



HAL
open science

**Apport de l'inversion des formes d'onde sismique -
approximation 2D élastique - à la caractérisation des
milieux de la proche surface: cavités souterraines,
glissements de terrain**

Anouar Romdhane

► **To cite this version:**

Anouar Romdhane. Apport de l'inversion des formes d'onde sismique - approximation 2D élastique - à la caractérisation des milieux de la proche surface: cavités souterraines, glissements de terrain. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2010. Français. NNT: . tel-00653236

HAL Id: tel-00653236

<https://theses.hal.science/tel-00653236>

Submitted on 19 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

N° attribué par la bibliothèque

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR de L'Université Pierre et Marie Curie

Spécialité : **Sciences et technologie**

préparée au laboratoire **UMR 7619 Sisyphe**

dans le cadre de l'École Doctorale **Géosciences et Ressources Naturelles**
(ED 398 GRN)

présentée et soutenue publiquement

par

Mohamed Anouar Romdhane

le 21/05/2010

Titre:

**Apport de l'inversion des formes d'onde sismique -
approximation 2D élastique - à la caractérisation des milieux
de la proche surface : cavités souterraines, glissements de
terrain**

Directeur de thèse: **Alain TABBAGH**

Co-directeur de thèse: **Gilles GRANDJEAN**

Jury

| | | |
|---------------------------|----------------------------|-----------------------|
| Mr. Mark NOBLE, | Maître de Recherche, ENSMP | Rapporteur |
| Mr. Michel DIETRICH, | Professeur, IFP | Rapporteur |
| Mr. Bertrand MEYER, | Professeur, UPMC | Examineur |
| Mr. Jean VIRIEUX, | Professeur, LGIT | Examineur |
| Mme. Céline GÉLIS, | Ing. chercheur, IRSN | Examinatrice |
| Mr. Stéphane OPERTO, | Chargé de recherche, CNRS | Invité |
| Mme. Donatienne LEPAROUX, | Ing. chercheur, LCPC | Invitée |
| Mr. Fayçal RÉJIBA, | Maître de conférence, UPMC | Co-encadrant |
| Mr. Gilles GRANDJEAN, | Ing. chercheur, BRGM | Co-directeur de thèse |
| Mr. Alain TABBAGH, | Professeur, UPMC | Directeur de thèse |

Résumé

L'inversion des formes d'onde sismique a démontré toute sa pertinence dans le cas acoustique pour imager des structures kilométriques. Contrairement aux méthodes de tomographie des premiers temps d'arrivée, cette technique d'imagerie à l'avantage d'exploiter l'ensemble du signal sismique pour produire une image haute résolution du milieu. Dans le contexte de la proche surface, l'approximation élastique devient nécessaire afin de prendre en compte les ondes de surface, qui prédominent le signal sismique avec les gammes de dépôts utilisées.

Dans notre approche, le problème direct est résolu numériquement dans le domaine fréquentiel afin de prendre en charge efficacement des acquisitions multi-sources et multi-récepteurs. Devant les complications générées par une approche en différences finies pour traiter les topographies complexes, une formulation en éléments finis Galerkin discontinus est finalement utilisée. Le problème inverse nécessite un modèle initial pour les paramètres inversés et permet de minimiser la fonction objectif de façon itérative.

Cette méthode est appliquée dans un premier lieu à des modèles numériques simples afin de contrôler le rôle des différents paramètres de l'inversion. Un modèle synthétique du glissement de Super-Sauze, caractérisé par de forts contrastes et une topographie complexe, est par la suite utilisé pour évaluer les performances du code. Cette étude met en évidence l'importance de la méthode d'optimisation utilisée, du dispositif d'acquisition, de la qualité du modèle initial et de l'apport des stratégies de pré-conditionnement utilisées dans le processus d'inversion.

La méthode est ensuite appliquée à deux jeux de données réelles, acquis respectivement au-dessus d'une cavité maçonnée à Jarjeau (45), et sur le glissement de terrain de Super-Sauze (04). Les difficultés relatives aux conditions réelles nécessitent un prétraitement important des données. L'estimation de la source constitue aussi un problème majeur qui impacte directement la convergence de l'inversion. Dans le premier cas, la méthode proposée permet de produire une image plus ou moins fidèle des distributions des vitesses du milieu, la qualité finale de ces images variant suivant les efforts mis en œuvre pour contraindre l'inversion. Le deuxième cas illustre quant à lui toutes les difficultés relatives aux milieux complexes : les données montrent un faible rapport signal sur bruit, la topographie très découpée génère un fort taux de diffraction des ondes de surface, la signature de la source admet de fortes variations d'un tir à l'autre. Malgré la complexité du contexte, les résultats de l'inversion des formes d'onde sont en bon accord avec la connaissance géotechnique du site.

Abstract

Full waveform inversion has shown a great suitability in the acoustic case for imaging large and deep kilometeric structures. Contrary to first traveltimes tomography, this imaging technique allows to process the whole seismic signal in order to produce a high resolution image of the medium. In the particular context of subsurface prospecting, the elastic approximation needs to be considered to take into account the surface waves which constitute the most part of the seismic signal, with the offset range used for such studies.

In our approach, the forward problem is numerically solved in the frequency domain in order to take into account a multi-source and multi-receiver seismic device efficiently. In front of the difficulties inherent to the finite difference method with regard to complex topographies, a formulation based on finite elements discontinuous Galerkin technique is finally used. The inverse problem requires an initial guess of the inverted parameters to minimize the objective function in an iterative way.

The method is first applied to simple numerical models to assess the role of the different parameters which control the inversion process. A synthetic model of the Super-Sauze earthflow, characterized by strong contrasts and a complex topography is afterwards considered to evaluate the performances of the code. This study allows us to highlight the impact of the optimisation technique used, the acquisition device, the quality of the initial model and the contribution of the preconditioning strategy used in the inversion process.

The approach is then applied to examples using real data acquired over the Jargeau site (45) in the presence of a cavity, and over the Super-Sauze earthflow (04). The difficulties inherent to real conditions require an important data pre-processing. The source estimation is also a critical issue that directly impacts the convergence of the inversion. In the first case, the proposed methodology succeeds to reconstruct an image of the seismic parameters distributions (V_p and V_s) with a relatively good accuracy, the final quality of these images being dependant on the efforts produced to constrain the inversion. The second case reveals the difficulties related to complex media; seismic data show a low signal to noise ratio, the topography is very sharp and generates a strong level of diffracted surface waves, the seismic source varies from one shot to another. Despite the complexity of the context, the inversion results are in good agreement with the geotechnical knowledge of the site.

Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier la direction de la recherche (DR) du BRGM pour le financement de ce travail de thèse qui s'est déroulé à l'unité RMT (Risques Mouvements de Terrain et érosion) du service RNSC (Risques Naturels et Sécurité du Stockage de CO₂).

Mes remerciements s'adressent ensuite à mon directeur de thèse Alain Tabbagh pour la confiance sans faille qu'il m'a accordé durant ces trois années et sa contribution à ce qu'elle se déroule dans les meilleures conditions. Je remercie vivement Gilles Grandjean, mon codirecteur de thèse pour son aide précieuse, ses commentaires et son regard critique sur mon travail. Son enthousiasme, sa disponibilité, son soutien et ses encouragements ont été déterminants pour mener ce travail à terme. Je le remercie également de m'avoir offert la possibilité de participer à plusieurs missions de terrain qui ont été à chaque fois très instructives, parfois même éprouvantes.

Je remercie aussi mon co-encadrant Fayçal Réjiba pour sa disponibilité, ses conseils et ses commentaires lors de mes différents séjours au laboratoire Sisyphe. Merci pour sa confiance, ses encouragements et les différents commentaires critiques. Déjà cinq ans depuis mon PFE à Sisyphe sous son encadrement ...

Un grand merci également à Adnand Bitri qui a suivi ce travail attentivement. Merci de m'avoir fait part de son expérience et de sa vision de la prospection de la proche surface.

Je remercie vivement l'équipe de Géoscience Azur. Un grand merci en particulier à Romain Brossier pour sa disponibilité et les différentes discussions, toujours très utiles et très enrichissantes.

Je remercie aussi toute l'équipe RMT du BRGM pour la bonne ambiance et la convivialité du "couloir". Une équipe exceptionnelle ...

Je tiens à remercier spécialement Amine Dhemaied pour toutes les discussions professionnelles et personnelles. Merci pour les conversations téléphoniques, ta gentillesse et ton soutien durant ces trois années et bon courage pour la fin de ta thèse.

Je remercie chaleureusement ma famille : mes parents, ma soeur, mon petit frère et mes beaux parents. Le fait d'être de l'autre rive de la Méditerranée ne les a pas empêché de m'apporter beaucoup de réconfort et de soutien.

Je remercie enfin ma chère Mouna. Merci pour tout ce que tu as enduré pour moi. Merci de faire partie de ma vie ...

Table des matières

| | |
|--|----------|
| Résumé | iii |
| Abstract | iv |
| Remerciements | v |
| Table des matières | vii |
| Liste des tableaux | xi |
| Table des figures | xiii |
| 1 Introduction Générale | 1 |
| 1 Généralités | 1 |
| 2 Particularités de la subsurface et limitations des méthodes conventionnelles | 2 |
| 3 L'inversion des formes d'onde sismique | 3 |
| 4 Applications en subsurface | 4 |
| 4.1 La détection de cavité | 4 |
| 4.2 L'imagerie des glissements de terrain | 4 |
| 5 Objectif et plan de travail | 4 |
| 2 Théorie de la modélisation et de l'inversion sismique | 7 |
| 1 Modélisation de la propagation des ondes sismiques | 7 |
| 1.1 Equations générales | 7 |
| 1.2 Les ondes de volume | 10 |
| 1.3 Les ondes de surface | 11 |
| 1.4 Formulations temporelle et fréquentielle | 16 |
| 1.5 Discrétisation numérique | 17 |
| 2 Résolution du problème inverse | 27 |
| 2.1 Mise en équation | 27 |
| 2.2 Estimation du Gradient et du Hessien | 29 |
| 2.3 Interprétation du gradient et du Hessien : éléments de bibliographie | 30 |
| 2.4 La méthode du gradient conjugué | 32 |
| 2.5 Les méthodes de quasi-Newton | 33 |
| 2.6 Pré-conditionnement et régularisation | 33 |
| 2.7 Résolution multi-échelle dans le domaine fréquentiel | 34 |
| 2.8 Vers des algorithmes flexibles d'inversion des formes d'onde | 35 |
| 3 Estimation de la source | 38 |
| 4 Conclusion | 39 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 3 | Construction du modèle initial | 41 |
| 1 | La tomographie des premiers temps d'arrivée | 41 |
| 2 | L'inversion de la phase de la première arrivée | 42 |
| 3 | La stéréo-tomographie | 42 |
| 4 | Inversion dans le domaine de Laplace | 43 |
| 5 | La méthode SASW | 44 |
| 5.1 | Impact d'une variation latérale de vitesse : exemple | 45 |
| 5.2 | Impact d'une perturbation de la vitesse V_s | 46 |
| 6 | Utilisation pour l'inversion des formes d'onde en proche surface | 46 |
| 7 | Conclusion | 48 |
| 4 | Application de l'inversion des formes d'onde élastique aux milieux de la subsurface : étude numérique | 51 |
| 1 | Détection d'hétérogénéités locales | 51 |
| 1.1 | Cartes monofréquentielles | 52 |
| 1.2 | Sismogrammes en temps | 55 |
| 1.3 | Inversion des formes d'onde | 55 |
| 1.4 | Cas particulier : La détection de cavités | 68 |
| 2 | Cas de milieux hétérogènes | 75 |
| 2.1 | Impact du lissage du modèle de vitesse | 80 |
| 2.2 | Régularisation du Hessien | 83 |
| 3 | Conclusion | 84 |
| 5 | Cas des milieux hétérogènes avec une topographie complexe : milieux type glissements de terrain | 87 |
| 1 | Présentation de l'article | 87 |
| 2 | Article | 88 |
| 2.1 | Abstract | 88 |
| 2.2 | Introduction | 88 |
| 2.3 | Flexible elastic full waveform inversion | 88 |
| 2.4 | Landslide synthetic case study : a numerical experiment | 92 |
| 2.5 | Discussion | 96 |
| 2.6 | Conclusion | 97 |
| 3 | Etude complémentaire | 111 |
| 3.1 | Cartes monofréquentielles | 111 |
| 3.2 | Effet de la géométrie de la topographie | 113 |
| 3.3 | Apport du pré-conditionnement des données | 116 |
| 3.4 | Apport des hautes fréquences | 124 |
| 4 | Conclusion | 126 |
| 6 | Applications à des cas réels | 129 |
| 1 | Application de l'inversion des formes d'onde à des données réelles de proche surface : état de l'art | 129 |
| 1.1 | Construction du modèle initial | 129 |
| 1.2 | Estimation de l'ondelette source | 130 |
| 1.3 | Prétraitement des données | 130 |
| 2 | Détection d'une cavité maçonnée | 131 |

| | | |
|-----|---|------------|
| 2.1 | Présentation et études antérieures | 131 |
| 2.2 | Dispositif d'acquisition | 134 |
| 2.3 | Observations des données | 134 |
| 2.4 | Construction du modèle initial | 136 |
| 2.5 | Estimation du signal source | 142 |
| 2.6 | Prétraitements | 144 |
| 2.7 | Paramètres et résultats de l'inversion des formes d'ondes . . . | 145 |
| 2.8 | Bilan | 162 |
| 3 | Cas d'un glissement de terrain | 164 |
| 3.1 | Présentation | 164 |
| 3.2 | Dispositif d'acquisition et observation des données | 165 |
| 3.3 | Construction du modèle initial | 167 |
| 3.4 | Prétraitement et estimation de la source | 169 |
| 3.5 | Résultats de l'inversion des formes d'onde | 170 |
| 3.6 | Bilan | 177 |
| 4 | Conclusion | 179 |
| | Conclusions et perspectives | 181 |
| | Bibliographie | 185 |

Liste des tableaux

| | | |
|-----|---|----|
| 3.1 | Épaisseur des couches et vitesses des onde P et des ondes S pour le modèle de référence | 46 |
| 4.1 | Caractéristiques du modèle considéré. Les longueurs d'ondes λ_{V_s} et λ_{V_p} sont calculées par rapport à la fréquence centrale de la source égale à 60 Hz | 52 |
| 4.2 | Caractéristiques du modèle considéré. Les longueurs d'ondes λ_{V_s} et λ_{V_p} sont calculées par rapport à la fréquence centrale de la source égale à 60 Hz | 76 |
| 5.1 | Maximum and minimum velocity parameters for the landslide model. Maximum and minimum wavelenghtes are calculated with respect to to the lowest and highest inverted frequencies, respectively | 97 |
| 5.2 | Sequential inverted frequencies, frequency groups and damping coefficients considered for the landslide model | 98 |

Table des figures

| | | |
|------|--|----|
| 2.1 | Schéma de propagation des ondes P. La flèche bleue dénote la direction de propagation de l'onde | 10 |
| 2.2 | Schéma de propagation des ondes S. La flèche bleue dénote la direction de propagation de l'onde. Le mouvement s'effectue dans la direction perpendiculaire à la direction de propagation | 11 |
| 2.3 | Schéma de propagation des ondes de Rayleigh. La flèche bleue dénote la direction de propagation de l'onde. | 11 |
| 2.4 | Schéma de propagation des ondes de Love. La flèche bleue dénote la direction de propagation de l'onde | 12 |
| 2.5 | Composantes horizontales et verticales des déplacements pour une onde de Rayleigh dans un demi espace homogène. La composante horizontale s'annule à $z = h$. Le mouvement des particules est elliptique rétrograde pour $z < h$ et elliptique prograde pour $z > h$. Déplacements calculés avec le code de Lai (1998) | 14 |
| 2.6 | Exemples de courbes de dispersion des ondes de Rayleigh pour un milieu tabulaire | 15 |
| 2.7 | Exemple des déplacements en fonction de la profondeur pour les trois premiers modes de propagation des ondes de Rayleigh et pour une fréquence de 60 Hz. Les déplacements horizontaux sont représentés par des lignes noires et les verticaux par des pointillés rouges. Les courbes sont calculées avec le code de Lai (1998) | 15 |
| 2.8 | Schéma de la grille en quinconce du stencil de Virieux (1986) et celle partiellement en quinconce du stencil de Saenger et al. (2000) | 20 |
| 2.9 | Schéma de base de la diffraction pour un milieu à une dimension et un couple source récepteur. Modifié d'après Sirgue (2003) | 34 |
| 2.10 | Illustration du phénomène d'ambiguïté de phase. Lorsque le déphasage est inférieur à une demi période, l'algorithme ajuste correctement les phases. Dans le cas contraire, la phase est ajustée sur le mauvais cycle, d'où le phénomène de saut de phase (cycle-skipping) | 36 |
| 2.11 | Modèle numérique de Super-Sauze pour le paramètre V_s | 38 |
| 2.12 | Exemple de tir modélisé avec différentes valeurs de τ : (a) Pas d'amortissement (b) $\tau = 0.05s$. (c) $\tau = 0.025s$ (d) $\tau = 0.0125s$. Les amplitudes sont normalisées | 39 |

| | | |
|-----|---|----|
| 3.1 | Exemples de figures (ou diagrammes) de dispersion effective associées à trois configurations de modèles à trois couches. (a) Modèle de référence (b) Modèle avec une couche pentée (c) modèle avec une discontinuité latérale de vitesse. La vitesse moyenne (pour V_p et V_s) est la même pour les trois modèles. La ligne noire en pointillés représente la courbe de dispersion pointée dans le modèle de référence | 47 |
| 3.2 | Exemples de figures (ou diagrammes) de dispersion effective associées à des perturbations de 5% (a et b), 10% (c et d) et de 20% (e et f) de la vitesse V_s . La première colonne correspond des perturbations de la vitesse V_s de la première couche. La deuxième colonne correspond à des perturbations de la deuxième couche. La ligne noire en pointillés représente la courbe de dispersion pointée dans le modèle de référence | 48 |
| 4.1 | Composantes verticale ((a), (c) et (e)) et horizontale ((b), (d) et (f)) de la partie réelle du champ pour les fréquences respectives de 20 Hz, 60 Hz et 120 Hz. La source est située en surface à une distance de 76 m. L'interaction du champ d'onde propagé avec chacune des cavités diffère selon la longueur d'onde de propagation. Les lignes discontinues rouges rappellent les positions des deux cavités | 53 |
| 4.2 | Perturbations du champ induites par la présence des deux cavités pour les fréquences respectives de 20 Hz, 60 Hz et 120 Hz. La source est située en surface à une distance de 76 m | 54 |
| 4.3 | Sismogrammes à 60 Hz pour (a et b) un modèle homogène, (c et d) un modèle avec les deux cavités, (e et f) différences. La première colonne correspond à la composante horizontale et la deuxième à la composante verticale | 56 |
| 4.4 | Reconstruction de la vitesse V_p . (a) modèle vrai (b) modèle initial homogène (c) modèle après inversion de la première fréquence (d) modèle après inversion de 4 fréquences (e) modèle après inversion de six fréquences (f) modèle après inversion de huit fréquences | 57 |
| 4.5 | Reconstruction de la vitesse V_s . (a) modèle vrai (b) modèle initial homogène (c) modèle après inversion de la première fréquence (d) modèle après inversion de 4 fréquence (e) modèle après inversion de sept fréquences (f) modèle après inversion de neuf fréquences | 58 |
| 4.6 | Profils verticaux extraits (correspondant aux positions horizontales de 50 m et 100 m, respectivement) des modèles de vitesse V_p (a et c) et V_s (b et d) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées | 59 |
| 4.7 | Profils horizontaux extraits des modèles de vitesse V_p (a) et V_s (b) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées | 60 |

4.8 (a) et (b) : sismogrammes associés au modèle homogène. (c) et (d) : sismogrammes différentiels initiaux différences entre les sismogrammes du modèle initial et ceux du modèle vrai. (e) et (f) sismogrammes différentiels finaux (différences entre les sismogrammes du modèle final et ceux du modèle vrai. La colonne à gauche correspond à la composante horizontale, celle à droite à la composante verticale. Une même échelle est utilisée pour toutes les figures 61

4.9 Dispositifs d'acquisition testés. Les lignes bleues correspondent à la position des sources. Les rouges à celles des récepteurs. Le premier cas consiste à placer la ligne horizontale de récepteurs à une profondeur de 14m (lignes continues). Pour le deuxième cas, deux lignes (discontinues) de sources et de récepteurs sont ajoutées. A noter que les tirs selon la ligne continue (resp discontinue) sont enregistrées par les récepteurs selon la ligne continue (resp discontinue) 62

4.10 Profils verticaux extraits (correspondant aux positions horizontales de 50 m et 100 m, respectivement) des modèles de vitesse V_p (a et c) et V_s (b et d) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées pour une acquisition en transmission verticale. La ligne des récepteurs est placée à une profondeur de 14 m 63

4.11 Profils verticaux extraits (correspondant aux positions horizontales de 50 m et 100 m, respectivement) des modèles de vitesse V_p (a et c) et V_s (b et d) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées pour une acquisition en "double" transmission (horizontale et verticale 64

4.12 Profils verticaux extraits (correspondant aux positions horizontales de 50m (a et b) et 100m (c et d), respectivement) des modèles de vitesse V_p (a et c) et V_s (b et d). Les résultats finaux (même fréquence maximale inversée) après l'inversion de deux, quatre et huit fréquences comprises entre 20 Hz et 80 Hz sont représentés. 66

4.13 Profils horizontaux extraits, passant par le centre des deux cavités, des modèles de vitesse V_p (a) et V_s (b). Les résultats finaux (même fréquence maximale inversée) après l'inversion de deux, quatre et huit fréquences comprises entre 20 Hz et 80 Hz sont représentés 67

4.14 Evolution de la fonction coût pour l'inversion de la fréquence finale de 79.3 Hz après inversion séquentielle de deux, quatre et huit fréquences comprises entre 20 Hz et 80 Hz 67

4.15 Composantes verticale ((a), (b)) et horizontale ((c) et (d)) de la partie réelle du champ pour une fréquence de 60 Hz en utilisant la méthode du vide ((a) et (c)), et en utilisant les caractéristiques de l'air ((b) et (d)). La source est située en surface à une distance de 76m (rappelé par les flèches rouges. L'interaction du champ d'onde propagé avec les cavité diffère en fonction de la modélisation utilisée 69

4.16 Modèle V_p et V_s obtenus après inversion séquentielle de huit fréquences comprises entre 20 Hz et 80 Hz. Seuls les paramètres V_p et V_s sont inversés 70

| | | |
|------|--|----|
| 4.17 | Profils verticaux extraits des modèles de vitesse V_p (a) et V_s (b) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées. Seuls les paramètres V_p et V_s sont inversés | 70 |
| 4.18 | Profils horizontaux extraits des modèles de vitesse V_p (a) et V_s (b) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées. Seuls les paramètres V_p et V_s sont inversés | 71 |
| 4.19 | Reconstruction de la vitesse V_p . (a) modèle vrai (b) modèle initial homogène (c) modèle après inversion de la première fréquence (d) modèle après inversion de 4 fréquences (e) modèle après inversion de six fréquences (f) modèle après inversion de huit fréquences | 72 |
| 4.20 | Reconstruction de la vitesse V_s . (a) modèle vrai (b) modèle initial homogène (c) modèle après inversion de la première fréquence (d) modèle après inversion de 4 fréquences (e) modèle après inversion de six fréquences (f) modèle après inversion de huit fréquences | 73 |
| 4.21 | Profils verticaux extraits des modèles de vitesse V_p (a) et V_s (b) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées | 74 |
| 4.22 | Profils horizontaux extraits des modèles de vitesse V_p (a) et V_s (b) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées | 74 |
| 4.23 | (a) Modèle de densité final obtenu et (b) profil vertical (passant par la première cavité) montrant la reconstruction du paramètre densité pour quatre des huit fréquences inversées | 75 |
| 4.24 | (a) Modèle V_s vrai et modèle V_s initial (b) obtenu par lissage gaussien d'un modèle tabulaire (horizontal) avec une longueur de corrélation verticale de 5 m | 76 |
| 4.25 | Exemple des composantes horizontale (a) et verticale (b) d'un tir simulé dans le modèle vrai. (c et d) correspondent aux résidus initiaux pour les deux composantes | 78 |
| 4.26 | Chemin d'onde pour les composantes horizontale (a) et verticale (b) correspondant à la fréquence centrale de la source (60 Hz). Les flèches rouges donnent la position du couple source-récepteur considéré | 78 |
| 4.27 | Modèle finaux obtenus pour les paramètres V_p (a) et V_s (b) après inversion de dix fréquences comprises entre 12 Hz et 101 Hz | 79 |
| 4.28 | Profils verticaux extraits des modèles de vitesse V_p (a) et V_s (b) correspondant à la première, quatrième, septième et dixième fréquence inversée pour une position horizontale de 50 m | 79 |
| 4.29 | Résidus initiaux pour différents lissages du modèle initial tabulaire. (a, b) $\sigma = 4m$. (c, d) $\sigma = 6m$. (e, f) $\sigma = 8m$. Les première et deuxième colonnes correspondent aux résidus relatifs aux composantes horizontale et verticale, respectivement | 81 |
| 4.30 | Modèles finaux obtenus pour les paramètres V_p (a et c) et V_s (b et d) à partir d'un modèle initial tabulaire avec $\sigma = 4m$ (a et b) et $\sigma = 8m$ (c et d) | 82 |

4.31 Profils verticaux extraits (position horizontale de 50 m) des modèles de vitesse V_p (a, c et e) et V_s (b, d et e) correspondant au modèle vrai, modèle initial ($\sigma = 4m$, $\sigma = 6m$ et $\sigma = 8m$) et modèles finaux obtenus 83

4.32 Profils verticaux extraits (position horizontale de 50 m) des modèles de vitesse V_p (à gauche) et V_s (à droite) correspondant au modèle vrai, modèle initial et modèles finaux obtenus pour des différents coefficients de ϵ 84

5.1 (a) V_s true velocity model for the realistic landslide model. The grey dashed line and the black star correspond to the position of the extracted vertical profiles and the source position of shot gathers depicted in the following figures, respectively. (b) a zoom of the boxed area showing the mesh used for the realistic landslide model with the mixed DG P0-P1 method 99

5.2 Examples of horizontal (a) and vertical (b) synthetic shot gathers of the realistic landslide model. The shot position correspond to a lateral distance of 100m. Labels DP, RP and RPW correspond to Direct, Refracted and reflected P waves, respectively. Labels RW and RRW correspond to Rayleigh waves (fundamental mode) and Retro-propagated Rayleigh waves 100

5.3 Starting V_s model considered for the realistic landslide case 101

5.4 On the top : examples of horizontal (a) and vertical (b) synthetic shot gathers of the starting landslide model. On the bottom : examples of damped horizontal (c) and vertical (d) synthetic shot gathers of the starting landslide model ($\gamma = 20$). The shot position correspond to a lateral distance of 100m. Labels DP, RP and RPW correspond to Direct, Refracted and reflected P waves, respectively. Label RW correspond to Rayleigh waves (fundamental mode) 101

5.5 (a) The final V_s model and (b) the relative velocity error (ratio of the velocity error to the true velocity), obtained after sequential inversion of seven frequencies varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Both vertical and horizontal components are inverted. 102

5.6 Final V_p model obtained after sequential inversion of seven frequencies varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Both vertical and horizontal components are inverted 102

5.7 V_p (a) and V_s (a) parameter cross-sections extracted along a vertical line (which corresponds to the distance of 100m) obtained after sequential inversion of seven frequencies varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Profiles of the true model are plotted with solid black lines. The profiles of the starting and final models are plotted with grey dashed lines 103

5.8 (a) The final Vs model and (b) the relative velocity error (ratio of the velocity error to the true velocity), obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Both vertical and horizontal components are inverted. Significant velocity errors can be observed near the free surface 103

5.9 Final Vp model obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Both vertical and horizontal components are inverted 104

5.10 Vp (a) and Vs (b) parameter cross-sections extracted along a vertical line (which corresponds to the distance of 100m) obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Profiles of the true model are plotted with solid black lines. The profiles of the starting and final models are plotted with grey dashed lines. Comparison between (c) the vertical component of an initial differential seismogram (difference between data calculated with the true model and data calculated with the starting model) and (d) the vertical component of a final differential seismogram (difference between data calculated in the final model and data calculated with the true model) 105

5.11 (a) The final Vs model and (b) the relative velocity error (ratio of the velocity error to the true velocity), obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz. Five frequency per group are used in the inversion. Both horizontal and vertical components are considered 106

5.12 Final (a) Vs and (b) Vp models obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with the L-BFGS algorithm. Three frequencies per group are used in the inversion. Both horizontal and vertical components are considered.(c) Evolution of the L-BFGS and the PCG logarithm of the objective function with respect to the iteration number for the inversion of the first frequency group with three damping coefficients (see Table 2). 25 iterations are performed for each damping coefficients. The L-BFGS algorithm drastically accelerates the convergence level of the objective function 107

5.13 Vp (a) and Vs (b) parameter cross-sections extracted along a vertical line (which corresponds to the distance of 100m) obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Profiles of the true model are plotted with solid black lines. The profiles of the starting and final models are plotted with grey dashed lines 108

5.14 The vertical component of a final differential seismogram (difference between data calculated in the final model and data calculated in the true model) obtained after running the inversion with the L-BFGS algorithm. Amplitude residuals are strongly attenuated in comparison to those obtained with the PCG algorithm (Figure 10d) 108

| | | |
|------|---|-----|
| 5.15 | (a) Final Vs models and (b) relative velocity errors (ratio of the velocity error to the true velocity), obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Only the vertical ((a) and (b)) or the horizontal ((c) and (d)) data component is inverted | 109 |
| 5.16 | (a) The final Vs model and (b) the relative velocity error (ratio of the velocity error to the true velocity), obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Only the vertical component is inverted and a decimated acquisition is used | 110 |
| 5.17 | Vp (a, c) and Vs (b, d) parameter cross-sections extracted along a vertical line (which corresponds to the distance of 100m), obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Only the vertical component is inverted. Too levels of decimation are considered with a source sampling of 2m (a, b) and 4m (c, d). Profiles of the true model are plotted with solid black lines. The profiles of the starting and final models are plotted with grey dashed lines | 111 |
| 5.18 | Composante verticale (à gauche) et horizontale (à droite) de la partie réelle du champ à 21.3 Hz. Les figures (a) et (b) correspondent aux modèles vrais, (c) et (d) correspondent aux modèles initiaux et (e) et (f) aux différences entre les champs issus du modèle vrai et ceux issus du modèle initial. La flèche rouge donne la position de la source . . . | 112 |
| 5.19 | Composante verticale (à gauche) et horizontale (à droite) de la partie réelle du champ à 134.3 Hz. Les figures (a) et (b) correspondent aux modèles vrais, (c) et (d) correspondent aux modèles initiaux et (e) et (f) aux différences entre les champs issus du modèle vrai et ceux issus du modèle initial. La flèche rouge donne la position de la source . . . | 113 |
| 5.20 | Modèle de vitesse Vs avec une topographie lissée | 114 |
| 5.21 | Exemple des composantes horizontale (à gauche) et verticale (à droite) d'un tir dont la position latérale est 7 m. (a) et (b) avec la topographie réelle. (c) et (d) avec une topographie lissée. (e) et (f) représentent la différence entre les deux sismogrammes | 115 |
| 5.22 | Exemple des composantes horizontale (à gauche) et verticale (à droite) d'un tir dont la position latérale est 7 m. (a) et (b) avec une topographie réaliste et en utilisation une formulation faible de la condition de surface libre. (c) et (d) représentent la différence avec le même tir ou la condition de surface libre est implémentée | 116 |
| 5.23 | (a) Modèle Vs et (b) modèle Vp après inversion simultanée des sept fréquences. Les mêmes coefficients d'amortissement sont utilisées . . . | 117 |
| 5.24 | Exemple de tir modélisé (composante verticale) avec différentes valeurs de γ : (a) Pas d'amortissement (b) $\gamma = 20s^{-1}$. (c) $\gamma = 40s^{-1}$ (d) $\gamma = 80s^{-1}$. Les amplitudes sont normalisées pour chaque tir | 120 |

5.25 Modèles finaux obtenus pour les paramètres Vp (a) et Vs (b) après inversion de trois groupes de trois fréquences comprises entre 21.3 Hz et 134.3 Hz (tableau 5.2). Trois coefficients d'amortissement sont utilisés ($\gamma = 80$, $\gamma = 40$, et $\gamma = 20$). Les données montrent de faibles mises à jours par rapport au modèle initial. De forts artefacts apparaissent en surface pour le paramètre Vs (zone encadrée en rouge) 121

5.26 Profils verticaux extraits pour les deux paramètres Vp (a) et Vs (b) (correspondant à une distance of 100 m) obtenus après inversion de trois groupes de trois fréquences comprises entre 21.3 Hz et 134.3 Hz (tableau 5.2). Trois coefficients d'amortissement sont utilisés ($\gamma = 80$, $\gamma = 40$, et $\gamma = 20$) 121

5.27 Modèles finaux obtenus pour le paramètre Vs après inversion de trois groupes de trois fréquences comprises entre 21.3 Hz et 134.3 Hz (tableau 5.2). Un seul coefficient d'amortissement est utilisé. (a) $\gamma = 20$. (b) $\gamma = 80$. Les différences entre les mises à jours sont significatives . 122

5.28 Modèles (a) Vs et (b) Vp obtenus après l'inversion simultanée des trois groupes de fréquences amorties comprises entre 21.3 Hz et 134.3 Hz (tableau 5.2). Une pondération croissante des données avec le déport a été appliquée. Les composantes verticales et horizontales sont inversées 123

5.29 Profils verticaux extraits pour les paramètres (a) Vp et (b) Vs (correspondant à une distance of 100 m) obtenus après inversion de trois groupes de trois fréquences amorties comprises entre 21.3 Hz et 134.3 Hz (tableau 5.2) 123

5.30 Modèle Vs final obtenu après inversion de quatre groupes de fréquences (les trois premiers groupes sont définis dans le tableau 5.1. Le quatrième groupe comporte les fréquences de 134.3 Hz, 164.8 Hz et 195.3 Hz) avec les coefficients d'amortissement de 20,5 et 1.5. Les composantes verticales et horizontales sont inversées. (a) Inversion avec la méthode du gradient conjuguée. (b) avec la méthode L-BFGS 124

5.31 Profils verticaux extraits pour le paramètre Vs (correspondant à une distance of 100m) après inversion de quatre groupes de fréquences (les trois premiers groupes sont définis dans le tableau 5.1. Le quatrième groupe comporte les fréquences de 134.3 Hz, 164.8 Hz et 195.3 Hz) avec les coefficients d'amortissement (pour ce groupe) de $20 s^{-1}$, $5 s^{-1}$ et $1.5 s^{-1}$. (a) inversion avec la méthode du gradient conjugué. (b) avec la méthode L-BFGS 124

5.32 Modèle Vp final obtenu après inversion de quatre groupes de fréquences (les trois premiers groupes sont définis dans le tableau 5.1. Le quatrième groupe comporte les fréquences de 134.3 Hz, 164.8 Hz et 195.3 Hz) avec les coefficients d'amortissement de $20 s^{-1}$, $5 s^{-1}$ et $1.5 s^{-1}$. Les composantes verticales et horizontales sont inversées. (a) Inversion avec la méthode des gradients conjugués. (b) avec la méthode L-BFGS 125

| | | |
|------|---|-----|
| 5.33 | Profils verticaux extraits pour le paramètre V_p (correspondant à une distance of 100m) inversion de quatre groupes de fréquences (les trois premiers groupes sont définis dans le tableau 5.1. Le quatrième groupe comporte les fréquences de 134.3 Hz, 164.8 Hz et 195.3 Hz) avec les coefficients d'amortissement de 20, 5 et 1.5. (a) inversion avec la méthode du gradient conjugué. (b) avec la méthode L-BFGS. L'apport de la méthode L-BFGS est clairement visible sur la couche dont la vitesse vraie (ligne continue noire) est de 1600 m/s | 125 |
| 6.1 | (a) Photo du site de Jargeau (45) et de l'implantation du dispositif d'acquisition utilisé (b) Partie apparente de cavité maçonnée | 132 |
| 6.2 | (a) Profil en récepteur commun sur le site de Jargeau (45) après l'application d'une correction DLMO (b) Profil en profondeur des données après sommation en récepteur commun et convolution par un signal sweep. Les deux figures sont extraites de l'article de Leparoux et al. (2000) | 133 |
| 6.3 | Schéma du dispositif d'acquisition utilisé | 135 |
| 6.4 | Sismogrammes enregistrés pour trois différentes positions de la source sismique. (a) Tir n°1. (b) Tir n°24. (c) Tir n°48 | 136 |
| 6.5 | Sismogrammes enregistrés après normalisation pour trois différentes positions de la source sismique. Une forte atténuation de l'amplitude de l'onde P réfractée est observée (zones entourées en rouge). Les zones entourées en bleu correspondent à une forte diffraction de l'onde de surface | 137 |
| 6.6 | Spectres de fréquences pour les tirs (a) n°1, (b) n°24, (c), n°48. L'énergie décroît d'une manière significative avec le déport | 138 |
| 6.7 | Collection des traces pour un déport commun de 3.5 m. (a) Données brutes. (b) Données après corrections statiques de source | 139 |
| 6.8 | (a) Meilleur modèle de vitesse obtenu par la tomographie des premiers temps d'arrivée. (b) Temps d'arrivées correspondant aux données observées (en rouge) et ceux calculées (en bleu) pour le tir n°1. Même chose pour le tir n°48 | 139 |
| 6.9 | Diagrammes de dispersion pour les tirs (a) n°1, (b) n°24 et (c) n°48. Les hautes fréquences permettent d'estimer une vitesse S de la couche superficielle autour de 200 m/s | 141 |
| 6.10 | (a) Modèle V_s issu de l'analyse de dispersion des ondes de surface obtenu par juxtaposition des profils 1D résultant de l'inversion des courbes de dispersion pour chaque tir. (b) Modèle de résolution des vitesses. La méthode MASW permet de bien résoudre que la partie superficielle du milieu (profondeur inférieure à 7 m) | 142 |
| 6.11 | Sismogrammes obtenus pour différents lissages d'un modèle à trois couches (a) Sans lissage. (b) Lissage avec une longueur de corrélation de 1 m. (c) Lissage avec une longueur de corrélation de 2 m. (c) Lissage avec une longueur de corrélation de 4 m | 143 |
| 6.12 | Modèles de vitesses initiaux retenus pour les paramètres (a) V_p et (b) V_s | 144 |
| 6.13 | Ondelette normalisée moyenne estimée à partir des données réelles | 144 |

6.14 Modèles de vitesses vrais (en haut) et initiaux, correspondant au modèle vrai sans inclusion (deuxième ligne) pour les paramètres V_p (à gauche) et V_s (à droite). Les résultats de l'inversion pour une fréquence de 45.2 Hz et 114.7 Hz sont présentés en troisième et quatrième ligne, respectivement. Une anomalie rapide est clairement visible sur les résultats de l'inversion du paramètre V_s 147

6.15 Profils verticaux ((a) et (b)) à $x = 30$ m et horizontaux ((c) et (d)) à $z = 3$ m extraits pour les paramètres V_p ((a) et (c)) et V_s ((b) et (d))- Cas d'une inclusion rigide 148

6.16 Modèles de vitesses vrais (en haut) et initiaux (deuxième ligne) pour les paramètres V_p (à gauche) et V_s (à droite). Les résultats de l'inversion pour une fréquence de 45.2 Hz et 114.7 Hz sont présentés en troisième et quatrième ligne, respectivement. L'inversion montre une anomalie de faible vitesse pour le paramètre V_s 149

6.17 Profils verticaux ((a) et (b)) à $x = 30$ m et horizontaux ((c) et (d)) à $z = 3$ m extraits pour les paramètres V_p ((a) et (c)) et V_s ((b) et (d)). Une anomalie à faible vitesse apparaît pour le paramètre V_s . . . 150

6.18 Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion séquentielle de 8 fréquences comprises entre 17 et 115 Hz. Aucune correction n'est appliquée pour prendre en compte les effets de l'atténuation. L'algorithme converge vers un minimum local 151

6.19 Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion séquentielle de 8 fréquences comprises entre 5 et 115 Hz. Une anomalie de faible vitesse partiellement résolue est visible pour le paramètre V_s 153

6.20 Profils verticaux extraits pour une position horizontale $x = 30$ m. (a) V_p . (b) V_s 154

6.21 Profils horizontaux extraits pour des profondeurs de 3 m (en haut) et 7.5 m (en bas). (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s . 154

6.22 Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion séquentielle de 8 fréquences comprises entre 5 et 115 Hz. La source sismique est inversée. Une zone de faible vitesse est clairement visible pour le paramètre V_s 155

6.23 Profils verticaux extraits pour une position horizontale $x = 30$ m. (a) V_p . (b) V_s 156

6.24 Profils horizontaux extraits pour des profondeurs de 3 m (en haut) et 7.5 m (en bas). (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s . 156

6.25 Evolution de la fonction coût en fonction des fréquences inversées . . 157

6.26 Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion séquentielle de 8 fréquences comprises entre 5 et 115 Hz. Le modèle V_s montre une anomalie avec une faible vitesse et pauvre résolution horizontale 158

6.27 Profils verticaux extraits pour une position horizontale $x = 30$ m. (a) V_p . (b) V_s 159

6.28 Profils horizontaux extraits pour des profondeurs de 3 m (en haut) et 7.5 m (en bas). (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s . 159

| | | |
|------|--|-----|
| 6.29 | Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion séquentielle de 8 fréquences comprises entre 5 et 115 Hz, avec pondération des dépôts lointains | 160 |
| 6.30 | Profils verticaux extraits pour une position horizontale $x = 30$ m. (a) V_p . (b) V_s . Les dépôts lointains sont pondérés | 161 |
| 6.31 | Profils horizontaux extraits pour des profondeurs de 3 m (en haut) et 7.5 m (en bas). (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s . Les dépôts lointains sont pondérés | 161 |
| 6.32 | Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion séquentielle de 8 fréquences comprises entre 5 et 115 Hz avec un facteur de qualité constant égal à 25 | 162 |
| 6.33 | Profils verticaux extraits pour une position horizontale $x = 30$ m. (a) V_p . (b) V_s | 163 |
| 6.34 | Profils horizontaux extraits pour des profondeurs de 3 m (en haut) et 7.5 m (en bas). (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s | 163 |
| 6.35 | (a) Glissement de terrain de Super-Sauze (Grandjean & Bitri, 2006) avec la position du profil sismique. (b) Photo d'ensemble du site de Super-Sauze montrant le transect d'étude. (c) Exemples d'accumulation de débris hétérogènes dans une ravine (Grandjean et al., 2006). (d) Fractures superficielles observées au niveau de la surface. (e) Structure interne et géométrie au niveau des transects B et C (Malet et al., 2003) | 166 |
| 6.36 | Exemples de sismogrammes bruts correspondant aux tirs n°1 (a) et n°10 (c). Les figures (b) et (d) montrent les mêmes tirs après normalisation trace à trace. Les ondes P réfractées (P) et les ondes de Rayleigh (Ra) sont très affectées par les variations latérales de vitesses. Plusieurs traces montrent un faible rapport signal sur bruit | 167 |
| 6.37 | (a) Modèle de vitesse V_p obtenu par tomographie des premiers temps d'arrivée. (b) Modèle de résolution pour le paramètre V_p . Les encadrés représentent les zones où le rapport V_p/V_s a été estimé | 168 |
| 6.38 | (a et b) Exemples de diagrammes de dispersion obtenus en considérant tous les dépôts des tirs n°1 et n°11. (c) Modèle de vitesse V_s obtenu par la méthode 2M-SASW (Grandjean & Bitri, 2006). (d) Modèle de résolution pour le paramètre V_s . Les encadrés représentent les zones où le rapport V_p/V_s a été estimé | 169 |
| 6.39 | Ondelette normalisée moyenne estimée à partir des données réelles | 170 |
| 6.40 | Modèles de vitesses initiaux pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s . Les traits en pointillés rouges montrent les profils verticaux et horizontaux extraits. La position des sources et des récepteurs dans le modèle est représenté respectivement par les étoiles rouges et les triangles noirs | 172 |
| 6.41 | Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion séquentielle de 9 fréquences comprises entre 5 et 37 Hz. La source sismique est inversée pour chaque tir. L'inverse converge vers un minimum local | 173 |
| 6.42 | Profils verticaux (a et b) et horizontaux (c et d) extraits pour le paramètre V_p (a et c) et V_s (b et d) | 174 |

6.43 Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion par groupes de fréquences comprises entre 5 et 37 Hz. La source sismique est inversée pour chaque tir. Les artefacts observés dans les résultats de l'inversion séquentielle ont significativement diminué. (c) Evolution de la fonction coût pour chaque groupe inversé 175

6.44 Profils verticaux (a et b) et horizontaux (c et d) extraits. (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s 176

6.45 Profils verticaux (a et b) et horizontaux (c et d) extraits. (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s 176

6.46 Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion par groupes de fréquences comprises entre 5 et 37 Hz. La géométrie du substratum proposée par Malet et al. (2003) (transect B) est représentée par la ligne rouge en pointillés. La source sismique est inversée pour chaque tir. (c) Evolution de la fonction coût pour chaque groupe inversé 177

6.47 Profils verticaux à $x=238$ m (a et b) et à $x=238$ m (c et d) extraits. (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s 178

6.48 Profils horizontaux extraits pour $z=68$ m. (a) : paramètre V_p . (b) : paramètre V_s 178

Chapitre 1

Introduction Générale

1 Généralités

La reconnaissance du sous sol présente de nos jours des enjeux humains, économiques et environnementaux de première importance. Elle fait appel à des moyens se rapportant à des échelles d'investigation très différentes allant de l'échelle de la croûte terrestre à celle des premiers mètres, voire les premiers centimètres de la proche surface. Cette reconnaissance nécessite, en fonction de l'objectif visé, l'identification d'un ensemble de propriétés faisant appel à plusieurs techniques d'auscultation. Parmi les différentes classes de méthodes utilisées figurent les méthodes de prospection géophysique. Ces méthodes non destructives permettent de produire une image du sous sol (1D, 2D, 3D ou même 4D) à partir d'un ensemble de mesures indirectes, réalisées en surface ou dans un forage, d'une ou de plusieurs propriétés physiques.

D'une manière générale, une imagerie quantitative est une image des paramètres caractérisant le milieu. Pour le sous sol, les paramètres utilisés pour décrire les propriétés physiques et mécaniques des sols sont de nature très variée. L'identification des paramètres à imager dépend du type (géologique, géotechnique, hydrologique,...) ainsi que de l'objectif de l'étude (domaine pétrolier, applications liées au génie civil, applications environnementales).

Les méthodes sismiques, nées de l'étude des tremblements de terre, représentent une des branches les plus importantes de la géophysique appliquée. Sous l'effet d'une excitation sismique (explosion, camion vibreur, coup de marteau), le sous sol subit des déformations qui dépendent des propriétés physiques des différentes roches qui le constituent. Les échos enregistrés par des capteurs, en surface ou dans un puits, portent ainsi l'empreinte des milieux qu'ils traversent. Parmi les principaux paramètres sismiques qui caractérisent la propagation et le déplacement induit de ces ondes figurent la vitesse de propagation des ondes de compression et de cisaillement, la densité de la roche (ou masse volumique), le module d'incompressibilité (produit de la densité et de la vitesse au carré des ondes de compression) et l'impédance (produit de la densité et de la vitesse). Ces paramètres ne sont pas complètement indépendants. Par exemple, sous l'hypothèse d'un milieu élastique isotrope, trois de ces paramètres suffisent pour caractériser le milieu.

Ces méthodes s'intéressent en particulier à l'étude des variations des vitesses de propagation de l'onde sismique dans le sous sol, variations qui sont en relation avec la dureté, le degré de consolidation et la saturation du milieu. Ainsi, il est possible de distinguer la roche compacte du terrain meuble, la roche compacte de la roche altérée ou fracturée, le niveau de la nappe phréatique, etc. Ces informations sont très importantes et peuvent être utilisées par exemple, selon l'échelle de la prospection, pour localiser les réservoirs d'hydrocarbures, détecter des zones de pollution ou imager des objets enfouis en proche surface.

Les vitesses de propagation caractérisent les ondes mécaniques qui se propagent en profondeur (ondes de volume) ou le long de la surface libre (ondes de surface). Les ondes de volume sont décomposées en ondes de compression ou primaires (ondes P) et ondes de cisaillement ou secondaires (ondes S). Pour les ondes de surface, on peut distinguer les ondes de Love et les ondes de Rayleigh. La propagation de chaque type d'onde dépend du milieu et engendre un déplacement spécifique du sol caractérisé par une vitesse de propagation qui lui est associée.

L'exploitation des méthodes sismiques en prospection pétrolière, conjuguée à l'essor de l'informatique, a été un facteur déterminant dans les développements spectaculaires qu'elles ont connues au cours du siècle dernier (Sheriff & Geldart, 1995). Plusieurs ouvrages de référence traitent en détail des différentes techniques utilisées dans le domaine industriel pour l'imagerie et la migration sismique (Claerbout, 1976, 1985 ; Yilmaz, 1987 ; Scales, 1995 ; Robein, 1999).

2 Particularités de la subsurface et limitations des méthodes conventionnelles

La subsurface est formée par les premiers mètres du sous sol. Il s'agit d'un milieu complexe, atténuant et souvent très hétérogène dans lequel les ondes sismiques peuvent être piégées, diffractées, réfléchies, réfractées, converties, Les ondes de surface, considérées comme du bruit et éliminées dans le cadre de la prospection pétrolière dominent le signal sismique enregistré. Les faibles dépôts souvent disponibles en subsurface font que ces ondes se trouvent mélangées aux ondes de volume que l'on cherche traditionnellement à exploiter.

L'utilisation des méthodes sismiques dans le cadre de la proche surface nécessite donc de les adapter à ce contexte particulier. Les méthodes actuelles les plus utilisées sont la sismique réfraction, la tomographie des premiers temps d'arrivée et l'analyse spectrale des ondes de surface (Spectral Analysis of Surface Waves, SASW). Plusieurs exemples d'applications pour des problématiques liées à la proche surface comme la détection de cavités souterraines ou la caractérisation des glissements de terrain sont cités dans la littérature.

Ces méthodes classiques présentent toutefois de sérieuses limitations qui sont

principalement liées au fait qu'elles n'exploitent qu'une partie de l'information fournie par les enregistrements sismiques : la tomographie des premiers temps d'arrivée et la SASW n'exploitant respectivement que les temps d'arrivée des ondes P et la dispersion des ondes de surface. Ces limitations se traduisent par des résolutions insuffisantes des paramètres imagés et des profondeurs d'investigation souvent limitées. De plus, l'une et l'autre amènent une connaissance du milieu se traduisant par une estimation séparée des vitesses des ondes V_p et V_s . L'utilisation d'une méthode sismique plus complète, exploitant tout le champ d'onde pour caractériser le milieu apparaît donc comme une alternative intéressante, permettant d'exploiter le maximum d'information contenue dans les enregistrements sismiques et d'estimer les vitesses V_p et V_s de façon conjointe avec des performances supérieures en terme de résolution.

3 L'inversion des formes d'onde sismique

Dans ce contexte, l'inversion des formes d'onde sismique se présente comme une méthode quantitative d'imagerie très prometteuse permettant, à partir de l'exploitation de toute l'information contenue dans le champ d'onde, d'obtenir une image du sous sol avec une performance nettement supérieure à celle fournie par les autres méthodes utilisées séparément. Cette méthode, dont le développement a été ralenti au début des années 80 par les limitations des moyens de calculs, connaît actuellement un essor prodigieux en suscitant un intérêt de plus en plus croissant de la communauté scientifique. A ce jour, la plupart des applications de cette méthode relèvent surtout du domaine de la recherche pétrolière. La majorité des applications sur des données réelles ou expérimentales, présentes dans la littérature, se basent sur l'approximation acoustique ou visco-acoustique (Pratt & Shipp, 1999 ; Operto et al., 2004). Cette approximation exploitant les ondes de compression, nécessite un effort de prétraitement conséquent (Ravaut et al., 2004 ; Brenders & Pratt, 2007b), notamment pour ne pas prendre en compte les effets des ondes de surface.

L'utilisation de l'approximation élastique offre la possibilité d'exploiter toute l'information contenue dans les ondes de volumes (réfléchies, réfractées, converties) et les ondes de surface pour reconstruire les paramètres V_p et V_s du milieu. Des travaux de recherche dans ce sens ont été initiés par Gélis (2005). L'application de cette méthode, à des échelles pétrolières, sur des données synthétiques, a montré des résultats très encourageants (Brossier, 2009a). L'adaptation de l'inversion des formes d'onde sismique au contexte particulier de la proche surface est loin d'être évidente. Ce milieu présente en effet des caractéristiques différentes de celles pour lesquelles la méthode a été initialement développée.

4 Applications en subsurface

4.1 La détection de cavité

La présence de cavités souterraines naturelles (liées par exemple aux karsts) ou creusées par l'homme (carrières, caves, sapes de guerre, marnières ...) constitue un facteur de prédisposition aux mouvements de terrains en surface. En effet, l'effondrement du toit d'une cavité ou la rupture de piliers dans le cas d'anciennes carrières abandonnées conduit à la propagation d'un vide vers la surface. Des accidents ou incidents se produisent régulièrement, en particulier dans les zones urbanisées ou à leur périphérie, engendrant parfois des dommages importants. La plupart des régions françaises recèlent des cavités souterraines. La base de données nationale des cavités souterraines dénombre environ 86000 cavités réparties essentiellement dans une cinquantaine de départements.

La localisation, la reconnaissance géomécanique et l'auscultation de ces cavités représentent par conséquent un enjeu important afin d'alimenter ces bases de données et de prévenir le risque d'effondrement. Les techniques géophysiques, dont les méthodes sismiques, peuvent intervenir dans ce cadre à plusieurs stades pour fournir une vision plus ou moins précise de la structure du sous sol.

4.2 L'imagerie des glissements de terrain

Un glissement de terrain est un déplacement généralement lent (variant de quelques millimètres par an à quelques mètres par jour) sur une pente et le long d'une surface de rupture d'une masse de terrain, de volume et d'épaisseur variables. Les conditions d'apparition de ces mouvements peuvent être reliées à la nature et à la structure des terrains au niveau du substratum (présence de roche, degré de fracturation, présence de lentille d'argile) où des formations superficielles (colluvions, marnes altérées, etc). Elles peuvent également être engendrées par des facteurs d'origine naturelle (pluie, gel-dégel) ou anthropique (travaux, déboisement). Les mouvements induits peuvent provoquer des dégâts importants, allant jusqu'à la ruine complète des constructions.

Dans ce contexte d'application, les méthodes sismiques viennent souvent en appui à d'autres méthodes utilisées pour la reconstruction de la structure interne et la géométrie du glissement.

5 Objectif et plan de travail

L'objectif de cette thèse consiste à évaluer, à travers une étude numérique reproduisant les conditions particulières de la proche surface, le potentiel ainsi que les limitations de l'inversion des formes d'onde sismique, dans le cadre de l'approximation élastique 2D, pour des applications de subsurface. Nous testerons cette méthode dans les domaines thématiques de la détection de cavités souterraines et la caractérisation des glissements de terrain. A cause de sa complexité, cet objectif a été décliné en plusieurs tâches, portant chacune sur le traitement d'un problème scientifique

précis ; elles introduisent un degré de complexité croissant dans la compréhension du problème général. Le travail présenté ci-après comporte six chapitres, dont trois présentent les résultats obtenus pour chacune de ces parties.

Le chapitre 2 de cette thèse est dédié aux aspects théoriques liés à la modélisation et l'inversion élastique des formes d'onde sismique en deux dimensions. Nous y proposons un rappel sur la propagation des ondes sismiques en milieu élastique en insistant en particulier sur les ondes de surface. Nous décrivons les spécificités de la résolution du problème direct par la méthode des éléments finis Galerkin discontinus. Nous abordons ensuite les aspects théoriques de la résolution du problème inverse. Nous terminons ce chapitre par une discussion des techniques utilisées pour mieux conditionner le problème inverse.

Dans le chapitre 3, nous présentons un état de l'art des méthodes utilisées pour la définition d'un modèle initial nécessaire pour l'inversion linéarisée des formes d'onde sismique. Cet état de l'art inclut la présentation de méthodes innovantes mais aussi plus classiques, utilisées en subsurface comme l'inversion des temps des premières arrivées et l'analyse spectrale des ondes de surface. Nous discuterons en particulier des limitations de ces deux méthodes dans l'objectif de constituer le meilleur modèle initial.

Le chapitre 4 présente une étude numérique réalisée sur des modèles simples pour évaluer les performances de l'inversion par forme d'ondes élastiques. Cette étude a pour but de mettre en évidence l'impact de certains paramètres utilisés dans le processus d'inversion sur l'efficacité de la méthode, c'est à dire sur la qualité des images reconstruites. Nous traitons deux configurations particulières, la première se rapporte à la caractérisation d'hétérogénéités locales. La deuxième concerne l'imagerie de milieux stratifiés et latéralement hétérogènes.

Le chapitre 5 est dédié a une étude numérique effectuée sur un modèle réaliste de glissement de terrain présentant de forts contrastes de vitesses et une topographie complexe. Nous mettons en évidence le rôle déterminant de la régularisation de l'inversion pour converger vers le minimum global du problème et l'apport de la méthode L-BFGS. Nous analysons également l'impact d'une décimation du dispositif l'acquisition sur les résultats de l'inversion. Dans une deuxième partie, nous présentons une étude complémentaire où nous nous intéressons à l'effet de la topographie et au choix des paramètres de conditionnement de l'inversion. Nous évaluons également l'apport des hautes fréquences.

Dans le chapitre 6, nous appliquons la méthode à deux cas réels. Le premier concerne la détection d'une cavité alors que le deuxième traite le cas d'un glissement de terrain. Nous détaillerons les différentes options de prétraitement, essentielles pour prendre en charge les données réelles, et analyserons la pertinence des résultats obtenus.

Chapitre 2

Théorie de la modélisation et de l'inversion sismique

Ce chapitre présente un état de l'art sur les méthodes de modélisation du signal sismique - problème direct - et sur les techniques d'inversion des données sismiques en vue de reconstruire les modèles de vitesse - problème inverse. En partant de l'équation générale des ondes se propageant dans un milieu élastique, nous présentons les solutions de cette équation qui caractérisent les ondes de volume et les ondes de surface. Les techniques de modélisation numériques, dont celles utilisées dans la suite de ce travail, sont ensuite passées en revue. L'inversion sismique est finalement abordée dans le cadre des méthodes de type gradient conjugué et de quasi-Newton où l'estimation du gradient et du Hessien de la fonction coût constitue un verrou. En effet, il sera montré par la suite que les performances de ces méthodes dépendent d'un compromis entre l'optimisation de ce calcul et la qualité de la reconstruction.

1 Modélisation de la propagation des ondes sismiques

1.1 Equations générales

1.1.1 Relation contraintes-déplacements

Nous nous plaçons dans un référentiel fixe de l'espace et du temps où chaque point matériel est positionné par ces coordonnées dans un repère cartésien. Le déplacement de ce point entre deux instants t_0 et t peut être défini par un vecteur déplacement $\mathbf{u} = (x - x_0, y - y_0, z - z_0)^t$. Considérons un élément de volume V fermé soumis à des forces extérieures volumiques \mathbf{f}_v et surfaciques \mathbf{f}_s . Le principe de la conservation de la quantité de mouvement permet d'écrire :

$$\int_V \rho \frac{\delta^2 \mathbf{u}}{\delta t^2} = \int_V \mathbf{f}_v dV + \int_{\delta S} \mathbf{f}_s dS \quad (2.1)$$

où ρ désigne la masse volumique, \mathbf{u} le vecteur déplacement d'une particule, $\delta^2 \mathbf{u} / \delta t^2$ son accélération, V le volume du système et S la surface délimitant le volume V . Cette force surfacique \mathbf{f}_s peut s'exprimer en fonction d'un tenseur symétrique de second ordre appelé \mathbf{T} , exprimant une force agissant sur une surface (dimension

d'une pression) de vecteur normal \mathbf{n} , par la relation :

$$\mathbf{f}_s = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} \quad (2.2)$$

Cette relation permet d'exprimer le troisième terme de l'équation (2.1) comme une intégrale volumique, en utilisant le théorème de la divergence :

$$\int_{\delta S} \mathbf{f}_s dS = \int_{\delta S} \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} dS = \int_{\delta V} \nabla \cdot \mathbf{T} dV \quad (2.3)$$

Les trois termes de l'équation (2.1), valables pour tout volume élémentaire, sont ainsi constitués par des intégrales volumiques. En notant par $t_i = \sigma_{ij}n_j$ la i^{me} composante de la force de traction s'exerçant sur la j^{me} direction de l'espace, nous pouvons écrire :

$$\rho \frac{\delta^2 u_i}{\delta t^2} = F_i + \delta_j \sigma_{ij} \quad (2.4)$$

où δ_j dénote la dérivée partielle selon la j^{me} direction de l'espace.

1.1.2 Relation déformations-déplacements

Intéressons nous maintenant à la déformation d'un corps physique. En mécanique des milieux continus, on considère qu'il y a déformation lorsque deux points distants initialement de L sont distants de $L + \delta L$, où $\delta L \neq 0$, suite à l'application d'une contrainte. Sous l'hypothèse des petites perturbations (faibles rotations et déplacements autour d'une position d'équilibre), le tenseur symétrique E des déformations peut être défini en notation tensorielle par :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta u_i}{\delta x_j} + \frac{\delta u_j}{\delta x_i} \right) = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.5)$$

Nous notons que les petits déplacements induits par une source sismique justifient l'application de l'hypothèse des petites perturbations.

1.1.3 Relation déformations-contraintes

Une loi de comportement permet de relier le tenseur des déformations au tenseur des contraintes. A chaque catégorie de milieu (élastique, visco-élastique, plastique,..) correspond un type de loi. La loi la plus simple est celle de l'élasticité linéaire (loi de Hooke généralisée). Elle consiste à exprimer la relation entre le tenseur des contraintes T et celui des déformation E , qui, rappelons le, sont des tenseurs de second ordre, soit :

$$\mathbf{T} = \mathbf{C} : \mathbf{E} \quad (2.6)$$

où \mathbf{C} est le tenseur d'ordre 4 d'élasticité linéaire. L'équation (2.6) peut s'écrire sous forme tensorielle selon :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (2.7)$$

D'une manière générale, un tenseur d'ordre 4 possède $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ composantes. Pour des raisons de symétrie et en absence de sollicitations thermiques, nous avons : $C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{klij}$. Ainsi, le tenseur de rigidité possède dans le cas le plus général d'anisotropie 21 composantes indépendantes. Dans le cas particulier d'un milieu linéaire élastique isotrope (les propriétés du milieu ne dépendant pas de la direction), les propriétés de symétrie réduisent le nombre de composantes indépendantes à 2 composantes qui sont les paramètres (scalaires, réels) de Lamé λ et μ (μ est parfois appelé module de rigidité ou module de cisaillement). Le tenseur \mathbf{C} peut alors s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{pmatrix}$$

$$\text{avec} \begin{cases} c_{11} = \lambda + 2\mu \\ c_{12} = \lambda \\ c_{44} = \mu = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}) \end{cases}$$

La relation contrainte-déformation peut alors s'écrire :

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \epsilon_{kk} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (2.8)$$

où $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$ et $\delta_{ij} = 0$ sinon. Dans le cas d'une propagation en 2 dimensions, et par combinaison des équations (2.4, 2.5 et 2.8), nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 u_x(\mathbf{x}, t)}{\delta t^2} &= \frac{\delta \sigma_{xx}(\mathbf{x}, t)}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_{xz}(\mathbf{x}, t)}{\delta z} + F_x(\mathbf{x}, t) \\ \frac{\delta^2 u_z(\mathbf{x}, t)}{\delta t^2} &= \frac{\delta \sigma_{xz}(\mathbf{x}, t)}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_{zz}(\mathbf{x}, t)}{\delta z} + F_z(\mathbf{x}, t) \\ \sigma_{xx}(\mathbf{x}, t) &= (\lambda(\mathbf{x}) + 2\mu(\mathbf{x})) \frac{\delta u_x(\mathbf{x}, t)}{\delta x} + \lambda(\mathbf{x}) \frac{\delta u_z(\mathbf{x}, t)}{\delta z} \\ \sigma_{zz}(\mathbf{x}, t) &= (\lambda(\mathbf{x}) + 2\mu(\mathbf{x})) \frac{\delta u_z(\mathbf{x}, t)}{\delta z} + \lambda(\mathbf{x}) \frac{\delta u_x(\mathbf{x}, t)}{\delta x} \\ \sigma_{xz}(\mathbf{x}, t) &= \mu(\mathbf{x}) \left(\frac{\delta u_x(\mathbf{x}, t)}{\delta z} + \frac{\delta u_z(\mathbf{x}, t)}{\delta x} \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

où les paramètres $\lambda(\mathbf{x})$, $\mu(\mathbf{x})$ et $\rho(\mathbf{x})$ qui dépendent de l'espace peuvent être considérés invariants dans le temps. De plus, leurs dérivées par rapport à x et z peuvent être considérées comme négligeables devant celles des déplacements. D'après Aki & Richards (2002) et Ben-Menahem & Singh (2000), la détermination des composantes

du vecteur déplacement revient à résoudre le système :

$$\begin{aligned}\nabla^2\phi &= \frac{1}{V_p^2} \frac{\delta^2\Phi}{\delta t^2} \\ \nabla^2\Psi &= \frac{1}{V_s^2} \frac{\delta^2\Psi}{\delta t^2}\end{aligned}\tag{2.10}$$

où Φ et Ψ sont reliés aux composantes du vecteur déplacement par les relations :

$$\begin{aligned}u_x &= \frac{\delta\Phi}{\delta x} + \frac{\delta\Psi}{\delta z} \\ u_z &= \frac{\delta\Phi}{\delta z} - \frac{\delta\Psi}{\delta x}\end{aligned}\tag{2.11}$$

L'équation (2.10) fait apparaître deux constantes V_p et V_s qui correspondent aux vitesses de propagation respectives des ondes P et des ondes S constituant les deux types d'ondes de volume. Ces deux vitesses peuvent être exprimées en fonction des paramètres de Lamé par :

$$\begin{aligned}V_p &= \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \\ V_s &= \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}\end{aligned}\tag{2.12}$$

1.2 Les ondes de volume

1.2.1 Les ondes de compression

Elles sont appelées également ondes primaires (car elles arrivent les premières aux récepteurs) ou longitudinales ou de dilatation ou irrotationnelles. Leur passage induit un déplacement du sol qui se fait par dilatation et compression successives, parallèlement à la direction de propagation de l'onde.

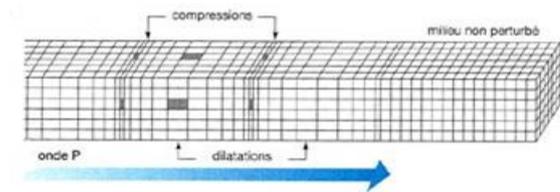


FIGURE 2.1 – Schéma de propagation des ondes P. La flèche bleue dénote la direction de propagation de l'onde

1.2.2 Les ondes de cisaillement

Elles sont appelées également ondes secondaires ou ondes de cisaillement. Elles induisent un mouvement perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde et ne se propagent pas dans les milieux liquides. Étant donné que les paramètres de

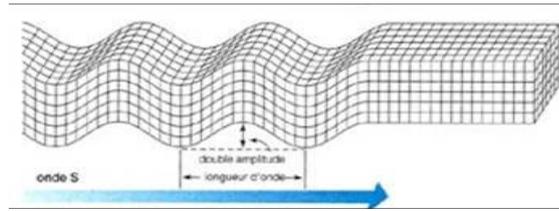


FIGURE 2.2 – Schéma de propagation des ondes S. La flèche bleue dénote la direction de propagation de l'onde. Le mouvement s'effectue dans la direction perpendiculaire à la direction de propagation

Lamé sont positifs et d'après (2.12) nous avons $V_p > V_s$ et :

$$\frac{V_s^2}{V_p^2} = \frac{\mu}{\lambda + 2\mu} = \frac{\frac{1}{2} - \nu}{1 - \nu} \quad (2.13)$$

où ν désigne le coefficient de Poisson. Lorsque ν varie de 0.5 à 0, le rapport V_s/V_p croît de 0 jusqu'à sa valeur maximale égale à $1/\sqrt{2}$. Ceci veut dire que la vitesse des ondes S varie de 0 (cas des fluides) jusqu'à 70% de celle des ondes P.

1.3 Les ondes de surface

1.3.1 Propagation des ondes de surface

Ces ondes prennent naissance lorsqu'une interface sépare deux milieux de propriétés élastiques différentes (Sheriff & Geldart, 1995). Elles se propagent moins rapidement que les ondes de volume mais avec une amplitude généralement beaucoup plus importante. Lorsque cette discontinuité est une surface libre, par exemple à la surface de la terre (considérée comme une surface libre en raison des forts contrastes de densité et de paramètres élastiques entre l'air et le sol), on peut distinguer :

- Les ondes de Rayleigh qui sont polarisées dans un plan perpendiculaire à la surface libre et qui induisent un déplacement du sol à la fois horizontal et vertical, elliptique (figure 2.3) ;
- Les ondes de Love qui induisent un déplacement en cisaillement horizontal, perpendiculaire à la direction de propagation et parallèle à la surface libre (figure 2.4).

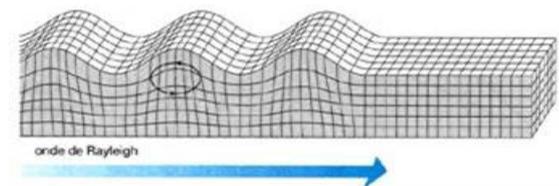


FIGURE 2.3 – Schéma de propagation des ondes de Rayleigh. La flèche bleue dénote la direction de propagation de l'onde.

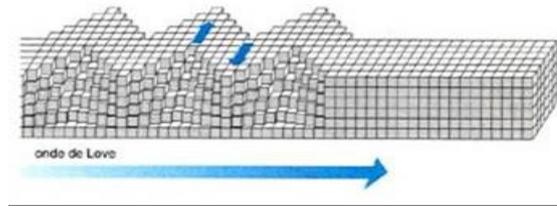


FIGURE 2.4 – Schéma de propagation des ondes de Love. La flèche bleue dénote la direction de propagation de l'onde

D'autres types d'ondes, faisant parti des ondes "guidées", peuvent exister en présence de géométries particulières. Parmi ces ondes figurent celles de Stoneley, qui se propagent le long d'une interface séparant deux milieux semi-infinis. L'onde de Scholte se propage dans le cas d'une interface séparant un milieu liquide et un milieu solide et peut être utilisée en prospection sous-marine (Mouton, 2000). Les ondes de Lamb, guidées par une plaque dans l'air, sont également étudiées dans le cadre de la reconnaissance des matériaux du génie civil (Rydèn et al., 2004).

Ces ondes de surface sont très énergétiques. En effet, elles constituent environ 2/3 de l'énergie émise par une source sismique en milieu homogène (Miller & Pursey, 1955). Leur énergie, qui obéit à une loi d'atténuation en $1/r$ alors qu'elle est en $1/r^2$ pour les ondes de volume, fait en sorte qu'elles s'atténuent moins rapidement. Elles sont aussi à l'origine des forts mouvements en surface induits par un tremblement de terre et par conséquent responsables des dégâts les plus importants. Les propriétés du milieu (lithologiques, topographiques) dans lequel elles se propagent peuvent être à l'origine de fortes amplifications des mouvements du sol qui doivent être prises en compte dans le cadre des études de quantification du risque sismique.

Dans la section qui suit, nous nous intéressons au cas particulier des ondes de Rayleigh, susceptibles de se propager dans un milieu à deux dimensions situé dans un plan vertical, et limité en surface par une topographie.

1.3.2 Cas particulier des ondes de Rayleigh

1.3.2.1 Cas d'un milieu homogène Considérons un demi espace infini défini par un plan (Oxz) où la surface libre est localisée à $z = 0$ et l'axe z est orienté positivement vers le bas. L'expression des potentiels Φ et Ψ d'une onde de Rayleigh se propageant selon l'axe des x vérifie les relations :

$$\begin{aligned}\Phi &= Ae^{-mkz} e^{ik(x-V_r t)} \\ \Psi &= Be^{-nkz} e^{ik(x-V_r t)}\end{aligned}\tag{2.14}$$

où m et n désignent deux constantes réelles positives assurant la décroissance de l'amplitude de l'onde en s'éloignant de la surface. V_r désigne la vitesse de propagation de l'onde de Rayleigh et k le nombre d'onde. Le remplacement de ces potentiels dans

les équations d'onde conduit aux relations (Sheriff et Geldart, 1995) :

$$\begin{aligned} m^2 &= \left(1 - \frac{V_r^2}{V_p^2}\right) \\ n^2 &= \left(1 - \frac{V_r^2}{V_s^2}\right) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Nous avons donc $V_r < V_s < V_p$. L'application de la condition de surface libre ($\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = 0$ pour $z = 0$) nous permet d'aboutir à un système de deux équations à deux inconnues A et B qui s'écrit :

$$\begin{aligned} (2V_s^2 - V_r^2)A + 2inV_s^2B &= 0 \\ -2imA + (n^2 + 1)B &= 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Ce qui permet d'aboutir, en remplaçant les valeurs de m et n par leurs expressions respectives à l'équation :

$$V_r^6 - 8V_s^2V_r^4 + (24 - 16\frac{V_s^2}{V_p^2})V_s^4V_r^2 + 16(\frac{V_s^2}{V_p^2} - 1)V_s^6 = 0 \quad (2.17)$$

La détermination d'une racine qui permet de trouver la vitesse des ondes de Rayleigh nécessite de connaître le rapport V_s/V_p (à partir par exemple du coefficient de Poisson donné par la relation (2.13)). De plus, et en vertu du théorème des valeurs intermédiaires, on peut démontrer que l'équation (2.16) admet alors une racine réelle donnant la vitesse des ondes de Rayleigh. A titre d'exemple, en considérant une valeur du coefficient de Poisson $\nu = 0.25$, la solution de l'équation (2.16) vérifiant $V_r < V_s$ est donnée par $V_r = 2(1 - \frac{1}{\sqrt{3}})V_s^2 \simeq 0.919V_s$.

Nous notons que dans ce contexte, Viktorov (1965) propose une approximation de la solution de l'équation (2.16) à partir de la vitesse V_s par la relation :

$$V_r = \frac{1.12\nu + 0.87}{1 + \nu}V_s \quad (2.18)$$

La figure 2.5 montre un exemple des composantes verticales et horizontales des déplacements induits par une onde de Rayleigh dans un demi espace homogène. En fonction de la profondeur, le mouvement elliptique des particules peut être rétrograde ou prograde.

1.3.2.2 Cas d'un milieu tabulaire semi infini Aki & Richards (2002) montrent que pour ce cas particulier, la détermination des contraintes et des déplacements revient à résoudre le problème à valeurs propres linéaires défini par :

$$\frac{\delta \mathbf{f}(z)}{\delta z} = \mathbf{A}(z) \cdot \mathbf{f}(z) \quad (2.19)$$

où \mathbf{f} est un vecteur formé par deux fonctions propres des déplacements et deux fonctions propres des contraintes, et A est une matrice 4x4 qui dépend de $\lambda(z)$, $\nu(z)$, $k(w)$ et de la fréquence d'excitation w . En appliquant les conditions aux limites adaptées (annulation des contraintes à la surface libre et annulation des contraintes

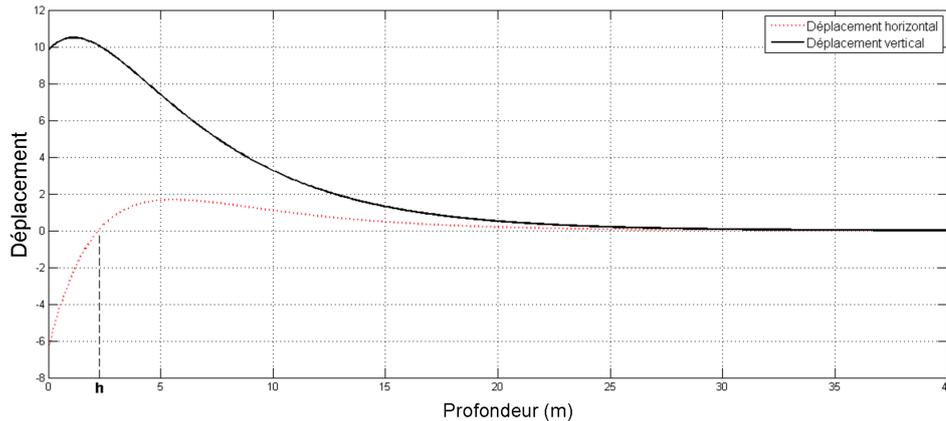


FIGURE 2.5 – Composantes horizontales et verticales des déplacements pour une onde de Rayleigh dans un demi espace homogène. La composante horizontale s’annule à $z = h$. Le mouvement des particules est elliptique rétrograde pour $z < h$ et elliptique prograde pour $z > h$. Déplacements calculés avec le code de Lai (1998)

et des déplacements à l’infini), une solution non triviale de l’équation (2.19) existe uniquement pour des valeurs particulières du nombre d’onde $k_i = k_i(w)$, ($i = 1, N$) où N correspond au nombre de modes de propagation pour une fréquence donnée (Lai, 1998). Cette relation entre nombre d’onde et fréquence est à la base de ce qu’on appelle "l’équation séculaire de Rayleigh" qui peut s’écrire sous une forme implicite selon :

$$F_R[\lambda(z), \nu(z), \rho(z), k_i, w] = 0 \quad (2.20)$$

où F_R est une fonction complexe. Cette équation, appelée aussi équation de dispersion, dépend des paramètres de Lamé, de la densité, du nombre d’onde et de la fréquence d’excitation. D’un point de vue physique, l’existence de ces différents modes de propagation pour une fréquence donnée peut être attribuée aux interférences constructives qui peuvent exister entre les différentes composantes de l’onde.

Il existe différentes méthodes pour résoudre cette équation pour un milieu tabulaire. D’une manière générale, il est possible de distinguer deux classes ; la première se base sur la méthode des matrices de propagation (Kennett, 1983 ; Thomson, 1950 ; Haskell, 1953) tandis que la deuxième méthode utilise les coefficients de réflexion et de transmission (Kennett, 1974 ; Hisada, 1994a, 1994b). Le point commun entre ces deux méthodes est leur validité pour des modèles stratifiés (variations discontinues des propriétés du milieu). Une alternative à ces deux classes consiste à utiliser les méthodes numériques (différences finies, éléments spectraux, la méthode BEM, intégration numérique), qui peuvent elles être appliquées à des milieux dont les propriétés varient d’une manière continue en fonction de la profondeur.

La figure (2.6) est un exemple montrant les courbes de dispersion des ondes de Rayleigh pour le cas d’un milieu tabulaire à trois couches en utilisant la méthode

des coefficients de réflexion et de transmission de Hisada (1994b). Le mode 1 correspond à ce qu'on appelle le mode fondamental et les autres modes sont les modes supérieurs. Cet exemple montre bien que pour une fréquence donnée, il est possible d'avoir différents modes de propagation des ondes de Rayleigh qui sont en fait des solutions vérifiant l'équation (2.20). Cette propriété est à la base des méthodes d'analyse spectrale des ondes de surface (SASW). Nous détaillerons cette méthode dans le chapitre 3. D'une manière générale, les modes supérieurs se propagent à des vitesses supérieures à celles du mode fondamental. Rappelons dans ce cadre que pour le cas d'un milieu homogène, seul le mode fondamental se propage. Lorsque le milieu devient plus complexe, ces modes supérieurs peuvent exister en étant même plus énergétiques que le mode fondamental. Ils peuvent même se superposer au mode fondamental rendant l'interprétation directe des diagrammes de dispersion extrêmement difficile (Socco & Strobbia, 2004).

La figure (2.7) est un exemple des déplacements (horizontaux et verticaux) induits

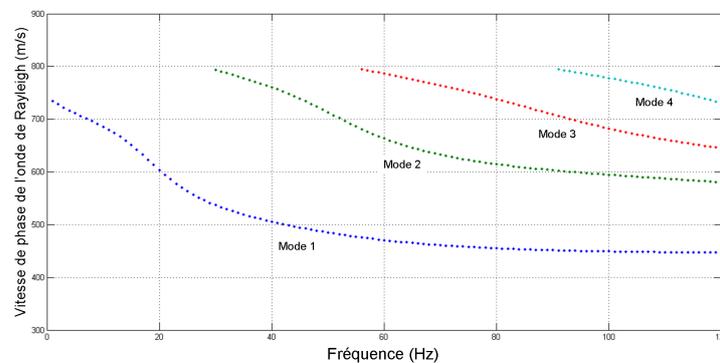


FIGURE 2.6 – Exemples de courbes de dispersion des ondes de Rayleigh pour un milieu tabulaire

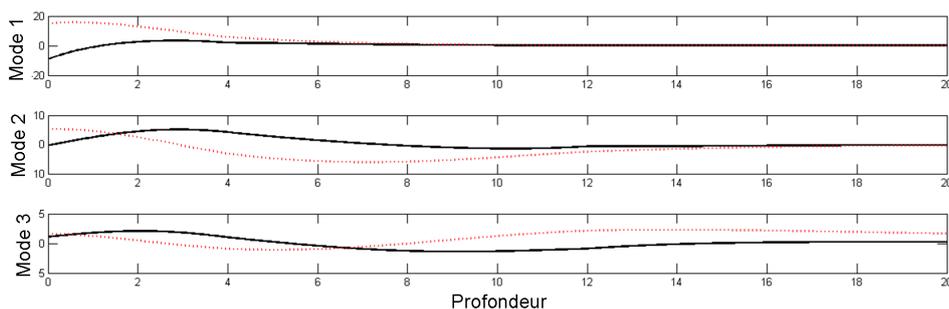


FIGURE 2.7 – Exemple des déplacements en fonction de la profondeur pour les trois premiers modes de propagation des ondes de Rayleigh et pour une fréquence de 60 Hz. Les déplacements horizontaux sont représentés par des lignes noires et les verticaux par des pointillés rouges. Les courbes sont calculées avec le code de Lai (1998)

par des ondes de Rayleigh en fonction de la profondeur pour les trois premiers modes

de la figure (2.6). Elle montre bien qu'à chaque mode correspond une propagation ainsi qu'une profondeur de pénétration particulière des ondes de Rayleigh. De plus, cette profondeur de pénétration dépend de la longueur d'onde ; les hautes fréquences (i.e., les petites longueurs d'ondes) se propagent dans les premières couches. Leurs vitesses de propagation dépend ainsi des propriétés des formations superficielles. Les basses fréquences (i.e., les grandes longueurs d'ondes) se propagent jusqu'à des profondeurs plus importantes et sont par conséquent influencées par les propriétés des milieux qu'elles traversent. Cette dépendance fréquence-vitesse de phase est appelée dispersion géométrique, une des caractéristiques principales des ondes de Rayleigh.

1.4 Formulations temporelle et fréquentielle

Reprenons le système d'équation (2.9). Ce système décrit la propagation des ondes sismiques dans un milieu à deux dimensions (x, z) . En notant par $v_x(\mathbf{x}, t) = \delta u_x(\mathbf{x}, t)/\delta t$ et $v_z(\mathbf{x}, t) = \delta u_z(\mathbf{x}, t)/\delta t$ les vitesses de déplacement selon chaque direction, nous pouvons écrire le système (2.9) sous la forme d'un système hyperbolique d'ordre 1 en temps :

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta v_x(\mathbf{x}, t)}{\delta t} &= \frac{1}{\rho(\mathbf{x})} \left[\frac{\delta \sigma_{xx}(\mathbf{x}, t)}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_{xz}(\mathbf{x}, t)}{\delta z} \right] + f_x(\mathbf{x}, t) \\
 \frac{\delta v_z(\mathbf{x}, t)}{\delta t} &= \frac{1}{\rho(\mathbf{x})} \left[\frac{\delta \sigma_{xz}(\mathbf{x}, t)}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_{zz}(\mathbf{x}, t)}{\delta z} \right] + f_z(\mathbf{x}, t) \\
 \frac{\delta \sigma_{xx}(\mathbf{x}, t)}{\delta t} &= (\lambda(\mathbf{x}) + 2\mu(\mathbf{x})) \frac{\delta v_x(\mathbf{x}, t)}{\delta x} + \lambda(\mathbf{x}) \frac{\delta v_z(\mathbf{x}, t)}{\delta z} \\
 \frac{\delta \sigma_{zz}(\mathbf{x}, t)}{\delta t} &= (\lambda(\mathbf{x}) + 2\mu(\mathbf{x})) \frac{\delta v_z(\mathbf{x}, t)}{\delta z} + \lambda(\mathbf{x}) \frac{\delta v_x(\mathbf{x}, t)}{\delta x} \\
 \frac{\delta \sigma_{xz}(\mathbf{x}, t)}{\delta t} &= \mu(\mathbf{x}) \left(\frac{\delta v_x(\mathbf{x}, t)}{\delta z} + \frac{\delta v_z(\mathbf{x}, t)}{\delta x} \right)
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

où $f_i(\mathbf{x}, t) = F_i(\mathbf{x}, t)/\rho(\mathbf{x})$ avec $\rho > 0$. Il est possible de substituer les champs de contraintes dans (2.21) par leurs expressions respectives, de manière à éliminer les contraintes et n'exprimer les champs de vitesses v_x et v_z qu'en fonction des paramètres $\lambda(\mathbf{x})$, $\mu(\mathbf{x})$ et $\rho(\mathbf{x})$. En dérivant les deux premières équations du système (2.21) en fonction du temps et en injectant les expressions des dérivées temporelles des contraintes, nous pouvons écrire ce système sous la forme d'équations hyperboliques d'ordre 2 selon :

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta^2 v_x(\mathbf{x}, t)}{\delta t^2} &= \frac{1}{\rho(\mathbf{x})} \left[\frac{\delta}{\delta x} \left\{ (\lambda(\mathbf{x}) + 2\mu(\mathbf{x})) \frac{\delta v_x(\mathbf{x}, t)}{\delta x} + \lambda(\mathbf{x}) \frac{\delta v_z(\mathbf{x}, t)}{\delta z} \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\delta}{\delta z} \left\{ \mu(\mathbf{x}) \left(\frac{\delta v_x(\mathbf{x}, t)}{\delta z} + \frac{\delta v_z(\mathbf{x}, t)}{\delta x} \right) \right\} \right] + f_x(\mathbf{x}, t) \\
 \frac{\delta^2 v_z(\mathbf{x}, t)}{\delta t^2} &= \frac{1}{\rho(\mathbf{x})} \left[\frac{\delta}{\delta x} \left\{ \mu(\mathbf{x}) \left(\frac{\delta v_x(\mathbf{x}, t)}{\delta z} + \frac{\delta v_z(\mathbf{x}, t)}{\delta x} \right) \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\delta}{\delta z} \left\{ (\lambda(\mathbf{x}) + 2\mu(\mathbf{x})) \frac{\delta v_z(\mathbf{x}, t)}{\delta z} + \lambda(\mathbf{x}) \frac{\delta v_x(\mathbf{x}, t)}{\delta x} \right\} \right] + f_z(\mathbf{x}, t)
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

En appliquant une transformée de Fourier aux deux systèmes d'équations précédents, nous pouvons écrire le système (2.21) :

$$\begin{aligned}
 -\iota\omega v_x &= \frac{1}{\rho(\mathbf{x})} \left[\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right] + f_x(\mathbf{x}, w) \\
 -\iota\omega v_z &= \frac{1}{\rho(\mathbf{x})} \left[\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right] + f_z(\mathbf{x}, w) \\
 -\iota\omega \sigma_{xx} &= (\lambda(\mathbf{x}) + 2\mu(\mathbf{x})) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda(\mathbf{x}) \frac{\partial v_z}{\partial z} \\
 -\iota\omega \sigma_{zz} &= \lambda(\mathbf{x}) \frac{\partial v_x}{\partial x} + (\lambda(\mathbf{x}) + 2\mu(\mathbf{x})) \frac{\partial v_z}{\partial z} \\
 -\iota\omega \sigma_{xz} &= \mu(\mathbf{x}) \left[\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right]
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

et le système (2.22) :

$$\begin{aligned}
 -\iota\omega^2 v_x(\mathbf{x}, w) &= \frac{1}{\rho(\mathbf{x})} \left[\frac{\delta}{\delta x} \left\{ (\lambda(\mathbf{x}) + 2\mu(\mathbf{x})) \frac{\delta v_x(\mathbf{x}, w)}{\delta x} + \lambda(\mathbf{x}) \frac{\delta v_z(\mathbf{x}, w)}{\delta z} \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\delta}{\delta z} \left\{ \mu(\mathbf{x}) \left(\frac{\delta v_x(\mathbf{x}, w)}{\delta z} + \frac{\delta v_z(\mathbf{x}, w)}{\delta x} \right) \right\} \right] + f_x(\mathbf{x}, w) \\
 -\iota\omega^2 v_z(\mathbf{x}, w) &= \frac{1}{\rho(\mathbf{x})} \left[\frac{\delta}{\delta x} \left\{ \mu(\mathbf{x}) \left(\frac{\delta v_x(\mathbf{x}, w)}{\delta z} + \frac{\delta v_z(\mathbf{x}, w)}{\delta x} \right) \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\delta}{\delta z} \left\{ (\lambda(\mathbf{x}) + 2\mu(\mathbf{x})) \frac{\delta v_z(\mathbf{x}, w)}{\delta z} + \lambda(\mathbf{x}) \frac{\delta v_x(\mathbf{x}, w)}{\delta x} \right\} \right] + f_z(\mathbf{x}, w)
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

où w désigne la pulsation angulaire en (rad/s). La transformée de Fourier d'un signal temporel suit la convention :

$$\hat{f}(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-\iota\omega t} dt \tag{2.25}$$

1.5 Discrétisation numérique

Différentes méthodes de modélisation numérique ont été développées durant les dernières décennies afin de résoudre le système décrivant la propagation des ondes élastiques. Les méthodes intégrales, comme la méthode de réflectivité (Fuchs & Müller, 1971) ou celle des nombres d'ondes discrets (Bouchon & Aki, 1977), ont été utilisées pour résoudre le système d'équation analytiquement ou d'une manière semi-analytique. Elles permettent de fournir des solutions très précises mais sont limitées à des cas très simples. Les méthodes asymptotiques comme l'approche par tracé de rais (Červený et al., 1977; Červený, 2001) se basent sur l'approximation asymptotique d'une solution exacte de l'équation d'onde matérialisée sous la forme d'une série de rais. L'approche la plus courante consiste à ne garder que les termes de premier ordre après avoir inséré cette solution dans l'équation d'onde, conduisant ainsi à une approximation haute fréquence. Deux équations distinctes sont alors utilisées : l'équation Eikonale pour les temps d'arrivée et l'équation de transport pour les amplitudes. Pour que les résultats soient valides, cette approximation nécessite

que la longueur d'onde dominante associée aux données sismiques soit significativement inférieure à la dimension de toute hétérogénéité du milieu dans lequel elle se propage. Cette méthode offre une certaine flexibilité car elle permet de choisir le type d'interaction onde-milieu, transmission ou réflexion, à prendre en compte au niveau de la propagation, ce qui offre la possibilité d'analyser et d'identifier les différentes arrivées. Toutefois, l'approximation haute fréquence peut conduire à des erreurs dans l'estimation des amplitudes. Le domaine de validité de cette méthode est restreint à des modèles lisses ou faiblement hétérogènes. D'après Červený & Soares (1992), il faut que le modèle soit suffisamment lisse pour être dans les limites du volume de Fresnel autour de chaque rai. Cette méthode ne constitue par conséquent pas une méthode appropriée pour la modélisation (et donc pour l'imagerie) de milieux fortement hétérogènes.

1.5.1 Les différences finies

La méthode des différences finies est la méthode la plus utilisée en sismologie ainsi qu'en exploration pétrolière. Elle consiste à discrétiser le milieu à l'aide d'une grille et à remplacer les dérivées partielles par des opérateurs d'interpolation calculés en un nombre fini de points discrets ou noeuds du maillage. Rappelons dans ce cadre que pour une fonction à une seule variable $u(x)$ de classe \mathcal{C}^∞ , le développement en série de Taylor à l'ordre 1 de u en un point $x + \Delta x$ où Δx est petit s'écrit :

$$u(x + \Delta x) = u(x) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x}(x) + \mathcal{O}(\Delta x) \quad (2.26)$$

En notant par u_i la valeur discrète de $u(x)$ au point x_i et $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=x_i} = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i$ la dérivée de $u(x)$ au noeud x_i , il est possible de définir le schéma d'ordre 1 pour approximer la dérivée première de u :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (2.27)$$

L'utilisation des différences finies pour la discrétisation de l'équation de propagation de l'onde sismique date de quelques décennies (Alford et al., 1974 ; Kelly et al., 1976 ; Boore, 1972 ; Virieux, 1986 ; Marfurt, 1984 ; Levander, 1988). Un état de l'art des développements historiques des différents schémas numériques en différences finies utilisés pour la modélisation de la propagation des ondes sismiques est proposé par Mozco et al. (2007b).

L'utilisation des grilles en quinconce (Virieux, 1984 ; Virieux, 1986) a permis de surmonter les problèmes de stabilité et de précision rencontrés avec les grilles conventionnelles. Chaque composante de la vitesse et du tenseur de contrainte est définie dans une position de la grille, à l'exception des contraintes normales définies dans la même position. De plus, les contraintes et les vitesses sont calculées avec un décalage de $dt/2$ où dt correspond au pas de discrétisation temporel. La condition de stabilité établie par Virieux (1986) pour la propagation des ondes P-SV est indépendante du coefficient du Poisson, ce qui n'est pas le cas pour les grilles conventionnelles, qui ne sont pas en quinconce (Jo et al., 1996). Cette propriété a fait de la maille

en quinconce une méthode de choix pour la modélisation par différences finies de la propagation des ondes sismiques. Levander (1988) a utilisé par la suite la même grille en appliquant une approximation d'ordre 4 en espace pour le schéma P-SV et (Robertsson et al., 1994) pour le cas viscoélastique en utilisant une formulation vitesse-contrainte de premier ordre.

Saenger et al. (2000) ont introduit plus récemment les grilles en quinconce tournées. Dans ce stencil, les dérivées spatiales sont tournées de 45° par rapport au repère cartésien d'origine. Dans ce schéma, les composantes de la vitesse sont définies dans un même point de la grille. Les trois composantes du tenseur contrainte sont définies dans un autre point comme le montre la Figure 2.8 (d'où l'appellation grille partiellement en quinconce). D'après Saenger et al. (2000), la stabilité de ce schéma est, tout comme le schéma de Virieux, indépendante du coefficient de Poisson. Pour conserver la même dispersion numérique sans changer le pas de temps, il faut alors multiplier le nombre de points par longueur d'onde par un facteur de $\sqrt{2}$ (Gélis, 2005).

Plusieurs auteurs se sont intéressés à la prise en compte de la condition de surface libre, pour des topographies simples ou complexes, par différences finies. En différences finies, la topographie est approximée par des marches d'escalier ce qui peut engendrer des diffractions parasites lorsque le milieu n'est pas finement discrétisé. La condition de surface libre exige la nullité de la traction $\sigma_{xz} = \sigma_{zz} = 0$ au niveau de la surface. Pour les grilles en quinconce par exemple, cette condition ne peut pas être satisfaite directement car les composantes σ_{xz} et σ_{zz} ne sont pas définies à la même position de la grille. Une alternative pour résoudre ce problème consiste à utiliser la méthode des images (Graves, 1996) pour annuler une de ces deux composantes exactement au niveau de la surface libre. Cette méthode a été généralisée par Robertsson (1996) afin de pouvoir l'appliquer pour des topographies complexes en identifiant pour le cas 2D sept combinaisons typiques.

Une deuxième approche consiste à modéliser la topographie sous forme d'une condition aux limites implicite en utilisant la formulation ou la méthode du vide (Vacuum formulation) (Graves, 1996) qui considère les vitesses dans l'air comme nulles et utilise une faible valeur non nulle de la densité de l'air (afin d'éviter la division par un nombre nul au niveau du schéma numérique). Cette méthode a été validée numériquement avec un stencil d'ordre 2 en espace (Saenger et al., 2000 ; Saenger & Bohlen, 2004). Plus récemment, Bohlen & Saenger (2006b) ont montré qu'une discrétisation d'au moins 60 points par longueur d'onde minimum (relative à la vitesse minimale de l'onde S pour le cas élastique) est nécessaire avec le stencil de Saenger (2000), pour assurer une modélisation précise de l'onde de Rayleigh. Les erreurs observées en utilisant le stencil de Virieux (1986) exigent une discrétisation plus fine. Cette contrainte entraîne un coût de calcul prohibitif en particulier pour des applications de proche surface où les premiers mètres du milieu sont en général caractérisés par de faibles vitesses sismiques.

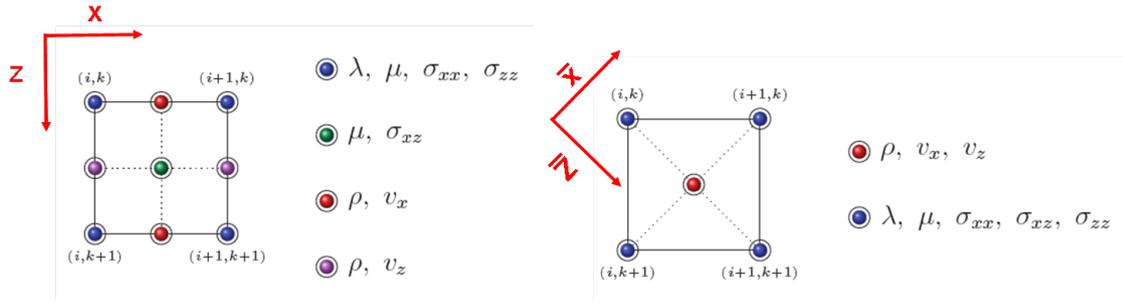


FIGURE 2.8 – Schéma de la grille en quinconce du stencil de Virieux (1986) et celle partiellement en quinconce du stencil de Saenger et al. (2000)

1.5.2 Les éléments finis

Cette méthode nécessite une transformation du problème à résoudre en un problème équivalent correspondant à la mise sous forme variationnelle (Zienkiewicz et al., 2005) du système différentiel, équivalent en général à une forme de minimisation de l'énergie. Dans cette formulation, le problème est posé dans un espace de dimension infini. La méthode des éléments finis consiste à poser un problème analogue en dimension finie où la solution est approximée sur une base de fonctions tests (formulation faible), généralement polynomiales, dont les coefficients (degrés de libertés) sont définis sur les noeuds d'un ensemble d'éléments géométriques constituant le maillage du domaine. Cette méthode est particulièrement bien adaptée, à travers l'utilisation des maillages non structurés, au traitement des géométries complexes. La méthode des éléments finis "classique" suppose que la solution approchée est continue à travers les interfaces des éléments. Cette condition n'est pas vérifiée pour les méthodes discontinues. L'application des éléments finis pour la résolution du système d'équations élastodynamique a fait l'objet de plusieurs publications (Marfurt, 1984 ; Bielak et al., 2003 ; Yoshimura et al., 2003 ; Ma & Liu, 2006).

1.5.3 Les méthodes spectrales

La méthode pseudo-spectrale (SEM) fût introduite par Patera (1984) dans le domaine de la mécanique des fluides et a connu un grand essor en sismologie. L'application de cette méthode pour la propagation élastique des ondes sismique en 2D et en 3D (Seriani & Pirlo, 1994 ; Komatitsch & Vilotte, 1998 ; Komatitsch & Tromp ; 1999) a démontré des avantages par rapport aux méthodes classiques pour les problèmes globaux de propagation d'ondes sismiques. L'idée fondamentale de la méthode consiste à combiner les avantages des méthodes spectrales avec ceux des éléments finis.

1.5.4 Galerkin discontinus

Cette méthode, appelée aussi méthode hybride ou mixte, combine les caractéristiques des éléments finis et le cadre des volumes finis. La solution est approximée au niveau de chaque élément sur une base de fonctions polynomiales (comme la méthode des éléments finis) tandis que les termes de convection entre les éléments

sont résolus en utilisant les flux numériques (à la manière des méthodes de volumes finis). Cette méthode a été d'abord proposée et analysée dans le début des années 70 par Reed & Hill (1973) pour résoudre numériquement l'équation hyperbolique du transport des neutrons. Elle a été par la suite utilisée pour résoudre les problèmes de Stokes et de Navier-Stokes (Cockburn et al., 2000 ; Cockburn & Shu, 2001) ainsi que les équations de l'électromagnétique (Remaki, 2000). L'utilisation de cette méthode pour modéliser la propagation des ondes sismiques est récente et date de quelques années (Dumbser & Kaser, 2006 ; Dumbser et al., 2007 ; Kaser & Dumbser, 2006, 2007 ; Kaser et al., 2008 ; de la Puente et al., 2007 ; de la Puente et al., 2008 ; Brossier et al., 2008 ; Brossier, 2009a).

La méthode Galerkin discontinus offre une grande flexibilité pour la constitution du maillage qui n'a plus à être conforme. L'intersection de deux éléments voisins peut être soit un noeud, soit un segment (dans le cas bidimensionnel) appartenant à au moins l'une des deux mailles. La représentation de la solution au niveau de chaque élément est indépendante de celle des autres éléments (les champs sont calculés de manière discontinue), avec une inter-communication au niveau des cellules adjacentes (éléments qui partagent un segment commun) (Brossier, 2009b).

Dans la section qui suit, nous allons reprendre les principales étapes de la discrétisation par éléments finis Galerkin discontinus dans le domaine fréquentiel utilisée dans le cadre des travaux de cette thèse. Ces développements de basent sur ceux décrits par Ben-Jemaa et al. (2009) dans le domaine temporel et adaptés par Brossier et al. (2008) au domaine fréquentiel.

1.5.5 Modélisation P-SV par la méthode Galerkin discontinus

Reprenons le système (2.23) de premier ordre décrivant la propagation des ondes sismiques dans le domaine fréquentiel. Afin de développer une formulation pseudo-conservative permettant l'intégration sur des volumes de contrôle (des surfaces pour notre cas 2D), nous posons $T_1 = (\sigma_{xx}(\mathbf{x}, w) + \sigma_{zz}(\mathbf{x}, w))/2$, $T_2 = (\sigma_{xx}(\mathbf{x}, w) - \sigma_{zz}(\mathbf{x}, w))/2$ et $T_3 = \sigma_{xz}(\mathbf{x}, w)$. En introduisant des conditions absorbantes de type PML (Perfectly Matched Layers) (Berenger, 1994 ; Collino & Tsogka, 2001) à travers les termes s_x et s_z vérifiant $s_r = \frac{1}{1+i\gamma_r/w}$ pour chaque direction r , le système (2.23) peut s'écrire alors sous la forme qui suit :

$$\begin{aligned}
 -\nu w \rho v_x &= s_x \frac{\partial(T_1 + T_2)}{\partial x} + s_z \frac{\partial T_3}{\partial z} + \rho f_x \\
 -\nu w \rho v_z &= s_z \frac{\partial T_3}{\partial z} + s_x \frac{\partial(T_1 - T_2)}{\partial x} + \rho f_z \\
 \frac{-\nu w T_1}{\lambda + \mu} &= s_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + s_z \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{\nu w T_1^0}{\lambda + \mu} \\
 \frac{-\nu w T_2}{\mu} &= s_x \frac{\partial v_x}{\partial x} - s_z \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{\nu w T_2^0}{\mu} \\
 \frac{-\nu w T_3}{\mu} &= s_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + s_z \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\nu w T_3^0}{\mu}
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

En posant

$$M_x = N_x^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_z = N_z^t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

et

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \frac{1}{\lambda+\mu} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mu} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\mu} \end{pmatrix}$$

et en considérant les notations vectorielles suivantes : $\vec{V} = (v_x, v_z)^t$; $\vec{T} = (T_1, T_2, T_3)^t$; $\vec{f} = (f_x, f_z)^t$; $\vec{T}^0 = (T_1^0, T_2^0, T_3^0)^t$; $\vec{F} = (s_x M_x \vec{T}, s_z M_z \vec{T})$ et $\vec{G} = (s_x N_x \vec{V}, s_z N_z \vec{V})$, le système (2.28) peut s'écrire sous une forme compacte vectorielle :

$$\begin{aligned} -\iota w \rho \vec{V} &= \overrightarrow{\text{div}(\vec{F}(\vec{T}))} - \frac{\partial s_x M_x}{\partial x} \vec{T} - \frac{\partial s_z M_z}{\partial z} \vec{T} + \rho \vec{f} \\ -\iota w \Lambda \vec{T} &= \overrightarrow{\text{div}(\vec{G}(\vec{V}))} - \frac{\partial s'_x N_x}{\partial x} \vec{V} - \frac{\partial s'_z N_z}{\partial z} \vec{V} - \iota w \Lambda \vec{T}^0 \end{aligned} \quad (2.29)$$

Au niveau de chaque cellule, les champs de contraintes et de vitesses sont définis dans une base locale de fonctions $\vec{\varphi}_{ij}$ avec $1 \leq j \leq d_i$, où d_i est le nombre de degrés de liberté du champ dans une cellule \mathcal{T}_i et j désigne le j^{me} degré de liberté. Les champs peuvent donc être représentés par :

$$\begin{aligned} \vec{V}_i &= \sum_{j=1}^{d_i} V_{ij} \vec{\varphi}_{ij} \\ \vec{T}_i &= \sum_{j=1}^{d_i} T_{ij} \vec{\varphi}_{ij} \end{aligned} \quad (2.30)$$

En intégrant le système (2.29) sur une cellule de contrôle \mathcal{T}_i , nous aboutissons à :

$$\begin{aligned} \int_{\mathcal{T}_i} -\iota w \rho \vec{V} &= \int_{\mathcal{T}_i} \overrightarrow{\text{div}(\vec{F}(\vec{T}))} - \int_{\mathcal{T}_i} \frac{\partial s_x M_x}{\partial x} \vec{T} - \int_{\mathcal{T}_i} \frac{\partial s_z M_z}{\partial z} \vec{T} + \int_{\mathcal{T}_i} \rho \vec{f} \\ \int_{\mathcal{T}_i} -\iota w \Lambda \vec{T} &= \int_{\mathcal{T}_i} \overrightarrow{\text{div}(\vec{G}(\vec{V}))} - \int_{\mathcal{T}_i} \frac{\partial s'_x N_x}{\partial x} \vec{V} - \int_{\mathcal{T}_i} \frac{\partial s'_z N_z}{\partial z} \vec{V} - \int_{\mathcal{T}_i} \iota w \Lambda \vec{T}^0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

En remplaçant les vecteurs \vec{V} et \vec{T} par leur expressions respectives données par l'équation (2.30) et en considérant que les conditions absorbantes ont des propriétés constantes dans une cellule \mathcal{T}_i , le système (2.31) peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \int_{\mathcal{T}_i} -\iota w \rho \vec{\varphi}_{ij} \cdot \vec{V} &= \int_{\mathcal{T}_i} \vec{\varphi}_{ij} \cdot \overrightarrow{\text{div}(\vec{F}(\vec{T}))} + \int_{\mathcal{T}_i} \rho \vec{\varphi}_{ij} \cdot \vec{f} \\ \int_{\mathcal{T}_i} -\iota w \rho \vec{\varphi}_{ij} \cdot \Lambda \vec{T} &= \int_{\mathcal{T}_i} \vec{\varphi}_{ij} \cdot \overrightarrow{\text{div}(\vec{G}(\vec{V}))} - \int_{\mathcal{T}_i} \iota w \vec{\varphi}_{ij} \cdot \Lambda \vec{T}^0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Dans le cadre de ses travaux de thèse, Brossier (2009b) détaille les développements théoriques qui permettent à partir de l'expression (2.32) d'aboutir à une forme écla-
tée du système, permettant d'exprimer les vecteurs \vec{V} et \vec{T} de façon développée
pour chaque cellule \mathcal{T}_i . Dans ces développements, $\vec{F}(\vec{T}_{/\mathcal{T}_{ik}})$ et $\vec{G}(\vec{V}_{/\mathcal{T}_{ik}})$ sont des ap-
proximations de $\vec{F}(\vec{T})$ et $\vec{G}(\vec{V})$ au niveau de l'interface $\delta\mathcal{T}_i$. Des flux centrés sont
utilisés pour introduire les approximations suivantes :

$$\begin{aligned}\vec{F}(\vec{T}_{/\mathcal{T}_{ik}}) &= \vec{F}\left(\frac{\vec{T}_i + \vec{T}_k}{2}\right) = \frac{1}{2}(\vec{F}(\vec{T}_i) + \vec{F}(\vec{T}_k)) \\ \vec{G}(\vec{V}_{/\mathcal{T}_{ik}}) &= \vec{G}\left(\frac{\vec{V}_i + \vec{V}_k}{2}\right) = \frac{1}{2}(\vec{G}(\vec{V}_i) + \vec{G}(\vec{V}_k))\end{aligned}\tag{2.33}$$

où \mathcal{T}_k est la cellule voisine qui partage l'arrête \mathcal{T}_{ik} avec \mathcal{T}_i . Deux matrices \mathcal{K}_i et $\mathcal{E}_{i\alpha}$
sont définies à partir d'une intégration surfacique sur une cellule \mathcal{T}_i par les relations :

$$\begin{aligned}(\mathcal{K}_i)_{jk} &= \int_{\mathcal{T}_i} \varphi_{ij}\varphi_{ik}d\mathcal{T} \quad 1 \leq j, k \leq d_i \\ (\mathcal{E}_{i\alpha})_{jk} &= \int_{\mathcal{T}_i} (\delta_\alpha\varphi_{ij})\varphi_{ik}d\mathcal{T} \quad 1 \leq j, k \leq d_i\end{aligned}\tag{2.34}$$

Et deux matrices \mathcal{F}_{ik} et \mathcal{G}_{ik} sont définies par intégration linéique sur l'interface \mathcal{T}_{ik}
séparant les cellules \mathcal{T}_i et \mathcal{T}_k selon :

$$\begin{aligned}(\mathcal{F}_{ik})_{jm} &= \int_{\mathcal{T}_{ik}} \varphi_{ij}\varphi_{im}d\mathcal{T} \quad 1 \leq j, m \leq d_i \\ (\mathcal{G}_{ik})_{jn} &= \int_{\mathcal{T}_{ik}} \varphi_{ij}\varphi_{kn}d\mathcal{T} \quad 1 \leq j \leq d_i; 1 \leq n \leq d_k\end{aligned}\tag{2.35}$$

et

$$\begin{aligned}\tilde{\mathcal{E}}_{i_x} &= A_i\mathcal{K}_i^{-1}\mathcal{E}_{i_x} \\ \tilde{\mathcal{E}}_{i_z} &= A_i\mathcal{K}_i^{-1}\mathcal{E}_{i_z} \\ \tilde{\mathcal{F}}_{i_1} &= A_i\mathcal{K}_i^{-1}\mathcal{F}_{i_1} \\ \tilde{\mathcal{F}}_{i_2} &= A_i\mathcal{K}_i^{-1}\mathcal{F}_{i_2} \\ \tilde{\mathcal{F}}_{i_3} &= A_i\mathcal{K}_i^{-1}\mathcal{F}_{i_3} \\ \tilde{\mathcal{G}}_{i_1} &= A_i\mathcal{K}_i^{-1}\mathcal{G}_{i_1} \\ \tilde{\mathcal{G}}_{i_2} &= A_i\mathcal{K}_i^{-1}\mathcal{G}_{i_2} \\ \tilde{\mathcal{G}}_{i_3} &= A_i\mathcal{K}_i^{-1}\mathcal{G}_{i_3}\end{aligned}\tag{2.36}$$

Le système final peut alors s'exprimer sous forme :

$$\begin{aligned}
 -\nu\omega\rho_i A_i \vec{V}_{x_i} &= - \left[s_{i_x} \tilde{\mathcal{E}}_{i_x} (\vec{T}_{1_i} + \vec{T}_{2_i} + s_{i_z} \tilde{\mathcal{E}}_{i_z} \vec{T}_{3_i}) \right] \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_{k \in V(i)} \tilde{\mathcal{F}}_{ik} \left[(\vec{T}_{1_i} + \vec{T}_{2_i}) s_{i_x} n_{ik_x} + \vec{T}_{3_i} s_{i_z} n_{ik_z} \right] \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_{k \in V(i)} \tilde{\mathcal{G}}_{ik} \left[(\vec{T}_{1_k} + \vec{T}_{2_k}) s_{k_x} n_{ik_x} + \vec{T}_{3_k} s_{k_z} n_{ik_z} \right] \\
 &\quad + \rho_i A_i \vec{f}_{x_i} \\
 -\nu\omega\rho_i A_i \vec{V}_{z_i} &= - \left[s_{i_x} \tilde{\mathcal{E}}_{i_x} \vec{T}_{3_i} + s_{i_z} \tilde{\mathcal{E}}_{i_z} (\vec{T}_{1_i} - \vec{T}_{2_i}) \right] \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_{k \in V(i)} \tilde{\mathcal{F}}_{ik} \left[\vec{T}_{3_i} s_{i_x} n_{ik_x} + (\vec{T}_{1_i} - \vec{T}_{2_i}) s_{i_z} n_{ik_z} \right] \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_{k \in V(i)} \tilde{\mathcal{G}}_{ik} \left[\vec{T}_{3_k} s_{k_x} n_{ik_x} + (\vec{T}_{1_k} - \vec{T}_{2_k}) s_{k_z} n_{ik_z} \right] \\
 &\quad + \rho_i A_i \vec{f}_{z_i} \\
 -\nu\omega A_i \vec{T}_{1_i} &= (\lambda_i + \mu_i) \left\{ - \left[s_{i_x} \tilde{\mathcal{E}}_{i_x} \vec{V}_{x_i} + s_{i_z} \tilde{\mathcal{E}}_{i_z} \vec{V}_{z_i} \right] \right. \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_{k \in V(i)} \tilde{\mathcal{F}}_{ik} \left[\vec{V}_{x_i} s_{i_x} n_{ik_x} + \vec{V}_{z_i} s_{i_z} n_{ik_z} \right] \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_{k \in V(i)} \tilde{\mathcal{G}}_{ik} \left[\vec{V}_{x_k} s_{k_x} n_{ik_x} + \vec{V}_{z_k} s_{k_z} n_{ik_z} \right] \left. \right\} \\
 &\quad - \nu\omega A_i \vec{T}_{1_i}^0 \\
 -\nu\omega A_i \vec{T}_{2_i} &= \mu_i \left\{ - \left[s_{i_x} \tilde{\mathcal{E}}_{i_x} \vec{V}_{x_i} - s_{i_z} \tilde{\mathcal{E}}_{i_z} \vec{V}_{z_i} \right] \right. \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_{k \in V(i)} \tilde{\mathcal{F}}_{ik} \left[\vec{V}_{x_i} s_{i_x} n_{ik_x} - \vec{V}_{z_i} s_{i_z} n_{ik_z} \right] \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_{k \in V(i)} \tilde{\mathcal{G}}_{ik} \left[\vec{V}_{x_k} s_{k_x} n_{ik_x} - \vec{V}_{z_k} s_{k_z} n_{ik_z} \right] \left. \right\} \\
 &\quad - \nu\omega A_i \vec{T}_{2_i}^0 \\
 -\nu\omega A_i \vec{T}_{3_i} &= \mu_i \left\{ - \left[s_{i_x} \tilde{\mathcal{E}}_{i_x} \vec{V}_{z_i} - s_{i_z} \tilde{\mathcal{E}}_{i_z} \vec{V}_{x_i} \right] \right. \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_{k \in V(i)} \tilde{\mathcal{F}}_{ik} \left[\vec{V}_{z_i} s_{i_x} n_{ik_x} - \vec{V}_{x_i} s_{i_z} n_{ik_z} \right] \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_{k \in V(i)} \tilde{\mathcal{G}}_{ik} \left[\vec{V}_{z_k} s_{k_x} n_{ik_x} - \vec{V}_{x_k} s_{k_z} n_{ik_z} \right] \left. \right\} \\
 &\quad - \nu\omega A_i \vec{T}_{3_i}^0
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

1.5.5.1 Cas particulier : l'interpolation P_0 Elle consiste à approcher les différentes composantes des champs de vecteurs étudiés par des fonctions de base constantes au niveau de chaque cellule. Le nombre de degré de libertés par com-

posante est égal à $d_i = 1$ et la valeur de la fonction de base vaut 1 sur toute la cellule. Sous ses conditions particulières, un calcul rapide permet d'avoir :

$$\begin{aligned}\mathcal{K} &= A_i \\ \mathcal{E}_{i_\alpha} &= 0 \\ \mathcal{F}_{ik} &= l_{ik} \quad \forall k \in V(i)\end{aligned}\tag{2.38}$$

Les vecteurs du système (2.37) décrivant les vitesses ainsi que les champs de contrainte au niveau de chaque cellule \mathcal{T}_i deviennent donc des scalaires. Le système (2.37) peut s'écrire plus simplement sous forme vectorielle, en utilisant les notations de \vec{V} , \vec{T} , \vec{F} et \vec{G} pour chaque cellule \mathcal{T}_i selon :

$$\begin{aligned}-\iota w A_i \rho_i \vec{V}_i &= \sum_{k \in V(i)} l_{ik} F_{ik} + A_i \rho_i \vec{f}_i \\ -\iota w A_i \Lambda_i \vec{T}_i &= \sum_{k \in V(i)} l_{ik} G_{ik} - \iota w A_i \Lambda_i \vec{T}_i^0\end{aligned}\tag{2.39}$$

où les termes F_{ik} et G_{ik} sont définis par :

$$\begin{aligned}F_{ik} &= \sum_{\alpha \in x,z} n_{ik_\alpha} N_\alpha \frac{s_{i_\alpha} \vec{T}_i + s_{i_\alpha} \vec{T}_k}{2} \\ G_{ik} &= \sum_{\alpha \in x,z} n_{ik_\alpha} M_\alpha \frac{s_{i_\alpha} \vec{V}_i + s_{i_\alpha} \vec{V}_k}{2}\end{aligned}\tag{2.40}$$

1.5.5.2 L'interpolation mixte $P_0 - P_1$ L'interpolation P_1 considère trois degrés de liberté, localisés au niveau des sommets de chaque triangle (pour un maillage triangulaire) pour chaque champ et chaque cellule. Des polynômes linéaires de Lagrange permettent de donner une représentation linéique de la solution (Brossier, 2009b). Les matrices des systèmes (2.34) et (2.35) sont obtenus par intégration numérique des combinaisons des fonctions de bases. Les développements détaillés permettant d'aboutir aux expressions des différentes matrices des systèmes (2.34), (2.35) et (2.36) pour le cas de l'interpolation P_1 sont présentés dans Brossier (2009a). La combinaison d'ordres d'interpolation différents, par exemple l'ordre P_1 et l'ordre P_0 , peut être directement déduite en calculant les termes d'intégration linéique des matrices $\tilde{\mathcal{F}}_{ik}$ et $\tilde{\mathcal{G}}_{ik}$ pour chaque ordre.

1.5.5.3 Choix de l'ordre d'interpolation Une validation numérique de l'utilisation de l'interpolation P_0 pour la modélisation, dans le domaine fréquentiel, de la propagation des ondes sismiques a été présentée par (Brossier et al., 2008). Cette approche se révèle être très efficace, en terme de coût informatique, en comparaison à l'approche plus classique basée sur la formulation par différences finies. En effet, pour des milieux contrastés avec une topographie lisse, une précision suffisante de la solution est assurée avec une discrétisation de 15 cellules par longueur d'onde minimale, alors les grilles tournées de Saenger et al. (2000) nécessitent 60 points de grille pour la même longueur d'onde Bohlen & Saenger (2006a). Certaines limites

de l'utilisation de l'interpolation P_0 ont néanmoins été mis en évidence. Ces limites concernent :

- L'utilisation d'un maillage régulier : d'après Brossier et al. (2008), l'utilisation de l'ordre d'interpolation P_0 nécessite un maillage régulier de tout le domaine et ne permet pas de l'adapter aux propriétés locales du milieu. L'utilisation d'un maillage non structuré ne garantit pas une précision acceptable de la solution, même avec une discrétisation plus fine. Le passage à des ordres supérieurs est par conséquent nécessaire pour pouvoir tirer profit de cette propriété. Notons que cette dernière entraîne une réduction significative du coup de calcul pour des applications à des milieux fortement hétérogènes. Pour le cas particulier de la proche surface, elle permet d'éviter le suréchantillonnage du milieu imposé par la présence de zones altérées de faibles vitesses au niveau des couches superficielles.
- L'implémentation du terme source nécessite de l'étendre sur plusieurs cellules. Cette règle est également utilisée pour les grilles tournée en différences finies (Gélis, 2005).

Le passage à des ordres supérieurs apparaît donc comme une alternative permettant de surmonter les limites imposées par l'ordre P_0 . L'utilisation des ordres plus élevés permet d'assurer une grande précision de la solution avec des règles de discrétisation beaucoup moins contraignantes (Dumbser & Kaser, 2006). Il est toutefois évident que ces ordres élevés, impliquant davantage de degrés de libertés par cellule (par exemple, 3 degrés de liberté par cellule pour l'ordre P_1 et 6 degrés de liberté par cellule pour l'ordre P_2), entraînent un surcoût de temps de calcul.

Un facteur important dans le choix de l'ordre d'interpolation est la résolution théorique de l'inversion des formes d'onde. En effet, celle-ci est estimée à $\lambda/2$, où λ représente la longueur de l'onde locale propagée, pour le cas d'une incidence normale Sirgue & Pratt (2004). D'après Sourbier et al. (2009a), une discrétisation appropriée du problème direct, qui prend en considération la résolution prévue du problème inverse, serait de l'ordre de $\lambda/4$. L'utilisation d'ordres élevés assurant une discrétisation moins fine que celle imposée par ce critère entraînerait par conséquent un sous échantillonnage du domaine pour l'inversion des formes d'onde. En parallèle, une discrétisation de $\lambda/4$ pour ces ordres entraîne un surcoût de temps de calcul non négligeable. Pour le choix du type d'interpolation, il s'agit donc clairement de trouver le meilleur compromis entre le temps de calcul et la précision requise pour l'estimation du champ d'onde.

A partir d'exemples sur des cas canoniques, une discussion du choix optimal de l'ordre d'interpolation est présentée par Brossier (2010). Cette étude compare les performances, pour une précision équivalente, de différents choix possibles d'ordres d'interpolation. Des solutions précises peuvent être obtenues avec une discrétisation de 10 à 15 cellules par longueur d'onde pour les ordres P_0 et P_1 et de 3 à 3.5 cellules par longueur d'onde pour l'ordre P_2 . Cette étude tient compte à la fois des avantages de l'utilisation d'un maillage adaptatif (h-adaptative, h en référence à la taille de la cellule), possible avec les polynômes d'interpolation P_1 et P_2 , et du recours à une interpolation mixte de type $P_0 - P_1$ (p-adaptative, p en référence à l'ordre d'interpolation). Il en découle de cette étude que :

- Pour des variations de vitesses très importantes (un rapport de 10 entre les vitesses minimales et maximales du modèle), l'interpolation P_2 en maillage non-structuré présente le meilleur compromis, en particulier si l'épaisseur de la couche correspondant à la vitesse minimale est faible par rapport à taille totale du modèle.
- Pour des variations de vitesses faibles, l'interpolation P_0 et l'interpolation mixte $P_0 - P_1$ offre le meilleur compromis. L'utilisation de l'ordre P_0 est suggéré pour des milieux avec une topographie plate. La formulation mixte est quant à elle mieux adaptée en présence de topographie complexe.
- L'utilisation de l'ordre P_1 ne constitue en aucun cas, un choix optimal.

Nous serons confrontés à ce choix d'ordre d'interpolation pour les études présentées dans les chapitres 4, 5 et 6 de cette thèse.

1.5.6 Résolution dans le domaine fréquentiel

Le système (2.37) formulé dans le domaine espace-fréquence peut être exprimé sous la forme $\mathbf{Ax} = \mathbf{s}$ où \mathbf{A} désigne la matrice d'impédance, \mathbf{x} le vecteur contenant les champs de contraintes et de vitesses et \mathbf{s} le vecteur contenant les sources. Ce système est résolu en utilisant une décomposition \mathbf{LU} de la matrice \mathbf{A} où \mathbf{L} est une matrice triangulaire inférieure et \mathbf{U} une matrice triangulaire supérieure. Le système $\mathbf{Ax} = \mathbf{s}$ devient alors $(\mathbf{LU})\mathbf{x} = \mathbf{s}$ ou encore $\mathbf{L}(\mathbf{Ux}) = \mathbf{s}$ que l'on peut mettre sous la forme $\mathbf{Ly} = \mathbf{s}$ en posant $\mathbf{Ux} = \mathbf{y}$. Les systèmes $\mathbf{Ly} = \mathbf{s}$ puis $\mathbf{Ux} = \mathbf{y}$ sont résolus par une méthode de substitution en utilisant le solveur direct MUMPS (MUMPS-team, 2007). C'est d'ailleurs le coût en temps de calcul de cette factorisation, indépendante du terme source, qui domine celui relatif à la résolution du système linéaire associé à chaque fréquence. Le coût des substitutions successives permettant la prise en compte d'une acquisition multisources est négligeable devant celui de la factorisation.

2 Résolution du problème inverse

2.1 Mise en équation

Nous avons vu dans la section précédente que la modélisation de la propagation des ondes sismiques revient à résoudre le système $\mathbf{Ax} = \mathbf{s}$ où \mathbf{A} dépend entre autres des propriétés physiques du milieu de propagation \mathbf{m} de taille N . Cette résolution permet de déterminer le vecteur des données calculées $d_{cal}(\mathbf{m})$. Pour une fréquence et une source k données, ce vecteur à la taille $n_{comp} \times n_{rec_k}$ où n_{comp} désigne le nombre de composantes enregistrées et n_{rec_k} le nombre de récepteurs, pour la k^{me} source.

Le principe des méthodes d'imagerie par inversion des formes d'onde sismique consiste à chercher dans l'espace des modèles celui qui permet de minimiser les écarts, au sens d'une norme donnée, entre les données observées \mathbf{d}_{obs} et calculées \mathbf{d}_{cal} , ces dernières étant produites par résolution du problème direct.

Dans ce cadre, Tarantola (1987) a montré que la résolution du problème inverse revient, dans le sens de la norme \mathcal{L}_2 , à minimiser une fonction objectif $E(\mathbf{m})$, appelée

aussi fonction coût, définie par la relation :

$$\begin{aligned} E(\mathbf{m}) &= \frac{1}{2}(\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal})^\dagger \mathbf{S}_d^\dagger \mathbf{S}_d (\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}) \\ &= \frac{1}{2} \Delta \mathbf{d}^\dagger \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d} \end{aligned} \quad (2.41)$$

où $\Delta \mathbf{d}$ dénote le vecteur différence entre les données observées et les données calculées. (\dagger) est l'opérateur adjoint, et équivaut à l'application des deux opérateurs transposé $(^t)$ et conjugué $(^*)$. L'opérateur S_d est appliqué afin de tenir compte de l'information a priori. Nous noterons par la suite $\mathbf{S}_d^\dagger \mathbf{S}_d = \mathbf{W}_d$.

En raison du coût important relatif à la résolution du problème direct, une des approches les plus utilisées consiste à résoudre le problème inverse en l'écrivant sous forme linéarisée et itérative. Supposons pour cela que la fonction objectif ait une forme arbitraire. Nous pouvons alors la linéariser au second ordre autour d'un modèle initial $\mathbf{m}^{(l-1)}$ selon la relation :

$$\begin{aligned} E(\mathbf{m}^{(l-1)} + \delta \mathbf{m}^{(l)}) &= E(\mathbf{m}^{(l-1)}) + \nabla_m E(\mathbf{m}^{(l-1)}) \delta \mathbf{m}^{(l)} \\ &\quad + \frac{1}{2} \delta \mathbf{m}^{(l)\dagger} H(\mathbf{m}^{(l-1)}) \delta \mathbf{m}^{(l)} + \mathcal{O}(\mathbf{m}^3) \end{aligned} \quad (2.42)$$

où :

- $\delta \mathbf{m}^{(l)}$ dénote le vecteur perturbation à l'itération l vérifiant $\delta \mathbf{m}^{(l)} = \mathbf{m}^{(l)} - \mathbf{m}^{(l-1)}$.
- $\nabla_m E(\mathbf{m}) = \frac{\partial E(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}}$ est le vecteur gradient de la fonction coût.
- $H(\mathbf{m}) = \frac{\partial^2 E(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}^2}$ est le Hessien.

Il est alors possible de déduire une relation entre l'incrément $\delta \mathbf{m}^{(l)}$, le gradient $\nabla_m E(\mathbf{m}^{(l-1)})$ et le Hessien $H(\mathbf{m}^{(l-1)})$ vérifiant l'équation de Newton qui s'écrit :

$$\delta \mathbf{m}^{(l)} = -[H(\mathbf{m}^{(l-1)})]^{-1} \nabla_m E(\mathbf{m}^{(l-1)}) \quad (2.43)$$

En reprenant l'expression (2.41) et en la dérivant par rapport au vecteur \mathbf{m} , nous pouvons écrire l'expression du gradient de la fonction coût :

$$\nabla_m E(\mathbf{m}) = -\Re \left[\left(\frac{\partial \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right)^\dagger \mathbf{W}_d (\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})) \right] \quad (2.44)$$

où \Re représente la partie réelle d'un nombre complexe et $\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{d}_{cal}(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}}$ dénote le vecteur dérivée des données par rapport au paramètre \mathbf{m} , appelé aussi vecteur des dérivées de Fréchet. De la même manière, nous pouvons déduire d'expression du Hessien qui s'écrit :

$$H(\mathbf{m}) = \Re [\mathbf{J}^\dagger \mathbf{W}_d \mathbf{J}] + \Re \left[\frac{\partial \mathbf{J}^t}{\partial \mathbf{m}^t} \mathbf{W}_d (\Delta \mathbf{d}^* \dots \Delta \mathbf{d}^*) \right] \quad (2.45)$$

D'une manière générale, toute méthode qui résout l'équation (2.43) est définie

comme étant une méthode de Newton.

2.2 Estimation du Gradient et du Hessien

Nous venons de présenter la formulation mathématique du problème inverse linéarisé dans le sens des moindres carrés. La résolution de l'équation (2.43) nécessite de calculer le gradient ainsi que le Hessien de la fonction objectif. Le formalisme détaillé relatif au calcul de ces deux termes a été présenté par (Tarantola, 1987), puis par (Pratt et al., 1998) sous forme matricielle plus compacte dans le domaine fréquentiel. L'idée de base consiste à reprendre l'expression du problème direct $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{s}$ et la différencier par rapport à l'élément m_i du vecteur modèle \mathbf{m} . Ceci revient à écrire la relation :

$$\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial m_i} = - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i} \mathbf{x} \quad (2.46)$$

Une analogie avec l'équation du problème direct permet de déduire que le champ des dérivées partielles (le terme à gauche de l'équation) peut être calculé en résolvant un nouveau problème direct, dont le terme source est donné par celui à droite de l'équation 2.46. Ce terme, appelé source virtuelle secondaire, résulte du produit d'une matrice creuse $\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i}$ par le vecteur champ incident \mathbf{x} . La dérivée partielle du champ par rapport au paramètre m_i du modèle peut être interprétée comme étant le champ émis par une source sismique \mathbf{s} et diffracté par un point diffractant localisé à la position de m_i . Le diagramme de rayonnement des sources virtuelles secondaires est contrôlé par l'opérateur $\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i}$. D'ailleurs, l'analyse de ce diagramme pour différentes classes de paramètres permet d'étudier le couplage-découplage entre ces paramètres, en fonction des angles d'incidence des champs et d'évaluer à quel point ils pourraient être reconstruits lors de l'inversion des formes d'onde (Virieux & Operto, 2009). En injectant le second terme de l'équation (2.46) dans l'équation (2.44), nous pouvons alors écrire l'expression du gradient sous la forme :

$$\begin{aligned} \nabla_m E(m_i) &= \Re[\mathbf{x}^t \left[\frac{\delta \mathbf{A}}{\delta m_i} \right]^t \mathbf{A}^{-1} \mathcal{P} \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}^*] \\ &= \Re[\mathbf{x}^t \left[\frac{\delta \mathbf{A}}{\delta m_i} \right]^t \mathbf{r}_r] \end{aligned} \quad (2.47)$$

où \mathcal{P} projette $\Delta \mathbf{d}^*$ dans l'espace du problème direct en lui ajoutant des zéros pour avoir la dimension de la matrice \mathbf{A}^{-1} , qui correspond aux fonctions de Green dans le cas d'une source implusionnelle localisée au niveau de chaque point du modèle. Dans cette expression, nous avons remplacé \mathbf{A}^{-1t} par \mathbf{A}^{-1} , résultat découlant du principe de réciprocité spatiale des fonctions de Green $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{-1t}$. Le champ \mathbf{r}_r représente alors les résidus rétropropagés. La rétropropagation (où la propagation dans les temps négatifs du domaine temporel) est indiquée par l'opérateur conjugué d'un nombre complexe dans le domaine fréquentiel. Ainsi, pour chaque tir et chaque fréquence, il apparaît d'une manière claire que le calcul du gradient de la fonction objectif nécessite la résolution de deux problèmes directs : un premier pour déterminer le champ incident \mathbf{x} et un deuxième pour rétropropager les résidus ; pour cela, on utilise la matrice d'impédance A , le terme source étant remplacé par le conjugué des

résidus. Ces deux termes sont par la suite multipliés et la partie réelle est conservée (Pratt et al., 1998).

Afin de résoudre le problème pour des sources multiples et des fréquences multiples, il suffit alors d'effectuer une double sommation sur ces sources N_s et ces fréquences N_w . Nous pouvons ainsi écrire le gradient selon :

$$\nabla_m E(\mathbf{m}) = \sum_{i=1}^N \nabla_m E(m_i) \quad (2.48)$$

où

$$\nabla_m E(m_i) = \sum_{iw=1}^{N_w} \sum_{is=1}^{N_s} \Re \left[[\mathbf{A}_{iw}^{-1} \mathbf{s}_{is}]^t \left[\frac{\delta \mathbf{A}_{iw}}{\delta m_i} \right]^t \mathbf{A}_{iw}^{-1} \mathcal{P} \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}_{iw,is}^* \right] \quad (2.49)$$

Reprenons maintenant l'expression du Hessien de l'équation (2.45). Cette expression fait apparaître deux termes, $\Re [\mathbf{J}^\dagger \mathbf{W}_d \mathbf{J}]$ et $\Re \left[\frac{\partial \mathbf{J}^t}{\partial \mathbf{m}^t} \mathbf{W}_d (\Delta \mathbf{d}^* \dots \Delta \mathbf{d}^*) \right]$. Pour les problèmes linéaires, le second terme du Hessien vaut zéro parce que la dérivée d'ordre 2 des données par rapport aux paramètres du modèle est nulle. Pour les problèmes non linéaires (dont fait partie la propagation des ondes sismiques), il est la plupart du temps négligé (Virieux & Operto, 2009). D'une manière générale, une méthode qui se base sur la résolution de l'équation (2.43) est dite méthode de Newton et toute méthode qui ne considère que le premier terme du Hessien, appelé aussi le Hessien approximé, fait partie de ce qu'on appelle les méthodes de Gauss-Newton.

Une alternative consiste à remplacer l'inverse du Hessien de l'équation (2.43) par un scalaire α , appelé aussi "pas de descente". Ce terme peut être déterminé à partir d'une technique basée sur une approximation linéaire (Tarantola, 1987), nécessitant la résolution d'autant de problèmes directs que de valeurs testées de pas de descente. Une deuxième possibilité consiste à utiliser des méthodes de recherche linéaire (Tarantola, 1987) qui consistent à déterminer un couple de pas de descente α_1 et α_2 vérifiant :

$$\begin{aligned} E(\mathbf{m}^{(l-1)} + \alpha_1 \delta \mathbf{m}^{(l)}) &< E(\mathbf{m}^{(l-1)}) \\ E(\mathbf{m}^{(l-1)} + \alpha_2 \delta \mathbf{m}^{(l)}) &< E(\mathbf{m}^{(l-1)} + \alpha_1 \delta \mathbf{m}^{(l)}) \end{aligned} \quad (2.50)$$

et d'ajuster une parabole passant par ces trois points dont le minimum correspond au pas de descente optimal α_{opt} .

2.3 Interprétation du gradient et du Hessien : éléments de bibliographie

2.3.1 Interprétation et pouvoir de résolution du gradient

Une interprétation détaillée du gradient et du Hessien a été donnée par (Pratt et al., 1998) puis reprise plus récemment par Virieux & Operto (2009). Le vecteur gradient est formé, dans le domaine temporel, par une corrélation à déphasage nul

entre le champ des dérivées partielles et le vecteur résidu. Il représente ainsi le champ des perturbations diffractées par les hétérogénéités présentes dans le modèle vrai et non présentes dans le modèle de départ. Cette corrélation qui existe avec la réponse d'un point diffractant permet d'établir le lien entre l'inversion par forme d'onde et la tomographie en diffraction, où l'image du modèle de perturbation est construite en superposant les images élémentaires issues de chaque point diffractant (McMechan & Fuis, 1987). Le gradient peut également être comparé à l'opérateur du principe d'imagerie utilisé en migration (Hagedoorn, 1954; Claerbout, 1985).

Plusieurs auteurs ont montré dans ce cadre l'équivalence cinématique qui existe entre le gradient estimé lors de la première itération et la migration avant sommation (Tarantola, 1984, 1986; Mora, 1987). Pratt et al. (1998) rappellent que les diffractions multiples, résultant de phénomènes de propagation plus complexes (ondes de surface, réflexions multiples) ne peuvent pas être prises en compte par ce processus de reconstruction du gradient. Ces diffractions multiples sont néanmoins prises en compte dans le problème direct. L'approche itérative de l'inversion, est supposée minimiser leur impact. Ce dernier est assez faible pour les basses fréquences, peu sensibles aux petites hétérogénéités du milieu. Pour les hautes fréquences, plus sensibles aux hétérogénéités locales, l'impact devient plus important et peut affecter les résultats de l'inversion.

Afin d'estimer le pouvoir de résolution du gradient, Sirgue & Pratt (2004) se placent en champ lointain pour pouvoir utiliser une approximation en onde plane. Ils supposent que les effets d'amplitude peuvent être négligés et considèrent un milieu de référence homogène de vitesse c_0 (pour les ondes P ou S). En notant par \mathbf{s} et \mathbf{r} les vecteurs unitaires donnant les directions respectives du champ incident et de l'opposé du champ diffracté (donc allant du récepteur au point diffractant), les expressions des fonctions de Green $G_0(\mathbf{x}, \mathbf{s})$ et $G_0(\mathbf{x}, \mathbf{r})$ peuvent s'écrire selon :

$$\begin{aligned} G_0(\mathbf{x}, \mathbf{s}) &= \exp(ik_0\mathbf{s}\cdot\mathbf{x}) \\ G_0(\mathbf{x}, \mathbf{r}) &= \exp(ik_0\mathbf{r}\cdot\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (2.51)$$

où $k_0 = w/c_0$ est le nombre d'onde des champs incidents et diffractés dans le modèle homogène de référence. Ces expressions sont valables pour un couple source-récepteur et pour une fréquence donnée. Nous pouvons les insérer dans l'expression du gradient (équation 2.47) pour avoir l'équation :

$$\nabla_m E(\mathbf{m}) = -\omega^2 \sum_{iw=1}^{N_w} \sum_{is=1}^{N_s} \sum_{ir=1}^{N_r} \Re[\exp(-ik_0(\mathbf{s} + \mathbf{r})\cdot\mathbf{x})\Delta\mathbf{d}] \quad (2.52)$$

qui se présente sous la forme d'une série de Fourier tronquée dont le seul terme qui dépend de l'espace est le vecteur nombre d'onde $\mathbf{k} = k_0(\mathbf{s} + \mathbf{r})$. Ce vecteur nombre d'onde peut s'exprimer en fonction de la fréquence et de l'angle de diffraction θ selon la relation (Virieux & Operto, 2009) :

$$\mathbf{k} = \frac{2f}{c_0} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\mathbf{n} \quad (2.53)$$

où \mathbf{n} est un vecteur unitaire dans la direction du vecteur $(\mathbf{s} + \mathbf{r})$. Cette expression implique que les grands déports, faisant intervenir les grands angles de diffraction, et les basses fréquences, permettent d'échantillonner les petits nombres d'ondes et par conséquent de résoudre les grandes longueurs d'ondes du milieu. Elle permettent donc de reconstruire les grandes structures du milieu. De plus, le nombre d'onde maximal, se définissant en considérant la fréquence maximale et l'offset nul ($\theta = 0$), correspond à une résolution maximale de $\lambda/2$.

L'expression (2.53) implique également qu'une fréquence et un couple source-récepteur permettent la reconstruction d'un nombre d'onde dans l'espace des modèles. Ceci entraîne, en considérant différentes fréquences et différents couples sources-récepteurs, une redondance de l'information en nombre d'onde. Cette redondance est à l'origine des règles de choix de fréquences établies par Sirgue & Pratt (2004) et Mulder & Plessix (2004).

2.3.2 Interprétation du Hessien

Nous avons vu que l'expression du Hessien (équation 2.45) introduit deux termes $\Re[\mathbf{J}^\dagger \mathbf{W}_d \mathbf{J}]$ et $\Re\left[\frac{\partial \mathbf{J}^t}{\partial \mathbf{m}^t} \mathbf{W}_d (\Delta \mathbf{d}^* \dots \Delta \mathbf{d}^*)\right]$. Le second terme, qui permet de prendre en compte les diffractions secondaires, est la plupart du temps négligé car il fait intervenir la dérivée de la matrice des dérivées de Fréchet, très coûteuse à calculer. De plus, et d'après Tarantola (1987), il est négligeable lorsque les résidus sont faibles ou lorsque le problème direct est quasi linéaire. Le premier terme $\mathbf{H}_a = \Re[\mathbf{J}^\dagger \mathbf{W}_d \mathbf{J}]$ appelé Hessien approximé est quant à lui plus facile à calculer. En effet, chaque élément de \mathbf{H}_a est formé par le produit scalaire dans le domaine fréquentiel des champs des dérivées partielles de la matrice \mathbf{J} , ce qui correspond dans le domaine temporel à une corrélation à décalage nul. L'examen de la structure de cette matrice révèle qu'elle est à diagonale dominante mais présente une structure à bande limitée. Les termes diagonaux représentent l'autocorrélation des champs aux dérivées partielles et contiennent donc le carré de l'amplitude de ces champs. Les termes en dehors de la diagonale sont issus de l'intercorrélations des champs aux dérivées partielles. Cette structure à bande limitée est selon Pratt et al. (1998) due aux effets de fréquence finie. Ce terme est équivalent à un opérateur de lissage de convolution qui prédit la défocalisation du gradient due aux effets de la largeur limitée de la bande de la source (effets de fréquences finies) ainsi que l'éclairage incomplet de la cible. L'inverse du Hessien agit donc comme un opérateur de déconvolution et permet de corriger ces effets de défocalisation.

2.4 La méthode du gradient conjugué

La méthode du gradient conjugué constitue une des méthodes les plus utilisées pour la résolution des grands systèmes linéaires. Elle a la particularité de pouvoir très bien s'adapter au cas des problèmes d'optimisation non linéaires (Nocedal & Wright, 1999). Elle a été introduite en premier par Fletcher et Reeves dans les années 60. L'idée de base consiste à combiner la direction \mathbf{p}_l de la plus forte descente donnée par l'opposée du gradient $-\nabla_m E^{(l-1)}$, avec celles correspondant aux directions

précédentes \mathbf{p}_{l-1} selon la relation :

$$\mathbf{p}_l = -\nabla_m E^{(l-1)} + \beta_l \mathbf{p}_{l-1} \quad (2.54)$$

où le choix du paramètre β_l donne lieu à plusieurs variantes. Une des variantes les plus utilisées a été introduite par Polak et Ribière (Polak & Ribière, 1969) et consiste à définir ce paramètre selon la relation :

$$\beta_l^{PR} = \frac{\nabla_m E^{(l-1)t} (\nabla_m E^{(l-1)} - \nabla_m E^{(l-2)})}{\|\nabla_m E^{(l-1)}\|^2} \quad (2.55)$$

2.5 Les méthodes de quasi-Newton

Pour des raisons évidentes liées au prix d'un calcul faisant intervenir le Hessien (méthode de Newton) ou le Hessien approximé (méthode de Gauss-Newton), ces méthodes ne peuvent pas être directement appliquées pour un grand problème d'optimisation (comme celui d'inversion des formes d'onde sismique) en raison du grand nombre de degrés de liberté dans l'espace des modèles. La méthode L-BFGS constitue dans ce cadre une alternative très intéressante. Cette méthode, comme son nom l'indique, est une variante de l'algorithme BFGS introduit par Broyden, Fletcher, Goldfarb et Shanno. L'idée de base consiste à estimer le Hessien à partir des différences des gradients et des modèles issus des itérations précédentes. Nocedal & Wright (1999) proposent une version modifiée en ne gardant qu'un nombre m limité de ces vecteurs (d'où l'appellation L-BFGS) et en estimant, non pas le Hessien, mais le produit $\mathbf{H}^{-1(l)} \nabla_m E^{(l)}$. Ce produit est calculé à partir d'une série de multiplications et de sommations de vecteurs impliquant le gradient et les vecteurs différences $\mathbf{s}^l = \mathbf{m}^{l+1} - \mathbf{m}^l$ et $\mathbf{y}^l = \nabla E^{(l+1)} - \nabla E^{(l)}$, incluant ainsi l'information sur la courbure à partir des m dernières itérations. Cette méthode se révèle être plus rapide et plus robuste que la méthode de gradient conjugué. Un exemple comparant les performances de ces deux méthodes est présenté dans le chapitre 5.

2.6 Pré-conditionnement et régularisation

D'après Tarantola (1987), une régularisation du problème -mal posé- de l'inversion des formes d'onde est nécessaire afin d'éviter des perturbations locales trop fortes dues essentiellement aux hautes fréquences. Cette régularisation consiste à ajouter un deuxième terme à l'expression de la fonction objectif de l'équation (2.41) :

$$E(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{d}^\dagger \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d} + \frac{1}{2} \varepsilon (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{prior})^\dagger \mathbf{W}_m (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{prior}) \quad (2.56)$$

où \mathbf{W}_m désigne l'inverse de la matrice de covariances dans l'espace des modèles (Tarantola, 1987) et \mathbf{m}_{prior} un modèle de référence. En négligeant le second terme du Hessien, et en prenant $\mathbf{m}_{prior} = \mathbf{m}_0$, l'expression du vecteur de perturbation peut alors s'écrire sous la forme (Virieux & Operto, 2009) :

$$\delta \mathbf{m} = -\{\Re \left[\mathbf{J}_0^\dagger \mathbf{W}_d \mathbf{J}_0 \right] + \varepsilon \mathbf{W}_m\}^{-1} \Re \left[\mathbf{J}_0^\dagger \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}_0 \right] \quad (2.57)$$

En pratique, le terme de régularisation du gradient peut être implémenté sous forme d'une Gaussienne à deux dimensions dont la longueur de corrélation peut constituer une fraction de la longueur d'onde moyenne (Ravaut et al., 2004; Operto et al., 2006). Le terme ε peut être relié à la modification du Hessien introduite par Levenberg (1944) et apparaît comme un coefficient permettant d'éviter la division par des nombres trop petits lors de l'inversion du Hessien approximé. Plus ce terme est grand, plus le poids du Hessien approximé est faible pour la régularisation du gradient et plus on tend par conséquent vers une méthode de gradient. Nous verrons dans le chapitre 4 que le choix de ce paramètre peut avoir un impact important sur les résultats de l'inversion. Certains auteurs (Operto et al., 2006; Pratt et al., 1998; Gélis, 2005) proposent d'exploiter uniquement les termes diagonaux du Hessien approximé \mathbf{H}_a pour calculer le vecteur de perturbation, ceci permettant de corriger les effets d'atténuation géométrique des amplitudes des champs aux dérivées partielles (Pratt et al., 1998).

2.7 Résolution multi-échelle dans le domaine fréquentiel

Reprenons l'expression de l'équation (2.53) reliant le vecteur nombre d'onde \mathbf{k} à la fréquence et à l'angle de diffraction ou d'ouverture θ . L'imagerie produite à partir du plus large spectre de nombres d'ondes permet d'assurer la meilleure reconstruction possible des paramètres inversés. Sirgue & Pratt (2004) expliquent que deux solutions permettent de parvenir à ce but : la première consiste à utiliser un spectre très large en fréquences ce qui se ramène à utiliser un algorithme dans le domaine temporel. La deuxième solution consiste à utiliser une acquisition plus dense (en augmentant le nombre de couples source-récepteur) afin d'éclairer le point diffractant sous différents angles d'incidence.

Considérons le cas d'un milieu à une dimension (formé par des couches horizon-

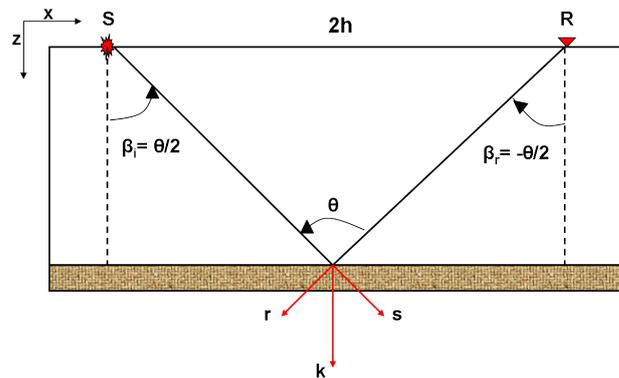


FIGURE 2.9 – Schéma de base de la diffraction pour un milieu à une dimension et un couple source-récepteur. Modifié d'après Sirgue (2003)

tales) et un couple source-récepteur (figure 2.9). Dans le cas où les ondes incidentes et réfléchies sont de même nature ($\beta_i = -\beta_r = \theta/2$), nous avons Sirgue & Pratt (2004) :

$$\mathbf{k} = (k_x, k_z)^t = (0, 2k_0\alpha)^t \quad (2.58)$$

avec

$$\alpha = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{1+R^2}} \quad (2.59)$$

Dans cette expression, $R = h/z$ désigne le rapport du demi-déport maximal h par la profondeur z de la couche. En considérant une acquisition sismique réalisée en surface et caractérisée par un déport $[0, x_{max}]$, la couverture en nombre d'onde vertical pour une couche fine 1D et pour une fréquence donnée se limite à l'intervalle $[k_{z_{min}}, k_{z_{max}}]$ où $k_{z_{min}}$ et $k_{z_{max}}$ sont respectivement les nombres d'onde associés aux déports minimal et maximal et définis par :

$$\begin{aligned} k_{z_{min}} &= 2k_0\alpha_{min} \\ k_{z_{max}} &= 2k_0 \end{aligned} \quad (2.60)$$

Dans cette expression, α_{min} vérifie l'équation (2.59) avec $R = R_{max} = h_{max}/z$. Sirgue & Pratt (2004) proposent d'adopter une stratégie qui consiste à choisir d'une manière itérative les fréquences à inverser permettant d'assurer une couverture continue du spectre des nombres d'onde imagés en considérant :

$$k_{z_{min}}(f_{n+1}) = k_{z_{max}}(f_n) \quad (2.61)$$

Ceci permet d'avoir une relation entre la fréquence f_n et la fréquence f_{n+1} à inverser vérifiant :

$$f_{n+1} = \frac{f_n}{\alpha_{min}} \quad (2.62)$$

où encore d'exprimer l'incrément $\Delta f_{n+1} = f_{n+1} - f_n$ selon :

$$\Delta f_{n+1} = (1 - \alpha_{min})f_n \quad (2.63)$$

Notons que cette relation ne fait intervenir que le terme α_{min} et ne dépend donc pas des vitesses V_p ou V_s du milieu. L'incrément optimal Δf_{n+1} n'est pas constant et augmente linéairement avec la fréquence. La sélection des fréquences à inverser est donc plus contraignante au niveau des basses fréquences qu'au niveau des hautes fréquences. Notons enfin que ce critère de choix des fréquences est établi en considérant un modèle de vitesse 1D. Pour le cas des modèles beaucoup plus complexes (topographie complexe, hétérogénéités latérales), il constitue un critère optimiste.

2.8 Vers des algorithmes flexibles d'inversion des formes d'onde

La stratégie proposée par Sirgue & Pratt (2004) permet de tirer profit de la redondance dans le domaine des nombres d'onde pour inverser un nombre minimal de fréquences, tout en assurant la continuité du spectre des nombres d'onde imagés. Une fois ces fréquences déterminées, l'inversion se fait en commençant par la fréquence la plus basse. En effet, l'inversion des basses fréquences permet de reconstruire une version lisse du modèle en déterminant les grandes structures qui le constituent. L'inversion des hautes fréquences permet quant à elle d'échantillonner

les nombres d'onde des plus élevés (donc les longueurs d'onde les plus faibles) et d'affiner la reconstruction du modèle. Cette procédure de reconstruction multi-échelle des fréquences croissantes est en fait une manière d'atténuer les effets dus à la non linéarité du problème qui augmente avec la fréquence (Sirgue, 2003).

Plusieurs auteurs (Ravaut, 2003 ; Sirgue, 2003 ; Sirgue & Pratt, 2004 ; Gélis, 2005) ont souligné l'importance du choix de la fréquence la plus basse à inverser. Ce choix est dicté par le phénomène d'ambiguïté qui risque de contraindre l'inversion à rester bloqué dans un minimum local et rend impossible la reconstruction des grandes structures du milieu. Ce phénomène risque de se produire lorsque le déphasage entre deux signaux est supérieur à une demie période (figure 2.10). Dans ce cas, l'inversion n'ajuste pas correctement les bonnes phases puisqu'un cycle est sauté (d'où l'appellation cycle-skipping) ce qui entraîne une direction fautive du gradient. Ce phénomène implique également que le modèle initial doit être suffisamment précis pour éviter le risque d'ambiguïté de phase. Il est valable pour toutes les fréquences inversées.

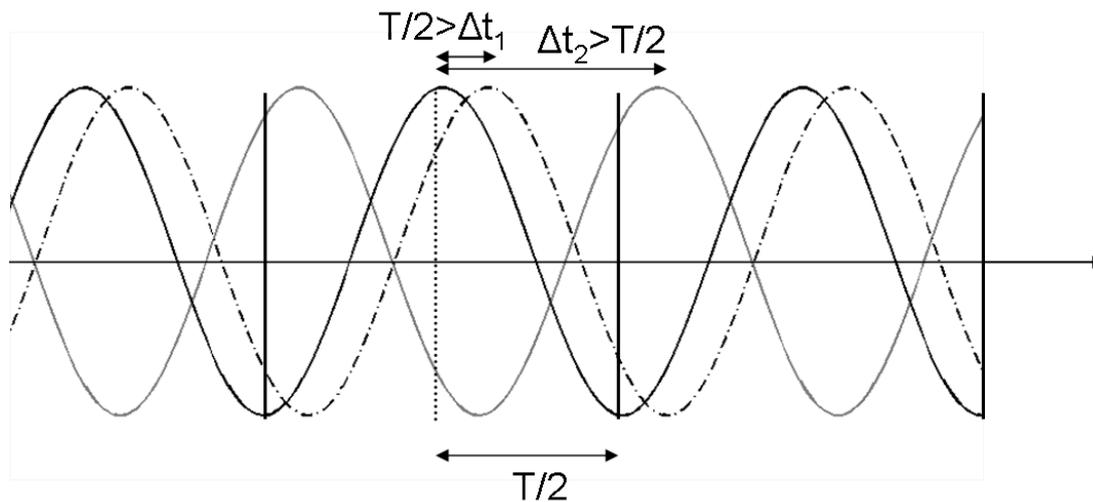


FIGURE 2.10 – Illustration du phénomène d'ambiguïté de phase. Lorsque le déphasage est inférieur à une demi période, l'algorithme ajuste correctement les phases. Dans le cas contraire, la phase est ajustée sur le mauvais cycle, d'où le phénomène de saut de phase (cycle-skipping)

2.8.1 Inversion séquentielle et par groupes de fréquences

L'inversion séquentielle d'un nombre fini de fréquences vérifiant le critère de Sirgue & Pratt (2004) est théoriquement suffisante pour couvrir le spectre des nombres d'onde. En partant des plus faibles fréquences et en allant vers les plus hautes fréquences, elle permet de définir une procédure de résolution multi-échelle peu coûteuse par rapport aux approches basées sur l'inversion dans le domaine temporel. Plusieurs applications, dans le cadre de l'approximation acoustique (Ravaut et al., 2004 ; Operto et al., 2006 ; Brenders & Pratt, 2007a) ont permis de confirmer

l'efficacité de cette stratégie. En présence de phénomènes complexes de propagation d'ondes sismiques (ondes guidées, ondes de surface, multiples), Sourbier et al. (2009a) ont montré, sous la même approximation, que l'efficacité de cette stratégie pouvait être améliorée en inversant les fréquences simultanément au lieu de les inverser d'une manière successive. L'inversion simultanée de fréquences multiples est supposée permettre d'améliorer le rapport signal sur bruit ainsi que la robustesse de l'inversion des formes d'onde (Virieux & Operto, 2009). Elle permet d'atténuer la non linéarité du problème inverse et de prendre en compte certains phénomènes complexes comme la dispersion des ondes de surface. Le choix de la bande fréquentielle du groupe est contrôlé par deux phénomènes :

- La bande de fréquence doit être la plus large possible afin d'atténuer les phénomènes non linéaires.
- Le choix de la fréquence maximale du groupe doit prévenir le phénomène d'ambiguïté de phase. Plus cette fréquence est haute, plus grand est le risque de ne plus vérifier la condition de compatibilité cinématique.

Nous évaluerons dans le chapitre 5 l'apport de l'inversion par groupes de fréquences pour des configurations de proche surface.

2.8.2 Pré-conditionnement des données

D'après Sirgue (2003), le risque d'ambiguïté de phase peut être réduit en sélectionnant les données exploitées par l'inversion des formes d'onde. Dans le domaine temporel, ces données correspondent à celles enregistrées juste après le temps t_0 de la première arrivée. En effet :

- les premières arrivées ont un comportement plus linéaire que les arrivées plus tardives car elles présentent le meilleur compromis entre la distance de propagation et la propagation dans les couches les plus rapides du milieu. La non linéarité diminue avec les vitesses croissantes et les distances de propagation décroissantes.
- les premières arrivées sont compatibles avec la reconstruction des faibles nombres d'onde car elles sont issues de la première zone de Fresnel.
- en partant d'un modèle lissé obtenu par la tomographie des premières arrivées, ces dernières contiennent les informations les plus "sûres".

Dans le domaine temporel, la sélection des premières arrivées peut s'effectuer par simple fenêtrage (Shipp & Singh, 2002; Operto et al., 2006) réalisé à partir du temps t_0 de première arrivée, et ce pour chaque couple source récepteur. Dans le domaine fréquentiel, en définissant la fréquence angulaire complexe $w' = w + \iota/\tau$, l'amortissement d'un signal sismique $x(t)$ par rapport au temps t_0 obéit à la relation :

$$X(w + \iota/\tau)exp(1/\tau t_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)exp(-1/\tau(t - t_0))exp(-\iota wt)dt \quad (2.64)$$

où $X(w + \iota/\tau)exp^{1/\tau t_0}$ désigne la transformée de Fourier de $x(t)exp^{-1/\tau(t-t_0)}$ qui représente le produit du signal temporel par une exponentielle décroissante. L'amortissement du signal temporel peut s'effectuer ainsi dans le domaine fréquentiel pour chaque champ $X(w)$.

Un exemple de tir synthétique, calculé dans le modèle numérique de la figure 2.11, en utilisant les fréquences complexes est illustré dans la figure 2.12. A travers le recours à différentes valeurs de τ , l'information contenue (et exploitée dans l'inversion) dans le signal sismique peut ainsi être contrôlée. Leur utilisation en partant des coefficients les plus faibles permet d'introduire progressivement les arrivées tardives, relatives aux ondes converties et aux ondes de surface, et constitue par conséquent une manière d'atténuer la non linéarité du problème.

L'inversion par groupe de fréquences et l'amortissement du signal temporel permettent donc de définir deux niveaux hiérarchiques permettant d'atténuer la non linéarité du problème inverse. L'application de ces deux niveaux hiérarchiques à la reconstruction des paramètres élastiques d'une section du modèle SEG/EAGE (Brossier et al., 2009) a permis de mettre en évidence l'apport significatif de cette stratégie dans la reconstruction des paramètres du milieu. Son apport dans le contexte de la proche subsurface et en présence d'une topographie complexe est évalué dans les chapitres 5 et 6.

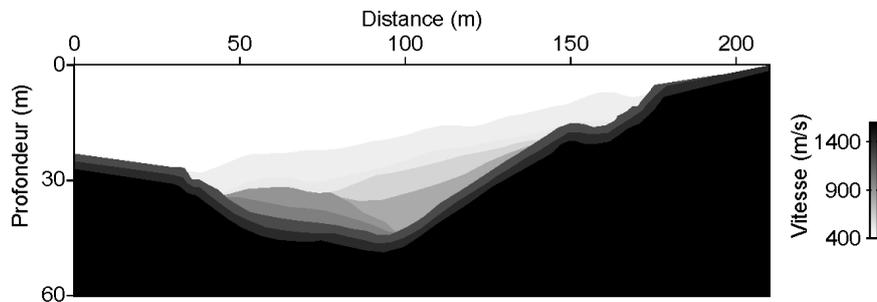


FIGURE 2.11 – Modèle numérique de Super-Sauze pour le paramètre V_s

3 Estimation de la source

Dans le domaine fréquentiel, il est possible de tenir compte d'une manière explicite de la signature de la source sismique (Pratt et al., 1998). Il suffit pour cela de supposer que la terme source dans la modélisation est multiplié par un scalaire complexe o . Ceci conduit à écrire l'équation du problème direct sous la forme :

$$\mathbf{Ax} = o\mathbf{s} \quad (2.65)$$

Ce qui permet de mettre en évidence la relation linéaire entre le champ \mathbf{x} et o . La détermination de la composante de spectre de la source à une fréquence donnée consiste alors à résoudre un problème inverse linéaire dont le problème direct vérifie l'équation (2.65). La solution au sens des moindres carrés vérifie :

$$o = \frac{\mathbf{d}_0^t \mathbf{d}_{obs}^*}{\mathbf{d}_0^t \mathbf{d}_0^*} = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{d}_{0_i}^t \mathbf{d}_{obs_i}^*}{\sum_{i=1}^N \mathbf{d}_{0_i}^t \mathbf{d}_{0_i}^*} \quad (2.66)$$

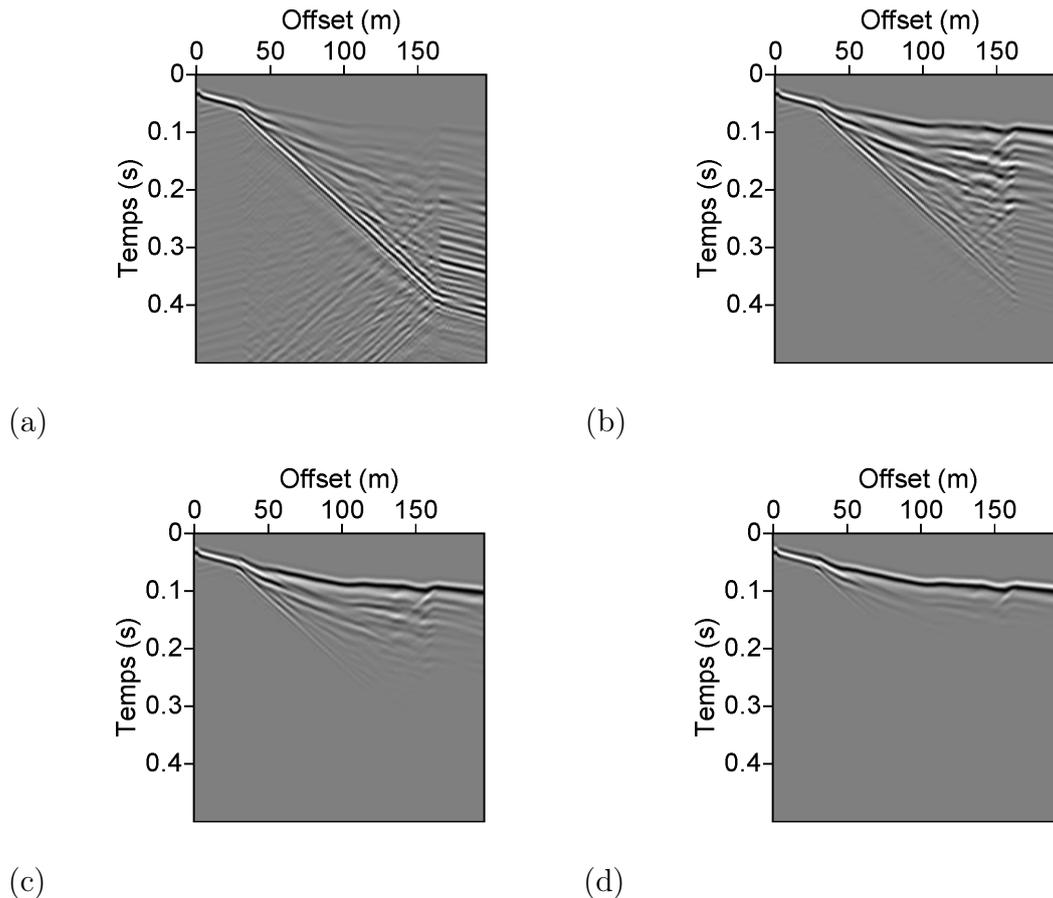


FIGURE 2.12 – Exemple de tir modélisé avec différentes valeurs de τ : (a) Pas d'amortissement (b) $\tau = 0.05s$. (c) $\tau = 0.025s$ (d) $\tau = 0.0125s$. Les amplitudes sont normalisées

où N dénote le nombre total de couples source-récepteur et d_0 les données calculées pour la source s . Le numérateur de l'équation 2.66 représente en fait l'inter-corrélation entre le champ modélisé, en considérant un modèle de vitesse initial \mathbf{m}_0 , et le conjugué des données observées. Le dénominateur représente l'autocorrélation du champ modélisé.

Il est toutefois important de rappeler que cette approche, utilisée pour estimer la signature de la source, se base sur l'hypothèse que le modèle de vitesse permet de prédire les données observées si la source est connue.

4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous sommes partis des équations générales régissant la propagation d'ondes sismiques dans un milieu élastique pour présenter les solutions caractérisant les différents types d'ondes qui s'y propagent. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux propriétés des ondes de Rayleigh mettant en évidence les phénomènes de propagation complexes qu'elle implique.

Nous avons présenté par la suite les aspects théoriques liés à la résolution numé-

rique du problème direct et du problème inverse. La résolution du problème direct dans le domaine fréquentiel se base sur la méthode des éléments finis Galerkin discontinus qui présente un ensemble d'avantages par rapport aux techniques plus classiques comme celles des différences finies. L'inversion des formes d'onde sismique dans le domaine fréquentiel est formulée comme un problème d'optimisation des différences entre les données observées et celles calculées, dans le sens de la norme aux moindres carrés.

Une étude bibliographique a permis de passer en revue les différents aspects liés à la résolution de ce problème à savoir le rôle et l'interprétation du gradient et du Hessien, les outils de pré-conditionnement, de régularisation et de résolution multi-échelle du problème inverse.

Cette partie théorique servira de base dans l'évaluation du potentiel de la méthode dans les études purement numériques du chapitre 4 et 5 ou sur données réelles dans le chapitre 6. Dans le chapitre qui suit, nous nous intéressons aux différentes méthodes de construction du modèle initial, une étape indispensable à l'inversion des formes d'onde linéarisée.

Chapitre 3

Construction du modèle initial

Le processus d'inversion des formes d'onde utilisé dans ce travail se base sur une approche d'optimisation locale. L'utilisation d'un schéma itératif pour minimiser la fonction coût nécessite de définir un modèle initial \mathbf{m}_0 assurant la condition de compatibilité cinématique afin d'éviter les phénomènes d'ambiguïté de phase. Dans ce chapitre, nous passons en revue les méthodes utilisées pour construire un modèle de vitesse initial nécessaire à l'inversion linéarisée des formes d'onde.

1 La tomographie des premiers temps d'arrivée

Cette méthode peut être utilisée pour imager l'intérieur de la terre à des échelles très différentes, allant de l'échelle globale à l'échelle de la proche surface. Elle permet de produire une image lisse du milieu (Nolet, 1987 ; Zelt & Smith, 1992 ; Zelt & Barton, 1998 ; Improtta et al., 2002) en minimisant les écarts entre les temps pointés et ceux calculés dans un modèle a priori. Les temps pointés correspondent en général aux temps d'arrivée des ondes de volume, particulièrement l'onde P directe ou réfractée. La résolution du problème direct, qui constitue le noyau de l'inversion, peut faire appel à différentes techniques. L'une d'entre elles se base sur une approximation haute fréquence de l'équation d'onde, permettant de caractériser l'arrivée d'une onde par un temps et une amplitude, les trajets d'onde étant approximés par des rais. D'après Červený et al. (1977) et Červený (2001), cette technique, appelée aussi tracé de rayons, est efficace pour des modèles de vitesses lisses et reste moins adaptée par conséquent aux milieux très hétérogènes. Certains auteurs (Vinje et al., 1993, 1996a, 1996b) utilisent des méthodes de construction du front d'onde mais la méthode la plus populaire consiste à appliquer la technique des différences finies pour résoudre l'équation Eikonale (Vidale, 1988 ; Podvin & Lecomte, 1991) en raison de sa rapidité et de sa capacité à prendre en considération les contrastes élevés de vitesses (Taillandier et al., 2009).

Le problème inverse est généralement résolu d'une manière itérative en utilisant des méthodes d'optimisation de type gradient conjugué, comme la méthode LSQR de Paige & Saunders (1982) ou des techniques de reconstruction de type (SIRT)(van der Sluis & van der Vorst, 1987 ; Grandjean & Sage, 2004). Une alternative à ces approches consiste à utiliser la méthode de l'état adjoint (Taillandier et al., 2009) ce qui évite ainsi la construction de la matrice des dérivées de Fréchet.

Les applications de la tomographie des premiers temps d'arrivée varient de l'échelle de la géotechnique à celle de la sismologie. Certains auteurs se sont intéressés récemment à l'utiliser pour construire le modèle initial nécessaire pour l'inversion linéarisée des formes d'onde. Des exemples de ces utilisations sur données réelles existent à l'échelle crustale et à l'échelle de la géophysique pétrolière (Ravaut et al., 2004 ; Operto et al., 2006 ; Jaiswal et al., 2008 ; Jaiswal et al., 2009 ; Brenders & Pratt, 2007a ; 2007b). Quelques applications existent également à l'échelle de la proche surface (Sheng et al., 2006 ; Gao et al., 2006 ; Gao et al., 2007 ; Bleibinhaus & Rondenay, 2009 ; Smithyman et al., 2009) généralement dans le cadre des approximations acoustique ou visco-acoustique. Un exemple d'utilisation en approximation élastique est donné par Gélis (2005).

D'après Williamson (1991) et Williamson & Worthington (1993), la résolution spatiale de la tomographie des premiers temps d'arrivée par tracé de rais est contrainte par le volume de la première zone de Fresnel. Elle est égale à $\sqrt{\lambda L}$, où λ représente la longueur d'onde et L la longueur du chemin du rai (raypath). Cette limite de résolution impose d'après Brenders & Pratt (2007a) l'utilisation des très basses fréquences et des grands déports afin d'assurer la stabilité de l'inversion des formes d'onde, dans le cadre d'applications à l'échelle lithosphérique ou reliées à l'exploration pétrolière.

Une autre limitation de la méthode réside dans la nécessité de pointer les temps d'arrivée. Ce procédé peut conduire à des erreurs en présence de bruit dans les données réelles ou en présence d'anomalies de faibles vitesses où apparaissent des zones d'ombre (shadow zones). Cet effet sera mis évidence sur les données réelles de Jargeau présentées dans le chapitre 6.

2 L'inversion de la phase de la première arrivée

Cette méthode estime les vitesses à partir de la phase de la première arrivée. En effet, la phase de la première arrivée peut être considérée comme l'équivalent dans le domaine fréquentiel du temps d'arrivée (Min & Shin, 2006 ; Ellefsen, 2009). L'inversion de la phase utilise les fréquences complexes : la partie réelle contrôle la longueur d'onde tandis que la partie imaginaire est affectée par l'atténuation, permettant ainsi de supprimer les effets des arrivées tardives suivant la première arrivée. La sélection appropriée de ces deux termes permet donc d'extraire la phase de la première arrivée. Pour des applications particulières liées à la proche surface, Ellefsen (2009) propose une adaptation de la méthode pour traiter les temps d'arrivée en réfraction. Il démontre à travers une comparaison des noyaux de sensibilité de cette méthode avec ceux de la tomographie des premiers temps d'arrivée la contribution de cette approche à mieux prendre en compte les effets de fréquence finie. Cette méthode peut être liée à la tomographie par fréquence finie décrite par Montelli et al. (2004).

3 La stéréo-tomographie

La stéréo-tomographie est une méthode de tomographie de pente qui, en plus des temps de trajets, utilise la pente d'évènements localement cohérents identifiés sur des collections de récepteurs et de tirs communs afin d'estimer un modèle de vitesse. Un évènement cohérent peut être décrit par la position d'une source, d'un récepteur

et d'un temps de trajet (correspondant à une arrivée d'onde, P ou S, réfléchi ou réfractée). Le trajet peut être caractérisé par deux segments de rais joignant le lieu de la réflexion (ou diffraction) respectivement à la source et au récepteur, et les pentes de l'évènement, qui sont les tangentes à l'arrivée première mesurée sur des collections en point récepteur commun et point de tir commun (Lambaré et al., 2004 ; Lambaré, 2008). D'après Billette et al. (2003), l'algorithme de stéréo-tomographie nécessite la construction d'un modèle initial (formé par les paires de segments de rais et le modèle de vitesse) suivi par une localisation des évènements dans ce modèle. La troisième étape consiste à résoudre le problème d'inversion jointe des paramètres des segments de rais et du modèle de vitesse. Des applications de cette méthode sur des données synthétiques et réelles sont présentées dans Alerini et al. (2002), Billette et al. (2003), Lambaré (2008) et Dummong et al. (2008).

4 Inversion dans le domaine de Laplace

Une nouvelle approche permettant de construire un modèle de vitesse initial pour l'inversion des formes d'onde consiste à se placer dans le domaine de Laplace où dans le domaine de Laplace-Fourier (Shin & Ha, 2008 ; Shin & Cha, 2008). Dans le domaine de Laplace, le champ d'onde peut être considéré comme la composante à fréquence nulle du champ amorti par une exponentielle décroissante dans le domaine temporel. En effet, la transformée de Laplace du champ d'onde $x(t)$ dans le domaine temporel est donnée par :

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = \int_0^{+\infty} x(t)exp(-st)dt \quad (3.1)$$

où \mathcal{L} désigne la transformée de la Laplace, s est un nombre réel définissant la constante d'amortissement de Laplace. D'après Shin & Cha (2008), l'équivalence entre la transformée de Laplace du champ d'onde et la composante à fréquence nulle de la transformée de Fourier du signal amorti par exponentielle décroissante est immédiatement déduite en écrivant :

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = \lim_{w \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)exp(-st)exp(-\omega t)dt \quad (3.2)$$

qui fait apparaître la transformée de Fourier du signal amorti par une exponentielle décroissante de l'équation (2.64) où $\omega = 0$ et $x(t) = 0 \forall t < 0$. Cette méthode permet de fournir un modèle de vitesse lisse, qui peut être utilisé comme modèle initial pour l'inversion des formes d'onde, qu'elle soit dans le domaine de Laplace-Fourier ou dans le domaine fréquentiel plus classique.

Le choix des coefficients d'amortissement joue un rôle important dans cette approche. Les forts coefficients d'amortissement utilisent les données proches du temps de la première arrivée. D'après Shin & Cha (2008), ce sont les coefficients les plus faibles qui jouent le rôle le plus important dans la caractérisation des formations profondes du milieu. Leur utilisation introduit néanmoins des erreurs non néglig-

geables dues à l'intégration numérique sur un temps d'enregistrement fini alors que la solution analytique suppose une intégration de borne infinie. L'inversion dans le domaine de Laplace-Fourier est quant à elle équivalente à une inversion de sismogrammes amortis (par une exponentielle décroissante) dans le domaine temporel. Cette méthode permet selon Shin & Ha (2009) d'utiliser des fréquences plus faibles que celles qui se propagent effectivement depuis une source sismique.

Des exemples d'applications de l'inversion dans le domaine de Laplace (Shin & Cha, 2008; Shin & Ha, 2008; Shin & Ha, 2009) sur des données synthétiques et réelles ont permis de mettre en évidence la robustesse ainsi que la faible sensibilité de la méthode au modèle initial. Un exemple d'application regroupant l'inversion des formes d'onde dans le domaine de Laplace, Fourier-Laplace et dans le domaine fréquentiel a récemment été présenté par Shin & Ha (2009) sur le modèle "BP benchmark" où toutes les structures ont été imagées avec succès en partant d'un modèle initial brut.

Il existe cependant peu de références sur l'utilisation de la méthode en dehors de l'approximation acoustique. Le choix des constantes d'amortissement de Laplace ainsi que la capacité de la méthode à reconstruire les structures profondes du milieu sont des thèmes qui nécessitent encore d'être explorés.

5 La méthode SASW

Nous avons vu dans le chapitre 2 (section 1.3) que les ondes de surface constituent environ 2/3 de l'énergie émise par une source sismique. L'exploitation du potentiel de ces ondes à fournir une information sur les caractéristiques du milieu a permis d'introduire dans les années 80 la méthode SASW (Spectral Analysis of Surface Waves) ou analyse spectrale des ondes de surface (Nazarian & Stokoe, 1984, 1986; Stokoe & Nazarian, 1985, 1988). Pour une source donnée et pour chaque fréquence, la détermination du déphasage entre deux signaux enregistrés par deux capteurs permet d'obtenir les figures de dispersion caractérisant la variation de la vitesse de l'onde de surface en fonction de la fréquence. L'inversion des courbes de dispersion constitue un problème inverse non linéaire et permet de reconstruire en 1D les paramètres du milieu, souvent réduits à la vitesse des ondes S. Quelques études (Russel, 1987; Bitri et al., 1998; Xia et al., 2003; Bodet, 2005) ont montré en effet l'impact faible des variations de densité et de vitesse des ondes P sur les courbes de dispersion, ce qui permet de considérer que la vitesse des ondes S est le principal paramètre qui contrôle la dispersion des ondes de surface.

La fiabilité et le faible coût de la méthode ont donné lieu à de nombreuses applications en proche surface (Park et al., 1999; Lai, 1998; Rix et al., 2001). Une amélioration de la méthode a été apportée en l'étendant à la méthode MASW (Multichannel Analysis of Surface Waves), utilisant ainsi davantage de récepteurs dans l'analyse des courbes de dispersion. Une autre extension consiste à utiliser la SASW plusieurs fois en utilisant un même dispositif (positions de tirs et géophones) mobile latéralement, la juxtaposition de tous les profils permettant la construction d'un profil de vitesse incluant des variations latérales (Bitri, 2002).

L'approximation 1D de la méthode est en réalité imposée par la formulation utilisée du problème inverse (Hermann, 1991). Pour reconstruire des milieux 2D,

certain auteurs (Park et al., 1998 ; Xia et al., 1999 ; Grandjean & Bitri, 2006) proposent d'adapter la méthode à des contextes 2D en réduisant la fenêtre de déport ou en utilisant le principe de sommation afin d'augmenter le rapport signal sur bruit. Les profils 1D sont interpolés le long de la ligne sismique pour produire des images 2D.

En dépit de toutes ces améliorations, des limites altèrent encore le potentiel des méthodes basées sur les ondes de surface :

- Une des limitations les plus importantes provient de l'erreur fréquente dans l'identification des modes supérieurs (Zhang et al., 2003 ; Feng et al., 2005 ; O'Neill & Matsuoka, 2005). En effet, dans un milieu tabulaire (avec un nombre fini de couches), il existe différents modes de propagation, qui sont des solutions possibles (section 1.3.2.2 du chapitre 2). Dans la plupart des cas, l'hypothèse que le mode fondamental (ou le premier mode) est dominant n'est plus valide, les modes supérieurs pouvant être dominants. De plus, ces modes peuvent se superposer compliquant davantage l'interprétation (Socco & Strobbia, 2004).
- Pour des milieux complexes, les variations latérales de vitesses conduisent à des variations de la vitesse de phase des ondes de Rayleigh. Ce phénomène introduit des erreurs dans l'inversion des courbes de dispersion (puisque basée sur une approximation 1D) ce qui peut sévèrement affecter les résultats (Bodet, 2005).
- La courbe de dispersion n'est pas une propriété intrinsèque du milieu. Socco & Strobbia (2004) et O'Neill et al. (2003) ont montré l'influence des paramètres d'acquisition (nombre de récepteurs, déport minimum et maximum) sur la dispersion des ondes de Rayleigh.
- La résolution des couches dépend de la fréquence. En effet, les couches les plus profondes influencent uniquement les basses fréquences tandis que les couches superficielles influencent toutes les fréquences. Feng et al. (2001) et Feng et al. (2005) proposent dans ce cadre une analyse de sensibilité de la vitesse de phase pour évaluer la qualité des résultats de l'inversion et démontrent en particulier que le mode fondamental peut ne pas être le mode le plus sensible aux paramètres du milieu.

5.1 Impact d'une variation latérale de vitesse : exemple

Considérons le cas simple d'un modèle constitué par trois couches. Le tableau 3.1 donne les vitesses sismiques du modèle de référence choisie (Figure 3.1a). Ces vitesses varient entre 300 m/s et 1000 m/s pour la vitesse des ondes P et entre 200 m/s et 600 m/s pour celle des ondes S. La source utilisée est un Ricker à 40Hz. Elle est placée en surface, à 10m du bord du modèle. 24 géophones, espacés de 2 m sont utilisés. Les déports minimal et maximal sont respectivement de 5 m et 51 m. Les sismogrammes sont générés à partir d'un code de modélisation élastique par différences finies pour extraire les figures de la dispersion effective (Lai, 1998). A partir de ces figures de dispersion, une courbe de dispersion peut être pointée (en identifiant l'énergie maximale) et utilisée comme donnée observée dans le processus d'inversion. Dans la figure 3.1 sont présentées les figures de dispersion pour le modèle de référence et pour deux cas de modèles avec des variations latérales de vitesses. Ces images montrent que la dispersion est très faible au niveau des hautes fréquences

ce qui permet d'estimer la vitesse de l'onde de Rayleigh de la première couche. La comparaison des figures 3.1b et 3.1d montre de très faibles variations au niveau du lobe principal. Celui-ci devient plus large au niveau des basses fréquences (inférieures à 20 Hz) pour le modèle de la Figure 3.1e rendant le pointé plus difficile.

| $h(\text{m})$ | $V_p(\text{m/s})$ | $V_s(\text{m/s})$ |
|---------------|-------------------|-------------------|
| 2 | 300 | 200 |
| 3 | 600 | 400 |
| 15 | 1000 | 600 |

TABLE 3.1 – Épaisseur des couches et vitesses des ondes P et des ondes S pour le modèle de référence

5.2 Impact d'une perturbation de la vitesse V_s

Afin d'illustrer l'impact d'une perturbation de la vitesse V_s sur le diagramme de dispersion, nous avons considéré des diminutions respectives de 5%, 10% et 20% de la vitesse des ondes S pour les deux premières couches du modèle. La figure 3.2 représente les diagrammes de dispersion associés, la courbe en pointillés noirs correspondant à la courbe de dispersion pointée dans le modèle de référence. Elle permet de mettre en évidence le faible impact de ces perturbations sur la dispersion relative aux basses fréquences. Au-dessous de 40 Hz, le pointé de la courbe de dispersion peut être identique à celui effectué sur le modèle de référence. Les hautes fréquences sont quant à elles beaucoup plus sensibles à une perturbation de la vitesse de la première couche. Un décalage vers la gauche, due à la diminution de la vitesse, est clairement observable au niveau des figures (3.2 a, c et e).

L'utilisation de la SASW en vue d'obtenir une coupe 2D des vitesses S servant de modèle initial à l'inversion en formes d'onde élastique n'est donc pas aisée. Que ce soit à cause de l'hypothèse 1D qui fonde le problème inverse tel qu'il est résolu actuellement, de la complexité de l'interprétation des modes de propagation dans les milieux contrastés, ou de la dépendance du pouvoir de discrimination avec la profondeur, cette méthode reste peu employée. Nous allons voir maintenant ce qui est actuellement proposé pour résoudre le problème de l'estimation du modèle initial utilisé pour l'inversion des formes d'onde élastique, et ce pour des applications de la proche surface.

6 Utilisation pour l'inversion des formes d'onde en proche surface

L'application de l'inversion en forme d'onde à des problèmes d'imagerie de proche surface est récente et date de quelques années. La plupart de ces applications se basent sur l'approximation acoustique et s'intéressent par conséquent à la construction d'un modèle initial pour la vitesse des ondes P (Pratt & Shipp, 1999; Sheng et al., 2006; Smithyman et al., 2009; Gao et al., 2006, 2007). Pour ces applications,

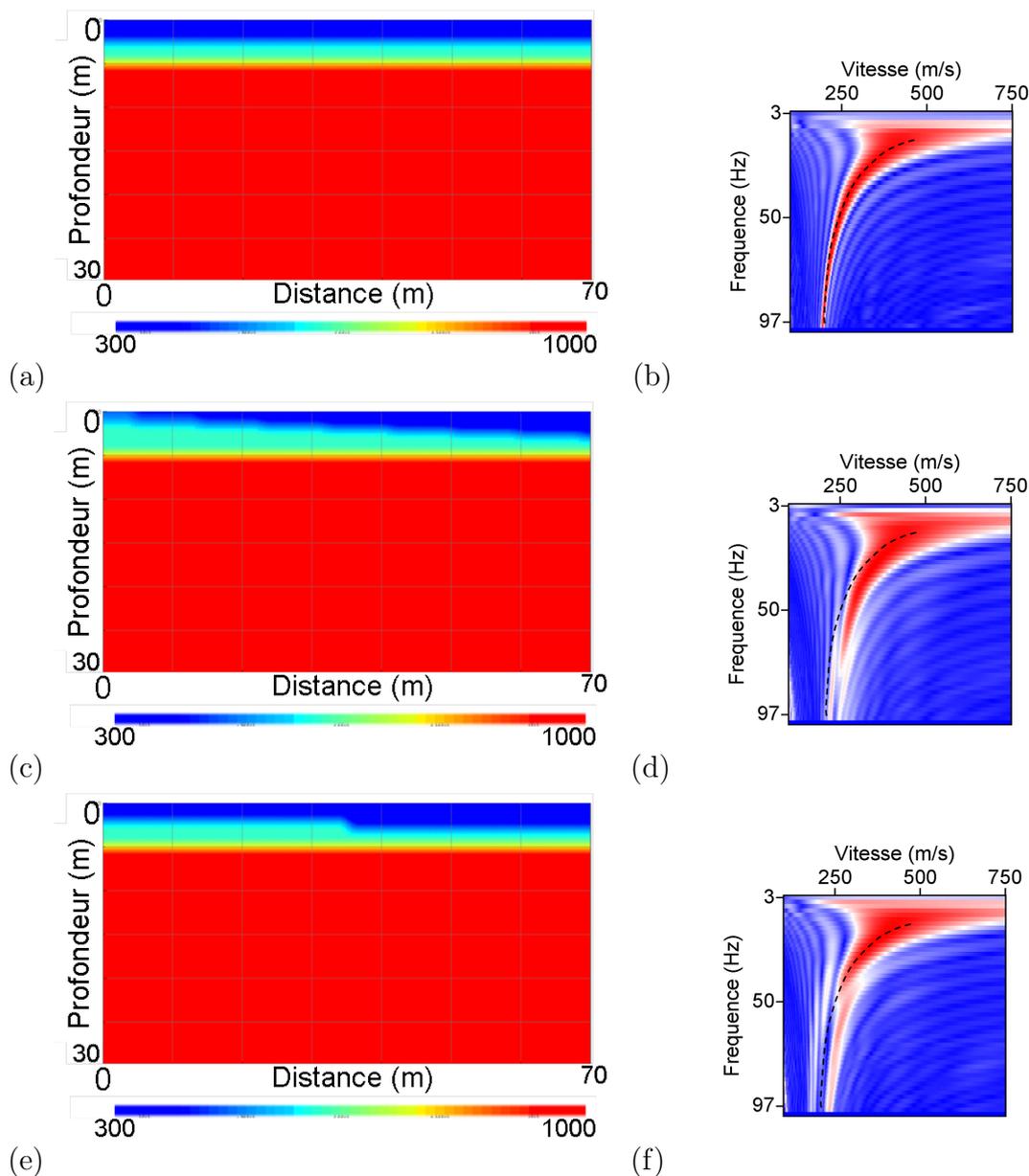


FIGURE 3.1 – Exemples de figures (ou diagrammes) de dispersion effective associées à trois configurations de modèles à trois couches. (a) Modèle de référence (b) Modèle avec une couche pentée (c) modèle avec une discontinuité latérale de vitesse. La vitesse moyenne (pour V_p et V_s) est la même pour les trois modèles. La ligne noire en pointillés représente la courbe de dispersion pointée dans le modèle de référence

la tomographie des premiers temps d'arrivée est utilisée pour la reconstruction d'un modèle initial donnant la distribution des vitesses V_p .

Gélis (2005) s'est intéressée à la construction d'un modèle initial, pour les paramètres V_p et V_s afin de pouvoir tester l'inversion en forme d'onde élastique sur le site de Jargeau, site que nous avons aussi étudié dans les mêmes conditions et dont les résultats seront décrits dans le chapitre 6. Son choix s'est porté sur la construction d'un modèle V_s à partir du modèle V_p (obtenu par tomographie des premiers temps d'arrivée), en considérant un rapport V_p/V_s constant. Cette stratégie sera

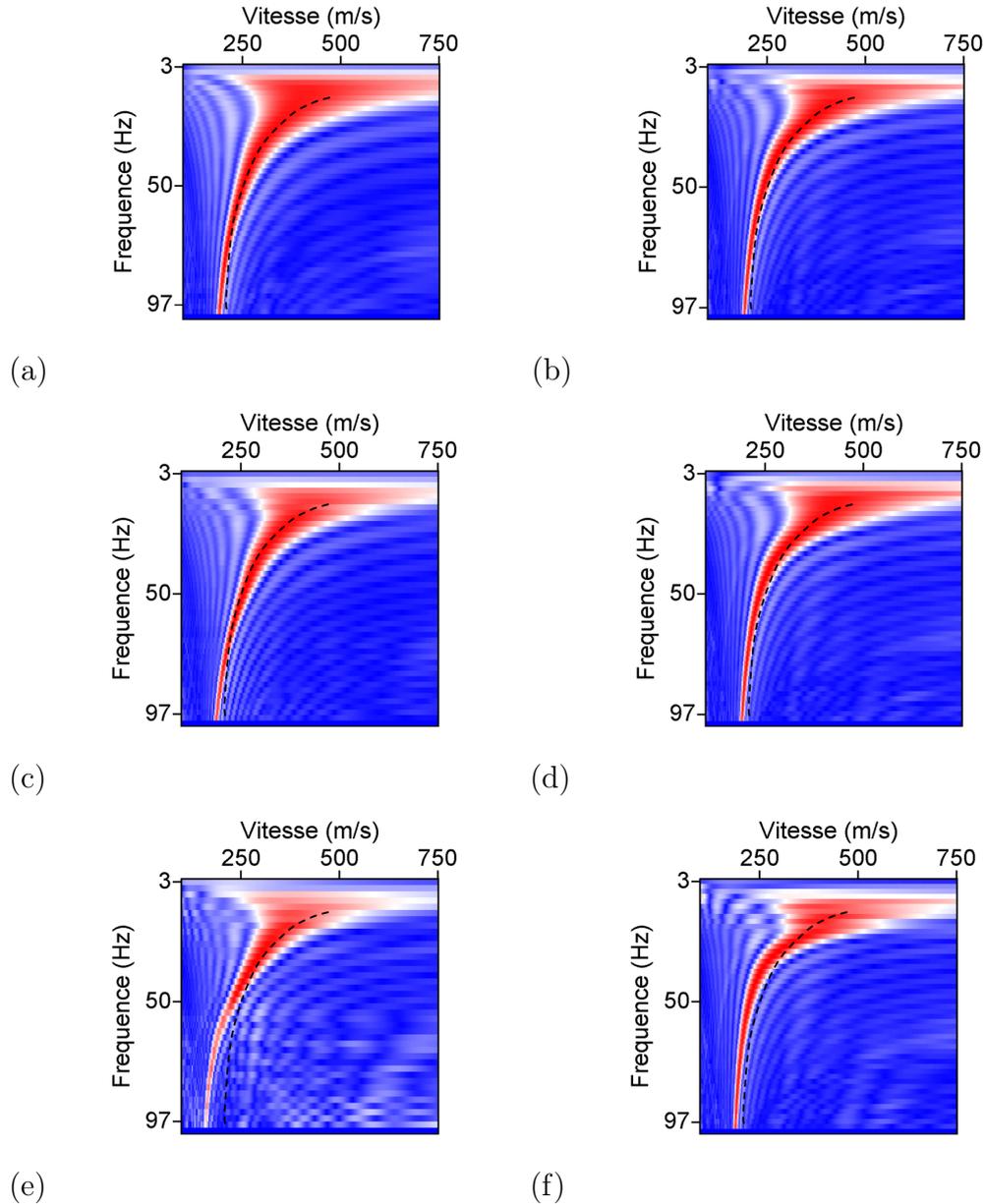


FIGURE 3.2 – Exemples de figures (ou diagrammes) de dispersion effective associées à des perturbations de 5% (a et b), 10% (c et d) et de 20% (e et f) de la vitesse V_s . La première colonne correspond des perturbations de la vitesse V_s de la première couche. La deuxième colonne correspond à des perturbations de la deuxième couche. La ligne noire en pointillés représente la courbe de dispersion pointée dans le modèle de référence

aussi testée dans l'étude des cas réels.

7 Conclusion

L'ensemble des méthodes décrites dans ce chapitre peuvent être utilisées pour la construction d'un modèle initial de vitesse, tirant profit pour la plupart d'entre

elles, d'une partie de l'information contenue dans le signal sismique. Les méthodes "classiques" utilisées dans le cadre de la prospection en proche surface, à savoir la tomographie des temps des premières arrivées et la méthode MASW, permettent de fournir un modèle initial, pour les paramètres V_p et V_s , nécessaires pour l'inversion des formes d'onde élastique. Ces deux techniques seront utilisées dans les deux cas réels présentés dans le chapitre 6.

A l'échelle de la subsurface, des applications récentes ont permis de valider l'utilisation des résultats de la tomographie des premiers temps d'arrivée pour l'inversion des formes d'onde sous l'approximation acoustique. Toutefois, très peu de références s'intéressent à la construction d'un modèle initial pour le paramètre V_s . Seule Gélis (2005) présente un exemple d'application sur des données réelles.

Chapitre 4

Application de l'inversion des formes d'onde élastique aux milieux de la subsurface : étude numérique

Dans ce chapitre, nous allons mener une étude numérique afin d'évaluer la capacité de l'inversion des formes d'onde élastique pour reconstruire des milieux hétérogènes situés en proche surface. Deux configurations principales seront étudiées. La première se rapporte à une configuration en diffraction (présence d'hétérogénéités locales représentées sous forme d'inclusions rigides ou atténuantes) où la détection de cavités vides sera traitée comme un cas particulier. La deuxième concerne le cas d'un milieu hétérogène comportant des variations latérales de vitesse. Pour ces deux cas, la surface libre est supposée plane et est prise en compte à la fois dans le problème direct et inverse.

1 Détection d'hétérogénéités locales

Nous allons considérer dans cette section le cas d'un modèle bidimensionnel homogène comportant deux hétérogénéités locales. Les dimensions horizontale et verticale du modèle sont respectivement 150 m et 18 m. Deux hétérogénéités circulaires de diamètre 5 m sont situées respectivement à une position horizontale de 50 m et de 100 m (figure 4.4a). Le milieu encaissant est caractérisé par des vitesses de 1000 m/s et 600 m/s pour les ondes P et S et une densité de 1500 kg/m^3 . Cette densité est supposée constante dans tout le milieu, y compris dans les "cavités". La source utilisée est une source explosive modélisée par un Ricker de fréquence centrale 60 Hz. Le dispositif d'acquisition se compose de 66 sources et 66 récepteurs situés respectivement à 0.3 m et 0.15 m de la surface libre. Leur emplacement est représenté par les lignes rouge et bleue de la figure 4.4a. Les caractéristiques du milieu sont récapitulées dans le tableau 4.1.

Ce modèle présente des caractéristiques assez particulières, en effet :

- Les longueurs d'onde associées à la vitesse de propagation des ondes S, pour la fréquence centrale, dans les deux cavités sont respectivement de 15 m et 5 m. Le principe affirmant que la résolution de l'inversion des formes d'onde est d'une demi longueur d'onde (Pratt, 1999) conduit à des résolutions "espérées"

| | Rayon(m) | V_s (m/s) | V_p (m/s) | ρ (kg/m^3) | λ_{V_s} (m) | λ_{V_p} (m) |
|-------------------|----------|-------------|-------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Hétérogénéité 1 | 2.5 | 900 | 1500 | 1500 | 15 | 25 |
| Hétérogénéité 2 | 2.5 | 300 | 500 | 1500 | 5 | 8.3 |
| Milieu encaissant | | 600 | 1000 | 1500 | 10 | 16.6 |

TABLE 4.1 – Caractéristiques du modèle considéré. Les longueurs d'ondes λ_{V_s} et λ_{V_p} sont calculées par rapport à la fréquence centrale de la source égale à 60 Hz

de 7.5 m et de 2.5 m, respectivement. Pour le paramètre V_p , cela conduit à des résolutions de 12.5 m et de 4.15 m, respectivement.

- Le dispositif utilisé assure une bonne ouverture d'acquisition. Le déport maximum est de 130 m pour une profondeur d'investigation inférieure à 20 m.
- Les deux hétérogénéités sont situées à une faible profondeur (5 m) au dessous de la surface libre. Ceci implique une interaction forte de ces hétérogénéités avec les ondes de Rayleigh.
- Par rapport au milieu encaissant, les deux cavités présentent des contrastes de signes opposés. Ce contraste de vitesse, pour V_p et V_s , est positif dans le cas de la cavité située à la distance horizontale de 50 m, qu'on appellera désormais cavité 1. Il est négatif pour la cavité 2, située à une position horizontale de 100 m.

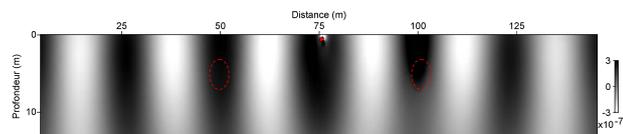
1.1 Cartes monofréquentielles

La figure 4.1 représente les parties réelles du champ monochromatique pour des fréquences respectives de 20 Hz, 60 Hz et 120 Hz. A 20 Hz (figure 4.1 a et b), le champ qui se propage au niveau des cavités est dominé par l'onde de surface ($\lambda_R \approx 27.5$ m). Une très faible interaction est observée avec les deux cavités, pour les deux composantes. A 60 Hz (figure 1.4 c et d), la longueur d'onde associée à la propagation de l'onde de Rayleigh dans le milieu encaissant est $\lambda_R \approx 9.1$ m. Cette onde se propage jusqu'à une profondeur de l'ordre de 5 m. L'interaction avec l'onde de Rayleigh est clairement observable au niveau de la cavité 2. A 120 Hz, les deux cavités se situent à la limite de la profondeur de propagation de l'onde de surface. Une onde transmise très énergétique est observée à l'intérieur de la cavité située à 100 m.

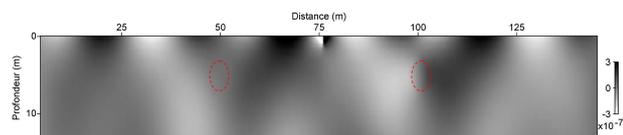
Les perturbations induites par la présence des deux cavités (différences entre les parties réelles des cartes monofréquentielles issues du modèle homogène et de celles issues du modèle avec cavités) sont représentées dans la figure 4.2, pour les trois fréquences considérées. Cette figure permet de noter que :

- La présence des cavités induit un déphasage de l'onde propagée, même à basse fréquence (figure 2.4a et b). Ces basses fréquences contiennent par conséquent de l'information et doivent être prises en considération dans le processus d'inversion.
- Pour les fréquences de 60 Hz et 120 Hz, les champs transmis (à gauche de la première cavité et à droite de la deuxième) sont fortement perturbés par la présence des cavités.
- Au niveau de la cavité 2, de fortes perturbations peuvent être observées. Une

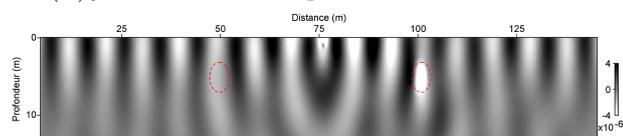
partie de ces perturbations se propage vers le bas et ne peut pas être détectée par un dispositif en surface.



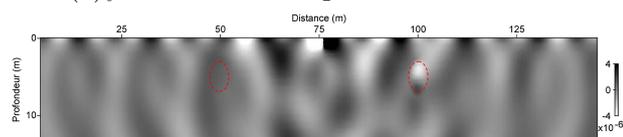
(a) $f = 20$ Hz - composante verticale



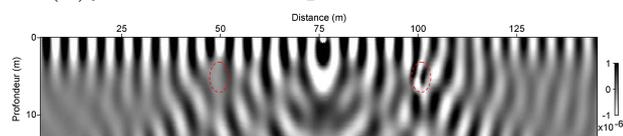
(b) $f = 20$ Hz- composante horizontale



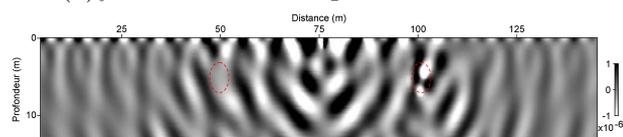
(c) $f = 60$ Hz- composante verticale



(d) $f = 60$ Hz- composante horizontale



(e) $f = 120$ Hz- composante verticale



(f) $f = 120$ Hz- composante horizontale

FIGURE 4.1 – Composantes verticale ((a), (c) et (e)) et horizontale ((b), (d) et (f)) de la partie réelle du champ pour les fréquences respectives de 20 Hz, 60 Hz et 120 Hz. La source est située en surface à une distance de 76 m. L'interaction du champ d'onde propagé avec chacune des cavités diffère selon la longueur d'onde de propagation. Les lignes discontinues rouges rappellent les positions des deux cavités

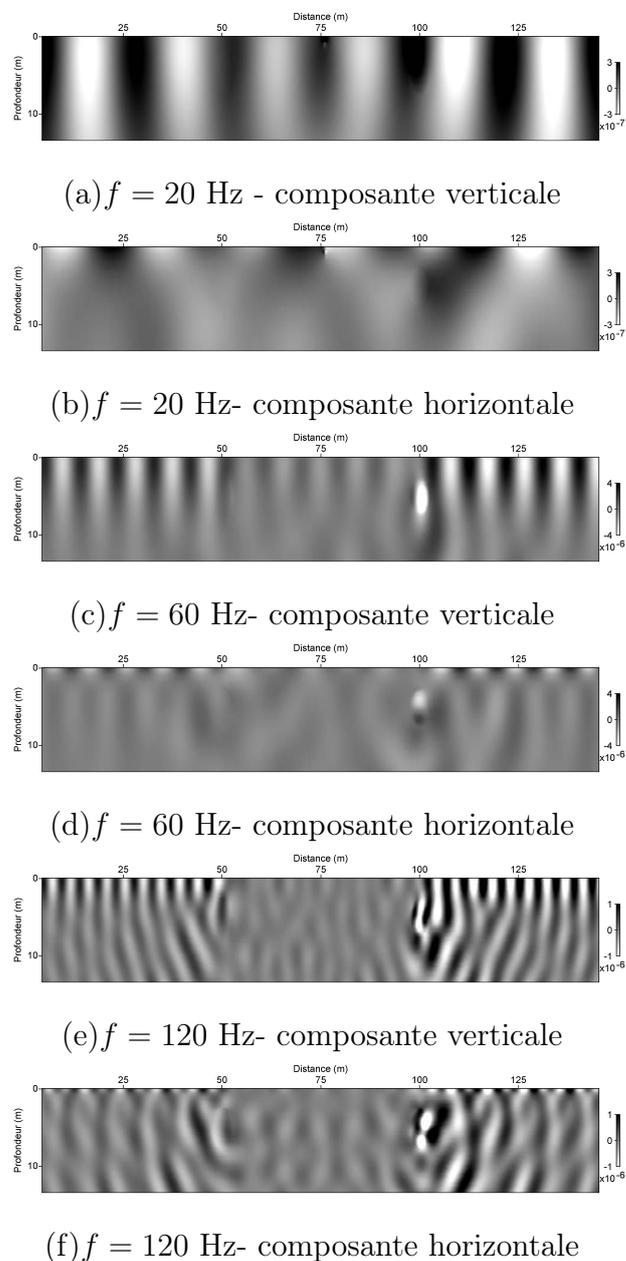


FIGURE 4.2 – Perturbations du champ induites par la présence des deux cavités pour les fréquences respectives de 20 Hz, 60 Hz et 120 Hz. La source est située en surface à une distance de 76 m

1.2 Sismogrammes en temps

Pour mieux comprendre l'effet de la présence des deux cavités sur la propagation des ondes sismiques, nous proposons de comparer des sismogrammes synthétiques correspondant au modèle homogène et à celui comportant les deux cavités. La position horizontale de la source est fixée à 10 m, offrant un déport variant entre 0 et 130 m. Les différences entre les deux sismogrammes, pour chaque composante (figure 4.3e et f) font apparaître plusieurs événements mais sont dominées par l'onde de surface. Des réflexions en P et en ondes de surface apparaissent sur le toit de chaque cavité. Nous pouvons également observer des conversions de l'onde P en onde de surface et des conversions de l'onde de surface en onde P, visibles surtout au niveau de la composante verticale. Au niveau de la cavité 2, les différences de synthétiques permettent de mettre en évidence l'apparition de multiples, résultat de l'interaction de l'onde transmise avec la cavité.

1.3 Inversion des formes d'onde

Nous proposons d'effectuer un test "en aveugle" partant d'un modèle initial homogène pour les deux paramètres V_p et V_s . Nous utiliserons pour cela un algorithme d'inversion en forme d'onde élastique. Notre approche consistera pour ce cas à inverser d'une manière séquentielle un nombre fini de fréquences définies dans la bande de la source (centrée à 60 Hz). Nous analyserons en particulier :

- Le rôle des basses et hautes fréquences dans la reconstruction des cavités.
- L'impact du dispositif d'acquisition.

Pour résoudre le problème inverse, nous avons choisi de commencer par inverser 8 fréquences comprises entre 20 et 80 Hz. Les tests effectués en considérant des fréquences plus faibles que 20 Hz ont montré qu'elles ne contribuent pas à améliorer la reconstruction du modèle. Ceci peut s'expliquer par le fait que nous avons supposé connaître les paramètres du modèle encaissant. Nous verrons dans le chapitre 5 que le choix d'une fréquence initiale suffisamment basse peut être crucial pour éviter les phénomènes d'ambiguïté de phase.

Notre choix ne tient pas compte du critère de Sirgue & Pratt (2004) pour la sélection des fréquences à inverser. En effet, comme nous l'avons vu dans le chapitre 2 (section 2.7), ce critère est établi pour le cas d'un modèle homogène infini et un réflecteur profond. Il ne prend par conséquent pas en compte les effets de diffractions des ondes de surface sur des hétérogénéités ponctuelles ainsi que les conversions possibles des modes de propagation.

Les figures 4.4 et 4.5 représentent respectivement la reconstruction des vitesses V_p et V_s du milieu pour quatre des huit fréquences inversées, correspondant à 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz. L'inversion est effectuée de manière séquentielle en allant des plus basses vers les plus hautes fréquences. 25 itérations sont effectuées pour chaque fréquence inversée, en utilisant la méthode L-BFGS (chapitre 2, section 2.5). Les figures 4.6 et 4.7 représentent respectivement les profils verticaux et horizontaux, passant par le centre des deux cavités. L'interprétation des résultats de l'inversion nous permet de déduire que :

- L'inversion séquentielle permet, en partant des plus basses vers les plus hautes fréquences, une reconstruction progressive à la fois de la forme et des vitesses

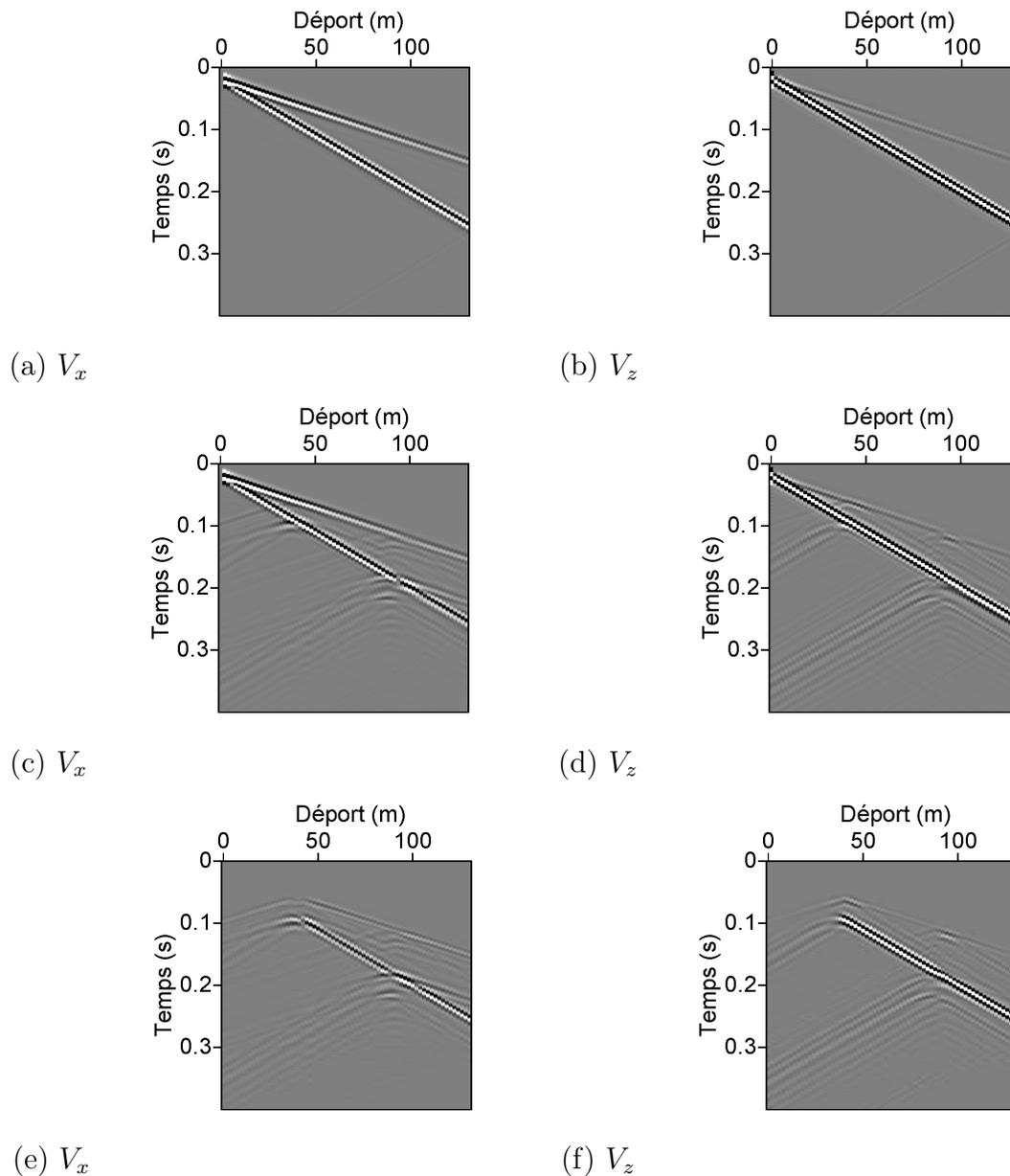


FIGURE 4.3 – Sismogrammes à 60 Hz pour (a et b) un modèle homogène, (c et d) un modèle avec les deux cavités, (e et f) différences. La première colonne correspond à la composante horizontale et la deuxième à la composante verticale

des cavités. Ces dernières sont clairement identifiées après l'inversion de la fréquence correspondant à 79.3 Hz.

- Les profils verticaux confirment la bonne reconstruction des deux cavités. Nous notons toutefois des erreurs non négligeables (comprises entre 5 % et 10 % et pouvant être supérieures à 20 %) au niveau des zones situées au dessous des deux cavités. Cette "zone d'ombre" est clairement visible, dans la reconstruction du paramètre V_s , au niveau de la cavité 2 (figure 4.5e et f). A hautes fréquences, ces erreurs sont "compensées" par une surestimation des vitesses (figure 4.6c et d). Pour cette cavité, nous notons également qu'une erreur dans

la vitesse de l'onde S au dessous de la cavité est introduite dès la première fréquence inversée. Cette observation laisse entrevoir que cet effet peut être la conséquence d'un choix impertinent de la première fréquence à inverser.

- Les profils horizontaux extraits passant par les deux cavités (figure 4.7) montrent de faibles oscillations autour de la vitesse du milieu encaissant. Ces oscillations sont atténuées par l'inversion des fréquences plus élevées, exceptée à proximité des deux cavités.

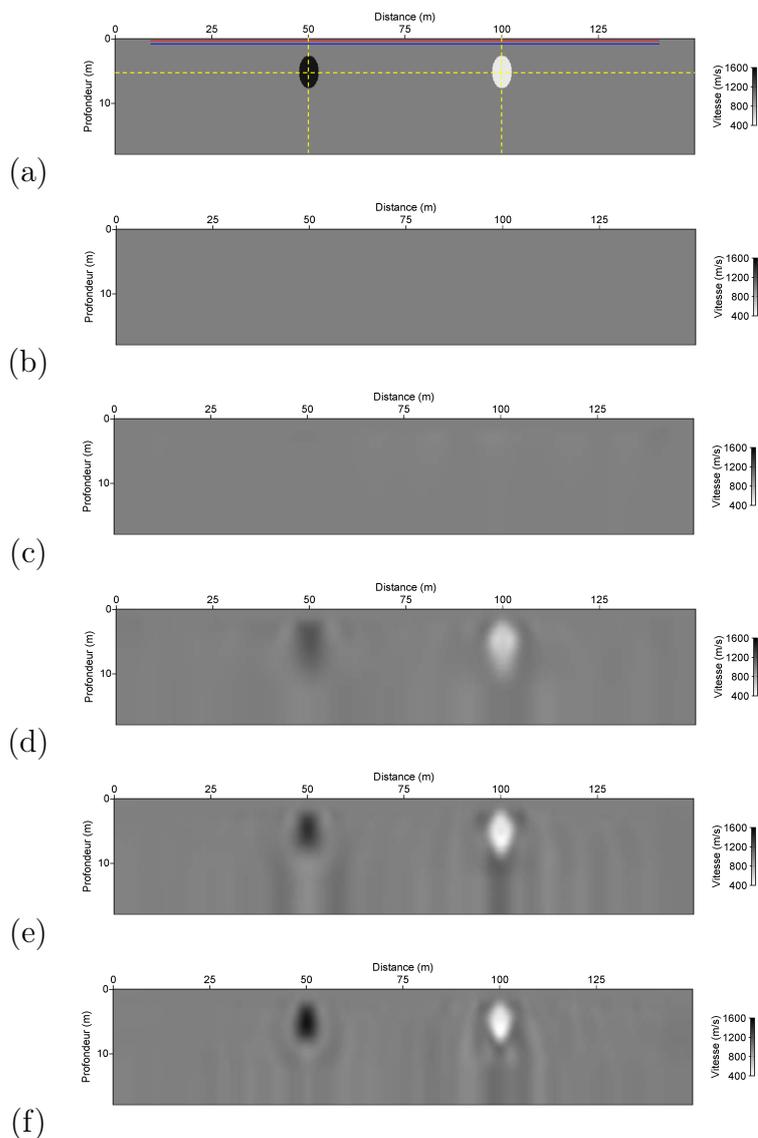


FIGURE 4.4 – Reconstruction de la vitesse V_p . (a) modèle vrai (b) modèle initial homogène (c) modèle après inversion de la première fréquence (d) modèle après inversion de 4 fréquences (e) modèle après inversion de six fréquences (f) modèle après inversion de huit fréquences

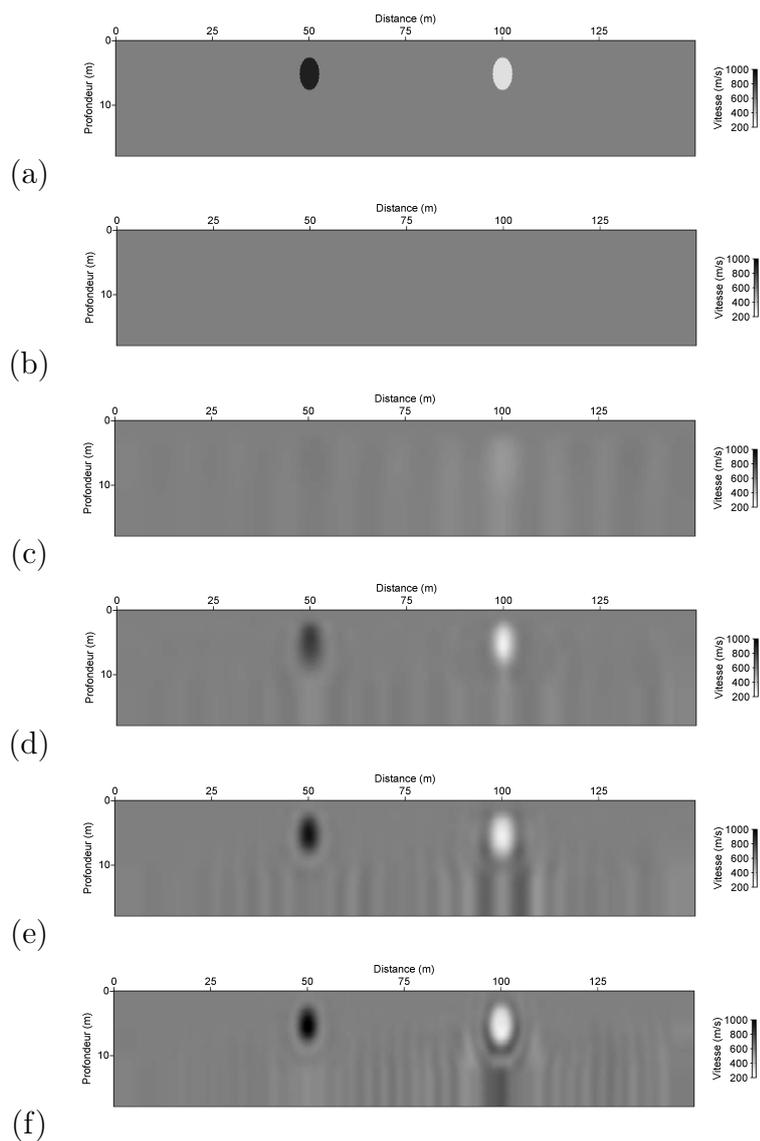


FIGURE 4.5 – Reconstruction de la vitesse V_s . (a) modèle vrai (b) modèle initial homogène (c) modèle après inversion de la première fréquence (d) modèle après inversion de 4 fréquence (e) modèle après inversion de sept fréquences (f) modèle après inversion de neuf fréquences

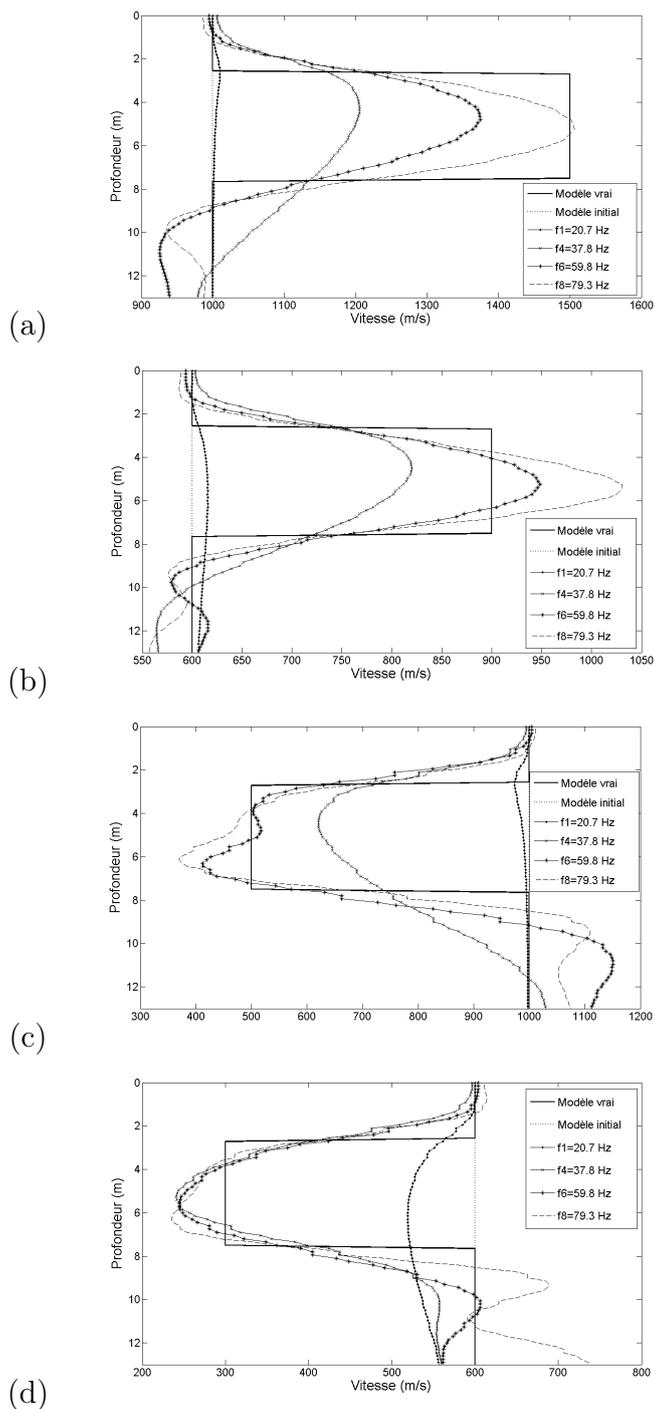


FIGURE 4.6 – Profils verticaux extraits (correspondant aux positions horizontales de 50 m et 100 m, respectivement) des modèles de vitesse V_p (a et c) et V_s (b et d) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées

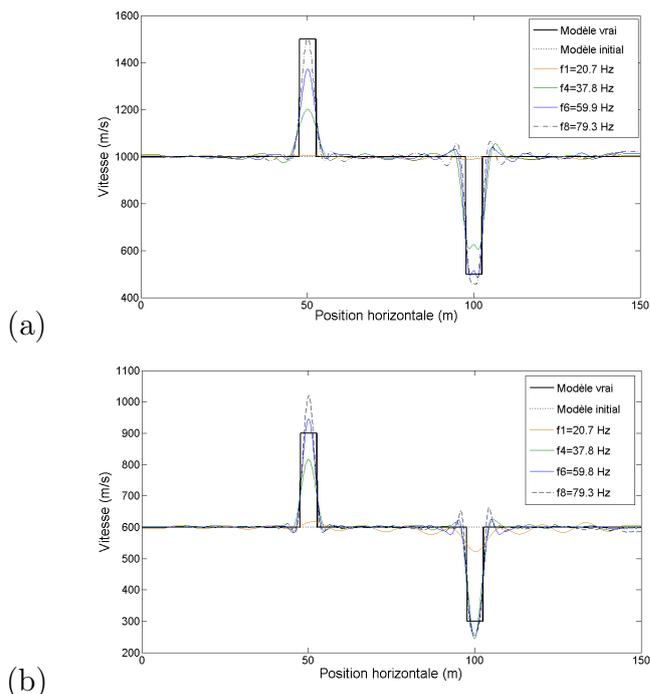


FIGURE 4.7 – Profils horizontaux extraits des modèles de vitesse V_p (a) et V_s (b) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées

Pour mieux évaluer les performances de l'algorithme, la figure 4.8 (c, d, e et f) représente les sismogrammes différentiels initiaux (correspondant à la différence des sismogrammes simulés avec le modèle homogène initial avec ceux simulés avec le modèle vrai) et finaux (différence des sismogrammes simulés dans le modèle final avec ceux simulés avec le modèle vrai) pour les composantes horizontale et verticale. L'inversion explique une grande partie des résidus, en particulier les réflexions en onde P et en onde de surface sur le toit des cavités. Les résidus finaux sont très faibles et correspondent en particulier aux réflexions multiples présentes au niveau de la deuxième cavité.

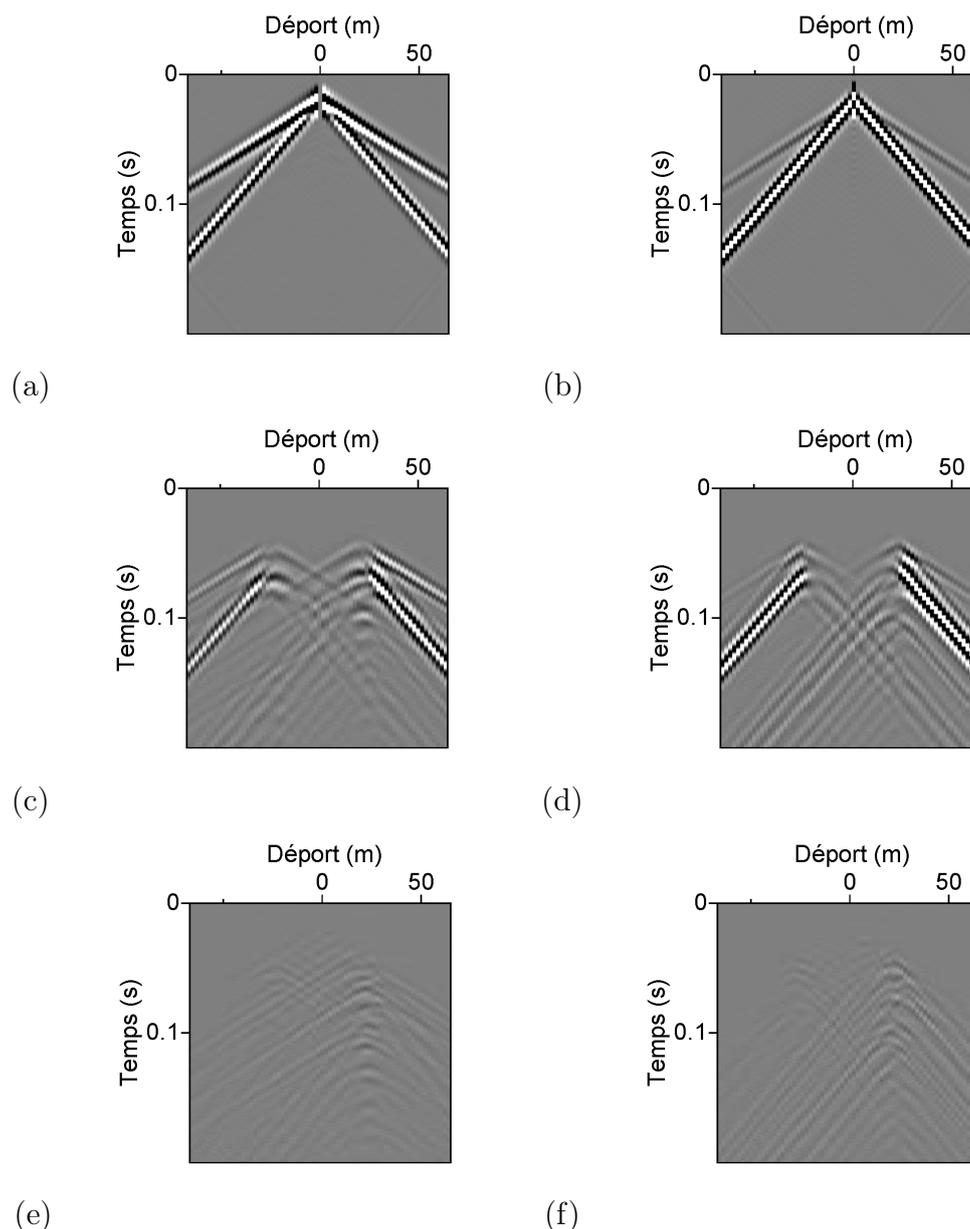


FIGURE 4.8 – (a) et (b) : sismogrammes associés au modèle homogène. (c) et (d) : sismogrammes différentiels initiaux (différences entre les sismogrammes du modèle initial et ceux du modèle vrai). (e) et (f) sismogrammes différentiels finaux (différences entre les sismogrammes du modèle final et ceux du modèle vrai). La colonne à gauche correspond à la composante horizontale, celle à droite à la composante verticale. Une même échelle est utilisée pour toutes les figures

1.3.0.1 Impact de la géométrie d'acquisition Nous avons utilisé la même approche que précédemment en considérant cette fois deux géométries d'acquisition différentes ;

- Le premier cas consiste à placer la ligne de récepteurs à une profondeur de 14 m, afin d'avoir une acquisition en transmission.

- Le deuxième cas consiste à ajouter une ligne verticale de sources et une ligne verticale de récepteurs (avec un espacement de 1 m pour les deux), situées de part et d'autre du modèle (figure 4.9).

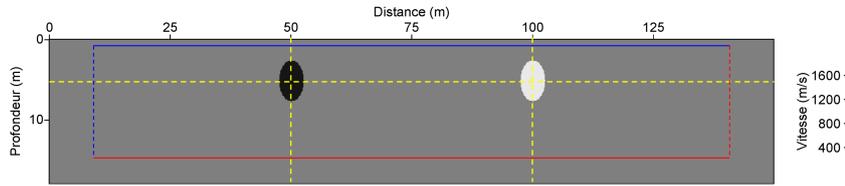


FIGURE 4.9 – Dispositifs d'acquisition testés. Les lignes bleues correspondent à la position des sources. Les rouges à celles des récepteurs. Le premier cas consiste à placer la ligne horizontale de récepteurs à une profondeur de 14m (lignes continues). Pour le deuxième cas, deux lignes (discontinues) de sources et de récepteurs sont ajoutées. A noter que les tirs selon la ligne continue (resp discontinue) sont enregistrés par les récepteurs selon la ligne continue (resp discontinue)

Les profils verticaux extraits, passant par les centres des deux cavités pour les deux cas étudiés, sont montrés dans les figures 4.10 et 4.11 . La comparaison de ces profils avec ceux obtenus avec une acquisition en surface (figure 4.6) permet de montrer que ces dispositifs n'apportent pas d'amélioration dans la reconstruction du paramètre V_p pour la première cavité, correspondant à un contraste positif avec le milieu encaissant (figures 4.6a, 4.10.a et 4.11a). Pour le paramètre V_s (figures 4.6b, 4.10b et 4.11b), la zone située au dessous de la cavité 1 est mieux définie avec une erreur inférieure à 3%. En revanche, l'erreur dans l'estimation de la vitesse de la cavité reste inchangée. Pour la cavité 2, l'utilisation d'un dispositif en transmission verticale/horizontale permet de mieux reconstruire la vitesse de la cavité pour les deux paramètres V_p et V_s . Les perturbations observées dans la zone située au dessous de la cavité sont atténuées sans toutefois disparaître.

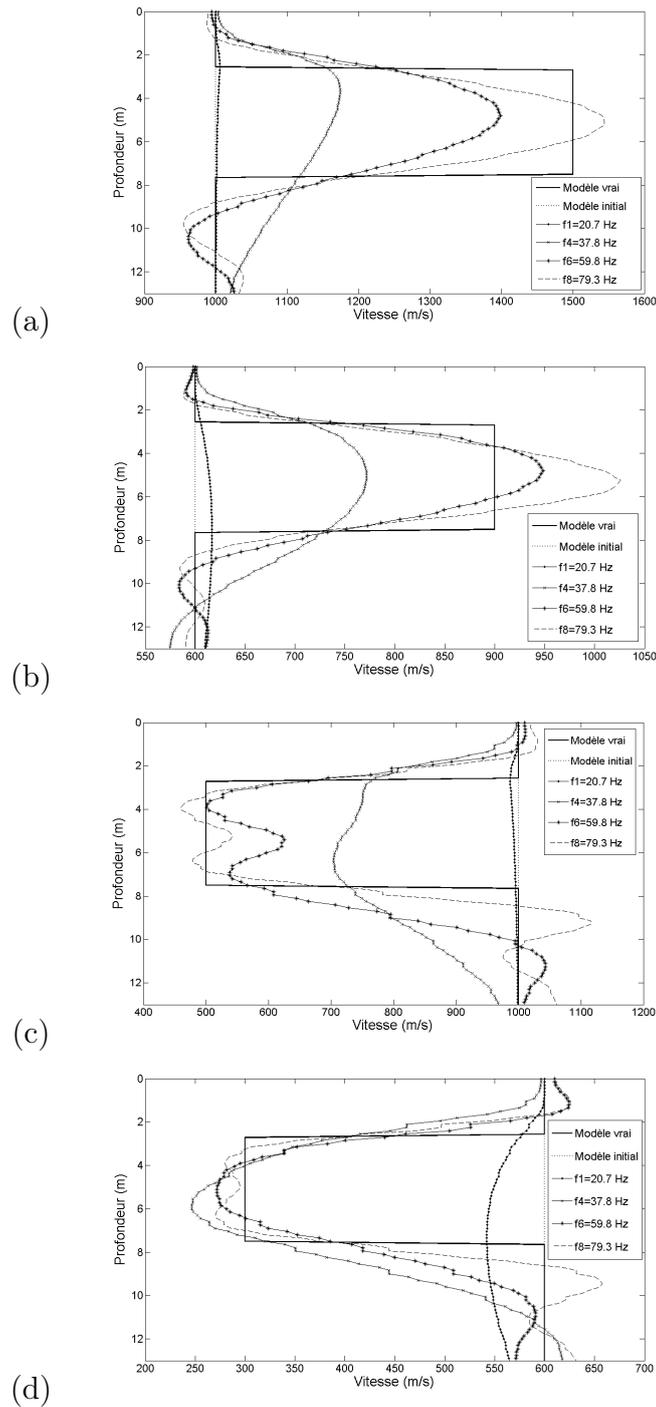


FIGURE 4.10 – Profils verticaux extraits (correspondant aux positions horizontales de 50 m et 100 m, respectivement) des modèles de vitesse V_p (a et c) et V_s (b et d) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées pour une acquisition en transmission verticale. La ligne des récepteurs est placée à une profondeur de 14 m

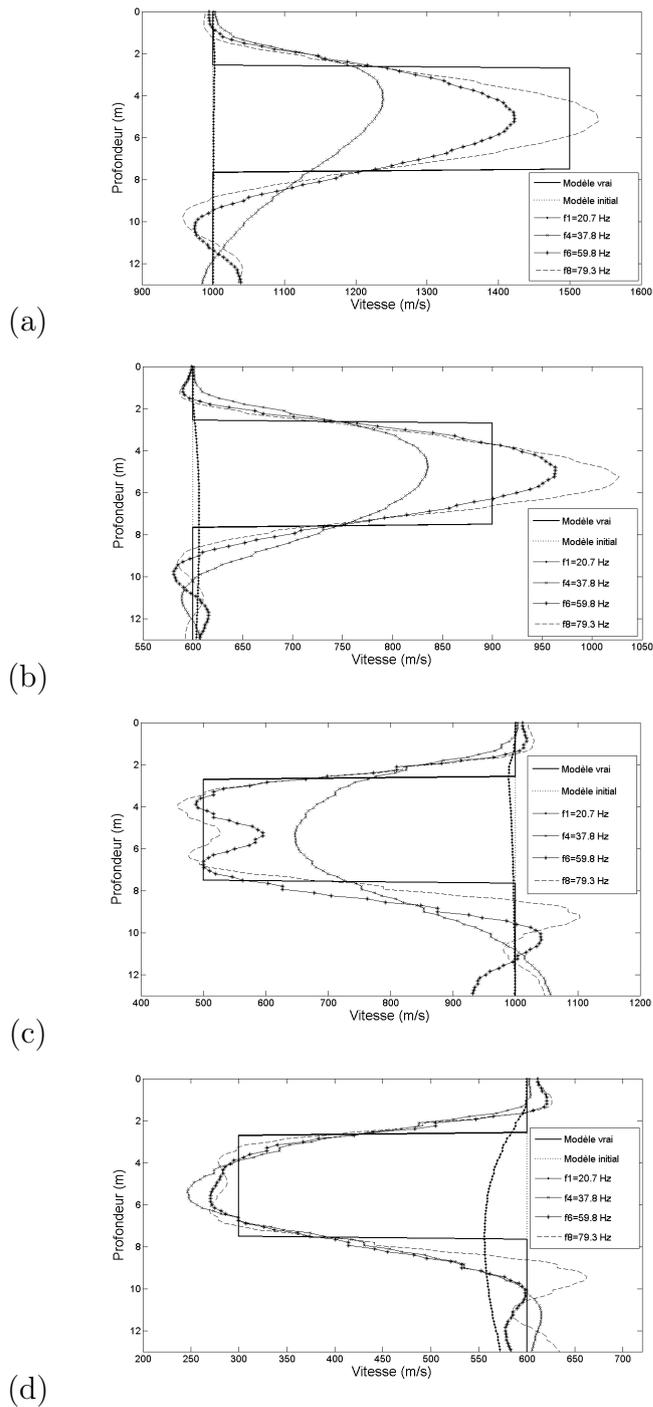


FIGURE 4.11 – Profils verticaux extraits (correspondant aux positions horizontales de 50 m et 100 m, respectivement) des modèles de vitesse V_p (a et c) et V_s (b et d) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées pour une acquisition en "double" transmission (horizontale et verticale)

1.3.0.2 Nombre de fréquences inversées Nous avons choisi dans les tests précédents d'inverser huit fréquences comprises entre 20 Hz et 80 Hz. Ce choix ne constitue certainement pas un critère optimum. En effet, si on applique le critère de Sirgue & Pratt (2004) (chapitre 2, section 2.7) à notre cas pour une acquisition en surface, la longueur du demi déport maximal est $h = 65$ m. En supposant une profondeur d'investigation de 18 m et en utilisant l'équation 2.59, nous avons $\alpha_{min} \approx 10$. Une inversion qui se limiterait aux deux fréquences de 20 Hz et de 80 Hz seules vérifierait donc largement ce critère. Pour mieux mettre en évidence l'effet du nombre de fréquences inversées, nous avons considéré trois cas. Les figures 4.12 et 4.13 montrent les profils verticaux et horizontaux extraits après l'inversion de deux, quatre et huit fréquences, comprises entre 20 et 80 Hz. Pour le cas où deux fréquences seulement sont inversées, les positions des cavités sont retrouvées mais ces dernières sont définies avec une résolution verticale beaucoup plus faible que celle obtenue avec le cas où huit fréquences sont inversées. Les perturbations observées au niveau des zones situées au dessous des cavités sont fortement amplifiées. Les profils horizontaux montrent en particulier une sous estimation de la vitesse V_p pour les deux cavités.

La figure 4.14 montre l'évolution de la fonction coût, pour la fréquence de 79.3 Hz et pour les trois cas considérés. La comparaison des courbes montre clairement des écarts initiaux très importants. Pour la première itération, le rapport des fonctions coûts, par rapport au cas de référence (huit fréquence inversées) est de 21.1 en inversant deux fréquences. Il est de 4.4 en inversant 4 fréquences. Pour la 25^{me} itération, ces rapports sont respectivement de 21 (ce rapport demeure constant) et de 1.6. Il apparaît donc clairement que le critère de Sirgue & Pratt (2004), établi pour un réflecteur horizontal profond, n'est pas adapté à notre cas. La contribution de l'augmentation du nombre de fréquences à inverser, dans le cas de détection de cavité, a été également mise en évidence par Gélis (2005). Ces observations dicteront notre choix des fréquences à inverser dans le cadre d'une application sur données réelles, pour la détection d'une cavité, présentée dans le chapitre 6 (section 1).

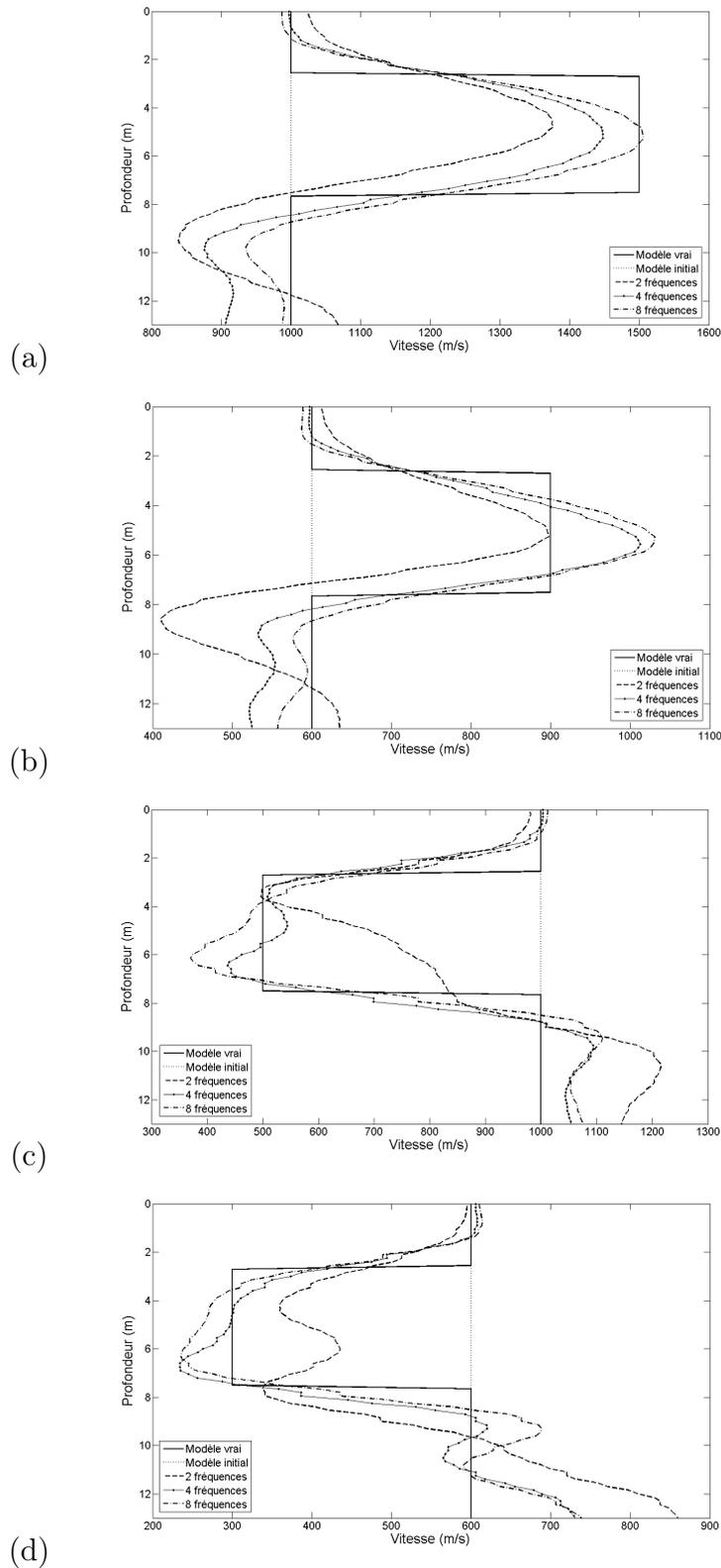


FIGURE 4.12 – Profils verticaux extraits (correspondant aux positions horizontales de 50m (a et b) et 100m (c et d), respectivement) des modèles de vitesse V_p (a et c) et V_s (b et d). Les résultats finaux (même fréquence maximale inversée) après l'inversion de deux, quatre et huit fréquences comprises entre 20 Hz et 80 Hz sont représentés.

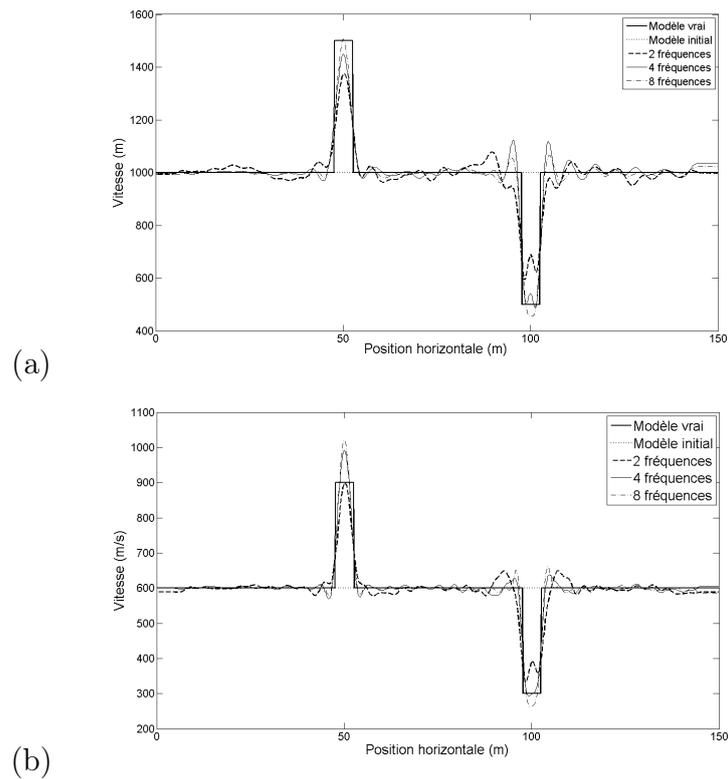


FIGURE 4.13 – Profils horizontaux extraits, passant par le centre des deux cavités, des modèles de vitesse V_p (a) et V_s (b). Les résultats finaux (même fréquence maximale inversée) après l'inversion de deux, quatre et huit fréquences comprises entre 20 Hz et 80 Hz sont représentés

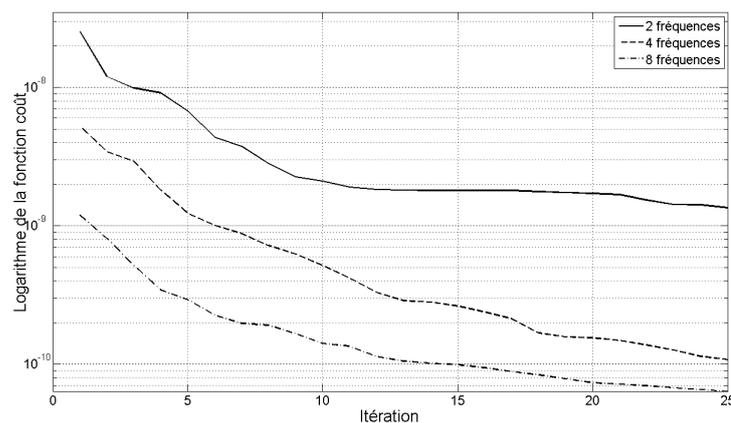


FIGURE 4.14 – Evolution de la fonction coût pour l'inversion de la fréquence finale de 79.3 Hz après inversion séquentielle de deux, quatre et huit fréquences comprises entre 20 Hz et 80 Hz

1.4 Cas particulier : La détection de cavités

Intéressons nous maintenant au cas particulier de la détection de cavités vides. Une des particularités de ce cas réside dans le fort contraste d'impédance que constitue une cavité vide par rapport au milieu encaissant. Ce contraste très fort favorise la réflexion de l'onde incidente et ne permet pas sa transmission à l'intérieur de la cavité. La reconstruction d'une anomalie caractérisée par un contraste aussi fort représente un véritable challenge pour l'inversion des formes d'onde sismique. Il s'agit en fait d'un problème inverse fortement non linéaire. La résolution itérative du problème inverse par des linéarisations successives risque de ne pas converger vers le minimum global de la fonction coût. Très peu de références existent sur l'application de l'inversion des formes d'onde pour la détection de cavités vides.

Gélis et al. (2005) se sont intéressés à l'impact d'une cavité vide, de forme et de position variables, sur la propagation des ondes sismiques (en particulier celles de Rayleigh) et a mis en évidence la présence de phénomènes de diffraction et de conversion d'ondes complexes. Les mêmes auteurs (Gélis, 2005) ont présenté une étude numérique sur des données synthétiques pour la détection d'une cavité vide par inversion des formes d'onde élastique. Une zone de moindre vitesse, correspondant à la position et à la forme de la cavité a été imagée avec néanmoins de fortes perturbations des vitesses du modèle encaissant supposées connues. Le préconditionnement des données par dépôts croissants ainsi que l'augmentation du nombre de fréquences inversées (en inversant toutes les fréquences) a permis de réduire les fonctions coûts sans toutefois éliminer les fortes perturbations observées particulièrement au niveau de la zone située au dessous de la cavité.

Très récemment, Bretaudeau (2010) a présenté une étude numérique exhaustive sur l'application de l'inversion des formes d'onde élastique (et visco-élastique) au cas particulier d'une cavité vide en essayant d'analyser l'influence de différents facteurs (choix des fréquences à inverser, rôle du dispositif d'acquisition, influence des composantes horizontale et verticale, profondeur et dimension de la cavité). Il a en particulier souligné l'importance des basses fréquences pour reconstruire la morphologie de la cavité. Il propose dans ce cadre un critère selon lequel le choix de la fréquence la plus basse doit vérifier $\lambda_s > z_{max}$ où $z_{max} = p_t + \phi$ représente la somme de la profondeur du toit de la cavité p_t et de son diamètre ϕ .

En ce qui concerne ces deux études, il est de notre point de vue important de signaler que :

- Les deux auteurs ne modélisent pas la propagation de l'onde sismique dans un milieu en présence d'une cavité vide de la même façon. En effet, pour modéliser la cavité par différences finies, Gélis (2005) utilise une approximation du vide (vacuum formulation) selon laquelle les caractéristiques de la cavité sont $V_p = V_s = 0$ et $\rho = 10^{-6}$. Cette méthode, utilisée à l'origine comme une condition aux limites implicite pour modéliser la topographie et validée numériquement par Saenger et al. (2004), introduit une condition supplémentaire sur la contrainte σ_{xx} . Bretaudeau (2010) modélise la cavité en lui attribuant les paramètres de l'air $V_p = 330$ m/s, $V_s = 0$ m/s et $\rho \approx 1.2$ kg/m³. Les composantes du champ monochromatique simulées montrent une amplitude non négligeable de l'onde transmise dans la cavité.
- Pour le cas élastique, les tests présentés par ces deux auteurs considèrent l'in-

version des deux paramètres V_p et V_s sans inverser la densité, en dépit du fort contraste qui caractérise ce paramètre pour le cas d'une cavité vide, et ce indépendamment de l'option choisie pour sa modélisation.

La figure 4.15 montre les composantes verticale et horizontale de la partie réelle du champ pour une fréquence de 60 Hz, en utilisant les deux types de modélisation de la cavité. Elle montre clairement que l'interaction du champ d'onde propagé avec la cavité est très différente d'un cas à l'autre.

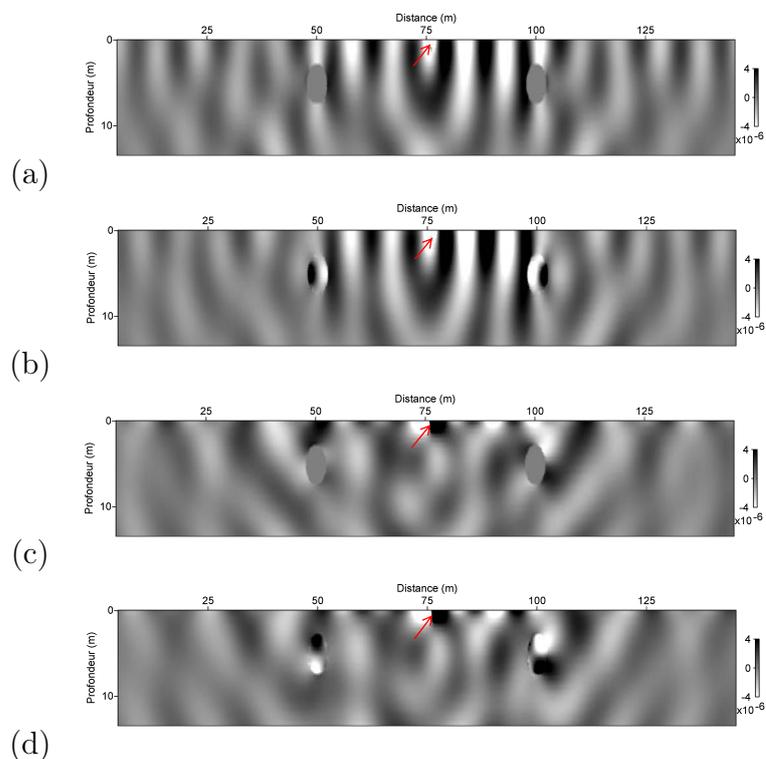


FIGURE 4.15 – Composantes verticale ((a), (b)) et horizontale ((c) et (d)) de la partie réelle du champ pour une fréquence de 60 Hz en utilisant la méthode du vide ((a) et (c)), et en utilisant les caractéristiques de l'air ((b) et (d)). La source est située en surface à une distance de 76m (rappelé par les flèches rouges). L'interaction du champ d'onde propagé avec les cavités diffère en fonction de la modélisation utilisée

Nous proposons d'utiliser la formulation du vide pour simuler des données relatives au modèle vrai. Nous utilisons pour cela le même modèle de la section précédente (même dimensions, même géométrie d'acquisition en surface et mêmes positions des cavités) ainsi que les mêmes paramètres de l'inversion. Dans un premier cas, seuls les paramètres V_p et V_s sont inversés. La figure 4.16 montre les paramètres V_p et V_s reconstruits après l'inversion de huit fréquences comprises entre 20 Hz et 80 Hz. Bien que des zones de moindres vitesses, correspondant à la position des deux cavités soient identifiées, les valeurs de ces vitesses restent importantes. D'importants artefacts sont introduits au niveau du milieu encaissant. Les profils verticaux et horizontaux extraits (figures 4.17 et 4.18) montrent d'importantes erreurs de vitesses au niveau de la zone située au dessous des deux cavités. Ces observations sont analogues à celles notées par Gélis (2005) pour le cas d'une seule cavité et confirment

la forte non linéarité du problème.

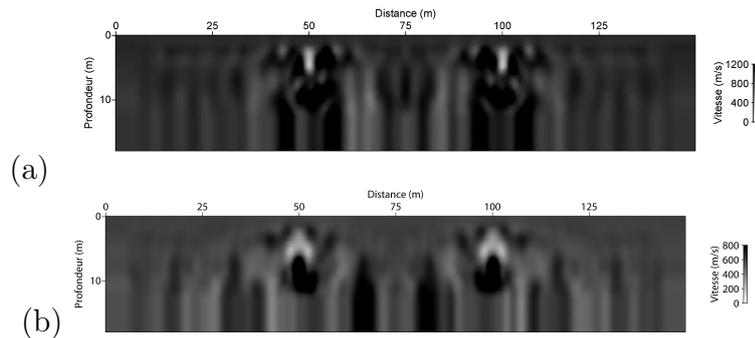


FIGURE 4.16 – Modèle V_p et V_s obtenus après inversion séquentielle de huit fréquences comprises entre 20 Hz et 80 Hz. Seuls les paramètres V_p et V_s sont inversés

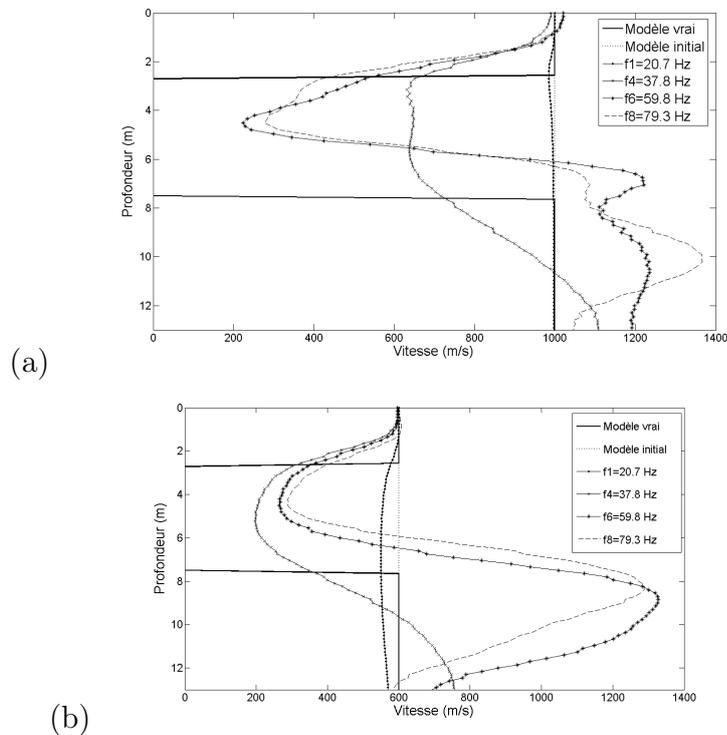


FIGURE 4.17 – Profils verticaux extraits des modèles de vitesse V_p (a) et V_s (b) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées. Seuls les paramètres V_p et V_s sont inversés

Plusieurs pistes peuvent être explorées pour essayer d'améliorer les résultats de l'inversion. L'augmentation du nombre de fréquences à inverser et le préconditionnement des données constituent certes des solutions possibles pour améliorer la reconstruction des deux paramètres. Leurs apports dans la reconstruction des paramètres V_p et V_s , pour la détection de cavités, ont été discutés par Gélis (2005) et

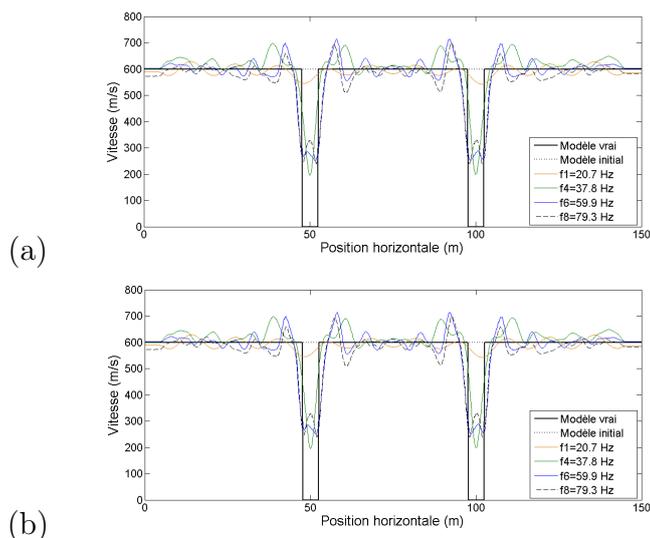


FIGURE 4.18 – Profils horizontaux extraits des modèles de vitesse V_p (a) et V_s (b) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées. Seuls les paramètres V_p et V_s sont inversés

Bretaudeau (2010). Nous proposons d'explorer une autre piste qui consiste à inverser un paramètre supplémentaire, la densité, en plus des paramètres V_p et V_s .

Les figures 4.19, 4.20 montrent la reconstruction des paramètres V_p et V_s pour ce cas. La comparaison avec les résultats de la figure 4.16 permet de mettre en évidence la contribution de l'inversion de la densité à atténuer significativement les artefacts observés au niveau du milieu encaissant. La forme ainsi que la géométrie des cavités sont bien définies, en particulier pour le paramètre V_s . Les profils verticaux et horizontaux extraits (figures 4.21 et 4.22) montrent que l'inversion de la densité contribue à améliorer considérablement la reconstruction des paramètres V_p et V_s , sans toutefois atteindre leurs vraies valeurs.

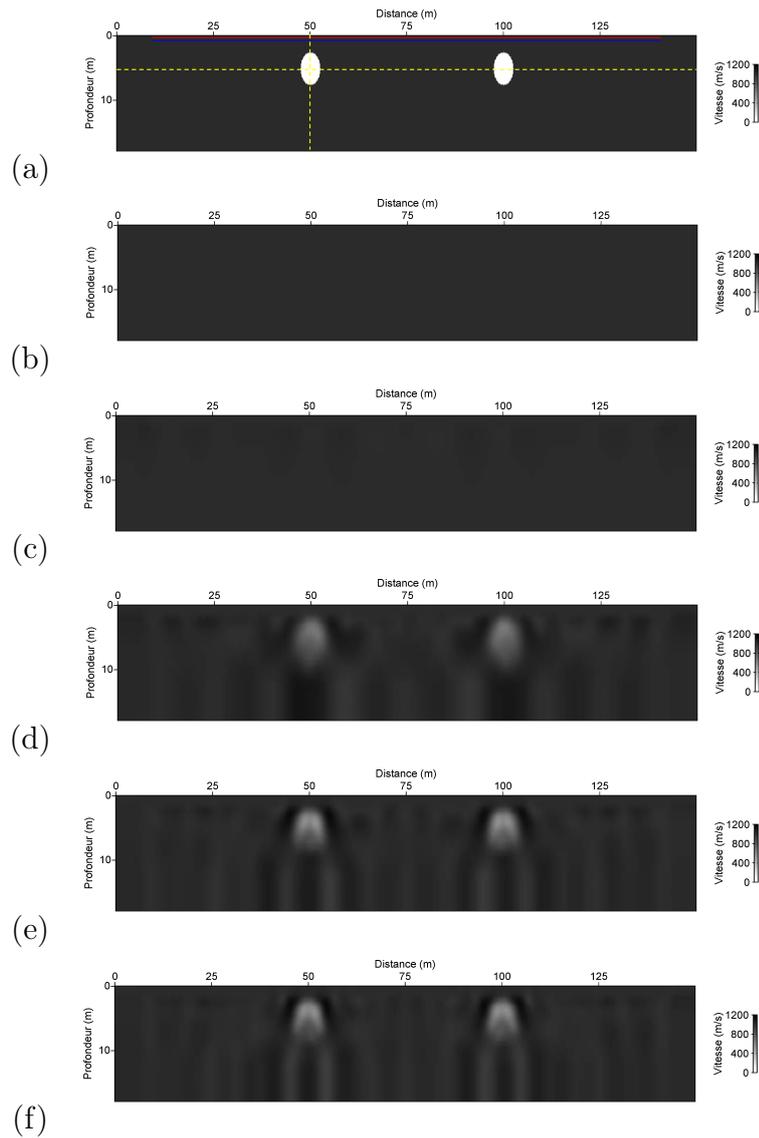


FIGURE 4.19 – Reconstruction de la vitesse V_p . (a) modèle vrai (b) modèle initial homogène (c) modèle après inversion de la première fréquence (d) modèle après inversion de 4 fréquences (e) modèle après inversion de six fréquences (f) modèle après inversion de huit fréquences

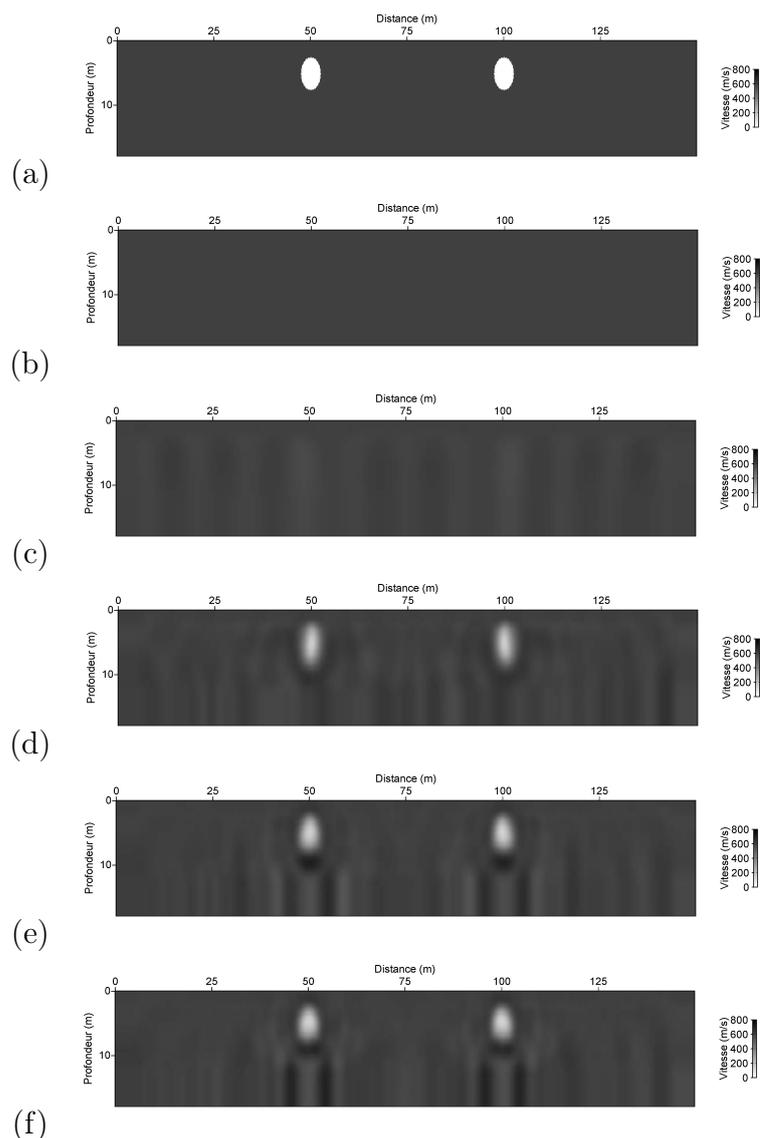


FIGURE 4.20 – Reconstruction de la vitesse V_s . (a) modèle vrai (b) modèle initial homogène (c) modèle après inversion de la première fréquence (d) modèle après inversion de 4 fréquences (e) modèle après inversion de six fréquences (f) modèle après inversion de huit fréquences

La figure 4.23 montre le résultat final obtenu pour le paramètre densité ainsi qu'un profil vertical extrait passant par la première cavité. Le résultat fournit une indication très claire sur la forme ainsi que la géométrie des cavités. Le profil vertical extrait montre une valeur minimale atteinte de la densité inférieure à 10 kg/m^3 .

Nous avons ainsi pu mettre en évidence l'impact que peut constituer l'inversion de la densité pour le cas particulier de la détection de cavités vides. Ce paramètre est très souvent non considéré dans l'inversion par forme d'onde en raison de l'hypothèse des faibles variations de la densité par rapport à celles des vitesses sismiques, valable en proche surface. Nous avons d'ailleurs nous même considéré cette hypothèse "implicitement" dans la section 1.1 de ce chapitre en supposant la densité du milieu

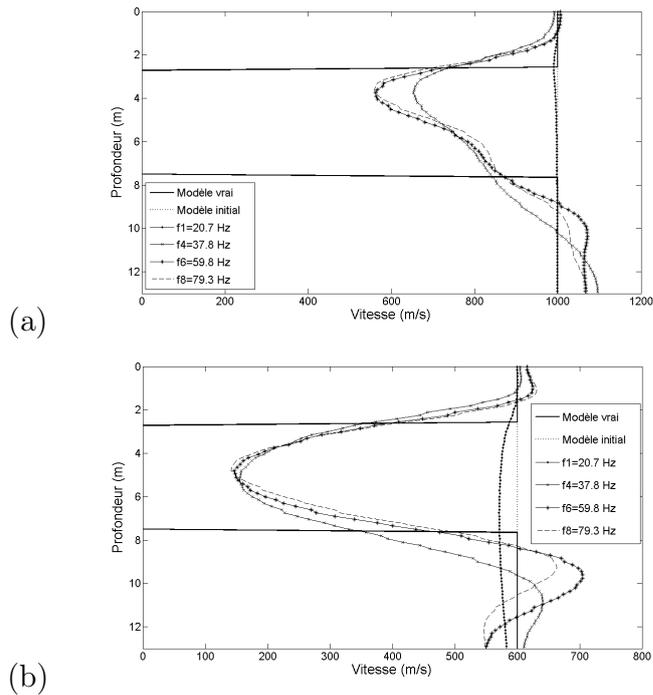


FIGURE 4.21 – Profils verticaux extraits des modèles de vitesse V_p (a) et V_s (b) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées

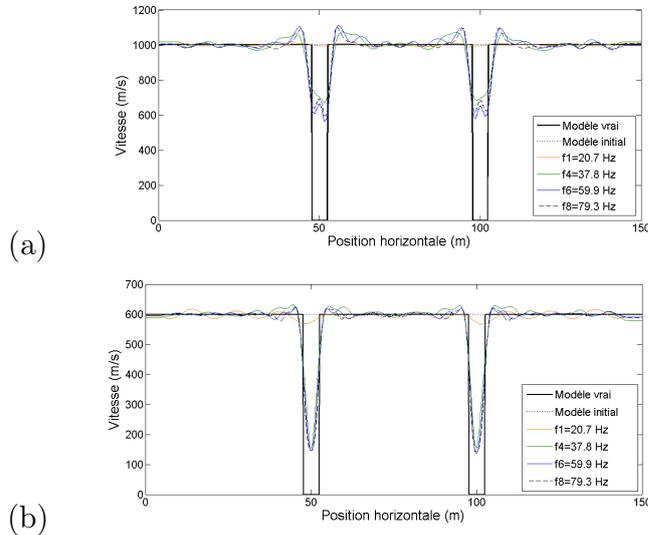


FIGURE 4.22 – Profils horizontaux extraits des modèles de vitesse V_p (a) et V_s (b) correspondant aux modèles vrai et initial ainsi qu'aux fréquences 20.7 Hz, 37.8 Hz, 59.8 Hz et 79.3 Hz inversées

constante. Une deuxième raison réside dans le risque d'accentuer la non linéarité du problème inverse, par l'inversion d'un paramètre supplémentaire. Dans ce cadre, et dans son analyse des diagrammes de rayonnement des paramètres élastiques V_p , V_s

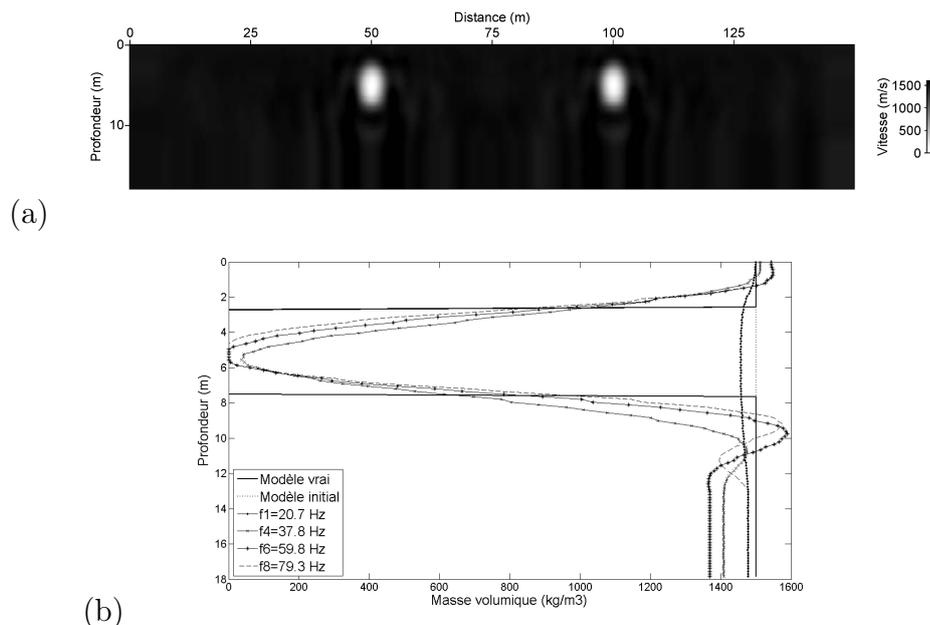


FIGURE 4.23 – (a) Modèle de densité final obtenu et (b) profil vertical (passant par la première cavité) montrant la reconstruction du paramètre densité pour quatre des huit fréquences inversées

et ρ pour un objet diffractant, Tarantola (1986) a souligné la difficulté de distinguer les perturbations dues à la densité de celles dues aux vitesses V_p , pour les faibles déports lorsque seules les conversions d'onde de type P-P sont considérées.

Pour le cas particulier des cavités vides, le contraste de densité est très grand. L'inversion des paramètres V_p et V_s seuls force l'algorithme à essayer d'expliquer les différences entre les données calculées et observées par des mises à jour au niveau de ces deux paramètres sans lui donner la possibilité de mettre à jour la densité. Ceci augmente à notre avis le risque de tomber dans un minimum local et peut expliquer en partie les fortes perturbations observées au niveau du milieu encaissant, pourtant supposé connu.

Ces observations, en plus des différentes simulations effectuées dans cette section nous serviront par la suite pour l'application de l'inversion des formes d'onde sismique à la détection d'une cavité maçonnée. Cette application sera présentée dans le chapitre 6. Nous nous intéressons maintenant au cas de milieux hétérogènes avec des variations latérales de vitesses.

2 Cas de milieux hétérogènes

Nous avons vu dans la section précédente un exemple d'application de l'inversion des formes d'onde élastique pour imager des hétérogénéités locales de types inclusions rigides ou atténuantes. Une hypothèse forte, consistant à supposer le milieu encaissant connu, a été utilisée. Nous proposons dans le cadre de cette section de nous intéresser au cas des milieux hétérogènes possédant des variations latérales de vitesses. Le but de l'étude consiste à évaluer la capacité de l'inversion par forme

d'onde élastique à exploiter l'information contenue dans les ondes de surface pour caractériser le milieu, en particulier les couches superficielles.

Le modèle de vitesses (110 m x 50 m) est constitué de trois couches avec des vitesses sismiques variant entre 900 m/s et 1500 m/s pour le paramètre V_p et 480 m/s et 800 m/s pour le paramètre V_s (figure 4.24 a), avec un coefficient de Poisson $\nu \approx 0.3$. Ces couches sont délimitées par deux interfaces, la première a une forme en marche d'escalier et la deuxième est une interface inclinée avec un pendage de 6 %. La densité est supposée constante et égale à 1600 kg/m^3 dans tout le modèle. Dans ce qui suit, on appellera ce modèle le modèle vrai. Nous utilisons un dispositif d'acquisition (sources et récepteurs) en surface formée par 96 sources et 96 récepteurs espacés de 1 m. La signature temporelle de la source explosive utilisée est un Ricker centré à 60 Hz et est supposé connue. Pour le modèle initial, nous avons considéré une géométrie tabulaire à laquelle nous avons appliqué un lissage gaussien avec une longueur de corrélation de 3 m, pour les deux paramètres (figures 4.24 b). Le tableau (4.2) regroupe les caractéristiques du modèle considéré.

La figure 4.25 montre un exemple de synthétiques calculés à partir du modèle vrai

| | V_s (m/s) | V_p (m/s) | ρ (kg/m^3) | λ_{V_s} (m) | λ_{V_p} (m) |
|----------|-------------|-------------|----------------------------|---------------------|---------------------|
| Couche 1 | 480 | 900 | 1600 | 8 | 15 |
| Couche 2 | 650 | 1200 | 1600 | 10.3 | 20 |
| Couche 3 | 800 | 1500 | 1600 | 13.3 | 25 |

TABLE 4.2 – Caractéristiques du modèle considéré. Les longueurs d'ondes λ_{V_s} et λ_{V_p} sont calculées par rapport à la fréquence centrale de la source égale à 60 Hz

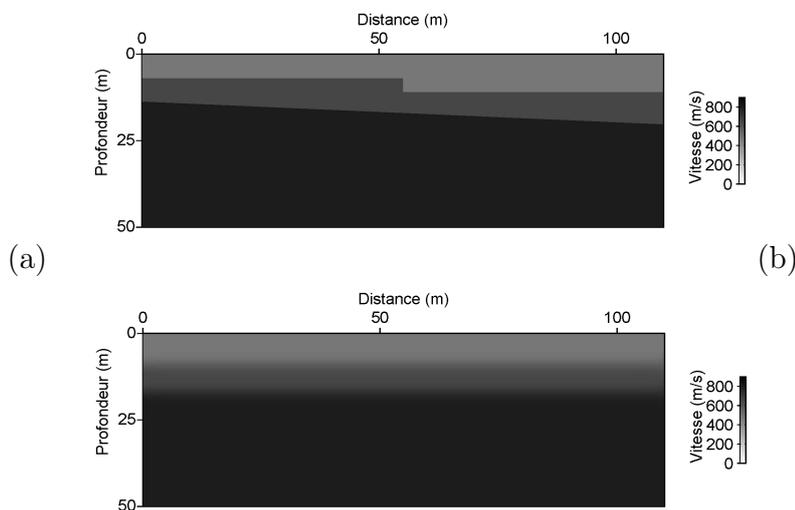


FIGURE 4.24 – (a) Modèle V_s vrai et modèle V_s initial (b) obtenu par lissage gaussien d'un modèle tabulaire (horizontal) avec une longueur de corrélation verticale de 5 m

ainsi que les résidus initiaux (différences entre les synthétiques simulés dans le modèle

vrai et ceux simulés dans le modèle initial, pour les deux composantes). Bien que les écarts entre les temps de premières arrivées soient inférieurs à une demie période, assurant ainsi la condition de compatibilité cinématique, d'importantes différences entre les deux sismogrammes peuvent être observées particulièrement au niveau des ondes de Rayleigh. Ces différences illustrent la forte sensibilité de ces ondes au lissage ainsi qu'aux variations du modèle de vitesse. Les chemins d'onde relatifs à un couple source-récepteur situé en surface, pour la fréquence centrale de la source, sont représentés pour les deux composantes dans la figure 4.26. Cette figure montre la prédominance des ondes de surface ainsi que les différences entre les informations apportées sur le milieu par chaque composante.

Nous avons effectué une inversion séquentielle de dix fréquences comprises entre 12 et 101 Hz, disposant ainsi de longueurs d'ondes variant entre $\lambda_s \in [37m, 61m]$, $\lambda_p \in [75m, 125m]$ pour la première fréquence inversée et $\lambda_s \in [4.4m, 7.3m]$, $\lambda_p \in [8.9m, 14.8m]$ pour la dernière. L'application du critère de Sirgue & Pratt (2004) en considérant une profondeur d'investigation de 40 m pour le choix des fréquences à inverser se limiterait à inverser 5 fréquences pour la même bande de fréquence considérée. Nous nous plaçons donc volontairement dans une situation favorable où on exploite la redondance de l'information contenue dans les données sismiques.

La figure 4.27 montre les résultats finaux obtenus. La géométrie de la première interface (en marche d'escalier) est correctement imagée pour les deux paramètres, avec une meilleure résolution pour le paramètre Vs. Pour la deuxième interface (pente), seul le paramètre Vs permet de retrouver sa géométrie. Les profils verticaux extraits (figure 4.28) confirment aussi la meilleure résolution pour le paramètre Vs. Les basses fréquences, dominées par les ondes de surface ont permis de retrouver les distributions grossières des vitesses alors que les hautes fréquences permettent d'affiner les géométries fines des interfaces. Les oscillations observées pour la reconstruction du paramètre Vs (figure 4.28 b) restent cependant faibles, elle induisent une erreur inférieure à 4% des valeurs de vitesse correspondant au modèle vrai.

Cette meilleure sensibilité du paramètre Vs s'explique par les longueurs d'onde plus faibles qui lui sont associées permettant d'assurer, pour une fréquence donnée, une meilleure résolution que celle obtenue pour le paramètre Vp. Théoriquement, l'inversion de fréquences plus élevées permettrait de remédier à cette limitation. Il est toutefois important de rappeler que :

- Pour les applications opérationnelles en proche subsurface, les sources sismiques traditionnellement utilisées (chute de poids, marteau) associées à la forte atténuation du milieu font que l'exploitation de ces fréquences élevées (> 100 Hz) est extrêmement difficile.
- L'utilisation des hautes fréquences peut offrir une meilleure résolution du modèle mais cela peut conduire, en raison des très petites longueurs d'onde qu'elle implique, au phénomène d'ambiguïté de phase. Elle implique également des conditions restrictives sur la géométrie d'acquisition pour éviter le phénomène d'aliasing spatial (Brenders & Pratt, 2007b). Un exemple illustrant cet effet sera d'ailleurs présenté dans le chapitre 5.

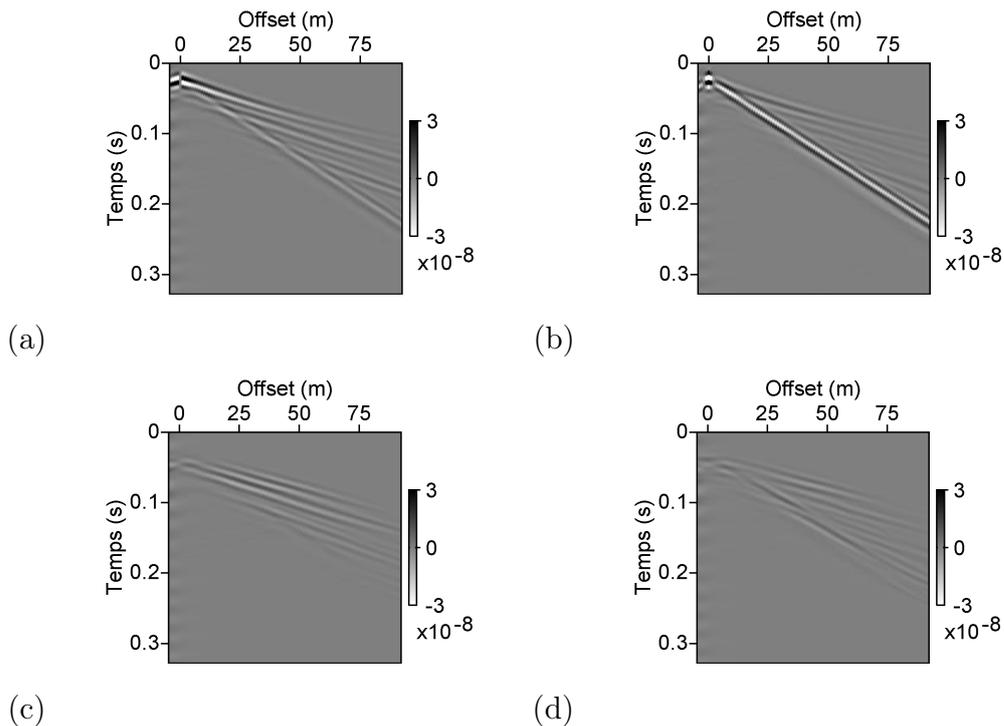


FIGURE 4.25 – Exemple des composantes horizontale (a) et verticale (b) d'un tir simulé dans le modèle vrai. (c et d) correspondent aux résidus initiaux pour les deux composantes

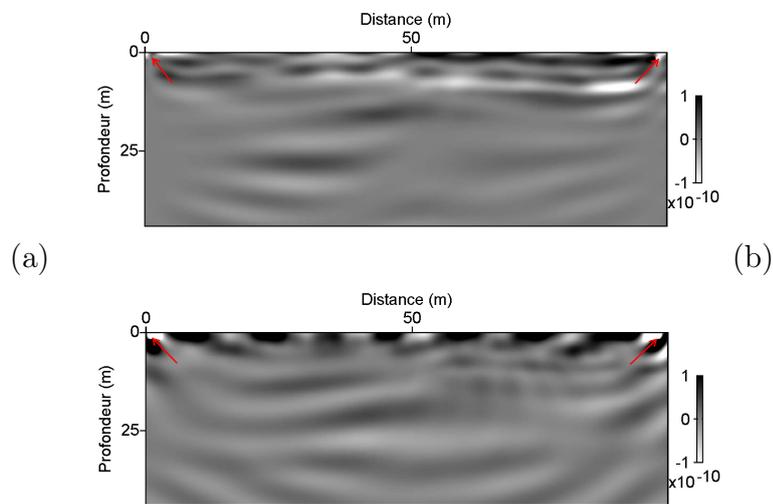


FIGURE 4.26 – Chemin d'onde pour les composantes horizontale (a) et verticale (b) correspondant à la fréquence centrale de la source (60 Hz). Les flèches rouges donnent la position du couple source-récepteur considéré

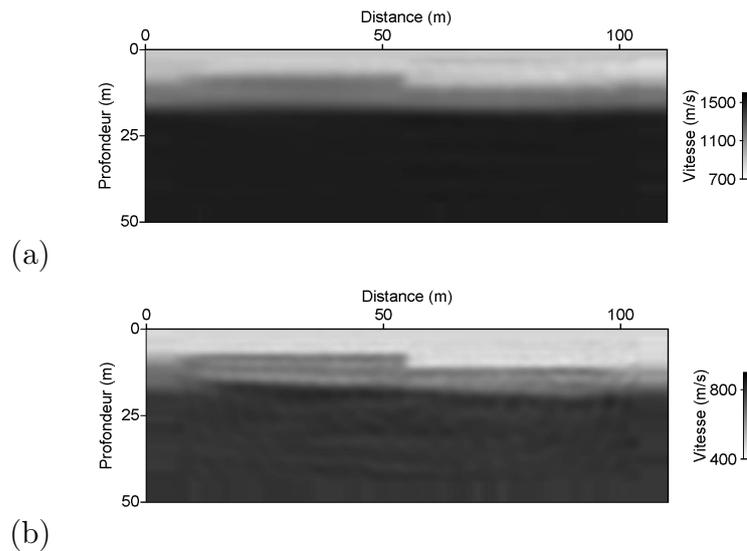


FIGURE 4.27 – Modèle finaux obtenus pour les paramètres V_p (a) et V_s (b) après inversion de dix fréquences comprises entre 12 Hz et 101 Hz

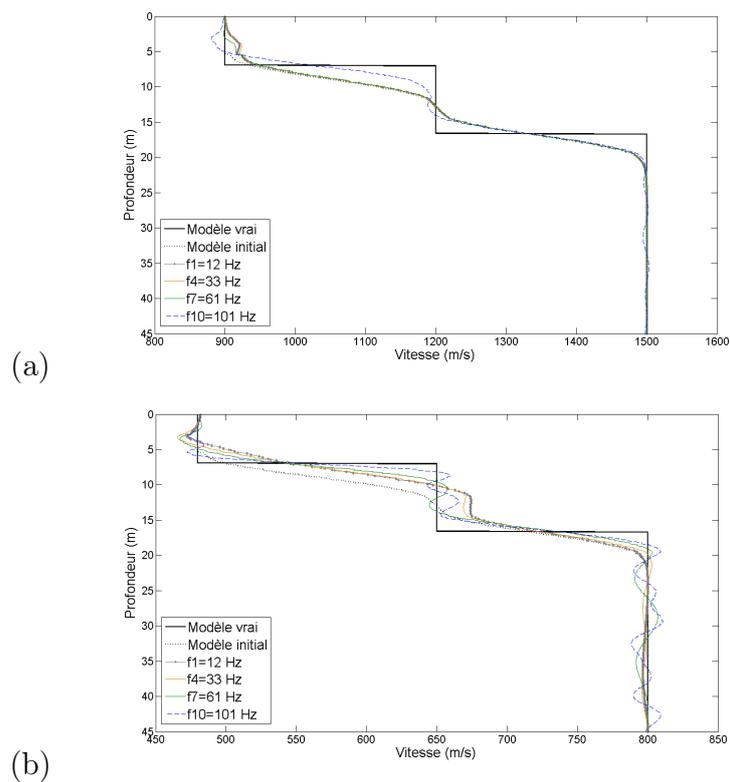


FIGURE 4.28 – Profils verticaux extraits des modèles de vitesse V_p (a) et V_s (b) correspondant à la première, quatrième, septième et dixième fréquence inversée pour une position horizontale de 50 m

2.1 Impact du lissage du modèle de vitesse

Dans l'exemple précédent, l'inversion des formes d'onde élastique a permis de reconstruire à la fois la géométrie et les vitesses des différentes couches, en particulier pour le paramètre V_s . Le modèle initial considéré était obtenue à partir d'un modèle tabulaire lissé par une fonction gaussienne bidimensionnelle dont la longueur de corrélation était de 5 m. Nous proposons dans cette section de nous intéresser à l'impact du lissage du modèle initial sur les résultats de l'inversion.

Nous considérons pour cela le même modèle initial tabulaire de la section précédente auquel nous appliquons différents lissages correspondant respectivement à des longueurs de corrélation de 4 m, 6 m et 8 m. La figure 4.29 montre un exemple des résidus initiaux, pour les composantes verticale et horizontale et les différents lissages utilisés. L'amplitude des résidus dus aux ondes de surface augmente significativement avec le lissage et devient plus importante au niveau de la composante verticale. Ces lissages introduisent par conséquent une difficulté supplémentaire à l'algorithme d'inversion.

L'inversion est effectuée en utilisant les mêmes paramètres que ceux de la section précédente (mêmes fréquences inversées, même nombre d'itérations par fréquence, mêmes paramètres de régularisation du gradient et du hessien). Les modèles finaux obtenus pour les deux paramètres sont représentés dans la figure 4.30. La géométrie des couches est correctement reproduite dans les deux cas. Des artefacts sont toutefois observés au niveau du modèle V_s reconstruit pour le lissage le plus grand du modèle initial. Les profils verticaux extraits (figure 4.31) montrent une bonne estimation de la vraie vitesse du modèle. Les oscillations observées proviennent d'erreurs inférieures à 5% pour les deux premiers lissages mais deviennent plus importantes (entre 5 % et 10%) pour le troisième cas.

Nous allons voir dans la section suivante si le choix du paramètre de régularisation du Hessien permet d'améliorer la reconstruction du milieu en réduisant ces artefacts.

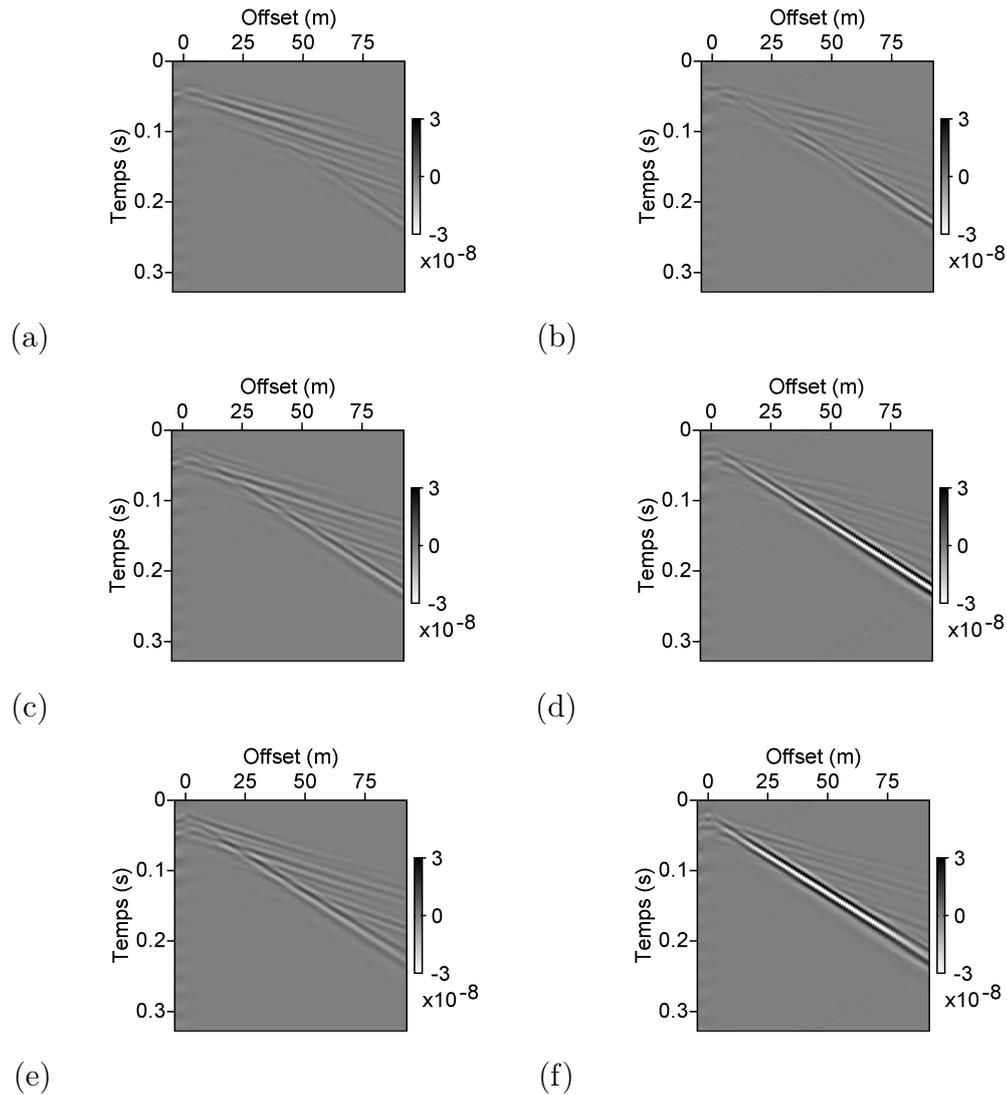


FIGURE 4.29 – Résidus initiaux pour différents lissages du modèle initial tabulaire. (a, b) $\sigma = 4m$. (c, d) $\sigma = 6m$. (e, f) $\sigma = 8m$. Les première et deuxième colonnes correspondent aux résidus relatifs aux composantes horizontale et verticale, respectivement

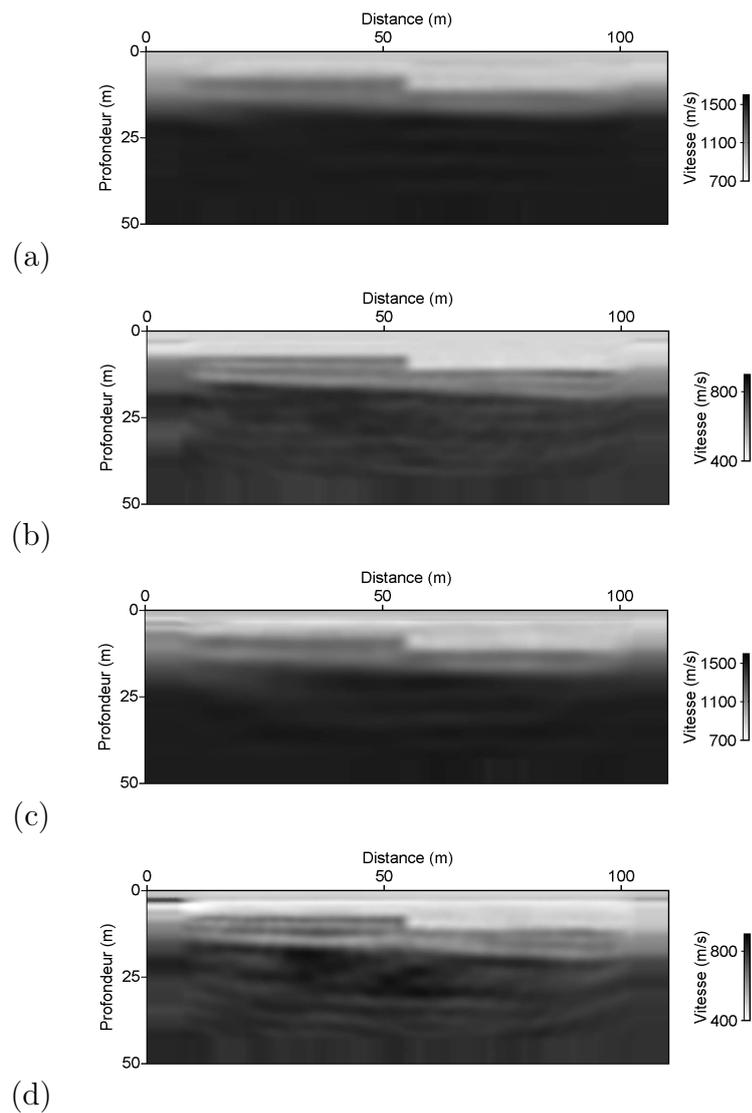


FIGURE 4.30 – Modèles finaux obtenus pour les paramètres V_p (a et c) et V_s (b et d) à partir d'un modèle initial tabulaire avec $\sigma = 4m$ (a et b) et $\sigma = 8m$ (c et d)

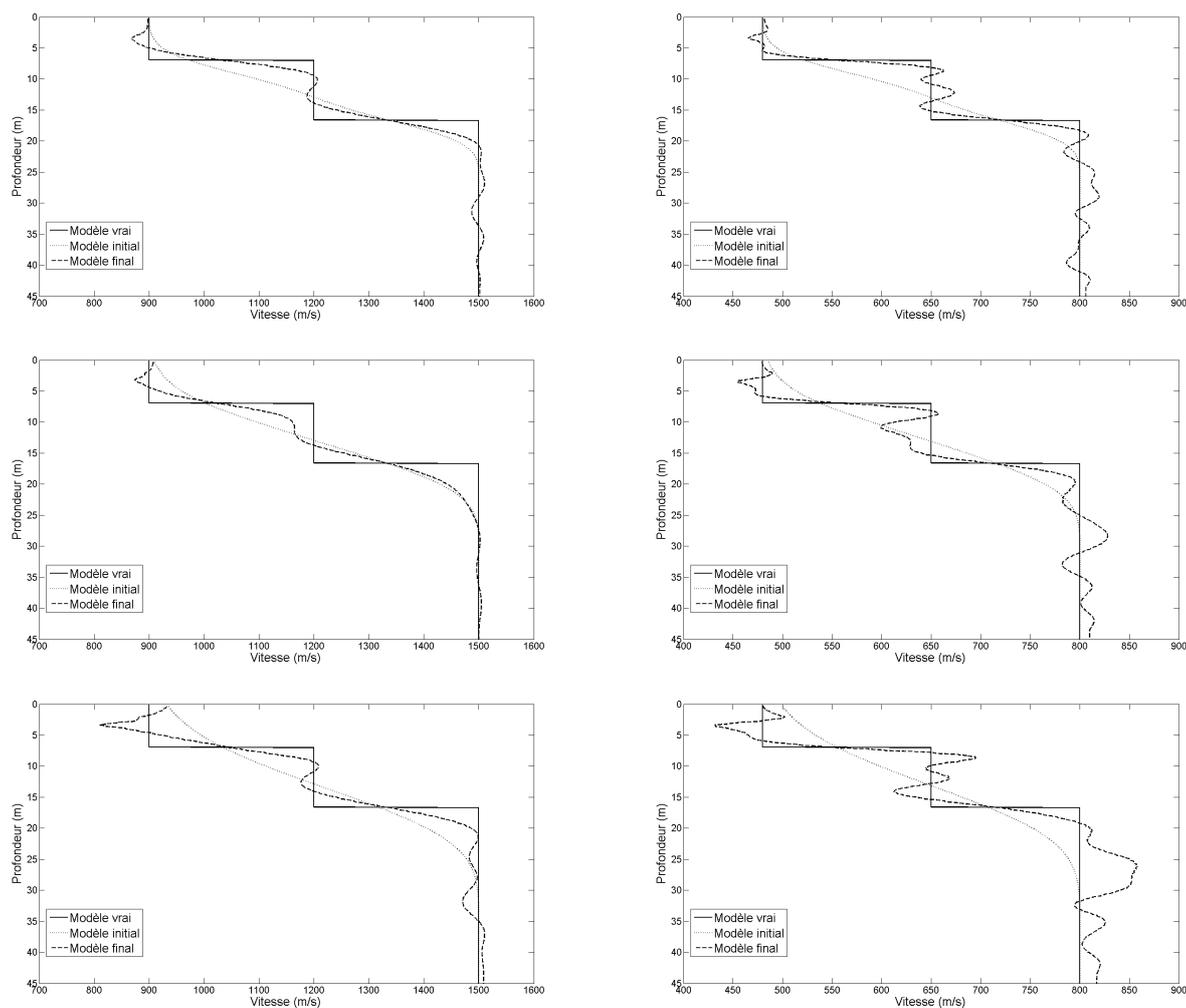


FIGURE 4.31 – Profils verticaux extraits (position horizontale de 50 m) des modèles de vitesse V_p (a, c et e) et V_s (b, d et e) correspondant au modèle vrai, modèle initial ($\sigma = 4m$, $\sigma = 6m$ et $\sigma = 8m$) et modèles finaux obtenus

2.2 Régularisation du Hessien

L'influence de la régularisation du hessien a été soulevée par Ravaut (2003) et Gélis (2005) sur les données synthétiques et réelles. En effet, le terme ϵ permet de contrôler le poids du Hessien dans l'estimation de la perturbation du modèle. Les valeurs faibles de ce coefficient permettent d'augmenter ce poids, autorisant ainsi des perturbations plus importantes. Les valeurs élevées contraignent au contraire ces perturbations à rester faibles. Ravaut (2003) propose dans ce cadre d'utiliser des valeurs de $\epsilon \in [10^{-1}, 10^{-3}]$. L'influence de ce coefficient est faible pour les cas synthétiques mais peut être beaucoup plus importante pour le cas des données réelles (Gélis, 2005).

La figure 4.32 montre les profils verticaux finaux obtenus pour les paramètres V_p et V_s , avec des coefficients respectifs de ϵ de 10^{-1} , 10^{-2} , 10^{-3} et 10^{-4} . Tous les autres paramètres correspondent à ceux utilisés dans la section précédente. Le mo-

dèle initial est celui obtenu en considérant un lissage de $\sigma = 8\text{m}$, où les oscillations les plus importantes ont été observées. La comparaison des résultats montre clairement l'impact de ce paramètre sur la qualité des résultats de l'inversion. Les mises à jours obtenues pour un coefficient de 10^{-1} sont extrêmement faibles par rapport au modèle initial et les modèles finaux restent très lisses. Par ailleurs, de fortes perturbations sont introduites pour $\epsilon = 10^{-4}$, en particulier pour le paramètre Vs. Les valeurs intermédiaires de 10^{-2} (pour Vs) et 10^{-3} (pour Vp) offrent pour notre cas le meilleur compromis.

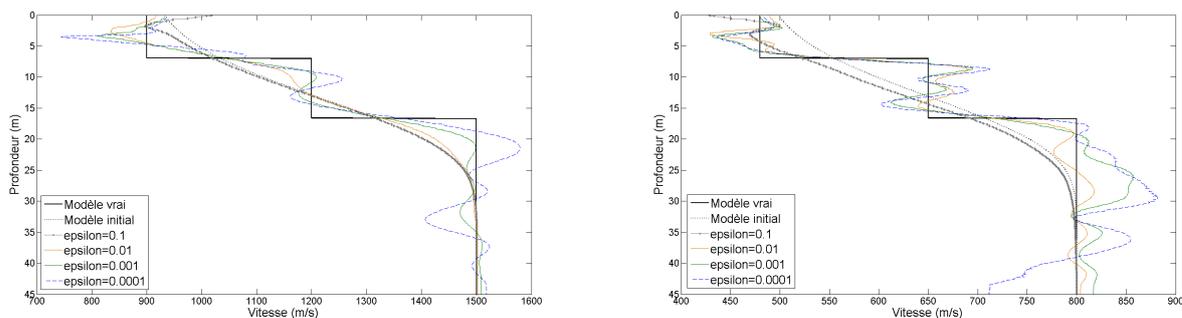


FIGURE 4.32 – Profils verticaux extraits (position horizontale de 50 m) des modèles de vitesse Vp (à gauche) et Vs (à droite) correspondant au modèle vrai, modèle initial et modèles finaux obtenus pour des différents coefficients de ϵ

3 Conclusion

A travers cette étude numérique, nous avons essayé d'évaluer les performances de l'application de l'inversion des formes d'onde élastique pour caractériser des milieux hétérogènes simples en présence d'une topographie plane. Nous nous sommes volontairement placés dans le contexte particulier de la proche surface où :

1. Le signal sismique est dominé par les ondes de surface.
2. Le milieu est faiblement résolu en raison de la bande de fréquence limitée de la source, les hautes fréquences ($>100\text{ Hz}$) étant très difficilement exploitables dans les contextes opérationnels équivalents.

Nous nous sommes en particulier intéressés à deux types d'applications. Le premier a concerné la détection d'inclusions rigides ($\Delta V > 0$ ou atténuantes ($\Delta V < 0$) où nous avons traité le cas particulier d'une cavité vide. Cette étude numérique a montré que le critère de Sirgue & Pratt (2004) n'était pas adapté à ce type de cas puisque la densification du nombre de fréquences à inverser a conduit à une amélioration significative de la résolution finale caractérisant le milieu imagé. Par ailleurs, pour le cas complexe d'une cavité vide, l'inversion de la densité en plus des paramètres Vp et Vs a été une option déterminante pour reconstruire correctement la morphologie des cavités.

Notre deuxième application s'est intéressée à la reconstruction d'un milieu stratifié avec des variations latérales de vitesse. Les simulations effectuées en lissant différemment le modèle de vitesse initial, montrent d'importants résidus au niveau des ondes

de surface. Pourtant, ces altérations n'ont pas empêché l'algorithme de reconstruire la structure 2D du modèle en exploitant en particulier les longueurs d'ondes plus petites provenant des ondes de surface. Nous avons montré en second lieu l'impact que peut avoir le choix du coefficient de régularisation du Hessien, même sur un cas synthétique simple, sur les résultats de l'inversion.

Cette étude sur des cas simples a permis d'examiner l'effet de différents facteurs qui contrôlent le processus de convergence et la qualité de l'inversion, et ce dans le contexte particulier de l'imagerie de subsurface (source basse fréquence, présence des ondes de surface, ouverture du dispositif d'acquisition limitée). Les résultats obtenus nous permettent maintenant de faire des choix pertinents sur les différents paramètres de l'inversion. Nous allons donc pouvoir aborder dans le prochain chapitre le cas plus compliqué d'imagerie de milieux très hétérogènes en présence d'une topographie complexe.

Chapitre 5

Cas des milieux hétérogènes avec une topographie complexe : milieux type glissements de terrain

Cette partie présente une application de l'inversion des formes d'onde élastique à une structure superficielle et hétérogène possédant une topographie complexe. Cette structure, modélisée de façon synthétique, provient d'une coupe transversale du glissement de terrain de Super-Sauze, reconstituée à partir de données géomorphologiques, géotechniques et géophysiques (Grandjean et al., 2006). Dans une première partie, nous présentons le contenu d'un article scientifique soumis à la revue *Geophysics*. Dans cet article, nous analysons en particulier l'impact du pré-conditionnement et de la décimation des données sur la qualité de l'inversion. Dans une seconde partie, des tests supplémentaires sont présentés de façon à compléter cette étude.

1 Présentation de l'article

L'article qui suit présente une étude numérique sur un modèle réaliste construit à partir du glissement de terrain de Super-Sauze situé dans les Alpes françaises. L'application de l'inversion des formes d'onde élastique à ce type de milieux constitue un véritable challenge. En effet :

- La topographie complexe du milieu donne lieu à des phénomènes de propagation très compliqués (ondes de surface, conversions d'ondes, diffractions multiples).
- Le problème est très mal posé. La bande de fréquences de la source utilisée ($f < 140$ Hz) ne favorise pas pas l'exploitation des très hautes fréquences dominées par les ondes de volumes. Les basses fréquences sont quant à elles dominées par les ondes de surface. Nous verrons en particulier que le conditionnement de l'inversion sera déterminant dans la reconstruction des paramètres du milieu.

2 Article

2.1 Abstract

Assessing the effectiveness of elastic full waveform inversion (FWI) algorithms when applied to shallow 2D structures in the presence of a complex topography is of critical importance. By using FWI, we overcome inherent limitations of conventional seismic methods used for near surface prospecting (Acoustic Tomography, Multi-channel Spectral analysis of Surface Waves). The elastic forward problem, formulated in the frequency domain, is based on a mixed finite element P0-P1 discontinuous Galerkin (DG) method, to ensure an accurate modelling of complex topography effects at a reasonable computational cost. The inversion problem uses a full waveform inversion algorithm to minimize the misfit between observed and calculated data. Results from a numerical experiment performed on a realistic landslide model inspired from the morpho-structure of the Super-Sauze earthflow are presented. We analyze the effect of using a hierarchical preconditioning strategy, based on a simultaneous multi-frequency inversion of damped data, to mitigate the strong nonlinearities coming from the surface waves. We show that this strategy is a key point to alleviate the strong near surface effects and avoid convergence toward a local minimum. We also illustrate the contribution of using a limited memory quasi-Newton method to improve the convergence level. These results are analogous to recent applications on large scale domains, although limited source-receiver offset ranges, low frequency content of the source and domination of surface waves on the signal, lead to some difficulties. We also stress the impact of data decimation on the inversion results. Results reveal that an inversion restricted to the vertical data component is successfully performed without significant loss in terms of parameter imagery resolution. Finally, to replace the study in a configuration adapted to shallow seismic engineering surveys, we illustrate the effect of a decimated source-receiver coverage on the parameters reconstruction.

2.2 Introduction

2.3 Flexible elastic full waveform inversion

We consider the elastic case. The forward and the inverse problem are solved in the frequency domain. The P-SV forward problem is based on a DG approach. A parallel elastic full waveform inversion algorithm is used to solve the inverse problem based on the preconditioned conjugate gradient method or a quasi-Newton approach L-BFGS approach. We present then the preconditioning strategies used for our numerical simulations.

2.3.1 The forward problem

In an isotropic elastic medium, the equation system of propagation in a 2D media, which relates velocities to stresses can be written in the frequency domain as follows

$$\begin{aligned}
 -iw\rho V_x &= \frac{1}{\rho(\mathbf{x})} \left[\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right] + F_x \\
 -iw\rho V_z &= \frac{1}{\rho(\mathbf{x})} \left[\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right] + F_z \\
 -iw\sigma_{xx} &= (\lambda(\mathbf{x}) + 2\mu(\mathbf{x})) \frac{\partial V_x}{\partial x} + \lambda(\mathbf{x}) \frac{\partial V_z}{\partial z} \\
 -iw\sigma_{zz} &= \lambda(\mathbf{x}) \frac{\partial V_x}{\partial x} + (\lambda(\mathbf{x}) + 2\mu(\mathbf{x})) \frac{\partial V_z}{\partial z} \\
 -iw\sigma_{xz} &= \mu(\mathbf{x}) \left[\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right]
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

where λ , μ , ρ and ω denote the two Lamé coefficients, the density and the angular frequency, respectively.

Some recent results revealed promising perspectives for the application of the DG method to the elastic seismic wave propagation. A great interest was given to the use of high orders of interpolation, which allow the use of unstructured meshes and thus offer the possibility to locally adapt the mesh size to local medium parameters (h-adaptive mesh) and ensure high accuracy with a coarse discretization of the medium (Dumbser & Kaser, 2006). However this coarse discretization can be not consistent with the expected resolution of the full waveform inversion which necessitates a discretization close to $\lambda/4$ (Soubier et al., 2009a).

In this study, we make the choice to use lower order of interpolation. The application of the DG method based on the lowest interpolation order (P0) reveals to be very efficient, in term of computational cost, in comparison with classical finite differences formulations, in the context of contrasted media and smooth topography shapes (Brossier et al., 2008). The accuracy is insured only with fifteen cells per minimum wavelength in comparison with 60 grid points necessary with the rotated second order stencil (Bohlen & Saenger, 2006a; Saenger et al., 2000). In addition, an interesting compromise between accuracy of wavefield estimation and computational cost, consists in the use of the mixed P0-P1 DG interpolation, to overcome some particular restrictions related to the topography complexity. The use of unstructured meshes (for the P1 order) insures a precise implementation of the source term and an accurate modeling of the complex topography. In addition, it offers the possibility to adapt the mesh size to the local physical parameters. This propriety is of keen interest, especially in the particular context of subsurface modeling where weathered zones (with very slow velocities) has to be taken into account. The physical proprieties of the medium are supposed to be constant inside each cell and central numerical fluxes are used. Details relative to the mixed DG P0-P1 formulation, which is used in this study, are provided in Brossier (2009b). The system 1 can be written with respect to a linear matrix formalism for each frequency considered :

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{s} \tag{5.2}$$

where \mathbf{x} denotes the unknowns for the particle velocities and stresses and \mathbf{A} the impedance matrix. A major advantage of this formalism is the possibility to perform multi-source simulation efficiently (Gélis et al., 2007), using MUMPS software (MUMPS-team, 2006), to handle the LU decomposition of the impedance matrix through parallel computing.

2.3.2 The inverse problem

The objective of full waveform inversion method is to image heterogeneous structures in 2D by taking account of all the information involved in the elastic seismic signal. In the case of linearized inversion in the least squares sense, the misfit function can be expressed (Tarantola, 1987) as follows :

$$E(m) = \frac{1}{2}(\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal})^\dagger \mathbf{S}_d^\dagger \mathbf{S}_d (\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal}) \quad (5.3)$$

where \dagger denotes the transpose conjugate, $(\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{cal})$ denotes the data misfit $\Delta \mathbf{d}$ and \mathbf{S}_d a diagonal weighting matrix applied to the misfit vector. The arbitrary shape of the misfit function offers the possibility to linearize it in the second order around an initial model m_l , which corresponds to the model of the l^{th} iteration as follows :

$$E(\mathbf{m}_{l-1} + \delta \mathbf{m}_l) = E(\mathbf{m}_{l-1}) + \nabla_m E(\mathbf{m}_{l-1}) \delta \mathbf{m}_l + \frac{1}{2} \delta \mathbf{m}_l^\dagger H(\mathbf{m}_{l-1}) \delta \mathbf{m}_l \quad (5.4)$$

This leads to a relation between the increment $\delta \mathbf{m}$, the gradient $\nabla_m E(\mathbf{m})$ and the Hessian H that verify the following expression :

$$\delta \mathbf{m}_l = -[H(\mathbf{m}_{l-1})]^{-1} \nabla_m E(\mathbf{m}_{l-1}) \quad (5.5)$$

This relation is at the base of Newton and Gauss-Newton methods. For realistic size problems, computation and inversion of the exact Hessian is avoided because of the large cost that it implies. An alternative consists in using only diagonal terms of the Hessian or the Pseudo-Hessian matrix (Pratt et al., 1998 ; Shin et al., 2001). An estimation of the inverse of this matrix is then used as a preconditioner in classical conjugate gradient method. A second alternative consists in using a limited memory quasi-Newton L-BFGS method which revealed to be more rapid and robust than non-linear conjugate methods for solving large scale problems. It is based on the use of the curvature information from the m most recent iterations with a set of iterative simple operations involving both gradient and model differences vectors (Nocedal & Wright, 1999). The process needs an initial estimation of the Hessian which can be provided with the diagonal terms of an approximate Hessian. The model is therefore updated in an iterative way :

$$\mathbf{m}_l = \mathbf{m}_{l-1} + \alpha_{l-1} \delta \mathbf{m}_l \quad (5.6)$$

where α_{l-1} denotes the steplength which can be estimated by parabola fitting. Computation of the gradient direction can be performed efficiently following the adjoint state formulation (Plessix, 2006). For one model parameter k , the system can be

recast in a matrix form as a weighted product of the incident wavefield and the back-propagated data residuals following :

$$\nabla_m E(m_k) = \Re[\mathbf{x}^t \left[\frac{\delta \mathbf{A}}{\delta m_k} \right]^t \mathbf{A}^{-1} \tilde{\mathcal{P}} \mathbf{S}_d^\dagger \mathbf{S}_d \Delta \mathbf{d}^*] \quad (5.7)$$

where $\tilde{\mathcal{P}}$ projects the residue vector $\Delta \mathbf{d}^*$ in the forward problem space.

2.3.3 Efficient mitigation of the non linear effects

The full waveform inversion is carried out by proceeding from low to high frequencies. This allows short wavelengths to be introduced progressively in the parameter images and thus contributes to mitigate the non linearity of the inverse problem. This strategy has already proven to be effective for the acoustic inverse problem (Pratt, 1999 ; Ravaut et al., 2004 ; Operto et al., 2006). For the elastic case, previous work conducted to evaluate the ability of the method to locate small heterogeneities in shallow subsurface structures (Gélis, 2005), in the presence of a flat topography, gave rise to many difficulties due to the presence of more complex wave phenomena, in particular the surface waves. Since these surface waves contain most of the energy and because they interact strongly with the topographic irregularities, we speculate that they will mainly govern the optimization process. An incorrect interpretation of them should lead the algorithm to explore a wrong solution and reach a local minima.

To assess our objective, ie imaging shallow high contrasted velocity structures in the presence of a complex topography, we have to take in consideration some crucial issues, i.e.,

- Considering accurate starting models is a key issue. They must be close enough to the true velocity models to avoid cycle skipping phenomenon which may occur for an event traveltime error higher than half period.
- The survey must be wide enough to insure a good model illumination density. Otherwise, a lack of illumination, with limited aperture acquisition for example, can be at the origin of a local minimum failure.
- The choice of inverted frequencies is critical to guarantee an accurate coverage, in terms of both long and short wavelenghtes, especially for the Vs parameter. Low frequencies has to be considered to avoid convergence toward a local minima at an early stage. This restriction explains also the necessity of considering a starting model close enough to the real one. Moreover, the selection of the inverted frequencies must insure a continuous wavenumber illumination following for example the strategy proposed by Sirgue & Pratt (2004).

An alternative to mitigate the strong non-linearities imparted to the complex wave phenomena consists in defining two levels of hierarchy (Brossier et al., 2009) ; The first one offers the possibility to perform inversion of overlapping groups of finite frequencies to better constraint the algorithm to take into account the redundant information contained in the selected frequencies. Application of this strategy to the SEG/EAGE overthrust model, reveals some improvements, in comparison to sequential single frequency approach. The second level consists of introducing pro-

gressively later arrivals (converted waves, surface waves) in the inversion. In the time domain, this level of hierarchy can be implemented in a flexible way by time windowing (Pratt & Shipp, 1999). In the frequency domain, only time damping can be applied Shin et al. (2002). Time damping of a seismic signal $x(t)$, with respect to the first arrival travelttime t_0 for example, can be performed in the frequency domain through the introduction of the complex-valued frequency following the expression :

$$X(w + i\gamma)exp^{\gamma t_0} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)exp^{-\gamma(t-t_0)}exp^{-iwt} dt \quad (5.8)$$

where γ denotes the applied damping factor. To assess the effectiveness of these strategies in our particular context, we propose to follow a numerical study based on a realistic landslide model. For all the tests presented hereafter, we focuss on velocity parameters reconstruction. The source estimation is also not addressed although it is a critical issue for application of full waveform inversion to real data. The proposed numerical tests are performed to highlight two aspects : in the first section, we evaluate the performances of the defined preconditioning strategies to recover the velocity structures and the contribution of the L-BFGS optimization method ; the second one will put in evidence the effect of decimating the acquisition device in the source dimension, to be as closer as possible to a realistic one, on the inversion results.

2.4 Landslide synthetic case study : a numerical experiment

The landslide model was inspired from a transverse section of the Super-Sauze earthflow located in the French Alps (Flageollet et al., 2000). It consists of a 210m x 60m dip section, composed of several velocity layers as proposed by Grandjean et al. (2006) after performing first arrival tomography. The medium is characterized by strong lateral velocity variations associated with highly-contrasted media with P and S waves varying from 800 to 3200 m/s and 480 to 1600 m/s respectively (Figure 5.1 ; Table 5.1) with a non constant Poisson ratio. We use a constant density equal to 1.6 for both forward and inverse problems. The topography is highly irregular. Simulations used a supposed known Ricker source with a peak frequency of 60Hz. In real data context, it is an additional unknown which can be estimated by solving a linear inverse problem (Pratt, 1999 ; Virieux & Operto, 2009). This gives associated wavelengths (for the central frequency) varying between 53.3 m and 13.4 m for the P velocity and 26.6 m and 8 m for the S velocity, and a frequency bandwidth interval of [10, 150] Hz. Detecting shallow structures of metric scale is thus affected by the bad resolution of the thin layers of the model. From a numerical point a view, a source with higher frequency content should permit to overcome this limitation. However, this assumption has no meaning in practice because high frequency signals are strongly attenuated by the shallow fissured layers of the medium, and thus difficult to operate. The mesh is divided into a 1m thickness unstructured layer for P1 interpolation and a structured layer (made of equilateral triangles) for P0. This choice states for an accuracy criteria by ensuring at least 15 grid cells per minimum shear wavelength, for the highest modeled frequency.

One hundred ninety seven explosive sources were located 1 meter below the topography with a 1-m spacing. Similarly, 197 receivers were located 0.5 meter below the topography are used for recording both vertical and horizontal displacements. An example of vertical and horizontal components of one shot gathers (Figure 5.2 (a and b)) shows how the most part of the seismic amplitude is imparted to surface waves. It highlights also the footprint of the irregular topography on the seismic signal which is drastically warped. Strong diffractions due to the topography shape can be observed, particularly from the incident surface waves.

2.4.1 Impact of inversion conditioning

In our tests, the starting model is a smoothed version of the true one, obtained after applying a 2D Gaussian smoothing function with a correlation length of 6m for both Vs (Figure 5.3) and Vp parameters. This constitutes a good compromise between severely altering the delineation of layers interfaces and avoiding cycle skipping phenomenon that may occur when the starting models are too far from the real ones. For the shallow layers, it constitutes a realistic model that can be obtained by conventional methods. These models suppose also that we have an a priori knowledge on the shape of the bedrock. Examples of vertical and horizontal components of shot gathers are shown in Figure 5.4 (a and b), for comparison to those of Figure 5.3 (a and b).

- Successive inversion of single frequencies

In a first step, sequential inversion is performed with respect to the selected frequencies of table 5.2. Both horizontal and vertical components are considered. A maximum of twenty five iterations per frequency is performed. The final models obtained are shown in Figures 5.5a and 5.6. The inversion fails to converge toward an acceptable model for both Vp and Vs parameters. The main layering structures are not recovered. In addition, strong spurious artifacts can be observed. The algorithm clearly converge toward a local minima since we observe strong unrealistic anomalies near the free surface (Figure 5.5b and Figure 5.7). This failure can be attributed to the dominant footprint of surface waves that may prevent high frequency signals due to volume waves to be considered in the inversion. Similar effects have already been observed by Gélis et al. (2007) and Romdhane et al. (2009).

- Frequency group inversion of damped data

In this section, we analyze the impact of considering simultaneous inversion of damped data. We consider here three overlapping groups of three frequencies (see Table 5.2), with damping coefficients varying between 20 and 1.5. Figure 5.4 (c and d) show vertical and horizontal components obtained with a damping coefficient of 20. The same shot position, used in figure 3 is considered. Comparison of shot gathers of Figures 5.4 and 5.3 highlights the role of data damping to introduce progressively surface waves as well as complex free-surface reflections, particularly for the long offsets. A maximum of twenty five iterations was performed for each damped frequency group. Final results, obtained after inversion of the three groups reveal how crucial was this strategy to succeed to converge toward an acceptable solution. For the Vs parameter, focussing of the shallower structures is defined with a high level of resolution. For

the deeper layers, the model is slightly improved and the contribution is as less significative as the velocity values, and thus the associated wavelengthes, increase (Figures 5.8 and 5.10b). The lower contribution of the inversion process in the reconstruction of Vp parameter (Figures 5.9 and 5.10a) is expected and can be explained by the lack of low wavelengthes illumination, with respect to the Vp model velocities (see associated wavelengthes of the Vp parameter on Table 5.2). Few artifacts can however be noticed in the zones corresponding to the highest velocity contrasts (between the shallowest layer and the bedrock, in Figure 5.8b). An example of initial and final differential seismograms in the time domain for the initial and tomography final models is depicted in Figure 5.10 ((c) and (d)). The first one corresponds to the difference between the data and initial fields and the second to the difference between the data and the tomography final data field. The comparison show that the unexplained energy mainly comes from the retro-propagated Rayleigh wave due to the highest velocity contrasts. It is important to notice here that the penetration depth of Rayleigh waves is approximated in general by half of it's wavelength. This means that they will dominate the low frequency data content rather than the high one which will be dominated by body waves. A strategy based on applying strong damping coefficients to the high frequencies to favor the use of body waves is therefore unnecessarily in our opinion. We investigate also the effect of resampling the frequency interval in the inversion group. We divide the frequency interval by a factor of two and consider then three groups of five (instead of three) frequencies. This resampling is expected to strengthen the spectral redundancy and yield to a higher definition of layers. The same damping coefficients are considered as for the previous example. Results in Figure 5.11 ((a) and (b)) reveals a slight improvement of the Vs parameter reconstruction at a significative higher computational expense.

– Contribution of the L-BFGS method

We perform an inversion test using the L-BFGS optimization method with the same frequency groups and damping coefficients as for the previous section (with respect to Table 5.2). The initial estimation of the Hessian is provided by the diagonal elements of the Pseudo Hessian (Shin et al., 2001) and five differences of gradients and models vectors are used for the L-BFGS algorithm. Figure 5.12 (a and b) and Figure 5.13 (a and b) show final Vp and Vs velocity models recovered and vertical extracted profiles for each parameter, respectively. They reveal that amplitudes of the structures are significantly better defined, for both the shallow and the deep layers of the model, in comparison to those obtained with the PCG optimization method (see Figures 5.8a, 5.9, 5.10a and 5.10b). Fewer artifacts can be observed even in the shallow zone corresponding to the highest contrast. The Figure 5.12c depicts the evolution of the logarithm of the objective function with respect to the iteration number with both L-BFGS and PCG for the first frequency group. The convergence level is drastically improved with the L-BFGS algorithm when compared to PGC. The final differential seismogram (Figure 5.14) show that amplitude residuals are strongly attenuated, even for the longer recording times. The strong residuals (observed in Figure 5.10d) due to the highest velocity contrasts are significantly lessened. Similar effects have already been noticed by Brossier

et al. (2009) and attributed to the contribution, with the L-BFGS method, of the estimation of the off diagonal terms of the Hessian matrix, which confirm the promising perspectives of using the L-BFGS optimization algorithm for realistic applications.

2.4.2 Impact of data decimation

– Component selection

In practice, seismic investigations for shallow structures characterization are usually restricted to recording the vertical displacement component. This limitation represents an additional difficulty at the origin of an increase of the possible equivalent solutions for the inverse problem. In this section, two configurations were tested by considering either the vertical or horizontal component of recorded data. The same frequency groups and damping terms were used as for the previous section for self-consistency. We clearly distinguish that the final V_s parameter recovered, by considering the vertical component, is defined with a higher level of resolution (Figure 5.15a and 5.15c), when compared to the one obtained by considering the horizontal component, where we can observe larger velocity errors close to the free surface in the zones with a very high contrast between the steeply dipping bedrock and the shallowest layer (Figure 5.15b and 5.15d). As a result, the algorithm is clearly more sensitive to the information provided by the vertical data component. In addition, final inverted V_s images obtained by considering the vertical component do not significantly differ from the ones calculated by considering both vertical and horizontal components. We notice however that the comparison of the associated relative velocity errors figures put in evidence the lower resolution definition of the deeper layers of the model.

– Acquisition configuration

We investigate the effect of considering a realistic seismic acquisition. The impact of decimating survey geometries on the waveform tomography for lithospheric imaging was addressed by Brenders & Pratt (2007b). The requirement of fully unaliased surface sampling Δ_{samp} was given by the relation $(\Delta r, \Delta s) \leq \Delta_{samp} = \lambda/2$, where Δr and Δs denote receiver and source spacing and λ the calculated wavelength for a specific temporal frequency with respect to the minimum velocity of the medium. The authors suggested that for a receiver spacing below $\lambda/2$, the image quality remain acceptable for $\Delta s \simeq 3\Delta_{samp}$. In the context of subsurface prospecting, terrain and logistic limitations make implausible the use of a dense sampling of sources. We keep constant the receivers number and evaluate the effect of applying two levels of decimation to the source dimension with a sparser grid made of 99 sources (with a 2m-spacing) and then 49 sources (with a 4m-spacing), respectively. If we consider then the minimum wavelength with respect to the S velocity ($V_{smin} = 480$ m/s and $f_{max} = 134.2$ Hz), we have $\Delta r = 1 \leq \Delta_{samp} = 1.78$ m and $\Delta s < 3\Delta_{samp} \simeq 3\lambda_{min}/2 \simeq 5.34$ m for both cases. The minimum and maximum offset coverage along the model are retained. Only the vertical data component is considered for the inversion. Although the acquisition aperture is not modified, this acquisition geometry is expected to slightly mitigate the

inversion performances. Results show that a source sampling of 2m leads to acceptable results (Figures 5.16a and 5.16b) in comparison to those with a 1m source sampling. Associated vertical profiles depicted in Figures 5.17a and 5.17b demonstrate that the deep structure (with a V_s velocity of 800 m/s) is however defined with a lower definition. A source sampling of 4m introduces significative aliasing effects near the free surface (Figures 5.16c and 5.14d) translated into strong observed spurious artifacts. The inversion clearly fails to converge toward the true model with an acceptable level of resolution. The final V_s image obtained is severely altered, which respect to the one of the previous section. Extracted vertical profiles (Figures 5.17c and 5.17d) confirm the aliasing effect observed near the free surface and the poor resolution of the deep structures. This effect can be more pronounced in the presence of noise in real data, which seriously mitigates the effectiveness of the algorithm to improve the layers definition.

2.4.3 Computation time

In this study, we used a constant mixed P0-P1 mesh with a total of 266709 cells composed of 8232 P1 cells (with three degrees of freedom per field) and 258477 P0 cells (with one degree of freedom per field) which gives a total of 1415865 degrees of freedom. The forward modeling required an average time of 89 s to be solved for 197 sources per modeled frequency. For the inversion, each iteration required an average time of 400 s and a total memory of 6.7 Gb for factorization. All simulations were performed using 24 cores on the BRGM HP DL 165 G2 cluster, which consists of 32 nodes with Myrinet interconnection. Each node comprises two quad-core 2.3 Ghz AMD Opteron processors, providing 16 Gb of RAM.

2.5 Discussion

In this study, the elastic FWI inversion was applied to a realistic landslide model characterized by strong lateral velocity variations and a complex topography shape. In this particular context, the seismic signal is dominated by surface waves which can not be easily separated from body waves because of the limited aperture of the acquisition. The inversion of raw data failed to yield to acceptable velocity images. This failure can be attributed to the dominant footprint of surface waves. The effects of surface waves on FWI have already been investigated in small scales by Gélis et al. (2007) for the elastic case and by Bleibinhaus & Rondenay (2009) in the presence of a complex topography for the acoustic case in a larger scale.

The performed tests reveal that a combination of overlapping group inversion of multiple frequencies and data damping to allow a progressive introduction of the complex seismic events (surface waves, multiples), is critical to mitigate the strong non linearities introduced by surface waves and reconstruct accurately the shallow structures. The use of a quasi-Newton L-BFGS optimization algorithm can significantly accelerate the convergence level of the method and improve the parameters reconstruction. Efficiency of the process can however be severely altered by inaccurate source sampling interval.

An extension to the elastic FWI, which may be critical for challenging real data ap-

plications, could incorporate the reconstruction of the attenuation parameters (Q_p and Q_s). The implementation in the frequency domain can use the Kolsky-Futterman model (Futterman, 1962). Application to real data, in the context of near surface prospection, can be based on the waveform-tomography workflow proposed by Smithyman et al. (2009) to produce images of V_p and Q_p parameters and locate shallow targets. It requires also an estimation of the source (Pratt, 1999) which is supposed known in our work.

2.6 Conclusion

This paper presents a numerical study performed to evaluate the potential of a flexible 2D full waveform inversion approach, which reveals promising perspectives, when applied to large scale domains, for imaging shallow structures in the presence of a complex topography. A discontinuous Galerkin method, based on low order mixed P0-P1 interpolation is used to allow accurate wavefield modeling at a reasonable computational cost. A 2D flexible elastic frequency domain full waveform inversion algorithm is applied to a realistic landslide model, characterized by high contrasted layers and strong lateral velocity variations.

A two level preconditioning strategy, based on simultaneous multi-frequency inversion of damped data is applied to mitigate difficulties inherent to classic single frequency inversion. Results confirm that simultaneous inversion of damped data, which allow a progressive introduction of both converted and free surface waves, significantly outperforms the successive single frequency inversion. It can constitute a crucial issue to mitigate strong non-linearities imparted to surface waves and avoid convergence toward a local minima. We also put in evidence the high potential of the L-BFGS optimization method to accelerate the convergence level when compared to more classic preconditioned conjugate gradient algorithm. We address than the impact of some practical considerations, related to real investigations for sub-surface imaging, on the parameters reconstruction. We illustrate that restricting the inversion to the vertical data component can lead to acceptable results without a significative loss in terms of imaging resolution and convergence level. We also put in evidence how the lack of model illumination coverage is translated in terms of imaging resolution. Future work will tackle the reconstruction of the initial model, a key issue for full waveform inversion before considering applications to real data.

| V_p (m/s) | V_s (m/s) | $\lambda_{V_{pmax}}$ (m) | $\lambda_{V_{pmin}}$ (m) | $\lambda_{V_{smax}}$ (m) | $\lambda_{V_{smin}}$ (m) |
|-------------|-------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 800 | 480 | 23.8 | 5.9 | 11.9 | 3.57 |
| 3200 | 1600 | 150.2 | 37.6 | 75.1 | 22.5 |

TABLE 5.1 – Maximum and minimum velocity parameters for the landslide model. Maximum and minimum wavelenghtes are calculated with respect to to the lowest and highest inverted frequencies, respectively

| FG | Sequential-F(Hz) | Simultaneous-F(Hz) | Damping(1/s) |
|----|------------------|--------------------|--------------|
| 1 | 21.3 | 21.3, 27.5, 42.7 | 20, 5, 1.5 |
| 2 | 27.5 | 42.7, 61.0, 82.4 | |
| 3 | 42.7 | 82.4, 106.8, 134.3 | |
| 4 | 61.0 | | |
| 5 | 82.4 | | |
| 6 | 106.8 | | |
| 7 | 134.3 | | |

TABLE 5.2 – Sequential inverted frequencies, frequency groups and damping coefficients considered for the landslide model

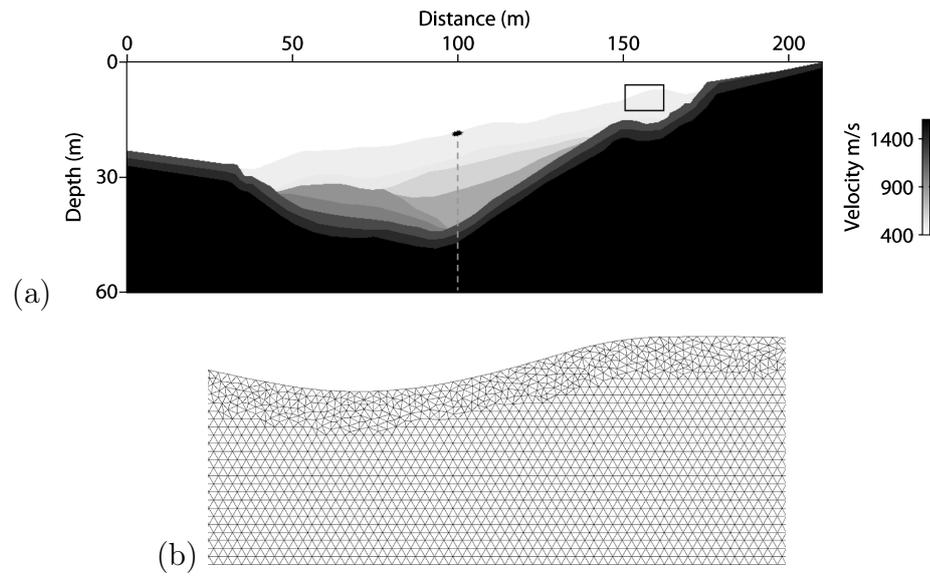
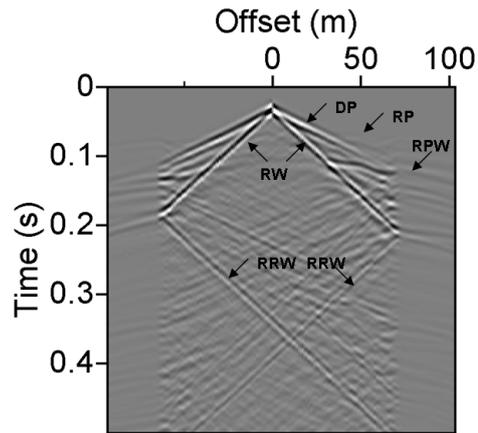
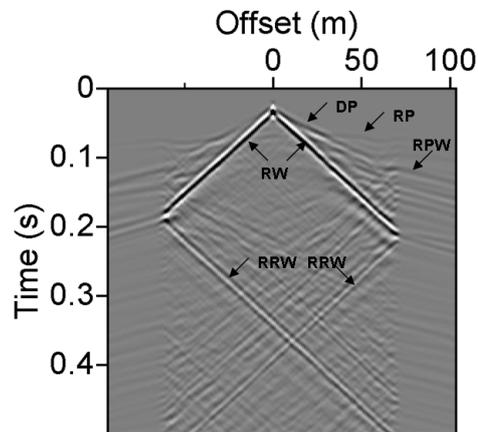


FIGURE 5.1 – (a) Vs true velocity model for the realistic landslide model. The grey dashed line and the black star correspond to the position of the extracted vertical profiles and the source position of shot gathers depicted in the following figures, respectively. (b) a zoom of the boxed area showing the mesh used for the realistic landslide model with the mixed DG P0-P1 method



(a)



(b)

FIGURE 5.2 – Examples of horizontal (a) and vertical (b) synthetic shot gathers of the realistic landslide model. The shot position correspond to a lateral distance of 100m. Labels DP, RP and RPW correspond to Direct, Refracted and reflected P waves, respectively. Labels RW and RRW correspond to Rayleigh waves (fundamental mode) and Retro-propagated Rayleigh waves

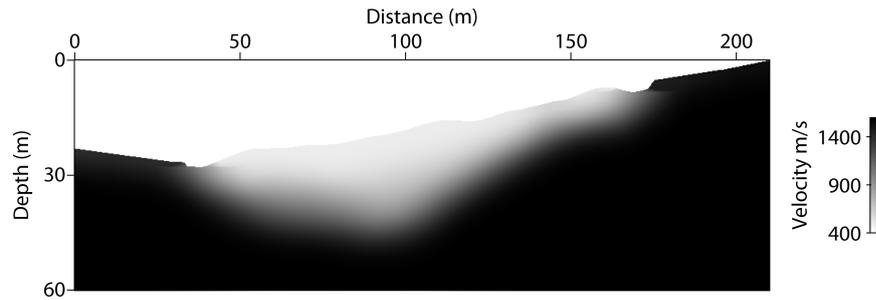


FIGURE 5.3 – Starting Vs model considered for the realistic landslide case

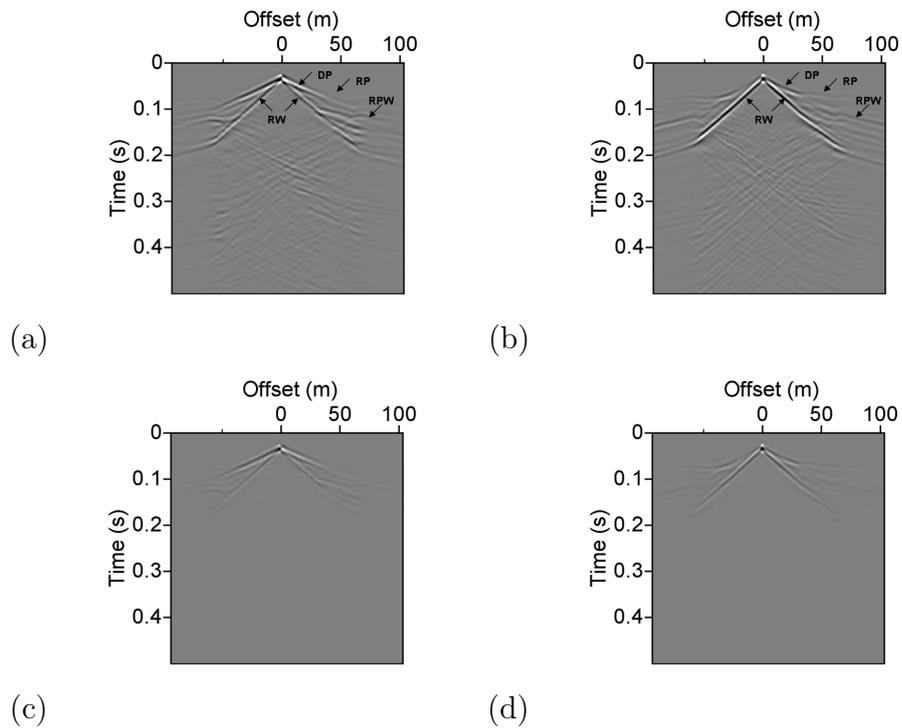


FIGURE 5.4 – On the top : examples of horizontal (a) and vertical (b) synthetic shot gathers of the starting landslide model. On the bottom : examples of damped horizontal (c) and vertical (d) synthetic shot gathers of the starting landslide model ($\gamma = 20$). The shot position correspond to a lateral distance of 100m. Labels DP, RP and RPW correspond to Direct, Refracted and reflected P waves, respectively. Label RW correspond to Rayleigh waves (fundamental mode)

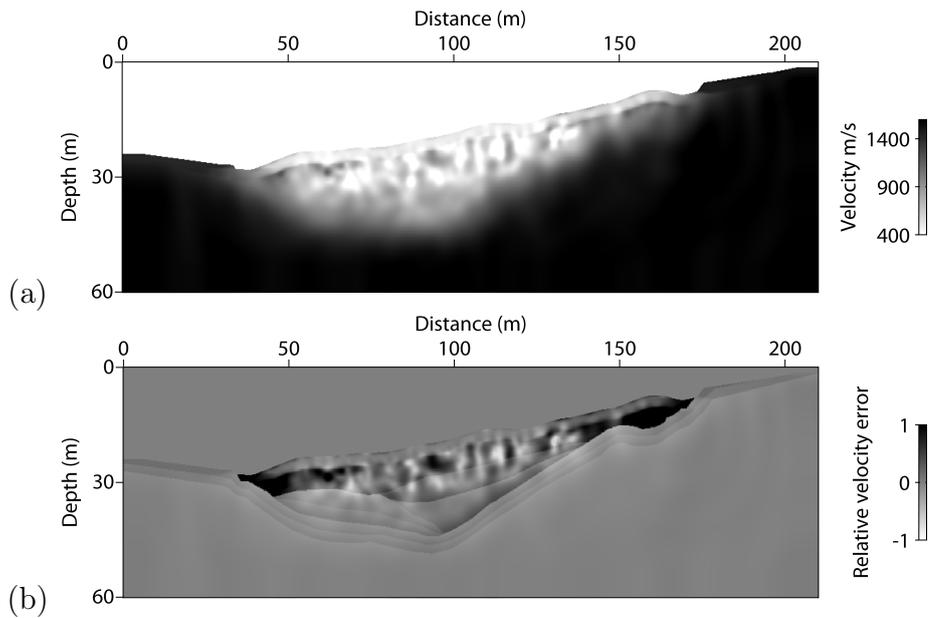


FIGURE 5.5 – (a) The final V_s model and (b) the relative velocity error (ratio of the velocity error to the true velocity), obtained after sequential inversion of seven frequencies varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Both vertical and horizontal components are inverted.

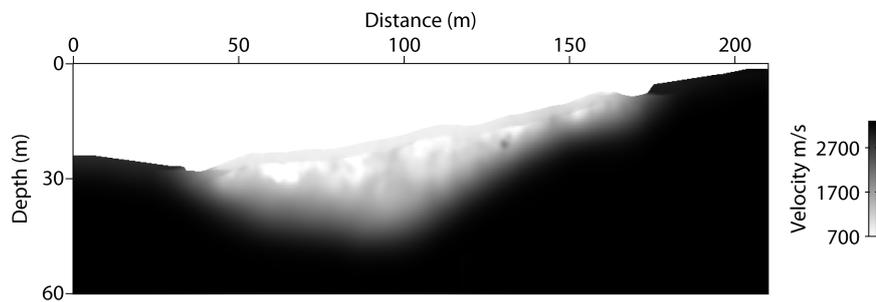


FIGURE 5.6 – Final V_p model obtained after sequential inversion of seven frequencies varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Both vertical and horizontal components are inverted

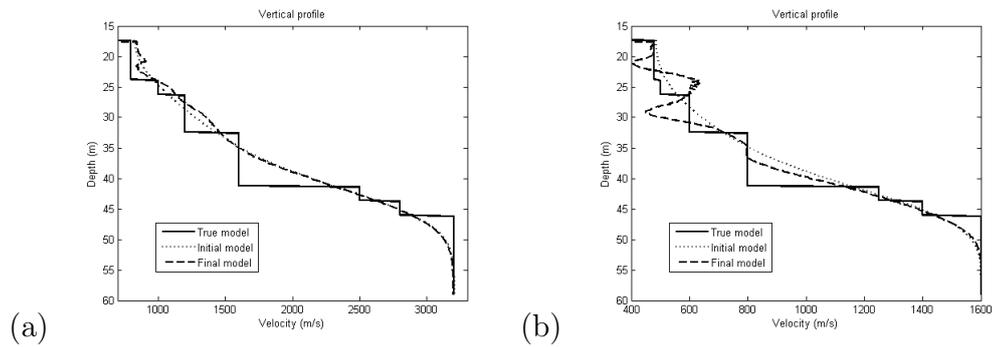


FIGURE 5.7 – V_p (a) and V_s (a) parameter cross-sections extracted along a vertical line (which corresponds to the distance of 100m) obtained after sequential inversion of seven frequencies varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Profiles of the true model are plotted with solid black lines. The profiles of the starting and final models are plotted with grey dashed lines

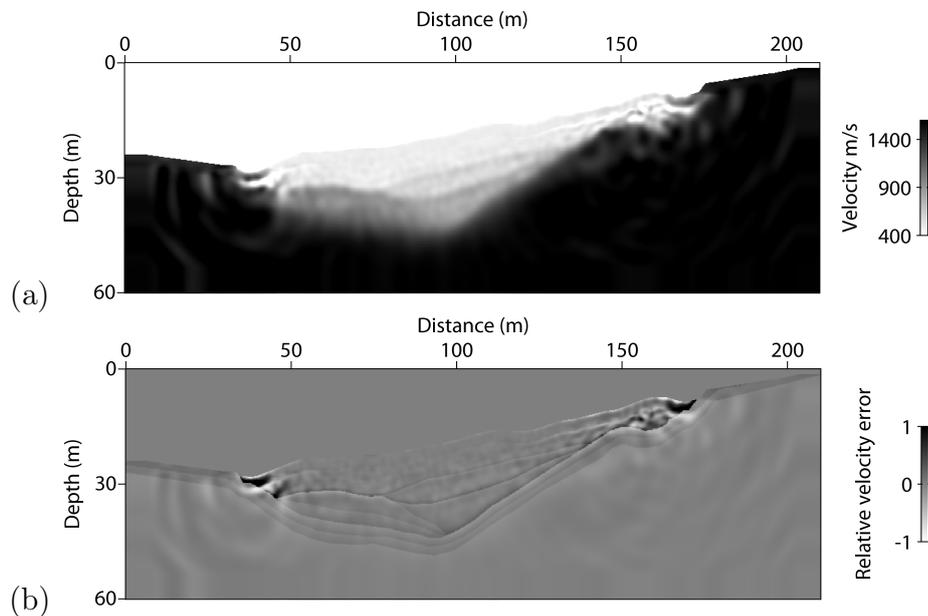


FIGURE 5.8 – (a) The final V_s model and (b) the relative velocity error (ratio of the velocity error to the true velocity), obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Both vertical and horizontal components are inverted. Significant velocity errors can be observed near the free surface

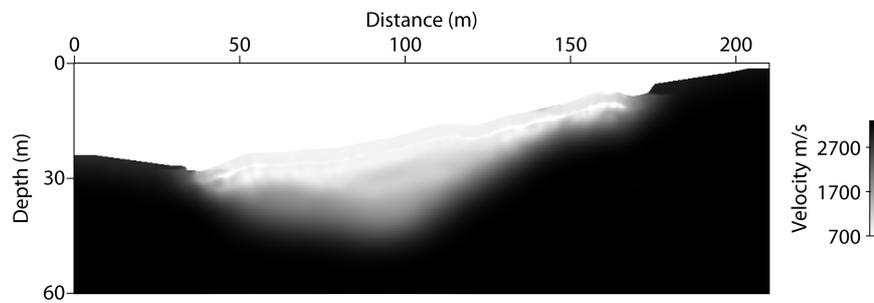


FIGURE 5.9 – Final V_p model obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Both vertical and horizontal components are inverted

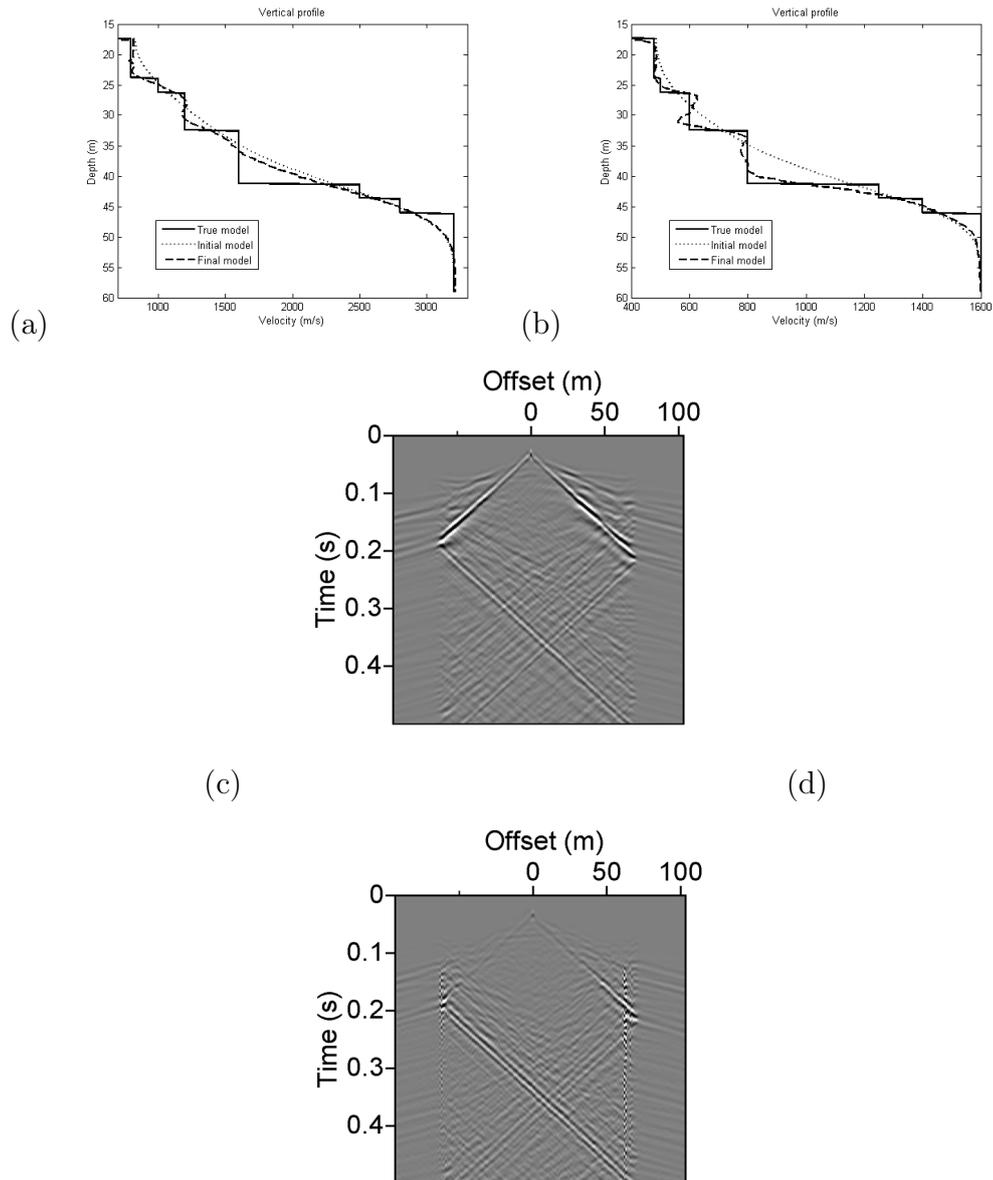


FIGURE 5.10 – V_p (a) and V_s (b) parameter cross-sections extracted along a vertical line (which corresponds to the distance of 100m) obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Profiles of the true model are plotted with solid black lines. The profiles of the starting and final models are plotted with grey dashed lines. Comparison between (c) the vertical component of an initial differential seismogram (difference between data calculated with the true model and data calculated with the starting model) and (d) the vertical component of a final differential seismogram (difference between data calculated in the final model and data calculated with the true model)

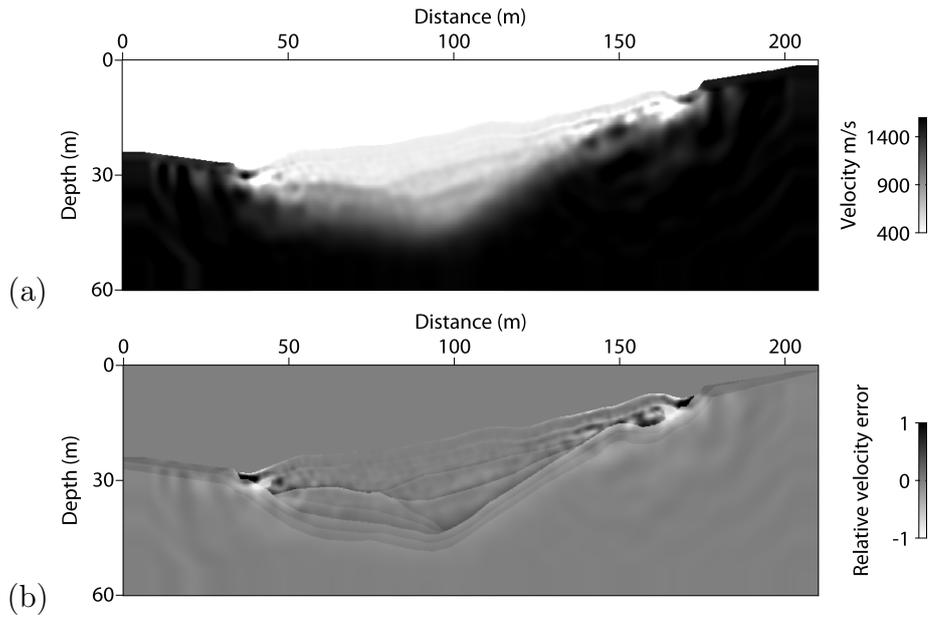


FIGURE 5.11 – (a) The final V_s model and (b) the relative velocity error (ratio of the velocity error to the true velocity), obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz. Five frequency per group are used in the inversion. Both horizontal and vertical components are considered

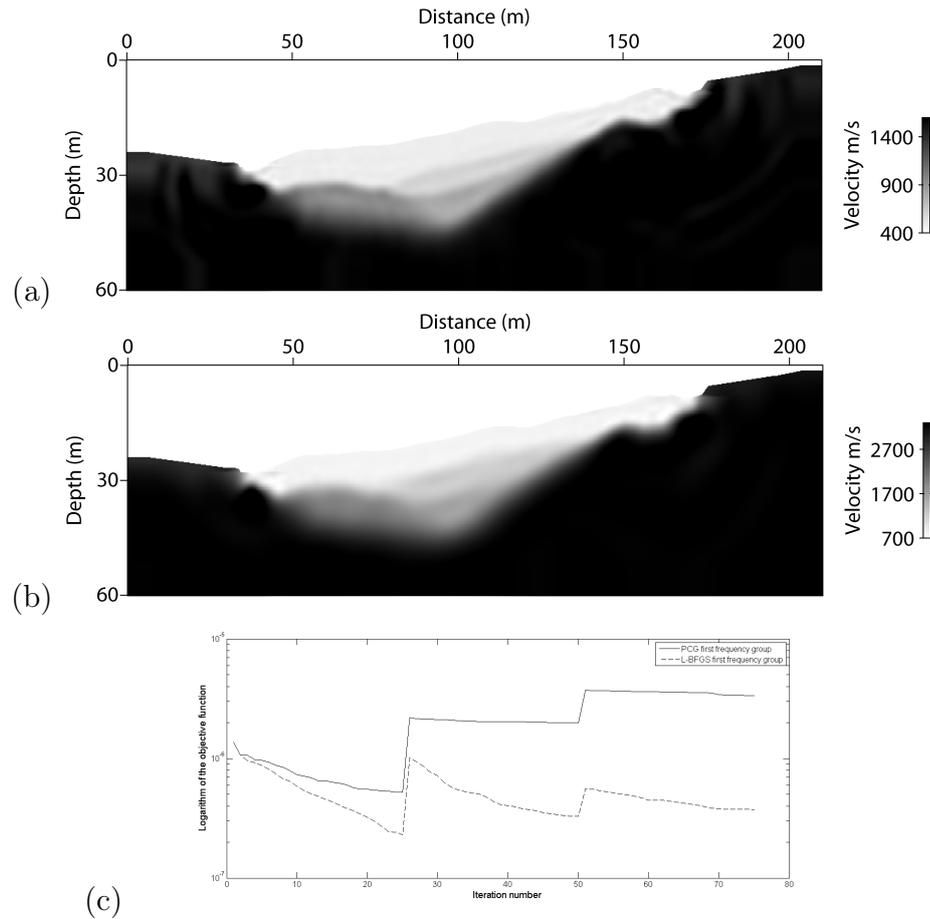


FIGURE 5.12 – Final (a) V_s and (b) V_p models obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with the L-BFGS algorithm. Three frequencies per group are used in the inversion. Both horizontal and vertical components are considered. (c) Evolution of the L-BFGS and the PCG logarithm of the objective function with respect to the iteration number for the inversion of the first frequency group with three damping coefficients (see Table 2). 25 iterations are performed for each damping coefficients. The L-BFGS algorithm drastically accelerates the convergence level of the objective function

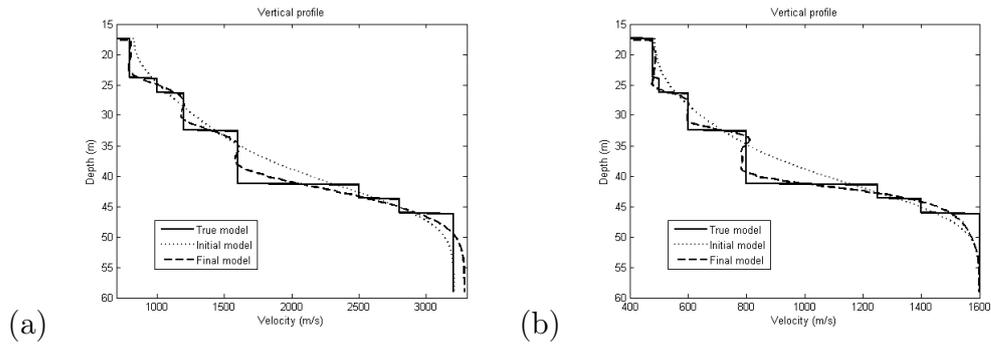


FIGURE 5.13 – V_p (a) and V_s (b) parameter cross-sections extracted along a vertical line (which corresponds to the distance of 100m) obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Profiles of the true model are plotted with solid black lines. The profiles of the starting and final models are plotted with grey dashed lines

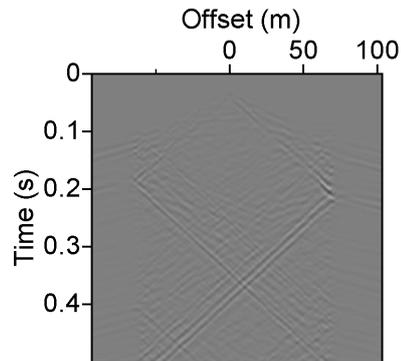


FIGURE 5.14 – The vertical component of a final differential seismogram (difference between data calculated in the final model and data calculated in the true model) obtained after running the inversion with the L-BFGS algorithm. Amplitude residuals are strongly attenuated in comparison to those obtained with the PCG algorithm (Figure 10d)

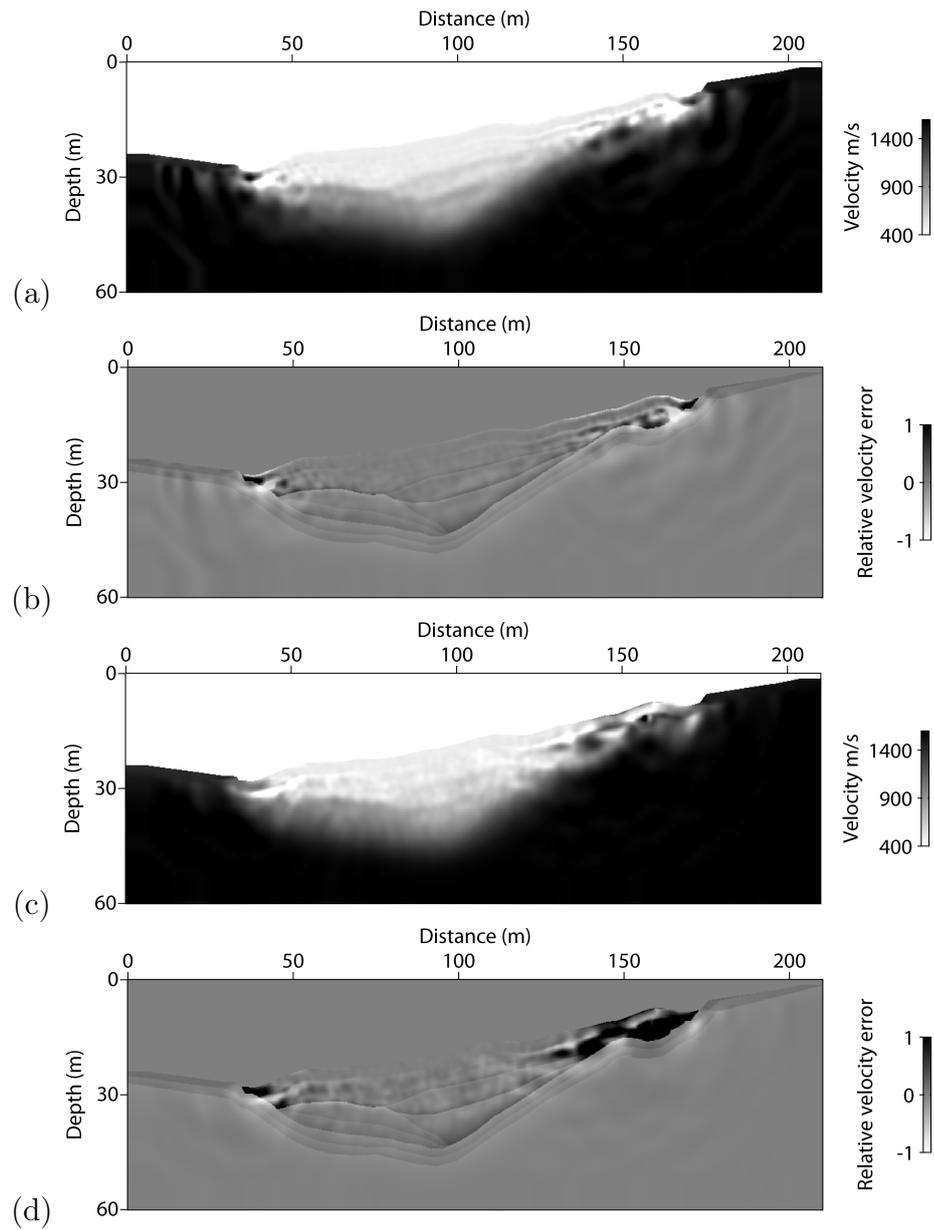


FIGURE 5.15 – (a) Final V_s models and (b) relative velocity errors (ratio of the velocity error to the true velocity), obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Only the vertical ((a) and (b)) or the horizontal ((c) and (d)) data component is inverted

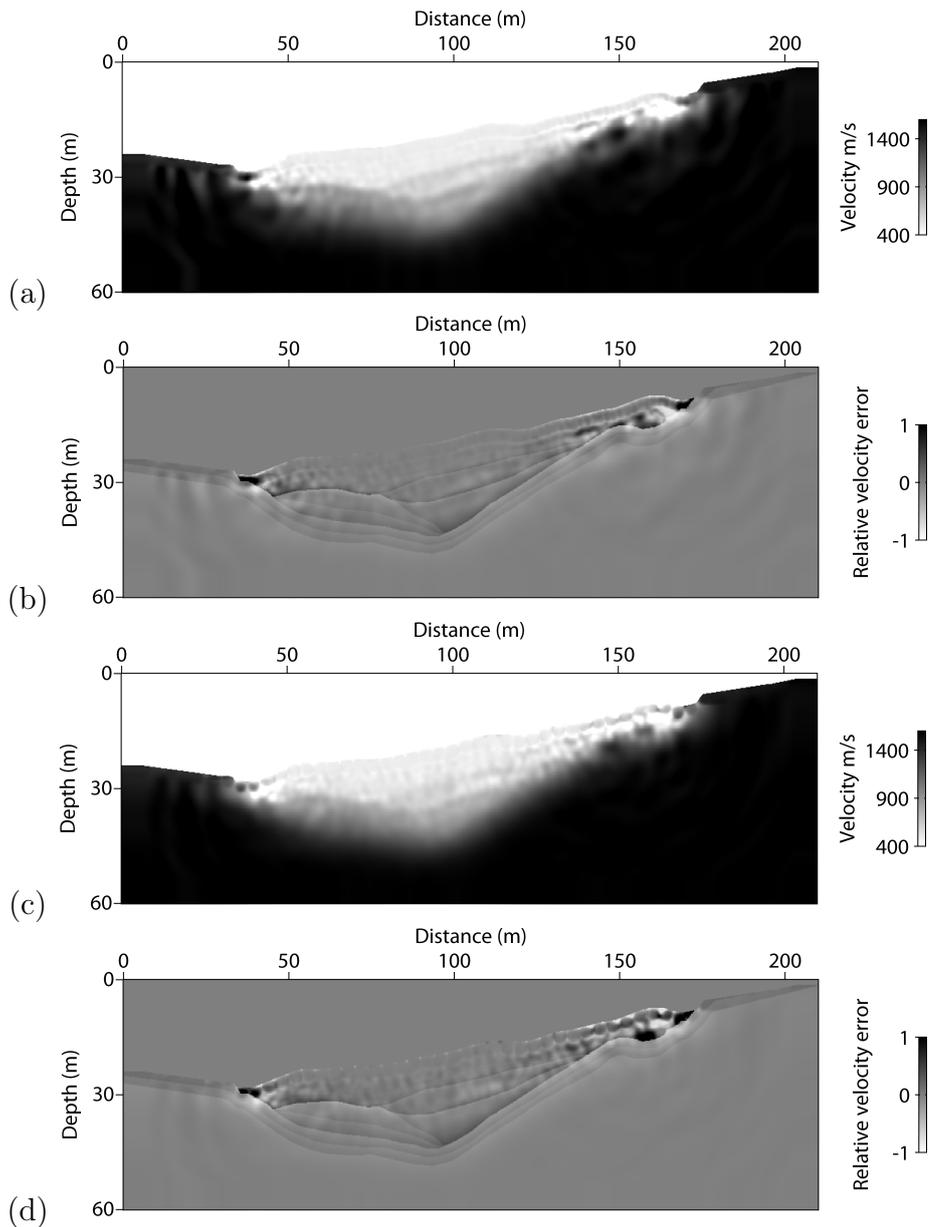


FIGURE 5.16 – (a) The final V_s model and (b) the relative velocity error (ratio of the velocity error to the true velocity), obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Only the vertical component is inverted and a decimated acquisition is used

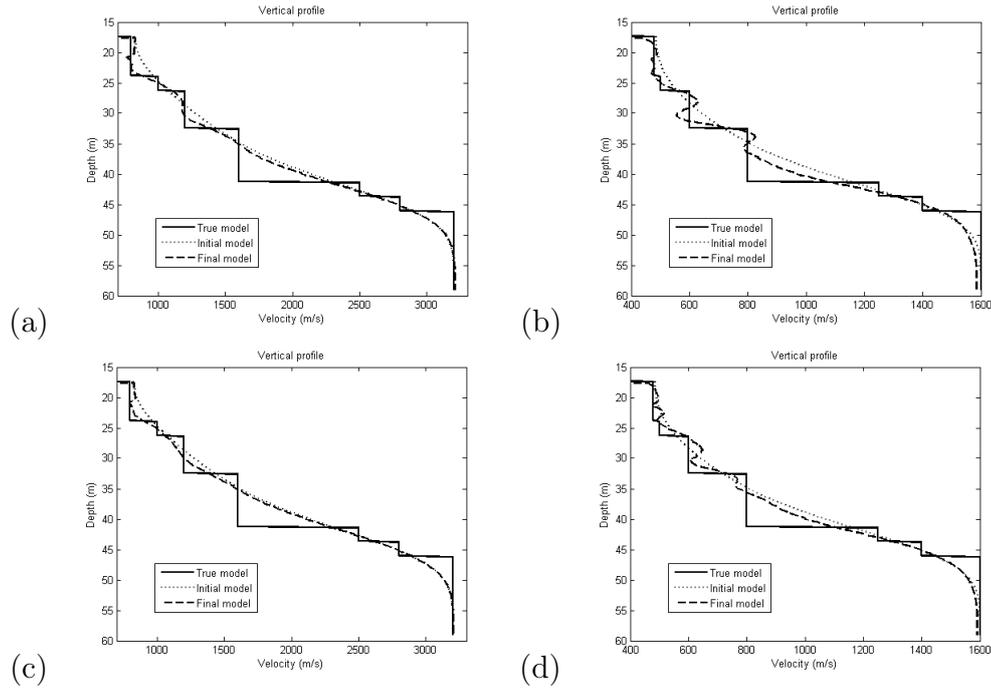


FIGURE 5.17 – V_p (a, c) and V_s (b, d) parameter cross-sections extracted along a vertical line (which corresponds to the distance of 100m), obtained after simultaneous inversion of three damped frequency groups varying from 21.3 to 134.3 Hz with respect to table 2. Only the vertical component is inverted. Too levels of decimation are considered with a source sampling of 2m (a, b) and 4m (c, d). Profiles of the true model are plotted with solid black lines. The profiles of the starting and final models are plotted with grey dashed lines

3 Etude complémentaire

3.1 Cartes monofréquentielles

Pour mieux comprendre l'interaction du champ propagé avec le milieu, les figures 5.18 et 5.19 montrent les parties réelles des champs mono-fréquentiels pour les fréquences respectives de 21.3 Hz et 134.3 Hz (correspondant à la fréquence la plus basse et la plus élevée inversées). A 21.3 Hz, le champ est dominé par l'onde de surface qui se propage le long de la topographie. Cette onde, très visible au niveau des deux composantes du champ, interagit surtout avec les couches superficielles (caractérisées par les vitesses les plus faibles) situées dans la partie centrale du glissement. Les perturbations du champ à cette fréquence (figure 5.18 e et f) présentent d'importants résidus en surface. Des changements de phase selon l'axe vertical, qui peuvent être liés à la présence de modes supérieurs d'ondes de surface, sont en particulier visibles au niveau des résidus de la composante horizontale.

A 134.4 Hz (figure 5.19), les longueurs d'onde propagées sont beaucoup plus petites et par conséquent plus sensibles à la géométrie de la topographie ainsi qu'aux variations latérales des propriétés du milieu, donnant lieu à des phénomènes de

propagation d'onde très complexes. Les cartes de perturbation du champ (figure 5.19 e et f) montrent de forts résidus au niveau de la partie superficielle du milieu ainsi qu'au niveau des zones les plus profondes. L'onde de surface ne pénètre pas dans le milieu et est à peine visible au niveau du champ propagé. Les résidus sont dominées par les ondes de volumes déformées par les propriétés du milieu.

L'utilisation des fréquences élevées dans l'inversion permet de tirer profit des petites longueurs d'ondes propagées pour définir le milieu avec une haute résolution. Elle est toutefois très exposée, en raison de la forte interaction du champ propagé avec le milieu, au phénomène d'ambiguïté de phase. Dans ce cadre, l'effet de la topographie sur le champ propagé vient accentuer la forte non linéarité du problème inverse pour les hautes fréquences. Cet effet peut expliquer en partie l'échec de l'inversion séquentielle sans conditionnement pour reconstruire les propriétés du milieu.

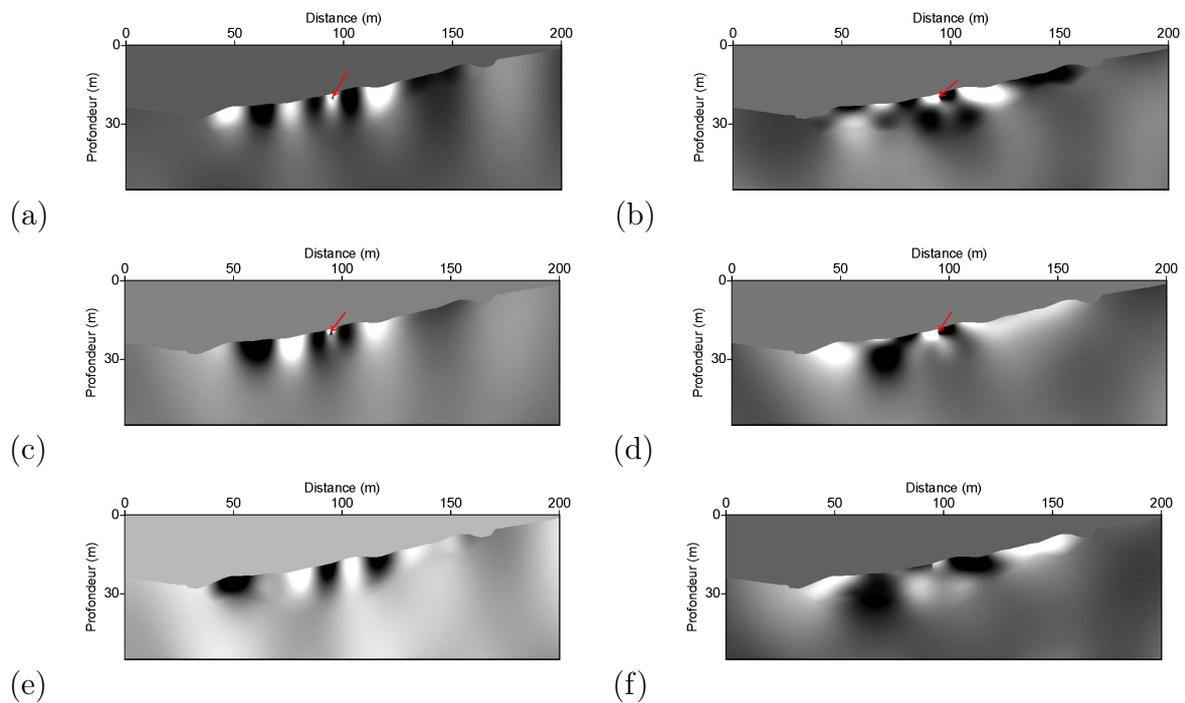


FIGURE 5.18 – Composante verticale (à gauche) et horizontale (à droite) de la partie réelle du champ à 21.3 Hz. Les figures (a) et (b) correspondent aux modèles vrais, (c) et (d) correspondent aux modèles initiaux et (e) et (f) aux différences entre les champs issus du modèle vrai et ceux issus du modèle initial. La flèche rouge donne la position de la source

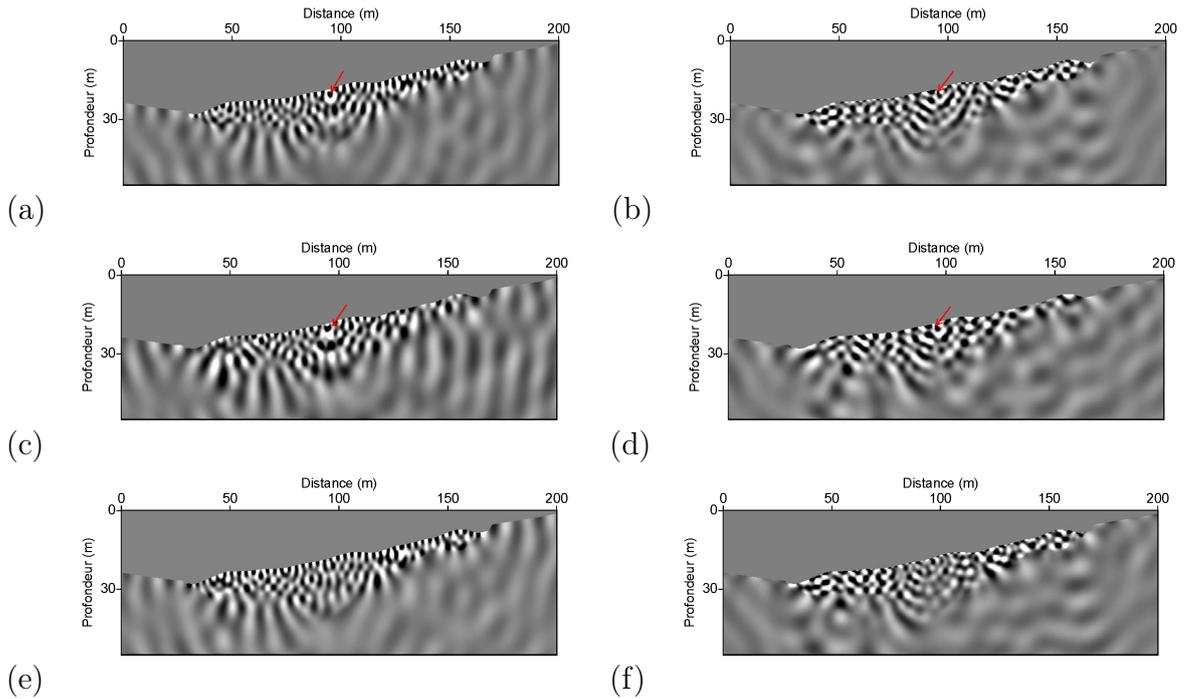


FIGURE 5.19 – Composante verticale (à gauche) et horizontale (à droite) de la partie réelle du champ à 134.3 Hz. Les figures (a) et (b) correspondent aux modèles vrais, (c) et (d) correspondent aux modèles initiaux et (e) et (f) aux différences entre les champs issus du modèle vrai et ceux issus du modèle initial. La flèche rouge donne la position de la source

3.2 Effet de la géométrie de la topographie

Nous avons souligné dans la section précédente l'effet de la topographie sur le champ d'onde mono-fréquentiel propagé. Pour mettre en évidence l'effet de la géométrie de la topographie sur les données simulées, nous avons considéré le même modèle de vitesse utilisé dans la section précédente où la topographie originale est lissée en utilisant un lissage par fenêtre glissante (figure 5.20). La position des sources et des récepteurs par rapport à la topographie est restée invariante dans les deux cas.

Les figures 5.21 (a et b) représentent les deux composantes verticale et horizontale d'un exemple de tir simulé (dont la position latérale correspond à 7m) utilisant la topographie d'origine. L'amplitude du signal est dominée par l'onde de surface et l'interaction de cette dernière avec la topographie donne lieu à de fortes diffractions. Le même tir simulé dans le modèle avec la topographie lissée (figure 5.21 c et d) présente moins de diffractions. Le signal est également dominé par l'onde de surface. L'onde de Rayleigh retro-propagée résulte du très fort contraste entre la couche superficielle de faible vitesse et le bedrock beaucoup plus rapide. Les résidus entre les deux sections sismiques (figure 5.21 e et f) mettent en évidence l'effet de la géométrie de la topographie sur le signal sismique qui est fortement affecté.

Soulignons dans ce cadre que le problème direct, basé sur une théorie élastique, est supposé prendre en compte les ondes converties, les ondes de surface ainsi que

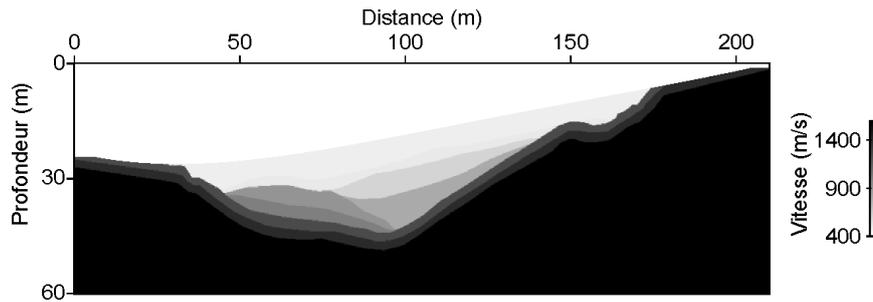


FIGURE 5.20 – Modèle de vitesse V_s avec une topographie lissée

les multiples résultant de la géométrie irrégulière de la surface libre. Ces ondes induites par des phénomènes de propagation compliqués accroissent la non linéarité du problème inverse. L'utilisation des coefficients d'amortissement agissant sur les fréquences complexes (décrites dans la section 2 de ce chapitre) a néanmoins permis de contrôler l'exploitation de ces ondes. Le recours aux forts coefficients d'amortissement pour les premières itérations de l'inversion permet en particulier de ne pas les prendre en compte minimisant ainsi la non linéarité du problème inverse.

Intéressons nous maintenant à l'effet de la condition de surface libre sur la propagation des ondes sismiques. Nous avons considéré pour cela le même modèle de vitesse vrai utilisé pour l'étude numérique de la section 2. Nous avons ajouté au dessus de la surface libre une couche fictive dont les vitesses V_p et V_s sont deux fois inférieures à celles de la première couche du modèle. Des conditions absorbantes sont implémentées au dessus de cette couche fictive. Les figures 5.22 a et 5.22 b montrent les synthétiques obtenus avec cette formulation ainsi que les différences avec ceux prenant en compte la condition de surface libre (5.22 c et d). Les diffractions multiples observées lorsque la condition de surface libre est prise en compte sont considérablement atténuées.

Une étude sur l'effet que peuvent avoir les diffractions dues à la surface libre, sur l'inversion dans le cadre de l'approximation acoustique, a été très récemment présentée par Bleibinhaus & Rondenay (2009). Les auteurs soulignent que les réflexions multiples générées par une topographie complexe réduisent la résolution du problème inverse si elles ne sont pas prises en considération. Ils montrent également qu'il est possible de minimiser ces effets en utilisant un contraste faible au dessus de la topographie. Dans le cadre de la théorie élastique que nous utilisons, les conversions d'ondes au niveau de la surface libre sont modélisées par le problème direct et il n'est par conséquent pas nécessaire de les supprimer ou de les minimiser.

Ainsi, la majorité des diffractions multiples et signaux rétropropagés proviennent de la complexité de la topographie et de la condition de surface libre qui la caractérise. Ce sont donc les ondes de surface qui sont en cause dans la génération de ces signaux complexes.

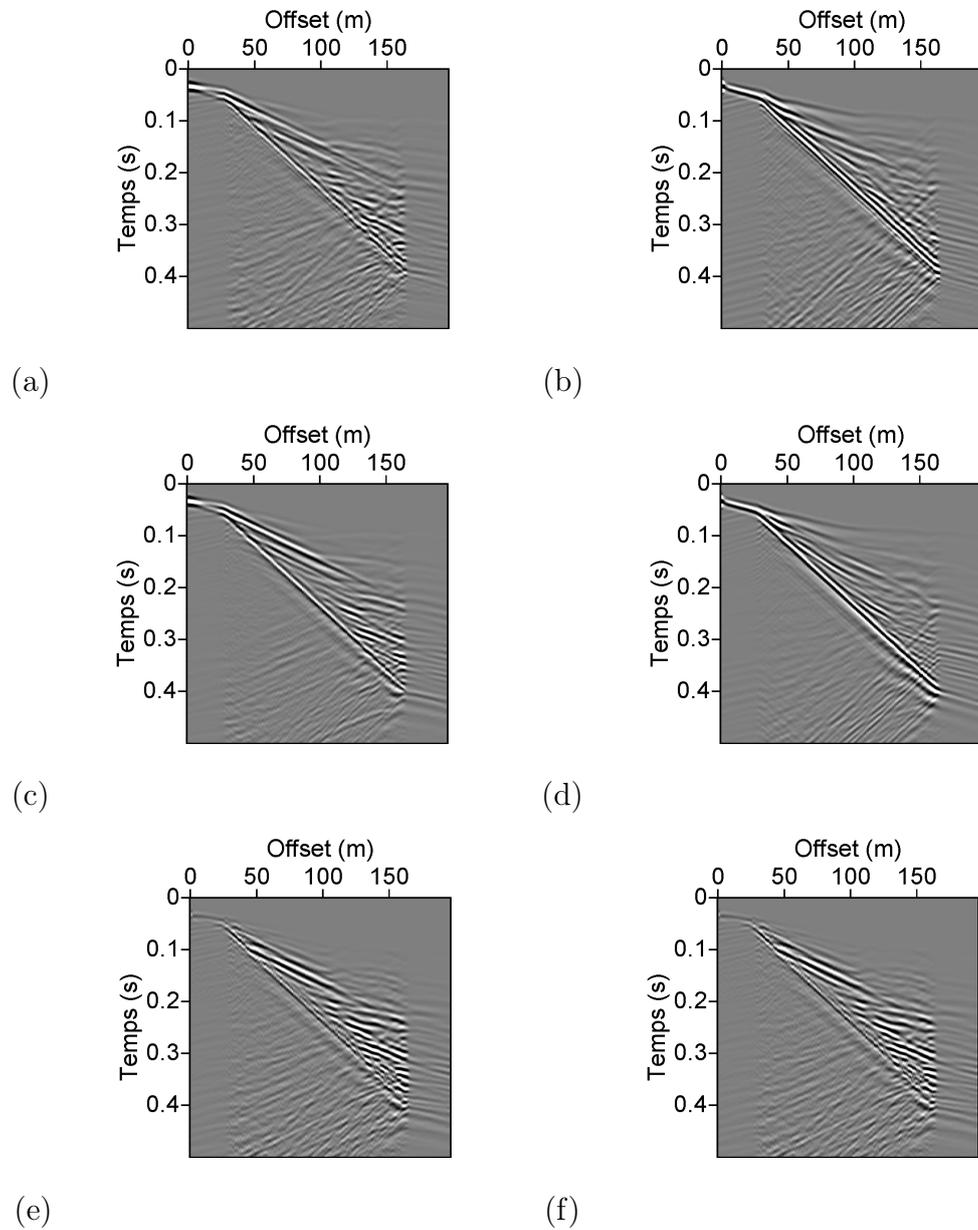


FIGURE 5.21 – Exemple des composantes horizontale (à gauche) et verticale (à droite) d'un tir dont la position latérale est 7 m. (a) et (b) avec la topographie réelle. (c) et (d) avec une topographie lissée. (e) et (f) représentent la différence entre les deux sismogrammes

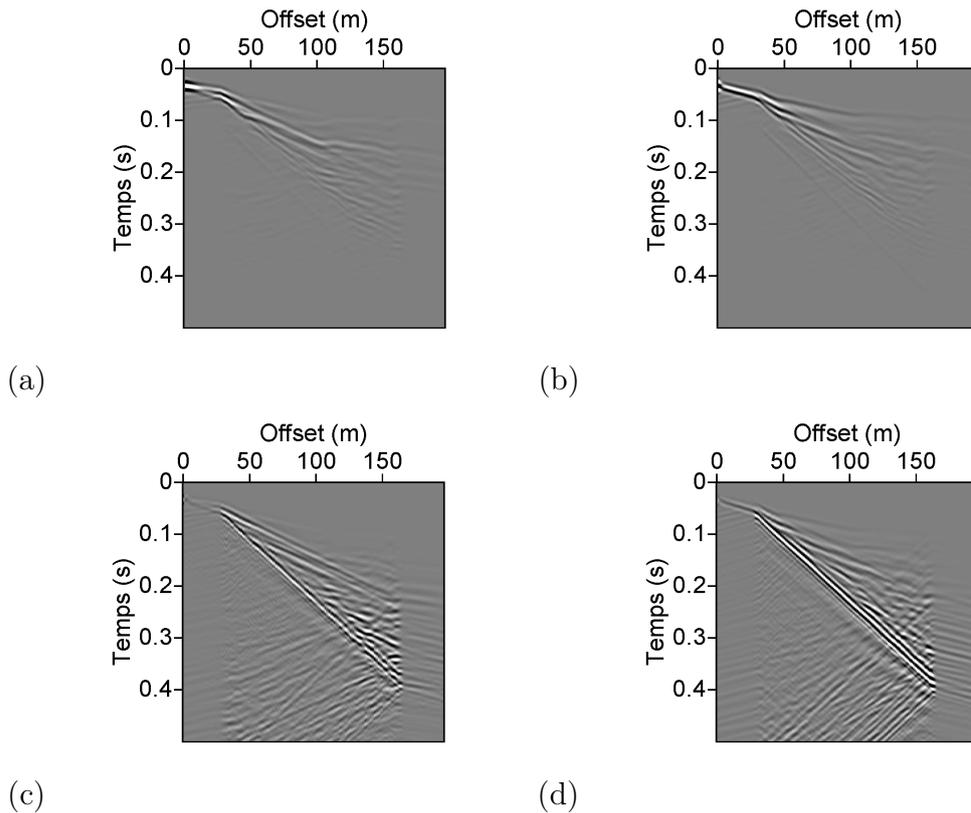


FIGURE 5.22 – Exemple des composantes horizontale (à gauche) et verticale (à droite) d'un tir dont la position latérale est 7 m. (a) et (b) avec une topographie réaliste et en utilisation une formulation faible de la condition de surface libre. (c) et (d) représentent la différence avec le même tir ou la condition de surface libre est implémentée

3.3 Apport du pré-conditionnement des données

Nous avons vu dans la section 2.4.1 de ce chapitre que l'association de l'inversion par groupes de fréquences et l'utilisation des fréquences complexes, permettant le contrôle de la fenêtre des données exploitées, ont été déterminantes pour atténuer la forte non linéarité du problème inverse et réussir à reconstruire les paramètres élastiques du milieu. Nous proposons dans cette section de regarder plus en détail l'apport de ces deux niveaux de conditionnement.

3.3.0.1 Choix des groupes de fréquences à inverser L'inversion préconditionnée par groupes de fréquences permet de prendre en considération certains phénomènes complexes de propagation comme la dispersion des ondes de surface. Le choix des groupes obéit principalement aux deux conditions décrites dans le chapitre 2 (section 2.8.1). La figure 5.23 montre les modèles V_p et V_s obtenus après l'inversion simultanée (plutôt qu'individuellement ou par groupes de trois fréquences) des

sept fréquences considérées (Tableau 5.2) avec les mêmes coefficients d'amortissement. La comparaison des résultats obtenus avec ceux de la figure 5.8 et 5.9 montre clairement que l'inversion simultanée des sept fréquences altère significativement la résolution du paramètre V_s car il devient très difficile de délimiter les différentes couches superficielles constituant le modèle de vitesse. Cette dégradation de l'image finale obtenue peut s'expliquer par le fait que notre choix de la fréquence maximale du groupe inversée ne vérifie plus la condition de compatibilité cinématique nécessaire pour prévenir le phénomène d'ambiguïté de phase. La bande de fréquences de la source constitue également un facteur important. En effet, si la source utilisée avait un spectre plat, le poids de chaque fréquence dans le groupe inversé serait identique. Dans notre cas, la source utilisée est une ondelette de Ricker avec une fréquence centrale de 60 Hz. Son spectre est une gaussienne centrée sur la même fréquence. Ceci donne un poids différent à chaque fréquence dans le groupe inversé. Les fréquences situées autour de la fréquence centrale de la source domineront celles qui en sont éloignées. Ce facteur doit par conséquent être pris en considération lors de l'inversion simultanée par groupes de fréquences.

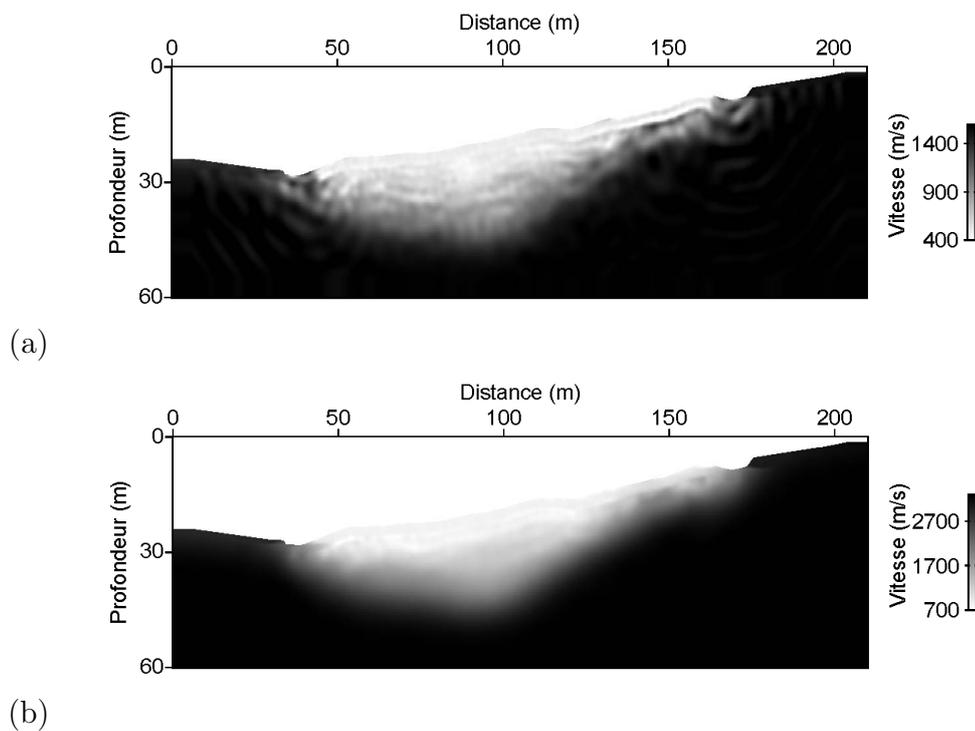


FIGURE 5.23 – (a) Modèle V_s et (b) modèle V_p après inversion simultanée des sept fréquences. Les mêmes coefficients d'amortissement sont utilisés

3.3.0.2 Choix des coefficients d'amortissement Intéressons nous maintenant au choix des coefficients d'amortissement. L'introduction de ce niveau de préconditionnement de l'inversion a pour but d'atténuer l'effet des ondes issues de phénomènes complexes de propagation (ondes converties, ondes de surface, multiples),

lors des premières itérations de l'inversion (Brossier et al., 2009). Les critères du choix de ces coefficients restent toutefois peu définis. L'utilisation des fréquences complexes avec de forts coefficients d'amortissement s'avèrent équivalents à un fenêtrage des données, autour de la première arrivée, effectué dans le domaine temporel. Sous l'approximation acoustique de l'inversion des formes d'onde, cette technique permet de supprimer les ondes correspondant aux phénomènes de propagation non pris en compte par l'algorithme acoustique de modélisation. Dans l'exemple que nous avons présenté dans la section 2.4 de ce chapitre, les coefficients d'amortissement choisis ($\gamma = 20, 5, 1.5$) ont surtout permis d'introduire progressivement les réflexions multiples générées par la surface libre.

Nous proposons dans cette section de considérer un coefficient d'amortissement initial beaucoup plus élevé ($\gamma = 80$), éliminant ainsi une grande partie des ondes de surface (figure 5.24 d). Les deux autres coefficients d'amortissement sont respectivement $\gamma = 40$ et $\gamma = 20$. Des exemples de tirs modélisés en utilisant ces coefficients sont montrés dans les figures 5.24 b et 5.24 c. Par ce choix, nous avons à la fois contraint l'algorithme à exploiter l'onde P (incidente et réfractée) au niveau des premières itérations de l'inversion. Nous avons également atténué les diffractions multiples observées sur le tir où aucun amortissement n'est appliqué (figure 5.24 a). Nous avons utilisé les mêmes paramètres d'inversion de la section 2.4 de ce chapitre (même modèle initial, mêmes groupes de fréquences inversées avec la méthode des gradients conjugués).

Les figures 5.25 et 5.26 montrent les résultats finaux obtenus après inversion pour les deux paramètres V_p et V_s ainsi que des exemples de profils verticaux extraits (correspondant à la distance de 100 m). Ces résultats montrent de très faibles mises à jour pour les deux paramètres ou seule la première couche du modèle est résolue. De plus, de forts artefacts sont observés au niveau la partie superficielle du modèle de vitesse V_s (figure 5.25 b). L'utilisation ultérieure de coefficients d'amortissement plus faibles ne permet pas d'améliorer la reconstruction des paramètres du milieu.

Pour essayer de mieux comprendre l'impact du choix du coefficient d'amortissement, nous avons effectué deux tests supplémentaires d'inversion. Nous avons considéré à chaque fois un seul coefficient d'amortissement vérifiant $\gamma = 80$ pour le premier cas et $\gamma = 20$ pour le deuxième. Les résultats des deux tests sont présentés dans la figure 5.27 pour le paramètre V_s . Alors que l'utilisation du fort coefficient d'amortissement n'apporte que très peu de mises à jour du modèle de vitesse V_s et introduit des artefacts non négligeables au niveau de la proche surface, l'algorithme réussit, avec le coefficient $\gamma = 20$, à reconstruire la plupart des structures du modèle.

Ces observations permettent de mettre en évidence le fort impact du choix des coefficients d'amortissement sur les résultats de l'inversion. Deux remarques permettent d'orienter le choix de ces coefficients :

- En allant des forts vers les faibles coefficients d'amortissement, on introduit progressivement les signaux issus de phénomènes de propagation complexes.
- L'utilisation de très forts coefficients d'amortissement, qui permet de ne garder que l'onde P incidente ou réfractée, peut introduire de forts artefacts au niveau du paramètre V_s et contraint l'algorithme à rester bloqué dans un minimum local. L'utilisation des coefficients intermédiaires, introduisant l'onde S, les ondes P réfléchies et une partie des ondes de surface, permet à l'algorithme d'exploiter l'information contenue dans ces données pour mettre à jour

le paramètre V_s .

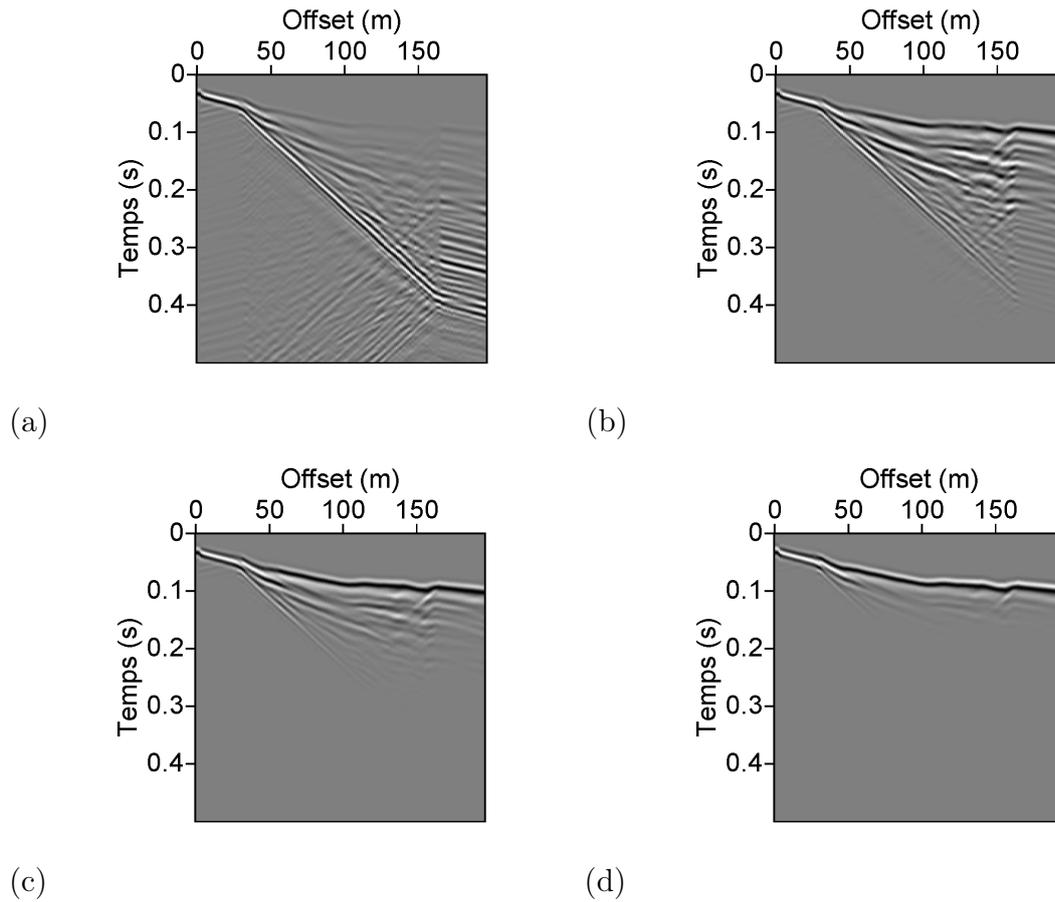


FIGURE 5.24 – Exemple de tir modélisé (composante verticale) avec différentes valeurs de γ : (a) Pas d'amortissement (b) $\gamma = 20s^{-1}$. (c) $\gamma = 40s^{-1}$ (d) $\gamma = 80s^{-1}$. Les amplitudes sont normalisées pour chaque tir

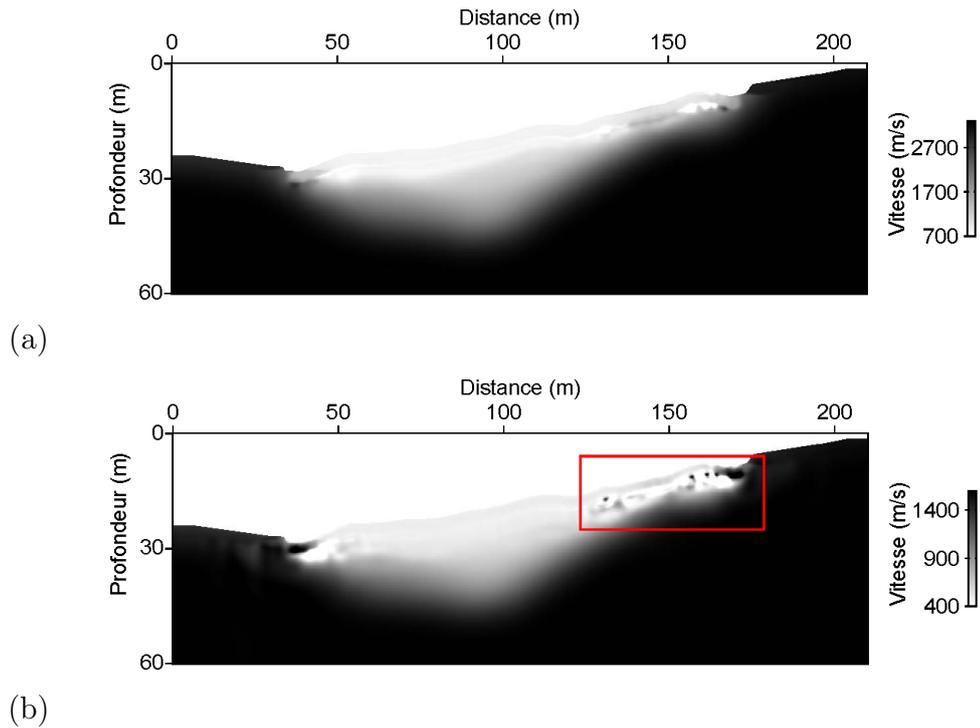


FIGURE 5.25 – Modèles finaux obtenus pour les paramètres V_p (a) et V_s (b) après inversion de trois groupes de trois fréquences comprises entre 21.3 Hz et 134.3 Hz (tableau 5.2). Trois coefficients d’amortissement sont utilisés ($\gamma = 80$, $\gamma = 40$, et $\gamma = 20$). Les données montrent de faibles mises à jours par rapport au modèle initial. De forts artefacts apparaissent en surface pour le paramètre V_s (zone encadrée en rouge)

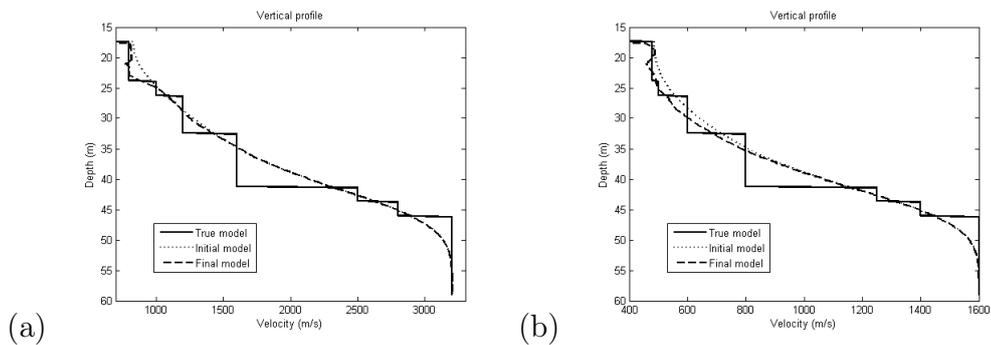


FIGURE 5.26 – Profils verticaux extraits pour les deux paramètres V_p (a) et V_s (b) (correspondant à une distance of 100 m) obtenus après inversion de trois groupes de trois fréquences comprises entre 21.3 Hz et 134.3 Hz (tableau 5.2). Trois coefficients d’amortissement sont utilisés ($\gamma = 80$, $\gamma = 40$, et $\gamma = 20$)

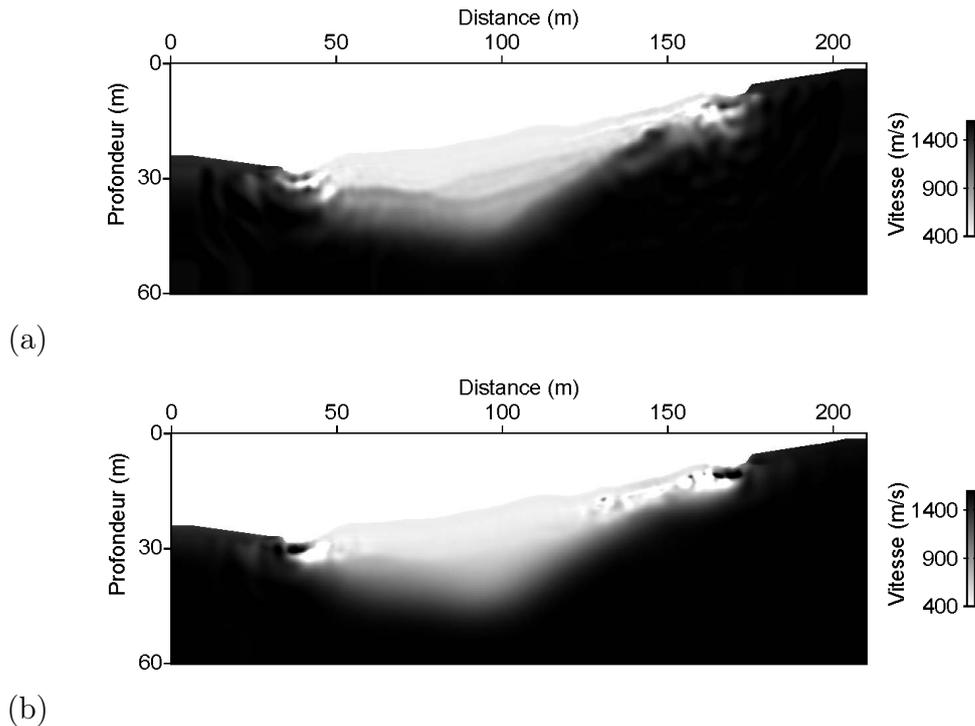


FIGURE 5.27 – Modèles finaux obtenus pour le paramètre V_s après inversion de trois groupes de trois fréquences comprises entre 21.3 Hz et 134.3 Hz (tableau 5.2). Un seul coefficient d’amortissement est utilisé. (a) $\gamma = 20$. (b) $\gamma = 80$. Les différences entre les mises à jours sont significatives

3.3.0.3 Pondération des dépôts Plusieurs auteurs ont relevé le rôle de la pondération des données sur les résultats de l’inversion. Gélis (2005) suggère une pondération basée sur un fenêtrage des données, des faibles vers les grands dépôts pour reconstruire des anomalies superficielles dans un milieu homogène supposé connu. Dans le cas d’un modèle hétérogène, Operto et al. (2004) suggère plutôt le recours à une pondération des grands vers les faibles dépôts. Ils proposent en particulier d’utiliser une pondération des données croissante avec le dépôt afin d’améliorer la reconstruction des parties profondes du milieu.

Dans notre cas, l’utilisation des fréquences complexes et l’inversion par groupes de fréquences ont permis d’atténuer la non linéarité du problème inverse et de reconstruire les couches superficielles du modèle avec une résolution satisfaisante. Pour améliorer la reconstruction des couches plus profondes, nous avons aussi testé une pondération des dépôts lointains, permettant d’augmenter leur contribution dans l’inversion. Nous avons appliqué dans un premier lieu cette pondération à tous les groupes de fréquences inversées. Les figures 5.28 et 5.29 montrent les résultats obtenus pour les paramètres V_p et V_s . L’utilisation de cette pondération a clairement dégradé la reconstruction des couches superficielles pour le paramètres V_s . Cette dégradation peut s’expliquer pour le fait que les grands dépôts, impliquant des grandes distances de propagation, augmentent la non linéarité du problème et sont plus sensibles au phénomène d’ambiguïté de phase (Sirgue, 2003). En second lieu, nous avons

appliqué cette pondération uniquement au troisième groupe de fréquences inversées (tableau 5.2). L'impact sur la reconstruction des modèles de vitesses n'est pas apparu comme significatif. Ce faible impact peut être attribué à la faible résolution des couches profondes pour la gamme de fréquences utilisées.

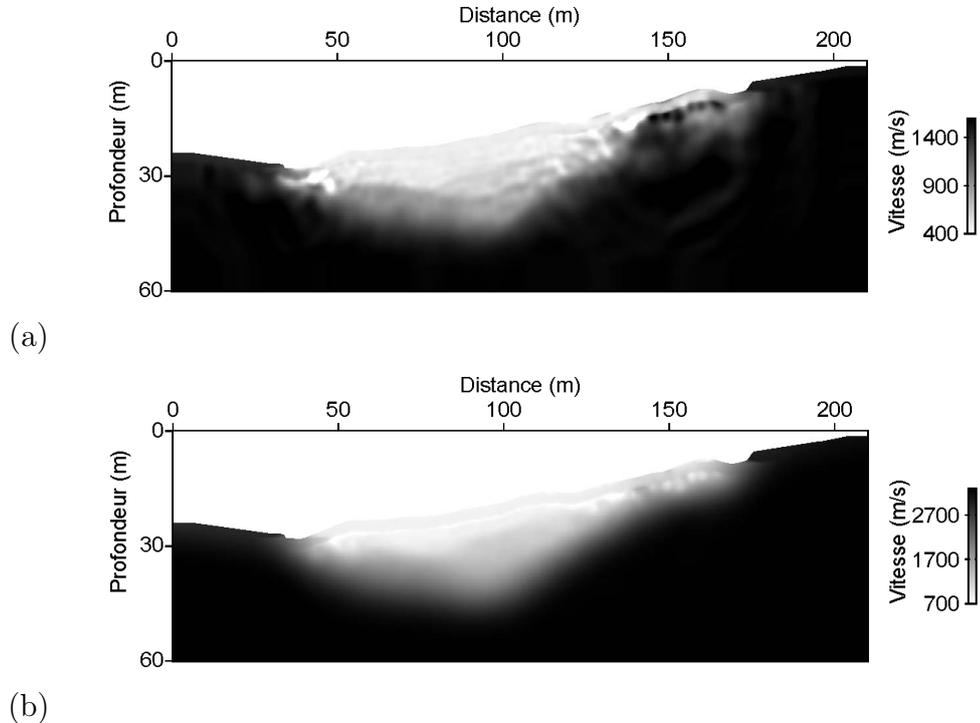


FIGURE 5.28 – Modèles (a) V_s et (b) V_p obtenus après l'inversion simultanée des trois groupes de fréquences amorties comprises entre 21.3 Hz et 134.3 Hz (tableau 5.2). Une pondération croissante des données avec le déport a été appliquée. Les composantes verticales et horizontales sont inversées

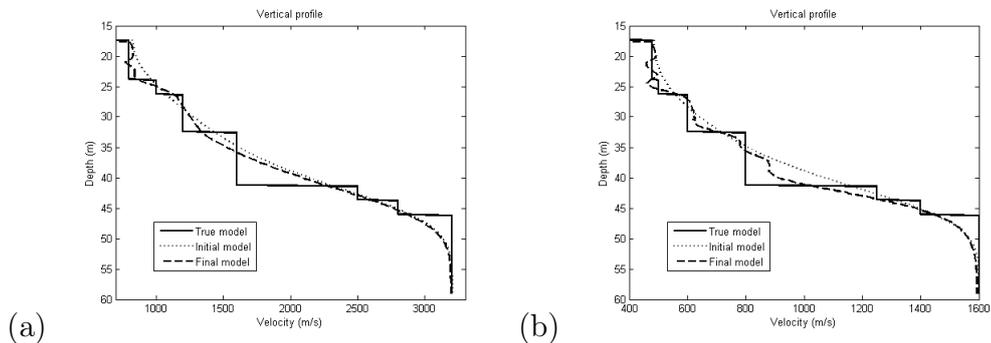


FIGURE 5.29 – Profils verticaux extraits pour les paramètres (a) V_p et (b) V_s (correspondant à une distance of 100 m) obtenus après inversion de trois groupes de trois fréquences amorties comprises entre 21.3 Hz et 134.3 Hz (tableau 5.2)

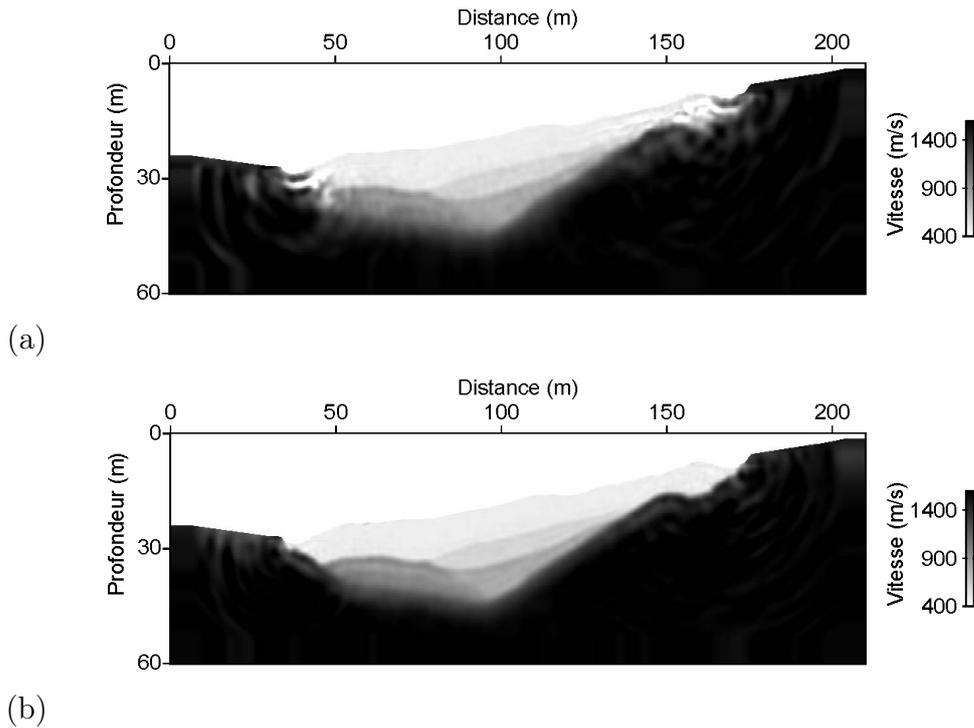


FIGURE 5.30 – Modèle Vs final obtenu après inversion de quatre groupes de fréquences (les trois premiers groupes sont définis dans le tableau 5.1. Le quatrième groupe comporte les fréquences de 134.3 Hz, 164.8 Hz et 195.3 Hz) avec les coefficients d’amortissement de 20,5 et 1.5. Les composantes verticales et horizontales sont inversées. (a) Inversion avec la méthode du gradient conjuguée. (b) avec la méthode L-BFGS

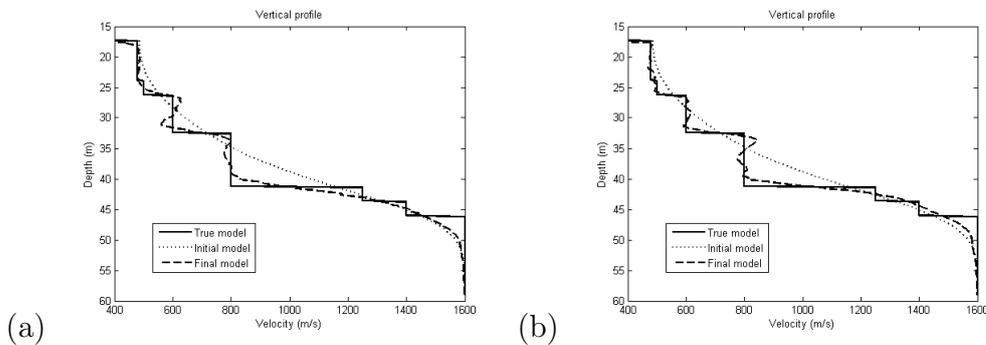


FIGURE 5.31 – Profils verticaux extraits pour le paramètre Vs (correspondant à une distance of 100m) après inversion de quatre groupes de fréquences (les trois premiers groupes sont définis dans le tableau 5.1. Le quatrième groupe comporte les fréquences de 134.3 Hz, 164.8 Hz et 195.3 Hz) avec les coefficients d’amortissement (pour ce groupe) de 20 s^{-1} , 5 s^{-1} et 1.5 s^{-1} . (a) inversion avec la méthode du gradient conjugué. (b) avec la méthode L-BFGS

3.4 Apport des hautes fréquences

Pour mettre en évidence la contribution des très hautes fréquences sur les résultats de l’inversion, nous avons inversé un quatrième groupe de trois fréquences

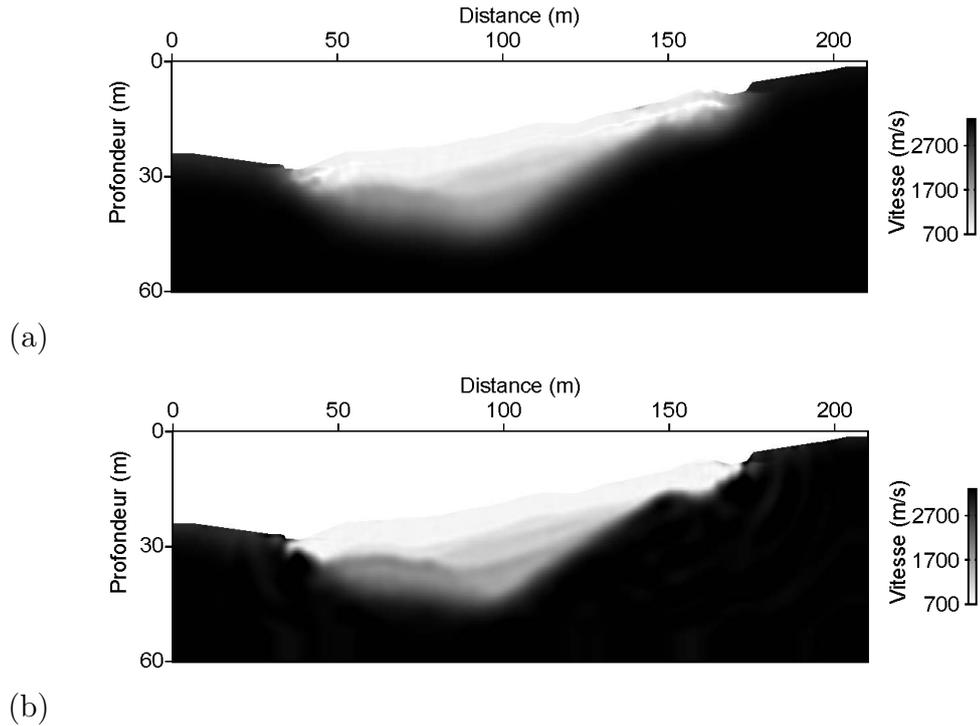


FIGURE 5.32 – Modèle V_p final obtenu après inversion de quatre groupes de fréquences (les trois premiers groupes sont définis dans le tableau 5.1. Le quatrième groupe comporte les fréquences de 134.3 Hz, 164.8 Hz et 195.3 Hz) avec les coefficients d’amortissement de 20 s^{-1} , 5 s^{-1} et 1.5 s^{-1} . Les composantes verticales et horizontales sont inversées. (a) Inversion avec la méthode des gradients conjugués. (b) avec la méthode L-BFGS

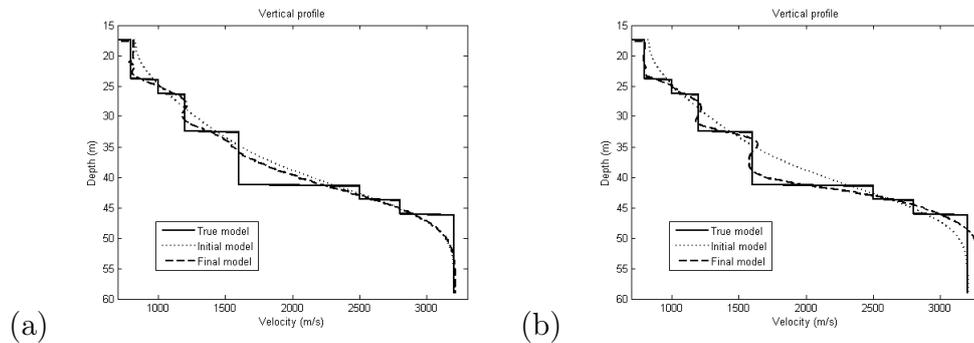


FIGURE 5.33 – Profils verticaux extraits pour le paramètre V_p (correspondant à une distance of 100m) inversion de quatre groupes de fréquences (les trois premiers groupes sont définis dans le tableau 5.1. Le quatrième groupe comporte les fréquences de 134.3 Hz, 164.8 Hz et 195.3 Hz) avec les coefficients d’amortissement de 20, 5 et 1.5. (a) inversion avec la méthode du gradient conjugué. (b) avec la méthode L-BFGS. L’apport de la méthode L-BFGS est clairement visible sur la couche dont la vitesse vraie (ligne continue noire) est de 1600 m/s

correspondant respectivement à 134.3, 164.8 et 195.3 Hz. Les figures (5.30, 5.31, 5.32 et 5.33) montrent les résultats obtenus pour les deux paramètres V_p et V_s , en utilisant la méthode du gradient conjugué puis la méthode L-BFGS. L'inversion de ces hautes fréquences a permis de définir les différentes couches du modèle avec une meilleure résolution que celle obtenue en se limitant à la fréquence maximale de 134.3 Hz. Le paramètre V_s est défini avec un meilleur rapport signal sur bruit en utilisant la méthode L-BFGS et les artefacts observés au niveau de la partie superficielle (correspondant au fort contraste entre la couche superficielle et le bedrock) du modèle sont atténués. Les différences entre les résultats relatifs aux deux méthodes d'optimisation sont plus visibles pour la paramètre V_p . Les profils verticaux montrent en particulier que la couche dont la vitesse est de 1600 m/s est nettement mieux résolue. L'utilisation des hautes fréquences a clairement permis d'améliorer la résolution des modèles finaux obtenus, en particulier celle du modèle V_p .

L'exploitation de ces gammes de fréquences reste toutefois très difficile sur les données réelles en raison des effets d'atténuation dus entre autres à la fracturation des couches superficielles du milieu qui ont tendance à absorber la partie haute fréquence du spectre.

4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons évalué les performances de l'inversion des formes d'onde élastique dans un contexte de proche surface où les milieux auscultés sont très hétérogènes en présence d'une topographie complexe. Dans ce contexte particulier, le problème inverse devient fortement non linéaire.

Nous avons considéré un modèle de vitesse réaliste de glissement de terrain, présentant de forts contrastes de vitesses entre les couches superficielles et le bedrock et une topographie irrégulière. Le recours, à travers la méthode Galerkin discontinus, aux faibles ordres d'interpolation, utilisant la formulation mixte P0-P1, a permis d'assurer une modélisation précise du champ d'onde propagé à un coût raisonnable en mémoire et en temps de calcul. La prise en compte de la condition de surface libre et de la géométrie de la topographie dans la modélisation introduit des phénomènes de propagation d'onde très complexes (ondes de surfaces avec différents modes de propagation, ondes converties, diffractions multiples). Le contexte particulier de la proche surface crée des interférences entre ces ondes complexes et les ondes de volumes provoquant une signature très importante dans les données réelles-réponse du modèle initial.

La forte non linéarité du problème inverse a empêché la reconstruction des paramètres élastiques du milieu à partir de l'inversion séquentielle d'un nombre fini de fréquences, de forts artefacts apparaissant en surface et l'algorithme convergeant vers un minimum local. Nous avons alors évalué l'apport de deux niveaux de pré-conditionnement hiérarchiques qui consistent en une inversion par groupes de fréquences et l'utilisation des fréquences complexes. Ces deux niveaux de pré-conditionnement ont précédemment montré des résultats encourageants sur des domaines d'échelle pétrolière.

Dans notre cas, l'appel à ces deux techniques a été déterminant pour la carac-

térisation des paramètres du milieu. Leur utilisation combinée a permis d'expliquer une grande partie des résidus initiaux observés et de reconstruire les géométries des couches superficielles avec une résolution satisfaisante. Il est toutefois important, pour que cette contribution soit optimale, de prendre en compte certains points. En effet, la largeur de la bande fréquentielle des groupes inversés doit non seulement prévenir les phénomènes d'ambiguïté de phase, mais aussi tenir compte du poids de chaque fréquence inversée dans le spectre de la source. Par ailleurs, le choix des coefficients d'amortissement est critique. En allant des forts vers les faibles coefficients, les signaux provenant de phénomènes de propagation complexes sont progressivement introduits, ce qui permet d'atténuer la forte non linéarité du problème inverse. Les forts coefficients d'amortissement doivent en particulier être judicieusement choisis pour ne pas perturber la reconstruction du paramètre V_s .

Des résultats obtenus avec deux méthodes d'optimisation différentes ; la méthode des gradients conjugués et la méthode L-BFGS ont montré des niveaux de convergence différents. Une amélioration significative de la résolution des paramètres inversés a été obtenue par la méthode L-BFGS qui constitue désormais une alternative très intéressante à la méthode de gradient conjugué.

Nous avons également analysé l'impact d'un ensemble de considérations pratiques, reliés aux investigations opérationnelles de proche surface, sur les résultats de l'inversion. Nous avons en particulier montré que l'inversion de la composante verticale seule, permet d'aboutir à des résultats acceptables en terme de résolution et de niveau de convergence. Nous avons aussi mis en évidence l'impact d'une décimation de l'acquisition des données, dans l'espace des sources, sur les résultats de l'inversion. La prise en compte des ondes S et des ondes de surface dans l'inversion des formes d'onde élastique la rend plus exposée au phénomène d'aliasing spatial lorsque l'illumination du milieu ausculté est incomplète. Ceci se traduit au niveau des résultats de l'inversion par de forts artefacts affectant significativement la reconstruction des paramètres inversés.

Cette étude numérique a enfin permis de compléter les résultats du chapitre précédent en analysant la contribution d'un ensemble de facteurs conditionnant l'efficacité de l'inversion en contexte opérationnel. Dans le chapitre suivant, nous reprendrons les avancées obtenues afin de traiter deux applications de l'inversion des forme d'onde élastique sur données réelles.

Chapitre 6

Applications à des cas réels

Nous proposons dans ce chapitre deux applications de l'inversion des formes d'onde élastique à des données réelles acquises en proche surface. Le premier cas se rapporte à la détection d'une cavité maçonnée à Jargeau (45). Le deuxième cas traite l'imagerie d'une section transverse du glissement de terrain de Super-Sauze (04).

1 Application de l'inversion des formes d'onde à des données réelles de proche surface : état de l'art

Pour pouvoir appliquer l'inversion des formes d'ondes aux données réelles, il est nécessaire de :

- Définir un modèle initial pour chaque paramètre inversé. Ce modèle initial doit être suffisamment précis pour expliquer les différentes arrivées observées sur les données réelles avec une erreur permettant d'éviter le phénomène de saut de phase (cohérence cinématique).
- Estimer l'ondelette source. Contrairement aux cas numériques, cette dernière est généralement inconnue dans le contexte opérationnel.
- Passer par une étape de prétraitement des données. Cette étape est cruciale pour que les données exploitées par l'inversion des formes d'onde soient adaptées à l'approximation utilisée.

1.1 Construction du modèle initial

Les différentes méthodes utilisées dans ce cadre ont été présentées dans le chapitre 3. Nous retenons en particulier le recours à la tomographie des premiers temps d'arrivée pour la construction d'un modèle initial pour le paramètre V_p . La construction d'un modèle initial pour la vitesse V_s est plus critique car les ondes de surface sont particulièrement sensibles aux variations de ce paramètre. V_s peut être estimée par la méthode SASW (section 5 du chapitre 3) ou déduite à partir de la vitesse V_p , en utilisant par exemple un rapport V_p/V_s constant. Un exemple d'application dans lequel un modèle initial de V_s est estimé pour l'inversion des formes d'onde élastique, est proposé par Gélis (2005) et se base sur la deuxième approche.

1.2 Estimation de l'ondelette source

L'estimation de la source sismique constitue une difficulté supplémentaire lors de l'application de l'inversion des formes d'onde aux données réelles. Le signal source peut être reconstruit par la résolution d'un système linéaire (section 3 du chapitre 2) où le modèle de vitesse est supposé connu. L'estimation de l'ondelette source peut s'effectuer en amont de l'inversion des formes d'onde, en utilisant les modèles initiaux des paramètres à inverser (Pratt & Shipp, 1999). Elle peut également s'effectuer pour chaque fréquence inversée en parallèle avec l'inversion des formes d'onde, permettant ainsi de tirer profit des mises à jours des paramètres inversées. Smithyman et al. (2009) propose d'estimer le signal source pour chaque tir de l'acquisition sismique. Les ondelettes retrouvées sont supposées être comparables si la source est répétitive et les propriétés du milieu invariantes.

1.3 Prétraitement des données

La subsurface est un milieu complexe, souvent très atténuant, où les signaux enregistrés sont dominés par des ondes de surface très énergétiques et qui sont très souvent mélangées aux ondes de volume en raison de la faible ouverture du système d'acquisition. Ces ondes impliquent des phénomènes de propagation complexes qui peuvent ou non être pris en compte dans l'inversion des formes d'onde en fonction de l'approximation utilisée. La plupart des applications sur les données réelles ou expérimentales, présentes dans la littérature, pour l'imagerie de la proche surface, se basent sur l'approximation acoustique ou visco-acoustique (Pratt & Shipp, 1999; Gao et al., 2006, 2007; Sheng et al., 2006; Smithyman et al., 2009). Cette approximation nécessite un effort de prétraitement conséquent pour ne pas prendre en compte les effets des ondes de surface.

Très récemment, Smithyman et al. (2009) a présenté un exemple d'application de la méthode, sous l'approximation visco-acoustique, à la détection d'objets enfouis en proche surface. Les auteurs ont en particulier souligné l'important effort fourni lors de la procédure de prétraitement. Cet effort s'est focalisé sur l'élimination des ondes de surface, non prises en compte dans la résolution du problème direct, et la correction des amplitudes. Ils ont proposé dans ce cadre :

- D'éliminer des faibles dépôts (<20 m pour un dépôt maximal de 100 m) dominés par les ondes de surface.
- D'utiliser un fenêtrage des données autour des temps des premières arrivées pointés, afin d'éliminer les arrivées tardives, en suivant la procédure proposée par Pratt & Shipp (1999).
- D'effectuer une correction de la variation d'amplitude en fonction du dépôt (correction AVO) afin de tenir compte d'un ensemble d'effets non reliés à l'atténuation (effets de la propagation 3D, de la conversion en onde de surface, diagramme de rayonnement de la source et la réponse des récepteurs). Cette correction se base sur la méthode proposée par Brenders & Pratt (2007a) pour estimer un facteur de correction empirique.

Une fois le modèle initial estimé à partir de la tomographie des premiers temps d'arrivée, le processus d'inversion s'effectue d'une manière répétitive et comporte l'esti-

mation de la source, la correction des amplitudes et l'inversion des formes d'onde. Gélis (2005) a appliqué l'inversion des formes d'onde élastique, sur un jeu de données réelles, dans le but de caractériser une cavité maçonnée. La procédure de prétraitement qu'elle propose comporte :

- La normalisation des tirs.
- L'application pour chaque tir d'une pondération variant d'une manière exponentielle avec le déport (Operto et al., 2004), donnant ainsi plus de poids au déports lointains.
- L'application d'un gain permettant de rendre comparable les amplitudes des données réelles et celles modélisées.

En effet, dans la théorie élastique, l'élimination des ondes de surface par fenêtrage du signal sismique n'est plus nécessaire puisque le problème direct est supposé prendre en compte ces ondes.

Nous serons appelés lors des deux applications présentées dans ce chapitre à faire des choix pour chacune de ces étapes. Nous essayerons également d'évaluer l'impact de ces choix sur les résultats de l'inversion.

2 Détection d'une cavité maçonnée

2.1 Présentation et études antérieures

Notre premier cas d'étude s'intéresse à la détection d'une cavité maçonnée située au dessous d'une route goudronnée dans la ville de Jargeau (45). La zone d'étude a une largeur approximative de 14 m. Elle longe la Loire et est délimitée par la rivière d'un côté et le mur de la digue de l'autre. Le terrain naturel est surmonté par un remblai et un pavé en pierre (figure 6.1a), ce qui favorise l'hypothèse d'un milieu stratifié. La cavité maçonnée, permettant le déversement des eaux pluviales dans la Loire, s'étend jusqu'au mur de la digue et se situe à une profondeur approximative de 3 m. La partie apparente montre une section rectangulaire avec des dimensions approximatives de 1x2 m (figure 6.1b), entourée de maçonnerie en béton de faible épaisseur (entre 10 et 15 cm). Nous ne savons par contre pas si cette section reste constante au dessous de la route. Le mur de la digue et la présence de bâtiments situés de l'autre côté de ce mur pourraient clairement engendrer des effets de réflexions latérales.

Le site en question a fait l'objet de deux études antérieures. Leparoux et al. (2000) y ont appliqué une méthode basée sur l'exploitation des ondes de Rayleigh pour détecter la cavité. Cette méthode utilise les tirs enregistrés pour calculer et pointer les diagrammes de dispersion pour chaque tir, permettant d'avoir une loi de dispersion de la vitesse de phase de l'onde de Rayleigh en fonction de la fréquence. Cette loi est par la suite utilisée pour appliquer une correction dynamique (DLMO, Dynamic Linear Move Out), dans le domaine fréquentiel, prenant en considération la dispersion des ondes de surface (Park et al., 1998), l'expansion géométrique et l'atténuation intrinsèque (Leparoux et al., 2000), pour supprimer l'effet du déport et aligner horizontalement les ondes de surface directes sur les collections en récepteur commun. L'onde de Rayleigh diffractée apparaît alors clairement sur les profils obtenus (figure 6.2a). Ces derniers sont par la suite transformés dans le domaine



(a)



(b)

FIGURE 6.1 – (a) Photo du site de Jargeau (45) et de l'implantation du dispositif d'acquisition utilisé (b) Partie apparente de cavité maçonnée

des longueurs d'ondes, puis dans le domaine des profondeurs, en utilisant un facteur usuel (égal à 0.6) de conversion. Le résultat obtenu (figure 6.2b) permet de fournir une indication sur la position latérale et la profondeur de la cavité sans toutefois caractériser sa morphologie et les vitesses du milieu encaissant.

Les mêmes données acquises sur ce site ont été utilisées plus récemment par Gé-

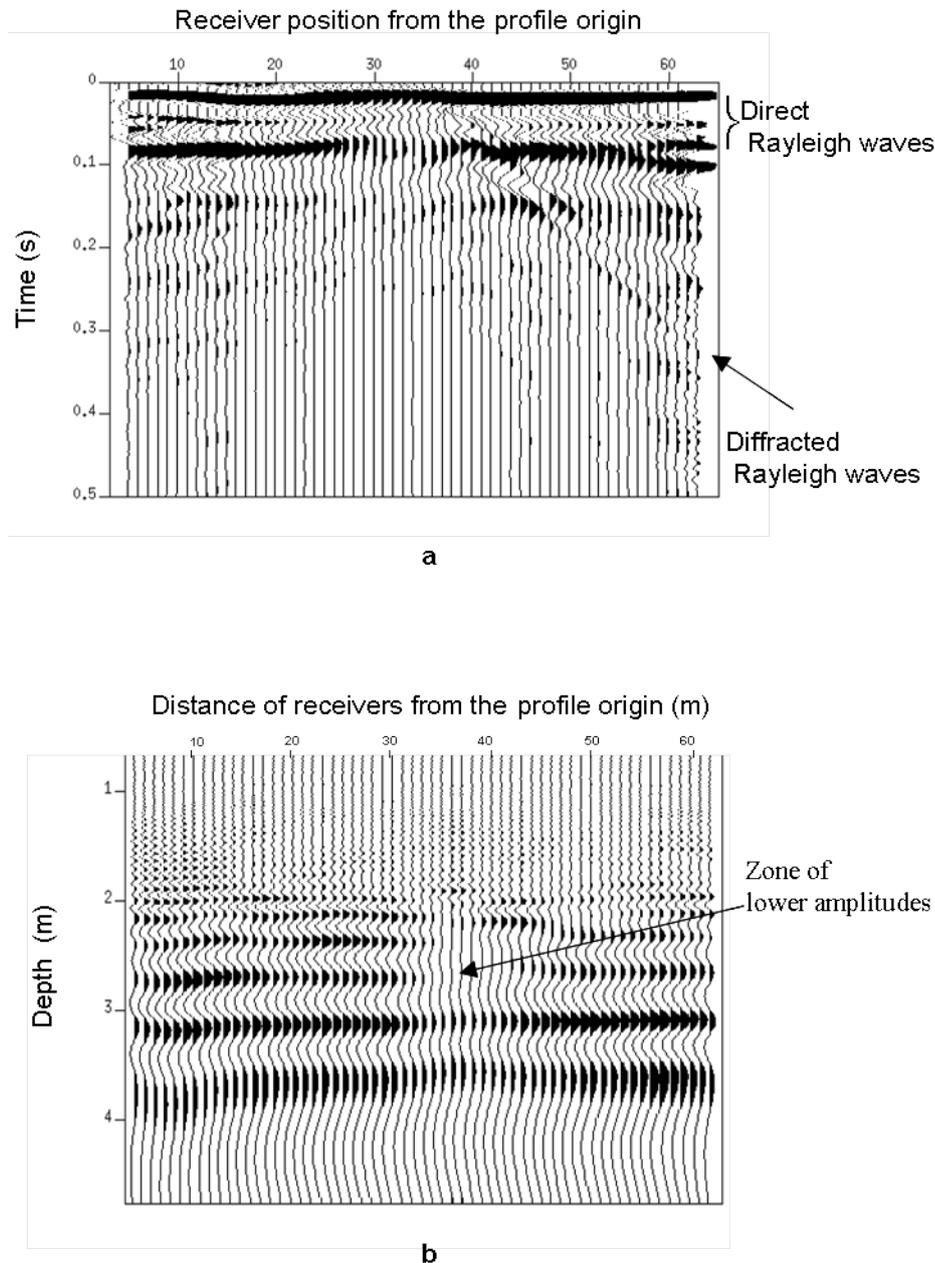


FIGURE 6.2 – (a) Profil en récepteur commun sur le site de Jargeau (45) après l’application d’une correction DLMO (b) Profil en profondeur des données après sommation en récepteur commun et convolution par un signal sweep. Les deux figures sont extraites de l’article de Leparoux et al. (2000)

lis (2005) pour évaluer les performances de l’inversion des formes d’onde avec une théorie élastique. L’analyse des données observées a permis de mettre en évidence la complexité du milieu de propagation. L’auteur s’est en particulier intéressée à :

- L’effet d’une zone rapide au dessous de la surface libre, correspondant au goudron sur lequel s’est effectuée l’acquisition. Son effet sur les sismogrammes

synthétiques a justifié son introduction dans le modèle initial.

- L’origine de l’arrive tardive basse fréquence présente dans les sismogrammes qui pourrait être expliquée par une arrivée latérale due à une réflexion sur le mur parallèle au profil, ou par la présence d’une zone à faible vitesse en profondeur.

Les résultats de la tomographie des écarts des temps d’arrivées et de la méthode SASW ont conduit l’auteur à :

- Opter pour la méthode essais-erreurs pour construire un modèle initial qui reproduit au mieux les données observées.
- Utiliser un rapport $Vp/Vs = 2$ constant dans tout le modèle.

En dépit de tous ces efforts, l’application de l’inversion des formes d’onde élastique n’a pas permis de caractériser la cavité cible. Cet échec a été attribué par Gélis (2005) à la complexité du milieu, non prise en compte dans les modèles initiaux utilisés, et au dispositif d’acquisition utilisé, ce dernier offrant une ouverture limitée avec un déport variant entre 5 m et 29 m.

Dans le cadre de notre travail, nous avons effectué une nouvelle acquisition sur le même site mais en utilisant un équipement différent. Le dispositif d’acquisition est présenté dans la section suivante.

2.2 Dispositif d’acquisition

Les données que nous allons exploiter ont été acquises sur le site de Jargeau (Mars 2009) à l’aplomb de la cavité cible. La figure 6.1a montre l’implantation du dispositif sur le site étudié. Un schéma de ce dispositif est donné par la figure 6.3. Il comporte 48 géophones à 40 Hz placés parallèlement à l’axe de la route et à la Loire. Le dispositif est situé à une distance latérale d’environ 7 m du mur de la digue, 5 m des berges de la Loire et 50 cm de la limite de la route goudronnée, contrairement à l’acquisition antérieure (Gélis, 2005) effectuée sur le goudron. Il est centré sur la position supposée de l’anomalie à détecter avec un espacement inter-géophone régulier de 1 m. La source utilisée se compose d’un marteau et une plaque métallique carrée. Les données enregistrées comportent 49 tirs effectués entre les récepteurs avec un espacement régulier de 1 m, offrant un intervalle de déports compris en valeur absolue entre 0.5 m et 47.5 m. Ce dispositif a par conséquent une ouverture suffisante par rapport à la position de la cavité à imager (entre 2 et 3 m de profondeur). Il est supposé permettre l’exploitation des faibles déports pour l’estimation du signal source. Nous verrons toutefois sur les données observées que les déports supérieurs à 25 m sont difficiles à exploiter en raison de la forte atténuation du milieu. Les très faibles déports sont quant à eux saturés et leur utilisation pour estimer le signal source s’avère délicate. Le pas d’échantillonnage temporel utilisé est de $5 \cdot 10^{-4}$ s et la durée de l’enregistrement est de 1024 pas, soit 512 ms.

2.3 Observations des données

La figure 6.4 montre trois exemples de sismogrammes enregistrés pour trois positions différentes de la source (Tirs n°1, 24 et 48). L’onde de surface domine le

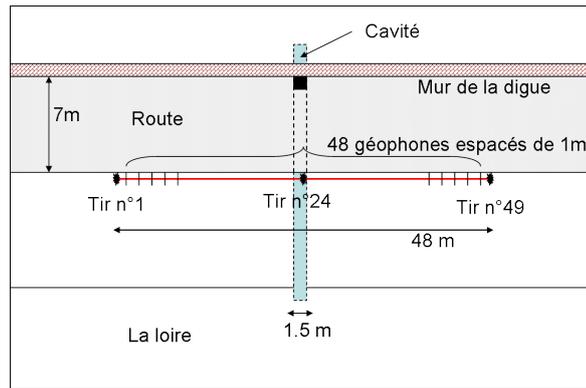


FIGURE 6.3 – Schéma du dispositif d'acquisition utilisé

signal qui est très atténué au delà d'un déport de 25 m. Nous noterons également la présence de signaux générés par le rebond de la plaque métallique sur le sol, observables surtout au niveau des faibles déports. Les trois tirs montrent la présence d'une réflexion tardive dont le contenu fréquentiel laisse présager qu'il s'agit d'une réflexion en onde de surface (on remarque en outre que les branches de cette réflexion tendent asymptotiquement vers une pente proche de celle des ondes de Rayleigh). (Gélis, 2005) a observé la même chose sur les données acquises en 2004. Les temps d'arrivée de cette réflexion, pour les déports faibles, se situent autour de 0.13 s et ne correspondent pas à ceux qui pourraient résulter d'une réflexion sur le mur de la digue, situé à une distance de 7 m du dispositif d'acquisition. D'autres effets de propagation latérales pourraient être à l'origine de ces signaux.

Les mêmes tirs normalisés (en utilisant une normalisation trace à trace) sont représentés dans la figure 6.5. Ils permettent de mieux observer la forte signature des ondes du surface au niveau du signal enregistré. Nous noterons en particulier la présence d'une forte diffraction des ondes de surface au niveau des tirs n°1 et n°48 où l'amplitude de l'onde propagé vers l'avant est nettement supérieure à celle rétropropagée. Cette onde est moins visible sur les faibles déports pour le tir n°24, dont la position de la source est supposée être à l'aplomb de la cavité. Au niveau des ondes P, la signature de la cavité se traduit par une décroissance importante de l'amplitude de l'onde réfractée, clairement visible au niveau des tirs n°1 et n°48. Cette forte décroissance rend d'ailleurs le pointé des temps des premières arrivées critique au niveau de la zone située au dessus de la cavité.

La figure 6.6 représente le contenu spectral des trois tirs considérés. L'énergie propagée est dominée par les basses fréquences, correspondant à la propagation des ondes de surface. Elle décroît significativement avec le déport, en particulier pour les hautes fréquences (supérieures à 100 Hz). L'information dominée par les ondes de volumes que portent ces hautes fréquences sera par conséquent difficilement exploitable. L'exploitation de l'information contenue dans les ondes de surface sera cruciale dans l'inversion des formes d'onde.

La comparaison des sismogrammes des tirs n°1 et n°48 montre des similitudes au niveau de la cinématique des différentes ondes qui se propagent dans le milieu. L'approximation initiale d'un milieu stratifié peut alors être justifiée et utilisée pour la construction du modèle initial de vitesse.

Une collection des traces pour un faible déport commun de 0.5 m est montrée dans la figure 6.7a. Des retards importants, attribués aux décalages au niveau du temps de déclenchement de l'enregistrement du signal sismique, sont observés d'un tir à un autre. Ces décalages, pouvant introduire des erreurs sur la cinématique des différentes ondes propagées, sont rectifiés en utilisant une correction statique.

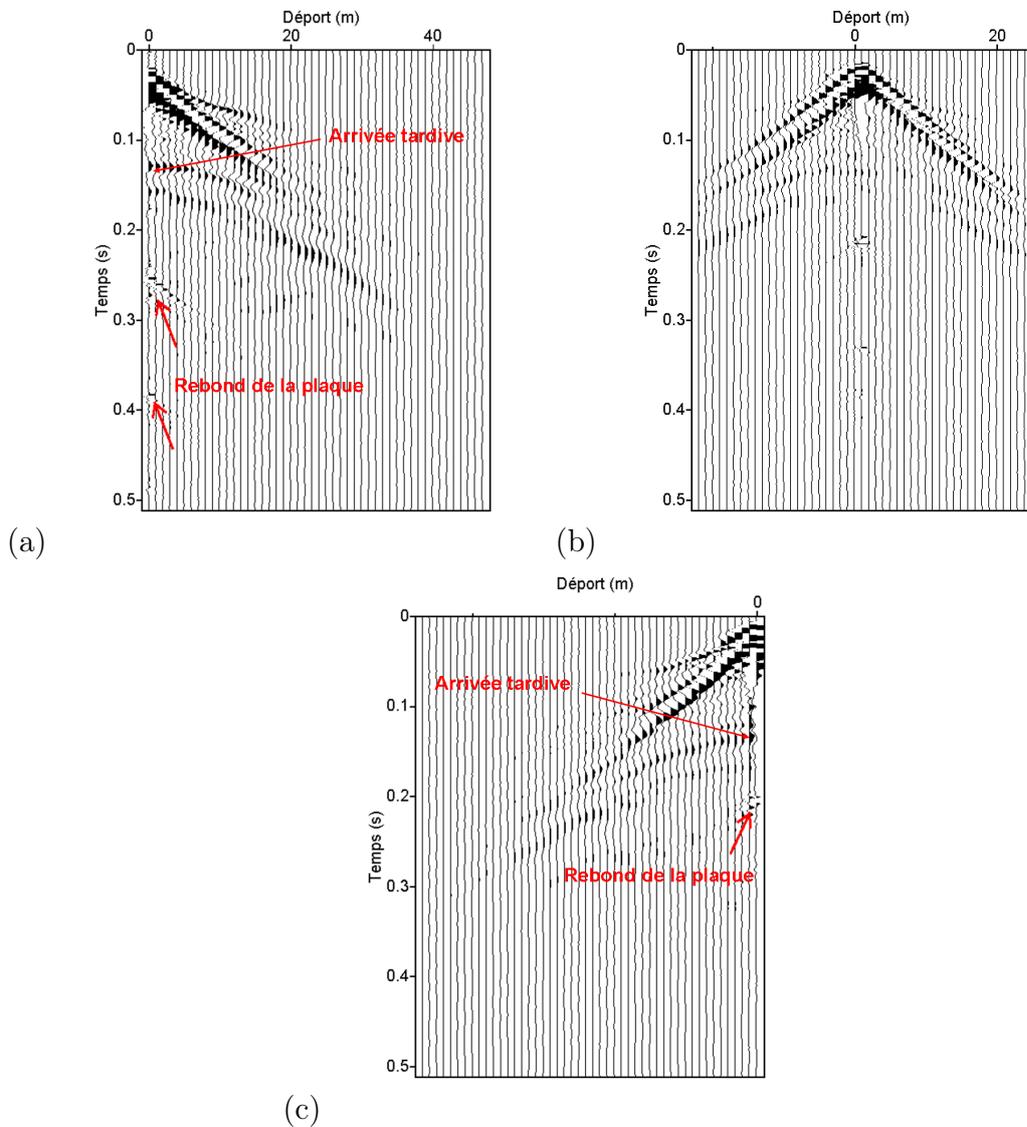


FIGURE 6.4 – Sismogrammes enregistrés pour trois différentes positions de la source sismique. (a) Tir n°1. (b) Tir n°24. (c) Tir n°48

2.4 Construction du modèle initial

2.4.1 Résultats de la tomographie des premiers temps d'arrivée

Pour estimer le modèle initial du paramètre V_p , nous avons tout d'abord pointé manuellement les temps des premières arrivées pour tous les tirs. L'ouverture d'ac-

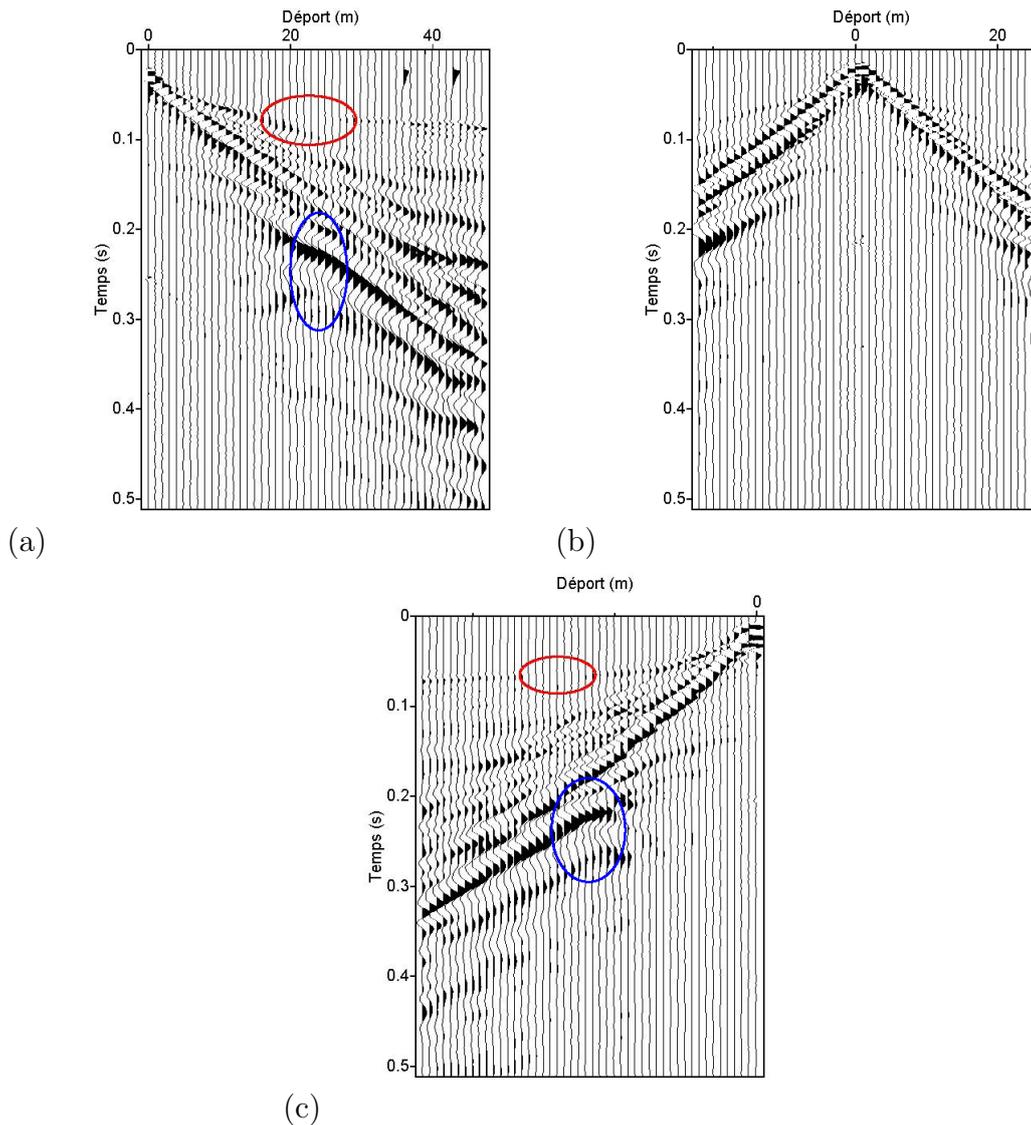


FIGURE 6.5 – Sismogrammes enregistrés après normalisation pour trois différentes positions de la source sismique. Une forte atténuation de l’amplitude de l’onde P réfractée est observée (zones entourées en rouge). Les zones entourées en bleu correspondent à une forte diffraction de l’onde de surface

quisition limitée, associée au contenu basse fréquence des données enregistrées, ne permet pas un pointé précis. De plus, cette opération a été particulièrement délicate pour les enregistrements correspondant à des géophones situés à l’aplomb de la position supposée de la cavité, en raison de la forte atténuation de l’amplitude de l’onde P réfractée. Nous avons utilisé le code de tomographie des premiers temps d’arrivée JaTs (Grandjean & Sage, 2004), qui utilise une approche fondée sur les volumes de Fresnel, permettant de prendre en compte les effets de fréquence finie dans la résolution du modèle de la vitesse de l’onde P. L’estimation du champ de vitesse acoustique se base sur un algorithme de reconstruction algébrique de type SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique).

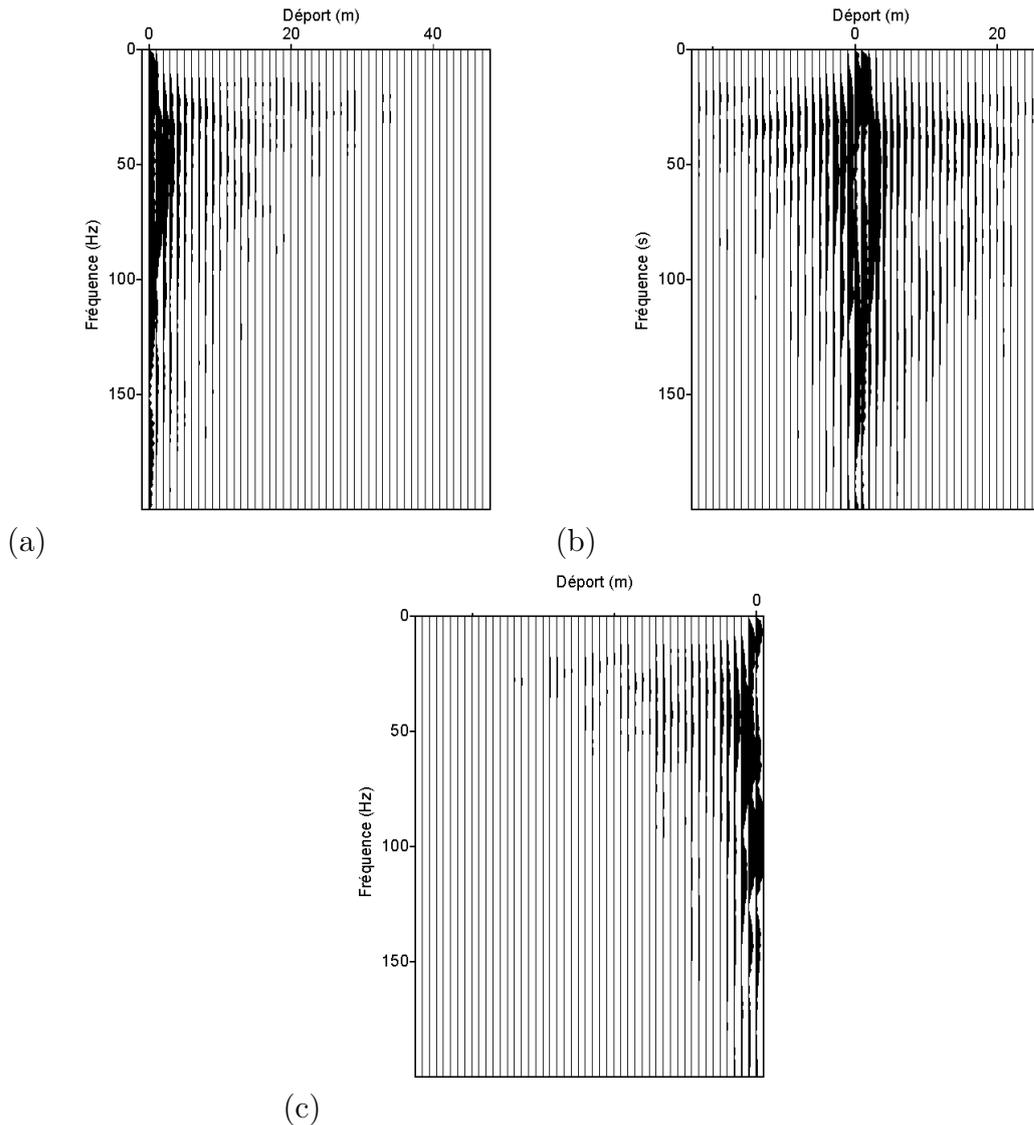


FIGURE 6.6 – Spectres de fréquences pour les tirs (a) n°1, (b) n°24, (c), n°48. L'énergie décroît d'une manière significative avec le déport

Nous avons effectué plusieurs tests en faisant varier le modèle de vitesse initial optant dans un premier temps pour un modèle de vitesse doté d'un gradient vertical afin de favoriser la transmission de l'onde dans tout le modèle. Nous avons effectué plusieurs tests d'inversions en choisissant différentes combinaisons possibles de vitesses minimales et maximales des ondes P variant respectivement entre 200 m/s et 500 m/s et 1800 m/s et 2200 m/s. Les résultats obtenus montrent une faible sensibilité de la tomographie aux variations de vitesses au dessous d'une profondeur de 12 m. L'inversion est par contre fortement sensible au choix de la vitesse minimale. Pour des vitesses minimales inférieures à 400 m/s, de fortes anomalies apparaissent en surface sans permettre pour autant de réduire les différences entre les temps d'arrivées calculés et ceux pointés.

Nous nous sommes inspirés en second lieu des résultats fournis par Gélis (2005)

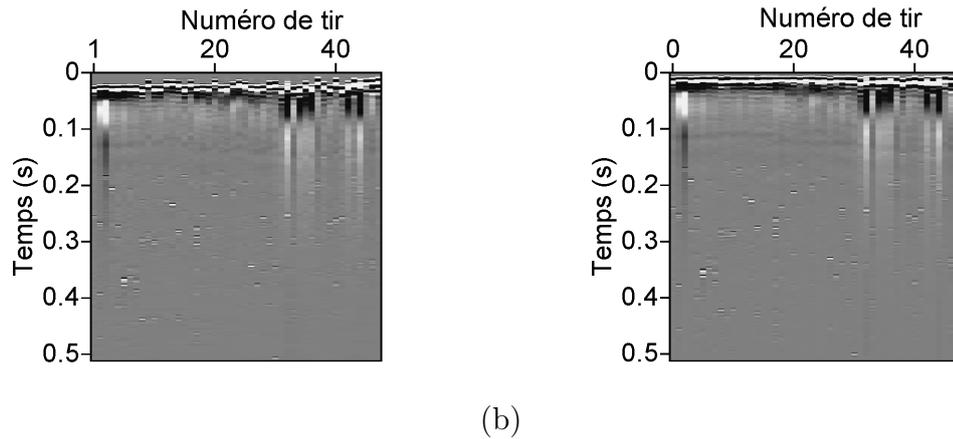


FIGURE 6.7 – Collection des traces pour un dépôt commun de 3.5 m. (a) Données brutes. (b) Données après corrections statiques de source

pour la construction du meilleur modèle initial pour le paramètre V_p . Le modèle qu'elle propose comporte trois couches de vitesses respectives $V_{p1} = 400$ m/s, $V_{p2} = 800$ m/s et $V_{p3} = 2000$ m/s avec une fine couche rapide juste au dessous de la surface libre. Dans notre cas, l'acquisition n'a pas été effectuée sur le goudron, nous n'avons donc pas introduit cette couche dans notre modèle de départ. Le meilleur résultat obtenu par la tomographie est représenté dans la figure 6.8. Les zones définies avec des nuances de couleurs claires (zones latérales) correspondent à celles peu couvertes par la géométrie d'acquisition. Les différences entre les données calculées, et observées, pour les tirs n°1 et n°48, montrent un bon ajustement.

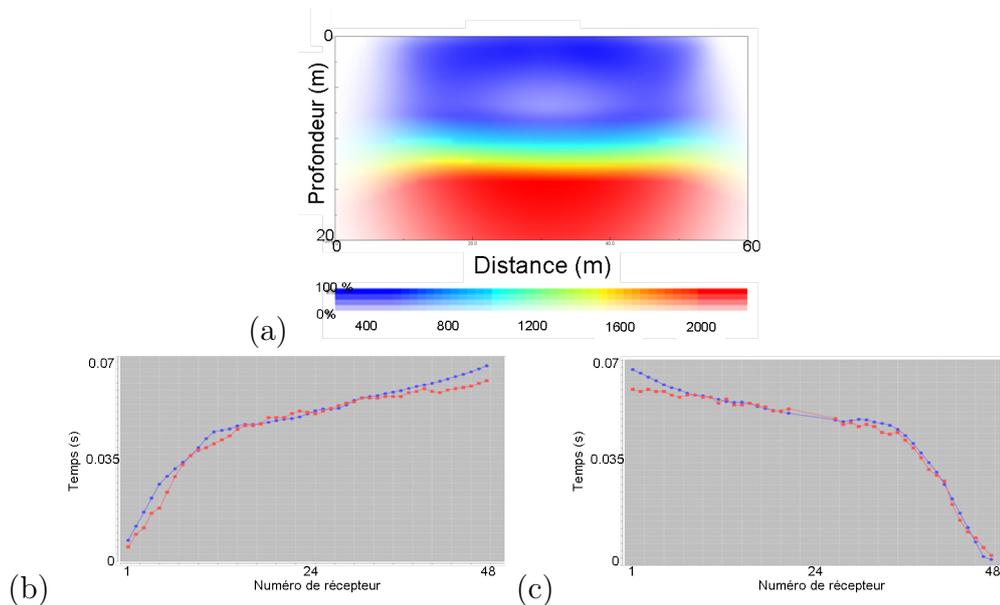


FIGURE 6.8 – (a) Meilleur modèle de vitesse obtenu par la tomographie des premiers temps d'arrivée. (b) Temps d'arrivées correspondant aux données observées (en rouge) et ceux calculées (en bleu) pour le tir n°1. Même chose pour le tir n°48

2.4.2 Résultats de la MASW

Nous avons utilisé l'analyse spectrale des ondes de surface pour l'estimation d'un modèle de vitesse V_s initial. A partir des données enregistrées, nous avons calculé les diagrammes de dispersion de tous les tirs, caractérisant la variation de la vitesse de l'onde de surface en fonction de la fréquence. La figure 6.9 montre les diagrammes de dispersion relatifs aux tirs n°1, n°24 et n°48. Les hautes fréquences permettent de déduire une vitesse de la première couche autour de 200 m/s. L'estimation des vitesses des couches plus profondes est difficile en raison de la faible résolution à basse fréquence.

Nous avons pointé les courbes de dispersion, correspondant au mode fondamental, pour chaque tir. Nous avons par la suite inversé ces courbes en utilisant le code SURF96 (Hermann, 1991) pour déterminer un profil de vitesse 1D pour chaque tir. L'inversion de la vitesse V_s est effectuée en fixant le nombre de couches du modèle. Ce paramètre doit être choisi de manière à éviter la sous paramétrisation du modèle, pouvant engendrer des artefacts dans les résultats de l'inversion (Socco & Strobbia, 2004). Nous avons utilisé 15 couches, ce qui correspond en moyenne au nombre de points relevés sur chaque figure de dispersion.

Les différents profils sont par la suite juxtaposés et interpolés pour construire un modèle 2D pour la vitesse V_s . La figure 6.10a montre la coupe de vitesse obtenue. Nous avons également représenté le modèle de résolution obtenu à la dernière itération en juxtaposant les termes diagonaux de la matrice de résolution pour chaque profil inversé (figure 6.10 b). Les termes proches de l'unité permettent de valider les vitesses obtenus alors que les faibles valeurs montrent les zones où les résultats sont peu contraints. Il apparaît donc clairement que la méthode est très peu sensible aux variations de vitesses des couches situées à des profondeurs supérieures à 7 m.

2.4.3 Lissage du modèle initial

Nous avons vu dans le chapitre 4 (section 4.2) que le lissage du modèle de vitesse peut avoir un impact significatif sur les résultats de l'inversion. Nous avons considéré un modèle à trois couches, pour les deux paramètres V_p et V_s (V_s étant estimé à partir de V_p avec un rapport $V_p/V_s=2$) et calculé les sismogrammes synthétiques pour différents lissages. La figure 6.11 montre des exemples de sismogrammes correspondant au tir n°1 pour des fenêtres de lissages variant entre 0 et 4 m. La cinématique des premiers temps d'arrivée est très faiblement affectée par les différents lissages. Le lissage de 4 m ne permet pas de reproduire les arrivées tardives basses fréquences observées sur les données réelles. En effet, plus le contraste est faible, plus l'onde propagée est favorisée aux dépens de l'onde guidée. Cela a pour conséquence de limiter le nombre de phases basses fréquences de l'onde de surface. Le niveau de lissage sera donc ajusté afin de reproduire un signal pour les ondes de Rayleigh aussi proche que possible des données observées.

2.4.4 Choix du modèle initial

Différents tests ont été effectués pour construire un modèle initial des paramètres V_p et V_s . L'utilisation de la tomographie des premiers temps d'arrivée a montré la

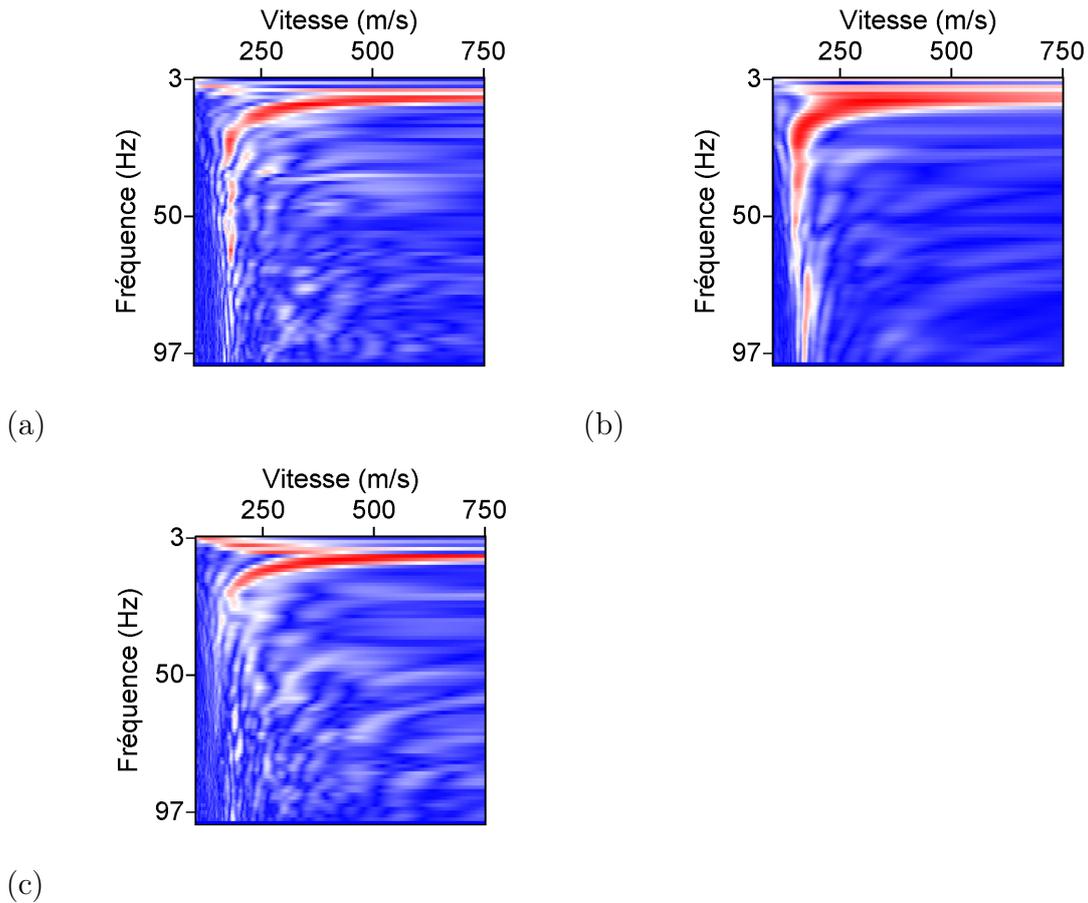


FIGURE 6.9 – Diagrammes de dispersion pour les tirs (a) n°1, (b) n°24 et (c) n°48. Les hautes fréquences permettent d'estimer une vitesse S de la couche superficielle autour de 200 m/s

forte dépendance des résultats au modèle initial choisi. De plus, la méthode est peu sensible aux vitesses sismiques situées à des profondeurs supérieures à 12 m. Une couche de 2000 m/s à cette profondeur a permis de bien expliquer les temps des premières arrivées correspondant aux dépôts importants. Pour les couches superficielles, le problème s'est avéré plus critique. L'utilisation d'une première couche d'une vitesse de 400 m/s et d'un gradient vertical de vitesse a permis de bien reproduire la cinématique des dépôts proches et intermédiaires. Les différents tests effectués en variant les vitesses des couches comprises entre 3 et 12 m de profondeur n'ont pas permis d'améliorer les résultats obtenus.

Pour le paramètre V_s , les résultats de la méthode MASW ont permis de construire un modèle très lisse. Seule la vitesse de la couche superficielle du milieu a été bien définie avec une vitesse de l'onde de surface autour de 190 m/s. La faible résolution des couches profondes montre que la méthode n'est pas sensible aux variations des vitesses des couches situées au delà d'une profondeur de 7 m.

Nous avons fait le choix d'utiliser le modèle V_p obtenu à partir de la tomographie des premiers temps d'arrivées et d'estimer le modèle V_s grâce à un rapport V_p/V_s constant et qui vaut 2 sur tout le modèle. Ce rapport a été obtenu à partir des vitesses V_p et V_s caractérisant la couche superficielle et obtenus par les deux méthodes. Nous

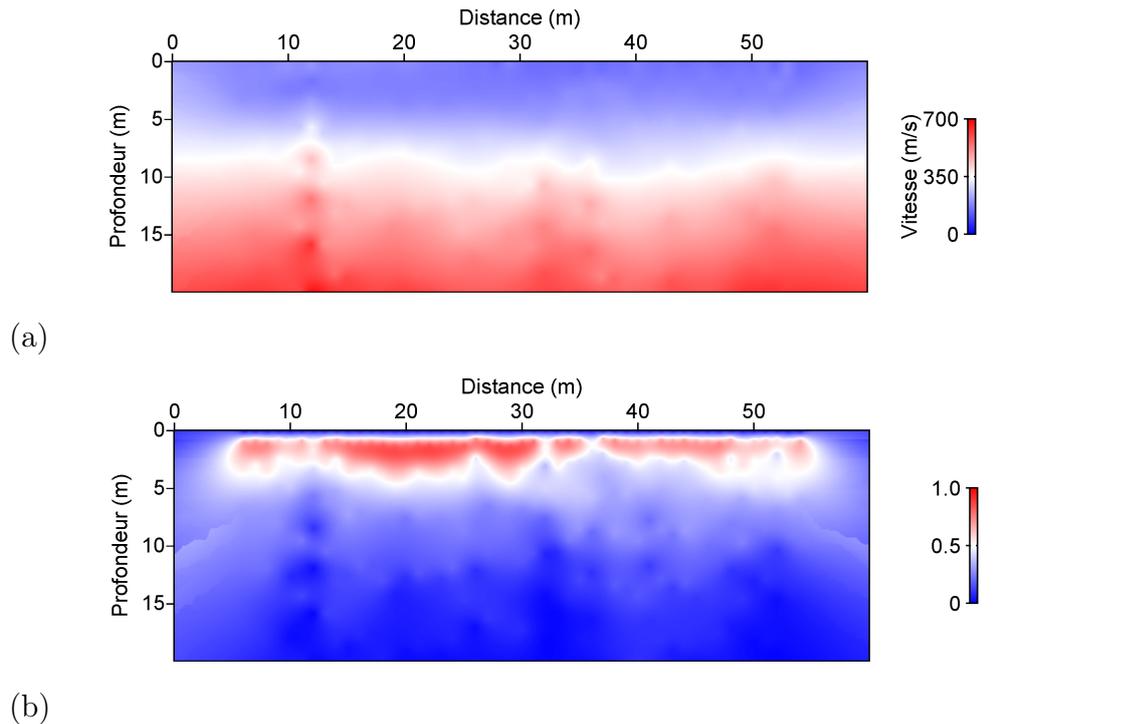


FIGURE 6.10 – (a) Modèle V_s issu de l'analyse de dispersion des ondes de surface obtenu par juxtaposition des profils 1D résultant de l'inversion des courbes de dispersion pour chaque tir. (b) Modèle de résolution des vitesses. La méthode MASW permet de bien résoudre que la partie superficielle du milieu (profondeur inférieure à 7 m)

avons donc retenu un modèle initial à 3 couches avec un faible lissage (longueur de corrélation de 2 m), permettant de reproduire une partie des arrivées basses fréquences observées sur les données réelles. Les modèles initiaux considérés sont montrés dans la figure 6.12. La source du tir n°1 est située à une position horizontale de 6 m. Celle du tir n°49 est située à située à 54 m.

2.5 Estimation du signal source

Pour caractériser le signal source, nous avons tout d'abord analysé la cohérence des signaux sur les données observées pour différentes collections à déport source-récepteur constant. Nous avons en particulier noté que :

- L'exploitation des très faibles déports (< 4.5 m) pour l'estimation du signal source est difficile en raison de la "saturation" des géophones. De plus, les signaux enregistrés sont fortement dominés par la composante basse fréquence des ondes de surface.
- Au niveau des déports intermédiaires (compris entre 5.5 m et 40 m), les ondes de volumes et les ondes de surface sont mélangées ce qui rend difficile l'identification d'une ondelette source cohérente.
- Pour les déports les plus importants, l'ondelette P se sépare de l'onde de surface mais son amplitude est très atténuée. De plus le signal enregistré subit les effets de la propagation de l'onde dans les couches plus profondes du milieu.

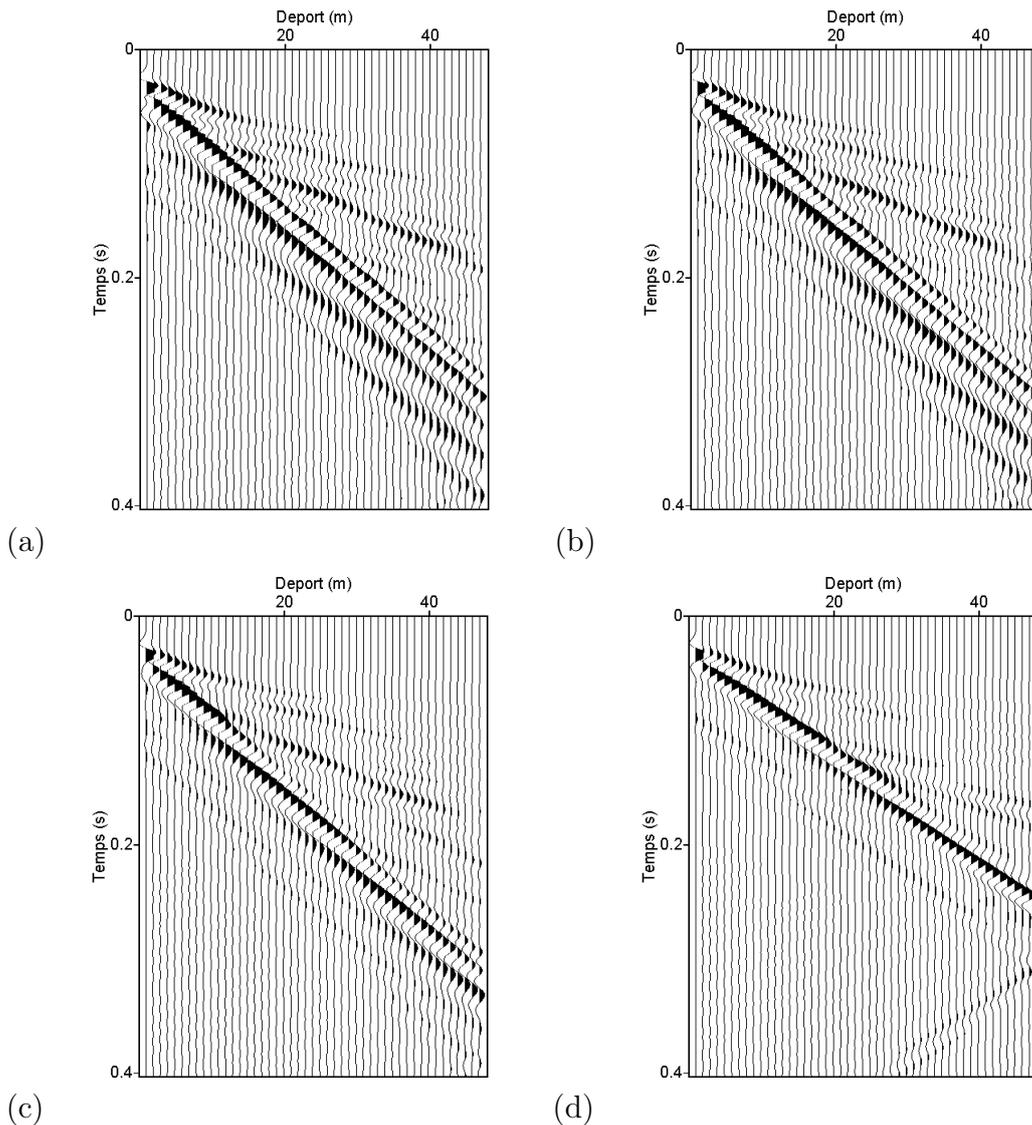


FIGURE 6.11 – Sismogrammes obtenus pour différents lissages d'un modèle à trois couches (a) Sans lissage. (b) Lissage avec une longueur de corrélation de 1 m. (c) Lissage avec une longueur de corrélation de 2 m. (d) Lissage avec une longueur de corrélation de 4 m

La solution qui consiste à estimer la source à partir des signaux observés s'avère donc difficile. Ceci nous a conduit à adopter une autre stratégie. Nous avons inversé la source sismique en considérant les modèles initiaux de la section 2.4.4 (supposés correspondre au modèle "vrai"). Pour estimer l'ondelette source, cette inversion s'est effectuée pour toutes les fréquences comprises entre 5 et 160 Hz. Nous avons effectué l'inversion de chacune des 49 sources de notre système d'acquisition. Une ondelette source moyenne a été choisie puis éditée pour éliminer les arrivées tardives basses fréquences. L'ondelette source résultante est montrée dans la figure 6.13. Cette ondelette sera par la suite utilisée dans les différents tests d'inversion des formes d'onde.

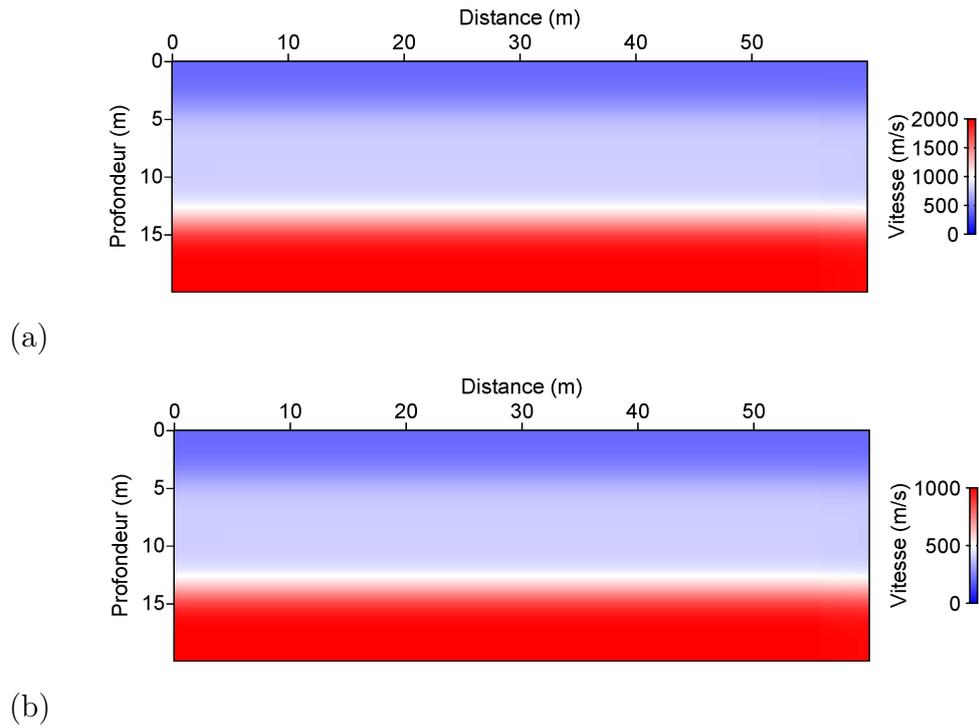


FIGURE 6.12 – Modèles de vitesses initiaux retenus pour les paramètres (a) V_p et (b) V_s

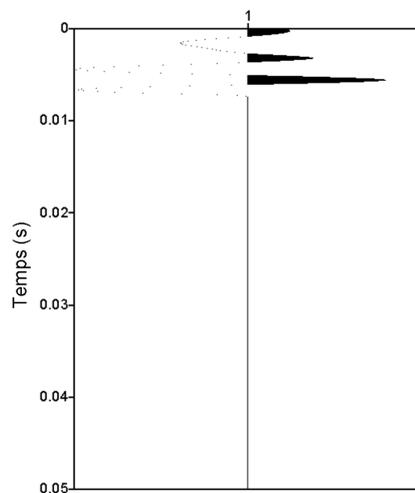


FIGURE 6.13 – Ondelette normalisée moyenne estimée à partir des données réelles

2.6 Prétraitements

Nous allons appliquer l'inversion des formes d'onde élastique aux données réelles du site de Jargeau où les ondes de surface ont une signature dominante dans les signaux enregistrés. Ces ondes sont donc prises en compte par l'algorithme de résolution du problème direct. De plus, nous avons vu à travers les différentes études

menées sur des cas synthétiques que l'exploitation de l'information contenue dans ces ondes permet d'améliorer la résolution des paramètres inversés. Nous n'avons donc pas effectué de prétraitement visant l'élimination de ces ondes. Notre procédure de prétraitement consiste dans un premier temps à réaliser l'édition des traces. Nous avons supprimé tous les traces correspondant aux géophones n°37 et 44 qui présentaient un niveau de bruit élevé. En second lieu, nous avons multiplié les données par \sqrt{t} pour corriger les effets d'amplitude liée à la propagation 3D. Nous avons par la suite choisi d'effectuer deux types d'opérations :

- Le premier consiste à normaliser chacun des panneaux enregistrés afin de donner une importance équivalente à tous les tirs.
- Le second consiste à normaliser chacun des panneaux puis appliquer une pondération avec le déport pour corriger l'effet de l'atténuation.

Nous avons enfin appliqué à chaque jeu de données un gain constant permettant de ramener les amplitudes des données observées et celles simulées, en considérant le signal source estimé, au même ordre de grandeur.

2.7 Paramètres et résultats de l'inversion des formes d'ondes

Dans cette section, nous allons présenter les résultats obtenus pour les différents tests d'inversion des formes d'onde effectués. Nous allons en particulier analyser :

- L'apport de l'inversion de la source sismique.
- L'effet du prétraitement utilisé sur les résultats de l'inversion.
- L'influence de la pondération des déports lointains dans l'inversion.
- L'apport de la prise en compte de l'atténuation dans la modélisation directe.

2.7.1 Paramètres de l'inversion

Nous avons choisi de fixer un certain nombre de paramètres pour réaliser l'inversion des formes d'onde, en nous basant sur les études numériques des chapitres 4 et 5. Le modèle considéré a pour dimension 60x20 m. Nous avons utilisé un maillage basé sur une interpolation P1 pour le premier mètre en dessous de la surface libre et une interpolation P0 pour le reste du modèle. Le pas de discrétisation utilisé permet de satisfaire la condition de 11 points par longueur d'onde (Brossier et al., 2008) pour une fréquence maximale inversée de 120 Hz. Le maillage utilisé comporte 156492 cellules dont 148359 cellules P0 et 8133 cellule P1, donnant ainsi un nombre total de 172758 degrés de liberté. Les PML (Perfectly Matched Layers) utilisées ont une épaisseur de 5 m. Pour le problème inverse, nous avons considéré une valeur du coefficient d'amortissement du Hessien de $\epsilon = 10^{-3}$ et une longueur de corrélation de 1 m pour le lissage du gradient. Nous avons également choisi de travailler avec la méthode d'optimisation de type L-BFGS qui a montré dans l'étude numérique du chapitre 5 un niveau de convergence supérieur à celui obtenu par la méthode du gradient conjugué. Le nombre d'itérations maximal par fréquence est fixé égal à 20. Nous adoptons la même stratégie utilisée lors de l'étude numérique qui consiste à inverser les paramètres V_p et V_s de manière simultanée (le paramètre ρ n'est pas inversé).

2.7.2 Choix des fréquences à inverser

Nous avons vu que la sélection des fréquences inversées pourrait se baser sur la stratégie proposée par Sirgue & Pratt (2004) pour tenir compte de la redondance de l'information contenue dans le domaine des nombres d'onde. L'étude de l'impact de ce choix sur les résultats de l'inversion (section 1.3 du chapitre 4) a permis de montrer que la densification du nombre de fréquences peut conduire à une amélioration significative de la résolution finale des paramètres inversés. Le dispositif que nous avons utilisé permet d'offrir un déport maximal variant entre 23.5 et 47.5 m, en fonction de la position de la source. Nous avons choisi de doubler le nombre des fréquences données par le critère de Sirgue & Pratt (2004). Le spectre de la source inversée montre un contenu fréquentiel compris entre 15 et 120 Hz.

Nous avons donc sélectionné 8 fréquences comprises entre 15 Hz et 115 Hz. En considérant les vitesses minimales et maximales des modèles initiaux choisis des paramètres V_p et V_s , la fréquence de 115 Hz offre une résolution maximale "attendue" variant entre 8.7 m et 1.7 m pour le paramètre V_p , et entre 4.3 m et 0.9 m pour le paramètre V_s . La liste des fréquences inversées est la suivante : 17.1 Hz, 23.2 Hz, 32.9 Hz, 45.2 Hz, 61.0 Hz, 78.1 Hz, 96.4 Hz, 114.7 Hz.

2.7.3 Modélisation d'une inclusion maçonnée : inclusion rigide ou vide ?

Afin d'argumenter les résultats issus de l'inversion, nous proposons d'effectuer deux tests sur données synthétiques. Nous avons vu dans la présentation du site que la cible de l'étude est une cavité vide en maçonnerie de faible épaisseur. Pour évaluer la capacité de l'algorithme d'inversion à détecter ce type d'anomalie, nous l'avons introduite dans les modèles initiaux choisis pour les deux paramètres. Nous avons alors considéré deux cas :

- Le premier cas consiste à considérer cette cavité comme une inclusion rigide. Nous l'avons alors modélisée par une anomalie circulaire de rayon 1.5 m, située à 3 m de profondeur et à une position horizontale correspondant à 30 m avec des vitesses de 1000 m/s pour V_s , 2000 m/s pour V_p et une densité de 3000 kg/m^3 .
- Le deuxième cas consiste à modéliser la cavité par une "couronne" rigide d'épaisseur 15 cm, avec les mêmes paramètres utilisés dans le cas précédent et du vide dans le reste de l'anomalie.

Nous avons ensuite effectué l'inversion des huit fréquences choisies dans la section précédente en utilisant le signal source estimé et en ne considérant que la composante verticale. Les figures 6.14 et 6.16 montrent respectivement les modèles de vitesses obtenus pour les deux configurations, pour les fréquences de 45.2 Hz et 114.7 Hz. Les figures 6.15 et 6.17 montrent les profils verticaux et horizontaux extraits dans les deux cas. Dans le premier cas (cas de l'inclusion rigide), l'anomalie apparaît bien comme une inclusion plus rapide que l'encaissant ; elle est nettement plus visible sur le modèle final du paramètre V_s . La forme et l'amplitude de l'anomalie sont mieux reconstruites après l'inversion de la fréquence de 114.7 Hz. Des artefacts apparaissent toutefois à cette fréquence au niveau des couches les plus profondes du modèle. Les profils verticaux et horizontaux extraits confirment la meilleure sensibilité du paramètre V_s avec une cavité mieux reconstruite en terme d'amplitudes.

Ces observations rejoignent globalement celles de la section du chapitre 3 pour le cas d'une inclusion rigide.

Dans le deuxième cas et bien que nous avons pris en compte la maçonnerie de la cavité, le résultat de l'inversion (figures 6.15 et 6.17) montre une anomalie de faible vitesse dans la zone correspondant à l'emplacement de la cavité. L'amplitude et le toit de l'anomalie sont mal reconstruits en raison du très fort contraste et de la taille de la cavité. Les profils extraits montrent une faible évolution de la vitesse V_p et une surestimation de la vitesse V_s au niveau des zones situées au dessus et au dessous de la cavité. Ainsi, nous voyons que l'algorithme arrive à faire la différence entre ces deux types d'anomalies, bien que les résolutions mises en jeu font apparaître des artefacts et une image très peu reconstruite. Nous nous appuyons sur ces observations pour l'interprétation des résultats des données réelles.

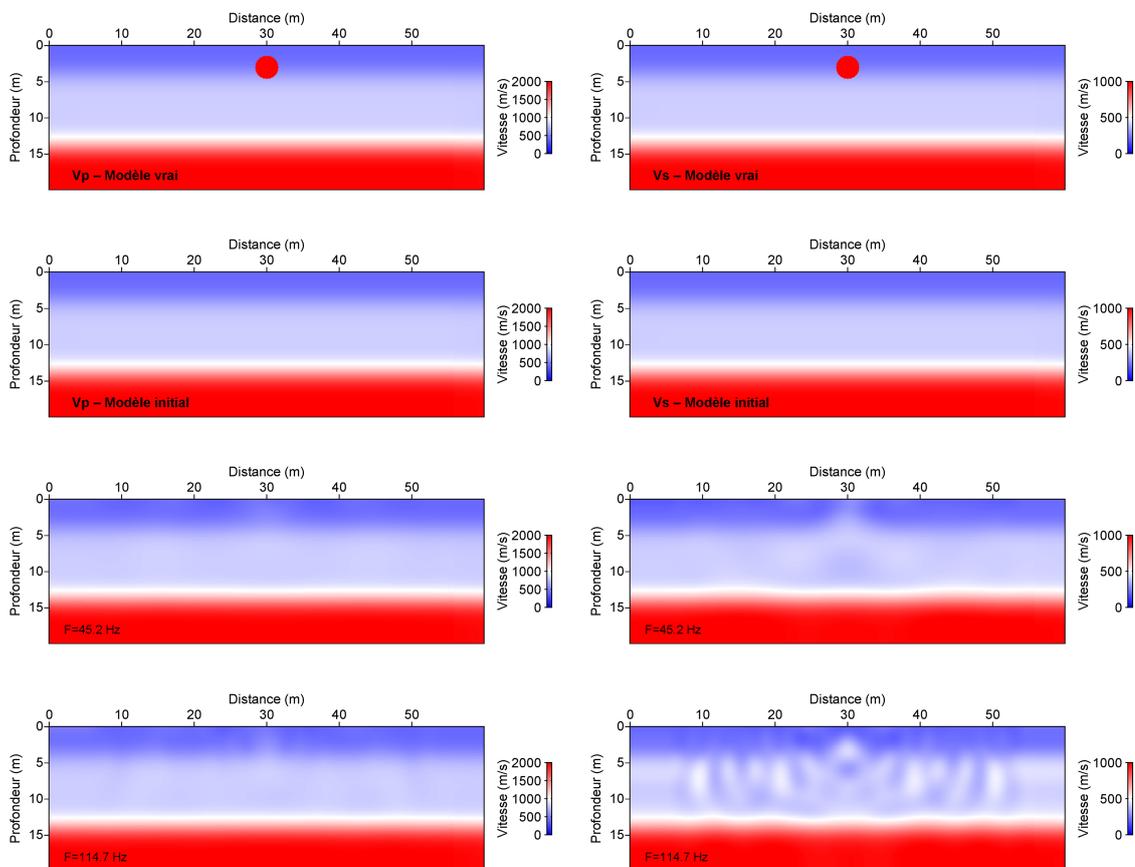


FIGURE 6.14 – Modèles de vitesses vrais (en haut) et initiaux, correspondant au modèle vrai sans inclusion (deuxième ligne) pour les paramètres V_p (à gauche) et V_s (à droite). Les résultats de l'inversion pour une fréquence de 45.2 Hz et 114.7 Hz sont présentés en troisième et quatrième ligne, respectivement. Une anomalie rapide est clairement visible sur les résultats de l'inversion du paramètre V_s

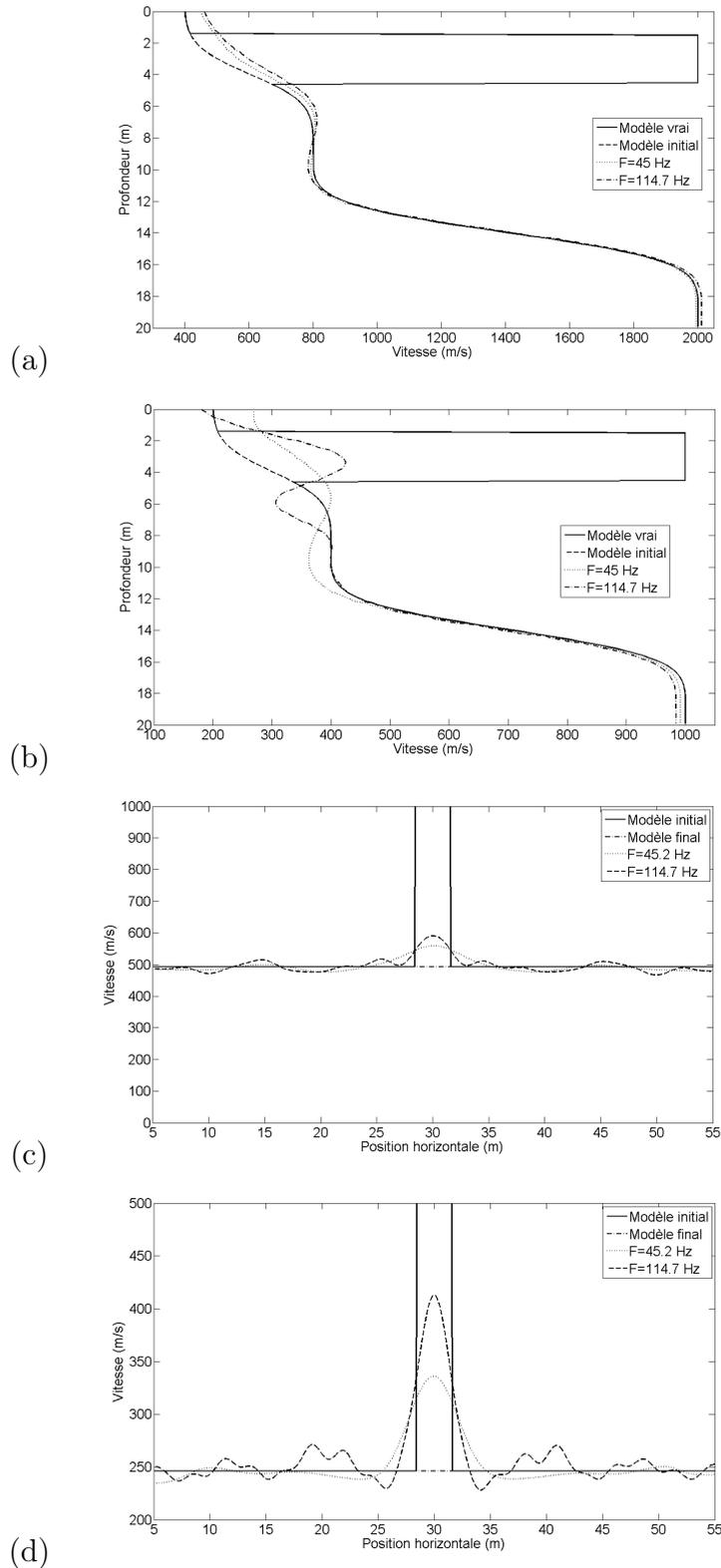


FIGURE 6.15 – Profils verticaux ((a) et (b)) à $x = 30$ m et horizontaux ((c) et (d)) à $z = 3$ m extraits pour les paramètres V_p ((a) et (c)) et V_s ((b) et (d)) - Cas d'une inclusion rigide

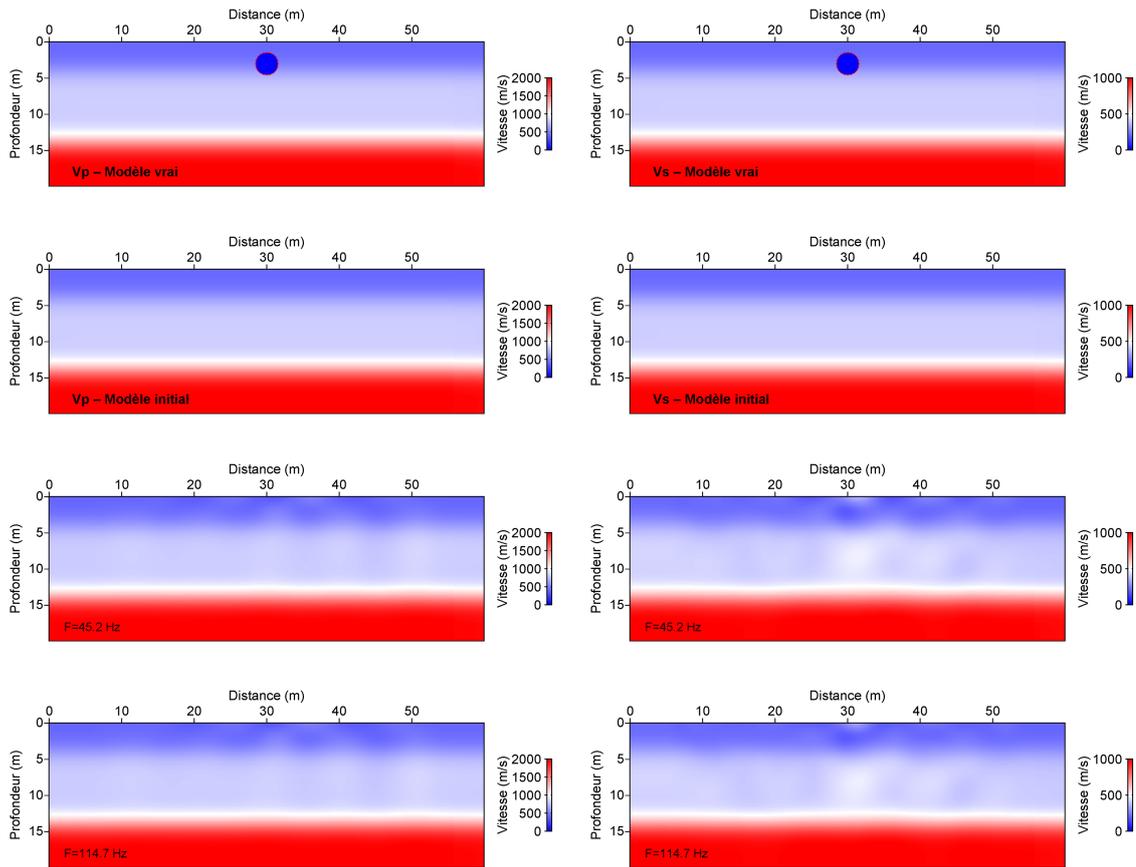


FIGURE 6.16 – Modèles de vitesses vrais (en haut) et initiaux (deuxième ligne) pour les paramètres V_p (à gauche) et V_s (à droite). Les résultats de l'inversion pour une fréquence de 45.2 Hz et 114.7 Hz sont présentés en troisième et quatrième ligne, respectivement. L'inversion montre une anomalie de faible vitesse pour le paramètre V_s

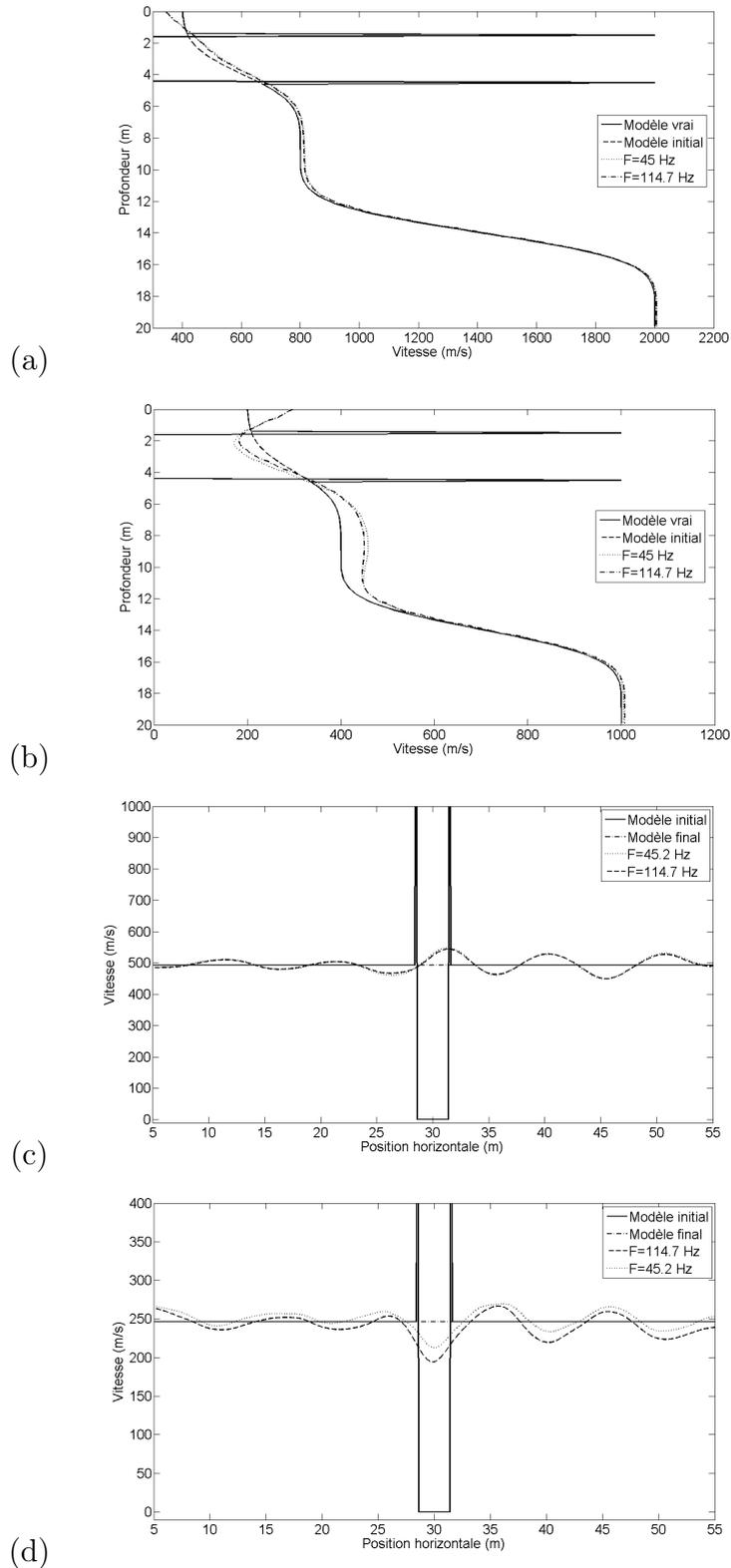


FIGURE 6.17 – Profils verticaux ((a) et (b)) à $x = 30$ m et horizontaux ((c) et (d)) à $z = 3$ m extraits pour les paramètres V_p ((a) et (c)) et V_s ((b) et (d)). Une anomalie à faible vitesse apparaît pour le paramètre V_s

2.7.4 Résultats des différents tests

Inversion des données brutes Nous avons dans un premier temps considéré un prétraitement qui s'est limité à l'édition des traces. La figure 6.18 montre les modèles obtenus après l'inversion séquentielle des 8 fréquences sélectionnées. De très fortes anomalies sont clairement visibles, en particulier pour le paramètre V_s . Ces artefacts apparaissent dès les premières fréquences inversées et ne peuvent être reliés aux propriétés des paramètres du milieu. L'augmentation du nombre des fréquences inversées ne permet pas d'améliorer les résultats ce qui renforce l'hypothèse que l'algorithme converge dans ce cas vers un minimum local. Cet échec peut être attribué à la forte atténuation observée dans les données réelles et non prise en compte dans l'approximation élastique. Ce premier résultat justifie la nécessité d'appliquer un prétraitement permettant de minimiser les effets de l'atténuation.

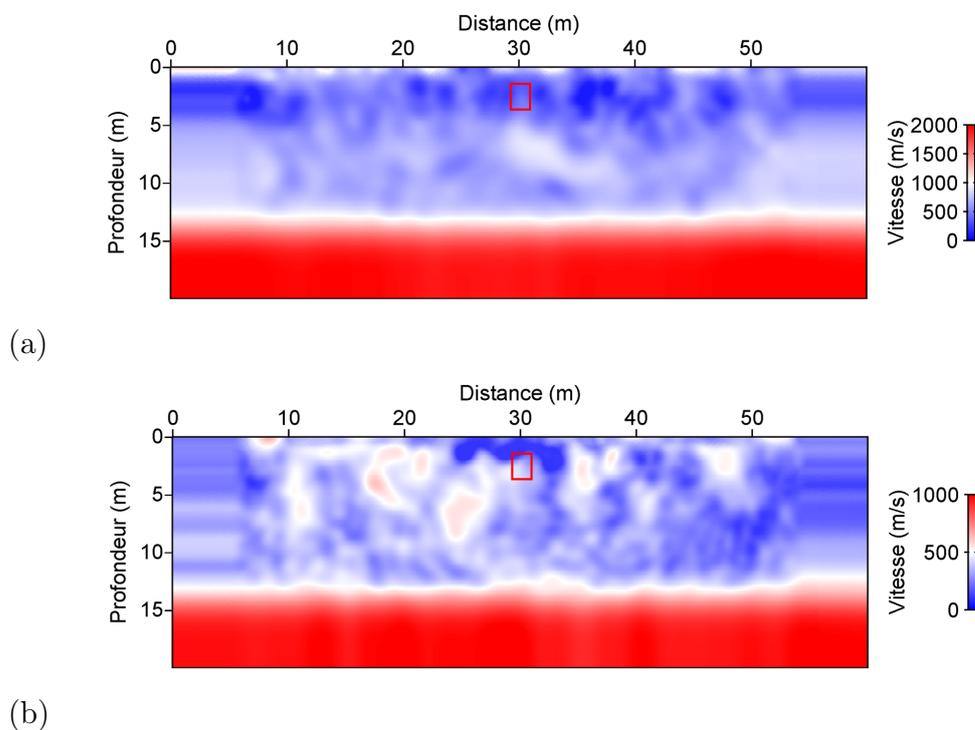


FIGURE 6.18 – Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion séquentielle de 8 fréquences comprises entre 17 et 115 Hz. Aucune correction n'est appliquée pour prendre en compte les effets de l'atténuation. L'algorithme converge vers un minimum local

Inversion des données après correction des amplitudes et normalisation des panneaux sans inversion de la source sismique Nous allons considérer dans cette section le premier prétraitement qui consiste à corriger les effets de propagation 3D et normaliser les panneaux enregistrés. Dans ce cas, nous avons inversé la source sismique à partir du modèle de vitesse initial uniquement. Le signal source n'est par conséquent pas mis à jour lors de l'inversion des différentes fréquences.

La figure 6.19 montre les résultats finaux obtenus pour les paramètres V_p et V_s . Les forts artefacts observés dans les résultats de la section précédente ont été signi-

ficativement atténués. Le modèle de vitesse V_p évolue peu par rapport au modèle initial. Le profil vertical extrait (figure 6.20 a), correspondant à une distance de 30 m confirme cette faible évolution. Le profil horizontal final (pour la plus haute fréquence inversée) extrait à une profondeur de 3 m (figure 6.21 a) montre des variations inférieures à 15 % de la vitesse initiale avec une zone centrale (entre 25 et 37 m) dotée d'une vitesse légèrement plus faible. Les anomalies négatives observées au niveaux des deux zones situées respectivement entre 5 et 10 m et 50 et 55 m sont dues à la faible illumination de ces zones par le dispositif d'acquisition utilisée. Le profil horizontal extrait à une profondeur de 7.5 m (figure 6.21 c) montre une faible mise à jour pour le paramètre V_p .

Pour le paramètre V_s , le modèle de vitesse obtenu montre la présence d'une anomalie faiblement résolue, située entre 1 m et 5 m de profondeur à une distance horizontale autour de 30 m (figure 6.19 b). Les mises à jour au niveau des zones situées à une profondeur supérieure à 8 m sont très faibles. Le profil vertical extrait (figure 6.20 b) montre une zone de vitesse légèrement plus faible située à une profondeur de 3 m. Les profils horizontaux extraits à la profondeur de 3 m montrent une zone à faible vitesse partiellement résolue qui correspond à l'anomalie observée. A 7.5 m (figure 6.21 d), les mises à jour observées sont aussi très faibles. L'anomalie observée en proche surface est définie avec une résolution verticale nettement meilleure que la résolution horizontale qui semble être liée à la limitation de l'inversion à la seule composante verticale.

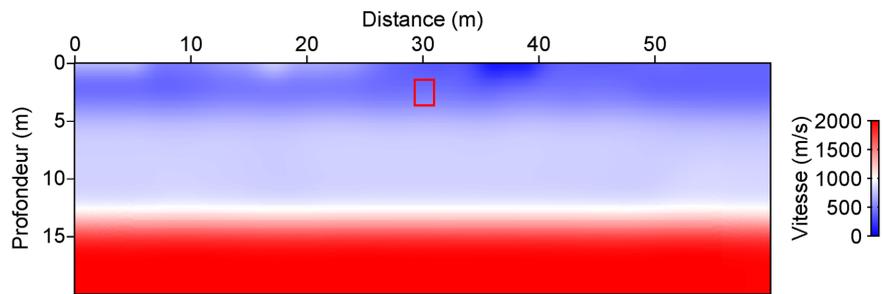
Nous allons maintenant considérer le cas où la source sismique est inversée à chaque fréquence.

Inversion des données après correction des amplitudes et normalisation des panneaux avec inversion de la source sismique Nous utilisons les mêmes données et paramètres que celles de la section précédente, mais en inversant à chaque fréquence la source et les paramètres V_p et V_s . La figure 6.22 montre les modèles finaux obtenus pour les deux paramètres inversés. Alors que le paramètre V_p varie peu, l'anomalie observée dans le modèle V_s reconstruit est définie avec une meilleure résolution. Ceci est clairement visible au niveau du profil vertical extrait à la position horizontale de 30 m pour le paramètre V_s (figure 6.23b). La vitesse minimale est située à une profondeur comprise entre de 2 et 4, m ce qui correspond bien à la position supposée de la cavité.

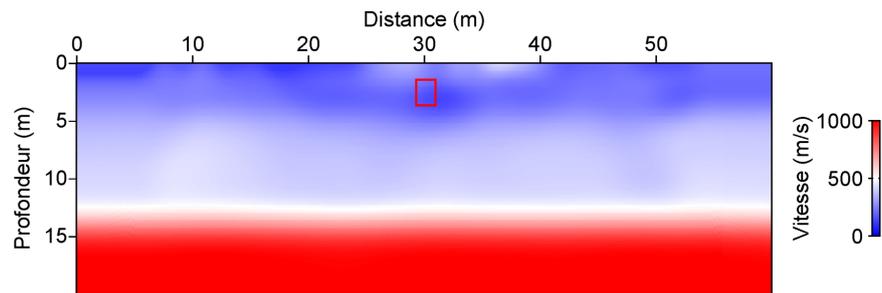
Le profil horizontal à 3 m (figure 6.24 a) montre de faibles oscillations pour le paramètre V_p . Pour le paramètre V_s , la figure 6.24 b montre clairement une zone à faible vitesse centrée autour de la position horizontale de 30 m, avec une vitesse minimale proche de 110 m/s. Les profils extraits pour les deux paramètres à une profondeur de 7.5 m montrent quant à eux de faibles variations.

La figure 6.25 illustre l'évolution de la fonction coût pour 5 des 8 fréquences inversées. On peut observer que les basses et hautes fréquences apportent de l'information pour la mise à jour du modèle.

L'inversion de la source sismique pour chaque fréquence inversée, en plus des paramètres V_p et V_s , a permis clairement d'améliorer les résultats obtenus.



(a)



(b)

FIGURE 6.19 – Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion séquentielle de 8 fréquences comprises entre 5 et 115 Hz. Une anomalie de faible vitesse partiellement résolue est visible pour le paramètre V_s

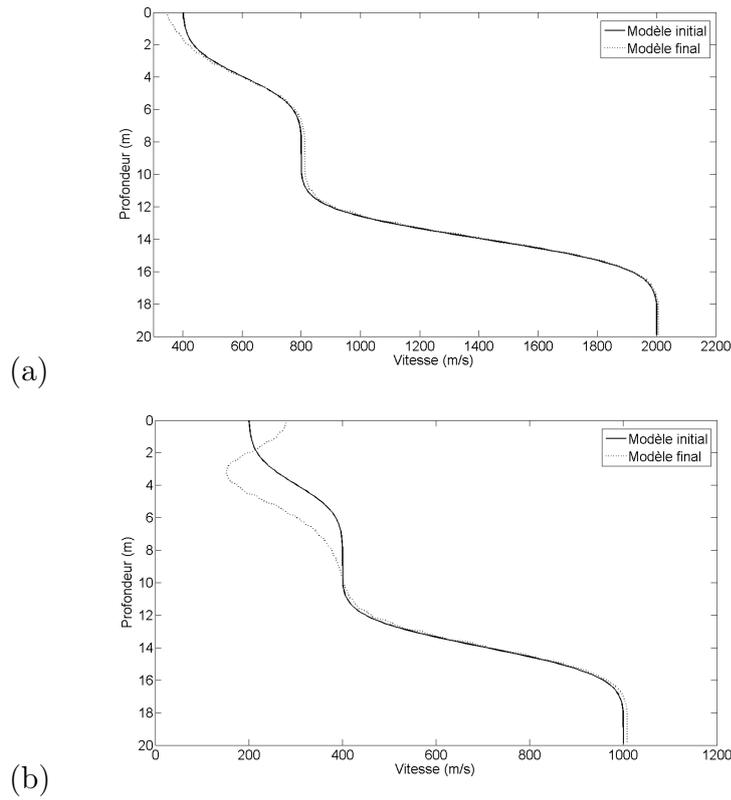


FIGURE 6.20 – Profils verticaux extraits pour une position horizontale $x = 30$ m. (a) V_p . (b) V_s

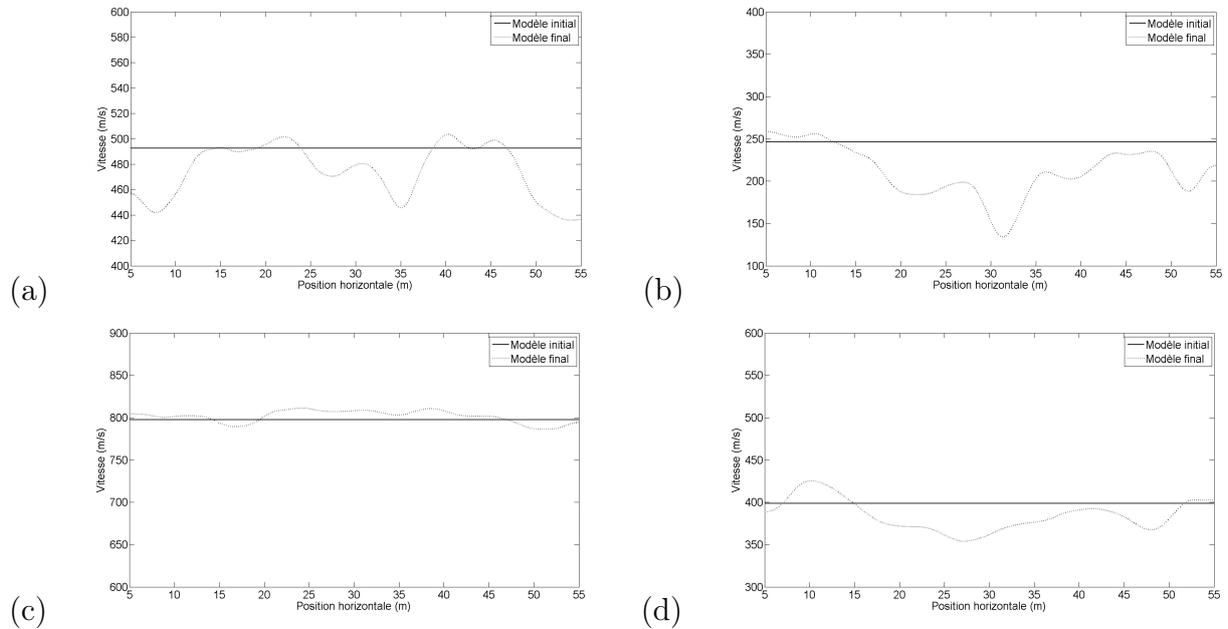
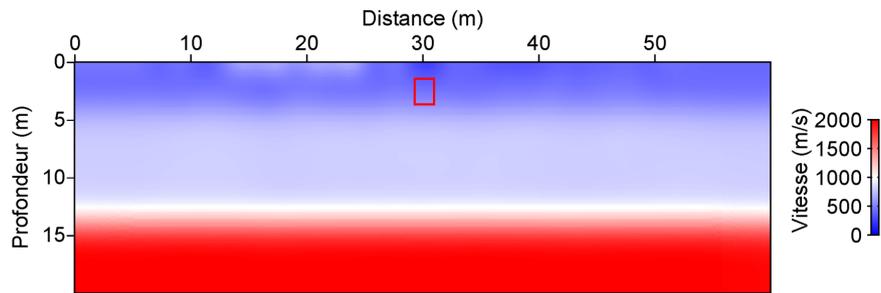
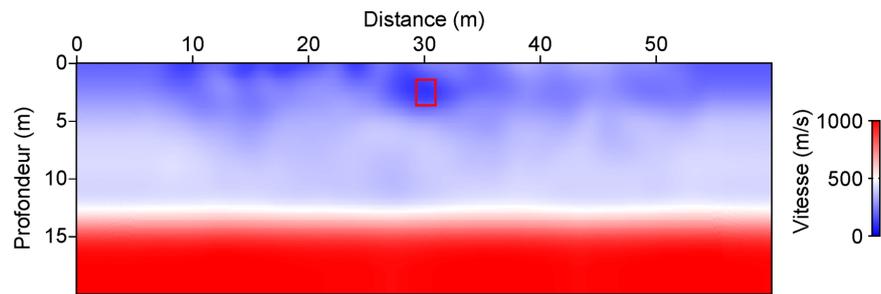


FIGURE 6.21 – Profils horizontaux extraits pour des profondeurs de 3 m (en haut) et 7.5 m (en bas). (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s



(a)



(b)

FIGURE 6.22 – Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion séquentielle de 8 fréquences comprises entre 5 et 115 Hz. La source sismique est inversée. Une zone de faible vitesse est clairement visible pour le paramètre V_s

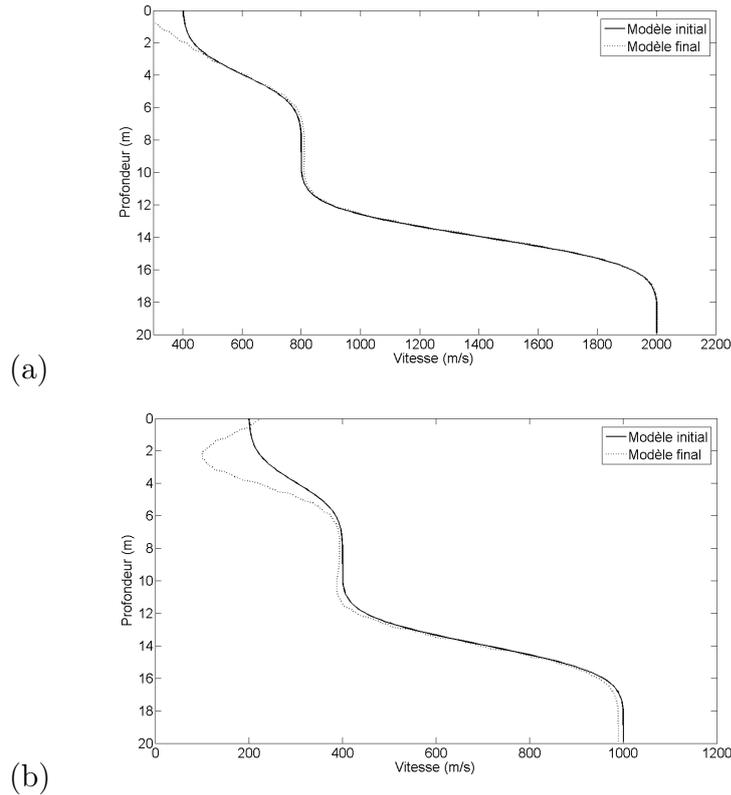


FIGURE 6.23 – Profils verticaux extraits pour une position horizontale $x = 30$ m. (a) V_p . (b) V_s

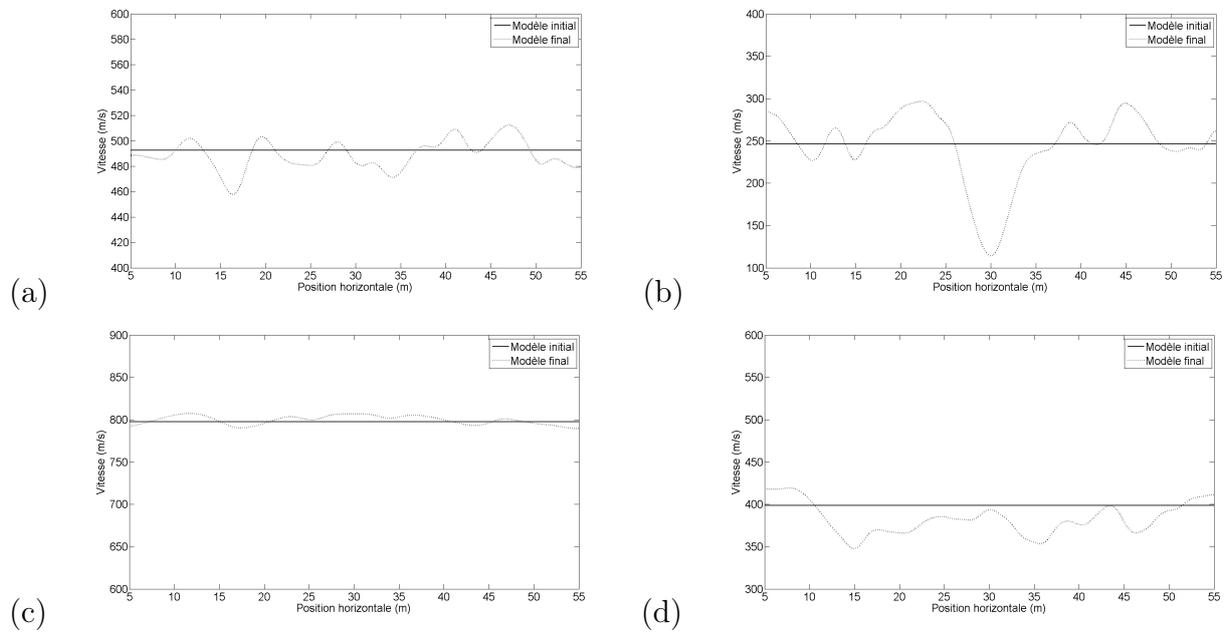


FIGURE 6.24 – Profils horizontaux extraits pour des profondeurs de 3 m (en haut) et 7.5 m (en bas). (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s

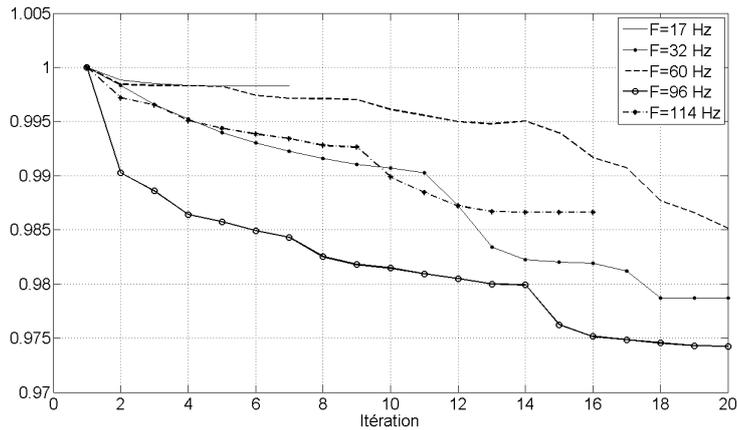


FIGURE 6.25 – Evolution de la fonction coût en fonction des fréquences inversées

2.7.4.1 Inversion des données avec correction de l'atténuation suivant le déport et inversion de la source Afin de prendre en compte les effets d'atténuation sur les données réelles, nous avons choisi d'appliquer une pondération qui consiste à multiplier les données par un facteur e^d où d désigne le déport source-récepteur en mètre. Les figures 6.26, 6.27 et 6.28 montrent respectivement les modèles finaux obtenus ainsi que les profils verticaux et horizontaux extraits pour les deux paramètres inversés. Pour le paramètre V_p , une zone plus rapide apparaît en dessous de la surface libre au centre du modèle, avec une vitesse maximale avoisinant 600 m/s (figure 6.28a) à une profondeur de trois mètres. Le profil horizontal à 3 m pour le paramètre V_s (figure 6.28b) montre quant à lui une zone moins rapide correspondant à celle observée au niveau des sections précédentes, mais avec une faible résolution horizontale. Les profils horizontaux à 7.5 m de profondeur montrent globalement de faibles variations (inférieures à 10 %) ce qui est en concordance avec les observations issues des tests précédents.

Les résultats obtenus confirment la complexité de l'exercice et la forte dépendance des résultats de l'inversion vis à vis de la procédure de prétraitement effectuée. L'apparition d'une zone plus rapide pour le paramètre V_p et d'une zone moins rapide pour le paramètre V_s conduit à un rapport V_p/V_s en proche surface non réaliste ce qui ne permet pas de valider les modèles obtenus.

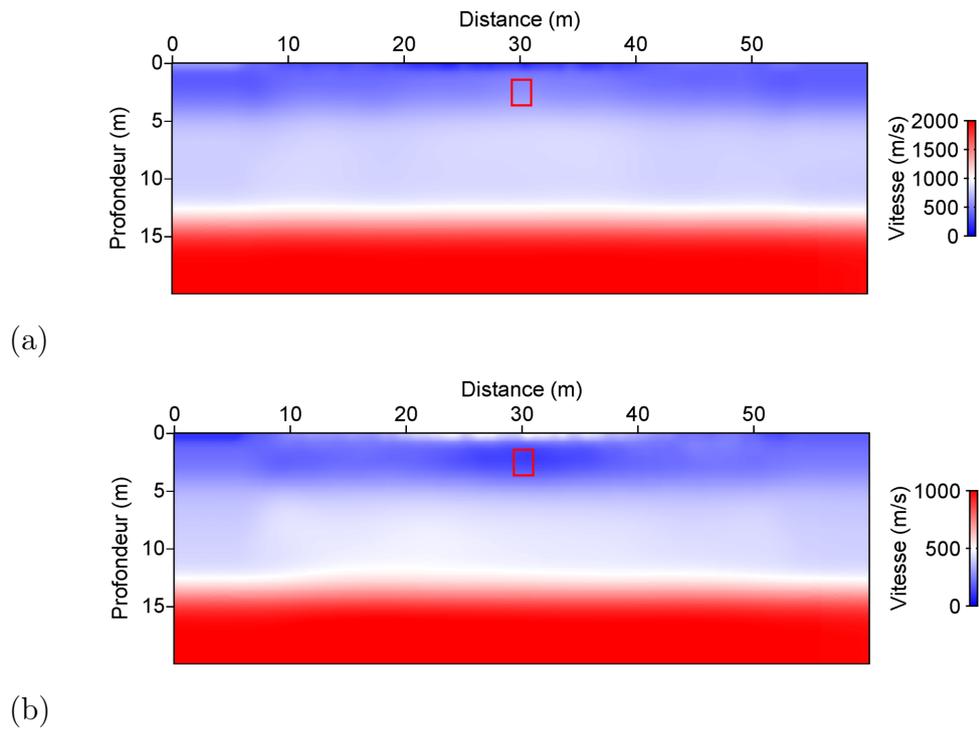


FIGURE 6.26 – Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion séquentielle de 8 fréquences comprises entre 5 et 115 Hz. Le modèle V_s montre une anomalie avec une faible vitesse et pauvre résolution horizontale

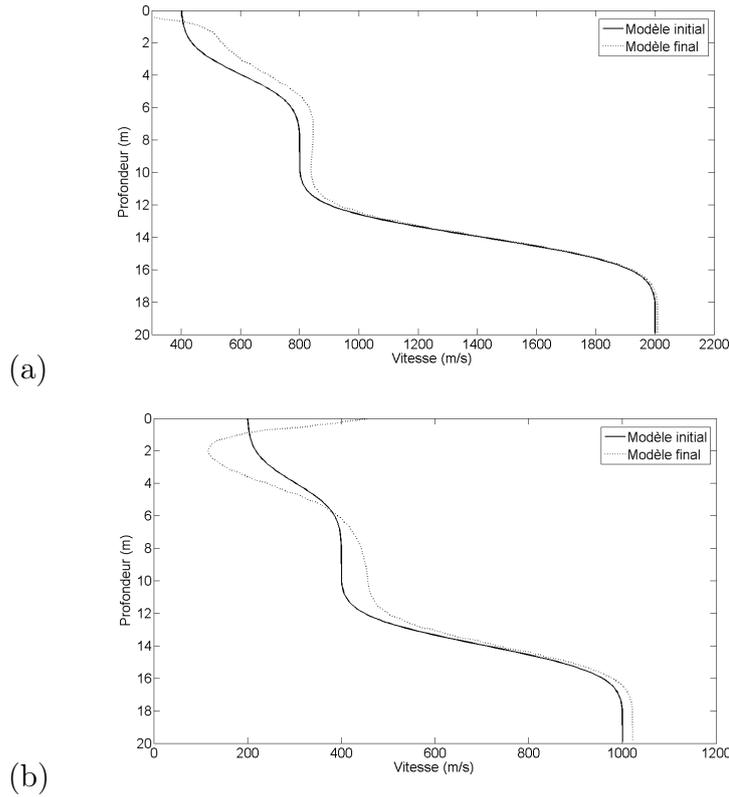


FIGURE 6.27 – Profils verticaux extraits pour une position horizontale $x = 30$ m. (a) V_p . (b) V_s

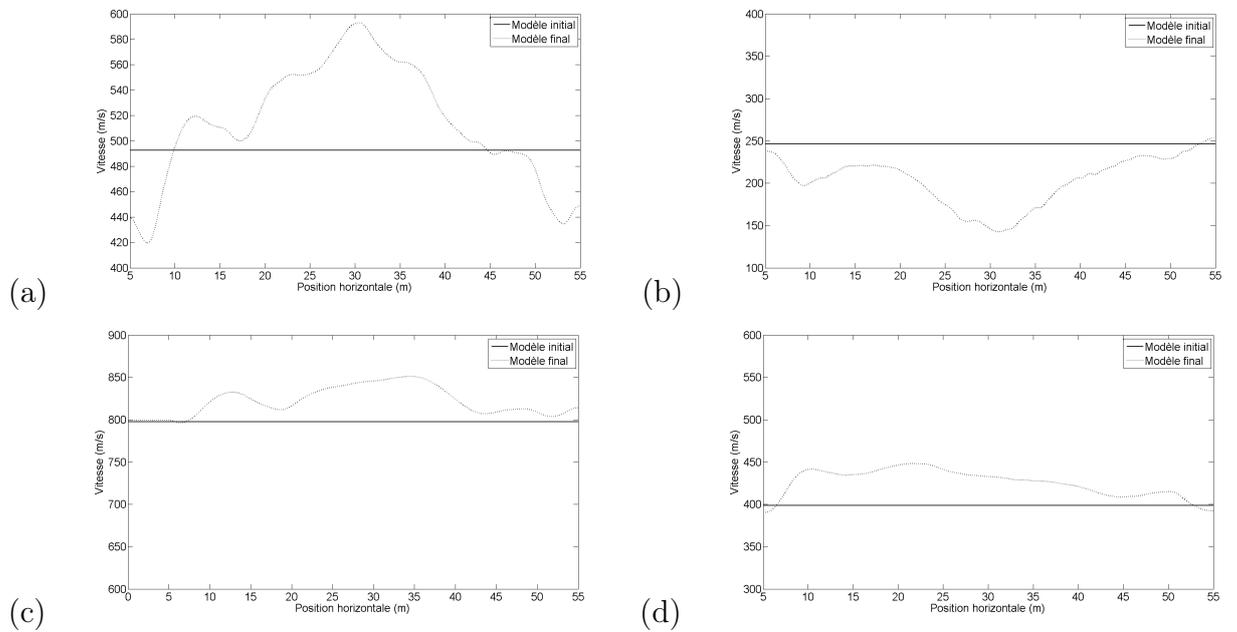


FIGURE 6.28 – Profils horizontaux extraits pour des profondeurs de 3 m (en haut) et 7.5 m (en bas). (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s

Inversion avec pondération des dépôts lointains Nous évaluons dans cette section l'influence de la pondération des dépôts lointains sur les résultats de l'inversion. En utilisant l'opérateur de pondération S_d (équation 2.43), nous appliquons durant l'inversion un gain quadratique en fonction du dépôt, afin d'augmenter la contribution des dépôts lointains. Cette pondération, effectuée à la fois sur les données réelles et simulées, est supposée permettre d'améliorer la reconstruction des couches les plus profondes du modèle. Les résultats obtenus pour les deux paramètres V_p et V_s (figure 6.29) montrent une faible évolution dans la reconstruction du paramètre V_p . Pour le paramètre V_s , une anomalie de faible vitesse est visible à 2 m de profondeur à une distance horizontale de 29 m. Les profils verticaux extraits montrent une mise à jour du paramètre V_s , correspondant à une légère augmentation de la vitesse pour les profondeurs situées entre 5 et 12 m. Les profils horizontaux extraits à 3 m de profondeur (figure 6.31a et b) montrent une vitesse plus rapide pour le paramètre V_p et une zone de faible vitesse qui correspond à celle observée sur la figure 6.29b. Ainsi, la pondération des dépôts lointains a permis de mettre à jour des zones plus profondes du milieu mais cette contribution reste très faible. Les fréquences inversées et les longueurs d'ondes associées qui se propagent au niveau de ces zones ne permettent pas d'améliorer leur résolution.

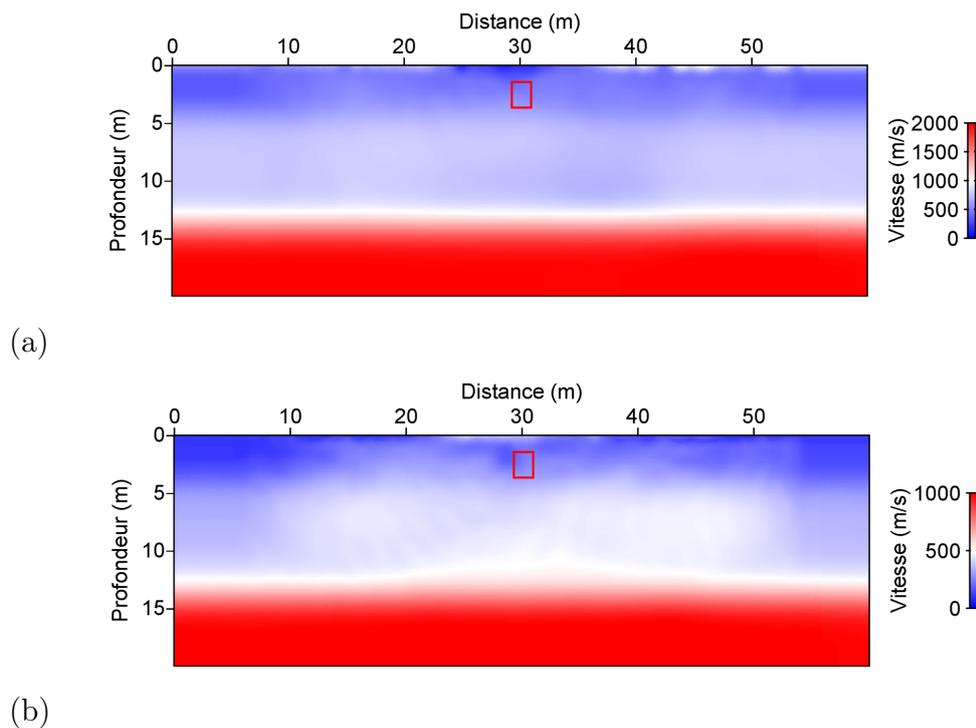


FIGURE 6.29 – Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion séquentielle de 8 fréquences comprises entre 5 et 115 Hz, avec pondération des dépôts lointains

Prise en compte de l'atténuation Nous allons essayer dans cette section d'inverser les paramètres V_p et V_s en modélisant l'atténuation du milieu. Cette dernière est prise en compte dans la modélisation directe à travers les fréquences complexes

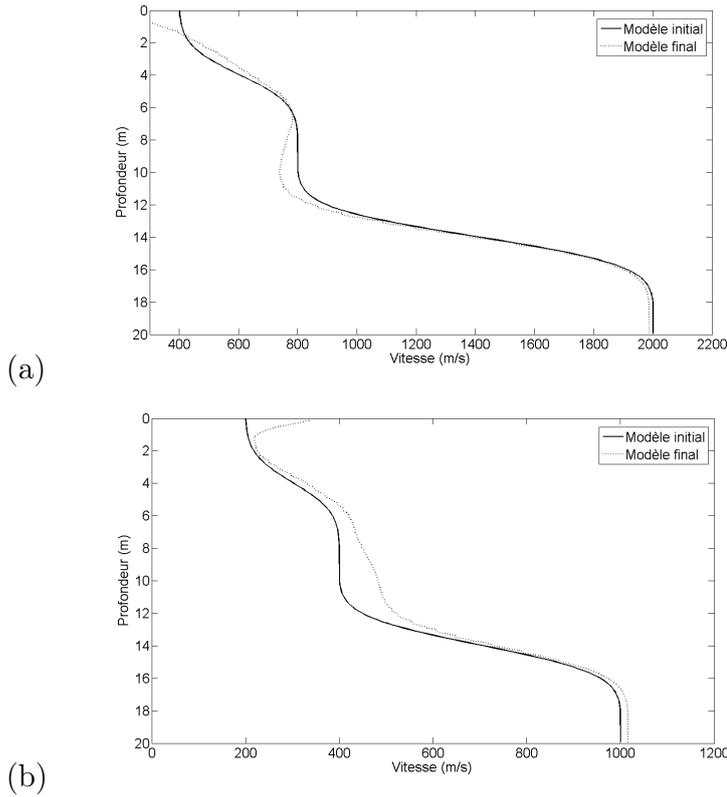


FIGURE 6.30 – Profils verticaux extraits pour une position horizontale $x = 30$ m. (a) V_p . (b) V_s . Les dépôts lointains sont pondérés

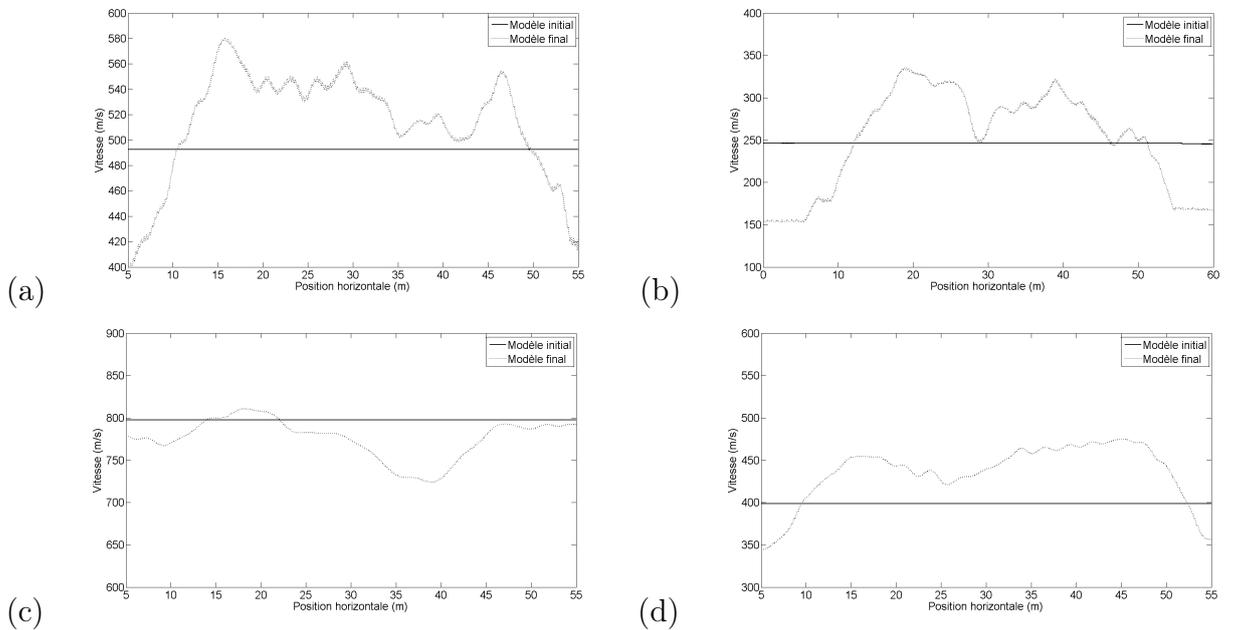


FIGURE 6.31 – Profils horizontaux extraits pour des profondeurs de 3 m (en haut) et 7.5 m (en bas). (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s . Les dépôts lointains sont pondérés

basées sur le modèle de Kolsky-Futterman (Futterman, 1962). Nous avons pour cela considéré un modèle initial avec une atténuation constante de $Q = 25$, obtenue par essais et erreurs en comparant les variations de l'amplitude en fonction du déport pour les données réelles et les données synthétiques. Cette valeur a été confirmée par des tests d'inversion 1D de l'atténuation Q_s en utilisant le code SURF96 Hermann (1991). Les profils obtenus ont permis de confirmer la forte atténuation du milieu.

Nous avons donc réalisé un test d'inversion où l'atténuation était prise en compte et où les paramètres V_p et V_s et la source sismique étaient inversées. Les modèles de vitesses finaux (figure 6.32) obtenus montrent plusieurs artefacts en proche surface pour les deux paramètres avec de faibles perturbations pour les zones situées à des profondeurs supérieures à 5 m. Les mêmes observations sont visibles au niveau des profils verticaux (figure 6.33) et horizontaux (figure 6.34) où d'importantes oscillations sont observées sur les profils à 3 m de profondeur.

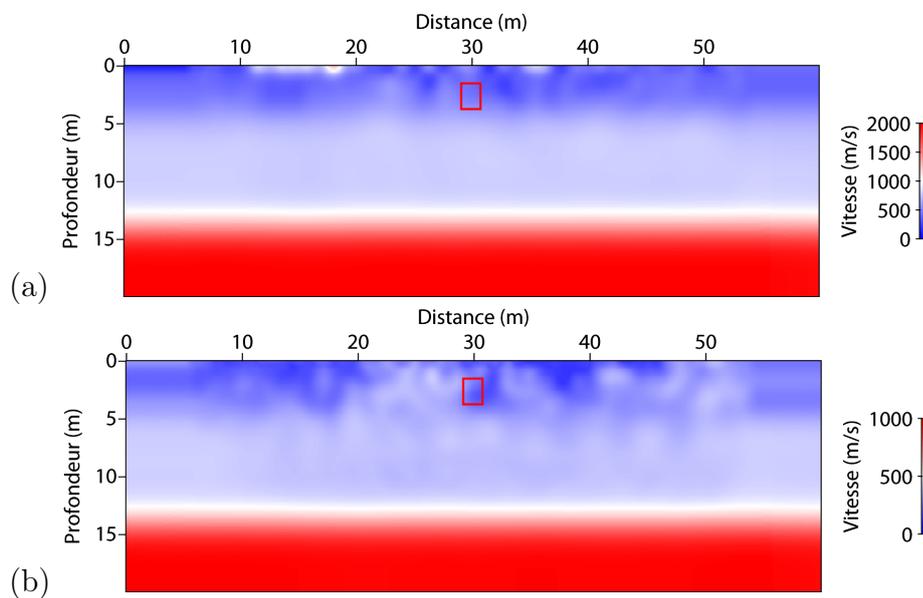


FIGURE 6.32 – Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion séquentielle de 8 fréquences comprises entre 5 et 115 Hz avec un facteur de qualité constant égal à 25

2.8 Bilan

Nous avons essayé à travers les différents tests effectués sur les données réelles de Jargeau d'évaluer la capacité de l'inversion des formes d'onde élastique à reconstruire les paramètres V_p et V_s du milieu. L'objectif de l'étude a consisté à détecter une cavité vide maçonnée située à environ à 3 m de profondeur en dessous de la surface libre. Nous avons en particulier analysé :

- L'influence de la source sismique. L'inversion de la source sismique en parallèle avec les paramètres de vitesse permet de tirer profit des mises à jours effectuées au niveau de chaque fréquence inversée. Pour notre cas, elle a en particulier

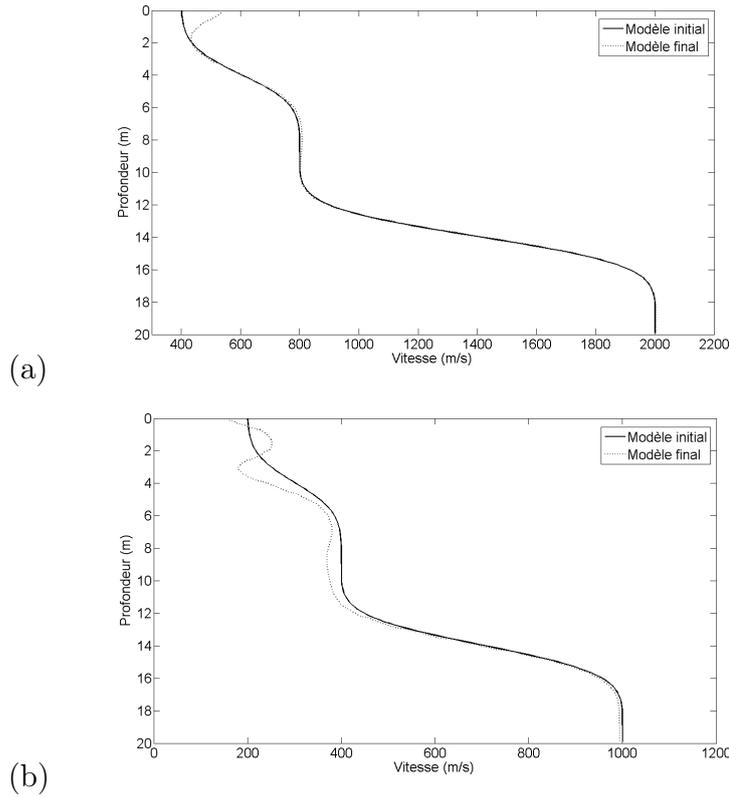


FIGURE 6.33 – Profils verticaux extraits pour une position horizontale $x = 30$ m. (a) V_p . (b) V_s

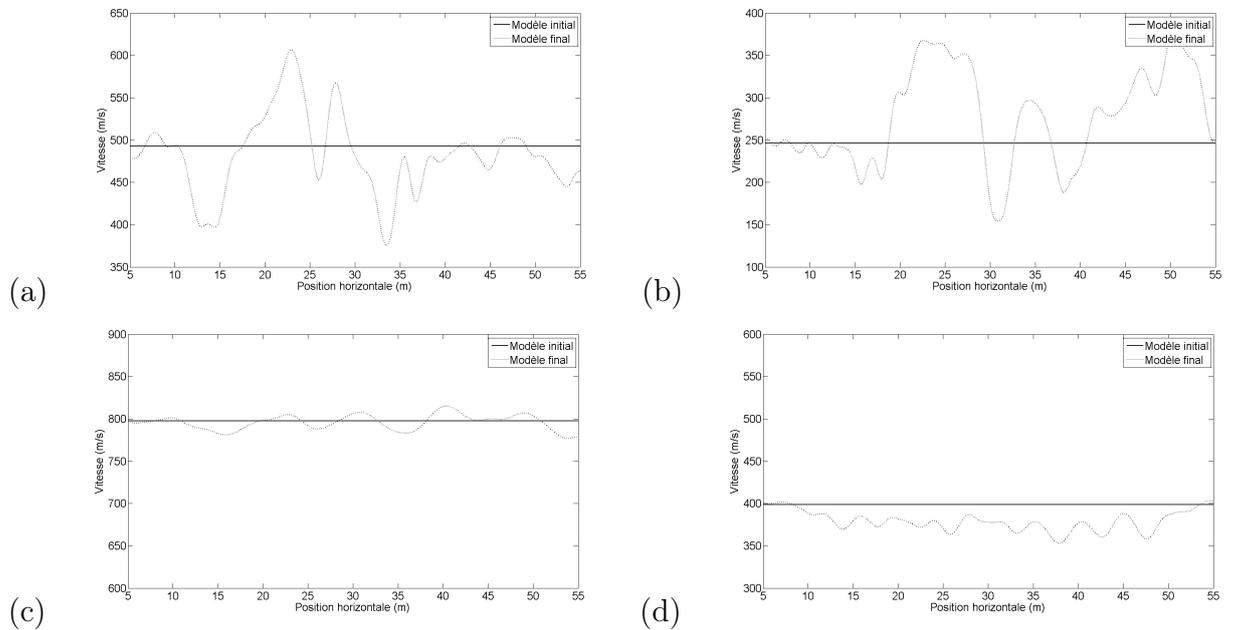


FIGURE 6.34 – Profils horizontaux extraits pour des profondeurs de 3 m (en haut) et 7.5 m (en bas). (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s

permis de définir une anomalie de faible vitesse en dessous de la surface libre

avec une meilleure résolution.

- L'impact du prétraitement des données sur les résultats de l'inversion. Les différents tests effectués montrent le fort impact de cette étape sur les résultats de l'inversion. Cette étape est nécessaire pour corriger les effets dus à atténuation intrinsèque et extrinsèque du milieu.
- L'apport de la pondération des dépôts lointains. L'utilisation de cette stratégie n'a pas permis d'améliorer notablement la résolution des couches les plus profondes du milieu, en raison des longueurs d'ondes propagées dans ces zones du modèle.
- La prise en compte de l'atténuation dans la modélisation sismique : nous avons effectué un test en prenant en compte l'atténuation dans la modélisation directe à travers une faible valeur de Q_p et Q_s (égale à 25) simulant un milieu fortement atténuant. Cette stratégie n'a pas permis de mieux reconstruire la cavité.

Au travers de tous ces tests, nous pouvons conclure que l'inversion des formes d'onde élastique permet de détecter une anomalie atténuante à une profondeur approximative de trois mètres au dessous de la surface libre. Cette anomalie a été mise en évidence sur l'image obtenue du paramètre V_s . Sa position correspond bien à celle supposée à partir de l'information a priori sur le site. La cavité a été imagée comme une zone de faible vitesse, caractéristique des objets vides.

Nous allons maintenant considérer un deuxième cas d'application sur données réelles.

3 Cas d'un glissement de terrain

3.1 Présentation

Le glissement de Super-Sauze fait partie de plusieurs glissements coulées lents observés dans les Alpes françaises. Il se situe dans le bassin de Barcelonnette (figure 6.35a) et s'étend sur 820 m de longueur avec des altitudes variant entre 2105 m et 1740 m et une pente moyenne de 25° (Grandjean et al., 2006). Le site, couvrant une superficie de 17 hectares, est composé de marnes callovo-oxfordiennes, connues sous le nom de "terres noires" avec des faciès de schistes argileux gris ou légèrement bleutés. La surface, très irrégulière, est affectée par la présence de fractures et de fissures superficielles (figures 6.35b et d). Des débris hétérogènes, résultant du détachement et la dislocation des blocs de la couronne, située à l'amont, s'accumulent dans différentes ravines, situées plus à l'aval.

Depuis les années 90, le site a fait l'objet d'une étude pluridisciplinaire (analyse géomorphologique, traitement photogrammétrique, prospection géotechnique in situ et au laboratoire, prospection géophysique) qui a permis de proposer et de valider plusieurs modèles structuraux et de comportement (Schmutz, 2003 ; Malet, 2003 ; Grandjean et al., 2006). La figure 6.35e montre en particulier le modèle de la structure interne au niveau des transects B et C (Malet et al., 2003) proposé à l'issue de ces études. Des investigations géophysiques complémentaires ont été réalisées par le BRGM et comportent en particulier des profils sismiques et électriques avec des relevés topographiques. Nous avons participé à deux de ces investigations en 2007

et 2008.

Une étude visant à caractériser la structure interne et l'état hydrique du glissement à partir de la tomographie des premiers temps d'arrivée et de la résistivité électrique a été présentée par Grandjean et al. (2006). Les mesures ont été réalisées le long d'un profil transverse situé entre les transects B et C du glissement (figure 6.35a). L'inversion des temps de trajet des premières arrivées sismiques a permis de proposer un modèle 2D de vitesse V_p , composé principalement de deux couches de matériaux remaniés superposées à un substratum marneux plus rigide. Les mêmes données ont été exploitées par Grandjean & Bitri (2006) pour proposer un modèle 2D de la vitesse V_s élaboré à partir de la méthode 2M-SASW (Multifold and Multichannel Spectral Analysis of Surface Waves) qui est une extension de la méthode SASW plus classique (section 5 du chapitre 3).

3.2 Dispositif d'acquisition et observation des données

Le profil sismique exploité dans cette étude est réalisé perpendiculairement à l'axe du glissement (profil transverse) et situé entre les transects B et C (figure 6.35a). Le dispositif fait une longueur totale de 325 m et comporte 66 géophones 10 Hz placés avec un espacement régulier de 5 m. Les tirs réalisés au cordon détonant, ont été effectués tous les 15 m pour un total de 18 tirs sur tout le profil. Un système dit de "roll-along" a permis de déplacer virtuellement la flûte pour n'enregistrer que les 48 traces disponibles sur le sismographe. Seule la composante verticale du signal sismique a été enregistrée. La durée initiale de l'enregistrement est de 3 s avec un pas d'échantillonnage de 1 ms.

Les figures 6.36a et 6.36b montrent deux exemples d'enregistrements correspondant respectivement aux tirs n°1 et n°10. Ces panneaux montrent clairement la forte atténuation du signal sismique avec le départ. Le signal enregistré est dominé par le contenu basses fréquences des ondes de surface. Les fortes variations de vitesses qui affectent la proche surface se traduisent par des changements de phase significatifs visibles des ondes de Rayleigh (figure 6.36b et d). Les vitesses de propagation correspondant à la zone située au niveau du flanc Est du glissement et composée de roches dures sont nettement plus élevées que celles des zones altérées situées dans le glissement. Le fort contraste de vitesse se traduit sur les sismogrammes par des changements de pente brusque. Plusieurs traces montrent un faible rapport signal sur bruit ce qui nécessitera un fort travail d'édition dans la procédure de prétraitement.

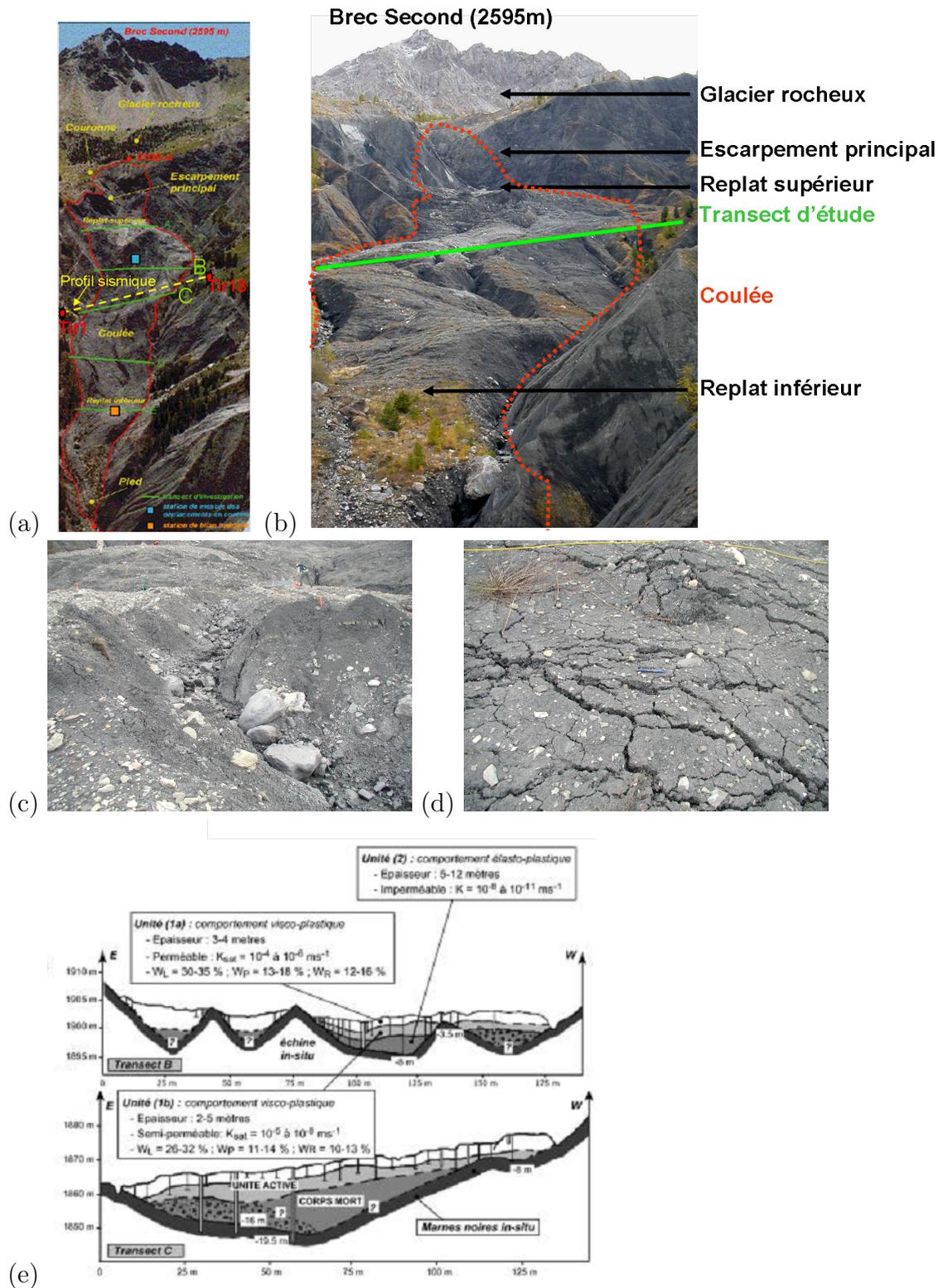


FIGURE 6.35 – (a) Glissement de terrain de Super-Sauze (Grandjean & Bitri, 2006) avec la position du profil sismique. (b) Photo d'ensemble du site de Super-Sauze montrant le transect d'étude. (c) Exemples d'accumulation de débris hétérogènes dans une ravine (Grandjean et al., 2006). (d) Fractures superficielles observées au niveau de la surface. (e) Structure interne et géométrie au niveau des transects B et C (Malet et al., 2003)

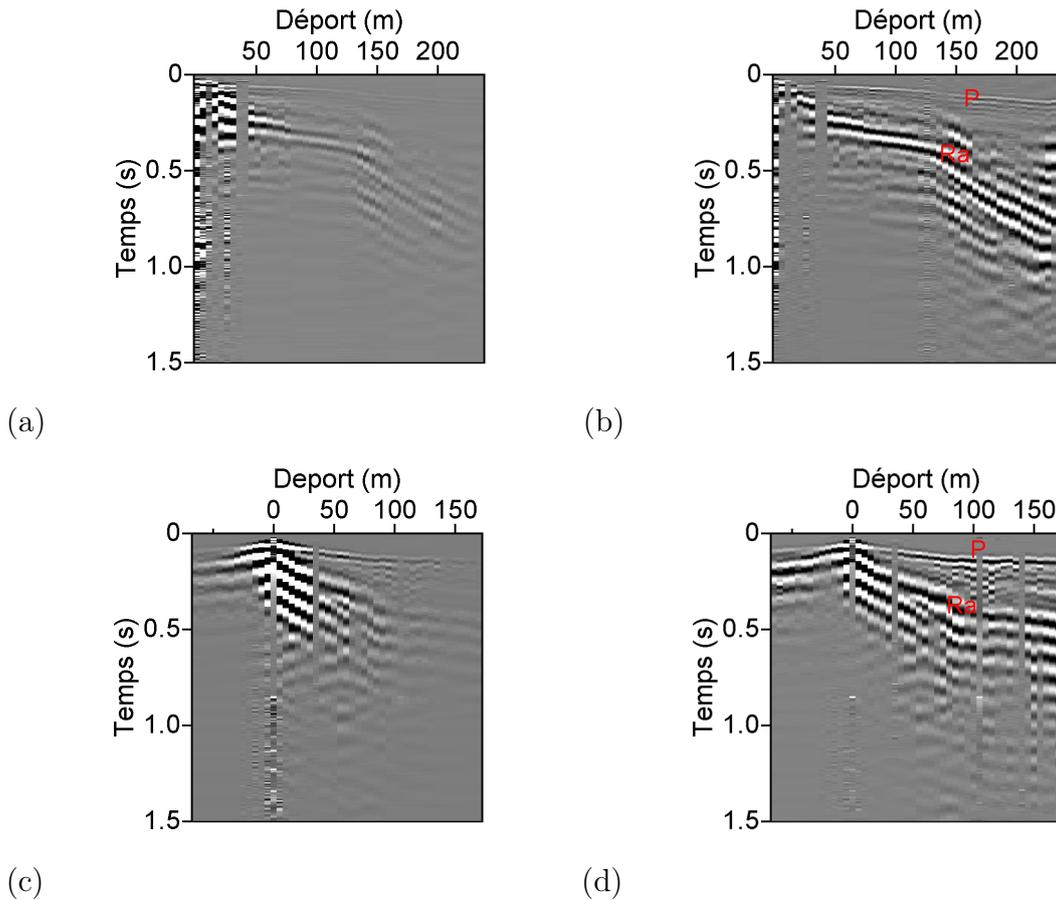


FIGURE 6.36 – Exemples de sismogrammes bruts correspondant aux tirs n°1 (a) et n°10 (c). Les figures (b) et (d) montrent les mêmes tirs après normalisation trace à trace. Les ondes P réfractées (P) et les ondes de Rayleigh (Ra) sont très affectées par les variations latérales de vitesses. Plusieurs traces montrent un faible rapport signal sur bruit

3.3 Construction du modèle initial

La figure 6.37a montre le modèle de vitesse V_p obtenu après avoir pointé et inversé les premiers temps d'arrivée en utilisant le logiciel JaTS (Grandjean & Sage, 2004). Le résultat obtenu confirme celui proposé par Grandjean et al. (2006). Le modèle de vitesse est assez lisse et permet d'identifier une première couche superficielle située dans la zone centrale du modèle avec des vitesses situées autour de 500 m/s, surmontant un socle plus rapide avec des vitesses supérieures à 2000 m/s. La zone intermédiaire est mal définie et pourrait correspondre à une deuxième couche avec des vitesses comprises entre 1000 et 1500 m/s. Le modèle est globalement faiblement résolu ce qui rend difficile la délimitation des différentes couches. Le modèle de résolution correspondant (figure 6.37c) montre que la partie profonde du modèle est beaucoup mieux contrainte que la partie superficielle, ce fait étant dû à la réfraction des trajets d'onde sismiques dans les zones à forte vitesse.

Pour le paramètre V_s , nous avons dans un premier temps calculé les diagrammes de dispersion pour chaque tir afin de pointer les courbes de dispersion et de les

inverser en utilisant le code SURF96 (Hermann, 1991). Les figures 6.38a et 6.38b montrent deux exemples de diagrammes de dispersion obtenus pour les tirs n°1 et n°10 où toutes les traces enregistrées sont prises en compte. Ces figures montrent un faible rapport signal sur bruit ce qui rend l'identification du mode fondamental très difficile.

Dans leur analyse des diagrammes de dispersion, Grandjean & Bitri (2006) ont montré que la qualité des images obtenues est fortement affectée par les variations latérales de vitesse. L'application de la méthode 2M-SASW qu'ils proposent a permis d'améliorer le rapport signal sur bruit et d'identifier clairement le mode fondamental sur des diagrammes de dispersion locale sommés sur une fenêtre de récepteurs (LDS : local dispersion stack). Les figures 6.38c et 6.38d montrent respectivement le modèle de vitesse V_s qu'il proposent ainsi que le modèle de résolution associé. Une zone de faible vitesse très lisse apparaît clairement au niveau de la partie centrale du modèle. Le modèle de résolution obtenu montre que seule la partie superficielle du modèle est bien contrainte.

Pour l'application de l'inversion des formes d'onde élastique nous avons choisi de :

- Considérer pour le paramètre V_p le modèle obtenu par la tomographie des premiers temps d'arrivée.
- Considérer un modèle de vitesse V_s initial estimé à partir de V_p en utilisant un rapport constant $V_p/V_s = 2$. Ce rapport est globalement bien vérifié dans les zones bien contraintes des modèles de vitesses V_p et V_s obtenus par la tomographie et la méthode 2M-SASW. Ce choix constitue bien évidemment une approximation forte. La taille et la complexité du modèle rendent l'estimation d'un meilleur modèle de vitesse pour V_s , par exemple par essai-erreur, coûteuse et difficile à mettre en oeuvre.

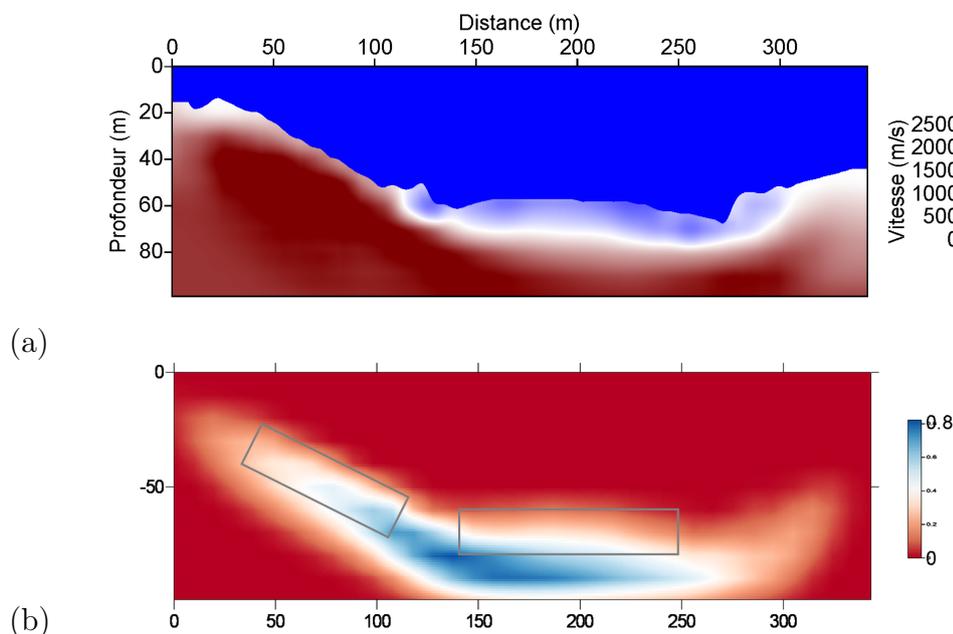


FIGURE 6.37 – (a) Modèle de vitesse V_p obtenu par tomographie des premiers temps d'arrivée. (b) Modèle de résolution pour le paramètre V_p . Les encadrés représentent les zones où le rapport V_p/V_s a été estimé

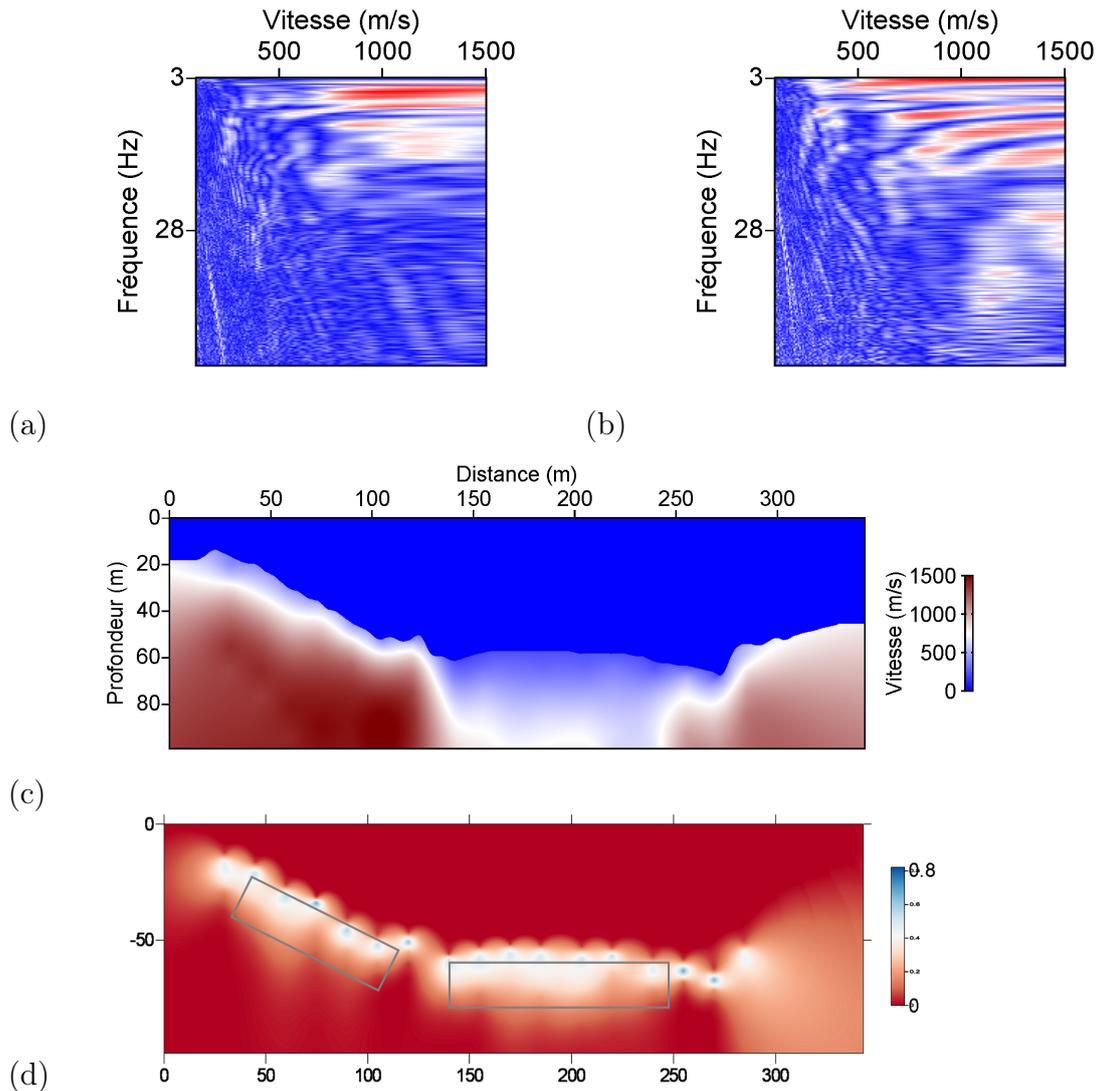


FIGURE 6.38 – (a et b) Exemples de diagrammes de dispersion obtenus en considérant tous les dépôts des tirs n°1 et n°11. (c) Modèle de vitesse V_s obtenu par la méthode 2M-SASW (Grandjean & Bitri, 2006). (d) Modèle de résolution pour le paramètre V_s . Les encadrés représentent les zones où le rapport V_p/V_s a été estimé

3.4 Prétraitement et estimation de la source

La procédure du prétraitement des données a comporté :

- L'élimination des traces qui présentaient un faible rapport signal sur bruit. Cette édition a été effectuée d'une manière indépendante pour chaque tir. Nous avons également annulé le bruit enregistré avant les premières arrivées de l'onde P.
- L'application d'un gain en \sqrt{t} pour corriger les effets de propagation 3D.
- L'application d'un coefficient de correction d'amplitude en fonction de la distance source-récepteur d .
- L'application d'un gain constant pour ramener sur chaque tir les amplitudes observées et celles simulées aux mêmes ordres de grandeurs.

L'analyse des données enregistrées montre une signature de la source très différente d'un tir à l'autre, selon la position du tir (sur les flancs du glissement ou au niveau de la coulée). Nous avons estimé dans un premier temps une ondelette source moyenne en isolant l'ondelette P réfractée sur les différents tirs. Nous avons pour cela effectué différents tests de fenêtrage des données à partir des temps pointés des premières arrivées. L'ondelette sélectionnée est représentée dans la figure 6.39. Nous avons par la suite essayé d'inverser la source sismique pour chaque tir en considérant les modèles initiaux choisis pour les paramètres V_p et V_s . Ces tests n'ont pas permis d'estimer une ondelette source cohérente.

Dans les sections qui suivent, nous utilisons la source estimée à partir des données observées. Mais pour améliorer l'estimation de la source sismique, nous l'inversons pour chaque tir et pour chaque fréquence (ou groupe de fréquences) inversés, afin de tirer profit des mises à jour effectuées.

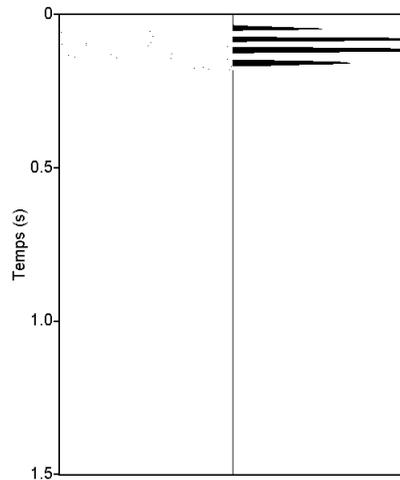


FIGURE 6.39 – Ondelette normalisée moyenne estimée à partir des données réelles

3.5 Résultats de l'inversion des formes d'onde

3.5.1 Paramètres de l'inversion

Nous avons fixé les paramètres de l'inversion de manière analogue à ce qui a été exposé dans l'exemple précédent. Le modèle utilisé a pour dimension 99x343 m. Le spectre des données enregistrées est dominé par les basses fréquences situées autour de 20 Hz. Le maillage du modèle est dimensionné par rapport à une fréquence maximale inversée de 40 Hz en utilisant une règle de discrétisation de $\lambda_{min}/15$ où $\lambda_{min} = V_{smin}/f_{max}$ est calculée à partir de la vitesse minimale du modèle V_s initial. Le pas de discrétisation utilisé permet de vérifier la condition de 11 points par longueur d'onde proposé par Brossier (2009b) pour des vitesses inférieures à V_{smin} . Nous avons pour cela utilisé un maillage basé sur une interpolation P1 pour les trois premiers mètres situés au dessous de la surface libre et une interpolation P0 régulière pour

le reste du modèle. Ce maillage comporte 324586 cellules dont 22009 cellules en P1. Les PML utilisées ont une épaisseur de 12.5 m. Pour le problème inverse, nous avons choisi un coefficient d'amortissement $\epsilon = 0.01$ et une longueur de corrélation de 4 m pour le lissage du gradient. La méthode d'optimisation utilisée est la méthode du gradient conjugué, des problèmes de compilation du code utilisé sur le cluster du BRGM n'ont pas permis de tirer profit des avantages de la méthode L-BFGS pour cette application.

Le dispositif d'acquisition utilisé comporte seulement 18 sources avec un dépôt maximal de 235 m. Plusieurs traces ont été supprimées lors de la procédure de prétraitement à cause de leur très faible rapport signal sur bruit. L'application du critère de Sirgue & Pratt (2004) pour le choix des fréquences à inverser donne 3 fréquences comprises entre 5 Hz et 38 Hz. Nous avons choisi de densifier le nombre de fréquences à inverser en considérant 9 fréquences comprises dans le même intervalle. Ces fréquences correspondent respectivement à 5.5, 7.4, 10.2, 14.8, 19.4, 24.0, 28.7, 33.3 et 37.9 Hz. Le nombre d'itérations maximal par fréquence inversée est égal à 25 itérations. Nous avons adopté la stratégie consistant à inverser les paramètres V_p et V_s de manière simultanée. La source sismique est également inversée pour chaque tir.

3.5.2 Tests effectués

Nous allons maintenant présenter les résultats obtenus de l'inversion en considérant les cas suivants :

- L'inversion séquentielle des neuf fréquences sélectionnées.
- L'inversion simultanée préconditionnée par groupes de fréquences en considérant quatre groupes de trois fréquences.
- L'inversion des données en utilisant un gain quadratique en fonction du dépôt pour augmenter la contribution des dépôts lointains.

Les modèles de dépôts considérés ainsi que la position des profils verticaux et horizontaux qui seront extraits sont montrés dans la figure 6.40.

Inversion séquentielle La figure 6.41 montre les modèles de vitesses obtenus après l'inversion séquentielle des neuf fréquences sélectionnées en partant des plus faibles vers les plus hautes fréquences. De très forts artefacts apparaissent en surface avec des alternances de zones à forte et à faible vitesse. Les profils verticaux extraits à $x = 162$ m et $x = 238$ m montrent des vitesses plus rapides que celles issues du modèle initial pour les deux paramètres (figure 6.42 a et b).

Les profils horizontaux extraits à $z = 68$ m montrent de fortes oscillations pour les deux paramètres inversés avec la présence d'anomalies à fortes vitesses pour V_p et V_s dépassant respectivement 4500 m/s et 3000 m/s. Ces observations, conjuguées à l'évolution irrégulière de la fonction coût pour les fréquences inversées, nous incitent à conclure que l'inversion converge dans ce cas vers un minimum local. Cet échec est probablement lié à la complexité du milieu de propagation et à la forte non linéarité du problème inverse. Rappelons que dans l'étude sur le modèle numérique de Super-Sauze du chapitre 5, l'inversion séquentielle des données brutes a également convergé vers un minimum local.

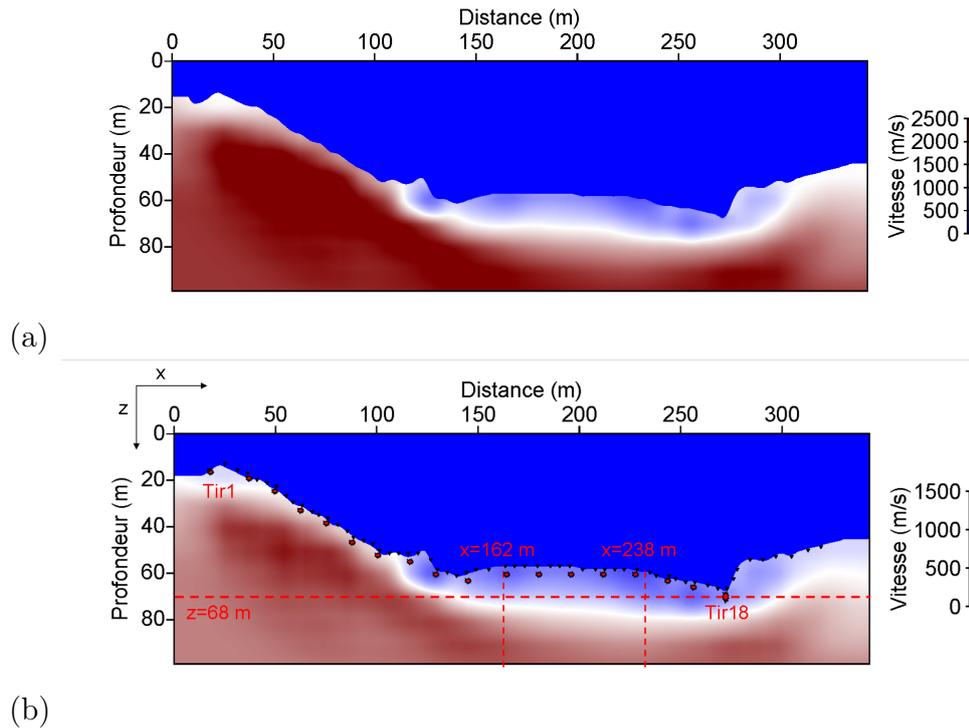


FIGURE 6.40 – Modèles de vitesses initiaux pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s . Les traits en pointillés rouges montrent les profils verticaux et horizontaux extraits. La position des sources et des récepteurs dans le modèle est représenté respectivement par les étoiles rouges et les triangles noirs

Inversion simultanée par groupes de fréquences Nous avons vu dans l'étude numérique du chapitre 5 que l'inversion simultanée par groupes de fréquences permet d'améliorer le rapport signal sur bruit et d'atténuer la forte non linéarité du problème inverse. Nous avons choisi de regrouper les 9 fréquences sélectionnées en quatre groupes de trois fréquences ($[5.5, 7.4, 10.2]$ Hz ; $[10.2, 14.8, 19.4]$ Hz ; $[19.4, 24.0, 28.7]$ Hz et $[28.7, 33.3, 37.9]$ Hz) avec un recouvrement d'une fréquence entre les groupes. Les autres paramètres de l'inversion sont restés inchangés. Les modèles de vitesses obtenus pour les deux paramètres ainsi que l'évolution de la fonction coût pour chaque groupe de fréquences inversé sont montrés dans la figure 6.43.

Par rapport aux résultats de l'inversion séquentielle, les artefacts observés ont été significativement atténués. Des mises à jour au niveau de la géométrie de la couche superficielle sont observables. La fonction coût décroît régulièrement pour les trois premiers groupes inversés. Les variations sont plus irrégulières pour le quatrième groupe. La comparaison des résultats issus de l'inversion du troisième et quatrième groupe de fréquence montre toutefois de très faibles différences. Les mises à jour observées au niveau des profils verticaux sont assez lisses (figure 6.44). Les profils horizontaux extraits (figure 6.45) montrent une amélioration de la résolution horizontale pour les deux paramètres avec des variations latérales de vitesses. Les fortes anomalies observées dans la figure 6.42 ne sont plus visibles. Pour le paramètre V_s , une zone globalement plus rapide apparaît entre les positions horizontales correspondant à $x = 150$ m et $x = 250$ m. Le choix de l'inversion simultanée par groupes de fréquences a ainsi été déterminant dans la convergence de l'algorithme.

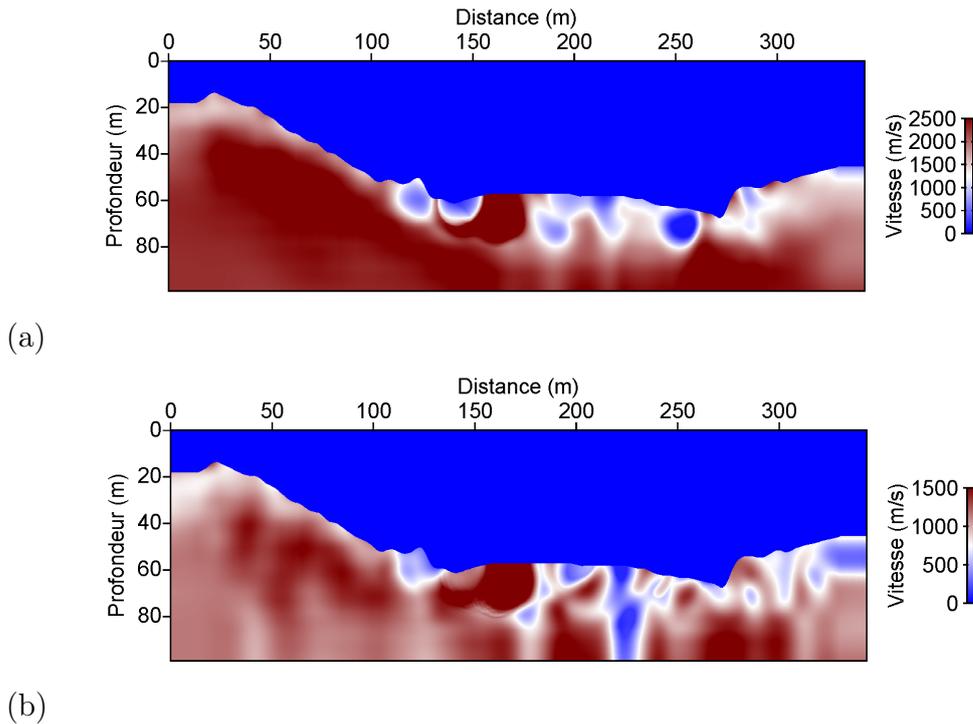


FIGURE 6.41 – Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion séquentielle de 9 fréquences comprises entre 5 et 37 Hz. La source sismique est inversée pour chaque tir. L'inverse converge vers un minimum local

Inversion avec pondération des dépôts lointains Nous avons considéré dans cette section le cas où le poids des données est pondéré dans l'inversion par un gain quadratique en fonction du dépôt, favorisant la contribution des dépôts lointains. Les figures 6.46 montre les modèles de vitesses obtenus après inversion de V_p et V_s et l'évolution de la fonction coût. Cette dernière montre que l'algorithme utilise très peu d'information du quatrième groupe de fréquence. La décroissance de la fonction coût pour les autres groupes inversés est très importante. Des variations latérales de la couche superficielle sont observables dans les deux modèles. Pour le paramètre V_s , une remontée de la couche rapide vers la surface est observée autour de l'abscisse $x = 225$ m (figure 6.46a). Les coupes verticales extraites (figure 6.47) montrent des mises à jour pour les deux paramètres. Des vitesses plus rapides sont en particulier observées au niveau de l'abscisse $x = 162$ m. Les profils horizontaux extraits (figure 6.48) montrent des oscillations pour le paramètre V_p . Pour le paramètre V_s , la zone centrale du modèle située entre les abscisses $x = 125$ et $x = 260$ m montre globalement des vitesses plus rapides avec une augmentation significative de la vitesse V_s autour de l'abscisse $x = 230$ m.

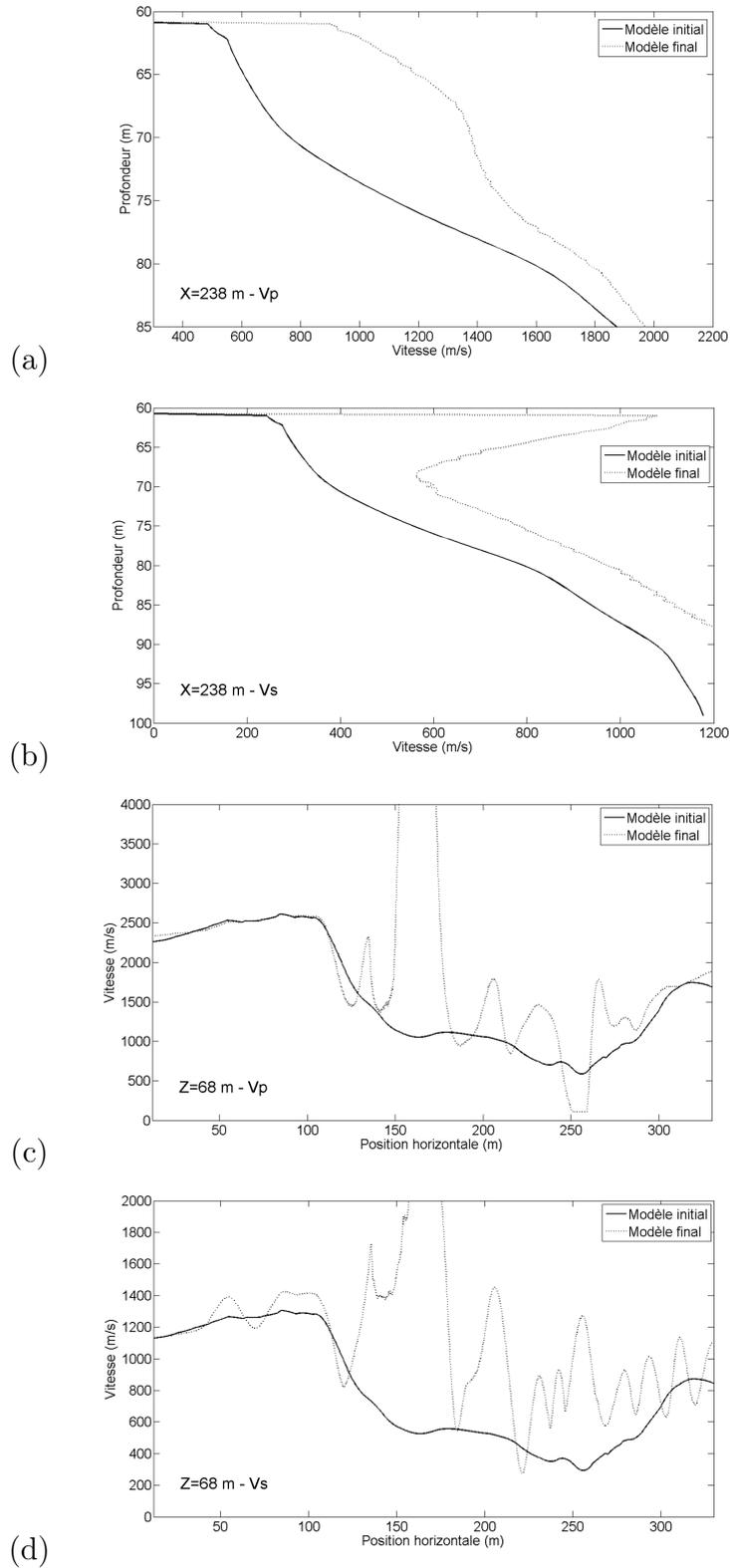


FIGURE 6.42 – Profils verticaux (a et b) et horizontaux (c et d) extraits pour le paramètre V_p (a et c) et V_s (b et d)

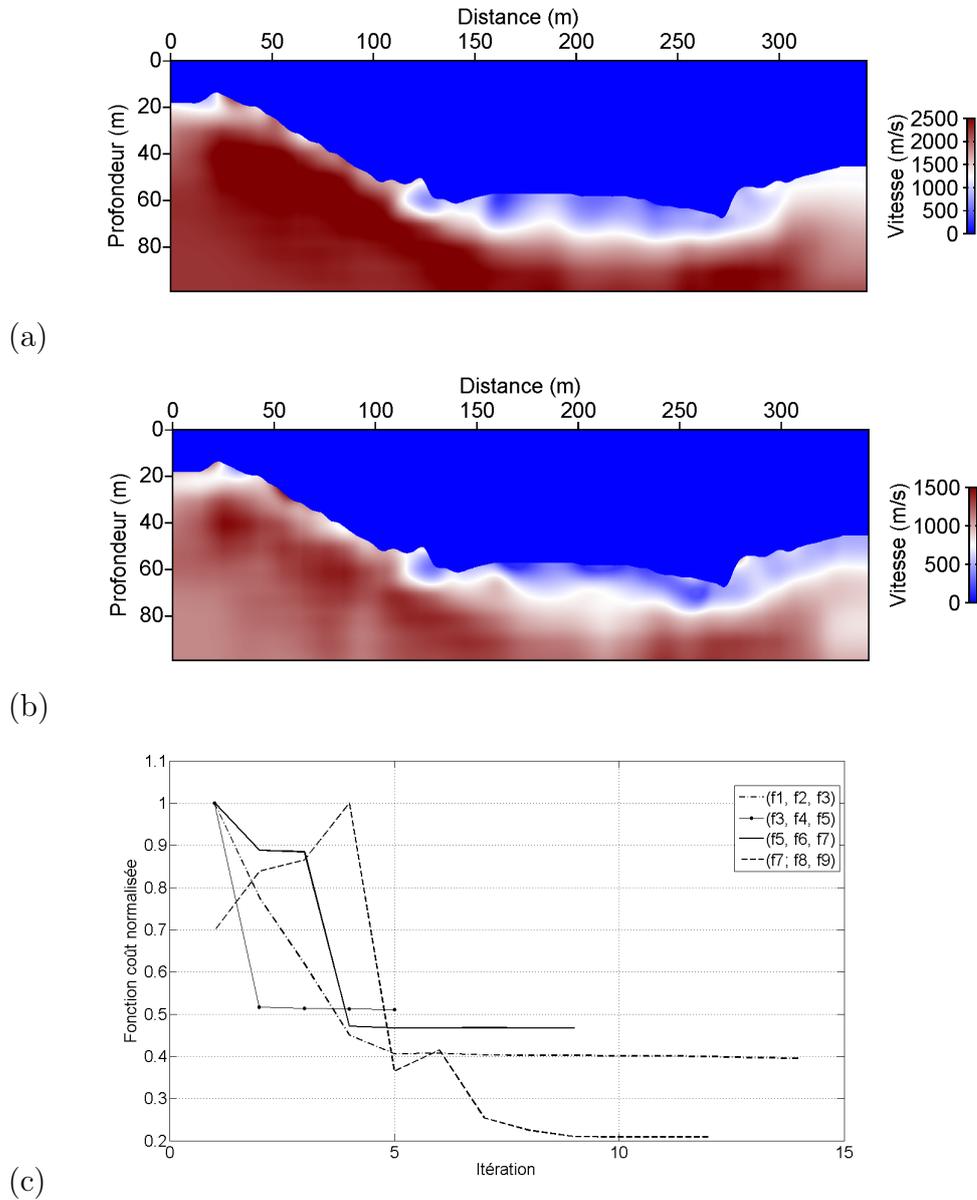


FIGURE 6.43 – Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion par groupes de fréquences comprises entre 5 et 37 Hz. La source sismique est inversée pour chaque tir. Les artefacts observés dans les résultats de l'inversion séquentielle ont significativement diminué. (c) Evolution de la fonction coût pour chaque groupe inversé

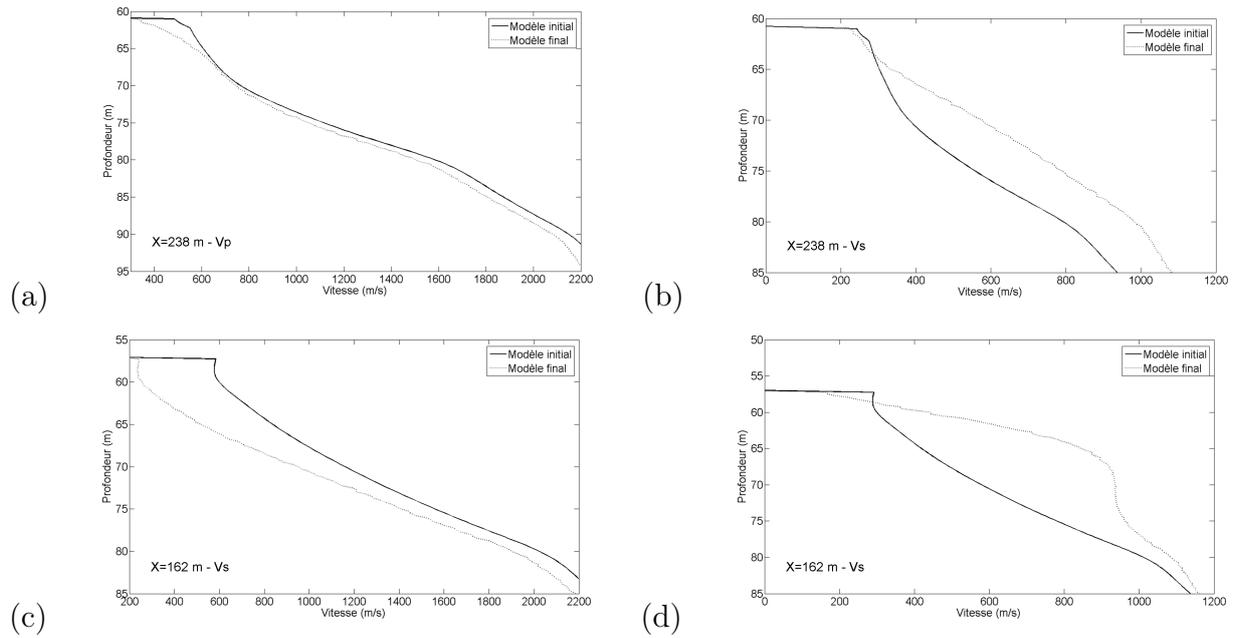


FIGURE 6.44 – Profils verticaux (a et b) et horizontaux (c et d) extraits. (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s .

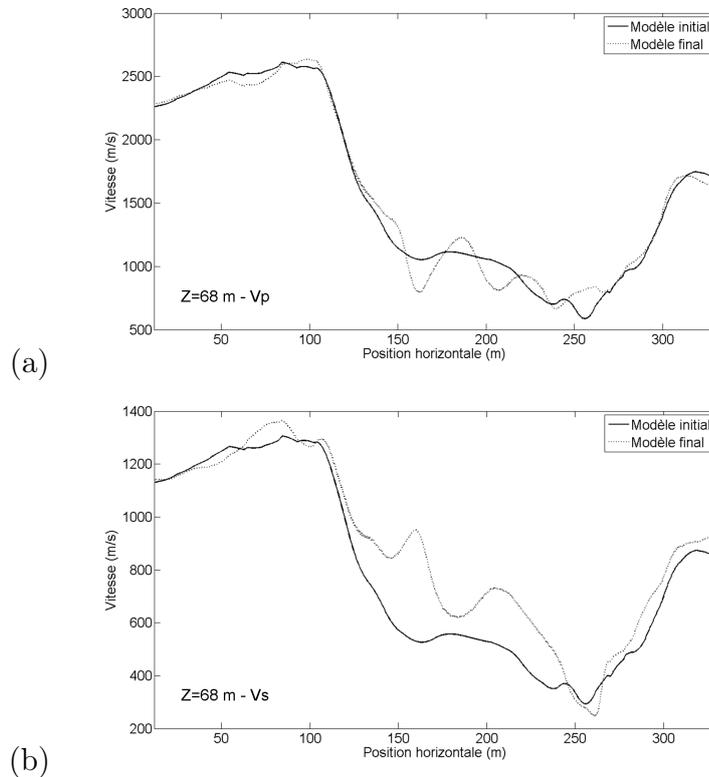


FIGURE 6.45 – Profils verticaux (a et b) et horizontaux (c et d) extraits. (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s

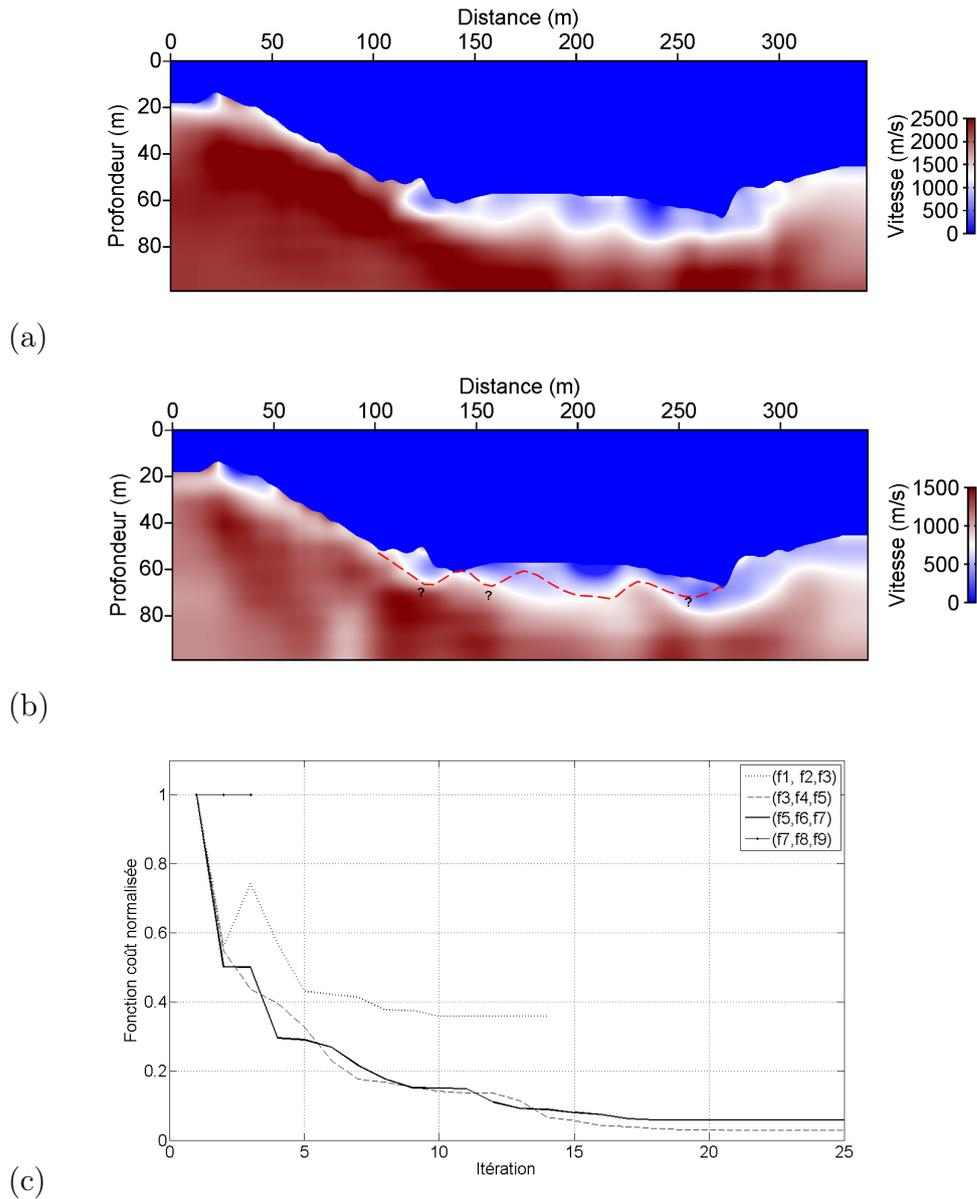


FIGURE 6.46 – Modèles de vitesses obtenus pour (a) le paramètre V_p et (b) le paramètre V_s après inversion par groupes de fréquences comprises entre 5 et 37 Hz. La géométrie du substratum proposée par Malet et al. (2003) (tranché B) est représentée par la ligne rouge en pointillés. La source sismique est inversée pour chaque tir. (c) Evolution de la fonction coût pour chaque groupe inversé

3.6 Bilan

Nous avons appliqué dans cette section l'inversion des formes d'onde élastique aux données réelles représentant un profil transverse acquis sur le glissement de terrain de Super-Sauze. Ce site représente un milieu complexe avec de fortes variations latérales de vitesses entre les flancs et le centre du glissement de terrain et une topographie très irrégulière avec des matériaux hétérogènes et fissurés.

Les différents tests effectués ont en particulier permis de mettre en évidence le

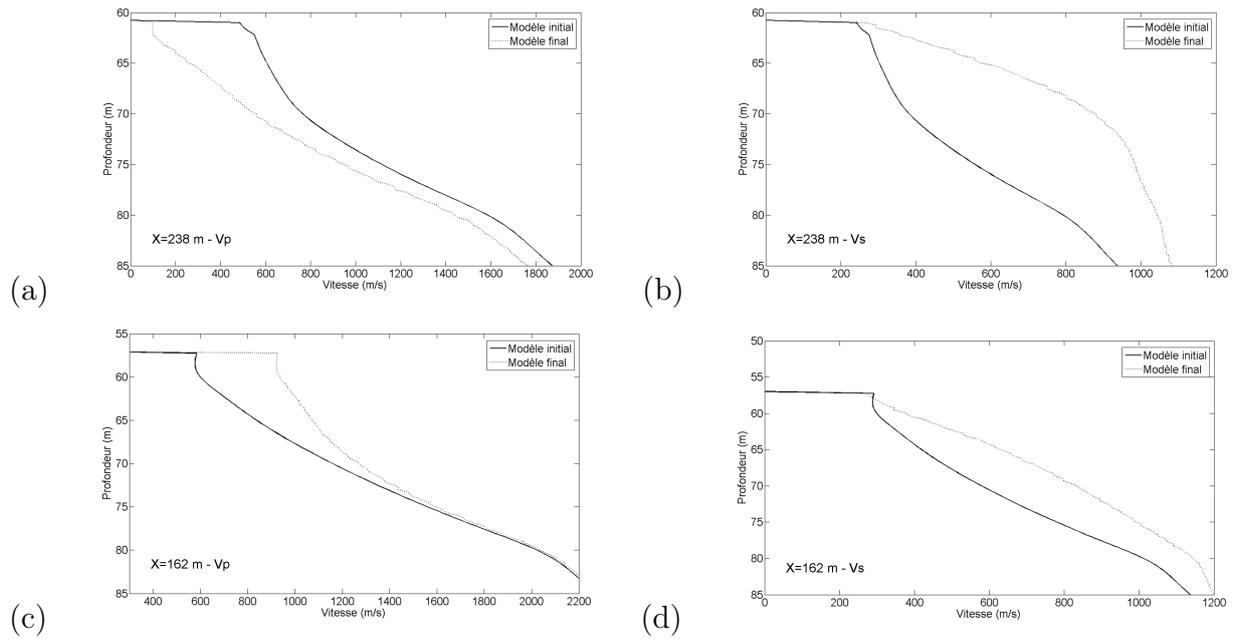


FIGURE 6.47 – Profils verticaux à $x=238$ m (a et b) et à $x=162$ m (c et d) extraits. (a) et (c) : paramètre V_p . (b) et (d) : paramètre V_s

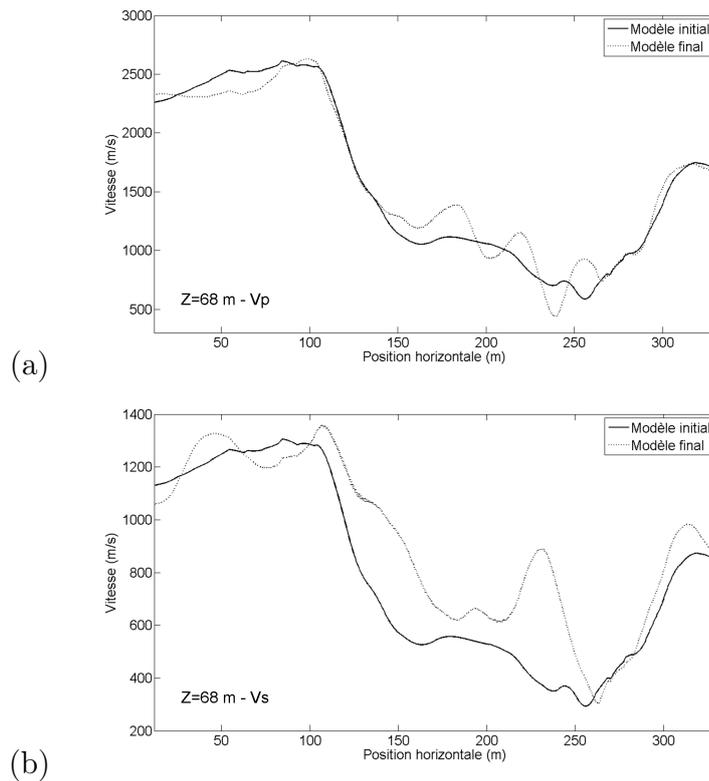


FIGURE 6.48 – Profils horizontaux extraits pour $z=68$ m. (a) : paramètre V_p . (b) : paramètre V_s

rôle de l'inversion simultanée par groupes de fréquence. Cette stratégie a clairement permis de stabiliser les résultats de l'inversion et d'éviter de converger vers un minimum local, ce qui est le cas lorsque l'inversion séquentielle est considérée. Nous avons ainsi validé l'apport de cette stratégie sur des données réelles acquise sur un site complexe. En effet, malgré les difficultés inhérentes à la complexité du site, l'algorithme autorise une convergence significative.

Le modèle final pour le paramètre V_s , présenté dans la figure 6.46b, se rapproche de celui proposé par Malet et al. (2003). On y observe en particulier une remontée du substratum entre les positions horizontales $x = 200$ m et $x = 250$ m, comme proposé par le modèle géotechnique correspondant au transect B de la figure 6.35e. On remarque que cette échine enfouie n'est pas mise en évidence par la tomographie des premiers temps d'arrivée (Grandjean et al., 2006) par manque de résolution. En revanche, l'inversion des formes d'onde élastique permet d'identifier clairement cette remontée. On peut y voir alors une performance de l'inversion des formes d'onde, comparée aux autres méthodes plus conventionnelles, en particulier la tomographie des premiers temps d'arrivée.

4 Conclusion

Nous avons appliqué dans ce chapitre l'inversion des formes d'onde élastique à deux jeux de données réelles, dans deux contextes différents d'imagerie de la subsurface. Le premier cas concerne la détection d'une cavité souterraine alors que le deuxième traite de la caractérisation d'une section transverse d'un glissement de terrain en présence d'une topographie complexe.

L'application de l'inversion des formes d'onde aux données réelles nécessite l'estimation d'un modèle initial pour les paramètres inversés, l'estimation du signal source et le recours à une procédure de prétraitement adaptée à l'approximation utilisée.

Nous avons essayé pour les deux applications de construire un modèle initial pour les paramètres V_p et V_s . Cette tâche est particulièrement délicate car ce modèle doit reproduire correctement la cinématique des différentes arrivées avec une erreur inférieure à une demie longueur d'onde. Nous avons utilisé la tomographie des premiers temps d'arrivée pour reconstruire le paramètre V_p . Le paramètre V_s est construit à partir du paramètre V_p en considérant un rapport constant, estimé en prenant en compte les modèles de vitesse et de résolution obtenus par la méthode MASW (respectivement la méthode 2M-SASW pour le cas du glissement de terrain). Le signal source est ensuite estimé en inversant un système linéaire où le modèle de vitesse est supposé connu et correspond au modèle initial choisi pour chaque paramètre.

Le prétraitement effectué est adapté à la théorie élastique utilisée. Cette dernière permet de prendre en compte des phénomènes complexes de propagation d'ondes (ondes de surface, multiples, ondes converties). L'effort de prétraitement concerne surtout la correction des effets d'atténuation non prises en compte par la théorie élastique.

L'inversion des formes d'ondes élastiques a permis pour le premier cas de détecter une anomalie atténuante dont la position correspond à celle de la cavité cible. Nous avons en particulier mis en évidence l'importance de l'inversion de la source sismique

et de la procédure de prétraitement sur les résultats obtenus.

Pour le deuxième cas, l'inversion séquentielle des données a convergé vers un minimum local. Le pré-conditionnement basé sur l'inversion par groupes de fréquences combinée à la pondération des offsets lointains a amélioré les résultats de l'inversion. La remontée du substratum observée au niveau du paramètre V_s inversé semble en bon accord avec l'information géotechnique disponible sur le site si on considère la structure du transect B.

Conclusions et perspectives

Conclusions

Nous nous sommes intéressés au cours de cette thèse à l'application de l'inversion des formes d'ondes sismiques à la caractérisation des milieux de la proche surface. Dans ce contexte particulier, différent de celui de la prospection pétrolière, au niveau des gammes de dépôts source-récepteur et des fréquences utilisées, les ondes du surface ont une signature très importante dans les données. Une théorie élastique devient alors nécessaire afin de les prendre en compte dans les problèmes direct et inverse.

La résolution du problème direct dans le domaine fréquentiel se base sur la méthode des éléments finis Galerkin disontinus qui présente un ensemble d'avantages par rapport aux techniques plus classiques comme celles des différences finies. L'inversion linéarisée des formes d'onde sismique dans le domaine fréquentiel est formulée comme un problème d'optimisation des différences entre les données observées et celles calculées, dans le sens de la norme aux moindres carrés (chapitre 2). Elle nécessite la construction d'un modèle initial pour les paramètres V_p et V_s (chapitre 3).

Pour évaluer le potentiel de la méthode, nous avons mené une étude numérique approfondie visant l'analyse de l'impact des différents paramètres utilisés ainsi que les stratégies adoptées (chapitres 4 et 5). Nous avons par la suite appliqué la méthode à deux jeux de données réelles, respectivement dans un contexte de détection d'une cavité souterraine et pour la caractérisation d'un glissement de terrain (chapitre 6).

Utilisation des ondes de surface

Les ondes de surface sont issues de phénomènes de propagation compliqués. Elles constituent 2/3 de l'énergie du signal sismique enregistré et sont difficilement séparables des ondes de volumes dans le contexte de la proche surface. Ces ondes interagissent fortement avec la topographie du milieu et accentuent la non linéarité du problème inverse, ce qui peut le contraindre à converger vers un minimum local.

La prise en compte de ces ondes dans la modélisation directe offre toutefois la possibilité de tirer profit de l'information qu'elles contiennent sur les propriétés du milieu, permettant la définition des couches superficielles avec une haute résolution. Les simulations numériques effectuées ont permis de mettre en évidence la contribution de ces ondes dans la reconstruction des paramètres du milieu. Cette contribution est fortement tributaire de divers choix judicieux à faire au niveau des paramètres de l'inversion et de la stratégie à mettre en oeuvre pour réduire la forte non linéarité

du problème inverse.

Paramètres de l'inversion

L'étude numérique du chapitre 4 sur des cas synthétiques simples simulant le contexte de la proche surface a permis de mettre en évidence l'influence des paramètres de l'inversion sur la reconstruction des structures auscultées.

Le choix des fréquences à inverser est très important dans l'inversion par formes d'onde. La densification, par un facteur 2, du nombre de fréquences à inverser, par rapport à celles vérifiant le critère de Sirgue & Pratt (2004), a conduit à une amélioration significative de la résolution finale du milieu imagé.

La détection de cavités vides est un cas particulier de l'imagerie d'inclusions atténuantes présentant un très fort contraste, non seulement de vitesses, mais aussi de densité, avec le milieu encaissant. Lorsque le milieu encaissant est connu, l'inversion du paramètre densité en plus des vitesses sismiques contribue à améliorer significativement les résultats de l'inversion et à retrouver la morphologie de la cavité. Tout se passe comme si ce degré de liberté supplémentaire permettait au code de générer des milieux physiquement plus cohérents (la densité variant avec les vitesses) ce qui permet de mieux expliquer les données.

Nous avons également montré l'impact que peut avoir le choix du coefficient de régularisation du Hessien, même sur un cas synthétique simple, sur la qualité de l'inversion. Ce paramètre contrôle le poids du Hessien dans le calcul des perturbations du modèle et donc le pas de descente de la fonction coût. Le meilleur compromis pour la reconstruction des deux paramètres V_p et V_s , correspond à des coefficients compris entre 10^{-2} et 10^{-3} pour ce paramètre.

Stratégies de pré-conditionnement

Dans le cas de milieux avec de forts contrastes et en présence d'une topographie complexe (chapitre 5), le problème inverse devient fortement non linéaire, ce qui peut contraindre l'inversion séquentielle des données à converger vers un minimum local. Le recours à deux niveaux de pré-conditionnement, l'inversion par groupes de fréquences et l'utilisation des fréquences complexes, permet en particulier l'introduction progressive de l'information issue de phénomènes de propagation complexes (ondes converties, diffractions multiples). Cette approche a été déterminante dans le succès de l'inversion et l'élimination des forts artefacts observés dans les couches superficielles.

Méthode d'optimisation

Nous avons utilisé dans cette thèse deux méthodes d'optimisation, la première se base sur la méthode du gradient conjugué et la deuxième sur la méthode L-BFGS, de type quasi-Newton. Cette dernière a montré un niveau de convergence beaucoup plus élevé et une meilleure résolution des paramètres inversés, en particulier pour le paramètre V_p (chapitre 5). Ces résultats confirment ceux obtenus par Brossier et al. (2009) sur des modèles kilométriques, représentatifs de la prospection pétrolière.

Inversion des données réelles

L'inversion des formes d'onde élastique est finalement appliquée à deux jeux de données réelles, acquis respectivement au-dessus d'une cavité maçonnée à Jarjeau (45), et sur le glissement de terrain de Super-Sauze (04). Les difficultés relatives aux conditions réelles nécessitent un prétraitement important des données. L'estimation de la source constitue aussi un problème majeur qui a un impact direct sur la convergence de l'inversion. Dans le premier cas, la méthode proposée permet de fournir une indication claire sur la position et la morphologie de la cavité, la qualité finale de ces images variant suivant les efforts mis en œuvre pour contraindre l'inversion. Le deuxième cas illustre quant à lui toutes les difficultés relatives aux milieux très complexes : les données montrent un faible rapport signal sur bruit, la topographie très découpée génère un fort taux de diffraction des ondes de surface, la signature de la source admet de fortes variations d'un tir à l'autre. Malgré la complexité du contexte, les résultats de l'inversion des formes d'onde sont en relativement bon accord avec l'information disponible sur le site.

Perspectives

A l'issue des travaux réalisés et des résultats obtenus, plusieurs pistes peuvent être explorées pour améliorer les résultats de l'inversion des formes d'onde

Construction du modèle initial

La construction d'un modèle de vitesse initial, reproduisant les grandes longueurs d'onde du milieu, constitue un problème crucial pour l'inversion des formes d'ondes. Différentes méthodes permettent la construction du modèle initial pour le paramètre V_p . La tomographie des premiers temps d'arrivée a été utilisée avec succès dans le contexte de la proche surface sous l'approximation acoustique (ou visco-acoustique). Des méthodes novatrices (tomographie des temps d'arrivée basée sur la méthode de l'état adjoint, inversion de la phase de la première arrivée, inversion dans le domaine de Laplace) permettraient d'améliorer la reconstruction de ce paramètre. Le paramètre V_s pose quant à lui plus de problèmes. Dans le contexte de la proche surface, la méthode MASW apparaît comme la seule solution actuellement opérationnelle. Elle présente toutefois de sérieuses limites (chapitre 3) et l'utilisation de ses résultats dans l'inversion par forme d'onde élastique est critique, en particulier dans le contexte de milieux avec de fortes variations latérales de vitesses.

Qualité des données utilisées

La sensibilité de l'inversion des formes d'onde élastique au bruit, dans le contexte de la proche surface reste à définir. Des travaux récents sur des données synthétiques bruitées (Brossier, 2009b) pour des modèles d'échelle pétrolière ont permis de mettre en évidence son fort impact sur les résultats de l'inversion. L'apport de normes alternatives à la norme $\mathcal{L}2$ pourrait être exploré dans l'imagerie de la subsurface.

Les dispositifs d'acquisition devraient aussi être adaptés à l'objectif de l'étude (cible à détecter, résolution "espérée"). Les études d'illuminations permettraient de

tester différents angles d'incidence et ainsi d'assurer un éclairage optimum du milieu. L'utilisation des sources vibrantes, permettrait d'améliorer la répétitivité du signal source et de couvrir une large bande de fréquences. L'enregistrement de la composante horizontale en plus de la composante verticale apporterait une information supplémentaire à l'inversion, en particulier pour améliorer la cohérence des signaux puisque enregistrés dans le plan vertical de la propagation. De plus, le recours à des géophones avec différentes réponses en fréquence permettraient d'atténuer le bruit pour les basses et les hautes fréquences.

Prise en compte de l'atténuation

La prise en compte de l'atténuation (à travers les paramètres Q_p et Q_s) dans la modélisation sismique constitue un challenge dans l'amélioration des méthodes d'inversion des formes d'onde. La meilleure stratégie à adopter, entre l'inversion jointe ou séparée de ces paramètres avec les paramètres élastiques reste toutefois à définir. A ce facteur s'ajoute la difficulté d'estimer un modèle initial suffisamment précis pour les deux paramètres de l'atténuation.

Modélisation en trois dimensions

L'extension de la modélisation bidimensionnelle vers un milieu à trois dimensions permettrait de prendre en compte l'interaction exacte de l'onde propagée avec le milieu (effets 3D de la propagation, ondes de Love, arrivées latérales, etc). La résolution du problème élastique en 3D s'avère néanmoins extrêmement coûteuse en mémoire et en temps de calcul (Virieux & Operto, 2009). L'implémentation massivement parallèle, la modélisation dans le domaine temporel ou fréquentiel et le choix de la méthode de discrétisation la plus performante (différences finies, éléments spectraux) en fonction des caractéristiques du milieu (contrastes de vitesse, topographie) sont des éléments qui conditionnent ce passage.

Bibliographie

- Aki, K. & Richards, P. G., 2002. *Quantitative seismology, theory and methods, second edition*, University Science Books, Sausalito, California.
- Alerini, M., Le Bégat, S., Lambaré, G., & Baina, R., 2002. 2D PP- and PS-stereotomography for a multicomponent dataset, pp. 838–841, 72nd Annual International Meeting, SEG, (6-10 October 2002, Salt Lake City).
- Alford, R. M., Kelly, K. R., & Boore, D. M., 1974. Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equation, *Geophysics*, **39**, 834–842.
- Ben-Jemaa, M., Glinsky-Olivier, N., Cruz-Atienza, V. M., Virieux, J., & Piperno, S., 2009. Dynamic non-planar crack rupture by a finite volume method, *Geophysical Journal International*, **178**, 541–560.
- Ben-Menahem, A. & Singh, S. J., 2000. *Seismic Waves and Sources*, Dover Publications, Inc, Mineola, New York.
- Berenger, J.-P., 1994. A perfectly matched layer for absorption of electromagnetic waves, *Journal of Computational Physics*, **114**, 185–200.
- Bielak, J., Loukakis, K., Hisada, Y., & Yoshimura, C., 2003. Domain reduction method for three-dimensional earthquake modeling in localized regions, part i : Theory, *Bull. Seim. Soc. Am.*, **93**, 817–824.
- Billette, F., Le Bégat, S., Podvin, P., & Lambaré, G., 2003. Practical aspects and applications of 2D stereotomography, *Geophysics*, **68(3)**, 1008–1021.
- Bitri, A., Bégat, S. L., & Baltassat, J. M., 1998. Shear-wave velocity détermination of soils from in-situ Rayleigh waves measurements, 4th EEGS-Europe Meeting, Barcelona.
- Bleibinhaus, F. & Rondenay, S., 2009. Effects of surface scattering in full-waveform inversion, *Geophysics*, **74**, 69–77.
- Bodet, L., 2005. *Limites théoriques et expérimentales de l'inversion de la dispersion des ondes de Rayleigh : apport de la modélisation numérique et physique*, Ph.D. thesis, BRGM-LCPC Nantes.
- Bohlen, T. & Saenger, E. H., 2006a. Accuracy of heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of Rayleigh waves, *Geophysics*, **71(4)**, T109–T115.

- Bohlen, T. & Saenger, E. H., 2006b. Accuracy of heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of Rayleigh waves, *Geophysics*, **71**(4), T109–T115.
- Boore, D. M., 1972. Finite-difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials, in *Methods in computational physics*, vol. 11, ed. Ed., B. B. A., Academic Press, Inc.
- Bouchon, M. & Aki, K., 1977. Discrete wavenumber representation of seismic source wave fields, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **67**, 259–277.
- Brenders, A. J. & Pratt, R. G., 2007a. Efficient waveform tomography for lithospheric imaging : implications for realistic 2D acquisition geometries and low frequency data, *Geophysical Journal International*, **168**, 152–170.
- Brenders, A. J. & Pratt, R. G., 2007b. Full waveform tomography for lithospheric imaging : results from a blind test in a realistic crustal model, *Geophysical Journal International*, **168**, 133–151.
- Bretaudeau, F., 2010. *Modélisation physique à échelle réduite pour l'adaptation de l'inversion des formes d'ondes sismiques au génie civil et à la subsurface*, Ph.D. thesis, Université de Nantes.
- Brossier, R., 2009a. Development of Discontinuous Galerkin Method for elastodynamic P-SV equations in 2D in the frequency domain. application to P_0 , P_1 and coupled $P_0 - P_1$ interpolations, Tech. Rep. 014-SEISCOPE project.
- Brossier, R., 2009b. *Imagerie sismique à deux dimensions des milieux visco-élastiques par inversion des formes d'onde : développements méthodologiques et applications.*, Ph.D. thesis, Université de Nice-Sophia-Antipolis.
- Brossier, R., 2010. Seismic imaging of complex onshore structures by two-dimensional elastic frequency- domain full-waveform inversion, *Computer & Geosciences*, p. In press.
- Brossier, R., Virieux, J., & Operto, S., 2008. Parsimonious finite-volume frequency-domain method for 2D P-SV wave modelling, *Geophysical Journal International*, **175**(2), 541–559.
- Brossier, R., Operto, S., & Virieux, J., 2009. Seismic imaging of complex structures by 2D elastic frequency- domain full-waveform inversion, *Geophysics*, **74**(6)(6), WCC105–WCC118.
- Červený, V., 2001. *Seismic Ray Theory*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Červený, V. & Soares, J. E. P., 1992. Fresnel volume ray tracing, *Geophysics*, **7**, 902–915.
- Červený, V., Molotkov, I. A., & Pšenčík, I., 1977. *Ray theory in Seismology*, Charles University Press, Praha.
- Claerbout, J. F., 1976. *Fundamentals of Geophysical Data Processing*, McGraw-Hill Book Co.

- Claerbout, J. F., 1985. *Imaging the Earth's interior*, Blackwell Scientific Publications.
- Cockburn, B. & Shu, C. W., 2001. Runge-kutta discontinuous galerkin methods for convection-dominated problems, *J. Sci. Comp.*, **16**, 173–261.
- Cockburn, B., Karniadakis, G., & Shu, C. W., 2000. The development of discontinuous galerkin methods, *Lect. Notes Comput. Sci. Eng.*, *11*, Springer Verlag, Berlin.
- Collino, F. & Tsogka, C., 2001. Application of the perfectly matched absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media, *Geophysics*, **66**, 294–307.
- de la Puente, J., Kaser, J., Dumbser, M., & Igel, H., 2007. An arbitrary high order discontinuous galerkin method for elastic waves on unstructured meshes IV : Anisotropy, *Geophysical Journal International*, **169**, 1210–1228.
- de la Puente, J., Kaser, J., Dumbser, M., & Igel, H., 2008. Discontinuous galerkin methods for wave propagation in poroelastic media, *Geophysics*, **73**, T77–T97.
- Dumbser, M. & Kaser, M., 2006. An arbitrary high-order discontinuous Galerkin method for elastic waves on unstructured meshes - II. The three-dimensional isotropic case, *Geophysical Journal International*, **167**, 319–336.
- Dumbser, M., Kaser, M., & Toro, E., 2007. An arbitrary high order discontinuous galerkin method for elastic waves on unstructured meshes v : Local time stepping and p-adaptivity, *Geophysical Journal International*, **171**, 695–717.
- Dummong, S., Meier, K., Gajewski, D., & Hubscher, C., 2008. Comparison of prestack stereotomography and NIP wave tomography for velocity model building : Instances from the Messinian evaporites, *Geophysics*, **73(5)**, VE291–VE302.
- Ellefsen, K. J., 2009. A comparison of phase inversion and travelttime tomography for processing near-surface refraction traveltimes, *Geophysics*, **74(6)**, WCB11–WCB24.
- Feng, S., Sugiyama, T., & Yamanaka, H., 2001. Application of sensitivity analysis to array design for microtremor array survey, pp. 35–39, 104th SEGJ Conference.
- Feng, S., Sugiyama, T., & Yamanaka, H., 2005. Effectiveness of multi-mode surface wave inversion in shallow engineering site investigations, *Exploration Geophysics*, **36**, 26–33.
- Flageollet, J. C., malet, J. P., & Maquaire, O., 2000. The 3-D structure of the Super-Sauze earthflow : a first stage toward modeling its behaviour, *Physics and Chemistry of the Earth*, **9(25)**, 785–791.
- Fuchs, K. & Müller, G., 1971. Computation of synthetic seismograms with the reflectivity method and comparison of observations, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society astr. Soc.*, **23**, 417–433.

- Futterman, W. I., 1962. Dispersive body waves, *Journal of Geophysics Res.*, **67**, 5279–5291.
- Gao, F., Levander, A., Pratt, R., Zelt, C., & Fradelizio, G., 2006. Waveform tomography at a groundwater contamination site : Vsp-surface data set, *Geophysics*, **71**, G11–G20.
- Gao, F., Levander, A., Pratt, R., Zelt, C., & Fradelizio, G., 2007. Waveform tomography at a groundwater contamination site : Surface reflection data, *Geophysics*, **72**, G45–G55.
- Gélis, C., 2005. *Inversion des formes d'onde élastiques dans le domaine espace-fréquence en deux dimensions. Application à la caractérisation de la subsurface dans le cadre de la détection de cavités souterraines*, Ph.D. thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis.
- Gélis, C., Leparoux, D., Virieux, J., Bitri, A., Operto, S., & Grandjean, G., 2005. Numerical modeling of surface waves over shallow cavities, *Journal of Environmental and Engineering Geophysics*, **10**, 49–59.
- Gélis, C., Virieux, J., & Grandjean, G., 2007. 2D elastic waveform inversion using Born and Rytov approximations in the frequency domain, *Geophysical Journal International*, **168**, 605–633.
- Grandjean, G. & Bitri, A., 2006. 2M-SASW : Multifold multichannel seismic inversion of local dispersion of rayleigh waves in laterally heterogenous subsurfaces : application to the super-sauze earthflow, France, *Near Surface Geophysics*, pp. 367–375.
- Grandjean, G. & Sage, S., 2004. JaTS : a fully portable seismic tomography software based on fresnel wavepaths and a probabilistic reconstruction approach, *Computers & Geosciences*, **30**, 925–935.
- Grandjean, G., Bitri, A., Pennetier, C., Méric, O., & Malet, J., 2006. Caractérisation de la structure interne et de l'état hydrique de glissements argilo-marneux par tomographie géophysique : l'exemple du glissement coulée de super-sauze, *C.R Geoscience*, **338**, 587–595.
- Graves, R., 1996. Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **86**, 1091–1106.
- Hagedoorn, J. G., 1954. *A process of seismic reflexion interpretation*, Ph.D. thesis, Faculteit der wis-en natuurkunde te verdedigen op maandag.
- Haskell, N., 1953. The dispersion of surface waves on multilayered media, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **43**, 17–34.
- Hermann, R., 1991. *Surf : surface wave inversion Program*, Saint Louis University (USA).

- Hisada, Y., 1994a. An efficient method for computing green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depths, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **84**(5), 1456–1472.
- Hisada, Y., 1994b. An efficient method for computing green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depths (Part 2), *Bulletin of the Seismological Society of America*, **85**(4), 1080–1093.
- Improta, L., Zollo, A., Herrero, A., Frattini, R., Virieux, J., & Dell'Áversana, P., 2002. Seismic imaging of complex structures by non-linear traveltimes inversion of dense wide-angle data : application to a thrust belt, *Geophysical Journal International*, **151**, 264–278.
- Jaiswal, P., Zelt, C., Bally, A. W., & Dasgupta, R., 2008. 2-D traveltime and waveform inversion for improved seismic imaging : Naga Thrust and Fold Belt, India, *Geophysical Journal International*, doi :[10.1111/j.1365-246X.2007.03691.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2007.03691.x).
- Jaiswal, P., Zelt, C., Dasgupta, R., & Nath, K., 2009. Seismic imaging of the Naga Thrust using multiscale waveform inversion, *Geophysics*, **74**(6), WCC129–WCC140.
- Jo, C. H., Shin, C., & Suh, J. H., 1996. An optimal 9-point, finite-difference, frequency-space 2D scalar extrapolator, *Geophysics*, **61**, 529–537.
- Kaser, M. & Dumbser, M., 2006. An arbitrary high order discontinuous galerkin method for elastic waves on unstructured meshes i : The two-dimensional isotropic case with external source terms, *Geophysical Journal International*, **166**, 855–877.
- Kaser, M. & Dumbser, M., 2007. An arbitrary high order discontinuous galerkin method for elastic waves on unstructured meshes iii : Viscoelastic attenuation, *Geophysical Journal International*, **168**, 242–242.
- Kaser, M., Hermann, V., & de la Puente, J., 2008. Quantitative accuracy analysis of the discontinuous galerkin method for seismic wave propagation, *Geophysical Journal International*, **173**, 990–999.
- Kelly, K. R., Ward, R. W., Treitel, S., & Alford, R. M., 1976. Synthetic seismograms : a finite difference approach, *Geophysics*, **41**, 2–27.
- Kennett, B., 1974. Reflections, Rays, and Reverberations, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **64**, 1685–1696.
- Kennett, B., 1983. *Seismic wave propagation in stratified media*, Cambridge University Press.
- Komatitsch, D. & Tromp, J., 1999. Introduction to the spectral element method for 3D seismic wave propagation, *Geophysical Journal International*, **139**, 806–822.
- Komatitsch, D. & Vilotte, J. P., 1998. The spectral element method : an efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **88**, 368–392.

- Lai, C. G., 1998. *Simultaneous inversion of Rayleigh phase velocity and attenuation for near-surface site characterization*, Ph.D. thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia, USA.
- Lambaré, G., 2008. Stereotomography, *Geophysics*, **73(5)**, VE25–VE34.
- Lambaré, G., Alerini, M., Baina, R., & Podvin, P., 2004. Stereotomography : a semi-automatic approach for velocity macromodel estimation, *Geophysical Prospecting*, **52**, 671–681.
- Leparoux, D., Bitri, A., & Grandjean, G., 2000. Underground cavity detection : a new method based on seismic Rayleigh waves, *European Journal of Environmental and Engineering Geophysics*, **5**, 33–53.
- Levander, A. R., 1988. Fourth-order finite-difference P-SV seismograms, *Geophysics*, **53(11)**, 1425–1436.
- Levenberg, K., 1944. A method for the solution of certain non-linear problems in least-squares, *Q. appl. math.*, **2**, 162–168.
- Ma, S. & Liu, P., 2006. Modeling of the perfectly matched layer absorbing boundaries and intrinsic attenuation in explicit finite-element methods, *Bull. Seim. Soc. Am.*, **96**, 1779–1794.
- Malet, J., van Asch L.P.H van Beek, T., & Maquaire, O., 2003. Apport des modèles hydrologiques spatialisés à la simulation numérique de glissements de terrain. impacts pour la gestion du risque, *Les journées pour la prévention des risques. BRGM, Orléans, 29-30 Janvier 2003*.
- Malet, J.-P., 2003. *Les « glissements de type écoulement » dans les marnes noires des Alpes du Sud. Morphologie, fonctionnement et modélisation hydro-mécanique*, Ph.D. thesis, Université Louis-Pasteur, Strasbourg-1 (394 p).
- Marfurt, K., 1984. Accuracy of finite-difference and finite-elements modeling of the scalar and elastic wave equation, *Geophysics*, **49**, 533–549.
- McMechan, G. A. & Fuis, G. S., 1987. Ray equation migration of wide-angle reflections from Southern Alaska, *Journal of Geophysical Research*, **92(1)**, 407–420.
- Miller, G. F. & Pursey, H., 1955. On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid, *Proceeding of the Royal Society of London*, **233**, 55–69.
- Min, D. J. & Shin, C., 2006. Refraction tomography using a waveform-inversion back-propagation technique, *Geophysics*, **71(3)**, R21–R30.
- Montelli, R., Nolet, G., Dahlen, F., Masters, G., Engdahl, E., & Hung, S., 2004. Finite-frequency tomography reveals a variety of plumes in the mantle, *Science*, **303**, 338–343.
- Mora, P. R., 1987. Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multi-offset seismic data, *Geophysics*, **52**, 1211–1228.

- Mouton, E., 2000. *Détection des instabilités des sédiments marins par des "pré-curseurs acoustiques"*, Ph.D. thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- Mozco, P., Kristek, J., Galis, M., Pazak, P., & Balazovjeh, M., 2007b. The finite-difference and finite-element modeling of seismic wave propagation and earthquake motion, *Acta Physica Slovaca*, **57**, 177–406.
- Mulder, W. A. & Plessix, R. E., 2004. How to choose a subset of frequencies in frequency-domain finite-difference migration, *Geophysical Journal International*, **158**, 801–812.
- MUMPS-team, 2006. *MUMPS - MUltifrontal Massively Parallel Solver users' guide - version 4.6.3 (February 2006)*, ENSEEIHT-ENS Lyon, <http://www.enseeiht.fr/apo/MUMPS/> or <http://graal.ens-lyon.fr/MUMPS>.
- MUMPS-team, 2007. *MUMPS - MUltifrontal Massively Parallel Solver users' guide - version 4.7 (April 2007)*, ENSEEIHT-ENS Lyon, <http://www.enseeiht.fr/apo/MUMPS/> or <http://graal.ens-lyon.fr/MUMPS>.
- Nazarian, S. & Stokoe, I. K. H., 1984. In situ shear wave velocity from spectral analysis of surface waves, *Proc. 8th Conf. on Earthquake Eng, S. Fransisco*, **3**, 31–38.
- Nazarian, S. & Stokoe, I. K. H., 1986. Use of surface waves in pavement evaluation, *Transp. Res. Rec*, **1070**, 132–144.
- Nocedal, J. & Wright, S. J., 1999. *Numerical Optimization*, New York, US : Springer.
- Nolet, G., 1987. *Seismic tomography with applications in global seismology and exploration geophysics*, D. Reidel publishing Company.
- O'Neill, A. & Matsuoka, T., 2005. Dominant higher surface-wave modes and possible inversion pitfalls, *Journal of Environmental and Engineering Geophysics (EEGS)*, **10**, 185–201.
- O'Neill, A., Dentith, M., & List, R., 2003. Full waveform P-SV reflectivity inversion of surface waves for shallow engineering applications, *Exploration Geophysics*, **34**, 158–173.
- Operto, S., Ravaut, C., Improta, L., Virieux, J., Herrero, A., & Dell'Aversana, P., 2004. Quantitative imaging of complex structures from dense wide-aperture seismic data by multiscale traveltime and waveform inversions : a case study, *Geophysical Prospecting*, **52**, 625–651.
- Operto, S., Virieux, J., Dessa, J. X., & Pascal, G., 2006. Crustal imaging from multifold ocean bottom seismometers data by frequency-domain full-waveform tomography : application to the eastern nankai trough, *Journal of Geophysical Research*, **111**(B09306), doi :10.1029/2005JB003835.

- Paige, C. C. & Saunders, M. A., 1982. Algorithm 583 lsqr : Sparse linear equations and least squares problems, *ACM Transactions on Mathematical software*, **8**(2), 195–209.
- Park, C., Miller, R., & Xia, J., 1998. Imaging dispersion curves of surface waves on a multi-channel record, *Society of Exploration Geophysics, New Orleans, Louisiana, USA*.
- Park, C. B., Miller, R. D., & Xia, J., 1999. Multichannel analysis of surface waves, *Geophysics*, **64**, 800–808.
- Plessix, R. E., 2006. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications, *Geophysical Journal International*, **167**, 495–503.
- Podvin, P. & Lecomte, I., 1991. Finite difference computation of traveltimes in very contrasted velocity model : A massively parallel approach and its associated tools, *GJI*, **105**, 271–284.
- Polak, E. & Ribière, G., 1969. Note sur la convergence de méthodes de directions conjuguées, *Revue Française d'Informatique et de Recherche Opérationnelle*, **16**, 35–43.
- Pratt, R. G., 1999. Seismic waveform inversion in the frequency domain, Part 1 : theory and verification in a physic scale model, *Geophysics*, **64**, 888–901.
- Pratt, R. G. & Shipp, R. M., 1999. Seismic waveform inversion in the frequency domain, Part 2 : Fault delineation in sediments using crosshole data, *Geophysics*, **64**, 902–914.
- Pratt, R. G., Shin, C., & Hicks, G. J., 1998. Gauss-Newton and full Newton methods in frequency-space seismic waveform inversion, *Geophysical Journal International*, **133**, 341–362.
- Ravaut, C., 2003. *Tomographie sismique haute résolution de la croûte terrestre : Inversion combinée des temps de trajet et des formes d'ondes de données de sismique réfraction/réflexion grand-angle multitrace*, Ph.D. thesis, Université de Paris 6.
- Ravaut, C., Operto, S., Improta, L., Virieux, J., Herrero, A., & dell'Aversana, P., 2004. Multi-scale imaging of complex structures from multi-fold wide-aperture seismic data by frequency-domain full-wavefield inversions : application to a thrust belt, *Geophysical Journal International*, **159**, 1032–1056.
- Reed, W. & Hill, T., 1973. Triangular mesh methods for the neutron transport equation, *Technical Report LA-UR-73-479, Los Alamos Scientific Laboratory*.
- Remaki, M., 2000. A new finite volume scheme for solving maxwell's system, *COMPEL*, **19**(3), 913–931.
- Rix, G. J., Lai, C. G., & Foti, S., 2001. Simultaneous measurement of surface wave dispersion and attenuation curves, *Geotechnical Testing Journal, ASTM*, **24**, 350–358.

- Robein, E., 1999. *Vitesse et techniques d'imagerie en sismique réflexion*, Editions Techniques & Documentation, Paris, 11 rue Lavoisier F 75384 Paris Cedex 08.
- Robertsson, J. O. A., 1996. A numerical free-surface condition for elastic/viscoelastic finite-difference modeling in the presence of topography, *Geophysics*, **61**, 1921–1934.
- Robertsson, J. O. A., Blanch, J. O., & Symes, W. W., 1994. Viscoelastic finite-difference modeling, *Geophysics*, **59**, 1444–1456.
- Romdhane, A., Grandjean, G., Bitri, A., & Réjiba, F., 2009. Full waveform inversion of seismic data for 2d shallow structures imagery, *EAGE Annual Meeting, EAGE, expended abstract*.
- Russel, D. R., 1987. *Multi-channel processing of dispersed surface waves*, Ph.D. thesis, Saint Louis University.
- Rydèn, N., Ulriksen, P., & Park, C., 2004. Surface waves in inversely dispersive media, *Near Surface Geophysics*, **2**(4), 187–197.
- Saenger, E., 2000. *Wave propagation in fractured media : theory and applications of the rotated staggered finite-difference grid*, Phd thesis, Karlsruhe University, Karlsruhe.
- Saenger, E. H. & Bohlen, T., 2004. Finite-difference modelling of viscoelastic and anisotropic wave propagation using the rotated staggered grid, *Geophysics*, **69**, 583–591.
- Saenger, E. H., Gold, N., & Shapiro, S. A., 2000. Modeling the propagation of elastic waves using a modified finite-difference grid, *Wave motion*, **31**, 77–92.
- Saenger, E. H., Gold, N., & Shapiro, S. A., 2004. Effective elastic properties of randomly fractured soils : 3D numerical experiments, *Geophys. Prospecting*, **52**, 183–195.
- Scales, J. A., 1995. *Theory of seismic imaging*, New York, Springer-Verlag.
- Schmutz, M., 2003. *Apport des méthodes géophysiques à la connaissance des glissements-coulées développés dans les marnes noires. Application à Super-Sauze*, Ph.D. thesis, Université Louis-Pasteur, Strasbourg-1 (214 p).
- Seriani, G. & Piro, E., 1994. A spectral element method for acoustic wave simulation in heterogeneous media, *Finite Elements in Analysis and Design*, **16**, 337–348.
- Sheng, J., Leeds, A., Buddensiek, M., & Schuster, G. T., 2006. Early arrival waveform tomography on near-surface refraction data, *Geophysics*, **71**(4), U47–U57.
- Sheriff, R. E. & Geldart, L., 1995. *Exploration Seismology*, Cambridge University Press, second edition.
- Shin, C. & Cha, Y. H., 2008. Waveform inversion in the laplace domain, *Geophysical Journal International*, **173**, 922–931.

- Shin, C. & Ha, Y. H., 2008. A comparison between the behavior of objective functions for waveform inversion in the frequency and Laplace domains, *Geophysics*, **73**(5), VE119–VE133.
- Shin, C. & Ha, Y. H., 2009. Waveform inversion in the Laplace-Fourier domain, *Geophysical Journal International*, **177**, 1067–1079.
- Shin, C., Jang, S., & Min, D. J., 2001. Improved amplitude preservation for prestack depth migration by inverse scattering theory, *Geophysical prospecting*, **49**, 592–606.
- Shin, C., Min, D.-J., Marfurt, K. J., Lim, H. Y., Yang, D., Cha, Y., Ko, S., Yoon, K., Ha, T., & Hong, S., 2002. Traveltime and amplitude calculations using the damped wave solution, *Geophysics*, **67**, 1637–1647.
- Shipp, R. M. & Singh, S. C., 2002. Two-dimensional full wavefield inversion of wide-aperture marine seismic streamer data, *Geophysical Journal International*, **151**, 325–344.
- Sirgue, L., 2003. *Inversion de la forme d'onde dans le domaine fréquentiel de données sismiques grand offset*, Ph.D. thesis, Université Paris 11, France - Queen's University, Canada.
- Sirgue, L. & Pratt, R. G., 2004. Efficient waveform inversion and imaging : a strategy for selecting temporal frequencies, *Geophysics*, **69**(1), 231–248.
- Smithyman, B., Pratt, R. G., Hayles, J., & Wittebolle, R., 2009. Detecting near-surface objects with seismic waveform inversion, *Geophysics*, **74**(6), 119–127.
- Socco, L. V. & Strobbia, C., 2004. Surface-wave method for near-surface characterization : a tutorial, *Near Surface Geophysics*, pp. 165–185.
- Sourbier, F., Operto, S., Virieux, J., Amestoy, P., & L'Excellent, J.-Y., 2009a. Fwt2d : A massively parallel program for frequency-domain full-waveform tomography of wide-aperture seismic data part 1 : Algorithm, *Computers & Geosciences*, **35**(3), 487–495.
- Stokoe, I. K. H. & Nazarian, S., 1985. Use of Rayleigh wave in liquefaction studies, *Proceedings of the Measurement and Use of Shear Wave Velocity for Evaluating Dynamic Soil Properties*, ASCE, N.Y, pp. 1–17.
- Stokoe, I. K. H., Nazarian, S., Rix, G. J., Sanchez-Salinero, I., Sheu, J., & Mok, Y., 1988. In situ seismic testing of hard-to-sample soils by surface wave method, *Earthquake Engineering and Soil Dynamics II- Recent Advances in Ground-Motion Evaluation-Park City*, ASCE, N.Y, pp. 1–17.
- Taillandier, C., Noble, M., Chauris, H., & Calandra, H., 2009. First-arrival travel time tomography based on the adjoint state method, *Geophysics*, **74**(6), 1–10.
- Tarantola, A., 1984. Linearized inversion of seismic reflection data, *Geophysical Prospecting*, **32**, 998–1015.

- Tarantola, A., 1986. A strategy for non linear inversion of seismic reflection data, *Geophysics*, **51**(10), 1893–1903.
- Tarantola, A., 1987. *Inverse problem theory : methods for data fitting and model parameter estimation*, Elsevier, New York.
- Thomson, W., 1950. Transmission of elastic waves through a stratified solid medium, *J. Appl. Phys.*, **21**, 89–93.
- van der Sluis, A. & van der Vorst, H. A., 1987. *Numerical solution of large, sparse linear systems arising from tomographic problems*, pp. 53–57, Nolet, G., Reidel, Dordrecht.
- Vidale, D., 1988. Finite-difference calculation of travel time, *Bull. seism. Soc. Am.*, **78**, 2062–2076.
- Viktorov, I. A., 1965. *Rayleigh and Lamb Waves : physical theory applications*, Plenum Press, New York.
- Vinje, V., Iversen, E., & Gjøystdal, H., 1993. Traveltime and amplitude estimation using wavefront construction, *Geophysics*, pp. 1157–1166.
- Vinje, V., Iversen, E., Astebøl, K., & Gjøystdal, H., 1996a. Estimation of multivalued arrivals in 3D models using wavefront construction-part I, *Geophysical Prospecting*, pp. 819–842.
- Vinje, V., Iversen, E., Astebøl, K., & Gjøystdal, H., 1996b. Estimation of multivalued arrivals in 3D models using wavefront construction-part II : Tracing and interpolation, *Geophysical Prospecting*, pp. 843–858.
- Virieux, J., 1984. SH wave propagation in heterogeneous media, velocity-stress finite difference method, *Geophysics*, **49**, 1259–1266.
- Virieux, J., 1986. P-sv wave propagation in heterogeneous media : velocity stress finite-difference method, *Geophysics*, **51**(4), 889–901.
- Virieux, J. & Operto, S., 2009. An overview of full waveform inversion in exploration geophysics, *Geophysics*, **74**(6), WCC1–WCC26.
- Williamson, P., 1991. A guide to the limits of resolution imposed by scattering in ray tomography, *Geophysics*, **56**, 202–207.
- Williamson, P. R. & Worthington, M. H., 1993. Resolution limits in ray tomography due to wave behavior : Numerical experiments, *Geophysics*, **58**, 727–735.
- Xia, J., Miller, R., & Park, C., 1999. Estimation of near-surface shear-wave velocity by inversion of Rayleigh wave, *Geophysics*, **64**, 691–700.
- Xia, J., Miller, R., Park, C., & Tian, G., 2003. Inversion of high frequency surface waves with fundamental and higher modes, *Journal of Applied Geophysics*, **52**, 45–57.

- Yilmaz, Ö., 1987. *Seismic data processing*, Society of Exploration Geophysicists.
- Yoshimura, C., Hisada, Y., Bielak, J., & Fernandez, A., 2003. Domain reduction method for three-dimensional earthquake modeling in localized regions, part ii : Verification and applications, *Bull. Seim. Soc. Am.*, **93**, 825–840.
- Zelt, C. & Barton, P. J., 1998. Three-dimensional seismic refraction tomography : a comparison of two methods applied to data from the Faeroe Basin, *Journal of Geophysical Research*, **103**(B4), 7187–7210.
- Zelt, C. & Smith, R. B., 1992. Seismic travelt ime inversion for 2-D crustal velocity structure, *Geophysical Journal International*, **108**, 16–34.
- Zhang, S., X., & Chan, L., 2003. Possible effects of misidentified mode number on Rayleigh waves, *Journal of Applied Geophysics*, **53**, 17–29.
- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Zhu, J. Z., 2005. *The finite element method its basis and fundamentals*, Elsevier, sixth edition.