ou tenseur identité
J_2	Second invariant des contraintes
K	Module d'écrouissage isotrope
k	Numéro de cartographie
L	Hauteur de la zone d'intérêt
L_0	Hauteur initiale de la zone d'intérêt
M	Paramètre viscoplastique de Johnson-Cook
m	Exposant d'adoucissement à la température de Johnson-Cook ou degré polynômial des CVS
N	Exposant de Norton
n	Exposant d'écrouissage isotrope ou degré polynômial des CVS ou incrément temporel
P	Puissance ou opérateur matriciel pour le calcul de J_2
P_a^*	Puissance virtuelle des accélérations
P_{ext}^*	Puissance virtuelle des efforts extérieurs
P_{int}^*	Puissance virtuelle des efforts intérieurs
\bar{R}	Contrainte d'écrouissage isotrope
R_v	Fonction de triaxialité

... suite page suivante...

... suite de la page précédente...

r	Variable d'écouissage isotrope
Q	Matrice des rigidités élastiques
S	Surface ou module d'endommagement de Lemaitre
\bar{S}	Déviateur des contraintes
S_0	Surface ou section résistante initiale
S_f	Surface d'application d'efforts surfaciques
s	Exposant d'endommagement de Lemaitre
T	Opérateur de transposition ou température
\vec{T}	Vecteur contrainte
T_0	Température de référence de Johnson-Cook
T_f	Température de fusion sous les CNTP
t	Temps
tr	Opérateur trace
\vec{u}	Champ de déplacements
V	Volume
V_k	Variation internes d'un système thermodynamique
\vec{v}	Champ de vitesses
w_{acc}^*	Travail virtuel des accélérations
w_{ext}^*	Travail virtuel des efforts extérieurs (surfaciques)
w_{int}^*	Travail virtuel des efforts intérieurs
\vec{X}	Vecteur des paramètres matériau à identifier
\vec{X}_0	Vecteur de paramètres matériau initialisant les algorithmes d'optimisation
\vec{X}_{id}	Vecteur des paramètres matériau identifiés par la MCV
\vec{X}_{ref}	Vecteur des valeurs de référence des paramètres matériau à identifier
Y	Taux de restitution de densité d'énergie
y_{min}	Ordonnée minimale de la zone d'intérêt
y_{max}	Ordonnée maximale de la zone d'intérêt

Notations grecques

α	Déformation plastique ou viscoplastique cumulée
α_D	Seuil d'endommagement en déformation plastique cumulée de Lemaitre
$\bar{\beta}$	Variable d'écouissage cinématique (" <i>back stress</i> ")
$\vec{\gamma}$	Champ d'accélérations
ε	Déformation vraie en traction
ε_n	Déformation nominale en traction
$\bar{\varepsilon}$	Tenseur des déformations
$\bar{\varepsilon}^e$	Tenseur des déformations élastiques
$\bar{\varepsilon}^{in}$	Tenseur des déformations inélastiques
$\bar{\varepsilon}^p$	Tenseur des déformations plastiques
$\bar{\varepsilon}^{vp}$	Tenseur des déformations viscoplastiques
$\dot{\varepsilon}_0$	Seuil de vitesse de déformation viscoplastique équivalente de Johnson-Cook
$\dot{\varepsilon}_{eq}^{vp}$	Vitesse de déformation viscoplastique équivalente
η	Paramètre viscoplastique de Norton
Λ	Variable de calcul pour les algorithmes à retour radial (modèles endommageables)

... suite page suivante...

... suite de la page précédente...

λ	Multiplicateur plastique
λ_L	Coefficient de Lamé
μ	Coefficient de Lamé
ν	Coefficient de Poisson
$\bar{\xi}$	Notation simplificatrice pour $\bar{\sigma} - \bar{\beta}$
ρ	Masse volumique
σ	Contrainte vraie en traction
σ_0	Limite initiale d'élasticité
σ_{eq}	Contrainte équivalente de von Mises
σ_n	Contrainte nominale en traction
σ_H	Contrainte hydrostatique
σ_v	Contrainte d'écoulement visqueuse
σ_y	Contrainte d'écoulement
$\bar{\sigma}$	Tenseur des contraintes de Cauchy
Φ_k	Composante de la fonction-coût pour le niveau de chargement k
φ	Fonction-coût
φ_{test}	Fonction-coût test
$\bar{\Omega}$	Tenseur des taux de rotation

Acronymes

CA	Cinématiquement Admissible
CMAES	“ <i>Co-Variance Matrix Adaptation Evolution Strategy</i> ”
CV	Champ Virtuel
CVS	Champ Virtuel Spécial
EF	Éléments Finis
MCV	Méthode des Champs Virtuels
MEF	Modèle aux Éléments Finis
PTV	Principe des Travaux Virtuels
RR	Retour Radial
ZOI	“ <i>Zone of Interest</i> ”, Zone d'intérêt

Résumé

Le comportement de matériaux subissant des chargements dynamiques à hautes énergies (impacts, explosions ...) est généralement sensible à la vitesse de déformation (viscoplastique) et/ou à l'endommagement. Les procédures classiques de caractérisation des modèles de comportement associés utilisent des essais statiquement déterminés nécessitant le respect d'hypothèses limitatrices. Ainsi, le traitement de champs mécaniques hétérogènes est impossible, ce qui limite l'exploitation des essais à de faibles gammes de déformations et oblige à réaliser plusieurs tests à vitesse de déformation constante pour la caractérisation de la viscoplasticité. Enfin, ces restrictions empêchent de profiter pleinement de la quantité importante d'information accessible par mesures de champs. Une solution est alors de recourir à des essais statiquement indéterminés, permettant d'exploiter des champs hétérogènes. Parmi les outils disponibles, la Méthode des Champs Virtuels (MCV) présente des avantages certains par rapport aux méthodes classiques de recalage par éléments finis. L'accent est mis dans ces travaux sur le développement de la MCV pour la caractérisation du modèle viscoplastique de Johnson-Cook. Un des grands atouts de la MCV est qu'elle permet de caractériser la partie viscoplastique du modèle à partir d'un unique essai en conditions de chargement dynamiques, grâce à son exploitation statiquement indéterminée de champs de déformations et de vitesses de déformations hétérogènes. Une perspective à court terme, dont la faisabilité est vérifiée sur des tests numériques, est l'identification simultanée par la MCV de paramètres de modèles élastoplastiques endommageables (Lemaitre).

Mots clés :

MÉTHODE DES CHAMPS VIRTUELS ; CORRÉLATION D'IMAGES NUMÉRIQUES ; JOHNSON-COOK ; VISCOPLASTICITÉ ; ENDOMMAGEMENT

Abstract

The behaviour of materials subjected to high-energy dynamic loadings (impacts, blasts ...) is usually sensitive to strain-rate (viscoplastic) and/or damage. Conventional procedures for the characterization of corresponding models of behaviour use statically determined tests requiring restrictive hypotheses. So, it is impossible to deal with heterogeneous mechanical fields and the exploitation of tests is limited to small levels of strain. Moreover, several tests have to be performed, at constant strain rate, to characterize viscoplasticity. However, these limitations do not allow to take advantage of the large amount of information available thanks to full-field measurements. One solution is to use statically undetermined tests to deal with heterogeneous fields. Among available tools, the Virtual Fields Method (VFM) has undeniable advantages compared to classic FEMU methods. This study focuses on the development of the VFM for the characterization of Johnson-Cook's viscoplastic model of behaviour. An asset of the VFM is that it makes possible the characterization of the viscoplastic part of the model with only one testing, under dynamic conditions, thanks to a statically undetermined exploitation of heterogeneous strain and strain-rate fields. A short-term prospect is to use the VFM to identify parameters of elastoplastic models of behaviour coupled with damage (e.g. Lemaitre). The feasibility was demonstrated for numerical data.

Keywords :

VIRTUAL FIELDS METHOD ; DIGITAL IMAGE CORRELATION ; JOHNSON-COOK ; VISCOPLASTICITY ; DAMAGE