



**HAL**  
open science

# Etudes de nouvelles techniques d'estimation et d'égalisation de canal adaptées au système SC-FDMA

Yvon Sosthène Yameogo

► **To cite this version:**

Yvon Sosthène Yameogo. Etudes de nouvelles techniques d'estimation et d'égalisation de canal adaptées au système SC-FDMA. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Rennes 1, 2011. Français. NNT: . tel-00657895v1

**HAL Id: tel-00657895**

**<https://theses.hal.science/tel-00657895v1>**

Submitted on 9 Jan 2012 (v1), last revised 15 Mar 2012 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THÈSE / UNIVERSITÉ DE RENNES 1**  
*sous le sceau de l'Université Européenne de Bretagne*

pour le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1**

*Mention : Traitement du signal et Télécommunications*

**Ecole doctorale MATISSE**

présentée par

**Yvon Sosthène YAMEOGO**

préparée à l'unité de recherche SUPELEC/IETR UMR 6164  
Institut d'Electronique et Télécommunications de Rennes  
Structure et Propriété de la Matière (S.P.M)

---

**Etudes de nouvelles  
techniques  
d'estimation et  
d'égalisation  
de canal adaptées  
au système SC-FDMA**

**Thèse soutenue à (lieu)  
le (date)**

devant le jury composé de :

**Mr Jean-Jacques Fuchs**

Professeur à l'Université de Rennes1/président

**Geneviève Baudoin**

Professeur à ESIEE / rapporteur

**Christophe Laot**

Professeur à l'ENST Bretagne / rapporteur

**Alban Goupil**

Maître de Conférence à l'Université de Reims /  
examinateur

**Laurent Cariou**

Ingénieur Orange Labs / examinateur

**Jacques Palicot**

Professeur à Supelec / directeur de thèse

# Remerciements

Remerciement à rajouter sur la version Finale du document.



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>1 Single Carrier FDMA</b>	<b>11</b>
1 Introduction . . . . .	11
2 La modulation SC-FDMA . . . . .	12
2.1 Historique . . . . .	12
2.2 Systèmes mono-porteuses et systèmes multi-porteuses . . . . .	15
2.3 Principe de fonctionnement du système SC-FDMA . . . . .	17
2.4 Allocation des ressources radio dans le système SC-FDMA . . . . .	20
3 Expressions analytiques du signal SC-FDMA . . . . .	23
3.1 Mode distribué : I-FDMA . . . . .	23
3.2 Mode localisé : L-FDMA . . . . .	25
4 Etude du PAPR du signal SC-FDMA . . . . .	28
4.1 Généralité sur les amplificateurs de puissance . . . . .	28
4.2 Evaluation du PAPR du signal SC-FDMA . . . . .	32
4.3 Etude comparative du PAPR des signaux SC-FDMA et OFDM . . . . .	33
5 SC-FDMA et autres techniques de modulation . . . . .	34
5.1 SC-FDMA et OFDMA . . . . .	34
5.2 SC-FDMA et DS-SS . . . . .	38
6 SC-FDMA dans la norme 3GPP LTE . . . . .	39
6.1 Du GSM au LTE : L'historique . . . . .	39
6.2 Spécifications du LTE . . . . .	40
6.3 Spécifications du SC-FDMA dans le LTE . . . . .	41
7 Conclusion . . . . .	45
<b>2 Etat de l'art sur l'égalisation des canaux de communication</b>	<b>47</b>
1 Introduction . . . . .	48
2 Modèles de canaux . . . . .	48
2.1 Canaux SISO, SIMO et MIMO . . . . .	50
2.2 Quelques Exemples de canaux . . . . .	52
3 Principe de l'égalisation . . . . .	55
3.1 Les différentes étapes . . . . .	56
3.2 Classification des Egaliseurs . . . . .	57

4	Critères classiques d'Egalisation : Fonction de coût . . . . .	59
4.1	Critère du Maximum à Posteriori MAP . . . . .	59
4.2	Critère du Maximum de Vraisemblance MV . . . . .	60
4.3	Critère de la distorsion crête et critère du Zero-Forcing ZF . . . . .	62
4.4	Critère du Minimum d'Erreur Quadratique Moyenne MEQM . . . . .	65
4.5	Critère du Module Constant CM . . . . .	68
5	Algorithmes classiques d'adaptation . . . . .	69
5.1	Algorithmes du gradient . . . . .	69
5.2	Algorithme de Newton . . . . .	71
6	Architectures classiques . . . . .	72
6.1	Rappels sur quelques propriétés des filtres numériques . . . . .	72
6.2	Egaliseurs lineaires . . . . .	75
6.3	Egaliseurs non lineaires à base de filtre . . . . .	77
6.4	Autres Egaliseurs non lineaires . . . . .	82
6.5	Egalisation du signal SC-FDMA . . . . .	84
7	Conclusion . . . . .	85
<b>3</b>	<b>Techniques d'égalisation de canal pour les systèmes SC-FDMA</b>	<b>87</b>
1	Introduction . . . . .	88
2	Techniques d'Egalisation Classiques adaptées aux Systèmes SC-FDMA . . . . .	88
2.1	Critère du Zero-Forcing (ZF) . . . . .	88
2.2	Critère du Minimum d'Erreur Quadratique Moyenne (MEQM) . . . . .	89
2.3	Mesure des performances dans un contexte SC-FDMA . . . . .	89
3	Adaptation au récepteur SC-FDMA d'un Egaliseur Block-DFE par exploitation de la redondance des symboles sources . . . . .	91
3.1	Technique Basée Sur L'ERD (DFE) Et L'ERD-P (W-DFE) . . . . .	91
3.2	ERD Et ERDP Dans Un Contexte I-FDMA . . . . .	93
3.3	EBA-DFE Dans Un Contexte SC-FDMA . . . . .	94
4	Adaptation au récepteur SC-FDMA d'une technique d'Egalisation aveugle basée sur des références fantômes . . . . .	102
4.1	Présentation de la Technique . . . . .	102
4.2	Définition du critère d'Egalisation sur les Porteuses Fantômes pour un système OFDM . . . . .	105
4.3	Adaptation et Analyse du critère d'Egalisation sur Porteuses Fantômes dans un contexte SC-FDMA . . . . .	110
4.4	Retour sur le cas OFDM . . . . .	120
5	Nouvelles Techniques d'Egalisation Temporelles adaptées au Système SC-FDMA et obtenues par découplage entre Filtre Egaliseur et Critère d'Egalisation . . . . .	123
5.1	Problématique liée à l'application des techniques d'Egalisation Temporelles dans un contexte SC-FDMA . . . . .	123
5.2	Découplage entre Filtre Egaliseur et critère d'Egalisation . . . . .	126
5.3	Application de quelque critères classiques temporels . . . . .	128
6	Conclusion . . . . .	134

<b>4</b>	<b>Techniques d'estimation de canal pour les systèmes SC-FDMA</b>	<b>137</b>
1	Introduction . . . . .	138
2	Technique classique d'Estimation Fréquentielle de canal : Technique du Zéro-Forcing (ZF) . . . . .	138
2.1	Présentation de la technique ZF . . . . .	138
2.2	Application de la technique ZF dans un contexte SC-FDMA . . .	141
2.3	Performances et limites de la méthode . . . . .	142
3	Nouvelle méthode d'estimation de canal basée sur les techniques d'ajout de signal . . . . .	145
3.1	Positionnement par rapport aux techniques existantes . . . . .	145
3.2	Présentation de la technique dans un contexte de signal monoporteuse . . . . .	146
3.3	Application de la techniques dans un contexte SC-FDMA . . . .	148
3.4	Choix du signal ajouté . . . . .	149
3.5	Etudes des performances obtenues dans un contexte SC-FDMA .	151
4	Estimation de canal par Filtrage dans un domaine Transformé : Cas de forte mobilité . . . . .	156
4.1	Contexte d'application de la technique . . . . .	156
4.2	Principe de la technique de filtrage de l'ICI . . . . .	156
4.3	Présentation de la technique dans un contexte SC-FDMA . . . .	158
4.4	Choix de la répartition des pilotes dans le spectre du signal . . .	159
4.5	Filtrage dans le domaine Transformé . . . . .	160
4.6	Modification de la structure de filtrage pour le cas du SC-FDMA	163
4.7	Résultats de simulation . . . . .	168
5	Conclusion . . . . .	172
	<b>Conclusion</b>	<b>175</b>
	<b>Mes Publications</b>	<b>181</b>
<b>A</b>	<b>Technique d'Egalisation aveugle basée sur des porteuses fantômes</b>	<b>183</b>
A.1	Expression théorique du critère $J_{zero}(W_{zero})$ : cas OFDM . . . . .	183
A.2	Algorithme d'adaptation du filtre $W_{zero}$ : cas OFDM . . . . .	184
A.3	Expression théorique des critères $J_{utile}(W)$ , $J_{utile}(W_{utile})$ , $J_{utile}(W_{zero})$ : cas OFDM . . . . .	184
A.4	Analyse des expressions dans le cadre des systèmes SC-FDMA . . . . .	187
	<b>Bibliographie</b>	<b>198</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>198</b>



# Introduction générale

## Rappel historique

L'histoire de l'humanité est jalonnée de nombreuses inventions qui ont révolutionné son destin. Toutes ces inventions font tellement partie de notre quotidien qu'on en est venu à croire qu'elles ont toujours existé. On pense par exemple à la roue apparue vers 3500 avant J.C, au télescope qui fut introduit au 17<sup>ème</sup> siècle, et plus récemment à la presse à imprimer, l'électricité, l'automobile, l'ordinateur etc... De toutes ces inventions, le téléphone a particulièrement changé le comportement de l'Homme depuis son apparition. Tout est partie du télégraphe. En effet, avec le développement de l'électricité, le premier télégraphe électrique fit son apparition en 1832 par Samuel Morse qui s'est appuyé sur les travaux de ses prédécesseurs comme André-Marie Ampère, et François Arago pour inventer un système simple et robuste. Quelques années plus tard en 1841, alors que le télégraphe était jusque là un instrument gouvernemental, il fut mis à disposition du grand public avec au passage la création de réseaux de stations de communication.

L'apparition de ce nouveau mode de communication, a suscité beaucoup d'intérêts pour les moyens de communication au milieu du 19<sup>ème</sup> siècle. Ainsi en 1849, alors que le télégraphe était devenu populaire, Antonio Meucci, un italien naturalisé américain mis au point le premier dispositif pouvant transmettre de la voix sur une ligne électrique. Cependant il ne fut pas reconnu à l'époque comme étant à l'origine du téléphone ; c'est à Graham Bell qui travaillait dans le même laboratoire que lui, que revient cette paternité après une longue bataille juridique. Mais en 2002, le Congrès américain a fini par reconnaître le travail de Meucci. L'ouverture de la première ligne téléphonique dans le monde qui avait permis de relier les villes de Boston et de Providence est intervenue vers 1880. Un peu plus tard, une exploitation commerciale du téléphone au près du grand public le rendit très vite populaire. Depuis lors, on assiste à une véritable explosion des systèmes et services de communications à travers des organismes chargés de les faire évoluer.

De nos jours, le premier rôle du téléphone, qui était de transmettre de la voix sur une longue distance, ne suffit plus au grand public. On est passé du téléphone prototype de Graham Bell aux téléphones fixes reliés par un réseau de fils électrique ; puis aux téléphones dits mobiles à transmission hertziennne avec de plus en plus de services

disponible à haut débits et de non moindre qualité. Il faut dire en effet, que toutes les décennies sont marquées par de nouvelles générations plus performantes de systèmes de communication.

La première génération de systèmes de communication a été proposée dans les années 1980. Le FDMA (Frequency Division Multiple Access) était la technique d'accès multiple utilisée pour créer des canaux physiques. Au début des années 1990, la transmission numérique a fait son entrée avec le système d'accès très connu, le TDMA (Time Division Multiple Access). Ce système dit de seconde génération est utilisé dans la norme GSM (GLocal System for Mobile communication) encore très répandue de nos jours surtout dans les pays en voies de développement. Le CDMA (Code Division Multiple Access) relève aussi de cette génération mais est utilisé majoritairement par les Etats-Unis. Les signaux GSM et CDMA occupent respectivement 1.25kHz et 1.25 MHz de largeur de bandes, ce qui limite considérablement leur débit. Des évolutions de ses systèmes dits de deuxième génération ont vu le jour en Europe : le GPRS (General Packet Radio Services) améliorerait déjà le débit.

## contexte de l'étude

Les systèmes de télécommunication ont connu une évolution spectaculaire lors de la dernière décennie, ayant permis d'offrir un large services de haute qualité aux usagers. C'est au courant de l'année 2002 que nous sommes définitivement entrés dans une nouvelle ère technologique : l'ère du haut débit. On assistait à la naissance des systèmes dits de troisième génération (3G) avec des signaux large bande pouvant aller jusqu'à 5 MHz. L'UMTS (Universal Mobile Telecommunication System) et le W-CDMA (Wideband CDMA) sont les normes de communication de cette génération. Les débits étant importants, les services comme internet et télévision faisaient leur entrée dans le monde de la téléphonie mobile. Cette évolution spectaculaire a donné un second rôle au téléphone qui devient un outils multimédia grâce à internet.

Compte tenue des facteurs socio-économiques la demande du public en terme de communication est plus que jamais contrayant : transmettre et/ou accéder à un grand volume d'information, le plus vite possible avec la plus grande souplesse possible, le tout avec une mobilité sans limite et sur des supports miniaturisés. Dans ce contexte, les organismes de normalisation n'arrêtent pas de proposer des évolutions aux systèmes existant. En 2007, deux autres technologies sont entrées en compétition dans le cadre d'une évolution de la 3G. Il s'agit d'une part du Wimax, standardisé par IEEE (Institute of Electrical and Electronic Engineers) et développé pour des accès sans fil à Internet à haut débit (jusqu'à 70 Mégabits sur un rayon de 50Km). L'autre technologie émergente dénommée le Long Term Evolution (LTE) est quant à elle standardisée par le 3GPP(Third Generation Partnership Project) qui était également à l'origine du GSM, pour les futurs réseaux de téléphonie mobiles qui permettrait d'avoir 100 Mbits sur la

voix descendante et 50 Mbits sur la voix montante.

Ces deux technologies utilisent la technique de l'OFDMA (Orthogonal FDMA) pour le partage des ressources dans les transmissions de la station de base aux terminaux. Cette même technique est utilisée dans le cas du Wimax pour les communications à voix montante. Par contre, le standard LTE propose une autre technique d'accès pour cette voix appelée le SC-FDMA qui est l'objet principal de cette thèse. Son principal intérêt est son faible Peak to Average Power Ratio (PAPR), comparativement à l'OFDMA. Cette propriété est très importante car elle permet d'optimiser les consommations énergétiques du mobile.

## Objectif de la thèse

Le travail mené dans cette thèse est relatif aux techniques d'estimation et d'égalisation de canaux de transmission adaptées pour les systèmes SC-FDMA. Nous rappelons que le SC-FDMA a été adopté comme technique d'accès multiples pour la voix montante dans la norme 3GPP LTE de 2008. Dans les spécifications de cette norme, il est réservé dans chaque sous-trame envoyé dans le canal un symbole sur sept pour l'envoi de signaux pilotes dans le but d'estimer le canal de transmission. L'insertion dans le domaine temporel des symboles pilotes est due à la rareté des ressources spectrales disponible, obligeant ainsi à adopter des solutions qui optimisent l'utilisation des ces ressources. Cependant, le ratio de un symbole sur sept employé dans les spécification LTE pour la transmission des pilotes, entraîne une réduction importante du débit utile (débit des données informatives) du signal transmis qui est très handicapant pour la simple raison que l'objectif final recherché par ces nouvelles spécifications est entre autre l'amélioration des débits de transmission. Par conséquent, il devient intéressant d'inspecter d'autres moyens plus efficaces permettant de mieux préserver les débits. C'est dans ce contexte que nous avons mené cette étude, en collaboration avec Orange Labs R&D.

## Plan de la thèse

Nos travaux sont organisés en quatre grandes étapes qui constituent les 4 Chapitres de ce document. Notre démarche a constitué dans un premier temps à l'étude du nouveau signal SC-FDMA dans ces différentes déclinaisons. Enfin de proposer des techniques d'estimations et d'égalisations de canal adaptées au sujet de notre étude, le SC-FDMA, le premier chapitre donne une description approfondie sur le signal étudié permettant de poser les bases au sujet de notre étude. Dans ce chapitre, nous revenons sur l'origine du signal, ses différentes déclinaisons à savoir l'I-FDMA et le L-FDMA, mais aussi sur son intérêt par rapport aux systèmes existants comme l'OFDMA, nous y mentionnerons également, les spécifications de la norme 3GPP LTE relatives à ce signal.

Le chapitre 2 revient sur l'état de l'art des techniques d'égalisation existantes de canaux de transmission. Nous y décrirons en détail les différents modèles de canaux de

communications, le principe de l'égalisation à travers les différentes étapes, les critères, algorithmes et architectures classiques d'égalisations rencontrés dans la littérature, sur lesquelles nous nous baserons pour apporter notre contribution par rapport au sujet de notre étude.

Les chapitres 3 et 4 constituent le fond de notre travail. Ils traitent respectivement des différentes solutions en égalisation et estimation de canal que nous proposons pour les systèmes SC-FDMA. Dans le chapitre 3 il s'agit d'appliquer dans un premier temps des égaliseurs comme la technique du Zéro-Forçing, la technique MEQM qui sont souvent utilisés du fait leur simplicité. Mais dans ce chapitre nous avons également proposé des solutions dans le domaine fréquentiel comme l'égalisation à base de références fantômes sur lesquelles nous nous appuyons pour égaliser le signal SC-FDMA. On y propose aussi des solutions basées sur des techniques d'égalisation à retour de décision (ERD), mais aussi sur une technique basée sur le découplage entre filtre égaliseur et critère d'égalisation permettant d'appliquer des filtres temporels en amont du récepteur sans subir les effets de non-linéarité due à la suppression l'intervalle de garde au niveau récepteur du SC-FDMA.

Le chapitre 4 regroupe nos propositions sur les techniques d'estimations de canal adaptées au signal SC-FDMA. Une de nos contributions majeures dans ce chapitre est basée sur l'ajout de signaux particuliers dans le spectre du signal utile. C'est une technique qui permet d'estimer porteuse par porteuse le canal de transmission en se basant uniquement sur les propriétés des signaux ajoutés au niveau émetteur. Une autre solution a consisté à l'amélioration de la qualité de l'estimateur de canal lorsque l'utilisateur est dans un cas de forte mobilité. C'est une technique qui permet de filtrer efficacement les interférences entre canaux (ICI) dans un domaine particulier que nous décrirons en détail dans ce chapitre.

# Chapitre 1

## Single Carrier FDMA

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>La modulation SC-FDMA</b>	<b>12</b>
2.1	Historique	12
2.2	Systèmes mono-porteuses et systèmes multi-porteuses	15
2.3	Principe de fonctionnement du système SC-FDMA	17
2.4	Allocation des ressources radio dans le système SC-FDMA	20
<b>3</b>	<b>Expressions analytiques du signal SC-FDMA</b>	<b>23</b>
3.1	Mode distribué : I-FDMA	23
3.2	Mode localisé : L-FDMA	25
<b>4</b>	<b>Etude du PAPR du signal SC-FDMA</b>	<b>28</b>
4.1	Généralité sur les amplificateurs de puissance	28
4.2	Evaluation du PAPR du signal SC-FDMA	32
4.3	Etude comparative du PAPR des signaux SC-FDMA et OFDM	33
<b>5</b>	<b>SC-FDMA et autres techniques de modulation</b>	<b>34</b>
5.1	SC-FDMA et OFDMA	34
5.2	SC-FDMA et DS-SS-SS	38
<b>6</b>	<b>SC-FDMA dans la norme 3GPP LTE</b>	<b>39</b>
6.1	Du GSM au LTE : L'histoire	39
6.2	Spécifications du LTE	40
6.3	Spécifications du SC-FDMA dans le LTE	41
<b>7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>45</b>

---

## 1 Introduction

Le SC-FDMA ou « Single Carrier Frequency Division Multiple Access » est une nouvelle technique d'accès multiple permettant le partage des ressources radio dans un système de communication radio mobile. En 2008, il a été adopté pour les communications en voix montante de la norme 3GPP LTE dit de "4eme Génération".

Dans ce premier chapitre, nous exposons en détail le principe de fonctionnement de ce système. Une étude des caractéristiques du PAPR du signal généré par ce système sera ensuite menée dans le but de se comparer aux techniques existantes. Nous terminerons en donnant les spécifications du système dans le cadre de la norme 3GPP LTE. Mais avant, un bref rappel historique sur l'évolution des systèmes d'accès multiple en téléphonie mobile vous est présenté à la section suivante.

## 2 La modulation SC-FDMA

### 2.1 Historique

Le partage des ressources radio, appelé communément allocation de ressources ou multiplexage des utilisateurs, a toujours été l'un des points essentiels lors des processus de normalisation de tout nouveau système radio mobile. Plusieurs techniques ont ainsi été développées au cours des années. La technique la plus ancienne est celle de la répartition en fréquence, FDMA ou « Frequency Division Multiple Acces »[1]. Elle est apparue pour la première fois dans les années 80 avec le premier système radio mobile analogique l'AMPS « Advanced Mobile Phone System », développé par Bell Labs et utilisé pour la première fois aux Etats unis. Cette technique d'allocation de ressources consiste à diviser la bande passante du support de communication en bandes de fréquences distinctes chacune étant dédiées à un seul utilisateur pour ses besoins de communication. La Figure 1.1 donne un aperçu sur ce procédé de multiplexage. Au niveau récepteur des filtres très sélectifs sont mis en œuvre pour isoler chaque canal physique dédié afin de récupérer l'information transmise par chaque utilisateur.

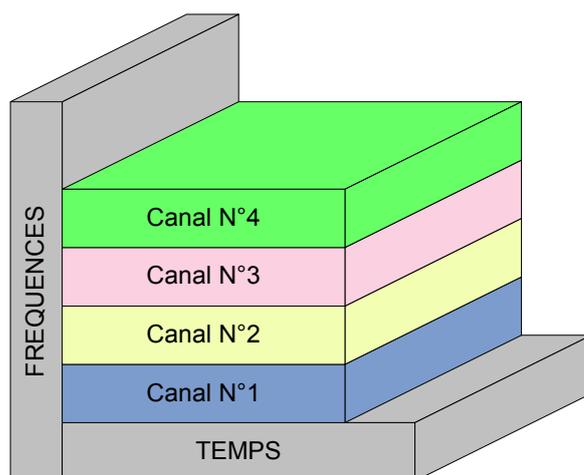


FIGURE 1.1 – FDMA : Partage des ressources radio en fréquence.

Ce mode de répartition n'est plus beaucoup utilisé de nos jours. Il a été remplacé durant ces 20 dernières années par une technique de répartition temporelle, « Time Division Multiple Acces » ou TDMA [1], mis en œuvre dans plusieurs systèmes numériques. Cette technique de répartition consiste à subdiviser la ressource temps en plusieurs intervalles, chacun étant dédié à un seul utilisateur, Figure 1.2. Le débit transmis par un utilisateur étant proportionnel à la largeur de bande qui lui est alloué dans le temps, la technique TDMA offre plus de débit à un utilisateur régulièrement connecté au système, comparé à la modulation FDMA. Mais les ressources radio étant rares, les deux techniques de répartition TDMA et FDMA sont souvent également combinées dans certains systèmes dont le standard GSM ou « Global Mobile Communication ». En effet, la bande totale du système de communication est partagée en plusieurs sous bandes chacune autour d'une porteuse. Chaque sous bande est ensuite partagée en plusieurs intervalles de temps chacun étant alloué à un utilisateur. La Figure 1.3 illustre bien ce procédé.

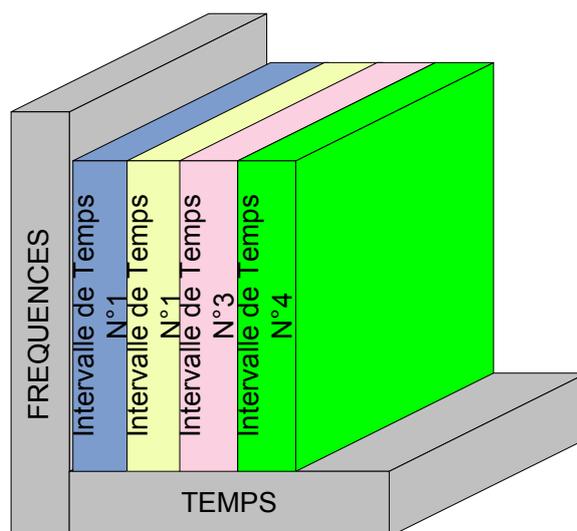


FIGURE 1.2 – TDMA : Partage des ressources radio en temps.

Depuis la révolution du GSM, la numérisation des flux de communication s'est beaucoup généralisée, entraînant ainsi l'apparition de nouveaux modèles sophistiqués d'allocation de ressources radio. Ainsi avec l'avènement de la transmission en mode paquet, un nouveau type de multiplexage exploitant réellement la nature numérique des flux, est désormais privilégiée pour les nouveaux systèmes de communication. Il s'agit du « Code Division Multiple Acces » ou CDMA utilisé pour la première fois dans le standard IS 95 ou « Interim Standard 95 ». Le principe de ce système consiste à multiplier le flux numérique émis par chaque utilisateur par une séquence d'étalement spécifique beaucoup

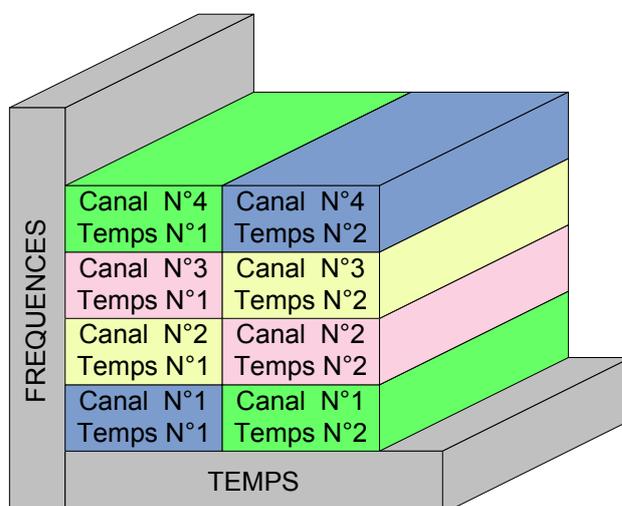


FIGURE 1.3 – FDMA-TDMA : Partage des ressources radio en temps et en fréquence.

plus rapide. Cette technique permet à chaque utilisateur d'exploiter toute la largeur de bande du système pendant toute la durée de la communication, Fig. 1.4. La récupération des signaux de chaque utilisateur à la réception, n'est possible que si les séquences d'étalement sont toutes orthogonales. La détermination de la nature de ces séquences a fait l'objet de plusieurs contributions dont la plus célèbre est la séquence de Walsh [2] [3] [4]. Ce procédé de multiplexage a connu plusieurs évolutions à travers le Wide-CDMA ou W-CDMA [5] et le CDMA-2000 [6] utilisés de nos jours dans les réseaux mobiles dits de 3ème génération comme l'UMTS [7].

Mais depuis 2007, le monde de la téléphonie mobile est entrain de mettre en place ce qui sera les réseaux mobile de "4ème génération". D'autres techniques d'accès ont alors été considérées depuis lors : Il s'agit par exemple de L'OFDMA qui est la version d'accès multiple de la technique de modulation OFDM ou « Orthogonal Frequency Division Multiplexing ». Cette technique de modulation avait déjà été proposée dans les années 50 par la société Collins Radio Co.Kineplex system [8], et a fait ses preuves avec la technologie Wifi de la norme IEEE 802.11a et également dans le standard Wimax. Le retour en grâce de cette modulation OFDM se justifie d'abord par la possibilité de réaliser numériquement les modulateurs FFT mais aussi par le débit élevé et l'immunité aux interférences entre symboles dues aux multitrajets du canal qu'offre l'OFDM. Une autre technique, le SC-FDMA ou Single Carrier FDMA, a été proposée pour la voix montante de la nouvelle norme 3GPP LTE en cours de test en France. Comme nous le verrons plus tard, ce choix se justifie largement par la faible fluctuation de ce signal autour de sa valeur moyenne qui est très bénéfique pour la consommation de l'énergie.

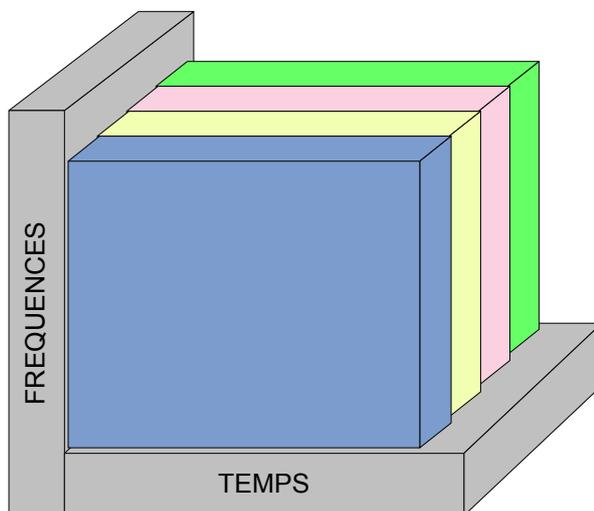


FIGURE 1.4 – CDMA : Partage des ressources radio par étalement spectrale.

C'est donc un système très optimisé pour les téléphones mobiles qui sont tributaires de leur batterie.

## 2.2 Systèmes mono-porteuses et systèmes multi-porteuses

### 2.2.1 Systèmes mono-porteuse

Les systèmes de transmission mono-porteuse sont des systèmes qui transmettent les données de façon séquentielle sur une seule bande de fréquence ou canal physique, autour d'une seule porteuse, Figure 1.5. Cette technique est certes très simple à mettre en œuvre mais présente des inconvénients majeurs lorsque nous sommes en présence de canaux multi-trajets très sélectifs. En effet les multiples trajets du canal introduisent une interférence entre symboles (IES) qui affecte la qualité de transmission. Ce phénomène est d'autant plus accentué que le temps symbole du système est faible. Pour combattre cette dégradation, des techniques d'estimations et d'égalisations existent dans la littérature (voir Chapitre 2) mais on peut déjà limiter ces dégradations en adoptant des mesures de prévention à l'émission comme des formes d'ondes particulières limitant l'IES et qui seront utilisées comme support physique de transmission du signal. D'autres part, chaque symbole de ce système, occupant toute la bande passante de communication, va subir la sélectivité fréquentielle du canal. Ce phénomène sera d'autant plus probable que la bande passante du système est importante c'est à dire lorsque le temps symbole est faible. Au regard de ces deux phénomènes on comprend mieux pourquoi cette technique de transmission n'est pas adaptée aux nouveaux systèmes de communication qui requièrent une largeur de bande passante plus importante pour véhiculer plus de

débit. Ainsi, d'autres systèmes de transmissions plus adaptés, doivent être pensés pour supporter les exigences actuelles en termes de débit.

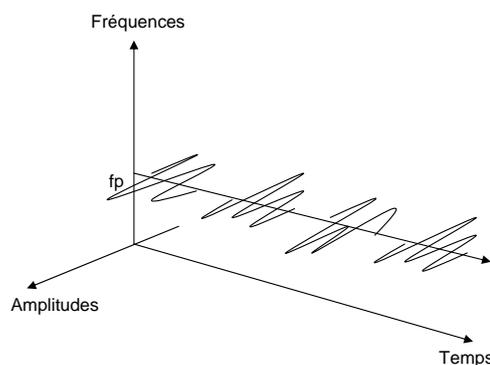


FIGURE 1.5 – La modulation mono-porteuse

### 2.2.2 Systèmes multi-porteuses

Les systèmes multi-porteuses [9] comme l'OFDM (« Orthogonal Frequency Division Multiplexing »), ont été proposés comme alternatives aux évanouissements très sélectifs du canal de transmission qui empêche de transmettre de grand débit. Cette technique de transmission a pour principe de répartir le train de symboles à transmettre sur un grand nombre de porteuses orthogonales Figure 1.6 chacune ayant une bande passante beaucoup plus faible. Le temps symbole sur chacune des porteuses se trouve ainsi augmenté permettant donc de réduire l'IES entre symboles d'une même porteuse. Le débit sur chacune des porteuses est alors une fraction du débit total du système. Par ailleurs, ce système est plus robuste à la sélectivité fréquentielle du canal puisqu'un symbole n'occupe qu'une faible bande passante. Les systèmes multi-porteuses permettent donc de supporter des communication à haut débits tout en garantissant une bonne qualité de transmission.

### 2.2.3 Single Carrier FDE : SC/FDE

A côté des systèmes multi-porteuses, un nouveau système mono-porteuse plus adapté aux canaux sélectifs a aussi fait ses preuves. Il s'agit du SC/FDE ou (« Single Carrier with Frequency Domain Equalization »). Ce nouveau système associe la technique mono-porteuse avec une technique d'égalisation fréquentielle mise en place au niveau récepteur afin de combattre la sélectivité du canal. La principale différence de ce système avec la transmission mono-porteuse est le traitement par bloc qu'il met en œuvre. En effet les symboles ne sont plus directement envoyés de façon séquentielle dans le canal comme dans la transmission mono-porteuse, mais sont groupés d'abord en paquet avant toute transmission. Chaque paquet se voit ensuite augmenté d'un intervalle de garde ou CP « Cyclic Prefix » placé en entête, qui correspond à la copie de la fin du paquet. Le rôle

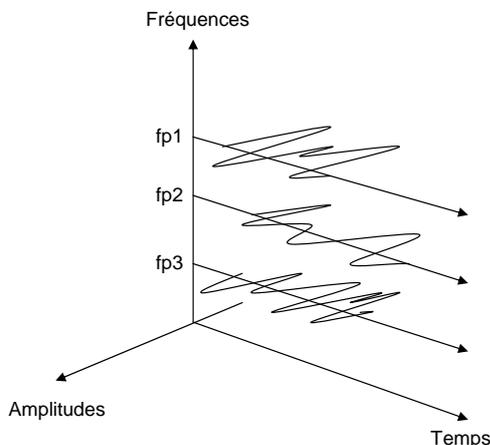


FIGURE 1.6 – La modulation multi-porteuses

de l'intervalle de garde est double : Il permet d'une part d'absorber l'interférence entre paquets, mais également de périodiser le signal transmis pour transformer la convolution linéaire du canal en une convolution circulaire. Par ailleurs, nous savons qu'une convolution circulaire dans le domaine temporel est équivalente à une simple multiplication dans le domaine fréquentiel. La représentation fréquentielle du paquet SC/FDE récupéré à la réception correspond donc à la multiplication élément par élément entre les représentations fréquentielles du canal et du paquet émis. Une égalisation fréquentielle FDE est ainsi plus appropriée. Son avantage étant d'une part sa simplicité de mise en œuvre, mais également sa robustesse par rapport à la sélectivité du canal. Ceci se vérifie, lorsque le coefficient du canal est nul sur une porteuse donnée. En effet, seul le symbole affecté par ce coefficient sera perdu, le reste du paquet pourra être démodulé, ce qui n'était pas le cas de la transmission mono-porteuse (confère 2.2.1).

### 2.3 Principe de fonctionnement du système SC-FDMA

Le SC-FDMA « Single Carrier Frequency Division Multiple Accès », est une technique d'accès multiple qui combine la technique de transmission mono-porteuse SC/FDE et une allocation de ressource radio par répartition de fréquences (FDMA). Il a été récemment proposé dans le cadre de la future norme de réseaux cellulaires 3GPP LTE (« Long Term Evolution ») pour les communications à voix montante c'est à dire des téléphones portables EU (« User Equipment ») aux BTS (« Base Station »). Ce système d'accès multiple est très largement exposé par les américains Hyung G. Myung et David J. Goodman dans leur livre [10] (voir aussi [11]). Il est par construction très proche du système OFDMA et possède par conséquent des performances similaires à ce dernier. Son principal avantage est son faible PAPR « Peak Power Ratio » (voir section 4) très bénéfique à la réduction de la consommation énergétique des mobiles qui a d'ailleurs valu son adoption pour la voix montante de la norme 3GPP LTE de 2008 à la place

de l'OFDMA.

### 2.3.1 Principe de la modulation SC-FDMA

La modulation SC-FDMA est une technique de transmission mono-porteuse mais très proche de la modulation OFDM. Cette technique consiste à répartir sur un grand nombre de porteuses, non pas directement les symboles source comme en OFDM, mais leur représentation fréquentielle après les avoir réparties sur la bande du système selon un certain mode que nous présenterons. La Figure 1.7 montre la chaîne de transmission d'un tel système. Elle est constituée de trois parties principales. On a d'abord un modulateur DFT « Discret Fourier Transform » dont l'entrée  $D_Q^k = \{d_q^k\}_{0 \leq q \leq Q-1}$  constitue le bloc de symboles source de la modulation MAQ de l'utilisateur  $k$  prenant ses valeurs dans un alphabet fini. Ce modulateur transforme le bloc  $D_Q^k$  en  $Q$  symboles fréquentiels  $U_Q^k = \{u_q^k\}_{0 \leq q \leq Q-1}$  qui viennent ensuite moduler un ensemble de  $Q$  sous-porteuses choisies parmi  $N$  tel que ( $N \geq Q$ ). Cette répartition des symboles fréquentiels a pour objectif l'étalement spectral du signal et le multiplexage fréquentiel des signaux des différents utilisateurs. Nous décrirons plus en détails par la suite les différents modes de multiplexages de ce système. La sortie du multiplexeur est enfin ramenée dans le domaine temporel par un modulateur IDFT (« Inverse DFT ») pour donner les symboles de sortie  $\{s_n^k\}_{0 \leq n \leq N-1}$ . On peut remarquer que cette dernière partie de la chaîne n'est rien d'autre que le modulateur classique OFDM. Dès lors, on peut considérer le système SC-FDMA comme un système OFDM avec un pré-codage DFT et une allocation de ressources particulière. L'étalement spectral du signal a pour but d'augmenter la largeur de bande du système afin de réaliser un multiplexage en fréquentiel. Si le facteur d'étalement spectral est  $L$ , alors le nombre total de sous-canaux du système serait  $N = L \cdot Q$ ,  $Q$  étant la portion de sous-canaux allouée à chaque utilisateur. Ainsi, le système peut supporter au maximum  $L$  signaux (ou  $L$  utilisateurs) orthogonaux chacun occupant  $Q$  sous-porteuses distinctes.

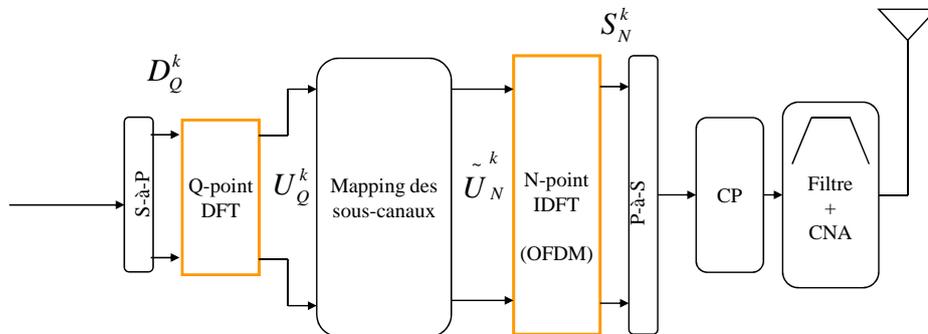


FIGURE 1.7 – Emetteur SC-FDMA

Les deux autres parties de la chaîne de transmissions sont toutes aussi importantes. Il s'agit d'une part de l'insertion de l'intervalle de garde (CP). Elle consiste à insérer à l'entête de chaque bloc à émettre, la copie de la fin du bloc. Le but est d'abord de réduire l'interférence entre les blocs émis introduite par les multi-trajets du canal, mais également de rendre circulaire la convolution du canal afin d'utiliser des techniques d'égalisation fréquentielle simples à mettre en œuvre.

$$p(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T} \cdot \frac{\cos(\pi \alpha t/T)}{1 - 4\alpha^2 t^2/T^2} \quad (1.1)$$

$$p(f) = \begin{cases} T, & \text{si } 0 \leq |f| \leq \frac{1-\alpha}{2T} \\ \frac{T}{2} \{1 + \cos[\frac{\pi T}{\alpha} (|f| - \frac{1-\alpha}{2T})]\}, & \text{si } \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0, & \text{si } |f| \geq \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases} \quad (1.2)$$

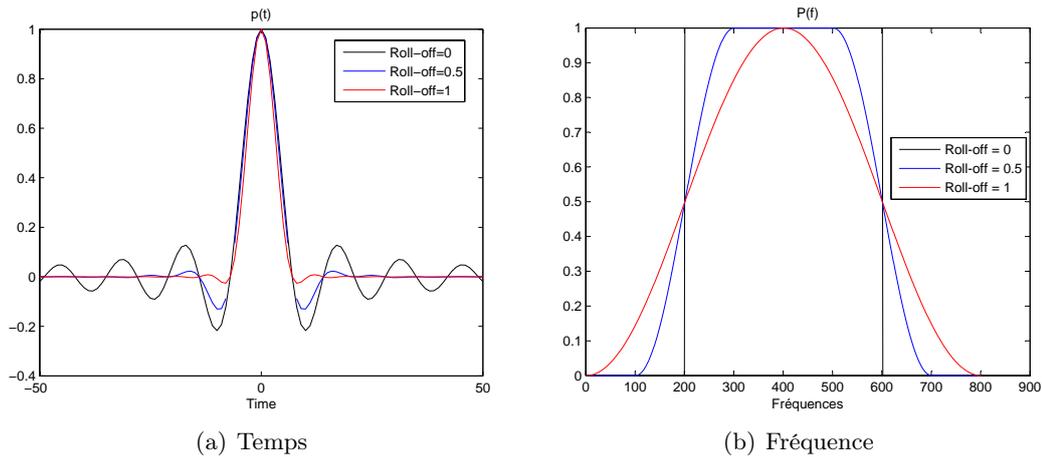


FIGURE 1.8 – Filtre de mise en forme en Cosinus sur-élevé

De plus, pour prévenir l'interférence entre symboles introduit par le canal, on prend le soin d'appliquer des filtres linéaires de mise en forme particulier afin de réduire l'énergie du signal en dehors de la bande passante autorisée. Les filtres en cosinus sur-élevé sont les plus utilisés dont les équations temporelle et fréquentielle sont données en (1.1), (1.2) ou  $\alpha$  représente le facteur de Roll-off du filtre. La Figure 1.8 représente la réponse impulsionnelle Figure 1.8(a) et la réponse fréquentielle Figure 1.8(b) du filtre pour quelques valeurs du facteur de Roll-off.

La bande passante du canal de transmission ainsi que le débit de transmission canal sont donnés par :

$$W_{canal} = N \cdot \Delta f \text{ [Hz]} \quad (1.3)$$

$$R_{canal} = \frac{N}{Q} \cdot R_{source} \text{ [syboles/seconde]} \quad (1.4)$$

Où,  $\Delta f = \frac{1}{T_s}$  est l'espacement entre sous-canaux, avec  $T_s$  la durée d'un symbole et  $R_{source}$  le débit source de chaque utilisateur.

Soit  $\{f_n\}_{0 \leq n \leq N-1}$  l'ensemble des fréquences porteuses orthogonales modulable du système, et  $f_c$  la fréquence centrale (fréquence RF) du signal transmis dans le canal. On a la relation suivante :

$$f_n = f_c + n \cdot \Delta f, \text{ avec } 0 \leq n \leq N - 1 \quad (1.5)$$

Le multiplexage que nous avons évoqué permet de répartir le débit total du signal sur  $Q$  sous-porteuses comme en OFDM. Si  $\Omega_Q^k$  représente l'ensemble des  $Q$  sous-porteuses modulées par l'utilisateur  $k$ ,  $\{u_n^k\}_{n \in \Omega_Q^k}$  la représentation fréquentielle du bloc de données à transmettre et  $p(t)$  le filtre de mise en forme utilisé, le signal  $s^k(t)$  de l'utilisateur  $k$  à la sortie du système sera donné par l'expression (1.6).

$$s^k(t) = \sum_{n \in \Omega_Q^k} u_n^k p(t - nT_s) e^{2j\pi f_n t} \quad (1.6)$$

### 2.3.2 Principe de la démodulation SC-FDMA

Le signal d'un utilisateur  $k$  parvenu au récepteur sur une durée symbole  $T_s$  s'écrit comme suit :

$$y^k(t) = \sum_{n \in \Omega_Q^k} u_n^k \int_{T_s} [h_n^k(t - \tau) p(\tau - nT_s) e^{2j\pi f_n \tau}] d\tau \quad (1.7)$$

Où  $h_n^k(t)$  représente la fonction de transfert du canal de l'utilisateur  $k$  autour de la porteuse  $f_n$  à l'instant  $t$ . Le principe de la démodulation du système SC-FDMA consiste à démoduler le signal sur chacune des sous-porteuses  $f_n$  du système. En effet, le signal reçu  $y^k(t)$  est d'abord ramené en bande de base, avant d'être échantillonné pour le traitement numérique du signal. Après suppression de l'intervalle de garde, un démodulateur DFT permet d'obtenir les symboles modulant chaque porteuse  $f_n$ . Un égaliseur est ensuite mis en œuvre, comme dans la technique SC/FDE, dans le but de supprimer la contribution du canal sur chaque sous-porteuse du signal, et de récupérer ainsi les symboles fréquentiels  $\{u_q\}_{0 \leq q \leq Q-1}$ . Un démodulateur IDFT permet ensuite de récupérer les symboles sources  $\{d_q\}_{0 \leq q \leq Q-1}$  du système. La Figure 1.9 illustre ce principe de démodulation.

## 2.4 Allocation des ressources radio dans le système SC-FDMA

Dans la modulation SC-FDMA, le multiplexage des utilisateurs du système est effectué dans le domaine fréquentiel. Pour supporter un grand nombre d'utilisateurs simultanés, le système utilise la technique de l'étalement spectral permettant d'augmenter la ressource spectrale à partager. Ainsi chaque utilisateur se voit allouée une portion de la largeur de bande totale du système, de manière à éviter toute interférence avec un autre

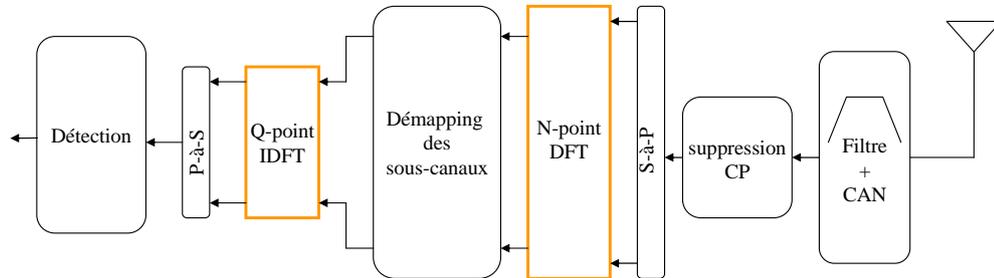


FIGURE 1.9 – Récepteur SC-FDMA

utilisateur. Deux modes d’allocations de ressources existent pour cette modulation : Il s’agit du mode distribué et du mode localisé.

#### 2.4.1 Allocation de ressource en mode distribué

Dans le mode distribué les  $Q$  symboles fréquentiels  $U_Q^k = \{u_0^k, \dots, u_{Q-1}^k\}$ , correspondant à la sortie du modulateur DFT de l’émetteur, viennent moduler un multiplex de  $Q$  sous-porteuses régulièrement réparties sur toute la largeur de la bande passante du système, Figure 1.10. Les  $N - Q$  sous-porteuses non modulées sont affectées à des signaux nuls. La modulation SC-FDMA qui utilise ce mode d’allocation est appelée I-FDMA ou (« Interleaved-FDMA »), [12][13]. L’I-FDMA comporte plusieurs avantages. Il permet d’une part de garantir l’orthogonalité entre les différents utilisateurs du système, mais possède également une grande diversité fréquentielle du fait de la répartition des porteuses modulées sur toute la bande passante. Cette technique est aussi très intéressante du point de vue implémentation. En effet comme nous allons le voir dans la section 3, ce signal peut être généré dans le domaine temporel sans utilisation des modulateurs DFT et IDFT grâce à une simple compression et répétition du signal source à transmettre avec un déphasage propre à chaque utilisateur. Par contre le système I-FDMA est très sensible aux offsets de fréquence qui sont souvent introduit par une mauvaise synchronisation ou une forte mobilité causant ainsi une perte de l’orthogonalité entre les utilisateurs.

#### 2.4.2 Allocation de ressource en mode localisé

L’autre mode d’allocation de ressources utilisé dans la modulation SC-FDMA est beaucoup plus robuste et a été adopté pour la voix montante de la norme LTE. Il s’agit du mode localisé qui donne son nom au système L-FDMA ou (« Localized FDMA ») (voir [11]). Cette fois-ci les  $Q$  symboles fréquentiels  $U_Q^k = \{u_0^k, \dots, u_{Q-1}^k\}$ , correspondant à la sortie du modulateur DFT, viennent moduler un multiplexe de  $Q$  sous-porteuses

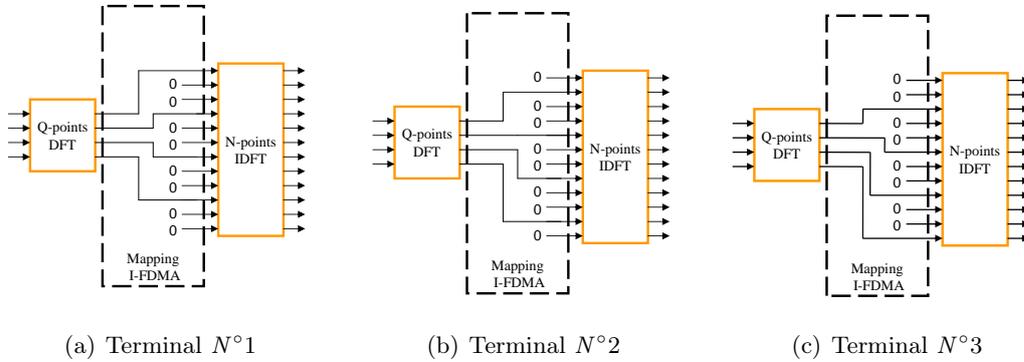


FIGURE 1.10 – Mapping I-FDMA

contigües ; les  $N - Q$  autres sous-porteuses non modulées étant affectées à des signaux nuls, Fig. 1.11. Les sous porteuses n'étant plus réparties sur toute la bande du système, on perd en diversité fréquentielle. Par contre le système est plus robuste à l'offset de fréquence en garantissant dans ce cas l'orthogonalité des signaux des différents utilisateurs.

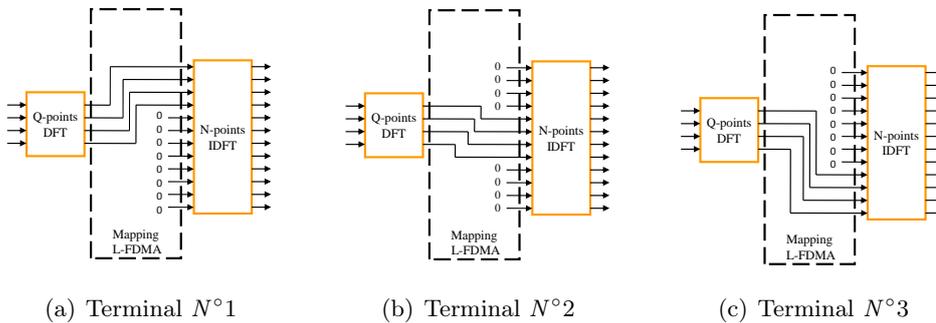


FIGURE 1.11 – Mapping L-FDMA

Pour l'une ou l'autre des deux techniques d'allocation, le choix du multiplex de fréquences allouées à chaque utilisateur peut se faire de deux manières : Soit de façon statique c'est à dire sur toute la durée de la communication, soit par un algorithme d'ordonnancement de canaux CDS ou « Channel Dependent Scheduling » [14] [15] qui octroie à chaque utilisateur, le multiplex de sous-porteuses en fonction de la qualité de son canal de transmission. Un utilisateur peut donc se voir octroyer différents multiplex de sous-porteuses durant la même communication ou même être supprimé du système lorsque son canal de transmission est très médiocre. De plus, le CDS permet d'accroître considérablement la diversité multi-utilisateurs ainsi que le débit total du système dans le cas du mapping L-FDMA comparé à celui de l'I-FDMA [14]. Cela se justifie par le fait que le mapping I-FDMA, pour laquelle les sous-porteuses sont réparties sur toute la totalité de la bande disponible, aura un débit meilleur que dans la sous-bande déterminée par le CDS.

Au niveau récepteur, lorsque le système fonctionne dans sa capacité maximale en terme de nombre d'utilisateurs, le spectre du signal est donné par la Figure 1.12. On peut constater l'orthogonalité entre les différentes sous-porteuses allouées à chaque utilisateur, et également l'orthogonalité entre les utilisateurs dans le domaine fréquentiel. En présence d'offset de fréquences, il est clair que le mode localisé est plus robuste que le mode distribué.

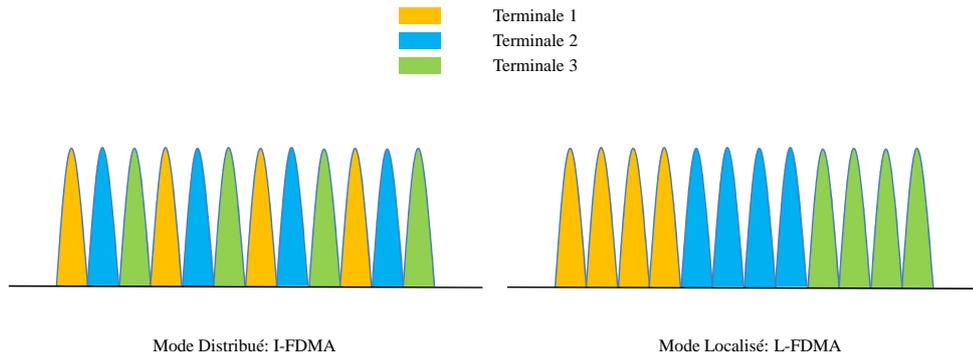


FIGURE 1.12 – Spectre du signal SC-FDMA au niveau Récepteur

### 3 Expressions analytiques du signal SC-FDMA

Dans cette partie du chapitre, nous donnons une description mathématique du signal SC-FDMA dans ses deux déclinaisons à savoir l'I-FDMA et le L-FDMA exposées dans la section précédente. Une interprétation des expressions obtenues nous permettra par la suite de trouver de nouvelles formes de générations du signal SC-FDMA surtout pour la technique I-FDMA. Nous rappelons que le facteur d'étalement spectral du système est noté  $L$  et correspond au nombre maximal d'utilisateurs pouvant communiquer simultanément dans le système. Dans toute cette partie, nous adopterons les notations suivantes :  $D_Q^k = \{d_0^k, \dots, d_{Q-1}^k\}$  représentera le bloc de symboles de la modulation MAQ de l'utilisateur  $k$  avec  $k \in [0, \dots, L-1]$ . On notera par  $U_Q^k = \{u_0^k, \dots, u_{Q-1}^k\}$  la représentation fréquentielle du bloc  $D_Q^k$  obtenue après la modulation DFT. L'étalement spectral fourni un signal à l'entrée du modulateur IDFT donné par  $\tilde{U}_N^k = \{\tilde{u}_0^k, \dots, \tilde{u}_{N-1}^k\}$ . On notera par  $S_N^k = \{s_0^k, \dots, s_{N-1}^k\}$  le bloc SC-FDMA émis sans considération du filtre de mise en forme ni de l'intervalle de garde.

#### 3.1 Mode distribué : I-FDMA

##### 3.1.1 Ecriture mathématique du signal I-FDMA

L'analyse algébrique montre que le signal  $s^k(t)$  de l'utilisateur  $k$  à la sortie du modulateur SC-FDMA est donné par l'équation (1.6). La discrétisation de ce signal

ramené en bande de base donne la suite de symboles  $s_N^k$  obtenue par la transformée de Fourier Inverse (IDFT)(voir Figure 1.7) du bloc  $\tilde{U}_N^k$ . Le bloc  $\tilde{U}_Q^k$  étant obtenu par étalement spectral du bloc  $U_Q^k$  de l'utilisateur  $k$ , la relation entre les symboles  $\tilde{u}_n^k$  et  $u_n^k$  est donnée par l'équation (1.8).

$$\tilde{u}_n^k = \begin{cases} u_{(n-k)/L}^k, & \text{si } n = L.q + k, (0 \leq q \leq Q - 1) \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.8)$$

La relation entre les symboles  $\{s_m^k\}_{0 \leq m \leq N-1}$  du vecteur  $S_N^k$  de la sortie du modulateur I-FDMA et les symboles  $\{\tilde{u}_n^k\}_{0 \leq n \leq N-1}$  obtenus après étalement spectral est donnée par la relation ci-dessous :

$$s_m^k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{u}_n^k e^{j2\pi \frac{m}{N} n}, m \in [0, \dots, N - 1]. \quad (1.9)$$

Etant donné que le nombre de sous-porteuses total  $N$  obtenu avec l'étalement spectral est plus élevé que le nombre de sous-porteuse  $Q$  réellement allouées à chaque utilisateur, on peut indexer chaque sous-porteuse par  $m \in [0, \dots, N - 1]$  en fonction de  $Q$  et  $L$  comme indiqué en (1.10) avec  $L = \frac{N}{Q}$ .

$$m = Q.l + p, \text{ avec } p \in [0, \dots, Q - 1] \text{ et } l \in [0, \dots, L - 1] \quad (1.10)$$

D'après l'équation (1.8), les termes  $\tilde{u}_n^k$  sont nuls sauf pour  $n = L.q + k$  où on a  $0 \leq q \leq Q - 1$ . Ainsi puisque  $N = Q.L$ , la somme de l'équation (1.9) peut se simplifier en (1.11) en ne considérant que les termes en  $n = L.q + k$  :

$$s_m^k = s_{Q.l+p}^k = \frac{1}{L} \left( \frac{1}{Q} \sum_{q=0}^{Q-1} u_q^k \cdot e^{j2\pi \frac{qp}{Q}} \right) \cdot e^{j2\pi \frac{km}{N}} \quad (1.11)$$

Dans cette équation nous reconnaissons une Transformée Inverse de Fourier des symboles  $u_q^k$  dont le résultat n'est rien d'autre que les symboles sources de la constellation  $d_p^k$ . Nous constatons également l'apparition d'une expression de phase donnée par le vecteur  $e^{j2\pi \frac{km}{N}}$  qui est spécifique à chaque utilisateur  $k$ . Le signal à la sortie du modulateur I-FDMA peut donc s'écrire comme suit :

$$s_m^k = s_{Q.l+p}^k = \frac{1}{L} \cdot d_p^k \cdot e^{j2\pi \frac{km}{N}} \quad (1.12)$$

Où  $l \in [0, \dots, L - 1]$  et  $p \in [0, \dots, Q - 1]$ . Une écriture plus condensée de cette expression est donnée en (1.13). On en déduit donc l'expression mathématique du signal I-FDMA comme suit :

$$s_m^k = \frac{1}{L} \cdot d_{m \bmod Q}^k \cdot \Phi_m^k, \text{ avec } m \in [0, \dots, N - 1] \quad (1.13)$$

Où  $\Phi^k = \left\{ e^{j2\pi \frac{km}{N}}, m \in [0, N-1] \right\}$ , est le vecteur de rotation de phase appliqué au signal de l'utilisateur  $k$ .

L'expression mathématique du signal I-FDMA qui vient d'être établie nous amène à définir une nouvelle méthode de génération du signal SC-FDMA sans utilisation des modulateurs DFT et IDFT comme le montre la chaîne de transmission. En effet, l'équation 1.13 permet d'écrire les symboles du vecteur  $S_N^k$  de la façon suivante :

$$S_N^k = \{s_0^k, \dots, s_{N-1}^k\} = \frac{1}{L} \cdot \left\{ \underbrace{[d_0^k, \dots, d_{Q-1}^k], \dots, [d_0^k, \dots, d_{Q-1}^k]}_{L \text{ fois}} \right\} \cdot \Phi^k \quad (1.14)$$

### 3.1.2 Nouvelle méthode de génération du signal I-FDMA

L'étalement spectral introduit par la modulation SC-FDMA que nous avons vu à la section 2.4 a permis d'élargir la bande passante du signal de chaque utilisateur d'un facteur  $L$  par rapport à celle du signal source, dans le but de pouvoir multiplexer tous les signaux des utilisateurs en fréquentiel. De plus, un étalement spectral d'ordre  $L$ , se traduit dans le domaine temporel par une opération de compression des symboles sources par le même facteur  $L$ . Le temps symbole se réduit d'un facteur  $L$  permettant d'envoyer, sur une même durée, un nombre de symboles  $L$  fois plus important.

Au regard de l'équation (1.14), et à la lumière de cette remarque, il en ressort une nouvelle méthode de génération de l'I-FDMA. A partir d'un signal source  $\{d_q^k\}_{0 \leq q \leq Q-1}$  d'un utilisateur  $k$ , le signal I-FDMA peut être généré par simple compression d'un facteur  $L$  suivie d'une répétition par le même facteur  $L$  après laquelle on applique une rotation de phase  $\Phi^k$  unique pour chaque utilisateur afin d'orthogonaliser les signaux, Figure 1.13.

## 3.2 Mode localisé : L-FDMA

Dans cette partie nous donnons une description mathématique du signal L-FDMA.

### 3.2.1 Ecriture mathématique du signal L-FDMA

Dans le cas présent la relation entre les suites de symboles  $\tilde{u}^k$  et  $u^k$  de la chaîne de transmission Figure 1.7, est donnée par :

$$\tilde{u}_n^k = \begin{cases} u_q^k, & \text{si } n = Q \cdot k + q, (0 \leq q \leq Q-1) \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.15)$$

En prenant la Transformée de Fourier Inverse de ces symboles, on obtient les symboles  $s_m^k$  de la sortie du modulateur I-FDMA, donnés par :

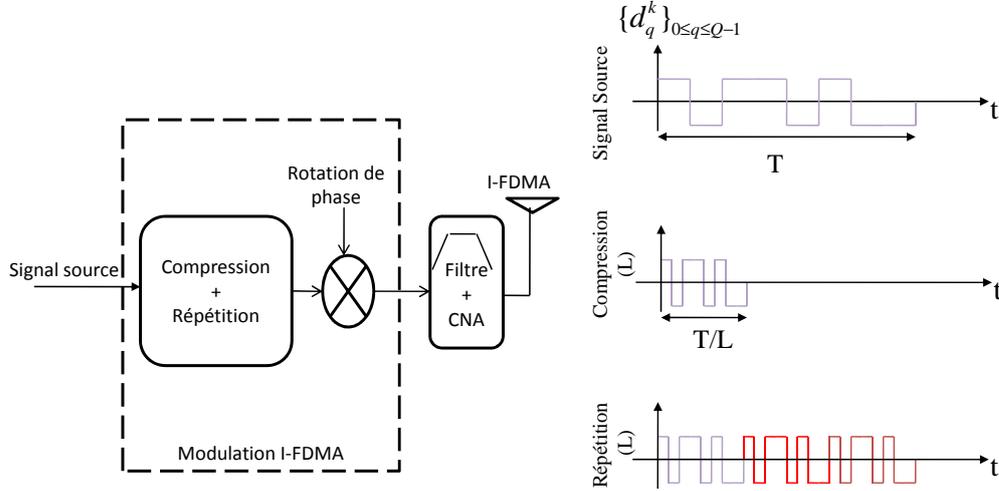


FIGURE 1.13 – Nouvelle méthode de génération du signal I-FDMA.

$$s_m^k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{u}_n^k e^{j2\pi \frac{m}{N} n}, m \in [0, \dots, N-1]. \quad (1.16)$$

D'après l'équation (1.15), les termes  $\tilde{u}_n^k$  sont nuls sauf pour  $n = Q.k + q$  où on a  $0 \leq q \leq Q-1$ . Ainsi, puisque  $N = Q.L$ , la somme de l'équation (1.16) peut se simplifier en (1.17) en ne considérant que les termes en  $n = L.q + k$  :

$$s_m^k = \frac{1}{L} \left( \frac{1}{Q} \sum_{q=0}^{Q-1} u_q^k \cdot e^{j2\pi \frac{mq}{Q.L}} \right) \cdot e^{j2\pi \frac{mk}{L}} \quad (1.17)$$

De plus,  $m \in [0, \dots, N-1]$  implique qu'il existe  $p \in [0, \dots, L-1]$  et  $l \in [0, \dots, Q-1]$  tel que  $m = L.l + p$ . Suivant la valeur du paramètre  $p$ , deux cas de figure se présentent :

Lorsque  $p = 0$ , l'équation (1.17) devient :

$$\begin{aligned} s_m^k &= s_{L.l}^k \\ &= \frac{1}{L} \left( \frac{1}{Q} \sum_{q=0}^{Q-1} u_q^k \cdot e^{j2\pi \frac{(L.l)q}{Q.L}} \right) \\ &= \frac{1}{L} \left( \frac{1}{Q} \sum_{q=0}^{Q-1} u_q^k \cdot e^{j2\pi \frac{lq}{Q}} \right) \end{aligned} \quad (1.18)$$

Dans cette dernière équation nous reconnaissons une Transformée Inverse de Fourier des symboles  $u_q^k$  dont le résultat n'est rien d'autre que les symboles sources  $d_l^k$ , voir la chaîne de transmission, Figure 1.7. Le signal à la sortie du modulateur L-FDMA pour le cas présent, peut donc s'écrire comme suit :

$$s_{L,l}^k = \frac{1}{L} \cdot d_l^k, \text{ avec } l \in [0, \dots, Q-1] \quad (1.19)$$

Lorsque  $p \neq 0$ , l'équation 1.17 se développe comme suit :

$$s_m^k = s_{L,l+p}^k = \frac{1}{L} \left( \frac{1}{Q} \sum_{q=0}^{Q-1} u_q^k \cdot e^{j2\pi \frac{(L,l+p)q}{Q \cdot L}} \right) \cdot e^{j2\pi \frac{(L,l+p)k}{L}} \quad (1.20)$$

les termes  $u_q^k$  étant la transformée de fourier des symboles sources, sont donnés par :

$$u_q^k = \frac{1}{Q} \sum_{r=0}^{Q-1} d_r^k \cdot e^{j2\pi \frac{rq}{Q}} \quad (1.21)$$

Posons :  $\Phi_l^k = e^{j2\pi \frac{(L,l+p)k}{L}} = e^{j2\pi \frac{lk}{L}}$ . L'équation (1.17) devient :

$$\begin{aligned} s_m^k &= \frac{1}{L} \left[ \frac{1}{Q} \sum_{q=0}^{Q-1} \left( \sum_{r=0}^{Q-1} d_r^k \cdot e^{-j2\pi \frac{rq}{Q}} \right) \cdot e^{-j2\pi \frac{(L,l+p)q}{Q \cdot L}} \right] \cdot \Phi_l^k \\ &= \frac{1}{L} \left[ \frac{1}{Q} \sum_{r=0}^{Q-1} d_r^k \left( \sum_{q=0}^{Q-1} e^{-j2\pi \left\{ \frac{l-r}{Q} + \frac{p}{N} \right\} q} \right) \right] \cdot \Phi_l^k \\ &= \frac{1}{L} \left[ \frac{1}{Q} \sum_{r=0}^{Q-1} d_r^k \left( \frac{1 - e^{j2\pi \frac{p}{L}}}{1 - e^{j2\pi \left\{ \frac{l-r}{Q} + \frac{p}{N} \right\}}} \right) \right] \cdot \Phi_l^k \end{aligned} \quad (1.22)$$

Ainsi donc pour  $p \neq 0$  on a :

$$s_m^k = \frac{1}{L} \left( 1 - e^{j2\pi \frac{p}{L}} \right) \left[ \frac{1}{Q} \sum_{r=0}^{Q-1} \left( \frac{d_r^k}{1 - e^{j2\pi \left\{ \frac{l-r}{Q} + \frac{p}{N} \right\}}} \right) \right] \cdot \Phi_l^k \quad (1.23)$$

En résumé, l'expression mathématique du signal temporel LFDMA est donné ci-dessous.

pour :  $m = L \cdot l + p$ , avec  $p \in [0, \dots, L-1]$  et  $l \in [0, \dots, Q-1]$

$$x_m^k = x_{L,l+p}^k = \begin{cases} \frac{1}{L} \cdot d_l^k & , \text{ si } p = 0 \\ \frac{1}{L} \left( 1 - e^{j2\pi \frac{p}{L}} \right) \left[ \frac{1}{Q} \sum_{r=0}^{Q-1} \left( \frac{d_r^k}{1 - e^{j2\pi \left\{ \frac{l-r}{Q} + \frac{p}{N} \right\}}} \right) \right] \cdot \Phi_l^k & , \text{ sinon} \end{cases} \quad (1.24)$$

## 4 Etude du PAPR du signal SC-FDMA

Le SC-FDMA est une technique d'accès multiple qui s'est imposée dans la nouvelle norme 3GPP LTE à cause principalement de son faible PAPR comparé aux techniques existantes. La notion de PAPR [16] [17] [18] est très importante dans les systèmes de communications. Il est directement lié à la consommation énergétique des amplificateurs de puissance dans les émetteurs radio mobile et est également un indicateur du risque de distorsion du signal par l'amplification.

Dans cette partie du chapitre nous introduisons la notion du PAPR après quelques généralités sur les amplificateurs de puissance. Le cas spécifique du PAPR du signal SC-FDMA sera examiné et comparé par la suite à celui de l'OFDM.

### 4.1 Généralité sur les amplificateurs de puissance

#### 4.1.1 Définition

Dans les systèmes de transmission radio mobile, après les différents étages de la chaîne de transmission à savoir codage, modulation, et transposition en fréquence porteuse, le signal est amplifié avant d'être envoyé dans le canal de transmission. Le but de cette manipulation est de s'affranchir des atténuations du signal dues à la propagation en l'espace libre. Cette opération est assurée par un amplificateur de puissance qui est par définition un dispositif électronique permettant d'augmenter de manière considérable tout signal présenté à son entrée. La puissance du signal de sortie de l'émetteur est proportionnelle à la distance qui sépare l'émetteur et le récepteur du système de communication. L'amplificateur de puissance étant un composant actif, il est alimenté par une source de courant continue indispensable pour son fonctionnement. On distingue Deux grandes classes d'amplificateurs de puissance pour les systèmes de télécommunications :

- L'amplificateur à tubes à onde progressives (TOP, TWTA ou « Traveling Wave Tube Amplifier ») utilisé surtout dans les transmissions satellitaires, pour générer de fortes puissances [19].
- L'amplificateur à semi-conducteur (SSPA, ou « Solid State Power Amplifier »), utilisé dans les transmissions terrestres comme dans le cas de la communication radio mobile, les téléphones portables et la boucle radio [20].

#### 4.1.2 La caractéristique de transfert AM/AM

Dans un amplificateur de puissance la relation entrée-sortie est caractérisée par deux fonctions de transferts l'une relative à la phase et l'autre à l'amplitude du signal de sortie de l'amplificateur. La caractéristique AM/PM donne la relation entre Amplitude d'entrée et phase du signal de sortie de l'amplificateur. Par contre, la caractéristique AM/AM que nous analysons en détail ici, donne de la relation entre la puissance du signal d'entrée et celle du signal de sortie. Cette caractéristique AM/AM a un aspect particulier pour les amplificateurs de type SSPA représenté sur la Figure 1.14.

La caractéristique AM/AM [21] [22] d'un amplificateur de puissance comporte trois zones particulières :

- i La zone linéaire (Zone I) : C'est la zone la plus exploitée. Dans cette zone l'amplificateur a un comportement linéaire. Le signal de sortie est proportionnel au signal d'entrée avec un gain supérieur à 1. C'est exactement le rôle que l'on souhaite obtenir de l'amplificateur. Aucune distorsion apparaît dans cette zone. Noter que les puissances d'entrée sont faibles dans cette zone.
- ii La zone de compression (Zone II) : Dans cette zone, la puissance de sortie de l'amplificateur n'est plus proportionnelle à celle du signal d'entrée. Des signaux de nature différente au signal d'entrée apparaissent en sortie : ce sont des distorsions qui peuvent être des distorsions d'amplitudes, d'harmoniques, de phase, ou encore d'intermodulations. On a plus ainsi une réplique exacte du signal d'entrée. On remarque que la caractéristique de l'amplificateur dans cette zone est de plus en plus curviligne. Le gain donc diminue par rapport à celui de la zone linéaire où il était constant. Cette zone contient un point particulier appelé point de compression de l'ampli qui est atteint lorsque l'écart entre la courbe de gain de cette zone et le prolongement du gain linéaire de la zone linéaire est de 1 dB, Fig. 1.14.
- iii La zone de saturation (Zone III) : C'est une zone où la puissance de sortie du signal reste quasi constante lorsque l'on augmente la puissance de l'entrée. On dit que l'amplificateur est saturé. Dans cette zone des distorsions apparaissent également. Noter que les puissances d'entrée dans y sont très élevées. Le bilan énergétique est donc médiocre.

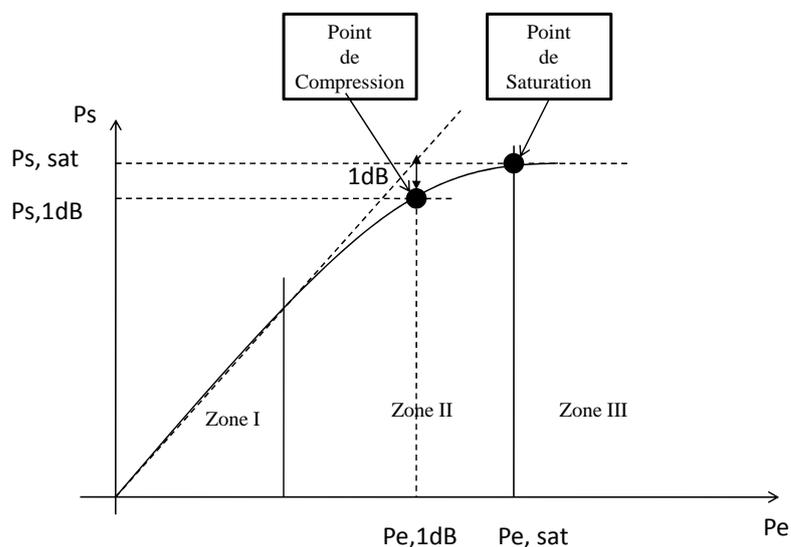


FIGURE 1.14 – Exemple de Caractéristique AM/AM d'un amplificateur de puissance

Selon la zone d'amplification, le signal obtenu à la sortie de l'amplificateur sera plus ou moins affecté par les distorsions. On cherchera toujours à se rapprocher du

point de compression tout en restant dans la zone linéaire pour éviter les distorsions et maximiser le rendement de l'amplificateur [23]. Certains systèmes mettent en place des techniques de linéarisation [24] [25] qui permettent d'étendre la zone de fonctionnement linéaire de l'amplificateur. Le but de cette manipulation est d'avoir une plage assez importante de la zone linéaire afin de pouvoir effectuer l'amplification sans engendrer de distorsions. Ces techniques sont souvent très complexes à mettre en oeuvre et ne sont pas souvent applicable dans certains systèmes. On peut citer les Méthodes de linéarisations suivantes : La technique de la pré-distorsion(PD), la technique du Feed-Forward(FF), et celle du Feed-back(FB), [26].

#### 4.1.3 Le recul d'entrée et le recul de sortie

Pour utiliser un amplificateur de puissance on se place généralement dans sa zone linéaire à une certaine hauteur de son point de compression que nous avons défini dans le paragraphe précédent. Cela se traduit par le choix du niveau de puissance du signal d'entrée que l'on souhaite amplifier. Soit  $\mathcal{P}_e$  la puissance d'entrée de l'amplificateur et  $\mathcal{P}_{e,1dB}$  celle au point de compression. De même notons par  $\mathcal{P}_s$  la puissance de sortie de l'amplificateur et  $\mathcal{P}_{s,1dB}$  celle au point de compression. On définit les notions suivantes de « Input Back-Off »(IBO) et de « Output Back-Off » par les relations suivantes :

$$IBO = 10 \log_{10} \left( \frac{\mathcal{P}_{e,1dB}}{\mathcal{P}_e} \right) \quad (1.25)$$

$$OBO = 10 \log_{10} \left( \frac{\mathcal{P}_{s,1dB}}{\mathcal{P}_s} \right) \quad (1.26)$$

L'IBO ou l'OBO sont des paramètres caractérisant la zone de la fonction de transfert AM/AM de l'amplificateur dans laquelle il est utilisé, Fig. 1.15. Plus ils sont faibles, plus on s'approche de la zone de saturation de l'amplificateur et on verrait apparaître des distorsions. Dans ce cas, le seul avantage serait le rendement énergétique obtenu qui est très important pour le bilan énergétique. En effet, on montre que le rendement d'un amplificateur analogique des classes A, B, AB, et C qui sont les plus utilisés, est donné par l'équation (1.27), [27], où  $\theta$  représente l'angle de conduction du courant du drain. On peut ainsi observer que lorsque l'OBO est faible, c'est à dire  $\mathcal{P}_s$  élevée, on a bien un rendement  $\eta$  important, Fig. 1.15.

$$\eta = \frac{\theta - \sin(\theta) \cos(\theta)}{2(\sin(\theta) - \theta \cos(\theta))} \frac{1}{OBO} \quad (1.27)$$

Par contre, lorsque l'OBO est élevé, la puissance de sortie est faible. On s'éloigne donc du point de compression de l'amplificateur en se rapprochant d'avantage de sa zone linéaire. De très faible distorsions du signal apparaissent, voir aucunes. On cherchera toujours à adopter un OBO élevé en effectuant un recul d'entrée (IBO) important. Mais ce choix n'est pas sans conséquence car comme on peut le voir avec l'équation (1.27) le rendement serait très faible. Dans ce cas, l'amplificateur consommerait plus d'énergie inutilement. Des techniques permettent de réduire les distorsions des amplificateurs en

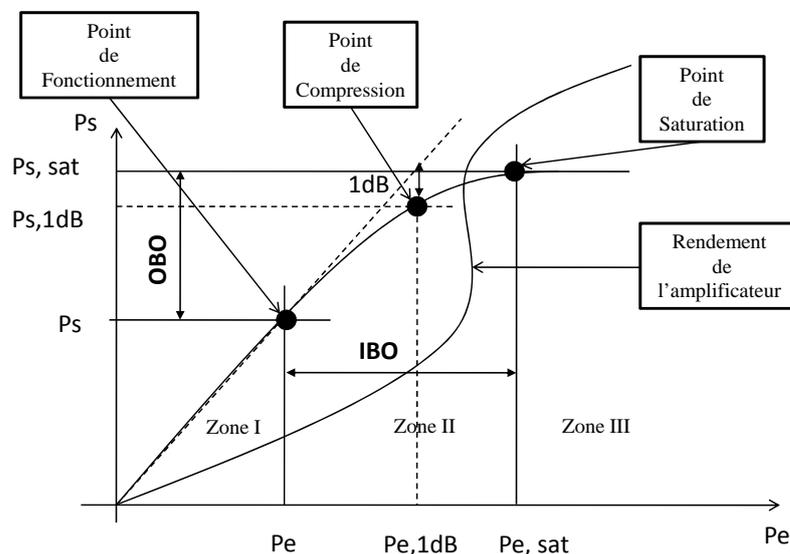


FIGURE 1.15 – Exemple de Caractéristique AM/AM d'un amplificateur de puissance

éviter un trop recul d'entrée, on peut citer entre autre les techniques de linéarisation des amplificateurs de puissance [24] [28].

#### 4.1.4 Influence du Peak Power Ratio PAPR sur l'amplification

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que des distorsions apparaissent lorsqu'un signal est amplifié dans une zone proche de la saturation de l'amplificateur. La solution simple, adoptée pour éviter ce phénomène est d'amplifier le signal dans la zone linéaire de l'amplificateur en adoptant un recul d'entrée (IBO) important. Cependant l'un des inconvénients majeurs de ce procédé, est la baisse du rendement énergétique de l'amplificateur. Typiquement, cela se traduit dans les téléphones mobiles, par une plus forte consommation de la batterie qui s'épuiserait plus vite. Un choix judicieux du point de fonctionnement (IBO, OBO) doit donc être trouvé afin de gagner dans les deux tableaux à savoir un fort rendement et une absence de distorsions.

Le compromis dépend intrinsèquement de la nature du signal à l'entrée de l'amplificateur. En effet lorsque le signal d'entrée possède de fortes excursions autour de sa moyenne, il sera risqué d'amplifier le signal dans une zone proche de la saturation. Par contre lorsque ses excursions sont faibles, amplifier le signal dans la zone critique n'entraînerait pas de distorsions et permettrait d'obtenir un grand rendement. C'est ainsi que la notion de PAPR a été introduite comme critère de choix du point de fonctionnement (IBO, OBO).

En effet, Le PAPR d'un signal  $x(t)$  ou « Peak to Average Power Ratio » [29] est par définition le rapport entre la puissance maximale du signal  $x(t)$  et sa puissance moyenne sur un temps donné. Cette quantité indique l'amplitude des excursions autour

de la valeur du signal d'entrée. Il permet ainsi de déterminer le bon recul d'entrée (IBO) à adopter afin de s'assurer que les plus grandes excursions du signal soient loin de la zone de saturation.

$$PAPR = \frac{\max_{0 \leq t \leq T} (|x(t)|^2)}{\frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt} \quad (1.28)$$

Un signal à faible PAPR possède de faibles excursions autour de sa valeur moyenne, on peut ainsi choisir un point de fonctionnement proche du point de compression sans risquer d'obtenir des distorsions et en garantissant un rendement plus élevé. On peut citer comme exemple, le choix de la modulation GMSK pour le GSM [30] [31] qui permet d'obtenir un PAPR nul [32] pour un canal GSM.

Par contre un signal à fort PAPR possède des excursions très importantes autour de sa moyenne. Pour ces signaux le choix d'un point de fonctionnement très éloigné de la zone de saturation de l'amplificateur s'impose. Ce choix est très préjudiciable car le rendement obtenu sera très médiocre. Les signaux multi-porteuses comme l'OFDM sont des exemples de signaux à fort PAPR[33].

## 4.2 Evaluation du PAPR du signal SC-FDMA

Dans cette partie nous examinons le PAPR du signal SC-FDMA (voir [34]). Pour cela reconsidérons l'équation (1.28) avec les notations de la section 3. Le signal échantillonné  $\{s_m^k\}_{0 \leq m \leq N-1}$  de la sortie du modulateur SC-FDMA de l'utilisateur  $k$  sur une période symbole  $T$  est donné par l'équation (1.9). Cette équation est valable quelque soit le mapping utilisé : I-FDMA ou L-FDMA. En prenant en compte le filtre de mise en forme en cosinus surélevé  $p(t)$  donné par l'équation (1.1), on obtient le signal émis (1.6), qui peut s'écrire comme suit où  $f_c$  représente la fréquence RF du système.

$$s^k(t) = \frac{1}{N} e^{j2\pi f_c t} \sum_{m=0}^{N-1} s_m^k p(t - mT) \quad (1.29)$$

La relation (1.28) permet de définir le PAPR du signal SC-FDMA de l'utilisateur  $k$  comme suit :

$$PAPR = \frac{\max_{0 \leq t \leq T} (|s^k(t)|^2)}{\frac{1}{T} \int_0^T |s^k(t)|^2 dt} \quad (1.30)$$

Le filtrage remonte le PAPR du signal [35] mais lorsqu'aucun filtre de mise en forme est utilisé le PAPR du signal SC-FDMA de l'utilisateur  $k$  se calcule simplement à partir de ses symboles  $s_m^k$  émis :

$$PAPR = \frac{\max_{0 \leq m \leq N-1} (|s_m^k|^2)}{\frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} |s_m^k|^2} \quad (1.31)$$

La suite de symboles  $\{s_m^k\}_{0 \leq m \leq N-1}$  suit une loi aléatoire car générée à partir des symboles sources tirés dans un alphabet de  $Q$  éléments selon une loi uniforme. Dès lors le PAPR du signal devient une variable aléatoire. Il est donc nécessaire d'utiliser la distribution du signal pour le calcul de la valeur maximale des échantillons  $|s_m^k|^2$  ainsi que de leur valeur moyenne. Wullich et Goldfeld ont montré dans [36] que l'amplitude d'un signal mono-porteuse n'a pas une distribution gaussienne, il est donc difficile d'établir une expression exacte du PAPR du signal SC-FDMA qui est un signal monoporteuse comme l'on l'avons déjà indiqué.

Ainsi, pour contourner le problème, on utilise en général des méthodes numériques pour estimer le PAPR. La technique la plus répandue est celle de la CCDF « Complementary Cumulative Distribution Function » du PAPR [37] qui correspond à la probabilité pour que le PAPR soit supérieur à une certaine valeur  $\text{PAPR}_0$  :  $\Pr(\text{PAPR} > \text{PAPR}_0)$ .

En résumé, pour déterminer le PAPR du signal SC-FDMA nous simulerons la chaîne de transmission du système pour générer les symboles  $\{s_m^k\}_{0 \leq m \leq N-1}$  sur une période  $T$ ; l'équation (1.30) ou (1.31) sera ensuite appliquée pour déterminer numériquement le PAPR du signal.

### 4.3 Etude comparative du PAPR des signaux SC-FDMA et OFDM

Dans cette section, nous donnons une comparaison du PAPR du signal SC-FDMA (I-FDMA ou L-FDMA) et de celui de l'OFDM qui est une technique de transmission utilisé aujourd'hui dans de nombreux systèmes comme le DAB, DVB-T, le IEEE 802.11 ou Wifi, le WLAN...

Pour les simulations, nous avons choisi un système de 5MHz de largeur de bande avec une modulation de type Q-PSK pour les deux signaux SC-FDMA et OFDM. La taille de la DFT au niveau émetteur est fixée à  $Q = 16$  et la taille de l'IDFT à  $N = 512$  pour le système SC-FDMA, ce qui nous donne un facteur d'étalement spectrale de  $L = 32$ . Le filtre de mise en forme utilisé dans ce cas est le filtre en cosinus-surélevé. Pour les systèmes OFDM, aucun filtre n'est utilisé et la taille de l'IDFT est également fixée à  $N = 512$ . Seul le cas mono-utilisateur est considéré dans les deux systèmes. Dans un premier temps nous ignorons le filtre de mise en forme Figure 1.16, avant de voir son impact sur les résultats de simulations Figure 1.17 pour ce qui concerne le cas des signaux SC-FDMA. Dans tous les cas de figures on peut constater que la CCDF du PAPR (donc le PAPR) du signal SC-FDMA est plus faible que celle de l'OFDM Figure 1.16 et Figure 1.17. De plus on observe que le PAPR du signal I-FDMA est toujours inférieur à celui du signal L-LFDMA, même si cet écart se ressert lorsque nous utilisons un filtre de mise en forme en cosinus surélevé.

Sur la Figure 1.17, on peut également noter l'influence du facteur de roll-off sur le PAPR du signal. Plus ce facteur diminue, plus le PAPR du signal SC-FDMA (I-FDMA et L-FDMA) augmente. Ce résultat avait déjà été montré par Jacques Palicot et Yves Louet dans [38] pour les systèmes monoporteuse en général. Cela s'explique avec la remontée spectrale des lobes secondaires du signal, causée par le filtre de mise en forme qui devient de plus en plus carré lorsque le roll-off diminue. Mais malgré la dégradation du PAPR du signal SC-FDMA, le PAPR de l'OFDM reste très élevé par rapport à celui

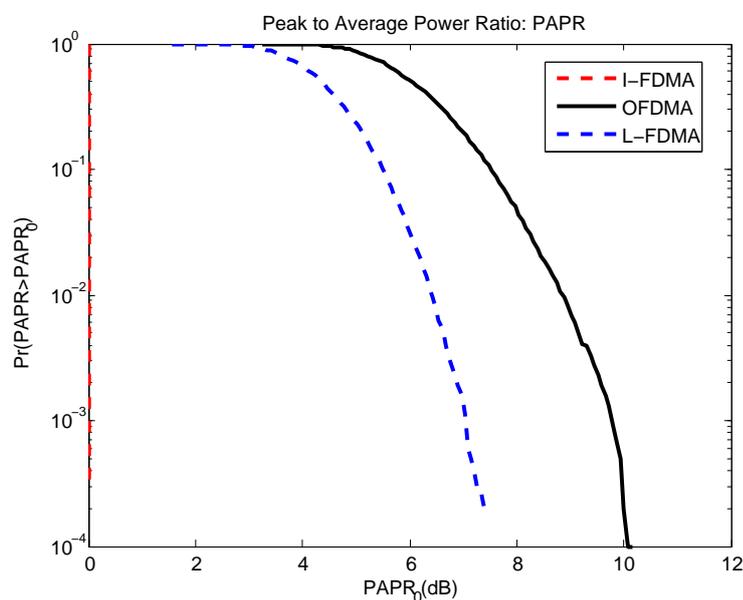


FIGURE 1.16 – Comparaison de la CCDF du PAPR du signal SC-FDMA sans filtre de mise en forme, et du signal OFDMA.

du signal SC-FDMA. Il est aussi intéressant de noter que le PAPR du L-FDMA ne varie pratiquement pas avec le facteur de roll-off, Figure 1.17.

## 5 SC-FDMA et autres techniques de modulation

Dans ce paragraphe nous menons une étude comparative entre la technique de modulation SC-FDMA et celle des systèmes OFDMA et DS-SS qui ont été des systèmes concurrents lors de la normalisation du 3GPP LTE. Ils s'agit de dresser les points communs et les avantages et inconvénients de chaque techniques.

### 5.1 SC-FDMA et OFDMA

L'OFDMA est une technique d'accès multiple basée sur la technique OFDM, et adoptée dans la norme 3GPP LTE pour les communications dans le sens descendant. Comme nous avons pu le constater dans la section 3, le système SC-FDMA a des ressemblances à bien des égards avec le système OFDMA. Sur la Fig.1.18, on peut observer que le SC-FDMA n'est rien d'autre que de l'OFDMA avec un précodage DFT suivi d'un multiplexage particulier dans le domaine fréquentiel. Cette figure permet de

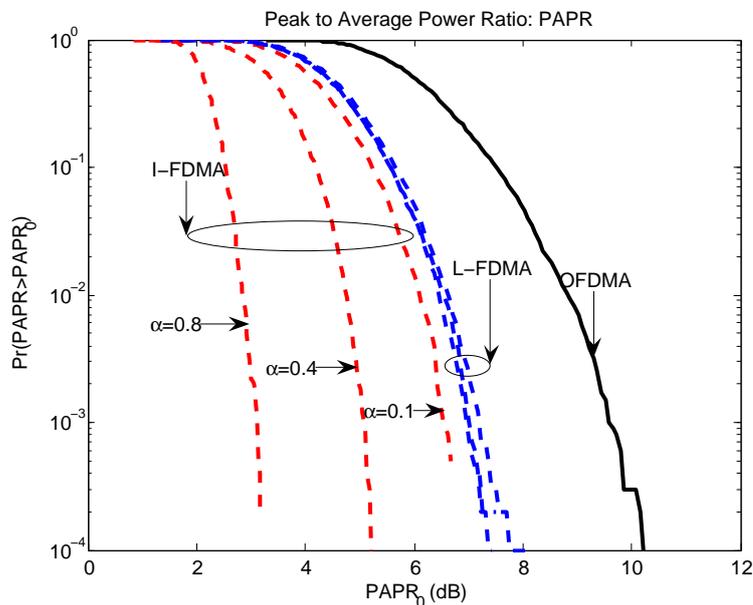


FIGURE 1.17 – Comparaison de la CCDF du PAPR du signal SC-FDMA avec un filtre de mise en forme en cosinus-surélevé (Rool-off  $\alpha$ ), et du signal OFDMA.

relever les points communs entre ces deux techniques qui sont les suivants :

- Une transmission des données en blocs
- Un multiplexage des données en fréquentiel au sens où ils sont réparties sur plusieurs sous-porteuses orthogonales
- Une égalisation de canal réalisée dans le domaine fréquentiel
- Un intervalle de garde pour prévenir des interférences entre blocs.
- Une complexité globalement équivalente

Mais ces techniques n'ont pas que des points communs. La différence majeure entre elles, réside dans le fait que l'OFDMA est une technique de transmission multi-porteuse tandis que le SC-FDMA est quant à elle une technique mono-porteuse. Si  $B_{canal}$  correspond à la largeur de bande du système utilisé, et  $L$  le nombre d'utilisateurs qui doivent se partager les ressources radio, alors la largeur de bande de chaque utilisateur serait de  $B_{mobile} = \frac{B_{canal}}{L}$ . Dans la norme 3Gpp LTE, les symboles sources de durée  $T$  de chaque utilisateur viennent moduler un ensemble de sous-porteuses chacune ayant 15 KHz de largeur de bande. Dans le cas du système OFDMA la bande passante  $B_{mobile}$  de chaque utilisateur est subdivisée en  $Q$  sous-porteuses modulées parallèlement par  $Q$  flux de données distincts ; chaque symbole dans un flux ayant chacun une durée de  $Q \times T$ , Fig. 1.19. Ce procédé réalise indirectement une compression de chaque symbole source dans le domaine fréquentiel d'un facteur  $Q$ , accompagné d'un étalement de facteur  $L$  de la durée du symbole dans le domaine temporel. La transmission se faisant parallèlement sur  $Q$  sous-porteuses, le système de transmission est donc un système multi-porteuse.

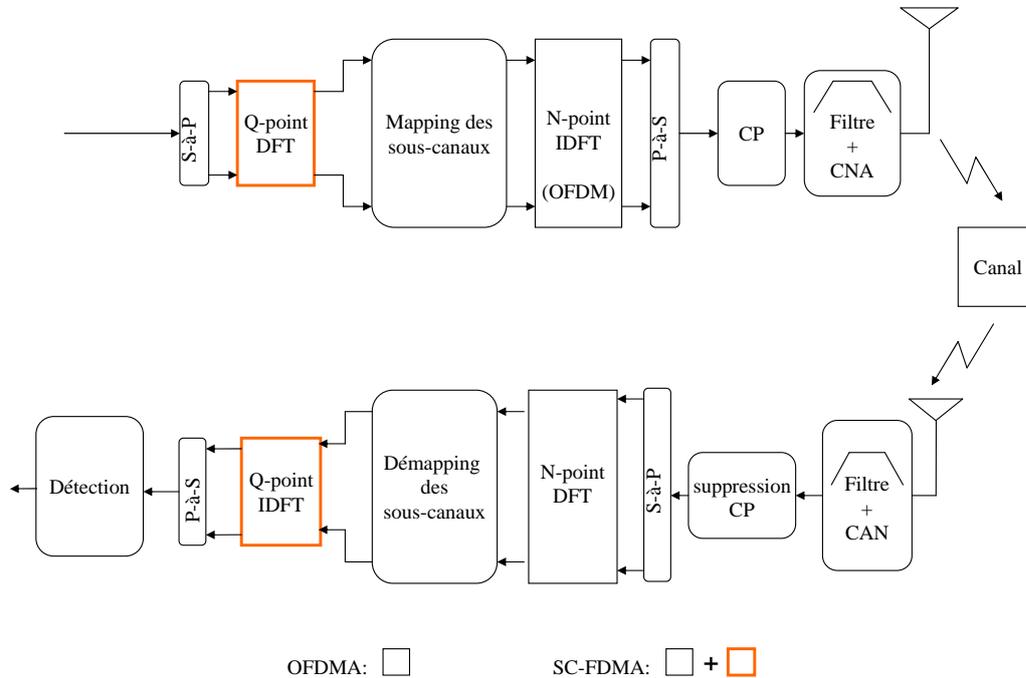


FIGURE 1.18 – Emetteur/Récepteur des systèmes OFDMA et SC-FDMA

Ce système permet d'une part d'augmenter de manière considérable le débit du système, grâce à la transmission en parallèle des symboles de données, mais permet également au système d'être plus robuste vis à vis des interférences entre symboles grâce à l'augmentation de leur durée. Mais ce système n'a pas que des avantages. En effet le caractère multi-porteuse du signal émis de l'OFDMA, conduit à une fluctuation importante du signal autour de sa valeur moyenne : On a un fort PAPR qui nécessite soit un traitement de réduction auquel cas on augmenterait la complexité du système, soit en adoptant un IBO (voir section. 4.1) élevé ce qui entrainerait un mauvais rendement énergétique du système.

Par contre, pour les systèmes SC-FDMA, Fig. 1.19, chaque symbole source est d'abord étalé dans le domaine fréquentiel par un facteur  $L$  pour occuper toute la largeur de bande du système,  $B_{canal}$ . Chaque symbole est ensuite émis pendant une durée équivalente à  $\frac{T}{L}$ . Un symbole SC-FDMA comprend alors  $N = Q * L$  échantillons, avec une durée de  $L * T$  qui correspond également à la durée d'un symbole OFDMA. Ainsi le système SC-FDMA transmet les symboles de façon séquentielle au cours du temps sur une seule porteuse. Il s'agit ainsi d'un système mono-porteuse. De ce fait, contrairement à l'OFDMA ce système a l'avantage d'avoir un très faible PAPR qui a été déterminant quant à son adoption dans la norme 3GPP LTE.

Un autre avantage de ce système par rapport à l'OFDMA est le précodage réalisé à l'émission. En effet l'OFDMA réalise une égalisation et une détection séparément pour

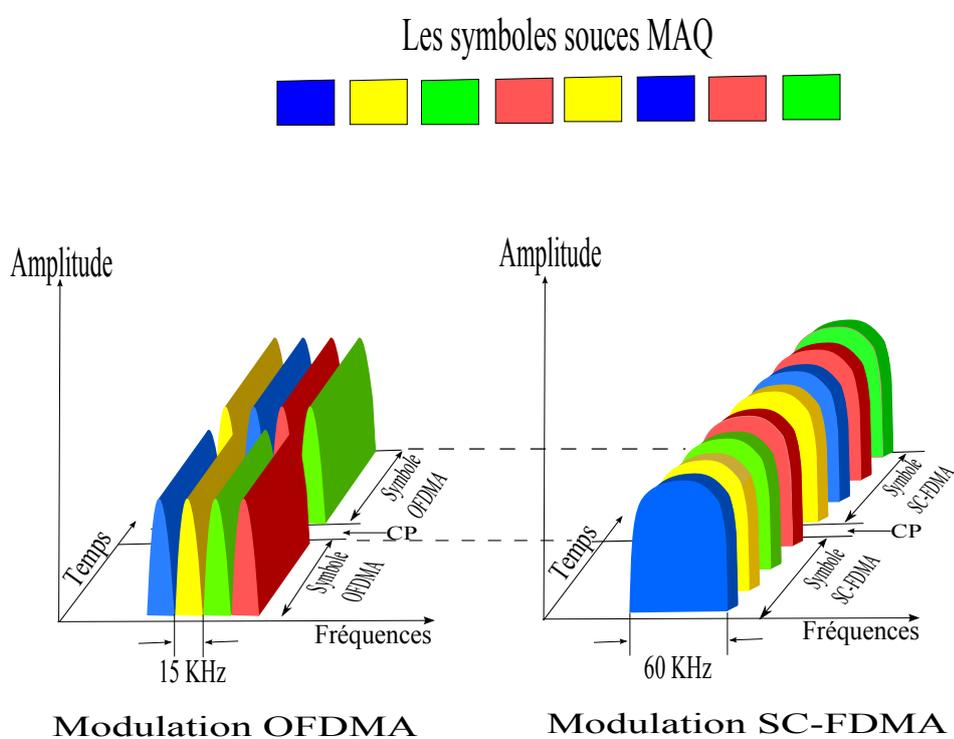


FIGURE 1.19 – Comparaison des modes de transmission parallèle (resp. séquentiel) des systèmes OFDMA (resp. SC-FDMA)

chaque sous-porteuse du système. Ainsi lorsque qu'aucun codage est réalisé dans ce système, le canal étant très sélectif, certaines porteuses seront supprimées par le canal et il serait donc impossible de retrouver le flux de données localisé sur les porteuses supprimées. Par contre dans le système SC-FDMA la détection est effectuée après le modulateur DFT à la réception qui lui rend ainsi moins sensible à la sélectivité fréquentielle du fait que les perturbations sont moyennées sur toute la largeur de bande du système comme on peut le constater sur la Figure 1.20. Le modulateur DFT se comporte donc comme un précodeur.

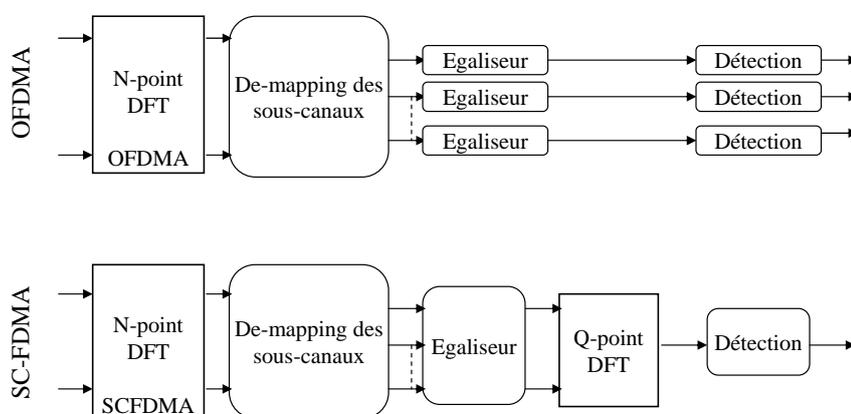


FIGURE 1.20 – Egalisation des systèmes OFDMA et SC-FDMA

## 5.2 SC-FDMA et DS-CDMA

Le DS-CDMA ou « Direct Séquence code division multiple access ». associé avec la technique d'égalisation fréquentielle (FDE), a remplacé le récepteur type Rake utilisé dans le DS-CDMA par une égalisation dans le domaine fréquentiel. Un récepteur Rake consiste à un banc de filtres de corrélateur chacun étant synchronisé sur une sous-porteuse du système. Ainsi, lorsque le nombre de sous-porteuses devenait considérable, la complexité du récepteur augmentait. C'est pourquoi la technique FDE [39] (Frequency domain equalization) a été préférée par rapport au Rake pour sa simplicité de mise en œuvre. Une illustration du système DS-CDMA avec la technique FDE est donnée dans la Fig. 1.21.

Trois points communs essentiels existent entre ce système avec égalisation FDE et le système SC-FDMA. En effet les deux techniques mettent en œuvre un étalement spectral l'un, le DS-CDMA, par le moyen d'une séquence plus rapide que le signal source à émettre; et l'autre, le SC-FDMA, par le moyen d'un multiplexage fréquentiel permettant de transformer le signal source bande étroite à un signal large bande occupant toute la largeur de bande du système. L'autre point commun entre ces techniques est leur faible PAPR. Quand on observe la Figure 1.21, on peut s'apercevoir que les deux systèmes sont mono-porteuses ce qui leur confère une faible fluctuation du signal émis,

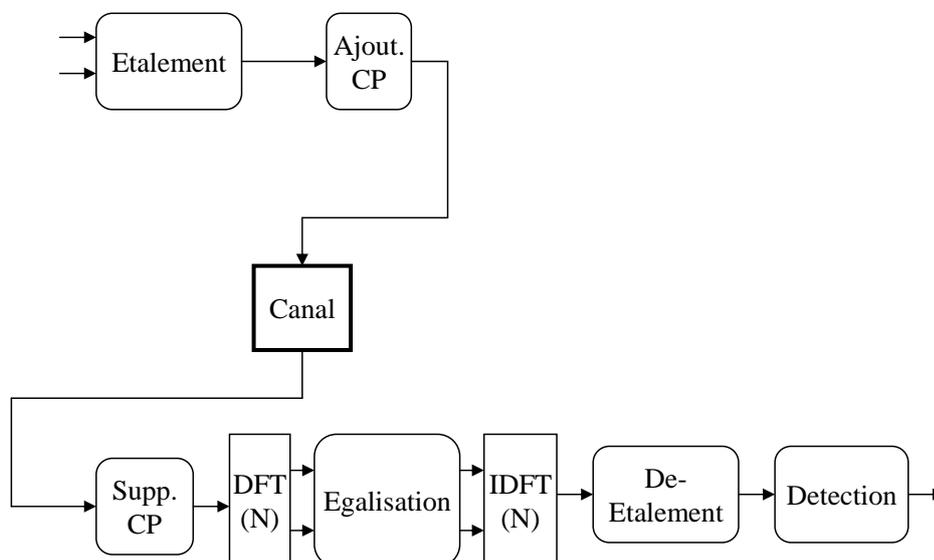


FIGURE 1.21 – Emetteur/Récepteur du DS-SS avec une Egalisation FDE

propriété intéressante par rapport au bilan énergétique. Et le dernier point essentiel, est l'utilisation d'un égaliseur en fréquentiel (FDE) qui rend la structure du récepteur moins complexe.

Mais le DS-SS présente le désavantage d'être incompatible avec la technique du CDS (Channel Dependent Scheduling) utilisée dans le SC-FDMA pour augmenter la diversité multi-utilisateurs dans le cas du L-FDMA et la diversité fréquentielle dans le cas de l'I-FDMA.

## 6 SC-FDMA dans la norme 3GPP LTE

### 6.1 Du GSM au LTE : L'histoire

Le 3GPP « 3rd Generation Partnership Project » est une coopération signée en décembre 1998, entre organismes de standardisation régionaux en Télécommunications tels l'ETSI (Europe), ARIB-TTC (Japon), CCSA (Chine), ATIS (Amérique du Nord) et TTA (Corée du Sud), visant à produire des spécifications techniques dans le but de faire évoluer la norme GSM de l'époque dite de 2nd Génération, vers la norme dite de 3eme génération que nous connaissons aujourd'hui l'UMTS (Universal Mobile Telecommunications System).

Depuis cette signature, plusieurs améliorations du GSM ont été proposées et déployées : Il y a eu le GPRS (General Packet Radio Service) en 2000 avec la Release 97 qui permettait l'envoi de flux de données dans les réseaux pour la première fois [40]. C'était le début d'internet sur les mobiles. Les débits sont de l'ordre de 40Kbps pour le downlink et de 14Kbps pour le uplink. Après le GPRS, le 3GPP a mis en place la

technologie EDGE (Enhanced Data rates For Global Evolution), Release 98, labélisée sous le nom de 2.75 G [40]. C'est une évolution majeure qui touche la technologie d'accès radio. La technique de modulation GMSK du GSM a été remplacée par la technique de modulation 8PSK, qui permet d'améliorer le débit binaire pour atteindre 384Kbps pour le downlink. Une nouvelle technique de codage canal a également été adoptée pour améliorer l'efficacité spectrale.

Après ces évolutions du GSM considérées toujours comme technologie de 2nd génération, l'UMTS (Universal Mobile Telecommunications System) a complètement bouleversé les systèmes de téléphonie mobile, release 99. Tout le réseau mobile a été repensé dans sa totalité dans cette nouvelle norme qui marque ainsi le passage de la 2G à la 3G. C'est la norme en vigueur dans les réseaux actuels disponible depuis 2002 dans certains pays. Il permet d'obtenir des débits très élevés (2Mbps) et donc de supporter plusieurs services comme internet haut débit, visiophonie, vidéo à la demande. Cette norme a connu des évolutions techniques elle aussi depuis sa mise en place. Les techniques HSDPA et HSUPA ont permis d'augmenter encore plus son débit, 14.4 Mbps en downlink puis de 5.8 Mbps en uplink.

Lancé depuis 2004, le « Long Term Evolution » (LTE) est un projet initié au sein du 3GPP, axé sur l'amélioration de la technique d'accès radio (UTRA) et l'optimisation de l'architecture des systèmes de troisième génération existants UMTS. La volonté de départ a été d'augmenter le débit moyen utilisateur de trois à quatre fois celui de la release 6 HSDPA pour la voix descendant soit  $\approx 100\text{Mbits/s}$  ; mais également de deux à trois fois celui de la voix montante HSUPA soit  $\approx 50\text{Mbits/s}$ .

En 2007, le projet LTE est passé de l'étude de faisabilité aux premières spécifications techniques. Ainsi en Décembre 2008, après plusieurs améliorations, les spécifications sont enfin suffisamment mûries pour la mise oeuvre commerciale du LTE, pour donner naissance à la Release 8 qui est la norme 3GPP LTE.

## 6.2 Spécifications du LTE

Le 3GPP LTE est la nouvelle norme qui offre une évolution à la fois de l'UTRA ainsi que du réseau cœur de l'UMTS. La Release 8 contient les bases de cette norme. Elle a permis d'augmenter le débit des données et la qualité de service avec des équipements moins complexes et optimisés, et aussi de réduire les temps de latences du système. Cette nouvelle norme est dans la continuité des systèmes existant afin d'éviter tout démantèlement de réseaux et donc de limiter le coût de son déploiement.

Pour augmenter l'efficacité spectrale du système, de nouvelles techniques d'accès radio ont été adoptées dans cette norme. Pour les communications de la voix descendante, c'est la technique d'accès OFDMA « Orthogonal Frequency Division Multiple Acces » basée sur l'OFDM qui est choisie. Ce multiplexage est basé sur une modulation de type OFDM qui a déjà fait ses preuves dans plusieurs systèmes comme le WIFI(IEEE 802.11), la DVB-T « Digital Video Broadcasting - Terrestrial ». Simple à mettre en oeuvre, elle est très robuste à la sélectivité des canaux multi-trajets et per-

met d'envoyer des débits élevés dans le réseau sans risquer une forte dégradation de la qualité de transmission. Avec cette technique d'accès le débit crête atteint 100Mbps en downlink.

Pour les communications de la voie montante, c'est la technique SC-FDMA étudiée dans cette thèse qui a été préférée à celle de l'OFDMA. Comme nous l'avons déjà vu dans la Section. 6.1 cette technique est très proche de la technique OFDM, mais son principal avantage sur son concurrent est son faible PAPR que nous avons montré auparavant. C'est la principale raison qui a valu son adoption pour le LTE uplink. Il est aussi simple à mettre en œuvre, avec une bonne efficacité spectrale, et est tout aussi robuste aux canaux sélectifs multi-trajet. La technique d'accès L-FDMA a été préférée à celle de l'I-FDMA, car permettant d'obtenir des débits plus importants lorsque la technique de CDS (Channel Dependent Scheduling) est utilisée. Avec cette technique d'accès le débit crête atteint 50 Mbps en Uplink pour le LTE. Dans cette section nous donnons quelques détails sur les spécifications du SC-FDMA dans la norme LTE.

### 6.3 Spécifications du SC-FDMA dans le LTE

#### 6.3.1 Trames et Slots

Les transmissions en voie montante dans les systèmes LTE sont organisées en modes trames et slots, Figure 1.22. Une trame est constituée de 20 slots ; chacune ayant 6 ou 7 symboles SC-FDMA selon le type d'intervalle de garde utilisé. La durée d'une trame est fixée à 10 ms, soit 0.5 ms pour la slot. Du point de vue spectrale, le système LTE dispose de six canaux de largeur de bande allant de 1.4 à 20 MHz, Table 1.1. Chaque canal est subdivisé en plusieurs sous-canaux (sub-carriers) de largeur  $\Delta f = 15$  KHz chacun. Ainsi, la durée d'un symbole SC-FDMA est donnée par :

$$T_{\text{symb}} = \frac{1}{\Delta f} = \frac{1}{15 \times 10^3} \approx 44 \mu s \quad (1.32)$$

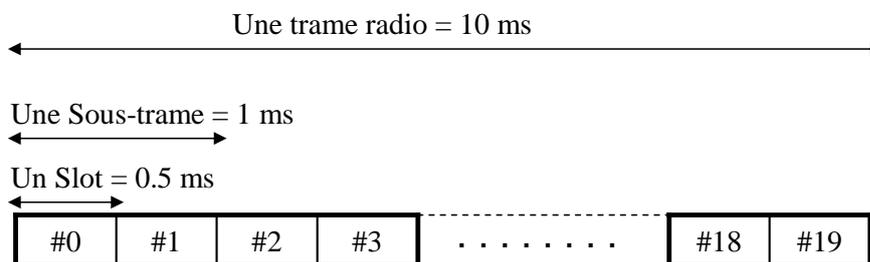


FIGURE 1.22 – Trame et Slot du système SC-FDMA.

Pour absorber l'interférence entre symboles, la technique utilisée consiste à insérer un Intervalle de Garde (IG) ou « Cyclic Prefix (CP) » sur chaque paquet transmis dans le

canal. Il s'agit uniquement de copier la fin de chaque paquet que l'on rajoute au début de celui-ci (Voir Figure 1.23). Ainsi lorsque le retard maximal du canal est inférieur à la longueur de l'intervalle de garde, tout se passe bien c'est à dire que toutes les interférences seront absorbées. Par contre lorsque le retard maximal du canal est grand devant la longueur de l'intervalle de garde, toute l'IES ne sera pas absorbée et l'estimation risque d'être médiocre.

Noter que l'intervalle de garde joue un second rôle qui est de périodiser le signal émis. Cela a pour avantage de rendre circulaire la convolution du canal afin d'obtenir une égalité entre la DFT du signal reçu après suppression de l'intervalle de garde et le produit de la transformée de Fourier du signal émis et de la fonction de transfert du canal de transmission.

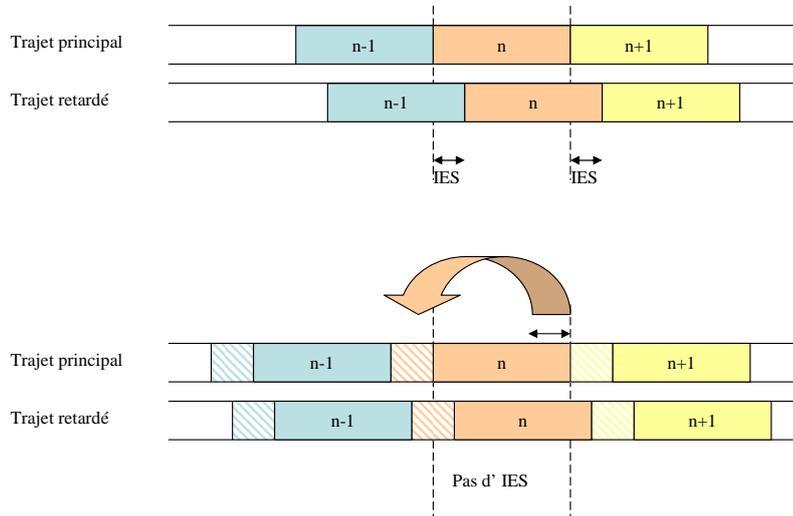


FIGURE 1.23 – Absorption de l'interférence entre symbole IES

L'insertion de l'intervalle de garde (CP ou « Cyclic Prefix »), utilisé dans ce système rallonge la durée symbole. On définit ainsi une nouvelle grandeur  $T_{symb}^{air}$  qui intègre cette modification.

$$T_{symb}^{air} = (1 + CP) \cdot T_{symb} \quad (1.33)$$

Deux types d'intervalles de garde existent pour ce système : L'intervalle de garde normal ou « Normal-CP » dont la durée  $T_{Norm-CP}$  correspond à  $\frac{T_{symb}}{14}$ , et l'intervalle de garde étendu ou « Extended-CP » dont la durée  $T_{Ext-CP}$  correspond à  $\frac{T_{symb}}{4}$ . La norme utilise l'intervalle de garde étendu lorsque l'utilisateur se trouve sur une cellule de grande taille dans laquelle il est susceptible d'obtenir des interférences très sévères dues aux multi-trajets du canal. Le système est alors sous dimensionné et le nombre de symboles SC-FDMA dans un slot est réduit à 6. Par contre l'intervalle de garde normal

qui est plus utilisé est adapté pour les cellules de taille moyenne, le nombre de symboles SC-FDMA par slot est de 7.

La fréquence horloge  $F_{clock}$  du système, a été dimensionnée par rapport à la capacité maximale du système correspondant au canal de largeur de bande de 20 Mhz. C'est la fréquence d'échantillonnage du système à 20 MHz permettant d'obtenir 2048 échantillons SC-FDMA :

$$F_{clock} = 15KHz \times 2048 = 30.72MHz \quad (1.34)$$

Les fréquences d'échantillonnages des systèmes utilisant les autres largeurs de bande correspondent à des diviseurs de  $F_{clock}$  pour des raisons de simplicité. Par exemple le système à 10 Mhz de largeur de bande a une fréquence d'échantillonnage de 15.36 Mhz soit  $\frac{F_{clock}}{2}$ , Table. 1.1.

Les slots sont regroupés deux à deux en sous-trame de 1 ms. Chaque sous-trame constitue un intervalle de temps de transmission LTE (TTI « Transmission Time interval »).

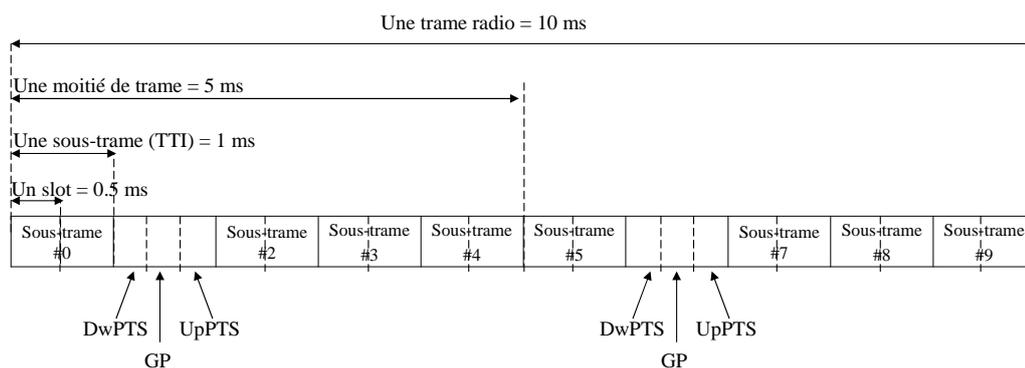


FIGURE 1.24 – Le mode de transmission TDD.

Deux modes de transmissions Uplink-Downlink, ont été spécifiés pour le LTE : Le Mode FDD « Frequency Division Duplex » dans lequel les transmissions en voix montante et descendante utilisent des bandes de fréquence différentes, et le mode TDD « Time Division Duplex » où les ressources fréquentielles sont les mêmes pour le uplink et le downlink. La Figure 1.24 représente la structure de chaque trame dans le mode TDD. Pour ce type de transmission, comme le montre la figure, les sous-trames N°1 et N°6 sont réservées pour préciser le sens de transmission de la trame. Les canaux DwPTS et UpPTS véhiculent cette information. Un autre canal, GP, est utilisé comme intervalle de garde pour bien isoler les canaux précédemment cités.

### 6.3.2 Allocation de ressources

Dans les systèmes LTE, les ressources radio sont allouées à chaque utilisateur en temps et en fréquence. La plus petite ressource allouée est appelée RB « Resource Block ». Toutes les ressources block RB disponibles dans un système de largeur de bande

donné, est appelé RG ou « Resource Grid ». Un RB a une durée de 0.5 ms et une largeur de bande de 180 KHz correspondant ainsi à un slot. Etant donné que l'intervalle entre sous-canaux est de  $\Delta f = 15$  KHz, il ya exactement 12 sous-canaux dans une ressource block. Chaque utilisateur se voit attribuer un multiple de la ressource RB selon ses besoins de communication. La largeur de bande allouée est donc un multiple de 180 KHz et la couche physique emploie le mode localisé pour le partage des ressources comme nous l'avons déjà vu dans la section 6.2. Compte tenue du mode localisé, le système ne peut allouer que des ressources block consécutives. Le nombre de RB maximal utilisable dans un système à 1.4Mhz est de 6 alors que ce nombre atteint 100 pour les systèmes à 20MHz. Le Tab. 1.1 montre les différents paramètres du système selon la largeur de bande utilisée. On peut constater que tous les sous-canaux de l'IDFT ne contiennent pas tous des informations, en effet une bande de garde est réservée dans le domaine fréquentiel pour éviter les radiations hors bande : On peut le constater sur le Table. 1.1 en remarquant que le nombre de sous-porteuses réellement modulé ( $N_{SC}^{RB} \times N_{RB}^{UP}$ ) est différents de la taille de l'IDFT ( $N$ ).

D'autre part, dans le domaine temporel, comme nous l'avons déjà vu dans le paragraphe précédent, une ressource block RB qui n'est rien d'autre qu'un slot, est constituée de 6 ou 7 symboles SC-FDMA selon la configuration de l'intervalle de garde CP. Les Figure 1.25 et Figure 1.26 donnent respectivement une représentation en temps et en fréquence de la structure d'un slot ou RB.

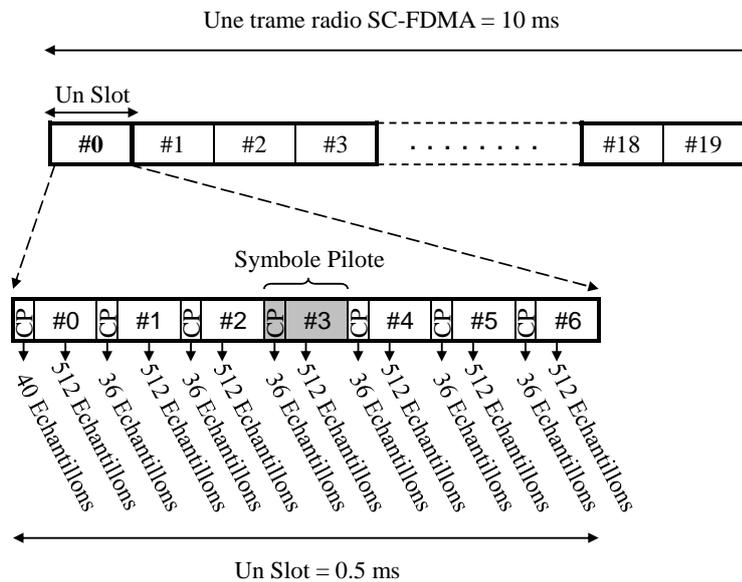


FIGURE 1.25 – Représentation temporelle du slot d'un système SC-FDMA à 5 Mhz de largeur de bande

### 6.3.3 Signaux de références : Pilotes

Dans la norme LTE, en plus du signal informatif émis, et des signaux de contrôle de la transmission, on utilise des signaux de références(ou pilotes). Ces signaux servent à estimer le canal de transmission pour la démodulation ou pour application d'un algorithme de CDS (Channel Depend Scheduling) afin d'allouer les meilleurs RB à chaque utilisateur lui permettant d'obtenir un bon débit. Ainsi, dans une ressource block RB, le symbole N°4 est réservé pour véhiculer les signaux de références. Ainsi, lorsque qu'un intervalle de garde dit normal est utilisé, un symbole sur sept du signal SC-FDMA transmis sera constitué de signaux pilotes. Le débit se trouve alors réduit de  $\frac{1}{7}$  ce qui est préjudiciable. Noter que les symboles de références utilisés sont des séquences de CAZAC ou « Constant Amplitude Zero Auto-correlation ». Les séquences Zadoff-Chu en sont un exemple. Elles sont réputées avoir une faible auto-corrélation, une amplitude constante, une réponse fréquentielle plate, et une faible inter-corrélation circulaire entre elles.

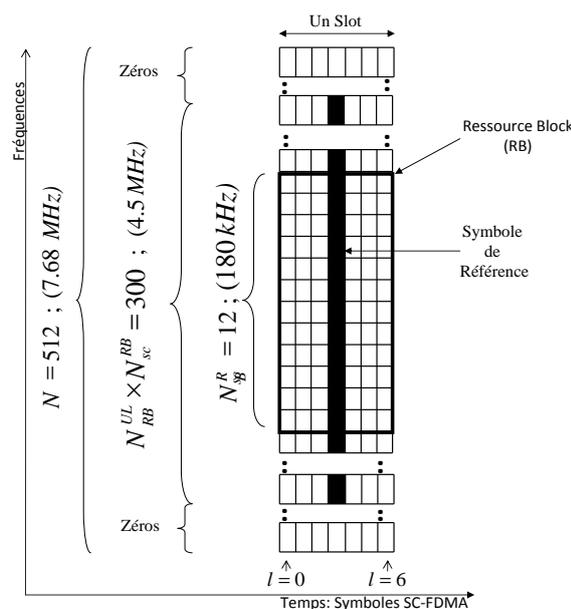


FIGURE 1.26 – Représentation fréquentielle du slot d'un système SC-FDMA à 5 Mhz de largeur de bande

## 7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu en détails les techniques de modulation et de démodulation du système SC-FDMA. Ce système étant monoporteuse, du fait de la transmission séquentielle sur une porteuse, présente l'avantage d'avoir un faible Peak to Average

Bandes passantes du canal (MHz)	1.4	3	5	10	15	20
Nombre de Ressource Bloc (RB) utilisé $R_{RB}^{UL}$	6	15	25	50	75	100
Nombre de sous-porteuses modulées $R_{SC}^{RB} \times R_{RB}^{UL}$	72	180	300	600	900	1200
Taille N : IDFT(TX) et DFT(RX)	128	256	512	1024	1536	2048
Fréquence d'échantillonnage	1.92	3.84	7.68	15.36	23.04	30.72
Nombre d'échantillons par Slot	960	1920	3840	7680	11520	15360

TABLE 1.1 – Tableau récapitulatifs des paramètres du système SC-FDMA en fonction des largeurs de bandes autorisées.

Power Ratio (PAPR) qui est un critère très bénéfique pour la consommation des batteries dans les téléphones mobiles. A cause de ces mérites, le système SC-FDMA a été adopté comme technique d'accès multiple pour les communications en voix montante dans la nouvelle norme de téléphonie mobile le 3GPP LTE ou Long Term Evolution. Nous avons également souligné dans les sections 3.1 et 3.2, les deux techniques de multiplexage fréquentiel du système : Le mode distribué I-FDMA, et le mode localisé L-FDMA. L'I-FDMA pour lequel les sous-porteuses modulées sont uniformément réparties sur toute la largeur de bande du système, a l'avantage d'avoir une grande diversité fréquentielle, alors que le mode localisé L-FDMA, utilisé dans le LTE, pour lequel les sous-porteuses sont contiguës, présente l'avantage d'avoir une meilleure diversité multi-utilisateurs par le moyen du CDS (Channel Scheduling). Mais dans la norme 3GPP LTE, un symbole sur sept symboles SC-FDMA de la voix montante est utilisé comme symboles de référence pour l'estimation de canal et de l'égalisation. Ainsi une diminution du débit utile de l'ordre de 1/7 qui n'est pas négligeable apparaît. Notre objectif global dans cette thèse est de proposer des nouvelles techniques d'estimation et d'égalisation dans le but de réduire cette perte en débit utile. Pour cela nous commençons dans le chapitre 2 par l'état de l'art des différentes techniques classiques d'estimation et d'égalisation de canal de transmission.

## Chapitre 2

# Etat de l'art sur l'égalisation des canaux de communication

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>48</b>
<b>2</b>	<b>Modèles de canaux</b>	<b>48</b>
2.1	Canaux SISO, SIMO et MIMO	50
2.2	Quelques Exemples de canaux	52
<b>3</b>	<b>Principe de l'égalisation</b>	<b>55</b>
3.1	Les différentes étapes	56
3.2	Classification des Egaliseurs	57
<b>4</b>	<b>Critères classiques d'Egalisation : Fonction de coût</b>	<b>59</b>
4.1	Critère du Maximum à Posteriori MAP	59
4.2	Critère du Maximum de Vraisemblance MV	60
4.3	Critère de la distorsion crête et critère du Zero-Forcing ZF	62
4.4	Critère du Minimum d'Erreur Quadratique Moyenne MEQM	65
4.5	Critère du Module Constant CM	68
<b>5</b>	<b>Algorithmes classiques d'adaptation</b>	<b>69</b>
5.1	Algorithmes du gradient	69
5.2	Algorithme de Newton	71
<b>6</b>	<b>Architectures classiques</b>	<b>72</b>
6.1	Rappels sur quelques propriétés des filtres numériques	72
6.2	Egaliseurs lineaires	75
6.3	Egaliseurs non lineaires à base de filtre	77
6.4	Autres Egaliseurs non lineaires	82
6.5	Egalisation du signal SC-FDMA	84
<b>7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>85</b>

---

## 1 Introduction

Dans tout système de communication, l'émetteur et le récepteur communiquent à travers un canal appelé communément canal de transmission. Ce dernier peut être filaire dans certains cas comme les réseaux fixes (ADSL par exemple), ou le milieu environnant comme c'est le cas dans les réseaux mobiles, ou enfin un mélange des deux comme on peut le constater de nos jours avec la convergence des réseaux fixe et mobile. Le signal capté par un récepteur n'est en général pas identique au signal émis. Celui-ci a pu subir des déformations qui peuvent être des échos, une atténuation ou même une disparition de certaines composantes fréquentielles du signal. D'autres signaux parasites peuvent être captés lors de la transmission qui viennent s'ajouter au message émis comme du bruit. On peut se faire une idée assez juste de ces perturbations en regardant l'image d'un récepteur de télévision analogique de mauvaise qualité : on peut y voir l'effet de neige qui est dû au bruit additif capté, la déformation des images due aux différents échos du signal émis.

Dans tous les cas de figure, le canal de transmission apporte une perturbation plus ou moins importante au message émis qui peut être classée selon sa source : On peut distinguer les perturbations dues au filtrage par le canal (les échos) ; les perturbations dues au bruit additif du canal (les signaux parasites) souvent considérées comme gaussiennes, et les perturbations que nous ne traiterons pas dans ce chapitre qui sont dues aux non-linéarités engendrées par les différents éléments de la chaîne de transmission dont les amplificateurs de puissance, les mélangeurs, les oscillateurs etc... La présence de toutes ses perturbations ne permet pas de retrouver intrinsèquement le message émis sans aucun traitement préalable du signal à la réception. C'est là qu'interviennent les techniques d'égalisations et d'estimations de canal qui ont pour but de déterminer les perturbations du canal afin de les supprimer ou au moins de limiter leur impact sur le signal émis. Ces systèmes sont en effet dimensionnés pour optimiser certains critères de qualité de transmission, grâce à des outils mathématiques très puissants et des algorithmes sophistiqués.

Dans ce chapitre, la section 2 présente différents modèles de canaux de communication, la section 3 revient sur le principe même de fonctionnement des égaliseurs. Quand aux Section 4, 5, 6 ils traitent respectivement des critères classiques d'égalisation de canal rencontrés dans la littérature, des algorithmes qui mettent en œuvre ces critères ainsi que les architectures qui leurs sont dédiées.

## 2 Modèles de canaux

Dans toute la suite, nous nous focalisons uniquement sur les canaux de transmission des systèmes de communication sans fil : Il s'agit ici de l'espace environnant qui est le milieu de propagation des ondes radio.

Le signal émis par un utilisateur, dans le milieu environnant arrive au récepteur en ayant subi plusieurs réflexions et diffractions suivant les obstacles rencontrés lors la propagation. On récupère ainsi au niveau récepteur plusieurs versions du signal émis

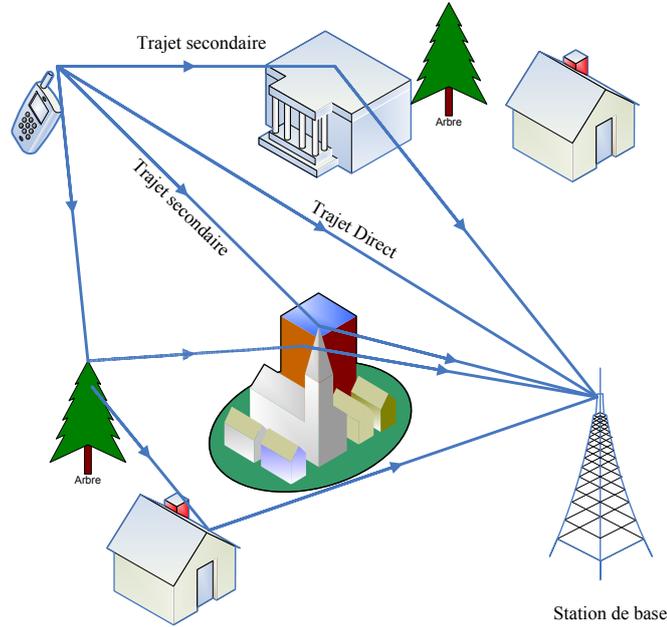


FIGURE 2.1 – Propagations dans l'espace

avec des amplitudes et des phases différentes et avec des retards plus ou moins espacés, Figure 2.1. Le milieu environnant étant le même pour tous les utilisateurs, on peut également capter au niveau récepteur des signaux d'autres utilisateurs qui seront considérés comme une perturbation pour le signal considéré. Si le signal issu de la source est noté  $s(t)$ , le signal reçu au niveau récepteur sera donné par l'équation :

$$r(t) = \sum_n \alpha_n(t) s[t - \tau_n(t)] + w(t) \quad (2.1)$$

Où,  $\alpha_n(t)$  représente l'atténuation et la phase du  $n^{iem}$  écho en fonction du temps et  $\tau_n(t)$  le délai de propagation associé.  $w(t)$  constitue la somme des différents signaux parasites qui peut être considérée comme un bruit blanc gaussien additif.

Au regard de cette équation, le signal reçu peut être vu comme la réponse au signal émis  $s(t)$  par un filtre  $h(t)$  défini par sa réponse impulsionnelle donnée ci-dessous :

$$h(t) = \sum_n \alpha_n(t) \delta[t - \tau_n(t)] + w(t) \quad (2.2)$$

On peut ainsi écrire la relation (2.3), permettant de modéliser le phénomène de la propagation comme indiqué sur la Figure 2.2.

$$r(t) = h(t) * s(t) + w(t) \quad (2.3)$$

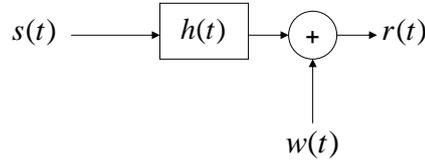


FIGURE 2.2 – Modélisation de la propagation du signal dans le canal de transmission

La transformation  $h(t)$  est assimilable à un filtrage linéaire à réponse impulsionnelle finie, variant au cours du temps. Le bruit  $w(t)$  sera toujours considéré comme un bruit additif gaussien de puissance  $N_0$ .

La bande de cohérence  $B_c$  [41] du canal  $h(t)$  est définie comme étant la bande de fréquence sur laquelle on peut considérer constante la fonction de transfert du canal. Elle est généralement caractérisée par les points à -3 dB.  $B_c$  est d'autant plus importante que les retards entre les différents signaux reçus sont faibles. Un étalement important de ces délais réduit considérablement la bande de cohérence du canal. Il faut noter que la notion de sélectivité du canal (« bande étroite ou large bande ») est relative à la notion de bande de cohérence. En effet, plus la bande de cohérence est faible plus le canal sera sélectif en fréquence.

Dans le domaine temporel, un autre moyen permettant de caractériser les fluctuations du canal  $h(t)$  : Il s'agit du temps de cohérence  $T_c$  [41] [42]. C'est une grandeur définie comme étant le temps pendant lequel le canal peut être considéré comme constant dans le domaine temporel. Cette grandeur émane de la mesure de la variation de la fonction de corrélation de  $h(t)$  entre deux instants  $t$  et  $t + \tau$ , laquelle fonction correspond au spectre doppler du canal ou encore à la transformée de Fourier inverse de la densité spectrale de puissance de  $h(t)$ . Il est intéressant de noter que les signaux qui sont plus courts que le temps de cohérence du canal ne sont pas affectés par l'effet Doppler et donc par la vitesse du mobile.

Trois modèles de canaux que nous étudierons en détails dans la suite, existent dans la littérature à savoir : Les canaux de type SISO ou « Single Input Single Output », les canaux de type SIMO ou « Single Input Multiple Output » et les canaux de types MIMO ou « Multiple Input Multiple Output ».

## 2.1 Canaux SISO, SIMO et MIMO

### 2.1.1 Les canaux SIMO

Lorsqu'une antenne unique est utilisée à l'émission et plusieurs autres à la réception, le canal sera dit SIMO « Single Input Multiple Output », Fig. 2.3. Si  $M$  correspond au nombre d'antennes à la réception, ce canal permet de recevoir  $M$  fois le message source émis, altéré de façon différentes. Ainsi il apparaît une diversité spatiale, qui peut être

exploitée pour une meilleure estimation du canal. Ce type de canaux est donc plus simple à égaliser et offre de meilleures performances au détriment de la complexité du récepteur qui augmente avec le nombre d'antennes utilisé.



FIGURE 2.3 – Canal SIMO

### 2.1.2 Les canaux SISO

Le canal SISO peut être vu comme un cas particulier du canal SIMO avec une seule antenne à l'émission ainsi qu'à la réception. Par ce fait même, il est plus difficile à égaliser par rapport au canal SIMO puisque le récepteur n'a pas à sa disposition le même degré de redondance du signal émis que dans le cas SIMO. Ainsi, si la perturbation du canal est très forte sur le signal émis, l'égalisation s'avérera difficile : Il n'ya plus de diversité spatiale.

La figure 2.4 modélise bien ce type de canal.



FIGURE 2.4 – Canal SISO

### 2.1.3 Les canaux MIMO

Les transmissions MIMO, Fig. 2.5, connaissent un essor important ces dernières années avec par exemple le système Wifi de la norme 802.11n. Ils offrent une grande diversité spatiale et fréquentielle[43] et permettent à la fois d'augmenter le débit de transmission de façon proportionnelle au nombre d'antennes à l'émission. En effet, on peut faire fonctionner les antennes à l'émission sur des porteuses différentes cela permet donc de récupérer de la diversité fréquentielle à la réception. De plus la multiplicité du nombre d'antennes à la réception permet de récupérer naturellement de la diversité spatiale si ces antennes sont convenablement espacées. Le flux de données à l'émission est partagé entre les différentes antennes avant d'être envoyé dans le canal. Les antennes fonctionnant en parallèle, le débit se trouve donc augmenté proportionnellement au nombre d'antennes.



FIGURE 2.5 – Canal MIMO

## 2.2 Quelques Exemples de canaux

Tout au long de nos travaux plusieurs canaux de transmission plus ou moins sévère ont été utilisés pour tester les différents égaliseurs développés. Dans cette partie, nous présentons quelques canaux rencontrés dans la littérature. Toutefois il faut noter que ses canaux sont ceux utilisés dans le cadre d'un système SISO dont nous nous sommes restreint dans toute notre étude. Une description graphique de ses canaux (Réponse fréquentielle et pôles et zéros) sont donnés par la suite.

- Canal de Proakis1 : C'est un canal simple à 11 coefficients ayant 10 zéros dont 5 à l'intérieur du cercle unité. Sa réponse impulsionnelle ne présente pas d'évanouissement sévère. Sa transformée en  $z$  non normalisée est donnée par :

$$H(z) = 4 - 5z + 7z^2 - 21z^3 - 50z^4 + 72z^5 + 36z^6 + 21z^8 + 3z^9 + 7z^{10} \quad (2.4)$$

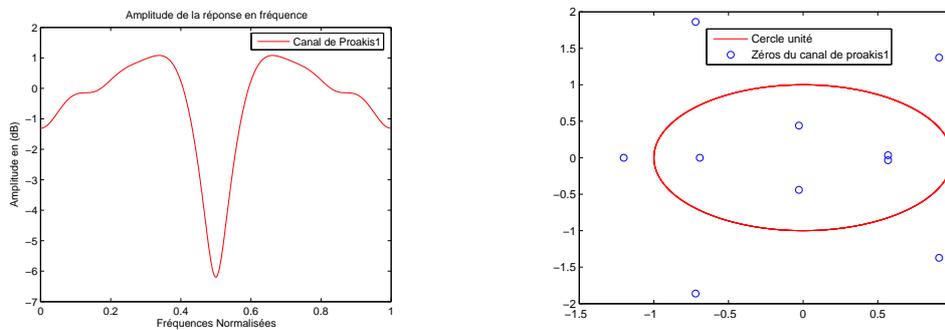


FIGURE 2.6 – Proakis1

- Canal de Proakis2 : C'est un canal qui présente un fort évanouissement en fin de bande qui le rend difficile à égaliser. Ce canal sera utilisé pour fixer les limites de certains égaliseurs. Sa transformée en  $z$  non normalisée est donnée par :

$$H(z) = 407 + 815z + 407z^2 \quad (2.5)$$

Les coefficients étant symétriques le canal a autant de zéros à l'intérieur qu'à l'extérieur du cercle unité.

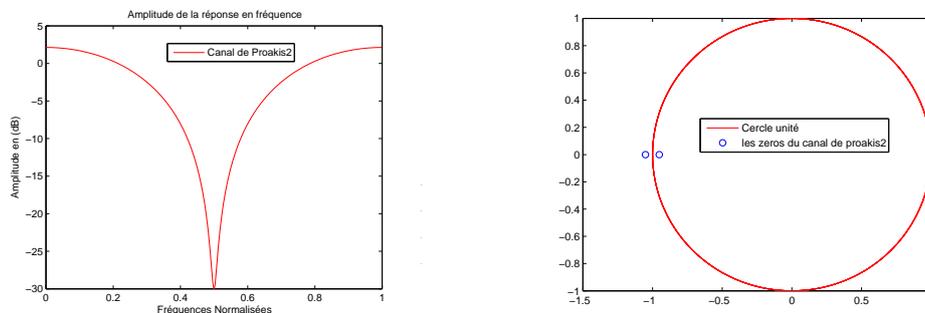


FIGURE 2.7 – Proakis2

- Canal de Proakis3 : C'est le plus difficile des 3 canaux de Proakis. Il présente deux évanouissements fréquentiels profonds en milieu de bande. Sa transformée en  $z$  non normalisée est donnée par :

$$H(z) = 227 + 460z + 688z^2 + 460z^3 + 227z^4 \quad (2.6)$$

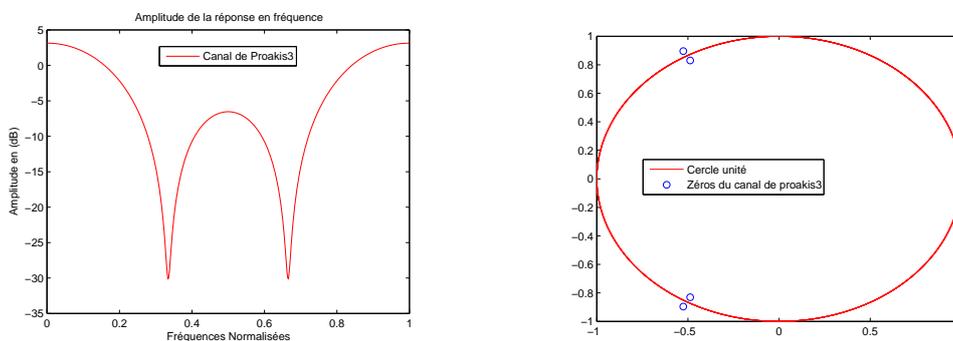


FIGURE 2.8 – Proakis3

- Canal de Macchi : Malgré ses coefficients réels, sa phase n'est pas linéaire et deux évanouissements sont à déplorer en milieu de bande. Les trois trajets de puissance quasi identiques rendent son égalisation parfois difficile. Sa transformée en  $z$  non normalisée est donnée par :

$$H(z) = 8264 - 1653z + 8512z^2 + 1636z^3 + 8100z^4 \quad (2.7)$$

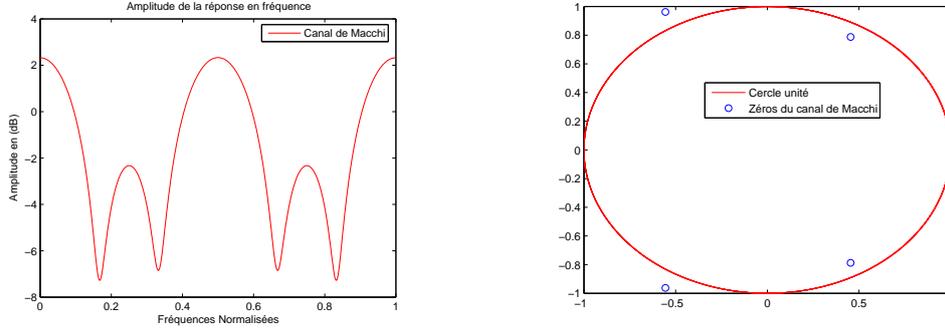


FIGURE 2.9 – Macchi

- Canal Vehicular A et Canal pedestrian A : Le canal vehicular A est un canal à grande mémoire possédant plusieurs évanouissements difficile à égaliser [44] [45]. Il s'agit d'une modélisation assez fiable du canal de transmission dans un milieu urbain. Contrairement au Vehicular A, le canal Pedestrian A possède moins de coefficients et est assez plat [44]. Ces deux types de canaux seront les principalement utilisés dans ce document pour tester les performances des différents égaliseurs et estimateurs de canal que nous proposons. Les Figures 2.10 et 2.11 donnent le spectre et les zeros de ces canaux.
- Canal Gaussien et canal de Rayleigh : Reprenons l'équation 2.1 donnant l'expression du signal reçu  $r(t)$  de la Section 2. En notant par  $f_c$  la fréquence porteuse du signal émis,  $r(t)$  peut se réécrire en fonction du signal en bande de base  $s_b(t)$  comme suit :

$$r(t) = \Re\left\{\sum_n \alpha_n(t) s_b [t - \tau_n(t)] e^{j2\pi f_c(t - \tau_n(t))} + w(t)\right\} \quad (2.8)$$

La représentation en bande de base du signal reçu sera donnée par :

$$\begin{aligned} r_b(t) &= \sum_n \alpha_n(t) e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} s_b [t - \tau_n(t)] + w(t) \\ &= \sum_n \alpha_n(t) e^{-j\theta_n(t)} s_b [t - \tau_n(t)] + w(t) \end{aligned}$$

Où  $\theta_n(t) = 2\pi f_c \tau_n(t)$  correspond à la phase du  $n^{eme}$  trajet.

Au regard de cette nouvelle expression la réponse impulsionnelle du canal de transmission en bande de base  $h_b(t)$  peut se résumer en 2.9.

$$h_b(t) = \sum_n \alpha_n(t) e^{-j\theta_n(t)} + w(t) \quad (2.9)$$

Lorsqu'aucun retard n'est observé, le canal obtenu se résume au simple bruit additif gaussien  $w(t)$ . Ce type de canal est communément appelé canal gaussien. Par contre, lorsque le nombre de trajets  $n$  est très important, le théorème de la limite centrale nous conduit à considérer  $h_b(t)$  comme une variable aléatoire

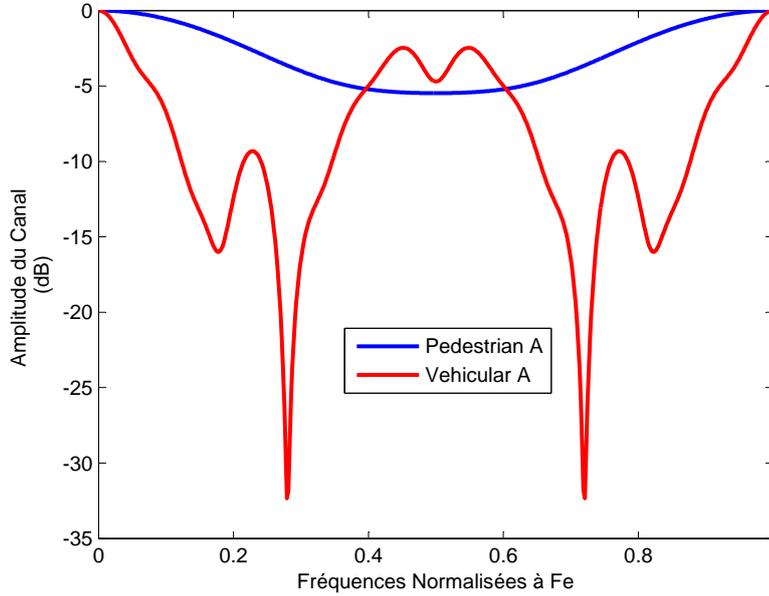


FIGURE 2.10 – Représentation des spectres des canaux suivants :PedestrianA  $[1 \ 10^{-\frac{9.7}{20}} \ 10^{-\frac{22.8}{20}}]$  et VéhicularA  $([1 \ 0 \ 10^{-\frac{1}{20}} \ 0 \ 10^{-\frac{9}{20}} \ 10^{-\frac{10}{20}} \ 0 \ 0 \ 0 \ 10^{-\frac{15}{20}} \ 0 \ 0 \ 0 \ 10^{-\frac{20}{20}}])$

gaussienne que nous nommerons par la suite  $Z$ . Dans le document [41], il est montré que les phases  $\theta_n(t)$  sont identiquement distribuées et que la norme d'une telle variable aléatoire possède une densité de probabilité définie par :

$$p(|Z|) = \frac{Z}{\sigma^2} e^{-\frac{Z^2}{2\sigma^2}}, Z \succ 0 \quad (2.10)$$

Où  $\sigma^2$  représente la variance de  $Z$ . Notons que la loi donnée en 2.10 est par définition celle d'une variable aléatoire de Rayleigh. Ainsi, lorsqu'un canal de transmission est composé d'un grand nombre de trajets de temps de propagation quasi-identiques, ce canal modélisera un canal de rayleigh.

Lorsqu'un mobile est en déplacement, les fréquences du signal émis sont modifiées par effet doppler. La dilation des fréquences due au doppler est donnée par la relation 2.11.

$$f_{doppler} = f_{init} \cdot \frac{v}{c} \cdot \cos(\alpha) \quad (2.11)$$

### 3 Principe de l'égalisation

Dans cette partie du chapitre, il est question même du principe de fonctionnement d'un égaliseur. Dans la plupart des cas, les perturbations dues au canal de

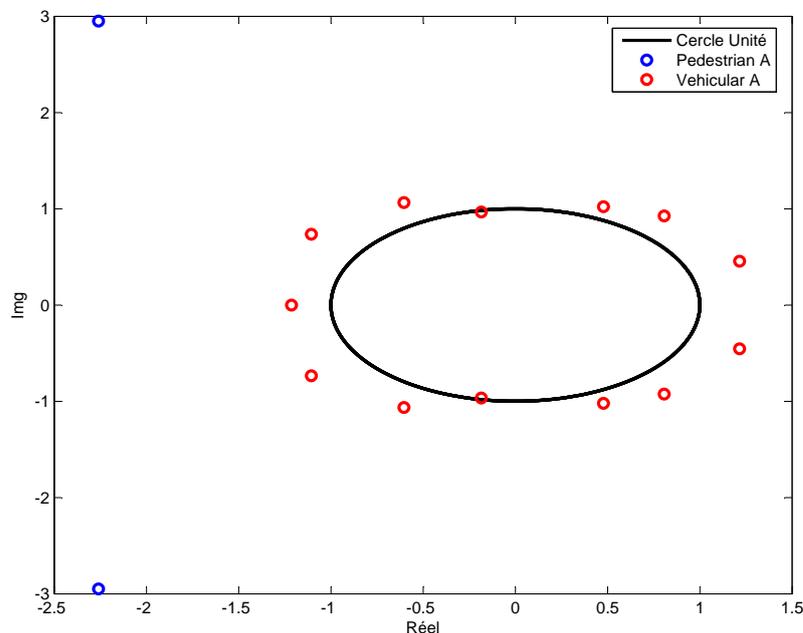


FIGURE 2.11 – Représentation des Zéros des canaux suivants :PedestrianA  $[1 \ 10^{-\frac{9.7}{20}} \ 10^{-\frac{22.8}{20}}]$  et VéhicularA  $([1 \ 0 \ 10^{-\frac{1}{20}} \ 0 \ 10^{-\frac{9}{20}} \ 10^{-\frac{10}{20}} \ 0 \ 0 \ 0 \ 10^{-\frac{15}{20}} \ 0 \ 0 \ 0 \ 10^{-\frac{20}{20}}])$

transmission ne permettent pas de retrouver exactement au niveau du récepteur le message émis. Le rôle de l'égaliseur est de s'affranchir de toutes ces perturbations afin de rendre possible une bonne détection. Plusieurs techniques d'égalisations classiques existent dans la littérature mais toutes sont basées sur le même procédé que nous décrirons dans la section 3.1. La section 3.2 donne une classification de toutes les techniques rencontrées sans aucune prétention de notre part d'en fournir une liste exhaustive. Cependant, les techniques d'égalisation sont dans la plupart des cas accompagnées d'une estimation de canal qui fera l'objet du dernier chapitre de ce document. Il faut juste souligner que les techniques d'estimations de canal sont très proches des techniques d'égalisations, par contre elles servent uniquement à reconstituer le canal proprement dit là où l'égalisation se charge de l'inverser.

### 3.1 Les différentes étapes

Pour déterminer quelle structure utilisée pour l'égalisation du signal au niveau récepteur, il y a trois étapes à franchir. Tout d'abord, il est impératif de se fixer un critère de qualité de transmission que l'on souhaite réaliser. En effet, étant donné qu'il est impossible de supprimer totalement toutes les perturbations du canal à cause du caractère aléatoire qu'elles peuvent avoir, il serait donc judicieux de choisir un modèle d'égaliseur capable d'optimiser particulièrement un certain

critère de qualité de transmission. L'optimisation de ce critère, également appelé fonction de coût dans la littérature, sera la fonction réalisée par l'égalisation. Si on note par  $\mathcal{R}$  le signal reçu et par  $\mathcal{L}$  l'ensemble des connaissances partagées entre l'émetteur et le récepteur, la fonction coût sera une simple relation entre ces grandeurs comme indiquées en (2.12). Plusieurs critères classiques, qui seront détaillés dans la suite (Confère chapitre 2, section 4), existent dans la littérature. On peut citer entre autres le critère du maximum de vraisemblance MV, le critère du Minimum d'erreur quadratique, MEQM. etc... Par contre il est à noter que la liste fournie dans ce chapitre n'est pas exhaustive chacun pouvant définir son propre critère selon ses besoins en terme de qualité de la transmission. Mais, parmi tous les critères que l'on peut rencontrer, le critère de Probabilité d'Erreur Bit est certainement le meilleur. Son rôle est de déterminer à partir d'un bit reçu le bit le plus probable émis. Cela nécessite des structures très complexe à mettre en œuvre ce qui le rend moins pratique et inutilisable dans les récepteurs. Il sert surtout dans les simulations comme une référence pour les différents critères.

$$\mathcal{J} = \mathcal{F}(\mathcal{R}, \mathcal{L}) \quad (2.12)$$

La deuxième étape après le choix du critère, est la détermination du moyen utilisé pour l'optimisation du critère (Confère chapitre 2, section 5). La théorie de l'optimisation offre là aussi un choix varié d'algorithmes : on peut citer par exemple les algorithmes classiques du gradient, de Viterbi etc... Le choix de ces algorithmes est intrinsèquement lié au choix du critère. L'algorithme de Viterbi par exemple est appliqué à un critère du maximum de vraisemblance, alors que les algorithmes du gradient sont quand à eux rattachés aux critères linéaires tel que le Minimum d'Erreur Quadratique Moyen.

Enfin la dernière étape consiste au choix de l'architecture même de l'égaliseur (Confère chapitre 2, section 6). Ce choix est déterminé à la fois par le critère et l'algorithme d'optimisation utilisé pour l'égalisation. Deux catégories d'architecture existent dans la littérature. On a des architectures de type linéaire construite à base de filtres uniquement, et des architectures de type non-linéaire. Pour cette dernière catégorie, on peut distinguer des structures à base de filtre mais ayant un comportement non linéaire comme par exemple les architectures avec retour de décision (confère chapitre 2, section 6.3), mais également des architectures non-linéaire comme le Treillis.

### 3.2 Classification des Egaliseurs

Pour égaliser un signal, il est nécessaire d'avoir à sa disposition deux éléments essentiels : Le signal reçu au niveau récepteur, et des informations partagées entre émetteur et récepteur (voir l'équation 2.12) qui peuvent être tout ou une partie du signal émis ou également des statistiques d'ordre supérieur du signal comme la moyenne la variance et les moments d'ordre 2 et 3 par exemple. Pour intégrer les informations partagées entre émetteur et récepteur dans le processus d'égalisation,

sation, trois modes existent : Le mode dit supervisé ou Data-Aided (DA), le mode autodidacte ou aveugle ou encore Non-Data-Aided (NDA) et le mode avec retour de décision ou Decision Directed (DD). Dans la catégorie supervisée (DA) une partie ou tout du signal émis est à priori connue du récepteur et l'égalisation est uniquement basée sur ces données. En effet l'optimisation de la fonction de coût se fera uniquement pendant la réception du signal connu. Pour les données non connues par le récepteur, l'égaliseur n'est pas modifié. Dans ce mode supervisé on retrouve la technique d'égalisation par préambule qui consiste à insérer au début de chaque trame à émettre une séquence de données qui sera connue par le récepteur. L'optimisation se fera ainsi sur chaque début de trame. On retrouve également dans le mode Data-Aided (DA), la technique d'égalisation par pilotes répartis, surtout utilisée pour les modulations multi-porteuses. Elle consiste à placer dans certains endroits de la trame à émettre, des symboles de référence connus du récepteur qui permettent de retrouver la valeur du canal sur certaines composantes temps-fréquence du signal. Ce mode de fonctionnement présente l'avantage de converger vite vers la valeur optimale du critère utilisé, et également d'avoir une complexité raisonnable. Par contre le principal inconvénient de ce processus est la diminution du débit utile au profit des données de références qui est souvent très handicapant surtout lorsque nous sommes en présence de canal difficile à égaliser qui nécessite un grand nombre de données de références.

Quant à la catégorie aveugle (NDA), aucune information à priori du signal émis et du canal est supposée connue du récepteur, sauf éventuellement leurs statistiques d'ordre supérieur. Une référence dans ce domaine est l'algorithme d'égalisation à Module Constant, le CMA de Godard 1980 [46]. Une autre technique le Constant Norm Algorithm (CNA) plus générale qui embrasse la même idée est décrite dans l'article [47]. Dans le mode de fonctionnement aveugle, les égaliseurs sont généralement plus complexes à mettre en œuvre et convergent lentement vers la valeur optimale de la fonction de coût mais ils ont un intérêt majeur qui est la non dégradation du débit utile du signal transmis.

Pour éviter une perte en débit utile du signal et en même temps obtenir des convergences assez rapide, le mode d'égalisation par Retour de décision (DD) est souvent utilisé. Il s'agit par exemple de la technique d'égalisation DD-DFE ou (Decision directed DFE) qui réutilise le signal déjà égalisé à l'instant  $t - \alpha$  comme signal de référence pour supprimer l'interférence entre symboles des signaux reçus de l'instant  $t$ . Mais on ne gagne pas sur tous les tableaux. L'inconvénient majeur de ce processus réside à deux niveaux. La prise en compte des symboles détectés complexifie la structure de l'égaliseur de plus lorsqu'une erreur de détection est décelée elle se propage sur toute les séquences reçues et le critère utilisé ne convergerait plus.

## 4 Critères classiques d'Égalisation : Fonction de coût

Comme nous l'avons déjà vu dans la section précédente, le rôle d'un égaliseur est de supprimer les perturbations du canal sur le signal transmis afin de réduire l'Interférence Entre Symbole (IES). Pour cela on se fixe un certain critère ou fonction de coût à la sortie de l'égaliseur, que l'on optimise afin d'obtenir le message le plus proche possible du message transmis. Plusieurs critères classiques existent dans la littérature. Le critère de la probabilité d'erreur bit est sûrement le critère le plus pertinent dans un système de communication numérique. Cependant, il est difficile à manipuler voire même à calculer de façon analytique pour cause de grande complexité. Ce dernier est souvent utilisé lors de la comparaison des performances des égaliseurs dans le cadre des simulations. Dans cette partie nous présentons les quatre critères les plus couramment utilisés.

### 4.1 Critère du Maximum à Postérieur MAP

Le critère du maximum à posteriori (MAP) est sûrement le meilleur des critères parmi les quatre que nous verrons dans cette partie, d'après sa relation forte avec la probabilité d'erreur par bit. Il a été développé par Abend et Frichman en 1970 [48] et nécessite la connaissance de la densité de probabilité du bruit du canal. Le critère du MAP est optimal au sens de la minimisation de la probabilité d'erreur symbole. Pour illustrer ce critère, supposons que nous désirons détecter le symbole  $s_k$  émis à l'instant  $k$ , et considérons la séquence reçue  $r_1, r_2, \dots, r_{k+N}$ , où le retard  $N$  choisi est supérieur à la dispersion du canal. L'optimisation du critère MAP consiste à trouver le symbole  $s_k$  émis, dans l'alphabet des  $M$  symboles possible du signal, qui maximiserait la probabilité conditionnelle  $\mathcal{P}_r(s_k = m \mid r_1, r_2, \dots, r_{k+N})$  :

$$s_k^{MAP} = \underset{m \in M}{\operatorname{argmax}} \mathcal{P}_r(s_k = m \mid r_1, r_2, \dots, r_{k+N}) \quad (2.13)$$

En utilisant le théorème de Bayes[49], le critère du MAP revient à maximiser la probabilité conditionnelle à  $s_k$  comme suit :

$$\mathcal{P}_r(s_k = m \mid r_1, r_2, \dots, r_{k+N}) = \frac{\mathcal{P}_r(r_1, r_2, \dots, r_{k+N} \mid s_k = m) \mathcal{P}_r(s_k = m)}{\mathcal{P}_r(r_1, r_2, \dots, r_{k+N})} \quad (2.14)$$

Le dénominateur de cette expression étant indépendant du symbole  $m$  de la constellation, maximiser cette probabilité revient à considérer uniquement le numérateur de l'expression soit :

$$s_k^{MAP} = \underset{m \in M}{\operatorname{argmax}} \mathcal{P}_r(r_1, r_2, \dots, r_{k+N} \mid s_k = m) \mathcal{P}_r(s_k = m) \quad (2.15)$$

Lorsque les symboles de la constellation sont supposés équiprobables, le terme  $\mathcal{P}_r(s_k = m)$  pourra être simplifié dans l'équation (2.15).

On montre, voir [41], que la recherche des symboles  $s_k^{MAP}$  de l'équation (2.15) se fait de façon récursive suivant la formule générale :

$$\begin{aligned}
s_k^{MAP} &= \underset{m \in \mathcal{M}}{\operatorname{argmax}} \mathcal{P}_r(r_1, r_2, \dots, r_{k+N} \mid s_k = m) \mathcal{P}_r(s_k = m) \quad (2.16) \\
&= \underset{m \in \mathcal{M}}{\operatorname{argmax}} \sum_{s_{k+N}} \dots \sum_{s_{k+1}} \mathcal{P}_r^k(s_{k+N}, \dots, s_{k+1}, s_k)
\end{aligned}$$

Où Les probabilités  $\mathcal{P}_r^k$  sont définies récursivement comme ci-dessous,  $D$  correspondant à la mémoire du canal. :

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_r^k(s_{k+N}, \dots, s_{k+1}, s_k) &= \mathcal{P}_r(r_{k+N} \mid s_{k+N}, \dots, s_{k+N-D}) \mathcal{P}_r(s_{k+N}) \\
&\quad \times \sum_{s_{k-1}} \mathcal{P}_r^{k-1}(s_{k-1+N}, \dots, s_k, s_{k-1})
\end{aligned}$$

Ce critère même s'il donne de meilleures performances, est particulièrement difficile à mettre en œuvre car il nécessite de tester tous les symboles de la constellation du signal émis. Ainsi plus l'alphabet du signal est grand plus le processus est complexe. L'architecture qui permet de réaliser cette égalisation n'est pas un filtre car l'opération n'est pas linéaire.

## 4.2 Critère du Maximum de Vraisemblance MV

La critère du maximum de vraisemblance (MV) où Maximum Likelihood en anglais, consiste à choisir à partir de la séquence reçue, la séquence émise la plus probable. Contrairement au critère du MAP qui maximise la vraisemblance au sens des symboles émis, le critère du MV maximise la vraisemblance au sens de toute la séquence émise afin de trouver celle qui ressemble le plus à la séquence reçue. La principale différence entre ces deux critères se situe donc au niveau de l'objet optimisé. Le critère du MV est donné en (2.17), où  $L$  est le nombre de symboles de la séquence émise dont l'alphabet est donnée par  $\mathcal{M}^L$ .

$$\{s_1, \dots, s_L\}^{MV} = \underset{\{m_1, \dots, m_L\} \in \mathcal{M}^L}{\operatorname{argmax}} \mathcal{P}_r(s_1 = m_1, \dots, s_L = m_L \mid r_1, \dots, r_L) \quad (2.17)$$

En utilisant la loi de Bayes, et en considérant que les symboles sont équiprobables, maximiser l'expression (2.17) revient à maximiser les probabilités conditionnelles  $\mathcal{P}_r(r_1, \dots, r_L \mid s_1 = m_1, \dots, s_L = m_L)$  :

$$\{s_1, \dots, s_L\}^{MV} = \underset{\{m_1, \dots, m_L\} \in \mathcal{M}^L}{\operatorname{argmax}} \mathcal{P}_r(r_1, \dots, r_L \mid s_1 = m_1, \dots, s_L = m_L) \quad (2.18)$$

Le bruit additif du canal  $w_k$  étant un bruit blanc et gaussien pour chaque symbole  $r_l$  reçu, indépendant de la source  $s_l$ , la probabilité conditionnelle de l'équation (2.18) peut s'exprimer comme le produit des probabilités marginales indiquées ci-dessous où  $D$  correspond à la dispersion du canal :

$$\mathcal{P}_r(r_1, \dots, r_L \mid s_1, \dots, s_L) = \prod_{l=1}^L \mathcal{P}_r(r_l \mid s_l, \dots, s_{l-D}) \quad (2.19)$$

Le critère du MV reviendrait donc à maximiser chaque probabilité marginale  $\mathcal{P}_r(r_l | s_l, \dots, s_{l-D})$ . L'équation (2.19) montre que le calcul de la séquence la plus probable nécessite  $M^L$  opérations. Ainsi plus la taille de la séquence reçue  $L$  et/ou la taille de la constellation  $M$  devient grand, plus il devient difficile d'appliquer ce critère. Heureusement, il existe des algorithmes qui permettent de réduire cette complexité en ne calculant que les métriques des séquences les plus probable. Deux cas de figures peuvent être considérés selon le fait que nous sommes en présence ou en absence d'interférences entre symboles.

En effet, lorsque nous sommes en absence d'interférence entre symbole, c'est-à-dire lorsque  $D = 0$ , la probabilité conditionnelle à  $\{s_l, \dots, s_{l-D}\}$ , de l'équation (2.19), devient équivalente à la probabilité conditionnelle à  $s_l$  (2.20). Le calcul des métrique  $\mathcal{P}_r(r_l | s_l)$  ne nécessitant exactement que  $M$  opérations ( $M$  étant la taille de la constellation du signal émis), la complexité globale du critère serait de  $ML$  opérations au lieu de  $M^L$ .

$$\mathcal{P}_r(r_1, \dots, r_L | s_1, \dots, s_L) = \prod_{l=1}^L \mathcal{P}_r(r_l | s_l) \quad (2.20)$$

D'autre part si l'on considère une dispersion non nulle du canal, on utilise généralement l'algorithme de Viterbi qui permet de réduire les  $M^L$  opérations en seulement  $LM^{D+1}$  opérations [41]. En effet après avoir reçu  $D + 1$  symboles  $\{r_{D+1}, \dots, r_1\}$  on calcule les  $M^{D+1}$  métriques  $\mathcal{P}_r(r_1, \dots, r_{D+1} | s_1, \dots, s_{D+1})$  correspondant aux états  $\{s_{D+1}, \dots, s_1\}$  comme suit : Cette étape sera considérée comme la phase N°1.

$$\mathcal{P}_r(r_1, \dots, r_{D+1} | s_1, \dots, s_{D+1}) = \prod_{l=1}^{D+1} \mathcal{P}_r(r_l | s_l, \dots, s_{l-D}) \quad (2.21)$$

On subdivise ensuite les  $M^{D+1}$  séquences  $\{s_{D+1}, \dots, s_2, s_1\}$  en  $M^D$  états  $\{s_{D+1}, \dots, s_2\}$ . Chacun des états  $\{s_{D+1}, \dots, s_2\}$ , étant associé à  $M$  symboles possible  $s_1$  : C'est la phase N°2.

Dans la phase N°3, à chaque état  $\{s_{D+1}, \dots, s_2\}$ , on sélectionne parmi les  $M$  symboles possible  $s_1$  celui qui permet de maximiser la métrique  $\mathcal{P}_r(r_1, \dots, r_{D+1} | s_1, \dots, s_{D+1})$  de l'équation (2.21). Les  $M - 1$  autres symboles  $s_1$  sont abandonnés. On se retrouve qu'avec les  $M^D$  meilleurs séquences (appelé symboles survivant) qui maximisent l'équation (2.21).

Lorsque l'on reçoit le symbole suivant  $r_{D+2}$ , les  $M^D$  séquences survivantes de la phase N°3 sont étendue à  $M^{D+1}$  séquences  $\{s_{D+2}, \dots, s_2, s_1\}$ . On calcule la probabilité conditionnelle  $\mathcal{P}_r(r_1, \dots, r_{D+2} | s_1, \dots, s_{D+2})$  en réutilisant les anciennes métriques calculées dans la phase N°1 ainsi que la nouvelle métrique  $\mathcal{P}_r(r_{D+2} | s_2, \dots, s_{D+2})$  comme suit :

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_r(r_1, \dots, r_{D+2} \mid s_1, \dots, s_{D+2}) &= \prod_{l=1}^{D+2} \mathcal{P}_r(r_l \mid s_l, \dots, s_{l-D}) \\
&= \mathcal{P}_r(r_1, \dots, r_{D+1} \mid s_1, \dots, s_{D+1}) \cdot \mathcal{P}_r(r_{D+2} \mid s_2, \dots, s_{D+2})
\end{aligned} \tag{2.22}$$

On regroupe également comme dans la phase N°2 les  $M^{D+1}$  séquences  $\{s_{D+2}, \dots, s_2, s_1\}$  en  $M^D$  états  $\{s_{D+2}, \dots, s_2\}$  chacun étant associé à  $M^2$  couple  $\{s_1, \dots, s_2\}$ . Par la suite comme dans la phase N°3, recherche le couple qui permet de maximiser la métrique donné dans l'équation (2.22). Les  $M^2 - 1$  autre couple sont abandonné et on se retrouve avec uniquement les  $M^D$  meilleurs séquences.

On réitère ce processus lorsqu'un nouveau symbole arrive au niveau récepteur. De façon général si l'on reçoit le symbole  $r_k$  on met en œuvre les différentes phase décrite précédemment :

- Phase N°1 : Calcul des différentes métriques en utilisant la relation de récurrence suivante :  $\mathcal{P}_r(r_1, \dots, r_{D+k} \mid s_1, \dots, s_{D+k}) =$

$$\mathcal{P}_r(r_1, \dots, r_{D+k-1} \mid s_1, \dots, s_{D+k-1}) \cdot \mathcal{P}_r(r_{D+k} \mid s_k, \dots, s_{D+k}) \tag{2.23}$$

- Phase N°2 : Subdivision des  $M^{D+k}$  séquences  $\{s_{D+k}, \dots, s_1\}$  en  $M^D$  états  $\{s_{D+k}, \dots, s_k\}$  chacun étant associé à un k-uplet  $\{s_k, \dots, s_1\}$ .
- Phase N°3 : A chaque état  $\{s_{D+k}, \dots, s_k\}$ , on sélectionne parmi les k-uplet symboles possible  $\{s_k, \dots, s_1\}$  celui qui permet de maximiser la métrique calculée dans la Phase N°1. Les  $M^k - 1$  autre k-uplet sont abandonnés et on a plus que  $M^D$  séquences survivant possible.

Cet algorithme nécessite donc  $M^{D+1}$  opérations à chaque symbole qui arrive au niveau récepteur. Ainsi avec une séquence de  $L$  symboles la complexité sera de  $LM^{D+1}$ .

### 4.3 Critère de la distorsion crête et critère du Zero-Forcing ZF

Le critère de la distorsion crête ou « Peak distorsion » en anglais, est le critère par excellence qui permet de minimiser, à la sortie de l'égaliseur, les interférences entre symboles induit par les multitrajets du canal. Pour illustrer cette technique, notons par  $\{q_n\}$  le filtre équivalent résultant de la cascade du filtre égaliseur représenté par ses coefficients temporels  $\{c_n\}$ , et du canal de transmission dont la réponse impulsionnelle est donnée par  $\{f_n\}$ . Désignons également par  $L$ , la mémoire du canal. On peut écrire la relation suivante :

$$q_n = \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j f_{n-j} \tag{2.24}$$

Deux situations possible peuvent être considérées. D'abord considérons que le filtre égaliseur soit un filtre à réponse impulsionnelle infinie. Dans ce cas, à chaque instant d'échantillonnage  $kT_e$ , la sortie de l'égaliseur sera donnée par l'équation (2.25) où  $\{s_k\}$  et  $\{w_j\}$  représentent respectivement le symbole émis à l'instant  $kT_e$  et le bruit du canal à l'instant  $jT_e$  :

$$\hat{s}_k = s_k q_0 + \sum_{n \neq k} s_n q_{k-n} + \sum_{j=-\infty}^{\infty} w_j c_{k-j} \quad (2.25)$$

Dans cette équation, le premier terme de l'expression de droite représente le symbole que l'on souhaite retrouver à un coefficient multiplicatif près ; le second terme correspond à celui de l'interférence entre symboles « IES » résiduelle, et le dernier terme la réponse de l'égaliseur au bruit du canal.

Le critère de la distorsion crête, noté ici par  $D$  (2.26), est défini à partir de l'expression de l'interférence entre symboles comme étant l'énergie du filtre équivalent répartie sur les symboles interférant.

$$\begin{aligned} D &= \sum_{n \neq k} |q_{k-n}| \\ &= \sum_{n \neq 0} |q_n| \\ &= \sum_{n \neq 0} \left| \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j f_{n-j} \right| \end{aligned} \quad (2.26)$$

$D$  est ainsi une fonction des coefficients du filtre égaliseur  $\{c_j\}$ . Par conséquent en adoptant un égaliseur ayant un nombre infini de coefficients, le système défini par  $D = 0$  possèdera une infinie d'inconnues  $\{c_j\}$ , et une infinité d'équations  $\{q_n = 0\}$  : Le système sera donc un système déterminé. Il existerait ainsi une solution à ce système c'est-à-dire un égaliseur dont les coefficients permettraient d'annuler totalement le critère  $D$ , c'est à dire l'interférence entre symboles.

Les coefficients de cet égaliseur seront définis par :

$$q_n = \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j f_{n-j} = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

En prenant la transformée en  $z$  de cette équation, on obtient l'égalité (2.28), où  $C(z)$ ,  $F(z)$  et  $Q(z)$  représentent respectivement les transformées en  $z$  de l'égaliseur, du canal de transmission et du filtre équivalent résultant de leur cascade.

$$Q(z) = C(z)F(z) = 1 \quad (2.28)$$

Le filtre égaliseur qui réalise cette condition sera donc obtenu en inversant directement la transformé en  $z$  de la réponse impulsionnelle du canal :

$$C(z) = \frac{1}{F(z)} \quad (2.29)$$

Pratiquement, pour mettre en œuvre ce filtre au niveau récepteur, il y aurait deux possibilités : Il suffirait d'inverser directement l'estimée du canal de transmission lorsque nous sommes dans le domaine de fourier, ou bien d'adopter un filtre à réponse impulsionnelle infini pour l'inversion de la réponse du canal lorsque nous faisons un traitement dans le domaine temporel.

Cette technique est particulièrement connue sous le nom de critère ZF ou « Zero-forcing » le but recherché se ramenant à une simple inversion de filtre. Le critère du ZF permet donc de supprimer totalement l'interférence entre symbole IES induit par le canal hormis le bruit additif. Ce critère est moins complexe à mettre en œuvre que les critères MAP et MV. Il est suggéré dans beaucoup de systèmes de transmission comme le wifi, wimax, le 3GPP LTE etc...).

Mais le critère ZF, même s'il est moins complexe à mettre en œuvre, nécessite une bonne estimation du canal. De plus comme le bruit additif du canal n'est pas pris en compte dans ce critère, le niveau de bruit peut augmenter à la sortie de l'égaliseur du fait de l'inversion du canal ce qui peut entraîner une détérioration des performances obtenues. Le critère du MEQM que nous aborderons dans la section suivante permet de contourner ce problème en intégrant le bruit dans le critère.

Maintenant supposons que le filtre égaliseur utilisé soit un filtre de réponse impulsionnelle finie de longueur  $2K$ , c'est dire :  $c_n = 0$  pour  $|n| > K$ . Dans ce cas de figure nous savons que le filtre équivalent correspondant à la mise en cascade du filtre égaliseur et du canal de transmission ne sera défini que pour  $-K \leq n \leq K+L-1$ , les autres coefficients étant nuls. Le critère de la distorsion crête sera ainsi défini par :

$$\begin{aligned} D &= \sum_{\substack{j=-K \\ n \neq 0}}^{K+L-1} |q_n| \\ &= \sum_{\substack{j=-K \\ n \neq 0}}^{K+L-1} \left| \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j f_{n-j} \right| \end{aligned} \quad (2.30)$$

Cette fois ci le système défini par  $D = 0$  n'a plus que  $2K+1$  inconnues  $\{c_j\}$  contre  $2K+L-1$  équations  $\{q_n = 0\} (n = -K, \dots, K+L-1)$ . Ce système est donc un système surdéterminé. Dans la plupart des cas il n'admet pas de solution unique mais une multitude de solutions. Lucky a montré en 1965 [50] que ce critère est néanmoins une fonction convexe possédant donc un minimum global. On peut donc déterminer une solution rapprochée permettant de minimiser ce critère en acceptant une certaine erreur résiduelle. Cette solution correspond à celle qui

annule complètement les  $2K + 1$  premières équations du système  $D = 0$ , c'est à dire le filtre égaliseur qui forcent les paramètres  $q_n$  de sorte que :

$$q_n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & 1 \leq |n| \leq K \end{cases} \quad (2.31)$$

Les autres coefficients  $q_n$  définis pour  $1 \leq |n| \leq K$  n'étant pas pris en compte, ils constitueront l'erreur résiduelle obtenue. En pratique, le filtre égaliseur qui satisfait au condition de l'équation (2.31) est déterminé grâce à un algorithme de descente itératif donné en (2.32) qui correspond à l'algorithme du LMS détaillé au paragraphe 5.1.1.

$$c_j^{(k+1)} = c_j^{(k)} + \mu \varepsilon_k s_{k-j}^*, \quad j = -K, \dots, K \quad (2.32)$$

Où  $\mu$  représente le pas de descente de l'algorithme, et  $\varepsilon_k$  l'erreur entre la sortie de l'égaliseur à l'instant  $kT_e$  et le symbole estimé au même instant,  $\varepsilon_k = s_k - \hat{s}_k$ .

Il est facile de prouver que le filtre optimal donné par ce algorithme permet de satisfaire à la relation (2.31). En effet la valeur moyenne du produit  $\varepsilon_k s_{k-j}^*$  est donnée par :

$$\begin{aligned} E(\varepsilon_k s_{k-j}^*) &= E[(s_k - \hat{s}_k) s_{k-j}^*] \\ &= E(s_k s_{k-j}^*) - E(\hat{s}_k s_{k-j}^*), \quad j = -K, \dots, K \end{aligned} \quad (2.33)$$

Etant donné que les symboles émis  $\{s_k\}$  sont noncorrélés et indépendants du bruit du canal  $\{w_j\}$ , on aura d'après l'équation (2.25) :

$$E(s_k s_{k-j}^*) = \delta_{k,k-j} = \delta_{j,0} \quad \text{et} \quad E(\hat{s}_k s_{k-j}^*) = q_j$$

Ainsi on peut écrire l'expression (2.34) qui ne s'annule que lorsque qu'on a  $q_0 = 1$ , et  $q_n = 0$  pour  $1 \leq |n| \leq K$ , ce qui correspond bien à l'équation (2.31).

$$E(\varepsilon_k s_{k-j}^*) = \delta_{j,0} - q_j \quad (2.34)$$

#### 4.4 Critère du Minimum d'Erreur Quadratique Moyenne MEQM

Le critère du minimum d'erreur quadratique moyenne MEQM ou MMSE en anglais « Minimum Mean Square Error », est le critère par excellence qui donne un filtre égaliseur capable de minimiser la valeur quadratique moyenne de l'erreur entre symbole émis et symbole égalisé à chaque instant  $kT_e$  comme indiqué ci-dessous :

$$\varepsilon_k = s_k - \hat{s}_k \quad (2.35)$$

Le critère du MEQM est défini par (2.36), où  $\mathcal{J}$  est une fonction quadratique des coefficients de l'égaliseur  $\{c_j\}$ .

$$\mathcal{J} = E |\varepsilon_k|^2 \quad (2.36)$$

Le but de l'égaliseur MEQM sera de déterminer la valeur minimale de ce critère. Cela revient à trouver les coefficients du filtre qui annulent le gradient de  $\mathcal{J}$ . Ainsi, si l'on considère un égaliseur à réponse impulsionnelle infinie  $\{c_p\}_{-\infty < p < \infty}$ , le gradient du critère sera donné par :

$$\Delta \mathcal{J}_p = 2E(\varepsilon_k \frac{\partial \varepsilon_k^*}{\partial c_p}), \quad -\infty < p < \infty \quad (2.37)$$

Après filtrage du signal reçu  $\{r_k\}$ , la sortie de l'égaliseur  $\hat{s}_k$  sera donnée à chaque instant  $kT_e$  par l'expression suivante :

$$\hat{s}_k = \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j r_{k-j} \quad (2.38)$$

Les relations (2.35) et (2.37) permettent de calculer les termes  $\frac{\partial \varepsilon_k^*}{\partial c_p}$  du gradient du critère  $\mathcal{J}$  comme suit :

$$\frac{\partial \varepsilon_k^*}{\partial c_p} = r_{k-p} \quad (2.39)$$

Ainsi à partir des équations (2.35), (2.38) et (2.39), on peut réécrire plus simplement le gradient du critère  $\mathcal{J}$  comme suit :

$$\Delta \mathcal{J}_p = 2E[(s_k - \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j r_{k-j}) r_{k-p}^*], \quad -\infty < p < \infty \quad (2.40)$$

La condition  $\Delta \mathcal{J}_p = 0$  se traduit donc par l'égalité suivante permettant de caractériser le filtre optimal recherché.

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j E(r_{k-j} r_{k-p}^*) = E(s_k r_{k-p}^*), \quad -\infty < p < \infty \quad (2.41)$$

Etant donné que le signal reçu  $r_k$ , est donné par  $r_k = \sum_{n=0}^L f_n s_{k-n} + w_k$ , où  $\{w_k\}$  correspond au bruit blanc gaussien du canal et  $\{f_k\}$  au canal de transmission de longueur  $L + 1$ , les moments de l'expression (2.41) seront définis comme suit :

$$E(r_{k-j} r_{k-p}^*) = \begin{cases} \sum_{n=0}^L f_n^* f_{n+p-j} \sigma_s^2 + \sigma_w^2 \delta_{pj}, & |p-j| \leq L \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.42)$$

$$E(s_k r_{k-p}^*) = \begin{cases} f_{-p}^* \sigma_s^2, & -L \leq p \leq 0 \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.43)$$

Maintenant en substituant ces moments dans l'expression (2.41), puis en prenant la transformée en  $z$ , on obtient l'expression du filtre égaliseur optimal au sens du MEQM recherché [51] :

$$C(z) = \frac{\sigma_s^2 F^*(z^{-1})}{\sigma_s^2 F(z) F^*(z^{-1}) + \sigma_w^2} \quad (2.44)$$

On peut observer que la seule différence, entre le filtre optimal au sens du MEQM (2.44) et le filtre optimal au sens du critère ZF (2.29), est la densité de puissance du bruit  $\sigma_w$  qui est pris en compte. En effet, lorsque la puissance de bruit  $\sigma_w$  est nulle les deux critères donnent le même filtre optimal,  $\frac{1}{F(z)}$  qui permet de supprimer complètement les interférences entre symboles. Par contre lorsque la densité de puissance du bruit est non nulle, il existe une erreur résiduelle qu'il est intéressant de quantifier. Pour cela, reconsidérons la fonction coût  $\mathcal{J}$  donnée en (2.36). Elle peut être réécrite de la façon suivante :

$$\mathcal{J} = E(\varepsilon_k s_k) - E(\varepsilon_k \hat{s}_k^*) \quad (2.45)$$

Lorsque le filtre optimal obtenu avec le critère MEQM est utilisé, le terme  $E(\varepsilon_k \hat{s}_k^*)$  devient nul du fait que ce filtre annule le gradient du critère donné en (2.40). Par conséquent la valeur résiduelle  $\mathcal{J}_{min}$  de la fonction  $\mathcal{J}$  sera donnée par :

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{min} &= E(\varepsilon_k s_k^*) \\ &= E |s_k|^2 + \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j E(r_{k-j} s_k^*) \\ &= 1 - \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j f_{-j} \end{aligned} \quad (2.46)$$

La dernière ligne de l'équation est obtenue en considérant le résultat (2.43). On peut remarquer que le terme de la sommation de cette égalité correspond à la convolution entre le filtre égaliseur  $\{c_j\}$  et le canal de transmission  $\{f_j\}$  à l'instant  $kT_e = 0$ . Notons par  $\{b_n\}$  le résultat de cette convolution. La relation (2.46) se simplifie en :

$$\mathcal{J}_{min} = 1 - b_0 \quad (2.47)$$

En prenant la transformée en  $z$  de la suite  $\{b_n\}$  et en considérant comme filtre égaliseur le filtre optimal de l'équation (2.44), on peut écrire :

$$B(z) = C(z)F(z) = \frac{\sigma_s^2 F(z)F^*(z^{-1})}{\sigma_s^2 F(z)F^*(z^{-1}) + \sigma_w^2} \quad (2.48)$$

A partir de cette relation, le calcul de la valeur  $b_0$  est obtenu par la transformée en  $z$  inverse de  $B(z)$  comme ci-dessous :

$$b_0 = \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{B(z)}{z} dz \quad (2.49)$$

Après déroulement des calculs, on aboutit à  $b_0 = \frac{\sigma_w^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2}$  ce qui permet de conclure sur la valeur minimale du critère  $\mathcal{J}$  comme suit avec  $snr = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_w^2}$  :

$$\mathcal{J}_{min} = \frac{1}{1 + snr} \quad (2.50)$$

L'égaliseur optimal en ZF a la particularité de limiter l'effet convolutif du canal au détriment d'une éventuelle amplification du bruit du canal. Il est donc nécessaire de trouver un compromis entre les deux types de perturbation. C'est pour cela, mais aussi pour sa simplicité, que le critère du minimum d'erreur quadratique moyenne est si populaire.

#### 4.5 Critère du Module Constant CM

Le critère du module constant ou CM « Constant Modulus », est un critère d'égalisation aveugle du canal de transmission. Son but est de récupérer le message transmis sans aucune information a priori sur les caractéristiques du canal de transmission. Seule la connaissance des statistiques de second ordre du signal émis est considérée. Elle est bien adaptée aux signaux à enveloppe constante comme les modulations de type PSK. Mais ce critère est également adapté aux modulations de type carré comme la modulation MQA. Le premier qui a introduit cette technique est Godard [46]. Ce critère mesure la déviation entre le module des symboles égalisés et celle du signal émis. Le CMA ou « Constant Modulus Algorithm » est l'algorithme de minimisation associé à ce critère.

Pour mieux illustrer le critère du CM considérons un signal source  $s_k$  binaire ( $\pm 1$ ) que l'on fait passer dans un canal de transmission. Cette source binaire vérifie la condition ( $|s_k|^2 = 1$ ). Ainsi lorsqu'au niveau récepteur, le canal est parfaitement égalisé, les bits de sortie du récepteur  $y_k$  doivent également avoir un module constant égal à l'unité. La fonction de coût CM, correspondra à la déviation définie en [?] que l'on cherchera à minimiser.

$$J_{CM,BPSK} = E \left[ (|y_k|^2 - 1)^2 \right] \quad (2.51)$$

De façon générale, le critère du CM est donné en 2.52 Avec  $r$  correspondant au module des symboles source.

$$J_{CM} = E \left[ (|y_k|^2 - r)^2 \right] \quad (2.52)$$

Un autre algorithme basé sur le même principe, le CNA « Constant Norm Algorithm » [47] permet de généraliser le CMA. Le critère du CN permet d'appliquer différentes normes à la place du module utilisé dans le critère CM.

## 5 Algorithmes classiques d'adaptation

Les algorithmes d'adaptation servent à la recherche du minimum de la fonction coût  $\mathcal{J} = \mathcal{F}(\mathcal{R}, \mathcal{L})$  (2.12), où  $\mathcal{R}$  représente le signal reçu et  $\mathcal{L}$  l'ensemble des connaissances partagées entre émetteur et récepteur. Il s'agit de l'optimisation par approches successives de la fonction de coût. En effet à partir d'un état initial  $E_1$ , l'algorithme met à jour l'état interne de l'égaliseur à chaque nouvelle donnée qui arrive au niveau récepteur. Formellement, si on note par  $E_k$  l'état du système à l'instant  $kTe$ , l'algorithme d'adaptation calcule le nouvel état interne  $E_{k+1}$  à l'instant  $(k+1)Te$  comme suit :

$$E_{k+1} = f(E_k, r_{k+1}, \mathcal{L}, \mathcal{P}) \quad (2.53)$$

Cette mise à jour dépend donc de l'ancien état du système  $E_k$ , d'une nouvelle information  $r_{k+1}$  provenant du système à identifier, de l'ensemble des connaissances partagées  $\mathcal{L}$  et d'un jeu de paramètres  $\mathcal{P}$ , comme par exemple le pas d'adaptation, qui dirigent le comportement de l'algorithme. L'élaboration d'un algorithme d'adaptation correspond alors à la recherche de la fonction adéquate  $f$  de l'équation précédente. Cette élaboration s'accompagne souvent d'un compromis entre complexité, robustesse et vitesse de convergence de l'algorithme, qui donne la plupart du temps des performances non-optimales mais satisfaisantes. Plusieurs classes d'algorithmes classiques d'adaptations existent. Dans cette section nous nous intéressons plus particulièrement à la classe d'algorithme du gradient et à la classe d'algorithme de Newton. Mais la liste n'est pas exhaustive, d'autres algorithmes d'optimisation comme ceux liés aux critères du MV et du MAP à l'image de l'algorithme de Viterbi que nous avons précédemment évoqué.

### 5.1 Algorithmes du gradient

Dans cette classe d'algorithme la fonction  $f$  de l'équation (2.53) est obtenue grâce à une approximation monodimensionnelle de la fonction coût  $\mathcal{J}$  à optimiser. En effet, à partir d'un état  $E_k$  du système, on recherche l'état ultérieur  $E_{k+1}$  suivant une direction de descente  $d_k$  permettant de réduire la valeur de la fonction coût à cet instant. La relation liant les états du système serait donné par (2.54) où  $\alpha_k$  représente le pas de descente dans la direction  $d_k$  avec  $\|d_k\| = 1$ .

$$E_{k+1} = E_k + \alpha_k d_k \quad (2.54)$$

Pour obtenir cette direction de descente  $d_k$ , on utilise une approximation de la fonction de coût à l'ordre 1 donné par la technique du développement de Taylor. En effet, le développement de Taylor à l'ordre 1 du critère  $\mathcal{J}$  en un point  $E$  au voisinage de l'état  $E_k$  permet d'écrire la relation suivante :

$$\mathcal{J}(E) = \mathcal{J}(E_k) + \nabla \mathcal{J}(E_k)(E - E_k) + \partial(E_k) \quad (2.55)$$

Où  $\nabla \mathcal{J}(E_k)$  représente le gradient de la fonction coût  $\mathcal{J}$  au point considéré  $E_k$  et  $\partial(E_k)$  une fonction de  $E_k$  négligeable par rapport aux autres termes de l'équation. En introduisant la relation (2.54) dans cette approximation on obtient une nouvelle égalité donnée par :

$$\mathcal{J}(E_k) = \mathcal{J}(E_k) + \alpha_k \nabla \mathcal{J}(E_k) d_k + \partial(E_k) \quad (2.56)$$

Parmi les directions admissible possible celle qui permet d'atteindre la plus petite valeur de  $\mathcal{J}(E)$  est celle qui est identifiée par :

$$\begin{cases} \max_{d_k} (\nabla f(E_k) \cdot d_k) = \max_{d_k} (\nabla f(E_k) \cdot d_k) \\ \|d_k\| = 1 \end{cases} \quad (2.57)$$

Cette dernière équation impose que  $d_k = -\nabla \mathcal{J}(E_k)$  ce qui donne l'algorithme du gradient suivant :

$$E_{k+1} = E_k - \alpha_k \nabla \mathcal{J}(E_k) \quad (2.58)$$

### 5.1.1 Algorithme LMS

L'algorithme du LMS ou « Leas Mean Square »[52] est l'application de l'algorithme du gradient au cas particulier du critère MEQM. Ce critère défini en (2.36) fait intervenir une notion d'espérance mathématique sur les erreurs. Le calcul de cette espérance nécessitant une importante mémorisation du signal reçu, on opère une approximation qui consiste à ne considérer que l'erreur instantannée comme indiqué en (2.59).

$$\mathcal{J} = E |\varepsilon_k|^2 \approx |\varepsilon_k|^2 \quad (2.59)$$

Pour minimiser cette approximation on adopte l'algorithme du gradient donné en (2.58). L'algorithme résultant est appelé algorithme LMS (2.60), très populaire et simple à mettre en œuvre où  $R_k$  représente l'entrée du filtre égaliseur. Le calcul du gradient est obtenu à partir de (2.37) et (2.39). Cet algorithme est robuste et réactif vis à vis de la variation du système par contre l'approximation réalisée introduit une petite dégradation des performances.

$$E_{k+1} = E_k - \alpha_k R_k^* \varepsilon_k \quad (2.60)$$

### 5.1.2 Algorithme RLS

L'algorithme du RLS ou « Recursive Leas Square »est aussi un algorithme basé sur le critère du MEQM, auquel on applique également l'algorithme du gradient. Comme on l'a déjà vu dans le cadre de l'algorithme LMS, la notion d'espérance mathématique qui intervient dans le critère MEQM nécessite d'être approchée. Contrairement à l'algorithme LMS, l'algorithme RLS utilise une approximation de l'espérance par une moyenne calculée sur un certain nombre d'erreurs. Cette

approximation se justifie du fait que le processus stochastique étudié ici qui correspond aux symboles transmis, est un processus ergodique. Pour réaliser ce moyennage un filtrage passe bas appliqué aux erreurs  $\varepsilon_k$  est utilisé. Ce filtrage est réalisé au moyen d'un filtre récursif grâce à un effet mémoire comme suit où  $\eta$  représente le facteur d'oubli inférieur à 1 :

$$\mathcal{J} = E |\varepsilon_k|^2 \approx \sum_{m \geq 0} \eta^m |\varepsilon_{k-m}|^2 \quad (2.61)$$

Cette approximation étant meilleur que celle utilisée dans l'algorithme LMS, on a une convergence beaucoup plus rapide même si on perd en complexité.

## 5.2 Algorithme de Newton

L'un des algorithmes du gradient le plus populaire est celui de Newton. L'idée de base consiste à approcher la fonction de coût  $\mathcal{J}$  au voisinage d'un point donné par une conique, c'est à dire une courbe de dimension deux que l'on cherchera à minimiser. La technique utilisée est le développement de Taylor d'ordre deux du critère au voisinage du point considéré. Ainsi pour tout point  $E$  dans le voisinage du point considéré  $E_k$  On obtient l'approximation suivante :

$$\mathcal{J}(E) = \mathcal{J}(E_k) + \nabla \mathcal{J}(E_k)(E - E_k) + \frac{1}{2}(E - E_k)^t \nabla^2 \mathcal{J}(E_k)(E - E_k) + \partial(E_k) \quad (2.62)$$

Où :  $\nabla^2 \mathcal{J}(E_k)$  et  $\nabla \mathcal{J}(E_k)$  sont respectivement le Hessien et le gradient de la fonction coût  $\mathcal{J}$  au point considéré  $E_k$  et  $\partial(E_k)$  une fonction de  $E_k$  négligeable par rapport aux autres termes de l'équation.

Cette approximation de la fonction coût  $\mathcal{J}$  correspond à une parabole. La prochaine étape est de trouver le future état  $E_{k+1}$  pour lequel cette parabole est minimale. Cela revient à trouver l'état qui annule le gradient de cette parabole qui est donnée par :

$$\nabla \mathcal{J}(E_k) + (E - E_k)^t \nabla^2 \mathcal{J}(E_k) = 0 \quad (2.63)$$

L'algorithme de Newton fournit la relation entre les états  $E_k$  et  $E_{k+1}$  de l'égaliseur comme suit :

$$E_{k+1} = E_k - \nabla^2(\mathcal{J})^{-1} \nabla(\mathcal{J}) \quad (2.64)$$

Au regards de cette équation la recherche des différents états nécessite à chaque fois le calcul de l'inverse du Hessien de la fonction coût. Ce dernier étant très complexe à calculer, des méthodes d'approximation existent et permettent d'estimer ce paramètre avec moins de complexités : ce sont des méthodes dites quasi-newton.

## 6 Architectures classiques

Comme déjà vu dans la Section 3, le choix d'un critère d'égalisation et d'un algorithme d'adaptation impose une architecture spécifique de l'égaliseur. Dans cette partie du chapitre nous proposons au lecteur une description des architectures classiques que l'on peut rencontrer dans la littérature. Mais avant de mener cette étude, commençons par quelques rappels sur les propriétés des filtres numériques.

Deux modes de fonctionnement des égaliseurs existent suivant qu'ils choisissent la meilleure séquence au fil de l'eau, ou autrement dit symbole par symbole, ou suivant qu'ils utilisent un traitement par bloc en considérant simultanément plusieurs symboles à la fois. Cependant, les architectures classiques comme les égaliseurs linéaires, les ERD ou les AI peuvent facilement se transposer mathématiquement entre les deux modes. Dans cette partie nous présenterons seulement les architectures correspondant au mode symbole par symbole.

### 6.1 Rappels sur quelques propriétés des filtres numériques

Considérons un filtre numérique dont le signal d'entrée est donné par la suite  $\{s(n)\}$  et le signal de sortie par  $\{y(n)\}$  tel que :

$$y(n) + a_1 y(n-1) + \dots + a_P y(n-P) = b_0 s(n) + \dots + b_Q s(n-Q) \quad (2.65)$$

Par la transformée en  $z$  on montre la relation Entrée/Sortie donnée par :

$$Y(z) = \frac{B(z)}{A(z)} S(z) \quad (2.66)$$

où  $B(z)$  et  $A(z)$  sont les transformées en  $z$  des coefficients  $\{a_p\}_{1 \leq p \leq P}$ , et  $\{b_q\}_{0 \leq q \leq Q}$ . Ceci étant, la réponse impulsionnelle du filtre numérique  $\{h(n)\}$  sera donnée par les coefficients de la série du fourier de la fonction de transfert  $H(z)$  définie par :

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \quad (2.67)$$

#### 6.1.1 Filtre RIF/RII ou Filtre Transverse/Récurif

Lorsque la sortie du filtre numérique  $y(n)$  à un instant donné ne dépend que d'un nombre limité de symboles du signal d'entrée  $s(n)$ , le filtre sera dit filtre à réponse impulsionnelle fini ou filtre RIF. Dans ce cas de figure, les coefficients  $\{a_p\}_{1 \leq p \leq P}$  de l'équation (2.65) sont tous nuls et la fonction de transfert du filtre devient :

$$H(z) = B(z) \quad (2.68)$$

Les filtres RIF sont également appelés filtre transverse, ils sont particulièrement faciles à réaliser.

Contrairement aux filtres RIF, les filtres à réponse impulsionnelle infinie ou filtre RII, sont caractérisés par le fait que la sortie  $y(n)$  du filtre dépend de tous les symboles présentés à son entrée depuis l'instant initial. Dans ce cas précis, les coefficients  $\{a_p\}_{1 \leq p \leq P}$  de l'équation (2.65) sont non tous nuls et la fonction de transfert du filtre (2.67) admet un dénominateur polynômial  $A(z)$  non nul.

Les filtres RII peuvent être réalisés grâce à une approximation par un filtre à réponse impulsionnelle fini RIF mais avec un grand nombre de coefficients. L'une des conséquences de cette approximation serait l'erreur de réalisation due à l'approximation considérée. Notez que cette erreur devient de plus en plus faible lorsque l'on augmente le nombre de coefficients du filtre RIF utilisé. Ceci étant, il est clair qu'une bonne approximation introduit une grande complexité de calcul et une importante mémoire pour le stockage.

Un autre moyen de réalisation des filtres RII est l'utilisation de structures récursives. En effet, en bouclant la sortie d'un filtre transverse sur son entrée, on peut montrer que le signal de sortie du filtre équivalent dépendant de tous les symboles présentés à son entrée depuis l'instant d'origine. Les filtres RII réalisés grâce à ce biais sont également appelés filtres récursif par analogie au bouclage réalisé. Ces filtres récursifs réalisés grâce au bouclage, nécessite moins de place mémoire qu'une approximation avec un filtre RIF. De plus il réalise parfaitement un filtre à coefficient infini, le seul bémol étant que la phase d'un tel filtre est non linéaire ce qui pourrait être préjudiciable à certains égards.

### 6.1.2 Causalité et Stabilité

Le filtre défini par la suite  $\{h(n)\}$  est dit causal (ou physiquement réalisable) si ses coefficients sont tous nuls aux instants négatifs c'est à dire :

$$h(n) = 0, \quad \text{pour } n < 0 \quad (2.69)$$

Lorsque  $h(n) = 0$  pour  $n < n_0$  ( $n_0 > 0$ ), on pourra antidater le traitement pour rendre le filtre causal, en effectuant un retard de l'ordre de  $n_0$ .

Un critère basé sur les pôles de la fonction de transfert du filtre permet de vérifier sa causalité. En effet lorsque tous les pôles d'un filtre sont à l'intérieur du cercle unité, on pourra affirmer que le filtre est causal : On dit également qu'il s'agit d'un filtre à phase minimale. Réciproquement lorsque tous les pôles sont à l'extérieur du cercle unité le filtre sera dit anticausal ou filtre à phase maximale.

La stabilité est aussi une notion importante dans les filtrages numériques que nous utiliserons dans ce chapitre. Le filtre défini par ses coefficients  $\{h(n)\}$  est dit stable lorsque sa fonction de transfert est absolument sommable c'est à dire :

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} |h(n)| < \infty \quad (2.70)$$

Un critère basé sur les pôles de la fonction de transfert permet également de

vérifier la stabilité du filtre. En effet lorsqu'aucun pôle de la fonction de transfert n'est situé sur le cercle unité, le filtre sera dit stable. Cela équivaut également à dire que le domaine de définition de la fonction de transfert du filtre contient le cercle unité.

**Cas des filtres RIF** La fonction de transfert d'un filtre RIF est donnée en (2.68) qui se développe comme suit :

$$\begin{aligned} H(z) &= \sum_{q=0}^Q b_q z^{-q} \\ &= \sum_{q=0}^Q \frac{b_q z^{Q-q}}{z^Q} \end{aligned} \quad (2.71)$$

Le seul pôle de cette fonction de transfert qui sont les solutions de  $z^Q = 0$  est  $z = 0$  qui est bien à l'intérieur du cercle unité. Par conséquent tout filtre RIF est causal. D'autre part, le pôle  $z = 0$  n'étant pas sur le cercle unité, le filtre RIF est également stable. Tout filtre à réponse impulsionnelle finie est donc à la fois stable et causal.

### 6.1.3 Factorisation spectrale

La factorisation spectrale d'un filtre a pour but d'exprimer sa fonction de transfert sous forme de produit de deux fonctions de transferts l'une étant à phase minimale et l'autre à phase maximale. Cette méthode permet une meilleure réalisation pratique du filtre considéré lorsque ce dernier est récursif et anti-causal. Le but recherché est la séparation d'un tel filtre en deux autres l'un étant un filtre transverse RIF physiquement réalisable et l'autre qui ne l'est pas mais que l'on cherchera à approximer.

Lorsque le filtre  $h$  considéré au paragraphe 6.1 correspond à un canal de transmission, la relation entrée/sortie sera donnée par :

$$y_n = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} h(p) s_{n-p} + w_n \quad (2.72)$$

où  $w_n$  correspond à un bruit blanc gaussien additif du canal. La densité spectrale de puissance de la séquence  $\{y_n\}$  correspondant à la TF de la fonction d'auto-corrélation du signal peut s'écrire comme suit :

$$S_{yy}(z) = S_{hh}(z) \sigma_s^2 + \sigma_w^2 \quad (2.73)$$

où  $\sigma_s^2$  et  $\sigma_w^2$  correspondent respectivement à la puissance du signal et du bruit du canal ;  $S_{hh}(z)$  le spectre replié du canal donné par :

$$S_{hh}(z) = H(z)H^*(z^{-1}) \quad (2.74)$$

D'après ces deux dernières équations si  $z_i$  est un zéro de  $S_{yy}$ , alors  $1/z_i$  l'est aussi. Par conséquent la transformée en  $z$  de la densité spectrale  $S_{yy}$  admet autant de zéros à l'intérieur qu'à l'extérieur du cercle unité. On peut donc trouver une décomposition de  $S_{yy}$  sous la forme :

$$S_{yy}(z) = f_\lambda G(z)G^*(z^{-1}) \quad (2.75)$$

où  $G(z)$  est une fonction de transferts à phase minimale et physiquement réalisable avec un filtre transverse et  $G^*(z^{-1})$  la fonction de transfert adaptée à  $G(z)$  et à phase maximale. Le paramètre  $\lambda$  de cette équation représente le rapport signal sur bruit  $snr$  et  $f_\lambda$  un coefficient dépendant de  $\lambda$  qui peut être obtenu à partir de la relation (2.77), [51]. Les équations (2.72), (2.74) et (2.75) permettent d'écrire la décomposition spectrale suivante qui sera utilisée ultérieurement :

$$H(z)H^*(z^{-1})\sigma_s^2 + \sigma_w^2 = f_\lambda G(z)G^*(z^{-1}) \quad (2.76)$$

$$\ln(f_\lambda) = \int_{-f_e/2}^{f_e/2} \ln(|H(f)|\sigma_s^2 + \sigma_w^2) df \quad (2.77)$$

## 6.2 Egaliseurs lineaires

Parmi les critères d'égalisation les plus populaires présentés dans la section 4 seuls les critères du ZF et du MEQM sont linéaires et donnent lieu à des architectures de types linéaires. Dans cette partie nous proposons au lecteur une présentation des architectures liées à ces critères. Le critère du ZF pouvant être obtenu à partir du critère MEQM en prenant un bruit très faible (voir paragraphe 4.4), seules les architectures selon le critère MEQM seront présentées.

Pour un canal de type SISO (Section 2.1), nous avons montré (Section 4.4) que le filtre optimal obtenu avec le critère MEQM est défini par (2.78) où  $H(z)$  représente la fonction de transfert du canal.

$$C(z) = \frac{\sigma_s^2 F^*(z^{-1})}{\sigma_s^2 F(z)F^*(z^{-1}) + \sigma_w^2} \quad (2.78)$$

Ce résultat peut être étendu au cas des canaux SIMO, en égalisant chaque branche du canal conformément à l'équation (2.78). Une simple sommation sera ensuite effectuée pour la recombinaison des sorties de ces sous-canaux.

Dans cette partie nous ne traitons donc que le cas SISO, le cas SIMO pouvant être généralisé. La fonction de transfert de l'égaliseur optimal MEQM, ayant un dénominateur non nul, le filtre permettant de réaliser cet égaliseur serait un filtre à réponse impulsionnelle infinie, RII (Section 6.1). Ce filtre peut être réalisé de deux

façons différentes : Soit par un filtre transverse linéaire ou par un filtre récursif linéaire que nous décrivons dans les sections ci-dessous.

### 6.2.1 Egaliseurs transverses

L'égaliseur linéaire défini précédemment en (2.78) n'est pas à priori physiquement réalisable. En effet les pôles de sa fonction de transfert sont à la fois à l'intérieur et à l'extérieur du cercle unité. En d'autres termes le filtre n'est pas causal ce qui le rend physiquement irréalisable.

En utilisant la décomposition (2.79), l'égaliseur linéaire peut être réalisé grâce à la juxtaposition du filtre adapté  $H^*(z^{-1})$  du canal, qui, lui est transverse et donc physiquement réalisable, et d'un filtre à réponse impulsionnelle infinie RII donnée par  $\frac{1}{\sigma_s^2 F(z)F^*(z^{-1}) + \sigma_w^2}$ . La mise en œuvre exacte du filtre RII étant impossible du fait que ses coefficients sont infinis, une solution consisterait de l'approximer par un filtre transverse RIF, en tronquant le développement en série de sa fonction de transfert.

$$C(z) = H^*(z^{-1}) \cdot \frac{1}{\sigma_s^2 F(z)F^*(z^{-1}) + \sigma_w^2} \quad (2.79)$$

La juxtaposition du filtre adapté  $H^*(z^{-1})$ , et de l'approximation du filtre RII donne lieu à un égaliseur linéaire transverse (ELT) qui est stable et physiquement réalisable comme nous l'avons déjà montré auparavant. La Figure. 2.12 donne la structure d'un tel égaliseur (ELT).

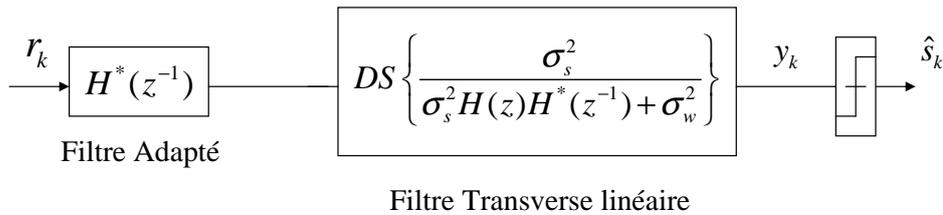


FIGURE 2.12 – Structure de l'Egaliseur Linéaire Transverse ELT

Toute fois la troncature du développement en série de la fonction de transfert du filtre RII, entraîne une certaine dégradation des performances de l'égaliseur linéaire. Plus le nombre de coefficients conservés est grand plus les dégradations seront moindres. De façon générale ce nombre est fixé à deux ou trois fois la longueur du canal de transmission.

### 6.2.2 Egaliseurs Récursifs

Une autre architecture possible de l'égaliseur, basée sur la décomposition spectrale de sa fonction de transfert existe. Il s'agit de l'égaliseur linéaire récursif. En effet

d'après (2.76), la fonction de transfert du filtre égaliseur  $C(z)$  de l'équation (2.78) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$C(z) = H^*(z^{-1}) \frac{1}{G(z)} \cdot DS \left\{ \frac{1}{S_\lambda G^*(z^{-1})} \right\} \quad (2.80)$$

Le filtre  $G(z)$  est un filtre à phase minimale et donc causal, son inverse est un filtre RII également causal de plus stable pouvant donc être réalisé par un filtre récursif par bouclage. Par contre le filtre  $G^*(z^{-1})$  est à phase maximale donc anti-causal, son inverse par conséquent l'est également. Ce dernier filtre qui n'est donc pas physiquement réalisable va être approché grâce à un développement en série de sa fonction de transfert que l'on va ensuite tronquer pour le rendre transverse. On obtient ainsi comme filtre égaliseur, une juxtaposition de trois architecture différents composées d'un filtre transverse  $H^*(z^{-1})$  équivalent au filtre adapté du canal, un filtre récursif correspondant à  $\frac{1}{G(z)}$ , et enfin un filtre transverse représentant une approximation du filtre anti-causal  $\frac{1}{S_\lambda G^*(z^{-1})}$ . La concaténation de ces différents filtres (Confère [51]) fournit alors un égaliseur linéaire récursif (ELR) physiquement réalisable et stable, Figure 2.13.

Par contre, à cause de l'approximation du filtre  $G^*(z^{-1})$ , les performances de l'égaliseur qui en résulte seront toujours inférieures à celles données par la structure d'origine de l'équation 2.80.

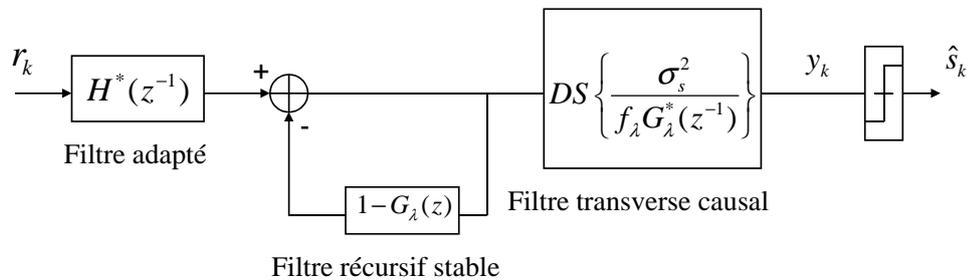


FIGURE 2.13 – Structure de l'Egaliseur Linéaire Récursif ELR

### 6.3 Egaliseurs non linéaires à base de filtre

Les égaliseurs linéaires que nous venons de voir dans la section précédente, ne prennent pas en compte la nature même du message émis à part leur statistique qui est souvent limité à l'ordre 2. Or nous avons déjà vu (Section 4) que les meilleurs critères qui sont ceux du Maximum de Vraisemblance et du Maximum à Priori, prennent en compte en plus des statistiques du signal émis, la nature du message émis à savoir entre autre la constellation. Dans cette partie, nous présentons des architectures non-linéaires basées sur des filtres et qui utilisent la

constellation du signal émis permettant d'améliorer les performances des égaliseurs linéaires déjà présentés. Il s'agit de l'égaliseur à retour de décision (ERD) et de l'Annuleur d'Interférences (AI) que nous présenterons. Pour tous ces égaliseurs la non-linéarité est introduite par le module de décision qui sera intégré dans l'égaliseur. Tout comme les égaliseurs linéaires, ces architectures non-linéaires mettent en œuvre le critère du Minimum d'erreur quadratique MEQM. Nous rappelons également que seul le canal SISO est étudié dans cette partie. Le cas des autres types de canaux pouvant se généraliser.

### 6.3.1 ERD : Egaliseur à Retour de Décision

La structure de l'égaliseur à retour de décision (ERD) découle directement d'une écriture particulière de la séquence reçue. En effet, le symbole reçu à l'instant  $k$  d'un canal est donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} r_k &= \sum_n h_n s_{k-n} + w_k \\ &= h_0 s_k + \underbrace{\sum_{n>0} h_n s_{k-n}}_{\text{IES précurseur}} + \underbrace{\sum_{n<0} h_n s_{k-n}}_{\text{IES post-curseur}} + w_k \end{aligned} \quad (2.81)$$

L'équation 2.81 met en évidence plusieurs termes. On a le symbole recherché lui même  $s_k$ , le bruit  $w_k$  et deux types d'interférences entre symboles : Une interférence avec les symboles passés que nous avons appelé IES précurseur et une interférence avec les symboles futures appelé ici IES postcurseur. On peut ainsi remarquer que si les symboles passés ont été parfaitement retrouvés, il devient possible de supprimer complètement la partie de l'IES précurseur et améliorer ainsi les performances de l'égaliseur. C'est le principe même des égaliseurs à retour de décision (ERD). Leur structure est donnée ci-contre Figure 2.14.

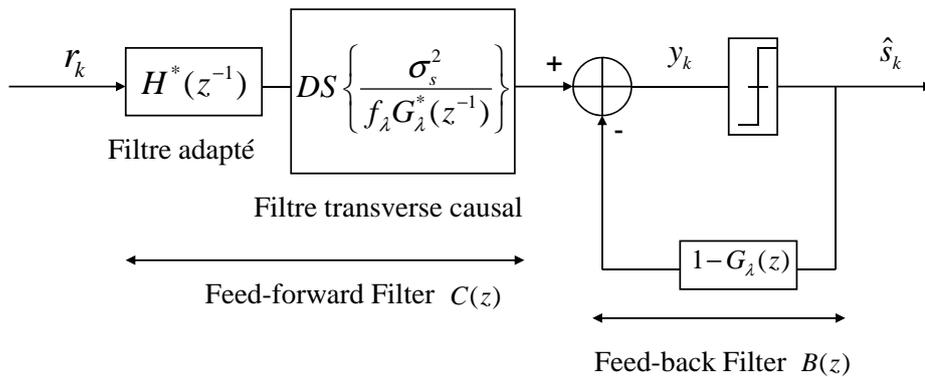


FIGURE 2.14 – Structure de l'Égaliseur à Retour de Décision ERD

Cette structure présente deux parties : La première qui élimine les interférences

faisant intervenir les symboles non encore décidés ou symboles futures du récepteur grâce à un simple filtre appelé en anglais (Feedforward filter) ; et la seconde partie qui élimine, grâce à une estimation des symboles passés, les interférences faisant intervenir ces mêmes symboles par le moyen d'un autre filtre appelé en anglais (Feedback filter).

Si l'on choisit le critère du MEQM comme critère d'égalisation, les filtres Feedforward  $C(z)$  et Feedback  $B(z)$  sont donnés ci-dessous où  $f_\lambda$ ,  $G(z)$  sont les termes de la décomposition spectrale de l'égaliseur donné dans l'équation (2.76).

$$C(z) = \frac{H^*(z^{-1})}{f_\lambda G^*(z^{-1})} \text{ et } B(z) = G(z) \quad (2.82)$$

Pour que cet égaliseur puisse fonctionner correctement, il est nécessaire que les symboles déjà décidés soit corrects. En effet puisque ces derniers sont reconduits dans le filtre arrière (feedback filter) pour estimer le symbole actuel  $s_k$ , une erreur de décision sur ces derniers pourrait donc entraîner une erreur d'estimation de  $s_k$  et tous les symboles futures décidés seront faussés. Ce phénomène est connu sous le nom de propagation d'erreur dans l'ERD. C'est un inconvénient majeur pour cet type d'égaliseur.

Pour lutter contre la propagation d'erreur, d'autres structures basées sur le même principe existe dans la littérature. L'ERD pondéré ERDP [53] [54] en est un exemple. Dans cet égaliseur, l'entrée du Feedback Filter n'est plus les symboles décidés mais un symbole résultant de la combinaison du symbole décidé et du symbole égalisé. La combinaison se fait en fonction de la fiabilité du symbole décidé de la façon suivante :

$$b(n) = \alpha \hat{s}(n) + (1 - \alpha)y(n) \quad (2.83)$$

où  $\hat{s}(n)$  correspond au symbole estimé,  $y(n)$  la sortie de l'égaliseur et  $\alpha$  le paramètre représentant la fiabilité du symbole décidé. Si le symbole décidé est correcte, la confiance calculée sera  $\alpha \approx 1$  ce qui revient donc au cas classique de l'égaliseur ERD. Par contre si le symbole décidé est peu fiable, l'entrée du Feedback Filter ne serait plus  $\hat{s}(n)$  mais plutôt un symbole proche de la sortie de l'égaliseur.

**Le SADFE** Un autre égaliseur appelée SADFE ou «Self-Adaptive Decision Feedabck Equalizer» [55] [51], a été proposé dans le cadre de l'amélioration des performances en termes de convergence du DFE ou ERD classique. Cet égaliseur possède une double structure qui lui procure cette capacité à converger plus vite qu'un DFE ou ERD classique tout en ayant des performances comparable en termes d'EQM que celui-ci. Cette double structure se décline selon le mode de fonctionnement du SADFE. Lorsque celui-ci est en mode de convergence c'est-à-dire que les filtres sont non-optimaux, c'est la structure de la figure 2.15 qui

est utilisée. Cette structure possède deux parties essentielles : Un filtre récursif linéaire déterminé de façon adaptative par un critère autodidacte de type Godard (confère Section 4.5 de ce chapitre), et un filtre de prédiction de bruit déterminé par le critère du minimum d'erreur quadratique moyen (confère chapitre 2 section 4.4). Tout l'intérêt du SADFE repose sur le filtre prédictif qui permet de réduire considérablement l'EQM à la sortie de l'égaliseur comparativement aux performances d'un DFE classique en phase de convergence. Cependant, lorsque l'égaliseur est en phase de poursuite c'est-à-dire que l'erreur quadratique moyenne est satisfaisante, les filtres qui interviennent dans la structure de la figure 2.15 deviennent optimaux. Dans ce cas on montre que (confère [51]), les filtres  $C(z)$  et  $D(z)$  de la figure 2.15 sont identiques et valent  $Gz$  défini dans l'équation 2.75.

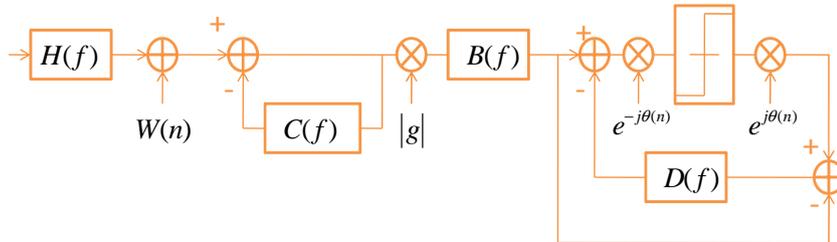


FIGURE 2.15 – Structure du SADFE en phase de convergence

Dans ce cas précis, il en découle une simplification de la structure de base de la figure 2.15 vers une structure plus simple équivalente à celle d'un DFE classique donnée sur la figure 2.16. Le basculement vers la structure du DFE classique est arbitré par le niveau de l'EQM à la sortie de l'égaliseur. Lorsque celui-ci est inférieur à certain seuil, défini entre autre par le type de modulation utilisée, alors le basculement intervient et le filtre optimal de la figure 2.16 est piloté par des symboles de décision qui sont fiable.

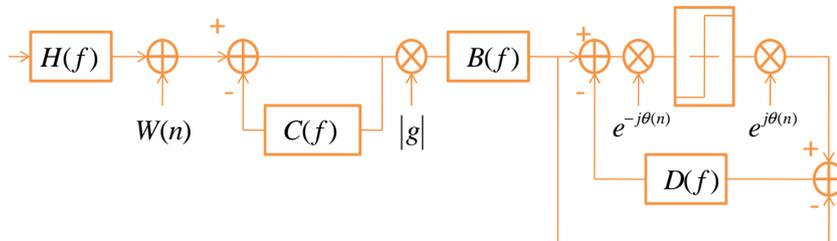


FIGURE 2.16 – Structure du SADFE en phase de poursuite

**Block-DFE** Le DFE (Decision Feedback Equalizer) ou ERD temporel tel qu'il est décrit dans [41] est connu pour avoir de meilleures performances qu'un égaliseur linéaire classique. Cependant, cet égaliseur peut avoir une complexité très élevée quand on considère des canaux très dispersifs pour des raisons de traitement de numérique du signal mais aussi de design en ce qui concerne les filtres avant et arrière de cet égaliseur. Pour cette raison, plusieurs versions de cet égaliseur basée sur un fonctionnement par bloc sont proposés par certains auteurs afin de réduire cette complexité. Nous pouvons citer par exemple l'égaliseur défini en [56] qui reconstitue exactement le fonctionnement du DFE classique en adoptant un traitement par bloc pour ses filtres avant et arrière. Le principal inconvénient de cette proposition est l'utilisation d'algorithmes complexes à savoir l'algorithme de type Winograd [57] pour résoudre le problème de convolution de ces filtres. Cependant, l'intérêt de cette technique d'égalisation par bloc repose sur la facilité à l'adapter dans le domaine fréquentiel dans lequel le filtrage se réduit à une simple multiplication vectorielle.

Une autre proposition d'un égaliseur par bloc est proposée en [58] par les mêmes auteurs. Il s'agit de l'EBA-DFE ou « Efficient Block-Adaptive » DFE. Cette proposition met en exergue le problème de causalité lié au traitement par bloc du filtre arrière de cet égaliseur. La solution adoptée est basée sur une technique itérative (voir Chapitre 3 section ??) conduisant à la détermination du vecteur de décisions à la sortie de l'égaliseur.

### 6.3.2 AI : Annuleur d'Interférences

L'Annuleur d'interférence (AI) fonctionne suivant la même logique que l'ERD. La principale différence réside dans le fait que les symboles précurseurs et postcurseurs de l'expression (2.65) sont supposés connus. Ce type d'architecture est plutôt utilisé non pas directement en tant qu'égaliseur mais en tant que système améliorant les séquences égalisées auparavant par un autre égaliseur. Il est utilisé par exemple en turbo-égalisation. La Figure. 2.17 donne une représentation de cette architecture où la séquence  $\{\bar{s}_k\}$  est une estimation donnée par un autre égaliseur.

Comme pour l'ERD, le calcul des coefficients des filtres optimaux est rendu difficile dans le cas général. Cependant, en utilisant une hypothèse de décision correcte, ce calcul peut se faire facilement en supposant que les symboles  $\bar{s}_k$  correspondent exactement à la source, c'est-à-dire  $\bar{s}_k = s_k$ . Dans ce cas, on montre que (voir [51]) les filtres optimaux selon le critère du MEQM sont donnés par (2.84) et (2.85) :

$$F(z) = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} H^*(z^{-1}) \quad (2.84)$$

$$B(z) = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2} [H^*(z^{-1})H(z) - 1] \quad (2.85)$$

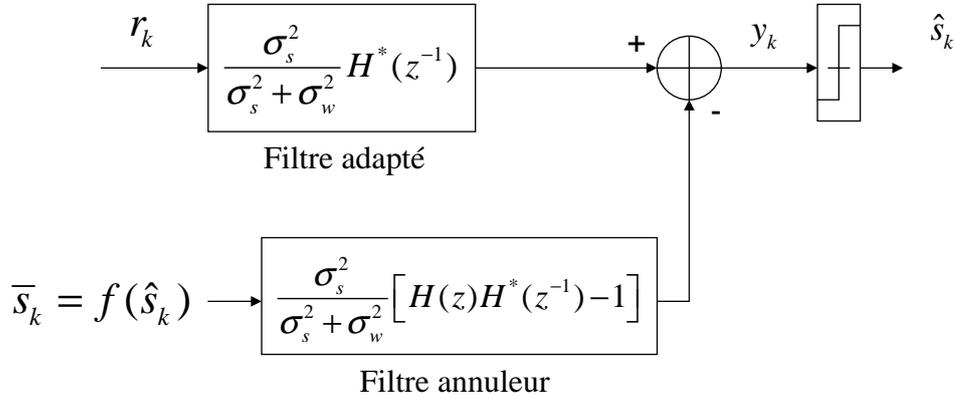


FIGURE 2.17 – Structure de l'Égaliseur Annuleur d'Interférence AI

## 6.4 Autres Égaliseurs non linéaires

Les structures utilisées pour l'égalisation de canal que nous avons évoqués jusqu'à présent, sont basées sur des filtres linéaire simple comme les ELT ou des filtres non linéaires comme l'ERD. Toutes ces architectures ont été développées conformément au critère linéaire du Minimum d'Erreur Quadratique moyenne. Dans cette partie nous allons présenter une architecture d'égaliseur liée aux critères non-linéaires du MAP et du MV à savoir l'égaliseur en Treillis mais aussi l'architecture de la Turbo-égalisation. Ces structures sont tous non-linéaires mais s'avèrent être très complexe comparé à ceux que nous avons déjà évoqués.

### 6.4.1 Égaliseur en Treillis

Les égaliseurs basés sur les critères du MAP et du MV vus en Section. 4, nécessitent une structure capable de modéliser parfaitement l'effet mémoire entre le canal de transmission et le message émis. La structure idéale répondant à cette contrainte est le Treillis originellement développé pour le codage convolutif du canal. Un treillis est constitué d'états et de branches appelées transitions. Chaque état représente le contenu de la mémoire du canal c'est à dire les  $Lh - 1$  messages précédemment émis où  $Lh$  représente la dispersion du canal. Ainsi si les messages sont issus d'une constellation de taille  $M$ , le nombre total d'états du Treillis serait de  $M^{Lh-1}$ . A partir d'un état  $e_k$  du Treillis, lorsqu'un nouveau message arrive au niveau récepteur il existe  $M$  transitions possible pour passer de l'état  $e_k$  à l'état  $e_{k+1}$  ce qui porte le nombre total de transitions à  $M \cdot M^{Lh-1} = M^{Lh}$  dans une section du Treillis présentée sur la Figure. 2.18. Sur cette figure, la constellation du message correspond à un BPSK ( $M = 2$ ), et la taille du canal est fixée à  $Lh = 3$ . Les traits en pointillé indiquent une transition correspondant à un nouveau message reçu de  $+1$  tandis que les traits pleins sont le pendant pour un

nouveau message de  $-1$ . Les algorithmes reposant sur cette structure possèdent une complexité qui dépende naturellement du nombre d'états et de transitions du Treillis.

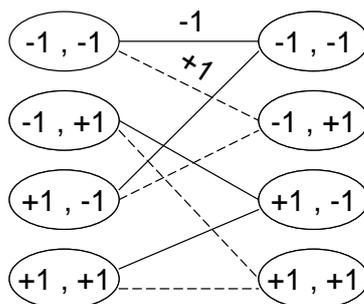


FIGURE 2.18 – Structure d'une section du Treillis pour une constellation BPSK

#### 6.4.2 Turbo-Egalisation

Dans un traitement classique, un égaliseur est alimenté par la sortie bruitée du canal de transmission et éventuellement par les symboles précédemment égalisés sans tenir compte de l'information de redondance introduite par le codage de canal. La technique qui prend en compte cette redondance est la turbo-égalisation [51] [59]. Elle permet d'associer à un égaliseur classique, le décodeur de canal afin d'améliorer les performances de l'égaliseur et ce de façon itérative.

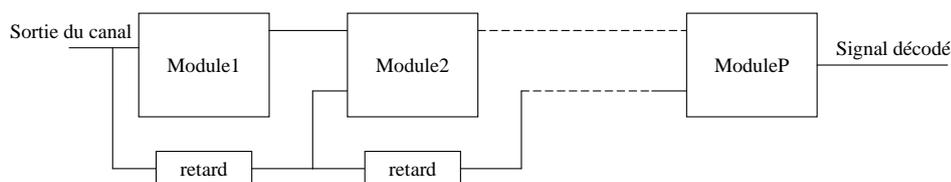


FIGURE 2.19 – Schéma de principe d'un turbo Egaliseur

La structure d'un turbo-égaliseur, est constituée d'un certain nombre de modules identiques comme le montre la Figure. 2.19, traités de façon itératives c'est à dire les uns après les autres. Chaque module (voir Figure. 2.20 est constitué d'un égaliseur, d'un désentrelaceur d'un convertisseur M-aire/binaire, d'un décodeur de canal, d'une fonction permettant d'estimer la moyenne des symboles de sortie

du décodeur, et d'un Entrelaceur. Les différentes fonctions réalisées dans chaque module en dehors du filtre égaliseur constituent une démodulation du signal émis. L'égaliseur optimal utilisé dans chaque module, au sens de la minimisation de l'erreur quadratique moyenne, est l'annuleur d'interférence AI vu dans la Section. 6.3 qui comme on l'a déjà vu est surtout utilisé pour améliorer les performances d'un autre égaliseur. Cet égaliseur est constitué de deux filtres, l'un  $F(z)$  adapté au canal et donné en (2.84) qui permet de réduire la puissance du bruit du canal, et l'autre  $B(z)$  donné en (2.85) qui permet de reconstruire les interférences entre symboles présent en sortie du filtre adapté  $F(z)$  afin de les supprimer. L'entrée du filtre donnée par  $B(z)$  correspond aux symboles moyennés de la sortie du décodeur de canal qui permet d'améliorer la qualité des symboles égalisés.

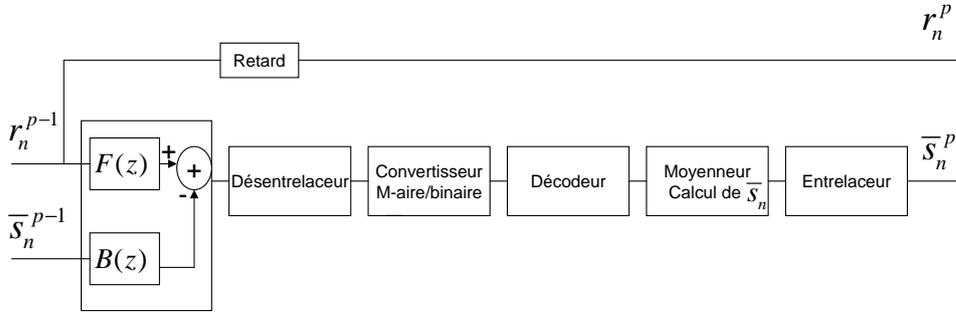


FIGURE 2.20 – Structure du module  $N^{op}$  d'un turbo Egaliseur

Dans le cas d'un canal stationnaire (canal gaussien sélectif en fréquence) non connu au niveau récepteur, on utilisera généralement un algorithme du gradient stochastique LMS pour actualiser les coefficients des filtres  $B(z)$  et  $F(z)$ . Si  $\{b_n\}_{n \in [0, \dots, L]}$  et  $\{f_n\}_{n \in [-L, \dots, L]}$  sont les coefficients de la réponse impulsionnelle des filtres donnés par  $B(z)$  et  $F(z)$  alors l'équation d'adaptation est donnée par :

$$\begin{cases} f_{n+1}^p = f_n^p - \mu_f^p R_n^{p-1*} (y^p(n) - \hat{s}(n)) \\ b_{n+1}^p = b_n^p + \mu_b^p \bar{S}_n^{p-1*} (y^p(n) - \hat{s}(n)) \end{cases} \quad (2.86)$$

où,  $p$  indique le numéro du module,  $R_n^{p-1} = [r_n, \dots, r_{n+L}]^T$  et  $\bar{S}_n^{p-1} = [\bar{s}(n-L), \dots, \bar{s}(n+L)]^T$  étant respectivement le vecteur d'entrée de l'égaliseur et le vecteur des valeurs moyennes des symboles  $\hat{s}(n)$  obtenu à la sortie du décodeur de canal du module  $p$ ,  $\mu_f^p$  et  $\mu_b^p$  les pas d'adaptation et  $y^p(n)$  la sortie du bloc égaliseur du même module  $p$ .

## 6.5 Egalisation du signal SC-FDMA

Dans ce chapitre, nous avons fait état de quelques techniques d'égalisations rencontrées dans la littérature. Le but recherché dans nos travaux de recherches est de proposer des techniques d'égalisations adaptées au système SC-FDMA. Toutes

les techniques illustrées dans ce chapitre, ne peuvent être appliquées en l'état à ce système. En effet, la construction même du signal SC-FDMA, pose deux difficultés majeures quand à l'application des techniques d'égalisations. La première difficulté est liée à l'application de l'intervalle de garde sur le signal transmis. Cela a pour conséquence de transformer la convolution linéaire du signal par le canal en une convolution circulaire. Il faut noter que la convolution circulaire est bien adaptée à une égalisation dans le domaine fréquentiel. En effet, la représentation fréquentielle du signal issu de la convolution circulaire du signal émis par le canal de transmission, correspond à un simple produit symboles par symboles entre le signal émis et le canal de transmission. C'est pourquoi, il est simple d'inverser le canal dans ce domaine, lorsque celui-ci est connu ou estimé. Cependant, la difficulté réside dans l'application des techniques dites temporelles pour l'égalisation du signal SC-FDMA. En effet, la convolution circulaire introduit par l'intervalle de garde entrave l'application des techniques temporelles qui réalisent une déconvolution linéaire du canal. Ainsi, une adaptation s'impose à toutes ces techniques temporelles. La seconde difficulté est liée au multiplexage des signaux des différents utilisateurs. En effet, le système SC-FDMA effectue un multiplexage des utilisateurs dans le domaine fréquentiel. Cela pose un problème du positionnement du filtre égaliseur au niveau récepteur. Un égaliseur placé en début de réception dans le domaine temporel par exemple ne saurait égaliser spécifiquement le signal d'un seul utilisateur sans aucune adaptation au préalable du moment où le signal à l'entrée de l'égaliseur sera la contribution des signaux de tous les utilisateurs. Cela est préjudiciable à tous les égaliseurs temporels qui sont la plupart placés en amont du récepteur. Dans le chapitre suivant nous proposerons des égaliseurs aussi bien dans le domaine fréquentiel que dans le domaine temporel en tenant compte de ces difficultés.

## 7 Conclusion

Dans ce chapitre il était question d'une description des techniques d'égalisations classiques des canaux de communication, rencontrées dans la littérature. Nous avons pu présenter quelques techniques très connues qui seront par la suite utilisées dans nos travaux de recherches. Ceci étant, la liste fournie dans ce chapitre n'est pas exhaustive, d'autant plus que plusieurs de plusieurs contributions ont permis d'améliorer la plupart de ces techniques et ce jusqu'à nos jours.



## Chapitre 3

# Techniques d'égalisation de canal pour les systèmes SC-FDMA

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>88</b>
<b>2</b>	<b>Techniques d'Egalisation Classiques adaptées aux Systèmes SC-FDMA</b>	<b>88</b>
2.1	Critère du Zero-Forcing (ZF)	88
2.2	Critère du Minimum d'Erreur Quadratique Moyenne (MEQM)	89
2.3	Mesure des performances dans un contexte SC-FDMA	89
<b>3</b>	<b>Adaptation au récepteur SC-FDMA d'un Egaliseur Block-DFE par exploitation de la redondance des symboles sources</b>	<b>91</b>
3.1	Technique Basée Sur L'ERD (DFE) Et L'ERD-P (W-DFE)	91
3.2	ERD Et ERDP Dans Un Context I-FDMA	93
3.3	EBA-DFE Dans Un Context SC-FDMA	94
<b>4</b>	<b>Adaptation au récepteur SC-FDMA d'une technique d'Egalisation aveugle basée sur des références fantômes</b>	<b>102</b>
4.1	Présentation de la Technique	102
4.2	Définition du critère d'Egalisation sur les Porteuses Fantômes pour un système OFDM	105
4.3	Adaptation et Analyse du critère d'Egalisation sur Porteuses Fantômes dans un contexte SC-FDMA	110
4.4	Retour sur le cas OFDM	120
<b>5</b>	<b>Nouvelles Techniques d'Egalisation Temporelles adaptées au Système SC-FDMA et obtenues par découplage entre Filtre Egaliseur et Critère d'Egalisation</b>	<b>123</b>
5.1	Problématique liée à l'application des techniques d'Egalisation Temporelles dans un contexte SC-FDMA	123
5.2	Découplage entre Filtre Egaliseur et critère d'Egalisation	126

---

5.3	Application de quelque critères classiques temporels . . .	128
<b>6</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>134</b>

---

## 1 Introduction

Le SC-FDMA est une technique d'accès multiple basée sur le principe des systèmes SC/FDE (Section. 2.2.3) avec une allocation fréquentielle des ressources radio (FDMA). Mais comme son nom l'indique, le SC/FDE est un système de transmission mono-porteuse à laquelle il est associé une technique d'égalisation fréquentielle. Par conséquent, la classe d'égaliseur la plus adaptée au système SC-FDMA est celle des égaliseurs fréquentiels. Dans cette partie nous mettrons en application certaines techniques d'égalisations fréquentielles classiques et nous proposerons d'adapter par la suite d'autres techniques d'égalisations temporelles qui offrent de meilleures performances.

## 2 Techniques d'Egalisation Classiques adaptées aux Systèmes SC-FDMA

Le SC-FDMA[60] bien que s'agissant de système de transmission mono-porteuse, traite les données en mode paquet comme c'est le cas des systèmes multi-porteuses comme l'OFDM. La transmission des données en mode paquet introduit une Interférence entre paquet qui peut être supprimée par l'insertion d'Intervalle de Garde (IG) en début de chaque paquet SC-FDMA. Mais comme nous l'avons déjà vu, le rôle joué par l'IG est double ; en plus de réduire l'Interférence entre paquet, il transforme en convolution circulaire le filtrage du signal par le canal de transmission dont l'avantage majeur est de rendre facilement applicable les critères d'égalisation classique de type Zéro-Forcing (ZF) ou Minimum d'Erreur Quadratique (MEQM) dans le domaine fréquentiel.

### 2.1 Critère du Zero-Forcing (ZF)

Dans la norme 3GPP LTE, chaque trame du signal SC-FDMA est constituée de 20 Slots, chacun étant composé de 7 symboles SC-FDMA. Le symbole du milieu de chaque Slot, dans une configuration où la taille de l'Intervalle de Garde est dit Normal (Confère Section 6.3.1 du Chapitre 1), est considéré comme un symbole de référence ou symbole pilote. Dans la norme 3GPP LTE, ce symbole est une séquence de CAZAC (Constant Amplitude and Zero Auto-Correlation Code) [61] [62] et occupe toute la bande du signal permettant ainsi une Estimation de la réponse fréquentielle du canal sur chacune de ses sous-porteuses du signal. La technique d'égalisation intervient après le processus de l'estimation de canal que nous verrons dans le Chapitre 4.

Une fois la réponse du canal estimée, le critère du ZF est le plus simple à appliquer. Comme nous l'avons décrit dans l'état de l'art (Confère Section 4.3 du

Chapitre 2), le rôle de ce critère est l’inversion parfaite de la réponse du canal afin de supprimer l’effet convolutif de celui-ci. Si on note par  $\{F_p\}_{0 \leq p < N_{SC}^{RS}}$ , l’estimée de la réponse du canal sur la sous-porteuse  $n^\circ p$ ,  $N_{SC}^{RS}$  (RS = Reference Signal, SC = Subcarrier) représentant le nombre total de sous-porteuses réellement modulées, alors le filtre égaliseur ZF serait donné par (3.1) conformément à l’équation (2.29) de la Section 4.3.

$$C_p = \frac{1}{F_p} \quad (3.1)$$

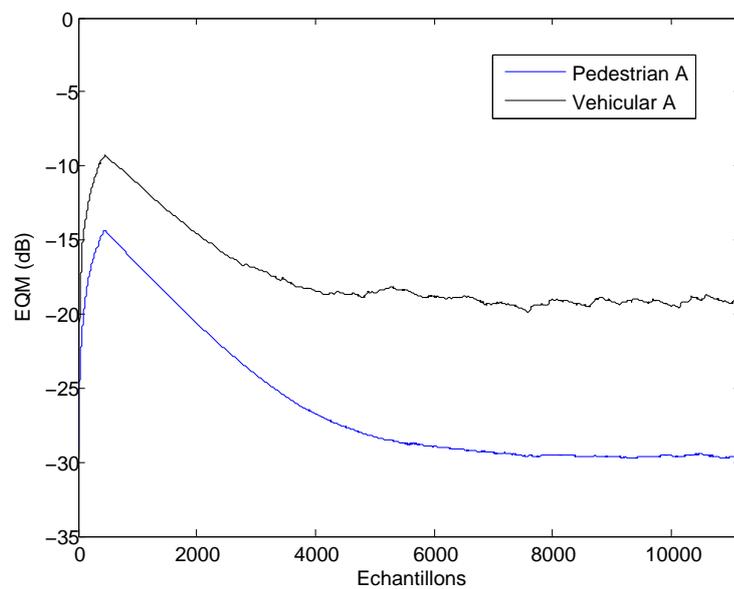
### 2.2 Critère du Minimum d’Erreur Quadratique Moyenne (MEQM)

Cette technique a déjà été détaillée dans la section 4.4 du Chapitre 2. La fonction de transfert du filtre qui en découle est celle donnée dans l’équation (2.44). Comme on peut le constater à travers les deux équations (2.29) et (2.32), la seule différence entre le filtre optimal au sens du MEQM et le filtre optimal au sens du critère ZF, est la densité de puissance du bruit  $\sigma_w$  qui est prise en compte dans le cas MEQM lui donnant ainsi la capacité de réduire également la perturbation liée au bruit additif du canal.

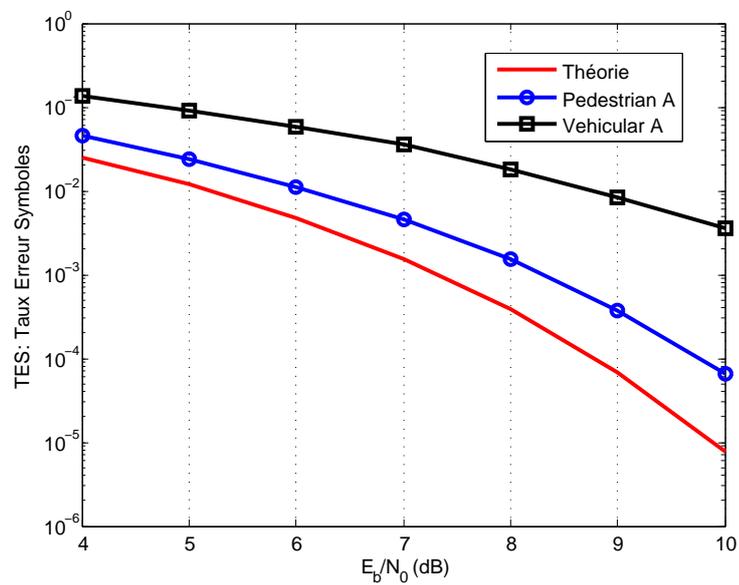
Dans un contexte SC-FDMA, l’application de la technique MEQM ne nécessite guère plus de traitement que la technique du ZF, et de plus, est également bien adaptée au système considéré du fait qu’elle est basée uniquement sur les symboles pilotes qui sont insérés dans le signal transmis comme on peut le voir sur la Figure 1.25 Chapitre 1.

### 2.3 Mesure des performances dans un contexte SC-FDMA

Pour tester les performances obtenues avec les deux critères que nous avons adoptés, nous allons faire abstraction de l’estimation de canal de transmission en supposant une connaissance parfaite de celui-ci au niveau récepteur. Plusieurs scénarios sont considérés enfin de mettre en évidence les limites du critère utilisé : Nous considérons le canal Pedestrian A qui est un canal court avec moins d’évanouissement spectral, et le canal Véhiculaire A relativement long qui possède des évanouissements assez profonds. La configuration du système SC-FDMA utilisée est celle de la bande de 5Mhz donnée dans la Table. 1.1. La Figure 3.1 donne les performances obtenues en terme d’erreur quadratique moyenne et de taux d’erreur symbole pour les deux types de canaux, tandis que celles données dans la Figure 3.2 comparent les performances entre les deux critères en termes de TES pour le même canal vehicular A.



(a) EQM



(b) TES

FIGURE 3.1 – Egalisation type ZF : Canal Pedestrian A et Vehicular A

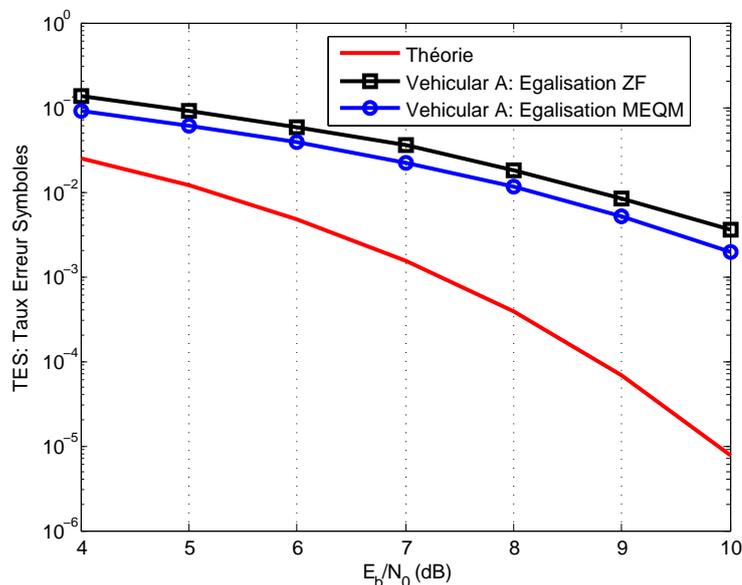


FIGURE 3.2 – Comparaison ZF et MEQM en terme de Taux d'Erreur Symbole (TES)

### 3 Adaptation au récepteur SC-FDMA d'un Egaliseur Block-DFE par exploitation de la redondance des symboles sources

Le but dans cette section est d'appliquer sur le SC-FDMA l'égaliseur EBA-DFE déjà breveté par France Télécom qui a financé le travail réalisé durant ces trois années de thèse. Il s'agit de valoriser ce brevet sur notre sujet d'étude. Pour cela nous revenons un temps soit peu sur la technique d'égalisation ERD (en Angloxason DFE) en général ainsi que celui de l'ERD-P (en Angloxason Weighted-DFE) qui est une version améliorée de cette dernière, avant de traiter en détail la technique EBA-DFE.

#### 3.1 Technique Basée Sur L'ERD (DFE) Et L'ERD-P (W-DFE)

Le principe de l'ERD [63] [64] a déjà été décrit dans la Section 6.3.1 du Chapitre 2. Dans ce paragraphe nous rappelons uniquement le rôle joué par chacun des deux filtres qui le composent à savoir le Feed-Forward Filter et le FeedBack-Filter. En effet, le Feed-Farward Filter est chargé de la déconvolution du canal proprement dit. C'est le même filtre qui est utilisé dans les égaliseurs transverses ELT (Confère Section 6.3.1 Chapitre 2). Quand au Feed-Back filter, il est dédié pour la suppression de l'IES due aux symboles déjà décidés. Il s'agit d'un filtre qui reconstitue l'IES précurseur (Voir Section 6.3.1 du Chapitre 2), afin de la supprimer sur les futures décisions. Ce filtre représente l'intérêt même de la tech-

nique ERD car la suppression de l'IES permet d'améliorer significativement les performances par rapport à celles obtenues par un ELT classique. Cependant un inconvénient majeur lié au principe même du Feed-Back filter, est à souligner : Il s'agit du phénomène de la propagation d'erreur. Lorsqu'une erreur de décision survient, le Feed-back filter la répercute de façon irréversible sur les futures symboles décidés et cela parce que les symboles décidés en un instant  $t$  sont réutilisés pour des décisions futurs dans un laps de temps  $\tau$ . Pour résoudre ce problème de propagation d'erreurs, d'autres solutions plus performantes basées sur le même principe de retour de décision ont été proposées dans la littérature. Nous nous intéressons ici à une technique brevetée chez France Télécom à savoir l'égaliseur ERD-P ou ERD-Pondéré détaillé dans les articles [53] [54] (Confère Figure 3.4).

La différence principale entre l'ERD-P et l'ERD simple réside dans le calcul des symboles réintroduits dans le filtre Feed-Back pour l'estimation de l'IES Précurseur. Dans le cas de l'ERD-P, l'entrée du Filtre Feed-back n'est plus les symboles décidés comme dans l'ERD mais sont déterminés avec une certaine probabilité qui mesure leur fiabilité. Ainsi un symbole décidé très fiable sera directement réintroduit dans le Feed-Forward filter mais un symbole moins fiable sera amélioré avant d'être réintroduit dans le filtre.

Plusieurs politiques de calcul de la fiabilité des symboles décidés existent et donnent lieu à plusieurs versions de l'ERD-P dont la représentation générale est donnée sur la Figure.3.3. La méthode de calcul de la confiance que nous présentons ici est proposée en [53]. Elle est basée sur le calcul de la distance entre le symbole reçu  $x_n$  et le point de la constellation le plus proche de celui-ci. Si on appelle  $\Delta$  la distance entre les seuils de décision sur les axes ( $I, Q$ ) et le point de constellation le plus proche du symbole reçu (voir Figure 3.3), et si  $d_y$  et  $d_x$  correspondent aux coordonnées de ce symbole sur ces axes, le calcul de la confiance proposée dans [53] par rapport au symbole reçu  $x_n$  sera donnée par :

$$C_{x_n} = \frac{\min(d_x^+, d_x^-, d_y^+, d_y^-)}{\Delta} \quad (3.2)$$

$$\tilde{x}_n = C_{x_n} \cdot \hat{x}_n + (1 - C_{x_n}) \cdot x_n \quad (3.3)$$

Le symbole réintroduit dans le Feedback Filter  $\tilde{x}_n$ , n'est plus le symbole décidé  $\hat{x}_n$  comme c'était le cas pour l'ERD simple mais plutôt le symbole donné en (3.3), calculé à partir de  $x_n$ ,  $\hat{x}_n$  et la confiance associée à la décision.

L'erreur de décision est donnée par la différence entre le nouveau symbole décidé (le symbole  $\tilde{x}_n$ ) et le symbole reçu  $x_n$  (Confère l'équation (3.4)). Cette erreur nous permet de bien s'apercevoir de l'intérêt de la méthode. En effet, lorsque le symbole décidé est fiable ( $C_{x_n} = 1$ ) alors, le symbole réintroduit dans le Feedback filter serait uniquement le symbole décidé, et l'erreur de décision correspondrait à l'erreur classique de l'ERD. Par contre, lorsque la confiance associée à la décision est nulle ( $C_{x_n} = 0$ ), le symbole réintroduit dans le dit filtre n'est autre que lui

même et l'erreur obtenue serait nulle et donc aucun effet ne sera observé : Il s'agit dans ce cas de l'égaliseur linéaire récursif classique (Section 6.2.2 du Chapitre 2. De ce fait, la mauvaise décision n'a aucune répercussion sur les futurs symboles décidés et permet ainsi de stopper le phénomène de la propagation d'erreur.

$$E_{r_n}^{ERDP} = \tilde{x}_n - x_n = C_{x_n} \cdot (\hat{x}_n - x_n) = C_{x_n} \cdot E_{r_n}^{ERD} \quad (3.4)$$

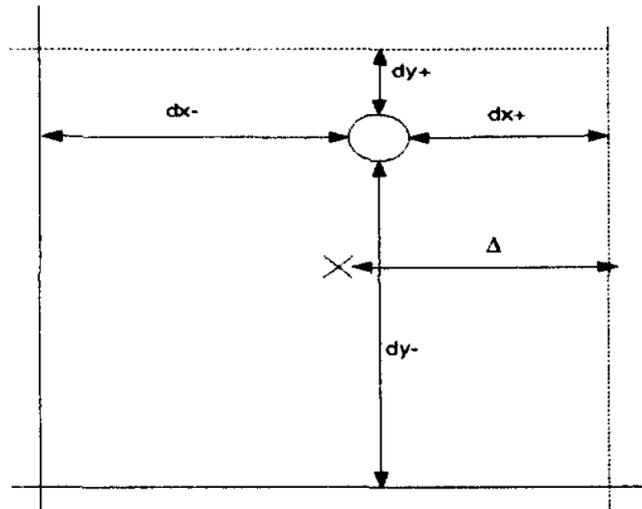


FIGURE 3.3 – Calcul de la Confiance associée aux symboles décidés.

La structure de l'ERD-P est ainsi donnée dans Figure 3.4 :

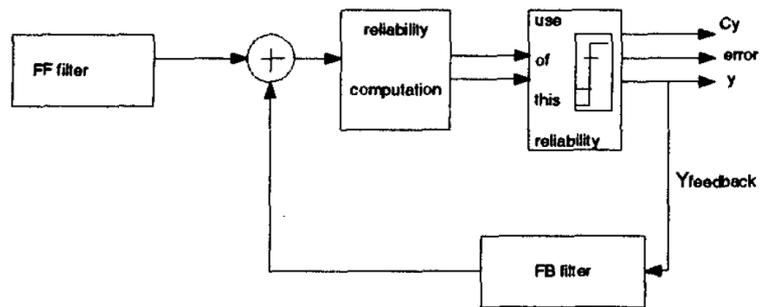


FIGURE 3.4 – Structure de l'ERDP

### 3.2 ERD Et ERDP Dans Un Context I-FDMA

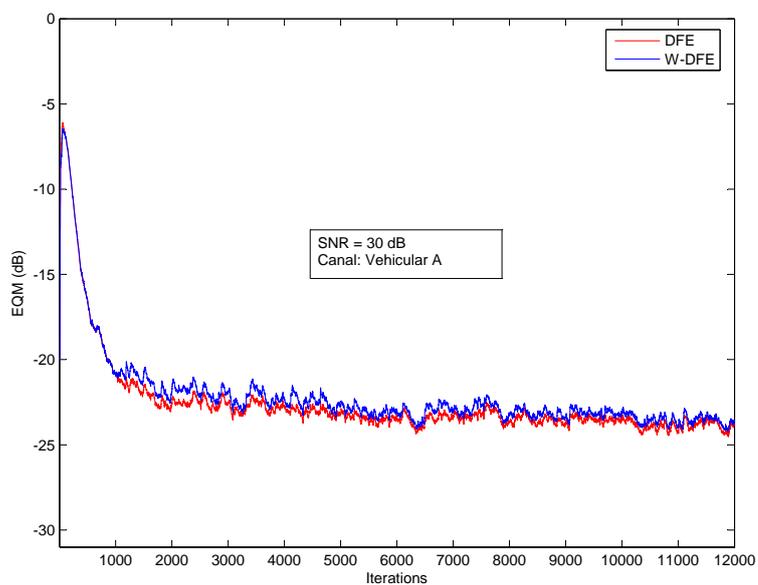
L'objectif de cette section est d'utiliser à l'état, les égaliseurs ERD et ERD-P pour l'égalisation du signal SC-FDMA sans apporter aucune modification à leur structure. Mais avant de poursuivre rappelons que le signal SC-FDMA est généré

le plus souvent à base de modulateurs DFTs et IDFTs. Cette méthode emploie une technique de multiplexage des différents utilisateurs dans le domaine fréquentiel (Confère Figure 1.10 et 1.11), ce qui impose à la réception de ramener le signal reçu préalablement dans le domaine fréquentiel afin de récupérer la contribution de chaque utilisateur puis ensuite de procéder à son égalisation. Cependant, le premier modulateur DFT du récepteur permet de faire passer le signal reçu dans le domaine fréquentiel tandis que le dernier module IDFT ramène le signal fréquentiel dans le domaine temporel. Cela révèle deux emplacements possible pour une égalisation dans le domaine temporel. En effet pour obtenir un fonctionnement temporel des filtres il faut soit placer l'ERD ou l'ERD-P en amont du récepteur avant le module DFT soit en fin de réception après le module IDFT. La seconde possibilité n'est pas adoptée ici, car la suppression de l'intervalle de garde en début de réception, casse la linéarité du système et ne permet pas d'appliquer en l'état les égaliseurs ERD et ERD-P à cet emplacement. Dans cette partie les égaliseurs temporels ERD et ERD-P seront directement appliqués au début du récepteur avant le premier modulateur DFT. Mais en raison du multiplexage des utilisateurs dans le domaine fréquentiel, l'emplacement des égaliseurs en amont du récepteur ne permet pas d'égaliser séparément le signal de chacun des différents mobiles sans apporté une modification sur la structure de ces égaliseurs. Ainsi, dans cette partie nous donnerons les performances dans le cas mono-utilisateur, le cas multi-utilisateurs sera consacré dans la section suivante avec un égaliseur que nous adapterons.

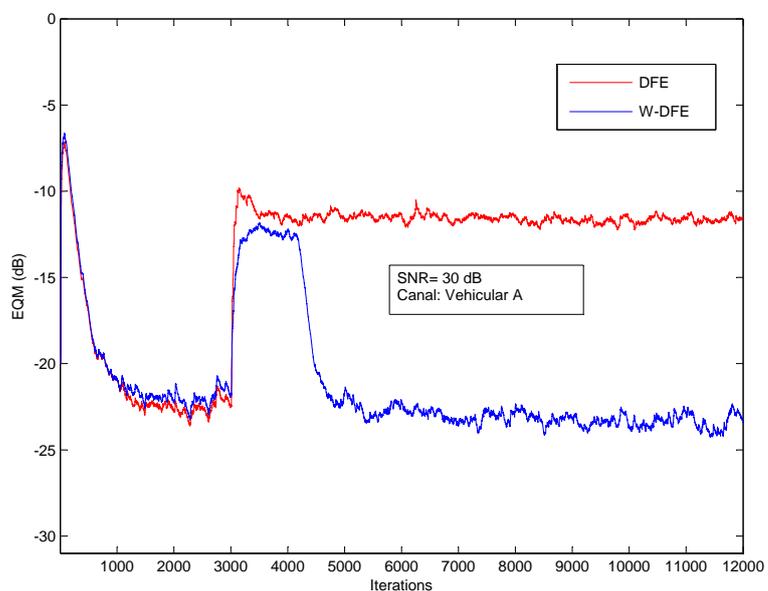
Pour montrer l'intérêt de l'ERD-P sur l'ERD simple, nous simulerons une augmentation brutale du niveau de bruit du canal afin d'observer l'effet de ces égaliseurs sur le phénomène de propagation d'erreur. L'augmentation du niveau de bruit se fera sur une centaine d'échantillons émis et correspondra à une augmentation de 20 dB. Deux canaux sont simulés : Le canal pedestrian-A et le véhicular-A. Un seul utilisateur est pris en compte, avec une modulation MAQ-16 et un mapping L-FDMA des sous-canaux. Les résultats de simulations sont donnés sur les Figure 3.5 et 3.6. Le constat sur l'erreur quadratique moyenne confirme bien la capacité de l'égaliseur ERD-P à limiter la propagation d'erreur, ce qui n'est pas le cas de l'égaliseur simple ERD.

### 3.3 EBA-DFE Dans Un Context SC-FDMA

Comme nous l'avons déjà rappelé dans la section précédente, le multiplexage des signaux SC-FDMA est réalisé dans le domaine fréquentiel. Par conséquent, il est plus judicieux d'appliquer aux signaux SC-FDMA, des égaliseurs fréquentiels capable d'exploiter le signal de chaque utilisateur directement dans le domaine fréquentiel afin de l'égaliser. L'EBA-DFE ou « Efficient Block Adaptive Decision Feedback Equalizer » [58] en est un exemple. Cet égaliseur adaptatif par bloc, est en effet implémenté dans le domaine fréquentiel et offre donc la possibilité d'égaliser séparément le signal de chaque utilisateur dans ce domaine. De plus, son

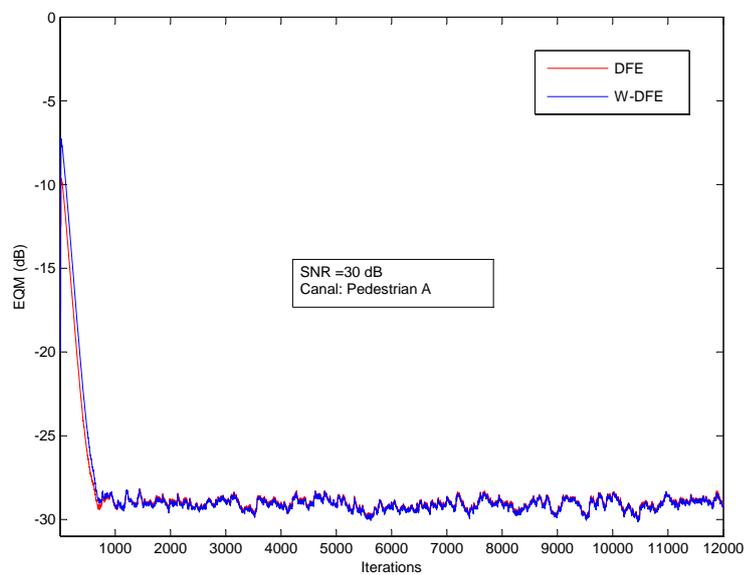


(a) Sans Propagation d'Erreur

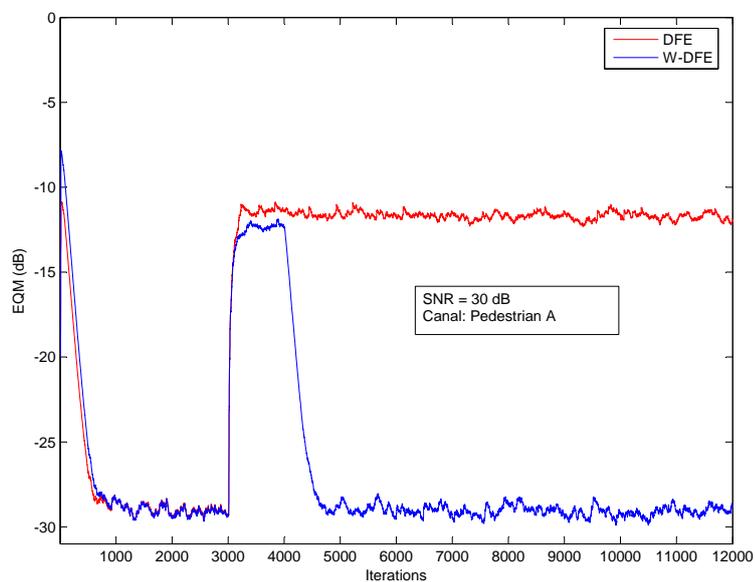


(b) Avec Propagation d'Erreur

FIGURE 3.5 – Canal Vehicular A



(a) Sans Propagation d'Erreur



(b) Avec Propagation d'Erreur

FIGURE 3.6 – Canal Pedestrian A

fonctionnement en mode bloc le rend moins complexe à mettre en œuvre surtout dans le cas des canaux de transmission à grande mémoire. Ces atouts justifient notre intérêt envers cet égaliseur qui a déjà été breveté chez France Télécom et que nous réadaptions à notre signal dans le cadre de la coopération entre Supélec et France Télécom.

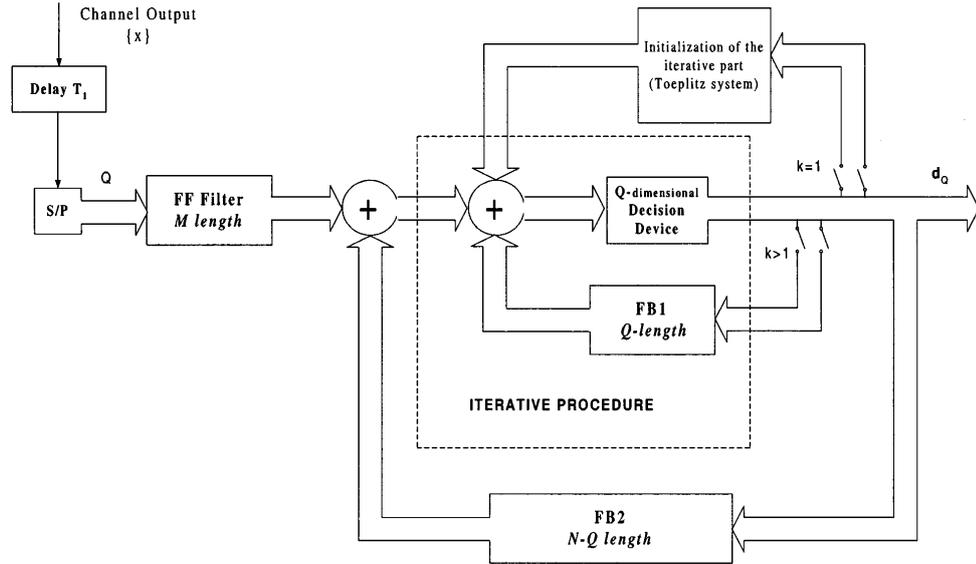


FIGURE 3.7 – Structure de l’Egaliseur Fréquentiel à Retour de Décision EBA-DFE

### Problème de causalité

Tout comme les ERD, cet égaliseur possède deux parties essentielles : Le filtre avant (feedforward filter ou FF filter sur la Figure 3.7) et le filtre arrière (feedback filter ou FB Filter sur la figure) fonctionnant tous les deux par bloc dans le domaine fréquentiel. Cependant, il est connu que le principe du fonctionnement par bloc des ERD introduit un problème de causalité dans le processus de décision. Pour illustrer ce problème, nous reprenons dans ce qui suit les relations entrée/sortie bloc par bloc d’un tel égaliseur.

$$\begin{aligned} y_Q(n + Q - 1) &= X_{Q,M} a_M(n) + D_{Q,N} b_N(n) \\ d_Q(n + Q - 1) &= f\{y_Q(n + Q - 1)\} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Où,  $y_Q(n+Q-1) = [y(n)..y(n+Q-1)]^t$  et  $d_Q(n+Q-1) = [d(n)..d(n+Q-1)]^t$  représentent les blocs de  $Q$  symboles à la sortie de l’égaliseur obtenu respectivement avant et après le module de prise de décision,  $X_{Q,M}$  une matrice de dimension  $Q \times M$  formée à partir des  $M + Q$  derniers symboles reçus,  $M$  étant la longueur

du filtre forward  $a_M(n)$ .  $D_{Q,N}$  représente l'équivalent de cette matrice au niveau feedback filter  $b_N(n)$ , où  $N$  correspond à sa longueur. Le problème de causalité s'illustre mieux lorsqu'on combine les deux égalités de l'équation 3.5 qui devient :

$$d_Q(n + Q - 1) = f\{X_{Q,M}a_M(n) + D_{Q,N}b_N(n)\} \quad (3.6)$$

La matrice  $D_{Q,N}$  qui contient le vecteur de décisions  $d_Q(n + Q - 1)$  que l'on cherche à déterminer montre bien que cette équation pose un problème de causalité. L'EBA-DFE y apporte une solution. En effet, sa structure met en évidence un mécanisme itératif dans la boucle de décision [58] qui permet de lever l'indétermination de l'équation (3.6). Cette équation est résolue de manière itérative. A chaque instant  $n$ , on définit une nouvelle équation donnée en (3.7) que l'on résout itérativement en deux phases de traitement : La première phase consiste à initialiser le vecteur de décision  $d_Q^i(n + Q - 1)$  par un vecteur  $d_Q^0(n + Q - 1)$  (confère [58] pour plus de précision) proche de la solution finale  $d_Q(n + Q - 1)$  afin de réduire le nombre d'itérations et d'augmenter ainsi la vitesse de convergence de l'algorithme. La seconde phase de traitement consiste aux itérations proprement dites : On détermine le vecteur  $d_Q^{i+1}(n + Q - 1)$  à partir de  $d_Q^i(n + Q - 1)$  selon l'équation (3.7) et on réitère l'opération en remplaçant  $d_Q^i(n + Q - 1)$  par sa nouvelle valeur donnée par  $d_Q^{i+1}(n + Q - 1)$ . On arrête les itérations dès que les symboles décidés aux itérations  $i$  et  $i + 1$  sont identiques à une erreur près. On montre que (confère [58]) le nombre d'itérations nécessaire à la convergence de l'algorithme est limité et on converge toujours vers la solution désirée  $d_Q(n + Q - 1)$  d'autant plus vite que l'initialisation  $d_Q^0(n + Q - 1)$  est proche de la solution finale.

$$d_Q^{i+1}(n + Q - 1) = f\{X_{Q,M}a_M(n) + g(d_Q^i(n + Q - 1)) + g(d_Q(n - 1))\} \quad (3.7)$$

La fonction  $f(\cdot)$  étant celle utilisée dans l'équation (3.6), la fonction  $g(\cdot)$  celle correspondant au filtrage par le Feedback Filter qui est séparé selon les vecteurs  $d_Q(n + Q - 1)$  non encore décidé et le vecteur  $d_Q(n - 1)$  dont les symboles sont déjà déterminés.

### Adaptation de l'égaliseur

L'égaliseur EBA-DFE est un égaliseur temporel par bloc entièrement implémenté dans le domaine fréquentiel afin de réduire les coûts de calculs liés aux deux filtrages avant et arrière du DFE qui le constituent. La principale contrainte liée à cet égaliseur, est relative aux échantillons présentés à son entrée. Ces derniers doivent correspondre à la représentation fréquentielle du signal issu de la convolution linéaire entre le canal de transmission et les signaux émis par les différents mobiles. Cette contrainte pose clairement un problème d'adaptation de cet égaliseur à notre système. En effet l'utilisation d'un intervalle de garde dans les systèmes SC-FDMA n'a pas uniquement pour effet de réduire l'interférence entre symboles reçus mais également une périodisation du signal transmis de chaque

mobile. Cette périodisation a une conséquence directe sur la convolution du canal car elle transforme celle-ci en une convolution circulaire. Par conséquent, il devient nécessaire d'adapter le signal SC-FDMA reçu afin de retrouver la convolution linéaire du canal avant l'utilisation de notre égaliseur. Nous proposons deux techniques d'adaptations différentes de ce signal dans cette partie. Ces techniques reposent toutes sur un seul constat : Supposons donnés deux vecteurs de signaux  $h(n)$  et  $x(n)$  de taille respectives  $M$  et  $N$ . L'expression de la convolution linéaire entre ces deux vecteurs est donnée comme ci-dessous par le vecteur  $y(m)$  de longueur  $M + N - 1$ .

$$y(m) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k)x(m-k) \tag{3.8}$$

Lorsque  $x_m = 0, \forall m < 0$ , l'équation ci-dessus serait l'expression d'une convolution linéaire. Mais lorsque  $x_m = x_{N+m}, \forall m < 0$ , typiquement le cas où  $x(n)$  est périodique, alors cette convolution serait circulaire. Dans ce dernier cas de figure, on peut obtenir une égalité parfaite avec la convolution linéaire en imposant l'égalité (3.9) sur le signal  $x(m)$ .

$$x(m) = 0, \quad N - M < m < N \tag{3.9}$$

C'est cette contrainte que nous imposerons au signal source émis par chaque utilisateur afin d'obtenir une convolution linéaire avec le canal au niveau récepteur. Deux possibilités s'offrent à nous : Une première solution pourrait être de remplacer un certain nombre des symboles placés en fin de chaque paquet source par des symboles nuls. Cette solution est simple à implémenter mais la réduction des symboles source dans chaque paquet émis entraîne une diminution du débit utile du signal. Une deuxième solution qui est celle que nous préconisons (Confère [65]), consiste à rajouter un module de pré-codage des symboles sources à émettre avant la modulation SC-FDMA. Le principe du module de pré-codage proposé est simple : Il consiste à remplacer les symboles sources redondant dans le paquet source à transmettre par des symboles nuls qui seront par la suite ramenés en fin du paquet. Ce procédé garanti l'obtention d'un paquet satisfaisant à la condition (3.9) sans aucune réduction du débit utile du signal transmis. Lorsqu'un symbole redondant est déterminé, on le fait subir une rotation dont la phase est proportionnelle à la redondance du symbole considéré. Le principe du codeur est basé sur une contrainte forte liée à la taille des paquets sources qui doivent nécessairement être de grande taille pour favoriser la présence de symbole redondant : Si  $M$  représente la mémoire du canal et  $N$  la taille de la constellation du signal source, les paquets source doivent être au moins de taille  $M \times N$  pour satisfaire à cette contrainte.

Le principe du codeur est repris dans les 5 étapes suivantes :

- On recherche d'abord les symboles redondant dans le paquet à émettre
- Ensuite à chaque symbole redondant du paquet, on détermine le nombre  $R$  de symboles redondants consécutif qui le suit

- Le premier symbole redondant est déphasé par  $e^{-j\varphi R}$  ou  $R$  représente le nombre de symboles redondant immédiatement proche
- On répète ce procédé sur tous les symboles du paquet
- Enfin on complète le paquet par des symboles nuls correspondant aux nombre de symboles redondant

Le schéma ci-dessous donne un exemple pour mieux étayer cette technique.

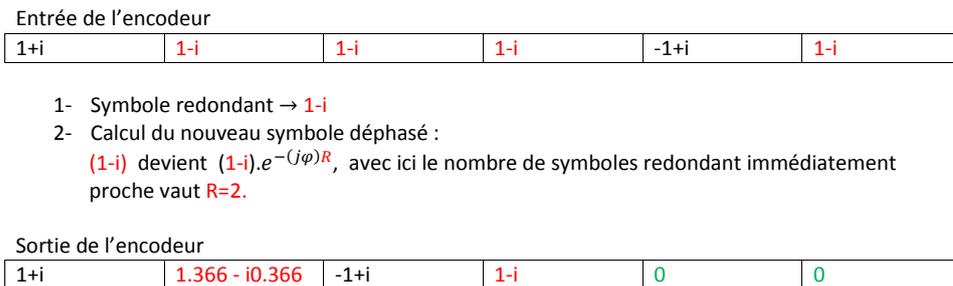


FIGURE 3.8 – Exemple du fonctionnement du codeur

Ce procédé est considéré comme un traitement aveugle c'est à dire sans phase d'apprentissage. De plus on n'assiste à aucune perte en débit utile à cause du codage effectué mais, la complexification du système du fait de l'introduction du pré-codage est un handicap à la méthode. Cependant, l'inconvénient majeur à cette technique réside dans la rotation des différents symboles source. Le codage affectant la phase des symboles à émettre, change la configuration de la constellation du signal. Celui-ci augmente le nombre de points de la constellation du signal source, réduisant ainsi les seuils de détections. Par conséquent, les erreurs de décisions sont plus nombreuses à la réception entraînant ainsi une dégradation du taux d'erreur symboles TES.

Pour montrer les performances de cet égaliseur avec l'encodage présenté ici, nous reprenons les deux canaux précédemment simulés à savoir le Pedestrian A et le Vehicular A dans un contexte SC-FDMA avec un mapping L-FDMA et une modulation 4-PSK. Le choix de la modulation en phase est justifié par le déphasage effectué dans l'encodeur. En faisant ce choix, il suffit d'augmenter le nombre de points de la constellation pour prendre en compte les différents déphasages. Par exemple pour une modulation en phase 4-PSK du signal à l'entrée de l'encodeur, on peut adopter la modulation 12-PSK qui permet de considérer au maximum deux symboles redondant consécutifs dans l'encodeur : Dans ces conditions le paramètre  $\varphi$  vaudrait  $\pi/12$ .

Les résultats obtenus avec cet encodeur sont présentés sur les Figures 3.9 et 3.10 pour les canaux simple respectivement donnés par  $H = [1 \ 0.5 \ 0.2e^{j\frac{\pi}{2}}]$  et le Pedestrian A. On peut y constater que le niveau d'erreur quadratique moyenne est optimal et équivalent au niveau du bruit du canal. Par contre le signal à l'entrée du décodeur présente plusieurs points de constellation qui, comme nous

l'avons déjà signifié, va accroître le taux d'erreur symbole du système. Mais comme nous l'avons dit précédemment, l'inconvénient majeur de cette technique est la réduction des seuils de décision qui a pour conséquence d'augmenter le taux d'erreurs symbole du système. Pour cette raison, cette proposition ne sera pas investiguer à la suite des travaux mais pourra faire l'objet de perspectives dans des études futures. Dans les prochaines sections, nous proposerons d'autres techniques d'égalisation, capable de conserver le débit utile du signal source du système SC-FDMA.

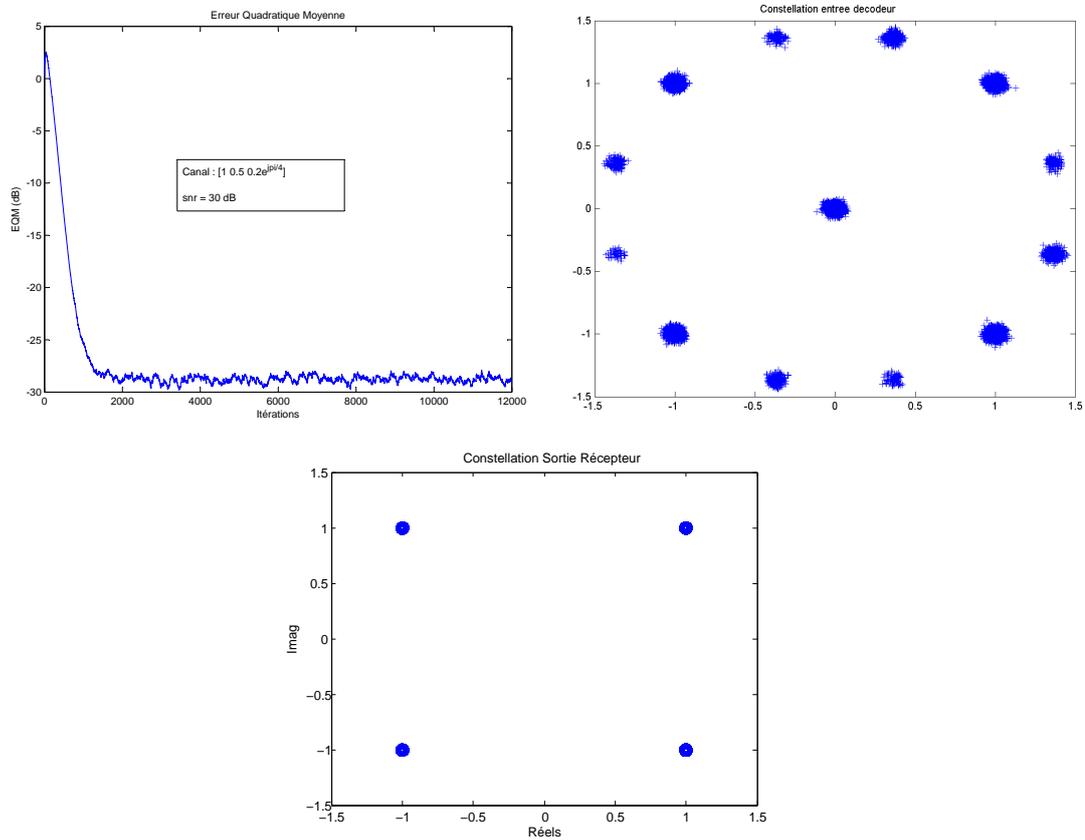


FIGURE 3.9 – Erreur Quadratique Moyenne EQM, Constellation en Entrée/Sortie du Décodeur pour le Canal  $H = [1 \quad 0.5 \quad 0.2e^{j\frac{\pi}{2}}]$

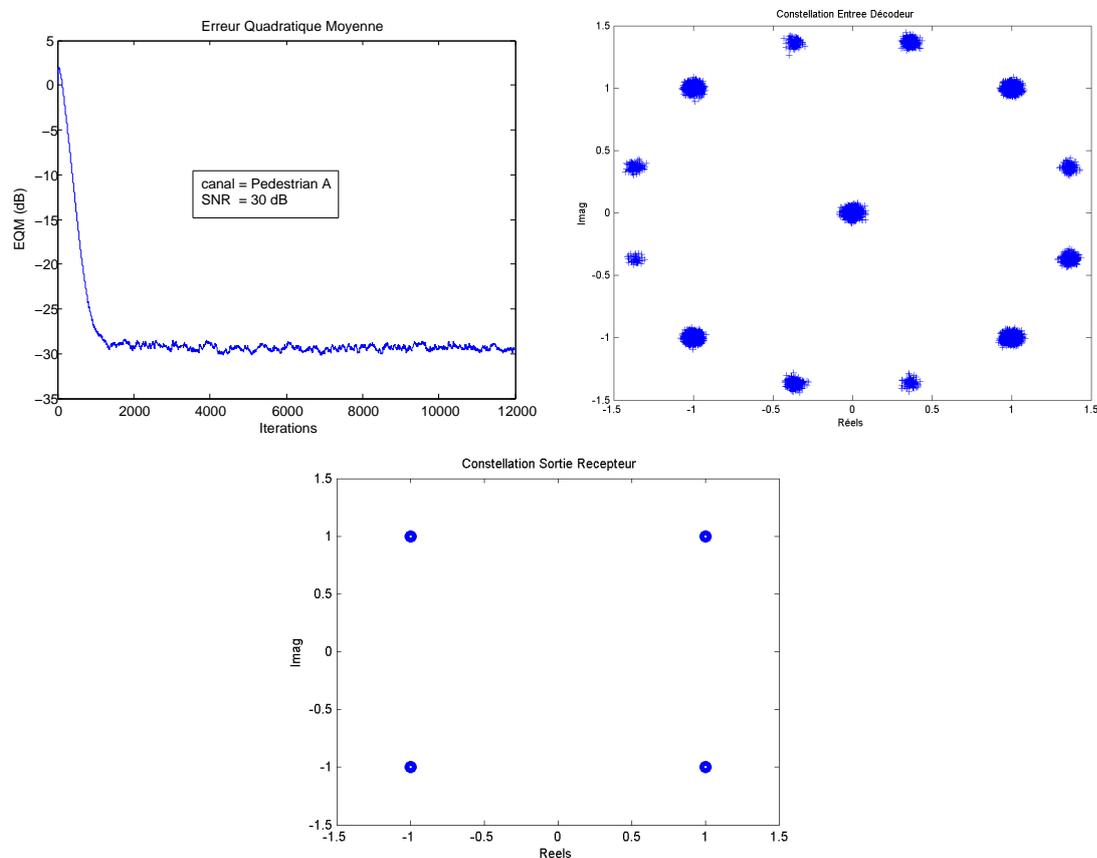


FIGURE 3.10 – Erreur Quadratique Moyenne EQM, Constellation en Entrée/Sortie du Décodeur pour le Canal Pedestrian A

## 4 Adaptation au récepteur SC-FDMA d'une technique d'Egalisation aveugle basée sur des références fantômes

### 4.1 Présentation de la Technique

#### 4.1.1 Introduction

La technique des porteuses fantômes [66] [67] est une technique d'égalisation de type aveugle, développée dans le cadre des systèmes OFDM. Il s'agit d'un nouveau critère d'égalisation qui exploite le principe du sur-échantillonnage de signal par zéro-padding utilisé dans les systèmes OFDM en association avec un convertisseur numérique analogique CNA. Ce nouveau critère développé pour l'OFDM semble être adapté aux systèmes de modulation qui s'y apparentent. C'est pourquoi nous avons choisi de l'analyser dans le cadre des systèmes SC-FDMA dont nous avons déjà fait le rapprochement avec les systèmes OFDM.

#### 4.1.2 Origine de la Technique

Pour montrer l'origine de cette idée, nous allons nous baser sur deux modélisations différentes du système OFDM. En effet pour générer un signal OFDM, deux façons distinctes existent : On peut adopter une modélisation des signaux à l'aide de banc de filtres analogiques [68] où tous les signaux sont continus, ou passer par une modélisation discrète basée sur un modulateur IDFT de Fourier et un convertisseur numérique analogique CNA. Dans une modélisation à base de filtres analogiques, le signal OFDM résultant  $x(t)$  est obtenu après une modulation des  $Nu$  échantillons donnés par  $X_N(n) = (X_1^n \dots X_{Nu}^n)$  par les filtres orthogonaux  $\varphi_k(t) = u(t)e^{-2j\pi f_k t}$  où  $\{f_k = f_0 + \frac{k}{NuTs}, k \in 0 \dots Nu - 1\}$  avec :

$$u(t) = \begin{cases} 1/\sqrt{NuTs}, 0 \leq t \leq NuTs \\ 0, ailleurs \end{cases} \quad (3.10)$$

$$x(t) = \sum_{k=1}^{Nu} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X_k^n \varphi_k(t - nNuTs) \quad (3.11)$$

Cette modélisation nécessite  $Nu$  filtres analogiques orthogonaux comme indiqué sur la Figure 3.11, ce qui est très complexe à mettre en œuvre surtout si le nombre de symboles modulés croît. C'est pourquoi la modélisation discrète du système basé sur un modulateur IDFT et un convertisseur CNA est très largement utilisée en pratique. Mais cependant un problème majeur se pose quand à l'utilisation du convertisseur CNA. En effet le signal temporel continu  $x(t)$  généré à partir de filtres analogiques, est construit uniquement sur la base des  $Nu$  échantillons  $X_N^n$  donnés ci-dessus. Cependant dans une modélisation discrète, pour que le convertisseur CNA reproduise exactement ce signal  $x(t)$  à sa sortie il faut que le nombre d'échantillons  $N$  présenté à son entrée, pendant l'intervalle de temps  $NuTs$ , soit supérieur ou égal à  $Nu$  ( $N \geq Nu$ ). Cette condition est relative au théorème d'échantillonnage de Shannon. Lorsqu'elle n'est pas observée on assiste à des pertes d'information et le modèle discret serait obsolète. Sur le plan fréquentiel, le sur-échantillonnage permet d'augmenter la période du spectre du signal numérique qui avantage l'utilisation de filtre non sélectifs dans le convertisseur CNA.

La méthode utilisée pour éviter ce problème, est de présenter à l'entrée du convertisseur CNA les échantillons du signal  $x(t)$  sur-échantillonnés. La technique utilisée est basée sur le principe du zéro-padding effectué dans le domaine fréquentiel avant la modulation IDFT. Cette idée a été déjà exploitée dans d'autres contextes comme dans l'étude de la réduction du PAPR du signal OFDM. Faire du zéro-padding en fréquentiel revient à sur-échantillonner le signal en temporel ce qui permet de satisfaire la condition de Shannon. Le taux de sur-échantillonnage est donné par  $N/Nu$  et les  $N$  échantillons générés sont émis dans un intervalle de temps de  $NuTs$ . La figure 3.12 donne un aperçu sur ce modèle discret. Il faut noter que pour le cas multi-utilisateur (OFDMA) le zéro-padding est effectué sur chaque paquet OFDM propre à chacun des utilisateurs.

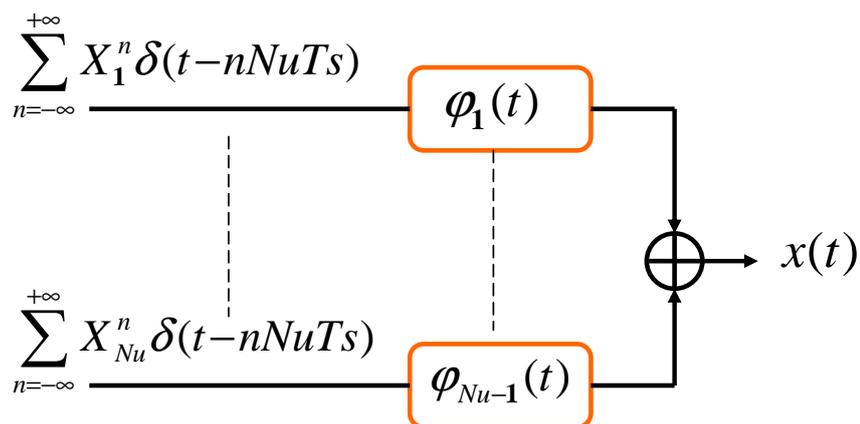


FIGURE 3.11 – Modélisation du système OFDM à base de banc de filtres analogiques

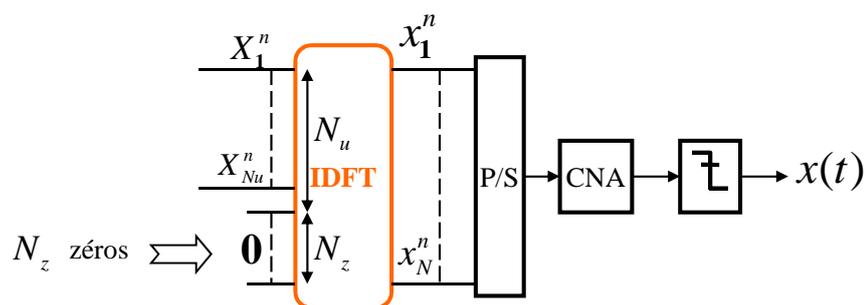


FIGURE 3.12 – Modélisation discrète du système OFDM sur-échantillonné

## 4.2 Définition du critère d'Égalisation sur les Porteuses Fantômes pour un système OFDM

### 4.2.1 Définition du critère

Dans la modélisation discrète du système OFDM, nous désignerons par porteuses utiles les porteuses qui véhiculent de l'information (symboles), et nous considérons comme porteuses fantômes, les porteuses mises à zéros pour la réalisation du sur-échantillonnage. Elles sont appelées porteuses fantômes car elle n'existe pas en réalité. En pratique, on utilise un modulateur IDFT de taille plus grande que le vecteur de symboles présenté à son entrée.

Le but du critère d'égalisation proposé dans [66] [67], est d'imposer, au niveau du récepteur, une énergie nulle sur les porteuses fantômes dans le domaine fréquentiel comme c'est le cas au niveau émetteur. En réalisant cela, on espère que l'énergie sur les porteuses utiles seront réparties de la même façon qu'elle l'était au niveau émetteur, ce qui reviendrait à égaliser le signal. Pour décrire ce critère nous adopterons les notations suivantes conformément à la Figure. 3.13 :

- $N_u$  : Taille du vecteur utile d'entrée
- $N_z$  : Nombre de porteuses fantômes insérées
- $N$  : Taille du modulateur IDFT,  $N = N_u + N_z$
- $x_N(n) = (x_1^n, \dots, x_N^n)_{N \times 1}^t$  : Symbole l'Emetteur OFDM à l'instant  $n$ .
- $\chi_N(n) = (x_N(n), \dots, x_N(n - N + 1))_{N \times N}$
- $\chi_N^2(n) = (\chi_N(n), \chi_N(n - N + 1))_{N \times 2N}$
- $b_N(n) = (b_n, \dots, b_{n-N+1})_{N \times 1}^t$  : Bruit gaussien du canal
- $\beta_N(n) = (b_N(n), \dots, b_N(n - N + 1))_{N \times N}^t$
- $y_N(n) = (y_1^n, \dots, y_N^n)_{N \times 1}^t$  : Sortie du Récepteur OFDM à l'instant  $n$
- $c = (c_1, \dots, c_M, 0, \dots, 0)_{N \times 1}^t$  : Coefficients du canal de mémoire  $M$ .
- $W = (w_1, \dots, w_N)_{N \times 1}^t$  : Coefficients du Filtre Egaliseur.

$x_k^n$  ( $k = 1, \dots, N$ ) représentent l'échantillon  $n^\circ k$  du symbole OFDM émis à l'instant  $n$ . La matrice  $\chi_N(n)$  est définie par :

$$\chi_N(n) = \begin{bmatrix} x_1^n & x_N^{n-1} & \dots & x_1^{n-1} \\ x_2^n & x_1^n & \searrow & \vdots \\ \vdots & \vdots & \searrow & x_N^{n-1} \\ x_N^n & x_{N-1}^n & \dots & x_1^n \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

En tenant compte des notations prédéfinies, le critère  $J_{zero}(W)$  défini en fonction du filtre égaliseur  $W$  et permettant d'imposer une énergie nulle sur les porteuses fantômes est donné par :

$$J_{zero}(W) = \varepsilon [Y_{Nz}^H(n) Y_{Nz}(n)] \quad (3.13)$$

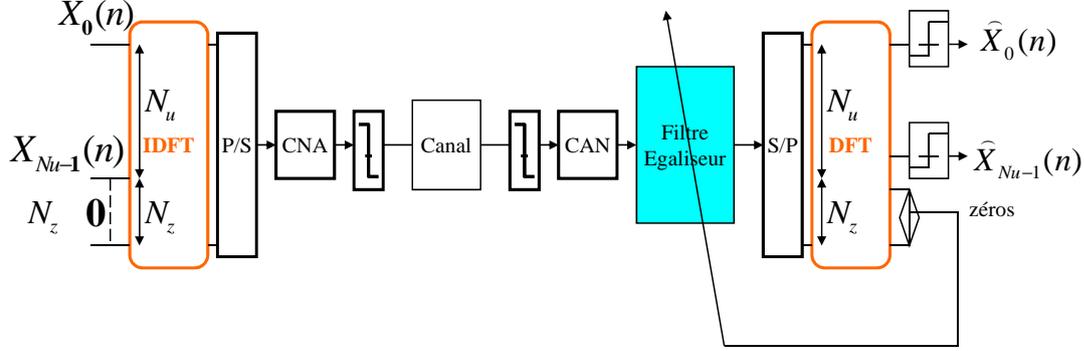


FIGURE 3.13 – Chaîne de transmission du système OFDM sur-échantillonné

Où,  $Y_{Nz}$  représente les  $N_z$  derniers éléments de  $Y_N(n)$  correspondant à la sortie du récepteur OFDM (confère (3.16)). L'opérateur  $(.)^H$  désignant la transposée conjuguée.

Au regard de la chaîne de transmission Figure. 3.13, nous pouvons donner l'expression du vecteur  $y_N(n)$  à la sortie de l'égaliseur  $W$  comme suit :

$$y_N(n) = \chi_N^2(n)CW + \beta_N(n)W \quad (3.14)$$

Où, la matrice Canal  $C$  est formée comme suit :

$$C = \begin{bmatrix} c & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & c & \searrow & & \vdots \\ \vdots & \searrow & \searrow & \searrow & \vdots \\ \vdots & & \searrow & \searrow & 0 \\ \vdots & & & \searrow & c \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{2N \times N} \quad (3.15)$$

Après démodulation du vecteur  $y_N(n)$ , nous obtenons le vecteur de sortie du récepteur OFDM comme suit,  $F_N$  désignant la matrice de Fourier de taille  $N \times N$  :

$$Y_N(n) = \begin{pmatrix} Y_{Nu}(n) \\ Y_{Nz}(n) \end{pmatrix} = F_N y_N(n) \quad (3.16)$$

En adoptant les équations (3.14) et (3.16) on démontre (voir Annexe. A.1) que le critère  $J_{zero}$  peut se réécrire comme suit :

$$J_{zero}(W) = W^H(U + V)W \quad (3.17)$$

Où les matrices  $U$  et  $V$  sont définies par :

$$U = C^H \varepsilon [\chi_N^{2H}(n) P \chi_N^2(n)] C \quad (3.18)$$

$$V = \varepsilon [\beta_N^H(n) P \beta_N(n)] \quad (3.19)$$

Avec  $P = F_{Nz}^H F_{Nz}$  défini à partir de la matrice de Fourier  $F_N = \begin{pmatrix} F_{Nu} \\ F_{Nz} \end{pmatrix}$

La détermination du filtre égaliseur  $W$  optimal pour le critère  $J_{zero}(W)$ , constitue un problème d'optimisation. Afin d'éviter la solution triviale  $W = 0$ , on choisit d'imposer une contrainte d'égalité sur la norme du vecteur  $W$  donnée par ( $W^H W = 1$ ) ce qui conduit à un problème d'optimisation sous contrainte que nous allons résoudre en adoptant les multiplicateurs de Lagranges  $\lambda$ . La fonction de Lagrange est donnée par :

$$J(W, \lambda) = J_{zero}(W) - \lambda(W^H W - 1) \quad (3.20)$$

En prenant le gradient par rapport à  $W$  et par rapport à  $\lambda$  nous pouvons écrire les relations suivantes :

$$\begin{cases} (U + V)W = \lambda W \\ W^H W = 1 \end{cases} \quad (3.21)$$

Si nous recalculons l'expression de  $J_{zero}(W)$  en partant de (3.21) nous obtenons :

$$J_{zero}(W) = \lambda \quad (3.22)$$

La première égalité du système (3.21), nous permet d'affirmer que  $\lambda$  correspond à une valeur propre de la matrice  $(U + V)$ . De plus, l'équation (3.22) nous permet d'affirmer que  $\lambda$  représente la valeur du critère  $J_{zero}(W)$ . Ces deux affirmations nous permettent donc de conclure que la valeur optimale du critère  $J_{zero}(W)$  n'est rien d'autre que la plus petite valeur propre positive  $\lambda_{zero}$  de la matrice  $(U + V)$  qui est définie positive. Le vecteur propre  $W_{zero}$  associé à la valeur propre  $\lambda_{zero}$  serait donc le filtre égaliseur optimal recherché.

En réalité, le filtre  $W_{zero}$  obtenu précédemment, n'est pas exactement le filtre égaliseur optimal recherché. En effet le problème que nous cherchons à résoudre est l'optimisation du critère donné en (3.17). L'ajout de la contrainte de normalisation ( $W^H W = 1$ ) certes permet d'éviter la solution triviale  $W_{zero} = 0$  mais modifie le problème posé initialement. Dans l'analyse qui suit nous montrons que le problème initial, posé en (3.17), nous conduit à une indétermination. Pour cela, considérons le filtre  $W_{zero}^{\alpha, \phi}$  de norme  $\alpha$  et de phase  $\phi$  défini comme suit (equation (3.23)), où  $W_{zero}$  représente le vecteur propre associé à la valeur propre  $\lambda_{zero}$  obtenue précédemment.

$$W_{zero}^{\alpha, \phi} = \alpha e^{2i\pi\phi n} W_{zero} \quad (3.23)$$

En remplaçant le filtre  $W_{zero}$  par le nouveau filtre  $W_{zero}^{\alpha,\phi}$  dans le critère donné en (3.17), nous pouvons écrire les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
J_{zero}(W_{zero}^{\alpha,\phi}) &= W_{zero}^{\alpha,\phi H}(U + V)W_{zero}^{\alpha,\phi} \\
&= (\alpha e^{2i\pi\phi n} W_{zero})^H (U + V) (\alpha e^{2i\pi\phi n} W_{zero}) \\
&= (\alpha)^2 (W_{zero}^H (U + V) W_{zero}) \\
&= (\alpha)^2 J_{zero}(W_{zero}) \\
&= (\alpha)^2 \lambda_{zero}
\end{aligned} \tag{3.24}$$

Sachant que  $J_{zero}(W_{zero}) = \lambda_{zero}$  (confère equation 3.22), le nouveau filtre  $W_{zero}^{\alpha,\phi}$  serait plus optimal que  $W_{zero}$ , si la norme  $\alpha$  est choisie de sorte que  $(\alpha)^2 \lambda_{zero} \leq \lambda_{zero}$ . Comme nous pouvons le constater, cette contrainte offre plusieurs solutions au problème posé en (3.17). Il ya donc une indétermination à une phase et une norme près dans l'optimisation du critère  $J_{zero}(W)$ . Nous verrons plus tard, dans nos simulations, l'influence de la norme du filtre égaliseur sur la valeur optimale du critère.

Le calcul des matrices  $U$  et  $V$  étant très complexe, les paramètres  $\lambda_{zero}$  et  $W_{zero}$  serviront uniquement pour valider nos résultats de simulations. En pratique nous mettrons en œuvre comme il est préconisé dans [66], un algorithme adaptatif basé sur l'algorithme Block Least Mean Square (BLMS) avec l'approximation suivante  $J_{zero}(W) \approx Y_{Nz}^H(n) Y_{Nz}(n)$ . Cet algorithme de minimisation est donné par :

$$W(n+1) = W(n) - \mu \frac{\partial J_{zero}(n)}{\partial W^*} \tag{3.25}$$

Où le gradient de  $J_{zero}$  (voir Annexe. A.2) est donné par :

$$\frac{\partial J_{zero}(n)}{\partial W^*} = R_N^H(n) F_{Nz}^H Y_{Nz}(n) \tag{3.26}$$

#### 4.2.2 Comparaison avec le critère du MEQM

Dans cette partie nous proposons de comparer les performances obtenues du critère  $J_{zero}(W)$  avec celles données par le critère du MEQM.

Le critère MEQM appliqué sur les symboles utiles du signal à la sortie du récepteur OFDM peut s'exprimer comme indiqué en (3.27),  $Y_{Nu}(n)$  étant donné en (3.16) :

$$J_{utile}(W) = \varepsilon [Y_{Nu}^H(n) Y_{Nu}(n)] \tag{3.27}$$

Considérons les différentes notations suivantes :

- $W_{zero}$  : Le filtre optimal minimisant le critère  $J_{zero}(W)$
- $W_{utile}$  : Le filtre optimal minimisant le critère  $J_{utile}(W)$

La quantité  $J_{utile}(W_{zero})$  représentera la valeur du critère  $J_{utile}(W)$  obtenue lorsque nous appliquons le filtre optimal du critère  $J_{zero}(W)$ . Cette quantité  $J_{utile}(W_{zero})$ ,

est celle qui nous intéresse particulièrement dans cette partie, elle sera comparée à la valeur optimale  $J_{utile}(W_{utile})$  qui correspond à la valeur minimale du critère du MEQM. La méthode utilisée pour calculer de  $J_{utile}(W_{zero})$  est le suivant : On met en œuvre l'algorithme de minimisation du critère  $J_{zero}(W)$  ; lorsque le filtre égaliseur  $W$  aura convergé vers  $W_{zero}$ , on calculera la quantité  $J_{utile}(W_{zero})$ . Théoriquement on montre (confère Annexe. A.3) que  $J_{utile}(W)$  et  $J_{utile}(W_{utile})$  sont donnés par (3.28) et (3.29) et  $J_{utile}(W_{zero})$  est obtenu à partir de (3.28) en adoptant comme filtre égaliseur le filtre donné par  $W_{zero}$  comme indiqué en (3.30) :

$$J_{utile}(W) = W^H(\bar{U} + \bar{V})W + Nu\sigma_X^2 - 2\Re[\varepsilon(X_N^H(n)F_N\chi_N^2(n))CW] \quad (3.28)$$

$$J_{utile}(W_{utile}) = Nu\sigma_X^2 - \varepsilon(X_N^H(n)F_N\chi_N^2(n))CW_{utile} \quad (3.29)$$

$$J_{utile}(W_{zero}) = \begin{aligned} & W_{zero}^H(\bar{U} + \bar{V})W_{zero} + Nu\sigma_X^2 \\ & - 2\Re[\varepsilon(X_N^H(n)F_N\chi_N^2(n))CW_{zero}] \end{aligned} \quad (3.30)$$

où les matrices  $\bar{U}$  et  $\bar{V}$  sont obtenues à partir des matrices  $U$  et  $V$  dans (3.18) et (3.19) en remplaçant la matrice  $P$  dans ces équations par  $\bar{P} = F_{Nu}^H F_{Nu}$ ,  $\sigma_X^2$  représentant la puissance du signal d'entrée du modulateur.

Les courbes théoriques donnant les valeurs optimales  $J_{utile}(W_{zero})$  et  $J_{utile}(W_{utile})$ , obtenues à partir des expressions (3.22) et (3.28), sont données sur la Figure 3.14(a) et 3.15(a) respectivement dans le cas d'un canal gaussien et dans le cas du canal Pedestrian A. Ces courbes théoriques permettent de montrer l'intérêt de la méthode d'égalisation des porteuses fantômes. En effet on constate que ces deux courbes sont presque identiques sur une large plage de rapport signal sur bruit SNR. Sur la Figure 3.15(a), on a la preuve de l'indétermination de la norme du filtre égaliseur optimal recherché. En effet en maintenant la norme de  $W_{zero}$  à l'unité la courbe  $J_{utile}(W_{zero})$  sature à partir d'un SNR de 15 dB. Mais on observe que lorsque la norme de  $W_{zero}$  est fixée à 1.11 par exemple, les performances sont satisfaisantes. Ce constat se remarque également dans la simulation réelle des différents critères à partir de la chaîne de transmission de l'OFDM, confère Figure 3.15(b) et 3.15(c) pour un SNR de 40 dB. Il faut noter que pour des rapports signal sur bruit assez faible on observe une différence entre les valeurs optimum donnée par  $J_{zero}(W_{zero})$  et  $J_{utile}(W_{utile})$  et celle donnée par  $J_{utile}(W_{zero})$ .

Tous ces résultats nous permettent d'affirmer que les performances obtenues avec le critère MEQM donné ici par  $J_{utile}(W)$  peuvent être atteintes en ne minimisant que l'énergie sur les porteuses fantômes du système. C'est un avantage considérable car le critère  $J_{zero}(W)$  ne fait intervenir aucun symbole déjà décidé dans l'algorithme de minimisation. Cela a pour avantage de limiter considérablement

la propagation des erreurs de décision dans l'algorithme d'adaptation du filtre égaliseur qui est un phénomène récurrent dans l'application du critère  $J_{utile}(W)$ .

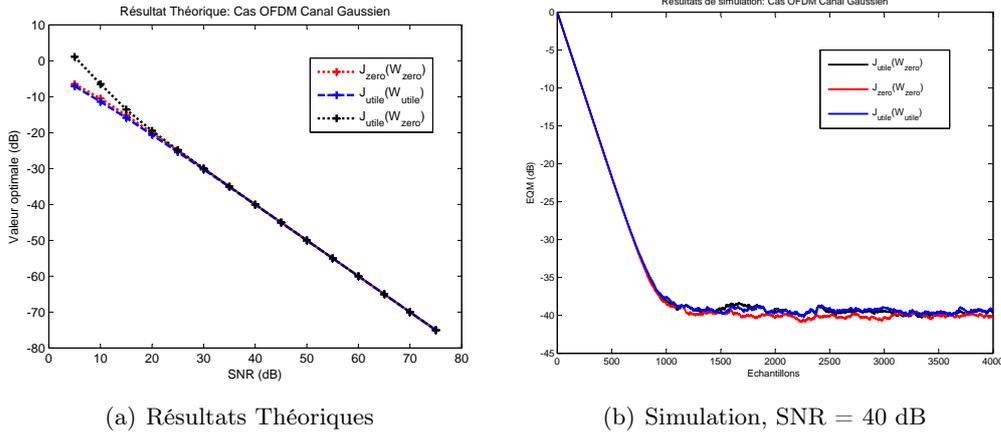


FIGURE 3.14 – Canal Gaussien

### 4.3 Adaptation et Analyse du critère d'Egalisation sur Porteuses Fantômes dans un contexte SC-FDMA

La technique d'égalisation par porteuses fantômes, de prime à bord est bien adaptée pour les systèmes SC-FDMA. En effet lorsque nous reconsidérons le mapping des sous-porteuses du système SC-FDMA (Confère Figure 1.11), on peut constater que la technique de sur-échantillonnage par zéro-padding en fréquentiel est d'ors et déjà réalisée dans ce système dans le but de multiplexer les signaux des différents utilisateurs.

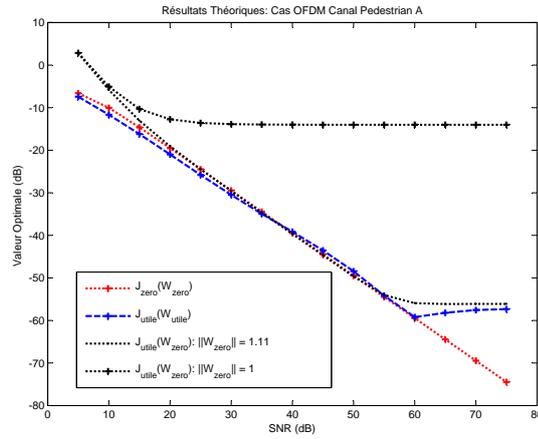
Au regard de ce spectre, le critère des porteuses fantômes pourrait être directement appliqué sur les sous-porteuses nulles non modulés présent naturellement dans le système. Mais il n'est pas impossible de rajouter des porteuses nulles dans le spectre. Dans cette partie du chapitre nous nous proposons d'adapter cette technique d'égalisation au contexte du sujet de notre étude.

#### 4.3.1 Adaptation du critère d'égalisation $J_{zero}(W)$ dans un contexte SC-FDMA

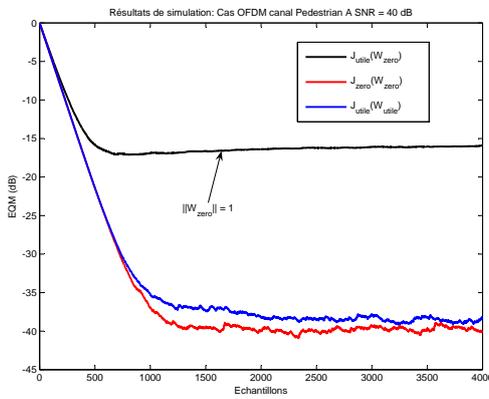
Pour donner la nouvelle écriture du critère  $J_{zero}(W)$  dans le cas du SC-FDMA nous allons dans cette partie adopter les notations suivantes :

Notations :

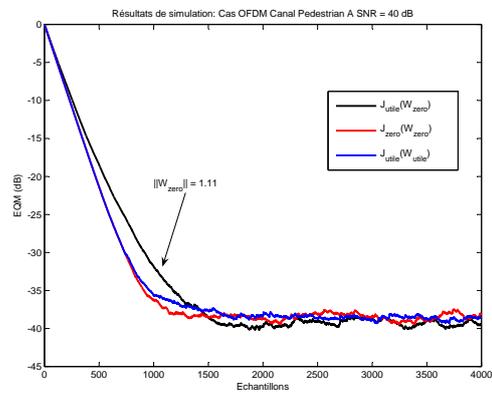
- $N_u$  : La taille du vecteur de données à l'entrée du modulateur SC-FDMA.
- $N_z$  : Le nombre de porteuses nulles ajoutées par utilisateur.
- $N$  : La taille de l'IDFT de l'émetteur :  $N = L.N_u + N_z$  où  $L$  représente le nombre maximum d'utilisateurs que le système peut supporter.



(a) Résultats Théoriques



(b) Simulation,  $\|W_{zero}\| = 1$ , SNR = 40 dB



(c) Simulation,  $\|W_{zero}\| = 1.11$ , SNR = 40 dB

FIGURE 3.15 – Canal Pedestrian A

- $e_{N_u}(n) = (e_1^n, \dots, e_{N_u}^n)_{N_u \times 1}^t$  : L'entrée de l'émetteur SC-FDMA à l'instant  $n$ .
- $x_N(n) = (x_1^n, \dots, x_N^n)_{N \times 1}^t$  : La sortie de l'émetteur SC-FDMA à l'instant  $n$ .
- $y_N(n) = (y_1^n, \dots, y_N^n)_{N \times 1}^t$  : Le vecteur de sortie de l'égaliseur.
- $Z_{N_u}(n)$  : Le vecteur de sortie après le demapping des sous-porteuses à la réception.
- $(.)^H$  : l'opérateur transposée conjuguée.

Les définitions des matrices et vecteurs,  $C$ ,  $W$ ,  $\chi_N(n)$ ,  $\chi_N^2(n)$ ,  $b_N(n)$ ,  $\beta_N(n)$  seront celles indiquées dans la Section. 4.2.1. Pour des raisons pratiques nous choisirons le nombre de porteuses fantômes  $N_z$  de sorte que  $N_z = L.n_z$  soit un multiple du facteur  $L$ . Dans ce cas  $N = L.(N_u + n_z)$  et le nombre  $N_z$  de porteuses fantômes est obtenu par l'intermédiaire d'une matrice que nous nommerons  $H$  qui permet d'insérer  $n_z$  symboles nuls au vecteur  $E_{N_u}(n) = F_{N_u}.e_{N_u}(n)$  où la matrice  $F_{N_u}$  correspond à la matrice de la DFT de taille  $N_u$ . Pour mieux comprendre toutes les notations décrites ici, nous conseillons au lecteurs de se referer à la Figure. A.1.

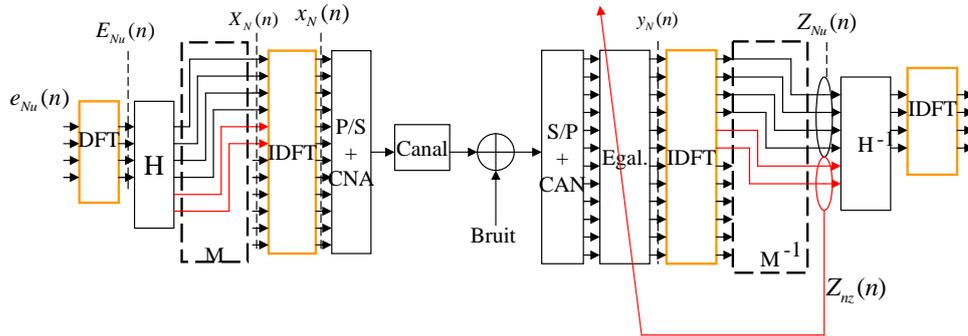


FIGURE 3.16 – Porteuses fantômes et Chaîne de transmission SC-FDMA

Le critère correspondant à la contrainte d'énergie sur les porteuses fantômes dans le cas SC-FDMA est donnée par :

$$J_{zero}^{SCFDMA} = \varepsilon[Z_{nz}^H(n)Z_{nz}(n)] \quad (3.31)$$

Où  $Z_{nz}$  représente les  $n_z$  derniers éléments de la sortie de la matrice de demapping donnée par  $Z_{N_u+n_z} = \begin{pmatrix} Z_{N_u} \\ Z_{nz} \end{pmatrix}$ .

D'après la chaîne de transmission (Figure. A.1) on peut écrire simplement :

$$Z_{N_u+n_z}(n) = M^H.F_N.y_N(n) \text{ avec } y_N(n) = \chi_N^2(n)Cw + \beta_N(n)w \quad (3.32)$$

Toujours à partir de la chaîne de transmission donnée ci dessus, les échantillons

du vecteur de sortie du modulateur SC-FDMA s'écrit comme suit,  $F_N$  étant la matrice de Fourier de taille  $N$  donnée par  $F_N = \begin{pmatrix} F_{L.Nu} \\ F_{Nz} \end{pmatrix}$  :

$$x_k^n = F_N^H(k).M.H.F_{Nu}.e_{Nu}(n) \text{ pour tout } k \in [1, \dots, N] \quad (3.33)$$

Avec  $F_N^H(k)$  représentant la ligne  $n^\circ k$  de la matrice  $F_N^H$ . Par soucis de clarté nous désignerons dans toute la suite par  $T_N(k)$  le vecteur défini par :

$$T_N(k) = F_N^H(k).M.H.F_{Nu} \quad (3.34)$$

On pourra ainsi exprimer plus simplement l'expression (3.53) comme suit :

$$x_k^n = T_N(k).e_{Nu}(n) \quad (3.35)$$

Le but recherché dans cette section est de minimiser  $J_{zero}^{SCFDMA}$  pour déterminer le filtre égaliseur capable d'imposer une énergie nulle sur toutes les porteuses fantômes. On montre après développement de l'équation (3.31), l'égalité suivante (Confère Annexe. A.4) :

$$\varepsilon[Z_{nz}^H(n)Z_{nz}(n)] = W^H C^H \varepsilon[\chi_N^{2H}(n)\mathcal{P}\chi_N^2(n)]CW + W^H \varepsilon[\beta_N^H(n)\mathcal{P}\beta_N(n)]W \quad (3.36)$$

Où la matrice  $\mathcal{P}$  est donnée en (3.37),  $M_{nz}^H$  désignant les  $nz$  derniers termes de la matrice de démapping  $M^H$ .

$$\mathcal{P} = F_N^H(M_{nz}^H)^H(M_{nz}^H)F_N \quad (3.37)$$

Par soucis de clarté posons  $\mathcal{U}$  et  $\mathcal{V}$  les matrices définies par :

$$\mathcal{U} = C^H \varepsilon[\chi_N^{2H}(n)\mathcal{P}\chi_N^2(n)]C \quad (3.38)$$

$$\mathcal{V} = \varepsilon[\beta_N^H(n)\mathcal{P}\beta_N(n)] \quad (3.39)$$

On peut résumer le critère  $J_{zero}^{SCFDMA}$  comme suit :

$$J_{zero}^{SCFDMA}(W) = W^H(\mathcal{U} + \mathcal{V})W \quad (3.40)$$

Remarquons que cette nouvelle écriture est très proche de celle obtenue dans le cas des systèmes OFDM (Voir (3.17)). La seule différence entre ces deux expressions réside dans les matrices  $\mathcal{U}$  et  $\mathcal{V}$ . Le problème d'optimisation de ces critères reste le même et donc en adoptant exactement le même raisonnement que dans la Section 4.2.1 on peut affirmer que la valeur optimale notée  $J_{zero}^{SCFDMA}(W_{zero}^{SCFDMA})$  du critère  $J_{zero}^{SCFDMA}$  est la plus petite valeur propre positive de la matrice  $\mathcal{U} + \mathcal{V}$ .

Le vecteur propre associé à cette valeur propre est, à une phase près, la version normalisée du vecteur Egaliseur recherché qui annulerait l'énergie sur les porteuses fantômes. La recherche du filtre égaliseur se résume donc à déterminer les matrices  $\mathcal{U}$  et  $\mathcal{V}$ .

Le calcul des matrices  $\mathcal{U}$  et  $\mathcal{V}$  peut se faire de façon théorique en se basant uniquement sur les statistiques du signal à émettre  $e_{Nu}(n)$  et celles du bruit du canal que nous considérons comme gaussien. Leur écritures sont donnée ci-dessous, le lecteur pourra se reporter à l'Annexe A.4, pour le détail des calculs.

**Matrice**  $\mathcal{V} = [\mathcal{V}^{(i,j)}]$ ,  $i, j \in [0 : N - 1]$

$$\mathcal{V}^{(i,j)} = \sigma_b^2 (N - |i - j|) \mathcal{P}^{(i,j)}, \quad i, j \in [0 : N - 1] \quad (3.41)$$

**Matrice**  $\mathcal{U}$

$$\mathcal{U} = C^H \begin{bmatrix} \mathcal{U}_1 & \mathcal{U}_2 \\ \mathcal{U}_2 & \mathcal{U}_1 \end{bmatrix} C$$

Avec  $\mathcal{U}_1^{(i,j)}$  et  $\mathcal{U}_2^{(i,j)}$ ,  $i, j \in [0, \dots, N - 1]$  données par :

$$\mathcal{U}_1^{(i,j)} = \sigma_{e_{Nu}}^2 \left[ \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=i}^{N-1} \mathcal{P}^{(k,p)} T_N^{(k-i)} T_N^{H(p-j)} + \sum_{p=0}^{j-1} \sum_{k=0}^{i-1} \mathcal{P}^{(k,p)} T_N^{(k-i+N)} T_N^{H(p-j+N)} \right] \quad (3.42)$$

$$\mathcal{U}_2^{(i,j)} = \sigma_{e_{Nu}}^2 \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=0}^{i-1} \mathcal{P}^{(k,p)} T_N^{(k-i+N)} T_N^{H(p-j)} \quad (3.43)$$

Le fait d'imposer une contrainte d'énergie nulle sur les porteuses fantômes au niveau du récepteur comme c'est le cas au niveau émetteur, on aura nécessairement un impact sur les porteuses utiles du signal reçu. Ce que nous espérons c'est que cette contrainte permette de conserver la même énergie sur les porteuses utiles à la réception que sur les porteuses utiles à l'émission. Cela reviendrait à supprimer les effets du canal sur le signal transmis et donc à égaliser. Pour voir l'impact du critère  $J_{zero}^{SCFDMA}$  sur les porteuses utiles, on va déterminer l'expression théorique de l'erreur quadratique moyenne sur les porteuses utiles lorsque ce critère est mis en œuvre.

Le critère d'erreur quadratique moyenne minimale appliqué sur les porteuses utiles du système est donné par :

$$J_{utile}^{SCFDMA} = \varepsilon[(Z_{Nu}(n) - E_{Nu}(n))^H (Z_{Nu}(n) - E_{Nu}(n))] \quad (3.44)$$

Où :

$$E_{Nu}(n) = F_{Nu} \cdot e_{Nu}(n) \quad (3.45)$$

Avec  $Z_{Nu}(n)$  correspondant à la partie utile de  $Z_N(n)$ .

En déroulant les calculs (Confère Annexe A.4) on montre que pour tout filtre égaliseur  $W$  :

$$J_{utile}^{SCFDMA}(W) = W^H(\bar{\mathcal{U}} + \bar{\mathcal{V}})W + Nu\sigma_{e_{Nu}}^2 - 2\text{Re}(RCW) \quad (3.46)$$

Les matrices  $\bar{\mathcal{U}}$  et  $\bar{\mathcal{V}}$  étant obtenues à partir des matrices  $\mathcal{U}$  et  $\mathcal{V}$  en remplaçant la matrice  $\mathcal{P}$  dans ces expressions par la matrice  $\bar{\mathcal{P}}$  donnée ci-dessous.

$$\bar{\mathcal{P}} = F_N^H (M_{Nu}^H)^H M_{Nu}^H F_N \quad (3.47)$$

$M_{Nu}^H$  représentant les  $Nu$  premiers termes de  $M^H$ .

Quand à la matrice  $R$  de l'expression (3.46), elle est définie par  $R = [R_1 R_2]$  avec  $R_2 = 0_{1 \times N}$  et  $R_1$  (voir Annexe A.4) donnée par :

$$R_1 = [R_1^j] \begin{cases} \sigma_{e_{Nu}}^2 \sum_{p=j}^{N-1} \bar{\mathcal{P}}^{(p-j,p)} & \text{si } j \leq N-1 \\ 0, & \text{si } j \geq N \end{cases}$$

L'optimisation du critère donnée (3.46), nous conduit au filtre MEQM qui minimise l'erreur quadratique moyenne sur les symboles utiles du signal reçu. Nous allons le noter  $W_{utile}^{SCFDMA}$ . Pour obtenir ce filtre nous devons résoudre l'équation donnée par :

$$\frac{\partial J_{utile}^{SCFDMA}(W)}{\partial W} = 0$$

On obtient donc

$$W_{utile}^{SCFDMA} = (\bar{\mathcal{U}} + \bar{\mathcal{V}})^{-1} C^H R^H \quad (3.48)$$

La valeur optimale du critère  $J_{utile}^{SCFDMA}$  sera obtenue en introduisant(3.48) dans (3.46) :

$$J_{utile}^{SCFDMA}(W_{utile}^{SCFDMA}) = Nu\sigma_{e_{Nu}}^2 - RCW_{utile}^{SCFDMA} \quad (3.49)$$

Toutes les équations qui ont été développées dans cette section vont nous permettre d'évaluer de façon théorique les performances obtenues lorsque nous appliquons la technique des porteuses fantômes comme technique d'égalisation. En effet deux types de simulations seront réalisés : La première simule les équations mathématiques que nous venons de décrire à savoir  $J_{zero}^{SCFDMA}(W_{zero}^{SCFDMA})$ ,  $J_{utile}^{SCFDMA}(W_{utile}^{SCFDMA})$  et  $J_{utile}^{SCFDMA}(W_{zero}^{SCFDMA})$  en utilisant uniquement les statistiques du signal émis. Le second type de simulation concerne les mêmes expressions mais cette fois-ci elles sont calculées de façon réelle, en se basant sur la chaîne de transmission. Cette simulation réelle doit être en concordance avec les résultats

de la simulation théorique des équations. Si l'égalisation par porteuses fantômes se passe bien on devrait obtenir une approximation suivante :

$$J_{utile}^{SCFDMA}(W_{utile}^{SCFDMA}) \approx J_{utile}^{SCFDMA}(W_{zero}^{SCFDMA})$$

### 4.3.2 Résultats de simulation et Interprétation

Conformément aux notations de la section précédente nous avons fixé les paramètres de simulation comme suit :

- Modulation : 4 – QAM
- Taille du signal d'Entrée :  $Nu = 4$
- Porteuses nulles ajoutées :  $nz = 4$
- Mapping des sous-porteuses : L-FDMA

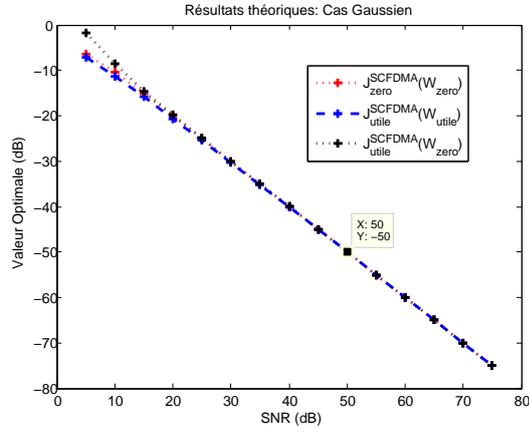
Dans la méthode des porteuses fantômes, l'égalisation est effectuée sans ajout d'intervalle de garde. Le seul moyen de supprimer les interférences est donc l'égaliseur qui est effectué dans le domaine temporel en début de réception.

Nous avons tracé les courbes de l'erreur quadratique moyenne (EQM) obtenues sur les porteuses nulles introduites en émission ( $J_{zero}^{SCFDMA}(W_{zero})$ ) ainsi que celle obtenue sur les porteuses utiles ( $J_{utile}^{SCFDMA}(W_{zero})$ ) lorsque le critère  $J_{zero}^{SCFDMA}$  est appliqué. Nous allons également comparer les performances du critère des porteuses fantômes avec celles du critère MEQM donné par la courbe  $J_{utile}^{SCFDMA}(W_{utile})$  et calculée sur les porteuses utiles du signal.

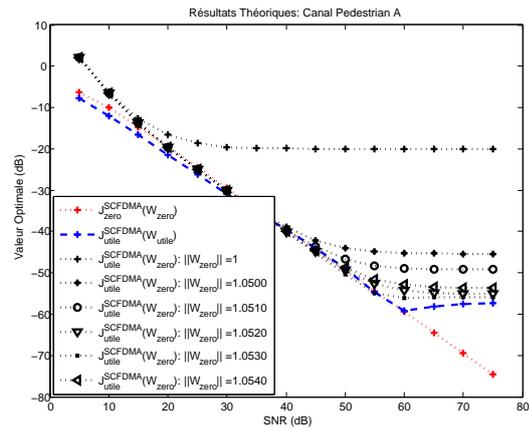
#### Cas mono-utilisateur :

Dans cette partie nous ne considérons que la transmission du signal d'un seul utilisateur qui utilise toutes les ressources du système SC-FDMA (le paramètre  $L$  est donc fixé à  $L = 1$ ). Trois canaux de transmission ont été testé : Le canal gaussien, le Pedestrian A donnée par  $h_1(n) = 1 + 0.3\delta(n - 1) + 0.1\delta(n - 2)$ ; et le canal static donné par :  $h_2(n) = 1 + 0.3\delta(n - 1) + 0.1\delta(n - 2)$ . La Figure 3.17 donne les résultats théoriques obtenus en appliquant les différents critères mentionnés ci-dessus en fonction du rapport signal sur bruit.

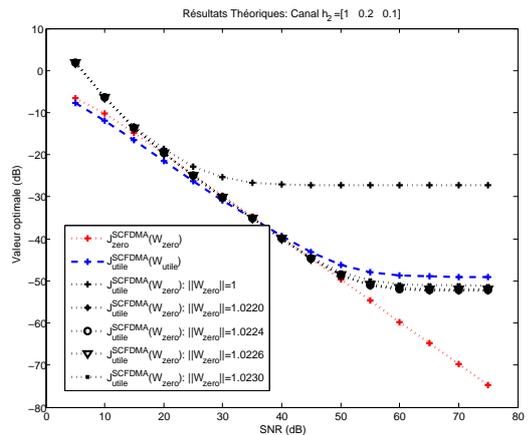
On peut constater que lorsque le canal est gaussien, Figure 3.17(a), les performances des différents critères sont équivalentes. Pour les deux autres canaux Figure 3.17(b) et Figure 3.17(c), le critère  $J_{zero}^{SCFDMA}$  converge toujours vers le rapport signal sur bruit de la transmission ce qui correspond aux performances optimales du système. Par contre les courbes données par  $J_{utile}^{SCFDMA}(W_{utile})$  et  $J_{utile}^{SCFDMA}(W_{zero})$  sur ces figures, montrent des paliers lorsque le SNR devient très important. La présence de ces paliers peut être justifiée comme on l'a déjà montrée dans la section 4.2.1. En effet le problème d'optimisation introduit en (3.40) étant indéterminé, le filtre égaliseur optimal  $W_{zero}$  obtenu, n'est déterminé qu'à une phase et une norme près. Ainsi sur les Figure 3.17(b) et 3.17(c) nous pouvons constater qu'en modifiant convenablement la norme du filtre  $W_{zero}$ , on peut



(a) Gaussien



(b) Pedestrian A



(c) Canal  $h_2$

FIGURE 3.17 – Performances théoriques des différents critères présentés

améliorer les performances de la courbe  $J_{utile}^{SCFDMA}(W_{zero})$ .

Pour conforter notre analyse nous avons également choisi d'implémenter toute la chaîne de transmission et de calculer les expressions des différents critères que nous avons introduits jusque là à partir des équations (3.36) et (3.44). Le canal Pedestrian A et le canal  $hp_2$  précédemment décrit sont réutilisés dans cette partie. Les Figures. 3.18 et 3.19, donnent les performances en terme d'Erreur Quadratique Moyenne. Le système est simulé avec un SNR de 40 dB. Ce choix permet de voir l'effet des palliers sur les courbes de l'EQM.

Les courbes de la Figure. 3.18(a) sont obtenues en simulant les 3 valeurs optimales  $J_{zero}^{SCFDMA}(W_{zero})$ ,  $J_{utile}^{SCFDMA}(W_{utile})$  et  $J_{utile}^{SCFDMA}(W_{zero})$  pour un SNR de 40 dB et pour le canal Pedestrian A. La norme imposée au filtre égaliseur  $W_{zero}$  dans cette simulation est l'unité. On peut constater sur la figure, que la valeur optimale  $J_{utile}^{SCFDMA}(W_{zero})$  est de l'ordre de 20 dB environ ce qui est loin de la valeur optimale attendue qui est de l'ordre de 40 dB. Cette saturation à 20 dB, traduit l'effet palier que l'on voit bien sur les courbes théoriques données indiqué sur la Figure. 3.17(b).

En modifiant convenable la norme de l'égaliseur  $W_{zero}$  comme nous l'avons fait dans les simulations théorique (Figure. 3.17(b)), on constate que la valeur optimale  $J_{utile}^{SCFDMA}(W_{zero})$ , converge très vite vers la valeur attendue, Confère Figure. 3.18(b). Ce résultat vient conforté notre analyse par rapport à l'indétermination de la norme de l'égaliseur  $W_{zero}$ .

L'analyse que nous venons de faire peut s'appliquer également lorsque le canal de transmission utilisé est le canal  $h_2$  décrit au début de cette section. Les courbes des Figure. 3.19(a) et 3.19(b) obtenues par simulation des équations (3.36) et (3.44) montrent également le problème de l'indétermination posé par le critère des porteuses fantômes.

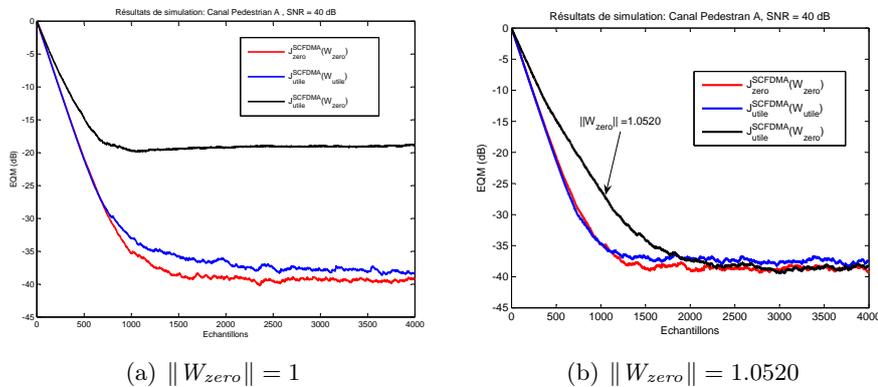


FIGURE 3.18 – Résultats de simulation : Canal Pedestrian

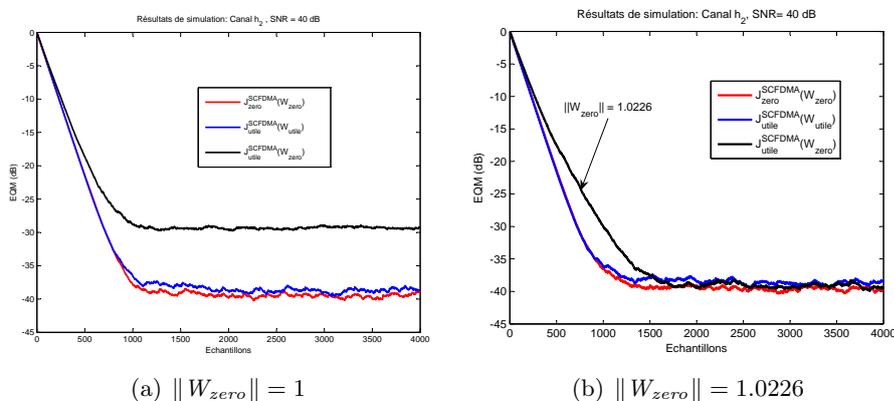


FIGURE 3.19 – Résultats de simulation : Canal  $h_2$

Cas multi-utilisateur :

Les équations des différents critères que nous avons déroulées aux sections précédentes, ont été obtenues avec l'hypothèse d'une communication mono-utilisateur, un seul utilisateur occupant toutes les ressources du système. Dans cette partie nous donnons les résultats de simulation dans le cas multi-utilisateurs (ici 2 utilisateurs) en simulant la chaîne de transmission (confère Figure 3.20) et en adoptant l'algorithme LMS pour la détermination des filtres égaliseurs optimaux.

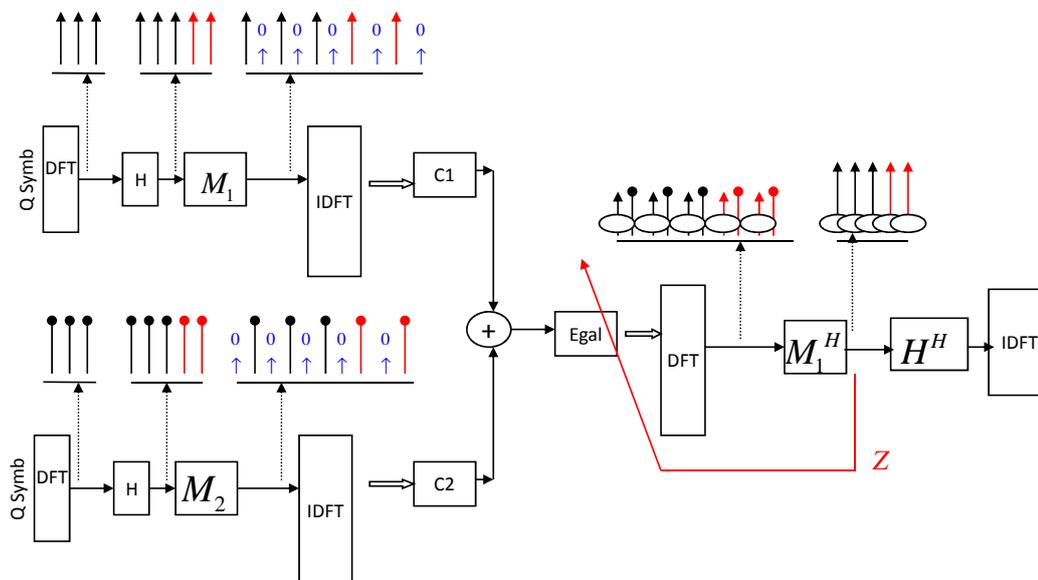


FIGURE 3.20 – Cas : multi-utilisateurs

Dans cette partie du chapitre nous donnons les résultats de simulation lorsque

deux utilisateurs  $u1$  et  $u2$  se partagent les ressources du système au même moment. Chacun des utilisateurs possède ses propres sous-porteuses fantômes. Les sous-porteuses du système non modulées par l'utilisateur  $u1$  sont soit réservées pour véhiculer le message de l'utilisateur  $u2$  soit utilisées comme porteuses fantômes. Il est donc clair, que toutes les sous-porteuses non modulées ne peuvent pas être prises en compte dans le critère des porteuses fantômes certaines étant destinées à un autre utilisateur.

Le canal de l'utilisateur  $u1$  que nous allons chercher à égaliser est le canal Pedestrian A donné dans la section précédente. Le canal du second utilisateur est celui donné par  $h_2$ . Les résultats de simulations sont présentés sur la Figure. ???. Nous constatons sur cette figure la nette différence entre  $J_{utile}^{SCFDMA}(W_{utile})$  et  $J_{utile}^{SCFDMA}(W_{zero})$  lorsqu'un rapport SNR de 40 dB est appliqué. On peut remarquer qu'en modifiant la norme du filtre  $W_{zero}$  convenablement comme on l'avait fait dans le cas mono-utilisateur pour le canal Pedestrian A, les performances de  $J_{utile}^{SCFDMA}(W_{zero})$  restent médiocres. Ce phénomène s'explique par la nouvelle répartition de l'énergie sur les porteuses du système due au critère des porteuses fantômes. En effet ce critère en imposant une énergie nulle sur les porteuses fantômes introduite, entraîne une répartition de l'énergie du signal de façon équitable sur toutes les porteuses du système. Cela impose qu'une partie de l'énergie du signal se retrouve sur les porteuses nulles destinées à transmettre le signal du deuxième utilisateur. Cette énergie est une source de perturbation du signal du deuxième Terminal qui contribue à dégrader les performances obtenues.

En conclusion de cette partie nous pouvons affirmer que la technique des porteuses fantômes donne de très bonnes performances lorsque le système est occupé par un seul utilisateur par contre lorsque nous incluons plusieurs autres terminaux le critère n'est plus applicable. Il est donc intéressant de confirmer cette analyse en repartant sur les expressions dans le cas du signal OFDM afin d'en connaître l'impact de la présence de porteuses nulles, comme c'est le cas du Wifi 802.11, sur le critère des porteuses fantômes.

#### 4.4 Retour sur le cas OFDM

La technique d'égalisation basée sur les porteuses fantômes semble ne pas être applicable lorsque certaines porteuses du système ne sont pas modulées. C'est ce que nous venons de constater dans la section précédente avec le système SC-FDMA, pour lequel certaines sous-porteuses ne sont pas modulées.

Pour montrer les limites de cette technique d'égalisation, nous revenons dans cette partie sur le cas OFDM mais cette fois-ci en ne choisissant de moduler que certaines sous-porteuses du système.

La chaîne de transmission du système OFDM montrant les sous-porteuses non modulées du système est donnée sur la Figure 3.21.

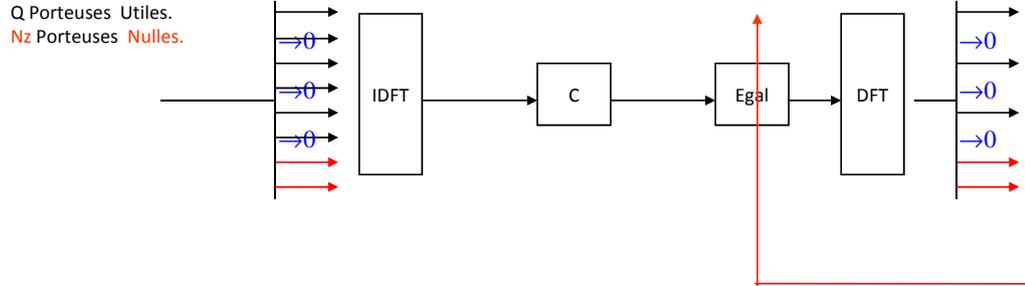


FIGURE 3.21 – OFDM avec porteuses nulles dans le spectre utile

Toutes les équations développées à la Section. 4.2 dans laquelle toutes les sous-porteuses étaient modulées, restent inchangées. La seule modification dans ces équations, observée lorsque certaines porteuses ne sont pas utilisées, concerne la matrice  $U$ , la matrice  $V$  étant inchangée. Si nous notons par  $\Omega$  l'ensemble des indices des sous-porteuses du système OFDM non modulées, la nouvelle matrice  $U$  que nous noterons par  $\tilde{U}$  devient :

$$\tilde{U} = C^H \begin{bmatrix} \tilde{M}_{ij} & \tilde{N}_{ij} \\ \tilde{N}_{ij} & \tilde{M}_{ij} \end{bmatrix} C, \quad (i, j) \in [1 N]$$

Avec :

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{ij} &= \frac{1}{N} \sigma_X^2 \sum_{k=0}^{i-1} \sum_{p=0}^{j-1} (T_{kp} \sum_{\substack{u=0 \\ u \notin \Omega}}^{Nu-1} e^{j2\pi \frac{(N+p-j)-(N+k-i)}{N} u}) \\ &+ \frac{1}{N} \sigma_X^2 \sum_{k=i}^{N-1} \sum_{p=j}^{N-1} (T_{kp} \sum_{\substack{u=0 \\ u \notin \Omega}}^{Nu-1} e^{j2\pi \frac{(p-j)-(k-i)}{N} u}) \end{aligned}$$

Et :

$$\tilde{N}_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{i-1} \sum_{p=j}^{N-1} \sigma_X^2 T_{kp} \sum_{\substack{u=0 \\ u \notin \Omega}}^{Nu-1} e^{j2\pi \frac{(p-j)-(N+k-i)}{N} u}$$

La modification de la matrice  $U$  va entraîner un changement des résultats des différentes équations de la Section. 4.2 où elle intervient sans en modifier la structure. Par soucis de clarté nous distinguerons les différents critères obtenus lorsque certaines sous-porteuses ne sont pas modulées à ceux introduits dans la Section. 4.2 comme suit : Nous noterons par  $\tilde{J}_{zero}(W)$ ,  $\tilde{J}_{utile}(W)$ , les nouveaux critères obtenus lorsque nous considérons la matrice  $\tilde{U}$  et par  $\tilde{W}_{zero}$ ,  $\tilde{W}_{utile}$  les filtres optimaux pour ces critères.

Comme nous l'avons déjà montré dans la Section. 4.2 l'optimum du critère  $\tilde{J}_{zero}(W)$  correspondra dans notre cas, à la plus petite valeur propre positive de la matrice  $(\tilde{U} + V)$ .

La valeur optimale du critère  $\tilde{J}_{utile}(W)$  qui est calculé sur les sous-porteuses réellement modulées du système sera également donnée comme en (3.29) par :

$$\tilde{J}_{utile}(\tilde{W}_{utile}) = N_u \sigma_X^2 - \tilde{R} C \tilde{W}_{utile} \quad (3.50)$$

La nouvelle matrice  $\tilde{R}$  se calcule en tenant compte des sous-porteuses non modulées de l'ensemble  $\Omega$  :  $\tilde{R} = [\tilde{R}_1 \tilde{R}_2]_{1 \times 2N}$  où  $\tilde{R}_2 = 0_{1 \times N}$ .

$$\text{Avec : } \tilde{R}_1 = [\tilde{R}_1^j]_{1 \times N}, \quad \tilde{R}_1^j = \frac{1}{N} \sigma_X^2 (N - m) \sum_{\substack{u=0 \\ u \notin \Omega}}^{Nu-1} e^{-j2\pi i \frac{m \cdot u}{N}} \quad m \in [1, \dots, N]$$

La nouvelle expression de  $\tilde{J}_{utile}(\tilde{W}_{zero})$  s'obtient naturellement à partir du critère  $\tilde{J}_{utile}(W)$  comme en (3.30) en considérant le filtre égaliseur  $\tilde{W}_{zero}$  et la nouvelle matrice  $\tilde{U}$ .

$$\tilde{J}_{utile}(\tilde{W}_{zero}) = \tilde{W}_{zero}^H (\tilde{U} + \bar{V}) \tilde{W}_{zero} + N_u \sigma_X^2 - 2\Re \left[ \tilde{R} C \tilde{W}_{zero} \right]$$

Les résultats théoriques sont indiqués sur la Figure 3.22 pour un canal gaussien et pour le canal Pedestrian A. La Figure 3.23 donne les résultats obtenus en simulant réellement la chaîne de transmission du système OFDM. Dans nos simulations certaines sous-porteuses du système OFDM sont « éteintes », nous avons choisi de ne pas moduler 0, 1, ou 2 sous-porteuses du système.

Le constat est clair, lorsque toutes les sous-porteuses sont « allumées » c'est à dire modulées, les résultats sont satisfaisants comme nous l'avons déjà montré dans la Section. 4.2. Mais lorsque qu'au moins une des sous-porteuses est éteinte, les courbes donnant les valeurs optimales  $\tilde{J}_{utile}(\tilde{W}_{zero})$  et  $\tilde{J}_{utile}(\tilde{W}_{utile})$  ne coïncident plus même malgré un choix judicieux de la norme du filtre  $\tilde{W}_{zero}$ , confère Figure. 3.22(c), 3.22(d), 3.22(e), 3.22(f).

Ce résultat peut se constater également lorsque nous simulons réellement la chaîne de transmission voir Figure. 3.23. Il est donc impossible de généraliser l'application de la technique d'égalisation basée sur les porteuses fantômes sans apporter des améliorations. En effet lorsque certaines porteuses du système sont « éteintes » comme c'est le cas du Wifi par exemple, la méthode n'est plus satisfaisante. D'autres études doivent être menées pour établir mathématiquement ce résultat. Pour l'instant, notre étude nous amène à soulever des réserves concernant cette technique. Une solution simple serait d'associer les porteuses nulles présentes dans le spectre du signal OFDM aux porteuses fantômes utilisées dans

le critère. Cependant dans le cas du système SC-FDMA cette possibilité est écartée du fait que les porteuses nulles du spectre d'un utilisateur sont utilisées par d'autres utilisateurs du système rendant impossible leur implication dans le critère d'égalisation.

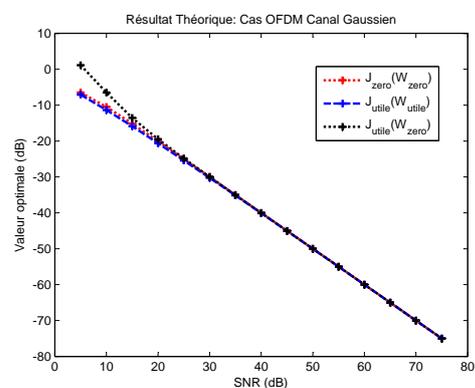
## **5 Nouvelles Techniques d'Égalisation Temporelles adaptées au Système SC-FDMA et obtenues par découplage entre Filtre Egaliseur et Critère d'Égalisation**

### **5.1 Problématique liée à l'application des techniques d'Égalisation Temporelles dans un contexte SC-FDMA**

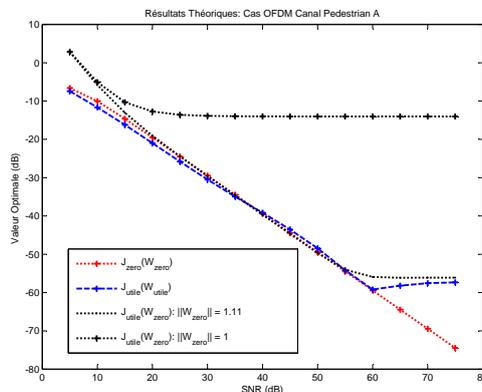
Les techniques d'égalisation fréquentielles sont très souvent préférées aux techniques dites temporelles surtout lorsque la mémoire du canal de transmission est assez importante. En effet pour ces types de canaux, utiliser des techniques temporelles d'égalisation, nécessiterait des filtres égaliseurs à grand nombre de coefficients [69]. Par contre les égaliseurs dits fréquentiels sont non seulement simple à mettre en œuvre mais surtout ne nécessiterait pas plus de coefficients qu'il ya de sous-porteuses dans le signal transmis. Cependant, les performances obtenues avec les égaliseurs fréquentiels ne sont pas toujours meilleures par rapport à celles obtenues avec les techniques dites temporelles. Il est donc intéressant de reconsidérer ces techniques temporelles et d'en trouver des adaptations au sujet de notre étude à savoir le SC-FDMA.

Dans le système SC-FDMA comme dans celui de l'OFDM, les symboles sont envoyés dans le canal paquet par paquet. Les paquets émis sont séparés par un intervalle de garde dont le rôle est de lutter contre l'interférence ente les paquets émis mais également de périodiser le signal transmis afin de faciliter l'égalisation dans le domaine fréquentiel. L'utilisation de l'intervalle de garde a deux conséquences majeures qui entravent l'application des égaliseurs temporels. En effet la périodisation du signal émis par l'insertion de l'intervalle de garde transforme la convolution linéaire entre signal et canal en une convolution circulaire. Ainsi certaines techniques temporelles qui ne tiennent pas compte de ce phénomène ne sauront être directement appliquées. L'autre handicap la plus contrariant à l'utilisation des égaliseurs temporels est la non-linéarité introduite au niveau récepteur par la suppression de l'intervalle de garde. En effet dans le système SC-FDMA comme dans celui de l'OFDM, la toute première opération de la démodulation est la suppression de l'intervalle de garde qui a absorbé l'interférence entre paquets. Cette opération casse la linéarité du système, et rend donc inefficace tous les traitements linéaires comme les techniques d'égalisation dites temporelles.

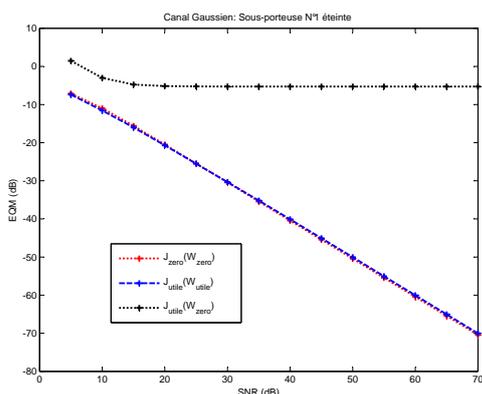
Dans la section suivante nous proposons une technique simple permettant de s'affranchir des contraintes liées à l'utilisation de l'intervalle de garde afin de



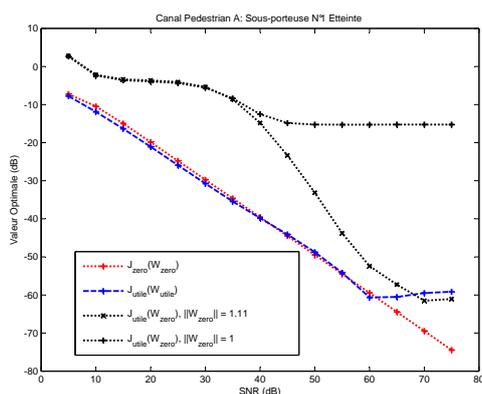
(a) Gaussien : Aucune Porteuse éteinte



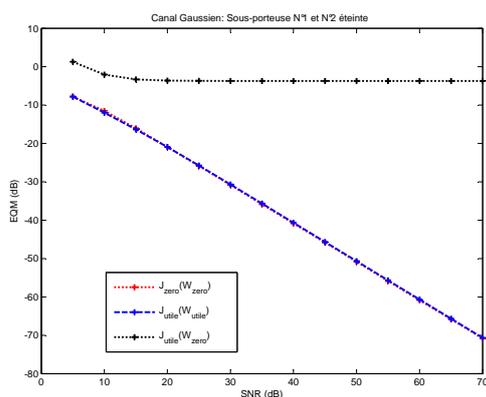
(b) Pedestrian A : Aucune Porteuse éteinte



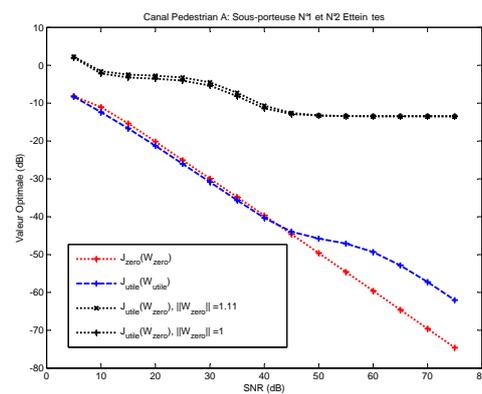
(c) Gaussien : Porteuse N°1 éteinte



(d) Pedestrian A : Porteuse N°1 éteinte



(e) Gaussien : Porteuse N°1 et 2 éteintes



(f) Pedestrian A : Porteuse N°1 et 2 éteintes

FIGURE 3.22 – Résultats Théoriques

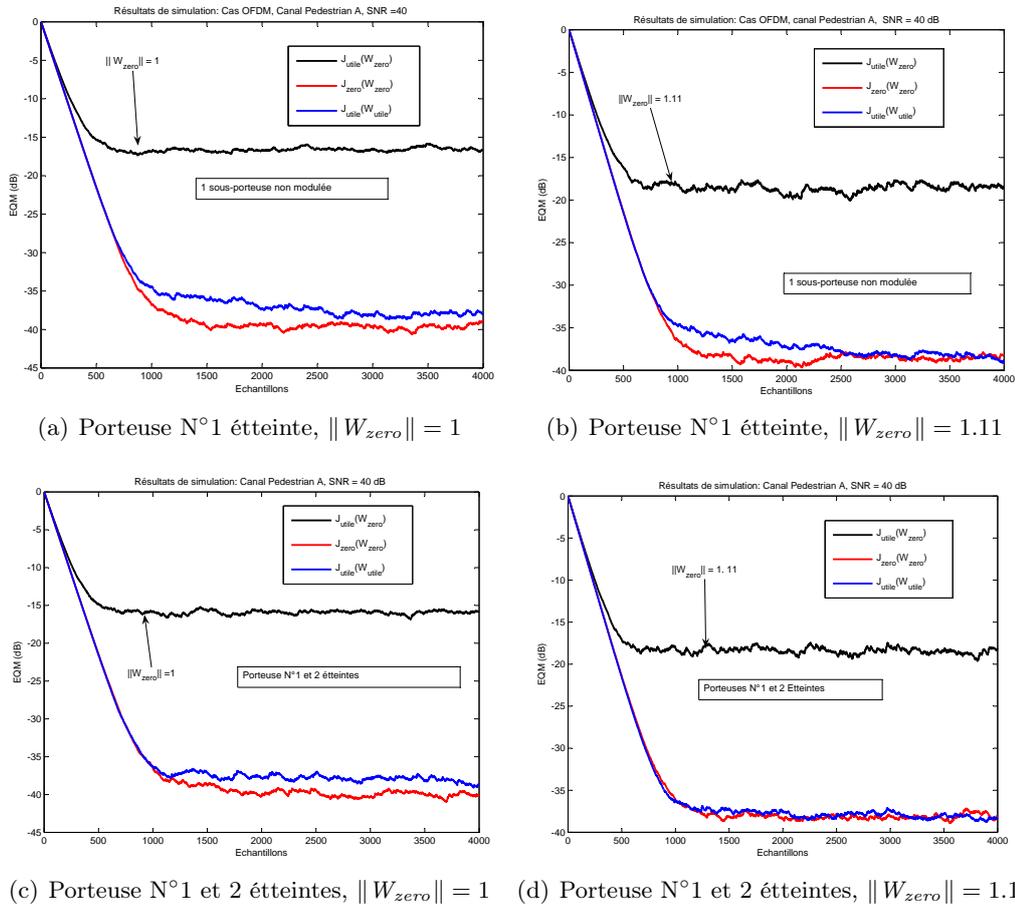


FIGURE 3.23 – Résultats de simulations : Canal Pedestrian A

pouvoir tirer un meilleur profit des techniques d'égalisations temporelles.

## 5.2 Découplage entre Filtre Egaliseur et critère d'Egalisation

Au niveau du récepteur du système SC-FDMA (confère Figure 1.9), le filtre égaliseur temporel pourrait être appliqué en deux emplacements possible correspondant au domaine temporel : Soit en début de réception ou soit en fin de réception. L'hypothèse n°2, n'est pas envisageable dans notre cas du fait que le récepteur devient non linéaire avec la suppression de l'intervalle de garde. En effet, lorsque le filtre égaliseur est placé en fin de réception, il perd sa linéarité du fait que la suppression de l'intervalle de garde intervient plus tôt dans la chaîne de réception. La seule possibilité qui s'offre à nous est l'hypothèse n°1 pour laquelle le filtre égaliseur est déployé en début de réception. Dans ce cas précis, la suppression de l'intervalle de garde intervient après le traitement de l'égaliseur, le problème que nous venons d'évoquer ne se pose plus. Le signal à l'entrée de l'égaliseur serait en ce moment le résultat de la convolution circulaire entre le signal émis et la réponse impulsionnelle du canal auquel est additionné du bruit.

Dans cette dernière hypothèse que nous adoptons par la suite, la suppression de l'intervalle de garde en réception se fera ainsi après l'égalisation temporelle et ce avant toute opération de démodulation. Cela permet de garder un système linéaire jusqu'au module d'égalisation, nécessaire pour le bon fonctionnement du filtrage temporel. Cependant, le filtre égaliseur proprement dit, n'est pas le seul module qui intervient dans un système d'égalisation. Il est aussi pris en compte le critère d'égalisation et l'algorithme d'optimisation du critère choisi. En effet, pour accroître les performances de l'égaliseur, à chaque nouveau symbole reçu les coefficients du filtre sont ré-adaptés en fonction d'un certain critère.

De façon générale le critère d'égalisation est appliqué à la sortie du filtre égaliseur. Mais dans la configuration que nous proposons à savoir de placer le filtre égaliseur en début de réception, nous nous devons de poser la question de l'emplacement du critère dans la chaîne de réception du système.

Les critères d'égalisations sont nombreux, certains s'appliquent directement sur les symboles de sortie de l'égaliseur comme nous venons de le mentionner, d'autres sur la sortie d'un autre module du récepteur placé après l'égaliseur dont le résultat est ensuite ramené à la sortie de l'égaliseur grâce à un phénomène de feedback. Dans le cadre du système SC-FDMA, les utilisateurs sont multiplexés dans le domaine fréquentiel. L'égalisation étant propre à chaque utilisateur, il est obligatoire que le critère s'applique après démultiplexage des utilisateurs, c'est à dire soit dans le domaine fréquentiel à la sortie du dé-multiplexeur, ou soit dans le domaine temporel à la fin du récepteur. La seconde solution développée dans le domaine temporel semble être la mieux adaptée à notre système du fait que le filtrage effectué dans le domaine temporel ne nécessite aucune transformation

temps-fréquence.

Pour résumer, la solution que nous préconisons dans le cadre des systèmes SC-FDMA permettant l'application des techniques d'égalisation temporelles, est de séparer le filtre égaliseur placé en amont du récepteur et le critère d'égalisation appliqué en aval du récepteur à travers l'algorithme d'optimisation comme le montre la Figure 3.24 donnée ci-dessous.

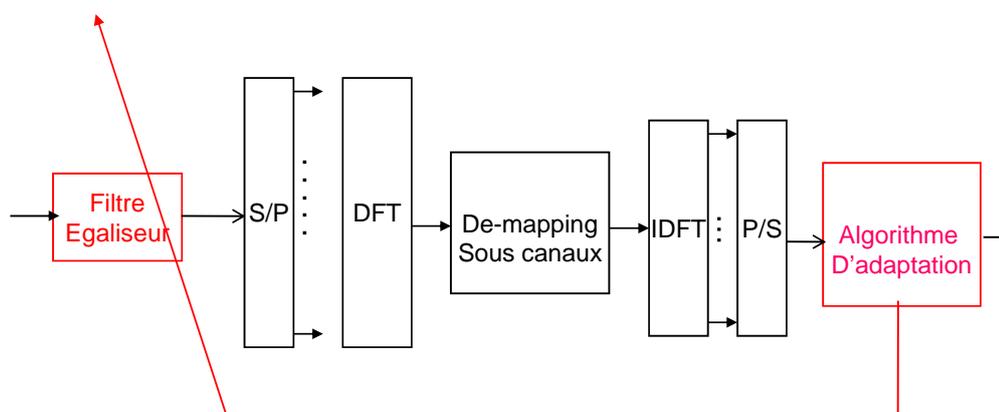


FIGURE 3.24 – Découplage entre filtre égaliseur et algorithme d'égalisation

Cette solution même si elle est adaptée à notre système ne résoud pas pour autant le problème de la non-linéarité introduite par la suppression de l'intervalle de garde. En effet, avec le découplage que nous proposons la suppression de l'intervalle de garde intervient entre l'égaliseur et l'algorithme d'optimisation du critère d'égalisation. Par conséquent, il va de soit que les coefficients fournis par l'algorithme d'optimisation du critère soit impactés par la non-linéarité. De plus les tailles des différents paquets avant et après suppression de l'intervalle de garde n'étant plus les mêmes, une réadaptation de la taille du vecteur de sortie de l'algorithme s'impose avant toute mise à jour des coefficients de l'égaliseur. Un ajustement de la taille du vecteur de sortie de l'égaliseur est donc nécessaire.

Le problème des tailles des paquets que nous venons de soulever qui empêche d'opérer directement un feedback de la sortie de l'algorithme d'optimisation vers le filtre égaliseur, peut être résolu sans grande complexité. L'idée que nous préconisons pour cela est de reconstituer l'intervalle de garde à la sortie du filtre égaliseur en supposant que l'égaliseur a convergé. Pour cela nous nous plaçons dans le cas d'une égalisation parfaite. En effet lorsque le filtre égaliseur est optimal pour le

critère adopté, alors la déconvolution du canal est parfaite, ce qui dans ce cas signifie que la superposition entre le canal de transmission et le filtre égaliseur se réduit à un simple retard. Dans ce cas précis, l'IES en sortie de l'égaliseur est nulle c'est à dire que l'intervalle de garde introduite au niveau émetteur reste inchangé à la sortie de l'égaliseur. Par conséquent pour reconstituer l'intervalle de garde à la sortie de l'égaliseur, il suffit donc de recopier la fin du paquet égalisé en entête de celui-ci. C'est ce principe que nous mettons en oeuvre dans nos simulations.

### 5.3 Application de quelques critères classiques temporels

Dans cette partie du chapitre, nous adaptions quelques critères classiques d'égalisation au modèle d'architecture que nous venons de proposer à savoir le découplage entre filtre égaliseur et algorithme d'égalisation.

Un algorithme d'optimisation sera chargé d'appliquer sur les symboles de sortie du récepteur, le critère choisi afin de fournir un vecteur de correction au filtre égaliseur dans l'objectif de le faire converger vers le filtre optimal pour le critère choisi.

Pour étayer nos propos nous adopterons dans cette partie les nouvelles notations suivantes :  $\tilde{e}_Q = (\tilde{e}_n, \dots, \tilde{e}_{n+Q-1})_{Q \times 1}^t$  représentera le vecteur de sortie du récepteur, et  $\hat{e}_Q = (\hat{e}_n, \dots, \hat{e}_{n+Q-1})_{Q \times 1}^t$  le vecteur obtenu après prise de décision au niveau symbole relativement à la constellation du signal transmis. Nous supposons également les notations suivantes :

- $Q$  : La taille du vecteur de données à l'entrée du modulateur SC-FDMA.
- $N$  : La taille de l>IDFT de l'émetteur
- $Cp$  : La longueur de l'intervalle de garde, et  $N_{cp} = N + Cp$
- $e_Q(n) = (e_n, \dots, e_{n+Q-1})_{Q \times 1}^t$  : L'entrée de l'émetteur SC-FDMA à l'instant  $n$ .
- $r_{N_{cp}}(n) = (r_n, \dots, r_{n+N_{cp}-1})_{N_{cp} \times 1}^t$  : Le vecteur reçu à l'instant  $n$ .
- $R_{N_{cp}N_{cp}}(n) = (r_{N_{cp}}(n), \dots, r_{N_{cp}}(n - N_{cp} + 1))_{N_{cp} \times N_{cp}}$  : Une matrice constituée des  $N_{cp} - 1$  derniers symboles reçus.
- $W_{N_{cp}}(n) = (W_n, \dots, W_{n+N_{cp}-1})_{N_{cp} \times 1}^t$  : Le filtre égaliseur à  $N_{cp}$  coefficients.

#### 5.3.1 Le critère MEQM

Le critère du minimum d'erreur quadratique moyenne MEQM que nous avons déjà longuement décrit dans la Section 4.4 du Chapitre 2, peut facilement être adapté à notre nouvelle architecture [70]. En effet ce critère permet de déterminer un filtre égaliseur capable de minimiser l'erreur entre les symboles démodulés,  $\tilde{e}_Q(n)$ , et les symboles obtenus après prise de décision  $\hat{e}_Q(n)$ . Etant appliqué directement sur les symboles démodulés, ce critère par conséquent, pourra être mis en oeuvre en aval du récepteur après démodulation du signal et ce conformément à l'architecture que nous avons proposé dans la section précédente. En tenant compte des notations précédemment adoptées, l'expression de ce critère sera donnée par l'équation (3.51).

$$J_{MEQM}(W_{N_{cp}}(n)) = E \left\{ [\tilde{e}_Q(n) - \hat{e}_Q(n)]^2 \right\} \quad (3.51)$$

Dans l'architecture que nous proposons, la sortie du filtre égaliseur correspondant à un vecteur de  $N_{cp}$  éléments, sera ensuite débarrassée de l'interférence entre symbole introduite par le canal grâce à une suppression de l'intervalle de garde qui donnera un vecteur de taille plus réduite  $N$  que nous nommerons par la suite  $Z_N(n)$ . C'est ce vecteur qui sera par la suite démodulé afin de retrouver le vecteur émis correspondant  $\hat{e}_Q(n)$ , obtenu à partir du vecteur démodulé  $\tilde{e}_{Nu}(n)$  donné ci-dessous.

A noter que dans cette Figure, le filtre égaliseur est commun à tous les utilisateurs du système ; il permet qu'une démodulation à la fois. Cependant lorsque plusieurs utilisateurs sont démodulés en parallèle, il est nécessaire de dupliquer ce filtre autant de fois qu'il ya d'utilisateurs.

$$\tilde{e}_{Nu}(n) = F_Q^H M^H F_N Z_N(n) \quad (3.52)$$

La partie algorithmique de l'architecture que nous proposons, fournit un vecteur de correction  $\Delta_N W(n)$  destiné à l'adaptation des coefficients de l'égaliseur. Il se résume en l'équation donnée en (3.53), le vecteur  $\Delta_N W(n)$  pouvant être considéré comme un feedback de l'erreur de décision obtenue en sortie du récepteur vers l'entrée du premier module DFT du récepteur (voir Figure 3.24).

$$\Delta_N W(n) = F_N^H M F_Q^H (\tilde{e}_Q(n) - \hat{e}_Q(n)) \quad (3.53)$$

L'algorithme d'optimisation LMS, permet ensuite de déterminer les nouveaux coefficients de l'égaliseur grâce à une opération linéaire comme indiquée en (3.54), où  $Er_{N_{cp}}$  correspond à l'erreur en sortie du récepteur.

$$W_{N_{cp}}(n+1) = W_{N_{cp}}(n) - \mu Er_{N_{cp}}(n) \quad (3.54)$$

La détermination du vecteur  $Er_{N_{cp}}$  est complètement basée sur celle du vecteur  $\Delta_N W(n)$ . En effet la différence entre ces deux vecteurs qui sont respectivement la sortie de l'égaliseur et l'entrée du module DFT du récepteur, se résume à la suppression de l'intervalle de garde. Cette opération n'étant pas linéaire il est impossible de reconstituer exactement le vecteur  $Er_{N_{cp}}$  à partir de la seule connaissance de  $\Delta_N W(n)$ . Mais comme nous l'avons déjà décrit dans la section précédente nous avons fait l'hypothèse que lorsque l'égaliseur converge, l'IES à la sortie de l'égaliseur est nulle. Cela signifierait que l'entête du vecteur de sortie de l'égaliseur serait équivalente à une copie de la fin de ce dernier. Ainsi une façon simple de reconstituer le vecteur  $Er_{N_{cp}}$  est de recopier la fin du vecteur  $\Delta_N W(n)$  (les  $C_p$  derniers éléments) à son entête. Cette opération se traduit par l'équation suivante :

$$Er(n+p) = \Delta W((n+p) \bmod N), p \in [0, \dots, N_{cp} - 1] \quad (3.55)$$

### 5.3.2 Le critère CMA

Dans les systèmes de communication, les perturbations des canaux de transmission conduisent le plus souvent à la déformation de l'enveloppe complexe du signal transmis. Une des techniques les plus répandues permettant de récupérer les propriétés de l'enveloppe complexe du signal est l'algorithme du CMA (Constant Modulus Algorithm) [71]. Cet algorithme, en effet, cherche à minimiser la déviation de la puissance instantanée du signal démodulé obtenu à la sortie du récepteur par rapport à une certaine valeur  $R_p$  (voir Equation (3.56)) calculée en fonction du signal à émettre  $e_Q(n)$ .

$$R_p = \frac{E\{|e_Q(n)|^{2p}\}}{E\{|e_Q(n)|^p\}}. \quad (3.56)$$

La fonction de coût de cet algorithme CMA [46] est donné ci-dessous.

$$J_{CMA} = E \left\{ \left[ |e_Q(n)|^2 - R_p \right] \right\} \quad (3.57)$$

Le vecteur de correction destinée à l'adaptation des coefficients de l'égaliseur que nous avons introduit dans le paragraphe précédent, est donné dans le cas du CMA par l'expression (3.58).

$$\Delta_N W(n) = F_N^H M F_Q^H (|e_Q(n)|^2 - R_p) e_Q(n) \quad (3.58)$$

Le filtre égaliseur  $W_{N_{cp}}$  ainsi que la sortie de l'égaliseur  $Er_{N_{cp}}$  sont obtenus comme dans le paragraphe précédent mais avec la nouvelle écriture du vecteur  $\Delta_N W(n)$  donné en (3.58).

La Figure 3.25 donne une comparaison de l'EQM obtenue à la fin du récepteur, lorsque les coefficients du filtre égaliseur sont adaptés à partir des trois algorithmes à savoir le ZF, le MEQM et CMA. La simulation a été réalisée pour le canal Pedestrian A et avec un SNR de 30dB. On peut y constater que le CMA donne un niveau d'EQM assez élevé comparativement aux deux autres algorithmes. Cela se justifie par le fait que le CMA est un critère aveugle dans le sens où aucun symbole est supposé connu au niveau récepteur ; seules les statistiques de second d'ordre du signal transmis sont utilisés dans la détermination du algorithme à travers les relations (3.57) et (3.58).

Il faut noter que l'algorithme du CMA est bien adapté pour les modulations à module constant comme les modulations de phase. Cependant même si cet algorithme fonctionne également avec les modulations en quadrature (MAQ), il est moins adapté à ce type de modulation, du fait qu'il génère un bruit propre dans ces conditions [72]. Pour cela une généralisation de cet algorithme nommé CNA »Constant Norm Algorithm « a été proposée [47], [73] permettant d'englober les différents type de modulations. LE CMA devenant bien entendu un cas particulier du nouveau algorithme CNA.

Les différentes courbes présentées sur la Figure 3.25, nous montrent les avantages de chacun des algorithmes ZF, MEQM. On peut affirmer, que l'algorithme ZF converge presque instantanément. Cependant même si l'algorithme MEQM possède une meilleur valeur optimale de l'EQM elle converge assez lentement ce qui est un handicap pour notre système. Pour profiter des avantages de chacun de ces deux algorithmes nous proposons dans la section suivante une technique semi-aveugle combinant ZF et MEQM permettant d'améliorer la vitesse de convergence du MEQM.

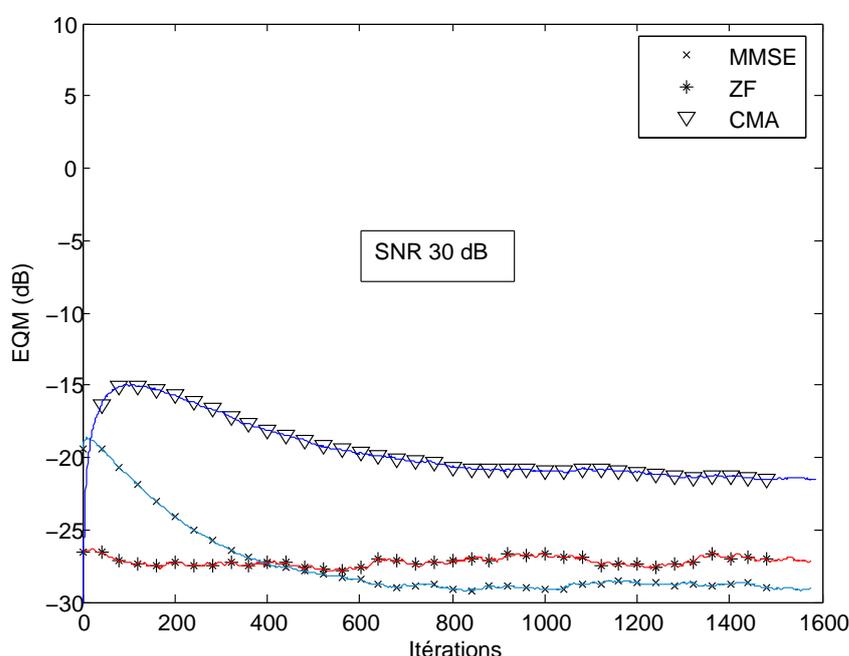


FIGURE 3.25 – Erreur Quadratique Moyenne pour un canal Pedestrian A : Cas des Algorithmes du CMA, ZF et MEQM

### 5.3.3 Nouveau critère critère semi-aveugle ZF-MEQM

Dans la Section.2.1, nous avons largement évoqué la technique d'égalisation du Zéro-Forçing préconisée dans le cadre des systèmes SC-FDMA et conformément aux spécifications 3GPP [74]. Mais comme on a pu le souligner, cette technique implique une réduction de l'efficacité spectrale du système par le nombre de symboles pilotes qui sont insérés dans le signal. Ceci constitue un désavantage pour cette technique. D'un autre coté nous avons également abordé l'égaliseur adaptatif basé sur le critère MEQM qui ne nécessite aucune insertion de symboles de références garantissant ainsi une efficacité spectrale optimale. De plus, on a pu constater que cette technique donne de meilleures performances que celle obtenue

avec la technique ZF en ce qui concerne la valeur optimale de l'EQM calculée en sortie du récepteur. On pourrait donc préférer cette dernière technique à celle du ZF. Cependant, un égaliseur basé sur ce principe est plus complexe à mettre en œuvre en terme de nombre d'opérations comparé à celui du ZF et de plus la vitesse de convergence est beaucoup plus lente (Confère les Section 2.1 et 2.2).

Pour profiter des avantages de ces deux techniques, nous proposons dans cette section, de combiner la technique du Zéro-Forcing et celle du MEQM pour non seulement réduire le taux de pilotes insérés dans le signal dans le cadre du ZF mais également d'obtenir une Erreur Quadratique moyenne (EQM) satisfaisant à la sortie du récepteur grâce à l'utilisation de la technique MEQM (Confère [75]). Le nouveau critère qui en découle est semi-aveugle, du fait qu'une partie des symboles émis est connue au niveau récepteur (pilotes) et que le reste du signal qui intervient également dans l'égalisation n'est pas supposé connu au récepteur.

Dans cette méthode, des symboles pilotes sont régulièrement introduits dans le signal à émettre mais avec un taux qui reste assez faible par rapport à celui utilisé dans le cadre du critère ZF. La dégradation des performances, occasionnée par cette réduction du nombre de pilotes, est compensée par l'application du critère MEQM sur les symboles utiles. Notons que la combinaison des deux critères est opérée lors de la mise à jour au fil de l'eau des coefficients du filtre égaliseur. Nous adoptons les notations suivantes :  $R_Q^l(n, q)$  le signal reçu dans le domaine fréquentiel,  $n$  représentant le temps,  $q$  l'indexe du sous-canal considéré et  $l$  celui des utilisateurs.  $P_Q^l(n, q)$  représentera le symbole pilote associé et  $\tilde{H}_Q^l(n, q)$  l'estimée de la fonction de transfert du canal.

$$\tilde{H}_Q^l(n, q) = \frac{R_Q^l(n, q)}{P_Q^l(n, q)}, \quad q \in \{1, \dots, Q\} \quad (3.59)$$

$$D_Q^l(n, q) = \frac{R_Q^l(n, q)}{\tilde{H}_Q^l(n, q)} \quad (3.60)$$

Le filtre égaliseur utilisé est un simple filtre linéaire placé en amont du récepteur, et ce conformément à la découpe que nous avons proposée au début du chapitre. Les coefficients de ce filtre sont mis à jour au fil de l'eau, soit à partir de l'erreur quadratique moyenne obtenue par application du critère MEQM, soit par celle obtenue par application du critère ZF. Le fonctionnement du système est bien illustré sur le schéma synoptique de la Figure. 3.26. En effet, lorsqu'un symbole pilote arrive au niveau récepteur, une estimation de canal est effectuée dans le domaine fréquentiel par une simple inversion du pilote 3.59. Cette estimée de la réponse du canal, est ensuite inversée 3.60 (critère ZF) pour la détermination du filtre égaliseur correspondant. Il faut noter que la juxtaposition de ces deux opérations est complètement transparente sur les symboles pilotes. En effet lorsque nous

appliquons successivement les équations 3.59 et 3.60 nous retrouvons exactement le symbole pilote  $P_Q^l(n, q)$  reçu dans le domaine fréquentiel. Ainsi, le passage dans le domaine temporel donne parfaitement en sortie du récepteur le symbole pilote temporel émis. Par conséquent, l’erreur de décision calculée à l’instant  $n$  à la sortie du récepteur est parfaitement nulle. Cette erreur ne saurait donc influencer les coefficients du filtre MEQM, il est donc clair qu’il est inutile d’introduire le critère du ZF en cet instant de la réception.

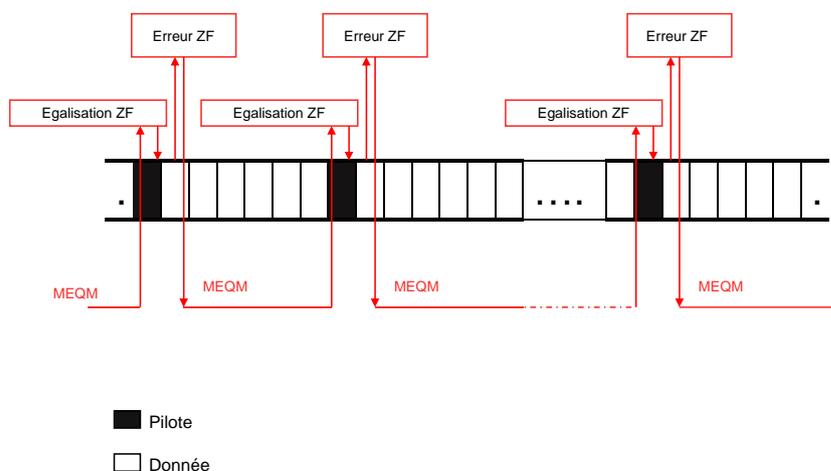


FIGURE 3.26 – Combinaison des égaliseur type ZF et MEQM

La solution que nous proposons pour prendre en compte le critère ZF, est de calculer l’erreur obtenue non pas à la réception du symbole pilote mais sur la réception du symbole suivant le symbole pilote. Cela donnera une erreur non nulle calculée en appliquant le critère d’égalisation ZF sur le symbole précédent. C’est cette erreur que nous appellerons  $Er_{ZF}^n$  à l’instant  $n$ , qui sera utilisée pour adapter les coefficients du filtre égaliseur à cet instant. En résumé, le critère ZF est appliqué aux instants pilotes, puis l’erreur de décision obtenue à la sortie du récepteur aux instants immédiats aux instant pilotes, sont utilisées pour le calcul des coefficients de l’égaliseur. Aux autres instants, c’est le critère MMSE qui est appliqué.

Le critère ZF ayant une vitesse de convergence plus rapide que celle du critère MMSE, l’erreur  $Er_{ZF}^n$  permettrait d’accélérer la convergence du filtre égaliseur MEQM. Cette combinaison permet donc de profiter à la fois de la vitesse de convergence du ZF ainsi que du faible niveau d’EQM du critère MEQM.

Les Figures 3.27(a) et Figures 3.27(b) comparent les performances obtenues en termes d’EQM entre les techniques ZF, MMSE ainsi que leur combinaison aveugle ZF-MMSE que nous avons proposé dans cette section. Pour prendre en compte l’aspect multi-utilisateur, trois mobiles sont simulés dans cette partie. L’un transmet dans un canal pedestrian A qui est celui que nous chercherons à égaliser, les

deux autres mobiles utilisent respectivement les canaux  $h_1(n)$  et  $h_2(n)$  donnés ci-contre :  $h_1(n) = [1 \ 0.3 \ 0.1]$  et  $h_2(n) = [1 \ 0.4 \ 0.2]$ . On utilise une modulation 16-QAM, de puissance unitaire  $\sigma_x = 1$ . On suppose que les canaux sont bruités par un signal gaussien avec un rapport signal à bruit qui vaut  $snr = 30dB$ . Un mapping L-FDMA avec les paramètres suivants : Taille du module DFT  $Q = 4$ , et le facteur de sur-échantillonnage  $L = 3$ . Les Figures 3.27(a) et Figure 3.27(b) donnent les résultats en termes d'EQM respectivement pour un taux de symboles pilotes de  $\frac{1}{7}$  et  $\frac{1}{50}$ . On peut remarquer que lorsque les symboles pilotes sont introduits le plus souvent (tel est le cas de la Figure 3.27(a)), le critère MMSE influence peu les performances de l'égaliseur ZF-MMSE. Dans ces situations, le critère ZF prend le pas sur le critère MMSE. Par contre, lorsque le taux de symboles de références est faible, les performances de notre égaliseur ZF-MMSE sont plutôt proches de l'égaliseur MMSE que celles de l'égaliseur ZF. On peut le constater sur la Figure 3.27(b). Ainsi en choisissant un taux adéquat des symboles pilotes introduits dans le système, on peut avoir les avantages combinés de l'égaliseur ZF à savoir une plus grande vitesse de convergence, et de l'égaliseur MMSE à savoir un niveau d'EQM très faible. On peut voir sur la Figure 3.27(a) que la courbe d'EQM pour l'égaliseur ZF-MMSE converge au bout de 400 itérations lorsque le taux de pilotes insérés est de  $\frac{1}{7}$  alors qu'elle est plus lente sur la Figure 3.27(b) puisque la valeur optimale de l'EQM de ce égaliseur y est atteinte qu'au bout de 700 itérations pour un taux de pilotes de  $\frac{1}{50}$ .

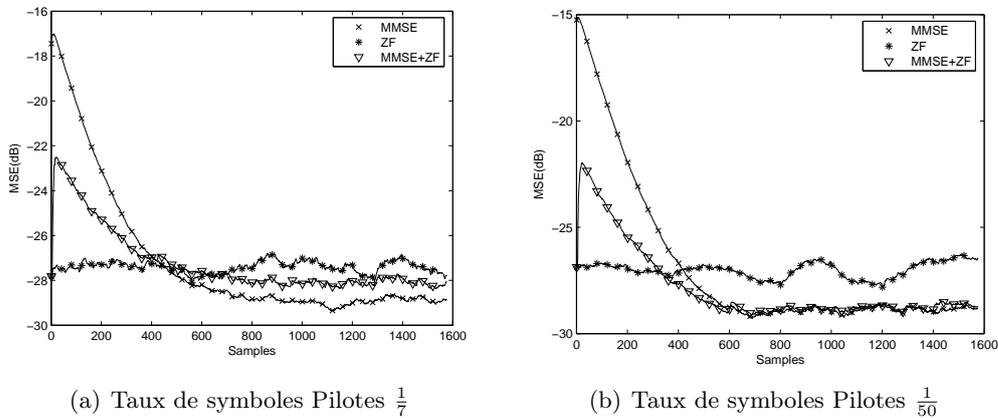


FIGURE 3.27 – Performances en termes d'Erreur Quadratique Moyenne

## 6 Conclusion

Dans le but de proposer des solutions plus performantes que celle préconisée dans le standard LTE à savoir une égalisation par inversion de l'estimée du canal de transmission (technique ZF), nous avons investigué dans ce chapitre des égaliseurs plus élaborés qui permettent d'obtenir de meilleures performances au

prix d'une certaine complexité. Nous avons ainsi pu adapter dans un contexte mono-utilisateur, pour des raisons que nous avons déjà évoquées, l'égaliseur DFE ainsi qu'une version améliorée de celui à savoir le W-DFE qui permet de lutter contre la propagation d'erreur dans le système. Un autre égaliseur, l'EBA-DFE, basé également sur le DFE, et développé dans le domaine fréquentiel a aussi été adapté à notre système et a permis une considération du cas multi-utilisateurs. Une autre technique d'égalisation basée sur l'exploitation des différentes sous-porteuses nulles du spectre du signal SC-FDMA a été également proposé dans ce chapitre et nous a permis de conclure sur les limites de tels procédés. Enfin, nous avons proposé une solution permettant la séparation au niveau récepteur de la structure d'égalisation et de l'algorithme d'optimisation en elle même, rendant possible la combinaison des deux techniques ZF et MMSE qui permet une réduction du taux de symboles pilotes inséré dans le signal, selon la valeur optimale de l'EQM souhaitée.



## Chapitre 4

# Techniques d'estimation de canal pour les systèmes SC-FDMA

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>138</b>
<b>2</b>	<b>Technique classique d'Estimation Fréquentielle de canal : Technique du Zéro-Forcing (ZF)</b>	<b>138</b>
2.1	Présentation de la technique ZF	138
2.2	Application de la technique ZF dans un contexte SC-FDMA	141
2.3	Performances et limites de la méthode	142
<b>3</b>	<b>Nouvelle méthode d'estimation de canal basée sur les techniques d'ajout de signal</b>	<b>145</b>
3.1	Positionnement par rapport aux techniques existantes	145
3.2	Présentation de la technique dans un contexte de signal monoporteuse	146
3.3	Application de la techniques dans un contexte SC-FDMA	148
3.4	Choix du signal ajouté	149
3.5	Etudes des performances obtenues dans un contexte SC-FDMA	151
<b>4</b>	<b>Estimation de canal par Filtrage dans un domaine Transformé : Cas de forte mobilité</b>	<b>156</b>
4.1	Contexte d'application de la technique	156
4.2	Principe de la technique de filtrage de l'ICI	156
4.3	Présentation de la technique dans un contexte SC-FDMA	158
4.4	Choix de la répartition des pilotes dans le spectre du signal	159
4.5	Filtrage dans le domaine Transformé	160
4.6	Modification de la structure de filtrage pour le cas du SC-FDMA	163
4.7	Résultats de simulation	168
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>172</b>

---

## 1 Introduction

Dans ce chapitre nous présentons de nouvelles techniques d'estimation adaptées au système SC-FDMA, toutes appartenant à la classe des techniques dites Data-Aided (DA) [76] ou ajout de signal. Pour cette catégorie d'estimateurs, l'information à priori utilisée est une partie du signal émis localisée dans le domaine temps-fréquence et appelée séquence d'apprentissage ou de références. Dans la Section. 2.1 nous revenons sur la technique d'estimation du Zéro-Forcing telle qu'elle est suggérée dans la norme du LTE pour les systèmes SC-FDMA, la Section. 2.2 présente une nouvelle technique d'estimation dont la séquence de référence utilisée est localisée sur toutes les fréquences porteuses du signal transmis et est constituée de signaux particuliers dont les statistiques seront exploitées à la réception pour estimer le canal. Enfin la Section. 2.3, introduit également une nouvelle technique d'estimation de canal permettant de réduire conséquemment le niveau de l'interférence entre sous-porteuses du canal (ICI) introduit en cas de forte mobilité.

## 2 Technique classique d'Estimation Fréquentielle de canal : Technique du Zéro-Forcing (ZF)

La technique d'estimation Zéro-Forcing de canal dans le domaine fréquentiel est une technique classique d'estimation bien adaptée aux systèmes multi-porteuses comme l'OFDM. Elle relève de la classe des estimateurs supervisés (Data-Aided) qui utilisent soit une séquence d'apprentissage localisée dans l'espace temps soit des symboles pilotes répartis sur le spectre du système dans l'espace des fréquences, auquel on associe souvent une technique classique d'interpolation. Cette technique a été suggérée dans la norme 3GPP LTE pour l'estimation de canal des systèmes SC-FDMA qui même s'il s'agit de systèmes mono-porteuse, a beaucoup de ressemblance avec le système OFDM comme nous l'avons déjà évoqué dans la Section. 6.1 du Chapitre. 1. Dans cette Partie nous revenons sur le principe de cette technique que nous appliquerons plus particulièrement aux systèmes SC-FDMA. Une étude des performances et des limites de la technique sera ensuite menée toujours dans le cadre des systèmes SC-FDMA.

### 2.1 Présentation de la technique ZF

De façon général, la réponse impulsionnelle d'un canal radio mobile variant dans le temps peut être représentée par un filtre RIF comme indiqué en (4.1). Cependant, les techniques d'estimations fréquentielles de canal opèrent en mode paquet. Cela suppose que les canaux considérés soient invariant pendant toute la durée d'émission de chaque paquet. Ainsi seuls les canaux quasi-stationnaires seront envisageables pour l'application de ces techniques. L'équation (4.2) en donne une représentation mathématique.

$$h(\tau, t) = \sum_n \alpha_n(t) e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} \delta(\tau - \tau_n(t)) \quad (4.1)$$

$$h(\tau) = \sum_n \alpha_n e^{-j2\pi f_c \tau_n} \delta(\tau - \tau_n) \quad (4.2)$$

La technique d'estimation de canal ZF, est une technique dont le rôle est d'estimer la réponse fréquentielle du canal, (4.3). Il est donc plus judicieux d'appliquer cette technique d'estimation dans le domaine fréquentiel. Mais pour des raisons de complexité de traitement, il n'est pas indiqué d'opérer un passage dans le domaine fréquentiel avant de mettre en œuvre cette technique. C'est pourquoi les systèmes qui se prêtent bien à la technique ZF sont celles dont la démodulation intervient directement dans le domaine fréquentiel comme par exemple l'OFDM et le SC-FDMA. Chaque coefficient estimé dans ce domaine représente alors la réponse fréquentielle du canal sur une sous-porteuse donnée.

La technique d'estimation de canal ZF va de pair avec le principe de l'insertion de l'intervalle de garde [77]. En effet, l'insertion de l'intervalle de garde a un rôle double : Il permet non seulement de périodiser le signal émis mais également d'absorber les interférences entre symboles ou IES générées par les multi-trajets du canal. La périodisation du signal émis permet de transformé la convolution linéaire du canal en une convolution circulaire qui est exploitée dans la technique du ZF. En effet sachant que la DFT de la convolution circulaire entre deux signaux discret correspond au produit des DFT de chacun de ces signaux, nous pouvons écrire l'équation (4.4) ou  $H_k$  et  $Y_k$  représentent respectivement les réponses fréquentiel du canal et du paquet émis avec  $W_k$  le bruit du canal sur la porteuse  $n^o k$ .

On peut constater que dans cette équation les symboles  $Y_k$  n'interfèrent pas. C'est le second avantage procuré par l'intervalle de garde.

$$H_k = DFT\{h_n\} \quad (4.3)$$

$$R_k = H_k Y_k + W_k \quad (4.4)$$

Dans cette équation (4.4), lorsque les symboles source sont considérés connus au moment de l'estimation du canal ils sont qualifiés de symboles de références ou symbole pilotes. Pour obtenir une estimée du canal, il suffirait donc de diviser le signal reçu sur chacune des sous-porteuses du signal par le symbole de référence qui le module : C'est la technique d'estimation par Zéro-Forcing.

Il existe deux méthodes d'insertion de symboles de références : On peut avoir une insertion soit dans le domaine temporel ou ils sont considérés comme une séquence d'apprentissage, ou soit dans le domaine fréquentiel où certaines sous-porteuses du signal seront dédiées pour les transmettre durant toute la durée de la communication. Les deux méthodes peuvent également être combinées pour une estimation en temps et fréquences du canal de transmission.

### 2.1.1 Estimation ZF basée sur des séquences d'apprentissage

Les séquences d'apprentissage ou préambule sont des séquences insérées au début de chaque communication permettant ainsi d'estimer le canal de transmission avant l'envoi du signal informatif. Cette technique est très intéressante si le canal ne subit aucune variation après la période d'apprentissage. Cependant, la moindre variation du canal lors de la transmission du signal informatif empêcherait toute détection en réception et ce de façon irréversible. Pour prendre en compte cette possibilité, les séquences d'apprentissage sont régulièrement insérées pendant toute la durée de la communication. Par exemple dans le cas précis des systèmes SC-FDMA (voir la Section 6.3.3 du Chapitre 1) une séquence d'apprentissage est insérée au milieu de chaque slot (Confère Section 6.3.1 du Chapitre 1) comme le montre la Figure. 4.1. Dans ce cas, l'estimation intervient à chaque fois qu'une séquence d'apprentissage est détectée à la réception. L'inconvénient de cette méthode est bien sur la diminution du débit du signal informatif : Plus il ya des séquences d'apprentissage meilleure sera la poursuite du canal qui se paie par une diminution de débit utile.

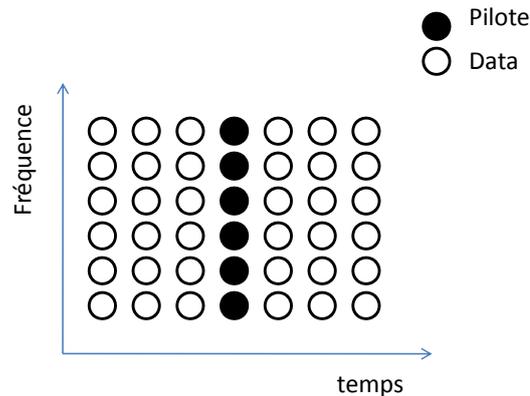


FIGURE 4.1 – Répartition temporelle des Pilotes

### 2.1.2 Estimation ZF par pilotes répartis et interpolation

L'estimation de canal par répartition de pilotes est une technique permettant d'estimer en permanence sur chaque paquet transmis, la réponse fréquentielle du canal sur les sous-porteuses du système, dédiées à l'envoi des symboles pilotes. Cette fois-ci les pilotes sont insérés dans le domaine fréquentiel et sur certaines sous-porteuses. La Figure. 4.2 en est un exemple. Etant donné que les pilotes ne sont pas localisés sur tous les sous-canaux, il est alors nécessaire de procéder par interpolation afin de déterminer les coefficients du canal sur toutes les sous-porteuses du signal. En effet lorsque l'espacement des sous-canaux dédiés aux pilotes est très inférieur à la bande de cohérence du canal qui correspond à l'inverse du retard

maximal engendré par les multi-trajets, alors les sous-porteuses voisines seront pratiquement influencées de la même manière par le canal. Ainsi il est possible d'estimer la réponse du canal sur toutes les sous-porteuses voisines situées à l'intérieur de deux sous-porteuses pilotes quelconque par une simple interpolation. Les techniques d'interpolation sont nombreuses [78] : On peut citer l'interpolation linéaire de premier ordre [79] dont le principe est indiqué en (4.5) avec  $\alpha < 1$ , l'interpolation du second ordre [80], la technique du sur-échantillonnage basée sur la Transformée de Fourier etc... Ces techniques seront comparées à la Section 4. Une autre classe d'interpolation combinant les domaines temps et fréquence et basée sur la corrélation des symboles dans ces deux domaines est également utilisée dans certains systèmes.

$$H_k = \alpha H_{k-1} + (\alpha - 1)H_{k+1} \quad (4.5)$$

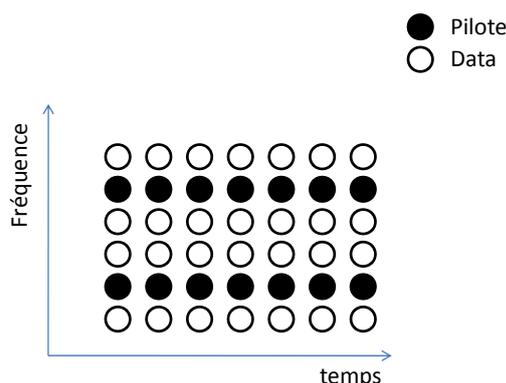


FIGURE 4.2 – Répartition fréquentielle des Pilotes

## 2.2 Application de la technique ZF dans un contexte SC-FDMA

### 2.2.1 Retour sur la génération du signal SC-FDMA

Comme nous l'avons décrit dans le Chapitre 1, la modulation SC-FDMA peut se décomposer en trois principales parties qui sont : Un modulateur FFT, un module d'allocation de ressources fréquentielles, et pour finir un modulateur IFFT. La modulation FFT transforme les symboles sources du domaine temporel dans le domaine fréquentiel. Le module d'allocation des ressources va répartir les symboles fréquentiels obtenus sur l'ensemble des sous-porteuses du système selon deux modes de répartition possible à savoir le mode localisé et le mode distribué. Le module IFFT permet ensuite de ramener les symboles fréquentiels dans le domaine temporel.

Cette dernière partie de la modulation SC-FDMA, qui n'est rien d'autre que de la modulation OFDM, justifie la qualification de ce système d'OFDM pré-codé. Cette ressemblance à l'OFDM pose naturellement la question de la réutilisation dans un contexte SC-FDMA, des techniques d'estimation de canal développées dans le cadre de la modulation OFDM. C'est ainsi que la technique classique d'estimation fréquentielle de canal précédemment détaillée et beaucoup utilisée dans la modulation OFDM a été suggérée lors de normalisation du LTE pour la démodulation du signal SC-FDMA. Tout le dimensionnement des trames du LTE suppose une utilisation de cette technique à la réception.

### 2.2.2 Intervalle de garde

Pour absorber l'interférence entre symbole, la technique utilisée consiste à insérer un Intervalle de Garde (IG) ou « Cyclic Prefix (CP) » sur chaque paquet transmis dans le canal (Confère Section 6.3 du Chapitre 1). Il s'agit uniquement de copier la fin de chaque paquet que l'on rajoute au début de celui-ci (Voir Figure 1.23). Ainsi lorsque le retard maximal du canal est inférieur à la longueur de l'intervalle de garde, tout se passe bien c'est à dire que toutes les interférences seront absorbées. Par contre lorsque le retard maximal du canal est grand devant la longueur de l'intervalle de garde, toute l'IES ne sera pas absorbée et l'estimation risque d'être médiocre.

### 2.2.3 Signaux de références

Come nous l'avons déjà évoqué dans la Section 6.3.3 du Chapitre 1, dans la norme 3GPP LTE il existe un paquet dédié aux signaux de références dans chaque slot du signal SC-FDMA. Les signaux de références constituant un paquet SC-FDMA, sont localisés sur toutes les sous-porteuses du système. Cela permet ainsi une estimation du canal porteuse par porteuse par une simple inversion des symboles pilotes. Par contre les signaux de références n'étant insérés seulement qu'une fois sur sept dans le temps (voir Section 6.3.3 du Chapitre 1) , les performances de l'estimation seront entachées dans des situations où le canal varie très vite dans le temps ce qui nous a conduit à la proposition de la Section.4.

## 2.3 Performances et limites de la méthode

Dans cette partie nous donnons en termes d'Erreur Quadratique Moyennes EQM et en termes de Taux d'Erreur Symboles TES les performances obtenues avec le critère ZF que nous venons de présenter dans le cas d'un système SC-FDMA. La bande utilisée est celle à 5 Mhz donnée dans le Tableau. 1.1 et le mapping des sous-porteuses considéré est le L-FDMA adopté dans la norme LTE. Une configuration du système à deux terminaux est également adoptée.

Les performances optimales en termes d'EQM sont obtenues dans le cas d'une estimation parfaite de canal. Ces performances seront utilisées comme une borne

de référence dans toutes les simulations ci-dessous.

En réalité, l'estimation ZF du canal telle que nous l'avons présentée dans cette section, est entachée par le bruit du canal (4.4). Ce bruit, étant modifié par la réponse fréquentielle de l'égaliseur quel qu'il soit, le rapport signal sur bruit à la sortie de l'égaliseur augmente. Cela a pour conséquence la dégradation des performances en termes d'EQM par calculée sur les symboles démodulés. La Figure 4.3 montre ce constat en comparant les performances entre estimation parfaite et estimation ZF du canal Pedestrian dont les caractéristiques sont données Figure 2.10 et 2.11. L'égaliseur utilisé est celui du Zero-Forcing qui consiste à la simple inversion du canal estimé.

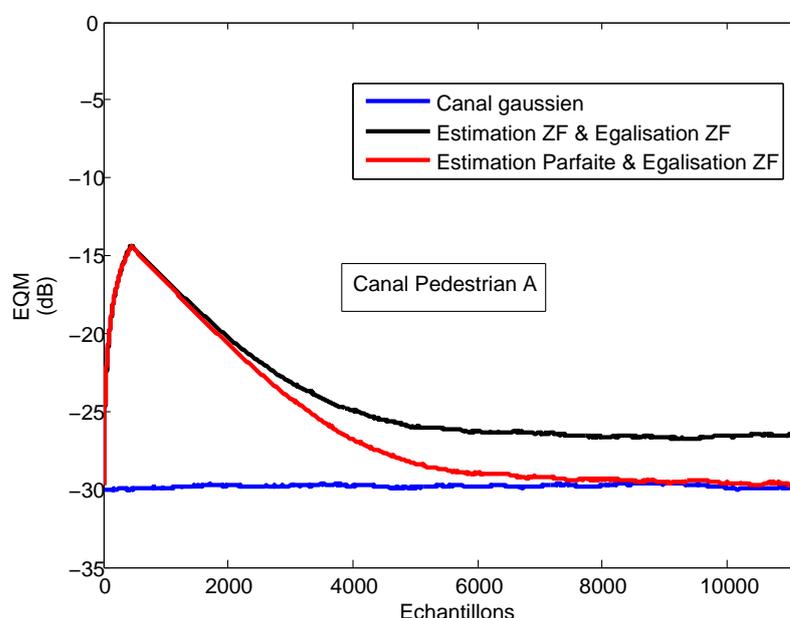


FIGURE 4.3 – Erreur Quadratique Moyenne : Canal Pedestrian A, snr = 30 dB

Si nous considérons maintenant un canal plus difficile à égaliser comme le Véhiculaire channel (Figure 2.10 et 2.11), pour lequel la réponse fréquentielle contient des évanouissements très profonds Figure 2.10, on observe que les dégradations des performances sont plus importantes. En effet les évanouissements profonds augmentent d'avantage le bruit à la sortie de l'égaliseur. Ainsi même en cas d'estimation parfaite, les performances obtenues seront tributaires de la qualité de l'égaliseur adopté. L'égaliseur MEQM est mieux adapté que celui du ZF dans ces situations comme on peut le constater sur la Figure 4.4.

La Figure 4.5 donne les performances en termes de taux d'erreurs symboles lorsqu'une estimation de canal de type ZF est adoptée. On y compare les performances obtenue lorsque l'on associe les égaliseurs ZF et MEQM.

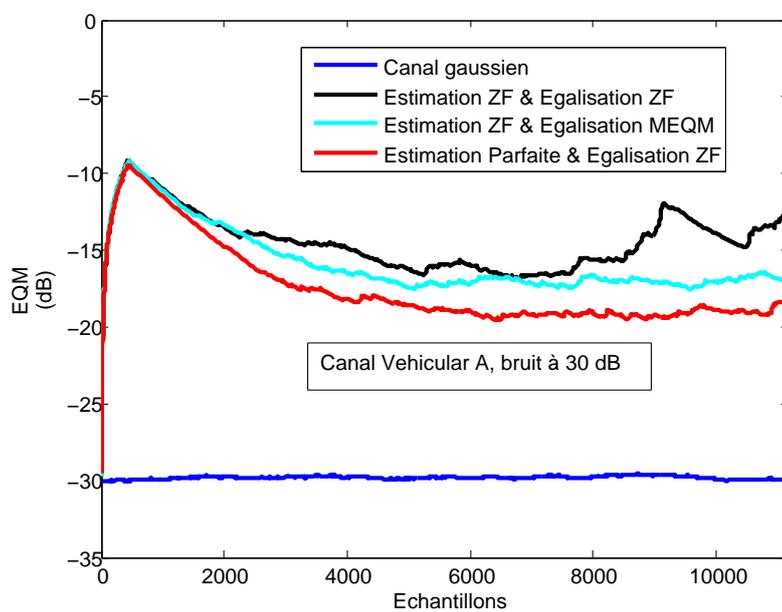


FIGURE 4.4 – Erreur Quadratique Moyenne : Canal Véhiculaire A, snr = 30 dB

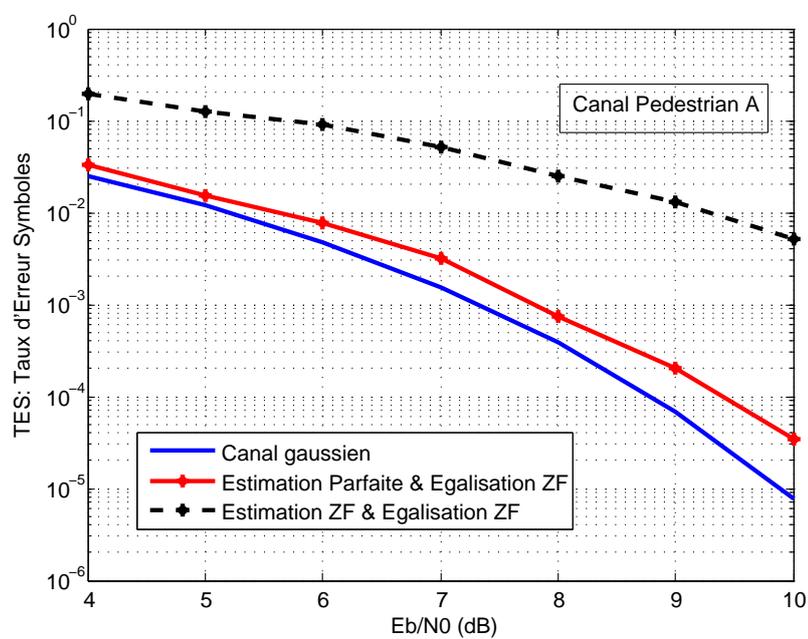


FIGURE 4.5 – Taux d'erreurs symboles TES : Canal Pedestrian A

### 3 Nouvelle méthode d'estimation de canal basée sur les techniques d'ajout de signal

Dans cette section, nous proposons une nouvelle technique d'estimation de canal, appelée technique d'estimation par ajout de signal. Cette nouvelle technique relève de la catégorie supervisée du fait du signal ajouté qui peut être considéré comme un signal de référence. Le but de la technique est d'améliorer l'efficacité spectrale du système. L'idée de base de cette manipulation est simple : On cherche à ajouter sur le spectre du signal utile, un signal aléatoire dont les statistiques seront exploitées à la réception pour estimer les perturbations du canal sur chacune des sous-porteuses du signal reçu. Dans les publications, on rencontre des techniques basées sur le même principe mais utilisé pour d'autres objectifs, par contre dans le cadre de l'estimation de canal aucune investigation n'est encore proposée dans ce sens. Notre contribution a fait l'objet de la publication [81].

Dans ce qui suit nous présentons dans un premier temps la technique proposée dans le cas d'un signal mono-porteuse avant de l'appliquer au contexte des systèmes SC-FDMA.

#### 3.1 Positionnement par rapport aux techniques existantes

Comme nous l'avons déjà évoqué, la technique d'estimation par ajout de signal relève de la catégorie des techniques supervisée ou Data-Aided.

Plusieurs techniques d'estimation appartiennent à cette même catégorie chacune avec ses avantages et inconvénients. L'estimation de canal dans le domaine fréquentiel par exemple, présentée dans la section précédente en fait partie. Cette technique basée sur l'utilisation de porteuses dédiées pour l'estimation de canal dans le domaine des fréquences, comme dans la norme du WIFI IEEE 802.11n, engendre un problème crucial qui est la dégradation de l'efficacité spectrale du signal et donc du débit utile transmis. De plus, cette technique ne permettant pas à elle seule d'estimer les perturbations du canal sur les sous-porteuses non dédiées à l'estimation, sont couplées dans la plupart des cas à d'autres techniques d'interpolation afin d'estimer les perturbations du canal sur l'ensemble des sous-porteuses du signal. L'interpolation n'étant jamais parfaite, des erreurs d'estimation sur les porteuses non dédiées seront engendrées et vont générer des dégradations en terme de TEB.

D'autres techniques toujours dans la catégorie supervisée consistent à dédier un intervalle de temps dans la trame d'émission du signal qui sera utilisé pour véhiculer les symboles pilotes. L'inconvénient majeur de cette possibilité suggérée dans la norme LTE pour le SC-FDMA, est la contrainte de quasi-stationnarité du canal nécessaire pour que l'effet du canal sur le signal soient le même entre deux intervalles de temps dédiés à l'estimation. Cela revient à supposer de forte dégradations en terme de TEB lorsque le canal fluctue assez fortement.

La technique d'estimation par ajout de signal permet de résoudre ces deux problèmes. En effet le signal ajouté étant dans la bande de fréquences du signal utile,

aucune sous-porteuse dédiée est nécessaire pour la mise en œuvre de la méthode. De plus le signal ajouté se retrouve sur toutes les sous-porteuses du signal utile, il n'ya donc pas besoin de coupler la méthode avec d'autres techniques d'interpolation qui risqueraient de dégrader le TEB. Mais si la technique d'estimation par Ajout Signal résout ces difficultés, deux hypothèses majeures et contrariantes sont à considérer pour le bon fonctionnement de la proposition. La première est relative au canal de transmission qui doit rester constant pendant un temps relativement long pour assurer une estimation fiable des coefficients du canal. La seconde contrainte est liée à la puissance du signal ajouté. Plus la puissance de celle-ci est faible par rapport à la puissance utile sur la sous-porteuse, moins l'estimation sera correcte. Par contre du fait que le signal ajouté est sur la même bande de fréquence que le signal utile, la détection du signal utile sera moins bonne à la réception si la puissance ajoutée dépasse un certain seuil. Un compromis doit donc être trouvé pour assurer une estimation de canal sans une forte dégradation des performances en terme TEB. Nous discuterons dans la suite de ce compromis.

### 3.2 Présentation de la technique dans un contexte de signal monoporteuse

#### 3.2.1 Statistiques du premier et second ordre

Avant d'introduire la technique d'estimation par ajout de signal, nous commençons par rappeler une propriété statistique basique sur les signaux discrets. En effet, l'espérance mathématique d'un signal ergodique et discret  $\{s_n\}_{n \in [1, \dots, N]}$  peut être approchée par sa moyenne statistique comme indiquée en (4.6). L'égalité étant atteinte lorsque le nombre de symbole pris en compte est suffisamment élevé. L'hypothèse d'ergodicité étant applicable aux signaux radio mobile, la relation (4.6) sera utilisée par la suite dans la description de la nouvelle technique d'estimation proposée. De plus les signaux radio-mobile étant stationnaires, on pourra approcher la fonction d'inter-corrélation entre deux signaux donnés par  $\{s_n\}_{n \in [1, \dots, N]}$  et  $\{y_n\}_{n \in [1, \dots, N]}$ , par la moyenne statistique de leur produit comme indiqué en (4.7).

$$E[s_n] \approx \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s_n \quad (4.6)$$

$$E[s_n y_{n-r}^*] \approx \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s_n y_{n-r}^* , \forall r \in [0, \dots, N-1] \quad (4.7)$$

#### 3.2.2 Description de la méthode : Cas de signaux monoporteuse

Considérons  $\{s_n\}_{n \in [1, \dots, N]}$ , un signal informatif modulant une certaine porteuse aux instants  $n$ ; à laquelle on ajoute  $\{y_n\}_{n \in [1, \dots, N]}$ , un autre signal aléatoire modulant la même porteuse aux mêmes instants. Le signal résultant transmis dans le canal sur cette porteuse, sera donné donc en (4.8), avant tout filtrage de mise en forme.

$$x_n = (s_n + y_n) \quad , \quad n \in [1, \dots, N] \quad (4.8)$$

Après le passage dans le canal, le signal obtenu au niveau récepteur dans le domaine fréquentiel sera donné en (4.9), où  $Y_n$  et  $S_n$  sont les représentants fréquentiel du signal informatif et du signal aléatoire ajouté;  $\{H_n\}_{n \in [1, \dots, N]}$  et  $\{W_n\}_{n \in [1, \dots, N]}$  étant respectivement la représentation fréquentielle des coefficients du canal et du bruit additif.

$$R_n = (S_n + Y_n).H_n + W_n \quad , \quad n \in [1, \dots, N] \quad (4.9)$$

Si les réalisations  $S_n$  et  $Y_n$  sont supposées aléatoires, l'inter-corrélation entre le signal reçu  $\{R_n\}_{n \in [1, \dots, N]}$  et le signal ajouté  $\{Y_n\}_{n \in [1, \dots, N]}$ ,  $C_{R_n Y_n}(m)$ , sur la porteuse considérée, sera donnée par :

$$C_{R_n Y_n}(m) = H_n(C_{S_n Y_n}(m) + C_{Y_n Y_n}(m) + C_{W_n Y_n}(m)) \quad (4.10)$$

Posons les hypothèses suivantes sur la nature du signal  $\{y_n\}_{n \in [1, \dots, N]}$  ajouté. Nous discuterons par la suite (voir paragraphe 3.4) le choix d'un tel signal :

- $E[y_n] = 0$
- $var(y_n) \neq 0$
- Le signal  $y_n$  est indépendant des signaux  $s_n$  et  $w_n$

Sous ces trois hypothèses, l'équation (4.10) permet d'écrire la relation (4.11) en prenant  $m = 0$  dans cette expression.

$$C_{R_n Y_n}(0) = H_n var_{Y_n} \quad (4.11)$$

On peut ainsi obtenir une estimée du coefficient  $H_n$  du canal sur la porteuse considérée de la manière suivante :

$$\hat{H}_n = \frac{E[R_n^* Y_n]}{var_{Y_n}} \quad (4.12)$$

Considérons un canal quasi-stationnaire pour lequel le temps de cohérence est très élevé. Dans ce cas nous pouvons considérer que le canal reste constant sur plusieurs symboles transmis (les  $Q$  derniers par exemple); c'est à dire  $\forall q \in [n - Q, \dots, n]$ ,  $H_q = H_n$ . Etant donné que les signaux reçus sont ergodiques, l'équation (4.7) nous permet d'approcher l'inter-corrélation  $C_{R_n Y_n}(m)$  au moyen d'une sommation sur les  $Q$  derniers paquets reçus. En effet on pourra écrire :

$$C_{R_n Y_n}(m) \approx \frac{1}{Q} \sum_{q=n-Q+1}^n R_q^* Y_q \quad (4.13)$$

L'égalité parfaite est atteinte lorsque  $Q$  est suffisamment élevé. Par conséquent l'estimation du canal par ajout de signal sur la porteuse considérée, sera obtenue

par l'expression suivante :

$$\hat{H}_n \approx \frac{\frac{1}{Q} \sum_{q=n-Q+1}^n R_q^* Y_q}{\text{var}_{Y_n}} \quad (4.14)$$

### 3.3 Application de la techniques dans un contexte SC-FDMA

Dans cette partie nous appliquons la technique d'égalisation proposée, dans le cadre des systèmes SC-FDMA. A chacune des sous-porteuses du système on peut appliquer la technique précédemment décrite. Considérons un émetteur SC-FDMA dans lequel on rajoute directement dans le domaine fréquentiel sur chacune des sous-porteuses  $f_p$  et à chaque paquet transmis, un signal aléatoire  $Y_n^p$  au signal utile  $S_n^p$  (Confère figure 4.6).

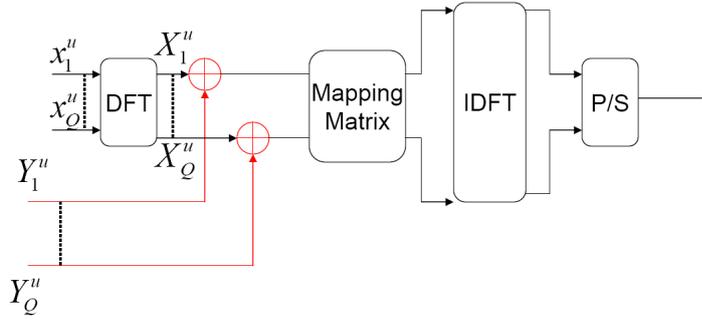


FIGURE 4.6 – Modification de l'Emetteur SC-FDMA : Ajout de Signal

A la réception après les étages DFT et De-mapping, le signal résultant sur chacune des sous-porteuse  $f_p$  du système aux instants  $n$ , est donné par  $R_n^p$  comme suit :

$$R_n^p = (S_n^p + Y_n^p).H_n^p + W_n^p \quad (4.15)$$

Où :  $S_n^p$  et  $Y_n^p$  sont les représentant fréquentiel du signal informatif  $s_n$  et du signal aléatoire ajouté sur la porteuse  $f_p$ .  $H_n^p$ ,  $W_n^p$  étant respectivement la représentation fréquentielle du canal et du bruit gaussien additif.

L'estimation du canal sur chacune des sous-porteuses  $f_p$  du système peut donc se ramener à l'étude faite dans le paragraphe précédent. Ainsi donc si l'on considère un canal quasi-stationnaire, qui ne varie pas beaucoup sur les  $Q$  derniers paquets SC-FDMA émis, l'estimé du canal, sur chaque sous-porteuse du système,  $\hat{H}_n^p$ , sera donc donnée par l'expression (4.16). L'égalité étant atteinte que si  $Q$  est suffisamment élevé.

$$\hat{H}_n^p \approx \frac{\frac{1}{Q} \sum_{q=n-Q+1}^n R_q^p Y_q^p}{\text{var}_{Y_u}} \quad (4.16)$$

Au niveau émetteur, comme nous l'avons précédemment souligné, la technique d'estimation par ajout de signal dans la bande utile a pour conséquence d'augmenter la puissance du signal sur chacune des sous-porteuses du système. L'énergie du signal émis étant normalisée (c'est à dire fixée), rajouter du signal sur une sous-porteuse du système revient à diminuer la puissance du signal utile (ou informatif) sur cette sous-porteuse. Cela a pour conséquence de dégrader les performances du détecteur au niveau récepteur car, plus le signal utile est fort meilleur sera sa détection. Ceci étant, nous avons donc choisit d'ajouté des signaux à faible énergie mais qui reste assez suffisante pour assurer une bonne qualité de l'estimation.

Au niveau récepteur, Il faut noter que la connaissance du signal ajouté n'est pas obligatoire. Dans ce cas précis, la technique d'estimation n'est plus supervisée. En effet si les statistique du signal ajouté est connue en réception, on pourrait le régénérer pour calculer l'inter-corrélation de l'expression (4.16). Dans ce cas de figure, les performances obtenues seront un peu dégradées du fait que la reconstitution du signal ajouté ne sera pas parfaite. Néanmoins, Cette méthode a pour avantage d'éviter le stockage du signal ajouté au niveau récepteur. Ainsi, pour garantir une bonne estimation et en évitant un stockage important au niveau récepteur des signaux aléatoire ajoutés, nous considérons dans cette partie, que le signal de référence (signal ajouté) sur chaque porteuse est disponible à la réception et est le même pour tous les utilisateurs.

Après l'estimée du canal de transmission, une égalisation classique ZF est réalisée avant le module de décision au niveau récepteur. Cette égalisation consiste d'abord à diviser les symboles reçus sur chacune des sous-porteuses par le coefficient du canal estimé sur cette sous-porteuse par la méthode que nous avons exposée, avant de retrancher le signal ajouté comme le montre l'équation (4.17).

$$\hat{S}_n^p = \frac{R_n^p}{\hat{H}_n^p} - Y_n^p \quad (4.17)$$

#### 3.4 Choix du signal ajouté

Comme nous venons de le voir, la technique d'estimation par ajout de signal consiste à ajouter au signal utile, un signal particulier judicieusement choisi avant toute transmission dans le canal. Ce signal doit ainsi respecter un certain nombre de critères que nous déclinons dans ce paragraphe. Tout d'abord, le signal ajouté doit rester assez faible par rapport au signal utile. En effet, le signal ajouté est considéré comme du bruit puisse qu'il ne porte aucune information utile. Ainsi, augmenter son niveau de puissance revient à diminuer le rapport signal sur bruit noté  $snr_u$  entre le signal utile (ou informatif) et le bruit total qui correspondrait à la sommation du bruit du canal et du signal ajouté. Cette diminution du rapport signal sur bruit entraine une dégradation du même ordre sur le Taux d'erreur symboles que nous proposons de quantifier.

Dans ce qui suit nous désignons par  $\mathcal{P}_s$ , la puissance de tout signal  $s_n$ . Si l'on adopte  $\alpha$  comme le rapport de puissance entre le signal ajouté  $Y_n^p$  et le signal utile  $S_n^p$  sur sous-porteuse  $f_p$  du système SC-FDMA, nous pouvons écrire :

$$\alpha = \frac{\mathcal{P}_{Y^p}}{\mathcal{P}_{S^p}} \quad (4.18)$$

Ainsi la relation entre la puissance du signal transmis sur une porteuse et la puissance du signal utile est donnée en 4.18.

$$\mathcal{P}_{X^p} = \mathcal{P}_{S^p} + \mathcal{P}_{Y^p} = (\alpha + 1)\mathcal{P}_{S^p} \quad (4.19)$$

Puisse que le rapport signal sur bruit est donné par  $snr = \frac{\mathcal{P}_{X^p}}{\mathcal{P}_{W^p}}$ , alors le rapport signal utile sur bruit sera donné par :

$$snr_u = \frac{\mathcal{P}_{S^p}}{\mathcal{P}_{W^p}} = \frac{\mathcal{P}_{S^p}}{\mathcal{P}_{X^p}} \frac{\mathcal{P}_{X^p}}{\mathcal{P}_{W^p}} = \frac{1}{(\alpha + 1)} snr \quad (4.20)$$

Ainsi lorsque la puissance du signal ajouté correspond à la puissance du signal utile que multiplie  $\alpha$ , le rapport signal utile sur bruit  $snr_u$  est divisé par un facteur  $\alpha + 1$ .

On peut donc ainsi affirmer que le rapport signal utile sur bruit  $snr_u$  obtenu lorsqu'on rajoute du signal à l'émission est plus faible que le rapport signal sur bruit classique utilisé dans les simulations théorique. Le TES dégrade de l'ordre de  $(\alpha + 1)$ . Pour se comparer aux autres techniques une bonne évaluation du paramètre  $\alpha$  s'impose. Nous discuterons lors des simulations le choix de ce paramètre.

D'autres contraintes toutes aussi importantes doivent être également considérées. Le signal ajouté doit être connu du récepteur, il sera perçu comme un signal de référence. De plus, le signal doit être In-Band c'est dire dans la même bande de fréquence que le signal utile. L'objectif étant d'estimer les perturbations du canal sur chaque sous-porteuse du signal transmis, sans aucune interpolation, il est nécessaire que le signal ajouté se retrouve sur toute la bande utile. Cette idée soulève des questions d'interférences entre signal utile et signal ajouté. Pour éviter cela, nous imposons que les signaux utiles et ajoutés soient statistiquement orthogonaux c'est-à-dire que leur inter-corrélation soit nulle. Cette hypothèse permet d'améliorer grandement les performances de notre estimateur. Il faut aussi noter que le bruit additif du canal qui sera supposé blanc et gaussien doit lui aussi être orthogonal au signal ajouté pour éviter toute dégradation des performances. Plusieurs types de signaux répondent à ces critères et nous avons choisi d'adopter de part leur simplicité, des signaux gaussiens de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$  pour nos simulations.

### 3.5 Etudes des performances obtenues dans un contexte SC-FDMA

Dans cette partie nous proposons de tester la technique d'estimation par ajout de signal au canal Pedestrian dans un contexte SC-FDMA. La configuration du système SC-FDMA utilisé est celui de la bande de  $5MHz$  donné dans le Tableau. 1.1. Les performances obtenues seront comparées à celles données par la technique d'estimation ZF. Comme nous l'avons déjà mentionné dans la section. 3.4, la puissance du signal ajouté est relative au paramètre  $\alpha$  correspondant au ratio entre la puissance du signal informatif et celle du signal ajouté. Toute la question est de savoir à quelle puissance il faut transmettre ce signal ajouté.

Pour le calcul du paramètre  $\alpha$ , nous avons considéré les dégradations de puissance due à l'insertion des symboles pilotes dans le spectre du signal SC-FDMA de la norme LTE. Etant donné que dans la norme, un symbole SC-FDMA sur sept est dédié pour véhiculer les symboles pilotes, la puissance du signal informatif représenterait que  $\frac{6}{7}$  de la puissance totale émise. Cela signifie que les symboles pilotes représentent à elles seules  $\frac{1}{7}$  de la puissance totale émise soit  $\frac{1}{6}$  de la puissance du signal informatif.

Par conséquent, dans la technique d'estimation par ajout du signal, nous imposerons une puissance du signal ajouté équivalente à un ratio de  $\frac{1}{6}$  de la puissance du signal informatif. Le paramètre  $\alpha$  serait donc fixé à :

$$\alpha = \frac{1}{6} \tag{4.21}$$

Les résultats sont donnés dans le cas d'un égaliseur fréquentiel de type ZF qui seront ensuite comparé à ceux obtenus dans le cas d'un égaliseur fréquentiel de type MEQM.

La Figure 4.7 montre les performances en terme de taux d'erreurs symboles lorsque le canal de transmission est gaussien. Nous observons sur cette figure, la même dégradation pour chacune des deux techniques d'estimation ZF et Ajout Signal. Cette dégradation est de l'ordre de  $0.7dB$  et correspond bien à la valeur théorique attendue donnée par  $\alpha + 1 = 0.67dB$  (voir Section 3.4).

La dégradation des performances étant la même pour les deux techniques d'estimation, ce résultat permet de montrer que la puissance du signal ajouté dans la méthode Ajout Signal est bien équivalente à la puissance des symboles pilotes dans la méthode d'estimation ZF.

D'autre part, le canal simulé étant gaussien, ce résultat constitue les performances optimales des deux techniques d'estimations. Par conséquent, pour un canal non gaussien, lorsque l'estimation et l'égalisation effectuées sont parfaites, les dégradations obtenues seront celles de la Figure 4.7.

Le scénario de la Figure 4.7, est repris dans la Figure 4.8, mais cette fois en fonction

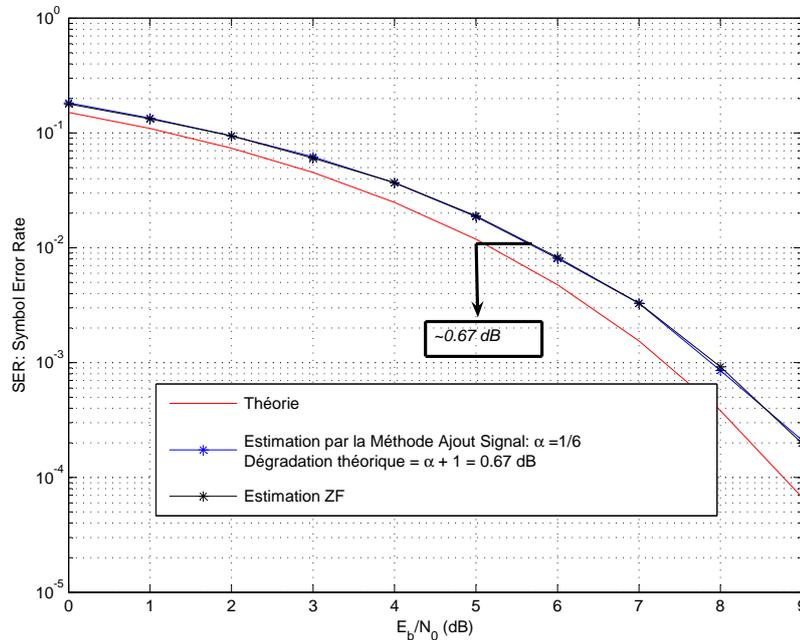


FIGURE 4.7 – Taux d'Erreur Symbole : Canal Gaussien

du paramètre  $\alpha$ . Cette courbe nous permet de constater la concordance entre les résultats théoriques donnés par une dégradation de  $(\alpha + 1)$ , et les résultats de simulations.

Les deux méthodes d'estimations ZF et Ajout Signal, ont été également appliquées pour le canal Pedestrian A. Les Figures 4.9 et 4.10 montrent bien les performances obtenues. On observe dans le cas du canal Pedestrian A une dégradation de la méthode d'estimation ZF de l'ordre de  $4.8dB$  alors que la méthode Ajout Signal donne une dégradation de  $1.1dB$ . Par conséquent la méthode Ajout Signal permet de réaliser dans ce cas un gain de l'ordre de  $3.7dB$  environ sur la technique d'estimation ZF. Pour le canal Vehicular A (Figure 4.10) qui est plus difficile à égaliser, les performances obtenues sont plus dégradées par rapport au cas du canal Pedestrian A. La dégradation obtenue avec la technique d'ajout de signal par rapport à une estimation parfaite de canal est de l'ordre de  $3,4dB$  Cependant on observe néanmoins un gain d'environ  $4dB$  de la technique d'ajout de signal sur la technique ZF. Cela se justifie simplement par le fait que la technique d'estimation ZF est tributaire du bruit du canal alors que la méthode Ajout signal permet de s'affranchir de ce bruit grâce au principe de moyennage utilisé dans l'estimation des coefficients d'inter-corrélation (voir Section 3.3).

La méthode d'estimation par Ajout Signal est également associée au critère d'égalisation de type MEQM, Figure 4.11 et Figure 4.12. Cet égaliseur étant plus performant que l'égaliseur ZF, on obtient bien une amélioration des performances

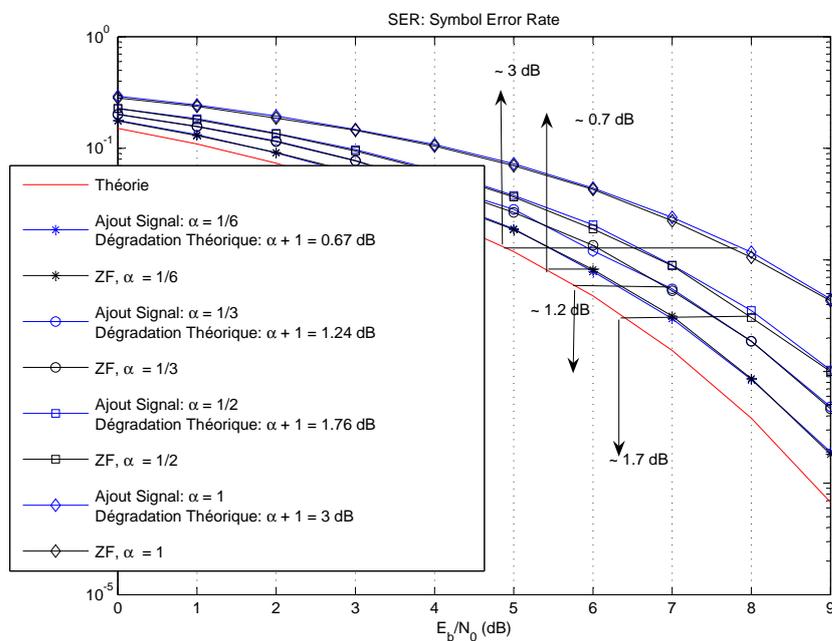


FIGURE 4.8 – Taux d'Erreur Symbole en fonction du paramètre  $\alpha$  : Canal Gaussien

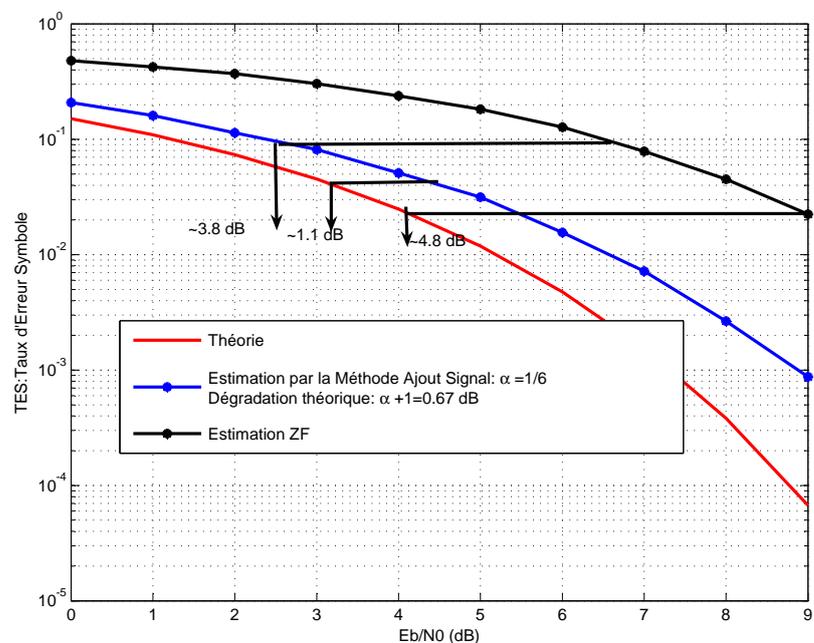


FIGURE 4.9 – Taux d'Erreur Symbole : Canal Pedestrian A , Egaliseur type ZF

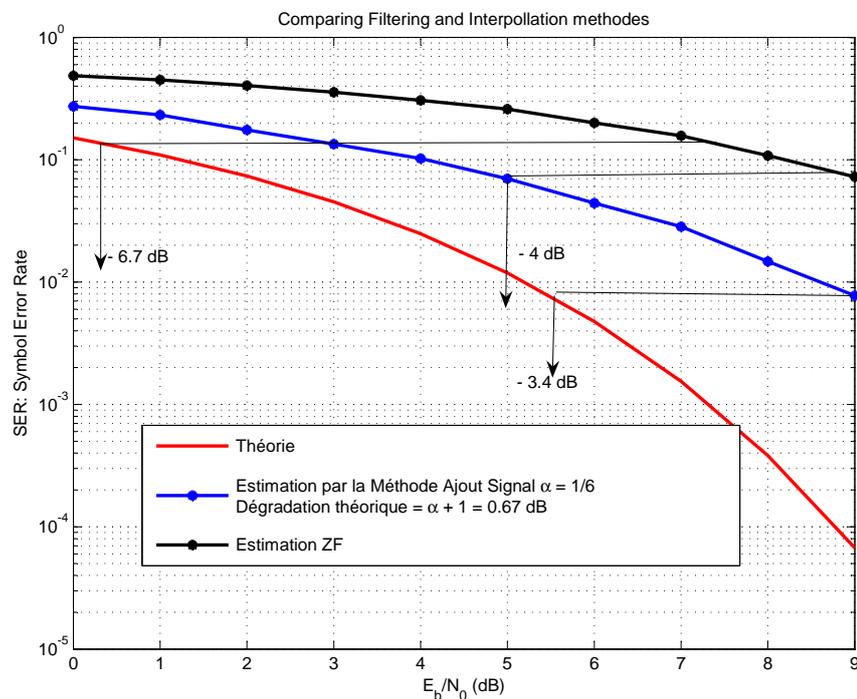


FIGURE 4.10 – Taux d'Erreur Symbole : Canal Vehicular A , Egaliseur type ZF

en terme de taux d'erreur symbole de l'ordre de  $1dB$  comparées à celles de la Figure 4.9.

Cependant une question cruciale reste posée, à savoir, la taille minimum de buffer nécessaire pour le calcul de l'inter-corrélation entre signal reçu et signal ajouté à la réception. En effet, l'approximation de l'inter-corrélation par une simple sommation, impose que le canal soit constant pendant un temps assez long pour assurer la convergence de la sommation. Cette hypothèse limite les domaines d'application de la technique proposée, à savoir les canaux quasi-constants dans le temps. Le laps de temps minimum, pour lequel le canal de transmission est supposé constant afin d'obtenir des résultats satisfaisant, est directement lié au nombre de symboles SC-FDMA sur lesquels les coefficients d'inter-corrélation entre signal reçu et signal ajouté sont calculés. Ce temps correspond au temps de cohérence  $D_{min}$  du canal. Par conséquent pour un temps de cohérence assez faible, l'estimation de canal par la méthode Ajout Signal sera moins fiable et les performances seront dégradées mais lorsque le temps de cohérence est suffisamment élevé les performances observées seront meilleures.

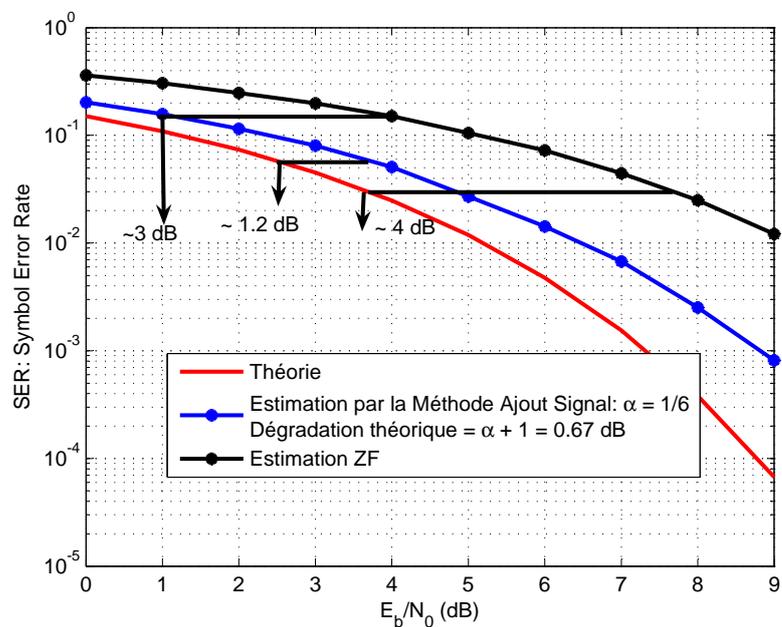


FIGURE 4.11 – Taux d’Erreur Symbole : Canal Pedestrian , Egaliseur type MEQM

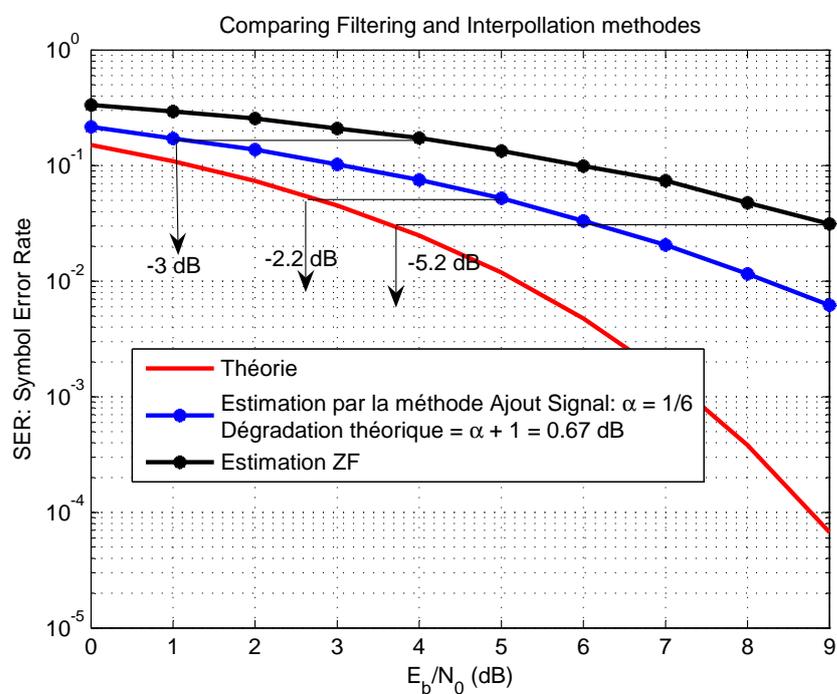


FIGURE 4.12 – Taux d’Erreur Symbole : Canal Vehicular A , Egaliseur type MEQM

## 4 Estimation de canal par Filtrage dans un domaine Transformé : Cas de forte mobilité

### 4.1 Contexte d'application de la technique

Lorsque qu'un utilisateur se déplace à une vitesse assez importante ou lorsque l'environnement autour de lui évolue très vite, un effet doppler apparaît et engendre une dilatation des fréquences qui est à l'origine de l'interférence entre sous-porteuses « InterCarrier interferences »ICI. Ce phénomène est encore plus accentué dans le cas du mapping I-FDMA du SC-FDMA car en plus de l'ICI on observera aussi une interférence entre utilisateur « Inter-User Interferences »IUI, du fait que les sous-porteuses voisines n'appartiennent pas au même utilisateur.

Jusque là nous n'avons pas considéré dans le cadre des techniques d'estimations, les perturbations que peuvent causer cet effet doppler. Cette section traite en particulier ce problème. Nous avons choisit d'appliquer une technique originellement proposée dans [82] par Yuping Zhao et Aiping Huang, en 1997. Le but recherché dans leur méthode était d'améliorer les performances des estimateurs classiques de canal en filtrant de façon adéquat l'ICI introduit par la mobilité dans un domaine bien défini. Cette technique est bien adaptée pour les systèmes qui préconisent une estimation de canal dans le domaine fréquentiel comme les systèmes OFDM et SC-FDMA. C'est pourquoi nous avons choisit de l'adapter à notre sujet d'étude en modifiant sa structure générale telle qu'il est proposé par ses auteurs et en réduisant sa complexité grâce au différent modules du récepteur SC-FDMA.

Dans ce qui suit nous décrirons tout d'abord, le principe de cette technique avant de proposer une adaptation de sa structure pour notre contexte d'étude qui est le SC-FDMA.

### 4.2 Principe de la technique de filtrage de l'ICI

Lorsque nous sommes en situation de forte mobilité la technique d'estimation classique appropriée est l'estimation par pilote assistée introduit dans chaque symbole au niveau fréquentiel et permettant d'estimer la réponse du canal à chaque instant sur les sous-porteuses pilotes. La réponse du canal sur les autres sous-porteuses véhiculant l'information utiles est estimée par des techniques d'interpolations que l'on trouve dans la littératures [83]. Cette méthode ne tient pas compte de l'Interférence entre canaux en cas de forte mobilité. L'idée présentée dans [82], a pour objectif de réduire voir supprimer l'ICI du canal qui constitue une perturbation provenant de chacune des sous-porteuses du système. En effet, nous savons que sur chaque sous-porteuse du signal, en cas de forte mobilité, l'ICI provenant des autres sous-porteuses vient s'ajouter comme un bruit à la réponse du canal dans le domaine fréquentiel [82] ainsi qu'à la représentation fréquentielle du bruit blanc gaussien du canal. Cette interférence rend impossible une suppression de l'ICI

dans le domaine fréquentiel.

La technique que nous avons choisie d'adapter repose principalement sur la recherche de domaine dans lequel l'interférence entre canaux ICI et la réponse du canal seront séparables afin de permettre un filtrage adéquat. Le domaine considéré qui permet de réaliser ce filtrage est celui dans lequel toute séquence correspondrait à la DFT de sa contrepartie dans le domaine fréquentiel : c'est le domaine équivalent à la DFT du domaine de Fourier que nous appelleront par la suite Domaine Transformé. Pour tout signal représenté dans le domaine temporel par  $s(t)$  dont la représentation dans le domaine fréquentiel est donné par  $S(f)$ , la caractérisation de ce signal dans le domaine transformée que nous notons par  $S(p)$  correspond aux variations de  $S(f)$  en fonction de la vitesse de variation  $p$  (Confère Figure 4.13).

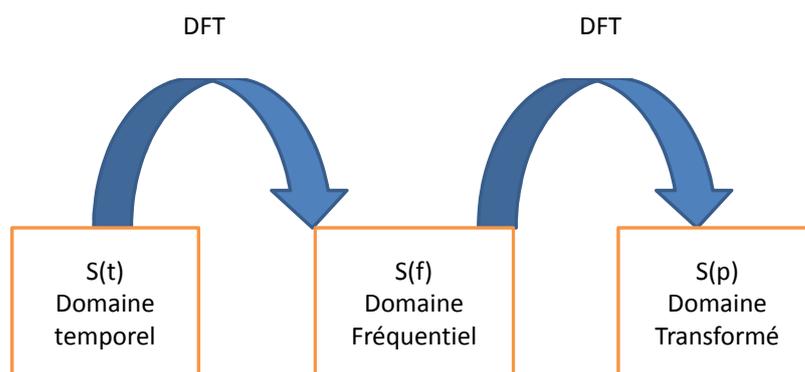


FIGURE 4.13 – Domaine Transformé

L'idée proposée dans l'article [82] se repose sur l'analyse suivante : Les sous-porteuses pilotes étant choisies de sorte que la bande passante entre elles soit inférieure à la bande de cohérence du canal afin d'assurer une bonne interpolation, la réponse du canal reste quasi-constante d'une sous-porteuse pilote à l'autre. Cela revient à considérer que le taux de variation de la réponse du canal sur les porteuses pilotes est quasi-nulle. Ainsi dans le domaine Transformé que nous venons de décrire, il est clair que l'énergie du canal sera localisée dans la partie basse de ce domaine. Maintenant, étant donné que l'ICI et le bruit gaussien du canal forme un processus aléatoire de moyenne nulle [84], leur somme peut être vue comme un processus aléatoire de distribution gaussienne [85] du fait du grand nombre de sous-porteuses et de multi-trajets du canal et par application du théorème de la limite centrale. La rapidité de variation des processus aléatoire étant très élevé, la représentation de la somme de l'ICI et du bruit gaussien dans le domaine Transformé sera localisé sur la partie haute du domaine. Cette analyse

permet donc une séparation entre la réponse du canal et l'ICI engendrée.

### 4.3 Présentation de la technique dans un contexte SC-FDMA

Cette partie a fait l'objet d'une de nos publications [86]. Il s'agit là d'appliquer la technique précédemment décrite, dans le cadre du système SC-FDMA.

#### 4.3.1 Analyse du signal reçu

Dans cette partie, toute matrice  $A_{MN}$  sera considérée comme une matrice ayant  $M$  lignes et  $N$  colonnes. Tout vecteur  $a_N$  sera considéré comme une matrice  $N$  lignes et 1 colonne et  $a_N(n)$  le  $n$ -ième élément du vecteur  $a_N$ . Considérons les paramètres ci-dessous relatifs à un système SC-FDMA.

- $L$  : Nombre d'utilisateurs actifs partageant le spectre du système.
- $h_N^l$  : Le canal variable de l'utilisateur  $l$
- $M_{NQ}^l$  : Sa matrice de multiplexage
- $x_Q^l(n)$  : Le signal source à transmettre

Le signal transmis dans le canal par l'utilisateur  $n^\circ l$  après la modulation SC-FDMA est donné par :

$$y^l(n) = IDFT\{M_{NQ}^l \cdot DFT x_Q^l\} \quad (4.22)$$

$N$  représentant le nombre de sous-porteuses du système. Une insertion d'intervalle de garde permet de limiter les interférences entre symboles dans le système, le signal résultant est donné par :

$$y_g^l = \begin{cases} y^l(N+n), & n = -N_g, \dots, -1 \\ y^l(n), & n = 0, \dots, N-1 \end{cases} \quad (4.23)$$

Où :  $N_g$  représente le nombre d'échantillons dans l'intervalle de garde. Le signal résultant est ensuite transmis dans un canal multi-trajet variable de type Rayleigh avec Doppler qui permet de modéliser la mobilité de l'utilisateur. Le signal reçu peut être représenté comme suit :

$$r_g^l(n) = y_g^l(n) \otimes h^l(n) + w^l(n) \quad (4.24)$$

Où  $h^l(n)$  et  $w^l(n)$  correspondent respectivement à la réponse impulsionnelle et au bruit blanc gaussien du canal de l'utilisateur  $l$ . La réponse impulsionnelle d'un canal multi-trajet variable dans le temps est donnée sous la forme suivante [87] :

$$h^l(n) = \sum_{i=0}^{r-1} h_i e^{j \frac{2\pi f_{D_i} T n}{N}} \delta(\lambda - \tau_i), 0 \leq n \leq N-1 \quad (4.25)$$

$r$  étant le nombre total de trajets du canal,  $h_i$  la réponse du canal sur le trajet  $n^\circ i$ ,  $f_{D_i}$  la fréquence doppler associée à ce trajet qui est à l'origine de l'interférence entre sous-canaux ICI. Le paramètre  $\tau_i$  correspond au délai du trajet  $i$  normalisé

à la période d'échantillonnage.

Après suppression de l'intervalle de garde du signal reçu  $r_g^l(n)$ , le signal résultant est ensuite envoyé sur un démodulateur DFT, puis sur un démultiplexeur correspondant à la matrice  $M_{NQ}^l{}^H$  (où H représente l'opérateur transpose conjugué). Si l'intervalle de garde est suffisamment long pour absorber l'IES, alors le signal résultant après le démultiplexage peut s'écrire sous la forme suivante :

$$R^l(k) = (\{DFTx_Q^l\}) H^l(k) + I^l(k) + W^l(k) \quad (4.26)$$

Où  $H^l(k)$  et  $W^l(k)$  représentent le canal et le bruit gaussien dans le domaine fréquentiel,  $I^l(k)$  la composante de l'ICI sur la sous-porteuse  $n^\circ k$ . Ces différentes composantes sont décrites dans la Section 4.2.

En posant  $X_Q^l = \{DFTx_Q^l\}$  la représentation fréquentielle du signal transmis,  $R^l(k)$  se simplifie en :

$$R^l(k) = X_Q^l(k)H^l(k) + I^l(k) + W^l(k) \quad (4.27)$$

Avec les définitions suivantes [87].

$$H^l(k) = \sum_{i=0}^{r-1} h_i e^{j\pi f_{D_i} T} \frac{\sin(\pi f_{D_i} T)}{\pi f_{D_i} T} \cdot e^{-j\frac{2\pi\tau_i}{N}k} \quad (4.28)$$

$$I^l(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{r-1} \sum_{\substack{K=0 \\ K \neq k}}^{N-1} h_i X(K) \frac{1 - e^{j2\pi(f_{D_i} T - k + K)}}{1 - e^{j\frac{2\pi(f_{D_i} T - k + K)}{N}}} e^{j\frac{-2\pi\tau_i}{N}K} \quad (4.29)$$

#### 4.4 Choix de la répartition des pilotes dans le spectre du signal

Dans la norme LTE,  $\frac{1}{7}$  des symboles SC-FDMA sont réservés pour l'estimation de canal (voir figure 4.14a)). Tout se passe bien si l'on considère un canal quasi statique qui varie que très peu d'un symbole à l'autre. Par contre dans le cas des canaux variables, pour garantir de bonnes performances du système, il est nécessaire de repenser la répartition des symboles pilotes dans les trames émises. Il est impératif que l'on puisse estimer le canal sur chacun des symboles émis du fait que le canal varie d'un symbole à l'autre. La répartition de la figure 4.14 b) semble être la mieux adaptée à notre contexte. Sur chaque symbole SC-FDMA transmis, un certain nombre de sous-canaux seront donc dédiés pour l'estimation. Le taux de sous-canaux dédiés reste à définir ; l'intervalle entre deux sous-porteuses pilotes devant au plus être égale à la bande de cohérence du canal. Afin de déterminer une estimation de canal sur chacune des sous-porteuses non dédiées, il va de soit qu'une technique d'interpolation est à considérer.

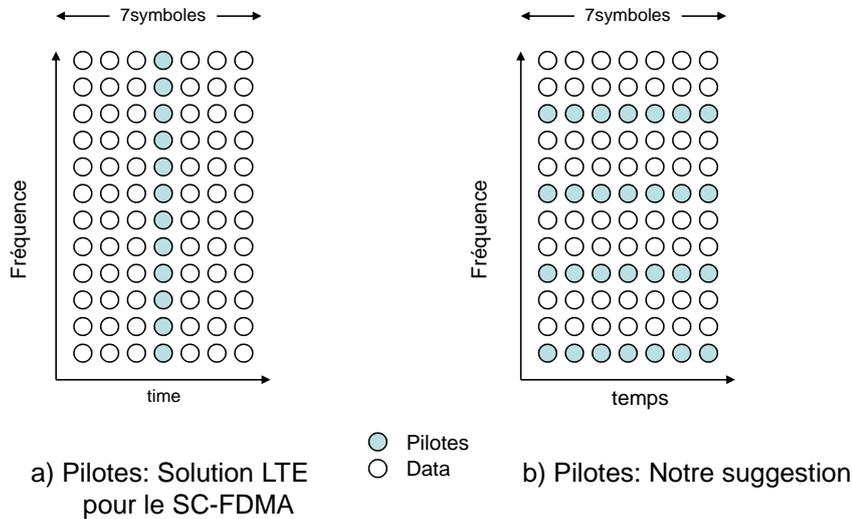


FIGURE 4.14 – Une Ressource Bloc du SC-FDMA

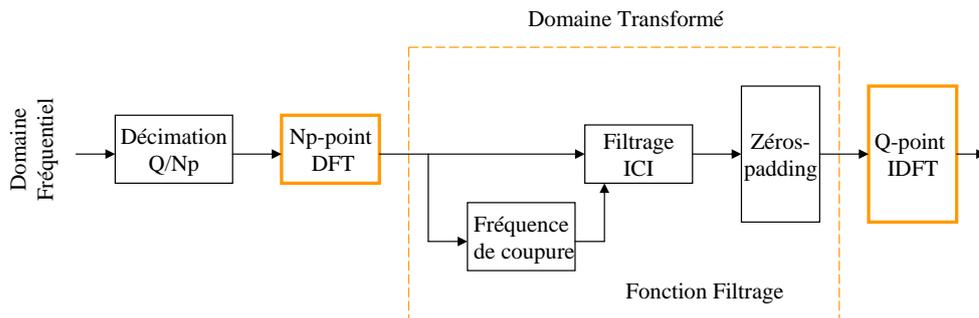


FIGURE 4.15 – Structure de l'estimateur

## 4.5 Filtrage dans le domaine Transformé

### Modification du récepteur

L'estimation de canal basée sur le filtrage de l'Interférence entre canaux proposé dans [82], préconise une modification du récepteur comme indique la Figure 4.15. Après une transformation de Fourier, le signal reçu subit ensuite une décimation pour la récupération de l'information du canal sur les porteuses dédiées. Une autre transformation de Fourier fait passer l'information du canal récupérée dans le domaine transformé, domaine que nous avons précédemment défini et dans lequel sera filtré l'ICI du canal. Une Transformation Inverse de Fourier de taille plus importante que le nombre de sous-porteuses pilotes permet non seulement de revenir dans le domaine fréquentiel mais également d'effectuer une interpolation de type IDFT.

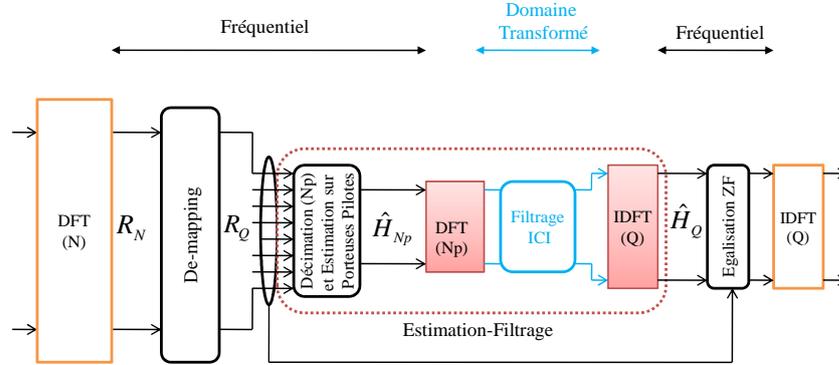


FIGURE 4.16 – Application de la structure du filtrage de l’ICI dans le récepteur SC-FDMA

Une application de cette structure dans un contexte SC-FDMA sans aucune modification est donnée à la Figure 4.16. Si on note par  $N_p$  le nombre de sous-porteuses pilotes du signal émis, et par  $\Delta f_p$  la bande de fréquence entre deux sous-porteuses pilote, alors le signal récupéré après la décimation du signal est donné par (4.30) avec  $k = 0, \dots, N_p - 1$  :

$$R_{N_p}(k\Delta f_p) = S_k^{Pilote} H_{N_p}(k\Delta f_p) + I(k\Delta f_p) + W(k\Delta f_p) \quad (4.30)$$

Où  $S_k^{Pilote}$  représente le symbole pilote transmis sur la sous-porteuse  $k\Delta f_p$ . Une simple estimation par inversion des pilotes permet d’établir l’estimée du canal sur les sous-porteuses pilote comme suit avec  $k = 0, \dots, N_p - 1$  :

$$\hat{H}_{N_p}(k\Delta f_p) = H_{N_p}(k\Delta f_p) + \frac{1}{S_k^{Pilote}}(I(k\Delta f_p) + W(k\Delta f_p)) \quad (4.31)$$

### Réduction de l’ICI et du bruit AWGN

La technique couramment appliquée pour l’estimation du canal, lorsqu’il ya des porteuses dédiées, est la technique du Zéro-Forcing ZF, associée à une interpolation d’ordre 1 ou 2. L’interpolation est une opération permettant d’obtenir une estimée du canal sur les porteuses non dédiées à partir de celles obtenues sur les porteuses dédiées à l’estimation. Si on note par  $\Delta f$  la bande passante entre deux sous-porteuses quelconque du signal et  $Q = \frac{\Delta f}{\Delta f_p}$ , le nombre de sous-porteuses entre deux porteuses pilotes conformément à la Figure 4.14.b, alors l’interpolation permet d’obtenir la réponse fréquentielle du canal comme l’indique la formule (4.40) avec  $q = 0, \dots, Q - 1$ .

$$\hat{H}_Q(k\Delta f_p + q) = (1 - \frac{q}{Q})\hat{H}_{N_p}(k\Delta f_p) + \frac{q}{Q}\hat{H}_{N_p}((k + 1)\Delta f_p) \quad (4.32)$$

L'inconvénient d'une telle méthode c'est que le phénomène d'ICI n'est pas traité. Ainsi, les performances risquent d'être entachées dans le cas des canaux variables par une augmentation du niveau de bruit à cause de la contribution l'ICI. L'application du filtrage dans le domaine transformé telle qu'il est proposé dans [82], permet à partir des estimées du canal sur les sous-porteuses pilotes,  $\hat{H}(k\Delta f_p)$ , de réduire la contribution de l'ICI, améliorant ainsi les performances obtenues. En effet, notons par  $G_{N_p}$  la transformée de fourrier de la réponse du canal sur les sous-porteuses pilotes  $k\Delta f_p$  nous avons :

$$G_{N_p} = F \left[ \hat{H}_{N_p}(0), \hat{H}_{N_p}(\Delta f_p), \dots, \hat{H}_{N_p}((N_p - 1) \cdot \Delta f_p) \right] \quad (4.33)$$

Ce signal comme nous l'avons déjà montré contient dans sa partie basse et haute du spectre l'information utile du canal que nous souhaiterons récupérer tandis que le milieu de la bande qui correspond aux hautes fréquences est composé majoritairement de l'ICI et du bruit que nous allons filtrer (voir les courbes dans la section 4.7).

La question cruciale qui se pose est la détermination de la fréquence de coupure  $k_c$  de notre filtre dans le domaine transformé. En effet, à partir de quelle fréquence pouvons-nous considérer que le signal n'est constitué que du bruit (ICI+awgn). L'algorithme proposé pour la détermination de cette fréquence de coupure dans [82] est basée sur le calcul de l'énergie du signal  $G_{N_p}(k)$  (voir Figure 4.17). Nous cumulons l'énergie depuis les bords du spectre du signal vers le milieu de la bande jusqu'à ce que la somme obtenue soit équivalente à 90 – 95% de l'énergie totale disponible sur la bande. Cette technique suppose donc que les bruits (ICI et awgn) au milieu de la bande constituent environ 5 – 10% de l'énergie totale. Le filtrage consiste uniquement à remplacer les symboles au milieu de la bande, considéré comme du bruit, par des symboles nuls. Le signal obtenu  $\hat{G}_{N_p}(k)$  sera donné par l'équation (4.42). Ce procédé permet de réduire la puissance du bruit (ICI+awgn) sur la totalité de la bande et donc d'améliorer l'estimation.

$$\hat{G}_{N_p}(k) = \begin{cases} G_{N_p}(k), & 0 \leq k \leq k_c \text{ et } N_p - k_c \prec k \prec N_p - 1 \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4.34)$$

### Interpolation par sur-échantillonnage

L'estimation du canal sur les sous-porteuses dédiées ne permet pas à elle seule d'estimer le canal sur toutes les sous-porteuses du signal, car seules les sous-porteuses dédiées à l'estimation sont prises en compte dans cette méthode. Une technique d'interpolation doit donc être envisagée. La méthode choisie pour résoudre ce problème est le sur-échantillonnage fréquentiel du signal  $\hat{G}_{N_p}(k)$ . Cette méthode consiste à rajouter un nombre suffisant de symboles nuls au milieu de la bande de fréquence du signal  $\hat{G}_{N_p}(k)$  dans le domaine transformé afin d'obtenir

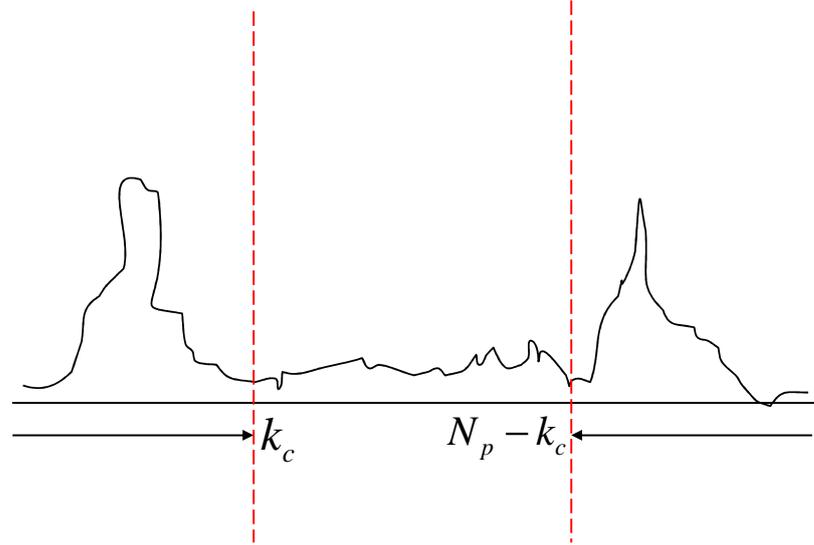


FIGURE 4.17 – Schéma synoptique de la sélection dynamique de la fréquence de coupure

un sur-échantillonnage fréquentiel par Transformé de Fourier inverse. Le nouveau vecteur  $\hat{G}_Q$  est obtenu en rajoutant  $Q - N_p$  symboles nuls au milieu de sa bande comme suit :

$$\hat{G}_Q(k) = \begin{cases} \hat{G}_{N_p}(k), & 0 \leq k \leq k_c \\ 0, & k_c < k < Q - k_c \\ \hat{G}_{N_p}(k - Q + N_p), & Q - k_c < k < Q - 1 \end{cases} \quad (4.35)$$

L'estimé du canal  $\hat{H}_Q$  sur toutes les  $Q$  sous-porteuses est obtenue en revenant dans le domaine de Fourier par une simple IDFT sur le vecteur  $\hat{G}_Q$  on obtient ainsi :

$$\hat{H}_Q = F^H \{ \hat{G}_Q \} \quad (4.36)$$

#### 4.6 Modification de la structure de filtrage pour le cas du SC-FDMA

La structure utilisée pour la technique de filtrage de l'ICI dans [82] est très complexe à mettre en œuvre. En effet la structure telle qu'elle est proposée par ses auteurs, est composée d'un module DFT pour passer dans le domaine transformé dans lequel le filtrage sera effectué, et d'un module IDFT pour revenir dans le domaine fréquentiel. L'utilisation de ces deux modules DFT complexifie la structure du récepteur du système SC-FDMA d'autant plus que deux autres modules DFT et IDFT sont déjà utilisés dans ce système pour la démodulation du signal reçu (Figure 4.16).

La question qui se pose est comment réaliser le filtrage de l'ICI dans un système SC-FDMA en limitant au maximum le nombre de modules de DFT du récepteur. Une analyse globale de l'architecture du système SC-FDMA permet d'apporter une réponse à cette question. En effet, l'analyse montre que la structure du système SC-FDMA permet de s'affranchir d'un module DFT et donc de réduire la complexité globale du récepteur.

#### 4.6.1 Analyse de la structure du système SC-FDMA

Pour toute transformation  $T$ , et pour tout vecteur signal  $S$ , on a la relation suivante où  $(*)$  désigne l'opérateur de conjugaison :

$$(F_M^* \cdot T \cdot F_N \cdot S)^* = F_M \cdot T^* \cdot F_N^* \cdot S^* \quad (4.37)$$

Comme les modulateurs IDFT et DFT ne sont différents que par l'opérateur de conjugaison, cette formule nous permet de montrer une dualité entre le couple IDFT/DFT et le couple DFT/IDFT. En effet, lorsque les vecteurs d'entrée de ces couples sont conjugués, les vecteurs de sortie seront également conjugués. Cette dualité peut être exploitée dans la structure du filtrage de l'ICI de la Figure 4.16. En effet, en utilisant le couple dual IDFT/DFT en lieu et place du couple DFT/IDFT de la structure du filtrage, on s'aperçoit d'une possible optimisation du nombre de modules de DFT de la structure équivalente du récepteur du système SC-FDMA, Figure 4.18.

Les modules DFT et IDFT placés à la fin de la chaîne (Figure 4.18) sont complètement transparents. Ils pourraient être supprimés de la structure, mais cela n'est pas sans conséquence car l'égaliseur ZF est mis en œuvre dans le domaine fréquentiel entre ces deux modules. Le problème qui se pose est donc la place de l'égaliseur dans la structure du récepteur. En effet, l'égaliseur ZF est réalisé dans le domaine fréquentiel, mais rien n'impose cela, il pourrait être mis en œuvre dans le domaine temporel grâce à une opération de convolution.

Cette égalisation consiste en la multiplication du signal fréquentiel informatif  $R_Q$  par l'inverse de l'estimé du canal  $\hat{H}_Q^*$  conformément aux notations de la Figure 4.18. Ainsi, la transformation IDFT placée en fin de chaîne sur ce produit se ramène à une simple opération de convolution circulaire entre la transformation inverse de Fourier (IDFT) du signal fréquentiel informatif et la transformation inverse de Fourier de l'estimé du canal dans le domaine fréquentiel. La structure du récepteur pourrait donc être décomposée comme le montre la Figure 4.19.

Par conséquent, les deux modulateurs DFT et IDFT placés en fin de chaîne deviennent totalement transparents et peuvent donc être supprimés de la structure sans affecter le traitement du récepteur. On obtient ainsi une nouvelle architecture du récepteur SC-FDMA qui ne compte plus que deux modules DFT et un seul module IDFT.

Cependant nous nous devons de nous poser la question du gain réalisé, dans cette

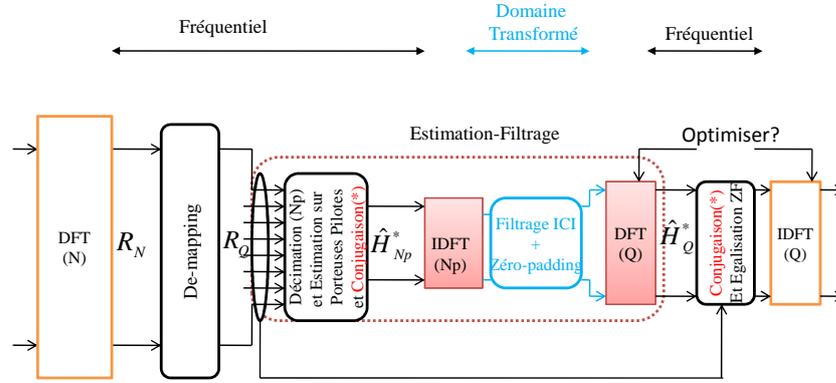


FIGURE 4.18 – Structure équivalente du récepteur SC-FDMA : Intégration du filtrage de l’ICI

nouvelle architecture, en termes de complexité. Il est certain que la suppression d’un module DFT de la structure initiale du récepteur permet de réduire la complexité du celui-ci, mais l’apparition d’une opération de convolution circulaire ne rend t-il pas absurde les efforts réalisés ? Pour répondre à cette question, nous allons déterminer dans la suite, la complexité réelle en nombre de multiplications et d’additions introduite par la convolution circulaire que nous comparerons à la complexité liée à un module DFT de taille  $Q$ .

#### 4.6.2 Etude du gain en terme de complexité

Le module de convolution circulaire qui apparaît à la fin du récepteur (Figure 4.20), correspond à une multiplication matricielle comme l’indique l’équation (4.38) conformément aux notations de la Figure 4.20, avec  $\tilde{s}_Q$  la matrice circulaire formée par les symboles démodulés et  $\tilde{h}_Q$  représentant les symboles estimés du canal dans le domaine transformé, (4.39).

$$\bar{s}_Q = \tilde{s}_Q \tilde{h}_Q \quad (4.38)$$

$$\bar{s}_Q = \begin{bmatrix} \tilde{s}_Q(1) & \tilde{s}_Q(Q) & \cdots & \tilde{s}_Q(3) & \tilde{s}_Q(2) \\ \tilde{s}_Q(2) & \tilde{s}_Q(1) & \searrow & \tilde{s}_Q(4) & \tilde{s}_Q(3) \\ \vdots & \vdots & \searrow & \vdots & \vdots \\ \tilde{s}_Q(Q-1) & \tilde{s}_Q(Q-2) & \searrow & \tilde{s}_Q(1) & \tilde{s}_Q(Q) \\ \tilde{s}_Q(Q) & \tilde{s}_Q(Q-1) & \cdots & \tilde{s}_Q(Q) & \tilde{s}_Q(1) \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$$\tilde{h}_Q = [\tilde{h}_Q(1) \cdots \tilde{h}_Q(Np), 0 \cdots 0, \tilde{h}_Q(Q-Np) \cdots \tilde{h}_Q(Q)]$$

La matrice circulaire étant de taille  $Q \times Q$ , la convolution introduit une complexité de l’ordre  $Q^2$  multiplications et additions. Le gain obtenu avec la suppression du

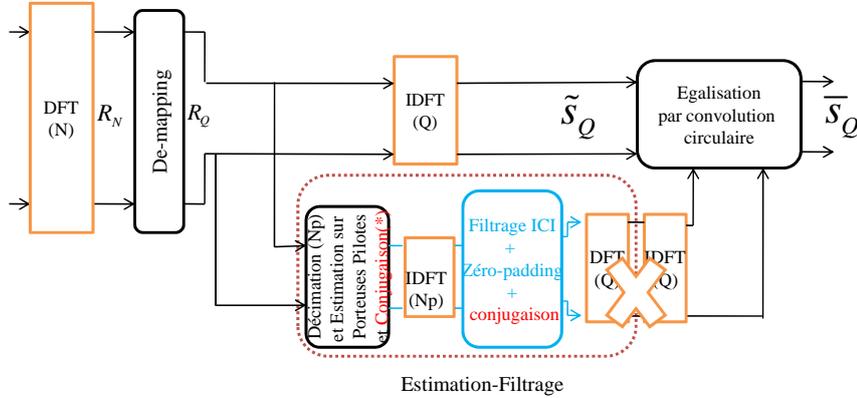


FIGURE 4.19 – Modification de la structure du récepteur SC-FDMA

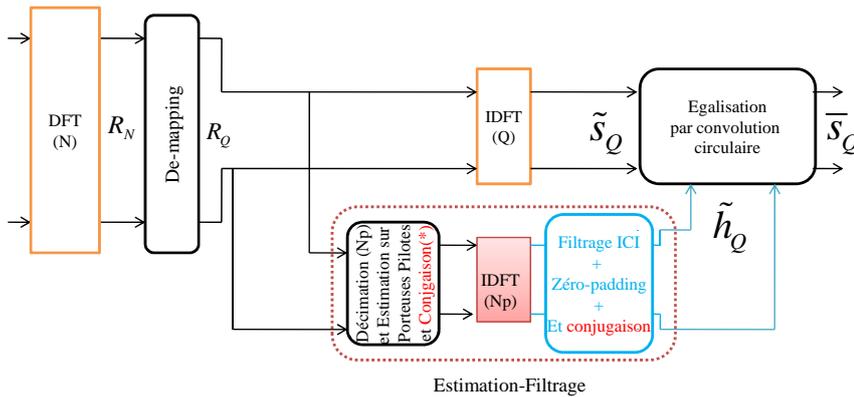


FIGURE 4.20 – Structure Optimisée du récepteur SC-FDMA intégrant le filtrage ICI

module DFT de la structure de départ étant de l'ordre de  $Q \log Q$ , on pourrait se demander si globalement la modification de la structure de l'estimateur proposée dans cette section a un intérêt particulier. Une analyse plus détaillée de la composition du vecteur estimé du canal  $\tilde{h}_Q$  nous permet de nous en convaincre du gain obtenu.

En effet, le zéro-padding effectué dans le domaine transformé sur l'estimée du canal, peut être exploité dans la construction de la matrice circulaire  $\tilde{s}_Q$  afin de réduire le nombre de multiplications. Avec le zéro-padding, le vecteur  $\tilde{h}_Q$  contient un grand nombre de coefficients nuls dans sa partie centrale. Cette configuration permet de simplifier l'équation (4.38) en ne considérant que les multiplications ne faisant intervenir que les coefficients non nuls de l'estimé du canal dans le domaine transformé. Les colonnes de la matrice circulaire  $\tilde{s}_Q$  de l'équation (4.39) qui interviendraient dans la convolution sont les  $N_p$  premières et dernières colonnes de la matrice. Il est donc commode de ne considérer que ces colonnes en scindant

la matrice  $\tilde{s}_Q$  en deux. La matrice formée des  $N_p$  premières colonnes sera notée par  $\tilde{s}_Q^1$  et celle formée des  $N_p$  dernières colonnes par  $\tilde{s}_Q^2$  comme indiqué en (4.40). La concaténation de ces sous-matrices donnera la nouvelle matrice  $\bar{s}_Q = [\tilde{s}_Q^1, \tilde{s}_Q^2]$  de taille plus réduite.

$$\tilde{s}_Q^1 = \begin{bmatrix} \tilde{s}_Q(1) & \tilde{s}_Q(Q) & \cdots & \tilde{s}_Q(Q - Np + 2) \\ \tilde{s}_Q(2) & \tilde{s}_Q(1) & \cdots & \tilde{s}_Q(Q - Np + 3) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \tilde{s}_Q(Np) & \tilde{s}_Q(Np - 1) & \cdots & \tilde{s}_Q(1) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \tilde{s}_Q(Q) & \tilde{s}_Q(Q - 1) & \cdots & \tilde{s}_Q(Q - Np + 1) \end{bmatrix}$$

$$\tilde{s}_Q^2 = \begin{bmatrix} \tilde{s}_Q(Np + 1) & \cdots & \tilde{s}_Q(3) & \tilde{s}_2 \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{s}_Q(1) & \cdots & \tilde{s}_Q(Q - Np + 3) & \tilde{s}_Q(Q - Np + 2) \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{s}_Q(Np - 1) & \cdots & \tilde{s}_Q(1) & \tilde{s}_Q(Q) \\ \tilde{s}_Q(Np) & \cdots & \tilde{s}_Q(2) & \tilde{s}_Q(1) \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

$$\tilde{h}_{2N_p} = [\tilde{h}_Q(1) \cdots \tilde{h}_Q(Np), \tilde{h}_Q(Q - Np) \cdots \tilde{h}_Q(Q)]$$

Le nombre de sous-porteuses pilotes  $N_p$  étant très inférieur au nombre total de sous-porteuses  $Q$  utilisées par chaque utilisateur, la complexité de l'opération de convolution n'est plus que de  $2N_p \times 2N_p$  multiplications et additions en utilisant les matrices de l'équation (4.40). Mais on peut encore réduire cette complexité en exploitant d'avantage la configuration du vecteur  $\tilde{h}_{2N_p}$ . En effet la technique de filtrage réalisé dans le domaine transformé fournit un vecteur estimé  $\tilde{h}_Q$  pour lequel les  $N_p$  premiers et derniers coefficients sont identique. Cette configuration peut être exploitée dans le calcul de la convolution en additionnant les matrices  $\tilde{s}_Q^1$  et  $\tilde{s}_Q^2$  avant d'effectuer l'opération de convolution : Le nombre de multiplications sera donc divisé par quatre. En effet on pourra écrire :

$$\begin{aligned} \bar{s}_Q &= [\tilde{s}_Q^1 \ \tilde{s}_Q^2] * [\tilde{h}_{N_p} \ \tilde{h}_{N_p}]^t \\ &= [\tilde{s}_Q^1 + \tilde{s}_Q^2] * \tilde{h}_{N_p}^t \end{aligned} \quad (4.41)$$

Le résultat obtenu avec la nouvelle structure est le même que celui obtenu avec la structure classique de la Figure 4.18 mais avec moins d'opérations à effectuer. Le nombre de multiplications dans l'opération de convolution ne serait plus que  $N_p^2$  et le nombre d'additions de  $2N_p^2$ . Par contre la suppression du module FFT et de l'égaliseur ZF fréquentiel de la structure du récepteur nous a permis d'économiser  $Q \log Q + Q$  multiplications et  $Q \log Q$  additions, (voir le bilan récapitulatif sur

	additions	multiplications
Convolution circulaire	$2N_p^2$	$N_p^2$
FFT et Egaliseur ZF	$Q \log Q$	$Q \log Q + Q$

TABLE 4.1 – Bilan en termes de complexité

le Tableau 4.1). Si l'on considère que le nombre de sous-porteuses pilotes  $N_p$  correspond à  $r\%$  du nombre de sous-porteuses total  $Q$ , alors la nouvelle structure proposée sera moins complexe et nos efforts seront justifiés lorsque l'inégalité (4.42) est vérifiée :

$$\begin{aligned} 3N_p^2 - (2Q \log Q + Q) &< 0 & (4.42) \\ \Leftrightarrow 3 \frac{Q^2 * r^2}{10.000} - (2Q \log Q + Q) &< 0 \end{aligned}$$

La courbe ci dessous (Figure 4.21) donne l'allure de la fonction de gain  $G(Q)$  définie en (4.43) pour deux valeurs du taux  $r\%$  :

$$G(Q) = 3 \frac{Q^2 * r^2}{10.000} - (2Q \log Q + Q) \quad (4.43)$$

On peut ainsi constater que lorsque le nombre de sous-porteuses pilotes représente 10% du nombre de sous-porteuses total modulées par chaque utilisateur, la structure que nous proposons est moins complexe lorsque  $Q < 184$ .

#### 4.7 Résultats de simulation

Les conditions de simulation sont celles qui sont données dans les Tableaux 4.2 et 4.3. Le canal utilisé est un canal réaliste de Rayleigh de la recommandation GSM [88]. Un scénario à un utilisateur est considéré, le cas multiutilisateurs pouvant être traité sans modification supplémentaire de la structure de l'estimateur. Le paramètre  $\frac{N_p}{N}$  qui correspond au taux de sous porteuses pilotes dans le spectre du signal est fixé à  $\frac{1}{8}$  pour obtenir la même puissance dédiée aux pilotes que dans le cas de la norme LTE. On a fixé un taux de  $\frac{1}{8}$  au lieu de  $\frac{1}{7}$  comme dans les spécification LTE, pour que le nombre de pilotes insérés corresponde à un ratio entier de la taille du paquet IDFT transmis. Comme l'objectif recherché dans cette section est la réduction de l'interférence entre sous-canaux ICI, nous ne testerons que le mapping L-FDMA pour éviter toute interférence entre utilisateurs IUI qui pourrait apparaître avec le mapping I-FDMA.

Les Figure 4.22 et 4.23 permettent de prouver l'analyse du fondement de la technique d'estimation par filtrage de l'ICI décrite dans la Section 4.2. En effet en

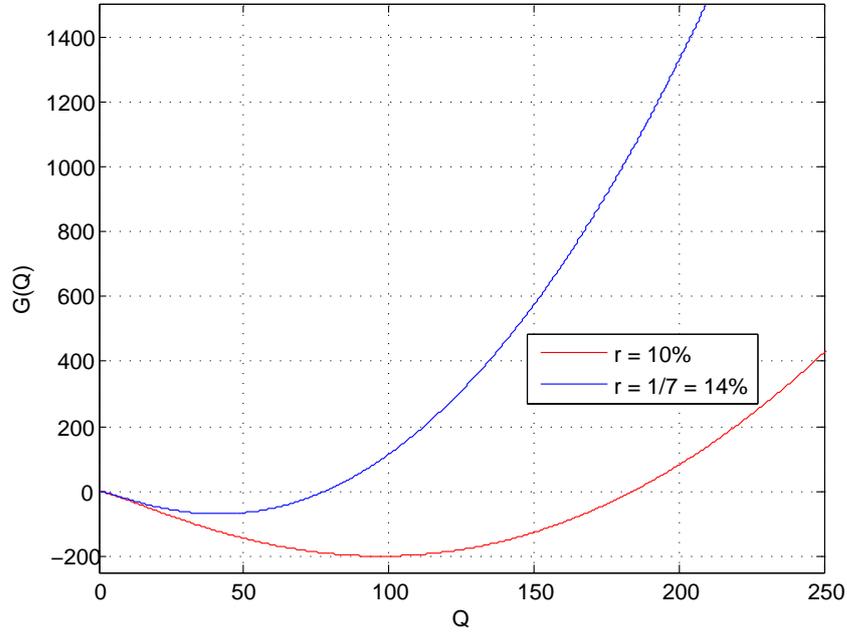


FIGURE 4.21 – Courbe du Gain en fonction de nombre de sous-porteuses

Bandes passantes du canal (MHz)	10
Nombre de Ressource Bloc (RB) utilisé $R_{RB}^{UL}$	50
Nombre de sous-porteuses modulées $R_{SC}^{RB} \times R_{RB}^{UL}$	600
Taille N : IDFT(TX) et DFT(RX)	1024
Fréquence d'échantillonnage	15.36
Mapping des sous-canaux	L-FDMA

TABLE 4.2 – Paramètres du système SC-FDMA utilisé dans les simulations

absence de bruit et avec un doppler nulle la représentation du canal dans le domaine transformé est localisée dans les parties basse et haute du spectre comme le montre la Figure 4.22. Par contre lorsque l'on applique un doppler à  $70Hz$ , en absence de bruit il apparait dans la partie centrale du spectre la composante ICI supplémentaire, Figure 4.23.

Deux techniques d'estimations sont comparées dans cette partie : il s'agit de la technique d'estimation par Zéro-Forcing associée à une interpolation d'ordre 1 et de la technique d'estimation par filtrage dans un domaine transformé que nous

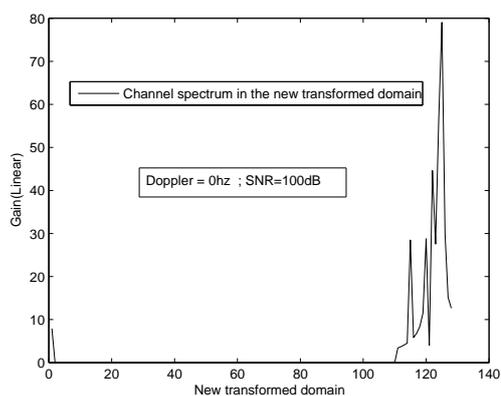


FIGURE 4.22 – Représentation dans le domaine Transformé du canal : Doppler 0Hz

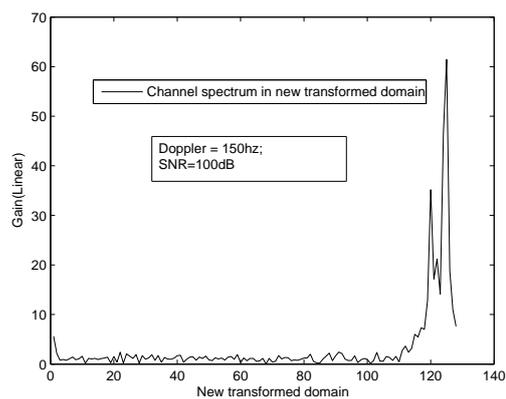


FIGURE 4.23 – Représentation dans le domaine Transformé du canal : Doppler 70Hz

Numéros de Trajet	Puissance Moyenne (dB)	Delay du Trajet ( $\mu s$ )
1	-3.0	0.0
2	0.0	0.2
3	-2.0	0.5
4	-6.0	1.6
5	-8.0	2.3
6	- 10.0	5.0

TABLE 4.3 – Paramètres du canal de Rayleigh utilisé dans les simulations : Recommandation GSM 05.05

proposons avec le même type d'interpolation. Les figures ci-dessous donnent les performances en termes de taux d'erreurs symboles en fonction du doppler introduit et de la fréquence de coupure du filtre réducteur de l'ICI.

Les Figures 4.24 et 4.25 montrent que la technique de filtrage de l'ICI adoptée permet d'obtenir un gain d'environ  $3dB$  et ce pour un doppler faible ( $70Hz$ ) ou pour un doppler important ( $150Hz$ ). Mais les performances obtenues dans le cas d'un doppler de  $70Hz$  est bien meilleur que celles obtenues pour un doppler de  $150Hz$  pour les deux techniques d'estimations.

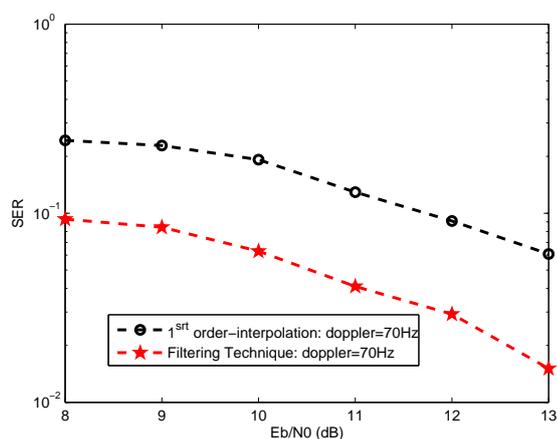


FIGURE 4.24 – Taux d'Erreur Symbole.

La Figure 4.26, donne les courbes du taux d'erreur symbole en fonction de la fréquence de coupure du filtre utilisé lorsque le doppler est fixé à  $150Hz$ . Les résultats montrent que pour une fréquence de coupure égale à  $4\%$ , on obtient des performances satisfaisantes, avec un gain de  $3dB$  par rapport à la méthode

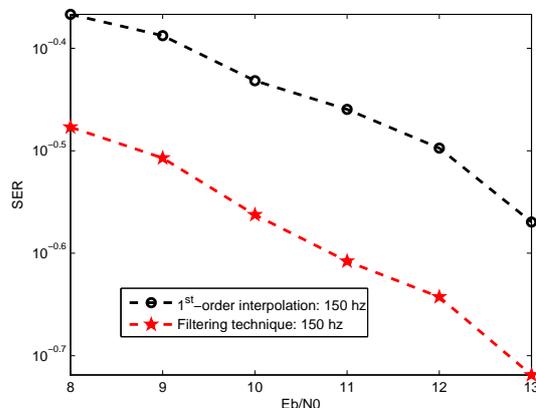


FIGURE 4.25 – Taux d'Erreur Symbole.

d'estimation ZF utilisée. Par contre lorsque la fréquence de coupure est fixée à 3%, le filtrage effectué dans le domaine transformé n'est pas assez important pour réduire suffisamment le niveau de l'ICI et le bruit gaussien du canal. On obtient ainsi une légère dégradation des performances par rapport à celles obtenues avec la fréquence de coupure de 4%. Par contre la dégradation est plus forte lorsque la fréquence de coupure est fixée à 5%. En effet dans ce cas, le filtrage effectué filtre en plus de l'ICI, une partie du canal qui ne peut plus être retrouvé. Les performances sont également dégradées par rapport à celle obtenue avec un filtrage à 4%. Tous les résultats en termes de taux d'erreur symboles montrés dans cette section sont obtenue sans codage canal ni d'entrelacement des symboles. Seuls les égaliseurs proposés ont servi à retrouver les symboles sources. Il n'est donc pas surprenant d'avoir des taux d'erreur à  $10^{-2}$ .

## 5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté quelques techniques d'estimations de canal adaptées aux systèmes SC-FDMA. Toutes les techniques présentées sont basées sur l'insertion de symboles pilotes soit sur une partie des porteuses du signal, soit sur la totalité des porteuses. Les performances obtenues sont comparées à celles de la technique d'estimation ZF suggérée dans les spécifications de la norme 3GPP LTE. Il en ressort qu'au prix d'une légère augmentation de la complexité du récepteur, il est possible d'améliorer de façon significative les performances obtenues avec les spécifications de la norme.

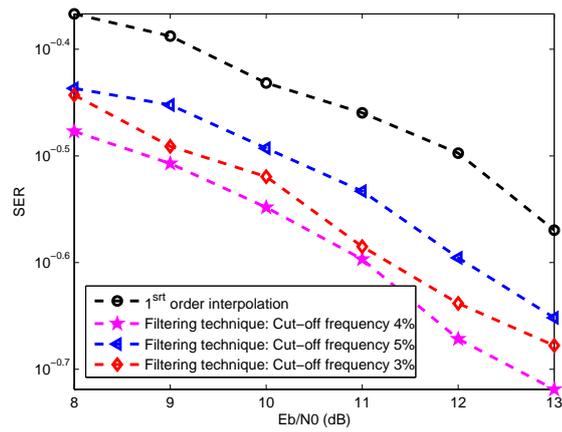


FIGURE 4.26 – Taux d'Erreur Symbole.



# Conclusion et Perspectives

**Conclusion** Les systèmes de troisième génération apparus avec l'UMTS, n'ont pas cessé d'évoluer jusqu'aujourd'hui. Avec l'introduction récente de la technologie HSDPA et EV-DO Rev A, il ya eu une augmentation significative du trafic des données mobiles dans les réseaux de communication dits de troisième génération. Certains opérateurs ont même vu quadrupler leur trafic en l'espace seulement d'une année. Cette croissance fulgurante du trafic, accompagnée de la prolifération de nouvelles applications sur les réseaux, amènera très rapidement une saturation des cellules et des différents réseaux mobiles. Pour anticiper ces nouveaux besoins, les réseaux actuels doivent être densifiés pour faire face aux exigences de la clientèle des opérateurs. Depuis donc 2007, le 3GPP a servi de tremplin pour mettre en place la solution LTE à travers la release 8, pour assurer la compétitivité à long terme de l'UMTS.

Ce nouveau système, le LTE, est une amélioration du cœur même de réseaux (U-TRAN) des systèmes existant. Dans nos travaux, nous nous sommes limités à l'étude de l'évolution des techniques de modulations dans ce nouveau système. Les techniques actuelles de modulation utilisées dans ces systèmes sont basées sur les techniques du CDMA qui a l'avantage d'allouer toute la bande de fréquence disponible à chaque mobile en les séparant par des codes spécifiques. Mais les performances atteintes en termes de débits et de temps de latence sont encore insuffisantes par rapport aux attentes de la clientèle. Ainsi, d'autres techniques de modulation plus puissantes ont été pensées et adoptées dans le nouveau système LTE : Il s'agit du SC-FDMA et de l'OFDMA. Ces deux techniques ont été respectivement proposées pour les communications en voix montante et descente chacune ayant ces avantages et inconvénients.

Nos travaux sont organisés en quatre étapes qui constituent les 4 Chapitres de ce document. Notre démarche a constitué dans un premier temps à l'étude du nouveau signal SC-FDMA dans ces différentes déclinaisons. Les expressions mathématiques, les différents mapping des sous-canaux du signal, et les deux techniques de génération de ce signal font partie des points essentiels abordés dans ce chapitre. L'intérêt majeur de ce nouveau signal qui porte sur son faible PAPR a fait également l'objet d'étude plus approfondie permettant de mieux comprendre cette notion ainsi que son influence sur les contraintes liées à l'amplification du

signal. Une étude comparative des performances a permis également de montrer l'intérêt de l'application d'un tel signal, comparé à ses principaux concurrents à savoir le signal OFDM et le signal CDMA, pour les communications en voix montante dans le nouveau système LTE. Pour finir, ce chapitre a permis également de décrire les différentes spécifications du signal SC-FDMA dans le cadre de la nouvelle norme de communication, le 3GPP LTE.

Deux éléments essentiels sont incontournables dans tout système de transmission. Il s'agit d'une part du canal de transmission qui représente les perturbations subies par le signal depuis l'émission jusqu'à sa réception ; et d'autre part du traitement mis en place au niveau du récepteur permettant de s'affranchir de ces perturbations. Ces deux aspects fondamentaux qui conditionnent la récupération de l'information transmise sont présentés en détail dans le Chapitre 2 de ce document. Il a s'agit dans un premier temps de donner une description détaillée des caractéristiques de quelques canaux classiques rencontrés dans la littérature. Au passage notons que, les canaux Pedestrian A et le Véhiculaire A ont été régulièrement utilisés lors des différentes simulations ayant permis de tester les performances des différentes techniques apportées dans ce document. Le choix de ces canaux est lié à leur proximité avec le canal réel de transmission dans les zones urbaines. Quand aux techniques classiques d'égalisations qui y sont abordées, l'étude s'est organisée autour de trois axes principaux à savoir : leur architectures, les critères qu'ils optimisent ainsi que les algorithmes chargés de les faire converger vers la solution optimale qui constitue l'état où le signal égalisé correspond à un retard et une amplitude près, au signal émis.

Le Chapitre 3 présente nos différentes contributions concernant l'égalisation des systèmes SC-FDMA. Dans un premier temps, nous avons introduit la technique d'égalisation du Zéro-Forcing (ZF) suggérée dans le standard LTE qui servira de base dans la mesure des performances des techniques que nous proposons. Comme nous l'avons déjà mentionnée, cette technique, certes converge presque aussi instantanément vers la solution optimale, mais son principal handicap réside sur le niveau de l'erreur quadratique moyenne résiduelle qui est élevé comparé à la plus part des techniques existantes. Notre première contribution a été d'adapter au système SC-FDMA un égaliseur de type DFE nommé EBA-DFE ou « Efficient Block Adaptive Decision Feedback Equalizer ». Cet égaliseur est un peu plus élaboré que le simple égaliseur ZF, avec des performances plus intéressantes que nous avons pu montrer dans l'étude de l'état de l'art. Le choix de cet égaliseur est également justifié par notre volonté de valoriser un égaliseur déjà breveté par France Télécom avec lequel nous étions en collaboration pendant nos travaux. Son implémentation réalisée dans le domaine fréquentiel, nous a permis d'égaliser directement dans ce domaine le signal de chaque utilisateur après le premier module DFT du récepteur. Rappelons au passage que l'implémentation dans le domaine fréquentiel de l'égaliseur permet de réduire la complexité de sa structure.

Notre deuxième proposition d'égaliseur est inspirée d'une technique déjà proposée pour le signal OFDM. Il s'agit de l'égalisation par sur-échantillonnage du signal. Cette idée repose sur le fait que le sur-échantillonnage, opération réalisée en émission, est équivalent à une insertion d'un certain nombre de symboles nuls dans le spectre du signal transmis. Tout se passe comme si ces symboles en question viennent moduler des porteuses nulles dans le spectre du signal. Ce sont ces porteuses nulles que nous avons appelé porteuses fantômes qui sont exploitées à la réception pour l'égalisation du signal. Si nous avons choisi d'adapter cette technique au signal SC-FDMA c'est pour des raisons liées à la nature du spectre de ce signal. En effet le spectre du signal SC-FDMA d'un utilisateur donné présente plusieurs porteuses nulles sur lesquelles viendront ensuite s'intercaler les signaux des autres utilisateurs en réception. Notre contribution a été de se baser sur ces porteuses fantômes déjà présent dans le signal afin de l'égaliser. Cette solution a été satisfaisante lorsque nous ne considérons qu'un seul utilisateur, le cas multi-utilisateurs nécessitant d'approfondir nos propos.

Notre troisième contribution repose sur la volonté d'appliquer des égaliseurs temporels au système SC-FDMA afin de pouvoir utiliser par exemple, des critères temporels tels le MEQM et le CMA. Cependant, on a été contraint à deux difficultés majeures liées à la nature du signal SC-FDMA qui empêche une application directe de ces égaliseurs temporels au niveau récepteur. Il s'agit de la perte de la linéarité du système due à la suppression de l'intervalle de garde à la réception, et de la discrimination des mobiles réalisée dans le domaine fréquentiel. Cette discrimination dans le domaine fréquentiel rend difficile une application en amont d'un égaliseur temporel. En effet pour égaliser chaque utilisateur séparément, cette discrimination dans le domaine fréquentiel nous oblige à appliquer les critères d'égalisation soit directement dans ce domaine ou en fin de réception après le dernier module de DFT du récepteur. D'un autre côté, pour éviter la perte de la linéarité dans le processus d'égalisation nous avons choisi dans cette proposition d'appliquer le filtre égaliseur en amont du récepteur et cela avant la suppression de l'intervalle de garde. Ces choix de positionnement du filtre et du critère d'égalisation nous a conduit à proposer des adaptations au niveau récepteur afin de permettre aux critères de servir à la détermination du filtre égaliseur optimale. Cette proposition nous a permis d'appliquer les critères MEQM, CMA et même de proposer une combinaison des critères MEQM et ZF.

Le Chapitre 4 qui est le dernier de ce document traite de nos propositions à l'égard de techniques d'estimation de canal adaptées au système SC-FDMA. Rappelons que certains égaliseurs nécessitent au préalable une estimation du canal de transmission à savoir par exemple l'égaliseur de type ZF. L'estimation de canal est donc déterminante quand aux performances de ces égaliseurs. Nous avons apporté deux contributions sur ce sujet dans ce chapitre. La première contribution appelée technique d'estimation par ajout de signal, relève de la catégorie des techniques dites supervisées du fait du signal ajouté qui peut être considéré comme un signal de

référence. Le but de la technique a été d'améliorer l'efficacité spectrale du système SC-FDMA en réduisant le nombre de symboles pilotes présent dans le signal SC-FDMA. L'idée de base a été d'ajouter sur le spectre du signal utile, un signal aléatoire dont les statistiques sont exploitées à la réception pour estimer les perturbations du canal sur chacune des sous-porteuses du signal reçu. La deuxième contribution est une idée déjà proposée dans la littérature que nous avons adaptée à notre signal. Il s'agit d'une technique permettant d'améliorer l'estimée du canal dans le cas de forte mobilité. L'idée proposée est le filtrage de l'ICI introduit par l'effet doppler, dans un domaine particulier qui permet d'améliorer la qualité de l'estimée du canal. Cette technique a été testée avec une estimation de type ZF. Il en est ressorti des performances intéressantes puisque qu'elle nous a permis d'obtenir dans certains cas un gain de  $3dB$  quand elle est associée à une technique d'estimation de canal.

**Perspectives** Dans nos travaux de recherches, certaines techniques d'estimation et d'égalisation de canal que nous avons proposées nécessitent d'avantage un approfondissement théorique que nous suggérons dans cette partie.

Dans le chapitre 3, nous avons introduit une technique de codage de source dont le but a été d'introduire des symboles nuls dans le signal source transmis qui permet d'appliquer à la réception l'égaliseur de type EBA-DFE (Confère section 3.3 de ce chapitre). Ce codeur de source, nécessite un décodeur au niveau récepteur ce qui complexifie d'avantage la structure globale de la chaîne de transmission. Pour pallier à cet handicap, nous suggérons dans cette partie une nouvelle formulation du signal SC-FDMA : Il s'agit d'intervertir les modules DFT et IDFT au niveau émetteur et récepteur du système au prix d'une certaine adaptation. Cette proposition émane de l'analyse suivante : Nous savons déjà que le multiplexage des différents utilisateurs du système SC-FDMA dans le domaine fréquentiel, consiste à assigner à chaque utilisateur une partie de la bande passante du système, le reste de cette bande étant rempli de symboles nuls. Ces symboles peuvent directement être exploités pour l'égalisation au lieu d'introduire un codeur de source comme nous l'avons proposé. Cependant, leur exploitation nécessite un déplacement du module DFT de l'émetteur que l'on implantera en fin d'émission. Ce qui conduit à reformuler le signal SC-FDMA.

Notre deuxième suggestion concerne la technique d'égalisation par porteuses fantômes 4. Comme nous l'avons déjà décrit, il s'agit d'une technique qui introduit des porteuses nulles dans le spectre du signal à émettre tout en imposant au niveau récepteur une minimisation de la puissance recueillie sur ces dites-porteuses. Nous avons pu montrer que la technique fonctionne parfaitement lorsque le spectre du signal source avant l'introduction des porteuses nulles est uniforme (pas de porteuses éteinte). Mais, cette situation n'arrive quasiment jamais du moment où dans les standards télécom certaines sous-porteuses restent éteintes pour faciliter des traitements comme la synchronisation. Nous avons mené une étude permettant d'aboutir à la détermination du filtre optimal selon ce critère, mais dans le

cas que nous faisons allusion, une indétermination s'impose 4.4 et pourrait constituer un point d'étude plus approfondi.

Le troisième point que nous relevons concerne l'analyse sur la technique de filtrage de l'ICI dans la section 4 du chapitre 4 qui est essentiellement basée sur le constat suivant : La distinction, dans un domaine transformé (que nous avons présenté), entre l'énergie proprement dite du canal et celle issue de l'interférence entre canaux (ICI) due à l'effet doppler. Dans un future travail, nous préconisons d'étayer ce constat par une analyse mathématique permettant de mettre en évidence cette séparabilité. Une autre suggestion liée à cette technique, est la détermination de la fréquence de coupure du filtre utilisé dans le domaine transformé pour la séparation des composantes du canal. Nous avons choisi une fréquence de coupure liée à la localisation, dans le domaine transformé, de l'énergie du canal de transmission proprement dite. La contrainte liée à cette méthode est la connaissance du niveau d'énergie correspondant à l'ICI dans le domaine transformé. Ce niveau d'énergie déterminant la fréquence de coupure à adopter, il est donc judicieux de l'exprimer en fonction du doppler et de certaines caractéristiques du canal afin d'obtenir un filtrage plus cohérent.



# Mes Publications

## Conférences Internationales

- S. YAMEOGO and J. PALICOT « Frequency domain equalization of sc-fdma signal without any reference symbols » ICCE, Jan 2009, Las Vegas (usa).
- S.YAMEOGO and L.CARIOU J.PALICOT « Blind time domain equalization of sc-fdma signal ». VTC-Fall, Sept 2009, Alaska (usa).
- S.YAMEOGO, J.PALICOT, and L.CARIOU « A semi-blind time domain equalization of sc-fdma signal ». ISSPIT, Dec 2009, Ajaman (Dubai).
- S.YAMEOGO and J.PALICOT and L.CARIOU « Channel estimation technique by hidden signal : Application in the sc-fdma context ». ICWMC, Sept 2010, Valence (Spain).
- S.YAMEOGO, J.PALICOT, and L.CARIOU « Mobile radio channels' estimation for sc-fdma systems by means of adequate noise and inter-carrier interference filtering in a transformed domain ». Workshop Globcom : BSCFDC, Dec 2010, Miami (usa).

## Rapports

- On the extension of equalization systems, already patented by France Telecom. Livrable n°1, France Telecom R&D, contrat N° 46146063-8296, Nov 2009.
- Etude de techniques de traitement du signal pour améliorer l'efficacité spectrale des systèmes SC-FDMA. Livrable n°2, France Telecom R&D, contrat N° 46146063-8296, Nov 2010.

## Séminaires

- Techniques d'égalisations adaptées pour les systèmes SC-FDMA. Mars 2010, Supelec/SCEE.

## Divers

- 3GPP Long Term Evolution (3GPP LTE) : Evolution par rapport à la 3G. Doctoriales Décembre 2008, Saint-Malo.



## Annexe A

# Technique d'Egalisation aveugle basée sur des porteuses fantômes

### A.1 Expression théorique du critère $J_{zero}(W_{zero})$ : cas OFDM

Nous montrons dans cette partie l'expression mathématique du critère des porteuses fantômes donnée dans la section 4.2 du chapitre 3 pour les systèmes OFDM. Les différents signaux que nous utilisons dans cette section sont déjà définis dans la section. 4.2.

On a :

$$\begin{aligned} Y_{Nz}^H(n) Y_{Nz}(n) &= (F_{Nz} y_N(n))^H (F_{Nz} y_N(n)) \\ &= y_N(n)^H (F_{Nz}^H F_{Nz}) y_N(n) \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Si on adopte la notation  $P = F_{Nz}^H F_{Nz}$ , et en considérant l'expression  $y_N(n)$  donnée en (3.14), la relation ci-dessus devient :

$$\begin{aligned} Y_{Nz}^H(n) Y_{Nz}(n) &= (\chi_N^2(n) CW + \beta_N(n) W)^H P (\chi_N^2(n) CW + \beta_N(n) W) \\ &= W^H C^H \chi_N^2(n)^H P \chi_N^2(n) CW + \\ &\quad W^H C^H \chi_N^2(n)^H P \beta_N(n) W + \\ &\quad W^H \beta_N(n)^H P \chi_N^2(n) CW + \\ &\quad W^H \beta_N(n)^H P \beta_N(n) W \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

En calculant l'espérance mathématique de cette expression et en tenant compte du fait que le bruit et le signal sont indépendants, on obtient l'expression du critère recherché. On peut écrire la relation suivante :

$$\begin{aligned} J_{zero} &= \varepsilon [Y_{Nz}^H(n) Y_{Nz}(n)] \\ &= W^H C^H \varepsilon [\chi_N^2(n)^H P \chi_N^2(n)] CW + W^H \varepsilon [\beta_N(n)^H P \beta_N(n)] W \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$J_{zero} = W^H [U + V] W \quad (\text{A.4})$$

Avec :

$$U = C^H \varepsilon [\chi_N^{2H}(n) P \chi_N^2(n)] C$$

$$V = \varepsilon [\beta_N^H(n) P \beta_N(n)]$$

## A.2 Algorithme d'adaptation du filtre $W_{zero}$ : cas OFDM

L'égalité donnée en (3.14) traduit les transformations subies par le signal émis depuis l'émetteur jusqu'à la sortie de l'égaliseur. Pour simplifier les notation, nous introduisons  $R_N(n)$ , une matrice  $N \times N$  formée par les  $N - 1$  symboles reçus après le passage dans le canal de transmission (voir relation (A.7)). Le vecteur  $Y_{Nz}(n)$  serait équivalent à :

$$Y_{Nz}(n) = F_{Nz} R_N(n) W$$

En considérant l'estimateur instantané du critère  $J_{zero}$  donné par  $J_{zero}(n) = Y_{Nz}^H(n) Y_{Nz}(n)$ , on peut écrire les relations suivantes :

$$\frac{\partial J_{zero}(n)}{\partial W^*} = \frac{\partial Y_{Nz}(n)}{\partial W^*} \cdot Y_{Nz}(n) \quad (\text{A.5})$$

$$= R_N(n)^H F_{Nz}^H Y_{Nz}(n) \quad (\text{A.6})$$

Où :

$$R_N(n) = \{r_n, r_{n-1}, \dots, r_{n-N+1}\} \quad (\text{A.7})$$

Avec :  $r_n = \chi_N(n) \cdot C + \beta_N(n)$

L'algorithme d'adaptation du filtre égaliseur sera donnée par :

$$\begin{aligned} W(n+1) &= W(n) - \mu \frac{\partial J_{zero}(n)}{\partial W^*} \\ &= W(n) - \mu R_N(n)^H F_{Nz}^H Y_{Nz}(n) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

## A.3 Expression théorique des critères $J_{utile}(W)$ , $J_{utile}(W_{utile})$ , $J_{utile}(W_{zero})$ : cas OFDM

$J_{utile}(W)$  correspond à la valeur de l'erreur quadratique moyenne calculée sur les symboles utiles lorsqu'un filtre quelconque  $W$  est appliqué au niveau récepteur. Le

fait d'imposer une contrainte d'énergie sur les porteuses nulles insérées ( $J_{zero}$ ) aura nécessairement un impact sur les porteuses utiles du signal transmis. Elle permet de conserver la même énergie sur les porteuses utiles à la réception qu'à l'émission. C'est un simple moyen d'inhiber les perturbations du canal de transmission ce qui revient à égaliser le signal émis. Pour voir cet impact, on va déterminer l'expression théorique de l'erreur quadratique moyenne sur les porteuses utiles lorsque le critère  $J_{zero}$  est appliqué.

Le critère d'erreur quadratique moyenne minimale appliqué sur les porteuses utiles est donné par :

$$J_{utile} = \varepsilon[(Y_{Nu}(n) - X_{Nu}(n))^H (Y_{Nu}(n) - X_{Nu}(n))] \quad (\text{A.9})$$

Où :

$$Y_{Nu}(n) = F_{Nu} \cdot y_{Nu}(n) \quad (\text{A.10})$$

Avec  $X_{Nu}$  correspondant à la partie utile du signal source OFDM comme indiqué sur la Figure 3.13.

En développant les calculs on montre que :

$$J_{utile} = \varepsilon[Y_{Nu}^H(n) Y_{Nu}(n)] + \varepsilon[X_{Nu}^H(n) X_{Nu}(n)] - 2\text{Re}[\varepsilon[X_{Nu}^H(n) Y_{Nu}(n)]] \quad (\text{A.11})$$

On peut facilement prouver que :

$$\varepsilon[X_{Nu}^H(n) X_{Nu}(n)] = Nu\sigma_{X_N}^2 \quad (\text{A.12})$$

Le terme  $\varepsilon[Y_{Nu}^H(n) Y_{Nu}(n)]$  peut être obtenu à partir de l'expression de  $J_{zero}$  déterminée dans la précédente section [?] en remplaçant la matrice  $P$  par la matrice  $\bar{P}$  donnée ci-dessous.

$$\tilde{P} = F_{Nu}^H F_{Nu} \cdot \quad (\text{A.13})$$

On aura :

$$\varepsilon[Y_{Nu}^H(n) Y_{Nu}(n)] = w^H (\bar{U} + \bar{V}) w \quad (\text{A.14})$$

$\bar{U}$  et  $\bar{V}$  étant obtenus à partir des expressions de  $U$  et  $V$  en remplaçant  $P$  par  $\bar{P}$ . Déterminons maintenant l'expression du dernier terme de l'équation A.11. Nous avons :

$$\varepsilon[X_{Nu}^H(n) Y_{Nu}(n)] = \varepsilon[X_{Nu}^H(n) F_{Nu} (\chi_N^2(n) Cw + \beta_N(n) w)]$$

Comme le signal émis et le bruit sont supposés être décorrelés on obtient l'égalité suivante :

$$\varepsilon[X_{Nu}^H(n) Y_{Nu}(n)] = \varepsilon[X_{Nu}^H(n) F_{Nu} \chi_N^2(n)] Cw.$$

Posons :  $R1 = [\varepsilon[X_{Nu}^H(n) F_{Nu} \chi_N(n)]]$  et  $R2 = \varepsilon[X_{Nu}^H(n) F_{Nu} \chi_N(n-1)]$ .

On aura :  $\varepsilon[X_{Nu}^H(n)Y_{Nu}(n)] = [R_1, R_2]$ .  $R_2$  est nulle du fait que les termes  $X_{Nu}^H(n)$  et  $\chi_N(n-1)$  sont indépendants.

On peut remarquer facilement que  $R_1$  est un vecteur ligne tel que :

$$R_1^j = \varepsilon\left[\sum_{p=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{Nu-1} X_{Nu}^{Hk}(n) F_{Nu}^{(k,p)} \chi_N^{(p,j)}(n)\right] \text{ pour } j \in [0, \dots, N-1].$$

D'après cette relation nous avons deux cas de figure :

Cas1 :  $p \geq j$  Alors,

$\chi_N^{(p,j)}(n) = F_N^{H(p-j)} M_u X_{Nu}(n) = F_{Nu}^{H(p-j)} X_{Nu}(n)$ . On peut réécrire  $R_1^j$  comme suit :

$$\begin{aligned} R_1^j &= \varepsilon\left[\sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=0}^{Nu-1} X_{Nu}^{Hk}(n) F_{Nu}^{(k,p)} F_{Nu}^{H(p-j)} X_{Nu}(n)\right] & (A.15) \\ &= \varepsilon\left[\sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=0}^{Nu-1} X_{Nu}^{Hk}(n) F_{Nu}^{(k,p)} \sum_{v=0}^{Nu-1} F_{Nu}^{H(p-j,v)} X_{Nu}^v(n)\right] \\ &= \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=0}^{Nu-1} \sum_{v=0}^{Nu-1} F_{Nu}^{(k,p)} F_{Nu}^{H(p-j,v)} \varepsilon[X_{Nu}^v(n) X_{Nu}^{Hk}(n)] \\ &= \sigma_{X_N}^2 \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=0}^{Nu-1} F_{Nu}^{(k,p)} F_{Nu}^{H(p-j,k)} \end{aligned}$$

En posant  $\overline{F_{Nu}} = F_{Nu}^H F_{Nu}$  on a bien l'égalité  $\overline{F_{Nu}} = \overline{P}$  (conf.A.11).

L'expression de  $R_1^j$  se ramène finalement à :

$$R_1^j = \sigma_{X_N}^2 \sum_{p=j}^{N-1} \overline{P}^{(p-j,p)} \quad (A.16)$$

Cas2 :  $p < j$  Dans ce cas  $R_1^j = 0$  car dans les calculs interviennent les termes  $X_{Nu}(n)$  et  $X_{Nu}(n-1)$  qui sont indépendants.

Ainsi en résumé le troisième terme de l'équation (A.11) vaut :

$$\varepsilon[X_{Nu}^H(n)Y_u(n)] = [R^{1,j}] \begin{cases} \sigma_{X_N}^2 \sum_{p=j}^{N-1} \overline{P}^{(p-j,p)} & \text{si } j \leq N-1 \\ 0, & \text{si } j \geq N \end{cases} \quad (A.17)$$

Au regard des équations (A.12), (A.14) et (A.17) on peut conclure sur l'expression de l'erreur quadratique moyenne sur les porteuses utiles  $J_{utile}$  comme suit :

$$J_{utile}(w) = w^H (\overline{U} + \overline{V}) w + Nu \sigma_{X_N}^2 - 2\text{Re}(RCw) \quad (A.18)$$

$R$  étant défini comme en (A.17).  
 La minimisation de cette quantité nous conduit au filtre MMSE qui minimise l'erreur quadratique moyenne sur les symboles utiles. Nous allons le noter  $W_u$ .  
 Après dérivation de  $J_{utile}(w)$  on obtient :

$$W_u = (\bar{U} + \bar{V})^{-1} C^H R^H \quad (A.19)$$

L'expression minimale de  $J_{utile}$  sera donc :

$$J_{utile}(W_u) = Nu\sigma_{X_N}^2 - RCW_u \quad (A.20)$$

### A.4 Analyse des expressions dans le cadre des systèmes SC-FDMA

La figure ci dessous permet d'identifier les différents vecteurs de signaux utilisés dans cette section est décrit dans la section 4.3 du chapitre 3.

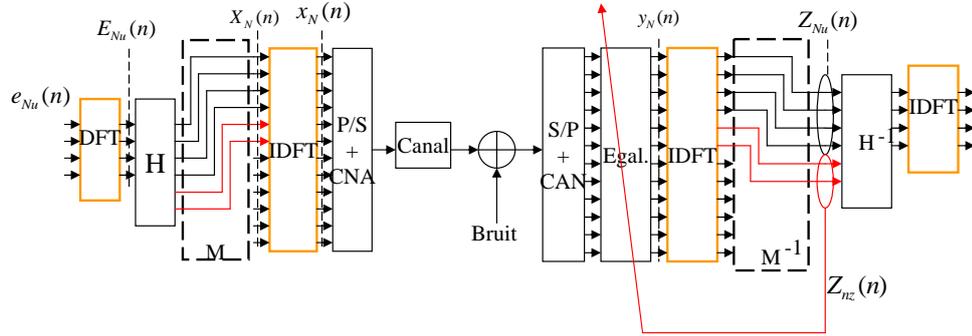


FIGURE A.1 – Porteuses fantômes et Chaîne de transmission SC-FDMA

Critère  $J_z$  dans le cas du SC-FDMA

On veut minimiser :  $J_{zero}^{SCFDMA} = \varepsilon[Z_{nz}^H(n)Z_{nz}(n)]$

Avec :  $Z_{nz} = M_{nz}^{-1}F_N y(n)$ ,  
 et  $y(n) = \chi_{nN}^2 Cw + \beta_{nN} w$ .

On montre que :  $\varepsilon[z_{nz}^H z_{nz}] = w^H C^H \varepsilon[\chi_{nN}^2 \mathcal{P} \chi_{nN}^2] Cw + w^H \varepsilon[\beta_{nN}^H \mathcal{P} \beta_{nN}] w$ .  
 Où :  $\mathcal{P} = F_N^H M_{nz}^{-1H} M_{nz}^{-1} F_N$ .

Posons :  $\mathcal{U} = C^H \varepsilon[\chi_{nN}^2 \mathcal{P} \chi_{nN}^2] C$ , et  $\mathcal{V} = \varepsilon[\beta_{nN}^H \mathcal{P} \beta_{nN}]$ .  
 On peut écrire :  $J_{zero}^{SCFDMA} = w^H (\mathcal{U} + \mathcal{V}) w$

On veut minimiser  $J_{zero}^{SCFDMA}$ .

Pour éviter la solution trivial  $w = 0$  on rajoute une contrainte d'égaliser au critère :  $w^H w = 1$ . On obtient le nouveau critère suivant :

$$\min_{w^H w=1} w^H (\mathcal{U} + \mathcal{V}) w$$

Utilisons les multiplicateurs de Lagrange pour résoudre ce problème.

$$J_{zero}^{SCFDMA}(w, \lambda) = w^H (\mathcal{U} + \mathcal{V}) w - \lambda (w^H w - 1)$$

Par dérivation on a le système suivant :

$$\begin{cases} (\mathcal{U} + \mathcal{V}) w = \lambda w \\ J_{zero}^{SCFDMA}(w) = \lambda \end{cases}$$

L'optimum de  $J_{zero}^{SCFDMA}$  est donc la plus petite valeur propre positive de la matrice  $\mathcal{U} + \mathcal{V}$ .

Comment Calculer  $\mathcal{U}$  et  $\mathcal{V}$  ?

On a :  $\mathcal{V} = \varepsilon[\beta_{nN}^H \mathcal{P} \beta_{nN}] = [\mathcal{V}^{ij}]$ . Où  $i, j \in [0 : N - 1]$

Avec :

$$\begin{aligned} \mathcal{V}^{ij} &= \varepsilon \left[ \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{nN}^H(i, k) \mathcal{P}(k, p) \beta_{nN}(p, j) \right] \\ &= \sigma_b^2 \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \mathcal{P}(k, p), \quad \text{avec : } (i - k) = (j - p). \\ &= \sigma_b^2 (N - |i - j|) \mathcal{P}(i, j) \\ \mathcal{V}^{ij} &= \sigma_b^2 (N - |i - j|) \mathcal{P}(i, j) \end{aligned}$$

De plus :

$$\mathcal{U} = C^H \varepsilon[\chi_{nN}^{2H} \mathcal{P} \chi_{nN}^2] C = C^H \begin{bmatrix} \varepsilon[\chi_{nN}^H \mathcal{P} \chi_{nN}] & \varepsilon[\chi_{nN}^H \mathcal{P} \chi_{(n-1)N}] \\ \varepsilon[\chi_{(n-1)N}^H \mathcal{P} \chi_{nN}] & \varepsilon[\chi_{(n-1)N}^H \mathcal{P} \chi_{(n-1)N}] \end{bmatrix} C,$$

Avec :  $\varepsilon[\chi_{nN}^H \mathcal{P} \chi_{nN}] = \varepsilon[\chi_{(n-1)N}^H \mathcal{P} \chi_{(n-1)N}]$  et  $\varepsilon[\chi_{nN}^H \mathcal{P} \chi_{(n-1)N}] = \varepsilon[\chi_{(n-1)N}^H \mathcal{P} \chi_{nN}]$

calculons  $\varepsilon[\chi_{nN}^H \mathcal{P} \chi_{nN}]$

On a :

$$\chi_{nN} = \begin{bmatrix} F_N^*(0) MHE_{Nu}(n) & F_N^*(N-1) MHE_{Nu}(n-1) & & F_N^*(1) MHE_{Nu}(n-1) \\ F_N^*(1) MHE_{Nu}(n) & F_N^*(0) MHE_{Nu}(n) & \ddots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & F_N^*(N-1) MHE_{Nu}(n-1) \\ F_N^*(N-1) MHE_{Nu}(n) & F_N^*(N-2) MHE_{Nu}(n) & & F_N^*(0) MHE_{Nu}(n) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon[\chi_{nN}^H \mathcal{P} \chi_{nN}] &= [\mathcal{U}_1^{ij}] \\
\mathcal{U}_1^{ij} &= \varepsilon \left[ \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \chi_{nN}^H(i, k) \mathcal{P}(k, p) \chi_{nN}(p, j) \right] \\
&= \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \mathcal{P}(k, p) \varepsilon[\chi_{nN}^*(k, i) \chi_{nN}(p, j)] \\
&= \sigma_{E_{Nu}}^2 \left[ \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=i}^{N-1} \mathcal{P}(k, p) T_N^{(k-i)} T_N^{H(p-j)} + \sum_{p=0}^{j-1} \sum_{k=0}^{i-1} \mathcal{P}(k, p) T_N^{(k-i+N)} T_N^{H(p-j+N)} \right]
\end{aligned}$$

Où :  $i, j \in [0 : N - 1]$  et  $T_N^n = F_N^H(n) M H F_{Nu}$

$$\text{D'où : } \mathcal{U}_1^{ij} = \sigma_{E_{Nu}}^2 \left[ \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=i}^{N-1} \mathcal{P}(k, p) S(k-i) S^H(p-j) + \sum_{p=0}^{j-1} \sum_{k=0}^{i-1} \mathcal{P}(k, p) T_N^{(k-i+N)} T_N^{H(p-j+N)} \right]$$

De même :

$$\begin{aligned}
\varepsilon[\chi_{nN}^H \mathcal{P} \chi_{(n-1)N}] &= [\mathcal{U}_2^{ij}], \text{ ou } i, j \in [0 : N - 1], \\
\mathcal{U}_2^{ij} &= \varepsilon \left[ \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \chi_{nN}^H(i, k) \mathcal{P}(k, p) \chi_{(n-1)N}(p, j) \right], \\
&= \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \mathcal{P}(k, p) \varepsilon[\chi_{nN}^*(k, i) \chi_{nN}(p, j)], \\
&= \sigma_{E_{Nu}}^2 \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=0}^{i-1} \mathcal{P}(k, p) T_N^{(k-i+N)} T_N^{H(p-j)}
\end{aligned}$$

$$\text{D'où : } \mathcal{U}_2^{ij} = \sigma_{E_{Nu}}^2 \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=0}^{i-1} \mathcal{P}(k, p) T_N^{(k-i+N)} T_N^{H(p-j)}$$

#### A.4.0.1 Description Mathématiques du Critères $J_u$

Il s'agit du critère MMSE :  $J_{\text{utile}}^{SCFDMA} = \varepsilon[(Z_{Nu} - E_{Nu})^H(n) \cdot (Z_{Nu} - E_{Nu})(n)]$

Avec  $E_{Nu}(n) = F_{Nu} e_{Nu}(n)$ ,  $Z_{Nu} = H^{-1} M^{-1} F_N y(n)$ , et  $y(n) = \chi_{nN}^2 C w + \beta_{nN} w$ .

En développant  $J_{\text{utile}}^{SCFDMA}$ , on obtient :  $J_u = \varepsilon[Z_{Nu}^H Z_{Nu}] + \varepsilon[E_{Nu}^H E_{Nu}] - 2\text{Re}[\varepsilon[E_{Nu}^H Z_{Nu}]]$

Calcul du terme  $\varepsilon[Z_{Nu}^H Z_{Nu}]$  :

Il est obtenu à partir de l'expression de  $J_z$  en remplaçant dans les termes de  $\mathcal{U}$  et  $\mathcal{V}$  l'expression de  $\mathcal{P}$  par :

$$\bar{\mathcal{P}} = F_N^H H^{-1} H M_{Nu}^{-1} H M_{Nu}^{-1} H^{-1} F_N$$

Ainsi :  $\varepsilon[Z_{Nu}^H Z_{Nu}] = w^H (\bar{\mathcal{U}} + \bar{\mathcal{V}}) w$

Calcul du terme  $\varepsilon[E_{Nu}^H E_{Nu}]$  :

$$\varepsilon[E_{Nu}^H E_{Nu}] = \varepsilon[e_{Nu}(n)^H F_{Nu}^H F_{Nu} e_{Nu}(n)] = Nu \varepsilon[e_{Nu}(n)^H e_{Nu}(n)] = \sigma_{e_{Nu}}^2 Nu$$

Où  $Nu$  est le nombre de symboles utiles.

$$\begin{aligned} & \text{Calcul du terme } \varepsilon[E_{Nu}^H Z_{Nu}] : \\ \varepsilon[E_{Nu}^H Z_{Nu}] &= \varepsilon[E_{Nu}^H H^{-1} M^{-1} F_N (\chi_{nN}^2 Cw + \beta_{nN} w)] \\ &= \varepsilon[E_{Nu}^H H^{-1} M^{-1} F_N \chi_{nN}^2 Cw] + \varepsilon[E_{Nu}^H H^{-1} M^{-1} F_N \beta_{nN} w] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{Avec } \varepsilon[E_{Nu}^H H^{-1} M^{-1} F_N \beta_{nN} w] = 0 \text{ on peut écrire :} \\ \varepsilon[E_{Nu}^H Z_{Nu}] &= \varepsilon[E_{Nu}^H H^{-1} M^{-1} F_N \chi_{nN}^2] Cw \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{calculons maintenant : } \varepsilon[E_{Nu}^H H^{-1} M^{-1} F_N \chi_{nN}^2] \\ \text{posons : } D &= H^{-1} M^{-1} F_N \text{ et } R = \varepsilon[E_{Nu}^H D \chi_{nN}^2] \\ \text{on a : } R &= [\varepsilon[E_{Nu}^H D \chi_{nN}], \varepsilon[E_{Nu}^H D \chi_{(n-1)N}]] \end{aligned}$$

$$\text{Posons : } \varepsilon[E_{Nu}^H D \chi_{nN}] = [R_1^j] \text{ avec } j \in [0 : N - 1]$$

$$R_1^j = \varepsilon \left[ \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{Nu-1} E_{Nu}^H(1, k) D(k, p) \chi_{nN}(p, j) \right]$$

$$E_{Nu}(n) = F_{Nu} e_{Nu}(n) \text{ d'ou } E_{Nu}^H(1, k) = \sum_{u=0}^{Nu-1} e_{Nu}^H(n)(1, u) F_{nu}^H(u, k)$$

D'après la matrice  $\chi_{nN}$  vu précédemment deux cas se présentent :

Cas 1 :  $p \geq j$

$$\chi_{nN}(p, j) = F_N^*(p - j) \tilde{M} F_{Nu} X_n \text{ avec } \tilde{M} = MH$$

Ainsi en remplaçant  $\chi_{nN}(p, j)$  et  $E_{Nu}^H(1, k)$  par leur valeur on a :

$$\begin{aligned} R_1^j &= \varepsilon \left[ \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=0}^{Nu-1} \sum_{u=0}^{Nu-1} e_{Nu}(n)^H(1, u) F_{Nu}^H(u, k) D(k, p) F_N^*(p - j) \tilde{M} F_{Nu} e_{Nu}(n) \right] \\ &= \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=0}^{Nu-1} D(k, p) F_N^*(p - j) \tilde{M} \varepsilon \left[ \sum_{u=0}^{Nu-1} e_{Nu}(n)^H(1, u) F_{Nu}^H(u, k) F_{Nu} e_{Nu}(n) \right] \\ &= \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=0}^{Nu-1} D(k, p) \varepsilon \left[ \sum_{u=0}^{Nu-1} e_{Nu}(n)^H(1, u) F_{Nu}^H(u, k) G(p - j) e_{Nu}(n) \right] \quad \text{avec : } G = F_N^H \tilde{M} F_{Nu} \\ &= \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=0}^{Nu-1} D(k, p) \varepsilon \left[ \sum_{u=0}^{Nu-1} e_{Nu}(n)^H(1, u) F_{Nu}^H(u, k) \sum_{v=0}^{Nu-1} G(p - j, v) e_{Nu}(n)(v, 1) \right] \\ &= \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=0}^{Nu-1} D(k, p) \sum_{u=0}^{Nu-1} F_{Nu}^H(u, k) G(p - j, u) \varepsilon[e_{Nu}(n)^H(1, u) e_{Nu}(u, 1)] \\ &= \sigma_{E_{Nu}}^2 \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=0}^{Nu-1} D(k, p) \sum_{u=0}^{Nu-1} F_{Nu}^H(u, k) G(p - j, u) \\ &= \sigma_{E_{Nu}}^2 \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=0}^{Nu-1} D(k, p) G(p - j) F_{Nu}^H(k) \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}
 R_1^j &= \sigma_{E_{Nu}}^2 \sum_{p=j}^{N-1} \sum_{k=0}^{Nu-1} D(k, p) \tilde{G}(p-j, k) \quad \text{avec : } \tilde{G} = GF_{Nu}^H \\
 &= \sigma_{E_{Nu}}^2 \sum_{p=j}^{N-1} \tilde{\tilde{G}}(p-j, p) \quad \text{avec : } \tilde{\tilde{G}} = \tilde{G} D
 \end{aligned}$$

Par conséquent : Pour  $p \geq j$  on a :

$$R_1^j = \sigma_{E_{Nu}}^2 \sum_{p=j}^{N-1} \tilde{\tilde{G}}(p-j, p)$$

$$\text{Avec : } \tilde{\tilde{G}} = F_N^H \tilde{M} F_{Nu} F_{Nu}^H D = F_N^H \tilde{M} D$$

Cas 2 :  $p < j$

Pour  $p < j$   $R_1^j = 0$  car en reprenant les calculs précédents on aura le terme :  $\varepsilon[e_{Nu}(n)^H(1, u)e_{Nu}(n-1)(u, 1)]$  qui est nulle.

D'où :

$$R_1^j = \begin{cases} \sigma_{E_{Nu}}^2 \sum_{p=j}^{N-1} \tilde{\tilde{G}}(p-j, p) & \text{avec : } \tilde{\tilde{G}} = F_N^H \tilde{M} D \text{ et pour } j \in [0, N-1] \\ 0 & \text{pour } j \in [N, 2N-1] \end{cases}$$

En Conclusion :

$$J_{utile}^{SCFDMA} = W^H (\bar{U} + \bar{V}) W + Nu\sigma_{E_{Nu}}^2 - 2\text{Re}(RCW)$$

Le filtre minimisant ce critere est solution de l'équation :  $\frac{\partial J_u}{\partial w} = 0$  d'où le filtre optimal  $Wu$  :

$$Wu = (\bar{U} + \bar{V})^{-1} C^H R^H$$

et Le minimum du critère  $J_{utile}^{SCFDMA}(Wu)$  est donné par :

$$J_{utile}^{SCFDMA}(Wu) = Nu\sigma_{E_{Nu}}^2 - RCWu$$

#### A.4.0.2 Le Critère $J_{utile}^{SCFDMA}$ obtenu avec le filtre $Wz$

– Principe :

Il s'agit de déterminer la valeur du critère  $J_u$  lorsque l'égalisation est faite à partir du critère  $J_{zero}^{SCFDMA}$ . En d'autres termes on veut connaître la valeur de  $J_{utile}^{SCFDMA}$  pour  $W = Wz$

- Formule générale du Critère  $J_{utile}^{SCFDMA}$  :

$$J_{utile}^{SCFDMA} = W^H (\bar{\mathcal{U}} + \bar{\mathcal{V}}) W + Nu\sigma_{E_{Nu}}^2 - 2\text{Re}(RCW)$$

- Filtre  $W_z$  obtenu avec le critère  $J_{zero}^{SCFDMA}$  :

$W_z$  correspond à un vecteur propre associé à la plus petite valeur propre de la Matrice de  $\mathcal{U} + \mathcal{V}$ . Remarque : Ce vecteur n'est pas unique car toute multiplication par une constante est aussi vecteur propre. Il faut donc trouver un bon coefficient qui permet à l'algorithme de converger.

- Calcul de  $J_{utile}^{SCFDMA}(W_z)$  :

Il suffit de remplacer dans l'expression de  $J_u$ ,  $W$  par  $W_z$ . On a :

$$J_{utile}^{SCFDMA}(W_z) = W_z^H (\bar{\mathcal{U}} + \bar{\mathcal{V}}) W_z + Nu\sigma_{E_{Nu}}^2 - 2\text{Re}(RCW_z)$$

# Bibliographie

- [1] Genevieve Baudoin. *Radiocommunications Numériques : Principe, Modélisation et Simulation (Tome 1)*. 2002.
- [2] Li Zhihua and Zhang Qishan. Ordering of walsh functions. (2) :115–119, 1983.
- [3] L. Blaesser. Walsh power spectrum for wide-sense stationary stochastic processes (corresp.). 32(5) :716–724, 1986.
- [4] O. K. Ersoy. On walsh-domain versus rdft filtering. 36(11) :1786–1787, 1988.
- [5] Youngchul Sung, Yirang Lim, Lang Tong, and A.-J. van der Veen. Signal processing advances for 3g wcdma : From rake receivers to blind techniques. 47(1) :48–54, 2009.
- [6] I. Poole. What exactly is ... .. cdma 2000? *Communications Engineer*, 4(1) :46–47, 2006.
- [7] A. Samukic. Umts universal mobile telecommunications system : development of standards for the third generation. In *Proc. Bridge to Global Integration. IEEE Global Telecommunications Conf. GLOBECOM 98*, volume 4, pages 1976–1983, 1998.
- [8] E.T Heald M.L Doelz and D.L Martin. Binary data transmission techniques for linear systems. *Proceedings of IRE*, 45 :656–661, May 1957.
- [9] J. A. C. Bingham. Multicarrier modulation for data transmission : an idea whose time has come. *IEEE Communications Magazine*, 28(5) :5–14, 1990.
- [10] Hyung G. Myung and David J. Goodman. *Single Carrier FDMA : A new air Interface for Long Term Evolution*. 2008.
- [11] Hyung G. Myung, Junsung Lim, and David J. Goodman. Single carrier fdma for uplink wireless transmission. *IEEE Vehicular Technology Magazine*, 1, Sep. 2006.
- [12] Tobias Frank, Anja Klein, Elena Costa, and Egon Schulz. Ifdma - a promising multiple access scheme future mobile radio systems. *PIMRC*, 2005 Berlin.
- [13] U. Sorger, De Broeck, and M. Schnell. Interleaved fdma -a new spread-spectrum multiple-access scheme. *Proc. IEEE ICC'98*, June 1998.
- [14] H. G. Myung, Kyungjin Oh, Junsung Lim, and D. J. Goodman. Channel-dependent scheduling of an uplink sc-fdma system with imperfect channel

- information. In *Proc. IEEE Wireless Communications and Networking Conf. WCNC 2008*, pages 1860–1864, 2008.
- [15] Junsung Lim, H. G. Myung, Kyungjin Oh, and D. J. Goodman. Channel-dependent scheduling of uplink single carrier fdma systems. In *Proc. VTC-2006 Fall Vehicular Technology Conf. 2006 IEEE 64th*, pages 1–5, 2006.
- [16] J. Palicot and Y. Louet. Power ratio definition and analysis in single carrier modulation. *European Signal Processing Conference, EUSIPCO*, 2005.
- [17] J. Tellado-Mourelo. *Peak to Average Power Reduction for Multicarrier Modulation*. PhD thesis, Stanford University, Sept 1999.
- [18] D. Guel, Y. Louet, and J. Palicot. A geometric method for papr reduction in a signal adding context for ofdm signals. In *Proc. 15th Int Digital Signal Processing Conf*, pages 347–350, 2007.
- [19] A. Saleh. Frequency-independent and frequency-dependent nonlinear models of twt amplifiers. 29(11) :1715–1720, 1981.
- [20] C. Rapp. Effects of hpa nonlinearity on a 4-dpsk/ofdm signal for a digital sound broadcasting system. *European Conference on satellite Communications*, vol.1 :1245–1253, Oct. 1991.
- [21] W. Ciccognani, P. Colantonio, F. Giannini, E. Limiti, and M. Rossi. Am/am and am/pm power amplifier characterisation technique. In *Proc. MIKON-2004 Microwaves, Radar and Wireless Communications 15th Int. Conf*, volume 2, pages 678–681, 2004.
- [22] A. A. Moulthrop, C. J. Clark, C. P. Silva, and M. S. Muha. A dynamic am/am and am/pm measurement technique. In *Proc. IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Digest*, volume 3, pages 1455–1458, 1997.
- [23] Yves Louet. *Prise en compte du facteur de crête dans le dimensionnement des systèmes de télécommunications*. Supelec/SCEE, Jan 2010.
- [24] G Baudoin, P Jardin, and R Marshalek. Power amplifier linearisation using pre-distortion with memory. *RADIOELEKTRONIKA*, pages 193–196, 2003.
- [25] R. D. Stewart and F. F. Tusubira. Feedforward linearisation of 950 mhz amplifiers. *IEE Proceedings H Microwaves, Antennas and Propagation*, 135(5) :347–350, 1988.
- [26] P. Eskelinen. High-linearity rf amplifier design [book review]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 16(10) :17–18, 2001.
- [27] M. K. Kazimierczuk. *RF Power Amplifiers*. December 2008.
- [28] K. H. Abed, M. K. Kazimierczuk, S. B. Nerurkar, and M. P. Senadeera. Linearization techniques in power amplifiers for 1.9 ghz wireless transmitters. In *Proc. 48th Midwest Symp. Circuits and Systems*, pages 1103–1106, 2005.
- [29] I. M. Hussain and I. A. Tasadduq. Papr analysis in ofdm signals based on power variance. In *Proc. 4th Int. Conf. Wireless Communications, Networking and Mobile Computing WiCOM '08*, pages 1–4, 2008.

- [30] M. Cosgrove, J. Short, and B. Zako. Implementing a quality gsm radio system. In *Proc. Seventh IEE European Conf. Mobile and Personal Communications*, pages 195–198, 1993.
- [31] E. A. Quincy and R. J. Achatz. Performance prediction of gsm digital cellular speech and image transmission. In *Proc. IEEE Pacific Rim Conf. Communications, Computers, and Signal Processing*, pages 26–31, 1995.
- [32] R. Becker, W. Groeneweg, and R. Burdenski. Rf power control in gsm systems for constant and non constant envelope modulation schemes. In *Proc. Int. Symp. Circuits and Systems ISCAS '03*, volume 3, 2003.
- [33] Litsyn. S. Peak power control in multicarrier communications. Technical report, Cambridge University Press, 2007.
- [34] Hyung G. Myung and al. Peak-to-average power ratio of single carrier fdma signals with pulse shaping. *IEEE PIMRC*, 1, Sep. 2006.
- [35] S. K. Yusof, N. Faisal, U. Kannan, and Y. H. Wong. A block coded amplitude clipping and filtering for peak-to-average power ratio in orthogonal frequency division multiplexing system. In *Proc. Student Conf. Research and Development SCORED 2003*, pages 105–108, 2003.
- [36] D. Wulich and L. Goldfeld. Bound of the distribution of instantaneous power in single carrier modulation. 4(4) :1773–1778, 2005.
- [37] Ochiai. H and Imai. H. On the distribution of the peak-to-average power ratio in ofdm system. 49 :282–289, 2001.
- [38] Yves Louet Jacques Palicot. Power ratio definitions and analysis in single carrier modulations. *EUSIPCO*, Sept. 2005.
- [39] F. Adachi, D. Garg, S. Takaoka, and K. Takeda. Broadband cdma techniques. 12(2) :8–18, 2005.
- [40] Release r97.
- [41] John G. Proakis. *Digital Communications*. 2008.
- [42] G. C. Carter. Coherence and time delay estimation. *IEEE J PROC*, 75(2) :236–255, 1987.
- [43] J. Jalden and G. Matz. Mimo receiver diversity in general fading. In *Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing ICASSP 2008*, pages 2837–2840, 2008.
- [44] 3GPP TS 25.101. Technical specification group radio access network ; user equipment (ue) radio transmission and reception (fdd) release 7. page Section B.2.2, Sep 2002.
- [45] M. Rahnema. Multipath and path loss modeling. In *UMTS Network Planning, Optimization, and Inter-Operation with GSM*, pages 41–64. IEEE, 2009.
- [46] D. Godard. Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems. 28(11) :1867–1875, 1980.

- [47] A. Goupil and J. Palicot. New algorithms for blind equalization : The constant norm algorithm family. 55(4) :1436–1444, 2007.
- [48] K. Abend and B. D. Fritchman. Statistical detection for communication channels with intersymbol interference. 58(5) :779–785, 1970.
- [49] Thomas Bayes. An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. *Philosophical Transaction of the Royal Society of London*, 50 :370–418, 1763.
- [50] F. K. Becker, L. N. Holzman, R. W. Lucky, and E. Port. Automatic equalization for digital communication. 53(1) :96–97, 1965.
- [51] LAOT Christophe. *Egalisation Autodidacte et turbo-égalisation : Application aux canaux sélectifs en fréquence*. PhD thesis, Université de Rennes1, 1997.
- [52] Stearns Bernard Widrow, Samuel D. *Adaptive Signal Processing*. Prentice Hall, 1985.
- [53] J. Palicot. A weighted decision feedback equalizer with limited error propagation. In *Proc. IEEE Int. Conf. Communications ICC 2000*, volume 1, pages 377–381, 2000.
- [54] J. Palicot and A. Goupil. Performance analysis of the weighted decision feedback equalization. *EURASIP*, 88 :284–295, 2008.
- [55] D. Mottier, M. Helard, and J. Labat. Self-adaptive decision feedback equalization : application to high-order qam signals. In *Proc. 'Towards the Knowledge Millennium' Communications ICC 97 Montreal 1997 IEEE Int. Conf*, volume 2, pages 1100–1104, 1997.
- [56] K. Berberidis and J. Palicot. A frequency-domain decision feedback equalizer for multipath echo cancellation. In *Proc. IEEE Global Telecommunications Conf. GLOBECOM '95*, volume 1, pages 98–102, 1995.
- [57] A. Waksman. On winograd's algorithm for inner products. (4) :360–361, 1970.
- [58] K. Berberidis and P. Karaivazoglou. An efficient block adaptive decision feedback equalizer implemented in the frequency domain. 50(9) :2273–2285, 2002.
- [59] D. Raphaeli and Y. Zarai. Combined turbo equalization and turbo decoding. In *Proc. IEEE Global Telecommunications Conf. GLOBECOM '97*, volume 2, pages 639–643, 1997.
- [60] F. Tobias, K. Anja, C. Elena, and S. Egon. Low complexity equalization with and without decision feedback and its application to ifdma. 11–14 Sep. 2005.
- [61] Yang Wen, Wei Huang, and Zhongpei Zhang. Cazac sequence and its application in lte random access. In *Proc. ITW '06 Chengdu Information Theory Workshop IEEE*, pages 544–547, 2006.
- [62] Yafeng Wang, Aoyang Zheng, Junfeng Zhang, and Dacheng Yang. A novel channel estimation algorithm for sounding reference signal in lte uplink transmission. In *Proc. IEEE Int. Conf. Communications Technology and Applications ICCTA '09*, pages 412–415, 2009.

- [63] C. A. Belfiore and Jr. Park, J. H. Decision feedback equalization. 67(8) :1143–1156, 1979.
- [64] R. Kennedy and B. Anderson. Recovery times of decision feedback equalizers on noiseless channels. 35(10) :1012–1021, 1987.
- [65] Sosthène Yameogo and Jacques Palicot. Frequency domain equalization of sc-fdma signal without any reference symbols. *ICCE*, 2009.
- [66] M. de Courville, P. Duhamel, P. Madec, and J. Palicot. Blind equalization of ofdm systems based on the minimization of a quadratic criterion. In *Converging Technologies for Tomorrow's Applications Communications ICC 96, Conference Record 1996 IEEE International Conference on*, volume 3, pages 1318–1322, 23–27 June 1996.
- [67] Marc de Courville. *Utilisation de bases orthogonales pour l'algorithmique adaptative et l'égalisation des systèmes multiporteuses*. PhD thesis, Ecole nationale supérieure des télécommunications, 1996.
- [68] J. Wintermantel and N. J. Fliege. A class of dft polyphase filter banks for orthogonal multiple carrier data transmission. In *Proc. Symp. IEEE Int Circuits and Systems ISCAS '92*, volume 3, pages 1332–1335, 1992.
- [69] R. Hopkins. Digital terrestrial hdtv for north america : the grand alliance hdtv system. 40(3) :185–198, 1994.
- [70] Sosthène Yameogo, Jacques Palicot, and Laurent Cariou. Blind time domain equalization of sc-fdma signal. *VTC-Fall*, 2009.
- [71] Jr. Johnson, R., P. Schniter, T. J. Endres, J. D. Behm, D. R. Brown, and R. A. Casas. Blind equalization using the constant modulus criterion : a review. 86(10) :1927–1950, 1998.
- [72] A. Goupil. *Egaliseur à retour de décisions pondérées*. PhD thesis, Université Rennes1, Sep 2005.
- [73] Alban Goupil and Jacques Palicot. Constant norm algorithms class. *EU-SIPCO*, September 2002.
- [74] 3GPP TS 36.211, (2007-11).
- [75] Sosthène Yameogo, Jacques Palicot, and Laurent Cariou. A semi-blind time domain equalization of sc-fdma signal. *ISSPIT*, 2009.
- [76] J. W. M. Bergmans. Efficiency of data-aided timing recovery techniques. 41(5) :1397–1408, 1995.
- [77] Chiung-Jang Chen and Li-Chun Wang. On the performance of the zero-forcing receiver operating in the multiuser mimo system with reduced noise enhancement effect. In *Proc. IEEE Global Telecommunications Conf. GLOBECOM '05*, volume 3, 2005.
- [78] O. ; Sandell M. ; Wilson S.K. ; Borjesson P.O. van de Beek, J.-J. ; Edfors. On channel estimation in ofdm system. *Vehicular Technology Conference, 1995 IEEE 45th*, Vol.2 :815–819, 1995.

- 
- [79] Jr. Cimini, L. Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing. 33(7) :665–675, 1985.
  - [80] Meng-Han Hsieh and Che-Ho Wei. Channel estimation for ofdm systems based on comb-type pilot arrangement in frequency selective fading channels. 44(1) :217–225, 1998.
  - [81] Sosthène Yameogo, Jacques Palicot, and Laurent Cariou. Channel estimation technique by hidden signal : Application in the sc-fdma context. *ICWMC*, 2010.
  - [82] Yuping Zhao and Aiping Huang. A novel channel estimation method for ofdm mobile communication systems based on pilot signals and transform-domain processing. In *Proc. IEEE 47th Vehicular Technology Conf*, volume 3, pages 2089–2093, 1997.
  - [83] *Channel estimation in OFDM systems utilizing pilots*, number 187-190, Finland, September 1996. IEEE Nordic Signal processing Symposium.
  - [84] Charles W. Therrien. *Discrete random signals and statistical signal processing*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1992.
  - [85] J. Schoukens and J. Renneboog. Modeling the noise influence on the fourier coefficients after a discrete fourier transform. volume IM-35, pages 278–298, September 1986.
  - [86] Sosthène Yameogo, Jacques Palicot, and Laurent Cariou. Mobile radio channels' estimation for sc-fdma systems by means of adequate noise and inter-carrier interference filtering in a transformed domain. *Workshop Globcom : BSCFDC*, 2010.
  - [87] R. Steele. *Mobile Radio Communications*. : Pentech Press Limited, London, England, 1992.
  - [88] European Telecommunications Standard Institute. European digital cellular telecommunication system (phase2) ; radio transmission and reception, gsm 0505. July,1993.

# Table des figures

1.1	FDMA : Partage des ressources radio en fréquence. . . . .	12
1.2	TDMA : Partage des ressources radio en temps. . . . .	13
1.3	FDMA-TDMA : Partage des ressources radio en temps et en fréquence. . . . .	14
1.4	CDMA : Partage des ressources radio par étalement spectrale. . .	15
1.5	La modulation mono-porteuse . . . . .	16
1.6	La modulation muti-porteuses . . . . .	17
1.7	Emetteur SC-FDMA . . . . .	18
1.8	Filtre de mise en forme en Cosinus sur-élevé . . . . .	19
1.9	Récepteur SC-FDMA . . . . .	21
1.10	Mapping I-FDMA . . . . .	22
1.11	Mapping L-FDMA . . . . .	22
1.12	Spectre du signal SC-FDMA au niveau Récepteur . . . . .	23
1.13	Nouvelle méthode de génération du signal I-FDMA. . . . .	26
1.14	Exemple de Caractéristique AM/AM d'un amplificateur de puissance	29
1.15	Exemple de Caractéristique AM/AM d'un amplificateur de puissance	31
1.16	Comparaison de la CCDF du PAPR du signal SC-FDMA sans filtre de mise en forme, et du signal OFDMA. . . . .	34
1.17	Comparaison de la CCDF du PAPR du signal SC-FDMA avec un filtre de mise en forme en consinus-surélevé (Rool-off $\alpha$ ), et du signal OFDMA. . . . .	35
1.18	Emetteur/Récepteur des systèmes OFDMA et SC-FDMA . . . . .	36
1.19	Comparaison des modes de transmission parallèle (resp. séquentiel) des systèmes OFDMA (resp. SC-FDMA) . . . . .	37
1.20	Egalisation des systèmes OFDMA et SC-FDMA . . . . .	38
1.21	Emetteur/Récepteur du DS-CDMA avec une Egalisation FDE . . .	39
1.22	Trame et Slot du système SC-FDMA. . . . .	41
1.23	Absorption de l'interférence entre symbole IES . . . . .	42
1.24	Le mode de transmission TDD. . . . .	43
1.25	Représentation temporelle du slot d'un système SC-FDMA à 5 Mhz de largeur de bande . . . . .	44
1.26	Représentation fréquentielle du slot d'un système SC-FDMA à 5 Mhz de largeur de bande . . . . .	45

2.1	Propagations dans l'espace . . . . .	49
2.2	Modélisation de la propagation du signal dans le canal de transmission	50
2.3	Canal SIMO . . . . .	51
2.4	Canal SISO . . . . .	51
2.5	Canal MIMO . . . . .	52
2.6	Proakis1 . . . . .	52
2.7	Proakis2 . . . . .	53
2.8	Proakis3 . . . . .	53
2.9	Macchi . . . . .	54
2.10	Représentation des spectres des canaux suivants :PedestrianA $[1 \ 10^{-\frac{9.7}{20}} \ 10^{-\frac{22.8}{20}}]$ et VéhicularA $([1 \ 0 \ 10^{-\frac{1}{20}} \ 0 \ 10^{-\frac{9}{20}} \ 10^{-\frac{10}{20}} \ 0 \ 0 \ 0 \ 10^{-\frac{15}{20}} \ 0 \ 0 \ 0 \ 10^{-\frac{20}{20}}])$ . .	55
2.11	Représentation des Zéros des canaux suivants :PedestrianA $[1 \ 10^{-\frac{9.7}{20}} \ 10^{-\frac{22.8}{20}}]$ et VéhicularA $([1 \ 0 \ 10^{-\frac{1}{20}} \ 0 \ 10^{-\frac{9}{20}} \ 10^{-\frac{10}{20}} \ 0 \ 0 \ 0 \ 10^{-\frac{15}{20}} \ 0 \ 0 \ 0 \ 10^{-\frac{20}{20}}])$ . .	56
2.12	Structure de l'Egaliseur Linéaire Transverse ELT . . . . .	76
2.13	Structure de l'Egaliseur Linéaire Récursif ELR . . . . .	77
2.14	Structure de l'Egaliseur à Retour de Décision ERD . . . . .	78
2.15	Structure du SADFE en phase de convergence . . . . .	80
2.16	Structure du SADFE en phase de poursuite . . . . .	80
2.17	Structure de l'Egaliseur Annuleur d'Interférence AI . . . . .	82
2.18	Structure d'une section du Treillis pour une constellation BPSK . . . . .	83
2.19	Schéma de principe d'un turbo Egaliseur . . . . .	83
2.20	Structure du module $N^{op}$ d'un turbo Egaliseur . . . . .	84
3.1	Egalisation type ZF : Canal Pedestrian A et Vehicular A . . . . .	90
3.2	Comparaison ZF et MEQM en terme de Taux d'Erreur Symbole (TES) . . . . .	91
3.3	Calcul de la Confiance associée aux symboles décidés. . . . .	93
3.4	Structure de l'ERDP . . . . .	93
3.5	Canal Vehicular A . . . . .	95
3.6	Canal Pedestrian A . . . . .	96
3.7	Structure de l'Egaliseur Fréquentiel à Retour de Décision EBA-DFE	97
3.8	Exemple du fonctionnement du codeur . . . . .	100
3.9	Erreur Quadratique Moyenne EQM, Constellation en Entrée/Sortie du Décodeur pour le Canal $H = [1 \ 0.5 \ 0.2e^{\frac{j\pi}{2}}]$ . . . . .	101
3.10	Erreur Quadratique Moyenne EQM, Constellation en Entrée/Sortie du Décodeur pour le Canal Pedestrian A . . . . .	102
3.11	Modélisation du système OFDM à base de banc de filtres analogiques	104
3.12	Modélisation discrète du système OFDM sur-échantillonné . . . . .	104
3.13	Chaine de transmission du système OFDM sur-échantillonné . . . . .	106
3.14	Canal Gaussien . . . . .	110
3.15	Canal Pedestrian A . . . . .	111
3.16	Porteuses fantômes et Chaine de transmission SC-FDMA . . . . .	112
3.17	Performances théoriques des différents critères présentés . . . . .	117

3.18	Résultats de simulation : Canal Pedestrian . . . . .	118
3.19	Résultats de simulation : Canal $h_2$ . . . . .	119
3.20	Cas : multi-utilisateurs . . . . .	119
3.21	OFDM avec porteuses nulles dans le spectre utile . . . . .	121
3.22	Résultats Théoriques . . . . .	124
3.23	Résultats de simulations : Canal Pedestrian A . . . . .	125
3.24	Découplage entre filtre égaliseur et algorithme d'égalisation . . . . .	127
3.25	Erreur Quadratique Moyenne pour un canal Pedestrian A : Cas des Algorithmes du CMA, ZF et MEQM . . . . .	131
3.26	Combinaison des égaliseur type ZF et MEQM . . . . .	133
3.27	Performances en termes d'Erreur Quadratique Moyenne . . . . .	134
4.1	Répartition temporelle des Pilotes . . . . .	140
4.2	Répartition fréquentielle des Pilotes . . . . .	141
4.3	Erreur Quadratique Moyenne : Canal Pedestrian A, snr = 30 dB . . . . .	143
4.4	Erreur Quadratique Moyenne : Canal Véhiculaire A, snr = 30 dB . . . . .	144
4.5	Taux d'erreurs symboles TES : Canal Pedestrian A . . . . .	144
4.6	Modification de l'Emetteur SC-FDMA : Ajout de Signal . . . . .	148
4.7	Taux d'Erreur Symbole : Canal Gaussien . . . . .	152
4.8	Taux d'Erreur Symbole en fonction du paramètre $\alpha$ : Canal Gaussien	153
4.9	Taux d'Erreur Symbole : Canal Pedestrian A , Egaliseur type ZF . . . . .	153
4.10	Taux d'Erreur Symbole : Canal Vehicular A , Egaliseur type ZF . . . . .	154
4.11	Taux d'Erreur Symbole : Canal Pedestrian , Egaliseur type MEQM	155
4.12	Taux d'Erreur Symbole : Canal Vehicular A , Egaliseur type MEQM	155
4.13	Domaine Transformé . . . . .	157
4.14	Une Ressource Bloc du SC-FDMA . . . . .	160
4.15	Structure de l'estimateur . . . . .	160
4.16	Applcation de la structure du filtrage de l'ICI dans le récepteur SC-FDMA . . . . .	161
4.17	Schéma synoptique de la sélection dynamique de la fréquence de coupure . . . . .	163
4.18	Structure équivalente du récepteur SC-FDMA : Intégration du fil- trage de l'ICI . . . . .	165
4.19	Modification de la structure du récepteur SC-FDMA . . . . .	166
4.20	Structure Optimisée du récepteur SC-FDMA intégrant le filtrage ICI	166
4.21	Courbe du Gain en fonction de nombre de sous-porteuses . . . . .	169
4.22	Représentation dans le domaine Transformé du canal : Doppler 0Hz	170
4.23	Représentation dans le domaine Transformé du canal : Doppler 70Hz	170
4.24	Taux d'Erreur Symbole. . . . .	171
4.25	Taux d'Erreur Symbole. . . . .	172
4.26	Taux d'Erreur Symbole. . . . .	173
A.1	Porteuses fantômes et Chaîne de transmission SC-FDMA . . . . .	187





## Résumé

Le SC-FDMA « Single-Carrier Frequency Division Multiple Acces », est une technique d'accès multiple à répartition fréquentielle, permettant d'allouer efficacement aux différents mobiles, les ressources de communication. Cette technique a suscité un intérêt particulier lors des conventions de normalisation du standard 3GPP LTE « Long Term Evolution ». Le regain de considération pour cette technique, est lié au fait qu'elle engendre des signaux temporels à faible variation d'amplitude caractérisée par un faible PAPR ou « Peak to Average Power Ratio ». Cet avantage majeur, rend possible l'utilisation de l'amplificateur de puissance du système dans sa zone proche du point de compression, maximisant ainsi son rendement sans toute fois risquer l'apparition des distorsions. C'est pourquoi, ce système a été adopté dans la norme 3GPP LTE comme technique d'accès multiple pour la voix montante.

Cependant, dans les spécifications du 3GPP LTE un symbole sur sept est systématiquement réservé pour l'estimation de canal sur toutes les porteuses du système engendrant ainsi une réduction importante du débit utile du signal transmis. L'objectif de cette thèse est de proposer des techniques d'estimations et d'égalisations de canal adaptées pour le SC-FDMA afin d'éviter tant que possible cette perte de débit. Nous avons pu analyser, quelques techniques d'égalisation comme celle basée sur des références fantômes, mais également quelques techniques d'estimation de canal comme celle basée sur un « Ajout de Signal » dans la bande passante du signal utile.

**Mots clés : SCFDMA, LTE, OFDMA, Equalization, Estimation, LMS**

## Abstract

The SC-FDMA « Single-Carrier Frequency Division Multiple Access », is a frequency-division multiple access scheme, allowing efficient communication resources allocation to multiple mobile terminals. This technique aroused particular interest during the 3GPP LTE « Long Term Evolution » standard specifications. The reconsideration of this technique is related to the low amplitude variation of the generated temporal signal, which is characterized by a low PAPR « Peak to Average Power Ratio ». This major advantage makes possible a use of power amplifier system in the area near the compression point, thus maximizing performance avoiding any distortions. Thus, this system was adopted in the new standard of 3GPP LTE as multiple access scheme for uplink communication.

However, in the 3GPP LTE specifications, one symbol over seven is systematically reserved for channel estimation on all sub-carriers that occurs to the system useful throughput decreasing. The objective of this thesis is to propose some estimation and equalization techniques adapted for SC-FDMA system to avoid as long as possible the loss of the useful throughput. We have investigated, some equalization techniques such as one based on ghosts references, but also some estimation techniques as one based on « Added Signal » in the useful signal bandwidth.

**Keywords : SCFDMA, LTE, OFDMA, Equalization, Estimation, LMS**