



**HAL**  
open science

# Modélisation du rayonnement thermique dans un coeur de réacteur nucléaire dégradé en présence de vapeur et de gouttes d'eau.

Miloud Chahlaoui

► **To cite this version:**

Miloud Chahlaoui. Modélisation du rayonnement thermique dans un coeur de réacteur nucléaire dégradé en présence de vapeur et de gouttes d'eau.. Autre. Ecole Centrale Paris, 2011. Français. NNT : 2011ECAP0005 . tel-00649477

**HAL Id: tel-00649477**

**<https://theses.hal.science/tel-00649477>**

Submitted on 19 Dec 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

présentée par

**Miloud CHAHLAFI**

pour l'obtention du

GRADE de DOCTEUR de l'École Centrale Paris

Formation doctorale : **Énergétique**

Laboratoire d'accueil : **Laboratoire d'Étude et de Simulation  
des Accidents Majeurs (LESAM) de l'IRSN**

Laboratoire de rattachement : **Laboratoire d'Énergétique Moléculaire et  
Macroscopique, Combustion (EM2C) du CNRS  
(UPR 288) et de l'ECP**

**Modélisation du rayonnement thermique dans un cœur  
de réacteur nucléaire dégradé en présence de vapeur et  
de gouttes d'eau.**

Thèse soutenue le 19 Janvier 2011

devant un jury composé de:

M. R. CARMINATI	Prof.	ESPCI, ParisTech (Rapporteur)
M. F. FICHOT	IR. , HDR	IRSN-DPAM
M. G. FLAMANT	DR CNRS	PROMES, Odeillo
M. P. GANDRILLE	Ing.	AREVA-NP (Invité)
M. J. TAINÉ	Prof.	EM2C; ECP (Directeur de thèse)
M. G. VIGNOLES	Prof.	LCTS; Université Bordeaux 1 (Rapporteur)



*À mes parents,  
À mes frères et sœurs,*



# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier chaleureusement mon directeur de thèse Jean Taine. Avoir été son élève est un honneur. Son sens physique, la richesse de ses intuitions et sa grande disponibilité ont rendu ces années extrêmement enrichissantes. S'il est sans doute bien évident à qui la lit que cette thèse lui doit beaucoup, je suis loin d'avoir encore tiré parti de tout le sens physique qu'il m'a transmis.

Je remercie Messieurs Rémi Carminati et Gérard Vignoles d'avoir accepté de relire cette thèse. C'est en outre un grand honneur pour moi que Monsieur Gilles Flamant ait accepté de présider ce jury. Je remercie infiniment mes encadrants de thèse, et désormais amis, Florian Fichot (IRSN) et Fabien Bellet (EM2C). Merci Florian pour les conseils précieux que tu m'as donné durant ces trois années et pour la confiance que tu m'as témoigné. Merci Fabien pour ta rigueur scientifique, ton aide pour la parallélisation des codes et toutes nos discussions physiques voire métaphysiques enrichissantes.

Il est impossible de mentionner ici de manière exhaustive toutes les personnes avec qui j'ai eu la chance d'échanger durant ces trois années de thèse. Je remercie néanmoins Joëlle Fleurot pour m'avoir accueilli au LESAM. Je remercie aussi Laurent Foucher d'avoir été présent lorsque j'en avais besoin. J'ai une grande pensée pour mes ex-collègues du bâtiment 700, et en particulier pour mes amis Nourdine Chikhi, Marie Ducros, Franck Lelong, Frédéric Sanchez, Anthony Stern et Sebastien Venga avec qui j'ai partagé de nombreux merveilleux moments. Au début de ma thèse, j'ai rencontré un collègue indien exceptionnel, qui est devenu mon colocataire durant quatre mois et qui est aujourd'hui un grand ami qui me manque beaucoup : Brindaban Ghosh. Aujourd'hui rentré à Bombay, je pense fortement à lui et à sa petite famille.

Je voudrais accorder une place particulière à mes professeurs de classes préparatoires du lycée Châtelet de Douai qui m'ont fait tant aimé la physique et les mathématiques. C'est sans doute grâce à Monsieur Antoine Donnaint que je me suis engagé sur cette voie après le baccalauréat et je lui en suis infiniment reconnaissant. Je remercie chaleureusement ma conseillère d'éducation Melle Renard de mes regrettées années du collège et lycée Châtelet. Elle a toujours su m'encadrer avec pédagogie et me remettre sur les rails lorsque je m'en écartais si souvent.

Je veux maintenant remercier tous les amis avec qui j'ai partagé de merveilleux moments, en particulier durant mes études d'élève-ingénieur à Centrale Paris. Merci à mes amis proches d'avoir fait de ces années des moments si mémorables. Je pense entre autres à Rémy Beharaing, Sinan Al Awabdh, Olivier Teboul, Walid Abdelmaksoud, Saïd Akrid, Abdelkader Bennaceur, Amandine Dubois, Anas Elkaddouri, Halim Gouas et Alba Jimenez. J'ai une tendre pensée pour Nassima et

sa petite famille qui m'ont accompagné durant ces trois années, en particulier un grand merci à sa maman de m'avoir considéré comme son propre fils.

Enfin, ceux sans qui aujourd'hui je n'en serais pas là et à qui je dois tout. Du fond du cœur, je remercie mes parents et mes cinq frères et sœurs Taoufik (devenu papa de ma petite nièce adorée Inès), Malika, Najate, Fatima et Mourad. Encore une fois, merci Papa et Oumi de m'avoir transmis vos valeurs et c'est à vous que je dédie cette thèse.

*Cette thèse a été co-financée par l'IRSN et Areva-NP. Elle a été effectuée dans les locaux de l'IRSN, sur le site de Cadarache dans les Bouches du Rhône.*

*Thèse récompensée par le prix de la fondation EADS de la meilleure thèse de l'année 2011 en sciences pour l'ingénieur.*

# RÉSUMÉ

L'objectif de cette thèse est de proposer une modélisation du rayonnement thermique dans un réacteur nucléaire au cours d'un accident grave conduisant à la dégradation des crayons combustibles. Un réacteur étant refroidi par de l'eau, le rayonnement se fait en présence de vapeur et de gouttes d'eau. Le modèle de rayonnement est construit à partir d'expériences de dégradation de crayons fissiles, réalisées sur le réacteur expérimental PHEBUS. Les configurations géométriques accidentelles de grappes de 21 crayons dégradés ont pu être caractérisées en trois dimensions à partir d'images issues de tomographies  $\gamma$ .

Les propriétés radiatives homogénéisées de ces configurations ont été complètement caractérisées à partir de la fonction de distribution cumulée d'extinction  $G_{ext}$  et de la fonction de phase de diffusion  $p$ . Ces fonctions ont été précisément calculées par une méthode de Monte Carlo.  $G_{ext}$ , qui n'est pas de type exponentiel, ne suit pas la loi de Beer.  $p$  dépend fortement des angles d'incidence et de diffusion. A partir de l'équation de transfert radiatif généralisée à des milieux non Beeriens, introduite par Taine *et al.*, un tenseur des conductivités radiatives a été déterminé par une méthode de perturbations, en supposant dans une première étape la phase fluide transparente. Les conductivités radiatives axiales et radiales ont été exprimées avec précision en fonction de la porosité, de la surface spécifique et de l'absorptivité locale du milieu poreux. Dans une deuxième étape, une équation de transfert radiatif à trois températures a été établie. Dans ce modèle, les effets de la phase fluide sur le rayonnement ont été couplés aux effets des parois. Les propriétés radiatives de la vapeur et des gouttes d'eau sont calculées en utilisant respectivement le modèle CK et la théorie de Mie, dans les conditions thermohydrauliques typiques des accidents de réacteur. Les flux radiatifs s'expriment en fonction de flux conductifs couplés caractérisés par des conductivités radiatives associées aux champs de températures de chaque phase. Les puissances volumiques échangées par rayonnement entre les phases sont aussi calculées à partir de ce modèle.

**Mots clés :** Tenseur des conductivités radiatives, milieu poreux anisotrope, milieu poreux non Beerien, milieu poreux à trois températures, méthode d'homogénéisation en milieu poreux, fonction de phase de diffusion générale, méthode de Monte Carlo.



# ABSTRACT

This work aims at modelling thermal radiation in a nuclear reactor, in the course of a severe accident leading to its degradation. Because the reactor coolant is water, radiative heat transfer occurs in presence of steam and water droplets. The 3D geometry of a fuel bundle with 21 damaged rods has been characterized from  $\gamma$ -tomography images. The degradation of the rods has been simulated in the experimental small-scale facility PHEBUS.

The homogenized radiative properties of the considered configurations with a transparent fluid phase have been completely characterized by both the extinction cumulated distribution function  $G_{ext}$  and the scattering phase functions  $p$ .  $G_{ext}$  strongly differs from the exponential function associated with the Beer law and  $p$  strongly depends on both the incidence and the scattering directions. By using the radiative transfer equation generalized for non Beerian porous media by *Taine et al.* the radiative conductivity tensor has been first determined with a transparent fluid phase, by a numerical perturbation method. Only the diagonal radial and axial components of this tensor are not equal to zero. They have been fitted by a simple law only depending on the porosity, the specific area and the wall absorptivity. In a second step, a radiative transfer equation based on three temperatures is established. This model takes into account a semi transparent fluid phase by coupling the radiative properties of fluid and solid phases. The radiative properties of water steam and droplets are calculated respectively with the CK approach and Mie theory, in typical thermal hydraulics conditions of reactor accidents. The radiative fluxes verify the Fourier law and are characterized by radiative coupled conductivity tensors associated with the temperatures of each phase. The radiative powers exchanged between phases per unit volume are also calculated from this model.

**Keywords :** Radiative conductivity tensor, anisotropic porous medium, non Beerian porous medium, three temperature porous medium, upscaling in porous medium, general scattering phase function, Monte Carlo method.

# Table des matières

Nomenclature	v
<b>INTRODUCTION GÉNÉRALE</b>	<b>1</b>
<b>I CARACTÉRISATION DES PROPRIÉTÉS RADIATIVES D’UN MILIEU PO- REUX NON BEERIEN AVEC UNE PHASE FLUIDE TRANSPARENTE</b>	<b>5</b>
Introduction . . . . .	6
I.1 Fonctions statistiques radiatives . . . . .	7
I.1.1 Définitions . . . . .	7
I.1.2 Cas d’un milieu Beerien . . . . .	7
I.1.3 Cas d’un milieu poreux . . . . .	8
I.1.4 Critère de validité de l’approximation de la loi de Beer . . . . .	9
I.2 Équation de transfert radiatif généralisée . . . . .	11
I.2.1 Luminance associée au milieu homogène équivalent . . . . .	11
I.2.2 Propriétés radiatives généralisées à l’équilibre . . . . .	11
I.2.3 Expression de l’ETR généralisée . . . . .	12
I.2.4 Indice optique effectif réel dépendant de la direction . . . . .	13
I.2.5 Cas d’un milieu optiquement épais . . . . .	14
I.3 Application aux essais FPT1 et FPT2 du réacteur nucléaire PHEBUS . . . . .	15
I.3.1 Description du programme expérimental PHEBUS-PF . . . . .	15
I.3.2 Caractérisation géométrique des zones dégradées . . . . .	16
I.3.3 Calcul Monte Carlo des fonctions statistiques . . . . .	18
I.3.4 Résultats relatifs à l’extinction . . . . .	25
I.3.5 Résultats relatifs à la diffusion . . . . .	29
Conclusion . . . . .	31
<b>II TENSEUR DES CONDUCTIVITÉS RADIATIVES EN PRÉSENCE D’UNE PHASE FLUIDE TRANSPARENTE</b>	<b>33</b>
Introduction . . . . .	34
II.1 Résolution de l’ETR effective . . . . .	34
II.1.1 Expression et résolution de l’ETR effective . . . . .	34
II.1.2 Luminance d’ordre 0 . . . . .	36
II.1.3 Luminance d’ordre 1 . . . . .	36
II.1.4 Flux radiatif d’ordre 0 . . . . .	38
II.1.5 Flux radiatif d’ordre 1 : passage aux conductivités radiatives . . . . .	39
II.1.6 Domaine de validité du modèle de conductivités radiatives . . . . .	40
II.2 Application du calcul des conductivités radiatives aux essais PHEBUS-FPT1 et PHEBUS-FPT2 . . . . .	41

II.2.1	Introduction . . . . .	41
II.2.2	Conductivités radiatives adimensionnées paramétrées en $\alpha_\nu$ . . . . .	42
II.2.3	Résultats relatifs à l'oxyde de Zirconium $ZrO_2$ . . . . .	43
II.2.4	Résultats relatifs à l'oxyde d'Uranium $UO_2$ . . . . .	46
	Conclusion . . . . .	48
<b>III PROPRIÉTÉS RADIATIVES DE LA PHASE FLUIDE CONSTITUÉE DE VAPEUR ET DE GOUTTES D'EAU</b>		<b>51</b>
	Introduction . . . . .	52
III.0.5	Domaine d'intégration spectrale . . . . .	52
III.1	Propriétés radiatives de la vapeur d'eau . . . . .	53
III.1.1	Généralités . . . . .	53
III.1.2	Modèle CK . . . . .	54
III.1.3	Méthode d'obtention des paramètres CK . . . . .	55
III.1.4	Validation de la détermination des paramètres CK . . . . .	57
III.1.5	Conclusion sur l'effet de la vapeur d'eau . . . . .	60
III.2	Propriétés radiatives des gouttes d'eau par la théorie de Mie . . . . .	60
III.2.1	Théorie de Mie . . . . .	60
III.2.2	Résultats sur les coefficients $\kappa_\nu^d$ , $\sigma_\nu^d$ et $\beta_\nu^d$ . . . . .	64
III.2.3	Fonction de phase de Mie . . . . .	66
III.2.4	Conclusion sur l'effet des gouttes . . . . .	67
III.3	Comparaison des propriétés radiatives des différentes phases . . . . .	69
	Conclusion . . . . .	69
<b>IV GÉNÉRALISATION DE L'ETR EN PRÉSENCE D'UN GAZ ET DE PARTICULES SEMI-TRANSPARENTES</b>		<b>71</b>
	Introduction . . . . .	72
IV.1	Caractéristiques du milieu étudié . . . . .	72
IV.1.1	Milieu poreux . . . . .	72
IV.1.2	Vapeur d'eau . . . . .	73
IV.1.3	Gouttes d'eau . . . . .	73
IV.2	Équation de transfert radiatif généralisée à trois températures . . . . .	73
IV.2.1	Définition des milieux . . . . .	73
IV.2.2	Expression des flux élémentaires . . . . .	75
IV.2.3	Expression de l'ETR . . . . .	76
IV.2.4	Analyse des équations . . . . .	78
IV.2.5	Résolution par perturbation de l'ETR à trois températures . . . . .	78
IV.2.6	Puissances radiatives échangées à l'ordre 0 . . . . .	80
IV.2.7	Flux et puissance à l'ordre 1 . . . . .	81
IV.2.8	Application à trois types de milieux poreux . . . . .	83
IV.3	Résultats relatifs aux conductivités radiatives . . . . .	84
IV.3.1	Introduction . . . . .	84
IV.3.2	Conductivités associées au champ de température $T_w$ . . . . .	84
IV.3.3	Conductivités associées au champ de température $T_v$ . . . . .	90
IV.4	Résultats relatifs aux puissances radiatives . . . . .	95
IV.4.1	Conclusion . . . . .	98
IV.5	Comparaison avec la convection . . . . .	98
<b>CONCLUSION GÉNÉRALE</b>		<b>101</b>

<b>ANNEXES</b>	<b>103</b>
<b>A ALGORITHME DU CUBE MOBILE</b>	<b>103</b>
A.1 Introduction . . . . .	103
A.2 Méthode du cube mobile . . . . .	103
A.2.1 Principe . . . . .	103
A.2.2 Validation de l'algorithme . . . . .	105
A.2.3 Application à la technique de Monte Carlo . . . . .	105
<b>B IMAGES DES GÉOMÉTRIES DÉGRADÉES DE PHEBUS-FPT2</b>	<b>107</b>
<b>C EXPLOITATION DES SYMÉTRIES POUR LE CALCUL DES CONDUCTIVITÉS RADIATIVES</b>	<b>111</b>
C.1 Symétries du système intact . . . . .	111
C.1.1 Description . . . . .	111
C.1.2 Symétries des propriétés radiatives . . . . .	112
C.1.3 Propagation des symétries par l'opérateur $L_\nu$ . . . . .	112
C.2 Flux d'ordre 0 . . . . .	112
C.2.1 Composantes $x$ et $y$ . . . . .	113
C.2.2 Composante $z$ . . . . .	113
C.3 Flux d'ordre 1 . . . . .	113
C.3.1 Expression des conductivités . . . . .	114
C.3.2 Tenseur diagonal . . . . .	114
<b>D ALGORITHME ITÉRATIF DE CALCUL DES CONDUCTIVITÉS RADIATIVES</b>	<b>115</b>
D.1 Introduction . . . . .	115
D.2 Troncature des séries . . . . .	115
D.3 Temps de calcul . . . . .	116
D.3.1 Paramètres thermohydrauliques . . . . .	116
D.3.2 Phase fluide transparente . . . . .	117
D.3.3 Vapeur d'eau seule . . . . .	117
D.3.4 Gouttes d'eau seules . . . . .	117
D.3.5 Vapeur d'eau et gouttes d'eau . . . . .	117
<b>Liste des figures</b>	<b>119</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>121</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>123</b>



# Nomenclature

## *Lettres romaines*

$A$	: Surface spécifique rapportée au volume total ( $m^{-1}$ )
$A_F$	: Surface spécifique rapportée au volume de la phase fluide ( $m^{-1}$ )
$A_S$	: Surface spécifique calculée en 2D ( $m^{-1}$ )
$\hat{a}_n, \hat{b}_n$	: Coefficients complexes des séries de la théorie de Mie
$B_\nu$	: Coefficient d'extinction généralisé à l'équilibre d'un milieu non beerien ( $m^{-1}$ )
$G_{ext}$	: Fonction de distribution cumulée d'extinction d'un milieu non beerien
$g_{ext}$	: Fonction de distribution cumulée d'extinction d'un milieu beerien
$g$	: Paramètre d'asymétrie de la diffusion
$H_n$	: Fonctions de Hankel
$I$	: Point d'impact d'un rayon avec l'interface fluide-solide
$I_\nu$	: Luminance monochromatique dans le milieu réel ( $W/m^3/st$ )
$I_\nu^v$	: Luminance monochromatique dans le vide ( $W/m^3/st$ )
$I_\nu^\circ$	: Luminance monochromatique à l'équilibre (Fonction de Planck) ( $W/m^3/st$ )
$J_n$	: Fonctions de Bessel
$K_\nu$	: Coefficient d'absorption généralisé à l'équilibre d'un milieu non beerien ( $m^{-1}$ )
$M$	: Point de la phase fluide de lancer d'un rayon
$N_g$	: Nombre de groupes de tirs dans le calcul Monte Carlo
$N_F$	: Nombre de rayons tirés à partir de la phase fluide
$N_{TOT}$	: Nombre total de rayons tirés
$N_{max}$	: Nombre de termes dans les séries de la théorie de Mie
$N_{pF}$	: Nombre de pixels de la phase fluide
$N_{pT}$	: Nombre total de pixels
$\mathbf{n}$	: Normale locale au point d'impact $I$
$n_0$	: Indice de la phase fluide environnante (vide ou vapeur d'eau)
$n_w$	: Indice optique effectif réel de la phase solide
$\hat{n}_{d,\nu}$	: Indice optique complexe de l'eau liquide
$\mathcal{P}$	: Périmètre mouillé ( $m$ )
$P_a$	: Probabilité cumulée d'absorption d'un milieu non beerien
$p_a$	: Probabilité cumulée d'absorption d'un milieu beerien
$P_{sc}$	: Probabilité cumulée de diffusion d'un milieu non beerien

$p_{sc}$	: Probabilité cumulée de diffusion d'un milieu beerien
$P_v$	: Pression de la vapeur d'eau ( <i>atm</i> )
$p$	: Fonction de phase
$R^d$	: Rayon des gouttes d'eau ( <i>m</i> )
$\mathbf{q}$	: Flux radiatif ( $W/m^2$ )
$Q_{a,\nu}$	: Efficacité d'absorption
$Q_{ext,\nu}$	: Efficacité d'extinction
$Q_{sc,\nu}$	: Efficacité de diffusion
$s$	: Abscisse curviligne
$S$	: Surface de l'interface fluide-solide ( $m^2$ )
$S_F$	: Surface de l'ensemble des pixels fluide d'une image ( $m^2$ )
$S_T$	: Surface de l'ensemble des pixels d'une image ( $m^2$ )
$S_\nu$	: Terme source de rayonnement
$S_\nu^{sc}$	: Terme source de rayonnement provenant de la diffusion
$T_w$	: Température de la phase solide ( <i>K</i> )
$T_v$	: Température de la vapeur d'eau ( <i>K</i> )
$T_{sat}$	: Température de saturation de l'eau liquide ( <i>K</i> )
$\mathbf{u}$	: Direction de propagation du rayon incident
$\mathbf{u}'$	: Direction de propagation du rayon diffusé
$V_F$	: Volume de la phase fluide contenue dans le VER ( $m^3$ )
$V_T$	: Volume total du VER ( $m^3$ )
$x_\nu$	: Paramètre de taille

*Tenseurs des conductivités radiatives ( $W/m/K$ )*

$k_{ij}$	: Phase fluide transparente
$k_{ijw}^v$	: Associée à $T_w$ (parois et vapeur d'eau)
$k_{ijv}^v$	: Associée à $T_v$ (parois et vapeur d'eau)
$k_{ijv}^d$	: Associée à $T_w$ (parois et gouttes d'eau)
$k_{ijw}^{v/d}$	: Associée à $T_w$ (parois, vapeur d'eau et gouttes d'eau)
$k_{ijv}^{v/d}$	: Associée à $T_v$ (parois, vapeur d'eau et gouttes d'eau)

*Puissances volumiques échangées par rayonnement ( $W/m^3$ )*

$P_w$	: Entre la phase solide et le reste
$P_v$	: Entre la vapeur d'eau et le reste
$P_d$	: Entre les gouttes d'eau et le reste

*Lettres grecques*

$\alpha$	: Absorptivité surfacique
$\beta_\nu$	: Coefficient d'extinction volumique d'un milieu beerien ( $m^{-1}$ )
$\beta_\nu^d$	: Coefficient d'extinction volumique des gouttes d'eau ( $m^{-1}$ )
$\delta$	: Taille du VER ( $m$ )
$\phi$	: angle azimutal ( $^\circ$ )
$\kappa_\nu$	: Coefficient d'absorption volumique d'un milieu beerien ( $m^{-1}$ )
$\kappa_\nu^d$	: Coefficient d'absorption volumique des gouttes d'eau ( $m^{-1}$ )
$\lambda$	: Longueur d'onde ( $m$ )
$\mu$	: Cosinus de l'angle de diffusion
$\nu$	: Nombre d'onde ( $m^{-1}$ )
$\Pi$	: Porosité calculée en 3D
$\Pi_S$	: Porosité calculée en 2D
$\Psi_n, \zeta_n$	: Fonctions de Ricatti-Bessel
$\rho_\nu''$	: Réflectivité bidirectionnelle monochromatique
$\sigma_{G_{ext}}$	: Écart type absolu de Monte Carlo sur $G_{ext}$
$\sigma_p$	: Écart type absolu de Monte Carlo sur $p$
$\sigma_p^r$	: Écart type relatif de Monte Carlo sur $p$
$\sigma_\nu$	: Coefficient de diffusion volumique d'un milieu beerien ( $m^{-1}$ )
$\sigma_\nu^d$	: Coefficient de diffusion volumique des gouttes d'eau ( $m^{-1}$ )
$\Sigma_\nu$	: Coefficient de diffusion généralisé à l'équilibre d'un milieu non beerien ( $m^{-1}$ )
$\theta$	: Angle par rapport à l'axe vertical ( $^\circ$ )
$\Theta$	: Angle de diffusion ( $^\circ$ )
$\tau_\nu$	: Transmittivité monochromatique
$\omega_\nu$	: Albedo
$d\Omega$	: Angle solide élémentaire ( $st$ )

*Indices et exposants*

$a$	: Absorption
$d$	: Gouttes d'eau ( <i>droplets</i> en anglais)
$ext$	: Extinction
$F$	: Phase fluide
$i, j$	: Axes $x, y$ ou $z$
$k$	: Opérateur appliqué $k$ fois
$min$	: Minimal
$max$	: Maximal



$\nu$	: Monochromatique
$OT$	: Optiquement mince ( <i>optically thin</i> en anglais)
$r$	: Radial
$ref$	: Référence
$s$	: Surfacique
$sc$	: Diffusion
$t$	: Seuil ( <i>threshold</i> en anglais)
$v$	: Vapeur d'eau
$w$	: Phase solide ( <i>wall</i> en anglais)
$x, y$	: Axes du plan définis par l'arrangement intact des cylindres
$z$	: Axe vertical $y$ défini par l'arrangement intact des cylindres
(0)	: À l'ordre 0
(1)	: À l'ordre 1
+	: Sans dimension
$\hat{=}$	: Par définition

### Sigles

DPAM	: Direction de la Prévention des Accidents Majeurs
ECP	: École Centrale Paris
EM2C	: Laboratoire d'Énergétique, Macroscopique et Moléculaire, Combustion
ETL	: Équilibre Thermodynamique Local
ETR	: Équation de Transfert Radiatif
FPT 1-2	: <i>Fission Product Test 1-2</i>
GRTE	: <i>Generalized Radiative Transfer Equation</i>
IRSN	: Institut de Radioprotection et Sûreté Nucléaire
LESAM	: Laboratoire d'Étude et de Simulation des Accidents Majeurs (IRSN)
REP	: Réacteur à Eau Pressurisée
RDFI	: <i>Radiative Distribution Function Identification</i>
VER	: Volume Élémentaire Représentatif

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'objectif de cette thèse est de proposer une modélisation du rayonnement thermique dans un réacteur nucléaire au cours d'un accident grave conduisant à la dégradation des crayons de combustible. Cette configuration géométrique constitue un milieu poreux complexe où la température peut dépasser  $2000\text{ K}$ . Dans ces conditions, le rayonnement thermique constitue un mode de transfert déterminant au sein du milieu et il est indispensable de le modéliser dans le but d'estimer les températures et ainsi simuler l'ensemble des phénomènes physiques mis en jeu qui dépendent tous de la température.

## Évolution de la géométrie du cœur

Dans le cas hypothétique d'un accident de réacteur nucléaire à eau pressurisé (REP), initié par exemple par une brèche dans le circuit primaire de refroidissement, le cœur du réacteur n'est plus suffisamment refroidi, ce qui engendre une élévation de la température du système. Le réchauffement du milieu provoque la dégradation des phases solides présentes, voire même leur fusion. En effet, les premières matières fondues apparaissent à des températures d'environ  $1700\text{ K}$  et la fusion des crayons peut avoir lieu dès  $2500\text{ K}$ .

Dans un cœur de réacteur nucléaire en cours de dégradation, les transferts radiatifs ont lieu au sein de la phase fluide semi-transparente constituée de vapeur et, éventuellement, de gouttes d'eau. Les matières solides et les matériaux fondus sont opaques au rayonnement. Une spécificité des séquences accidentelles de réacteur est que la géométrie évolue de manière continue à cause des ruptures mécaniques et des fusions et relocalisations de matériaux fondus. Au début de la séquence, la matrice solide est constituée de crayons régulièrement espacés, de grilles d'espacement et d'autres structures. Tous ces éléments sont déformés et endommagés du fait des contraintes thermiques et de la pression interne qui provoquent le gonflement et la rupture des matériaux. De plus, les réactions de dissolution conduisent à la formation d'eutectiques et à l'érosion des crayons. L'ensemble de ces mécanismes sont à l'origine de la fragilisation et de l'amincissement des crayons, qui perdent leur intégrité mécanique jusqu'à, éventuellement, s'effondrer. Les fragments issus de cet effondrement sont de diverses tailles et constituent un milieu hétérogène. Ils se regroupent sur les grilles ou les plaques situées dans le réacteur et forment un lit de débris.

La figure 1 donne une idée qualitative du processus de dégradation lorsque le réacteur monte en température. La taille des petits fragments est de l'ordre de quelques millimètres pour toutes les étapes du processus de dégradation. Comme cette taille est très supérieure aux longueurs d'ondes des rayonnements thermiques, les lois de l'optique géométrique sont applicables pour caractériser les propriétés radiatives du milieu poreux. La phase fluide, initialement constituée de l'eau liquide du circuit primaire, est devenue un milieu diphasique. La phase gazeuse de ce milieu contient essentiellement de la vapeur d'eau et aussi du dihydrogène. Le dihydrogène provient de la réduction de la molécule d'eau par le Zirconium qui constitue les gaines ou par l'acier des plaques et autres

structures. La phase fluide peut aussi contenir des gouttes d'eau, en particulier en cas de réinjection d'eau dans le cœur qui provoque une évaporation très intense et un entraînement de gouttes dans toute la partie aval du front de trempe.

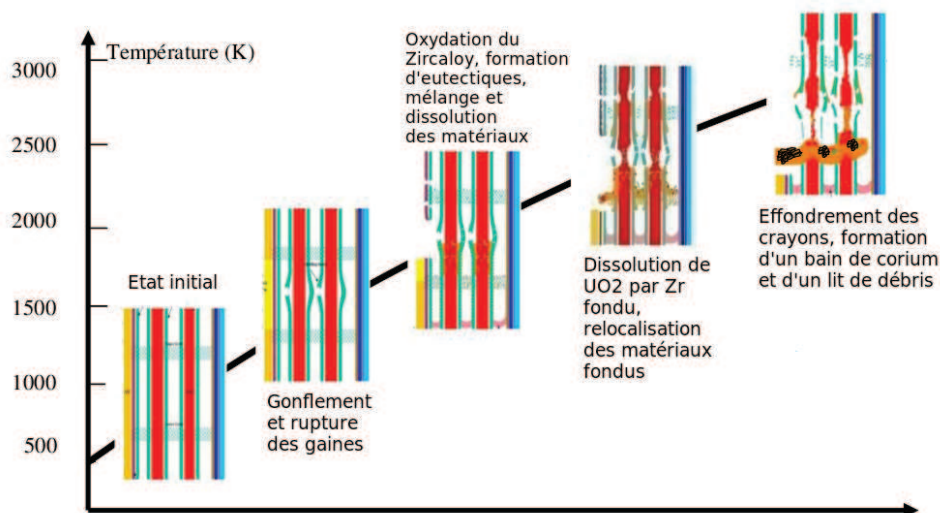


FIGURE 1 – Représentation schématique de la dégradation d'un cœur de réacteur nucléaire.

Le processus de dégradation modifie la morphologie locale du cœur d'un réacteur nucléaire en le faisant évoluer d'un milieu initialement régulier et anisotrope à un milieu irrégulier et statistiquement moins anisotrope. Dans cette géométrie dégradée, la porosité peut varier de 0, dans les zones où les matières fondues se sont accumulées, à 1, dans les cavités créées après l'effondrement des crayons de combustible. Dans les régions de faible ou moyenne porosité, les distances d'extinction du rayonnement sont petites devant la taille du système. Le milieu est alors optiquement épais sur une échelle très petite devant cette taille, excepté dans le cas des grandes cavités. Dans les codes de simulation des accidents graves de réacteur [21], une attention particulière est portée à la modélisation des transferts thermiques dans ce milieu complexe. En effet, tous les phénomènes physiques et chimiques (oxydation, mélange de matériaux, relocalisation de matériaux, relâchements de produits de fission, etc...) dépendent de l'estimation précise du champ de température. Pour des raisons pratiques, tous les codes de simulation des accidents requièrent des modèles de rayonnement nécessitant un faible coût en temps de calcul. Cette modélisation doit donc être effectuée en prenant en compte cette contrainte. Plusieurs approches existent dans la bibliographie mais, beaucoup de modèles imposent des temps de calcul qui empêchent leur utilisation dans les codes de simulation des accidents. Parmi elles, on peut citer les méthodes à ordonnées discrètes, les méthodes des harmoniques sphériques, les méthodes à deux flux, les méthodes de Monte Carlo appliquées au transfert, etc ... L'absence de modèles facilement utilisables est une des raisons ayant motivé cette thèse.

## Modélisation du rayonnement thermique dans les milieux poreux

La modélisation du rayonnement dans les milieux poreux, constitués d'une phase solide et d'une phase fluide, nécessite une méthode d'homogénéisation du fait de la complexité des configurations géométriques étudiées. Les méthodes d'homogénéisation consistent à déterminer des propriétés

radiatives effectives d'une ou plusieurs phases du milieu poreux. Ces propriétés sont alors utilisées dans une équation de transfert de rayonnement. Les propriétés radiatives effectives du milieu poreux peuvent être déterminées expérimentalement ou par des simulations numériques des phénomènes fondamentaux.

La méthode la plus utilisée pour caractériser ces propriétés radiatives est une technique d'identification de paramètres. Cette technique compare des données expérimentales, typiquement des mesures de flux réfléchis ou transmis, et leurs expressions calculées à partir d'un modèle de transfert radiatif [6, 28, 29, 30, 35, 50]. Une bibliographie plus détaillée est donnée dans la référence [5] pour l'étude de céramiques réticulées. Cette méthode d'identification est valable tant que la loi de Beer est vérifiée dans le milieu poreux. De plus, comme l'identification permet d'estimer plusieurs paramètres à la fois, la méthode conduit toujours à une solution plus ou moins physique du problème. De plus, aucune justification physique ne permet de valider les solutions obtenues.

Coquart et Baillis [15, 16] ont simulé par une technique Monte Carlo le transfert radiatif dans des milieux poreux absorbants et diffusants constitués de sphères et de cylindres orientés dans toutes les directions de l'espace. Ces auteurs définissent un critère de validité de l'hypothèse de diffusion indépendante qui ne considère que les effets d'écrans entre les particules.

Consalvi *et al.* [14] ont généralisé la technique de prise de moyenne volumique, développée par Whitaker [59] et Quintard [42] pour l'étude des transferts massiques et des autres modes de transferts thermiques (conduction et convection). Cette méthode a ensuite été développée par Lipinski *et al.* [33]. Cette technique purement mathématique est appliquée à l'ETR et aux conditions limites aux interfaces solide-fluide à l'échelle locale du milieu poreux. Dans cette approche, la modélisation du rayonnement est dégradée, par les prises de moyenne volumique et directionnelle, à l'échelle d'homogénéisation du système matériel. Les échelles caractéristiques du rayonnement, qui peuvent être plus petites que l'échelle arbitraire d'homogénéisation, et les corrélations spectrales dans une phase gazeuse ne peuvent alors pas être prises en compte.

Une nouvelle approche statistique, appelée méthode RDFI (*Radiative Distribution Function Identification*), est développée depuis 2004. Le but de cette méthode est de caractériser directement les propriétés radiatives équivalentes d'un milieu poreux à la condition que la morphologie du milieu poreux soit connue avec une résolution spatiale précise  $d$ , et que les propriétés radiatives locales du milieu le soient à une échelle plus petite que  $d$ . Cette méthode a été initiée par Tancrez et Taine [56] et a été appliquée à des milieux poreux homogènes statistiquement isotropes. Un intérêt majeur de la méthode RDFI est de définir un critère quantitatif de validité de la loi de Beer. Ce critère n'est pas vérifié par exemple pour les milieux poreux étudiés par Tancrez et Taine [56] lorsque la porosité est inférieure à 0,6. Zeghondy *et al.* [60, 61] ont généralisé la méthode RDFI à un milieu poreux réel statistiquement anisotrope : une mousse de mullite de porosité 0,85. La méthode du cube mobile issue des travaux de Delesse *et al.* [18] a permis de reconstruire les interfaces de la géométrie étudiée à partir d'images tridimensionnelles binaires. Dans ces conditions, la phase homogénéisée est complètement caractérisée par des fonctions statistiques radiatives. Pour les longueurs d'onde étudiées, la phase solide de la mousse est semi-transparente à l'échelle locale. Dans ce cas, les auteurs ont calculé les coefficients anisotropes d'extinction, d'absorption et de diffusion avec une grande précision. La fonction de phase a aussi été directement déterminée avec la méthode RDFI. Petrasch *et al.* [41], Haussener *et al.* [26, 27] ont appliqué la même méthode pour déterminer les propriétés radiatives, en supposant les milieux Beeriens, de céramiques réticulées de forte porosité et de membranes perméables utilisées dans les absorbants solaires et dans les réactifs thermo-chimiques solaires. Enfin, Bellet *et al.* [7] ont caractérisé, avec la méthode RDFI, des arrangements de cylindres intacts, en configuration carrée et triangulaire, qui constituent des géométries fortement anisotropes. Ces auteurs ont montré que la loi de Beer n'est pas vérifiée dans ces milieux et ont déterminé un tenseur de conductivité radiative effective dans la section

perpendiculaire aux cylindres. La conductivité radiative est calculée à partir d'une méthode de perturbations appliquée à l'équation de transfert radiatif. Gusarov [24] a développé une méthode analogue pour résoudre l'ETR.

La caractérisation statistique complète des propriétés radiatives d'un milieu poreux non Beerien est détaillée dans le chapitre I. Elle est fondée sur des fonctions de distribution statistiques relatives à l'extinction, l'absorption et la diffusion d'une phase homogénéisée. La fonction de phase générale est aussi directement obtenue sans faire d'hypothèse. Une équation de transfert généralisée est directement établie à partir de ces fonctions statistiques radiatives [52]. Dans ce chapitre, la méthode est finalement appliquée à une maquette dégradée de réacteur nucléaire.

Le chapitre II est consacré à la résolution de l'équation de transfert radiatif précédente lorsque la phase fluide est supposée transparente et dans l'hypothèse d'un milieu localement optiquement épais. La méthode de perturbation utilisée, similaire à celle de Chapman-Enskog [13] pour l'équation de Boltzmann, permet de calculer le tenseur des conductivités radiatives des géométries dégradées étudiées.

Les chapitres III et IV sont consacrés à la prise en compte des effets de la phase fluide sur le rayonnement. Dans le chapitre III, les propriétés radiatives de la vapeur et des gouttes d'eau sont déterminées dans les conditions thermohydrauliques typiques des accidents. Une équation de transfert radiatif à trois températures est introduite dans le chapitre IV. Dans ce modèle, les effets de la phase fluide sur le rayonnement ont été couplés aux effets des parois. Les flux radiatifs s'expriment sous la forme de flux conductifs couplés caractérisés par des conductivités radiatives associées aux champs de température de chaque phase (phase virtuelle de parois, vapeur d'eau et gouttes). Les puissances volumiques échangées par rayonnement entre les phases sont aussi calculées avec ce modèle.

# Chapitre I

## CARACTÉRISATION DES PROPRIÉTÉS RADIATIVES D'UN MILIEU POREUX NON BEERIEN AVEC UNE PHASE FLUIDE TRANSPARENTE

### Table des matières

---

<b>Introduction</b> . . . . .	<b>6</b>
<b>I.1 Fonctions statistiques radiatives</b> . . . . .	<b>7</b>
I.1.1 Définitions . . . . .	7
I.1.2 Cas d'un milieu Beerien . . . . .	7
I.1.3 Cas d'un milieu poreux . . . . .	8
I.1.4 Critère de validité de l'approximation de la loi de Beer . . . . .	9
<b>I.2 Équation de transfert radiatif généralisée</b> . . . . .	<b>11</b>
I.2.1 Luminance associée au milieu homogène équivalent . . . . .	11
I.2.2 Propriétés radiatives généralisées à l'équilibre . . . . .	11
I.2.3 Expression de l'ETR généralisée . . . . .	12
I.2.4 Indice optique effectif réel dépendant de la direction . . . . .	13
I.2.5 Cas d'un milieu optiquement épais . . . . .	14
<b>I.3 Application aux essais FPT1 et FPT2 du réacteur nucléaire PHEBUS</b> <b>15</b>	<b>15</b>
I.3.1 Description du programme expérimental PHEBUS-PF . . . . .	15
I.3.2 Caractérisation géométrique des zones dégradées . . . . .	16
I.3.3 Calcul Monte Carlo des fonctions statistiques . . . . .	18
I.3.4 Résultats relatifs à l'extinction . . . . .	25
I.3.5 Résultats relatifs à la diffusion . . . . .	29
<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>31</b>

---

## Introduction

Le cœur d'un réacteur nucléaire dégradé constitue une géométrie très complexe et variable. L'étude du rayonnement dans ce milieu ne peut être menée qu'en utilisant une méthode d'homogénéisation. En situation accidentelle, le cœur d'un réacteur nucléaire est constitué d'une phase solide opaque et d'une phase fluide semi-transparente. La phase fluide est constituée entre autres de vapeur d'eau, de gouttelettes d'eau et de dihydrogène. Le dihydrogène est transparent au rayonnement thermique. À l'échelle de plusieurs crayons, le réacteur dégradé peut être étudié comme un milieu poreux.

Dans ce chapitre, nous exposons la méthode de caractérisation des propriétés radiatives d'un milieu poreux lorsque **la phase fluide** est supposée **transparente**. L'effet de la phase fluide sur le rayonnement sera pris en compte dans le modèle développé dans le chapitre IV. La méthode d'homogénéisation est appliquée à un cœur de réacteur nucléaire dégradé au cours d'un accident grave. Le but est d'estimer des propriétés radiatives équivalentes de ce type de géométrie afin d'établir proprement une équation de transfert du rayonnement. Cette équation de transfert sera résolue dans le chapitre II pour estimer les flux radiatifs échangés dans un cœur de réacteur nucléaire en situation accidentelle lorsque la phase fluide est supposée transparente.

Dans la première partie de ce chapitre, nous définissons les fonctions statistiques qui caractérisent complètement les propriétés radiatives d'un milieu. Pour des géométries d'arrangement de cylindres intacts [7] ou d'arrangements de cylindres dégradés [11], il a été démontré que ce type de milieu ne vérifie pas la loi de Beer.

La seconde partie de ce chapitre concerne la généralisation de l'équation de transfert du rayonnement aux milieux non Beeriens. Taine *et al.* [52] ont établi une équation de transfert du rayonnement généralisée aux milieux non Beeriens, en anglais, *the Generalized Radiative Transfer Equation (GRTE)*. Cette équation est uniquement basée sur les fonctions statistiques du rayonnement. À la limite optiquement épaisse, l'équation dégénère en une équation classique du rayonnement caractérisée par des propriétés radiatives généralisées. Ces propriétés radiatives s'expriment analytiquement à partir des fonctions de distribution cumulées d'extinction directionnelles.

Enfin, dans la troisième partie, nous exposons les résultats des fonctions de distribution cumulées d'extinction et de la fonction de phase générale à 4 angles pour une grappe de crayons dégradés. Ces fonctions ont été précisément calculées via une approche stochastique de Monte Carlo. Nous démontrons rigoureusement que ce milieu ne vérifie pas la loi de Beer et qu'il est optiquement épais à l'échelle du volume élémentaire représentatif. Dans ces conditions, nous sommes capables d'estimer les propriétés radiatives généralisées pour le milieu étudié.

## I.1 Fonctions statistiques radiatives

### I.1.1 Définitions

Les propriétés radiatives d'un milieu poreux homogénéisé avec une phase solide *opaque* et une phase fluide transparente sont complètement caractérisées par les 4 fonctions statistiques suivantes [56] qui sont détaillées dans la suite :

1.  $G_{ext}(s' - s, \theta, \phi)$  qui est la fonction de distribution cumulée d'extinction. Cette fonction ne dépend pas de la fréquence du rayonnement  $\nu$ . En fait,  $G_{ext}(s' - s, \theta, \phi)$  est la fonction de distribution cumulée des longueurs de tous les segments  $[MI]$  qui joignent un point quelconque  $M(s)$  de la phase fluide à un point quelconque d'impact  $I(s')$  de l'interface fluide-solide. Les angles  $(\theta, \phi)$  repèrent la direction de propagation du rayon.  $\theta$  est l'angle par rapport à l'axe vertical  $z$  et  $\phi$  est l'angle azimutal.
2.  $P_{a,\nu}(s' - s, \theta, \phi)$  et  $P_{sc,\nu}(s' - s, \theta, \phi)$  qui sont respectivement les probabilités cumulées d'absorption et de diffusion de  $M$  à  $I$ . Pour une loi de réflexion diffuse à l'interface fluide-solide, caractérisée localement par une absorptivité  $\alpha_\nu$ , nous pouvons écrire les relations suivantes :

$$P_{a,\nu}(s' - s, \theta, \phi) = 1 - P_{sc,\nu}(s' - s, \theta, \phi), \quad (\text{I.1})$$

$$= \alpha_\nu G_{ext}(s' - s, \theta, \phi). \quad (\text{I.2})$$

3. La fonction de phase générale à 4 angles  $p(\theta', \phi', \theta, \phi)$  qui ne dépend pas de la fréquence du rayonnement  $\nu$ . Dans le cas général, elle dépend de la direction du rayon incident repérée par les angles  $(\theta', \phi')$  et de la direction du rayon diffusée repérée par les angles  $(\theta, \phi)$ .
4. Un indice optique réel effectif  $n_{w,\nu}(\theta, \phi)$  qui dépend de la direction  $(\theta, \phi)$  tant que  $P_{sc,\nu}(s' - s, \theta, \phi)$  dépend de cette direction.

### I.1.2 Cas d'un milieu Beerien

Dans un milieu Beerien où les propriétés radiatives sont homogènes, la fonction de distribution cumulée d'extinction  $g_{ext,\nu}$ , les probabilités cumulées d'absorption  $p_{a,\nu}$  et de diffusion  $p_{sc,\nu}$  s'expriment analytiquement en fonction du coefficient d'extinction  $\beta_\nu$ , du coefficient d'absorption  $\kappa_\nu$  et du coefficient de diffusion  $\sigma_\nu$  sous la forme de fonctions exponentielles.

En effet, dans un tel milieu, la probabilité qu'un rayon soit éteint entre  $s$  et  $s + ds$  (mais pas entre 0 et  $s$ ) est le produit de deux quantités :

1. la probabilité que le rayon soit transmis de 0 à  $s$ , c'est à dire  $I_\nu(s)/I_\nu(0) = \exp(-\beta_\nu s)$ ,
2. la probabilité que le rayon, incident en  $s$ , soit éteint entre  $s$  et  $s + ds$ , c'est à dire  $\beta_\nu ds$ .

La densité de probabilité associée est donc  $\beta_\nu \exp(-\beta_\nu s)$ . Par intégration, on obtient la fonction



de distribution cumulée d'extinction :

$$g_{ext,\nu}(s) = \int_0^s \beta_\nu \exp(-\beta_\nu s') ds', \quad (\text{I.3})$$

$$= [-\exp(-\beta_\nu s')]_0^s, \quad (\text{I.4})$$

$$= 1 - \exp(-\beta_\nu s). \quad (\text{I.5})$$

On démontre de la même façon que :

$$p_{a,\nu}(s) = \frac{\kappa_\nu}{\beta_\nu} [1 - \exp(-\beta_\nu s)], \quad (\text{I.6})$$

et que :

$$p_{sc,\nu}(s) = \frac{\sigma_\nu}{\beta_\nu} [1 - \exp(-\beta_\nu s)]. \quad (\text{I.7})$$

Les coefficients d'extinction  $\beta_\nu$ , d'absorption  $\kappa_\nu$  et de diffusion  $\sigma_\nu$  vérifient la relation :

$$\beta_\nu = \kappa_\nu + \sigma_\nu. \quad (\text{I.8})$$

### I.1.3 Cas d'un milieu poreux

Dans un milieu poreux constitué d'une phase solide opaque et d'une phase fluide transparente, les phénomènes d'absorption, de diffusion et d'extinction se produisent à l'interface fluide-solide uniquement. Les fonctions de distribution cumulées  $G_{ext}$ ,  $P_{a,\nu}$  et  $P_{sc,\nu}$  et la fonction de phase  $p$  peuvent être directement déterminées par une méthode stochastique de type Monte Carlo. Cette méthode reproduit la propagation de rayons dans des géométries définies à partir d'images obtenues par tomographies  $\gamma$  par exemple. Cette approche a été appliquée à un élément de réacteur nucléaire dégradé par un accident grave. Elle est décrite en détail dans le paragraphe I.3.

Puisque la phase fluide est supposée transparente, la fonction de distribution cumulée d'extinction  $G_{ext}$  est la fonction de distribution des cordes  $MI$ . Les rayons sont émis à partir de points sources  $M(\mathbf{r})$  contenus dans la phase fluide et se propagent dans la direction  $\mathbf{u}$  jusqu'à impacter en un point  $I$  de l'interface fluide-solide. La distance  $MI$  dépend de la position  $\mathbf{r}$  du point  $M$  et de la direction  $\mathbf{u}$  du rayon considéré. On note  $MI = s_0(\mathbf{r}, \mathbf{u})$  et ainsi :

$$G_{ext}(s' - s, \mathbf{u}) = \frac{1}{V_F} \int_0^{s'-s} \int_{V_F} \delta[s'' - s_0(\mathbf{r}, \mathbf{u})] d\mathbf{r} ds''. \quad (\text{I.9})$$

Dans cette expression,  $\delta$  représente la distribution de Dirac.

$G_{ext}(s' - s, \mathbf{u})$  est compris entre 0 et 1. Dans l'équation I.9, l'intégration porte sur la totalité du volume de la phase fluide  $V_F$ .

Les probabilités cumulées d'absorption  $P_{a,\nu}$  et de diffusion  $P_{sc,\nu}$  peuvent être aussi déterminées par une technique Monte Carlo à partir des relations :

$$P_{a,\nu}(s' - s, \theta, \phi) = \frac{1}{V_F} \int_0^{s' - s} \int_{V_F} \alpha_\nu[(\mathbf{u}, \mathbf{n}(\mathbf{r}))] \delta[s'' - s_0(\mathbf{r}, \mathbf{u})] \, \mathbf{dr} \, ds'', \quad (\text{I.10})$$

$$P_{sc,\nu}(s' - s, \theta, \phi) = G_{ext}(s' - s, \theta, \phi) - P_{a,\nu}(s' - s, \theta, \phi). \quad (\text{I.11})$$

où  $\alpha_\nu[(\mathbf{u}, \mathbf{n}(\mathbf{r}))]$  représente l'absorptivité locale de l'interface opaque.  $\alpha_\nu$  dépend de  $\mathbf{r}$  car la normale  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$  au point d'impact dépend de  $\mathbf{r}$ . Pour les applications étudiées, l'interface fluide-solide est constituée d'Uranium (combustible) et de Zirconium (gaine) oxydés. L'interface est rugueuse, une loi de réflexion diffuse à l'interface constitue une bonne approximation. Dans ce cas,  $\alpha_\nu$  ne dépend pas des vecteurs  $(\mathbf{u}, \mathbf{r})$ . Les probabilités cumulées d'absorption et de diffusion sont directement proportionnelles à la fonction de distribution cumulée d'extinction  $G_{ext}$  (équation I.1).

La fonction de phase générale  $p_\nu(\mathbf{u}', \mathbf{u})$  est définie à partir de la réflectivité bidirectionnelle monochromatique  $\rho''_\nu$  [56] :

$$\frac{1}{4\pi} p_\nu(\mathbf{u}', \mathbf{u}) \, d\Omega_r = \frac{1/V_F \int_{V_F/\mathbf{n}, \mathbf{u}' \leq 0} \rho''_\nu(\mathbf{u}', \mathbf{u}, \mathbf{n}) (-\mathbf{u}' \cdot \mathbf{n}) \, \mathbf{dr} \, d\Omega_r}{\int_{4\pi} 1/V_F \int_{V_F/\mathbf{n}, \mathbf{u}' \leq 0} \rho''_\nu(\mathbf{u}', \mathbf{u}, \mathbf{n}) (-\mathbf{u}' \cdot \mathbf{n}) \, \mathbf{dr} \, d\Omega_r}. \quad (\text{I.12})$$

La normale locale  $\mathbf{n}$  au point d'impact  $I$  de l'interface fluide-solide est orientée vers la phase fluide. Cette convention de signe étant fixée, la condition  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}' \leq 0$  traduit la non pénétration du rayon incident dans la phase solide qui est opaque. Le rayon est diffusé selon une direction  $\mathbf{u}$  qui vérifie  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \geq 0$ . De plus, pour une loi de réflexion diffuse à l'interface,  $\rho''_\nu$  ne dépend pas des directions d'incidence et de réflexion. Dans ces conditions, la fonction de phase ne dépend pas de  $\nu$ . On obtient :

$$\frac{1}{4\pi} p(\mathbf{u}', \mathbf{u}) \, d\Omega_r = \frac{1/V_F \int_{V_F/\mathbf{n}, \mathbf{u}' \geq 0} (-\mathbf{u}' \cdot \mathbf{n}) \, \mathbf{dr} \, d\Omega_r}{\int_{4\pi} 1/V_F \int_{V_F/\mathbf{n}, \mathbf{u}' \geq 0} (-\mathbf{u}' \cdot \mathbf{n}) \, \mathbf{dr} \, d\Omega_r}. \quad (\text{I.13})$$

### I.1.4 Critère de validité de l'approximation de la loi de Beer

Comme cela apparaît dans les équations I.3, I.6 et I.7, le modèle Beerien est caractérisé par une fonction de distribution cumulée d'extinction  $g_{ext,\nu}$ , des probabilités cumulées d'absorption  $p_{a,\nu}$  et de diffusion  $p_{sc,\nu}$  qui ont une allure exponentielle. La méthode RDFI (*Radiative Distribution Function Identification Method*), exposée dans les références [56, 60], consiste à identifier les fonctions de distribution réelles avec celles d'un milieu semi-transparent. Dans la mesure où un critère de type

$$\varepsilon_{\beta\nu}(\mathbf{u}) = \left\{ \sum_{i=0}^N [G_{ext,\nu}(d_i, \mathbf{u}) - g_{ext,\nu}(d_i, \mathbf{u})]^2 / \sum_{i=0}^N [1 - G_{ext,\nu}(d_i, \mathbf{u})]^2 \right\}^{1/2} < 4.10^{-2} \quad (\text{I.14})$$

est vérifié, des coefficients d'extinction, d'absorption et de diffusion peuvent être déterminés. Le critère de l'équation I.14 calcule l'écart entre  $G_{ext}$  et  $g_{ext}$  par la méthode des moindres carrés. Dans l'équation I.14, la distance discrétisée  $s' - s$  de propagation des rayons est discrétisée en  $N$  points éloignés de l'origine de la distance  $d_i$ . Plus précisément, ce critère de validité correspond à l'écart type relatif de déviation sur la transmittivité  $\tau_\nu(s' - s, \mathbf{u})$  associée au phénomène d'extinction. Ce critère a été introduit par Tancrez et Taine [56] pour des milieux poreux statistiquement isotropes et par Zeghondy *et al.* [60] pour des milieux poreux statistiquement anisotropes.

Bellet *et al.* [7] ont montré que ce critère n'est généralement pas vérifié pour des milieux poreux statistiquement anisotropes tels que des arrangements de cylindres intacts. Nous avons également montré, pour les réacteurs nucléaires dégradés, que la loi de Beer n'est pas valide [11]. Ces résultats sont détaillés dans le paragraphe I.3.

## I.2 Équation de transfert radiatif généralisée

Il est nécessaire de généraliser l'équation de transfert radiatif (ETR) aux milieux non Beeriens. Cette généralisation est précisément détaillée par Taine *et al.* [52]. Ces auteurs établissent une ETR généralisée qui se base sur les fonctions statistiques radiatives précédemment définies. Nous exposons ici la méthode d'homogénéisation d'un milieu poreux non Beerien qui se base sur l'ETR généralisée.

### I.2.1 Luminance associée au milieu homogène équivalent

L'équation généralisée de transfert du rayonnement est établie à partir d'une approche statistique des phénomènes élémentaires qui constituent l'absorption, la diffusion et l'extinction. Les milieux semi-transparents non Beeriens sont caractérisés par le fait que la variation de la luminance  $I_\nu(s', \mathbf{u})$  dans une direction  $\mathbf{u}$ , entre  $s'$  et  $s' + ds'$ , ne peut être directement exprimée en fonction du champ de luminance local, comme c'est le cas dans l'équation classique de transfert du rayonnement.

On peut néanmoins établir des relations entre la luminance  $I_\nu(s', \mathbf{u})$  et le terme source  $S_\nu$  de rayonnement en tout point  $s'$  et dans toutes les directions  $\mathbf{u}$ .  $S_\nu ds$  est la somme des luminances émises et diffusées dans la direction  $d\Omega$  considérée par l'intervalle  $[s, s + ds]$  du milieu.

La luminance au point  $M'$  d'abscisse curviligne  $s'$ , dans une direction  $\mathbf{u}$  est donnée par :

$$I_\nu(s', \mathbf{u}) = \int_{s_b}^{s'} S_\nu(s, \mathbf{u}) \tau_\nu(s' - s, \mathbf{u}) ds = \int_{s_b}^{s'} S_\nu(s, \mathbf{u}) [1 - G_{ext}(s' - s, \mathbf{u})] ds \quad (\text{I.15})$$

La modélisation est valable au cœur du milieu poreux à une distance suffisante des limites extérieures du domaine. Dans les faits, la zone d'étude doit être au moins à la distance minimale  $(s' - s_b)_{min}$  des frontières qui assure que :

1.  $G_{ext}[(s' - s_b)_{min}, \mathbf{u}]$  est proche de 1
2.  $P_{a,\nu}[(s' - s_b)_{min}, \mathbf{u}]$  est proche de sa valeur asymptotique  $P_{a,\nu}(\infty, \mathbf{u})$
3.  $P_{sc,\nu}[(s' - s_b)_{min}, \mathbf{u}]$  est proche de sa valeur asymptotique  $P_{sc,\nu}(\infty, \mathbf{u})$

### I.2.2 Propriétés radiatives généralisées à l'équilibre

À l'équilibre thermique, et dans ces seules conditions, on peut définir les coefficients généralisés à l'équilibre d'absorption  $K_\nu(\mathbf{u})$ , de diffusion  $\Sigma_\nu(\mathbf{u})$  et d'extinction  $B_\nu(\mathbf{u})$ . Ils s'expriment à partir de la fonction de distribution cumulée d'extinction  $G_{ext,\nu}$  sous la forme :

$$\frac{K_\nu(\mathbf{u})}{P_{a,\nu}(\infty, \mathbf{u})} = \frac{\Sigma_\nu(\mathbf{u})}{P_{sc,\nu}(\infty, \mathbf{u})} = B_\nu(\mathbf{u}) \quad (\text{I.16})$$

où

$$B_\nu(\mathbf{u}) = \left\{ \int_0^\infty [1 - G_{ext,\nu}(v, \mathbf{u})] dv \right\}^{-1} \quad (\text{I.17})$$

Lorsque la loi de réflexion à l'interface fluide-solide est diffuse et que la phase fluide est transparente ( $G_{ext}$ , et par conséquent  $B$ , ne dépendent pas de  $\nu$ ), on a :

$$K_\nu(\theta, \varphi) = \alpha_\nu B(\theta, \varphi) \quad (\text{I.18})$$

$$\Sigma_\nu(\theta, \varphi) = (1 - \alpha_\nu) B(\theta, \varphi) \quad (\text{I.19})$$

### I.2.3 Expression de l'ETR généralisée

La variation de la luminance est donnée par l'équation généralisée du rayonnement qui est :

$$\frac{d}{ds'} I_\nu(s', \mathbf{u}) + \int_{s_b}^{s'} S_\nu(s, \mathbf{u}) \frac{d}{ds'} G_{ext}(s' - s, \mathbf{u}) ds = S_\nu(s', \mathbf{u}) \quad (\text{I.20})$$

Il faut maintenant estimer le terme source total  $S_\nu$  qui est égal à la somme du terme source d'émission  $S_{e,\nu}$  et du terme source de diffusion  $S_{sc,\nu}$  :

$$S_\nu(s, \mathbf{u}) = S_{e,\nu}[T_w(s), \mathbf{u}] + S_{sc,\nu}(s, \mathbf{u}). \quad (\text{I.21})$$

À l'équilibre,

$$S_{e,\nu}[T_w(s), \mathbf{u}] = \Pi n_{w,\nu}^2(\mathbf{u}) K_\nu(\mathbf{u}) I_\nu^\circ[T_w(s)] \quad (\text{I.22})$$

et

$$S_{sc,\nu}(s, \mathbf{u}) = \int_{4\pi} \int_{s_{1b}}^{s'_1} \frac{d}{ds'_1} P_{sc,\nu}(s'_1 - s_1, \mathbf{u}') \frac{p(\mathbf{u}', \mathbf{u})}{4\pi} S_\nu(s_1, \mathbf{u}') ds_1 d\Omega' \quad (\text{I.23})$$

Dans l'équation I.20, le terme source total  $S_\nu(s, \mathbf{u})$  est calculé en tout point  $s$  le long de l'axe du rayon qui se propage de  $s_b$  à  $s'$  en sommant, dans le terme source de diffusion, les contributions de tous les rayons issus de toutes les directions de l'espace. La contribution dans la direction  $\mathbf{u}$  d'un rayon se propageant dans une direction  $\mathbf{u}'$  quelconque provient du phénomène de diffusion constructive. Elle est calculée dans l'équation I.23 en sommant les contributions de tous les termes sources compris entre  $s_{1b}$  à  $s'_1$ .

Il faut souligner ici que nous supposons que la transmission des rayonnements issus de la frontière  $s_{1b}$  jusqu'à  $s'_1$ , caractérisée par la transmittivité  $1 - G_{ext}(s'_1 - s_{1b}, \mathbf{u}')$ , est négligeable. Si cette hypothèse n'est pas vérifiée, il est primordial de prendre en compte les effets de bord et des

termes supplémentaires correspondant aux effets de couche limite radiative doivent être traités. Ce domaine d'étude n'a pas encore été abordé par la communauté scientifique et il constitue un sujet de recherche encore très ouvert.

Même si la formulation de l'ETR généralisée est très implicite et complexe, elle peut être résolue par une méthode de transfert de type Monte Carlo. Avec cette méthode, la résolution numérique du cas des milieux non Beeriens n'est pas plus coûteuse en temps de calcul que la résolution de l'ETR classique des milieux Beeriens.

Il reste à estimer :

1. l'indice optique effectif réel  $n_{w,\nu}(\mathbf{u})$  qui dépend de la direction  $\mathbf{u}$ ,
2. la porosité volumique  $\Pi$

### I.2.4 Indice optique effectif réel dépendant de la direction

Le milieu semi-transparent homogène équivalent au milieu poreux étudié est associé à des fonctions statistiques qui dépendent de la direction  $\mathbf{u}$  de propagation du rayonnement. Bellet *et al.* [7] montrent qu'un indice effectif réel qui dépend de la direction  $\mathbf{u}$  doit être défini pour satisfaire la relation de contrainte sur les propriétés radiatives. Plus précisément, cet indice  $n_{w,\nu}(\mathbf{u})$  dépend de la direction  $\mathbf{u}$  si et seulement si la probabilité cumulée de diffusion  $P_{sc,\nu}(s' - s, \mathbf{u})$  dépend de  $\mathbf{u}$ .

#### Relation constitutive de l'indice effectif

Une formulation de la relation de contrainte sur les propriétés radiatives est que l'extinction par diffusion est compensée à l'équilibre par le terme source de diffusion.

$$n_{w,\nu}^2(\theta, \phi) \Sigma_\nu(\theta, \phi) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} n_{w,\nu}^2(\theta', \phi') \Sigma_\nu(\theta', \phi') p(\theta', \phi', \theta, \phi) d\Omega' \quad (\text{I.24})$$

Il s'agit d'une équation implicite qui a été résolue par itération pour nos applications. La solution est définie à une constante près. Il faut donc introduire une relation de normalisation.

#### Relation de normalisation de l'indice effectif

Pour obtenir une autre relation faisant intervenir  $n_{w,\nu}$ , nous écrivons que les puissances monochromatiques émises par le volume (échelle globale après homogénéisation) et par les parois (échelle locale avant homogénéisation) doivent être égales. L'émission constitue en effet le terme source du rayonnement. Le raisonnement peut être mené sur les puissances monochromatiques car les fréquences sont indépendantes les unes des autres.

Cela se traduit par :

$$V_F \int_{4\pi} K_\nu(\theta, \phi) n_{w,\nu}^2(\theta, \phi) I_\nu^\circ [T_w(s)] d\Omega = S \int_{2\pi} \alpha_\nu(\theta, \phi) I_\nu^\circ [T_w(s)] \cos(\theta) d\Omega \quad (\text{I.25})$$

où  $S$  est la surface des parois contenues dans le volume élémentaire représentatif (VER) étudié et  $V_F$  est le volume total de la phase fluide contenue dans le VER. On définit la surface spécifique

rapportée au volume de la phase fluide  $\mathcal{A}_F = S/V_F$ . Comme  $\alpha_\nu$  est indépendant de la direction (car la réflexion locale à l'interface fluide-solide est diffuse), on a :

$$\int_{4\pi} n_{w,\nu}^2(\theta, \phi) K_\nu(\theta, \phi) d\Omega = \alpha_\nu \pi \mathcal{A}_F \quad (\text{I.26})$$

La résolution numérique des équations I.25 et I.26 converge pour toutes les géométries dégradées étudiées vers la solution :

$$n_{w,\nu}^2(\theta, \phi) = \frac{\alpha_\nu \mathcal{A}_F}{4K_\nu(\theta, \phi)} \quad (\text{I.27})$$

Ce résultat a aussi été obtenu numériquement par Bellet *et al.* [7] pour des arrangements de cylindres intacts quels que soit la porosité et le type d'arrangements (carré ou triangle) étudiés. Dans le cas d'une loi de réflexion diffuse à l'interface, d'après l'équation I.18,  $n$  ne dépend pas de  $\nu$  car :

$$n_w^2(\theta, \phi) = \frac{\mathcal{A}_F}{4B(\theta, \phi)} \quad (\text{I.28})$$

---

### Remarque :

En électromagnétisme, si l'indice complexe d'un milieu s'écrit  $\hat{n} = n - jk$  alors la partie réelle  $n$  s'exprime en fonction de la partie imaginaire  $k$  en utilisant les relations de Kramers-Krönig [40]. La partie imaginaire  $k$  est directement liée aux coefficients d'absorption  $K$  et de diffusion  $\Sigma$ . C'est pourquoi l'indice réel  $n$  dépend de la direction  $\mathbf{u}$  considérée dans nos applications. En effet, les coefficients d'absorption  $K$  et de diffusion  $\Sigma$ , calculés à partir des fonctions de distribution cumulées directionnelles d'extinction  $G_{ext}(\mathbf{u})$ , dépendent de la direction  $\mathbf{u}$  considérée.

---

### I.2.5 Cas d'un milieu optiquement épais

Dans le cas d'un milieu optiquement épais sur une échelle spatiale telle que le milieu puisse être considéré comme isotherme (un critère précis sera donné dans le paragraphe II.1.6), il est démontré dans la référence [52] que l'ETR généralisée donnée par l'équation I.20 dégénère en une équation de transfert radiatif classique qui se présente sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds'} I_\nu(s', \mathbf{u}) + B(\mathbf{u}) I_\nu(s', \mathbf{u}) & \quad (\text{I.29}) \\ = \Pi K_\nu(\mathbf{u}) n_w^2(\mathbf{u}) I_\nu^\circ [T_w(s')] + \int_{4\pi} \Sigma_\nu(\mathbf{u}') \frac{p(\mathbf{u}', \mathbf{u})}{4\pi} I_\nu(s', \mathbf{u}') d\Omega' \end{aligned}$$

Ainsi, lorsque le milieu est optiquement épais, les coefficients généralisés à l'équilibre d'extinction  $B$ , d'absorption  $K_\nu$  et de diffusion  $\Sigma_\nu$  calculés directement à partir des fonctions de distribution

statistiques du rayonnement (équations I.17 et I.18) jouent le même rôle que les coefficients Beeriens d'extinction  $\beta$ , d'absorption  $\kappa_\nu$  et de diffusion  $\sigma_\nu$  respectivement. L'équation de transfert radiatif I.29 est résolue dans le chapitre II pour des géométries dégradées de cœur de réacteur nucléaire dans le but d'estimer le tenseur des conductivités radiatives de ce type de milieu.

## I.3 Application aux essais FPT1 et FPT2 du réacteur nucléaire PHEBUS

### I.3.1 Description du programme expérimental PHEBUS-PF

Dans le cas hypothétique d'un accident grave de réacteur nucléaire, la puissance résiduelle évacuée par les crayons de combustible continue de chauffer le milieu même quand le réacteur a été arrêté. Cette puissance n'est plus évacuée par le réfrigérant primaire et cela provoque la dégradation du réacteur qui se manifeste par la déformation, la relocalisation voire la fusion des matériaux présents. Dans ces conditions, la température du cœur du réacteur est très importante et elle peut atteindre jusqu'à  $3000\text{ K}$ . Le rayonnement constitue, dans cette gamme de température, le mode de transfert prépondérant. Il est donc primordial de bien le modéliser.

Le programme expérimental PHEBUS-PF a été développé par l'IRSN afin d'étudier les conséquences d'un accident grave sur un assemblage de crayons de combustible. L'expérience consiste en la dégradation volontaire d'un assemblage de 21 crayons de combustible irradiés. Cet assemblage présente les mêmes caractéristiques géométriques (diamètre et espacement des crayons de combustible) que les assemblages des réacteurs réels. L'assemblage est placé au centre d'un cœur de réacteur expérimental qui délivre la puissance neutronique qui permet de chauffer le milieu. Le programme se décompose en 5 essais (de FTP0 à FTP4) caractérisés chacun par une grappe de crayons ou des débris de combustible (FPT4), un niveau maximal de puissance de chauffage et des conditions thermohydrauliques imposées. La modélisation du rayonnement pour notre étude se base sur les essais PHEBUS-FPT1 et PHEBUS-FPT2.

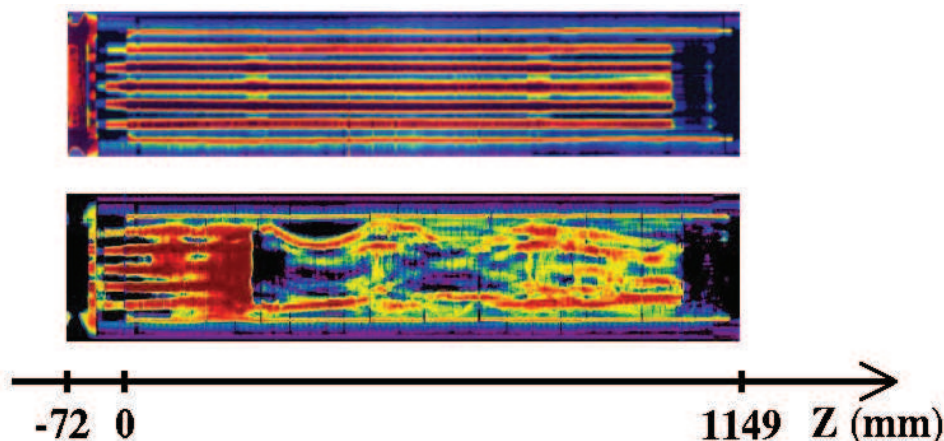


FIGURE I.1 – Images de la section longitudinale du réacteur intact et dégradé obtenue par tomographies  $\gamma$  [PHEBUS FPT1, [8]].

Dans cette section, nous présentons la caractérisation des propriétés radiatives de la grappe de crayons dégradés PHEBUS. Nous détaillons la méthode d'identification précise des zones d'études



à partir des tomographies  $\gamma$  provenant des essais PHEBUS. Le traitement numérique des tomographies a eu pour but de construire des zones tridimensionnelles 3D caractérisées par des propriétés géométriques statistiquement supposées homogènes et bien définies.

Dans la seconde partie, nous calculons la fonction de distribution cumulée d'extinction  $G_{ext}$  et la fonction de phase générale à 4 angles  $p$  pour toutes les zones d'études identifiées en utilisant une approche stochastique de Monte Carlo.

L'allure des fonctions de distribution cumulées d'extinction  $G_{ext}$  calculées montrent qu'une grappe de crayons dégradés constitue un milieu poreux **non Beerien**. Nous démontrons aussi que le milieu est **optiquement épais** sur des échelles de l'ordre de 10 *cm* et donc, comme cela est expliqué dans le paragraphe I.2.5, il est possible d'estimer les coefficients généralisés à l'équilibre d'extinction  $B$ , d'absorption  $K_\nu$  et de diffusion  $\Sigma_\nu$  à ces échelles de longueur.

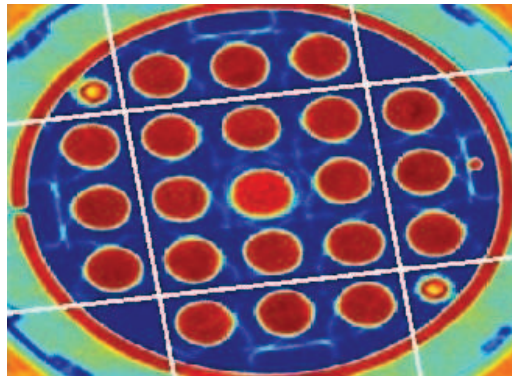


FIGURE I.2 – Image de la section axiale du réacteur intact obtenue par tomographies  $\gamma$  [PHEBUS FPT1, [8]].

### I.3.2 Caractérisation géométrique des zones dégradées

#### Limitation de la zone d'étude

L'étude du rayonnement a été menée sur des géométries dégradées obtenues lors des essais PHEBUS-FPT1 et PHEBUS-FPT2. Pour chaque essai, nous disposons de 408 images des coupes de section droites espacées de 3 *mm* et variant de  $z = -72$  *mm* (bas du réacteur) à  $z = 1149$  *mm* (haut du réacteur). Ces images ont été obtenues par une technique de tomographies  $\gamma$ . Les images ont une résolution spatiale de 0,24 *mm*. La figure I.2 montre l'arrangement des 21 crayons de combustible avant la dégradation. Dans la suite, la zone d'étude est limitée au carré qui contient les 9 crayons centraux et le fluide environnant. Les arêtes de ce carré ont été transposées aux tomographies dégradées. Cette limitation au centre de la maquette a pour but de s'affranchir au mieux des effets de bords de l'expérience. Ces effets n'existent pas à l'échelle d'un réacteur nucléaire réel qui est beaucoup plus grand que la grappe de crayons PHEBUS. Pour information, un réacteur réel de 900 *MWe* contient environ 30 000 crayons de combustible alors que PHEBUS n'en compte que 21. D'autre part, une géométrie cartésienne permet d'étendre par utilisation des symétries le domaine étudié. En effet, la taille de la maquette est trop petite pour les applications radiatives.

### Seuil de densité des tomographies

Les tomographies  $\gamma$  permettent de mesurer la densité des matériaux présents. Les images se présentent comme des matrices  $291 \times 291$  de valeurs de densité comprises entre 0 et  $13,14 \text{ g/cm}^3$ . Un paramètre important de la calibration des tomographies est le seuil de densité  $I_t$  qui définit la position de l'interface fluide-solide. Lorsque la densité  $I(x, y, z)$  au point  $M(x, y, z)$  vérifie  $I(x, y, z) \geq I_t$ , le point  $M(x, y, z)$  appartient à la phase solide. Dans le cas contraire,  $M$  est un point de la phase fluide et l'interface fluide-solide est la nappe constituée des points de densité  $I_t$ . Chalopin [12] a identifié la valeur du seuil de densité  $I_t = 2,01 \text{ g/cm}^3$  pour les tomographies issues de PHEBUS en égalisant le coefficient d'extinction calculé par la méthode RDFI à partir de :

- la tomographie de l'arrangement intact des crayons de combustible,
- une représentation analytique de la même géométrie [7].

### Identification des zones

La géométrie d'un milieu poreux est caractérisée en général par la porosité  $\Pi$  et la surface spécifique  $\mathcal{A}$ . Par définition, on a :

$$\Pi = \frac{V_F}{V_T} \quad \text{et} \quad \mathcal{A} = \frac{S}{V_T} [\text{m}^{-1}], \quad (\text{I.30})$$

où  $V_F$  est le volume de la phase fluide,  $V_T$  le volume total du VER et  $S$  la surface de l'interface fluide-solide.

On peut aussi définir l'aire spécifique  $\mathcal{A}_F$  rapportée au volume de la phase fluide  $V_F$  :

$$\mathcal{A}_F = \frac{S}{V_F} = \frac{\mathcal{A}}{\Pi} [\text{m}^{-1}]. \quad (\text{I.31})$$

Le but est maintenant d'identifier des tronçons de la grappe (indiqués par la variable  $i$ ), compris chacun entre une ordonnée  $z_{\min_i}$  et une ordonnée  $z_{\max_i}$ , où  $\Pi_i$  et  $\mathcal{A}_i$  sont considérés comme homogènes au sein du tronçon. Dans une première étape, il est nécessaire de calculer les caractéristiques géométriques de toutes les images des coupes de section droite afin d'identifier les images contiguës de géométrie comparable. En deux dimensions, ces propriétés géométriques sont la porosité surfacique  $\Pi_s$  et la surface spécifique surfacique  $\mathcal{A}_s$  définies par :

$$\Pi_s = \frac{\mathcal{S}_F}{\mathcal{S}_T} \quad \text{et} \quad \mathcal{A}_s = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{S}_T} [\text{m}^{-1}]. \quad (\text{I.32})$$

Dans ces expressions,  $\mathcal{S}_F$  est la surface du fluide contenue dans le carré d'étude.  $\mathcal{S}_T$  est la surface totale du carré d'étude.  $\mathcal{P}$  est le périmètre mouillé.  $\Pi_s$  est calculé comme le rapport du nombre de pixels  $N_{pF}$  appartenant à la phase fluide et du nombre total de pixels  $N_{pT}$  contenus dans le carré d'étude soit :

$$\Pi_s = \frac{N_{pF}}{N_{pT}}. \quad (\text{I.33})$$

Le périmètre mouillé  $\mathcal{P}$  est calculé en utilisant l'algorithme du cube mobile détaillé dans l'annexe A. La surface spécifique  $\mathcal{A}$  peut aussi être calculée à partir de la pente à l'origine des fonctions de distribution cumulées d'extinction  $G_{ext}$ . Cette méthode de calcul est détaillée dans le paragraphe I.3.4 et est comparée à la méthode qui utilise l'algorithme du cube mobile.

La méthodologie du traitement des images est la suivante :

1. calcul pour chaque image axiale de la porosité surfacique  $\Pi_s$  et de l'aire spécifique surfacique  $\mathcal{A}_s$  définies par les équations I.32. On obtient à la fin pour les deux essais les dépendances de  $\Pi_s$  et  $\mathcal{A}_s$  en  $z$ .
2. identification des tronçons verticaux pour lesquels  $\Pi_s$  et  $\mathcal{A}_s$  varient peu (jusqu'à  $\pm 10\%$  de leur valeur moyenne dans le tronçon). Chaque zone identifiée est constituée de la succession d'images contiguës, espacées tous les  $z = 3 \text{ mm}$ . Ces images ont des propriétés surfacique  $\Pi_s$  et  $\mathcal{A}_s$  très proches (à 10% près).
3. pour toutes les zones identifiées, reconstruction entre deux images des coupes de section droite successives de 12 images qui permettent d'avoir une résolution spatiale selon l'axe  $z$  égale à  $0,25 \text{ mm}$ . Cette résolution est presque égale à la résolution radiale des tomographies qui est de  $0,24 \text{ mm}$ . Les images sont reconstruites pixel par pixel en interpolant linéairement la densité de matière selon  $z$ .
4. assemblage, pour chaque zone identifiée, des matrices de densité (initiales et interpolées) par valeurs croissantes de  $z$ .
5. utilisation de l'algorithme du cube mobile [18] en 3D pour reconstruire l'interface fluide-solide et calcul précis de l'aire spécifique  $\mathcal{A}$  de chaque tronçon identifié.

Le calcul de la porosité surfacique est approximatif (du fait de la résolution spatiale des images). Cette imprécision n'a pas d'impact par la suite car la porosité volumique  $\Pi$ , qui intervient dans la résolution de l'équation de transfert, est calculée de manière plus précise avec le calcul Monte Carlo. Dans les faits,  $\Pi_s$  ne sert qu'à identifier les tronçons. Le calcul du périmètre mouillé  $\mathcal{P}$  est fait à l'aide de l'algorithme du cube mobile [18] en 2D. Cet algorithme très performant permet de reconstruire une interface à partir d'une géométrie pixelisée (2D) ou voxelisée (3D).

Nous avons identifié 12 tronçons sur l'essai PHEBUS-FPT1 qui sont représentés sur la figure I.4 et 23 tronçons sur l'essai PHEBUS-FPT2. Ainsi, nous disposons de 35 tronçons indicés par la lettre  $i$  et qui sont caractérisés chacun géométriquement par la donnée du couple  $(\Pi_i, \mathcal{A}_i)$ . La figure I.3 représente  $\mathcal{A}_i$  en fonction de  $\Pi_i$ .

La partie suivante expose la méthode de Monte Carlo qui permet d'estimer  $G_{ext}(\mathbf{u})$  et  $p(\mathbf{u}, \mathbf{u}')$  pour chaque tronçon.

### I.3.3 Calcul Monte Carlo des fonctions statistiques

#### Procédure numérique des « lancers de rayons »

La fonction de distribution cumulée d'extinction  $G_{ext}(\mathbf{u})$  et la fonction de phase généralisée  $p(\mathbf{u}, \mathbf{u}')$  ont été calculées numériquement en utilisant une technique de Monte Carlo. Cette technique simule la propagation des rayons au sein de la phase fluide transparente. Pour les 35 tronçons identifiés précédemment, le programme simule le « lancer » d'un grand nombre de rayons. Les rayons sont

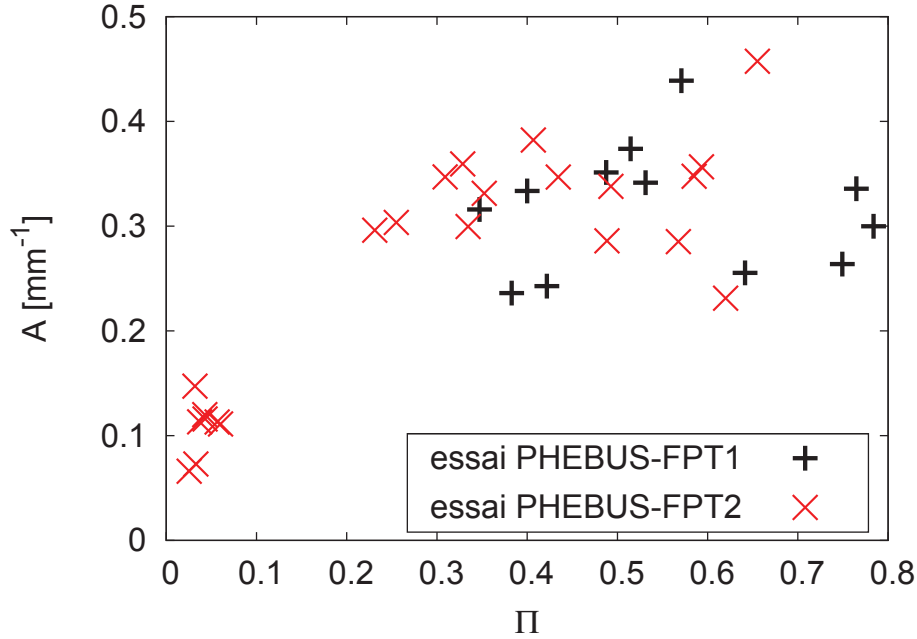


FIGURE I.3 – Aire spécifique  $\mathcal{A}$  en  $\text{mm}^{-1}$  en fonction de la porosité  $\Pi$ .

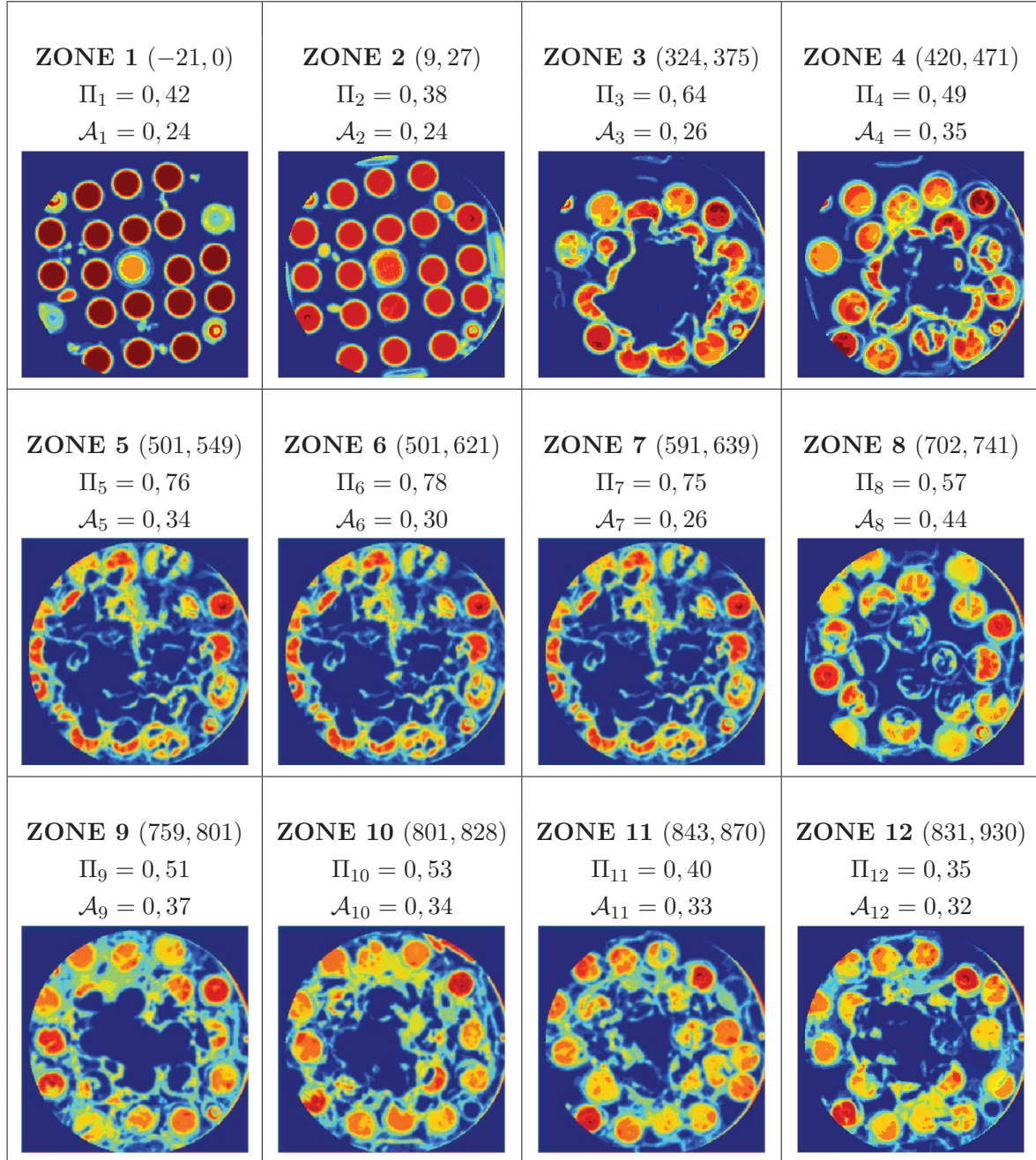
lancés de points sources  $M(\mathbf{r})$  choisis aléatoirement au sein de la phase fluide dans une direction  $\mathbf{u}$  donnée. Ils se propagent en ligne droite jusqu'à l'interface fluide-solide où ils impactent au point  $I$ .

Plus précisément, les tirs sont lancés de la phase fluide contenue dans le parallélépipède qui a pour base le carré représenté sur la figure I.2. Ce carré a été transposé à toutes les images des coupes de section droite qui constituent le tronçon étudié. Le parallélépipède est limité axialement par les plans  $z = z_{\min_i}$  et  $z = z_{\max_i}$ .

L'interface fluide-solide est repérée de manière précise à l'aide de l'algorithme du cube mobile qui est détaillé dans l'annexe A. Cet algorithme reconstruit l'interface fluide-solide, à partir de la donnée du seuil de densité  $I_t$  des tomographies, sous la forme de triangles élémentaires. La méthode de détermination du seuil de densité  $I_t$  des tomographies est détaillée dans le paragraphe I.3.2.

Le point d'impact  $I$  et la normale locale à l'interface fluide-solide  $\mathbf{n}$  au point  $I$  sont calculés analytiquement à partir de la donnée de la direction du tir incident  $\mathbf{u}$ , de la position de point  $M(\mathbf{r})$  et des coordonnées des trois points du triangle qui définissent localement l'interface. La réflexion à l'interface fluide-solide étant diffuse (paroi oxydée et rugueuse), une direction de diffusion  $\mathbf{u}'$  est engendrée, orientée vers la phase fluide que satisfait la condition de non pénétration dans la phase solide.

Pour tous les tirs, la distance  $MI$  parcourue au sein de la phase fluide et la direction  $\mathbf{u}'$  du rayon diffusé à l'interface sont calculées. Ces deux grandeurs permettent d'incrémenter  $G_{ext}(\mathbf{u})$  et  $p(\mathbf{u}, \mathbf{u}')$  en respectant les équations I.9 et I.13.



**FIGURE I.4** – Tomographies  $\gamma$  des 12 tronçons identifiés sur l'essai PHEBUS-FPT1, délimités axialement par  $(z_{min}, z_{max})$  en mm et valeurs associées de  $\Pi$  et  $\mathcal{A}$  en  $mm^{-1}$ .

### Gestion des rayons qui sortent du domaine

Comme nous l'avons expliqué au paragraphe I.3.2, le nombre de crayons dans PHEBUS est beaucoup plus petit que dans un réacteur nucléaire réel. De ce fait, beaucoup de rayons n'impactent jamais l'interface fluide-solide et traversent les faces du parallélépipède d'étude. Le programme fait « rebondir » ces rayons sur les faces du parallélépipède en appliquant une réflexion spéculaire.

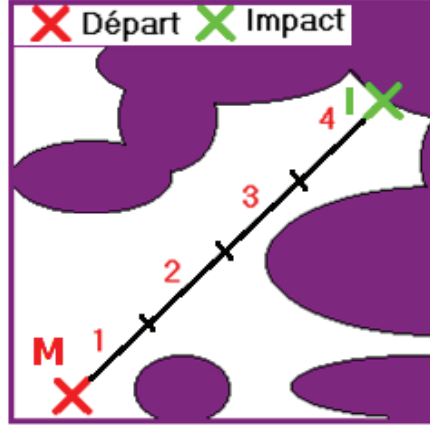


FIGURE I.5 – Représentation schématique du « lancer de rayons ».

laire parfaite ( $\rho = 1$ ). En fait, cette réflexion miroir, appliquée aux rayons sortants du domaine, est géométriquement équivalente à la reproduction par symétrie plane du parallépipède d'étude par rapport à ses 6 faces. D'un point de vue numérique, il est nécessaire de limiter la longueur maximale de propagation des tirs. Cette longueur doit être suffisamment grande pour assurer la convergence des fonctions de distribution cumulée d'extinction  $G_{ext}$ . Une infime proportion des rayons, inférieure à  $10^{-6}$ , n'impacte qu'au delà  $2m$ . En d'autres termes,

$$(\forall \mathbf{u}) \quad G_{ext}(s' - s = 2m, \mathbf{u}) = 1 \quad \text{à } 10^{-6} \text{ près.} \quad (\text{I.34})$$

Nous avons donc arbitrairement limité le calcul des fonctions de distribution cumulées d'extinction à  $2m$ , ce qui est, incidemment, l'ordre de grandeur de la taille d'un réacteur nucléaire réel.

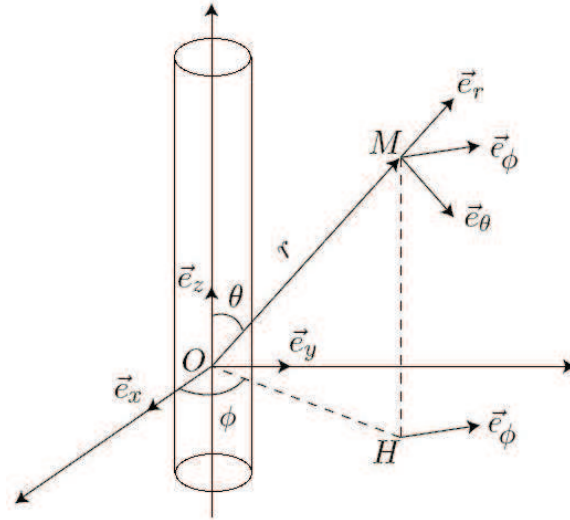
### Discretisation angulaire

Il est nécessaire de discrétiser les directions angulaires uniformément en angles solides afin de ne pas privilégier le « lancers de rayons » dans certaines directions par rapport à d'autres. Nous avons choisi :

- une discrétisation uniforme en  $\phi$  de 120 valeurs qui sont comprises entre 0 et  $360^\circ$  et  $\Delta\phi = 3^\circ$ .
- une discrétisation uniforme en  $\cos(\theta)$  de 17 valeurs qui sont comprises entre  $-1$  et  $1$  et  $\Delta\cos(\theta) = 2/17$ .
- une discrétisation uniforme en  $s$  pour  $s$  variant de  $s = 0m$  à  $s = 2m$  par pas constant  $\Delta s = 0,5mm$  ( $\simeq 2$  pixels).

Ainsi  $\Delta\Omega = \Delta\cos(\theta) \times \Delta\phi = \frac{4\pi}{17 \times 120}$ . Avec cette discrétisation numérique des angles solides et du trajet du rayon :

1.  $G_{ext}(s' - s, \theta, \phi)$  est un tableau de taille  $4001 \times 17 \times 120$ ,
2.  $p(\theta, \phi, \theta', \phi')$  est un tableau de taille  $17 \times 120 \times 17 \times 120$ .

FIGURE I.6 – Coordonnées angulaires  $\theta$  et  $\phi$ 

### Mise en œuvre du calcul et estimation statistique de la porosité $\Pi$

Dans le programme Monte Carlo, un grand nombre de rayons sont lancés à partir de la phase fluide. Les étapes du « lancer de rayons » se font dans l'ordre suivant :

1. Le générateur de nombre aléatoire engendre les trois coordonnées indépendantes du point  $M(x, y, z)$  dans le volume entier étudié.
2. La densité  $I(x, y, z)$  au point  $M$  est calculée par interpolation linéaire des valeurs de la matrice de densité [60],
3. Si  $I(x, y, z) > I_t$ , alors le point  $M$  appartient à la phase solide et le code incrémente de 1 la variable qui comptabilise le nombre total de tirs  $N_{TOT}$ . Dans ce cas, retour à l'étape 1. Par contre, si  $I(x, y, z) < I_t$  alors le point  $M$  appartient à la phase fluide. Dans ce cas, les variables  $N_F$  et  $N_{TOT}$  sont incrémentées de 1 et le programme passe à l'étape suivante.
4. Une direction  $\mathbf{u}$  de propagation du rayon est engendrée aléatoirement.
5. Le rayon est propagé selon le vecteur  $\mathbf{u}$  jusqu'à ce qu'il impacte l'interface au point  $I$ . Les coordonnées de  $I$  et de la normale locale à l'interface  $\mathbf{n}$  sont calculées avec l'algorithme du cube mobile.
6. La distance avant impact  $MI$  est calculée pour incrémenter la fonction de distribution cumulée d'extinction  $G_{ext}$  selon l'équation I.9.
7. Une direction  $\mathbf{u}'$  de diffusion est engendrée aléatoirement (réflexion diffuse) dans le semi-espace qui vérifie la condition de non pénétration dans la phase solide du rayon diffusé.  $p$  est incrémentée selon l'équation I.13.
8. Retour à l'étape 1 : un nouveau rayon est lancé à partir d'un autre point  $M$  et dans une autre direction  $\mathbf{u}$ .

Le rapport  $N_F/N_{TOT}$  converge statistiquement vers la porosité volumique  $\Pi$  de la zone étudiée.



### Convergence statistique du Monte Carlo

Dans cette approche stochastique de Monte Carlo, il est primordial de s'assurer de la convergence statistique des résultats. Pour cela, nous avons effectué pour chaque géométrie  $N_g$  fois l'expérience du « lancer de rayons ». Cela permet d'estimer une dispersion sur les fonctions de distribution cumulées d'extinction  $G_{ext}$  et sur la fonction de phase générale  $p$  entre les  $N_g$  expériences statistiques. Lorsque les calculs sont convergés, nous observons que les écarts types de Monte Carlo ne dépendent pas de  $N_g$  à la condition que  $N_g \geq 10$ . C'est pourquoi les estimations des écarts types ont été effectuées pour  $N_g = 10$ .

L'écart type absolu sur  $G_{ext}$  est défini  $\forall (i_s, i_\theta, i_\phi) \in \llbracket 0, 4000 \rrbracket \times \llbracket 1, 17 \rrbracket \times \llbracket 1, 120 \rrbracket$  par :

$$\sigma_{G_{ext}} = \max_{(s, \theta, \phi)} \left\{ \sqrt{\frac{\sum_{i_g=0}^{N_g} [G_{ext}(i_g, s_{i_s}, \theta_{i_\theta}, \phi_{i_\phi}) - m_{G_{ext}}(s_{i_s}, \theta_{i_\theta}, \phi_{i_\phi})]^2}{N_g}} \right\} \quad (I.35)$$

avec

$$m_{G_{ext}}(s_{i_s}, \theta_{i_\theta}, \phi_{i_\phi}) = \frac{1}{N_g} \sum_{i_g=0}^{N_g} G_{ext}(i_g, s_{i_s}, \theta_{i_\theta}, \phi_{i_\phi}). \quad (I.36)$$

De même, l'écart type absolu sur  $p$  est défini  $\forall (i_\theta, i_\phi, i_{\theta'}, i_{\phi'}) \in \llbracket 1, 17 \rrbracket \times \llbracket 1, 120 \rrbracket \times \llbracket 1, 17 \rrbracket \times \llbracket 1, 120 \rrbracket$  par :

$$\sigma_p(\theta_{i_\theta}, \phi_{i_\phi}, \theta'_{i_{\theta'}}, \phi'_{i_{\phi'}}) = \sqrt{\frac{\sum_{i_g=0}^{N_g} [p(i_g, \theta_{i_\theta}, \phi_{i_\phi}, \theta'_{i_{\theta'}}, \phi'_{i_{\phi'}}) - m_p(\theta_{i_\theta}, \phi_{i_\phi}, \theta'_{i_{\theta'}}, \phi'_{i_{\phi'}})]^2}{N_g}} \quad (I.37)$$

avec

$$m_p(\theta_{i_\theta}, \phi_{i_\phi}, \theta'_{i_{\theta'}}, \phi'_{i_{\phi'}}) = \frac{1}{N_g} \sum_{i_g=0}^{N_g} p(i_g, \theta_{i_\theta}, \phi_{i_\phi}, \theta'_{i_{\theta'}}, \phi'_{i_{\phi'}}). \quad (I.38)$$

L'écart type relatif  $\sigma_p^r$  sur la fonction de phase est calculée avec la formule

$$\sigma_p^r = \max_{(\theta, \phi, \theta', \phi')} \left\{ \frac{\sigma_p(\theta_{i_\theta}, \phi_{i_\phi}, \theta'_{i_{\theta'}}, \phi'_{i_{\phi'}})}{p(\theta_{i_\theta}, \phi_{i_\phi}, \theta'_{i_{\theta'}}, \phi'_{i_{\phi'}})} \times 100 \right\} \quad (I.39)$$



Le calcul est convergé au sens statistique lorsque :

$$\sigma_{G_{ext}} < 10^{-6} \quad \text{et} \quad \sigma_p^r < 1\%. \quad (\text{I.40})$$

Pour satisfaire les conditions de convergence I.40, il est nécessaire de tirer au moins  $N_{tirs} = 10^{10}$  rayons pour chaque géométrie. Nous avons aussi effectué le « lancer de rayons » avec  $N_{tirs} = 5 \times 10^{10}$  tirs. Cela a permis d'observer une décroissance des écarts type de Monte Carlo en  $1/\sqrt{N_{tirs}}$  conformément à la loi statistique des grands nombres.

Le temps de calcul est proportionnel au nombre de tirs lancés. Pour chaque géométrie étudiée, les calculs ont été parallélisés sur 10 processeurs et ils ont duré environ 2 jours avec un nombre de tirs  $N_{tirs}$  égal à  $10^{10}$ . Il est important de rappeler que le **calcul est tridimensionnel**. En effet, les zones étudiées sont des volumes dans lesquels les tirs ont été lancés dans toutes les directions de l'espace.

---

#### Remarque :

Les écarts types définis dans les équations I.35, I.37 et I.39 sont très restrictifs car ils sont définis en fonction de la norme infinie. En effet, en ce qui concerne la convergence de  $G_{ext}$ , la variance est calculée entre les  $N_g$  groupes pour tous les points  $s_{i_s}$  de discrétisation du parcours d'un rayon et pour toutes les directions  $(\theta, \phi)$ . Le critère de convergence sur la fonction de phase est aussi global car il est établi pour toutes les directions incidentes  $(\theta, \phi)$  et pour toutes les directions diffusées  $(\theta', \phi')$ .

---

#### Propriétés de symétries

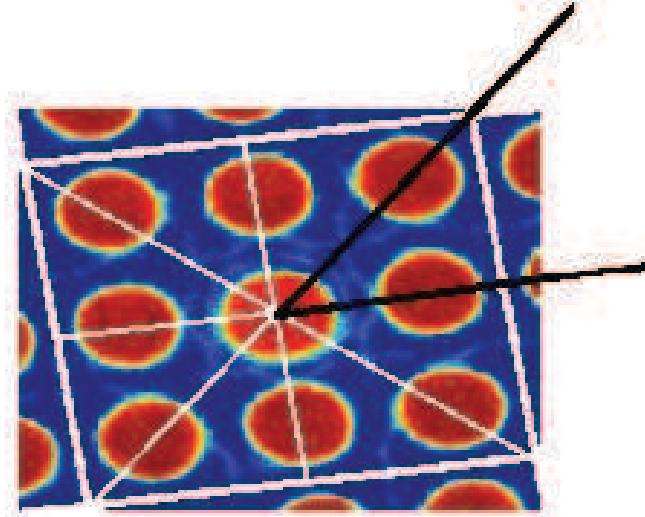


FIGURE I.7 – Symétries de l'arrangement intact des crayons de combustible.

La grappe de crayons intacts présente des symétries du fait de l'arrangement carré (figure I.7). En effet, la géométrie est  $\pi/2$  périodique en  $\phi$  et elle présente une symétrie axiale en  $\phi = 45^\circ$ . De même, dans la direction verticale  $z$ , le système est symétrique par rapport au plan  $\theta = \pi/2$ .

Par conséquent, les propriétés radiatives de l'arrangement dégradé doivent vérifier ces symétries si on fait l'hypothèse que l'effet de la gravité peut être négligé pour les tronçons étudiés. En pratique, le système dégradé ne préserve pas les symétries initiales à cause d'aléas expérimentaux incontrôlables. Le calcul Monte Carlo des fonctions de distribution cumulées d'extinction  $G_{ext}$  et

de la fonction de phase  $p$  a été effectué pour toutes les directions de l'espace. Du fait des symétries précédemment décrites, ces fonctions statistiques ont été rapportées au secteur angulaire défini par  $(\theta, \phi) \in [0, \pi/2] \times [0, \pi/4]$ . En fait, cela revient à considérer que les calculs dans  $4\pi$  stéradians constituent seize réalisations statistiques des calculs effectués dans le secteur angulaire élémentaire  $(\theta, \phi) \in [0, \pi/2] \times [0, \pi/4]$ .

### I.3.4 Résultats relatifs à l'extinction

#### Résultats relatifs à $G_{ext}$

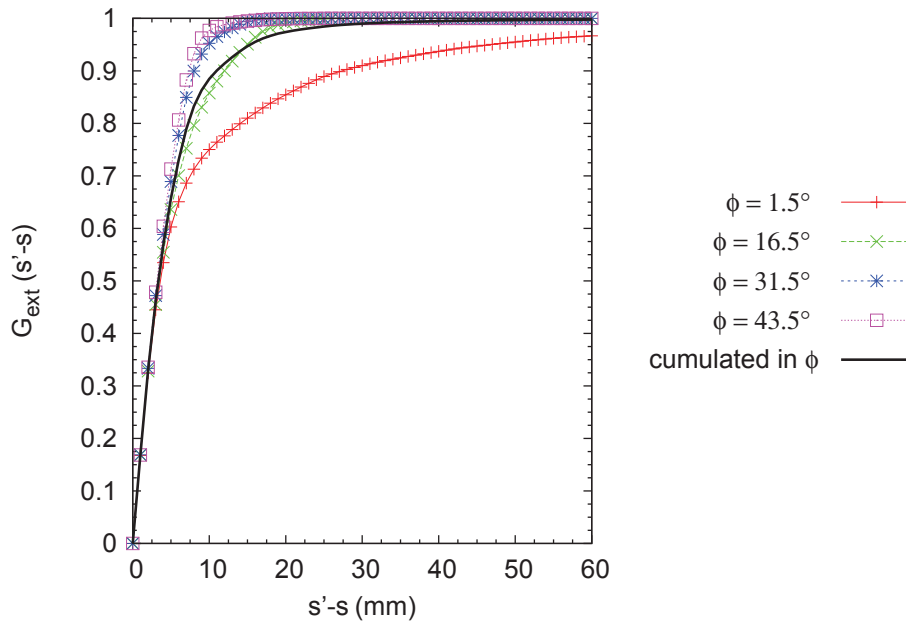


FIGURE I.8 – Fonction de distribution cumulée d'extinction  $G_{ext}(\theta = 90^\circ)$  de la zone 2.

La figure I.8 représente l'exemple de la zone 2 de l'essai PHEBUS-FPT1 (voir figure I.4). Nous représentons ici  $G_{ext}$  pour  $\theta = 90^\circ$  et différentes valeurs de  $\phi$ . La courbe noire représente  $G_{ext}$  lorsqu'on globalise dans une même fonction de distribution cumulée d'extinction les tirs venant de toutes les directions  $\phi$ . Il est intéressant de constater que  $G_{ext}$  converge vers 1 plus lentement dans la direction  $\phi = 1, 5^\circ$  que dans les autres directions. Cette direction correspond en fait à une allée initiale de l'arrangement des cylindres qui est encore visible sur la zone 2. Seules les zones faiblement dégradées présentent encore ces allées. Ces géométries ont des longueurs d'extinction plus grandes que les géométries fortement dégradées.

Nous avons remarqué pour toutes les zones étudiées et pour toutes les directions de propagation que 99% des rayons impactent pour des longueurs inférieures à 10 cm. Ainsi le réacteur nucléaire dégradé est **optiquement épais** sur une échelle de 10 cm.

### Coefficient d'extinction à la limite optiquement mince

Dans le but de définir une échelle de référence des longueurs d'extinction pour les géométries étudiées, considérons un coefficient d'extinction global  $\beta_{OT}(\theta)$ , indépendant de  $\phi$ , à la limite optiquement mince et pour une loi de réflexion diffuse à l'interface. Dans ces conditions, le flux émis par la surface de l'interface  $dS$  d'un VER est égal au flux émis par le volume associé de la phase fluide  $dV_F$  contenue dans le VER. Pour un arrangement de cylindres, Bellet *et al.* [7] montrent que :

$$\beta(\theta, \phi) = \beta(\pi/2, \phi) \sin(\theta). \quad (\text{I.41})$$

En utilisant les équations I.18 et I.41, nous obtenons que :

$$\pi \alpha_\nu I_\nu^\circ(T) dS d\nu = \left( \int_0^\pi \alpha_\nu \beta_{OT}(\pi/2) 2\pi \sin^2(\theta) d\theta \right) I_\nu^\circ(T) dV_F d\nu, \quad (\text{I.42})$$

et nous déduisons que :

$$\beta_{OT}(\pi/2) = \frac{\mathcal{A}_F}{\pi} = \frac{\mathcal{A}}{\pi \Pi}. \quad (\text{I.43})$$

Le coefficient d'extinction de référence  $\beta_{ref}$ , pour les arrangements de cylindre dégradés, est choisi égal à  $\beta_{OT}(\pi/2)$ .

### Milieu non Beerien

Lorsque le milieu est Beerien, la fonction de distribution cumulée d'extinction  $g_{ext}$  a une allure exponentielle (équation I.3). Sur la figure I.9, nous représentons  $\ln(1 - G_{ext})$  en fonction de  $s^+$  pour la zone 2.  $s^+$  est la distance de propagation des rayons adimensionnée par le coefficient d'extinction  $\beta_{ref}$ . Il est clair que la fonction de distribution cumulée d'extinction  $G_{ext}$  n'est pas d'allure exponentielle car la fonction  $\ln(1 - G_{ext})$  n'est pas linéaire en  $s$ . **Le milieu étudié ne vérifie pas la loi de Beer.**

### Calcul de $\mathcal{A}_F$ à partir de $G_{ext}$

Lorsque le milieu est Beerien, la fonction  $s \rightarrow \ln[1 - g_{ext}(s)] = -\beta s$  (équation I.3) est une droite de coefficient directeur  $-\beta$ . On remarque sur la figure I.9 que les fonctions de distribution cumulées d'extinction présentées sous la forme de  $\ln[1 - G_{ext}(\theta = 90^\circ, \phi)]$  sont des droites lorsque  $s^+ \leq 1$ . La pente des droites est indépendante de  $\phi$  et cette pente est très proche de  $-\beta_{ref} = \mathcal{A}_F/\pi$ . Ainsi nous pouvons calculer  $\beta_{ref}$  en faisant une régression linéaire des fonctions  $s \rightarrow \ln[1 - G_{ext}(\theta = 90^\circ, \phi)]$  pour tous les angles  $\phi$  et en déduire directement  $\mathcal{A}_F$  pour chaque tronçon étudié en fonction de  $\phi$ . La régression linéaire a été effectuée sur une longueur  $s' - s = \frac{1}{3\beta_{ref}}$ . On note  $\mathcal{A}_{F_{min}}$  et  $\mathcal{A}_{F_{max}}$  la plus petite et la plus grande valeur de  $\mathcal{A}_F$  lorsque  $\phi$  parcourt l'intervalle  $[0; 45^\circ]$ . Ces valeurs sont

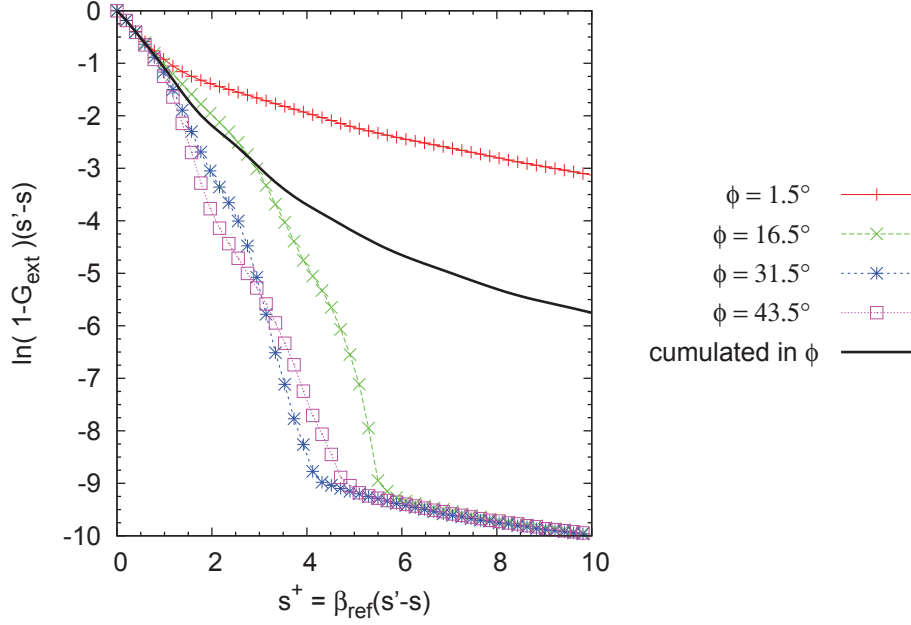


FIGURE I.9 – Représentation de  $\ln(1 - G_{ext})$  ( $\theta = 90^\circ$ ) en fonction de la longueur adimensionnée  $s^+$  de la zone 2.

regroupées dans le tableau I.3 pour toutes les zones étudiées.

D'autre part, nous calculons  $\mathcal{A}_F$  à partir de l'aire spécifique  $\mathcal{A}$  donnée par l'algorithme du cube mobile et de la porosité  $\Pi$  issue du Monte Carlo (équation I.31). Le tableau I.3 compare les deux estimations différentes de  $\mathcal{A}_F$ .

La dernière colonne du tableau I.3 donne l'écart relatif maximal  $\varepsilon_{\mathcal{A}_F}$  donné par la relation :

$$\varepsilon_{\mathcal{A}_F} = \frac{\max\{|\mathcal{A}_F - \mathcal{A}_{F_{min}}|, |\mathcal{A}_F - \mathcal{A}_{F_{max}}|\}}{\mathcal{A}_F} \times 100 \quad (\text{I.44})$$

Pour toutes les géométries, nous avons retenu comme critère de précision que  $\varepsilon_{\mathcal{A}_F} < 15\%$ . Avec ce critère, le calcul de  $\mathcal{A}_F$  est bien estimé sur tous les tronçons exceptés les zones 21, 22 et 24. En fait, pour ces zones, la régression linéaire, qui est effectuée sur la longueur  $1/(3\beta_{ref})$  ne contient pas suffisamment de points. Les résultats de cette régression linéaire ne sont donc pas pertinents pour ces zones. La valeur de  $\mathcal{A}_F$  qui sera utilisée par la suite pour ces zones correspond à la valeur issue du rapport de  $\mathcal{A}$  (calculé avec l'algorithme du cube mobile) et de  $\Pi$  (calculé par Monte Carlo).

ZONE	$\Pi$	$\mathcal{A}[mm^{-1}]$	$\mathcal{A}_F = \frac{\mathcal{A}}{\Pi}[mm^{-1}]$	$\mathcal{A}_{F_{min}}[mm^{-1}]$	$\mathcal{A}_{F_{max}}[mm^{-1}]$	$\varepsilon_{\mathcal{A}_F}(\%)$
1	0,42	0,24	0,5756	0,5746	0,5867	1,92
2	0,38	0,24	0,6166	0,6247	0,6477	5,05
3	0,64	0,26	0,3981	0,3610	0,3628	9,31
4	0,49	0,35	0,7206	0,6605	0,6654	8,34
5	0,76	0,34	0,4390	0,3972	0,4024	9,51
6	0,78	0,30	0,3825	0,3402	0,3440	11,06
7	0,75	0,26	0,3520	0,3121	0,3156	11,33
8	0,57	0,44	0,7688	0,7413	0,7449	3,58
9	0,51	0,37	0,7263	0,6437	0,6497	11,37
10	0,53	0,34	0,6428	0,5745	0,5784	10,63
11	0,40	0,33	0,8341	0,7598	0,7668	8,91
12	0,35	0,32	0,9099	0,7787	0,7890	14,42
13	0,33	0,30	0,8955	0,8143	0,8314	9,06
14	0,26	0,30	1,1903	1,1534	1,1758	3,10
15	0,31	0,35	1,1225	1,0812	1,0841	3,68
16	0,23	0,30	1,2814	1,2672	1,2850	1,11
17	0,33	0,36	1,0938	1,0285	1,0414	5,96
18	0,03	0,07	2,2248	1,9022	1,9436	14,50
19	0,06	0,11	1,9999	2,0725	2,0907	4,54
20	0,06	0,11	1,8474	1,6712	1,7447	9,54
<b>21</b>	<b>0,03</b>	<b>0,15</b>	<b>4,6139</b>	<b>1,7501</b>	<b>1,8341</b>	<b>62,07</b>
<b>22</b>	<b>0,03</b>	<b>0,07</b>	<b>2,5904</b>	<b>1,8872</b>	<b>1,9104</b>	<b>27,15</b>
23	0,04	0,12	2,6969	2,3102	2,4633	14,34
<b>24</b>	<b>0,04</b>	<b>0,12</b>	<b>2,8050</b>	<b>2,2826</b>	<b>2,3073</b>	<b>18,62</b>
25	0,04	0,11	3,0514	3,0225	3,1291	2,55
26	0,66	0,46	0,6982	0,6035	0,6103	13,56
27	0,57	0,29	0,5024	0,4286	0,4333	14,70
28	0,43	0,35	0,7984	0,7513	0,7546	5,90
29	0,35	0,33	0,9399	0,9008	0,9094	4,16
30	0,49	0,29	0,5854	0,5599	0,5769	4,36
31	0,41	0,38	0,9393	0,8893	0,9062	5,32
32	0,49	0,34	0,6857	0,6428	0,6535	6,26
33	0,59	0,35	0,5943	0,5145	0,5241	13,43
34	0,62	0,23	0,3730	0,3560	0,3618	4,57
35	0,59	0,36	0,6013	0,5941	0,5983	1,19

**TABLE I.3** – Comparaison entre les différentes méthodes de calcul de  $\mathcal{A}_F$  : i) calcul du rapport de la surface spécifique  $\mathcal{A}$  calculée par l'algorithme du cube mobile et de la porosité  $\Pi$  issue du calcul Monte-Carlo (colonne 4) ; ii) calcul à partir de la pente à l'origine des  $G_{ext}$  (colonnes 5 et 6).

### Calcul des coefficients directionnels d'extinction généralisés

La grappe de crayons dégradés que nous avons étudiée est donc :

1. un milieu poreux **non Beerien**
2. **optiquement épais** sur des échelles de longueur inférieures à 10 *cm*.

Comme cela est expliqué dans le paragraphe I.2.5, l'ETR généralisée dégénère dans ces conditions en une ETR classique caractérisée par les coefficients d'extinction généralisés d'extinction  $B$ , d'absorption  $K_\nu$  et de diffusion  $\Sigma_\nu$ . Ces coefficients ont été calculés à partir de  $G_{ext}$  selon les formules des équations I.17 et I.18. Les résultats de  $B$  pour la zone 2 sont donnés sur la figure I.10.

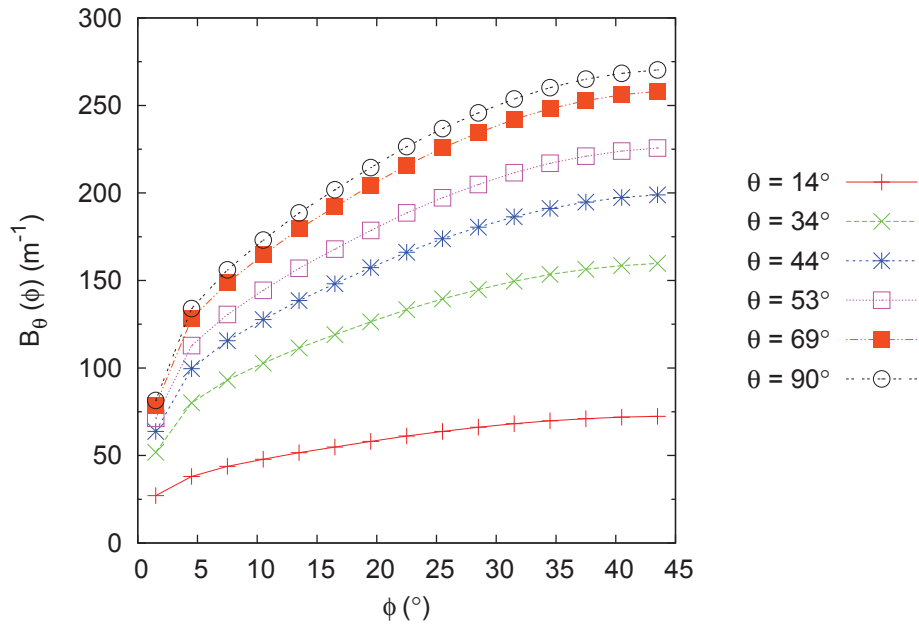


FIGURE I.10 – Coefficients d'extinction généralisés à l'équilibre  $B(\theta, \phi)$ , pour la zone 2.

### I.3.5 Résultats relatifs à la diffusion

#### Fonction de phase générale

Pour les 35 zones étudiées, la fonction de phase générale  $p(\theta', \phi', \theta, \phi)$  a été calculée avec une excellente précision par la technique de Monte Carlo. Sur la figure I.11, nous avons représenté les résultats de la fonction de phase  $p$  de la zone 2 en fonction de  $\phi - \phi'$  pour  $\theta = \theta' = 90^\circ$ . La rétrodiffusion, qui correspond à  $\phi - \phi' = 180^\circ$  est la direction de diffusion la plus probable. En effet, les angles  $(\theta, \phi)$  sont définis par rapport à des axes fixes. Dans ce système de coordonnées et pour chaque tir, la rétrodiffusion est une direction de diffusion toujours possible quelque soit l'orientation de la normale d'impact. En effet, un rayon qui impacte sur l'interface fluide-solide dans une direction  $\mathbf{u}$  peut toujours repartir dans la direction opposée  $\mathbf{u}' = -\mathbf{u}$ . Par contre, l'orientation de la normale locale interdit les directions diffusées dans le demi-espace situé dans le solide. Ces directions de diffusion deviennent donc statistiquement moins probables que la rétrodiffusion.

Nous avons remarqué que la fonction de phase ne dépendait, en pratique, ni de  $\theta$  ni de  $\theta'$ . Cependant, nous avons utilisé l'expression générale de  $p$  pour la résolution de l'équation de transfert radiatif et comme on le verra plus tard, le calcul des conductivités radiatives.

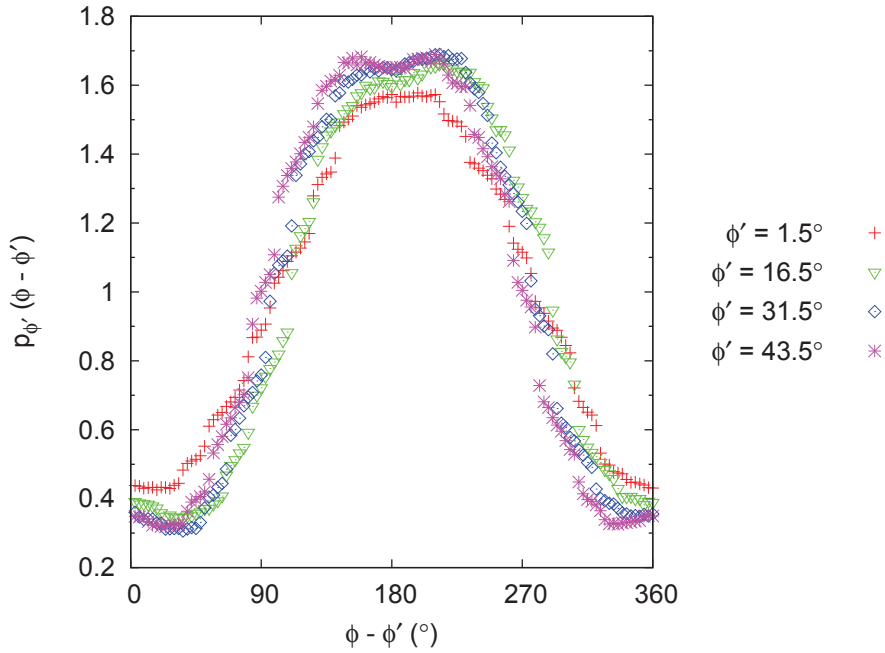


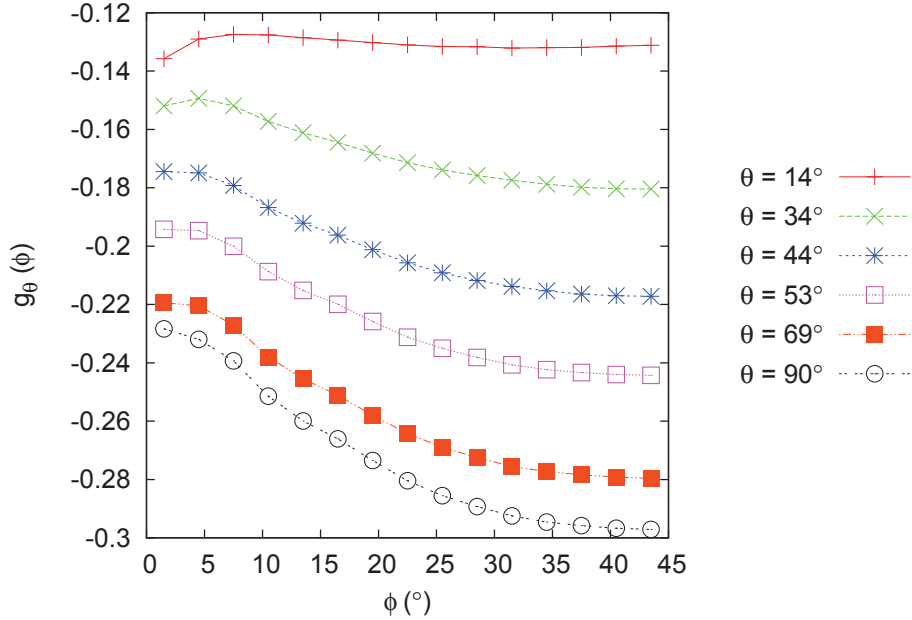
FIGURE I.11 – Fonction de phase de diffusion  $p(\theta = 90^\circ, \phi, \theta' = 90^\circ, \phi')$  en fonction de  $\phi - \phi'$  de la zone 2.

### Paramètre d'asymétrie $g$

L'anisotropie de la diffusion est aussi caractérisée par la fonction d'asymétrie  $g(\mathbf{u})$  définie par :

$$g(\mathbf{u}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} p(\mathbf{u}, \mathbf{u}') (\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}') d\Omega' \quad (\text{I.45})$$

La fonction d'asymétrie  $g$  permet de caractériser l'effet de la diffusion sur les flux radiatifs. La figure I.12 montre que  $g$  est toujours négative et cela correspond au phénomène de rétrodiffusion. Par conséquent, le terme source de diffusion agit comme un terme supplémentaire d'extinction qui contribue à diminuer les conductivités radiatives comme cela sera montré dans le chapitre II.

FIGURE I.12 – Paramètre d'asymétrie  $g(\theta, \phi)$  de la zone 2.

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé la généralisation de l'équation de transfert aux milieux non Beeriens. Cependant, l'équation de transfert généralisée dégénère, lorsque le milieu est optiquement épais à l'échelle du volume élémentaire représentatif, en une équation de transfert radiatif classique. Cette nouvelle ETR est caractérisée par des coefficients généralisés qui se calculent analytiquement à partir des fonctions statistiques du rayonnement.

La méthodologie complète d'homogénéisation a été appliquée à une grappe de crayons dégradés résultants de deux essais PHEBUS. Les fonctions statistiques du rayonnement ont été calculées par une approche Monte Carlo sur différentes géométries dégradées de réacteur et les résultats ont permis de montrer que la loi de Beer n'était pas vérifiée. Les fonctions de distribution cumulées d'extinction permettent d'estimer l'échelle à partir de laquelle le milieu est optiquement épais. Cette échelle (de l'ordre de 10 cm) est beaucoup plus petite que l'échelle d'un réacteur industriel. Ainsi, à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif de taille 10 cm, il est possible d'estimer des coefficients généralisés pour l'absorption, la diffusion et l'extinction. Il reste maintenant à proposer une méthode de résolution de l'équation de transfert qui permettra de calculer les flux échangés par rayonnement.





## Chapitre II

# TENSEUR DES CONDUCTIVITÉS RADIATIVES EN PRÉSENCE D'UNE PHASE FLUIDE TRANSPARENTE

### Table des matières

---

<b>Introduction</b> . . . . .	<b>34</b>
<b>II.1 Résolution de l'ETR effective</b> . . . . .	<b>34</b>
II.1.1 Expression et résolution de l'ETR effective . . . . .	34
II.1.2 Luminance d'ordre 0 . . . . .	36
II.1.3 Luminance d'ordre 1 . . . . .	36
II.1.4 Flux radiatif d'ordre 0 . . . . .	38
II.1.5 Flux radiatif d'ordre 1 : passage aux conductivités radiatives . . . . .	39
II.1.6 Domaine de validité du modèle de conductivités radiatives . . . . .	40
<b>II.2 Application du calcul des conductivités radiatives aux essais PHEBUS-FPT1 et PHEBUS-FPT2</b> . . . . .	<b>41</b>
II.2.1 Introduction . . . . .	41
II.2.2 Conductivités radiatives adimensionnées paramétrées en $\alpha_\nu$ . . . . .	42
II.2.3 Résultats relatifs à l'oxyde de Zirconium $ZrO_2$ . . . . .	43
II.2.4 Résultats relatifs à l'oxyde d'Uranium $UO_2$ . . . . .	46
<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>48</b>

---

## Introduction

Le processus d'homogénéisation s'effectue à l'échelle d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER), dont la position est repérée par un vecteur  $\mathbf{x}$ . Chaque VER est complètement caractérisé par la donnée des propriétés effectives suivantes :

1. la porosité  $\Pi$ ,
2. la surface spécifique  $\mathcal{A}$ ,
3. l'indice effectif  $n_w$  qui dépend de la direction,
4. le coefficient d'absorption généralisé à l'équilibre  $K_\nu$ ,
5. le coefficient de diffusion généralisé à l'équilibre  $\Sigma_\nu$ ,
6. le coefficient d'extinction généralisé à l'équilibre  $B$ ,
7. la fonction de phase de diffusion  $p$ ,
8. le champ de température  $T_w(\mathbf{x})$ .

On se place dans le cas où le VER étudié est de suffisamment petite dimension pour que la température locale des parois  $T_w$  y soit uniforme.

Le paragraphe II.1 est consacré à la résolution de l'ETR par une technique des perturbations et les conditions de validité de ce modèle. Il est rigoureusement démontré que, dans le cas d'un milieu optiquement épais, les flux radiatifs s'expriment sous la forme de flux conductifs caractérisés par le tenseur des conductivités radiatives. Le paragraphe II.2 expose l'application du calcul des conductivités radiatives à la grappe de crayons dégradés PHEBUS. Les propriétés effectives de ce réacteur ont été précisément calculées dans la section I.3.

## II.1 Résolution de l'ETR effective

### II.1.1 Expression et résolution de l'ETR effective

L'ETR effective, qui régit les transferts radiatifs dans le milieu homogénéisé à l'échelle des VER, chacun étant repéré par un  $\mathbf{x}$ , s'écrit :

$$\begin{aligned}
 & u_j(\theta, \phi) \frac{\partial I_\nu}{\partial x_j}(\mathbf{x}, \theta, \phi) + B(\theta, \phi) I_\nu(\mathbf{x}, \theta, \phi) \\
 = & \Pi n_w^2(\theta, \phi) K_\nu(\theta, \phi) I_\nu^\circ [T_w(\mathbf{x})] + \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \Sigma_\nu(\theta', \phi') p(\theta', \phi', \theta, \phi) I_\nu(\mathbf{x}, \theta', \phi') d\Omega'
 \end{aligned} \tag{II.1}$$

### Adimensionnement de l'ETR

On définit la longueur  $\delta$  de telle façon que l'épaisseur optique associée à l'extinction soit au moins égale à 10 :

$$\delta = \frac{10}{n_w^2(\theta, \phi) B(\theta, \phi)}. \quad (\text{II.2})$$

D'après l'équation I.28, la quantité  $n_w^2 B$  est isotrope et donc  $\delta$  est aussi isotrope et égal à :

$$\delta = \frac{40}{\mathcal{A}_F}. \quad (\text{II.3})$$

En posant :

$$\mathbf{x}^+ = \frac{\mathbf{x}}{\delta},$$

on obtient, à partir de l'équation II.1, la forme adimensionnée de l'ETR effective :

$$\begin{aligned} & \text{Kn}^R u_j(\theta, \phi) \frac{\partial I_\nu}{\partial x_j^+}(\mathbf{x}^+, \theta, \phi) + \frac{1}{n_w^2(\theta, \phi)} I_\nu(\mathbf{x}^+, \theta, \phi) \\ &= \Pi \frac{K_\nu(\theta, \phi)}{B(\theta, \phi)} I_\nu^\circ [T_w(\mathbf{x}^+)] + \frac{1}{4\pi n_w^2 B} \int_{4\pi} \Sigma_\nu(\theta', \phi') p(\theta', \phi', \theta, \phi) I_\nu(\mathbf{x}^+, \theta', \phi') d\Omega' \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

avec :

$$\text{Kn}^R = \frac{1}{n_w^2 B \delta} = \frac{1}{10} \ll 1 \quad \text{et} \quad u_j = \frac{dx_j}{ds}. \quad (\text{II.5})$$

Le paramètre  $\text{Kn}^R$ , appelé nombre de Knudsen radiatif, pilote donc entièrement le problème. Le nombre de Knudsen compare la longueur d'extinction des photons à la taille caractéristique du VER. Lorsque  $\text{Kn}^R \ll 1$ , cela signifie que le système matériel est au voisinage de l'Équilibre Thermodynamique Local (ETL). Dans ce cas, le champ de luminance se calcule, autour de l'ETL pour le rayonnement à la température  $T_w$ , par une méthode de perturbation à l'ordre 1 en  $\text{Kn}^R$ . Cette méthode est strictement analogue à la méthode de perturbation utilisée pour résoudre l'équation de Boltzmann. Ce calcul conduit à la notion de conductivité radiative et à la loi de Fourier radiative, qui est exactement de même nature que la loi de Fourier usuelle.

### Théorie des perturbations

Comme  $\text{Kn}^R$  est petit devant 1, la méthode des perturbations peut s'appliquer en décomposant la luminance sous la forme :

$$I_\nu(\mathbf{x}^+, \theta, \phi) = I_\nu^{(0)}(\mathbf{x}^+, \theta, \phi) + I_\nu^{(1)}(\mathbf{x}^+, \theta, \phi), \quad (\text{II.6})$$

où  $I_\nu^{(0)}$  est la luminance d'ordre 0 et  $I_\nu^{(1)} = \text{Kn}^R J_\nu^{(1)}$  est la luminance d'ordre 1. Avec cette décomposition, l'ETR prend la forme :

$$\begin{aligned} & \text{Kn}^R u_j(\theta, \phi) \left[ \frac{\partial I_\nu^{(0)}}{\partial x_j^+} + \text{Kn}^R \frac{\partial J_\nu^{(1)}}{\partial x_j^+} \right] (\mathbf{x}^+, \theta, \phi) + \frac{1}{n_w^2(\theta, \phi)} \left[ I_\nu^{(0)} + \text{Kn}^R J_\nu^{(1)} \right] (\mathbf{x}^+, \theta, \phi) \\ = & \Pi \frac{K_\nu(\theta, \phi)}{B(\theta, \phi)} I_\nu^\circ [T_w(\mathbf{x}^+)] \\ + & \frac{1}{4\pi n_w^2 B} \int_{4\pi} \Sigma_\nu(\theta', \phi') p(\theta', \phi', \theta, \phi) \left[ I_\nu^{(0)} + \text{Kn}^R J_\nu^{(1)} \right] (\mathbf{x}^+, \theta', \phi') d\Omega' \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

et il faut maintenant identifier les termes qui sont du même ordre en  $\text{Kn}^R$ .

### II.1.2 Luminance d'ordre 0

À l'ordre 0 en  $\text{Kn}^R$ , en revenant aux variables dimensionnées, on a :

$$\begin{aligned} & \Sigma_\nu(\theta, \phi) I_\nu^{(0)}(\mathbf{x}, \theta, \phi) - \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \Sigma_\nu(\theta', \phi') p(\theta', \phi', \theta, \phi) I_\nu^{(0)}(\mathbf{x}, \theta', \phi') d\Omega' \\ = & K_\nu(\theta, \phi) \left\{ \Pi n_w^2(\theta, \phi) I_\nu^\circ [T_w(\mathbf{x})] - I_\nu^{(0)}(\mathbf{x}, \theta, \phi) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

Le terme de transport de la luminance d'un VER à l'autre a disparu : cette équation caractérise donc les échanges d'un VER avec lui-même. C'est l'équation qui serait obtenue si le milieu était optiquement très épais ( $\text{Kn}^R \rightarrow 0$ ). On admet que cette équation a une solution unique. Grâce à la relation I.24, on voit facilement que la luminance d'équilibre est solution de l'équation II.8, et finalement :

$$I_\nu^{(0)}(\mathbf{x}, \theta, \phi) = \Pi n_w^2(\theta, \phi) I_\nu^\circ [T_w(\mathbf{x})]. \quad (\text{II.9})$$

### II.1.3 Luminance d'ordre 1

L'ETR donne à l'ordre 1 en  $\text{Kn}^R$  :

$$\begin{aligned} & u_j(\theta, \phi) \frac{\partial I_\nu^{(0)}}{\partial x_j^+} (\mathbf{x}^+, \theta, \phi) + \frac{1}{n_w^2(\theta, \phi)} J_\nu^{(1)}(\mathbf{x}^+, \theta, \phi) \\ = & \frac{1}{4\pi n_w^2 B} \int_{4\pi} \Sigma_\nu(\theta', \phi') p(\theta', \phi', \theta, \phi) J_\nu^{(1)}(\mathbf{x}^+, \theta', \phi') d\Omega', \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

ce qui devient en variables dimensionnées :

$$\begin{aligned}
I_\nu^{(1)}(\mathbf{x}, \theta, \phi) = & -\Pi \frac{u_j(\theta, \phi) n_w^2(\theta, \phi)}{B(\theta, \phi)} \frac{dI_\nu^\circ}{dT} [T_w(\mathbf{x})] \frac{\partial T_w}{\partial x_j}(\mathbf{x}) \\
& + \frac{1}{4\pi B(\theta, \phi)} \int_{4\pi} \Sigma_\nu(\theta', \phi') p(\theta', \phi', \theta, \phi) I_\nu^{(1)}(\mathbf{x}, \theta', \phi') d\Omega'.
\end{aligned} \tag{II.11}$$

On remarque que la solution à l'ordre 1 ne dépend pas de l'adimensionnement choisi (car elle ne dépend pas de  $\text{Kn}^R$ ). Par contre, le critère  $\text{Kn}^R \ll 1$  est fondamental pour la validité de la méthode des perturbations car la solution est tronquée à l'ordre 1 en  $\text{Kn}^R$ . À l'ordre 1, l'erreur de la troncature est de l'ordre de  $(\text{Kn}^R)^2$  en variables adimensionnées et de l'ordre de  $\text{Kn}^R$  en variables dimensionnées. Un critère de validité plus précis [22] du modèle sera détaillé dans le paragraphe II.1.6.

### Résolution itérative

#### Expression formelle du problème

En posant :

$$P_\nu(\mathbf{x}, \theta, \phi) = -\Pi \frac{u_j(\theta, \phi) n_w^2(\theta, \phi)}{B(\theta, \phi)} \frac{dI_\nu^\circ}{dT} [T_w(\mathbf{x})] \frac{\partial T_w}{\partial x_j}(\mathbf{x}), \tag{II.12}$$

$$L_\nu[X](\mathbf{x}, \theta, \phi) = \frac{1}{4\pi B(\theta, \phi)} \int_{4\pi} \Sigma_\nu(\theta', \phi') p(\theta', \phi', \theta, \phi) X(\mathbf{x}, \theta', \phi') d\Omega', \tag{II.13}$$

l'équation II.11 devient :

$$I_\nu^{(1)} = P_\nu + L_\nu [I_\nu^{(1)}]. \tag{II.14}$$

On suppose dans la suite la solution du problème II.14 unique.

#### Suite auxiliaire

Soit  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite de fonctions définie par :

$$\begin{aligned}
f_0 &= P_\nu \\
\forall n \in \mathbb{N} \quad f_{n+1} &= P_\nu + L_\nu [f_n]
\end{aligned} \tag{II.15}$$

Lorsque la suite  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge alors sa limite est  $I_\nu^{(1)}$ . Il faut noter que  $P_\nu$  est l'initialisation naturelle de la suite, car l'opérateur linéaire  $L_\nu$  propage l'écart de la solution par rapport à  $P_\nu$ . On démontre facilement par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad f_n = \sum_{k=0}^n L_\nu^k [P_\nu], \quad (\text{II.16})$$

ce qui entraîne :

$$I_\nu^{(1)} = \sum_{k=0}^{+\infty} L_\nu^k [P_\nu]. \quad (\text{II.17})$$

### Adimensionnement

On remarque que pour tout  $k \geq 0$ , l'opérateur  $L_\nu^k$  est sans dimension, c'est à dire que  $L_\nu^k [X]$  a la même dimension que  $X$ . Posons :

$$A_{\nu j}^+(\theta, \phi) = \frac{u_j(\theta, \phi) n_w^2(\theta, \phi)}{B^+(\theta, \phi)}, \quad (\text{II.18})$$

où

$$B^+(\theta, \phi) = \frac{B(\theta, \phi)}{\beta_{ref}} = \frac{\pi B(\theta, \phi)}{\mathcal{A}_F}. \quad (\text{II.19})$$

En posant :

$$D_{\nu j}^+(\theta, \phi) = \sum_{k=0}^{+\infty} L_\nu^k [A_{\nu j}^+] (\theta, \phi), \quad (\text{II.20})$$

quantité également sans dimension, on obtient, en utilisant les notations tensorielles d'Einstein, que :

$$I_\nu^{(1)}(\mathbf{x}, \theta, \phi) = -\frac{1}{\beta_{ref}} \frac{dI_\nu^\circ}{dT} [T_w(\mathbf{x})] \frac{\partial T_w}{\partial x_j}(\mathbf{x}) D_{\nu j}^+(\theta, \phi). \quad (\text{II.21})$$

### II.1.4 Flux radiatif d'ordre 0

Le flux d'ordre 0 s'écrit, pour  $i = x, y, z$  :

$$\begin{aligned} q_i^{R(0)} &= \int_0^{+\infty} \left( \int_{4\pi} I_\nu^{(0)}(\mathbf{x}, \theta, \phi) u_i(\theta, \phi) d\Omega \right) d\nu, \\ &= \Pi \int_0^{+\infty} I_\nu^\circ [T_w(\mathbf{x})] \left( \int_{4\pi} n_w^2(\theta, \phi) u_i(\theta, \phi) d\Omega \right) d\nu. \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

Étant données les symétries du système discutées dans le paragraphe I.3.3, on démontre que :

$$\int_{4\pi} n_w^2(\theta, \phi) u_i(\theta, \phi) d\Omega = 0, \quad (\text{II.23})$$

et

$$q_x^{R(0)} = q_y^{R(0)} = q_z^{R(0)} = 0. \quad (\text{II.24})$$

La démonstration de l'équation II.23 est présentée dans l'annexe C.

### II.1.5 Flux radiatif d'ordre 1 : passage aux conductivités radiatives

Le flux d'ordre 1 s'écrit, pour  $i = x, y, z$  :

$$\begin{aligned} q_i^{R(1)} &= \int_0^{+\infty} \left( \int_{4\pi} I_\nu^{(1)}(\mathbf{x}, \theta, \phi) u_i(\theta, \phi) d\Omega \right) d\nu, \\ &= -\frac{\partial T_w}{\partial x_j}(\mathbf{x}) \frac{\Pi}{\beta_{ref}} \int_0^{+\infty} \frac{dI_\nu^\circ}{dT} [T_w(\mathbf{x})] \left( \int_{4\pi} u_i(\theta, \phi) D_{\nu j}^+(\theta, \phi) d\Omega \right) d\nu. \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

L'identification avec une loi de conduction de type Fourier :

$$q_i^{R(1)} = -k_{ij}(\mathbf{x}) \frac{\partial T_w}{\partial x_j}, \quad (\text{II.26})$$

permet de calculer un tenseur de conductivités radiatives :

$$k_{ij}(\mathbf{x}) = \frac{\Pi}{\beta_{ref}} \int_0^{+\infty} \frac{dI_\nu^\circ}{dT} [T_w(\mathbf{x})] \left( \int_{4\pi} u_i(\theta, \phi) D_{\nu j}^+(\theta, \phi) d\Omega \right) d\nu. \quad (\text{II.27})$$

On définit  $k_{\nu ij}^+$  le tenseur de conductivités radiatives monochromatiques adimensionnées par :

$$k_{\nu ij}^+ = \int_{4\pi} u_i(\theta, \phi) D_{\nu j}^+(\theta, \phi) d\Omega, \quad (\text{II.28})$$

qui donne :

$$k_{ij}(\mathbf{x}) = \frac{\Pi}{\beta_{ref}} \int_0^{+\infty} \frac{dI_\nu^\circ}{dT} [T_w(\mathbf{x})] k_{\nu ij}^+ d\nu. \quad (\text{II.29})$$



**Remarque :**

Si  $k_{\nu ij}^+$  est indépendant de  $\nu$ , alors :

$$k_{ij}(\mathbf{x}) = \frac{\Pi}{\beta_{ref}} \frac{4\sigma T_w^3(\mathbf{x})}{\pi} k_{ij}^+ = \frac{\Pi^2}{\mathcal{A}} 4\sigma T_w^3(\mathbf{x}) k_{ij}^+. \quad (\text{II.30})$$

Cela se produit lorsque  $D_{\nu j}^+$  est indépendant de  $\nu$  c'est à dire lorsque l'absorptivité locale de paroi  $\alpha_\nu$  ne dépend pas de  $\nu$ .

**II.1.6 Domaine de validité du modèle de conductivités radiatives**

Les bases physiques du modèle de conduction ont été détaillées dans le paragraphe II.1.1 dans lequel est défini le nombre de Knudsen radiatif. Dans le but de définir un critère quantitatif de validité du modèle de conduction, Gomart et Taine [22] ont résolu l'équation de transfert avec une approche Monte Carlo dans un milieu poreux absorbant, diffusant et statistiquement isotrope.

La comparaison entre les flux calculés par l'approche Monte Carlo et les flux calculés par le modèle de conduction permet d'estimer de manière quantitative la validité de la loi de Fourier pour ce milieu. Dans cette étude, les flux conductifs sont caractérisés par une conductivité radiative  $k^R$  qui est donnée par l'expression explicite suivante :

$$k^R(T) = \frac{4\pi}{3} \int_0^{+\infty} \frac{n_\nu^2}{B - \Sigma_\nu g_\nu} \frac{\partial I_\nu^o(T)}{\partial T} d\nu \quad (\text{II.31})$$

Les calculs ont été effectués pour une large gamme de valeurs de l'albedo  $\omega$  et du paramètre d'asymétrie  $g$ . Pour que le flux calculé par la loi de Fourier s'écarte au maximum de 1% du flux calculé par l'approche Monte Carlo, il est nécessaire et suffisant que le champ de température  $T_w$  vérifie :

$$\frac{1}{T_w} \frac{dT_w}{dx} < 0,03 K^{eff}(\omega, g) \quad (\text{II.32})$$

où  $K^{eff}$  est la moyenne de Planck d'un coefficient effectif d'absorption généralisé qui prend en compte le phénomène de diffusion via l'albedo  $w$  et le paramètre d'asymétrie  $g$ . Les valeurs du ratio  $K^{eff}/K$  sont tabulés dans le tableau II.2 en fonction de  $\omega$  et  $g$ . Le critère de validité donné par l'équation II.32 doit être vérifié en tout point intérieur du milieu poreux étudié. On entend par « intérieur du milieu poreux » tout point au moins distant de  $3/K^{eff}$  des frontières du milieu. En effet, il est détaillé dans le paragraphe I.2.1 que l'ETR généralisée est établie loin des frontières. Physiquement,  $K^{eff}$  est l'inverse du libre parcours moyen des photons noté  $l^{eff}$ . La longueur  $l^{eff}$  caractérise l'absorption globale le long du parcours complexe d'un rayon qui a été dévié de multiples fois du fait de la diffusion dans le milieu. Un résultat numérique important est que  $K^{eff}$  vérifie toujours les inégalités :

$$K < K^{eff} < B - \Sigma g. \quad (\text{II.33})$$

Il apparaît, pour le milieu absorbant et diffusant étudié, que le critère de validité de la loi de Fourier n'est ni basé sur le coefficient d'absorption ni sur la quantité  $B - \Sigma g$  qui apparaissent dans l'équation II.33. En d'autres termes, la longueur pertinente du libre parcours moyen des photons dans un milieu absorbant diffusant est plus petite que la longueur d'absorption  $K^{-1}$  et plus grande que la longueur  $(B - \Sigma g)^{-1}$ .

g	$\omega$						
	0,1	0,33	0,5	0,6	0,8	0,87	0,9
-0,9	1,092	1,403	1,735	2,019	3,194	4,092	4,868
-0,7	1,091	1,403	1,755	2,058	3,268	4,177	4,920
-0,5	1,087	1,390	1,727	2,027	3,153	4,025	4,717
-0,3	1,083	1,367	1,686	1,961	3,025	3,831	4,475
-0,2	1,076	1,347	1,644	1,913	2,940	3,686	4,310
-0,1	1,074	1,333	1,619	1,869	2,844	3,576	4,164
0,0	1,071	1,309	1,586	1,816	2,733	3,434	3,988
0,1	1,066	1,285	1,543	1,761	2,626	3,286	3,807
0,2	1,060	1,263	1,494	1,698	2,505	3,114	3,620
0,3	1,056	1,236	1,450	1,637	2,382	2,957	3,416
0,5	1,040	1,181	1,348	1,492	2,087	2,569	2,954
0,7	1,028	1,114	1,226	1,325	1,751	2,090	2,380
0,9	1,006	1,041	1,081	1,121	1,301	1,461	1,605

TABLE II.2 – Ratio  $K^{eff}/K$  en fonction de l'albedo  $\omega$  et du paramètre d'asymétrie  $g$  (Gomart et Taine [22]).

## II.2 Application du calcul des conductivités radiatives aux essais PHEBUS-FPT1 et PHEBUS-FPT2

### II.2.1 Introduction

L'ETR effective a été résolue pour les 35 zones identifiées dans les essais FPT1 et FPT2 de la maquette dégradée PHEBUS. Le tenseur des conductivités a été numériquement calculé pour ces 35 zones en utilisant l'équation II.27 et tous les développements mathématiques détaillés dans la section précédente. Du fait des symétries de l'arrangement initial des crayons de combustible, on démontre que le tenseur des conductivités radiatives est **diagonal** et que  $k_{xx} = k_{yy} = k_r$ . La démonstration est présentée dans l'annexe C.

De plus, nous calculons aussi la conductivité selon l'axe vertical  $z$  notée  $k_z$  (au lieu de  $k_{zz}$ ). Cette conductivité existe car les distances d'extinction sont finies dans la direction verticale du fait de la dégradation. Lorsque l'arrangement des crayons est encore intact, Bellet *et al.* [7] montrent que le modèle de conduction n'est pas valide dans la direction axiale  $z$ .

## II.2.2 Conductivités radiatives adimensionnées paramétrées en $\alpha_\nu$

On note ici  $k_{\nu r}^+ = k_{\nu xx}^+ = k_{\nu yy}^+$ . On remarque que  $k_{\nu r}^+$  est une fonction croissante de l'absorptivité  $\alpha_\nu$ . En effet, lorsque  $\alpha_\nu$  augmente, le poids de la diffusion dans l'extinction globale diminue par rapport à l'absorption (équation I.18). Or, pour les géométries étudiées, la diffusion est de type diffusion arrière (voir figure I.12) qui a tendance à diminuer les conductivités. Ainsi l'augmentation de  $\alpha_\nu$  provoque la diminution de la rétrodiffusion dans l'extinction et donc cela augmente les conductivités. De plus, nous avons remarqué que  $k_{\nu z}^+$  dépendait très peu de  $\alpha_\nu$ . Ainsi, le terme source de diffusion a un effet négligeable sur le flux transmis le long de l'axe vertical  $z$ . Ce résultat est cohérent car, comme cela apparaît sur la figure I.12, le paramètre d'asymétrie  $g$  est proche de 0 dans la direction verticale  $z$  ( $\theta$  proche de 0).

Bien que les 35 zones étudiées présentent des morphologies très différentes, il est important de noter que  $k$  ne dépend que du paramètre extensif  $\mathcal{A}$  et du couple de variables  $(\Pi, \alpha_\nu)$ .  $k_{\nu r}^+(\Pi, \alpha_\nu)$  et  $k_z^+(\Pi)$  ont été ajustées en fonction de  $\alpha_\nu$ , pour chaque porosité  $\Pi$  étudiée, et les corrélations trouvées sont données par :

$$k_{\nu r}^+(\alpha_\nu) = 0,54\alpha_\nu^2 + 1,08\alpha_\nu + 4,45 \quad (\text{II.34})$$

$$k_z^+ = 15,09 \quad (\text{II.35})$$

La corrélation globale approxime  $k_{\nu r}^+$  avec une erreur relative maximale de 15% et  $k_z^+$  avec une erreur relative maximale de 20%. Les conductivités calculées et les corrélations trouvées sont représentées sur la figure II.1 pour  $\alpha_\nu = 0,8$ .

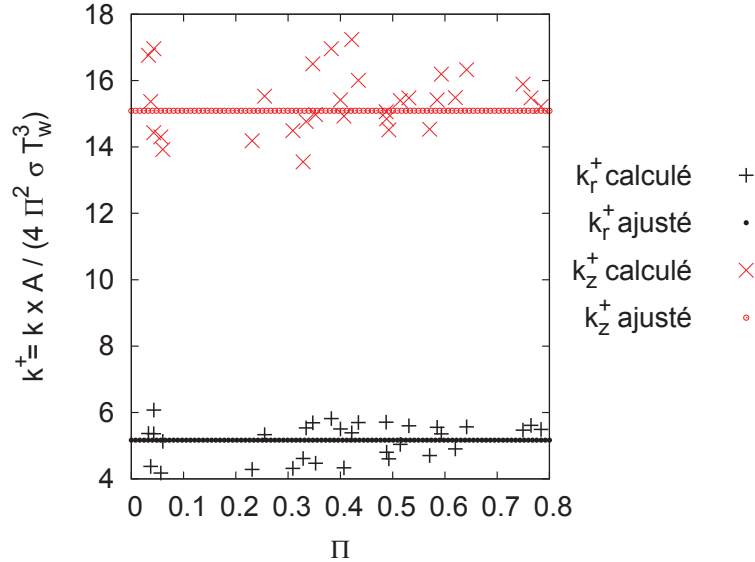


FIGURE II.1 – Conductivités radiative adimensionnée  $k_{\nu r}^+(\Pi, \alpha_\nu = 0,8)$  et  $k_{\nu z}^+(\Pi, \alpha_\nu = 0,8)$  en fonction de  $\Pi$ .

### II.2.3 Résultats relatifs à l'oxyde de Zirconium $ZrO_2$

#### Absorptivités de $ZrO_2$ et de $UO_2$

$ZrO_2$  et  $UO_2$  sont considérés comme des corps gris dont les absorptivités dépendent de la température. L'absorptivité de  $ZrO_2$  est tabulée et celle de  $UO_2$  est donnée analytiquement en fonction de  $T_w(K)$  [58] par :

$$\alpha_{UO_2}(T_w) = 0,725 - 0,23 \tanh [1,375 \cdot 10^{-3} (T_w - 273,15) - 1,945]. \quad (II.36)$$

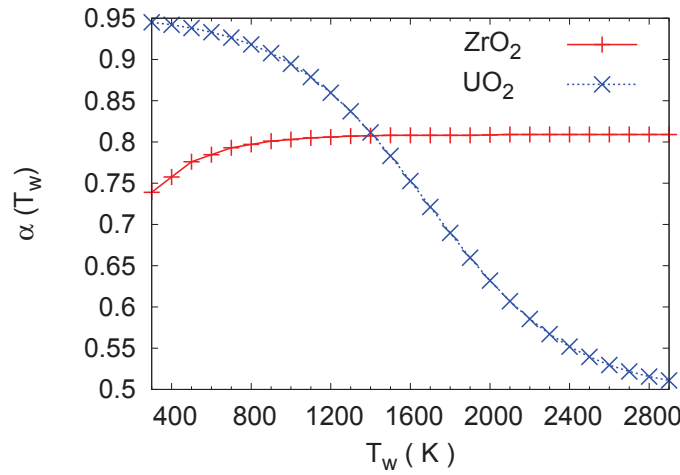


FIGURE II.2 – Absorptivités de  $ZrO_2$  et de  $UO_2$  en fonction de la température.

#### Résultats relatifs aux conductivités radiatives pour $ZrO_2$

Nous présentons dans cette partie les résultats des conductivités radiatives pour l'oxyde de Zirconium  $ZrO_2$  aussi appelée *Zircone*. Étant donné que pour  $ZrO_2$ , l'absorptivité  $\alpha$  ne dépend pas de  $\nu$ , on a, pour rappel, d'après l'équation II.30 :

$$k_{ij}(\mathbf{x}) = \frac{\Pi^2}{\mathcal{A}} 4\sigma T_w^3(\mathbf{x}) k_{ij}^+.$$

On peut ici calculer les conductivités radiatives adimensionnées  $k_r^+$  et  $k_z^+$  de deux façons différentes :

1. par résolution directe de l'algorithme itératif pour chaque température  $T_w$ ,
2. à partir des corrélations II.34 et II.35.

Nous avons appliqué ces deux méthodes dans le but de montrer que les corrélations paramétrées en fonction de l'absorptivité calculent avec une très bonne précision les conductivités radiatives adimensionnées.

Méthode de la résolution directe :

Sur les figures II.3 et II.4, nous représentons les résultats numériques obtenus pour  $k_r$  et  $k_z$  en fonction de la porosité  $\Pi$  pour deux températures de paroi :  $T_w = 1500 K$  et  $T_w = 2000 K$ .

L'ajustement des différentes courbes permet de trouver les corrélations suivantes :

$$k_r(\mathbf{x}) = 5,68 \frac{\Pi^2}{\mathcal{A}} 4 \sigma T_w^3(\mathbf{x}), \quad (\text{II.37})$$

$$k_z(\mathbf{x}) = 15,25 \frac{\Pi^2}{\mathcal{A}} 4 \sigma T_w^3(\mathbf{x}). \quad (\text{II.38})$$

Ces corrélations calculent  $k_r$  et  $k_z$  avec une erreur relative maximale de 20% par rapport à la résolution numérique directe de l'ETR.

Méthode utilisant les corrélations en  $\alpha$  :

Il est aussi possible de calculer  $k_r^+$  et  $k_z^+$  en utilisant les corrélations II.34 et II.35. L'absorptivité de  $ZrO_2$  est comprise entre 0,74 et 0,8 d'après la figure II.2 donc :

$$5,67 \leq k_{\nu r}^+ \leq 5,77 \quad \text{et} \quad k_z^+ = 15,09 \quad (\text{II.39})$$

Ces résultats s'écartent de moins de 2% avec les corrélations II.37 et II.38 trouvées par la résolution directe. Nous avons donc validé, pour  $ZrO_2$ , les corrélations paramétrées en  $\alpha$ .

### Application numérique de la condition de validité du modèle de conduction pour $ZrO_2$

Le modèle de conduction est valide tant que l'équation II.32 est vérifiée. Nous rappelons ici cette condition :

$$\frac{1}{T_w} \frac{dT_w}{dx} < 0,03 K^{eff}(\omega, g)$$

Application numérique :

Pour les applications à un réacteur, le paramètre d'asymétrie (voir figure I.12) et l'albedo pour  $ZrO_2$  (voir figure II.2) valent :

$$g \simeq -0,3 \quad (\text{II.40})$$

$$\omega = \frac{\Sigma}{B} = 1 - \alpha \simeq 0,2. \quad (\text{II.41})$$

En interpolant linéairement les valeurs du tableau II.2, on trouve :

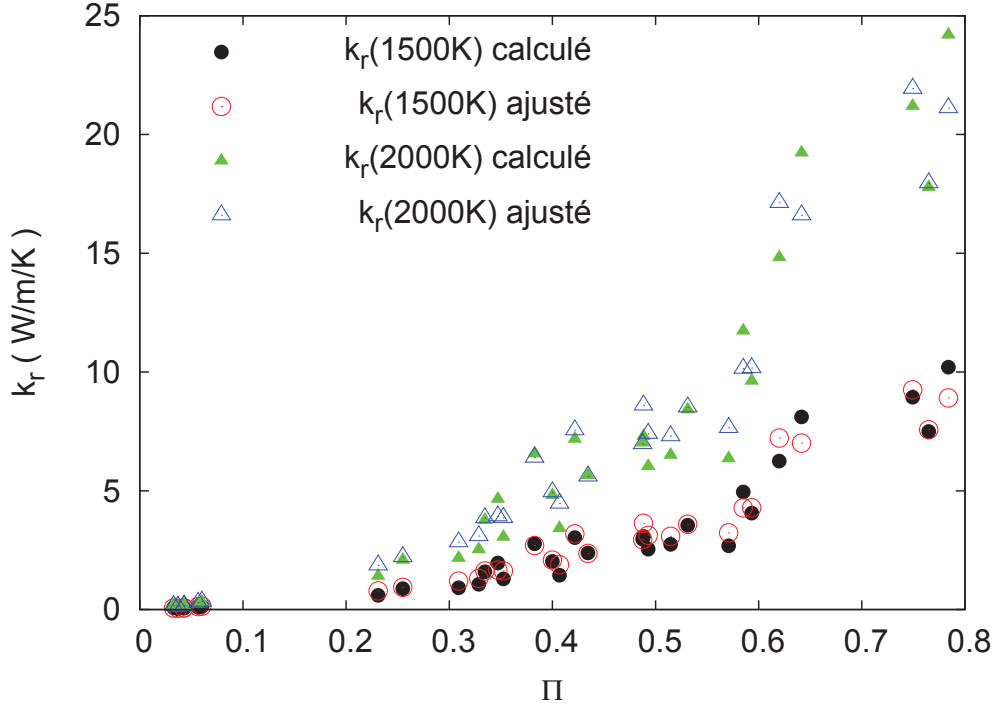


FIGURE II.3 – Conductivité radiative radiale de  $ZrO_2$  en fonction de  $\Pi$  à  $T_w = 1500 K$  et  $T_w = 2000 K$ .

$$\frac{K^{eff}}{K} \simeq 1,207. \quad (II.42)$$

Le cas dimensionnant la condition de validité du modèle correspond à  $K^{eff}$  minimal, c'est à dire lorsque le coefficient d'extinction généralisé  $K$  est minimal ou, ce qui est équivalent, lorsque le coefficient généralisé d'extinction  $B$  est minimal (grandes longueurs d'extinction). Pour toutes les zones étudiées et toutes les directions des rayons,  $B_{min} = 30m^{-1}$  (voir figure I.10). Ainsi  $K_{min} = \alpha B_{min} = 24m^{-1}$ .

La condition de validité du modèle s'exprime donc par :

$$\frac{1}{T_w} \frac{dT_w}{dx} < 0,869 m^{-1} \quad (II.43)$$

Ce critère macroscopique sur la dérivée logarithmique du champ de température  $T_w$  doit être vérifié par passage d'un VER à l'autre (c'est à dire d'une maille à l'autre dans n'importe quel code maillé). Pour fixer les idées, il est indispensable, à  $T_w = 500 K$ , que le gradient de  $T_w$  n'excède pas  $4,4 K/cm$  et, qu'à  $T_w = 1000 K$ , il n'excède pas  $8,7 K/cm$ .

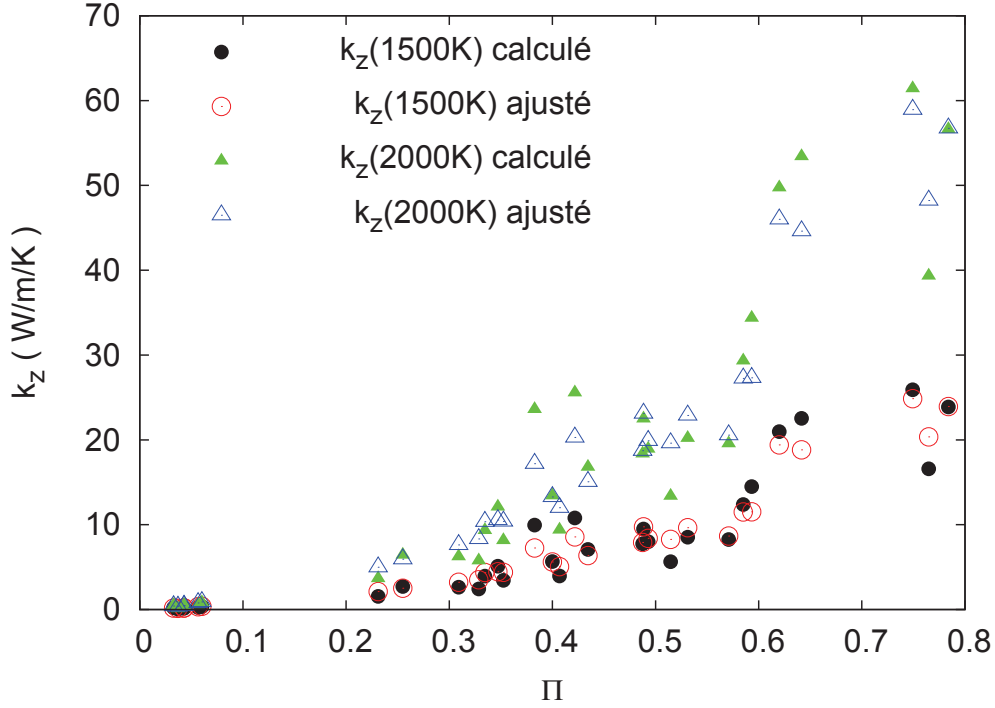


FIGURE II.4 – Conductivité radiative axiale de  $ZrO_2$  en fonction de  $\Pi$  à  $T_w = 1500 K$  et  $T_w = 2000 K$ .

## II.2.4 Résultats relatifs à l'oxyde d'Uranium $UO_2$

### Résultats relatifs aux conductivités radiatives pour $UO_2$

Les conductivités radiatives radiales et axiales sont représentées respectivement sur les figures II.5 et II.6 pour  $T_w = 1500 K$  et  $T_w = 2000 K$ . Les ajustements estiment les conductivités radiales avec une précision inférieure à 20%. Les corrélations trouvées sont données par :

$$k_r(\mathbf{x}) = \alpha_r(T_w) \frac{\Pi^2}{\mathcal{A}} 4 \sigma T_w^3(\mathbf{x}), \quad (\text{II.44})$$

$$k_z(\mathbf{x}) = \alpha_z(T_w) \frac{\Pi^2}{\mathcal{A}} 4 \sigma T_w^3(\mathbf{x}). \quad (\text{II.45})$$

où  $\alpha_r$  et  $\alpha_z$  dépendent de  $T_w$  (voir tableau II.3). Contrairement au cas de  $ZrO_2$ , ces coefficients dépendent de  $T_w$  parce-que l'absorptivité de  $UO_2$  en dépend (voir figure II.2).

$T_w$	$\alpha_r$	$\alpha_z$
500 K	5,94	15,37
1000 K	5,85	15,33
1500 K	5,63	15,24
2000 K	5,35	15,11
2500 K	5,20	15,03

TABLE II.3 – Dépendance en température des coefficients  $\alpha_r$  et  $\alpha_z$ .

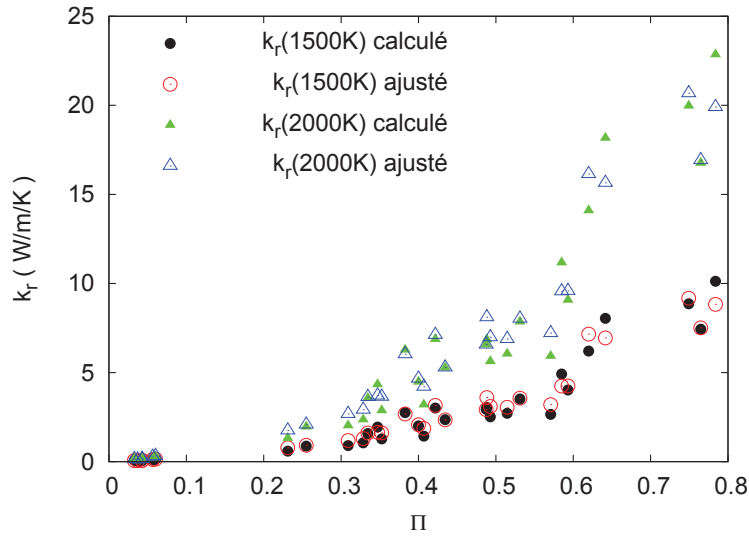


FIGURE II.5 – Conductivité radiative radiale de  $UO_2$  en fonction de  $\Pi$  à  $T_w = 1500 K$  et  $T_w = 2000 K$ .

### Application numérique de la condition de validité du modèle de conduction pour $UO_2$

Le modèle de conduction est valide tant que l'équation suivante est vérifiée :

$$\frac{1}{T_w} \frac{dT_w}{dx} < 0,03 K^{eff}(\omega, g)$$

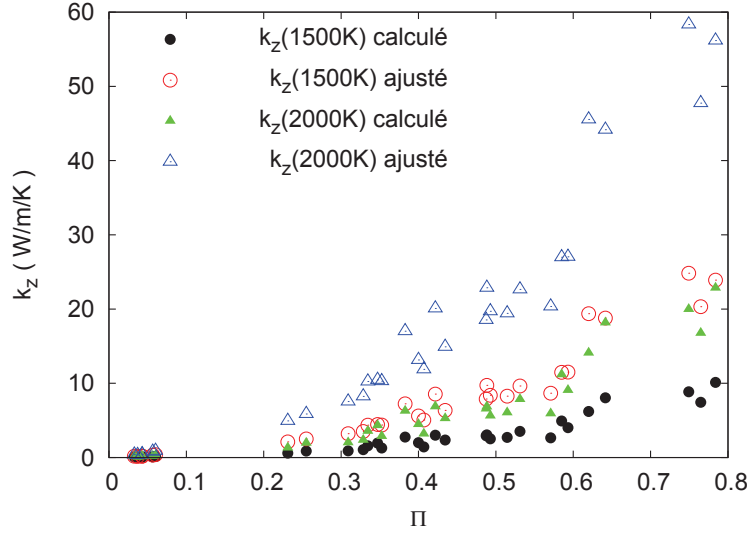
Application numérique :

Pour les applications réacteur, le paramètre d'asymétrie  $g \simeq -0,3$  (voir figure I.12) et l'albedo pour  $UO_2$  (voir figure II.2) vérifie :

$$0,05 \leq \omega = 1 - \alpha \leq 0,5 \tag{II.46}$$

Le cas dimensionnant est le cas qui correspond à la plus petite valeur de  $K^{eff}$ . Dans le tableau II.2, c'est  $K_{eff}/K$  qui est représenté en fonction de  $(g, \omega)$ . Puisque  $K^{eff} = \left(\frac{K^{eff}}{K}\right) (1 - \omega) B$ , le





**FIGURE II.6** – Conductivité radiative axiale de  $UO_2$  en fonction de  $\Pi$  à  $T_w = 1500 K$  et  $T_w = 2000 K$ .

cas dimensionnant correspond à la plus petite valeur de la fonction  $\left[ \omega \rightarrow \left( \frac{K^{eff}}{K} \right) (1 - \omega) \right]$  lorsque  $\omega \in [0, 05 ; 0, 5]$ . On trouve que cette plus petite valeur est  $K_{eff} = 0, 843 B$ .

Pour toutes les zones étudiées et toutes les directions des rayons,  $B_{min} = 30 m^{-1}$ . La condition de validité du modèle s'exprime donc par :

$$\frac{1}{T_w} \frac{dT_w}{dx} < 0, 759 m^{-1} \quad (II.47)$$

Ce critère macroscopique sur la dérivée logarithmique du champ de température  $T_w$  doit être vérifié par passage d'un VER à l'autre (c'est à dire d'une maille à l'autre dans le code de simulation des accidents graves ICARE/CATHARE).

Il est donc indispensable, à  $T_w = 500 K$ , que le gradient de  $T_w$  n'excède pas, en tout point du milieu,  $3, 79 K/cm$  et, à  $T_w = 1000 K$ , qu'il n'excède pas  $7, 59 K/cm$ .

## Conclusion

Bien que la morphologie d'un réacteur nucléaire dégradé soit très hétérogène et de géométrie complexe, il a été proposé dans cette étude une résolution aussi rigoureuse que possible du transfert par rayonnement dans ce type de milieu. Ces géométries peuvent être homogénéisées à une échelle beaucoup plus petite que la taille du cœur d'un réacteur. La résolution de l'équation de transfert dans le milieu homogène équivalent a permis d'estimer le tenseur des conductivités radiatives lorsque la phase fluide est supposée transparente. Ce tenseur a été corrélé avec une très bonne précision en fonction des grandeurs géométriques qui caractérisent le milieu. Les conditions de validité du modèle de conduction ont été clairement quantifiées. Dans les chapitres suivants, nous

montrons comment l'approche d'homogénéisation et le modèle de conductivité radiative peuvent être étendus aux cas où la phase fluide n'est pas transparente



## Chapitre III

# PROPRIÉTÉS RADIATIVES DE LA PHASE FLUIDE CONSTITUÉE DE VAPEUR ET DE GOUTTES D'EAU

### Table des matières

---

<b>Introduction . . . . .</b>	<b>52</b>
III.0.5 Domaine d'intégration spectrale . . . . .	52
<b>III.1 Propriétés radiatives de la vapeur d'eau . . . . .</b>	<b>53</b>
III.1.1 Généralités . . . . .	53
III.1.2 Modèle CK . . . . .	54
III.1.3 Méthode d'obtention des paramètres CK . . . . .	55
III.1.4 Validation de la détermination des paramètres CK . . . . .	57
III.1.5 Conclusion sur l'effet de la vapeur d'eau . . . . .	60
<b>III.2 Propriétés radiatives des gouttes d'eau par la théorie de Mie . . . . .</b>	<b>60</b>
III.2.1 Théorie de Mie . . . . .	60
III.2.2 Résultats sur les coefficients $\kappa_\nu^d$ , $\sigma_\nu^d$ et $\beta_\nu^d$ . . . . .	64
III.2.3 Fonction de phase de Mie . . . . .	66
III.2.4 Conclusion sur l'effet des gouttes . . . . .	67
<b>III.3 Comparaison des propriétés radiatives des différentes phases . . . . .</b>	<b>69</b>
<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>69</b>

---

## Introduction

Dans un réacteur, en situation accidentelle et en cours de renoyage, le fluide qui baigne les structures solides est principalement de la vapeur d'eau. Ce fluide peut aussi contenir :

1. du dihydrogène issu de la réduction de la vapeur d'eau par les gaines de combustible,
2. de gouttes d'eau qui sont engendrées par le renoyage.

Le dihydrogène est transparent au rayonnement thermique. Dans ce cas, les zones dégradées du cœur du réacteur, où la phase fluide est uniquement constituée de dihydrogène, constituent un milieu poreux avec une phase solide opaque et une phase fluide transparente. Dans ces zones, les flux échangés par rayonnement peuvent être calculés avec le modèle du chapitre II si les conditions de validité du modèle sont vérifiées.

La vapeur d'eau provient de l'ébullition de l'eau du circuit primaire et de l'eau qui est injectée volontairement pour refroidir d'urgence le réacteur. Cette procédure d'urgence est appelée « renoyage ». La vapeur d'eau et les gouttes d'eau interagissent avec le rayonnement thermique, ce sont des milieux semi-transparents. Dans ce chapitre, nous calculons les propriétés radiatives de ces deux constituants afin de les prendre en compte dans un modèle global de rayonnement qui sera détaillé dans le chapitre IV.

À partir des connaissances acquises lors de très nombreuses études expérimentales et numériques sur le déroulement d'un accident grave de réacteur, on peut estimer les intervalles de variations des paramètres thermohydrauliques :

- température de la phase solide  $T_w$  comprise entre  $300\text{ K}$  et  $2900\text{ K}$ ,
- pression de la vapeur d'eau  $P_v$  comprise entre  $1\text{ atm}$  et  $10\text{ atm}$ ,
- température de la vapeur d'eau  $T_v$  est entre  $T_{sat}(P_v)$  et  $2900\text{ K}$ ,
- présence de gouttes d'eau (supposées sphériques) de rayon  $R^d \in [25\ \mu\text{m}, 1\text{ mm}]$ ,
- fraction volumique des gouttes d'eau  $F_v \simeq 10^{-3}$ .

### III.0.5 Domaine d'intégration spectrale

La luminance du rayonnement d'équilibre  $I_\lambda^\circ(T)$ , atteint, à  $T$  fixé, son maximum en  $\lambda_m(T)$  qui est donné par la relation :

$$T \cdot \lambda_m(T) = 2898\ \mu\text{m} \cdot \text{K} \quad (\text{III.1})$$

De plus, la plage s'étendant de  $\lambda_m/2$  à  $8\lambda_m$  correspond à 98% de l'énergie du rayonnement d'équilibre. Dans nos applications, nous utiliserons le nombre d'onde  $\nu$  qui est défini par :

$$\nu = \frac{1}{\lambda} \quad [m^{-1}] \quad (\text{III.2})$$

Étant donné que  $I_\nu d\nu = -I_\lambda d\lambda$ , on a :

$$\int_{\lambda_m(T)/2}^{8\lambda_m(T)} I_\lambda^\circ(T) d\lambda = \int_{\nu_{min}(T)}^{\nu_{max}(T)} I_\nu^\circ(T) d\nu = 0,98 \frac{\sigma T^4}{\pi}. \quad (\text{III.3})$$

Le changement de variable dans l'équation III.3 permet d'écrire que :

$$\nu_{min}(T) = \frac{1}{8\lambda_m(T)}, \quad (\text{III.4})$$

$$\nu_{max}(T) = \frac{2}{\lambda_m(T)}. \quad (\text{III.5})$$

Nous recherchons maintenant la valeur minimale de  $\nu_{min}(T)$  noté  $\nu_{min}$  et la valeur maximale de  $\nu_{max}(T)$  noté  $\nu_{max}$  lorsque  $T \in [300 K, 2900 K]$  (conditions dans un réacteur). Les fonctions de la température  $[T \rightarrow \nu_{min}(T)]$  et  $[T \rightarrow \nu_{max}(T)]$  sont croissantes. Ainsi,

$$\nu_{min} = \nu_{min}(T_{min} = 300 K) = 130 \text{ cm}^{-1} \quad (\text{III.6})$$

$$\nu_{max} = \nu_{max}(T_{max} = 2900 K) = 2.10^4 \text{ cm}^{-1} \quad (\text{III.7})$$

Dans la suite, les intégrations spectrales sont effectuées entre ces deux valeurs numériques de  $\nu_{min}$  et  $\nu_{max}$ .

## III.1 Propriétés radiatives de la vapeur d'eau

### III.1.1 Généralités

La vapeur d'eau est un gaz semi-transparent. En effet, les molécules d'eau interagissent avec le rayonnement thermique par les phénomènes d'absorption et d'émission. Ces interactions élémentaires provoquent le changement du niveau d'énergie de la molécule en accord avec les règles de sélection de la physique quantique. À l'inverse, la molécule peut, de manière spontanée, réduire son niveau d'énergie en émettant un photon dont la fréquence dépend du saut d'énergie. Ainsi, les propriétés radiatives en phase gazeuse dépendent fortement de la fréquence du rayonnement considéré du fait des discontinuités entre les niveaux d'énergie et des interactions entre les molécules d'eau. Une première méthode pour modéliser l'absorption du rayonnement de la vapeur d'eau est l'approche raie par raie (*line-by-line* ou *LBL* en anglais). C'est sans doute la représentation spectrale la plus fine. Typiquement les bandes spectrales ont une largeur de l'ordre de 0,0002 à 0,02  $\text{cm}^{-1}$ . La mise en œuvre numérique de cette méthode est très coûteuse. Elle demeure néanmoins la méthode de référence qui permet de valider les méthodes approchées. Dans notre application, nous avons appliqué la méthode approchée CK développée par Taine et Soufiani [54].

### III.1.2 Modèle CK

Le modèle CK a été initialement introduit pour des applications atmosphériques puis généralisé à des applications à des milieux en combustion [44, 46]. Considérons un milieu gazeux homogène et isotherme avec un seul constituant absorbant. Dans nos applications, ce constituant est de la vapeur d'eau. La fonction de distribution  $f(k)$  et la fonction cumulée  $g(k)$  du coefficient d'absorption  $\kappa_\nu$  pour un intervalle spectral centré en  $\nu_0$  de largeur  $\Delta\nu$ , vérifient [53, 54] :

$$g(k) = \int_0^k f(k') dk'. \quad (\text{III.8})$$

La quantité  $dg = f(k)dk$  représente la probabilité pour que  $\kappa_\nu$  soit compris entre  $k$  et  $k + dk$  dans  $\Delta\nu$ . Toute grandeur moyennée sur la fréquence dans  $\Delta\nu$  peut s'exprimer en fonction de  $k$  ou  $g$ . Par exemple, la transmittivité moyenne d'une colonne de longueur  $l$  :

$$\overline{\tau}_\nu^{\Delta\nu} = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\nu_0 - \Delta\nu/2}^{\nu_0 + \Delta\nu/2} \tau'_\nu d\nu = \int_0^1 \tau'_\nu(k) f(k) dk = \int_0^1 \tau'_\nu [k(g)] dg \quad (\text{III.9})$$

où  $k(g)$  désigne la fonction réciproque de  $g(k)$ .

Par exemple, pour un milieu absorbant et diffusant, l'équation de transfert locale moyennée sur  $\Delta\nu$  devient, pour une bande centrée en  $\nu_0$  :

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{d}{ds} I'_{\nu_0}(g, \mathbf{u}, s) dg &= - \int_0^1 [k(g) + \sigma_{\nu_0}] I'_{\nu_0}(g, \mathbf{u}, s) dg + I_{\nu_0}^\circ(s) \int_0^1 k(g) dg \\ &+ \frac{\sigma_{\nu_0}}{4\pi} \int_0^{4\pi} p_{\nu_0}(\mathbf{u}', \mathbf{u}) \left( \int_0^1 I'_{\nu_0}(g, \mathbf{u}', s) \right) d\Omega' \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

L'intérêt pratique de la méthode CK est que  $k(g)$  est une fonction monotone croissante de  $g$ . Une interprétation physique consiste à considérer  $k(g)$  comme un spectre réordonné par valeurs croissantes de la pseudo fréquence adimensionnée  $g$  dans l'intervalle  $\Delta\nu$ . De ce fait, les intégrations sur  $g$  dans les équations III.9 et III.10, et d'une manière générale, pour toute fonction moyennée sur  $\Delta\nu$ , peuvent être menées à partir d'une méthode de quadrature à  $N$  points ( $N \simeq 10$ ). Par exemple, la transmittivité moyenne<sup>1</sup> apparaissant dans l'équation III.9 devient :

$$\overline{\tau}_\nu^{\Delta\nu} = \int_0^1 \tau'_\nu [k(g)] dg = \sum_{j=1}^N \omega_j \tau'_{g_j} \quad (\text{III.11})$$

où  $\tau'_{g_j}$  est la valeur de la transmittivité au point discret  $g_j$  de  $[0, 1]$ , de poids  $\omega_j$ . Les  $N$  couples  $(g_j, \omega_j)$  sont indépendants de la bande spectrale et des conditions thermophysiques. Avec la transformation de l'équation III.11, l'équation de transfert moyennée sur  $\Delta\nu$  (équation III.10) est résolue dès lors qu'on a résolu les  $N$  équations de transfert associées aux  $N$  valeurs discrètes  $g_j$  :

1. La même expression peut être écrite pour toute autre grandeur moyennée sur  $\Delta\nu$ .

$$\frac{d}{ds} I'_{g_j}(\mathbf{u}, s) = -[k_{g_j} + \sigma_{\nu_0}] I'_{g_j}(\mathbf{u}, s) + k_{g_j} I_{\nu_0}^{\circ}(s) + \frac{\sigma_{\nu_0}}{4\pi} \int_0^{4\pi} p_{g_j}(\mathbf{u}', \mathbf{u}) I'_{g_j}(\mathbf{u}', s) d\Omega'. \quad (\text{III.12})$$

Nous avons utilisé une quadrature à 7 points proposée par Rivière *et al.* [44]. Les poids  $\omega_j$  et les points  $g_j$  sont données dans le tableau III.1.

$j$	$g_j$	$\omega_j$
1	0,000000000	0,045000000
2	0,155405848	0,245000000
3	0,450000000	0,320000000
4	0,744594152	0,245000000
5	0,900000000	0,056111111
6	0,935505103	0,512485830
7	0,984494897	0,376403060

**TABLE III.1** – Les points  $g_j$  pondérés par les poids  $\omega_j$  de la quadrature à 7 points utilisée pour les intégrations spectrales du modèle CK [44].

Des tabulations de  $k_g$  sont données pour  $H_2O$ , à la pression atmosphérique, entre 300 K et 2500 K par Soufiani et Taine [54]. Ces tabulations sont effectuées sur 43 bandes spectrales ou sur 367 bandes spectrales. Dans nos applications, il est nécessaire de calculer les coefficients  $k_g$  pour des pressions de vapeur variant de 1 atm à 10 atm. Nous détaillons dans le paragraphe III.1.3 la méthode qui permet de calculer les paramètres  $k_g(P_v, T_v)$ , lorsque  $P_v \in [1 \text{ atm}, 10 \text{ atm}]$ , à partir du modèle statistique à bandes étroites SNB (*Statistical Narrow Band* en anglais).

### III.1.3 Méthode d'obtention des paramètres CK

Il apparaît à partir de l'équation III.9 que  $\overline{\tau}'_{\nu}^{\Delta\nu}(l)$  est, pour une colonne gazeuse homogène et isotherme de longueur  $l$ , la transformée de Laplace de  $f(k)$  :

$$\overline{\tau}'_{\nu}^{\Delta\nu}(l) = \int_0^{\infty} \exp(-kl) f(k) dk. \quad (\text{III.13})$$

La méthode consiste à calculer les paramètres  $k_g(P_v, T_v)$  du modèle CK à partir de la transformée inverse de Laplace de la transmittivité moyenne sur  $\Delta\nu$  donnée par le modèle SNB.

#### Modèle SNB

Le modèle statistique à bandes étroites est un des modèles de bandes qui visent à représenter les propriétés radiatives des gaz sur des intervalles spectraux, larges typiquement de 5 à 400  $cm^{-1}$ .

##### a) Hypothèses physiques

L'étude détaillée des hypothèses physiques est menée dans la référence [54]. D'une manière sommaire, le modèle SNB postule que [53, 54] :



1. Les centres des raies d'absorption présentes dans un intervalle spectral  $\Delta\nu$  sont supposés occuper des positions aléatoires au sein de l'intervalle.
2. Chacune des raies de l'intervalle considéré est supposée appartenir à une suite infinie de raies identiques, positionnées aléatoirement dans un intervalle appartenant à une suite d'un très grand nombre d'intervalles consécutifs de largeur  $\Delta\nu$  (ensemble représentatif).
3. Les raies de l'intervalle qui ont des largeurs distinctes  $\gamma_n$ , sont bien représentées par une largeur moyenne  $\bar{\gamma}$ . On considère ici uniquement l'élargissement par collisions (Lorentz).
4. Les intensités des raies suivent une loi de distribution fixée a priori.

### b) Cas d'une colonne homogène et isotherme

Compte tenu de toutes ces hypothèses, il est démontré que la transmittivité d'une colonne gazeuse homogène et isotherme, avec une seule espèce absorbante, est caractérisée par trois grandeurs dans chaque intervalle  $\Delta\nu$  :

1.  $\bar{k}(T)$  qui représente le quotient de l'intensité moyenne des raies par l'espacement moyen des raies (en  $cm^{-1}atm^{-1}$ );
2.  $1/\bar{\delta}(T)$ , inverse d'un espacement caractéristique des raies (en  $cm$ );
3.  $\bar{\gamma}$ , largeur moyenne des raies (en  $cm^{-1}$ ), qui dépend de l'espèce absorbante, de la température, de la pression, des concentrations dans les différentes espèces du milieu.

Les deux premières grandeurs  $\bar{k}$  et  $1/\bar{\delta}$  sont, en pratique, tabulées en fonction de  $T$  et de l'intervalle spectral considéré, par exemple par Soufiani et Taine [54]. Nous avons utilisé ces tabulations pour calculer les paramètres du modèle CK. Pour un gaz uniquement constitué de vapeur d'eau, la demi-largeur moyenne  $\bar{\gamma}_{H_2O}$  est donnée par l'expression analytique :

$$\bar{\gamma}_{H_2O} = \frac{P}{P_S} \left[ 0,462 \frac{T_S}{T} + 0,079 \sqrt{\frac{T_S}{T}} \right] \quad (\text{III.14})$$

où  $T_S$  et  $P_S$  sont la température et la pression de référence égales respectivement à  $296 K$  et  $1 atm$ .

La transmittivité moyennée sur  $\Delta\nu$  d'une colonne homogène et isotherme, uniquement constituée de vapeur d'eau de température  $T$ , pression  $P$  et de longueur  $l$ , est donnée dans le modèle de Malkmus [36] par :

$$\bar{\tau}_\nu^{\Delta\nu} = \exp \left\{ - \left( \frac{\bar{\beta}}{\pi} \right) \left[ \sqrt{1 + \frac{2\pi P l \bar{k}}{\bar{\beta}}} - 1 \right] \right\}, \quad (\text{III.15})$$

$$\bar{\beta} = 2\pi\bar{\gamma}/\bar{\delta}. \quad (\text{III.16})$$

La transmittivité moyennée dépend finalement de deux paramètres statistiques seulement dans une bande spectrale :  $\bar{k}$ , paramètre intensif précédemment défini, et  $\bar{\beta}$  qui caractérise la dynamique spectrale (et lié au rapport de la largeur moyenne à l'espacement typique des raies). La précision du modèle est excellente, de l'ordre de 1% pour un milieu isotherme et homogène.

### Transformée inverse de Laplace de la transmittivité

La transformée inverse de Laplace  $f(k)$  de la transmittivité moyennée sur  $\Delta_\nu$  du modèle de Malkmus (équation III.15) se calcule analytiquement [31] :

$$f(k) = \frac{1}{2\pi k^{3/2}} \sqrt{2P\bar{k}\bar{\beta}} \exp \left\{ \left( \frac{\bar{\beta}}{2\pi} \right) \left[ 2 - \frac{P\bar{k}}{k} - \frac{k}{P\bar{k}} \right] \right\}, \quad (\text{III.17})$$

et sa cumulée  $g(k)$  vérifie :

$$g(k) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{a}{\sqrt{k}} - b\sqrt{k} \right) \right] + \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{a}{\sqrt{k}} + b\sqrt{k} \right) \right] \exp \left( \frac{2\bar{\beta}}{\pi} \right) \quad (\text{III.18})$$

$$a = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2P\bar{k}\bar{\beta}}{\pi}} \quad b = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2\bar{\beta}}{\pi P\bar{k}}}$$

où  $\operatorname{erf}(z)$  est la fonction erreur définie par :

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt \quad (\text{III.19})$$

### Méthode de quadrature

Les points de quadrature  $g_j$  utilisés pour les intégrations spectrales sont donnés dans le tableau III.1 avec leur poids associé  $\omega_j$ . Les paramètres  $k_{g_j}$  du modèle CK vérifient  $g(k_{g_j}) = g_j$ . La résolution de cette équation consiste à inverser l'équation III.18 aux points de quadrature  $g_j$ . Nous avons calculé numériquement les paramètres  $k_g$  pour des pressions de vapeur comprises entre 1 atm et 10 atm et pour des températures de vapeur comprises entre 400 K et 2900 K.

#### III.1.4 Validation de la détermination des paramètres CK

Dans le but de valider le calcul des paramètres  $k_{g_j}(P, T)$ , nous calculons les transmittivités moyennées sur  $\Delta_\nu$  pour une colonne de longueur  $l$  à partir de l'équation :

$$\overline{\tau'_\nu}^{\Delta\nu}(P, T) = \sum_{j=1}^7 \omega_j \exp[-k_{g_j}(P, T) l] \quad (\text{III.20})$$

que nous comparons avec la transmittivité du modèle de Malkmus qui est donnée par l'équation III.15.

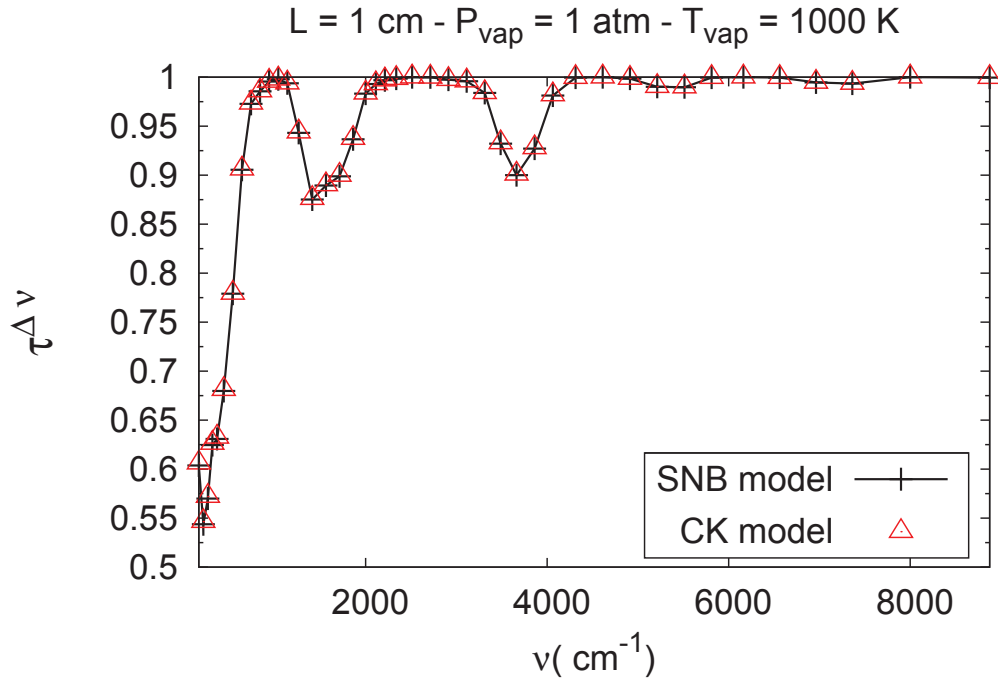


FIGURE III.1 – Transmittivité d’une colonne de vapeur d’eau de 1 cm à  $P_v = 1 \text{ atm}$  et  $T_v = 1000 \text{ K}$ .

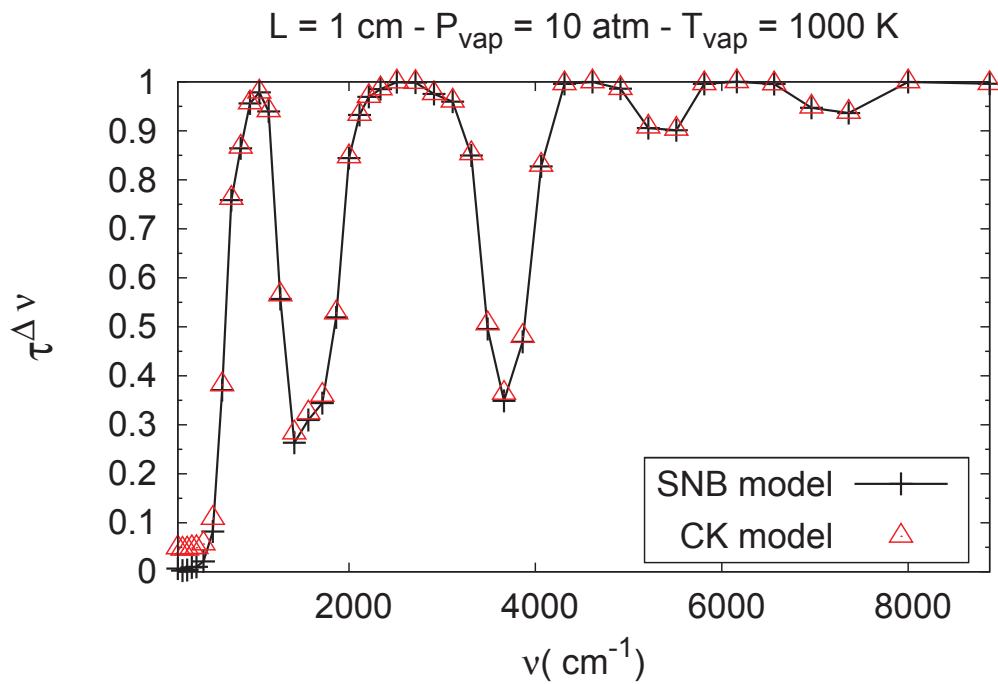


FIGURE III.2 – Transmittivité d’une colonne de vapeur d’eau de 1 cm à  $P_v = 10 \text{ atm}$  et  $T_v = 1000 \text{ K}$ .

Dans la suite, nous n'exprimerons pas les équations de transfert discrétisées au points de quadrature  $g_j$  mais nous les exprimerons en fonction du nombre d'onde  $\nu$ . Néanmoins, il faut garder à l'esprit que les intégrations spectrales ont été effectuées avec la méthode de quadrature. Par exemple, les flux ont été numériquement calculés en écrivant que :

$$\mathbf{q}(s) = \sum_{\text{bandes } b} \Delta\nu_b \sum_{j=1}^N \omega_j \int_{4\pi} I_{g_j}(\mathbf{u}, s) \mathbf{u} d\Omega. \quad (\text{III.21})$$

Les calculs ont été effectués sur 43 bandes spectrales  $b$  comprises entre  $\nu_b = 137,5 \text{ cm}^{-1}$  et  $\nu_b = 9312,5 \text{ cm}^{-1}$  [44]. Les intervalles et largeurs des bandes sont détaillées dans le tableau III.2. Au-delà de  $\nu_b = 9312,5 \text{ cm}^{-1}$ , la vapeur d'eau est transparente.

Intervalle	Nombres de bandes	Largeur de bande
[137,5 – 387,5 $\text{cm}^{-1}$ ]	5	50 $\text{cm}^{-1}$
[387,5 – 1187,5 $\text{cm}^{-1}$ ]	8	100 $\text{cm}^{-1}$
[1187,5 – 1937,5 $\text{cm}^{-1}$ ]	5	150 $\text{cm}^{-1}$
[1937,5 – 2062,5 $\text{cm}^{-1}$ ]	1	125 $\text{cm}^{-1}$
[2062,5 – 2262,5 $\text{cm}^{-1}$ ]	2	100 $\text{cm}^{-1}$
[2262,5 – 2412,5 $\text{cm}^{-1}$ ]	1	150 $\text{cm}^{-1}$
[2412,5 – 3412,5 $\text{cm}^{-1}$ ]	5	200 $\text{cm}^{-1}$
[3412,5 – 3562,5 $\text{cm}^{-1}$ ]	1	150 $\text{cm}^{-1}$
[3562,5 – 4162,5 $\text{cm}^{-1}$ ]	3	200 $\text{cm}^{-1}$
[4162,5 – 5962,5 $\text{cm}^{-1}$ ]	6	300 $\text{cm}^{-1}$
[5962,5 – 7562,5 $\text{cm}^{-1}$ ]	4	400 $\text{cm}^{-1}$
[7562,5 – 9312,5 $\text{cm}^{-1}$ ]	2	875 $\text{cm}^{-1}$

TABLE III.2 – Définition de la discrétisation en 43 bandes [44].

### III.1.5 Conclusion sur l'effet de la vapeur d'eau

Les paramètres CK ont été obtenus à partir des transformées inverses de Laplace des transmittivités données par le modèle SNB. Les paramètres calculés ont été validés en comparant, pour toutes les températures et pressions de vapeur étudiées, les transmittivités moyennées sur  $\Delta\nu$  données par le modèle SNB et par le modèle CK. Cette comparaison est présentée sur les figures III.1 et III.2. Sur ces figures, nous pouvons mesurer l'effet de la pression sur l'absorption de la vapeur d'eau. La pression fait augmenter l'absorption sur les bandes spectrales qui sont déjà absorbantes à la pression atmosphérique. Par contre, le domaine de transparence de la vapeur d'eau à la pression atmosphérique reste pratiquement inchangé lorsque la pression augmente.

## III.2 Propriétés radiatives des gouttes d'eau par la théorie de Mie

Les gouttes d'eau sont supposées sphériques et de rayon  $R^d$  compris entre  $25 \mu m$  et  $1000 \mu m$ . Nous calculons les propriétés radiatives d'un ensemble de gouttes d'eau sphériques de même taille en utilisant la théorie de Mie [9]. En pratique, choisir des gouttes de taille identique engendre des effets d'interférences sur les propriétés radiatives. Ces effets ont été lissés dans la pratique en choisissant une distribution gaussienne de taille de gouttes caractérisée par un écart-type  $\sigma = R^d/10$ .

### III.2.1 Théorie de Mie

Dans un milieu constitué de vapeur d'eau et de gouttes d'eau, les gouttes contribuent à une partie du phénomène d'absorption et à la totalité du phénomène de diffusion. La théorie de Mie permet de calculer les sections efficaces d'absorption, de diffusion et d'extinction, ainsi que la fonction de phase, à partir d'une approche électromagnétique. Les résultats de cette théorie sont valables en champ lointain. Cette théorie propose une solution analytique (sous forme de séries) des équations de Maxwell. Dans nos applications, le milieu de propagation est un gaz (dihydrogène ou vapeur d'eau) d'indice  $n_0 = 1$ . Les résultats sont établis en fonction du nombre d'onde  $\nu = 1/\lambda$  dans le milieu de propagation d'indice réel 1.

On note :

1.  $\kappa_\nu^d$  le coefficient volumique spectral d'absorption d'une assemblée de gouttes,
2.  $\sigma_\nu^d$  le coefficient volumique spectral de diffusion d'une assemblée de gouttes,
3.  $\beta_\nu^d$  le coefficient volumique spectral d'extinction d'une assemblée de gouttes.

### Paramètres de la théorie

Ces coefficients vont dépendre de l'indice complexe optique de l'eau liquide  $\hat{n}_\nu^d = n_\nu - i k_\nu$  qui est représenté sur la figure III.3 en fonction de  $\nu$ . On définit l'indice optique complexe relatif  $\hat{m}_\nu$  par :

$$\hat{m}_\nu = \frac{\hat{n}_\nu^d}{n_0} \quad (\text{III.22})$$

où  $n_0 = 1$  est l'indice réel du milieu environnant (vapeur d'eau).

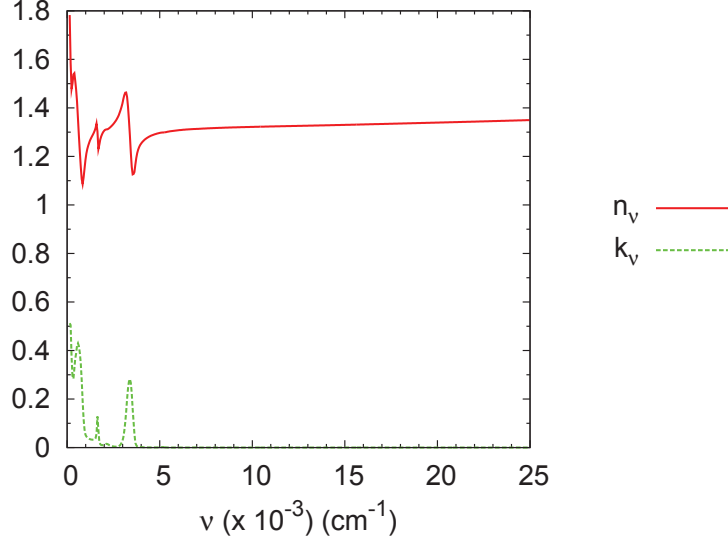


FIGURE III.3 – Indice optique complexe de l'eau liquide  $\hat{n}_\nu^d = n_\nu - i k_\nu$  en fonction de  $\nu$  [48].

On définit le paramètre de taille  $x_\nu$ , qui représente le rapport entre la taille des gouttes et la longueur d'onde, par la relation :

$$x_\nu = 2\pi R^d \nu. \quad (\text{III.23})$$

### Coefficients de Mie

Les solutions des équations de Maxwell développées par Mie, pour une onde plane électromagnétique incidente sur une particule sphérique isolée, s'expriment sous la forme de séries numériques. Ces séries sont caractérisés par les coefficients de Mie  $\hat{a}_{n,\nu}$  et  $\hat{b}_{n,\nu}$  qui s'écrivent sous la forme [9] :

$$\hat{a}_{n,\nu} = \frac{\psi'_n(\hat{m}_\nu x_\nu) \psi_n(x_\nu) - \hat{m}_\nu \psi_n(\hat{m}_\nu x_\nu) \psi'_n(x_\nu)}{\psi'_n(\hat{m}_\nu x_\nu) \zeta_n(x_\nu) - \hat{m}_\nu \psi_n(\hat{m}_\nu x_\nu) \zeta'_n(x_\nu)} \quad (\text{III.24})$$

$$\hat{b}_{n,\nu} = \frac{\hat{m}_\nu \psi'_n(\hat{m}_\nu x_\nu) \psi_n(x_\nu) - \psi_n(\hat{m}_\nu x_\nu) \psi'_n(x_\nu)}{\hat{m}_\nu \psi'_n(\hat{m}_\nu x_\nu) \zeta_n(x_\nu) - \psi_n(\hat{m}_\nu x_\nu) \zeta'_n(x_\nu)} \quad (\text{III.25})$$

où  $\psi_n$  et  $\zeta_n$  sont les fonctions de Riccati-Bessel. Ces fonctions sont reliées aux fonctions de Bessel  $J_n$  et de Hankel  $H_n$  par :

$$\psi_n(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(z), \quad (\text{III.26})$$

$$\zeta_n(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} H_{n+\frac{1}{2}}(z). \quad (\text{III.27})$$

Les équations III.24 et III.25 peuvent être réécrites en fonction de la dérivée logarithmique  $D_n$  de la fonction  $\psi_n$  sous la forme :

$$\hat{a}_{n,\nu} = \frac{[D_n(\hat{m}_\nu x_\nu)/\hat{m}_\nu + n/x_\nu] \operatorname{Re} [\zeta_n(x_\nu)] - \operatorname{Re} [\zeta_{n-1}(x_\nu)]}{[D_n(\hat{m}_\nu x_\nu)/\hat{m}_\nu + n/x_\nu] \zeta_n(x_\nu) - \zeta_{n-1}(x_\nu)} \quad (\text{III.28})$$

$$\hat{b}_{n,\nu} = \frac{[\hat{m}_\nu D_n(\hat{m}_\nu x_\nu) + n/x_\nu] \operatorname{Re} [\zeta_n(x_\nu)] - \operatorname{Re} [\zeta_{n-1}(x_\nu)]}{[\hat{m}_\nu D_n(\hat{m}_\nu x_\nu) + n/x_\nu] \zeta_n(x_\nu) - \zeta_{n-1}(x_\nu)} \quad (\text{III.29})$$

où

$$D_n(z) = \frac{d}{dz} [\ln(\psi_n(z))]. \quad (\text{III.30})$$

Ces suites de fonctions sont calculées par récurrence.  $\zeta_n$  vérifie la relation de récurrence ascendante suivante :

$$\forall n \geq 0 \quad \zeta_{n+1}(z) = \frac{2n+1}{z} \zeta_n(z) - \zeta_{n-1}(z), \quad (\text{III.31})$$

$$\zeta_{-1}(z) = \cos(z) + i \sin(z), \quad (\text{III.32})$$

$$\zeta_0(z) = \sin(z) - i \cos(z). \quad (\text{III.33})$$

La suite  $D_n$  est définie à partir d'une relation de récurrence descendante :

$$D_{n-1}(\hat{m}_\nu x_\nu) = \frac{n}{\hat{m}_\nu x_\nu} - \frac{1}{D_n(\hat{m}_\nu x_\nu) + n/(\hat{m}_\nu x_\nu)} \quad (\text{III.34})$$

avec comme valeur initiale :

$$D_{n_{max}} = 0 + i.0 \quad (\text{III.35})$$

Les coefficients  $a_n$  et  $b_n$  permettent de calculer les séries qui définissent les sections efficaces d'absorption, de diffusion et d'extinction (voir paragraphe suivant). Ces coefficients tendent vers 0 quand  $n$  tend vers  $+\infty$ . Dans la pratique, on se limite, dans le calcul des séries, à un nombre  $N_{max}$  de termes choisi de telle sorte que la série tronquée à  $N_{max}$  soit convergée. Bohren et Huffman [9] préconisent :

$$N_{max} = \max \left[ x_\nu + 4x_\nu^{1/3} + 2, |\hat{m}_\nu x_\nu| \right] \quad (\text{III.36})$$

où  $||$  désigne le module du nombre complexe.

### Sections efficaces d'absorption, de diffusion et d'extinction

Les sections efficaces monochromatiques d'absorption  $Q_{a,\nu}$ , de diffusion  $Q_{sc,\nu}$  et d'extinction  $Q_{ext,\nu}$  se calculent sous la forme de séries à partir des relations suivantes :

$$Q_{sc,\nu}(R^d) = \frac{2}{x_\nu^2} \sum_{n=1}^{N_{max}} (2n+1) \text{Re} [\hat{a}_{n,\nu} + \hat{b}_{n,\nu}] \quad (\text{III.37})$$

$$Q_{ext,\nu}(R^d) = \frac{2}{x_\nu^2} \sum_{n=1}^{N_{max}} (2n+1) [|\hat{a}_{n,\nu}|^2 + |\hat{b}_{n,\nu}|^2] \quad (\text{III.38})$$

$$Q_{a,\nu}(R^d) = Q_{ext,\nu} - Q_{sc,\nu} \quad (\text{III.39})$$

### Propriétés radiatives d'une assemblée de particules

Nous nous plaçons dans l'hypothèse de *diffusion indépendante*, c'est à dire que nous considérons qu'en champ lointain les effets d'interférences entre les rayonnements issus de la même onde plane et diffusés par deux particules sont négligeables, ainsi que les simples effets d'écran en milieu optiquement mince. Ces hypothèses se justifient intuitivement pour des particules diluées dans le milieu de propagation. C'est le cas dans nos applications puisque la fraction volumique de gouttes d'eau est de l'ordre de  $10^{-3}$ .

Sous cette hypothèse, les effets d'absorption et de diffusion par les différentes particules sont additifs. Dans ces conditions, les coefficients volumiques d'absorption  $\kappa_\nu^d$ , de diffusion  $\sigma_\nu^d$  et d'extinction  $\beta_\nu^d$  se calculent pour  $N_c$  classes de rayons de gouttes avec les relations suivantes :

$$\kappa_\nu^d = \sum_{i=1}^{N_c} \pi(R_i^d)^2 N_i Q_{a,\nu}(R_i^d), \quad (\text{III.40})$$

$$\sigma_\nu^d = \sum_{i=1}^{N_c} \pi(R_i^d)^2 N_i Q_{sc,\nu}(R_i^d), \quad (\text{III.41})$$

$$\beta_\nu^d = \sum_{i=1}^{N_c} \pi(R_i^d)^2 N_i Q_{ext,\nu}(R_i^d). \quad (\text{III.42})$$

Dans le cas, d'une distribution de gouttes d'eau sphériques de même rayon  $R_d$ , le nombre de gouttes  $N^d$  par unité de volume vérifie, en fonction de la fraction volumique  $F_v$  :

$$N^d = \frac{3F_v}{4\pi(R^d)^3}, \quad (\text{III.43})$$

et les équations III.40, III.41 et III.42 se réécrivent sous la forme :



$$\kappa_{\nu}^d = \frac{3F_v}{4R^d} Q_{a,\nu}(R^d), \quad (\text{III.44})$$

$$\sigma_{\nu}^d = \frac{3F_v}{4R^d} Q_{sc,\nu}(R^d), \quad (\text{III.45})$$

$$\beta_{\nu}^d = \frac{3F_v}{4R^d} Q_{ext,\nu}(R^d). \quad (\text{III.46})$$

Ces coefficients sont proportionnels à la fraction volumique de gouttes  $F_v$  et inversement proportionnels au rayon des gouttes  $R^d$ .

### III.2.2 Résultats sur les coefficients $\kappa_{\nu}^d$ , $\sigma_{\nu}^d$ et $\beta_{\nu}^d$

Les propriétés radiatives ont été calculées sur des bandes spectrales larges de  $25 \text{ cm}^{-1}$  et pour des nombres d'onde variant entre  $\nu_{min}$  et  $\nu_{max}$  donnés par les équations III.6 et III.7.

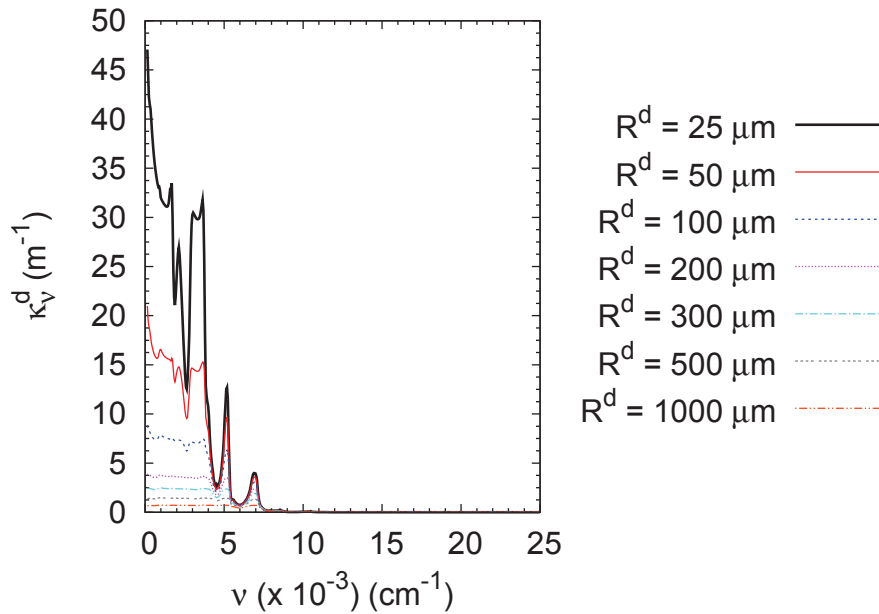


FIGURE III.4 – Coefficient d'absorption  $\kappa_{\nu}^d$  de gouttes d'eau de différentes tailles en fonction de  $\nu$  ( $F_v = 10^{-3}$ ).

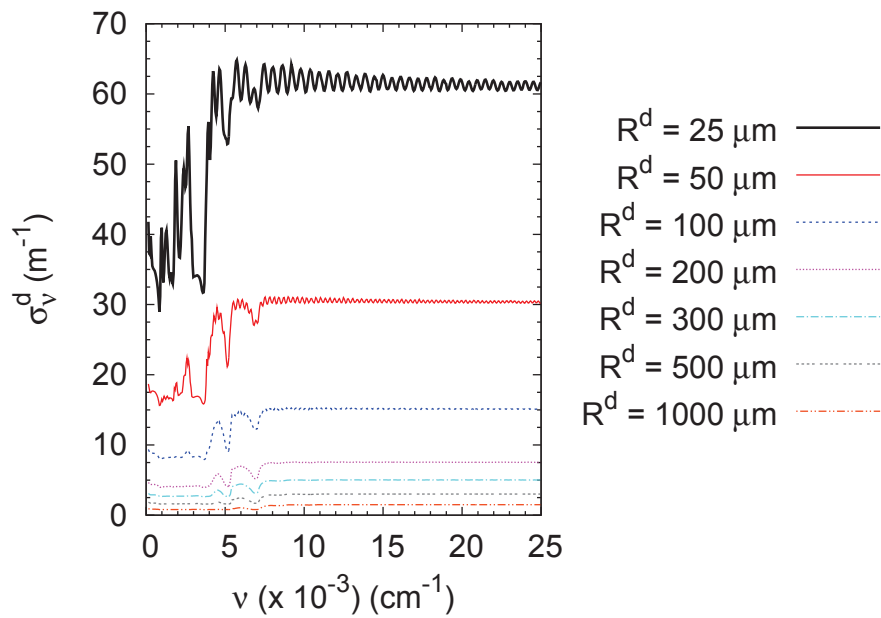


FIGURE III.5 – Coefficient de diffusion  $\sigma_v^d$  de gouttes d'eau de différentes tailles en fonction de  $\nu$  ( $F_v = 10^{-3}$ ).

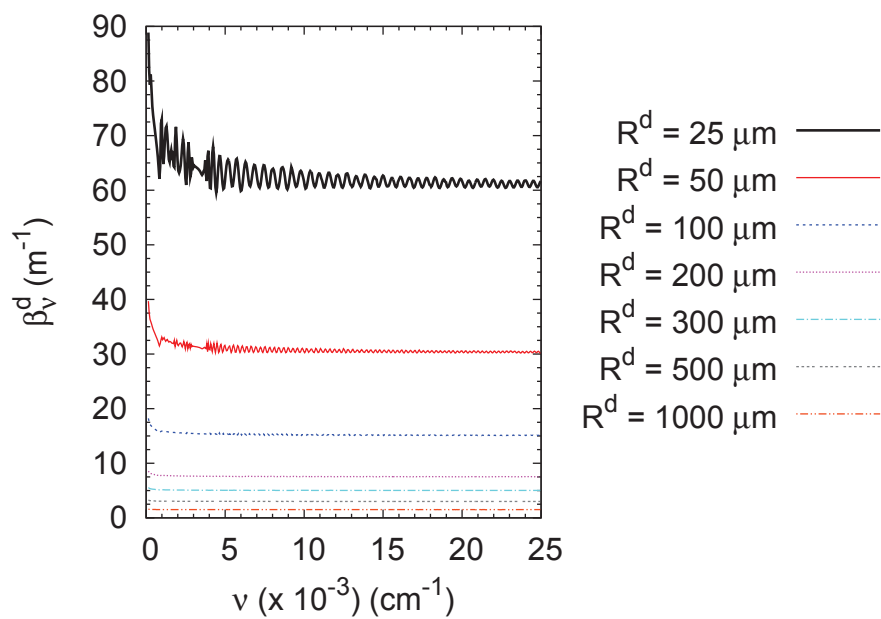


FIGURE III.6 – Coefficient d'extinction  $\beta_v^d$  de gouttes d'eau de différentes tailles en fonction de  $\nu$  ( $F_v = 10^{-3}$ ).

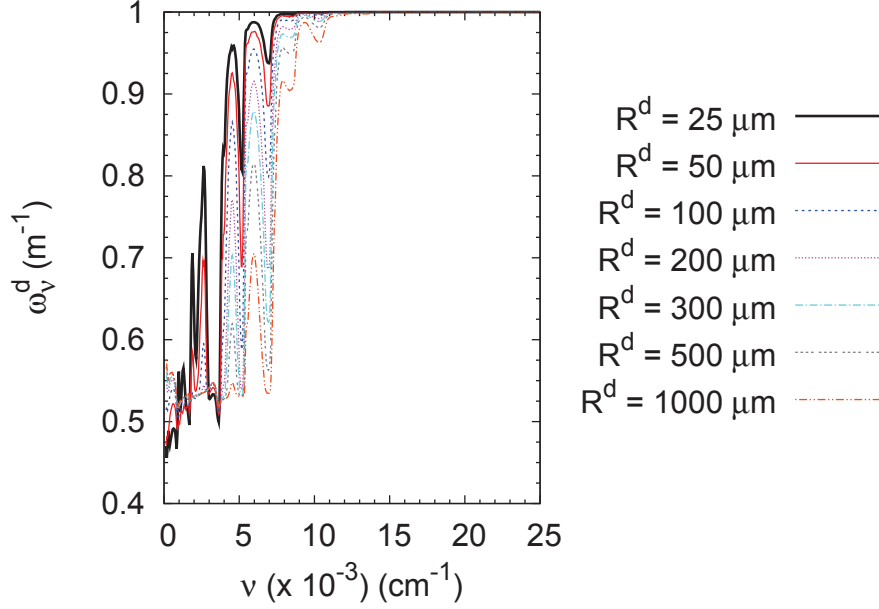


FIGURE III.7 – Albedo  $\omega_\nu^d$  de gouttes d'eau de différentes tailles en fonction de  $\nu$  ( $F_\nu = 10^{-3}$ ).

### III.2.3 Fonction de phase de Mie

La fonction de phase de Mie  $p_\nu^{Mie}$  pour une particule sphérique dépend du nombre d'onde  $\nu$ , du rayon de la particule  $R^d$  et de l'angle de diffusion noté  $\Theta$ .  $\Theta$  est défini par  $\cos(\Theta) = \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}'$  où  $\mathbf{u}$  repère la direction de l'onde incidente et  $\mathbf{u}'$  la direction de l'onde diffusée.

Son expression est la suivante [9] :

$$p_\nu^{Mie}(R^d, \Theta) = 2 \frac{|\hat{S}_1(\Theta)|^2 + |\hat{S}_2(\Theta)|^2}{x_\nu^2 Q_{sc,\nu}(R^d)}, \quad (\text{III.47})$$

où  $\hat{S}_1$  et  $\hat{S}_2$  sont les fonctions d'amplitude complexes qui sont obtenues à partir des coefficients de Mie  $a_n$  et  $b_n$  (équations III.28 et III.29) :

$$\hat{S}_1(\Theta) = \sum_{n=1}^{N_{max}} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left[ \hat{a}_n \pi_n(\mu) + \hat{b}_n \tau_n(\mu) \right], \quad (\text{III.48})$$

$$\hat{S}_2(\Theta) = \sum_{n=1}^{N_{max}} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left[ \hat{b}_n \pi_n(\mu) + \hat{a}_n \tau_n(\mu) \right]. \quad (\text{III.49})$$

Dans ces équations,  $\mu = \cos(\Theta)$  et les suites  $\pi_n$  et  $\tau_n$  sont données par les équations suivantes :

$$\pi_n(\mu) = \frac{2n-1}{n-1} \mu \pi_{n-1}(\mu) - \frac{n}{n-1} \pi_{n-2}(\mu), \quad (\text{III.50})$$

$$\tau_n(\mu) = n\mu\pi_n(\mu) - (n+1)\pi_{n-1}(\mu), \quad (\text{III.51})$$

avec l'initialisation  $\pi_0 = 0$  et  $\pi_1 = 1$ .

Les fonctions de phase calculées dépendent du rayon des gouttes  $R^d$ , du nombre d'onde  $\nu$  et du cosinus de l'angle de diffusion  $\mu$ . Pour les tailles considérées, la diffusion est de type diffusion - avant lorsque le paramètre de taille  $x_\nu \gg 1$ . C'est le cas pour les gouttes de rayon  $R^d \geq 50 \mu m$  pour tous les nombres d'onde du domaine spectral. Par contre  $x_\nu \simeq 1$  pour les petites gouttes de rayon  $R^d = 25 \mu m$  et pour les faibles valeurs de  $\nu$ . La plus petite valeur du paramètre de taille considérée ici est  $x_\nu = 2,55$  (obtenue pour  $R^d = 25 \mu m$  et  $\nu = 137,5 \text{ cm}^{-1}$  correspond à une température de  $300 \text{ K}$ ).

*Hypothèse :*

Dans le calcul des conductivités et des puissances radiatives, nous négligerons la diffusion pour tous les nombres d'onde  $\nu$  étudiés et pour toutes les tailles de gouttes. Cela est équivalent à ne considérer que l'absorption par les gouttes dans le transfert radiatif. La validité de cette hypothèse est quantifiée en définissant un critère pour la largeur maximale acceptable, notée  $\gamma_\mu^{max}$ , du « pic avant » des fonctions de phases. Dans notre modèle, une diffusion avant pointue est considérée comme une transmission. Cette largeur a été calculée en estimant la largeur à mi-hauteur du « pic avant » de diffusion qui apparaît sur la figure III.8 et nous avons choisi arbitrairement  $\gamma_\mu^{max} = 0,02$  qui correspond à un pic de diffusion de largeur  $5^\circ$ . Nous représentons ici les fonctions de phase pour des gouttes de taille  $R^d = 25 \mu m$  et pour les plus faibles valeurs de  $\nu$  du domaine spectral. Ces courbes correspondent en fait aux valeurs minimales du paramètre de taille  $x_\nu$ .

On remarque que la largeur à mi-hauteur est toujours inférieure à  $\gamma_\mu^{max} = 0,02$  excepté pour les fonctions de phase des gouttes de rayon  $R^d = 25 \mu m$  telles que  $\nu \leq 362,5 \text{ cm}^{-1}$ . Ces nombres d'ondes ne jouent un rôle dans l'énergie transférée que lorsque la température des parois  $T_w$  est inférieure à  $840 \text{ K}$ . Dans nos applications de réacteur nucléaire, les températures  $T_w$  en situation accidentelle sont supérieures à  $1000 \text{ K}$  et donc l'hypothèse de gouttes d'eau purement absorbantes est justifiée.

### III.2.4 Conclusion sur l'effet des gouttes

Pour les conditions thermohydrauliques considérées et les tailles de gouttes étudiées, les gouttes d'eau sont donc considérées comme **purement absorbantes**. Le coefficient d'absorption  $\kappa_\nu^d$  est donc le seul coefficient qui est utilisé dans la résolution de l'ETR généralisée et dans le calcul des conductivités radiatives.

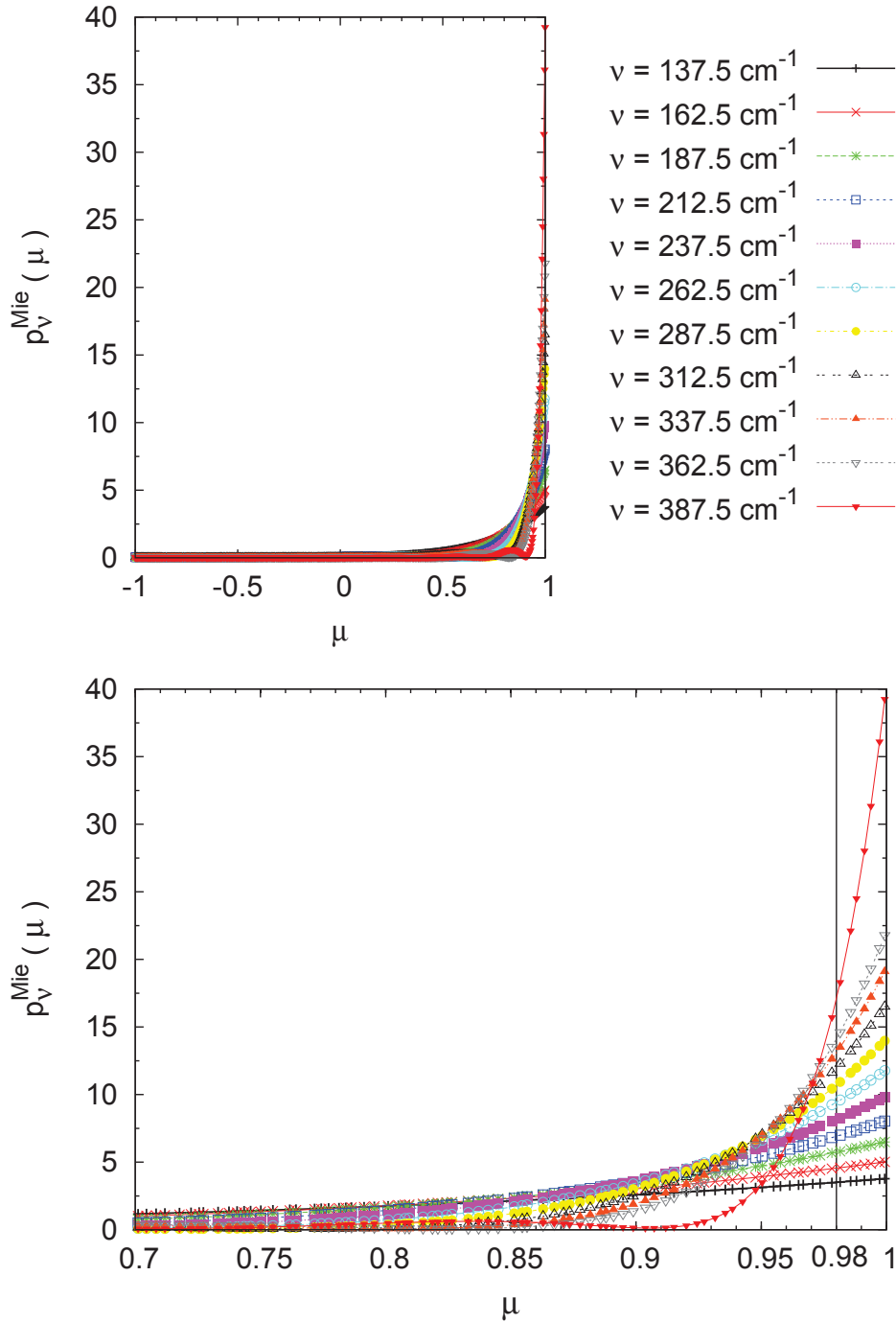


FIGURE III.8 – Fonction de phase de diffusion des gouttes d'eau de rayon  $R^d = 25 \mu\text{m}$  en fonction de  $\mu$  ( $137,5 \leq \nu \leq 387,5 \text{ cm}^{-1}$ ) (haut); Zoom ne représentant que les valeurs telles que  $\mu \geq 0,7$  (même légende) (bas).

### III.3 Comparaison des propriétés radiatives des différentes phases

Nous comparons dans ce paragraphe l'absorption par la vapeur d'eau et des gouttes d'eau à l'extinction par les parois en calculant les transmittivités moyennées sur  $\delta_\nu$  de chacune de ces phases. Les propriétés radiatives des parois sont calculées par la méthode d'homogénéisation détaillée dans le chapitre I. Les paramètres  $k_{g_j}$  du modèle CK n'ont pas de signification physique directe, ce sont les transmittivités moyennées sur  $\Delta\nu$  qui ont un sens physique. Nous exprimons donc les transmittivités d'une colonne homogène de longueur  $l$  des différentes phases présentes en utilisant les expressions suivantes :

1. transmittivité d'une colonne de longueur  $l$  constituée du milieu homogène équivalent aux paroi :

$$\tau_w(l, \mathbf{u}) = 1 - G_{ext}(l, \mathbf{u}), \quad (\text{III.52})$$

2. transmittivité moyenne d'une colonne de longueur  $l$  de vapeur d'eau :

$$\bar{\tau}_{v,\nu}^{\Delta\nu} = \sum_{j=1}^N \omega_j \exp(-k_{g_j} l), \quad (\text{III.53})$$

3. transmittivité moyenne d'une colonne de longueur  $l$  de gouttes d'eau :

$$\tau_\nu^d = \exp(-\kappa_\nu^d l). \quad (\text{III.54})$$

Ces transmittivités dépendent toutes de la longueur  $l$  de la colonne et des paramètres suivants :

1.  $\tau_w$  dépend de la direction  $\mathbf{u}$  et de la zone considérée,
2.  $\tau_{v,\nu}$  dépend de  $\nu$ , de la pression  $P_v$  et de la température  $T_v$  de la vapeur d'eau,
3.  $\tau_\nu^d$  dépend de  $\nu$ , du rayon  $R^d$  des gouttes d'eau (la fraction volumique  $F_v$  est constante et égale à  $10^{-3}$ ). On ne considère que l'absorption car les gouttes diffusent vers l'avant de façon pointue.

## Conclusion

La figure III.9 représente les effets des parois, de la vapeur d'eau et des gouttes d'eau sur la transmission du rayonnement. Les transmittivités sont représentées en fonction de  $\nu$  pour des longueurs de propagation de 1 cm et de 5 cm. Nous voyons que les trois phases ont des effets non négligeables sur la transmission du rayonnement. On ne peut donc pas négliger une phase par rapport à une autre.

Dans la suite, les gouttes d'eau seront considérées comme étant purement absorbantes.

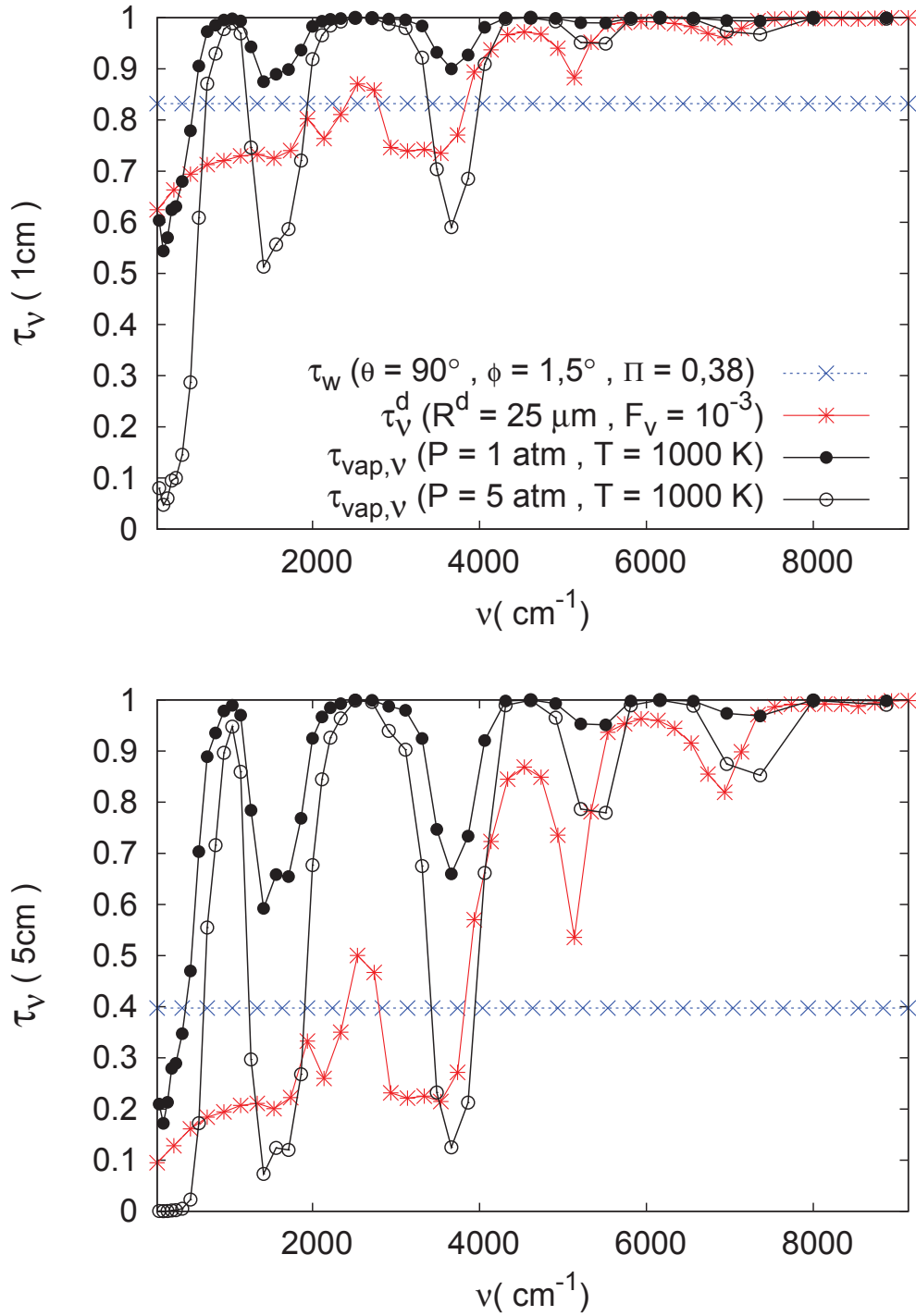


FIGURE III.9 – Comparaison des transmittivités  $\tau_w$ ,  $\tau_{v,v}$  et  $\tau_v^d$  d'une colonne homogène de 1 cm (haut) et de 5 cm (bas) (légende commune aux deux graphes).

## Chapitre IV

# GÉNÉRALISATION DE L'ETR EN PRÉSENCE D'UN GAZ ET DE PARTICULES SEMI-TRANSPARENTES

### Table des matières

---

<b>Introduction</b> . . . . .	<b>72</b>
<b>IV.1 Caractéristiques du milieu étudié</b> . . . . .	<b>72</b>
IV.1.1 Milieu poreux . . . . .	72
IV.1.2 Vapeur d'eau . . . . .	73
IV.1.3 Gouttes d'eau . . . . .	73
<b>IV.2 Équation de transfert radiatif généralisée à trois températures</b> . . . . .	<b>73</b>
IV.2.1 Définition des milieux . . . . .	73
IV.2.2 Expression des flux élémentaires . . . . .	75
IV.2.3 Expression de l'ETR . . . . .	76
IV.2.4 Analyse des équations . . . . .	78
IV.2.5 Résolution par perturbation de l'ETR à trois températures . . . . .	78
IV.2.6 Puissances radiatives échangées à l'ordre 0 . . . . .	80
IV.2.7 Flux et puissance à l'ordre 1 . . . . .	81
IV.2.8 Application à trois types de milieux poreux . . . . .	83
<b>IV.3 Résultats relatifs aux conductivités radiatives</b> . . . . .	<b>84</b>
IV.3.1 Introduction . . . . .	84
IV.3.2 Conductivités associées au champ de température $T_w$ . . . . .	84
IV.3.3 Conductivités associées au champ de température $T_v$ . . . . .	90
<b>IV.4 Résultats relatifs aux puissances radiatives</b> . . . . .	<b>95</b>
IV.4.1 Conclusion . . . . .	98
<b>IV.5 Comparaison avec la convection</b> . . . . .	<b>98</b>

---



## Introduction

Le but de ce chapitre est d'établir une équation de transfert qui prend en compte le caractère semi-transparent de la phase gazeuse et des particules. Nous étudions successivement les milieux suivants :

1. un milieu poreux avec une phase fluide gazeuse semi transparente constituée uniquement de vapeur d'eau,
2. un milieu poreux avec une phase fluide liquide semi transparente constituée uniquement de gouttes d'eau,
3. un milieu poreux avec deux phases fluides (gazeuse et liquide) semi transparentes constituées de vapeur d'eau et de gouttes d'eau.

La section IV.2 établit l'équation de transfert radiatif généralisée à trois températures dans un milieu poreux constituée de trois phases notées  $A$ ,  $B$  et  $C$  en déséquilibre thermique. L'équation de transfert est résolue par une méthode des perturbations analogue à la méthode détaillée dans le paragraphe II.1. La résolution permet de calculer les tenseurs de conductivités radiatives associées aux champs de températures de chaque phase ainsi que les puissances radiatives échangées entre les phases.

## IV.1 Caractéristiques du milieu étudié

### IV.1.1 Milieu poreux

Le milieu poreux étudié est la maquette de réacteur nucléaire PHEBUS (essais FPT1 et FPT2). La phase solide de ce réacteur est opaque. Elle est constituée, entre autres, d'oxyde de Zirconium  $ZrO_2$  et d'oxyde d'Uranium  $UO_2$ . La figure II.2 montre que les absorptivités locales de ces deux matériaux ne dépendent pas du nombre d'onde  $\nu$  mais dépendent de la température à l'interface du matériau notée  $T_w$ . On notera dans la suite l'absorptivité  $\alpha(T_w)$  et nous ne présenterons les résultats que pour  $ZrO_2$ . Les mêmes développements ont été effectués pour  $UO_2$ .

Dans le chapitre I, la méthode d'homogénéisation a permis de calculer les coefficients généralisés d'absorption  $K$ , de diffusion  $\Sigma$  et d'extinction  $B$  à l'équilibre pour 35 états de dégradation de PHEBUS-FPT1 et PHEBUS-FPT2. Chaque état de dégradation est caractérisé par sa porosité  $\Pi$  et son aire spécifique  $\mathcal{A}$ . Les fonctions de phase générales à 4 angles sont aussi calculées pour ces 35 états de dégradation identifiés.

### IV.1.2 Vapeur d'eau

Dans les simulations d'accidents graves de réacteur, la température de la vapeur d'eau, notée  $T_v$  peut atteindre  $2900\text{ K}$  et la pression de la vapeur d'eau, notée  $P_v$  est comprise entre  $1\text{ atm}$  et  $10\text{ atm}$ . Les propriétés radiatives de la vapeur d'eau ont été calculées dans la section III.1 pour ces gammes de températures et de pressions. Les paramètres CK  $k_{g_j}(P_v, T_v)$  ont été calculés à partir des transmittivités du modèle SNB. Les intégrations spectrales sont effectuées sur 43 bandes spectrales avec une méthode de quadrature à 7 points  $g_j$  pondérés par les poids  $\omega_j$  ( $j \in \llbracket 1, 7 \rrbracket$ ). La méthode est détaillée dans le paragraphe III.1.

### IV.1.3 Gouttes d'eau

La phase fluide est constituée de gouttes d'eau dont le rayon  $R^d$  varie entre  $25\text{ }\mu\text{m}$  et  $1\text{ mm}$ . La fraction volumique  $F_v$  de présence des gouttes d'eau est égale à  $10^{-3}$ . La température des gouttes d'eau est la température de saturation  $T_{sat}(P_v)$ . Les gouttes d'eau sont purement absorbantes. Leur coefficient volumique d'absorption  $\kappa_v^d$  est calculé dans la section III.2 pour des distributions de gouttes sphériques de même taille. Sept tailles différentes ont été calculées en utilisant la théorie de Mie.

*Dans la suite, les dépendances en  $\nu$  sont omises dans les équations pour alléger les expressions. Il faut garder en tête que les propriétés radiatives de la phase fluide dépendent de  $\nu$ . De plus, dans nos applications, l'absorptivité locale de paroi dépend de la température  $T_w$  (voir figure II.2) donc  $K_A$  et  $\Sigma_A$  dépendent de  $T_w$ .*

## IV.2 Équation de transfert radiatif généralisée à trois températures

Dans ce paragraphe, nous établissons une équation de transfert radiatif dans un milieu où trois phases interagissent avec le rayonnement. L'effet des parois solides est caractérisé par des propriétés radiatives effectives. La phase fluide est constituée de vapeur d'eau et de gouttes d'eau qui occupent une fraction volumique très faible  $F_v = 10^{-3} \ll 1$ ). Les propriétés de la phase fluide sont rigoureusement identifiées avec le modèle CK pour la vapeur d'eau et la théorie de Mie pour les gouttes d'eau. L'idée principale du modèle est de considérer la superposition des trois phases en tout point du milieu. L'équation de transfert radiatif est établie ensuite en écrivant l'effet de chacune des phases sur les flux élémentaires d'absorption, d'émission et de diffusion.

### IV.2.1 Définition des milieux

#### Notations

Dans ce paragraphe, nous établissons les équations de transfert en considérant des propriétés radiatives générales. Mais dans notre application concrète,

1. le milieu  $A$  correspond aux parois homogénéisées,

2. le milieu  $B$  correspond à la vapeur d'eau,
3. le milieu  $C$  correspond aux gouttes d'eau.

Le milieu étudié est la superposition en tous points de ces trois milieux. La luminance, vue de  $A$ , est notée  $I_A$ . Vue de  $B$ , on la note  $I_B$ . Le rayonnement des gouttes est étudié seulement en champ lointain dans le milieu de propagation  $B$ . Les deux milieux de propagation interagissent avec le champ de rayonnement local qui peut être soit étudié dans  $A$  soit étudié dans  $B$ .

### Propriétés radiatives des phases

1. le milieu  $A$  a pour propriétés effectives  $K_A, \Sigma_A, B_A, n_A$  et  $p_A$  calculés dans l'hypothèse de milieu optiquement épais à l'équilibre. La méthode d'homogénéisation qui permet d'estimer ces propriétés effectives est détaillée dans le paragraphe I.2.2. Le milieu  $A$  est à la température  $T_A$ .
2. le milieu  $B$  a pour propriétés effectives  $\kappa_B, \sigma_B, \beta_B, n_B$  et  $p_B$ . Ces propriétés dépendent de  $\nu$ . Le modèle de transfert est développé dans le cas général d'un milieu  $B$  diffusant-absorbant. Mais dans l'application, nous ne considérerons que l'absorption par la vapeur d'eau.
3. le milieu  $C$  occupe une faible fraction volumique de la phase fluide. Ses propriétés radiatives sont notées  $\kappa_C, \sigma_C, \beta_C$  et  $p_C$ . Par contre, l'indice optique correspond à l'indice du milieu de propagation c'est à dire  $n_B$ . Ces propriétés dépendent aussi de  $\nu$ . Le modèle de transfert est développé dans le cas général d'un milieu  $C$  diffusant-absorbant. Mais dans l'application, nous ne considérerons que l'absorption par les gouttes d'eau.

### Théorème de Clausius

Le théorème de Clausius relatif à la conservation de l'étendue optique d'un faisceau s'écrit, en tout point du milieu homogénéisé contenant les deux phases  $A$  et  $B$  (vapeur d'eau). En champ lointain, le rayonnement des particules (phase  $C$ ) est propagé en phase  $B$ .

$$n_A^2 dS_A \cos(\theta_A) d\Omega_A = n_B^2 dS_B \cos(\theta_B) d\Omega_B. \quad (\text{IV.1})$$

Les surfaces élémentaires  $dS_A$  et  $dS_B$  n'ont pas de réalité physique dans le milieu homogénéisé. Elles sont définies au même point de l'espace qui contient les deux phases superposées  $A$  et  $B$ . On pose donc :  $dS_A = dS_B$ . Dans le milieu physique réel, un rayonnement incident dans une direction est transmis dans la même direction que cette transmission soit à travers le gaz, les gouttes ou le champ de parois. Cela revient à écrire que  $\cos(\theta_A) = \cos(\theta_B) = 1$ . Il vient alors :

$$n_A^2 d\Omega_A = n_B^2 d\Omega_B. \quad (\text{IV.2})$$

### Conservation du flux de A à B

Dans le modèle, nous supposons la conservation du flux par passage de  $A$  à  $B$ . Cette conservation est valable en tout point du volume homogénéisé et elle s'écrit, avec les hypothèses précédentes :

$$I_A d\Omega_A = I_B d\Omega_B. \quad (\text{IV.3})$$

Dans l'équation IV.3,  $I_A$  et  $I_B$  représentent la luminance vue soit du milieu  $A$  soit du milieu  $B$ . Les équations IV.3 et IV.2 permettent d'écrire que :

$$\frac{I_A(\mathbf{u})}{n_A^2(\mathbf{u})} = \frac{I_B(\mathbf{u})}{n_B^2(\mathbf{u})}. \quad (\text{IV.4})$$

### IV.2.2 Expression des flux élémentaires

On peut écrire ces flux élémentaires soit dans le milieu  $A$  soit dans le milieu  $B$ . On somme les contributions de chaque milieu. Les équations établies ci-dessous sont générales. Nous les simplifierons ensuite pour tenir compte de l'absence de diffusion par les phases  $B$  et  $C$ .

#### Flux monochromatique élémentaire absorbé

$\frac{d\phi^a}{d\nu}$  est le flux monochromatique élémentaire absorbé par le milieu global. Ce flux absorbé est la somme, en tous points, du flux élémentaire absorbé par le milieu  $A$  et du flux élémentaire absorbé par les milieux  $B$  et  $C$ .

$$\frac{d\phi^a}{d\nu} = K_A I_A d\Omega_A + (\kappa_B + \kappa_C) I_B d\Omega_B = (K_A + \kappa_B + \kappa_C) I_A d\Omega_A = (K_A + \kappa_B + \kappa_C) I_B d\Omega_B. \quad (\text{IV.5})$$

Dans l'équation IV.5, la deuxième égalité transcrit  $\frac{d\phi^a}{d\nu}$  dans le milieu  $A$  et la troisième égalité transcrit  $\frac{d\phi^a}{d\nu}$  dans le milieu  $B$ .

#### Flux monochromatique élémentaire éteint par diffusion

De la même façon, on a :

$$\frac{d\phi^{d^-}}{d\nu} = \Sigma_A I_A d\Omega_A + (\sigma_B + \sigma_C) I_B d\Omega_B = (\Sigma_A + \sigma_B + \sigma_C) I_A d\Omega_A = (\Sigma_A + \sigma_B + \sigma_C) I_B d\Omega_B. \quad (\text{IV.6})$$

Dans l'équation IV.6, la deuxième égalité transcrit  $\frac{d\phi^{d^-}}{d\nu}$  dans le milieu  $A$  et la troisième égalité transcrit  $\frac{d\phi^{d^-}}{d\nu}$  dans le milieu  $B$ .

#### Flux monochromatique élémentaire éteint

Le flux éteint  $\frac{d\phi^{ext}}{d\nu} = \frac{d\phi^a}{d\nu} + \frac{d\phi^{d^-}}{d\nu}$  s'écrit :

$$\frac{d\phi^{ext}}{d\nu} = B_A I_A d\Omega_A + (\beta_B + \beta_C) I_B d\Omega_B = (B_A + \beta_B + \beta_C) I_A d\Omega_A = (B_A + \beta_B) I_B d\Omega_B. \quad (\text{IV.7})$$

Dans l'équation IV.7, la deuxième égalité transcrit  $\frac{d\phi^{ext}}{d\nu}$  dans le milieu  $A$  et la troisième égalité transcrit  $\frac{d\phi^{ext}}{d\nu}$  dans le milieu  $B$ .

### Flux monochromatique élémentaire reconstruit par diffusion

Le flux élémentaire reconstruit par diffusion dans la direction  $\mathbf{u}$  s'écrit :

$$\begin{aligned}
\frac{d\phi^{d+}}{d\nu} &= \frac{d\Omega_A}{4\pi} \int_{4\pi} \Sigma_A(\mathbf{u}') p_A(\mathbf{u}', \mathbf{u}) I_A(\mathbf{u}') d\Omega'(\mathbf{u}') + \frac{d\Omega_B}{4\pi} \int_{4\pi} [\sigma_B p_B(\mathbf{u}', \mathbf{u}) + \sigma_C p_C(\mathbf{u}', \mathbf{u})] I_B(\mathbf{u}') d\Omega'(\mathbf{u}') \quad (\text{IV.8}) \\
&= \frac{d\Omega_A}{4\pi} \left[ \int_{4\pi} \Sigma_A(\mathbf{u}') p_A(\mathbf{u}', \mathbf{u}) I_A(\mathbf{u}') d\Omega'(\mathbf{u}') + \frac{n_A^2}{n_B^2} \int_{4\pi} [\sigma_B p_B(\mathbf{u}', \mathbf{u}) + \sigma_C p_C(\mathbf{u}', \mathbf{u})] \frac{n_B^2}{n_A^2} I_A(\mathbf{u}') d\Omega'(\mathbf{u}') \right] \\
&= \frac{d\Omega_B}{4\pi} \left[ \frac{n_B^2}{n_A^2} \int_{4\pi} \Sigma_A(\mathbf{u}') p_A(\mathbf{u}', \mathbf{u}) \frac{n_A^2}{n_B^2} I_B(\mathbf{u}') d\Omega'(\mathbf{u}') + \int_{4\pi} [\sigma_B p_B(\mathbf{u}', \mathbf{u}) + \sigma_C p_C(\mathbf{u}', \mathbf{u})] I_B(\mathbf{u}') d\Omega'(\mathbf{u}') \right]
\end{aligned}$$

Dans l'équation IV.8, la deuxième égalité transcrit le flux élémentaire  $\frac{d\phi^{d+}}{d\nu}$  dans le milieu  $A$  et la troisième égalité le transcrit dans le milieu  $B$ .

### Flux monochromatique élémentaire émis

Le flux élémentaire émis  $\frac{d\phi^e}{d\nu}$  est émis à partir de la phase fluide par les parois à température  $T_A$ , la vapeur d'eau à température  $T_B$  et les gouttes d'eau à température  $T_C$ . Son expression est :

$$\begin{aligned}
\frac{d\phi^e}{d\nu} &= \Pi n_A^2 K_A I_\nu^\circ(T_A) d\Omega_A + \Pi n_B^2 \kappa_B I_\nu^\circ(T_B) d\Omega_B + \Pi \kappa_C I_\nu^\circ(T_C) d\Omega_B \quad (\text{IV.9}) \\
&= n_A^2 \Pi [K_A I_\nu^\circ(T_A) + \kappa_B I_\nu^\circ(T_B) + \kappa_C I_\nu^\circ(T_C)] d\Omega_A \\
&= n_B^2 \Pi [K_A I_\nu^\circ(T_A) + \kappa_B I_\nu^\circ(T_B) + \kappa_C I_\nu^\circ(T_C)] d\Omega_B
\end{aligned}$$

Dans cette formulation, nous avons supposé que la fraction volumique  $F_v \ll 1$ .

### IV.2.3 Expression de l'ETR

Pour établir l'ETR, on écrit que :

$$\begin{aligned}
\frac{dI_A}{ds} d\Omega_A &= \frac{dI_B}{ds} d\Omega_B \\
&= -\frac{d\phi^{ext}}{d\nu} + \frac{d\phi^e}{d\nu} + \frac{d\phi^{d+}}{d\nu}
\end{aligned}$$

#### ETR vue du milieu $A$

En utilisant les équations IV.6, IV.7, IV.8 et IV.9 transcrites dans le milieu  $A$ , on obtient que :

$$\begin{aligned}
\frac{dI_A}{ds} + (B_A(\mathbf{u}) + \beta_B + \beta_C) I_A &= n_A^2(\mathbf{u}) \Pi [K_A(\mathbf{u}) I_\nu^\circ(T_A) + \kappa_B I_\nu^\circ(T_B) + \kappa_C I_\nu^\circ(T_C)] \\
&+ \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \Sigma_A(\mathbf{u}') p_A(\mathbf{u}', \mathbf{u}) I_A(\mathbf{u}') d\Omega'(\mathbf{u}') \\
&+ \frac{1}{4\pi} \frac{n_A^2(\mathbf{u})}{n_B^2} \int_{4\pi} [\sigma_B p_B(\mathbf{u}', \mathbf{u}) + \sigma_C p_C(\mathbf{u}', \mathbf{u})] \frac{n_B^2}{n_A^2(\mathbf{u}')} I_A(\mathbf{u}') d\Omega'(\mathbf{u}').
\end{aligned} \tag{IV.10}$$

### ETR vue du milieu $B$

De la même façon, l'ETR dans le milieu  $B$  s'écrit :

$$\begin{aligned}
\frac{dI_B}{ds} + (B_A(\mathbf{u}) + \beta_B + \beta_C) I_B &= n_B^2 \Pi [K_A(\mathbf{u}) I_\nu^\circ(T_A) + \kappa_B I_\nu^\circ(T_B) + \kappa_C I_\nu^\circ(T_C)] \\
&+ \frac{1}{4\pi} \frac{n_B^2}{n_A^2(\mathbf{u})} \int_{4\pi} \Sigma_A(\mathbf{u}') p_A(\mathbf{u}', \mathbf{u}) \frac{n_A^2(\mathbf{u}')}{n_B^2} I_B(\mathbf{u}') d\Omega'(\mathbf{u}') \\
&+ \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} [\sigma_B p_B(\mathbf{u}', \mathbf{u}) + \sigma_C p_C(\mathbf{u}', \mathbf{u})] I_B(\mathbf{u}') d\Omega'(\mathbf{u}').
\end{aligned} \tag{IV.11}$$

Étant donné que  $n_A^2 \Sigma_A$  est isotrope (voir équations I.18 et I.26) et que le milieu de propagation est d'indice  $n_B = 1$ , on en déduit que :

$$\begin{aligned}
\frac{dI_B}{ds} + (B_A(\mathbf{u}) + \beta_B + \beta_C) I_B &= \Pi [K_A(\mathbf{u}) I_\nu^\circ(T_A) + \kappa_B I_\nu^\circ(T_B) + \kappa_C I_\nu^\circ(T_C)] \\
&+ \frac{1}{4\pi} \Sigma_A(\mathbf{u}) \int_{4\pi} p_A(\mathbf{u}', \mathbf{u}) I_B(\mathbf{u}') d\Omega'(\mathbf{u}') \\
&+ \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} [\sigma_B p_B(\mathbf{u}', \mathbf{u}) + \sigma_C p_C(\mathbf{u}', \mathbf{u})] I_B(\mathbf{u}') d\Omega'(\mathbf{u}').
\end{aligned} \tag{IV.12}$$

Enfin, comme dans nos applications, les phases  $B$  et  $C$  sont **purement absorbantes** pour les conditions thermohydrauliques étudiées. L'ETR à trois températures exprimée dans le milieu  $B$  se simplifie en :

$$\begin{aligned}
\frac{dI_B}{ds} + (B_A(\mathbf{u}) + \kappa_B + \kappa_C) I_B &= \Pi [K_A(\mathbf{u}) I_\nu^\circ(T_A) + \kappa_B I_\nu^\circ(T_B) + \kappa_C I_\nu^\circ(T_C)] \\
&+ \frac{1}{4\pi} \Sigma_A(\mathbf{u}) \int_{4\pi} p_A(\mathbf{u}', \mathbf{u}) I_B(\mathbf{u}') d\Omega'(\mathbf{u}').
\end{aligned} \tag{IV.13}$$

## IV.2.4 Analyse des équations

### Équivalence des deux ETRs

Les équations IV.10 et IV.11 sont équivalentes et on passe de l'une à l'autre en utilisant la relation entre les luminances  $I_A$  et  $I_B$  (équation IV.4). Ces équations dégènèrent bien en l'équation de transfert radiatif généralisée (équation II.1) lorsque la phase fluide est transparente.

### Angles solides élémentaires

La relation entre les angles solides élémentaires  $n_A^2 d\Omega_A = n_B^2 d\Omega_B$  (équation IV.2) est nécessaire pour transposer au milieu  $B$  un flux exprimé dans  $A$ . Dans nos applications,  $n_B = 1$  alors que  $n_A$  est anisotrope. En effet,  $n_A$  est donné par l'équation I.27 que nous rappelons ici :

$$n_A^2(\mathbf{u}) = \frac{\mathcal{A}_F}{4 B_A(\mathbf{u})} \quad (\text{IV.14})$$

Ainsi, l'angle solide élémentaire  $d\Omega_A$  dépend de la direction  $\mathbf{u}$  considérée et doit être choisi pour la résolution de l'ETR dans le milieu  $A$  de telle sorte que :

$$d\Omega_A(\mathbf{u}) = \frac{n_B^2}{n_A^2(\mathbf{u})} d\Omega_B \quad (\text{IV.15})$$

$$= \frac{4 B_A(\mathbf{u})}{\mathcal{A}_F} n_B^2 d\Omega_B \quad (\text{IV.16})$$

### Hypothèse du modèle

Les équations de transfert radiatif dans le milieu  $A$  (équation IV.10) et dans le milieu  $B$  (équation IV.10) sont établies en conservant les flux élémentaires par angle solide de  $A$  à  $B$ .

## IV.2.5 Résolution par perturbation de l'ETR à trois températures

### Adimensionnement

On note  $\delta$  la taille du volume élémentaire représentatif qui vérifie :

$$\text{Kn}^R = \frac{1}{(n_A^2 B_A + \kappa_B + \kappa_C) \delta} \ll 1 \quad (\text{IV.17})$$

Ce nombre de Knudsen est isotrope et relatif à l'extinction du milieu global.

L'ETR de l'équation IV.13 s'écrit sous forme adimensionnée :

$$\begin{aligned} \text{Kn}^R \frac{dI_B}{ds^+} + \left( \frac{B_A(\mathbf{u}) + \kappa_B + \kappa_C}{n_A^2 B_A + \kappa_B + \kappa_C} \right) I_B = \Pi \frac{[K_A(\mathbf{u}) I_\nu^\circ(T_A) + \kappa_B I_\nu^\circ(T_B) + \kappa_C I_\nu^\circ(T_C)]}{n_A^2 B_A + \kappa_B + \kappa_C} \\ + \frac{\Sigma_A(\mathbf{u})}{4\pi (n_A^2 B_A + \kappa_B + \kappa_C)} \int_{4\pi} p_A(\mathbf{u}', \mathbf{u}) I_B(\mathbf{u}') d\Omega'(\mathbf{u}') \end{aligned} \quad (\text{IV.18})$$

### Définition de l'opérateur $L_\nu$

De la même façon que dans le paragraphe II.1 (qui correspond à l'ETR avec une phase fluide transparente), on définit l'opérateur linéaire  $L_\nu$  par :

$$L_\nu [X](\mathbf{u}) = \frac{\Sigma_A(\mathbf{u})}{4\pi (B_A(\mathbf{u}) + \kappa_B + \kappa_C)} \int_{4\pi} p_A(\mathbf{u}', \mathbf{u}) X(\mathbf{u}') d\Omega' \quad (\text{IV.19})$$

### Luminance d'ordre 0

La luminance à l'ordre 0 en  $\text{Kn}^R$  vérifie l'équation implicite suivante :

$$I_B^{(0)}(\mathbf{u}) = \Pi \frac{[K_A(\mathbf{u}) I_\nu^\circ(T_A) + \kappa_B I_\nu^\circ(T_B) + \kappa_C I_\nu^\circ(T_C)]}{B_A(\mathbf{u}) + \kappa_B + \kappa_C} + L_\nu [I_B^{(0)}](\mathbf{u}) \quad (\text{IV.20})$$

On démontre que :

$$I_B^{(0)}(\mathbf{u}) = S_{A,\nu}(\mathbf{u}) I_\nu^\circ(T_A) + S_{B,\nu}(\mathbf{u}) I_\nu^\circ(T_B) + S_{C,\nu}(\mathbf{u}) I_\nu^\circ(T_C) \quad (\text{IV.21})$$

où

$$S_{A,\nu}(\mathbf{u}) = \Pi \sum_{k=0}^{\infty} L_\nu^k \left[ \frac{K_A}{B_A + \kappa_B + \kappa_C} \right](\mathbf{u}) \quad (\text{IV.22})$$

$$S_{B,\nu}(\mathbf{u}) = \Pi \sum_{k=0}^{\infty} L_\nu^k \left[ \frac{\kappa_B}{B_A + \kappa_B + \kappa_C} \right](\mathbf{u}) \quad (\text{IV.23})$$

$$S_{C,\nu}(\mathbf{u}) = \Pi \sum_{k=0}^{\infty} L_\nu^k \left[ \frac{\kappa_C}{B_A + \kappa_B + \kappa_C} \right](\mathbf{u}) \quad (\text{IV.24})$$

Dans les équations IV.22, IV.23 et IV.24,  $L_\nu^k$  symbolise l'opérateur  $L_\nu$  appliqué  $k$  fois. L'opérateur  $L_\nu$  est défini dans l'équation IV.19. La notation  $L_\nu^0$  ( $k = 0$ ) correspond à l'opérateur Identité.



### Flux d'ordre 0 associé

L'opérateur linéaire  $L_\nu$  propage les symétries du système. On démontre rigoureusement (voir annexe C) et numériquement que le flux à l'ordre 0 est nul c'est à dire :

$$\mathbf{q}^{(0)} = \mathbf{0} \quad (\text{IV.25})$$

### Luminance d'ordre 1

La luminance d'ordre 1 en  $\text{Kn}^R$  vérifie l'équation implicite suivante :

$$I_B^{(1)}(\mathbf{u}) = -\frac{1}{B_A + \kappa_B + \kappa_C} \frac{dI_B^{(0)}}{ds} + L_\nu \left[ I_B^{(1)} \right] (\mathbf{u}) \quad (\text{IV.26})$$

On démontre que la luminance à l'ordre 1 est la somme de trois termes :

$$I_B^{(1)}(\mathbf{u}) = I_B^{A(1)}(\mathbf{u}) + I_B^{B(1)}(\mathbf{u}) + I_B^{C(1)}(\mathbf{u}) \quad (\text{IV.27})$$

chacun étant donné, si on note la phase considérée  $\gamma$  ( $A$ ,  $B$  ou  $C$ ), par :

$$I_B^{\gamma(1)}(\mathbf{u}) = -\sum_{k=0}^{\infty} L_\nu^k \left[ \frac{u_j}{B_A + \kappa_B + \kappa_C} \frac{dI_B^{(0)}}{dT_\gamma} \right] (\mathbf{u}) \frac{\partial T_\gamma}{\partial x_j} \quad (\text{IV.28})$$

## IV.2.6 Puissances radiatives échangées à l'ordre 0

### Puissance $P_A^{(0)}$

On note  $P_A^{(0)}$  la puissance radiative par unité de volume pour les parois à l'ordre 0, différence entre les puissances absorbée et émise par  $A$ .

Cette puissance est donnée par :

$$\begin{aligned} P_A^{(0)} &= \int_0^\infty \left[ \int_{4\pi} K_A \left( I_A^{(0)} - \Pi n_A^2 I_\nu^\circ(T_A) \right) d\Omega_A \right] d\nu \\ &= \int_0^\infty \left[ \int_{4\pi} \left( K_A I_B^{(0)} - \Pi K_A I_\nu^\circ(T_A) \right) d\Omega_B \right] d\nu \end{aligned} \quad (\text{IV.29})$$

**Puissance  $P_B^{(0)}$** 

On note  $P_B^{(0)}$  la puissance radiative par unité de volume pour la vapeur à l'ordre 0.

Cette puissance est donnée par :

$$P_B^{(0)} = \int_0^\infty \left[ \int_{4\pi} \kappa_B \left( I_B^{(0)} - \Pi n_B^2 I_\nu^\circ(T_B) \right) d\Omega_B \right] d\nu \quad (\text{IV.30})$$

$$(\text{IV.31})$$

**Puissance  $P_C^{(0)}$** 

On note  $P_C^{(0)}$  la puissance radiative par unité de volume pour les gouttes à l'ordre 0.

Cette puissance est donnée par :

$$P_C^{(0)} = \int_0^\infty \left[ \int_{4\pi} \kappa_C \left( I_B^{(0)} - \Pi n_B^2 I_\nu^\circ(T_C) \right) d\Omega_B \right] d\nu \quad (\text{IV.32})$$

$$(\text{IV.33})$$

Les puissances radiatives d'ordre 1 sont prises en compte dans les flux radiatifs d'ordre 1 comme cela est expliqué dans le paragraphe suivant.

**IV.2.7 Flux et puissance à l'ordre 1**

Le flux à l'ordre 1 s'écrit :

$$q_i^{(1)} = \int_0^\infty \int_{4\pi} I_B^{(1)} u_i d\Omega d\nu \quad (\text{IV.34})$$

$$= -k_{ijA}^{B/C} \frac{\partial T_A}{\partial x_j} - k_{ijB}^{B/C} \frac{\partial T_B}{\partial x_j} - k_{ijC}^{B/C} \frac{\partial T_C}{\partial x_j}. \quad (\text{IV.35})$$

où :

$$k_{ij_A}^{B/C} = \int_0^\infty \int_{4\pi} \sum_{k=0}^\infty L_\nu^k \left[ \frac{u_j}{B_A + \kappa_B + \kappa_C} \frac{dI_B^{(0)}}{dT_A} \right] u_i d\Omega d\nu \quad (\text{IV.36})$$

$$k_{ij_B}^{B/C} = \int_0^\infty \int_{4\pi} \sum_{k=0}^\infty L_\nu^k \left[ \frac{u_j}{B_A + \kappa_B + \kappa_C} \frac{dI_B^{(0)}}{dT_B} \right] u_i d\Omega d\nu \quad (\text{IV.37})$$

$$k_{ij_C}^{B/C} = \int_0^\infty \int_{4\pi} \sum_{k=0}^\infty L_\nu^k \left[ \frac{u_j}{B_A + \kappa_B + \kappa_C} \frac{dI_B^{(0)}}{dT_C} \right] u_i d\Omega d\nu \quad (\text{IV.38})$$

Les propriétés de symétrie du système permettent de démontrer (voir annexe C) que les tenseurs  $k_{ij_A}^{B/C}$  et  $k_{ij_B}^{B/C}$  sont diagonaux. De plus, on a aussi :

$$k_{xx_A}^{B/C} = k_{yy_A}^{B/C} \hat{=} k_{r_A}^{B/C} \quad (\text{IV.39})$$

$$k_{xx_B}^{B/C} = k_{yy_B}^{B/C} \hat{=} k_{r_B}^{B/C} \quad (\text{IV.40})$$

$$k_{xx_C}^{B/C} = k_{yy_C}^{B/C} \hat{=} k_{r_C}^{B/C} \quad (\text{IV.41})$$

### Remarque :

Pour les applications réacteur proposées dans la thèse, le terme associé au gradient de température des gouttes  $T_C$  est nul car les gouttes sont supposées isothermes à la température de saturation.

Nous donnons sur la figure IV.1 une représentation schématique des échanges au sein du VER et avec les VERs voisins d'un milieu contenant deux phases  $A$  et  $B$  intimement imbriquées. La couleur des flèches est associée à l'émission : noire pour le milieu  $A$  et bleue pour le milieu  $B$ .

1. Les flèches à deux couleurs (bleue et noire) représentent les échanges entre les phases au sein du VER. Ils correspondent aux puissances radiatives qui sont calculées dans le paragraphe IV.2.6,
2. les flèches noires correspondent à la partie du flux d'ordre 1 associée au gradient de  $T_A$  transféré d'un VER à l'autre, c'est le flux émis par  $A$  qui est absorbé par  $A$  et  $B$ ,
3. les flèches bleues correspondent à la partie du flux d'ordre 1 associée au gradient de  $T_B$  transféré d'un VER à l'autre, c'est le flux émis par  $B$  qui est absorbé par  $A$  et  $B$ .

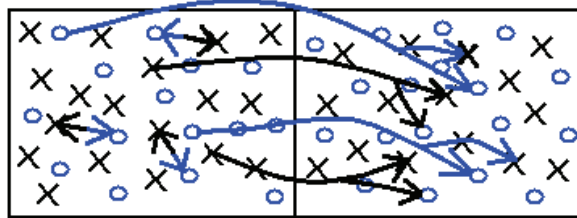


FIGURE IV.1 – Représentation schématique des flux radiatifs et de la puissance radiative échangée entre deux phases homogénéisées.

Dans l'équation IV.35, un terme  $-k_{ij_\gamma}^{B/C} \frac{\partial T_\gamma}{\partial x_j}$  correspond physiquement à l'énergie émise par la

phase  $\gamma$  ( $A$ ,  $B$  ou  $C$  dans le cas général) et absorbée par les trois phases  $A$ ,  $B$  et  $C$ . Ce terme résulte en fait des échanges réciproques entre un élément de volume et son environnement. La fraction de ce terme qui correspond à l'émission par une phase  $\gamma$  ( $A$ ,  $B$  ou  $C$ ) et absorption par une phase  $\gamma'$  ( $A$ ,  $B$  ou  $C$ ) est égal à  $-F_{\gamma\gamma'} k_{ij\gamma}^{B/C} \frac{\partial T_\gamma}{\partial x_j}$ , où le coefficient de partage  $F_{\gamma\gamma'}$  est donné par

$$F_{\gamma\gamma'} = \frac{\int_0^\infty \left[ \int_{4\pi} \kappa'_\gamma I_B^{\gamma(1)} d\Omega_B \right] d\nu}{\int_0^\infty \left[ \int_{4\pi} [K_A + \kappa_B + \kappa_C] I_B^{\gamma(1)} d\Omega_B \right] d\nu} \quad (\text{IV.42})$$

Les coefficients de partage  $F_{\gamma\gamma'}$  ont été calculés pour les applications réacteur et les résultats correspondant sont présentés dans la référence [10].

### IV.2.8 Application à trois types de milieux poreux

#### Milieu poreux contenant des parois et de la vapeur d'eau

Les équations établies peuvent être utilisées pour une phase fluide contenant de la vapeur d'eau sans gouttes d'eau. Pour cela, on annule les propriétés radiatives du milieu  $C$  dans les équations. Dans ce cas, les trois composantes du flux radiatif à l'ordre 1 s'écrivent :

$$q_x^{(1)} = -k_{rw}^v \frac{\partial T_w}{\partial x} - k_{rv}^v \frac{\partial T_v}{\partial x} \quad (\text{IV.43})$$

$$q_y^{(1)} = -k_{rw}^v \frac{\partial T_w}{\partial y} - k_{rv}^v \frac{\partial T_v}{\partial y} \quad (\text{IV.44})$$

$$q_z^{(1)} = -k_{zw}^v \frac{\partial T_w}{\partial z} - k_{zv}^v \frac{\partial T_v}{\partial z} \quad (\text{IV.45})$$

#### Milieu poreux contenant des parois et des gouttes d'eau

De la même façon, les équations peuvent être utilisées pour une phase fluide contenant des gouttes d'eau sans vapeur d'eau. Le milieu de propagation est dans ce cas un milieu transparent. De plus, les gouttes d'eau sont supposées isothermes à  $T_{sat}(P_v)$ . Pour ne considérer que des parois et des gouttes d'eau dans l'ETR, on annule les propriétés radiatives du milieu  $B$  dans les équations. Dans ce cas, les trois composantes du flux radiatif à l'ordre 1 s'écrivent :

$$q_x^{(1)} = -k_{rw}^d \frac{\partial T_w}{\partial x} \quad (\text{IV.46})$$

$$q_y^{(1)} = -k_{rw}^d \frac{\partial T_w}{\partial y} \quad (\text{IV.47})$$

$$q_z^{(1)} = -k_{zw}^d \frac{\partial T_w}{\partial z} \quad (\text{IV.48})$$

### Milieu poreux contenant des parois, de la vapeur d'eau et des gouttes d'eau

Ce modèle à trois phases est appliqué pour un milieu poreux homogénéisé dont la phase fluide est constituée de vapeur d'eau et de gouttes d'eau. Les gouttes d'eau occupent la fraction volumique  $F_v$  de la phase fluide où  $F_v \ll 1$ . Elles sont supposées isothermes à la température de saturation  $T_{sat}(P_v)$ . Dans ce cas, les trois composantes du flux radiatif à l'ordre 1 s'écrivent :

$$q_x^{(1)} = -k_{r_w}^{v/d} \frac{\partial T_w}{\partial x} - k_{r_v}^{v/d} \frac{\partial T_v}{\partial x} \quad (\text{IV.49})$$

$$q_y^{(1)} = -k_{r_w}^{v/d} \frac{\partial T_w}{\partial y} - k_{r_v}^{v/d} \frac{\partial T_v}{\partial y} \quad (\text{IV.50})$$

$$q_z^{(1)} = -k_{z_w}^{v/d} \frac{\partial T_w}{\partial z} - k_{z_v}^{v/d} \frac{\partial T_v}{\partial z} \quad (\text{IV.51})$$

Les résultats numériques relatifs à ce milieu poreux contenant des parois, de la vapeur d'eau et des gouttes d'eau ne sont pas présentés dans cette thèse. Le lecteur intéressé pourra se référer à l'article [10].

## IV.3 Résultats relatifs aux conductivités radiatives

### IV.3.1 Introduction

Les conductivités radiatives ont été calculées pour les trois milieux poreux suivants :

1. milieu poreux constitué de parois et de vapeur d'eau,
2. milieu poreux constitué de parois et de gouttes d'eau,
3. milieu poreux constitué de parois, de vapeur d'eau et de gouttes d'eau.

Pour chacun de ces milieux, les flux radiatifs s'expriment sous forme de flux conductifs caractérisés par des conductivités radiatives : la conductivité radiative  $k_{i_j w}$  associée au champ de température des parois  $T_w$  et la conductivité radiative  $k_{i_j v}$  associée au champ de température de la vapeur d'eau  $T_v$ . Il n'y a pas de conductivité radiative associée au champ de température des gouttes car les gouttes sont supposées isothermes.

### IV.3.2 Conductivités associées au champ de température $T_w$

#### Conductivités radiales

Les résultats des conductivités radiatives **radiales** sont présentées sur :

- la figure IV.2 qui correspond à  $T_w = 2000 \text{ K}$  et  $T_v = 500 \text{ K}$  (fort déséquilibre thermique entre les parois et la vapeur d'eau),
- la figure IV.3 qui correspond à  $T_w = 1500 \text{ K}$  et  $T_v = 700 \text{ K}$ .

Ces figures sont constituées chacune des deux graphes suivants :

1. le graphe du haut représente  $k_{rw}^v$  (voir équations IV.43 et IV.44) qui est la conductivité radiative radiale du milieu poreux constitué des parois et de vapeur d'eau associée au champ de température  $T_w$ .  $k_{rw}^v$  est représentée en fonction de la porosité  $\Pi$  pour les pressions  $P_v = 1 atm$ ,  $P_v = 5 atm$  et  $P_v = 10 atm$ .
2. le graphe du bas représente  $k_{rw}^d$  (voir équations IV.46 et IV.47) qui est la conductivité radiative radiale du milieu poreux constitué des parois et des gouttes d'eau (le milieu de propagation est transparent) associée au champ de température  $T_w$ .  $k_{rw}^d$  est représentée en fonction de la porosité  $\Pi$  pour toutes les tailles de gouttes étudiées.

### Conductivités axiales

De la même façon, nous représentons les conductivités radiatives **axiales** sur :

- la figure IV.4 qui correspond à  $T_w = 2000 K$  et  $T_v = 500 K$ ,
- la figure IV.5 qui correspond à  $T_w = 1500 K$  et  $T_v = 700 K$ .

### Conclusion

Comme cela a été démontré dans le chapitre III, les petites gouttes absorbent plus que les grosses gouttes. Ce résultat est cohérent avec le calcul des conductivités radiatives radiales et axiales. En effet, on observe sur les figures IV.2, IV.3, IV.4 et IV.5 que le flux est plus faible lorsque la phase fluide est constituée de petites gouttes.

De la même façon, la vapeur d'eau absorbe plus à forte pression qu'à basse pression (voir figures III.1 et III.2). Voilà pourquoi on observe que les conductivités radiatives diminuent lorsque la pression de la vapeur augmente.

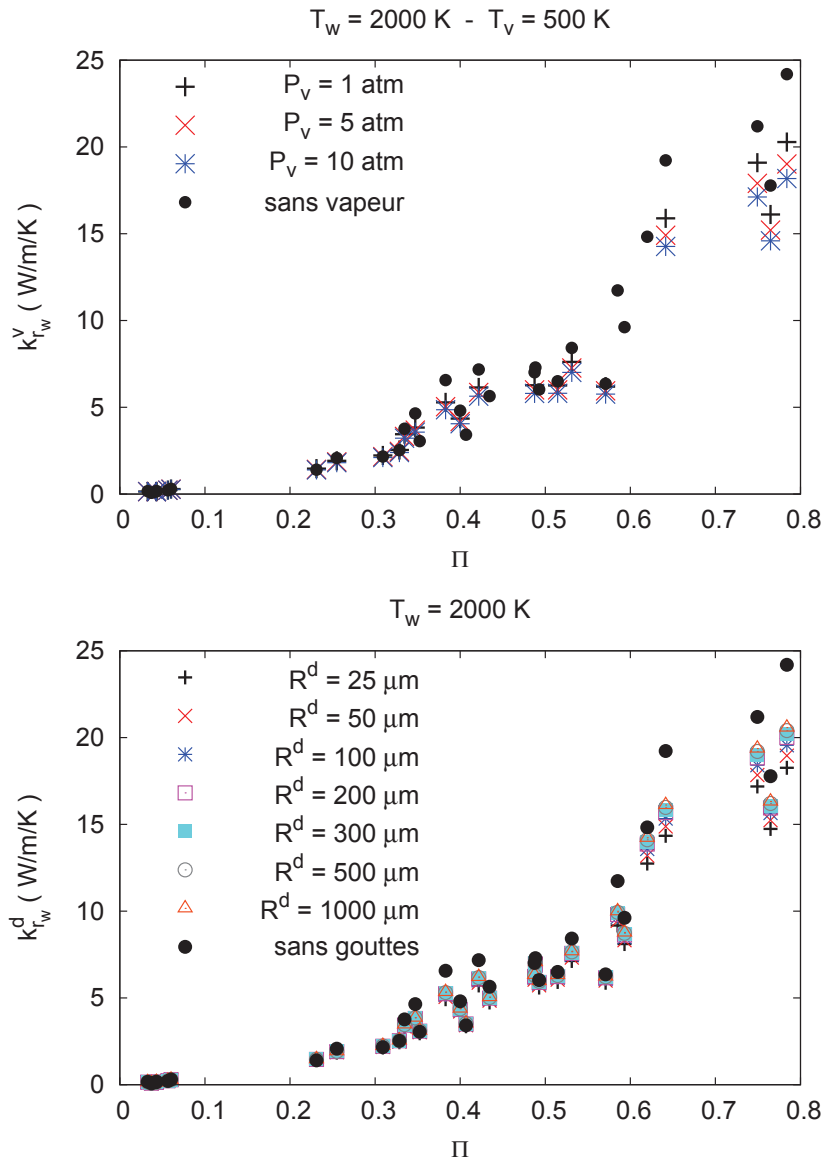


FIGURE IV.2 – Conductivités radiatives radiales  $k_{r_w}$  associées au champ de température  $T_w = 2000 \text{ K}$  en fonction de  $\Pi$ .

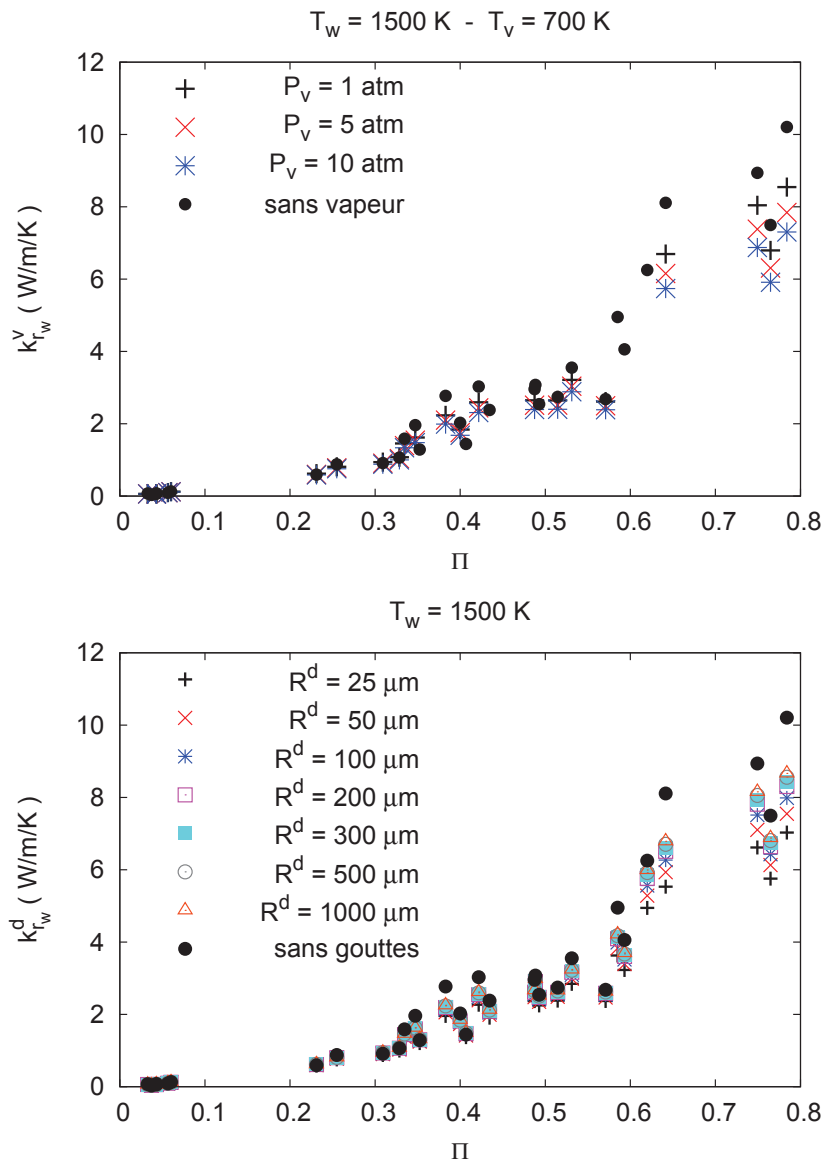


FIGURE IV.3 – Conductivités radiatives radiales  $k_{r_w}$  associées au champ de température  $T_w = 1500 \text{ K}$  en fonction de  $\Pi$ .



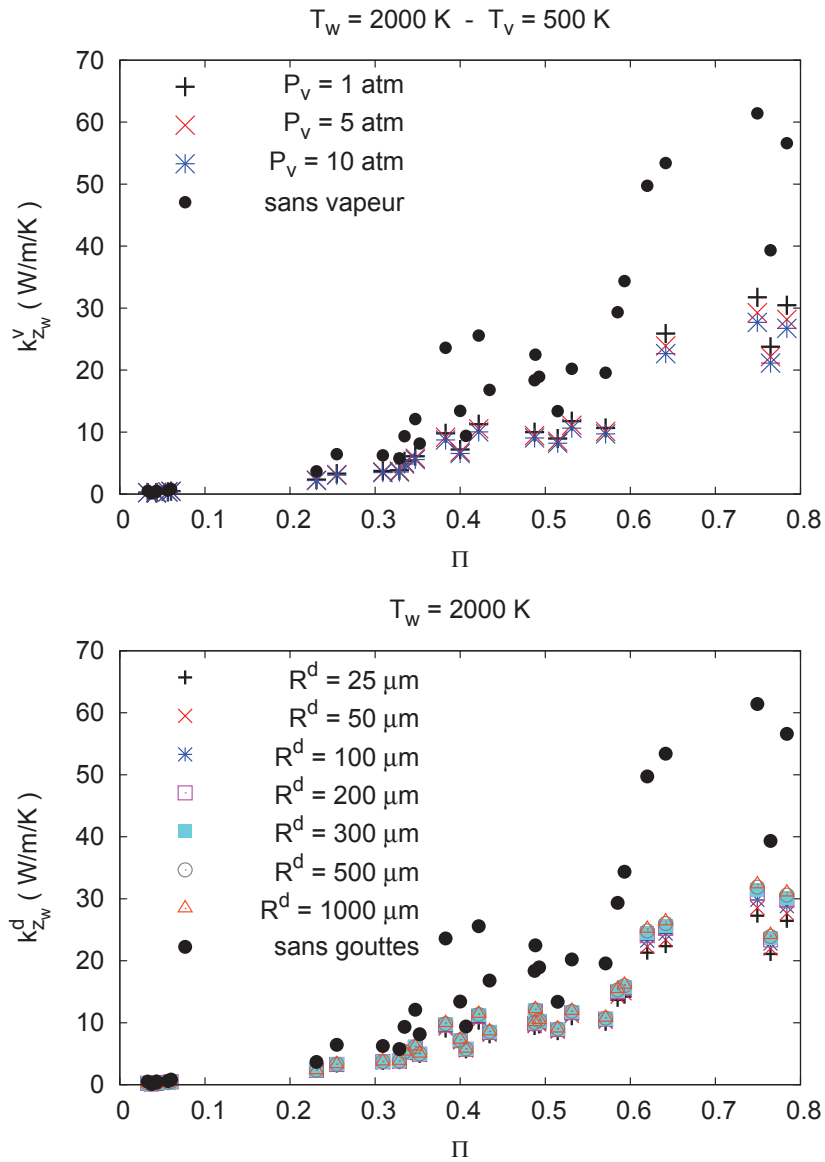


FIGURE IV.4 – Conductivités radiatives axiales  $k_{z_w}$  associées au champ de température  $T_w = 2000 \text{ K}$  en fonction de  $\Pi$ .

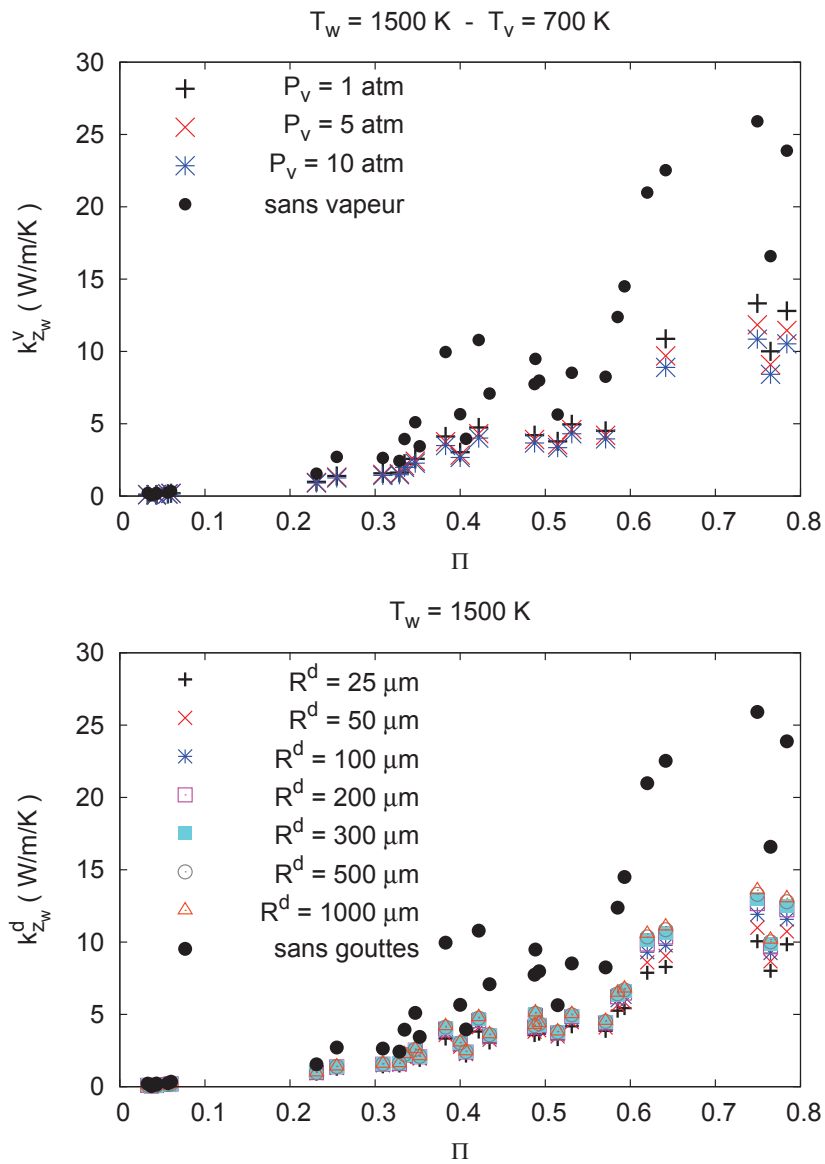


FIGURE IV.5 – Conductivités radiatives axiales  $k_{z_w}$  associées au champ de température  $T_w = 1500 \text{ K}$  en fonction de  $\Pi$ .

### IV.3.3 Conductivités associées au champ de température $T_v$

#### Conductivités radiales

Les résultats des conductivités radiatives **radiales** sont présentées sur :

- la figure IV.6 qui correspond à  $T_w = 2000 K$  et  $T_v = 500 K$ ,
- la figure IV.7 qui correspond à  $T_w = 1500 K$  et  $T_v = 700 K$ .

Ces figures sont constituées chacune d'un graphe représentant  $k_{r_v}^v$  (voir équations IV.43 et IV.44) qui est la conductivité radiative radiale du milieu poreux constitué des parois et de vapeur d'eau associée au champ de température  $T_v$ .  $k_{r_v}^v$  est représentée en fonction de la porosité  $\Pi$  pour les pressions  $P_v = 1 atm$ ,  $P_v = 5 atm$  et  $P_v = 10 atm$ .

Sur les graphes, nous représentons aussi la conductivité thermique de la vapeur d'eau notée  $k_g$  qui dépend de la pression  $P_v$ . Les valeurs de  $k_g$  pour les pressions étudiées sont données dans le tableau IV.2 [1]. Ces conductivités dépendent très peu de la pression  $P_v$ .

	$k_g(W/m/K)$	
	500 K	700 K
1 atm	$3,60.10^{-2}$	$5,79.10^{-2}$
5 atm	$3,66.10^{-2}$	$5,82.10^{-2}$
10 atm	$3,78.10^{-2}$	$5,86.10^{-2}$

**TABLE IV.2** – Conductivité thermique  $k_g(W/m/K)$  de la vapeur d'eau en fonction de  $T_v$  et  $P_v$  [1].

#### Conductivités axiales

De la même façon, nous représentons les conductivités radiatives **axiales** associées au champ de température  $T_v$  sur :

- la figure IV.8 qui correspond à  $T_w = 2000 K$  et  $T_v = 500 K$ ,
- la figure IV.9 qui correspond à  $T_w = 1500 K$  et  $T_v = 700 K$ .

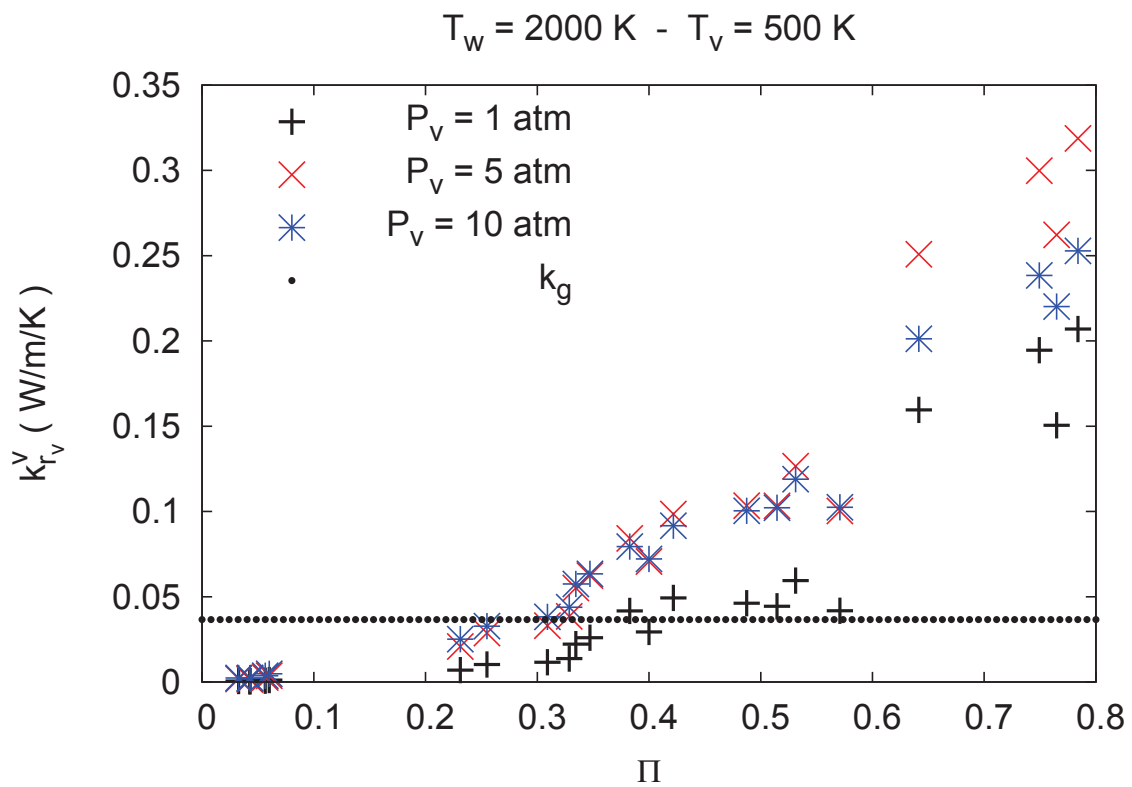


FIGURE IV.6 – Conductivités radiatives radiales  $k_{r_v}$  associées au champ de température  $T_v = 500 \text{ K}$  en fonction de  $\Pi$ .

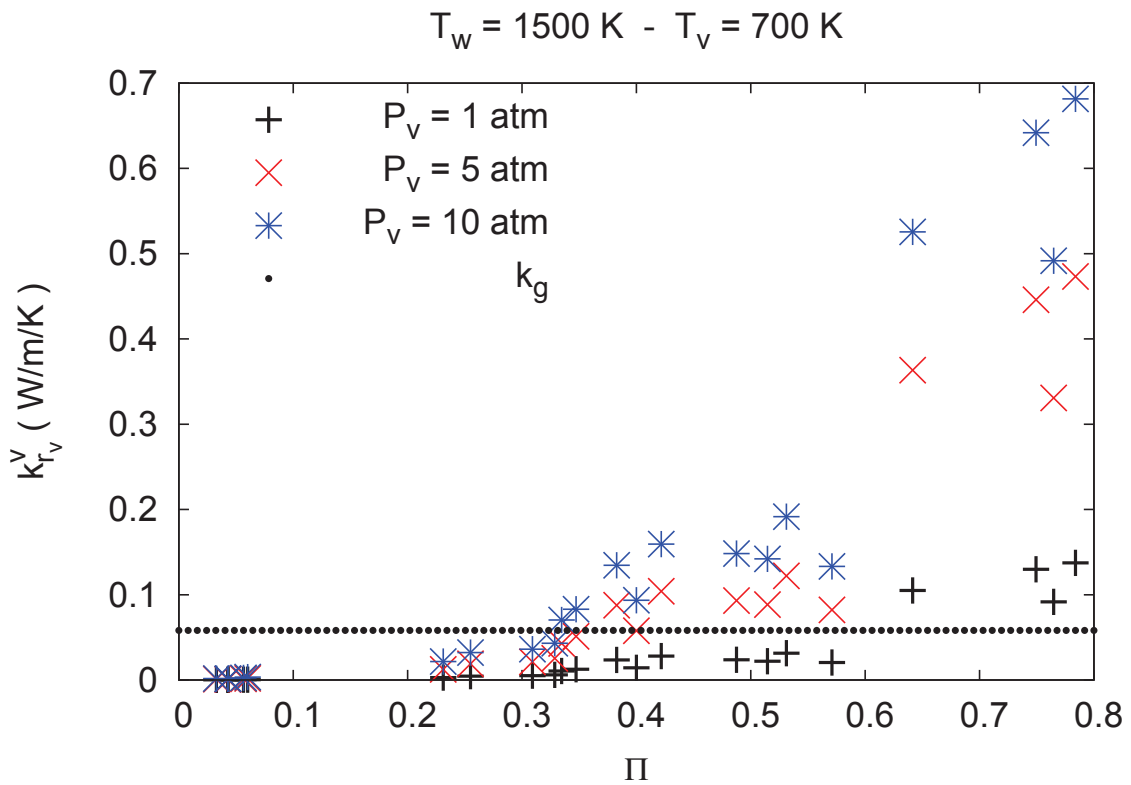


FIGURE IV.7 – Conductivités radiatives radiales  $k_{r_v}$  associées au champ de température  $T_v = 700 \text{ K}$  en fonction de  $\Pi$ .

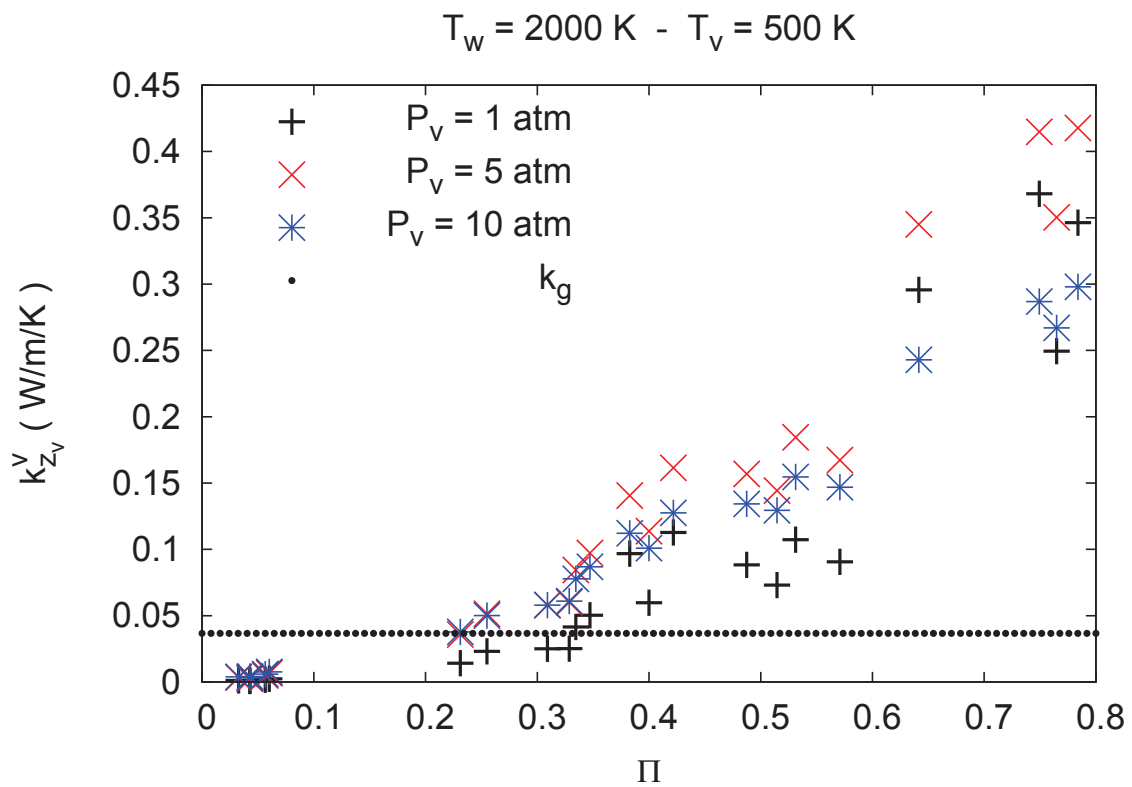


FIGURE IV.8 – Conductivités radiatives axiales  $k_{z_v}$  associées au champ de température  $T_v = 500 \text{ K}$  en fonction de  $\Pi$ .

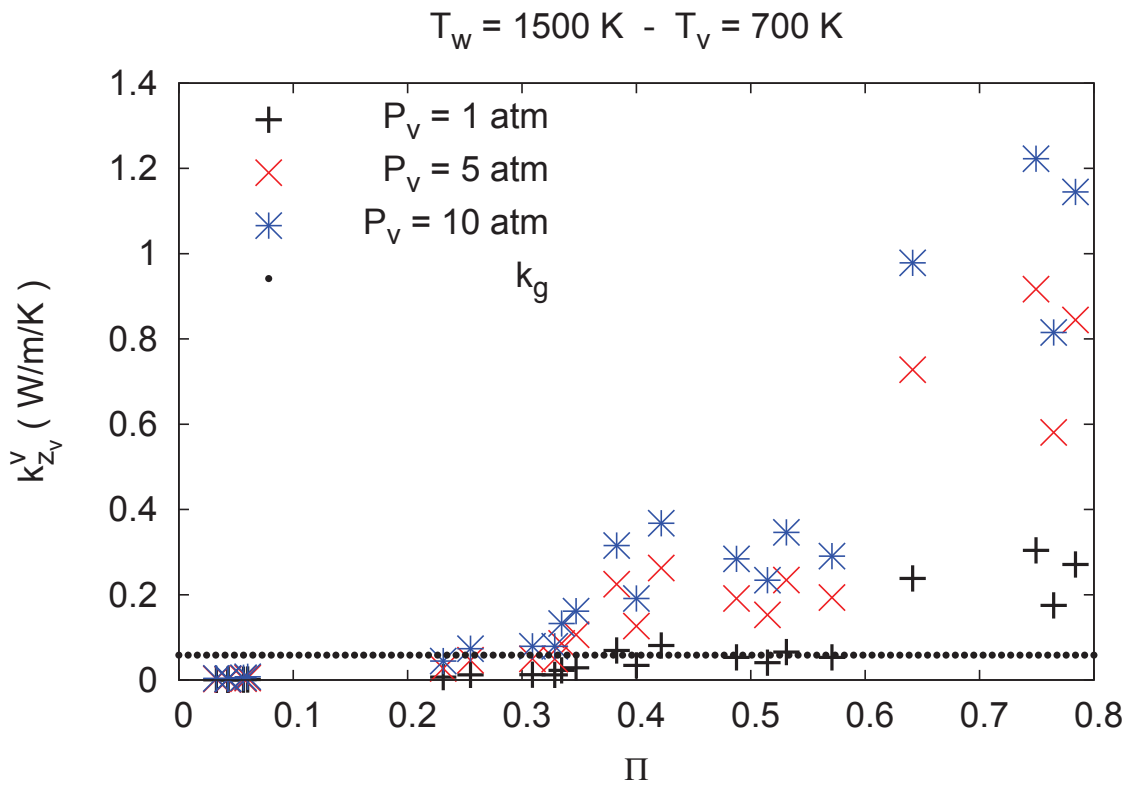


FIGURE IV.9 – Conductivités radiatives axiales  $k_{z_v}$  associées au champ de température  $T_v = 700 \text{ K}$  en fonction de  $\Pi$ .

## Conclusion

Les conductivités radiatives  $k_v$  associées au gradient de température  $T_v$  sont proportionnelles à la grandeur  $\frac{\kappa_B}{(B_A + \kappa_B + \kappa_C)^2}$  (voir équations IV.19, IV.23 et IV.37).

$\frac{\kappa_B}{(B_A + \kappa_B + \kappa_C)^2}$  est une fonction croissante de  $\kappa_B$  quand  $\kappa_B$  est inférieur à  $B_A + \kappa_C$  et décroissante dans le cas contraire. Ce résultat explique pourquoi les tendances s'inversent dans les résultats en fonction de la pression. En effet, à faible pression la condition  $\kappa_B \leq B_A + \kappa_C$  est vérifiée et donc l'augmentation de  $P_v$  implique l'augmentation des conductivités. Par contre, à plus forte pression, c'est la condition  $\kappa_B \geq B_A + \kappa_C$  qui s'applique et lorsque la pression  $P_v$  augmente, les conductivités diminuent.

Dans tous les cas, les conductivités radiatives associées au champ de température  $T_v$ , notées  $k_v$ , sont négligeables devant les conductivités radiatives associées au champ de température  $T_w$  qui sont notées  $k_w$ . En d'autres termes,  $k_v \ll k_w$ . Par contre, dans les bilans d'énergie de chaque phase, la conductivité  $k_v$  est ajoutée à la conductivité moléculaire  $k_g$  de la vapeur. Or il apparaît sur les figures IV.6 à IV.9 que  $k_g$  est soit très petit soit de l'ordre de  $k_v$ . Par exemple, à  $T_v = 700 K$ ,  $P_v = 10 atm$  et  $\Pi = 0,65$ , la conductivité effective de la vapeur est  $k_v^v = 1 W/m/k$  au lieu de  $k_g = 6.10^{-2} W/m/k$ .

## IV.4 Résultats relatifs aux puissances radiatives

Comme pour les conductivités radiatives, nous représentons les puissances volumiques échangées par rayonnement pour deux couples de températures :

- $T_w = 2000 K$  et  $T_v = 500 K$  (voir figure IV.10),
- $T_w = 1500 K$  et  $T_v = 700 K$  (voir figure IV.11).

Les figures IV.10 et IV.11 se décomposent chacune en deux graphes :

1. le graphe du haut présente la puissance volumique échangée par rayonnement entre les parois et la vapeur d'eau (sans gouttes d'eau),
2. le graphe du bas présente la puissance volumique échangée entre les parois et les gouttes d'eau qui sont à  $373 K$ .



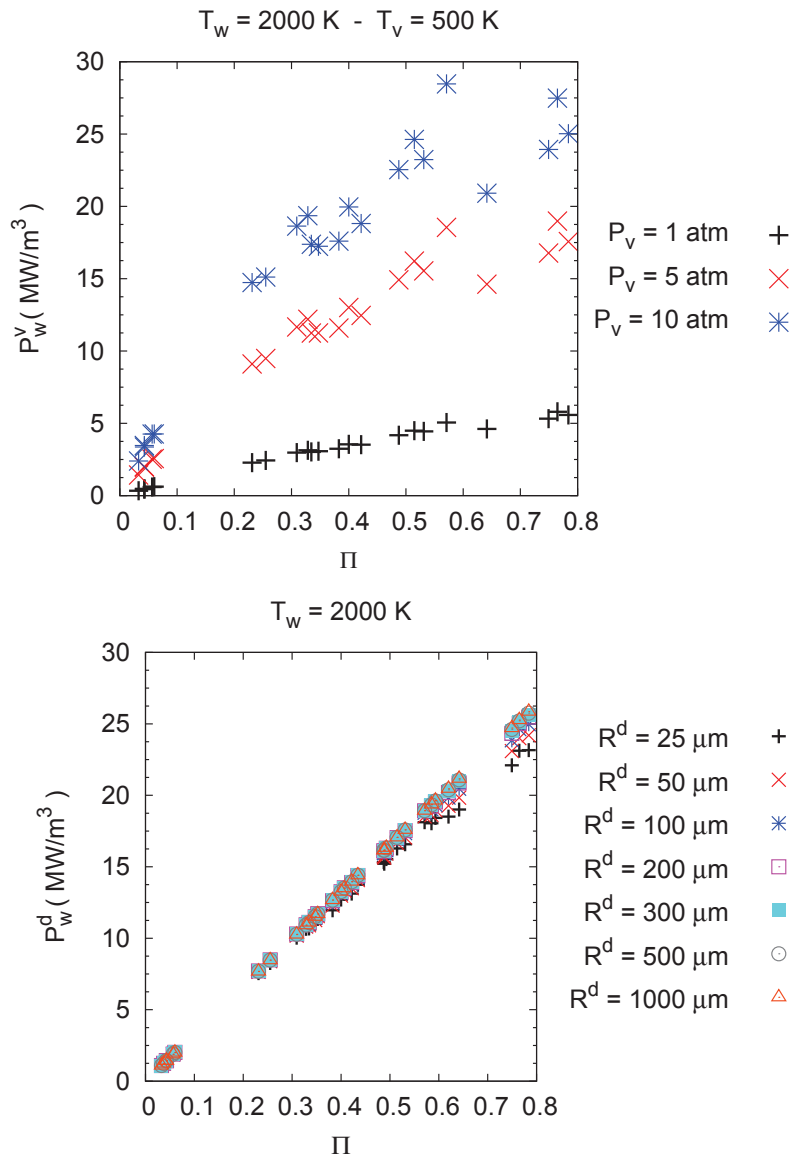


FIGURE IV.10 – Puissances radiatives par unité de volume pour les parois à  $T_w = 2000 \text{ K}$ .

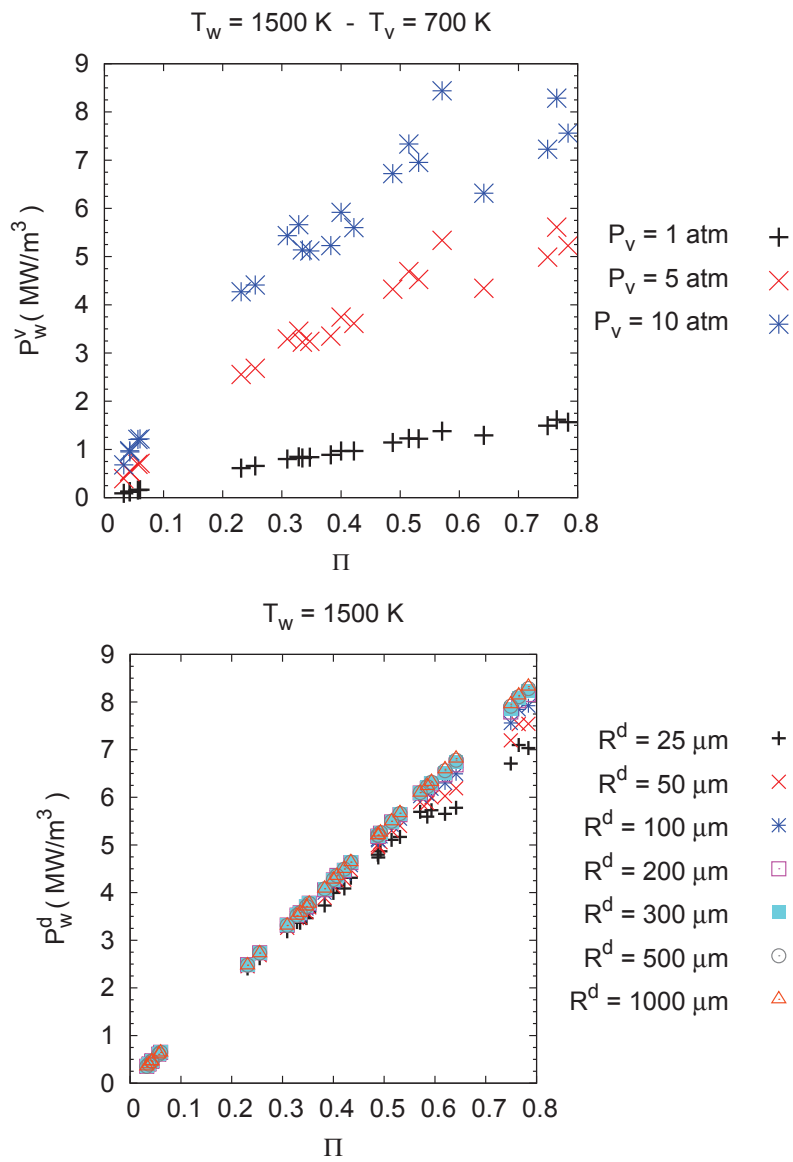


FIGURE IV.11 – Puissances radiatives par unité de volume pour les parois à  $T_w = 1500 \text{ K}$ .

### IV.4.1 Conclusion

La vapeur d'eau à forte pression est beaucoup plus efficace pour évacuer la chaleur rayonnée par les crayons chauds pour la fraction volumique  $F_v$  choisie. Le rayon des gouttes a très peu d'importance à fraction volumique constante c'est à dire à masse d'eau constante. D'autre part, la puissance volumique évacuée est proportionnelle à la porosité  $\Pi$  du milieu poreux lorsqu'on ne considère que des gouttes d'eau.

Dans les procédures de gestion d'accident, le circuit est dépressurisé pour diminuer les risques de rupture des canalisations, en particulier sur les générateurs de vapeur. Cette procédure de dépressurisation rend la vapeur d'eau inefficace dans le refroidissement des crayons chauds. Par contre, le refroidissement sera très efficace en aval d'un front de trempe où de nombreuses gouttelettes sont transportées par la vapeur.

## IV.5 Comparaison avec la convection

Les flux radiatifs et les puissances radiatives calculés sont utilisés dans les équations de bilan d'énergie des différentes phases présentes. Nous comparons ici les flux échangés par rayonnement aux flux de convection, notés  $q^{CV}$  entre les parois et la vapeur d'eau.

Dans les conditions thermohydrauliques typiques des accidents de réacteur nucléaire, les flux convectifs avec la vapeur sont caractérisés par un nombre de Nusselt  $Nu \simeq 10$  [21].

Sur la figure IV.12, nous comparons :

1. les flux radiatifs lorsque le milieu est constitué soit de vapeur d'eau soit de gouttes d'eau. Ces flux sont calculés en écrivant que :

$$q^R = \frac{P^R}{\mathcal{A}}. \quad (\text{IV.52})$$

2. aux flux convectifs caractérisés par un coefficient d'échange  $h$  qui est calculé à partir de :

$$h = \frac{Nu k_g}{D_h} \quad (\text{IV.53})$$

où  $k_g$  est la conductivité thermique de la vapeur d'eau et  $D_h$  est un diamètre hydraulique [53] :

$$D_h = \frac{4}{\mathcal{A}_F} = \frac{4\Pi}{\mathcal{A}}. \quad (\text{IV.54})$$

Sur la figure IV.12, les flux sont représentés pour deux températures de vapeur différentes  $T_v = 500 K$  et  $T_v = 1000 K$  pour une géométrie donnée (zone 1 de l'essai PHEBUS-FPT1 représentée sur la figure I.4). Le graphe du haut représente les flux lorsque  $P_v = 1 atm$  et le graphe du bas lorsque  $P_v = 10 atm$ .

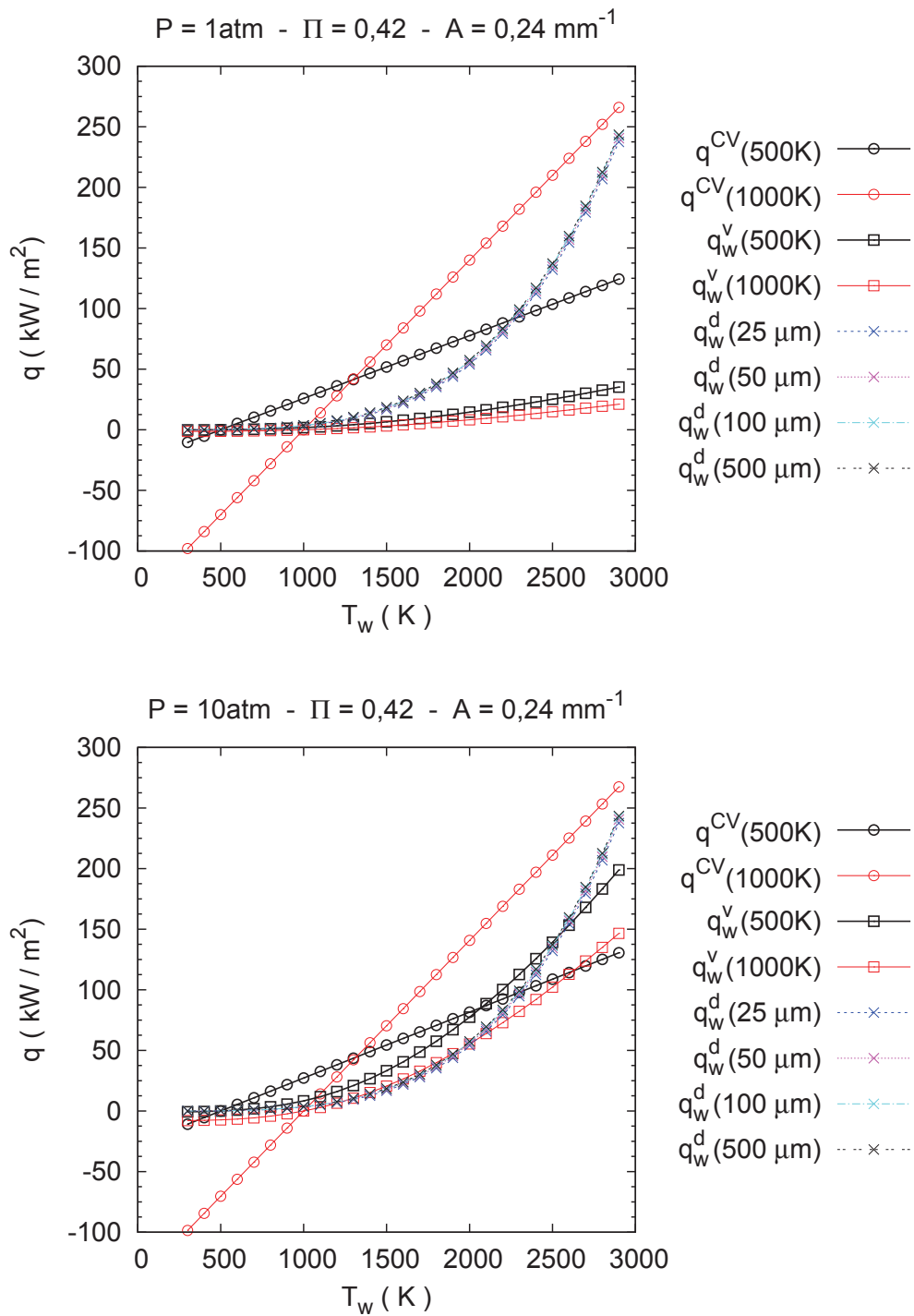


FIGURE IV.12 – Comparaison des flux radiatifs ( $q_w^v$  en présence de vapeur d'eau seule et  $q_w^d$  en présence de gouttes d'eau seules) et des flux convectifs  $q^{CV}$  (zone 1).

On confirme ici les conclusions précédentes :

1. les gouttes d'eau sont très efficaces dans le refroidissement des parois et la taille des gouttes joue un rôle minime (à fraction volumique constante),
2. la vapeur est beaucoup plus efficace à forte pression,
3. les flux radiatifs sont comparables aux flux convectifs, la modélisation du rayonnement est donc fondamentale dans l'étude des transferts thermiques.

# CONCLUSION GÉNÉRALE

Ce travail a permis de caractériser les propriétés radiatives de phases homogénéisées d'un milieu poreux fortement anisotrope, qui de ce fait ne suit pas les lois de Beer relatives à l'extinction, l'absorption et la diffusion. La phase solide est opaque, la phase fluide semi-transparente, comprenant à la fois un gaz absorbant et des particules. Le milieu étudié est une maquette de réacteur nucléaire dégradée en condition d'accident grave. La morphologie du milieu a été caractérisée par des tomographies  $\gamma$  avec une résolution spatiale variant de 0,24 mm à 3 mm suivant la direction. La première étape de ce travail a été de caractériser les propriétés radiatives du milieu poreux indépendamment des propriétés d'absorption et de diffusion de la phase fluide. Cette modélisation est fondée sur une méthode d'homogénéisation dans laquelle la phase fluide est supposée transparente. Les fonctions de distribution cumulées d'extinction  $G_{ext}$ , les probabilités cumulées d'absorption  $P_a$  et de diffusion  $P_{sc}$  et la fonction de phase  $p$ , dépendant à la fois des directions d'incidence et de diffusion, caractérisent complètement le milieu poreux. Ces fonctions statistiques radiatives ont été déterminées par une méthode de Monte Carlo utilisant l'algorithme du cube mobile dans un milieu image tridimensionnel construit à partir des résultats tomographiques et exploitant les symétries du milieu non dégradé. Ces fonctions ont été calculées avec une grande précision pour 35 zones appartenant à deux maquettes dégradées de grappes de crayons de combustible. Un premier résultat important est que  $G_{ext}$  s'écarte très fortement d'un comportement exponentiel et par conséquent de la loi de Beer. Dans ces conditions, l'équation de transfert radiatif généralisée par Taine *et al.* [52] aux milieux non Beeriens a été résolue par une méthode de perturbation à la limite d'un milieu localement optiquement épais. Les flux radiatifs sont exprimés par des lois de Fourier caractérisés par des tenseurs de conductivité radiative qui ont été calculés numériquement par itération et les résultats ont été ajustés avec une bonne précision en fonction de la porosité  $\Pi$ , de la surface spécifique  $\mathcal{A}$  du milieu poreux et de l'absorptivité locale de la paroi supposée isotrope. Les calculs ont été effectués pour deux types de matériaux : l'oxyde d'Uranium  $UO_2$  issu du combustible et l'oxyde de Zirconium  $ZrO_2$  issu de la gaine. Des critères quantitatifs précis d'usage de la loi de Fourier ont été donnés en fonction du gradient de température et d'un coefficient d'absorption effectif dépendant des propriétés de diffusion du milieu (approche de Gomart et Taine [22]). L'intérêt de ces résultats est de diminuer les temps de calcul des transferts radiatifs dans des logiciels de simulation d'accidents de réacteurs tels que ICARE/CATHARE qui est développé par l'IRSN. Dans une seconde étape, les propriétés radiatives de la phase fluide constituée de vapeur et de gouttes d'eau ont été déterminées dans les conditions thermohydrauliques typiques des accidents de réacteur. Les effets d'absorption par les parois, la vapeur et les gouttes sont du même ordre de grandeur. Les gouttes peuvent être considérées comme purement absorbantes pour les gammes de températures étudiées. Un modèle généralisé qui couple les effets des parois et de la phase fluide (vapeur et gouttes) sur le rayonnement a été développé. Ce modèle, qui constitue une des grandes originalités de cette thèse, repose sur une équation de transfert à trois températures, celles des parois, de la vapeur et des gouttes. Cette équation de transfert a également été résolue par une méthode de perturbation à la limite d'un milieu localement optiquement épais. Les puissances

radiatives échangées entre phases (terme source volumique de l'équation de l'énergie de chaque phase) et les flux conductifs radiatifs associés aux rayonnements émis par chaque phase ont été calculés. Les flux radiatifs sont caractérisés par des tenseurs de conductivité radiative associés aux champs de température de chaque phase. Finalement, une base de données complète des conductivités et des puissances radiatives a été établie en fonction des paramètres du modèle : températures des phases, pression de la vapeur, porosité, surface spécifique et absorptivité.

Les perspectives immédiates à l'IRSN sont d'utiliser ces résultats dans le logiciel de simulation d'accidents de réacteurs ICARE/CATHARE et d'estimer l'impact de ces nouveaux modèles de rayonnement sur des résultats expérimentaux. En particulier, un impact important des transferts axiaux qui étaient négligés jusqu'à présent et dont on a démontré l'importance dans cette thèse est attendu. De même, les puissances radiatives échangées avec les gouttes, dont on a montré qu'elles peuvent être comparables aux échanges convectifs avec la vapeur, auront un impact sur le refroidissement du cœur et sur l'évaporation des gouttes, en particulier en aval du front de trempe lorsque l'activation des systèmes de sécurité conduit au renoyage progressif du cœur par l'eau. Les résultats des conductivités et des puissances radiatives seront prochainement ajustés en fonction des différents paramètres géométriques et thermohydrauliques, comme cela a été fait pour les conductivités radiatives, dans le cas d'un fluide transparent. Cette thèse a donc permis à la fois d'établir des bases théoriques et générales pour la modélisation des transferts radiatifs dans un milieu poreux baigné par un fluide absorbant et d'obtenir des résultats quantitatifs dans le cas concret de géométries correspondant à des crayons combustibles dégradés. La méthodologie utilisée est applicable à d'autres types de milieux poreux. Les conditions de validité des différents modèles ont été établies.

Sur un plan scientifique, les perspectives de ce travail sont d'abord de coupler ces nouveaux modèles de rayonnement aux modèles associés aux autres modes de transferts thermiques dans les milieux poreux. Le problème, aujourd'hui en friche, des transferts couplés rayonnement-conduction-convection aux interfaces de l'ensemble du milieu poreux peut être abordé à partir des méthodologies radiatives développées dans ce travail.

# Annexe A

## ALGORITHME DU CUBE MOBILE

### A.1 Introduction

L'identification des propriétés radiatives effectives des géométries dégradées décrite dans le chapitre I repose sur la technique Monte Carlo des « lanceurs de rayons ». Pour chaque rayon, il est nécessaire de déterminer le point d'impact du rayon avec l'interface fluide-solide et la normale locale à l'interface en ce point. Cette procédure nécessite donc la connaissance la plus exacte possible de l'interface fluide-solide. Dans le cas d'un milieu numérisé, représenté par des voxels caractérisés en niveaux d'intensité, la notion d'interface analytique n'existe plus. Cet annexe présente les principes de la méthode dite du cube mobile (*marching cube* en anglais), utilisée pour caractériser les interfaces, c'est à dire les points d'impacts et les normales à partir de la représentation numérique d'un milieu. Nous présentons aussi dans cet annexe l'application de l'algorithme du cube mobile pour calculer la surface d'échange entre le fluide et le solide.

### A.2 Méthode du cube mobile

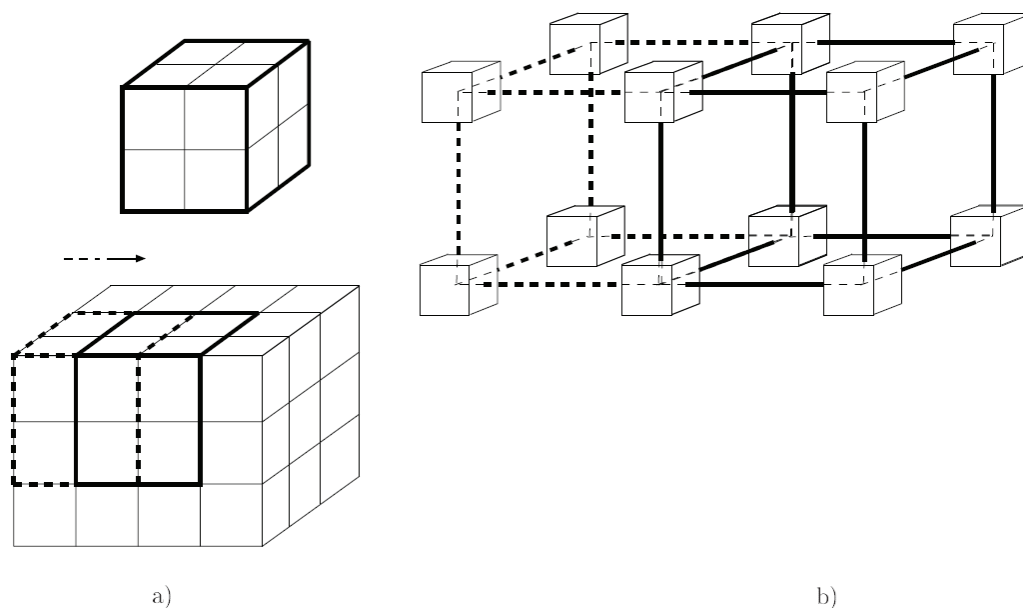
La méthode du cube mobile, proposé par Lorensen et Cline [34] et détaillée notamment par Delesse [18], se base sur la notion de seuil d'intensité  $I_t$ . Les interfaces sont définies comme des isosurfaces d'intensité  $I_t$ . Tout voxel caractérisé par une intensité plus grande (plus petite) que le seuil sera considéré comme appartenant à la phase solide (fluide). Le choix de cette valeur seuil doit être cohérent avec la porosité moyenne globale  $\Pi$  du milieu. La méthode de détermination du seuil  $I_t$  est présentée dans le paragraphe I.3.2.

#### A.2.1 Principe

L'algorithme du cube mobile est utilisé pour obtenir une isosurface à partir d'une image tridimensionnelle définie par des voxels. L'isosurface  $\mathcal{S}$  est construite morceau par morceau, à partir de sous-images de taille constante. Chaque sous-image est un cube formé de 8 voxels voisins (voir figure A.1). L'utilisation des tables précalculées par Delesse [18] pour engendrer ces éléments de surface rend l'algorithme très performant. La surface produite est en fait la réunion d'éléments de surface chacun obtenu à partir d'une sous-image. Les sous-images ont toutes une taille de 8 voxels ;



elles sont extraites par balayage de l'image de départ<sup>1</sup> (voir figure A.1a). Le cube mobile est le cube dont les 8 sommets sont les centres des 8 voxels de la représentation traitée (figure A.1b). Chacune des 12 arêtes relie ainsi les centres de 2 voxels.



**FIGURE A.1** – a) *Extraction par balayage d'une sous-image*; b) *cube mobile : traits forts associés à la dernière sous-image.*

Une numérotation adéquate des sommets du cube mobile permet d'établir une bijection entre l'intervalle  $[0, 255]$  et les 256 façons de traiter les 8 sommets du cube mobile avec deux couleurs noire ou blanche. On qualifiera de voxel « noir » (respectivement « blanc ») un voxel dont la valeur d'intensité est supérieure (respectivement inférieure) au seuil d'intensité  $I_t$ . Le premier correspond à la phase solide, le second à la phase fluide.

L'algorithme du cube mobile consiste à associer à chaque configuration une liste d'au plus 5 triplets d'entiers, qui permettent de construire l'élément de surface  $\mathcal{S}$ . Les triplets issus de ces listes correspondent à 3 numéros d'arête du cube mobile, celles sur lesquelles on placera les trois sommets définissant une facette. Comme on cherche à construire une isosurface, une frontière entre les voxels de valeurs inférieures au seuil  $I_t$  et les autres, les seules arêtes concernées par ces triplets sont celles ayant deux voxels de couleur différente à leurs extrémités.

Ce mécanisme ne positionne pas les facettes le long des arêtes du cube mobile qui changent de couleur. La position exacte de l'interface le long de l'arête est repérée en interpolant linéairement l'intensité sur l'arête entre ses deux valeurs extrêmes et en repérant la position où l'intensité vaut  $I_t$ . En recollant les différents morceaux de surfaces engendrés dans les sous-images, l'algorithme reconstruit l'interface fluide-solide en assurant la connexité des surfaces engendrées d'une sous-image à une autre. Finalement, l'interface totale est présentée comme une liste de triangles (repérés par les coordonnées de leurs trois sommets).

1. Figure issue de la thèse de Delesse [18]

### A.2.2 Validation de l'algorithme

L'algorithme a été utilisé sur une géométrie numérisée d'arrangements de cylindres intacts. D'une part, la porosité et la surface spécifique de cette géométrie sont estimées analytiquement. Ces grandeurs calculées servent de référence. D'autre part, l'algorithme du cube mobile permet de reconstruire les triangles de l'interface fluide-solide. La surface sommée de l'ensemble des triangles reconstruit donne une estimation de la surface spécifique avec une erreur relative inférieure à 5%. L'algorithme du cube mobile et son implémentation numérique sont donc validés.

### A.2.3 Application à la technique de Monte Carlo

La procédure de Monte Carlo s'appuie sur deux étapes initiales : **i)** choix d'une origine  $M$  d'un tir dans le volume de la phase fluide; **ii)** choix d'une direction de tir dans tout l'espace. **i)** Pour déterminer la phase dans laquelle se trouve le point  $M$  considéré, une procédure a été mise au point. À chaque point  $M$  de l'espace, on associe les 8 cellules voisines de centre  $O_i$ , telles que les distances  $MO_i$  soient minimales. L'intensité de chacune de ces cellules est affectée à son centre (voir figure A.2). Les centres des cellules sont distants d'une unité suivant chaque direction. Le point  $M$  est obligatoirement à l'intérieur du cube ayant pour sommets les centres des cellules. Les intensités de la face la plus proche suivant  $OZ$  (pour  $Z = 0$ ) sont nommées  $I_0, I_1, I_2, I_3$ , celles du plan  $Z = 1$  sont nommées  $J_0, J_1, J_2, J_3$ . L'interpolation est linéaire et est indépendante des directions. L'intensité du point  $M(x, y, z)$  est donnée par :

$$\begin{aligned}
 I(x, y, z) &= [(ax + b)y + cx + d]z + (ex + f)y + gx + h & \text{où} & \quad (\text{A.1}) \\
 a &= (J_2 + J_0 - J_3 - J_1) - (I_2 + I_0 - I_3 - I_1) \\
 b &= J_3 - J_0 - (I_3 - I_0) \\
 c &= J_1 - J_0 - (I_1 - I_0) \\
 d &= J_0 - I_0 \\
 e &= I_2 + I_0 - I_3 - I_1 \\
 f &= I_3 - I_0 \\
 g &= I_1 - I_0 \\
 h &= I_0
 \end{aligned}$$

**ii)** Dans un second temps, chaque rayon tiré à partir d'un point  $M$  de la phase fluide, dans une direction de vecteur unitaire  $\mathbf{V}$  est suivi à travers les cellules numérisées jusqu'à l'impact sur l'interface. Afin de simplifier la représentation, les détails de la procédure sont donnés en représentation bidirectionnelle. La figure A.3 présente le parcours d'un tir à travers un réseau de voxels. Les voxels traversés par le rayon de point de départ  $M$  et de vecteur unitaire  $\mathbf{V}$  sont notés  $a, b, c, d, e, f, g$  et  $h$  dans l'ordre de traversée (voir figure A.3). L'équation paramétrée du rayon est  $\mathbf{OM} + t\mathbf{V}$ . Le parcours du rayon est ensuite divisé en intervalles de  $t, t \geq 0$ , chacun traversant un seul voxel.

Il s'agit ensuite de déterminer la valeur de l'abscisse curviligne pour laquelle le rayon traverse la première face d'un voxel c'est à dire les valeurs de  $t$  pour lesquelles les points du rayon se situent dans les intervalles suivants (voxels  $a, b, c, \dots$ ). Une fois la direction de parcours définie, le voxel quivant est traversé et on détermine le cube mobile entourant le point appartenant à l'intervalle

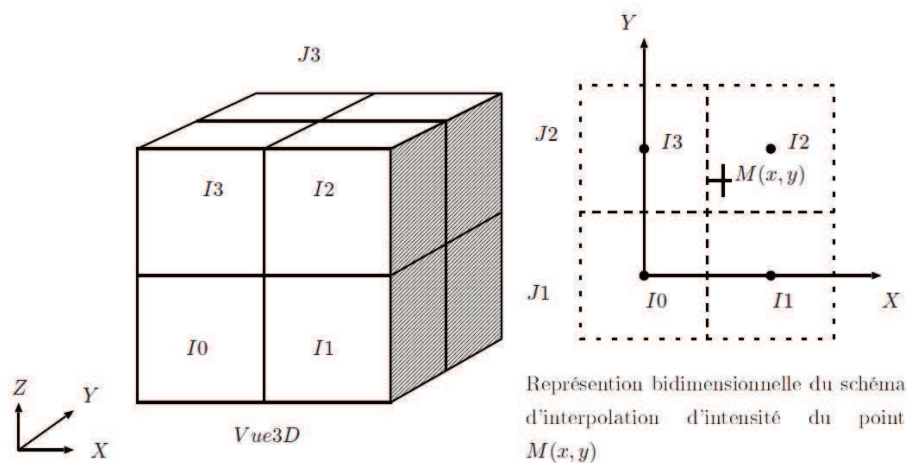


FIGURE A.2 – Nomenclature des cellules entourant le point  $M(x,y,z)$  et interpolation d'intensité.

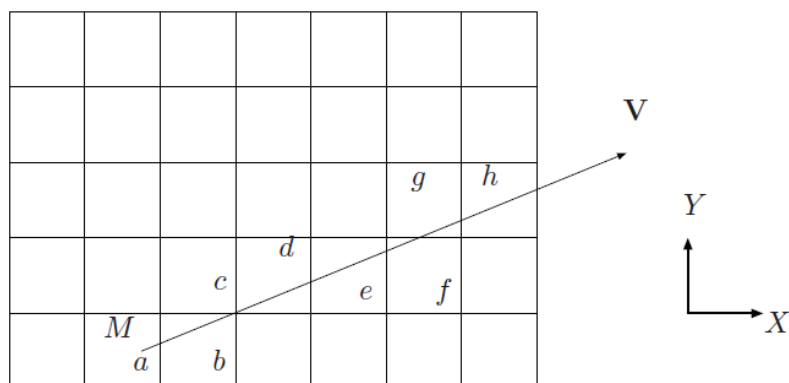


FIGURE A.3 – Représentation bidirectionnelle du parcours d'un rayon à travers le réseau de voxels dans le repère de coordonnées  $(X,Y)$ .

suisant. Si les intensités des 8 cellules correspondent à la phase fluide, on passe au voxel suivant jusqu'à ce qu'une des intensités correspondent à la phase solide. Dans ce cas, on cherche l'intersection éventuelle avec l'isosurface atteinte.

Dans le cas d'un milieu tomographié, l'interface fluide-solide est représentée par un ensemble de facettes triangulaires. la détermination de l'intersection éventuelle d'un rayon avec un triangle est analytique. Elle se présente en deux étapes : i) détermination du point d'intersection de la droite portant le rayon avec le plan contenant le triangle ; ii) vérification que le point d'intersection appartient au triangle. Si cette condition n'est pas vérifiée, cela signifie que le rayon a « rasé » l'interface, il faut donc continuer à faire avancer le cube mobile jusqu'à trouver les coordonnées du point d'impact.

## Annexe B

# IMAGES DES GÉOMÉTRIES DÉGRADÉES DE PHEBUS-FPT2

Nous présentons dans cet annexe les images des géométries dégradées issues de l'essai PHEBUS-FPT2. Les géométries dégradées de l'essai PHEBUS-FPT1 sont représentées sur la figure I.4.

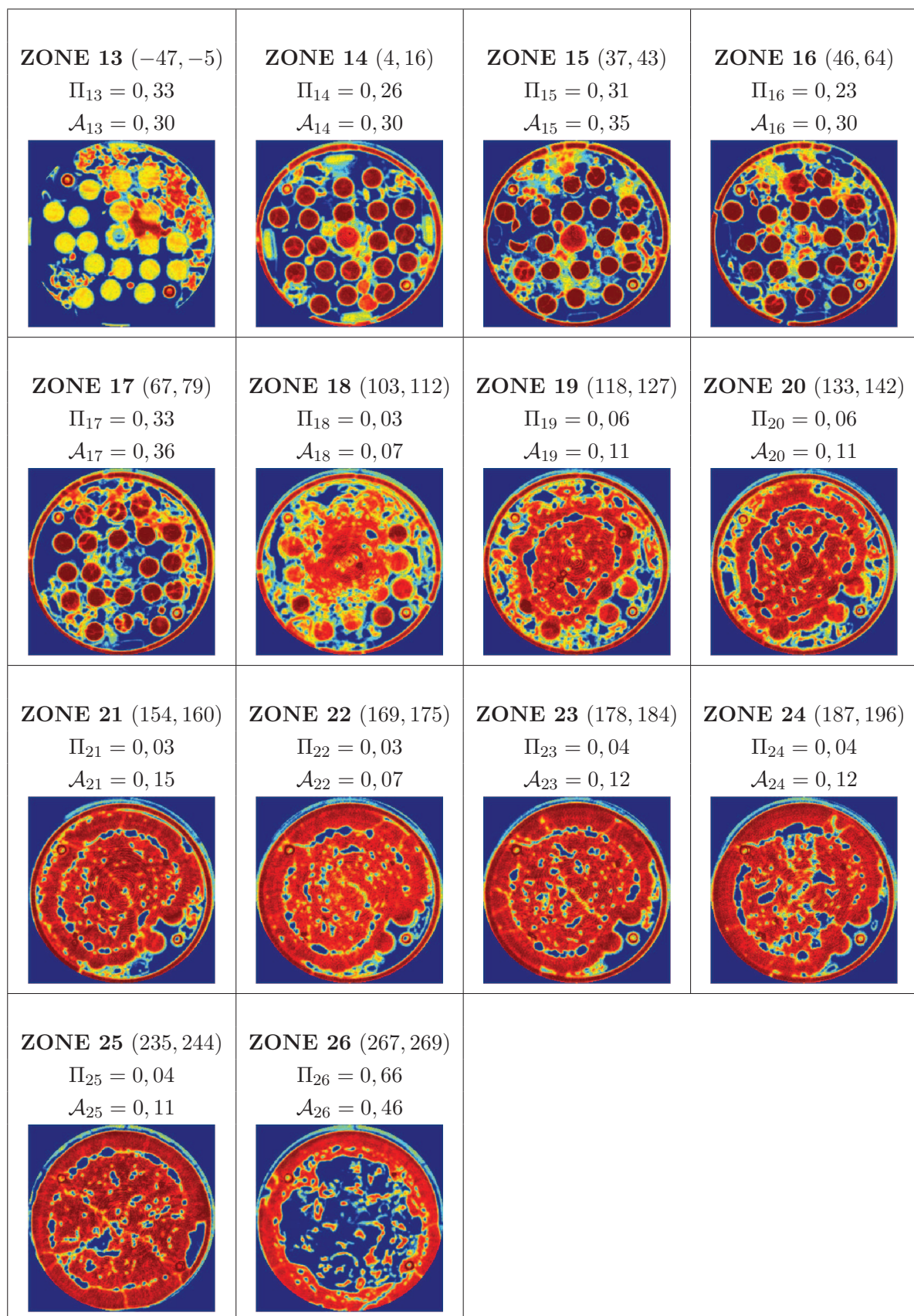
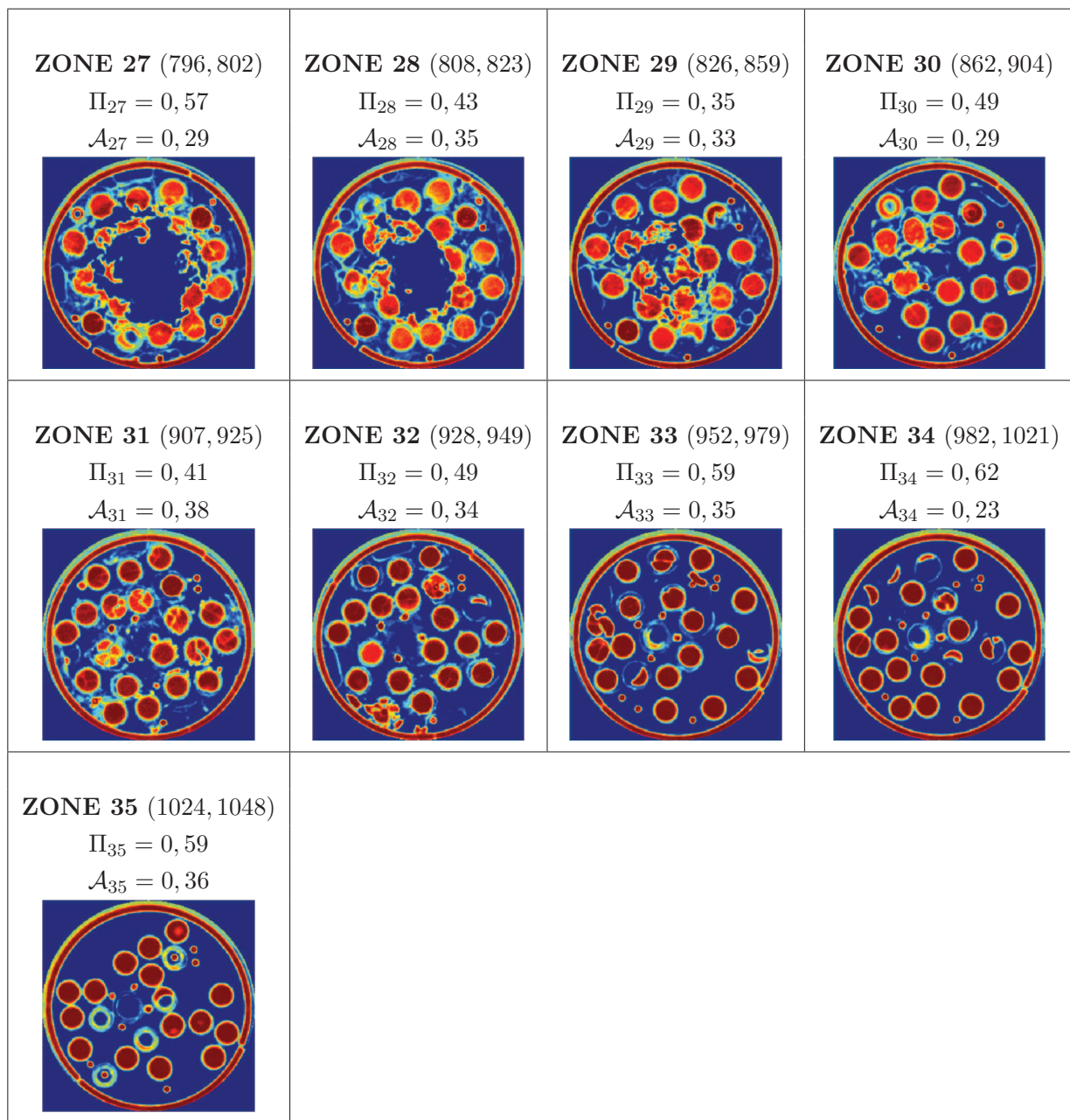


FIGURE B.1 – tomographies  $\gamma$  des 14 tronçons identifiés dans le bas du réacteur PHEBUS-FPT2,





**FIGURE B.2** – tomographies  $\gamma$  des 9 tronçons identifiés dans le haut du réacteur PHEBUS-FPT2, délimités axialement par  $(z_{min}, z_{max})$  en mm et valeurs associées de  $\Pi$  et  $\mathcal{A}$  en  $mm^{-1}$ .



## Annexe C

# EXPLOITATION DES SYMÉTRIES POUR LE CALCUL DES CONDUCTIVITÉS RADIATIVES

### C.1 Symétries du système intact

#### C.1.1 Description

Nous étudions le rayonnement dans un arrangement de cylindres dégradés. Avant la dégradation, le système présente les symétries suivantes (voir figure C.1) :

1. Lorsque  $\phi \in [0; \pi/2]$ , symétrie miroir par rapport à  $\phi = \pi/4$ ,
2. Périodicité de période  $\Delta\phi = \pi/2$ ,
3. Symétrie plane par rapport au plan  $\theta = \pi/2$ .

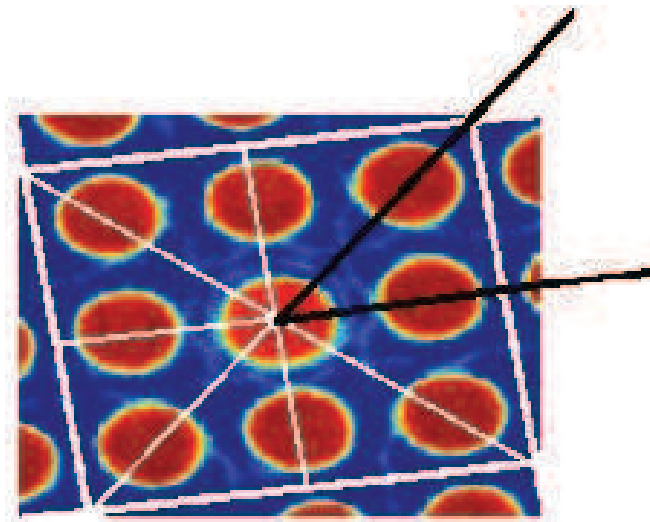


FIGURE C.1 – Symétries de l'arrangement intact des crayons de combustible.



### C.1.2 Symétries des propriétés radiatives

Ces symétries sont transposées aux propriétés radiatives :

1.  $K$ ,  $\Sigma$ ,  $B$  et  $n_w$  sont des fonctions de  $(\theta, \phi)$  que l'on notera  $f(\theta, \phi)$ ,
2.  $p$  est une fonction de  $(\theta', \phi', \theta, \phi)$ .

Ainsi, on a,  $\forall \phi$  et  $\forall \theta$ ,

$$\begin{aligned} f(\theta, \pi/2 - \phi) &= f(\theta, \phi) \quad (\text{symétrie miroir}), \\ f(\theta, \pi/2 + \phi) &= f(\theta, \phi) \quad (\text{périodicité}), \\ f(\pi - \theta, \phi) &= f(\theta, \phi) \quad (\text{symétrie verticale}). \end{aligned} \tag{C.1}$$

Cela a pour conséquence que :

$$\begin{aligned} f(\theta, \pi + \phi) &= f(\theta, \phi), \\ f(\theta, \pi - \phi) &= f(\theta, \phi), \end{aligned} \tag{C.2}$$

et donc la fonction  $f$  est paire en  $\phi$  :

$$f(\theta, -\phi) = f(\theta, \phi). \tag{C.3}$$

De la même façon, les symétries se transposent,  $\forall(\phi', \phi)$  et  $\forall(\theta', \theta)$ , sur la fonction de phase  $p$  sous la forme :

$$\begin{aligned} p(\theta', \pi/2 - \phi', \theta, \pi/2 - \phi) &= p(\theta', \phi', \theta, \phi) \quad (\text{symétrie miroir}), \\ p(\theta', \pi/2 + \phi', \theta, \pi/2 + \phi) &= p(\theta', \phi', \theta, \phi) \quad (\text{périodicité}), \\ p(\theta', \pi - \phi', \theta, \pi - \phi) &= p(\theta', \phi', \theta, \phi), \\ p(\theta', \pi + \phi', \theta, \pi + \phi) &= p(\theta', \phi', \theta, \phi), \\ p(\pi - \theta', \phi', \pi - \theta, \phi) &= p(\theta', \phi', \theta, \phi) \quad (\text{symétrie verticale}). \end{aligned} \tag{C.4}$$

### C.1.3 Propagation des symétries par l'opérateur $L_\nu$

L'opérateur  $L_\nu$  est défini dans les équations II.13 (phase fluide transparente) et IV.19 (phase fluide constituée de vapeur d'eau et de gouttes d'eau).

Cet opérateur propage les symétries des propriétés radiatives. En d'autres termes,  $L_\nu[X](\theta, \phi)$  présente les mêmes symétries que  $X(\theta, \phi)$ . On démontre par récurrence que  $L_\nu^k[X](\theta, \phi)$  (qui est l'opérateur  $L_\nu$  appliqué  $k$  fois) vérifie les mêmes propriétés de symétries que  $X(\theta, \phi)$ .

## C.2 Flux d'ordre 0

La luminance à l'ordre 0 définie dans les équations II.9 et IV.19, présente les mêmes symétries que  $f$  (détaillées dans les équations C.1).

### C.2.1 Composantes $x$ et $y$

Considérons la propriété suivante :

$$\forall(\theta, \phi), \quad a(\theta, \phi + \pi) = -a(\theta, \phi) \Rightarrow \int_0^{2\pi} a(\theta, \phi) d\phi = 0. \quad (\text{C.5})$$

Pour  $i = x, y$ , ce résultat est applicable à  $[\phi \rightarrow u_i(\theta, \phi)]$  et donc à :

1.  $[\phi \rightarrow n_w^2(\theta, \phi) u_i(\theta, \phi)]$  car  $[\phi \rightarrow n_w^2(\theta, \phi)]$  est  $\pi$  périodique,
2.  $[\phi \rightarrow S_A(\theta, \phi) u_i(\theta, \phi)]$  et  $[\phi \rightarrow S_B(\theta, \phi) u_i(\theta, \phi)]$  car  $[\phi \rightarrow S_A(\theta, \phi)]$  et  $[\phi \rightarrow S_B(\theta, \phi)]$  sont aussi  $\pi$  périodiques.

Ainsi, nous avons démontré, pour tous les milieux poreux étudiés, que :

$$q_x^{(0)} = q_y^{(0)} = 0. \quad (\text{C.6})$$

### C.2.2 Composante $z$

De même, considérons la propriété suivante :

$$\forall(\theta, \phi), \quad a(\pi - \theta, \phi) = -a(\theta, \phi) \Rightarrow \int_0^\pi a(\theta, \phi) d\theta = 0. \quad (\text{C.7})$$

Ce résultat est applicable à  $[\phi \rightarrow u_z(\theta, \phi) = \cos(\theta)]$  et donc à :

1.  $[\theta \rightarrow n_w^2(\theta, \phi) u_z(\theta, \phi) \sin(\theta)]$  car  $[\theta \rightarrow n_w^2(\theta, \phi)]$  et  $[\theta \rightarrow \sin(\theta)]$  possèdent une symétrie miroir par rapport à  $\pi/2$ ,
2.  $[\theta \rightarrow S_A(\theta, \phi) u_z(\theta, \phi) \sin(\theta)]$  et  $[\theta \rightarrow S_B(\theta, \phi) u_z(\theta, \phi)]$  car  $[\theta \rightarrow S_A(\theta, \phi)]$  et  $[\theta \rightarrow S_B(\theta, \phi)]$  possèdent aussi une symétrie miroir par rapport à  $\pi/2$ .

Donc :

$$q_z^{(0)} = 0. \quad (\text{C.8})$$

Pour conclure, le flux d'ordre 0 est identiquement nul soit :

$$\mathbf{q}^{(0)} = \mathbf{0}. \quad (\text{C.9})$$

## C.3 Flux d'ordre 1

Il s'agit de démontrer dans cette partie que les tenseurs de conductivités sont diagonaux et que  $k_{xx} = k_{yy}$  pour tous les milieux étudiés. Nous exposons ici la démonstration complète lorsque la phase fluide est supposée transparente mais les résultats peuvent être aisément démontrés avec les équations qui considèrent une phase fluide semi transparente.

### C.3.1 Expression des conductivités

Nous rappelons ici que :

$$k_{ij}(\mathbf{x}) = \frac{\Pi}{\beta_{ref}} \int_0^{+\infty} \frac{dI_\nu^o}{dT} [T_w(\mathbf{x})] k_{\nu ij}^+ d\nu, \quad (\text{C.10})$$

où  $k_{ij}^+$  est défini par :

$$k_{\nu ij}^+ = \int_{4\pi} u_i(\theta, \phi) D_{\nu j}^+(\theta, \phi) d\Omega, \quad (\text{C.11})$$

où

$$D_{\nu j}^+(\theta, \phi) = \sum_{k=0}^{+\infty} L_\nu^k \left[ \frac{u_j n_w^2}{B^+} \right] (\theta, \phi). \quad (\text{C.12})$$

$D_{\nu j}^+$  a les mêmes symétries en  $(\theta, \phi)$  que la fonction  $\left[ (\theta, \phi) \rightarrow \frac{u_j(\theta, \phi) n_w^2(\theta, \phi)}{B^+(\theta, \phi)} \right]$ .

### C.3.2 Tenseur diagonal

On a les résultats suivants :

1.  $k_{\nu xx}^+$  et  $k_{\nu zz}^+$  sont nuls par intégration sur  $\theta$  (propriété C.7),
2.  $k_{\nu xy}^+$  et  $k_{\nu yx}^+$  sont nuls par imparité et  $2\pi$ -périodicité en  $\phi$  (propriété C.5),
3.  $k_{\nu yz}^+$  et  $k_{\nu zy}^+$  sont nuls pour les deux raisons simultanément,
4.  $k_{\nu xx}^+ = k_{\nu yy}^+$  en faisant le changement de variables  $\phi' = \phi - \pi/2$  dans les intégrales.

L'égalité  $k_{\nu xx}^+ = k_{\nu yy}^+$  a aussi été vérifiée numériquement.

## Annexe D

# ALGORITHME ITÉRATIF DE CALCUL DES CONDUCTIVITÉS RADIATIVES

### D.1 Introduction

Les conductivités radiatives ont été calculées pour les quatres milieux poreux suivants :

1. milieu poreux constitué d'une phase fluide transparente,
2. milieu poreux constitué de gouttes d'eau seules,
3. milieu poreux constitué de vapeur d'eau seule,
4. milieu poreux constitué de gouttes d'eau et de vapeur d'eau.

Pour tous ces milieux, les conductivités radiatives s'expriment en fonction de séries qui s'expriment sous la forme de somme de termes où un opérateur  $L_\nu$  est appliqué  $k$  fois. La définition de cet opérateur est donnée dans les équations II.13 et IV.19.

### D.2 Troncature des séries

Nous rappelons ici l'expression des conductivités radiatives lorsque la phase fluide est supposée transparente mais le calcul a été effectué de la même manière pour les milieux poreux avec une phase fluide semi-transparente.

$$k_{ij}(\mathbf{x}) = \frac{\Pi}{\beta_{ref}} \int_0^{+\infty} \frac{dI_\nu^o}{dT} [T_w(\mathbf{x})] k_{\nu ij}^+ d\nu, \quad (D.1)$$

où  $k_{\nu ij}^+$  est défini par :

$$k_{\nu ij}^+ = \int_{4\pi} u_i(\theta, \phi) D_{\nu j}^+(\theta, \phi) d\Omega, \quad (D.2)$$

et

$$D_{\nu j}^+(\theta, \phi) = \sum_{k=0}^{+\infty} L_{\nu}^k \left[ \frac{u_j n_w^2}{B^+} \right] (\theta, \phi). \quad (\text{D.3})$$

La série de l'équation D.3 contient en théorie une infinité de termes. Dans l'application, cette série a été tronquée à un ordre  $N$ .

On note :

$$D_{\nu j}^{+(N)}(\theta, \phi) = \sum_{k=0}^N L_{\nu}^k \left[ \frac{u_j n_w^2}{B^+} \right] (\theta, \phi). \quad (\text{D.4})$$

En pratique, les séries ont été calculées pour  $j = x, y$  et  $z$  jusqu'au terme d'ordre  $N$  qui vérifie le critère de convergence suivant :

$$\forall(\theta, \phi) \quad \frac{|D_{\nu j}^{+(N+1)}(\theta, \phi) - D_{\nu j}^{+(N)}(\theta, \phi)|}{D_{\nu j}^{+(N)}(\theta, \phi)} < 10^{-3}. \quad (\text{D.5})$$

Les séries calculées convergent très rapidement et nous avons observé que  $N \simeq 10$  (lorsqu'on fait le choix d'un écart relatif entre deux termes successifs inférieur à  $10^{-3}$ ).

## D.3 Temps de calcul

Les calculs ont été effectués sur les calculateurs de l'IRSN situés sur le centre de Cadarache. Le calculateur utilisé est un calculateur disposant de 512 nœuds de calcul équipés de processeurs Intel Xeon cadencés à 3 GHz. Les processeurs sont connectés entre eux en réseau et les données sont transférées à une vitesse de 1 Gbits/s.

### D.3.1 Paramètres thermohydrauliques

1. 35 géométries dégradées de porosité  $\Pi$  et de surface spécifique  $\mathcal{A}$  données,
2. 27 températures de paroi  $T_w$  variant entre 300 K à 2900 K par pas de 100 K,
3. 26 températures de vapeur d'eau  $T_v$  variant entre 400 K à 2900 K par pas de 100 K,
4. 10 pressions de vapeur d'eau variant entre 1 atm et 10 atm par pas de 1 atm,
5. 7 tailles de gouttes d'eau.

Les conductivités radiatives ont été calculées pour les différents milieux poreux décrits dans le paragraphe D.1. Les calculs des conductivités radiatives sont relativement rapides lorsque la phase fluide est transparente. En présence de vapeur d'eau ou de gouttes d'eau, les temps de calcul deviennent très importants. En effet, le calcul est effectué spectralement et pour un grand nombre de paramètres thermohydrauliques d'entrée.

### D.3.2 Phase fluide transparente

Lorsque la phase fluide est transparente, le calcul des conductivités est relativement rapide. Il dure environ **cinq minutes pour chaque géométrie**.

### D.3.3 Vapeur d'eau seule

En présence de vapeur d'eau seule, le calcul est effectué pour 43 bandes spectrales définies chacune en 7 points de quadrature. Pour un triplet  $(T_w, T_v, P_v)$  donné, le calcul des conductivités radiatives dure environ 10 minutes. Le calcul global correspond donc à  $27 \times 26 \times 10$  calculs élémentaires de 10 minutes. En effet, le calcul ne peut être simplifié et il doit être reproduit à chaque fois étant donné que  $L_\nu$  dépend de  $(T_w, T_v, P_v)$ .

En pratique, l'algorithme de calcul a été parallélisé sur 10 processeurs qui calculent chacun une pression. Pour une géométrie, le calcul dure **environ une semaine**.

### D.3.4 Gouttes d'eau seules

En présence de gouttes d'eau seules, les paramètres d'entrée sont le rayon  $R^d$  des gouttes et la température des parois  $T_w$  soit  $7 \times 27$  couples possibles. La température des gouttes étant fixée à la température de saturation de l'eau liquide à la pression atmosphérique. Le calcul des séries est aussi effectué spectralement sur des bandes spectrales de  $25 \text{ cm}^{-1}$  s'étendant de  $\nu_{min}$  à  $\nu_{max}$  (donnés par les équations III.6 et III.7). Les calculs ont été effectués sur 7 processeurs en parallèle qui calculent chacun une taille de gouttes. Ces calculs durent environ **une journée par géométrie**.

### D.3.5 Vapeur d'eau et gouttes d'eau

En présence de vapeur d'eau et de gouttes d'eau, les paramètres d'entrée sont donnés par la donnée du quadruplet  $(T_w, T_v, P_v, R^d)$ . On a donc  $27 \times 26 \times 10 \times 7$  quadruplets possibles. Nous avons choisi d'effectuer les calculs à une pression fixée en faisant varier tous les autres paramètres. Pour une pression fixée, les calculs sont parallélisés sur 7 processeurs qui calculent chacun une taille de gouttes. Ces calculs durent environ **une semaine par géométrie et par pression**.

---

#### Remarque :

Les temps de calcul peuvent paraître considérables. Mais il faut bien comprendre que ces calculs ne sont effectués qu'une seule fois. Les résultats des conductivités radiatives et des puissances échangées sont livrés sous forme de tables. Ces tables sont paramétrées en fonction des différents paramètres du modèle. Ce sont ces tables qui seront utilisées dans le code de simulation des accidents de réacteur nucléaire ICARE/CATHARE développé par l'IRSN.

---



# Liste des figures

1	Représentation schématique de la dégradation d'un cœur de réacteur nucléaire . . .	2
I.1	Images de la section longitudinale du réacteur intact et dégradé . . . . .	15
I.2	Image de la section axiale du réacteur intact . . . . .	16
I.3	Aire spécifique $\mathcal{A}$ en $mm^{-1}$ en fonction de la porosité $\Pi$ . . . . .	19
I.4	Tomographies $\gamma$ des 12 tronçons identifiés sur l'essai PHEBUS-FPT1 . . . . .	20
I.5	Représentation schématique du « lancer de rayons » . . . . .	21
I.6	Coordonnées angulaires $\theta$ et $\phi$ . . . . .	22
I.7	Symétries de l'arrangement intact des crayons de combustible . . . . .	24
I.8	Fonction de distribution cumulée d'extinction $G_{ext}(\theta = 90^\circ)$ de la zone 2 . . . . .	25
I.9	Représentation de $\ln(1 - G_{ext})(\theta = 90^\circ)$ de la zone 2 . . . . .	27
I.10	Coefficients d'extinction généralisés à l'équilibre $B(\theta, \phi)$ , pour la zone 2 . . . . .	29
I.11	Fonction de phase de diffusion $p$ de la zone 2 . . . . .	30
I.12	Paramètre d'asymétrie $g(\theta, \phi)$ de la zone 2 . . . . .	31
II.1	Conductivités radiatives adimensionnées $k_{\nu r}^+(\Pi, \alpha_\nu = 0, 8)$ et $k_{\nu z}^+(\Pi, \alpha_\nu = 0, 8)$ vs $\Pi$	42
II.2	Absorptivités de $ZrO_2$ et de $UO_2$ en fonction de leur température . . . . .	43
II.3	Conductivité radiative radiale de $ZrO_2$ en fonction de $\Pi$ à $T_w = 1500 K$ et $T_w = 2000 K$ . . . . .	45
II.4	Conductivité radiative axiale de $ZrO_2$ en fonction de $\Pi$ à $T_w = 1500 K$ et $T_w = 2000 K$	46
II.5	Conductivité radiative radiale de $UO_2$ en fonction de $\Pi$ à $T_w = 1500 K$ et $T_w = 2000 K$	47
II.6	Conductivité radiative axiale de $UO_2$ en fonction de $\Pi$ à $T_w = 1500 K$ et $T_w = 2000 K$	48
III.1	Transmittivité d'une colonne de vapeur d'eau de $1 cm$ à $P_v = 1 atm$ et $T_v = 1000 K$	58
III.2	Transmittivité d'une colonne de vapeur d'eau de $1 cm$ à $P_v = 10 atm$ et $T_v = 1000 K$	58
III.3	Indice optique complexe de l'eau liquide $\hat{n}_\nu^d = n_\nu - i k_\nu$ en fonction de $\nu$ . . . . .	61
III.4	Coefficient d'absorption $\kappa_\nu^d$ de gouttes d'eau de différentes tailles en fonction de $\nu$ ( $F_v = 10^{-3}$ ) . . . . .	64
III.5	Coefficient de diffusion $\sigma_\nu^d$ de gouttes d'eau de différentes tailles en fonction de $\nu$ ( $F_v = 10^{-3}$ ) . . . . .	65
III.6	Coefficient d'extinction $\beta_\nu^d$ de gouttes d'eau de différentes tailles en fonction de $\nu$ ( $F_v = 10^{-3}$ ) . . . . .	65
III.7	Albedo $\omega_\nu^d$ de gouttes d'eau de différentes tailles en fonction de $\nu$ ( $F_v = 10^{-3}$ ) . . .	66
III.8	Fonction de phase de diffusion des gouttes d'eau de rayon $R^d = 25 \mu m$ . . . . .	68
III.9	Comparaison des transmittivités $\tau_w$ , $\tau_{v,\nu}$ et $\tau_\nu^d$ d'une colonne homogène de $1 cm$ (haut) et de $5 cm$ (bas) . . . . .	70
IV.1	Représentation schématique des flux radiatifs et de la puissance radiative échangée entre deux phases homogénéisées . . . . .	82



IV.2	Conductivités radiatives radiales $k_{r_w}$ associées au champ de température $T_w = 2000 K$ en fonction de $\Pi$ . . . . .	86
IV.3	Conductivités radiatives radiales $k_{r_w}$ associées au champ de température $T_w = 1500 K$ en fonction de $\Pi$ . . . . .	87
IV.4	Conductivités radiatives axiales $k_{z_w}$ associées au champ de température $T_w = 2000 K$ en fonction de $\Pi$ . . . . .	88
IV.5	Conductivités radiatives axiales $k_{z_w}$ associées au champ de température $T_w = 1500 K$ en fonction de $\Pi$ . . . . .	89
IV.6	Conductivités radiatives radiales $k_{r_v}$ associées au champ de température $T_v = 500 K$ en fonction de $\Pi$ . . . . .	91
IV.7	Conductivités radiatives radiales $k_{r_v}$ associées au champ de température $T_v = 700 K$ en fonction de $\Pi$ . . . . .	92
IV.8	Conductivités radiatives axiales $k_{z_v}$ associées au champ de température $T_v = 500 K$ en fonction de $\Pi$ . . . . .	93
IV.9	Conductivités radiatives axiales $k_{z_v}$ associées au champ de température $T_v = 700 K$ en fonction de $\Pi$ . . . . .	94
IV.10	Puissances radiatives par unité de volume pour les parois à $T_w = 2000 K$ . . . . .	96
IV.11	Puissances radiatives par unité de volume pour les parois à $T_w = 1500 K$ . . . . .	97
IV.12	Comparaison des flux radiatifs et convectifs . . . . .	99
A.1	a) Extraction par balayage d'une sous-image ; b) cube mobile : traits forts associés à la dernière sous-image. . . . .	104
A.2	Nomenclature des cellules entourant le point $M(x, y, z)$ et interpolation d'intensité. . . . .	106
A.3	Représentation bidirectionnelle du parcours d'un rayon à travers le réseau de voxels dans le repère de coordonnées $(X, Y)$ . . . . .	106
B.1	tomographies $\gamma$ des 14 tronçons identifiés dans le bas du réacteur PHEBUS-FPT2	108
B.2	tomographies $\gamma$ des 9 tronçons identifiés dans le haut du réacteur PHEBUS-FPT2	109
C.1	Symétries de l'arrangement intact des crayons de combustible . . . . .	111
D.1	Pot après la soutenance de thèse (19 Janvier 2011) . . . . .	127

# Liste des tableaux

I.3	Comparaison entre les différentes méthodes de calcul de $\mathcal{A}_F$ : i) calcul du rapport de la surface spécifique $\mathcal{A}$ calculée par l'algorithme du cube mobile et de la porosité $\Pi$ issue du calcul Monte-Carlo (colonne 4) ; ii) calcul à partir de la pente à l'origine des $G_{ext}$ (colonnes 5 et 6). . . . .	28
II.2	Ratio $K^{eff}/K$ en fonction de l'albedo $\omega$ et du paramètre d'asymétrie $g$ (Gomart et Taine [22]). . . . .	41
II.3	Dépendance en température des coefficients $\alpha_r$ et $\alpha_z$ . . . . .	47
III.1	Les points $g_j$ pondérés par les poids $\omega_j$ de la quadrature à 7 points utilisée pour les intégrations spectrales du modèle CK [44]. . . . .	55
III.2	Définition de la discrétisation en 43 bandes [44]. . . . .	59
IV.2	Conductivité thermique $k_g(W/m/K)$ de la vapeur d'eau en fonction de $T_v$ et $P_v$ [1].	90



# Bibliographie

- [1] *Properties of Water and Steam in SI-Units - 0-800°C, 0-1000 bars*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New-York, r. oldenbourg münchen, third, enlarged printing edition edition, 1981.
- [2] M. Abramowitz and I. Stegun. *Handbook of mathematical functions*. Dover, 1965.
- [3] A. Arking and K. Grossman. The influence of line shape and band structure on temperatures in planetary atmospheres. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 29 :937–949, 1972.
- [4] D. Baillis, M. Raynaud, and J. F. Sacadura. Spectral radiative properties of open-cell foam insulation. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 13(3) :292–298, 1999.
- [5] D. Baillis and J.F. Sacadura. Thermal radiation properties of dispersed media : theoretical prediction and experimental characterization. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 5(67) :327–363, 2000.
- [6] D. Baillis and J.F. Sacadura. Identification of spectral radiative properties of polyurethane foam from hemispherical and bi-directional transmittance and reflectance measurement. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 73 :297–306, 2002.
- [7] F. Bellet, E. Chalopin, F. Fichot, E. Iacona, , and J. Taine. RDFI determination of anisotropic and scattering dependent radiative conductivity tensors in porous media : Application to rod bundles. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52 :1544–1551, 2009.
- [8] B. Berthet, J. Bonnin, S. Bayle, N. Hanniet, F. Jeury, S. Gaillot, Y. Garnier, C. Martin, M. Laurie, and B. Siri. PHEBUS PF FPT1 - Preliminary Report. DOCUMENT PHEBUS PF IP/97/334, IPSN, Octobre 1997.
- [9] C. Bohren and D. Hufmann. *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. Wiley-VCH, 2004.
- [10] M. Chahlaoui, F. Bellet, F. Fichot, and J. Taine. Coupled radiative transfer model for non beerian media with semitransparent and opaque phases in non equilibrium ; application to reflooding of a nuclear reactor. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, submitted 2011.
- [11] M. Chahlaoui, F. Bellet, L. Foucher, and J. Taine. Radiative conductivity of non beerian porous media : application to degraded rod bundles of a nuclear core. In *6th International Symposium on Radiative Transfer*. International Centre for Heat and Mass Transfer, Antalya, June 2010.
- [12] E. Chalopin. *Caractérisation des propriétés radiatives d'un milieu poreux par la méthode RDFI : application à un coeur de réacteur nucléaire dégradé*. Thèse de doctorat, École Centrale Paris, France, 2008.
- [13] S. Chapman and T. Cooling. *The Mathematical Theory of Non Uniform Gases*. Cambridge University Press, 1970.
- [14] J.L. Consalvi, B. Porterie, and J.C. Loraud. A formal averaging procedure for radiation heat transfer in particulate media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45 :2755–2768, 2002.

- [15] R. Coquard and D. Baillis. Radiative characteristics of opaque spherical particle beds : A new method of prediction. *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 18(2) :178–186, 2004.
- [16] R. Coquard and D. Baillis. Radiative characteristics of beds made of large spheres containing an absorbing and scattering medium. *International Journal of Thermal Sciences*, 44 :226–234, 2005.
- [17] R. Coquard and D. Baillis. Radiative characteristics of beds of spheres containing an absorbing and scattering medium. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 19(2) :226–234, 2005.
- [18] J.F. Delesse. *Diffusion et réaction des gaz en milieu poreux*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 2002.
- [19] F. Duval. *Modélisation du renoyage d'un lit de particules : contribution à l'estimation des propriétés de transport macroscopiques*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2002.
- [20] F. Duval, F. Fichot, and M. Quintard. A local thermal non-equilibrium model for two-phase flows with phase change in porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47(3) :613–639, 2004.
- [21] F. Fichot, O. Marchand, P. Draï, P. Chatelard, M. Zabiégo, and J. Fleurot. Multi-dimensional approaches in severe accident modelling and analyses. *Nuclear Engineering and Technology*, 38(8) :733–752, 2006.
- [22] H. Gomart and J. Taine. Accurate validity criterion of the radiative Fourier law for an absorbing and scattering medium. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, submitted 2010.
- [23] R. Goody. The correlated  $k$  method for radiation calculations in nonhomogeneous atmospheres. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 42 :539–550, 1989.
- [24] A.V. Gusarov. Homogenization of radiation transfer in two-phase media with irregular phase boundaries. *Physical Review B*, 77 :144201, 2008.
- [25] A.V. Gusarov and J.P. Kruth. Modelling of radiation transfer in metallic powders at laser treatment. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48 :3423–3434, 2005.
- [26] S. Haussener, P. Coray, W. Lipinski, P. Wyss, and A. Steinfeld. Tomography -based heat and mass transfer characterization of reticulate porous ceramics for high-temperature processing. *J. of Heat Transfer*, 131 :1–9, 2009.
- [27] S. Haussener, W. Lipinski, P. Wyss, and A. Steinfeld. Tomography -based analysis of radiative transfer in reacting packed beds undergoing a solid-gas thermochemical transformation. *J. of Heat Transfer*, in press, 2009.
- [28] T. J. Hendricks and J. R. Howell. Absorption/scattering coefficients and scattering phase function in reticulated porous ceramics. *ASME J. of Heat Transfer.*, 118(1) :79–87, 1996.
- [29] T.J. Hendricks and J.R. Howell. Inverse radiative analysis to determine spectral radiative properties using the discrete ordinates method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2 :75–80, 1994.
- [30] T.J. Hendricks and J.R. Howell. New radiative analysis approach for reticulated porous ceramics using discrete ordinates method. *ASME J. of Heat Transfer*, 4(118) :911–917, 1996.
- [31] A. Lacis and V. Oinas. A description of the correlated  $k$  distribution method for modeling nongray gaseous absorption, thermal emission, and multiple scattering in vertically inhomogeneous atmospheres. *Journal of Geophysical Research*, 96 :9027–9063, 1991.

- [32] R.J. Lipinski. A coolability model for post-accident nuclear reactor debris. *Nuclear Technology*, 65 :53–66, April 1984.
- [33] W. Lipinski, J. Petrasch, and S. Haussener. Application of the spatial averaging theorem to radiative heat transfer in two-phase media. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 11 :253–258, 2010.
- [34] W.E. Lorensen and H.E. Cline. A high resolution 3D surface construction algorithm. *Computer Graphics*, 21 :163–169, 1987.
- [35] M. Loretz, R. Coquard, D. Baillis, and D. Maire. Metallic foams : radiative properties ; comparison between different models. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf.*, 109 :16–27, 2008.
- [36] W. Malkmus. Random lorentz band model with exponential-tailed s-1 line intensity distribution function. *Journal of Optical Society of America*, 57 :323–329, 1967.
- [37] R.D. Manteufel. *Heat Transfer in an Enclosed Rod Array*. PhD thesis, Departement of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, USA, May 1991.
- [38] Rubiolo P. *Modélisation du transfert thermique dans un milieu poreux : application aux réacteurs nucléaires en situation accidentelle*. Thèse de doctorat, Université d’Aix-Marseille I, décembre 2000.
- [39] Rubiolo P. and Gatt J.M. Modeling of the radiative contribution to heat transfer in porous media composed of spheres or cylinders. *International Journal of Thermal Sciences*, 41 :401–411, 2002.
- [40] J.P. Perez, R. Carles, and R. Fleckinger. *Electromagnétisme : Fondements et Applications*. Dunod, 4th edition, 2001.
- [41] J. Petrasch, P. Wyss, and A. Steinfeld. Tomography-based Monte Carlo determination of radiative properties of reticulated porous ceramics. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 105 :180–197, 2007.
- [42] M. Quintard and S. Whitaker. One- and two-equation models for transient diffusion processes in two-phase systems. *Advances in Heat Transfer*, 23 :369–464, 1993.
- [43] J. Randrianalisoa and D. Baillis. Modeling radiation characteristics of semi transparent media containing bubbles or particles. *J. Opt. Soc. Am. A*, 23(7) :1645–56, July 2006.
- [44] P. Rivière, A. Soufiani, and J. Taine. Correlated-k and fictitious gas method for  $H_2O$  near  $2.7\mu m$ . *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 48 :187–203, 1992.
- [45] P. Rivière, A. Soufiani, and J. Taine. An Approximate Data Base of  $H_2O$  Infrared Lines for High Temperature Applications at Low Resolution. Statistical Narrow-band Model Parameters. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 53 :221–234, 1995.
- [46] P. Rivière, A. Soufiani, and J. Taine. Correlated-k fictitious gas model for  $H_2O$  ir radiation in the Voigt regime. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 53 :335–346, 1995.
- [47] O. Rozenbaum. *Etude de l’influence de la texture sur l’émissivité spectrale de matériaux poreux semi-transparentes à haute température*. Thèse de doctorat, Université d’Orléans, 1999.
- [48] D. Segelstein. *The Complex Refractive Index of Water*. M.S. thesis, University of Missouri–Kansas City, 1981.
- [49] R. Siegel and J. Howell. *Thermal Radiation Heat Transfer*. Hemisphere Publishing Corporation, 2<sup>nd</sup> edition, 1981.
- [50] B. P. Singh and M. Kaviany. Modelling radiative heat transfer in packed beds. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 6(35) :1397–1405, 1992.

- [51] J. Taine. Invited keynote lecture : Radiative properties of statistically anisotropic non beebrian porous media ; Generalized Radiative Transfer Equation and applications. In *The 6th International Symposium on Radiative Transfer, RAD-10*, Antalya (Turkey), June 2010. The International Centre for Heat and Mass Transfer (ICHMT).
- [52] J. Taine, F. Bellet, V. Leroy, and E. Iacona. Generalized radiative transfer equation for porous medium upscaling ; application to radiative Fourier law. *International Journal of Heat and Mass Transfer (submitted)*, 2009.
- [53] J. Taine, E. Iacona, and J.P. Petit. *Transferts Thermiques*. Dunod, 4<sup>th</sup> edition, 2008.
- [54] J. Taine and A. Soufiani. Gas IR radiative properties : from spectroscopic data to approximate models. *Advances in Heat Transfer, Academic Press*, 33 :295–414, 1999.
- [55] M. Tancrez. *Modélisation du rayonnement et transferts couplés dans des milieux poreux réactifs. Application aux brûleurs radiants à gaz*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris, Août 2002.
- [56] M. Tancrez and J. Taine. Direct identification of absorption and scattering coefficients and phase function of a porous medium by a Monte Carlo technique. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47 :373–383, 2004.
- [57] S. Torquato and B. Lu. Chord-length distribution for twophase random media,. *Phys. Rev. E*, 4 :47, 1993.
- [58] Y. Touloukian and D. DeWitt. *Thermal radiative properties. Metallic elements and alloys*, volume 7 of Thermophysical properties of matter. IFI/Plenum, 1970.
- [59] S. Whitaker. *The Method of Volume Averaging*. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [60] B. Zeghondy, E. Iacona, and J. Taine. Determination of the anisotropic radiative properties of a porous material by radiative distribution function identification (RDFI). *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49 :2810–2819, 2006.
- [61] B. Zeghondy, E. Iacona, and J. Taine. Experimental validation of RDFI method predictions of statistically anisotropic porous medium radiative properties. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49 :3701–3707, 2006.





**FIGURE D.1** – Pot organisé par ma famille après la soutenance de thèse du 19 Janvier 2011; de gauche à droite : ma mère, mon père, mes sœurs Malika et Najate puis ma cousine Naoille.