



**HAL**  
open science

# Microcavités de silice : Excitation par fibre des modes de galerie et fonctionnalisation par des nanocristaux de silicium

Yves Candéla

## ► To cite this version:

Yves Candéla. Microcavités de silice : Excitation par fibre des modes de galerie et fonctionnalisation par des nanocristaux de silicium. Optique [physics.optics]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2011. Français. NNT: . tel-00658670

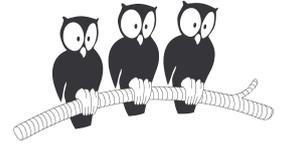
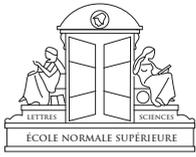
**HAL Id: tel-00658670**

**<https://theses.hal.science/tel-00658670>**

Submitted on 10 Jan 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

**Spécialité : Physique**

**École doctorale : « La physique, de la particule à la matière condensée »**

réalisée

**au laboratoire Kastler Brossel**



présentée par

**Yves CANDÉLA**

pour obtenir le grade de :

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Sujet de la thèse :

**Microcavités de silice :**

**Excitation par fibre des modes de galerie  
et fonctionnalisation par des nanocristaux de silicium**

**soutenue le 21 novembre 2011**

devant le jury composé de :

M <sup>me</sup>	<b>Agnès MAÎTRE</b>	<b>Présidente</b>
M <sup>me</sup>	<b>Frédérique de FORNEL</b>	<b>Rapporteur</b>
M.	<b>Patrice FÉRON</b>	<b>Rapporteur</b>
M.	<b>François TREUSSART</b>	<b>Examineur</b>
M.	<b>Fabien SORIN</b>	<b>Examineur</b>
M.	<b>Fabrice GOURBILLEAU</b>	<b>Membre invité</b>
M.	<b>Jean HARE</b>	<b>Directeur de thèse</b>



# Table des matières

Remerciements . . . . .	1
<b>Introduction</b>	<b>5</b>
Références de l'introduction . . . . .	10
<b>1 Modes de galerie</b>	<b>11</b>
1.1 Optique dans les milieux diélectriques . . . . .	12
1.2 Guide d'onde diélectrique et conventions . . . . .	13
1.3 Approche d'optique physique . . . . .	15
1.3.1 Approche classique . . . . .	16
1.3.2 Approche eikonale . . . . .	17
1.3.3 Conditions de retour en phase et l'indice des modes . . . . .	20
1.3.4 Le spectre des modes de galerie . . . . .	21
1.3.5 La réflexion totale interne frustrée . . . . .	22
1.4 Approche électromagnétique rigoureuse . . . . .	23
1.4.1 Calcul formel des solutions . . . . .	23
1.4.2 Conditions de résonance exactes . . . . .	26
1.4.3 Effets des imperfections . . . . .	27
1.4.4 Diffusion d'une onde plane : coefficients de Bohren et Huffman . . . . .	30
1.4.5 Volumes des modes et champ électrique par photon . . . . .	32
1.5 Modes de galerie dans des microcavités toriques . . . . .	34
1.5.1 Spécificité du problème . . . . .	34
1.5.2 Résolution en éléments finis de l'équation d'Helmholtz . . . . .	34
1.5.3 Bilan des intervalles spectraux . . . . .	36
1.6 Facteurs de qualité . . . . .	37
1.6.1 Atténuation en volume . . . . .	39
1.6.2 Atténuation en surface . . . . .	39
1.6.3 Pertes par diffraction . . . . .	41
Références du chapitre 1 . . . . .	45
<b>2 Production de cavités en silice</b>	<b>47</b>
2.1 Propriétés physico-chimiques des matériaux . . . . .	47
2.1.1 La silice . . . . .	47
2.1.2 Propriétés thermiques des microcavités . . . . .	51
2.2 Action de la force capillaire . . . . .	52

2.3	Contrôles du laser CO <sub>2</sub> . . . . .	53
2.3.1	Mesures du faisceau gaussien . . . . .	53
2.3.2	Contrôle de la durée d'impulsion . . . . .	56
2.4	Microsphères . . . . .	57
2.4.1	Étapes historiques . . . . .	57
2.4.2	Étapes de la fusion CO <sub>2</sub> . . . . .	57
2.4.3	Réglages grossiers et fins du montage . . . . .	58
2.5	Microdisques . . . . .	60
2.6	Microtores . . . . .	64
2.6.1	Fusion des microdisques . . . . .	64
2.6.2	Montage de fusion . . . . .	64
2.6.3	Réactions du matériau . . . . .	66
2.6.4	Microtores asymétriques . . . . .	67
2.6.5	Trou sub-lambda au centre . . . . .	68
2.7	Conclusion . . . . .	69
	Références du chapitre 2 . . . . .	73
<b>3</b>	<b>Couplage en onde évanescente</b>	<b>75</b>
3.1	Fabrication et caractérisation des tapers . . . . .	76
3.1.1	Principe du couplage par taper . . . . .	76
3.1.2	Structure modale du taper . . . . .	78
3.1.3	Montage de fabrication . . . . .	79
3.1.4	Interférence entre les modes du taper . . . . .	80
3.2	Modèles théoriques du couplage . . . . .	81
3.2.1	Modèle du Fabry-Perot en anneau . . . . .	81
3.2.2	Modèle de Schiller et Byer . . . . .	86
3.2.3	Modèle « double sphère » . . . . .	87
3.3	SBR de cavités excitées par taper . . . . .	93
3.3.1	Résultats expérimentaux . . . . .	93
3.3.2	Déplacements dans l'approche des modes couplés . . . . .	95
3.4	Montage expérimental . . . . .	100
3.4.1	Description . . . . .	100
3.4.2	Spectres expérimentaux des modes de galerie . . . . .	104
3.4.3	Effet thermique . . . . .	106
3.5	Effets du déplacement relatif coupleur/cavité . . . . .	108
3.5.1	Effet du $z$ : distribution orthoradiale du champ . . . . .	108
3.5.2	Effet de $y$ : formes dispersives et <i>idéalité</i> du couplage . . . . .	111
3.5.3	Effet de $x$ : étude du <i>déplacement sur élargissement</i> . . . . .	117
3.5.4	Autres effets de couplage . . . . .	122
	Références du chapitre 3 . . . . .	132
<b>4</b>	<b>Nanocristaux de silicium</b>	<b>133</b>
4.1	Le silicium pour la photonique . . . . .	134
4.1.1	Physique du solide du Si . . . . .	134

4.1.2	Lasers Raman dans le silicium massif . . . . .	136
4.2	Nanocristaux de silicium . . . . .	137
4.2.1	Nanocristaux de silicium en microcavité optique . . . . .	137
4.2.2	Mise en évidence du gain . . . . .	138
4.2.3	Couplage silicium–erbium . . . . .	139
4.2.4	Nanocristaux de Si dans la silice . . . . .	140
4.2.5	Matériau actif utilisé dans ma thèse . . . . .	140
4.3	Fonctionnalisation . . . . .	141
4.3.1	Couches de $\text{SiO}_x/\text{SiO}_2$ . . . . .	141
4.3.2	Séparation de phase partielle . . . . .	144
4.3.3	Fonctionnalisation de microdisques . . . . .	145
4.3.4	Caractérisations optiques des échantillons . . . . .	145
4.3.5	Caractérisations aux microscopes à force atomique et électronique à balayage . . . . .	148
4.3.6	Couplage avec des microsphères . . . . .	150
4.4	Le cas des microtores . . . . .	154
4.4.1	Émission dans le SRSO massif . . . . .	154
4.4.2	Effet du laser $\text{CO}_2$ sur l'émission . . . . .	155
4.4.3	Modes de galerie dans le spectre . . . . .	159
4.4.4	Émission des NC Si dans les modes de galerie . . . . .	162
4.4.5	Expérience de type pompe/sonde . . . . .	163
4.5	Discussions . . . . .	164
4.5.1	Processus non-radiatifs . . . . .	165
4.5.2	Facteur de remplissage optique . . . . .	166
4.5.3	Processus d'absorption des porteurs libres . . . . .	167
4.5.4	Équations pour les populations . . . . .	168
4.5.5	Bilan et ouverture . . . . .	170
	Références du chapitre 4 . . . . .	178
	Conclusion . . . . .	179
	<b>Annexes</b> . . . . .	<b>181</b>
A	L'enjeu pour les interconnexions optiques . . . . .	181
B	Ondes de surface dues au laser . . . . .	183
C	Performances des lasers de spectroscopie . . . . .	189
	Références des annexes . . . . .	191



# Remerciements

Cette thèse de doctorat a été menée au Laboratoire Kastler Brossel (LKB), au département de physique de l'École normale supérieure (ENS), entre octobre 2008 et novembre 2011, grâce au soutien du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche et de l'Université Pierre et Marie Curie (Paris 6). Je souhaite donc remercier, en tout premier lieu, le directeur du LKB, Paul Indelicato, ainsi que l'ensemble des personnels pour leur accueil. Je remercie les directeurs du département de physique de l'ENS, Jean-Michel Raimond à mon arrivée, et Werner Krauth aujourd'hui.

Je tiens à remercier chaleureusement les membres permanents de notre équipe « Optique des nano-objets » : Valérie Lefèvre-Seguin, Jean Hare et Michel Gross pour m'avoir accordé leur confiance et prodigué des encouragements. J'ai beaucoup apprécié travailler avec mon directeur de thèse, Jean Hare, tant ses suggestions et ses conseils au quotidien étaient constructifs. Son enthousiasme pour la physique m'a permis d'explorer des domaines d'avant garde de l'optique des microcavités. Il a su me transmettre, avec humilité, ses connaissances théoriques et expérimentales, ce dont je lui suis énormément redevable. Je suis très fier aujourd'hui d'avoir pu mener ce projet de longue haleine à terme.

J'adresse mes remerciements à Agnès Maître pour avoir accepté d'être le président du jury. De la même manière, j'exprime tous mes remerciements envers mes rapporteurs Frédérique de Fornel et Patrice Féron pour la relecture attentive de ma thèse et pour m'avoir fait des commentaires et proposer des références très pertinentes. Je remercie aussi Fabien Sorin et François Treussart pour avoir accepté de faire parti du comité pour ma soutenance.

Je souhaite remercier également Fabrice Gourbilleau, sans qui rien de tout cela n'aurait été possible, et pour avoir accepté de faire parti de ce jury. Il a toujours su répondre rapidement à mes demandes de dépôt des précieux échantillons de silicium. Les travaux de l'équipe NIMPH du Centre de recherche sur les ions, les matériaux et la photonique (CIMAP : unité mixte CEA, CNRS, Ensicaen et Université de Caen) m'ont réellement éclairé sur la nature de ces matériaux. J'adresse également un message de remerciement tout particulier pour Pratibha Nalini Sundar pour la production d'échantillons et pour avoir su s'adapter à l'approche optique qui m'est chère.

Je remercie par ailleurs mes collaborateurs du laboratoire SiNaPS du Service de physique des matériaux et des microstructures (CEA/INAC/SP2M) pour l'élaboration et la production de microdisques de silice. Un grand merci à Jean-Baptiste Jager pour les longues heures passées dans les salles blanches de la plateforme de Minatec, pour avoir bien voulu réaliser des microdisques et pour les photos au microscope électronique à balayage. Le savoir-faire de Jean-Baptiste et de son équipe était indispensable à ce projet,

ce dont nous nous sommes rendu compte dès le commencement. Je remercie également Jean-Michel Gérard pour ses encouragements et son engagement dans le développement de dispositifs innovants et Vincent Calvo avec qui les discussions se sont révélées fort instructives. Je remercie également Marlène Terrier pour les découpes au faisceau d'ions focalisés.

Merci à Olivier Tillement pour avoir fourni des nano-émetteurs de terres rares et pour le travail de collaboration avec l'équipe. J'ai réellement apprécié l'aide apportée aux expériences de mon camarade Guoping Lin.

Je tiens à remercier Laurent Bourdieu et Jean-François Léger pour m'avoir permis de découvrir ce cadre de travail exceptionnel qu'est la montagne Sainte-Geneviève lors d'un stage au département de biologie de l'ENS en 2006.

J'adresse mes remerciements à tous les doctorants du LKB, et en particulier ceux de l'équipe : Fadwa Joud, Guoping Lin et Frédéric Verpillat, pour les activités et les bons moments que nous avons partagés. Je remercie Fedja Oručević pour ses travaux pionniers sur la fabrication des microtores et des tapers, ainsi que ses commentaires avisés. Un grand merci également aux doctorants sur le site de Lhomond : Kajum, Christian, Thomas, Xingxing, Ulrich, Fabien, Benjamin, Théo et Adrien, ainsi qu'aux doctorants sur le site de Jussieu : Jérôme, Ferruccio, Taoufik, Claire, Alexandre, Michaël, Alexandros, Aurélien, Laurent, Godefroy et tous les autres pour les nombreux échanges qui sont autant de ponts entre nos thématiques de recherches. Je remercie également les doctorants d'autres laboratoires dont LCFIO, LPL, XLIM, ONERA/DOTA et au LNE-INM qui ont su me faire partager leurs travaux, c'est grâce à vous que la recherche avance !

Je remercie Michel Brune et Sébastien Gleyzes de l'équipe « Électrodynamique quantique en cavité » pour m'avoir permis d'assister au quotidien à la construction, « pièce après pièce », d'une belle expérience. Un grand merci à François Simon pour son aide technique dans l'aménagement de ma salle de manipulation et pour les moments passés ensemble.

Je remercie la région Île-de-France et l'ensemble des chercheurs de mon laboratoire qui permettent à de jeunes chercheurs comme moi d'exposer leurs recherches lors de conférences scientifiques à l'international.

J'ai apprécié les journées de travail avec mes collègues de C'nano Île-de-France et salue tous les membres de ce centre de compétence.

J'ai eu la chance d'enseigner la physique et les mathématiques à Paris 6, en L1 et L3, notamment avec Jérôme Beugnon, Jérôme Tignon, Michaël Joyce et Michel Fioc. J'en profite pour remercier quelques-uns de mes professeurs de l'Institut d'Optique Jean-Michel Jonathan, Nicolas Dubreuil, François Ballembos, Jean Taboury et Henri Benisti pour m'avoir inculqué les techniques et les théories essentielles au bon déroulement de ce projet de thèse. Je remercie Tobias Kippenberg pour ses interventions très intéressantes lors de conférences et écoles résidentielles en France. Les discussions avec Sébastien Forget et de Sébastien Chenais du LPL m'ont également été utiles.

Je remercie Yong Chen, Damien Baigl et Jie Hu pour accepter avec gentillesse de réaliser des images au MEB. Je veux aussi remercier Michaël Rosticher pour m'avoir donné accès à la salle blanche de l'École normale supérieure et pour m'avoir appris les rudiments nécessaires de la microscopie par effet de pointe et de clivage.

Je remercie toute ma famille, et en particuliers ma grand-mère pour m'avoir permis de rédiger cette thèse dans de bonnes conditions.

Enfin, je dédis cette thèse à ma fiancée qui m'a toujours soutenu et encouragé.



# Introduction

L'étude de l'interaction matière–rayonnement, ainsi que les dispositifs qui en découlent, font depuis longtemps appel à des cavités optiques qui confinent le rayonnement dans un volume bien défini et le stockent durant un temps qui peut être relativement long. Ces cavités structurent le spectre électromagnétique en créant une densité de modes élevée au voisinage de leurs résonances, et réduite en dehors, permettant de privilégier certaines fréquences, et les distributions spatiales du champ électromagnétique qui leur correspondent. Lorsque ces résonances sont très étroites et/ou que l'extension des modes est de l'ordre de la longueur d'onde, cet effet est particulièrement marqué et peut même modifier significativement les propriétés radiatives des émetteurs qui y sont couplés. L'exemple le plus direct est l'exaltation de l'émission spontanée, connue sous le nom d'effet Purcell [1]. Cet effet a suscité, au cours des trois dernières décennies (la référence [2] présentant une première revue dès 1989 en atteste) un intérêt très important pour l'électrodynamique quantique en cavité (en anglais, CQED pour *Cavity quantum electrodynamics*), tant dans le domaine optique que micro-onde, et impliquant aussi bien des émetteurs atomiques, moléculaires que solides. Les microcavités optiques ont ainsi fourni depuis longtemps le support de réalisations importantes dans le domaine des lasers ou de l'optique quantique [3, 4].

Dans le domaine de la matière condensée, les émetteurs privilégiés sont les semi-conducteurs, comme en témoigne l'omniprésence, jusque dans notre vie quotidienne, des dispositifs impliquant des diodes électroluminescentes ou des diodes laser. L'optimisation des propriétés radiatives des semi-conducteurs a impliqué depuis longtemps une nanostructuration permettant le confinement des porteurs dans des hétéro-structures. L'obtention d'un confinement dans les trois directions de l'espace conduit notamment à des « boîtes quantiques » présentant – au moins à basse température – des niveaux discrets qui leur ont valu la désignation d'« atomes artificiels ». Ces nanostructures, qui façonnent les fonctions d'onde électroniques et concentrent la force d'oscillateur autour de fréquences bien définies, présentent une réelle analogie avec l'effet des cavités optiques sur le champ électromagnétique. Leurs méthodes de fabrication et leur exploitation dans des dispositifs variés ont aussi engendré depuis plus de 20 ans (cf la revue historique [5]) une activité considérable, dans le contexte plus général de l'intense effort international dans le domaine des nanosciences.

Au cours de cette thèse je fais l'étude de différentes combinaisons de microcavités et de nanostructures actives, afin d'investiguer leurs propriétés d'émission. Ce travail s'inscrit naturellement dans la continuité des expériences dans le régime d'interaction matière–rayonnement utilisant des puits, fils et boîtes quantiques. Ces dernières ont notamment fait l'objet de la thèse de Sébastien Steiner dans notre groupe [6]. Des travaux ultérieurs

ont notamment permis à trois équipes utilisant des techniques différentes d'atteindre le régime de couplage fort de la CQED entre une microcavité et une boîte quantique unique d'InAs [7–9]. Cette réalisation avec des alliages de semiconducteurs III-V a connu son pendant avec des nanocristaux colloïdaux d'alliages II-VI quelques années plus tard [10].

Parallèlement, les composés de la famille IV, dont notamment le silicium, n'ont pas fait l'objet d'études aussi intensives en raison de leur gap indirect qui pénalise sévèrement leurs propriétés d'émission. Le silicium est le plus important des semiconducteurs, en raison de sa place dans le domaine de la microélectronique, et plus récemment des capteurs, des actionneurs (MEMs) ou du photovoltaïque, et celui dont la technologie est la plus avancée. On a vu depuis une quinzaine d'années se développer une importante communauté de la photonique sur silicium, mettant à profit cette maîtrise technologique et tirant partie de la transparence du silicium aux longueurs d'onde télécom [11]. Cette activité est stimulée par la perspective de substituer, dans les microprocesseurs, des interconnexions optiques aux interconnexions électroniques actuelles, lesquelles devraient à court terme limiter l'amélioration des processeurs. On attend de l'optique l'accès à des fréquences d'horloge plus élevées, et/ou un nombre plus grand de cœurs dans un processeur. Cette activité en pleine expansion est cependant encore en demande d'une source laser intégrée et compatible avec la filière silicium. Il est connu depuis longtemps [12] que le silicium, lorsqu'il est nanostructuré, acquiert une bien meilleure efficacité d'émission en raison de l'effet conjoint du confinement quantique qui estompe l'effet du gap indirect, et de l'importance accrue des états de surface. C'est le cas notamment dans le silicium poreux, ou plus récemment dans des nanocristaux dans une matrice vitreuse. Ces propriétés et les études les concernant ont notamment conduit en 2000 à la démonstration d'un gain optique dans un matériau contenant des nanocristaux de silicium (NC Si) [13]. Cette démonstration a été le déclencheur d'une intense recherche d'un « laser tout silicium », laquelle reste encore infructueuse, malgré des progrès importants comme la réalisation d'amplificateurs à base de NC Si (et de terres rares) dans une matrice amorphe de dioxyde de silicium (silice, SiO<sub>2</sub>) [14].

## Choix expérimentaux, principaux résultats, & organisation du mémoire

C'est dans ce contexte que se situe mon travail de thèse, avec l'ambition, non point de résoudre le problème du laser tout silicium, mais d'apporter une contribution, sur le plan fondamental, à la compréhension de l'émission spontanée et stimulée, dans le visible et le proche infrarouge par les NC Si en matrice de silice, et l'évaluation de son potentiel en tant que matériau laser. En sus de l'expérience acquise par notre équipe dans le domaine des microcavités de silice à modes de galerie, notre approche est fondée sur l'utilisation de deux ingrédients essentiels :

- des microcavités de silice offrant des modes de galerie de très haute surtension, les microtores, qui présentent entre autres l'avantage d'être intégrés sur un wafer de silicium ;
- un matériau contenant des NC Si en matrice silice, ou de la silice sub-stœchiométrique

contenant l'excès de silicium nécessaire pour les produire, avec une taille et une densité bien contrôlées.

Ces deux objets essentiels sont disponibles grâce à des collaborations que nous avons établies avec l'équipe SiNaPS au CEA Grenoble (et notamment Jean-Baptiste Jager), pour l'aspect fabrication des microtores, et avec l'équipe NIMPH du laboratoire CIMAP de l'EnsiCaen (et notamment Fabrice Gourbilleau) pour le matériau actif. Nous pensons avoir ainsi réuni les compétences nécessaires pour combiner les meilleurs matériaux disponibles avec les meilleures cavités, ainsi que tous les outils de diagnostics les plus performants.

Les « modes de galerie » (*Whispering gallery modes* en anglais) tirent leur nom de la galerie située à la base du dôme de l'église Saint Paul à Londres, où deux interlocuteurs distants peuvent aisément communiquer sans élever la voix. Lord Rayleigh a fourni en 1910 l'interprétation de ce phénomène acoustique en termes de propagation guidée par une succession de réflexions à incidence rasante sur la paroi, et a prédit qu'un phénomène analogue pourrait donner lieu à un confinement efficace des ondes électromagnétique [15]. En effet, dans des objets diélectriques à symétrie de révolution, la lumière peut être guidée par la réflexion totale interne, et donner lieu à une résonance lorsque des conditions d'interférence constructive sont vérifiées. Les modes ainsi définis présentent des facteurs de qualité exceptionnels, jusqu'à  $Q \sim 10^9$  entre 800 nm et 1500 nm. Ces valeurs résultent de la très haute transparence de la silice, mais aussi la très faible rugosité obtenue après fusion, qui minimise les pertes en surface. Pour les modes correspondant aux incidences les plus rasantes, le champ est confiné dans un « tore » dont les dimensions sont de l'ordre de la longueur d'onde. Cela conduit à des volumes modaux relativement faibles (quelques centaines de longueur d'onde au cube), qui sont certes plus grands que ceux obtenus avec des matériaux à bande interdite photonique (PBG), mais qui sont aussi associé à un facteur de qualité de plusieurs ordres de grandeur plus élevé. De plus, le confinement par réflexion totale interne constitutif des modes de galerie permet d'obtenir des modes de très grand facteur de qualité et de petit volume à toutes les fréquences, ce qui n'est pas le cas des cavités à miroirs de Bragg ou PBG par exemple.

Dans cette thèse, les deux premiers chapitres seront consacrés à la description de ces cavités en elles-mêmes. Le premier chapitre rappelle les principales propriétés des microsphères, ainsi que leur extension aux microtores, même si ces derniers posent des difficultés mathématiques spécifiques. Le second chapitre décrit les méthodes mises en jeu pour la fabrication des microsphères et microtores, qui s'inspirent largement des thèses précédentes de l'équipe, mais que j'ai significativement perfectionnées.

Les modes de galerie ont la particularité de n'être couplés au rayonnement extérieur que par une onde évanescente, inséparable de la réflexion totale interne. Ce couplage est très inefficace, à moins d'utiliser un « couplage en onde évanescente », fondé sur le phénomène de frustration de la réflexion totale interne, aussi appelé « effet tunnel optique » par analogie avec la mécanique quantique. Cela a longtemps été réalisé à l'aide d'un prisme, mais au cours de ma thèse j'ai exclusivement utilisé des coupleurs à fibre étirée ou « tapers » que l'équipe a adopté durant la thèse de Fedja Oručević. Un avantage unique du couplage en onde évanescente est la possibilité qu'il fournit de contrôler le niveau de couplage et donc le facteur de qualité de la cavité, en jouant sur le gap d'air (séparation d'air) qui la sépare du coupleur, alors que dans des cavités fondées sur un autre prin-

cipe, le taux de couplage est fixé une fois pour toute. La technique des tapers procure naturellement un excellent accord de mode (*mode matching*), conduisant à des taux de couplage atteignant couramment des valeurs très proches de l'unité, et où l'accord de phase (*phase-matching*) peut être simplement obtenu en jouant sur la conicité du taper.

J'ai aussi tiré parti de l'évolution du couplage lors des déplacements relatifs du taper et de la microcavité, qui influent de façon significative sur la forme des résonances, et donnent ainsi accès à des informations importantes. A l'instar des travaux présentés en détail dans la thèse de Guoping Lin [16], un déplacement du taper le long d'un méridien m'a permis d'identifier les différents modes angulaires et de localiser le mode angulaire fondamental. Un déplacement du taper parallèlement à son axe révèle des phénomènes liés aux couplages entre modes dans le taper et leur interaction avec la cavité. Enfin, j'ai montré que le déplacement dans la direction du gap induisait un élargissement (bien connu) et un déplacement (le plus souvent ignoré ou non interprété) dont l'explication ne réside pas dans l'effet de modification d'indice généralement invoqué, mais dans un phénomène subtil de réflexions successives des ondes évanescentes dans le gap<sup>1</sup>. Il en résulte que le rapport entre déplacement et l'élargissement (en anglais, SBR pour *Shift over Broadening Ratio*), dépend principalement de l'indice effectif du mode de galerie considéré, et fournit une indication décisive sur son ordre radial. Les prémices de cette interprétation sont déjà dans la thèse de François Treussart mais le modèle était limité au cas du couplage par prisme, et peu exploité. Dans la thèse de Sébastien Steiner, le modèle avait été testé pour un échantillon de GaAs, et l'annulation du SBR pour le mode fondamental excité avec un prisme de SF11 avait été observé. Dans cette thèse, j'ai étendu cette approche au couplage par fibre, et fait une étude systématiques des SBR, débouchant sur une nouvelle méthode d'identification de l'ordre radial des modes. Les techniques expérimentales et les développements théoriques relatifs au couplage en onde évanescente font l'objet du troisième chapitre de ce mémoire. Les nombreux modèles théoriques vont permettre de prévoir les formes de résonances expérimentales et de repérer les modes aux longueurs d'onde de pompe et d'émission.

Les nanocristaux de silicium dans la silice sont obtenus à partir d'un dépôt de silice non-stœchiométrique (SRSO pour *Silicon-Rich Silicon Oxide*) suivi d'un recuit à haute température (typiquement 1 000°C). Lors du recuit, le silicium excédentaire subit une ségrégation de phase qui rétablit la stœchiométrie de la silice et forme des nanoagrégats de silicium, plus ou moins cristallins suivant les conditions. Ils sont intéressants pour l'émission via deux mécanismes : le plus simple est leur émission directe (dans le visible) de façon analogue à une boîte quantique. Dans le second, les NC Si servent à la « sensibilisation » des ions de terre rare : leur rôle se limite alors à absorber l'énergie de la pompe, qu'ils cèdent ensuite aux ions voisins, chargés de l'émission sur leurs propres transitions. De ces deux mécanismes, le second est de loin le plus étudié (en Italie, en Allemagne et aux États-Unis). En raison de son intérêt scientifique fondamental, l'objectif que j'ai poursuivi dans

---

1. L'interprétation en termes de polarisation additionnelle – et donc d'indice – est en revanche valable pour de petites déformations de la sphère ou pour la détection de nanoparticules ou grosses molécules qui induisent un déplacement lorsqu'elles entrent dans le champ évanescent. Cette approche est actuellement utilisée par plusieurs groupes pour la détection de molécules d'intérêt biologique à l'aide de microsphères ou de microtores [17].

cette thèse porte sur le premier mécanisme, c'est-à-dire l'émission intrinsèque des NC Si. Les fréquences d'émission et d'absorption dépendant de la taille des nanostructures, et les processus d'interaction entre nanocristaux voisins favorisant les processus non-radiatifs, il est nécessaire de contrôler au mieux leur taille et leurs distances relatives. C'est là que la technique mise au point par nos collaborateurs de Caen joue un rôle essentiel : en produisant des multicouches alternées de silice ( $\text{SiO}_2$ ) et de SRSO ( $\text{SiO}_x$ ), la croissance des NC Si est limitée par l'épaisseur de la couche de SRSO, et leur densité par la valeur de l'excès de silicium disponible. Le principal défi consistait à combiner les technologies de production de ces couches avec celle de la fabrication des microtores. Même si des résultats prometteurs avaient été obtenus par le groupe avant le début de ma thèse, il s'est avéré que c'était une réelle difficulté que nous n'avons pas entièrement résolue. Le quatrième chapitre de cette thèse est consacré à l'étude de la fabrication de ces microdisques et microtores fonctionnalisés et aux différentes études de photoluminescence que j'ai pu réaliser. Grâce à la production de nouveaux tapers, j'ai pu mettre en évidence l'émission par des NC Si dans les modes confinés de microtores et observer la fluorescence, modulée par le spectre quasi-périodes des modes de galerie, en champ proche et en champ lointain.

## Références

- [1] E. Purcell, “Spontaneous emission probabilities at radio frequencies, in proceedings of the american physical society,” *Phys. Rev.* **69**, 674–702 (1946). Paper B10.
- [2] S. Haroche and D. Kleppner, “Cavity quantum electrodynamics,” *Physics Today* **42**, 24–30 (1989).
- [3] V. Sandoghdar, F. Treussart, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, J.-M. Raimond, and S. Haroche, “Very low threshold whispering-gallery mode microsphere laser,” *Phys. Rev. A* **54**, R1777 (1996).
- [4] K. J. Vahala, “Optical microcavities,” *Nature* **424**, 839 (2003).
- [5] M. Reed, “Quantum dots,” *Scientific American*; (United States) **268** (1993).
- [6] S. Steiner, “Microsphères de silice et boîtes quantiques InAs/GaAs : réalisation d’un microlaser à faible seuil,” Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie – Paris VI (2003).
- [7] J. Reithmaier, G. Sek, A. Löffler, C. Hofmann, S. Kuhn, S. Reitzenstein, L. Keldysh, V. Kulakovskii, T. Reinecke, and A. Forchel, “Strong coupling in a single quantum dot-semiconductor microcavity system,” *Nature* **432**, 197–200 (2004).
- [8] T. Yoshie, A. Scherer, J. Hendrickson, G. Khitrova, H. M. Gibbs, G. Rupper, C. Ell, O. B. Shchekin, and D. G. Deppe, “Vacuum Rabi splitting with a single quantum dot in a photonic crystal nanocavity,” *Nature* **432**, 200 (2004).
- [9] E. Peter, P. Senellart, D. Martrou, A. Lemaître, J. Hours, J.-M. Gérard, and J. Bloch, “Exciton photon strong-coupling regime for a single quantum dot embedded in a microcavity,” *Phys. Rev. Lett.* **95**, 067401 (2005).
- [10] N. L. Thomas, U. Woggon, O. Schops, M. V. Artemyev, M. Kazes, and U. Banin, “Cavity QED with semiconductor nanocrystals,” *Nano Lett.* **6**, 557–561 (2006).
- [11] I. T. R. for Semiconductors, “Itrs 2010 update,” (2010).
- [12] L. Canham, “Silicon quantum wire array fabrication by electrochemical and chemical dissolution of wafers,” *Appl. Phys. Lett.* **57**, 1046–1048 (1990).
- [13] L. Pavesi, L. Dal Negro, C. Mazzoleni, G. Franzò, and F. Priolo, “Optical gain in silicon nanocrystals,” *Nature* **408**, 440–444 (2000).
- [14] F. Gourbilleau, D. Bréard, R. Rizk, and J. Doualan, “Electrically pumped Nd<sup>3+</sup> doped solid laser,” US Patent App. 12/094,414 (2006).
- [15] L. Rayleigh, “The problem of the whispering gallery,” *Philos. Mag.* **20**, 1001 (1910).
- [16] G. Lin, “Fabrication et caractérisation de microcavités fonctionnalisées par des nanocristaux d’oxydes de terres rares : réalisation d’un microlaser monomode à très faible seuil,” Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie – Paris VI (2010).
- [17] J. Zhu, S. Ozdemir, Y. Xiao, L. Li, L. He, D. Chen, and L. Yang, “On-chip single nanoparticle detection and sizing by mode splitting in an ultrahigh-*Q* microresonator,” *Nat. Photonics* **4**, 46–49 (2009).

# Chapitre 1

## Généralités sur les modes de galerie

Les résonateurs sont utilisés dans toutes les branches de l'optique linéaire et non-linéaire, par exemple, pour des mesures spectroscopiques à très haute résolution, pour augmenter l'intensité d'une onde, ainsi que pour réaliser la rétroaction nécessaire pour atteindre le seuil d'oscillation laser. Dans un résonateur, le champ électromagnétique est confiné spatialement dans un ou plusieurs modes définis par leur fréquence de résonance et leur distribution spatiale (confinement « spatial »). Chaque mode est aussi caractérisé par des pertes qui définissent le temps de stockage de l'énergie (confinement « temporel »). L'efficacité du couplage matière–rayonnement est d'autant plus grande que le temps de stockage est long et que le volume modal est faible. Dans ce contexte, une microcavité se distingue par un volume qui est comparable à  $\lambda^3$  tout en conservant un temps de stockage relativement long. L'effet le plus connu dans des microcavités est l'effet d'exaltation de l'émission spontanée (effet Purcell). Celui-ci est essentiellement proportionnel au facteur de mérite sans dimension défini par le rapport du facteur de qualité  $Q$  par le volume  $\mathcal{V}$  du mode en unités de longueur d'onde :  $F_P \propto Q/(\mathcal{V}/\lambda^3)$ .

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à des microcavités monolithiques dans lesquelles le champ est essentiellement confiné dans un diélectrique, en l'occurrence de la silice, et les miroirs se situent aux interfaces. Plus précisément, il s'agit de cavités à modes de galerie dans lesquelles le confinement spatial est obtenu par une succession de réflexions totales internes. La très haute transparence du diélectrique et sa teneur très faible en diffuseurs ou absorbants est propice à un excellent confinement spatial et permet d'obtenir de très grands facteurs de qualité dans toute la fenêtre de transparence de la silice, s'étendant bien au-delà du domaine du visible, de 0,2 à 3,5  $\mu\text{m}$ .

Dans ce chapitre, nous allons rappeler les propriétés des modes de galerie et, plus spécifiquement, leurs conditions d'existence et leur structure. Dans un premier temps, nous adopterons un point de vue d'optique géométrique. Dans un second temps, une approche ondulatoire semi-classique permettra de se représenter le champ de façon plus physique. Dans un troisième temps, nous adopterons le formalisme des équations de Maxwell pour résoudre l'équation d'onde dans ces cavités et aboutir à la structure des modes de galerie et de leur spectre. Une analogie avec des microsphères et la résolution numérique de l'équation d'onde par la méthode des éléments finis nous permettra d'étendre l'analyse aux cavités toroïdales.

## 1.1 Optique dans les milieux diélectriques

Dans un milieu diélectrique, c'est-à-dire un matériau dépourvu de courants libres, la propagation de la lumière est généralement décrite en considérant simplement une équation de d'Alembert avec une célérité  $c/N$ , où  $N$  est l'indice de réfraction. Néanmoins une grande variété de phénomènes physiques peuvent être mis en évidence dans ces matériaux, même en se restreignant aux effets linéaires. Dans le volume du matériau diélectrique, la diffusion Thomson se traduit par un changement de direction sans changement de fréquence. La diffusion Rayleigh à l'origine de la couleur bleue du ciel et les inhomogénéités de l'indice aux petites et grandes échelles vérifient également ceci.

Lorsqu'un champ incident atteint le dioptré séparant deux milieux diélectriques, il peut être réfléchi, réfracté, engendrer une onde évanescente ou encore être diffusé par une aspérité de la surface<sup>1</sup>.

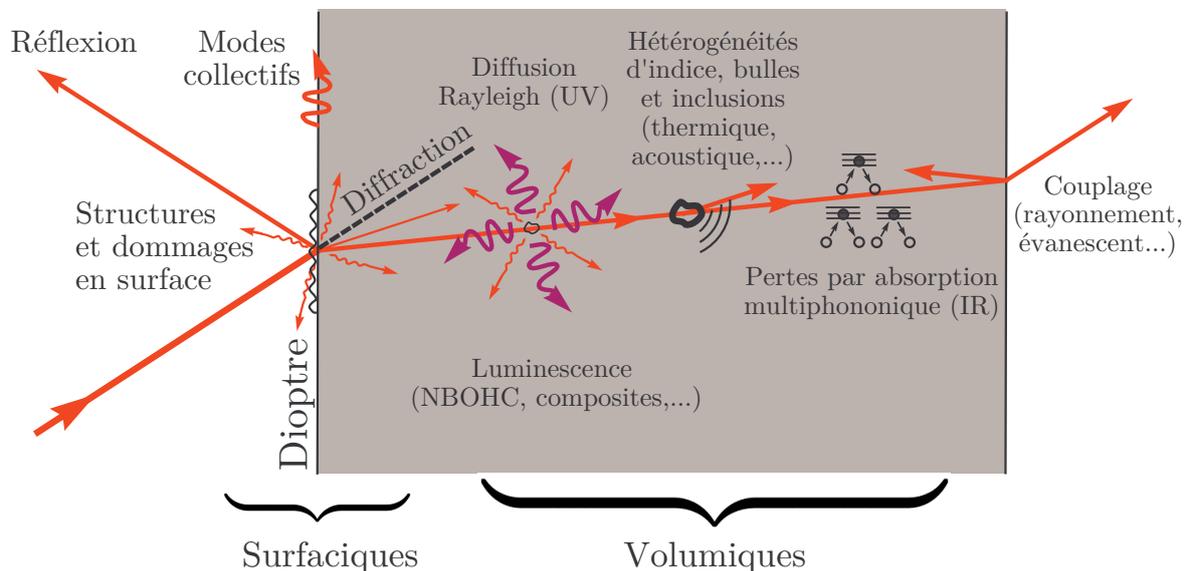


FIGURE 1.1 – Quelques effets du point de vue des champs dans un milieu diélectrique réel. Cette liste recense les principaux phénomènes obtenus dans le cadre du couplage lumière-matière (Pour des raisons de clarté, l'influence de la polarisation est omise). La luminescence peut être générée par des centres colorés, des éléments composites ou des défauts dans la silice, comme par exemple les NBOHC (en anglais Non-bridging Oxygen hole centers) étudiés au chapitre 4.

Parmi les diélectriques utilisés en optique la silice joue un rôle éminent en raison de sa très haute transparence dans une large bande de longueur d'onde qui va de l'ultraviolet (UV) au moyen infrarouge (IR). La silice possède également des propriétés mécaniques exceptionnelles. La possibilité de la produire à l'état très pur par l'oxydation du silicium a permis de lui trouver de nombreuses applications notamment dans le domaine des télécommunications optiques. Diverses sources de luminescence et de gain dans la matrice

1. Si le dioptré est structuré de façon périodique, alors une composante du champ peut être diffusée dans une direction *a priori* interdite [1].

de silice seront détaillées dans cette thèse.

Une autre application importante des diélectriques dans le domaine photonique est la possibilité de confiner le champ à trois dimensions dans des microcavités qui donnent lieu à de nouveaux phénomènes. L'interaction prolongée d'atomes ou de nanostructures couplés à la microcavité donne lieu à des modifications de leurs propriétés d'émission. Une illustration cruciale de ses propriétés est la réalisation de diodes lasers utilisant des microcavités de différents types.

Le confinement du champ électromagnétique dans les microcavités peut être obtenu en tirant parti des phénomènes indiqués ci-dessus. Les microcavités planaires utilisent la réflexion partielle à faible angle d'incidence. Cette réflexion partielle peut être optimisée en utilisant une structuration périodique, comme dans un miroir de Bragg ou dans les méta-matériaux à bande interdite photonique. Un autre mécanisme tire parti de la réflexion totale interne, c'est notamment le cas des parois latérales d'un micro-pilier ou des faces inférieure et supérieure d'une membrane d'un cristal photonique. C'est ce mécanisme qui est mis en jeu dans les microcavités à modes de galerie qui sont étudiées dans cette thèse.

Une microcavité à modes de galerie est similaire à un guide d'onde à réflexion totale interne rebouclé sur lui-même. Certaines caractéristiques des modes de galerie peuvent ainsi être dégagées en revenant sur les propriétés des guides d'onde diélectriques auxquels est consacré le prochain paragraphe.

## 1.2 Guide d'onde diélectrique et conventions

Le guide d'onde le plus simple est le guide d'onde plan, ou guide « slab », constitué d'une couche diélectrique d'indice de réfraction  $N_2$ , entourée par deux milieux diélectriques semi-infinis d'indices  $N_1$  et  $N_3$  plus faibles. Ce problème a été traité par de nombreux auteurs, comme par exemple H. F. Taylor et A. Yariv [2] ou D. Marcuse [3], en raison de son importance pour les dispositifs d'optique intégrée ou pour les diodes laser.

Si une source émet à partir du milieu d'indice  $N_2$  dans une direction telle que l'angle d'incidence  $i$  est supérieur à l'angle critique  $i_c = \arcsin(N_1/N_2)$ , alors la réfraction est interdite car elle ne permet pas de vérifier les lois de Descartes. Le phénomène est appelé « Réflexion Totale Interne » (en anglais, TIR pour *Total internal reflection*). Le mode de galerie peut être comparé à un rayon subissant une succession de TIR ; ce serait « un chemin » possible de la lumière.

Dans une description plus rigoureuse, nous les obtenons en résolvant l'équation d'onde :

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{\mathcal{E}} - \left(\frac{N_j}{c}\right)^2 \frac{\partial^2 \boldsymbol{\mathcal{E}}}{\partial t^2} = \mathbf{0}, \quad (1.1)$$

où  $\boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t)$  est le vecteur champ réel,  $c$  est la vitesse de la lumière et  $N_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) est l'indice dans chacun des trois milieux homogènes. Pour une onde monochromatique, l'amplitude complexe du « vrai champ » est donnée par  $\boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t) = \Re(\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega_0 t})$  où  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  est l'amplitude complexe<sup>2</sup>. Comme nous avons  $\nabla \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}} = 0$ , et un milieu homogène ( $\Delta N_2/N_2 = 0$ ),

---

2. C'est la formulation « à la Fresnel » du problème du puits de potentiel fini 1D en mécanique quantique. Dans ce manuscrit, j'utiliserai la convention de la mécanique quantique qui consiste à écrire  $-i\omega_0 t$  pour la phase du champ, mais cela ne change pas la physique.

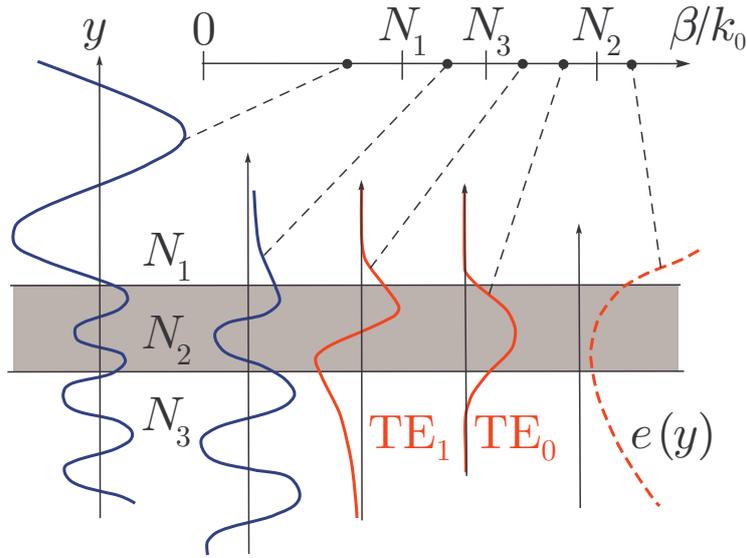


FIGURE 1.2 – Allure possible des solutions de l'équation d'onde en polarisation TE pour un guide d'onde plan asymétrique [2]. Les indices effectifs  $\beta/k_0$  correspondant aux domaines d'existence des modes sont reportés sur une demi-droite. Pour  $\beta/k_0 < N_3$ , les modes sont dits « rayonnants », et, pour  $\beta/k_0 > N_3$ , les modes  $TE_1$  et fondamental  $TE_0$  sont des exemples de « modes guidés ». Le mode qui diverge à l'infini n'est pas une solution physique acceptable.

nous déduisons l'équation de Helmholtz vectorielle :

$$\Delta \mathbf{E} + N_j^2 k_0^2 \mathbf{E} = \mathbf{0}, \quad (1.2)$$

où  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  est la norme du vecteur de l'onde dans le vide. Sans résoudre explicitement l'équation (1.2), nous allons présenter les principales propriétés des modes « Transverses Électriques » (TE) qui sont les plus simples. L'incidence TE (respectivement TM) correspond à un champ électrique (magnétique) dirigé perpendiculairement au plan d'incidence, aussi noté  $s$  pour *senkrecht* ( $p$  pour *parallel* en allemand). Les modes se propagent dans la direction  $z$  perpendiculaire au schéma dans la figure 1.2. Si  $i$  est l'angle dans le diélectrique 2, la constante  $\beta$  est la projection du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  de longueur  $N_2 k_0$  et donc  $\beta = N_2 k_0 \sin i$ . La constante de propagation et le profil d'amplitude, ou « mode »  $e(y)$ , permettent d'écrire le champ  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = e(y) e^{i\beta z} \hat{\mathbf{x}}$ , où l'accent circonflexe correspond au vecteur unitaire  $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}/\|\mathbf{x}\|$ . Sur la figure 1.2, nous présentons des profils de modes pour différentes valeurs de  $\beta$  obtenus en incidence  $s$ . Si la composante tangentielle  $k_{\perp} = N_2 k_0 \cos i$  du vecteur d'onde satisfait la condition de résonance, pour chaque polarisation :

$$2 k_{\perp}^{\text{pol}} a + \phi_{21}^{\text{pol}} + \phi_{23}^{\text{pol}} = 2\pi p, \quad (1.3)$$

où  $p$  est un ordre d'interférence entier et  $\phi_{2j}^{\text{pol}}$  sont les phases des coefficients de Fresnel [4]. La constante de propagation prend alors des valeurs discrètes pour assurer la condition d'interférence constructive :

$$\beta_p^{\text{pol}} = N_2 k_0 \sin i_p^{\text{pol}} \quad \text{et} \quad k_{\perp p}^{\text{pol}} = N_2 k_0 \cos i_p^{\text{pol}}. \quad (1.4)$$

Il résulte de l'équation (1.3) une quantification pour les modes confinés, c'est-à-dire les « modes guidés », comme par exemple  $TE_0$  et  $TE_1$ . Les autres type de mode, généralement appelés « modes rayonnants », correspondent à des continums. Nous définissons également l'indice effectif du mode :

$$N_{\text{eff}} \equiv \beta_p^{\text{pol}} / k_0 . \quad (1.5)$$

Dans les sections qui suivent nous décrirons les modes des microsphères et des microtores à partir de solutions à l'équation de Helmholtz vectorielle (exactes ou approchées) et dans l'approche eikonale suivant les principes de l'optique classique.

### 1.3 Approche d'optique physique

Pour ce qui est de la cavité de rayon  $a$ , nous utiliserons le paramètre de taille adimensionné, ou variable réduite,  $x \equiv k_0 a = 2\pi a / \lambda_0$ . Dans un premier temps, nous décrirons les modes de galerie dans une microsphère dans le cadre de l'optique géométrique ( $x \rightarrow \infty$ ).

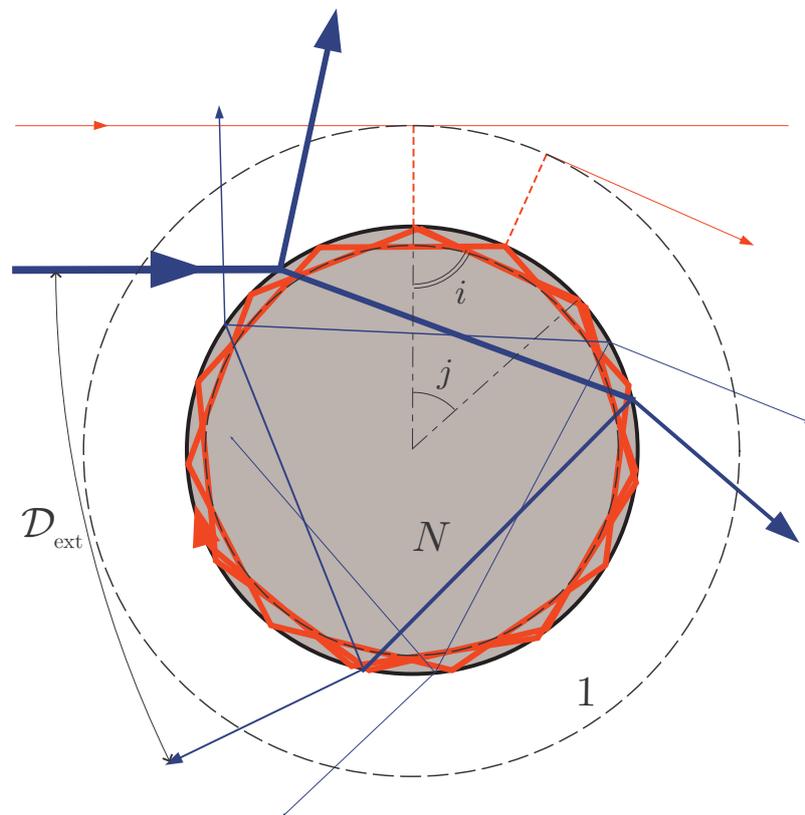


FIGURE 1.3 – En traits bleus : situation de l'arc en ciel dans une bille. En traits rouges, effet « tunnel » optique : un rayon tangent à la caustique extérieure peut exciter un mode de galerie correspondant à une infinité de réflexions totales internes.

### 1.3.1 Approche classique

En optique classique, nous étudions la propagation d'un rayon lumineux dans la boule diélectrique d'indice  $N$  placée dans un milieu environnant d'indice 1.

Dans cette géométrie, en raison de la symétrie sphérique, les lois de Snell-Descartes indiquent qu'après chaque réflexion le rayon reste dans un même plan diamétral et l'angle est conservé, ce qui indique que la trajectoire du rayon lumineux est plane, et décrit un polygone régulier.

Les modes de galerie correspondent au cas où l'angle d'incidence constant  $i$  est supérieur à l'angle critique de TIR :

$$i_C = \arcsin(1/N) . \quad (1.6)$$

Dans cette approche, en l'absence d'absorption et de diffusion, le temps de stockage de l'énergie serait infini.

La caustique intérieure, c'est-à-dire l'enveloppe des rayons réfléchis, est un cercle dont le rayon caractérise la distance d'approche minimale au centre  $r_{\min} = a \sin i = a \cos j$  qui est supérieure à  $a/N$ . Dans la figure 1.3, les rayons tracés en rouge représentent les modes de galerie et les cercles en pointillés représentent les caustiques intérieure et extérieure correspondantes. En vertu du principe de localisation, le maximum d'énergie se trouve au voisinage de la caustique intérieure. En revanche, les rayons bleus qui ne font que traverser la cavité, correspondent à des « modes rayonnants ». Ils sont à l'origine du phénomène d'arc en ciel<sup>3</sup>. Dans cette situation, les modes présenteront un facteur de qualité très faible. Quant aux modes de galerie, ils sont analogues aux « modes guidés » à droite de la figure 1.2.

Pour passer du guide d'onde au résonateur, il pourrait paraître logique de vouloir que le rayon se referme sur lui même, néanmoins cette condition n'est pas indispensable pour obtenir une condition d'interférence constructive. Si toutefois nous faisons cette hypothèse simplificatrice, nous pourrions en déduire quelques relations utiles. Considérons donc un polygone régulier à  $\ell \gg 1$  sommets. Son aire est composée de  $2\ell$  triangles rectangles dont l'angle au centre vaut  $j = \pi/\ell$ . Pour un résonateur en anneau, la condition de résonance donne pour le chemin optique :

$$\mathcal{S} \equiv \ell N 2a \sin(j) = p \lambda_0 , \quad (1.8)$$

où  $p$  est un ordre d'interférence entier. Nous montrerons au prochain paragraphe que cet ordre d'interférence  $p$  doit être identifié au moment cinétique quantifié  $\ell$ , ce qui revient à supposer que chaque coté du polygone a une longueur  $\lambda_0/N$ . En terme de paramètre de

---

3. La dispersion des couleurs se produit pour l'angle de déviation  $\mathcal{D} = \pi - 4i_{\text{ext}} + 2\theta_{\text{ext}}$  extrême ( $\delta\mathcal{D}_{\text{ext}} = 0$ ). Pour l'arc principal, la déflexion est l'angle entre la direction incidente et la direction ayant subi une réflexion au fond de la bille. Dans la silice  $N = 1,453$ , donc  $\mathcal{D}_{\text{ext}} \simeq 153^\circ$  et  $i_{\text{ext}} \simeq 52,6^\circ$ . L'angle d'incidence correspondant à la déviation extrême étant égal à

$$i_{\text{ext}} = \pm \arcsin \sqrt{(4 - N^2)/3N^2} , \quad (1.7)$$

reste toujours inférieur à l'angle critique  $i_C$ . En outre, notons que pour vérifier l'équation (1.7), l'indice de réfraction doit être nécessairement inférieur à 2.

taille  $x$ , la condition de résonance s'écrit :

$$N x = \frac{\pi}{\sin(\pi/\ell)} \sim \ell , \quad (1.9)$$

Ceci fournit une première approximation du spectre des modes de galerie en unités réduites. Le développement  $\sin(\pi/\ell) \approx \pi/\ell$  correspond à la limite des incidences rasantes,  $\cos(j) \approx 1$ , où les côtés du polygone ainsi que la caustique intérieure tendent à se confondre avec un grand cercle de la sphère.

Enfin, un mode de galerie est caractérisé par sa polarisation rectiligne (TE=perpendiculaire au plan de propagation ou TM=parallèle au plan de propagation) qui se conserve à la réflexion. Nous avons vu qu'un mode de galerie est créé par une succession de TIR confinant les faisceaux proches du dioptré. Nous établirons dans le paragraphe suivant un modèle prenant en compte les phases additionnelles accumulées sur la trajectoire.

### 1.3.2 Approche eikonale

L'approche eikonale permet une description plus fine du phénomène, toujours dans l'approximation des grandes longueurs d'onde. D'après le principe de Fermat, la longueur optique  $\mathcal{S}(\mathbf{r}) = \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} N ds$  est extrémale, soit  $\delta\mathcal{S} = 0$ . Dans le cas de la boule diélectrique, la trajectoire n'est pas fermée. L'approximation d'enveloppe appliquée à un champ électrique  $E(\mathbf{r}) \approx A(\mathbf{r}) \exp(ik_0 \mathcal{S})$  impose à  $\mathcal{S}$  d'être solution de l'équation eikonale :

$$\|\nabla\mathcal{S}\|^2 = N^2 . \quad (1.10)$$

Dans le cadre de l'eikonale, la longueur optique est égale à la phase du champ électrique, à condition de prendre en compte le déphasage de  $\pi/2$  sur la caustique [5]. Nous réécrivons cette équation dans le système de coordonnées sphériques  $(r, \theta, \varphi)$ , où le carré de la norme du gradient s'écrit :

$$\left(\frac{\partial\mathcal{S}}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left[ \left(\frac{\partial\mathcal{S}}{\partial\theta}\right)^2 + \frac{1}{\sin^2\theta} \left(\frac{\partial\mathcal{S}}{\partial\varphi}\right)^2 \right] = N^2 . \quad (1.11)$$

L'équation d'onde étant séparable en coordonnées sphériques, le champ électrique se met sous la forme  $E(\mathbf{r}) = E_r(r) E_\theta(\theta) E_\varphi(\varphi)$ . Par conséquent, sa phase est la somme de trois contributions ; nous pouvons donc chercher le chemin optique sous la forme  $\mathcal{S}(\mathbf{r}) = \mathcal{S}_r(r) + \mathcal{S}_\theta(\theta) + \mathcal{S}_\varphi(\varphi)$ . En utilisant les constantes de séparation  $L$  et  $M$ , l'équation eikonale se scinde en trois équations :

$$\frac{\partial\mathcal{S}_\varphi}{\partial\varphi} = M \quad , \quad \left(\frac{\partial\mathcal{S}_\theta}{\partial\theta}\right)^2 + \frac{M^2}{\sin^2\theta} = L^2 \quad , \quad \left(\frac{\partial\mathcal{S}_r}{\partial r}\right)^2 + \frac{L^2}{r^2} = N^2 . \quad (1.12)$$

Il est intéressant d'introduire le moment cinétique du mode, défini comme  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \nabla\mathcal{S}$ , homogène à une longueur. Les deux premières équations expriment respectivement la conservation de la projection du moment cinétique  $M$  suivant l'axe ( $Oz$ ) et la conservation de la norme  $L = \|\mathbf{L}\|$ . Ces grandeurs sont représentées sur la figure 3.5. Dans une sphère parfaite, le moment cinétique est conservé ce qui implique que le faisceau est contenu

dans le plan normal au vecteur  $\mathbf{L}$ . Dans la direction radiale, la trajectoire du faisceau est comprise entre les cercles de rayons  $r_{\min} = L/N$  et  $r = a$ . La conservation de  $L$  entraîne donc celle de  $i$ . On retrouve ainsi les prédictions des lois de Snell-Descartes. L'angle  $\alpha = \arccos(|M|/L)$  entre  $\mathbf{L}$  et l'axe de référence représenté sur la figure 3.5 est tel que  $\theta_C = \pi/2 \pm \alpha$  sont les valeurs extrêmes de la colatitude  $\theta$  (caustiques angulaires).

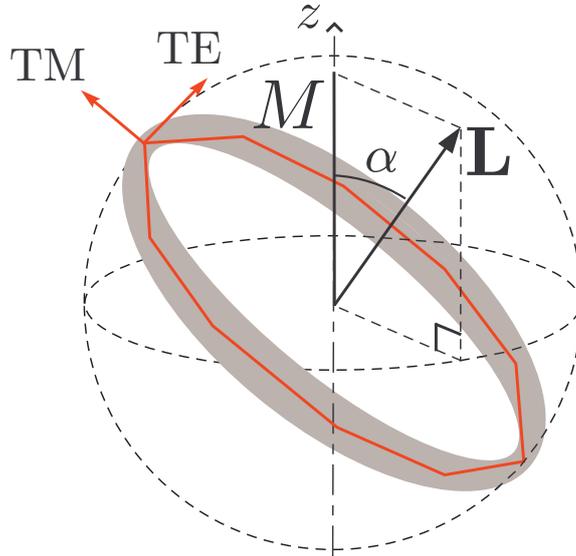


FIGURE 1.4 – Schéma présentant le moment cinétique d'un mode de galerie  $\mathbf{L}$  et sa projection  $M$  sur l'axe de référence  $z$ .

L'intégration des trois équations différentielles donne les chemins optiques après une révolution sur chaque coordonnée :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_\varphi &= \int^\varphi M d\varphi' = M \varphi \\ \mathcal{S}_\theta &= \int^\theta \sqrt{L^2 - \frac{M^2}{\sin^2 \theta'}} d\theta' = L \left( \cos \alpha \arcsin \left( \frac{\cotan \alpha}{\tan \theta} \right) - \arcsin \left( \frac{\cos \theta}{\sin \alpha} \right) \right), \quad (1.13) \\ \mathcal{S}_r &= \int^r \sqrt{N^2 - \frac{L^2}{\rho^2}} d\rho = L f \left( \frac{Nr}{L} \right) \end{aligned}$$

où la fonction  $f$  est définie par :

$$f(u) = \int_1^u \sqrt{1 - \frac{1}{t^2}} dt = \sqrt{u^2 - 1} - \arccos \left( \frac{1}{u} \right). \quad (1.14)$$

La condition d'interférences constructives implique que  $\mathcal{S}$  reprend la même valeur à un multiple de  $2\pi$  près chaque fois que les angles ont fait un tour ou que  $r$  reprend la même valeur. Cela se traduit par la quantification habituelle du moment cinétique

$$\Delta \mathcal{S}_{\text{ang}} = \Delta \mathcal{S}_\theta + \Delta \mathcal{S}_\varphi = 2\pi L = 2\pi N r_{\min}, \quad (1.15)$$

où  $L$  est un entier.

En ce qui concerne la composante radiale de l'eikonale, l'intégrale sur une période, c'est-à-dire un aller-retour entre la caustique et l'interface  $\mathcal{S}_r$  s'écrit :

$$\Delta \mathcal{S}_r = 2 L f\left(\frac{N a}{L}\right). \quad (1.16)$$

Notons que  $f(1/\cos j) = \tan j - j$ , ce qui signifie que la différence de marche radiale est égale à la différence de longueur entre l'arc de cercle ( $\propto j$ ) et la corde ( $\propto \tan j$ ). Toutefois, cette différence de marche radiale doit être corrigée pour tenir compte du déphasage introduit par la TIR.

### Déphasages à la réflexion

Dans le cas d'une courbure modérée, les coefficients de réflexion sur le dioptre sphérique peuvent être approchés par les coefficients de Fresnel d'une interface plan. A la limite de l'incidence rasante, ce coefficient de réflexion tend vers  $-1$ , ce qui correspond à un déphasage de  $\pi$ . Toutefois, l'angle  $j$  n'étant pas rigoureusement nul, il convient de calculer l'écart à cette valeur limite en tenant compte de l'onde évanescente associée à la TIR. Cette onde peut être caractérisée par une composante perpendiculaire imaginaire du « vecteur d'onde »  $k_s = i k_0 \sqrt{N^2 \sin^2 i - 1}$ , que l'on déduit aisément des lois de Snell-Descartes et de la relation de dispersion dans le milieu extérieur.

La continuité des composantes tangentielles du champ électrique et du champ magnétique donne les coefficients de Fresnel qui peuvent être mis sous la forme synthétique :

$$r^{\text{pol}} = \frac{P k - N k_s}{P k + N k_s} = \frac{P \cos i - i \sqrt{N^2 \sin^2 i - 1}}{P \cos i + i \sqrt{N^2 \sin^2 i - 1}} = \exp(i \phi^{\text{pol}}), \quad (1.17)$$

où  $k = N k_0 \cos i$  est la composante normale du vecteur d'onde dans la sphère et  $P$  est un paramètre dépendant de la polarisation donné par :

$$P = \begin{cases} N & \text{en incidence TE,} \\ N^{-1} & \text{en incidence TM.} \end{cases} \quad (1.18)$$

La phase  $\phi^{\text{pol}}$ , que nous étudierons de nouveau dans le chapitre 3, est obtenue simplement :

$$\phi^{\text{pol}} = -2 \arctan\left(\frac{\sqrt{N^2 \sin^2 i - 1}}{P \cos i}\right), \quad (1.19)$$

qui tend vers  $-\pi$  à la limite de l'incidence rasante avec notre convention de signe.

Cette phase, qui s'ajoute à la phase géométrique, peut être interprétée comme un retard découlant de la pénétration du champ dans le milieu environnant. On peut en rendre compte en considérant que le champ s'annule (en faisant la correspondance avec les conditions aux limites métalliques qui conduisent à une phase  $\pi$  à la réflexion) à une profondeur  $\delta^{\text{pol}}$  telle que :

$$N k_i \delta^{\text{pol}} = \pi/2 + \phi^{\text{pol}}/2 = \arctan\left(\frac{P \cos i}{\sqrt{N^2 \sin^2 i - 1}}\right) \Rightarrow \delta^{\text{pol}} \simeq \frac{\lambda_0}{2\pi N} \frac{P}{\sqrt{N^2 - 1}}. \quad (1.20)$$

Cette profondeur de pénétration dépendant de la polarisation est responsable de l'effet Goos-Hänchen habituel pour un dioptre plan. Cela revient à remplacer le rayon  $a$  de la sphère par un rayon effectif  $\bar{a} = a + \delta^{\text{pol}}$ .

Par ailleurs, le passage par une caustique induit un déphasage de  $\pi/2$  [5]. Ce déphasage doit être pris en compte dans le déphasage radial lors du passage par la caustique intérieure. De plus, le « mouvement » selon  $\theta$  comporte deux caustiques (points de rebroussement)  $\pi/2 - \alpha$  et  $\pi/2 + \alpha$ .

En récapitulant, on obtient le tableau suivant :

Coordonnées	$r$	$\theta$	$\varphi$
Caustiques	1 en $r = r_{\min}$	2 en $\theta = \pi/2 \pm \alpha$	symétrie de révolution
Nombre de TIR	1 en $r = a$	0	
Déphasages	$\pi/2 + \pi + \phi^{\text{pol}}$	$\pi$	
Chemins optiques	$\Delta\mathcal{S}_r = 2L f\left(\frac{N\bar{a}}{L}\right) + \lambda_0/4$	$\Delta\mathcal{S}_{\text{ang}} = 2\pi L - \lambda_0/2$	

L'eikonale ainsi complétée nous permet d'écrire la condition de retour en phase.

### 1.3.3 Conditions de retour en phase et l'indice des modes

Le confinement étant tridimensionnel, un mode est repéré par trois ordres entiers  $n$ ,  $\ell$  et  $m$  auxquels s'ajoute la polarisation. L'approche eikonale permet d'identifier ces indices à des ordres d'interférence. En appliquant le retour en phase sur les trois chemins optiques, nous obtenons :

$$\begin{cases} \bar{J} = (n - \frac{1}{4}) \lambda \\ L = (\ell + \frac{1}{2}) \lambda \\ M = m \lambda, \end{cases} \quad (1.21)$$

où  $\bar{J}$  est déduit de l'équation (1.16) :

$$\bar{J} = \frac{L}{\pi} f\left(\frac{N\bar{a}}{L}\right), \quad \text{où } \bar{a} = a + \delta^{\text{pol}}. \quad (1.22)$$

L'ordre d'interférence radial  $n$  donne le nombre de lobes dans la direction radiale ( $n \in \mathbb{N}^*$ ). Le nombre  $\ell$  est appelé *ordre angulaire* ou *nombre modal* ( $\ell \in \mathbb{N}^*$ ) et  $m$  *ordre azimutal* vérifiant  $m \in [-\ell, \ell]$ . Nous utiliserons souvent l'ordre d'interférence « polaire »  $q \equiv (\ell - |m|)$  qui correspond au chemin optique  $\Delta\mathcal{S}_\theta$ , tel que  $q + 1$  est le nombre de lobes du champ dans la direction du méridien ( $q \in \mathbb{N}$ ).

Le mode apparaît comme une cavité en anneau où l'ordre longitudinal est  $m$ . Dans cette approche, les nombres  $n$  et  $q$  sont les ordres transverses du mode. Pour chaque polarisation, le mode « fondamental » correspond donc à  $n = 1$  et  $\ell = |m|$  (ordres transverses minimaux). En d'autres termes, la distribution dans le plan de coupe, dans la direction méridienne, de ce mode ne présente pas de zéro.

### 1.3.4 Le spectre des modes de galerie

Les fréquences de résonance (indépendantes de  $m$ ) pourront être obtenues à l'aide de la quantification de  $J$  à condition de savoir inverser la fonction  $f$ , ce qui donne :

$$N \bar{x} = \left( \ell + \frac{1}{2} \right) f^{-1} \left( \frac{\pi \left( n - \frac{1}{4} \right)}{\ell + \frac{1}{2}} \right), \text{ avec } \bar{x} = x + \frac{P}{N \sqrt{N^2 - 1}}. \quad (1.23)$$

Pour des sphères suffisamment grandes ( $\ell \gg 10$ ) et des indices radiaux proches de 1, le développement limité de la fonction  $f^{-1}$  en 0 permet d'obtenir la position approchée des résonances sous la forme :

$$N x \sim \ell + \frac{1}{2} + \left( \frac{\ell + \frac{1}{2}}{2} \right)^{1/3} \left( \frac{3\pi \left( n - \frac{1}{4} \right)}{2} \right)^{2/3} - \frac{P}{\sqrt{N^2 - 1}} + \dots. \quad (1.24)$$

Cette condition de résonance exprime la relation existant entre le paramètre de taille  $x$  et les ordres  $n$  et  $\ell$  du mode de galerie pour chaque polarisation. En divisant de part et d'autre de l'équation (1.24) par  $c/2\pi Na$ , on obtient le spectre quasi-périodique en fréquence, des modes de galerie, dans l'approche eikonale.

Par ailleurs, le paramètre de taille rend bien compte de l'effet Goos-Hänchen découlant de la TIR. Cet effet cause un décalage entre les spectres des modes TE et TM, donné par la différence :

$$x^{\text{TE}} - x^{\text{TM}} = \frac{\sqrt{N^2 - 1}}{N}. \quad (1.25)$$

Ce décalage TE–TM est approprié pour une détermination univoque de l'indice. Toutefois, cette formule reste bien approchée que pour des modes dont le nombre modal  $\ell$  est très grand devant 100. Pour des cavités plus petites, un décalage TE–TM valant  $\approx \sqrt{N_{\text{eff}}^2 - 1}/N_{\text{eff}}$  corrige partiellement la dépendance avec l'ordre radial du mode.

**Valeurs autorisées** En utilisant l'équation (1.15), nous pouvons obtenir un encadrement de  $\ell$  en termes de  $x$ . En effet,  $r_{\min}$  est nécessairement inférieur à  $a$  et pour rester dans les conditions de TIR il doit être supérieur à  $a/N$  : on en déduit immédiatement  $x \leq \ell \leq N x$ . Sachant que l'équation sur  $J$  peut être mise sous la forme  $n = \ell f(a/r_{\min})/\pi$ , comme la fonction  $f$  est strictement croissante, la valeur maximale de  $n$  s'obtient en remplaçant  $r_{\min}$  par sa valeur minimale  $a/N$  d'où  $n \leq \ell f(N)/\pi$ .

Pour résumer, et en utilisant l'expression (1.14) pour  $f$ , en tenant compte des déphasages à la réflexion et sur les caustiques, nous obtenons les encadrements pour les indices :

$$\begin{cases} 0 < n - \frac{1}{4} \leq \ell \left( \sqrt{N^2 - 1} - \arctan \left( \sqrt{N^2 - 1} \right) \right) / \pi, \\ \bar{x} \leq \ell + \frac{1}{2} \leq N \bar{x}. \end{cases} \quad (1.26)$$

Dans une bille de silice  $N = 1,453$  de diamètre typique de  $40 \mu\text{m}$ , pour  $\lambda_0 \sim 780 \text{ nm}$ , le nombre angulaire  $\ell$  est de l'ordre de 200 et l'ordre radial est compris entre 1 et 17.

Nous verrons dans un paragraphe ultérieur que cette équation (1.24) est une bonne approximation notamment pour les modes fondamentaux.

Localisation	Rayon	Zone
Avant la caustique intérieure	$r < a/N$	Évanescence
Entre la caustique intérieure et le dioptré	$a/N < r < a$	Stationnaire
Entre le dioptré et la caustique extérieure	$a < r < r_{\max}$	Évanescence
Après la caustique extérieure	$r > r_{\max}$	Propagative

TABLE 1.1 – Nature de l'onde d'un mode de galerie dans les différentes régions de l'espace.

### 1.3.5 La réflexion totale interne frustrée

D'après un corollaire des lois de la diffraction, le vecteur d'onde  $k$  et le rayon  $r$  sont des variables conjuguées vérifiant  $\Delta k \Delta r \geq 1/2$ . L'extension spatiale de l'onde est donc non nulle ; en d'autres termes le champ occupe toujours un volume fini. Comme il est déjà principalement localisé à la surface, il explore la section transverse et déborde dans l'air<sup>4</sup>. La courbure du dioptré permet à l'onde évanescence de redevenir propagative au-delà de la caustique extérieure comme illustré sur la figure 1.3. Ce phénomène est un cas particulier de *frustration de la réflexion totale*. En coordonnées sphériques, le moment cinétique  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \nabla \mathcal{S}$  vaut  $a N \cos j$  dans la boule diélectrique. Le cosinus de l'angle au sommet  $j$  doit être supérieur à  $1/N$  pour réaliser la condition de réflexion totale interne, c'est-à-dire que le module  $L$  doit être supérieur à  $a$ . Dans le tableau 1.1 je présente en fonction du rayon  $r$  la nature de l'onde en présence. Ces deux composantes propagatives dans la sphère et au-delà de la caustique extérieure, couplées par effet « tunnel » optique, constituent un même mode du champ électromagnétique. La partie évanescence correspondant à l'encadrement  $r \in [a, r_{\max}]$  est communément appelée le « champ proche ». Dans cette région, l'équation eikonale (1.12) conduit à des solutions imaginaires faisant intervenir la fonction  $g$  qui est un prolongement analytique de  $f$ , pour  $0 < u \leq 1$  :

$$g(u) = \int_u^1 \sqrt{\frac{1}{t^2} - 1} dt = -\sqrt{1-u^2} + \ln \left( \frac{1 + \sqrt{1-u^2}}{u} \right) = -\sqrt{1-u^2} + \operatorname{argch} \left( \frac{1}{u} \right). \quad (1.27)$$

La probabilité de passage par « effet tunnel optique »  $\mathcal{P}$  vérifie alors :

$$\mathcal{P} \sim \left| \exp \left( -ik_0 [\mathcal{S}(r_{\max}) - \mathcal{S}(a)] \right) \right|^2 = \exp \left( -2\ell g(x/\ell) \right). \quad (1.28)$$

Cela donne un ordre de grandeur des pertes des modes de galerie, très faibles dès que  $\ell$  excède quelques dizaines – du moins pour les modes les plus confinés tels que  $x/\ell$  reste de l'ordre de  $1/N$  – et donc de leur facteur de qualité potentiellement très élevé. Réciproquement, on en déduit aussi que le couplage d'une onde propagative à un mode de galerie est extrêmement inefficace, ce qui requiert l'utilisation d'un couplage en onde-évanescence (cf chapitre 3).

---

4. L'approche « tracé de rayon » est approchée, car elle ne fait pas de différence entre une interface plane ou courbe. Il ne peut donc pas y avoir de perte du champ et l'invariance par renversement du temps est toujours vérifiée.

## 1.4 Approche électromagnétique rigoureuse

Le problème de la diffusion d'une onde plane par une bille sphérique a été résolu depuis de nombreuses années par Rayleigh pour les ondes acoustiques [6–8], et pour les ondes électromagnétiques par Debye [9], Lorenz [10] et Mie [11]. Elle est décrite en détail dans les ouvrages classiques de Van de Hulst [12], de Bohren et Huffman [13] ou de Newton [14]. Le nom de Mie est resté attaché à cette problématique car il fut le premier à employer ce formalisme dans le domaine des ondes électromagnétiques pour en déduire la couleur des solutions colloïdales. Nous allons reprendre cette théorie en résolvant l'équation d'onde dans le système de coordonnées sphériques, mais en nous intéressant principalement à la valeur du champ à l'intérieur de la sphère pour un mode donné, alors que les approches usuelles se concentrent sur le champ diffracté à l'extérieur en sommant les contributions de tous les modes.

### 1.4.1 Calcul formel des solutions

L'amplitude complexe  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  du champ monochromatique satisfait aux équations de Maxwell appliquées à une boule diélectrique, et elle est donc solution de l'équation vectorielle :

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - N^2(r)k_0^2 \mathbf{E} = 0, \quad (1.29)$$

où  $k_0 = \omega/c$  est le vecteur d'onde dans le vide et  $N = N(r) = 1 + (N - 1)\Theta(a - r)$  est l'indice de réfraction à une distance  $r$  du centre,  $\Theta$  représentant la distribution de Heaviside. Pour que les solutions soient physiques, le champ doit en outre vérifier  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$  (sauf éventuellement à l'interface) et rester borné sur tout l'espace.

Dans la méthode d'Hansen [15] par exemple, les deux solutions vectorielles de divergence nulle sont construites à partir de la solution  $\Psi$  de l'équation d'Helmholtz scalaire  $(\Delta_{sp} + N^2k_0^2)\Psi = 0$ , où  $\Delta_{sp}$  est l'opérateur Laplacien scalaire en coordonnées sphériques. Il est bien connu que cette équation est séparable en coordonnées sphériques et que la partie angulaire des solutions est donnée par les harmoniques sphériques :

$$Y_\ell^m(\theta, \varphi) = (-1)^{(m+|m|)/2} \sqrt{\frac{(2\ell+1)(\ell-|m|)!}{4\pi(\ell+|m|)!}} P_\ell^{|m|}(\cos\theta) e^{im\varphi}, \quad (1.30)$$

où  $P_\ell^m$  est la fonction de Legendre associée. La phase  $e^{im\varphi}$  correspond à une onde plane progressive de vecteur d'onde  $k_{//} \simeq m/a$  se propageant autour de la sphère.

Pour obtenir la partie radiale dépendante de  $\ell$ , il est d'usage de chercher des solutions sous la forme  $u(r)/r$ , ce qui conduit à l'équation radiale :

$$u''(r) + k_0^2 \left( N^2(r) - \frac{\ell(\ell+1)}{k_0^2 r^2} \right) u(r) = 0. \quad (1.31)$$

Des « modes guidés » existent dans le profil d'indice effectif au carré  $\check{N}^2(r)$  :

$$\check{N}^2(r) = \begin{cases} N^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{k_0^2 r^2} & \text{pour } r < a, \\ 1 - \frac{\ell(\ell+1)}{k_0^2 r^2} & \text{pour } r > a, \end{cases} \quad (1.32)$$

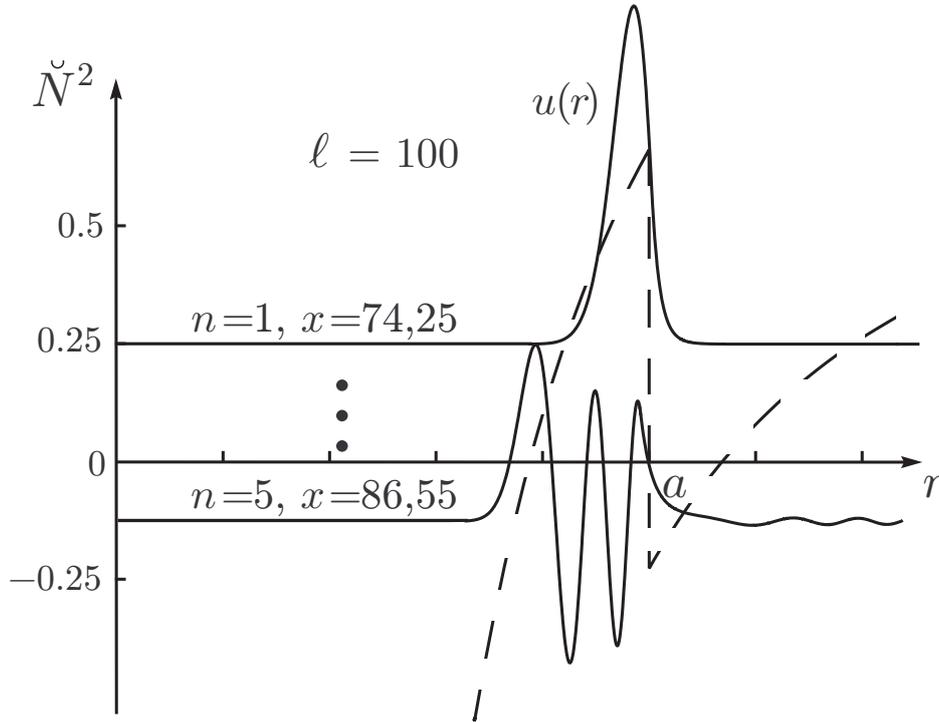


FIGURE 1.5 – Profil d'indice effectif (pointillés) pour  $N = 1,453$  et  $\ell = 100$  en fonction du rayon  $r$ . Les courbes en trait plein représentent les amplitudes du champ électrique (mode TE) dans la direction radiale pour  $n = 1$  et  $n = 5$ . L'ordre  $n$  apparaît comme le nombre de maxima de la distribution radiale d'intensité dans la bille. Le mode  $n = 5$  oscille de façon très visible au-delà de sa caustique extérieure ce qui correspond aux pertes par diffraction. L'offset vertical correspond à l'indice effectif du mode tracé.

dont nous représentons l'allure en pointillés sur la figure 1.5. La quantité  $\check{N}^2(r)$  est positive pour  $r \in [r_{\min}, a[ \cup ]r_{\max}, +\infty[$  avec  $r_{\min} = (\ell + \frac{1}{2})\lambda/N$  et  $r_{\max} = Nr_{\min}$  ce qui permet de prévoir un comportement oscillant dans ces régions. En revanche, pour  $r \in [0, r_{\min}[ \cup ]a, r_{\max}]$ ,  $\check{N}^2(r)$  est négative et on retrouve un comportement évanescence.

Pour obtenir l'expression explicite de la fonction  $u$  on peut faire le changement de variable  $r \rightarrow \rho = Nk_0r$  à l'intérieur et  $r \rightarrow \rho = k_0r$  à l'extérieur. Nous reconnaissons l'équation différentielle linéaire de Riccati-Bessel telle que :

$$\rho^2 u''(\rho) + (1 - \ell(\ell + 1)) u(\rho) = 0, \quad (1.33)$$

dont les solutions réelles indépendantes sont les fonctions :

- de Riccati-Bessel de 1<sup>re</sup> espèce d'ordre  $\ell$ ,  $\psi_\ell$ , finie en  $r = 0$  ;
- de Riccati-Neumann (dite de Riccati-Bessel de 2<sup>e</sup> espèce) d'ordre  $\ell$ ,  $\chi_\ell$ , infinie en 0.

On utilise aussi les fonctions complexes conjuguées (dites de Riccati-Hankel ou de Riccati-Bessel de 3<sup>e</sup> espèce),  $\eta_\ell^\pm = \psi_\ell \pm i\chi_\ell$ . Les fonctions de Riccati-Bessel<sup>5</sup> se déduisent des fonctions de Bessel sphériques par multiplication par leur argument, par exemple  $\psi_\ell(\rho) = \rho j_\ell(\rho)$ .

Les solutions physiques de l'équation radiale à l'intérieur et à l'extérieur de la boule

5. Ces fonctions sont des polynômes en  $\sin \rho$ ,  $\cos \rho$  et  $1/\rho$ . Les premières fonctions  $\psi_\ell(\rho)$ ,  $\chi_\ell(\rho)$ , pour

sont les suivantes :

$$u(r) = \begin{cases} \psi_\ell(N k_0 r) & \text{pour } r \leq a, \\ \alpha\psi_\ell(k_0 r) + \beta\chi_\ell(k_0 r) & \text{pour } r \geq a, \end{cases} \quad (1.36)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes déterminées grâce aux conditions aux limites.

Le mode de galerie (correspondant à la résonance) est obtenu pour  $\alpha = 0$  ce qui donne une onde externe purement évanescente. Avant la caustique extérieure l'onde est évanescente et au-delà elle est propagative.

Les champs électriques sont finalement déduits des rotationnels  $\mathbf{E} = \nabla \times (\Psi \hat{\mathbf{r}})$  (cas du mode TE) et  $\mathbf{E} = k_0^{-1} \nabla \times \nabla \times (\Psi \hat{\mathbf{r}})$  (cas du mode TM). Enfin, comme à l'accoutumée, le champ magnétique est donné par le rotationnel du champ électrique divisé par  $i\omega$ .

Pour les modes TE, puis les modes TM, les solutions exactes de l'équation de Helmholtz vectorielle sont formellement données par :

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{n\ell m}^{\text{TE}}(\mathbf{r}) &= E_0 \frac{u(r)}{r} \mathbf{X}_\ell^m(\hat{\mathbf{r}}) \\ \mathbf{B}_{n\ell m}^{\text{TE}}(\mathbf{r}) &= \frac{E_0}{ic} \left( \frac{u'(r)}{k_0 r} \mathbf{Y}_\ell^m(\hat{\mathbf{r}}) + \sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{u(r)}{k_0 r^2} \mathbf{Z}_\ell^m(\hat{\mathbf{r}}) \right) \end{cases}, \quad (1.37)$$

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{n\ell m}^{\text{TM}}(\mathbf{r}) &= \frac{E_0}{N^2} \left( \frac{u'(r)}{k_0 r} \mathbf{Y}_\ell^m(\hat{\mathbf{r}}) + \sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{u(r)}{k_0 r^2} \mathbf{Z}_\ell^m(\hat{\mathbf{r}}) \right) \\ \mathbf{B}_{n\ell m}^{\text{TM}}(\mathbf{r}) &= \frac{E_0}{ic} \frac{u(r)}{r} \mathbf{X}_\ell^m(\hat{\mathbf{r}}) \end{cases}, \quad (1.38)$$

où nous avons utilisé les harmoniques sphériques vectorielles :

$$\begin{cases} \mathbf{X}_\ell^m = \frac{1}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} \nabla Y_\ell^m \times \mathbf{r} \\ \mathbf{Y}_\ell^m = \frac{1}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} r \nabla Y_\ell^m \\ \mathbf{Z}_\ell^m = Y_\ell^m \hat{\mathbf{r}} \end{cases}. \quad (1.39)$$

**Développement asymptotique pour des ordres angulaires  $\ell \gtrsim 100$  :** Il est possible d'approcher l'harmonique sphérique vectorielle par sa composante vectorielle dominante venant de la dérivation par rapport à  $\phi$ . De plus, dans la sphère ou dans le champ proche, le terme en  $\mathbf{Z}_\ell^m$  domine le terme en  $\mathbf{Y}_\ell^m$ . Par conséquent, pour les modes TE, puis les modes TM, on obtient les expressions asymptotiques suivantes [16] :

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{n\ell m}^{\text{TE}}(\mathbf{r}) \propto \mathbf{B}_{n\ell m}^{\text{TM}}(\mathbf{r}) \propto \frac{u(r)}{r} Y_\ell^m(\theta, \varphi) \hat{\boldsymbol{\theta}}, \\ \mathbf{B}_{n\ell m}^{\text{TE}}(\mathbf{r}) \propto \mathbf{E}_{n\ell m}^{\text{TM}}(\mathbf{r}) \propto (\ell + \frac{1}{2}) \frac{u(r)}{c k_0 r^2} Y_\ell^m(\theta, \varphi) \hat{\mathbf{r}}, \end{cases} \quad (1.40)$$

$\ell = 0, 1, 2$  s'écrivent :

$$\begin{cases} \psi_0 = \sin \rho & \psi_1 = \rho^{-1} \sin \rho - \cos \rho & \psi_2 = (3\rho^{-2} - 1) \sin \rho - 3\rho^{-1} \cos \rho \\ \chi_0 = -\cos \rho & \chi_1 = -\rho^{-1} \cos \rho - \sin \rho & \chi_2 = -(3\rho^{-2} - 1) \cos \rho - 3\rho^{-1} \sin \rho \end{cases}. \quad (1.34)$$

Leurs Wronskiens sont constants :

$$W\{\psi_\ell, \chi_\ell\} = 1 \quad \text{et donc} \quad W\{\eta^+, \eta^-\} = -2i, \quad (1.35)$$

où la fonction  $u(r)$  a été définie dans l'équation (1.36). Dans ce cas, les harmoniques sphériques scalaires décrivent la dépendance angulaire du champ. Notons que les champs sont polarisés dans le plan équatorial formé par les vecteurs unitaires  $\hat{\mathbf{r}}$  et  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ <sup>6</sup>.

**L'approximation transitionnelle :** On appelle *zone de transition*, la région qui sépare la partie évanescente de la partie propagative. Elle se situe au voisinage du point d'inflexion d'abscisse  $\rho_{\text{t}} = \sqrt{\ell(\ell+1)} \simeq \ell + \frac{1}{2}$ . Dans la partie évanescente, c'est-à-dire pour des valeurs de  $\rho < \ell + \frac{1}{2}$ , la fonction de Riccati-Bessel de 1<sup>re</sup> espèce croît exponentiellement<sup>7</sup>.

Autour du point de transition, pour des nombres angulaires  $\ell \gtrsim 100$ , l'indice effectif dans la sphère peut être linéarisé :

$$N^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{k_0^2 r^2} \underset{\rho \rightarrow \rho_{\text{t}}}{\sim} N^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{x^2} + 2\frac{\ell^2}{a^3}(r-a). \quad (1.41)$$

Dans ce profil d'indice triangulaire, les fonctions d'Airy Ai et Bi forment la nouvelle base de solutions de l'équation de Helmholtz. L'équation de Riccati est ramenée à une équation d'Airy [17]. Dans la zone de transition ( $\rho \sim \ell + \frac{1}{2}$ ), on obtient les formes approchées suivantes :

$$\begin{aligned} \psi_{\ell}(\rho_{\text{t}} + \rho_{\text{t}}^{1/3}u) &\sim \pi^{2/3} \lambda^{1/6} \text{Ai}(-2^{1/3}u), \\ \chi_{\ell}(\rho_{\text{t}} + \rho_{\text{t}}^{1/3}u) &\sim -\pi^{2/3} \lambda^{1/6} \text{Bi}(-2^{1/3}u). \end{aligned} \quad (1.42)$$

Cette *approximation transitionnelle* permet d'obtenir la position approchée des résonances sous la forme [16] :

$$Nx \sim \ell + \frac{1}{2} + \left(\frac{\ell + \frac{1}{2}}{2}\right)^{1/3} (-\alpha_n) - \frac{P}{\sqrt{N^2 - 1}} + \dots, \quad (1.43)$$

où  $\alpha_n$  représente le  $n^{\text{e}}$  zéro de la fonction d'Airy dont les premiers termes sont  $\alpha_1 = -2,338$  et  $\alpha_2 = -4,088$ . Cette expression du spectre est très voisine de celle obtenue dans l'approche eikonale (1.23) et l'écart relatif est inférieur à 1%. L'approximation transitionnelle permet notamment d'éviter le calcul fastidieux (et fortement affecté par les erreurs d'arrondi) des fonctions de Bessel sphériques d'ordre élevé et permet d'obtenir assez précisément les caractéristiques des modes confinés. L'expression (1.43) fournit également une mesure de l'étendue du mode dans la direction radiale.

## 1.4.2 Conditions de résonance exactes

Compte tenu de la solution de l'équation radiale (1.36), la continuité des composantes tangentielles des champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$ , pour les deux polarisations, s'écrivent :

$$\begin{cases} \psi_{\ell}(Nx) &= \alpha_{\ell}^{\text{pol}} \psi_{\ell}(x) + \beta_{\ell}^{\text{pol}} \chi_{\ell}(x), \\ P \psi'_{\ell}(Nx) &= \alpha_{\ell}^{\text{pol}} \psi'_{\ell}(x) + \beta_{\ell}^{\text{pol}} \chi'_{\ell}(x), \end{cases} \quad (1.44)$$

où le coefficient  $P = N (N^{-1})$  pour les modes Transverse Électriques (Magnétiques) a été introduit dans l'équation (1.18). Le déterminant de ce système est le Wronskien

6. Il n'y a plus de composante dans la direction azimutale  $\hat{\boldsymbol{\phi}}$  (« modes transverses »). Dans le cas où la polarisation n'est pas incluse dans le plan d'onde, on parlera de « modes hybrides ».

7. Au voisinage du centre ( $\rho \rightarrow 0$ ), la fonction  $\psi_{\ell}$  se comporte comme  $\psi_{\ell}(\rho) \sim \rho^{\ell+1}/(2\ell+1)!!$

des fonctions de Riccati-Bessel qui vaut 1 [17, page 445]. Nous obtenons l'expression des coefficients :

$$\alpha_\ell^{\text{pol}} = \begin{vmatrix} \psi_\ell(Nx) & \chi_\ell(x) \\ P\psi'_\ell(Nx) & \chi'_\ell(x) \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \beta_\ell^{\text{pol}} = \begin{vmatrix} \psi_\ell(x) & \psi_\ell(Nx) \\ \psi'_\ell(x) & P\psi'_\ell(Nx) \end{vmatrix}, \quad (1.45)$$

À résonance on doit avoir  $\alpha = 0$ , ce qui conduit à la condition sur la position des résonances en terme de paramètre de taille :

$$P \frac{\psi'_\ell(Nx)}{\psi_\ell(Nx)} = \frac{\chi'_\ell(x)}{\chi_\ell(x)}, \quad (1.46)$$

Cette équation aux valeurs propres peut être résolue numériquement en utilisant, par exemple, le logiciel Mathematica disposant des fonctions spéciales nécessaires.

Dans la zone de transition, l'*approximation transitionnelle* permet d'obtenir :

$$\frac{\psi'_\ell(Nx)}{\psi_\ell(Nx)} \approx -N \left( \frac{2}{\ell + \frac{1}{2}} \right)^{1/3} \frac{\text{Ai}'(-2^{1/3}u)}{\text{Ai}(-2^{1/3}u)}, \quad (1.47)$$

où la dérivée logarithmique de la fonction d'Airy remplace celle de la fonction de Riccati de 1<sup>re</sup> espèce dans une bille assez grande. Cette approximation permet de décrire la distribution radiale du mode de galerie ou permet de trouver les positions des résonances.

En outre, loin du point de transition, l'*approximation WKB* (pour Wentzel, Kramers et Brillouin) simplifie l'expression de la dérivée logarithmique de la fonction  $\chi_\ell$  [17], si bien que :

$$\frac{\chi'_\ell(x)}{\chi_\ell(x)} \simeq -g'(x) \approx \sqrt{\left( \frac{\ell + \frac{1}{2}}{x} \right)^2 - 1}. \quad (1.48)$$

Cette approximation permet, par exemple, de retrouver la longueur de décroissance de l'onde évanescente  $\kappa^{-1} = (\lambda_0/2\pi)(N^2 \sin^2 i - 1)^{-1/2}$  attendue à la réflexion diélectrique-air pour un angle d'incidence  $i$ . Ces approximations permettent également de faire le lien entre les expressions complètes pour les champs 1.4.1 et l'approche eikonale 1.3.2.

### 1.4.3 Effets des imperfections

Tout ce que nous avons présenté jusqu'ici concerne une sphère parfaite et strictement homogène. Dans nos expériences, les objets que nous fabriquons et étudions possèdent des imperfections dont les conséquences sont très visibles sur les spectres, en raison de la très grande finesse des résonances. Les principales imperfections sont un défaut de sphéricité, qui lève la dégénérescence des modes ne différant que de  $m$ , et les fluctuations d'indice de la silice donnant lieu à une rétro-diffusion, laquelle lève la dégénérescence entre niveaux ne différant que du signe de  $m$ .

### Écarts à la symétrie de révolution

Nous avons vu que les modes de galerie d'une microsphère parfaite sont dégénérés. En effet, l'expression du spectre de l'équation (1.23) ne présente aucune dépendance en  $m$ . Expérimentalement, une déformation faible, principalement due à la tige, est inévitable.

Au premier ordre, le dioptré est un ellipsoïde de révolution dont l'axe est voisin de celui de la tige. Dans cette géométrie, pour respecter les lois de Snell-Descartes le plan d'incidence tourne graduellement autour de l'axe de révolution après chaque réflexion. Cela correspond à une légère précession du moment angulaire  $\mathbf{L}$ , analogue à la précession de Larmor d'un spin  $1/2$  dans un champ magnétique uniforme. L'ellipticité brise ainsi la symétrie angulaire et lève donc la dégénérescence.

L'ellipticité est définie par  $e \equiv (r_p - r_e)/\langle r \rangle$ , où  $r_p$ ,  $r_e$  représentent respectivement les rayons polaire et équatorial et le rayon moyen de l'ellipse est égal à  $\langle r \rangle = r_p^{1/3} r_e^{2/3}$ . L'équation polaire de l'ellipsoïde peut s'écrire :

$$r(\theta) = a \left( 1 + \frac{e}{3} \frac{4\pi}{5} Y_2^0(\theta) \right) , \quad (1.49)$$

ce qui correspond à ne retenir que le terme quadrupolaire pour décrire la déformation<sup>8</sup>. À  $n$  et  $\ell$  fixés, le déplacement relatif de la fréquence, donné par l'opposé du déplacement relatif de longueur optique, s'exprime (perturbation de Young et Chang) [18] :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta\mathcal{S}}{\mathcal{S}} = \frac{e}{6} \left( 3 \frac{m^2}{\ell(\ell + \frac{1}{2})} - 1 \right) . \quad (1.50)$$

En ne considérant que les modes localisés près de l'équateur, c'est-à-dire pour  $\ell \gg q = (\ell - |m|)$ , les positions des résonances sont réparties de façon équidistantes :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \simeq e \left( \frac{1}{3} - \frac{q}{\ell} \right) , \quad (1.51)$$

conduisant à un intervalle spectral  $\Delta\nu = e \text{FSR}$  entre deux modes d'ordres  $q$  successifs. Il s'agit d'un multiplet pour lequel les ordres  $n$  et  $\ell$  sont fixés.

Les microsphères allongées, c'est-à-dire d'ellipticité positive, qui sont maintenues par une tige de silice sont en général allongées avec  $e$  compris entre 0,2% et 5%. Nous parlerons alors de microsphères prolates. En effet, la force capillaire entre l'air et la silice ne permet pas d'avoir des angles de contact inférieurs à  $90^\circ$ . Les microsphères fabriquées sur puce, sont en général aplaties (oblate). Nous avons étudié la structure modale complète de telles microsphères (cf § 3.5.1). L'ellipticité  $e$  peut prendre une grande plage de valeurs positives ou négatives. Le décalage en fréquence  $\text{fsr} = e \text{FSR}$  peut être du même ordre de grandeur que le FSR dans le cas particulier de très fortes courbures. Pour une microsphère prolate, la fréquence de résonance du mode fondamental est la plus élevée, ou, de la même manière, la plus basse longueur d'onde de l'ensemble du multiplet à  $n$  et  $\ell$  fixés. À l'inverse, pour une microsphère oblate, les modes les moins inclinés par rapport à l'équateur se trouveront aux longueurs d'onde les plus élevées.

En tenant compte de cette ellipticité résiduelle et à partir de l'équation (1.24), nous résumons l'allure générale approchée ( $\ell \gtrsim 100$ ) du spectre des modes de galerie :

$$Nx \sim \left[ \ell + \frac{1}{2} + \left( \frac{\ell + \frac{1}{2}}{2} \right)^{1/3} \left( -\alpha_n - \frac{P}{\sqrt{N^2 - 1}} \right) \right] \left[ 1 + e \left( \frac{1}{3} - \frac{q}{\ell} \right) \right] . \quad (1.52)$$

Le spectre des modes de galerie dans le cadre de l'eikonale peut aussi s'écrire à partir de (1.24).

8. L'expression des premières harmoniques sphériques déduite de l'équation (1.30) est :  $Y_0^0 = 1/\sqrt{4\pi}$ ,  $Y_1^0 = \sqrt{3/4\pi} \cos \theta$ ,  $Y_1^{\pm 1} = \sqrt{3/4\pi} \sqrt{2}^{\mp 1} e^{\pm i\varphi} \sin \theta$ ,  $Y_2^0 = \sqrt{5/4\pi} (3 \cos \theta - 1)$ .

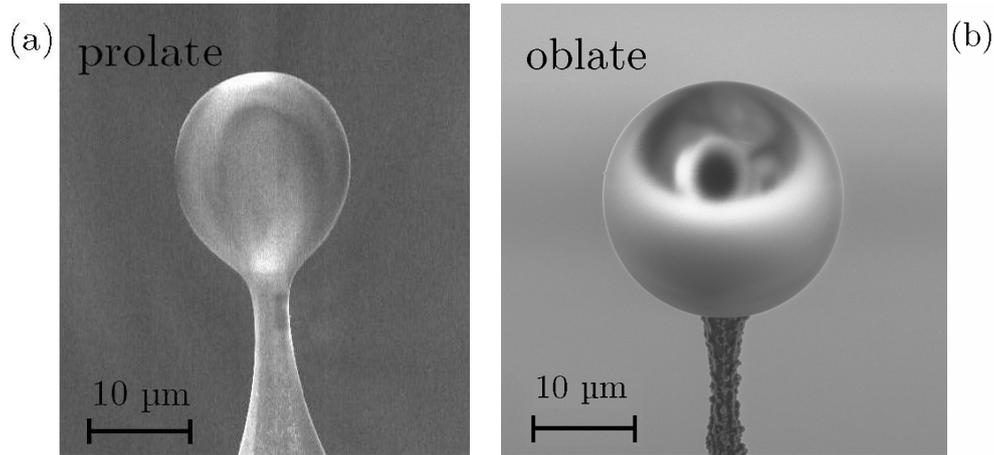


FIGURE 1.6 – Images au microscope électronique à balayage de deux microcavités sphériques dont nous avons étudié les caractéristiques (cf par exemple § 3.4.2). Les ellipticités dont respectivement de +5% pour la microsphère prolate (a) et de -3% pour une microsphère oblate (b).

### Levée de dégénérescence due à la diffusion Rayleigh

Une propriété des modes de galerie étudiée et interprétée pour la première fois par Weiss *et al.* [19] est la forme de doublet que prennent les résonances de haute surtension. Ce phénomène classique prend naissance lorsqu'un diffuseur de Rayleigh (diamètre  $< \lambda$ ) se trouve dans la microstructure, ce qui peut être contrôlé, par exemple, à l'aide d'une pointe de fibre [20]. Les microcavités à modes de galerie ont en principe des modes circulant dans le sens horaire et dans le sens anti-horaire, dont les fréquences sont dégénérées. La silice possède d'inévitables fluctuations d'indice, qui peuvent être vues comme des diffuseurs de Rayleigh, et qui suffisent à créer une rétrodiffusion non-négligeable, qui est d'ailleurs considérée comme la principale limitation de la transparence des fibres optiques. De plus, des particules métalliques ou semiconductrices (comme par exemple les nanocristaux de silicium étudiés au chapitre 4), une pointe de SNOM (de l'anglais *Near-field scanning optical microscopy*) ou des dopants dans la silice conduisent à de la diffusion depuis un mode de galerie (horaire par exemple), vers l'espace libre et vers le mode de galerie de vecteur d'onde opposé (antihoraire). En prenant en compte ce couplage, les deux modes propres, correspondant aux ondes stationnaires en  $\sin(m\varphi + \varphi_0)$  et en  $\cos(m\varphi + \varphi_0)$ , formant la base de modes symétrique et antisymétrique. Notons que cet effet de rétro-diffusion a été utilisé comme un méthode de contre-réaction optique pour stabiliser la fréquence de diodes-laser [21]. Le *splitting* en unité de pulsation pour une particule s'exprime [19] :

$$\Delta\omega = \frac{1}{2}\alpha w^2(\mathbf{r})\omega/\mathcal{V}, \quad (1.53)$$

où  $\alpha$  est la polarisabilité,  $w(\mathbf{r})$  représente la valeur du mode à la position  $\mathbf{r}$  de la particule (cf § 1.36),  $\omega$  la pulsation du laser et  $\mathcal{V}$  le volume modal. Des expériences de détection de molécules biologiques ou de particules nanométriques ont été réalisées par une technique modifiant les propriétés de l'environnement extérieur à la microcavité<sup>9</sup>.

9. Dans la référence [22] par exemple, le doublet est utilisé pour caractériser une particule, polarisée par le champ du mode de galerie. Les auteurs déduisent du *splitting*  $\Delta\omega$  le diamètre de la nanoparticule

### 1.4.4 Diffusion d'une onde plane : coefficients de Bohren et Huffman

On cherche à déterminer la fraction de l'onde plane qui va effectivement exciter un mode particulier. Pour cela, on étudie le cas de la diffusion d'une onde plane par une boule diélectrique conformément à la théorie de Lorenz-Mie. Les raisonnements qui suivent sont basés sur le principe très général de la diffusion et consiste à chercher une solution à l'équation d'onde telle que le champ soit une superposition d'ondes incidente(s) et sortante(s), soit  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\text{inc}} + \mathbf{E}_{\text{sca}}$  à l'extérieur de la sphère. Les champs  $\mathbf{E}_{\text{inc}}$  et  $\mathbf{E}_{\text{sca}}$  admettent chacun un développement explicite sur les modes de la sphère. En effet, de façon générale, nous pouvons les décomposer sous la forme :

$$\mathbf{E} = \sum_{\ell, m, \text{pol}} \lambda_{\ell m}^{\text{pol}} \mathbf{E}_{\ell m}^{\text{pol}} = \sum_{\ell, m, \text{pol}} \lambda_{\ell m}^{\text{pol}} (\mathbf{E}_{\ell m}^{\text{pol}_{\text{inc}}} + \mathbf{E}_{\ell m}^{\text{pol}_{\text{sca}}}) . \quad (1.54)$$

Le développement de l'onde plane incidente de polarisation  $\hat{\mathbf{u}}$  sur la base des harmoniques sphériques vectorielles est donné par l'expression :

$$\exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}) \hat{\mathbf{u}} = 4\pi \sum_{\ell, m} i^\ell \left\{ \left( \mathbf{X}_\ell^{m*}(\hat{\mathbf{k}}_0) \cdot \hat{\mathbf{u}} \right) \frac{\psi_\ell(k_0 r)}{k_0 r} \mathbf{X}_\ell^m(\hat{\mathbf{r}}) - i \left( \mathbf{Y}_\ell^{m*}(\hat{\mathbf{k}}_0) \cdot \hat{\mathbf{u}} \right) \left[ \frac{\psi'_\ell(k_0 r)}{k_0 r} \mathbf{Y}_\ell^m(\hat{\mathbf{r}}) + \sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{\psi_\ell(k_0 r)}{k_0^2 r^2} \mathbf{Z}_\ell^m(\hat{\mathbf{r}}) \right] \right\} , \quad (1.55)$$

ce qui nous fournit l'expression des composantes  $\lambda_{\ell m}^{\text{pol}}$  (coordonnées) de l'onde plane incidente sur les modes.

$$\begin{cases} \lambda_{\ell m}^{\text{TE}} &= E_{\text{inc}} 4\pi i^\ell \mathbf{X}_\ell^{m*}(\hat{\mathbf{k}}_0) \cdot \hat{\mathbf{u}} , \\ \lambda_{\ell m}^{\text{TM}} &= E_{\text{inc}} 4\pi i^\ell \mathbf{Y}_\ell^{m*}(\hat{\mathbf{k}}_0) \cdot \hat{\mathbf{u}} . \end{cases} \quad (1.56)$$

L'onde plane étant transverse ( $\hat{\mathbf{u}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 0$ ), l'harmonique sphérique  $\mathbf{Z}_\ell^{m*}(\hat{\mathbf{k}})$  ne figure pas dans ces expressions.

Notons que dans les livres de référence, l'axe  $z$  de quantification du moment cinétique est choisi dans la direction de  $\mathbf{k}$  de façon à exploiter la symétrie du problème, ce qui se traduit par le fait que seuls les coefficients  $\lambda_{\ell m}$  correspondant à  $m = \pm 1$ , sont non-nuls. Ici, l'axe  $z$  sera fixé par la direction de l'axe de révolution du sphéroïde qui définit les modes propres, et cette simplification n'existe plus. Comme on se limite aux modes les plus confinés ( $\ell - |m| \ll \ell$ ), ce sont au contraire les coefficients de  $|m|$  grand qui sont privilégiés.

Au delà de cette décomposition angulaire, la réponse de la sphère dépend principalement des fonctions radiales, évaluées au paramètre de taille  $x = k_0 a$  et  $Nx$ . En raison des conditions aux limites en  $r = 0$ , seule la fonction de Riccati-Bessel de 1<sup>re</sup> espèce  $\psi_\ell$  intervient pour le champ interne. La décomposition de l'onde incidente donnée par la formule (1.55) fait intervenir uniquement  $\psi_\ell(x)$ . L'onde diffusée est par définition de la forme  $\eta_\ell^+(k_0 r)$  avec un poids que l'on écrit par convention  $-a_\ell^{\text{pol}}$ . C'est donc  $\eta_\ell^+(x)$  qui intervient

---

lorsque celle-ci pénètre dans l'onde évanescence.

dans les conditions de raccordement radiales (1.36). L'amplitude de l'onde partielle de moment angulaire  $\ell$ ,  $E_\ell$ , s'exprime alors :

$$E_\ell \propto \psi_\ell - a_\ell^{\text{pol}} \eta_\ell^+ \Rightarrow \frac{\beta}{\alpha} = \frac{+i a_\ell^{\text{pol}}}{a_\ell^{\text{pol}} - 1}, \quad (1.57)$$

en utilisant l'écriture habituelle  $\alpha\psi_\ell + \beta\chi_\ell$  des solutions exactes (1.36). Cette équation est équivalente à l'équation  $a_\ell^{\text{pol}} = 1/(1 - i\alpha/\beta)$  ce qui montre que l'annulation de  $\alpha$  correspond effectivement à  $a_\ell^{\text{pol}} = 1$ , c'est-à-dire au maximum de l'onde diffusée, donc à la résonance de diffusion. Les coefficients de diffusion dont nous notons qu'ils ne dépendent pas de  $m$  sont habituellement appelés *coefficients de diffusion* de Bohren et Huffman<sup>10</sup>

Au voisinage de la résonance  $x = x_0$ , nous pouvons remplacer  $\alpha(x)$  par sa tangente  $\alpha'(x_0)(x - x_0)$  et  $\beta$  par la constante  $\beta(x_0)$ , d'où

$$a_\ell^{\text{pol}} = \frac{1}{1 - i\alpha/\beta} \simeq \frac{1}{1 - i(x - x_0)\alpha'(x_0)/\beta(x_0)} = \frac{1}{1 - i(x - x_0)/y_D} \quad \text{où } y_D \equiv \frac{\beta(x_0)}{\alpha'(x_0)}. \quad (1.58)$$

La résonance ainsi mise en évidence, pour  $x$  réel, correspond à un pôle du coefficient de diffusion considéré comme une fonction d'un paramètre complexe  $z = x + iy$ . Considérant l'équation (1.58), le pôle correspondant à la résonance caractérisée par  $x_0$  s'écrit  $z_0 = x_0 - iy_D$ . En repassant en unité de pulsation, l'évolution libre du champ correspond à la phase  $\exp(-ic/a z_0 t) = \exp(-i\omega_0 t) \times \exp(-\gamma_D/2 t)$ , où le terme  $\gamma_D = 2c y_D/a$  représente les pertes par diffraction.

Le coefficient  $c_\ell^{\text{pol}} \equiv 1/(\alpha + i\beta) = -i a_\ell^{\text{pol}}/\beta$  exprime le rapport entre l'amplitude du champ intérieur et extérieur. Ce coefficient vaut  $-i/\beta$  à résonance. Les déterminants des conditions de raccordement conduisent aux expressions des coefficients de Bohren et Huffman :

$$a_\ell^{\text{pol}} = \frac{\begin{vmatrix} \psi_\ell(x) & \psi_\ell(Nx) \\ \psi'_\ell(x) & P\psi'_\ell(Nx) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \eta_\ell^+(x) & \psi_\ell(Nx) \\ \eta_\ell^{+\prime}(x) & P\psi'_\ell(Nx) \end{vmatrix}} \quad \text{et} \quad c_\ell^{\text{pol}} = \frac{\begin{vmatrix} \eta_\ell^+(x) & \psi_\ell(x) \\ \eta_\ell^{+\prime}(x) & \psi'_\ell(x) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \eta_\ell^+(x) & \psi_\ell(Nx) \\ \eta_\ell^{+\prime}(x) & P\psi'_\ell(Nx) \end{vmatrix}}, \quad (1.59)$$

où le numérateur de  $c_\ell^{\text{pol}}$  est égal à  $-i$ . Ce résultat est cohérent avec l'équation aux valeurs propres (1.46) comme on peut le vérifier en utilisant  $\eta_\ell^+ = \psi_\ell + i\chi_\ell$  ce qui permet de réécrire l'équation précédente :

$$a_\ell^{\text{pol}} = \frac{1}{1 - i \frac{\begin{vmatrix} \psi_\ell(Nx) & \chi_\ell(x) \\ P\psi'_\ell(Nx) & \chi'_\ell(x) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \psi_\ell(x) & \psi_\ell(Nx) \\ \psi'_\ell(x) & P\psi'_\ell(Nx) \end{vmatrix}}}, \quad (1.60)$$

où l'on reconnaît les expressions (1.45) de  $\alpha$  et  $\beta$ .

De la même manière, le coefficient de réflexion d'une onde propagative sur la bille peut être obtenu en remarquant que les fonctions radiales extérieures se décomposent sous la forme :

$$\alpha \psi_\ell + \beta \chi_\ell = \frac{\alpha - i\beta}{2} \eta_\ell^+ + \frac{\alpha + i\beta}{2} \eta_\ell^-. \quad (1.61)$$

10. Dans le livre [13], ils sont notés  $a_{\ell,n}$  ou  $b_{\ell,n}$  selon la polarisation. Ils sont calculés pour différentes géométries.

Sachant que  $\eta_\ell^+$  et  $\eta_\ell^-$  correspondent respectivement à des ondes purement sortante et entrante, le coefficient de réflexion  $r_\ell^{\text{pol}} \equiv (\alpha - i\beta)/(\alpha + i\beta)$  de la sphère est relié au coefficient de diffusion  $a_\ell^{\text{pol}}$  par une relation simple indépendante des valeurs de  $\alpha$  et de  $\beta$  :

$$r_\ell^{\text{pol}} = 1 - 2a_\ell^{\text{pol}}, \quad (1.62)$$

qui vaut  $-1$  à résonance, comme attendu pour la réflexion air  $\rightarrow$  verre.

De même, nous verrons au chapitre 3 que l'on peut définir un coefficient de réflexion « en onde évanescente »  $\mathcal{R}_s \equiv \beta \chi_\ell / \alpha \psi_\ell$ , qui sera utile pour la description du couplage en onde évanescente.

### 1.4.5 Volumes des modes et champ électrique par photon

Le volume modal  $\mathcal{V}$  est défini à l'aide de la densité volumique d'énergie du champ électrique  $w = \varepsilon E^2/2$ , où  $\varepsilon$  représente la permittivité dans le diélectrique ( $\varepsilon = \epsilon_0 \epsilon$ , où  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide et  $\epsilon$  est la constante diélectrique relative). Le volume modal est défini dans la thèse de F. Treussart tel que [23] :

$$\mathcal{V} \equiv \frac{1}{2\epsilon_0 N^2} \iiint_{r_c} \varepsilon(\mathbf{r}) \frac{\|\mathbf{E}(\mathbf{r})\|^2}{\|\mathbf{E}_{\text{max}}\|^2} d^3\mathbf{r}, \quad (1.63)$$

où l'indice « max » indique la valeur maximale. L'intégration radiale est arrêtée à un rayon arbitraire ( $r_c > a$ ) tel que le champ au delà soit négligeable. Cette quantité permet de déterminer la fréquence de Rabi  $\Omega_R = 2dE_{\text{max}}/\hbar$  qui mesure la force de couplage entre le dipôle  $d$  et un photon dans la cavité. En effet, la valeur quadratique moyenne du champ du vide au maximum et fréquence de Rabi correspondante (pour un moment dipolaire  $e a_0$ ) s'expriment [24, 25] :

$$E_{\text{max}} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2N^2\epsilon_0\mathcal{V}}} \quad \Rightarrow \quad \Omega_R/2\pi = \frac{E_{\text{max}} \times e a_0}{h}. \quad (1.64)$$

De plus, l'expression analytique « exacte » du volume modal, obtenue après un certain nombre de calculs non-triviaux, fait intervenir les fonctions de Bessel sphériques et leurs zéros [23] :

$$\mathcal{V} = \left( \frac{\lambda_0}{2\pi N} \right)^3 2\pi^{3/2} \frac{z_1^3 j_\ell^2(z_1)}{2\sqrt{\ell} j_\ell^2(z_1')}, \quad (1.65)$$

où  $z_1$  est le premier zéro de la fonction de Bessel  $j_\ell$  et  $z_1'$  le premier zéro de la dérivée. Cette formule reste valable pour un ordre radial  $n$  quelconque (choix des  $n^{\text{ième}}$  zéros) et peut être étendue à  $m \neq \ell$ . L'intégrale radiale est sensiblement la même pour les modes TE et TM. Un développement asymptotique en puissance de  $\ell$  conduit à la forme suivante :

$$\mathcal{V} = \left( \frac{\lambda_0}{2\pi N} \right)^3 2\pi^{3/2} 1,36 \ell^{11/6}. \quad (1.66)$$

Pour une microsphère de silice ( $N = 1,453$ ) de  $40 \mu\text{m}$  de diamètre, une valeur de  $\ell = 225$ , l'application numérique à  $\lambda_0 = 780 \text{ nm}$  conduit à un volume modal  $\mathcal{V} = 200 \mu\text{m}^3 \approx 425\lambda_0^3$ ,  $E_{\text{max}} \approx 5,8 \text{ kV.m}^{-1}$ . De même pour une sphère de  $150 \mu\text{m}$  de diamètre,  $\mathcal{V} \approx 5000\lambda_0^3$ ,  $E_{\text{max}} = 1,7 \text{ kV.m}^{-1}$ . Le volume  $\mathcal{V}$  augmente avec les ordres radial  $n$ , angulaire  $\ell$  et polaire  $q$ .

**Ordres de grandeur pour le mode fondamental** Nous cherchons une approche géométrique plus simple pour calculer le volume du mode le plus confiné. En effet, pour  $(n = 1, q = 0)$  les expressions se simplifient car la structure est quasi gaussienne dans le plan  $(r, \theta)$ . Pour l'ordre angulaire le plus bas ( $q = 0$ ), l'harmonique sphérique  $Y_\ell^\ell(\theta, \varphi)$  a son maximum en  $\theta = \pi/2$ . Dans le développement asymptotique (3.62), à la limite où  $\ell \gg 10$ , on approche  $\sin^\ell \theta$  par une gaussienne et il vient :

$$Y_\ell^\ell(\theta, \varphi) \propto \sin^\ell \theta \exp^{\pm i\ell\varphi} \approx \exp(-\ell\theta^2/2) \exp(\pm i\ell\varphi), \quad (1.67)$$

où  $\theta' = \theta - \pi/2$ . L'extension angulaire, définie comme la demi-largeur à  $1/e$  du champ, vaut  $\sqrt{2/\ell}$ . À l'intérieur de la sphère, le développement asymptotique pour le mode fondamental TE (et TM) s'exprime :

$$\mathbf{E}_{n,\ell,q=0}^{\text{TE (TM)}}(\mathbf{r}) \simeq E_0 \frac{j_\ell(Nk_0 r)}{j_{\max}} e^{-\ell\theta'^2/2} e^{\pm i\ell\varphi} \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (\hat{\mathbf{r}}), \quad (1.68)$$

où  $j_{\max}$  est la valeur maximale de la fonction de Bessel sphérique  $j_\ell$  dont la largeur à mi-largeur pour l'intensité vaut  $0,809 (\lambda_0/2\pi N) \ell^{1/3}$ . Pour résumer en termes d'intensité :

- dans la direction radiale  $\hat{\mathbf{r}}$ , pour  $n = 1$ , on a  $\delta r \simeq 0,809 (\lambda_0/2\pi N) \ell^{1/3}$  ;
- dans la direction polaire  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ , la largeur à mi-hauteur de l'intensité vaut  $\delta\theta \simeq 1/\sqrt{\ell}$ . La section dans cette direction s'écrit  $a \delta\theta$ , soit  $\ell(\lambda_0/2\pi N)/\sqrt{\ell}$  ;
- dans la direction azimutale  $\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ , nous considérons un cercle de périmètre  $2\pi a \simeq \ell\lambda_0/N$ . La valeur moyenne de l'intensité est divisée par 2, à cause de l'allure sinusoïdale que revêt le champ.

En combinant les trois dépendances, le mode est analogue à un tore de volume  $\mathcal{V}$ . Pour un indice  $N = 1,45$ , nous déduisons l'ordre de grandeur du volume modal en fonction uniquement de la longueur d'onde de résonance  $\lambda_0$  et de l'ordre  $\ell$  :

$$\mathcal{V} \simeq 2\pi 0,809 (\lambda_0/2\pi N) \ell^{1/3} \times (\lambda_0/2\pi N) \ell^{1/2} \times \ell\lambda_0/2N \approx 0,02 \lambda_0^3 \ell^{11/6}. \quad (1.69)$$

Un écart relatif de 6% est obtenu en comparant ce résultat avec la valeur obtenue avec l'équation (1.66). De même, en combinant les contributions des deux directions transverses, nous déduisons la section  $\mathcal{A}$  du mode, grâce à la formule de l'aire de l'ellipse :

$$\mathcal{A} \simeq \pi \delta r a \delta\theta \approx 0,03 \lambda_0^2 \ell^{5/6}. \quad (1.70)$$

Pour une microsphère de 40  $\mu\text{m}$  de diamètre, une valeur de  $\ell = 225$ , à  $\lambda_0 = 780 \text{ nm}$ , nous obtenons une section transverse  $\mathcal{A} = 1,7 \mu\text{m}^2$ .

Enfin, l'expression (1.69) du volume modal permet d'expliciter le champ électrique par photon  $E_{\max}$  dans le mode le plus confiné de la microcavité :

$$E_{\max} \simeq \left( \frac{\hbar c}{\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left( N^5 \lambda_0^{13} a^{11} \right)^{-\frac{1}{12}}. \quad (1.71)$$

La force de couplage lumière-matière varie quasiment de façon inversement proportionnelle avec le rayon  $a$  et la longueur d'onde de résonance. Pour des paramètres comparables à ceux de la microcavité considérée plus haut, on trouve un champ électrique par photon

de 3 kV/m ce qui permet de réaliser des expériences d'électrodynamique quantique en cavité si l'émetteur est à résonance avec le mode de galerie. On peut choisir de fabriquer des cavités plus petites pour optimiser la force de couplage. Le mode de galerie, « dilué » dans le volume  $\mathcal{V}$ , est quasiment nul aux pôles et au centre de la bille. Le volume du mode fondamental du microtore pourra être estimé d'une manière tout à fait analogue.

## 1.5 Modes de galerie dans des microcavités toriques

Les microtores sont des microcavités intégrées sur puce présentant des facteurs de qualité approchant  $10^9$  et des volumes modaux parfois inférieurs à ceux des microsphères. Nous les produisons par les techniques de fabrication détaillées dans le chapitre 2. Ces microcavités sont excitées par couplage évanescent ce qui fera l'objet du chapitre 3. Comme dans les microsphères, un mode de galerie du microtore peut être défini par trois ordres, notés  $n$ ,  $m$  et  $q$  auxquels s'ajoute la polarisation.

### 1.5.1 Spécificité du problème

Une approche intéressante serait, par analogie avec les sphères, de résoudre l'équation de Helmholtz scalaire en coordonnées toroïdales et d'en tirer ensuite les solutions vectorielles. Toutefois, si la coordonnée  $\varphi$  est bien séparable en vertu de la symétrie cylindrique (et l'ordre  $m$  correspondant est défini de façon non ambiguë), l'équation qui en résulte dans le plan méridien n'est pas séparable. Dans le cas des sphères on pourra séparer les variables  $r$  et  $\theta$ , alors qu'ici cette possibilité n'existe pas. En première approche, nous utiliserons l'ordre « polaire »  $q$  tel que  $q + 1$  est le nombre de maxima le long du méridien et un nombre phénoménologique  $n$  qui mesure, à  $m$  et  $q$  fixé, le degré de pénétration du mode vers le centre du tore. Nous appellerons  $a$  le rayon externe du tore et  $b$  le rayon interne (moitié du « petit-diamètre »). Un tore peut-être caractérisé par son rapport d'aspect  $\eta \equiv b/|a - b|$  sans dimension et son diamètre externe  $2a$ . Un mode de galerie sera caractérisé par ses nœuds et ses ventres dans la section droite, par sa polarisation et par son indice effectif  $N_{\text{eff}} \in ]1, N[$ .

### 1.5.2 Résolution en éléments finis de l'équation d'Helmholtz

Dans la géométrie toroïdale, nous ne pouvons pas écrire d'équation radiale exacte comme l'équation (1.29). Comme présenté précédemment, l'équation d'Helmholtz n'étant pas séparable dans ce système de coordonnées, il n'y a pas de théorie analytique, mais de nombreuses analogies avec la microsphère. Nous arrivons à distinguer le mode le mieux confiné en mettant en parallèle ses caractéristiques avec celles des autres modes. La cavité est toujours assimilable à un Fabry-Perot en anneau dont le spectre est pseudo-périodique. L'intervalle spectral libre est défini tel que :

$$\text{FSR} = \frac{d}{dm} \left( \frac{c m}{2\pi N_{\text{eff}}(m) a} \right). \quad (1.72)$$

En première approximation, l'intervalle spectral libre vaut  $c/2\pi N_{\text{eff}} a$ , en ayant négligé la dispersion modale, c'est-à-dire, le terme  $m N'_{\text{eff}}/N_{\text{eff}}$ , où l'apostrophe exprime la dérivation

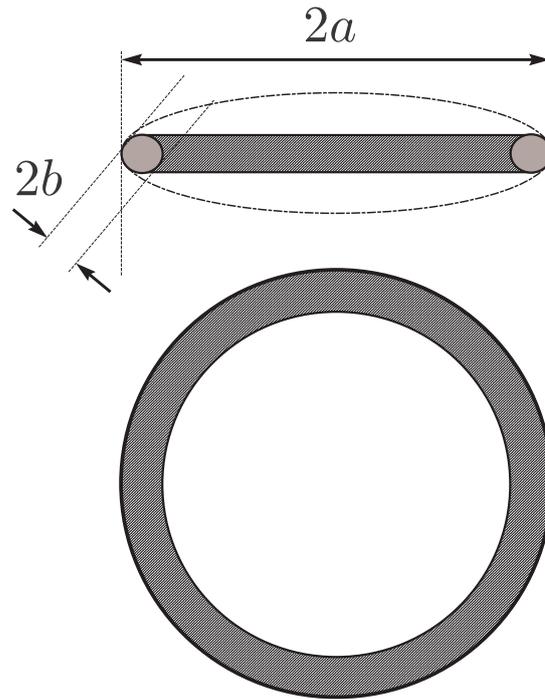


FIGURE 1.7 – Dessins d'un tore de rapport d'aspect  $\eta \equiv b/|a - b| = 1/10$  en vue de côté et de dessus. On définit le rayon externe  $a$  et le petit-rayon  $b$ . En pointillé, la conique d'ellipticité  $e = 1 - \eta^{-1/2} = 0,68$  s'adapte à la courbure du tore.

par rapport à  $m$ . Cette approximation n'est valable que pour les modes proches du mode fondamental, comme par exemple sur la figure 1.8.

Récemment de nombreuses méthodes ont été développées pour résoudre numériquement les équations de Maxwell telles que la FDTD (*Finite difference time domain* en anglais) et la méthode par éléments finis. De nombreuses études utilisent cette dernière pour simuler le mode de galerie d'une cavité torique comme par exemple dans l'article [27]. La distribution du champ est calculée dans le demi-plan méridien (ou section droite) ramenant le problème tridimensionnel à un problème bidimensionnel. Le calcul nécessite de résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles aux nœuds de zones triangulaires, le maillage étant plus resserré autour du dioptré. L'approximation « transverse », consistant à réduire le problème à la résolution d'une équation d'Helmholtz scalaire, peut être évitée ; nous ferons juste l'approximation que, soit le champ électrique, soit le champ magnétique, est contenu dans le plan parallèle à l'axe de révolution de la cavité. La simulation, réalisée grâce au logiciel FEMLAB / COMSOL Multiphysics, utilise les composantes transverses du champ électromagnétique et calcule les fréquences, les distributions du champ et les volumes des modes de galerie.

La méthode des éléments finis vectorielle fournit les valeurs de FSR. Il s'agit de trouver les modes d'ordres  $m$  successifs et de faire la différence des fréquences propres associées. L'analyse de la structure transverse fournit les ordres  $n$  et  $q$ . Les simulations redonnent les tendances attendues pour le volume modal, mais restent qualitatives lorsque le petit diamètre ne mesure plus que quelques longueurs d'onde. J'ai comparé les résultats obtenus par la méthode des éléments finis avec ceux obtenus en coordonnées toroïdales, où l'on

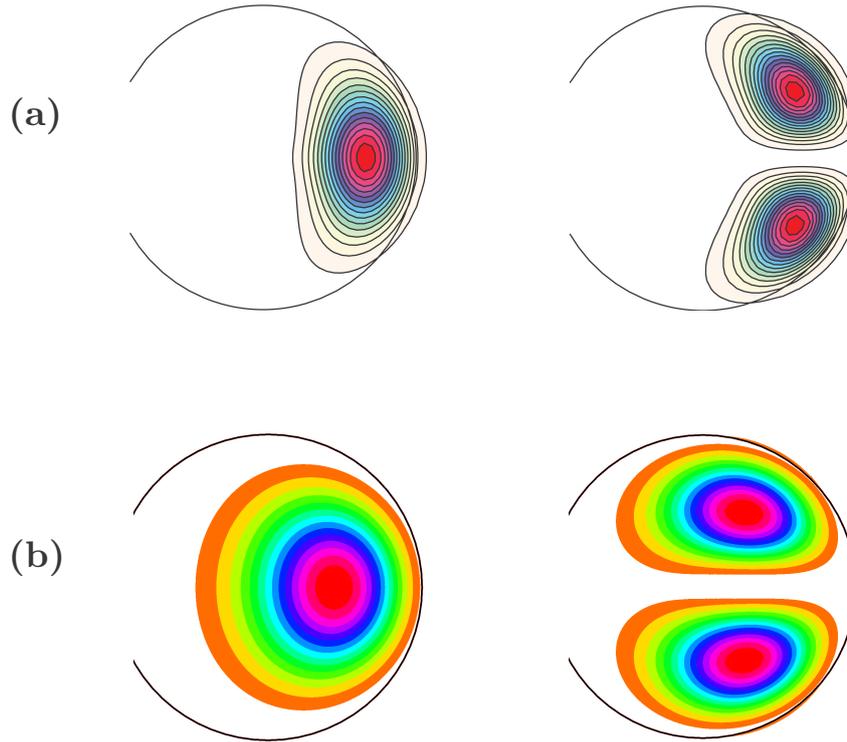


FIGURE 1.8 – Courbes de niveau (échelle linéaire) de la distribution d'intensité du mode fondamental TE ( $n = 1$ ,  $m = 450$  et  $q = 0$ ) et du premier mode excité ( $n = 1$ ,  $m = 450$  et  $q = 1$ ) dans une section d'un tore. (a) Calculs en coordonnées toroïdales où l'on a forcé la séparation des variables (cf thèse de F. Oručević [26]). (b) Simulations par la méthode des éléments finis. Les paramètres utilisés sont : une longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 775$  nm, un indice  $N = 1,454$ , un petit-diamètre  $2b = 2,4$   $\mu\text{m}$  et un grand-diamètre de  $2a = 82$   $\mu\text{m}$ .

a forcé la séparation des variables (cf thèse de F. Oručević [26]). Le rapport d'aspect  $\eta = 0,03$  du tore de la figure 2 est relativement petit par rapport à nos échantillons et l'écart qualitatif par rapport à la sphère est très marqué. Un tel tore permet de tester la limite de validité des différents modèles. Les deux méthodes donnent des résultats d'autant plus différents que l'ordre polaire  $q$  augmente. Les différences sont plus subtiles entre les modes d'ordres radiaux  $n$ . Enfin, il existe dans toutes les circonstances un mode fondamental, sans annulation dans la direction transverse.

### 1.5.3 Bilan des intervalles spectraux

J'ai comparé les intervalles spectraux obtenus par la méthode FEM avec les calculs exacts dans la sphère et ceux obtenus en coordonnées toroïdales, où l'on a forcé la séparation des variables<sup>11</sup>. Le tableau 1.5.3 fait le bilan des différents intervalles spectraux libres caractérisent des modes de galerie fondamentaux d'un ellipsoïde fortement aplati (oblate) et d'un microtore pour un ordre azimutal fixé  $m = 450$ . Comme sur la figure 1.6,

11. Les intervalles spectraux sont repérés par la notation «  $\Delta$  » et pour les tendances et décalages fins, nous utiliserons la notation «  $\delta$  ».

Décalage en fréquence (GHz)	$\left. \frac{\Delta\nu}{\Delta n} \right _{q=0}$	$\left. \frac{\Delta\nu}{\Delta m} \right _{n=1, q=0}$	$\left. \frac{\Delta\nu}{\Delta q} \right _{n=1}$	$\Delta\nu_{n=1, q=0}^{\text{TE-TM}}$
$\frac{\Delta\nu}{\text{FSR}}$	$\left( \ell \left( \frac{\pi^2}{3 \left( n - \frac{1}{4} \right)} \right) \right)^{1/3}$	1	$e$	$\frac{\sqrt{N^2 - 1}}{N}$
ellipsoïde aplati ( $e = -2,5$ )	10 500	840	2 100	610
microtore (FEM)	6 850	867	2 080	564
microtore (séparation forcée)	6 930	862	2 100	560

TABLE 1.2 – Comparaisons entre les intervalles spectraux, en gigahertz, des résonances des modes de galerie d'un ellipsoïde aplati d'ellipticité  $e = -2,5$  et d'un tore de rapport d'aspect  $\eta = b/|a - b| = 0,03$ . Les calculs par FEM et en coordonnées toroïdales sont obtenus respectivement grâce au logiciel FEMLAB/Comsol et grâce à des simulations sous Mathematica de F. Oručević [26]. L'ordre azimutal  $m = 450$  étant fixé, les diamètres externes correspondent à un  $2a = 82 \mu\text{m}$  pour le tore, et  $2a = 79 \mu\text{m}$  pour l'ellipsoïde, au voisinage d'une longueur d'onde de 775 nm. Nous donnons aussi le décalage entre les fondamentaux TE et TM.

l'ellipticité a été choisie pour présenter la même courbure dans la direction du méridien, à diamètre externe  $2a$  fixé. Un calcul simple montre que cette condition revient à considérer une ellipticité  $e \approx 1 - \eta^{-1/2}$ .

Les valeurs des décalages en fréquence sont cohérentes dans les trois cas, à l'exception de la colonne correspondant à la séparation angulaire. Les calculs montrent qu'il n'est pas très précis d'envisager un microtore comme une microsphère fortement aplatie. En géométrie torique, le maximum du mode est légèrement plus éloigné de l'interface : à  $m$  fixé, cela revient à augmenter le FSR. La position des résonances varie de façon importante avec le demi-diamètre  $b$ . Cette dépendance est d'autant plus marquée que  $\eta$  est réduit. Les deux modèles concordent assez bien, avec des écarts relatifs de l'ordre du pourcent, pour cette situation précise. La cohérence entre les résultats, bien qu'approchés, est satisfaisante ce qui permet d'affirmer que les deux méthodes donnent de bons ordres de grandeurs. Comme nous l'attendions, l'ensemble des décalages en fréquence dépend fortement de la « morphologie » du résonateur.

## 1.6 Facteurs de qualité

La TIR permet de stocker efficacement les photons. Nous avons étudié précédemment la position des résonances dans le spectre, mais pas encore leurs largeurs. Idéalement, dans la mesure où  $a \gg 10\lambda$ , elle n'est limitée que par la diffraction. La nature microscopique d'un matériau diélectrique est riche, et donc certains processus constituent des corrections au champ.

Le facteur de qualité  $Q \equiv \omega_0 \tau$  caractérise la probabilité de conserver le champ incident, où  $\omega_0$  est la pulsation de la résonance. Le temps  $\tau$ , au bout duquel une fraction  $1 - e^{-1} \approx 0,632$  des photons se sont échappés du mode, peut être mesuré avec précision par la méthode de *cavity ring-down*. Le temps de relaxation  $\tau = 1/\gamma$  peut également se déduire

de la largeur à mi-hauteur de la résonance  $\text{FWHM}_\omega \equiv \gamma$  (dans le cas d'une résonance lorentzienne). Le facteur de qualité exprime, de façon très générale, en termes énergétiques le rapport entre l'énergie électromagnétique stockée  $E_{\text{sto}}$  et l'énergie dissipée  $E_{\text{diss}}$  durant une période du champ, soit :

$$Q = \frac{\omega_0}{\gamma} = \frac{2\pi E_{\text{sto}}}{E_{\text{diss}}} . \quad (1.73)$$

Nous distinguons les sources de dissipation suivantes :

**Atténuations en volume**  $Q_A$  Toute matrice absorbe dans le visible et dans l'IR pour des raisons fondamentales. Des fluctuations de l'indice de réfraction (typiquement  $\geq 10^{-6}$ ) induisent à une déperdition significative de signal. En outre, le changement de signe de la partie imaginaire de l'indice conduit à de l'amplification et donc à une augmentation du facteur de qualité ;

**Diffusion et absorption en surface**  $Q_s$  La qualité de surface des microcavités obtenues par fusion est excellente. Cependant, la rugosité résiduelle diffuse et modifie l'absorptivité en surface ;

**Diffraction**  $Q_D$  Quel que soit le matériau, la courbure du dioptre se traduit par l'existence d'un effet tunnel optique. Ce phénomène découle de l'impossibilité de conserver simultanément la vitesse de la lumière  $c$  et la phase de l'onde le long d'une trajectoire courbe. Ceci conduit à des pertes car l'onde évanescente redevient propagative au-delà d'une certaine distance.

**Couplage**  $Q_C$  L'introduction du coupleur dans le champ évanescent engendre des pertes additionnelles. Son traitement plus approfondi fait l'objet du chapitre 3.

Finalement, le champ est atténué de façon exponentielle au cours du temps, tel que :

$$\mathcal{E}(t) = E_0 e^{-t/2\tau} e^{-i\omega_0 t} . \quad (1.74)$$

La transformée de Fourier de (1.74) conduit à un spectre :

$$\text{TF}[\mathcal{E}](\delta\omega) \propto \frac{E_0}{\gamma/2 - i\delta\omega} , \quad (1.75)$$

où  $\delta\omega = \omega_0 - \omega$  est un décalage fin autour de la pulsation de résonance  $\omega_0$ .

Au cours du temps, les pertes s'ajoutent. En distinguant les différentes sources de dissipation mentionnées plus haut, on obtient :

$$\frac{1}{\tau} = \gamma = \gamma_A + \gamma_s + \gamma_D + \delta\gamma_C . \quad (1.76)$$

De la même façon, le facteur de qualité de la résonance se décompose tel que :

$$Q^{-1} = (Q_A^{-1} + Q_s^{-1} + Q_D^{-1}) + Q_C^{-1} = Q_{\text{int}}^{-1} + Q_C^{-1} . \quad (1.77)$$

Sans dispositif de couplage dans le champ évanescent, le facteur de qualité  $Q_{\text{int}}$  est dit intrinsèque. Les pertes extrinsèques sont données par  $Q_C$  (égal à zéro sans couplage).

### 1.6.1 Atténuation en volume

Une microcavité, dont la surface serait parfaitement lisse, présente un facteur de qualité limité par l'atténuation dans le matériau massif :

$$Q_A = \frac{N k_0}{\alpha} = N k_0 \frac{4,3 \times 10^3}{\mathcal{L}}, \quad (1.78)$$

où  $\alpha$  est le coefficient d'atténuation et  $\mathcal{L}$  le taux de pertes en dB/km.

Un modèle phénoménologique décompose les pertes par atténuation en volume de la façon suivante :

$$\alpha = \alpha_B \exp\left(\frac{hc}{\lambda_0 E_B}\right) + \alpha_{IR} \exp\left(\frac{hc}{\lambda_0 E_{IR}}\right) + \frac{8\pi^3}{3} \frac{\rho_R \bar{\chi}^2}{\lambda_0^4} + \alpha_{OH} + \alpha_{dopant}, \quad (1.79)$$

où les deux premiers termes sont des lois d'activation de deux processus apparaissant dans les ailes bleue (absorption électronique primaire, à partir de  $E_B$ ) et infrarouge (multiphononique, à partir de  $E_{IR}$ ) du spectre. Le troisième terme correspond à l'atténuation par diffusion Rayleigh, où  $\rho_R$  est la densité de diffuseurs,  $\bar{\chi}$  représente la susceptibilité effective en unité de volume, dont on donne la valeur numérique  $\rho_R \bar{\chi}^2 \simeq 2.10^{-12} \mu\text{m}^3$  [23]. Le quatrième terme rend compte de l'absorption résonante dans d'éventuelles impuretés de la matrice. Le coefficient d'atténuation global dans la silice fondue vaut typiquement 2 dB/km à 800 nm (principalement due à la diffusion Rayleigh) et de l'ordre de 0,15 dB/km au minimum d'atténuation à 1,55  $\mu\text{m}$  (due à la diffusion Rayleigh d'abord, puis à l'absorption IR intrabande)<sup>12</sup>.

Bien sûr, l'incorporation d'un ensemble d'émetteurs est susceptible de modifier les valeurs du facteur de qualité par absorption. Dans le cas d'un matériau actif, le pompage modifie la valeur de  $Q_A$  et les mesures aux longueurs d'onde pompe et d'émission permettent de savoir s'il s'agit d'une inversion de population ou un effet de transparence induite.

### 1.6.2 Atténuation en surface

Les pertes par diffusion en surface peuvent devenir cruciales lorsqu'il s'agit de facteur de qualité dépassant  $10^9$ . L'atténuation en surface suit une loi de type Beer-Lambert. Les avantages de la silice fondue sont, par ordre de priorité :

- une rugosité résiduelle très faible,
- une très grande viscosité (peu sensible aux perturbations acoustiques),
- une homogénéité et une pureté élevée.

12. Dans les fibres optiques, une ingénierie de la composition de la matrice permet de réduire cette atténuation en volume. Les réalisations de Charles Kao, dans les années 60, pour la purification et l'amélioration de la transmission des matériaux pour les fibres optiques lui valu le prix Nobel de physique de 2009. Dans les années 70, un programme ambitieux de R&D, mené par les scientifiques D. Keck, R. Maurer et P. Schultz de la société Corning Glass Works, a mené à l'adoption du standard « télécom », c'est-à-dire l'optique guidée pour une longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 1,55 \mu\text{m}$  [28]. Les amplificateurs à Fibre dopée Erbium [29] permettent de palier cette atténuation et surtout d'éviter le problème de la bande passante de l'électronique (1-10 GHz) pour les transmissions intercontinentales. Cette technique offre aussi la possibilité d'amplifier sur plusieurs canaux sans perte de couplage.

La qualité de la courbure dépendra en revanche de la nature de l'ébauche de cavité (cf chapitre 2). Nous rappelons l'expression de la variance de la rugosité résiduelle.

$$\sigma^2 = \langle z^2 \rangle - \langle z \rangle^2 , \quad (1.80)$$

où la valeur moyenne  $\langle z \rangle$  s'écrit :

$$\langle z \rangle = \int z P(z) dz , \quad (1.81)$$

où la fonction  $P(z)$  exprime la probabilité de trouver un diffuseur entre  $z$  et  $z + dz$ . Des spectres en réflexion dans le domaine des rayons X d'échantillon de silice à la surface d'une wafer de silicium de qualité électronique permettent d'évaluer une taille quadratique moyenne d'environ 0,5 nm [30, page 31]. Sur nos microdisques obtenus par oxydation thermique du Si par voie humide, je mesure  $(6 \pm 2)$  nm au microscope à force atomique en mode « tapping ». Après fusion au laser CO<sub>2</sub>, la surface est extrêmement lisse et sa rugosité est inférieure à  $(0,6 \pm 0,5)$  nm (voir mesures à l'AFM et images au MEB § 4.6 sur les disques). Dans la limite où la distance entre diffuseurs  $\zeta$  est grande devant  $\lambda$ , nous pouvons appliquer le critère de Rayleigh énonçant qu'un faisceau qui se réfléchit de façon spéculaire, avec un angle d'incidence  $i$ , est atténué d'un facteur :

$$R = \exp \left( -(2 k_0 \sigma \cos i)^2 \right) , \quad (1.82)$$

qui explique que plus on se rapproche de l'incidence rasante et plus le dioptré est réfléchissant<sup>13</sup>.

En revanche, si  $\zeta \ll \lambda$ , on est dans le cadre de la diffusion Rayleigh. Les pertes à la surface d'une sphère peuvent être caractérisées par un ensemble de  $\mathcal{N}$  dipôles  $d \simeq \epsilon_0 (\sigma \zeta^2) E$  par unité de volume. Le facteur de qualité limité par la diffusion de surface est explicité par la formule [31] :

$$Q_s \simeq \frac{3}{8\pi^2} \frac{\lambda_0^4}{\sigma^2 \zeta^2} \ell^{1/3} . \quad (1.83)$$

Ce facteur de qualité est proportionnel au rapport volume sur surface. La dépendance en  $\ell^{1/3}$  signifie que l'effet varie lentement avec la taille de la microcavité. En considérant une rugosité de surface  $\sigma = 0,2$  nm et une longueur de corrélation  $\zeta = 3$  nm, l'application numérique à 800 nm donne  $Q_s = 2 \times 10^9$  pour une cavité de 30  $\mu\text{m}$  et  $Q_s = 3,5 \times 10^9$  pour une cavité de 150  $\mu\text{m}$ . Pour obtenir un record de facteur de qualité, cet effet de diffusion à l'interface air/silice fondue doit être négligeable. Avec les inhomogénéités de dimension intermédiaire, ces pertes ont un rôle crucial pour des cavités de paramètre de taille  $x \leq 1000$ . Pour des microcavités de paramètre de taille  $x > 5000$  présentant des longueurs de corrélations inférieures à 10 nm, l'atténuation en volume domine généralement l'atténuation en surface.

Enfin, un autre processus (résonant) tient compte des ondes évanescentes qui peuvent être excitées à la surface par des particules de grande conductivité.

---

13. Une expérience simple illustrant cet effet consiste à observer une simple feuille de papier à une trentaine de centimètre des yeux. En regardant tangentiellement à la feuille, les premiers diffuseurs forment comme une « barrière » pour la lumière à incidence rasante. L'aspect, *a priori* mat, devient réfléchissant !

### 1.6.3 Pertes par diffraction

Lorsque les échelles de longueur du problème deviennent comparables à la longueur d'onde, et, plus spécifiquement si le rayon externe  $a$  de la microcavité est inférieur à  $10\lambda_0$ , alors la diffraction jouera un rôle primordial. Dans le cas de la bille diélectrique, l'intensité du champ à une distance  $r_{\max}$  du centre est principalement dominée par le facteur de transmission  $\mathcal{P} = \exp(ik_0 \mathcal{K})$ . Le « chemin optique »  $\mathcal{K}$  fournit une expression explicite de la probabilité de transmission  $\mathcal{P}$ . Le facteur de qualité est obtenu en divisant par le paramètre de taille pour obtenir la probabilité de transmission :

$$Q_D \simeq x/\mathcal{P} = x \exp\left(2\left(\ell + \frac{1}{2}\right) g\left(\frac{1}{N_{\text{eff}}}\right)\right). \quad (1.84)$$

Le facteur de qualité augmente fortement avec le nombre du mode  $\ell$  et sera d'autant plus élevé que l'indice effectif est grand, c'est-à-dire que l'on se rapproche de l'incidence rasante. En outre, les pertes par diffraction, c'est-à-dire sans absorption, ni diffusion sont très différentes entre les modes d'ordres radiaux différents. Celui-ci est relié à la largeur limitée par diffraction  $\gamma_D$  exacte par  $Q_D = x/2\gamma_D$  et il a été démontré [32] :

$$\begin{cases} Q_D^{\text{TE}} \simeq x(N^2 - 1)\chi_\ell^2(x_0)/2, \\ Q_D^{\text{TM}} \simeq x(N^2 - 1)\chi_\ell^2(x_0)/2 \left( \left( \frac{\chi'_\ell(x_0)}{\chi_\ell(x_0)} \right)^2 + \frac{\ell(\ell + 1)}{N^2 x_0^2} \right). \end{cases} \quad (1.85)$$

Pour une sphère de 50  $\mu\text{m}$  de diamètre étudiée pour une longueur d'onde de 780 nm, s'il n'y avait aucune source d'atténuation en volume ou en surface, alors le mode fondamental  $n = 1$  ( $\ell \approx 300$ ) présenterait un facteur de qualité  $Q_D \approx 10^{40}$ . Les pertes des modes TE et TM restent relativement proches, puisque dans l'approche WKB  $(\chi'_\ell/\chi_\ell)^2 \sim N_{\text{eff}}^2 - 1$  et que le deuxième facteur s'identifie à  $N_{\text{eff}}/N$ . Pour le cas  $n = 1$  évoqué ci-dessus, on a  $(Q_D^{\text{TE}} - Q_D^{\text{TM}})/Q_D^{\text{TE}} = 1,9$ . De la même manière, en remplaçant  $\chi_\ell$  par son expression semi-classique, on retrouve la dépendance exponentielle de l'équation (1.84) résultant de l'eikonale, à un facteur multiplicatif près. Les modes les plus profonds subissent la diffraction plus efficacement (cf § 1.5). Il est utile de remarquer que le coefficient de surtension des résonances TM est systématiquement inférieur à celui des résonances TE en raison du décalage qui existe sur l'argument de la fonction décroissante  $\chi_\ell$ .

Dans l'expérience décrite ci-dessous j'ai réalisé l'excitation des différents modes fondamentaux angulaires d'une microsphère de diamètre 18  $\mu\text{m}$ , ce qui a conduit à  $\ell = 80 - 100$  pour une longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 775$  nm. Seuls les modes d'ordre  $n = 4$  (TE et TM) présentent des facteurs de qualité limités par la diffraction  $Q_{\text{exp}}^{\text{TE}} = 4,0 \times 10^4$  et  $Q_{\text{exp}}^{\text{TM}} = (4,5 \pm 0,5) \times 10^4$  légèrement supérieurs à la valeur théorique  $Q_D = 3,4 \times 10^4$  (écart relatif de 25 %). Expérimentalement, la courbe représentative du facteur de qualité en fonction de l'ordre radial est en général concave, indépendamment de la valeur de  $Q_D$  pour les premiers ordres.

Ici, le confinement temporel augmente à mesure que  $n$  se rapproche de 1. Le facteur de qualité à la fabrication de cette petite sphère valait  $(1,8 \pm 0,2) \times 10^8$  pour le mode fondamental radial TE. L'ordre radial maximal théorique est égal à 6, cependant les modes d'ordre  $n \leq 5$  n'ont pas été observés. Le spectre complet de cette sphère est présenté au

$(n, \ell, q)$	$Q_{\text{exp}}^{\text{TE}}$	$Q_{\text{exp}}^{\text{TM}}$	$Q_{\text{D}}$	$\mathcal{V}/\lambda_0^3$
(1,98,0)	$1,1 \times 10^7$	$1,1 \times 10^7$	$8,2 \times 10^{13}$	301
(2,91,0)	$6,0 \times 10^6$	$5,5 \times 10^6$	$5,5 \times 10^9$	363
(3,86,0)	$1,7 \times 10^6$	$1,5 \times 10^6$	$5,0 \times 10^6$	384
(4,81,0)	$4,0 \times 10^4$	$4,5 \times 10^4$	$3,4 \times 10^4$	394

TABLE 1.3 – Facteurs de qualité expérimentaux, facteurs de qualité limités par la diffraction (calculs pour  $\lambda_0 = 775$  nm) et des volumes modaux des premiers modes radiaux d'une microsphère de silice de 18  $\mu\text{m}$  de diamètre.

paragraphe 3.14. Il faut retenir qu'au-delà d'un facteur de qualité de  $10^7$ , il est très rare d'avoir un mode fondamental limité par la diffraction. Les facteurs de qualité limités par la diffraction peuvent apporter des informations sur l'ordre radial du mode (particulièrement pour les microtores et les sphéroïdes de très petit diamètre) et renseigne sur l'efficacité de couplage entre une onde plane et la cavité.

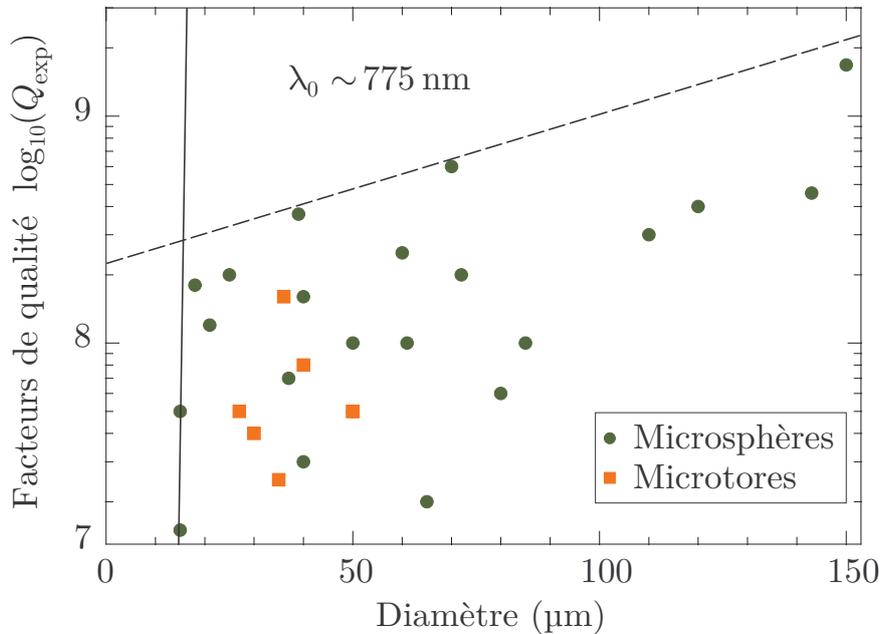


FIGURE 1.9 – Nuage de points présentant des facteurs de qualité mesurés en fonction du diamètre de la microcavité pour une longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 \sim 775$  nm. La ligne droite en trait continu représente la limite par diffraction. Nous constatons que plus le diamètre extérieur de la cavité augmente plus le facteur de qualité global augmente.

Enfin, sur la figure 1.9, j'ai représenté l'ensemble de facteurs de qualité intrinsèques de microsphères et de microtores en fonction des différents diamètres. Ces mesures autour de 775 nm ont été réalisées au cours de ma thèse. Le coude, obtenu pour un diamètre autour de 15  $\mu\text{m}$ , sépare les microcavités limitées par diffraction à gauche et celles limitées par l'atténuation (en volume et en surface) à droite. Ces facteurs de qualité peuvent être conservés à des valeurs supérieures à  $10^8$  pendant plusieurs jours, limités par l'adsorption d'eau ( $\alpha_{\text{eau}} = 0,02 \text{ cm}^{-1}$  à 800 nm), ou même pendant plusieurs mois [23], sous vide

ou dans un environnement propre et inerte. Les poussières et aérosols parasites sont en nombre restreint dans la chambre d'expérience que j'ai utilisée au cours de cette thèse.

## Références du chapitre 1

- [1] J.-M. Lourtioz, H. Benisty, V. Berger, J.-M. Gérard, D. Maystre, and A. Tchelnokov, *Les cristaux photophoniques ou la lumière en cage* (Hermès Science publications, Paris, France, 2003).
- [2] H. F. Taylor and A. Yariv, “Guided wave optics,” *Proceedings of the IEEE* **62**, 1044–1060 (1974).
- [3] D. Marcuse, *Theory of dielectric optical waveguides* (Academic Press, Inc., New York, 1974).
- [4] A. Fresnel, “œuvres complètes : trois tomes, Imprimerie Impériale, disponible à la bibliothèque municipale de Bernay (27),” (1866).
- [5] L. Landau and E. Lifchitz, *Théorie des Champs*, vol. 1 of *Cours de physique théorique* (Mir, Moscou, 1989), 4th ed.
- [6] L. Rayleigh, *The Theory of Sound* (Dover (reprinted in 1945), 1877-1878).
- [7] L. Rayleigh, “The problem of the whispering gallery,” *Philos. Mag.* **20**, 1001 (1910).
- [8] L. Rayleigh, “Further applications of Bessel functions of higher order to the whispering gallery and allied problem,” *Philos. Mag.* **27**, 100 (1914).
- [9] P. Debye, “Der lichtdruck auf kugeln von beliebigem material,” *Annalen der Physik* **335** (1909).
- [10] L. Lorenz, *Lysbevægelsen i og uden for en af plane Lysbølger belyst Kugle (Sur la lumière réfléchié et réfractée par une sphère transparente)* (F. Dreyer, 1890).
- [11] G. Mie, “Beitrage zur optik trüber medien, speziell kolloidaler metallosungen,” *Ann. Phys. (Leipzig)* **25**, 337–445 (1908).
- [12] H. C. van de Hulst, *Light Scattering by Small Particles* (Wiley, 1957).
- [13] C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by small particles* (Wiley, 1983).
- [14] R. G. Newton, *Scattering theory of waves and particules*, TMP (Springer Verlag, 1987), 2nd ed.
- [15] Stratton, *Electromagnetic Theory* (Mc Graw-Hill, 1941).
- [16] S. Schiller and R. L. Byer, “High-resolution spectroscopy of whispering gallery modes in large dielectric spheres,” *Opt. Lett.* **16**, 1138–1140 (1991).
- [17] M. Abramowitz and I. A. Stegun, eds., *Handbook of Mathematical Functions*, no. 55 in Applied Mathematics Series (N.B.S., 1964).
- [18] H. M. Lai, P. T. L. C. C. Lam, and K. Young, “Effect of perturbations on the widths of narrow morphology dependent resonances in mie scattering,” *J. Opt.Soc. Am. B* **8**, 1962–1973 (1991).
- [19] D. S. Weiss, V. Sandoghdar, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, J.-M. Raimond, and S. Haroche, “Splitting of high- $Q$  Mie modes induced by light backscattering in silica microspheres,” *Opt. Lett.* **20**, 1835–1837 (1995).

- [20] A. Mazzei, S. Götzinger, L. de S. Menezes, G. Zumofen, O. Benson, and V. Sandoghdar, “Controlled coupling of counterpropagating whispering-gallery modes by a single rayleigh scatterer : a classical problem in a quantum optical light,” *Phys. Rev. Lett.* **99**, 173603 (2007).
- [21] V. V. Vassiliev, V. L. Velichansky, V. S. Ilchenko, M. Gorodetsky, L. Hollberg, and A. V. Yarovitsky, “Narrow-line-width diode laser with a high- $q$  microsphere resonator,” *Opt. Commun.* **158**, 305–312 (1998).
- [22] J. Zhu, S. Ozdemir, Y. Xiao, L. Li, L. He, D. Chen, and L. Yang, “On-chip single nanoparticle detection and sizing by mode splitting in an ultrahigh- $Q$  microresonator,” *Nat. Photonics* **4**, 46–49 (2009).
- [23] F.-M. Treussart, “étude expérimentale de l’effet laser dans des microsphères de silice dopées avec des ions néodyme,” Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie – Paris VI (1997).
- [24] F. Treussart, J. Hare, L. Collot, V. Lefèvre, D. S. Weiss, V. Sandoghdar, J.-M. Raimond, and S. Haroche, “Quantized atom-field force at the surface of a microsphere,” *Opt. Lett.* **19**, 1651 (1994).
- [25] J. Hare, S. Steiner, F. Oručević, and V. Lefèvre-Seguin, “Silica microspheres as high- $Q$  microcavities for semiconductor quantum-dot lasers,” *Proc. SPIE* **5729**, 94 (2005).
- [26] F. Oručević, “Production des microtores de silice sur silicium ; Excitation et caractérisation de leurs modes de galerie,” Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie – Paris VI (2007).
- [27] T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, “Demonstration of ultra-high- $Q$  small mode volume toroid microcavities on a chip,” *Appl. Phys. Lett.* **85**, 6113–6115 (2004).
- [28] D. Keck, R. Maurer, and P. Schultz, “On the ultimate lower limit of attenuation in glass optical waveguides,” *Appl. Phys. Lett.* **22**, 307–309 (1973).
- [29] E. Desurvire, “Erbium-doped fiber amplifier,” Patent US, 5027079 (1991).
- [30] P.-G. de Gennes, F. Brochard-Wyart, and D. Quere, *Gouttes, bulles, perles et ondes* (Editions Belin, 2002).
- [31] S. Steiner, “Microsphères de silice et boîtes quantiques InAs/GaAs : réalisation d’un microlaser à faible seuil,” Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie – Paris VI (2003).
- [32] B. R. Johnson, “Theory of morphology-dependant resonances : shape resonances and width formulas,” *J. Opt.Soc. Am. A* **10**, 343–352 (1993).



# Chapitre 2

## Production de cavités en silice

Je vais présenter dans ce chapitre les moyens mis en œuvre pour fabriquer les microsphères et les microtores présentant des résonances de très grande surtension. Les facteurs de qualité peuvent excéder  $10^9$  car la silice fondue offre une très grande transparence et une rugosité nanométrique. Leur obtention, ainsi que les volumes modaux modérément petits (quelques dizaines de  $\lambda_0^3$ ), est permise grâce à une compréhension de la force capillaire. Après une présentation de quelques propriétés physico-chimiques de nos microcavités, je décrirai les procédés de fusion par laser  $\text{CO}_2$  développés au laboratoire Kastler Brossel. Enfin, je décrirai des anomalies survenant sur des microdisques fondus et des façons possibles de les réduire.

### 2.1 Propriétés physico-chimiques des matériaux

#### 2.1.1 La silice

Le silicium, élément dominant sur Terre, est indispensable pour la technologie électronique. Son oxyde  $\text{SiO}_2$ , et plus spécifiquement la silice amorphe, joue un rôle important dans les dispositifs électroniques, mais est surtout le matériau incontournable des télécommunications par fibres optiques<sup>1</sup>. Le coefficient d'absorption et l'indice de la silice pure fondue sont représentés sur la figure 2.1. L'indice de réfraction de la silice peut être approché par la formule de Sellmeier qui s'écrit sous la forme [2] :

$$N(\lambda) - 1 = N_0 + \sum_j \frac{f_j \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_j^2}, \quad (2.1)$$

où  $\lambda_j$  sont les longueurs d'onde pour lesquelles la dispersion change de signe, autour de 0,1mm et entre 7 et 10  $\mu\text{m}$ . Pour ces résonances l'absorption dans la silice devient très grande. La formule de Sellmeier modélise la dispersion de la silice avec une précision meilleure que  $10^{-5}$  entre 0,3  $\mu\text{m}$  et 2,3  $\mu\text{m}$  [3].

---

1. Rappelons que la production annuelle de fibre optique dans le monde suit une croissance exponentielle de +17% par an. La longueur totale de 1 400 millions de kilomètres en 2010 devrait naturellement doubler à l'horizon 2015. La demande en bande-passante est également exponentielle. Une « loi de Moore optique » heuristique énonce que le produit capacité–distance totale décuple tous les quatre ans [1].

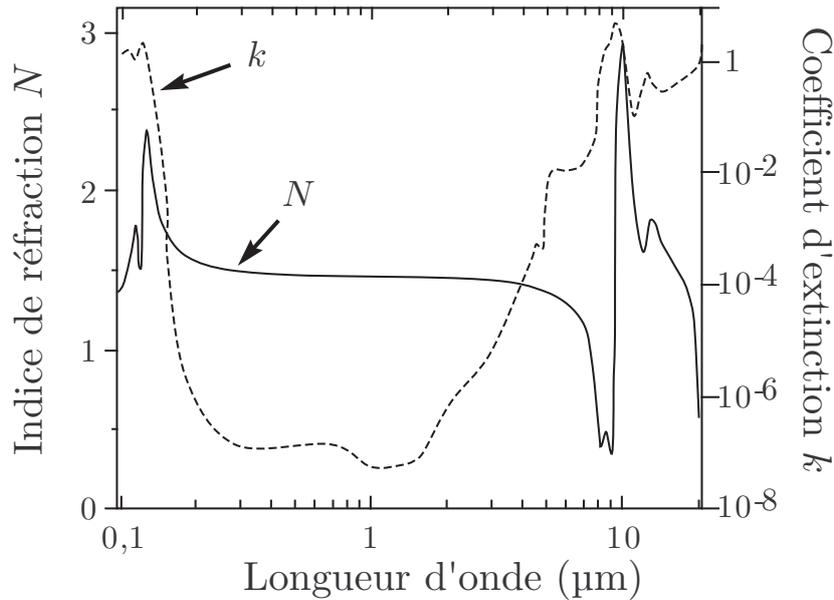


FIGURE 2.1 – *Trait plein* : Courbe de dispersion typique de la silice synthétique en échelle logarithmique [4, 5] [6, pages 749-763]. *Pointillés* : Le coefficient d'extinction de la silice fondue en fonction de la longueur d'onde [7–10]. Le minimum d'atténuation se situe dans la « bande télécom » autour de 1,5  $\mu\text{m}$  [11].

Sur la figure 2.1, je représente l'indice de réfraction  $N$  et le coefficient d'extinction  $k = \lambda\alpha/4\pi$  de la silice fondue reliés à la constante diélectrique  $\epsilon = (N + ik)^2$ , où  $\alpha$  est le coefficient d'atténuation déjà introduit au 1.6.1. Les constantes optiques dans la région  $3,8 \mu\text{m} < \lambda < 20 \mu\text{m}$  ont été obtenues par M. Miller [5], puis confirmées par H. R. Philipp [6], en mesurant la réflectance de  $\text{SiO}_2$ . L'indice de réfraction  $N$  en fonction de la longueur d'onde est obtenu par l'analyse de Kramers-Kronig de la réflectance et de la phase, mais cette courbe n'est pas très précise car l'absorption est grande. La région  $0,2 \mu\text{m} < \lambda < 3,8 \mu\text{m}$  sans absorption interbande a été caractérisée par I. H. Malitson [4].

La grande transparence de la silice, entre  $0,2 \mu\text{m}$  et  $3,5 \mu\text{m}$ , dépend toutefois de façon critique de la présence éventuelle de groupements hydroxyles, appelés silanols ( $\text{Si-OH}$ ), présentant des raies d'absorption autour des longueurs d'onde  $0,96 \mu\text{m}$ ,  $1,4 \mu\text{m}$ ,  $2,2 \mu\text{m}$  et  $2,7 \mu\text{m}$ . La silice pure synthétique produite par oxydation du silicium et celle obtenue par fusion à l'arc du quartz naturel peuvent en être quasiment dénuées. La densité de silanols dépend fortement de la température [12]. La silice peut également être obtenue par des procédés tels que le *sputtering* magnétron, par dépôt chimique en phase vapeur (en anglais, CVD pour *Chemical vapor deposition*), par pulvérisation cathodique ou par la technique sol-gel. Ces procédés se distinguent par la qualité de la silice, la densité, la température utilisée (procédés mentionnés par ordre décroissant), l'épaisseur et la surface souhaitées. La silice des fibres est très dense, alors que celle obtenue par *sputtering* ou par oxydation rapide du Si en phase humide conduit à une relative porosité, et donc une augmentation du nombre de centres diffuseurs. Les verres obtenus par la technique sol-gel présentent encore plus de défauts, notamment en terme d'inclusions ou de composites. *A contrario*, les verres les plus purs sont produits par oxydation lente du Si et par fusion du

quartz naturel.

À l'air libre, les principales causes de contamination sont la chimisorption et l'adsorption physique (physisorption) de vapeur d'eau se traduisant par une augmentation de l'atténuation globale. Citons notamment les mesures de temps de décroissance de microsphères de silice fondue par *Cavity ring-down* réalisées en 1996 par Gorodetsky *et al.* [13]. Ces auteurs ont établi le record actuel en termes de facteur de qualité intrinsèque,  $Q_{\text{int}} = (0,8 \pm 0,1) \times 10^{10}$  à  $\lambda_0 = 633$  nm pour un diamètre de  $2a = 750$   $\mu\text{m}$ . Ils ont démontrés la dégradation rapide de la surtension des résonances vers des valeurs stationnaires compatibles avec la présence de monocouches d'eau adsorbées en surface<sup>2</sup>. Des facteurs de qualité dépassant  $10^9$  peuvent être conservés pendant plusieurs heures dans une chambre d'expérience légèrement surpressurisée par un gaz inerte. Des valeurs supérieures à  $10^8$  pouvant être conservées pendant plusieurs mois si les cavités sont contenues dans une boîte hermétique comme celle que j'ai fabriquée. En outre, il est utile de noter qu'une surface dénuée de tout défaut est hydrophobe [15, 16]. Une étude quantitative du dépôt de l'eau sur la silice est présentée, par exemple, dans l'article de Bolis *et al.* [17]. Les auteurs ont notamment montré que la silice pouvait redevenir hydrophobe en chauffant au-delà de 400°C. Cela explique sans doute que nous puissions régénérer des microcavités de facteur de qualité élevé en les réchauffant au laser CO<sub>2</sub>. Enfin, les matériaux formés par l'association d'alcalins et d'halogènes, dont les atténuations en volume peuvent être très faibles, présentent des propriétés hygroscopiques difficilement compatibles avec une utilisation à l'air libre.

La silice obtenue par fusion du quartz, appelée silice fondue, présente très peu d'impuretés comme par exemple les groupements silanols. L'hydrolyse à la flamme de SiCl<sub>4</sub> offre une grande pureté, soit une teneur de 100 à 1000 ppm en groupement hydroxyle, de l'ordre de 100 ppm de chlore, et quelques parties par millions d'impuretés métalliques d'après les spécifications du fabricant Heraeus [18]. Des impuretés de fer et de carbone (provenant d'une vapeur fuligineuse par exemple) augmentent l'atténuation dans l'ultraviolet et dans l'infrarouge. D'une part, l'« herasil », dédiée à une utilisation dans l'ultraviolet, est caractérisée par de très faibles teneurs en impuretés métalliques de 1 – 2 ppm. Une teneur en –OH < 5 ppm dans ce type de matériau conduirait de surcroît, à une fenêtre de transparence qui s'étendrait jusqu'à 160 nm, ce qui est un record [19]. D'autre part, les silices « infrasil » et « HOQ », fondues électriquement, sont dédiées à une utilisation dans l'infrarouge. Elles présentent en effet une teneur en –OH < 10 ppm et une transmission élevée jusqu'à 3,6  $\mu\text{m}$ .

L'homogénéité dans la silice fondue est caractérisée par une variation maximale de l'indice de réfraction de  $5 \times 10^{-6}$  et peut atteindre des valeurs inférieures à  $1 \times 10^{-6}$  avec des procédés de fabrication plus lents, comme par exemple pour le « suprasil ». Par ailleurs, cette silice fondue est spécifiée avec peu de bulles d'air (section < 0,03 mm<sup>2</sup>/100 cm<sup>3</sup> pour des microbulles d'un diamètre inférieur à 150  $\mu\text{m}$ ) et pratiquement aucune strie quelle que

---

2. Notons que la fenêtre de transparence des matériaux cristallins dans l'infrarouge est plus étendue que celle de la silice fondue et leur atténuation est éventuellement plus faible. Cela a permis à Sacchenkov *et al.* d'obtenir des facteurs de qualité encore plus élevés,  $Q = 2 \times 10^{10}$  à  $\lambda_0 = 1,3$   $\mu\text{m}$ , dans des microsphères fabriquées par usinage diamant et par des techniques de super-polissage optique d'un monocristal de CaF<sub>2</sub> [14].

soit la direction [18]. Un choc thermique ou de fortes contraintes pourraient provoquer la formation de centres diffuseurs qui augmentant l'atténuation globale.

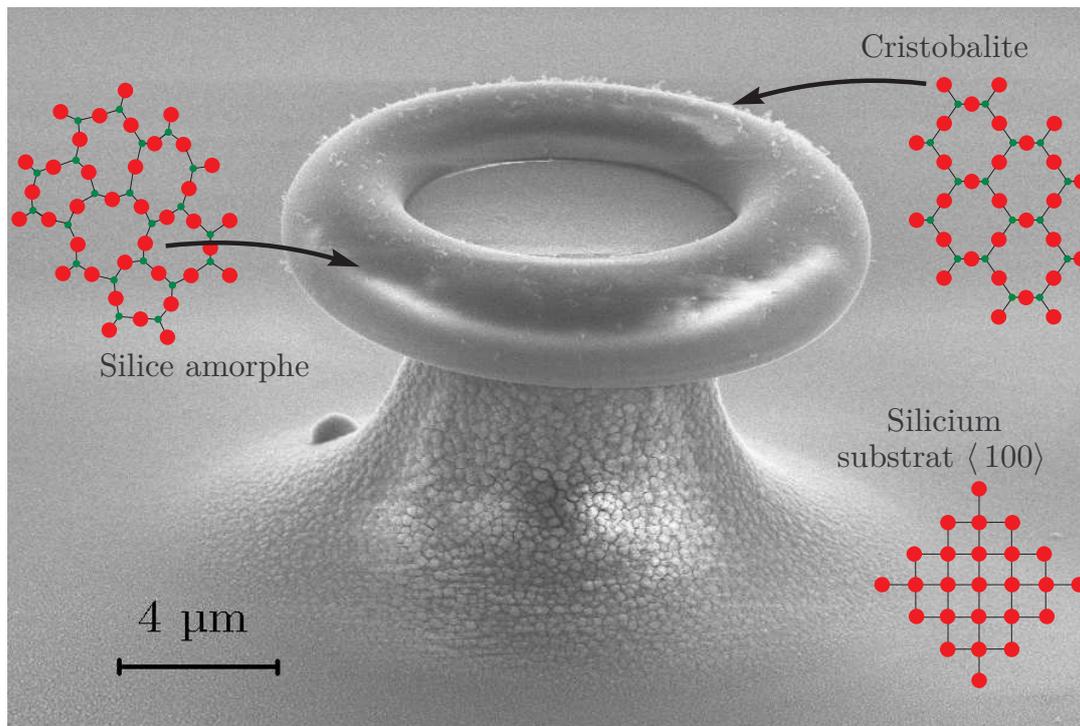


FIGURE 2.2 – Microtore de silice sur piédestal de silicium dont la procédure de fabrication sera décrite dans un paragraphe 2.6.1 spécifique. J'attribue le « duvet », ici au sommet de la structure, à la cristobalite obtenue par évaporation/recristallisation de la silice amorphe. Le substrat de silicium est orienté dans la direction  $\langle 100 \rangle$ . Je schématise les organisations moléculaires associées à ces matériaux.

Enfin, lors de la fusion, il arrive que la silice s'évapore sous forme de  $\text{SiO}$ , puis se recondense pour donner la cristobalite  $\text{SiO}_2$  qui est stable à plus basse température. Cette réorganisation rapide et réversible en cristobalite modifie peu les propriétés de la silice. Pour des conditions de fusion bien spécifiques, j'observe un « duvet » que j'attribue à de la cristobalite. Comme on peut le constater sur la figure 2.2, ces cristaux, petits devant la taille de la cavité, pourraient s'avérer assez critiques pour le confinement de la lumière. En réalité, la fusion n'a pas besoin d'être excessivement énergétique pour voir apparaître cet effet parasite. En effet, dès  $1150^\circ\text{C}$ , des précurseurs, comme par exemple  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{NaCl}$ , peuvent être à l'origine de la cristallisation locale du matériau avec une vitesse dépendant fortement de l'environnement<sup>3</sup>.

3. Les *éléments fondants*, comme par exemple le  $\text{B}_2\text{O}_3$ , le  $\text{Na}_2\text{O}$  ou le  $\text{K}_2\text{O}$  permettent d'abaisser le point de fusion et donc la viscosité du verre. En effet, les liaisons sont plus flexibles, car une fraction des atomes d'oxygène ne participent plus aux liaisons « bridge »  $\text{Si-O-Si}$ . Par ailleurs, l'incorporation d'alumine, de phosphore, de titane, de zirconium et de zinc (ordonnés en fonction de leur importance dans le zerodur [20, page 127]) modifie les propriétés mécaniques et de dilatation thermique d'un verre. La teneur en minéralisateurs, comme par exemple  $\text{MgO}$ ,  $\text{CaO}$  ou  $\text{Li}_2\text{O}$  et leur granularité permettent également de jouer sur de nombreuses autres propriétés d'un verre. Par ailleurs, le dépôt de métaux nobles, et plus particulièrement d'argent, permet de réfléchir dans le moyen infrarouge.

Nos microsphères sont fabriquées soit à partir d'une fibre optique dont la gaine optique est en silice pure synthétique<sup>4</sup>, soit à partir de baguettes de silice pure. Nos microdisques sont réalisés grâce à de la silice obtenue par oxydation thermique de substrats 4 pouces du LETI (Laboratoire d'Électronique et des Technologies de l'Information) au CEA Grenoble.

### 2.1.2 Propriétés thermiques des microcavités

De nombreux phénomènes dépendent des propriétés thermiques du matériau constituant nos microcavités. Nous considérerons dans un premier temps des corps purs. Les propriétés optiques du silicium massif sont décrites dans l'ouvrage [21, pages 547–570] et au chapitre 4. Le tableau 2.1.2 rappelle quelques constantes physiques pour la silice amorphe et pour le silicium :

Paramètre		SiO <sub>2</sub>	Si	Unités
Densité	: $\rho$	$2,20 \times 10^3$	$2,33 \times 10^3$	kg.m <sup>-3</sup>
Énergie de gap	: $E_g$	5,40	1,12	eV
Chaleur spécifique	: $c_p$	720	700	J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
Conductivité thermique	: $\lambda$ à 300 K	1,4	170	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
	à 600 K	1,7	62	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
	à 1 000 K	1,9	32	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
Température de fusion	: $\theta_{\text{fus}}^\circ$	1 670	1 414	°C
Température d'ébullition	: $\theta_{\text{ébu}}^\circ$	2 230	3 265	°C

TABLE 2.1 – Valeurs numériques de quelques paramètres physiques de la silice amorphe et du silicium (à 300 K par défaut).

Nous déduisons la capacité thermique de la silice  $C_p = \rho c_p = 1,6 \text{ MJ.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$  et son coefficient de diffusion thermique  $D = \lambda/C_p = 8,7 \times 10^{-7} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$  à température ambiante. Cette quantité  $D$  dépend de la température. Pour une microcavité de silice pure de diamètre  $2a = 40 \text{ }\mu\text{m}$ , pour une longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 780 \text{ nm}$ , nous obtenons :

L'équation de la chaleur dans la cavité s'écrit, pour la température  $\theta$  :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - D \Delta \theta = \frac{1}{2} N \epsilon_0^2 E^2 \alpha / C, \quad (2.2)$$

où  $E$  est le champ du mode,  $\alpha$  le coefficient d'absorption et  $C = \mathcal{V}_s C_p$  la capacité thermique de la sphère égale à  $5,3 \times 10^{-8} \text{ J.K}^{-1}$  pour un volume  $\mathcal{V}_s = 3,3 \times 10^{-14} \text{ m}^{-3}$ . Pour comprendre les effets thermiques dans la silice, la diffusion de la chaleur permet de définir des temps caractéristiques dépendant de la géométrie du matériau [22]. En considérant un mode fondamental  $n = 1$  et un diamètre  $2a = 40 \text{ }\mu\text{m}$ , on exprime :

- Homogénéisation du mode :  $\tau_m = w^2/4\pi D \leq 1 \text{ }\mu\text{s}$
- Homogénéisation de la cavité :  $\tau_s \sim (2a)^2/4\pi D \simeq 200 \text{ }\mu\text{s}$

4. L'indice peut être artificiellement augmenté en incorporant GeO<sub>2</sub>, P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> ou Ti<sub>2</sub> et diminué en utilisant B<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

Indice de réfraction	: $N$	1,454 à 780 nm	–
Paramètre de taille	: $x = 2\pi a/\lambda_0$	161	–
ordre azimutal	: $m$	225	–
Largeur du mode fondamental	: $w \approx \sqrt{a \lambda_0/2\pi}$	$1,6 \times 10^{-6}$	m
Volume du mode fondamental	: $\mathcal{V}$	$1,9 \times 10^{-16}$	$\text{m}^{-3}$
coefficient thermo-optique	: $K$	–3,2 à 780 nm	$\text{GHz.K}^{-1}$

TABLE 2.2 – Applications numériques pour le mode de galerie fondamental  $n = 1$  pour une microcavité de silice, de 40  $\mu\text{m}$  de diamètre et pour une longueur d’onde dans le vide  $\lambda_0 = 780 \text{ nm}$ .

- Thermalisation complète : Le temps caractéristique de retour à l’équilibre thermique  $\tau_{\text{th}}$  de l’ordre de quelques dizaines de millisecondes peut être appréhendé par la convection avec l’air. Cependant le temps obtenu  $\tau_{\text{conv}} = C/h\pi a^2 \simeq C_p a/h \approx 1 \text{ s}$  n’est pas cohérent avec celui mesuré dans nos expériences (avec  $h \sim 30 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  le coefficient de transfert par convection de l’air). L’approche de Ilchenko *et al.*, consistant à utiliser le nombre de Nusselt  $Nu \simeq 0,3$  dans l’air à 300 K, donne  $\tau_{\text{th}} = a^2/(D Nu) \approx 15 \text{ ms}$  [23].

Les différents temps de transferts thermiques sont observés dans des expériences très diverses, lorsque la dynamique du processus en jeu est comparable à l’évolution thermique.

D’un tout autre point de vue, la fusion de la cavité correspond également à l’accumulation de chaleur. Le chauffage, significatif sur seulement quelques micromètres, est fortement non-linéaire. La fusion dépend de la nature de la structure, particulièrement pour les microdisques reliés par un piédestal à un substrat de silicium.

## 2.2 Action de la force capillaire

La tension de surface confère aux microcavités leur forme et leur très faible rugosité si particulières. Lors de la fusion d’une microcavité, la silice fondue à l’état liquide est au contact de l’air. Après un chauffage d’environ 100 ms, la silice se solidifie à nouveau. Le processus a duré suffisamment longtemps pour que la tension de surface façonne la cavité.

L’énergie surfacique de la silice fondue est de l’ordre de 300  $\text{mJ.m}^{-2}$  au point de fusion. Dans la silice pure, la chaleur échangée lors d’un changement de phase est élevée<sup>5</sup> et correspond à une énergie de cohésion par molécule de l’ordre de l’électron volt [24]. À l’échelle microscopique, la silice est composée principalement de tétraèdres de  $\text{SiO}_4$  liés les uns aux autres par leurs sommets. En moyenne, chaque atome d’oxygène est commun à deux tétraèdres pour obtenir la bonne stœchiométrie. De façon générale, la formation d’états de surface est défavorable. La tension superficielle est donc grande et la rugosité après fusion est inférieure à  $(0,6 \pm 0,5) \text{ nm}$  (cf § 1.6.2). Nous étudions dans le chapitre 4 d’autres effets liés à la modification de l’hybridation des atomes de silicium situés en

5. quatre fois supérieure à celle de l’eau. En effet, les liaisons covalentes Si–O sont bien plus fortes que les liaisons hydrogène. Cela dit, une réorganisation de la structure est possible grâce à la relative flexibilité des liaisons Si–O–Si.

surface.

La tension de surface, ou tension superficielle  $\gamma_s$ , est l'accroissement de pression obtenu à la traversée de l'interface séparant deux fluides. Comme à l'échelle microscopique, la condition de stabilité revient à minimiser le rapport surface sur volume. La loi de Laplace énonce que la différence de pression hydrostatique  $\Delta p = p - p^\circ$  est proportionnelle à la courbure  $C$  de l'interface, avec  $\gamma_s$  comme coefficient de proportionnalité, tel que

$$\Delta p = \gamma_s C = \frac{\gamma_s}{a}, \quad (2.3)$$

où  $a$  représente le rayon de courbure de la structure. La tension de surface  $\gamma_s$  air-silice fondue, étant de l'ordre de  $0,3 \text{ N.m}^{-1}$  (pour la silice à l'état liquide autour de  $1700^\circ\text{C}$ ), dans le cas d'une boule de taille de  $40 \text{ }\mu\text{m}$  la surpression  $\Delta p$  vaut  $3 \times 10^4 \text{ Pa}$ .

La très grande viscosité de la silice à l'état liquide implique que les fluctuations d'origine acoustique ont très peu d'influence. Les modes de vibration dont la longueur d'onde se situe entre le micromètre et la centaine de micromètres sont atténués efficacement. En revanche, dans le cas de gouttelettes d'eau, de viscosité moindre à température ambiante, des surpressions peuvent engendrer des ondes de surface, dont la période est de l'ordre de grandeur du diamètre. Ces instabilités conduisent à des écarts par rapport à la forme idéale. Les ondulations du dioptre, auxquelles s'ajoutent des phénomènes rapides d'origine thermique ou d'interférence laser (cf annexe B), constituent donc une limitation sérieuse du confinement temporel du champ dans les cavités.

## 2.3 Contrôles du laser CO<sub>2</sub>

### 2.3.1 Mesures du faisceau gaussien

Les lasers au dioxyde de carbone (CO<sub>2</sub>) sont principalement utilisés pour le traitement des matériaux (découpe, soudure...), des applications LiDAR [25] ou la spectroscopie lointain IR [26]. Ces lasers présentent une puissance relativement élevée (allant jusqu'à 10kW) et un rendement raisonnable ( $\approx 20\%$ ) en régime continu ou pulsé. Des états métastables de cette molécule diatomique sont excités par absorption radio-fréquence du gaz contenu dans le tube [27]. Les lasers CO<sub>2</sub> dont nous disposons (Synrad, modèles 48-1-10 et 48-1-30) ont des puissances de 10 W et 30 W et émettent à  $\lambda_0 = 10,6 \text{ }\mu\text{m}$ . Comme pour tous les lasers plébiscités par l'industrie, l'émission est fortement multimode. La puissance moyenne de pompe, et donc de l'émission, est modifiée en variant le rapport cyclique de l'excitation RF du gaz.

Le faisceau gaussien est polarisé linéairement dans la direction verticale et sa divergence vaut  $\Theta = 4 \text{ mrad}$ . La mesure de stabilité de la puissance sur 48 heures révèle une fluctuation inférieure à 2%, montrant que notre laser est stable sur le long terme. En revanche, sur le court terme, au cours des vingt premières minutes après l'allumage, j'ai relevé de plus fortes fluctuations d'intensité, caractérisées par un écart *RMS* de 6%. Après une trentaine de minutes, les fluctuations de ce laser deviennent modérées : un régime permanent est établi.

Le faisceau est acheminé jusqu'à la zone de fusion grâce à des miroirs en silicium dorés, puis est focalisé par une lentille de ZnSe de focale  $f' = 2,5'' \simeq 63,5 \text{ mm}$ .

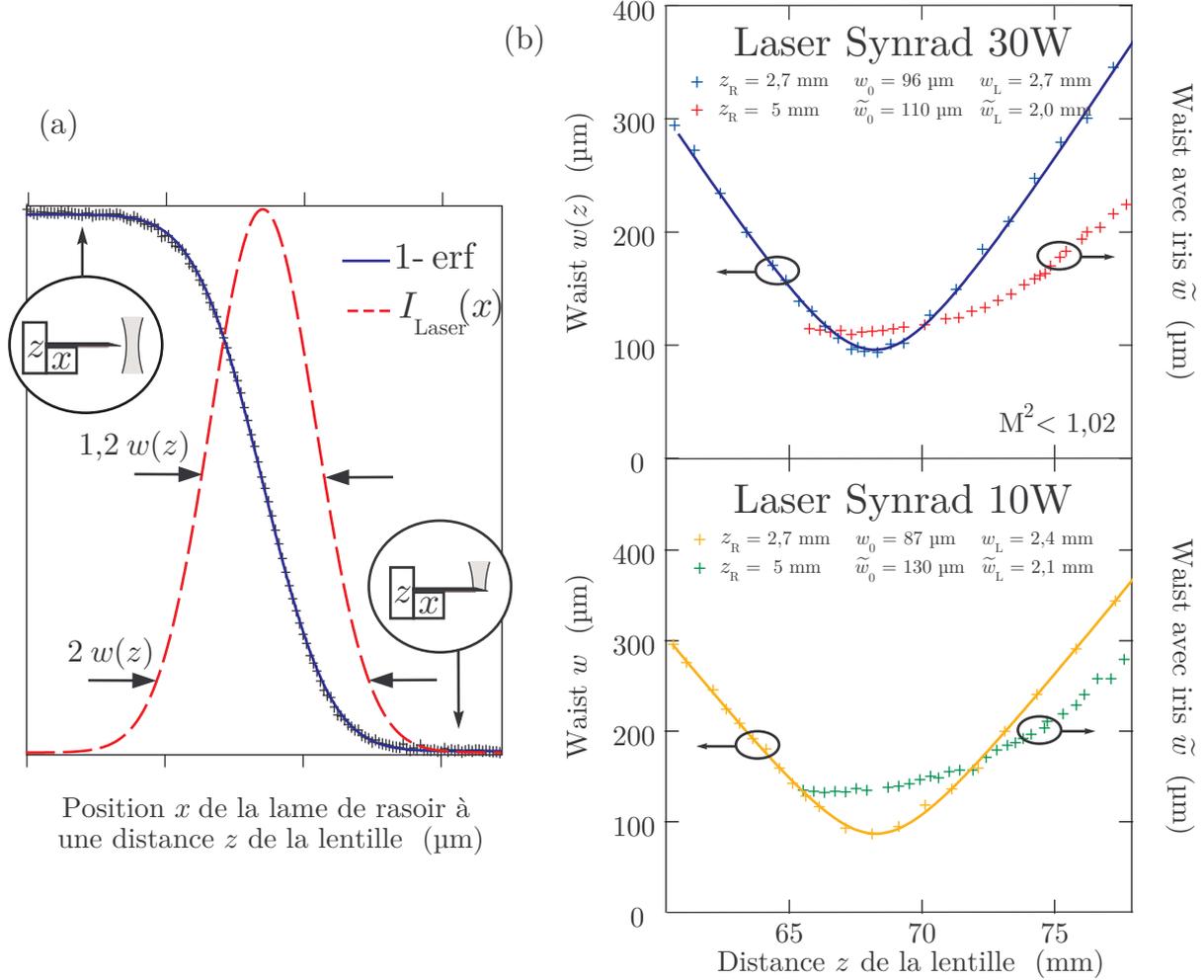


FIGURE 2.3 – Caractérisations de l'intensité des faisceaux  $\text{CO}_2$  à  $10,6 \mu\text{m}$  en fonction de la distance  $z$  à la lentille  $f' = 63,5$  mm. (a) Transmission en fonction de la position de la lame de rasoir à une distance donnée de la lentille. (b) Waists en fonction de la distance  $z$  de la lentille. Nous caractérisons l'effet diffractif provoqué par un iris placé après la lentille.

Le champ s'exprime :

$$\mathcal{E}(r, z, t) = \mathbf{E}_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(\frac{-r^2}{w^2(z)}\right) \exp\left(i\left(k_0\left(z + \frac{r^2}{2R(z)}\right) - \omega_0 t - \zeta(z)\right)\right), \quad (2.4)$$

où  $w(z)$  est le *waist*,  $R(z)$  le rayon de courbure et  $\zeta(z) = \arctan(z/z_R)$  la phase de Gouy du faisceau. La demi largeur à  $1/e$  pour le champ (ou à  $1/e^2$  pour l'intensité) définit le *waist*  $w(z)$  qui a pour minimum  $w_0$ . La largeur à mi-hauteur de l'intensité vaut  $\text{FWHM} = \sqrt{2 \ln 2} w \sim 1,2 w$ .

À la sortie du système, le faisceau gaussien est focalisé par la lentille de focale  $f'$  et je fais la mesure à plusieurs distances  $z$  depuis la lentille. J'utilise une lame de rasoir montée sur des platines motorisées, avec une vitesse de déplacement transversal est de  $1,25 \mu\text{m}/\text{pas}$ . Un engrenage met en rotation la vis d'une platine micrométrique avec une

vitesse de rotation du moteur de 8 pas par seconde. Puis, un détecteur thermique, placé en dessous de la lame, enregistre le signal à 10,6  $\mu\text{m}$ . Le détecteur (modèle Ophir 40A-SH-V1) a un temps de montée entre 5 et 95% de 0,8 secondes, ce qui signifie qu'une mesure fiable correspondra, au mieux, à un enregistrement par seconde. Enfin, la détection de la puissance est synchronisée avec le déplacement de la lame grâce à la conversion analogique-numérique. Pour chaque hauteur  $z$ , le *waist* est déterminé en ajustant la transmission par la fonction d'erreur « erf » par la méthode des moindres carrés.

Puis, après une série de mesure, je déduis de l'hyperbole  $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$  le *waist* au centre  $w_0 = 96 \mu\text{m}$  et la distance de Rayleigh  $z_R = \pi w_0^2/\lambda_0 = 2,7 \text{ mm}$  à la sortie du système laser Synrad 30 W par exemple. Je vérifie également grâce à l'ajustement par la méthode des moindres carrés que l'on a bien une hyperbole. Le  $M^2$  de chacun des deux lasers est inférieur à 1,02 ce qui est en accord avec la valeur indiquée par le fabricant. Je résume les mesures sur la figure 2.3.

Les mesures ont été réalisées dans différentes directions du plan transverse. L'astigmatisme n'est quasiment pas présent, car les *waists* sont sensiblement aux mêmes hauteurs que l'on soit à 0° ou à 90° de la direction principale. L'analyse des hyperboles correspondantes montre que la différence de hauteur aux *waists*  $w_0$  est de l'ordre du micromètre seulement.

Dans le plan de la lentille, je mesure un *waist*  $w_L = 2,4 \text{ mm}$ . Dans l'approximation des lentilles minces et pour un faisceau gaussien, le grandissement  $g_y$  s'écrit :

$$g_y \simeq \frac{w_L}{w_0} = \frac{f'}{\sqrt{(f' - z)^2 + z_R^2}}, \quad (2.5)$$

où  $z$  est la distance depuis la lentille. Une application numérique de l'équation (2.5) donne  $g_y = 25$ , ce qui est cohérent avec les mesures de *waist* au niveau du foyer et de la lentille. Les valeurs théoriques sont très proches des valeurs expérimentales données précédemment.

Puis, nous avons étudié l'influence d'un iris placé derrière la lentille. Comme attendu d'après les lois de la diffraction, à mesure que l'on ferme l'iris, la « divergence effective » diminue et le *waist* augmente. Sur la figure 2.3 sont résumées les mesures de *waist*  $\tilde{w}$  modifié par l'iris. En effet, la convolution de la fonction gaussienne avec la réponse percussionnelle d'une pupille circulaire conduit à un profil d'intensité plus plat de cette dernière au centre. En contrepartie, le flux moyen est réduit et la phase est perturbée localement, conduisant à des inhomogénéités dans la carte de température.

La puissance  $P$  qui illumine un microdisque de rayon  $a$  est obtenue en intégrant la gaussienne en coordonnées cylindriques :

$$P = I_0 \iint_{\|\mathbf{r}\| < a} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right) d^2\mathbf{r} = I_0 \frac{\pi w^2}{2} \left(1 - \exp\left(-\frac{2a^2}{w^2}\right)\right), \quad (2.6)$$

où l'intensité maximale  $I_0$ , ou densité de puissance au centre du faisceau, vaut  $P/\pi a^2$  pour  $a \ll w$  et  $2P/\pi w^2$  pour  $a \gg w$ .

La densité de puissance au bord du microdisque est obtenue simplement en écrivant :

$$I_B = \frac{2P}{\pi w^2} \exp\left(-\frac{2a^2}{w^2}\right). \quad (2.7)$$

Ces expressions (2.6) et (2.7) permettent de préciser l'intensité d'illumination. Les lasers  $\text{CO}_2$  ainsi focalisés sont parfaitement adaptés à la production de microsphères et de microtores dont les diamètres vont de 10 à 500  $\mu\text{m}$ .

### 2.3.2 Contrôle de la durée d'impulsion

Le laser  $\text{CO}_2$  est contrôlé temporellement. La tension de commande du laser a été programmée (par un circuit électronique ou par une commande numérique-analogique) pour permettre de contrôler les durées de l'impulsion et de la préimpulsion. Le signal radio-fréquence, haché à 20 Hz, a un rapport cyclique variable. Le laser délivre une puissance moyenne proportionnelle au rapport cyclique. Sur la figure 2.4, je présente les signaux de commande (TTL) et de sortie (optique) du système laser. La mesure est réalisée à l'aide d'un détecteur rapide, refroidi à l'azote liquide, pour le lointain IR (modèle PV MCT10-005, HgCdTe, Electro-optical systems Inc.).

Premièrement, une préimpulsion de quelques secondes permet de stabiliser la puissance laser. Puis, la puissance RF est coupée pour laisser le temps à un miroir escamotable de laisser passer le faisceau. Enfin, la RF est rallumée et le signal est recueilli par le détecteur lointain IR. Comme on peut le noter sur la figure 2.4, la modulation à 20 kHz est bien stable grâce à la préimpulsion. Ces mesures ont également montré que la modulation de 5 Hz n'est pas adaptée aux impulsions « courtes » (de moins 50 ms) parfois utilisées.

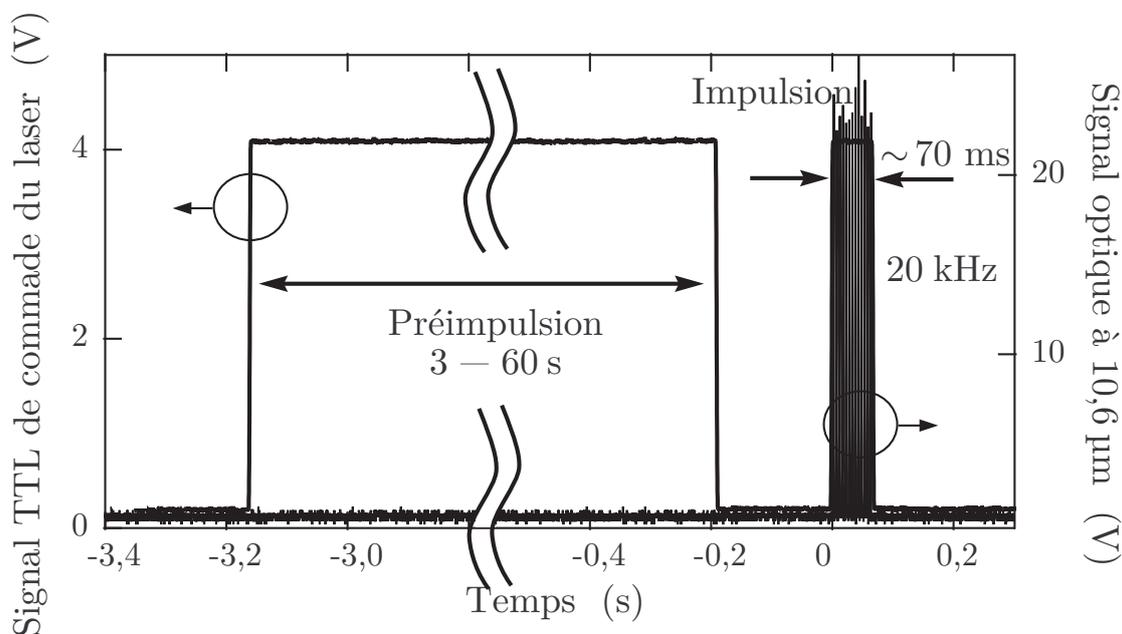


FIGURE 2.4 – Signaux de contrôle de l'impulsion laser  $\text{CO}_2$  pour la fusion de microdisques. Une préimpulsion de 3 à 60 secondes permet de préchauffer le laser. Puis, le laser est coupé pendant 0,2 s. Pendant ce délai, un miroir escamotable se relève pour laisser passer le faisceau provoquant la fusion du microtore (pendant 70 ms sur cette figure).

## 2.4 Microsphères

### 2.4.1 Étapes historiques

Dès la fin des années 1970, l'excitation par laser de microgouttelettes [28–31] a fait émerger de nouvelles thématiques de recherche. Ces microcavités sont dites à *résonances de forme* car le spectre dépend de leur morphologie. Du point de vue de leur fabrication, la goutte prend la forme d'une boule pour minimiser sa tension de surface. L'utilisation d'un tube capillaire permet d'obtenir des gouttelettes bien calibrées, mais les rayons restent de l'ordre du millimètre. Le dopage des billes par des colorants a fait l'objet de nombreux développements plus récents [32–34]. Par ailleurs, la capacité de piéger les sphères par lévitation électrodynamique [28,35,36] a permis de mesurer en temps réel des caractéristiques comme la forme et la tension de surface grâce au spectre de fluorescence. Cependant, les surtensions des résonances ne dépassent pas  $10^5$  et le problème de leur destruction limite les perspectives d'amélioration de ces systèmes. Des microcavités solides semiconductrices et diélectriques ont donc commencé à voir le jour dans les années 1980, notamment grâce aux progrès en termes de purification de la silice. Une première technique de fabrication a consisté à fondre des barreaux de silice sous une flamme de propane ou de butane permettant d'obtenir des facteurs de qualité supérieurs à  $10^8$  et de pouvoir manipuler les cavités sur des temps plus longs [37]. Les microsphères obtenues par fusion au laser  $\text{CO}_2$  ont été introduites pour la première fois par notre groupe [38]. Cette technique que nous allons décrire à nouveau s'est répandue notamment parce qu'elle permet de bien contrôler la fabrication de différents types de cavités. Elle a l'avantage de limiter le dépôt de carbure et la nucléation de cristaux de quartz en surface. Il existe d'autres techniques utilisant un arc électrique (basé sur un principe proche de celui des soudeuses à fibre) ou une torche plasma [39] permettant d'obtenir des billes libres plus sphériques.

### 2.4.2 Étapes de la fusion $\text{CO}_2$

Les microsphères de silice que nous fabriquons au laboratoire Kastler Brossel sont étudiées individuellement. Nous allons décrire une méthode permettant d'avoir une microsphère au bout d'une fibre optique.

Premièrement, une fibre optique de silice pure fondue (Verrillon SMF 125-A-42-0-0-1, série : FB1175) est nettoyée à l'éthanol pur et tendue verticalement en y suspendant une fêrule en céramique dont la masse est d'environ 300 mg. La fibre est amincie par deux faisceaux, contrapropageants et focalisés en un même point par deux lentilles ZnSe de 63,5 mm de focale. Une lame semi-réfléchissante sépare le faisceau laser de manière symétriques avec une puissance d'environ 0,4 W dans chaque bras. J'utilise le laser Synrad 48-1-10 pour lequel la zone de Rayleigh mesure 2,4 mm et le *waist* au centre 87  $\mu\text{m}$ . Ce montage permet un chauffage assez homogène de la fibre.

Lorsque le laser  $\text{CO}_2$  chauffe la silice, la chaleur absorbée modifie la viscosité sur une longueur de l'ordre de quelques micromètres. La longueur capillaire  $L_C = (\gamma_s/\rho g)^{1/2}$ , longueur au-delà de laquelle la gravité dépasse la capillarité, vaut 4 mm pour la silice. Pour pouvoir déformer la tige de silice fondue qui tient la goutte (l'ébauche), la pression hydrostatique  $\rho g L_C$  doit rester de l'ordre de la surpression de Laplace  $-\gamma_s/L_C$ , où  $\rho$

symbolise la masse molaire et  $g$  l'accélération du champ de pesanteur. En définitive, sous l'action du laser  $\text{CO}_2$ , la fibre de silice se ramollit progressivement. Sous l'action du poids et de la force capillaire, la fibre de silice fond lentement et s'amincit en formant un fuseau (cf images de la figure 2.5). L'interface est à symétrie de révolution de part et d'autre du point chaud. Le point chaud et la fibre restent fixes. Nous amincissons le col jusqu'à ce qu'une petite tache colorée (blanc brillant, rouge ou vert clair) apparaisse au niveau de la tige. Avec un éclairage en transmission puissant, j'observe des teintes de Newton localisées sur le col qui est la zone la plus mince où sera attachée la sphère. Ces teintes correspondent à des franges d'égale épaisseur en lumière blanche. Avec au bout de la fibre un poids de 300 mg et une puissance laser de  $2 \times 0,4 \text{ W}$ , en regardant attentivement, on réussit à fabriquer de façon reproductible des cols dont le diamètre est de quelques micromètres. Les teintes de Newton permettent de savoir quand s'arrêter pour obtenir le col le plus mince possible, car plus il est étroit et plus la sphère pourra être petite. Nous contrôlons l'ellipticité ( $0,5\% < e < 5\%$ ) du sphéroïde en jouant sur le volume de l'ébauche et le diamètre du col. Plus le diamètre extérieur est grand et plus l'ellipticité est petite et il en est de même avec l'épaisseur du col. Puis, la fibre est sectionnée à une hauteur plus basse que le col grâce à une impulsion laser d'une puissance typique de 0,8 W. La hauteur à laquelle est positionnée la fibre déterminera le diamètre final de la microsphère. Cette technique originale, que j'ai développée au cours de ma thèse, permet de produire des microsphères de diamètre inférieur à 30  $\mu\text{m}$  avec une précision raisonnable (meilleure que 5  $\mu\text{m}$ ).

L'obtention d'une ébauche, comme celle présentée sur la figure 2.6, n'est pas réalisée à volume constant, car une fraction est sublimée en monoxyde de silicium ( $\text{SiO}$ ).

La dernière étape consiste à fondre la fibre ébauche près du seuil de fusion pour que la tension de surface confère à la structure sa forme sphérique finale. La microcavité de grand facteur de qualité, étant maintenue au bout de sa fibre, est manipulée simplement et de façon pratique sur un support en duraluminium.

### 2.4.3 Réglages grossiers et fins du montage

Un bon réglage permet d'avoir un meilleur contrôle de la taille et de l'ellipticité de la microsphère. Le microscope est réglé sur la zone de fusion et restera fixe dans toute la suite (hormis le réglage éventuel de l'oculaire). Le microscope binoculaire Zeiss SV relié à une caméra CCD (Infinity) permet la visualisation des opérations de fusion. Les objectifs 1x et 1,6x, disposant d'une distance de travail de l'ordre de 10 cm et 7 cm permettent de voir la sphère au centre de la zone de fusion.

**Réglages grossiers** Premièrement, un morceau de papier fax permet de localiser le faisceau. Puis, un laser visible traverse le système et passe au centre des lentilles et des miroirs. Des diaphragmes en amont et en aval permettent de définir les orientations des miroirs. On s'assurera que les faisceaux contrapropageant se superposent et que la réflexion sur la face d'entrée de la lentille est centrée. Ensuite, on superpose le faisceau  $\text{CO}_2$  sur le faisceau visible en plaçant le papier fax sur les ouvertures et au foyer. Il s'agit là de brûler le papier et de faire un trou au laser de sorte que les rayons visibles et lointain infrarouge se superposent. On réitère jusqu'à ce que

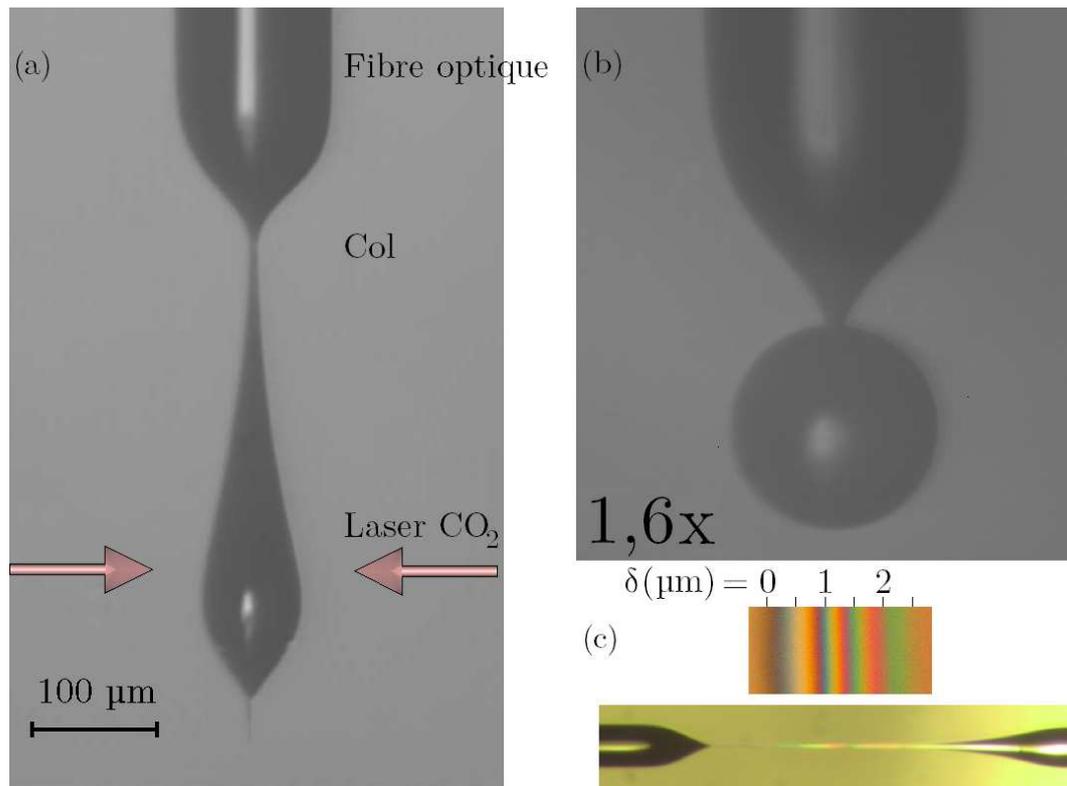


FIGURE 2.5 – (a) L'ébauche est fondue de façon symétrique en focalisant les deux faisceaux lasers  $\text{CO}_2$ . La tension de surface façonne la microsphère de silice en (b) avec un diamètre de  $100\ \mu\text{m}$ . L'image, obtenue avec un objectif de grossissement commercial  $1,6\times$ , est enregistrée dans la zone de fusion. (c) Teintes de Newton semblables à celles observées au niveau du col.

l'alignement converge.

**Réglages fins** Dans l'obscurité, le rayonnement thermique, entre  $1200$  et  $1600^\circ\text{C}$ , de l'ébauche chauffée est observable à l'œil nu ou par une caméra CCD. De cette manière, en dessous du point de fusion, le chauffage laser est suffisamment intense pour permettre l'alignement fin. On fabrique une microsphère de petit diamètre suspendue au bout d'une longue tige d'environ  $\sim 1\ \text{mm}$  de longueur. Il est pratique d'avoir un diamètre bien plus petit que le *waist*  $w_0$  pour bien repérer la position de la sphère dans le mode  $\text{TEM}_{00}$ . En bloquant alternativement l'un des deux bras du montage (après la lame semi-réfléchissante), on aligne de façon itérative la sphère au maximum des deux champs contrapropageants. Les intensités des rayonnements thermiques sont équilibrées en réglant le tirage des lentilles de ZnSe, présentées sur la figure 2.6. Les *waists* sont décalés d'environ  $10\ \text{mm}$  pour réduire l'intensité au centre et limiter les phénomènes de sublimation de la silice ou liés à une quelconque inhomogénéité. On aligne de façon itérative. Enfin, on s'assure, avec les deux faisceaux, que la fusion provoque une ascension bien verticale de la sphère le long de son pédoncule.

Nous avons décrit les étapes de fabrication au laser  $\text{CO}_2$  de microsphères attachées sur fibre. Le support de sphère avec sa cavité est ensuite inséré dans la chambre d'expérience.

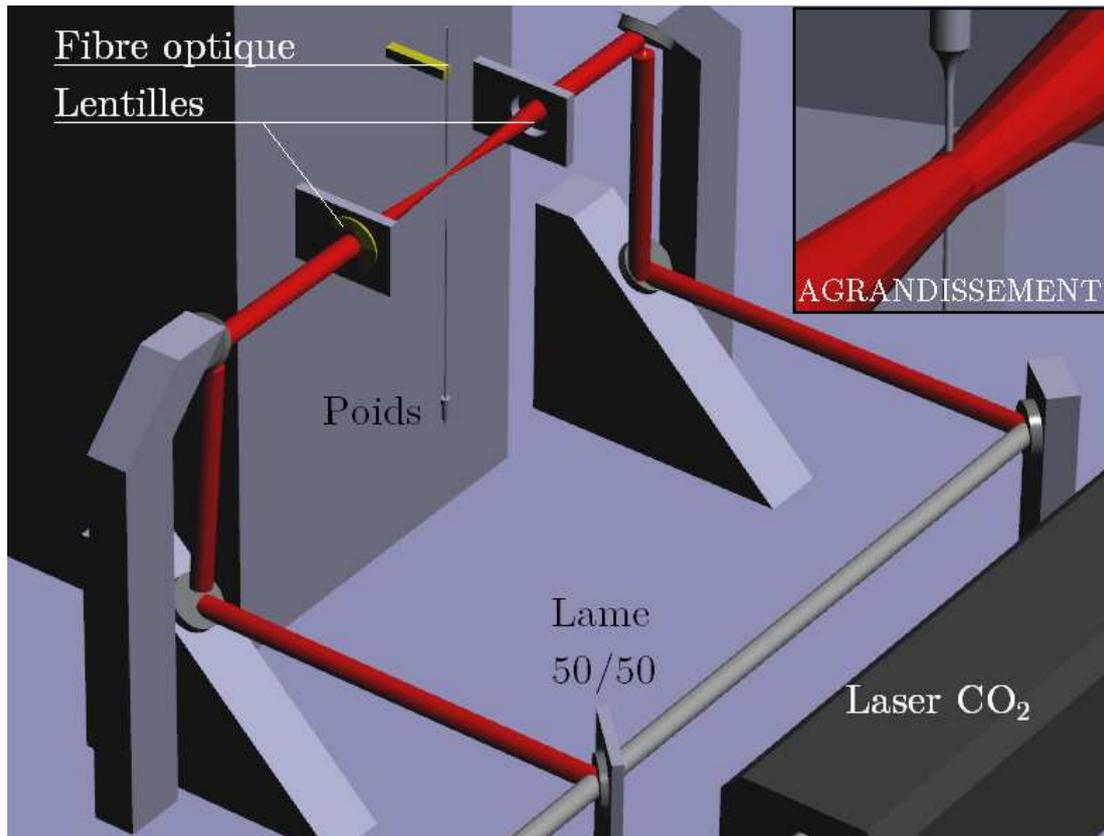


FIGURE 2.6 – Montage de fabrication des microsphères. L’encart en haut à droite représente la zone de fusion agrandie.

Il faut typiquement quinze minutes pour fabriquer une sphère de grand facteur de qualité.

## 2.5 Microdisques

Nos microdisques de silice sur silicium sont fabriqués au laboratoire SiNaPS au SP2M du CEA Grenoble. Les étapes du procédé sont, dans l’ordre : la lithographie, la gravure humide et la gravure sèche.

Nous décrivons succinctement la procédure de fabrication des microdisques de silice pure que nos collaborateurs nous ont donnée.

**Oxydation thermique du Si** : un substrat de silicium subit une oxydation thermique.

Une couche micrométrique de silice, d’épaisseur 0,5 à 3  $\mu\text{m}$ , recouvre la surface du wafer. Le procédé de fabrication du CEA LETI et sa composition reste secret. Nous savons seulement que différentes vitesses de croissance sont envisageables, dépendantes des catalyseurs employés (il est possible, par exemple d’avoir des traces de chlore).

**Dépôt de la photorésine positive** : après le nettoyage à l’isopropanol, puis à l’acétone et à l’éthanol pur, le substrat est chauffé autour de 135 °C pendant 1 à 2 minute(s) pour déshydrater la silice. Un traitement de surface d’Hexamethyldisilazane (HNDS) assure la bonne cohésion entre la silice et la résine de lithographie. La résine positive

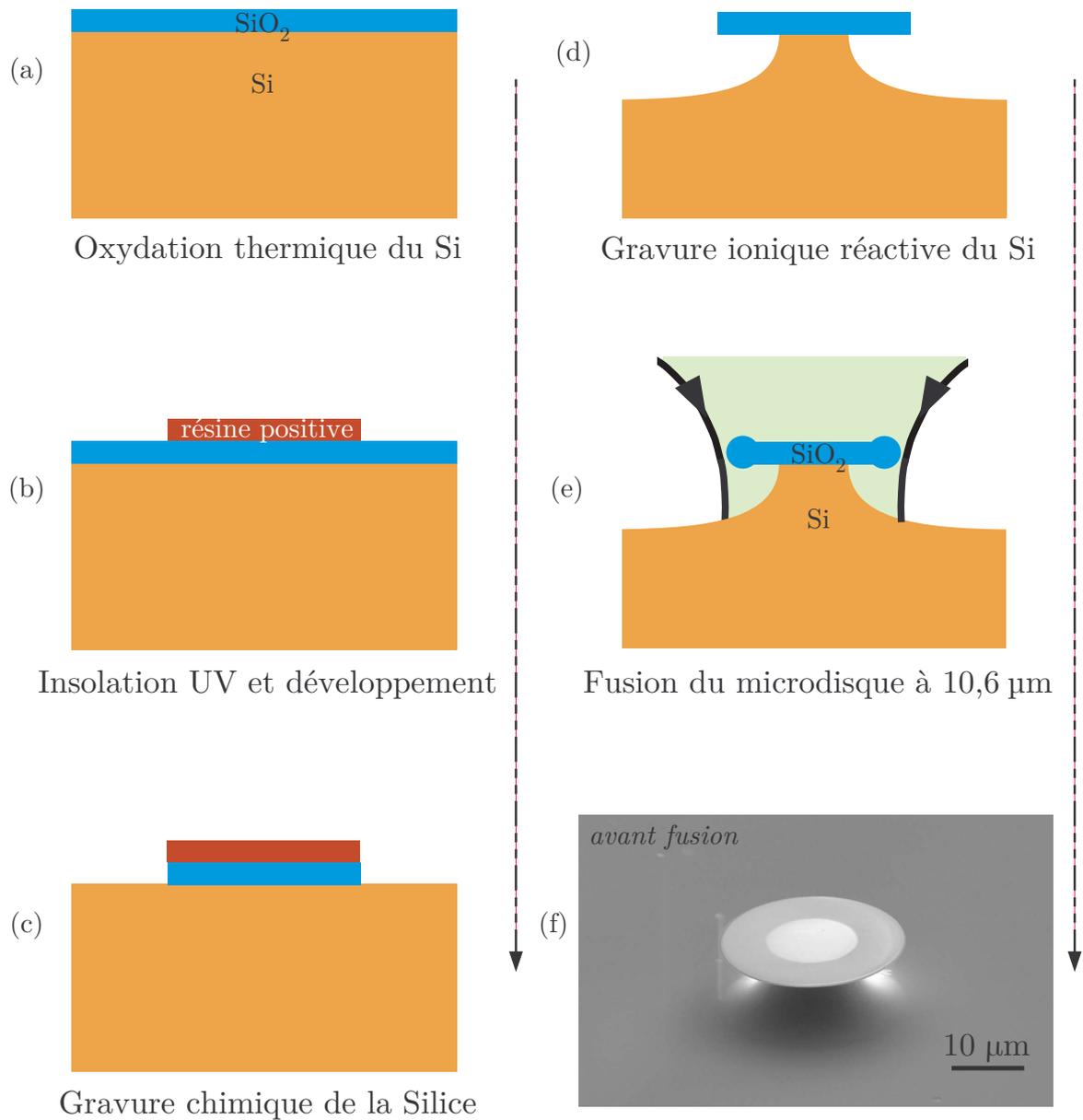
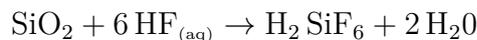


FIGURE 2.7 – (a)–(d) : Étapes nécessaires à la fabrication du microdisque. (e) : La fusion au laser  $\text{CO}_2$  façonne le microdisque pour obtenir un microtore sur puce. (f) : Image au MEB de l'état de l'art : microdisque de  $30 \mu\text{m}$  de diamètre et  $500 \text{ nm}$  d'épaisseur.

(AZ 1512HS) est immédiatement déposée à la tournette en rotation à 4000 tr/min pendant 50 s. Puis, les solvants sont évaporés à 100 °C pendant 90 s.

**Lithographie optique et développement** : L'irradiation UV de la résine positive permet le transfert de motif par polymérisation photo-induite. Le masque comporte des ouvertures circulaires allant de 50 à 90  $\mu\text{m}$ . L'échantillon est ensuite passé au développeur (AZ351 *Developer*) pendant 30 s. Toute la surface en dessous du masque de chrome s'en va. La résine insolée s'est solidifiée et donc n'est plus soluble. L'échantillon est séché au pistolet à azote et séché à 95 °C pendant environ une minute.

**Gravure chimique de la silice** : L'échantillon est plongé dans une solution d'acide fluorhydrique (HF) tamponnée par du fluorure d'ammonium ( $\text{NH}_4\text{F}$ ). Cette attaque sélective de la silice correspond à la réaction suivante :



Des palets de silice résultent du transfert du motif. Cette étape est faite sous hotte. Cette gravure humide est isotrope. On observe systématiquement une forme biseauté due à une légère pénétration du HF sous la photorésine polymérisée.

**Gravure ionique réactive du Si** : La dernière étape de gravure sèche permet d'obtenir une structure suspendue dans l'air. La « sous-gravure » du silicium est réalisée par un plasma de fluor. Après la purge du réacteur, un mélange gazeux d'hexafluorure de soufre ( $\text{SF}_6$ , 100 sccm) est injecté, dilué par de l'argon (Ar, 50 sccm), avec une pression globale de 15 mTorr. Les molécules de  $\text{SF}_6$  sont dissociées grâce à un signal radiofréquence<sup>6</sup>. On obtient le plasma couplé par induction. À une puissance de 450 W, l'attaque sélective du silicium correspond à la réaction suivante :



Cette gravure ionique réactive, naturellement isotrope, est importante car elle permet de surélever la structure et donc d'assurer le confinement dans la direction verticale. Une puissance, dite *platen* (bombardement), de 12 W de champ radiofréquence est ajoutée à l'attaque chimique. Nous parlerons dans ce cas de gravure physique, qui est très utile notamment lorsque l'on souhaite produire une structure suspendue bien séparée du substrat de Si ou concevoir d'autres structures. Avec la puissance *platen*, la vitesse de gravure vaut  $\simeq 2 \mu\text{m}/\text{min}$  dans la direction verticale et  $\simeq 1,3 \mu\text{m}/\text{min}$  dans la direction horizontale. La gravure ionique réactive par plasma est réalisée avec l'aide du Système de Technologie de Surface (STS) du CEA Grenoble.

Ces étapes, assez proches de celles employées en microélectronique, mais spécifiques et originales, sont menées par Jean-Baptiste Jager dans des salles blanches au sein de la Plateforme Technologique Amont (PTA) de Grenoble à Minatoc. Ce procédé permet aujourd'hui de fabriquer des structures de haute qualité.

---

6. Dans le groupe de K. J. Vahala [40], le difluorure de xénon ( $\text{XeF}_2$ ) remplace l'hexafluorure de soufre pour une gravure du piédestal isotrope.

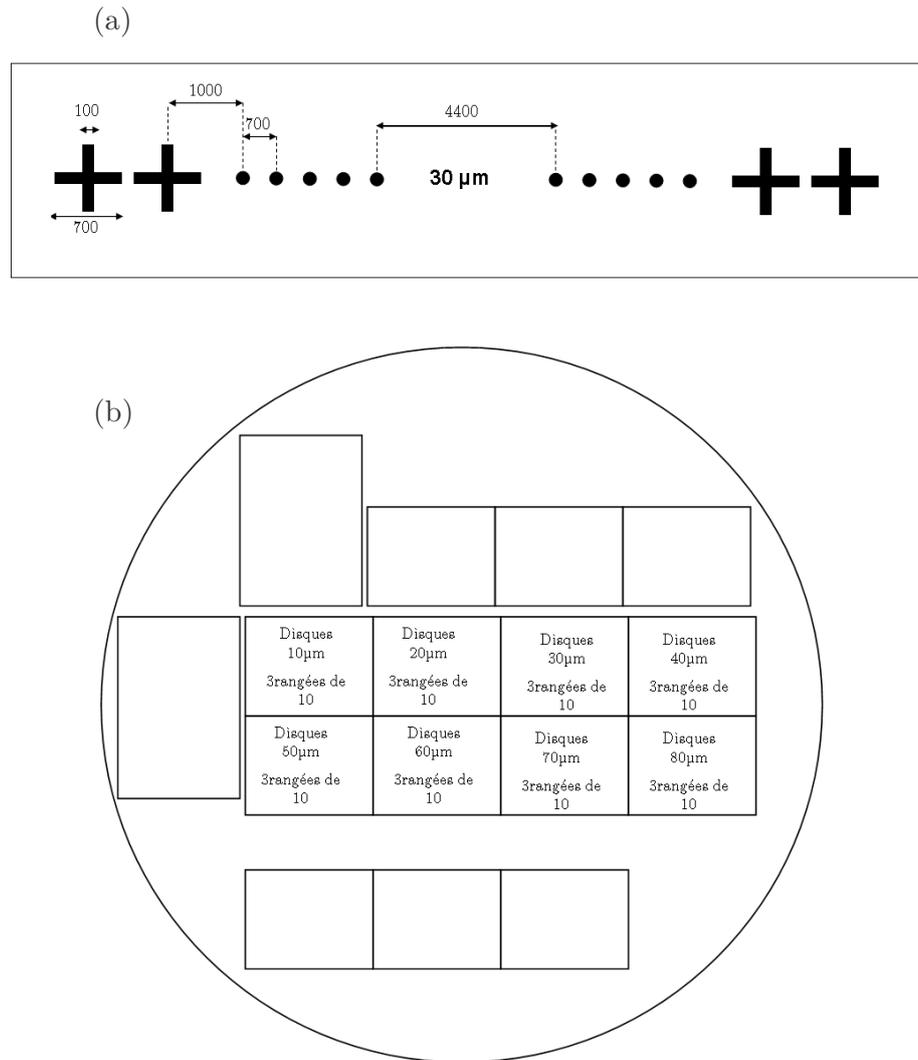


FIGURE 2.8 – (a) Échantillon de silicium contenant les microdisques de silice (Les dimensions indiquées sont en micromètres). (b) Plan du masque de lithographie.

**Intégration sur puce** La figure 2.8 révèle les positions des microdisques gravées à Minattec. Des zones sont définies sur un wafer de quatre pouces. Il est produit trois rangées de dix microdisques pour chaque zones. Le contrôle de la taille de la cavité au micromètre près est un avantage crucial. Les caractérisations nécessitent de travailler avec des échantillons de silicium aux dimensions suivantes :

$$20 \text{ mm} \times 3 \text{ mm}$$

Le clivage est réalisé à l'aide d'un scribber et en appliquant une pression au bord de l'échantillon ou en utilisant une pince prévue à cet effet.

En optimisant la gravure ionique réactive, nous pouvons réduire le diamètre du piédestal de silicium jusqu'au micromètre. Ceci permet la réalisation des structures fondées originales telles que des microsphères sur puce, des guides en anneau, des couronnes, etc de différentes tailles (cf thèse de J.-B. Jager au CEA Grenoble). La fusion au laser  $\text{CO}_2$  de ces structures à symétrie de révolution permet d'obtenir une rugosité très faible.

## 2.6 Microtores

Les microcavités toroïdales sont fabriquées en deux étapes : la fabrication d'un microdisque de silice sur silicium (cf § 2.5), puis la fusion par laser CO<sub>2</sub> pour obtenir un microtore.

Avec le savoir-faire des microsphères, l'équipe de K. Vahala a réalisé en 2003 les premiers microtores de silice à très haut facteur de qualité sur puce [40]. Il en a suivi un certain nombre de développements pour l'optique intégrée [41–47], de nouvelles microsources [48–59], des expériences en régime de couplage fort [60] et l'étude de la diffusion par des nanoparticules [61, 62].

### 2.6.1 Fusion des microdisques

La dernière étape pour la production de nos microcavités sur puce consiste à fondre un microdisque de silice au laser CO<sub>2</sub>. Grâce au savoir-faire du groupe en termes de fabrication de microsphères, nous maîtrisons la réalisation de microtores. La structure de silice est suspendue dans l'air ce qui permet une fusion sélective de la périphérie des microdisques. La fabrication de tore dure seulement quelques microsecondes. La conductivité thermique du silicium ( $170 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ) au centre est de deux ordres de grandeurs plus grande que celle de la silice ( $1,4 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ). La silice, comme de nombreux matériaux, absorbe très efficacement le rayonnement dans le lointain infrarouge et particulièrement pour la longueur d'onde du laser CO<sub>2</sub> dans le vide  $\lambda_0 = 10,6 \text{ }\mu\text{m}$ , grâce aux nombreuses transitions vibrationnelles inhérentes à la silice. Le rayonnement infrarouge chauffe la silice, sur une profondeur d'absorption typique de quelques micromètres, jusqu'à atteindre la température de fusion à  $1650 \text{ }^\circ\text{C}$ . Le silicium transparent à cette longueur d'onde n'est pas affecté. Le piédestal en silicium, relié au substrat, constitue un thermostat fixé à la température ambiante. Sous l'action de la chaleur, un gradient thermique s'établit entre le centre et la périphérie du disque. Pour une puissance laser suffisante, le microdisque atteint la température de fusion et se liquéfie. Le bourrelet torique se forme en diminuant le diamètre externe de la structure. La forme torique permet de minimiser la surface de la fraction fondue. Ce processus s'interrompt de lui même quand le bord est plus proche du piédestal. Il est utile de noter que le poids de la structure étant de l'ordre du nanogramme, la force capillaire domine le processus. La taille de la « sous-gravure » est donc un paramètre important dans le contrôle de la fabrication des microcavités, et a une incidence très forte sur la puissance nécessaire pour la fusion.

### 2.6.2 Montage de fusion

La fusion des microdisques est réalisée en polarisation circulaire. Des traitements dorés hautement réfléchissants ( $>98\%$ ) pour  $\lambda_0 = 10,6 \text{ }\mu\text{m}$  permettent d'acheminer le rayon jusqu'à la zone de fusion. En amont du montage, le miroir réfléchissant l'onde polarisée TE et atténuant l'onde polarisée TM (ATFR, pour *Absorption thin-film reflector*) évite une éventuelle rétroaction sur la cavité qui provoquerait une perturbation de la phase du laser et une instabilité de puissance. Le miroir ATFR est suivi du miroir spécial MRP90°

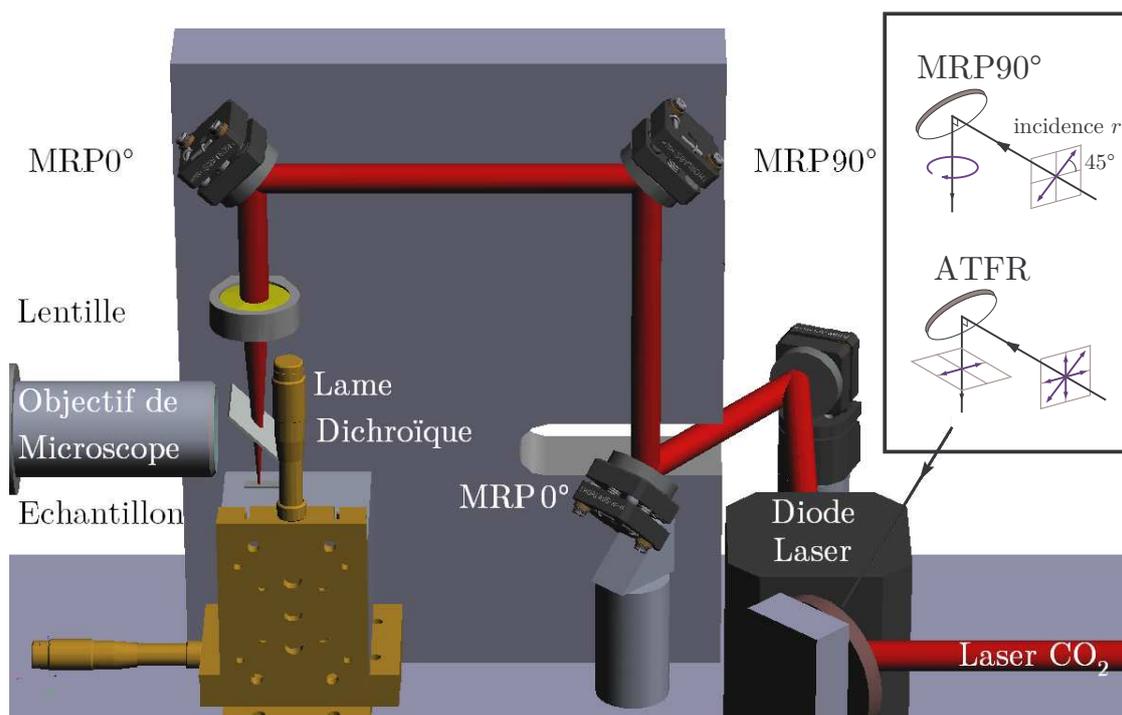


FIGURE 2.9 – Schéma 3D du montage de fabrication des microtores à  $10,6 \mu\text{m}$ . Le faisceau  $\text{CO}_2$  se réfléchit sur des miroirs spéciaux (ATFR,  $\text{MRP}90^\circ$  et  $\text{MRP}0^\circ$ ), puis est focalisé par la lentille de ZnSe. Une diode laser rouge facilite les réglages grossiers. L'échantillon est positionné au foyer du laser et son observation est permise grâce à la lame dichroïque devant l'objectif de microscope de grande distance de travail. En encart : définition de l'incidence «  $r$  » et schéma des principes d'utilisation des miroirs  $\text{MRP}90^\circ$  et ATFR.

qui transforme une polarisation linéaire en polarisation circulaire et inversement<sup>7</sup>. Les miroirs à retard de phase nul  $\text{MRP}0^\circ$  conservent la polarisation incidente du laser. Comme l'hélicité change de signe à la réflexion, le miroir ATFR prévient contre la rétro réflexion lors de la fusion. Les miroirs MRP doivent être utilisés en incidence «  $r$  ». La terminologie «  $r$  » correspond ici à un intermédiaire entre l'incidence  $s$  et l'incidence  $p$ , car les directions des champs électriques et magnétiques incidents forment des angles de  $45^\circ$  avec le plan d'incidence. Pour préparer l'incidence  $r$ , un miroir doré oriente la polarisation du faisceau à  $45^\circ$  par rapport à l'ensemble du montage, comme on peut le voir dans l'insert sur la figure 2.9.

La polarisation est mesurée grâce à un polariseur à grille. L'ellipticité vaut 91% (limitée par les déphasages dus aux miroirs dorés protégés). Pour revenir à une polarisation linéaire, je remplace le miroir à retard de phase  $\text{MRP}90^\circ$  par un miroir  $\text{MRP}0^\circ$  ou par un miroir en silicium doré protégé. La zone de fusion est imagée grâce à une lame dichroïque VIS/lointain IR au moyen d'un microscope optique Navitar, équipé d'un objectif Mitutoyo apochromatique de grossissement 10x et d'une caméra vidéo Infinity.

7. Le miroir  $\text{MRP}90^\circ$  agit comme une lame quart d'onde. Les lames d'onde en transmission sont plus onéreuses que les systèmes catoptriques. De plus, les systèmes à miroirs sont utilisés dans le cadre de la découpe laser pour laquelle les puissances dépassent le kilowatt en continu. Le seuil de dommage est plus haut grâce à de faibles pertes et à une meilleure évacuation de chaleur.

### 2.6.3 Réactions du matériau

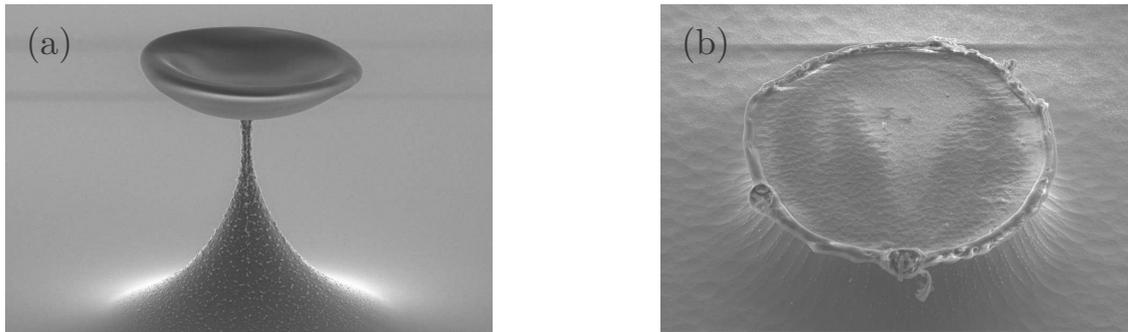


FIGURE 2.10 – Images au microscope électronique à balayage de microdisques après fusion au laser  $\text{CO}_2$ . (a) La microstructure en forme de « coupelle » (fabriquée par J.-B. Jager) correspondant à un facteur de qualité de  $1,1 \times 10^4$  à 770,43 nm. (b) Image d'un microdisque contenant un excès de silicium n'ayant pas supporté le traitement thermique.

La puissance utilisée pour la fusion est un paramètre crucial. Les principaux défauts que l'on peut observer sont soit une fusion incomplète, soit une fusion trop importante qui pénalise le facteur de qualité. J'ai eu l'occasion de caractériser une structure originale de silice pure en forme de « coupelle » présentant un facteur de qualité de  $1,1 \times 10^4$  à 770,43 nm. Sa forme particulière résulte probablement d'un diamètre trop petit pour stabiliser la structure et aurait probablement conduit à une microsphère comme celle montrée sur la figure 1.6. Cette microstructure ne présente pas les propriétés suffisantes pour les expériences de couplage que l'on souhaite réaliser.

La présence de défauts ou de poussières en surface des microdisques peut provoquer un échauffement local de la température lors de la fusion des microdisques au laser  $\text{CO}_2$ . Sur la figure 2.10 (b), des microbulles d'air se sont formées pendant le processus. Un traitement thermique peut conduire à une telle anomalie. L'histoire de cette silice est complexe. Le matériau comprend une couche composite de silice sub-stœchiométrique de 500 nm entre deux couches d'oxyde de silicium stœchiométrique également de 500 nm d'épaisseur. Ces couches de silice ont été gravé au  $\text{SF}_6$  (*buffered oxide etchant*) pendant vingt minutes, en 2005. Le microdisque a été fondu près du seuil, plus de cinq ans plus tard, laissant le temps à l'eau de s'infiltrer et au matériau de se dilater. Les impuretés font baisser le seuil de vaporisation global. Les inhomogénéités modifient les courants de polarisation induite à l'origine du dégagement de chaleur par « effet joule ». En leur présence, les conditions d'équilibre thermique sont modifiées. En observant avec un objectif de grossissement 100x, ces éjections de matière apparaissent comme des zébrures à la surface du bourrelet torique et il a fallu utiliser le microscope électronique par balayage pour révéler l'éjection de matière conduisant à la suppression des propriétés optiques. Lors de la fusion, il est plus probable que nous produisons des hétérogénéités de l'indice de réfraction. De même, la vaporisation en  $\text{SiO}$  suivie de la recristallisation en cristaballite aboutit à la formation de centres diffuseurs. Dans ces circonstances, des « points chauds » peuvent apparaître localement. La microstructure est alors déformée. L'efficacité différentielle de chauffage qui résulte de l'inhomogénéité provoque une dégradation irrémédiable du microdisque.

### 2.6.4 Microtores asymétriques

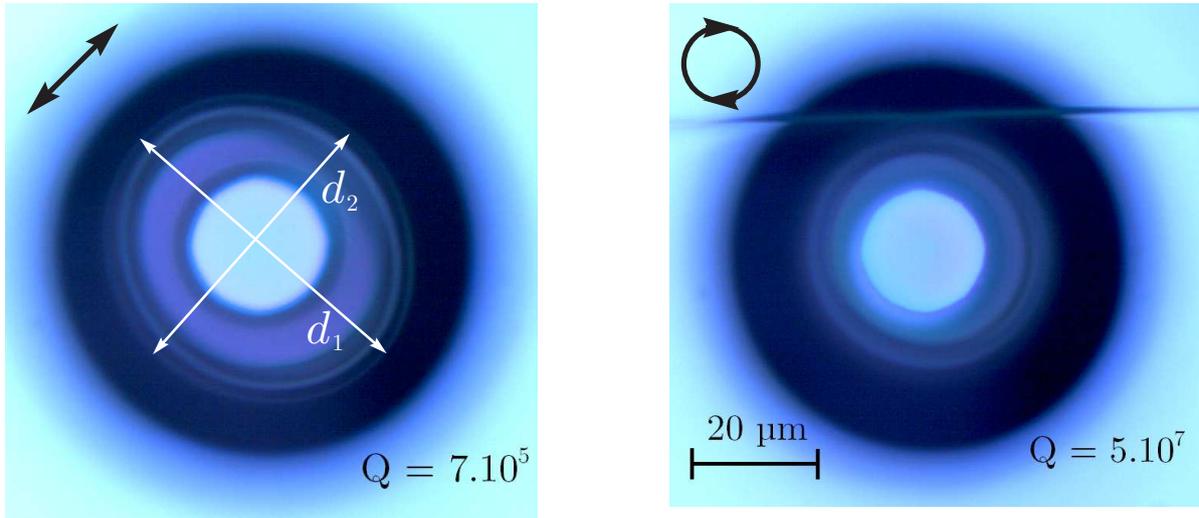


FIGURE 2.11 – Images de microtores montrant le résultat de la fabrication en polarisation rectiligne, orientée à  $45^\circ$  (à gauche), et avec une polarisation quasiment circulaire (à droite). Les facteurs de qualité intrinsèques mesurés par couplage avec un taper (à droite) valent respectivement  $7.10^5$  et  $5.10^7$ .

Une asymétrie résiduelle a été constatée lors de la fusion au laser  $\text{CO}_2$  de microdisques. Cette pathologie n'est pas due à de l'astigmatisme. En effet, en tournant la direction principale de polarisation, j'observe que l'asymétrie tourne du même angle. L'inhomogénéité de la carte de température est d'origine optique (cf annexe B). L'utilisation d'une polarisation circulaire ou le fait de travailler hors du plan de Rayleigh estompe fortement ce phénomène. Comme décrit précédemment au § 2.6.2 la polarisation circulaire est obtenue grâce à l'utilisation du miroir à retard de phase  $\text{MRP}90^\circ$  en incidence «  $r$  ».

L'effet de la fusion en fonction de la polarisation du laser  $\text{CO}_2$  incident est illustré sur la figure 2.11. Les diamètres de disques valait initialement  $66 \mu\text{m}$ . Entre les deux images, j'ai remplacé le miroir  $\text{MRP}0^\circ$  par le miroir  $\text{MRP}90^\circ$  pour modifier l'état de polarisation du faisceau de fusion.

Avec des polariseurs à grille, je mesure les polarisations rectiligne à  $45^\circ$  et circulaire (ellipticité 91%) à la sortie du système. Nous pouvons constater que l'asymétrie du microtore obtenue en polarisation rectiligne disparaît en polarisation circulaire. La fusion est réalisée au *waist* du laser avec une lentille de  $\text{ZnSe}$  ( $f' = 63,5 \text{ mm}$ ), une impulsion de 100 ms et une puissance de 1,0 W. La fusion en polarisation rectiligne donne une structure fondue orientée selon une direction principale de la polarisation. Nous mesurons l'excentricité  $\epsilon = \sqrt{d_1^2 - d_2^2}/d_1 \simeq 0,46$  et un facteur de qualité de  $7 \times 10^5$  à 780 nm, probablement limité par la diffraction. Pour la fusion en polarisation circulaire, le microtore est bien à symétrie de révolution. Le diamètre externe et le petit-diamètre mesurent respectivement  $2a = 43 \mu\text{m}$  et  $2b = 6 \mu\text{m}$ . La surtension de la résonance du mode fondamental est caractérisée par le facteur de qualité  $5 \times 10^7$  nettement supérieur à celui du tore asymétrique [63].

### 2.6.5 Trou sub-lambda au centre

La fusion au laser  $\text{CO}_2$  peut conduire à la formation d'un creux gaussien lisse au centre de la microstructure (ici le microtore). Cette instabilité est caractéristique d'une forte turbulence. L'échantillon dont je représente le profil sur la figure 2.12 est produit à partir d'un microdisque de  $20 \mu\text{m}$  de diamètre, au foyer d'une lentille focale  $f' = 63,5 \text{ mm}$ . L'intensité, répartie uniformément, vaut  $2P_0/\pi a^2 = 1,2 \text{ kW.cm}^{-2}$ . L'impulsion en polarisation circulaire dure 200 ms. Ce creux n'est pas présent après la lithographie, et présente une rugosité plus faible que celle du disque indiquant qu'il y a eu fusion. La profondeur du trou gaussien centré vaut à  $0,6 \mu\text{m}$  pour une épaisseur totale de disque de  $2,0 \mu\text{m}$ , et sa largeur à mi-hauteur vaut  $2,0 \mu\text{m}$  pour un diamètre de piédestal de silicium de  $7 \mu\text{m}$ . La hauteur augmente par rapport à la position initiale du microdisque. Les images au microscopes permettent d'attribuer ce phénomène à un « ressaut hydraulique ».

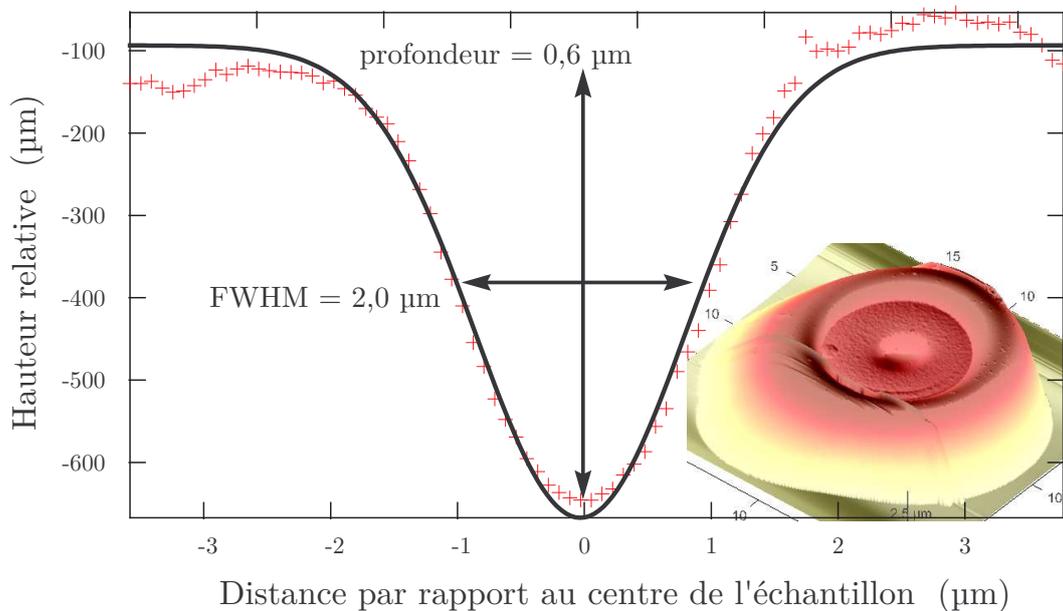


FIGURE 2.12 – Profil au microscope à force atomique du centre d'un microtore de  $14 \mu\text{m}$  de diamètre. Les paramètres de cette fabrication au point sont donnés dans le texte. Le microdisque était à l'origine épais de  $2,0 \mu\text{m}$  et contient des couches de silicium sub-stœchiométrique en surface.

Le trou au centre apparaît pour une température très proche du point de fusion de la silice. Le creux est plus marqué sur ce microtore que sur ces voisins fondu dans des conditions comparables. La distance  $z$  par rapport à la lentille n'a pas changé et le laser Synrad 10 W, préchauffé depuis une heure environ, présente une puissance stable. L'échauffement au centre résulte de l'évolution temporelle du gradient thermique qui s'établit entre le bord et le centre du disque. Cette anomalie n'a pas d'influence sur les propriétés optiques des modes de galerie.

## 2.7 Conclusion

Les propriétés optiques, mécaniques et thermiques des matériaux de base des micro-cavités ont été détaillées. Le contrôle de l'action de la tension superficielle de la silice fondue conduit à la formation de structures bien symétriques et à l'existence de modes de galerie confinés. J'ai pu apporter des améliorations aux travaux antérieurs notamment l'observation de teintes de Newton pour la production de microsphères de petits diamètre et l'influence de la polarisation du faisceau de fusion.

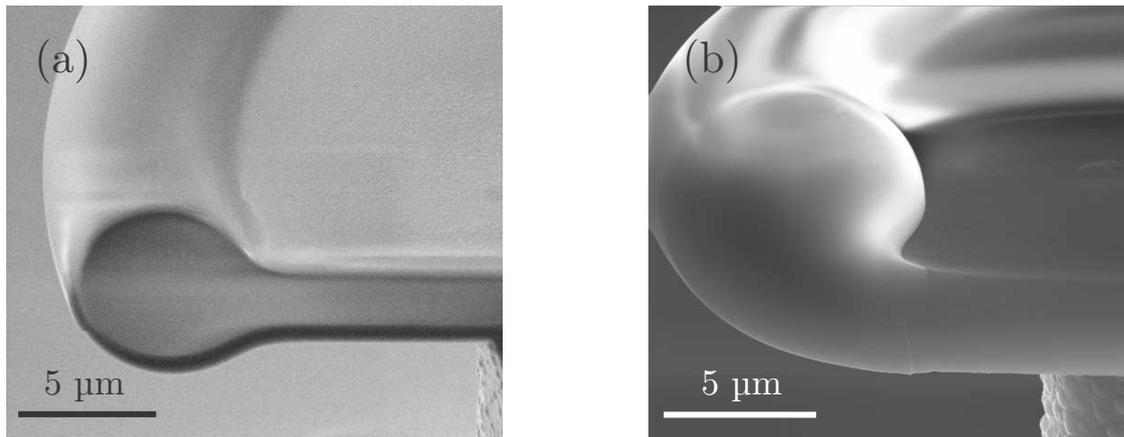


FIGURE 2.13 – Images au microscope à balayage électronique de sections de tores réalisées avec des faisceaux d’ions focalisés de deux microtores (Service de Physique des Matériaux et Microstructures du CEA Grenoble). La diminution du diamètre externe conduit soit à une fusion centrée (a), soit à un enroulement du tore vers le haut (b).

En ce qui concerne les microtores, la fusion dure quelques microsecondes et dépend fortement des paramètres géométriques. Le diamètre externe de la microstructure fondue est réduit, ce qui arrête la fusion. Sur la figure 2.13, l’image au microscope du microtore découpé permet de constater soit une fusion centrée dans le plan de l’équateur, soit un enroulement du microdisque vers le haut. Dans une thèse précédente, un enroulement vers le bas a également été démontré [22, page 142]. La fusion laser de microdisques symétriques permet d’obtenir des microtores de facteurs de qualité d’environ  $10^8$ .

## Références du chapitre 2

- [1] E. Desurvire, “Capacity demand and technology challenges for lightwave systems in the next two decades,” *J. Lightwave Technol.* **24**, 4697–4710 (2006).
- [2] W. Sellmeier, “Zur erklärang der abnormen farbenfolge im spectrum einiger substanzen,” *Ann. Phys. Chem* **143**, 272–282 (1871).
- [3] J. H. Wray and J. T. Neu, “Refractive index of several glasses as a function of wavelength and temperature,” *J. Opt. Soc. Am.* **59**, **6**, 774–776 (1969).
- [4] I. H. Malitson, “Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica,” *J. Opt. Soc. Am.* **55**, 1205–1208 (1965).
- [5] M. Miller, “Infrared absorption of glassy silicon dioxide,” *Czech. J. Phys.* **18**, 354–362 (1968).
- [6] H. R. Philipp, *Silicon dioxide (SiO<sub>2</sub>), Handbook of optical constants of solids, vol. I, ed. Edward D. Palik* (Academic Press, Orlando, 1985).
- [7] V. Zolotarev, “The optical constants of amorphous SiO<sub>2</sub> and geo<sub>2</sub> in the valence band region,” *Opt. Spectrosc* **29**, 34–37 (1970).
- [8] Y. Touloukian and D. DeWitt, *Thermal Properties of Matter, Radiative, Volume 8 – Thermal Properties Nonmetallic Solids*, (IFI/Plenum, New York,, 1972).
- [9] M. A. Khashan and A. Y. Nassif, “Dispersion of the optical constants of quartz and polymethyl methacrylate glasses in a wide spectral range : 0.2-3 μm,” *Opt. Commun.* **188**, 129 – 139 (2001).
- [10] H. B. . N. Neuroth, ed., *The properties of optical glass* (Springer Verlag, 1998).
- [11] D. Keck, R. Maurer, and P. Schultz, “On the ultimate lower limit of attenuation in glass optical waveguides,” *Appl. Phys. Lett.* **22**, 307–309 (1973).
- [12] L. Zhuravlev, “The surface chemistry of amorphous silica,” *Colloids Surf., A* **173**, 1–38 (2000).
- [13] M. L. Gorodetsky, A. A. Savchenkov, and V. S. Ilchenko, “Ultimate  $q$  of optical microsphere resonators,” *Opt. Lett.* **21**, 453–455 (1996).
- [14] A. A. Savchenkov, V. S. Ilchenko, A. B. Matsko, and L. Maleki, “Kilohertz optical resonances in dielectric crystal cavities,” *Phys. Rev. A* **70**, 051804 (2004).
- [15] S. Wendt, M. Frerichs, T. Wei, M. Chen, V. Kempter, and D. Goodman, “The interaction of water with silica thin films grown on Mo(1 1 2),” *Surf. Sci.* **565**, 107 – 120 (2004).
- [16] F. Tielens, C. Gervais, J. F. Lambert, F. Mauri, and D. Costa, “Ab initio study of the hydroxylated surface of amorphous silica : A representative model,” *Chem. Mater.* **20**, 3336–3344 (2008).
- [17] V. Bolis, B. Fubini, L. Marchese, G. Martra, and D. Costa, “Hydrophilic and hydrophobic sites on dehydrated crystalline and amorphous silicas,” *J. Chem. Soc.* **87**, 497–505 (1991).
- [18] Heraeus, “Site web de la société heraeus,” .

- [19] R. H. French, R. Abou-Rahme, D. J. Jones, and M. L. E., “Absorption edge and band gap of SiO<sub>2</sub> fused silica glass,” *Ceram. Trans.* **28**, 63–80 (1992).
- [20] H. Bach and D. Krause, *Low thermal expansion glass ceramics*, vol. 1 (Springer Verlag, 2005).
- [21] D. F. Edwards, *Silicon (Si), Handbook of optical constants of solids, vol. I*, ed. Edward D. Palik (Academic Press, Orlando, 1985).
- [22] G. Lin, “Fabrication et caractérisation de microcavités fonctionnalisées par des nanocristaux d’oxydes de terres rares : réalisation d’un microlaser monomode à très faible seuil,” Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie – Paris VI (2010).
- [23] V. S. Ilchenko and M. L. Gorodetsky, “Thermal nonlinear effects in optical whispering gallery microresonators,” *Laser Phys.* **2**, 1004–1009 (1992).
- [24] P.-G. de Gennes, F. Brochard-Wyart, and D. Quere, *Gouttes, bulles, perles et ondes* (Editions Belin, 2002).
- [25] C. B. Carlisle, J. E. van derLaan, L. W. Carr, P. Adam, and J.-P. Chioroni, “CO<sub>2</sub> laser-based differential absorption lidar system for range-resolved and long-range detection of chemical vapor plumes,” *Appl. Opt.* **34**, 6187–6200 (1995).
- [26] K. Djerroud, C. Lemarchand, A. Gauguier, C. Daussy, S. Briaudeau, B. Darquié, O. Lopez, A. Amy-Klein, C. Chardonnet, and C. J. Bordé, “Measurement of the Boltzmann constant by the Doppler broadening technique at a accuracy level,” *C. R. Phys.* **10**, 883 – 893 (2009).
- [27] B. Cagnac and J.-P. Faroux, *Lasers, p. 200* (EDP Sciences – CNRS Editions, 2002).
- [28] A. Ashkin and J. M. Dziedzic, “Observation of optical resonances of dielectric spheres by light scattering,” *Appl. Opt.* **20**, 1803–1814 (1981).
- [29] A. J. Campillo and H.-B. Lin, “Absorption and fluorescence spectroscopy of aerosols,” in “Optical Effects Associated With Small Particles,” , vol. 1 of *Advanced series in applied physics*, P. Barber and R. Chang, eds. (World Scientific, 1988).
- [30] J. D. Eversole, H.-B. Lin, A. L. Huston, and A. J. Campillo, “Spherical-cavity-mode assignments of optical resonances in microdroplets using elastic scattering,” *J. Opt.Soc. Am. A* **7**, 2159–2168 (1990).
- [31] G. Chen, W. P. Acker, R. K. Chang, and S. C. Hill, “Fine structures in the angular distribution of stimulated Raman scattering from single droplets.” *Opt. Lett.* **16**, 117–119 (1991).
- [32] H.-M. Tzeng, K. F. Wall, M. B. Long, and R. K. Chang, “Laser emission from individual droplets at wavelength corresponding to morphology dependent resonances,” *Opt. Lett.* **9**, 499–501 (1984).
- [33] G. Chen, M. M. Mazumder, Y. R. Chemla, A. Serpengüzel, R. K. Chang, and S. C. Hill, “Wavelength variation of laser-emission along the entire rim of slightly deformed microdroplets,” *Opt. Lett.* **18**, 1993 (1993).
- [34] X.-Y. Pu, C.-W. Chan, and W.-K. Lee, “Measurement of the internal lasing intensity distribution of a dye-doped pendant drop,” *Opt. Lett.* **25**, 1514 (2000).

- [35] S. Arnold, D. E. Spock, and L. M. Folan, “Electric-field-modulated light scattering near a morphological resonance of a trapped aerosol particle,” *Opt. Lett.* **15**, 1111 (1990).
- [36] S. Arnold, S. Holler, N. L. Goddard, and G. Griffel, “Cavity-mode selection in spontaneous emission from oriented molecules in a microparticle,” *Opt. Lett.* **22**, 1452–1454 (1997).
- [37] V. B. Braginsky, M. L. Gorodetsky, and V. S. Ilchenko, “Quality-factor and non-linear properties of optical whispering-gallery modes,” *Phys. Lett. A* **137**, 393–397 (1989).
- [38] L. Collot, V. Lefèvre-Seguin, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche, “Very high- $Q$  whispering-gallery mode resonances observed on fused silica microspheres,” *Europhys. Lett.* **23**, 327–334 (1993).
- [39] F. Lissillour, P. Feron, N. Dubreuil, P. Dupriez, M. Poulain, and G. M. Stephan, “Erbium-doped microspherical lasers at 1.56  $\mu\text{m}$ ,” *Electron. Lett.* **36**, 1382–1384 (2000).
- [40] D. K. Armani, T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, “Ultra-high- $Q$  toroid microcavity on a chip,” *Nature* **421**, 925–928 (2003).
- [41] T. Carmon, L. Yang, and K. Vahala, “Dynamical thermal behavior and thermal self-stability of microcavities,” *Opt. Express* **12**, 4742–4750 (2004).
- [42] T. J. Kippenberg, S. Spillane, and K. J. Vahala, “Kerr-nonlinearity optical parametric oscillation in an ultrahigh- $q$  toroid microcavity,” *Phys. Rev. Lett.* **93**, 083904–4 (2004).
- [43] H. Rokhsari and K. J. Vahala, “Ultralow Loss, High  $Q$ , Four Port Resonant Couplers for Quantum Optics and Photonics,” *Phys. Rev. Lett.* **92**, 253905–1–253905–4 (2004).
- [44] M. Hossein-Zadeh and K. J. Vahala, “Free ultra-high- $Q$  microtoroid : a tool for designing photonic devices,” *Opt. Express* **15**, 166–175 (2007).
- [45] J. Yao, D. Leuenberger, M. Lee, and M. Wu, “Silicon microtoroidal resonators with integrated MEMS tunable coupler,” *IEEE J. Sel. Topics in Quantum Electron.* **13**, 202–208 (2007).
- [46] D. Akbulut, A. Tulek, and M. Bayindir, “Generation of new frequencies in toroid microcavities,” in “Transparent Optical Networks, ICTON 2008. 10th Anniversary International Conference on,” , vol. 4 (IEEE, 2008), vol. 4, pp. 260–263.
- [47] L. Liu, R. Kumar, K. Huybrechts, T. Spuesens, G. Roelkens, E. Geluk, T. De Vries, P. Regreny, D. Van Thourhout, R. Baets *et al.*, “An ultra-small, low-power, all-optical flip-flop memory on a silicon chip,” *Nat. Photonics* **4**, 182–187 (2010).
- [48] L. Yang, D. K. Armani, and K. J. Vahala, “Fiber-coupled erbium microlasers on a chip,” *Appl. Phys. Lett.* **83**, 825–827 (2003).
- [49] T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, D. K. Armani, and K. J. Vahala, “Ultralow-threshold microcavity Raman laser on a microelectronic chip,” *Opt. Lett.* **29**, 1224–1226 (2004).

- [50] B. Min, T. J. Kippenberg, L. Yang, K. J. Vahala, J. Kalkman, and A. Polman, “Erbium-implanted high- $Q$  silica toroidal microcavity laser on a silicon chip,” *Phys. Rev. A* **70**, 033803 (2004).
- [51] J. Verbert, F. Mazen, T. Charvolin, E. Picard, V. Calvo, P. Noé, J. M. Gérard, and E. Hadji, “Efficient coupling of Er-doped silicon-rich oxide to microdisk whispering gallery modes,” *Appl. Phys. Lett.* **86**, 111117–1–111117–3 (2005).
- [52] L. Yang, T. Carmon, B. Min, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, “Erbium-doped and raman microlasers on a silicon chip fabricated by the sol–gel process,” *Appl. Phys. Lett.* **86**, 091114 (2005).
- [53] J. Kalkman, A. Tchebotareva, A. Polman, T. J. Kippenberg, B. Min, and K. J. Vahala, “Fabrication and characterization of erbium-doped toroidal microcavity lasers,” *J. Appl. Phys.* **99**, 083103 (2006).
- [54] F. Orucevic, F. Guattari, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, J. Verbert, E. Hadji, and J.-M. Gérard, “Neodymium photoluminescence in whispering gallery modes of toroidal microcavities,” *J. Phys. IV France* **135**, 245–246 (2006).
- [55] J. Verbert, F. Mazen, T. Charvolin, E. Picard, V. Calvo, P. Noé, J. Gérard, E. Hadji, F. Orucevic, J. Hare, and V. Lefèvre-Seguin, “Room temperature emission from er-doped silicon-rich oxide microtorus,” *Eur. Phys.J. Appl. Phys* **34**, 81–84 (2006).
- [56] E. Ostby, L. Yang, and K. Vahala, “Ultralow-threshold  $\text{Yb}^{3+} : \text{SiO}_2$  glass laser fabricated by the solgel process,” *Opt. Lett.* **32**, 2650–2652 (2007).
- [57] H. Hsu, C. Cai, and A. Armani, “Ultra-low-threshold Er : Yb sol-gel microlaser on silicon,” *Opt. Express* **17**, 23265–23271 (2009).
- [58] E. Ostby and K. Vahala, “Yb-doped glass microcavity laser operation in water,” *Opt. Lett.* **34**, 1153–1155 (2009).
- [59] I. S. Grudinin, H. Lee, O. Painter, and K. J. Vahala, “Phonon Laser Action in a Tunable Two-Level System,” *Phys. Rev. Lett.* **104**, 083901 (2010).
- [60] T. Aoki, B. Dayan, E. Wilcut, W. P. Bowen, A. S. Parkins, T. J. Kippenberg, K. J. Vahala, and H. J. Kimble, “Observation of strong coupling between one atom and a monolithic microresonator,” *Nature* **443**, 671–674 (2006).
- [61] T. J. Kippenberg, A. L. Tchebotareva, J. Kalkman, A. Polman, and K. J. Vahala, “Purcell-factor-enhanced scattering from Si nanocrystals in an optical microcavity,” *Phys. Rev. Lett.* **103**, 027406 (2009).
- [62] J. Zhu, S. Ozdemir, Y. Xiao, L. Li, L. He, D. Chen, and L. Yang, “On-chip single nanoparticle detection and sizing by mode splitting in an ultrahigh- $Q$  microresonator,” *Nat. Photonics* **4**, 46–49 (2009).
- [63] Y. Candéla, F. Simon, M. Adda-Bedia, and J. Hare, “Laser induced surface structure on silica wafers and microdisks,” *to be submitted* (2011).



## Chapitre 3

# Excitation et détection des modes de galerie par couplage évanescent

Les microcavités à modes de galerie de très grand facteur de qualité présentent de nombreux intérêts en photonique. Contrairement aux cavités Fabry-Perot, la partie accessible des modes de galerie est constituée de sa partie évanescente ; les ondes planes ou plus généralement les modes de l'espace libre ne les excitent que très faiblement. Un couplage efficace aux modes de galerie de grand facteur de qualité ne peut être réalisé qu'à l'aide d'ondes évanescentes. Ces dernières peuvent être obtenues en utilisant un prisme diélectrique ou un autre coupleur dont le fonctionnement repose sur le phénomène bien connu de « réflexion totale interne frustrée ». Dans le domaine optique, différentes techniques ont été « démontrées » au cours des dernières décennies pour réaliser cette fonction.

Le couplage par prisme inspiré d'une technique initialement utilisée pour le couplage de guide d'onde diélectrique [1] constitue la méthode la plus simple et la plus ancienne pour l'excitation des microsphères solides. Un champ incident à l'intérieur du prisme avec un angle supérieur à l'angle critique subit une TIR et donne lieu à une onde évanescente à l'extérieur du prisme. En utilisant un prisme d'indice de réfraction supérieur à celui de la silice (comme le SF11, d'indice de réfraction  $N_p = 1,71$ , ou le BK7 :  $N_p = 1,51$ ) l'ajustement de l'angle d'incidence permet de créer une onde évanescente de vecteur d'onde tangentiel convenablement choisi pour l'excitation de microcavité [2, 3]. Cette méthode n'est toutefois pas adaptée pour l'excitation de microcavités intégrées sur puce, car l'encombrement devient limitant et la mise en forme du faisceau délicate. Il faut recourir à des dispositifs plus élaborés. Pour l'étude en champ proche de microcavités à modes de galerie, on peut mentionner l'utilisation de pointes SNOM [4, 5], les guides d'onde plans [6, 7], les coupleurs à fibre érodée [8], les fibres polies à angle [9], et les fibres étirées communément appelées tapers [10, 11].

Depuis de nombreuses années, les tapers se sont révélés être des outils polyvalents. Un taper est fondamentalement un guide d'onde cylindrique d'un diamètre de l'ordre de la longueur d'onde, obtenu par amincissement d'une fibre optique et qui crée une onde évanescente à sa périphérie. Les tapers sont utilisés pour coupler des microcavités [11–13], mais aussi comme capteurs ou encore pour l'obtention d'un supercontinuum à partir d'impulsions lasers femtosecondes [14]. Dans le contexte qui nous intéresse ici, les tapers permettent une efficacité de couplage très proche de l'unité tout en assurant des

perles d'insertion réduites (jusqu'à 0,03 dB [15]). L'application de cette technique a été démontrée par Knight *et al.* [10] et s'avère être d'une très grande efficacité. Dans ma thèse, j'ai utilisé exclusivement des tapers et je vais décrire leur production, leur utilisation et leurs propriétés.

### 3.1 Fabrication et caractérisation des tapers

Les premiers tapers ont été développés expérimentalement depuis le milieu des années 1980 et ont donné lieu à une importante littérature depuis [12, 16–19]. La configuration est souvent celle d'un « bitaper », composés de deux portions coniques entourant une portion amincie plus ou moins cylindrique.

J'utilise des fibres optiques pour la production de tapers. Dans tous les cas, si le profil du mode incident et les portions coniques sont bien à symétrie de révolution, alors les pertes globales peuvent être faibles. Leur fabrication consiste à « brancher », avec un minimum de pertes, les champs d'une fibre et d'un cylindre diélectrique. J'ai mesuré des transmissions globales de 98%.

#### 3.1.1 Principe du couplage par taper

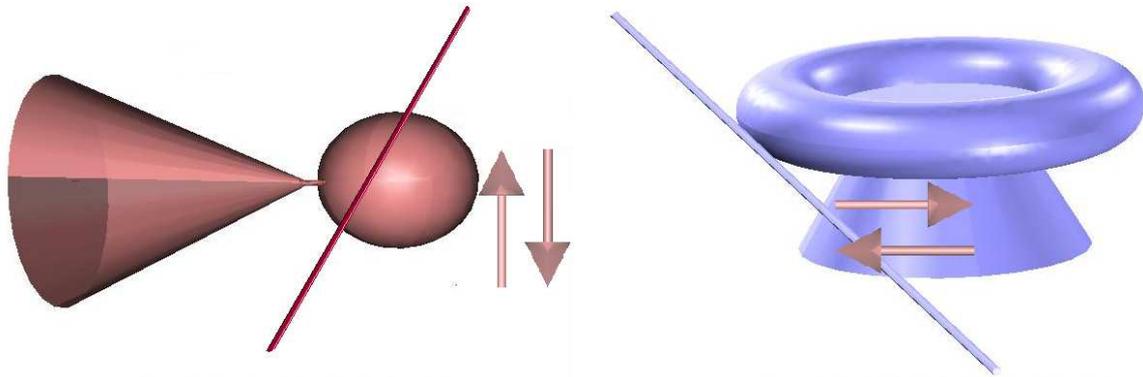


FIGURE 3.1 – Représentations des configurations de couplages de la microsphère et du microtore avec un taper. Le taper est colinéaire au plan équatorial de la cavité. Les flèches indiquent la direction du couplage et le gap.

Par définition, un taper est un guide d'onde cylindrique d'un diamètre de l'ordre de la longueur d'onde et qui crée une onde évanescente à sa périphérie. Plus il est fin, plus les constantes de propagation des modes diminuent et plus le champ est déconfiné. Ce déconfinement est associé à une onde évanescente entourant le taper très analogue à celle des microcavités décrites au chapitre 1.

Cette efficacité du taper résulte des deux propriétés suivantes :

1. on obtient aisément un recouvrement géométrique important entre les modes du taper et ceux de la microcavité (*mode matching*) lorsque le taper est placé dans le plan « équatorial » de la microcavité ;

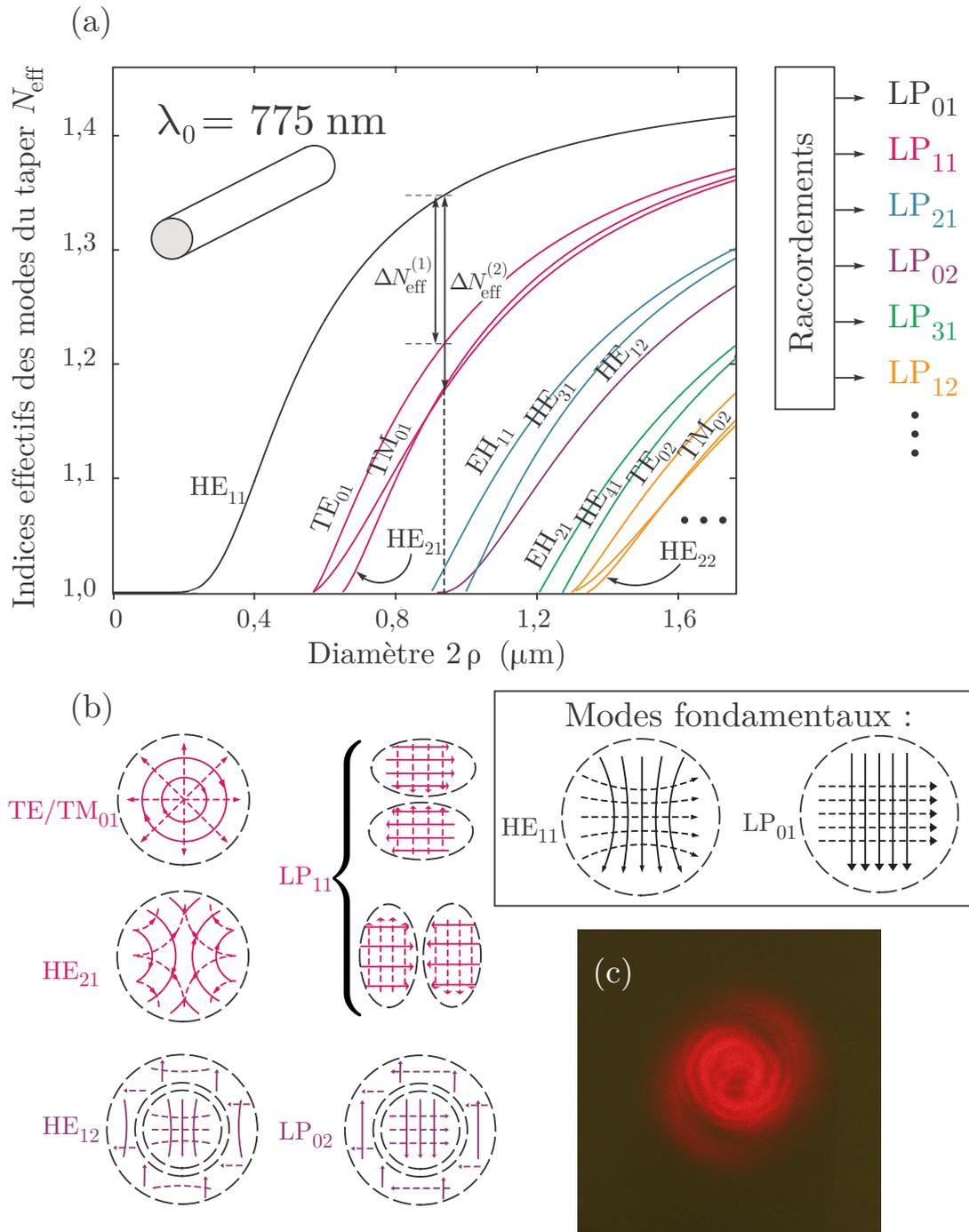


FIGURE 3.2 – (a) Indices effectifs, pour une longueur d’onde dans le vide  $\lambda_0 = 775$  nm, des modes du taper en fonction du diamètre. Les raccordements possibles avec les modes *linearly polarized* (LP) de la fibre sont indiqués. (b) Représentations schématiques des premiers modes. Les lignes continues (en pointillés) représentent les lignes de champ électrique (magnétique) pour les premiers « modes hybrides » ( $\Delta \simeq 1$ ) et modes LP ( $\Delta \ll 1$ ) correspondants. (c) Photo sur un écran d’une superposition de « modes fuyants » de la portion conique. La spirale correspond à l’excitation de modes d’ordre angulaire élevé.

2. il est possible d'obtenir un bon accord entre les constantes de propagation associées à ces deux modes (*phase matching*), ce qui est une condition déterminante pour l'obtention d'un bon couplage.

Le *phase-matching* n'est bien sûr qu'une déclinaison particulière du *mode-matching*.

La condition d'accord de phase s'écrit simplement comme l'égalité des indices effectifs associés respectivement au mode fondamental du taper et au mode de galerie considéré, soit encore :

$$N_{\text{eff}}^{\text{taper}} = N_{\text{eff}}^{\text{cav}} \simeq \frac{m}{x}, \quad (3.1)$$

où  $m$  et  $x$  sont l'ordre azimutal et le paramètre de taille de la cavité. Il est possible expérimentalement de s'approcher de cette égalité en déplaçant le taper tangentiellement à la microcavité. Par ce biais, on tire partie de la dépendance de l'indice effectif  $N_{\text{eff}}^{\text{taper}}$  avec le diamètre<sup>1</sup>. Le positionnement précis en  $x$ ,  $y$  et  $z$  permet d'obtenir des informations très complémentaires sur les modes de galerie, que nous étudierons dans la partie 3.5 de ce chapitre (un résumé de ces effets est disponible sur la page web : <http://www.lkb.ens.fr/-Spectroscopie-des-modes-de-galerie->).

### 3.1.2 Structure modale du taper

Compte tenu de leur faible diamètre et du contraste d'indice  $\Delta \equiv (N^2 - 1)^{1/2} \approx 1$  relativement élevé<sup>2</sup>, les simplifications habituelles conduisant à des modes quasi-TEM ne sont plus valides. Dans ces conditions de « guidage fort », les modes du taper doivent être décrits comme des « modes hybrides » c'est-à-dire possédant une composante longitudinale à la fois pour le champ électrique et le champ magnétique [21]. Comme pour tout guide à saut d'indice, et de façon similaire à ce qui se passe dans un mode de galerie, le guidage résulte d'une succession de réflexions totales internes. L'approche rigoureuse consiste à déterminer le champ confiné satisfaisant l'équation d'onde et les conditions aux limites. La condition de guidage correspond en quelques sorte à une condition d'interférences constructive dans le plan de la section droite du guide. Ces modes d'une fibre cylindrique homogène de rayon  $\rho$  sont décrits dans la référence [22].

Par principe, aussi mince que soit le taper, il existe toujours au moins un mode, le mode fondamental  $\text{HE}_{11}$ . Lorsque le diamètre augmente, le nombre de modes augmente à peu près comme  $V^2$  où  $V = \Delta \times k_0 \rho$  caractérise le guide. De la même façon, lorsque le diamètre diminue, les modes atteignent successivement leur fréquence de coupure. Sur la figure 3.1.1, je représente les courbes de dispersion  $N_{\text{eff}}^{\text{taper}}(\rho)$ , ainsi que les représentations schématiques des premiers modes en symétrie cylindrique dans les conditions de guidage fort ( $\Delta \simeq 1$ ) et de guidage faible ( $\Delta \ll 1$ ). De façon générale, la fibre et le taper peuvent être monomodes ou multimodes<sup>3</sup>.

Il importe de noter que, en dehors de la partie centrale cylindrique du taper, ces modes ne sont en toute rigueur que des modes « locaux » puisqu'ils dépendent du rayon de la

---

1. Notons que le transfert de puissance optimal est obtenu pour un diamètre légèrement plus grand que celui associé à l'accord de phase, notamment en raison des modes d'ordre supérieur qui peuvent être excités par le mode de galerie [20].

2.  $10^{-3}$  dans une fibre optique conventionnelle.

3. À condition de connecter une fibre monomode en entrée de la fibre multimode

fibres. Une condition essentielle pour assurer une bonne transmission du taper est d'obtenir une évolution adiabatique dans laquelle chaque mode évolue graduellement sans se mélanger avec ses voisins. Du point de vue expérimental, cela suppose de faire varier le diamètre assez lentement [12] dans la zone où ils sont fortement couplés. Cette condition est importante pour avoir un transfert d'énergie efficace du mode de cœur de la fibre initiale vers le mode fondamental du taper, qui est un mode de gaine de la fibre. Néanmoins, le processus étant imparfaitement adiabatique, une petite fraction de l'énergie est transférée dans les modes d'ordre supérieur et nous allons en tirer profit dans le processus de fabrication.

### 3.1.3 Montage de fabrication

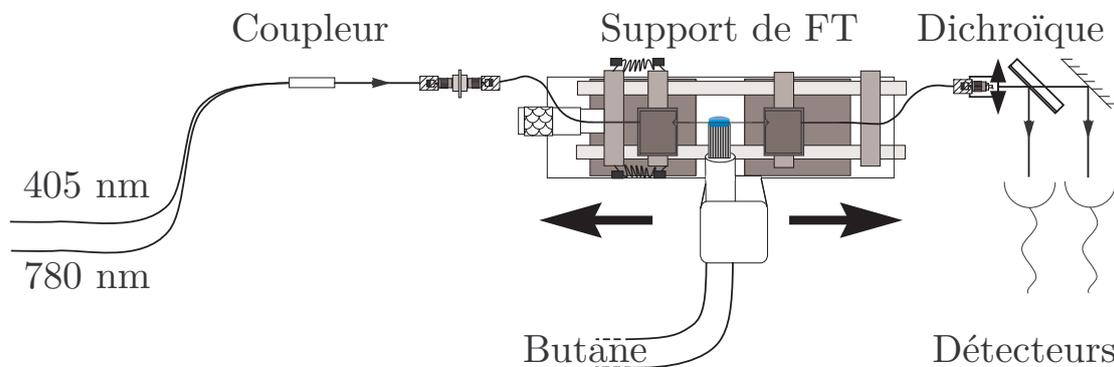


FIGURE 3.3 – Schéma du montage de fabrication des tapers. On repère la flamme bleue de butane au centre du montage, positionnée de façon symétrique par rapport aux deux moteurs. Les longueurs d'ondes 405 et 780 nm sont combinées à l'aide d'un coupleur à fibre (monomode à 780 nm) et séparées par une lame dichroïque.

Pour la fabrication des tapers, par étirage, il est nécessaire de porter la fibre de silice à sa température de « *softening* », ce qui nécessite un chauffage qui peut être réalisé à l'aide d'une flamme [23], d'un laser CO<sub>2</sub> [24, 25], ou dans un four électrique à céramique [26].

Notre montage de fabrication des tapers est décrit sur la figure 3.3. Une flamme de butane de plusieurs millimètres de large est utilisée pour chauffer la fibre monomode (Verrillon SMF-42-A-125) préalablement dénudée. Deux servo-moteurs à courant continu contrôlés par ordinateur déplacent le support de fibre pour un étirage symétrique à vitesse constante  $v = 2 \times 40 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Nous utilisons un contrôle optique de la puissance à la sortie du taper à l'aide de deux lasers monomodes (à 780 nm et à 405 nm) injectés dans la fibre. Après séparation par une lame dichroïque, les intensités aux deux longueurs d'onde sont lues sur deux photodiodes. Le signal de ces photodiodes est visualisé sur un oscilloscope numérique et enregistré sur l'ordinateur à l'aide d'un convertisseur analogique-numérique (National Instrument PCI6025).

Le signal d'intensité ainsi obtenu présente des battements dont les caractéristiques intéressantes sont présentées dans le paragraphe suivant.

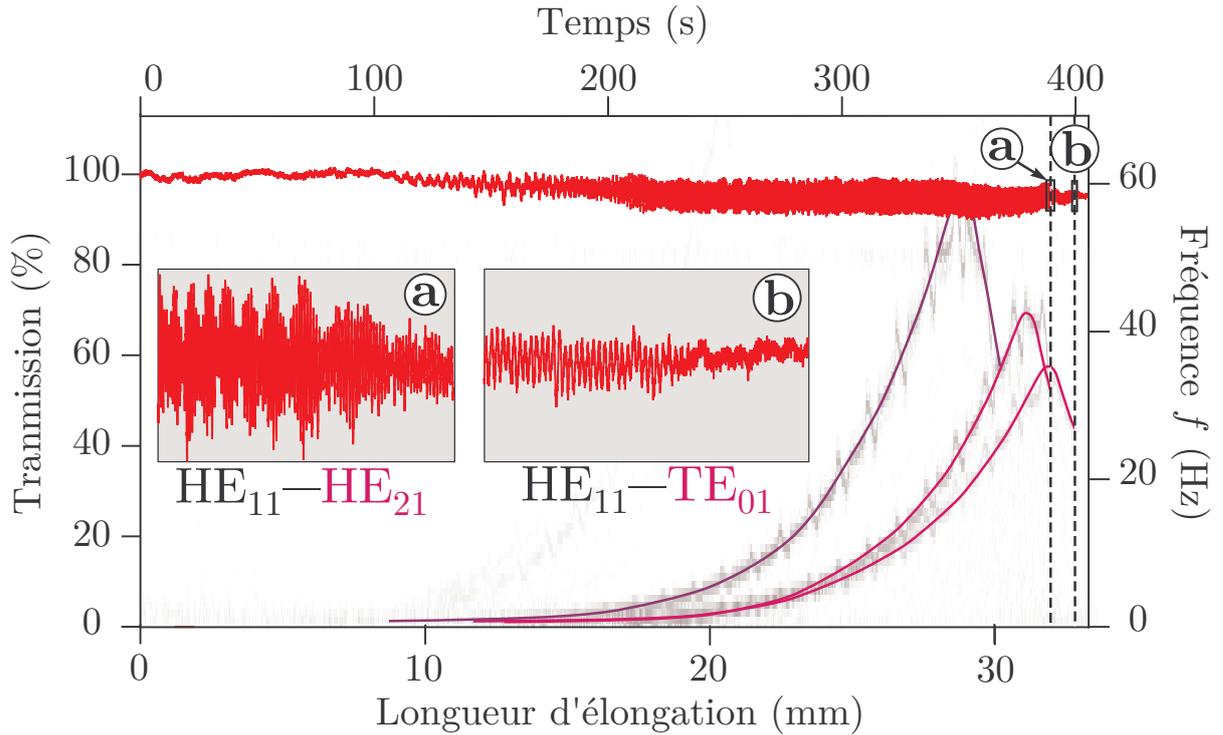


FIGURE 3.4 – Transmission à la sortie de la fibre et spectrogramme en fonction du temps d'élongation ( $v = 2 \times 40 \mu\text{m/s}$ ) pour  $\lambda_0 = 775 \text{ nm}$ . Les lignes en pointillés indiquent les coupures des deux derniers modes  $\text{HE}_{21}$  (a) et  $\text{TE}_{01}$  (b). Les agrandissements montrent que les battements varient et s'arrêtent au cours de l'élongation.

### 3.1.4 Interférence entre les modes du taper

L'analyse de ces battements est précieuse pour le contrôle de la fabrication des fibres effilées. Au cours d'étirage du taper, nous réalisons une transformée de Fourier locale qui montre que ces battements résultent d'une interférence entre le mode fondamental et les modes d'ordre supérieur. En effet, ces modes possèdent des constantes de propagation différentes et leur propagation à travers le taper conduit à un état d'interférence variable en raison de l'allongement. Le taper est un peu analogue à un interféromètre de Mach-Zehnder dans lequel, au lieu d'avoir une séparation spatiale des faisceaux, le champ est scindé dans des modes différents. Au niveau de la première jonction conique, des modes d'ordre supérieur qui peuvent être excités et la deuxième jonction conique permet la recombinaison des champs dans le mode  $\text{LP}_{01}$  de la fibre.

La transmission présente des sauts d'amplitude correspondant à l'extinction des modes qui atteignent successivement leur diamètre de coupure. La fréquence spatiale des battements varie avec la longueur d'étirement d'abord en croissant très vite puis en redescendant à l'approche de la coupure. Ce comportement permet d'identifier la coupure des derniers modes (dans l'ordre  $\text{HE}_{12}$ ,  $\text{HE}_{21}$  et  $\text{TE}_{01}$ ) au-delà de laquelle le guide devient monomode [27].

La forme caractéristique des fréquences de battements sur le spectrogramme de la figure 3.4 est bien reproduite en tenant compte de la variation du rayon du taper et des

battements dans la région cylindrique. La fréquence des battements s'exprime en fonction du rayon  $\rho$  [27] :

$$f(t) = \frac{2v}{2\pi} \left( \Delta\beta_{Fi}(\rho(t)) - \frac{\rho}{2} \frac{d}{d\rho} \Delta\beta_{Fi}(\rho_c) \right), \quad (3.2)$$

où  $v = 40 \text{ }\mu\text{m.s}^{-1}$  est la vitesse d'élongation,  $\rho_c$  est le rayon de la zone cylindrique centrale finale et  $\Delta\beta_{Fi}$  est la différence de constante de propagation entre le mode fondamental et un mode excité. Expérimentalement, on obtient cette fréquence en effectuant la transformée de Fourier locale du signal de battement sur un intervalle de 1/20 de la fenêtre temporelle totale. Sur la figure 3.4 apparaissent les battements du mode fondamental  $\text{HE}_{11}$  avec les modes  $\text{HE}_{12}$ ,  $\text{HE}_{21}$  et  $\text{TE}_{01}$ . Le battement est plus fort entre le mode  $\text{HE}_{11}$  et le mode  $\text{HE}_{12}$  qui ont une symétrie assez proche de celle du mode  $\text{LP}_{01}$ . Dans un premier temps, la fréquence de battement augmente à mesure que le diamètre diminue, puis elle redescend juste avant la coupure à cause du terme négatif dans l'équation (3.2). Pour une longueur d'onde dans le vide de  $\lambda_0 = 775 \text{ nm}$ , des indices interne  $N = 1,453$  et externe  $N = 1$ , le taper guidera quatre modes pour un diamètre compris entre 570 et 650 nm, et sera monomode pour tout diamètre inférieur à 570 nm. La dernière coupure est atteinte pour un produit norme du vecteur d'onde dans le vide-rayon  $k_0 \rho = 2,30$ .

## 3.2 Modèles théoriques du couplage

De nombreuses approches théoriques permettent de décrire l'excitation résonante d'un mode de cavité. Dans les modèles je prends explicitement en considération le caractère exponentiel du couplage dû à la frustration de la réflexion totale (cf § 1.3.5). Ces modèles prévoient l'existence d'un déplacement de la résonance, ignoré dans les relations classiques du couplage directionnel entre une cavité et un guide d'onde [28]. Je montrerai que ce déplacement de la résonance induit par le coupleur ne résulte pas d'un simple effet d'indice, mais bien de la réflexion de l'onde évanescente sur le coupleur. Je rappellerai les équations d'un Fabry-Perot en anneau, puis le modèle de Schiller et Byer [29] et enfin la notion de *déplacement sur élargissement* avec le *modèle double-sphère*.

### 3.2.1 Modèle du Fabry-Perot en anneau

Les résonances des modes de galerie sont analogues à celles d'une cavité Fabry-Perot en anneau excitée en réflexion, ce qui donne lieu à un signal de résonance en absorption. Le coupleur sera assimilé à un miroir à faibles pertes, dont le module et la phase sont susceptibles de varier avec le gap d'air, en raison des caractéristiques de la réflexion totale interne frustrée.

Le miroir d'entrée est caractérisé par les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude que nous noterons  $r_{13}$  et  $t_{13}$ , en anticipant sur le paragraphe dans lequel l'indice 2 désignera le milieu intermédiaire. Ces coefficients sont les coefficients en entrée. Les coefficients en sortie du même interface sont notés  $r_{31}$  et  $t_{31}$ . Les coefficient de réflexion et de transmission en énergie s'écrivent  $R = |r_{31}|^2 = |r_{13}|^2$  et  $T = |t_{13} t_{31}| = 1 - R$ . En

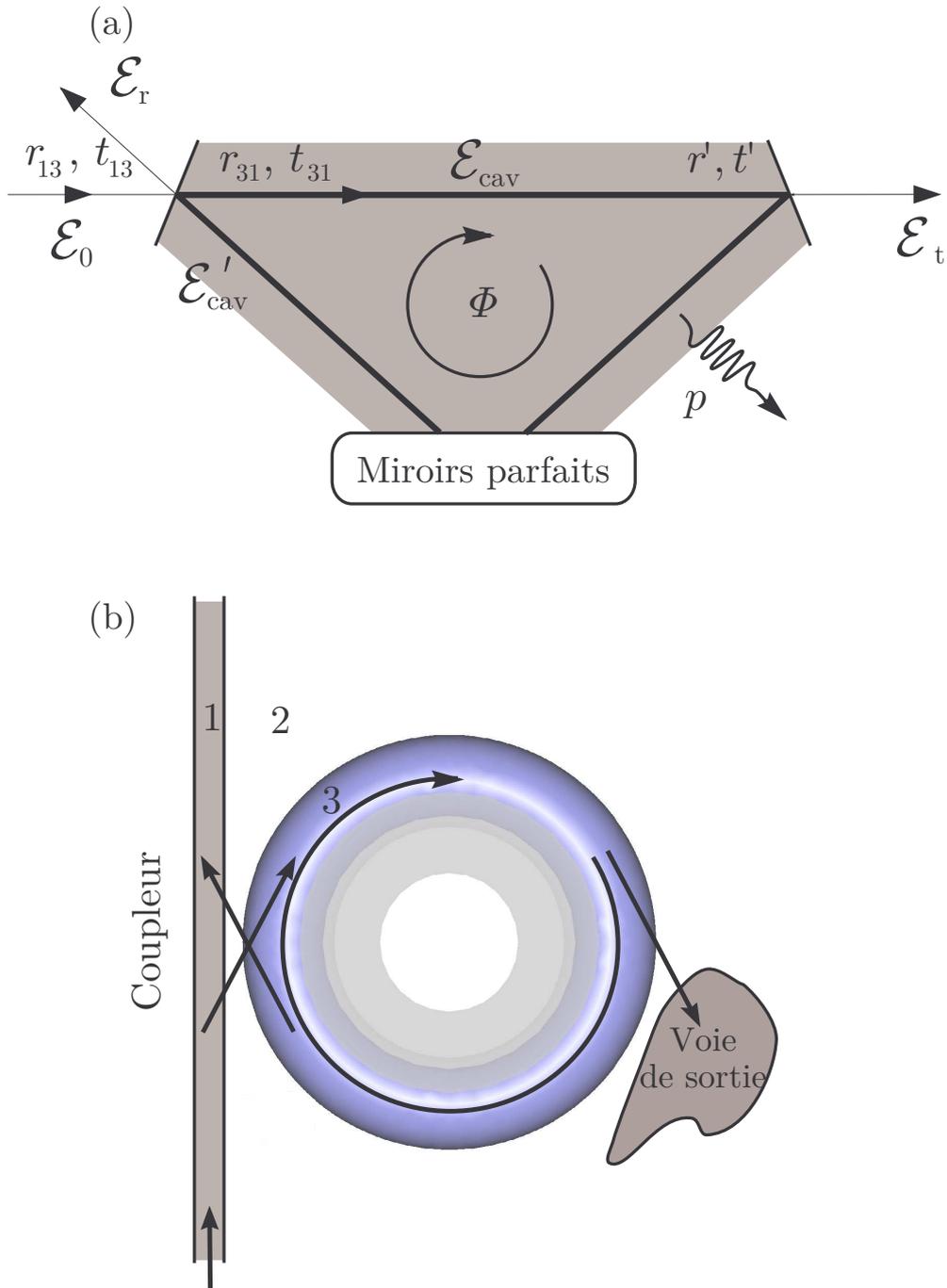


FIGURE 3.5 – (a) Fabry-Perot en anneau modélisant le couplage à une microcavité. Les coefficients de Fresnel du miroir d'entrée  $r, t$  et du second miroir  $r', t'$  permettent de calculer le champ dans la cavité. L'étiquette « miroirs parfaits » suggère que TOUS le sont, alors qu'il est essentiel que ceux du haut soient seulement semi-réfléchissants. Sur un tour, le champ acquiert une phase  $\Phi_0 + \delta\phi$  et subit des pertes  $p$ . (b) Schéma général du dispositif de couplage par onde évanescente.

outre, les phases  $\phi_{13} \equiv \arg(r_{13})$  et  $\phi_{31} \equiv \arg(r_{31})$  sont telles que<sup>4</sup> :

$$t_{13} t_{31} - r_{31} r_{13} = -\exp(i(\phi_{13} + \phi_{31})) . \quad (3.3)$$

Les coefficients du deuxième miroir sont uniquement des coefficients en sortie que nous noterons  $r'$  et  $t'$  ( $r'$  et  $t'$  sont supposés réels sans restreindre la généralité). Le résonateur possède en outre des pertes distribuées et nous noterons  $\exp(-P/2)$  le facteur d'atténuation par tour correspondant. Nous écrirons  $\exp(i\phi)$  le déphasage géométrique résultant de la propagation dans la cavité sur un tour.

Nous nous placerons dans le régime de grande finesse où  $T, T', P \ll 1$ . Les conditions de raccordement du champ sur le miroir d'entrée s'écrivent :

$$\begin{cases} \mathcal{E}_r &= r_{13} \mathcal{E}_0 + t_{31} \mathcal{E}'_{\text{cav}} \\ \mathcal{E}_{\text{cav}} &= t_{13} \mathcal{E}_0 + r_{31} \mathcal{E}'_{\text{cav}} \\ \mathcal{E}'_{\text{cav}} &= r' e^{-P/2} e^{i\phi} \mathcal{E}_{\text{cav}} . \end{cases} \quad (3.4)$$

D'où l'on déduit :

$$\mathcal{E}_r = \left( r_{13} + \frac{t_{13} t_{31} r' e^{-P/2} e^{i\phi}}{1 - r_{31} r' e^{-P/2} e^{i\phi}} \right) \mathcal{E}_0 , \quad (3.5a)$$

et

$$\mathcal{E}_{\text{cav}} = \frac{t_{13}}{1 - r_{31} r' e^{-P/2} e^{i\phi}} \mathcal{E}_0 . \quad (3.5b)$$

Le dénominateur  $1 - r_{31} r' e^{-P/2} e^{i\phi}$  correspond clairement à la sommation de la suite géométrique associée aux tours successifs dans la cavité. Ce même dénominateur met en évidence la phase par tour :

$$\Phi = \phi + \phi_{31}(g) . \quad (3.6)$$

Dans le cas du couplage en onde évanescente, on retrouve les propriétés intrinsèques de la cavité en faisant tendre le gap  $g$  de couplage vers l'infini. Dans cette limite  $|r_{31}| \rightarrow 1$ , sa phase  $\arg r_{31}$  tend vers une constante  $\phi_{31}(\infty)$  qui contribue à la phase intrinsèque par tour :  $\Phi_0 = \phi + \phi_{31}(\infty)$ . Pour une séparation finie, la résonance de la cavité correspondant à  $\Phi = 2k\pi$  (où  $k \in \mathbb{N}$ ) se trouve donc décalée d'une quantité dépendante du gap proportionnelle à  $\phi_{31}(g) - \phi_{31}(\infty)$ . On constate donc que la fréquence de résonance dépend du gap par l'intermédiaire de la phase du coefficient de réflexion dans la cavité  $r_{31}$ . De façon rigoureuse, le déplacement de la résonance est dû à la phase acquise à la réflexion dans le sens cavité  $\rightarrow$  coupleur.

La relation entre les coefficients (3.3) permet aussi d'écrire :

$$\mathcal{E}_r = \frac{|r_{13}| - |r'| e^{-P/2} e^{i\Phi}}{1 - |r_{31}| |r'| e^{-P/2} e^{i\Phi}} e^{i\phi_{13}} \mathcal{E}_0 . \quad (3.7)$$

---

4. En effet, la symétrie par renversement temporel implique que  $t_{13}$  et  $t_{31}$  partagent une *même phase* égale à  $\pi/2 + (\phi_{13} + \phi_{31})/2$  et que  $r_{13}$  et  $r_{31}$  ont le *même module* [30, Appendice B]. De façon équivalente, on peut écrire la relation de phase :  $\arg(t_{13} t_{31}/r_{31} r_{13}) = \pi$ .

De la même façon, on peut écrire l'intensité transmise :

$$\mathcal{E}_t \propto \frac{t'}{1 - |r_{31}| |r'| e^{-P/2} e^{i\Phi}} \mathcal{E}_0, \quad (3.8)$$

qui redonne, comme attendu, la courbe d'Airy.

Dans la limite de grande finesse et en se plaçant à proximité de la résonance, on peut écrire :

$$\begin{cases} |r_{31}| = \sqrt{1-T} \simeq 1 - T/2 \\ |r'| = \sqrt{1-T'} \simeq 1 - T'/2 \\ \exp(-P/2) \simeq 1 - P/2 \\ \exp(i\Phi) \simeq 1 + i\delta\phi, \end{cases} \quad (3.9)$$

où on a défini  $\delta\phi$  comme le désaccord  $\Phi - 2k\pi$  (supposé petit devant 1). Au premier ordre, on obtient le coefficient de réflexion de la cavité :

$$r(\delta\phi) \equiv \frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_0} \simeq \frac{\frac{T - (T' + P)}{2} + i\delta\phi}{\frac{T + (T' + P)}{2} - i\delta\phi} e^{i\phi_{13}} = \left( \frac{T}{\frac{T + (T' + P)}{2} - i\delta\phi} - 1 \right) e^{i\phi_{13}}. \quad (3.10)$$

La deuxième expression montre que l'on a une résonance lorentzienne dont la largeur est la somme des sources d'élargissement résultant de la transmission à travers les miroirs et des pertes internes dans la cavité. Comme les pertes représentées par  $P$  et  $T'$  jouent le même rôle dans ces équations, elles seront représentées par une même grandeur  $P_{\text{int}} = P + T'$ . La première forme de  $r$  dans l'équation (3.10) montre que le coefficient de réflexion à résonance s'annule pour  $T = P_{\text{int}}$ . Ce point correspond au *couplage critique*, atteint lorsque les pertes intrinsèques  $P_{\text{int}}$  sont égales aux pertes induites par le couplage  $T$ . Cette égalité correspond au transfert maximum d'énergie et serait analogue à l'adaptation d'impédance dans un système électromagnétique.

Le signal en absorption que nous observons est caractérisé par le dip  $D$  qui s'écrit :

$$D(\delta\phi) \equiv 1 - \left( \frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_0} \right)^2 = 1 - |r(\delta\phi)|^2 \simeq \frac{TP_{\text{int}}}{\left( \frac{T+P_{\text{int}}}{2} \right)^2 + \delta\phi^2}. \quad (3.11)$$

Le couplage évanescent implique que  $T = T(g) = T^o e^{-2\kappa g}$ , où  $T^o$  représente l'élargissement apporté par le coupleur au contact et où  $\kappa^{-1} = (\lambda_0/2\pi)(N^2 \sin^2 \theta - 1)^{-1/2}$  est la longueur de décroissance de l'onde évanescente déjà introduite au chapitre 1.

Le *couplage critique*  $g_c$  est atteint pour une distance de séparation :

$$g_c = \frac{1}{2\kappa} \ln \left( \frac{T^o}{P_{\text{int}}} \right), \quad (3.12)$$

et correspondant à  $T = P_{\text{int}}$ . C'est la distance particulière entre le coupleur et le Fabry-Perot en anneau pour laquelle l'adaptation d'impédance se réalise. En utilisant cette expression, nous obtenons le dip à résonance :

$$D_{\delta\phi=0} = \text{sech}^2(\kappa(g - g_c)), \quad (3.13)$$

où apparaît la fonction sécante hyperbolique  $\text{sech}(X) = 1/\text{ch}(X) = 2/(e^X + e^{-X})$ . Pour le gap  $g = g_c$ , les faisceaux réfléchis et émergents correspondent aux deux termes de

l'équation (3.5a) ont les mêmes amplitudes, mais des phases opposées et interfèrent destructivement.

Pour un gap  $g \gg g_C$ , c'est-à-dire  $T \ll P$ , on parlera de *régime de sous-couplage*. Le champ excité dans la cavité et le champ émergent sont alors négligeables et  $r = r_{13} \approx \exp(i\phi_{13})$ .

Pour  $g \ll g_C$ , c'est-à-dire  $T \gg P$ , on est en *régime de sur-couplage*. Le coupleur laisse sortir toute l'énergie du système beaucoup plus rapidement que la microcavité seule. Le coefficient de réflexion de la cavité vaut  $\exp(i\phi_{13})$  qui ne coïncide plus avec  $r_{13}$ .

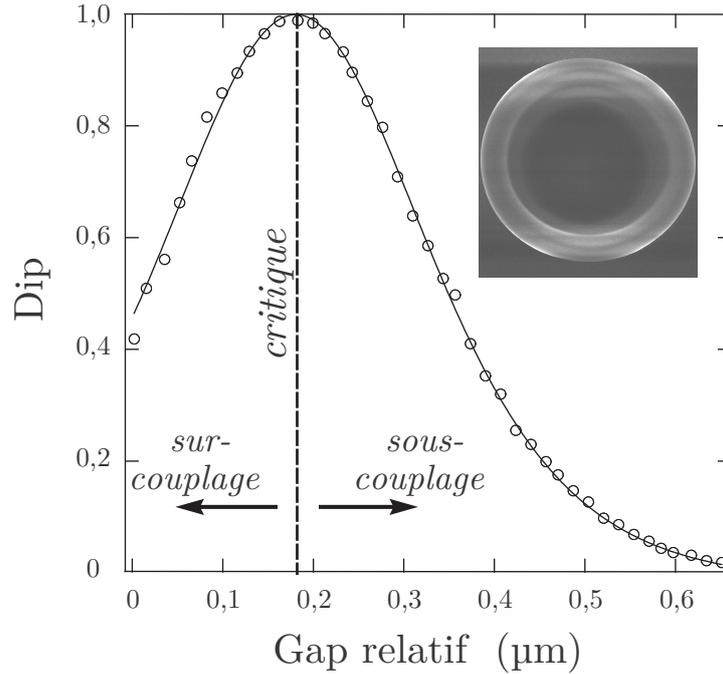


FIGURE 3.6 – Dip expérimental en fonction du gap relatif entre un taper et un microtore (couplage idéal, à l'accord de phase). La cavité possède un grand-diamètre  $2a = 40 \mu\text{m}$  et un petit-diamètre  $2b = 7 \mu\text{m}$  et est représentée vue de dessus dans l'encart. Grâce à l'équation (3.13), on trouve la longueur de décroissance  $\kappa^{-1} = (0,20 \pm 0,02) \mu\text{m}$  et le gap critique  $g_C \simeq 0,2 \mu\text{m}$ . La ligne en pointillés marque le couplage critique, séparant les régimes de sur-couplage et de sous-couplage.

Sur la figure 3.6, nous présentons une courbe de couplage expérimentale entre un microtore de  $43 \mu\text{m}$  de diamètre et un taper en fonction du gap. Les gaps critiques mesurés expérimentalement, pour  $\lambda_0 = 775 \text{ nm}$ , sont inférieurs à  $0,5\text{--}1 \mu\text{m}$ .

**Unité de pulsation** À partir des grandeurs sans dimension  $T$ ,  $P$  et  $\phi$ , il est utile de réintroduire les grandeurs spectrales dimensionnées correspondantes. Cette conversion fait intervenir le FSR de la cavité qui vaut  $c/2\pi Na$  en unité de fréquences et donc  $c/Na$  en unité de pulsation (en  $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ); comme le FSR correspond à une phase augmentée de  $2\pi$ , la conversion en unité de pulsation s'obtient à l'aide d'une multiplication par  $c/2\pi Na$ , soit :

$$\gamma_{\text{int}} = \frac{c}{2\pi Na} P_{\text{int}} \quad \text{et} \quad \delta\gamma_C = \frac{c}{2\pi Na} T. \quad (3.14)$$

La finesse vaut alors  $2\pi/P$ , où  $P$  représente les pertes sans dimension distribuées sur un tour. L'additivité des pertes intrinsèques et extrinsèques, introduites au § 1.6, permet d'obtenir la largeur de la résonance du mode de galerie  $\gamma \equiv \text{FWHM}_\omega = \gamma_{\text{int}} + \delta\gamma_C = \gamma_{\text{int}} + \gamma_C^o e^{-2\kappa g}$ , où  $\gamma_C^o$  est l'élargissement au contact ( $g = 0$ ).

**Champ intracavité** La puissance « circulante » prend la forme générale :

$$\frac{P_{\text{cav}}}{P_0} = \frac{D}{P_{\text{int}}} = \frac{c}{2\pi N a} \frac{\delta\gamma_C}{\left(\frac{\delta\gamma_C + \gamma_{\text{int}}}{2}\right)^2 + \delta\omega^2}. \quad (3.15)$$

On exprime la puissance « circulante » pour chaque régime :

$$\frac{P_{\text{cav}}}{P_0} = \begin{cases} (\delta\gamma_C/\gamma_{\text{int}}) 2\mathcal{F}_0/\pi & \text{en sous-couplage} \\ \mathcal{F}_0/2\pi & \text{au couplage critique} \\ 2\mathcal{F}_C/\pi & \text{en sur-couplage} \end{cases}, \quad (3.16)$$

où nous utilisons la finesse intrinsèque de la cavité  $\mathcal{F}_0 = 2\pi\text{FSR}/\gamma \simeq c/Na\gamma$  et la finesse par couplage  $\mathcal{F}_C = 2\pi\text{FSR}/\delta\gamma_C$  prenant en compte uniquement la composante induite par le coupleur. Le point de fonctionnement optimal dans une expérience de couplage en onde évanescente est obtenu en faisant un compromis entre la largeur et la puissance intracavité. Expérimentalement, les puissances atteignent quelques  $\text{GW}\cdot\text{cm}^{-2}$  et les temps de stockage dépassent la microseconde.

### 3.2.2 Modèle de Schiller et Byer

Dans le papier [29], les auteurs caractérisent une cavité en anneau, passive et monolithique. Cette cavité de taille millimétrique comporte quatre faces où se produisent les réflexions totales internes. Un prisme de couplage, placé dans le champ proche, sur l'une des faces réalise l'excitation en onde évanescente de modes fins ( $\sim 3$  MHz). Une lentille simple permet le *mode-matching* avec les modes  $\text{TEM}_{00}$ . Les auteurs étudient de façon très complète les propriétés du couplage et leur évolution en fonction du gap.

Dans ce cas particulier où le *waist* est petit devant le rayon de courbure de la face de couplage ( $R = 13 \mu\text{m}$ ), les formules de la TIR pour la géométrie plane sont utilisables et permettent une détermination explicite du coefficient  $r_{31}$ . Pour une onde plane, les équations de la réflexion totale interne frustrée donnent pour la phase  $\phi_{31} \equiv \arg r_{31}$  [31, page 49] :

$$\phi_{31}(g) = -2 \arctan \left( \frac{\sin \phi_{21} \text{sh}(2\kappa g)}{\cos \phi_{21} \text{ch}(2\kappa g) - \cos \phi_{23}} \right), \quad (3.17)$$

où nous retrouvons les phases des coefficients de Fresnel :

$$\phi_{21} = -2 \arctan \left( \frac{1}{P} \frac{\sqrt{N^2 \sin^2 \theta - 1}}{\cos \theta} \right), \quad (3.18a)$$

$$\phi_{23} = -2 \arctan \left( \frac{N_P \sqrt{N^2 \sin^2 \theta - 1}}{P_P \sqrt{N_P^2 - N^2 \sin^2 \theta}} \right), \quad (3.18b)$$

qui correspondent aux phases acquises par l'onde évanescence aux réflexions  $2 \rightarrow 1$  et  $2 \rightarrow 3$  depuis le milieu 2. La quantité  $P_j$  vaut  $N_j$  en polarisation TE et  $N_j^{-1}$  en TM, l'indice P étant relatif au prisme de couplage.

Pour un gap  $g > 1/\kappa$  suffisamment grand, ces équations donnent la phase  $\phi_{31}$  le comportement asymptotique :

$$\phi_{31}(g) = 2k\pi - \phi \simeq \phi_{21} + 2 \exp(-2\kappa g) \sin \phi_{21} \cos \phi_{23} , \quad (3.19)$$

qui d'après (3.6) correspond au déplacement de la résonance. Enfin, les auteurs présentent des expressions explicites de la finesse et du dip en fonction de ces paramètres.

Cet article démontre pour la première fois, théoriquement et expérimentalement, que le couplage en onde évanescence conduit non seulement à un élargissement mais aussi à un déplacement de la résonance, dont l'expression est donnée. Notons de plus que – à grand gap seulement – le déplacement et l'élargissement varient tout deux comme  $\exp(-2\kappa g)$  et que leur rapport est donc constant.

C'est un comportement similaire que nous allons étudier expérimentalement et expliquer dans ce qui suit. Dans le cas de la sphère ou du tore, la forte courbure de l'équateur (quelques  $\mu\text{m}$  comparés à quelques mm) ne permet plus de se contenter d'approximations d'interfaces planes. Le moyen le plus simple pour prendre en compte cette courbure tout en restaurant une certaine symétrie est de considérer le cas de sphères concentriques dont la plus externe représente le milieu extérieur ou le prisme de couplage. Cette étude va nous permettre de comprendre au sein du coupleur quels sont les paramètres pertinents.

### 3.2.3 Modèle « double sphère »

Le traitement exact du problème du couplage dans la configuration traditionnelle prisme–sphère est fort compliqué car il nécessite de développer les champs sur les modes propres de chaque structure, requérant au passage un changement de système de coordonnées. Par exemple, la « propagation » au champ évanescence entre la surface du prisme et la surface de la sphère peut être décrite analytiquement en utilisant la formule (1.55) qui permet le développement de l'onde évanescence sur les ondes sphériques à condition d'utiliser des harmoniques sphériques vectorielles d'angles complexes, ce qui est relativement délicat.

Une première amélioration par rapport au modèle de Schiller et Byer peut cependant être obtenue dans la géométrie simplifiée « double-sphère ». Comme son nom l'indique, elle consiste à considérer une microsphère de rayon  $a$  et d'indice  $N$  entourée d'une sphère creuse extérieure concentrique de rayon  $a + g$  et d'indice  $N_p$  qui représente le milieu semi-infini du prisme [30]. La géométrie sphérique permet d'utiliser les fonctions de Riccati-Bessel décrites au paragraphe 1.4.1. Les distributions angulaires des ondes réfléchies et sortantes sont identiques. Dans le cas TE, elle conduit à l'étude d'un problème scalaire à l'unique dimension (radiale). Nous allons établir l'expression du déplacement et de l'élargissement par un développement non perturbatif adapté à cette géométrie. Nous verrons ensuite comment on peut revenir de façon approchée à une géométrie plus réaliste.

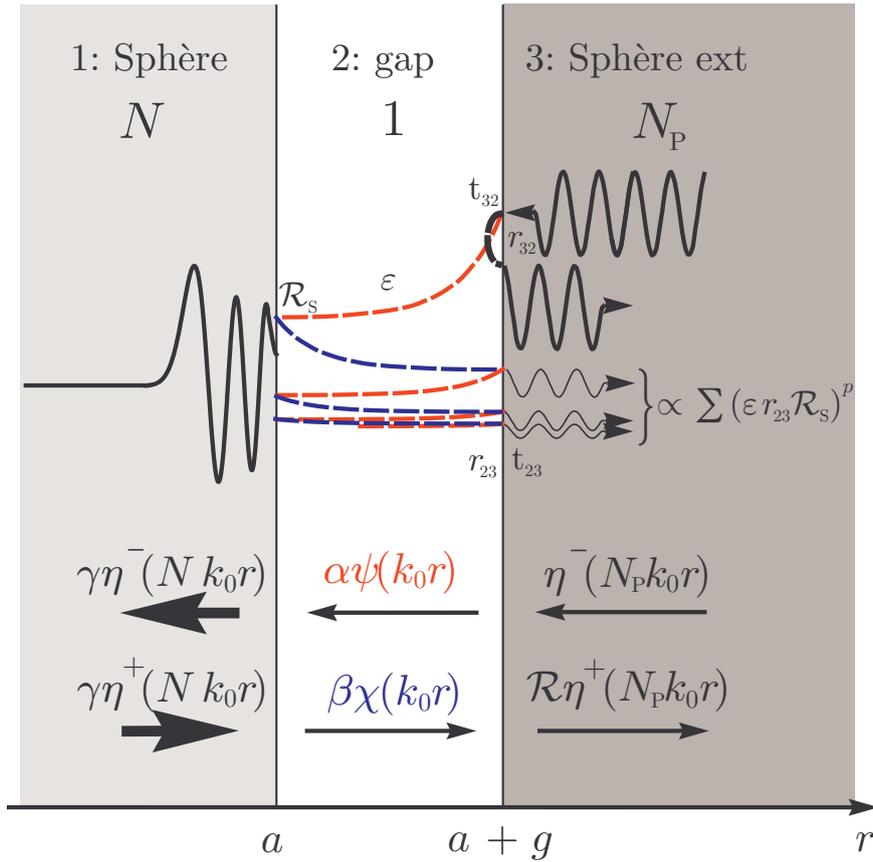


FIGURE 3.7 – Représentation des champs dans chaque domaine (1, 2 et 3) avec l'onde incidente  $\eta^-$  provenant de  $+\infty$ . Les dioptries de la cavité et du coupleur (sphère creuse extérieure d'indice  $N_P$ ) sont situés en  $r = a$  et en  $r = a + g$ . Le déplacement de la résonance est dû à un processus d'interférences en ondes évanescentes analogue à un Fabry-Perot.

### Principe du modèle

La diffusion d'une onde incidente dans le milieu 3, d'amplitude  $\eta^-(N_P k_0 r)$ , conduit à une réflexion d'amplitude  $\mathcal{R}\eta^+(N_P k_0 r)$  et une succession d'ondes diffusées telles que le champ dans les trois milieux s'écrive<sup>5</sup> :

$$E_1(r) = \gamma (\eta^-(N k_0 r) + \eta^+(N k_0 r)) \quad (3.20a)$$

$$E_2(r) = \alpha\psi(k_0 r) + \beta\chi(k_0 r) \quad (3.20b)$$

$$E_3(r) = \eta^-(N_P k_0 r) + \mathcal{R}\eta^+(N_P k_0 r) . \quad (3.20c)$$

Le coefficient  $\gamma$  commun pour les fonctions de Riccati-Bessel de 3<sup>e</sup> espèce dans (3.20a) assure la régularité en zéro, car  $\eta^- + \eta^+ = 2\psi$ . Dans (3.20b) nous avons choisi les fonctions  $\psi$  et  $\chi$  (plutôt que  $\eta^\pm$ ) car elles ont le contenu physique des ondes évanescentes (cf figure 3.7); leurs coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  de la bille ont été explicités dans l'équation (1.45). Dans

5. C'est la formulation « à la Fresnel » du problème de la réflexion totale interne ou de l'effet tunnel en mécanique quantique.

le milieu semi-infini extérieur 3, il est logique d'utiliser des ondes entrantes et sortantes du domaine 3. La surface de référence est placée arbitrairement sur l'interface  $r = a$ , ce qui simplifie l'accès aux paramètres intrinsèques de la sphère. En utilisant le principe de superposition, on écrit les équations de raccordement au point  $x = k_0 a$  :

$$\begin{cases} \beta\chi(x) = r_{21}\alpha\psi(x) + t_{12}\gamma\eta^+(Nx) , \\ \gamma\eta^-(Nx) = t_{21}\alpha\psi(x) + r_{12}\gamma\eta^+(Nx) , \end{cases} \quad (3.21)$$

ce qui permet de faire apparaître le coefficient de réflexion  $\mathcal{R}_s$  de l'onde évanescente sur la sphère :

$$\mathcal{R}_s \equiv \frac{\beta\chi(x)}{\alpha\psi(x)} = r_{21} + \frac{t_{12}t_{21}\eta^+/\eta^-}{1 - r_{12}\eta^+/\eta^-} . \quad (3.22)$$

Ce coefficient caractérise la bille en champ proche en l'absence de coupleur. Après avoir parcouru une distance  $g$  entre les deux interfaces, l'amplitude et la phase du champ ont varié d'un facteur :

$$\frac{\beta\chi(k_0(a+g))}{\alpha\psi(k_0(a+g))} = \underbrace{\frac{\beta\chi(k_0a)}{\alpha\psi(k_0a)}}_{\mathcal{R}_s} \times \underbrace{\frac{\chi(k_0(a+g))}{\chi(k_0a)} \frac{\psi(k_0a)}{\psi(k_0(a+g))}}_{\varepsilon} = \mathcal{R}_s \varepsilon \quad \text{où } \varepsilon \simeq e^{-2\kappa g} . \quad (3.23)$$

De la même façon, on écrit les équations de raccordement au point  $a + g$  :

$$\begin{cases} \alpha\psi(x + k_0g) = r_{23}\beta\chi(x + k_0g) + t_{32}\eta^-(N_P x + N_P k_0g) , \\ \mathcal{R}\eta^+(N_P x + N_P k_0g) = t_{23}\beta\chi(x + k_0g) + r_{32}\eta^-(N_P x + N_P k_0g) , \end{cases} \quad (3.24)$$

et on obtient le coefficient de réflexion  $\mathcal{R}$  global :

$$\mathcal{R} = \left( r_{32} + \frac{t_{23}t_{32}\mathcal{R}_s\varepsilon}{1 - r_{23}\mathcal{R}_s\varepsilon} \right) \frac{\eta_P^-}{\eta_P^+} , \quad (3.25)$$

où  $r_{23}$  est le coefficient de réflexion de l'onde évanescente sur le coupleur. Le rapport  $\eta_P^-/\eta_P^+$ , où l'indice P indique que les fonctions  $\eta^\pm$  sont évaluées en  $N_P x + N_P k_0g$ , est un coefficient de phase arbitraire<sup>6</sup>. Dans ce modèle, on obtient un dénominateur en  $1 - r_{23}\mathcal{R}_s\varepsilon$ , qui, de façon analogue à celui de (3.5b), exprime la sommation des aller-retour de l'onde évanescente dans le gap. Ce dernier se comporte donc de façon analogue à un Fabry-Perot mais en ondes évanescentes.

### Déplacement et élargissement

A la différence du Fabry-Perot usuel, où le déphasage résulte de la propagation, l'onde évanescente a ici une phase constante, qui est due aux coefficients de réflexion  $\mathcal{R}_s$  et  $r_{23}$ . Le coefficient de réflexion en onde évanescente  $\mathcal{R}_s$ , évoqué au chapitre 1, est défini à l'équation (3.22) ci-dessus comme le rapport  $\beta\chi_\ell(x)/\alpha\psi_\ell(x)$  où  $x$  est la variable réduite. Toutefois, il est nécessaire à ce stade d'inclure dans cette description l'effet de toutes les

6. Ce rapport vient du fait que l'origine des phases est prise au centre de sphère. Il pourra être pris égal à 1 sans restreindre la généralité (il est analogue au terme  $e^{i\phi_{13}}$  dans l'équation (3.7) pour le Fabry-Perot en anneau).

pertes intrinsèques de la sphère, et non seulement les pertes par diffraction, dont nous avons montré au § 1.6 que leur contribution est négligeable.

La prise en compte d'un indice complexe  $N$  dans les équations de Maxwell ne modifie pas la structure des solutions exposées au § 1.4.1, et se traduit simplement par un déplacement du pôle du coefficient de diffusion de Bohren et Huffman  $a_\ell^{\text{pol}}$ , qui s'éloigne de l'axe réel. Plus précisément, la partie réelle du pôle  $y_D = \beta_0/\alpha'_0$  est augmentée de  $y_A \simeq x \Im(N)/\Re(N)$  [32]. Il en résulte que le coefficient recherché s'écrit :

$$\mathcal{R}_s = \frac{\chi_\ell(x)}{\psi_\ell(x)} \frac{\gamma_D/2}{(\omega - \omega_0) + i\gamma_A/2} . \quad (3.26)$$

Nous admettons, à titre phénoménologique, que les autres sources de pertes distribuées ont un effet similaire, résultant en une largeur intrinsèque totale  $\gamma_{\text{int}}$ . En utilisant l'approximation WKB pour les fonctions de Riccati dans le domaine sous-critique<sup>7</sup> et l'expression de  $\gamma_D$  de la référence [32], on obtient l'expression générale :

$$\mathcal{R}_s = -\frac{\gamma_C^o/2}{(\omega - \omega_0) + i\gamma_{\text{int}}/2} , \quad (3.27)$$

où  $\gamma_C^o \approx c/a\sqrt{N^2 - 1}$  est un ordre de grandeur – dans ce modèle – de l'élargissement pour  $g = 0$  (en unité de pulsation).

En reportant dans l'équation (3.25), il vient :

$$\mathcal{R} = r_{32} - \frac{t_{23}t_{32} \gamma_C^o/2 e^{-2\kappa g}}{(\omega - \omega_0) + i\gamma_{\text{int}}/2 + r_{23} \gamma_C^o/2 e^{-2\kappa g}} \quad (3.28)$$

$$= r_{32} - \frac{t_{23}t_{32} \gamma_C^o/2 e^{-2\kappa g}}{(\omega - \omega_0 + \Re[r_{23}] \gamma_C^o/2 e^{-2\kappa g}) + i(\gamma_{\text{int}} + \Im[r_{23}] \gamma_C^o e^{-2\kappa g})/2} . \quad (3.29)$$

On observe donc un déplacement du pôle de  $\mathcal{R}$  dans le plan complexe, d'une quantité réelle  $\delta\omega_C$  qui est le déplacement de la résonance (*shift*), et d'une quantité  $\delta\gamma_C/2$  qui est la moitié de l'élargissement, tels que :

$$\delta\omega_C = -\Re[r_{23}] \gamma_C^o/2 e^{-2\kappa g} \quad \textit{shift}, \quad (3.30a)$$

$$\delta\gamma_C = 2 \Im[r_{23}] \gamma_C^o/2 e^{-2\kappa g} \quad \textit{broadening}. \quad (3.30b)$$

On observe que la dépendance de ces deux effets vis à vis du gap  $g$  est donnée par la même exponentielle. C'est cela qui permet de définir leur rapport « déplacement sur élargissement » (*Shift over Broadening Ratio*, alias SBR), qui ne dépend que de la phase  $\phi_{23}$  du coefficient de réflexion  $r_{23}$  :

$$\text{SBR} \equiv \frac{\delta\omega_C}{\delta\gamma_C} = -\frac{1 \Re[r_{23}]}{2 \Im[r_{23}]} = \text{constante} = -\frac{1}{2} \cot g \phi_{23} . \quad (3.31)$$

Il est à noter que ce rapport est aussi indépendant de la valeur précise du paramètre  $\gamma_C^o$ .

---

7. Pour  $\ell \gg 1$  et  $x < \ell - \ell^{1/3}$ ,  $\chi_\ell(x)/\psi_\ell(x) \approx -\chi_\ell(x)^2 \approx -\psi_\ell(x)^{-2}$ .

### Adaptation à la géométrie plan-sphère

Dans ce modèle double-sphère, le coefficient de réflexion des ondes évanescentes  $r_{23}$  joue donc un rôle décisif. On montre aisément que ce coefficient s'écrit en fonction des dérivées logarithmiques des fonctions de Riccati-Bessel, et pour la polarisation TE on a :

$$r_{23} = \frac{\chi'/\chi - \eta^-/\eta^-}{\chi'/\chi + \eta^-/\eta^-}, \quad (3.32)$$

étant sous-entendu que ces fonctions d'ordre  $\ell$  sont évaluées au point  $x_1 = k_0(a + g)$  pour les fonction  $\chi$  et  $\chi'$ , et au point  $x_2 = N_P k_0(a + g)$  pour les fonctions  $\eta^-$  et  $\eta'^-$ . Dans le régime qui nous intéresse, comme  $g \ll a$  on a  $x_1 \approx k_0 a = x$  et  $x_2 \approx N_P x$  où  $x$  est le paramètre de taille de la sphère. Comme  $x \ll \ell \ll N_P x$  (ici  $\ll$  signifie que l'écart est notablement supérieur à  $\ell^{1/3}$ ) on doit considérer les formes asymptotiques suivantes des fonctions de Riccati-Bessel :

$$\chi_\ell(r) \approx \exp(-\kappa r) \quad \text{donc} \quad \chi'/\chi = -\kappa = -\sqrt{\left(\frac{\ell}{x}\right)^2 - 1} k_0, \quad (3.33a)$$

$$\eta_\ell^-(r) \approx \exp(-ikr) \quad \text{donc} \quad \eta^-/\eta'^- = -ik = -i\sqrt{N_P^2 - \left(\frac{\ell}{x}\right)^2} k_0. \quad (3.33b)$$

On peut en outre reconnaître dans  $\ell/x$  l'indice effectif du mode considéré, qui à la limite de l'optique géométrique s'écrit :

$$N_{\text{eff}} = \frac{\ell}{x} = N \sin(i) = N_P \sin(i_P), \quad (3.34)$$

où  $i$  et  $i_P$  sont les angles d'incidence respectivement dans la sphère et dans le prisme.

On constate ainsi que le coefficient de Fresnel des ondes sphérique  $r_{23}$  s'écrit formellement :

$$r_{23} = \frac{(-\kappa) - (-ik)}{(-\kappa) + (-ik)} = \frac{\kappa - ik}{\kappa + ik}, \quad (3.35)$$

qui a exactement la même structure que celui des ondes planes, et prend pratiquement la même valeur numérique dès que l'on considère un mode d'ordre radial  $n \sim 1$ , et des sphères de faible courbure  $\ell \gtrsim 50$  (l'écart relatif est de l'ordre de 2% pour  $n = 2$  et  $\ell = 70$ ).

Dans le modèle double sphère, le champ évanescent réfléchi par toute la coquille sur-estime bien sûr l'effet réel pour un prisme de couplage. Le champ ne revient en fait que sur la faible portion de la périphérie qui est en vis à vis du prisme et même dans cette région, il faut tenir compte de ce que le champ n'est pas constant, mais varie en raison de la différence de courbure entre la sphère et le prisme. En prenant des coordonnées  $y$  et  $z$  dans le plan du prisme, et  $x$  perpendiculaire, telles que  $y$  soit tangentiel à l'équateur de la sphère et  $z$  parallèle à son axe de révolution, nous voyons que le gap peut s'écrire :

$$g(y, z) = \sqrt{a^2 + y^2 + z^2} - a \approx \frac{y^2 + z^2}{2a}, \quad (3.36)$$

où l'origine du gap est prise sur l'interface  $r = a$ , c'est-à-dire pour  $y = z = 0$ . Il s'ensuit que la « zone de couplage » est limitée par une pupille de transmission gaussienne :

$$T(y, z) = e^{-2\kappa g(y, z)} = \exp\left(-\frac{y^2 + z^2}{w^2}\right) \quad \text{où} \quad w = \left(\frac{a}{\kappa}\right)^{1/2} \sim \frac{x^{1/2}}{2\pi} \lambda_0 = \sqrt{a \lambda}. \quad (3.37)$$

Comme attendu pour une zone de champ proche<sup>8</sup>. Comme il est montré dans la thèse de F. Treussart [30], cet effet est pris en compte en considérant que le module du coefficient de retour  $r_{23}$  est réduit par ce défaut de recouvrement, dans un rapport de l'ordre de  $w/(2\pi a) \sim x^{-1/2}/2\pi$ . Il en résulte que le coefficient  $\gamma_C^o$  introduit dans l'équation (3.28) est diminué d'autant, ce qui conduit à des élargissements (ou déplacements) au contact de l'ordre de 10 à 100 GHz, en accord qualitatif avec les observations expérimentales, mêmes si de tels élargissements sont difficiles à mesurer en raison du fort *sur-couplage* qui en résulte.

En définitive, l'adaptation de la géométrie double-sphère à la géométrie du couplage par prisme ne pose pas de problème particulier. L'effet principal consiste dans la réduction de la zone de couplage et la diminution du paramètre  $\gamma_C^o$ . Comme le SBR n'en dépend pas, et que le coefficient  $r_{23}$  est aussi bien donné en ondes sphériques qu'en ondes planes, les résultats de l'équation (3.31) restent valables pour ce schéma de couplage.

**Forme explicite du SBR :** En utilisant la forme (3.35) du coefficient  $r_{23}$ , les expressions (3.33) on peut écrire :

$$r_{23} = \frac{\kappa - ik}{\kappa + ik} = \frac{(\kappa - ik)^2}{\kappa^2 + k^2} = \frac{(\kappa^2 - k^2) - 2i k \kappa}{\kappa^2 + k^2} \Rightarrow \cot g(\phi_{23}) = \frac{k^2 - \kappa^2}{2k \kappa},$$

et avec l'identification de l'indice effectif (3.34) :

$$\text{SBR}^{\text{TE}} = \frac{1}{4} \frac{(N_P^2 - N_{\text{eff}}^2) - (N_{\text{eff}}^2 - 1)}{\sqrt{N_P^2 - N_{\text{eff}}^2} \sqrt{N_{\text{eff}}^2 - 1}}. \quad (3.39)$$

On obtiendrait de même, en utilisant le coefficient de Fresnel adapté :

$$\text{SBR}^{\text{TM}} = \frac{1}{4} \frac{(N_P^2 - N_{\text{eff}}^2) - N_P^2(N_{\text{eff}}^2 - 1)}{N_P^2 \sqrt{N_P^2 - N_{\text{eff}}^2} \sqrt{N_{\text{eff}}^2 - 1}}. \quad (3.40)$$

Ces expressions ont été introduites pour la première fois dans notre groupe [30] et ont été vérifiés de façon extensive dans la thèse de S. Steiner [33]. Il a utilisé un prisme de SF11 ( $N_P = 1,76$ ) pour lequel  $r_{23}$  est essentiellement imaginaire pour les modes  $n = 1$  de sphères de 100  $\mu\text{m}$ . Cela réduit le SBR de ces modes à moins de 1% et permet leur identification non ambiguë, de façon très simple et très rapide. Il a aussi utilisé des échantillons de GaAs dans lesquels l'indice de réfraction et l'absorption dépendent fortement de la longueur d'onde [34]. Des expériences à 780 nm et à 1083 nm ont permis de vérifier que cette loi restait valable lorsque  $N_P$  comporte une partie imaginaire importante.

---

8. L'extension de la zone de couplage, rendant compte de la géométrie de l'onde évanescente, s'écrit :

$$\mathcal{A} = \frac{\pi}{2} w w_z \sim \frac{x}{8\pi} \lambda_0^2, \quad (3.38)$$

où  $w_z = a\delta\theta \simeq \sqrt{\ell} \lambda/N$  est l'étendue dans la direction polaire (cf § 1.4.5). L'application numérique pour  $\lambda_0=780$  nm donne  $\mathcal{A} = 13 \mu\text{m}^2$  pour le mode fondamental d'une microsphère de 140  $\mu\text{m}$  de diamètre. De même, cette aire vaut respectivement 3,7 et 1,8  $\mu\text{m}^2$  pour des diamètres de 40 et 20  $\mu\text{m}$ .

### 3.3 SBR de cavités excitées par taper

#### 3.3.1 Résultats expérimentaux

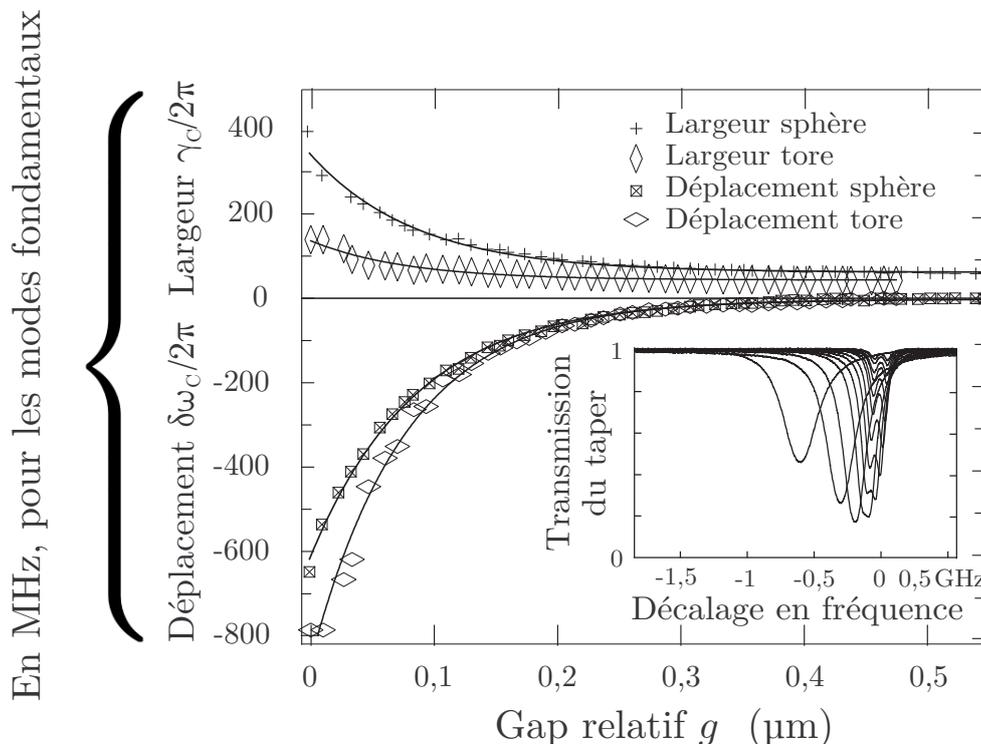


FIGURE 3.8 – Déplacement et élargissement en fonction du gap pour les modes de galerie fondamentaux TE d'une microsphère de  $18 \mu\text{m}$  de diamètre ( $\lambda_0 = 776,659 \text{ nm}$ ) et d'un microtore de  $43 \mu\text{m}$  de diamètre ( $\lambda_0 = 768,939 \text{ nm}$ ). Les déplacements sur élargissements SBR valent respectivement  $-2,8$  et  $-9,2$ . Dans l'encart, la succession de spectres pour différents gaps  $g$  a permis d'obtenir la courbe pour le mode de galerie de la sphère. En trait plein, les fits exponentiels globaux.

Ce paramètre, caractérisant le couplage d'une cavité avec un coupleur à onde évanescente, est déterminé par le profil d'indice et par la distribution modale du champ. Le SBR est une grandeur « locale », car on le mesure en balayant la fréquence d'un laser au voisinage d'une résonance en variant le gap.

Sur la figure 3.8, nous présentons les résultats typiques d'une expérience de couplage entre une microsphère et un taper, ainsi qu'avec un microtore. Des déplacements et élargissements des résonances varient comme attendus exponentiellement avec le gap. Nous déduisons un SBR en faisant le rapport des ordonnées à l'origine des fits exponentiels (cf figure 3.8) et un SBR de la régression linéaire du déplacement en fonction de l'élargissement (cf figure 3.9). La différence des deux mesures sera proportionnelle à l'incertitude. Les expériences réalisées sur la sphère de  $18 \mu\text{m}$  sont à mettre en correspondance avec les spectres de la figure 3.14. Ces premières mesures montrent que les déplacements peuvent être vers les hautes comme vers les basses fréquences.

Dans la limite des coupleurs à forte courbure dans la direction méridienne, il existe

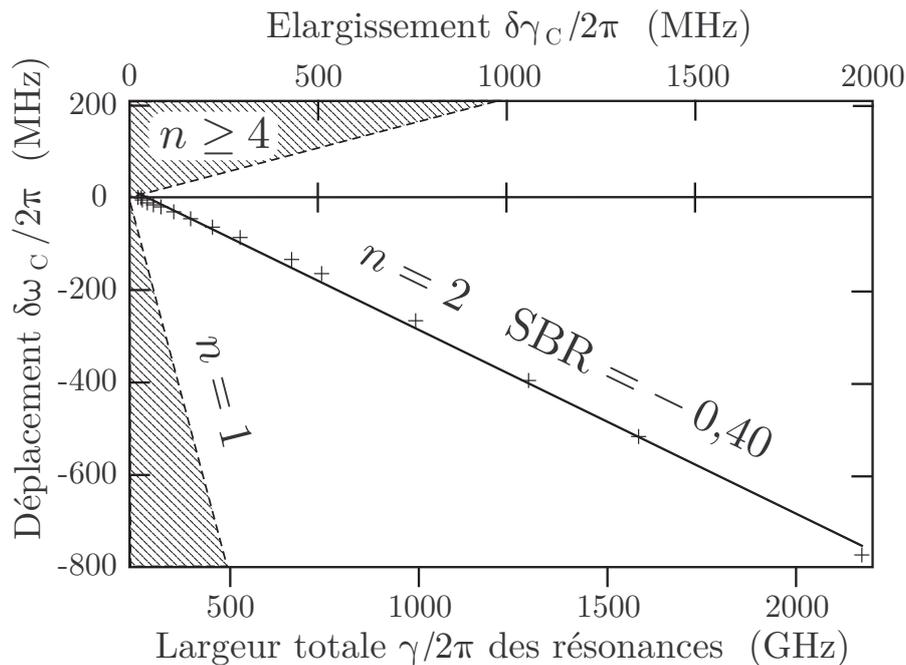


FIGURE 3.9 – Déplacement  $\delta\omega_c$  en fonction de l'élargissement  $\delta\gamma_c = \gamma - \gamma_{int}$  et de la largeur  $\gamma$  pour différents gaps. Les modes de galerie correspondent à la sphère de  $18 \mu\text{m}$  de diamètre présentée sur la figure 3.8. Avec un diamètre de taper fixe de  $0,50 \mu\text{m}$ , les modes de galerie TE correspondent à des couples  $(\delta\omega_c, \delta\gamma_c)$  en dehors des zones hachurées. En trait plein, la pente de la droite de régression donne le  $SBR = -0,40$  du mode d'ordres  $n = 2$  et  $q = 0$  à  $\lambda_0 \sim 773,108 \text{ nm}$ .

toujours une équation exprimant les conditions de rebouclage dans la cavité prenant en compte le coefficient de réflexion d'une onde évanescente sur le coupleur. Il est utile de préciser que le déplacement de la résonance induit par le taper est beaucoup plus petit lorsque le coupleur est positionné face à un nœud du champ comparé à un positionnement en face d'un ventre du champ.

Sur le spectre de la figure 3.14 ci-dessous, pour lequel  $\ell \approx 100$ , il est clair que le champ évanescent du taper excite de façon optimale les modes d'ordre polaire  $q = (\ell - |m|)$  faibles, mais que le couplage est moins bon pour les modes d'ordre supérieur. Nous obtenons en routine des couplages au mode de galerie dépassant 98%, limités par le réglage des polariseurs, pour les différents ordres radiaux et les premiers ordres angulaires. Ce dernier point est déterminant en ce qui concerne l'usage de ces coupleurs pour les télécommunications et la nanophotonique.

### 3.3.2 Déplacements dans l'approche des modes couplés

La théorie des modes couplés de deux guides d'onde est une approche théorique bien connue, basée sur deux équations différentielles couplées [35–37]. Dans l'analyse présentée ci-dessous, nous adoptons la théorie des modes couplés pour décrire les déplacements et les élargissements. Nous l'avons ensuite appliquée à des guides d'onde Slab (cf partie 1.2) pour lesquels on a une onde progressive dans la direction longitudinale et une onde stationnaire dans la direction tangentielle, et peut être aisément étendue aux modes de la sphère. Cette approche consiste à étudier le recouvrement de l'onde évanescente et du champ modal normalisé sur « cœur » de ce dernier.

Les champs dans deux guides se recouvrent conduisant à l'établissement de deux équations différentielles couplées<sup>9</sup>. Le champ dans le taper se propage à une vitesse différente de celle dans la sphère, ce qui va correspondre au coefficient de réflexion  $r_{32}$ . Le coefficient de réflexion effectif pour l'onde évanescente acquiert une phase via la différence de constante de propagation et la longueur finie de la zone de couplage. Pour obtenir le déplacement de la fréquence de résonance du mode de galerie, le taper devra « brancher » puis « débrancher » le signal (sinon  $r_{32}$  est réel) en faisant l'hypothèse que cette transformation est adiabatique. Nous ferons l'hypothèse que la courbure est faible et que le gap reste bien supérieur à la longueur de décroissance de l'onde évanescente.

#### Modes couplés de deux structures

On considère deux milieux de constantes diélectriques relatives  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  dont les modes individuels sont bien connus. Ils sont séparés par un milieu « extérieur » tel que  $\epsilon_m < \epsilon_1, \epsilon_2$ . Le système global, formé par les trois milieux, est caractérisé par :

$$\epsilon = \epsilon(\mathbf{r}) = \epsilon_m + \chi_1 + \chi_2 , \quad (3.41)$$

où  $\chi_1$  et  $\chi_2$  représentent les susceptibilités linéaires des deux guides supposés linéaires homogènes isotropes avec  $\epsilon = 1 + \chi^{(0)} = N^2$ .

La constante diélectrique relative  $\epsilon_1 = \epsilon_m + \chi_1$  dans le milieu 1 donne lieu à l'existence de modes  $(\beta_i, \mathbf{e}_i(x,y))$  tels que  $(\Delta_{\perp} + \epsilon_1 k_0^2 - \beta_i^2) \mathbf{e}_i = 0$ . Les modes du guide 1 vérifient la relation d'orthonormalisation :

$$\langle j|i \rangle = \iint \mathbf{e}_j^* \cdot \mathbf{e}_i \, dx dy = \delta_{ij} ,$$

où l'intégration se fait sur tout l'espace et  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker. Ce produit scalaire représente l'intégrale de recouvrement entre les distributions transverses du champ. De la même façon,  $\epsilon_2 = \epsilon_m + \chi_2$  dans le milieu 2 donne lieu à l'existence de modes  $(\beta_{\alpha}, \mathbf{e}_{\alpha}(x,y))$  tels que  $(\Delta_{\perp} + \epsilon_2 k_0^2 - \beta_{\alpha}^2) \mathbf{e}_{\alpha} = 0$ , vérifiant  $\langle \alpha|\beta \rangle = \delta_{\alpha\beta}$ .

Nous étudions la propagation du champ dans le profil (3.41) formé de la juxtaposition des deux guides. La principale hypothèse de la théorie des modes couplés est que le champ peut être décomposé sur les modes  $\mathbf{e}_i$  et  $\mathbf{e}_{\alpha}$  qui sont quasiment orthogonaux mutuellement.

---

9. La situation est analogue à l'étude de l'évolution d'un spin 1/2 dans un champ variable dans un régime nécessairement adiabatique.

Tant que les guides restent arbitrairement loin l'un de l'autre, le champ comprend une composante localisée dans le guide 1 (se décomposant sur la base des indices latins) et d'une composante localisée dans le guide 2 (indices grecs). Supposant une pulsation d'excitation  $\omega_0$ , l'amplitude complexe du champ s'exprime :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_i c_i(z) \mathbf{e}_i(x, y) e^{i\beta_i z} + \sum_\alpha d_\alpha(z) \mathbf{e}_\alpha(x, y) e^{i\beta_\alpha z} . \quad (3.42)$$

Si le couplage est enclenché à une position  $z = 0$ , nous pouvons supposer que les coefficients de couplage  $c_i$  et  $d_\alpha$  sont des fonctions de  $z$  décrivant l'échange d'énergie entre les modes.

Dans ce cadre, le champ satisfait à l'équation de Helmholtz avec la constante diélectrique relative totale  $\epsilon(\mathbf{r})$  de l'équation (3.41) et on obtient :

$$\left( \Delta_\perp + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E + (\epsilon_m + \chi_1 + \chi_2) k_0^2 E = 0 . \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sum_i \left\{ (\ddot{c}_i + 2i\beta_i \dot{c}_i) \mathbf{e}_i + (\Delta_\perp - \beta_i^2) \mathbf{e}_i \right\} e^{i\beta_i z} + \sum_\alpha \left\{ (\ddot{d}_\alpha + 2i\beta_\alpha \dot{d}_\alpha) \mathbf{e}_\alpha + (\Delta_\perp - \beta_\alpha^2) \mathbf{e}_\alpha \right\} e^{i\beta_\alpha z} \\ + k_0^2 (\epsilon_m + \chi_1 + \chi_2) \left( \sum_i c_i \mathbf{e}_i e^{i\beta_i z} + \sum_\alpha d_\alpha \mathbf{e}_\alpha e^{i\beta_\alpha z} \right) = 0 , \end{aligned} \quad (3.44)$$

En utilisant les équations de Helmholtz vérifiées par les modes, on simplifie :

$$\begin{aligned} \sum_i (\ddot{c}_i + 2i\beta_i \dot{c}_i) \mathbf{e}_i e^{i\beta_i z} + \sum_\alpha (\ddot{d}_\alpha + 2i\beta_\alpha \dot{d}_\alpha) \mathbf{e}_\alpha e^{i\beta_\alpha z} \\ + k_0^2 \left( \chi_2 \sum_i c_i \mathbf{e}_i e^{i\beta_i z} + \chi_1 \sum_\alpha d_\alpha \mathbf{e}_\alpha e^{i\beta_\alpha z} \right) = 0 , \end{aligned} \quad (3.45)$$

En projetant sur les modes  $\langle j|$  et  $\langle \beta|$ , on obtient pour tout  $i$  et tout  $\alpha$  :

$$\begin{aligned} (\ddot{c}_j + 2i\beta_j \dot{c}_j) e^{i\beta_j z} + \sum_\alpha \langle j|\alpha \rangle (\ddot{d}_\alpha + 2i\beta_\alpha \dot{d}_\alpha) e^{i\beta_\alpha z} = -k_0^2 \sum_i c_i \langle j|\chi_2|i \rangle e^{i\beta_i z} \\ - k_0^2 \sum_\alpha \langle j|\chi_1|\alpha \rangle e^{i\beta_\alpha z} \\ \sum_i \langle \beta|i \rangle (\ddot{c}_i + 2i\beta_i \dot{c}_i) e^{i\beta_i z} + (\ddot{d}_\beta + 2i\beta_\beta \dot{d}_\beta) e^{i\beta_\beta z} = -k_0^2 \sum_i c_i \langle \beta|\chi_2|i \rangle e^{i\beta_i z} \\ - k_0^2 \sum_\alpha \langle \beta|\chi_1|\alpha \rangle e^{i\beta_\alpha z} . \end{aligned} \quad (3.46)$$

Dans les membres de droite, nous reconnaissons les termes de couplage de chaque mode avec tous les autres. En sommant sur l'étendue de la zone de couplage  $\mathcal{A}$  (cf § 3.2.3), ils prennent la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle j|\chi_2|i \rangle = \iint_{\mathcal{A}} \chi_2 \mathbf{e}_j^* \cdot \mathbf{e}_i \, dx dy \\ \langle j|\chi_1|\alpha \rangle = \iint_{\mathcal{A}} \chi_1 \mathbf{e}_j^* \cdot \mathbf{e}_\alpha \, dx dy \\ \langle \beta|\chi_2|i \rangle = \iint_{\mathcal{A}} \chi_2 \mathbf{e}_\beta^* \cdot \mathbf{e}_i \, dx dy \\ \langle \beta|\chi_1|\alpha \rangle = \iint_{\mathcal{A}} \chi_1 \mathbf{e}_\beta^* \cdot \mathbf{e}_\alpha \, dx dy . \end{array} \right. \quad (3.47)$$

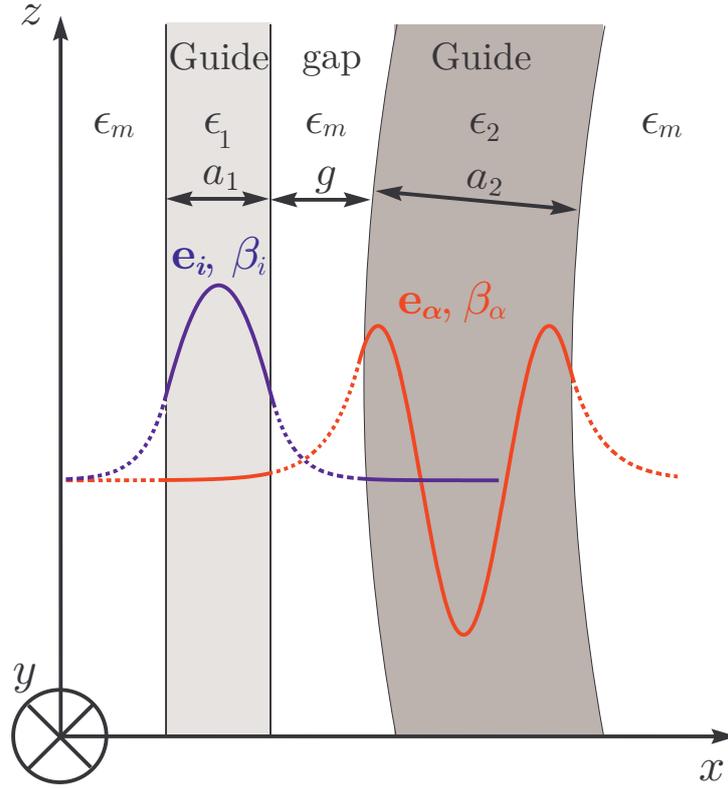


FIGURE 3.10 – Représentation des champs dans l’approche des modes couplés. Le dioptré est courbé suivant  $z$  pour permettre le branchement puis le débranchement du couplage. En traits pleins, les champs qui contribuent une polarisation induite, et en pointillé la partie évanescente des ondes guidées.

L’interprétation physique de ces équations est claire ; le terme  $\chi_2 \mathbf{e}_i = (N_2^2 - 1) \mathbf{e}_i$  représente la polarisation induite par le champ du mode  $\mathbf{e}_i$ , dans le guide 2 ; cette polarisation agit comme un terme source responsable de l’évolution des champs dans les deux guides. Les éléments de matrice  $\langle j | \chi_2 | i \rangle$  et  $\langle \beta | \chi_2 | i \rangle$  représentent les poids des champs rayonnés dans tous les modes. En général,  $\langle j | \chi_2 | i \rangle$  est le plus faible, car il implique le produit de deux fonctions localisées dans le guide 1 par une susceptibilité qui n’est non-nulle que dans l’autre guide. Comme première approximation, on peut faire l’hypothèse que les modes sont orthogonaux en puissance transportée, tel que :

$$\iint_{\mathcal{A}} \mathbf{e}_i^* \cdot \mathbf{e}_\alpha \, dx dy = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\beta_p}{2\mu_0 \omega} \iint_{\mathcal{A}} \|\mathbf{e}_p\|^2 \, dx dy = 1 \, \text{W} , \quad (3.48)$$

signifiant que les coefficients de couplage  $c_i$  et  $d_\alpha$  ont la dimension de  $\text{m} \cdot \text{W}^{-1/2}$ .

Le système (3.46) peut être réécrit sous forme matricielle :

$$\mathcal{S} \begin{pmatrix} (\ddot{c}_j + 2i\beta_j \dot{c}_j) e^{i\beta_j z} \\ \vdots \\ (\ddot{d}_\beta + 2i\beta_\beta \dot{d}_\beta) e^{i\beta_\beta z} \end{pmatrix} = -k_0^2 \mathcal{B} \begin{pmatrix} c_j e^{i\beta_j z} \\ \vdots \\ d_\beta e^{i\beta_\beta z} \end{pmatrix} , \quad (3.49)$$

où

$$\mathcal{S} = \left( \begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & & \\ & \ddots & & \langle j|\alpha \rangle \\ 0 & 1 & & \\ \hline & & 1 & 0 \\ \langle \alpha|j \rangle & & & \ddots \\ & & 0 & 1 \end{array} \right) \quad \text{et} \quad \mathcal{B} = \left( \begin{array}{cc|cc} & & \langle j|\chi_2|i \rangle & \langle \beta|\chi_2|i \rangle \\ & & \langle j|\chi_1|\alpha \rangle & \langle \beta|\chi_1|\alpha \rangle \\ \hline & & & \end{array} \right). \quad (3.50)$$

La matrice  $\mathcal{S}$  est hermitique et réelle, car ses éléments vérifient  $\langle \alpha|j \rangle = \langle j|\alpha \rangle^* = \langle \beta|i \rangle$ . En revanche, la matrice  $\mathcal{B}$  n'est ni hermitique ni symétrique.  $\mathcal{B}$  est réelle, si et seulement si,  $\chi_1$  et  $\chi_2$  sont réelles. Les termes  $\langle j|\chi_2|i \rangle$  et  $\langle \beta|\chi_1|\alpha \rangle \propto \exp(-2\kappa g)$  de la matrice  $\mathcal{B}$  correspondent à une modification de la condition de résonance. Les termes  $\langle j|\chi_1|\alpha \rangle$  et  $\langle \beta|\chi_2|i \rangle \propto \exp(-\kappa g)$  « ressemblent » à des pertes par couplage (ici la longueur d'interaction est infinie!). Nous multiplions l'équation (3.49) par l'inverse de la matrice  $\mathcal{S}$  et cherchons les solutions dans la base des états propres du système global, constitué par les trois milieux. La résolution du système conduit au calcul de la matrice  $\mathcal{M}$  définie par :

$$\mathcal{M} = -k_0^2 \mathcal{S}^{-1} \cdot \mathcal{B}, \quad (3.51)$$

où  $k_0$  est la norme du vecteur d'onde dans le vide.

Enfin, de ces équations nous pouvons déduire les coefficients de couplages. Il faut néanmoins introduire une courbure pour rendre compte de la géométrie de l'onde évanescente et pour permettre à l'interaction de se brancher et de se débrancher.

**Cas de deux modes :** Dans la configuration expérimentale qui nous intéresse, le taper étant monomode, le couplage est réalisé uniquement entre deux modes de constantes de propagation assez proches. Dans la limite où le taper est très légèrement multimode dans la zone de couplage (soit un produit vecteur d'onde-rayon  $k_0 \rho \approx 2,30$ ), les déplacements et les élargissements seront affectés en proportion. Dans la « limite adiabatique » où  $c_i \sim 1$  et  $c_i \ll 1$  on garde uniquement les modes qui réalisent l'accord de phase. Pour un taper non-adiabatique, il faut être en phase avec le mode  $\text{HE}_{11}$  afin de limiter les effets parasitant la mesure du SBR, comme par exemple l'« effet dispersif » traité plus loin dans cette thèse (cf § 3.5.2). En considérant deux guides slab monomodes, c'est-à-dire  $i \rightarrow 1$  et  $\alpha \rightarrow 2$ , on obtient :

$$\left( \begin{array}{cc} 1 & \langle 1|2 \rangle \\ \langle 2|1 \rangle & 1 \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} (\ddot{c}_1 + 2i\beta_1 \dot{c}_1) e^{i\beta_1 z} \\ (\ddot{d}_2 + 2i\beta_2 \dot{d}_2) e^{i\beta_2 z} \end{array} \right) = -k_0^2 \left( \begin{array}{cc} \langle 1|\chi_2|1 \rangle & \langle 2|\chi_2|1 \rangle \\ \langle 1|\chi_1|2 \rangle & \langle 2|\chi_1|2 \rangle \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} c_1 e^{i\beta_1 z} \\ d_2 e^{i\beta_2 z} \end{array} \right). \quad (3.52)$$

À titre purement informatif, on donne l'expression de la matrice  $\mathcal{M}$  non-triviale. En utilisant  $S = \langle \mathcal{S}_{12} \rangle = \langle 1|2 \rangle = \langle \mathcal{S}_{21} \rangle^*$  et  $B_{ij} = \langle \mathcal{B}_{ij} \rangle = \langle i|\chi_i|j \rangle$ , l'inversion donne :

$$\mathcal{M} = \frac{-k_0^2}{1 - |S|^2} \left( \begin{array}{cc} B_{11} - S B_{12} & B_{21} - S B_{22} \\ B_{12} - S^* B_{11} & B_{22} - S^* B_{21} \end{array} \right). \quad (3.53)$$

En effet, l'expression (3.53) ne permet pas d'obtenir directement le SBR mais seulement le déphasage induit par le couplage pour un gap donné. De plus, la diffusion d'une

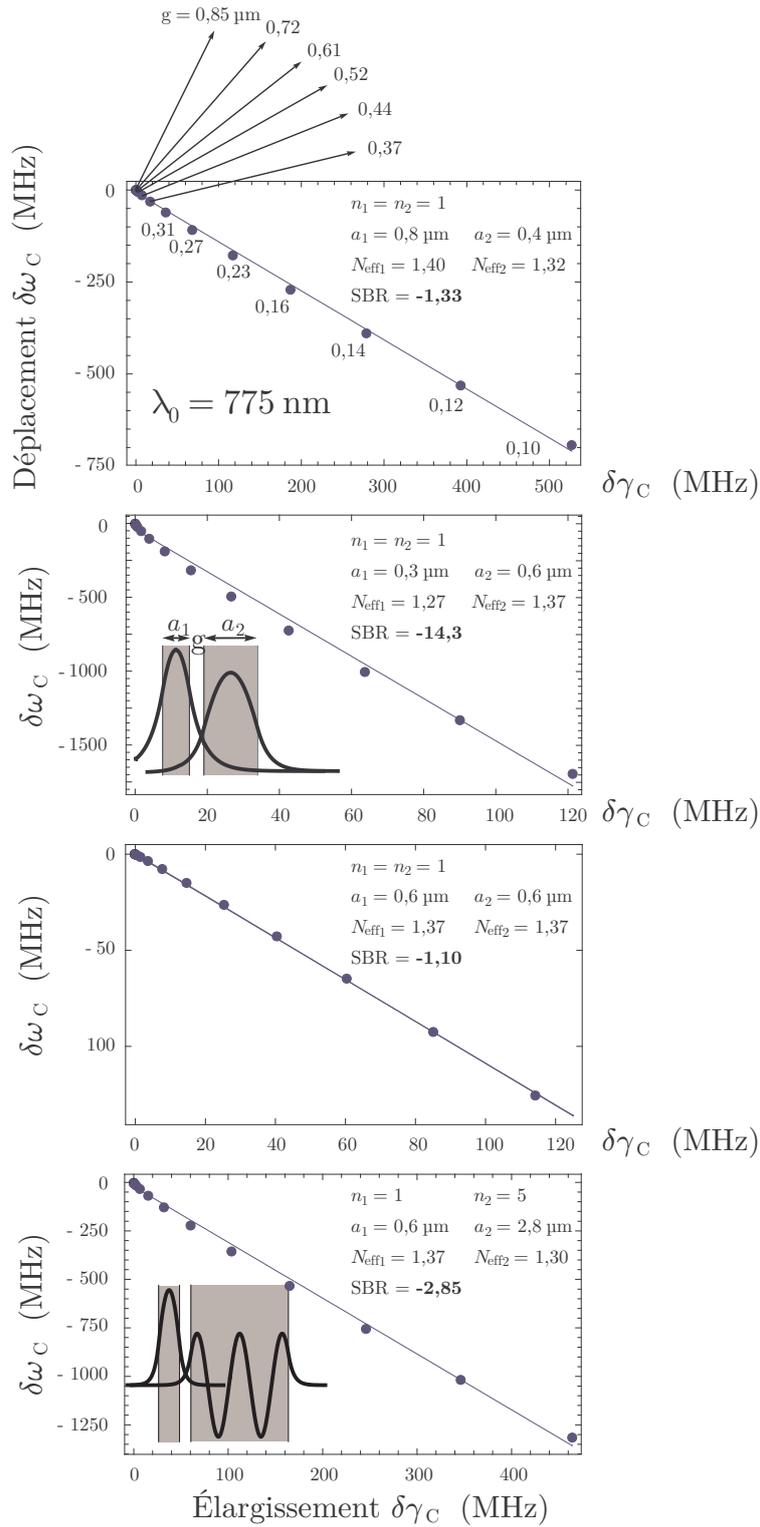


FIGURE 3.11 – Déplacement en fonction de l'élargissement pour différents gaps, calculés dans l'approche des modes couplés. Les quatre graphiques correspondent à différents guides slab et différents ordres. La pente de la droite de régression linéaire est égale au  $\text{SBR} \equiv \Delta\omega_C/\Delta\gamma_C$ .

onde évanescente, pour une longueur d'interaction infinie, conduit à un coefficient de réflexion réel. En effet, plus la longueur d'interaction est grande et plus le terme de phase  $\exp(i(\beta_1 - \beta_2)z)$  tourne vite, et impose d'être à l'accord de phase. Quand on fait tendre cette limite à l'infini, le SBR tend naturellement à s'annuler. J'obtiens donc le SBR en faisant varier le gap sur la longueur d'interaction. La courbure de la microcavité, dans la direction  $z$  (cf Figure 3.10), est parabolique et le gap au premier ordre s'exprime :

$$g(z) = g_0 + \frac{z^2}{2a}, \quad (3.54)$$

où  $a$  est le rayon de courbure de la cavité et  $g_0$  un gap arbitraire.

Après avoir calculé les différents recouvrements dans cette configuration pour les différents gaps, nous effectuons le calcul paramétrique des quatre éléments de matrices  $\langle \mathcal{M}_{ab} \rangle$ . Puis, pour différents gap, nous résolvons numériquement le système (3.53) avec Mathematica, et trouvons les coefficients de couplage  $c_1$  et  $d_2$  qui satisfont l'équation différentielle. Enfin, en écrivant le déplacement et l'élargissement en unité de FSR, il vient :

$$\delta\omega_c = -\frac{c}{2\pi(\beta_2/k_0)a} \arg(c_1) \quad \textit{shift}, \quad (3.55a)$$

$$\delta\gamma_c = \frac{c}{2\pi(\beta_2/k_0)a} |d_2|^2 \quad \textit{broadening}. \quad (3.55b)$$

Sur la figure 3.11, des calculs numériques sont présentés pour deux modes fondamentaux ( $n_1 = n_2 = 1$ ) et pour un mode d'ordre supérieur ( $n_2 = 5$ ), de guides slab de silice, pour  $\lambda_0 = 775$  nm. Nous verrons par la suite que l'approche des modes couplés donne un bon accord avec les résultats expérimentaux. Cependant, le calcul pour un guide slab donne des SBR négatifs, ce qui n'est pas attendu pour les modes de galerie profond. L'approche des modes couplés décrit formellement la physique qui nous intéresse, pour des gaps pas trop petits, et à partir du moment où l'on sait écrire les champs dans les profils d'indices concernés.

## 3.4 Montage expérimental

Dans cette section, nous décrivons en détail le montage expérimental utilisé pour la caractérisation des microcavités. Comme indiqué dans la section précédente, la détermination des modes mis en jeu repose sur l'étude du SBR, mais la validation de cette théorie met en jeu une analyse de la structure du spectre à grande échelle. Nous insisterons donc sur deux outils de mesure spectrale : le Fabry-Perot de référence qui sert d'étalon pour les mesures locales à l'échelle du MHz (résolution  $\sim 10$  MHz, FSR  $\sim 300$  MHz) et le lambdamètre pour les mesures à l'échelle du THz (résolution 50 MHz).

### 3.4.1 Description

Comme démontré dans le modèle du Fabry-Perot en anneau 3.2.1, les modes de galerie dans une microcavité donnent une courbe analogue à la courbe d'Airy en réflexion, où chaque mise à résonance avec un mode de galerie donne lieu à un dip lorentzien.

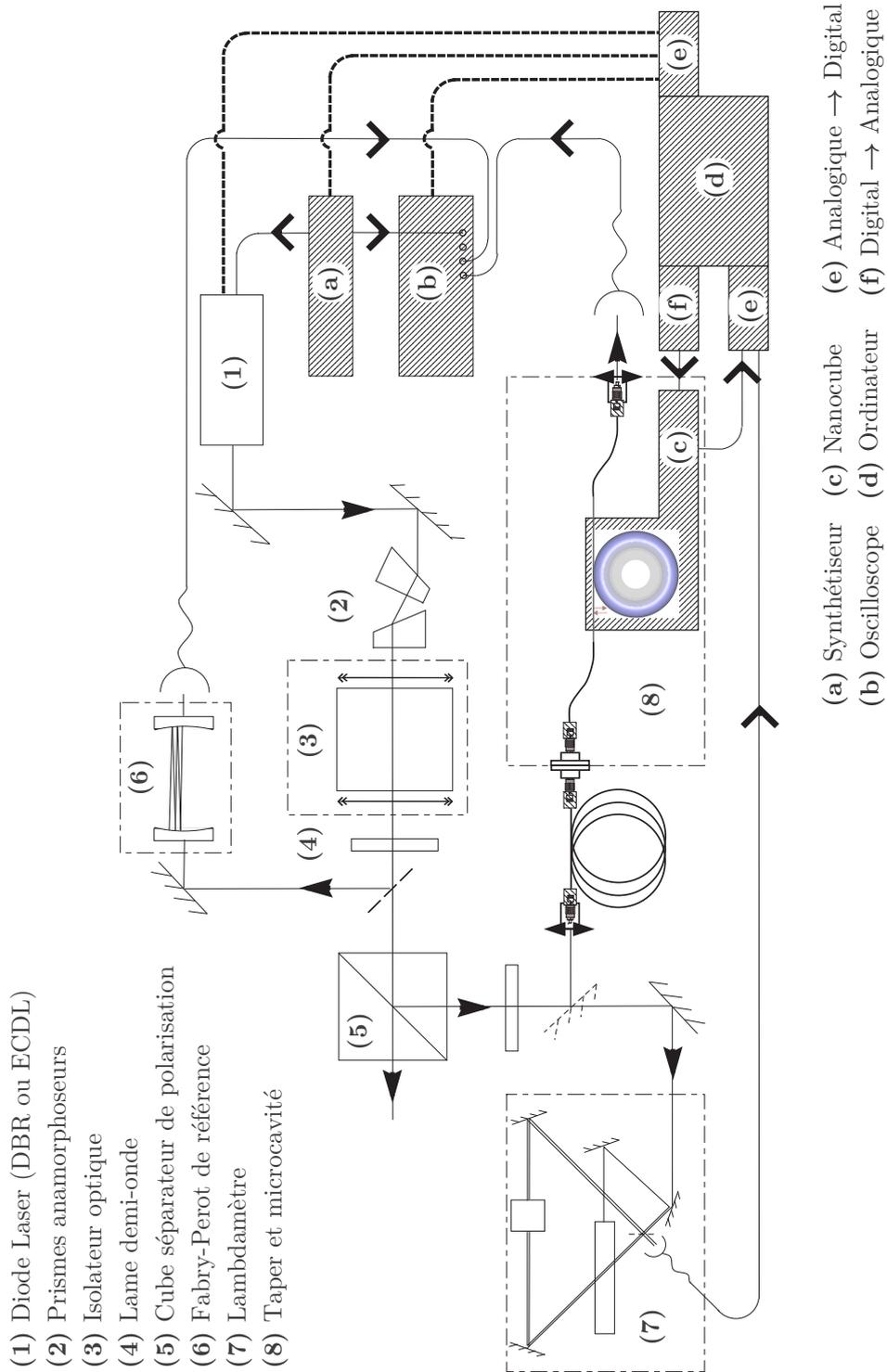


FIGURE 3.12 – Schéma du montage expérimental pour la caractérisation des microcavités pour des longueurs d'onde allant de 405 à 1083 nm. Une diode laser accordable est utilisée pour la spectroscopie des modes de galerie. Pour cela la microcavité est déplacée relativement au taper. Les divers signaux sont enregistrés par des photodiodes au silicium.

Il existe de nombreuses méthodes pour observer les modes de galerie. Par exemple, il m'est arrivé d'utiliser une source large bande, comme le signal de fluorescence d'une diode laser sous le seuil, injectée dans un taper pour enregistrer le spectre. Cette méthode permet d'obtenir un spectre d'une dizaine de nanomètres de large en quelques secondes seulement, mais elle est limitée par la résolution du spectromètre. Par ailleurs, la diode laser peut être balayée rapidement sur plusieurs nanomètres mais les mesures présentent toujours un peu de bruit et nécessitent une synchronisation de l'acquisition. Le réseau de 1 200 traits/mm offre une résolution de 1 GHz ( $\delta\lambda = 2$  pm pour  $\lambda_0 = 775$  nm) et donc un facteur de qualité  $< 10^5$ . La spectroscopie à l'aide d'un laser accordable, dont la raie d'émission fait le megahertz (cf annexe C), est une méthode vraiment appropriée. En effet, le facteur de qualité maximum résolu dépend de la source et l'accordabilité des lasers permet de couvrir plusieurs FSR.

La figure 3.12 présente le schéma du montage expérimental que j'ai réalisé pour faire la spectroscopie des modes de galerie. Les sources lasers utilisées sont une diode laser en cavité étendue (en anglais, ECLD pour *Extended cavity diode laser*) ou un laser DBR (pour « Distributed Bragg reflector ») du type Yokogawa à 772 nm ou une SDL à 1 083 nm. Le balayage de la diode laser pour l'excitation des modes de galerie est obtenu à l'aide d'un synthétiseur de basse fréquence qui module le courant, la température ou le miroir de sortie, selon le laser utilisé (cf annexe C). J'ai notamment utilisé une ECDL (modèle Velocity, New Focus), en configuration Littman–Metcalf, qui permet un balayage continu sans saut de mode sur plus de 15 nm autour de 775 nm. Le spectre des modes de galerie est observé, à la sortie du taper, sur une fenêtre de balayage de 60 GHz au maximum. Une interface GPIB avec l'ordinateur permet de changer la longueur d'onde d'émission. Une lame demi-onde précède l'entrée dans la fibre pour la sélection des modes TE/TM de la cavité. Une lame demi-onde précède le cube séparateur de polarisation pour ajuster la puissance envoyée dans les différentes voies (montage dit « robinet »).

Une petite fraction de la lumière est envoyée dans un Fabry-Perot d'une longueur de  $L = 0,30$  m pour produire une référence de fréquence avec une résolution de quelques mégahertz. Une calibration est réalisée grâce à un synthétiseur à 40 MHz : nous mesurons ainsi une finesse de 60 et un intervalle spectral libre  $c/4L = 300$  MHz. On utilise des Fabry-Perot dont le corps en acier inoxydable est fabriqué par l'atelier de mécanique du LKB. La dérive thermique observée sur un tel Fabry-Perot est au maximum de l'ordre de  $0,5 \text{ GHz.h}^{-1}$ , dépendant des réglages des radiateurs et des climatiseurs de la pièce. Cette dérive est mesurée en comparant les déplacements en fréquence des pics du Fabry-Perot avec une des raies hyperfines du Rubidium  $^{85}\text{Rb}$  dans un montage en absorption saturée (non présenté sur le schéma 3.12 pour des raisons de clarté). Ce dispositif de mesure était dans une boîte d'altuglass pour éviter les fluctuations à plus courte échelle de temps. À l'aide d'une thermistance, nous mesurons les coefficients thermo-optiques typiques de  $(-8 \pm 0,3) \text{ GHz.K}^{-1}$  et de  $(1,5 \pm 0,3) \text{ GHz.K}^{-1}$  pour le Fabry-Perot et la diode laser Yokogawa respectivement. Pour la longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 780$  nm, le coefficient thermo-optique dans la silice pour un mode de galerie vaut typiquement  $-3 \text{ GHz.K}^{-1}$  (cf § 3.4.3). Ayant réduit la dérive thermique sur les temps courts, la référence de fréquence est finalement limitée par la gigue (*jitter* en anglais) du laser Velocity qui est de l'ordre de 15 MHz. Sur l'oscilloscope digital (Tektronix TDS series 3), le signal du Fabry-Perot

sert de « règle de fréquence » pour le signal transmis par le taper pour des balayages allant de quelques dizaines de megahertz à quelques dizaines de gigahertz. Les signaux sont enregistrés sur l'ordinateur grâce à l'interface GPIB de l'oscilloscope, ou bien à l'aide de convertisseurs analogiques-numériques (National Instrument PCI6025). J'ai développé une procédure d'acquisition rapide des spectres en transmission associée à l'automatisation du déplacement de la cavité.

Afin d'avoir une référence de fréquence à toutes les longueurs d'onde, nous utilisons un lambdamètre fabriqué au LKB possédant une résolution de 50 MHz (0,1 pm à 780 nm). Le signal d'interférence du laser à caractériser est comparé au signal d'interférence d'un laser Hélium-Néon stabilisé en température parcourant en sens contraire le même chemin optique. Un double coin de cube mobile permet de comparer les signaux de battement, car il fait défiler les franges d'égale épaisseur aux deux longueurs d'onde. Ce lambdamètre donne donc accès à la position absolue des résonances. Lorsqu'il faut mesurer plusieurs fréquences de résonance, la précision sera essentiellement limitée par la stabilité en température de la cavité et sera donc proportionnelle au temps qu'il faut allouer aux différents enregistrements (typiquement 45 minutes pour 15 résonances déjà repérées au préalable).

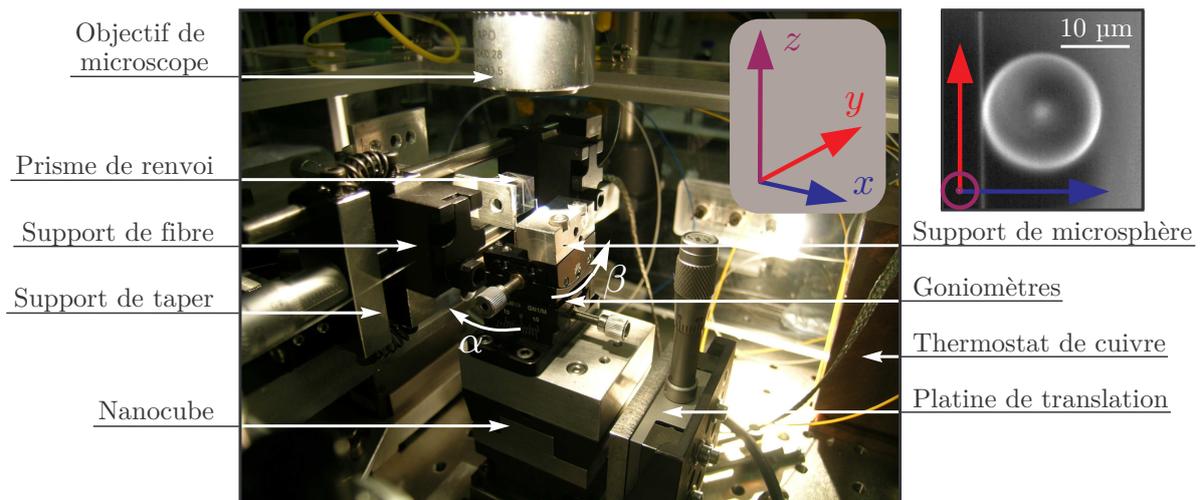


FIGURE 3.13 – Image du montage expérimental, avec la définition des axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  et des angles de rotation  $\alpha$  et  $\beta$ . En haut à droite, l'image de la microsphère et du taper au couplage.

**Montage de la microcavité couplée au taper** L'expérience de couplage d'une microcavité et d'un taper est présentée sur la figure 3.13. La fibre effilée, produite par la méthode décrite au § 3.1.3, est placée avec son support sur un ensemble qui peut être déplacé dans les trois directions de l'espace sur plusieurs centimètres. Puis la microsphère, dont la fabrication est détaillée au 2.4.2, est montée avec son support sur les deux goniomètres et sur un module piézoélectrique trois-axes, un Nanocube<sup>TM</sup> de la société Physics Instruments. Le Nanocube<sup>TM</sup> permet le réglage fin du positionnement dans les trois directions de l'espace. Le contrôle du positionnement relatif des éléments est réalisé par la visualisation à travers un microscope doté d'un objectif 10× ou 50× à grande distance

de travail. Un prisme de renvoi avec un apex de  $90^\circ$  permet d'alterner entre la vue de dessus et la vue de côté par simple décalage du microscope (monté sur des platines micrométriques). Par ailleurs, les angles  $\alpha$  et  $\beta$  des deux goniomètres permettent d'optimiser les conditions de couplage avec le taper. Ce montage de couplage est placé dans une boîte d'expérience fermée et régulièrement nettoyée à éthanol absolu pour prévenir une éventuelle contamination par des poussières et par l'eau atmosphérique. Les cavités et les tapers se dégradent typiquement après une journée ; la transmission du taper accuse des pertes périodiques à chaque nouvelle poussière qui se dépose et varient typiquement comme l'inverse du diamètre. Dans un environnement de laboratoire (sans isolement par un gaz inerte), en moyenne la transmission chute brutalement de  $\approx 1,3$  dB (30%) toute les dix heures. Ces pertes dues aux poussières déposées sont d'autant plus rares et d'autant plus dommageables que le temps augmente, et statistiquement le temps de « demi-vie » des tapers est d'environ dix heures dans ces conditions.

### 3.4.2 Spectres expérimentaux des modes de galerie

Grâce à la technique améliorée décrite au chapitre 2, il est possible de réaliser de très petites sphères, correspondant à un paramètre de taille  $x \leq k_0 a \sim 100$  où  $a$  est le rayon. De telles sphères contiennent beaucoup moins de modes de galerie que les sphères de 50 à 100  $\mu\text{m}$  utilisées dans les travaux de mes prédécesseurs. Indépendamment de l'effet du rayon, l'augmentation de l'ellipticité réduit également la densité locale de modes.

Dans ces conditions, il sera possible d'identifier les modes par comparaison au spectre théorique de la théorie de Mie en jouant sur la non-périodicité du spectre qui est d'autant plus marquée que la sphère est petite. Notons que, de façon plus drastique encore, la densité modale des microtores est réduite comparée à celle dans les billes (grâce à la suppression des modes de  $q = (\ell - |m|)$  élevé) et dépend fortement du rapport d'aspect [38, 39]. plus spécifiquement, le petit diamètre joue un rôle important dans le filtrage des modes (cf § 3.5.2).

Nous présentons sur la figure 3.14 des spectres obtenus sur la microsphère allongée de diamètre équatorial 18  $\mu\text{m}$  et d'ellipticité 5%, dont l'image au MEB a été présentée sur la figure 1.6-(a) au chapitre 1. Ces spectres couvrant une large bande de fréquence sont obtenus en combinant un balayage rapide et un balayage lent du laser Velocity. Un balayage fin est obtenu en appliquant sur l'actionneur piézoélectrique une rampe triangulaire de 2 V d'amplitude à une fréquence de 5 Hz, correspondant à une fenêtre de balayage de 21,5 GHz et le signal de transmission correspondant est enregistré sur l'oscilloscope. En même temps, on utilise le moteur du laser pour effectuer un balayage lent de la fréquence centrale et le spectre global est reconstitué en joignant les spectres locaux convenablement décalés. Le balayage rapide de la résonance permet d'observer avec le maximum de détail les caractéristiques fines telles que les facteurs de qualité intrinsèques et limités par le couplage [40].

Les deux spectres de la figure 3.14, ont été obtenus en polarisation TE et en *sous-couplage*, pour deux diamètres de taper différents<sup>10</sup>. La comparaison de ces deux spectres montre que les modes d'ordre radial élevé, c'est à dire les modes dont le FSR est le plus

10. Il s'agit en fait du même taper, mais utilisé à des positions  $y$  différentes.

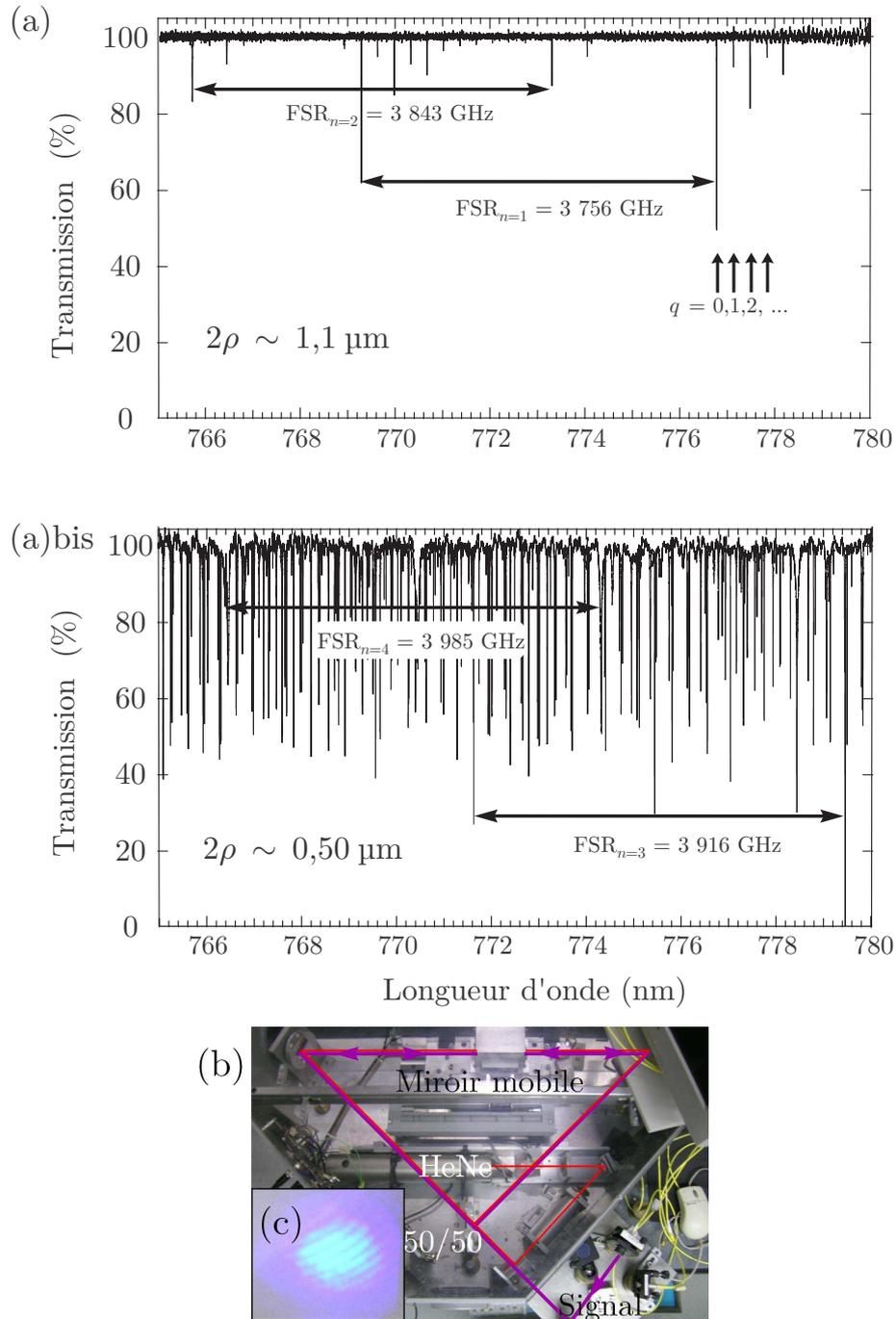


FIGURE 3.14 – (a) Transmissions du taper représentant le spectre des modes de galerie TE pour la bille de  $18 \mu\text{m}$  de diamètre et d'ellipticité 5%, introduite aux figures 1.6, 3.9 et 3.8. L'« appauvrissement du spectre » observé, caractéristique de l'accord de phase, est obtenu en faisant passer le diamètre de taper de  $0,50 \mu\text{m}$  à  $1,1 \mu\text{m}$ . Les FSR, pour les quatre premiers ordres radiaux, évoluent de façon monotone. (b) Photographie du lambdamètre permettant de mesurer, avec précision, les fréquences de résonances des modes de galerie. (c) Franges d'interférences à 405 nm et à 633 nm au niveau de la lame séparatrice 50/50.

petit, et l'indice effectif le plus bas, sont excités beaucoup plus efficacement avec un taper de très faible diamètre. En effet, le taper de  $0,5 \mu\text{m}$  de diamètre utilisé dans le cas (a)bis est monomode à la longueur d'onde de travail  $\lambda_0 = 775 \text{ nm}$ , et son indice effectif vaut  $1,18$ , ce qui assure un bon accord de phase avec les modes de  $n$  grand (cf. 3.1.1).

À l'inverse, le diamètre de  $1,1 \mu\text{m}$  du cas (a) correspond à un taper multimode dont l'indice effectif du mode fondamental  $\text{HE}_{11}$  vaut  $N_{\text{eff}}^{\text{taper}} = 1,37$ . Cette valeur est à comparer avec l'indice effectif de  $N_{\text{eff}}^{\text{cav}} = 1,33$  prédit par la théorie de Mie pour le mode fondamental TE. Les ordres radiaux supérieurs  $n = 2$  et  $n = 4$  correspondent respectivement aux écarts  $0,08$  et  $0,22$  en unité d'indice de réfraction. Ceci explique que seuls les modes de  $n = 1$  et  $n = 2$  soient visibles sur le spectre (a). Dans ces conditions, la faible densité modale permet de mesurer facilement des FSR. Bien que les écarts entre les FSR des différents ordres ne soient que de quelques pourcents, ils sont aisément discriminés par le lambdamètre. En unités de fréquence, nous obtenons des valeurs d'intervalles spectraux libres bien cohérents avec la théorie de Mie, qui donne les valeurs théoriques :  $3\,758$ ,  $3\,844$ ,  $3\,922$  et  $4\,000 \text{ GHz}$  pour  $n$  allant de  $1$  à  $4$ , à comparer avec les FSR reportés sur la figure 3.14. Nous avons ainsi pu confirmer le fait que les modes de galerie observés sur ces spectres correspondent aux FSR les plus petits et donc aux valeurs minimales de  $n$ . De la même manière, nous mesurons aussi au lambdamètre les décalages TE-TM pour les différents ordres radiaux, et obtenons des valeurs dont les écarts relatifs avec la théorie de Mie sont inférieurs à  $0,8\%$ .

Le facteur de qualité élevé du mode fondamental de cette sphère  $Q = 1,8 \times 10^8$ , et son volume modal modéré (cf tableau 1.3), nous ont permis d'observer une grande variété d'effets que nous allons détailler dans la suite de ce chapitre.

### 3.4.3 Effet thermique

Nous avons vu que la fréquence d'émission d'une diode laser (DBR ou en cavité éten-due) était balayée au voisinage des résonances. Cependant, les petits volumes des modes de galerie et la faible conductivité thermique de la silice sont susceptibles de donner lieu à un échauffement de la sphère sous l'effet de la puissance qui y est dissipée, se traduisant par des décalages en fréquence des résonances. Cet effet thermique qui déforme les courbes de résonance, est connu pour conduire à une situation de bistabilité thermique [2].

À partir des constantes physiques de la silice 2.1.2, nous déduisons que la variation de température entraîne une variation de l'indice  $dN/d\theta = 1,3 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  au voisinage de la température ambiante et, dans une moindre mesure, une variation du rayon conformément au coefficient de dilatation  $da/d\theta/a = 6 \times 10^{-7} \text{ K}^{-1}$  entre  $20$  et  $300^\circ\text{C}$ . En différenciant la relation de dispersion  $\nu = f(n, m)/(Na)$ , nous obtenons la dépendance de la fréquence de résonance avec la température :

$$\frac{1}{\nu} \frac{\partial \nu}{\partial \theta} = -\frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial \theta} - \frac{1}{a} \frac{\partial a}{\partial \theta}. \quad (3.56)$$

Pour  $\lambda_0 = 775 \text{ nm}$ , et une sphère de diamètre  $2a = 100 \mu\text{m}$ , nous en déduisons un coefficient thermo-optique  $K = \partial \nu / \partial \theta = -3,2 \text{ GHz} \cdot \text{K}^{-1}$ . Alors que le facteur de qualité de la cavité n'est pas affecté, le signal de résonance observé est artificiellement élargi lorsqu'on balaye le laser vers les basses fréquences, puisque le déplacement progressif

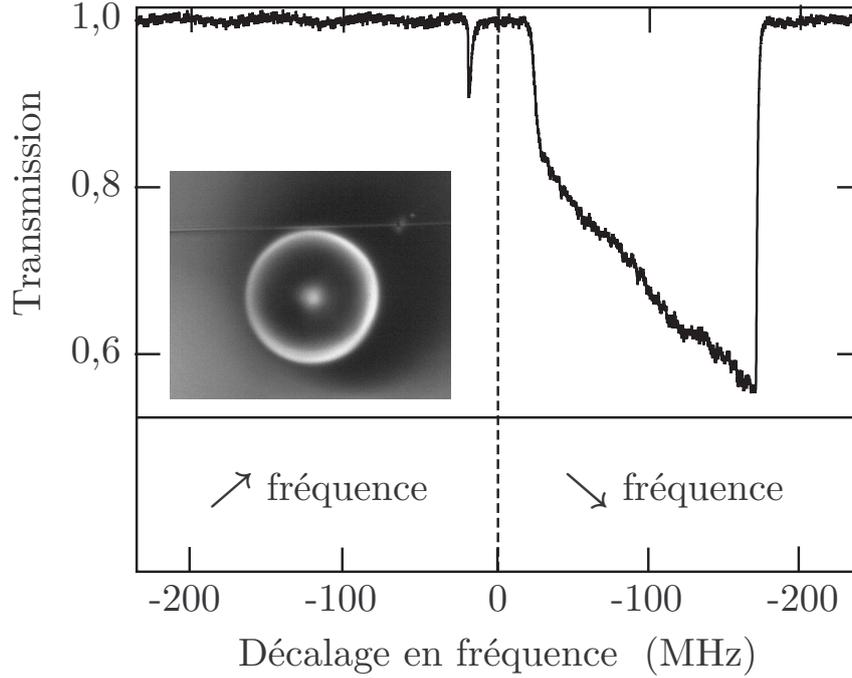


FIGURE 3.15 – *Bistabilité thermique dépendant du sens de balayage de la diode laser autour de 808 nm. Les spectres en transmission sont obtenus à la sortie du taper adiabatique. L'image correspond à l'expérience en régime de sous-couplage.*

accompagne le balayage du laser, lui permettant de rester à résonance plus longtemps. *A contrario*, on observe un amincissement apparent lorsque l'on balaye le laser vers les hautes fréquences. En supposant que l'on balaye beaucoup plus lentement que le temps d'établissement de l'effet thermique (échelle de la dizaine de millisecondes d'après 2.1.1), nous pouvons écrire le dip en tenant compte du décalage en fréquence par effet thermique :

$$D = \frac{\delta\gamma_C \gamma_{\text{int}}}{((\delta\gamma_C + \gamma_{\text{int}})/2)^2 + (\omega - \omega_0 - 2\pi K \delta\theta(t))^2}, \quad (3.57)$$

où les diverses grandeurs ont été introduites au 3.2.1 dans le modèle du Fabry-Perot en anneau. Par définition la puissance dissipée dans la sphère s'écrit simplement  $P = D P_0$ . À ce terme de chauffage s'oppose l'effet de thermalisation, caractérisé par un temps de relaxation  $\tau_{\text{th}}$ , qui a été discuté au paragraphe 2.1.2 du chapitre 2. Le bilan thermique qui en résulte s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\delta\theta) = \frac{P}{C} - \delta\theta/\tau_{\text{th}}, \quad (3.58)$$

où  $C$  est la capacité thermique, en  $\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$ , du volume chauffé effectif.

À partir de l'équation (3.58), nous pouvons caractériser l'apparition de la bistabilité thermique par le décalage de température produisant un déplacement en fréquence égal à la largeur intrinsèque :

$$\delta\theta = \tau_{\text{th}} \frac{D P_0}{C} = \frac{\gamma_{\text{int}}}{2\pi K}, \quad (3.59)$$

ce qui correspond, à résonance, à une puissance :

$$P = \frac{C ((\gamma_{\text{int}} + \delta\gamma_{\text{C}})/2)^2}{2\pi K \tau_{\text{th}} \delta\gamma_{\text{C}}}. \quad (3.60)$$

Celle-ci est minimale pour  $\gamma_{\text{int}} = \delta\gamma_{\text{C}}$  (*couplage critique*), ce qui permet de définir la puissance critique :

$$P_{\text{C}} = \frac{C \gamma_{\text{int}}}{2\pi K \tau_{\text{th}}}. \quad (3.61)$$

Dans l'illustration expérimentale présentée ci-dessous, la résonance étudiée présente un facteur de qualité de  $10^7$ , c'est-à-dire une largeur intrinsèque  $\gamma_{\text{int}} = 2\pi \times 39 \text{ Mrad.s}^{-1}$ , et en prenant un temps  $\tau_{\text{th}} = 100 \text{ rad.s}^{-1}$ , on obtient  $P_{\text{C}} \sim 1 \mu\text{W}$ .

Sur la figure 3.15, je présente la courbe de résonance d'un mode de galerie de facteur de qualité intrinsèque  $2 \times 10^7$  excité par un taper adiabatique. La microsphère de silice a un diamètre de  $50 \mu\text{m}$  et le taper transmet 90% du signal à 808 nm. Le courant d'alimentation de la diode est balayé autour de 80 mA à une cadence de 5 Hz. La fenêtre de balayage a une étendue de 250 MHz et on observe très nettement la bistabilité. Le diamètre du taper est choisi, en optimisant la position  $y$ , pour exciter efficacement le mode de galerie. Au *couplage critique* le dip est de l'ordre de 80%. L'image montre l'excitation de la sphère correspondante en *régime de sous-couplage*. La puissance critique au-delà de laquelle survient l'effet thermique se situe autour de  $0,5 - 1 \mu\text{W}$ .

Dans la pratique nous nous efforçons de travailler avec des puissances réduites pour éviter l'apparition de l'effet thermique, ce que nous vérifions en contrôlant la symétrie des signaux pour les deux sens de balayage de la fréquence. Des flux de l'ordre de  $1 \mu\text{W}$  permettent généralement de rester en dessous du seuil de bistabilité thermique. Ce seuil théorique  $\propto D\mathcal{V}/Q$  est cohérent avec nos observations.

## 3.5 Effets du déplacement relatif coupleur/cavité

Le montage expérimental que nous venons de décrire nous donne la possibilité de déplacer de manière contrôlée et avec une excellente résolution la position relative de la fibre d'excitation et de la microcavité. Comme indiqué précédemment c'est essentiellement la microcavité que nous déplaçons, mais nous pouvons bien sûr raisonner en termes de position relative, comme si c'était le taper qui était mobile. Nous allons dans cette partie analyser l'impact des différents déplacements possibles et les utiliser pour étudier différents aspects de l'expérience concernant notamment l'identification des modes et l'optimisation du couplage.

### 3.5.1 Effet du $z$ : distribution orthoradiale du champ

Nous avons vu au paragraphe 1.4.3 que la déformation de la surface sphérique conduisait à une levée de dégénérescence des fréquences propres. En ne retenant que le terme quadrupolaire on obtient une séparation des modes qui ne diffèrent que par leur nombre  $m$ . À la limite de  $q = (\ell - |m|) \ll \ell$ , cette levée de dégénérescence donne lieu à un spectre

équidistant de  $\text{fsr} = e \text{FSR}$ , quantité que nous appelons par analogie le « petit FSR » (cf équation (1.50)).

Dans cette limite des  $q$  faibles, les harmoniques sphériques scalaires peuvent être approchées par des fonctions similaires aux fonctions d'Hermite-Gauss. La forme asymptotique s'écrit plus précisément [30] :

$$Y_\ell^{\ell-q}(\theta, \varphi) \simeq (-1)^q \left(\frac{\ell}{\pi}\right)^{1/4} \frac{H_q(\ell^{1/2} \cos \theta)}{(2^q q!)^{1/2}} \sin^{\ell-q} \theta \frac{e^{\pm i(\ell-q)\varphi}}{\sqrt{2\pi}}, \quad (3.62)$$

où  $H_q$  représente le polynôme d'Hermite de degré  $q$ . Cette équation donne lieu à  $q + 1$  maxima d'intensité dans la direction polaire pour le  $q^{\text{ième}}$  mode.

La mise en évidence de cette distribution d'intensité a, par le passé, été réalisée par différentes méthodes :

- Dans [41], l'expérience est fondée sur le couplage par prisme, et une image du champ proche *sur le prisme* est obtenue sur une caméra à l'aide d'un microscope.
- Dans la thèse de N. Dubreuil [42], ainsi que dans celle de S. Götzinger [43], la technique du SNOM a été utilisée, permettant la détection directe du champ proche grâce à une pointe de fibre.

Nous allons exposer ici une nouvelle technique de cartographie fondée sur l'efficacité d'excitation. Cette technique, a été introduite par G. Lin [39], qui l'a aussi appliqué avec succès à l'étude des microtores. L'intérêt essentiel de cette méthode tient à ce que contrairement aux travaux évoqués ci-dessus, elle ne nécessite pas de recourir à un dispositif spécifique (qui pose des problèmes, stériques entre autres) mais utilise seulement le taper d'excitation. Dans mon travail de thèse, j'ai appliqué cette méthode de façon systématique à tous les modes accessibles de petites sphères et j'ai démontré sa validité pour différentes valeurs de l'ordre radial  $n$ , confirmant que les profils observés ne dépendent pas de  $n$  mais seulement de  $q$ . À titre d'exemple, la figure 3.16–(b) présente les résultats que j'ai obtenus pour deux familles distinctes de  $n$  distincts, dont la coïncidence en fréquence est accidentelle.

Nous réalisons une expérience de couplage évanescent entre une microsphère et un taper, et faisons varier le gap dans la direction  $z$  de l'axe polaire. Les résonances des modes de galerie sont ici balayées grâce à une diode laser DBR émettant autour de 772 nm (cf annexe C). Nous étudions une bille fabriquée à partir de la fibre optique Verrillon (SMF-42-A-125-1, gaine en silice pure) présentant les intervalles spectraux libres suivants :  $\text{FSR} = 560 \text{ GHz}$  et  $\text{fsr} = 9 \text{ GHz}$ . Nous en déduisons que la microcavité de diamètre 140  $\mu\text{m}$  est allongée (prolate) et d'ellipticité 1,6%. En effet, la fréquence de résonance  $\nu_0 = c/772,522 \text{ nm} = 388,069 \text{ THz}$  du mode fondamental angulaire ( $q = 0$ ) est la plus élevée du multiplet. La microsphère est déplacée, grâce au nanocube, dans le champ évanescent sur une distance de 12  $\mu\text{m}$  suivant l'axe de révolution ( $Oz$ ). La cartographie du champ de la microcavité est réalisée dans le *régime de sous-couplage* pour bien résoudre les pics. On enregistre les dips à résonance  $D$  pour différentes positions  $z$ . La fenêtre de balayage totale est de 70 GHz et la largeur des résonances vaut typiquement 2 MHz, dont un léger bruit sur la mesure des dips  $D_q$  de la figure 3.16. Sur cette fenêtre spectrale, on observe deux multiplets, c'est-à-dire deux familles de modes de galerie de  $n$  et de  $\ell$  fixés. Les ordres radiaux sont nécessairement différents.

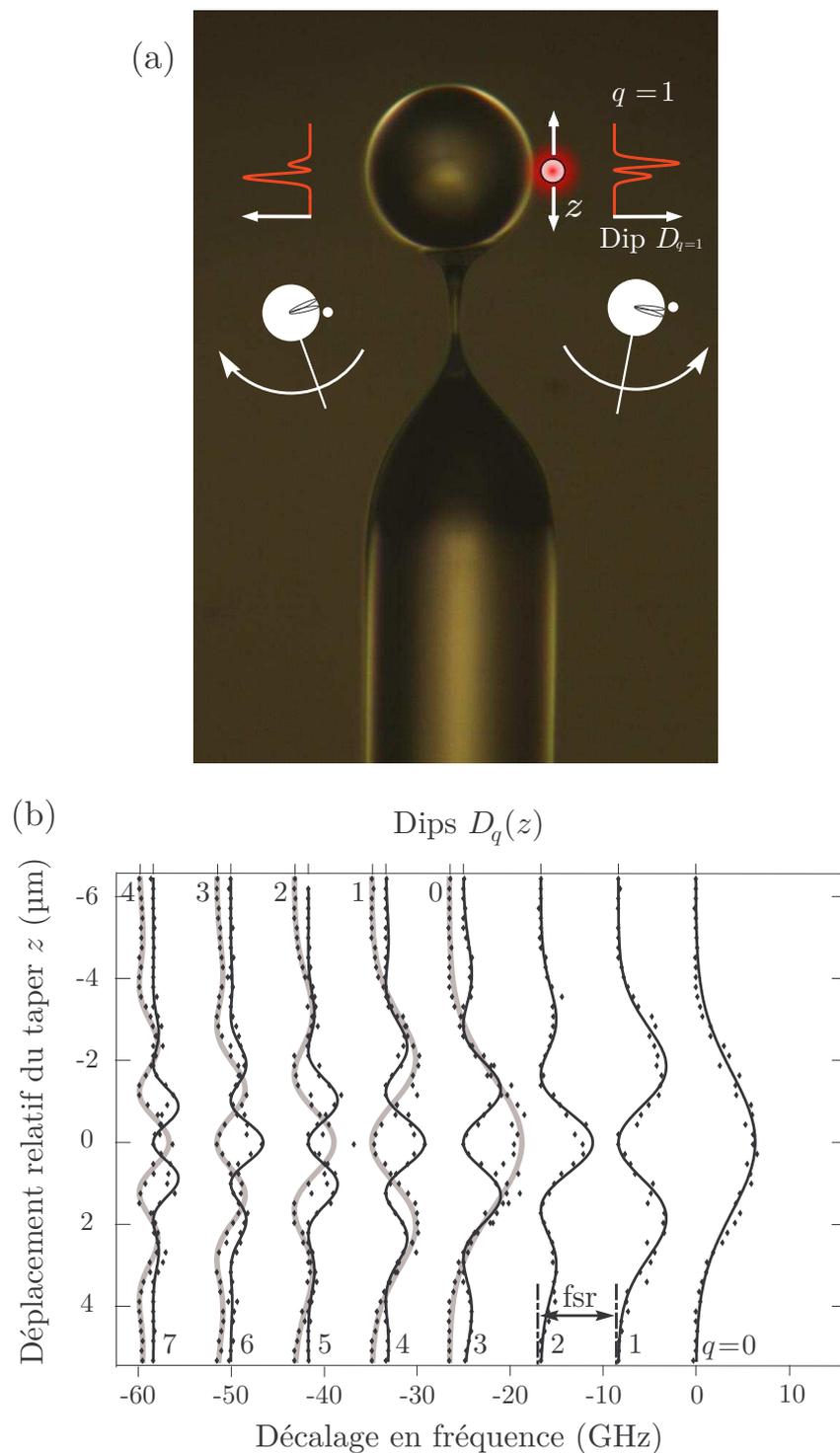


FIGURE 3.16 – (a) Image au microscope 10x de la microsphère de  $140\ \mu\text{m}$  de diamètre et d'ellipticité 1,6% étudiée. L'alignement est réalisé grâce à la dépendance du dip  $D_{q=1}(z)$  avec la coordonnée d'espace  $z$ . (b) Dips  $D_q$  aux différentes fréquences de résonance  $\nu_{n\ell q}$  en fonction de  $z$ . Les courbes en traits continus sont obtenues par ajustement sur l'équation (3.63) de l'ensemble des données de chaque multiplet de  $n$  et  $\ell$  fixés.

Pour que les modes soient bien symétriques par rapport à l'origine, il est nécessaire d'aligner l'axe polaire de la sphère avec la direction  $z$  de l'actionneur piézoélectrique. Cet alignement est obtenu à l'aide du goniomètre qui change l'angle  $\alpha$  dans le montage (cf figure 3.13). Cela peut être réalisé en tirant partie de la dissymétrie observée sur un mode de  $q > 0$  peu élevé (idéalement  $q = 1$ ), qui indique le sens dans lequel il faut tourner pour améliorer l'alignement.

À partir des données expérimentales, nous avons extrait les efficacités de couplage pour les premières résonances de ces deux multiplets. En utilisant l'équation (3.62) et en prenant en compte la variation quadratique du gap en fonction de  $z$  comme au § 3.2.3, nous obtenons le couplage orthoradial normalisé. Le dip de couplage est proportionnel au produit du polynôme d'Hermite de degré  $q$  et d'une gaussienne résultant de la décroissance exponentielle :

$$D_q(z) \propto H_q^2(\ell^{1/2} z/a) \exp[-(\ell + \kappa a) z^2/a^2], \quad (3.63)$$

où  $\kappa \simeq \sqrt{N_s^2 - 1} k_0$  est l'inverse de la longueur d'atténuation de l'onde évanescente. Nous avons fait l'ajustement par la méthode des moindres carrés sur l'ensemble des dips d'un même multiplet de  $n$  et  $\ell$  fixés, avec la même échelle en  $z$  [44]. Le résultat de cet ajustement est représenté en trait continu sur la figure 3.16 et donne un bon accord avec la théorie.

La technique décrite est flexible. Elle permet de façon commode de caractériser la distribution angulaire avant de réaliser, par exemple, le pompage optique à résonance d'un matériau actif dans la sphère [45]. Cette technique de champ proche permet d'assigner l'ordre polaire  $q$ , mais ne permet pas d'identifier l'autre ordre transverse : l'ordre radial.

### 3.5.2 Effet de $y$ : formes dispersives et *idéalité* du couplage

La technique de couplage évanescent repose sur un transfert du champ aussi bien depuis le taper vers la cavité que dans le sens inverse. Elle repose sur les couplages existant entre le ou les modes du taper et le ou les modes de galerie de la cavité considérée *i.e.* proches de résonance. En 2003, K. J. Vahala et ses collaborateurs [11] ont publié un article démontrant une certaine *idéalité* de cette méthode de couplage, reposant sur un effet de sélection mutuelle des modes entre taper et cavité par l'intermédiaire du *phase-matching*, au moins dans un intervalle de gap adapté pour que le couplage reste faible en comparaison du mismatch des autres modes<sup>11</sup>.

Compte tenu de la variation très rapide de l'indice effectif des modes du taper avec le diamètre de celui-ci, et d'une dépendance beaucoup moins forte en ce qui concerne la microcavité, la situation de *phase-matching* optimale est rarement réalisée. En particulier, le *phase-matching* du mode fondamental du taper avec un mode d'ordre faible de la sphère ou du tore implique nécessairement que le taper soit multimode, et les défauts inévitables de son adiabaticité (même lorsque sa transmission excède 95%) donnent lieu à des effets facilement observables.

Une bonne compréhension des signaux expérimentaux requiert de prendre en considération cette *non-idéalité*, qui conduit à une grande richesse d'effets. Nous avons déjà

---

11. Par définition, l'*idéalité* est le rapport de la puissance couplée au mode désiré divisée par la puissance couplée ou perdue dans tous les modes, y compris le mode désiré.

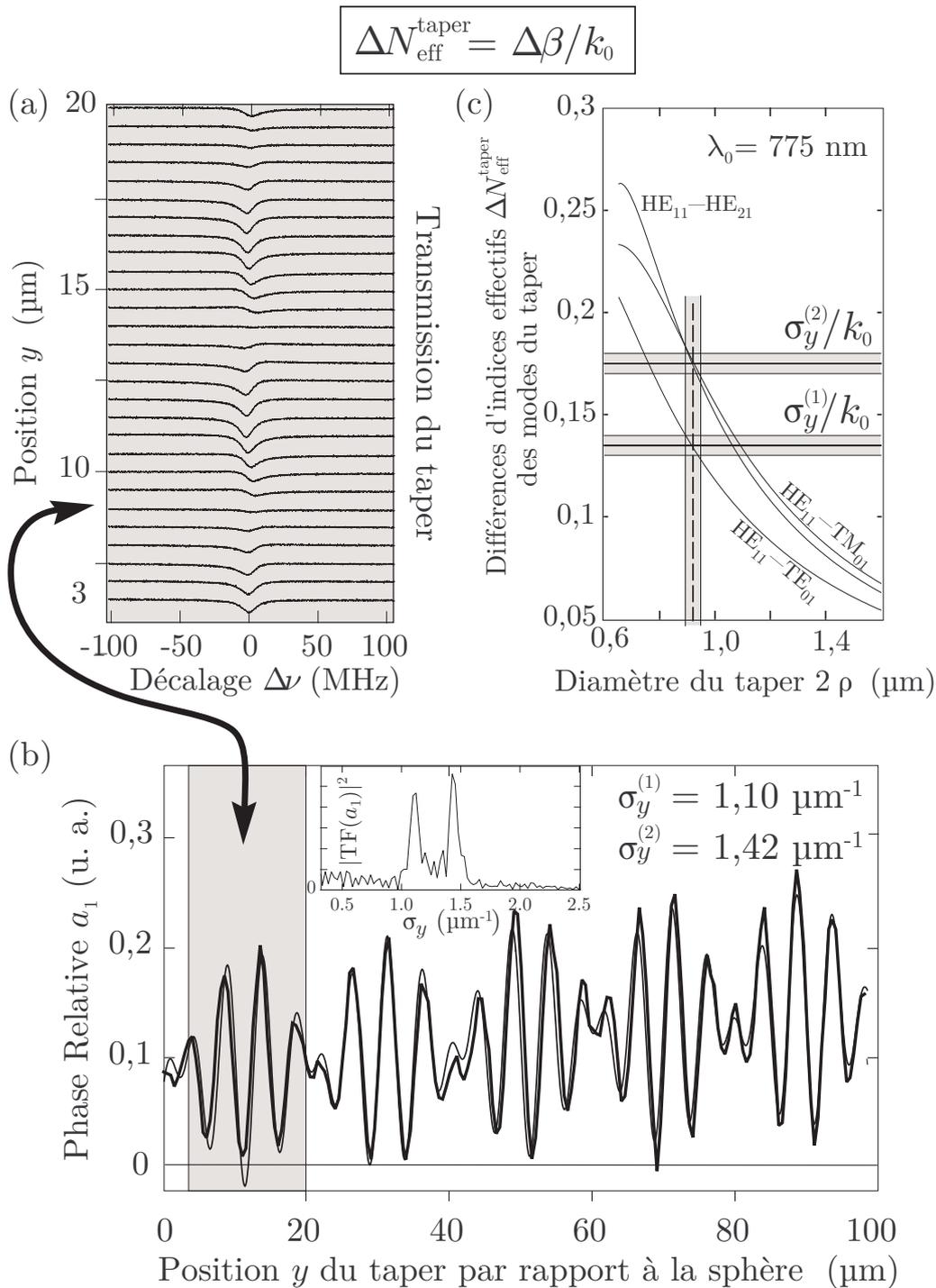


FIGURE 3.17 – (a) Spectres de transmission du taper pour le mode mode  $\text{TM}(1, \ell, 5)$  d’une sphère de  $15,5 \mu\text{m}$ , pour différentes positions  $y$ . Ces spectres sont décalés proportionnellement à l’offset en  $y$  correspondant. (b) Coefficient  $a_1$  déduit de l’ajustement des courbes de (a) selon l’équation (3.65), en fonction de  $y$ . La zone grisée correspond à l’intervalle de valeurs de  $y$  de la figure (a) Insert : transformée de Fourier de ce signal montrant la présence de deux fréquences. (c) Courbes théoriques des  $\Delta N_{\text{eff}}^{\text{taper}}$  à une longueur d’onde dans le vide  $\lambda_0 = 775 \text{ nm}$  des modes du taper en fonction du diamètre  $2\rho$  (mêmes valeurs que sur la figure 3.1.1). Une animation de cette mesure est disponible sur le lien [www.lkb.ens.fr/Deplacement-tangentiel-axe-y](http://www.lkb.ens.fr/Deplacement-tangentiel-axe-y).

montré au § 3.4.2 l'influence spectaculaire du diamètre du taper dans la zone de couplage sur le nombre de modes excités. Ce diamètre est précisément contrôlé, en tirant partie de la conicité du taper hors de son centre, par un déplacement en  $y$ , c'est à dire parallèlement à son axe. Compte tenu de la faible extension de la zone de couplage (quelques  $\lambda$ ), on peut, à chaque position, considérer que le taper est cylindrique, et que ses modes sont bien décrits par les modes locaux.

Nous allons présenter ici l'effet d'une petite variation du diamètre du taper sur le couplage à un mode de galerie permettant de mettre en évidence le caractère « non-idéal » du couplage. L'expérience, schématisée sur la figure 3.5.2 et dont les résultats sont présentés au 3.17, consiste à déplacer une microsphère de silice dans la direction  $y$  (tangentiuellement au taper) sur une distance de  $100\ \mu\text{m}$  en prenant soin de rester dans le régime de sous-couplage avec le taper. Concrètement, l'étirage du taper avec un contrôle à  $777\ \text{nm}$  a abouti à une transmission de 96%. Le raccordement entre le mode  $\text{HE}_{11}$  du taper et le mode  $\text{LP}_{01}$  de la fibre est donc raisonnablement adiabatique autour de  $777\ \text{nm}$ . Ce taper est strictement monomode dans sa région centrale ; en revanche, il possède 3 modes dans la zone explorée.

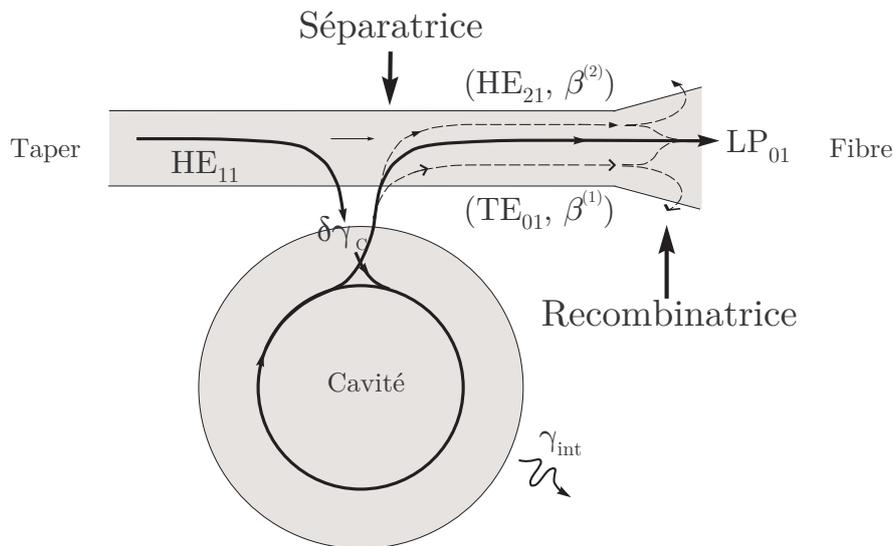


FIGURE 3.18 – Schéma de principe de la séparation (par la cavité) suivie de la recombinaison des faisceaux dans le taper. Le mode de galerie se couple avec le mode fondamental et les modes excités du taper. Ce montage est comparable à un interféromètre de Mach-Zehnder à trois voies :  $\text{HE}_{11}$ ,  $\text{HE}_{21}$  et  $\text{TE}_{01}$ . Les constantes de propagation différentes conduisent à une résonance à l'allure dispersive.

L'expérience réalisée utilise une petite sphère de  $15,5\ \mu\text{m}$  de diamètre et de 1,7% d'ellipticité, fabriquée grâce à la technique décrite au paragraphe 2.4.2. Elle présente trois familles de modes avec  $n$  et  $\ell$  fixés pour chaque polarisation et le facteur de qualité maximal observé est de  $7 \times 10^7$ . Les positions des résonances sont tout-à-fait cohérentes avec la théorie de Mie. Nous nous intéressons plus spécifiquement ici au mode de galerie TM ( $n = 1, \ell, q = 5$ ) de cette sphère, car il ne présente pas de levée de dégénérescence due à la rétrodiffusion (cf. paragraphe 1.4.3). L'indice effectif de ce mode fondamental radial

vaut 1,32. Au *couplage critique*, le dip est proche de 1 pour la valeur optimale de  $y$ .

Les spectres présentés sur la figure 3.17, décalés verticalement d'une quantité proportionnelle à la valeur de  $y$  correspondante, présentent de façon très visible une forme asymétrique, caractéristique d'un mélange entre la réponse en absorption attendue et une composante en dispersion. De surcroît, le poids relatif de ces deux composantes dépend de façon périodique de la valeur de  $y$ , et pour certaines valeurs on a une réponse purement dispersive, avec une phase positive ou négative.

Le comportement observé ne peut pas impliquer un unique mode, puisque cela conduit à une réponse symétrique en absorption, comme dans le modèle du Fabry-Perot du § 3.2.1. Celle-ci résulte d'une interférence destructive entre d'une part le champ transmis par le taper et d'autre part le champ diffusé par la sphère et recouplé dans le taper. Dans le cas monomode, les déphasages possibles sont soit un déphasage global, sans effet sur l'intensité, soit un déphasage « interne » qui déplace la résonance sans affecter sa forme de raie. Une hypothèse plausible correspond à l'interaction du mode de galerie avec les différents modes du taper, car ceux-ci se propagent avec des constantes de propagation différentes et sont donc susceptibles d'avoir des phases relatives variables en fonction de  $y$ , (de façon très analogue à ce qui produit les oscillations lors de l'étirage du taper (cf § 3.1.3)).

Pour interpréter ces données, obtenues en déplaçant la sphère en *aval* de la zone monomode ( $\sim 2$  mm après le *waist*), nous supposons que seul le mode  $\text{HE}_{11}$  est initialement excité, et que la sphère recouple une partie de son champ dans l'un des modes d'ordre plus élevé ( $\text{TE}_{01}$  ou  $\text{HE}_{21}$ ). Dans la suite de la partie conique, en raison d'un défaut – même minime – d'adiabaticité une fraction de ce champ sera transférée dans le mode  $\text{LP}_{01}$  (le seul que l'on détecte) avec une phase différente de celui qui a emprunté le mode  $\text{HE}_{11}$ .

Ceci conduit à un champ détecté en sortie qui comporte en plus du champ transmis, deux contributions de champ diffusé par la sphère. Ces deux contributions sont évidemment proportionnelles puisque issues du même processus de diffusion, mais ont des phases et amplitudes différentes car elles sont acheminées via des modes différents. Le coupleur se comporte ainsi comme un interféromètre de Mach-Zehnder, dont la première lame séparatrice serait la sphère, et la seconde (recombinatrice) la zone de transition conique où se produit le mélange des modes.

Par analogie avec le spectre du Fabry-Perot en anneau (cf. 3.2.1) cette description conduit à écrire la transmission du taper sous la forme :

$$T(y) = \left| \frac{\delta\gamma_C \alpha e^{i\psi(y)}}{(\gamma_{\text{int}} + \delta\gamma_C)/2 - i\delta\omega} - 1 \right|^2, \quad (3.64)$$

où  $\alpha e^{i\psi(y)}$  est le coefficient rendant compte de la recombinaison des deux amplitudes diffusées. En conséquence, pour analyser les données, nous avons utilisé la fonction d'accommodation par la méthode des moindres carrés :

$$T = \left| \frac{(1 - a_1)\gamma/2 - ia_2\gamma/2 - i\delta\omega}{\gamma/2 - i\delta\omega} \right|^2, \quad (3.65)$$

où les coefficients  $a_1$  et  $a_2$  – tels que  $\alpha e^{i\psi} = (a_1 + ia_2)\gamma/2\delta\gamma_C$  – définissent le poids des composantes respectivement en absorption et en dispersion.

Sur la figure 3.17-(b), nous traçons la quantité  $a_1$  en fonction de la position  $y$  et observons une courbe de battements, qui suggère que non pas un mais deux modes excités sont impliqués dans notre processus d'interférence. L'ajustement, par la méthode des moindres carrés, permet de retrouver deux constantes de propagation dans le taper valant  $\sigma_y^{(1)} = 1,10 \mu\text{m}^{-1}$  et  $\sigma_y^{(2)} = 1,42 \mu\text{m}^{-1}$ , que confirment aussi la transformation de Fourier. Sur la figure 3.17-(c), nous avons tracé les différences d'indices effectifs entre le mode fondamental et les deux modes excités, en fonction du diamètre du taper. Le fait que les deux fréquences observées  $\sigma_y^{(1)}$  et  $\sigma_y^{(2)}$  interceptent les courbes de  $\Delta\beta$  à la même abscisse (repérée par le trait vertical en pointillé) confirme notre interprétation. On observe que les deux contributions ont des poids comparables (respectivement 45% et 55%) ce qui est en accord avec le « sonogramme » (analogue à la figure 3.4) obtenu lors de l'étirement du taper. Une animation représentant les données brutes est disponible sur le site du laboratoire : [www.lkb.ens.fr/Deplacement-tangentiel-axe-y](http://www.lkb.ens.fr/Deplacement-tangentiel-axe-y).

Les modes en jeu sont  $\text{HE}_{11}$ ,  $\text{TE}_{01}$  et  $\text{HE}_{21}$ . Le mode  $\text{TM}_{01}$  n'est pas excité du fait des polarisations croisées.

On en déduit encore plusieurs informations :

- le déphasage  $\psi(y)$  évolue comme  $\Delta\beta \times y$ , ainsi que l'on pouvait s'y attendre,
- le diamètre du taper au centre de la zone de  $100 \mu\text{m}$  étudiée est égal à  $0,91 \pm 0,10 \mu\text{m}$ .

Cette étude en fonction du  $y$  permet d'observer, par une nouvelle méthode, que l'idéalité est sensible aux spectres des modes dans le coupleur. L'idéalité du couplage par taper sera meilleure pour des cavités de petit diamètre. En effet, l'indice  $N_{\text{eff}}^{\text{taper}} = 1,22$  à la dernière coupure ( $k_0 \rho = 2,30$ ) est égal par exemple à l'indice effectif  $N_{\text{eff}}^{\text{cav}}$  du mode de galerie  $\text{TE } n = 2$  d'une sphère de  $14 \mu\text{m}$  ou encore  $n = 3$  d'une sphère de  $23 \mu\text{m}$  pour lesquels l'effet s'annihile. Elle permet en outre une mesure précise du diamètre du taper dans la zone de couplage.

Une manifestation impressionnante du phénomène est obtenue pour un taper fortement multimode dans la zone de couplage. Comme illustré sur la figure 3.19, le défaut d'adiabaticité peut conduire à des résonances qui dépassent la ligne de base de la transmission du taper. Le microtore était couplé à un taper de transmission  $T_{\text{taper}}^o = 85\%$  dont le caractère monomode est bien marqué. De même, le taper couplé à la sphère a une transmission égale à  $T_{\text{taper}}^o = 45\%$ . Le temps d'étirage total est de 5 minutes, dont 20 secondes sont successives à la dernière coupure  $\text{HE}_{11}$ – $\text{HE}_{21}$  pour avoir un filtrage efficace des modes dans la partie centrale.

Pour interpréter les données de la figure 3.19, obtenues en *amont* de la zone monomode, nous supposons cette fois que plusieurs modes d'ordre supérieur sont initialement excités et se couplent à la sphère. L'existence d'énergie dans les modes non-adiabatiques est justifiées par les battements dans la phase d'étirage. Dans le premier cas, la transmission du taper dépasse de +3% la ligne de base du signal et dans le second cas de +6%. Les cavités prennent de la puissance dans les modes d'ordre supérieur et la renvoient vers le fondamental. Le mode  $\text{LP}_{01}$  étant le seul mode détecté, ce défaut d'adiabaticité conduit bien à un dip  $D$  négatif ce qui est plutôt atypique pour des cavités passives.

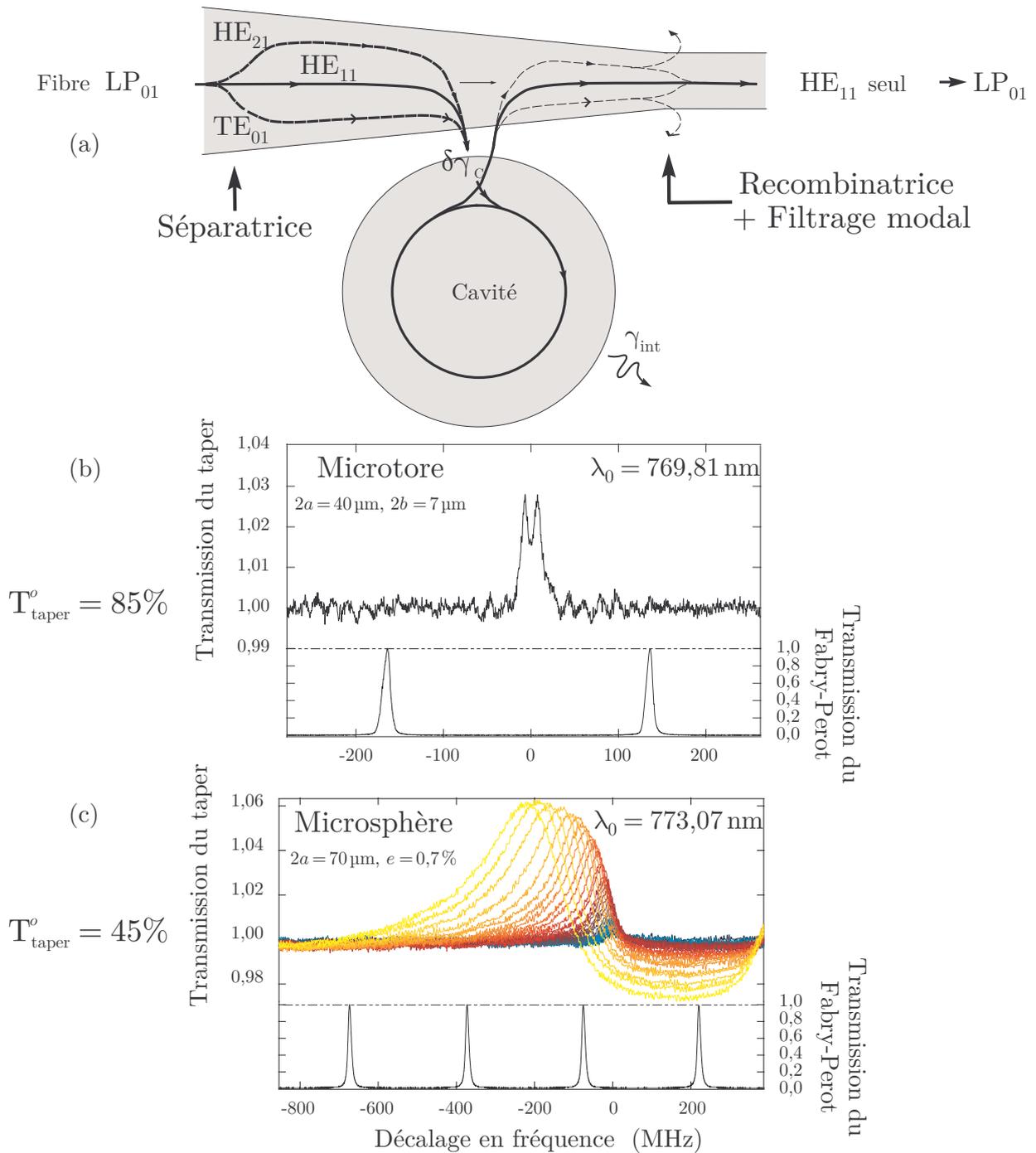


FIGURE 3.19 – (a) Les modes de galerie se recouplent avec un mode excité du taper (initialement vide de photon) ce qui peut donner lieu à une transmission du taper au dessus de la ligne de base. (b) Pour le microtore, la transmission dépasse de +3% la ligne de base. Dans la zone de couplage, le taper est fortement multimode. (c) Pour la microsphère, le gap varie entre les différentes courbes et on observe un dépassement maximal de +6%. Les cavités et tapers sont en silice pure.

### 3.5.3 Effet du $x$ : étude du *déplacement sur élargissement*

Le couplage efficace aux modes de galerie nécessite d’approcher un champ évanescent de la cavité. Le déplacement ou *shift* quasi exponentiel en fonction du gap, de la fréquence centrale de la résonance du mode a été rapporté en 1995 dans notre groupe dans le cas d’une sphère et d’un coupleur à fibre érodée<sup>12</sup>. Dans l’article de N. Dubreuil [8], l’expérience relève un rapport *shift/width* dû au couplage de  $-2$  environ. D’après les auteurs, ce rapport dépend de « l’angle d’incidence dans la sphère (qui varie avec le mode étudié), des indices des deux matériaux et de la polarisation » du mode concerné. Le but de ma recherche a été de mettre en lumière expérimentalement la dépendance du *shift* avec ces différents paramètres [46]. J’ai montré que l’ordre radial du mode pouvait être identifié très simplement et avec une précision excellente grâce au SBR  $\equiv \delta\omega_c/\delta\gamma_c$  introduit précédemment (cf § 3.31) pour le couplage par taper.

Une méthode similaire a été mise en œuvre dans notre groupe pour des grosses billes ( $2a \sim 150 \mu\text{m}$ ) couplées par prisme de SF11 [33]. La situation est radicalement différente lors de l’excitation à l’aide d’un taper, ainsi que nous allons le montrer.

#### Identification de l’ordre radial $n$ par spectroscopie

La méthode conventionnelle pour l’assignation des nombres radiaux  $n$  aux différents modes observés est fondée sur l’exploitation du caractère non-périodique du spectre des résonances de Mie. Ce caractère non-périodique est nettement plus marqué pour de petites sphères, lesquelles possèdent de surcroît moins de modes, et c’est pourquoi nous avons utilisé de telles sphères (de diamètre inférieur à  $25 \mu\text{m}$ ) pour valider notre nouvelle approche<sup>13</sup>.

La position absolue des résonances n’est clairement pas utilisable à des fins d’identification en raison des défauts de forme inévitables, ainsi que de la précision limitée avec laquelle nous connaissons la taille et l’indice de nos cavités. En revanche, la mesure du FSR, ou de la séparation entre les modes TE et TM, est beaucoup moins sensible à ces incertitudes, et se prête à des inter-comparaisons qui renseignent bien sur les ordres des différentes familles observées.

Rappelons que le FSR est la différence en fréquence entre deux modes de  $m$  successifs pour une valeur donnée de  $n$  et une polarisation donnée. Le décalage TE–TM est la différence en fréquence entre les deux modes, de mêmes ordres  $(n, \ell, m)$ , mais de polarisation différente. Ces deux paramètres peuvent être calculés par résolution numérique de l’équation aux valeurs propres (1.46). Ils sont relativement sensibles à l’indice effectif des modes considérés, qui est le paramètre physique intrinsèque discriminant le plus nettement les modes d’ordre radial différent. Ainsi, avec une estimation *a priori* du FSR par la formule  $\text{FSR} = c/2\pi Na$ , il est possible de repérer des modes dont la séparation spectrale est proche de cette valeur et qui ont un comportement similaire, ce qui indique qu’ils partagent la même valeur de  $n$ . Cela fait, on peut grâce au lambdamètre mesurer précisément le FSR

12. Ce coupleur (développé au laboratoire Kastler Brossel) est obtenu par polissage de la gaine optique d’une fibre monomode [8]. Les efficacités de couplage sont moins bonnes qu’avec un taper et l’effet dispersif est important à cause du recouvrement avec les modes de gaine de la fibre.

13. Une technique de production de petites sphères est décrite au paragraphe 2.4.2 du chapitre 2.

de chaque « famille » et comparer les valeurs obtenues à la théorie de Mie pour assigner les valeurs de  $n$ . La mesure du décalage TE–TM apporte aussi une information précise pour l’assignation de l’ordre radial. Qui plus est le rapport entre le décalage TE–TM et le FSR est une valeur sans dimension qui a le mérite d’éliminer la taille de la microcavité et donne accès assez précisément à l’indice effectif, donc à  $n$ . Notons que la détermination de l’indice effectif en mesurant la longueur de décroissance  $\kappa^{-1}$  de l’onde évanescente a parfois été proposée (cf thèse de N. Dubreuil [47]) mais n’est pas assez sensible pour permettre des mesures non-ambiguës, et ne s’applique pas simplement aux microtores.

Cependant, cette méthode requiert d’avoir préalablement identifié les résonances des modes de  $q = 0$  de chaque multiplet, afin d’éliminer les effets géométriques qui l’affectent et un ajustement sur le spectre de Mie est de toute façon exclu pour des paramètres de taille  $x = k_0 a \geq 100$  ou plus, et ne se généralise pas davantage aux microtores. Elle nécessite, de toute façon à la fois un balayage continu sur plusieurs FSR et l’enregistrement précis (et rapide pour éviter les dérives thermiques) d’un grand nombre de fréquences propres de mode  $q = 0$  avant d’être en mesure d’assigner l’ordre radial.

Nous avons mis à profit

- la possibilité de produire des petites sphères,
- le laser Velocity à 775 nm permettant de réaliser un tel balayage continu,
- l’existence du lambdamètre pour des mesures précises,

pour appliquer cette méthode à un certain nombre de sphères sur lesquelles nous allons présenter maintenant les résultats croisés avec ceux du SBR. Nous proposons donc une méthode alternative bien plus légère et généralisable à toutes les dimensions de microsphères ou de microtores.

### Identification de l’ordre radial $n$ par le SBR

Au cours de cette thèse, j’ai généralisé la méthode permettant d’ordonner, puis de déterminer de manière univoque la valeurs de  $n$  des modes grâce à la mesure du SBR réalisée avec un taper. Notamment, le mode fondamental radial présentera toujours le *déplacement vers le rouge* le plus marqué lorsque l’on ferme le gap. Dans le cas du couplage par taper, la valeur de SBR est significativement plus grande (en valeur absolue) que celle des autres modes<sup>14</sup>. Cette technique a l’immense avantage d’être très rapide, et locale puisqu’elle se contente d’un balayage de quelques GHz autour de chaque mode considéré.

Sur la figure 3.20, je présente les résultats expérimentaux du SBR en regard du FSR et du décalage normalisé TE–TM/FSR en fonction de l’ordre radial (déterminé par la méthode du § 3.5.3) pour une sphère de 24  $\mu\text{m}$  de diamètre. Pour chaque polarisation, le SBR *algébrique* est nettement plus petit (vers le rouge et de grande valeur absolue) pour le mode fondamental, un peu moins petit pour le mode  $n = 2$ , quasiment nul pour le mode  $n = 3$ , petit positif pour le mode  $n = 4$  et nettement plus grand pour le mode  $n = 5$ .

---

14. Il en sera de même pour le coupleur à fibre érodée et la grande majorité des couplages en onde évanescente de microsphères et de microtores. En revanche, pour le prisme de couplage d’indice de réfraction  $N_P$  élevé, le mode fondamental TE correspondra à un SBR proche de zéro, car d’après l’équation (3.39) on a  $(N_P^2 - N_{\text{eff}}^2) \approx 3 - 2 = 1 \approx (N_{\text{eff}}^2 - 1)$ . Les autres modes ont tendance à aller vers le bleu lorsque l’on ferme le gap.

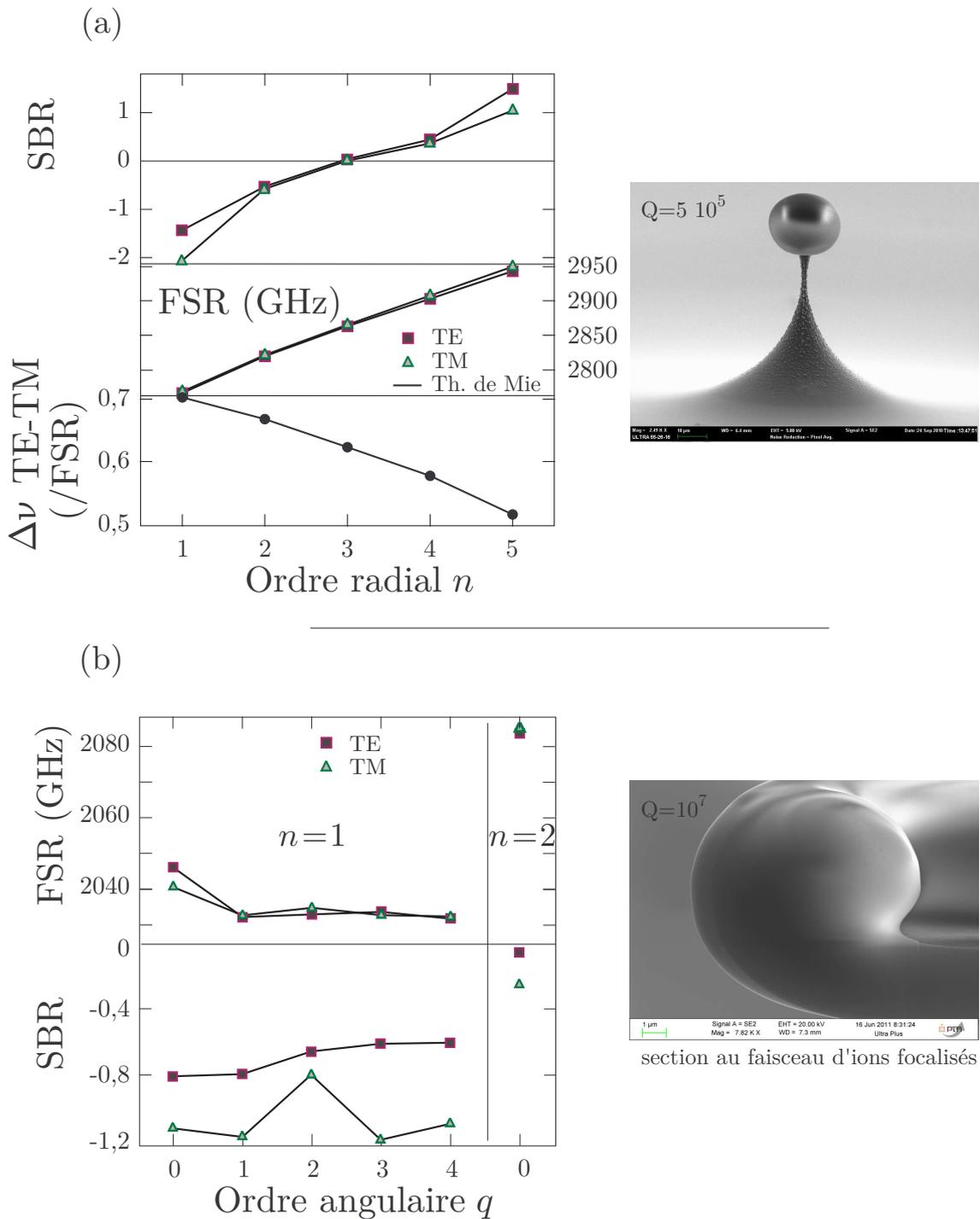


FIGURE 3.20 – (a) Valeurs mesurées de SBR pour les deux polarisations, en regard des FSR et des décalages TE–TM expérimentaux, en fonction de l’ordre radial, pour les modes observés dans la fenêtre  $\Delta\lambda = 765 - 781 \text{ nm}$ , pour une « sphère sur puce », de diamètre 24  $\mu\text{m}$ , fabriquée au laboratoire SiNaPS, dont l’image MEB est présentée à droite. (b) Valeurs mesurées de SBR pour les deux polarisations, en regard des FSR, en fonction de l’ordre angulaire  $q$ , pour  $n = 1$  et  $n = 2$ , pour un tore de grand diamètre 35  $\mu\text{m}$  et de petit diamètre 10  $\mu\text{m}$ . Une image prise au MEB de ce tore, après découpe au FIB, est présentée à droite.

Évidemment ces tendances dépendent des diamètres de la microsphère et du taper. Pour un ordre radial donné, toutes nos analyses ont vérifiées le fait que  $SBR^{TM} < SBR^{TE}$ .

Au regard de nos mesures sur les microsphères, nous avons conjecturé que la mesure du SBR pouvait permettre d'identifier le mode fondamental de microtores. Dans le cas du couplage idéal, nous avons vérifié que le SBR est très faiblement dépendant des nombres  $\ell$  et  $q$  du mode. En réalité, le SBR dépend un peu de l'ordre angulaire avec des écarts  $<5\%$  pour les dix premiers ordres  $q$  dans une petite sphère et  $<30\%$  pour les cinq premiers ordres de tores (cf figure 3.20-(b) ).

J'ai également relevé les facteurs de qualité des résonances. Pour la sphère sur puce étudiée (cf figure 3.20-(a) ) les facteurs de qualités des ordres ( $n = 1..5, q = 0$ ) étaient tous très proches, ce qui n'a pas permis de discriminer l'incidence rasante. La résonance du mode de TE ( $n = 1, q = 0$ ) est seulement deux fois plus fine que celle associée au mode TE d'ordres ( $n = 1, q = 3$ ). Il en est de même pour le microtore dont le facteur de qualité maximal vaut  $1,0 \times 10^7$  en *régime de sous-couplage* (mode fondamental TE). Le facteur de qualité moyen, sur l'ensemble des modes TE/TM d'ordres ( $n = 1, q = 0..4$ ) et ( $n = 2, q = 0$ ), est égal à  $1,0 \times 10^6$  et l'écart-type vaut  $1,3 \times 10^6$ . Le mode fondamental TM ne peut pas être identifié à l'aide de son facteur de qualité car il vaut singulièrement  $1,6 \times 10^6$  et  $4,6 \times 10^6$  pour les deux modes de  $m$  successifs. Le facteur de qualité n'est donc pas une grandeur pertinente pour identifier les ordres des modes.

Sur la figure 3.21, nous présentons les SBR en fonction de l'indice effectif  $N_{\text{eff}}^{\text{cav}} = \beta/k_0 \simeq \ell/(k_0 a)$  calculé de façon rigoureuse par la théorie de Mie pour trois sphères différentes et pour les deux polarisations. L'indice effectif le plus élevé correspond à l'angle d'incidence le plus rasant, et donc à l'ordre radial le plus faible. Les SBR ont systématiquement associés à l'indice effectif  $N_{\text{eff}}^{\text{cav}}(n)$  correspondant sur la base des mesures de FSR et décalages normalisés TE-TM/FSR. Toutes ces données ont été enregistrées entre 765 et 781 nm en couplant les microsphères avec un taper d'environ  $(0,5 \pm 0,2)$   $\mu\text{m}$  de diamètre dans la zone de couplage. Ce diamètre est estimé à l'aide du sonogramme du type de 3.4 et est cohérente avec l'effet du diamètre du taper que nous allons décrire dans le paragraphe suivant.

Nous avons démontré une méthode pour déterminer avec précision l'indice des modes de galerie de microsphères et de microtores qui ne dépendait pas du facteur de qualité. Pour des dimensions allant de 10  $\mu\text{m}$  à  $>500$   $\mu\text{m}$ , la mesure du SBR est caractérisée par une incertitude de mesure de  $<15\%$  (cette estimation est basée sur l'ensemble des expériences impliquant des sphères). La monotonie de la fonction  $SBR(n)$  et son inflexion près de l'accord de phase montre que la technique du SBR est très robuste. Les valeurs de SBR varient d'un mode à l'autre d'un facteur 100 ou même peuvent changer de signe.

Cette estimation de l'ordre radial tire profit de la réflexion de l'onde évanescente de la cavité sur le coupleur. Son utilisation dans d'autres domaines de longueur d'onde et pour d'autres structures est tout à fait envisageable.

### Effet du diamètre du taper

Sur la figure 3.22, nous traçons le SBR du mode fondamental TM de la sphère de 18  $\mu\text{m}$  de diamètre en fonction de l'indice effectif du taper. Pour différentes positions  $y$ ,

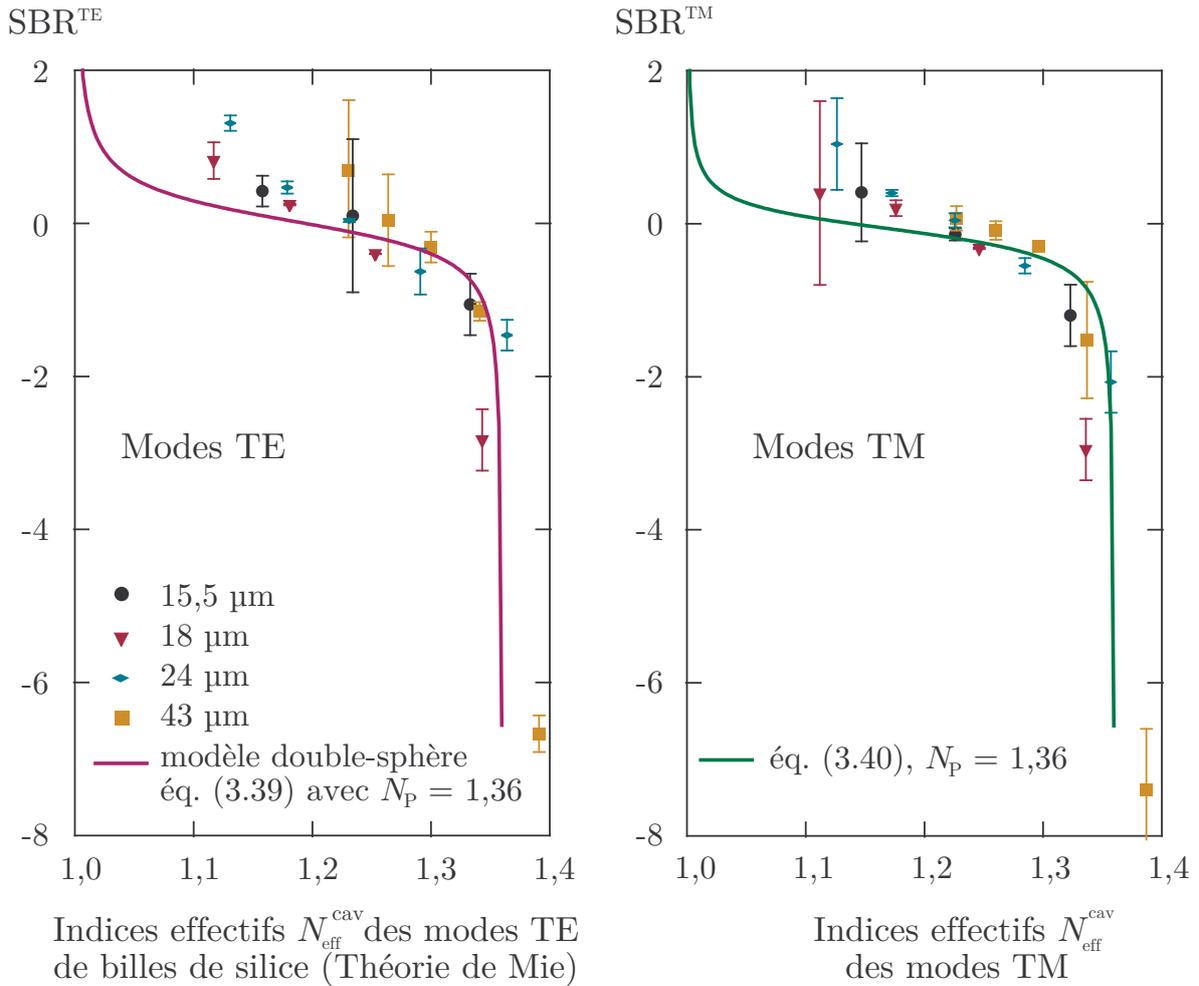


FIGURE 3.21 – Valeurs des SBR des premiers ordres radiaux de microsphères de diamètre 15,5 (ronds), 18 (triangles), 24 (losanges) et 43 μm (carrés), en fonction des indices effectifs associés calculés par la théorie de Mie. Ces valeurs viennent des modes d'ordre  $q = 0$  enregistrés sur toute la fenêtre spectrale allant de 765 à 781 nm. En trait continu, le SBR obtenu grâce aux équations (3.39) et (3.40) pour un « indice du prisme »  $N_p = 1,36$ . Les SBR peuvent être positifs ou négatifs comme illustré sur le site du laboratoire : [www.lkb.ens.fr/Variation-du-gap-axe-x](http://www.lkb.ens.fr/Variation-du-gap-axe-x) pour la sphère de 24 μm de diamètre.

de part et d'autre de la zone cylindrique, j'ai mesuré le SBR avec la procédure d'ajustement habituelle. Puis, les diamètres de taper sont extraits des mesures au microscope électronique à balayage aux différentes positions  $y$ , de part et d'autre au centre. Le SBR expérimental est enfin représenté en fonction de l'indice effectif grâce à la relation de dispersion (cf § 3.1.1).

Parallèlement, nous appliquons la théorie des modes couplés à gap variable dans le cas de deux guides slabs monomodes 3.3.2. Les SBR de la courbe 3.22 sont obtenus en faisant varier l'épaisseur  $a_1$  du guide 1 entre 0,4 μm et 1,5 μm tous les 0,1 μm. L'épaisseur du guide 2 reste fixé à une valeur  $a_2 = 0,6$  μm, soit un indice effectif  $N_{\text{eff}2} = 1,37$  égal à celui du mode fondamental  $N_{\text{eff}}^{\text{cav}}$  de la sphère caractérisée. La courbe en trait plein correspond à une fonction d'accommodation polynômiale par la méthode des moindres carrés des

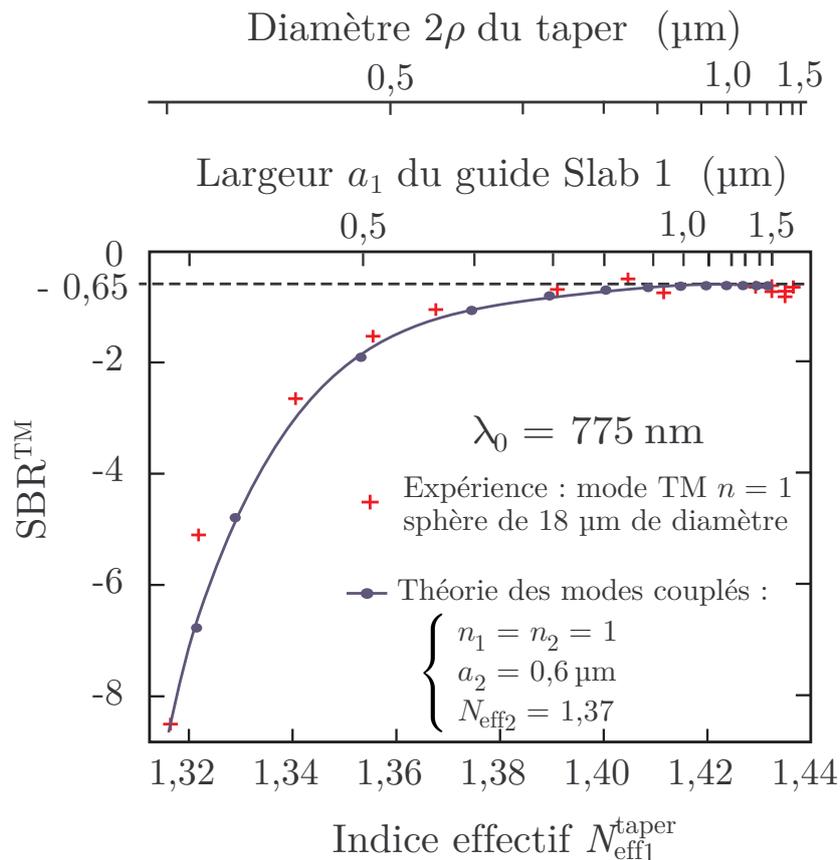


FIGURE 3.22 – Valeurs du déplacement sur élargissement  $SBR$  en fonction de l'indice effectif du taper par la mesure du diamètre de ce dernier au MEB. Le mode de galerie  $TM(n = 1, q = 0)$  de la sphère de  $18 \mu m$  de diamètre est enregistré autour de  $\lambda_0 = 771,535$  nm en faisant varier le gap pour différents diamètres  $2\rho$  de taper. La valeur asymptotique du  $SBR$ , correspondant au taper infiniment large, vaut  $-0,65$  ce qui est cohérent avec le modèle des modes couplés (voir texte).

résultats de la théorie des modes couplés à gap variable.

### 3.5.4 Autres effets de couplage

#### Déséquilibre entre les composantes d'un doublet de rétrodiffusion

Comme nous avons vu dans la partie 1.4.3, pour des temps de stockage suffisamment grands, la dégénérescence entre les ondes se propageant dans les sens horaire (h) et antihoraire (ah) est levée par la rétrodiffusion [48]. Les nouveaux modes propres sont alors des combinaisons linéaires des modes (h) et (ah) et sont en quadrature de phase dans le plan azimutal<sup>15</sup>. Lorsque l'onde (h) a le temps de construire l'onde (ah), on observe

15. Ici l'onde propagative (ah) est formée par la somme de deux ondes stationnaires. Cette situation est analogue à la construction d'une onde stationnaire avec deux ondes progressives. La référence de phase est déterminée par la répartition des centres diffuseurs.

généralement un doublet sur le signal de transmission du taper.

Toutefois ce doublet peut être déséquilibré, c'est-à-dire présenter deux pics aux largeurs et couplages différents, à cause d'une répartition spatiale inégale des diffuseurs sur les modes. Dans la grande majorité des cas ces diffuseurs sont en surface et ont des origines très diverses : cristallisation du silicium, évaporation de SiO suivie de la redéposition de cristobalite, etc. En pratique, les doublets symétriques, c'est-à-dire sans déséquilibre, s'observent sur les grandes sphères parce que les diffuseurs sont répartis aléatoirement sur les noeuds et sur les ventres des modes (s) et (as). Le *splitting* varie comme l'inverse du volume, et varie donc typiquement comme  $\sqrt{m}$ . De la même manière, le déséquilibre du doublet est beaucoup plus fréquent pour des structures de petit volume et de petit rapport d'aspect  $\eta$ . Ce déséquilibre n'est pas un effet de couplage, car on vérifie sans peine qu'il ne dépend pas de l'angle  $\theta$  que fait le taper par rapport au plan équatorial (en déplaçant de  $\pm 5^\circ$ ), ni du diamètre du taper. De même, un clivage à angle de  $7^\circ$  de la fibre n'a aucun effet ce qui démontre que le déséquilibre du doublet est une caractéristique intrinsèque de la microcavité. La position des diffuseurs à sa surface joue un rôle.

En outre, nous avons observé des modifications de la forme du doublet sur des temps de l'ordre de quelques minutes sur une microsphère dans une boîte fermée à température ambiante. L'évolution de la hauteur et de la largeur des modes du doublet découle de l'adsorption en temps réel. Ce phénomène, observé sur une bille de  $15,5 \mu\text{m}$  à l'air libre, est attribué à la formation d'une fine couche d'eau à la surface de la bille. Le déplacement de cette couche liquide à la surface fait varier la hauteur relative des deux pics sur une durée de 45 minutes cohérente avec les temps caractéristiques de la physisorption. La présence d'eau est attestée également par un décalage très lent de la résonance de  $\delta\nu_{\text{eau}} = 6 \text{ GHz}$  en 45 min correspondant à un changement de l'épaisseur de la couche d'eau adsorbée de  $d \approx 0,2 \text{ nm}$ . Ce résultat est cohérent avec les mesures faites à Moscou sur des sphères de grands diamètres telles que [49] :

$$d \simeq \frac{\delta\nu_{\text{eau}}}{\nu} \frac{N_{\text{eau}}^2 - 1}{N_s^2 - 1} a \quad (3.66)$$

où  $N_{\text{eau}} = 1,33$  et  $N_s = 1,454$  sont les indices de réfraction et  $a$  le rayon de la cavité. La désorption d'eau a été mise en évidence à la suite de fusions au laser  $\text{CO}_2$ . Le doublet est ainsi modifié en même temps que le facteur de qualité est restauré. Avec notre montage expérimental nous sommes capable d'enregistrer la différence de hauteur et le *splitting* des pics avec une sensibilité excellente proportionnelle au facteur de mérite  $Q/\mathcal{V}$ . Cette technique, tirant partie du déséquilibre du doublet, est utilisée dans le cadre des détections biologiques et chimiques sans marquage [50, 51].

A partir du modèle du Fabry-Perot en anneau (cf § 3.2.1), une modification du coefficient de réflexion (3.10) permet d'extrapoler nos observations. Le nouveau coefficient dans le cas du doublet s'écrit :

$$r(\delta\omega) = \left( \frac{C_1 \delta\gamma_{C1}}{(\gamma_{\text{int}1} + \delta\gamma_{C1})/2 - i(\delta\omega + \Delta\omega/2)} + \frac{C_2 \delta\gamma_{C2}}{(\gamma_{\text{int}2} + \delta\gamma_{C2})/2 - i(\delta\omega - \Delta\omega/2)} - 1 \right) e^{i\phi_{13}}, \quad (3.67)$$

où on a utilisé l'écart à résonance  $\delta\omega = \omega - \omega_0$ , les efficacités de couplage  $C_j$  ( $j = 1, 2$ ), les largeurs intrinsèques  $\gamma_{\text{int}j}$ , les élargissements dus au couplage  $\delta\gamma_{Cj}$  et l'écart  $\Delta\omega$  entre les

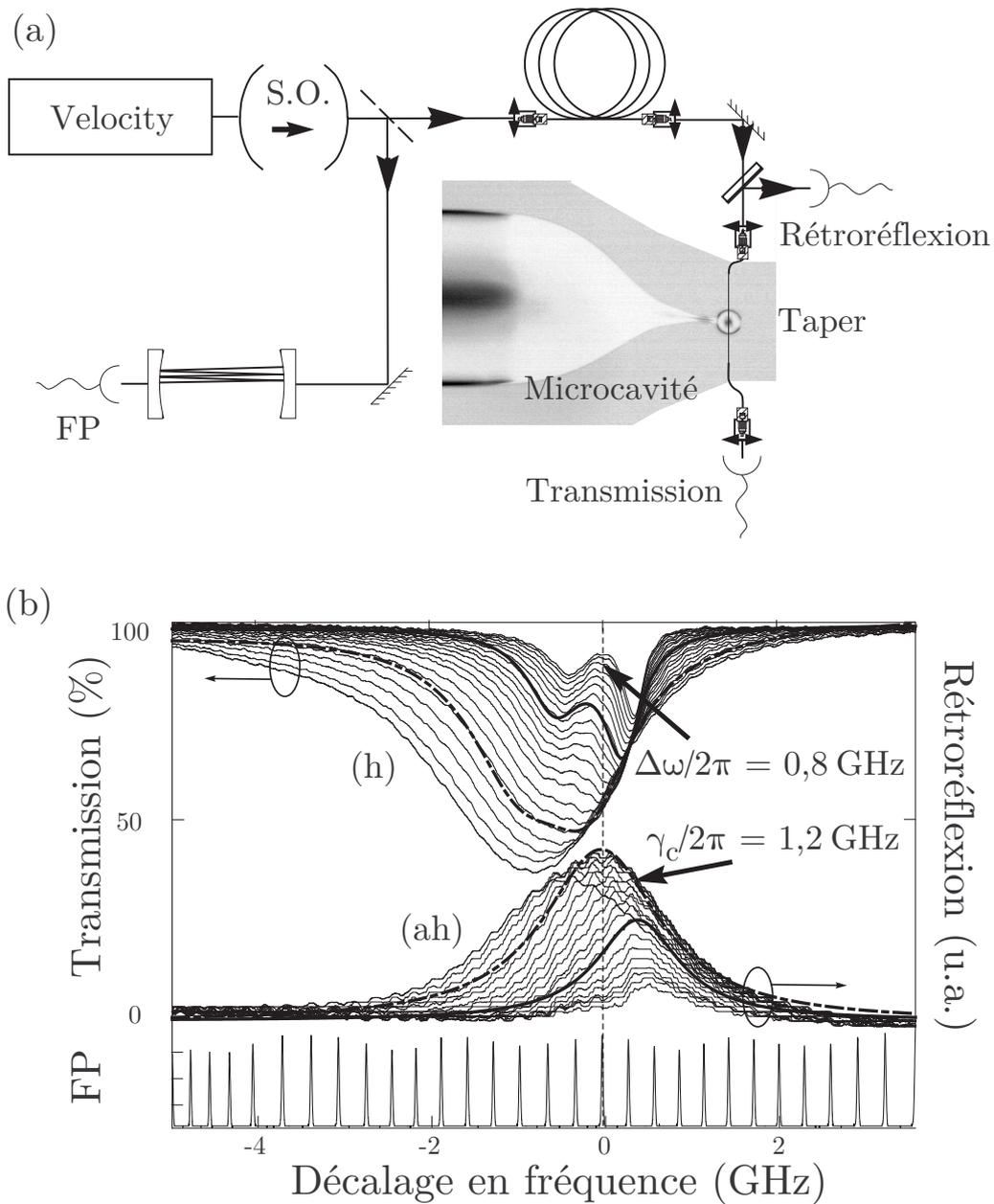


FIGURE 3.23 – (a) montage expérimental pour la mesure de la rétrodiffusion. La micro-sphère a un diamètre de  $15,5 \mu\text{m}$ . (b) Mesures de transmission et de rétrodiffusion dans le taper pour différents gaps, pour une longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 \sim 780 \text{ nm}$ , et transmission du Fabry-Perot (FP) de référence.

maxima du doublet tous en unité de pulsation. Lorsque le doublet n'est pas excessivement marqué on peut raisonnablement écrire  $C_1 = C_2 = C$  et  $\delta\gamma_{c1} = \delta\gamma_{c2}$  ce qui donne l'intensité suivante :

$$R(\delta\omega) = \left| \frac{C \delta\gamma_c}{(\gamma_{\text{int}1} + \delta\gamma_c)/2 - i(\delta\omega + \Delta\omega/2)} + \frac{C \delta\gamma_c}{(\gamma_{\text{int}2} + \delta\gamma_c)/2 - i(\delta\omega - \Delta\omega/2)} - 1 \right|^2. \quad (3.68)$$

Cette équation empirique permet de caractériser complètement des modes dégénérés pour un *couplage idéal*. L'écart entre les pics du doublet peut être mis en paramètre libre dans la procédure d'adaptation par la méthode des moindres carrés car il dépend du gap.

L'approche des modes couplés permet également de prédire la forme du doublet. En effet, la matrice de couplage entre deux modes propagatifs horaire (h) et antihoraire (ah) s'écrit :

$$R = \begin{pmatrix} \delta\omega - i\gamma/2 & \xi/2 \\ \xi/2 & \delta\omega - i\gamma/2 \end{pmatrix}, \quad (3.69)$$

où  $\gamma$  est l'inverse du temps de séjour total des photons dans la cavité ( $\gamma_{\text{int}} + \delta\gamma_c$ ). La quantité  $\xi$  représente le taux de couplage entre les modes se propageant en sens opposés. Les équations d'évolution des modes dans les directions (h)  $e_h$  et (ah)  $e_{ah}$ , dans l'approximation de l'enveloppe lentement variable, s'énoncent :

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} e_h \\ e_{ah} \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} e_h \\ e_{ah} \end{pmatrix} + \sqrt{\delta\gamma_c} \begin{pmatrix} e_0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.70)$$

où  $e_0$  représente l'amplitude du champ incident. Le coefficient  $\sqrt{\delta\gamma_c}$  décrit le couplage de l'onde incidente avec le mode de galerie horaire [52]. La résolution du système à l'état stationnaire permet notamment d'explicitier le *splitting*  $\Delta\omega$  caractérisant la rétrodiffusion en fonction du taux de couplage et du taux de pertes total. Après quelques calculs, on obtient :

$$\Delta\omega = \sqrt{\xi^2 - \gamma^2} \underset{\xi \gg \gamma}{\sim} \xi - \frac{\gamma^2}{2\xi}. \quad (3.71)$$

Il est intéressant de noter que l'écart entre les pics du doublet dépend du gap. Cependant, lors des multiples mesures de SBR j'ai pu constater, de manière systématique, que la dépendance du *splitting*  $\Delta\omega(g)$  ne correspondait pas à l'équation (3.71). Le doublet effectivement mesuré a tendance à diminuer plus vite que ne le prévoit la fermeture du gap. La quantité  $\delta(\Delta\omega)$  a une tendance exponentielle avec le gap, probablement due à la présence du taper dans le champ proche et à son interaction avec l'onde (ah).

Sur la figure 3.23, la fréquence  $\Delta\omega/2\pi$  séparant les deux pics passe de 0,78 GHz à 0,83 GHz entre les deux courbes en traits épais. Les grandeurs  $\gamma_{\text{int}1}$  et  $\gamma_{\text{int}2}$  restent fixées. Le schéma expérimental présente la disposition des photodiodes rapides nécessaires à l'enregistrement. La transmission et la rétro réflexion du laser Velocity balayé sur 9 GHz est montrée. Ici le doublet est tellement déséquilibré en rétro réflexion qu'il prend la forme d'une lorentzienne. Nous utilisons l'équation (3.68) pour faire l'accommodation par la méthode des moindres carrés. Nous mesurons  $\xi/2\pi \approx 1,5$  GHz. L'allure différente de ces deux courbes suggère l'existence de pertes, alors que le déséquilibre est attribué à la répartition non-uniforme des diffuseurs sur les modes de galerie. Comme attendu, pour le

gap critique les pertes de la cavité compensent les pertes par couplage. Au maximum de couplage, les deux pics sont recouverts et la résonance prend la forme d'un plateau. Le doublet, disparu pour donner cette résonance à l'allure singulière, correspond ici au taux de couplage  $\delta\gamma_c/2\pi = 1,2$  GHz. Au delà de ce point si on augmente la force de couplage, l'onde en retour n'a plus le temps de se construire : le signal de rétrodiffusion diminue (et pourtant le maximum de couplage n'est pas encore atteint et cela peut éventuellement constituer une nouvelle définition du gap critique). Pour cette force de couplage optique, le déplacement  $\delta\omega_c/2\pi$  vaut  $-0,4$  GHz, l'élargissement  $\delta\gamma_c/2\pi$  vaut  $1,2$  GHz et le coefficient couplage  $C_1$  vaut  $0,12$ . Si on continue à fermer le gap, on atteint ce qui serait le *couplage critique* dans le modèle de Fabry-Perot sans rétrodiffusion, obtenu pour  $\gamma/2\pi = \delta\gamma_c/\pi = 1,9$  GHz. Dans tous les cas, quelque soit la définition du couplage critique, les deux pics du doublet sont recouverts à cette position.

### Cavités privilégiant la polarisation TE

Les expériences dans les microtores présentent parfois un déséquilibre des pertes sur le mode fondamental TM par rapport au mode TE. Ce déséquilibre est attribué à la géométrie de la cavité<sup>16</sup>. Pour une longueur d'onde dans le vide de  $780$  nm, dans un tore de grand-diamètre de  $30$   $\mu\text{m}$  et de petit-diamètre de  $6$   $\mu\text{m}$ , les volumes modaux des modes fondamentaux en polarisation TE et TM valent respectivement  $81$   $\mu\text{m}^3$  et  $86$   $\mu\text{m}^3$ . Le mode TM a une plus grande sensibilité à l'environnement extérieur et aux diffuseurs à la surface. Nous avons déjà vu que leur localisation pourrait entraîner un déséquilibre. Le champ polarisé TE est moins sensible aux inhomogénéités et autres imperfections (voir mesures à l'AFM et images au MEB § 4.7 sur les tores).

### Réalisation de filtres add-drop

Deux tapers peuvent être conjointement utilisés afin de séparer un canal d'adduction : la voie « add », d'un canal de sortie : la voie « drop ». Ce dispositif est communément appelé filtre « add-drop » et a fait l'objet de nombreuses études [53]. Ce dispositif permet de filtrer les fréquences hors résonance dans le but, par exemple, de séparer la pompe et l'émission dans une expérience laser [54] ou de faire du multiplexage en longueur d'onde pour le traitement d'information (cf annexe A). L'expérience que j'ai réalisée a consisté à mettre deux tapers au contact d'un microtore de  $40$   $\mu\text{m}$  et d'étudier le couplage (cf image 3.25). Le premier taper étant monomode pour une longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 770$  nm et le second monomode à  $405$  nm, les diamètres des structures sont très petits et le protocole expérimental, que je vais décrire, est assez méticuleux. Premièrement, je réalise l'alignement de la microcavité et son positionnement de la même manière que pour un couplage normal (six platines de translation micrométriques et deux goniomètres). Pour des raisons d'encombrement, l'échantillon est placé à  $45^\circ$ , de sorte à ce que les tapers ne touchent pas le substrat de silicium, et les deux tapers sont positionnés à  $90^\circ$  pour éviter que les fibres optiques ne se touchent. Dans un second temps, il faut mettre les deux tapers au contact. Pour le positionnement fin, nous avons utilisé deux Nanocubes<sup>TM</sup>.

16. La simulation par éléments finis montre que la fraction de l'onde évanescente par rapport à l'onde à l'intérieur du tore est légèrement plus marquée dans le cas des petits rapports d'aspect.

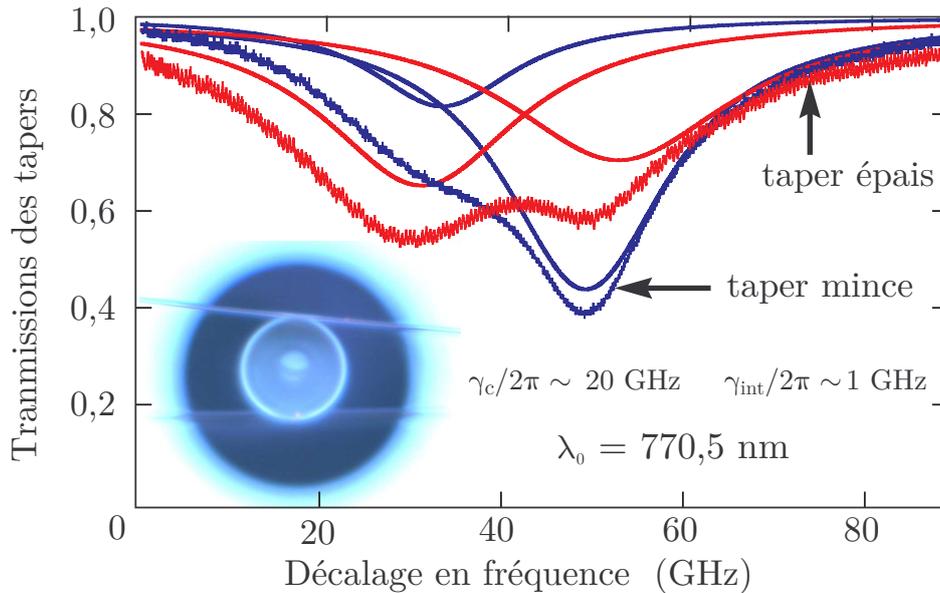


FIGURE 3.24 – Transmission de deux tapers en fonction du décalage en fréquence de la diode laser en cavité étendue à 780 nm. Les coupleurs possèdent des diamètres différents et donc les deux modes de galerie de la sphère sur puce de 24  $\mu\text{m}$  de diamètre sont couplés différemment. En traits pleins les fonctions de fit des deux résonances indépendantes.

Ils permettent de positionner le taper fin et la microcavité indépendamment sur une course de  $100 \times 100 \times 100 \mu\text{m}$  avec une résolution de 50 nm. Enfin, en plaçant les tapers au contact du tore et en balayant la fréquence du laser Velocity autour de 772,45 nm correspondant au mode fondamental on observe des résonances des modes de galerie de largeur 1 à 20 GHz dans chaque voies. Les images de l'expérience et les couplages sont présentés sur la figure 3.25.

D'un point de vue du dispositif les microcavités que nous utilisons présentent certains avantages (grands facteurs de qualité, maniabilité, contrôle de la force de couplage par piézoélectrique), les expériences à deux tapers ont un intérêt limité compte tenu de l'investissement que requière ces réalisations. Elles constituent néanmoins des expériences de démonstration pour les interconnexions optiques intégrées sur puce. Ces dispositifs, comme par exemple les micro-anneaux, offrent des perspectives très concrètes en ce qui concerne le traitement de l'information [55].

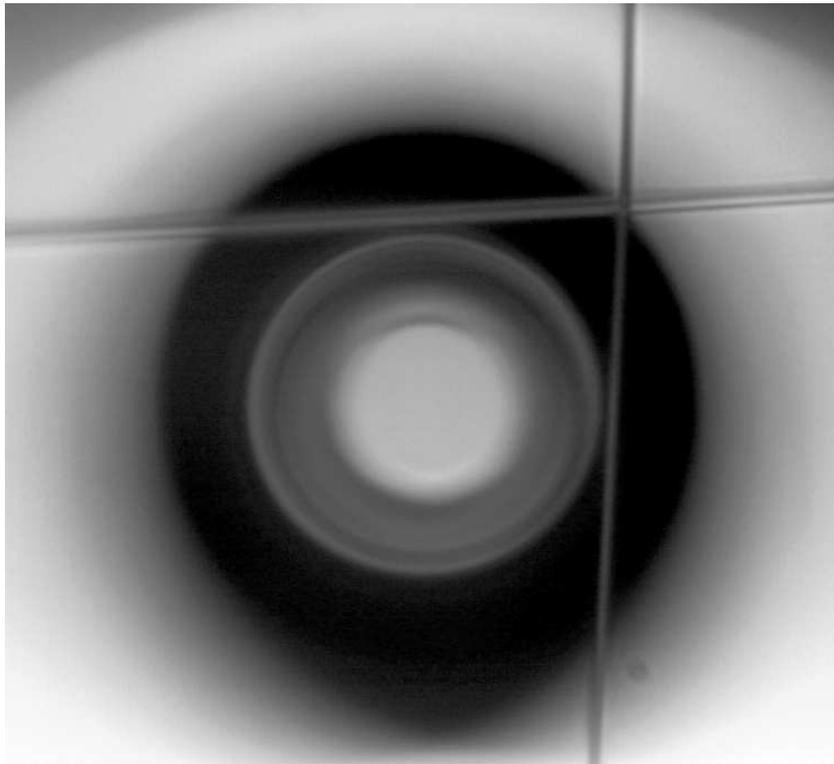


FIGURE 3.25 – Image d'un tore couplé à deux tapers réalisant un filtre add-drop. Les diamètres étant différents, cette configuration permet de séparer deux signaux laser de fréquences différentes.

## Références du chapitre 3

- [1] P. Tien, R. Ulrich, and R. J. Martin, “Modes of propagating light waves in thin deposited semiconductor films,” *Appl. Phys. Lett.* **14**, 291 (1969).
- [2] V. B. Braginsky, M. L. Gorodetsky, and V. S. Ilchenko, “Quality-factor and non-linear properties of optical whispering-gallery modes,” *Phys. Lett. A* **137**, 393–397 (1989).
- [3] S. Schiller and R. L. Byer, “High-resolution spectroscopy of whispering gallery modes in large dielectric spheres,” *Opt. Lett.* **16**, 1138–1140 (1991).
- [4] A. Lewis, M. Isaacson, A. Harootunian, and A. Muray, “Development of a 500 Å spatial resolution light microscope : I. light is efficiently transmitted through  $\lambda/16$  diameter apertures,” *Ultramicroscopy* **13**, 227 – 231 (1984).
- [5] J. Michaelis, C. Hettich, J. Mlynek, and V. Sandoghdar, “Optical microscopy using a single-molecule light source,” *Nature* **405**, 325 (2000).
- [6] V. V. Vassiliev, V. L. Velichansky, V. S. Ilchenko, M. Gorodetsky, L. Hollberg, and A. V. Yarovitsky, “Narrow-Line-Width Diode Laser with a High- $Q$  Microsphere Resonator,” *Opt. Commun.* **158**, 305–312 (1998).
- [7] J.-P. Laine, B. E. Little, D. R. Lim, H. C. Tapalian, L. C. Kimerling, and H. A. Haus, “Planar integrated wavelength-drop device based on pedestal antiresonant reflecting waveguides and high- $Q$  silica microspheres,” *Opt. Lett.* **25**, 1636 (2000).
- [8] N. Dubreuil, J. C. Knight, D. K. Leventhal, V. Sandoghdar, J. Hare, and V. Lefèvre, “Eroded monomode optical fiber for excitation in fused-silica microspheres,” *Opt. Lett.* **20**, 813 (1995).
- [9] V. S. Ilchenko, X. S. Yao, and L. Maleki, “Pigtailling the high- $Q$  microsphere cavity : A simple fiber coupler for optical whispering-gallery modes,” *Opt. Lett.* **24**, 723 (1999).
- [10] J. C. Knight, G. Cheung, F. Jacques, and T. A. Birks, “Phase-matched excitation of whispering-gallery-mode resonances by a fiber taper,” *Opt. Lett.* **22**, 1129–1131 (1997).
- [11] S. M. Spillane, T. J. Kippenberg, O. J. Painter, and K. J. Vahala, “Ideality in a fiber-taper-coupled microresonator system for application to cavity quantum electrodynamics,” *Phys. Rev. Lett.* **91**, 043902 (2003).
- [12] J. Love, W. Henry, W. Stewart, R. Black, S. Lacroix, and F. Gonthier, “Tapered single-mode fibres and devices part 1 : Adiabaticity criteria,” *IEE Proc.* **138**, 343–354 (1991).
- [13] A. Polman, B. Min, J. Kalkman, T. J. Kippenberg, and K. J. Vahala, “Ultralow-threshold erbium-implanted toroidal microlaser on silicon,” *Appl. Phys. Lett.* **84**, 1037–1039 (2004).
- [14] T. A. Birks, W. J. Wadsworth, and P. S. Russell, “Supercontinuum generation in tapered fibers,” *Opt. Lett.* **25**, 1415–1417 (2000).
- [15] T. Aoki, “Fabrication of Ultralow-Loss Tapered Optical Fibers and Microtoroidal Resonators,” *Japanese Journal of Applied Physics* **49**, 118001–+ (2010).

- [16] K. Murphy, “Method of fabricating a low loss fused biconical taper fiber optic coupler,” (1984). US Patent 4,426,215.
- [17] F. Bilodeau, K. O. Hill, D. C. Johnson, and S. Faucher, “Compact, low-loss, fused biconical taper couplers - overcoupled operation and antisymmetric supermode cutoff,” *Opt. Lett.* **12**, 634–636 (1987).
- [18] H. Mackenzie and F. Payne, “Evanescent field amplification in a tapered single-mode optical fibre,” *Electron. Lett.* **26**, 130–132 (1990).
- [19] R. Black, S. Lacroix, F. Gonthier, and J. Love, “Tapered single-mode fibres and devices part 2 : Experimental and theoretical quantification,” *IEE Proc.* **138**, 355–364 (1991).
- [20] M. J. Humphrey, E. Dale, A. T. Rosenberger, and D. K. Bandy, “Calculation of optimal fiber radius and whispering-gallery mode spectra for a fiber-coupled microsphere,” *Opt. Commun.* **271**, 124–131 (2007).
- [21] A. W. Snyder, “Coupling of modes on a tapered dielectric cylinder,” *IEEE T. Microw. Theory.* **MT18**, 383 (1970).
- [22] A. W. Snyder and J. D. Love, *Optical Waveguide Theory* (Chapman and Hall, London, 1983).
- [23] K. Murphy, M. Gunther, R. Claus *et al.*, “Fused biconical taper fiber optic coupler station and fabrication techniques,” (1994). US Patent 5,339,374.
- [24] T. E. Dimmick, G. Kakarantzas, T. A. Birks, and P. S. Russell, “Carbon dioxide laser fabrication of fused-fiber couplers and tapers,” *Appl. Opt.* **38**, 6845–6848 (1999).
- [25] G. Kakarantzas, T. E. Dimmick, T. A. Birks, R. L. Roux, and P. S. J. Russell, “Miniature all-fiber devices based on CO<sub>2</sub> laser micro structuring of tapered fibers,” *Optics Letters* **26**, 1137–1139 (2001).
- [26] L. Ding, C. Belacel, S. Ducci, G. Leo, and I. Favero, “Ultralow loss single-mode silica tapers manufactured by a microheater,” *Appl. Opt.* **49**, 2441–2445 (2010).
- [27] F. Orucevic, V. Lefèvre-Seguin, and J. Hare, “Transmittance and near-field characterization of sub-wavelength tapered optical fibers,” *Opt. Express* **15**, 13624–13629 (2007).
- [28] A. Yariv, “Universal relations for coupling of optical power between microresonators and dielectric waveguides,” *Electr. Lett.* **36**, 4, 321–2 (2000).
- [29] S. Schiller, I. I. Yu, M. M. Fejer, and R. L. Byer, “Fused-silica monolithic total-internal-reflection resonator,” *Opt. Lett.* **17**, 378–380 (1992).
- [30] F.-M. Treussart, “Étude expérimentale de l’effet Laser dans des microsphères de silice dopées avec des ions néodyme,” Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie – Paris VI (1997).
- [31] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics* (Pergamon, 1980).
- [32] B. R. Johnson, “Theory of morphology-dependant resonances : shape resonances and width formulas,” *J. Opt.Soc. Am. A* **10**, 343–352 (1993).

- [33] S. Steiner, “Microsphères de silice et boîtes quantiques InAs/GaAs : réalisation d’un microlaser à faible seuil,” Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie – Paris VI (2003).
- [34] S. Steiner, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, and J.-M. Gérard, “Room temperature lasing of InAs/GaAs quantum dots in the whispering gallery modes of a silica microsphere,” *Opt. Express* **15**, 10053–10060 (2007).
- [35] H. A. Haus, W. P. Huang, S. Kawakami, and N. A. Whitaker, “Coupled-mode theory of optical wave-guides,” *J. Lightwave Technol.* **5**, 16–23 (1987).
- [36] D. R. Rowland and J. Love, “Evanescent wave coupling of whispering gallery modes of a dielectric cylinder,” *IEE Proceedings* **140**, 177–188 (1993).
- [37] W.-P. Huang, “Coupled-mode theory for optical waveguides : an overview,” *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 963–983 (1994).
- [38] F. Oručević, “Production des microtores de silice sur silicium ; Excitation et caractérisation de leurs modes de galerie,” Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie – Paris VI (2007).
- [39] G. Lin, “Fabrication et caractérisation de microcavités fonctionnalisées par des nanocristaux d’oxydes de terres rares : réalisation d’un microlaser monomode à très faible seuil,” Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie – Paris VI (2010).
- [40] S. Trebaol, A. Rasoloniaina, Y. Dumeige, and P. Feron, “Transient effects in high-q whispering gallery mode resonators : Modelling and applications,” in “Transparent Optical Networks (ICTON), 2011 13th International Conference on,” (IEEE, 2011), pp. 1–5.
- [41] M. L. Gorodetsky and V. S. Ilchenko, “High- $Q$  optical whispering-gallery microresonators : precession approach for spherical mode analysis and emission patterns with prisms couplers,” *Opt. Commun.* **113**, 133–143 (1994).
- [42] J. C. Knight, N. Dubreuil, V. Sandoghdar, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, J.-M. Raimond, and S. Haroche, “Mapping whispering-gallery modes in microspheres using a near-field probe,” *Opt. Lett.* **20**, 1515 (1995).
- [43] S. Gotzinger, L. D. Menezes, A. Mazzei, S. Kuhn, V. Sandoghdar, and O. Benson, “Controlled photon transfer between two individual nanoemitters via shared high- $Q$  modes of a microsphere resonator,” *Nano Lett.* **6**, 1151–1154 (2006).
- [44] G. Lin, B. Qian, F. Oručević, Y. Candela, J. Jager, Z. Cai, V. Lefèvre-Seguin, and J. Hare, “Excitation mapping of whispering gallery modes in silica microcavities,” *Opt. Lett.* **35**, 583–585 (2010).
- [45] Y. Candéla, G. Lin, V. Lefèvre-Seguin, O. Tillement, F. Goubilleau, J. Jager, and J. Hare, “Coupling of nanoemitters with whispering gallery modes in silica microspheres and microtoroids,” in “Transparent Optical Networks (ICTON), 2011 13th International Conference on, Session on Photonic and Atomic Molecules V, Stockholm, Sweden,” (2011).
- [46] Y. Candéla, J.-B. Jager, G. Lin, V. Lefèvre-Seguin, and J. Hare, “Identification of the fundamental mode in whispering gallery microcavities by using coupler-induced

- resonance shifts,” in “EOS Annual Meeting, TOM 4 : Micro-Optics, 3567, Paris, France,” (2010).
- [47] N. Dubreuil, “Excitation par fibre optique et cartographie en champ proche des modes de galerie de microsphères de silice,” Ph.D. thesis, Université de Rennes 1 (1997).
- [48] D. S. Weiss, V. Sandoghdar, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, J.-M. Raimond, and S. Haroche, “Splitting of high- $Q$  mie modes induced by light backscattering in silica microspheres,” *Opt. Lett.* **20**, 1835–1837 (1995).
- [49] M. L. Gorodetsky, A. A. Savchenkov, and V. S. Ilchenko, “Ultimate  $Q$  of optical microsphere resonators,” *Opt. Lett.* **21**, 453–455 (1996).
- [50] F. Vollmer and S. Arnold, “Whispering-gallery-mode biosensing : label-free detection down to single molecules,” *Nature Methods* **5**, 591–596 (2008).
- [51] J. Zhu, S. Ozdemir, Y. Xiao, L. Li, L. He, D. Chen, and L. Yang, “On-chip single nanoparticle detection and sizing by mode splitting in an ultrahigh- $Q$  microresonator,” *Nat. Photonics* **4**, 46–49 (2009).
- [52] T. Kippenberg, S. Spillane, and K. Vahala, “Modal coupling in traveling-wave resonators,” *Opt. Lett.* **27**, 1669–1671 (2002).
- [53] H. Rokhsari and K. J. Vahala, “Ultralow Loss, High  $Q$ , Four Port Resonant Couplers for Quantum Optics and Photonics,” *Phys. Rev. Lett.* **92**, 253905–1–253905–4 (2004).
- [54] E. Ostby, L. Yang, and K. Vahala, “Ultralow-threshold  $\text{Yb}^{3+} : \text{SiO}_2$  glass laser fabricated by the solgel process,” *Opt. Lett.* **32**, 2650–2652 (2007).
- [55] Columbia University, site web du Lightwave Research Laboratory .

# Chapitre 4

## Nanocristaux de silicium couplés aux modes de galerie

A cause de son gap indirect, le silicium a longtemps été considéré comme un très mauvais émetteur de lumière. La découverte dans les années 1990 d'une émission efficace par le silicium poreux produit par électrochimie [1] et par d'autres structures de Si [2] a suscité un vif intérêt. Les faibles dimensions conduisent à une déformation de la structure de bande autorisant l'émission à différentes longueurs d'onde dans le visible. Cette émission se produit grâce aux effets de confinement quantique à l'échelle nanométrique. Les recherches sur les nanocristaux de silicium soulèvent de nombreux problèmes de physique fondamentale, concernant entre autres l'émission de lumière par un matériau semiconducteur à gap indirect [3–7].

D'un point de vue plus fondamental, le couplage de nanostructures avec des microcavités optiques est un sujet très actif depuis les premières mise en évidence de phénomènes d'électrodynamique quantique en cavité, en physique de la matière condensée, dès les années 1990 [8, 9]. L'effet Purcell (couplage faible) dans les diodes électroluminescente et les diodes laser permet d'augmenter le taux d'émission spontanée et d'augmenter le rendement quantique de l'émission en réduisant la relaxation non radiative et en focalisant la plupart de l'émission dans les modes de cavité désiré [8–13]. La discrétisation des niveaux d'énergie dans les boîtes quantiques à gap direct a permis à de nombreux groupes d'atteindre le « régime de couplage fort » entre une boîte quantique unique et le champ confiné dans une microcavité [10, 11, 13]. Ces travaux sont d'une grande importance pour l'informatique quantique.

Compte tenu de l'omniprésence du Si dans l'industrie du traitement de l'information et des avancées récentes ci-dessus ; le silicium est un candidat naturel pour la fabrication d'un laser intégré sur puce. Un tel laser, produit par une technologie compatible CMOS, permettrait notamment de palier au goulot d'étranglement des interconnexions électroniques (cf annexe A). Grâce à une cavité en anneau de silicium pur, une jonction p/n adaptée au guide et un pompage optique à 1,55  $\mu\text{m}$ , le silicium émet de façon cohérente et continue à 1,69  $\mu\text{m}$  par effet Raman [14]. La diffusion Raman est un processus inélastique, induisant un déplacement de Stokes, dû à l'excitation de phonons optiques. Dans cette thèse, nous cherchons à exploiter l'émission directe dans le visible des nanocristaux de silicium pour un pompage optique à 532 nm ou 405 nm. Ces transitions électroniques existent grâce à

la coordinance particulière des liaisons à l'interface entre le silicium et de l'oxyde, et au confinement des porteurs de charge dans l'agrégat de dimensions nanométriques.

Je décrirai un montage expérimental montrant le confinement spatial et temporel dans des modes de galerie de microtores. Enfin, je tâcherai de montrer de quelle manière le système pouvait être optimisé pour favoriser la photoluminescence (PL) ou l'émission stimulée.

## 4.1 Le silicium pour la photonique

### 4.1.1 Physique du solide du Si

Le silicium, de configuration électronique  $[\text{Ne}]3s^23p^2$ , est le plus répandu des semiconducteurs. Sa structure cristalline de type *diamant* comporte huit atomes par maille et présente un paramètre de maille  $a = 0,543$  nm. Sur la figure 4.1, les bandes de valence et de conduction en différents points de l'espace réciproque sont représentées. Les bords de bande ne correspondent pas au même vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  réduisant fortement la probabilité d'interaction entre un trou de la bande de valence et un électron de la bande de conduction. Ce gap *indirect* est caractérisé par une bande interdite  $E_g^o$  valant 1,12 eV à 300 K et 1,17 eV à 4 K, ce qui explique la transparence du Si pour  $\lambda \geq 1,1$   $\mu\text{m}$  [16]. Les deux états électroniques associés à la bande de valence ressemblent aux états de l'atome libre :  $p_{1/2}$  pour les trous lourds et  $p_{3/2}$  pour les trous légers. Le bord de la bande de valence donne une mesure du couplage spin-orbite de 44 meV, qui est dégénéré à température ambiante ( $k_B T = 25$  meV). Le bord de la bande de conduction s'étend le long de la ligne repérée par  $\Delta$ , entre les points  $\Gamma$  et  $X$  (cf figure 4.1-(a)). Dans la première zone de Brillouin, les points  $\Gamma$  et  $\Delta_\zeta$  ont pour coordonnées respectives  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$  et  $\mathbf{k} = 2\pi/a (\zeta; 0; 0)$ , où  $\zeta = 0,73$ . Par ailleurs, concernant la bande de conduction, les surfaces à énergie constantes sont des ellipsoïdes orientés dans la direction  $\langle 100 \rangle$  centrés en  $\Delta_\zeta$  [15, page 202].

La conservation du moment et de l'énergie sont nécessaires pour permettre la transition résonante entre la bande de conduction et la bande de valence. La recombinaison de la paire électron-trou (appelée exciton) n'est obtenue que par l'intermédiaire d'un phonon « transverse optique » (TO) du cristal, c'est-à-dire une vibration élémentaire de pulsation  $\Omega$ . Comme schématisé sur la figure 4.1-(b), des états virtuels (étoiles) sont impliqués dans l'émission. La conservation de l'énergie et de l'impulsion s'écrivent, en négligeant le vecteur d'onde du photon devant le vecteur d'onde du phonon :

$$\begin{cases} E_i + \hbar\omega + E_\ell \pm \hbar\Omega = E_f \\ \mathbf{k}_i \pm \frac{2\pi}{a} \zeta \langle 100 \rangle = \mathbf{k}_f \end{cases} \quad (4.1)$$

où les indices  $i$  et  $f$  sont relatifs aux états initial et final,  $\hbar$  est la constante de Planck réduite et  $E_\ell$  est l'énergie de liaison de l'exciton ( $E_\ell$  est quasiment nulle à 300 K). Le processus de recombinaison inter-bande est très inefficace en comparaison des mécanismes non-radiatifs (cf § 4.5.1) représentés sur la figure 4.1-(b). Il existe également des processus intrabandes comme l'absorption par les porteurs libres (en anglais FCA, pour *Free-carrier absorption*) et l'effet Auger. Ainsi, un semiconducteur à gap direct, l'arséniure d'indium

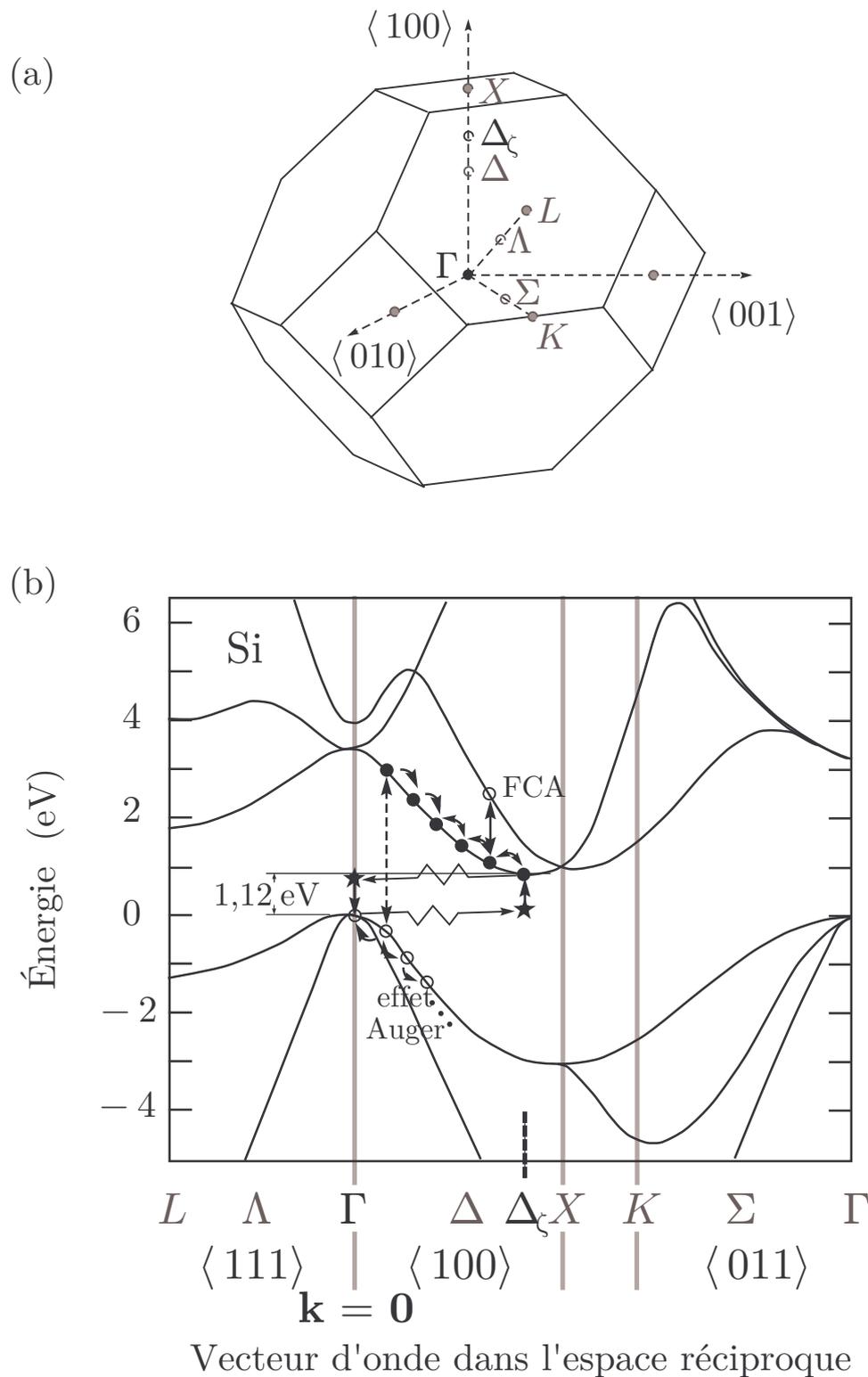


FIGURE 4.1 – (a) Première zone de Brillouin de la matrice diamant avec les notations usuelles des points de symétrie. (b) Structure de bande du silicium. Le bord de la bande de valence est atteint en  $k = 0$  et le bord de la bande de conduction correspond à un point  $\Delta$  appartenant au segment  $[\Gamma X]$  [15]. Les processus d'absorption interbandes (double flèche pointillés), intrabandes (flèches continues) et phononiques impliquant état un virtuel (flèches en zigzag) sont présentés.

par exemple, présentera un taux d'émission spontanée au moins 200 fois supérieur à celui du Si massif.

A 300 K, le silicium massif présente un signal de luminescence centrée à 1,08 eV (soit 1,15  $\mu\text{m}$ ) de largeur à mi-hauteur de 75 meV (soit 80 nm), sous excitation UV [17, page 56]. Le rendement d'émission  $\eta = \Gamma_{\text{R}}/(\Gamma_{\text{R}} + \Gamma_{\text{NR}})$ , où  $\Gamma_{\text{R}}$  et  $\Gamma_{\text{NR}}$  sont les taux d'émission radiatif et non-radiatif, est compris entre  $10^{-4}$  et  $10^{-5}$ . La bande interdite est matérialisée par une diminution abrupte de la courbe d'émission pour une énergie de 1,05 eV.

### 4.1.2 Lasers Raman dans le silicium massif

La recherche de solutions pour améliorer l'efficacité d'émission du silicium a conduit des chercheurs de l'Université de Californie (UCLA) à l'étude de la diffusion Raman stimulée, puis à la démonstration d'un effet laser basé sur ce principe [18]. Ce laser pulsé émettant à 1,675  $\mu\text{m}$  pour un pompage optique à 1,54  $\mu\text{m}$  présente un seuil de 9 W et une efficacité de 8,5%. Un anneau de fibre mesurant huit mètres de long forme la cavité et le guide de silicium massif (le milieu actif) couplé mesurait 17 mm de long. Un laser de pompe picoseconde permet un effet Raman efficace, car ceci limite l'accumulation de porteurs libres. L'absorption par les porteurs libres associée au processus d'absorption à deux photons (en anglais TPA-FCA, pour *Two-photon absorption induced Free-carrier absorption*) conduit à une déplétion des porteurs en bord de bande. La FCA est un effet non-linéaire qui résulte de l'absorption de photons par les porteurs excités. L'optimisation du temps de vie effectif des porteurs (et donc la densité de porteur dans l'état excité) permet d'augmenter le gain Raman dans la bande télécom. Le gain fibre à fibre vaut 11 dB à 1,67  $\mu\text{m}$  [19].

Les travaux de H. Rong *et al.* à Intel [14], publiés quatre mois plus tard, présentent la découverte d'un laser continu, basé sur l'effet Raman dans le silicium, émettant à 1,686  $\mu\text{m}$  avec un pompage optique à 1,54  $\mu\text{m}$ . Un guide d'onde en silicium sur puce formait la cavité laser. Le guide d'onde est ensuite fabriqué par gravure ionique réactive à partir d'un substrat de SOI (en anglais pour *Silicon-on-insulator*) non-dopé. Une conception innovante pour réduire la TPA-FCA a consisté à ajouter une jonction p/n polarisée en inverse sur toute la longueur du guide d'onde [20]. La cavité a une circonférence de 30  $\mu\text{m}$  et un facteur de qualité de  $6 \times 10^5$ . La polarisation en inverse permet d'augmenter le gain total en réduisant la FCA dans la cavité. L'état de l'art correspond à une puissance de sortie maximale de 50 mW et une efficacité maximale de 28% pour une polarisation en inverse de 25 V appliquée sur le guide d'onde [21]. D'autres cavités utilisent la diffusion Raman stimulée pour faire laser le silicium pur [22]. En outre, un laser Raman émettant à 1,28  $\mu\text{m}$  à base de Si pur perforé de trous nanométriques séparés périodiquement a été mis en évidence par S. Cloutier de l'université Brown par la technique de la VSL [23].

Parce que la diffusion des porteurs libres est légèrement plus rapide ( $\sim 4$  ns typiquement pour sortir de l'étendue du mode du guide « enterré » de H. Rong [24]) que la dynamique de la TPA-FCA, la population électronique peut s'accumuler dans la raie Stokes de manière conséquente. Cependant, l'émission Raman stimulée peut aussi avoir lieu sans ce champ électrique externe de part et d'autre du guide, mais le seuil est plus élevé [21]. En évitant une dissipation sous-forme de chaleur, ce genre de dispositif constitue

une avancée majeure pour les interconnexions optiques sur puce (cf annexe A).

## 4.2 Nanocristaux de silicium

Avant de décrire notre matériau et nos techniques, cette section est consacrée à une mise en perspective des recherches expérimentales sur les nanocristaux de silicium (dont l'abréviation sera NC Si). Par cette synthèse et un bref rappel de la découverte du gain optique, je tente de dégager les voies privilégiées pour la réalisation d'un laser avec ce matériau.

### 4.2.1 Nanocristaux de silicium en microcavité optique

La première démonstration du gain des NC Si en microcavité optique a été rendu possible en 2000, grâce à une cavité Fabry-Perot planaire utilisant des miroirs de Bragg de Si/SiO<sub>2</sub> [25]. À la suite de ces travaux plusieurs microcavités ont été étudiées utilisant de meilleurs miroirs de Bragg [26], des cavités Fabry-Perot à miroirs métalliques, des guides d'onde rebouclés [27, 28], des cavités à bande interdite photonique [29, 30], des microsphères recouvertes d'une solution contenant des NC Si [31, 32], des microcavités creuses dites « bottle » [33], etc. En 2007, le groupe du laboratoire CIMAP a utilisé une cavité Fabry-Perot augmentant d'un facteur 7 l'émission vers l'avant. Un facteur de Purcell  $F_P = 1,3$  a été mesuré [34]. Deux miroirs de Bragg bien parallèles et de grande réflectivité permettent d'obtenir, à température ambiante, ce régime intéressant de couplage lumière-matière. Dans le tableau 4.1, je présente l'état de l'art des microcavités fonctionnalisées au NC Si en termes de méthode de dépôt, de facteur de qualité  $Q$  et de volume modal  $\mathcal{V}$  à la longueur d'onde d'émission et de densité d'émetteur effectivement excité par le mode de la cavité. Le facteur de recouvrement  $\Gamma$  est une mesure du rapport du champ émit divisé par le champ de pompe.

Cavités	Méthode de dépôt	$Q$	$\mathcal{V}/\lambda_0^3$	Densité de NC Si	Références
Miroirs de Bragg	CVD/magnétron	100	5	$\approx 2 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$	[26]/ [34]
Microdisques	CVD/magnétron	3000	20	$\approx 10^{19} \text{ cm}^{-3}$	[35]/ [36]
Cristaux photoniques	CVD	6000	0,5	faible $\Gamma \approx 1\%$	[29, 30]
Microsphères	PECVD	$5 \cdot 10^5$	5000	150 nm déposés	[31]
Microtores	Implantation Si <sup>+</sup>	$10^7$	1000	faible $\Gamma < 1\%$	[37]

TABLE 4.1 – *État de l'art du couplage de nanocristaux de silicium au microcavités optiques pour l'étude du processus d'émission directe dans le domaine du visible.*

Plusieurs résultats sont basés sur l'utilisation des modes de galerie de microdisques [38]. Ces derniers offrent la possibilité de :

1. fournir une mesure directe de la section efficace d'absorption en mesurant la largeur de la résonance de la cavité (répartition homogène de matériau peu rugueux),
2. être compact et intégré sur puce,

3. présenter un volume modal petit et un temps d'interaction convenable par rapport aux autres dispositifs.

Dans les microdisques, les facteurs de qualité restent inférieurs à 3 000, et sont limités par la diffusion, par la rugosité de surface [36] ou par l'absorption [35, 39]. Le volume modal, valant typiquement  $20 \lambda_0^3$ , reste modéré par comparaison avec les systèmes concurrents (cf tableau 4.1). La luminescence des NC Si dans les modes de galerie est observée dans le champ lointain, pour différentes positions radiales du faisceau de pompe, montrant bien qu'une fraction de l'émission se couple au continuum de mode de l'espace libre [36]. Les meilleurs facteur  $Q/\mathcal{V}$  de microdisques ont été réalisées par M. L. Brongersma à l'université Stanford [39]. Pour cette expérience les auteurs ont montré un élargissement du mode de galerie pour une augmentation de la puissance de pompe, qu'ils ont attribué à l'effet de l'absorption par les porteurs libres : FCA. Dans le silicium massif, ce processus de pertes réduit l'efficacité de l'effet laser, sans l'interdire (cf § 4.1.2).

Sur l'ensemble de ces études nous constatons, comme attendu, que la fonctionnalisation, c'est à dire l'incorporation de matériau actif dans la cavité, a un effet déplorable sur le facteur de qualité des microcavités. Un tel constat prêche pour une diminution du volume modal à densité de NC Si donné (approche cristaux photoniques) ou pour une augmentation du facteur de qualité pour une densité de matériau moindre (approche microsphères et microtores). Sur la longueur d'interaction apparaît des transitions interbandes et d'autres processus de pertes déjà énumérés au § 1.6. La largeur totale de la cavité réalisé se décompose telle que :

$$\gamma = \gamma_{\text{Ainter}}(I, \theta) + \gamma_{\text{Aintra}}(I, \theta) + \sum_{\text{S,D,C}} \gamma_j , \quad (4.2)$$

Les taux de transitions interbandes  $\gamma_{\text{Ainter}}$  et intrabandes  $\gamma_{\text{Aintra}}$  dépendent de l'intensité  $I$  et de la température  $\theta$ . Les lettres S, D et C désignent les pertes, introduites au § 1.6, respectivement en surface, par diffraction et par couplage.

Cependant, la communauté scientifique a tendance à s'intéresser plus en plus aux microcavités à base de cristaux photoniques 1D et 2D favorisant l'intégration et disposant d'un volume modal proche du *volume minimal* [40]. La fonctionnalisation avec les NC Si est vraisemblablement moins néfaste, à ceci près que la teneur en silice substoéchiométrique change la position de la bande photonique interdite. Grâce à leurs bonnes propriétés de confinement spatial et temporel, la mesure du gain pourrait être facilités. De surcroît, leur procédé de fabrication « bottom-up » serait privilégié pour une utilisation à grande échelle.

Au regard de l'état de l'art des microcavités optiques de Si/SiO<sub>2</sub>:SiO<sub>2</sub> et des bons résultats du matériau obtenu par magnétron [41], je me suis consacré à l'étude de l'émission en microcavités formées par tension de surface. L'effet laser n'ayant jamais été observé dans les NC Si, la « meilleure cavité » reste à définir.

### 4.2.2 Mise en évidence du gain

Un événement décisif a été la mise en évidence du gain des nanocristaux de silicium (obtenus par PECVD) dans le groupe de L. Pavesi [42]. Controversé à sa publication,

ce résultat a depuis été confirmé par plusieurs autres groupes travaillant sur des NC Si produits avec différentes méthodes [43, 44], et d'autres propriétés optiques intéressantes ont été caractérisées dans ce matériau [45].

Les groupes de L. Pavesi et de F. Priolo révèlent l'existence d'une large zone de gain optique net dû à des boîtes quantiques de Si dispersées dans une matrice de silice. Leur matériau actif est produit par implantation ionique ( $80 \text{ keV}$  ;  $1 \times 10^{17} \text{ Si ions cm}^{-2}$ ) de Si dans un substrat de quartz, suivi d'un recuit à  $1100^\circ\text{C}$  pendant une heure. Un faisceau laser proche infrarouge est focalisé sur l'échantillon au même point qu'un faisceau laser pompe et les chercheurs constatent une amplification de l'intensité du signal transmis. Le gain, centré autour de  $770 \text{ nm}$ , est décalé vers le bleu en comparaison avec la luminescence centrée autour de  $830 \text{ nm}$ . Ces larges bandes font typiquement  $100 \text{ nm}$  de large, à température ambiante, comme attendu compte tenu de la largeur inhomogène d'émission d'un semiconducteur. La présence du gain a été démontrée de diverses façons sur un même échantillon.

La mesure du gain est confirmée par la méthode de la VSL (en anglais pour *Variable strip length*) consistant à faire varier l'étendue de la zone pompée optiquement et de mesurer le signal d'émission spontanée amplifiée. Avec une puissance de pompe de l'ordre du  $\text{kW/cm}^2$ , l'intensité de l'émission spontanée amplifiée évolue de façon sous-linéaire avec la longueur pompée optiquement et présente un gain de  $100 \text{ cm}^{-1}$  autour de  $750 \text{ nm}$  [46]. Le faisceau est guidé dans la couche active dont l'indice de réfraction est supérieur à celui du quartz. L'efficacité du processus est proportionnel à  $\eta \mathcal{N}^* \sigma_{\text{em}} \Phi_{\text{pompe}}$  où  $\eta$  est le rendement d'émission introduit au 4.1.1 et  $\mathcal{N}^*$  est le nombre de NC Si effectivement excité. La section efficace d'émission  $\sigma_{\text{em}}$  des NC Si, mesurée par le groupe de Priolo, vaut  $1,8 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ . Il est important de noter que seule une fraction des NC Si est excitée par le faisceau incident. Une autre expérience utilisant la méthode de la VSL semble indiquer que le gain se situerait plutôt autour de  $800 - 900 \text{ nm}$  [47].

### 4.2.3 Couplage silicium–erbium

Quelques années après la découverte de l'émission, il a été démontré que les NC Si pouvait agir comme des « sensibilisateurs » qui absorbent le flux de pompe incident et transfèrent leur énergie aux ions erbium voisins dont la luminescence est ainsi exaltée [48, 49]. Les seuils lasers obtenus par pompage optique sont bien meilleurs que ceux obtenus par pompage électronique comme démontré, dans l'étude récente de Y. Gong *et al.* [50]. Ce processus d'excitation évite les problèmes rencontrés lors du dopage par l'erbium du silicium massif et du gain, dans la fenêtre télécom, a été rapporté en 2001 [51]. Malgré l'amplification de lumière et les résultats importants, l'effet laser utilisant des NC Si sensibilisés par les ions  $\text{Er}^{3+}$  n'a pas encore été mis en évidence.

Une étape cruciale passe par le contrôle des concentrations et par l'optimisation des propriétés de luminescence du matériau [52]. La silice, entourant les NC Si, doit également présenter un nombre réduit de défaut (principalement des impuretés, mais aussi des défauts cristallins et des liaisons pendantes). Par ailleurs, des études structurales après la fusion des microdisques contenant de l'erbium et du silicium (tous deux déposés par implantation ionique) montrent que la fusion vers  $1650^\circ\text{C}$  n'est pas rédhibitoire pour le

couplage silicium–erbium [53]. Cette étude des propriétés d’émission dans le cadre de la collaboration LKB–SiNaPS assure qu’il reste du silicium après fusion.

#### 4.2.4 Nanocristaux de Si dans la silice

La matrice de silice qui entoure un nanocristal de silicium a beaucoup d’influence sur le mécanisme d’émission, et plus particulièrement sur le gain. Un environnement de silice contrôlé, recouvrant des nanocristaux de Si obtenues par pyrolyse laser, démontre l’influence de cette « coquille » sur les propriétés fondamentales d’émission<sup>1</sup>. Un dispositif mécanique permet la sélection de taille. Dans l’article [7], les chercheurs ont observé une relative constance de la longueur d’onde centrale de l’émission pour des diamètres de nanocristaux inférieurs à 3 nm qui suggère l’existence d’états radiatifs dans la bande interdite. D’après les expériences et la théorie, les NC Si présentent une énergie de gap  $E_g$  (en eV) qui évolue suivant une loi de confinement [3] :

$$E_g - E_g^o = \frac{3,73}{\langle D \rangle^{1,39}}, \quad (4.3)$$

où  $E_g^o$  est l’énergie de gap du matériau massif et  $\langle D \rangle$  est le diamètre moyen du nanocristal. Des applications numériques de cette formule empirique sont données dans la légende de la figure 4.3. L’exposant -1,39 est quasiment identique pour tous nanocristaux [54, page 42]. Alors que le modèle simple donne un exposant 2, des calculs théoriques à trois dimensions en symétrie sphérique reproduisent bien les mesures expérimentales [3].

L’émission dans toute la gamme du visible a été observé pour des nanoparticules de Si hydrogénées en surface, obtenues par pyrolyse [7, 55, 56]. Le maximum d’efficacité quantique est atteint pour une longueur d’onde d’émission d’environ 750 nm. Après oxydation à l’air, et pour une certaine porosité, les liaisons avec l’oxygène bornent la différence d’énergie entre la LUMO et la HOMO des nanoagrégats à 2,1 eV, c’est-à-dire que la PL plafonne à une longueur d’onde centrale minimale de 600 nm environ.

Des modèles *ab-initio* permettent de calculer pour des nanocristaux de silicium la structure de bandes modifiées. La majorité de ces travaux montrent que la nature de l’interface agrégat/SiO<sub>2</sub> est cruciale pour comprendre l’émission de lumière [57–61]. Les propriétés de l’interface peuvent varier significativement en dessous d’un diamètre moyen de 3 nm. L’épaisseur de silice sub-stœchiométrique entourant un agrégat est estimée à 0,8 nm [62]. Pour ces petites structures, les nouveaux états formés permettent d’avoir des gaps dans le domaine du visible.

#### 4.2.5 Matériau actif utilisé dans ma thèse

La silice enrichie en silicium, ou SRSO (en anglais pour *Silicon-rich silicon oxide*), a été fabriquée par *sputtering* magnétron réactif [63]. Le milieu actif donnant une luminescence intense, est constitué de multicouches. Le diamètre moyen  $\langle D \rangle$  est contraint par l’épaisseur

---

1. L’affinité du silicium avec l’oxygène est importante. Par exemple, si l’on laisse à air libre un wafer de silicium de qualité électronique, alors il sera naturellement recouvert d’une fine couche d’oxyde natif SiO<sub>2</sub> d’environ 2 nm d’épaisseur.

des couches et sa distribution est donc la plus monodisperse possible. Les multicouches alternant du SRSO et de la silice pure permettent de contrôler l'excès en silicium par couche et donc la densité moyenne des NC Si. Les spectres d'émission sont résumés sur la figure 4.2. On constate l'effet de confinement quantique, mais également le rôle important de l'interaction avec l'environnement de silice (cf § précédent). Pour les échantillons que j'ai utilisés recuit par un traitement dans un four ou au laser à  $\theta < \theta_{\text{fus}}^{\circ}$ , la longueur d'onde centrale du matériau recuit varie entre 730 nm et 830 nm en fonction de l'échantillon. D'après l'équation 4.3 les NC Si ont un diamètre moyen  $3,5 \text{ nm} \leq \langle D \rangle \leq 5,2 \text{ nm}$  systématiquement supérieur à l'épaisseur des couches déposées :  $0,6 \text{ nm} \leq e_{\text{SRSO}} \leq 3,0 \text{ nm}$ . De surcroît, la recombinaison à l'origine de l'émission s'effectue à l'interface, dans une « coquille » entre le silicium et le silicium enrichi en oxygène. Sur la figure 4.2, j'ai reporté les différents spectres de microphotoluminescence de mes échantillons de multicouches de matériau actif obtenus par la technique de *sputtering* magnétron. Le déplacement de la longueur d'onde centrale de l'émission est bien visible.

Le recuit du  $\text{SiO}_x$  s'accompagne d'une passivation partielle ou totale de défauts dans la silice amorphe alentour, la bande d'émission autour de 615 et 640 nm, attribuée à la présence de NBOHC (*Non-bridging Oxygen hole centers* en anglais) [64], est en effet moins intense que la bande autour de 750 nm.

## 4.3 Fonctionnalisation

Le SRSO peut être fabriqué par un procédé d'implantation ionique du silicium [65,66], par pyrolyse laser [7,56], par évaporation grâce à un faisceau d'électron [53,67] ou par dépôt chimique en phase vapeur [42]. Un travail de recherche dans le groupe de J. Linnros *et al.* au KTH de Stockholm a consisté à étudier la luminescence de boîtes uniques tenues au bout de pédoncules de Si [68]. La largeur homogène de la raie d'émission et l'effet de l'oxydation sont discutés. L'implantation de  $\text{Si}^+$  à même les microdisques de silice a été la voie privilégiée par nos collaborateurs du CEA Grenoble [53] et par nos concurrents du groupe de K. J. Vahala [37] pour la fonctionnalisation des microtores.

À la différence des techniques citées, la structure déposée en « multicouches » de SRSO/ $\text{SiO}_2$  permettant de contrôler la dimension et la densité des NC Si en jouant sur la stœchiométrie des couches. Cette technique a été découverte en 2001 par l'équipe de F. Gourbilleau au CIMAP par *sputtering* magnétron réactif [63] et, un an après, dans le groupe de M. Zacharias par évaporation électronique [69].

### 4.3.1 Couches de $\text{SiO}_x/\text{SiO}_2$

Les couches et multicouches que nous utilisons sont déposées dans l'équipe NIMPH du laboratoire CIMAP UMR 6252 à l'EnsiCaen. Ce laboratoire développe et utilise des procédés de déposition originaux.

En ce qui concerne les échantillons de  $\text{SiO}_x/\text{SiO}_2$  utilisés dans cette thèse, ils sont produits par une technique appelée « déposition par pulvérisation magnétron confocale ». Dans cette technique, un plasma d'argon (ionisé en  $\text{Ar}^+$ ) et d'hydrogène (ionisé en  $\text{H}^+$ ) produit par un magnétron est utilisé pour libérer de la silice d'une cible de silice pure à

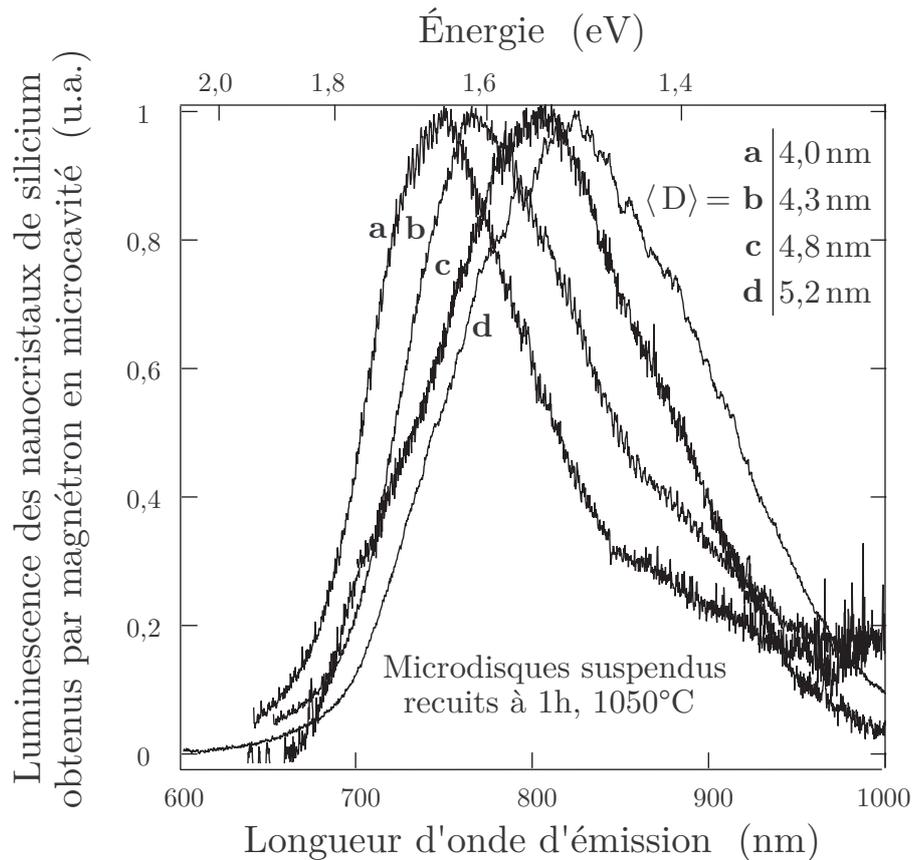


FIGURE 4.2 – Spectres d'émission normalisés d'échantillons de nanocristaux de silicium en microcavité, obtenus par sputtering magnétron et recuits au four 1h, 1050°C. Les compositions (et diamètres  $2a$ ) des microdisques caractérisés sont, de gauche à droite, **a** : 70 couches alternant 2,5 nm de SRSO et 15 nm SiO<sub>2</sub> ( $2a=50 \mu\text{m}$ ), **b** : 70 couches alternant 3,0 nm de SRSO et 15 nm SiO<sub>2</sub> ( $50 \mu\text{m}$ ), **c** : 500 nm de SRSO massif entre 2 couches de 500 nm de SiO<sub>2</sub> ( $50 \mu\text{m}$ ), et **d** : 150 couches alternant 3 nm de SRSO et 7 nm SiO<sub>2</sub> ( $20 \mu\text{m}$ ). La longueur d'onde centrale d'émission augmente avec le diamètre moyen des nanocristaux de silicium. L'excitation est à 532 nm.

99,995%. La pulvérisation (*sputtering*) est dite « réactive » car l'hydrogène permet de réduire la silice en captant de l'oxygène. En configuration « confocale », les faisceaux d'ions argon et hydrogène suivent les lignes de champ magnétique, et viennent frapper des cibles de SiO<sub>2</sub> et de Si, pour en éjecter le matériau séparément ou simultanément. Cette configuration confocale est couplée à l'utilisation d'un porte-substrat tournant à une vitesse de 20 tr/min pour assurer une bonne uniformité du dépôt (cf figure 4.4 et référence [72]).

L'excès de silicium  $x$  est contrôlé grâce à la puissance RF appliquée à la cible de Si [52]<sup>2</sup>. Le substrat est chauffé à 500°C, ce qui permet d'optimiser l'incorporation et la

2. L'excès en silicium  $x$  dans la silice enrichie en silicium SiO <sub>$x$</sub>  peut être obtenu en étudiant le domaine IR-moyen et notamment la position de deux modes de vibration des liaisons Si-O dans la couche au nombres d'onde : 1100 cm<sup>-1</sup> et 1250 cm<sup>-1</sup>.  $1 \leq x < 2$  est déduit grâce aux modes vibrationnels dont les positions varient avec la concentration d'oxygène.

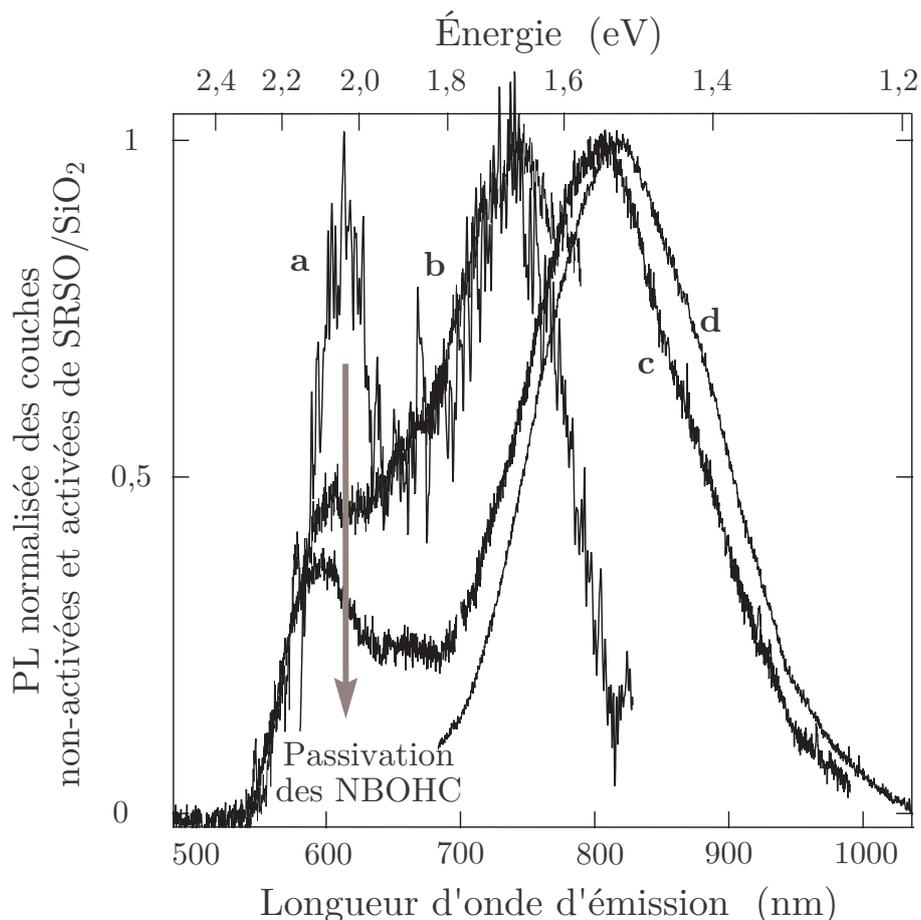


FIGURE 4.3 – Spectres d'émission normalisés d'échantillons de SRSO/SiO<sub>2</sub> obtenus par sputtering magnétron (en anglais, SRSO pour Silicon-rich silicon oxide). Les spectres du haut à gauche au bas à droite, **a** : un wafer contenant 40 couches de 0,6 nm de SRSO (non recuit), **b** : un microdisque contenant 35 couches alternant 2,5 nm de SRSO et 30 nm SiO<sub>2</sub> (recuit 64 s au laser CO<sub>2</sub> avec  $I_B = 20 \text{ kW.cm}^{-2}$ ), **c** : un microdisque contenant 500 nm de SRSO (recuit au four 1h à 1 100° C), et **d** : un microdisque contenant 70 couches alternant 3 nm de SRSO et 15 nm SiO<sub>2</sub> (recuit au four 1h à 1 050° C). L'excitation est à 532 nm.

recristallisation du Si dans les « multicouches ».

Sur la figure 4.4, les « multicouches » sont comparables à celles déposées par R. P. Nalini et F. Gourbilleau dans le cadre de notre collaboration scientifique. Le système actuel de *sputtering* du CIMAP : ATC ORION Series a été développé par Aja International, Inc. (Scituate-USA). La vitesse de dépôt est d'environ 1 nm/min et dans nos expériences nous avons typiquement besoin d'un micromètre de matériau.

L'accroissement important de la photoluminescence dans le visible est en grande partie due à la brisure de l'invariance par translation du Si massif qui rend la recombinaison moins favorable. L'intérêt spécifique de la technique de *sputtering* magnétron décrite ci-dessus est de produire des échantillons d'épaisseur bien contrôlé. Nous allons voir que l'augmentation de l'intensité de PL passe par un recuit du matériau qui provoque une séparation de phase entre le silicium et son oxyde.

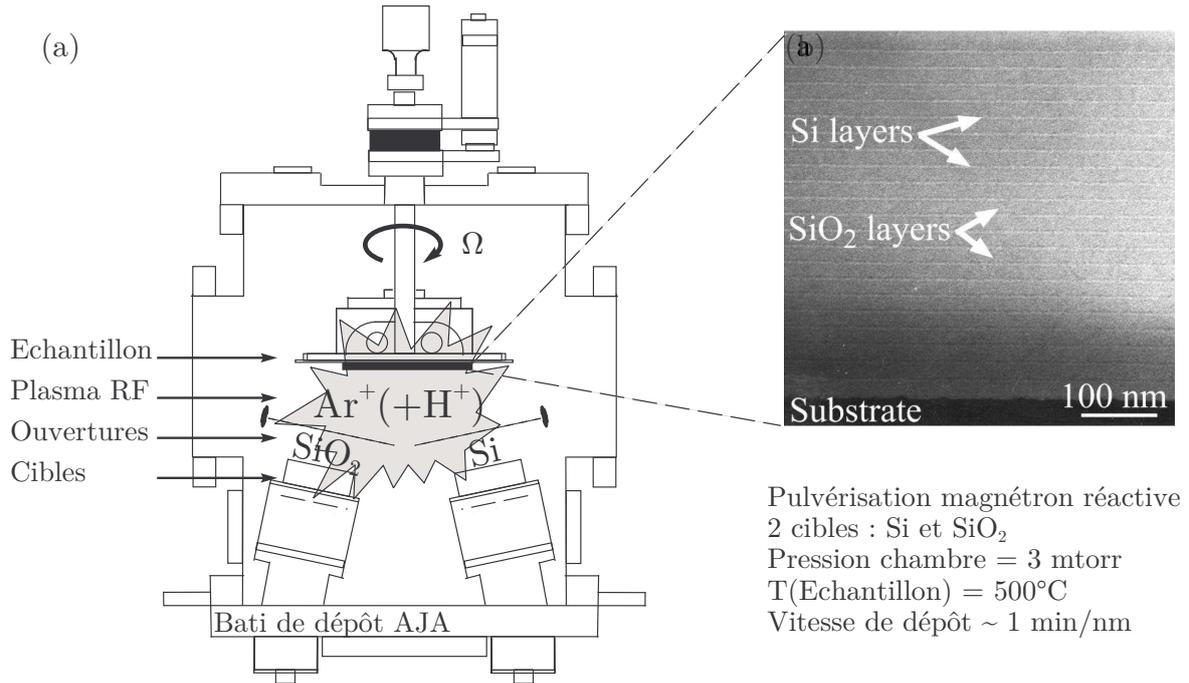


FIGURE 4.4 – (a) Croquis du bâti de dépôt par sputtering magnétron réactive, commercialisée par AJA International, Inc. [70]. (b) Coupe ultrafine observée au microscope électronique à transmission haute résolution [71].

### 4.3.2 Séparation de phase partielle

La technique usuelle de production des nanocristaux consiste à recuire la silice sub-stœchiométrique dans un four entre 900 et 1 200°C. Une séparation de phase conduit à un arrangement ordonné de nanocristaux dans la silice en relâchant certaines contraintes. Les différentes analyses de la diffusion du silicium dans la silice amorphe varient légèrement car les méthodes de mesure ne sont pas toujours les mêmes [73, 74]. Une synthèse des différents résultats donne le coefficient de diffusion  $D$ , exprimé en  $\text{cm}^2\text{s}^{-1}$ , dépendant uniquement de la température :

$$D(\theta) = 0,048 \exp\left(\frac{-5 \text{ eV}}{k_B \theta}\right), \quad (4.4)$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann et  $\theta$  la température en Kelvin. Cette loi d'activation, dite d'Arrhénius, est habituelle pour décrire la diffusion de la matière dans un liquide. Le déplacement moyen du silicium dans la silice s'écrit :

$$\langle r \rangle \approx \sqrt{4\pi D(\theta) \times t}. \quad (4.5)$$

Pour une heure de recuit à 1 100°C on obtient un déplacement typique de 30 nm. L'équation (4.5) permet de prévoir le processus de diffusion de silicium dans la silice. Nous pouvons donc estimer le temps et la température nécessaires pour la formation de nanograins et il est possible que ces derniers soient plus large que l'épaisseur de la couche initiale [69]. L'épaisseur de silice séparant les différentes couches a également un effet sur

l'émission [75, page 284]. Le dépôt par magnétron et la séparation de phase partielle au four donne des NC Si bien monodisperses.

### 4.3.3 Fonctionnalisation de microdisques

Pour avoir des structures optimales et simplifier les étapes de production, nous avons préféré implanter le Si directement sur les microdisques de silice pure préalablement gravés. De surcroît, des difficultés ont été rencontrées lors de la tentative de gravure humide (cf § 2.5) d'un échantillon concentré, soit 80 périodes alternant 3 nm de  $\text{SiO}_2$  avec 3 nm de  $\text{SiO}_x$ . Le bain de HF a entraîné une gravure latérale sous la résine. La vitesse de gravure différentielle dépend de la stœchiométrie de couche. En outre, la voie de gravure sèche ne fonctionnerait pas car la résine (AZ 1512HS) est trop mince pour subir le bombardement ionique.

Je vais décrire les procédés de fabrication de microdisques fonctionnalisés SRSO. Ils sont tous fabriqués par séparation de phase au four à 1100°C de couches obtenues par PECVD, dans un environnement de diazote pur. Après une étape de transfert du masque sur les wafers contenant le SRSO, on a :

- Dans l'équipe de M. L. Brongersma [76], un plasma de trifluorure d'azote ( $\text{NF}_3$ ) grave le SRSO, puis le silicium est gravé sélectivement dans un bain d'hydroxyde de tetramethylammonium (TMAH).
- Dans le groupe de L. Pavesi [35], les disques résultent d'une gravure sèche anisotrope par un mélange de  $\text{CHF}_3/\text{SF}_6$  suivie d'une gravure par plasma de  $\text{SF}_6$ .
- Dans l'équipe de D. W. Prather [77], le SRSO est gravé par un mélange de  $\text{C}_4\text{F}_8/\text{SF}_6$ , dilué dans de l'argon, puis de la même façon,  $\text{SF}_6$  attaque sélectivement le Si.

L'épaisseur totale des microdisques, dans ces trois cas, est comprise entre 300 et 600 nm.

Les microdisques fonctionnalisés que j'étudie dans cette thèse ont une épaisseur comprise entre 1,5 et 3  $\mu\text{m}$ . De telles épaisseurs sont nécessaires pour être en mesure de fondre au laser  $\text{CO}_2$ . De la même manière, les microdisques de T. J. Kippenberg *et al.* [78] ont une épaisseur de 2  $\mu\text{m}$ . L'implantation ionique et le recuit au four sont réalisés avant la fabrication du microtore.

### 4.3.4 Caractérisations optiques des échantillons

#### Éllipsométrie

Avant le dépôt, une calibration est nécessaire pour connaître l'épaisseur déposée par seconde. Une couche de SRSO d'environ 75 nm d'épaisseur est caractérisée par ellipsométrie à 633 nm. Les valeurs précises de l'épaisseur et de l'indice de réfraction sont extraites. L'indice de réfraction du SRSO massif est compris entre 1,7 et 2,3 selon l'excès en silicium  $x$  dans la couche.

#### Spectre d'absorption

J'ai mesuré l'absorption des multicouches, déposées conjointement sur du quartz et sur les microdisque de 0,5  $\mu\text{m}$  d'épaisseur, grâce à un spectromètre VIS/UV en transmission

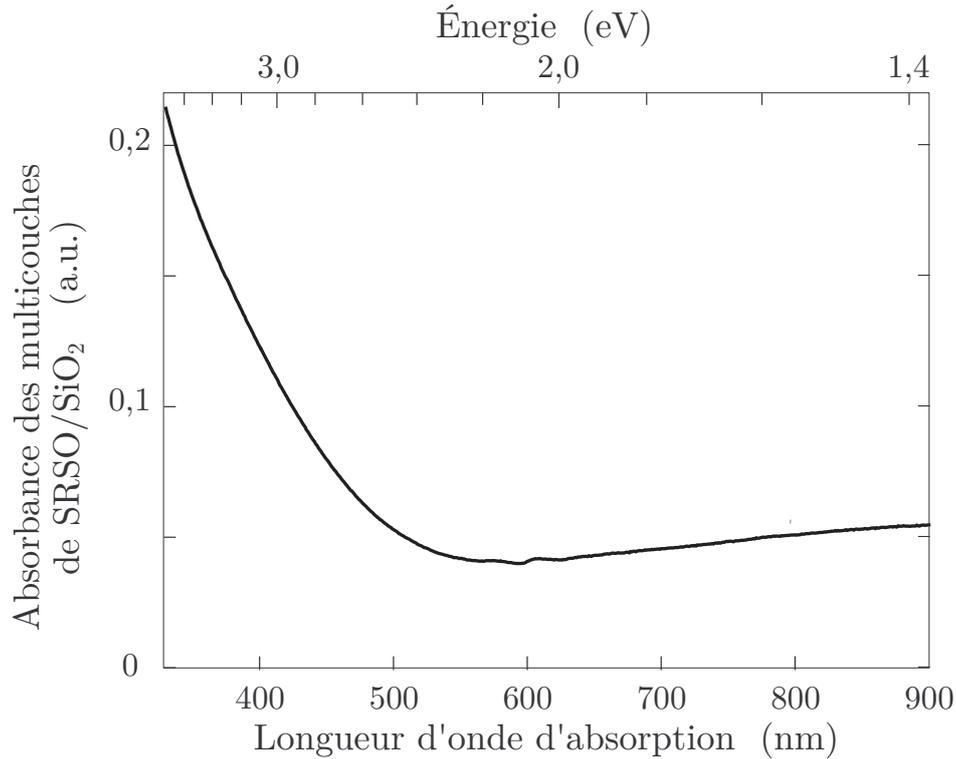


FIGURE 4.5 – Spectre d'absorption des multicouches de SRSO/SiO<sub>2</sub> déposées sur un substrat de quartz mesuré par un spectromètre Perkin Elmer. Cet échantillon recuit à 1000° C, pendant une heure, est composé de 150 périodes alternant 3 nm de SRSO avec de 7 nm de SiO<sub>2</sub> pour une épaisseur totale de 1,5 μm.

(Perkin Elmer, modèle Lambda 45).

Sur la figure 4.5, on constate que l'absorption augmente fortement dans le domaine des basses longueurs d'onde. Dans un semiconducteur à gap indirect, le coefficient d'absorption suit la loi de Tauc [79] :

$$\alpha L = \frac{C_T}{\hbar\omega} (\hbar\omega - E_{\text{OPT}})^2 + \text{Cste} , \quad (4.6)$$

où  $L$  est l'épaisseur de l'échantillon et  $\hbar$  est la constante de Planck réduite. Pour l'échantillon de multicouches de SRSO décrit sur le figure 4.5, nous obtenons l'énergie d'absorption minimale  $E_{\text{OPT}} = 2,1$  eV, cohérente avec le recuit activant la photoluminescence sans cristalliser tous les nanoagrégats. Des expériences utilisant la loi de Tauc (4.6) mettent en évidence que les NC Si passent en phase cristalline au-delà de 1200°C et que le diagramme de bandes présente une transition indirecte [80]. L'épaisseur  $L = 1,5$  μm est suffisamment grande pour ne pas observer d'oscillations sur la courbe d'absorption dues à un phénomène d'interférence. Ce phénomène prend son origine dans la formation d'une cavité Fabry-Perot entre la surface du dépôt et l'interface avec le substrat. Cet effet est observé sur la courbe d'émission dans des structures similaires [75, page 284].

## Pompage Optique

Les lasers de pompe à ma disposition sont :

- un laser bleu (modèle DL 100 L, Toptica), 13 mW, accordable entre 404 et 406 nm de largeur de raie égale à un mégahertz (cf annexe C),
- un laser Argon, émettant principalement à 514 nm, 100 mW,
- un laser vert (modèle CL-2000, CristaLaser) Nd<sup>3+</sup>:YAG pompé par diode doublé, 25 mW, trimode autour de 532 nm.

Le fonctionnement en régime continu de ces trois lasers évite les effets non-linéaires indésirables. Seul le laser bleu peut être mis à résonance sur un mode de grand facteur de qualité grâce à une configuration Lithrow (C). Les différentes longueurs d'onde permettent le pompage optique plus ou moins en bord de bande d'absorption. L'efficacité change d'après la loi de Tauc (4.6). L'adduction du signal de pompe est souvent réalisée par taper pour exciter de façon optimale les NC Si.

## Collection

La technique que j'ai développée consiste à utiliser une fibre multimode (MMF), préalablement clivée à angle droit, et de la placer à proximité d'un échantillon (cavité ou wafer). En déplaçant cette dernière à l'aide de platines micrométriques, j'optimise la collection. Pour travailler avec des microtores, en raison de leur faible hauteur par rapport au substrat, il est nécessaire d'amincir la MMF. En effet, celle-ci a un cœur de diamètre 100  $\mu\text{m}$  et une gaine optique de diamètre 140  $\mu\text{m}$  (modèle GI, CEA). Nous utilisons pour cela le même montage que pour fabriquer les tapers, et les transmissions obtenues dépassent 90%<sup>3</sup>. Le diamètre final utilisé est compris entre 8 et 30  $\mu\text{m}$ . La fibre obtenue est souple et légère ce qui rend son clivage délicat : la méthode donnant les meilleurs résultats consiste à la déposer sur un substrat de silicium et à cliver avec une lame de cutter. L'adhérence sur le wafer permet le clivage à angle droit et sans le biseau caractéristique obtenu par d'autres méthodes.

La MMF est reliée soit directement au spectromètre (Acton Research,  $f' = 30$  mm modèle Spectra Pro-300i) grâce à une férule adaptée soit en la connectant à une autre fibre multimode. On peut choisir entre des réseaux de 300 ou de 1 200 tr/mm. Le signal est enregistré par une caméra CCD 1024  $\times$  120 pixels refroidie à  $-25^\circ\text{C}$  (Roper Scientific, modèle : 7428). On capture la ligne de base, sans signal, dans le noir pour chaque temps d'exposition choisi.

## FSR de microtores fonctionnalisés

J'ai dans un premier temps mesuré l'indice effectif du milieu en relevant précisément la position des résonances des modes fondamentaux de microtores. Une première expérience a consisté à étudier le microtore obtenu à partir d'un disque constitué de 500 nm de SiO<sub>2</sub>, 500 nm de SRSO et 500 nm de SiO<sub>2</sub>. La couche de SRSO a un indice de 2,02. Le

---

3. Le montage utilisé est le même que celui décrit au chapitre 3, sur la figure 3.3. En étirant plus longtemps j'ai réalisé des tapers biconiques, de grande transmission, utilisant une fibre optique multimode. Ces tapers permettent un couplage idéal aux microcavités.

SRSO a été recuit à  $1100^{\circ}\text{C}$  pendant une heure et le tore de  $6\ \mu\text{m}$  de petit diamètre a été fondu près du seuil de fusion. Les intervalles spectraux expérimentaux sont ensuite confrontés aux simulations par la méthode des éléments finis. Pour un milieu homogène, l'indice de réfraction est environ égal à 1,55 à 775 nm. Cependant cette détermination n'est pas univoque à cause notamment de l'enroulement du matériau lors de la fusion du microdisque. Il est possible que l'indice soit plus élevé au centre conduisant à une augmentation des pertes. Dans ce cas, les modes les plus confinés à 405 nm et à 750 nm recouvrent très mal le milieu actif et ont des indices effectifs qui correspondraient à ceux d'un microtore de silice pure.

### 4.3.5 Caractérisations aux microscopes à force atomique et électronique à balayage

L'état de surface et l'aspect des microdisques et des microtores sont contrôlés à l'aide d'un microscope à force atomique (Bruker, modèle Dimension Edge Scanner, piloté par Nanodrives v8) et d'un microscope électronique à balayage (MEB haute résolution du SP2M, Zeiss Ultra +). Les résolutions maximales respectives de ces deux systèmes sont une résolution verticale  $\delta z \sim 0,2\ \text{nm}$  pour l'AFM en boucle fermée et environ 2–3 nm pour le MEB selon les paramètres d'observation. Après la fusion au laser  $\text{CO}_2$ , la rugosité inférieure à  $(0,6 \pm 0,5)\ \text{nm}$  n'est plus mesurable au MEB et difficilement accessible à l'AFM étant donnée la courbure de la surface. La rugosité de surface du microdisque sur lequel

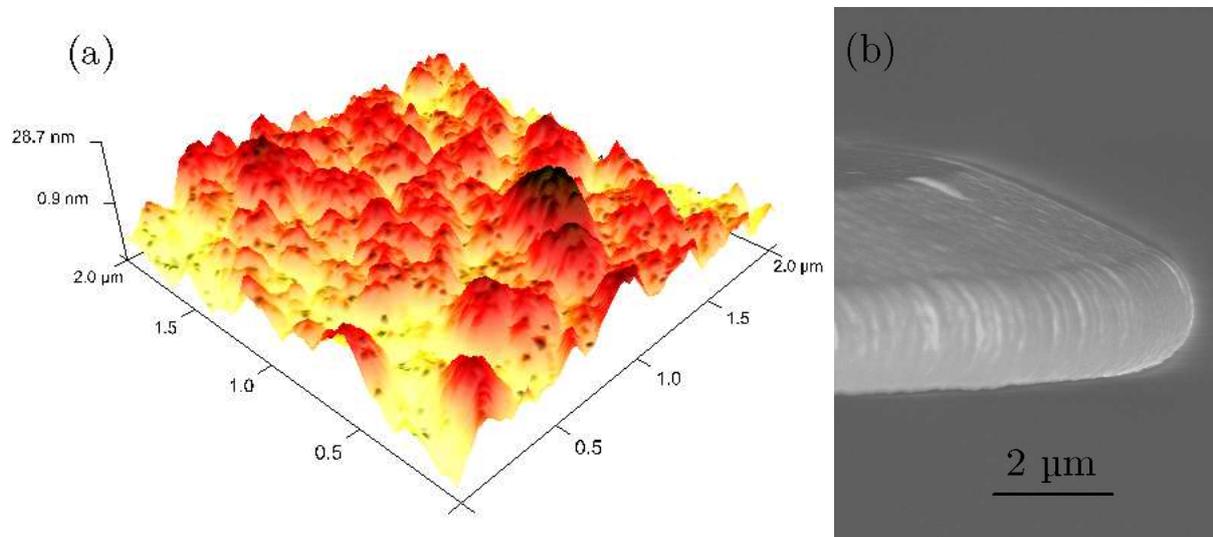


FIGURE 4.6 – (a) Mesure de hauteur au microscope à forte atomique et reconstruction 3D de la surface d'un microdisque, sur la partie biseauté. Les imperfections de grandes amplitudes sont dus à la nature du substrat de silice. Les nanocristaux de Si, en noir, sont nucléés lors du recuit. (b) Bord du microdisque correspondant (photo MEB prise par J.-B. Jager).

a été pulvérisé du matériau SRSO vaut  $\sigma_{\text{RMS}} \simeq (6 \pm 2)\ \text{nm}$  avec des pics de 50 nm de hauteur. Cette rugosité est égale à celle du microdisque avant dépôt. Cette valeur de  $\sigma_{\text{RMS}}$  est suffisamment élevée pour limiter le facteur de qualité à quelques milliers seulement

(cf § 1.6). La hauteur pic-à-pic des imperfections vaut en moyenne 30 nm, avec 55 nm pour plus grande valeur observée, à différentes distances du centre. Le kurtosis valant 3,2 indique bien que la répartition des hauteurs suit une loi gaussienne.

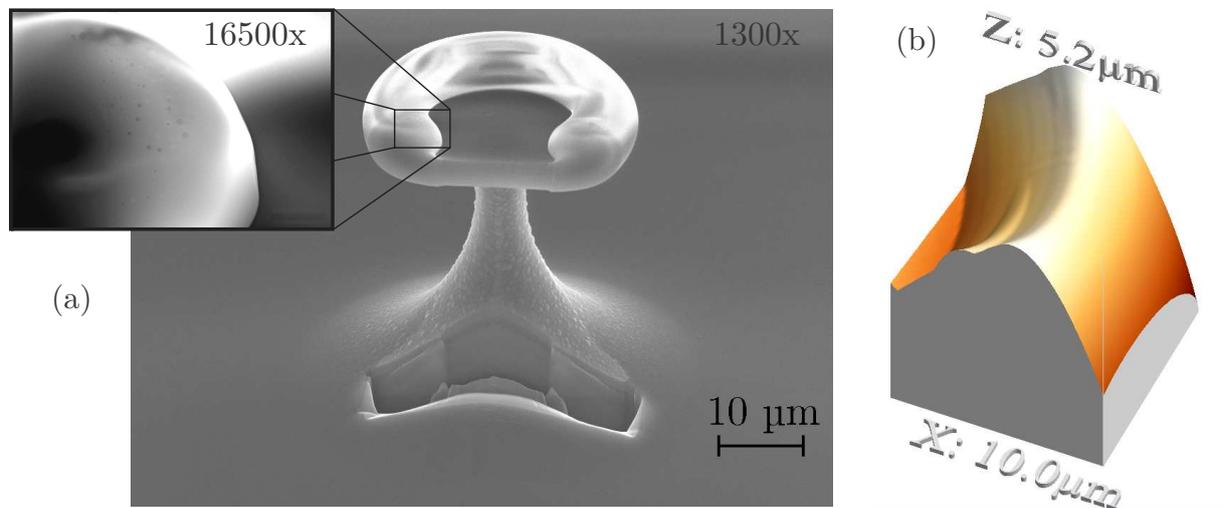


FIGURE 4.7 – (a) Images au microscope électronique à balayage d’une coupe réalisée au faisceau d’ions focalisé (PTA, CEA Grenoble) du microtore de  $36\ \mu\text{m}$  de diamètre, dont j’ai fait la caractérisation complète au 3.20. Dans la section en coupe, nous pouvons observer quelques agglomérats de silicium, de  $50\text{--}200\ \text{nm}$ , formés par l’enroulement lors de la fusion. (b) Profil AFM, sur le sommet du même microtore. Le défaut au sommet du guide n’empêche pas d’avoir un facteur de qualité de  $1,6 \times 10^7$  pour le mode ( $n = 1, q = 0$ ).

Une caractérisation intéressante est obtenue pour des balayages de  $2\ \mu\text{m} \times 2\ \mu\text{m}$  avec l’AFM dont la résolution horizontale est de l’ordre de  $5\ \text{nm}$ . Sur la figure 4.6, à la surface du bord d’un microdisque, nous comptons 70 nanoagrégats sur une surface de  $4\ \mu\text{m}^2$  soit une distance de séparation caractéristique de  $120\ \text{nm}$ . Cette valeur est cohérente avec les densités de NC auxquelles nous nous attendons après le recuit (de l’ordre de  $10^{18}\ \text{NC Si.cm}^{-3}$  d’après [72]).

Le microtore présenté dans ce qui va suivre a un petit-diamètre  $2b = 10\ \mu\text{m}$  et un diamètre externe de  $35\ \mu\text{m}$ , ce qui est en accord avec les intervalles spectraux libres mesurés (cf figure 3.20). Le facteur de qualité vaut  $3 \times 10^6$  à  $405\ \text{nm}$  et  $1,6 \times 10^7$  à  $770\ \text{nm}$ .

Sur la figure 4.7 est présenté l’image au MEB d’une section de ce microtore contenant du silicium activé par un recuit standard au four. Un zoom à  $16500\times$  permet de voir que la formation d’agglomérats de Si formés par l’enroulement lors de la fusion au laser  $\text{CO}_2$ . La mesure de la résolution du MEB dans ces conditions d’observation vaut  $20\ \text{nm}$  à cause d’un angle d’incidence faible par rapport au wafer. Malgré cela nous pouvons constater un phénomène de coalescence, c’est-à-dire la réunion d’une certaine quantité de silicium comprise dans une même région. Des raisons de cette agglomération de NC Si sont précisées ci-dessous.

Sur la figure 4.7, j’ai visualisé les données AFM avec le logiciel WSxM v5.0 [81]. On observe un défaut de  $0,5\ \mu\text{m}$  de hauteur au sommet du bourrelet torique qui s’étend sur  $10\ \mu\text{m}$  dans la direction azimutale et sur  $1\ \mu\text{m}$  dans la direction perpendiculaire.

Par ailleurs, un filtrage sinusoïdal révèle de petites ondulations assez régulières dans la direction azimutale, probablement dues à des vibrations acoustiques. Le mode de galerie fondamental, confiné à l'équateur, n'est quasiment pas sensible à ces défauts de surface, étant donné leurs positions relatives. Les mesures à l'AFM confirment que la forme du tore est régulière avec de légères imperfections par endroits.

### 4.3.6 Couplage avec des microsphères

Une autre expérience de couplage a consisté à rapprocher une microsphère de silice pure d'un échantillon sur lequel avait été déposé du SRSO activé. Des études précédentes, consistant à coupler une microsphère à des puits quantiques semiconducteurs, avaient permis d'obtenir l'effet laser dans des modes de galerie [82–84]. En 2006, Sung *et al.* ont fait l'étude des pertes de microsphères (diamètres  $\approx 140 \mu\text{m}$ ) en fonction du dépôt de nanoclusters de silicium [31]. Ces expériences montrent que l'on peut conserver de grands facteurs de qualité, cependant le recouvrement entre le mode pompe et le mode d'émission reste très modéré. Le facteur de remplissage optique est inférieur au pourcent. Cette configuration ne nous a pas permis d'observer l'effet laser, malgré les facteurs de qualité extrêmement élevés observés, mais elle met l'accent sur l'influence du couplage.

#### Description des expériences

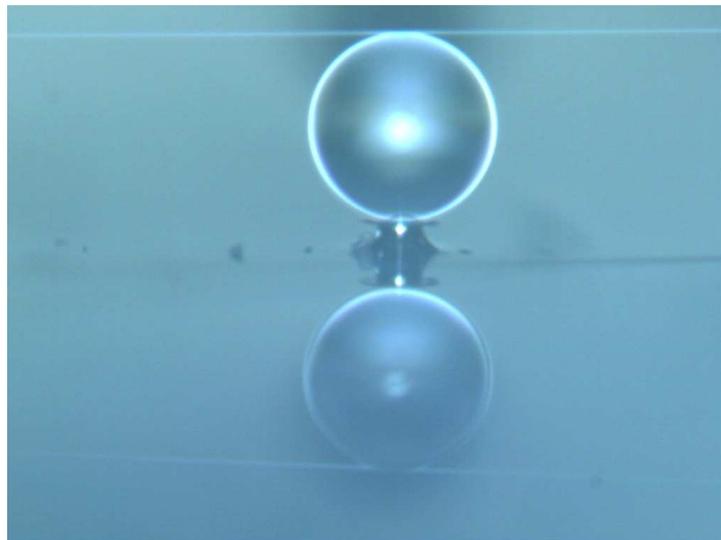


FIGURE 4.8 – Image au microscope 10x de l'expérience du couplage d'un taper avec une sphère de silice au contact de multicouches de  $\text{SiO}_x/\text{SiO}_2$ . La sphère mesure  $140 \mu\text{m}$  de diamètre et présente un facteur de qualité intrinsèque de  $4 \times 10^7$  à  $405 \text{ nm}$  et de  $4 \times 10^8$  à  $774 \text{ nm}$ . Les nanocristaux de silicium de  $4 \text{ nm}$  de diamètre moyen sont contenus sur un microdisque surélevé de  $20 \mu\text{m}$  et de  $50 \mu\text{m}$  de diamètre.

L'objectif était de tirer profit du grand facteur de qualité des microsphères pour canaliser l'émission des NC Si couplés aux modes de galerie. Pour cela, j'ai fabriqué une bille de silice au bout d'une fibre optique par la technique décrite précédemment au paragraphe 2.4. Cette microcavité avait un diamètre de  $140 \mu\text{m}$  et une ellipticité de 0,35% et je l'ai

(a)				
Longueur d'onde/Facteur de qualité	405 nm	775 nm TE	775 nm TM	1 083 nm
$Q_{\text{int}}$ intrinsèque ( $/10^6$ )	-	430	250	140
$Q_{\text{C}}^{\circ}$ chargé par l'échantillon	3,1	1,4	0,65	0,6
$Q_{\text{C}2}^{\circ}$ tout au contact	0,93	0,31	0,34	0,43
(b)				
Longueur d'onde/Facteur de qualité	405 nm	775 nm TE	1 083 nm	
$Q_{\text{int}}$ intrinsèque ( $/10^6$ )	41	390	90	
$Q_{\text{C}}^{\circ}$ chargé par l'échantillon	3,0	1,5	17	
$Q_{\text{C}2}^{\circ}$ tout au contact	>1	0,56	9,1	

TABLE 4.2 – *Facteurs de qualité (expérience de la photo 4.8) aux différentes longueurs d'onde pour deux échantillons différents dans différentes configurations : taper sous-couplé (intrinsèque), taper sous-couplé et au contact de l'échantillon, taper et échantillon au contact. La microsphère possède un diamètre de 140  $\mu\text{m}$ . Les lasers à 405 nm, 775 nm et 1083 nm sont balayés en fréquence autour des résonances de modes fondamentaux angulaire ( $n/\ell \ll 1$ ,  $q = 0$ ). Le SRSO à la surface des échantillons ont des propriétés structurales différentes.*

orienté suivant l'axe équatorial du montage, comme illustré au chapitre 3 sur la figure 3.16.

Les caractéristiques que je vais présenter dépendent du couplage et assez peu de la nature du matériau (rugosité, géométrie...). Toutefois, bénéficiant de facteurs de qualité plus de 100 fois plus grands que l'état de l'art [31], j'ai voulu aller plus loin dans mes recherches sur cette configuration sans forcément aller au contact.

Une microsphère de facteur qualité  $(1,3 \pm 0,5) \times 10^9$  à 774 nm a été placée en *sous-couplage* avec le taper et avec l'échantillon semiconducteur contenant le matériau actif en surface. Le système étant composé de trois éléments orientés suivant les axes du mode de galerie. Le montage possède sept degrés de liberté (trois directions d'espace et trois angles pour les trois éléments (taper, sphère et disque), auxquels je retranche les séparations sphère/microdisque et sphère/taper). De surcroît, dans cette expérience un deuxième taper, plus mince, était mis au contact pour réaliser le pompage optique des NC Si. Moyennant une puissance suffisamment élevée, ce taper ne dégrade pas les propriétés de confinement qu'il soit placé sur le disque ou loin de l'équateur sur la sphère. L'image de l'expérience 4.9 présente les modes de galerie de la sphère et les « modes rayonnants » du microdisque. Avec une puissance de pompe de 7 mW à 532 nm aucun signal de photoluminescence n'a pu être détectée à la sortie du montage en utilisant le monochromateur SpectraPro-300i ( $f' = 300$  mm). Par ailleurs, après un dépouillement méticuleux des données nous ne voyons pas d'effet de variation attendu du facteur de qualité avec la pompe, notamment à cause de la limite de résolution de mon microscope (modèle plan-apochromatique 10x, Mitutoyo) et pour des raisons de positionnement dans le champ proche (résolution  $\sim 5$  nm).

Premièrement, je me suis placé dans le cas intéressant où les pertes par couplage introduites par le taper restent petites devant les pertes intrinsèques ( $\gamma_{\text{int}} \ll \gamma_1$ ). Pour

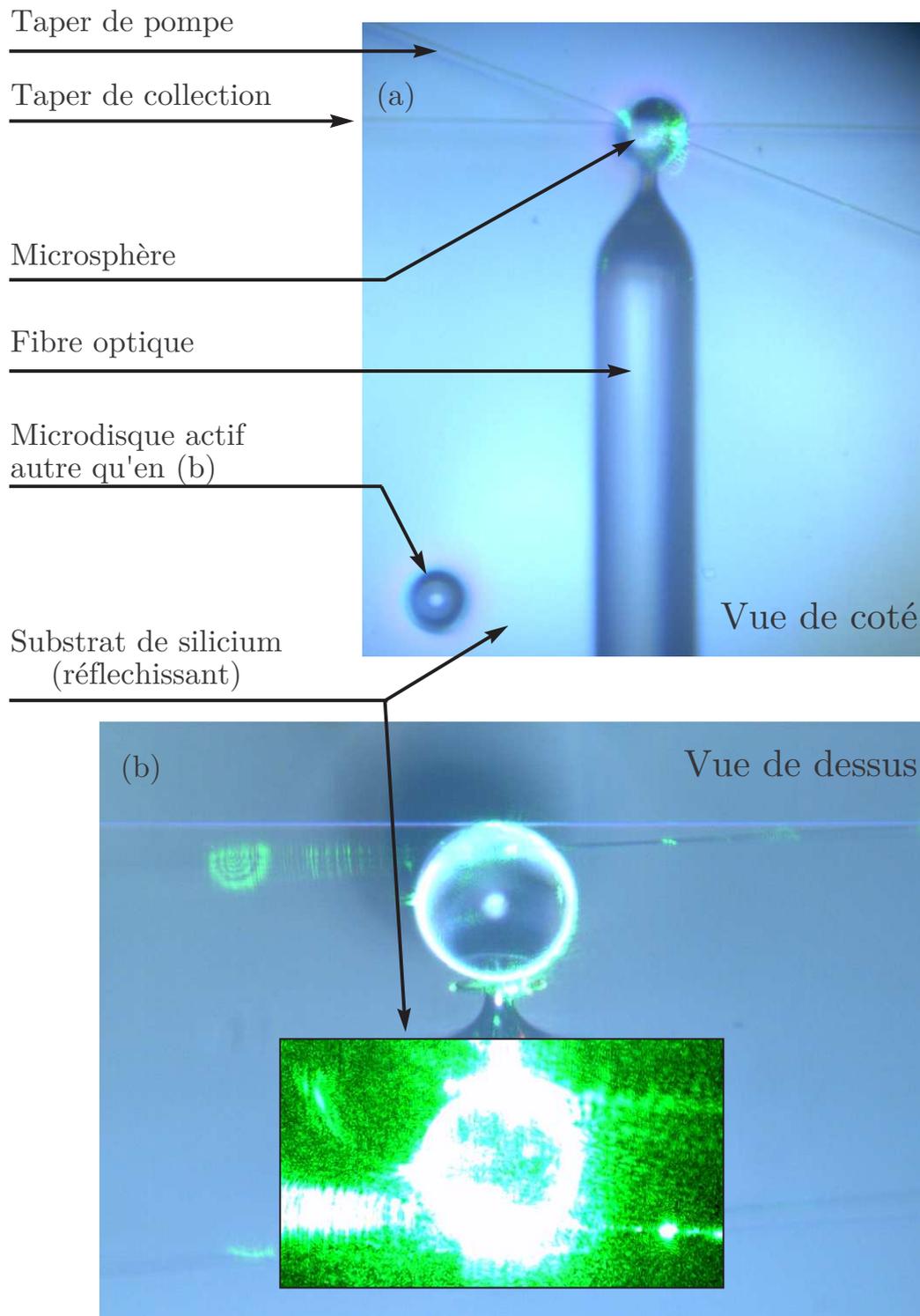


FIGURE 4.9 – Images en vue de coté (a) et en vue de dessus (b) du couplage de SRSO actif avec une microsphère de  $140\ \mu\text{m}$  de diamètre. Le facteur de qualité intrinsèque de la microsphère vaut  $(1,3 \pm 0,5) \times 10^9$  à  $774\ \text{nm}$  sur un mode  $(\ell - |m|) = 0$ . Le pompage optique à  $532\ \text{nm}$  est effectué sur des modes de  $\ell - |m| \neq 0$ , ou sur le microdisque avec le taper le plus mince (incliné). Les multicouches en surface du microdisque, sur une épaisseur totale de  $1,2\ \mu\text{m}$ , ont été recuites 1h au four à  $1050^\circ\text{C}$ .

une valeur de gap  $g_1$  fixé (sphère–taper), j’ai observé l’évolution du couplage en fonction du gap  $g_2$  (sphère–SRSO). Dans cette configuration, il convient de définir deux gaps critiques  $g_{C1}$  et  $g_{C2}$  dont les valeurs sont interdépendantes. En effet, lorsque les pertes  $\gamma_2$  compensent les pertes du système composé par la cavité et le taper  $\gamma_{\text{int}} + \gamma_1$  on atteint le gap critique  $g_{C2}$ . De plus, le couplage évanescence implique que  $\gamma_2 = \gamma_2^o e^{-2\kappa g_2}$  où  $\gamma_2^o$  représente l’élargissement apporté par l’échantillon au contact. Le gap critique s’exprime simplement :

$$g_{C2} = \frac{1}{2\kappa} \ln \left( \frac{\gamma_2^o}{\gamma_{\text{int}} + \gamma_1} \right). \quad (4.7)$$

Le dip à résonance s’exprime en fonction du gap  $g_2$  [85] :

$$D(g_2) = \frac{\gamma_1(\gamma_{\text{int}} + \gamma_1) + \gamma_{\text{int}}\gamma_1 \exp(2\kappa(g_2 - g_{C2}))}{(\gamma_{\text{int}} + \gamma_1)^2 \cosh^2(\kappa(g_2 - g_{C2}))}. \quad (4.8)$$

Les expériences avec le matériau actif nécessitent l’utilisation de diamètres supérieurs à 100  $\mu\text{m}$  pour ne pas détériorer les propriétés optiques lors du couplage d’une microsphère avec un échantillon dans le champ proche. La probabilité de couplage de l’émission vers la sphère est proportionnel au carré du champ dans la sphère.

Sur la figure 4.9, est représenté l’expérience de couplage d’une microsphère de silice avec un taper de pompe monomode de 94% de transmission (incliné) et d’un taper de collection trimode à 770 nm de 90% de transmission. Sur la figure 4.9-(a), je me suis servi d’un effet de lentille à travers la microsphère afin de positionner finement dans la zone pompée à 532 nm. La microsphère apparaît blanche uniformément lorsqu’elle est bien positionnée en face du microdisque.

Pour conclure, le recouvrement le mode de pompe et le mode de collection est médiocre dans cette configuration. L’émission est perdue dans les « modes rayonnants » et des modes et n’est pas accordée avec le taper de collection (caractère incohérent). La force d’oscillateur est faible comparée aux expériences pour lesquelles les émetteurs sont dans la cavité. Les facteurs de qualité supérieurs à  $10^6$  au contact, dépassent toujours l’état de l’art [31], mais les volumes modaux de l’ordre de 5 000  $\mu\text{m}^3$  sont bien trop grand pour permettre de réduire considérablement le seuil des effets non-linéaires. La faible durée de vie des tapers (minimum 10h) rend également cette manipulation assez délicate.

**Alternative de couplage avec une microsphère :** Une solution élégante consisterait à coupler le mode de galerie fondamental d’un microdisque avec celui d’une microsphère. Il faut considérer des supermodes du système {microdisque + microsphère}. Si le couplage des nanocristaux avec le microdisque est très supérieur au couplage entre le microdisque et la sphère, alors les deux cavités sont en couplage faible et on ne pourra pas tirer profit du facteur de qualité de la sphère pour avoir de l’émission stimulée. De surcroît le volume effectif est doublé à cause de la dilution du champ. L’émission stimulée requiert un couplage direct entre les nanocristaux et les photons stockés dans la microsphère.

Le couplage de plusieurs microcavités optiques (en anglais, CROW pour *Coupled resonator optical waveguide*), introduit par Yariv en 1999 [86], nécessite de produire des microsphères de petits diamètres de sorte qu’elles aient leurs plans équatoriaux en commun. Dans le cas spécifique des microdisques, les facteurs de qualité médiocres et la dilution

du champ dans un volume plus grand mettent sérieusement en cause la faisabilité d'une telle expérience.

## 4.4 Le cas des microtores

### 4.4.1 Émission dans le SRSO massif

La première mise en évidence de l'émission des nanocristaux de silicium a consisté à détecter la photoluminescence du SRSO massif recuit. L'échantillon obtenu en 2005 consiste en un dépôt de 500 nm de  $\text{SiO}_2$  suivi de 500 nm de  $\text{SiO}_x$ , puis d'une couche protectrice de 500 nm de  $\text{SiO}_2$ . Le matériau est recuit à 1 100°C pendant une heure pour provoquer la nucléation de nanocristaux de silicium.

Dans un premier temps je travaille sur un morceau d'échantillon non gravé. Je focalise le faisceau de pompe à 405 nm sur le bord du wafer en simple passage. Le doublet de lentilles Thorlabs C240–C220 donne une étendue d'environ 50  $\mu\text{m}^2$ . Une fibre MMF de collection est placée à 30  $\mu\text{m}$  du SRSO (cf § 4.3.4). Le temps d'exposition pour chaque spectre dure 15 minutes. Je varie l'intensité de pompe de 1  $\text{kW}\cdot\text{cm}^{-2}$  à 10  $\text{kW}\cdot\text{cm}^{-2}$  et ne relève aucune variation de l'enveloppe de photoluminescence. La calibration du spectromètre Acton Research, en lumière incohérente pour le réseau de 300 tr/mm, permet de déduire une efficacité d'émission est de l'ordre de  $10^{-4}$  photon détectés dans l'infrarouge pour un photon de pompe.

La PL est collectée grâce à une fibre multimode amincie à 10  $\mu\text{m}$  du microdisque, elle-même connectée à la fibre multimode du spectromètre. Sur la figure 4.10, les spectres d'émission (issus d'un microdisque provenant du même batch de dépôt) pour des pompes optiques par taper à 405 nm et à 532 nm conduisent à des courbes de fluorescence centrées respectivement à 815 nm et à 825 nm. Le phénomène pouvant expliquer cette différence relève de la nature intrinsèque du matériau, en l'occurrence une sélection de tailles des nanoémetteurs imposée par le pompage vert en bord de bande d'absorption. La largeur à mi-hauteur de l'émission vaut typiquement 100 nm et le profil est plus ou moins gaussien. Le diamètre moyen des NC Si vaut  $\langle D \rangle \sim 5$  nm d'après le modèle de confinement de Delerue (4.3).

Sur la figure 4.11, je présente le montage expérimental que nous utiliserons dans toute la suite. Ses différents dispositifs ont été introduits dans ce qui précède.

La fusion de ce microdisque conduit à une diminution du taux d'émission d'un facteur dix s'accompagnant d'une modification qualitative de la longueur d'onde centrale. Un premier phénomène pouvant expliquer cette chute brutale de signal est liée au fait que la lumière ne peut plus être collectée car la rugosité a diminuée. Une autre hypothèse est que la probabilité d'émission diminue car on forme des émetteurs dont le diamètre excède  $\sim 7$  nm, pour lesquels la structure de bande reprend le dessus et donc à la passivation due aux transitions électroniques non-radiatives. Il n'a malheureusement pas été possible d'obtenir de mode de galerie confiné dans cette structure fondue à cause de la formation de bulles d'air au bord du disque (voir image de figure 2.10-(b)). La fusion d'un disque du même batch a conduit à un microtore de facteur de qualité  $10^6$  sans émission de lumière.

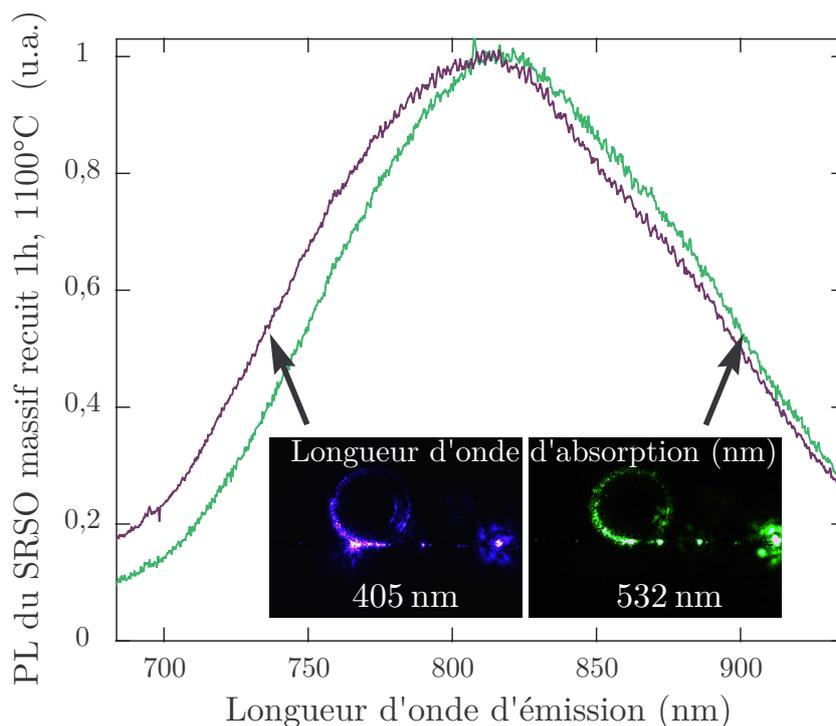


FIGURE 4.10 – Spectres d'émission du SRSO massif excité à 405 nm et 532 nm. La longueur d'onde centrale est décalée de 10 nm vers le rouge pour un pompage à 532 nm par rapport à un pompage à 405 nm. Les petites ondulations sur la courbe sont dues à la cavité.

#### 4.4.2 Effet du laser CO<sub>2</sub> sur l'émission

Je présente dans ce paragraphe les résultats sur l'influence de la fusion laser CO<sub>2</sub> sur l'émission des NC Si. Ce traitement thermique original, de quelques millisecondes seulement, permet de former des nanocristaux. Ces derniers peuvent être détruits si on augmente l'intensité d'illumination. Plusieurs auteurs ont pratiqué un « recuit rapide » qui participe de la même idée [87, 88]. En particulier l'équipe de M. Zacharias présente un article caractérisant l'émission des couches en fonction de la durée et du protocole de chauffage. Une activation des NC de dimension bien contrôlée est observée pour des délais inférieurs à 60 secondes. Dans notre cas, la formation du tore conduit à l'advection du silicium dans le bourrelet de silice. Le recuit par laser donne lieu à une intensité de PL d'un ordre de grandeur inférieure à celle obtenue par le recuit classique. Lors de la fusion, seul le bord du disque atteint une température très élevée permettant de former des NC Si. L'évolution des spectres sur la figure 4.12 montre l'activation du matériau associé à la formation de nanocristaux au bord de la cavité, qui sont ensuite passivés lors d'une fusion plus énergétique [89]. En effet, la figure 4.12 montre le rayonnement thermique émis pendant l'illumination.

L'échantillon caractérisé a reçu, directement sur des disques d'épaisseur 1,5 μm, un dépôt de 35 couches alternant 2,5 nm de SRSO et 30 nm de SiO<sub>2</sub>, soit une épaisseur totale de 1,5 + 1,2 ≈ 2,7 μm. Ces microcavités n'ont pas été recuites au four afin de mieux apprécier l'effet du laser CO<sub>2</sub> seul. Le diamètre du microdisque obtenu vaut 80 μm,

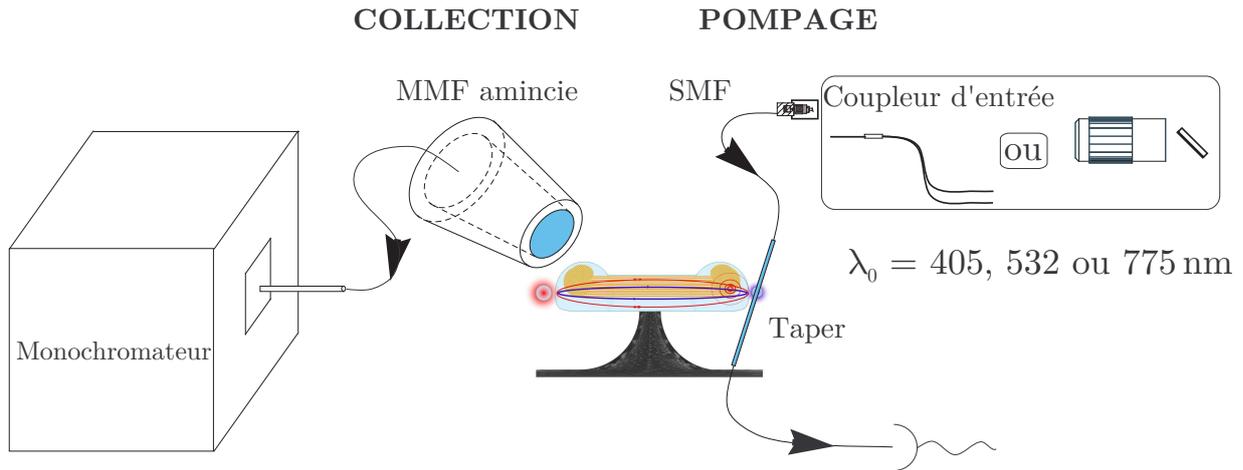


FIGURE 4.11 – Schéma de l'expérience d'excitation d'une microcavité contenant du SRSO. Un taper monomode assure le pompage optique. On détecte la PL dans le champ lointain et dans le champ lointain. La spectroscopie et la mesure du couplage sont réalisées aux longueurs d'onde de pompe et d'émission.

comme confirmé par des images au MEB. Sur la figure 4.12, je présente la luminescence en fonction de l'intensité du laser  $\text{CO}_2$  pour des durées d'illumination de 64 et 32 secondes, ainsi que les images MEB des structures concernées. J'analyse la photoluminescence avec le spectromètre Acton Research avec un temps d'exposition de 60 s.

Ces mesures présentées sur la figure 4.12 assurent que la luminescence du SRSO (large bande centrée autour de  $\sim 750$  nm). Un recuit au laser  $\text{CO}_2$  (comme le recuit au four) réduit la densité de centre non-radiatif  $c$  qui revient à augmenter l'efficacité d'émission. L'optimum correspond à une illumination de 64 s avec une densité de flux au bord du disque de  $I_B = 16 \text{ kW/cm}^2$  ( $P = 3 \text{ W}$ ). En prenant des mesures tous les demi-watt entre 2,5 et 5,5 W, j'observe au-delà de 3 W une diminution de l'intensité de PL. Toutefois, l'augmentation de la densité de flux est nécessaire pour arriver au point de fusion de la microcavité autour de  $I_B = 25 \text{ kW/cm}^2$  (4,5 W). Une fusion quasi-complète en illuminant pendant 32 s avec  $I_B = 30 \text{ kW/cm}^2$  (5,5 W) ramène la luminescence à un niveau comparable à celui de l'échantillon non recuit. A titre de comparaison le même échantillon, recuit cette fois à  $1050^\circ\text{C}$  pendant une heure, présentera une émission, près de 10 fois plus intense, centrée autour de  $\sim 800$  nm.

Le recuit au laser  $\text{CO}_2$  provoque donc la coalescence partielle du Si. Des agglomérats, dont les diamètres excèdent 100 nm, déjà présentés sur la figure 4.7 sont aussi visibles sur d'autres microtores (voir figure 4.13). Les processus physiques pouvant modifier les propriétés d'émission du silicium dans un microtore de silice sont ici par ordre d'importance :

1. l'advection accompagnée de la coalescence, au cours de la formation du tore,
2. la désorganisation du système de « multicouches » permettant l'augmentation du diamètre moyen des NC Si,
3. les dislocations dues à des macles [75, page 289].

Sur la figure 4.13, nous présentons, sur une section au FIB (ions gallium) du microtore,

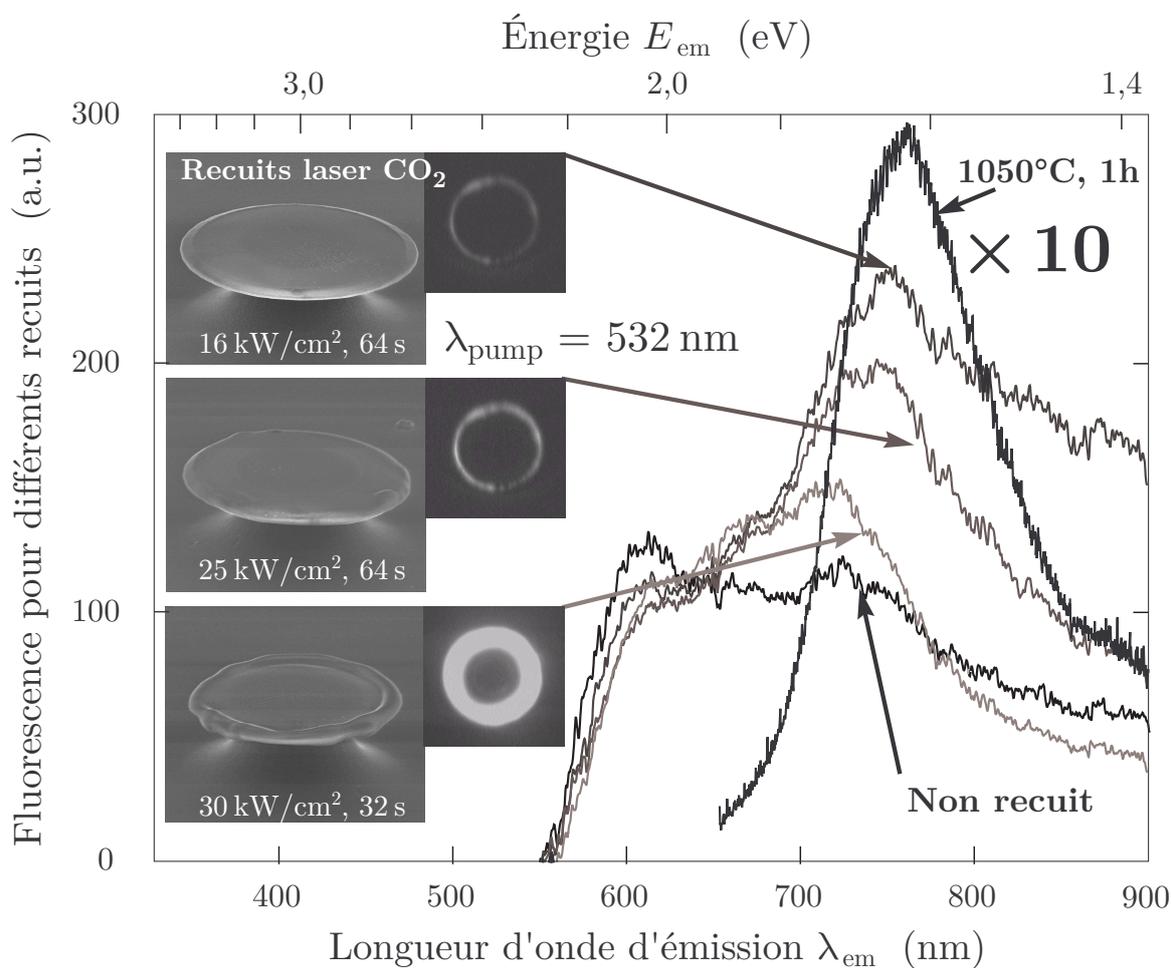


FIGURE 4.12 – Spectres de PL pour des échantillons recuits au laser CO<sub>2</sub> pour différents paramètres. La courbe obtenue pour le recuit usuel à 1050°C pendant une heure est tracée (à l'échelle 1/10) à titre de comparaison. Toutes les courbes sont obtenues avec des microdisques de 80  $\mu\text{m}$  de diamètre et des couches de SRSO de 2,5 nm, pompées optiquement à 532 nm. On observe l'activation du Si, suivie de la réduction de l'émission, en augmentant le flux du laser CO<sub>2</sub>. En insert à gauche les images MEB, et à leur droite les images sur capteur CCD (thermiques).

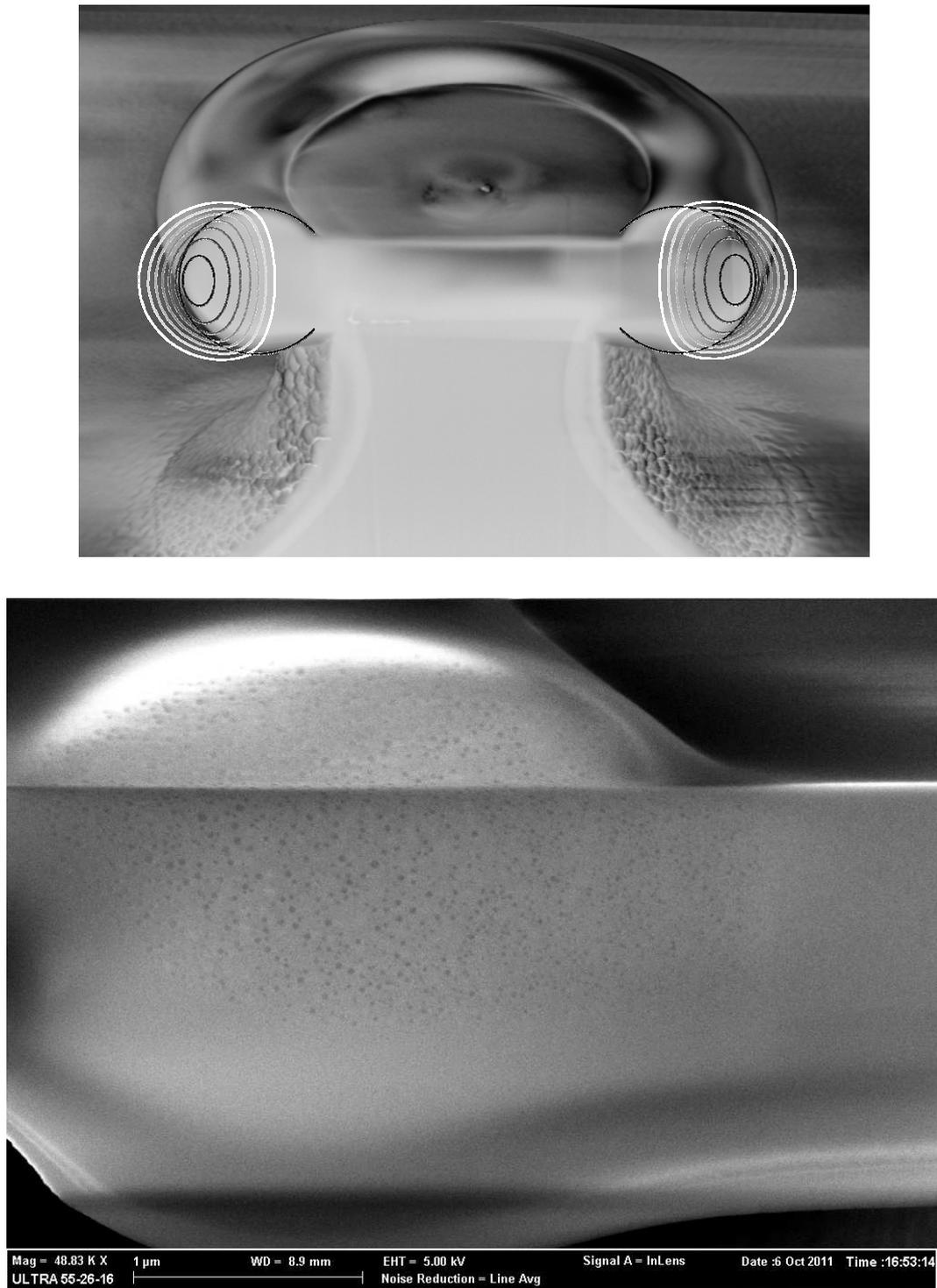


FIGURE 4.13 – Images au microscope électronique à balayage (PTA, CEA Grenoble) d'une section au FIB d'un microtore de  $14\ \mu\text{m}$  de diamètre.

En haut, la vue du haut présente une vue d'ensemble du microtore sur laquelle sont reportées les courbes de niveaux (échelle logarithmique) de la distribution d'intensité d'un mode fondamental à  $765\text{nm}$ .

La partie du bas présente un zoom au niveau du tore où l'on peut observer une évolution du diamètre des agglomérats de silicium, dans les zones centrale et supérieure (Les lignes horizontales sont dû à un phénomène de charge).

l'effet de la fusion sur les NC Si qui composaient le microdisque (recuits four + laser). Cette découpe a été réalisée par M. Terrier et J.-B. Jager au CEA de Grenoble et consiste en une découpe rapide, suivie d'une coupe dite franche pour limiter le redépôt. La taille des agglomérats augmente avec la distance par rapport au centre du bourrelet torique. Les NC Si restent présents à moins d'1  $\mu\text{m}$  du bord de la structure mais semblent endommagés. La découpe confirme que l'effet de coalescence et le quenching de l'émission sont liés.

La puissance du laser  $\text{CO}_2$  fournie pour fondre la structure de la figure 4.13 vaut 3 W et correspond précisément du point de fusion de la cavité. Le dépôt de 150 périodes alternant 3 nm de SRSO et 7 nm de  $\text{SiO}_2$  conduit à une épaisseur de disque de  $0,5 + 1,5 \approx 2 \mu\text{m}$ . Ces échantillons ont été recuits au four pendant 1h à  $1000^\circ\text{C}$  dans le diazote pur. J'ai fondu une dizaine d'autres microdisques juste avant celui-ci pour ajuster la densité de puissance. Une seule impulsion d'une durée de 70 ms suffit pour atteindre le seuil de fusion. Le processus à très haute température dure quelques millisecondes (avant la thermalisation). En utilisant la formule (4.4), nous calculons que le déplacement moyen dû à la diffusion de la matière pendant 10 ms à  $1700^\circ\text{C}$  environ égal à la valeur obtenue pour un chauffage à  $1100^\circ\text{C}$  pendant une heure. Ce déplacement est suffisant pour former les NC Si, mais pas assez élevé pour justifier la formation d'agglomérats de  $>100$  nm de diamètre. En effet, les plus grosses structures sont situées dans une région où la rétractation (réduction du diamètre du tore) sont le plus marquée. Ces analyses confirment que les agglomérats sont obtenus dans un régime hydrodynamique : le Si est advecté dans la silice à cause de la grande viscosité de cette dernière à l'état liquide.

Par ailleurs, le facteur de remplissage optique, qui caractérise le recouvrement géométrique des modes et du matériau émetteur et qui sera précisé au § 4.5.2, est un paramètre crucial de ces expériences. En raison de la « remontée » et de l'enroulement de la silice lors de la fusion, il est significativement plus faible pour un microtore que pour un microdisque, et cela d'autant plus que le disque de silice est épais si bien que l'on peut retrouver des facteurs de qualité supérieurs à  $10^7$ . En revanche, une plus grande épaisseur de SRSO/ $\text{SiO}_2$  déposée augmente le facteur  $F_{\text{OPT}}$ .

Pour conclure, j'ai observé à plusieurs reprises qu'une coalescence des NC Si était à l'origine du quenching de l'émission. Celle-ci dépend de la composition en SRSO et de la gravure du disque. La fusion étant auto-arrêtée, il faut éviter d'avoir un petit-diamètre du tore  $2b$  supérieur à 3  $\mu\text{m}$  pour limiter l'effet. De surcroît, l'enroulement du tore se faisant dans 4 cas sur 5 vers le haut, la fabrication a tendance à éloigner encore plus le matériau actif du bord. En conclusion, seul une structure de quelques longueurs d'onde permettra de superposer les champs de pompe et d'émission.

### 4.4.3 Modes de galerie dans le spectre

Pour observer l'émission modulée par les modes de galerie, il a fallu fabriquer des microtores de diamètres inférieurs à 15  $\mu\text{m}$ . Le microtore caractérisé provient du même échantillon que celui présenté dans le paragraphe précédent. Après fusion l'intensité du mode de pompe au niveau du SRSO est faible et on a constaté la coalescence du silicium. Le taper de pompe fabriqué avec une fibre monomode (SMF 125-A-42) est monomode à 775 nm et transmet 71%. Le principe de collection est décrit au § 4.3.4.

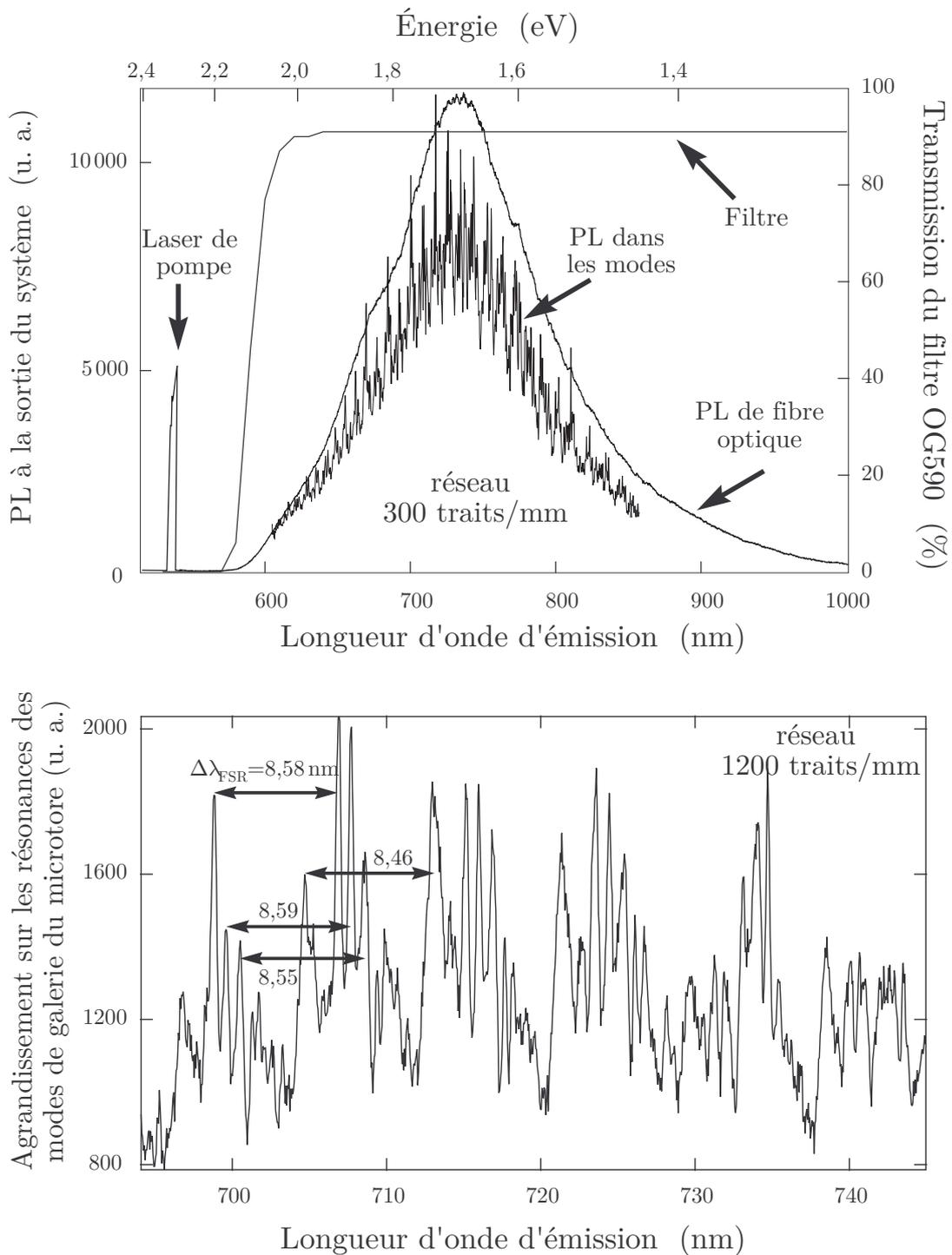


FIGURE 4.14 – Spectres d'émission modulés par les modes de galerie du tore de  $14 \mu\text{m}$  de diamètre. Le pompage optique à  $532 \text{ nm}$  est assuré par un taper monomode au contact du microtore contenant les NC Si. La mesure du facteur de qualité, limitée par le réseau du Spectromètre Acton Research, donne  $2\,000$  (avec  $f' = 30 \text{ mm}$  et  $p = 1\,200 \text{ traits}\cdot\text{mm}^{-1}$ ). Le signal est collecté à l'aide d'une fibre multimode amincie.

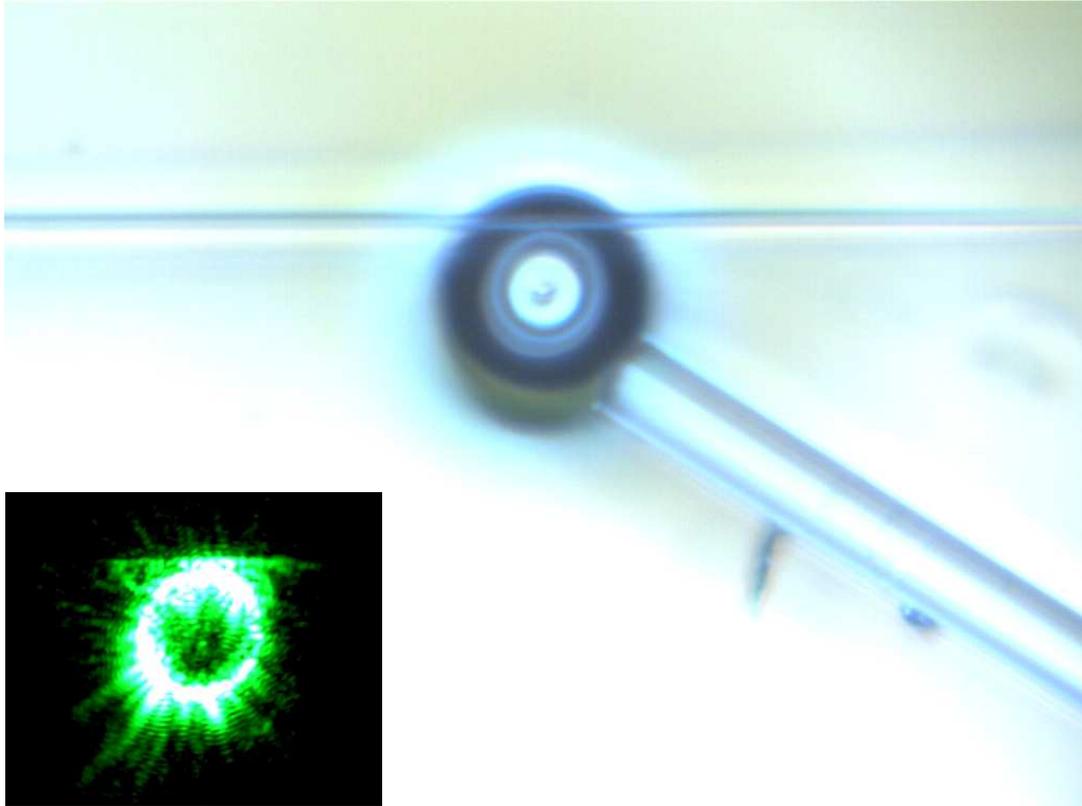


FIGURE 4.15 – Images au microscope (objectif 50x) de l'expérience de couplage d'un microtore de  $14\ \mu\text{m}$  de diamètre et  $4\ \mu\text{m}$  de petit diamètre contenant du SRSO. Le taper de pompe au contact cède la quasi totalité de son signal dans les modes de galerie. Le signal est détecté à l'aide d'une fibre optique multimode amincie directement relié au spectromètre.

Je couple le laser de pompe Nd :YAG doublé à  $532\ \text{nm}$  dans le taper grâce à un objectif de microscope (20x Plan N,  $\text{ON} = 0,40$ ). L'intensité de vert à l'entrée du taper avoisine les  $8\ \text{mW}$ . Le taper de pompe est ensuite placé au contact de la microcavité comme en témoigne les images 4.15 prises au cours de l'expérience. Il n'y a pas d'effet d'élargissement des modes en fonction de la puissance de pompe, notamment parce que la largeur des résonances est limitée par le pouvoir séparateur des réseaux. De surcroît, étant donné que le taper de pompe est au contact, les pertes dues au couplage constituent la source de dissipation dominante :  $Q = Q_C$  (les effets d'absorption et de gain sont filtrés par les pertes par couplage plus rapides). Sans mettre les éléments au contact, la quantité de signal détectée, proportionnelle au dip de couplage, est beaucoup plus faible. Le taper cède toute sa puissance pour l'excitation de « modes rayonnants » et de modes « guidés » dans des proportions équivalentes.

Les résonances des modes de galerie sont observées dans la courbe d'émission. Le signal infrarouge est obtenu dans le champ lointain à l'aide d'une fibre MMF amincie de  $10\ \mu\text{m}$  de diamètre. La distance optimale séparant le microtore de cette dernière vaut  $3\text{--}10\ \mu\text{m}$ . Après être allé au contact deux fois, les résonances des modes de galerie n'ont plus été détectée.

La longueur d'onde centrale de l'émission de PL vaut 1,7 eV et le léger « épaulement » autour de 1,8 eV correspond exactement aux courbes de photoluminescence dans les fibres que j'utilise<sup>4</sup>. L'enveloppe du spectre est décalée de 100 nm vers le bleu par rapport à l'émission attendues pour les NC Si dans le microdisque (cf spectre de droite sur la figure 4.2).

Après avoir observé cette émission j'ai enregistré dans les mêmes conditions le spectre des modes du disque témoin, puis je suis revenu de nouveau sur le microtore et j'ai retrouvé l'émission de la fibre... Une interprétation possible est que la densité de NC Si effectivement pompés dans le tore est plus faible que dans le disque, ce qui a le mérite d'être en accord avec l'hypothèse de destruction des émetteurs évoquée précédemment.

#### 4.4.4 Émission des NC Si dans les modes de galerie

Dans cette ultime expérience, il a été possible de collecter l'émission de NC Si couplés à des microtores, en champs proche et lointain.

Une étape décisive a été de fabriquer un taper hybride qui permet de réduire fortement la fluorescence lors de la propagation. J'ai fabriqué une fibre composite à l'aide d'un petit tronçon (15mm) de la fibre SMF habituelle (Verrillon SMF125-A-42) raccordé (*spliced*) de part et d'autre avec la fibre 3224 (3M FS-SN-3224) adaptée pour les courtes longueurs d'onde. Le taper que j'ai fabriqué présente une transmission supérieure à 90% dans l'infrarouge. Ce taper est placé au contact d'un microtore de 14  $\mu\text{m}$  de diamètre similaire à ceux des paragraphes précédents. Le pompage est réalisé à  $\lambda_{\text{pump}} = 532 \text{ nm}$ . On adapte le diamètre pour exciter sélectivement les modes bien confinés. Ce taper hybride permet de faire une détection en onde évanescente en détectant le signal transmis à la sortie du taper.

Sur la droite de la figure 4.16, je montre le spectre obtenu par détection en champ proche à l'aide du taper. J'ai retranché la photoluminescence de la fibre multimode placée entre la sortie du taper et la spectrographe, à l'intérieur duquel est inséré le filtre passe-haut (Schott OG 590). Sur la gauche de la figure 4.16, je représente le signal recueilli en champ lointain (avec la fibre multimode amincie CEA à gradient d'indice). On observe sur ce graphe l'émission des NC Si superposée à la fluorescence de la fibre multimode amincie. Il faut souligner que l'émission détectée via le taper est très supérieure à celle obtenue par la collection en champ lointain (rapport compris entre 8 et 20). Ce rapport dépend du facteur de qualité et résulte de l'efficacité de collection de la faible efficacité de détection de la MMF et confirme la supériorité de la technique de détection en onde évanescente.

Le signal était suffisamment intense pour être observé à l'œil nu, à condition de s'affranchir du signal de pompe à 532 nm diffusé par la cavité et par le taper. Sur la figure 4.17, je montre en bas à gauche l'image observée sans filtrage. Les trois autres images

---

4. Les défauts et les nombreux composés dans la matrice forment des états dans la bande interdite de la silice où les paires électron-trou peuvent se recombinaison et émettre dans le visible [64]. Les fibres optiques sont principalement constituées de germano-silicate (1-3% de  $\text{GeO}_2$ ) qui fluorescent dans le visible. Leurs procédés de fabrication conduisent à la production de centres lacunaires en oxygène et notamment les liaisons Ge-Si et GeO. L'excitation énergétique casse ces liaisons pour former des centres colorés constitués par les ions  $=\text{Ge}^-$  et  $\equiv\text{Si}^+$  dont la luminescence se situe autour de 400 nm [90].

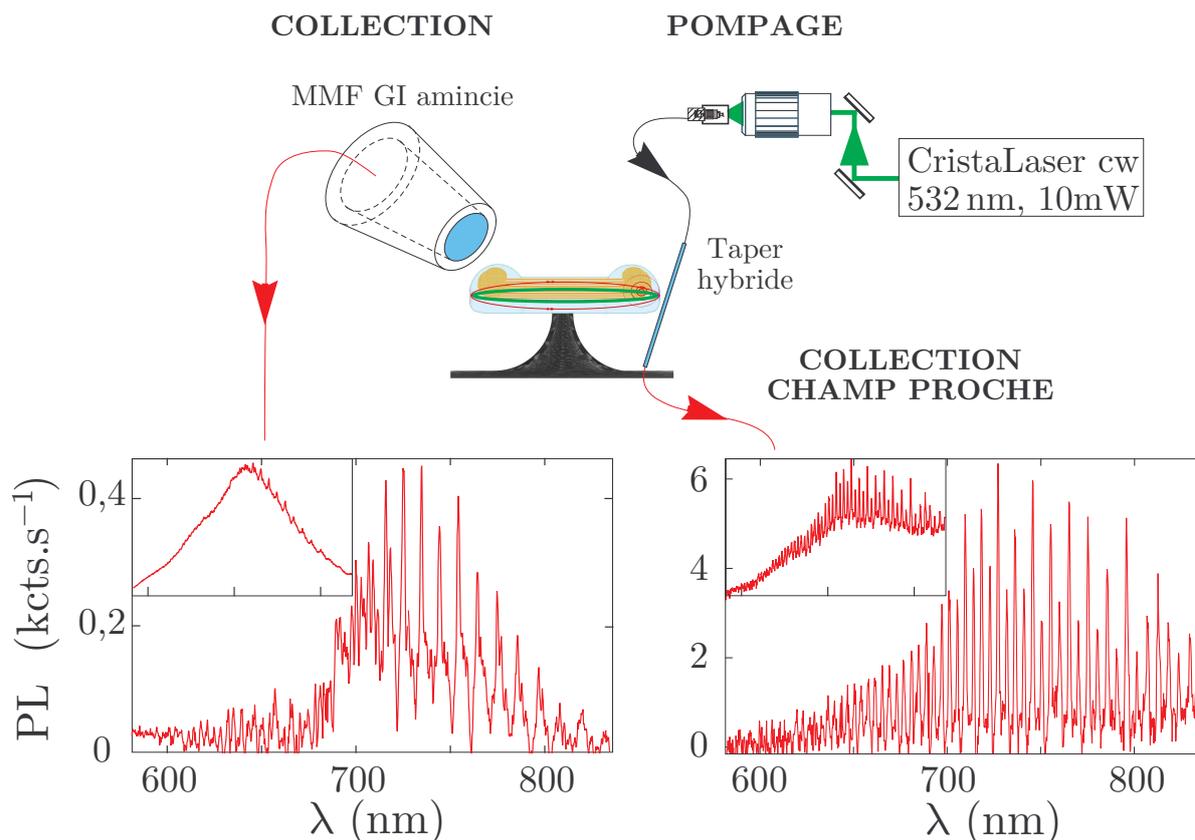


FIGURE 4.16 – Émission par des NC Si dans des modes de galerie d'un microtor. En haut : schéma de l'expérience montrant les deux voies de détection (taper et MMF). En bas à gauche : le spectre obtenu en champ lointain collecté par la fibre multimode. En bas à droite : le spectre obtenu en champ proche à la sortie du taper.

sont obtenus en interposant devant la caméra vidéo un filtre de gélatine (Kodak Wratten 12) qui coupe à 620 nm. L'image en haut à droite montre clairement la fluorescence des NC Si diffusée par la cavité qui traverse le filtre. Son identification en temps qu'émission IR proche est confirmée par l'image en bas à droite dans laquelle un deuxième filtre est interposé.

#### 4.4.5 Expérience de type pompe/sonde

L'objectif est de « canaliser » l'émission spontanée dans un mode de galerie de grand facteur de qualité afin d'étudier le démarrage éventuel de l'émission stimulée. Aux faibles intensités de pompe, on peut envisager que le gain dépasse les pertes modales et de grands facteurs de qualité peuvent mettre en évidence ce régime.

Je fabrique un taper monomode à 405 nm présentant une transmission de 92% de transmission à 775 nm. Le microtor a un diamètre externe de 14  $\mu\text{m}$  et un petit-diamètre de 4  $\mu\text{m}$  mesuré au microscope électronique à balayage. Sa composition en silicium activé thermiquement est équivalente à celle décrite sur la figure 4.13. Nous avons identifié les modes fondamentaux et repéré les longueurs d'onde correspondantes.

Je procède à l'excitation résonante d'un modes fondamental TE à la longueur d'onde

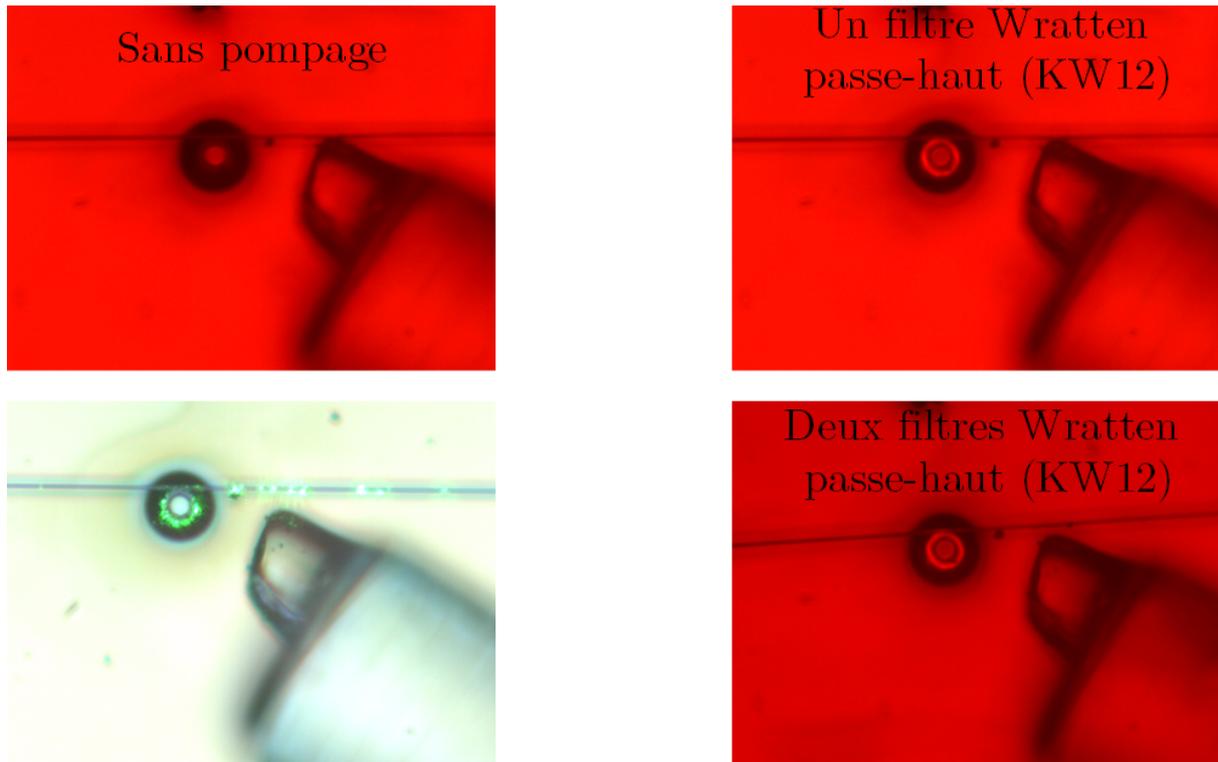


FIGURE 4.17 – Images de l'expérience de couplage des NC Si au microtore.

$\lambda_{\text{em}} = 772,3$  nm. Le taper et le microtore sont couplés à  $>98\%$  lorsque l'on ferme le gap à cause des « modes rayonnants ». Deux lasers aux longueurs d'onde de pompe et d'émission excitent simultanément les modes de galerie. On enregistre la modification de la largeur  $\gamma_{\text{int}}$  et du dip  $D$  de la résonance à  $\lambda_{\text{em}} = 772,3$  nm avec la puissance de pompe. À mesure que la puissance de pompe augmente, nous avons observé une réduction de la largeur et une diminution du rapport des dips à résonance.

Dans l'*insert* de la figure 4.18, je présente les transmissions du taper à résonance sur le mode de galerie avec et sans pompage. La transition du spectre en transition représenté en noir (sans pompe) au spectre représenté vert (avec) dure environ une seconde. À mesure que l'on augmente la puissance de pompe, la différence de largeur diminue et le rapport des dips laser allumé/éteint diminue. La diminution simultanée du couplage n'est pas dû à un effet géométrique. L'avantage, par comparaison avec la mesure précédente 4.4.3, est que le mode de galerie (sans pompe) est bien identifié. Cet effet caractérise le matériau dans le microtore et semble être de la transparence induite par laser.

## 4.5 Discussions

L'incorporation de NC Si affecte les propriétés optiques des microcavités de même que la fusion en microtore joue un rôle néfaste pour l'émission. Je fais ici le bilan des résultats de ma thèse et je montre que les microcavités permettent de caractériser les différents processus de pertes. Les limitations à l'établissement du régime laser sont énoncées ci-dessous par ordre de priorité.

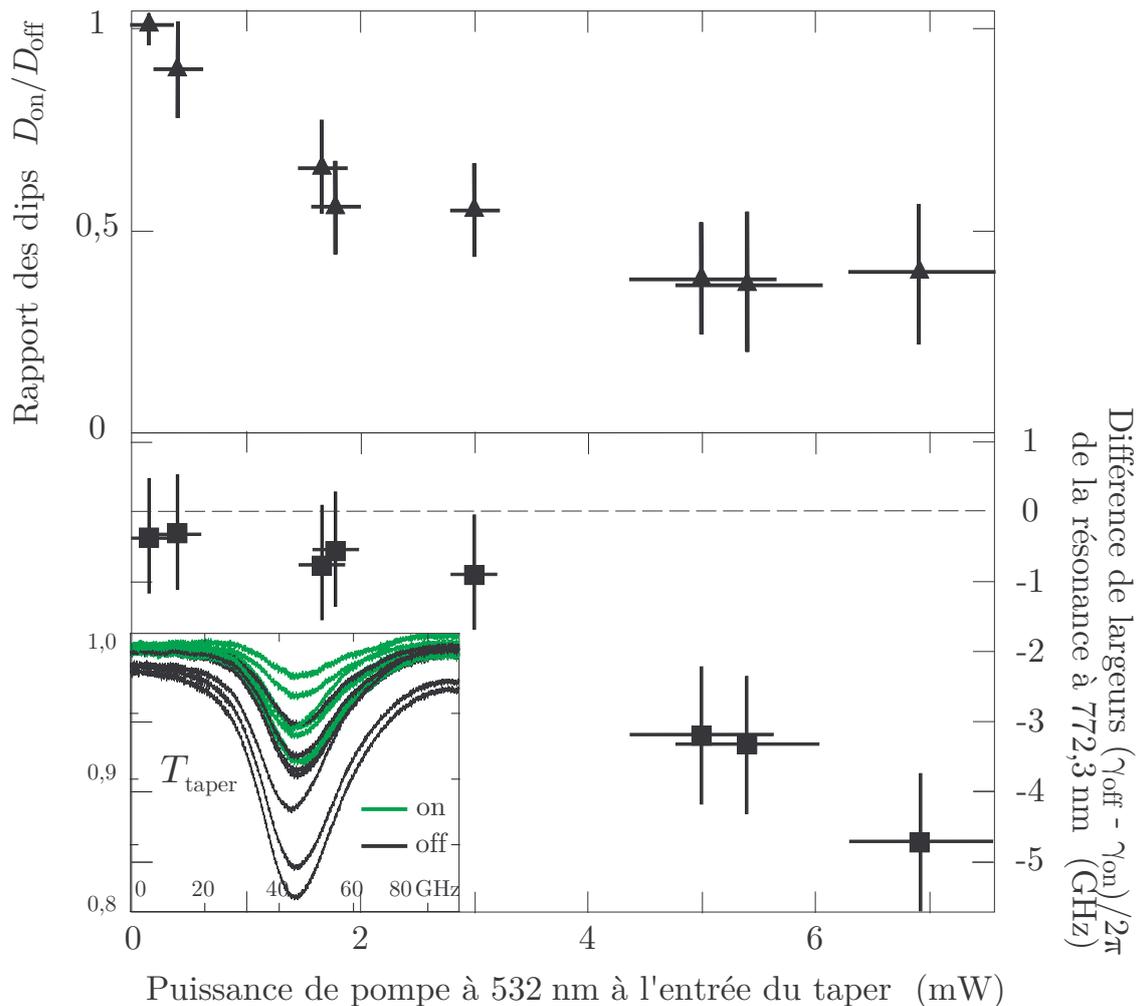


FIGURE 4.18 – En bas à gauche, les transmissions du taper correspondantes correspondant au mode de galerie fondamentale, autour de  $\lambda_{em} = 772,3$  nm, en régime de sous-couplage. Le microtore de silice a un diamètre de  $14 \mu\text{m}$  et le taper d'excitation est en silice pure.

#### 4.5.1 Processus non-radiatifs

L'efficacité de l'émission diminue lorsque la densité de diffuseur augmente. Ces centres sont des pièges pour les excitons qui y dissipent leur énergie en chaleur. Les deux mécanismes non-radiatifs principaux sont liés à la présence de défauts dans la matrice et à la non-cristallisation du silicium. Cela constitue le principal frein pour l'inversion de population. Les petits nanoagrégats engendrent plus de défauts, car la recombinaison a lieu à la surface. Les optimums pour la luminescence et pour le gain sont différents. Nous pouvons distinguer les processus non-radiatifs qui dépendent de :

- la densité de la matrice de silice (environnement proche),
- le caractère cristallin des nanoagrégats,
- la densité de NC Si.

À l'interface silice/nanoagrégat a lieu les principaux processus optiques intéressants, tels que l'absorption optique linéaire et le gain. En absence de processus non-radiatif, l'absorp-

tion optique linéaire, de taux proportionnel à  $-\varepsilon'' I_{\text{pump}}$  est en compétition avec le gain, strictement positif, jouant un rôle symétrique.  $\varepsilon''$  est la partie imaginaire de la constante diélectrique du milieu et  $I_{\text{pump}}$  l'intensité dans le mode de pompe. Un nanoagrégat de Si de 1 nm de diamètre contient moins de 100 atomes de Si, alors qu'un NC Si de 3 nm de diamètre contient environ 1 000 atomes. La nature de la surface du NC Si est prépondérante pour de multiples raisons [7]. Les liaisons pendantes réduisent l'intensité de l'émission en piégeant les électrons dans ces sites qui ne participent pas au processus d'émission [56,91].

La coquille de silice entourant le NC limite les effets non-radiatifs pouvant masquer la présence du gain. De surcroît, l'origine du gain est elle-même attribuée à cette « zone tampon » où certaines liaisons chimiques peuvent varier en distance interatomique [45]. Comme présenté au paragraphe 4.2.4, une méthode pour tenter d'expliquer comment intervient le quenching de l'émission consiste à produire des nanocristaux de Si entourés soit d'hydrogène soit d'oxygène. La technique de résonance paramagnétique électronique (RPE) est sensible à la présence de liaisons pendantes et permet de savoir dans quelles proportions l'oxygène et l'hydrogène entourent les NC Si. Le groupe de O. Guillois du laboratoire Laboratoire Francis Perrin au CEA Saclay a fait l'étude de la photoluminescence de NC Si dans l'air et incorporés dans une matrice sol-gel, pour des durées d'oxydation allant de quelques minutes à quelques mois [92]. Les mesures montrent que le confinement quantique apparaît pour des NC Si de diamètre inférieur à sept nanomètres. Malgré la mise en évidence de propriétés très intéressantes l'émission stimulée dans ces NC Si reste à démontrer. La silice obtenue par sol-gel, présente une certaine porosité, et peut alors contenir de l'eau qui limite de façon irrémédiable le temps de vie de l'exciton créé. Le procédé sol-gel est une méthode d'élaboration permettant de contrôler la composition du verre en utilisant une solution colloïdale.

**Effet de la concentration :** L'intensité de PL augmente avec la densité de nanocristaux seulement jusqu'à un certain point. Le transfert de charge entre les particules devient possible lorsque la séparation entre les nanoagrégats est comparable au rayon de Bohr  $a_0 = 4,9$  nm du silicium. A plus forte densité, l'effet Stark d'un NC sur ses voisins modifie les propriétés de l'émission.

### 4.5.2 Facteur de remplissage optique

Le facteur de remplissage optique  $F_{\text{OPT}}$  caractérise le recouvrement entre le milieu pompé et le mode où l'émission se produit. Quantitativement, on peut l'évaluer en calculant le recouvrement entre les intensités des modes de pompe et d'émission et la distribution des émetteurs, représentée par le coefficient d'absorption  $\varepsilon''(\mathbf{r})$ . En termes des champs modaux normalisés par leur valeur maximale  $\mathbf{e}(\mathbf{r}) \equiv \mathbf{E}(\mathbf{r})/\|\mathbf{E}_{\text{max}}\|$ , il s'écrit :

$$F_{\text{OPT}}(\lambda_{\text{pump}}, \lambda_{\text{em}}) = \frac{\int \varepsilon''(\mathbf{r}) \|\mathbf{e}_{\text{pump}}(\mathbf{r})\|^2 \|\mathbf{e}_{\text{em}}(\mathbf{r})\|^2 d^3\mathbf{r}}{\sqrt{\left(\int \varepsilon''(\mathbf{r}) \|\mathbf{e}_{\text{pump}}(\mathbf{r})\|^2 d^3\mathbf{r}\right) \times \mathcal{V}}}, \quad (4.9)$$

où  $\lambda_{\text{pump}}$  et  $\lambda_{\text{em}}$  sont les longueurs d'onde de pompe et d'émission. Les trois intégrations sont faites sur le même volume « de la cavité » qui contient le support des trois fonctions

mises en jeu, comme au paragraphe § 1.4.5 où nous avons défini le volume modal  $\mathcal{V}$  par l'intégration de  $\mathbf{e}_{\text{em}}$ .

De la même manière, le maximum d'intensité du mode de galerie est atteint à une distance de la surface valant typiquement  $\frac{\lambda}{N} \left(\frac{\ell}{2}\right)^{1/3}$ . Pour un tore de 80  $\mu\text{m}$  de diamètre et d'indice typique du SRSO  $N = 1,55$ , correspondant à  $\ell = 370$  à 532 nm et  $\ell = 250$  à 774 nm, cette distance vaut 0,91  $\lambda_{\text{pump}}/N$  et 0,80  $\lambda_{\text{em}}/N$  respectivement, soit 0,31  $\mu\text{m}$  à 532 nm et 0,4  $\mu\text{m}$  à 774 nm. Le facteur de remplissage optique peut être également déterminé par les simulations par la FEM.

Ce paramètre est un aspect important du couplage lumière-matière. Empiriquement, il semble assez difficile de maximaliser ce facteur tout en conservant un facteur de qualité très élevé.

### 4.5.3 Processus d'absorption des porteurs libres

L'absorption par les porteurs libres (en anglais FCA, pour *Free-carrier absorption*) dans un semiconducteur correspond aux transitions intrabandes des porteurs excités. Ce processus est également connu sous les noms de : transitions « inter-sous-bandes » ou encore absorption des porteurs confinés. Pour de fortes puissances, ce processus peut-être assisté par l'absorption de phonons TO. Les modulateurs compatibles CMOS très rapides (>GHz) fonctionnent grâce à la FCA [93]. Cet effet, particulièrement important dans les semiconducteurs à gap indirect, existe même si la structure de bandes est modifiée. La caractérisation des pertes par FCA dans des nanocristaux de silicium en microcavité est réalisée pour la première fois par les groupes de Pavesi [35] et de Brongersma [39]. À la différence du silicium massif, la FCA dans les NC Si ne permet pas une modulation rapide du signal [94]. Le coefficient d'absorption modal  $\alpha_{\text{FCA}}$  s'exprime :

$$\alpha_{\text{FCA}}(\lambda_{\text{pump}}, \lambda_{\text{em}}, I_{\text{pump}}) = \mathcal{N} F_{\text{OPT}} \sigma_{\text{FCA}} , \quad (4.10)$$

où  $\mathcal{N}$  correspondent à la population de nanocristaux émettant à une longueur d'onde d'émission  $\lambda_{\text{em}}$  et  $\sigma_{\text{FCA}}$  est la section efficace de perte par porteurs libres, dépendant des longueurs d'onde d'émission et de pompe et de l'intensité de pompe<sup>5</sup>. L'utilisation de microdisques a permis de faire l'étude comparative de l'absorption des porteurs libres et de l'atténuation globale. R. D. Kekatpure et M. L. Brongersma mesurent l'élargissement des résonances de modes de galerie d'un microdisque en fonction de la puissance de pompe. Entre 700 et 900 nm, les pertes dépendent de façon quadratique de la longueur d'onde telle que  $\sigma_{\text{FCA}} = (5 \pm 2) \times 10^{-9} \lambda_0^{2,0 \pm 0,3} \text{ cm}^2$ , où  $\lambda_0$  est exprimée en centimètre [95]. Cette dépendance de la section efficace d'absorption est cohérente avec celles mesurées dans le Si massif [96].

Par ailleurs, les pertes optiques dans l'infrarouge évoluent comme la racine carrée, et au delà de quelques dizaines de  $\text{W.cm}^{-2}$  comme la racine cubique de l'intensité de pompe [97]. Ceci donne un ordre de grandeur limite pour que l'émission stimulée dépasse

5. La distribution de diamètre des NC Si peut être prise en compte dans le calcul des pertes [39]. Il suffira de sommer sur tous les nanocristaux susceptibles d'émettre à une longueur d'onde d'émission  $\lambda_{\text{em}}$ . Un échantillon monodisperse évite d'avoir de l'absorption par des NC Si qui ne participant pas à l'émission.

les pertes par FCA. À plus grande intensité de pompe, ces pertes sont reliés à de l'effet Auger dans les NC Si [98].

#### 4.5.4 Équations pour les populations

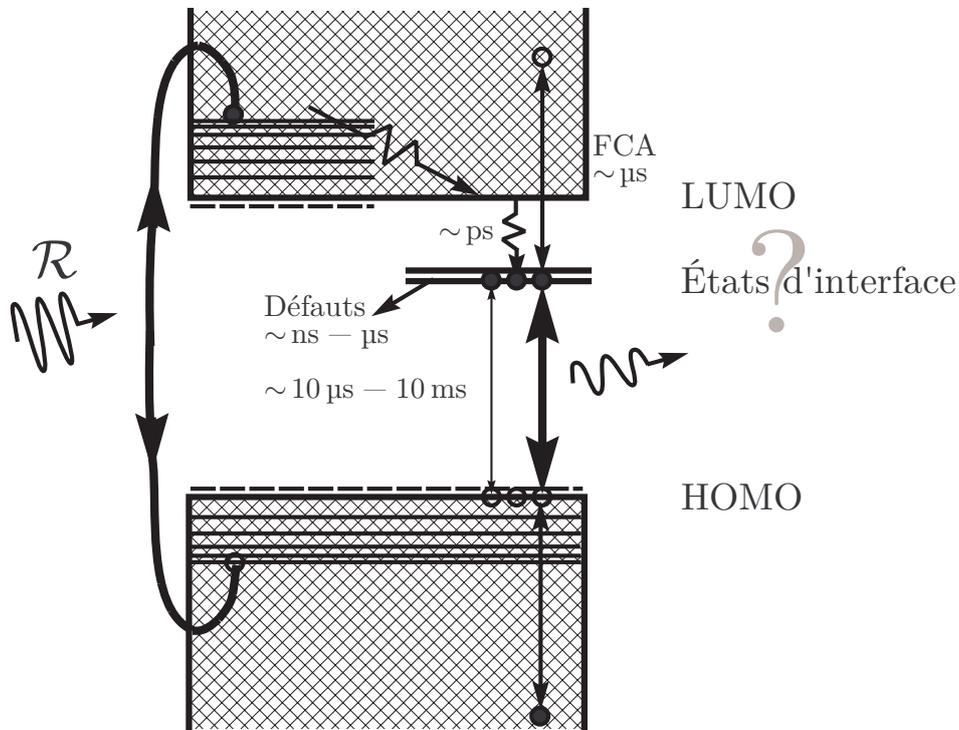


FIGURE 4.19 – Diagramme schématique d'un système à trois niveaux pour identifier les processus de gain et de pertes dans les NC Si en matrice de silice. On utilise les dénominations LUMO (Lowest unoccupied molecular orbital) et HOMO (Highest occupied molecular orbital) pour représenter les bords de bande de conduction et de valence [75, page 26].

Dans la mesure où il est envisageable d'obtenir une inversion de population dans les NC Si [42], je propose d'établir des équations de taux pour les populations électronique et photonique et de faire les diagnostics adaptés. Sur la figure 4.19, je représente un diagramme d'énergie pour un nanocristal de silicium en matrice de silice. Nous supposons que la « coquille » de silice permet d'avoir des « états d'interface » dans le gap. Les porteurs de charge, à l'origine de l'inversion de population, doivent nécessairement rester piégés sur cet état. Les expériences de spectroscopie résolues en temps de l'émission des NC Si donnent des durées de vie radiatives de 100 μs à 10 ms et des durées non-radiatives (NR) allant de la nano à la microseconde [3, 99]<sup>6</sup>. La dépendance avec la température fournit de précieuses informations [100, 101]. La durée de vie radiative de nos échantillons serait de l'ordre de la milliseconde [102]. Ces durées de vie pour les différents processus sont

6. À cause de l'interaction dipôle-dipôle entre les paires de porteurs de charge, la durée de vie non-radiative varie comme la puissance sixième de la distance [97]. Pour les densités supérieures à  $10^{20}$  NC Si.cm<sup>-3</sup> ceci peut conduire à une réduction conséquente de l'efficacité de l'émission.

rappelées sur la figure 4.2. Elles sont en accord avec les calculs *ab-initio* dont une synthèse est faite dans l'ouvrage [75, page 25]. L'étude de NC Si uniques a permis de confirmer de telles valeurs puisque la largeur homogène mesure environ 2 meV [68]. Les « états d'interface » peuvent être dépeuplés par les processus NR et par la FCA plus rapidement que par le processus radiatif. Le rapport de branchement de  $10^{-4}$ – $10^{-5}$  n'est autre que l'efficacité quantique du système. Je supposerais que la désexcitation vers l'état d'interface est plus rapide que la désexcitation NR de la LUMO et de l'absorption des porteurs libres. La LUMO est vide à l'état stationnaire et le système est quasi trois niveaux.

Dans une approche semi-classique, les populations de photons et de paires électron-trou sont régies par les « équations de taux ». Sur la figure 4.19 sont représentés les différents niveaux électroniques, en supposant que le système soit à trois niveaux. Dans ce cadre, la transition décrite est radiative et la population dans l'état bas est nulle.

Un ensemble des NC Si, en résonance avec un mode de galerie, participent à l'émission. Les deux « équations de taux » couplées pour la population électronique  $\mathcal{N}$  du niveau excité et pour le nombre  $n$  de photons dans le mode peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} \frac{d\mathcal{N}}{dt} = \mathcal{R} - \mathcal{W}\mathcal{N}(n+1) - \Gamma\mathcal{N} \\ \frac{dn}{dt} = -\gamma n + \beta\mathcal{W}\mathcal{N}(n+1) \end{cases}, \quad (4.11)$$

où  $\mathcal{W}$  est le taux d'émission spontanée à résonance dans le mode de galerie,  $\beta$  est le facteur de confinement de l'émission spontanée [103],  $\Gamma$  est le taux de pertes de paires électron-trou,  $\gamma$  le taux de pertes photoniques et  $\mathcal{R} = \eta\Phi_{\text{pump}}$  est le terme de « repompage » proportionnel à l'efficacité quantique  $\eta$ . La quantité  $\mathcal{W}$ , proportionnelle au recouvrement entre le mode de la cavité avec les émetteurs, s'exprime en fonction de la fréquence de Rabi du vide  $\Omega_R$  de la transition optique telle que :

$$\mathcal{W} = \frac{\Omega_R^2}{\Gamma_{\text{Hom}} + \gamma} \simeq \frac{\hbar\omega d^2}{\epsilon_0\mathcal{V}\Gamma_{\text{Hom}}\mathcal{N}^2} F_{\text{OPT}} u^2(\mathbf{r}), \quad (4.12)$$

où  $\Gamma_{\text{Hom}}$  est la largeur homogène de la transition optique,  $\gamma$  la largeur de la cavité [104],  $d$  le dipôle de la transition,  $\omega$  la pulsation,  $\mathcal{V}$  le volume modal et  $F_{\text{OPT}} u^2(\mathbf{r})$  le recouvrement des NC Si avec le mode. La largeur homogène est typiquement dix à cent fois plus petite que la largeur totale de l'émission (largeur inhomogène). De plus, dans le régime de bonne cavité, nous appliquerons  $\Gamma_{\text{Hom}} \gg \gamma$  dans l'expression (4.12) [103]. Pour ce calcul, le facteur  $\beta$  est assimilé à l'unité c'est-à-dire que toute l'émission des NC Si est supposée confinée dans les modes de galerie.

Dans le régime laser (avec  $n \gg 1$ ), en régime stationnaire, on obtient la condition  $-\gamma n + \mathcal{W}\mathcal{N}n = 0$  exprime la compensation des pertes par le gain du matériau. La condition d'égalité entre les pertes et le gain permet d'écrire la population au dessus du seuil  $\mathcal{N}_{\text{th}} = \gamma/\mathcal{W}$ . Le terme d'absorption  $\Gamma\mathcal{N}$  est grand devant le taux  $\mathcal{W}$ , le « repompage » au seuil est obtenu par :

$$\mathcal{R}_{\text{th}} = \frac{\Gamma\gamma}{\mathcal{W}}. \quad (4.13)$$

Les solutions stationnaires à l'équation (4.11) sont :

$$\begin{cases} \mathcal{N} = \mathcal{N}_{\text{th}} = \frac{\gamma}{\mathcal{W}}, \\ n = \frac{\Gamma}{\mathcal{W}} \left( \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{R}_{\text{th}}} - 1 \right). \end{cases} \quad (4.14)$$

Finalement, dans le régime laser ( $\mathcal{R} \gg \mathcal{R}_{\text{th}}$ ), le flux de photon sortant de la cavité  $\Phi_{\text{laser}}$  est au moins égal à  $\gamma n$ , à peu près égal à  $\mathcal{R}$ .

Dans le régime de photoluminescence (avec  $n \ll 1$ ), en régime stationnaire, on a  $-\gamma n + \mathcal{W}\mathcal{N} = 0$  qui exprime l'équilibre entre les pertes par absorption et l'émission spontanée. En réutilisant l'expression au seuil (4.13), les populations électronique et photonique s'écrivent :

$$\begin{cases} \mathcal{N} = \frac{\mathcal{R}}{\Gamma + \mathcal{W}}, \\ n \simeq \frac{\Gamma}{\gamma} \mathcal{N} = \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{N}_{\text{th}}} = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{R}_{\text{th}}}. \end{cases} \quad (4.15)$$

Dans le régime de photoluminescence, le flux de photon  $\Phi_{\text{PL}} = \mathcal{R}\mathcal{W}/\Gamma$  est proportionnel au taux de repompage, au recouvrement des émetteurs avec le champ et à l'inverse du taux de relaxation des populations dans le niveau excité.

Le nombre de photons moyen dans le mode varie fortement entre le régime de photoluminescence et le régime laser. Le seuil laser ( $\propto \Gamma/\mathcal{W}$ ) correspond à cette rupture de pente.

Pour rendre ce modèle plus réaliste, nous devrions inclure le terme décrivant l'absorption des porteurs libres. il faudrait alors prendre en compte la dépendance de ces pertes  $\alpha_{\text{Aintra}}(I_{\text{pump}}, \lambda_{\text{pump}}, \lambda_{\text{em}}) \propto \gamma_{\text{Aintra}}$  par rapport à l'intensité de pompe et aux longueurs d'onde mises en jeu. Ce modèle simple repose sur l'hypothèse d'un état métastable dans le gap au voisinage de la LUMO. Cette hypothèse est admise dans la littérature, mais sa nature et sa position peut être variable d'un nanocristal à l'autre ce qui limiterait fortement la pertinence du modèle précédent.

### 4.5.5 Bilan et ouverture

Une étape instructive de ce travail a consisté à mettre en parallèle les différents résultats relevés sur les différentes cavités et « multicouches » de SRSO/SiO<sub>2</sub>. Les propriétés modales des microsphères et des microtores sont assez proches de celles des microdisques plutôt utilisés par les groupes concurrents. Les microcavités fonctionnalisées obtenues par fusion présentent des volumes modérément petits et des facteurs de qualité nettement plus élevés que pour d'autres systèmes (cf tableau 4.1). Les principaux problèmes auxquels j'ai dû faire face sont la localisation des nanoémetteurs dans le tore, la chute du taux d'émission après fusion et la capacité à collecter leur PL par taper. La synthèse de mes travaux est donnée dans le tableau 4.3. Les premières lignes correspondent à des facteurs de qualité élevés mais un recouvrement médiocre avec les émetteurs. La dernière ligne correspond à un compromis que l'on peut faire entre le facteur de qualité et le facteur de remplissage.

De plus, la fusion au laser CO<sub>2</sub> engendre la formation d'agglomérats de Si qui réduisent la transparence et l'efficacité d'émission. Au delà d'une certaine température, la structure

ne présentant plus d'émission visible, car la recombinaison radiative n'est plus favorable. La présence de ces agglomérats dans le mode de galerie fait passer le facteur de qualité de  $10^7$  à  $< 10^5$ . En outre, la luminescence du silicium dépend de la fusion au laser  $\text{CO}_2$ . Avec un traitement thermique standard (1h,  $1050^\circ\text{C}$ ), l'intensité de PL est dix à cent fois plus élevée qu'avec une illumination au laser  $\text{CO}_2$  de  $20 \text{ kW}\cdot\text{cm}^{-2}$  durant une minute. Par ailleurs, l'intensité de PL diminue d'un facteur dix après fusion notamment à cause de la coalescence lors de la fusion et d'un meilleur confinement. L'utilisation de microtores de  $14 \mu\text{m}$  de diamètre conduit à des signaux modulés par les modes de galerie. Cette émission ne correspond pas à celle des NC Si et il semble donc qu'ils aient tous été détruits par la fusion au laser  $\text{CO}_2$ . En réalité la coalescence n'est que partielle et l'émission par les nanocristaux de silicium fut collectée dans le champ proche et le champ lointain (en s'affranchissant de la PL parasite de fibre grâce au taper hybride, cf 4.4.4).

Concernant le matériau, l'épaisseur déposée et sa densité influent sur les pertes globales [32]. Un mode de galerie dans un milieu hétérogène aura des propriétés optiques médiocres. Les microtores permettent de faire l'étude comparative de l'influence de l'absorption et de la diffusion de Rayleigh par les NC Si [37]. Cependant, l'implantation ionique suivie d'une activation au four et de la fusion du microdisque pour former le microtore conduit forcément à un facteur de remplissage extrêmement faible.

Cavité	Localisation des multicouches de SRSO	$Q$	$\mathcal{V}/\lambda_0^3$
Sphère	Wafer en <i>sous-couplage</i> dans le champ évanescent	$10^9$	5 000
Sphère	Wafer au contact de la microsphère	$10^6$	4 500
Tore	$0,5 \mu\text{m}$ $\text{SiO}_2$ , $0,5 \mu\text{m}$ SRSO bulk, $0,5 \mu\text{m}$ $\text{SiO}_2$	$10^6$	600
Tore	Disque $1,5 \mu\text{m}$ , dépôt sur $1,2 \mu\text{m}$ , $2b = 10 \mu\text{m}$	$10^7$	500
Tore	Disque $0,5 \mu\text{m}$ , dépôt plus concentré sur $1,5 \mu\text{m}$ , $2b = 4 \mu\text{m}$	$2\cdot 10^4$	200

TABLE 4.3 – Résumé de mes expériences de fonctionnalisation de microcavités par des nanocristaux de silicium. Les facteurs de qualité sont mesurés à  $\lambda_{em} \sim 775 \text{ nm}$  et les volumes modaux correspondent au mode fondamental (cf § 1.4.5)

Dans le tableau 4.3, je résume les résultats de mes expériences de couplage de NC Si avec des microcavités. Je précise également la nature des composants qui m'ont permis de contrôler les caractéristiques de l'émission. Nous avons réussi à obtenir de l'émission spontanée dans les modes de galerie microtore et à étudier les propriétés du couplage en fonction du pompage optique. Le caractère intégrable et l'optimisation de la concentration en NC Si seront les paramètres cruciaux pour les expériences à venir.

Le SRSO semble être un prometteur également en vertu de la grande accordabilité de l'émission Poole-Frenkel [105], c'est-à-dire résultant d'un pompage électrique [106]. Par ailleurs, le développement de capteurs à l'interface optique-biologique permet d'espérer des réalisations intéressantes avec ce type de matériau.

## Références du chapitre 4

- [1] L. Canham, “Silicon quantum wire array fabrication by electrochemical and chemical dissolution of wafers,” *Appl. Phys. Lett.* **57**, 1046–1048 (1990).
- [2] L. Brus, “Luminescence of silicon materials : Chains, sheets, nanocrystals, nanowires, microcrystals, and porous silicon,” *J. Phys. Chem.* **98**, 3575–3581 (1994).
- [3] C. Delerue, G. Allan, and M. Lannoo, “Theoretical aspects of the luminescence of porous silicon,” *Phys. Rev. B* **48**, 11024 (1993).
- [4] C. Delerue, M. Lannoo, G. Allan, E. Martin, I. Mihalcescu, J. C. Vial, R. Romestain, F. Muller, and A. Bsiesy, “Auger and Coulomb charging effects in semiconductor nanocrystallites,” *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2228–2231 (1995).
- [5] L.-W. Wang and A. Zunger, “Dielectric constants of silicon quantum dots,” *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1039–1042 (1994).
- [6] D. Kovalev, H. Heckler, M. Ben-Chorin, G. Polisski, M. Schwartzkopff, and F. Koch, “Breakdown of the  $k$ -conservation rule in Si nanocrystals,” *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2803–2806 (1998).
- [7] M. Wolkin, J. Jorne, P. Fauchet, G. Allan, and C. Delerue, “Electronic states and luminescence in porous silicon quantum dots : the role of oxygen,” *Phys. Rev. Lett.* **82**, 197–200 (1999).
- [8] M. Röhner, J. Reithmaier, A. Forchel, F. Schäfer, and H. Zull, “Laser emission from photonic dots,” *Applied Physics Letters* **71**, 488 (1997).
- [9] J. Gérard, B. Sermage, B. Gayral, B. Legrand, E. Costard, and V. Thierry-Mieg, “Enhanced spontaneous emission by quantum boxes in a monolithic optical microcavity,” *Physical Review Letters* **81**, 1110–1113 (1998).
- [10] T. Yoshie, A. Scherer, J. Hendrickson, G. Khitrova, H. M. Gibbs, G. Rupper, C. Ell, O. B. Shchekin, and D. G. Deppe, “Vacuum Rabi splitting with a single quantum dot in a photonic crystal nanocavity,” *Nature* **432**, 200 (2004).
- [11] E. Peter, P. Senellart, D. Martrou, A. Lemaître, J. Hours, J.-M. Gérard, and J. Bloch, “Exciton photon strong-coupling regime for a single quantum dot embedded in a microcavity,” *Phys. Rev. Lett.* **95**, 067401 (2005).
- [12] K. Srinivasan, A. Stintz, S. Krishna, and O. Painter, “Photoluminescence measurements of quantum-dot-containing semiconductor microdisk resonators using optical fiber taper waveguides,” *Phys. Rev. B* **72**, 205318 (2005).
- [13] J. Reithmaier, “Strong exciton–photon coupling in semiconductor quantum dot systems,” *Semiconductor Science and Technology* **23**, 123001 (2008).
- [14] H. Rong, R. Jones, A. Liu, O. Cohen, D. Hak, A. Fang, and M. Paniccia, “A continuous-wave Raman silicon laser,” *Nature* **433**, 725–728 (2005).
- [15] C. Kittel and P. McEuen, *Introduction to solid state physics*, vol. 119 (Wiley New York, 1996).
- [16] D. F. Edwards, *Silicon (Si), Handbook of optical constants of solids, vol. I, ed. Edward D. Palik* (Academic Press, Orlando, 1985).

- [17] D. Sotta, “Milieux émetteurs de lumière et microcavité optique en silicium monocristallin sur isolant,” Ph.D. thesis, Université Joseph Fourier Grenoble (2002).
- [18] O. Boyraz and B. Jalali, “Demonstration of a silicon Raman laser,” *Opt. Express* **12**, 5269–5273 (2004).
- [19] O. Boyraz and B. Jalali, “Demonstration of 11dB fiber-to-fiber gain in a silicon Raman amplifier,” *IEICE Electronics Express* **1**, 429–434 (2004).
- [20] T. Liang and H. Tsang, “Role of free carriers from two-photon absorption in Raman amplification in silicon-on-insulator waveguides,” *Appl. Phys. Lett.* **84**, 2745 (2004).
- [21] H. Rong, S. Xu, O. Cohen, O. Raday, M. Lee, V. Sih, and M. Paniccia, “A monolithic integrated low-threshold Raman silicon laser,” in “Proceedings of SPIE,” , vol. 6898 (SPIE, 2008), vol. 6898, p. 68980J.
- [22] H. Rong, A. Liu, R. Jones, O. Cohen, D. Hak, R. Nicolaescu, A. Fang, and M. Paniccia, “An all-silicon Raman laser,” *Nature* **433**, 292–294 (2005).
- [23] S. Cloutier, P. Kossyrev, and J. Xu, “Optical gain and stimulated emission in periodic nanopatterned crystalline silicon,” *Nat. Mater.* **4**, 887–891 (2005).
- [24] R. Claps, V. Raghunathan, D. Dimitropoulos, and B. Jalali, “Influence of nonlinear absorption on Raman amplification in Silicon waveguides,” *Opt. Express* **12**, 2774–2780 (2004).
- [25] F. Iacona, G. Franzò, E. Moreira, and F. Priolo, “Silicon nanocrystals and Er ions in an optical microcavity,” *J. Appl. Phys.* **89**, 8354 (2001).
- [26] F. Iacona, G. Franzò, E. Ceretta Moreira, D. Pacifici, A. Irrera, and F. Priolo, “Luminescence properties of Si nanocrystals embedded in optical microcavities,” *Materials Science & Engineering : C* **19**, 377–381 (2002).
- [27] C. Barrios and M. Lipson, “Electrically driven silicon resonant light emitting device based on slot-waveguide,” *Opt. Express* **13**, 10092–10101 (2005).
- [28] R. Songmuang, A. Rastelli, S. Mendach, and O. Schmidt, “SiO/ Si radial superlattices and microtube optical ring resonators,” *Appl. Phys. Lett.* **90**, 091905 (2007).
- [29] M. Makarova, V. Sih, J. Warga, R. Li, L. D. Negro, and J. Vuckovic, “Enhanced light emission in photonic crystal nanocavities with Erbium-doped silicon nanocrystals,” *Appl. Phys. Lett.* **92**, 161107 (2008). See erratum at <http://link.aip.org/link/?APPLAB/92/219902/1>.
- [30] Y. Gong, S. Ishikawa, S.-L. Cheng, M. Gunji, Y. Nishi, and J. Vučković, “Photoluminescence from silicon dioxide photonic crystal cavities with embedded silicon nanocrystals,” *Phys. Rev. B* **81**, 235317 (2010).
- [31] J.-Y. Sung, A. Tewary, M. Brongersma, and J. Shin, “Cavity  $Q$  measurements of silica microspheres with nanocluster silicon active layer,” *Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE*, **12**, **6**, 1388–1393 (2006).
- [32] A. Beltaos and A. Meldrum, “Whispering gallery modes in silicon-nanocrystal-coated silica microspheres,” *J. Lumin.* **126**, 607–613 (2007).

- [33] P. Bianucci, X. Wang, J. Veinot, and A. Meldrum, “Silicon nanocrystals on bottle resonators : Mode structure, loss mechanisms and emission dynamics,” *Opt. Express* **18**, 8466–8481 (2010).
- [34] A. Belarouci and F. Gourbilleau, “Microcavity enhanced spontaneous emission from silicon nanocrystals,” *J. Appl. Phys.* **101**, 073108 (2007).
- [35] M. Ghulinyan, D. Navarro-Urrios, A. Pitanti, A. Lui, G. Pucker, and L. Pavesi, “Whispering-gallery modes and light emission from a silicon-nanocrystal-based single microdisk resonator,” *Opt. Express* **16**, 13218–13224 (2008).
- [36] S. Seo, R. Zhang, W. Löffler, H. Kalt, K. Kim, and M. Zacharias, “Far-field observation of the radial profile of visible whispering-gallery modes in a single microdisk based on Si-nanocrystal/SiO<sub>2</sub> superlattices,” *J. Appl. Phys.* **106**, 123102–123102 (2009).
- [37] T. J. Kippenberg, A. L. Tchebotareva, J. Kalkman, A. Polman, and K. J. Vahala, “Purcell-factor-enhanced scattering from Si nanocrystals in an optical microcavity,” *Phys. Rev. Lett.* **103**, 027406 (2009).
- [38] R.-J. Zhang, S.-Y. Seo, A. P. Milenin, M. Zacharias, and U. Gösele, “Visible range whispering-gallery mode in microdisk array based on size-controlled Si nanocrystals,” *Appl. Phys. Lett.* **88**, 153120 (2006).
- [39] R. Kekatpure and M. Brongersma, “Fundamental photophysics and optical loss processes in Si-nanocrystal-doped microdisk resonators,” *Phys. Rev. A* **78**, 23829 (2008).
- [40] L. Lalouat, B. Cluzel, P. Velha, E. Picard, D. Peyrade, J. P. Hugonin, P. Lalanne, E. Hadji, and F. de Fornel, “Near-field interactions between a subwavelength tip and a small-volume photonic-crystal nanocavity,” *Phys. Rev. B* **76**, 041102 (2007).
- [41] A. Belarouci and F. Gourbilleau, “Si/SiO<sub>2</sub> superlattice based optical planar microcavity,” *Appl. Phys. B : Lasers Opt.* **88**, 237–240 (2007).
- [42] L. Pavesi, L. Dal Negro, C. Mazzoleni, G. Franzò, and F. Priolo, “Optical gain in silicon nanocrystals,” *Nature* **408**, 440–444 (2000).
- [43] L. Khriachtchev, M. Räsänen, S. Novikov, and J. Sinkkonen, “Optical gain in Si/SiO lattice : Experimental evidence with nanosecond pulses,” *Appl. Phys. Lett.* **79**, 1249 (2001).
- [44] K. Luterová, K. Dohnalová, V. Švrček, I. Pelant, J. Likforman, O. Crégut, P. Gilliot, and B. Hönerlage, “Optical gain in porous silicon grains embedded in sol-gel derived SiO matrix under femtosecond excitation,” *Appl. Phys. Lett.* **84**, 3280 (2004).
- [45] L. Pavesi, Z. Gaburro, L. Negro, P. Bettotti, G. Prakash, M. Cazzanelli, and C. Oton, “Nanostructured silicon as a photonic material,” *Optics and Lasers in Engineering* **39**, 345–368 (2003).
- [46] L. Dal Negro, M. Cazzanelli, L. Pavesi, S. Ossicini, D. Pacifici, G. Franzò, F. Priolo, and F. Iacona, “Dynamics of stimulated emission in silicon nanocrystals,” *Appl. Phys. Lett.* **82**, 4636 (2003).

- [47] M. Ivanda, U. Desnica, C. W. White, and W. Kiefer, “Experimental observation of optical amplification in silicon nanocrystals,” in “Optical Amplification and Stimulation in Silicon : NATO Advanced Research Workshop towards the first Silicon Laser : Book of Abstracts / Pavesi, L. (ed). - Trento : University of Trento,” (2002).
- [48] M. Fujii, M. Yoshida, Y. Kanzawa, S. Hayashi, and K. Yamamoto, “1.54  $\mu\text{m}$  photoluminescence of Er doped into SiO films containing Si nanocrystals : Evidence for energy transfer from Si nanocrystals to Er,” *Appl. Phys. Lett.* **71**, 1198 (1997).
- [49] J. Shin, S. Seo, S. Kim, and S. Bishop, “Photoluminescence excitation spectroscopy of erbium-doped silicon-rich silicon oxide,” *Appl. Phys. Lett.* **76**, 1999 (2000).
- [50] Y. Gong, B. Ellis, G. Shambat, T. Sarmiento, J. Harris, and J. Vuckovic, “Nanobeam photonic crystal cavity quantum dot laser,” *Opt. Express* **18**, 8781–8789 (2010).
- [51] H. Han, S. Seo, and J. Shin, “Optical gain at 1.54  $\mu\text{m}$  in erbium-doped silicon nanocluster sensitized waveguide,” *Appl. Phys. Lett.* **79**, 4568 (2002).
- [52] K. Hijazi, “Contribution à l’optimisation du couplage erbium–nanograins de silicium pour des dispositifs photoniques compacts,” Ph.D. thesis, Univ. de Caen (2009).
- [53] J. Verbert, F. Mazen, T. Charvolin, E. Picard, V. Calvo, P. Noé, J. Gérard, E. Hadji, F. Orucevic, J. Hare, and V. Lefèvre-Seguin, “Room temperature emission from er-doped silicon-rich oxide microtorus,” *Eur. Phys.J. Appl. Phys* **34**, 81–84 (2006).
- [54] G. Ledoux, “HDR, Luminescence dans les nano-objets,” (2008).
- [55] M. Ehbrecht and F. Huisken, “Gas-phase characterization of silicon nanoclusters produced by laser pyrolysis of silane,” *Phys. Rev. B* **59**, 2975 (1999).
- [56] G. Ledoux, O. Guillois, D. Porterat, C. Reynaud, F. Huisken, B. Kohn, and V. Paillard, “Photoluminescence properties of silicon nanocrystals as a function of their size,” *Phys. Rev. B* **62**, 15942–15951 (2000).
- [57] S. Takeoka, M. Fujii, and S. Hayashi, “Size-dependent photoluminescence from surface-oxidized Si nanocrystals in a weak confinement regime,” *Phys. Rev. B* **62**, 16820 (2000).
- [58] N. Daldosso, M. Luppi, S. Ossicini, E. Degoli, R. Magri, G. Dalba, P. Fornasini, R. Grisenti, F. Rocca, L. Pavesi *et al.*, “Role of the interface region on the optoelectronic properties of silicon nanocrystals embedded in SiO<sub>2</sub>,” *Phys. Rev. B* **68**, 85327 (2003).
- [59] F. Djurabekova and K. Nordlund, “Atomistic simulation of the interface structure of Si nanocrystals embedded in amorphous silica,” *Phys. Rev. B* **77**, 115325 (2008).
- [60] E. Degoli, R. Guerra, F. Iori, R. Magri, I. Marri, O. Pulci, O. Bisi, and S. Ossicini, “Ab-initio calculations of luminescence and optical gain properties in silicon nanostructures,” *C. R. Phys.* **10**, 575–586 (2009).
- [61] N. Nguyen, C. Dufour, and S. Petit, “Atomic structure, electronic and optical properties of Si nanocrystals embedded in  $\beta$ -cristobalite and  $\alpha$ -quartz,” *Physics Procedia* **2**, 339–343 (2009).
- [62] G. Hadjisavvas and P. Kelires, “Structure and energetics of Si nanocrystals embedded in a-SiO<sub>2</sub>,” *Phys. Rev. Lett.* **93**, 226104 (2004).

- [63] F. Gourbilleau, X. Portier, C. TERNON, P. Voivenel, R. Madelon, and R. Rizk, “Si-rich/SiO nanostructured multilayers by reactive magnetron sputtering,” *Appl. Phys. Lett.* **78**, 3058 (2001).
- [64] L. Skuja, “Optically active oxygen-deficiency-related centers in amorphous silicon dioxide,” *J. Non-Cryst. Solids* **239**, 16 – 48 (1998).
- [65] J. Verbert, F. Mazen, T. Charvolin, E. Picard, V. Calvo, P. Noé, J. M. Gérard, and E. Hadji, “Efficient coupling of Er-doped silicon-rich oxide to microdisk whispering gallery modes,” *Appl. Phys. Lett.* **86**, 111117–1–111117–3 (2005).
- [66] J. Kalkman, A. Tchebotareva, A. Polman, T. J. Kippenberg, B. Min, and K. J. Vahala, “Fabrication and characterization of erbium-doped toroidal microcavity lasers,” *J. Appl. Phys.* **99**, 083103 (2006).
- [67] I. Stenger, B. Gallas, B. Jusserand, S. Chenot, S. Fisson, and J. Rivory, “Raman spectroscopy of Si nanoparticles embedded in silica films,” *The European Physical Journal Applied Physics* **44**, 51–57 (2008).
- [68] I. Sychugov, R. Juhasz, J. Valenta, and J. Linnros, “Narrow luminescence linewidth of a silicon quantum dot,” *Phys. Rev. Lett.* **94**, 87405 (2005).
- [69] M. Zacharias, J. Heitmann, R. Scholz, U. Kahler, M. Schmidt, and J. Bläsing, “Size-controlled highly luminescent silicon nanocrystals : A SiO/SiO<sub>2</sub> superlattice approach,” *Appl. Phys. Lett.* **80**, 661 (2002).
- [70] AJA, Site web de AJA International, Inc., [www.ajaint.com](http://www.ajaint.com) .
- [71] C. TERNON, F. Gourbilleau, C. Dufour, J. Doualan, and B. Garridoc, “Room temperature visible light emission from Si/SiO<sub>2</sub> multilayers : Roles of interface electronic states and silicon phase,” *J. Lumin.* **99**, 361–364 (2002).
- [72] C. TERNON, F. Gourbilleau, X. Portier, P. Voivenel, and C. Dufour, “An original approach for the fabrication of Si/SiO<sub>2</sub> multilayers using reactive magnetron sputtering,” *Thin Solid Films* **419**, 5–10 (2002).
- [73] G. Brebec, R. Seguin, C. Sella, J. Bevenot, and J. Martin, “Diffusion du silicium dans la silice amorphe,” *Acta Metallurgica* **28**, 327–333 (1980).
- [74] D. Tsoukalas, C. Tsamis, and P. Normand, “Diffusivity measurements of silicon in silicon dioxide layers using isotopically pure material,” *J. Appl. Phys.* **89**, 7809–7813 (2001).
- [75] L. Pavesi and R. Turan, eds., *Silicon nanocrystals : fundamentals, synthesis and applications* (Vch Verlagsgesellschaft MbH, 2010).
- [76] R. D. Kekatpure and M. L. Brongersma, “High-*Q* whispering gallery modes in wet etched silica microdisk resonators containing silicon nanocrystals,” 2006 3rd IEEE International Conference on Group IV Photonics pp. 22–24 (2006).
- [77] E. Marchena, B. Redding, T. Creazzo, S. Shi, and D. Prather, “Whispering gallery modes at 800 nm and 1550 nm in concentric Si-nc/Er : SiO<sub>2</sub> microdisks,” *Journal of Nanophotonics* **4**, 049501 (2010).
- [78] T. Kippenberg, A. Tchebotareva, J. Kalkman, A. Polman, and K. Vahala, “Purcell factor enhanced scattering efficiency in silicon nanocrystal doped micro-cavities,” in “Quantum Electronics and Laser Science Conference, 2005. QELS’05,” (2005).

- [79] J. Tauc, R. Grigorovici, and A. Vancu, “Optical properties and electronic structure of amorphous germanium,” *Phys. Status Solidi B* **15**, 627–637 (1966).
- [80] S. Mirabella, R. Agosta, G. Franzò, I. Crupi, M. Miritello, R. Lo Savio, M. Di Stefano, S. Di Marco, F. Simone, and A. Terrasi, “Light absorption in silicon quantum dots embedded in silica,” *J. Appl. Phys.* **106**, 103505–103505 (2009).
- [81] I. Horcas, R. Fernández, J. M. Gómez-Rodríguez, J. Colchero, J. Gómez-Herrero, and A. M. Baro, “Wsxm : A software for scanning probe microscopy and a tool for nanotechnology,” *Rev. Sci. Instrum.* **78**, 013705 (2007).
- [82] X. Fan, S. Lacey, and H. Wang, “Microcavities combining a semiconductor with a fused-silica microsphere,” *Opt. Lett.* **24**, 771 (1999).
- [83] J. Hare, S. Steiner, F. Oručević, and V. Lefèvre-Seguin, “Silica microspheres as high- $Q$  microcavities for semiconductor quantum-dot lasers,” *Proc. SPIE* **5729**, 94 (2005).
- [84] S. Steiner, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, and J.-M. Gérard, “Room temperature lasing of InAs/GaAs quantum dots in the whispering gallery modes of a silica microsphere,” *Opt. Express* **15**, 10053–10060 (2007).
- [85] S. Steiner, “Microsphères de silice et boîtes quantiques InAs/GaAs : réalisation d’un microlaser à faible seuil,” Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie – Paris VI (2003).
- [86] A. Yariv, Y. Xu, R. Lee, and A. Scherer, “Coupled-resonator optical waveguide : a proposal and analysis,” *Opt. Lett.* **24**, 711–713 (1999).
- [87] T. Iwayama, T. Hama, D. Hole, and I. Boyd, “Control of embedded Si nanocrystals in SiO<sub>2</sub> by rapid thermal annealing and enhanced photoluminescence characterization,” *Surface & Coatings Technology* **201**, 8490–8494 (2007).
- [88] D. Hiller, S. Goetze, and M. Zacharias, “Rapid thermal annealing of size-controlled Si nanocrystals : Dependence of interface defect density on thermal budget,” *J. Appl. Phys.* **109**, 054308 (2011).
- [89] Y. Candéla, R. P. Nalini, F. Gourbilleau, J.-B. Jager, G. Lin, V. Lefèvre-Seguin, and J. Hare, “Silicon nanoparticles coupled with ultra-high- $Q$  whispering gallery microcavities,” in “EOS Annual Meeting, 2nd EOS Topical Meeting on Lasers (ETML’11), 4564, Capri, Italy,” (2011).
- [90] J. A. Marie, “Refractive index modifications in optical fibres and the inscription of fibre Bragg gratings using 157nm laser light,” Ph.D. thesis, the University of Hull (2005).
- [91] M. Kelly, J. Chun, and A. Bocarsly, “General Brønsted acid behavior of porous silicon : A mechanistic evaluation of proton-gated quenching of photoemission from oxide-coated porous silicon,” *J. Phys. Chem. B* **101**, 2702–2708 (1997).
- [92] G. Ledoux, J. Gong, and F. Huisken, “Effect of passivation and aging on the photoluminescence of silicon nanocrystals,” *Appl. Phys. Lett.* **79**, 4028 (2001).
- [93] A. Liu, R. Jones, L. Liao, D. Samara-Rubio, D. Rubin, O. Cohen, R. Nicolaescu, and M. Paniccia, “A high-speed silicon optical modulator based on a metal–oxide–semiconductor capacitor,” *Nature* **427**, 615–618 (2004).

- [94] T. Creazzo, B. Redding, E. Marchena, S. Shi, and D. Prather, “Free-carrier absorption modulation in silicon nanocrystal slot waveguides,” *Opt. Lett.* **35**, 3691–3693 (2010).
- [95] R. D. Kekatpure and M. L. Brongersma, “Near-infrared free-carrier absorption in silicon nanocrystals,” *Opt. Lett.* **34**, 3397–3399 (2009).
- [96] D. E. Aspnes, A. A. Studna, and E. Kinsbron, “Dielectric properties of heavily doped crystalline and amorphous silicon from 1.5 to 6.0 eV,” *Phys. Rev. B* **29**, 768–779 (1984).
- [97] J. A. Rowlette, R. D. Kekatpure, M. A. Panzer, M. L. Brongersma, and K. E. Goodson, “Nonradiative recombination in strongly interacting silicon nanocrystals embedded in amorphous silicon-oxide films,” *Phys. Rev. B* **80**, 045314 (2009).
- [98] D. Navarro-Urrios, A. Pitanti, N. Daldosso, F. Gourbilleau, R. Rizk, G. Pucker, and L. Pavesi, “Quantification of the carrier absorption losses in Si-nanocrystal rich rib waveguides at 1.54  $\mu\text{m}$ ,” *Appl. Phys. Lett.* **92**, 051101 (2008).
- [99] Y. Kanemitsu, “Efficient light emission from crystalline and amorphous silicon nanostructures,” *J. Lumin.* **100**, 209–217 (2002).
- [100] P. Calcott, K. Nash, L. Canham, M. Kane, and D. Brumhead, “Identification of radiative transitions in highly porous silicon,” *J. of Phys. : Condens. Matter* **5**, L91 (1993).
- [101] M. Dovrat, Y. Goshen, J. Jedrzejewski, I. Balberg, and A. Sa’ar, “Radiative versus nonradiative decay processes in silicon nanocrystals probed by time-resolved photoluminescence spectroscopy,” *Phys. Rev. B* **69**, 155311 (2004).
- [102] C. Dufour, S. Chausserie, and F. Gourbilleau, “Silicon-rich/silica multilayers : A means to provide a link between the excitonic 1D quantum confinement and the photoluminescence parameters,” *J. Lumin.* **129**, 73–80 (2009).
- [103] M. Van Exter, G. Nienhuis, and J. Woerdman, “Two simple expressions for the spontaneous emission factor  $\beta$ ,” *Phys. Rev. A* **54**, 3553 (1996).
- [104] I. Protsenko, P. Domokos, V. Lefèvre-Seguin, J. Hare, J.-M. Raimond, and L. Davidovich, “Quantum theory of a thresholdless laser,” *Phys. Rev. A* **59**, 1667–1682 (1999).
- [105] J. Frenkel, “On pre-breakdown phenomena in insulators and electronic semiconductors,” *Phys. Rev.* **54**, 647 (1938).
- [106] G. Franzò, A. Irrera, E. Moreira, M. Miritello, F. Iacona, D. Sanfilippo, G. Di Stefano, P. Fallica, and F. Priolo, “Electroluminescence of silicon nanocrystals in MOS structures,” *Appl. Phys. A : Mat. Sci. & Processing* **74**, 1–5 (2002).

# Conclusion

Au cours de cette thèse, j'ai fabriqué et caractérisé des microcavités de silice à modes de galerie et des coupleurs fibrés. J'ai étudié la structure des ondes propagatives et évanescentes impliquées dans ces modes. J'ai amélioré en plusieurs points les techniques de fabrication préalablement développées dans le groupe. Je me suis en particulier intéressé à des microcavités plus petites que dans les thèses antérieures, de diamètres compris entre 15 et 150  $\mu\text{m}$  (correspondant à des intervalles spectraux libres compris entre 1 nm et 10 nm) et dont le facteur de qualité est proche de celui imposé par la diffraction.

J'ai développé et présenté plusieurs modèles du couplage qui expliquent mes différentes observations expérimentales, dont notamment l'évolution des résonances lors du déplacement du taper (cf figure 3.8). L'étude approfondie des formes de résonance m'a permis de mettre en lumière un certain nombre d'effets concernant l'interaction des cavités avec les différents modes du taper. Il s'agit par exemple de formes de résonance en dispersion, et dans même dans certains cas, à résonance, la transmission du taper est augmentée au lieu de présenter sa forme habituelle en absorption (cf figure 3.19). Ces effets intéressants trouvent une interprétation simple en termes d'interféromètre de Mach-Zehnder, dans lequel la sphère joue le rôle d'une lame séparatrice, sélective en fréquence. Ces effets, d'abord observés sur des microsphères, ont été retrouvés sur les microtores.

J'ai démontré théoriquement et expérimentalement que le déplacement du coupleur dans le champ proche permet de déterminer sans ambiguïté l'ordre radial  $n$  du mode étudié. Contrairement aux méthodes spectroscopiques antérieures qui exploitent la totalité du spectre, cette nouvelle méthode a le mérite d'être « locale », en ce sens qu'elle permet de caractériser les résonances une par une à l'aide d'un balayage sur quelques gigahertz seulement. Cette méthode a pu être fermement établie grâce à la production (nouvelle elle aussi) de microsphères de taille inférieure à 20  $\mu\text{m}$ , pour lesquelles les différentes techniques sont utilisables. Ainsi, quel que soit la microcavité, le mode fondamental est celui qui présente le plus petit SBR en valeur *algébrique*. On dispose donc maintenant d'une méthode rapide et commode pour localiser le mode fondamental, ce qui est décisif pour bénéficier du meilleur confinement spatial. Plus généralement, j'espère que l'interprétation originale des déplacements apporte une contribution significative à la communauté des physiciens et opticiens intéressés, tant sur le plan fondamental que celui des applications (ces effets sont déjà utilisés pour accorder des dispositifs photoniques).

J'ai enfin appliqué ces méthodes à l'étude de l'émission de nanocristaux de silicium en microcavité, dans le cadre d'une collaboration rassemblant notre groupe au LKB, le laboratoire SiNaPS du Service de physique des matériaux et des microstructures du CEA Grenoble et le Centre de recherche sur les ions, les matériaux et la photonique (CIMAP)

du CNRS/EnsiCaen.

Notre travail a permis de « mettre sur puce » les éléments essentiels à l'étude de l'émission par des nanocristaux de silicium dans des microcavités ayant potentiellement de très grands facteurs de qualité. J'ai ainsi pu observer une émission entre 730 nm à 830 nm correspondant à des nanocristaux de 3 – 5 nm de diamètre (cf figure 4.2).

J'ai évalué les potentialités du traitement thermique au laser  $\text{CO}_2$  à la place du recuit traditionnel. Une irradiation au laser  $\text{CO}_2$  inférieure à  $20 \text{ kW.cm}^{-2}$  pendant une minute, c'est-à-dire bien en-dessous du point de fusion de la microcavité, conduit à l'activation de la luminescence autour de 750 nm. Mais la fusion conduisant aux microtores, quant-à-elle est systématiquement dommageable pour l'émission. Cette dégradation a pu être attribuée principalement à une coalescence des nanocristaux. Cette évolution remet en lumière le rôle joué par le recouvrement entre les modes de pompe et d'émission et la distribution des NC Si actifs, qui est très peu favorable puisque la destruction des NC-Si a lieu de façon préférentielle là où les modes sont les plus intenses. Plus généralement, un compromis entre le facteur de remplissage optique, le volume modal et le facteur de qualité devra être recherché car il est crucial pour obtenir de bons rendements de PL, et plus encore crucial pour atteindre le régime laser.

L'augmentation de taille des nanocristaux se traduit aussi au niveau des pertes optiques des tores obtenus, qui ont rarement un facteur de qualité en rapport avec ce que l'on obtient pour de la silice pure. Il en résulte que le matériau choisi, en dépit de ces excellentes qualités, n'est pas réellement adapté à la production de microtores. Une amélioration des performances de nos cavités et de nos émetteurs passe de toute façon par une réduction du nombre de défauts et par l'obtention d'une silice plus homogène et plus dense.

Il pourrait aussi être intéressant de séparer le problème posé par le matériau, en termes de fabrication et de fusion, de celui de l'émission, tout en bénéficiant de la section efficace d'absorption des NC Si. Il serait alors logique de revenir à un couplage NC Si/terres rares. Comme l'erbium, qui est le plus intéressant pour les applications, pose encore des problèmes spécifiques, on pourrait se tourner vers le système à 4 niveaux du néodyme. Même si elle n'est sans doute pas utilisable en microphotonique, l'émission des ions néodyme sensibilisés par des NC Si pourrait constituer un système modèle pour pousser plus avant cette physique et valider la possibilité d'obtenir un effet laser dans ces matériaux.

# Annexes

## A L'enjeu pour les interconnexions optiques

La miniaturisation des microprocesseurs entraîne une limitation des performances des puces électroniques de nos ordinateurs modernes. Les débits d'informations échangés au sein d'un processeur sont limités par la congestion des interconnexions électroniques. La température de la puce évolue proportionnellement au carré de la fréquence d'horloge. Pour pallier ce problème, les industriels de la microélectronique conçoivent des multi-processeurs sur puce comme par exemple le Core 2 Quad d'Intel. De la même manière, les supercalculateurs ou clusters sont organisés sous-forme de « grappes » de processeurs<sup>7</sup>. Le prototype BlueGene d'IBM détient le record d'efficacité énergétique, atteignant plus de 1,6 Gflops/W annoncé lors du congrès Green500 en 2010. Par ailleurs, le programme « Tera-scale » de la société Intel annonce la réalisation d'un CPU de 80 coeurs qui atteindrait 16 Gflops/W, mais sa commercialisation reste incertaine<sup>8</sup>.

L'interconnexion optique de plusieurs unités de calcul permettrait de réduire la puissance dissipée et le « problème de crosstalk ». Une voie consiste à miniaturiser l'optique en jouant sur des lois d'échelle et de permettre des calculs massivement parallèles. Le silicium est un très bon matériau pour propager de l'information aux longueurs supérieures à 1,1  $\mu\text{m}$ . Une source laser rapportée sur silicium est nécessaire pour réduire le goulot d'étranglement lié aux interconnexions électroniques et à la puissance dissipée. La technologie de production de guides d'ondes intégrés sur puce est aujourd'hui mature et la production à grande échelle de ces composants est envisageable dans les années à venir. Les techniques bottom-up sont privilégiées par des raisons industrielles.

Un des enjeux actuels consiste à trouver une source laser efficace, en terme de procédé de fabrication et d'optimisation de l'énergie fournie, pour véhiculer l'information entre ces différents composants des ordinateurs. La photonique sur silicium est l'une des voies envisagées pour assurer l'augmentation de débit requis par les progrès des microprocesseurs actuels. De nombreux groupes cherchent des solutions optiques basées sur de tels systèmes, utilisant notamment l'absorption par les porteurs libres induite par l'absorption à deux photons pour pouvoir moduler rapidement le signal (cf § 4.1.2). Les ions erbium sont pompés électriquement, de façon indirect avec des diodes lasers. Une autre

---

7. Les techniques de lithographie avancées ont atteint en 2011 le « nœud » de 32 nm. À la longueur d'onde de 13,5 nm, les points critiques du procédé sont la manipulation du réticule, ainsi que la qualité des optiques de projection et d'illumination.

8. Les applications visées comprennent les calculs statistiques à grande échelle pour la médecine, des améliorations en génie génétique, l'astrophysique ou encore la gestion de risque à partir d'images satellite.

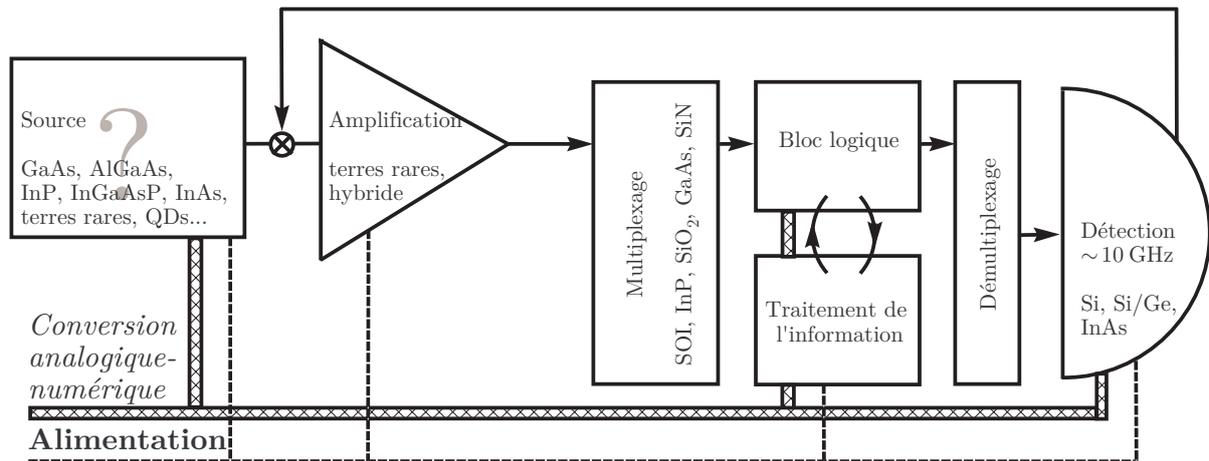


FIGURE 1 – Architecture et matériaux d'un système photonique intégré puce.

approche consisterait à utiliser de sensibilisateurs. Par ailleurs, la réalisation d'un laser Raman silicium par le groupe d'Intel offre la possibilité de générer ou d'amplifier de la lumière sur puce [1]. Un consortium mené par le MIT, et financé par le programme MURI (Multi-Disciplinary University Research Initiative) du ministère de la défense américain, implique également Caltech et les universités Stanford, Boston, Lehigh, Cornell, de Rochester et du Delaware pour travailler sur les lasers à base de silicium [2]. L'objectif est de pouvoir rapporter un tel laser sur puce pour des applications industrielles. D'autres projets similaires témoignent de l'importance que présenterait un tel laser compatible avec la technologie CMOS. À partir de cela, de multiples fonctions sont possibles, comme par exemple l'utilisation d'anneaux de nitrure de silicium pour le multiplexage en longueur d'onde [3]. Sur la figure 1, je propose une architecture de système optique rapporté sur puce. J'indique également la composition possible de chaque élément. Cependant, les détecteurs dans la bande télécom ne sont pas compatibles CMOS. Cette technologie a permis de réduire continuellement les coûts de production simplement par des lois d'échelle, ce qui serait également envisageable pour la photonique sur puce. En fait, les sources de semiconducteur III/V sont devenues très courantes et sont bien adaptées pour les interconnexions optiques sur puce [4]. La réduction des distances nécessite d'avoir une source intégrée sur puce, simple de fabrication, dont la longueur d'onde d'émission ne soit pas absorbée de façon rédhibitoire par le guide silicium.

La quête pour émission cohérente dans le silicium suit donc l'évolution naturelle de la technologie photonique sur puce. Le but *in fine* est de permettre un certain nombre de fonctionnalités, et des procédés de fabrication à bas coût (CMOS...), avec des guides et des structures en silicium pour les lasers à  $1,55 \mu\text{m}$ . La réduction des distances entre la source et le récepteur, encouragée par l'industrie microélectronique, conduit à une utilisation grandissante du silicium en optique. La capacité de ces circuits intégrés sur puce suit une loi d'échelle, comparable à celle de Moore en électronique. La miniaturisation nécessite l'utilisation de sources laser *solid state*, de matériaux d'indice de réfraction élevé et une technique de gravure à moindre coût [5].

## B Ondes de surface dues au laser

La découpe et le marquage par laser constituent les principales applications du marché des lasers. Les images présentées ci-dessous illustrent que la qualité du « kerf » (sillon formé par la découpe laser) dépend de l'orientation de la polarisation par rapport à la direction de la découpe. Une découpe-laser de bonne qualité nécessite souvent l'emploi d'une polarisation circulaire. La polarisation du laser CO<sub>2</sub> peut de la même manière se

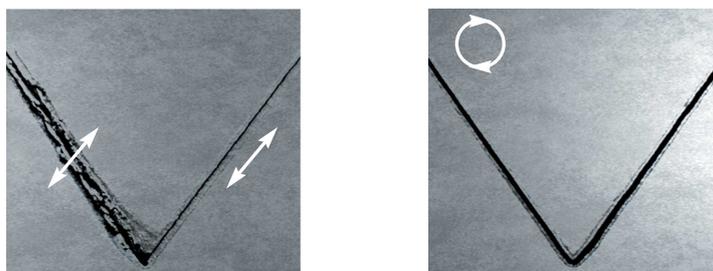


FIGURE 2 – Découpe au laser CO<sub>2</sub>, en incidence normale, d'un film mince en fonction de la polarisation. À gauche : lorsque la polarisation est parallèle à la direction de déplacement, le kerf-étroit produit est uniforme. À droite : la découpe est nette en polarisation circulaire. Ces images proviennent du site internet de la société II-VI Infrared qui produit les miroirs à retard de phase [6].

manifester sur des fusions à l'échelle de la microcavité.

Lorsque l'on fond le substrat, l'absorption lumineuse peut induire une structuration périodique de la surface. Cet effet souvent observé, mais assez peu décrit, est nommé LIPSS (en anglais pour *Laser-induced periodic surface structures*) [7], mais peut être aussi trouvé avec l'appellation de « dommage laser par effet miroir » [8] ou encore anomalie de Wood stimulée [9]. La polarisation du laser et les ondulations créées à la surface d'un matériau partagent les mêmes symétries car il s'agit d'un effet d'interférences. Nous l'avons observé sur du borosilicate et de l'herasil à  $\lambda_0 = 10,6 \mu\text{m}$ .

Après les premiers travaux sur le germanium de Birnbaum *et al.* [10], ces ondes de surface furent observées sur d'autres semiconducteurs [11], des métaux [12] et des diélectriques [13], et font l'objet de nombreuses études en cw (*continuous wave* en anglais), et actuellement en régime impulsionnel avec l'utilisation de lasers femtosecondes. Ce phénomène optique a été considéré comme universel par van Driel *et al.* [14]. Dans le cadre de mes expériences, il s'agit d'un ingrédient essentiel pour repérer le foyer. Ce phénomène permet de centrer le montage de fusion des microdisques. Les applications potentielles sont la production de réseaux de diffraction et la réalisation d'écrans spéciaux [15]. Au foyer d'un laser CO<sub>2</sub>, impulsion après impulsion et pour différents types de verre, nous avons observé l'établissement :

**indépendamment de la polarisation** : d'anneaux concentriques réguliers,

**en polarisation rectiligne** : de franges rectilignes dans la direction de la polarisation,

**en polarisation circulaire** : d'une spirale tournant avec le nombre d'impulsions.

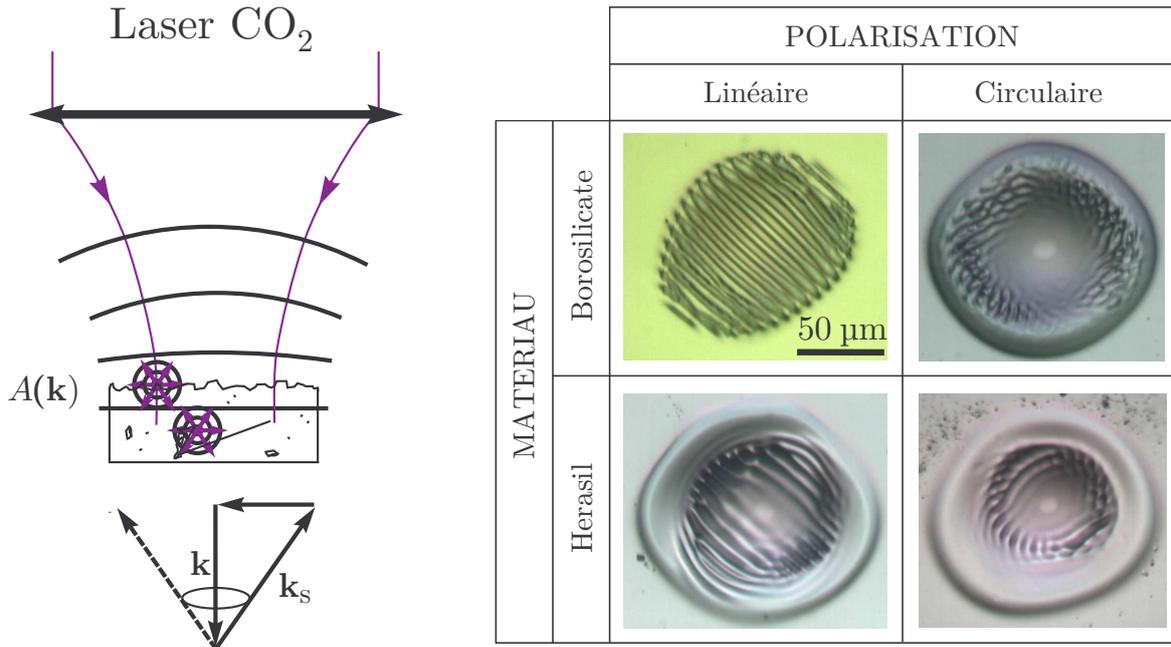


FIGURE 3 – Principe de la formation d’ondes de surface par l’interférence du faisceau laser  $\text{CO}_2$  incident et du faisceau diffusé. En fonction du matériau et de la polarisation utilisée, il est possible de générer des structures quasiment périodiques. Animations du phénomène disponible sur le site du laboratoire : [www.lkb.ens.fr/Ondes-de-surface-dues-au-laser](http://www.lkb.ens.fr/Ondes-de-surface-dues-au-laser).

Cet effet d’interférence prend naissance sur la surface elle-même, ce que j’ai vérifié en supprimant toutes les causes de double réflexion dans le montage et vérifié que le phénomène est indépendant de l’épaisseur. Avec une intensité bien choisie  $I_0 = 0,5 \text{ kW.cm}^{-2}$  (soit un rapport cyclique de 5% du laser Synrad 10 W focalisé par la lentille de focale  $f' = 63,5 \text{ mm}$ ) et une durée d’impulsion de 0,4 s, on obtient des ondes de surface sur une lame de microscope. La modulation d’intensité laser  $I$  conduit à une modulation de température  $\theta$  et donc à une variation périodique de la pression  $p$  et de l’épaisseur.

$$\Delta p = \frac{\partial p}{\partial \theta} \Delta \theta \approx \left( \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) \left( \frac{\theta}{I} \right) \Delta I . \quad (16)$$

Par ailleurs, si une poussière de taille comparable à  $\lambda_0$  est illuminée par le laser, alors des ondes concentriques se forment autour de celle-ci. Ces ondes sont dues à l’interférence entre l’onde plane incidente et l’onde en retour.

Sur la figure 3, une manifestation spectaculaire de ce phénomène montre que la forme gravée tourne pour des impulsion successives. Ce phénomène est dû à la polarisation circulaire et donc à des conditions d’interférence différentes. Les ondulations dépendent du matériau et de la polarisation utilisée et restent gravées à la surface. Le schéma de principe est présenté.

Dans l’approche mécanique du phénomène, une onde de surface est caractérisée par sa pulsation  $\omega_c$  en  $\text{rad.s}^{-1}$ , sa longueur d’onde  $\Lambda$  et son amplitude  $A$  en mètre. Le processus que nous allons décrire est traité dans le régime capillaire, c’est-à-dire dans un régime sans pesanteur, où la longueur d’onde  $\Lambda$  est inférieure à la longueur capillaire

$L_C$  définie au paragraphe 2.4.2 (valant 4 mm pour la silice). Le comportement des ondes capillaires peut être décrit en comparant, d'une part la force de Laplace  $\sim A^2\gamma_s/\Lambda$  agissant sur une demi-longueur d'onde et, d'autre part, l'énergie cinétique par unité de longueur  $\sim \rho v^2\Lambda^2 = \rho A^2\omega_c^2\Lambda^2$ . Ceci conduit à la relation de dispersion des ondes capillaires :

$$\omega_c^2 \simeq \frac{\gamma_s}{\rho\Lambda^3}, \quad (17)$$

où  $\gamma_s$  représente la tension superficielle et  $\rho$  la densité du matériau. En effet, en dehors de l'interférence lumineuse, aucune autre fréquence ne peut mettre à résonance les modes de surface. Il s'agit d'un effet optique car la modulation dépend fortement de la polarisation et n'apparaît qu'au foyer du laser. En augmentant la puissance on atteint le seuil de dommage du matériau.

En général, les ondes capillaires correspondent à l'interférence entre l'onde plane et l'onde créée par la rugosité résiduelle [12]. Les facteurs d'efficacité  $\eta$  et  $\eta_{\text{bulk}}$  expliquent la formation de structures périodiques induites par laser en surface et en volume. Ces coefficients décrivent le phénomène d'absorption en fonction de l'orientation et de la fréquence spatiale de la zone illuminée. L'intensité diffusée juste au dessus de la surface est exprimée telle que :

$$I(\mathbf{k}) \propto \eta(\mathbf{k}, \mathbf{k}_s) A(\mathbf{k}), \quad (18)$$

où  $\mathbf{k}$  et  $\mathbf{k}_s$  sont les vecteurs d'onde respectifs de l'onde incidente et de l'onde résultant de l'interférence (dans le plan de la surface) et  $A(\mathbf{k})$  est une mesure de la rugosité de surface dans la direction  $\mathbf{k}$ . Sur la figure 3, j'ai illustré de phénomène par des ondes sphériques sortantes.

L'onde de surface résultante est caractérisée par  $\mathbf{k}_{\pm} = \mathbf{k}_s \pm \mathbf{k} = \omega/c(\sin i \mathbf{u}_s \pm \mathbf{u})$ , où  $i$  est l'angle d'incidence sur la surface diffusante et le symbole  $\pm$  se réfère aux ondes de surface se propageant dans les deux sens. Les oscillations se forment lorsque l'accord de phase est réalisé :

$$||\mathbf{k}_s \pm \mathbf{k}|| = \begin{cases} N k_0 & \text{si } |\underline{N} - 1| \ll 1 : \text{une fraction du signal est réfléchi,} \\ k_0 & \text{si } \alpha L_C \gg 1 : \text{le matériau n'est pas transparent,} \end{cases} \quad (19)$$

où  $\underline{N} = \sqrt{\epsilon - 4\pi i\sigma/\omega} = N + i\lambda_0\alpha/4\pi$  représente l'indice de réfraction complexe, avec  $\epsilon$  la constante diélectrique,  $\sigma$  la conductivité et  $\alpha$  les pertes. Le facteur d'efficacité présente une résonance pour les vecteurs d'onde  $N k_0$  et  $k_0$ . Si le front d'onde est plan, alors l'interaction a lieu, ce qui explique que les LIPSS apparaissent uniquement au foyer du laser. Nous déduisons l'interfrange de l'onde de surface :

$$\Lambda = \lambda_0/(1 \pm \sin i) \quad \text{ou} \quad \Lambda = \lambda_0/N. \quad (20)$$

Nous avons étudié les différences entre les échantillons plans d'herasil et de borosilicate. Concernant les constituants, les lames de microscope en borosilicate présentent une densité d'impureté typique  $< 100 \text{ ppm.kg}^{-1}$ , soit au moins mille fois plus importante que pour l'herasil. De plus, des inclusions et des stries peuvent être observées au microscope dans la direction d'utilisation. Si on sait que ces impuretés sont à l'origine des ondes capillaires dans le borosilicate, leur cause est moins évidente en ce qui concerne l'herasil. Cette

silice fondue dédiée à une utilisation dans l'UV présente une teneur faible en impuretés métalliques ne pouvant pas rendre compte du phénomène. De plus, l'homogénéité de l'indice de réfraction est excellente. En revanche, l'herasil présente une section de bulles d'air faible d'environ  $0,03 \text{ mm}^2/100 \text{ cm}^3$  [16]. Le fait qu'il y ait moins de diffuseur dans l'herasil est cohérent avec le fait qu'il faut plus de puissance, plus d'impulsions et plus de temps pour former les LIPSS avec des impulsions laser bien choisies. Les phénomènes apparaissent juste avec le seuil de dommage. Pour obtenir des résultats équivalents, il a fallu réaliser, pour le borosilicate et l'herasil respectivement :

- une durée d'impulsion de 0,4 s et 1,0 s,
- une densité de flux laser au centre de  $10 \text{ kW.cm}^{-2}$  (1,1 W) et de  $17 \text{ kW.cm}^{-2}$  (2,0 W),
- 20 à 30 fois plus d'impulsions.

Les impulsions durent plus longtemps que le temps de thermalisation. Des impulsions durant plus d'une seconde ont tendance à lisser les modulations pour les deux matériaux quelle que soit la polarisation. Sur la figure 4, je montre la réversibilité du phénomène.

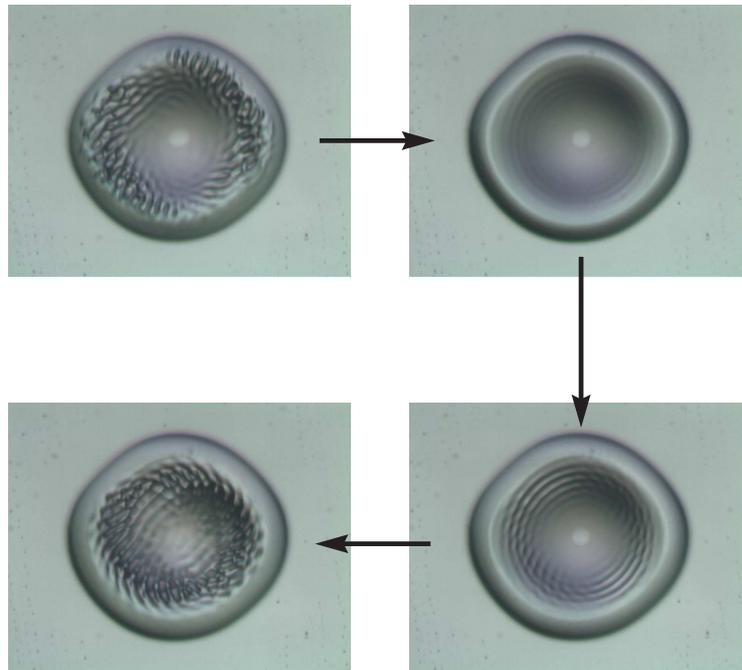


FIGURE 4 – Réversibilité du processus de formation d'ondes de surface dues au laser  $\text{CO}_2$ . On observe des ondes concentriques avec le démarrage du phénomène à proprement parler.

Par ailleurs, la période des ondes capillaires dépend du matériau. Après plusieurs impulsions en polarisation linéaire sur du borosilicate, le pas des franges augmente pour finalement rejoindre la longueur d'onde du laser  $10,6 \mu\text{m}$ . Au début du processus, le pas des franges est égal à  $(8,2 \pm 0,3) \mu\text{m}$ . Pour l'herasil, l'interfrange ne dépend pas du temps et je mesure un pas de  $(10,9 \pm 0,3) \mu\text{m}$ .

La gravure d'anneaux concentriques précède la formation des franges qui sont plus fortement modulées. Ces anneaux réguliers semblent être dus à l'action concomitante de

la photoablation et de l'interférence dans l'axe de révolution du puits. J'ai caractérisé la forme des trous dans l'herasil au profilomètre Dektak. Les résultats présentés sur la figure 5 montrent une profondeur typique de 20  $\mu\text{m}$  et une largeur à  $1/e^2$  de  $(92 \pm 7) \mu\text{m}$ . Les rebords correspondent de l'éjection de matière. Je constate qu'au voisinage du centre, le profil est gaussien, conformément au faisceau incident (cf § 2.3.1), et s'infléchit à  $1/e^2$ . Le *waist* au centre du faisceau laser vaut  $w_0 = 87 \mu\text{m}$ , soit un écart relatif de 6% avec la largeur du puits. Je résume les mesures d'interfranges  $\Lambda$  avec leur répétabilité dans le

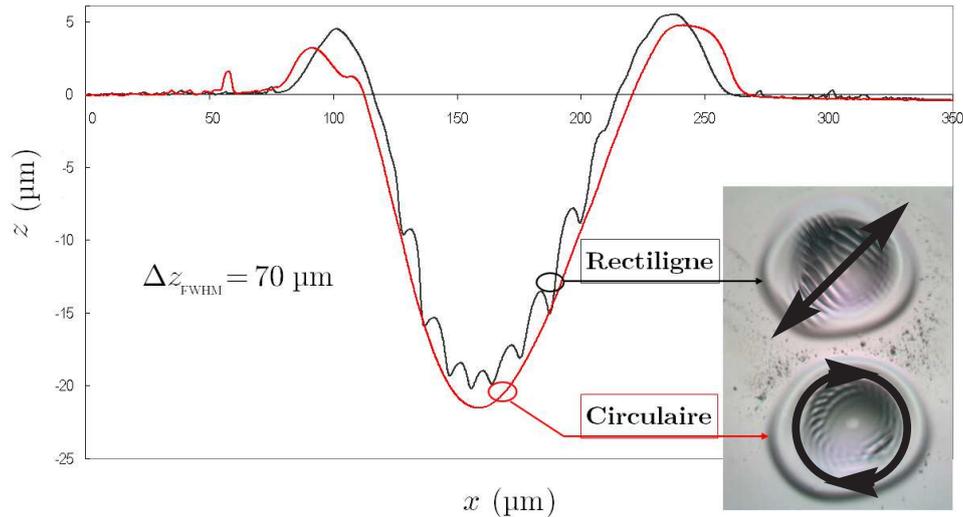


FIGURE 5 – Profil de trous formés par le laser  $\text{CO}_2$  dans l'herasil, en polarisation linéaire et en polarisation linéaire. Les ondes de surface figées dans la silice apparaissent à des profondeurs équivalentes. En bas à droite l'image correspondante.

tableau suivant : La spirale radiale, gravée à la surface de l'échantillon, est la manifestation

Matériau	Intensité	Anneaux	franges rectilignes	franges spirales
Borosilicate	$0,5 \text{ kW.cm}^{-2}$	–	$(8,2 \pm 0,3) \mu\text{m}$	$(2,0 \pm 0,3) \mu\text{m/rad}$
Herasil	$0,9 \text{ kW.cm}^{-2}$	$(6,7 \pm 0,5) \mu\text{m}$	$(10,9 \pm 0,3) \mu\text{m}$	$(2,9 \pm 0,3) \mu\text{m/rad}$

TABLE 4 – Paramètres de fusion et interfranges  $\Lambda$  correspondant aux phénomènes de LIPSS sur une lame de microscope de borosilicate et sur un échantillon d'herasil placés au foyer du montage de fusion  $\text{CO}_2$ .

de l'interférence due à la superposition d'un faisceau gaussien polarisé circulairement avec plusieurs ondes sphériques en retour.

Entre le borosilicate et l'herasil, les interfranges sont dans un rapport proche de l'indice de réfraction  $N$ . Pour le borosilicate, le processus a lieu sur une couche superficielle d'épaisseur très réduite, car les centres diffuseurs sont nombreux en surface. En raison de la densité plus importante de ces centres, les LIPSS sont plus efficaces avec le borosilicate. Avec l'herasil, l'onde diffusée se forme en volume et les franges ont un pas de l'ordre de la longueur d'onde du laser.

Nous avons vu que différentes morphologies de surface peuvent être obtenues. Les LIPSS sont réversibles et dépendent des propriétés optiques comme la polarisation et la divergence du laser et de propriétés mécaniques et thermodynamiques.

## C Performances des lasers de spectroscopie

Les lasers dont la raie d'émission est inférieure au mégahertz sont des lasers monomodes qui présentent des bruits de phase et d'amplitude faibles. Cette raie, dont la largeur varie comme l'inverse la puissance dans la limite de Schawlow et Townes [17], a été étudié en détail, pour un semiconducteur, dans la référence [18]. Ces lasers permettent de réaliser la spectroscopie fine de nos microcavités à grand facteur de qualité dans le visible–proche IR. La miniaturisation du milieu actif semiconducteur est essentiel pour avoir un régime monomode, car la densité de mode sous la courbe de gain est réduite. De surcroît, les lasers intégrés sont moins sensibles aux vibrations acoustiques. Des largeurs atteignant le Hertz, avec des semiconducteurs, ont été réalisées, notamment pour la métrologie de fréquence [19, 20]. Les microcavités présentant une levée de dégénérescence des modes de  $\pm m$  (cf § 1.4.3) ont été utilisées pour affiner par contre-réaction la largeur de raie de diodes lasers [21]. En contrepartie, la bande passante de modulation est réduite. Je présente dans ce qui suit le fonctionnement et les performances des lasers à semiconducteur que j'ai utilisé au laboratoire et qui présentent des stabilités très bonnes pour la spectroscopie des microsphères et des microtores.

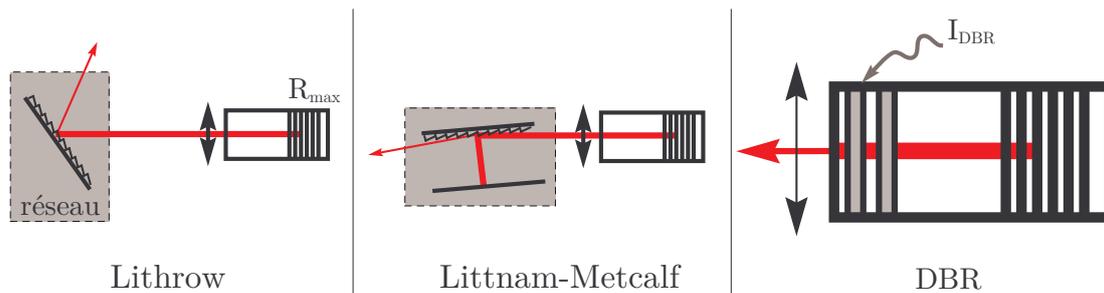


FIGURE 6 – Schéma des différents montages de diodes lasers à raie étroite utilisées dans cette thèse.

**Montages en configurations Lithrow et Littman-Metcalf :** On peut rendre un laser monomode grâce à un réseau ou d'un prisme dans la cavité jouant le rôle de filtre « Lithrow ». Dans le cas des configurations Lithrow et Littman-Metcalf, un ordre non nul d'un réseau de diffraction rétroagit sur un semiconducteur pour former ce que l'on appelle une « cavité étendue ». La largeur de raie va être déterminée par la finesse. On accorde le laser à l'aide d'une cale piézoélectrique permettant de tourner le réseau. La configuration Lithrow, présentée à gauche de la figure 6, présente beaucoup de sauts de modes mais offre un maximum de puissance et une grande pureté spectrale. La configuration Littman-Metcalf (présentée au centre de la figure 6), certes plus difficile à mettre en œuvre, permet une accordabilité sans saut de mode sur une large fenêtre (limitée par le pas du réseau).

**Diode à rétroaction distribuée (DBR) :** Une diode laser DBR (*Distributed Bragg reflector* en anglais) est accordée électriquement et offre une bande passante très élevée. La cavité linéaire, de longueur typique de  $\simeq 300 - 1\,000 \mu\text{m}$ , est constituée d'un miroir de

très haute réflectivité et d'un miroir de Bragg, *i.e.* constitué d'un empilement de couches diélectriques d'épaisseur  $\lambda/4$  et  $\lambda/2$ . Un premier, appelé courant laser, permet d'injecter des porteurs de charge dans la zone active (confinement électronique). Un second, appelé DBR, injecte des porteurs dans un miroir de Bragg pour affiner la raie d'émission. En effet, l'injection de porteur modifie l'indice de réfraction ce qui déplace le centre de la bande interdite du miroir de sortie et permet d'ajuster la condition d'oscillation de la cavité [22,23]. J'utilise deux alimentations de courant de diode laser asservies en intensité ( $\simeq 1 \mu\text{A}$ ) pour réduire le bruit qui a tendance à élargir la raie (La répartition des porteurs est homogène sur l'étendue du mode si le courant d'injection ne fluctue pas).

**Comparaison des performances :** Les fluctuations de phase et d'intensité dans les lasers de largeur de raie mégahertz représente une réelle limitation. Des dérives sont observées sur des échelles de temps multiples. Le choix d'un laser accordable à raie étroite demande beaucoup d'attention en fonction de son utilisation.

Pour identifier le sens de variation de la fréquence avec le courant ou avec la température, l'émission est balayée de part et d'autre du seuil d'oscillation. Plus petit sera le courant d'injection, plus petit sera l'indice de réfraction et donc plus grande sera la fréquence d'émission, pour avoir l'onde stationnaire dans la cavité.

Montage	Lithrow	Littman-Metcalf	DBR
Marque	Toptica	NewFocus	–
Modèle	DL 100 L (GaN)	Velocity, TLB 6300	Yokogawa (AlGaAs)
$\lambda_{\text{em}}$	404–406 nm	765–781 nm	772–773 nm
$\Delta\nu$ sans-saut de mode	20 GHz	–	250 GHz
Largeur de raie	0,5 - 1 MHz	< 300 kHz	1 MHz
Bande passante	kHz	kHz	MHz
$P_{\text{max}}$	13 mW	15 mW	5 mW
$I_{\text{seuil}}$	29 mA	45 mA	60 mA

TABLE 5 – *Caractéristiques des lasers de spectroscopie des microcavités.*

Ces trois montages du tableau 5 délivrent des puissances nettement suffisantes pour nos applications. Leurs caractéristiques sont complémentaires et le faisceau de sortie est polarisé linéairement ( $> 100 : 1$ ). Les fréquences d'émission de ces trois systèmes sont accordables grâce à un module Peltier ( $\sim 500 \text{ MHz.K}^{-1}$  typiquement de 15 à 30°C), aux réseaux de la cavité étendue ou aux courants traversant la diode ( $I_{\text{laser}}$  et  $I_{\text{DBR}}$ ). L'accordabilité du laser bleu est plus délicate et nécessite d'utiliser une clé Allen. Si l'on souhaite balayer plus rapidement que le kilohertz, la diode laser DBR est la plus adaptée. Ce montage monolithique est beaucoup moins sensible aux perturbations acoustiques. J'ai obtenu la plupart de mes résultats avec le laser Velocity, notamment parce que sa plage d'accordabilité sans saut de mode est comparable à plusieurs FSR de microcavité et parce que la raie d'émission est plus fine que la largeur des résonances étudiées.

## Références des annexes

- [1] H. Rong, R. Jones, A. Liu, O. Cohen, D. Hak, A. Fang, and M. Paniccia, “A continuous-wave Raman silicon laser,” *Nature* **433**, 725–728 (2005).
- [2] MURI, The silicon laser MURI .
- [3] J. S. Levy, A. Gondarenko, M. A. Foster, A. C. Turner-Foster, A. L. Gaeta, and M. Lipson, “CMOS-compatible multiple-wavelength oscillator for on-chip optical interconnects,” *Nature Photonics* **4**, 37–40 (2010).
- [4] K. Srinivasan, A. Stintz, S. Krishna, and O. Painter, “Photoluminescence measurements of quantum-dot-containing semiconductor microdisk resonators using optical fiber taper waveguides,” *Phys. Rev. B* **72**, 205318 (2005).
- [5] F. Gourbilleau, D. Bréard, R. Rizk, and J. Doualan, “Electrically pumped Nd<sup>3+</sup> doped solid laser,” US Patent App. 12/094,414 (2006).
- [6] II-VI, Site web de II-VI Infrared .
- [7] J. E. Sipe, J. F. Young, J. S. Preston, and H. M. van Driel, “Laser-induced periodic surface structure. I. Theory,” *Phys. Rev. B* **27**, 1141–1154 (1983).
- [8] D. C. Emmony, R. P. Howson, and L. J. Willis, “Laser mirror damage in germanium at 10.6  $\mu\text{m}$ ,” *Appl. Phys. Lett.* **23**, 598–600 (1973).
- [9] A. Siegman and P. Fauchet, “Stimulated Wood’s anomalies on laser-illuminated surfaces,” *IEEE J. Quantum. Electron.* **22**, 1384–1403 (1986).
- [10] M. Birnbaum, “Semiconductor surface damage produced by ruby lasers,” *J. Appl. Phys.* **36**, 3688–3689 (1965).
- [11] H. M. van Driel, J. E. Sipe, and J. F. Young, “Laser-induced coherent modulation of solid and liquid surfaces,” *J. Lumin.* **30**, 446 – 471 (1985).
- [12] J. F. Young, J. S. Preston, H. M. van Driel, and J. E. Sipe, “Laser-induced periodic surface structure. II. Experiments on Ge, Si, Al, and brass,” *Phys. Rev. B* **27**, 1155–1172 (1983).
- [13] Q. Wu, Y. Ma, R. Fang, Y. Liao, Q. Yu, X. Chen, and K. Wang, “Femtosecond laser-induced periodic surface structure on diamond film,” *Appl. Phys. Lett.* **82**, 1703–1705 (2003).
- [14] H. M. van Driel, J. E. Sipe, and J. F. Young, “Laser-induced periodic surface structure on solids : A universal phenomenon,” *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1955–1958 (1982).
- [15] H. Iwase, S. Kokubo, S. Juodkazis, and H. Misawa, “Suppression of ripples on ablated ni surface via a polarization grating,” *Opt. Express* **17**, 4388–4396 (2009).
- [16] Heraeus, “Site web de la société heraeus,” .
- [17] A. Schawlow and C. Townes, “Infrared and optical masers,” *Phys. Rev.* **112**, 1940–1949 (1958).
- [18] G. Stéphan, T. Tam, S. Blin, P. Besnard, and M. Têtu, “Laser line shape and spectral density of frequency noise,” *Phys. Rev. A* **71**, 043809 (2005).
- [19] Y. Shevy and H. Deng, “Frequency-stable and ultranarrow-linewidth semiconductor laser locked directly to an atomic-caesium transition,” *Opt. Lett.* **23**, 472–474 (1998).

- [20] H. Stoehr, F. Mensing, J. Helmcke, and U. Sterr, “Diode laser with 1 Hz linewidth,” *Opt. Lett.* **31**, 736–738 (2006).
- [21] V. V. Vassiliev, V. L. Velichansky, V. S. Ilchenko, M. Gorodetsky, L. Hollberg, and A. V. Yarovitsky, “Narrow-Line-Width Diode Laser with a High- $Q$  Microsphere Resonator,” *Opt. Commun.* **158**, 305–312 (1998).
- [22] M. Fleming and A. Mooradian, “Spectral characteristics of external-cavity controlled semiconductor lasers,” *IEEE J. Quantum Electron* **17** (1), 44 (1981).
- [23] K. Kobayashi and I. Mito, “Single frequency and tunable laser diodes,” *J. Lightwave Technol.* **11**, 1623–1632 (1988).