



HAL
open science

**Action du Professeur et pratiques de formation :
analyses en classes de cours préparatoires et dans une
Cellule d'Animation Pédagogique, dans le contexte du
Niger.**

Moussa Mohamed Sagayar

► **To cite this version:**

Moussa Mohamed Sagayar. Action du Professeur et pratiques de formation : analyses en classes de cours préparatoires et dans une Cellule d'Animation Pédagogique, dans le contexte du Niger.. Education. Université Rennes 2, 2011. Français. NNT: . tel-00659005v1

HAL Id: tel-00659005

<https://theses.hal.science/tel-00659005v1>

Submitted on 11 Jan 2012 (v1), last revised 12 Jan 2012 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Cotutelle de Thèse/Université Rennes 2
sous le sceau de l'Université européenne de
Bretagne et de l'Université
Abdou Moumouni Niamey Niger

pour obtenir le titre de :
Docteur de l'Université Rennes 2 et
l'Université Abdou Moumouni Niamey Niger
Mention : Sciences de l'Éducation
Ecole doctorale des Sciences Humaines et Sociales

présentée par

Moussa MOHAMED SAGAYAR

Préparée à l'équipe d'accueil n°3875
Université Rennes 2-UBO

CREAD, Centre de Recherche sur l'Éducation,
les Apprentissages et la Didactique

Action du Professeur
et pratiques de
formation : analyses
en classes de cours
préparatoires et
dans une Cellule
d'Animation
Pédagogique, dans le
contexte du Niger.

Thèse soutenue le 15 décembre 2011

devant le jury composé de :

Yvon Léziart

Professeur CREAD, Université Rennes 2/Président

Alain Kuzniak

Professeur LDAR, Université Paris
Diderot/Examinateur

Marie-Jeanne Perrin-Glorian

Professeure Emérite, LDAR, Université Paris Diderot,
Université d'Artois/Rapporteuse

Teresa Assude

Professeure UMR P3 ADEF, Université de Provence-
IUFM/Rapporteuse

Gérard Sensevy

Professeur Université CREAD, IUFM-UBO/Directeur de thèse

Ghislaine Guedet

Professeure Université CREAD, IUFM-UBO/Directrice de thèse

Nana-Aïcha Goza

Maître-assistant ENS, Université Abdou Moumouni Niamey
Niger/Co directrice de thèse

Dédicace

A la mémoire de notre père

Vous avez été de votre vivant un soutien incontestable pour notre famille dans le cadre de notre instruction. Merci pour tous les sacrifices que vous avez consentis pour le bien être de notre famille. Ce travail vous est dédié en guise de notre reconnaissance éternelle. Puisse Dieu tout puissant, assurer le repos de votre âme par sa miséricorde.

A notre mère

*« Femme noire, Femme africaine,
Ô toi ma mère,
Merci, merci pour tout ce que tu fis pour moi,
Ton fils si loin, si près de toi ».* Cet extrait du poème « A ma mère » de Camara Laye pour vous témoigner notre profonde gratitude. Que Dieu tout puissant vous procure santé, bonheur et longue vie pour continuer à soutenir vos enfants, et leur apporter votre affection.

A notre épouse Aïché et à nos enfants Lamine et Soumaya

Toutes ces années passées en Bretagne loin de vous ne sont aujourd'hui qu'un souvenir. Vous avez patiemment supporté cette absence, et vous avez su faire preuve de compréhension. Vous m'avez prodigué de nombreux encouragements et de précieux conseils durant ces années. Aïché, tu as accepté de nous soutenir, et d'assumer toutes les charges de notre famille quand cela était nécessaire, merci à toi. Ce travail que nous vous dédions est la preuve de notre retour parmi vous.

A notre famille, à nos parents et à nos proches, merci à vous de nous avoir soutenu et encouragé tout au long de cette thèse.

Remerciements

Gérard Sensevy et Ghislaine Gueudet ont accepté de diriger notre cotutelle de thèse présentée ici. Nous avons pu ainsi bénéficier de vos précieux apports au monde de la recherche en didactique des mathématiques. Nous avons entendu nos collègues dire que nous avons eu une chance exceptionnelle de vous avoir comme directeurs de recherche. Nous confirmons ce propos, car nous avons été particulièrement bien accompagné et nous avons énormément appris à vos côtés. Nous vous remercions de tout notre cœur, et nous tenons à vous dire que nous avons toujours trouvé la confiance et la stabilité nécessaires pour la réalisation de ce travail de recherche.

Nous remercions Mme Goza Nana Aïcha qui a accepté d'être codirectrice de notre thèse. Votre apport et vos précieux conseils nous ont permis de faire une proposition innovante dans le cadre de la formation continue des enseignants dans les Cellules d'Animation Pédagogique au Niger. Nous allons travailler à partir de nos résultats à l'Université de Niamey, sur la mise en œuvre d'ingénieries didactiques qui pourraient être le point de départ d'un travail coopératif entre professeurs et chercheurs dans la conception collective de leçons.

Nous remercions Mme Teresa Assude pour avoir accepté d'être l'une des rapportrices de notre travail. Nous avons eu l'occasion de nous inspirer de vos nombreux travaux en didactique de mathématiques.

Nous remercions Mme Marie-Jeanne Perrin-Glorian pour avoir accepté d'être l'une des rapportrices de notre travail. Le travail de thèse de Chambris Christine que vous avez dirigé nous a été d'un grand apport dans l'étude et l'analyse du numérique dans le cadre de notre thèse.

Nous remercions Mr Alain Kuzniak pour avoir accepté d'être membre du jury de cette thèse. Votre participation à ce jury pourrait être l'occasion de mettre en place des partenariats dans les domaines de la formation des enseignants et de la recherche en mathématiques en Afrique en général, et au Niger en particulier.

Nous remercions Mr Yvon Léziart pour avoir accepté d'être président du jury de notre travail. Nous avons eu l'occasion de suivre certaines de vos communications dans le cadre du séminaire action du CREAD. Votre participation à ce jury pourrait être l'occasion de mettre en place des partenariats dans les domaines de la formation des enseignants et de la recherche en sciences et techniques des activités physiques et sportives en Afrique en général, et au Niger en particulier.

Ce travail de recherche n'aurait pu voir le jour sans la participation de nombreuses personnes. Nous tenons donc à remercier les personnes et les structures suivantes pour leur confiance et leur soutien :

- Mes ami(e)s et leurs familles respectives : Robert et Annie Hardy, Yvon et Christine Logéat, Patrick et Annie La Prairie, Christian et Véronique Bazin, Jacques et Marie-Annick Guignard, Dr Mansour et Fatiha Nassirou, Guy et Marie-France Legland, François et Sabine Barret, Didier et Marie-Thérèse Noël, Rozenn Rouillard, Emmanuelle Garel, Gilbert Dahiot, Elizabeth Broulou, Anne Hignard, Paul Taylor, Maazou El Hadj Bounou, Ag Maraki Adamou, Dr Tchiouaké Adamou, Dr Konguizé Zibérou, Dr Issifou Adam, Théophile Faho, Ali Abdoulaye, Abdouramane Oumarou Diodi, Moulaye Abdoulaye. Certains d'entre vous nous ont fait l'amitié de relire attentivement notre travail. Nous avons trouvé auprès de vous, le soutien et la compréhension dont nous avons eu besoin durant cette thèse.
- Nous tenons à témoigner notre gratitude la plus sincère aux enseignantes et enseignants des écoles de Mirriah Centre, Mirriah Médersa, et Mirriah Filles, pour leur participation à ce travail de recherche. Nous avons été touché par l'accueil, l'hospitalité, et l'efficacité de l'organisation de la collecte de données. Qu'ils en soient profondément remerciés.
- Nous remercions nos collègues doctorant(e)s et les membres du CREAD, les personnels de la Cellule Instrumentation et Valorisation de la Recherche en Education et du Centre de Ressources Informatique et Multimédia des services centralisés de l'IUFM de Bretagne, et le service Direction Recherche et Valorisation de Rennes 2 pour leur disponibilité et leur amabilité.

- Nous remercions pour leur collaboration, les personnels du Ministère de l'Education Nationale à Niamey, de la Direction de la Formation Continue à Niamey, de la Direction de l'Education Nationale de Zinder, et de l'Inspection de l'Enseignement de Base de Mirriah.

- Nous remercions pour leur soutien, les membres des associations de solidarité notamment Tarbiyya Tatali, Gorom Rennes Gorom, et les personnels de Aide et Action Niger.

- Nous remercions les personnels du Service des Sports de Ouest-France et du Lycée Pierre Mendès France à Rennes pour leurs encouragements.

A tous ceux qui n'ont pas été formellement mentionnés, et qui ont d'une manière ou d'une autre contribué au bon déroulement de ce présent travail de recherche, qu'ils trouvent ici nos remerciements pour leur attention.

Préface

Cela n'a pas toujours dû être facile, pour mon ami Sagayar, de mener l'aventure qu'il a entreprise en 2003. Cette équipée, il l'avait sans doute mijotée et élaborée des années auparavant.

Il lui avait fallu tout mesurer.

Comment continuer à se former en Europe après quelques années de travail d'instituteur et de responsable pédagogique dans une ONG bien en vue ? Comment le faire en se séparant de sa famille, femme, enfants et proches ? Comment subvenir à ses propres besoins d'étudiant et à ceux de sa famille pendant ce temps d'études ?

Rien n'était facile, aucune réponse à ces angoissantes questions évidentes. Il a tenu 8 ans jusqu'à mener à terme ce travail de thèse, sans grande aide financière, ni bourse, ni logement universitaire pour raison d'âge.

De plus, la pétulance de mon ami Sagayar, sa fougue, son exubérante et volubile faconde, son ardeur, en un mot, sa vitalité n'étaient pas à première vue suffisantes pour le faire pénétrer dans l'aridité de la rédaction d'une thèse qui aurait pu se muer en traversée infinie et amère d'un désert inculte et en un éloignement définitif de son pays.

Au lieu de cela, c'est à l'entrée d'un jardin que l'on se trouve, je n'en ai encore effleuré que les allées principales mais je les vois bien tracées. L'on perçoit alors l'abondance foisonnante des concepts mais l'on emprunte aussi des pistes éducatives bien tracées pour la cause que Mohamed Moussa Sagayar porte bien haut, celle du développement, par l'éducation, de son pays, le Niger.

Sur le seuil de la case de passage des Volontaires du Progrès, à Niamey, un soir d'octobre 2002, dans la pénombre du crépuscule et la fumée d'un serpentini anti moustique, il m'a sollicité et nous nous connaissions à peine, j'avais tout juste pu éprouver son habileté à mener une réunion en tant que responsable des actions éducatives et pédagogiques d'*Aide & Action*. Il souhaitait s'inscrire à l'Université de Rennes 2 en Sciences de l'éducation. Après sa formation à l'Ecole Normale d'Askia Mohamed de Zinder, Sagayar s'est engagé avec passion dans le métier d'instituteur, les deux pieds bien à l'aise dans le sable de Bérézédou, un village du côté de la ville de Ouallam. Il n'a pas tardé à être repéré par l'ONG qui avait pignon sur rue à Niamey et a passé quelques années à y valoriser des projets pédagogiques. Le dossier fut déposé à l'Université de Rennes 2 et favorablement accueilli.

En juin 2003, les dés étaient jetés : inscription en licence acceptée, il fallait réunir des conditions matérielles favorables pour assumer une vie d'étudiant à Rennes.

Puis, un jour d'octobre 2003, Mohamed Sagayar Moussa débarquait à Rennes avec ses deux grosses valises. Une préface de thèse n'est pas destinée à conter les tribulations d'un « nigérien » en Bretagne. Il est nécessaire pourtant d'y souligner ce qu'il a fallu d'endurance, de constance et d'entregent pour surmonter le choc de l'adaptation, les promesses incertaines de logement, la solitude des premières soirées d'exil, l'éloignement familial, les petits boulots pour vivre et ne jamais quémander, les incertitudes parfois quant aux résultats lointains. Marche après marche, jusqu'à ce jour, les échelons ont été gravis, les réseaux d'amis se sont consolidés, la vie difficile assumée, la famille rassurée, le rythme de travail intellectuel régulièrement assuré.

D'autre part, deux qualités n'ont jamais fait défaut à Sagayar pendant ses huit années d'exil : le sens de l'humour et le sens des responsabilités. Huit ans d'exil et huit ans de présence constante dans les associations de solidarité internationale où le sens de l'organisation, le bon sens d'un migrant ont enrichi ces groupes où il a travaillé. Il s'est abstenu de participer aux réunions ces derniers mois pour assurer la rédaction finale, il ne s'est jamais départi de sa bonne humeur. Pour ma part, j'ai apprécié cette gaîté et cette constance entreprenante.

Un court instant, pourtant, Sagayar m'est apparu avec la mine un peu grise. Je l'attendais à la sortie de son premier contact avec un amphî de rentrée plein à craquer en octobre 2003. Il avait simplement osé solliciter de la professeure qu'à la fin de chaque cours, elle présente un petit résumé des idées essentielles à retenir. Réponse favorable de l'enseignante, bien sûr, mais le « petit nouveau » avait cru sentir la stupeur des étudiants et cru que cela ne se faisait pas de poser une question à la fin d'un cours. Rassuré immédiatement, il n'a jamais, je pense, renoncé à cette bonne habitude.

N'attendez pas du lecteur profane que je suis, des commentaires savants sur le peu que je connais de la thèse de Sagayar en écrivant ces lignes, cela appartient aux hommes de l'art.

Je citerai simplement quelques phrases qui me paraissent établir les principes directeurs de ses projets.

Ce principe qui gouverne l'attitude d'un chercheur, futur enseignant en Sciences de l'éducation par exemple :

« Certaines de nos analyses avaient tendance à embellir le point de vue du collectif. Il nous a fallu revoir notre attitude pour faire vivre un point de vue qui soit celui du chercheur commentant et s'appuyant sur celui du collectif. Ce nouveau positionnement nous a orientés davantage vers une prise de distance et un regard axé sur ce qui est *aux mains* du professeur, également sur ce qu'il permet aux élèves de construire comme connaissances mathématiques. Ce fut, malgré tout, une épreuve assez complexe de se positionner en tant que chercheur, étudiant ce qui se passe au sein des classes, sans être professeur dans ces classes»

Le chercheur sait aussi puiser une ligne de force dans les écrits de ses tuteurs :

- Gérard Sensevy : « Quelle que soit la nature et la qualité du savoir pensé par le professeur, et, au-delà, dans la culture au sein de laquelle il inscrit son travail, ce qui compte, ce sont les comportements spécifiques, les manières de penser, la vision du monde, dont le savoir étudié va faire profiter les élèves » ;
- Ghislaine Gueudet : « Il faudrait pouvoir mettre en place, sur la durée, une collaboration avec des professeurs qui tiendraient un journal de bord de leur travail documentaire (ressources utilisées, collecte, tri, temps passé etc.), professeurs dont certains temps de travail hors classe et en classe pourraient être filmés, et donner lieu ensuite à une auto-confrontation ».

Enfin le citoyen est toujours là : « Le Niger, pays dont nous sommes originaire et dans lequel nous allons retourner travailler, a plus que besoin de notre contribution pour de telles initiatives. Celles-ci pourraient apporter un coup de pouce à l'amélioration de la scolarisation de nombreux enfants et permettre aux professeurs de questionner leurs pratiques... Nous allons continuer à nous impliquer, via nos recherches, dans cet ambitieux projet».

Démarche globale à partir d'un constat politique, mouvement d'éducation populaire « désir producteur » au sens que lui donne Deleuze, désir producteur de ce monde réel dans lequel nous vivons, qu'il nous a amenés à construire, monde constitué d'objets matériels et de tout ce qui fait notre vie sociale (nos réseaux de relations, nos institutions, notre organisation politique etc.).

Logéat Yvon

« Je pense qu'on trouve du plaisir et de l'épanouissement à faire de la recherche : résoudre un problème est une chose valorisante qui donne un sentiment d'utilité »

Anne- Marie JOLLY. Prix Joliot Curie 2004

« Une pensée ne devient un plan que lorsque l'on sait comment la concrétiser, lorsque ce qui est souhaitable devient possible »

Gudmund Hernes

*« Le maître idéal guide ses élèves, mais ne les tire pas après lui. Il leur donne l'impulsion et se garde bien de les décourager : il leur ouvre la voie mais ne les conduit pas au but. S'il se contente de guider les élèves sans les tirer après lui, son enseignement sera agréable. S'il les incite au travail sans les décourager, son enseignement sera facile. S'il se contente d'ouvrir la voie sans les conduire au but, il apprendra à ces élèves à réfléchir. Si l'enseignement est agréable et facile, si les élèves savent penser par eux-mêmes, on peut dire que le maître est bon » **Confucius.***

Sigles et abréviations

BEPC : Brevet d'Etude du Premier Cycle

CAPED : Cellule d'Animation Pédagogique

CCE : Conseil Communal de l'Education

CE1 : Cours Elémentaire première année

CE2 : Cours Elémentaire deuxième année

CEPE-FA : Certificat d'Etudes Primaires Elémentaires franco-arabe

CFEEN : Certificat de Fin d'Etude de l'Ecole Normale

CFEPD : Certificat de Fin d'Etudes du Premier Degré

CI : Cours d'Initiation

CM2 : Cours Moyen 2^{ième} année.

COGES : Comité de Gestion des Etablissements Scolaires

CP : Cours Préparatoire

CSRE : Conseil Sous Régional de l'Education

CREAD : Centre de Recherche sur l'Education les Apprentissages et la Didactique

DFIC : Direction de la Formation Initiale et Continue

DGEN : Direction Générale de l'Education Nationale

DREN : Direction Régionale de l'Éducation Nationale

ENI : Ecole Normale d'Instituteurs

EPS : Education Physique et Sportive

EPT : Education Pour Tous

FMI : Fonds Monétaire International

IDH : Indice du Développement Humain

IEB : Inspection de l'Enseignement de Base

INDRAP : Institut National de Documentation de Recherche et d'Animation Pédagogique

LOSEN : Loi d'Orientation du Système Educatif Nigérien

MEN : Ministère de l'Education Nationale

PDDE : Programme Décennal de Développement de L'Education

PPTE : Pays Pauvre Très Endettés

SRP : Stratégie de Réduction de la Pauvreté

TBS : Taux Brut de Scolarisation

Sommaire

Introduction.....	17
Partie 1 : Contexte de la recherche et questionnement initial.....	23
Chapitre 1 : Contexte national.....	23
1.1 Généralités sur le Niger.....	24
1.2 Contexte social et économique.....	25
Chapitre 2 : Enjeux de l'éducation au Niger.....	26
1.1 Les stratégies nationales de gestion de l'éducation.....	27
1.2 La situation scolaire au Niger : les indicateurs d'accès et de qualité.....	29
1.3 Dispositifs de formation et encadrement pédagogique.....	32
1.3.1 La formation initiale des enseignants.....	32
1.3.2 La formation continue des enseignants.....	37
1.3.2.1 Les structures de la formation continue.....	38
1.3.2.2 Dispositif de la formation continue.....	40
1.3.2.3 Analyse de la politique nationale de formation continue.....	42
Chapitre 3 : Contexte régional.....	48
1.1 La Région de Zinder : généralités et situation scolaire.....	48
1.2 Le Département de Mirriah : généralités et situation scolaire.....	50
Chapitre 4 : Contenu mathématique retenu, aspects linguistiques et culturels en lien avec ce contenu.....	54
1.1 Langues nationales et pratiques d'enseignement dans le cycle de base 1....	54
1.2 L'enseignement des langues nationales : impacts sur les apprentissages....	57
1.3 Le jeu de tiges et l'utilisation du boulier dans le système de numération....	60
Chapitre 5 : Questionnement initial de la recherche.....	63
Partie 2 : Outils théoriques, travaux antérieurs et problématique de recherche.....	67
Chapitre 1 : Outils théoriques.....	67

1 Des catégories didactiques.....	68
1.1 La notion de situation.....	68
1.2 Le contrat didactique.....	70
1.3 Le milieu.....	71
1.4 Le triplet des genèses : mésogénèse ; chronogénèse ; topogénèse.....	72
1.5 Le jeu didactique.....	73
1.6 Le quadruplet fondamental.....	75
2. Des approches pour caractériser les interactions entre les professeurs et les manuels	77
2.1 Une approche pour caractériser le rôle des supports didactiques dans le travail professoral.....	77
2.2 Une approche centrée sur l’usage des documents par le professeur dans l’enseignement des mathématiques.....	81
2.3 Une approche documentaire pour étudier l’activité du professeur	82
Chapitre 2 : Travaux antérieurs : Analyse et articulations avec notre travail de recherche.....	84
1.1 Les travaux de Christine Chambris.....	85
1.2. Les travaux de Liping Ma.....	91
1.3. Les travaux de Gérard Vergnaud.....	103
1.4 Synthèse des travaux étudiés et liens avec nos objets d’étude.....	107
Chapitre 3 : Problématique de recherche.....	110
1.1 Etat des lieux et évolution des pratiques professorales.....	110
1.2 Positionnement didactique.....	112
Partie 3: Démarche méthodologique.....	115
1.1 Méthodologie d’analyse des ressources.....	115
1.2 Cadre d’observations et vidéos de classe.....	116
1.3 Synthèse du dispositif de recherche.....	131
1.4 Les postures du chercheur.....	132

Partie 4 : Présentation et analyse des ressources : les manuels de mathématiques au Niger.....135

1.2 Etude et Analyse du manuel ancien de mathématiques 136

1.3 Etude et analyse des nouveaux manuels : Les Bases Mathématiques Tome 2 et le Guide du Maître 2^{ième} année 163

1.4 Analyse comparative du manuel ancien, des BMT2 et GM 2^{ième} année étudiés..... 190

1.5 Synthèse et conclusion sur l'analyse des ressources mathématiques étudiées 193

Partie 5 : Analyse empirique des séances sur l'addition et la soustraction, étude topogénétique et sémiotique.....197

Chapitre 1 : Séances de classe étudiées en 2007/2008 et liens avec les Bases Mathématiques Tome 2 et le Guide du Maître 2^{ième} année.....197

1.1 Séances de classe filmées et étudiées en 2007/2008..... 197

1.2 Séances mises en œuvre par P1, P2, P3 et P4 et liens avec les manuels de mathématiques 198

1.3 Séances sur l'addition : addition sans retenue et addition avec retenue201

1.4 Séances sur la soustraction : manipulation collective et manipulation individuelle208

Chapitre 2 : Présentation et analyse des fiches de préparation de leçons sur l'addition et la soustraction.....211

1.1 Présentation des fiches de préparation sur l'addition et la soustraction.....212

1.2 Présentation et analyse des fiches de préparation de P1214

1.3 Présentation et analyse de la fiche de préparation de P2225

1.4 Présentation et analyse des fiches de préparation de P3233

1.5 Présentation et analyse des fiches de préparation de P4241

1.6 Conclusion sur la présentation des fiches de préparation de P1, P2, P3 et P4246

Chapitre 3 : présentation et analyse empirique des séances mises en œuvre par P1, P2, P3 et P4.....248

1.1 Présentation et analyse des synopsis des séances mises en œuvre par P1	248
1.2 Présentation et analyse des synopsis des séances mises en œuvre par P2	252
1.3 Présentation et analyse des synopsis des séances mises en œuvre par P3	255
1.4 Présentation et analyse des synopsis des séances mises en œuvre par P4	258
2.1 Analyse empirique des séances sur l'addition et la soustraction mises en œuvre par P1, P2, et P3	261
2.1.1 Analyse des séances S2P1 et S3P1	262
2.1.2 Analyse de la séance S2P2	278
2.1.3 Analyse de la séance S2P3	286
2.1.4 Analyse de la séance S2P4	298
Chapitre 4 : Conclusion sur le travail d'analyse des séances étudiées en 2007/2008 et nouvelles collectes de données.....	313
1.1 Conclusion sur le travail d'analyse des séances étudiées en 2007/2008....	313
1.2 Collecte de nouvelles données : poursuivre le travail d'analyse des professeurs pour tenter de faire évoluer les pratiques.....	314
Partie 6 : Analyse empirique des séances sur les systèmes sémiotiques et la résolution de problèmes, étude du travail de sémiotisation et de modélisation.....	317
Chapitre 1 Conception des dispositifs d'enseignement à tester dans le cadre de l'ingénierie coopérative.....	318
1.1 Dispositif d'enseignements sur les systèmes sémiotiques	318
1.2 Dispositif d'enseignements sur la résolution de problèmes.....	320
Chapitre 2 Présentation et analyse des fiches de préparation de P1MC, P2MM, P3MF et P4MC	320
1.1 Présentation et analyse de la fiche de préparation P1MC- F1.S1	322
1.2 Présentation et analyse de la fiche de préparation P2MM- F2.S2	325

1.3 Présentation et analyse de la fiche de préparation P3MF- F3.S3.....	330
1.4 Présentation et analyse de la fiche de préparation P4MC- F4.S4	332
1.5 Conclusion sur les fiches de préparation.....	335
Chapitre 3 : Aanalyse empirique des séances mises en œuvre par P1MC, P2MM, P3MF et P4MC	336
1.1 Présentation et analyse des synopsis de P1MC et P2MM	336
1.2 Présentation et analyse des synopsis de P3MF et P4MC.....	340
2.1 Analyse empirique des séances sur les représentations sémiotiques et la résolution de problèmes mises en œuvre par les professeurs expérimentateurs	341
2.1.1 Unité 1 : Analyse des séances S1P1MC et S2P2MM sur les représentations sémiotiques.....	342
2.1.2 Unité 2 : Analyse des séances mises en œuvre par P3MF et P4MC sur la résolution de problèmes	371
Chapitre 4 : Etude et analyse des devoirs des élèves.....	404
1.1 Étude et analyse du devoir de P1MC	405
1.2 Etude et analyse du devoir de P3MF.....	412
Partie 7 : Dispositif de formation continue des enseignants et évolution vers de nouvelles missions	418
Chapitre1 : Synthèse des « manques » constatés et propositions de mises en œuvre possibles	418
1.1 Rappel sur les données empiriques collectés en 2007/2008 et 2008/2009	419
1. 2 Les « manques » constatés après les mises en œuvre des séances dans les classes.....	420
Chapitre 2 : Vers un nouveau dispositif de formation continue des enseignants en mathématiques	424
1.1 Nouveau dispositif de formation continue et rôles du chercheur.....	425
1.1.1 Du fonctionnement actuel des CAPED vers un mode de coopération professeurs-chercheurs	427
1.1.2 L'ingénierie coopérative : un exemple de dispositif de formation.....	429

1.2 La constitution de collectifs professeurs-chercheurs : associer professeurs et chercheurs pour travailler en coopération	430
1.2.1 Collectifs professeurs-chercheurs et travail coopératif	431
1.2.2 Collectif professeurs-chercheurs : Etude et analyse de l'action didactique	435
1.2.3 Collectifs de professeurs : propositions de pistes à explorer	436
1.2.4 <i>Collectifs hybrides</i> : organisation du dispositif et formation des membres	437
1.2.5 Le dispositif hybride de formation : des exemples à partir des séances étudiées et analysées.....	440
1.3 Les postures du chercheur dans le cadre de la formation : éléments de précision	444
Partie 8 : Conclusion générale et perspectives	447
1.1 Synthèse des résultats obtenus	449
1.2 Perspectives de recherche : vers une reconstruction des pratiques professorales	454
1.2.1 Sur le plan méthodologique : accorder plus temps aux travaux pour permettre une meilleure appropriation des savoirs en jeu.....	454
1.2.2 Les langues nationales : un aspect dont il faut clarifier le rôle dans le travail du professeur	455
1.2.3 L'ingénierie coopérative : vers un mode de collaboration chercheurs-professeurs	455
1.2.4 Les manuels : des ressources dont le contenu devrait être davantage explicité.....	456
1.2.5 Notre posture : articuler rôles et responsabilités dans un contexte de travail collaboratif	457
1.2.6 Des projets après la thèse : de véritables chantiers à mettre en route	458
Bibliographie	460

Introduction

Au Niger, les questions liées à l'éducation et à la formation sont au cœur des débats et des différentes stratégies de développement (Stratégie de Réduction de la Pauvreté, Programme Décennal de Développement de l'Education). Les autorités politiques, les communautés rurales et la société civile s'organisent pour donner un nouvel élan au développement de l'économie en général, et des secteurs vitaux comme la santé, l'éducation et l'environnement en particulier. L'éducation et la formation restent donc des préoccupations prioritaires. En effet deux grandes réformes ont vu le jour :

- au plan politico administratif, l'environnement institutionnel a connu une évolution remarquable suite à la mise en place d'institutions démocratiques en 2000, l'ayant conduit dans un processus de réformes administratives et législatives, dont l'une des plus importantes porte sur la décentralisation
- au plan socio-économique, le gouvernement a entrepris dans le cadre de l'initiative des Pays Pauvre Très Endettés (PPTE) une réflexion interne qui a abouti à l'élaboration au niveau national, d'une Stratégie de Réduction de la Pauvreté (SRP). Adoptée en décembre 2002, celle-ci a été soumise à l'approbation des partenaires au développement en juin 2003.

Dans le sillage de l'élaboration de cette stratégie qui se concrétisera à travers la mise en œuvre des politiques dans les secteurs prioritaires de développement, le secteur de l'éducation et de la formation a été parmi les précurseurs aux côtés du secteur du développement rural, à se doter d'un Programme Décennal de Développement de l'Education (PDDE) conçu pour la période 2003-2013.

Les autorités politiques, les communautés rurales et la société civile s'organisent et mettent en place des orientations stratégiques pour donner un nouvel élan au développement de l'économie en général et des secteurs vitaux comme la santé, l'éducation et l'environnement en particulier.

Un des phénomènes importants au Niger, s'explique par une phase de croissance démographique, ce qui signifie une population majoritairement jeune (50 %°), encore faiblement scolarisée (72, 9%) et alphabétisée (29 %), un enfant sur trois inscrit seulement achèvera sa scolarité dans le primaire.

L'examen de l'évolution du cycle de base 1 montre que les effectifs des élèves sont passés de 1.389.194 en 2007/2008 à 1.726.452 en 2009/2010. La réponse à cet accroissement des effectifs d'élèves s'est traduite également par une évolution du nombre d'enseignants. En effet, avec l'introduction du volontariat en 1998, puis de la contractualisation d'enseignants en 2003, le nombre d'enseignants est passé de 22.427 en 2003/2004, à 44.710 en 2009/2010. Ces résultats sont le produit des profondes mutations qu'a connues le système éducatif dans le cadre de son engagement pour l'atteinte des objectifs de scolarisation universelle d'ici à 2015.

Le budget¹ alloué au MEN a connu des évolutions. Ainsi la période 2006-2009, a été caractérisée par une hausse graduelle des allocations budgétaires en faveur du MEN passant de 59,3 milliards de francs cfa à 98, 3 milliards de francs cfa par rapport au budget national qui est de 638,2 milliards. En 2010, on observe une baisse sensible du budget du MEN, qui passe de 98, 3 milliards de francs cfa à 85, 93 milliards de francs cfa soit une baisse de plus de 12 milliards.

Ainsi à partir de 2010, au moment où la demande éducative s'accroît du fait d'une croissance démographique (3,3 %), on observe une baisse sensible des allocations budgétaires consenties par l'Etat. Celle-ci a une incidence négative sur le fonctionnement du système et en e conséquence sur les rendements scolaires. Les effets de cette baisse budgétaire ont occasionné les problèmes suivants :

- l'insuffisance voire le manque d'infrastructures et d'équipement et notamment de matériels didactiques (manuels scolaires et fournitures) pour créer des conditions nécessaires d'apprentissage ;
- le manque du personnel qualifié suite aux recours des enseignants recrutés sans formation de base requise, et la défaillance du suivi et de l'encadrement pédagogique ;
- les difficultés liées à la qualité des apprentissages des élèves dans les classes ;
- la baisse progressive de l'engouement des acteurs locaux, notamment des parents, face à une école qui ne répond plus à leurs attentes, d'autant plus que ces communautés ne voient pas l'intérêt d'inscrire leurs enfants à l'école si les conditions de réussite ne sont pas assurées.

En dépit d'une expansion scolaire certaine, la problématique de l'éducation au Niger reste aujourd'hui encore un sujet préoccupant. Le système éducatif souffre de l'inadéquation et de l'inadaptation de ses programmes aux réalités du pays et aux besoins des populations. Le

¹ Ministère de l'Education de Nationale, Statistiques de l'Education de Base, Annuaire 2009-2010, p.12

diagnostic de performance du système éducatif nigérien, a largement démontré lors de l'élaboration de la Stratégie de Réduction de la Pauvreté et du Programme Décennal de Développement de l'Education, que les enfants scolarisés ne réussissent pas. Ce sentiment très souvent exprimé par les populations est la révélation du bilan qu'elles tirent de la mise en œuvre du système éducatif actuel.

La Loi d'Orientation du Système Educatif Nigérien (LOSEN) a été le point de départ des nouvelles orientations dans le domaine de l'éducation au Niger, avec le PDDE comme cadre légal de mise. Ainsi l'article 17 de la LOSEN stipule que : « L'éducation de base est garantie à tous ; elle a pour missions :

- de munir l'individu d'un minimum de connaissances, d'aptitudes et d'attitudes lui permettant de comprendre son environnement, d'interagir avec lui, de poursuivre son éducation et sa formation, de participer plus efficacement au développement économique, social et culturel du pays,
- de satisfaire les besoins d'apprentissage essentiels
- de valoriser les contenus éducatifs fondamentaux dont l'être humain a besoin pour développer toutes ses facultés, vivre et travailler dans la dignité, améliorer la qualité de son existence et prendre des décisions éclairées et pour continuer à apprendre »

Pour mettre en œuvre ces missions, le système éducatif nigérien doit faire face aux défis suivants, pour assurer une éducation de qualité à ces enfants en âge d'aller à l'école :

- résoudre le problème d'articulation entre les contenus des programmes et la capacité des enseignants à mettre en œuvre les connaissances en situation de classe ;
- répondre aux problèmes d'accompagnement et d'encadrement des enseignants face aux difficultés quotidiennes sur le plan didactique qu'ils rencontrent dans leurs classes ;
- rendre performant le dispositif de formation continue des enseignants dans la perspective de leur permettre un travail sur l'étude et l'analyse des savoirs en jeu dans les situations didactiques ;
- assurer aux enseignants sans formation initiale de base un encadrement de proximité pour leur permettre de mener à bien les enseignements et apprentissages dans leurs classes ;
- étudier les questions qui freinent l'enseignement des langues nationales à l'école primaire en prenant des décisions politiques à même de favoriser l'utilisation effective des langues nationales.

On voit bien que les défis sont nombreux, ce qui nous conduit à poser la question suivante : Le Niger est-il en mesure de scolariser tous les enfants d'ici à l'horizon 2015 conformément aux engagements de l'Education Pour Tous (EPT) ?

Les orientations nationales définies par la LOSEN et le PDDE peuvent-elles permettre aux enseignants de maîtriser le contenu des programmes d'enseignement, et aux élèves d'apprendre les savoirs en jeu qui leur sont enseignés ? Faut-il penser à une réforme profonde du fonctionnement actuel de certains dispositifs de formation des enseignants pour tenter de comprendre les liens qui peuvent exister entre le professeur, l'élève et le savoir dans un système didactique ?

Nous avons mené dans le cadre de notre Master 2, un travail sur l'analyse didactique d'une séance sur le nombre 80 au Cours Préparatoire (CP) dans la Cellule d'Animation Pédagogique (CAPED) de Mirriah Centre dans le Département de Zinder au Niger. L'analyse empirique menée dans le cadre cette étude a permis d'avoir un regard sur les pratiques des enseignants, qu'ils soient en classe ou en session de formation. Notre travail de thèse s'inscrit dans le prolongement de cette première étude du genre au Niger qui s'intéresse à l'action du professeur et à ses interactions avec les élèves dans une situation d'enseignement et d'apprentissage. C'est donc le reflet de certaines pratiques dans des situations bien déterminées, qui sont questionnées, et nous avons pu noter les constats suivants :

- la centration du professeur sur les manipulations d'objets et les représentations sémiotiques à travers des procédures de calcul pour tenter d'expliquer les savoirs mathématiques en jeu dans la situation étudiée ;
- le partage des responsabilités à la fois dans le choix didactique autour de l'organisation spécifique du « milieu » et de la « chronogénèse » des séances n'a pas permis aux élèves le rapport au milieu pour construire les savoirs en jeu ;
- le choix d'élaborer collectivement une fiche de préparation de leçon n'a pas permis aux enseignants de travailler les savoirs en jeu pour eux-mêmes et dans leur enseignement.

Pour mieux travailler les questions essentielles de l'enseignement et de l'apprentissage liées au rapport au savoir des élèves et le rôle du professeur dans ce rapport, nous avons dans le cadre de cette thèse et avec le souhait des enseignants de la CAPED de Mirriah décidé d'élargir le champ d'étude sur des données empiriques plus importantes. Ainsi notre travail de recherche étudie et analyse l'action du professeur et ses interactions avec les élèves dans le domaine spécifique de l'étude du numérique au CP. Nous étudions également la place de la

documentation dans le travail professoral et la question du travail collectif dans une CAPED nous a semblé être un enjeu important qu'il joue un rôle essentiel dans la conception collective de leçons.

Ainsi les concepts théoriques que nous avons utilisés pour mener ce travail sont ceux utilisés pour éclairer les phénomènes d'apprentissage dans une perspective d'action *conjointe* (Sensevy et al 2000 et Sensevy, 2001, 2002, 2003, 2004, 2007, 2008 et 2010). De plus notre cadre est d'une part enrichi conceptuel par les travaux de Brousseau (1998) et de Chevallard (1991) à propos de la notion de « contrat didactique » et de la construction du temps et du partage des responsabilités par rapport aux tâches didactiques. D'autre part pour caractériser l'usage des manuels par le professeur et leur influence sur son travail, nous allons utiliser les travaux de Ball et Cohen (1996), ceux de Margolinas et Wozniak (2008), et de Gueudet et Trouche (2008) qui font recours à l'approche documentaire dans le développement des pratiques professorales dans les situations d'enseignement et d'apprentissage. Nous nous référerons enfin aux travaux de Ball, Hill et Bass (2005) qui cherchent à identifier les connaissances mathématiques spécifiques de la profession enseignante.

Notre travail de recherche présenté ici se compose de huit parties.

La première partie présente d'abord le contexte général de la recherche, et ensuite notre questionnement initial. Dans la présentation du contexte général, nous exposons la situation socio-économique et éducative du Niger au plan National et régional. Notre questionnement initial situe quant à lui l'objet de notre travail à travers d'une part des interrogations sur les pratiques professorales permettant ou non aux élèves de prendre de réelles responsabilités par rapport aux savoirs. D'autre part nous nous interrogeons sur la pertinence du travail de conception collective de séances en ce qu'il incite ou non les professeurs à travailler les savoirs en jeu lors de la préparation de leurs leçons.

Dans la deuxième partie nous exposons les outils théoriques. Puis nous présentons les travaux antérieurs en lien avec nos objets de recherche, et la problématique générale de notre travail. La troisième partie est consacrée à la démarche méthodologique qui fonde notre étude. Avec la quatrième partie, nous conduisons une analyse des ressources mathématiques utilisées dans le cadre de l'enseignement primaire au Niger.

La cinquième et la sixième partie sont le cœur de notre travail. Elles traitent dans un premier temps de la présentation et l'analyse des séances sur l'addition et la soustraction étudiées en 2007/2008, et dans un deuxième temps de l'étude et l'analyse des séances sur les

représentations et la résolution de problèmes collectées en 2008/2009. Notre travail de recherche s'appuie donc sur un matériau empirique collecté en deux temps. Notre démarche consistait dans un premier temps, à filmer et analyser des séances sur l'addition et la soustraction mises en œuvre par des professeurs. A partir de là, à élaborer dans un deuxième temps une « ingénierie » de nouvelles séances à mettre en œuvre en fonction des « manques » constatés avec les mêmes professeurs sur la base d'un travail coopératif.

Dans la septième partie, nous proposons un dispositif innovant de formation continue qui repose sur la conception collective de leçons dans une CAPED. Nous concluons enfin dans une huitième partie par une synthèse de nos résultats et des réponses aux questions posées, suite au travail d'analyse empirique, et nous exposons ensuite les perspectives que ce travail de recherche offre en termes de propositions en vue de l'élaboration d'ingénieries didactiques qui pourraient permettre la mise en place d'un travail coopératif entre professeurs et chercheurs.

Partie 1 : Contexte de la recherche et questionnement initial

Nous consacrons cette partie au contexte socio économique et éducatif dans lequel nous avons mené ce travail de recherche à partir d'une compilation de documents divers et variés élaborés au Niger dans le cadre des stratégies nationales de développement et de promotion de l'éducation. Dans un premier chapitre, nous donnons à voir quelques faits et chiffres sur la situation sociale et économique du Niger. Le deuxième chapitre traitera des enjeux de l'éducation au Niger. Nous évoquons dans un troisième chapitre les aspects linguistiques et la pratique du jeu de tiges et du boulier dans l'enseignement primaire. Dans un quatrième chapitre, nous présentons quelques généralités sur la région où nous avons enquêté près des professeurs. Nous terminons cette partie en formulant notre questionnement de départ pour préciser l'objet de notre travail de recherche.

Chapitre 1 : Contexte national

Le gouvernement a entrepris dans le cadre de l'initiative des Pays Pauvres Très Endettés, une réflexion interne qui a abouti à l'élaboration au niveau national, d'une Stratégie de Réduction de la Pauvreté adoptée en décembre 2002. La SRP a été soumise à l'approbation des partenaires au développement (Banque mondiale, ONG internationales) en juin 2003. Le Niger, il faut le rappeler, a engagé des réformes profondes en termes de stratégies pour tenter de trouver des solutions aux nombreux problèmes qui riment avec pauvreté et précarité.

L'analyse de tous ces éléments va aider à comprendre pourquoi le système éducatif est aujourd'hui entre des réformes et la recherche d'un enseignement de qualité. Tous ces changements qui se profilent à l'horizon, et pour lesquels le gouvernement nigérien a mis en place des stratégies de développement seront-ils en mesure de produire les transformations souhaitées ? Quelle place pour le secteur de l'éducation ? Dans cette partie nous donnons à voir des faits et des données essentielles qui permettent d'apprécier la situation socioéconomique et éducative du Niger

1.1 Généralités sur le Niger²

Le Niger est un pays continental, éloigné d'au moins 1000 km des côtes de l'Atlantique. Il est limité (carte³ ci-après) au nord par l'Algérie et la Libye, à l'est par le Tchad, au sud par le Nigeria et le Bénin et à l'ouest par le Mali et le Burkina-Faso soit 5.500 km de frontières. Sa superficie de 1 267 000 km², représente environ le double de celle de la France.



Pays sahélo saharien, totalement enclavé, le Niger est l'un des pays les plus vastes de l'Afrique de l'Ouest (mais les trois quarts sont quasi désertiques ou désertiques). Plus de 80% des Nigériens tirent leur subsistance des productions agropastorales. Les indicateurs sociaux du Niger révèlent une situation de pauvreté importante. Le pays a régulièrement occupé l'avant dernière place au classement des pays selon l'Indice du Développement Humain (IDH). Cette pauvreté est essentiellement rurale et féminine. Le Niger, à l'instar des autres

² Sources : Stratégie de Réduction de la pauvreté, juin 2003, Aide et Action Niger Plan stratégique 2004-2008, Statistique de l'éducation au Niger, 2003-2004.

³ Carte du Niger : <http://www.ambafrance-ne.org/IMG/NIGER.gif> téléchargée le 31 Mai 2011 15 h 05.

pays en voie de développement, et en particulier ceux du Sahel, se trouve confronté aujourd'hui à de graves difficultés qui entravent son développement économique et social. Ces difficultés sont dues essentiellement à une crise économique qui a débuté en 1982 avec la fin du boom de l'uranium. Cette crise a des causes multiples : contexte historique (annexe 1), sécheresse récurrente, gestion inefficace de l'économie.

1.2 Contexte social et économique

L'évolution de l'économie nigérienne, de l'indépendance à ce jour, a été cyclique, marquée par les aléas climatiques, l'état de santé de l'économie du géant voisin nigérian et les fluctuations des cours des produits d'exportation (arachide, ressources animales, uranium). Aux deux périodes de forte croissance, de 1960-1968 et de 1975-1982, dues à de bonnes pluviométries et à la vente à des prix intéressants de certaines matières premières (arachide, niébé et surtout uranium), se sont succédées deux périodes de récession, 1968-1975 et 1982-1990, caractérisées par des conditions climatiques désastreuses et un lourd endettement.

Le Niger, à l'instar des autres pays en développement, et en particulier de ceux du Sahel, se trouve confronté aujourd'hui à de graves difficultés qui entravent son développement économique et social. Ces difficultés sont dues essentiellement à une crise économique qui a débuté en 1982 avec la fin du boom de l'uranium. Cette crise a des causes multiples : sécheresse récurrente, gestion inefficace de l'économie. Elle a également sensiblement modifié la structure de l'économie nigérienne ainsi que la conception et la gestion du service public. Le trait le plus saillant de cette évolution est la création de petites entreprises privées face à un secteur moderne dépourvu de tout dynamisme.

L'Etat a créé quelques unités industrielles de transformation de produits locaux et de production de biens destinés à la consommation domestique. Pour faire face au marasme économique, les autorités optèrent pour une politique de relance de l'économie. C'est ainsi que le Niger a mis en œuvre de 1983 à 1990 des programmes de redressement économique et financier avec l'appui du Fonds Monétaire International (FMI) et de la Banque mondiale. Dans le tableau 1 ci-dessous, nous donnons quelques faits et chiffres complémentaires sur le Niger.

<p>Indicateurs de base :</p> <p>Capitale : Niamey</p> <p>Superficie : 1 267 000 km²</p> <p>Population : environ 15 290 102 hab. en 2009⁴</p> <p>Espérance de vie : 47 ans</p> <p>Accroissement démographique : 3,3 %</p> <p>Taux d'analphabétisme : 80 %</p> <p>Mortalité infantile : 123 ‰</p> <p>Taux de couverture sanitaire : 48 %</p> <p>Monnaie : (1euro = 655,957 F CFA)</p>	<p>Population :</p> <p>Le Niger compte environ 15 290 102 habitants répartis sur un immense territoire. Le taux d'accroissement de la population est de 3,3% par an. La population est essentiellement jeune (50% des Nigériens ont moins de 16 ans).</p> <p>Le pays est peuplé par les Hausa (ethnie majoritaire 53%) Sonray-zarma, Peul, Kanuri, Touareg, Toubou, Gourmantché, Arabe, Buduma, et Tasawaq. La langue officielle est le français, mais la grande majorité ne parle que les langues maternelles (principalement le Hausa et le Sonray-zarma).</p>
<p>Géographie :</p> <p>Le Niger est situé dans la partie chaude de l'Afrique, on y trouve un climat tropical et subdésertique, la température moyenne est de 30°C. Le pays présente trois zones climatiques :</p> <ul style="list-style-type: none"> - La zone soudanienne (sud du pays qui couvre les régions de Niamey et de Dosso), moins de 2 % du territoire, avec une précipitation moyenne de 800 mm d'eau par an, est la région la plus arrosée. Région à vocation agricole, elle connaît une forte concentration de population. - La zone sahélienne (couvre les régions de Tillabéry, Maradi, Tahoua, Zinder et Diffa) représente le tiers du pays. Située au nord de la précédente, elle reçoit 200 à 500 mm d'eau par an. C'est la zone de prédilection de l'élevage et de la culture du mil. - La zone saharienne (la région d'Agadez) couvre environ les 2/3 du pays, aucune culture n'y est possible sauf dans les oasis. Le pays est traversé par un seul cours d'eau : le fleuve Niger (4.200 Km), qui y parcourt une distance de 500 Km. 	

Tableau 1 : Niger, des faits et des chiffres⁵

Les enjeux de l'éducation que nous présentons maintenant, expliquent les réformes et les changements effectués par les différents gouvernements dans le cadre de la relance du processus de développement de l'éducation au Niger.

Chapitre 2 : Enjeux de l'éducation au Niger

Depuis le milieu des années 70 et à la faveur de l'essor économique, le secteur de l'éducation a bénéficié d'un positionnement favori dans le dispositif global de développement du pays. Cependant le système de gestion est demeuré très administratif et centralisé. L'Etat a

⁴ Source : Banque mondiale, indicateurs de développement dans le monde, 2009.

⁵ Sources : Stratégie de Réduction de la pauvreté, juin 2003, Aide et Action Niger Plan stratégique, 2004-2008, Statistique de l'éducation au Niger, 2003-2004.

néanmoins réalisé une réforme du secteur axée sur le contenu des enseignements qui fut adoptée en 1988 ; elle n'a malheureusement pas connu d'évolution significative jusqu'à nos jours. En effet, cet élan sera brisé dès les années 1990, à cause des difficultés économiques et financières et à l'instabilité politique.

1.1 Les stratégies nationales de gestion de l'éducation

L'Etat a mis en place deux stratégies nationales en matière de gestion et de développement de l'éducation :

- un cadre légal de pilotage du système éducatif à travers la Loi d'Orientation du Système Educatif Nigérien (LOSEN⁶) ;
- l'organisation du dispositif de gestion du système éducatif à travers le Programme Décennal de Développement de l'Education (PDDE) ;

La LOSEN et le PDDE sont deux cadres législatifs qui indiquent les orientations et la gestion du système éducatif au Niger. Nous en exposons quelques aspects ici :

- La LOSEN

L'adoption de la Loi d'Orientation du Système Educatif Nigérien (Loi 98-12, annexe 2), est intervenue en décembre 1998 et a permis l'organisation et la réglementation du système éducatif, avec des innovations, aussi bien dans le dispositif organisationnel que dans l'approche de la gestion du système.

- Sur le plan de l'organisation :

Les dispositions prévues par la LOSEN ont introduit une modification importante au plan structurel par rapport aux échelles de gestion. L'implication des niveaux déconcentrés et décentralisés, à travers les Conseils Sous Régionaux (département), Régionaux (région) fut décisive. Le Conseil National de l'Education a été l'innovation la plus marquante, car responsabilisant la société civile dans la gestion du système à tous les niveaux cités.

- Sur le plan administratif :

La déconcentration s'est traduite par la création des Directions Régionales de l'Education Nationale (DREN) et le renforcement du dispositif intermédiaire au niveau des départements à travers les Inspections de l'Enseignement de Base (IEB).

⁶ Elle est connue sous le nom de loi 98-12

Les inspections sont subdivisées en Secteurs Pédagogiques, regroupant 2 à 3 voire 5 cantons.

- Du point de vue de l'approche :

La "décentralisation" de la gestion du système éducatif s'est traduite par la création :

- des conseils de l'éducation au niveau national, régional et sous régional. Ces organes sont chargés du pilotage, de la coordination et de la concertation à ces différentes échelles
- au niveau local, de plusieurs types de structures (Assemblée Générale, Conseil d'Administration, Conseil Communal de l'Education et le Comité de gestion de l'école). Il s'agissait de mettre en place ces structures de base pour la coordination, le suivi, le contrôle, et l'appui à l'exécution des projets éducatifs au niveau local.

Ces structures qui avaient un rôle consultatif, ont du reste été reconduites dans le cadre du PDDE avec une extension de leurs rôles à la dimension d'organes de prise de décision.

- Le PDDE (annexe 3)

Le programme vise l'universalisation de l'enseignement primaire de qualité, et la réduction de moitié du taux d'analphabétisme à l'horizon 2015. Il est structuré autour de trois composantes (Accès, Qualité et Développement Institutionnel) à travers trois objectifs qui sont :

- « l'accroissement de l'accès aux enseignements de base formels et non formels en particulier pour les enfants des zones rurales, les filles et les pauvres ;
- l'amélioration de la qualité et de la pertinence de ces enseignements ;
- le développement des capacités de gestion stratégique et opérationnelle des administrations centrales et régionales du secteur et l'accroissement des responsabilités assumées par les administrations et les communautés au niveau local⁷».

Les trois composantes sont censées apporter des améliorations significatives dans le cadre du développement et de la promotion de l'Education. Le secteur rural est le plus concerné, puisqu'il concentre la majorité des enfants en âge d'aller à l'école, et les populations analphabètes. La composante accès du PDDE suppose un travail de sensibilisation des populations en vue de les amener à inscrire massivement les enfants à l'école. Cette composante devrait permettre la mise en place d'un modèle alternatif d'éducation des enfants

⁷ Source : Manuel d'exécution du Programme Décennal de Développement de l'Education de Base, Ministère de l'Education de Base et de l'Alphabétisation / Ministère des enseignements Secondaire et Supérieur de la Recherche et de la Technologie, Septembre 2003, p.9.

qui quittent prématurément l'école, et des adultes, en particulier les femmes qui n'ont pas eu la chance d'aller à l'école.

La composante qualité devrait favoriser l'efficacité du système et la pertinence des enseignements et des apprentissages. La formation initiale et continue des enseignants est l'une des priorités dans la recherche de cette efficacité. La composante institutionnelle vise le repositionnement stratégique des structures de gestion de l'éducation au niveau national et régional qui repose sur l'accompagnement des mutations institutionnelles.

Le Niger a pris conscience de l'enjeu que constitue la Déclaration Mondiale sur l'Education Pour Tous (EPT) en 1990 à Jomtien en Thaïlande (annexe 4). La déclaration dont nous ne détaillons pas ici le contenu stipule la mise en place d'un cadre d'action pour répondre aux besoins éducatifs fondamentaux des citoyens, et le droit à l'éducation pour tous. Le Niger reconnaît que ses propres efforts seront déterminants pour l'amélioration quantitative et qualitative du système éducatif. Ainsi, le pays doit poursuivre ses efforts de scolarisation des enfants, la formation des jeunes et des adultes, dans la détermination collective de la communauté internationale. Pour mettre en œuvre cette ambitieuse stratégie, le Niger a fait une large place au développement du partenariat pour une meilleure mobilisation des ressources humaines, matérielles et financières.

1.2 La situation scolaire au Niger : les indicateurs d'accès et de qualité

La situation scolaire que nous présentons dans les tableaux 2, 3 4 et 5 est une synthèse de cinq types de données concernant l'école primaire. Nous faisons une brève présentation avant de faire une analyse commentaire.

- Le taux de scolarisation (TBS)

Le TBS (tableau 2 ci-après) est le rapport entre les effectifs inscrits au cycle de base 1, tous niveaux confondus indépendamment de leur âge et la population d'âge légal d'être au cycle de base 1 (7-12 ans). Le cycle de base 1 ou enseignement primaire est : « le premier niveau d'enseignement de l'éducation de Base. Il comprend quatre (4) types d'enseignements :

- les écoles traditionnelles utilisant le français comme langue d'enseignement,
- les médersas ou écoles franco-arabes
- les écoles expérimentales ou bilingues utilisant les langues nationales comme langues d'enseignement durant les trois premières années du cycle
- les écoles spécialisées (écoles de sourds, écoles des aveugles, etc.)

Le cycle de base 1 accueille les enfants âgés de six (6) à sept (7) ans. La durée normale de la scolarité est de six (6) ans. Elle est sanctionnée par le Certificat de Fin d'Etudes du Premier Degré (CFEPD) ou le Certificat d'Etudes Primaires Elémentaires franco-arabe (CEPE-FA)⁸».

Année	2009-2010
Ensemble	72,09 %
Garçons	81,9%
Filles	63,9%
Urbain	80,8%
Rural	70,3%

Tableau 2 : TBS au niveau national

Le tableau 2 montre que les enfants en âge d'aller à l'école ne sont pas tous scolarisés soit 72,09 %. C'est en milieu rural (70,3%) et chez les filles (63,9%) que les taux sont les plus bas. Les deux taux sont inférieurs à la moyenne nationale (72,09%), ce qui relance la question de l'universalisation de l'éducation au Niger. Ce sont donc deux disparités qui posent la question sur la capacité du Niger à scolariser tous les enfants d'ici à l'horizon 2015 conformément aux engagements de l'Education Pour Tous (EPT).

La faiblesse du taux de scolarisation en milieu rural est l'émanation d'une réticence de certaines familles à inscrire leurs enfants à l'école. Deux raisons sont évoquées : la première raison est relative à l'idée que les enfants constituent la main d'œuvre familiale. Les garçons s'occupent de l'élevage des animaux domestiques et aident leur papa dans les travaux champêtres. Les filles aident leur maman dans la garde des enfants les plus jeunes de la famille, et dans les travaux domestiques. La deuxième raison, est due au fait que certains enfants quittent l'enseignement traditionnel (l'école primaire classique utilisant le Français comme langue d'enseignement et d'apprentissage) sans apprendre à lire, à écrire, et à calculer. Certains parents préfèrent plutôt envoyer, leurs enfants à l'école coranique ou médersa (dénomination courante pour désigner le lieu où les enfants apprennent l'arabe au moyen de pratiques traditionnelles sous la responsabilité d'un maître) pour apprendre l'alphabet arabe, et entreprendre plus tard la lecture du Coran.

Analysons maintenant les taux d'achèvement, de réussite aux examens de fin de cycle, et de survie des élèves inscrits dans le cycle de base 1.

Nous donnons à voir ces taux pour montrer un autre effort que le Niger devrait fournir dans la promotion et le développement de la qualité des apprentissages.

⁸ Ministère de l'Education de Nationale, Annuaire des statistiques éducatives, région de Zinder, 2008-2009, p.12.

« Le taux d'achèvement est le rapport entre les promus (non redoublants) en dernière année d'études du cycle de base 1 (CM2⁹) et la population des enfants qui ont officiellement l'âge d'être à ce niveau d'études (12 ans)¹⁰».

Année	2009-2010
Ensemble	49,3%
Garçons	57,1%
Filles	41,5%
Urbain	64,9%
Rural	44,2%

Tableau 3 : Taux d'achèvement enseignement primaire

Le taux de réussite aux examens de fin de cycle de base 1 est un indicateur qui permet de mesurer le nombre d'élèves de CM2 ayant passé le Certificat de Fin d'Etude du Premier Degré (CFEPD) et admis en classe de 6^{ième}.

Année	2009-2010
Ensemble	58,7%
Garçons	60,2%
Filles	56,6%
Urbain	63,0%
Rural	56,5%

Tableau 4 : Taux de réussite au CFEPD

Le taux de survie permet de mesurer le nombre d'élèves inscrits au Cours d'Initiation (CI, première année de l'école primaire) qui parviennent au CM2.

2009-2010	Filles	Garçons	Ensemble
Taux de survie	60,2%	62,6%	61,6%
Diplômés	323	361	346

Tableau 5 : Taux de survie des élèves inscrits au CI

Les tableaux 3, 4 et 5 présentent des indicateurs qui permettent de mesurer la qualité des apprentissages dans le contexte du système éducatif nigérien. Dans le tableau 3, le taux d'achèvement au niveau national reste faible (43,9%) et les disparités montrent que le milieu rural et les filles sont concernés par cette faiblesse. Les taux en milieu urbain (64,9%) et chez les garçons (57,1%) dépassent la moyenne nationale.

Le tableau 4 donne à voir le taux de réussite au CFEPD. Les résultats dépassent partout les 50%, mais restent plus élevés chez les garçons (60,2%) et en milieu urbain (60,3%). Une fois de plus les résultats chez les filles (56,6%) et en milieu rural (56,5%), sont très proches, mais ils restent les plus bas.

Les taux de survie des élèves inscrits au CI indiqués dans le tableau 5 montrent que les garçons restent plus longtemps à l'école que les filles. Sur 100 élèves inscrits au CI, 62

⁹ Cours Moyen 2^{ième} année.

¹⁰ Ministère de l'Education de Nationale, Statistiques de l'Education de Base, Annuaire 2009-2010, p.21

environ parviennent aux CM2. Sur 1000 élèves inscrits au CI, 346 seulement obtiennent le CFEPD. Les filles (60,2%) réussissent et survivent moins bien que les garçons (62,6%).

Ces trois indicateurs de qualité que nous venons de présenter, montrent chaque fois des disparités entre le milieu rural et les filles d'un côté et le milieu urbain et les garçons de l'autre.

1.3 Dispositifs de formation et encadrement pédagogique

Nous allons présenter dans ce qui suit le dispositif de formation initiale et continue des enseignants au Niger. A partir de cette présentation, nous faisons quelques analyses et commentaires pour donner à voir certains aspects du dispositif qu'il faudrait, il nous semble faire évoluer.

1.3.1 La formation initiale des enseignants

La formation initiale des enseignants a lieu dans les Ecoles Normales d'Instituteurs (ENI). Il faut être titulaire du Brevet d'Etude du Premier cycle (BEPC) ou être titulaire du Bac et avoir passé un concours (figure 1, page suivante) pour s'inscrire dans les ENI.

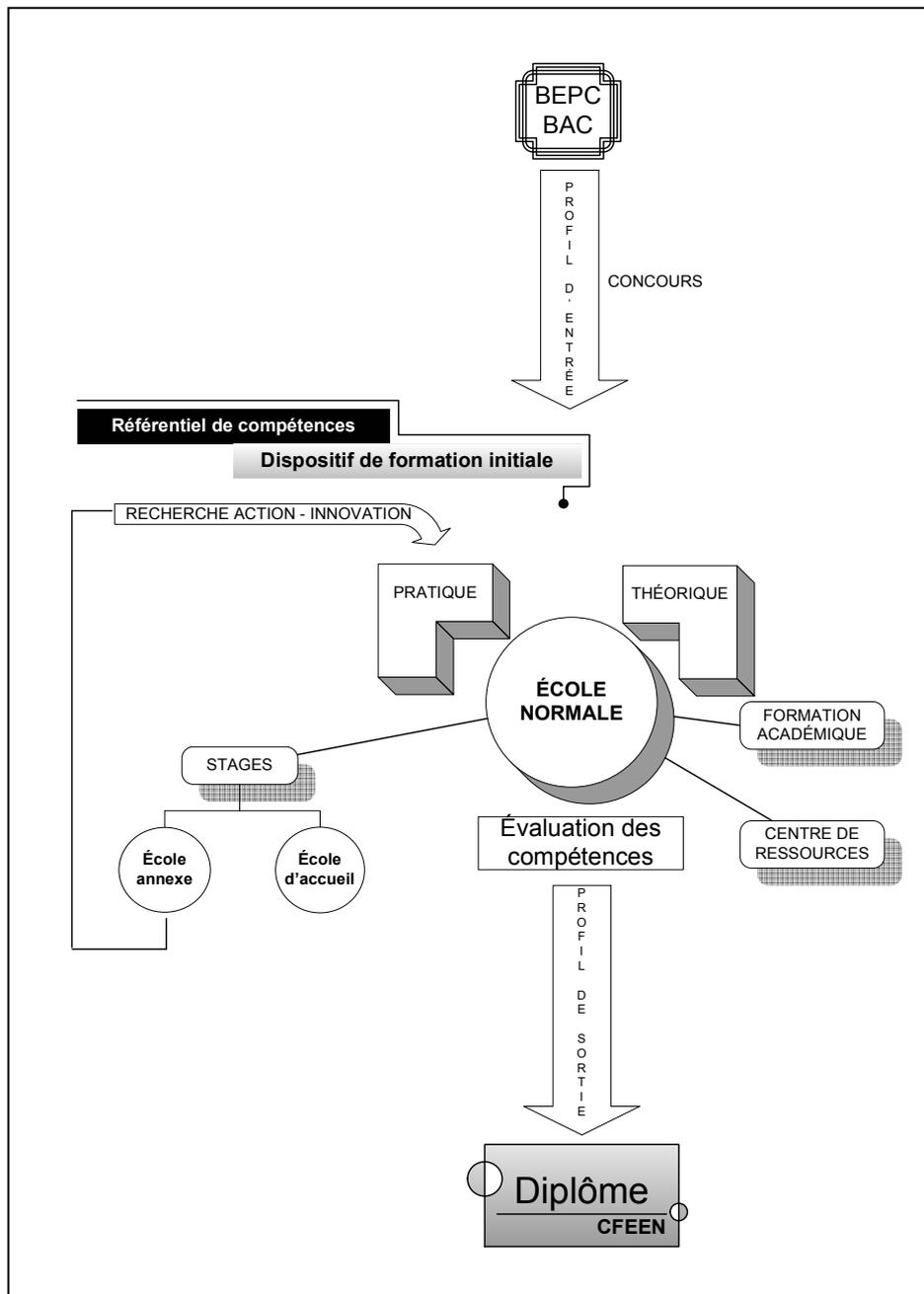


Figure 1 : Dispositif actuel de la formation initiale

Le dispositif de formation initiale (figure 1) montre qu'il faut être titulaire du BEPC ou du BAC et passer un concours pour entrer dans une Ecole Normale d'Instituteurs. Les titulaires du BEPC font deux ans de formation et deviennent Instituteurs Adjoints (IA), les bacheliers font un an et deviennent Instituteurs. A la fin de la formation les élèves-maîtres obtiennent le Certificat de Fin d'Etude de l'Ecole Normale (CFEEN). La formation initiale repose sur un

« Référentiel de compétences » défini comme étant : « L'ensemble des énoncés de compétences nécessaires pour la pratique de la fonction en enseignement ¹¹ ».

La formation des futurs enseignants dans les ENI repose sur des enseignements théoriques et pratiques. Les élèves-maîtres reçoivent une formation académique dont le programme ¹² porte sur les disciplines suivantes :

- domaine de l'enseignement : psychopédagogie ; pédagogie spéciale et pratique ; sociologie de l'éducation ;
- domaine de l'administration et de la gestion : morale professionnelle et législation ; sociologie de l'éducation ;
- domaine des contenus d'enseignement : français ; mathématiques ; langues nationales ; arabe ; EPS ¹³.

Les stages pratiques sont effectués dans une école annexe (école située dans les locaux de l'Ecole Normale qui permet aux élèves-maîtres de s'exercer à la pratique de l'enseignement) et dans les écoles d'accueil (écoles primaires publiques situées en dehors de l'Ecole Normale).

Les ENI disposent d'un centre de ressources équipé d'ouvrages de références et de matériels informatiques.

Pour les contenus d'enseignements en mathématique dans les ENI, nous mettons le programme d'enseignement de mathématiques sur l'arithmétique, la logique et le raisonnement objet de notre travail de recherche (annexe 5). Dans ce programme, il est précisé pour ces disciplines, les objectifs d'enseignement en termes de savoir faire et savoir être et les activités associées que l'enseignant doit préparer pour les élèves lors des séances de classes.

Le dispositif de la formation initiale (figure 1) a pour objectif de : « Développer un programme dynamique de formation initiale qui assure le développement de compétences attendues chez les futurs enseignantes et enseignants de l'Éducation de Base ¹⁴ ». Pour l'atteinte de cet objectif, il nous semble qu'il faut disposer de ressources humaines qualifiées et d'une bonne organisation des

¹¹ Politique Nationale de la Formation Initiale et Continue des Enseignants de l'Education de Base. MEB/A / DGEB / DFIC, 2007

¹² Ministère de l'Éducation Nationale, Programme d'études des Ecoles Normales d'Instituteurs, Octobre 2008, p.46.

¹³ Education Physique et Sportive

¹⁴ Ministère de l'Éducation Nationale, Plan stratégique 2008-2012 de mise en œuvre des objectifs de la politique nationale de formation initiale et continue des enseignantes et des enseignants de l'éducation de base , Mai 2007, p.8.

enseignements pour permettre aux élèves de se former et d'être ensuite capables d'assurer la mise en œuvre de séances dans les classes.

Par ailleurs la formation initiale des enseignants dans les ENI est organisée autour de six principales phases¹⁵ :

- les stages de sensibilisation : ils ont lieu à la rentrée scolaire, et durent une semaine durant laquelle les élèves-maîtres observent et analysent l'organisation et le fonctionnement de l'école et des classes ;
- les apprentissages de base : ils correspondent à l'ensemble des contenus enseignés à l'école primaire que les élèves-maîtres doivent maîtriser. Les apprentissages de base interviennent en début d'année scolaire et durent neuf (9) semaines pour le cycle « instituteur » et vingt quatre (24) semaines pour le cycle « instituteur adjoint ». Durant cette période, les élèves-maîtres pourraient éventuellement effectuer des séances d'observation dans les écoles annexes ou des séquences de démonstration dans les salles de micro enseignement ;
- les stages d'observation : ils ont pour objectifs de permettre aux élèves-maîtres d'observer des leçons dans toutes les disciplines enseignées dans les différents sous cycles. Ils durent une (1) semaine et offrent l'occasion aux élèves d'observer les stratégies utilisées par l'enseignant pour conduire les activités d'enseignement/apprentissage ;
- les stages pratiques guidés : ils ont pour objectif de permettre aux élèves-maîtres de s'exercer à la conduite de classe sous le contrôle et avec les conseils du maître titulaire de classe et des encadreurs de l'ENI. Ce stage dure deux semaines ;
- le renforcement des capacités : la phase « renforcement des capacités » intervient au terme de chaque stage pratique. C'est la période pendant laquelle les enseignants apportent des remédiations aux difficultés observées durant les stages. Les enseignants de mathématiques et de français profiteront de cette période pour procéder à un enseignement systématique des difficultés observées chez les élèves ;
- les stages en responsabilité : les élèves-maîtres ont l'opportunité d'exercer dans l'ensemble des sous-cycles du cycle de base 1. Ils sont responsables de la préparation et de l'exécution de l'ensemble des activités d'enseignement/apprentissage sous la supervision du directeur d'école et de l'enseignant titulaire de la classe.

¹⁵ Ministère de l'Education Nationale, Programme d'études des Ecoles Normales d'Instituteurs, Octobre 2008, p.50.

Les trois dernières étapes du programme de formation sont les périodes durant lesquelles les élèves-maîtres sont en contact avec les pratiques de classes, et font un travail d'échanges et d'analyse de certaines difficultés liées particulièrement à l'enseignement des mathématiques et du français. Ces deux disciplines font l'objet d'une attention particulière quant à certaines particularités qu'elles présentent, les mathématiques sur la maîtrise des connaissances, et le français (langue étrangère que les élèves rencontrent pour la première fois à l'école) sur la méthodologie d'enseignement.

La formation initiale des enseignants que nous venons de décrire donne à voir dans les faits un processus basé sur une formation académique souvent en décalage avec les conditions réelles d'apprentissage. Dans le document de politique de formation, les auteurs notent : « Concernant les contenus de cours, ils correspondent peu aux réalités du terrain : ils sont dans la plupart du temps trop académiques et les enseignantes et les enseignants éprouvent des difficultés à traduire les connaissances en situation de classe ; certains manquent de pertinence au regard du profil d'enseignantes et enseignants à former. L'environnement pédagogique est pauvre (insuffisance quantitative et qualitative de matériel didactique et absence de bibliothèques appropriées aux besoins de formation des enseignantes et des enseignants)¹⁶ » Ce constat traduit il nous semble, des préoccupations sur les liens à faire entre le contenu des cours et le profil d'enseignants à former. Les formateurs dans les ENI ne sont pas du reste épargnés, quant à leur capacité à assurer un tel lien : « Il faut également souligner l'insuffisance de compétences du corps d'encadrement des Écoles Normales (EN) par rapport à l'objectif de qualité recherché de la formation initiale¹⁷ ». Il y a un véritable défi à relever à ce niveau, et les enjeux sont immenses, quant à la formation d'enseignants qualifiés et intéressés par la profession. Dans le document d'analyse de la mise en œuvre du PPDE, on peut lire : « Un certain nombre de problèmes ont marqué la mise en œuvre de la réforme des programmes des ENI. Il s'agit notamment de : la faible appropriation des nouveaux programmes par les encadreurs de terrain et les tuteurs des stagiaires des ENI¹⁸ ». Ce constat explique davantage les difficultés qui se posent aux institutions de formations initiales. Un autre problème porte sur la maîtrise des contenus et programmes d'enseignement de mathématiques et du français : « Une enquête, réalisée en 2006 par la Direction de la Formation Initiale et Continue et la Direction de l'Évaluation des Examens et Concours, a révélé un très faible niveau des élèves-maîtres en français et mathématiques¹⁹ ». On voit bien qu'il y a des contraintes

¹⁶ Politique nationale de formation initiale et continue des enseignantes et des enseignants de l'Éducation de Base MEB/A / DGEB / DFIC, Mai 2007, p.10

¹⁷ Ibid. P.10.

¹⁸ Ministère de l'Éducation Nationale, PDDE 3^{ème} phase 2011-2013, composante qualité, décembre 2010, p.19

¹⁹ Politique nationale de formation initiale et continue des enseignantes et des enseignants de l'Éducation de Base MEB/A / DGEB / DFIC, Mai 2007, p.10

majeures à la fois sur les modalités de formation des enseignants, et sur l'articulation à faire entre le niveau de compétences des formateurs et leur capacité à mettre en œuvre les programmes et contenus d'enseignement.

Le MEN se propose de trouver des pistes de solutions sur l'amélioration de la formation initiale des enseignants : « La non maîtrise par les enseignants des disciplines enseignées à l'école primaire est un des facteurs déterminants des échecs scolaires constatés. Afin d'améliorer les prestations des enseignants des établissements de formation initiale, un plan de formation des formateurs des ENI et des enseignants des écoles annexes sera mis en œuvre et les ENI seront dotées en manuels scolaires, ouvrages de référence et supports pédagogiques²⁰ ». Cette mesure reste encore très générale, et ne précise pas, il nous semble, les points spécifiques qui pourraient être concernés par l'amélioration annoncée. Il est question de former les formateurs des ENI sans donner les détails quant à la stratégie et surtout quant aux moyens didactiques qui seront étudiés, analysés et mis en œuvre.

1.3.2 La formation continue des enseignants

Au Niger, la formation continue des enseignants de l'Education de Base²¹ est assurée par le Ministère de l'Education Nationale qui définit la Politique Nationale de la Formation continue des Enseignants de l'Education de Base. La Direction Générale de l'Education Nationale (DGEN) supervise la mise en œuvre, et la Direction de la Formation Initiale et Continue (DFIC) assure la coordination. La DFIC comprend : « une Division de la Formation Initiale ; une Division de la Formation Continue ; une Division du Contrôle Pédagogique²². » Elle a entre autres objectifs :

- « veiller à la mise en œuvre de la politique nationale de la formation initiale et continue ;
- identifier les besoins de formation pédagogique ;
- élaborer les programmes de formation pédagogique au niveau national ;
- veiller à l'exécution des programmes de formation pédagogique ;
- organiser et superviser la formation pédagogique ;
- assurer le suivi de la formation initiale et continue ;
- veiller à la mise en place et à l'opérationnalisation des Cellules d'Animation Pédagogiques (CAPED) ;
- assurer le suivi de l'évaluation des performances pédagogiques des enseignants²³ ».

²⁰ Ministère de l'Education de Nationale, PDDE 3^{ème} phase 2011-2013, composante qualité, décembre 2010, p.21

²¹ Concerne l'enseignement du cycle de base 1 (primaire) qui accueille les enfants de 6 ou 7 ans pour une scolarité de 6 ans sanctionnée par le Certificat de Fin d'Etudes du Premier Degré (CFEPD)

²² Politique Nationale de la Formation Initiale et Continue des Enseignants de l'Education de Base. MEB/A / DGEN / DFIC, 2007

²³ Ibid.

1.3.2.1 Les structures de la formation continue

Dans le tableau²⁴ ci-dessous, nous présentons une synthèse des structures chargées de la formation continue des enseignants de l'Éducation de Base. Dans la première colonne, nous présentons les structures avec pour certaines les sigles couramment utilisés pour les désigner. La seconde colonne présente les missions et responsabilités, et la troisième colonne enfin indique la localisation des structures.

Structures	Missions et responsabilités	Localisation
Ministère de l'Éducation Nationale (MEN)	Définit la Politique Nationale de Formation Initiale et Continue des enseignants de l'Éducation de Base.	Niveau Central (Niamey la capitale)
Direction Générale de l'Éducation de Base (DGEB)	Supervise la mise en œuvre de la Politique Nationale de Formation Initiale et Continue des enseignants de l'Éducation de Base	Niveau Central
Direction de la Formation Initiale et Continue (DFIC)	<p>Coordonne la mise en œuvre de la Politique Nationale de Formation Initiale et Continue des enseignants de l'Éducation de Base sur l'ensemble du territoire. La DFIC :</p> <ul style="list-style-type: none"> - coordonne les activités de formation initiale et continue des différents acteurs et partenaires ; - participe au développement des programmes et à la conception d'un référentiel de compétences des enseignantes et des enseignants ; - supervise l'élaboration des modules et des activités de formation initiale et continue ; - organise la formation des encadreurs (inspecteurs, conseillers pédagogiques et formateurs des ENI) ; - réalise le suivi et l'évaluation des activités de formation initiale et continue ; - produit un rapport national sur la formation initiale et continue. 	Niveau Central

²⁴ Ibid.

Direction Régionale de l'Éducation Nationale (DREN)	<p>La DREN a la responsabilité de la mise en œuvre de la politique nationale de formation initiale et continue des enseignantes et des enseignants de l'éducation de base au niveau de la région. La DREN</p> <ul style="list-style-type: none"> - supervise la gestion des ressources budgétaires et humaines (proportion du budget géré au niveau régional) ; - supervise les activités de formation continue ; - produit un rapport régional sur la formation continue et le transmet à la DFIC. 	Niveau Régional
Inspection de l'Enseignement de Base (IEB)	<p>L'IEB assure la mise en œuvre de la programmation de l'encadrement et de l'animation pédagogique de la circonscription. L'IEB :</p> <ul style="list-style-type: none"> - supervise les activités de formation continue ; - encadre et évalue les enseignantes et les enseignants ; - produit un rapport semestriel et le transmet à la DREN. 	Niveau Régional
Secteur Pédagogique (SP)	<p>Le Secteur Pédagogique met en œuvre des activités d'encadrement et d'animation pédagogiques. Ce secteur :</p> <ul style="list-style-type: none"> - effectue l'encadrement de proximité à travers les activités des CAPED ; - effectue l'encadrement de proximité à travers les visites de classe dans les écoles. 	Niveau Régional
Cellule d'Animation Pédagogique (CAPED)	<p>La CAPED met en œuvre les activités de formation continue qualifiée de « développante » pour les enseignantes et des enseignants en exercice.</p>	Niveau Régional
École Normale d'Instituteurs (ENI)	<p>L'ENI assure la mise en œuvre des programmes et des activités de formation initiale et continue pour les enseignantes et des enseignants de l'éducation de base, dans un cadre diplômant et développant. L'ENI :</p> <ul style="list-style-type: none"> - réalise la formation initiale et continue et le recyclage du personnel enseignant de l'éducation de base ; - effectue de la recherche action dans le domaine de l'éducation en partenariat avec les institutions de formation et de recherche ; - prend en compte les innovations du terrain, en vue de les réinvestir dans la formation des enseignantes et des enseignants. 	Niveau Régional
École	<p>L'école assure l'encadrement de proximité auprès du personnel enseignant.</p>	Niveau local

Tableau 6 : Structures chargées de la Formation Initiale et Continue

1.3.2.2 Dispositif de la formation continue

Le dispositif (figure 2) met en relation certaines structures que nous avons évoquées dans la précédente section. On voit bien qu'il a pour point de repère le « référentiel de compétences ». A partir de l'élaboration du référentiel de compétences, le dispositif de formation continue entre dans sa phase de mise en œuvre.

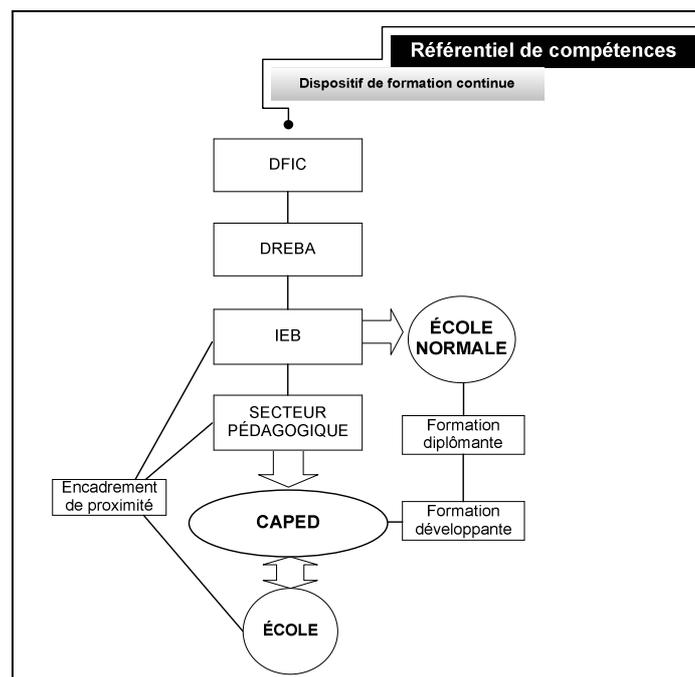


Figure 2 : Dispositif actuel de la formation continue²⁵

C'est la DFIC qui se charge de coordonner le volet formation continue. Elle doit veiller à ce que les structures relais au niveau régional élaborent leur programme de formation pour ensuite assurer la coordination et la mise en œuvre.

La DREN située au niveau régional supervise la mise en œuvre des programmes et activités de formation continue. Elle s'assure que les ressources humaines et financières sont disponibles et suffisantes.

²⁵ Ibid.

L'IEB qui a pour mission d'accompagner les enseignants sur le plan pédagogique et didactique assure la mise en œuvre des activités de formation dans sa circonscription. Elle sollicite l'Ecole Normale d'Instituteurs d'une part pour des prestations de services en lien avec les pratiques des enseignants *in situ*, et d'autre part pour la formation et le recyclage des enseignants.

L'Ecole Normale d'Instituteurs est une structure relais de la formation continue des enseignants en termes de prestations de service. Elle n'a pas de liens directs avec les autres structures, mais elle est un partenaire stratégique habilité à offrir une formation continue *diplômante* : « la formation visant à qualifier les enseignantes et les enseignants en exercice et menant à l'obtention d'un diplôme²⁶ » et *développante* : « la formation visant à renforcer les compétences professionnelles des enseignantes et des enseignants en exercice²⁷ » aux enseignants.

Le Secteur Pédagogique est créé pour assurer un « *encadrement de proximité* » : « accompagner l'enseignante et l'enseignant dans son développement professionnel continu. Il vise à rapprocher l'encadreur des enseignantes et des enseignants dans leur milieu de travail et ce, de façon régulière et permanente²⁸ ». Il est responsable de la mise en œuvre des activités de formation des CAPED relevant du secteur. Enfin, il accompagne et encadre les enseignants dans le cadre de l'animation pédagogique dans les CAPED et dans les classes.

La CAPED est la structure qui permet aux enseignants de se retrouver pour élaborer et mettre en œuvre un programme de formation (une synthèse de propositions de thèmes de formation identifiés par les écoles membres de la CAPED). Elle doit donc permettre la mise en place des activités de formation continue développante.

La CAPED est un centre (une école choisie par les enseignants pour son accessibilité) où les enseignants (entre 10 et 30 en fonction de la répartition d'écoles géographiquement proches) d'une même entité pédagogique se rencontrent pour se former. Elle est désignée par le MEN comme étant le lieu par excellence de formation continue des enseignants des écoles primaires. Les CAPED ont été créées pour : « contribuer efficacement et régulièrement à la formation

²⁶ Politique Nationale de la Formation Initiale et Continue des Enseignants de l'Education de Base. MEB/A / DGEB / DFIC, 2007

²⁷ Ibid

²⁸ Ibid

continue du personnel enseignant des écoles²⁹». Les enseignants se retrouvent périodiquement dans une CAPED donnée, pour tenter de trouver des réponses didactiques à certaines des difficultés qu'ils rencontrent dans les classes. Dans ces rencontres, il s'agit d'explicitier les savoirs en jeu contenus dans les programmes d'enseignement, ou d'étudier un problème spécifique lié à une mise en œuvre dont le professeur maîtrise peu ou pas les enjeux didactiques. Leur fonctionnement repose souvent sur des discussions et des échanges qui aboutissent à des propositions de mise en œuvre pour lesquelles les professeurs sollicitent souvent l'avis des conseillers pédagogiques chargés de l'encadrement.

L'école est l'institution qui assure l'encadrement de proximité par le biais du directeur chargé d'apporter un appui didactique aux enseignants dans l'exercice de leur fonction. Le directeur de l'école en tant que chef d'établissement est, d'une part responsable de l'accompagnement des enseignants sur le plan didactique et, d'autre part, chargé d'identifier les difficultés rencontrées par les enseignants dans la mise en œuvre des leçons dans les classes.

1.3.2.3 Analyse de la politique nationale de formation continue

- Orientations majeures

Le Ministère a défini les grands axes et les orientations de la formation continue des enseignants de l'Education de Base, et a élaboré son schéma de mise en œuvre (Figure 2 dispositif actuel de la formation continue). Nous allons analyser les orientations majeures dans le paragraphe suivant.

Une première orientation précise que : « Le dispositif de formation continue se présente sous deux modalités de réalisation distinctes : des activités de formation classique et d'encadrement de proximité. Les activités de formation classique sont qualifiantes et/ou développantes. Elles se réalisent dans les EN et les CAPED. Les activités d'encadrement de proximité sont sous la responsabilité des directeurs d'école et des encadreurs. Elles se réalisent au sein des écoles et des CAPED³⁰ ». On voit bien un recours aux modalités de formation qui confirment l'organisation d'un système qui met en avant une exigence institutionnelle pouvant être en décalage avec les réalités du terrain. En clair, la formation dans les ENI entre dans le cadre d'une étude de différentes disciplines (pédagogie générale, pédagogie spéciale, morale professionnelle) portant sur des enseignements

²⁹ Circulaire n°007.MESRT/EN/DEPD du 11 mars 1991.

³⁰ Politique Nationale de la Formation Initiale et Continue des Enseignants de l'Education de Base. MEB/A / DGEB / DFIC, 2007

généraux et spécifiques. A la fin de leur formation, les enseignants doivent s'approprier les contenus, et préparer les cours pour faire leur classe. Dans les CAPED par contre, il nous semble que le type de fonctionnement, repose sur des échanges et des discussions autour d'un certain nombre de difficultés constatées dans les mises en œuvre quotidiennes des séances de classe.

Les encadreurs pédagogiques dont il est question (ici les conseillers pédagogiques) interviennent en tant que personnes-ressources censées apporter des réponses aux difficultés didactiques constatées dans une mise en œuvre donnée, lors de leurs tournées dans les écoles, ou lorsqu'ils participent aux travaux des CAPED.

Une deuxième orientation de la politique de formation met la CAPED au centre du processus de formation : « La formation continue des enseignantes et des enseignants s'effectue dans divers lieux, selon les diagnostics établis et les besoins ciblés : à l'école comme lieu de travail, dans la CAPED, les centres de ressources, les secteurs pédagogiques et les inspections comme lieu de regroupement et dans les ENI comme lieu de recyclage³¹ ». La CAPED est donc l'unique source de formation continue et de possibilité de professionnalisation des enseignants au Niger et fonctionne sur le seul principe des fiches modèles comme fiches de préparation de leçon. L'idée d'identifier les besoins de formation des enseignants est par ailleurs évoquée dans les orientations comme un principe de base. C'est un travail assez complexe que propose le Ministère, tant au niveau de son contenu (analyse des besoins) qu'au niveau de sa mise en œuvre (coordination et pilotage). Mettre en place une stratégie d'identification et d'analyse de besoins en formation des enseignants risquerait de ne pas se réaliser si les moyens financiers et humains que ce type de travail doit mobiliser n'étaient pas réunis.

Une troisième orientation stipule que : « La formation continue sera davantage axée autour de la résolution de problèmes de la pratique et de la prolongation du niveau de maîtrise du référentiel de compétences des enseignantes et des enseignants³² ». On voit bien que ce n'est pas tant l'identification des besoins en formation qui est prioritaire, mais plutôt les problèmes de mise en œuvre dont on sait qu'ils peuvent permettre au collectif de les analyser, et de proposer des évolutions en termes de savoir à faire approprier.

Le dispositif de formation continue dont nous avons analysé quelques aspects, et tel qu'il est présenté, fonctionne selon un organigramme construit avec des structures liées entre elles par des relations hiérarchiques et fonctionnelles. Ce type d'organisation pourrait occasionner un

³¹ Ibid

³² Politique Nationale de la Formation Initiale et Continue des Enseignants de l'Education de Base. MEB/A / DGEB / DFIC, 2007

pilotage et une coordination de nature à ne pas faciliter la constitution de collectifs de professeurs-chercheurs. Autrement dit, les niveaux de responsabilité sont plutôt basés sur une gestion ascendante des CAPED.

Voici ce que le MEN propose pour l'amélioration de la formation continue des enseignants :

« Dans la perspective de l'amélioration de la formation continue des enseignants, les mesures suivantes seront prises :

- l'évaluation de la pertinence des CAPED comme structures de formation continue des enseignants avec pour objectif de stabiliser le modèle de formation continue des enseignants et d'harmoniser les interventions ;
- la formation des directeurs d'école afin d'en faire les premiers acteurs de l'encadrement de proximité des enseignants ;
- la poursuite du renforcement des capacités des CP et IEB en didactique disciplinaire, en multi gradation et en suivi-évaluation ;
- La diversification des modes de formation continue des enseignants en exercice, à travers des activités de formation à distance, en ligne, à travers les centres de ressource »

Les différentes mesures proposées reposent sur un nouveau modèle de formation continue où enseignants et encadreurs coopèrent dans les CAPED, et échangent à travers des ressources en ligne et à distance. Les CAPED sont bien indiquées pour permettre, la mise en œuvre d'un tel changement. Mais encore faudrait-il que la structuration des CAPED permette des échanges et discussions entre pairs, avec la collaboration de chercheurs pour leur apporter un appui technique et stratégique en termes d'étude et d'analyse de l'action didactique. Nous allons analyser maintenant la stratégie de pilotage et les enjeux de la politique de formation continue.

- Pilotage et enjeux

Pour assurer la formation continue des enseignants, la politique nationale :

- propose une nouvelle vision : « La nouvelle vision du développement professionnel des enseignantes et des enseignants, exige que les pratiques soient continuellement revues. L'ensemble des enseignantes et enseignants est appelé à rehausser ses pratiques par le biais de l'autoformation et de la formation permanente (réunions pédagogiques au sein des écoles et CAPED, ateliers de formations...). Il en est de même pour celles et ceux à qui incombe la responsabilité de les encadrer et de gérer le dispositif (directeurs d'écoles, coordonnateurs des CAPED, conseillers pédagogiques, inspecteurs³³ » ;
- précise l'objectif général : « Assurer le développement professionnel continu des enseignantes et des enseignants de l'Éducation de Base en exercice³⁴ » ;

³³ Politique Nationale de la Formation Initiale et Continue des Enseignants de l'Éducation de Base. MEB/A / DGEB / DFIC, 2007

³⁴ Ibid

- définit des objectifs spécifiques dont : « Renforcer les compétences des enseignantes et des enseignants en exercice, à l'aide d'activités d'encadrement de proximité privilégiant une approche d'accompagnement personnalisé³⁵ »
- explicite les résultats attendus : « Permettre aux enseignantes et aux enseignants en exercice de poursuivre le développement de leurs compétences et de contribuer à l'amélioration de la qualité des enseignements en particulier et du système éducatif en général³⁶ »

La nouvelle vision met l'accent sur la « *revue des pratiques* », ce qui suppose, il nous semble une possibilité d'étudier et d'analyser l'action du professeur et ses interactions avec les élèves à partir de ce qui se passe concrètement et objectivement dans les classes.

La politique nationale insiste, sans donner concrètement des indications précises sur : « *le renforcement des compétences des enseignantes et enseignants en service, et l'amélioration de la qualité des enseignements* », deux objectifs ambitieux pour montrer l'intérêt d'un accompagnement des professeurs sur le plan des transactions didactiques au sein desquelles se transmettent les savoirs. Pour mettre en œuvre ce type de projet, il nous semble que le Ministère de l'Education Nationale devrait :

- expliciter les modalités qui permettraient d'étudier et d'analyser les pratiques d'enseignement (en mathématique par exemple) pour permettre aux professeurs d'être accomplis et bien outillés ;
- préciser le dispositif qui permettrait d'étudier les moyens pour soutenir l'amélioration de la qualité des apprentissages et les stratégies et programmes de formation des professeurs.

Le Ministère propose un « *encadrement de proximité et personnalisé* » des professeurs. Cet objectif spécifie et précise les rôles et responsabilités des Inspecteurs, Conseillers Pédagogiques, Coordonnateurs de CAPED et Directeurs d'écoles en termes de veille stratégique sur les difficultés que pourraient rencontrer les professeurs dans la mise en œuvre des séances *in situ*. Par cette directive, on voit les intentions du Ministère de mettre en place une modalité de formation continue qui repose sur l'idée de former en sollicitant des collègues et des responsables chargés de la supervision et du contrôle des pratiques d'enseignement dans les classes.

³⁵ Ibid

³⁶ Politique Nationale de la Formation Initiale et Continue des Enseignants de l'Education de Base. MEB/A / DGEB / DFIC, 2007

Pour assurer le développement professionnel des professeurs, le document de politique nationale revient très souvent sur « *le renforcement des capacités des professeurs, des écoles et des CAPED* » sans préciser les moyens adéquats pour y parvenir. C'est une recommandation qui implique d'une part des dispositions pratiques pour permettre aux professeurs de comprendre les difficultés susceptibles de se poser dans la mise en œuvre des séances en classe. D'autre part, les professeurs doivent réfléchir aux moyens de les surmonter au sein des CAPED dans le cadre d'un travail concret de réflexion et d'échange entre professeurs et chercheurs.

Cette analyse que nous venons de faire montre que la politique de formation continue reste au niveau général et le risque pourrait être de laisser les choses en l'état. Il faudrait sans doute d'une part un dispositif souple et fonctionnel qui permette aux professeurs de travailler explicitement et concrètement les séances à mettre en œuvre dans les classes. D'autre part, il nous semble nécessaire de repenser la politique de formation continue et le dispositif de formation continue des enseignants, tout en clarifiant davantage les enjeux, et en proposant des pistes concrètes d'évolution vers de nouvelles missions.

1.3.2.4 Enseignants contractuels et profil de recrutement

En plus des instituteurs et instituteurs adjoints formés dans les ENI, le Niger a adopté dans le cadre de la scolarisation universelle, une nouvelle politique de recrutement du personnel enseignant : la contractualisation. Cette politique est précisée dans l'annuaire des statistiques de l'Éducation : « Dans l'optique de réaliser les objectifs de la scolarisation universelle, le Niger a adopté une politique de recrutement d'un nouveau type d'enseignants pour faire face aux besoins d'enseignants. Il s'agit des enseignants contractuels. Ce corps d'enseignants est en constante augmentation³⁷ » Il s'agit pour le Ministère de recruter 2500 à 3000 nouveaux enseignants pour faire face à une demande sociale de plus en plus importante (le nombre d'élèves inscrits au CI passe de 1.389.194 en 2007/2008 à 1.726.452 en 2009/2010³⁸). Le personnel enseignant est en constante évolution, il est passé de 15.556 enseignants en 2000/2001 à 44.170 en 2009/2010³⁹. Parmi les 44.170 enseignants, les contractuels représentent 82% de l'effectif global soit 36.696.

³⁷ Ministère de l'Éducation Nationale, Statistiques de l'Éducation de Base, Annuaire 2009-2010, p.24.

³⁸ Ibid, p.20.

³⁹ Ibid, p.24

Les contractuels de l'Education sont recrutés à la suite d'un test organisé dans les Directions Régionales de l'Education Nationale. Tous les diplômés des ENI, les titulaires du BEPC, du Bac, et autres diplômés sans formation initiale peuvent se présenter au test de recrutement. Les titulaires du BEPC, du Bac, et autres diplômés sans formation initiale reçoivent une formation pédagogique (contenus et programmes d'enseignement, préparation de leçons, enseignement des mathématiques et du français, gestion de classes, techniques et méthodes d'enseignement) de 45 jours pendant les grandes vacances scolaires. Ils sont ensuite affectés dans des écoles à la rentrée pour tenir souvent des classes (CI, CP) ou des classes à plusieurs niveaux dont ils n'ont aucune expérience, et moins encore la capacité d'assurer les enseignements et les apprentissages. Cet état de fait affecte la qualité des apprentissages, et pose d'autres problèmes :

- « En outre, les problèmes liés au recrutement et à la gestion des enseignants contractuels à savoir les abandons de poste et le refus de servir dans certaines zones ont un impact significatif sur la scolarisation. Ainsi, dans certaines régions, des milliers d'enfants recrutés en début d'année scolaire retournent chez eux faute d'enseignants⁴⁰ » ;
- « La problématique du recrutement et de la gestion des enseignants contractuels est devenue un sujet de grave préoccupation. Le refus de rejoindre les postes d'affectation, l'absentéisme et les abandons massifs, les grèves perlées de cette catégorie d'enseignants contribuent à l'instabilité du système et à la dégradation de la qualité des apprentissages des élèves⁴¹ ».

Ces problèmes montrent que le recrutement massif par le MEN est fait sans la prise en compte de la formation des enseignants contractuels, de leur niveau de salaire et les charges liées à la sécurité sociale. On a donc deux types d'enseignants :

- le premier type concerne les : « Sortants des EN qui bénéficient d'une formation professionnelle. Suivant la durée de leur formation et de leur profil d'entrée, ils sont intégrés dans la fonction publique en tant qu'instituteurs ou instituteurs adjoints, suite à un concours⁴²». On les appelle les enseignants titulaires ;
- le second type d'enseignants appelé « enseignants contractuels » sont les enseignants qui sont : « Recrutés sur la base d'un contrat de travail, sans avoir le statut de fonctionnaires. La majorité se compose de sortants des EN, à l'instar des titulaires. Ceux n'ayant pas eu accès à la formation dans les EN bénéficient d'une formation initiale de courte durée⁴³». Depuis, le paysage

⁴⁰ Ministère de l'Education Nationale, Secrétariat Générale, Rapport d'exécution de la première phase du Programme Décennal de l'Education (PDDE 2003-2007), mai 2007, p.37

⁴¹ Ibid, p.40.

⁴² Politique Nationale de la Formation Initiale et Continue des Enseignants de l'Education de Base. MEB/A / DGEB / DFIC, 2007, p.32

⁴³ Ibid, P.31

de l'enseignement primaire a changé, et on assiste souvent impuissants, à une situation de plus en plus complexe quant à la gestion des enseignants contractuels (articulation à faire avec le statut des enseignants titulaires) et aux problèmes de formation (accompagnement sur le plan didactique et la maîtrise des contenus et programmes d'enseignement).

Le MEN conscient de cet état de fait a initié un dispositif d'accompagnement qui tient lieu de formation continue à la fois pour les contractuels sans formation initiale et les enseignants titulaires. Ce dispositif se présente comme suit :

- un encadrement de proximité par les directeurs d'écoles, les inspecteurs d'académie et les conseillers pédagogiques dans les Cellules d'Animation Pédagogique (CAPED) ;
- une formation pédagogique de renforcement des capacités (approches pédagogiques, techniques et méthodes d'enseignement) pendant les grandes vacances scolaires.

Dans ce qui précède, nous avons tenté de montrer les orientations de la politique nationale de formation continue et du dispositif associé dans le contexte nigérien. Il ressort que la situation est complexe et mériterait il nous semble une analyse approfondie pour trouver des pistes à même de permettre des évolutions.

Chapitre 3 : Contexte régional

Dans ce chapitre, nous exposons de manière synthétique quelques généralités sur le contexte socio économique et éducatif de la région de Zinder et du département de Mirriah. Dans les pages précédentes nous avons largement évoqué certains aspects

1.1 La Région de Zinder : généralités et situation scolaire

Le travail de recherche s'est déroulé dans la région de Zinder et précisément dans le département de Mirriah. Le choix de ces localités a été possible après l'accord du MEN et de la DFIC. La DREN qui est l'instance au niveau de Zinder, chargée de piloter la politique éducative a demandé à son tour, à l'IEB de Mirriah de faciliter la mise en œuvre du travail de recherche. C'est ainsi que la CAPED de Mirriah centre a été retenue.

1.1.1 La région de Zinder

La région (en jaune dans la carte⁴⁴ page suivante) couramment appelée « Damagaram » est située dans la partie méridionale-Est de la République du Niger, à près de 900 km de la capitale. Elle est limitée au Nord par la région d'Agadez, à l'Est par celle de Diffa, à l'Ouest par la région de Maradi et au Sud par la République Fédérale du Nigeria, avec laquelle elle partage une frontière longue d'environ 300 km. Sa superficie est de 146 170 km², soit 11,53 % de la superficie totale du pays. La population, concentrée dans la partie sud (zone agricole), est estimée à 2 024 898 habitants soit 18% de la population du pays, les femmes sont estimées à 1 775 312 soit 49,57 %. Cela correspond à une densité moyenne de 13 habitants au km², avec un taux d'accroissement moyen annuel de 2,81%. La Région de Zinder compte 5 départements : Gouré, Magaria, Matameye, Mirriah, Tanout et la commune de Zinder.

1.1.2 Situation scolaire dans la région de Zinder⁴⁵

Dans le tableau 7, nous présentons une synthèse de quelques données sur la situation scolaire de Zinder que nous commentons après.

2009/2010			
Ecoles	Elèves	Enseignants	TBS
2.277	281.672	8.140	64,09 %

Tableau 7 : Situation scolaire dans la région de Zinder

Les données dans le tableau 7 montrent qu'il y a 2.277 écoles parmi lesquelles on compte 2.037 en milieu rural contre 240 en milieu urbain. La plupart des enfants en âge d'aller à l'école se trouvent en milieu rural. Sur 281.672 élèves, 214.633 sont en milieu rural, et seulement 67.039 sont en milieu urbain. En ce qui concerne les enseignants, sur un total de 8.140, 6.131 exercent en milieu rural contre 2.009 en milieu urbain. Les données que nous venons de présenter montrent des disparités entre le milieu rural et le milieu urbain. Cet état de fait montre la concentration des populations dans les zones rurales, et donc c'est elle qui fournit le plus d'enfants à scolariser. Le TBS est de 64, 9% pour l'ensemble de la région de Zinder, on compte pour les garçons 70,7% et pour les filles 59,2 %. A ce niveau, on voit une autre disparité qui explique la sous scolarisation des filles, un phénomène qui freine encore le développement de l'éducation au Niger et dont nous avons largement évoqué les raisons dans le chapitre 2.2 situation scolaire au Niger.

⁴⁴ Source : Rapport d'activité Aide et Action Niger 2006.

⁴⁵ Ministère de l'Education de Nationale, Statistiques de l'Education de Base, Annuaire 2009-2010, pp.58-85

Nous abordons maintenant quelques généralités sur le département de Mirriah sous forme de synthèse à partir de données synthétiques sur la situation socioéconomique et éducative.

1.2 Le Département de Mirriah : généralités et situation scolaire

C'est dans cette partie du Niger que nous avons mené notre travail de recherche. Le département de Mirriah (carte⁴⁶ page suivante) est situé au centre de la région de Zinder

1.2.1 Le département de Mirriah

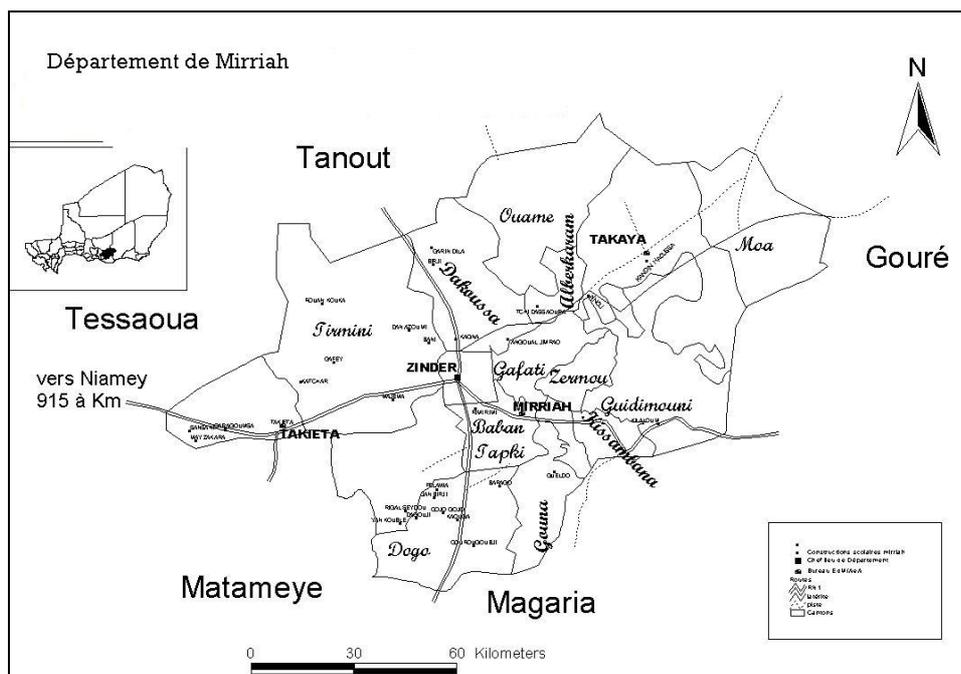
Le département de Mirriah couvre une superficie de 12.540 km² pour une population de 749.332 habitants répartie dans 17 communes (dont celle de Zermo et Mirriah) et 806 villages (dont ceux de Garin Tshangaya et Goulouské). Cette population présente les caractéristiques suivantes :

- densité : 12 à 285 habitants/km² ;
- taux d'accroissement naturel : 3,3% ;
- population jeune dont 45% ont l'âge compris entre 0 et 15 ans ;
- la population féminine représente 49,9% ;
- la population rurale représente 97%.

Les populations de Mirriah ont comme principales activités :

- l'agriculture qui occupe plus de 95% de la population active, et concerne le mil, le sorgho, le niébé et l'arachide sur une superficie cultivable d'environ 700.000 ha ;
- l'élevage est essentiellement constitué de bovins, d'ovins, de caprins, d'asins, de camelins et d'équins, et constituent une source de revenu importante de l'économie familiale ;
- l'artisanat porte essentiellement sur la poterie en majorité pratiquée par les femmes, et le tissage traditionnel pratiqué par les hommes.

⁴⁶ Source : Rapport d'activité Aide et Action Niger, 2006.



1.2.2. La situation scolaire dans le département de Mirriah

Dans ce qui suit, nous présentons quelques données issues du rapport d'activité de l'IEB de Mirriah, pour avoir une idée sur la scolarisation. Les données sont présentées dans trois tableaux qui donnent à voir le TBS, les effectifs des enseignants titulaires et des enseignants contractuels.

Le TBS (tableau 8) est le rapport entre les effectifs inscrits au cycle de base 1, tous niveaux confondus indépendamment de leur âge et la population d'âge légal susceptible d'être au cycle de base 1 (7-12 ans).

Zones	Population scolarisable	Population scolarisée	Taux de scolarisation
Urbaine	5409	5209	96,30 %
Rurale	49944	22305	44,66 %
Ensemble	51353	27514	53,57 %

Tableau 8 : Taux brut de scolarisation département de Mirriah

Dans le tableau 8, on voit une disparité entre milieu urbain et milieu rural. Les chiffres montrent qu'il y a plus d'enfants en âge d'aller à l'école en milieu rural (49.994) qu'en milieu urbain (5.409). C'est une situation qui s'explique par la forte concentration des populations en milieu rural, alors que dans le chef lieu de département, on a une concentration de population appartenant à la chefferie traditionnelle(une partie de celle-ci fait le commerce), et une majorité de fonctionnaires de l'état et des salariés d'ONG.

La répartition des enseignants titulaires (Instituteurs et instituteurs adjoints) ayant suivi le cursus de formation 1 à 2 ans dans les ENI, et qui sont fonctionnaires avec un contrat à durée indéterminée) présentée dans le tableau 9 montre que les enseignants titulaires sont moins nombreux en zone urbaine (33 enseignants contre 93 en zone rurale).

Zones	Type d'Enseignement	Enseignants Titulaires								
		Instituteurs			Inst Adjoint			Totaux		
		H	F	T	H	F	T	H	F	T
Urbaine	Traditionnel	15	3	18	4	11	15	19	14	33
Rurale	Traditionnel	46	2	48	44	1	45	90	3	93
Totaux	Traditionnel	61	5	66	48	12	60	109	17	126

Tableau 9 : Effectifs des enseignants titulaires département de Mirriah

Cette différence s'explique comme nous l'avons expliqué précédemment, par le nombre important d'élèves et d'écoles en milieu rural. La différence cache également certaines disparités, il y a plus d'hommes (109 contre 17 femmes) en milieu rural, et les femmes sont plutôt concentrées en zone urbaine soit 14 sur les 17.

Le tableau 10 concerne les enseignants contractuels (Instituteurs et instituteurs adjoints recrutés à partir d'un concours, selon leur niveau d'étude et ayant suivi une formation de 45 jours), ils sont les plus nombreux (666 contre 126 enseignants titulaires). Ceci est dû au fait que le Niger avec l'appui des partenaires techniques et financiers a décidé de faire évoluer son taux de scolarisation en recrutant plus d'enfants pour tenter d'atteindre le taux de scolarisation universel de 100% d'ici 2015. On voit dans cette catégorie d'enseignants, que les femmes sont les plus nombreuses (354 contre 312 hommes) à la fois en zone urbaine (108) et en zone rurale (246).

Zones	Type d'Enseignement	Enseignants Contractuels								
		Instituteurs			Inst Adjoint			Totaux		
		H	F	T	H	F	T	H	F	T
Urbaine	Traditionnel	1	4	5	22	104	126	23	108	131
Rurale	Traditionnel	16	7	23	273	239	512	289	246	535
Totaux	Traditionnel	17	11	28	295	343	638	312	354	666

Tableau 10 : Effectifs des enseignants contractuels

Nous avons présenté dans ce qui précède quelques généralités sur le système économique et social du Niger, la région de Zinder et le département de Mirriah. Nous avons surtout exposé des données de base sur la situation scolaire et la politique de formation et d'encadrement des enseignants. Le Niger a fait des efforts importants de mise en place de stratégies nationales en

matière de développement et de gestion de l'éducation à travers la LOSEN et le PDDE. Ces deux cadres législatifs ont permis non seulement de mettre en place des activités pour faciliter l'accès des enfants à l'école, mais aussi la formation et l'encadrement des enseignants, et la réorganisation du système de gestion des structures de l'éducation.

Les analyses et commentaires que nous avons faits laissent apparaître une politique éducative marquée par des contraintes majeures dont entre autres :

- les disparités marquées entre zones urbaine et rurale, entre régions et entre garçons et filles qui pourraient compromettre l'engagement du Niger pour l'atteinte d'une éducation pour tous d'ici 2015 ;
- la quasi prédominance des contractuels de l'éducation (82% de l'effectif global des enseignants) n'ayant pas bénéficié d'une formation initiale. Cet état de fait explique, il nous semble les problèmes d'articulation entre les contenus des programmes d'enseignement et la capacité des enseignants à mettre en œuvre les séances en situation de classes ;
- les problèmes d'articulation entre les programmes et contenus de formation et le profil de sortie des élèves-maîtres dans les ENI ;
- les problèmes d'accompagnement et d'encadrement des enseignants face aux difficultés quotidiennes qu'ils rencontrent dans leurs classes et qui persistent de nos jours. La faiblesse de l'encadrement de proximité, et la faible performance du dispositif institutionnel de formation continue des enseignants dans les CAPED influent sur la qualité des enseignements et des apprentissages dans les classes ;
- l'enseignement des langues nationales repose encore sur des expérimentations portant sur cinq langues des dix que compte le Niger. L'Etat nigérien est encore hésitant sur la politique de l'enseignement des langues, même si par ailleurs, les résultats issus des différentes évaluations confirment la performance des élèves pour ce type d'enseignement.

Ces situations interpellent et devraient inciter les autorités éducatives à étudier et analyser les contraintes, afin de trouver des voies et moyens susceptibles d'apporter des changements profonds et des améliorations.

Nous allons, dans le chapitre suivant, présenter le contenu mathématique retenu, et les aspects linguistiques et culturels en lien avec ce contenu.

Chapitre 4 : Contenu mathématique retenu, aspects linguistiques et culturels en lien avec ce contenu

Nous avons choisi de centrer notre étude sur un contenu mathématique particulier : l'enseignement du numérique en début de primaire, numération entière, addition et soustraction en particulier. Ce choix s'explique à la fois par un besoin d'approfondissement de l'étude du nombre présentée dans notre Master 2, et la volonté des professeurs enquêtés dans le cadre de ce Master de poursuivre le travail de recherche afin d'étudier davantage leurs pratiques dans les classes.

Certains aspects culturels nationaux sont spécifiquement importants, pour l'enseignement de la numération, comme nous le verrons dans notre étude empirique. Il s'agit d'une part des aspects linguistiques ; et d'autre part du recours dans l'enseignement à certains jeux et supports traditionnels que nous allons évoquer ici.

Le Niger est un pays multi-ethnique qui compte officiellement dix langues nationales : arabe, buduma, fulfulde, gulmancema, hausa, kanuri, sonray-zarma, tamajaq, tasawaq et tubu. Cinq de ses langues sont enseignées dans les écoles expérimentales : fulfulde, hausa kanuri, tamajaq et sonray-zarma. Le français reste la principale langue d'instruction, si on se réfère au nombre d'écoles dans lesquelles, elle est pratiquée.

Par ailleurs, les jeux traditionnels sont utilisés dans l'enseignement des mathématiques, c'est le cas du jeu de tiges dans la numération de position. Nous allons tenter d'analyser les connaissances que les élèves acquièrent à partir du jeu.

Nous consacrons ce chapitre dans un premier temps aux langues nationales et aux pratiques d'enseignement à l'école primaire. Nous ne faisons pas dans ce qui suit une étude détaillée sur les aspects linguistiques dans le système éducatif nigérien, mais nous donnons à voir la place et le rôle des langues nationales dans le cadre des enseignements et des apprentissages à l'école. Dans un second temps, nous présentons le jeu de tiges en étudiant ses liens avec le cadre de l'enseignement de la numération de position.

1.1 Langues nationales et pratiques d'enseignement dans le cycle de base 1

La LOSEN a défini le cadre juridique et institutionnel des langues d'enseignement :
« Article 10. - Les langues d'enseignement sont le français et les langues nationales. D'autres langues interviennent comme disciplines d'enseignement dans les établissements scolaires et universitaires. Les textes organiques des différents degrés d'enseignement précisent les principes, les modalités, les contenus et la

pédagogie des enseignements des langues⁴⁷ ». Par cet article, on voit bien une disposition qui fixe le cadre de l'enseignement des langues nationales et du français à l'école. Un autre article vient préciser les modalités et le cadre d'application : « Article 19. - Le cycle de base 1 accueille les enfants âgés de six (6) à sept (7) ans. La durée normale de la scolarité est de six (6) ans. La langue maternelle ou première est langue d'enseignement ; le français matière d'enseignement à partir de la première année⁴⁸ ».

Dans les faits le français est la langue d'enseignement dans les écoles traditionnelles (11.130 écoles soit 1.515.948 élèves). Les langues nationales sont enseignées dans les écoles expérimentales ou écoles bilingues (115 écoles soit 12.087 élèves) comme langues d'enseignement les trois premières années (CI, CP et CE1) et le français est introduit au deuxième semestre de la deuxième année en tant que matière. De la quatrième année (CE2) à la sixième année (CM2), le français devient langue d'enseignement, la langue nationale simple matière. Les écoles Franco-arabes ou médersas (1.348 écoles soit 194.802 élèves) utilisent l'arabe comme langue d'enseignement les deux premières années, et le français intervient à partir de la troisième année.

L'enseignement des langues nationales se fait dans les ENI, les écoles traditionnelles et les écoles expérimentales ou bilingues.

- Dans les ENI, l'enseignement des langues nationales porte sur une ou deux langues en prenant en compte la langue nationale locale. Les élèves-maîtres apprennent la transcription et l'orthographe pour un volume horaire de 2 h hebdomadaires soit 38 h annuelles pour les instituteurs, et 2 h hebdomadaires soit 54 h annuelles pour les instituteurs adjoints première année, et 30 h annuelles pour les deuxièmes années. La formation sur les langues vise à préparer les élèves-maîtres à la lecture et à l'écriture de certaines terminologies. Dans les classes, les futurs enseignants vont initier les élèves à la lecture et la dictée des nombres dans le système de numération dans les langues parlées dans les localités où sont situées les écoles.
- Dans les écoles traditionnelles, les langues nationales sont utilisées pour lire les nombres inférieurs à 70 et les objectifs proposés dans le manuel de mathématiques sont : « de lire en langue maternelle et en Français un nombre (inférieur à 70) écrit en chiffres ; d'écrire en chiffres un nombre (inférieur à 70) dicté en langue maternelle ou en français ». Les langues nationales interviennent dans la numération écrite et parlée sur des aspects sans pertinence mathématique qui permettent d'apprendre et de faire des

⁴⁷ LOSEN, article 10, annexe 2

⁴⁸ LOSEN, article 19, annexe 2.

mathématiques. L'indication didactique de l'utilisation des langues maternelles prévoit la lecture et la dictée des nombres en langues maternelles pour le cas de langue maternelle parlée par les élèves. A ce niveau, une autre contrainte se pose puisque dans une classe, les élèves ne sont pas de la même ethnie, donc ne parlent la même langue. L'enseignant ne peut lire les nombres que dans sa langue maternelle.

Nous donnons l'exemple suivant pour le cas du hausa qui est la langue utilisée dans les classes enquêtées. Il s'agit à travers cet exemple de montrer la lecture du nombre 12 dans un tableau à deux colonnes. Le nombre 12 est écrit au tableau, le professeur invite les élèves à dire la disposition des chiffres dans le tableau. On arrive à la conclusion qu'il y a « 1 » dans la colonne des dizaines et « 2 » dans la colonne des unités. Le professeur invite ensuite les élèves à donner la correspondance de la dizaine représentée par « 1 » et des unités représentées par « 2 », ce qui donne :

- la dizaine se lit *goma* et les deux unités se lisent *biyu* ;
- le nombre se lit *goma da biyu* (10 et 2), et le professeur fera remarquer une particularité pour ce nombre, puisque l'usage du «*sha*» s'impose pour les nombres entre 10 et 19, on dira plutôt *goma sha biyu* ;
- pour les nombres à partir 20, le «*da*» est utilisé, et on dira pour 21, *ashrin da daya* ;
- le professeur fera remarquer aux élèves que pour le nombre 21, on n'a pas dit *goma da goma da daya* (10 et 10 et 1) parce que c'est le mot arabe *ashrin* correspondant à 20 qui est utilisé.

On voit bien que la lecture en langue maternelle des nombres suppose la maîtrise de certaines particularités. L'apprentissage de la lecture des nombres est occasionnel, puisque c'est au cours des séances de classe que le professeur saisit l'opportunité de faire lire les élèves ou de leur faire des exercices de dictée de nombres. Le professeur dicte des nombres en langues nationales et les élèves écrivent sur leurs ardoises les nombres correspondants en français. Le professeur écrit les nombres au tableau, les élèves les lisent en langue maternelle. Les exercices de lecture et d'écriture sont donc les moments où les élèves sont en contact avec la langue, mais souvent il arrive que les professeurs utilisent les langues nationales pour aider à comprendre un raisonnement ou une explication complémentaire d'une procédure.

Une étude récente menée par Mallam Garba et Seydou Hanafiou (2010, p.73) montre que l'enseignement des langues nationales stimule le développement cognitif : « Toutes ces évaluations tendent à montrer que non seulement l'enseignement formel en langues nationales est possible mais aussi que l'éducation bilingue est plus performante que toutes les autres formules existantes. Cette supériorité

est attestée et documentée tant sur le plan du développement de l'intelligence et des acquisitions cognitives que sur celui des rendements externes, notamment la réinsertion socio-économique des sortants et l'ouverture

d'esprit⁴⁹ ».

- Dans les écoles dites expérimentales ou bilingues, l'enseignement se : « caractérise par l'usage de la langue maternelle comme médium et matière d'enseignement dans les trois premières années du cycle primaire. Mais à partir de la quatrième année la langue maternelle cesse d'être véhicule d'enseignement pour n'être que matière d'enseignement. La langue maternelle est remplacée dans son statut de langue d'enseignement par le français à partir de cette quatrième année. Il faut toutefois préciser que le français est introduit déjà sous forme orale au deuxième trimestre de la deuxième année. Il faut aussi noter que les disciplines comme les mathématiques, les sciences d'observation, l'étude du milieu, sont enseignées en langues maternelles pendant les trois premières années. Leurs enseignements continuent en français pendant les trois autres années⁵⁰ ». Cette indication sur l'enseignement des langues nationales conduit l'élève à la maîtrise de sa propre langue, à stabiliser et enrichir ses acquis linguistiques. C'est un choix du Niger qui date de 1973, l'année de l'introduction de l'enseignement du hausa dans les écoles expérimentales. Il s'en est suivi l'introduction du sonray-zarma, du tamajaq, du kanuri et du fulfulde en 1979, et en 1998 la conférence nationale reconnaît ces cinq langues comme les principales langues nationales enseignées à l'école primaire en plus du français. Les proportions d'enseignement des langues nationales et du français montrent que pendant les trois premières années, les élèves apprennent en langues nationales soit la moitié des six années de l'école primaire.

Ce modèle d'enseignement exige du professeur une maîtrise de l'orthographe et des techniques de transcription qui facilitent les apprentissages aux élèves. Les articulations à faire avec le français comme matière d'enseignement à partir de la quatrième année(CE2) nécessiteraient un dispositif didactique qui maintient les acquis en langues nationales et leur développement dans les apprentissages futurs.

1.2 L'enseignement des langues nationales : impacts sur les apprentissages

⁴⁹ Mallam Garba M & Seydou Hanafiou H (2010), Les langues de scolarisation dans l'enseignement fondamental en Afrique subsaharienne francophone : cas du Niger.

⁵⁰ Ministère de l'Education Nationale, Programmes de l'Enseignement du Premier degré, , 1990, p.42, Editions MEDIS Niamey.

Nous souhaitons donner notre avis sur la question sans avoir la prétention de développer ici des réflexions sur l'enseignement des langues nationales. Cela nécessiterait un autre cadre d'étude qui n'est pas celui qui n'est pas celui de notre travail de recherche.

Les cinq langues nationales ont vocation à servir de langues et de matières d'enseignement, ce qui suppose un engagement politique et une réelle prise en charge de l'enseignement des langues. Depuis 1973, le Niger a initié les écoles expérimentales pour tester l'efficacité des langues dans l'enseignement, et en 2011 les écoles sont encore au stade expérimental. Pourtant les évaluations des écoles expérimentales ont prouvé leur efficacité comme le souligne Mallam Garba (2004, p.459) : « Les premières évaluations des EE⁵¹, qu'elles soient internes ou externes, ont toutes été positives. Les EE se sont avérées plus performantes que les écoles traditionnelles d'enseignement exclusif en français et aussi les écoles bilingues franco-arabes. [...] L'évaluation a mis en exergue l'efficacité du bilinguisme scolaire tant sur le plan de l'acquisition des connaissances que sur celui de l'insertion des élèves dans le tissu socioculturel. Il en ressort également que les opinions des acteurs et partenaires interrogés penchent nettement vers la revendication d'une éducation bilingue et l'introduction des langues nationales dans les secteurs de la vie sociale et administrative⁵² ». Selon Mallam Garba, l'enseignement des langues nationales est un facteur de rapprochement entre les milieux socioculturels et les besoins éducatifs des élèves. Ce type d'enseignement facilite les apprentissages et permet aux élèves et aux enseignants de communiquer dans la langue connue des élèves car il n'existe plus de barrière linguistique entre eux. Les élèves participent activement aux apprentissages, acquièrent les connaissances de base fondamentales (lecture, écriture, mathématique, et études du milieu) et développent ces aptitudes cognitives (capacité à mener des réflexions scientifiques et des enquêtes, autonomie dans la conduite d'une activité scolaire seul ou dans un groupe de travail, capacité à donner une réponse et à l'analyser avec aisance etc.).(cf. annexe 6 pour plus d'informations sur les aptitudes cognitives)

L'enseignement au Niger dans les écoles traditionnelles c'est-à-dire en français et aux programmes d'inspiration occidentale, est considéré dans l'imaginaire des Nigériens comme un facteur favorisant l'amélioration des conditions sociales et économiques. L'enseignement des langues nationales est souvent une question particulièrement sensible au Niger en particulier, et en Afrique en général pour des raisons liées au passé colonial.

⁵¹ Ecoles Expérimentales.

⁵² Mallam Garba, M. (2004). Education bilingue au Niger : entre convivialité et conflits linguistiques. Penser la Francophonie, Concepts, actions et outils linguistiques, Actes des Premières Journées scientifiques communes des Réseaux de chercheurs concernant la langue pp 455-471.

L'élite politique nigérienne et les universitaires restent encore réticents d'une certaine manière quant aux réformes sur l'enseignement des langues à l'école, et les différentes expérimentations initiées au Niger sont encore timidement prises en compte, pour encourager un emploi plus large des langues nationales dans le système éducatif. Ainsi le précisent Mallam Garba et Seydou Hanafiou (2010, p.24) : « L'ouverture de la première école d'enseignement bilingue du Niger remonte à la rentrée scolaire 1973-1974 sous l'appellation d'école expérimentale (EE). Elle a ouvert ses portes à Zinder, dans un établissement annexe de l'école normale de ladite localité, avec comme langues d'enseignement le hausa et le français. C'est l'une des plus anciennes expériences en matière d'éducation bilingue en Afrique de l'Ouest francophone ⁵³ ». On voit bien que le Niger est l'un des pays en Afrique de l'ouest qui s'est engagé dans l'enseignement des langues, en ayant comme perspective la réforme du système éducatif qui aboutirait à l'utilisation des langues nationales comme médium et matière d'enseignement tout au long de la vie scolaire des élèves. Mais aujourd'hui force est de constater que trente deux ans après, la politique nationale sur l'enseignement des langues connaît encore des incertitudes quant à son devenir et sa place dans les stratégies nationales de développement du Niger.

L'Etat nigérien a, comme premier partenaire institutionnel, la France, et Mallam Garba et Seydou Hanafiou font remarquer dans une étude récente (2010, p.31) que : « La France est restée à l'écart du processus d'expérimentation de l'enseignement bilingue. Cette position est diversement appréciée par les acteurs sociaux mais généralement, ils l'imputent à la crainte de la France de voir un jour remettre en question la suprématie institutionnelle du français. Une opinion difficilement compréhensible par ceux qui, chaque jour, se convainquent davantage que l'apprentissage initial en langue nationale est une plus-value pour toutes les acquisitions scolaires, y compris celle de la langue française. Cette frilosité injustifiée alimente la réserve observée par nombre d'acteurs et partenaires sociaux de l'éducation au Niger ». Cette remarque pourrait être considérée comme un encouragement au maintien du statu quo sur l'intérêt d'enseigner aux élèves le français, une langue qu'ils ne connaissent pas avant d'entrer à l'école, et de poursuivre les expérimentations en cours, en attendant une décision politique qui serait à même de créer un cadre propice pour l'enseignement des langues nationales à l'école.

Nous terminons notre analyse en précisant que l'enseignement des langues nationales à l'école est une question très sensible, qui nécessiterait un véritable sursaut politique et une réelle volonté des décideurs à clarifier le devenir des écoles expérimentales et les autres expérimentations en cours. S'il est reconnu que la promotion des langues à l'école est un

⁵³ Mallam Garba, M., & Seydou Hanafiou, H. (2010). Les langues de scolarisation dans l'enseignement fondamental en Afrique subsaharienne francophone : cas du Niger.

facteur qui permet aux élèves un apprentissage efficace et performant, on peut se demander pourquoi il y a encore des hésitations au niveau des décideurs. Il nous semble que le Niger n'est pas prêt au même titre que d'autres pays qui sont dans la même situation, à s'engager dans un processus ambitieux de réformes du système éducatif qui affecterait des acquis issus du système actuel d'éducation. On pourrait imaginer étendre les expérimentations en cours dans les régions qui le souhaiteraient, et favoriser des partenariats avec les pays qui utilisent les langues nationales comme médium et matière d'enseignement sur les stratégies et programmes d'enseignement.

1.3 Le jeu de tiges et l'utilisation du boulier dans le système de numération

Autre élément culturel spécifiquement important pour notre travail, certains jeux traditionnels ont été intégrés dans les programmes scolaires, pour maintenir le lien entre le milieu traditionnel familial auquel appartient l'enfant et le milieu scolaire où il va être en contact avec des activités de recherche et de réflexion dans le domaine des mathématiques. Nous allons dans ce qui suit présenter le jeu de tiges et tenter d'analyser ce que ce jeu permet ou non aux élèves d'apprendre en mathématiques.

1.3.1 Pratiques règles du jeu et représentation au boulier

Dans le contexte du Niger, l'introduction des jeux dans les programmes scolaires répond à un objectif, celui de créer le lien entre l'enseignement des mathématiques et le milieu socioculturel. A travers ce lien, les objectifs suivants indiquent dans le programme d'enseignement que les élèves, à travers ce jeu, doivent être capables : « de pratiquer le jeu de tiges, en respectant les règles du jeu ; d'utiliser un boulier pour dénombrer des objets (ou des personnes) ; de représenter dans un tableau à deux colonnes du type : $\begin{array}{c|c} x & \bullet \\ \hline & \end{array}$ une configuration au boulier (avec uniquement des capsules : \otimes et \odot)⁵⁴ »

Ces objectifs mettent en avant le respect des règles du jeu et le lien à établir entre les gains et le tableau à deux colonnes dans le système de la numération de position.

Le jeu se joue en équipes de 1, 2 ou 3 joueurs : « les joueurs lancent, à tour de rôle 4 morceaux de tiges de mil coupés en long ; les tiges peuvent retomber en présentant, soit leur face bombée, soit leur face

⁵⁴ Guide du maître, mathématiques première année , Niamey, Niger, 1992, p.96.

plane. Suivant la façon dont les tiges retombent, le joueur gagne des animaux : chèvres, ânes, vaches. L'équipe victorieuse est celle qui constitue le plus riche troupeau. Pour comptabiliser ses propres gains, chaque équipe échangera systématiquement : 10 chèvres contre un âne, 10 ânes contre une vache, 10 vaches contre un chameau (s'il y a lieu)⁵⁵»

La valeur des gains est définie par les configurations suivantes :

- 4 tiges ouvertes : jeu blanc, on ne gagne rien, mais on rejoue immédiatement ;
- 1 tige fermée et 3 ouvertes : on gagne une chèvre ;
- 2 tiges fermées et 2 tiges ouvertes : on ne gagne rien et on passe la main ;
- 3 tiges fermées et 1 tige ouverte : on gagne un âne ;
- 4 tiges fermées : on gagne une vache.

La pratique des additions et des soustractions se fait à partir de la pratique du jeu de tiges en utilisant un boulier pour dénombrer des objets représentés dans un tableau à deux colonnes. Au Niger, le boulier (Tableau 11 ci-après) est un support utilisé dans la numération de position. Il est introduit dans la classe quand les élèves pratiquent le jeu de tiges qui rend obligatoire l'échange à 10 contre 1.

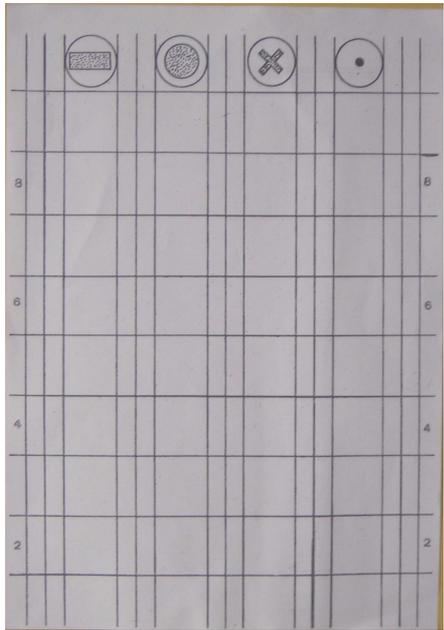
Boulier	Indications
	<p>C'est une feuille de carton mince de 29 cm sur 21 cm que l'on colle sur du carton épais. On peut voir de droite à gauche :</p> <ul style="list-style-type: none"> - la colonne des unités ou la colonne des chèvres est représenté par la capsule unité ou la capsule chèvre avec le symbole : ⊙ - la colonne des dizaines ou la colonne des ânes est représentée par la capsule dizaine ou la capsule âne avec le symbole : ⊗ - la colonne des centaines ou la colonne des vaches est représentée par la capsule centaine ou la capsule vache avec le symbole : ⊙ - la colonne des milliers ou la colonne des chameaux est représentée par la capsule millier ou la capsule chameau avec le symbole : ⊙

Tableau 11 : Le boulier dans le contexte de l'enseignement des mathématiques au Niger

⁵⁵ Ibid. P.97

C'est donc un outil didactique du jeu des tiges présenté sous quatre colonnes (de la droite vers la gauche, la colonne des unités, des dizaines, des centaines et des milliers). Il est utilisé pour dénombrer un ensemble d'objets et surtout pour marquer la notion de dizaine et de la retenue dans des situations d'addition.

1.3.2 Le jeu de tiges et lien avec la numération de position

Un peu partout au Niger, les enfants pratiquent des jeux traditionnels. L'idée d'introduire le jeu de tiges s'explique par le fait que : « ce jeu sera un lien entre l'enseignement à l'école et la vie quotidienne de l'enfant. Il renforcera la liaison entre l'enseignement des mathématiques et le milieu socioculturel⁵⁶ ». Ce lien, il faut le chercher dans la comparaison numérique entre certains animaux domestiques selon leur valeur financière dans le marché de bétail. Ainsi la chèvre coûte moins cher que l'âne, l'âne moins cher que la vache, et la vache moins cher que le chameau. Dans cet ordre de valeurs, on obtient la classification suivante :

Jeu	Numération
10 chèvres s'échangent contre un âne	10 unités s'échangent contre une dizaine
10 ânes s'échangent contre une vache	10 dizaines s'échangent contre une centaine
10 vaches s'échangent contre un chameau	10 centaines s'échangent contre un millier

Tableau 12 : Equivalences des gains dans le jeu et dans la numération

Pour bien comprendre ces équivalences, l'introduction d'une règle du jeu, rend obligatoire cet échange dès qu'on a plus de neuf animaux d'une même espèce. Ainsi pour illustrer ces échanges prenons l'exemple d'une équipe qui se retrouve avec 25 chèvres, elle remplacera par 2 ânes et 5 chèvres (en échangeant 2 fois dix chèvres). 25 chèvres correspondent à l'écriture du nombre 25. L'exemple n'exprime pas un enjeu pertinent en mathématiques, si ce n'est l'échange de 10 chèvres contre un âne dans le jeu, et dans la numération cet échange correspond à 10 unités s'échangeant contre une dizaine.

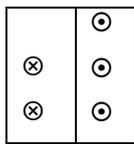
Le lien avec le boulier avec l'exemple ci-dessus permet de représenter dans le tableau « 5 » dans la colonne des unités et « 2 » dans la colonne des dizaines. Les élèves vont ensuite découvrir les relations d'équivalences suivantes

- la capsule (⊙) représente l'unité qui équivaut à une chèvre ;
- la capsule (⊗) représente la dizaine qui équivaut à un âne

⁵⁶ Ibid, p.97

Nous précisons par ailleurs qu'au CP la numération est étudiée de 0 à 69, ce qui fait que nous n'abordons pas les centaines et les milliers.

Le boulier servira à dénombrer les objets quand les élèves auront bien assimilé les relations d'équivalences. Supposons l'exemple suivant 23 crayons, les objets seront représentés au boulier (ci-dessous) avec les capsules unités et les capsules dizaines.



Le nombre 23 est ensuite représenté dans le tableau à deux colonnes, et pour appliquer l'échange, il y aura : ⊗ ⊗ et il restera ⊙ ⊙ ⊙ d'où le tableau :

$$\begin{array}{r|l} x & \bullet \\ \hline 2 & 3 \end{array}$$

On peut retenir que le jeu de tiges permet aux élèves d'apprendre les équivalences à travers le modèle chèvre-âne, et le système unité-dizaine. La représentation au boulier va permettre par la suite, dans des additions avec retenue, de constater le surremplissage de la colonne des unités avec les capsules unités, et de faire l'échange à dix contre 1. Le boulier donne à voir, l'impossibilité de mettre toutes les capsules dans une même colonne et la nécessité d'user d'une colonne d'ordre supérieur en cas de remplissage d'ordre inférieur. Au propos du jeu, la probabilité d'obtenir différentes configurations ne justifie nullement un lien quelconque avec la valeur des classes d'équivalence. Il peut arriver par exemple que des joueurs totalisent après une partie de jeu des gains qui équivalent à autant de centaines que d'unités. L'obtention de telle ou telle classe est liée au nombre de tours effectués.

Nous allons, dans le chapitre suivant, tenter de préciser l'objet de notre travail de recherche à travers un questionnement.

Chapitre 5 : Questionnement initial de la recherche

Le système éducatif nigérien connaît des difficultés, malgré les efforts des autorités éducatives pour, non seulement le réadapter aux réalités du pays, mais aussi l'ouvrir à la possibilité d'une "école de tous pour tous" (Loi 98-12). Ces difficultés sont, avant tout, l'expression d'une adaptation difficile à mettre en œuvre, face aux exigences d'un nouvel environnement social, politique, économique et aussi financier. La qualité de l'enseignement

ne tient pas seulement à l'amélioration des indicateurs relatifs aux flux d'élèves, l'analyse des pratiques d'enseignement dans la classe est essentielle, tout comme les conditions et l'environnement dans lesquels elles se déroulent.

A travers le PDDE, le système éducatif vise :

- « Au plan des contenus :
 - à dispenser une formation centrée sur les réalités objectives du milieu tout en tenant compte de l'évolution économique, technologique, sociale et culturelle du monde ;
 - à valoriser l'enseignement scientifique et technologique
 - à développer chez l'élève les capacités d'observation et de raisonnement, d'expérimentation et de recherche, d'analyse et de synthèse, de jugement et d'invention ;
- Au plan des méthodes :
 - à privilégier l'esprit d'observation, d'analyse et de synthèse ;
 - à allier la théorie à la pratique.... » (Loi 98-12).

L'atteinte de ces objectifs suppose la mise en place de dispositifs de formation capables de former des enseignants pour obtenir l'articulation entre le contenu des programmes d'enseignement et les réalités sociales et économiques du Niger. Autrement dit, il y a un intérêt à développer de nouvelles stratégies qui permettent aux enseignants de s'approprier les connaissances liées aux enseignements, et aux élèves d'apprendre et de comprendre les savoirs en jeu dans les situations d'apprentissage.

La culture de l'esprit scientifique est une priorité à la fois dans les contenus des programmes et dans les méthodes d'enseignement.

C'est pour participer à la mise en œuvre de cet ambitieux et important processus, que nous avons décidé de mener ce travail de recherche pour tenter de comprendre, d'une part, ce qui se passe concrètement dans les classes, en étudiant l'action du professeur et ses interactions avec les élèves dans le cadre de l'enseignement des mathématiques, et d'autre part, en analysant les pratiques de formation dans les CAPED. On pourrait imaginer que l'enseignement des mathématiques trouve toute sa place dans ce processus de formation et de développement des capacités d'analyse et de réflexion qu'il faut privilégier chez les élèves.

Au travers de ce que nous venons d'exposer, il nous semble que nous pourrions explorer deux dimensions de l'action du professeur en nous centrant, pour cette étude, sur le contenu spécifique que nous avons retenu :

- dans un premier temps, étudier et analyser le type de savoir en jeu et comment les élèves vont réagir à la situation mise en place par le professeur ;

- dans un second temps, tenter de comprendre comment les pratiques de formation peuvent permettre aux professeurs de travailler les savoirs en jeu pour eux-mêmes, d'une part, et dans leur enseignement, d'autre part.

Ces deux orientations nous amène à ce double questionnement :

- Quels types de fonctionnement les professeurs doivent-ils mettre en place dans les classes pour laisser aux élèves des responsabilités vis-à-vis du savoir en jeu ?
- Comment inciter les professeurs à travailler plus les savoirs en jeu, lors de conceptions collectives ?

Pour passer de ce questionnement initial à une problématique de recherche, nous allons avoir recours à des outils théoriques, ainsi qu'à des travaux antérieurs sur le thème que nous avons retenu. Dans la partie qui suit, nous exposons ces outils théoriques et les travaux antérieurs qui ont un lien avec notre travail de recherche

Partie 2 : Outils théoriques, travaux antérieurs et problématique de recherche

Dans cette partie, nous exposons, dans un premier chapitre, le cadre théorique, dans un second chapitre les travaux antérieurs sur lesquels nous nous sommes appuyé pour notre travail de recherche et dans un troisième chapitre, la problématique de recherche.

Chapitre 1 : Outils théoriques

Ce chapitre est consacré aux outils théoriques que nous mobilisons dans le cadre de l'analyse de l'action du professeur *in situ*. Suivant Sensevy (2006), le mot « action » doit être entendu comme « centration sur l'activité » (Ibid. p.82). Le mot « professeur », est un mot générique : « Est professeur celui qui tente, plus ou moins directement, de modifier le rapport au savoir de quelqu'un d'autre (que ce « savoir » soit un savoir ou un savoir-faire ou une conception, etc.) » (Ibid. p.82). Cette expression porte à la fois sur les comportements du professeur et de l'élève, considérés comme indissociables dans une perspective d'action conjointe. Pour analyser l'action du professeur dans le processus d'enseignement et d'apprentissage, nous nous appuyons sur divers instruments conceptuels empruntés à la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique ou TACD (notamment les catégories proposées par Sensevy, Mercier, Schubauer-Leoni, 2000, et Sensevy, 2001, 2002, 2003, 2004, 2006, 2008, 2010), la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998) et l'approche de Chevallard (1991) sur la théorie anthropologique du didactique.

C'est d'une certaine manière, un point de vue anthropologique qui nous guide en priorité dans l'action du professeur, à nous intéresser au contenu des interactions didactiques au sein desquelles se transmettent les savoirs. Le savoir doit être compris ici au sens de Sensevy & Mercier (2007) comme : « une puissance d'agir, ce qui permet d'exercer une capacité ».

Il est important de donner une signification à cette expression « action du professeur ». Dans nos séances observées et étudiées, nous utilisons l'analyse *a priori* pour donner à voir la façon dont les professeurs s'y prennent pour enseigner les savoirs mathématiques aux élèves, et ce que les élèves apprennent et construisent réellement. Suivant Assude & Mercier (2007, p.204) à propos de l'analyse *a priori* : « l'analyse *a priori* définit un monde possible, et un ensemble organisé de jeux possibles, et permet de comprendre quelles sont les règles définitoires/constitutives qui doivent nécessairement figurer dans un jeu (lors de la définition que l'analyse *a priori* a permis de postuler) et de quelle

manière le professeur va pouvoir réguler l'activité des élèves vers des stratégies gagnantes, au sein du jeu postulé par l'analyse *a priori* ».

Par ailleurs, les professeurs enquêtés utilisent des *manuels*, qui constituent des *ressources* pour leur enseignement, et pour étudier les interactions entre professeurs et manuels, nous aurons recours à un certain nombre de références (notamment les travaux de Ball et Cohen, 1996), ceux plus récents de Margolinas et Wozniak, 2008, ceux de Gueudet et Trouche, 2008, 2010 et enfin ceux de Ball, Hill et Bass, 2005). Nous présentons dans une première partie les notions qui vont nous permettre de décrire, d'analyser et de caractériser l'*action conjointe* du professeur et des élèves, à partir de séances de classes mises en œuvre *in situ*, puis nous exposons dans une deuxième partie, les références théoriques qui vont nous permettre de caractériser l'usage des manuels et ses conséquences pour les professeurs.

1 Des catégories didactiques

1.1 La notion de situation

L'action didactique conjointe suppose des interactions entre le professeur, les élèves et le savoir. Nous l'envisageons dans la relation ternaire professeur-élève-savoir pour montrer que ces trois pôles sont indissociables dans le travail professoral. On pourrait considérer l'action au sens très commun, au sens éthique (bonne action) et au sens pratique (action remarquable). Et didactique pourrait être commuté avec tout ce qui se passe quand on enseigne quelque chose à quelqu'un d'autre qui apprend. De ce fait le comportement du professeur et les relations qu'il entretient avec les élèves tout au long d'une séance de classe s'inscrivent dans un processus. Pour décrire ce processus, nous utilisons la notion de *situation* définie par (Brousseau, In « Glossaire », 2003, définition 2) comme : « Les conditions d'une des utilisations particulières d'une connaissance mathématique sont considérées comme formant un système appelé « situation ». De cette définition de la notion de situation liée à l'enseignement des mathématiques, on retient la référence à des circonstances dans lesquelles, le savoir est au centre des relations entre le professeur et les élèves. De ce fait, le professeur tente de mobiliser le *milieu* qui permettrait à l'élève de s'approprier le savoir en jeu.

On pourrait encore citer Brousseau (1998) pour mieux cerner la définition du concept situation puisqu'il précise : « Une situation est l'ensemble des circonstances dans lesquelles une personne se trouve, et des relations qui l'unissent à son milieu ». Il oppose ensuite deux points de vue au sujet

de la situation : « Selon le premier, la situation est l'environnement de l'élève mis en œuvre et manipulé par l'enseignant ou l'éducateur qui la considère comme un outil », et : « Selon le second, la situation didactique est l'environnement tout entier de l'élève, l'enseignant et le système éducatif lui-même y compris ». Dans les deux cas, on voit bien l'intention du professeur et sa volonté manifeste d'enseigner. La situation didactique peut évoluer si l'élève auquel le savoir est destiné sait que la construction de ce savoir est sous sa responsabilité, et qu'il lui incombe de produire de manière active des réponses appropriées, à des situations qu'il rencontrera. Le professeur est chargé de provoquer chez les élèves les réactions judicieuses de façon à les conduire à la réalisation de la clause *proprio motu* (littéralement « de son propre mouvement ») au sens de Sensevy (2008).

On pourrait imaginer dans une situation didactique, que l'action professorale sans aucune aide, rende l'élève capable de comprendre un savoir qui lui est enseigné. Le professeur peut alors prétendre avoir réussi d'une certaine manière sa mission en amenant l'élève à s'approprier le savoir en jeu dans une situation d'enseignement et d'apprentissage. Suivant Sensevy (2008, p.5) : « La clause *proprio motu* est au fondement de la relation didactique, cette relation ternaire entre le Professeur, l'Elève, et le Savoir. Bien entendu, selon les spécificités de la scène didactique, elle s'exprime différemment dans les paroles et dans les gestes, mais elle repose sur ce *fait grammatical* : si je prends la responsabilité d'enseigner quelque chose à quelqu'un, je ne peux prétendre avoir réussi que si mon élève, sans mon aide, témoigne d'une puissance d'agir fondée sur ce que je lui ai enseigné. ». Une situation dans laquelle l'élève s'engage de son propre mouvement, sans une indication ou une intervention quelconque est appelée situation adidactique.

Nous postulons que dans les séances étudiées dans notre travail de recherche, le rôle central des professeurs enquêtés serait de veiller à ce que les situations didactiques et adidactiques soient pleinement efficaces pour que les élèves mobilisent les connaissances qu'on souhaite qu'ils acquièrent, pour ensuite les réinvestir dans d'autres situations en dehors de tout contexte d'enseignement et d'apprentissage auquel ils pourraient être confrontés.

Nous avons vu que l'action didactique est conjointe (enseigner demande que quelqu'un apprenne), puisqu'elle met en présence le professeur et les élèves autour des enjeux du savoir. Elle est aussi considérée comme : « organiquement coopérative » (Ibid. p15), et de ce fait : « [...] elle prend place au sein d'un processus de communication. Puisqu'elle est une action de communication, l'action didactique suppose la coopération propre à la communication » (Ibid. p.15).

Pour comprendre l'action didactique, il faut la comprendre comme une action nécessairement coopérative. Ceci n'est pas d'ordre prescriptif, mais toute action suppose il nous semble une coopération, puisqu'il y a toujours deux instances (professeur et élèves).

Le professeur et les élèves, dans la relation didactique, travaillent autour de la production de signes, qu'ils tentent d'interpréter et de déchiffrer conjointement. Dans ce processus, l'élève va apprendre à identifier, à reconnaître, et à interpréter des formes qui proviennent du milieu ou du professeur. Ainsi, le processus didactique repose de façon particulière sur un processus de reconnaissance de formes ; il faut se mettre d'accord pour arriver à voir les choses d'une certaine façon et pas d'une autre. Nous citons à ce propos Assude & Mercier, (2007, p.154) qui précisent que: « Les systèmes sémiotiques sont donc des ensembles d'objets (mots, symboles ou gestes) qui servent à la fois de substituts de l'activité matérielle dont ils rendent compte - de notations, de rappel et supports pratiques régulières, de cette activité symbolique substitutive - des techniques, d'emblèmes de l'activité formelle qu'ils permettent de réaliser, ainsi devenue une technique intellectuelle partagée - un savoir ». Dans nos séances étudiées, les professeurs et les élèves ont recours aux systèmes sémiotiques, pour tenter de construire la relation entre les signes et leurs références dans les situations étudiées.

La situation didactique suppose des liens entre le professeur, les élèves et le savoir. Pour mieux spécifier cette relation ternaire, d'autres concepts comme le contrat et le milieu peuvent nous en dire plus.

1.2 Le contrat didactique : un système d'attentes décrit dans la relation ternaire (professeur, élèves et savoir)

Le terme de contrat didactique a été introduit, en didactique des mathématiques par Brousseau (1998) et désigne de façon synthétique, un système d'attentes entre le professeur et les élèves à propos du savoir. Le contrat didactique se distingue (on peut même dire qu'il s'en démarque) des nombreuses innovations concernant l'introduction dans la classe d'une pédagogie du contrat. Alors que cette dernière s'efforce de partager, aussi explicitement que possible avec les élèves, la définition des buts, des objectifs et des critères de réussites scolaires, l'idée de contrat didactique insiste sur le fait qu'il y a une relation didactique et qu'elle s'établit dans un système d'attentes entre le professeur et les élèves.

Dans la situation didactique, l'enseignant tente d'expliquer aux élèves ce qu'il attend d'eux sans leur indiquer la manière avec laquelle ils auront à exécuter une série d'activités demandées. Ceci, non parce que l'enseignant chercherait à cacher quelque chose aux élèves,

mais parce que, lui comme eux, sont liés par ce contrat qui les dépasse et qui caractérise la situation d'enseignement.

Suivant Sensevy, (2006, p.85) : « Le contrat didactique est un système d'habitudes relatives aux pratiques de savoir établies dans l'institution, et instanciées par une situation donnée ». Tout se joue donc, dans la situation scolaire, comme si les partenaires avaient à respecter des clauses qui n'ont jamais été discutées, clauses qui au fond ne sont jamais entièrement respectées, et dont les ruptures correspondent à des avancées de la connaissance partagée.

Suivant Brousseau (1998, p 60) : « Le contrat didactique n'est pas un contrat pédagogique général. Il dépend étroitement des connaissances en jeu ». Brousseau tente de décrire les interactions conscientes ou inconscientes qui existent entre un enseignant et ses élèves, pour autant qu'elles concernent l'acquisition des connaissances. Le contrat didactique met en jeu les comportements de l'enseignant attendus par les élèves, les comportements de l'élève attendus par l'enseignant, le rapport des uns et des autres au savoir visé par l'apprentissage. Les élèves doivent donc entrer dans le projet de l'enseignant, celui-ci doit réunir les conditions qui permettent d'assurer l'apprentissage. Si nous transposons ce concept d'attente à la classe : « le contrat didactique en tant que système d'attentes, est très fortement lié à la situation présente construite par le professeur » (Sensevy, 2003, p.27).

1.3 Le milieu

Cette notion a été proposée en didactique par Brousseau (1998). Nous retenons la définition donnée par Sensevy (2006, p.85) : « On peut appeler milieu ce système qui constitue de fait la référence de l'action didactique, son arrière fond. ». Le milieu est donc : « tout ce qui entre dans l'environnement d'apprentissage de l'élève, tout ce avec quoi l'élève se trouve en relation au moment de l'apprentissage » (Sensevy, 2003, p.30). On peut voir le milieu comme la modélisation des interactions entre le professeur, les élèves et le savoir, dans ses dimensions matérielles et symboliques. Durant la situation d'enseignement, le professeur à travers les activités didactiques amène les élèves à mobiliser certains contenus dans le cadre d'une situation d'enseignement-apprentissage. La notion de milieu doit être comprise au sens de Brousseau (In « Glossaire », 2003, définition 4), comme : « tout ce qui agit sur l'élève ou / et ce sur quoi l'élève agit ». De cette définition, il faut comprendre la capacité des élèves à interpréter les situations qui leur sont présentées, à répondre aux questions qui leur sont posées, à traiter les informations qui leur sont fournies. La relation dialectique contrat-milieu est essentielle, c'est grâce à elle que le jeu du professeur sur le rapport au milieu de l'élève, lui permet d'établir un équilibre didactique

entre le savoir en jeu, et son processus d'acquisition. Dans ce travail centré sur l'analyse de l'action du professeur et ses interactions avec les élèves, ces deux notions jouent un rôle central dans la production du savoir par les élèves.

L'élève entre en interaction avec le milieu mis en place par le professeur au nom d'un certain contrat didactique qui vit dans la classe, et dont les clauses ne sont pas connues des élèves. Le professeur ne peut dévoiler à l'élève ce qu'il veut faire au risque de le réduire à un simple exécutant d'une tâche dont il n'aura pas ensuite la maîtrise. Le milieu est sans cesse aménagé pour permettre à l'élève d'apprendre. L'élève ignore les intentions du professeur, pas parce qu'elles ne sont pas explicites, mais pour faire en sorte que le contrat didactique qui va vivre dans la classe permette à l'élève d'interagir avec les objets du milieu. On comprend d'une certaine manière l'intérêt d'étudier la dialectique contrat-milieu pour donner à voir dans une situation didactique comment les attentes implicites du contrat permettent aux élèves de produire les *stratégies gagnantes*. Une stratégie gagnante peut être comprise comme une maîtrise de l'enjeu du jeu d'une certaine manière dans le jeu didactique, pour obtenir la production souhaitée (le savoir en jeu). De ce fait, nous allons tenter de montrer dans nos analyses, que le travail du professeur ne peut pas être traité indépendamment de celui des élèves et du savoir en jeu.

1.4 Le triplet des genèses : mésogénèse ; chronogénèse ; topogénèse

Ces trois dimensions sont un système de description des transactions didactiques qui orientent l'action du professeur et montrent l'intérêt de maintenir une relation didactique qui unit, de manière ternaire, un professeur, des élèves et un objet du savoir selon Sensevy, (2001). Ces catégories permettent donc de décrire le travail du contrat didactique à travers les aspects suivants :

- la gestion et l'aménagement du milieu pour permettre à l'élève d'apprendre et au professeur de décrire et de réguler le travail (mésogénèse). Dans un jeu d'apprentissage donné, des significations communes sont construites et prennent place dans le milieu. Etudier la mésogénèse, c'est se demander quoi ? Qu'est-ce qui arrive dans l'action ? Comment quoi ? Comment cela arrive / se construit ? ;
- la construction du temps de l'interaction didactique, le temps didactique en introduisant dans le milieu un objet du savoir (chronogénèse). Quand un professeur enseigne, il doit fabriquer le temps. Travailler sur la chronogénèse, c'est voir

comment le professeur introduit de nouveaux objets, change le jeu, et comment le savoir avance dans la description du temps ;

- la coopération professeur et élèves pour construire les places, les rôles et responsabilités par rapport aux tâches⁵⁷ didactiques (topogénèse). La topogénèse c'est le partage des lieux, des places, des responsabilités. C'est tenter de comprendre qu'est-ce qui est dans le champ de chacun, qu'est-ce qui est sous la responsabilité des élèves. Dans toute relation, on peut se demander qui fait quoi ? C'est une question quantitative et qualitative. Qui amène le savoir ? Quelle part pour chaque intervenant ?

Le professeur, on le voit bien va être le producteur de *techniques*⁵⁸ didactiques pour finalement aménager le milieu et construire la topogénèse et la chronogénèse. Ce triplet décrit donc des réalités didactiques, ces catégories sont à la fois génériques (s'adressent à l'ensemble des savoirs) et spécifiques (savoirs utilisés). Dans ce triplet, un énoncé didactique donné peut être envisagé selon ces trois catégories. Celles-ci servent à décrire le réel didactique, elles sont génériques mais elles n'ont de sens que lorsqu'elles sont spécifiées aux savoirs étudiés. On pourrait considérer ici le terme technique comme « l'acte traditionnel efficace » au sens de Sigaut (2003) qui s'appuie sur Mauss. De cette définition, il nous semble que l'on peut voir le professeur comme la personne qui crée les conditions de la transmission du savoir dans les situations d'enseignement et d'apprentissages, à travers des pratiques dont il facilite l'acquisition de connaissances.

Ces notions de contrat didactique, de mésogénèse, de topogénèse et de chronogénèse vont être utilisées ultérieurement pour l'analyse des épisodes repérés dans les séances étudiées. Nous utilisons ces outils théoriques et conceptuels pour comprendre et analyser l'action du professeur et ses interactions avec les élèves. En d'autres termes, nous allons tenter de voir comment le professeur construit ou produit l'objet du savoir en nous basant sur ces concepts clés.

1.5 Le jeu didactique

⁵⁷ La notion de « tâche » doit être considérée comme ce qui est à faire

⁵⁸ Le terme technique peut être vu également au sens grec qui suppose l'ingéniosité didactique au sens le plus large, qui concerne l'enseignement et l'apprentissage. Pour des précisions complémentaires sur ce terme, on peut se référer à Assude & Mercier (2007) : « Nous prenons le terme technique au sens de manière de faire une certaine tâche ou type de tâche ».

Le jeu didactique permet de caractériser l'action de l'enseignant et ses relations avec les élèves dans un système didactique. Sensevy (2008, p.3) précise que : « un jeu didactique est un jeu dans lequel coopèrent deux joueurs, le Professeur et l'Elève. ». Le jeu didactique est un jeu coopératif ou un joueur ne peut gagner que lorsque tous les joueurs gagnent. En somme, tout ce que fait le professeur pour amener les élèves à produire une stratégie gagnante (par exemple, réaliser que $14 = 1 d + 4 u$, $1 d + 4 u = 14$, ou bien $14 = 10 + 4$, $10 + 4 = 14$). C'est donc deux instances (professeur et élèves) qui sont au cœur de l'apprentissage, et cherchent à avancer pour produire de nouveaux enjeux du savoir dans la classe. Ainsi on peut décrire le jeu didactique comme suit, si on considère deux joueurs A et B :

- le joueur A (élève) produit de son propre mouvement des stratégies gagnantes, et le joueur B (professeur) gagne si les élèves ont compris ;
- le joueur B (professeur) détient toutes les stratégies et accompagne le joueur A (élève) pour qu'il gagne. Si le joueur B donne directement les stratégies gagnantes (permettre à l'élève de gagner), le processus est faussé.

Pour gagner, les élèves doivent produire et utiliser la *connaissance* que le professeur envisage de faire apprendre. La notion de *connaissance*, celle que l'on oppose en didactique à la fois au terme « savoir », et au verbe « savoir ». L'utilisation que nous en faisons ici doit être comprise comme le capital nécessaire pour gagner au jeu. Il nous semble que l'on peut lier la connaissance au registre individuel d'un sujet dans ses rapports avec une situation (ici les mathématiques).

La caractérisation fondamentale du jeu didactique se situe dans la prise en compte de deux aspects, la coopération et la coordination. La mise en synergie de ces deux fonctions didactiques, est une condition indispensable, pour que le professeur (joueur B) et l'élève (joueur A) gagnent. Autrement dit, le professeur gagne si, et seulement si l'élève gagne.

Il arrive que, dans l'action professorale, il y ait dédoublement dans la communication didactique qui produit des effets *Topaze* et *Jourdain*.

Le professeur doit être sûr que l'élève a compris. Mais il y a souvent deux façons de « tricher » :

- le professeur produit de bons comportements chez les élèves sans les connaissances qui vont avec (effet Topaze). Il y a donc effet Topaze quand on permet à l'élève de construire le bon comportement sans qu'il y ait de la connaissance. En termes de milieu, plutôt que de laisser l'élève se confronter au milieu, le professeur se fait le médiateur (il construit la relation au milieu, à la place de l'élève) ;

- le professeur intervient dans la reconnaissance du comportement. Il reconnaît une connaissance dans un comportement qui en est dépourvu (effet Jourdain). Il y a donc effet Jourdain quand le professeur attribue à une production d'élève une connaissance qui n'y est pas. En terme de milieu, comme le professeur n'arrive pas à bien décrire le rapport au milieu dans lequel le professeur évolue, il sur- interprète.

On voit que, dans l'acte d'enseignement, l'action didactique peut se brouiller d'une certaine manière, si le professeur détenant les stratégies gagnantes, décide de les brader pour permettre aux élèves de gagner sans que ces derniers aient fourni l'effort de leur propre mouvement. Nous postulons que le professeur d'une façon ou d'une autre, dans l'exercice de ses fonctions pour maintenir la relation didactique, pourrait être amené ou contraint dans le cours de son activité, à certains moments à produire des effets de ce type, pour tenter de faire avancer le temps, et permettre aux élèves de surmonter certaines difficultés dans les situations d'apprentissages. Dans l'analyse des études empiriques que nous allons faire ultérieurement, les effets Topaze ou Jourdain s'offriront aux professeurs comme des solutions possibles pour sortir de situations souvent inextricables. Nous allons dans nos analyses tenter de faire ressortir dans les situations didactiques, les éléments qui conduisent le professeur à intervenir dans la relation didactique, en donnant aux élèves les connaissances à construire. Nous poursuivons, dans ce qui suit, la description du jeu du professeur sur le jeu de l'élève à travers le quadruplet fondamental de caractérisation du jeu.

1.6 Le quadruplet fondamental : Définir, réguler, dévoluer et instituer

Pour que la relation didactique permette de créer les conditions et rendre les élèves capables de jouer, nous donnons à voir les quatre dimensions de l'action professorale utilisées en didactique des mathématiques. Suivant Sensevy, Mercier, Schubauer-Leoni (2000, p.267) qui précisent : « Nous distinguons quatre éléments structuraux fondamentaux de la relation didactique : *définir, réguler, dévoluer, instituer*. En d'autres termes, lorsqu'on enseigne, il y a nécessairement et essentiellement de la définition, de la régulation, de la dévolution, de l'institution ». Dans le cadre de l'enseignement, ces quatre dimensions de l'action professorale peuvent s'expliquer de la manière suivante :

- créer les conditions pour rendre les élèves capables de jouer selon les procédures et les règles de jeu ;
- permettre aux élèves d'établir un rapport au milieu effectif du jeu ;

- favoriser l'élaboration par les élèves des stratégies gagnantes ;
- faire en sorte que les pratiques de savoir produites dans le jeu soient reconnues dans l'institution⁵⁹-classe.

Nous donnons ci-après les définitions de ces différents termes issues de Sensevy, Mercier, Schubauer-Leoni (2000) pour cerner davantage leurs significations et l'usage que nous ferons de certaines de ces notions dans l'analyse des transactions didactiques de nos études empiriques.

- **Définir** : « Ce terme « définir » signifie que le travail du professeur consiste d'abord à poser un certain nombre d'objets et à établir le cadre d'une situation. Nous désignerons par définition de la situation tout comportement du professeur (ou des élèves) qui tend à préciser les règles constitutives du jeu. Ainsi peut-on définir une situation en se référant à une activité qui fait partie de la culture ou de la mémoire didactique de la classe.» ;
- **Régulation** : « Ce que nous désignons par régulation concerne les comportements produits par le professeur en vue d'amener l'élève à élaborer des stratégies gagnantes. C'est aussi dans le cadre de son action de régulation qu'il pourra garantir une forme de progression du temps didactique en jouant sur le partage des tâches initialement défini entre le professeur et les élèves : soit ce que nous nommerons la latitude topogénétique du professeur.» ;
- **Dévolution** : « La dévolution est le processus par lequel le professeur mobilise les techniques propres à inciter les élèves à assumer pendant un temps et sous son autorité, la responsabilité de leur apprentissage. » ;
- **Instituer** : « c'est un travail de production d'institution, le professeur et les élèves s'instituent comme collectif de pensée comptable de leur production de savoir et ils s'autorisent à évaluer cette production.».

Pour caractériser le jeu didactique, il nous semble que le jeu doit être défini, c'est-à-dire que le professeur doit faire savoir aux élèves à quel(s) jeu(x) ils jouent, et doit faire tout pour les amener à avoir des stratégies gagnantes. Pour le professeur, définir, c'est donner les règles du jeu. Il doit faire en sorte que les élèves aient les moyens possibles de gagner le jeu, ce qui le conduit à réguler. Par cette régulation, il doit non seulement amener les élèves à assumer la responsabilité de leur travail (dévolution), mais aussi à agir pour inviter les élèves à se rendre responsables des apprentissages, de ce qui a été appris (institutionnalisation).

Nous avons présenté les outils théoriques que nous allons utiliser pour caractériser et analyser l'action du professeur. Nous présentons dans ce qui suit les catégories pour analyser les

⁵⁹ Ce terme doit être compris au sens de Sensevy (2006) : « une institution constitue une machine à produire des catégories affectives et cognitives légitimes »

interactions entre les professeurs et les manuels mis à leur disposition pour enseigner les mathématiques.

2. Des approches pour caractériser les interactions entre les professeurs et les manuels

Dans notre travail de recherche, les professeurs que nous avons enquêtés utilisent des manuels⁶⁰ (Guide du maître et Bases Mathématiques) dont le contenu est censé correspondre aux connaissances mathématiques nécessaires aux enseignants pour l'enseignement des mathématiques. La place de la dimension documentaire est importante à étudier ainsi que son rôle dans la formation et les pratiques des enseignants *in situ*. Notre intention dans les sections suivantes, est de présenter les outils théoriques que nous utiliserons ensuite pour étudier les interactions des professeurs avec les manuels. Nous organisons cette section comme suit :

- une première partie consacrée aux travaux de Ball et Cohen (1996) qui posent la question du manuel comme accompagnement des réformes ;
- une deuxième partie sur les travaux plus récents de Margolinas et Wozniak (2008) qui questionnent l'usage des documents par des professeurs du premier degré dans leurs enseignements de mathématiques ;
- une troisième partie enfin, de Gueudet et Trouche (2008) qui proposent une approche documentaire pour étudier l'activité du professeur.

2.1 Une approche pour caractériser le rôle des supports didactiques dans le travail professoral

Ball et Cohen (1996) focalisent leurs réflexions sur le *curriculum material* défini comme suit : « Dans notre définition de curriculum material, nous incluons des manuels, guides du professeur. Nous utilisons des manuels, des guides du professeur et le curriculum material indifféremment pour désigner un tel matériel. Nous n'incluons pas les supports concernant une seule leçon, ou une activité indépendamment d'un contexte plus large⁶¹ » (Ibid. p.6). Cette définition balise les éléments pris en compte, et situe le

⁶⁰ Nous donnons ici les définitions du terme manuel citées par Bruillard (2010, p.218) : celle du Trésor de la Langue Française : « ouvrage de format maniable, qui contient les éléments d'une discipline ou l'essentiel d'un programme scolaire », et celle de Choppin (1992) qui définit les manuels comme des ouvrages : « conçus dans l'intention, plus ou moins explicite ou manifeste [...] de servir de support écrit à l'enseignement d'une discipline au sein d'une institution scolaire ». Ces deux définitions correspondent il nous semble, à ce qui pourrait être des définitions admises au Niger pour les Bases Mathématiques et les Guides du Maître.

⁶¹ Notre traduction de « *In our definition of curriculum materials we include textbooks, teacher's guides, and other materials such as replacement units and instructional kits, and we use textbooks, teacher's guides, and*

curriculum material (nous parlerons ici de supports didactiques) dans un contexte spécifiquement lié aux apprentissages et à la diffusion du savoir en général. Ball et Cohen rajoutent : « A la différence des programmes, des objectifs, des évaluations, et d'autres mécanismes visant à guider l'enseignement, les supports didactiques sont concrets, ils relèvent du quotidien. Ils sont l'essence des leçons et des séquences, de ce que font les élèves et les professeurs⁶² ». On voit à travers cet extrait, le rôle que jouent les supports didactiques dans le travail au quotidien du professeur et des élèves. Les professeurs disposent d'un arsenal de supports dont ils doivent se servir pour préparer au plan didactique le contenu des enseignements à mettre en œuvre les séances *in situ*.

Ball et Cohen précisent que les supports didactiques ont une part de responsabilité dans les situations d'enseignement en termes d'influence sur les pratiques professorales *in situ*. Ainsi ils avancent l'idée que : « En dépit de leur rôle central dans le système d'enseignement, les supports didactiques ont joué toutefois un rôle inégal dans la pratique⁶³ ». Cette précision donne à voir que les supports didactiques influencent, et seulement en partie, les enseignements en classe, puisque leurs contenus orientent et cadrent ce que les professeurs doivent enseigner, et ce que les élèves doivent apprendre. Ball et Cohen donnent trois raisons pour expliquer leurs propos :

- « la première raison est que les concepteurs de programmes d'enseignement et autres ont souvent omis de tenir compte de l'enseignant⁶⁴ » ;
- « la deuxième raison est qu'au moins chaque enseignant au plan individuel crée un curriculum de manière fondamentale⁶⁵ » ;
- « une troisième raison est que les éducateurs ont souvent dénigré les manuels scolaires, et de nombreuses réformes ont amené les enseignants à les rejeter, annonçant dédaigneusement qu'ils n'utilisent pas de textes⁶⁶ »

Les manuels sont cités comme un *curriculum material* qui joue un rôle central dans cette routine supposée s'étendre dans les écoles. Les relations qui existent entre les manuels, les enseignants et l'enseignement sont regardées de près. Ainsi Ball et Cohen précisent : « Une autre raison pour laquelle les supports didactiques n'ont pas été très influents, malgré leur potentiel unique, est que la relation entre les manuels scolaires et les enseignants a rarement été considérée avec beaucoup de soin

curriculum materials interchangeably to refer to such material. We do not include materials designed for single lessons or activities not situated in a larger content context » Ball et Cohen (1996, p.8).

⁶² Notre traduction de : « *Unlike frameworks, objectives, assessments, and other mechanisms that seek to guide curriculum, instructional materials are concrete and daily. They are the stuff of lessons and units, of what teachers and students do* » (Ibid. p.6).

⁶³ « *Despite their central role in the instructional system, however, curriculum materials have played an uneven role in practice* » (Ibid. p.6).

⁶⁴ « *One is that curriculum developers and others often have failed to take account of teacher* » (Ibid. p.6).

⁶⁵ « *A second reason...at least individual teachers shape the curriculum in fundamental ways* » (Ibid. p.6).

⁶⁶ « *A third reason is that educators often disparage textbook, and many reform-oriented teachers repudiate them, announcing disdainfully that they do not use text* » (Ibid. p.6).

ou de l'imagination⁶⁷ ». On voit davantage la non prise en compte du rôle que pourraient jouer les professeurs, à qui les manuels sont destinés.

Ball et Cohen poursuivent leur analyse et situent davantage le rôle central des supports didactiques. Ils pensent que : « les supports didactiques pourraient devenir centraux pour la formation enseignants, si les frontières traditionnelles entre la présentation des textes et la formation des professeurs étaient redessinées pour rendre central le travail sur les supports didactiques et contribuer davantage à chacun des cinq domaines suivants⁶⁸ ». Cette déclaration précise les conditions de l'usage du support didactique dans le processus d'enseignement et d'apprentissage, dont le professeur assume la responsabilité de l'exploitation et détermine les orientations didactiques en travaillant davantage des domaines précis. Nous citons ces domaines et nous commentons ensuite leur contenu :

- « les guides des professeurs pourraient apprendre aux professeurs comment écouter et interpréter ce que les élèves disent, anticiper ce que les apprenants peuvent penser ou faire en réponse aux activités d'enseignement. Pour ce faire les guides des professeurs pourraient offrir des exemples précis de travaux d'élèves [...], au lieu de leur indiquer sans conviction que les réponses vont varier⁶⁹ » ;
- « les guides des professeurs pourraient aussi aider les professeurs dans l'apprentissage du contenu⁷⁰ » ;
- « les guides du professeur ont rarement aidé les professeurs à réfléchir sur les dimensions temporelles de la construction du curriculum. Les guides du professeur pourraient aussi aider les professeurs à envisager des moyens de relier les unités durant l'année⁷¹ » ;
- « les supports didactiques mettent l'accent sur la représentation du contenu de l'enseignement. Mais tandis qu'ils offrent souvent des leçons conçues avec soin, des modèles, et des activités, les guides des professeurs discutent rarement des forces et faiblesses des modèles particuliers. Le jugement des

⁶⁷ « One further reason why curriculum materials have not been very influential, despite their unique potentials is that the relationship between textbooks and teachers has rarely been taken up with much care or imagination » (Ibid. p.7).

⁶⁸ « Curriculum materials could only become central to teacher learning if traditional boundaries between texts presentation of content and teachers teaching were redrawn to make central work of enacting curriculum materials would have to be designed to contribute more in each of five domains above » (Ibid. p.7).

⁶⁹ « Teacher's guides could help teachers to learn how to listen to and interpret what students say, and to anticipate what learners may think about or do in response to instructional activities. To do so, teacher's guides could offer examples of range of students work in the context of the material at hand and comment on the meaning of the work, instead of simply stating lamely that "answers will vary" » (Ibid. p.7).

⁷⁰ « Teacher's guides could also support teachers learning of content » (Ibid. p.7).

⁷¹ « Teacher's guides rarely help teachers to think about the temporal dimensions of curriculum construction. Teacher's guides could also help teachers to consider ways to relate units during the year » (Ibid. p.7).

concepteurs pédagogiques reste donc invisible pour les professeurs afin qu'ils s'adaptent, omettent des représentations particulières⁷² » ;

- « lorsque l'écart entre le support et l'enseignement est très large, en laissant à chaque praticien le soin de comprendre la réflexion des élèves sur le contenu à portée de main, et comment répartir l'instruction contre les rythmes temporels de la classe, les professeurs doivent inventer ou ignorer beaucoup de choses⁷³ »

Les cinq domaines cités par Ball et Cohen indiquent des pistes pour le rôle possible des supports didactiques. On note qu'aux Etats Unis, les professeurs ne sont pas consultés pour la plupart des innovations et inventions tendant à expliciter le rôle et le contenu des supports didactiques dans le processus d'enseignement.

Les concepteurs de programmes et contenus d'enseignement assurent à la fois l'essentiel des connaissances à enseigner et la façon de les mettre en œuvre. Cette mainmise donne à voir des professeurs privés de créativité et d'imagination, dans le sens où leur compréhension du support didactique et leurs convictions sur ce qui pourrait être important pour les élèves ne sont pas prises en compte. Les guides du professeur sont très directifs, et on pourrait croire une influence sur les pratiques du professeur, en termes de contrôle des connaissances à construire, et la façon d'enseigner des professeurs. On pourrait imaginer que les guides du professeur induisent par eux-mêmes une certaine « division du travail épistémique », une certaine topogénèse.

Les guides du professeur concentrent et organisent le contenu des enseignements censés les aider à maîtriser l'objet du savoir et ses enjeux. Mais dans la pratique, il semblerait que leur influence concerne la construction du jeu, et leur contenu oriente fortement ce qu'il faut enseigner et comment l'enseigner. Il y a nous semble t-il peu d'indications dans les guides, sur les liens à faire entre les connaissances et les élèves, comment les motiver, et surtout comment faire en sorte qu'ils profitent davantage des enseignements qui leur sont donnés.

La description du rôle et de la place du *curriculum material* que nous venons de présenter, va nous servir à l'analyse des manuels fournis aux professeurs par l'institution, tant sur le plan de leur contenu et de leur organisation, que sur la partition topogénétique qu'ils induisent.

⁷² « *Curriculum materials already focus on representation of the content for instruction. But while they often offer carefully designed lessons, models, and activities, teacher's guides rarely discuss the strengths and weaknesses of particular designs. The developers pedagogical judgments thus remain hidden from teachers as they adapt, omit or particular representations* » (Ibid. p.7).

⁷³ « *When the gap between materials and teaching is very wide-leaving to each practitioner to figure out how to deal with students thinking, how to probe the content at hand, and how to map instruction against the temporal rhythms of classroom life-teachers must invent or ignore a great deal* » (Ibid. p.7)

Nous allons avoir recours à certaines réflexions de Ball et Cohen, pour guider notre analyse des interactions du professeur avec les manuels.

2.2 Une approche centrée sur l'usage des documents par le professeur dans l'enseignement des mathématiques

La question de l'usage des manuels dans le travail professoral, selon les travaux considérés ci-dessus est centrale dans la construction du jeu émergent de l'action conjointe. Dans cette perspective, Margolinas et Wozniak (2008, p.2) qui étudient les pratiques des professeurs introduisent une notion de document : « le mot document est employé dans son acception la plus large, telle que le définit le Littré, à savoir une chose qui renseigne. Il peut donc s'agir de manuels scolaires, fichiers pour l'élève, livres du maître, sites internet, revues professionnelles, ouvrages pédagogiques, documents issus de la formation initiale ou continue, programmes d'enseignement, etc. ». Cette large définition de la notion de document laisse apparaître le rôle que doit jouer le professeur, dans ses rapports à la documentation, et l'usage qu'il en fait ensuite pour expliciter le savoir dans la mise en œuvre des séances.

Dans la situation didactique, le professeur est amené à faire des choix, notamment pour favoriser des transactions didactiques en tentant par exemple de préciser pour chacun des acteurs de la relation ternaire, ses responsabilités vis-à-vis du savoir. Il mène le jeu, mais ne diffuse pas directement ses connaissances, ce qui lui permet de faire vivre une certaine stabilité dans la situation.

Le professeur peut à partir des documents disponibles, identifier les types de tâches à réaliser, pour construire les techniques mathématiques qui permettent aux élèves de s'approprier les savoirs en jeu dans les situations d'apprentissage en classe.

Margolinas et Wozniak (2008, p.3) évoquent deux types de documents issus d'un travail d'enquête réalisé auprès de professeurs : « un document auquel le professeur se réfère abondamment, que nous avons appelé document principal. [...] Nos entretiens révèlent que c'est, le plus souvent autour d'un document singulier que se réalise ce travail de développement, document qui porte en lui le germe de l'œuvre⁷⁴. En effet, si le professeur utilise une diversité de documents, il en est un qui semble à l'origine de la cristallisation de cette œuvre, nous l'appellerons le document générateur. L'œuvre en porte la marque, même

⁷⁴ La notion d'œuvre doit être spécifiée ici, puisqu'elle permet de comprendre comment le professeur s'organise pour préparer ses séances, et comment il construit l'objet du savoir pour accomplir sa mission d'enseignant et ses interactions avec les élèves dans la classe. La notion d'œuvre appelle l'organisation des objets d'études du savoir, et suivant Margolinas et Wozniak (2010, p.234), c'est : « L'élaboration d'une planification sur l'année, d'une progression et de l'ensemble des séances d'enseignement [...] ».

quand le document générateur n'est pas le document principal ». Cette citation introduit la définition de deux documents spécifiques : le document principal, souvent évoqué, et le document générateur, qui a marqué parfois au fil de nombreuses années l'œuvre du professeur. Pour le document principal, on peut voir en lui, un usage fréquent du professeur (au moment où est réalisée l'interview). Le document générateur n'est pas nécessairement utilisé au moment de l'interview, mais il a joué un rôle central à un certain moment de la carrière du professeur, suffisamment pour marquer tous les choix qui ont suivi. Nous tenterons, dans notre travail, d'identifier document principal et document générateur, pour les professeurs observés.

2.3 Une approche documentaire pour étudier l'activité du professeur

Gueudet et Trouche (2008, p.1) ont mené des réflexions sur le *travail documentaire* des professeurs et sur : « [...] ce qui documente l'action professionnelle du professeur de mathématiques, en relation avec la conception et la mise en œuvre de situations mathématiques ». Ce travail documentaire suppose de : « rassembler des ressources, les sélectionner, les transformer, les recomposer, les partager, les mettre en œuvre, les revisiter [...] » (p.13). Nous n'allons pas faire ici un développement de cette approche, mais donnons à voir certaines de ses dimensions qui pourraient nous permettre de faire un lien avec les pratiques des professeurs enquêtés qui disposent de manuels censés leur fournir les connaissances mathématiques nécessaires à leurs enseignements.

Gueudet et Trouche (2008) proposent une distinction entre *ressources* et *documents* dans le processus du travail documentaire. Ils s'appuient sur Crozat (2007) et précisent : « la notion de ressource est utilisée au sens de ressource pour construire des documents [...] Le document est porteur d'une intention spécifique à un contexte d'usage » (Ibid. p.3).

Cette précision oriente l'usage que l'on est amené à faire de ces deux notions. Le terme ressource suppose un ensemble constitué d'objets contenant des informations à consulter ou à exploiter pour un usage à des fins d'apprentissage. Le professeur juge de leur importance et essaie de tirer la substance moelleuse pour préparer ses séances et actualiser ses savoirs au sens de Lefeuvre (2008). La notion de documentation est un processus, qui consiste pour le professeur à faire des va-et-vient incessants entre exploiter les ressources à sa disposition, la recherche d'autres ressources pour travailler ainsi que concevoir le contenu des séances d'enseignements, et les mettre en œuvre *in situ*.

Dans son travail au quotidien, le professeur s'organise pour préparer la classe. Ainsi il étudie les programmes d'enseignement, et établit une progression pour répartir sur l'ensemble de

l'année les séances à travers un découpage plus explicite qui va de la journée aux périodes d'enseignement.

Le professeur est sans cesse dans une perspective de transformation épistémologique du contenu des ressources à sa disposition. L'activité transformatrice du savoir suppose un travail documentaire qui devrait, il nous semble, donner à voir plus clairement d'une part, les intentions du professeur et les orientations qu'il espère donner au savoir en jeu dans les situations didactiques. D'autre part, le travail documentaire pourrait donner mettre à jour les intentions du professeur qui amène les élèves à jouer et à gagner au jeu, en privilégiant dans le jeu didactique la clause *proprio motu*.

La construction du jeu didactique signifie pour le professeur l'usage des ressources variées qui vont lui permettre d'aménager le milieu de l'action. On pourrait voir dans le travail documentaire du professeur une volonté manifeste de transformer des ressources pour offrir à l'action conjointe toutes les chances de produire les savoirs escomptés.

Gueudet et Trouche (2008, p.7) avancent l'idée que : « le document n'est pas un résultat final, mais une production de l'activité du sujet qui va à son tour documenter cette activité ». Avec le point de vue introduit par Gueudet et Trouche (2008), on peut considérer ces manuels comme des ressources, qui peuvent ou non donner lieu au développement par les professeurs de documents, au terme d'un processus qui comporte en particulier la nécessaire appropriation de la ressource par le professeur. Ce qui laisse penser suivant le point de vue introduit par Gueudet et Trouche (2010), qu'un processus qui comporte en particulier la nécessaire appropriation de la ressource par le professeur peut donner lieu à une réflexion du type : « ressource + schème d'utilisation = document ».

Nous venons de présenter dans cette section, quelques notions théoriques qui vont nous permettre de décrire le travail documentaire des professeurs enquêtés dans notre recherche. Ces notions vont être utilisées dans nos analyses plus spécifiquement dans la partie sur l'analyse des manuels officiels de mathématiques (cf. étude et analyse des nouveaux manuels : Les Bases Mathématiques Tome 2 et le Guide du Maître 2^{ième} année).

Nous allons maintenant exposer les travaux antérieurs sur lesquels nous nous sommes appuyé.

Chapitre 2 : Travaux antérieurs : Analyse et articulations avec notre travail de recherche

Nous présentons ici des travaux antérieurs en lien avec notre questionnement. Ces liens concernent l'étude des nombres, les connaissances mathématiques des professeurs et la résolution des problèmes en fonction de leur typologie. Nous avons retenu plus particulièrement :

- les travaux⁷⁵ de (Chambris, 2008) sur l'étude des nombres et des grandeurs. Dans ses travaux, Chambris tente en particulier de montrer l'articulation entre la numération et les grandeurs, telle qu'elle est faite dans des manuels de différentes époques ;
- les travaux⁷⁶ de (Liping Ma, 1999) sur la façon dont les enseignants pensent et font les mathématiques dans leurs classes, et comment se développent leurs connaissances et les pratiques d'enseignement en mathématiques. Nous nous intéressons au chapitre « *Subtraction With Regrouping : Approaches To Teaching A Topic* » et le sous chapitre : « *Knowledge Package and Its Key Pieces* » ;
- les travaux de (Vergnaud, 1997) sur la typologie des problèmes (mode de raisonnement et procédures de résolution des problèmes additifs et soustractifs) ;

Pourquoi avoir choisi ces travaux ? D'abord pour leur importance dans le cadre de l'enseignement des mathématiques et du travail professoral. Ensuite pour les informations qu'ils fournissent d'une part sur l'enseignement des nombres dans le système de numération, et d'autre part sur les connaissances mathématiques des professeurs (ce que savent les professeurs du point de vue des savoirs et des savoirs didactiques). Enfin, nous nous intéressons à ces travaux puisqu'ils sont particulièrement éclairants dans la mesure où ils pourraient donner à voir des réflexions d'ordre épistémologique sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire au plan international.

Nous allons tenter de montrer à travers une analyse synthétique de ces travaux, les articulations possibles avec notre travail de thèse, et ce que nous retenons pour nos objets d'étude. En ce qui concerne les travaux de Chambris, nous centrons notre analyse sur les discours relatifs aux nombres et aux opérations sur ces nombres, mais nous n'étudions pas la

⁷⁵ Thèse de Doctorat soutenue le 6 novembre 2008 à l'Université de Paris Diderot (Paris 7) qui porte les : « Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20^{ième} siècle. Connaissances des élèves actuels » (version 13 - 16 Nov. 2008)

⁷⁶ Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics. Teacher's understanding of Fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah : Lawrence Erlbaum.

partie relative aux grandeurs qui n'est pas l'objet de notre travail. Nous rapportons certains discours de Chambris sur l'étude du nombre en les appuyant si nécessaire de commentaires supplémentaires. Pour les travaux de Liping Ma, nous faisons une rapide analyse sur le thème de la technique opératoire de la soustraction, avant de nous attarder sur le « *Knowledge package* ». Dans les travaux de Vergnaud, nous nous intéressons à la typologie des problèmes additifs. Nous faisons à la fin, une synthèse de ce que nous avons retenu de ces travaux et leurs liens possibles avec nos objets d'étude. Nous réalisons ce travail d'analyse pour ensuite tenter de faire des rapprochements avec les séances étudiées et les pratiques des professeurs enquêtés.

1.1 Les travaux de Christine Chambris

Dans cette section, nous abordons en premier lieu les discours de Chambris à propos de l'étude des nombres. Nous étudions ensuite particulièrement dans les travaux de Chambris le chapitre 6 (Evolution des organisations mathématiques sur la numération), plus spécifiquement sur les sections 2, 3 et 4 (Qu'est-ce qu'étudier le nombre ?, La période classique, Le temps de la réforme) et les sous sections 3.1, 3.2, 4.2 (Repérage des technologies, Techniques et types de tâches, Types de tâches et technologies). Chambris analyse l'étude de la numération relative aux tâches et technologies sur la période dite classique (1854-1947) et la période de la réforme des mathématiques modernes (1968-1978). Ces deux périodes marquent l'étude de la numération dans les manuels actuels et les évolutions des enseignements au cours du 20^e siècle (il s'agit d'une analyse de courants de pensées, dans diverses communautés de mathématiciens, entre la fin du XIX^{ème} siècle et le début du XX^{ème}, époque où des bouleversements très profonds ont eu lieu dans les mathématiques « savantes »).

Les travaux de Chambris portent sur l'articulation entre enseignement des nombres et des grandeurs dans l'enseignement au cours du 20^e siècle. On peut citer cet extrait : « Dans ce travail nous nous proposons d'étudier les relations entre les grandeurs et les nombres dans l'enseignement des mathématiques à l'école primaire au 20^{ème} siècle. Ces relations ont fortement évolué dans les mathématiques savantes au fil de l'histoire. Les grandeurs ont en effet fondé les nombres avant d'être remplacées par les entiers dans les constructions modernes des ensembles de nombres. Ces bouleversements épistémologiques dans le savoir savant ont eu un retentissement sur les mathématiques enseignées, même à l'école primaire. La réforme

des mathématiques modernes en est sans doute emblématique⁷⁷ ». Le cœur de l'argumentation du travail de Chambris est bien « la question des relations entre les grandeurs et les nombres ». Pour Chambris, l'enseignement des nombres a une importance dans l'enseignement de l'arithmétique à l'école primaire. Cette importance de la numération dans les programmes scolaires, Chambris l'analyse en étudiant les programmes et manuels anciens avant la réforme, et des manuels et programmes en vigueur au 20^e siècle après la réforme. Nous allons dans ce qui suit aborder l'étude du nombre à travers certains discours de Chambris.

1.1.1 L'étude des nombres : un champ d'étude à dimensions variables

Nous analysons dans cette section certains discours de Chambris sur l'étude de la numération, et nous nous attardons sur les types de tâches et de technologies qu'elle retient.

Chambris commence son analyse de la numération par l'étude de la taille des nombres liée à la formation, la décomposition et l'écriture des nombres. Elle dit à ce sujet : « Il semble qu'avant 1990, beaucoup d'études portent sur les nombres d'un chiffre et leurs sommes (et les soustractions correspondantes). Les études sur les nombres à plusieurs chiffres sont apparues plus tard. Il semble d'ailleurs qu'il s'agit principalement d'études sur les nombres à deux chiffres⁷⁸ ». Chambris montre à partir de travaux, que le système de numération était organisé de telle manière que ce sont d'abord les nombres à un chiffre qui sont formés, avant d'être étudiés dans les situations additives et soustractives. Il s'agit d'une part d'apprendre les signes arbitraires (1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9) qu'on appelle chiffres, et d'autre part de manipuler les nombres qu'ils représentent.

A partir de cette première base, le nombre dix est à son tour formé, pour donner à voir un nombre à deux chiffres, et servira de relais pour la formation des autres nombres. Les notions d'addition et de soustraction évoquées par Chambris sont étudiées pour montrer par exemple que « 1 » ajouté à « 1 » donne 2, ce qui fait que l'on peut dire que la somme de « 1 » et « 1 » fait « 2 » (cette somme s'écrit $1 + 1 = 2$, et on voit que la procédure consiste à ajouter deux nombres l'un à l'autre. Cette procédure s'appelle l'addition).

Supposons par exemple l'opération $8 - 6$, ici il s'agit de soustraire 6 de 8, et cette opération qui consiste à soustraire, retrancher ou ôter un nombre d'un autre s'appelle la soustraction.

Chambris relève certains principes de l'étude de la numération auxquels, elle pense qu'il est important d'accorder une attention particulière :

⁷⁷ Thèse de Doctorat soutenue le 6 novembre 2008 à l'Université de Paris Diderot (Paris 7) qui porte les : « Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20^{ième} siècle. Connaissances des élèves actuels » (version 13 - 16 Nov. 2008), p.7

⁷⁸ Ibid. P.414.

- la découverte de l'aspect cardinal ou ordinal du nombre (situations où le nombre renvoie à une quantité ou à une position). Selon que les nombres indiquent une quantité (valeur cardinale) ou un ordre ou rang (valeur ordinale), ils conduisent les élèves à identifier un nombre quand il désigne une quantité ou une position dans des situations variées.
- les procédures de calcul utilisées relèvent de la représentation et de la conception que se font les élèves. Chambris précise : « Plusieurs recherches concordent sur les types de procédures que les enfants inventent pour calculer des additions et des soustractions avec les nombres à plusieurs chiffres : le saut en comptant de 10 en 10 par exemple (*jump*), l'éclatement du nombre selon les unités de la numération (*split*). L'invention de l'une ou l'autre de ces procédures semblent être plus ou moins déterminée par les conceptions que les élèves ont des nombres⁷⁹ ». On voit bien que les élèves s'organisent quand il s'agit de travailler les nombres. Cette capacité à s'organiser est, il nous semble, la résultante d'une série d'applications apprises dans des situations d'enseignement et d'apprentissage, dont ils sont appelés à se servir dans de nouveaux contextes.

Nous étudions maintenant les types de tâches et de technologies dans le système de numération sur lesquels Chambris a fait un travail de réflexion et d'analyse.

1.1.2 Types de tâches et de technologies vus par Chambris

Dans cette section, nous allons donner à voir dans deux tableaux, les types de tâches et les types de technologies. Dans le premier tableau, nous présentons les types de tâches et les activités auxquelles elles se rapportent. Dans le second, nous procédons de la même façon pour les types de technologies. Nous faisons après chaque tableau des commentaires pour préciser les activités pour lesquelles, il semble important de préparer les élèves.

Types de tâches	Spécification des tâches
« dénombrer »	Relier les nombres et les objets : trouver le nombre d'objets d'une collection en déterminant le nombre, ou trouver le nombre correspondant aux objets d'une collection.
« dire et écrire un nombre »	Relier numérations orale et écrite : écriture en lettres et en chiffres
« le rangement des nombres »	Ranger les nombres : classer par ordre croissant/décroissant
« la connaissance des suites »	Connaitre les suites orale et écrite des nombres : compléter une suite de

⁷⁹ Thèse de Doctorat soutenue le 6 novembre 2008 à l'Université de Paris Diderot (Paris 7) qui porte les : « Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20^{ième} siècle. Connaissances des élèves actuels » (version 13 - 16 Nov. 2008), p.418.

orales et écrites »	nombres à l'oral ou à l'écrit en connaissant leur succession.
« nombre de »	« Combien faut-il de billets de 100 francs pour avoir 4500 francs ? » : déterminer la quantité d'éléments à réunir pour former un groupe d'éléments.
« le changement de base »	Changer de base : donner l'écriture d'un nombre dans différentes bases
« Composition/recomposition »	Décomposer/recomposer : déterminer les nombres sous leurs formes de sommes ou de différences.

Tableau 13 : Types de tâches

Dans ce tableau ci-dessus, nous avons présenté les types de tâches et spécifié les activités auxquelles ils se rapportent. Chambris précise pour bien situer ses choix : « Nous indiquons d'abord des tâches « emblématiques » réparties en six types. Nous ajoutons un type de tâches qui est fondamental mais dont nous pensons qu'il est essentiellement technologique. Enfin, comme une fonction essentielle de la numération est le calcul, nous avons un type de tâches « calcul ». Il est probablement plus difficile à cerner que les autres comme nous allons le voir et nous n'en donnerons pas une (description) ». Chambris mentionne ainsi chaque type de tâches en donnant à voir sa spécificité et son ancrage didactique. Ainsi pour :

- *dénombrer*, c'est une activité proposée aux élèves pour trouver le nombre d'éléments dans une collection (exprimer une quantité par un nombre). L'apprentissage du nombre est un processus qui doit respecter une certaine progression marquée par des étapes où les élèves découvrent d'abord comment compter et reconnaître les nombres écrits en chiffres. Ces activités comme le comptage et la reconnaissance des nombres tiennent une place de choix dans l'apprentissage des nombres, et mettent en exergue deux arts à la fois, celui du dénombrement, et celui du raisonnement.
- *dire et écrire un nombre*, ce type de tâche met en relation un double apprentissage qui consiste à lire un nombre et l'écrire, puis réciproquement écrire un nombre et le lire. Cette double activité repose sur la capacité de l'élève à écrire un nombre en chiffres et en lettres (de passer de l'un à l'autre). C'est un processus qui nécessite donc une progression et un déroulement pour permettre aux élèves de construire le sens de cet apprentissage.
- *le rangement des nombres*, cette tâche consiste à ranger les nombres dans l'ordre croissant ou dans l'ordre décroissant. Autrement dit, du plus petit au plus grand ou le contraire. Les caractères (< ou >) sont utilisés pour exprimer le rangement.
- *la connaissance des suites orales et écrites*, cette tâche doit permettre aux élèves de pouvoir lire et écrire une suite de nombres.

- *nombre de*, cette tâche consiste à déterminer un nombre d'éléments à réunir pour constituer une quantité déjà connue. Ce type de tâche conduit les élèves à faire appel aux quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, ou division).
- *le changement de base*, cette tâche précise une spécificité dans l'enseignement des nombres. La valeur donnée à un chiffre dépend de sa place dans l'écriture du nombre. C'est le système de numération décimale de position (système à base dix) qui utilise les symboles de 0 à 9 ;
- *Décomposition-recomposition*, cette tâche consiste à décomposer et à recomposer les nombres. Elle fait appel à des techniques pour désigner un nombre selon une forme additive ou soustractive. On pourra par exemple demander d'extraire d'un nombre à deux chiffres le nombre de dizaines ou le nombre d'unités. Dans le cadre d'une addition, les élèves pourront par exemple dire que $14 + 9$ c'est 1 dizaine et 13 unités soit 2 dizaines et 3 unités. C'est une technique qui correspond bien aux pratiques en classe de CP, et fait intervenir les décompositions additives et le symbole unité et dizaine. Par exemple : $14 = 1 \text{ d} + 4 \text{ u}$; $1 \text{ d} + 4 \text{ u} = 14$.

Après avoir présenté les types de tâches et des exemples d'activités que l'on pourrait proposer aux élèves, nous présentons dans ce qui suit, les types de technologies repérés par Chambris. Nous donnons à voir pour chaque technologie, les tâches qui pourraient être proposées aux élèves. Ainsi pour :

- la première technologie : numération et représentation des nombres

Nous avons vu que les élèves découvrent les premiers chiffres représentés par les chiffres de 0 à 9 et les mots qui y sont liés (*un ; deux ; trois ; quatre ; cinq ; six ; sept ; huit ; neuf*), puis ils découvrent la dizaine, un nombre à deux chiffres composé d'une dizaine et de 0 qui marque un rang. Ils apprennent à décomposer un nombre à deux chiffres comme par exemple : 24 s'exprime deux dizaines et quatre unités, ou bien encore, 2 dizaines et 4 unités. Cette activité leur permet de se rendre compte du sens de la position des chiffres. Le chiffre le plus à droite représente les unités, celui placé à sa gauche représente la dizaine ;

- la deuxième technologie : équivalence entre dix unités et une dizaine

Les élèves pour trouver le nombre 10, ont fait $9 + 1$, donc 1 ajouté à 9 donne 10. Ce qui revient à dire que 9 unités et 1 unité font 10 unités. Le nombre 10 exprime donc une dizaine ou *dix*. Par la suite, les élèves doivent se faire une idée plus concrète de cette équivalence entre dix unités et une dizaine. Il faut multiplier les exercices en demandant par exemple de déterminer le nombre de dizaine contenu dans 45. On pourra voir la décomposition suivante :

$45 = 10 + 10 + 10 + 10 + 5$. En conclusion, on verra que 45 c'est quatre-dix et cinq unités qui se lit quarante et cinq unités, et il comprend 4 dizaines et 5 unités ;

- la troisième technologie : dire les nombres

Les élèves ont appris que 10 est une dizaine ou 10 unités. Ils savent également retrouver le nombre de dizaines dans un nombre à deux chiffres par exemple. Au CP comme les élèves étudient les nombres de 0 à 99, il faut au fur et à mesure qu'ils découvrent la suite des nombres, marquer les relations qui utilisent le paquet de dix (aspect de groupement ou d'échange dans le cas d'une addition avec retenue) en leur montrant que par exemple *vingt* ou deux-dix c'est deux dizaines, *trente* ou trois-dix c'est trois dizaines... ;

- la quatrième technologie : valeur et position du nombre

Les élèves savent ce que veulent dire les termes unités et dizaines au CP. Ils doivent se faire maintenant une idée de la valeur et de la position d'un nombre. Ainsi pour déterminer le nombre 21 par exemple, l'élève dira que c'est 2 dizaines et 1 unité ;

- la cinquième technologie : construction des nombres

Les élèves utilisent les caractères de 1 à 9 pour compter et former les autres nombres. Cette construction des nombres respecte une progression et des techniques. Ainsi, après avoir vu un et deux, on a vu trois puis quatre etc. On a eu donc l'idée d'*unité*. On a donné des noms aux nombres, par exemple *deux* c'est *un* et *un*. Quand on ajoute successivement une unité à un nombre on obtient un autre nombre et on aura exprimé tous les nombres de *un* à *quatre-vingt dix-neuf* au CP. On sait également qu'entre une dizaine et une autre, il n'y a que neuf unités.

Dans cette construction des nombres, le professeur montre aux élèves le sens des nombres (relation entre numération orale et numération écrite), les règles de la numération (repérer une position dans l'écriture d'un nombre, comment écrit-on 35 ?, que représente le 3, le 5 ? etc.) pour leur permettre de comprendre que l'on peut par exemple décomposer pour mieux calculer.

Technologies	Spécification des tâches
Principes de la numération de position en base 10	<ul style="list-style-type: none"> - Déterminer la position et le statut des chiffres ; - Décomposer/recomposer les nombres à travers les représentations symboliques
Principes de l'équivalence entre dix unités et une dizaine	<ul style="list-style-type: none"> - Déterminer les relations entre les unités de la numération ; - Utiliser le groupement par 10 pour déterminer la valeur des nombres.

Principes de la numération orale et écrite	<ul style="list-style-type: none"> - Déterminer le lien entre numération écrite et numération orale ; - Désignation orale et l'écriture en chiffres et en lettres.
Principes de la valeur et de la position du nombre	<ul style="list-style-type: none"> - Déterminer la valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture des nombres
Principes de la construction des nombres	<ul style="list-style-type: none"> - Déterminer la suite des nombres ; - Construire la famille des nombres et les situations correspondantes ; - Déterminer les règles d'écriture d'un nombre : tel nombre s'écrit de telle manière.

Tableau 14 : Types de technologies

Dans le tableau 14, nous avons procédé de la même façon que dans le tableau 13. Les types de technologies (les noms attribués aux technologies sont nos propositions) sont énumérés dans la première colonne, et les tâches associées sont spécifiées dans la seconde colonne. Nous précisons qu'il s'agit de monter d'une certaine manière dans le cadre de la numération, les types de tâches rencontrés qui sont associés à des technologies. On pourrait considérer les technologies que nous venons d'exposer comme des conceptualisations sous-jacentes à des activités. Lorsqu'on fait des exercices dans lesquels on apprend à penser 24 comme deux dizaines et quatre unités, cette conceptualisation ne joue pas un rôle technologique (ni pour l'élève, ni même pour le maître). On peut certes dire que la conceptualisation sous-jacente peut être exprimée comme une technologie, mais cela semble un peu différent.

Nous étudions maintenant les travaux de Liping Ma (1999) qui traite de la question liée à la compréhension fondamentale des mathématiques des enseignants de l'école primaire à travers une étude comparative entre professeurs chinois et professeurs américains.

1.2. Les travaux de Liping Ma

Les travaux de Liping Ma (ancienne institutrice chinoise qui a fait sa thèse à Stanford en comparant les connaissances mathématiques des professeurs d'école chinois et américains) portent sur la compréhension des fondements mathématiques (la compréhension des idées fondamentales sous-jacentes aux mathématiques de base). Shulman (1999, p. ix) précise que Ma apporte un éclairage dans une étude : « *Liping Ma a mené une étude comparative sur la*

*compréhension mathématique entre des enseignants américains et chinois de l'école primaire, en lien avec leurs pratiques en classe*⁸⁰ » Cette étude comparative questionne :

- l'efficacité de l'enseignement ;
- la formation des enseignants de mathématiques.

Ma analyse, dans cette étude, ce que savent les enseignants de l'école primaire chinois et américains en termes de savoirs mathématiques et didactiques. Les résultats, que nous ne détaillons pas ici, montrent que :

- les professeurs chinois sont plus aptes à produire des prédispositions sur le contenu des connaissances mathématiques « *content knowledge* » Shulman (1986) et se distinguent par leur capacité à modéliser des situations sur la base de la maîtrise des connaissances mathématiques spécifiques « *pedagogical content knowledge* » (Ibid.) ;
- une différence entre la conception chinoise des mathématiques élémentaires et la conception américaine est mise à jour, en ce sens que pour les chinois, les mathématiques élémentaires sont le fondement de base pour les futurs apprentissages mathématiques des élèves de l'école primaire ;
- les interactions entre les connaissances mathématiques sont perceptibles, avec des liens pertinents et structurés chez les professeurs chinois. Pour les professeurs américains, l'enseignement des mathématiques élémentaires semble trop centrer les élèves sur la « manipulation » et le « concret » montrant une certaine déconnexion des procédures les unes par rapport aux autres.

Après avoir donné ces informations pour situer l'enjeu et les orientations des travaux de Liping Ma (son étude montre comment la conception chinoise est mathématiquement beaucoup plus satisfaisante que la conception américaine), nous étudions maintenant deux aspects des travaux de Liping Ma, essentiels pour notre travail.

1.2.1 La soustraction avec retenue

Cette technique opératoire « soustraction avec regroupement⁸¹ » est censée montrer les approches pour traiter les opérations du type $(52 - 25 ; 91 - 79)$, et ce que les élèves sont

⁸⁰ Notre traduction du passage : « *Liping Ma has conducted a study that compares mathematical understanding along U.S and China elementary school teachers as it relates to classroom teaching practices* », p.ix. Nous précisons que pour l'ensemble des extraits de l'ouvrage de Liping Ma, nous faisons une traduction littérale du texte d'origine.

censés apprendre ou connaître pour apprendre la soustraction avec regroupement. En termes de prérequis, les élèves apprennent d’abord à soustraire chaque chiffre du nombre à soustraire « *subtrahend* » du chiffre du nombre duquel on soustrait « *minuend* » d’après l’exemple :

$$\begin{array}{r} 7 \ 5 \\ -1 \ 2 \\ \hline 6 \ 3 \end{array}$$

Les élèves effectuent cette opération en commençant par « ôter » le chiffre des unités du nombre à soustraire du chiffre des unités du nombre duquel on soustrait (2 ôté de 5). Quand le chiffre du nombre à soustraire est supérieur à celui du nombre duquel on soustrait, la technique de calcul diffère et des difficultés apparaissent. On peut alors voir plusieurs procédures. Nous présentons d’abord les pratiques des professeurs américains, puis celles des professeurs chinois.

1.2.2. Pratiques des professeurs américains

Les procédures suivantes sont utilisées par les professeurs américains, elles vont nous permettre de voir ce que les élèves apprennent au plan mathématique et ce que les procédures permettent de construire.

- « Prendre et échanger⁸² »

A ce sujet un professeur américain déclarait sur la description d’une technique en termes de pratiques observées dans des classes américaines : « Pour traiter un exemple comme 21 – 9 avec des élèves, ils doivent savoir que vous ne pouvez pas soustraire 9 à 1, alors vous devez emprunter une dizaine dans la colonne des dizaines, et quand vous empruntez 1, il est égal à 10, vous barrez le 2 que vous avez, vous le transformez en une dizaine, et vous avez maintenant 11 – 9, vous faites le problème de soustraction, il vous reste 1 que vous abaissez⁸³ ». La procédure utilisée consiste à apprendre aux élèves deux étapes fondamentales, prendre « *taking* » une dizaine dans le nombre de dizaines, et l’échanger « *changing* » contre 10 unités (1 dizaine égale 10 unités ou l’échange de 10 contre 1). Ce principe est considéré comme un emprunt « *borrowing* ». Pour les professeurs qui utilisent cette procédure de calcul, les élèves une fois qu’ils maîtrisent les deux étapes clés « *taking* » et « *changing* », peuvent facilement et aisément effectuer tous les calculs soustractifs.

⁸¹ Notre traduction de : « *Subtraction with regrouping* » chapitre 1, p.1

⁸² « *taking* » and « *changing* », p.2

⁸³ «Whereas there is a number like 21- 9, they would need to know that you cannot subtract 9 from 1, then in turn you have to borrow a 10 from the tens space, and when you borrow that, it equals 10, you cross out the 2 that you had, you turn it into a 10, you now have the 11 – 9, you do that subtraction problem then you have the 1 left and bring it down» (Ibid. p.2)

- Le « regroupement⁸⁴ » sous-jacent au « prendre » et « l'échange⁸⁵ » sous-jacent au « changement »

Des professeurs américains expliquent que : « Ils s'attendent à ce que leurs élèves apprennent le raisonnement mathématique sur la base de l'algorithme. Leur approche permet de souligner deux points : le « regroupement » est sous-jacent au « prendre », et « l'échange » est sous-jacent au « changement⁸⁶ ». Pour cette approche, les élèves doivent comprendre par exemple que le nombre 64, et 5 dizaines et 14 unités désignent bien la même valeur, 64. Liping Ma ajoute que cette manière de penser (qui se rapproche de celle des Chinois) est très minoritaire aux US.

Un autre professeur américain expérimenté pense qu'il est important que les élèves comprennent comment l'échange est fait. L'idée étant de bien faire comprendre aux élèves le besoin d'emprunter (*borrow*) 1 dizaine dans la colonne des dizaines, pour montrer qu'on ne peut pas soustraire un grand nombre d'un petit nombre. Pour le faire, un professeur américain précise : « *You ne pouvez pas soustraire un nombre plus grand d'un nombre plus petit [...]. Vous devez emprunter à la colonne suivante parce que la colonne suivante en dispose plus⁸⁷* ».

Les procédures utilisées par les professeurs des U.S donnent à voir les aspects suivants :

- les élèves doivent avoir des connaissances de base sur les techniques consistant à faire la soustraction de deux nombres à deux chiffres. Les élèves doivent savoir qu'il est possible de soustraire un chiffre d'un autre quand celui-ci (*subtrahend*) est plus petit que le chiffre duquel il doit être soustrait (*minuend*). On pourrait se poser les questions suivantes : à quel niveau d'enseignement à l'école ces connaissances de base doivent-elles être enseignées aux élèves et avec quelle(s) procédure(s) ? Quel est l'intérêt pour les élèves de comprendre cette procédure pour les futurs apprentissages ? Quels obstacles potentiels, par exemple, avec l'idée qu'on ne peut pas soustraire un grand nombre d'un petit ? ;
- les opérations du type $24 - 18$ nécessitent le principe de « *regrouping* ». Dans ce type d'opération, on ne peut pas soustraire ou ôter 8 de 4 ($4 - 8$) puisque le « *subtrahend* » est plus grand que le « *minuend* ». Il faut donc emprunter

⁸⁴ « *regrouping* » (Ibid. p.2)

⁸⁵ « *exchange* » (Ibid. p.2)

⁸⁶ « *They also expect their students to learn the mathematical rationale underlying the algorithm. Their approach emphasized two points: the regrouping underlying the "taking" step and the exchange underlying the "change" step* » (Ibid. p.2)

⁸⁷ « *You can't subtract a bigger number from a smaller number.....You must borrow from the next column because the next column has more in it* » p.3

« *borrow* » une dizaine de la colonne des dizaines et l'ajouter au chiffre de la colonne des unités ($10+4$) et quand on a 14 on peut alors faire ($14 - 8$). L'élève doit comprendre que l'emprunt c'est comme prendre « *taking* » et échanger « *changing* » avec l'idée que « 1 dizaine égale 10 unités ».

La soustraction avec retenue pose la question de la valeur mathématique de la retenue et de la technique utilisée pour faire comprendre aux élèves son principe et ses modalités. Il y a deux situations à comprendre dans le livre de Liping Ma : la soustraction d'un nombre à un chiffre à un nombre à deux chiffres (ex : $23 - 7$) et la soustraction portant sur deux nombres de deux chiffres ($32 - 13$). Dans le premier exemple le « *minuend* » a deux chiffres et le « *subtrahend* » a un chiffre, mais celui-ci est supérieur au chiffre des unités du « *minuend* ». La difficulté pour l'enfant c'est de savoir comment s'y prendre. L'approche des professeurs des U.S préconise le « *borrowing* » considéré comme le « *taking* » puis appliquer le « *changing* ». L'élève doit être capable de mettre en œuvre cette procédure quelque peu abstraite et dont la compréhension nécessite l'application de la règle 1 dizaine égale 10 unités. Cette dizaine empruntée à la colonne des dizaines vient « renforcer » le chiffre des unités pour permettre la soustraction d'un nombre dont la valeur est inférieure à celle dont elle doit être soustraite (pour $23 - 7$, il faut pouvoir faire d'abord $13 - 7$ pour trouver 6 puis 16).

Dans le deuxième cas, les élèves se rendent compte que c'est une soustraction de deux nombres à deux chiffres. La soustraction par « *regrouping* » pour le deuxième exemple doit amener les élèves par le « *taking* » et le « *changing* » ($12 - 3$, puis ensuite trouver 19). Pour les deux exemples, il faut noter que la procédure et la compréhension du « *regrouping* » sans situation concrète peuvent paraître abstraites aux yeux des élèves ;

- les procédures de « *taking* », compris comme « *borrowing* » pour effectuer le « *changing* » mobilisent d'autres savoirs qu'il faut expliciter pour les élèves : le fait d'emprunter une dizaine et l'ajouter à l'unité inférieure peut-il permettre aux élèves de donner un sens à l'échange (1 dizaine égale 10 unités) ?
- La manipulation au cœur des apprentissages : une pratique américaine prégnante dans les situations d'enseignement et d'apprentissage en mathématiques.

Liping Ma note chez les professeurs américains une manipulation systématique pour expliquer une technique opératoire : « La connaissance des professeurs de cette matière était non seulement corrélée avec leurs espérances de l'apprentissage des élèves, mais également avec leurs approches d'enseignement. En discutant de la manière dont ils enseigneraient la matière, tous les professeurs se réfèrent à la manipulation, excepté un professeur. Le matériel le plus populaire était les paquets de bâtonnets (bâtonnets de « popsicle », des pailles, ou d'autres sortes de bâtonnets). Les professeurs disent que l'expérience provient de l'apprentissage sur le tas, les manipulations seraient mieux que juste dire la manière dont les matières avaient été enseignées⁸⁸ ».

C'est l'idée de « concret » qui est au centre des réflexions des professeurs. Pour que les élèves apprennent mieux, il faut du matériel, des objets, des images en somme des supports qu'ils peuvent toucher et manipuler. Un professeur rajoute : « Se baser fortement sur les manipulations peut aider les élèves à comprendre comment chacun des paquets forme dix, c'est une dizaine ou 10 unités, à savoir que 5 dizaines et 3 unités c'est la même chose que 4 dizaines et 13 unités, à apprendre l'idée des échanges par équivalence, et à parler des relations entre les nombres⁸⁹ ».

Cette idée de manipulation, qui tient une place de choix pour les professeurs, reste cependant une approche qui mérite une analyse profonde sur le fait qu'elle risque de focaliser trop longtemps les élèves sur le matériel. Les procédures de calcul se basant sur la manipulation sont-elles la démonstration d'une conception des mathématiques qui facilite les apprentissages aux dépens de la compréhension du contenu même des connaissances mathématiques ?

1.2.3 Pratiques des professeurs chinois

Nous abordons dans ce qui suit les pratiques chinoises de certaines procédures, l'analyse de celles-ci va permettre de voir les différences avec les pratiques américaines.

- La « composition-décomposition⁹⁰ » : une approche chinoise utilisée comme procédure de calcul

⁸⁸ «Teachers knowledge of this topic was correlated not only with their expectations about student learning, but also with their teaching approaches. When discussing how they would teach the topic, all except one of the teachers referred to manipulatives. The most popular materiel was bundles of sticks (Popsicle sticks, straws, or other kinds of sticks). The teachers said that by providing a “hands-on” experience, manipulatives would better than just “telling”-the way they had been taught» p.4

⁸⁹ « “Relying heavily upon manipulatives” she would help students to understand “how each one of these bundles is 10, it is 1 ten or 10 ones,” to know that “5 tens and 3 ones is the same as 4 tens and 13 ones,” to learn “the idea of equivalent exchange,” and talk about “the relationship with number” » .p.6

⁹⁰ « composing-decomposing » p.7

Pour Liping Ma : « La “décomposition d'une unité de valeur supérieure [tui yi]” est un terme utilisé dans l'arithmétique traditionnelle chinoise où l'abaque permet de reconnaître la valeur de sa position. La valeur de chaque perle sur l'abaque dépend de la position du fil qui porte la perle. Plus on va vers la gauche sur un fil situé sur l'abaque, plus la valeur qu'elle représente est grande. Donc, les valeurs de perles sur le fil gauche sont toujours plus grandes que celles sur des fils juste à droite. En soustrayant avec le regroupement sur l'abaque, on doit “prendre” une perle sur un fil gauche, et la changer en 10 ou des puissances de 10 perles sur un fil vers la droite. Ceci est appelé “ décomposer une unité d'une valeur plus élevée”⁹¹»

Le « *decomposing* » consiste à emprunter « *borrow* » 1 dizaine de la colonne des dizaines. Pour la soustraction du type : $21 - 9$, Ma estime que : «Théoriquement, pas plus que 9 unités (non issue d'une décomposition) dispersées existent dans le système de numération décimal. Maintenant nous voulons soustraire 9 unités "dispersées" de 21. Ce dernier nombre a seulement 1 unité. La solution, alors, est de décomposer une unité de valeur supérieure à 10 et soustraire 9 unités individuelles de 21 recomposé⁹²».

On voit tout de suite la difficulté que cela pose de soustraire 9 unités d'une unité ($1 - 9$). Il faut donc avoir recours à 1 dizaine du chiffre supérieur pour pouvoir soustraire ensuite 9, ce qui va permettre de faire ($11 - 9$). On peut se rappeler de l'idée que quand on n'a pas assez d'unités pour effectuer une opération comme $1 - 9$, il faut penser à composer des unités suffisantes en décomposant 1 dizaine en unités du nombre supérieur pour l'ajouter aux unités du nombre inférieur, et il y aura à ce moment-là assez d'unités pour permettre la soustraction.

Les chinois pensent que le concept du « *decomposing* » donne plus de sens que la métaphore « *borrowing* », de plus l'idée du « *borrowing* » ne veut pas réellement dire emprunter mais plutôt prendre par exemple 1 dizaine dans la place des dizaines. Une autre idée développée concerne le taux de décomposition «*The rate of decomposing a higher value unit* ». Cette idée complémentaire vient en effet préciser le principe d'une dizaine égale 10 unités, un peu comme le « *taking* » et le « *changing* » des professeurs des U.S. Les élèves peuvent encore avoir une idée plus claire de la valeur supérieure décomposable en unités (1 dizaine égale 10 unités) et pourront l'appliquer dans d'autres situations d'apprentissage. Le « *rate of decomposing a higher value unit* » est un taux qui ne se limite pas uniquement à la

⁹¹ « “*Decomposing a unit of higher value [tui yi]*” is a term in Chinese traditional arithmetic reckoning by the abacus represents a certain place value. The value of each bead on the abacus depends on the position of the wire that carries the bead. The further to the left a wire is located on the abacus, the larger the place value it represents. Therefore, the values of beads on left wire are always greater than those on right wires. When subtracting with regrouping on the abacus, one needs to “take” a bead on a left wire and change it into 10 or powers of 10 beads on a wire to the right. This called “decomposing a unit of higher value” » p.7

⁹² «*Theoretically, no more than 9 scattered (undecomposed) units exist in the decimal number system. Now we want to subtract 9 “scattered” ones units from 21. The latter only has 1 ones unit. The solution, then, is to decompose a unit of higher value, a 10, and subtract 9 individual ones units from recomposed 21*»p.8

relation entre dizaine et unité, mais aussi entre centaine et dizaine, entre unité de mille et centaine, etc. Il y a donc à ce niveau un vrai travail de conceptualisation des élèves qui voient la même opération intellectuelle dans des opérations pratiques en apparence différentes : passer de la centaine à la dizaine, c'est « la même chose » que de passer de la dizaine à l'unité.

1.2.4 Le « *Knowledge package* »⁹³ : un dispositif qui précise les connaissances indispensables à acquérir pour mieux aborder certaines procédures mathématiques.

Dans les pages précédentes, nous avons évoqué le « *regrouping* » ; le « *taking* », le « *changing* » et le « *composing-decomposing* » comme des procédures utilisées par des professeurs dans des situations et des contextes différents. Ces procédures tendent à expliquer des mises en œuvre souvent complexes, mais aussi ayant des connexions qui sont complémentaires. Les professeurs des U.S utilisent le « *taking-changing* » par le « *borrowing* », leurs homologues chinois utilisent le « *composing-decomposing* » insistant sur « *decomposing a unit of higher value* ». Dans tous les cas, les solutions chinoises sont mathématiquement plus satisfaisantes.

Nous introduisons maintenant une nouvelle idée qui semble être fondamentale dans l'enseignement des mathématiques tel que le voit Liping Ma, le « *Knowledge package* » dont un professeur tente d'expliquer l'importance : « La soustraction avec décomposition est l'application de plusieurs idées plutôt qu'une seule. C'est un paquet, plutôt qu'une séquence, de connaissance⁹⁴ ». Il rajoute en plus : « Un projet solide suppose une bonne manière d'assembler la connaissance. Ceci est au dessus d'un seul point de vue. Des professeurs différents, dans différents contextes, ou le même professeur avec différents élèves, peut assembler la connaissance de différentes manières. Mais le mieux, est que vous devriez voir un paquet de connaissance quand vous enseignez une partie de la connaissance. Et vous devriez savoir le rôle de la présente connaissance dans ce paquet. Vous devez savoir que la connaissance que vous enseignez est soutenue par des idées ou des procédures, ainsi votre enseignement va se constituer, se renforcer, et élaborer l'étude de ces idées ⁹⁵ ». Dans cet extrait, on peut comprendre la nécessaire importance d'organiser le

⁹³ « paquet de connaissance » p.15

⁹⁴ « *The operation of subtraction with decomposition is the application of several ideas rather than a single one. It is a package, rather than a sequence, of knowledge* » p.17

⁹⁵ « *There is not a firm, rigid, or single right way to "pack" knowledge. It is all up to one's own viewpoint. Different teachers, in different contexts, or the same teacher with different students, may "pack" knowledge in different ways. But the point is that you should see a knowledge "package" when you are teaching a piece of knowledge. And you should know the role of the present knowledge in that pack. You have to know that the knowledge you are teaching is supported by witch ideas or procedures, so your teaching is going to rely on, reinforce, and elaborate the learning of these ideas....* » p.18

savoir mathématique, et les enjeux associés. Un professeur qui tente de modifier le savoir des élèves, doit naturellement se soucier de la cohérence et de la logique des connaissances précises que les élèves sont amenés à construire, lorsqu'ils font ou apprennent les mathématiques.

Dans ce qui suit, nous reprenons le *knowledge package* de Liping Ma sur les structures additives en le traduisant et en l'exemplifiant avec ce que nous venons de dire dans les paragraphes qui précèdent.

1.2.5 Le « *Knowledge package* » : description et rôle dans l'enseignement des mathématiques

Le concept de *Knowledge package* a été introduit par Ma (1999) en référence à la connaissance des enseignants dans le cadre de l'enseignement des mathématiques. Ma explique que le professeur, avant d'enseigner un nouveau domaine, est supposé non seulement avoir des idées sur ce domaine, mais aussi et surtout, repérer là où se situent ces idées dans le champ spécifique des mathématiques. On pourrait donc voir le *Knowledge package* comme le système des connaissances-clés « *Key pieces* » que l'enseignant est censé maîtriser dans le domaine à enseigner. Dans la constitution du *Knowledge package*, Ma insiste, il nous semble, sur un aspect très important que le professeur doit prendre en compte : c'est l'idée qu'un savoir est toujours relié à quelque chose qui précède et quelque chose qui suit. Ce mouvement expose un temps didactique spécifique qui explique que, si les élèves savent faire par exemple des additions, ils devront pouvoir faire des soustractions en s'appuyant sur des opérations de composing/decomposing du même genre.

A partir de là, on peut considérer que les connaissances-clés ont des liens avec d'autres domaines connexes qui facilitent la compréhension des savoirs mathématiques en jeu dans la situation étudiée.

Ma, (Ibid., p.118) précise : « Pour un domaine donné, l'enseignant a tendance à lier l'enseignement de celui-ci à d'autres domaines⁹⁶ ». Ainsi, le *Knowledge package* permet notamment à l'enseignant, dans le cadre de ses activités mathématiques, de définir les objets que l'on étudie à l'aide de notions précédemment introduites et ainsi d'organiser l'acquisition de nouveaux savoirs à l'aide des acquisitions antérieures. Ma affirme par ailleurs : « Dans les *Knowledge package*, les aspects procéduraux et conceptuels sont inséparables. Les enseignants qui avaient une compréhension conceptuelle du domaine, et qui visaient à promouvoir l'apprentissage conceptuel des élèves, n'ignoraient pas

⁹⁶ Notre traduction de « *given a topic, a teacher tends to see other topics related to its learning* »

du tout les connaissances procédurales. En fait, de leur point de vue, une compréhension conceptuelle n'est jamais séparée des procédures correspondantes où 'vit' cette compréhension⁹⁷ ». A partir de cette affirmation de Ma, nous retenons que le *Knowledge package*, pour n'importe quel domaine peut contenir des aspects procéduraux et conceptuels et que les deux sont intimement liés.

Certains enseignants (en particulier les enseignants chinois dont les connaissances mathématiques sont étudiées par Ma) ont, semble-t-il, conscience qu'une compréhension conceptuelle d'un domaine défini liée aux connaissances procédurales est essentielle à la compréhension des élèves. Le *Knowledge package* est important car il fournit des informations au professeur pour lui permettre de construire une image cohérente et globale d'un domaine mathématique. Sans ce processus de construction et d'assemblage de connaissances-clés issues du *Knowledge package*, il peut être très difficile pour un professeur de planifier et d'élaborer un programme cohérent d'enseignement pour les élèves. Un *knowledge package* permet au professeur de situer toute connaissance dans un passé et un avenir épistémique et didactique. Il permet de bien construire un temps didactique pertinent pour la connaissance en jeu.

1.2.6 Construction du *Knowledge package* : l'exemple de l'addition avec retenue ($14 + 7$)

Nous donnons à voir un exemple de construction du *Knowledge package* pour argumenter nos propos. Nous parlerons d'un tel *package* ultérieurement dans notre travail de recherche. Le choix de l'addition avec retenue est un exemple que nous voulons tenter d'explicitier, puisque c'est l'un des chapitres étudiés dans notre travail de recherche. Nous n'envisageons donc pas de donner ici le cheminement idéal pour ce type de réflexion, mais seulement des pistes que l'on pourrait sans doute améliorer dans le cadre d'une ingénierie coopérative dans une CAPED.

L'addition avec retenue est directement liée à notre système de numération de position. Nous allons présenter dans ce qui suit une méthodologie pour étudier le *Knowledge package* et les connaissances-clés portant sur l'exemple du type : $14 + 7$. L'exemple que nous détaillons, ci-après, pourrait servir de base de travail dans le cadre d'un travail collaboratif entre chercheur-

⁹⁷ « In the *Knowledge packages*, procedural topics and conceptual topics were interwoven. The teachers who had a conceptual understanding of the topic and intended to promote students' conceptual learning did not ignore procedural knowledge at all. In fact, from their perspective, a conceptual understanding is never separate from the corresponding procedures where understanding "lives" »

professeurs pour étudier de manière approfondie la constitution d'un *Knowledge package* sur les connaissances en jeu dans des situations d'enseignement-apprentissage.

La phase initiale consiste à rassembler l'ensemble des ressources qui traitent des questions liées à l'addition en général et à l'addition avec retenue en particulier (manuels officiels, ouvrages spécialisés, articles, connaissances personnelles, etc.) et à organiser un travail collaboratif avec un collectif de professeurs et de chercheurs, pour déterminer non seulement les concepts fondamentaux à étudier et les différentes opérations à effectuer, mais aussi et surtout, à déterminer l'essentiel des savoirs mathématiques à enseigner aux élèves. Dans une autre étape, il faudra étudier les liens entre ces concepts de base et les opérations, pour enfin élaborer le réseau qui pourrait constituer la fondation du *Knowledge package*, et montrer toutes les connexions à travers les procédures mathématiques pour converger vers la détermination des connaissances-clés liées à l'addition avec retenue.

Pour effectuer l'addition du type $(14 + 7)$, on voit habituellement dans les classes au Niger, une addition posée qui respecte le principe des unités sous les unités. Ensuite, en additionnant les unités entre elles, on trouve un nombre d'unités à deux chiffres. Et comme dans la colonne des unités, on ne peut avoir qu'un seul chiffre, il faut écrire 1 au lieu de 11, et la dizaine restante est reportée dans la colonne des dizaines ce qui reviendrait à faire $4 + 7 = 11$, j'écris 1 et je retiens 1 (ce « 1 » il ne faut surtout pas l'oublier) ; 1 de la retenue plus 1 (de 14) égale 2, et on trouve 21. Ici, il nous semble qu'on pourrait dire qu'il y a une explication arbitraire de l'emploi de la retenue dans la technique opératoire. L'élève pourrait oublier de retenir le « 1 » et ne plus s'en souvenir, ou ne pas avoir conscience que le « 1 » de la retenue est bien une dizaine.

Le *Knowledge package* à partir de ce que nous avons pu en dire précédemment pourrait permettre de donner une réelle explication mathématique à la technique opératoire. L'élève doit se rendre compte, d'une part, que c'est une addition de deux nombres dont l'un comporte deux chiffres et l'autre un chiffre. D'autre part, le nombre 14 est composé d'une dizaine et 4 unités, ce qui devrait, il nous semble, faire penser à l'idée de « *composing and decomposing* » qui constitue pour Ma (1999) le cœur du travail de numération. L'élève pourrait décomposer et recomposer le nombre 14, ce qui donnerait : $14 = 10 + 4$ ou $10 + 4 = 14$.

On voit là un type de travail procédural que Ma nomme « *procedural understanding*⁹⁸ » pour signifier que isoler la dizaine ou mettre en relief le paquet de dix permet à l'élève de décomposer et de composer le nombre 14. La décomposition/composition pourrait permettre

⁹⁸ Notre traduction : compréhension procédurale ou connaissances procédurales.

d'introduire un travail du type $14 + 7 = 1 \text{ d} + 4 \text{ u} + 7 \text{ u} = 1 \text{ d} + 11 \text{ u} = 1 \text{ d} + 1 \text{ d} + 1 \text{ u} = 2 \text{ d} + 1 \text{ u} = 21$. Ce type de calcul, repose sur plusieurs savoirs que l'on pourrait considérer suivant Ma (1999, Ibid.) comme le « *conceptual understanding*⁹⁹ » en lien avec la compréhension procédurale :

- le savoir sémiotique $d = \text{dizaine}$, $u = \text{unité}$;
- le savoir de « regroupement » des d et des u entre elles ;
- le savoir de décomposition/recomposition ($14 \text{ u} = 1 \text{ d} + 4 \text{ u}$; $1 \text{ d} + 4 \text{ u} = 14$, etc.).

Pour renforcer la maîtrise de la compréhension « procédurale », et de la compréhension « conceptuelle », on pourrait faire travailler systématiquement les élèves sur ces savoirs. On pourrait imaginer, par exemple, qu'ils aient travaillé des choses du type ci-dessus, avant de leur demander de travailler sur des exercices du type $14 + 7$. Nous pouvons résumer le processus que nous venons de montrer dans un schéma synthétique que nous donnons à voir page suivante.

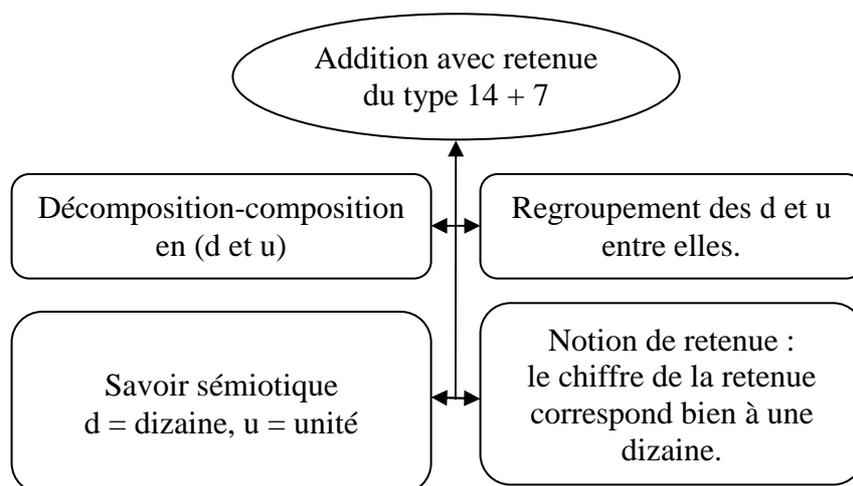


Figure 3 : Un exemple de *Knowledge package* et les *key pieces*, cas de l'addition avec retenue

La figure 3 représente un exemple que nous proposons dans le cadre de la construction du *Knowledge package* sur l'addition avec retenue du type $(14 + 7)$. Le schéma pourrait certainement être amélioré, en donnant plus de détails sur les connaissances clés de certaines parties du processus. Dans la figure, émerge nous semble-t-il la notion de décomposition-composition qui paraît centrale en termes de savoirs mathématiques. Les élèves découvrent la notion de dizaine (ou encore le paquet de 10) et d'unité qui permet ensuite le regroupement des dizaines et des unités entre elles. Les élèves apprennent à extraire la dizaine ou l'unité, et dans le cas précis de l'addition $17 + 4$, ils pourront dire c'est 1 dizaine et 11 unités, soit 2

⁹⁹ Compréhension conceptuelle

dizaines et 1 unité. Les différentes cases de la figure constituent les connaissances-clés sur lesquelles le professeur pourrait faire travailler les élèves dans le cadre de l'addition avec retenue, en tentant de voir la priorité par rapport à chaque connaissance.

On pourrait faire le lien de la représentation du *Knowledge package* avec l'idée de Shulman (1986) à travers les notions clés de « *content knowledge*¹⁰⁰ » et le « *pedagogical content knowledge*¹⁰¹ ». Shulman montre que le professeur doit maîtriser des connaissances du contenu (« *content knowledge* ») et des connaissances spécifiques (« *pedagogical content knowledge* ») de l'enseignement de ce contenu. La maîtrise de ces types de connaissance sont indispensables au professeur pour rendre compréhensible les savoirs en jeu dans une situation d'enseignement et d'apprentissage.

Nous étudions maintenant le travail de Vergnaud (1997) sur la typologie des structures additives auquel nous aurons recours dans le chapitre sur la résolution de petits problèmes dans notre travail de recherche. L'analyse que nous faisons vise à rappeler quelques éléments clés de la classification de Vergnaud qu'il est utile de résumer.

1.3. Les travaux de Gérard Vergnaud

Vergnaud s'est intéressé à la classification des problèmes de structure additive permettant de réunir toutes les situations faisant appel à l'addition ou la soustraction. Il distingue six types de problèmes relevant des structures additives, mais seulement quatre types sont traités à l'école primaire élémentaire, les deux autres types relèvent dans le contexte de l'enseignement au Niger, il nous semble, du collège et nous n'en faisons pas cas ici (il s'agit de « la composition de deux états », et « la transformation d'une relation »). Nous donnons présentons les quatre types :

- type 1 : « la relation état-initial-transformation-état-final »

Suivant (Vergnaud et *al.* 1997, p.11) : « la première d'entre elles est celle qui correspond à la transformation (T) d'un état initial (I) en un état final (F). Cette transformation peut consister en une augmentation (gains, cadeau, production, etc.) ou en une diminution (perte, vol, consommation, etc.). On peut rechercher l'état final connaissant l'état initial et la transformation, la transformation connaissant l'état initial et

¹⁰⁰ Connaissance du contenu

¹⁰¹ Connaissance pédagogique du contenu

l'état final, ou l'état initial connaissant la transformation et l'état final. Sachant que la transformation peut être positive (augmentation) ou négative (diminution), on aboutit à six classes de problèmes ». On voit bien, que dans le cadre de la résolution de ces *classes de problèmes*, la question peut porter sur l'un des trois termes, entraînant une transformation positive (on ajoute) ou négative (on enlève). A partir de là, on peut avoir six problèmes possibles que nous regroupons dans le tableau ci-dessous. Nous désignons I pour signifier état initial, T pour signifier la transformation, F pour signifier état final, et Ex pour signifier exemple.

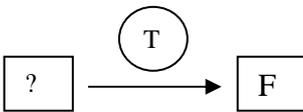
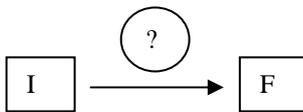
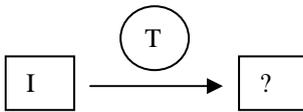
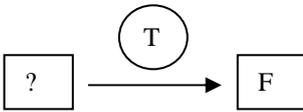
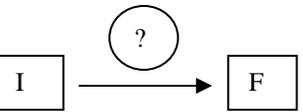
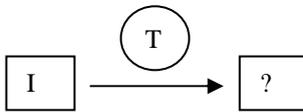
I	T	F
 <p>Ex 1 : Lamine a gagné 3 crayons à la kermesse. Il en a maintenant 5. Combien en avait-il avant de jouer ?</p>	 <p>Ex 2 : Ali a 5 cahiers dans son sac. Le maître lui donne un lot de cahiers. Ali a maintenant en tout 12 cahiers. Combien de cahiers le maître lui a-t-il donné ?</p>	 <p>Ex 3 : Adim avait 8 billes, il joue une partie avec Doudou et en gagne 5. Combien en a-t-il maintenant ?</p>
 <p>Ex 4 : Soumaya joue une partie de billes avec son frère Lamine. Elle vient de perdre 3 billes. Elle en a maintenant 6. Combien en avait-elle avant de jouer ?</p>	 <p>Ex 5 : Bibata arrive le matin à l'école avec 15 bonbons. Le soir, elle rentre à la maison avec 10 bonbons. Combien de bonbons manque t-il ?</p>	 <p>Ex 6 : Fati a 12 photos dans une enveloppe. Elle en colle 8 dans son album. Combien y a-t-il dans l'enveloppe maintenant ?</p>

Tableau 14 : Les six *classes de problèmes* de la relation état-initial-transformation-état final

Au premier abord, on voit que l'ensemble des problèmes conduit bien à des additions et des soustractions à partir des nombres donnés dans les énoncés. Il s'agit de réalités différentes autour de ce que Vergnaud appelle « transformation d'un état ». Les recherches peuvent porter soit sur l'état initial, soit sur l'état final, soit sur la nature de la transformation (augmentation ou diminution du nombre de cahiers possédés par Ali), soit sur la valeur liée à la transformation « combien le maître lui a-t-il donné de cahiers ? », soit sur la description

complète de la transformation, que s'est-il passé quand Ali a reçu un lot de cahiers de la part du maître ?

- Type 2 : « La relation partie-tout »

Dans ce type il y a deux classes de problèmes :

- Ex7 : Dans la classe de Soumaya, il y a 14 filles et 18 garçons. Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ? ;
- Ex 8 : Pour son anniversaire Lamine a invité 8 de ses amis. 3 parmi eux sont des filles. Combien y a-t-il de garçons ?

Le premier problème (Ex 7) du type ($a + b = ?$) relève de la connaissance du tout connaissant les deux parties ($14 + 18 = ?$). Le deuxième du type ($a + ? = c$) relève de la recherche d'une partie connaissant le tout et l'autre partie ($3 + ? = 8$).

- Type 3 : « la comparaison quantifiée d'un référé à un référent »

Suivant (Vergnaud et, *al*, 1997, p.12) : « Référé désigne la quantité comparée ; référent la quantité par rapport à laquelle s'effectue la comparaison ». Nous donnons un exemple de problème pour comprendre cette citation : Doudou a 5 crayons de plus que Sani. Sani en a 3. Combien Doudou en a-t-il ? Le nombre de crayons de Sani est le référent. Le nombre de crayons de Doudou est le référé. « 5 crayons de plus » est la comparaison quantifiée. Nous donnons dans le tableau page suivante les *six catégories de problèmes* que l'on peut rencontrer à partir de la *comparaison entre un référé, et un référent par une relation d'ordre quantifié*. Nous désignons R1 pour signifier le référent (état à comparer), R2 pour signifier le référé (état comparé), C pour désigner la comparaison quantifiée, et Ex pour désigner exemple.

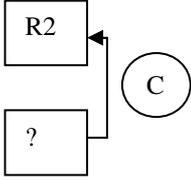
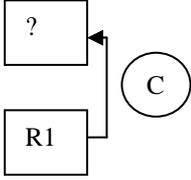
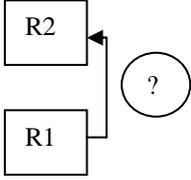
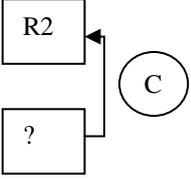
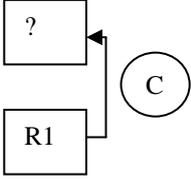
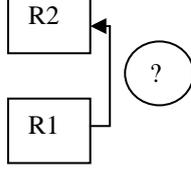
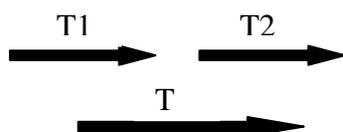
R1	R2	C
 <p>Ex : 9 : Ali a 3 ans de moins que sa sœur Sarah. Il a 6 ans. Quel âge Sarah a-t-elle ?</p>	 <p>Ex 10 : Lamine a 3 ans de plus que Soumaya. Soumaya en a 9. Quel est l'âge de Lamine ?</p>	 <p>Ex 11 : Adim a 8 ans, Doudou en a 6. Combien d'années Doudou a-t-il de moins qu'Adim ?</p>
 <p>Ex 12 : Bouba a 9 ans. Il a 5 ans de plus que sa petite sœur Nana. Quel est âge de Nana ?</p>	 <p>Ex 13 : Lilia a 6 ans. Bibata a 4 ans de moins que Lilia. Quel est l'âge de Bibata ?</p>	 <p>Ex 14 : Fati a 5 ans. Sadia en a 7. Combien Sadia a-t-elle de plus que Fati ?</p>

Tableau 15 : Les six catégories de problèmes liées à la comparaison

Au regard du tableau ci-dessus, on voit bien que la structure des problèmes porte sur des comparaisons entre un référé et un référent par une relation d'ordre quantifiée. Ainsi pour Ex 9, c'est la recherche de l'état comparé connaissant l'état à comparer et la comparaison négative. Pour Ex 10, c'est la recherche de l'état à comparer connaissant l'état comparé et la comparaison positive. Avec Ex 11, c'est la recherche de la comparaison négative connaissant les deux états. Dans le cas de Ex 12, c'est la recherche de l'état comparé connaissant l'état à comparer et la comparaison positive. Ex 13 est un problème sur la recherche de l'état à comparer connaissant l'état comparé et la comparaison négative. Enfin Ex 14 est un problème où l'on recherche la comparaison positive connaissant les deux états.

- Type 4 : Problèmes de « Composition de transformations »

Les problèmes ici portent sur la recherche de transformations composées. La recherche peut porter soit sur la recherche de T (transformation composée), soit sur T1 (première transformation, ou sur T2 (deuxième transformation).



Dans cette situation de combinaison de transformations, on ne connaît ni l'état initial, ni l'état final. La recherche porte sur une transformation (T) composée de deux autres transformations (T1 et T2). Les deux exemples suivants illustrent les cas où la recherche porte sur T et T2 :

- Ex 15 : Amadou a perdu 9 billes ce matin, et cet après-midi il en a gagné 15. Quel est le bilan de la journée ? Ici la recherche porte sur T
- Ex 16 : Ce matin, Ousmane a perdu 8 billes. Cet après-midi, il a rejoué. Au total, sur toute la journée, il a gagné 6 billes. Que s'est-il passé cet après-midi ? Ici la recherche porte sur T2.

On voit bien que les recherches portent exclusivement sur des transformations (qui peuvent être positives ou négatives).

Nous faisons maintenant une synthèse qui regroupe les éléments issus des trois travaux étudiés que nous allons retenir pour le travail de recherche.

1.4 Synthèse des travaux étudiés et liens avec nos objets d'étude.

Nous avons étudié trois travaux (ceux de Chambris, Ma et Vergnaud) qui nous semblaient avoir des liens avec certains de nos objets d'étude. Dans notre perspective d'appréhender, l'étude du nombre, les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction avec ou sans retenue, et la résolution de problèmes, ces travaux rendent compte de certaines spécificités qui peuvent nous servir de références lors de notre travail d'analyse. Dans la synthèse qui suit, nous donnons à voir, pour chacun des travaux, ce que nous avons retenu comme éléments essentiels dans l'analyse de séances mises en œuvre par les professeurs enquêtés, et une exploitation possible dans le dispositif de réflexion collective chercheur-professeurs.

- Les travaux de Chambris : le cœur de l'argumentation de ses travaux est bien « la question des relations entre les grandeurs et les nombres ». Chambris fournit un travail d'analyse sur le système de numération, et ce qu'elle a appelé les « technologies » (au nombre de cinq dans ses travaux : principes de la numération de position en base 10, principes de l'équivalence entre dix unités et une dizaine ;

principes de la numération orale et écrite ; principes de la valeur et de la position du nombre ; principes de la construction des nombres) issues des manuels classiques d'enseignement utilisés en France. Dans la suite de notre travail, nous allons faire recours à certaines de ces technologies dans nos analyses empiriques. S'ils s'appuient sur ces types de technologies, nous précisons les éléments sur lesquels les professeurs enquêtés pourraient permettre l'explicitation des techniques opératoires et les procédés mathématiques des structures additives (soustraction et addition).

Il nous semble aussi que ces technologies pourraient faire l'objet d'une étude approfondie dans le cadre d'une ingénierie coopérative chercheur-professeurs dans la constitution d'un curriculum pertinent sur la numération au CP, à partir d'un *Knowledge package*. Ce type d'analyse pourrait fournir une base de travail adaptée au CP, avec les professeurs d'abord, et avec les élèves ensuite. Il s'agira pour le collectif chercheur-professeurs dans une CAPED, de faire en sorte que le travail fait au CP soit intéressant en lui-même, d'une part, et d'autre part vraiment lié à un curriculum pertinent en ce qui concerne l'étude du nombre dans la scolarité obligatoire.

Un autre aspect pourrait être envisagé par le collectif, c'est l'analyse de ressources mathématiques officielles (ou d'autres ressources du même genre) d'un point de vue conceptuel. Le collectif pourrait travailler sur le contenu et les programmes en lien avec les techniques supposées clarifier le système de numération décimal en tant que système d'écriture des nombres en base dix. Les techniques de comptage, de décomposition/recomposition, de lecture et d'écriture des nombres, pourraient faire l'objet d'une analyse, pour tenter de déterminer les articulations avec les cinq technologies, et parmi elles, celles qui pourraient concerner l'étude du nombre au CP. L'ensemble de ce que nous venons d'exposer pourrait être étudié par le collectif chercheur-professeurs en lien avec le principe de la construction du *Knowledge package* de Liping Ma.

- Les travaux de Ma portent sur la façon dont les enseignants pensent et font les mathématiques dans leurs classes. C'est un aspect fondamental de notre de travail de thèse avec lequel nous tentons de comprendre ce que les professeurs mettent en place dans les classes étudiées en termes de transactions didactiques autour des savoirs en jeu dans les situations mathématiques.

Nous avons repéré, dans les travaux de Ma, une approche centrée sur les techniques opératoires, le « *composing-decomposing* » et une autre centrée sur la constitution de *Knowledge package* et ses connaissances-clés. Ces deux approches nous intéressent par rapport aux types de savoirs et aux enjeux mathématiques, qu'elles mettent en évidence dans les situations d'apprentissage pour les élèves, et de formation pour les professeurs. Dans le cadre de l'analyse de nos séances de classe sur l'addition et la soustraction, le « *composing-decomposing* » est une technique qui pourrait être exploitée par les professeurs pour faire apprendre aux élèves le savoir du type : $17 = 1d + 7u$, $1d + 7u = 17$, $24 = 2d + 4u$, $2d + 4u = 24$ avant de leur demander d'effectuer $(17 + 24)$.

Ma insiste (et aussi les professeurs chinois lorsqu'ils sont interrogés) sur une vision à long terme de l'apprentissage des mathématiques. Il nous semble que cette insistance est tout à fait fondée, puisque construire un savoir mathématique suppose une maîtrise du savoir qui a été enseigné avant, et cette maîtrise conditionne la réussite du nouvel enseignement qui va suivre. On peut voir, dans cet aspect central chez Ma, que la construction en mathématiques du *Knowledge package* et ses connaissances-clés repose sur un temps didactique et une organisation des enseignements. Dans le cadre de notre recherche, nous allons tenter des rapprochements avec le travail des professeurs enquêtés et les séances étudiées, pour déterminer les éléments exploitables dans le cadre d'une ingénierie coopérative (étude collective des techniques opératoires, construction d'un *Knowledge package* de l'addition et la soustraction, en s'inspirant des modèles de Ma).

- Les travaux de Vergnaud permettent d'appréhender « les classes de problèmes » que les professeurs pourraient être amenés à étudier dans des situations de classe à l'école primaire. Nous avons montré, dans la classification de Vergnaud, quelques exemples de résolutions de problèmes à partir de situations faisant appel à l'addition et à la soustraction. Dans notre travail de recherche, il est prévu des situations de résolution de petits problèmes, à partir d'un travail collaboratif préalable de professeurs, avant les mises en œuvre *in situ*. Nous allons analyser les types de problèmes proposés aux élèves dans les classes étudiées et faire le rapprochement à partir de ce que nous avons exposé sur les travaux de Vergnaud en analysant en particulier :
 - les enjeux mathématiques liés à la modélisation de la situation ;

- l'action didactique en ce qu'elle permet la construction et l'acquisition de savoirs mathématiques en jeu ;

La typologie de Vergnaud va aussi être étudiée et employée dans le collectif, pour que les professeurs fassent un choix de problèmes en sachant quelles sont les catégories présentes. L'enjeu didactique de ces structures additives réside dans le fait qu'au-delà des énoncés, c'est la capacité de raisonnement que les élèves sont censés acquérir qu'il convient de souligner et de développer. Dans ce qui suit, nous abordons la problématique générale de la recherche.

Chapitre 3 : Problématique de recherche

Dans notre travail de recherche, nous questionnons les pratiques habituelles des professeurs, une sorte d'état des lieux, en particulier en termes de topogénèse, et aussi en termes de recours des professeurs aux systèmes sémiotiques dans les situations de classe.

1.1 Etat des lieux et évolution des pratiques professorales

Dans les situations d'enseignement et d'apprentissage, le professeur et les élèves ont chacun un rôle à jouer. Ainsi l'élève doit réaliser que, si le professeur n'explicite pas ses intentions, ce n'est pas pour constituer un blocage, mais plutôt que le professeur lui donne l'occasion d'une certaine manière, de produire la nouvelle connaissance escomptée sans indications, en étant sûr que les conditions pour agir en autonomie sont réunies. Le professeur quant à lui doit s'assurer que son action de professeur et celle des élèves sont organiquement liées. Le jeu didactique étant un jeu sur le savoir, les élèves, pour gagner, doivent intégrer le savoir en tant que puissance d'agir. Le rapport au savoir entre le professeur et les élèves s'analyse à partir des positions respectives de chacun dans la situation didactique. Suivant Sensevy (2006, p.82) : « Lorsqu'on étudie des interactions didactiques, on perçoit que la pratique de savoir à laquelle le professeur veut initier et qu'il veut inculquer constitue un déterminant essentiel de son action et de l'action des élèves. Une bonne manière de mieux comprendre cette pratique consiste à étudier les différents rapports possibles aux objets de savoir sur lesquels elle se fonde, pour comprendre les rapports aux objets de savoir effectifs manifestés dans l'interaction par le professeur et les élèves ». Les raisons évoquées ici permettent de déterminer les rapports au savoir utilisés dans l'interaction entre le professeur

et les élèves. Le savoir est un objet qui donne une puissance d'agir (potentialité d'action). Il est presque toujours dépendant d'autrui, il dépend du rapport de la personne à la situation.

Le travail du professeur est intimement lié au travail des élèves, les deux réalités ne pouvant pas être traitées indépendamment du savoir. Cette relation au savoir du professeur implique d'une part que le professeur permette aux élèves de se faire une place et qu'en retour l'action de l'élève lui permette à son tour de produire les stratégies gagnantes. D'autre part, elle pose la question de la maîtrise de l'objet d'enseignement et la façon dont le professeur étudie les possibilités qui s'offrent à lui pour la mise en œuvre d'une situation didactique. Notre travail de recherche tente d'étudier et d'analyser les liens qui existent entre ces trois pôles (professeur, élève et savoir) dans un système didactique, pour chercher des pistes de solutions, en vue de proposer des évolutions des pratiques actuelles dans le domaine de l'éducation et de la formation.

Les professeurs enquêtés ont recours aux systèmes sémiotiques, dans le seul but nous semble-t-il, de montrer aux élèves, qu'à travers la centration sur les formes sémiotiques, ils pourraient apprendre les mathématiques. Le travail du professeur dans une situation d'enseignement et d'apprentissage, doit porter sur le *comment jouer*. On pourrait appeler cette stratégie quelque chose comme « densité du savoir » pour reprendre l'expression de Sensevy (2010), c'est à dire l'exigence vis à vis du savoir, qui concerne à la fois la qualité mathématique intrinsèque de ce qui est en jeu, et le rapport aux mathématiques des élèves. Dans cette perspective, nous interrogeons l'influence possible des manuels de mathématiques et les conséquences sur les pratiques des professeurs, puisqu'ils leur proposent les connaissances mathématiques indispensables aux mises en œuvre des séances *in situ*, et se positionnent comme un outil de formation et d'accompagnement.

La formation des professeurs, au-delà de ce que les manuels peuvent avoir comme rôle dans ce processus, est un aspect dont nous étudions la pertinence ainsi que les modalités de sa mise en œuvre dans les Cellules d'Animation Pédagogique en vue de faire une proposition innovante de formation continue qui s'appuierait sur un travail de conception collective de leçons. Dans ce type de travail coopératif, le collectif de professeurs va concevoir des dispositifs d'enseignement à tester dans les classes, sur la base d'un travail d'étude et d'analyse des savoirs en jeu dans les situations didactiques. Nous analysons les échanges intervenus lors des débats, pour situer, d'une part, ce qui relève des propositions des professeurs expérimentateurs, et d'autre part, ce que le collectif propose comme pistes d'évolution.

1.2 Positionnement didactique

L'acquisition du savoir par les élèves est l'enjeu fondamental du contrat didactique. Le professeur doit, quoi qu'il en soit, permettre à l'élève d'apprendre en interaction par rapport aux enjeux du savoir. Le travail du professeur est intimement lié au travail des élèves, les deux réalités ne pouvant pas être traitées indépendamment du savoir. C'est une forme de communication réciproque qui se met en place. Le rapport au savoir du professeur implique que le professeur permette aux élèves de se faire une place, si minime soit-elle, dans le processus d'apprentissage, et qu'en retour l'action de l'élève lui permette à son tour de produire les stratégies gagnantes.

Le professeur et les élèves (agents de l'action didactique) sont amenés à travailler conjointement. Le professeur doit avoir à l'esprit que son rôle est de faire jouer le jeu pour que les élèves gagnent. Quel est l'enjeu pour le professeur de faire apprendre aux élèves une certaine connaissance ? Comment doit-il s'y prendre pour que l'élève soit capable de témoigner de la maîtrise de la connaissance et la mettre en place au moment « adéquat » ? Dans le contexte du Niger, la question des savoirs en jeu dans les situations d'enseignement et d'apprentissage mérite bien la mise en place de nouvelles stratégies pour amorcer il nous semble, un début de résolution des difficultés rencontrées par les enseignants dans leurs classes. Nous avons évoqué, dans l'analyse des enjeux de l'éducation au Niger, le bas niveau de réussite des élèves de l'école primaire en mathématiques. Dans le cadre de l'initiative « Relever le défi de la qualité », le MEN formule une hypothèse (p.40) selon laquelle : « l'amélioration des apprentissages fondamentaux dans les domaines de la langue et des mathématiques contribue, de manière significative, à l'amélioration de l'efficacité interne du cycle de base ¹⁰² ». Le Ministère envisage pour les trois ans à venir (2011-2013) de travailler, entre autres, sur les questions liées à l'enseignement des mathématiques à travers la mise en place d'un groupe de réflexion composé de divers acteurs intervenant dans la formation et l'enseignement des mathématiques. Nous étudions dans des classes de CP la façon dont les professeurs enseignent les mathématiques, et comment les élèves apprennent ou font des mathématiques. Nous analysons aussi la manière dont le professeur amène les élèves à produire des stratégies et à en retenir une comme la meilleure (et

¹⁰² Ministère de l'Éducation Nationale, PDDE 3^{ème} phase 2011-2013, composante qualité, décembre 2010, p.40

seulement dans le cas où l'élève produit ses stratégies en utilisant les règles qui ne sont pas dites).

Dans cette perspective, on peut se poser la question suivante : dans les manières classiques de travailler des professeurs, comment amènent-ils les élèves à faire les mathématiques de leur propre mouvement ? De quels moyens disposent les professeurs pour amener les élèves à participer effectivement au travail mathématique ? Quels rôles jouent l'étude des formes symboliques et sémiotiques dans les situations mathématiques ? Autant de questions pour tenter de comprendre ce que signifie faire des mathématiques.

Les mathématiques enseignées à l'école primaire au Niger sont présentées dans des manuels (Bases mathématiques et guides du maître), ce qui laisse supposer des interactions des professeurs avec ces manuels. Les connaissances mathématiques proposées dans ces manuels sont censées être celles que le professeur doit maîtriser pour préparer ses séances de classe. C'est donc un travail documentaire au sens de Gueudet et Trouche (2008), un processus qui engage le professeur dans des activités de transformation du savoir qui devraient lui permettre de préciser ses intentions et de déterminer l'essentiel à enseigner aux élèves. On peut se demander comment le processus évoqué précédemment pourrait-être pensé en termes de stratégies de formation permettant d'accompagner l'appropriation des ressources disponibles. Cette stratégie doit-elle être instaurée dans les CAPED sous la forme d'un travail collectif réalisé à partir de l'exploitation des Bases Mathématiques et le Guide du Maître ?

Dans ce qui précède, nous avons évoqué la place du savoir dans les situations d'enseignement et d'apprentissage. La relation ternaire professeur, élève et savoir suscite un travail d'analyse de séances *in situ* pour comprendre, d'une part la façon dont le professeur devrait aménager le rapport de l'élève au milieu, et d'autre part, comment le professeur devrait mettre en place la coopération professeur/élève pour laisser à l'élève l'initiative de prendre de réelles responsabilités. Notre étude sur les mathématiques dans des classes de CP, et l'analyse des pratiques de formation des enseignants dans les CAPED seront-elles en mesure d'apporter quelques éclairages et d'indiquer des pistes à explorer ? Nous allons dans ce qui suit exposer la démarche méthodologique que nous avons adoptée dans notre travail de recherche.

Partie 3: Démarche méthodologique

Dans notre travail de recherche, nous cherchons à comprendre les interactions entre le professeur, les élèves et le savoir dans des situations d'enseignement et d'apprentissage. Ce chapitre est consacré à la méthodologie que nous avons élaborée pour mener ce travail de recherche. Dans cette partie, nous commençons par présenter la méthodologie d'analyse des ressources qui situe la perspective dans laquelle nous plaçons l'analyse de ces ressources. Puis nous exposons, dans un second temps, les différents éléments qui fondent le cadre méthodologique de l'observation des vidéos de classe et des choix des professeurs enquêtés. Dans un troisième temps, nous faisons une présentation synthétique de notre dispositif de recherche. Enfin dans un quatrième temps, nous précisons notre posture de chercheur dans le cadre de ce dispositif de recherche.

1.1 Méthodologie d'analyse des ressources

Dans le cadre de son travail, le professeur exploite des ressources qui sont des objets matériels, dont il fait un usage au quotidien pour préparer et faire un cours. Ces ressources sont utilisées comme support dans lequel le professeur puise l'essentiel du savoir mathématique lui permettant de *faire jouer le jeu* suivant Sensevy (2008). Dans la construction du jeu, le professeur devrait permettre à l'élève de gagner. Pour faire un cours, le professeur utilise les ressources institutionnelles (textes officiels, manuels officiels et documents d'accompagnement, etc.). Son action est inscrite d'une certaine manière dans un *style de pensée* (Fleck, 2005) spécifique à l'institution qui lui fournit des supports et le guide dans la mise en œuvre des savoirs mathématiques en jeu dans les situations d'enseignement et d'apprentissage.

Le professeur interagit avec les ressources à sa disposition. C'est-à-dire qu'il est amené à lire attentivement les ressources qui lui sont fournies dans une perspective d'en tirer les éléments essentiels pour faire son cours.

Suivant Remillard (2010), il y a «des interactions entre le professeur et les ressources » qui montrent que l'activité du professeur suppose une relation qui le rend passif et tributaire dans l'usage des *ressources curriculaires* (ibid.). Dans le contexte que nous étudions, l'institution entretient cette forme de relation puisque c'est elle qui fournit ces ressources et les documents d'accompagnement associés. Remillard va plus loin dans ces réflexions et évoque l'idée de

mode destination (ibid.) et précise que : « le matériel curriculaire a des modes de destination spécifiques - des façons de communiquer avec les professeurs – et que ces modes de destination prescrivent des rôles pour les professeurs, en les positionnant d’une certaine manière comme lecteurs. Mais les professeurs entrent en transaction avec les ressources avec leurs attentes particulières, leurs convictions, leurs habitudes, qui façonnent leurs modes d’engagement » pour situer les rapports entre le professeur et les ressources curriculaires comme des transactions qui prennent en compte les besoins de l’utilisateur (ici le professeur) et le public bénéficiaire (ici les élèves).

Les interactions du professeur avec les *ressources curriculaires* supposent un *mode d’engagement* (ibid.) considéré comme : « la manière dont les professeurs rencontrent, et s’engagent avec les formes de destination du texte ». Au-delà du rapport avec la ressource, le professeur adopte un positionnement qui l’amène à décider selon les situations, ce qu’il fait de ce qui lui est proposé comme contenu et mise en œuvre *in situ*. On pourrait dire que le professeur se trouve souvent dans l’obligation de transformer ce qu’il a lu en activités à mettre en œuvre dans une situation d’enseignement et d’apprentissage.

1.2 Cadre d’observations et vidéos de classe

1.2.1 L’analyse de vidéo de classe et de transcripts associés en tant qu’analyse de l’action *in situ*

Notre travail de recherche s’inscrit dans une perspective centrée sur les pratiques des enseignants dans les classes et dans les CAPED. Il s’agit donc à travers ce travail de mettre en place une démarche qui repose sur :

- l’aspect empirique, dans la réalité d’un terrain étudié pour travailler en même temps des entretiens et des enquêtes *in situ* sur les pratiques didactiques (dans leurs classes) et formatives (dans les CAPED) des enseignants qui sont enquêtés ;
- des méthodologies maintenant bien connues, que l’on peut employer dans des situations de recherche, au sein desquelles on filme les classes, ou les lieux de formations, pour interroger ensuite les enseignants non pas "à partir de rien", mais sur la base des films de leurs enseignements qu’on visionne avec eux. Les films vidéo des séances de classe sont visionnés lors des rencontres d’échanges et d’analyses avec les enseignants qui ont mis en œuvre des leçons *in situ*, en présence des autres enseignants du collectif. Pendant cette phase, les enseignants prennent la parole pour

réagir sur des événements qu'ils jugent pertinents ou significatifs du point de vue didactique.

Les vidéos de classe et les transcripts associés constituent les principales données dans le cadre cette recherche. Nous avons transformé ces vidéos en textes, pour montrer ce qui, dans l'action du professeur, peut être considéré comme un événement crucial, repéré dans une situation d'enseignement et d'apprentissage et candidat à une analyse fine. Les textes produits à partir des films vidéo sont remis aux enseignants pour avoir une synthèse des interactions entre le professeur et les élèves autour du savoir. Ils servent de supports pour les travaux d'analyses des films vidéo.

Le chercheur s'appuie d'une part sur ces analyses de vidéos de classe, pour étudier les sous systèmes (pôle élève, pôle professeur, pôle savoir), et les relations qui les unissent. D'autre part, le chercheur s'appuie sur ces enregistrements vidéo de classe pour analyser sur le plan didactique, le savoir en jeu dans des situations d'enseignement et d'apprentissage en classe.

Sensevy, (à paraître) compare ce type de travail à « une étude de terrain ethnologique » qui décrit et cherche à comprendre l'action de l'homme dans un environnement donné. Il précise que : « L'analyse de l'*action in situ* est donc ici synonyme d'étude ethnographique, pour signifier que l'action est étudiée dans son écologie propre, *en situation* [...]. Etudier l'*action in situ*, c'est précisément ce que permettent, dans le travail en didactique, les films vidéos, qui peuvent s'inscrire selon moi dans cette perspective ethnographique que je viens d'évoquer. », et par la même occasion, ce travail d'analyse que tente de faire le chercheur, se présente à lui comme une façon de situer l'action conjointe, et de se centrer sur le contenu des transactions dont les vidéos sont le médium.

La spécificité des vidéos comme données de base est, nous semble t-il, un élément fondamental que l'on peut voir comme une *dialectique* suivant (Sensevy, Ibid.) qui précise que : « Cette dialectique n'est pas seulement « conceptuelle », elle a vocation pratique dans le travail du chercheur. Rendre compte de l'action, c'est la transformer en un système d'inscription hybride, fait d'images et de textes. ». En considérant ce point de vue sur la réalité de l'*action humaine*, on comprend l'intérêt pour le chercheur d'appréhender la relation spécifique entre le film et le texte.

C'est donc un travail de transformation et de description d'un système fait d'images et de textes que le chercheur est amené à faire, pour donner à voir ce que l'action didactique permet de réaliser. Suivant (Sensevy, à paraître.) ce type de travail auquel s'adonne le chercheur consiste à : « montrer comment l'appréhension de l'action humaine pouvait se penser dans une dialectique de l'analogique et du digital, c'est-à-dire de la dépicition (le compte-rendu d'une réalité par l'image) et de la description (le compte-rendu d'une réalité par le texte). ». On voit bien que le chercheur rend

compte d'un cheminement spécifique qui consiste à décrire les réalités de la relation texte-image dans ce qu'elle véhicule comme informations à analyser didactiquement.

Le chercheur dispose d'une masse d'informations fournie par la transformation du système texte-image. Il s'agit pour lui de tenter une réduction de ces informations sur l'objet du savoir, et de donner à voir le synopsis des principaux éléments constitutifs de l'action didactique. Le synopsis donne une vision dans un même espace de l'ensemble du déroulement d'une leçon. Il est élaboré par le chercheur dans le but de décrire des événements didactiques (liés au savoir) qui ont fait le déroulement de la leçon.

Ainsi précise (Sensevy, Ibid.) : « En donnant à voir un certain type de découpage plus ou moins manifeste, le synopsis invite à l'exploration plus fine de certaines unités de ce découpage. Il peut inciter par exemple à se demander ce qui a déterminé le passage d'une scène¹⁰³ à une autre, ou ce qui explique la présence de telle ou telle récurrence, ou à conjecturer, pour une scène particulière, la présence d'événements potentiellement pertinents, dont l'étude permettra l'élucidation de l'action. ». Le chercheur met en place un processus de compréhension de la réalité de la situation didactique présentée dans les vidéos. Il s'agit pour le chercheur en tant qu'observateur de décomposer cette réalité complexe en éléments pertinents à décrypter dans un mouvement de description synthétique, d'explication et d'explicitation.

L'analyse des transactions didactiques suppose un travail sur un *morceau de pratique* à partir d'une présentation synoptique des séances transcrites. Nous donnons à voir quelques propriétés du synopsis qui nous paraissent être des éléments à prendre en compte dans l'analyse du matériau empirique de notre recherche. Ces propriétés sont issues de (Sensevy, à paraître) :

- « Le synopsis est un dispositif clinique : Sa production et son usage requièrent un type d'attention flottante proprement clinique, potentiellement ouverte à tout indice, que l'indice figure sur le film, dans le transcript éventuellement associé, ou dans le tableau synoptique lui-même ;
- Le synopsis résume l'action, propose une forme d'unité à la pratique, et permet de situer la partie dans le tout ;
- Le synopsis amène à la localisation d'événements/épisodes candidats : En donnant à voir un certain type de découpage plus ou moins manifeste, le synopsis invite à l'exploration plus fine de certaines unités de ce découpage. Il peut inciter par exemple à se demander ce qui a déterminé le passage d'une scène à une autre, ou ce qui explique la présence de telle ou telle récurrence, ou à conjecturer, pour une scène particulière, la présence d'événements potentiellement pertinents, dont l'étude permettra

¹⁰³ Suivant (Sensevy, à paraître) une scène : « résume un ensemble d'événements fort complexes et qui sont vus par l'analyste comme (formant un tout) »

l'élucidation de l'action. Il permet donc de supposer une densité plus ou moins forte de tel ou tel épisode pour guider ainsi l'enquête. ».

A travers le synopsis, la situation didactique est présentée sous sa forme réduite, en termes d'informations sur ce qui s'est passé lors d'une mise en œuvre en classe. La réduction des informations, (Sensevy, Ibid.) précise qu'elle : « [...] constitue un *découpage* particulier de l'action. », et ce *découpage* permet l'étude des actions *in situ* dans la perspective d'une meilleure compréhension des enjeux didactiques propres à l'extrait de la pratique étudiée. (Sensevy, Ibid.) précise à ce sujet que : « L'objectif recherché par une « présentation synoptique » consiste bien, alors, à clarifier une pratique donnée par la mise en visibilité et en contiguïté de formes autrement «cachées» de cette pratique. ». Le chercheur va chercher des « indices » qui lui permettent de rendre visible « l'invisible » par sa capacité à diagnostiquer des épisodes signifiants, et de déterminer l'intérêt que ces épisodes représentent pour lui, avant de décider de faire une analyse plus fine des interactions didactiques qui s'y déroulent.

Cependant le chercheur devra s'efforcer de retrouver ou recréer les liens organiques entre les éléments isolés qui devront être étudiés à la fois pour eux-mêmes et par leurs interrelations qui donnent une unité et un sens à la situation didactique.

Le travail effectué par le chercheur pour situer l'action peut être considéré comme un mouvement de décomposition (isolement des éléments) et un mouvement de recombinaison (liens entre les éléments pour comprendre le choix et les pratiques observées dans les vidéos). En définitive, nous pouvons dire, d'une part, que le chercheur examine les éléments constitutifs d'une situation didactique, à travers la description d'une vidéo, tout en ne perdant pas de vue les rapports qu'ils entretiennent. D'autre part, il fait un point sur une situation didactique empruntée à la pratique de classe, et va s'investir dans la détermination des éléments nécessaires à la compréhension du problème qui va être abordé.

En donnant à voir à travers un découpage et une réduction d'un certain type d'informations, le chercheur pour mieux saisir ce qui caractérise l'action du professeur. Il se doit de clarifier il nous semble, certains aspects propres à l'action *in situ*. Dans cette perspective, il doit pouvoir rendre compte de l'ordre temporel des événements didactiques à partir du déroulement de l'action. On pourrait faire le lien de cette progression des événements avec la notion *d'intrigue didactique* au sens de (Sensevy, à paraître) qui précise que l'on pourrait considérer *l'intrigue didactique* : « comme le récit des transactions didactiques dans une situation particulière ». L'élaboration d'une intrigue didactique par le chercheur, consiste à « raconter la

séance ». A partir du récit qui donne à voir l'histoire du savoir dans la classe, le chercheur tente de montrer les techniques didactiques produites par le professeur dans la classe à travers les épisodes signifiants (temps forts et moments significatifs de la séance) qui sont révélateurs de phénomènes didactiques. L'identification des épisodes signifiants repérés dans la vidéo se fait à la suite de l'analyse de l'intrigue didactique de l'ensemble de la séance étudiée.

Nous avons tenté de montrer à travers ce qui précède, ce que peut signifier pour nous l'analyse de vidéos de séances de classes et de transcripts associés dans une approche didactique, et ce que pourrait être le travail du chercheur qui étudie les transactions didactiques dans le cadre de la TACD. Notre travail de recherche emprunte cette approche didactique centrée sur le contenu des transactions, en considérant les données vidéo comme des films que l'on analyse avec les transcripts associés. Dans cette perspective nous donnons à voir, dans la figure 4 (page suivante), une synthèse du développement de l'analyse des vidéos et des transcripts associés, que nous venons de faire dans les pages précédentes. Nous adoptons la même démarche pour analyser les séances mises en œuvre dans cette recherche.

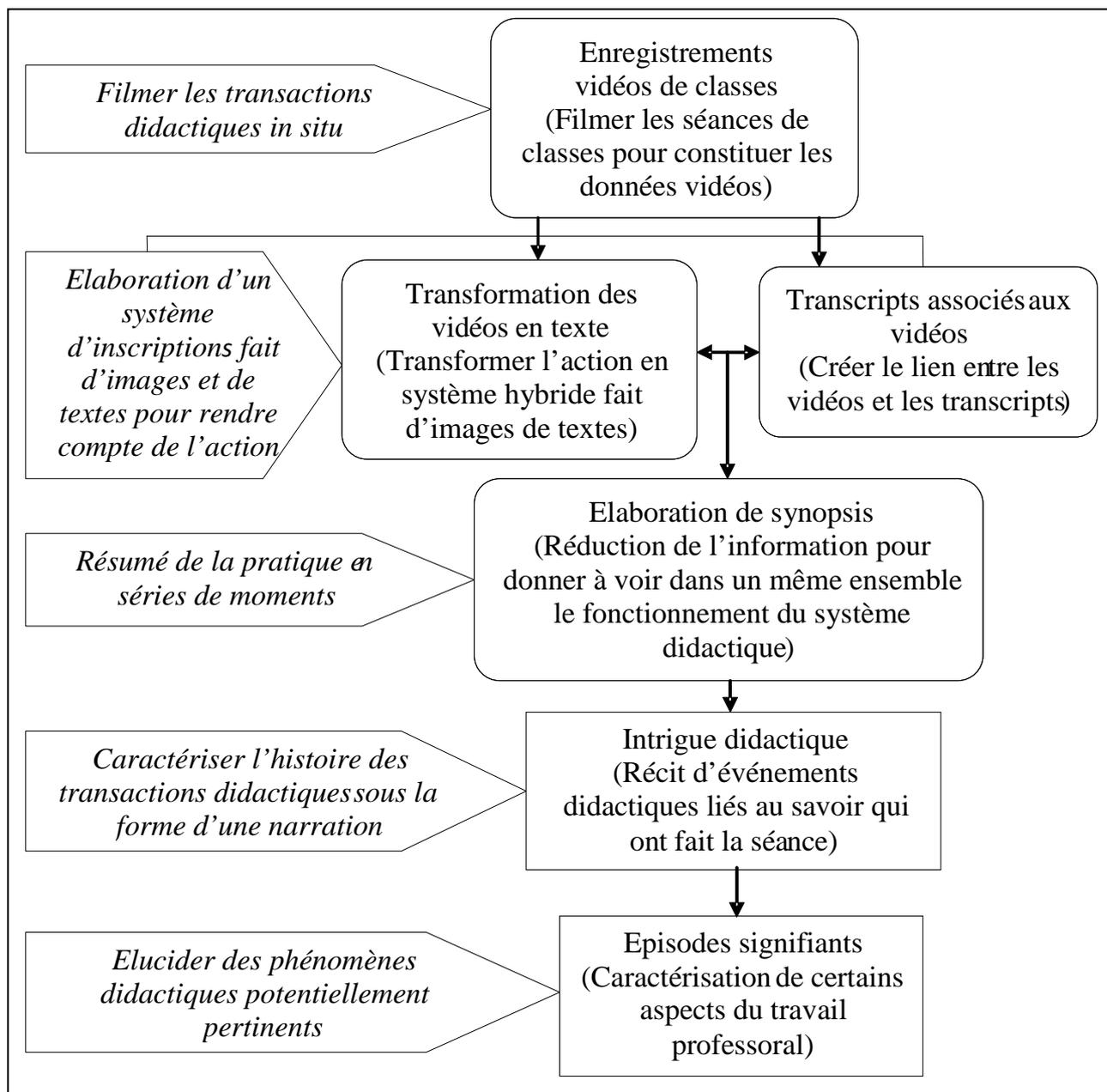


Figure 4 : Schéma synthétique de l'analyse du matériel empirique

A partir d'extraits des vidéos de séances de classe, notre analyse se situe dans la perspective d'une meilleure compréhension des enjeux didactiques propres aux extraits étudiés. De ces extraits, nous élaborons des transcripts pour donner à voir à travers un tableau synoptique la transcription des informations issues des films réalisés. Cette vision synoptique permet d'appréhender au sein de la séance considérée, une intrigue didactique, qui raconte l'évolution du savoir et ses enjeux dans la classe. Le synopsis et l'intrigue didactique permettent ensuite de se faire une idée des événements didactiques que l'on pourrait

considérer comme didactiquement significatifs et candidats à une analyse plus fine. La combinaison de ces différentes manipulations que nous venons d'énumérer, pourrait nous sembler t-il aider à parler de la façon dont le professeur travaille et ses interactions avec les élèves. Nous allons dans ce qui suit, présenter les enregistrements des vidéos de classe de la première et de la deuxième collecte des données.

1.2.3 Enregistrement des vidéos de classe

Dans le cadre de ce travail, nous avons filmé des séances de classe en deux temps, en 2007/2008 et 2008/2009. Ces films vidéo ont été réalisés dans les classes respectives de chaque professeur, avec une caméra mini-dv. Il n'y a eu aucune préparation technique particulière qui impliquait les professeurs enquêtés. Nous avons informé les élèves de l'enregistrement des séances, pour qu'ils ne soient pas distraits lors des mises en œuvre. Pour chaque séance, nous avons établi un planning sur l'ordre de passage des enseignants et les horaires des enregistrements. Les enregistrements vidéo étaient de bonne qualité et correspondaient à la durée de chaque séance. Chaque séance filmée a duré en moyenne 45 mn. Les enregistrements vidéo ont été réalisés en matinée entre 8 h et 12 h pour chaque professeur dans les classes enquêtées.

1.2.3.1 Les professeurs enquêtés : choix et présentation

1.2.3.1.1 Professeurs enquêtés en 2007/2008

Les quatre professeurs sont volontaires et tiennent des CP. C'est à la suite d'une consultation menée par chacun des trois directeurs des écoles de la CAPED de Mirriah Centre que les professeurs ont été désignés par leurs collègues. Les critères suivants ont été mis en avant : la disponibilité, l'engagement à participer à un travail de recherche qui sort de l'ordinaire (être prêt à travailler dans un contexte particulier de recherche, avoir à l'esprit d'éventuelles contraintes liées à un travail personnel à produire et à commenter, le stress du fait de la présence d'une personne dans la classe avec une caméra, la préparation et la gestion d'une séance de classe etc.).

Nous présentons les professeurs enquêtés dans le tableau 27, en détaillant le profil de chaque professeur et en donnant des informations sur les classes. Dans la première colonne, nous

spécifions les professeurs avec leurs désignations respectives, la deuxième colonne présente les classes enquêtées tenues par chaque professeur, dans la troisième colonne, nous précisons le type de classes enquêtées, les effectifs des classes sont donnés dans la quatrième colonne, les niveaux d'étude des professeurs sont présentés dans la cinquième colonne, et enfin dans la sixième colonne, nous précisons les grades de chaque professeur au moment de l'enquête.

Professeurs	Classes tenues	Types de classe	Effectifs		Niveaux d'étude	Grades
			F ¹⁰⁴	G ¹⁰⁵		
P1	CP A ¹⁰⁶	Ordinaire	17	23	Titulaire du BEPC et du CFEEN	IA
P2	CP A	Ordinaire	13	35	Titulaire du BEPC	Contractuelle de l'éducation
P3	CP A	Ordinaire	31	-	Titulaire du BAC A4	Contractuelle de l'éducation
P4	CP B	Franco-arabe	29	38	Titulaire du BEPC	Contractuelle de l'éducation

Tableau 16 : Profils des professeurs enquêtés

Les quatre professeurs tiennent des classes de CP, et nous avons tout simplement choisi de les nommer comme suit : Professeur 1(P1), Professeur 2 (P2), Professeur 3 (P3) et Professeur 4 (P4). Dans cette partie consacrée aux professeurs, il nous semble important de préciser le niveau de formation et le parcours professionnel de chaque professeur.

- P1 est I.A titulaire du CFEEN obtenu après l'obtention du BEPC et deux années de formation à l'Ecole Normale d'Instituteur. P1 enseigne depuis 11 ans à l'école primaire dans des classes ordinaires. Il a la responsabilité d'une classe de CP de 40 élèves ;
- P2 est enseignante contractuelle titulaire du BEPC. Elle enseigne depuis 4 ans à l'école primaire dans des classes ordinaires. P2 n'a pas reçu de formation pédagogique à l'Ecole Normale. Elle a la responsabilité d'une classe de CP de 48 élèves. Cette classe lui a été attribuée par le directeur de l'école ;
- P3 est enseignante contractuelle de l'éducation titulaire du BAC A4 (philosophie et lettres). Elle enseigne depuis 6 ans à l'école primaire dans des classes ordinaires. P3 a

¹⁰⁴ Filles

¹⁰⁵ Garçons

¹⁰⁶ La lettre A désigne la première classe de CP

la responsabilité d'une classe de CP de 31 élèves composée essentiellement de filles. Elle a choisi d'enseigner dans cette classe de CP ;

- P4 est enseignante contractuelle de l'éducation, et a fréquenté le lycée en classe de seconde. Elle a bénéficié d'une formation pédagogique de 45 jours organisée par le Ministère de l'Education Nationale. Elle enseigne depuis 7 ans à l'école primaire dans des classes ordinaires et Franco-arabe. P4 avait la responsabilité d'une classe de CP de 67 élèves. Elle a choisi d'enseigner. Au moment de l'enregistrement des séances, elle avait bénéficié d'une affectation dans une classe de CM2. Elle a quand même accepté de rester avec ses élèves de CP pour le besoin de la recherche. Il faut noter que P4 a la charge des enseignements en Français uniquement puisque la classe est bilingue (les enseignements se font en français et en arabe).

1.2.3.1.2 Professeurs enquêtés en 2008/2009

Les quatre professeurs ont été désignés par leurs pairs, membres du collectif pour leurs expériences dans le cadre de l'enseignement dans les petites classes (appellation désignant les classes de CI et de CP).

Dans le tableau ci-après, nous présentons d'abord les notations utilisées pour identifier l'ensemble du collectif, et nous donnons ensuite des informations sur le profil des quatre professeurs enquêtés comme nous l'avons fait avec les quatre professeurs enquêtés 2007/2008.

Professeurs	Grades	Classes tenues	Types de classes
Professeurs expérimentateurs et membres du collectif			
P1MC	Enseignante Contractuelle	CM2	Ordinaire
P2MM	Enseignante Contractuelle	CP	Franco-arabe
P3MF	Institutrice adjointe titulaire	CM2	Ordinaire
P4MC	Institutrice Adjointe titulaire	CE2	Ordinaire
Professeurs membres du collectif			
P5.IC	Instituteur titulaire Directeur Ecole Mirriah Centre	-	-
P6.IC	Institutrice titulaire Directrice Ecole Mirriah Filles	CM2	Ordinaire
P7.IC	Institutrice titulaire	CM2	Ordinaire

P8.IC	Enseignante Contractuelle	CE2	Ordinaire
P9.IC	Institutrice Adjointe titulaire	CE1	Ordinaire
P10.IC	Enseignante Contractuelle	CE1	Franco-arabe
P11.IC	Enseignante Contractuelle	CP	Ordinaire
P13.IC	Enseignante Contractuelle	CE1	Ordinaire
P14.IC	Enseignante Contractuelle	CMI	Franco-arabe
P15.IC	Enseignant contractuel	CE2	Franco-arabe

Tableau 17 : Présentation des professeurs enquêtés et notations utilisées

Nous précisons ici les notations dans le tableau 28 : P1 à P15 désignent les professeurs membres du collectif. Nous adoptons les nomenclatures suivantes pour différencier les quatre professeurs dont les pratiques sont étudiées, dans le cadre de l'ingénierie coopérative. P1MC est utilisé pour signifier : Professeur 1(P1) Mirriah Centre (MC). Mirriah Centre désigne le nom de l'école où P1 enseigne, Mirriah Médersa (MM) désigne le nom de l'école où P2 enseigne, Mirriah Filles (MF) désigne le nom de l'école où P3 enseigne, et Mirriah Centre (MC) désigne le nom de l'école où P4 enseigne.

Les notations de P5 à P15 suivies des lettres IC désignent les professeurs participant à l'Ingénierie Coopérative, mais qui ne mettront pas en œuvre dans leur classe.

Les quatre professeurs (P1MC, P2MM, P3MF, P4MC) ont été désignés par leurs collègues pour mettre en œuvre les séances *in situ*.

- P1MC est enseignante contractuelle et titulaire du CFEEN. Elle avait fréquenté le lycée jusqu'en classe de terminale avant de passer le concours d'entrée à l'ENI pour effectuer 1 an de formation. Elle enseigne depuis 7 ans et a pratiquement tenu toutes les classes du CI au CM2. La classe de CP dans laquelle elle a mis en œuvre la séance compte 39 élèves dont 22 filles. Elle tenait une classe de CM2 au moment de l'expérimentation ;
- P2MM est enseignante contractuelle et titulaire du CFEEN. Elle a fréquenté le lycée jusqu'en classe de terminale, avant d'aller au Nigéria pour un bain linguistique en anglais. Elle est revenue au Niger pour passer le concours d'entrée à l'ENI et effectuer un an de formation. Elle enseigne depuis 4 ans, et la classe dans laquelle elle a mis en œuvre la séance compte 37 élèves dont 20 filles ;
- P3MF est institutrice adjointe titulaire du CFEEN après deux ans de formation à l'ENI. Elle enseigne depuis 16 ans et est considérée par ses collègues comme un professeur expérimenté et spécialiste des petites classes (CI et CP). La classe de

CP dans laquelle elle a mis en œuvre la séance compte 34 élèves toutes des filles. Elle tenait une classe de CM2 au moment de l'expérimentation ;

- P4MC est institutrice adjointe titulaire du CFEEN, après deux ans de formation à l'ENI. Elle enseigne depuis 17 ans et est considérée par ses collègues comme une expérimentée. La classe de CP dans laquelle elle a mis en œuvre la séance compte 44 élèves dont 9 filles. Elle tenait une classe de CE2 au moment de l'expérimentation.

1.2.3.2 Choix et contenu des séances mises en œuvre dans les classes enquêtées

- Séances mise en œuvre en 2007/2008

Les séances filmées ont été repérées dans le GM 2^{ième} année. Nous résumons dans le tableau suivant les références des séances. Ainsi, nous donnons à voir dans la première colonne la notation utilisée pour les professeurs qui ont mis en œuvre les séances dans les classes, la deuxième colonne spécifie la discipline choisie, la troisième colonne précise les chapitres concernés, la quatrième colonne montre le sous-chapitre, et enfin la cinquième colonne présente les séances étudiées et leurs références dans le GM 2^{ième} année.

Séances sur l'addition				
Professeurs	Discipline	Chapitres	Sous chapitres	Séances
P1	Arithmétique	Les nombres à 1 ou 2 chiffres, Comparaison ; Addition	Technique de l'addition	4.2.2 Addition sans retenue et
P2				4.2.3 Addition avec retenue
P3				(Page 114/115)
P4				
Séances sur la soustraction				
P1	Arithmétique	Soustraction : Signe (-) Transformation des écritures	Découverte de la Machine	2.2.1 Manipulation collective et
P2				2.2.2 Manipulation individuelle (Page 120)
P3				
P4				

Tableau 18 : Séances filmées et références GM 2^{ième} année

Chacun des professeurs a mis en œuvre quatre séances dans sa classe, dont deux séances sur l'addition et deux séances sur la soustraction. Nous avons filmé dans l'ordre P1, P2, P3 puis P4.

- Séances filmées en 2008/2009

Quatre séances ont été filmées dans quatre classes de CP différentes, deux qui portent sur le jeu de tiges et les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction, et les deux autres séances sur la résolution de problèmes. Dans le tableau 19, nous précisons, dans la première colonne les professeurs expérimentateurs et, dans la seconde colonne, nous spécifions les séances expérimentées dans les classes.

Professeurs expérimentateurs	Séances expérimentées
P1MC	Le jeu de tiges (séance initiale)
P2MM	Le jeu de tiges (séance initiale réaménagée)
P3MF	La résolution de problèmes (séance initiale)
P4MC	La résolution de problèmes (séance initiale réaménagée)

Tableau 19 : Séances filmées en 2008/2009

Dans le tableau ci-dessus, il y a quatre professeurs expérimentateurs, et chacun a mis en œuvre une séance dans quatre classes différentes. P1MC a mis en œuvre la séance initiale sur le jeu de tiges, et P2MM, la séance initiale réaménagée dans une classe avec des élèves qui n'ont pas rencontré la situation. P3MF a mis en œuvre la séance initiale sur la résolution de problèmes, et P4MC, la séance initiale réaménagée dans une classe avec des élèves qui n'ont pas rencontré la situation.

1.2.3.3 Principes d'analyse des séances filmées

Les séances mises en œuvre par P1, P2, P3 et P4

Avant d'étudier et d'analyser les séances mises en œuvre et filmées dans les différentes classes par les professeurs P1, P2, P3, et P4, et pour rendre compte de l'action du professeur et de ses interactions avec les élèves en classe, nous avons suivi une démarche que nous allons exposer dans ce qui suit :

- les fiches de préparation : nous présentons et analysons les 4 fiches de préparation de chaque professeur ;

- les synopsis : nous présentons et analysons les synopsis de l'ensemble des séances pour un même professeur (synopsis restreint pour faire figurer sur une page l'ensemble des 4 leçons pour chaque professeur ; synopsis détaillé pour l'ensemble des leçons de chacun) ;
- intrigue didactique : elle est présentée uniquement pour la séance où nous avons extrait l'épisode signifiant.
- les épisodes signifiants : chaque épisode signifiant est indiqué par un titre qui reflète une difficulté ou un problème bien précis. Nous produisons à la fin de chaque analyse d'épisode signifiant, une synthèse pour donner à voir ce qui dans l'épisode a constitué l'essentiel des transactions didactiques.
- présentation des séances : nous présentons les 4 séances choisies à partir du manuel et de ce qu'en disent les « bases mathématiques ». La présentation est faite dans un tableau qui précise la nature des séances, les éléments du GM, et les indications des BM.

En ce qui concerne le travail d'analyse et d'interprétation, nous nous sommes basé sur les transcrits des séances pour construire ensuite nos réflexions sur les événements didactiques intervenus lors de la mise en œuvre des séances. Pour chacune des séances étudiées en 2007/2008, nous avons procédé de la manière suivante :

- une première étape d'élaboration d'un synopsis réduit pour donner une vision dans un même espace, de l'ensemble du déroulement de la leçon ;
- une deuxième étape d'élaboration d'un synopsis plus détaillé pour donner plus de précisions sur le déroulement de la leçon ;
- une troisième étape d'élaboration d'une intrigue didactique, pour rendre compte du récit des événements didactiques (liés au savoir) qui ont fait le déroulement de la leçon.

Les séances mise en œuvre par P1MC, P2MM, P3MF et P4MC

L'analyse des séances s'est déroulée de la manière suivante :

- une première étape de présentation synoptique et d'analyse des fiches de préparation de chacune des quatre séances. Nous avons analysé les projets d'enseignement des professeurs en ce qu'ils proposent d'une part comme déroulement de la séance, et d'autre part comme contenu mathématique ;

- une deuxième étape de présentation et d'analyse des séances mises en œuvre *in situ*. Nous avons axé notre analyse sur ce qui s'est passé concrètement et objectivement dans les classes en faisant ressortir, non seulement ce qui est prévu et ce qui est réalisé, mais aussi en montrant les interactions professeurs / élèves autour de l'objet du savoir. Nous avons aussi repéré et analysé les épisodes signifiants que nous considérons comme des événements didactiquement intéressants ;
- une troisième étape d'élaboration de l'intrigue didactique pour raconter l'histoire de la séance en rendant compte des transactions qui se sont déroulées ;
- une quatrième étape d'analyse des épisodes signifiants pour rendre compte du type de mathématiques et des connaissances précises apprises par les élèves. A ce niveau nous nous référons à certaines analyses conduites par le collectif en utilisant les paroles issues des transcripts des séances ;
- une cinquième et dernière étape sous forme de synthèse pour notifier, ce qui dans la séance a permis ou pas aux élèves de construire des comportements mathématiques de leur propre mouvement.

En définitive, pour l'ensemble des séances étudiées, une analyse des épisodes (temps forts de la séance) repérés a porté sur la caractérisation de certains aspects du travail professoral. La démarche que nous avons adoptée a été, tout d'abord, d'explicitier les grandes lignes, sur la base de ce qui précède, de la gestion de la séance de la classe. Ensuite, nous avons décrit certaines techniques didactiques produites par les professeurs dans les classes enquêtées à travers les éléments révélateurs de phénomènes didactiques.

1.2.3.4 Les entretiens avec les professeurs

Nous avons élaboré deux types de guides pour réaliser les entretiens avec les enseignants avant et après chaque séance. Pour les professeurs enquêtés en 2007/2008, il y a eu un entretien collectif avant la mise en œuvre des séances et un autre entretien collectif après. Les quatre professeurs avaient souhaité ces deux entretiens collectifs. Ce choix, les professeurs l'expliquent par le fait que ce sont les mêmes séances qui vont être mises en œuvre dans quatre classes différentes et les échanges collectifs pourraient permettre individuellement de s'enrichir mutuellement et de s'imprégner des intentions didactiques de chaque professeur.

En ce qui concerne les professeurs expérimentateurs en 2008/2009, nous avons réalisé pour chaque professeur un entretien avant et un autre « à chaud » après la mise en œuvre des séances, en présence du collectif. Tous les entretiens ont été enregistrés et transcrits, et portent sur la préparation de la séance et sa gestion *in situ*. Les entretiens ont eu lieu dans les salles de classe où les séances ont été mises en œuvre. Le lecteur/enregistreur équipé d'un micro était installé devant le professeur enquêté, et nous lui indiquons le début et la fin de l'enregistrement. Nous spécifions, pour chaque guide les objectifs et les champs explorés.

Guides d'entretien		
Pré séances		
Objectifs :		
<ul style="list-style-type: none"> - amener les professeurs à exposer la manière dont ils vont s'y prendre pour conduire les séances (quelles sont leurs intentions ?) ; - amener les professeurs à parler de l'organisation qu'ils comptent mettre en œuvre pour créer les conditions d'apprentissage, atteindre leurs objectifs, et déterminer les tâches projetées 		
Champs explorés	Préparation des séances	Gestion des séances <i>in situ</i>
	<ul style="list-style-type: none"> - Que faites-vous en premier, quand vous avez une séance de mathématiques à préparer ? Pourquoi ? - A quel moment de la préparation consultez-vous les manuels ? - Que pensez-vous du contenu et de l'organisation des enseignements dans ces manuels ? - Quel (s) support (s) utilisez-vous pour matérialiser cette préparation ? - Quels sont les aspects sur lesquels vous faites particulièrement attention ? - Quelles sont les principales difficultés que vous repérez au cours de cette préparation ? - Quand vous repérez des obstacles dans la préparation de la leçon, comment faites-vous pour y remédier ? - Identifiez-vous à l'avance des attentes particulières par rapport à la séance et vis-à-vis des élèves ? 	<ul style="list-style-type: none"> - Pouvez-vous me dire ce que vous ressentez juste avant de démarrer la séance de mathématiques ? - Quelles sont les principales étapes pour conduire une séance de mathématiques ? - Comment faites-vous pour résoudre les difficultés survenues au cours de la séance ? - Comment faites-vous pour amener les élèves à participer et à prendre des responsabilités ? - Quel type d'organisation mettez-vous en place pour faciliter les apprentissages au cours de la séance ? - Savez-vous déjà à l'avance ce sur quoi vous butez dans le cadre des enseignements et apprentissages ? - Comment faites-vous pour vérifier si les attentes formulées ou imaginées sont satisfaites ou pas ?

Post séances	
Objectifs :	
<ul style="list-style-type: none"> - amener les professeurs à s'exprimer sur un certain nombre de points spécifiques liés à leurs façons de faire et aux actions didactiques mises en œuvre dans les séances ; - amener les professeurs à s'exprimer sur ce qui était essentiel dans les séances du point de vue des contenus et des comportements des élèves 	
Champs explorés	Gestion des séances <i>in situ</i>
	<ul style="list-style-type: none"> - Quelles sont vos impressions à la fin de cette séance ? - Pour vous, qu'est-ce qui était essentiel dans cette séance ? du point de vue des contenus ? au plan des comportements des élèves ? en ce qui concerne vos manières de faire ? - La séance s'est-elle déroulée comme vous l'aviez imaginée ? - Y a-t-il des choses auxquelles vous n'aviez pas pensé ? - Comment avez-vous trouvé la durée des séances ? - Comment avez-vous trouvé la participation des élèves ? - Quels moments particuliers ont retenu votre attention ? - Quels élèves ont retenu votre attention, pourquoi ? - Qu'est-ce qui vous a paru bien correspondre à vos attentes ? - Qu'est-ce qui vous a paru moins bien correspondre à vos attentes ? - Si c'était à refaire, vous y prendriez-vous de la même façon ? - Qu'est-ce que vous conserveriez, qu'est-ce que vous modifieriez ? - En quoi cette séance est révélatrice de vos pratiques ? - Pouvez-vous me dire ce que vous ressentez juste après la séance de mathématiques ? - Pensez-vous avoir atteint vos objectifs ? - Qu'est-ce que, selon vous, n'a pas bien fonctionné dans les séances ? - Pour les prochaines séances, à quoi feriez-vous particulièrement attention ?

Tableau 20 : Guides d'entretien pré et post séances

Avec les guides ci-dessus exposés, nous avons réalisé des entretiens pré et post séances avec les professeurs enquêtés. Nous nous référons souvent à ces paroles pour argumenter nos propos et alimenter les analyses des événements didactiques repérés comme étant significatifs dans les séances.

1.3 Synthèse du dispositif de recherche

Dans ce chapitre consacré à la méthodologie de notre travail de recherche, nous avons présenté la façon avec laquelle nous avons procédé pour le recueil et l'analyse des différents matériaux empiriques. Nous proposons à partir du schéma (figure 5) une vue d'ensemble du dispositif que nous avons détaillé tout au long de ce chapitre.

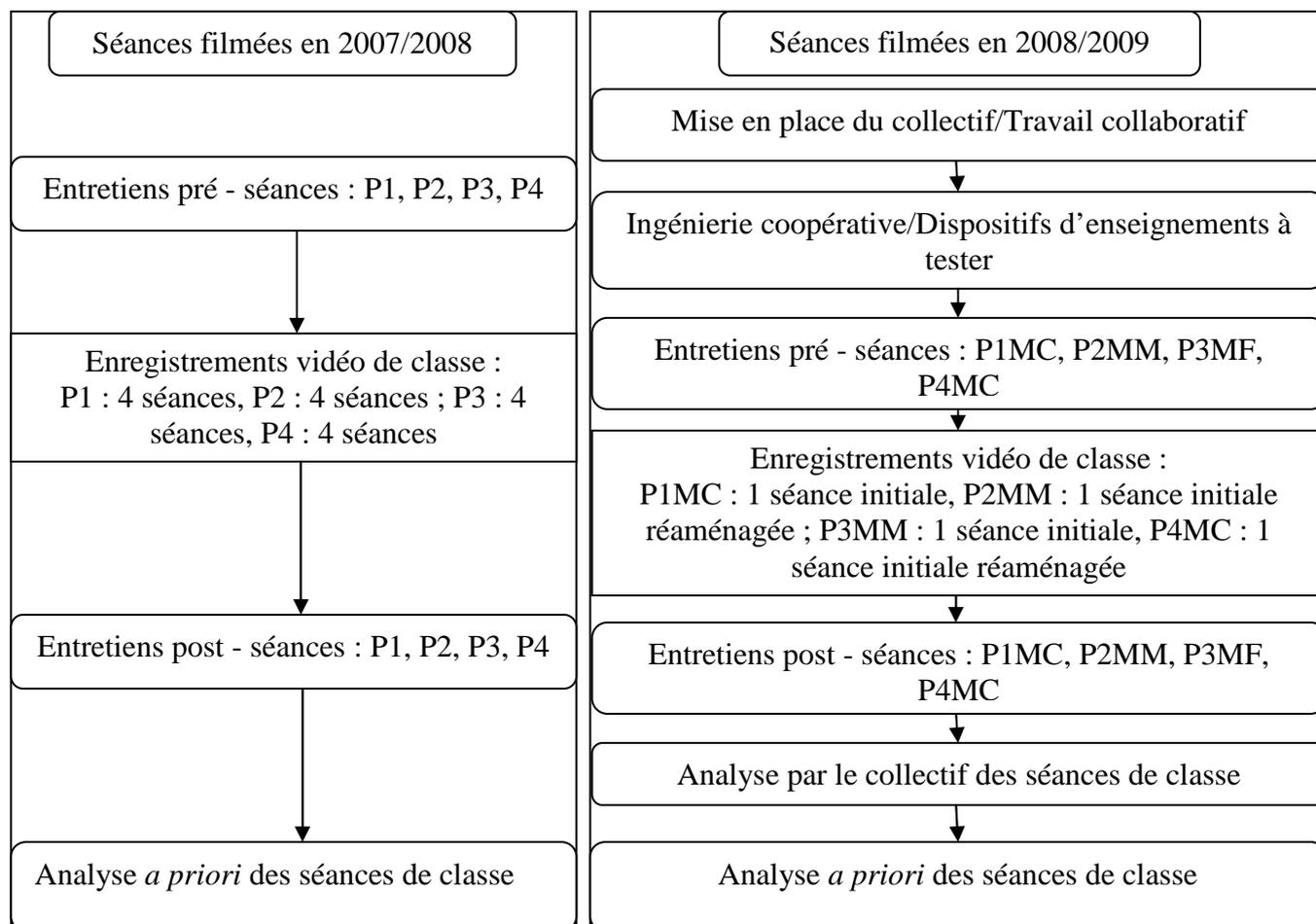


Figure 5 : Schéma de synthèse des données recueillies.

Nous venons d'exposer les principes méthodologiques d'observations et d'analyse des ressources étudiées. Il nous semble important de clarifier notre posture, pour montrer le rôle que nous avons joué tout au long de ce travail de recherche.

1.4 Les postures du chercheur

Dans le cadre de cette recherche, notre posture a varié selon les dispositifs mis en place et les matériaux empiriques collectés et analysés. Il nous a semblé important à réfléchir à cette posture dans une recherche de ce genre. Nous questionnons les pratiques des professeurs et le

rapport au savoir visé dans la mise en œuvre des séances à travers notre capacité à montrer les difficultés proprement *mathématiques* des leçons. Cette première posture relève d'une intervention en tant que formateur. Il fallait la clarifier pour savoir si nous allions nous comporter comme un chercheur qui étudie les pratiques des professeurs *in situ*, ou qui pourrait intervenir sur les séances mises en œuvre pour apporter des éclairages aux professeurs. Nous savons qu'il est souvent difficile en tant que formateur de ne pas intervenir sur des aspects didactiques concernant une séance.

Pour le premier matériau empirique sur l'addition et la soustraction, notre rôle a été d'organiser la mise en place du travail de collecte de données au plan organisationnel. Nous avons travaillé avec les quatre professeurs sur les conditions de mise en œuvre des séances, et ce sont les professeurs qui se sont pleinement impliqués à préparer le contenu des séances. Nous avons pour notre part filmé et analysé les séances. Notre posture ici est proche du chercheur qui cherche des « traces » au sens de Ginzburg (1986, p.147) qui précise que : « des traces même infinitésimales permettent de saisir une réalité plus profonde, impossible à atteindre autrement ». C'est l'idée de considérer les traces comme un moyen d'accéder à la réalité des faits. Notre posture en tant que chercheur s'apparente d'une certaine manière à cette réflexion de Ginzburg que nous venons d'évoquer, puisque dans notre travail d'analyse des séances de classes observées, nous avons tenté de décrire certaines techniques didactiques produites par le professeur, et de caractériser certains aspects de son travail, à partir d'épisodes signifiants.

Lors du recueil du second matériau empirique recueilli pour la mise en place de l'ingénierie coopérative, notre posture a connu une certaine évolution, même si elle est restée fortement marquée par une neutralité et une large part de l'autonomie laissée aux professeurs. Nous avons adopté l'attitude du chercheur qui étudie les pratiques et qui fournit au départ un certain nombre de supports au collectif, tout en cadrant au fur et à mesure les mises en œuvre des séances, mais en se gardant d'intervenir au risque d'influencer les réflexions des professeurs. Notre posture à ce niveau est proche de l'idée de Foucault (1963, p.168) selon laquelle : « observation et expérience s'opposent sans s'exclure : il est naturel que la première conduise à la seconde, mais à la condition que celle-ci n'interroge que dans le vocabulaire et dans le langage qui lui a été proposé par les choses observées ». Foucault donne à voir l'observation des faits et la dimension expérimentale comme une nécessité de questionner et d'interroger « le monde de la connaissance » et « le monde des objets à connaître » pour s'assurer de l'articulation et des liens possibles entre leurs contenus et leurs modes opératoires. On pourrait faire le lien de

cette perception de Foucault avec notre travail de recherche qui s'inscrit dans le cadre d'une expérimentation à partir de l'observation de systèmes didactiques. Dans une telle perspective, il est possible de voir notre dispositif d'ingénierie coopérative comme une collaboration entre chercheur et professeurs à travers une expérimentation qui requiert de la part du chercheur une posture dans la gestion des interactions avec les professeurs dans la *sémantique familière de l'action* Sensevy (2007).

Nous allons aborder maintenant la partie consacrée à l'étude et à l'analyse des manuels mathématiques au Niger.

Partie 4 : Présentation et analyse des ressources : les manuels de mathématiques au Niger

Nous allons maintenant aborder la présentation et l'analyse des ressources mathématiques.

1.1 Les ressources mathématiques utilisées au CP

Nous faisons dans cette section une analyse des ressources mathématiques utilisées dans le cadre des enseignements et apprentissages au CP¹⁰⁷ au Niger. Il s'agit du manuel ancien de mathématiques utilisé après les indépendances (1960) à l'école primaire intitulé « La connaissance des nombres de 21 à 100 », les Bases mathématiques Tome 2¹⁰⁸ (noté BMT2) et du Guide du maître (noté GM) deuxième année¹⁰⁹ deux manuels officiels en vigueur dans l'enseignement depuis 1987. Nous analysons ces ressources dans ce qu'elles proposent comme connaissances mathématiques aux professeurs, sur l'étude du nombre, l'addition, la soustraction et la résolution de problèmes. Nous nous centrons pour cela sur leur organisation et leur contenu d'une part, et d'autre part, sur la description de la topogénèse qu'elles préfigurent.

Nous faisons l'hypothèse que ces manuels influencent d'une certaine manière les pratiques des professeurs que nous avons enquêtés, en référence aux travaux de Ball et Cohen (1996) de Margolinas et Wozniak (2008) de Gueudet et Trouche (2008) qui ont étudié le rôle du manuel dans l'activité du professeur. Dans cette perspective, nous organisons cette section comme suit :

- un premier temps consacré à l'étude de l'ancien manuel, contenu mathématique, organisation, et la partition topogénétique induite ;
- un deuxième temps qui porte d'une part, sur l'analyse des BMT2 et le GM pour donner à voir l'organisation et le contenu, et préciser sur quoi les professeurs

¹⁰⁷ Au Niger ce niveau correspond à la deuxième année de l'école élémentaire, la première année étant le CI (Cours d'Initiation)

¹⁰⁸ Nous étudions les Bases Mathématiques Tome 2 puisqu'elles comportent les enseignements sur l'arithmétique, objet de notre étude. Le Tome 1 contient les connaissances mathématiques sur l'enseignement de la mesure et la géométrie (ce tome n'est pas étudié dans le cadre de ce travail de recherche, mais nous mettons dans la partie annexe des extraits des programmes et contenus). Les BM sont les manuels uniques qui accompagnent les guides du maître.

¹⁰⁹ Nous étudions le guide du maître deuxième année, c'est le manuel unique mis à disposition du professeur pour enseigner les mathématiques au CP.

s'appuient dans ces manuels pour préparer leurs enseignements. D'autre part, nous faisons une analyse spécifique de la topogénèse induite par ces manuels ;

- un troisième temps enfin, sur l'analyse comparative entre ancien manuel et nouveaux manuels en centrant les analyses sur l'influence manuels sur les pratiques professorales.

1.2 Etude et Analyse du manuel ancien de mathématiques

Le manuel ancien intitulé « La connaissance des nombres de 21 à 100 » était l'unique référence pour enseigner le calcul au CP à l'école primaire, après la période post coloniale au Niger en 1960. Il était destiné à l'usage des maîtres, et donnait des indications sur le déroulement et le contenu des leçons. Il reprend l'enseignement des nombres 20 premiers nombres vu au CI et présenté dans le manuel « La connaissance des 20 premiers nombres ». Le manuel ancien a la particularité de donner la répartition des leçons en journées avec des indications sur la manière de conduire la leçon sous la forme d'une fiche. Nous analysons maintenant le contenu et les caractéristiques du manuel à partir, de l'organisation des enseignements.

1.2.1 Analyse du contenu mathématiques et des caractéristiques du manuel ancien

Au CP les élèves découvrent les techniques opératoires spécifiques à l'addition et à la soustraction, avant d'aborder la résolution de petits problèmes. Nous avons tenté de faire deux types de classification pour montrer l'organisation et le contenu des enseignements liés à la présentation et à l'étude du nombre dans le cadre de ce travail.

- La première classification porte sur l'étude et la présentation des nombres de 1 à 100 excepté le nombre 10, parce que d'une part dans la suite des enseignements ce nombre joue un rôle très important dans l'acquisition de certaines techniques opératoires dans les anciens programmes, et d'autre part dans les programmes actuels et dans la plupart de nos données empiriques, le nombre 10 apparaît comme essentiel dans la constitution des savoirs fondamentaux de la numération. Nous donnons dans le tableau 21 un extrait de l'organisation des leçons du nombre 1 à 9, et nous mettons (annexe 7), le déroulement des autres nombres (l'étude des nombres de 11 à 100). Dans le tableau 21, nous précisons dans la première colonne la classification des enseignements, la deuxième colonne présente le contenu des leçons (ici l'exemple du

nombre 1 à 9), et enfin dans la nous montrons la troisième colonne la chronologie et la progression

Intitulés des leçons	Contenu des leçons	Chronologie et progression
Le nombre 1	Etude de 1 : signe = ; $1-1 = 0$	1 ^{ère} journée
Le nombre 2	$1 + 1 = 2$; $2 - 2 = 0$; 2 fois 1.	2 ^{ème} et 3 ^{ème} journée
Le nombre 3	Présentation : $2+1$; $1+2$ $3-1$; $3-2$.	4 ^{ème} journée et 5 ^{ème} journée
Le nombre 4	Présentation : $3+1$; $1+3$; $2+2$; $4-2$; $4-1$; $4-3$; 2 fois 2 = 4 ; 4 partagé en 2.	7 ^{ème} à 12 ^{ème} journée
Le nombre 5	Présentation : $4+1$; $1+4$; $3+2$; $2+3$; $5-3$; $5-1$; 5-4.	13 ^{ème} et 14 ^{ème} journée
Le nombre 6	Présentation : $5+1$; $1+5$; $3+3$; $6-3$; $6-1$; $6-5$; 2 fois 3 ; 3 fois 2 ; 6 partagé en 2.	15 ^{ème} à 20 ^{ème} journée
Le nombre 7	$6+1$; $1+6$; $7-1$; $7-6$; $5+2$; $2+5$; $7-2$; $7-5$; $4+3$; $3+4$; $7-3$; $7-4$.	21 ^{ème} et 23 ^{ème} journée
Intitulés des leçons	Contenu des leçons	Chronologie et progression
Le nombre 8	Présentation : $7+1$; $1+7$; $8-1$; $8-7$; $6+2$; $2+6$; $8-2$; $8-6$; $5+3$; $3+5$; $8-5$; $8-3$; $4+4$; $8-4$; 2 fois 2 ; 4 fois 2 ; 8 partagé en 2.	24 ^{ème} à 29 ^{ème} journée
Le nombre 9	Présentation globale : $8+1$; $1+8$; $9-1$; $9-8$; $7+2$; $2+7$; $9-2$; $9-7$; $6+3$; $3+6$; $9-3$; $9-6$; $5+4$; $4+5$; $9-4$; $9-5$.	31 ^{ème} et 34 ^{ème} journée

Tableau 21 : Présentation synoptique des enseignements des nombres de 1 à 9 : contenu des leçons, chronologie et progression

Dans le tableau 21, nous avons regroupé les enseignements concernant l'étude du nombre à partir de sa présentation et de sa formation. Chaque leçon est présentée sous la forme d'une fiche qui donne des indications sur sa mise en œuvre.

La chronologie et la progression des leçons montrent qu'au fur et à mesure que le nombre est étudié, les quatre opérations (l'addition, la soustraction, la multiplication et la division) sont introduites avec des mots et des expressions¹¹⁰.

Dans le manuel ancien, l'étude du nombre se déroule selon un plan d'étude réparti en journées. La démarche met en relief les étapes suivantes pour étudier le nombre :

- manipulation individuelle : reconnaître, toucher du doigt à partir du matériel individuel (cailloux, bâtonnets, bûchettes etc.). Le maître présente l'objet et explique

¹¹⁰ A propos des mots et expressions, nous pouvons citer pour l'addition : et (sens de l'addition), ajouter, plus. Pour la soustraction : il ne reste rien, il reste, ôter de, enlever, moins. Pour la multiplication ; fois. Pour la division : partager (expliqué par le geste de la main déplacée de haut en bas, et traduit par le mot diviser).

la manipulation à faire à l'ensemble de la classe, il invite ensuite un élève au tableau pour manipuler devant ses camarades ;

- manipulation collective : utilisation du matériel collectif par des élèves pour faire des démonstrations devant l'ensemble des élèves ou par groupe à partir du matériel collectif (ardoises-dominos, bûchettes etc.) ;
- représentation des situations au tableau par le maître et sur l'ardoise par les élèves : dessins ;
- représentation abstraite et mentale : des exercices de calcul mental de contrôle par le Procédé La Martinière (noté PLM, nous donnons un extrait annexe 9) sur les ardoises.

La figure 6 ci-dessous résume le déroulement de l'étude du nombre :

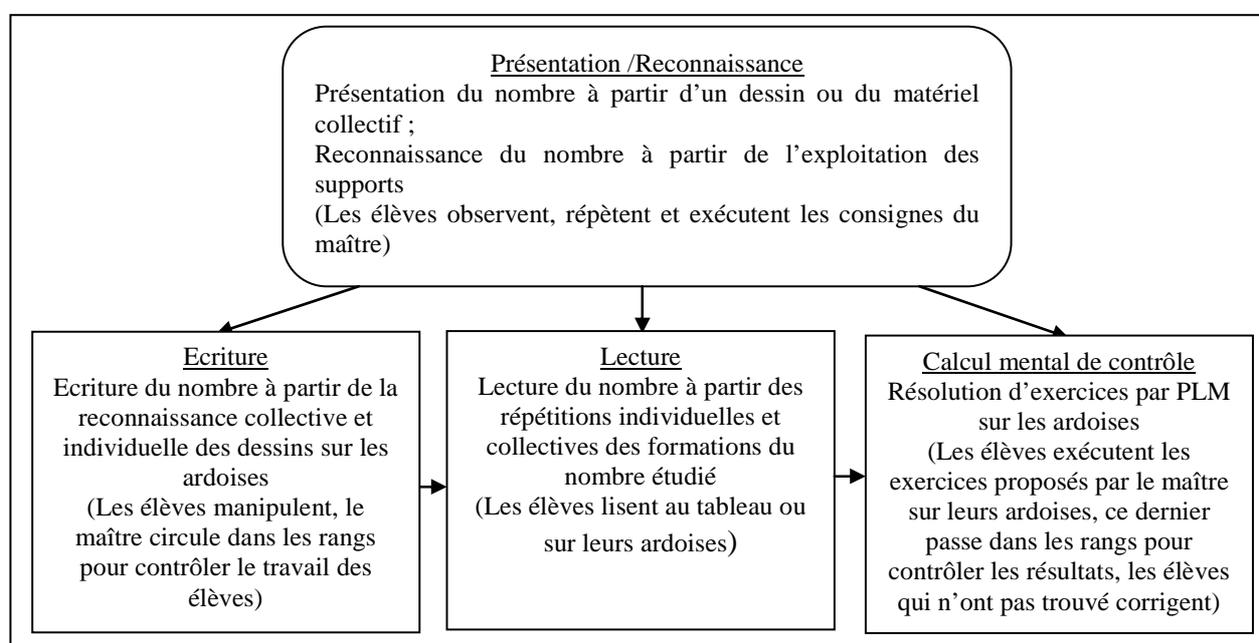


Figure 6 : déroulement de l'étude d'un nombre

Nous allons parcourir la présentation des enseignements pour préciser la perspective que traduit ce manuel sur l'acquisition du nombre par l'élève durant ses premières années d'apprentissage. L'organisation d'une journée correspond à une unité d'enseignement/apprentissage. Elle se présente en trois principales étapes :

- détermination du but de la leçon et du matériel : le titre de la leçon et son contenu, le matériel à utiliser pour les manipulations ;
- contrôle des acquisitions : une série d'exercices pour contrôler les acquisitions antérieures souvent indispensables au nouveau savoir à acquérir ;

- déroulement de la leçon : description de la mise en œuvre de la leçon sur la base d'indications et de consignes précises à suivre.
- But de la leçon :

A ce niveau, on note plusieurs types de formulation avec souvent des variations selon les leçons que nous classons en trois types :

- type 1 : le nombre et ses différentes présentations (formation, décomposition, aspects cardinal et ordinal), c'est le cas de la plupart des leçons sur l'étude des nombres. Ces présentations du nombre sont utilisées dans les différentes applications (addition, soustraction, multiplication et division) ;
- type 2 : l'étude du nombre avec production de règles spécifiques ;
- type 3 : exploitation du nombre à travers les techniques opératoires dans la vie courante et des situations liées à l'addition, la soustraction, la multiplication et la division.
- Matériels :

Ils peuvent être regroupés en deux catégories en fonction du type de travail choisi. Il s'agit pour l'essentiel de permettre les manipulations, la fixation et l'observation des notions étudiées durant toute la séance. Le matériel collectif appartient à la classe, et sert à faire des manipulations au tableau et devant l'ensemble de la classe. C'est le maître qui l'utilise pour transmettre les informations, faire des mises au point et des synthèses. Le matériel individuel appartient à chaque élève, il leur permet de réaliser des tâches communes à l'ensemble des élèves.

- Le contrôle des acquisitions :

Cette étape permet au maître de réviser les acquisitions précédentes souvent basées sur des activités indispensables à la mise en œuvre de la leçon du jour. C'est un ensemble d'exercices sous forme de questions orales, réponses écrites sur les ardoises.

- Déroulement de la leçon :

C'est l'étape de mise en œuvre de la leçon. Le maître présente dans les détails l'organisation des enseignements et les méthodes préconisées. Il donne à voir ce qu'il compte mettre en œuvre lors de la séance, et ce que les élèves sont censés faire à partir de ce qu'il propose. Dans ce manuel, on peut voir une certaine structuration de cette partie :

- manipulation/observation/découverte de la notion enseignée ;
- exercices d'application sur les ardoises ;
- contrôle des acquisitions nouvelles.

L'étude d'un nombre est abordée dans ses différentes représentations et formations. Ainsi, si nous prenons l'exemple du nombre 9, elle s'étale sur quatre journées (31^{ème} à 34^{ème} journée). Nous développons dans les détails la première journée, et pour les trois autres journées nous donnons des indications sur les cheminements.

La première journée est consacrée à la présentation globale du nombre 9 ($8 + 1$; $1 + 8$; $9 - 1$; $9 - 8$), et elle est mise en œuvre à partir d'un domino. Le maître invite les élèves à dessiner 9 points sur l'ardoise, et 9 est écrit au tableau. Il fait compter ensuite 8 bâtonnets sur les tables et 8 bûchettes au tableau. Les élèves identifient le nombre d'objets, et écrivent 8. Le maître ajoute un bâtonnet et demande ce qu'il faut écrire (+1), et conclut en donnant le nombre total de bâtonnets (9). Il fait répéter $8 + 1 = 9$ et 8 et 1 font 9.

Il poursuit avec les 9 bâtonnets sur les tables, que les élèves vérifient par comptage. Il invite les élèves à glisser 1 bâtonnet à gauche, et demande le nombre de bâtonnets dans le tas de gauche, dans le tas de droite, puis en tout. Il demande ensuite la nature de l'opération, fait écrire et fait lire : $8 + 1 = 9$, 9 c'est 8 et 1 ou 1 et 8. Le maître présente un dessin de papillons, et demande aux élèves le nombre. Les élèves écrivent 9, et le maître explique qu'un papillon s'envole. Il demande aux élèves la nature de l'opération, et le nombre de papillons qui reste. Il fait écrire $9 - 1 = 8$; 1 ôté de 9, reste 8.

Le cheminement se poursuit autour de 9 bâtonnets posés sur les tables, et comptés un à un par les élèves. Le maître rappelle que 8 et 1 font 9, et demande aux élèves d'enlever le paquet de 8. Il demande aux élèves ce qu'il faut écrire, et ce qui reste. Il fait compléter et fait lire $9 - 8 = 1$; 8 ôté de

Il demande aux élèves ce qu'il faut ajouter à un bâtonnet pour avoir 9. Il fait lire au tableau : $8 + 1 = 9$; $9 - 1 = 8$; $+ 8 = 9$; $9 - . = 1$.

Il termine avec deux problèmes sous forme de calcul mental :

- Un vase contient 8 fleurs, j'en ajoute une autre. Combien de fleurs dans le vase ?
- Une poule a 9 poussins, le chat en mange un. Combien de poussins maintenant ?

La 32^{ème} journée est mise en œuvre autour de : $7 + 2$; $2 + 7$; $9 - 2$; $9 - 7$. La 33^{ème} journée est consacrée à l'étude de : $6 + 3$; $3 + 6$; $9 - 3$; $9 - 6$. La 34^{ème} journée porte sur : $5 + 4$; $4 + 5$; $9 - 4$; $9 - 5$.

A l'issue de la description des différentes journées consacrées à l'étude du nombre 9, on peut voir dans le cheminement proposé, les aspects suivants qui marquent le déroulement des leçons :

- la présentation globale du nombre laisse penser que les élèves seraient amenés à découvrir les différentes formations. Le nombre 9 est étudié de façon décroissante sous ses formes additives, soustractives à partir de 8 ($8 + 1$; $1 + 8$; $9 - 1$; $9 - 8$), 7 ($7 + 2$; $2 + 7$; $9 - 2$; $9 - 7$), 6 ($6 + 3$; $3 + 6$; $9 - 3$; $9 - 6$) et 5 ($5 + 4$; $4 + 5$; $9 - 4$; $9 - 5$). On voit bien que le maître s'appuie sur les acquisitions antérieures pour présenter le nouveau nombre. C'est d'une certaine manière une consolidation des connaissances indispensables aux nouvelles acquisitions. Pour présenter le nombre, le maître adopte un cheminement qui consiste en un recours au matériel, puis l'usage des mots et expressions (ajouter, il reste, quel signe, combien, maintenant). Le comptage est beaucoup utilisé pour vérifier le nombre d'objet et s'assurer que tous les élèves ont non seulement le même support, et surtout le même nombre d'objets ;
- les manipulations d'objets sont au cœur des différentes présentations du nombre 9. Les élèves exécutent les consignes du maître à partir du matériel individuel, et observent au tableau les manipulations collectives qui sont d'une certaine manière transformées en traces écrites sur l'essentiel à retenir. Le tableau, les ardoises, les bâtonnets et les bûchettes sont les supports essentiels dans chaque étape du déroulement de la leçon. La discipline (arithmétique) est fondée sur la découverte. L'enfant doit parvenir à discriminer les objets, à rassembler ceux déjà comptés et ceux qui restent à compter. La difficulté croît avec le nombre d'objets et la disposition des espaces. L'institution stipule dans les I.O que les notions d'arithmétique seront étudiées comme des exercices de découverte : pas de leçon d'arithmétique sans manipulation ;
- le contrôle des acquisitions est mené sur la base de petits exercices par PLM, sous formes de prérequis qui permettent au maître de rappeler les acquis antérieurs, et de préparer les élèves à la leçon du jour ;
- les interrogations sont utilisées comme moyen sûr de juger les résultats de son enseignement et du travail personnel de l'élève. Le maître utilise ainsi : les questions de contrôle au niveau du calcul mental et de la révision pour voir si les acquisitions antérieures ont résisté à l'usure du temps et pour estimer leur degré d'intégration dans la construction de connaissances des élèves. Ce sont des questions collectives à réponse individuelle. Les questions de découverte où le maître sollicite les élèves en vue de leur participation à la construction des notions du jour relèvent du souci de motiver les élèves et d'arriver à des apprentissages durables et qualitatifs

- La deuxième classification regroupe les enseignements spécifiques de certains nombres. Elle concerne les enseignements dont le contenu nous intéresse pour cette étude. Il s'agit de l'étude du nombre 10, de l'addition et de la soustraction, et celle de la résolution de problèmes. Notre intention est d'analyser la manière dont les enseignements du nombre 10, l'addition, la soustraction, et la résolution de problèmes sont abordés dans le manuel ancien.

Le tableau 18 présente une vue synthétique de certains enseignements du nombre dont les mises en œuvre proposées vont être analysées. Nous nous centrons dans la colonne découpage de la leçon sur certains éléments (représentés par les parties grisées dans le tableau) liés à l'étude du nombre 10, l'addition, la soustraction et la résolution de problèmes, pour analyser les procédés utilisés dans le manuel ancien. Ainsi que nous l'avons mentionné précédemment, nous faisons l'hypothèse que certaines pratiques que nous avons constatées dans les classes étudiées portent encore certaines marques des mises en œuvre proposées pour ces enseignements. Nous allons étudier les intentions du manuel ancien en ce qu'elles permettent aux enseignants de réaliser *in situ* et aux élèves de construire comme connaissances.

Intitulé de la leçon	Découpage de la leçon	Chronologie et progression
Le nombre 10	Présentation globale : $9 + 1$; $1 + 9$; $10 - 1$; $10 - 9$; $8 + 2$; $2 + 8$; $10 - 2$; $10 - 8$; $7 + 3$; $3 + 3$; $10 - 3$; $10 - 7$; $6 + 4$; $4 + 6$; $10 - 4$; $10 - 6$; $5 + 5$; $10 - 5$; 2 fois 5 ; 5 fois 2 ; 10 partagé en 2 ; 10 partagé en 5 ; la dizaine ; Dizaines et Unités.	36 ^{ème} à 43 ^{ème} journée
La résolution de problèmes à une solution.	Disposition pratique pour résoudre un problème à une solution.	44 ^{ème} journée
L'addition de nombres et de trois nombres sans retenue	Opération du type $12 + 15$; $21 + 3 + 5$	95 ^{ème} journée
L'addition avec retenue	2 nombres de un chiffre. Type $8 + 6$.	97 ^{ème} journée

Ajouter 10 à un nombre. L'addition avec retenue	1 nombre de 2 chiffres et un nombre de 1 chiffre Type 16 + 8.	100 ^{ième} journée
Retraire un nombre	Retraire 10 à un nombre.	102 ^{ième} journée
Ajouter 9 à un nombre	La soustraction avec retenue. 1 ^{er} cas : type 14 - 6	104 ^{ième} journée
Retraire un nombre	Retraire 9 à un nombre.	107 ^{ième} journée
Intitulé de la leçon	Découpage de la leçon	Chronologie et progression
La soustraction avec retenue.	2 ^{ème} cas : type 25 - 8.	109 ^{ième} journée
L'addition avec retenue	2 nombres de 2 chiffres. Type : 27 + 15.	113 ^{ième} journée
Ajouter un nombre	Ajouter 8 à un nombre	114 ^{ième} journée
La soustraction avec retenue.	3 ^{ème} cas : type 32 - 15.	119 ^{ième} journée
Retraire 8 à un nombre	Addition avec et sans retenue.	123 ^{ième} journée
La soustraction avec retenue	Révisions. Exercices.	130 ^{ième} journée
L'addition avec retenue	Type : 34 + 15 + 26	133 ^{ième} journée

Tableau 22 : Progression et organisation des enseignements sur le nombre 10, l'addition, la soustraction et la résolution de problèmes

1.2.2 L'étude du nombre 10

L'étude du nombre 10 (cf. un extrait du déroulement du nombre dans l'ancien manuel, annexe 8) est une étape essentielle de la numération puisqu'elle intervient par la suite dans de nombreuses situations où l'élève est amené à utiliser 10 pour effectuer certaines opérations. Le passage à la dizaine ne se fait pas sans difficultés, et certains enseignants sont surpris de voir des élèves faire des confusions, lorsqu'ils découvrent pour la première fois un nombre à deux chiffres, notamment sur la place du zéro.

Dans le manuel ancien, le nombre 10 est étudié à travers une présentation globale qui passe par les quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, et division). Ce processus suppose des cheminements (une démarche et une programmation) pour faciliter cet apprentissage. On peut voir à partir du tableau 49 ci-dessous, que l'organisation et la progression des enseignements pour le cas spécifique du nombre 10 sont indiquées dès le départ, et c'est au maître de mettre en œuvre dans la classe les activités associées au programme d'enseignement.

Le manuel se présente comme une ressource pour l'enseignant, *outil* dans les pratiques d'enseignements et situations mathématiques, il contribue à façonner ces pratiques (Gueudet et Trouche, 2008). D'une certaine manière on pourrait voir le manuel comme exerçant une pression topogénétique, en ce sens que le travail mathématique est à la charge du maître, et les élèves pourraient être amenés à l'imiter tout simplement. La manipulation d'objets (bâtonnets, bâchettes, cailloux, plumes, dominos), l'exploitation de dessins (dix points dessinés sur l'ardoise, dessins d'oiseaux, de poissons, de cases, de fleurs au tableau) et la référence au corps humain (les dix doigts des mains) sont les moyens par lesquels le nombre 10 est présenté. Le comptage est chaque fois utilisé en fonction des activités de formation du nombre 10. Une fois que dix objets ont été rassemblés, ils sont liés ou regroupés pour former un paquet ou un tas, et faciliter la manipulation. A ce moment précis, le maître fait découvrir la notion de dizaine. Les élèves sont ensuite invités à composer des dizaines avec plusieurs types de matériel, en insistant sur le fait que dans une dizaine bâtonnets, il y a 1 fois 1 bâtonnet, 2 fois 1 bâtonnet.... et dans une dizaine de bâtonnets, il y a dix fois 1 bâtonnet.

A la suite de ces différentes compositions, les élèves découvrent la propriété « la dizaine est définie par 10 unités ». Le nombre 10 est écrit au tableau et sur les ardoises en plaçant 1 pour la dizaine, et 0 pour l'unité.

La présentation et la formation du nombre 10 s'effectuent à partir de manipulations. Il apparaît un nombre à deux chiffres (un 1 et un 0). Le nombre 10 s'appelle une dizaine (langage mathématique qui explique le paquet ou le groupe de dix), et 1 représente le symbole « d » et 0 le symbole « u ». Les équivalences apparaissent selon qu'on écrit « un » qui représente bien le chiffre 1, et selon qu'on écrit « dix » qui représente bien le nombre 10.

1.2.3 L'addition et la soustraction : deux opérations étroitement liées

Nous poursuivons notre analyse de certains enseignements dans le manuel ancien, et dans ce qui suit, nous analysons l'addition et la soustraction pour tenter de comprendre comment ces deux opérations étroitement liées sont proposées aux maîtres dans le cadre des enseignements et apprentissages. A ce propos nous citons Rouche et *al*, 2006 qui stipulent que : « Ces deux opérations sont étroitement parentes, si bien qu'il importe de les étudier ensemble, en commençant par exploiter la grande famille des questions auxquelles elles permettent de répondre [...] L'addition et la soustraction peuvent d'abord s'effectuer physiquement, comme lorsqu'on ajoute des billes à un ensemble de billes ou qu'on enlève d'un vase rempli une certaine quantité de liquide. Mais dès qu'on sait dénombrer les ensembles ou mesurer les grandeurs, on peut additionner ou soustraire des nombres, et donc on fait des opérations intellectuelles.» Ce long passage montre que l'addition et la soustraction sont considérées comme des opérations formant un *tout* au sens de Vergnaud (1981) ceci jouant un rôle essentiel dans la compréhension de leurs propriétés arithmétiques.

L'addition et la soustraction étaient déjà abordées dans la présentation globale et la formation des nombres. Elles sont introduites à partir des mots et expressions (ajouter, additionner, ôter, j'enlève, il reste) pour expliquer aux élèves les opérations effectuées. Il y a des chapitres spécifiques pour expliquer les techniques opératoires. Nous allons étudier ces chapitres afin d'analyser les techniques opératoires utilisées.

1.2.3.1 Les leçons sur l'addition

- L'addition de 2 nombres et 3 nombres sans retenue du type : $12 + 15$ et $21 + 5 + 3$ est proposée come suit :
 - manipulation de pièces punaisées pour montrer que Ali possède 12 pièces de monnaie et Mina en possède 15 ;
 - écriture de 15 sous le nombre 12 et calcul du total en indiquant la nature et le signe de l'opération ;
 - disposition de 12 bâtonnets (une dizaine et 2 unités) et 15 bâtonnets (une dizaine et 5 unités) sur les tables en face des nombres 12 et 15 ;
 - comptage des unités ($2 + 5$) et écriture du résultat 7 sous les unités ;
 - addition des dizaines entre elles (1 dizaine et 1 dizaine font 2 dizaines) et écriture de 2 sous les dizaines ;
 - lecture du nombre 27 en précisant que Ali et Mina ont 27 francs ;
 - addition des deux nombres ($12 + 15$) avec précision du principe, addition des unités entre elles, puis les dizaines entre elles ;

- exercice de contrôle sur les ardoises ($15 + 14$) sous la forme d'un problème à résoudre par PLM : « Au marché Madame Ali achète un tas de 15 tomates et un autre tas de 14 tomates. En tout ? Ecrire l'opération ».

- L'addition de 3 nombres sans retenue du type ($21 + 5 + 3$) se présente comme suit :
 - manipulations d'objets (ici trois piles de 21, 5 et 3 livres ou cahiers) ;
 - comptage à tour de rôle des piles de cahiers par des élèves désignés ;
 - écriture sur les ardoises des nombres au fur et à mesure et calcul du total ;
 - identification de la nature de l'opération et précisions sur le principe de l'addition des unités d'abord, puis des dizaines ensuite ;
 - vérification du travail des élèves et correction au tableau ;
 - exercices de contrôle à partir de deux problèmes (Abdou a 12 cailloux dans sa poche, et 10 dans une autre poche. En tout ? Un cahier coûte 25 F. Jacques a 20 F. Combien lui faut-il encore pour l'acheter ?).

Ces deux types d'addition sans retenue se sont déroulés presque de la même manière (manipulations, comptage, écriture des nombres au tableau et sur les ardoises, précision sur les principes unités et dizaines, et exercices de contrôle). La technique opératoire est centrée sur le principe de l'addition des unités entre elles d'abord, puis ensuite les dizaines entre elles. On peut faire l'hypothèse à propos de ces manières d'envisager l'addition, que le cheminement proposé semble orienter le maître vers une centration sur les formes sémiotiques isolées au détriment de la construction de leur rapport à la référence. Les trois petits problèmes proposés comme exercices de contrôle sont différents du point de vue de Vergnaud (1997) au sujet de la classification des problèmes de structure additive. Les problèmes sur les tomates ($15 + 14 = ?$) et sur les cailloux ($12 + 10 = ?$) correspondent à des transformations positives connaissant l'état initial et la transformation. Le problème sur le cahier ($20 + ? = 25$) correspond à une transformation positive connaissant l'état initial et l'état final.

- L'addition avec retenue de deux nombres d'un chiffre du type ($8 + 6$) se présente comme suit :

- comptage et manipulation d'objets au tableau et sur les tables. Deux tas de 8 et 6 bâtonnets sont constitués. Les bâtonnets sont ensuite regroupés et comptés un à un. Le maître invite les élèves à se rappeler le regroupement de dix ;
- constitution de la dizaine en montrant distinctement 10 bâtonnets (1 dizaine de bâtonnets) et 4 bâtonnets (4 unités) ;
- addition posée de $8 + 6 = 14$;
- rappel des principes du nombre des unités égal à 10 (une dizaine et zéro unité), et quand le nombre d'unités dépasse 10, il y a une dizaine et des unités (on écrit d'abord les unités et la dizaine à leur gauche) ;
- exercices de contrôle portant sur deux problèmes (Amadou a attrapé 9 papillons le matin et 8 le soir : en tout ? Sur une branche, je compte 5 oranges et sur une autre branche 9 oranges. Combien d'oranges au total ?).

Le déroulement de cette leçon donne à voir le recours à la manipulation d'objets et la constitution de la dizaine. La technique opératoire de la retenue n'est pas montrée d'une certaine manière, puisque la manipulation des bâtonnets n'incite pas l'échange. On voit aussi que le choix du déroulement proposé par le manuel permet d'obtenir le résultat en dénombrant les bâtonnets un à un. Les deux problèmes sur les papillons ($9 + 8 = ?$) et sur les oranges ($5 + 9 = ?$) correspondent à des transformations positives connaissant l'état initial et la transformation selon la classification de Vergnaud (1997).

- L'addition avec retenue, 1 nombre de 2 chiffres et 1 nombre de 1 chiffre du type ($16 + 8$) se présente comme suit :
 - proposition d'un problème aux élèves : « Dans une classe, il y a 16 garçons et 8 filles. Combien d'élèves en tout ? » ;
 - identification de la nature de l'opération à effectuer et addition posée de ($16 + 8$)
 - manipulation de bâtonnets correspondants aux deux termes de l'addition ;
 - consigne pour additionner d'abord les unités, puis rappel de la constitution de la dizaine (4 bâtonnets et 2 dizaines) ;
 - écriture du résultat de l'opération : 4 pour les unités et 2 pour les dizaines ;

- addition posée sans comptage des bâtonnets et rappel du principe que l'on commence par les unités puis ensuite les dizaines (6 et 8 font 14) ;
 - décomposition de 14 (déterminer le chiffre des unités et des dizaines et les écrire au bon endroit) ;
 - disposition de 1 de la dizaine au dessus de 16 et dire « je retiens 1 » ;
 - addition des chiffres des dizaines (1 et 1 font 2) ;
 - écriture de 2 pour les dizaines et 4 pour les unités ;
- L'addition avec retenue 2 nombres de 2 chiffres du type (27 + 15) se présente comme suit :

Un problème est proposé aux élèves « Une marchande a vendu 27 beignets le matin, et 15 le soir. Combien a-t-elle vendu de beignets au total ? » ;

- identification de la nature de l'opération à effectuer et addition posée de (27 + 15) ;
- addition des unités entre elles (7 + 5 = 12) ;
- écriture de 12 à droite de l'opération ;
- écriture de 2 sous les unités et dire « je retiens 1 » ;
- écriture 1 au dessus des dizaines ;
- addition des chiffres des dizaines (1 et 2 font 3, puis 3 et 1 font 4) ;
- écriture de 4 sous les dizaines et lecture du nombre 42 ;
- rappel du principe : pour additionner deux nombres, on additionne d'abord les unités. Quand la somme dépasse 10, il faut écrire les unités et reporter le chiffre des dizaines au dessus des dizaines de l'addition. Les dizaines sont ensuite additionnées entre elles sans oublier la retenue. Le chiffre des dizaines est écrit à gauche du chiffre des unités.

Les deux séances ci-dessus sur l'addition avec retenue sont très proches au niveau des cheminements proposés dans le manuel. Elles commencent par des problèmes pour lesquels les élèves devraient identifier la nature des opérations après des manipulations d'objets. Le maître devrait ensuite s'assurer que les choses sont au bon endroit et certains principes sont connus et compris par les élèves. Dans les deux types de calcul étudiés, les élèves devraient savoir que pour effectuer une addition, il faut commencer par les unités puis les dizaines, et

surtout se rappeler que lorsque la somme des unités dépasse 10, la retenue (ici le chiffre 1) est placée au dessus des chiffres des dizaines pour être ensuite additionnée.

On note cependant une différence au niveau de la mise en œuvre proposée pour l'addition avec retenue de 2 nombres de 2 chiffres du type $(27 + 15)$. Cette différence se situe à l'étape de l'addition des chiffres des unités (ici $7 + 5 = 12$). Le nombre 12 est ensuite écrit à droite de l'opération posée $(27 + 15)$. Puis le nombre 2 est écrit sous les unités, et enfin 1 est placé au dessus des dizaines. Avec l'addition du type $(16 + 8)$, après avoir effectué $(8 + 6 = 14)$, le nombre 14 est décomposé en unités et en dizaines. Le nombre 4 est placé sous les unités et le nombre 1 au dessus des dizaines.

Les élèves apprennent à s'exprimer par des mots et par des chiffres. Ils apprennent à ajouter les unités aux unités, les dizaines aux dizaines, et poursuivent leur apprentissage en faisant la somme de deux nombres à deux chiffres. Pour additionner $(27 + 15)$, on remarque que 7 et 5 font 12, il ne faut pas écrire cette dizaine qu'on a eue en ajoutant 7 et 5, il faut la retenir et s'en souvenir. C'est bien cela qui est le problème essentiel, et que l'algorithme « bien appliqué » risque de faire oublier. On dira alors 7 et 5 font 12, j'écris 2 et je retiens une dizaine. On a donc en tout quatre dizaines.

1.2.3.2 Les leçons sur la soustraction

Dans le manuel ancien, la soustraction est étudiée comme l'addition dans la présentation globale des nombres. Il y a des leçons des types suivants dont on dirait qu'ils relèvent du calcul réfléchi :

- retrancher 10 à un nombre de deux chiffres pour montrer aux élèves lorsqu'on enlève 10 (ici $25 - 10$), le chiffre des unités ne change pas, mais par contre le chiffre des dizaines diminue de 1, puisque 10 unités valent 1 dizaine ;
 - retrancher 9 à un nombre (ici $15 - 9$) pour montrer aux élèves que pour enlever 9 à un nombre, il faut enlever 10 à ce nombre et ajouter une unité, ou pour enlever 9 à un nombre, il faut enlever 1 au chiffre des dizaines et ajouter une unité ;
 - retrancher 8 à un nombre pour montrer aux élèves que retrancher 8 à un nombre revient à enlever 10 à ce nombre et d'ajouter 2 unités au résultat.
- La soustraction avec retenue, 1^{er} cas : type $14 - 6$ se présente de la manière suivante :

- manipulations de bâtonnets sur les tables, et de bûchettes au tableau (une dizaine de bâtonnets et 4 unités) ;
 - écriture du nombre 14. Enlever 6 bâtonnets (faire remarquer si c'est possible, et demander ce qu'il faut faire) ;
 - déliage de la dizaine en précisant le nombre d'unités qui la compose ;
 - regroupement des bâtonnets (la dizaine et les 4 unités) ;
 - enlever 6 bâtonnets et déterminer le nombre restant ;
 - écriture de l'opération posée ($14 - 6$) et lecture de l'action d'enlever 6 bâtonnets (*6 ôté de 4, je ne peux pas*) ;
 - explication de la raison (4 est plus petit que 6) et dire (*6 ôté de 14, il reste 8*) ;
 - exercice d'application ($17 - 9$) avec répétition de la technique (*9 ôté de 7, je ne peux pas. Je dis 9 ôté de 17*) ;
- La soustraction avec retenue, 2^{ième} cas : type $25 - 8$ se présente comme suit :
- proposition d'un problème : « J'ai un paquet de 25 cahiers, j'en donne 8 aux élèves. Combien de cahiers me reste-t-il ? »
 - manipulations de bûchettes (25 bûchettes accrochées au tableau, et 25 bâtonnets sur les tables) ;
 - poser la question « que faut-il faire ? ».
 - faire remarquer que ce n'est pas possible d'enlever 8 bâtonnets et demander ce qu'il faut faire ;
 - défaire une dizaine et mélanger les 10 bâtonnets et les 5 unités (de droite) ;
 - enlever 8 bâtonnets ;
 - déterminer ce qui reste sur la table (1 dizaine et 7 unités ou 17 unités) ;
 - écriture de la soustraction en ligne ($25 - 8 = 17$) ;
 - écriture de la soustraction posée. Effectuer 8 ôté de 5 (je ne peux pas, j'enlève 1 dizaine, écrire 1 représentant la dizaine enlevée en dessous du 2). Préciser que prendre 1 dizaine, c'est 10 unités en plus, écrire 10 à côté de 5. Faire dire aux élèves : (*8 ôté de 15, il reste 7, j'écris 7. 1 ôté de 2, il reste 1, j'écris 1 pour les dizaines. Il reste 17*) ;

$$\begin{array}{r}
 2 \quad | \quad \mathbf{10} + 5 \\
 - 1 \quad | \quad 8 \\
 \hline
 1 \quad | \quad 7
 \end{array}$$

- répétitions individuelles : (8 ôté de 5, je ne peux pas, je prends une dizaine à 25, j'écris moins 1 et j'ajoute 10 unités à 5. 8 ôté de 15, il reste 7, j'écris 7. 1 ôté de 2, il reste 1).

On peut signaler que le problème sur les cahiers (25 – 8 = ?)^o correspond selon la classification de Vergnaud (1997) à une transformation négative connaissant l'état initial et la transformation.

- La soustraction avec retenue, 3^{ième} cas : type 32 -15 se présente comme suit :
 - proposition d'un problème : « une marchande à 32 beignets, elle vend 15. Combien de beignets lui reste t-il ? » ;
 - manipulations de bâchettes au tableau (3 dizaines de bâchettes et 2 unités) ;
 - déliage d'une dizaine (donc 1 dizaine en moins) ;
 - écriture de (-1) sous le 3 ;
 - Faire remarquer qu'il y a dix unités en plus, et l'écrire pour les unités ;

$$\begin{array}{r}
 3 \quad | \quad \mathbf{10} + 2 \\
 -1 \quad | \quad 5 \\
 \hline
 1 \quad | \quad 7
 \end{array}$$

- ôter 5 unités parmi les 12, et dire *il reste 7* ;
- déterminer le nombre de dizaines restant au tableau (3 dizaines) ;
- enlever la dizaine du nombre 15, puis celle de la retenue ; préciser qu'il en reste une ;
- lecture du nombre ainsi obtenue : une dizaine et 7 unités.

L'étude de la soustraction dans le manuel ancien donne à voir deux types de calcul¹¹¹ en plus des techniques opératoires utilisées dans la présentation globale de certains nombres.

Le premier type de calcul pourrait être qualifié de découverte de règles arithmétiques qui aideraient les élèves à effectuer des soustractions en tenant compte des règles retenues. On voit bien que les spécificités portent sur retrancher 10, 9 et 8 d'un nombre. Dans les trois cas, le déroulement proposé dans le manuel ancien montre à partir de problèmes, la méthodologie

¹¹¹ On pourrait les qualifier de calcul réfléchi du fait de l'élaboration de procédures particulières basées sur la stratégie et le raisonnement

(constitution de la dizaine et selon le cas, préciser qu'elle vaut 10 unités ou ajouter une unité à 9, ou 2 unités à 8).

Les règles sont à retenir, ce qui laisse penser que les élèves sont amenés à les mémoriser et à les réutiliser dans des situations soustractives. Quant aux propriétés qui fondent ces règles, le manuel n'explicite pas leur valeur mathématique, mais elles font l'objet de rappel quand les calculs le permettent.

Le deuxième type de calcul regroupe la soustraction avec retenue sous trois formes qui sont proches dans leur déroulement.

Ainsi la soustraction du type $(14 - 6)$ est présentée à partir de manipulations de bâtonnets sur les tables et de bâchettes accrochées au tableau. Les élèves sont amenés à découvrir la difficulté de soustraire un nombre plus grand d'un nombre plus petit (6 ôté de 4). Mais le déliage de la dizaine matériellement constituée permettrait sans doute de mélanger l'ensemble des bâtonnets (1 dizaine et 6 unités) et d'enlever les 6 bâtonnets ensuite. Le mot retenue n'est pas évoqué, l'expression « je ne peux pas » (ici 6 ôté de 4 parce que 4 est plus petit que 6) est employée, et cela a permis d'utiliser une autre expression « je dis 6 ôté de 14 ». Mais d'où vient ce 14, la réponse à cette question nous semble fondamentale, si l'on veut éviter aux élèves une abstraction de plus.

On sait que pour ôter, soustraire ou retrancher un nombre plus petit d'un nombre plus grand, il faut chercher un moyen plus simple d'exécuter ce type d'opération. Ce moyen consiste à soustraire les unités des unités et les dizaines des dizaines. Les élèves effectuent cette opération en commençant par « ôter » le chiffre des unités du nombre à soustraire du chiffre des unités du nombre duquel on soustrait (2 ôté de 5). Quand le chiffre du nombre à soustraire est supérieur à celui du nombre duquel on soustrait, la technique de calcul diffère et des difficultés apparaissent.

Supposons maintenant la soustraction du type : $32 - 15$. Ici soustraire 5 de 2 est impossible puisque 5 est plus grand que 2. On dira en ce moment 5 ôté de 2 est impossible, j'ajoute une dizaine. D'où vient cette dizaine ? C'est bien sûr une question importante.

J'ajoute une dizaine à 2 ce qui fait 12, et 5 ôté de 12 il reste 7. Il faut ensuite ajouter la dizaine empruntée pour avoir 12 à la dizaine formée par 15 et on arrive à 1 et 1 font 2 et 2 ôté de 3 est égal à 1 et on a l'opération :

d	u
	<u>1</u>
3	2
1	5
<u>1</u>	
1	7

Supposons à présent l'exemple de leçon sur la soustraction 3^{ième} cas : type 32 -15.

Le support de la leçon est un problème traité en trois étapes : « Une marchande a 32 beignets, elle en vend 15. Combien lui reste-t-il ? » :

- première étape : 3 dizaines (IIIIIIII.IIIIIIIII.IIIIIIIII) de bâchettes et 2 unités (II) de bâchettes sont accrochées au tableau. Il faut maintenant enlever 15 (en ôter 15). Est-ce possible ?
- deuxième étape : un élève est envoyé au tableau. Il faut enlever 1 dizaine et 5 unités. Peut-on enlever 5 unités de 2 unités ? Non. Il faut défaire 1 dizaine. Le déliage de la dizaine est fait par l'élève, éventuellement avec l'aide du professeur, concrètement au tableau. On lit 5 ôté de 2, je ne peux pas. J'ajoute donc la dizaine déliée à 2 et je *retiens un*. J'obtiens 15. Puis je dis 5 ôté de 12, il reste 7. J'écris 7. *Un* de la retenue et 1 font 2, 2 ôté de 3, il reste 1. 35 - 17 égal ou donne 17.
- troisième étape : répétition de la technique pour qu'elle soit retenue par les élèves, en particuliers les expressions : « je ne peux pas ; j'ajoute une dizaine et je retiens un » qui conditionnent le déroulement normal de la soustraction avec retenue.
Dans ce procédé, on voit bien que la question importante à poser : d'où vient la dizaine ? Quand on dit, j'ajoute 1 dizaine et je retiens 1. Cette *retenue*, il faut s'en souvenir. C'est bien cela qui est le problème essentiel, puisqu'il y a toujours le risque d'oubli qui est là. L'oubli transforme une bévue syntaxique en faiblesse sémantique, puisqu'il pourrait traduire une incompréhension des propriétés numériques qui rendent possibles l'algorithme.

Le problème sur les beignets correspond à la classification de Vergnaud (1997), où l'on recherche l'état final connaissant la transformation négative et l'état initial.

Autant de techniques et une procédure qui prêtent à confusion. Les élèves doivent faire preuve d'une attention soutenue et une capacité à comprendre une succession d'évènements

parfois abstraits et complexes. D'où l'importance, ici, du déliage de la dizaine au tableau. Dans ce cas, la manipulation est pertinente, surtout si elle est reprise ensuite par le système sémiotique. La « manipulation » en soi est probablement tout à fait pertinente si elle constitue une *référence* pour l'élève, qui, lorsqu'il produit l'opération symbolique qui consiste par exemple à écrire $32 - 15 = (20 + 12) - (10 + 5) = (20 - 10) + (12 - 5)$ peut la renvoyer à la manipulation du « déliage » de la dizaine. L'idée serait de faire mettre systématiquement en relation, dans les deux sens, le référent matériel et les opérations matérielles sur ce référent, d'une part et le système symbolique/sémiotique d'autre part.

1.2.4 La résolution de problèmes

C'est un aspect que nous avons voulu étudier pour comprendre ce que proposait l'ancien manuel aux professeurs dans le cadre des cheminements proposés. La question des problèmes est aussi celle de la familiarisation progressive des élèves à une structure de la vie courante qu'on modélise par une opération, ainsi que celle de la production d'énoncés de problèmes (correspondant à cette structure de la vie courante) par les élèves.

Dans le manuel la leçon est intitulée : « la résolution de problèmes à une solution. Disposition pratique pour résoudre un problème à une solution ». Pour cette leçon, deux problèmes sont proposés et écrits au tableau :

- Najib a 10 F. Il donne 4 F à sa petite sœur. Combien lui reste-t-il ? ;
- Martine a cueilli 7 fleurs puis 3 autres fleurs. Combien de fleurs a-t-elle maintenant ?

On voit bien que les deux problèmes portent sur la soustraction et l'addition, et des réalités de la vie courante, même si par ailleurs les fleurs et le nom Martine ne sont pas familiers aux élèves. La dénomination problème à une solution est utilisée ici pour montrer il nous semble que c'est le seul cas étudié au CP. Les autres problèmes à plusieurs solutions seront probablement étudiés dans les autres niveaux d'enseignement.

Pour résoudre ces deux problèmes, le manuel propose le cheminement suivant :

- raisonnements et explications à travers la lecture de l'énoncé par les élèves, et des questions posées par le maître ;
- écriture des solutions et les opérations effectuées au tableau et sur les ardoises.

Pour le premier problème, le maître doit demander le montant possédé par Najib (10 F), et ce qu'il a donné à sa sœur (4 F). Il faudrait ensuite déterminer la nature de l'opération (ici la

soustraction). Il est précisé que Najib devrait manipuler concrètement des pièces de 1 F ou de 2 F, et compter pour s'assurer qu'il possède bien les 10 F.

Après cette phase de manipulation, il faudrait écrire au tableau et sur les ardoises ce qui suit :

Solution	opération
Il reste à Najib :	10
$10 \text{ F} - 4 \text{ F} = 6 \text{ F}$	$\begin{array}{r} 4 \\ \hline = 6 \end{array}$

Pour terminer la résolution du problème, le maître pose la question suivante aux élèves : « pourquoi a-t-on fait une soustraction ? » et explique que Najib a donné 4 F à sa petite sœur, et donc, il a 4 F en *moins*.

Le deuxième problème a connu le même type de résolution :

Solution	opération
Elle a maintenant (ou Martine a) :	7
$7 \text{ fleurs} + 3 \text{ fleurs} = 10 \text{ fleurs}$	$\begin{array}{r} + \quad 3 \\ \hline = 10 \end{array}$

Pour terminer la résolution du problème, le maître pose la question suivante : « pourquoi a-t-on fait une addition ? », les élèves doivent expliquer que Martine a cueilli 3 fleurs en *plus*, et préciser qu'elle a ajouté 3 fleurs aux 7 fleurs.

A la fin de la résolution de ces problèmes, deux autres problèmes sont proposés en calcul mental de contrôle :

- Dans un troupeau je vois 3 chèvres blanches et 7 chèvres noires. Combien de chèvres en tout ? ;
- 10 voyageurs sont dans le car, 4 en descendent. Combien de voyageurs dans le car maintenant ?

Ces deux leçons sur la résolution de problèmes interviennent juste après la leçon (Le nombre 10. La dizaine. Dizaines et unités). On voit d'ailleurs que les nombres utilisés dans les deux énoncés sont compris entre 0 et 10, et la distinction entre les deux termes « dizaine » et « unité » semble être un aspect à prendre en compte. Les élèves savent par ailleurs à travers les leçons précédentes sur la formation et la présentation des nombres déjà étudiés comment additionner, soustraire, multiplier et diviser. L'objectif de ces problèmes, c'est bien d'apprendre aux élèves comment résoudre des problèmes en mobilisant des techniques opératoires de l'addition et de la soustraction.

Ces deux problèmes donnent à voir des énoncés où l'addition et la soustraction sont liées aux verbes « ajouter, enlever » et aux mots « avant, après, maintenant ». Ainsi la situation de Najib est traitée comme suit : « on avait un certain nombre d'objets. On enlève des objets. Combien reste t-il ? ». La situation de Martine quand à elle se présente comme suit : « on a un certain nombre d'objets. On ajoute des objets. Combien obtient-on ? ».

Ces problèmes par leurs formes comportent une évolution, il y a un état initial I, une transformation (+ n ou - n), et un état final F. Ce type de problème, selon la classification de Vergnaud (1997) correspond à la recherche d'un état final connaissant l'état initial et la transformation négative.

D'entrée de jeu, le raisonnement est orienté vers des questions qui demandent aux élèves de trouver ce que possède Najib en termes de pièces de monnaie et le nombre de fleurs cueillies par Martine. Dès le départ, on cherche à poser les opérations, ce qui laisse croire qu'il n'y a pas d'effort de modélisation à fournir. Le déroulement proposé semble amener les élèves à identifier dans un premier temps les données de l'énoncé, et dans un second temps à trouver la nature des opérations à effectuer dans la situation donnée.

Nous avons évoqué en début de chapitre une hypothèse sur la topogénèse potentielle induite par le manuel ancien. Dans ce qui suit, nous décrivons et analysons cette possible partition topogénétique que préfigure ce manuel.

1.2.5 Description et analyse de la partition topogénétique induite par l'ancien manuel

L'enseignement des mathématiques était à l'époque post coloniale une priorité pour les administrateurs qui devaient mettre en place une politique éducative au Niger. On peut citer ce long passage qui explique les principes généraux de l'enseignement de l'arithmétique, tel que préconisé dans le premier livre d'initiation arithmétique destiné aux maîtres des écoles francophones africaines en 1967 : « Conscients des difficultés que présente l'apprentissage des nombres, nous avons voulu proposer aux maîtres chargés d'initier des enfants non francophones aux rigueurs du calcul une série de fiches, conçues pour les guider dans leur travail quotidien et leur venir également en aide....Mais la connaissance du langage arithmétique ne saurait être considérée comme une fin en soi. Ce qui importe au même titre, dans l'apprentissage des nombres, c'est la mise en œuvre des techniques concrètes.... Dès le début des apprentissages, les élèves seront habitués à reconnaître, sans les énumérer, des objets présentés suivant des dispositions géométriques simples ou des groupements en ligne....Accéder véritablement à la notion d'un nombre, c'est être capable de le reconnaître sous ses divers aspects, c'est reconnaître son nom, son visage, sa

constitution¹¹² ». Les auteurs du manuel expliquent d'une part l'intérêt de l'apprentissage des nombres, et d'autre part la préparation et l'organisation que requiert l'apprentissage de l'arithmétique. Les maîtres doivent s'assurer qu'ils maîtrisent les principes régissant l'apprentissage des nombres pour éviter aux enfants des difficultés dans le cadre des autres apprentissages du cycle primaire. On voit que cette citation traduit d'une certaine manière une topogénèse induite par le manuel ancien, en ce sens qu'elle précise les responsabilités du maître, et le rôle qu'il doit jouer pour assurer aux élèves, un apprentissage du calcul basé sur des procédures décrites dans le manuel, avec des fiches de leçons comme supports.

Nous donnons à voir dans le tableau 19 ci-dessous, le déroulement d'une journée de calcul à partir d'un exemple extrait du manuel ancien sur l'enseignement du nombre 2. Soustraction du type $2 - 2$.

Une journée de calcul	
Etapes	Contenus
But de la leçon	Titre de la leçon avec spécification des aspects qui seront traités.
Matériel	Indications du matériel avec précision sur l'usage (Individuel, collectif). Le matériel est souvent spécifié (matériel de dessins, ardoises, ou autres objets). Vérification du matériel par le maître pour s'assurer que chaque élève en dispose, au cas échéant il complète.
Contrôle des acquisitions	Un rappel ou une révision des acquisitions antérieures sous forme d'exercices sur les ardoises ou des questions orales sont proposées. Ex : $1 \dots 1 = 2$; $2 \dots 1 = 1$.
Déroulement de la leçon	L'organisation et la mise en œuvre de la leçon du jour avec des indications et des consignes pour le maître sont définies avec une chronologie et des indications précises à l'intention du maître. Ex : $2 - 2 = 0$. Les élèves disposent chacun deux bâtonnets sur la table. Deux bûchettes sont accrochées sur le bûchetier. Les élèves comptent et écrivent 2 sur les ardoises. Le maître enlève (ôte) deux bûchettes au tableau, et demande aux élèves d'enlever chacun deux bâtonnets. Le maître demande la nature de l'opération (une soustraction) et fait répéter individuellement les élèves. Le maître demande le signe utilisé pour cette opération et écrit (- 2) au tableau. Les élèves écrivent (- 2) sur leurs ardoises. Le maître demande ce qui reste. Le maître fait compléter et fait lire l'opération en ligne : $2 - 2 = 0$. Il écrit l'opération en colonne en précisant que 2 moins 2, égale zéro, 2 ôté de 2, il ne reste rien (zéro). Le calcul mental de contrôle sous forme de petits problèmes en lien avec la leçon du jour : Najib à 2 bonbons, il les mange. Que lui reste-t-il ?

Tableau 23 : Exemple de déroulement d'une journée de calcul

¹¹² La Connaissance des 20 premiers nombres : Ouvrage à l'intention des maîtres des classes d'initiation et des cours préparatoires des écoles d'Afrique francophone. Pierre Megnin. Maurice Dupanloup. Librairie Armand Colin. 1967. p 4-5.

Le tableau 23 se présente comme une fiche de préparation de leçon avec les différentes étapes du déroulement de la séance ($2 - 2 = 0$). Notons que cette présentation standard reste la même pour toutes les journées de cours, ce qui laisse croire que les maîtres ne doivent pas s'en écarter.

La séance sur le nombre 2 intervient après deux journées de révision, où les élèves ont travaillé :

- sur le comptage du nombre de points sur des dominos ;
- sur les signes connus (+), (-), (=), et les signes à compléter dans des exercices à trous ($1 \dots 1 = 2$; $2 \dots 1 = 1$) ;
- sur l'acquisition des mots et expressions : il ne reste rien, zéro, ajouter, et (sens de l'addition), moins, ôter de, un, une, j'enlève, j'ajoute ;
- sur l'étude des nombres 0 ; 1 ; 2, et des opérations $1 + 1$; $1 - 1$; $2 - 1$.

Le déroulement de la leçon (soustraction $2 - 2 = 0$) est proposée à partir de manipulations de matériels individuel et collectif (bâtonnets pour les élèves et bûchettes pour le maître). Le maître reste le principal guide et occupe l'espace classe. La mise en œuvre semble montrer que les élèves resteraient assis à leurs tables et répondraient aux sollicitations du maître. Ce dernier quant à lui utiliserait le tableau pour écrire les étapes et les notes importantes à fixer.

Le maître demande aux élèves de déposer chacun deux bâtonnets sur les tables, et il en fait autant au tableau en accrochant deux bûchettes. Ceci est une première étape de mise en contact avec le milieu matériel. Après avoir compté le nombre de bâtonnets et de bûchettes, les élèves sont invités à écrire 2 sur les ardoises. Le milieu sémiotique est à son tour investi.

On voit bien que les intentions du manuel, pour le travail du maître sont de préparer les élèves au principe que pour désigner deux objets associés qui renvoient à une quantité, on utilise un nombre cardinal (ici deux bâtonnets correspondent au nombre 2). C'est un type de tâche qui vise à introduire l'idée de cardinal, mathématiquement basée sur l'équivalence de deux ensembles comportant le même nombre d'objets, ainsi que la désignation du cardinal par un nombre entier. Les élèves vont imiter d'une certaine manière ce que va faire le maître à partir de ces consignes. Il enlève 2 bûchettes et invite les élèves à faire pareil en utilisant les expressions connues (j'enlève ou j'ôte) pour expliquer la nature de l'opération (ici

soustraction) et le signe (-) correspondant. Tout se passe comme si le maître voulait que les élèves suivent à la lettre son cheminement.

Les élèves découvrent ensuite les expressions et les mots (il ne reste rien, zéro, moins, ôté de) qui viennent d'une certaine manière conforter le maître dans ses intentions de la marche à suivre pour aboutir à l'opération en ligne ($2 - 2 = 0$) et l'opération posée :

$$\begin{array}{r} 2 \\ - 2 \\ \hline = 0 \end{array}$$

La dernière étape de la leçon est un problème que les élèves vont résoudre oralement par le calcul mental. Suivant la classification de Vergnaud (1997), ce type de problème correspond à la recherche de l'état final, connaissant l'état initial et la transformation négative.

L'exemple que nous venons d'analyser montre très clairement la partition topogénétique induite par le manuel. Le déroulement de la leçon indique ce qui relève de la responsabilité du maître (il manipule les bâchettes, pose des questions aux élèves, écrit au tableau ce qu'il faut retenir, ordonne aux élèves d'écrire sur les ardoises quand c'est nécessaire, occupe l'espace tableau, fait répéter et fait lire ce qui est essentiel), et de la responsabilité des élèves (ils imitent certains faits et gestes du professeur, écrivent et reproduisent sur leur ardoise quand le professeur le leur demande, répondent aux questions du professeur quand ils le peuvent). La partition topogénétique apparaît comme nécessaire à la mise en œuvre des techniques opératoires par le professeur (ici, enlever deux bâchettes, 2 ôté de 2, il ne reste rien). On notera la manière dont elle a permis d'une part au professeur d'expliquer que $2 - 2 = 0$ ou il ne reste rien (zéro). D'autre part on comprend tout à fait la position topogénétique haute du professeur qui mène et contrôle le déroulement de la leçon en occupant l'espace classe, et l'espace tableau.

La partition topogénétique ne permet pas au professeur la dévolution qui consiste à transférer aux élèves un tant soit peu la responsabilité du savoir en jeu. Dans le cas précis de cet exemple, le professeur incarne par ses différentes positions, le rôle de principal gestionnaire de ce qui est à faire dans les séances.

Dans le tableau 20, nous présentons à partir des exemples étudiés dans le manuel ancien, des éléments de la topogénèse possible induite par le manuel. Dans la première colonne, nous donnons à voir les exemples étudiés, la deuxième renseigne sur le déroulement des leçons, et la troisième colonne présente les éléments² de la topogénèse

Exemples étudiés dans le manuel ancien	Spécifications du déroulement de la leçon	Eléments de la topogénèse induite par le manuel
Le nombre 10	Manipulation d'objets pour présenter et former le nombre 10. Composition des dizaines avec plusieurs types de matériel (bûchettes, bâtonnets, plumes, dominos, cailloux). Découverte de la propriété « la dizaine est définie par 10 unités ». Ecriture dans un tableau à deux colonnes pour expliquer le principe du chiffre des dizaines et des unités.	La partition topogénétique est centrée sur la présentation globale du nombre 10 ($9 + 1$; $6 + 4$; 2×5 ; $10 - 1$; $8 + 2$ etc.) La manipulation d'objets et le comptage restent les principaux moyens utilisés par le maître. On notera que la propriété suivante : « la dizaine est définie 10 unités » et l'écriture de 10 dans le tableau à deux colonnes (1 pour la dizaine et 0 pour l'unité) sont des principes à retenir.
L'addition de 2 nombres et 3 nombres sans retenue du type : $12 + 15$ et $21 + 5 + 3$	Manipulations d'objets (bâtonnets et piles de cahiers), regroupement par dix dans les cas où c'est possible, additions des unités entre elles, et dizaines entre elles. Lecture des nombres trouvés, exercices de contrôle sur les ardoises	Pour ces deux types d'addition, le maître dirige toutes les manipulations au tableau, et s'assure que les élèves disposent bien les unités sous les unités et les dizaines sous les dizaines.
L'addition avec retenue de deux nombres de un chiffre du type $(8 + 6)$	Manipulations d'objets, 2 tas de bâtonnets, groupement par 10, lecture du résultat trouvé en montrant le chiffre des unités et le chiffre des dizaines. Exercice de contrôle	La partition topogénétique donne à voir le regroupement par 10 (ici $8 + 6 = 14$, c'est bien 1 dizaine de bâtonnets, et 4 bâtonnets, ou 10 bâtonnets c'est une dizaine de bâtonnets, et 4 bâtonnets c'est 4 unités. La retenue n'apparaît pas du fait de la manipulation et du regroupement de dix.
L'addition avec retenue, 1 nombre de 2 chiffres et 1 nombre de 1 chiffre du type $(16 + 8)$	Exploitation au tableau d'un petit problème : « Dans une classe, il y a 16 garçons et 8 filles. Combien d'élèves en tout ? ». Identification de la nature de l'opération à effectuer, additions des unités entre elles, et dizaines entre elles. Technique opératoire de la retenue « $8 + 6 = 14$, j'écris 4, je retiens 1 ». Exercice de contrôle	L'exploitation du problème devrait permettre d'identifier la nature de l'opération à effectuer ($16 + 8$). Le maître veut que les élèves sachent que pour additionner deux nombres à deux chiffres et un chiffre, on commence toujours les unités, puis les dizaines. Quand la somme des unités dépasse 10, on écrit le chiffre des unités pour les unités et la dizaine représentée par 1 est reportée dans la colonne des dizaines. Il faut dire dans le cas de cet exemple : « $8 + 6 = 14$, j'écris 4 et je retiens 1 ».

<p>L'addition avec retenue 2 nombres de 2 chiffres du type (27 + 15)</p>	<p>Exploitation au tableau d'un petit problème : « Une marchande a vendu 27 beignets le matin, et 15 le soir. Combien a-t-elle vendu de beignets au total ? ». Identification de la nature de l'opération à effectuer, additions des unités entre elles, et dizaines entre elles. Technique opératoire de la retenue : $7 + 5 = 12$, décomposition du nombre 12 en unité et dizaine. Ecriture du chiffre 1 sous les unités et dire « je retiens 1 », et le reporter au dessus des dizaines. Exercice de contrôle.</p>	<p>On note ici le même principe que dans l'exercice précédent, avec cependant une insistance sur un principe (en faisant $27 + 15$ sous forme d'addition posée, on fait $7 + 5 = 12$, on n'écrit pas 12 pour les unités, on écrit plutôt 2 pour les unités et 1 au dessus des dizaines).</p>
<p>La soustraction avec retenue, 1^{er} cas : type 14 – 6</p>	<p>Manipulations de bâtonnets. Montrer qu'enlever 6 de 4 est impossible « 6 ôté de 4, je ne peux pas ». Déliage de la dizaine (un tas de 10 bâtonnets et un autre de 4). Mélanger les bâtonnets, et enlever 6. Préciser que 4 est plus petit que 6, et faire répéter « je dis 6 ôté de 14 ». Exercices de contrôle</p>	<p>Pour cet exemple, le maître doit montrer que l'on ne peut pas enlever un grand nombre d'un petit nombre (ici 6 ôté de 4 ce n'est pas possible, il faut dire plutôt « 6 ôté de 14 »).</p>
<p>La soustraction avec retenue, 2^{ième} cas : type 25 - 8</p>	<p>Exploitation d'un petit problème : « J'ai un paquet de 25 cahiers, j'en donne 8 aux élèves. Combien de cahiers me reste-t-il ? ».</p> <p>Manipulations de bâtonnets représentant les 25 et 8 cahiers. Identification de l'opération à effectuer. Déliage d'une dizaine et mélanger les 10 bâtonnets et les 5 unités (de droite), enlever 8 bâtonnets, écriture de la soustraction en ligne ($25 - 8 = 17$) ; écriture de la soustraction posée. Effectuer 8 ôté de 5 « je ne peux pas, j'enlève 1 dizaine », écrire 1 représentant la dizaine enlevée en dessous du 2.</p>	<p>A partir de l'écriture en ligne de la soustraction posée de $(25 - 8)$ montrer deux choses : on ne peut pas ôter 8 de 5, et on enlève 1 dizaine de la colonne des dizaines et on l'ajoute au chiffre de la colonne des unités ($10 + 5$) et quand on a 15 on peut alors faire $(15 - 8)$.</p>
<p>La soustraction avec retenue, 3^{ième} cas : type 32 -15</p>	<p>Manipulations de bâchettes (3 tas de 10 bâchettes et 2 bâchettes). Montrer qu'on ne peut pas enlever 5 unités de 2 unités. Déliage d'une dizaine. Dire : « 5 ôté de 2, je ne peux pas. J'ajoute donc la dizaine déliée à 2 et je retiens 1. J'obtiens 15. Puis je dis 5 ôté de 12, il reste 7. J'écris 7. Un de la retenue et 1 font 2, 2 ôté de 3, il reste 1. $35 - 17$ égal ou donne 1 ». exercice de contrôle</p>	<p>Ici le professeur doit amener les élèves à partir de la soustraction $(32 - 15)$, à faire $(12 - 5)$, pour trouver 7 en reportant la dizaine représentée par le chiffre pour les dizaines.</p>
<p>Résolution de problèmes - Najib a 10 F. Il donne 4 F à sa petite sœur.</p>	<p>Manipulation de pièces de 1 F et des fleurs. Comptage des pièces et des fleurs. Identification de la nature des opérations à effectuer. Ecriture en ligne et en colonne des opérations au tableau et sur</p>	<p>La résolution de ces deux problèmes repose sur un cheminement du maître : le maître fait lire les énoncés par les élèves, et leur pose des questions pour</p>

<p>Combien lui reste t-il ? ; - Martine a cueilli 7 fleurs puis 3 autres fleurs. Combien de fleurs a-t-elle maintenant ?</p>	<p>les ardoises, en respectant la méthode qui consiste à écrire la solution recherchée et l'écriture en ligne des opérations.</p>	<p>identifier ce qui est recherché (la solution) et l'opération associée.</p>
--	---	---

Tableau 24 : Exemples de leçons étudiées dans le manuel ancien et topogénèse induite

Dans le tableau 24, nous avons présenté quelques éléments qui montrent d'une certaine manière que le manuel ancien porte une certaine « potentialité topogénétique ». Le manuel implique donc une topogénèse et exerce une *pression normative* attestant de la prise de responsabilité du maître à tous les niveaux. Les élèves sont sous l'influence directe du contrat à travers la personne du maître. On voit en effet, que tout est fait pour montrer ce que devraient être les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction, et la résolution de problèmes. L'analyse des différents enseignements sur le nombre 10, l'addition, la soustraction et la résolution de problèmes, donne à voir qu'il y a systématiquement un recours à la manipulation d'objets qui conduit à la découverte de la technique opératoire étudiée. Le travail mathématique est à la charge du professeur, et celui de l'élève consiste avant tout à imiter ce que le professeur produit, et on voit qu'il y a toujours :

- un problème, qui « donne sens » à l'opération ;
- une manipulation avec les buchettes, qui peut permettre en amont de représenter le problème et en aval de donner une référence aux opérations produites et à leur système sémiotique ;
- une opération posée. On peut penser que le concepteur du manuel a fait l'hypothèse que des relations pertinentes pourraient s'établir entre les trois éléments de la structure, si son étude et son usage sont prolongés suffisamment longtemps.

Après l'analyse des exemples sur l'addition, la soustraction, la résolution de problèmes, et l'exemple de la fiche sur la soustraction ($2 - 2 = 0$) du manuel ancien, nous abordons dans ce qui suit, l'étude et l'analyse des nouveaux manuels de mathématiques en vigueur au Niger.

1.3 Etude et analyse des nouveaux manuels : Les Bases Mathématiques Tome 2 et le Guide du Maître 2^{ième} année

Nous venons d'analyser le manuel ancien, en nous centrant sur des exemples de séances portant sur la présentation et la formation du nombre, et l'étude de certaines spécificités (les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction, la résolution de problèmes). Nous analysons maintenant, dans un premier temps, les nouveaux manuels de référence au Niger depuis 1987, en donnant à voir à partir d'extraits, le contenu des BMT2, du GM, le lien éventuel entre les deux, et leur lien attendu avec la classe (cf. annexe 10) pour plus d'informations sur le Programme de l'enseignement des mathématiques du premier degré, instructions officielles et commentaires pédagogiques).

Nous faisons dans un second temps l'analyse de deux exemples de situations proposées dans les BM Tome 2 pour tenter de comprendre le travail sur le savoir en jeu, et de décrire la topogénèse induite par les nouveaux manuels.

Nous analysons dans un troisième temps, en termes de comparaison (entre le manuel ancien et les nouveaux manuels) certaines évolutions, et leurs impacts possibles dans ce qui se passe objectivement et spécifiquement dans les salles de classe.

1.3.1 Etude et analyse des BMT2

Editées en deux tomes, les BM sont les manuels de référence où sont décrits l'essentiel des programmes et contenus mathématiques du niveau élémentaire (CI au CM). Elles sont fournies par l'institution comme modalité de formation, ce qui n'était pas le cas des manuels anciens. Dans le tome 1 on peut lire p.13 : « Les BM sont destinées à compléter votre formation générale. Ce document vous donnera, pour chaque chapitre à enseigner, un aperçu des principales notions mathématiques sous-jacentes, de leur importance ; et aussi la progression prévue pour l'acquisition de ces notions par les élèves, tout au long du primaire ». Les BM sont dès le départ annoncées comme un manuel de référence à travers lequel le professeur doit se former. Ce sont des manuels qui précisent non seulement les notions à enseigner, mais aussi les portions de savoir à étudier. Sur la couverture on peut lire : « *uniquement pour la formation des maîtres, ce manuel ne doit pas être enseigné aux élèves du primaire* », une indication qui doit inciter les instituteurs à un travail d'appropriation du contenu de ces manuels, afin de mieux appréhender les connaissances mathématiques nécessaires à leurs enseignements. Les premières pages donnent clairement des indications sur le mode d'emploi des BMT2 p. 8 : « Les Bases

mathématiques sont destinées à compléter la formation des enseignants ; on ne doit pas les enseigner aux élèves (sauf éventuellement, aux élèves des ENI). Elles s'adressent :

- à l'instituteur du primaire, pour sa formation personnelle, et comme complément du Guide du Maître qu'il utilise pour enseigner sa classe. Elles pourront également être très précieuses dans les Ecoles Normales de formation d'instituteurs : la matière de ces Bases Mathématiques peut constituer une bonne formation théorique des futurs instituteurs ». Cette citation montre que les BM pourraient être considérées comme le *document générateur* au sens de Margolinas et Wozniak (2008) puisqu'elles concentrent l'essentiel des connaissances mathématiques censées permettre aux maîtres, de préparer les séances de classe. C'est donc la colonne vertébrale de l'ensemble des enseignements et contenus mathématiques que le professeur doit étudier, et s'appropriier les connaissances mathématiques et progressions, pour se faire une idée des transactions didactiques à mettre en place *in situ*.

Par ailleurs l'idée de former en utilisant les BM est largement évoquée, pour insister auprès des enseignants il nous semble, sur l'intérêt de cette indication dans le cadre des enseignements et apprentissages des mathématiques. Les BMT2 précisent à ce sujet p. 9 que : « la formation des futurs instituteurs devrait comprendre une initiation approfondie aux trois outils qu'ils seront amenés à utiliser :

- les Guides du Maître correspondants aux différents niveaux du primaire ;
- les livres d'élèves correspondants¹¹³ ;
- les Bases Mathématiques.

Les BM pourront constituer une bonne formation théorique des futurs instituteurs, à condition que le professeur d'Ecole Normale complète chaque chapitre par des exercices appropriés ». On retrouve dans cette citation, une fois de plus, l'idée de la formation des enseignants, pour insister sur le fait qu'un travail approfondi d'appropriation par les enseignants du contenu des manuels mis à leur disposition devrait être réalisé. Dans les BM Tome 1 p.16 on note : « un des objectifs de l'enseignement des mathématiques est d'acquérir des connaissances ; c'est celui qui apparaît comme le plus évident : apprendre à compter, à faire des opérations, à résoudre un problème. Mais un autre objectif, pas directement mesurable mais au moins aussi important, est d'apprendre à réfléchir et à raisonner ». Ainsi les BM insistent non seulement sur l'apport de connaissances mathématiques, mais encore sur la formation à la réflexion et au raisonnement.

¹¹³ Les livres d'élèves censés proposer des exercices d'application ne sont pas utilisés dans le cadre de notre travail de recherche. Ils ne sont tout simplement pas fournis par l'institution pour des raisons de disponibilité. Ce sont les partenaires techniques et financiers qui financent la reproduction des manuels sous forme de dons. L'institution a semble-t-il préféré que ce soit les BM et GM qui soient pris en charge en priorité.

Après avoir situé le rôle des BM dans la constitution des connaissances mathématiques des enseignants, et comme modalité de formation, nous allons maintenant présenter et analyser le contenu mathématique et la structuration. Dans le tableau ci-après, nous spécifions dans la première colonne, les chapitres correspondants aux deux matières du programme d'enseignement (logique et raisonnement, arithmétique), et dans la seconde colonne les leçons associées à ces chapitres. Les parties grisées dans le tableau correspondent aux chapitres et leçons étudiés dans le cadre de notre travail.

Chapitres du programme d'enseignement	Intitulés des leçons correspondants aux chapitres
Matière : Logique et raisonnement	
Suivre et transmettre des consignes	-
Chronologie Histoires en images suites logiques	<ul style="list-style-type: none"> - Importance de la chronologie - Histoires en images - Suites logiques - Progression au cours du primaire
Etiquettes Egalités	<ul style="list-style-type: none"> - Etiquettes-noms - Notion mathématique de l'égalité - Egalité-différence - Etiquettes-propriétés - Résumé
Représentation par schémas tableaux et arborescences	<ul style="list-style-type: none"> - Importance - Les procédés usuels - Progression au cours du primaire
Machines	<ul style="list-style-type: none"> - Notion de machine en mathématiques - Les principales machines de l'enseignement primaire - Représentation sous forme de tableau - Notion de machine retour - Machines composées - Utilisation des machines dans les problèmes
Résoudre un problème	<ul style="list-style-type: none"> - Quelques exemples de problèmes - Comment résoudre un problème ? - Différentes solutions d'un même problème - Attitude du maître - Progression au cours du primaire
Apprendre un jeu	<ul style="list-style-type: none"> - Pourquoi étudier un jeu ? - Quel jeu ? - Exploitation pédagogique du jeu des couleurs - Exploitation du « dara des nains »

Vrai ou faux	<ul style="list-style-type: none"> - Intérêt de cette partie du programme - Principaux types d'activités des élèves sur vrai ou faux - Etude au cours du primaire
Toujours quelques fois jamais	<ul style="list-style-type: none"> - Importance de ces notions - Les notions mathématiques correspondantes - L'utilisation courante est-elle la même qu'en mathématique ? - Démonstrations avec quantificateurs - Progression au cours du primaire
Lettres remplaçables	<ul style="list-style-type: none"> - Dans l'enseignement traditionnel - Constantes, variables, inconnues, paramètres - Les lettres remplaçables dans les nouveaux programmes
La déduction	<ul style="list-style-type: none"> - Importance de la déduction - Les éléments d'un raisonnement - Les principaux modes de raisonnement
Matière : Arithmétique	
Numération	<ul style="list-style-type: none"> - Correspondance terme à terme - Notion de nombre - Lecture et écriture des nombres - Comparaison des nombres
Addition	<ul style="list-style-type: none"> - Notion mathématique de l'addition - Propriétés de l'addition - Pratique de l'opération
Machines à nombres	<ul style="list-style-type: none"> - Exemples - Les principales machines à nombres du primaire - Représentation des machines à nombres - Progression au cours du primaire
Addition et soustraction ; transformation des écritures	<ul style="list-style-type: none"> - Problèmes additifs et soustractifs - Présentation pédagogique de ces problèmes - Transformation des écritures - Quelques exemples de résolution de problèmes
Les parenthèses	<ul style="list-style-type: none"> - Suites d'opérations et ordre des opérations - Comment préciser l'ordre des opérations ? - Le cas des opérations associatives - Pour limiter la prolifération des parenthèses - Progression au cours de la scolarité

La multiplication	<ul style="list-style-type: none"> - Comment la présenter - Les propriétés de la multiplication - Technique de la multiplication - Intérêt des machines multiplicatives
Définition et propriétés des relations de proportionnalité	<ul style="list-style-type: none"> - Traduire par un tableau une relation entre deux nombres - Définir les relations de proportionnalité - Quelques propriétés des proportionnalités
Proportionnalité : aspects pédagogiques	<ul style="list-style-type: none"> - Proportionnalité et machines à nombres - Proportionnalité et fractions - Proportionnalité et règles de trois - Proportionnalité et représentant graphique - Quelques remarques pédagogiques - Progressions au cours du primaire
La division	<ul style="list-style-type: none"> - La notion de division - Techniques de la division - Progression au cours du primaire
Calcul mental	<ul style="list-style-type: none"> - Pourquoi le calcul mental ? - La leçon de calcul mental - Techniques du calcul mental - Additions et soustractions - Multiplication et division - Progression au cours du primaire
Nombres décimaux et fractions	<ul style="list-style-type: none"> - Les fractions considérées comme machines - Mesure et fractions - Le cas particulier des nombres décimaux - Opérations sur les fractions et nombres décimaux - Progression

Tableau 24 : Chapitres du programme d'enseignement et leçons associées BMT2

A partir du tableau 24, on voit que les BMT2 regroupent les enseignements sur la logique et le raisonnement, et l'arithmétique. Pour chacune de ces matières, on a des indications sur les chapitres, et l'intitulé des leçons associées (Cf. annexe 11 pour plus d'informations sur le contenu des BMT2). Le contenu mathématique des leçons est précisé dans le manuel à travers une structuration qui se présente de la manière suivante :

- indications sur la progression (rappel de ce qui est vu au CI, et l'organisation à mettre en place au CP) ;

- informations générales sur le chapitre (contenu censé correspondre aux connaissances mathématiques des enseignants) ;
- indications sur les liens éventuels entre BM et GM (se référer au GM pour étudier certains détails fournis sur les connaissances mathématiques, et s'en servir pour préparer les séances à mettre en œuvre dans les classes).

Les BM Tome 2 dans ses grandes lignes donnent à voir les chapitres sur l'addition, la soustraction, la résolution de problèmes objets de notre étude, et qui sont étudiés dans la partie arithmétique. La structuration et les enchaînements des chapitres sur l'étude du nombre montrent une chronologie, où le nombre est étudié à partir de certaines spécificités (correspondance terme à terme, notion de nombre, lecture et écriture des nombres, comparaison des nombres). On établit une correspondance terme à terme, entre deux ensembles A et B à travers les relations suivantes : « plus d'éléments que, autant d'éléments que, moins d'éléments que ».

La lecture et l'écriture des nombres mettent l'accent sur l'écriture en chiffres (pour les nombres de 0 à 9, chaque nombre est représenté par un chiffre), et le dénombrement d'un ensemble à partir de *dix*. Ainsi, pour dénombrer un ensemble, on constitue des tas de *dix* objets (les dizaines) et les objets restants sont les unités. On apprend à placer un nombre de deux chiffres dans un tableau à deux colonnes. La pratique des additions et des soustractions se fait à partir de la pratique du jeu de tiges, en utilisant un boulier pour dénombrer des objets représentés dans un tableau à deux colonnes.

La lecture des nombres en langues maternelles (ici les exemples sont donnés dans les cinq langues enseignées à l'école) suit la logique de la numération en chiffres. Ainsi, par exemple en Hausa¹¹⁴, 17 se dit : *goma sha bokoy* (dix et sept).

En ce qui concerne la lecture en français¹¹⁵ des nombres, l'accent est mis sur les difficultés de prononciation de certains nombres (ex : soixante-treize, la tendance pour beaucoup d'élèves consiste à écrire 6013, et donc 60 puis 13), et l'irrégularité des nombres de 11 à 16 (montrer par exemple en disant *dix-un*, *onze*, et *dix-deux douze*, on aurait dit *douze-un* au lieu de *dix-trois* ; *douze-deux* au lieu de *dix-quatre* ; et *douze-onze* au lieu de *vingt-trois* etc.).

¹¹⁴ Langue nationale utilisée dans le département de Mirriah, où se situent les écoles dans lesquelles nous avons recueilli les données.

¹¹⁵ Nous précisons que le français est la fois la langue officielle administrative et la langue d'enseignement.

Pour terminer sur le chapitre de la numération, les BMT2 abordent la comparaison des nombres à travers les expressions « plus que et moins que », et les notions (supérieur et inférieur) pour comparer deux ensembles donnés, en déterminant celui qui a plus ou moins d'éléments que l'autre.

Les aspects cardinal et ordinal du nombre sont introduits, pour montrer qu'il y a des nombres qui servent à exprimer des quantités (nombres cardinaux) et des nombres qui servent à exprimer un rang ou une position (nombres ordinaux).

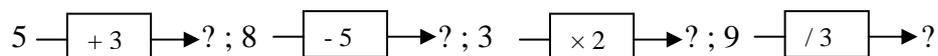
Dans la suite des enchaînements, l'addition (il n'est pas fait référence à l'addition dans le chapitre sur la numération) est étudiée selon la progression suivante :

- l'introduction à l'addition (effectuer par dénombrement une addition de nombres petits, utiliser le signe (+) pour traduire une situation qui relève de l'addition, notion mathématique de l'addition) ;
- les propriétés de l'addition (si on échange les deux nombres, le résultat ne change pas ; si on ajoute 0, on obtient le même nombre) ;
- les techniques opératoires de l'addition avec ou sans retenue à l'aide du boulier et de la manipulation d'objets (apprentissage de la technique, et explication de la retenue).

La notion de « machine » (+a ; -a ; ×a et /a) et les représentations associées ci-après sont introduites :



Elles sont utilisées pour résoudre des problèmes, et son fonctionnement avec un, ou plusieurs nombres. On peut donner les exemples suivants :



Le chapitre « addition et soustraction transformation des écritures » traite des questions liées à la résolution de problèmes additifs et soustractifs. A ce niveau, l'accent est mis sur l'étude des différentes présentations (état initial, état final, transformation). L'idée étant de rompre avec les additions (On a un certain nombre d'objets. On ajoute des objets. Combien en obtient-on ?), et les soustractions (On avait un certain nombre d'objet. On enlève. Combien en reste-t-il ?). La progression des chapitres que venons d'exposer montre que l'addition et la soustraction sont étudiées avant d'aborder la multiplication et la division. Ce choix s'explique il nous semble, par le fait que l'addition et la soustraction répondent à des familles de

questions étroitement liées qui permettent de les considérer ensemble, et pour ces mêmes raisons, la multiplication et la division sont considérées ensemble.

Pour chaque chapitre, on précise les rappels, et les liens avec ce qui a été vu au CI, d'une part, et d'autre part, des précisions sont données quant à certaines généralités qu'il faut expliciter, en exploitant les GM. Nous donnons (figure 7 page suivante) le diagramme de l'étude de l'arithmétique à l'école primaire.

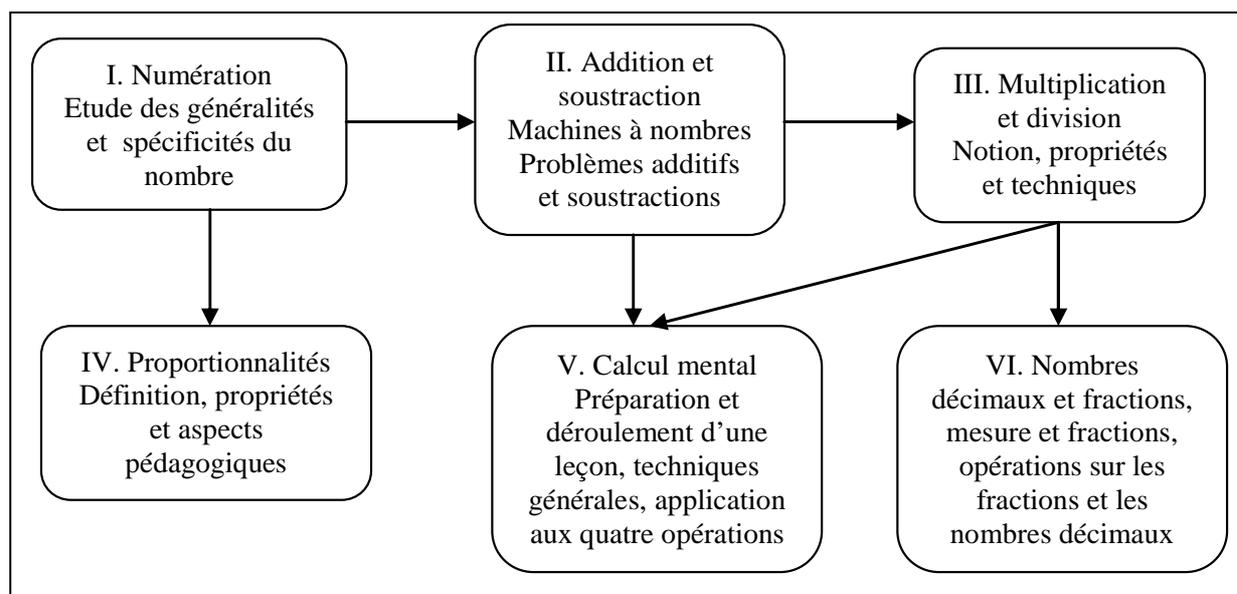


Figure 7 : Diagramme de l'étude de l'arithmétique à l'école primaire dans les BM Tome 2

Les BM contiennent les connaissances mathématiques et des progressions pour le professeur. Il nous semble que l'on pourrait *conjecturer* que l'idée de se former à partir du manuel risque de faire adopter aux professeurs une position topogénétique haute, vu le travail subtil et complexe que préfigurent les BM.

Dans les BM et GM, les indications sur le contenu des séances, et surtout sur les propositions de leur mise en œuvre sont révélatrices d'une volonté de l'institution d'accompagner les enseignants dans les situations de classe. Cette volonté ne nous semble pas suffisante n d'autant plus que laisser l'institution n'a pas la garantie que les professeurs maîtrisent les connaissances mathématiques qui leur sont proposés. Les manuels de mathématiques devraient permettre aux professeurs d'entrer dans la culture des mathématiques et renvoient à des recommandations officielles que l'on peut considérer de prescriptives. Ils structurent la place et la responsabilité des professeurs à chaque étape de la situation didactique étudiée. Les manuels officiels laissent apparaître la façon dont les professeurs devraient s'organiser quant à l'accès aux connaissances mathématiques pour le professeur, mais restent peu

explicitent sur la façon dont les élèves pourraient construire ces connaissances de son propre mouvement.

A *priori*, un manuel est une ressource pour le professeur, elle n'est pas censée servir de complément de formation, c'est une recommandation particulière de l'institution au Niger. C'est aussi sans compter le niveau de formation des enseignants et leur capacité à s'appropriier le contenu des BM. Le mode de formation par le manuel implique des préalables et la mise en place d'un dispositif de formation à même d'assurer l'étude et l'analyse des connaissances mathématiques proposées dans les BM. Ce qui suppose que les professeurs vont interagir avec ces ressources, Margolinas et Wozniak (2008) parlent de *document générateur* pour désigner un document qui joue un rôle central dans le travail professoral.

Illustrons ces propos par deux exemples donnés dans les BMT2 sur la notion mathématique de l'addition et étudions les difficultés que les professeurs et les élèves pourraient rencontrer. Les deux petits problèmes¹¹⁶ ci-dessous sont proposés aux professeurs pour comprendre la notion mathématique de l'addition à travers des problèmes modélisables par une équation du type $(a + b = c)$, dans lesquels il faut calculer soit a, soit b, soit c. Ils sont ensuite proposés en classe pour une mise en œuvre collective avec le professeur.

1.3.2 Etude et analyse de deux petits problèmes

- Exemple 1 : Un problème de P.M.I¹¹⁷

« Un infirmier de la P.M.I Poudrière a distribué, lundi, 304 comprimés de Nivaquine à 152 personnes ; le lendemain, il en a distribué 710 à 355 personnes. Combien cet infirmier a-t-il distribué de Nivaquine ? A combien de personnes ? »

- Exemple 2¹¹⁸ : Les portes d'un bâtiment

« Un bâtiment comporte 2 pièces, 3 portes sur la première pièce, et 2 portes sur la seconde pièce. Combien faudra t-il acheter de portes pour construire ce bâtiment ? ».

De l'observation de l'exemple 1 : le nombre total de comprimés de Nivaquine est obtenu par l'addition : « $304 + 710 = 1014$ ». On explique ici le recours à l'addition en disant qu'il faut compter les 304 comprimés du lundi et les 710 du mardi d'où le résultat 1014. En revanche,

¹¹⁶ BM Tome 2, p.98

¹¹⁷ Protection Maternelle et Infantile

¹¹⁸ BMT2, p.98

si pour trouver le nombre de personnes ayant reçu des comprimés, on effectue l'addition : « $152 + 355 = 507$ », alors des personnes venues le lundi et le mardi sont comptées deux fois. Le traitement du deuxième exemple montre plus clairement où se place l'enjeu des BMT2. Sa résolution est illustrée par le schéma ci-dessous extrait des BMT2 p.98 :

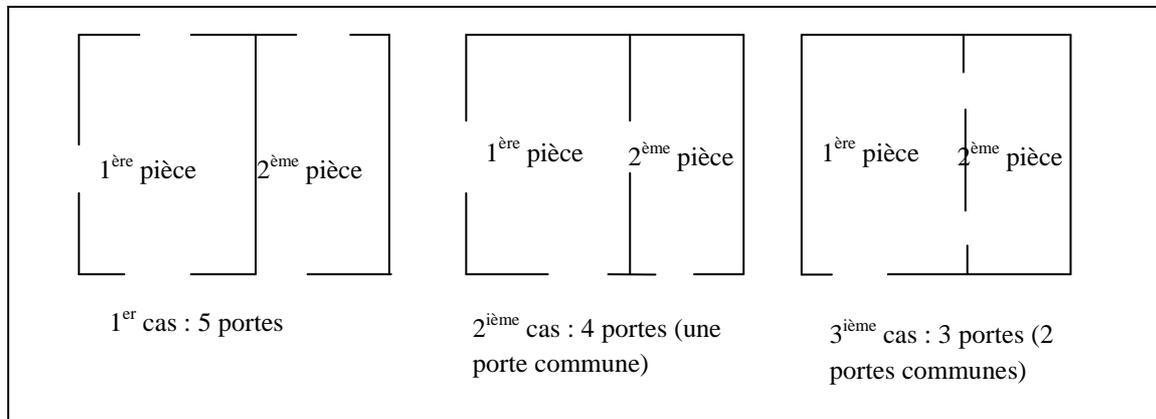


Figure 8 : Schémas illustratifs de l'exercice 2.

Dans le premier cas, on voit bien les 3 portes qui donnent sur la première pièce, et 2 portes sur la seconde. Dans le deuxième cas si on répond : « il faut 5 portes, car $3 + 2 = 5$ », on se trompe car la porte commune est comptée deux fois. Dans le troisième cas enfin, les portes communes sont comptées deux fois. Mais les solutions dans les cas 3 et 4 sont correctes (3 portes sur la première pièce, et 2 portes sur la 2ème pièce). Pourtant, il n'y a pas 5 portes en tout. L'addition $3 + 2$ ne donne pas le nombre de portes : les portes communes sont comptées 2 fois. Seul le premier cas relève donc d'une addition, puisqu'on a en tout 5 portes. Les BM invitent à une interprétation ensembliste de la situation. Les portes de la première pièce constituent un ensemble A à 3 éléments, et celles de la deuxième pièce constituent un ensemble B à 2 éléments. Il s'agit de trouver le cardinal de l'ensemble $A \cup B$, il faut donc connaître le cardinal de A, celui de B, mais aussi celui de leur intersection. Si A et B sont 2 ensembles sans élément commun, leur intersection est vide et on obtient le nombre d'éléments de $A \cup B$ en faisant l'addition des cardinaux respectifs de A et de B.

Que peut-on tirer comme enseignements suite à l'observation des deux exemples ?

Deux axes d'analyse sont nécessaires il nous semble, pour comprendre le contenu des BM, l'usage qui en est attendu, et les conséquences possibles sur les pratiques de classe.

- premier axe : les connaissances mathématiques proposées aux élèves

La notion mathématique de l'addition est expliquée par deux petits problèmes qui tentent de montrer qu'une addition ne permet pas de trouver le cardinal d'une réunion de deux ensembles A et B connaissant seulement le nombre d'éléments de A et de B. Dans les BM, le langage mathématique utilisé détonne avec certains termes de la vie courante (la notion d'*ensemble ou d'éléments communs*) pour savoir si on peut trouver la solution d'un problème en effectuant une addition. Ces problèmes qui devraient permettre de travailler le sens de l'addition sont en fait difficiles pour les professeurs, et encore plus pour les élèves. La mise en parallèle de l'addition des personnes et de celle des portes, pour illustrer le rôle de l'intersection semble montrer l'intérêt d'étudier une telle connaissance. On pourrait néanmoins se demander qu'il peut bien en rester chez les professeurs, voir même s'ils ont rencontré ce type de connaissances.

- deuxième axe : structuration et exploitation des BM

Se référer aux BM est une exigence des nouveaux programmes en vigueur au Niger. Considérons la synthèse des indications d'usage pour s'en rendre compte :

- lire les 17 pages (pp 12-28) de la partie introductive BM Tome 1 ;
- lecture intégrale d'un chapitre selon les besoins ;
- lire les sommaires des 2 tomes ;
- lire les sommaires plus détaillés en début de chacune des 5 grandes parties : partie introductive – Mesure – Géométrie – Logique et Raisonnement – Arithmétique ;
- prendre des notes au cours des lectures, et faire tous les exercices et activités proposés dans le texte ;
- consulter un collègue sur ce qui fait difficulté si des points obscurs restent encore.

Cette synthèse, montre des principes et des règles d'action pour le travail du manuel, qui reposent en particulier sur une vraie appropriation des BM (quand, on annonce par exemple : faire tous les exercices). Il faut donc lire et relire obligatoirement les BM pour avoir d'une part, un aperçu du contenu et l'organisation des enseignements, et d'autre part, identifier pour chacune des séances, les connaissances mathématiques nécessaires aux enseignants, et les choix mathématiques et didactiques associés.

Ce sont donc des informations diffuses et éparpillées qu'il faut chercher dans les BM. Ce type de travail demande des va-et-vient incessants, et bien entendu, une disponibilité matérielle des BM. Celle-ci n'est pas toujours assurée comme le montre cet extrait d'interview d'un professeur : « *mais des fois on n'arrive pas à voir tout ceux dont à besoin,....Des fois on dit*

dans la leçon de consulter d'abord les bases mathématiques, alors si il n'y a pas les bases mathématiques, où est-ce qu'on va consulter, donc on est obligé de préparer la leçon sans les bases mathématiques, surtout que dans les guides ce n'est pas bien détaillé¹¹⁹».

1.3.3 Description et analyse de la partition topogénétique induite par les BMT2

Dans les BMT2, il faut noter que l'institution propose les connaissances mathématiques aux professeurs pour qu'ils se les approprient afin de préparer les mises en œuvre en classe. L'étude du contenu et de l'organisation des BMT2 nous a permis de voir la structuration et l'articulation des chapitres. On est en présence d'une ressource qui ne fournit pas directement de partition topogénétique. C'est au professeur de travailler les aspects mathématiques des types de savoir en jeu dans les situations qu'il serait amené à étudier dans la classe. Il devrait aussi penser comment dans la pratique les élèves vont construire les connaissances précises liées aux situations étudiées. On peut donner des éléments de la topogénèse potentielle induite par les BMT2, à partir de la structuration des chapitres et de l'exemple des deux problèmes :

- la progression des enseignements proposés (étude du nombre en partant des généralités pour traiter ensuite les spécificités liées à la numération) ;
- les chapitres indiquent les articulations entre les leçons et comment les étudier (on étudie par exemple la notion mathématique de l'addition, les propriétés de l'addition avant d'étudier l'addition avec ou sans retenue) ;
- les grandes lignes de l'enseignement de l'arithmétique et les connaissances mathématiques associées (on montre l'intérêt de d'explorer et de traiter des situations qui peuvent avoir un sens pour les élèves) ;
- les problèmes de P.M.I et des portes d'un bâtiment sont proposés au professeur pour expliquer aux élèves le rôle de l'intersection. Les indications le conduisent à respecter un cheminement qui consiste à chercher le nombre d'éléments à partir de deux dessins, pour étudier ensuite, s'il y a ou pas, des éléments communs entre des ensembles donnés.

Nous étudions dans ce qui suit le contenu et l'organisation du GM 2^{ième} année.

¹¹⁹ Extrait de l'entretien mené avec quatre professeurs lors de la collecte de données An 1.

1.3.4 Etude et analyse du contenu et de l'organisation du GM 2^{ième} année

Comme pour les BMT2, nous donnons d'abord des exemples d'extraits qui précisent le rôle du GM, nous présentons ensuite un tableau qui répertorie les chapitres et les leçons avant d'analyser le contenu mathématique et l'organisation.

Le GM 2^{ième} année est un manuel unique conçu par l'institution pour aider le professeur à assurer les enseignements de mathématiques dans les classes (cf. annexe 12 pour plus d'informations sur le GM 2^{ième} année). Le GM propose au professeur les connaissances mathématiques pour un niveau précis (ici il s'agit du GM CP). La citation suivante, p.13 BM Tome 1 précise que : « Pour chaque chapitre que, vous y trouverez :

- les objectifs pédagogiques à atteindre ;
- les prérequis (ce qui doit-être acquis par les élèves avant d'aborder ce chapitre) ;
- la progression pédagogique à suivre, avec de nombreuses suggestions d'exercices, d'utilisation de matériels divers, etc. ».

Le maître est informé d'entrée de jeu sur la structuration du GM, et l'organisation des chapitres. Son rôle à ce niveau va être d'explicitier les indications qui lui sont fournies, en faisant chaque fois le lien avec les BM, comme le stipulent les BM Tome 1 p. 13 : « Bien avant d'aborder un chapitre avec vos élèves, ayez soin de vous former vous-même en étudiant le chapitre correspondant des BM, jusqu'à l'avoir bien assimilé. Faire preuve d'imagination et de créativité pour adapter les exercices proposés au niveau de vos élèves, et au *milieu*¹²⁰ local ». Cet extrait précise davantage l'idée de formation par le livre, que nous avons évoquée dans une section précédente. On demande au maître, en plus de l'étude et de l'appropriation des BM, de prendre des initiatives personnelles en termes d'imagination et de créativité. C'est donc, il nous semble un véritable travail qui allie appropriation des connaissances mathématiques et adaptation des exercices, pour permettre aux élèves de faire des mathématiques et de comprendre les enjeux.

Le professeur est au premier plan de la gestion des activités, qui vont se dérouler dans la classe lors de la mise en œuvre des séances de mathématique. C'est une responsabilité qui suppose une organisation du travail dans la classe, et à ce sujet les BM Tome 1 suggèrent p. 13 : « Pour maintes séances, le guide a prescrit des activités par groupe ; le nombre d'élèves par groupe peut varier suivant l'activité et le matériel de manipulation disponible ; vous tiendrez compte des affinités entre les élèves et assez souvent de leur capacité de compréhension rapide pour avoir un effet d'entraînement. Les élèves

¹²⁰ Le mot milieu doit être compris ici au sens du milieu de vie de l'élève.

qui comprennent vite peuvent expliquer aux autres ». Les BM Tome 1 proposent au maître en fonction de la séance à mettre en œuvre dans la classe, le travail par groupe ce qui suppose une modification des rapports du maître et des élèves dans la construction du savoir. Ce type d'organisation nécessite une nouvelle façon de travailler pour que, dans la relation ternaire (professeur, élève, savoir) les transactions didactiques permettent aux élèves de jouer le jeu.

Au-delà des conditions d'usage du GM 2^{ième} que nous venons d'exposer, il y a un autre aspect dont il faut maîtriser les articulations. Il s'agit du contenu du programme et de sa progression pour mieux organiser les enseignements. L'extrait suivant BM Tome 1 p.15 précise que : « Lorsque vous enseignez, vous avez un certain nombre de connaissances à faire acquérir à vos élèves : c'est le contenu du programme. Ces différents points à aborder ne sont pas donnés pêle-mêle. Ils sont rangés selon un certain ordre : des connaissances simples, de base, faciles à faire acquérir aux enfants d'un âge donné, aux connaissances plus difficiles, plus complexes. Cet ordre, c'est la progression. Cette progression signifie aussi que des connaissances antérieures sont nécessaires à l'acquisition d'une nouvelle connaissance : ces connaissances antérieures sont des prérequis. Par exemple :

- vous enseignez toujours l'addition à retenue après l'addition sans retenue ;
- vous enseignez l'addition avant la multiplication ;
- vous abordez les nombres supérieurs à dix après les 9 premiers nombres ;
- vous apprendrez d'abord à vos élèves : autant que, plus que, moins que avant d'introduire les signes =, >, < ;
- vous enseignerez à distinguer une colonne d'une ligne avant d'apprendre aux élèves à se servir d'un tableau à double entrée ».

Ainsi, respecter la progression signifie suivre un ordre dans la présentation des connaissances à faire acquérir, ordre établi en fonction des capacités des élèves à un âge donné et des circonstances nécessaires pour aborder telle ou telle étude ». Cet extrait, nous avons voulu le citer dans son intégralité, puisqu'il renseigne à la fois sur la manière dont les enseignements devraient être structurés, et montre à travers des exemples, comment la construction des connaissances mathématiques pourrait progresser dans la classe. Dans cette perspective, le travail du maître est clairement indiqué, en ce qu'il serait amené à étudier les articulations possibles entre contenu mathématique, progression, et prérequis. La mise en cohérence de ces différents points va nécessiter sans doute, plus qu'une formation par les manuels, mais surtout une capacité des professeurs à pouvoir assurer ce type de mise en relation.

Nous venons d'exposer les indications qui donnent à voir l'organisation, le contenu mathématique du GM 2^{ième} année, et l'exploitation attendue des professeurs. Dans le tableau qui suit, nous présentons la structuration des enseignements, avec dans la première colonne

les chapitres et dans la deuxième colonne l'intitulé des leçons. Les parties grisées dans le tableau correspondent aux chapitres et leçons étudiés dans le cadre de notre travail.

Chapitres du programme d'enseignement	Intitulés des leçons correspondants aux chapitres
Matière : Logique et raisonnement	
Suivre des consignes	<ul style="list-style-type: none"> - Exécuter les consignes - Surveiller l'exécution des consignes - Consignes nécessitant une organisation - Exemples de consignes
Tableaux à double entrée	<ul style="list-style-type: none"> - Révision du programme de CI - Exploiter les données d'un tableau - Retrouver les titres des lignes et des colonnes - Exploiter les données d'un tableau - Construire un tableau - Se servir d'un tableau pour classer des mots
Suites logiques	<ul style="list-style-type: none"> - Manipulation dans la cour - Manipulation dans la classe - Exercices écrits - Exercices d'application
Notion d'égalité	<ul style="list-style-type: none"> - Révision - Deux noms : 2 objets, ou un seul ? - L'égalité en arithmétique - L'égalité en géométrie
Vrai – Faux	<ul style="list-style-type: none"> - Utiliser les mots vrai ou faux - Construire des phrases vraies ou fausses - Vrai-faux avec des phrases négatives - Vrai-faux avec 2 attributs - Vrai-faux : cas de déduction
Egalité et Logique	<ul style="list-style-type: none"> - Brève révision - Egalité et remplacement - Utiliser des informations données par = ou \neq
Matière : Arithmétique	
Nombres à 1 ou 2 chiffres ; comparaison ; addition	<ul style="list-style-type: none"> - La numération à deux chiffres - Numération en français - Comparaison des nombres - Addition de 2 nombres
Soustraction : signe (-) ; transformation des écritures	<ul style="list-style-type: none"> - Révision - Introduction de la machine (- a) - Lien entre machine (+ a) et machine (- a)

Additions soustractions et comparaisons	<ul style="list-style-type: none"> - Révision - Addition et comparaison - Soustraction et comparaison - Exercices
Calcul mental	<ul style="list-style-type: none"> - La leçon de calcul mental - Compter dans l'ordre croissant, puis décroissant - Ajouter un nombre - Addition de plusieurs nombres - Résolution mentale de petits problèmes - Vraisemblance d'un résultat
Problèmes « en une image », problèmes « en 3 images »	<ul style="list-style-type: none"> - Révision - Une image ou 3 images ? - Schématiser un problème en 3 images
Résoudre des problèmes additifs et soustractifs	<ul style="list-style-type: none"> - Révision - Résoudre les problèmes « en une image » - Résoudre des problèmes additifs « en 3 images » - Résoudre des problèmes soustractifs « en 3 images » - Problèmes mélangés
Addition et soustraction de plusieurs nombres	<ul style="list-style-type: none"> - Révision - Programme de calcul - Addition de plusieurs nombres
La multiplication	<ul style="list-style-type: none"> - Révision : tableau à double entrée - Présentation de la multiplication - Propriétés de la multiplication - Application à de petits problèmes
Machines multiplicatives	<ul style="list-style-type: none"> - Introduction de la machine ($\times a$) - Trouver l'état initial - Trouver la machine - Les machines particulières - Succession de 2 machines

Tableau 25 : Chapitres du programme d'enseignement et leçons associées GM 2^{ième} année

Le GM 2^{ième} année est le manuel correspondant aux enseignements des mathématiques au CP. Le professeur l'utilise comme référence unique pour préparer les leçons, à partir des informations générales sur les connaissances mathématiques contenues dans les BM. Le GM 2^{ième} année est d'une certaine manière un manuel qui vient compléter les grandes lignes du contenu mathématique des BM, en explicitant certaines connaissances

mathématiques, et en proposant des exemples d'exercices et de déroulement de leçons. Dans le guide, on étudie l'arithmétique en six chapitres, selon un regroupement que nous proposons :

- premier chapitre : les nombres à 1 ou de 2 chiffres

Dans ce chapitre, on explique le dénombrement avec ou sans boulier pour étudier la pratique de l'échange à 10 contre 1. Avec le boulier, on montre que 10 capsules unités (⊙) s'échangent contre une capsule dizaine (⊗) quand la colonne des unités est remplie. Pour dénombrer par exemple 35 voici dans le tableau 23 (page suivante) les deux formes de représentation en suivant la démarche du guide :

- dénombrement avec le boulier :

Représentation au boulier				Représentation dans un tableau à deux colonnes	
		⊗	⊙	$\begin{array}{r l} \times & \cdot \\ \hline 3 & 5 \end{array}$ <p>3 dizaines et 5 unités</p>	
			⊙		
			⊙		
		⊗	⊙		
		⊗	⊙		
		⊗	⊙		
3 capsules dizaines et 5 capsules unités					

Tableau 26 : Représentation du nombre 35 à partir du boulier et dans le tableau à deux colonnes

- dénombrement d'un lot d'objets sans le boulier :

Représentation sans boulier	Représentation dans un tableau à deux colonnes								
<table border="1"> <tr> <td>△△△△△</td> <td>△△△△△</td> </tr> <tr> <td>△△△△△</td> <td>△△△△△</td> </tr> <tr> <td>△△△△△</td> <td></td> </tr> <tr> <td>△△△△△</td> <td>△△△△△</td> </tr> </table> <p>3 dizaines d'objets et 5 objets</p>	△△△△△	△△△△△	△△△△△	△△△△△	△△△△△		△△△△△	△△△△△	$\begin{array}{c c} \times & \cdot \\ \hline 3 & 5 \end{array}$ <p>3 dizaines et 5 unités</p>
△△△△△	△△△△△								
△△△△△	△△△△△								
△△△△△									
△△△△△	△△△△△								

Tableau 27 : Représentation du nombre 35 sans boulier et dans le tableau à deux colonnes

De ces différentes représentations, les élèves apprennent à décomposer un nombre à deux chiffres en dizaine et en unité. Ce chemin les prépare à travailler l'addition et la soustraction, dans des situations qu'ils rencontreront ultérieurement.

La lecture et l'écriture des nombres dans les cinq langues maternelles enseignées selon la localité où se trouve l'école se concentrent sur l'écriture du nombre au tableau, et le professeur invite les élèves à les lire en langues maternelles (pour lire par exemple 1 dizaine et 5 unités en hausa, on dira *goma sha biyar* qui correspond à 10 et 5).

En ce qui concerne, la numération en français, le guide propose dans un premier temps de faire une révision sur la lecture, l'écriture et la dictée des nombres de 0 à 69 vues au CI, avec un rappel des nombres particuliers (onze, douze.....seize). Dans un second temps, on aborde la lecture, l'écriture et la dictée des nombres de 60 à 99, avec une étude particulière du nombre 80 qui se prononce « quatre-vingt ». L'écriture du nombre 80 dans un tableau à deux colonnes montre 8 dans la colonne des dizaines et 0 dans la colonne des unités, ce qui correspond à 8 dizaines et 0 unités. On notera que dans « quatre-vingt », il y a « 4 fois 20 » mais le mot « fois » est sous entendu.

- deuxième chapitre : addition et soustraction

L'addition et la soustraction concernent des nombres à 1 ou 2 chiffres. Pour l'addition, on rappelle les deux propriétés vues au CI (si on échange les deux nombres, le résultat ne change

pas, et on ne change un nombre en lui additionnant zéro). Ensuite, on étudie les techniques opératoires de l'addition avec ou sans retenue, en utilisant le support du boulier et le tableau à deux colonnes. Dans le cas de la retenue, on explique la technique par le fait que, si la colonne des unités est remplie, on effectue l'échange à dix contre 1 (soit 10 capsules unités contre 1 capsule dizaine). On utilise le tableau à deux colonnes et la disposition usuelle (disposition en colonne) pour montrer deux principes : les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines, et quand la somme de deux unités dépassent 10, on reporte le chiffre de la dizaine dans la colonne des dizaines. La soustraction est introduite à travers l'utilisation de la notion de la machine. L'idée étant d'utiliser les expressions « avant, après, maintenant » pour déterminer l'utilisation de la machine dans une situation soustractive. On a par exemple un lot de bâtonnets que l'on compte (15 bâtonnets). On enlève 3 bâtonnets, et on compte le reste (12 bâtonnets). La situation s'explique en travers une manipulation en classe entière qui montre qu'on avait avant une certaine quantité d'objets (15 bâtonnets), on fait fonctionner la machine combien de bâtonnets maintenant, et après on a 12 bâtonnets.

Le lien entre la machine (+ a) et la machine (- a) est traité pour montrer la notion de machine retour ($\boxed{+ a}$ → est la machine retour de $\boxed{- a}$ →).

Pour l'exemple ci-dessus, on trouve $15 \boxed{- 3} \rightarrow 12$, et $12 \boxed{+ 3} \rightarrow 15$.

- troisième chapitre : Problèmes « en une image », problèmes « en 3 images »

La résolution des problèmes « en une image » et « en 3 images » relève d'une préparation des élèves à la résolution des problèmes additifs et soustractifs. En introduisant cette classification des problèmes, l'institution cherche à consolider chez les élèves la logique, et la chronologie des événements dans les énoncés de problèmes. Trois nouveaux termes proches de « avant », « après », et « maintenant » sont utilisés. Il s'agit de : « d'abord », « ensuite », « à la fin ».

Supposons deux exemples de problèmes du type : « Dans une classe, il y a 15 filles et 18 garçons », et « Au départ d'un arrêt, il y avait 12 passagers dans un bus. 6 autres montent en cours de route ». Ces types de problèmes correspondent à la classification de Vergnaud (1997) problèmes partie-tout et problèmes de transformation. Dans le premier cas, « la relation partie-tout » repose sur la détermination par addition le résultat de la réunion de deux

quantités, et dans le deuxième cas les problèmes de transformation reposent la détermination par addition ou soustraction, le résultat d'une augmentation ou d'une diminution.

Pour résoudre ces deux problèmes, le maître invite les élèves à déterminer le problème « en une image » (problème statique) et le problème « en 3 images » (problème à transformation). Le travail est consacré à schématiser les deux énoncés en classant les images décrivant des actions, dans un ordre logique et chronologique. Ainsi, pour le problème sur la classe, on voit qu'il ne peut y avoir qu'une seule image du fait que les élèves sont dans la même classe. Dans le second problème par contre, il y a un changement (d'abord 12 passagers, ensuite 8 autres, et à la fin 20 passagers au total).

- quatrième chapitre : résoudre des problèmes additifs et soustractifs

La résolution des problèmes additifs et soustractifs est une consolidation d'une certaine manière du cheminement expliqué précédemment pour le problème « en une image (problème statique), et le problème « en 3 images » (problème à transformation). Cependant, il y a des précisions quant à la recherche de la solution et des types de solution que la résolution des problèmes permet de trouver.

Si nous complétons les deux problèmes ci-dessus étudiés dans le troisième groupe, en ajoutant les questions pour rechercher les solutions, on a « Dans une classe, il y a 15 filles et 18 garçons. Combien d'élèves en tout ? », et « Au départ d'un arrêt, il y avait 12 passagers dans un bus. 6 autres montent en cours de route. Combien de passagers à l'arrivée ? ». Les solutions des problèmes sont représentées dans un tableau à deux colonnes. C'est un modèle où il faut reporter dans la première colonne la solution recherchée, l'opération en ligne avec (?) l'inconnu à chercher, et la solution trouvée. La deuxième colonne est réservée aux opérations posées. Pour le problème sur la classe :

Solution	opération
Combien d'élèves en tout ? :	15
$15 + 18 = ?$	+ 18
Il y a 33 élèves en tout	<u> </u> =33

Pour le problème sur les passagers d'un bus :

Solution	opération
Combien de passagers maintenant ? :	12
$12 + 6 = ?$	+ 6
Il y a 18 passagers à l'arrivée	<u> </u> =18

Le guide présente des exemples de problèmes (GM 2^{ième} année, pp 139-141) en mettant l'accent sur les types de solutions à rechercher :

- problèmes « en une image »

- *on cherche la somme*

« Dans troupeau, il y a 7 mâles et 19 femelles. Combien de bêtes ? ». La solution : $7 + 19 = ?$

- *on cherche l'un des termes*

« Un troupeau compte 37 chameaux dont 15 sont accroupis. Combien sont debout ? La solution : $37 = 15 + ?$

- problèmes « en 3 images »

- *on cherche la fin*

« L'épicier vient de recevoir 35 sacs de farine. Combien de sacs cela fait-il s'il en avait déjà 62 ? » La solution : $62 + 35 = ?$

- *on cherche la machine*

« La cour de mon école a maintenant 21 arbres. Combien d'arbres avons nous planté cette année si l'an dernier il y avait 14 ? » La solution : $14 \rightarrow \boxed{+ ?} \rightarrow 21$

- *on cherche le début*

« Je ramasse 14 noix de doum et j'en ai maintenant 31 noix. Combien avais-je avant ? » La solution : $? \rightarrow \boxed{+ 14} \rightarrow 31$

- cinquième chapitre : le calcul mental

Dans ce chapitre, on expose les leçons de calcul mental à mettre en œuvre en classe. Il est recommandé au maître de lire le chapitre sur le calcul mental dans les BM, et de consacrer quelques minutes au début de chaque leçon d'arithmétique comme le précise le GM 2^{ième} année p.128 : « Les modalités de déroulement d'une leçon de calcul mental sont exposées dans les Bases

Mathématiques. Le maître est invité à relire ce chapitre. En plus des leçons spécifiques de calcul mental, le maître saisira toutes les opportunités possibles pour exercer l'enfant à calculer mentalement. Au début de chaque leçon d'arithmétique, il consacrera quelques minutes à des exercices de calcul mental ».

Le chapitre est composé de cinq leçons comportant chacune des exemples d'exercices :

- compter dans l'ordre croissant, puis décroissant
 - deux en deux : $4 + 2 \rightarrow 6 + 2 \rightarrow 6 + 2 \rightarrow 8 + 2 \rightarrow \dots$;
 - de cinq en cinq : $4 + 5 \rightarrow 9 + 5 \rightarrow 14 + 5 \rightarrow 19 + 5 \rightarrow \dots$;
 - de trois en trois : $4 + 3 \rightarrow 7 + 3 \rightarrow 10 + 3 \rightarrow 13 + 3 \rightarrow \dots$;
- ajouter un nombre
 - ajouter un nombre d'un chiffre (sans retenue) : $12 + 2 = ?$;
 - ajouter des dizaines : $24 + 20$; $15 + 30$;
- addition de plusieurs nombres
 - remplacer 2 nombres par leur somme : $4 + 3 + 6 = 10 + 3$; $10 + 8 + 20 = 30 + 8$;
 - ajouter 8 ou 9 à un nombre d'un seul chiffre : $9 + 5 = 9 + 1 + 4 = 10 + 4$; $4 + 8 = 2 + 2 + 8 = 2 + 10 = 12$;
- résolution mentale de petits problèmes
 - dans un panier, il y a 7 mangues et 5 goyaves. Combien de fruits ?
- vraisemblance des résultats
 - « une poule a pondu 18 œufs aujourd'hui » : faire remarquer aux élèves ce qui ne va pas, en leur faisant comprendre qu'une poule ne peut pas pondre plus d'un œuf par jour, et 18 œufs en un jour est faux.

Pour tous les exercices de calcul mental, le maître utilise le PLM, et doit laisser un temps de réflexion aux élèves selon la difficulté de l'exercice. Ensuite un élève est invité à donner sa réponse.

- sixième chapitre : la multiplication

Il s'agit dans ce chapitre d'introduire la machine multiplicative $\boxed{\times a} \rightarrow$ et la faire fonctionner dans des cas simples, pour trouver « l'état final », la machine, et montrer deux particularités.

Le maître doit utiliser la manipulation d'objets pour expliquer la compréhension de l'écriture $\boxed{\times a} \rightarrow$. A partir par exemple d'une classe où il y a 4 rangées de tables. Une rangée de 5 tables, deux rangées de 3 tables, une rangée de 4 tables. On montre qu'il y a 1 rangée de 5 tables (1×5), deux rangées de trois tables (2×3), et une rangée de 4 tables (1×4). En utilisant la machine on obtient : $1 \rightarrow \boxed{\times 5} \rightarrow 5$; $2 \rightarrow \boxed{\times 3} \rightarrow 6$; $1 \rightarrow \boxed{\times 4} \rightarrow 4$.

Pour trouver l'état initial : ? $\xrightarrow{\times 5}$ 10, et la machine : 4 $\xrightarrow{\times ?}$ 8.

Les machines particulières sont représentées par $\xrightarrow{\times 1}$ et $\xrightarrow{\times 0}$ pour montrer que quand on multiplie un nombre par 1, on trouve le même nombre, et un nombre multiplié par 0 égal à 0. Nous donnons à voir dans le diagramme (figure 9, page suivante) des différents chapitres sur l'étude de l'arithmétique dans le GM 2^{ième} année.

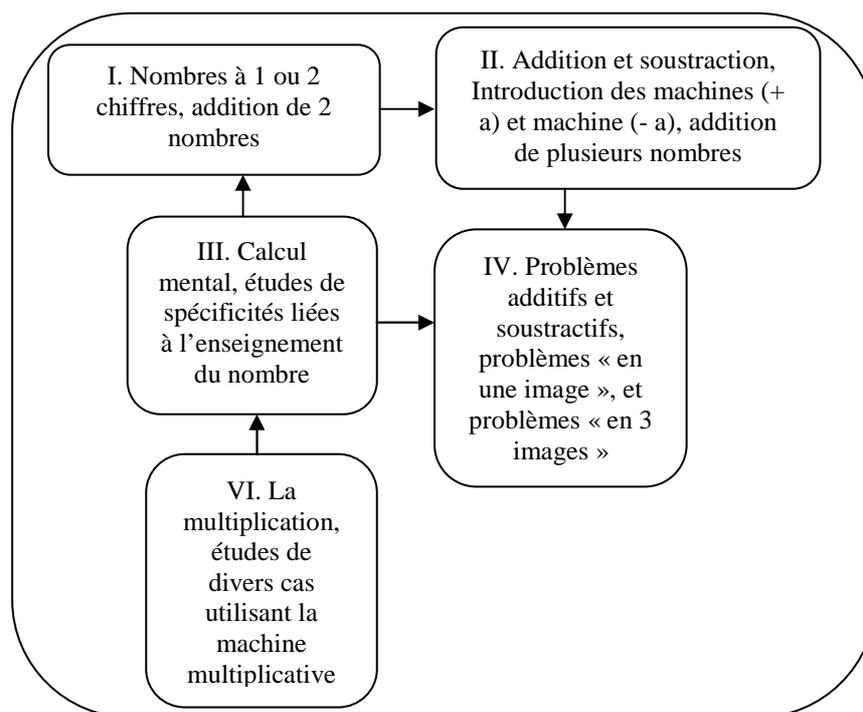


Figure 9 : Diagramme de l'étude de l'arithmétique à l'école primaire dans le GM 2^{ième} année

Le programme et la progression du contenu mathématique dans le GM 2^{ième} reposent sur une structuration des enseignements. Pour chaque chapitre, les objectifs (libellé comme suit : *à la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable...*) à atteindre et les prérequis (libellé comme suit : *avant d'aborder ce chapitre, l'élève doit savoir ...*) sont des informations que le professeur doit préciser sur la fiche de préparation des leçons. Pour chaque objectif proposé, le professeur doit repérer les activités qui lui permettront de mettre en œuvre les leçons en classe. En ce qui concerne les prérequis, les indications données dans le guide renvoient le professeur à une à vérification des apprentissages antérieurs indispensables au nouvel apprentissage. Illustrons par un exemple, ce que nous venons d'exposer.

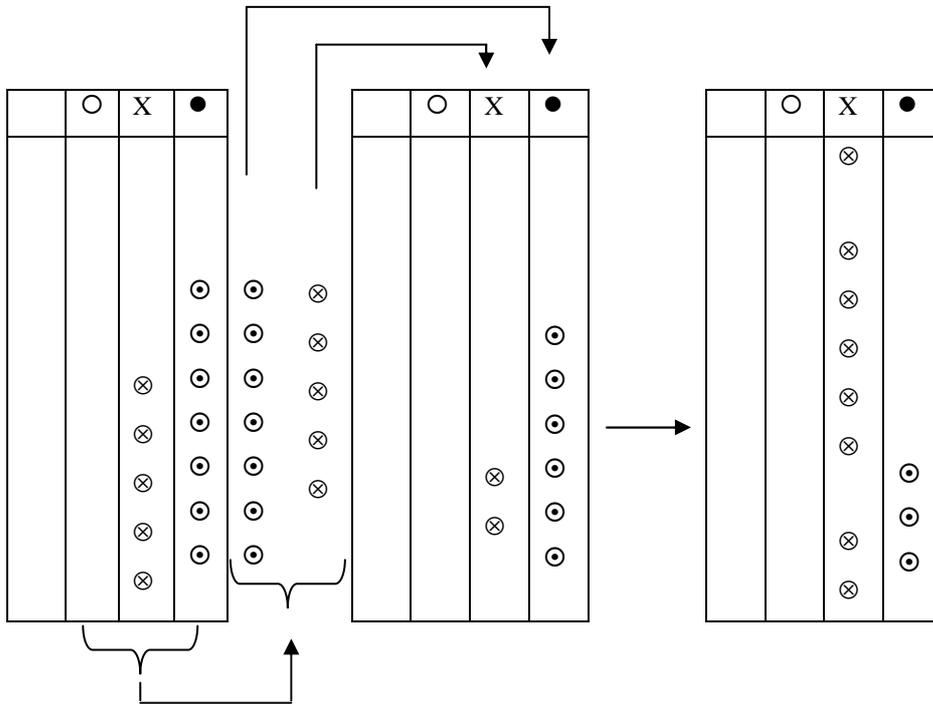
Pour le chapitre sur les nombres à 1 ou 2 chiffres, un des objectifs annoncés est : *à la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable d'effectuer une addition de 2 nombres (somme < 99) avec*

ou sans retenue, et le prérequis précise : *avant d'aborder ce chapitre, l'élève doit savoir additionner 2 nombres (quand la somme est inférieure à 70)*. L'objectif désigné n'indique pas le savoir proprement dit (par exemple préciser pour la technique opératoire de la retenue, les types de savoir que les élèves vont apprendre, et les activités concrètes attendues des élèves (système de tâches ou la situation dans lesquelles les élèves vont travailler).

La présentation des leçons dans le guide, repose sur des exemples de déroulements et d'exercices dont le professeur doit s'inspirer pour la préparation des leçons. Nous donnons (Tableau 28 ci-dessous) un extrait du guide du maître 2^{ième} année, qui correspond aux indications de mise en œuvre aux professeurs pour enseigner l'addition avec retenue :

Manipulation au boulier

Exemple : additionner 57 et 26



Disposer 57 sur le boulier
Puis retirer les 5 capsules ⊗
et les 7 capsules ⊙

Disposer 26 sur le boulier
puis ajouter les 12 capsules
du nombre 57

Résultat après échange
de 10 capsules ⊙
contre une capsule ⊗

En ajoutant les 12 capsules du nombre 57 (5 ⊗ et 7 ⊙) aux 8 du nombre 26, la colonne des unités se remplit très vite et l'échange à 10 contre 1 est nécessaire (10 capsules ⊙ contre une capsule ⊗)

Lire le résultat : 8 dizaines, 3 unités, soit 83.

* puis cette activité sera schématisée sur un tableau à 2 colonnes :

Et enfin avec la disposition usuelle

1	
57	7
26	6
8	13

1	
57	
+ 26	

83	

*le maître traite (collectivement, avec ses élèves) 2 ou 3 exercices d'addition, puis leur demander de travailler individuellement sur leur ardoise (PLM)

3 6	5 9	2 8	4 4	3 3	3 6
+ 1 7	+ 2 4	+ 5 5	+ 1 6	+ 4 8	+ 7
-----	-----	-----	-----	-----	-----

NB : pour les élèves défaiillants, faire recours à l'addition sous forme de tableaux à 2 colonnes

Exercices de contrôle : le maître propose aux élèves une série d'additions (avec ou sans retenue).

C'est aussi l'occasion d'une révision sur lecture et dictée de nombres. Par exemple le maître dicte les deux nombres (en langue maternelle ou en français). Les élèves écrivent sur les ardoises et effectuent l'addition (PLM). Le maître peut faire lire le résultat (en français, ou en langue maternelle) par certains élèves.

Tableau 28 : Extrait du GM 2^{ième} année, addition avec retenue (p 114).

Cette mise en œuvre propose de manipuler un boulier pour traiter l'exemple : additionner 57 et 26. Six étapes caractérisent la démarche :

- manipulation au boulier en disposant 57 et 26 représentés sur le boulier par des capsules (⊗) et (⊙). Le GM propose une manipulation du professeur devant toute la classe qui demandera aux élèves de faire une série de manipulations par groupes et si possible des manipulations individuelles ;
- schématisation de l'activité sur un tableau à deux colonnes ;
- disposition usuelle (addition posée) ;
- exercices collectifs (traitement collectif d'exercices au tableau avec les élèves)
- exercices individuels sur les ardoises par PLM ;
- exercices de contrôle (le professeur dicte des nombres, les élèves effectuent les opérations par PLM).

Les connaissances mathématiques pour les élèves introduites à travers cette mise en œuvre concernent l'échange à 10 contre 1 en utilisant la configuration au boulier pour représenter le nombre d'objets. On voit qu'après échange de 10 capsules (⊙) contre une capsule (⊗), on a 8 capsules (⊗) et 3 capsules (⊙). Les élèves découvriront davantage la nécessité de constituer une dizaine prélevée sur le total des treize unités. Le nombre total d'unités dépasse 9, il est donc suffisant pour avoir une dizaine. La retenue dans l'opération vient de dix unités qu'on transfère dans la colonne de gauche, sous forme d'une dizaine. On invitera les élèves à lire 8 dizaines, 3 unités, soit 83. La figure 18 donne à voir des connaissances mathématiques pour

enseigner au sens défini par, Ball, Hill et Bass (2005). Mais sont-elles suffisamment explicitées pour que les professeurs se les approprient ?

On voit bien que l'exemple proposé est « additionner 57 et 26 » et non effectuer l'opération ($57 + 26$) en manipulant sur le boulier. Le professeur invite un élève à manipuler le boulier en classe entière. Cette procédure a été l'occasion pour les élèves de découvrir concrètement la nécessité d'échanger des « unités » contre une « dizaine ». Dans la mise en œuvre de cette séance, le professeur a introduit la technique opératoire dans le cas des nombres ayant plus de deux chiffres, avec une retenue. Il a ensuite abouti à la disposition en colonnes, et à la retenue qui symbolise l'échange de dix unités pour une dizaine.

Le boulier qui adopte la forme de tableau a constitué le support central dans ce mouvement (ce n'est pas le cas de tous les bouliers). Avec le boulier, l'échange est fait concrètement. Ceci prépare donc l'échange symbolisé par la retenue. Ensuite, on voit que pour l'étape introductive, les élèves doivent essentiellement observer, même si c'est un élève qui manipule. Le boulier sert pour montrer le processus, pas pour effectuer des opérations. Mais comme le jeu de tiges est connu, on peut supposer que les élèves se sont déjà approprié le boulier, et que c'est bien un support utile. La responsabilité des élèves se réduit à l'application de la technique apprise.

Nous analysons maintenant la topogénèse potentielle produite par le GM 2^{ième} année.

1.3.5 Description et analyse de la partition topogénétique induite par le GM 2^{ième} année

Le GM 2^{ième} année contient des indications sur les connaissances mathématiques censées permettre aux professeurs la mise en œuvre de séances de classe. Le guide est structuré autour de propositions d'objectifs attendus, de prérequis à vérifier, d'exemples de déroulement de leçons, d'exemples d'exercices d'évaluation, des consignes pour manipuler les matériels, et autres supports d'enseignement. Il nous semble que l'institution veut que le GM 2^{ième} année joue un rôle central en indiquant les mathématiques à la charge du professeur, et les activités que les élèves sont amenés à faire.

L'exemple sur l'addition avec retenue étudiée précédemment montre que le professeur organise la mise en œuvre de la séance, en ayant le contrôle sur la distribution des rôles (gestion des manipulations, où, quand et comment). Ce sur quoi, il faut centrer les manipulations (la disposition des capsules dizaines et unités, l'échange à 10 contre 1 si la

colonne des unités est remplie), ce qu'il faut retenir (10 capsules unités s'échangent contre une capsule dizaine, pour additionner deux nombres à deux chiffres, il faut placer les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines, les dispositions de l'addition sous la forme d'un tableau à deux colonnes et sous la forme posée). Le cheminement et les procédures mathématiques de cette addition sont précisés dans le GM 2^{ième} année, ainsi que la répartition des rôles. En présentant la mise en œuvre de l'addition avec retenue dans le guide, l'institution contraint d'une certaine manière le professeur à suivre fidèlement le cheminement proposé, ou à faire des choix, dans la façon dont il doit s'y prendre, pour s'approprier le contenu mathématique, afin de déterminer l'essentiel à enseigner aux élèves. Nous avons étudié et analysé des manuels de mathématiques en nous centrant sur la structuration, le contenu mathématiques, et la partition topogénétique induite par ces manuels. Dans ce qui suit, nous faisons une analyse comparative entre le manuel ancien, les BMT2, et le GM 2^{ième} année manuels de référence pour l'enseignement des mathématiques.

1.4 Analyse comparative du manuel ancien, des BMT2 et GM 2^{ième} année étudiés.

L'analyse comparative que nous proposons de faire sera axée sur les points suivants :

- les caractéristiques de chaque ressource en termes de contenu et d'organisation ;
- la partition topogénétique induite par les manuels, et l'influence possible sur les pratiques des professeurs.

Dans le tableau 29 (page suivante), nous donnons à voir dans la première colonne les manuels étudiés, dans la seconde colonne, nous spécifions la structuration des manuels, et dans la troisième colonne, nous explicitons la topogénèse propre à chaque manuel, et l'influence possible sur les pratiques professorales.

Manuels étudiés	Caractéristiques du contenu et de l'organisation	Topogénèse induite et influence sur les pratiques professorales
<p>Manuel ancien : « La connaissance des nombres de 21 à 100 »</p>	<p>Manuel unique utilisé pour l'enseignement du calcul dans la période post coloniale. Dans le manuel, les leçons décrites dans le manuel doit être suivies jour par jour. La numération est étudiée autour des quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, et division). Le manuel repose sur une structure tripartite :</p> <ul style="list-style-type: none"> - un problème comme support à la leçon ; - une manipulation d'objets pour représenter en amont le problème, et donner en aval la référence aux opérations produites en lien avec leur système sémiotique ; - une opération en ligne puis en colonne. <p>On peut postuler que les concepteurs du manuel essaient de montrer que des relations pertinentes pourraient exister entre les trois éléments de la structure.</p>	<p>Le maître à la charge du travail mathématique, et les élèves imitent ce qui est produit, et ce qui est à faire. Le manuel ancien donne des indications précises à suivre pour la mise en œuvre des leçons sous forme de fiches. Cette orientation donne dès le départ au manuel une position topogénétique qui place l'action didactique entièrement sous le contrôle du maître.</p>
<p>BM Tome 2 : Arithmétique Logique et raisonnement</p>	<p>Manuel officiel. Le recours à ce livre est donc une modalité de formation envisagée par l'institution. La formation par le manuel est une spécificité du contexte nigérien. Les BMT2 contiennent l'ensemble des enseignements de mathématiques du cycle primaire sur l'arithmétique, la logique et le raisonnement.</p> <p>Les BM, sont structurées de la manière suivante :</p> <ul style="list-style-type: none"> - informations générales sur les chapitres, et les leçons ; - des indications sont données sur les contenus mathématiques, et les orientations sur la progression à suivre pour chaque leçon. 	<p>Dans les BMT2, la partition topogénétique n'est pas fournie directement. Les BM se situent dans une forme de rapport compréhensif et réflexif aux mathématiques, et à son enseignement. C'est au professeur de s'appropriier les connaissances mathématiques et de faire le lien avec les GM pour déterminer l'essentiel à enseigner.</p>

<p>GM 2^{ième} année</p>	<p>C'est un manuel qui décrit et présente le programme et le contenu des enseignements au CP. Son contenu est censé correspondre aux connaissances mathématiques nécessaires aux enseignants. Dans le guide, les concepteurs proposent la répartition annuelle (7 séances de 45 mn par semaine, réparties en 26 semaines dans l'année¹²¹) du programme de mathématiques et son mode d'emploi. Le professeur à la charge d'établir ensuite la répartition mensuelle en fonction de la progression des enseignements. Avant la préparation des séances, le professeur est invité à se référer au chapitre du guide correspondant à celui des BM. La division n'est pas étudiée au CP. Pour chaque chapitre, il est proposé :</p> <ul style="list-style-type: none"> - les objectifs généraux attendus que le professeur doit décliner en objectifs opérationnels ; - les prérequis dont il faut vérifier la maîtrise par les élèves ; - les déroulements des séances, des exemples d'exercices et de simulations de dialogues professeur-élèves. 	<p>Le GM 2^{ième} année fournit la « division du travail épistémique ». Mais cette partition topogénétique est inscrite dans une forme de rapport compréhensif et réflexif aux mathématiques et à son enseignement comme c'est le cas avec les BM. Avant la mise en œuvre d'une séance en classe, le professeur doit tenter un rapprochement entre le contenu mathématique les BM, et les connaissances mathématiques proposées dans le GM.</p> <p>Ce type de travail amène les enseignants à étudier les connaissances mathématiques de base et l'organisation didactique nécessaires à leurs enseignements.</p>
----------------------------------	--	---

Tableau 29 : Analyse comparative des ressources mathématiques étudiées

Les ressources mathématiques étudiées présentent des caractéristiques différentes. L'ancien manuel dont nous avons analysé le contenu mathématique et l'organisation des enseignements a la particularité de fournir les déroulements des leçons jour par jour avec des indications sur le travail mathématique du maître et de l'élève.

Les BM et GM insistent à la fois sur l'apport de connaissances mathématiques, et sur la formation à la réflexion et au raisonnement. Ils peuvent être considérés comme des *curriculum material* suivant Ball et Cohen (1996) qui expliquent que les professeurs étudient les connaissances mathématiques spécifiques pour eux-mêmes, avant de déterminer l'essentiel à enseigner aux élèves. Les supports didactiques accompagnent souvent des réformes comme c'est le cas au Niger en 1987. Ball et Cohen estiment que les concepteurs de

¹²¹ Extrait du GM 2^{ième} p. 5

ces ressources ont élaboré des méthodes d'enseignement qui ne tiennent pas compte du rôle que pourrait jouer l'enseignant chargé de la mise en œuvre des séances en classe. Cet état de fait, conduit les professeurs à éviter d'une certaine manière des initiatives personnelles dans le cadre des enseignements et apprentissages.

Les BM et GM fournis par l'institution aux professeurs, jouent un rôle central dans la constitution des connaissances mathématiques nécessaires aux professeurs. Nous avons pu voir, dans les exemples d'études empiriques, certains décalages entre le contenu des manuels et les pratiques en classe. Les professeurs sont souvent confrontés à une difficulté, celle de décider de suivre fidèlement le contenu des BM et GM, ou de s'en écarter. En tentant de faire certains choix, il arrive souvent qu'une connaissance mathématique soit mal comprise ou ne soit pas suffisamment explicite.

1.5 Synthèse et conclusion sur l'analyse des ressources mathématiques étudiées

L'analyse des contenus et organisations des ressources mathématiques a été faite en quatre étapes. Nous avons dans un premier temps situé le cadre dans lequel nous plaçons notre analyse, en précisant la construction du jeu dans les interactions du professeur avec les ressources à sa disposition. Dans la deuxième étape, nous avons étudié l'ancien manuel de mathématiques, en ce qu'il propose comme contenu mathématique. On note une particularité liée à la partition topogénétique du manuel qui repose sur une structure, qui donne des mises en œuvre autour de problèmes conduisant à des manipulations d'objets, pour aboutir à des opérations posées. La troisième étape a été consacrée à l'étude et à l'analyse des BM et GM, deux manuels dont il faut s'approprier les connaissances mathématiques pour préparer les séances à mettre en œuvre *in situ*. Les BM et GM sont les outils essentiels et uniques destinés aux enseignants pour l'enseignement des mathématiques. Gueudet et Trouche (2008, p.3) précisent que les documents du professeur, engendrés au cours d'un travail documentaire : « constituent à la fois des objets de travail et des outils pour l'action du professeur ». Mais ceci suppose que l'enseignant a choisi des ressources, les a modifiées, combinées pour construire un document. Dans ce cas, l'activité professionnelle de l'enseignant a évolué, de même que ses connaissances, on peut considérer qu'il y a eu formation. Dans la quatrième et dernière étape, nous avons fait une analyse comparative qui souligne des différences au niveau de la structuration des trois manuels. On passe d'un manuel unique qui indique les méthodes

didactiques à adopter, à des ressources comme moyen et outil de formation, et des guides pour accompagner les connaissances mathématiques, dont il faut avoir la maîtrise.

Certains professeurs enquêtés reproduisent le cheminement que l'on remarque dans la structure de l'ancien manuel (un problème qui oriente le raisonnement vers un exercice de calcul, une manipulation avec les buchettes ou les bâtonnets qui donne à voir en amont la représentation du problème, en aval la référence aux exercices de calcul produits, et enfin une opération posée). La référence aux BM et aux GM contraint les professeurs à étudier les connaissances mathématiques proposées par ces manuels, afin d'en saisir le contenu, et de réfléchir ensuite à la manière dont il faut les enseigner aux élèves.

A partir de ce travail d'analyse de ressources, nous pouvons il nous semble conjecturer que les connaissances mathématiques contenues dans les BM et GM présentent des subtilités et des complexités qui pourraient être une source de difficultés pour la maîtrise par les professeurs de certaines connaissances mathématiques.

En plus, le fait que le recours aux manuels soit une modalité de formation, pourrait, nous semble t-il, comporter des risques de voir les professeurs devant une difficulté qui n'est pas suffisamment explicitée dans les BM et GM, ou qu'ils pas eu l'occasion de rencontrer la connaissance lors de leur formation. Nous rapportons des déclarations de deux professeurs qui s'étaient longuement exprimés sur la question lors d'une rencontre d'échanges du collectif sur l'étude de documents de mathématiques. Un professeur s'exprimait ainsi : *« J'ai bien écouté mes collègues donner leurs avis sur un certain nombre de points. Mais ils n'ont pas évoqué à mon avis le problème central par rapport aux manuels. Les BM et GM qui sont censés nous guider, nous donner les connaissances nécessaires pour enseigner les mathématiques. Ces manuels là, si on regarde bien, sont dans leur conception actuelle plutôt centrés sur les contenus à enseigner aux élèves et non sur les connaissances dont nous avons besoins pour enseigner. Je vais tout simplement dire que les manuels sont un moyen d'information et de formation mais sur des connaissances pas assez explicites pour qu'un professeur puisse s'en approprier et mieux encore les mettre en œuvre dans des classes qui comptent en moyenne 45 à 50 élèves. Tout le problème est là. Nous allons beau lire des documents, c'est une bonne chose si on continue sur cette lancée, mais il faudrait de mon point de vue aller au-delà pour que les choix que nous faisons de faire telle ou telle mise en œuvre soient des choix pertinents dont les enjeux mathématiques permettent aux élèves d'apprendre et de faire des mathématiques tout simplement ».*

Un autre commentait à son tour : *« Les mathématiques font peur, on est tous d'accord. Beaucoup d'entre nous ne les maîtrisent pas ou simplement ne sont pas à l'aise dans leur mise en œuvre. Cela se comprend puisque la formation à l'école normale ne met pas un accent particulier sur cette discipline. On voit bien que dans ces genres de lecture la densité des informations, leur complexité, mais pour moi quel usage je dois en faire pour améliorer mes pratiques quotidiennes. A quel moment précis il faut que j'exploite des ressources et*

comment articuler les informations recueillies avec le programme et son contenu. Je reconnais que lire des documents peut révéler des choses, mais encore faudrait-il trouver de quoi lire ou mieux encore comment exploiter ce qu'on a lu. Nous sommes censés avoir à notre disposition les BM et GM, mais force est de constater leur absence notoire et s'ils existent c'est en nombre insuffisant. Il faut aussi rajouter et je termine là-dessus, que les connaissances mathématiques proposées ne sont pas toujours évidentes pour notre propre compréhension.».

Ces deux déclarations soulignent d'une certaine manière une prudence des professeurs par rapport à leur capacité à réaliser un travail aussi complexe portant sur une analyse de documents afin de déterminer le contenu du savoir à enseigner. Ceci est effectivement le cœur du problème, et amène une réflexion que l'on pourrait faire sur les principes et des règles d'action pour le travail du manuel, qui reposent en particulier sur une vraie appropriation des BM (faire tous les exercices, et consulter un collègue sur ce qui fait difficulté si des points obscurs restent encore).

Après ce travail d'analyse des ressources mathématiques, nous allons dans la partie suivante présenter et analyser les séances mises en œuvre *in situ* par les professeurs enquêtés.

Partie 5 : Analyse empirique des séances sur l'addition et la soustraction, étude topogénétique et sémiotique

Nous avons présenté dans la partie précédente, les principes méthodologiques sur l'analyse des ressources. Dans cette partie nous allons aborder le travail d'analyse empirique des séances mises en œuvre par les quatre professeurs enquêtés en 2007/2008. Nous organisons cette partie comme suit :

- un premier chapitre sur les séances étudiées et leurs liens avec les manuels de mathématiques ;
- un second chapitre sur la présentation et l'analyse des fiches de préparation des séances étudiées ;
- un troisième chapitre sur la présentation et l'analyse empirique des séances étudiées ;
- un quatrième et dernier chapitre sur la synthèse du travail d'analyse des séances étudiées, et la nécessité de poursuivre le travail d'analyse de l'action professorale avec de nouvelles données.

Chapitre 1 : Séances de classe étudiées en 2007/2008 et liens avec les Bases Mathématiques Tome 2 et le Guide du Maître 2^{ième} année

Les séances de classe filmées en 2007/2008 (tableau 28 : séances filmées et références GM 2^{ième} année) sont les données recueillies et étudiées dans le cadre de notre première série de collecte avec P1, P2, P3 et P4. Dans ce chapitre, nous donnons à voir la manière dont nous avons regroupé ces données et leurs liens avec les manuels de mathématiques.

1.1 Séances de classe filmées et étudiées en 2007/2008

Nous avons réparti les séances filmées en quatre unités, et chaque unité représente quatre séances mises en œuvre *in situ* par P1, P2, P3 et P4. Dans la première colonne du tableau 30, nous précisons les unités constituées, nous indiquons les professeurs enquêtés dans la seconde colonne, dans la troisième colonne, nous spécifions les séances mises en œuvre dans les classes.

Unités constituées	Professeurs enquêtés	Séances mises en œuvre
Unité 1	P1	Addition sans retenue
		Addition avec retenue
		Manipulation individuelle avec la machine soustractive
		Manipulation collective avec la machine soustractive
Unité 2	P2	Addition sans retenue
		Addition avec retenue
		Manipulation individuelle avec la machine soustractive
		Manipulation collective avec la machine soustractive
Unité 3	P3	Addition sans retenue
		Addition avec retenue
		Manipulation individuelle avec la machine soustractive
		Manipulation collective avec la machine soustractive
Unité 4	P4	Addition sans retenue
		Addition avec retenue
		Manipulation individuelle avec la machine soustractive
		Manipulation collective avec la machine soustractive

Tableau 30 : séances mises en œuvre et filmées en 2007/2008

Chaque professeur a mis en œuvre les mêmes séances, et celles-ci ont été regroupées en unités dans le cadre du travail d'analyse empirique. Nous présentons dans ce qui suit les liens des séances mises en œuvre avec les manuels de mathématiques utilisés au Niger.

1.2 Séances mises en œuvre par P1, P2, P3 et P4 et liens avec les manuels de mathématiques

Les séances portent sur l'addition¹²² sans ou avec retenue et la soustraction¹²³ et sont repérées sans le GM 2^{ième} année. Dans les pages qui vont suivre, nous proposons d'évoquer dans un premier temps les raisons qui ont motivé le choix des séances, en abordant quelques exemples pour mieux situer le contexte de leur mise en œuvre. Dans un second temps, nous présentons les séances d'après les indications des manuels de mathématiques. Dans un troisième et dernier temps, nous présentons les séances mises en œuvre *in situ*.

¹²² Chapitre : les nombres à 1 ou 2 chiffres, comparaison, addition, GM 2^{ième} Année p.108.

¹²³ Chapitre : soustraction : signe « - », transformation des écritures, GM 2^{ième} Année p.116.

1.2.1 Les raisons du choix et indications sur le contenu des séances

1.2.1.1 Les raisons du choix

L'étude didactique du nombre 80 dans une classe de CP dans le cadre de notre Master 2, a révélé que l'étude du nombre dans le système de numération décimal présente des caractéristiques liées à sa composition et sa décomposition. Nous avons fait une restitution du travail de recherche aux enseignants de la CAPED de Mirriah dans laquelle notre matériau empirique a été collecté. Lors des discussions deux points ont retenu l'attention des professeurs :

- l'analyse de séance mise en œuvre en classe reposant en particulier sur une *analyse à priori* qui permette à l'enseignant d'avoir la maîtrise de l'objet d'enseignement, et d'étudier les possibilités qui s'offrent à lui pour la mise en œuvre d'une situation didactique. Ainsi la mise en place d'un dispositif (une ingénierie didactique) à faire fonctionner au sein d'une CAPED s'est avérée nécessaire. C'est l'occasion pour les enseignants lors des sessions de formation de repérer et d'explicitier les difficultés didactiques auxquelles ils sont confrontés dans les classes ;
- l'enseignement de l'addition, de la soustraction et la lecture au CP étaient également proposés par les enseignants comme trois disciplines du programme officiel qui sont le fondement des enseignements et des apprentissages à l'école primaire.

Nous avons convenu d'un commun accord avec les enseignants de la CAPED de Mirriah, la mise en place d'une ingénierie coopérative et de travailler sur l'addition et la soustraction dans des situations didactiques au CP.

L'addition et la soustraction sont des étapes de l'enseignement de système de numération indispensables aux élèves pour la découverte et la maîtrise de certaines techniques opératoires. De plus, la présence importante et transversale de ces deux composantes du domaine numérique à tous les niveaux d'enseignement de l'arithmétique explique l'intérêt d'une progression et d'une programmation fine de leur enseignement. L'addition et la soustraction jouent un rôle important dans la vie socio-éducative des individus. Il est inutile d'insister sur l'intérêt quotidien de leur usage pour comprendre notre environnement naturel de vie : calcul mental, statistiques, résolution de petits problèmes etc.

L'enseignement de l'addition et la soustraction constituent pour les élèves une mise en œuvre concrète de l'apprentissage des nombres sous ses divers aspects (dire et écrire, modes de formation etc.). L'addition constitue par exemple l'occasion pour l'élève d'apprendre la composition/ décomposition des nombres « *composing-decomposing* » ($14 = 1d + 4$; $1d + 3u = 13$) dont parle Liping Ma (1999).

La mise en œuvre des enseignements/apprentissages liées à l'addition et à la soustraction montre bien qu'à chaque niveau du programme, les propriétés de ces enseignements sont mises en relief et précisées aux élèves comme des règles essentielles à retenir. Nous pouvons alors dire que le choix de ces séances vise un triple objectif :

- du point de vue des demandes institutionnelles : il s'agit pour le professeur de se référer aux indications et consignes des manuels en vue de l'exploitation de leur contenu pour préparer l'essentiel des savoirs à transmettre aux élèves par rapport aux techniques de l'addition et la soustraction ;
- pour les professeurs, il s'agit dans un premier temps de montrer les articulations possibles entre les connaissances mathématiques dont ils disposent et leur capacité à les mettre en œuvre dans des situations d'enseignement et d'apprentissage. Dans un deuxième temps, ils doivent combiner ces connaissances mathématiques et celles qui leur sont proposées pour tenter d'apprendre aux élèves les techniques opératoires de l'addition et la soustraction ;
- pour les élèves, il s'agit de s'approprier et de maîtriser ces techniques pour résoudre des petits problèmes soustractifs et additifs dans d'autres situations ;
- pour le chercheur, il s'agit d'analyser dans les séances qui vont être mises en œuvre :
 - les connaissances précises et les techniques apprises par les élèves ;
 - les « manques » qui auront été identifiés en ce qui concerne à la fois la qualité mathématique intrinsèque de ce qui est en jeu et le rapport aux mathématiques des élèves.

Après avoir évoqué le choix et l'intérêt d'enseigner l'addition et la soustraction, voyons à présent ce que les élèves sont censés acquérir lors de ces enseignements/apprentissages. Les élèves apprennent à s'exprimer par des mots et par des chiffres. Ils apprennent à former des nombres en ajoutant les unités aux unités, ils poursuivent leur apprentissage en faisant la somme de deux nombres à deux chiffres. Supposons par exemple de l'addition sans retenue : additionner 14 et 23. C'est additionner les unités entre

elles et les dizaines entre elles, et en plaçant les unités sous les unités et les dizaines sous les dizaines. Ce qui revient à 3 dizaines et 7 unités. Leur somme est donc 37.

Dans les classes étudiées, les professeurs utilisent ordinairement la manière « classique » pour effectuer des additions. Pour, effectuer par exemple l'addition avec retenue $14 + 17$, on remarque que 4 et 7 font 11, il ne faut pas écrire la dizaine obtenue en ajoutant 4 et 7, il faut la retenir et s'en souvenir. On dira alors 4 et 7 font 11, j'écris 1 et je retiens une dizaine. La dizaine retenue et une dizaine font *deux* et *deux* et *un* font *trois*. La démarche consiste à exécuter des opérations sur des nombres, cette opération par laquelle on ajoute ensemble des nombres, s'appelle *addition*. Le nombre 10 par exemple peut-être formé en ajoutant trois à sept, $7 + 3 = 10$, on peut conclure qu'en ôtant trois unités de dix, il reste le nombre sept et que $10 \text{ moins } 3 \text{ est égal à } 7$; $10 - 3 = 7$.

1.2.1.2 Indications sur le contenu des séances

Les indications que nous allons présenter sont décrites dans les BM Tome 2 et le GM 2^{ième} année. Le Ministère de l'Education Nationale à travers ces deux manuels propose aux professeurs une marche à suivre pour la mise en œuvre des séances (présentation des chapitres, découpage des séances, activités à proposer aux élèves, propositions de connaissances mathématiques, organisation de la classe). Ces informations diffuses doivent être soigneusement identifiées et exploitées par les professeurs censés trouver les articulations possibles entre les BM et GM lors de la préparation des séances pour une meilleure optimisation des savoirs à transmettre aux élèves.

Pour mieux comprendre le contenu des quatre séances objets de notre étude, nous allons pour chacune d'elle :

- présenter dans un premier temps la structuration des séances ;
- décrire dans un second temps les propositions de leur mise en œuvre.

1.3 Séances sur l'addition : addition sans retenue et addition avec retenue

1.3.1 Structuration et références

Ces deux séances sont dans le chapitre addition de 2 nombres et le sous chapitre technique de l'addition. Dans la progression et le découpage des séances, elles sont programmées pour être

mises en œuvre après avoir rappelé aux élèves les principes¹²⁴ du dénombrement avec ou sans boulier, et les propriétés¹²⁵ de l'addition. Il y a également un rappel de la lecture de la table d'addition indispensable pour vérifier si les élèves peuvent lire dans le tableau les sommes correspondantes. D'autres informations sont également fournies, il s'agit des propositions de découpage des séances et des références pour aider les professeurs dans la constitution et la construction d'une progression. Ainsi, pour ces deux séances :

- les professeurs doivent à partir du nombre de séances (une séance dure entre 40 et 45 mn) prévues pour le chapitre (10 séances) s'organiser pour faire le découpage sur la base de cette référence ;
- les professeurs doivent les programmer entre la 1^{ère} et la 3^{ème} semaine (26 semaines sont prévues dans l'année pour l'enseignement de la géométrie, la mesure, l'arithmétique, et la logique/raisonnement) ;
- les professeurs doivent se référer aux fiches de A 1 à A 7 du cahier de l'élève ;
- les professeurs sont invités, s'il y a nécessité, à lire le chapitre correspondant aux séances dans les BM.

1.3.2 Description du contenu des séances

Les tableaux suivants sont une synthèse du contenu proposé aux professeurs pour une exploitation et la mise en œuvre des deux séances. Nous présentons un premier tableau qui précise le chapitre dont sont issue les deux séances, les attendus à la fin des séances et les prérequis utiles pour mener à bien les enseignements.

1.3.2.1 Indications sur le contenu de S1 et S2 :

Dans le tableau 31, nous donnons le contenu des objectifs visés par la mise en œuvre de S1 et S2 d'une part, et d'autre part les connaissances antérieures indispensables aux élèves pour mieux comprendre les nouvelles situations :

¹²⁴ Avec le boulier : à partir d'un ensemble d'objets, on associe une capsule unité disposée dans la colonne unité et on pratique l'échange de 10 contre 1. Ex : 27 crayons, ce qui donne 27 capsules unités. 10 capsules unités sont échangées chaque fois contre une dizaine et se placera dans la colonne dizaine du boulier. Le boulier est représenté sous forme de tableau à deux colonnes et 27 se lira dans le tableau, 2 dizaines et 7 unités. Sans le boulier : dénombrer un ensemble d'objets, en constituant le nombre de dizaines et les unités restantes sont inscrites dans le tableau à deux colonnes. Ex : 34 objets, il faut constituer autant de dizaines possibles d'objets, on trouve 3 dizaines et les 4 objets restants représentent les unités. 34 se lira trois dizaines et quatre unités.

¹²⁵ « Si on échange les deux nombres, le résultat ne change pas ». Ex : $(12+15=15+12=27)$ » et « on ne change pas un nombre en lui additionnant zéro ». Ex : $8 + 0 = 0 + 8$

Séances	Chapitres	Objectifs du chapitre	Prérequis
S1 Addition sans retenue	Les nombres à 1 ou 2 chiffres, Comparaison ; Addition	A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable : - de lire en français et en langues maternelles, tous les nombres de 1 à 2 chiffres ; - de les écrire en chiffres sous la dictée ; - de comparer deux nombres de 0 à 99 ; - d'effectuer une addition de 2 nombres (somme < 99) avec ou sans retenue.	Avant d'aborder ce chapitre, l'élève doit savoir : - dénombrer un lot d'objets avec ou sans boulier ; - lire en français et en langue maternelle un nombre inférieur à 70, écrit en chiffre - écrire (en chiffres) les nombres inférieurs à 70 ; - Utiliser les 2 propriétés de l'addition vues au CI - additionner 2 nombres (somme < à 70)
S2 Addition avec retenue			

Tableau 31 : Indications sur l'organisation du chapitre sur l'addition avec ou sans retenue

1.3.2.2 Séance 1 : addition sans retenue

Le tableau 32 (page suivante) est une synthèse de la marche à suivre proposée aux professeurs pour mettre en œuvre la séance sur l'addition sans retenue. Les indications donnent à voir, à partir d'un exemple, les différentes étapes et les activités du professeur : manipulation à l'aide du boulier, disposition des capsules dizaines et unités dans les colonnes correspondant du boulier, lecture du résultat, disposition des nombres dans un tableau à double colonne, disposition usuelle, proposition d'une série d'exercices et des consignes pour les élèves qui auraient des difficultés.

Pour le professeur, le travail à faire consisterait à élaborer une fiche de préparation prenant en compte ces indications. Il lira les chapitres des BM correspondant pour avoir des informations complémentaires sur les connaissances mathématiques lui permettant de prendre du recul sur la séance.

Séances	Indications du GM ¹²⁶																		
<p>S1 Addition sans retenue</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Le professeur fait manipuler sur le boulier - Proposition d'une opération comme exemple 24 + 45 - Disposer 24 sur le boulier puis retirer les 2 capsules ⊗ et les 4 capsules ⊙ ; - Disposer 45 sur le boulier puis ajouter les 6 capsules du nombre 24 (2 ⊗ et 4 ⊙) dans les colonnes correspondantes ; - Lire le résultat 6 dizaines 9 unités soit 69 <div style="text-align: center; margin: 20px 0;"> </div> <p>*Puis cette activité sera schématisée sur un tableau à 2 colonnes :</p> <p>*Et enfin avec la disposition usuelle :</p> $ \begin{array}{r} 24 \\ + 45 \\ \hline 69 \end{array} $ <p>*En cas de difficulté, les élèves utilisent la table d'addition ou comptent sur leurs doigts.</p> <p>*Les élèves feront de nombreux exercices analogues (veiller à ce que la somme soit inférieure à 100)</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">43</td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">34</td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">60</td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">48</td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">43</td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">52</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">+ 6</td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">+ 45</td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">+ 25</td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">+ 21</td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">+ 56</td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">+ 26</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">-----</td> </tr> </table> <p>Pour les élèves qui auraient des difficultés, ne pas hésiter à recourir au tableau à 2 colonnes, ou même au boulier.</p>	43	34	60	48	43	52	+ 6	+ 45	+ 25	+ 21	+ 56	+ 26	-----	-----	-----	-----	-----	-----
43	34	60	48	43	52														
+ 6	+ 45	+ 25	+ 21	+ 56	+ 26														
-----	-----	-----	-----	-----	-----														

Tableau 32 : Indications sur le déroulement de l'addition sans retenue dans le GM 2^{ième} année

¹²⁶ GM 2^{ième} Année pp.113-114

Les indications des BM dans le tableau 33 donnent des détails techniques (ici le cas de dénombrement en faisant des paquets de 10) à prendre en compte. Le professeur utilisera ces informations pour mieux préparer sa séance et surtout pour bien enrichir le contenu des activités à prévoir.

C'est donc un travail qui alterne exploitation du GM et des BM pour tenter de trouver les articulations possibles entre leurs contenus et faire la synthèse de l'essentiel à transmettre aux élèves. Il est donc important pour le professeur de disposer des manuels et de s'organiser pour leur exploitation rationnelle.

Indications des BM ¹²⁷
<p>Le lien avec la manipulation : les élèves peuvent utiliser 2 sortes de matériel.</p> <p>Matériel uniforme : les objets à dénombrer sous tous de même nature : bâchettes ou allumettes. Les dizaines sont constituées par dix unités réunies (par un élastique, ou dans une boîte, etc.) Par exemple, on donnera à un élève un tas de 21 allumettes, et un tas de 15. Premier temps : l'élève dénombre chaque tas (en faisant des paquets de dix). Deuxième temps : il réunit et dénombre tout. Certains élèves auront tendance à défaire les élastiques, avant de dénombrer le tout. Mais ils auront vite découvert l'avantage de garder les dizaines constituées ; de les compter à part, et de compter les unités d'autre part. Ceci correspond à la technique usuelle :</p> $ \begin{array}{r} 21 \\ + 15 \\ \hline 36 \end{array} $ <p>Remarque : dans le cas de l'addition sans retenue, il n'est théoriquement pas nécessaire de faire l'opération de droite à gauche ; on pourrait aussi commencer par les dizaines.</p> <p>Matériel « à échanger » (par exemple : capsule du boulier)</p> <ul style="list-style-type: none"> - 2 sortes d'objets, les uns représentent les unités, les autres les dizaines. On peut échanger, à dix contre 1 (comme pour le boulier)

Tableau 33 : Indications sur déroulement de l'addition sans retenue dans le BMT2

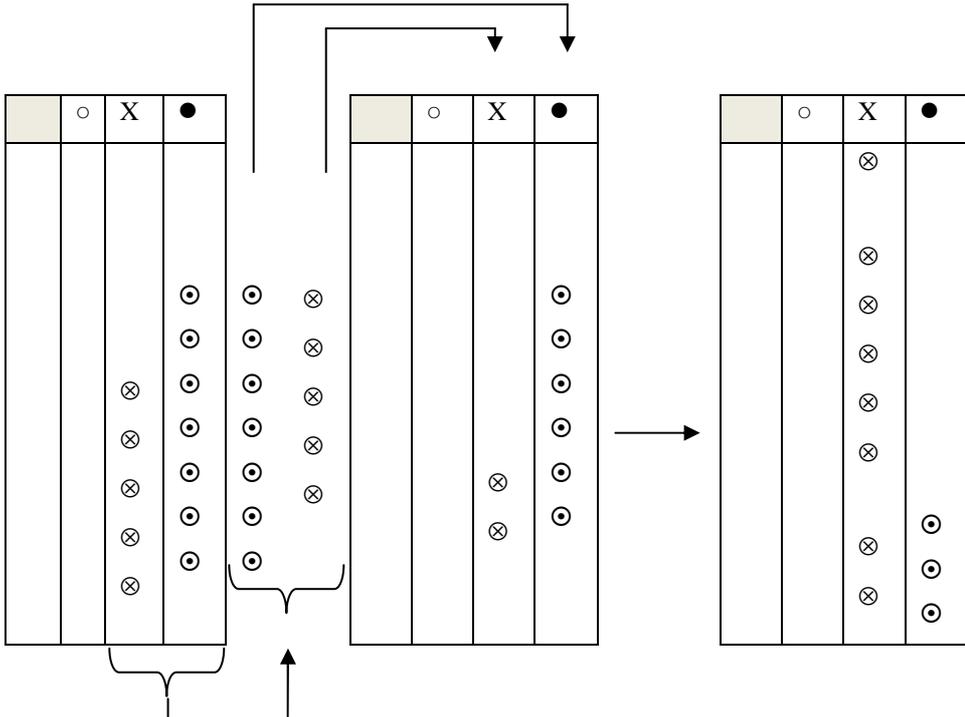
1.3.2.3 Séance 2 : Addition avec retenue

Dans le tableau 34 (page suivante), on peut noter les étapes suivantes :

- manipulation à l'aide du boulier, disposition des capsules dizaines et unités dans les colonnes correspondant du boulier,
- échange de 10 contre 1 lecture du résultat, disposition des nombres dans un tableau à double colonne, disposition usuelle,

¹²⁷ B M Tome 2, p.105

- proposition d'une série d'exercices (dont deux ou trois à faire collectivement et le reste individuellement sur les ardoises),
- des consignes pour les élèves qui auraient des difficultés, proposition par le professeur d'une série d'exercices sur l'addition avec retenue,
- révision de la lecture des nombres en français ou en langue maternelle.

Séances	Eléments du GM ¹²⁸						
<p>S2 Addition avec retenue</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Le professeur fait manipuler le boulier - Proposition d'une opération comme exemple : $57 + 26$  <p>Disposer 57 sur le boulier Puis retirer les 5 capsules ⊗ et les 7 capsules ⊙</p> <p>Disposer 26 sur le boulier puis ajouter les 12 capsules du nombre 57</p> <p>Résultat après échange de 10 capsules ⊙ contre une capsule ⊗</p> <ul style="list-style-type: none"> - En ajoutant les 12 capsules du nombre 57 (5 ⊗ et 7 ⊙) aux 8 du nombre 26, la colonne des unités se remplit très vite et l'échange à 10 contre 1 est nécessaire (10capsules ⊙ contre une capsule ⊗) - Lire le résultat : 8 dizaines, 3 unités, soit 83. <p>* puis cette activité sera schématisée sur un tableau à 2 colonnes :</p> <p>Et enfin avec la disposition usuelle</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> $\begin{array}{r} 57 \\ + 26 \\ \hline 83 \end{array}$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">7</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">6</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">8</td> <td style="padding: 5px;">3</td> </tr> </table> </div> </div>	1	7	5	6	8	3
1	7						
5	6						
8	3						

¹²⁸ GM 2^{ième} année, p.114

<p>*le maître traite (collectivement, avec ses élèves) 2 ou 3 exercices d'addition, puis leur demander de travailler individuellement sur leur ardoise (PLM)</p> $\begin{array}{r} 36 \\ + 17 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 59 \\ + 24 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 28 \\ + 55 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 44 \\ + 16 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 33 \\ + 48 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 36 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$ <p>NB : pour les élèves déficients, faire recours à l'addition sous forme de tableaux à 2 colonnes</p> <p>Exercices de contrôle :</p> <p>Le maître propose aux élèves une série d'additions (avec ou sans retenue).</p> <p>C'est aussi l'occasion d'une révision sur lecture et dictée de nombres. Par exemple le maître dicte les deux nombres (en langue maternelle ou en français). Les élèves écrivent sur les ardoises et effectuent l'addition (PLM)</p> <p>Le maître fait lire le résultat (en français, ou en langue maternelle) par certains élèves.</p>

Tableau 34 : Indications sur le déroulement de l'addition avec retenue dans le GM 2^{ème} année

Les indications des BMT2 dans le tableau 35 (ci-après) portent sur l'explication de la retenue et le détail de la technique opératoire.

Indications des BM	
Comment expliquer la retenue ?	
La retenue intervient quand, pour les deux tas, le nombre total d'unités dépasse 9. Ex :	
$\begin{array}{r} 25 \\ + 17 \\ \hline \end{array}$	
Nombre total d'unités : 5 + 7, c'est-à-dire douze, ce nombre ne peut pas se représenter par un chiffre.	
Matériel uniforme : ici encore, les élèves découvriront l'avantage de ne pas défaire les dizaines déjà constituées.	
Ils découvriront ainsi la nécessité de constituer une nouvelle dizaine, prélevée sur le total des douze unités.	
Le détail du mécanisme est le suivant :	
$\begin{array}{r} 2 \mid 5 \\ + 1 \mid 7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \mid 5 \mid \rightarrow 12 \\ 1 \mid 7 \\ \hline \end{array}$
J'additionne les unités	
$\begin{array}{r} 1 \mid \leftarrow \\ 2 \mid 12 \\ 1 \mid 7 \\ \hline 2 \mid \leftarrow \end{array}$	$\begin{array}{r} \downarrow \\ 4 \mid 2 \\ \hline \end{array}$
Je range les deux unités dans leur colonne et la dizaine dans sa colonne	j'additionne les dizaines
Matériel « à échanger » : La manipulation est presque la même, les élèves découvriront la nécessité d'échanger des « unités » contre une « dizaine »	

Tableau 35 : Indications des BM sur le déroulement de l'addition avec retenue

1.4 Séances sur la soustraction : manipulation collective et manipulation individuelle

1.4.1 Structuration et références des séances

Ces deux séances sont dans le chapitre Soustraction : Signe « - », Transformation des écritures et le sous-chapitre intitulé « découverte de la machine ». Dans la progression et le découpage des séances, elles sont programmées pour être mises en œuvre après avoir rappelé aux élèves, le comptage d'un ensemble d'objets, l'utilisation du signe « + » dans des situations additives, le fonctionnement de machine « + a » et la résolution des petits problèmes du type $\dots + a = c$. Il y a également un rappel sur les notions « avant » et « après » et la découverte de la machine « - a ». D'autres informations sont également fournies, il s'agit des propositions de découpage des séances et des références pour aider les professeurs. Ainsi, pour ces deux séances les professeurs doivent :

- à partir du nombre de séances (une séance dure entre 40 et 45 mn) prévues pour le chapitre (14 séances) s'organiser pour faire le découpage sur la base de cette référence ;
- programmer les séances entre la 4^{ième} et la 7^{ième} semaines ;
- se référer aux fiches de A 8 et A 9 du cahier de l'élève ;
- lire si c'est nécessaire, le chapitre correspondant aux séances dans les BM.

1.4.2 Description du contenu des séances

Nous faisons dans les tableaux suivants, une synthèse du contenu du GM 2^{ième} année proposé aux professeurs pour l'exploitation et la mise en œuvre des deux séances. Nous présentons d'abord un tableau qui précise le chapitre dont sont issues les deux séances, les attendus à la fin des séances et les prérequis utiles pour mener à bien les enseignements.

1.4.2.1 Indications sur le contenu des séances S3 et S4

Séances	Chapitres	Objectifs du chapitre	Prérequis
S3 Manipulation collective	Soustraction : Signe « - »	A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable : - d'effectuer par dénombrement une soustraction de nombres petits ; - d'utiliser le signe « - » pour traduire une situation qui relève de la soustraction ; - de représenter graphiquement une telle situation à l'aide d'une machine soustractive ;	Avant d'aborder ce chapitre, l'élève doit être capable : - de compter un ensemble d'objets (moins de 100) ; - d'utiliser le signe « + » pour traduire une situation qui relève de l'addition ;
S4 Manipulation individuelle	Transformation des écritures	- de compléter des tableaux de machines soustractives ; - de transformer une écriture du type : $a - \boxed{+ b} \rightarrow c$ en la forme équivalente : $c - \boxed{- b} \rightarrow a$ ou vice versa.	- d'effectuer une addition donnée du type : $\boxed{+ a} \rightarrow$, dans différentes dispositions ; - de résoudre des petits problèmes susceptibles d'être représentés sous la forme $\dots + a = c$.

Tableau 36 : Indications sur les chapitres sur manipulation collective et manipulation individuelle

1.4.2.2 Indications sur le déroulement des séances S3 et S4 :

La séance S3 se décline comme suit :

- manipulation et comptage collectif d'objets ;
- soustraction d'objets en introduisant la notion de machine soustractive ;
- schématisation de la situation ;
- utilisation des notions « avant » et « après » pour expliquer l'action d'enlever ou d'ôter ;
- Répétition collective de la machine soustractive ainsi obtenue

La séance S4 se décline comme suit :

- manipulation et comptage individuel d'objets ;
- comptage et écriture du résultat sur les ardoises ;
- soustraction d'objets en introduisant la notion de machine soustractive ;
- introduction de la notion de fonctionnement d'une machine.

Séances	Indications du GM ¹²⁹	
<p>S3 Manipulation collective</p>	<p>Le maître prend une poignée d'objets : cailloux, ou jujubes, ou.... Un élève vient les compter. Le maître note la réponse au tableau (par exemple : 18). Le maître enlève 3 objets du tas et fait compter combien il y a d'objets maintenant. Il écrit le résultat : avant (18) après (15) Le maître au tableau : - avant, on avait 18 objets, maintenant, on a 15 objets : qu'a-t-on fait ? Elèves : « on a enlevé 3 objets » Maître : « j'avais 18 objets, j'en ai enlevé 3, il n ya plus que 15 » Le maître interroge quelques élèves. Maître : « qu'est-ce que je dois mettre ici, entre 18 et 15 ? Elèves : « une machine » Maître : « Que vaudra la machine ? » Elèves : « C'est la machine qui enlève 3 » Maître : « la machine qui enlève 3, c'est la machine $\boxed{-3} \rightarrow$ »</p> <p>Il l'écrit à sa place au tableau : avant 18 $\boxed{-3} \rightarrow$ après 15</p> <p>Le maître fait répéter « machine - 3 » ; il fait répéter : « 18 machine - 3, donne 15 ». Conseil : le maître refera cette manipulation 2 fois avant de passer à la manipulation individuelle. NB : Dans tout ce chapitre, on pourra aussi utiliser indifféremment, l'un pour l'autre, les verbes « ôter » et « enlever ».</p>	
<p>S4 Manipulation individuelle</p>	<p>Chaque élève prend une poignée d'objets : il les compte et écrit le résultat sur son ardoise (à gauche). Le maître demande d'enlever 4 objets du tas, de compter combien il en reste et d'écrire le résultat sur son ardoise (à droite).</p> <p>Maître : « Quelle machine avez-vous utilisée ? » Elèves : « la machine $\boxed{-4} \rightarrow$ »</p> <p>Maître : « Ecrivez la machine $\boxed{-4} \rightarrow$ à sa place. »</p> <p>Interroger les élèves et leur faire dire :</p> <ul style="list-style-type: none"> - « j'avais 12 objets ; j'ai fait fonctionner la machine $\boxed{-4} \rightarrow$; j'ai maintenant 8 objets. » - « j'avais 15 objets ; j'ai fait fonctionner la machine $\boxed{-4} \rightarrow$; j'ai maintenant 11 objets » 	<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 30px; margin-bottom: 10px; display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> 12 </div> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 30px; margin-bottom: 10px; display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> 12 8 </div> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 60px; display: flex; flex-direction: column; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="display: flex; justify-content: space-between; width: 80%; margin-bottom: 5px;"> - 4 \rightarrow </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; width: 80%;"> 12 \rightarrow 8 </div> </div>

Tableau 37 : Indications sur le déroulement de la soustraction à l'aide de la machine

¹²⁹ GM 2^{ième} année, p.120

Le concept mathématique de la notion machine présenté dans le tableau 38 est décrit dans les BMT2 pour permettre aux professeurs d'aborder avec les élèves la résolution de petits problèmes à l'aide des machines soustractives.

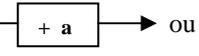
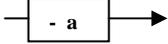
Indications des BM	
<p>La notion de machine (en mathématiques) évoque l'idée d'une transformation. Le concept mathématique correspondant : on « apporte » un objet à la machine, si cet objet lui convient, la machine fournit l'objet correspondant (un seul !). L' « objet » qu'on apporte à une telle machine est un <i>nombre</i> ; l' « objet » correspondant, fournit par la machine, est aussi un <i>nombre</i>. Au CP, les élèves apprennent à schématiser des petits problèmes à l'aide de machines, et à les résoudre (notamment, grâce aux machines-retour). Dans les problèmes de transformation, on cherche soit l'état initial, soit l'état final, soit la transformation. Ces types de problèmes font intervenir le « facteur temps » : avant, après, transformation, état initial, état final. Au CP, les élèves apprendront à schématiser les problèmes « à transformation » à l'aide d'une machine</p>	
<p>ou</p> 	
<p>ce qu'on cherche est représenté par un point d'interrogation. Prendre un tas d'objets, écrivez combien. Enlevez un nombre d'objets, combien reste-t-il ? On introduit la</p>	
<p>addition à compléter.</p>	<p>Au CP, toute soustraction est transformée en une</p>

Tableau 38 : Indications des BMT2 sur la notion de machine

Nous venons de présenter les quatre séances et leurs mises en œuvre telles qu'elles sont proposées dans les manuels de mathématiques. Dans ce qui suit, nous donnons à voir les fiches de préparation de ces séances élaborées par les quatre professeurs enquêtés.

Chapitre 2 : Présentation et analyse des fiches de préparation de leçons sur l'addition et la soustraction

Nous allons dans ce chapitre évoquer les supports qui ont été élaborés lors de la préparation des séances. Ces supports appelés fiches de préparation de leçons sont rédigés par les professeurs pour prévoir le déroulement des séances *in situ*.

Dans ce qui va suivre, nous faisons référence aux différentes étapes constitutives de la leçon et à ses grandes lignes relatives aux activités du professeur et à celles des élèves. Pour chacun des quatre professeurs, et pour chacune des fiches de préparation nous allons dans un premier temps faire la description synoptique du déroulement de la leçon (étapes, consigne, activités du professeur et travail à réaliser par les élèves). Dans un second temps, nous produisons une première analyse/commentaire des situations didactiques et de leur mise en œuvre. Ainsi les points suivants vont être examinés :

- le repérage des activités du professeur et l'organisation prévue pour leur mise en œuvre ;
- l'étude des activités à réaliser (résolution collective, individuelle, temps de réalisation, les consignes, les exercices d'application et de contrôle) ;
- la chronologie du déroulement de la leçon indiquant pour chaque partie le temps prévu, la liste des exercices ;
- l'organisation du travail des élèves ;
- les activités relatives au travail sur les connaissances à acquérir et les choix ;
- la pertinence de la fiche en ce qui concerne le projet d'enseignement élaboré (les savoirs mathématiques et leurs enjeux).

1.1 Présentation des fiches de préparation sur l'addition et la soustraction

Les fiches sont toutes présentées de la même façon du point de vue de leur composition, puisque le modèle est recommandé par le Ministère de l'Education Nationale. Cependant le contenu des activités diffère d'un professeur à l'autre. On note pour chacune des fiches les parties suivantes :

- partie référence qui peut-être subdivisée en deux sous parties (une première qui donne des indications sur la séance dans les manuels et une deuxième qui précise les objectifs à atteindre et les modalités d'organisation)
- partie organisation qui détermine le déroulement global de la leçon (étapes, durée, activités du professeur et des élèves).

Dans le tableau 39 nous donnons la synthèse de l'organisation et la composition de la fiche :

Composition	Spécification du contenu
Partie 1 : références et indications sur la séance	
Désignation de la classe	Niveau et nom de la classe
Informations sur la matière	Matière (géométrie, mesure, logique et raisonnement ou arithmétique) Thème (chapitre) Sous thème (sous chapitre)
Informations sur la séance	Séance (nombre et durée de la séance pour le chapitre) Référence (localisation dans les manuels) Lieu (endroit où se déroule la séance) Matériel (support des manipulations) Techniques (description de l'approche utilisée par le professeur)

Objectif de la séance	Compétences attendues (ce que l'élève doit être capable de faire à la fin de la séance)
Partie 2 : Organisation et déroulement de la séance	
Étapes de la séance	Les différentes phases effectives de la séance (chronologie et développement de la leçon)
Durée des étapes	Temps affecté aux différentes étapes
Activités du professeur	activités à réaliser et à faire réaliser
Activités des élèves	Activités à réaliser

Tableau 39 : Modèle de fiche de préparation utilisé dans le contexte de l'enseignement au Niger

Avant de commencer l'analyse des fiches de préparation de leçon, il nous semble important de s'attarder un peu sur ce que l'on entend et comprend par fiche de préparation de leçon dans le contexte de l'enseignement au Niger. Pour préparer sa leçon, le professeur décrit le contenu mathématique, les activités prévues du professeur et des élèves, à travers des indications qu'il présente dans un modèle de fiche standard censé donner une série d'informations. Dans le tableau ci-dessus, on voit bien deux parties essentielles :

- la première décline dans ses détails « l'identité » de la leçon qui situe en gros sa place dans la progression, en lien avec le manuel et donne des informations quant à sa mise en œuvre par le professeur.

Deux indications attirent notre attention : le mot « technique » (description de l'approche utilisée par le professeur) pour « faire jouer le jeu » (Sensevy, 2001) aux élèves et le mot « objectif » (ce qui est visé à la fin de la séance en termes de savoir (s) essentiel(s) à acquérir par les élèves). Cette partie confère à la fiche un statut de « fiche descriptive » des intentions du professeur dans la mise en œuvre du contrat didactique Brousseau, (1988) ;

- la deuxième partie décrit le déroulement de la leçon dans ses différentes phases avec des précisions sur les activités du professeur et des élèves. Les informations contenues dans cette partie de la fiche donnent à voir les manières de faire du professeur dans la classe avec ses élèves sur le plan de la transmission des savoirs et les relations des élèves dans le cadre des apprentissages qui y sont associés. On est bien dans la description de ce qui va se passer objectivement et concrètement. La fiche de préparation associe description et

présentation des phénomènes didactiques, concernant l'enseignement du savoir tel que le professeur l'envisage dans sa classe avec les élèves.

1.2 Présentation et analyse des fiches de préparation de P1

1.2.1 Présentation de la fiche de préparation P1-F1.S1¹³⁰

Technique	Questions découvertes		
Objectif	Les élèves doivent être capables d'effectuer une addition sans retenue		
Etapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Demande aux élèves d'écrire les nombres suivants sur les ardoises : 25 ; 18 ; 30	Ecrivent
Révision	5	Demande à quelques élèves de compter les nombres de 0 à 99	comptent observent
Leçon du jour	25	Fait sortir les bâchettes Demande à un élève de venir avec ses bâchettes et compter 9 puis 3 et faire le total Fait reprendre collectivement cette manipulation	exécutent exécutent
		Demande à un élève de passer au tableau schématiser cette situation de bâchettes	schématisent observent
		Demande aux élèves quelle est cette opération Dans cette addition y a-t-il eu retenue ? Nomme cette opération (addition sans retenue) Fait écrire le signe de l'addition au tableau Demande d'écrire l'addition horizontale puis la disposition usuelle en chiffres Demande d'autres additions sans retenues (propositions libres des nombres)	répondent (c'est une addition) non assimilent observent
		Fait écrire au tableau ces nombres et fait effectuer les additions Fait tracer le tableau à deux colonnes Fait écrire 36 puis 11 Fait additionner ces deux nombres Demande le nombre de dizaines, puis d'unités Fait calculer les totaux Donne le choix libre aux élèves de proposer deux nombres à additionner sur le tableau à deux colonnes	écrivent exécutent tracent observent Exécutent

¹³⁰ Nous utilisons la nomenclature suivante pour signifier Professeur 1 Fiche 1 Séance 1

Evaluation	10	Fait effectuer sur les ardoises les opérations (16+2 ; 10+6 ; 27+11) avec correction au tableau (peut varier les nombres écrits sur la fiche de préparation lors du déroulement de la leçon)	Effectuent corrigeant
------------	----	--	--------------------------

Tableau 40 : Fiche de préparation P1-F1.S1

1.2.2 Analyse *a priori* de la fiche de préparation P1-F1.S1

Nous présentons les intentions du professeur pour réaliser son projet d'enseignement. Il annonce qu'il va utiliser les techniques de « questions/découvertes ». Par ce terme, le professeur tente de préciser la manière dont la transmission du savoir va se faire entre lui et les élèves. En parlant de « questions / découvertes », le professeur annonce ses intentions de faire de cette séance un moment de découverte du savoir en focalisant sa démarche sur des questions aux élèves et ceux-ci vont répondre ou non en fonction de ce qu'ils savent.

Le partage topogénétique semble placer les questions dans le domaine du professeur, et les réponses dans celui des élèves. Le professeur risque également d'occuper une part importante du discours. La séance présage peu ou pas d'échanges entre élèves. Le professeur va poser des questions, ces questions peuvent être contre productives puisque la construction de l'objet va se faire à partir des réponses des élèves.

La définition des objectifs est exprimée par le verbe « effectuer ». Il s'agit pour le professeur d'amener les élèves à comprendre la technique opératoire de l'addition sans retenue, en montrant d'une part la technique dans un tableau à deux colonnes, et d'autre part en insistant sur le rôle des dizaines et des unités dans ce genre d'opération. Mais il ne précise aucune activité censée amener la mise en œuvre de cette technique et les enjeux mathématiques de la situation didactique ne sont pas déterminés. Ce que le professeur énonce ne permet pas à notre avis de situer les activités qu'il compte mettre en œuvre pour le savoir lié à la technique opératoire de l'addition sans retenue (additionner d'abord les unités puis les dizaines dans le cas de deux nombres à deux chiffres).

Pour le déroulement prévu de la leçon, le professeur le décrit en précisant les différentes étapes et pour chacune d'elles, il précise la durée approximative, ses propres activités et celles des élèves. Il commence par le calcul mental et aborde ensuite l'étape de la révision pour rappeler les connaissances antérieures souvent indispensables à la mise en œuvre de la

nouvelle connaissance. Ces deux étapes témoignent d'un souci de gain de temps et de contrôle du travail individuel au niveau du calcul mental.

Le professeur propose pour le calcul mental une dictée de trois nombres (25 ; 18 ; 30) à deux chiffres que les élèves doivent écrire sur leurs ardoises. Il propose le PLM, une façon pour lui de toucher rapidement et collectivement l'ensemble des élèves. Cette dictée de nombres a plutôt une vocation de vérification de la maîtrise par les élèves du « lire et écrire le nombre ». Qu'est-ce qui explique le choix du professeur pour engager cette vérification ? Sans doute pour préparer les élèves à l'addition des nombres à deux chiffres.

En ce qui concerne la révision, le professeur propose à quelques élèves de compter de 0 à 99. Ce genre d'exercice prévu pour faire une révision des connaissances antérieures peut-il vraiment donner au professeur une garantie de la maîtrise par les élèves du comptage des nombres ? Le professeur a prévu 5 mn pour cette activité, le temps va-t-il suffire pour ce comptage ?

La leçon du jour¹³¹ commence par une manipulation du matériel collectif (bûchettes). Un élève va être désigné par le professeur pour prendre 9 puis 3 bûchettes. Le professeur compte lui demander ensuite de compter le nombre total de bûchettes dans sa main, et les autres élèves vont être invités à observer attentivement. Le professeur propose à la classe de faire la même manipulation, et compte désigné un élève pour schématiser la manipulation. Le professeur demande aux élèves la nature de l'opération et le signe correspondant. La technique opératoire de l'addition sans retenue est constatée quand le professeur demande aux élèves s'il y a eu une retenue dans cette opération. Les élèves sont invités ensuite à faire des propositions d'addition sans retenue. Ces opérations vont être reportées au tableau. Le professeur propose aux élèves d'effectuer $36+11$ dans un tableau à deux colonnes, en mettant l'accent sur les unités et les dizaines. Il demande aux élèves de faire des propositions d'opérations du type $36+11$. Pour terminer cette phase, il propose aux élèves d'effectuer sur les ardoises les opérations ($16+2$; $10+6$; $27+11$).

Durant tout le processus, c'est le professeur qui a va être au centre de toutes les activités. Au regard de la fiche, le triplet fonctionnel (mésogénèse, topogénèse, chronogénèse) va être entièrement sous la responsabilité du professeur. Le nouveau savoir à transmettre est marqué par une première opération composée de deux nombres à un chiffre $9+3$. A ce niveau on peut se poser la question de savoir pourquoi d'ailleurs $9+3$ est traitée comme une opération sans retenue. L'opération $36+11$ est traitée dans un tableau à deux colonnes pour mettre en

¹³¹ Etape consacrée à l'introduction du nouveau savoir

évidence le principe par le lequel, pour additionner des nombres, on commence par les unités puis les dizaines après. Pour terminer cette analyse sommaire, notons que les activités du professeur et des élèves sont déclinées avec des verbes au présent et à la troisième personne du singulier pour le professeur et à la troisième personne du pluriel pour les élèves. Ces verbes indiquent la mise en œuvre de consignes et leur exécution (le professeur ordonne, les élèves exécutent).

1.2.3 Présentation et analyse de la fiche de préparation P1-F2.S2

Technique	Questions découvertes		
Objectif	Les élèves doivent capables d'effectuer une addition avec retenue		
Etapas	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Fait effectuer par les élèves des exercices de calcul mental sur les ardoises : $6+1$; $5+2$; $3+4$	Exécutent
Révision	5	Demande aux élèves d'effectuer sur les ardoises avec correction au tableau : $34+2$; $22+11$; $17+12$	Effectuent Corrigent
Leçon du jour	25	Les élèves ayant déjà découvert l'addition, leur demander de tracer un tableau à deux colonnes au tableau	Tracent
		Fait écrire le nombre 15 puis 5 Demande aux élèves d'additionner ces deux nombres En additionnant les unités ($5+5$) d'autres peuvent écrire le nombre 10 dans la colonne des unités tandis que d'autres peuvent déjà découvrir la technique d'où la nécessité d'interroger un élève parmi ces derniers pour effectuer cette opération	Ecrivent Additionnent
		Interroge un autre pour effectuer encore à l'aide du tableau à deux colonnes : $26+16$ Demande si c'est une addition sans retenue Fait savoir que cette addition s'appelle addition avec retenue	Effectuent Assimilent Observent Répondent (non) Assimilent

		Fait sortir les bâchettes et demande aux élèves d'additionner collectivement 15 et 5 bâchettes Demande le total et fait écrire l'opération au tableau en disposition usuelle et la fait traiter Demande aux élèves de proposer d'autres additions avec retenue et les fait traiter au tableau	Exécutent Manipulent Répondent Ecrit Observent Traitent
Evaluation	10	Fait effectuer sur les ardoises : $36+7$; $25+18$; $29+11$ avec correction au tableau (peut varier les chiffres écrits sur la fiche de préparation lors du déroulement de la leçon)	Traitent Corrigent

Tableau 41 : Fiche de préparation P1-F2.S2

1.2.4 Analyse *a priori* de la fiche de préparation P1-F2.S2

Pour les « techniques » et la définition des objectifs, il n'y a pratiquement pas de changement dans les formulations par rapport à la séance précédente. Nous précisons que la fiche porte sur l'addition avec retenue. Comme dans la fiche précédente, les étapes de calcul mental et de révision sont l'occasion pour le professeur de vérifier les acquisitions antérieures. En calcul mental, il propose par PLM trois opérations d'addition avec des nombres à un chiffre ($6+1$; $5+2$; $3+4$), et en révision trois opérations d'addition sans retenue avec des nombres à deux chiffres ($34+2$; $22+11$; $17+12$). On voit bien que le professeur se focalise sur le rappel de la technique opératoire de l'addition sans retenue.

La leçon du jour commence par le tracé d'un tableau à deux colonnes. Le professeur va inviter un élève à le faire au tableau à écrire 15 puis 5 dans le tableau et effectuer l'opération. Le professeur précise qu'il peut y avoir des élèves qui vont écrire 10 dans la colonne des unités en faisant $5+5$, tandis que d'autres peuvent découvrir la technique opératoire (celui certainement du principe qu'on ne peut écrire qu'un seul chiffre dans la colonne des unités).

On voit bien que le professeur anticipe la difficulté de la technique opératoire de la retenue objet même de la séance. Pour cela, il se propose d'interroger un élève parmi ceux qui sont susceptibles de comprendre la technique opératoire. Cette prévision peut réserver des surprises il nous semble, puisque décider à l'avance ce qui peut arriver en classe lors d'un cours, nous semble assez risqué. Les contraintes didactiques ciblées à l'avance par le professeur vont-elles se réaliser, et sinon, comment se fera l'adaptation ?

La technique opératoire de la retenue est au cœur des apprentissages pour cette séance. Le professeur propose une autre opération $26+16$ et demande la nature de l'opération (addition avec retenue ?). Les élèves doivent répondre oui (puisque c'est précisé dans la colonne activités des élèves). Le professeur n'explique pas la technique opératoire, les élèves sont censés le comprendre après ces deux opérations d'addition. Les élèves sont invités à prendre chacun 15 bâchettes puis 5. Cette phase de manipulation est faite à partir de l'opération déjà traitée avec le système du tableau à deux colonnes ($15+5$). Le professeur invite ensuite les élèves à proposer des opérations d'addition avec retenue.

Pour terminer la séance, le professeur propose aux élèves de traiter sur les ardoises $36+7$; $25+18$; $29+11$ avec correction au tableau et précise sur la fiche (peut varier les chiffres écrits sur la fiche de préparation lors du déroulement de la leçon). La lecture et l'exploitation de la fiche de préparation, montrent qu'une fois de plus, le professeur met en relief une mise en œuvre de situations d'apprentissages, où ses prises de responsabilités à tous les niveaux occultent pratiquement la participation des élèves. Le partage topogénétique montre bien que les questions sont du domaine du professeur, et les réponses celles des élèves.

1.2.5 Présentation de la fiche de préparation P1-F3.S3

Technique	Questions découvertes		
Objectif	Les élèves doivent être capables de découvrir la machine (-a) et une situation relevant de cette machine		
Étapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Demande de trouver mentalement sur les ardoises : $6+5$; $7+4$; $10+0$	Trouvent et écrivent sur les ardoises
Révision	5	Fait chercher sur les ardoises avec correction au tableau : $8+ ? = 10$; $9+ ? = 11$; $0+ ? = 2$; $15+ ? = 17$; $?+ 5 = 10$; $10+ 5 = ?$; $?+ 5 = 40$	Cherchent
Leçon du jour	25	Prend une poignée de cailloux, demande à un élève de venir les compter (ex : 12 cailloux). Enlève 3 cailloux et demande de les recompter, les cailloux enlevés aussi.	Comptent, observent Recomptent, observent

		<p>Demande au début on avait combien de cailloux. Demande ce qu'on avait fait puisqu'on avait 12 et maintenant 9. Demande : cette machine qui enlève, c'est la machine</p> <p>$\boxed{+ a} \rightarrow$</p>	<p>Répondent</p> <p>Répondent (on a enlevé quelques cailloux(3).</p> <p>Répondent (non)</p>
		<p>Nomme et écrit la machine $\boxed{- a} \rightarrow$</p> <p>et le fait répéter par quelques élèves. Ecrit au tableau : 12 - 3 = 9. Demande ce qu'on va écrire entre 12 et 9. Ecrit alors :</p> <p>12 $\boxed{- 3} \rightarrow$ 9. Fait écrire et fait répéter : 12 $\boxed{- 3} \rightarrow$ 9</p>	<p>Observent</p> <p>Répètent</p> <p>Observent</p> <p>Répondent</p> <p>Ecrivent</p> <p>Répètent</p>
		<p>Demande cette opération est-elle une addition. Nomme l'opération : une soustraction et fait répéter. Nomme son signe aussi : signe (-) et fait répéter.</p> <p>Reprend cette manipulation une seconde fois en variant le nombre de cailloux ou de bâchettes en collaboration avec les élèves</p>	<p>Répondent (non)</p> <p>Répètent</p> <p>Répètent</p> <p>Collaborent</p>
Evaluation	10 mn	<p>Demande de chercher par manipulation : 16 bâchettes, enlever 6, que reste-t-il ? Puis avec 11 cailloux, enlever 7. (Peut varier les nombres écrits sur la fiche de préparation lors du déroulement de la leçon).</p>	<p>cherchent</p>

Tableau 42 : Fiche de préparation P1-F3.S3

1.2.6 Analyse *a priori* de la fiche de préparation P1-F3.S3

La fiche de préparation porte sur la soustraction utilisant le symbole de la machine soustractive : $\boxed{- 3} \rightarrow$

Le professeur l'énonce dans la définition des objectifs de la leçon en précisant la découverte de la machine. Que doit-on comprendre des intentions du professeur pour cette leçon ? Va-t-

on assister à une présentation du symbole et de son usage dans des situations didactiques, ou de sa fonction dans des situations soustractives ? Les objectifs ne sont pas explicites pour donner à voir les activités qui vont s'y dérouler.

La séance commence comme dans les précédentes, par le calcul mental et la révision. Le professeur rappelle à travers trois opérations ($6 + 5$; $7 + 4$; $10 + 0$) les acquisitions sur l'addition. L'étape de révision est une série d'exercices à trous ($8 + ? = 10$; $9 + ? = 11$; $0 + ? = 2$; $15 + ? = 17$; $? + 5 = 10$; $10 + 5 = ?$; $? + 5 = 40$) toujours focalisée sur l'addition. On remarque cependant deux opérations ($10 + 0$ et $0 + ? = 2$) autour du nombre (0). Quel intérêt pour les élèves de ces types d'opération où le nombre (0) intervient ? C'est peut être pour rappeler une des propriétés de l'addition¹³².

Dans la colonne des activités des élèves, le professeur indiquent : « trouvent » pour les activités de calcul mental et « cherchent » pour les exercices de révision. Le professeur fait une différence sur la manière dont les élèves sont censés travailler en calcul mental et en révision.

Pour démarrer sa leçon, le professeur propose à un élève de venir devant ses camarades et prendre une poignée de 12 cailloux, d'enlever ensuite trois cailloux et de compter ce qui lui reste dans la main (9) et de préciser en plus le nombre de cailloux enlevés (3). Ici les objets manipulés sont des cailloux. Le professeur introduit les expressions « avant » et « après » pour expliquer la manipulation et amener les élèves à situer l'activité de soustraction qui vient d'être menée. A travers ce jeu linguistique, le professeur va tenter de montrer aux élèves comment la soustraction s'opère (avant on avait 12 cailloux, on a enlevé 3 cailloux, et maintenant (après) on a 9 cailloux).

Le professeur introduit une nouvelle notion à travers une interrogation inédite « c'est la machine (+ a) ? ». Le professeur estime que les élèves vont répondre « non » (il le précise dans la colonne activités des élèves). La machine (- a) et son symbole sont découvertes suite à la réponse supposée être donnée par les élèves. Le professeur propose une répétition de la nouvelle notion par quelques élèves. La manipulation a permis l'écriture « 12 - 3 = 9 », et le professeur propose de demander ce qu'il faut mettre entre 12 et 3. Cette manipulation dite collective ainsi que la découverte de la machine et son symbole constituent les objets d'apprentissage. On voit bien que le professeur tente de faire voir aux élèves comment les

¹³² On ne change pas un nombre en lui additionnant zéro.

objets matériels ou symboliques produisent des significations communes. Cette tentative est selon nous, une manière pour le professeur de montrer le rôle des ostensifs comme support d'une leçon.

Pour insister sur la présentation des signes et la manipulation de matériels (bûchettes et cailloux), le professeur propose aux élèves une série de manipulations pour mieux présenter le signe de la soustraction et sa technique avec la machine soustractive. Il termine sa leçon en proposant deux exercices (avec 16 bûchettes, enlever 6, et 11 cailloux, enlever 7) de manipulation avec des bûchettes et des cailloux. Le deuxième exercice correspond à une soustraction avec retenue. La lecture de la fiche laisse apparaître une volonté du professeur de faire autant de manipulations que possible pour montrer la technique opératoire de la soustraction avec la machine soustractive.

1.2.7 Présentation de la fiche de préparation P1-F4.S4

Technique	Questions découvertes		
Objectif	Les élèves doivent être capables de découvrir la machine $(-a)$ et une situation relevant de cette machine		
Étapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Demande de trouver mentalement sur les ardoises : $6+0$; $9+1$; $4+7$. Ecrire les nombres 40 ; 60	Cherchent sur les ardoises écrivent
Révision	5	Demande d'écrire les opérations suivantes et de chercher les résultats : j'ai 6 bûchettes, j'en enlève 4 ; j'ai 3 cailloux, j'en enlève 2	Exécutent Exécutent Exécutent

Leçon du jour	25	<p>Demande à chaque élève de prendre une poignée de cailloux ou bâchettes dans sa main, les fait compter et écrire les nombres obtenus sur les ardoises.</p>	<p>Exécutent</p> <p>Exécutent</p>
		<p>Demande à chacun d'enlever 4 objets, de recompter et écrire le nombre restant sur les ardoises. Demande quelle machine avez-vous utilisée. Fait écrire la machine (-4) à sa place.</p> <p>Puis interroge les élèves un à un pour les amener à dire par exemple j'avais 15 cailloux, j'ai fait fonctionner la machine (-4), j'en ai 11 maintenant, ou bien j'avais 10 bâchettes, j'ai fait fonctionner la machine (-4), j'ai maintenant 6 bâchettes. Sur l'une des ardoises, on a par exemple :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> $\begin{array}{ccc} 12 & & \\ 12 & \xrightarrow{-4} & 8 \\ 12 & \xrightarrow{-4} & 8 \end{array}$ </div> <p>Fait reprendre encore cette manipulation individuelle,</p>	<p>Exécutent</p> <p>Répondent</p> <p>Ecrivent</p> <p>Répondent</p> <p>Reprennent</p>
Evaluation	10	<p>Fait reprendre de nouveau cette manipulation en variant les objets (Peut varier les chiffres et nombres écrits sur la fiche de préparation lors du déroulement de la leçon du jour.</p>	<p>Reprennent</p>

Tableau 43 : Fiche de préparation P1-F4.S4

1.2.8 Analyse *a priori* de la fiche de préparation P1-F4.S4

La séance décrite dans cette fiche est une poursuite des activités de découverte de la machine soustractive avec cette fois-ci une focalisation sur la participation individuelle des élèves. Comme pour les séances précédentes, le professeur propose aux élèves dans sa fiche en calcul mental deux types d'exercices : trouver mentalement $6+0$; $9+1$; $4+7$, et écrire sur les ardoises les nombres 40 ; 60. On voit un mélange d'opérations d'addition et d'écriture de nombres à deux chiffres. Le professeur tente sans doute de rappeler les acquisitions antérieures et de faire le lien avec la leçon du jour.

Pour l'étape de révision, le professeur fait un rappel sur la technique opératoire de la soustraction (j'ai 6 bâchettes, j'en enlève 4 ; j'ai 3 cailloux, j'en enlève 2) avec le principe, j'ai une certaine quantité d'objets, j'enlève un certain nombre, déterminer ce que l'on a maintenant.

La leçon proprement dite est abordée par une manipulation individuelle de bâchettes et de cailloux qui consiste pour chaque élève de prendre une poignée de cailloux ou de bâchettes dans sa main, d'en enlever 4 et d'écrire le nombre restant sur les ardoises. Le professeur demande la nature de la machine utilisée et attend des élèves qu'ils disent la machine (-4). Le professeur imagine ensuite qu'il peut y avoir deux cas où les élèves vont écrire : « j'avais 15 cailloux, j'ai fait fonctionner la machine (-4), j'en ai 11 maintenant, ou bien j'avais 10 bâchettes, j'ai fait fonctionner la machine (-4), j'ai maintenant 6 bâchettes » Le professeur fait des suppositions sur les cas de figure qui peuvent se présenter lors de la séance.

Pour terminer la leçon, le professeur propose de reprendre le même type de manipulation, mais cette fois-ci en variant les exemples.

1.2.9 Synthèse et analyse *a priori* des fiches de préparation de P1

Ces séances s'insèrent dans une série de leçons sur l'addition et la soustraction des nombres. Elles prennent appui sur les manipulations proposées par le professeur à partir de supports préparés par celui-ci et les élèves.

A travers ces 4 séances, P1 s'attache à vouloir mettre en place des situations didactiques pour permettre l'appropriation des techniques opératoires de l'addition et de la soustraction par l'ensemble des élèves. Certaines de ses intentions sont explicitement prévues dans ses fiches de préparation de la leçon, d'autres (majorité d'entre elles) sont implicites. En particulier, les enjeux mathématiques.

Les ostensifs apparaissent décisifs au fil de la leçon comme support pour les apprentissages.

L'étude *a priori* des fiches montre que le savoir ne semble pas être problématisé par P1.

1.3 Présentation et analyse de la fiche de préparation de P2

1.3.1 Présentation de la fiche de préparation P2-F1.S1

Étapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Demande aux élèves d'écrire les nombres suivants sur les ardoises : 24 ; 17 ; 15	Ecrivent
Révision	5	Demande à quelques élèves de compter de 0 à 99	Comptent
Leçon du jour	25	Fait sortir les bâchettes Demander à un élève de venir avec ses bâchettes devant ses camarades et compter 9 dans la main droite et 3 dans la main gauche Lui dire de mettre toutes les bâchettes ensemble dans une main Demander de compter Fait reprendre cette manipulation par toute la classe	Exécutent Comptent Montrent
		Demander à un élève de passer au tableau schématiser cette situation de bâchettes Demander aux élèves quelle est cette opération Dans cette addition y a-t-il retenue ? Fait écrire le signe de l'addition	Schématisent Répondent c'est une addition Non
		A l'aide des bâchettes dessinées au tableau faire écrire l'opération en chiffres horizontale et verticale faire répéter puis l'écrire sur les ardoises	IIIIIIII III IIIIIIIII 9 + 3 = 12
		Demander d'autres additions sans retenues et les faire effectuer au tableau Fait tracer le tableau à deux colonnes Fait placer 34 puis 13 Fait additionner ces deux nombres en faisant remarquer qu'on commence par les nombres des unités puis ceux des dizaines	Tracent Observent
Evaluation	10 mn	Demander aux élèves d'effectuer les opérations suivantes sur les ardoise puis correction collective au tableau : 23+6 ; 17+11 ; 60+27 ; 48+21 ; 52+ 26	Effectuent

Tableau 44 : Fiche de préparation P2-F1.S1

1.3.2 Analyse *a priori* de la fiche de préparation P2-F1.S1

Le professeur démarre sa leçon en proposant à un élève de manipuler devant ses camarades 9 bâchettes et 3 bâchettes. Lorsqu'elles sont mises ensemble (additionner), les élèves doivent trouver le nombre total de bâchettes. Cette situation additive doit aboutir à l'opération suivante : $9 + 3 = 12$. Mais l'on voit pourtant que $9 + 3 = 12$ est traitée comme une addition sans retenue (situation que l'on a vue également chez P1), pour cette séance. Notre interrogation demeure sur cet exemple qui mathématiquement apparaît comme une addition avec retenue, mais du fait de la manipulation, la technique opératoire n'est pas visible. Le choix de P2 pour ce type d'exercice n'explique-t-il pas ses intentions d'aborder la situation didactique pour amener les élèves à effectuer par dénombrement une addition de nombres petits ?

P2 utilise une addition par manipulation d'objets, pour amener les élèves au plan de l'élaboration des connaissances à s'impliquer dans toutes les opérations à partir du concret.

P2 propose à l'ensemble de la classe la reprise manipulation avec les consignes et indications, sans doute pour appliquer la manipulation collective requise pour cette séance.

P2 aborde ensuite l'étape de schématisation de la manipulation et des résultats obtenus pour tenter d'expliquer aux élèves comment obtenir 12, c'est-à-dire déterminer l'opération représentée par l'expression « mettre en ensemble », et le signe associé. P2 entend montrer aux élèves que l'expression correspond au signe (+), et que par conséquent $9 + 3 = 12$. On le voit dans la partie de la fiche « activités des élèves » par la schématisation de la situation qui consiste à représenter par des traits verticaux que : (IIIIIIII + III = IIIIIIIIIII, c'est $9 + 3 = 12$).

Tout au long de ces différentes phases de la fiche, P2 est présent à tous les niveaux. Son temps de parole augmente au fur et à mesure et il occupe un espace topogénétique de plus en plus important. Le temps didactique ne va pas être ralenti car l'important pour P2, c'est de mettre en œuvre ce qui est prévu. La « responsabilité didactique » est ici versée tout à fait de son côté. On voit également à la lecture de cette fiche, que les intentions de P2 semblent préciser ce qu'il attend des élèves. Ces attentes sont énoncées dans la fiche comme une invitation à faire d'une part ce qui est prévu, et comme une disposition pratique des élèves à mettre en œuvre les intentions de P2 d'autre part. La part responsabilité est très importante et

visible du côté du professeur, alors que celle des élèves ne se manifeste à aucun moment dans les indications de la fiche.

P2 propose de placer l'addition $34 + 13$ dans le tableau à deux colonnes¹³³, sans doute pour les préparer à bien placer les unités et les dizaines dans leurs colonnes respectives. P2 aborde ainsi une étape de la séance par un exemple d'addition de deux nombres à deux chiffres. Ce changement des termes de l'addition est en rupture avec l'exemple précédent $9 + 3$ du point de vue de la procédure. Pour traiter $34 + 13$, P2 propose aux élèves d'utiliser le tableau à deux colonnes sans faire une manipulation d'objets. On part d'une proposition de nombres pour découvrir la technique opératoire dans un tableau à deux colonnes et aboutir à la disposition usuelle (opération posée) qui va être utilisée dans les prochaines séances.

¹³³ Tableau dans lequel on reporte le nombre de dizaines et d'unités

1.3.3 Présentation de la fiche de préparation P2-F2.S2

Étapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Fait effectuer par les élèves des exercices de calcul mental sur les ardoises : $6+1$; $4+2$; $3+2$	Exécutent
Révision	5	Demande aux élèves d'effectuer sur les ardoises avec correction au tableau : $36+3$; $22+12$; $18+11$	effectuent corrigeant
Leçon du jour	25	Pour les élèves ayant déjà découvert l'addition, leur demander de tracer au tableau un tableau à deux colonnes Fait écrire le nombre 16 puis 6 Demande aux élèves d'additionner ces deux nombres En additionnant les unités ($6+6$) d'autres peuvent écrire le nombre 12 dans la colonne des unités tandis que d'autres peuvent déjà découvrir la technique d'où la nécessité d'interroger un élève parmi ces derniers pour effectuer cette opération Afin de faire faire apprendre cette technique aux autres, elle interroge un autre pour effectuer encore à l'aide du tableau à deux colonnes : $36+15$	tracent écrivent additionnent exécutent assimilent effectue observent
		Demande si c'est une addition sans retenue Fait savoir que cette addition s'appelle addition avec retenue	répondent (non) assimilent
		Fait sortir les bâchettes et demande aux élèves d'additionner collectivement 16 bâchettes et 5 bâchettes Demande le total et fait écrire l'opération au tableau en disposition usuelle et la fait traiter Demande aux élèves de proposer d'autres additions avec retenue et les fait traiter au tableau	Exécutent Manipulent Répondent Ecrit Observent traitent
Evaluation	10	Fait effectuer sur les ardoises avec correction au tableau : $36+5$; $18+13$; $29+21$; $31+39$	Traitent corrigeant

Tableau 45 : Fiche de préparation P2-F2.S2

1.3.4 Analyse *a priori* de la fiche de préparation P2-F2.S2

Cette fiche laisse apparaître les phases suivantes :

- Première phase : Ecriture de $16 + 6$ dans un tableau à deux colonnes, et addition à effectuer avec une consigne de P2 (commencer d'abord par les unités puis les dizaines). P2 prévoit de regarder qui a fait l'erreur d'écrire 12 dans une colonne, qui ne l'a pas fait, et choisir un élève de la deuxième catégorie pour expliquer aux autres la technique opératoire de la retenue. P2 propose de confier la responsabilité à un élève pour expliquer la technique opératoire de la retenue. Il ne précise pas comment il compte s'y prendre pour faire comprendre aux élèves pourquoi on ne peut pas avoir un nombre de deux chiffres dans la colonne des unités.
- Deuxième phase : Consolidation de la technique opératoire de la retenue. P2 demande aux élèves d'effectuer l'addition $36 + 15$ dans un tableau à deux colonnes. On passe de l'addition d'un nombre à deux chiffres et un chiffre, à celle de l'addition de deux nombres à deux chiffres.
- Troisième phase : Manipulation d'objets. P2 demande aux élèves de prendre chacun 16 et 5 bâchettes et de les mettre ensemble pour déterminer le nombre total de bâchettes. Par ce procédé, P2 estime faire le lien entre l'abstrait et le concret en passant de l'écriture dans un tableau à deux colonnes à la manipulation d'objets par les élèves. Mais avec cette manipulation, le principe de la retenue n'apparaît pas comme central.
- Quatrième phase : Exercices d'évaluation. P2 propose aux élèves individuellement d'effectuer une série d'additions ($36 + 5$; $18 + 13$; $29 + 21$; $31 + 39$) sur les ardoises avec correction au tableau.

1.3.5 Présentation de la fiche de préparation P2-F3.S3

Etapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Demande de trouver mentalement sur les ardoises : $5 + 5$; $6 + 2$; $6 + 0$	Trouvent et écrivent sur les ardoises
Révision	5	Fait chercher sur les ardoises avec correction au tableau : $6 + ? = 8$; $8 + ? = 10$; $7 + ? = 9$; $5 + ? = 7$; $? + 3 = 3$; $10 + 3 = ?$; $? + 3 = 30$	Cherchent
Leçon du jour	25	Prend une poignée de cailloux, demande à un élève de venir les compter (ex : 10 cailloux). Enlève 3 cailloux et demande de les recompter, les cailloux enlevés aussi. Demande au début on avait combien de cailloux. Et après. Fait dire ce qu'on a alors fait puisqu'on avait 10 et maintenant 7.	Comptent, observent Recomptent, observent Répondent Répondent (on a enlevé quelques cailloux(3).
		Demande : cette machine qui enlève, c'est la machine \rightarrow $\boxed{+ a}$ \rightarrow	Répondent (non)
		Nomme et écrit la machine \rightarrow $\boxed{- a}$ \rightarrow et le fait répéter par quelques élèves. Ecrit au tableau : $(10 - 3 = 7)$. Demande ce qu'on va écrire entre 10 et 3. Ecrit alors : $10 \rightarrow \boxed{- 3} \rightarrow 7$. Fait écrire et fait répéter : $10 \rightarrow \boxed{- 3} \rightarrow 7$	Observent Répètent Observent Répondent Ecrivent Répètent
		Demande cette opération est-elle une addition. Nomme l'opération : une soustraction et fait répéter. Nomme son signe aussi : signe (-) et fait répéter.	non Répètent Répètent
		Reprend cette manipulation une seconde fois en variant le nombre de cailloux ou de bâchettes en collaboration avec les élèves.	Collaborent
Evaluation	10	Demande de chercher par manipulation : 12 bâchettes, enlever 6, que reste-t-il ? Puis avec 15 cailloux, enlever 5. (Peut varier les nombres écrits sur la fiche de préparation lors du déroulement de la leçon).	cherchent

Tableau 46 : Fiche de préparation P2-F3.S3

1.3.6 Analyse *a priori* de la fiche de préparation P2-F3.P3

P2 propose de commencer sa leçon par une manipulation d'objets pour montrer aux élèves une situation relevant de la soustraction. Il s'agit de prendre une quantité définie d'objets avant (ici 10 cailloux) et d'enlever une autre quantité après (ici 3 cailloux) et d'indiquer le reste maintenant (ici 7).

La manipulation est ensuite représentée par le symbole de la machine soustractive (machine – a). Pour montrer la technique opératoire de la soustraction, P2 écrit au tableau (10 - 3 = 7) et demande aux élèves ce qu'on va écrire entre 10 et 3. La réponse attendue (ici le signe -) doit matérialiser le principe de la soustraction qui consiste à faire comprendre aux élèves qu'en utilisant ce signe, la procédure de calcul explique qu'on a enlevé et cette action de soustraire est appelée soustraction.

Quand on regarde bien l'addition proposée ($10 - 3 = 7$), on voit une difficulté qui risque de se poser aux élèves s'ils doivent effectuer l'opération dans un tableau à deux colonnes. Cette difficulté correspond à la soustraction avec retenue. P2 n'envisage pas en parler puisque ce n'est pas son objectif dans cette séance.

P2 propose pour évaluer la séance, deux exercices ($12 - 6$ et $15 - 5$) par manipulation individuelle avec une variante pour $12 - 6$ relative à une probable difficulté dans le cas où les élèves doivent le traiter dans le tableau à deux colonnes.

1.3.7 Présentation synoptique de la fiche de préparation P2-F4.S4

Étapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Fait écrire : 20 ; 30 ; 15	écrivent
Révision	5	Fait chercher : $12 \rightarrow \boxed{- 6} \rightarrow$ $5 \rightarrow \boxed{- 3} \rightarrow$	cherchent

Leçon du jour	25	<p>Demande à chaque élève de prendre un tas de cailloux de les compter et d'écrire le résultat sur les ardoises.</p> <p>Demande d'en enlever 3, de les recompter et écrire le nombre restant sur les ardoises.</p> <p>Demande quelle machine avez-vous utilisée ?</p> <p>Fait écrire la machine (-3) à sa place. Interroge les élèves un à un pour les amener à dire par exemple j'avais 15 cailloux, j'ai fait fonctionner la machine (-3), j'en ai 12 maintenant,</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>15 15 15</p> <p style="text-align: center;">- 3</p> <p style="text-align: right;">12 12</p> </div>	<p>Preennent</p> <p>Comptent</p> <p>Ecrivent</p> <p>Enlèvent, recomptent</p> <p>Ecrivent</p>
Evaluation	10	Fait reprendre de nouveau cette manipulation.	Reprennent

Tableau 47 : Fiche de préparation P2-F4.S4

1.3.8 Analyse *a priori* de la fiche de préparation P2-F4.P4

Dans la première phase de la leçon, P2 annonce une manipulation individuelle à partir des cailloux dont dispose chaque élève. La manipulation consiste avec les consignes du professeur, à ce que chaque élève enlève 3 cailloux et de préciser ce qui reste. Avec ce type d'organisation, le professeur va avoir une série de réponses variées, ce qui va l'amener à regarder les travaux des élèves et de vérifier les éventuelles erreurs commises par certains élèves. P2 ne peut pas savoir à l'avance les résultats produits par les élèves, ce qui risque de ralentir la chronogénèse de la séance.

Dans la deuxième phase, P2 se propose d'appliquer la technique opératoire de la soustraction à partir d'une manipulation autour de $15 - 3$. A ce niveau précis, les élèves doivent découvrir un exemple de raisonnement du style, j'ai 15, j'ai fait fonctionner la machine (- 3), il me reste 12.

On voit bien que l'objectif de P2 est d'introduire le fonctionnement de la machine soustractive pour montrer la technique opératoire de la soustraction comme dans la

précédente séance. Il s'appuie sur l'expérience antérieure et propose une manipulation individuelle pour consolider le principe du fonctionnement de la machine soustractive qui consiste à enlever ou soustraire.

La lecture de la fiche montre que les élèves de la classe ont déjà une connaissance implicite de la soustraction. Il s'agit de travailler explicitement la technique opératoire. P2 choisit de s'appuyer sur les connaissances antérieures des élèves concernant le principe « avant on a tel nombre d'objets, on enlève un certain nombre, maintenant il reste tel nombre » Il s'attend à ce que les élèves sachent réutiliser ces principes évoqués dans les séances précédentes, ce qui lui permet de les rappeler et de les appliquer dans cette séance.

1.3.9 Synthèse des analyses *a priori* des fiches de P2

Les fiches de préparation de P2 sont presque identiques à celles de P1 sur l'essentiel des phases prévues. On voit également dans ces fiches des similarités tant au plan du contenu que de la marche à suivre, ce qui laisse penser une volonté de suivre à la lettre les indications des manuels. Dans tous les cas, P2 met au centre de toutes ces activités, la manipulation d'objets. On part de l'idée que les élèves en manipulant entrent en contact avec le réel, ce qui leur permet de mieux situer l'objet de la séance.

La lecture des fiches de P2, pose le problème de la précision des activités à mener et des enjeux mathématiques qui y sont associés. Les fiches de P2 présentent des projets d'enseignement peu explicites et pas suffisamment détaillés pour donner à voir les rapports au savoir visé. Il sera important d'étudier *in situ*, les différents ostensifs qui interviennent et leur rôle dans le processus d'apprentissage.

1.4 Présentation et analyse des fiches de préparation de P3

1.4.1 Présentation de la fiche de préparation P3-F1.S1

Etapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Dans un jardin il ya 7 bananiers et 3 manguiers. Combien d'arbres en tout ? Issa a 3 chemises, son père lui achète 2 autres chemises, combien de chemises en tout ?	Exécutent Corrigent

Révision	5	Fait rappeler les propriétés de l'addition $21+17 = \dots+21$; $25+0 = \dots\dots\dots$ Contrôle et fait corriger ; vérifie la correction	Exécutent Corrigent
Leçon du jour	25	Ecrit au tableau : $24+45$ Montre le boulier aux élèves et rappelle le nom des colonnes Fait placer 24 dans le boulier puis fait retirer les capsules Fait placer 45 dans le boulier Puis fait ajouter les 6 capsules du nombre 24 dans les colonnes correspondantes, d'où le résultat 6 dizaines et 9 unités soit 69 Trace le tableau à deux colonnes au tableau puis fait placer les nombres 24 et 45 et les fait additionner Fait découvrir la disposition usuelle Explique aux élèves qu'il faut écrire les unités sous les unités et les dizaines sous les dizaines Effectue les opérations suivantes avec la participation des élèves : $43 + 6$; $34 + 45$	Suivent Rappellent Placent Exécutent Découvrent Additionnent Découvrent Participent Effectuent
Evaluation	10	Fait effectuer par les élèves au tableau : $60 + 25$; $48 + 21$; $20 + 25$; $43 + 56$; $52 + 26$	Exécutent

Tableau 48 : Fiche de préparation P3-F1.S1

1.4.2 Analyse *a priori* de la fiche de préparation P3-F1.S1

La lecture de la fiche montre que P3 écrit au tableau $24 + 45$. Il montre ensuite un boulier papier et rappelle les noms correspondant à chaque colonne. Il propose de demander à un élève de placer dans un premier temps 24 puis dans un second temps 45 sur le boulier. P3 va demander ensuite de placer 2 capsules dans la colonne des dizaines et 4 capsules dans la colonne des unités. Avec les 4 capsules dizaines et les 5 capsules unités restées sur le boulier, l'élève est censé trouver au total 6 capsules dizaines et 9 capsules unités d'où le nombre 69. P3 trace un tableau à deux colonnes et demande aux élèves de placer les nombres 24 et 45, et de procéder à l'addition avant de faire découvrir la disposition usuelle (addition posée). Il précise aux élèves une disposition importante de l'addition qui consiste à mettre les unités sous les unités et les dizaines sous les dizaines avant de procéder à l'addition. P3 propose

d'effectuer avec les élèves au tableau deux additions ($43 + 6$ et $34 + 45$). Il termine la leçon en proposant cinq exercices d'additions ($60 + 25$; $48 + 21$; $20 + 25$; $43 + 56$; $52 + 26$).

La lecture de la fiche nous montre les différents moments prévus pour la mise en œuvre de la séance :

- un moment d'observation et de manipulation du boulier pour placer les capsules correspondant à 24 et 45 ;
- un deuxième moment où il faut placer les capsules unités et dizaines dans les colonnes correspondantes ;
- un troisième moment d'écriture de $24 + 45$ dans le tableau à double colonnes et sous l'addition posée ;
- un quatrième moment de résolution d'exercices.

Dans ce projet d'enseignement on peut faire deux remarques :

- la façon dont P3 propose de disposer les capsules sur le boulier, une procédure qui montre plutôt une addition de $45+24$ au lieu de $24+45$;
- P3 propose aux élèves d'effectuer une série d'additions sans faire référence au boulier.

1.4.3 Présentation de la fiche de préparation P3-F2.S2

Étapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Par PLM, écrivez 12 ; 24	Exécutent
Révision	5	Fait effectuer : $28+21$; $34+12$ Contrôle et fait corriger et contrôle la correction	Effectuent Corrigent
Leçon du jour	25	Montre le boulier aux élèves et rappelle le nom des colonnes Ecrit au tableau : $57 + 26$ Fait placer 57 dans le boulier puis retire les capsules Fait découvrir que la colonne des bouliers est remplie et que l'échange de 10 contre 1 est nécessaire Trace le tableau à deux colonnes et fait placer les nombres 57 et 26 ? puis effectue l'opération Effectue avec la participation des élèves : $36 + 59$; $36 + 17$; $59 + 24$ Invite quelques élèves à effectuer: $44 + 16$; $55 + 24$	Rappellent Placent Découvrent Suivent attentivement Participent Effectuent
Evaluation	10	Fait effectuer par les élèves au tableau : $33 + 48$; $36 + 7$; $45 + 17$	Effectuent

Tableau 49 : Fiche de préparation P3-F2.S2

1.4.4 Analyse *a priori* de la fiche P3-F2.S2

Comme dans la précédente séance, P3 utilise le boulier pour additionner 57 et 26. Il procède de la même manière pour la disposition des capsules sur le boulier, mais n'explique pas le raisonnement dans ses détails dans la fiche.

Pour cette addition, les élèves doivent remarquer qu'en plaçant les 7 capsules unités plus 6 capsules unités, ils obtiennent 13 capsules unités. La colonne est remplie, il faut échanger 10 capsules unités contre 1 capsule dizaine. On aura donc 8 capsules dizaines et 3 capsules unités et on lit $57 + 26 = 83$. C'est à ce niveau que la technique opératoire de l'addition avec retenue doit apparaître. Dans ce cas, il est important d'expliquer aux élèves qu'on a une retenue lorsque la somme des unités dépasse 9 (supérieure à 10), ou bien montrer que 13 c'est $10 + 3$ et la dizaine (dix unités) doit être transportée, *addition with carrying* au sens de Liping Ma (1999) dans la colonne des dizaines. P3 poursuit en proposant aux élèves de tracer un tableau à deux colonnes dans lequel 56 et 26 vont être disposés en respectant le principe des unités dans la colonne des unités et les dizaines dans la colonne des dizaines. A ce niveau aussi, P3 doit expliquer aux élèves que pour additionner des nombres, le calcul s'effectue en commençant par les unités : $6 + 7 = 13$. Le résultat (13 unités) peut se décomposer en 3 unités et 1 dizaine. Cette dizaine sera donc ajoutée aux dizaines de 57 (c'est-à-dire 5) et de 26 (c'est-à-dire 2). On dit généralement que l'on « retient 1 » (autrement dit la retenue est 1).

Le projet d'enseignement de P3 prévoit des activités qui risquent de ne pas mettre en évidence la retenue technique opératoire. La démarche préconisée donne à voir le principe d'échange, mais pas la technique de la retenue.

1.4.5 Présentation de la fiche de préparation P3-F3.S3

Étapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Par PLM, écrivez 72 ; 34 ; 18	Ecrivent
Révision	5	12 machine (- 2) = ; 14 machine (- 5) = Contrôle et fait corriger.	Exécutent corrigent
Leçon du jour	25	<p>Prend une poignée d'objets Invite un élève à compter. Ecrit 18 au tableau puis enlève 3 objets et fait compter par un autre élève. Combien d'objets il y a maintenant ? Ecrit le résultat au tableau :</p> <p>Avant Après 18 15</p> <p>Montre au tableau qu'avant on avait 18, et maintenant on a 15. Qu'a-t-on fait ? J'avais 18 objets, j'en ai enlevé 3, il n'y a plus que 15. Qu'est-ce que je dois mettre entre 18 et 15 ? C'est quelle machine ? C'est la machine $\boxed{- 3}$ →</p> <p>Avant Après 18 $\boxed{- 3}$ → 15</p> <p>Lit et fait répéter par les élèves. Même manipulation avec :</p> <p>Avant Après 15 $\boxed{- 4}$ → 11</p> <p>Avant Après 22 $\boxed{- 3}$ → 19</p>	<p>Comptent 18 par exemple</p> <p>Suivent Comptent Répondent 15objets</p> <p>On a enlevé 3 objets Répondent une machine C'est la machine qui enlève</p> <p>Répètent</p> <p>Suivent attentivement</p>
Evaluation	10	Invite quelques élèves à manipuler : 12 machine (-3) = 9 ; 17 machine (- 5) = 12 24 machine (- ?) = 20 ; 13 machine (- ?) = 10 Contrôle et fait corriger.	Exécutent Corrigent

Tableau 50 : Fiche de préparation P3-F3.S3

1.4.6 Analyse *a priori* de la fiche de préparation P3-F3.S3

P3 propose de commencer la leçon avec la manipulation d'objets, en invitant un élève à venir devant ses camarades pour les compter une poignée de 18 objets et enlever ensuite 3 objets. Il invite un autre élève à compter le reste en lui demandant, avant on avait combien d'objets (ici 18), après on a combien (ici 15), qu'est-ce qu'on a fait ? Toute la manipulation vise à montrer aux élèves le principe de la soustraction en utilisant les expressions « avant, après, et maintenant », et reconnaître à travers cette manipulation le sens des expressions, pour tenter de comprendre que la soustraction est une transformation (on passe d'un état initial à un état final). P3 introduit la notion de machine pour traduire une manipulation par l'écriture « b machine (- a) égale c ». Les élèves ont déjà une certaine connaissance du fonctionnement de la machine (+ a) dans le cadre de l'addition. Pour ce cas précis de la machine soustractive, ils doivent découvrir la technique opératoire de la soustraction.

Pourquoi P3 prévoit-elle de montrer la technique opératoire de la soustraction avec le symbole de la machine soustractive alors que dans la séance précédente, il avait plutôt privilégié la manipulation avec le boulier et la disposition dans le tableau à double colonne ? Est-ce parce l'objectif de la séance est de montrer le fonctionnement de la machine plutôt que la technique opératoire de la soustraction ? Ou bien, c'est parce qu'avec la machine soustractive, les élèves peuvent mieux comprendre le sens de « enlever ou soustraire » ?

Les manipulations par lesquelles les élèves sont amenés à « enlever », « soustraire », « retrancher » ou encore « ôter » sont souvent représentées par des schématisations à travers les expressions « avant » et « après ». On voit parmi les exercices proposés par P3, une soustraction avec retenue (22 machine (-3) = 19). P3 ne semble pas faire une remarque spécifique, alors que la résolution de cette soustraction dans un tableau à deux colonnes ou sous la forme d'une soustraction posée peut se révéler une activité difficile à mettre en œuvre par les élèves.

1.4.7 Présentation de la fiche de préparation P3-F4.S4

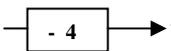
Étapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Par PLM, écrivez 48 ; 52 ; 7	Ecrivent
Révision	5	12 machine (- ?) = 8 ; 14 machine (- ?) = 17 Contrôle et fait corriger	Exécutent corrigent
Leçon du jour	25	<p>Invite chaque élève à prendre une poignée d'objets. Fait compter et fait écrire le résultat sur les ardoises. Demande aux élèves d'enlever 4 objets du tas puis fait compter. Demande aux élèves combien il reste et d'écrire le résultat sur les ardoises. Quelle machine avez-vous utilisée ? Invite les élèves à écrire la machine à sa place. Fait répéter par quelques élèves :</p> <p>« j'avais 12 objets, j'ai fait fonctionner la machine , j'ai maintenant 8 objets »</p> <p>Même manipulation avec :</p> <p>15 machine (- 4) = 11 ; 19 machine (-3) = 16 7 machine (- 2) = 5</p>	<p>Exécutent Ecrivent</p> <p>Ecrivent Répondent</p> <p></p> <p>Répètent</p> <p>Exécutent</p>
Evaluation	5 mn	Invite quelques élèves à manipuler : 26 machine (- ?) 20 ; 24 machine (- ?) = 20	Exécutent

Tableau 51 : Fiche de préparation P3-F4.S4

1.4.8 Analyse *a priori* de la fiche de préparation P3-F4.S4

Cette fiche est élaborée en deux phases :

- une première phase de manipulation d'objets qui consiste à demander aux élèves de prendre chacun une certaine quantité d'objets et d'écrire le nombre correspondant sur les ardoises. P3 demande d'enlever 4 objets, de compter le reste et d'écrire le résultat sur les ardoises. On est bien dans la même organisation de travail que dans la séance ci-dessus, avec la variante manipulation individuelle. Les intentions de P3 sont

probablement de consolider la technique opératoire de la soustraction en utilisant la machine soustractive ;

- La deuxième phase annonce l'introduction de la machine soustractive et son symbole. P3 propose aux élèves une série de soustractions en demandant aux élèves de préciser chaque fois la machine utilisée.

Les deux phases de cette fiche montrent que le professeur utilise des schématisations pour introduire la notion de machine (- a) qui explique la technique opératoire de la soustraction. La manipulation occupe une part importante de la chronogénèse avec P3 au centre des activités.

1.4.9 Synthèse des analyses *a priori* des fiches de préparation de P3

Pour les fiches de préparation S1 et S2 sur l'addition, P3 utilise le boulier comme support essentiel pour expliquer la technique opératoire de l'addition, alors que ses collègues P1 et P2 avaient utilisé la manipulation de bâchettes et de cailloux et le tableau à deux colonnes.

Le choix de P3 s'explique par le fait qu'elle n'a pas voulu s'écarter des consignes et indications du GM (voir chapitre présentation des séances). Ce choix explique-t-il la pertinence des connaissances mathématiques proposées, ou P3 a-t-elle tout simplement voulu suivre fidèlement le GM ?

Par contre pour les séances S3 et S4 sur la soustraction, P3 utilise comme P1 et P2 les machines (- a) et (+ a) pour expliquer la technique opératoire de la soustraction. P3 s'appuie sur les expressions « avant » et « après » pour montrer le principe de l'état initial (I), une transformation (- n) et un état final (F) qui correspond donc : $I \xrightarrow{-n} F$.

Les ostensifs comme la machine (- a) sont utilisés pour introduire la soustraction, et le tableau pour fixer les différents exercices proposés et les manipulations qui y sont associées. La gestion de la chronogénèse et le partage de la topogénèse vis-à-vis du savoir lors des différentes séances seront probablement sous le contrôle de P3.

1.5 Présentation et analyse des fiches de préparation de P4

1.5.1 Présentation de la fiche de préparation P4-F1.S1

Etapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Demande aux élèves d'écrire les nombres suivants sur les ardoises : 28 ; 13 ; 60 ; 54	Ecrivent
Révision	10	Ecrit les nombres suivants au tableau et fait lire individuellement : 82 ; 72 ; 18 ; 45 ; 33 Dicte un nombre et invite un élève à l'écrire au tableau Invite les élèves à écrire sur leurs ardoises 48 ; 53 ; 39 ; 17 Contrôle et fait corriger	Lisent Suivent Ecrivent Participent
Leçon du jour	20	Demande à un élève de venir devant ses camarades et prendre 5 bâtons de craies puis 4 et faire le total Fait schématiser cette situation au tableau Demande aux élèves quelle est cette opération y a-t-il eu retenue ? Nomme cette opération (addition sans retenue) Fait écrire le signe de l'addition au tableau Sur le boulier, schématiser cette situation au tableau Invite un élève à aller au tableau et disposer $24 + 45$ puis la disposition dans le tableau à deux colonnes et les dispositions usuelles en chiffres Propose d'autres additions sans retenue et invite les élèves à écrire dans le tableau à deux colonnes et effectuer l'opération	Suivent Exécutent Schématisent C'est une addition Non Suivent Exécutent Exécutent
Evaluation	10	Invite les élèves à effectuer sur les ardoises les opérations suivantes : $14 + 32$; $25 + 43$; $53 + 16$; $19 + 80$	Effectuent Corrigent

Tableau 52 : Fiche de préparation P4-F1.S1

1.5.2 Analyse *a priori* de la fiche de préparation P4-F1.S1

La séance commence avec une proposition de P4 qui invite un élève devant ses camarades à prendre 5 morceaux de craies, puis 4 morceaux et de faire le total. P4 demande ensuite de schématiser la situation (5 bâtons de craies auxquels on ajoute 4 bâtons de craies) au tableau

sans doute pour demander aux élèves la nature de l'opération. Les élèves sont censés répondre que c'est une addition puisqu'il y a eu « ajout » par la réunion disjointe d'un ensemble à cinq éléments et d'un ensemble à quatre éléments.

P4 ne précise pas si la schématisation concerne la disposition verticale ou la disposition horizontale. Cette précision est nécessaire puisque le professeur pose la question aux élèves pour savoir si c'est une addition avec retenue ou pas. A ce niveau il faut préciser que les élèves savent ce qu'est une addition ordinaire à un chiffre ou à deux chiffres. L'objet de cette leçon, c'est bien de spécifier que $5+4$ est une addition sans retenue. Mais comment les élèves peuvent-ils le savoir si P4 ne donne aucune indication pour le faire ? On voit que P4 prévoit dans la colonne « activités des élèves » une réponse probable (non). Ce qui laisse croire que les élèves connaissent déjà une addition sans retenue.

Dans la phase suivante P4 propose aux élèves d'additionner 24 et 45 dans le tableau à deux colonnes. Avec ce type d'addition, P4 espère montrer le principe de disposer les unités sous les unités et les dizaines sous les dizaines. Pour effectuer le calcul, P4 doit expliquer aux élèves qu'il faut commencer par additionner les chiffres colonne par colonne en commençant par le haut et par la droite. Si la somme des unités ne dépasse pas 10, il faut expliquer aux élèves que ce type d'addition s'appelle addition sans retenue.

Les intentions de P4 sont de deux ordres quand on regarde la chronologie de la leçon :

- une première phase de manipulation et de groupement d'objets (sur le boulier) qui aboutit à une disposition en ligne de l'addition $5+4$.
- une deuxième phase avec une variation du nombre de termes à additionner. On passe d'une addition en ligne de deux nombres à un chiffre ($5+4$) à une addition posée de deux nombres à deux chiffres ($24+45$). P4 explique la valeur et la position des chiffres (d, u). Le professeur peut recontextualiser l'opération dans un problème pour donner du sens en proposant par exemple : Lamine a 24 crayons, Soumaya sa sœur lui prête 45 crayons. Combien de crayons Lamine a-t-il en tout ?

Dans cette fiche P4 propose deux types d'additions : une addition d'unités sans retenue et une addition d'unités et de dizaines sans retenue. P4 doit à notre avis préciser pour chacune des additions, les catégories de tâches et les objectifs opérationnels attendus.

1.5.3 Présentation de la fiche de préparation P4-F2.S2

Étapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Demande aux élèves d'effectuer les additions suivantes sur les ardoises : $7 + 13$; $10 + 2$; $6 + 1$; $8 + 5$	Exécutent
Révision	5	Invite les élèves à lire les nombres écrits au tableau Invite les élèves à effectuer sur leurs ardoises les opérations suivantes : $29 + 60$; $73 + 24$; $54 + 45$ Invite des élèves à aller au tableau pour la correction	Lisent Effectuent Corrigent
Leçon du jour	25	Sur le boulier dessiné au tableau, invite un élève à aller au tableau et disposer 57 puis 26 et additionne les deux nombres dans le tableau à deux colonnes puis avec la disposition usuelle C'est une addition sans retenue ? C'est quelle sorte d'addition ? Ecrit d'autres additions avec retenue au tableau et fait traiter	Suivent Exécutent Additionnent Répondent Répondent Suivent et traitent
Evaluation		Invite les élèves à effectuer sur les ardoises les opérations suivantes : $36 + 17$; $59 + 24$; $28 +$ 55 ; $16 + 44$	Effectuent Corrigent

Tableau 53 : Fiche de préparation P4-F2.S2

1.5.4 Analyse *a priori* de la fiche de préparation P4-F2.S2

P4 utilise le boulier pour cette leçon sur l'addition avec retenue. Le boulier est dessiné au tableau, pour permettre d'une part aux élèves de placer les capsules correspondant aux nombres 57 et 26, et d'autre part de constater le principe de la disposition dans les colonnes des capsules unités et des capsules dizaines. La disposition des capsules va sans doute permettre aux élèves de découvrir par la suite qu'en additionnant les unités entre elles ($7 + 6$), la colonne va se remplir, et c'est en ce moment qu'il faut penser échanger la dizaine ou la

passer dans la colonne des dizaines. Les élèves vont se trouver devant le problème de la retenue. C'est à ce niveau que P4 doit clarifier ses intentions et expliciter la technique de la retenue. Il est important de notre point de vue que le professeur explique et précise dans la fiche la marche à suivre pour expliquer la retenue.

D'après la fiche, P4 propose aux élèves d'effectuer l'addition dans un tableau à deux colonnes, puis sous la forme posée. Ces deux systèmes donnent à voir :

- comment on place dans le tableau à deux colonnes les unités et les dizaines. Le professeur veillera à ce que les unités et les dizaines soient bien placées dans leur colonne respective ;
- comment avec l'addition posée, il faut disposer les unités sous les unités et les dizaines sous les dizaines. Le professeur veillera à ce que les chiffres soient bien disposés pour éviter des erreurs.

L'usage des deux systèmes constitue-t-il une référence pour la technique de la retenue ? Le projet d'enseignement de P4 sur l'addition avec retenue à l'aide du boulier et du tableau à deux colonnes pour déterminer la quantité obtenue par réunion de deux quantités connues, risque de manquer à notre avis un aspect très important sur la technique de la retenue (un travail préalable avec les élèves autour du passage d'un système sémiotique à un autre). P4 envisage une séance qui risque probablement de manquer une occasion probante de travailler sur la maîtrise de systèmes sémiotiques et symboliques différents le passage d'un système sémiotique (boulier) à un système symbolique pré-algébrique (le système d, u).

1.5.5 Présentation de la fiche de préparation P4-F4.S4

Étapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Fait faire ces calculs mentaux par PLM : $10 + 1$; $15 + 2$;	exécutent
Révision	5	Invite les élèves à lire les nombres suivants au tableau : 44 ; 60 ; 35 ; 29 ; 83 Dicte les nombres suivants aux élèves et leur demande de les écrire. Faire fonctionner les machines suivantes : 18 machine (-3) = ... ; 22 machine (-3) = ... 23 machine (-3) = ...	lisent suivent et écrivent Exécutent

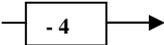
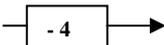
Leçon du jour	25	<p>Demande de prendre des bâtonnets et de les compter et chacun enlève 4 et écrit les résultats sur son ardoise. Quelle machine avez-vous utilisée ?</p> <p>Qui va au tableau pour écrire ?</p>   <p>Fait répéter</p> <p>Faire fonctionner les machines suivantes : 9 machine (- 4) = ... ; 12 machine (- 4) = 15 machine (- 4) = ... ; 20 machine (- 4) =</p>	<p>Preignent</p> <p>Comptent et écrivent</p> <p>Répondent</p> <p>Suivent et exécutent</p> <p>Répètent</p> <p>Exécutent</p>
Evaluation	10	<p>Invite les élèves à faire ces calculs au tableau :</p> <p>11 machine (- 4) = ... ; 40 machine (- 4) = ...</p>	<p>Exécutent</p>

Tableau 54 : Fiche de préparation P4-F4.S4

1.5.6 Analyse *a priori* de la fiche de préparation P4-F4.S4

P4 demande aux élèves de prendre chacun une quantité indéterminée de bâtonnets, les compter et ensuite enlever 4 pour écrire sur les résultats de la manipulation sur leurs ardoises. P4 ne prévoit pas de vérifier les productions des élèves, ce qui ne permet pas de voir les réponses d'élèves ayant obtenu par exemple des soustractions du type $12 - 4$. P4 doit s'attendre à ce genre de réponses qui est une soustraction avec retenue, ce qui n'est pas du tout l'objet de la séance.

Il propose de demander par la suite la machine utilisée (référence à une leçon antérieure). Les élèves sont censés répondre machine (- 4). Le symbole de la machine est écrit au tableau et quelques élèves répètent machine (- 4). Le professeur propose aux élèves une série d'exercices pour montrer davantage le fonctionnement de la machine.

Le projet d'enseignement de P4 montre que les élèves ont déjà une connaissance de la soustraction. Ce projet est donc une consolidation de la technique opératoire autour de la machine soustractive avec le tableau comme support collectif pour la résolution des exercices.

Dans le projet de P4, les ostensifs comme le tableau et le symbole machine (- 4) occupent une part importante dans la découverte et la fixation de la technique opératoire de la soustraction. L'occupation de l'espace classe par l'absence de dialogue et d'échange risque de voir P4 prendre des responsabilités et occuper des places normalement réservées aux élèves dans une situation d'apprentissage qui se veut coopérative et conjointe.

1.5.7 Synthèse des analyses *a priori* des fiches de préparation de P4

Le travail d'analyse a concerné trois fiches (F1, F2 et F4) sur les quatre de P4. Les fiches de préparation de P4 donnent à voir des leçons dont l'organisation et le contenu s'appuient sur des manipulations d'objets et l'utilisation d'ostensifs pour situer le savoir et les activités qui y sont associées. P4 a eu recours au boulier et au tableau à deux colonnes pour mettre en évidence certaines techniques opératoires, mais semble occulter un travail spécifique sur les systèmes sémiotiques et le passage aux systèmes symboliques. Il est pourtant important pour les élèves d'acquérir des capacités pour mieux comprendre la complexité de certaines techniques opératoires indispensables dans d'autres situations.

1.6 Conclusion sur la présentation des fiches de préparation de P1, P2, P3 et P4

Le travail d'analyse que nous avons entrepris nous a permis d'exploiter les projets d'enseignements des quatre professeurs enquêtés. Dans notre démarche d'analyse nous avons étudié, pour l'ensemble des fiches, le déroulement de séances et ce qu'elles proposent en termes de contenu mathématique, les activités prévues du professeur et des élèves et la marche à suivre pour leur mise en œuvre. Nous présentons dans ce qui suit nos conclusions :

- du point de vue de la subdivision des fiches : toutes les fiches sont subdivisées en deux parties (une première partie références et indications sur la séance et une deuxième partie organisation et déroulement de la séance). C'est donc des fiches uniformes recommandées par le Ministère de l'Education Nationale ;
- du point de vue du savoir mathématique à enseigner : les tâches sont peu ou pas explicites et ne sont pas énoncées dans les fiches pour que l'on puisse voir la pertinence ou non des intentions mathématiques des professeurs. Les séances

concernent l'addition et la soustraction. Les professeurs doivent travailler les techniques opératoires et mettre en évidence certaines difficultés qu'ils présentent pour éviter aux élèves des erreurs. A ce niveau, nous avons pu relever des insuffisances quant aux choix didactiques des professeurs concernant les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction. Les professeurs utilisent des systèmes de calcul qui ne donnent pas à voir les savoirs en jeu. Ainsi, par exemple pour additionner $56+27$, les professeurs pourraient réfléchir à un travail du type $56 + 27 = 5d + 6u + 2d + 7u = 7d + 13u = 7d + 1d + 3u = 8d + 3u = 83$. Un tel type de calcul repose sur les savoirs suivants :

- le savoir sémiotique $d = \text{dizaine}$, $u = \text{unité}$
 - le savoir de « regroupement » des d et des u entre elles
 - le savoir de décomposition/recomposition ($13u = 1d + 3u$; $1d + 4u = 14$, etc.) sur lequel on pourrait faire travailler systématiquement les élèves.
- du point de vue de l'introduction ostensive d'objets mathématiques : les professeurs ont utilisé par exemple les machines ($- a$) et le tableau. L'utilisation d'ostensifs dans une situation d'enseignement/apprentissage devrait permettre aux professeurs de tester la capacité des élèves à percevoir le savoir visé en ce qu'il constitue pour eux un enjeu pour aborder le nouveau savoir.

Nous pensons pour terminer qu'il est important en termes de perspectives d'amélioration des pratiques de travailler sur :

- la possibilité d'étudier et de proposer dans le cadre du dispositif de formation des enseignants, une ingénierie coopérative basée sur une actualisation des savoirs. Des expérimentations pourront se faire dans un réseau d'établissements (Ecoles d'Observations et de Recherche) sur par exemple sur le *composing/decomposing*, le *knowledge package* etc. de Liping Ma (1999) ;
- le rôle que les manuels jouent dans le processus de documentation et dans le cadre de la formation des enseignants envisagée par l'institution.

Nous venons de présenter et d'analyser les fiches de préparation des séances étudiées, nous allons dans ce qui suit présenter et analyser ces séances.

Chapitre 3 : présentation et analyse empirique des séances mises en œuvre par P1, P2, P3 et P4

Dans le précédent chapitre, nous avons procédé à la présentation et à l'analyse *a priori* des fiches de préparation de leçons, en montrant la façon dont les professeurs ont organisé leurs projets d'enseignement et les situations didactiques. La réalisation des projets a nécessité une mobilisation importante des professeurs pour exploiter les BM et GM, et situer les connaissances mathématiques censées correspondre aux leçons à enseigner, et à mobiliser leur capacité à mettre en œuvre les grandes lignes du déroulement de la leçon en articulant les choix didactiques et les savoirs mathématiques en jeu.

Nous allons dans ce chapitre présenter et analyser ces séances *in situ*. Il s'agit dans un premier temps de donner à voir dans des tableaux pour chaque professeur :

- la description de certains aspects liés à l'organisation des séances (durée, effectif de la classe, objectifs à atteindre, organisation de la classe)
- le déroulement des séances (contenu des étapes et des activités du professeur et des élèves).

Dans un second temps, nous procédons à l'analyse des séances pour lesquelles nous mettons en évidence des moments significatifs et révélateurs de techniques didactiques qui sont ensuite soumis à une analyse plus fine.

1.1 Présentation et analyse des synopsis des séances mises en œuvre par P1

1.1.1 Présentation synoptique des séances

Séance sur l'addition sans retenue : S1P1		Séance sur l'addition avec retenue : S2P1	
Classe : CP	Modalités de travail : Questions/ Découvertes	Classe : CP	Modalités de travail : Questions/ Découvertes
Effectif : F : 17 ; G : 23	Durée : 47 mn	Effectif : F : 17 ; G : 23	Durée : 44 mn
Objectif :	Effectuer une addition sans retenue	Objectif :	Effectuer une addition avec retenue
Organisation / Classe :	2 à 3 élèves/Table	Organisation / Classe :	2 à 3 élèves/Table
Etape 1 :	Ecriture des nombres : 15, 30, 45	Etape 1 :	Addition des opérations sur les ardoises : 3+1 ; 4+2 ; 7+1 ; 12+13 ;
Calcul mental /révision	Comptage de 0 à 99 par quelques élèves. Préparation et comptage des bâchettes : 9 bâchettes et 3 bâchettes, puis l'ensemble	Calcul mental /révision	30+40

Etape 2 : Leçon du jour	Comptage des bâchettes représentées au tableau : (IIIIIIII + III = IIIIIIIII) $9 + 3 = 12$ Additions $8 + 2$ et $10 + 20$. Addition posée $10 + 20$ dans le tableau à double colonne	Etape 2 : Leçon du jour	Addition posée $15 + 5$ dans un tableau à double colonne. Explication de la technique opératoire de l'addition avec retenue. Addition $15 + 5$:
Etape 3 : Exercices d'application ou de contrôle	Addition $11 + 12$ sur les ardoises.	Etape 3 : Exercices d'application ou de contrôle	Addition $59 + 19$ sur les ardoises.
Séance sur la soustraction : S3P1		Séance sur la soustraction : S4P1	
Classe : CP Effectif : F : 17 ; G : 23	Modalités de travail : Questions/ Découvertes Durée : 45 mn	Classe : CP Effectif : F : 17 ; G : 23	Modalités de travail : Questions/ Découvertes Durée : 44 mn
Objectif : Organisation / Classe :	Découvrir la machine « -a » et reconnaître une situation relevant de cette machine 2 à 3 élèves/Tables	Objectif : Organisation / Classe :	Découvrir la machine « -a » et reconnaître une situation relevant de cette machine 2 à 3 élèves/Tables
Etape 1 : Calcul mental /révision	Additions et exercices à trous sur les ardoises : $6 + 3$; $11 + 1$; $8 + 5$; $8 + ? = 10$; $0 + ? = 2$; $11 + ? = 13$	Etape 1 : Calcul mental /révision	Addition sur les ardoises $3 + 3$; $9 + 2$; $10 + 1$. Soustraction : $10 - 2 = ?$; $9 - 3 = ?$ Résolution du problème : « j'ai 7 tomates, j'enlève 3 tomates, combien de tomates me reste-t-il ? »
Etape 2 : Leçon du jour	Manipulation collective de cailloux et soustraction : $12 - 3$ avec la machine soustractive et son symbole. Explication de la technique opératoire de la soustraction. Manipulation collective de bâchettes et soustraction $17 - 13$	Etape 2 : Leçon du jour	Manipulation collective de cailloux et soustraction : $11 - 4$ avec la machine soustractive et son symbole. Explication de la technique opératoire de la soustraction.
Etape 3 : Exercices d'application et de contrôle	Soustractions proposées par des élèves : $15 - 3$; $10 - 5$	Etape 3 : Exercices d'application et de contrôle	Soustractions proposées par les élèves : $8 - 4$; $10 - 4$; $12 - 4$; $11 - 4$; $7 - 4$; $13 - 4$;

Tableau 55 : Synopsis des séances mises en œuvre par P1

1.1.2. Analyse/commentaire

Le quadruple synopsis des séances de P1 présenté dans le tableau 56 donne à voir les étapes essentielles de deux séances sur l'addition sans et avec retenue (S1P1 et S2P1) et deux séances sur la soustraction avec la « machine $-a$ » (S3P1 et S4P1). Le professeur propose d'utiliser comme modalités de travail, les questions/découvertes pour la mise en œuvre des séances dans les classes. Ce type d'organisation semble donner au professeur un rôle majeur au détriment d'un partage des responsabilités qui implique les élèves dans les activités de recherche et de réflexion. P1 gère d'une certaine manière le discours (peu d'échanges entre le professeur et les élèves) et focalise les activités au tableau noir et sur les ardoises des élèves. Les objectifs annoncés ne précisent pas les *règles stratégiques* qui vont être utilisées pour amener les élèves à apprendre les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction.

Les deux séances sur l'addition montrent des différences bien spécifiques. Ainsi l'exemple de l'addition $(9 + 3)$ en S1P1 est une addition avec retenue. Ici c'est le support matériel (les bâchettes) qui constitue un système sémiotique dans lequel il n'y a pas de retenue. P1 dispose de ses propres bâchettes qui sont utilisées pour les manipulations en classe entière, et chaque élève dispose de son lot de bâchettes pour les manipulations individuelles. Pour effectuer l'addition $(9+3)$, P1 demande à l'ensemble des élèves de prendre leurs bâchettes, et invite un élève devant la classe pour compter 9, puis 3 bâchettes, et déterminer ensuite le nombre de bâchettes en tout. Après la manipulation des bâchettes devant les élèves, P1 invite chaque élève à faire la même chose que ce que vient de faire leur camarade. Ainsi les élèves s'exécutent individuellement avec leurs lots de bâchettes sur les tables-bancs. L'exemple de $(15 + 5)$ est une addition de deux nombres et d'un nombre avec retenue, c'est un exemple dans lequel la technique opératoire est travaillée (additionner d'abord les unités entre elles et puis les dizaines entre elle) avec le risque de voir certains élèves écrire le résultat $(5 + 5 = 10)$ dans la colonne des unités. Pour effectuer l'addition $15 + 5$, P1 a fait écrire 15 puis 5 dans un tableau à deux colonnes. L'élève désigné pour effectuer l'opération a utilisé ses bâchettes devant la classe pour compter 15 puis 5 bâchettes.

Les deux séances sur la soustraction portent sur la découverte de la « machine $- a$ » (montrer le fait quand on apporte par exemple un objet a à la machine, il en ressort un objet correspondant b). Cette transformation est représentée par le schéma et le symbole ci-après :

a—Machine→b. Notons que la notion de « faire fonctionner » les machines du type « machine (+a) » a été déjà introduite dans un chapitre précédent.

Les objectifs définis par P1 laissent penser que les cheminements vont se focaliser sur l'utilisation des symboles de la machine dans les résolutions de problèmes.

Les séances S3P1 et S4P1 portent sur les machines soustractives à travers des manipulations de cailloux et de bâchettes devant la classe entière. Dans la séance S3P1, P1 présente ses propres cailloux dans une de ses mains, et demande à un élève de passer les compter devant l'ensemble de la classe. L'élève compte les cailloux et annonce le total. P1 poursuit en présentant de nouveau des cailloux dans sa main, un élève compte toujours devant l'ensemble des élèves, et P1 d'utiliser les expressions « avant et après » pour expliquer la technique opératoire de la soustraction. Après les consignes des professeurs, les élèves désignés doivent montrer à leurs camarades qu'ils ont exécuté l'action « d'enlever » autour des expressions « avant » et « après ». Dans la séance S3P1, P1 a amené les élèves à écrire une soustraction en ligne en montrant qu'il y a avait avant 12 cailloux, on a enlevé un certain nombre de cailloux, et après on a 9 cailloux. Les élèves se sont rendu compte qu'il y avait 3 cailloux enlevés, et écrivent 12 puis 9. Pour justifier le nombre 3, il fallait déterminer le signe à mettre entre 12 et 9. Le professeur conclut que dans une telle soustraction on a fait fonctionner une machine soustractive pour trouver le nombre de cailloux enlevés.

La séance P1S4 s'est déroulée de la même façon avec plus de manipulations individuelles. P1 a demandé aux élèves de prendre chacun des cailloux ou des bâchettes, de les compter et d'écrire le nombre d'objets trouvés. Après le comptage individuel, P1 a demandé aux élèves d'enlever une quantité d'objets et dire le nombre d'objets restants. P1 conclut après ses manipulations que la machine (- a) est une machine qui enlève. A partir d'une quantité d'objets, on enlève une quantité, et on détermine la quantité restante en s'appuyant sur les expressions « avant, enlever, et après » pour introduire la notion de machine soustractive et son symbole associé. Pour conclure sur les synopsis, on peut noter deux aspects essentiels des situations didactiques mises en œuvre :

- centrer longtemps les élèves sur le matériel, ce qui risque de leur faire croire qu'en manipulant concrètement ils peuvent apprendre mieux, alors que l'important c'est d'une part la maîtrise de systèmes sémiotiques et symboliques différents, et d'autre part le passage d'un système sémiotique (matériel ou jeu des tiges) à un système symbolique pré-algébrique (le système d, u) ;

- les *règles stratégiques* censées faire apprendre aux élèves des connaissances précises liées à la décomposition/recomposition et au regroupement ne sont pas travaillées.

1.2 Présentation et analyse des synopsis des séances mises en œuvre par P2

1.2.1 Présentation synoptique des séances

Séance sur l'addition sans retenue S1P2		Séance sur l'addition avec retenue S2P2	
Classe : CP Effectif : F : 13 ; G : 35	Modalités de travail : Questions/ Découvertes Durée : 53 mn	Classe : CP Effectif : F : 13 ; G : 35	Modalités de travail : Questions/ Découvertes Durée : 44 mn
Objectif :	Effectuer une addition de deux nombres sans retenue	Objectif :	Effectuer une addition de deux nombres avec retenue
Organisation / Classe :	2 à 3 élèves/Table	Organisation / Classe :	2 à 3 élèves/Table
Etape 1 : Calcul mental /révision	Ecriture des nombres : 24 ; 17 ; 15 Comptage de 0 à 99 par quelques élèves à tour de rôle	Etape 1 : Calcul mental /révision	Additions : 6+2 ; 4+2 ; 3+2 et 36+3 ; 22+12
Etape 2 : Leçon du jour	Comptage des bâchettes représentées au tableau : $IIIIIIII + III = IIIIIIIII$ $9 + 3 = 12$ Explication de la technique opératoire de l'addition sans retenue. Addition posée 34 + 13 dans le tableau à double colonne :	Etape 2 : Leçon du jour	Disposition et résolution des additions 16 + 6 et 36 + 15 dans un tableau à double colonne. Explication de la technique opératoire de l'addition avec retenue
Etape 3 : Exercices d'application et de contrôle	Additions 23 + 2 ; 17 + 11 ; 60 + 27 ; 48 + 21 ; 52 + 26 sur les ardoises.	Etape 3 : Exercices d'application et de contrôle	Additions 15 + 6 ; 17 + 17 sur les ardoises.
Séance sur la soustraction S3P2		Séance sur la soustraction S4P2	
Classe : CP Effectif : F : 13 G : 35	Modalités de travail : Questions/ Découvertes Durée : 45 mn	Classe : CP Effectif : F : 13 G : 35	Modalités de travail : Questions/ Découvertes Durée : 43 mn
Objectif :	Découvrir la machine « -a » et reconnaître une situation relevant de cette machine	Objectif :	Découvrir la machine « -a » et reconnaître une situation relevant de cette machine
Organisation / Classe :	2 à 3 élèves/Tables	Organisation / Classe :	2 à 3 élèves/Tables

Etape 1 : Calcul mental /révision	Résolution individuelle d'addition sur les ardoises : $5+5$; $6+2$; $6+0$. Résolution individuelle d'exercices à trous : $6 + ? = 8$; $8 + ? = 8$; $5 + ? = 8$; $0 + 3 = ?$; $5 + 3 = ?$	Etape 1 : Calcul mental /révision	Dictée de nombres : 30 ; 20 ; 99 Résolution individuelle des opérations : $5 - 3 = ?$; $12 - 6 = ?$
Etape 2 : Leçon du jour	Manipulation collective de cailloux et résolution de la soustraction ($10 - 3$) avec l'utilisation de la machine soustractive. Explication de la technique opératoire de la soustraction et de son symbole le signe (-). Manipulation collective de bâchettes et résolution de la soustraction ($9 - 3$)	Etape 2 : Leçon du jour	Manipulation et comptage de cailloux et de bâchettes pour déterminer la technique opératoire à mettre en œuvre. Résolution de l'opération ($11 - 3$) avec l'utilisation de la machine soustractive :
Etape 3 Exercices d'application et de contrôle	Résolution individuelle d'une soustraction proposée par des élèves : $12 - 6$ avec l'utilisation de la machine soustractive	Etape 3 : Exercices d'application et de contrôle	Résolution individuelle sur les ardoises : $12 - 3$; $12 - 6$; $14 - 7$; $15 - 5$; $6 - 2$; $8 - ? = 6$

Tableau 56 : Synopsis des séances mises en œuvre par P2

1.2.2 Analyse/commentaire

P2 s'est fixé comme objectifs d'amener les élèves à découvrir la technique opératoire et à effectuer des additions et des soustractions. On voit d'entrée de jeu que P2 insiste sur le fait que les élèves doivent savoir si les opérations sont des additions avec ou sans retenue sur l'introduction de la machine soustractive. L'ensemble du travail se fait par des étapes précises et des marches à suivre selon les situations étudiées. Pour la séance S1P2, il est question d'effectuer une addition sans retenue et expliquer la technique opératoire à partir d'un tableau à deux colonnes. P2 a demandé aux élèves de prendre chacun ses bâchettes et de les déposer sur leurs tables. Un élève est désigné avec ses bâchettes devant l'ensemble des élèves pour compter 9 puis 3 bâchettes, et donner le total. Après la manipulation de bâchettes d'un élève devant la classe entière, P2 a invité les élèves à prendre chacun ses propres bâchettes (9 bâchettes dans une main, puis 3 bâchettes dans l'autre main, et ensuite l'ensemble des bâchettes dans une seule main) et les compter sur leurs tables. P2 propose $9 + 3$ comme prototype d'une addition sans retenue, alors que la somme des deux chiffres est supérieure à 10. C'est donc une addition avec retenue. P2 aurait pu faire constater aux élèves qu'en

manipulant des bâchettes qu'il était possible d'emprunter 1 à 3 pour le donner à 9 (on complète ainsi la dizaine) : $9 + 1 + 2 = 10 + 2$. Quant à l'explication de la technique opératoire, P2 propose après la manipulation de schématiser (IIIIIIII + III = IIIIIIIII)

$$9 + 3 = 12$$

Ce choix de l'addition en ligne est fait pour montrer aux élèves la nature de l'opération (le signe (+) représente l'addition) et le passage à l'addition posée dans un tableau à deux colonnes. Pour ce passage de l'écriture en ligne à la forme posée de l'addition, P2 utilise d'abord l'addition de deux nombres à un chiffre ($9 + 3$) et ensuite l'addition de deux nombres à deux chiffres ($34 + 13$). On voit bien qu'on passe d'une manipulation de buchettes, à un niveau d'abstraction où il est demandé aux élèves d'additionner deux nombres dans un tableau à deux colonnes.

La séance S2P2 est mise en œuvre avec une démarche proche de S1P2. P2 commence la leçon avec comme consigne l'addition de ($16 + 6$) et ($36 + 15$) dans un tableau à deux colonnes. Le niveau d'abstraction est là aussi bien visible comme dans la présente séance. Le professeur semble orienter le travail des élèves sur la disposition des nombres dans le tableau à deux colonnes en focalisant leur attention sur le principe des unités dans la colonne des unités et les dizaines dans la colonne des dizaines. On pourrait supposer que P2 souhaiterait que les élèves sachent mettre les choses au bon endroit. Le professeur poursuit en abordant la phase de manipulation d'objets pour tenter d'une certaine manière de montrer qu'il y aurait un lien entre le principe du tableau à deux colonnes (vérification du résultat sans montrer concrètement la technique de la retenue) et le principe du boulier (qui est une référence pour la technique de la retenue du fait du « surremplissage » de la colonne des unités qui permet de passer à la colonne supérieure). Le professeur du fait de sa position centrale dans la mise en œuvre de cette séance pourrait certainement être dans une position topogénétique haute.

La séance S3P2 porte sur la machine soustractive. D'entrée de jeu, P2 propose un élève pour faire la manipulation de cailloux devant l'ensemble des élèves pour traiter la soustraction ($10 - 3$) qui est d'une certaine manière une soustraction avec retenue. P2 présente des cailloux dans une de ses mains et invité un élève à les compter devant l'ensemble des élèves. Les cailloux sont ensuite remis à l'élève qui les tient dans ses deux mains et P2 retire successivement des cailloux, avant de demander à l'élève de compter le reste. La manipulation est faite sur la base de la détermination d'une quantité de cailloux qu'on avait

au début, une quantité de cailloux est enlevée, pour ensuite calculer la quantité exacte maintenant.

On voit bien que ce cheminement aboutirait à la soustraction en ligne dont il faut compléter les signes manquants ($10 - 3 = 7$). Avec cette disposition, les élèves sont censés compléter la soustraction ($(10 - 3 = 7)$). Le signe (-) est associé au symbole de la machine.

L'action d'enlever est au cœur de la technique opératoire avec le symbole de la machine soustractive. Le professeur semble se focaliser sur la manipulation d'objets et des soustractions avec retenues de nombres à deux chiffres desquels sera soustrait un chiffre.

La quatrième séance S4P2 porte également sur la machine soustractive. Sa mise en œuvre diffère de S3P2 au niveau des manipulations. P2 propose que chaque élève fasse un tas de cailloux et enlève 3 cailloux. Elle désigne ensuite quelques élèves pour donner le nombre de cailloux restant. Les élèves sont censés trouver 12 cailloux, ce qui amènerait P2 à conclure que la fonction de la machine consiste à enlever en s'appuyant sur les expressions « au début », et « maintenant ».

1.3 Présentation et analyse des synopsis des séances mises en œuvre par P3

1.3.1 Présentation synoptique des séances

Séance sur l'addition sans retenue S1P3		Séance sur l'addition avec retenue S2P3	
Classe : CP Effectif : F : 31 ; G : 0	Modalités de travail : Questions/ Découvertes Durée : 35 mn	Classe : CP Effectif : F : 31 ; G : 0	Modalités de travail : Questions/ Découvertes Durée : 35 mn
Objectif :	Effectuer une addition sans retenue	Objectif :	Effectuer une addition avec retenue
Organisation / Classe :	2 élèves/Tables	Organisation / Classe :	2 à 3 élèves/Tables
Etape 1 : Calcul mental /révision	Résolution de deux petits problèmes : « Dans un jardin il ya 7 bananiers et 3 manguiers Combien d'arbres en tout ? » ; « Issa a 3 chemises, son père lui achète 2 autres chemises, combien de chemises en tout ? ». Additions à effectuer : $21 + 17 = \dots + 21$; $25 + 0 = \dots$	Etape 1 : Calcul mental /révision	Dictée de nombres : 12 ; 24. Résolution des opérations : $34 + 12$; $28 + 21$
Etape 2 :	Décomposition additive de l'opération $24 + 45$ à l'aide du boulier. Disposition et résolution de	Etape 2 :	Décomposition additive de l'opération $57 + 26$ à l'aide du boulier et des capsules.

Leçon du jour	l'opération $24 + 45$ dans le tableau à double colonne	Leçon du jour	Disposition et résolution de l'opération $57 + 26$ dans le tableau à double colonne Résolution collective au tableau des opérations : $36 + 59$; $36 + 17$; $44 + 16$; $55 + 24$; $33 + 48$
Etape 3 : Exercices d'application et de contrôle	Résolution collective au tableau des opérations : $43 + 6$; $34 + 45$; $60 + 25$; $48 + 21$; $48 + 21$. Résolution individuelle sur les ardoises des opérations : $20 + 25$; $43 + 26$; $52 + 26$.	Etape 3 : Exercices d'application et de contrôle	Résolution individuelle sur les ardoises des opérations : $36 + 7$; $45 + 17$.
Séance sur la soustraction S3P3		Séance sur la soustraction S4P3	
Classe : CP Effectif : F : 31 ; G : 0	Modalités de travail : Questions/ Découvertes Durée : 45 mn	Classe : CP Effectif : F : 31 ; G : 0	Modalités de travail : Questions/ Découvertes Durée : 40 mn
Objectif :	Découvrir la machine « -a »	Objectif :	Découvrir la machine « -a »
Organisation / Classe :	2 à 3 élèves/Tables	Organisation / Classe :	2 à 3 élèves/Tables
Etape 1 : Calcul mental /révision	Résolution individuelle de quatre opérations sur les ardoises $3 + 3$; $9 + 2$; $10 + 1$; $12 + 2$; $14 + 5$.	Etape 1 : Calcul mental /révision	Dictée de nombres 71 ; 52 ; 7 Résolution individuelle : $12 - ? = 8$; $19 - ? = 17$
Etape 2 : Leçon du jour	Manipulation collective de cailloux et résolution de l'opération : $19 - 4$ avec la machine soustractive :	Etape 2 : Leçon du jour	Manipulation collective de cailloux et résolution des opérations : $12 - 4$; $9 - 4$; $14 - 4$; $16 - 4$ avec la machine soustractive. Résolution collective des exemples proposés par les élèves : $9 - 4$; $15 - 4$; $19 - 3$; $7 - 2$;
Etape 3 : Exercices d'application et de contrôle	Résolution individuelle à l'aide des machines soustractives à travers des exemples proposés par les élèves : $15 - 3$; $23 - 4$; $12 - 3$; $11 - 4$; $17 - 5$. Résolution individuelle des exemples proposés par P3 : $24 - ? = 20$; $13 - ? = 10$	Etape 3 : Exercices d'application et de contrôle	Résolution individuelle à l'aide des machines soustractives à travers des exemples proposés par P3 $26 - ? = 20$; $14 - ? = 11$

Tableau 57 : Synopsis des séances mises en œuvre par P3

1.3.2 Analyse/commentaire

P3 commence la séance S1P3 avec deux problèmes à résoudre par PLM. Les deux problèmes portent sur l'addition de petits nombres ce qui explique sans doute le procédé utilisé. Cette entrée par la résolution de problèmes semble montrer que les élèves savent comment les traiter. Le professeur enchaîne ensuite avec des additions ($21 + 17 = \dots + 21$; $25 + 0 = \dots$) à compléter. Ces deux additions semblent vérifier une connaissance antérieure. La première relève de la commutativité ($a+b = b + a$) et la seconde explique que zéro (0) est neutre pour l'addition.

P3 a utilisé le boulier dans la séance S1P3 pour expliquer la technique opératoire de l'addition avec retenue. Le boulier (unique support dans cette) est présenté par P3 à l'ensemble de la classe puis il est déposé sur une table placée au centre de la classe. Un élève est invité pour placer d'abord les capsules unités puis les capsules dizaines. L'utilisation du boulier va sans doute permettre aux élèves de comprendre la technique de la retenue (les élèves constatent que la colonne est remplie). Par contre l'usage du tableau à deux colonnes va permettre il nous semble de vérifier que les réponses sont justes, mais ne permettra pas de voir la technique opératoire. Le choix de P3 d'utiliser le boulier pour placer les capsules, et le tableau à deux colonnes pour effectuer les additions posées, ne permet pas de comprendre le lien entre ces deux étapes de l'addition. La série d'exercices qui est proposée en est la preuve éloquente, puisqu'aucune référence n'est faite au boulier.

Les séances S3P3 et S4P3 se sont déroulées de façon très proche, avec des exercices d'addition dans les deux cas et une dictée de nombres dans la séance S4P3. On voit ensuite P3 proposer une série d'exercices de soustractions dont certaines sont des soustractions avec retenue ($23 - 4$; $12 - 3$; $11 - 4$; $12 - 4$), mais du fait de la manipulation et de l'utilisation des machines avec les expressions « avant » et « après », la technique opératoire n'est pas du tout travaillée.

1.4 Présentation et analyse des synopsis des séances mises en œuvre par P4

1.4.1 Présentation synoptique des séances

Séance sur l'addition sans retenue S1P4		Séance sur l'addition avec retenue S2P4	
Classe : CP Effectif : F : 29 G : 38	Modalités de travail : Questions/ Découvertes Durée : 43 mn	Classe : CP Effectif : F : 29 G : 38	Modalités de travail : Questions/ Découvertes Durée : 50 mn
Objectif :	Effectuer une addition sans retenue	Objectif :	Effectuer une addition avec retenue
Organisation / Classe :	3 élèves/Tables	Organisation / Classe :	3 élèves/Tables
Etape 1 : Calcul mental /révision	Dictée de nombres : 28 ; 13 ; 17 Lecture et dictée de nombres : 82 ; 72 ; 53 ; 28 et 48 ; 39 ; 33 ; 52 ; 19 ; 60. Manipulation de bâtons de craies et résolution de l'opération : 5 + 3	Etape 1 : Calcul mental /révision	Résolution des opérations : 7+3 ; 10+ 2 ; 6+1 ; 8+3. Résolution des opérations : 20 + 60 ; 14 + 30 ; 15 + 80
Etape 2 : Leçon du jour	Décomposition additive de l'opération 24 + 45 à l'aide du boulier. Disposition et résolution de l'opération 17 + 22 dans le tableau à double colonne	Etape 2 : Leçon du jour	Décomposition additive de l'opération 57 + 26 à l'aide du boulier et des capsules. Résolution individuelle sur les ardoises des opérations : 14+ 28 ; 28 + 33 ; 79 + 14.
Etape 3 : Exercices d'application et de contrôle	Résolution individuelle sur les ardoises des opérations : 16 + 30 ; 14 + 52 ; 19 + 80. Vérification des réponses écrites sur les ardoises	Etape 3 : Exercices d'application et de contrôle	Résolution individuelle : 83 + 19 ; 36 +17

Séance sur la soustraction S3P4 ¹³⁴	Séance sur la soustraction S4P4	
	Classe : CP Effectif : F : 29 G : 38	Modalités de travail : Questions/Découvertes Durée : 52 mn
	Objectif :	Découvrir la machine « -a »
	Organisation / Classe :	3 élèves/Tables
	Etape 1 : Calcul mental /révision	Résolution individuelle de deux opérations sur les ardoises 10+1 ; 15+ 2. Lecture et écriture de nombres : 44 ; 60 ; 35 ; 29 ; 83 et 14 ; 95. Résolution collective des opérations au tableau : 18 – 3 ; 22 -3 ; 23 - 3
	Etape 2 : Leçon du jour	Manipulation collective de bâtonnets et résolution de l'opération : 11 – 4 avec l'utilisation de la machine soustractive. Résolution collective des exemples proposés par les élèves : 15 – 4 ; 9 – 4 ; 11 – 4 ; 18 – 4 ; 30 - 4
Etape 3 : Exercices d'application et de contrôle	Résolution individuelle à l'aide des machines soustractives à travers des exemples proposés par P4 : 11 – 4 ; 40 - 4	

Tableau 58 : Synopsis des séances mises en œuvre par P4

1.4.2 Analyse/commentaire

Nous traitons les 3 séances, puisque la séance S3P4 a été involontairement écrasée lors du traitement informatique du film.

P4 semble procéder de la même manière que P2, on voit que les exercices de calcul mental portent sur la dictée des nombres, des additions et des soustractions. P4 vérifie à travers ces exercices les acquisitions antérieures avant d'introduire la nouvelle notion à étudier. Pour

¹³⁴ La séance S3P4 a été écrasée lors du traitement informatique de la cassette mini-dv.

effectuer les additions avec et sans retenue, le professeur a utilisé le boulier avant de procéder à l'exploitation des additions dans le tableau à deux colonnes pour montrer la disposition des unités et des dizaines dans les colonnes, et le principe qui consiste à commencer à additionner d'abord les unités puis les dizaines ensuite. Le boulier est dessiné au tableau avec les colonnes unité et dizaine indiquées par les symboles unités et dizaines (●, x), et les élèves sont invités à dessiner ces symboles correspondant aux additions et soustractions à effectuer. Les techniques opératoires sont montrées lors des manipulations en classe entière par un élève désigné par le professeur. Dans les deux cas, le lien entre le boulier et le tableau à deux colonnes n'est pas explicité, et la technique opératoire de la retenue devrait être constatée par le surremplissage de la colonne des unités avec les capsules.

La séance S4P4 porte sur la soustraction avec utilisation de la machine soustractive. Certaines de ses soustractions sont des soustractions avec retenue ($11 - 4$; $30 - 4$; $40 - 4$), mais du fait des manipulations et du symbole de la machine, la technique opératoire de la retenue n'est pas travaillée. P4 a utilisé le dessin du boulier au tableau comme dans la séance 3 pour étudier la machine soustractive.

1.5 Synthèse sur la présentation des synopsis des séances mises en œuvre par P1, P2, P3 et P4

Dans les pages précédentes, nous avons présenté et décrit dans une large mesure les indications du GM et des BM relatives à la mise en œuvre des quatre séances. Nous avons voulu montrer dans un premier temps les connaissances mathématiques et le déroulement proposés aux professeurs. Dans un deuxième temps, nous avons présenté les séances telles que mises en œuvre par les quatre professeurs dans les quatre classes de CP. Au regard de ces présentations, nous pouvons conclure que le professeur qui sélectionne et synthétise l'essentiel à transmettre aux élèves s'appuie sur des normes institutionnelles. Le Ministère de l'Education Nationale a produit des manuels (GM et BM) dont le contenu est censé correspondre aux connaissances mathématiques nécessaires aux professeurs. Ces derniers peuvent se positionner dans le cadre de la mise en œuvre des séances *a priori* selon plusieurs cas :

- cas du professeur qui suit fidèlement les manuels (consignes et marche à suivre) ;
- cas du professeur qui choisi de s'en écarter (prise d'initiative pour adapter et réorganiser la marche à suivre) ;

- cas où un problème se pose, soit à cause d'une difficulté qui n'est pas explicitée dans les manuels, soit parce que le professeur a voulu s'écarter des manuels mais n'avait pas suffisamment contrôlé sa proposition (contenu et déroulement peu explicite, la compréhension du professeur de la situation proposée ne correspond pas aux compétences visées et aux modalités d'organisation de la séance).

Dans la section suivante, nous allons analyser les séances mises en œuvre *in situ* par P1, P2, P3 et P4.

2.1 Analyse empirique des séances sur l'addition et la soustraction mises en œuvre par P1, P2 et P3

Dans cette section, nous allons tenter de montrer ce qui s'est réellement et concrètement passé dans les classes. Les projets d'enseignement ont-ils été mis en œuvre comme prévu ? Le savoir dont l'enseignement est visé a-t-il finalement permis la production d'un contrat didactique supposé contribuer à la mise en œuvre des situations d'enseignement et d'apprentissage ? Pour tenter de répondre à cette série de questions, nous allons nous appuyer sur une présentation synoptique et une analyse des séances mises en œuvre par les quatre professeurs dans quatre classes ordinaires.

Nous allons donner à voir, à partir des recueils empiriques constituer quatre unités¹³⁵, les synopsis/intrigues de séances. Nous montrons ainsi dans un même espace, l'ensemble du déroulement d'une leçon, et pour rendre compte du récit des événements didactiques (liés au savoir) qui ont fait le déroulement des leçons. Il s'agira d'une part de décrire certaines techniques didactiques produites par les professeurs dans une situation d'enseignement/apprentissage, et d'autre part de repérer les éléments révélateurs de phénomènes didactiques pour caractériser certains aspects du travail des professeurs.

Ainsi on peut produire le tableau ci-après pour caractériser pour chaque professeur, le contenu d'une unité :

¹³⁵ Une unité est composée de la présentation synoptique de la séance mise en œuvre par le professeur, l'intrigue didactique, l'analyse a priori d'épisodes signifiants et une synthèse du déroulement de la leçon du point de vue didactique.

Unité ¹³⁶			
<u>Synopsis :</u> Présentation synoptique et analyse/commentaire de la séance mise en œuvre <i>in situ</i> contenant l'épisode signifiant	<u>Intrigue :</u> Récit des événements qui ont fait le déroulement de la séance.	<u>Analyse a priori :</u> Spécification et explicitation du contenu de la séance du point de vue didactique.	<u>Synthèse :</u> Un aperçu des étapes constitutives de la leçon du point de vue didactique.

Tableau 59 : Composition d'une unité d'analyse de séance

2.1.1 Analyse des séances S2P1 et S3P1

2.1.1.1 Unité 1 P1

Les deux synopsis présentés dans le tableau 60 ci-dessous mettent en parallèle les deux séances sur les quatre mises en œuvre par P1 Nous allons présenter d'abord les intrigues didactiques, faire une analyse *a priori* du contenu des séances, avant de faire une synthèse sur le déroulement des leçons.

S2P1			S3P1		
Temps (mn)	Modalités travail	Scènes	Temps (mn)	Modalités travail	Scènes
1-11	PLM	Résolution individuelle des opérations sur les ardoises : 3+1 ; 4+2 ; 7+1 ; 12+13 ; 30+40	1-8	PLM	Résolution individuelle des opérations sur les ardoises : 6+3 ; 11+1 ; 8+5 ; 8+ ? = 10 ; 0 + ? = 2 ; 11 + ? = 13
11-16	Collectif	Disposition et résolution de l'opération 15+5 dans un tableau à double colonne	8-17	Collectif	Manipulation collective de cailloux et résolution de l'opération : 12 – 3 avec la machine soustractive
16-24	Individuel	Explication de la technique opératoire de l'addition avec retenue	17-20	Individuel	Explication de la technique opératoire de la soustraction et de son symbole le signe (-)
24-38	Collectif	Résolution collective de l'opération 15+5 :	20-40	Collectif	Manipulation collective de bâchettes et résolution de l'opération : 17 – 13 avec la machine soustractive
38-44	Collectif	Résolution collective de l'opération : 59+19	40-45	Collectif	Résolution individuelle de deux opérations proposées par des élèves : 15 – 3 ; 10 - 5

Tableau 60 : Synopsis des séances 2 et 3 de P1

¹³⁶ La nomenclature suivante va être adoptée pour chaque unité : pour le professeur 1 par exemple : Unité1 ; Professeur 1 : P1 ; Séance 1 : S1.

La constitution des tableaux (tableau 60 : Synopsis séances 2 et 3 de P1) donne à voir les deux séances de P1 sous forme de « scènes successives » comme dans une pièce de théâtre. Ces *scènes* montrent les différents moments qui ont marqué la mise en œuvre des séances *in situ*. Les synopsis élaborés à partir des films vidéos sont des *formes de découpage* (Sensevy, à paraître) qui décrivent le déroulement des séances. Les parties grisées représentent les épisodes signifiants¹³⁷ qui vont être soumis à une analyse fine à partir des catégories et techniques didactiques proposées dans les articles de (Sensevy, Mercier, Schubauer-Leoni, 2000) et (Sensevy, 2004).

2.1.1.2 Intrigue didactique S2P1

Nous présentons dans le tableau ci-dessous l'intrigue de la séance 2 de P1 sur l'addition avec retenue. L'ensemble des *scènes* donnent à voir le déroulement de la leçon et les phases correspondantes. Ce modèle sera utilisé pour les intrigues qui seront présentées pour les quatre professeurs.

Temps (mn)	Scènes	Phases
1-11	P 1 demande aux élèves d'effectuer des opérations sur les ardoises. Un élève est désigné pour effectuer au tableau $12 + 13$. L'addition $30+40$ est proposée à l'ensemble de la classe.	Contrôle des acquisitions antérieures
11-16	Un élève passe au tableau pour tracer un tableau à deux colonnes qui correspondent à la colonne des dizaines et à celle des unités et écrit l'addition $15 + 5$ dans le tableau.	Disposition d'une addition dans un tableau à deux colonnes
16-24	L'élève ¹³⁸ est invité par P1 à prendre ses bâchettes et compte devant l'ensemble des élèves 5 bâchettes puis 5 et trouve 10. P 1 lui demande d'écrire 10 dans la colonne des unités, puis demande ensuite à la classe si le nombre 10 devrait être écrit à cet endroit. L'élève écrit le chiffre 0 dans la colonne des unités. Le chiffre « 1 » est reporté dans la colonne des dizaines comme retenue et l'élève poursuit en disant : « $1 + 1 = 2$, $2 + 0 = 2$ ». P1 demande si c'est une addition sans retenue, en utilisant la langue hausa. Un élève dit que c'est une addition avec retenue. P 1 demande pourquoi c'est une addition avec retenue. Un élève répond : « parce qu'on a dit je retiens 1 ». P 1 conclut que la leçon porte sur l'addition avec retenue (une addition qui se fait avec une retenue). Une autre addition ($26 + 6$) est effectuée au tableau par un autre élève avec comptage de bâchettes devant la classe entière.	Résolution d'une addition et explication de la technique opératoire de la retenue

¹³⁷ Moments significatifs révélateurs de phénomènes didactiques.

¹³⁸ Dans cette case l'épisode signifiant retenu

24-38	<p>P1 demande aux élèves de sortir leurs cailloux sur la table. Chaque élève fait un tas de cailloux devant lui sur sa table. P 1 invite un élève à lire l'opération $15 + 5 = 20$. Chaque élève compte 15 cailloux puis 5. P 1 demande à quelques élèves de dire le nombre de cailloux trouvé. Quelques élèves désignés répondent qu'ils ont trouvé 20 cailloux. Trois élèves se succèdent au tableau et produisent ci-après :</p> <p>OOOOO OOOOO OOOOO + OOOOO = OOOOO OOOOO OOOOO OOOOO</p> <p>15 + 5 = 20</p> <p>P 1 demande d'écrire l'opération en chiffres : $15 + 5 = 20$, à un autre la forme posée.</p>	
38-44	<p>A la demande de P 1 un élève propose l'addition $59+19$. il passe l'écrire au tableau et compte ses bâchettes devant l'ensemble de la classe pour effectuer l'opération. Il fait 9 bâchettes + 9 bâchettes = 18, et écrit le nombre 18 au tableau en bas à droite de l'opération posée $59 + 19$. P1 intervient, l'élève efface le chiffre 8 et l'écrit dans la colonne des unités. Il reporte ensuite le chiffre 1 dans la colonne des dizaines. Il poursuit en faisant 1 de la retenue $1+ 5 = 6$ et $6+1 = 7$. Il trouve 78.</p>	<p>Contrôle de l'acquisition de la technique opératoire de la retenue.</p>

Tableau 61 : Intrigue didactique S2P1

2.1.1.3 Analyse de l'épisode signifiant repéré dans S2P1 : introduction d'une écriture symbolique, la retenue

Nous présentons sous forme de tableau 62 l'« incident significatif », et les détails de l'avancement de la leçon et du temps didactique tels que constatés dans la classe de P1. Ce modèle sera utilisé pour les épisodes signifiants repérés dans les séances mises en œuvre par les quatre professeurs.

Temps (mn)	Caractérisation de l'épisode																														
16-24	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">●</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">+</td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">5</td> </tr> </table> <p>Un élève est désigné pour effectuer l'opération. P1 : « <i>tu effectues l'opération, 5 + 5 donne combien, prend tes bâchettes</i> ». L'élève s'exécute. P1 : « <i>d'abord on compte combien de bâchettes, on a 5 + 5, combien de bâchettes on compte, d'abord</i> ». Un élève répond : « 5 ». P1 : « <i>on compte 5 bâchettes, donc tu comptes 5 bâchettes</i> ». L'élève s'exécute. P1 : « <i>très bien, donc tu déposes les 5 bâchettes. Maintenant combien de bâchettes on compte encore ?</i> ». Un élève répond : « 5 » P1 : « <i>maintenant, tu comptes le tout, met ensemble tes bâchettes et tu comptes, donc on a 5 bâchettes + 5 bâchettes</i> ». L'élève s'exécute et trouve 10. P1 : « <i>donc 5+5 donne combien ?</i> ». Un élève répond : « 10 ». P1 demande à l'élève d'écrire 10 et lui désigne l'endroit où il faut l'écrire. L'élève écrit :</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">●</td> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">●</td> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">●</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">5</td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">5</td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">¹1</td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">+</td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">5</td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;"></td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">5</td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;"></td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;"></td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;"></td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;"></td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">2</td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">10</p> <p>P1 : « <i>est-ce qu'il doit écrire 10 ici ?</i> ». L'élève efface le chiffre 0 et l'écrit dans la colonne des unités. P1 : « <i>0 c'est quel chiffre, c'est le chiffre des dizaines ou bien des unités ?</i> » Un élève répond : « <i>le chiffre des unités</i> ». P1 : « <i>donc c'est le chiffre des unités, qu'est-ce qui reste maintenant, qu'est-ce qui reste, quel chiffre reste, le chiffre des....</i> ». Un élève tente de donner une réponse et P1 de poursuivre : « <i>1 c'est le chiffre des dizaines ou les chiffres des unités ?</i> » Le même élève répond « <i>le chiffre des dizaines</i> ». P1 : « <i>très bien, 1 c'est le chiffre des dizaines, donc où est-ce qu'on l'ajoute ?</i> » l'élève qui est au tableau écrit 1 dans la colonne des dizaines en haut du 1 qui compose le nombre 15, pendant ce temps, un élève répond à la question de P1 et dit : « <i>dizaines</i> ». P1 : « <i>donc on l'ajoute à la colonne des hum ! à la colonne des....</i> » Un élève répond : « <i>à la colonne des dizaines</i> ». P1 : « <i>très bien donc on l'ajoute à la colonne des dizaines</i> ». L'élève poursuit : « <i>1+1 = 2, 2+0 = 2</i> ». P1 : « <i>donc tu lis ton opération, tu lis...</i> ». L'élève s'exécute. P1 : « <i>regardez bien, regardez cette addition, c'est une addition sans retenue ?</i> ». Un élève répond : « <i>non</i> ». P1 : « <i>pourquoi, miya sa ba une addition da retenue ba né¹³⁹ ?</i> ». Un élève répond : « <i>c'est une addition avec retenue</i> ». P1 : « <i>très bien, donc c'est une addition avec retenue, dommi, miya sa a ka tché¹⁴⁰ c'est une addition avec retenue ?</i> ». Un élève répond : « <i>parce qu'il y a je retiens</i> ». P1 : « <i>très bien, parce qu'il ya une retenue, donc voici la retenue, donc aujourd'hui on a vu l'addition avec retenue</i> ». P1 désigne quelques élèves pour répéter : une addition avec retenue. P1 conclut : « <i>cette addition a une retenue c'est pour ça qu'on l'appelle une addition avec retenue</i> ».</p>	x	●	1	5	+	5	x	●	x	●	x	●	1	5	1	5	¹ 1	5	+	5		5		5				0	2	0
x	●																														
1	5																														
+	5																														
x	●	x	●	x	●																										
1	5	1	5	¹ 1	5																										
+	5		5		5																										
			0	2	0																										

Tableau 62 : Episode signifiant S2P1

¹³⁹ *Miya sa ba une addition da retenue ba né* : pourquoi ce n'est pas une addition avec retenue ?

¹⁴⁰ *Dommi, miya sa a ka tché* : pourquoi, pour quelle raison tu dis que ce n'est pas une addition avec retenue ?

L'addition ($15 + 5$) est écrite dans le tableau à deux colonnes par deux élèves (Photo-1_S2P1). A partir de la minute 16, l'élève désigné manipule des bâchettes (5 bâchettes + 5 bâchettes) et déduit la somme des deux « chiffres des unités » ($5 + 5 = 10$). P1 intervient en indiquant à l'élève là où il faut écrire « 10 » (Photo-2_S2P1) et pose la question à toute la classe : « *est-ce qu'il doit écrire 10 ici ?* ». A partir de cet instant P1 occupe l'espace topogénétique, ce qui aboutit à l'instauration d'un jeu de questions/réponses entre l'élève et elle, impliquant d'autres élèves.

Pourquoi P1 demande-t-il à l'élève d'écrire « 10 », et pose en même temps la question à la classe pour donner son avis sur la place où « 10 » doit être écrit ? Nous faisons l'hypothèse que P1 veut institutionnaliser le principe selon lequel on ne peut pas écrire deux chiffres dans la colonne des unités. Une première résolution de cette addition donnerait d'une part le principe de disposition des unités sous des unités et des dizaines sous des dizaines, et d'autre part celui d'addition des unités entre elles et des dizaines entre elles.

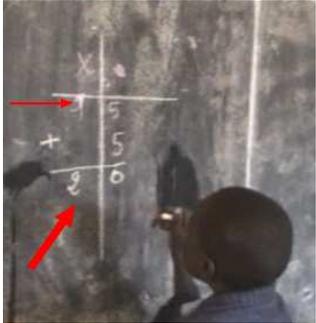
		
<p>Photo¹⁴¹-1_S2P1</p>	<p>Photo-2_S2P1</p>	<p>Photo-3_S2P1</p>
<p>L'addition $15 + 5$ est placée dans le tableau à deux colonnes, l'élève désigné par P1 s'apprête à l'effectuer. On voit la forme posée de l'addition qui met en lumière les chiffres des unités sous les unités, et les chiffres des dizaines sous les dizaines. Les symboles unités et dizaines (● et x) que l'on voit dans le tableau attestent de ce principe.</p>	<p>Le comptage des bâchettes par l'élève a permis d'obtenir 10 bâchettes. P1 a demandé à l'élève d'écrire le nombre 10 (ici indiqué par la flèche). Ses intentions en ce moment là semblent s'orienter vers le principe de la retenue à travers le fait que l'on ne peut pas écrire deux chiffres dans la colonne des unités.</p>	<p>L'élève effectue l'addition et trouve 20. P1 a joué un rôle central dans la procédure qui a permis : l'introduction d'une écriture symbolique, la retenue (ici indiquée par la flèche horizontale).</p>

Tableau 63 : scènes indiquant le processus de l'addition $15 + 5$

¹⁴¹ Nous utilisons Photo pour signifier Photogramme.

On obtient un nombre d'unités à deux chiffres. Comme pour tous nombres on ne peut avoir qu'un seul chiffre pour les unités et un seul pour les dizaines, il faut donc écrire « 0 » au lieu de « 10 » et la dizaine restante est reportée dans la colonne des dizaines (Photo-3_S2P1) ce qui reviendrait :

x	●
1	5
2	0

L'élève semble l'avoir compris puisqu'il efface le chiffre « 0 » et l'écrit dans la colonne des unités. P1 poursuit : « 0 c'est quel chiffre, c'est le chiffre des dizaines ou bien des unités ? ». Un élève répond le chiffre des unités. P1 : « donc c'est le chiffre des unités, qu'est-ce qui reste maintenant, qu'est-ce qui reste, quel chiffre reste, le chiffre des... ». P1 continue de s'appuyer sur l'élève qui est au tableau pour faire avancer la leçon. Cette dynamique chronogénétique mise en place par P1 permet de voir deux types d'interactions qui s'apparentent à la notion de *trilogie* au sens de (Schubauer-Leoni, 1997) :

- un moment de travail individuel avec l'élève désigné pour traiter l'addition en entretenant un face à face du côté du tableau avec lui devant les autres élèves ;
- un moment où P1 sollicite la classe quand elle constate que l'élève bute. Elle n'hésite pas à faire appel à la classe qui confirme ou met en doute les réponses de l'élève au tableau. Ce type de rapport montre bien qu'il s'agit d'un travail collectif avec le groupe classe, mais focalisé par moment sur l'élève au tableau pour faire avancer le temps didactique.

Sur le plan didactique P1 s'autorise des individuations et fait recours aux autres élèves de la classe pour s'assurer que tout le monde est bien en train de suivre. Mais c'est surtout à notre avis pour jouer son rôle à la fois d'arbitre de la situation didactique et de gestionnaire du temps didactique. P1 continue de solliciter la classe : « 1 c'est le chiffre des dizaines ou les chiffres des unités ? » Le même élève répond : « le chiffre des dizaines ». P1 : « très bien, 1 c'est le chiffre des dizaines, donc où est-ce qu'on l'ajoute ? » l'élève qui est au tableau écrit 1 dans la colonne des dizaines en haut du 1 qui compose le nombre 15. P1 : « donc on l'ajoute à la colonne des hum ! à la colonne des... » Un élève répond : « à la colonne des dizaines ». P1 : « très bien donc on l'ajoute à la colonne des dizaines ». L'élève poursuit : « 1+1 = 2, 2+0 = 2 ». P1 : « donc tu lis ton opération, tu lis... ». L'élève s'exécute. P1 : « regardez bien, regardez cette addition, c'est une addition sans retenue ? ».

Dans cet extrait on voit clairement dans un premier temps que P1 poursuit sa série de questions/réponses, et guide pratiquement le raisonnement, ce qui lui confère le rôle central dans ce « jeu d'apprentissage » au sens de (Sensevy, 2004). Mais il manque à notre avis un aspect très important du jeu pour permettre un apprentissage réel du savoir en jeu, c'est la coopération. Cette absence de coopération occasionne un dédoublement dans la communication didactique qui produit des effets Topaze. P1 produit les bons comportements lorsqu'elle indique là où il faut écrire « 10 », ou bien quand elle oriente l'échange didactique en donnant clairement à l'élève les stratégies gagnantes sur la place des unités et des dizaines et surtout le report de « 1 » dans la colonne des dizaines.

Dans un second temps, P1 poursuit sa logique de raisonnement et aborde la question liée à la retenue le petit « 1 » à placer en haut dans la colonne des dizaines : « *très bien, 1 c'est le chiffre des dizaines, donc où est-ce qu'on l'ajoute ?* ». L'élève qui est au tableau écrit « 1 » dans la colonne des dizaines en haut du « 1 » à la dizaine de 15 (c'est à dire « 1 »). A ce niveau, les élèves ont-ils compris les raisons de ce report, ou l'ont-ils admis comme une règle « mathématique » nécessaire pour effectuer l'addition ? Une chose est cependant sûre, P1 semble produire des techniques adéquates qui lui permettent d'avoir la main mise pour faire avancer son enseignement.

Nous résumons ci-après le procédé utilisé par P1 pour traiter l'addition : $15 + 5$ (ajout de nombres entiers à deux chiffres et un chiffre avec retenue) :

- poser l'addition dans un tableau à deux colonnes ;
- comptage de bâchettes ;
- calcul des unités $5 + 5 = 10$, (la somme des unités est supérieure à 9, il faudra faire une retenue) ;
- calcul des dizaines ;
- lecture du résultat et répétition individuelle par quelques élèves.

La retenue étant ajoutée à la colonne des dizaines, l'élève poursuit : « $1+1 = 2, 2+0 = 2$ ». On voit dans ce que dit l'élève, un calcul curieux ($2 + 0$) sans doute que pour l'élève le « 0 » matérialise une position dans un rang non occupé. Dans ce cas précis, l'élève considère qu'il y a une absence de dizaine dans la colonne des dizaines.

2.1.1.4 Synthèse de l'analyse de l'épisode signifiant repéré dans S2P1

P1 a mis en œuvre son projet en guidant pas à pas les élèves d'une part pour faire avancer le temps didactique, et d'autre part pour faire avancer la leçon. Ce travail a été possible grâce à certains de ses élèves qui ont permis l'institutionnalisation du nouveau savoir, sagement menée par P1. Cette analyse donne à voir également deux aspects importants à souligner dans le cadre de la caractérisation du savoir dans cette séance :

- les interactions didactiques ont été sous l'entière responsabilité de P1 qui s'est contentée de s'appuyer sur quelques élèves pour faciliter l'avancement de sa leçon ;
- l'apprentissage du savoir mathématique n'est pas effectif, et le travail coopératif s'est limité à mettre en évidence la façon dont P1 et les élèves ont travaillé.

La mise en scène didactique de la séance révèle une mise en œuvre entièrement sous le contrôle de P1 qui n'a pas hésité à donner les « stratégies gagnantes » à l'élève pour satisfaire ses attentes et faire avancer le temps didactique. La mise en place de la topogénèse et de la chronogénèse qui devrait permettre une découverte de la technique opératoire de la retenue (enjeu principal de la leçon) donne à voir deux phénomènes :

- P1 gère l'échange didactique marqué par des temps de régulation et d'institutionnalisation qui reviennent à dire ce qu'il faut faire et comment le faire ;
- P1 prend place dans le milieu de l'élève en modifiant ses rapports à l'objet « la retenue » et surtout en contrôlant les éventuelles erreurs que l'élève pourrait commettre au fur à mesure de l'avancement du raisonnement.

Dans cet épisode, il s'agissait pour P1 d'amener les élèves à découvrir la technique opératoire de la retenue. P1 prévoyait dans la fiche de préparation : « Fait écrire le nombre 15 puis 5. Demande aux élèves d'additionner ces deux nombres. En additionnant les unités (5+5) d'autres peuvent écrire le nombre 10 dans la colonne des unités tandis que d'autres peuvent déjà découvrir la technique d'où la nécessité d'interroger un élève parmi ces derniers pour effectuer cette opération ». Cette consigne est précédée d'un comptage de bâchettes qui a permis de découvrir le sens de l'addition, mais pas de découvrir la technique opératoire puisqu'il n'y a aucun travail sur le groupement.

On voit bien que le support matériel et la manipulation sémiotique utilisés constituent un système sémiotique dans lequel il n'y a pas de retenue. Selon la fiche de préparation, P1 regarde qui a fait l'erreur d'écrire 10 dans une colonne, qui ne l'a pas fait, et choisit un élève

de la deuxième catégorie pour expliquer aux autres qui n'ont pas trouvé. Dans la mise en œuvre *in situ*, force est de constater que P1 procède d'une autre manière. L'élève désigné au tableau, écrit 15 puis 5 dans le tableau à deux colonnes. Il commence par additionner (5+5) et c'est à ce moment précis que P1 lui demande d'écrire 10 dans la colonne des unités, et fait constater l'écriture à toute la classe. A partir de ces éléments, nous pouvons faire les constats suivants :

- en additionnant les unités (5 + 5) l'élève a écrit 10 dans la colonne des unités avec les indications de P1. Les autres élèves n'ont pas pu découvrir la technique, et il n'y avait pas eu la nécessité d'interroger donc un élève parmi eux pour effectuer cette opération. P1 ayant demandé elle-même à l'élève d'écrire 10 dans la colonne des unités, c'est sans doute pour rattraper le déroulement qu'elle a prévu. On note donc un décalage entre ce qui est proposé dans la fiche et ce qui s'est réellement passé dans la classe, puisque la séance est perturbée dans son déroulement aux plans, mathématique et didactique ;
- sur le plan mathématique, il y a bel et bien des difficultés que l'on peut énumérer. Tout d'abord, la centration sémiotique au détriment de la construction du rapport à la référence. Il y a donc absence de jeu (x) qui ne permet pas de donner aux élèves une « référence-contrôle » pour le sémiotique. Si P1 avait donné aux élèves cette « référence -contrôle », elle aurait permis à ces derniers de comprendre la dénotation des formes sémiotiques utilisées dans la situation (ici 15+5 dans le tableau à deux colonnes). On pourrait donc imaginer un problème du type : Lamine a 15 bâchettes dans une boîte, sa sœur Soumaya lui donne 5 autres bâchettes. Combien Lamine a-t-il en tout ? A partir de ce type de problème, faire travailler les élèves sur le passage d'un système sémiotique (ici les bâchettes) au système symbolique (d, u). Ainsi on a quelque chose comme $15 + 5 = 1 \text{ d} + 5 \text{ u} + 5 \text{ u}$; $1 \text{ d} + 10 \text{ u} = 1 \text{ d} + 1 \text{ d}$; $1 \text{ d} + 1 \text{ d} = 2 \text{ d}$; $2 \text{ d} = 20$. Dans le même temps faire prendre conscience aux élèves qu'en faisant $5 + 5 = 10$, j'écris 0, je retiens 1, et lorsque j'écris 1, ce « 1 » représente bien les dix bâchettes ;
- sur le plan du langage utilisé par P1, on voit un appui de P1 sur la langue hausa pour montrer qu'il y a une retenue dans cette addition. Dans cet appui, les expressions linguistiques fonctionnent comme des « emblèmes » qui « labellisent » pour montrer

que l'apprentissage des mathématiques ce n'est pas simplement mettre en place des manipulations procédurales, c'est surtout utiliser les bons « emblèmes » pour situer comme il faut le savoir en jeu dans une situation d'apprentissage ;

- Sur le plan de la construction des repères permettant de trouver les stratégies gagnantes (institutionnalisation), et la prise de responsabilité (dévolution) des élèves par rapport au savoir en jeu, P1 est responsable de l'ensemble des enjeux didactiques. Elle met en place des formes d'interactions où non seulement, elle s'appuie sur l'élève désigné, mais aussi elle agit à travers la classe ;
- sur le plan des propositions des manuels d'enseignement, P1 est en décalage sur deux niveaux : l'exemple devrait porter sur l'addition de deux nombres à deux chiffres et se faire avec le boulier et des capsules. Mais P1 a fait le choix de manipuler des bâchettes, puis de passer à la représentation numérique dans le tableau à deux colonnes et à la disposition usuelle.

Pour conclure sur cet épisode, il nous semble important de noter les « manques » ou les difficultés dont il est souhaitable de revoir les mises en œuvre pour viser une amélioration des pratiques, et des connaissances précises apprises par les élèves. Il s'agit particulièrement de la centration sur le sémiotique et l'absence de référence (dénotation) des formes sémiotiques représentées. Dans ce cas précis, la « manipulation » semble être privilégiée par rapport à la maîtrise de systèmes sémiotiques et symboliques différents. On pourrait imaginer des petits problèmes du type j'ai x bâchettes, j'en ajoute y, combien j'en ai en tout, pour faire travailler les élèves sur le passage d'un système sémiotique (matériel, ou cartes à points, ou jeu des tiges) à un système symbolique pré-algébrique (le système d, u). Ce type de travail repose sur l'acquisition de trois types de savoir : le savoir sémiotique (dizaine = d, unité = u), le savoir de « regroupement » des d et des u entre elles ($14 + 13 = 1\text{ d} + 4\text{ u} + 1\text{ d} + 3\text{ u} = 1\text{ d} + 1\text{ d} + 4\text{ u} + 3\text{ u} = 2\text{ d} + 7\text{ u} = 27$), et le savoir de décomposition/recomposition ($13\text{u} = 1\text{ d} + 3\text{u} ; 1\text{ d} + 4\text{ u} = 14$).

2.1.1.5 Intrigue didactique S3P1

Temps (mn)	Scènes	Phases																
1-8	<p>Des opérations d'addition sont proposées aux élèves sur les ardoises. Il s'agit d'identifier la machine qu'il faut pour trouver les résultats inscrits dans le tableau :</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>?</td><td>8</td><td>0</td><td>11</td></tr> <tr><td></td><td>10</td><td>2</td><td>13</td></tr> </table> <p>Les élèves cherchent et écrivent sur les ardoises :</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>+2</td><td>8</td><td>0</td><td>11</td></tr> <tr><td></td><td>10</td><td>2</td><td>13</td></tr> </table>	?	8	0	11		10	2	13	+2	8	0	11		10	2	13	Calcul mental de contrôle, avec résolution d'opérations sur les ardoises puis au tableau.
?	8	0	11															
	10	2	13															
+2	8	0	11															
	10	2	13															
8-17	P1 présente des cailloux dans une de ses mains devant l'ensemble des élèves. Un élève désigné compte un à un et trouve 12 cailloux. P1 invite un autre élève à compter des cailloux qu'elle a dans l'autre main. L'élève désigné compte et trouve 9 cailloux. P1 demande le nombre de cailloux au début. Avec les expressions « au début et maintenant », P1 amène les élèves à trouver 12 cailloux au début et maintenant 9 cailloux. P1 demande ce qu'on a fait pour avoir 9 cailloux.																	
17-20	P1 demande aux élèves : « <i>qu'est-ce qu'on a enlevé ?</i> » et précise sa question en langue hausa ¹⁴² , un élève répond : « <i>on a enlevé 3 cailloux</i> ». P1 conclut : « <i>au début on avait 12 cailloux, on a enlevé 3 cailloux et ça reste 9 cailloux</i> ». P1 rajoute en langue hausa ¹⁴³ et demande si c'est une addition. Un élève répond : « <i>non</i> ». P1 dit : « <i>donc, on ne va pas mettre la machine (+)</i> » et rajoute en langue hausa ¹⁴⁴ et un élève répond : « <i>c'est la machine qui enlève</i> ». P1 demande le nombre de cailloux enlevé par cette machine, et conclut en disant que la machine qui enlève s'appelle la machine (-). P1 demande la nature de la machine utilisée ici, et un élève répond : « <i>la machine (-3)</i> ».	Résolution d'opération et explication la technique opératoire de la soustraction																
20-40	P1 ¹⁴⁵ présente dans une main des bâchettes à l'ensemble de la classe et demande à un élève de les compter. Il trouve 17 et P1 propose de nouveau des bâchettes à compter, un élève s'exécute et trouve 13. P1 rappelle qu'au début, il y avait 17 bâchettes et maintenant, il n'y en a que 13. P1 demande à un élève d'écrire l'opération au tableau en précisant que c'est une soustraction. L'élève écrit : 17 machine – 13. P1 demande à un autre élève de l'aider. Mais elle utilise de nouveau la langue hausa ¹⁴⁶ pour aider l'élève à corriger l'erreur. L'élève écrit finalement : 17 machine – 4 = 13.	Exercice d'application sur les ardoises avec utilisation du tableau à double colonne et explication de la technique opératoire de la soustraction																

¹⁴² *Mi a ka hudda ?* : qu'est-ce qu'on a enlevé ?

¹⁴³ *Cikin douze cailloux say a ka hudda 3 cailloux* : on a douze cailloux, on a enlevé 3 cailloux.

¹⁴⁴ *Ko kuma say musa la machine +* : ou bien, on doit mettre la machine (+).

¹⁴⁵ Dans cette case l'épisode signifiant retenu

¹⁴⁶ *A cikin 17 bâchettes nawa a ka hudda, 4 ko. Nan a cikin 12 bâchettes nawa a ka hudda, 3 ko, say a ka tché 12 machine moins 3 donne 9, tché nan an hudda 3. An na kuma 17 tché a ka hudda 4. Nan da a ka hudda 3 a ka tché 12 machine moins 3 donne 9, na kuma a cikin 17 say a ka hudda 4 tché nan say a tché* : on a 17 bâchettes, on enlève 4. Ici on avait 12 bâchettes et on a enlevé 3 et on a dit 12 machine moins 3 donne 9, donc on a enlevé 3. Ici on a 17 bâchettes et on en lève 4. Tout à l'heure, quand on a enlevé 3 on a dit 12 machine moins 3 donne 9. Ici on a 17 bâchettes, on enlève 4, on dira donc.....

40-45	P1 demande ensuite aux élèves de lui donner des exemples de soustraction. Deux élèves proposent : 15 machines – 3 et 10 machine – 5. Les élèves ont tous dessiné des bâchettes au tableau sous forme de petits traits verticaux avant de procéder au comptage individuel de leurs bâchettes pour enlever 3 et 5.	Exercice individuel de contrôle sur les ardoises
-------	--	--

Tableau 64 : Intrigue didactique S3P1

2.1.1.6 Analyse de l'épisode signifiant repéré dans S3P1 : de la manipulation de collections à l'écriture soustractive

Temps (mn)	Caractérisation de l'épisode
20 - 40	<p>P1 : « regardez bien, au début on avait 17 bâchettes, les 17 bâchettes sont devenues 13, qu'est-ce qu'on a fait, ya aka yi 17 ta zama 13¹⁴⁷, qu'est-ce qu'on a fait ? » Un élève répond « enlevé ». P1 : « très bien qu'est-ce qu'on a enlevé, on a enlevé... ». Un élève répond : « on a enlevé des bâchettes ». Un élève vient compter et trouve 4 qui est écrit au tableau. P1 précise : « au début 17 bâchettes, maintenant 13 après avoir enlevé 4 ». P1 demande à un élève d'écrire l'opération au tableau en précisant que cette que c'est une soustraction. L'élève écrit tout à fait le contraire :</p> $17 \xrightarrow{-13} 4$ <p>P1 demande à un autre élève de l'aider. Mais elle utilise de nouveau la langue hausa pour aider l'élève à corriger. L'élève écrit finalement :</p> $17 \xrightarrow{-4} 13$

Tableau 65 : Episode signifiant S3P1

Le professeur en introduisant la manipulation d'objets dès le début de la séance entend sans doute faire découvrir aux élèves la machine soustractive et sa représentation associée. La première manipulation (12 cailloux au début et 9 cailloux après, pour conclure qu'on a enlevé 3 cailloux) a permis à P1 de montrer aux élèves $12 - 9 = 3$, sans doute parce c'est elle qui mène le raisonnement et laisse au tableau les traces qu'elle estime pertinentes pour faire avancer ?

Après l'étape du comptage par manipulation qui lui a permis d'obtenir la bonne réponse, P1 fait avancer la leçon et propose la même manipulation que précédemment (minutes 20 à 40) avec cette fois-ci 17 bâchettes au début et 13 bâchettes après, pour conclure qu'on a enlevé 4 bâchettes (Photo-4_S3P1). P1 veut s'assurer que les élèves ont compris le raisonnement et

¹⁴⁷ Ya aka yi 17 ta zama 13 : comment a t-on fait pour que 17 devienne 13 ?

rajoute : « regardez bien, au début on avait 17 bâchettes, les 17 bâchettes sont devenues 13, qu'est-ce qu'on a fait ?... ». Un élève répond aisément : « enlevé ». Un autre désigné répond à P1 qui demande le nombre : « on a enlevé des bâchettes ». Un élève passe au tableau, compte et écrit : « 4 ».

P1 désigne à nouveau un élève pour écrire l'opération correspondante, il écrit « $17 - 13 = 4$ » (Photo-5_S3P1). Une clause du contrat didactique n'est pas respectée, puisque l'élève ne produit pas la bonne réponse, c'est-à-dire la bonne façon d'écrire la soustraction. Le comptage par manipulation cette fois-ci n'a pas permis de trouver la réponse souhaitée qui est : « $17 - 4 = 13$ » (Photo-6_S3P1) au moment précisément où P1 décide de quitter le milieu dans lequel elle s'était installée dès le début de la leçon. La procédure ne donne pas à voir non plus le « 4 » qui est enlevé. Une difficulté apparaît donc dans le raisonnement de P1, et l'élève semble comprendre d'une certaine manière que la manipulation concerne bien 17 bâchettes et 13 bâchettes, puisque nulle part on a vu la matérialisation des soit disant « 4 bâchettes enlevées ». P1 fait appel à un autre élève pour aider son camarade au tableau en utilisant largement la langue maternelle, sans doute pour mieux orienter l'éventuelle réponse qui sera proposée.

Photo-4_S3P1	Photo-5_S3P1	Photo-6_S3P1
<p>Les manipulations successives de bâchettes par les élèves et l'utilisation des expressions « au début, enlever, maintenant » ont permis l'écriture des nombres 17, 13 et 4. P1 semble préparer le terrain pour l'étude de la technique opératoire de la soustraction à travers la notion de machine soustractive et son symbole associé.</p>	<p>L'élève désigné pour conclure sur le résultat des manipulations successives de bâchettes écrit 17 machine (-13) donne 4. On peut comprendre que l'introduction d'une technique opératoire à partir d'expressions « au début, enlever, maintenant » n'a pas permis la modélisation de la soustraction et l'étude de la technique opératoire. P1 l'a compris et reprend la main.</p>	<p>La reprise en main par P1 du processus d'étude la technique opératoire de la soustraction change la donne, et conduit P1 à faire recours à la langue hausa. Ce recours a sans doute permis d'écrire 17 machine (-4) donne 13, mais il nous semble qu'au plan mathématique, la technique opératoire à travers la manipulation d'outils sémiotiques pour expliquer que $17 - 4 = 13$ ne permet pas un rapport adéquat des élèves au milieu.</p>

Tableau 66 : scènes décrivant l'étude de la notion de la machine soustractive

On le voit bien, quand un problème émerge, le temps de parole de P1 augmente de plus en plus et elle occupe un espace topogénétique de plus en plus important. Les questions, et les consignes font souvent l'objet de reformulation : « au début 17 bâchettes, maintenant 13 après avoir enlevé 4 ». P1 guide ses élèves pour trouver le bon comportement. La part de responsabilité du professeur est très importante, l'élève construit son comportement avec l'aide de P1.

Le partage topogénétique montre bien que les questions sont du domaine de P1, et les réponses celles des élèves. P1 occupe une part importante du discours, elle se soucie particulièrement des consignes pour faire en sorte qu'elles soient les plus explicites possibles et comprises par tous. P1 dit et montre en même temps, elle n'hésite pas à changer de ton pour capter l'attention des élèves. Elle module sa voix et joue sur les intonations. Elle ne stigmatise pas les réponses qui ne sont pas celles qu'elle attend, et ne porte jamais un jugement de valeur sur une erreur d'élève qui donne une réponse orale fautive. Elle sollicite toujours un autre élève pour donner la réponse.

Une autre manière de faire aurait pu consister à inviter un élève à compter la poignée de bâchettes dans la main de P1 et d'écrire 17 au tableau. P1 enlève ou fait enlever 4 bâchettes puis fait compter le nombre de bâchettes restant (ici 13). Ecrire au tableau éventuellement : avant (17) et après (13) que s'est-il passé ? L'énoncé pourrait également être proposé sous forme de petit problème : « Lamine a 17 crayons, il donne 4 crayons à sa sœur Soumaya, combien de crayons lui reste-t-il ? » Avec ce type de problème on peut traiter la soustraction (17- 4) pour faire apprendre aux élèves d'abord à soustraire chaque chiffre du nombre à soustraire « *subtrahend*¹⁴⁸ » du chiffre du nombre duquel on soustrait « *minuend* » :

$$\begin{array}{r} 1 \quad 7 \\ - \quad 4 \\ \hline 1 \quad 3 \end{array}$$

Les élèves effectuent cette opération en commençant par « ôter » le chiffre des unités du nombre à soustraire du chiffre des unités du nombre duquel on soustrait (4 ôté de 7).

Par ailleurs, P1 utilise dans les deux exercices, les manipulations d'ostensifs pour expliquer la technique opératoire de la soustraction. Ces ostensifs (cailloux, bâchettes, le symbole de la machine soustractive, 17, (-), =, 13, 4 etc.) sont des *objets graphiques* au sens de (Mercier,

¹⁴⁸ Pour ces deux expressions “*subtrahend et minuend*” voir Liping Ma, (1999).

1997) pour qui la manipulation *d'objets matériels* relève d'une *technologie générale*. On voit bien l'intérêt de l'usage *d'un système d'ostensifs* dans des situations didactiques : « Mais avec les ostensifs, les êtres humains manipulent des objets graphiques, des substituts d'objets énumérables. Grâce au système de numération en base, toutes les pratiques par déplacement, d'objets matériels (bûchettes, cailloux, boules, jetons, etc.) sont remplacés par un travail ostensif qui peut légitimement se substituer aux pratiques matérielles citées, parce qu'il en rend compte complètement » (Mercier, 1997, p. 278).

On pourrait également expliquer les difficultés que peuvent occasionner l'utilisation des outils sémiotiques, dans leur rapport avec les élèves en situation d'apprentissage : « Sans doute peut-on constater, ici les effets d'une conception représentationnaliste de la pensée, qui répugne à voir dans l'effectivité matérielle et dans la production de signes les conditions nécessaires du travail intellectuel, auxquels s'ajoutent ceux d'un constructivisme vulgaire, ou tout s'élabore dans la tête (par manipulation, par immersion dans une situation- problème aux pouvoirs magiques), conceptions qui semblent minorer tout le travail, pour nous fondamental de répétition, d'exercices, de rumination » (Sensevy et Rivenc, 2003, p.80).

Dans cette séance, on pourrait également aborder la question de construction du milieu (Sensevy, 2004) dans un jeu d'apprentissage donné. Comment des significations communes sont construites et prennent place dans le milieu ? Cette construction du milieu consiste à voir comment les objets matériels ou symboliques traduisent des notions habituelles ? Etudier la mésogénèse, pour le cas de cette séance c'est tenter de répondre à ces questions : demander quoi (trouver le nombre 4 à partir de 17 bûchettes au départ et 13 bûchettes après) ? Qu'est-ce qui arrive dans l'action ? Comment cela arrive / se construit ? (Manipulation des outils sémiotiques pour expliquer que $17 - 4 = 13$). De quoi est-ce qu'on parle ? De quoi s'agit-il ? (Préparer le milieu pour faciliter la construction des apprentissages).

2.1.1.7 Synthèse et analyse de l'épisode signifiant repéré dans S3P1

L'analyse de cet épisode met clairement en évidence comment l'intervention du professeur modifie le milieu. L'utilisation des notions « avant » et « après » pour expliquer l'action d'enlever ou d'ôter, donne à voir une substitution à la construction d'un éventuel rapport des élèves au milieu qui est censé leur permettre d'élaborer ou d'envisager des réponses aux questions soulevées par la résolution des problèmes. Ceci, pourrait-être considéré comme un parti-pris spécifique sur la soustraction. P1 s'autorise une certaine *régulation conjointe* au sens de (Sensevy, 2001) pour tenter de faire avancer le temps didactique et la progression programmée de la leçon.

Dans cette séance, on a pu voir également que la gestion de la topogénèse par le professeur n'a pas permis de donner aux élèves une autonomie pour prendre des initiatives personnelles ou collectives dans la résolution de l'exercice. Notons enfin que l'énoncé de l'exercice et les consignes de P1 soutenus par une manipulation d'objets sont apparus ambigus au sens où P1 a largement utilisé la langue maternelle pour se faire comprendre et faire comprendre l'exercice.

Après avoir manipulé des bâchettes, P1 tente de comprendre avec les élèves ce qui s'est véritablement passé au cours la manipulation. Les élèves avaient tous vu qu'il y avait 17 bâchettes avant, et après un élève compte un autre paquet de bâchettes et trouve 13 bâchettes. Il s'agit de la recherche d'une transformation à partir d'un état initial, et les élèves doivent trouver que ce sont 4 bâchettes qui sont « enlevées ». Mais au moment de l'écriture en ligne de la manipulation, l'élève désigné écrit $17 - 13 = 4$ au lieu de $17 - 4 = 13$. P1 veut montrer comment s'opère la soustraction en utilisant le mot « enlever » et les expressions « avant » et « après ». L'action (enlever) contraste avec la manipulation sémiotique qui ne permet pas de voir matériellement les « 4 bâchettes enlevées ». En disant : « *regardez bien, au début on avait 17 bâchettes, les 17 bâchettes sont devenues 13, qu'est-ce qu'on a fait...* » P1 désigne l'opération de soustraction, ici, en absence, il ne la « montre » pas.

Dans cet épisode, un nouveau problème apparaît. Ce n'est plus la centration sur les formes sémiotiques (lexis) au sens de Pascal, (1980) et l'automatisation du sémiotique qui posent problème, mais plutôt la relation entre l'action (enlever) et la « mathématisation/modélisation » de l'action. On peut donc noter que la difficulté dans cette monstration de la soustraction par manipulation d'objets réside à la fois dans la relation entre les signes et les références. Ceci montre également que l'absence de jeu(x) influence la procédure utilisée qui ne permet pas aux élèves d'être confrontés à « une action référence » (la main de laquelle on est censé enlever les 4 bâchettes) pour comprendre ensuite comment la soustraction est effectuée.

En plus de ces difficultés, on voit une fois de plus P1 avoir recours à la langue hausa pour expliquer l'action (enlever) et montrer aux élèves comment s'opère physiquement la soustraction effectuée. En ce qui concerne le projet d'enseignement, P1 voulait faire découvrir la soustraction avec la machine soustractive machine (- a) et sa représentation associée. Mais dans la mise en œuvre en classe, on remarque une difficulté liée à l'absence de

travail sur la relation entre signe et référence (ici, l'action d'enlever 4 bâchettes de 17 bâchettes n'est pas effectuée). Les élèves n'ayant pas le contrôle de la relation entre signe et dénotation, on est plus en présence d'une conception « syntaxique » de l'action plutôt que « sémantique » qui est aux mains du professeur. Par ailleurs, la présentation de la machine (-) et son symbole montre bien que cet outil n'est pas fonctionnel. Les élèves connaissant déjà la soustraction, l'utilisation de la machine soustractive introduit uniquement l'opération

Les propositions de mise en œuvre de cette séance dans les manuels d'enseignement, indiquent un raisonnement avec l'utilisation des notions « avant » et « après » pour expliquer l'action d'enlever. Ceci constitue il nous semble un « parti-pris spécifique » sur la soustraction. Part ailleurs, si en faisant du *composing/decomposing* Ma (1999), nous écrivons par exemple $17 - 13 = 4$; $4 = 18 - 14$; $(18 + 2) - (14 + 2) = 4$, nous ne pensons pas que c'est le même nombre que l'on écrit.

Cet épisode est donc un cas typique de la mise œuvre d'une procédure où les élèves doivent comprendre avant tout le sens du mot « enlever » et ce qui est une machine soustractive pour réussir une soustraction.

2.1.2 Analyse de la séance S2P2

2.1.2.1 Unité 2 P2

Le synopsis présenté dans le tableau 68 (page suivante) montre la deuxième séance sur les quatre séances mises en œuvre par P2. Nous présentons d'abord l'intrigue didactiques, nous faisons une analyse *a priori* du contenu de la séance, avant de faire une synthèse sur le déroulement de la leçon.

S1P2		
Temps (mn)	Modalités travail	Scènes
1-17	PLM	Ecriture des nombres : 24 ; 17 ; 15. Comptage de 0 à 99 par quelques élèves.
17-22	Collectif	Comptage des bâchettes représentées au tableau : $\text{IIIIIIII} + \text{III} = \text{IIIIIIIIII}$ $9 + 3 = 12$
22-36	Collectif	Explication de la technique opératoire de l'addition sans retenue
36-46	Collectif	Disposition de $34 + 13$ dans le tableau à double colonne :
46-53	Individuel	Additions à effectuer individuellement : $23 + 2$; $17 + 11$; $60 + 27$; $48 + 21$; $52 + 26$ sur les ardoises. Vérification des réponses.

Tableau 67 : Synopsis de la séance 1 de P2

Le tableau 67 ci-dessus donne à voir la séance 1 présentée par P2. La partie grisée représente l'épisode signifiant de la pratique de P2 que nous avons choisi pour l'intérêt qu'il présente sur la technique opératoire de l'addition sans retenue. Cet épisode pour lequel nous allons fournir un synopsis détaillé et faire une analyse plus fine des interactions didactiques figure en S1 (tableau 68 : Episode signifiant S1 P2).

2.1.2.2 Intrigue didactique S1P2

Temps (mn)	Scènes	Phases
1-17	P2 demande aux élèves d'écrire les nombres 24, 17 et 15 sur les ardoises. Trois élèves sont désignés par P2 pour compter de 0 à 99.	Contrôle des acquisitions antérieures
17-22	Les élèves disposent individuellement les bâchettes sur les tables. Un élève est désigné pour compter 9 bâchettes puis 3 devant ses camarades, et de dire le nombre total de bâchettes. Les élèves sont invités chacun à compter 9 puis 3 bâchettes comme l'a fait leur camarade.	Découverte de la technique opératoire de l'addition
22-36	Un ¹⁴⁹ élève est désigné pour schématiser au tableau, 9 puis 3 bâchettes. Une suite de bâchettes (IIIIIIII+III = IIIIIIIII) est dessinée au tableau par P2 L'élève désigné compte les bâchettes et complète : IIIIIIII + III = IIIIIIIII 9 3 12 Un autre élève passe au tableau et dessine des bâchettes avec les nombres correspondant en face : IIIIIIII 9 III 3 IIIIIIIIII 12 P2 demande la nature et le signe de cette addition. Un élève répond le signe (+). P2 demande de passer au tableau, pour mettre les signes. Des élèves sont désignés pour placer les signes + au niveau des deux schémas : IIIIIIII + III = IIIIIIIII 9 + 3 = 12 IIIIIIII 9 III + 3 ----- = IIIIIIIIII 12 P2 demande à un élève de lire l'opération : 9 + 3 = 12 et de l'écrire sur les ardoises.	

¹⁴⁹ Dans cette case l'épisode signifiant retenu

36-46	<p>P2 demande aux élèves de lui proposer une addition sans retenue. Deux élèves proposent $6 + 6$ et $9 + 6$ et vont les écrire au tableau. Le premier trouve 12, deux autres butent sur $9 + 6$, et un troisième trouve le résultat 15. P2 demande aux élèves de lui dessiner le tableau à deux colonnes. Un élève s'exécute, il dessine le tableau à deux colonnes.. P2 écrit 34 au tableau et propose aux élèves de l'écrire dans le tableau à deux colonnes. Deux élèves passent mais butent. Un troisième réussit. P2 demande d'écrire 13 et d'effectuer l'opération. Un élève s'exécute :</p> <table border="1" data-bbox="352 555 475 734"> <tr> <td>x</td> <td>●</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>7</td> </tr> </table>	x	●	3	4	1	3	3	7	Application des nouvelles acquisitions
x	●									
3	4									
1	3									
3	7									
46-53	P2 écrit les additions : $23 + 2$; $17 + 11$; $60 + 27$; $48 + 21$; $52 + 26$ et demande à quelques élèves de passer les effectuer au tableau.	Contrôle des nouvelles acquisitions								

Tableau 69 : Intrigue didactique S1P2

2.1.2.3 Analyse de l'épisode signifiant repéré dans S1P2 : du cardinal d'une réunion à l'écriture numérique de l'addition

Temps (mn)	Caractérisation de l'épisode										
22- 36	<p>A partir de la situation $IIIIIIII + III = IIIIIIIII$. P2 : « <i>Maintenant, on vient de compter les bâchettes n'est-ce pas, qui va schématiser les bâchettes, les 9 bâchettes, les 3 bâchettes, les 12 bâchettes.</i> ». Un élève est désigné. P2 : « <i>Il faut compter 9 bâchettes d'abord</i> ». L'élève compte et dessine les 9 bâchettes (IIIIIIII). P2 : « <i>Ensuite</i> ». L'élève écrit le signe +. Il poursuit, compte et dessine les 3 bâchettes (III). P2 : « <i>On met toutes les bâchettes ensemble, ça va donner combien de bâchettes ?</i> » L'élève compte et dessine 12 bâchettes. P2 en montrant du doigt les bâchettes : « <i>ici il y a combien de bâchettes ?</i> ». L'élève : « <i>9 bâchettes</i> ». P2 : « <i>écrit 9</i> ». P2 : « <i>ici il y a combien de bâchettes ?</i> ». L'élève : « <i>3 bâchettes</i> ». P2 : « <i>écrit 3 ici</i> ». P2 : « <i>ici il y a combien de bâchettes ?</i> ». L'élève : « <i>12 bâchettes</i> ». P2 : « <i>écrit 12</i> ». P2 : « <i>un autre</i> » Un autre élève va au tableau. P2 : « <i>schématise les 9 bâchettes</i> ». L'élève s'exécute. P2 : « <i>Ensuite, schématise les 3 bâchettes</i> ». L'élève s'exécute. P2 : « <i>si on rassemble toutes les bâchettes, ça fait combien de bâchettes ?</i> ». L'élève : « <i>12 bâchettes</i> ». P2 : « <i>schématise les 12 bâchettes</i> ». L'élève s'exécute. P2 poursuit et on obtient le schéma ci-dessous :</p> <table border="0" data-bbox="312 1559 608 1704"> <tr> <td>IIIIIIII</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>III</td> <td>+ 3</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-----</td> </tr> <tr> <td></td> <td>=</td> </tr> <tr> <td>IIIIIIIIII</td> <td>12</td> </tr> </table> <p>P2 : « <i>Donc c'est quelle opération ?</i> ». Un élève : « <i>c'est une addition</i> ».</p> <p>P2 : « <i>dans cette addition, y'a-t-il une retenue ?</i> ». Un élève répond : « <i>il n'y a pas de retenue</i> ».</p>	IIIIIIII	9	III	+ 3		-----		=	IIIIIIIIII	12
IIIIIIII	9										
III	+ 3										

	=										
IIIIIIIIII	12										

Tableau 70 : Episode signifiant S1P2

Dans la mise en œuvre de cette leçon sur l'addition sans retenue, il s'agit de travailler les savoirs mathématiques liés à la technique opératoire à travers l'addition de deux nombres à un chiffre ou à deux chiffres. Les élèves ont déjà une connaissance implicite sur l'addition¹⁵⁰. Cette séance constitue un rappel de la technique opératoire l'addition posée qui donne à voir la représentation des unités et des dizaines dans le tableau à deux colonnes. La manipulation de l'élève (minutes 17 à 22), est une étape essentielle dans l'introduction de la technique opératoire de l'addition.

		
<p>Photo-6_S1P2</p>	<p>Photo-7_S1P2</p>	<p>Photo-8_S1P2</p>
<p>Ici on voit l'élève désigné qui compte ses bâchettes devant l'ensemble de la classe. Il exécute une consigne de P2 qui consiste à prendre ses bâchettes et à compter 9 bâchettes demandées par P2.</p>	<p>L'élève poursuit et compte autres 3 bâchettes (ici indiquées par la flèche) et les montre à l'ensemble de la classe. Ces deux manipulations de bâchettes (9 puis 3 bâchettes) marquent ainsi le début de la mise en œuvre de la technique opératoire de l'addition sans retenue. Les intentions de P2 étant de procéder ensuite à la réunion des deux collections de bâchettes.</p>	<p>L'élève met ensemble dans une même main les 9 et 3 bâchettes et compte l'ensemble (12 bâchettes). La réunion des deux collections marque l'aboutissement de la technique opératoire.</p>

Tableau 71 : Scènes indiquant les manipulations de bâchettes pour additionner 9 et 3

En comptant 9 bâchettes (Photo-6_S1P2), puis 3 bâchettes (Photo-7_S1P2), et en trouvant 12 bâchettes au total (Photo-8_S1P2), l'élève associe le résultat d'une addition avec le cardinal de la réunion de deux collections. L'enseignant introduit (ou rappelle, si c'était déjà connu ?) le signe « + » figurant l'addition, et le signe « = » indiquant l'égalité de deux termes. Ici on écrira donc $9 + 3 = 12$, en ligne et en colonne (Photo-12_S1P2). Dans ce cas, on considère seulement des unités qui ont été ajoutées entre elles.

¹⁵⁰ Ils savent effectuer par dénombrement une addition de nombres petits et utiliser le boulier pour additionner deux nombres.

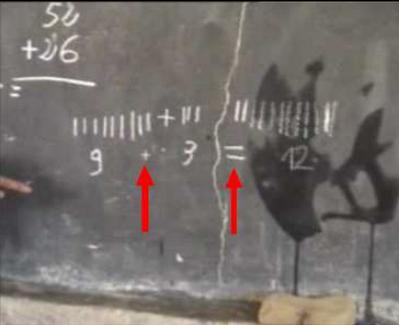
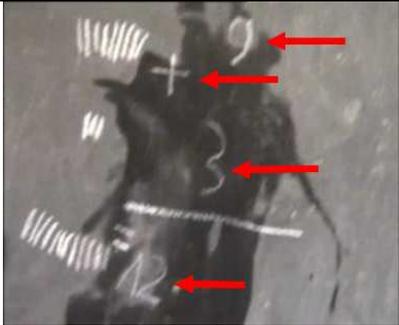
		
<p>Photo-9_S1P2</p>	<p>Photo-10_S1P2</p>	<p>Photo-11_S1P2</p>
<p>Les différentes manipulations de bâchettes ont conduit à la représentation des bâchettes par des petits verticaux et à l'écriture des nombres 9 ; 3 et 12 sous chaque représentation. On voit des équivalences entre des collections et des nombres. Ces équivalences sont censées montrer la réunion de collections et l'écriture en ligne de l'addition.</p>	<p>Le signe (+) est placé entre 9 et 3 et le signe (=) est écrit pour compléter l'écriture en ligne $9 + 3 = 12$. P1 confirme par cette écriture numérique la technique opératoire de l'addition sans retenue de deux nombres à un chiffre.</p>	<p>L'étape suivante a consisté à produire l'addition posée de $9 + 3 = 12$, en gardant toujours les équivalences entre les collections et les nombres. Cette étape de l'addition de deux nombres à un chiffre cache pourtant un fait, cette addition est bien d'une certaine manière une addition avec retenue.</p>

Tableau 72 : Scènes indiquant les représentations sémiotiques de l'addition $9 + 3$

Un élève dessine des bâchettes en utilisant des (ostensifs I) pour schématiser la situation : $\text{IIIIIIII} + \text{III} = \text{IIIIIIIIIIII}$ (Photo-9_S1P2). Il complète en faisant le lien entre ces bâchettes et les chiffres correspondant ($9 + 3 = 12$) en colonnes. P introduit ensuite cette schématisation et c'est sans doute révélateur de ses interactions didactiques en ce sens que les 12 bâchettes serviraient de découverte active de la technique opératoire de l'addition. Ces « *ostensifs* » posent la question des « *aspects conventionnels et représentationnels* » au sens de (Sensevy et Rivenc, 2003) pour lesquels les outils sémiotiques en mathématiques présentent des difficultés dans le cadre de l'élaboration de la connaissance à construire.

L'épisode signifiant est repéré (minutes 22 à 36) à partir de l'instant où P2 demande : « *Maintenant, on vient de compter les bâchettes n'est-ce pas, qui va schématiser les bâchettes, les 9 bâchettes, les 3 bâchettes, les 12 bâchettes ?* » aux élèves de représenter la situation en chiffres, sous entendu à quoi correspondent ces ostensifs : $(\text{IIIIIIII} + \text{III} = \text{IIIIIIIIIIII})$ si on devrait les traduire en chiffre. L'élève désigné va au tableau, compte les bâchettes et écrit les chiffres et les signes correspondants (Photo-10_S1P2). P2 s'attend donc à ce que l'élève écrive l'opération en ligne ($9 + 3 = 12$) pour passer à une représentation chiffrée de l'opération. L'élève s'exécute

très bien et satisfait l'attente de P2, pour laquelle il est important de produire la situation de l'opération en ligne pour ensuite passer à l'étape de l'addition posée (Photo-11_S1P2).

Quand on regarde de plus près l'addition ($9+3=12$), nous posons la question suivante : à la suite du raisonnement utilisé par P2, pourquoi $9+3$ est traité comme une addition sans retenue ? Pour expliquer que $9 + 3 = 12$, P2 a utilisé les bâchettes comme support matériel.

Le raisonnement porte sur l'addition de deux nombres à un chiffre ($9 + 3$). La possibilité de former aisément une dizaine n'est pas exploitée. Ce principe ne ressort pas dans ce cas, et aucune référence n'est faite à la notion de dizaine. En fait le matériel utilisé (ici les bâchettes) n'incite pas à effectuer un échange. Au contraire, puisqu'il est très facile d'obtenir le résultat simplement en dénombrant les bâchettes une à une. C'est sans doute pour cette raison que P2 considère qu'il s'agit d'une addition sans retenue. On pourrait imaginer par exemple que dans une opération en colonne, P2 demande aux élèves de dire à combien de buchettes correspondent des chiffres désignés.

Le support matériel utilisé, constitue un système sémiotique dans lequel il n'y a pas de retenue. Le choix de $9 + 3$ comme « prototype » de l'addition sans retenue est curieux, puisque d'une certaine manière, c'est une addition avec retenue, au sens où la somme des deux nombres ($9 + 3 = 13$) est supérieure à 10 ($13 = 10+3$). Ici, « avec retenue » signifie avec la manipulation concrète de « prêté – rendu de la dizaine ».

Par ailleurs, l'exemple utilisé par P2 ne semble pas très adapté pour expliquer les savoirs mathématiques relatifs à la constitution de la dizaine si la somme dépasse 9 (échange à 10 contre 1). Mais additionner ($9 + 3$) doit plutôt permettre d'expliquer aux élèves qu'il est possible d'emprunter¹⁵¹ 1 à 3 pour le donner à 9 (on complète ainsi la dizaine) : $9 + 1 + 2 = 10 + 2$. P2 aurait pu aussi demander aux élèves de constituer deux tas avec les bâchettes. Les élèves pourraient dénombrer chaque tas (en faisant un paquet de dix) et se rendre compte qu'il y a un tas de dix unités réunies (une dizaine) et deux unités à part. Ceci correspondrait bien à la technique opératoire usuelle.

P2 aurait pu faire également avec les élèves une manipulation sur le boulier, en disposant d'abord les neuf capsules, puis les trois autres capsules dans les colonnes correspondantes. A l'aide du boulier, P2 amène les élèves à déterminer la quantité obtenue par réunion de deux quantités connues. Les élèves se trouvent devant le problème du « Trop plein » de la colonne des unités. P2 demande ce qu'il faut faire. Les élèves doivent mettre au point une stratégie

¹⁵¹ Ici avec l'idée d'emprunter, on peut faire référence à Liping Ma (1999) qui parle de *borrowing*.

pour effectuer l'addition qui leur est demandée. L'échange à 10 contre 1 s'impose. Les dix capsules (1 dizaine) sont placées dans la colonne des dizaines. P2 fait lire le résultat. Lors de la validation, P2 doit bien marquer les étapes : $9 + 3 = 12$ c'est 1 dizaine et 2 unités, et ne manquera pas de travailler le passage d'un système sémiotique (ici les bâchettes) à un système symbolique les dizaines(d) et les unités(u) (ici : $9 u + 3 u = 12 u = 1 d + 2 u = 12$).

P2 ne fait pas de référence au GM qui préconise pour cette séance (cf. le chapitre présentation des quatre séances) d'additionner deux nombres ($24 + 45$) en utilisant le boulier, elle a probablement délibérément choisi des nombres qui lui paraissaient plus simples. Mais ces choix mathématiques et didactiques n'ont pas permis la mobilisation des savoirs mathématiques attendus.

On pourrait également parler ici de situation adidactique (Brousseau, 1998). Pour comprendre cette situation, trois critères sont généralement observés :

- opacité des intentions de P2 (anti effets Topaze, le travail de l'élève n'est pas influencé) ;
- interactions prégnantes et adéquates avec le milieu (ici le milieu, ce sont les 12 bâchettes) ;
- le milieu contient une connaissance cristallisée (ici les bâchettes à compter représentent bien le savoir visé).

2.1.2.4 Synthèse de l'analyse de l'épisode signifiant repéré dans S1P2

Le projet de P2 et son contenu didactique ont mis en évidence des interactions dont le statut est caractérisé par une absence de savoir mathématique à même de produire des stratégies gagnantes à la fois pour le joueur A (élèves) et le joueur B (professeur).

Il y a une centration sur les signes, et P2 ne fait pas référence au matériel initialement utilisé (les bâchettes manipulées). Elle se focalise sur la réalité « sémiotique », une focalisation prégnante qui occulte la situation didactique de toute référence au symbolique pourtant nécessaire à l'apprentissage. Il nous semble que l'important, c'est que les élèves puissent acquérir des capacités d'écriture mathématique en usant des systèmes sémiotiques adéquats, et en passant facilement d'un système à l'autre.

P2, devrait être le producteur de techniques didactiques pour finalement aménager le milieu, et construire la topogénèse et la chronogénèse. Mais cela n'a pas été effectif puisque P2 ne

connaît pas les techniques didactiques, ce qui lui aurait permis la régulation des comportements qu'elle a produits en vue d'amener l'élève à élaborer des stratégies gagnantes.

P2 en choisissant $9 + 3$ comme « prototype » d'une addition sans retenue, ne se rend pas compte que mathématiquement c'est en fait une addition avec retenue selon la technique de l'addition posée. C'est donc la manipulation de 9 bâchettes et de 3 bâchettes qui amène à considérer le contraire, et à découvrir le sens de l'addition (ici, association entre addition et réunion de deux collections). La technique opératoire n'est pas visible parce qu'il n'y a pas de travail sur les groupements. Les valeurs numériques choisies par P2 sont également de nature à ne pas inciter au principe de l'échange à 10 contre 1.

L'exemple de P2, suscite trois niveaux de commentaires :

- la représentation de l'addition en ligne, comme en colonne donne à voir ce que l'on pourrait considérer comme une manipulation concrète de « prêté-rendu » d'une addition de valeurs numériques (ici $9 + 3$). On passe d'une manipulation d'objets (comptage de bâchettes) à une représentation dans un tableau à deux colonnes qui ne permet pas de découvrir la technique opératoire de l'addition. La manipulation sémiotique standard (ici l'addition de deux nombres à 1 chiffre) que l'on devrait voir pour expliquer l'addition avec retenue est absente. Cette absence explique une fois de plus comme nous l'avons souligné précédemment pour P1, une centration sur le sémiotique au détriment de la référence pour donner du sens aux formes sémiotiques représentées ;
- P2 ne suit pas les manuels d'enseignement qui préconisent l'addition de deux nombres avec deux chiffres en utilisant une manipulation avec le boulier. P2 choisit également des valeurs numériques qui permettent un comptage terme à terme. La fiche de préparation élaborée par P2 dans sa conception, contient une topogénèse qui influence la topogénèse induite par P2 qui occupe l'espace classe ;
- Le projet d'enseignement de P2 prévoyait un comptage de bâchettes pour expliquer la technique opératoire de l'addition sans retenue. On voit les différentes étapes : représentation figurative des bâchettes « I », avec tout de même le signe + ; écriture chiffrée en ligne, avec introduction du signe = ; écriture en colonne, ne mentionnant pas de retenue. Mais malgré la succession de ces étapes, c'est mathématiquement une addition avec retenue.

Ce qui est décrit dans cet épisode, nous permet de conclure qu'une manipulation d'objets (ici des bâchettes) seule peut fournir une preuve (découvrir le sens de l'addition), mais ne permet pas de déterminer la technique opératoire de l'addition. On pourrait imaginer un petit problème du genre ; Ali a 24 mangues dans un panier. Son ami Salim lui donne 45 mangues cueillies dans son jardin. Combien de mangues Ali a-t-il en tout ? Dans ce type de problème, le professeur ne manquera pas de travailler (nous l'avons montré pour P1) le passage d'un système sémiotique (ici les mangues) à un système symbolique les dizaines(d) et les unités(u). Ainsi $24 + 45 = 2 d + 4 u + 4 d + 5 u$; $2 d + 4 u + 4 d + 5 u = 2 d + 4 d + 4 u + 5 u$; $2 d + 4 d + 4 u + 5 u = 4 d + 9 u$; $4 d + 9 u = 49$.

2.1.3 Analyse de la séance S2P3

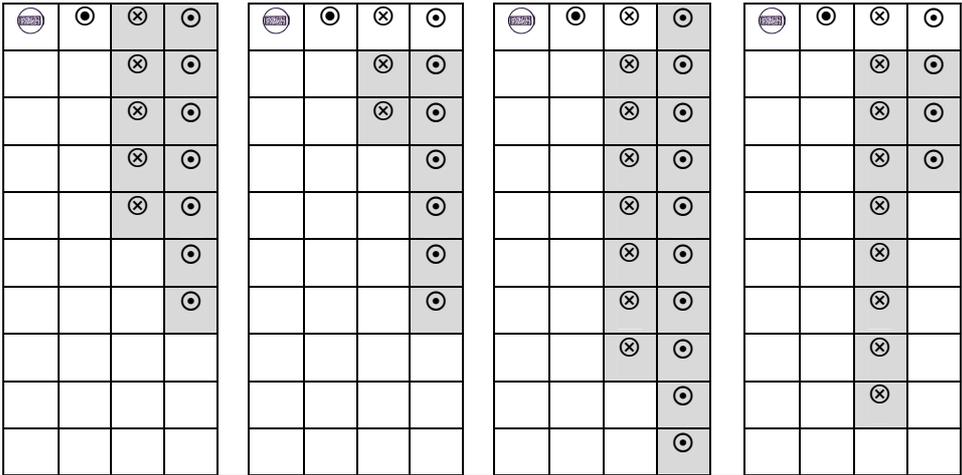
2.1.3.1 Unité 3 P3

Le synopsis présenté dans le tableau 73 ci-dessous montre la séance 2 sur les quatre séances mises en œuvre par P3. La partie grisée représente l'épisode signifiant de la pratique de P3 que nous avons choisi pour l'intérêt qu'il présente sur la technique opératoire de l'addition avec retenue (mise en évidence de la retenue en déterminant la quantité obtenue par réunion de deux quantités connues). Cet épisode pour lequel nous allons fournir un synopsis détaillé, et faire une analyse plus fine des interactions didactiques figure en S2 (minutes 8 à 16).

S2P3		
Temps (mn)	Modalités travail	Scènes
1-8	PLM	Dictée de nombres : 12 ; 24 Additions à effectuer : $34 + 12$; $28 + 21$
8-16	Collectif	Décomposition additive de $57 + 26$ à l'aide du boulier
16-21	Collectif	Addition à effectuer $57 + 26$ dans le tableau à double colonne
21-27	Collectif	Additions à effectuer collectivement au tableau : $36 + 59$; $36 + 17$; $44 + 16$; $55 + 24$; $33 + 48$
27-35	Collectif	Additions à effectuer individuellement sur les ardoises : $36 + 7$; $45 + 17$. Vérification des réponses écrites sur les ardoises

Tableau 73 : Synopsis de la séance 2 de P3

2.1.3.2 Intrigue didactique S2P3

Temps	Scènes	Phases
1-8	P 3 propose aux élèves d'écrire sur les ardoises les nombres 12 et 24, ils écrivent les réponses. P 3 demande ensuite aux élèves d'effectuer. $34 + 12$; $28 + 21$.	Contrôle des acquisitions antérieures
8-16	<p>P 3¹⁵² présente un support papier et demande aux élèves ce que c'est. Un élève répond que c'est un boulier. Ce dernier est placé sur une table devant l'ensemble des élèves. P 3 rappelle les colonnes des unités et des dizaines.</p> <p>P3 présente des capsules et demande aux élèves à quoi correspondent-elles (capsules dizaines (⊗) et capsules unités (⊙)). P 3 écrit $57+26$ et demande aux élèves de placer 57 dans le boulier. Un élève s'exécute et place les capsules sur les premières cases¹⁵³ (premier boulier à partir de la gauche). P3 ramasse les capsules ayant servi à former 57 et demande à un autre élève de placer 26 dans le boulier. Un autre s'exécute et place encore les capsules sur les deuxièmes cases (deuxième boulier).</p> <p>P3 demande à un autre élève de venir placer les 57 capsules après les avoir enlevées du boulier, l'élève s'exécute. L'élève complète d'abord la colonne des unités (troisième boulier), trois capsules unités sont restées sur la table. Il complète ensuite la colonne des dizaines (troisième boulier). P3 demande à l'élève le nombre d'unités sur le boulier. L'élève répond 10 unités. P3 demande ce qu'il y a lieu de faire avec les 10 capsules unités. L'élève répond qu'il faut les échanger contre un âne. Il prend une capsule dizaine dans une boîte et la place sur le boulier dans la colonne des dizaines, il termine la manipulation en plaçant les 3 capsules unités restantes dans la colonne des unités (quatrième boulier).</p>	Découverte de la technique opératoire de l'addition à l'aide du boulier
		
	P3 demande à l'élève le nombre de dizaines et d'unités. L'élève répond 8 dizaines et 3 unités. P 3 écrit 83 au tableau en précisant que c'est $57+26$. P3 montre un dessin au tableau et demande aux élèves ce que c'est. Un élève répond que c'est un tableau à deux	Découverte de la

¹⁵² Dans cette case l'épisode signifiant retenu.

¹⁵³ Nous mettons en gris les cases utilisées pour placer les capsules.

16-21	<p>colonnes. P3 demande à deux élèves de placer 57 puis 26 dans ce tableau. P3 effectue l'opération avec les élèves en précisant que $7 + 3 = 13$ on écrit 3 et on place 1 de la retenue dans la colonne des dizaines. P3 écrit la forme posée de l'addition $57 + 26$, et demande à un élève d'effectuer l'addition.</p> $\begin{array}{r l} x & \bullet \\ \hline 5 & 7 \\ 2 & 6 \\ \hline & \end{array}$ $\begin{array}{r l} x & \bullet \\ \hline \boxed{1} & \\ \hline 5 & 7 \\ 2 & 6 \\ \hline 8 & 3 \end{array}$ $\begin{array}{r} \boxed{1} \\ 5 \quad 7 \\ + \quad 2 \quad 6 \\ \hline 8 \quad 3 \end{array}$	technique opératoire de l'addition à l'aide du tableau à deux colonnes
21-27	P3 propose aux élèves d'effectuer collectivement au tableau les additions suivantes : $36 + 59$; $36 + 17$; $44 + 16$; $55 + 24$; $33 + 48$	Application des nouvelles acquisitions
27-35	P3 propose aux élèves d'effectuer individuellement sur les ardoises les additions suivantes : $36 + 7$; $45 + 17$. Vérification des réponses écrites sur les ardoises	Contrôle des nouvelles acquisitions

Tableau 74 : Intrigue didactique S2 P3

2.1.3.3 Analyse de l'épisode signifiant repéré dans S2P3 : du cardinal d'une réunion à l'écriture numérique de l'addition

Temps (mn)	Caractérisation de l'épisode
8 - 16	<p>P 3 montre un objet aux élèves et dit : « <i>Bien on a vu ça qui va me rappeler le nom ?</i> ». Un élève répond : « <i>boulier</i> ». P 3 : « <i>ici c'est quelle colonne, on va encore rappeler</i> ». Un élève : « <i>colonne des unités</i> ». P 3 : « <i>ici c'est quelle colonne ?</i> ». Un élève : « <i>c'est la colonne des dizaines</i> ». P 3 : « <i>Nous allons travailler seulement avec les deux premières colonnes</i> ».</p> <p>P 3 : « <i>Et ici qu'est-ce que j'ai, ce sont des quoi ?, qu'est-ce que c'est ?</i> ». Un élève : « <i>ce sont des capsules</i> ». P 3 : « <i>ici c'est quelle capsule ?</i> » Un élève : « <i>c'est la capsule dizaine</i> ». P 3 : « <i>et là, nous avons quelle capsule ?</i> ». Un élève : « <i>c'est la capsule unité</i> ». P 3 : « <i>donc aujourd'hui nous allons voir (un petit coup d'œil sur la fiche de préparation), nous allons additionner 57 et 26, le signe c'est plus (57+26). Qui va placer 57 dans le boulier ? Oui vient placer 57. On a vu les capsules unités et les capsules dizaines, il ya également la colonne des unités et la colonne des dizaines</i> ». L'élève désigné place les 7 capsules unités sur le boulier dans la colonne correspondant aux unités et les 5 capsules dizaines dans la colonne correspondant aux dizaines. P3 : « <i>très bien là nous avons les 57, on va mettre les 57 de côté et placer combien ?</i> ». Un élève : « <i>26</i> ». P3 : « <i>26, donc vient placer les 26 dans le boulier</i> ».</p>

P3 : « *Maintenant, on va additionner 57 et 26, qui va placer les 57 dans le boulier ? Là nous avons déjà les 26, maintenant tu vas ajouter les 57* ». L'élève s'exécute et complète la colonne des unités en comptant 7, 8, 9 et 10. P3 : « *maintenant, il reste la colonne des dizaines* ». L'élève poursuit et complète la colonne des dizaines en comptant 3, 4, 5, 6, 7. P3 : « *maintenant, suivez, on a combien de capsules unités ?* » L'élève : « *10 unités* ». P3 : « *on va les garder, qu'est-ce qu'on va faire avec les, oui ?* ». L'élève : « *on les échange avec un seul âne* ». P3 : « *très bien, on les échange avec un seul âne, donc effectue l'échange, il faut les prendre et les amener ici, voilà. Maintenant, on va prendre une capsule dizaine* ». L'élève prend une capsule dizaine et la place sur le boulier. P3 : « *très bien, maintenant le reste on les place. Maintenant, on a combien de dizaines, il faut compter, combien* ». L'élève compte et dit « *8 dizaines* ». P3 : « *nous avons 8 dizaines, et combien d'unités ?* ». L'élève : « *3 unités* ». P3 : « *3 unités, donc on a obtenu 8 dizaines et 3 unités (et écrit 83 au tableau). Donc $57 + 26 = 83$* ».

P3 : « *maintenant, ici on a quoi ? (en montrant de la main un dessin)* » Un élève : « *tableau à deux colonnes* ». P3 : « *c'est un tableau à deux colonnes. On va placer les 57, on va écrire les 57 dans le tableau. Qui va écrire 57 ? Où est la place des dizaines, où est la place des unités, qui va venir écrire 57 ? On va voir la place des unités et des dizaines* ». L'élève désigné écrit 5 dans la colonne des dizaines et 7 dans la colonne des unités. P3 : « *on a 5 pour les dizaines et 7 pour les unités. Maintenant qui va écrire 26 ?* ». Un élève s'exécute et écrit 2 dans la colonne des dizaines et 6 dans la colonne des unités.

P3 : « *maintenant, on va additionner, on va faire $57 + 26$ (trace une ligne horizontale dans le tableau à deux colonnes sous 57 et 26). Pour effectuer une addition, on commence toujours par quelle colonne ?* ». Un élève : « *on commence par les unités* ». P3 : « *on commence toujours par les unités (rajoute un signe plus dans le tableau à deux colonnes) et on additionne les dizaines. Et faites attention on doit écrire la réponse des unités sous les unités et la réponse des dizaines sous les dizaines. Maintenant, on va commencer, $7+6$* ». Un élève répond : « *égale 13* ». P3 : « *très, bien on va découvrir ça ensemble. On n'écrit pas 13 au tableau mais plutôt, on écrit 3. J'écris 3 et je retiens 1. Donc voici le 1. Ensuite je fais 1 de la retenue plus 5 égal 6, maintenant, je fais $6 + 2$ (un élève répond, égal 8) et maintenant j'écris 8. Là, on a obtenu combien ?* » Un élève : « *83* ». P3 : « *Maintenant, nous allons voir la disposition usuelle, c'est-à-dire sans le boulier (écrit la forme posée de $57 + 26$), qui va passer ?* ». Un élève passe au tableau : « *$7+6$ égale 13, j'écris 3* » P3 : « *tu écris 3 et qu'est-ce tu fais ?* ». L'élève : « *1 de la retenue plus 5 égale 6, $6 + 2 = 8$* ».

Tableau 75 : Episode signifiant S2 P3

Nous présentons dans ce qui va suivre la chronologie des différentes phases de l'épisode signifiant au sein de la séance, et nous étudions en même temps les aspects mathématiques liés à la mise en œuvre de la technique opératoire.

- Phase 1 : présentation du boulier et des capsules

Cette phase a pour objectif de vérifier et de s'assurer que les élèves connaissent l'usage du boulier et comment placer les capsules dans les colonnes correspondantes. P3 présente à tous les élèves assis sur des tables bancs disposés en « U » un support papier. Cette disposition des tables permet à l'ensemble des élèves de voir les manipulations effectuées par le professeur et les élèves ainsi désignés. Les élèves ont également une vue dégagée du tableau noir. P3 demande à la classe : « *Bien on a vu ça, qui va me rappeler le nom ?* ». Un élève nomme l'objet et dit : « *boulier* ». On comprend tout de suite dans ce que dit P3, ses intentions pour tenter de rappeler aux élèves qu'ils ont une certaine connaissance de l'utilisation du boulier (ici la colonne des dizaines et celle des unités).

P3 poursuit en demandant ce que représentent les colonnes tracées sur le support : « *ici c'est quelle colonne, on va encore rappeler* ». Un élève répond : « *colonne des unités* ». P3 continue : « *ici c'est quelle colonne ?* ». Un autre élève : « *c'est la colonne des dizaines* ». P3 conclut : « *oui c'est la colonne des dizaines. Nous allons travailler seulement avec les deux premières colonnes* ». Cette précision est à la fois pertinente et importante dans ce qui va se passer par la suite. C'est une manière implicite de montrer que les valeurs numériques qui vont servir d'exemples se situeront entre 0 et 99, et que ce sont uniquement les colonnes (unités et dizaines) qui seront exploitées lors de la séance. On peut également avancer l'idée que P3 tente de préparer d'une certaine manière les élèves aux procédures de calcul sur le principe d'additionner les unités d'abord puis les dizaines ensuite pour le cas des nombres à deux chiffres.

Le boulier ainsi présenté à toute la classe est déposé sur une table placée devant l'ensemble des élèves. P3 présente une boîte en carton et demande aux élèves : « *Et ici qu'est-ce que j'ai, ce sont des quoi ?, qu'est-ce que c'est ?* ». Un élève : « *ce sont des capsules* » (Photo-12_S2P3 page suivante). P3 poursuit : « *ici c'est quelle capsule ?* », Un autre élève répond : « *c'est la capsule dizaine* ». P3 à nouveau : « *Et là, nous avons quelle capsule ?* ». Un autre élève dit : « *c'est la capsule unité* ». Cette phase a pour objectif de présenter les capsules qui seront exploitées, et qui forment en association avec le tableau papier, ce qu'on appelle un boulier dans ce contexte. C'est pour P3 une occasion de baliser certaines connaissances logiques et mathématiques clairement définies (colonnes des unités et des dizaines, échange à 10 contre 1 quand la colonne des unités se remplit).

- Phase 2 : Placer les capsules sur le boulier

Cette phase a pour objectif de placer les capsules sur le boulier et de s'assurer que les élèves font bien la différence entre les deux colonnes. P3 dit : « donc aujourd'hui nous allons voir (un petit coup d'œil sur la fiche de préparation), nous allons additionner 57 et 26, le signe c'est (+). Elle écrit au tableau 57+26 ». Dans cette présentation, on voit bien une précision importante relative au signe de l'addition, qui oriente les élèves vers une situation additive de deux nombres à deux chiffres. P3 demande : « Qui va placer 57 dans le boulier ? Oui vient placer 57. On a vu les capsules unités et les capsules dizaines, il ya également la colonne des unités et la colonne des dizaines ». Un élève est désigné pour placer 57 sur le boulier. Il place 7 capsules unités et 5 capsules dizaines. Une précision est demandée par P3 : « donc, on a combien de dizaines, combien d'unités(en montrant de la main les colonnes) ». Ce qui frappe ici, c'est le changement d'appellation que P3 adopte. Elle introduit la notion de dizaine et d'unité alors que précédemment, elle parlait de capsules dizaines et capsules unités. Ce type de revirement de situation est curieux, puisque d'une certaine manière P3 précise l'enjeu de l'apprentissage.

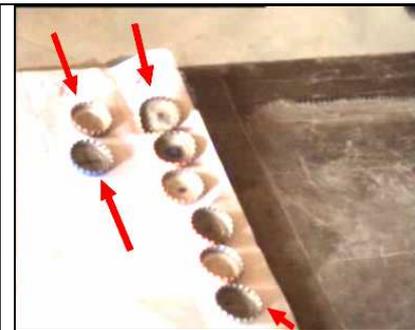
		
<p>Photo-12_S2P3</p>	<p>Photo-13_S2P3</p>	<p>Photo-14_S2P3</p>
<p>P3 présente les capsules (bouchons de bouteilles) à la classe dans une boîte. Ces capsules représentent les symboles unité et dizaine qui vont servir de supports pour les élèves dans les manipulations pour additionner 57 et 26 à partir d'un boulier papier.</p>	<p>Un élève est invité par P3 pour placer les capsules correspondant au nombre 57. Les 7 capsules unités et les 5 capsules dizaines sont placées sur le boulier dans les deux premières colonnes à droite (comme indiquées par les deux flèches situées en bas du boulier) et sur les premières cases à partir du haut du boulier (comme indiqué par les deux flèches situées en haut).</p>	<p>Sur ce Photogramme, on voit que les 6 capsules unités et les 2 capsules dizaines sont placées sur le boulier (comme indiquées par les deux flèches situées au bas du boulier), mais à partir des deuxièmes cases du boulier (comme indiquées par les deux flèches en haut). Il y a un décalage avec la façon dont les capsules sont placées par l'élève avec le nombre 57.</p>

Tableau 76 : Scènes indiquant les différentes manipulations pour placer les capsules correspondant aux nombres 57 et 26.

L'attitude de P3 peut être considérée comme une référence à la *mémoire didactique* de sa pratique au sens de Matheron¹⁵⁴ (2001), puisqu'elle semble considérer cette précision indispensable à la mise en œuvre de la situation. Les élèves ne se rendent pas compte de ce changement de registre, puisqu'un élève répond à la question de P3 : « 5 dizaines, et 7 unités ». Mais P3 continue de solliciter les élèves. Un autre élève désigné place 6 capsules unités et 2 capsules dizaines sur le boulier. Les capsules sont placées sur le boulier, et on voit clairement apparaître une différence dans la manière dont les deux élèves ont placé les capsules sur le boulier. Le premier a placé les capsules sur les premières cases (Photo-13_S2P3), et le second élève place quant à lui les capsules sur les deuxièmes cases (Photo-14_S2P3). On peut interpréter cette différence par le fait que P3, en présentant le boulier n'a donné aucune explication sur la façon de placer les capsules sur le boulier.

Phase 3 : addition de 57 et 26 à l'aide du boulier

Cette phase a pour objectif de mettre en évidence la technique de l'échange de 10 contre 1 en utilisant la configuration au boulier pour représenter le nombre d'objets. P3 poursuit : « très bien là nous avons les 57, on va mettre les 57 de côté et placer combien ? ». Un élève répond : « 26 », et P3 de l'inviter au tableau : « 26, donc vient placer les 26 dans le boulier ». L'élève s'exécute et place sur le boulier 6 capsules unité et 2 capsules dizaines. On voit que P3 propose à l'élève de ramasser les capsules au lieu de lui demander de rajouter sur le boulier les capsules correspondant à 26. Elle pouvait laisser l'élève agir selon ses propres intentions, ce qui aurait permis de voir si l'élève allait procéder autrement. C'est-à-dire ajouter d'abord les 6 capsules unités et constater le « trop plein » afin de procéder à l'échange par la suite. L'élève placera ensuite les 5 capsules dizaines et ajouter la capsule dizaine issue de l'échange. La manipulation n'a pas permis de constater le « trop plein », et l'échange à 10 contre 1. Ces deux moments sont gérés par P3 à travers des consignes que l'élève a exécuté sans pour autant que la classe comprenne ce qui s'est passé réellement. Deux constats pour expliquer notre propos :

¹⁵⁴ Pour plus de précisions sur la notion de *mémoire didactique*, se référer à Matheron Y (2000). Une étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au Collège et au Lycée. Quelques exemples. Thèse de l'Université d'Aix-Marseille I, Aix-en-Provence.

- quand l'élève a placé les 10 capsules unités, P3 a suggéré à l'élève de procéder à l'échange, et n'a pas fait cas des 3 capsules restantes (Photo-15_S2P3). Elle aurait dû laisser l'élève continuer et voir comment il allait s'y prendre. Le « trop plein » n'a pas été constaté puisque l'élève a été interrompu par P3 après avoir placé les 10 capsules unités ;
- pour effectuer l'échange, c'est P3 qui demande à l'élève de ramasser les 10 capsules unités et de les échanger contre une capsule dizaine. L'élève a pris une capsule dizaine dans la boîte contenant des capsules (Photo-12_S2P3), et la place sur le boulier. Les 3 capsules unités sont ensuite placées sur le boulier.

P3 précise : « *Maintenant, on va additionner 57 et 26, qui va placer les 57 dans le boulier ? Là nous avons déjà les 26, maintenant tu vas ajouter les 57* ». L'élève désigné complète la colonne des unités (Photo-15_S2P3) en comptant 7, 8, 9 et 10. Il place les capsules en comptant à partir de la sixième capsule déjà placée sur le boulier (ce qui fait 4 capsules supplémentaires placées à la suite des 6 capsules déjà placées). A partir de la neuvième capsule, la colonne se remplit et l'élève place la dixième capsule dans la première case auparavant non occupée). Mais il ne compte pas le nombre de capsules à placer, puisqu'il ne dit pas 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7 pour que les autres élèves s'assurent qu'il a bien 7 capsules à placer. P3 dit : « *maintenant, il reste la colonne des dizaines* ». L'élève poursuit et complète la colonne des dizaines (Photo-16_S2P3) avec les 5 capsules dizaines, en comptant 3, 4, 5, 6, 7. A ce niveau il procède de la même manière que précédemment. On voit bien dans cette manipulation, que l'élève ajoute les capsules à la suite. Son raisonnement spontané sur ce type de calcul lui permet d'avoir le total des capsules placées.

			
<p>Photo-15_S2P3</p>	<p>Photo-16_S2P3</p>	<p>Photo-17_S2P3</p>	<p>Photo-18_S2P3</p>
<p>Après avoir amené un élève à placer successivement les capsules sur le boulier, P3 poursuit son processus, et invite l'élève à faire l'addition $57 + 26$. L'élève complète la colonne des capsules unités qui se remplit (comme indiquée par la flèche placée en haut du boulier). Le remplissage de la colonne devrait permettre l'échange à 10 contre 1.</p>	<p>L'élève complète la colonne des capsules dizaines, et obtient 7 capsules dizaines. On voit sur le Photogramme 3 capsules (comme indiquée par la flèche placée à droite) qui représentent les capsules restantes après avoir compléter la colonne des unités.</p>	<p>L'élève effectue l'échange en ramassant les 10 capsules unités, et prend une capsule dizaine. L'échange à 10 contre est ainsi effectué par l'élève, et P3 l'a fait remarquer à l'ensemble de la classe comme un principe à retenir.</p>	<p>Sur le boulier, on voit 8 capsules dizaines et 3 capsules unités. P3 semble réussir son objectif, celui de montrer l'addition de deux nombres à deux chiffres en manipulant un boulier et en insistant sur l'échange à 10 contre 1. Le professeur s'est permis d'expliquer le principe de la retenue au lieu de laisser les élèves le découvrir par eux-mêmes. Cette construction de la relation au milieu à la place des élèves prive la séance de ses enjeux mathématiques.</p>

Tableau 77 : Scènes indiquant les différentes manipulations des capsules correspondant aux nombres 57 et 56.

Cette procédure convient à P3, elle poursuit en se focalisant toujours sur l'élève qui est au tableau, une nécessité à notre avis de construire une « certaine progression » des savoirs dans la séance. On peut également avancer l'idée que les transactions didactiques donnent à voir des formes d'interactions où le professeur et les élèves agissent pour créer les conditions d'une meilleure mise en œuvre des enjeux didactiques de la séance.

P3 dit : « *maintenant, suivez, on a combien de capsules unités ?* » L'élève répond : « *10 unités* ». P3 de demander ensuite : « *on va les garder, qu'est-ce qu'on va faire avec les, oui ?* ». L'élève répond : « *on les échange avec un seul âne* ». Cet instant précis marque un moment clé de la technique opératoire utilisant le matériel. La procédure de calcul atteint une étape importante de la

technique (l'échange de 10 contre 1) que le boulier est censé montrer. C'est P3 par contre qui le fait constater en demandant à l'élève ce qu'il fallait faire avec les capsules unités.

L'échange (Photo-17_S2P3) a été matérialisé par le ramassage des 10 capsules unités qui sont placées sur le boulier avec les consignes de P3 : « très bien, on les échange avec un seul âne, donc effectue l'échange, il faut les prendre et les amener ici, voilà ». L'élève s'exécute, et P3 de rajouter : « maintenant, on va prendre une capsule dizaine ». L'élève prend une capsule dizaine et la place sur le boulier. P3 : « très bien, maintenant le reste on les place. Maintenant, on a combien de dizaines, il faut compter, combien ». L'élève compte et répond : « 8 dizaines et 3 unités » (Photo-18_S2P3). P3 conclut : « donc on a obtenu 8 dizaines et trois unités (et écrit 83 au tableau). Donc $57 + 26 = 83$ ». P3 semble se conformer dans une position qui met au centre de sa procédure les manipulations « unité-dizaine » qu'on pourrait qualifier d'« emblématique ». Cette conception laisse croire que les élèves soient amenés à considérer le passage par les unités et les dizaines est obligatoire, et essentiel pour comprendre la retenue.

On voit d'une certaine manière la prégnance de la technique sémiotique utilisée qui ne permet pas de voir la technique de la retenue et sa « référence » à la technique de l'échange. On constate également que P3 instaure une dynamique d'échange marquée par une centration sur l'élève qui est au tableau. Cette dynamique qui s'apparente à un *trilogue* au sens de (Schubauer-Leoni, 1997) met en présence le professeur s'appuyant sur un élève momentanément auteur des activités qui se déroulent au tableau, et sollicite par moment les autres élèves pour entrer dans le jeu.

- Phase 4 : addition à l'aide d'un tableau à deux colonnes

Cette phase a pour objectif de montrer la relation entre le boulier et le tableau de numération à deux colonnes. Après la manipulation sur le boulier, P3 aborde l'addition $56 + 27$ dans un tableau de numération à deux colonnes dessiné sur le tableau noir. Deux élèves sont invités à écrire 57 puis 26 en faisant bien attention à placer les dizaines dans la colonne des dizaines et les unités dans la colonne des unités. P3 le précise d'ailleurs : « c'est un tableau à deux colonnes. On va placer les 57, on va écrire les 57 dans le tableau. Qui va écrire 57 ? Où est la place des dizaines, où est la place des unités, qui va venir écrire 57 ? On va voir la place des unités et des dizaines ».

Une fois 57 et 26 écrits dans le tableau à deux colonnes, P3 engage la procédure de calcul en colonne : « maintenant, on va additionner, on va faire $57 + 26$ (trace une ligne horizontale dans le tableau à

deux colonnes sous 57 et 26). Pour effectuer une addition, on commence toujours par quelle colonne ? ». Ce principe est précisé aux élèves sans doute pour tenter de montrer le lien dans la précédente manipulation, où les capsules unités ont été placées dans la colonne des unités et les capsules dizaines dans la colonne des dizaines. Les élèves désignés ont d'ailleurs compris les intentions de P3, et très rapidement la procédure a permis d'avancer, avec une halte importante quand l'élève obtient 13 en faisant $7 + 6$. P3 saisit l'occasion et fait une mise au point qui donne la stratégie gagnante¹⁵⁵ : « très, bien on va découvrir ça ensemble. On n'écrit pas 13 au tableau mais plutôt, on écrit 3. J'écris 3 et je retiens 1. Donc voici le 1. Ensuite je fais 1 de la retenue plus 5 égal 6, maintenant, je fais $6 + 2$ (un élève répond, égal 8) et maintenant j'écris 8. Là, on a obtenu combien ? ». Un élève répond : « 83 ». P3 : « Maintenant, nous allons voir la disposition usuelle, c'est-à-dire sans le boulier (écrit la forme posée de $57 + 26$), qui va passer ? ». Un élève passe au tableau et dit : « $7+6$ égal 13, j'écris 3 » P3 : « tu écris 3 et qu'est-ce tu fais ? ». L'élève : « 1 de la retenue plus 5 égal 6, $6 + 2 = 8$ ». La suite du processus montre bien que la schématisation de l'activité dans le tableau à deux colonnes a permis de préciser deux principes de l'addition des nombres à deux chiffres. Les unités sont rangées sous les unités, ce qui est valable pour les dizaines également. On effectue les opérations en commençant par la droite (additionner les unités d'abord). L'idée du tableau à deux colonnes n'est que la représentation de l'échange à « dix contre 1 » qui obéit à l'échange de 10 chèvres (⊙) contre un âne (⊗). Ce principe a permis de traiter $57 + 26$ sous la forme posée.

2.1.3.4 Synthèse de l'analyse de l'épisode signifiant repéré dans S2 P3

Dans cette séance, une connaissance mathématique centrale de la leçon est l'échange de dix unités contre une dizaine. Les élèves ont normalement déjà cette connaissance. Ici, il s'agit pour P3 qu'elle puisse la mobiliser pour effectuer une addition, et la réactiver, en particulier à l'aide du matériel. Puis elle doit montrer comment cette connaissance fonde la technique opératoire de l'addition.

Le boulier qui adopte la forme de tableau, dans lequel sont disposés des capsules, a constitué le support central dans ce mouvement. Avec le boulier, l'échange est fait concrètement. Ceci prépare donc l'échange symbolisé par la retenue. Ensuite, on voit que pour l'étape introductive, les élèves doivent essentiellement observer, même si c'est un élève qui

¹⁵⁵ Ici on peut également dire que P3 provoque un effet Topaze parce qu'elle permet à l'élève de construire le bon comportement sans qu'il n'y ait de la connaissance. Elle construit la relation au milieu à la place de l'élève.

manipule. Le boulier sert pour montrer le processus, pas pour effectuer des opérations. Mais comme le jeu des tiges est connu, on peut supposer que les élèves se sont déjà appropriés le boulier, et que c'est bien un support utile. La responsabilité des élèves se réduit à l'application de la technique apprise.

P3 utilise le boulier avec des capsules pour effectuer l'addition $57 + 26$ afin de montrer aux élèves la technique opératoire de la retenue. C'est autour d'un seul « boulier sur papier » que se passent toutes les manipulations. Il est placé sur une table devant l'ensemble des élèves de la classe. P3 désigne deux élèves à tour de rôle pour placer les capsules correspondant à 57 et à 26. Les différentes manipulations montrent le passage d'une représentation avec des capsules à une représentation avec le tableau à deux colonnes. Ce qui nous amène à conclure qu'il y a eu deux techniques distinctes : celle qui utilise du matériel avec le boulier, elle n'induit pas de notion de retenue, et celle qui utilise des écritures numériques, avec la notion de retenue. Dans cette mise en œuvre, on voit bien P3 se focaliser sur la procédure avec une insistance particulière sur les manipulations « unités-dizaines » qui à notre sens ne conduisent pas à une compréhension de la technique de la retenue. Le boulier qui est le support central devrait permettre de percevoir deux choses :

- une impossibilité de mettre dans une même colonne (ici celle des unités/chèvres) toutes les capsules ;
- la nécessité de passer à la colonne d'ordre supérieur (ici celle des dizaines/ânes, pour effectuer ou constater l'échange à 10 contre 1).

Ce que l'on peut noter, c'est que P3 donne à voir plutôt le fonctionnement de la procédure par les manipulations « unités-dizaines ». A partir de ces manipulations, on passe du boulier au tableau à deux colonnes pour effectuer la représentation numérique. Ce passage ne montre pas pour autant le lien (il reste implicite) entre le boulier et le tableau à deux colonnes pourtant essentiel.

Nous avons fait remarquer dans le projet d'enseignement de P3 que la procédure préconisée donnait à voir le principe d'échange, mais pas la technique de la retenue. Nous nous rendons compte que la mise en œuvre *in situ* confirme cette observation, puisque la question de la technique sémiotique (ici la retenue) et de la « référence » à la technique (ici l'échange) s'est bien posée. P3 par contre suit les indications de mise en œuvre proposées par les manuels d'enseignement, même si par ailleurs, elle insiste plus sur la procédure que sur la compréhension de la technique.

Nous pouvons pour cet épisode retenir qu'il nous semble essentiel au plan mathématique de :

- travailler avec les élèves pour qu'ils comprennent que l'usage de la retenue dans la forme posée de l'addition doit être perçu une fois la colonne inférieure remplie par les capsules. Du fait de ce « surremplissage », on use de la colonne d'ordre supérieur ;
- préparer des exercices qui conduisent les élèves à passer des manipulations sémiotiques à un milieu matériel et vice versa pour permettre le maintien de la « mémoire » et l'exploitation des différentes actions offertes par le boulier.

2.1.4 Analyse de la séance S2P4

2.1.4.1 Unité 4 P4

Le synopsis présenté dans le tableau 77 ci-dessous montre la séance 2 sur les quatre séances mises en œuvre par P4. La partie grisée représente l'épisode signifiant de la pratique de P4 que nous avons choisi pour la centration sur les signes et les expressions linguistiques pour étudier la technique opératoire de l'addition avec retenue. Cet épisode pour lequel nous allons fournir un synopsis détaillé, et faire une analyse plus fine des interactions didactiques figure en S2 (minutes 16 à 36).

S2P4		
Temps (mn)	Modalités travail	Scènes
1-12	PLM	Additions à effectuer : $7 + 3$; $10 + 2$; $6 + 1$; $8 + 3$
12-16	Individuel	Additions à effectuer : $20 + 60$; $14 + 30$; $15 + 80$
16-36	Collectif	Décomposition additive de $57 + 26$ à l'aide du boulier
36-44	Collectif	Additions à effectuer collectivement au tableau : $14 + 28$; $28 + 33$; $79 + 14$.
44-50	individuel	Addition à effectuer individuellement sur les ardoises : $83 + 19$

Tableau 78 : Synopsis de la séance 2 de P4

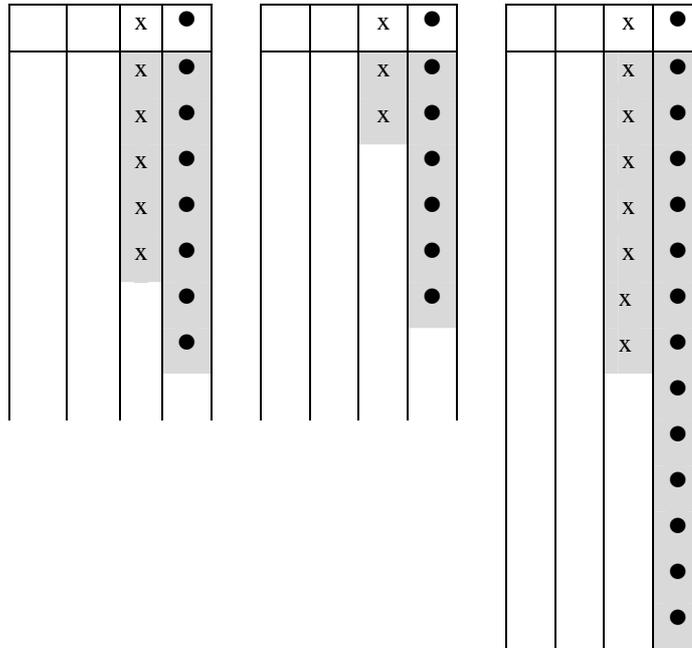
2.1.4.2 Intrigue didactique S2P4

Temps (mn)	Scènes	Phases
1-12	P4 propose aux élèves d'effectuer les additions suivantes sur les ardoises : $7 + 3$; $10 + 2$; $6 + 1$; $8 + 3$.	Contrôle des acquisitions antérieures
12-16	P4 écrit au tableau les additions suivantes au tableau et demande aux élèves de les effectuer : $20 + 60$; $14 + 30$; $15 + 80$.	
16-36	P4 ¹⁵⁶ écrit l'opération $57 + 26$ ¹⁵⁷ sur le tableau. Où l'on voit les dessins de	

¹⁵⁶ Dans cette case l'épisode signifiant retenu.

trois bouliers et d'un tableau à deux colonnes. Un élève est invité à écrire le nombre 57. Un élève passe et dessine 7 (●¹⁵⁸) et 5 (x¹⁵⁹) dans le premier boulier partir de la gauche dessinés au tableau. Un deuxième élève est invité pour écrire 26. L'élève écrit 6 (●) et 2 (x) dans le deuxième boulier. Deux autres sont invités au tableau pour additionner dans le troisième boulier d'abord les unités puis les dizaines $7(\bullet) + 6(\bullet) = 13(\bullet)$ et $5(x) + 2(x) = 7(x)$.

Découverte de la technique opératoire de l'addition



P4 écrit l'opération dans le tableau à deux colonnes et demande à un élève de passer au tableau pour effectuer l'opération. Un élève s'exécute. Il écrit 13 dans la colonne des unités :

x	●
5	7
2	6
	13

P4 intervient en demandant aux autres élèves de regarder ce que leur camarade a fait en leur montrant que 13 est écrit dans la colonne des unités. Un autre élève passe au tableau, même scénario. P4 reprend les choses en main et explique la technique opératoire de l'addition avec retenue en langue hausa. P4 effectue d'abord $7 + 6 = 13$, P 4 écrit 3 et dit : « je retiens 1 » et l'écrit en haut et à droite de l'opération. P 4 explique ensuite le principe de la dizaine (1dizaine = 10 unités) en dessinant 10 petits traits (IIIIIIIIII). P4 écrit ensuite $13 - 10 = 3$ P4 explique qu'il faut écrire 3 dans la colonne

¹⁵⁷P3 avait écrit dans un premier temps $57 + 24$ et a corrigé par la suite pour écrire $57 + 26$.

¹⁵⁸ Correspond au symbole unité (●).

¹⁵⁹ Correspond au symbole dizaine (⊗).

	<p>des unités et on retient 1. P4 explique que le chiffre (1) est reporté dans la colonne des dizaines puisqu'on ne peut écrire la dizaine dans la partie des unités. P4 effectue $1 + 5 + 2$ avec les élèves et obtient 8. P4 demande aux élèves s'ils ont bien compris.</p> <p>P4 demande ensuite si cette addition est faite avec une retenue. Une fois encore l'utilisation de la langue hausa a permis à P4 d'avoir la réponse oui. P4 montre la retenue et conclut que cette opération est une addition avec retenue en précisant que dans la séance précédente, il n'y avait pas de retenue.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">●</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">5</td> <td style="padding: 2px;">7</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">6</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">8</td> <td style="padding: 2px;">3</td> </tr> </table>	x	●	1		5	7	2	6	8	3	
x	●											
1												
5	7											
2	6											
8	3											
36-44	<p>P4 propose les additions suivantes à effectuer collectivement au tableau : $14 + 28$; $28 + 33$; $79 + 14$. Quelques élèves désignés passent à tour de rôle au tableau. Pour la première opération, l'élève désigné bute et écrit 12 dans la colonne des unités. P4 l'aide et trouve 42. Les deux autres élèves désignés ont été également aidés par P4 pour trouver respectivement 62 et 92 avec une instance particulière sur la retenue.</p>	Application des nouvelles acquisitions										
44-50	<p>P4 propose de nouveau deux additions à effectuer individuellement sur les ardoises : $83 + 19$ et $36 + 17$</p>	Contrôle des nouvelles acquisitions										

Tableau 79 : Intrigue didactique S2P4

2.1.4.3 Analyse de l'épisode signifiant repéré dans S2P4 : de l'utilisation du matériel à l'écriture numérique avec une retenue

Temps (mn)	Caractérisation de l'épisode
	<p>P4 : « <i>Suivez ici, $57 + 26$. 57 égale à combien d'unités et combien de dizaines ?</i> » L'élève désigné dessine dans un tableau figurant le boulier 7 petits points dans la première colonne de droite (colonne des unités) et 5 croix dans la deuxième colonne (colonnes des dizaines). P4 : « <i>57 égal 5 dizaines et 7 unités, à ta place. Qui va passer au tableau, 26 égal combien d'unités, combien de dizaines ?</i> ». Un élève : « <i>2 dizaines, 6 unités</i> ». L'élève dessine dans un deuxième tableau 6 (●) dans la première colonne de droite (colonne des unités) et 2 (x) dans la deuxième colonne (colonnes des dizaines). P4 : « <i>qui va passer additionner, ici nous avons 7 unités, ici nous avons 6 unités, ici nous avons 2 dizaines, ici nous avons 5 dizaines. Qui va passer au tableau additionner les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines. Qui va passer additionner $57+26$, qui va passer pour compter et</i></p>

16-36	<p><i>additionner ? »</i></p> <p>Un élève passe au tableau et bute. P4 : « <i>regarde, ici tu comptes, ici nous avons 7 unités, ici nous avons 6 unités, il faut compter d'abord les unités</i> » L'élève compte les 7 symboles du premier tableau et les 6 symboles du deuxième tableau. P4 : « <i>oui 7+ 6 égal combien. 7 unités + 6 unités égal combien ?</i> » L'élève bute une fois de plus. P4 : « <i>tu fais 7 + 6, 7 unités + 6 unités</i> ». L'élève ne réussit pas malgré l'aide de P4. Un autre élève est désigné, il compte et dit égal 11. P4 dessine 7 symboles unités et 6 symboles unités et dit : « <i>7 unités + 6 unités, il faut compter</i> ». L'élève compte l'ensemble et trouve 13. P4 lui dit d'écrire 13 unités dans un troisième tableau. L'élève dessine 13 (●) dans la première colonne (colonne des unités) du tableau. P4 : « <i>maintenant qui va passer au tableau pour compter les dizaines, ici nous avons 5 dizaines, et ici 2 dizaines ?</i> ». Un élève passe au tableau, compte et trouve 7 dizaines et dessine 7 (x) dans la deuxième colonne (colonne des dizaines).</p> <p>P4 écrit $57 + 26$ dans un tableau à deux colonnes. Un élève est désigné pour effectuer l'addition, elle dessine des bâchettes (petits traits verticaux), les compte et trouve 13 qu'elle écrit dans la colonne des unités. P4 : « <i>regardez, elle a écrit 13 dans la partie des unités, elle a écrit 13 ici, c'est ça, qui va passer ?</i> ». Un autre élève passe au tableau et trouve 13 qu'il écrit dans la colonne des unités. P4 : « <i>est-ce qu'on écrit 13 ici dans la partie des unités ?</i> ». P4 invite un autre élève qui bute à son tour sur la place où il faut écrire 13. P4 invite un autre élève qui écrit 31 dans la colonne des unités. P4 : « <i>est-ce que tu as écrit 13, qu'est-ce que tu as écrit, c'est, qui va lire ce qu'il a écrit ?</i> » Un élève répond : « <i>31</i> ».</p> <p>P4 : « <i>7 + 6 = 13 n'est-ce pas, j'écris les 3 et je retiens 1</i>(elle poursuit en alternant le hausa et le français) <i>Kuka tché 1 dizaine égal 10 unités n'est-ce pas, say an yi unités goma a ké samu dizaine daya. 1 dizaine égal 10 unités et ici, nous avons 7 + 6 = 13, tché nan cikin 13 kinnan muna da dizaine guda, si on fait 13 – 10, on va trouver 3, n'est-ce pas, il va rester 3. Tché nan muna da dizaine guda an cikin 13 kin. Tché nan tun da hakané, on va écrire le 3 et on retient le 1 de la retenue. Wanan 1 kin say a kawo ta dans la place des dizaines n'est-ce pas. Say a sa ta ita ma nan, say ta koma nan saman 5. Est-ce que vous avez compris ? Tunda 7 + 6 = 13, ba a iya sa dizaine cikin partie unité, saya a mayda ta cikin partie dizaine, est-ce que vous avez compris. 7+6 = 13, j'écris 3 et je retiens 1</i> ». P4 sollicite un élève qui donne les résultats au fur à mesure : $1 + 5 = 6$; $6 + 2 = 8$. P4 : « <i>57 + 26 = 83, est-ce que vous avez compris ? Donc c'est une addition sans retenue ou bien c'est une addition avec retenue ? A koy retenue ko babu ?</i> ». Quelques élèves répondent : « <i>a koy</i> ». P4 : « <i>wa zay goda muna retenue, qui va passer au tableau pour nous montrer la retenue ?</i> ». Aucun élève ne s'exécute. P4 : « <i>c'est une addition avec retenue. Jiya damu kayi babu retenue</i> ».</p>
-------	--

Tableau 80 : Episode signifiant S2P4

L'épisode que nous proposons d'analyser porte sur l'addition avec retenue. L'intérêt de notre choix se situe au niveau de l'ensemble des interactions didactiques qui sous-tendent

la mise en œuvre de la technique opératoire. Sur le tableau noir, on voit 4 dessins¹⁶⁰. Quand P4 décide d'entamer l'étape préliminaire (ici, l'écriture de 57 et 26 au tableau), elle ne présente pas les supports qui sont au tableau. Ces dessins qui donnent à voir des tableaux à 4 colonnes avec les symboles (unités (●) et dizaines (x) représentent les bouliers et sont essentiels dans la découverte de la technique opératoire. Dans ce mouvement, on pourrait craindre une difficulté dans la suite du processus au moment d'additionner les unités entre elles et les dizaines entre elles. Cette observation découle de notre constat sur les bouliers où, il n'existe aucune indication sur la partition des colonnes.

Nous voyons clairement dans cet épisode l'organisation détaillée de l'activité : après une étape préliminaire d'exploitation des dessins (préparés par P4 avant la classe) et un ancrage dans la détermination du nombre de dizaines et d'unités qui compose les termes de l'addition, P4 met en œuvre une deuxième étape de réunions de deux ensembles connus (ici $57 + 26$). Cette mise en œuvre se déroule en deux temps¹⁶¹, et P4 a demandé ensuite d'additionner les unités d'abord puis les dizaines après. Dans une troisième et dernière étape, une difficulté liée à la retenue intervient dans la procédure de calcul ce qui conduit P4 à recadrer le raisonnement.

P4 aborde la situation additive : « regardez, $57 + 26$. 57 égale à combien d'unités et combien de dizaines ? ». Elle semble préparer le milieu pour engager l'étude de la technique opératoire avec les élèves. P4 présente d'entrée de jeu l'addition $57 + 26$ et demande aux élèves de déterminer les unités et les dizaines. Le premier contact avec l'ostensif « représentation de boulier », a consisté pour l'élève désigné à représenter les symboles des unités (●) et des dizaines (x) du nombre 57 (Photo-19_S2P4). On voit bien que l'élève commence par la colonne des unités et puis celles des dizaines ensuite. Cette manipulation sémiotique « unité-dizaine » est présente également dans le raisonnement de P4 avec cette procédure qui semble être essentielle. L'élève réussit l'activité ce qui montre la bonne procédure et permet de faire avancer le temps didactique. P4 saisit l'occasion et conclut sur une précision (57 c'est 5 dizaines et 7 unités). Elle poursuit et sollicite à nouveau un autre élève : « *Qui va passer au tableau, 26 égale combien d'unités, combien de dizaines ?* ». Une fois de plus le nombre 26 est placé

¹⁶⁰ Trois bouliers et un tableau à deux colonnes

¹⁶¹ Le premier élève place 57 dans le premier boulier et le second élève place 26 dans le second boulier. Dans chacun des deux cas, ce sont les symboles (●) et (x) qui sont dessinés dans la colonne des unités et celle des dizaines.

correctement cette fois-ci dans le deuxième tableau à travers ses symboles (unités (●) et dizaines (x)) (Photo-20_S2P4).

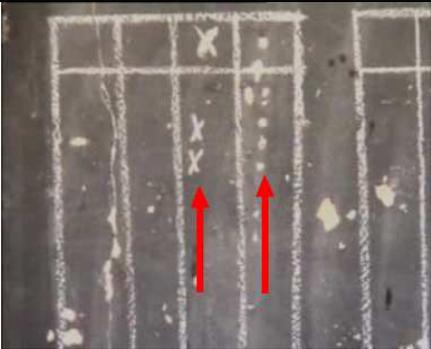
	
<p>Photo-19_S2P4</p>	<p>Photo-20_S2P4</p>
<p>P4 choisit de dessiner le boulier au tableau. L'élève dessine les 7 symboles unités et les 5 symboles dizaines dans le boulier. P4 a expliqué à l'ensemble de la classe la colonne des unités et celle des dizaines en insistant sur le fait que pour placer 57 il faut commencer par les unités puis les dizaines. Ce rappel explique les intentions de P4 qui cherche à s'assurer que le nombre suivant va être bien placé dans le boulier et permettre l'addition $57 + 26$.</p>	<p>L'élève suivant réussit à placer le nombre 26 dans le boulier, ce qui satisfait P4. Les deux nombres placés dans deux bouliers différents, P4 a demandé à un autre élève de passer au tableau additionner les deux nombres dans un autre boulier. Les intentions de P4 étaient d'amener les élèves à additionner par étape, d'abord les symboles unités entre eux, puis les symboles dizaines entre eux. Les élèves désignés ont buté, ce qui compromet la démarche de P4 qui décide de relancer la technique opératoire.</p>

Tableau 81 : Scènes indiquant la procédure de P4 pour additionner 56 et 26

Les élèves interviennent sur ces ostensifs chaque fois que P4 les sollicite sans aucune difficulté apparente, ce qui sur le plan didactique fait avancer le temps et permet donc la poursuite de l'activité programmée. Après avoir complété les deux tableaux avec les symboles correspondant à 57 et 26, et déterminé le nombre d'unités et de dizaines, P4 reprend le cours de son raisonnement et demande : « *qui va passer additionner ici nous avons 7 unités, ici nous avons 6 unités, ici nous avons 2 dizaines, ici nous avons 5 dizaines. Qui va passer au tableau additionner les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines. Qui va passer additionner $57+26$, qui va passer pour compter et additionner ?* ». La consigne est très détaillée et précise, P4 imagine sans doute que l'élève désigné utilisera ces précieux indices pour trouver les réponses attendues. Ce n'est pas le cas, l'élève n'arrive pas à satisfaire l'attente de P4, puisqu'il bute et ne réalise pas l'activité d'addition des unités qui lui est demandée : « *regarde, ici tu comptes, ici nous avons 7 unités, ici nous avons 6 unités, il faut compter d'abord les unités* ». Dans ce qui est demandé à l'élève, il

y a deux niveaux de réflexion dont le professeur ne semble pas tenir compte. Il faut réunir les 7 symboles unités (x) du premier boulier et les 6 symboles unités (x) du deuxième boulier et inscrire le résultat dans un troisième boulier (prévu à cet effet pour traiter la réunion des unités et des dizaines). P4 initie une nouvelle approche (repréciser sa consigne) pour tenter d'aider l'élève : « oui 7+ 6 égale combien. 7 unités + 6 unités égale combien ? ». Cette imitative n'aboutit pas, l'élève ne réussit toujours pas à avancer dans le sens qui lui est indiqué malgré une insistance de P4 : « tu fais 7 + 6, 7 unités + 6 unités ». P4 fait appel à la classe pour lui donner la bonne réponse. Cet appel est matérialisé par l'apport d'un indice supplémentaire par P4 qui dessine au tableau 7 symboles unités et 6 symboles unités (Photo-21_S2P4). L'élève bute sur le total en tentant mentalement l'addition et propose 11. P4 invite deux élèves à tour de rôle. Le premier compte l'ensemble des symboles unités et trouve 13, et le second complète les 7 symboles dizaines.

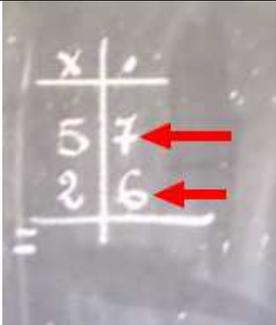
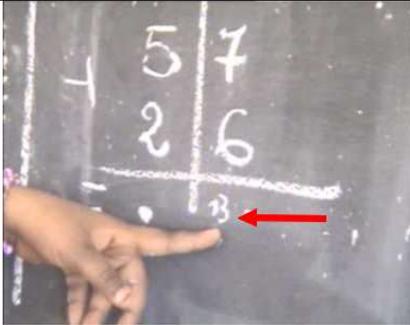
 <p>Photo-21_S2P4</p>	 <p>Photo-22_S2P4</p>	 <p>Photo-23_S2P4</p>
<p>Dans le boulier, on voit 7 symboles dizaines et 13 symboles unités. P4 réussit finalement la réunion des collections, mais du fait que les cases du boulier ne soient indiquées, on ne constate le remplissage de la colonne des unités qui aurait permis l'échange à 10 contre 1.</p>	<p>P4 passe à l'étape suivante, celle de la forme posée de l'addition $57 + 26$ dans le tableau à deux colonnes. Cette étape prépare les élèves à la technique opératoire de l'addition avec retenue.</p>	<p>L'élève désigné pour effectuer l'addition écrit le nombre 13 dans la colonne des unités qui est le résultat de $7 + 6$. Il se pose alors le problème de deux chiffres dans la colonne des unités. P4 devrait s'attendre à cet incident, on n'a pas, par exemple, deux collections composées de 57 et de 26 bâchettes, qu'on réunirait pour les dénombrer terme à terme. Déjà en passant aux capsules, on dénombre des unités d'une part et des dizaines d'autre part ; et ici il ne s'agit que de représentations des capsules. Et, précisément, le passage du système sémiotique du boulier à celui de l'algorithme classique.</p>

Tableau 82 : Scènes indiquant les représentations sémiotiques pour additionner 57 et 26

Ce qui est curieux dans ces manipulations sémiotiques, c'est le fait de ne pas constater le « trop plein » de la colonne des unités. Les bouliers dessinés au tableau ne peuvent pas le

permettre puisqu'il n'y a aucune partition qui montre les dix cases de la colonne des unités dans le tableau. Cet état de fait prouve une défaillance de l'ostensif, ce qui à notre avis va poser un nouveau problème à P4, celui de ne pas être à mesure d'appliquer le principe de l'échange à 10 contre 1 que le boulier est censé montrer.

On voit également que les divers raisonnements de P4 orientent les élèves vers un jeu sur les formes sémiotiques, qui occulte complètement la situation didactique de sa référence qui renvoie à ces formes pour créer un univers du réel. Cette situation s'apparente à ce que, Chevallard observait sur la distinction *lexis/praxis* pour montrer dans certaine situation d'enseignement/apprentissage la centration du professeur sur les formes sémiotiques plutôt que sur la référence (la dénotation). Cette absence de dénotation *bedeutung* au sens de (Frege, 1892) constitue un problème, puisque les ostensifs manipulés sans aucune référence ne permettent pas aux élèves de réaliser une compréhension réelle des situations (ici, la technique opératoire de la retenue et l'échange à 10 contre 1).

P4 poursuit sa démarche et écrit $56 + 26$ dans un tableau à deux colonnes (Photo-22_S2P4) et invite un élève à faire l'addition. L'élève écrit 13 dans la colonne des unités (Photo-23_S2P4), et P4 de dire : « *regardez, elle a écrit 13 dans la partie des unités, elle a écrit 13 ici, c'est ça, qui va passer ?* » La réaction spontanée de P4 à cette écriture de l'élève paraît tout à fait normale, puisque ce n'est la place indiquée pour écrire 13. Mais malgré tout, P4 ne fait aucun rappel, du genre on ne peut pas écrire deux chiffres dans une colonne (ici le cas de la colonne des unités). Elle se contente de poser une question : « *est-ce qu'on écrit 13 ici dans la partie des unités ?* » et d'inviter à tour de rôle deux autres élèves qui butent également. L'échec des trois élèves conduit P4 à reprendre à son compte le raisonnement puisque sur le plan didactique, la procédure bloque et le temps passe.

P4 se trouve confrontée à un problème de mise en œuvre de la technique opératoire de la retenue dans une addition de deux nombres à deux chiffres. Nous faisons les hypothèses suivantes :

- les nombreuses manipulations sémiotiques sous le contrôle de P4 n'ont pas permis de voir l'échange à 10 contre 1, puisque les pré-requis (groupements par paquets de dix, l'échange à 10 contre 1) censés aider les élèves n'ont pas été exploités. Il se pose à notre avis un problème concret à deux niveaux. Un premier niveau où la centration sur le sémiotique est prégnante et occupe majoritairement l'attention des élèves, ce qui ne leur permet pas une réelle construction de la référence pourtant indispensable à

la modélisation de l'action. Un deuxième niveau où le professeur ne donne pas aux élèves les « atouts » nécessaires pour contrôler le sémiotique afin de faire le lien entre la référence et les formes sémiotiques ;

- P4 ne met pas en place un travail sur la relation entre signe et référence. Ce type de travail s'il était mis en place, aurait permis aux élèves de comprendre par exemple que 10 symboles unités (●) égale à 1 symbole dizaine (x), et chaque fois que l'on a 10 unités on les échange contre une dizaine. Dans le cas d'une addition avec retenue, cette dizaine représente la retenue matérialisée par le chiffre 1, c'est pour cela que l'on dit : « je retiens 1 » et que l'on écrit un 1, positionné ici en haut de la colonne des dizaines.

Pour surmonter la difficulté engendrée par l'addition en colonne de $57 + 26$, P4 utilise comme recours la langue hausa qu'elle alterne avec le français. Cet appui permanent sur le langage va-t-il permettre à P4 d'expliquer la technique opératoire de la retenue de l'addition sous la forme posée ? Nous allons tenter de répondre à cette question en analysant sur le plan mathématique l'apport de la langue hausa. Nous présentons pour cela le tableau ci-après dans lequel, nous allons étudier les expressions langagières et donner la spécification de leur contenu mathématique.

Expressions langagières	Traduction et orientation des idées évoquées	Spécification du contenu mathématique
<i>Kuka tché 1 dizaine égal 10 unités n'est-ce pas, say an yi unités goma a ké samu dizaine daya.</i>	Vous avez dit qu'une dizaine égale 10 unités, il faut 10 unités pour avoir une dizaine.	1 dizaine égale à 10 unités
<i>Tché nan cikin 13 kinnan muna da dizaine guda. Tché nan muna da dizaine guda an cikin 13 kin. Tché nan tun da hakané, on va écrire le 3 et on retient le 1 de la retenue.</i>	Donc dans 13, il y a une dizaine. Donc nous avons une dizaine dans 13. Puisque c'est comme ça on va écrire le 3 et on retient le 1 de la retenue.	Décomposition de 13 traduite par une situation soustractive $13 - 3$ pour isoler 10.

<p><i>Wanan 1 kin say a kawo ta dans la place des dizaines. Say a sa ta ita ma nan, say ta koma nan saman 5. Tunda $7+6 = 13$, ba a iya sa dizaine cikin partie unité, saya a mayda ta cikin partie dizaine.</i></p>	<p>Le « 1 », vous l’emmenez dans la place des dizaines. Vous le mettez ici et il se place au dessus 5. Comme $7 + 6 = 13$, on ne peut pas mettre la dizaine dans la partie unité, on la place dans la partie des dizaines.</p>	<p>La somme des unités : $6 + 7 = 13$. Il faudra faire une retenue et l’ajouter aux dizaines. On dit généralement que l’on « retient 1 » (autrement dit la retenue est 1).</p>
<p><i>Akoy retenue ko babu? Akoy. Wa zay goda muna retenue ? Jiya damu kayi babu retenue.</i></p>	<p>Y’a t’il une retenue ou pas ? Il y’en a. Qui va nous montrer la retenue ? Hier quand on fait il n’y a pas de retenue.</p>	<p>Vérifier et confirmer le traitement de la retenue dans la technique opératoire.</p>

Tableau 83 : expressions langagières et contenus mathématiques

Une lecture du tableau 83 montre que mathématiquement P4 a tenté d’expliquer les principes suivants :

- dans une addition de deux nombres à deux chiffres, on commence par additionner les unités entre elles. Quand leur somme est supérieure à 10 (ici $7 + 6 = 13$), il s’agit d’une addition avec retenue, on écrit dans la colonne des dizaines. Mais P4 ne montre pas la décomposition qui va avec ($13 = 10 + 3$ et donc 1 d + 3 u). Elle introduit une situation soustractive ($13 - 10 = 3$) qui à notre avis détonne complètement avec la décomposition standard ($13 = 1 \text{ d} + 3 \text{ u}$) ;
- on n’écrit pas deux chiffres dans une colonne (ici on ne peut pas écrire 13, on écrit 3 et on retient 1). Mais P4 ne vérifie pas si les élèves ont bien compris que lorsqu’on dit je retiens 1, on prend bien conscience que ce « 1 » représente 10 unités. C’est cette unité qui est placée ensuite dans la colonne des dizaines.

Pour traiter l’opération en colonne, P4 a repris les choses en main, en expliquant la procédure de la retenue en hausa. La centration sémiotique est appuyée par des expressions linguistiques et donne à voir une « conception emblématique » de la retenue. Les valeurs symboliques occupent une place centrale dans le jeu d’apprentissage et jouent un rôle important dans la mathématisation/modélisation de l’action.

2.1.4.5 Synthèse de l'analyse de l'épisode signifiant repéré dans S2 P4

L'analyse didactique de la séance sur la technique opératoire de l'addition avec retenue présentée par P4 donne à voir ce qui dans la pratique de P4 constitue les indices d'une séance où les procédures mises en œuvre n'ont pas permis aux élèves de comprendre la réalité du savoir en jeu. Ainsi, nous donnons ci-après les éléments qui auraient pu être exploités dans cette activité mathématique :

P4 a majoritairement fait usage des ostensifs (formes sémiotiques autonomes) dont l'absence de référence (la dénotation) pour désigner une vérité mathématique intrinsèque (ici par exemple, faire prendre conscience aux élèves que 10 unités égalent 1 dizaine et cette dizaine représente le « 1 » que l'on retient dans une addition de deux nombres avec retenue) ;

P4 aurait pu préparer les élèves pour maîtriser le passage du système sémiotique (représentation des capsules unités et dizaines) au système symbolique (d, u) par exemple en travaillant sur les propriétés qui permettent des écritures du type $57 + 26 = 5d + 7u + 2d + 6u$; $5d + 7u + 2d + 6u = 7d + 13u$; $7d + 13u = 7d + 1d + 3u$; $7d + 1d + 3u = 8d + 3u$; $8d + 3u = 83$.

P4 dessine sur le tableau noir des tableaux à deux colonnes qui représentent les bouliers. Ces différentes représentations sémiotiques ont servi à dénombrer les unités et les dizaines de 57 et de 26 avec des symboles correspondant aux capsules unités et aux capsules dizaines. On voit bien qu'on n'a pas par exemple, deux collections composées de 57 et de 26 bâchettes, qu'on réunirait pour les dénombrer terme à terme. Déjà en passant aux capsules, on dénombre des unités d'une part et des dizaines d'autre part, et ici il ne s'agit que de représentations des capsules. P4 élabore un milieu sémiotique sur lequel elle va travailler avec les élèves, mais les tableaux censés permettre les manipulations sémiotiques ne comportent pas 10 cases. P4 a tenté de suivre les consignes des manuels d'enseignement, mais s'en est écartée. Il n'y a pas eu de manipulations, ce qui n'a pas permis d'exploiter l'étape de « surremplissage » de la colonne des unités. En plus, la langue hausa a joué un rôle important à des étapes bien précises de la procédure, confirmant une fois de plus l'intérêt pour les professeurs de mettre en place des situations-problèmes qui donnent aux élèves l'accès à un savoir mathématique problématisé.

On voit dans les intentions de P4 comme dans celles de ses collègues (P1, P2, et P3) une insistance permanente pour que les élèves soient capables de « savoir » s'ils ont affaire à une

addition avec retenue ou non. Nous pouvons supposer que ceci est une conséquence des choix préconisés dans les manuels officiels d'enseignement sur lesquels s'appuient les professeurs.

Nous pouvons à partir de ce que nous venons de montrer sur la mise en œuvre de cette séance faire une synthèse de ce que nous estimons pertinent au plan mathématique pour donner à voir comment mieux passer d'une représentation schématique du boulier à une écriture numérique (celle de l'algorithme classique). On pourrait proposer ce qui suit comme une procédure à explorer :

- P4 doit plutôt orienter les élèves vers des mises en œuvre *mathématiques* au détriment de certaines pratiques « rituelles » et « conventionnelles » potentiellement moins riches en termes d'acquisition des savoirs en jeu. De ce fait, nous pensons qu'on peut utiliser un système du type de décomposition additive qui permet aux élèves de constater par exemple que : $16 + 38 = 10 + 6 + 30 + 8$; $10 + 6 + 30 + 8 = 40 + 6 + 8$; $40 + 6 + 8 = 40 + 14$; $40 + 14 = 40 + 10 + 4$; $40 + 10 + 4 = 50 + 4$; $50 + 4 = 54$. Ce type de calcul a un sens pour les élèves puisqu'il repose sur le savoir de décomposition et de regroupement des unités et des dizaines entre elles.

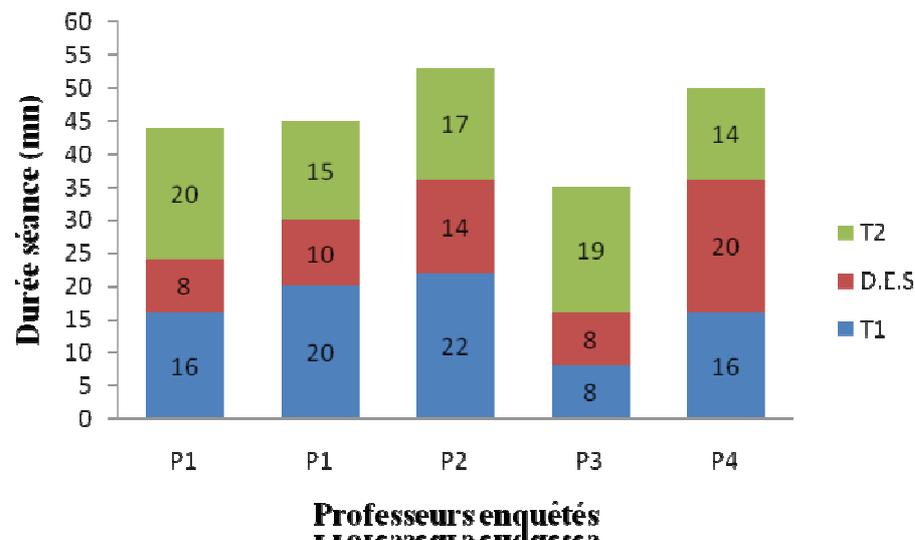
L'étude et l'analyse des épisodes signifiants ont permis de montrer d'une part ce qui aux mains des professeurs dans les situations d'enseignement et d'apprentissage, d'autre part ce que cette posture des professeurs permet aux élèves d'apprendre ou non les mathématiques. Dans ce qui suit, nous donnons à voir le temps consacré à ces moments d'apprentissage dans les différentes séances étudiées.

2.1.5 Graphique de spécification de la durée des épisodes signifiants

Nous présentons ce graphique pour montrer pour chaque séance la durée consacrée à l'épisode signifiant. Nous rappelons que selon les instructions officielles, une séance de mathématiques dure 45 min. Ainsi pour P1, la première séance a duré 44 mn et l'épisode signifiant intervenu (minutes, de 16 à 24) a duré 8 min. Pendant ces 8 min, P1 a introduit à travers des manipulations sémiotiques une écriture symbolique pour expliquer la retenue.

La deuxième séance de P1 a duré 45 mn et l'épisode signifiant (minutes, 20 à 40) a duré 10 mn. P1 a consacré ces 10 minutes à montrer une situation soustractive autour de l'action « enlever ». La séance de P2 a duré 53 min, une durée largement supérieure à la durée

officielle. L'épisode signifiant est repéré (minutes, 22 à 36) soit 14 min pendant lesquelles P2 a tenté d'expliquer à partir du cardinal d'une réunion, comment on pouvait écrire la valeur numérique de l'addition. Pour P3, c'est 35 min qui ont été consacrées à la séance. L'épisode signifiant (minutes, 8 à 16) a duré 8 mn pour montrer l'écriture numérique avec une retenue à partir du boulier et des capsules. Enfin P4 a mis 50 min pour mettre en œuvre sa séance. L'épisode signifiant (minutes, 16 à 36) soit 20 min pour montrer comment on passe de la représentation schématique du boulier à l'écriture numérique d'une addition.



Légende : T1 = temps écoulé avant l'épisode signifiant

D.E.S = durée de l'épisode signifiant

T2 = temps écoulé après l'épisode signifiant

Ce graphique montre également que tous les épisodes signifiants retenus ont porté sur l'étude et la présentation de techniques opératoires de l'addition et de la soustraction. Les durées sont variables d'un professeur à l'autre, par rapport aux procédures utilisées et la prise en main de ces procédures par les professeurs quand le savoir en jeu n'est pas explicite. C'est aussi le cas ou les élèves butent sur une technique et que les professeurs soient obligés non seulement d'utiliser la langue maternelle (il y a à ce moment-là une avancée, un allongement du temps didactique qui n'est pas prévu), mais aussi quand les systèmes sémiotiques utilisés se trouvent perturbés.

Sur le graphique on voit bien que pour P2 et P4, les durées sont supérieures à la durée officielle (45 mn). Ainsi les raisons de ce « dépassement » peuvent s'expliquer pour P2 sur le fait que les manipulations sémiotiques (comptage de bâchettes) sont centrées sur une procédure (absence de référence et sa relation avec les formes sémiotiques représentées) qui ne donne pas à voir la technique opératoire. Pour P4 nous faisons l'hypothèse que c'est au moment où elle demande à l'élève désigné d'écrire 10 dans la colonne des unités après avoir fait $5 + 5$. Cette consigne imprévue dans le projet d'enseignement, et prise en main ensuite par P4 n'a pas eu l'effet escompté (ici, expliquer pourquoi on ne doit pas écrire deux chiffres dans une colonne). Du coup, P4 pour rattraper ce qu'elle a prévu (faire intervenir un élève qui a compris quand l'élève désigné bute), prend les choses en main et s'appuie fortement sur la langue maternelle pour expliquer la technique opératoire de la retenue, ce qui fait avancer le temps didactique.

Dans ce qui suit nous donnons à voir dans un tableau le récapitulatif sur le travail d'analyse des données.

2.1.6 Récapitulatif du matériel empirique étudié en 2007/2008

Dans le tableau 83 (page suivante), nous présentons pour chaque professeur une synthèse des points spécifiques étudiés. Ainsi dans la première colonne, nous nommons chaque professeur enquêté, dans la deuxième et troisième colonne, nous donnons respectivement la nomenclature des fiches de préparations et les séances étudiées, et dans la quatrième et dernière colonne, nous spécifions les titres des épisodes-cas étudiés de ce qui s'est passé au plan mathématique.

Professeurs enquêtés	Fiches de préparation étudiées	Séances étudiées	Episodes signifiants étudiés						
P1	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td>P1-F1.S1</td> <td>P1-F2.S2</td> </tr> <tr> <td>P1-F3.S3</td> <td>P1-F4.S4</td> </tr> </table>	P1-F1.S1	P1-F2.S2	P1-F3.S3	P1-F4.S4	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td>S2P1</td> <td>S3P1</td> </tr> </table>	S2P1	S3P1	<p><u>Episode 1</u> : "introduction d'une écriture symbolique, la retenue"</p> <p><u>Episode 2</u> : " de la manipulation de collections à l'écriture soustractive"</p>
P1-F1.S1	P1-F2.S2								
P1-F3.S3	P1-F4.S4								
S2P1	S3P1								
P2	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td>P2-F1.S1</td> <td>P2-F2.S2</td> </tr> <tr> <td>P2-F3.S3</td> <td>P2-F4.S4</td> </tr> </table>	P2-F1.S1	P2-F2.S2	P2-F3.S3	P2-F4.S4	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td>S1P2</td> </tr> </table>	S1P2	<p><u>Episode 1</u> " du cardinal d'une réunion à l'écriture numérique de l'addition"</p>	
P2-F1.S1	P2-F2.S2								
P2-F3.S3	P2-F4.S4								
S1P2									

P3	P3-F1.S1	P3-F2.S2	S2P3	Episode 1 : "de l'utilisation du matériel à l'écriture numérique avec une retenue "
	P3-F3.S3	P3-F4.S4		
P4	P4-F1.S1	P4-F2.S2	S2P4	Episode 1 : "de la représentation schématique du boulier à une écriture numérique"
	P4-F4.S4			

Tableau 84 : Matériau empirique étudié en 2007/2008

Quand on regarde la colonne des épisodes signifiants étudiés, les titres des épisodes-cas étudiés nous renseignent sur un certain nombre d'éléments quant aux pratiques des professeurs dans les différentes mises en œuvre des séances *in situ*. Nous allons le démontrer empiriquement dans la partie synthèse. Nous retenons d'emblée pour :

- P1 une domination des ostensifs à travers des manipulations sémiotiques majoritairement présentes dans les séances. Cette réalité « sémiotique » montre bien une absence de travail sur la relation signe-référence qui témoigne à notre avis d'une difficulté mathématique. C'est une situation qui constitue un problème dans la construction du rapport à la référence (ce qui est dénoté par les signes) qui ne permet pas aux élèves de contrôler le sémiotique et de travailler véritablement sur leurs formes ;
- P2 une centration sur les manipulations qui servent à découvrir le sens de l'addition (association entre addition et réunion de deux collections), mais pas à découvrir la technique opératoire. La constitution de la relation entre la référence et le signe pour construire une sémantique de l'action n'est pas du tout exploitée. La procédure fonctionne comme dans un jeu d'apprentissage où il y a une absence de stratégies gagnantes dans un environnement qui donne à voir un rapport « sémantique » plutôt que « syntaxique » ;
- P3 une concentration sur la technique manipulatoire (ici la relation entre le boulier et le tableau à deux colonnes) qui contraste avec la technique donnée (ici la retenue), et de la « référence » à la technique (ici l'échange). La procédure est prégnante au

détriment des propriétés ostensives qui sont pourtant celles qui permettent la compréhension de la notion de retenue ;

- P4 un appui sur le passage de la représentation schématique du boulier où figurent des dessins de capsules, à une écriture avec des chiffres. Avec le passage du système sémiotique du « boulier » à celui de l'écriture des chiffres, l'activité mathématique reste toujours liée à des procédures qui ne font pas cette nécessaire relation entre les formes sémiotiques et leurs références.

Ce qu'on peut retenir après cette première description brève des pratiques des professeurs, c'est le fait que les professeurs utilisent des procédures dont les enjeux sont loin de permettre un type de fonctionnement qui donne du sens au savoir mathématique en jeu. Les élèves doivent pouvoir se faire une représentation autonome du savoir qui leur est proposé, et prendre conscience de certaines réalités *mathématiques* pour répondre aux situations mises en place par les professeurs. Si ces conditions ne sont pas réunies, des problèmes d'enseignement risquent de se poser et le professeur s'installera dans le « behaviorisme pratique », où « ritualisation » et « exhibition » de « conventions » conditionneront l'activité des élèves, aux dépens des fondements *mathématiques*. Pour illustrer nos propos et montrer empiriquement ces faits, nous allons dans le chapitre suivant faire une synthèse de ce que chaque professeur a fait, et tenter d'expliquer les raisons d'une nouvelle collecte de données en vue de poursuivre le travail d'enquête sur l'analyse de l'action des professeurs.

Chapitre 4 : Conclusion sur le travail d'analyse des séances étudiées en 2007/2008 et nouvelles collectes de données

1.1 Conclusion sur le travail d'analyse des séances étudiées en 2007/2008

Dans cette partie, nous avons dans un premier temps fait un travail de présentation et d'analyse de chacune des séances (deux séances sur l'addition et deux séances sur la soustraction) et de leurs fiches de préparations présentées par les 4 professeurs enquêtées en 2007-2008 dans 4 classes ordinaires. Nous nous sommes dans un second temps penchés pour un même professeur sur :

- la présentation du synopsis de l'ensemble des séances ;

- la présentation ensuite du synopsis et de l'intrigue uniquement pour la séance de laquelle nous avons extrait l'épisode signifiant ;
- la présentation de l'analyse plus fine de l'épisode signifiant pour l'intérêt non seulement des événements didactiques (liés au savoir) dans le déroulement de la séance, mais aussi l'élucidation de certaines actions des professeurs ;
- la production de synthèse à mi-parcours pour chaque épisode signifiant étudié.

Ces deux niveaux d'analyse sont des étapes essentielles du processus, et nous ont permis de noter dans chacun des épisodes-cas étudiés tout ce qui relève du contenu proprement mathématique introduit par les professeurs enquêtés dans les situations didactiques.

Pour conclure sur ce chapitre, il nous semble important de revenir sur un enjeu didactique que nous avons identifié comme pertinent au plan mathématique. Il s'agit d'étudier la possibilité pour les professeurs de rendre l'activité mathématique compréhensive au sens où les élèves peuvent acquérir des savoirs mathématiques précis. Ce type de pratique pourrait permettre des mises en œuvre de procédures centrées sur la compréhension (une mise en relation entre les formes sémiotiques et la référence à ses formes représentées dans les transactions didactiques) plutôt que sur des pratiques « rituelles » qui s'appuient sur des systèmes sémiotiques dans lesquels les élèves n'ont pas le contrôle de la référence. Les professeurs tentent plus ou moins on l'a bien vu dans les séances étudiées de mettre en place des démarches basées sur des manipulations sémiotiques qui peuvent amener les élèves à penser que c'est très important.

1.2 Collecte de nouvelles données : poursuivre le travail d'analyse des professeurs pour tenter de faire évoluer les pratiques

Les données que nous avons étudiées et analysées en 2007/2008 avec les professeurs P1, P2, P3 et P4 nous ont permis de faire des constats et de noter des « manques » dans la mise en œuvre des séances.

Nous avons fait des synthèses qui présentent et mettent en regard les éléments essentiels des épisodes significatifs retenus. Il y a eu déjà divers types de réflexions dans ces synthèses à en ce qui concerne aussi bien certains aspects mathématiques proprement dits, que l'action des quatre professeurs dont les pratiques sont étudiées. Les synthèses s'appuient sur l'identification du fonctionnement des systèmes didactiques et sur la régulation de certains aspects de l'action des professeurs.

La façon dont les professeurs introduisent et présentent les techniques de calcul et les raisonnements dans les déroulements des séances n'ont pas il nous semble permis aux élèves de saisir le sens des techniques opératoires utilisées, qui permettent ou non l'appropriation des règles de l'addition et de la soustraction.

La comparaison des projets d'enseignement prévus par les professeurs et le déroulement effectif en classe, laissent apparaître des différences entre le prévu et le réalisé, du point de vue mathématique.

Nous avons constaté que certains professeurs suivent fidèlement les manuels d'enseignement, et d'autres s'en écartent ou ne contrôlent pas suffisamment les propositions (de valeurs numériques, de contexte etc.). Ces types de comportement nous ont amené à étudier la topogénèse induite par les manuels de mathématiques, et de voir que ces manuels censés proposer les connaissances mathématiques aux professeurs influencent et guident leurs pratiques.

L'analyse des manières de faire des professeurs en ce qui concerne la gestion de l'activité mathématique, nous a permis de nous intéresser d'une part à ce qui est fait et ce qui est dit durant les leçons, et d'autre part d'étudier les processus spécifiques à la construction des connaissances permettant d'identifier quelques obstacles liés à la compréhension des techniques opératoires et de certains phénomènes caractéristiques des apprentissages mathématiques. A ce niveau il est apparu que les professeurs que la plupart des énoncés retenus ne sont pas problématisés et on note, la centration sémiotique au détriment de la construction du rapport à la référence.

Nous avons étudié quelques considérations sur la langue hausa, en général, et au plan mathématique. L'utilisation des expressions langagières n'a pas une valeur mathématique, elle permettait aux professeurs qui avaient fait recours à la langue hausa de tenter de se faire comprendre et de faire avancer le temps didactique.

Pour tenter des évolutions dans les façons de faire des professeurs, il nous semble que l'important, c'est faire en sorte que les professeurs produisent un travail spécifique écrit sur des documents relatifs à l'addition et à la soustraction, vus d'un point de vue conceptuel (actualiser *a priori* leur savoir sur les diverses manières de représenter les situations d'addition et de soustraction). Les professeurs pourraient travailler avec les élèves la maîtrise de systèmes sémiotiques et symboliques différents et le passage d'un système sémiotique (matériel, capsules, jetons, ou jeu des tiges) à un système symbolique (le système d, u).

Par ailleurs, il faudrait étudier la possibilité de travailler sur des problèmes (on note dans le travail des professeurs, que les petits problèmes de départ, qui donnent leur sens aux additions et soustractions entreprises, disparaissent au fil des séances), et envisager un travail collaboratif avec un collectif de professeurs autour des dispositifs d'enseignement : un dispositif lié au système symbolique (d, u) et un dispositif lié à la résolution de problème.

Les professeurs enquêtés ont travaillé seuls dans la préparation et la mise en œuvre des séances en classes, et l'analyse de ces différents aspects de la pratique des professeurs nous sont apparus comme des "manques" qui pourraient connaître des évolutions.

Suite aux constats et aux « manques » identifiés dans la mise en œuvre des séances étudiées en 2007-2008, un collectif a été constitué pour tenter de développer les propositions esquissées ici, et procéder à de nouvelles collectes de données à travers la création d'une proposition de dispositif l'année suivante (2008/2009 pour prévoir une amélioration de la situation didactique.

Dans la partie suivante, nous analysons les séances empiriques sur les systèmes sémiotiques et la résolution de problèmes.

Partie 6 : Analyse empirique des séances sur les systèmes sémiotiques et la résolution de problèmes, étude du travail de sémiotisation et de modélisation

Les données collectées en 2007/2008 ont permis d'étudier et d'analyser l'action *in situ* de quatre professeurs dans des classes de CP sur l'addition et la soustraction. Le dispositif de recherche prévoyait de poursuivre le travail avec les mêmes professeurs l'année suivante, après avoir identifié les « manques » qui auraient été constatés dans les séances mises en œuvre. Il faudrait ensuite envisager un dispositif d'amélioration des pratiques, à partir d'une ingénierie sur la base d'un travail collaboratif mis en place par le chercheur et un collectif de professeurs.

Mais c'était sans compter avec les difficultés liées à la mobilité des professeurs obligés pour des raisons professionnelles et familiales de quitter leur lieu de travail pour un autre. Au Niger, cette forme d'affectation d'un fonctionnaire est connue sous l'appellation suivante : « mutation pour nécessité de service ». Les professeurs (P3 et P4) ont été mutés, et les deux autres (P1 et P2) sont restés dans la même école. Devant cette nouvelle situation, nous avons convenu avec les enseignants de la CAPED de Mirriah Centre de constituer un nouvel échantillon de quatre professeurs issus des mêmes écoles que lors de la première collecte de données.

Dans cette partie nous présentons et analysons les séances sur les systèmes sémiotiques et la résolution de problèmes mises en œuvre par quatre professeurs expérimentateurs dans le cadre de l'ingénierie coopérative. Nous organisons cette partie comme suit :

- un premier chapitre sur la conception des dispositifs d'enseignement à tester ;
- un deuxième chapitre sur la présentation et l'analyse des fiches de préparation de P1MC et P2MM, P3MF et P4MC. ;
- un troisième chapitre sur la présentation et l'analyse des séances mises en œuvre par P1MC, P2MM, P3MF et P4MC ;
- un quatrième chapitre sur l'étude et l'analyse des devoirs d'élèves

Chapitre 1 Conception des dispositifs d'enseignement à tester dans le cadre de l'ingénierie coopérative

Le travail collaboratif chercheur-professeurs dans le cadre de l'ingénierie coopérative a permis de mettre en place deux dispositifs d'enseignement. Le premier dispositif porte sur les systèmes sémiotique¹⁶² et symbolique¹⁶³ pour étudier le passage (par exemple le jeu des tiges) à un autre (le système d, u). Le deuxième dispositif porte sur la résolution de problèmes du type (un berger à X moutons. Y moutons sont dans l'enclos, chercher le nombre de moutons Z dans le champ). Il y a eu une réunion du collectif chercheur-professeurs pour discuter et échanger sur le travail de conception des séances à mettre en œuvre. Quatre professeurs ont été désignés par leurs collègues pour préparer les séances. Le collectif a proposé quelques consignes et indications aux professeurs pour leur permettre de bien préparer leur séance. Elles portent sur l'exploitation des manuels officiels de mathématiques et autres ouvrages ou extraits, les connaissances personnelles sur les chapitres étudiés, et la sollicitation d'un collègue en cas de difficultés.

Nous avons filmé les quatre séances mises en œuvre dans les deux dispositifs d'enseignement présentés précédemment. Pour chacune des séances, nous avons adopté le même dispositif d'étude et d'analyse que pour les séances mises en œuvre 2007/2008, avec cependant un élément nouveau, le travail d'analyse du collectif.

Nous donnons à voir ci-après l'organisation mise en place pour concevoir les deux dispositifs d'enseignement.

1.1 Dispositif d'enseignements sur les systèmes sémiotiques

Dans ce dispositif, deux séances ont été mises en œuvre avec deux professeurs (P1MC a mis en œuvre la séance initiale, et P2MM la séance initiale aménagée) pour étudier à travers le jeu de tiges, les relations d'équivalence dans des situations d'additions. Nous exposons les différentes étapes du travail de conception et de mises en œuvre des deux séances :

- Etape 1 : préparation individuelle de la séance N°1

¹⁶² Nous désignons par système sémiotique dans ce dispositif l'ensemble des signes et le matériel utilisés dans la pratique du jeu de tiges et les manipulations associées pour montrer aux élèves les règles du jeu et la comptabilisation des gains. A partir de ce système sémiotique, les élèves apprennent par exemple que $d = \text{dizaine}$; $u = \text{unités}$, $(\otimes) = d$, $(\odot) = u$.

¹⁶³ Nous désignons par système symbolique, les symboles qui permettent aux élèves d'apprendre par exemple : $56 + 27 = 5d + 6u + 2d + 7u = 7d + 13u = 7d + 1d + 3u = 8d + 3u = 83$

P1MC a présenté un travail individuel en plénière à partir d'une fiche de préparation sur son projet d'enseignement en vue de la mise en œuvre de la séance *in situ*.

- Etape 2 : travail d'analyse du collectif de la fiche de préparation proposée par P1MC

Le travail d'analyse du collectif a porté sur le travail préalable de la fiche de préparation élaborée par le professeur. Cette fiche est amendée par le collectif, et le professeur doit tenir compte des observations et modifications proposées par ses collègues. C'est un travail de partage au sein du collectif animé par le professeur pour tenter de se mettre d'accord sur le savoir et ses enjeux qui prennent en compte les comportements attendus des élèves. Le collectif amende, fait des propositions, trie et sélectionne pour convenir des savoirs essentiels à enseigner dans une classe de CP. Ce travail d'analyse du collectif relève d'une démarche consensuelle autour des savoirs essentiels à enseigner. La transcription du travail d'analyse est effectuée.

- Etape 3 : mise en œuvre de la séance N°1 par P1MC

La séance a été mise en œuvre par P1MC dans une classe de CP en présence du collectif et du chercheur. La séance est filmée, un synopsis de la séance est élaboré, des transcriptions de la séance sont effectuées (interactions professeurs élèves dans la classe autour de l'objet du savoir).

- Etape 4 : travail d'analyse du collectif après la mise en œuvre *in situ* de la séance N°1

Le professeur anime la séance en prenant la parole la première pour réagir, suite à la diffusion de la séance qu'elle a conduite. Le collectif réagit et complète par un échange avec le professeur en s'appuyant tantôt sur la vidéo, tantôt sur le synopsis ou des éléments de la transcription réalisée. Des modifications sont proposées sur les façons de faire du professeur, en vue d'améliorer l'efficacité des transactions didactiques dans la classe pour la séance N°2. Le travail d'analyse est enregistré, des transcriptions sont effectuées.

- Etape 5 : préparation individuelle de la séance N°2 (séance N°1 aménagée) par un autre professeur

P2MM a préparé la séance N°2 à partir des modifications proposées par le collectif lors du travail d'analyse après la mise en œuvre de la séance N°1. Le professeur prend en compte les propositions d'amélioration du collectif pour préparer la séance N°2.

- Etape 6 : mise en œuvre de la séance N°2 par P2MM

La séance a été mise en œuvre par P2MM dans une autre classe de CP avec des élèves qui n'ont pas rencontré la séance N°1. La séance N°2 est filmée, un synopsis de la séance est élaborée, des transcriptions de la séance sont effectuées (interactions professeurs élèves autour de l'objet du savoir).

- Etape 7 : travail d'analyse du collectif après la mise en œuvre *in situ* de la séance N°2

Le collectif a fait un travail d'analyse du collectif selon les mêmes principes que l'étape 4 avec cependant une attention particulière sur les pratiques centrées sur les difficultés proprement mathématiques de la leçon.

1.2 Dispositif d'enseignements sur la résolution de problèmes

Le collectif a adopté la même organisation de travail que pour le dispositif d'enseignement sur la numération. Pour le deuxième dispositif d'enseignement sur la résolution de problèmes du type (un berger à X moutons. Y moutons sont dans l'enclos, chercher le nombre de moutons Z dans le champ), les sept étapes ont été reconduites avec deux nouveaux professeurs (P3MF a mis en œuvre la séance initiale, et P4MC la séance initiale aménagée). Nous présentons maintenant les fiches de préparation des séances mises en œuvre par P1MC, P2MM, P3MF et P4MC.

Chapitre 2 Présentation et analyse des fiches de préparation de P1MC, P2MM, P3MF et P4MC

Nous allons dans ce chapitre procéder à la présentation et à l'analyse *a priori* des quatre fiches de préparation de leçons élaborées par les quatre professeurs expérimentateurs dans le cadre de l'ingénierie coopérative. Nous précisons que les fiches P1MC-F1.S1 et P2MM-F2.S2 concernent le premier dispositif d'enseignement (le dispositif lié au système

symbolique (d, u)) et les fiches P3MF-F3S3 et P4MC-F4.S4 concernent quant à elles le deuxième dispositif lié à la résolution de problèmes (du type un berger a X moutons. Y moutons sont dans l'enclos, chercher le nombre de moutons Z dans le champ).

1.1 Présentation et analyse de la fiche de préparation P1MC- F1.S1¹⁶⁴

1.1.1 Présentation synoptique de la fiche de préparation de P1MC

Étapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Demande aux élèves d'observer l'ensemble ci-dessous dessiné au tableau : <div style="text-align: center; border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 100px; height: 100px; margin: 10px auto; display: flex; flex-direction: column; align-items: center; justify-content: center;"> X O X O X O X O X O </div> Demande aux élèves de compter le nombre de ronds et de croix	Observent Comptent
		Révision	2
Motivation	3	Invite un élève à jouer à la marelle devant ses camarades	Jouent
Leçon du jour	25	Annonce aux élèves qu'il va y avoir un jeu Demande aux élèves qu'est-ce que c'est ? Demande aux élèves à quel jeu joue-ton avec ces tiges ?	Écotent Répondent tiges de mil Répondent jeu des tiges
		Désigne deux élèves pour jouer au jeu Demande aux deux élèves de jouer	Se présentent Jouent
		Demande les réponses en termes d'animaux puis en unités et en dizaines Demande aux élèves le nom des colonnes Demande aux élèves d'écrire au fur et à mesure les gains des deux élèves dans les tableaux à deux colonnes	Répondent Répondent Ecrivent
		Demande aux élèves d'écrire les deux gains dans un même tableau Demande aux élèves de mettre ensemble les deux gains et de faire le total Demande aux élèves de lire le résultat trouvé	Répondent Répondent lisent
		Evaluation	10

Tableau 85 : Fiche de Préparation P1MC-F1.S1

¹⁶⁴ Nous utilisons cette nomenclature pour signifier pour désigner Professeur 1 Mirriah Centre Fiche 1 Séance 1

1.1.2 Analyse *a priori* de la fiche de préparation P1MC-F1.S1

Le projet d'enseignement de P1MC porte sur le passage du jeu de tiges au système symbolique (d, u). L'objectif de la leçon est de montrer aux élèves qu'à partir des gains de chaque joueur à l'issue d'une partie de jeu, on peut travailler sur les savoirs suivants :

- le savoir « d'échange » des gains dans le jeu (10 chèvres s'échangent contre 1 âne) et dans la numération (10 unités s'échangent contre 1 dizaine) ;
- le savoir sémiotique (\otimes) = d, (\odot) = u ;
- le savoir de décomposition/recomposition (1 âne = 10 chèvres = 10 unités = 1 dizaine, 1 dizaine = 10 unités = 10 chèvres = 1 âne), (1 d = 10 u, 10 u = 1 d)
- le savoir de « regroupement » des d et des u entre elles.

Pour faire acquérir aux élèves ces différents types de savoir, P1MC propose le déroulement suivant :

- la mise en place du jeu de tiges avec deux élèves désignés. Pour constituer le milieu sémiotique, P1MC présente quatre tiges de mil avec chacune une face plane et une face bombée. Les élèves connaissent les objets et le jeu proposés par P1MC, puisque dans la colonne activités des élèves, on voit à la fois les noms des objets et du jeu. Mais elle ne précise pas les règles définitives du jeu pourtant nécessaires pour rappeler à l'ensemble de la classe les conditions pour rendre les élèves capables de jouer selon les procédures et les règles de jeu. P1MC ne précise pas non plus son rôle et celui des deux élèves désignés pour jouer au jeu. Cette précision, pourrait à notre avis donner à voir ce qui relève de la responsabilité du professeur (guide, juge ou simple observateur) et de celle des élèves (établir un rapport au milieu sémiotique et pouvoir déterminer celui qui gagne et pourquoi). Il y aura certainement production de savoir, et donc il est important à notre avis de faire en sorte que cette pratique de savoir soit reconnue dans l'institution-classe ;
- la pratique du jeu de tiges semble être sous le contrôle de P1MC qui sollicitera la classe si jamais un incident intervient. Dans ce type de jeu, on pourrait imaginer par exemple qu'un des joueurs ne sache pas ce qu'il gagne selon la façon dont les tiges tombent qu'il ignore la règle qui rend obligatoire l'échange à 10 contre 1. La partie du

jeu pourrait être compromise puisque P1MC n'a donné aucune consigne orale ou écrite qui précise ce qu'il faut faire dans ces cas précis. On note donc une certaine opacité des règles du jeu, ce qui à notre avis pourrait rendre la situation didactique moins intéressante aux yeux des élèves qui sont pourtant les acteurs essentiels dans ce type de jeu ;

- La comptabilisation des gains est une étape essentielle au plan mathématique. Les élèves doivent être capables de dénombrer dans un premier temps le nombre de chèvres et d'ânes. Dans un second temps, ils doivent savoir s'il faut effectuer l'échange à 10 contre 1 et à quel moment il faut le faire. Dans un troisième temps, les élèves doivent pouvoir se faire une représentation autonome des symboles « unités » et symboles « dizaines » dans le tableau deux colonnes. La fiche de préparation mentionne seulement que les élèves doivent donner les résultats en « termes d'animaux » sans préciser le sens de cette appellation. Nous estimons que P1MC souhaite que les élèves comptabilisent d'abord les gains en disant par exemple qu'un « joueur A » a gagné 8 chèvres et 1 âne. Ensuite elle pourra tester leur capacité à déterminer s'ils peuvent expliquer que 8 chèvres c'est 8 u et 1 âne c'est 1 d.

On voit dans le raisonnement de P1MC à cette étape de la leçon que les élèves doivent passer d'un dénombrement des gains (les animaux que chaque joueur a gagné) à des représentations de symboles dans le tableau à deux colonnes. Dans ce mouvement, on voit la mise en place d'une procédure qui s'oriente vers une technique manipulative (ici, chèvres-ânes et unités dizaines) sans laquelle P1MC pense peut-être que les élèves ne peuvent pas comprendre les écritures et les décompositions additives qui vont suivre. On pourrait dire que les gains (chèvres, ânes) sont là pour montrer le lien sémiotique $1 \text{ chèvre} = 1 \text{ unité}$ et $1 \text{ âne} = 1 \text{ d}$. Ce qui est essentiel à notre avis, c'est d'amener les élèves à prendre conscience que quand on gagne par exemple 1 âne, cet âne représente 10 chèvres et que les 10 chèvres représentent 10 unités, et les 10 unités c'est bien 1 dizaine ;

- La décomposition additive intervient au moment où dans la fiche P1MC propose de mettre ensemble les deux gains obtenus par les deux élèves. Le groupe de mots « mettre ensemble » doit être compris par les élèves comme « additionner » les gains dans un tableau à deux colonnes prévu à cet effet. Les élèves seraient donc amenés à

faire une écriture additive du type par exemple : $18 + 12 = 1 d + 8 u + 1 d + 2 u$. Mais ce que P1MC ne précise pas, c'est le type d'addition (addition avec ou sans retenue). C'est peut être parce qu'elle veut s'appuyer sur les résultats du jeu pour déterminer le type d'addition à faire. Ce que l'on ne sait pas également, c'est le moment où P1MC doit ordonner d'arrêter le jeu pour comptabiliser les gains (elle ne précise pas dans la fiche le nombre de tours que doit comporter la partie et le nombre de fois qu'un joueur doit jouer).

Cette incertitude pourrait se révéler à notre avis comme une difficulté au plan mathématique puisque l'on ne sait pas d'avance le cas de figure qui va se présenter. P1MC ne prévoit pas non plus la recombinaison, il semble qu'il ne peut pas y avoir décomposition sans recombinaison. C'est à notre avis un type de savoir fondamental qui repose sur les propriétés d'associativité, de commutativité, de distributivité et sert de lien avec le système sémiotique ;

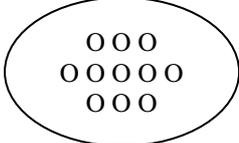
- Proposition d'une addition avec retenue $37 + 24$. On voit là un niveau d'abstraction dès le départ, puisqu'il n'y a aucune manipulation sémiotique. P1MC propose d'additionner 37 et 24, mais pas d'effectuer la réunion de deux collections dont 34 et 27 représentent le cardinal. On n'a pas par exemple deux collections composées de 37 et de 24 bâchettes qu'on réunirait pour les dénombrer.

1.2 Présentation et analyse de la fiche de préparation P2MM- F2.S2¹⁶⁵

1.2.1 Présentation synoptique de la fiche de préparation de P2MM

Cette fiche de préparation élaborée par P2MM est la version réaménagée de celle qui avait été élaborée par P1MC. Suite à la mise en œuvre de la séance par P1MC, le collectif s'était réuni pour faire une analyse de la séance et a proposé des réaménagements en vue d'une nouvelle mise en œuvre avec un autre professeur (ici P2MM) et des élèves qui n'ont pas rencontré la situation.

¹⁶⁵ Nous utilisons cette nomenclature pour signifier pour désigner Professeur 2 Mirriah Médersa Fiche 2 Séance 2

Étapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves						
Pré requis	5	<p>Fait observer le dessin ci-après :</p>  <p>Qu'est-ce que c'est ? Qu'est-ce qu'il y a dans l'ensemble ? Il y a combien de ronds dans l'ensemble ?</p> <p>Fait passer un élève au tableau et lui demande d'écrire 11 (O)</p> <p>Demande dans 11, il y a combien de dizaine combien d'unités</p> <p>Fait observer cette bande et demande aux élèves de compléter et faire lire la bande complète</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="width: 20px; text-align: center;">6</td> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px; text-align: center;">8</td> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px; text-align: center;">10</td> </tr> </table>	6		8		10	<p>Observent</p> <p>Un ensemble Des ronds Comptent et répondent</p> <p>Répondent (1d et 1 u)</p> <p>Observent Complètent 7, 9</p>	
6		8		10					
Leçon du jour	35	<p>Montre 4 morceaux de tiges aux élèves Demande qu'est-ce que c'est ? Qu'est-ce qu'on fait avec ces tiges ? Explique la règle du jeu déjà vu au CI Qu'est-ce qu'on gagne au jeu ?</p>	<p>Observent Ce sont des tiges Jeu de tiges Ecoutent attentivement Des animaux</p>						
		<p>Demande à deux élèves de venir jouer Désigne 2 juges Demande aux autres élèves d'observer le jeu</p>	<p>Jouent Viennent Observent</p>						
		<p>Demande de placer le résultat dans le boulier</p> <p>Arrête le jeu après avoir fait 10 jeux Combien l'élève 1 a gagné et combien l'élève 2 a gagné ?</p> <p>Trace un tableau à deux colonnes au tableau Qu'est-ce que c'est ? Dans un tableau à deux colonnes, que représentent (⊙) et (⊗) Donc (⊙) : unité, il est égal à quoi ?</p>	<p>Placent ex :</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td style="width: 20px; text-align: center;">⊗</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">⊙</td> </tr> <tr> <td style="width: 20px; text-align: center;">⊗</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">⊙</td> </tr> </table> <p>Arrêtent</p> <p>Répondent 1 âne et 1 chèvre, 1 âne et 2 chèvres</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td style="width: 20px; text-align: center;">⊗</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">⊙</td> </tr> <tr> <td style="width: 20px; text-align: center;">⊗</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">⊙</td> </tr> </table> <p>Suivent Un tableau à deux colonnes Ecrivent La chèvre et l'âne La chèvre</p>	⊗	⊙	⊗	⊙	⊗	⊙
⊗	⊙								
⊗	⊙								
⊗	⊙								
⊗	⊙								

		<p>Et (⊗) = dizaine il est égal à quoi ?</p> <p>L'élève 1 a gagné combien d'âne et de chèvre ? L'élève 2 a gagné combien d'âne et de chèvre ? L'élève 1 a gagné combien de dizaine et combien d'unité ? L'élève 2 a gagné combien de dizaine et combien d'unité ?</p>	<p>L'âne</p> <p>1 âne et 1 chèvre 1 âne et 2 chèvres</p> <p>1 d et 1 u</p> <p>1 d et 2 u</p>														
		<p>Demande aux élèves de placer dans le tableau à deux colonnes ce que E1 et E2 ont gagné.</p> <p>Demander aux élèves de mettre ensemble dans un même tableau à deux colonnes</p> <p>Demande c'est quoi mettre en ensemble</p> <p>Fait additionner ce que E1 et E2 ont gagné</p> <p>Fait décomposer 11 en d et u Fait décomposer 12 en d et u</p> <p>Fait décomposer 11 + 12</p> <p>Faire lire le résultat</p> <p>Fait d'autres exemples avec les élèves en leur demandant de donner des nombres à décomposer</p>	<p>Placent</p> <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">⊗ 1</td> <td style="padding: 5px;">⊙ 1</td> </tr> </table> <table style="display: inline-table; vertical-align: middle; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">⊗ 1</td> <td style="padding: 5px;">⊙ 2</td> </tr> </table> <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">⊗ 1</td> <td style="padding: 5px;">⊙ 1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> </table> <p>Répondent (+)</p> <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">⊗ 1</td> <td style="padding: 5px;">⊙ 1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> </tr> </table> <p>11 = 1 d et 1 u 12 = 1 d et 2 u 11+12 = 1 d + 1 u + 1 d + 2 u 1 d + 1 d + 1 u + 2 u 2 d + 3 u = 23 lisent décomposent</p>	⊗ 1	⊙ 1	⊗ 1	⊙ 2	⊗ 1	⊙ 1	1	2	⊗ 1	⊙ 1	1	2	2	3
⊗ 1	⊙ 1																
⊗ 1	⊙ 2																
⊗ 1	⊙ 1																
1	2																
⊗ 1	⊙ 1																
1	2																
2	3																
<p>Evaluation</p>	<p>5</p>	<p>Fait décomposer 37 sur les ardoises</p>	<p>Décomposent 37 = 3 d et 7 u</p>														

Tableau 86 : Fiche de Préparation P2MC-F2.S2

1.2.2 Analyse *a priori* de la fiche de préparation de P2MM

Nous allons nous centrer sur la partie de la leçon qui nous intéresse directement, c'est-à-dire l'étape à partir de laquelle P2MM introduit l'idée du jeu de tiges. Comme pour P1MC P2MM présente du matériel (ici les 4 morceaux de tiges que les élèves identifient en

précisant le nom du jeu où ces tiges sont utilisées), une forme de « ritualisation » nécessaire alors que les élèves connaissent les tiges de mil et le jeu associé. Nous pensons qu'il faut vite aborder les « nécessités » mathématiques en amenant les élèves à donner ou à se rappeler des interrelations qui favorisent la réflexion et le raisonnement du type : 1 chèvre = 1 unité, 10 chèvres = 10 unités, 10 unités = 1 âne, 1 âne = 1 dizaine, 10 chèvres s'échangent contre 1 âne. Cette façon d'aller dans le vif du sujet évitera sans doute à P2MM une pression chronogénétique qui risquerait de l'amener à « survoler » les aspects mathématiques censés apporter des connaissances précises aux élèves sur le savoir en jeu.

P2MM propose de rappeler et d'expliquer les règles du jeu, ce qui lui permet de vérifier ce dont les élèves se rappellent et d'apporter au besoin des modifications et des précisions pour que dès le départ tout le monde ait une compréhension large et claire à la fois du principe du jeu et de la comptabilisation des gains. On pourrait imaginer un élève contester le résultat en disant par exemple « j'ai gagné 8 chèvres et 1 âne donc je comptabilise 9 animaux et mon adversaire lui a gagné 1 chèvre et 3 ânes, et comptabilise 4 animaux ». Il faudrait à ce moment lui expliquer qu'un seul âne vaut plus que 9 chèvres.

Avant de commencer le jeu P2MM propose de désigner deux juges, une façon pour nous de préciser que certaines responsabilités seront confiées aux élèves ce qui n'était pas le cas chez P1MC. Ce contraste est d'une certaine manière un partage des responsabilités qui explique un scénario du type, le professeur organise, guide et contrôle le jeu, les deux joueurs exécutent les ordres reçus, et les juges valident et annoncent les gains de chaque joueur. On voit malgré tout une présence permanente de P2MM qui va réguler et au besoin solliciter la classe pour faire avancer le temps didactique. L'espace jeu n'est pas précisé, on ne sait si la partie de jeu va se passer devant toute la classe de façon à ce que tous les élèves puissent voir le jeu et pouvoir répondre aux éventuelles sollicitations de P2MM pour réguler.

Dans son projet d'enseignement, P2MM propose de limiter le nombre de jeu à 10. Cette limitation du nombre de jeu est-elle mathématiquement recommandée ou bien est-ce plutôt une façon de limiter le temps didactique ? Nous faisons l'hypothèse que, P2MM constate à un moment donné que les deux joueurs totalisent un certain nombre d'animaux et décide d'arrêter le jeu pour pouvoir comptabiliser les gains.

P2MM met en place un milieu sémiotique qui devrait lui permettre de rappeler des connaissances antérieures sur les colonnes unités-dizaines et l'équivalence des symboles (ici $\textcircled{\otimes}$ correspond à chèvre et $\textcircled{\ominus}$ correspond à l'âne). Dans le même temps c'est l'occasion pour P2MM de vérifier avec les élèves le fonctionnement du tableau à deux colonnes sur les aspects de dénombrement des symboles unités-dizaines et de leur représentation dans le tableau. On voit bien une manipulation sémiotique se mettre en place pour amener les élèves à découvrir la procédure qui consiste à montrer par exemple que si le joueur A gagne 1 âne et 4 chèvres, c'est d'abord $1(\textcircled{\otimes})$ et $4(\textcircled{\ominus})$ et se dire que c'est 1 dizaine et 4 unités pour finalement admettre que $1 \text{ dizaine et } 4 \text{ unités} = 1 \text{ d et } 4 \text{ u}$.

Le système sémiotique est représenté par les symboles unités-dizaines et le tableau à deux colonnes. Le passage de ce système à celui des symboles (d, u) est une étape qui doit permettre aux élèves de comprendre et de se faire une représentation autonome $1(\textcircled{\otimes}) = 1 \text{ d}$ et $1(\textcircled{\ominus}) = 1 \text{ u}$. Les élèves pourront ensuite se faire une représentation de $n(\textcircled{\otimes}) = n(\text{d})$ et $n(\textcircled{\ominus}) = n(\text{u})$. Une fois ce processus compris, on pourrait alors aborder la décomposition/recomposition qui consiste à faire travailler les élèves sur les exercices du type $14 = 1 \text{ d} + 4 \text{ u}$ et $1 \text{ d} + 4 \text{ u} = 14$. La fiche de préparation semble se construire sur une procédure qui passe de la comptabilisation des gains à une manipulation unités-dizaines et une représentation numérique dans le tableau à deux colonnes.

On voit ensuite une décomposition additive avec le regroupement des d et des u entre elles. L'étape de recomposition pourtant indispensable pour consolider le savoir de décomposition / recomposition n'a pas été prévue par P2MM. Elle ne l'avait pas non plus prévu au moment où dans le projet d'enseignement elle proposait de montrer aux élèves que $11 = 1 \text{ d et } 1 \text{ u}$ et $12 = 1 \text{ d et } 2 \text{ u}$. Elle aurait dû en ce moment envisager de montrer immédiatement dans un premier temps la recomposition $11 = 1 \text{ d et } 1 \text{ u}$, c'est également $11 = 1 \text{ d} + 1 \text{ u}$ et $1 \text{ d} + 1 \text{ u} = 11$, et dans un second temps $12 = 1 \text{ d et } 2 \text{ u}$, c'est également $12 = 1 \text{ d} + 2 \text{ u}$ et $1 \text{ d} + 2 \text{ u} = 12$.

1.3 Présentation et analyse de la fiche de préparation P3MF- F3.S3¹⁶⁶

1.3.1 Présentation synoptique de la fiche de préparation de P3MF

Étapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	5	Fait chercher par PLM 4 machine + 3 = ? et 8 machine - ? = 2 Contrôle et fait corriger	Cherchent Corrigent
Pré requis	8	Fait écouter attentivement l'énoncé suivant : « sur une branche d'un arbre, il y a 9 oiseaux, 5 oiseaux se sont envolés, combien reste t-il d'oiseaux sur la branche ? ». Demande la réponse par PLM	Écoutent 9 machine – 5 = 4
Motivation	2	Présente aux élèves une touffe d'herbe, et demande qu'est-ce que c'est ? Où trouve-t-on de l'herbe ?	C'est de l'herbe Dans le champ
Leçon du jour	25	Écrit l'énoncé suivant au tableau : Un berger a un troupeau de 12 moutons. Les moutons se trouvent dans un enclos et dans un champ. Il y a 8 moutons dans l'enclos. Combien y a-t-il de moutons dans le champ ? Lit 2 à trois fois l'énoncé. Explique l'énoncé Fait observer le dessin d'un champ au tableau Fait montrer le champ. Qu'est-ce qu'on a dans le champ ? Qu'est-ce qu'on voit dans le champ et dans l'enclos ? Le berger a combien de moutons ? Combien de moutons dans l'enclos ? Combien de moutons y a-t-il dans le champ ? Faire réfléchir les élèves afin de se poser quelques questions Fait schématiser la situation au tableau Il y a combien de moutons dans le champ ? Donne un autre exercice d'application aux élèves : le matin Rabi a 9 mangues. A midi, le jardinier lui apporte 7 mangues. Rabi a maintenant combien de mangues ? Contrôle et fait corriger.	Suivent Écoutent Observent L'enclos et les animaux Des moutons 12 moutons 8 moutons 12 Réfléchissent où se trouvent les moutons Schématisent 12 machine – 8 = ? 4 machine + 8 = ? Il y a 4 moutons Suivent Corrigent 9 machine + 7 = 16
Evaluation	5	Fait faire cet exercice : Dans une école il y a 25 élèves. Il y a des élèves dans la classe et dans la cour. Il y a 13 élèves sont dans la classe. Combien d'élèves y a-t-il dans la cour ? » Contrôle et fait corriger.	Exécutent 25 machine – 13 = 12 12 machine + 13 = 25

Tableau 87 : Fiche de Préparation P3MF-F3.S3

¹⁶⁶ Nous utilisons cette nomenclature pour signifier pour désigner Professeur 3 Mirriah Filles Fiche 3 Séance 3

1.3.2 Analyse *a priori* de la fiche de préparation de P3MF

Le petit problème prévu par P3MF dans l'étape pré requis (les oiseaux) semble être une forme de rappel sur les problèmes « à transformation » du type on a un état initial (I), il y a une transformation (T) et il faut trouver un état final (F). La transformation est ici une fonction « machine (-) ». Un tel problème semble être facile à résoudre par les élèves puisqu'il évoque une évolution dans le temps. P3MF élabore un le milieu sémiotique sur lequel elle va travailler avec les élèves pour sans doute pour les préparer à un autre problème du même type.

Le problème à résoudre porte sur la situation des moutons à partir d'une scène dessinée au tableau. P3MF doit consacrer un temps avec les élèves pour voir si l'énoncé du problème reflète bien le dessin au tableau. Cette vérification nous semble indispensable du point de vue mathématique pour éviter un décalage entre l'énoncé du problème et le dessin.

Dans ce type de problème, nous pensons qu'il est indispensable que le professeur clarifie certaines informations pour vérifier si les élèves ont compris par exemple les mots comme berger, troupeau, enclos et champs. Une étude de ce lexique pourra sans doute aider à la compréhension de la situation. P3MF propose de montrer le champ et d'identifier ce qui se trouve à l'intérieur.

Le projet de questions envisagé par P3MF (Le berger a combien de moutons ? Combien de moutons dans l'enclos ? Combien de moutons y a-t-il dans le champ ?) suppose une analyse préalable de la nature des questions sans doute pour identifier celles dont les réponses sont connues (ici les réponses aux deux premières questions sont respectivement 12 moutons et 8 moutons). Mais par contre la troisième obligerait les élèves à calculer avec toutefois une difficulté qui risquerait de se poser au niveau de la compréhension de cette phrase : Les moutons se trouvent dans un enclos et dans un champ. Il est important selon nous de clarifier dans cette phrase les deux questions ci-après : l'enclos se trouve t-il dans le champ ? Où se trouvent les 12 moutons ? L'exploitation de la scène dessinée au tableau est une occasion probante pour répondre à ces questions. Les élèves vont pouvoir se faire une idée de la situation mathématique et tenter de comprendre les enjeux.

Dans la fiche de préparation, P3MF propose de mettre en place une procédure qui consiste à faire réfléchir les élèves sur des questions qu'ils vont se poser. Il faudrait à notre avis

envisager de les faire écrire et de les exploiter. Ce serait l'occasion pour elle d'étudier avec les élèves ces questions dont il est important ensuite de noter celles qui sont pertinentes et intéressantes au plan mathématique (c'est-à-dire les questions pour lesquelles ; les élèves sont obligés de faire un raisonnement qui les amènera à calculer et à schématiser le problème).

La résolution du problème donne à voir deux types de raisonnement. Le premier décrit un état initial (un troupeau de 12 moutons), puis une transformation (8 sont dans l'enclos) et enfin un état final (trouver le nombre de moutons dans le champ). Dans la colonne activités des élèves ce raisonnement est visible avec l'utilisation de la fonction (machine -). Les élèves sont donc obligés d'imaginer la situation mathématique liée à la soustraction ($12 \text{ machine} - 8 = 4$). Le deuxième type de raisonnement contraste avec le premier, on voit une écriture additive ($4 \text{ machine} + 8 = 12$) qui est le retour à l'état initial. Les deux schématisations montrent une première étape où on a un troupeau de 12 moutons, on met 8 moutons dans l'enclos, combien reste-t-il de moutons dans le champ ? On schématise la situation en introduisant la machine - 8 et tout se suit on fait remarquer qu'on revient à l'état initial en introduisant la machine + 8. La machine + 8 apparaît comme la « machine retour » de la machine - 8 et réciproquement. P3MF introduit dans la résolution de ce problème il nous semble des « outils » mathématiques pertinents que donnons à voir ci-après :

- la schématisation d'un problème qui permet de contrôler la compréhension des élèves ;
- la notion de « machine » qui permet de résoudre des problèmes comportant une évolution (état initial (I), transformation (T) et état final (F) ;
- La notion de « machine retour » du type $x - y = z$, alors $z + y = x$. Ainsi la machine (- y) est la « machine-retour » de (+ y).

1.4 Présentation et analyse de la fiche de préparation P4MC- F4.S4¹⁶⁷

1.4.1 Présentation synoptique de la fiche de préparation de P4MC

Cette fiche élaborée par P4MC est la version réaménagée de celle de P3MF à l'issue du travail d'analyse fait par le collectif.

¹⁶⁷ Nous utilisons cette nomenclature pour signifier pour désigner Professeur 4 Mirriah Centre Fiche 4 Séance 4

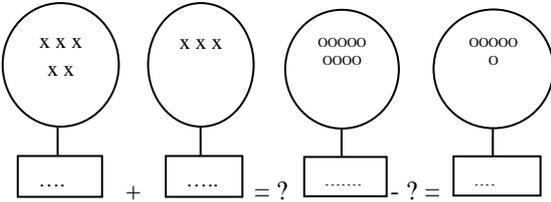
Etapes	Durée (mn)	Activités du maître	Activités des élèves
Calcul Mental	7	<p>Fait observer les ensembles qui sont au tableau. Qu'est-ce qu'il y a dans ces ensembles ?</p>  <p>..... + = ? - ? =</p> <p>Demande aux élèves de compter et de compléter Fait corriger</p>	<p>Observent Des croix Des ronds</p> <p>Comptent et complètent Corrigent</p>
Motivation	3	<p>Dessine un arbre avec des oiseaux sur les branches et demande aux élèves ce que c'est Qu'est-ce qu'il y a sur l'arbre ? Dicte l'énoncé : sur l'arbre il y a 9 oiseaux, 5 se sont envolés (<i>cache d'une feuille blanche les 5 oiseaux</i>), il reste combien d'oiseaux sur l'arbre ? Fait trouver le reste par PLM</p>	<p>Un arbre Des oiseaux</p> <p>Ecoutent</p> <p>$9 - 5 = 4$ corrigent</p>
Leçon du jour	25	<p>Montre aux élèves le dessin qui est au tableau et demande qui est-ce ? Montre les moutons et demande ce que c'est Fait compter les moutons Le berger a combien de moutons ? Dicte aux élèves : les moutons sont dans le champ et l'enclos Demande aux élèves de montrer le champ l'enclos Il y a combien de moutons dans l'enclos ? Reprend l'énoncé : Un berger a 12 moutons. Les moutons se trouvent dans le champ et dans l'enclos. Il y a 8 moutons dans l'enclos. Combien de moutons dans le champ ? Où sont les autres moutons ? Combien de moutons dans le champ ? Comment as-tu fait pour trouver 4 ? Quel est le signe qui fait « enlever » ? Où écrire ce signe ? Qui va écrire l'opération ? Fait répéter On a 8 moutons dans l'enclos et 4 moutons dans le champ.</p>	<p>C'est un berger</p> <p>Ce sont des moutons Comptent 12 moutons 12 moutons Ecoutent</p> <p>Montrent</p> <p>Il y a 8 moutons dans l'enclos</p> <p>Ecoutent</p> <p>Ils sont dans le champ 4 moutons J'ai enlevé 8 moutons dans 12 moutons C'est le signe (-) Entre 12 et 8 $12 \text{ moutons} - 8 \text{ moutons} = 4 \text{ moutons}$ Répètent</p>
Evaluation	10	<p>Fait observer le dessin qui est au tableau Demande de compter le nombre d'œufs que Fati a dans son panier Fati a acheté 17 œufs au marché, en cours de route, elle vend 10 œufs. Combien d'œufs lui reste-t-il dans son panier ? Fait chercher par PLM</p>	<p>Observent Comptent</p> <p>17 œufs</p> <p>Cherchent $17 \text{ œufs} - 10 \text{ œufs} = 7 \text{ œufs}$</p>

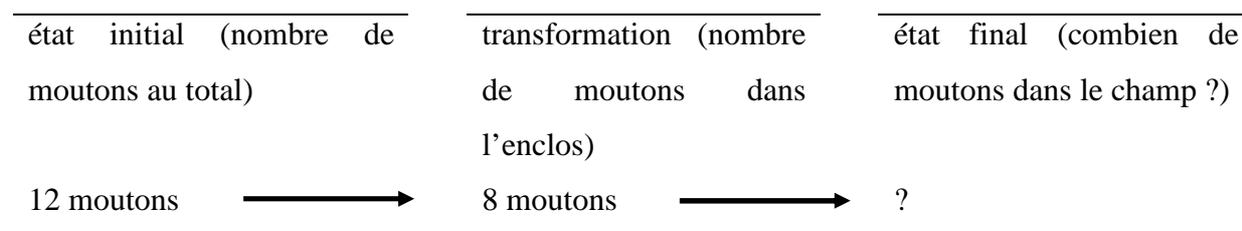
Tableau 88 : Fiche de Préparation P4MC-F4S4

1.4.2 Analyse *a priori* de la fiche de préparation de P4MC

Nous commençons cette analyse à partir de l'étape où P4MC introduit l'énoncé du problème. Comme chez P3MF, P4MC s'appuie sur une scène dessinée au tableau pour préparer le milieu sémiotique. Nous pensons que l'exploitation du dessin est moyen pour P4MC de décrire la scène et d'identifier la situation mathématique à travailler. P4MC utilise un raisonnement qui consiste à étudier les éléments constitutifs de la scène, puis la constitution de l'énoncé du problème avant d'aborder sa résolution. Ce type de raisonnement en trois étapes implique une forte présence de P4MC et une attention soutenue de la part des élèves pour lesquels il s'agit de retrouver ensuite la chronologie des événements dans le problème.

Le support de la scène est exploité et permet d'identifier le nombre de moutons et leurs emplacements. Le berger a 12 moutons, les moutons se trouvent dans le champ et dans l'enclos. Il y a 8 moutons dans l'enclos. Au plan mathématique, on voit qu'il ya deux données importantes qui apparaissent : le nombre total de moutons et le nombre de moutons dans l'enclos. A partir de là, P4MC peut envisager l'analyse de ces données et les questions mathématiques associées. La question essentielle dans ce problème consiste à trouver le nombre de moutons dans le champ. Dans la fiche c'est P4MC qui propose les questions et non les élèves, ce qui est une contrainte didactique qui prive les élèves d'une « prise en main » de la situation décrite dans le problème et l'identification du savoir mathématique en jeu. Ils doivent par exemple savoir qu'il y a 12 moutons et 8 sont dans un enclos et déterminer les questions qui les amènent à calculer pour trouver le nombre de moutons dans le champ.

Le projet d'enseignement ne mentionne pas une schématisation de la situation qui permet de structurer les données en vue d'une exploitation au plan mathématique de l'énoncé du problème. Ici si on s'en tient à la question (combien de moutons dans le champ ?), on peut faire le schéma page suivante :



Cette schématisation montre bien le raisonnement de P4MC que l'on voit dans la fiche de préparation et qui montre qu'il y a 12 moutons, si les 8 moutons sont dans l'enclos, il y a donc 4 dans le champ. La fiche donne à voir également la supposition que P4MC fait en imaginant que les élèves vont donner la réponse la réponse suivante (J'ai enlevé 8 moutons dans 12 moutons) à la question (comment as-tu fait pour trouver 4 ?) A ce niveau, aucune manipulation et aucune tâche ne précisent comment les élèves peuvent trouver le résultat.

Dans la suite de son raisonnement, P4MC introduit la notion de signe (-) qu'elle associe avec le mot « enlever » pour amener les élèves à donner la solution (12 moutons – 8 moutons = 4 moutons). A notre avis, P4MC doit amener les élèves à se représenter la situation à trois niveaux, un niveau X correspondant au nombre de moutons, un niveau Y correspondant au nombre de moutons dans l'enclos, puis un niveau Z à chercher. Si le problème est analysé de cette façon, les élèves peuvent se familiariser avec ce genre de situation et prétendre après un temps de pratique composer eux-mêmes des problèmes en variant les données X, Y, et Z Vergnaud (1997).

1.5 Conclusion sur les fiches de préparation

Dans les deux projets d'enseignement, on voit que P1MC et P2MM ont tenté de mettre en place le passage d'un système sémiotique (le jeu de tiges) au système symbolique (d, u). Il y a certainement des choses à revoir pour que ces dispositifs qui rentrent dans le cadre d'un test puissent permettre aux enseignants de mieux préparer ce type travail qui nécessite un certain temps de pratiques et d'adaptation avec des mises en œuvre plus centrées sur la compréhension que sur les procédures. Un travail plus pertinent est à faire au niveau du savoir de décomposition/recomposition pour lequel, il faut mettre en place des situations didactiques où les élèves vont réellement faire des mathématiques. Ce qui suppose donc de faire exercer les élèves sur un certain nombre d'exemples, et leur faire ensuite observer eux-mêmes ce principe du passage d'un système vers un autre à partir de leur propre réflexion. Ensuite, le professeur les conduira à l'énoncer eux-mêmes.

Les fiches de préparations de P3MF et P4MC montrent bien leurs intentions sur le savoir mathématique à enseigner. La résolution des problèmes en CP doit permettre aux élèves de se familiariser progressivement à des situations de la vie courante qu'ils pourront ensuite modéliser par une opération de type additif ou produire des énoncés de problèmes.

Les professeurs doivent de leur côté créer les conditions d'une exploitation des énoncés de problèmes sur les aspects suivants :

- quelles questions se poser du point de vue mathématique ? ;
- comment faire la mise en scène de l'énoncé ? ;
- créer des situations de référence qui obligent les élèves à calculer ;
- prévoir un atelier lexical pour s'assurer que les mots et expressions essentiels sont compris de tous, et déterminer les symboles possibles.

Dans la prochaine section, nous allons aborder l'analyse des séances *in situ* issues de ces quatre projets d'enseignement. Nous analysons ce qui s'est concrètement et objectivement passé dans les classes où les deux dispositifs d'enseignements ont été testés. Nous allons également d'analyser les réaménagements proposés par le collectif pour chacune des séances et les écarts constatés lors des mises en œuvre dans les classes.

Chapitre 3 : Analyse empirique des séances mises en œuvre par P1MC, P2MM, P3MF et P4MC

Dans ce chapitre nous allons présenter et analyser ces séances *in situ*. Il s'agit dans un premier temps de présenter et d'analyser les synopsis, et dans un second temps, de procéder à l'analyse des séances pour lesquelles nous mettons en évidence des moments significatifs et révélateurs de techniques didactiques qui sont ensuite soumis à une analyse plus fine.

1.1 Présentation et analyse des synopsis de P1MC et P2MM

Nous faisons le choix de présenter et d'analyser en même temps les synopsis de P1MC et de P2MM pour mettre en parallèle les deux séances, celle conduite par P1MC (séance initiale) et celle animée par P2MM (séance initiale aménagée).

S1P1MC			S2P2MM		
Temps (mn)	Modalités travail	Scènes	Temps (mn)	Modalités travail	Scènes
1-9	PLM	Observation d'une collection de ronds et de croix dessinée au tableau. Les élèves écrivent sur les ardoises le nombre de croix et de ronds. Dictée des nombres 9 et 7 sur les ardoises puis écriture de ces nombres au tableau par deux élèves.	1-9	PLM	Observation d'une collection de ronds, et d'une bande numérique à compléter dessinées au tableau. Les élèves écrivent sur les ardoises le nombre de ronds et complètent les nombres manquants sur la bande numérique.
9- 11	Individuel	Présentation des tiges : 4 morceaux de tiges avec chacune une face bombée et une face plane. Désignation de deux élèves Aminou (A) et Rachida(R) pour jouer au jeu à tour de rôle	9-12	Individuel	Présentation des tiges : 4 morceaux de tiges avec chacune une face bombée et une face plane. Présentation des règles du jeu. Désignation de deux élèves Salhadine (S) et Mohamed (M) pour jouer au jeu à tour de rôle
11- 25	Individuel	Ecriture des gains ¹⁶⁸ : A a gagné 3 chèvres et R a gagné 1 âne et 1chèvre Relations d'équivalence : Gain de A : 3 chèvres. En utilisant les symboles animaux : 3 (⊙). En utilisant le symbole (u) : 3 u Gain de R : 1 âne et 1chèvre. En utilisant les symboles animaux : 1 (⊗) et 1 (⊙). En utilisant les symboles (d, u) : 1 d et 1u	12-20	Individuel	Ecriture des gains : S a gagné 1 âne, 1 chèvre et M a gagné 1 chèvre. Explique les règles du jeu, rappel des symboles et leurs équivalences : (⊙) = unité = une chèvre ; (⊗) = un âne = dizaine Relations d'équivalence : Gain de S : 1 âne et 1 chèvre. En utilisant les symboles animaux : 1 (⊙) et 1 (⊗). En utilisant le symbole (d, u) : 1 d + 1 u Gain de M : 1chèvre. En utilisant les symboles animaux : 1 (⊗). En utilisant le symbole (u) : 1u

¹⁶⁸ Case dans laquelle l'épisode signifiant été repéré dans la séance de P1MC.

25-32	Individuel	<p>Écriture des gains dans deux tableaux à deux colonnes par deux élèves :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td colspan="2">A :</td> <td colspan="2">R :</td> </tr> <tr> <td>D</td><td>u</td> <td>d</td><td>u</td> </tr> <tr> <td>X</td><td>●</td> <td>x</td><td>●</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black;">3</td> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black;">1 1</td> </tr> </table> <p>Écriture additive des deux gains :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>D</td><td>u</td> <td>d</td><td>u</td> </tr> <tr> <td>X</td><td>●</td> <td>x</td><td>●</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black;">3</td> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black;">3</td> </tr> <tr> <td>1</td><td>1</td> <td>1</td><td>1</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black;">1 1</td> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black;">1 4</td> </tr> </table> <p>Décomposition du nombre 14 ; $14 = 1d + 4d$</p>	A :		R :		D	u	d	u	X	●	x	●	3		1 1		D	u	d	u	X	●	x	●	3		3		1	1	1	1	1 1		1 4		20-30	collectif	<p>Écriture¹⁶⁹ des gains dans deux tableaux à double colonne par deux élèves :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td colspan="2">S :</td> <td colspan="2">M :</td> </tr> <tr> <td>x</td><td>●</td> <td>x</td><td>●</td> </tr> <tr> <td>1</td><td>1</td> <td>1</td><td>1</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black;">1 1</td> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black;">1 1</td> </tr> </table> <p>Écriture additive des deux gains :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>●</td> <td>x</td><td>●</td> </tr> <tr> <td>1</td><td>1</td> <td>1</td><td>1</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black;">1 1</td> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black;">1 1</td> </tr> <tr> <td></td><td>1</td> <td>1</td><td>2</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black;">1 1</td> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black;">1 2</td> </tr> </table> <p>Calcul de la somme par la décomposition additive des gains de Salhadine (S) = 11 et Mohamed (S) = 1 $11 + 1 = 1d + 1u + 1u = 1d + 2u = 12$ Lecture à haute voix du nombre 12 par un élève</p>	S :		M :		x	●	x	●	1	1	1	1	1 1		1 1		x	●	x	●	1	1	1	1	1 1		1 1			1	1	2	1 1		1 2	
A :		R :																																																																											
D	u	d	u																																																																										
X	●	x	●																																																																										
3		1 1																																																																											
D	u	d	u																																																																										
X	●	x	●																																																																										
3		3																																																																											
1	1	1	1																																																																										
1 1		1 4																																																																											
S :		M :																																																																											
x	●	x	●																																																																										
1	1	1	1																																																																										
1 1		1 1																																																																											
x	●	x	●																																																																										
1	1	1	1																																																																										
1 1		1 1																																																																											
	1	1	2																																																																										
1 1		1 2																																																																											
32-40	Collectif	<p>Calcul de la somme par la décomposition additive des nombres 34 et 27 par les élèves : $34 + 27 = 3d + 4u + 2d + 7u = 3d + 2d + 4u + 7u = 5d + 11u = 5d + 1d + 1u = 6d + 1u = 61$. Lecture à haute voix du nombre 61 par quelques élèves</p>	30-41	collectif	<p>Calcul de la somme par la décomposition additive des nombres 13 et 14 proposés par deux élèves : $13 + 14 = 1d + 3u + 1d + 4u = 1d + 1d + 3u + 4u = 2d + 7u = 27$. Lecture à haute voix du nombre 27 par un élève Calcul de la somme par la décomposition additive des nombres 30 et 20 proposés par deux élèves : $30 + 20 = 3d + .u + 2d + .u = 3d + 2d + .u + .u = 5d + .u$. Lecture à haute voix du nombre 50 par quelques élèves</p>																																																																								
40-42	individuel	<p>Décomposition par les élèves du nombre 25 ; $25 = 2d + 5u$.</p>	41-49	individuel	<p>Décomposition par les élèves du nombre 47 = ...d + ...u</p>																																																																								

Tableau 89 : Synopsis S1P1MC et S2P2MM

¹⁶⁹ Case dans laquelle l'épisode signifiant été repéré dans la séance de P2MM.

1.1.1 Analyse/commentaire

Les deux synopsis montrent que la présentation et la pratique du jeu de tiges interviennent (PIMC : minutes 9 à 11 ; et P2MM : minutes 9 à 12) et laissent penser à la mise en place d'une *situation d'action* (Brousseau, 1998) pour donner aux élèves les moyens de jouer au jeu de tiges et de s'approprier les relations d'équivalence qui serviront plus tard de règles pour effectuer le calcul des sommes. Le double synopsis met en évidence le jeu de tiges utilisé nous l'avons déjà dit comme un outil didactique qui offre des possibilités pour étudier la numération de position sur les aspects liés à l'échange à 10 contre 1 et la technique de la retenue dans les additions. Il n'a pas une pertinence mathématique avérée, si ce n'est qu'il permet des échanges de gains dans le jeu (exemple : 10 chèvres équivalent à 1 âne) et des relations d'équivalence dans le système de numération (exemple : 10 unités équivalent à 1 dizaine). Nous précisons que la valeur des gains est définie par des configurations obtenues en jouant (cf. présentation du jeu de tiges). La probabilité d'obtenir les configurations ne justifie nullement un lien quelconque avec la valeur des classes d'équivalence. Il peut arriver par exemple que des joueurs totalisent après une partie de jeu des gains qui équivalent à autant de centaines que d'unités. L'obtention de telle ou telle classe est liée au nombre de tours effectué dans le jeu. La description que nous venons de faire donne à voir dans le double synopsis deux niveaux de synthèse :

Premier niveau : les différents moments issus des mises en œuvre

La mise en place d'une situation pour faire jouer des élèves au jeu de tiges et utiliser les gains pour étudier le principe de la numération. Le contrat didactique atteste ici, que les élèves doivent faire preuve d'une certaine capacité à comprendre les relations d'équivalence afin d'effectuer le calcul d'une somme de nombres par la décomposition additive. Le milieu qui est mis en place dès le départ, et dont les différentes modifications ont permis des transactions didactiques est ici constitué par le jeu de tiges. Le jeu est focalisé dans les séances sur la maîtrise des relations d'équivalence pour *rendre* les élèves *capables* d'effectuer le calcul d'une somme par décomposition des nombres.

Deuxième niveau : les différentes représentations des gains

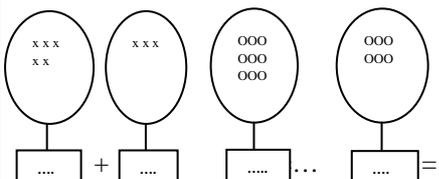
Dans le tableau ci-après, nous présentons le bilan des différentes représentations des gains dans les deux séances :

SI P1MC			S2 P2MM		
Equivalences	Anes	Chèvres	Equivalences	Anes	Chèvres
	⊗	⊙		⊗	⊙
Symboles	d	u	Symboles	d	u
Gain joueur A		3	Gain joueur S	1	1
Gain joueur R	1	1	Gain joueur M		1
Total gains	1	4	Total gains	1	2

Tableau 90 : Représentation des gains

1.2 Présentation et analyse des synopsis de P3MF et P4MC

Dans le tableau 90 ci-dessous nous présentons en même temps les synopsis de P3MF et de P4MC pour mettre en parallèle les deux séances, celle conduite par P3MF (séance initiale) et celle animée par P4MC (séance initiale aménagée)

S3P3MF			S4P4MC		
Temps (min)	Modalités travail	Scènes	Temps (min)	Modalités travail	Scènes
1-9	PLM	<p>Deux exercices à traiter au tableau</p> $4 \rightarrow \boxed{+ 3} \rightarrow \dots \rightarrow 8 \rightarrow \boxed{- \dots} \rightarrow 6$ <p>Les élèves s'exécutent et donnent les réponses 7 et 2.</p>	1-7	PLM	<p>Deux exercices à traiter au tableau :</p>  <p>Les élèves s'exécutent et donnent les réponses (5 + 3 = 8 et 9 - 3 = 6)</p>
9-14	Individuel	Résolution individuelle du problème sur les ardoises : « Sur une branche d'un arbre, il y a 9 oiseaux, 5 oiseaux se sont envolés, combien reste-t-il d'oiseaux sur la branche ? »	7-13	Individuel	Résolution individuelle du problème sur les ardoises : « Sur une branche d'un arbre, il y a 9 oiseaux, 5 oiseaux se sont envolés, combien reste-t-il d'oiseaux sur la branche ? »
14-19	Collectif	Exploitation du dessin (Photo-P3MF-24 ci-dessous)	13- 17	Collectif	Exploitation du dessin (Photo-P4MC-25 ci-dessous)
19-35	Individuel	Résolution ¹⁷⁰ du problème : « Un berger a un troupeau de 12 moutons. Les moutons se trouvent dans un enclos et dans un champ. Il y a 8 moutons dans l'enclos. Combien y a-t-il de moutons dans le champ ? »	17-26	Collectif	Résolution ¹⁷¹ du problème : « le berger a 12 moutons. Les moutons se trouvent dans le champ et dans l'enclos. Il y a 8 moutons dans l'enclos. Combien y a-t-il de moutons dans le champ ? Vérification du résultat

¹⁷⁰ Case dans laquelle l'épisode signifiant a été repéré dans la séance de P3MF.

¹⁷¹ Case dans laquelle l'épisode signifiant a été repéré dans la séance de P4MC.

35-43	Individuel	Résolution individuelle du problème sur les ardoises : « Une école a 25 élèves. Il y a des élèves dans la classe et dans la cour. 13 élèves sont dans la classe. Combien d'élèves dans la cour ? »	26-38	Individuel	Résolution individuelle de deux problèmes sur les ardoises : « Fati est partie au marché, elle a acheté 17 œufs. En cours de route, elle a vendu 10 œufs combien d'œufs lui reste-t-elle dans le panier ? » et « Dans une classe il ya 25 élèves, 10 sont des garçons. Il y a combien de filles dans cette classe ? »
-------	------------	--	-------	------------	---

Tableau 91 : Synopsis S3P3MF et S4P4MC

1.2.1 Analyse/commentaire

Dans les deux synopsis ci-dessus, on voit que les deux professeurs commencent leur séance avec deux petits exercices qui portent sur l'addition et la soustraction. Ces exercices donnent à voir non seulement les cases à compléter, mais aussi les informations à chercher. Ainsi (minutes 1 à 7) P3MF propose aux élèves deux exercices (un terme inconnu à chercher) en utilisant les machines. P4MC (minutes 1 à 9) soumet aux élèves deux exercices à trous (deux termes inconnus à chercher dans une opération posée) où il faut trouver les nombres manquants à partir des collections avant de résoudre les exercices. Le fait que l'opération soit déjà posée explique qu'il n'y a pas d'effort de modélisation à fournir.

Les synopsis montrent deux petits problèmes du type $(a - b = c)$ pour P3MF (minutes 9 à 14) et pour P4MC (minutes 7 à 10). Il s'agit pour les élèves de trouver le nombre d'oiseaux sur une branche d'un arbre (il y avait 9 oiseaux et 5 se sont envolés). Le double synopsis montre le problème du type : « un berger a X moutons. Y moutons sont dans l'enclos, chercher le nombre de moutons Z dans le champ » (minutes 19 à 35) pour P3MF, et (minutes 17 à 26) pour P4MC.

Dans la section suivante, nous allons analyser les séances mises en œuvre *in situ* par P1MC, P2MM, P3MF et P4MC.

2.1 Analyse empirique des séances sur les représentations sémiotiques et la résolution de problèmes mises en œuvre par les professeurs expérimentateurs

Les quatre professeurs expérimentateurs ont mis en œuvre les séances dans quatre classes différentes. P1MC a mis en œuvre la séance initiale sur le jeu de tiges, et P2MM, la séance initiale aménagée dans une classe avec des élèves qui n'ont pas rencontré la situation. P3MF

a mis en œuvre la séance initiale sur la résolution de problèmes, et P4MC, la séance initiale aménagée dans une classe avec des élèves qui n'ont pas rencontré la situation.

Nous avons réparti les séances en deux unités :

- l'unité 1 regroupe les deux séances mises en œuvre par P1MC et P2MM sur les systèmes sémiotique et symbolique. Elle est composée des deux synopsis et des deux intrigues didactiques des séances de P1MC et de P2MM.
- l'unité 2 regroupe les deux séances mises en œuvre par P3MF et P4MC sur le problème du type (un berger à X moutons. Y moutons sont dans l'enclos, chercher le nombre de moutons Z dans le champ). Elle est composée des deux synopsis et des deux intrigues didactiques des séances de P3MF et de P4MC.

Nous présentons et analysons pour chacune des unités les synopsis des séances effectivement menées, avant de nous centrer sur des épisodes signifiants. Par la suite nous expliquons dans les détails l'ensemble du travail accompli par les professeurs enquêtés et par le collectif. Nous allons insister pour cela sur la façon dont les professeurs ont préparé et mis en œuvre les séances, comment ces séances ont été analysées par le collectif, et ce que les choix du travail avec le collectif a permis en termes d'apport dans les séances effectivement mises en œuvre.

2.1.1 Unité 1 : Analyse des séances S1P1MC et S2P2MM sur les représentations sémiotiques

Nous allons dans ce qui suit, présenter dans un premier temps le synopsis de S1P1MC pour donner à voir l'ensemble du déroulement de la séance, et la scène dans laquelle l'épisode signifiant a été repéré. La présentation sera suivie d'une brève analyse en lien avec la fiche de préparation (écart prévus/réalisés) que nous avons analysée dans une précédente partie (Présentation et analyse des fiches de préparation). Dans un second temps, nous présentons dans un tableau l'intrigue didactique de la séance de P1MC, suivie également d'une analyse et d'une indication de la case où l'épisode signifiant est repéré.

2.1.1.1 Analyse de la séance S1P1MC

2.1.1.1.1 Présentation du synopsis de P1MC

Le synopsis présenté dans le tableau 91 ci-après montre la séance initiale mise en œuvre par P1MC.

Temps (mn)	Tdp	Modalités travail	Scènes	Phases																																																				
1-9	1-45	PLM	Observation d'un ensemble dessiné au tableau contenant des ronds et des croix. Les élèves écrivent sur les ardoises la composition de la collection. Ecriture des nombres 9 et 7 sur les ardoises puis au tableau par deux élèves	1.1 identification de collections et dictée de nombres																																																				
9- 11	46-69	Individuel	Présentation des tiges : 4 morceaux de tiges avec chacune une face bombée et une face plane. Désignation de deux élèves Aminou (A) et Rachida(R) pour jouer au jeu à tour de rôle.	1.2 Pratique du jeu de tiges.																																																				
11- 25	70-119	Individuel	<p>Ecriture des gains : A a gagné 3 chèvres et R a gagné 1 âne et 1 chèvre.</p> <p>Relations d'équivalence : Gain de A : 3 chèvres. En utilisant les symboles animaux : 3 (⊙). En utilisant le symbole (u) : 3 u. Gain de R : 1 âne et 1 chèvre. En utilisant les symboles animaux : 1 (⊗) et 1 (⊙). En utilisant les symboles (d, u) : 1 d et 1u¹⁷²</p>	Comptabilisation des gains et relations d'équivalence.																																																				
25-32	120-170	Collectif	<p>Ecriture des gains dans deux tableaux à deux colonnes par deux élèves :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td colspan="2">A :</td> <td colspan="2">R :</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td>u</td> <td>d</td> <td>u</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>●</td> <td>x</td> <td>●</td> </tr> <tr> <td colspan="2">-----</td> <td colspan="2">-----</td> </tr> <tr> <td></td> <td>3</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </table> <p>Ecriture additive des deux gains :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>d</td> <td>u</td> <td>d</td> <td>u</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>●</td> <td>x</td> <td>●</td> </tr> <tr> <td colspan="2">-----</td> <td colspan="2">-----</td> </tr> <tr> <td></td> <td>3</td> <td></td> <td>3</td> </tr> <tr> <td colspan="2">-----</td> <td colspan="2">-----</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td colspan="2">-----</td> <td colspan="2">-----</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>1</td> <td>4</td> </tr> </table> <p>Décomposition du nombre 14 ; $14 = 1d + 4u$</p>	A :		R :		d	u	d	u	x	●	x	●	-----		-----			3	1	1	d	u	d	u	x	●	x	●	-----		-----			3		3	-----		-----		1	1	1	1	-----		-----				1	4	Représentation des gains dans un tableau à double colonne. Calcul de la somme des nombres par la décomposition additive
A :		R :																																																						
d	u	d	u																																																					
x	●	x	●																																																					
-----		-----																																																						
	3	1	1																																																					
d	u	d	u																																																					
x	●	x	●																																																					
-----		-----																																																						
	3		3																																																					
-----		-----																																																						
1	1	1	1																																																					
-----		-----																																																						
		1	4																																																					

¹⁷² Scène dans laquelle, l'épisode signifiant a été repéré.

32-40	171-197	Collectif	34 et 27 par les élèves : $34 + 27 = 3d + 4u + 2d + 7u = 3d + 2d + 4u + 7u = 5d + 11u = 5d + 1d + 1u = 6d + 1u = 61$. Lecture à haute voix du nombre 61 par quelques élèves	1.3 Exercice d'application au tableau par les élèves
40-42	198-206	Individuel	Décomposition par les élèves du nombre 25	1.4 Exercice individuel de contrôle sur les ardoises

Tableau 92 : Synopsis P1MC

Le synopsis S1P1MC que nous avons présenté dans le tableau 91 ci-dessus reconstitue le déroulement de la séance *in situ*. P1MC avait préparé un projet d'enseignement dans lequel elle prévoyait une mise en œuvre axée sur l'acquisition d'un certain nombre de savoirs qui devrait permettre aux élèves *in fine* d'effectuer le calcul d'une somme par la décomposition additive de nombres. Le synopsis met en évidence les étapes prévues dans le projet, avec cependant quelques modifications perceptibles. Dans la fiche de préparation, P1MC a prévu de procéder à la comptabilisation des gains en termes d'animaux puis en unités-dizaines. Mais le professeur s'est retrouvé dans une situation où il fallait prendre le temps d'expliquer les différentes représentations des gains à partir des relations d'équivalence. La démonstration des équivalences a occupé une bonne partie de sa séance. Le déroulement prévoyait de donner la responsabilité du travail aux élèves (on voit d'ailleurs dans la colonne activités du maître, une série de « demandes » qui traduit bien cette préoccupation). Mais on se rend compte que c'est le professeur qui occupe l'espace et gère l'essentiel des interactions. Cette situation permet d'identifier (minutes 11 à 25) un évènement que nous avons retenu par une analyse à grain plus fine. Il s'agit de comprendre pourquoi le professeur lors de la mise en œuvre des relations d'équivalence entre les gains insiste pour que les élèves expriment les gains en termes d'animaux (ici 3 chèvres au lieu de 3 unités). C'est le *contrat didactique* (Brousseau, 1998) qui est modifié d'une certaine manière avec cette situation inattendue. La consigne est pourtant bien indiquée dans la fiche de préparation « Demande les réponses en termes d'animaux puis en unités et en dizaines », mais les élèves en donnant les réponses ne respectent pas les intentions du professeur. Cette difficulté conduit le professeur à procéder à des régulations (essayer quelque chose pour faire avancer le jeu) que nous allons maintenant

situer dans un premier temps dans l'intrigue didactique, et dans un second temps examiner finement dans la section analyse de l'épisode signifiant.

2.1.1.1.2 Intrigue didactique S1P1MC

Temps (mn)	Scènes	Phases														
1-9	P1MC demande aux élèves d'observer au tableau une collection composée de 5 ronds et de 5 croix. Elle demande ensuite aux élèves de déterminer le nombre de croix et de ronds sur les ardoises. P1MC dicte aux élèves les nombres 9 et 7. Ces nombres sont d'abord écrits sur les ardoises puis au tableau.	Identification des éléments d'une collection et dictée de nombres														
9- 11	<p>P1MC dit aux élèves qu'il va y avoir un jeu avec des objets. Elle demande aux élèves d'identifier les objets. Les élèves disent que ce sont des tiges de mil (4 morceaux de tiges avec chacune une face bombée et une face plane). P1MC demande aux élèves le nom du jeu que l'on fait avec ces morceaux de tiges. Un élève désigné : « <i>le jeu de tiges</i> » Deux élèves sont désignés pour jouer Aminou (A) et Rachida (R). P1MC demande aux élèves de déterminer les gains à chaque tour de jeu. Les élèves savent que les gains sont exprimés en animaux, mais butent souvent en donnant les réponses. P1MC relance dans certains cas pour avoir la valeur des gains en chèvres et en ânes. Quand la réponse est trouvée, elle précise à l'élève d'écrire les gains en chèvres ou en ânes selon les cas. Les gains sont placés ensuite dans deux tableaux à deux colonnes avec les symboles correspondants.</p> <p>Aminou</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>⊗</td><td>⊙</td></tr> <tr><td></td><td>⊙</td></tr> <tr><td></td><td>⊙</td></tr> <tr><td></td><td>⊙</td></tr> </table> <p>Rachida</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>⊗</td><td>⊙</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td>⊗</td><td>⊙</td></tr> </table>	⊗	⊙		⊙		⊙		⊙	⊗	⊙			⊗	⊙	<p>Pratique du jeu de tiges. Conversion des gains et passage au système symbolique (d, u). Représentation des gains dans un tableau à double colonne. Ecriture additive</p> <p>Décomposition du nombre 14</p>
⊗	⊙															
	⊙															
	⊙															
	⊙															
⊗	⊙															
⊗	⊙															
11-25	<p>P1MC¹⁷³ demande aux élèves de lire les réponses de A et de R placées dans les deux tableaux. Un élève lit les gains de A et dit : « 3 unités », et P1MC lui demande de traduire ce gain en termes d'animaux. L'élève répond : « 3 chèvres » et P1MC écrit A : 3 chèvres. Un autre élève est désigné pour les gains de R et répond : « une unité, une dizaine ». P1MC demande le résultat en termes d'animaux, l'élève répond : « une chèvre, un âne ». P1MC propose aux élèves d'échanger un des « gains » de R et demande combien de chèvres R peut avoir avec 1 âne. Un élève répond : « 11 chèvres ». P1MC lui fait remarquer que c'est le total des gains de R. Un autre élève désigné bute. Un troisième propose enfin 10 chèvres. P1MC écrit un âne = 10 chèvres et fait répéter quelques élèves. Elle demande ensuite combien d'ânes R peut avoir avec 10 chèvres. Un élève répond : « 1 âne ». P1MC écrit au tableau : 10 chèvres = 1 âne et fait répéter les élèves. Elle poursuit en écrivant 1 chèvre = 1 unité et demande : « 1 chèvre = 1 unité et deux chèvres ? ». Un élève répond : « 2 unités », et P1MC de continuer : « donc 10 chèvres ? » Un troisième est désigné et répond : « 10 unités ». P1MC écrit : 10 chèvres = 10 unités = 1 dizaine et 10 unités = 10 chèvres = 1 âne et fait répéter quelques élèves. P1MC poursuit et dit : « donc 1 âne = 1 dizaine » Elle fait répéter quelques élèves 1 âne = 1 dizaine, et 1 chèvre = 1 unité.</p>															

¹⁷³ Dans cette case l'épisode signifiant repéré.

25-32	<p>P1MC écrit R lâne et 1 chèvre donc si on convertit on a 1d 1unité. Aminou a 3 unités, et écrit R : 1d 1u et A : 3 u avant d'inviter deux élèves à écrire les gains placés dans les tableaux à deux colonnes. Un troisième est désigné pour faire la somme totale des gains</p> <table border="1" data-bbox="231 331 710 566"> <tr> <td>d</td><td>u</td><td>d</td><td>u</td><td>d</td><td>u</td> </tr> <tr> <td>⊗</td><td>⊙</td><td>⊗</td><td>⊙</td><td>⊗</td><td>⊙</td> </tr> <tr> <td colspan="2">3</td><td>1</td><td>1</td><td colspan="2">3</td> </tr> <tr> <td colspan="2"></td><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td> </tr> <tr> <td colspan="2"></td><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td> </tr> </table> <p>P1MC écrit 14 et demande aux élèves de le lire. Un élève : « 14 ». P1MC : « si nous avons 14, on combien de dizaines ? Un élève : « une dizaine ». P1MC écrit : $14 = 1d + 4u$.</p>	d	u	d	u	d	u	⊗	⊙	⊗	⊙	⊗	⊙	3		1	1	3						1	1					1	4	
d	u	d	u	d	u																											
⊗	⊙	⊗	⊙	⊗	⊙																											
3		1	1	3																												
				1	1																											
				1	4																											
32-40	<p>P1MC écrit : 34 et 27 au tableau et demande combien d'unités et combien de dizaines. Un élève : « 3 dizaines et 4 unités ». P1MC écrit : « $3d + 4u$ ». Un autre : « 2 dizaines et 7 unités ». P1MC demande de mettre les dizaines ensemble 3 d et 2 d et demande combien de dizaines en tout. Un élève répond : « 5 dizaines » et P1MC poursuit et demande la même chose pour 4 u et 7 u. Un élève répond : « 11 unités » P1MC demande : « dans 11, on a quoi et quoi ? » avant de rajouter en langue Hausa : « <i>In onze ne shi kadey</i> »¹⁷⁴ pour indiquer aux élèves qu'il s'agit bien de déterminer le nombre de dizaine et d'unité que l'on trouve en décomposant uniquement le nombre 11. Un élève répond : « 1 dizaine et 1 unité » ; P1MC : « donc on rassemble les dizaines, $5d + 1d$ ». Un élève : « 6 dizaines ». P1MC écrit : $5d + 1d + 1u = 6d + 1u$ et trouve 61 avant d'inviter quelques élèves à lire 61.</p>	Exercice d'application au tableau par les élèves																														
40-42	<p>P1MC propose aux élèves de décomposer 25 en dizaines et en unités. Les élèves écrivent d'abord 2 d, puis dans une autre étape, ils écrivent 5 u. Elle écrit au tableau : $25 = 2d + 5u$.</p>	Exercice individuel de contrôle sur les ardoises																														

Tableau 93 : Intrigue didactique S1 P1MC

Dans cette intrigue P1MC présente le milieu matériel (minutes 9 à 12) sur lequel les élèves vont travailler. Elle procède ensuite à la désignation de deux élèves pour jouer devant l'ensemble de la classe. Les élèves connaissent bien le jeu, puisqu'ils ont donné son nom et se sont vite mis en place pour entamer la partie. Les règles du jeu ne sont pas très bien maîtrisées par les élèves malgré leur connaissance du jeu, puisqu'ils butent pour la plupart sur les réponses. Le professeur insiste souvent pour avoir les bonnes réponses en relançant par une autre question. L'attitude du professeur consiste à relancer les élèves pour les diriger vers son but : les amener à donner les réponses en termes d'animaux d'abord, avant de donner leurs équivalences.

¹⁷⁴ *In onze ne shi kadey* : si c'est 11 tout seul.

Le « milieu-tableau » est utilisé en continuité pour l'écriture des équivalences et les synthèses qui vont servir par la suite de règles dans le calcul des sommes. Une fois le travail sur les relations d'équivalence terminé, le professeur oriente le travail vers un nouveau milieu (ici les tableaux à deux colonnes) par des étapes d'institutionnalisation qui consistent à montrer la manière dont il faut représenter les gains. Nous donnons à voir le travail d'analyse du projet d'enseignement de P1MC

2.1.1.1.3 Travail d'analyse du collectif du projet d'enseignement présenté par P1MC

Dans le cadre de la mise en œuvre de l'ingénierie coopérative, P1MC a préparé et présenté une fiche de préparation (projet d'enseignement de la séance S1PMC avant sa mise en œuvre) au collectif qui l'a analysée en insistant particulièrement sur les différentes étapes du déroulement de la séance et les choix effectués. La rencontre était animée par P1MC, qui a d'abord présenté au tableau, à l'ensemble des membres le contenu de la fiche, avant de les inviter à réagir. Le collectif a demandé à P1MC de prendre en compte les observations et les modifications apportées lors de cette séance collective sans demander une reprise de la fiche de préparation initiale. La séance a été mise en œuvre *in situ* par P1MC en présence du collectif, et nous avons élaboré un synopsis que nous avons remis à chaque professeur. Le collectif s'est retrouvé une deuxième fois pour analyser la séance effectivement mise en œuvre en regardant d'abord la vidéo. Nous nous appuyons dans ce qui suit sur certaines analyses conduites par le collectif pour en dégager quelques points spécifiques de la situation didactique. Les paroles des professeurs que nous rapportons dans cette section sont issues du transcript (annexe 13) de la séance collective sur l'analyse de la fiche de préparation de P1MC.

P1MC fut la première à prendre la parole pour donner les objectifs de la séance du projet d'enseignement : « *Voici donc les objectifs, les élèves doivent être capables à la fin de la séance d'échanger les gains à partir de l'échange à 10 contre 1 ; de montrer comment faire l'échange des gains en unités, et en dizaines ; de décomposer les nombres obtenus en unités et en dizaines ; de placer l'unité ou les unités, la dizaine ou les dizaines dans un tableau à deux colonnes* ».

Ces objectifs peuvent être analysés en ayant recours au contrat didactique ou le professeur précise ce dont il veut rendre les élèves capables lors de la mise en œuvre de la séance en

classe en respectant la clause *proprio motu* (amener les élèves à agir de leur propre mouvement, à prendre la responsabilité d'apprendre).

La procédure envisagée semble ne pas prendre en compte certaines dimensions de la construction du savoir en jeu dans cette séance. P1.IC¹⁷⁵ est intervenu pour le faire savoir : « *Il faut à mon avis préciser dans des termes plus simples l'objet de la séance, qu'est-ce que l'on veut faire apprendre aux élèves, comment et pour quel usage ? Il faut définir les règles du jeu, combien de lancée de tiges, à quel moment il faut arrêter le jeu, comptabiliser les gains et puis faire les conversions pour ensuite passer aux décompositions.* ». P1.IC met l'accent d'une part sur un recadrage à faire pour mieux situer les savoirs en jeu qui permettent aux élèves de construire les connaissances visées, et d'autre part sur la définition des tâches précises et leur réalisation. Selon P1.IC, P1MC devrait préciser dans les différentes activités ce que les élèves seront amenées à faire et celles dont les situations peuvent être modélisées pour leur permettre d'avoir la maîtrise des relations d'équivalence. Il s'agit d'une part pour le professeur d'explicitier la *grammaire* (Wittgenstein, 2004) du jeu didactique (la logique du jeu et la manière dont les élèves vont s'approprier les savoirs en jeu de façon pertinente). D'autre part, P1MC pour donner une vision *grammaticale* de ce qui va réellement se passer, doit montrer comment elle fait pour amener les élèves à partir des gains obtenus en jouant au jeu de tiges (jeu d'apprentissage) à la maîtrise des relations d'équivalence (jeu épistémique).

Deux professeurs interviennent pour demander à P1MC d'explicitier sa procédure. P2.IC veut savoir : « *Les gains seront ensuite comptabilisés et placés dans un tableau à deux colonnes. Quel va être votre rôle dans la conversion et la transformation des gains en unités et en dizaines ?* » P3.IC intervient dans le même ordre d'idée et dit : « *Je rajouterai ceci, les élèves seront-ils à même de faire le lien entre chèvres-ânes et unités-dizaines si vous ne passez pas par une étape où il faut expliquer les liens entre les gains en termes d'animaux et leur équivalence en unités et dizaines ?* »

P2.IC et P3.IC proposent que soient précisés deux aspects fondamentaux de la procédure envisagée par P1MC. Le premier élément concerne la comptabilisation des gains et la relation avec le tableau à deux colonnes. Il est important de savoir par exemple si « Ali gagne 1 chèvre et 2 ânes » comment placer ces gains dans un tableau à deux colonnes, et qui en a la responsabilité. L'enjeu de cette activité est à préciser, puisque c'est une étape de l'apprentissage où les élèves sont censés apprendre deux types de savoir : le savoir « d'échange » des gains dans le jeu (1 âne *équivalent à la même quantité que* 10 chèvres, 1 âne

¹⁷⁵Nous adoptons le sigle P1.IC pour désigner : Professeur 1 Ingénierie Coopérative (membre du collectif qui intervient lors des séances collectives)

équivalent à la même quantité qu'une dizaine) et le savoir sémiotique ($(\otimes) = d$, $(\odot) = u$). Les tâches didactiques doivent être précisées (ce qui lui revient et comment il doit le partager avec les élèves pour leur permettre de produire les stratégies gagnantes) et celle des élèves (comment s'approprier les stratégies gagnantes pour maîtriser les connaissances précises produites dans la situation didactique) doivent être clarifiées. Le deuxième élément porte sur les relations d'équivalence entre les gains (chèvres-ânes) et les symboles (unités-dizaines). P1MC considère ces relations comme une *conversion des gains* qui seront ensuite placés dans un tableau à deux colonnes pour ainsi permettre leur décomposition. P3.IC pense que le milieu tel qu'il est présenté par P1MC, et tel qu'elle propose de l'exploiter risque de ne pas favoriser des interactions. Les élèves vont se retrouver avec un milieu pauvre (focalisation sur le jeu de tiges et pas de modélisation de la situation) du point de vue mathématique (pas de liens pertinents avec le système de numération), et une absence de rétroactions significatives qui doivent permettre aux élèves d'interagir avec le milieu.

P4.IC s'intéresse à la question de la décomposition. Elle estime que : « *il faut multiplier les exercices pour mieux faire comprendre ce processus de décomposition* » Pour P4.IC l'étape de décomposition offre aux élèves des possibilités dans les situations additives du type : $12 + 25$ pour lequel les élèves vont travailler d'abord les savoirs de décomposition ($12 = 1 d + 2 u$, $25 = 2 d + 5 u$). Mais on voit bien que l'aspect recomposition n'est pas abordé à ce stade précis de l'analyse, celle-ci est pourtant indispensable puisqu'il n'y a pas de décomposition sans recomposition ce qui donnerait pour compléter l'exemple ci-dessus ($12 = 1 d + 2 u$, $1 d + 2 u = 12$; $25 = 2 d + 5 u$, $2 d + 5 u = 25$) si l'on suit Liping Ma (1999) et son insistance sur le *composing/decomposing*.

A l'issue de ce travail d'analyse, nous avons fait une synthèse des choix qui relèvent de P1MC et de ceux qui proviennent du travail collectif dans le tableau ci-après :

Acteurs	Choix	Commentaires
P1MC	Constituer un milieu sémiotique (jeu de tiges) Travailler le savoir lié à la	Les choix de P1MC dans son projet d'enseignement mettent en évidence les points suivants : - un rapport au milieu sémiotique qui ne permet pas de modéliser la situation ; - les moyens pour réussir des interactions avec le milieu et gagner au jeu sont peu pertinents et faibles en savoirs mathématiques ; -le jeu de tiges n'a pas de sens mathématique réel dans le système de numération. Il permet seulement de réaliser à partir des gains des relations

	décomposition pour effectuer le calcul d'une somme de nombres par la décomposition additive	d'équivalence avec les valeurs numériques ; -l'activité de décomposition offre par contre aux élèves la possibilité de travailler un savoir « dense » en indices exploitables dans le milieu didactique. Il faut comme le recommande le collectif, le coupler avec la recomposition pour assurer aux élèves <i>la mise en place d'un savoir de référence</i> .
Collectif	Organiser et constituer le milieu dans ses dimensions matérielles et symboliques	Le travail d'analyse du collectif nous permet de noter des aspects du milieu qui paraissent essentiels dans une situation didactique. Les observations portent essentiellement sur l'opacité des tâches et des intentions de P1MC en ce qui concerne le milieu didactique. La focalisation sur le jeu des tiges présage un milieu dont les significations risquent de ne pas permettre aux élèves de s'appropriier les activités cognitives pertinentes. Les tâches relatives aux contenus qui seront travaillés ne sont pas clairement définies pour permettre l'identification précise des responsabilités des élèves dans l'acquisition et l'appropriation des savoirs en jeu.

Tableau 94 : Synthèse des choix de P1MC et du collectif

2.1.1.1.4 Analyse de l'épisode signifiant repéré dans S1P1MC : de la comptabilisation des gains (chèvres-ânes) au système symbolique (unités-dizaines)

Nous allons faire l'analyse précise des pratiques de P1MC dans la classe où elle a mis en œuvre la séance qui a fait l'objet d'un travail collectif au sein de l'ingénierie coopérative. Elle s'était portée volontaire pour proposer une fiche de préparation (projet d'enseignement) dans laquelle elle présente le déroulement de la séance. L'analyse que nous faisons est axée sur la description de certaines techniques didactiques produites par le professeur pour caractériser certains aspects de son travail.

Cet épisode se situe à l'étape où P1MC commence la comptabilisation des gains des deux joueurs (minutes 11 à 25). Au début de la séance, P1MC a annoncé la couleur en disant aux élèves que le jeu de tiges va se jouer avec deux élèves. Deux élèves (A et S) sont ensuite désignés. Avec l'aide de P1MC, les gains des deux joueurs sont au fur et à mesure placés dans deux tableaux (minutes 9 à 11, intrigue didactique S1P1MC ci-dessus). Elle explique en même temps que les gains sont comptabilisés, les valeurs des gains qui permettent de confirmer ce que chaque joueur a gagné. Elle prend le rôle d'arbitre de la situation, une

position qui n'est pas neutre puisque P1MC a sans doute imaginé ce scénario pour éviter aux élèves des confusions, et veut probablement contrôler l'avancée du temps didactique. On le voit d'ailleurs dans son projet d'enseignement puisque P1MC le montre implicitement à travers ces choix :

- une alternance dans la colonne activités des élèves (fiche de préparation P1MC-F1SI) de « demande aux élèves » et de « répondent, écoutent, exécutent » ;
- une procédure construite sur un apprentissage basé sur le simple constat entre ce qui est gagné par les deux joueurs et la valeur des gains.

L'épisode est repéré au moment où P1MC instaure d'emblée une série de questionnements à partir des gains des deux joueurs. P1MC commence par demander ce que Aminou a gagné : « *Donc regardez ici au tableau Aminou a gagné combien ? Oui combien ?* ». Un élève répond en donnant un chiffre : « 3 ». P1MC relance : « *3 quoi ?* », et l'élève désigné répond : « *3 unités* ». P1MC insiste et demande de donner la réponse en termes d'animaux : « *Oui c'est 3 unités ou bien ? Si c'est en termes d'animaux on dit quoi ? On dit 3...* ». L'élève répond cette fois-ci : « *3 chèvres* » ce qui satisfait P1MC. Mais la satisfaction est de courte durée, l'élève suivant rompt les termes du contrat didactique attendu par le professeur en donnant une fois de plus la réponse attendue en unité et en dizaine : « *1 unité et 1 dizaine* ». P1MC instaure une dynamique autour de son raisonnement qui donne à voir deux moments bien distincts dans la situation didactique :

- un moment où elle s'appuie sur l'élève qui est au tableau à travers des questions-réponses « *Très bien donc on dit 3 chèvres. Aminou a gagné 3 chèvres. Et Rachida qu'est-ce qu'elle a gagné ?* »
- un moment où elle fait appel à la classe en restant toujours au tableau « *Oui pas toujours les mêmes. Par là tu viens ici. Oui Rachida a gagné quoi ?* » pour désigner un autre élève.

Nous relevons ici une situation qui s'apparente à la notion de trilogie utilisée par Schubauer Leoni (1997). Le professeur à travers ses interactions avec les élèves, est souvent amené à s'adresser à la classe par moment tout en continuant à se focaliser sur l'élève qui se trouve au tableau. Le jeu de questions réponses se poursuit au tableau où se focalisent toutes les activités, et va être modifié en permanence. Elle réaménage le milieu en fonction de ses connaissances et de l'apport des élèves : les notes inscrites au tableau résument dans une sorte de *micro-institutionnalisation*, les propositions de P1MC et les réponses des élèves, et donnent à voir une nouvelle dimension du milieu. Nous pouvons avancer l'idée que le rapport

aux connaissances de P1MC influe beaucoup sur la nature des réponses données par les élèves sans pour autant attester des connaissances précises apprises par les élèves.

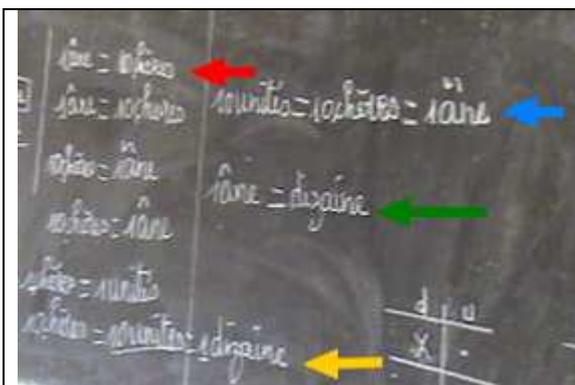


Photo-24_ S1P1MC

P1MC s'est lancée dans une « espèce » de déroulement d'une suite d'équivalences qui oblige les élèves à répondre à ces sollicitations sans être vraiment impliqués dans la construction des savoirs mathématiques en jeu. La chronologie du raisonnement montre que P1MC donne à voir aux élèves les relations d'équivalence entre les gains (Photo-24_ S1P1MC):

- chèvres, ânes (flèche rouge) ;
- les unités et les dizaines (flèche jaune)

Le tableau sert d'espace de synthèse écrite pour fixer l'essentiel à retenir.

On voit des relations d'équivalence entre :

- deux éléments (flèche verte.) ;
- entre trois éléments (flèche bleue) ;

Tableau 95 : Scènes indiquant les relations d'équivalence entre les gains.

P1MC soumet ensuite à la classe une réflexion sur l'échange à 10 contre 1 (minutes 11 à 25) en prétextant que : «...Rachida ne veut pas de l'âne elle veut échanger son âne contre les chèvres. Quand Rachida donne 1 âne elle va avoir combien de chèvres ? 1 âne, Rachida veut convertir l'âne en chèvre, quand elle donne l'âne combien de chèvre elle va avoir ? ». L'élève désignée crée de nouveau une surprise en disant : «11 chèvres ». Cette réponse est en fait le nombre total d'animaux gagnés par R, et P1MC le confirme aussitôt en ces termes : « 11 chèvres c'est le total... ». On voit bien que la réponse ne satisfait pas P1MC, elle reformule sa question et permet aux élèves de constater l'échange à 10 contre 1 : « Déjà elle a 1 chèvre mais pour cet âne là elle va avoir d'abord combien de chèvres ? Combien de chèvres elle va avoir ? » Cette sollicitation ne permet pas non plus à l'élève désigné de répondre avec précision, et P1MC de relancer une fois plus : « Oui c'est 11, c'est le total 11. Cette chèvre vous la laissez et on va convertir cet âne là en chèvres. Pour l'âne seulement on doit avoir combien de chèvres ? » On voit finalement que l'insistance de P1MC s'oriente vers la relation d'équivalence entre l'âne et les dix chèvres. Mais on est tenté de croire qu'elle n'arrive pas à faire admettre aux élèves l'intérêt pour elle de passer nécessairement par les animaux d'abord puis les unités et les dizaines après. Elle s'appuie fortement sur des équivalences qui sont souvent des effets Topaze quand elle dit : « Très bien, égal à 1 âne. Donc ici nous avons les chèvres. 1 chèvre égale une uni..? » et des effets Jourdain quand elle avance l'idée que : « Oui c'est 11 c'est le total 11. Cette chèvre vous la laissez et on va convertir cet âne la en chèvre. Pour l'âne seulement on doit avoir combien de chèvres ? » Brousseau (1998).

Les élèves suivent les consignes et les ordres de P1MC, la topogénèse se met en place au profit du professeur qui contrôle davantage le travail sans modifier le milieu pour que les élèves continuent de penser que les réponses doivent être données « en termes d'animaux ». Cette façon de gérer la relation didactique influe sur la chronogénèse et permet à P1MC d'institutionnaliser les différentes étapes de la séance en montrant aux élèves ce qu'il faut retenir « *Donc 1 âne égal à 10 chèvres* » et ce qu'il faut dire : « *...elle a gagné 1 chèvre et 1 âne* ».

On le voit, la situation d'apprentissage est ponctuée de « surprises » qui sont toutes des réponses valables en elles-mêmes, mais qui détonnent avec les réponses attendues de la part de la part de P1MC. C'est également à notre avis, un dysfonctionnement que l'on peut attribuer à la nature des questions et à l'absence de l'instauration des règles définitives dès le départ. En abordant la comptabilisation des gains, P1MC ne précise pas les choix qu'elle souhaite mettre en œuvre et ce qu'elle attend des élèves. Les réponses données par les élèves sont forcément en décalage, et elle est amenée à recadrer son raisonnement et à repréciser ses questions.

2.1.1.1.5 Synthèse épisode signifiant S1P1MC

Il s'agissait pour P1MC d'amener les élèves à s'approprier les relations d'équivalence à partir des différentes configurations obtenues en jouant au jeu de tiges. Ce travail a été mis en œuvre sur la base des relations d'équivalence avec les symboles unités-dizaines en utilisant un tableau à deux colonnes. On passe d'un milieu sémiotique (le jeu des tiges) à un milieu symbolique (le système dizaine (d), unité (u)). Le jeu de tiges, nous l'avons dit permet des échanges de gains et des relations d'équivalence dans le système de numération sans pour autant avoir un enjeu mathématique pertinent. Notre analyse de la mise en œuvre effective de la séance en classe a révélé les points spécifiques suivants :

- l'essentiel du travail de P1MC a porté sur la représentation des gains et les relations d'équivalence. Dans la focalisation sur les règles du jeu, on voit que l'enjeu mathématique est nécessairement faible. Dans cette séance, la situation possède un minimum d'adidacticité (ici, l'adidacticité est produite par les systèmes symboliques/sémiotiques, par les ostensifs). Si l'on modélise une situation au moyen d'un jeu, dont les règles définitives sont le cheminement de base, les résultats ne

peuvent être que « peu denses » en savoir à faire approprier (sinon la clause *proprio motu* ne serait pas respectée). Par contre, la partie *stratégique* des règles du jeu (ici la composition/décomposition) est nécessairement dense en savoirs ;

- les élèves semblent déjà savoir d'une certaine manière ce que le professeur veut qu'ils apprennent (par exemple une chèvre équivaut à une unité, et un âne équivaut à une dizaine). P1MC aurait pu il nous semble travailler ces types de relations et les classes d'équivalence (avec la mise en équivalence sémiotique les élèves pourraient à partir par exemple d'un dessin d'une certaine collection, représenter la quantité de cette collection soit par le modèle chèvre-âne, soit par le système unité-dizaine, (une flèche qui parte par exemple de 3 ânes à 3 unités).

L'étude de l'épisode signifiant montre comment P1MC a fait avancer le temps didactique pour tenter de rendre les élèves capables d'acquérir à travers le jeu de tiges, les connaissances liées aux différentes représentations des gains et les relations d'équivalence dans la numération. L'analyse que nous avons faite a mis en évidence la pauvreté au plan mathématique du jeu didactique. L'instance (professeur) censée permettre à l'instance élève de produire *le comportement institutionnellement adéquat* (Sensevy, 2007) c'est-à-dire permettre à l'élève de gagner de « son propre mouvement » a peu fonctionné. Dans cette séance, P1MC a proposé un projet d'enseignement que le collectif a analysé en apportant des modifications dont les apports ont montré une certaine limite dans la mise en œuvre effective de la situation *in situ*. Nous avons noté que l'interaction didactique a fourni des activités faibles en savoirs, qui s'expliquent à notre avis par le fait que les choix de P1MC et ceux du collectif ne sont pas orientés vers l'enjeu principal de la séance qui porte sur les « stratégies » pouvant offrir aux élèves l'acquisition des connaissances précises liées par exemple à la pertinence des équivalences sémiotiques et au savoir lié à la décomposition/recomposition. Nous pensons pour cela qu'il est souhaitable de revoir dans la partie « proposition de dispositif » une organisation conséquente du travail d'analyse du collectif. Dans la section suivante nous allons nous consacrer à l'étude et à l'analyse la séance S2P2MM aménagée

Pour conclure sur cet épisode, on peut noter la relative pauvreté mathématique du milieu, qui ne semble pas pouvoir fournir de rétroactions, de résistances spécifiques à la numération. Un des difficultés dans cette leçon, consiste d'une part dans un certain manque de cohérence, de focalisation sur les propriétés arithmétiques, et d'autre part un problème de gestion du jeu des tiges proprement dit.

Dans ce qui suit, nous allons maintenant faire la synthèse du travail d'analyse du collectif.

2.1.1.1.6 Travail d'analyse du collectif post séance

Le travail du collectif a permis de relever à la fois dans le projet d'enseignement de PIMC et lors du premier travail d'analyse des modifications à prendre en compte dans la mise en œuvre de la séance. Certains choix réalisés par PIMC ne donnaient pas à voir de façon explicite les connaissances précises que les élèves doivent apprendre. L'échange didactique ne respecte pas la clause *proprio motu* pour que le *milieu* offre aux élèves des « stratégies » qui ont un sens mathématique. Nous pensons aussi que le collectif n'a pas suffisamment insisté sur l'enjeu principal de la leçon qui de notre point de vue consiste à amener les élèves à pouvoir dans ce jeu didactique prendre en charge le *milieu* de leur « propre mouvement ». C'est-à-dire se représenter les gains de manière à établir les relations d'équivalence à partir d'une modélisation qui pourrait, par exemple, prendre la forme suivante : déterminer une collection composée des gains en animaux d'un joueur, et charge à l'élève de relier chaque gain par une flèche qui précise l'équivalent en unités ou en dizaines. L'attitude de PIMC de maintenir le jeu de tiges comme *milieu adéquat* peut s'expliquer par le fait que ce choix : focalisation sur la comptabilisation des gains et les relations d'équivalence plutôt que sur les « stratégies » (décomposition/recomposition) n'ait pas été d'une certaine manière au centre des analyses du collectif. Par ailleurs, une recommandation faite par le collectif (la décomposition/recomposition) n'a pas été prise en compte par PIMC. Cette dernière a plutôt axé ses activités didactiques sur la décomposition des nombres avant de procéder à leur addition.

A l'issue de cette brève analyse, il nous semble que les apports du collectif n'ont pas été suffisants sur le plan didactique, et qu'il est important d'identifier dans la partie proposition de dispositif des conditions de fonctionnement qui pourraient favoriser des évolutions plus importantes, et même des recommandations plus précises (en termes de situations mathématiques, avec un enjeu réel, de mis en œuvre etc.) à propos des savoirs étudiés dans les séances. Nous venons de d'analyser brièvement les apports du collectif après la présentation de la séance par PIMC. Ce même collectif s'est retrouvé une troisième fois pour analyser la séance mise en œuvre *in situ*. Nous allons dans un premier temps analyser les apports des modifications et observations faites par le collectif dans la mise en œuvre effective en classe de la séance par PIMC d'une part, et d'autre part analyser également certaines observations qui nous paraissent pertinentes lors de la deuxième séance collective.

Dans un second temps nous ferons la synthèse des nouvelles préconisations faites par le collectif pour la deuxième séance à mettre en œuvre par P2MM, avant d'analyser leurs logiques et leurs effets.

Le travail d'analyse du collectif a mis en évidence certaines réalités didactiques de la situation d'enseignement et d'apprentissage qui nécessitent une prise en compte dans la deuxième mise en œuvre en vue d'une amélioration de la situation didactique. Ainsi P5.IC est intervenu en ces termes : « *Mme devrait également s'assurer que les élèves connaissent un des aspects importants de ce jeu, l'échange à 10 contre 1, et l'élève pourra comprendre plus tard la technique de la retenue dans les additions* ». Il montre la nécessité d'insister sur le principe d'échange à 10 contre 1, qui est un aspect pertinent. L'élève doit être capable de se rappeler de l'échange obligatoire dès qu'il a plus de 9 animaux d'une même espèce. Cette analogie sur les modalités d'échanges permet de comprendre dans d'autres situations la technique de la retenue dans les additions.

P6.IC intervient en faisant une observation sur une pratique courante dans les classes : « *Mme utilise beaucoup des débuts de phrase, et cela aide les élèves à trouver les réponses en complétant la phrase. Par exemple elle a dit « il n'a rien gagné, donc il a, » ou du genre « elle aussi, elle a...1 chèvre = une uni..* » Cette intervention explique la « gravité » de la pratique et montre la réalité anthropologique de l'effet Topaze. Il interpelle les enseignants sur le fait qu'ils construisent souvent à la place de l'élève le bon comportement au lieu de les laisser trouver par eux-mêmes. C'est d'une certaine manière le réaménagement du milieu à la place de l'élève au lieu de le laisser se confronter à celui-ci.

Poursuivant les débats, P7.IC revient sur la procédure utilisée par P1MC qui tente de faire apprendre aux élèves les savoirs sur lesquels reposent la comptabilisation des gains et les relations d'équivalence avec les unités et les dizaines. Il dit pour cela : « *Quand vous posez la question aux élèves sur les gains de Aminou et de Rachida, ils répondent toujours en termes d'unités et de dizaine, et ce n'est pas ce que vous attendez d'eux, puisque vous leur dites oui mais si c'est en termes d'animaux* ». Pour P7.IC, si les élèves répondent en première instance en unités-dizaines, c'est parce que sans doute pour eux, les gains sont placés dans le tableau à deux colonnes, il faut passer à l'étape suivante qui consiste à exprimer ces gains en unités-dizaines.

Dans cette séance, on s'aperçoit que P1MC ne présente pas la disposition sémiotique de l'addition, ce qui laisse penser que les activités didactiques sont mises en œuvre pour que les

élèves se rendent compte systématiquement qu'il faut placer les gains dans les tableaux à deux colonnes en respectant le bon endroit. Par ailleurs, P1MC pose un autre problème celui de la séance qu'elle estime assez dense : « *Je trouve que d'après tout ce qui s'est dit depuis le début sur la mise en œuvre de cette séance, il est indispensable que l'on s'interroge sur la séance en tant que telle... Par exemple, je verrai cette séance scindée en deux. Une première séance sur le jeu de tiges et l'étude des gains, et une deuxième séance sur la comptabilisation des gains et la décomposition/recomposition. Qu'est-ce que vous en pensez ?* » C'est un problème d'un autre niveau que P1MC soulève. Il s'agit d'un problème fondamental qui concerne la chronogénèse des manuels officiels et l'exploitation des contenus en termes de découpage d'un chapitre en séances. Les enseignants ont du mal à se détacher de la chronologie des séances proposée par ces manuels dans la partie répartition annuelle. Cet état de fait explique souvent les marges de manœuvre dont disposent les professeurs au Niger. Il n'est pas rare de voir d'une part dans le projet magistral que certains professeurs explicitent leurs intentions, et d'autre part on voit également la très grande rapidité de défilement du temps didactique que s'autorisent les enseignants pour travailler certaines leçons. Nous comptons analyser cette situation dans un autre chapitre sur la mise en place d'un dispositif de formation des enseignants pour l'amélioration de leurs pratiques.

A l'issue des débats, nous avons relevé les propositions suivantes de réaménagements pour la prochaine mise en œuvre avec d'autres élèves dans une autre classe par un nouveau professeur (ici P2MM). Dans le tableau ci-dessous, nous présentons dans la première colonne les nouvelles préconisations, et dans la deuxième colonne une brève analyse orientée sur la logique et les effets de ces préconisations.

Spécification des préconisations	Analyses
Insister sur le principe de l'échange à 10 contre 1 au lieu de parler de conversion de l'âne en chèvre	Le principe de l'échange à 10 contre 1 est plus ou moins connu des élèves. C'est plutôt le sens mathématique du langage utilisé par P1MC qu'il faut revoir. Elle utilise les expressions comme : « en termes d'animaux », « échanger contre », « convertir ». Il est important de notre point de vue de faire un choix et d'harmoniser, afin de permettre aux élèves de saisir le sens des expressions dans la situation. P1MC pourrait user des expressions comme par exemple : « équivaut à » ou « se réfère à une quantité ».
Rappeler les règles du jeu surtout la valeur des gains suivant la façon dont les tiges retombent, amener les élèves à effectuer la décomposition/recomposition	Les élèves connaissent les règles du jeu d'une certaine manière. La manière dont les tiges tombent est circonstancielle dans la situation. Il vaut mieux insister sur les « stratégies » du jeu qui sont denses en savoir et qui respectent la clause <i>proprio motu</i> (ici la décomposition/recomposition)

des nombres ainsi obtenus	
Eviter les effets Topaze qui sont des pratiques courantes dans les classes et des contraintes didactiques dans une situation d'enseignement et d'apprentissage	La situation possède un minimum d'adidacticité (c'est-à-dire qu'il y a un milieu qui rétroagit et dans lequel sont cristallisées des connaissances). Ce milieu doit permettre certaines choses, et l'instance professeur doit produire les stratégies gagnantes pour que les élèves gagnent de leur « propre mouvement ». Si le <i>jeu didactique</i> ne peut pas satisfaire cette exigence particulière, alors dans nombre de séances collectives où le professeur interagit avec les élèves, on voit le professeur donner le bon comportement à la place de l'élève pour faire avancer le temps didactique. C'est souvent le cas de P1MC dans cette séance quand elle n'obtient pas les réponses attendues de la part des élèves.
Comptabiliser d'abord les gains, placer les symboles « chèvres » et les symboles « ânes » dans le tableau à deux colonnes	Il ne s'agit pas de focaliser l'activité didactique sur le fait de placer les gains au bon endroit (ici les symboles à placer dans le tableau à deux colonnes). Il faut plutôt insister d'une part sur l'enjeu des différentes représentations (liens entre les gains et les relations d'équivalence) et d'autre part travailler sur la disposition sémiotique classique de l'addition. On pourrait imaginer de faire travailler les élèves sur les relations et les classes d'équivalence en leur proposant par exemple de regrouper les gains dans une collection et de les relier par une flèche qui parte du gain (2 chèvres) vers le symbole équivalent (2 unités)
Etudier la possibilité de redécouper la séance pour bien ressortir au plan mathématique les connaissances précises que les élèves doivent apprendre	Ici, il s'agit d'un problème récurrent lié à la topogénèse des <i>ressources documentaires</i> Gueudet et Trouche (2008). Il y a souvent une pression du document officiel sur lesquels s'appuient les professeurs. Ces manuels servent à la fois, de complément à la formation initiale, mais aussi et surtout de ressources pour fournir aux enseignants les connaissances mathématiques de base et l'organisation didactique nécessaire à leurs enseignements. Cette séance préparée par le collectif est un exemple des difficultés qui se posent aux professeurs quant il s'agit d'effectuer le découpage du savoir dans le temps

Tableau 96 : Spécifications des préconisations du collectif

2.1.1.2. Analyse de la séance S2P2MM

Nous avons dans ce qui précède analysé la séance S1P1MC. Cette même séance a été aménagée suite au double travail d'analyse du collectif (une analyse du projet d'enseignement et une autre de la séance présentée *in situ* par P1MC). P2MM a également accepté volontairement de présenter la séance. Son projet d'enseignement n'a pas fait l'objet d'une analyse de la part du collectif. P2MM a directement présenté la séance dans une classe de CP avec un nouveau groupe d'élèves. Dans cette section, nous allons dans un premier temps présenter le synopsis de la séance suivi d'un bref commentaire sur le projet d'enseignement. Dans un second temps, nous allons présenter l'intrigue didactique avant d'analyser l'épisode signifiant identifié et de clore la section sur une note de synthèse.

Temps (mn)	Tdp	Modalités de travail	Scènes	Phases																										
1-9	1-23	PLM	Observation d'un ensemble dessiné au tableau contenant des ronds. Les élèves écrivent sur les ardoises la composition de la collection. Ils complètent ensuite les nombres manquants (9 et 7) dans la bande numérique sur les ardoises puis au tableau.	2.1 Identification de collections et écriture des nombres manquants dans la bande numérique																										
9-12	24- 91		Présentation des tiges : 4 morceaux de tiges et des règles du jeu. Désignation de deux élèves Salhadine (S) et Mohamed (M) pour jouer au jeu.	2.2 Jeu de tiges, conversion des gains et passage au système symbolique (d, u).																										
12-20	92-145	collectif	<p>Écriture des gains : S a gagné 1 âne et 1 chèvre et M a gagné 1 chèvre. Explication des règles du jeu, rappel des symboles et leurs équivalences : (⊙) = unité = une chèvre ; (⊗) = un âne = dizaine</p> <p>Relations d'équivalence : Gain de S : 1 âne et 1 chèvre. En utilisant les symboles animaux : 1 (⊙) et 1 (⊗). En utilisant le symbole (d, u) : 1 d + 1 u. Gain de M : 1 chèvre. En utilisant les symboles animaux : 1 (⊗). En utilisant le symbole (u) : 1u</p>	Représentation des gains et écriture additive dans un tableau à double colonne																										
20-30	146-199	collectif	<p>Écriture des gains dans deux tableaux à deux colonnes</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <p>S :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">●</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> </table> </td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <p>M :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">●</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> </table> </td> </tr> </table> <p>Écriture additive des deux gains :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">●</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> </table> </td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">●</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">2</td> </tr> </table> </td> </tr> </table> <p>Calcul de la somme par la décomposition additive des gains de S et M : $11 + 1 = 1d + 1u + 1u = 1d + 2u = 12$. Lecture à haute voix du nombre 12 par un élève¹⁷⁶</p>	<p>S :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">●</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> </table>	x	●	1	1	<p>M :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">●</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> </table>	x	●	1	1	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">●</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> </table>	x	●	1	1	1	1	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">●</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">2</td> </tr> </table>	x	●	1	1	1	1	1	2	
<p>S :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">●</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> </table>	x	●	1	1	<p>M :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">●</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> </table>	x	●	1	1																					
x	●																													
1	1																													
x	●																													
1	1																													
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">●</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> </table>	x	●	1	1	1	1	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">●</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">2</td> </tr> </table>	x	●	1	1	1	1	1	2															
x	●																													
1	1																													
1	1																													
x	●																													
1	1																													
1	1																													
1	2																													
30-41	200-283	collectif	Addition des nombres 13 + 14 et 20 + 30 proposés par des élèves : $13 + 14 = 1d + 3u + 1d + 4u = 1d + 1d + 3u + 4u = 2d + 7u = 27$; $30 + 20 = 3d + .u + 2d + .u = 3d + 2d + .u + .u = 5d + .u$. Lecture à haute voix des nombres 27 et 50 par quelques élèves	2.3 Exercices d'application au tableau																										
41-49	284-297	individuel	Décomposition par les élèves du nombre 47 : ? d + ? u	2.4 Exercice individuel de contrôle sur les ardoises																										

Tableau 97 : Synopsis S2P2MM

¹⁷⁶ Scène dans laquelle, l'épisode signifiant a été repéré

Le synopsis montre la séance présentée par P2MM (séance de P1MC aménagée). C'est donc une séance qui est à sa troisième transformation, nous pensons qu'il est important de tenir compte de cet aspect dans l'analyse : en effet l'enjeu de l'ingénierie coopérative est d'améliorer la séance, en proposant des évolutions plus importantes. Dans le synopsis, il est par ailleurs mis en évidence la scène dans laquelle l'épisode signifiant qui va être soumis à une analyse plus fine a été repéré.

Le synopsis montre que P2MM semble procéder de façon similaire à P1MC (minutes 1 à 9) sur l'identification des collections. Mais P2MM opère des changements au niveau de la présentation du jeu (minutes 9 à 12), elle rappelle les règles du jeu de tiges, et les relations d'équivalence (minutes 12 à 20) entre les symboles (chèvres-ânes) et les symboles (unités-dizaines) avant même la comptabilisation des gains des deux joueurs. Dans les deux cas le professeur a procédé à un travail de rappel des règles définitives du jeu de tiges et de désignation d'objets du milieu sémiotique en impliquant les élèves. P2MM réussit à mettre en place avec les élèves les relations d'équivalence entre les gains en se basant sur la présentation des relations : (\odot) : unité = une chèvre ; (\otimes) = un âne = dizaine. Le milieu matériel a été le support de départ et a permis au professeur d'amener les élèves à la comptabilisation des gains (le professeur écrit : $S = 1d + 1u$; $M = 1u$). Les élèves découvrent ensuite comment placer les gains dans un tableau à deux colonnes et la procédure pour effectuer le calcul d'une somme par la décomposition additive des nombres. P2MM a effectué ce travail en deux étapes distinctes : une première étape où les élèves ont placé chacun des gains des joueurs dans un tableau à deux colonnes, et une deuxième étape où les gains ont été totalisés à travers une situation additive. C'est au cours de ces activités qu'un incident critique s'est produit (minutes 20 à 30). Nous allons revenir plus en détail dans la partie analyse de l'épisode signifiant.

Nous pouvons affirmer à la lumière de ce qui précède que le projet d'enseignement de P2MM a été suivi dans son ensemble. On voit bien apparaître les différentes parties du déroulement de la fiche de préparation dans la séance effective mise en œuvre *in situ*. Nous allons maintenant présenter l'intrigue didactique de la séance en situant exactement l'incident dans son contexte avant de l'analyser.

2.1.1.2.1 Intrigue didactique S2P2MM

Temps (mn)	Scènes	Phases								
1-9	P2MM demande aux élèves de regarder au tableau un ensemble composé de ronds, et d'écrire le nombre de ronds. P2MM demande à nouveau aux élèves de regarder une bande dessinée au tableau et de compléter les nombres manquants sur les ardoises.	Observation d'une collection de ronds, et d'une bande numérique.								
9-12	<p>P2MM montre aux élèves quatre des tiges 4 morceaux de tiges. P2MM décrit un des morceaux de tige en présentant une face bombée et la face plane. P2MM explique les règles du jeu en montrant aux élèves les différentes configurations. et désigne deux juges pour donner les gains, et deux élèves Salhadine (S) et Mohamed (M) pour jouer. P2MM écrit au tableau les configurations correspondantes. Les gains sont représentés dans deux tableaux à deux colonnes.</p> <p>Salhadine</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>⊗</td> <td>⊙</td> </tr> <tr> <td>⊗</td> <td>⊙</td> </tr> </table> <p>Mohamed</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td>⊗</td> <td>⊙</td> </tr> <tr> <td></td> <td>⊙</td> </tr> </table> <p>P2MM écrit au tableau : « Salhadine a gagné une chèvre et un âne », et : « Mohamed a gagné 1 chèvre ». P2MM dessine les symboles (⊙) ; (⊗) et demande aux élèves à quoi ils correspondent ((⊙) = unité = 1 chèvre ; (⊗) = un âne = 1 dizaine). P2MM écrit les gains de S (1d et 1 u) et de M (1 u).</p>	⊗	⊙	⊗	⊙	⊗	⊙		⊙	<p>Ecriture des gains et passage au système symbolique (d, u). Représentation des gains et écriture additive dans un tableau à deux colonnes</p>
⊗	⊙									
⊗	⊙									
⊗	⊙									
	⊙									
12-20	<p>P2MM¹⁷⁷ montre deux tableaux à deux colonnes dans lequel les gains de S et M. sont ensuite placés, en précisant que le symbole de la chèvre (⊙) représente les unités et le symbole de l'âne (⊗) représente les dizaines dans un tableau à deux colonnes. P2MM demande à un élève de passer écrire les gains de S et M dans un tableau à deux colonnes. Un premier est désigné et écrit 11 dans la colonne des unités. P2MM : « regardez ce qu'il a écrit, c'est juste ce qu'il a écrit, c'est bien ce qu'il a écrit, qui va le corriger ? » Un autre élève passe au tableau et écrit 1 dans la colonne des unités et 1 dans la colonne des dizaines. P2MM : « bien, écrit ce que M a gagné (en montrant du doigt la place où il faut placer le chiffre 1) ». L'élève écrit 1 dans la colonne des unités.</p> <p>P2MM dit : « S a gagné 1 u et 1 d, M a gagné 1 u, maintenant on va mettre ensemble ce que S et M ont gagné. Que veut dire mettre en ensemble ? » Un élève : « on va additionner, donc on va mettre le signe (+) ». Un autre élève est désigné, il écrit 1 dans la colonne des unités. P2MM poursuit en disant : « suivez, on</p>									

¹⁷⁷ Dans cette case l'épisode signifiant repéré.

	<p>additionne toujours les unités et les unités, c'est bien compris, on additionne unité et unité, on les met ensemble. On ne met pas ensemble unité et dizaine, non ça ne se mélange pas c'est bien compris. On fait $1 + 1$. C'est cette colonne qu'on n'additionne pas avec celle là. On fait $1 + 1$ ». P2MM écrit S : 1 d et 1 u et M : 1 u. P2MM : « maintenant suivez on va donc faire : $11+1 =$, regardez, on a dit dans 11, il y a combien de dizaine ? » et P2MM d'écrire : $11+1 = 1d + 1u + 1u$. P2MM : poursuit : « et combien d'unités, ici on les met ensemble » Un élève : « deux unités » P2MM : « 2 u, donc on a fait $1u + 1u = 2u$ ». P2MM écrit : 2 u puis 12 et demande à un élève de lire le nombre ainsi trouvé. On voit sur le tableau le raisonnement suivant :</p> $11 + 1 = 1d + 1u + 1u$ $= 1d + 2u$ $= 12$	
20-30	<p>P2MM demande aux élèves de lui proposer deux nombres à deux chiffres (13 et 14 sont proposés). P2MM dit aux élèves qu'on va décomposer ces nombres. Elle écrit : « $13 =$ » puis complète : $13 = 1d + 3u$. P2MM écrit 14 et demande : « combien d'unité combien de dizaine ? ». Un premier élève répond : « 1 unité ». P2MM invite un autre élève qui dit : « 1 dizaine » et un deuxième dit : « 4 unités ». P2MM écrit : $14 = 1d + 4u$. Elle dit aux élèves qu'il faut les mettre ensemble et écrit « $13 + 14 =$ ». Elle écrit au fur à mesure qu'elle interroge les élèves</p> $13 + 14 = 1d + 3u + 1d + 4u$ $= 1d + 1d + 3u + 4u$ $= 2d + 7u$ $= 27.$	Exercices d'application
30-41	<p>P2MM demande aux élèves de proposer deux autres nombres à deux chiffres. Deux élèves proposent 30 et 20 qui sont ensuite décomposés et additionnés. Elle écrit :</p> $30 + 20 = 3d + .u + 2d + .u$ $= 3d + 2d + .u + .u$ $= 5d + .u.$ <p>P2MM : « regardez ici le point représente la valeur zéro » et écrit = 50. P2MM : « vous avez vu le zéro est ressorti ».</p>	
41-49	<p>P2MM propose aux élèves de décomposer sur leurs ardoises 47 en (d, u) en écrivant : d ? et u ? Un élève donne le résultat suivant : $47 = 4d + 7u$.</p>	Exercice de contrôle

Tableau 98 : Intrigue didactique S2P2MM

Dans cette intrigue, on voit bien que le milieu matériel reste le même et va constituer la base des différentes activités didactiques qui vont faire l'objet de cette séance. Le « milieu-tableau » est tout de suite investi par P2MM et sert, en continu d'espace de synthèse et de

gestion de la chronogénèse de la situation didactique. P2MM sait que le collectif des professeurs a des attentes particulières par rapport à cette séance (dont entre autres donner aux élèves la responsabilité de « leur propre mouvement »). Elle est donc dans une position qui l'oblige à prendre en charge les « nécessités » mathématiques pour amener les élèves à établir les relations d'équivalence entre les gains. P2MM s'autorise d'entrée de jeu à la mise en place de quelques modifications dans le cheminement de la séance. Ainsi on peut voir (minutes 9 à 12) un rappel des règles du jeu et les relations d'équivalence entre les symboles. Les élèves s'en sortent bien puisqu'ils réussissent ces deux exercices de rappel sans difficulté, ce qui va sans doute leur permettre d'aborder avec une certaine assurance l'étape de la comptabilisation des gains et des relations d'équivalence. P2MM semble insister sur une implication des élèves, elle désigne deux « juges » même si elle ne précise pas aux élèves leurs rôles.

Les deux joueurs s'installent devant la classe et commence le jeu sous les ordres de P2MM qui demande aux juges de donner les configurations obtenues avant de solliciter le reste de la classe pour donner les résultats des gains correspondants. Quand on regarde la scène, on voit que la topogénèse peut s'appréhender de la manière suivante : le professeur gère et contrôle le jeu de tiges, les deux joueurs jouent, les deux juges constatent et donnent les configurations et la classe est sollicitée pour donner les résultats. Ce type d'organisation permet à P2MM de réguler les interactions et de donner des ordres dans le sens du contrat didactique qu'elle a établi.

Dans le cheminement de la séance alors que P2MM invite les élèves à écrire les gains dans un tableau à deux colonnes, elle est confrontée à la succession d'une série d'incidents (minutes 12 à 20). Le premier concerne l'élève désigné pour placer les gains de M (ici 1) dans le tableau à deux colonnes réservé pour les gains de M. Il écrit dans la colonne des unités le symbole de la chèvre (\odot) plutôt que d'écrire 1 qui est le chiffre correspondant. Le second est survenu au moment où P2MM a demandé de placer dans le tableau à deux colonnes les gains de S (ici 11) l'élève désigné écrit 11 dans la colonne des unités. Le troisième incident est repéré quand le professeur a demandé à un élève de calculer la somme des gains de S et de M dans un autre tableau à deux colonnes. L'élève écrit 2 dans la colonne des unités, et quand P2MM lui demande de montrer comment il a fait, il montre qu'il a additionné le chiffre 1 de la colonne des unités et le chiffre 1 de la colonne des dizaines. Cette séance filmée a été analysée par le collectif ; dans ce qui va suivre nous allons faire une

synthèse de certains échanges dans le collectif au sujet de cette séance. Ensuite nous allons analyser plus finement le troisième incident qui nous paraît être au plan de la technique opératoire de l'addition et du savoir mathématique en jeu, une difficulté à élucider pour les élèves.

2.1.1.2.2 Travail d'analyse du collectif post séance par P2MM

P2MM n'a pas présenté de fiche de préparation de la séance initiale aménagée. Le collectif a supposé que P2MM a pris note des observations faites lors du travail d'analyse de la séance mise en œuvre par P1MC. Le collectif a analysé la séance aménagée mise en œuvre *in situ* par P2MM dans une autre classe qui n'a pas connu la situation.

Comme dans le précédent travail d'analyse, c'est le professeur qui a présenté la séance qui est chargé d'animer la rencontre. P2MM s'adresse à ses collègues : « *Je vous propose par contre de centrer les discussions et les échanges autour des aspects mathématiques, la façon dont j'ai introduit les procédures, bref ce qui est essentiel dans la séance et aussi voir ce qui a changé dans cette séance par rapport à la première* » P2MM situe d'emblée l'organisation de la rencontre en insistant à la fois sur l'intérêt pour le collectif d'aborder les savoirs mathématiques en jeu et les évolutions constatées. Nous pensons que cette proposition de travail oriente les débats sans interdire d'autres types d'interventions.

Le collectif n'a pas contesté la proposition de P2MM et P8.IC s'est lancé le premier et a déclaré : « *Ils connaissent le jeu et les règles du jeu, on l'avait déjà dit pour P1MC. A mon avis, il faut laisser les élèves prendre des responsabilités, c'était pour moi l'occasion d'appliquer ce principe qui libère le professeur de certaines responsabilités, mais ne le prive pas de son rôle de régulateur* ». Dans cette déclaration, on s'aperçoit que P8.IC met l'accent sur les responsabilités que les élèves doivent prendre, et précise en plus que c'est une recommandation du collectif. P2MM dans son organisation essaie d'impliquer les élèves en désignant deux juges parmi eux, c'est déjà à notre avis un effort essentiel qui est fait dans ce sens. Nous pensons pour autant que les élèves auraient plus à gagner en termes d'apprentissages mathématiques si on mettait l'accent sur les « stratégies » denses en savoir.

P9.IC a d'ailleurs abordé cet aspect en disant : « *Dans cette séance, il me semble que si les élèves doivent apprendre que $12 = 1d + 2u$, ils doivent pouvoir comprendre le sens inverse c'est que $1d + 2u = 12$. Ils doivent prendre conscience également que $12 = 10 + 2$* ». Ici on est dans le cœur même du problème, c'est-à-dire que ce type de savoir est essentiel pour les élèves du point de vue

mathématique. Ce savoir nous semble fondamental en tant qu'il lie « processus de décomposition/recomposition » reposant sur les propriétés d'associativité/commutativité et sur un système sémiotique associé. En effectuant la composition/recomposition les élèves vont raisonnablement apprendre des techniques dont ils pourront ensuite réinvestir les connaissances précises dans d'autres situations.

Sur un tout autre plan, P10.IC met le doigt sur la contrainte liée à la technique opératoire, et s'exprime ainsi : *« Il s'agit d'un événement dans la séance où un l'élève désigné pour mettre ensemble, c'est comme ça que vous l'avez dit, l'élève a semble-t-il additionné une dizaine et une unité. Vous lui avez dit que cela ne se mélange pas. Quelle difficulté l'élève a-t-il rencontré dans ce cas précis ? A mon avis il s'est trompé sur le coup. Pour éviter ce genre d'erreur, il fallait avant de faire l'addition, décomposer les termes de l'addition. Par exemple quand vous avez dit que les gains de S égalent 1 d et 1 u, il faut tout de suite montrer que c'est 11 et que $11 = 1 d + 1 u$. Mieux encore, vous pouvez leur montrer également que $1 d + 1 u = 11$ »*. Deux réflexions sont mises en évidence dans les propos de P10.IC. La première concerne l'acte de l'élève qui a additionné la dizaine et l'unité entre elles. Ceci s'explique à notre avis par le fait que dans la mise en œuvre, P2MM ne présente pas la disposition en colonne de l'addition (addition posée). Elle insiste systématiquement sur le principe qui consiste à placer les gains dans les tableaux à deux colonnes en respectant le bon endroit. Le passage entre l'étape où les élèves découvrent les gains de S ($1 d + 1 u$) et l'étape où il faut les placer dans le tableau à deux colonnes se fait sans véritables enjeux mathématiques. Les élèves constatent une activité dont la pertinence n'est pas perceptible en l'état. L'élève s'est certainement trompé de technique, c'est peut-être aussi le manque de cohérence dans la structure d'ensemble de la séance et des propriétés arithmétiques qui ne sont pas travaillées qu'il faut situer le vrai problème. La deuxième réflexion porte sur le manque de transparence dans l'utilisation de « et » (ici $1 d$ et $1 u$) et de « + » (ici $1 d + 1 u$). P2MM alterne ces deux formes d'écriture dans le cheminement de la séance. Nous faisons l'hypothèse qu'elle essaie de mettre en évidence d'une certaine manière une équivalence entre la valeur de la réunion et de la somme de deux chiffres sans le montrer. On voit d'ailleurs qu'aucune disposition mathématique n'est prévue à cet effet.

P11.IC a pris la parole pour faire un constat, et a mis le doigt sur le cas du nombre (0) : *« J'ai vu que ma collègue n'a pas beaucoup insisté sur l'aspect décomposition. Il y a d'ailleurs quelque chose de très curieux que nous avons vu, c'est quand ma collègue a demandé aux élèves de donner un exemple d'addition avec des grands nombres, les élèves ont proposé $20 + 30$. En décomposant, l'élève a dit (0) unité et vous lui*

avez dit qu'on dit plutôt point unité. J'aimerais savoir davantage sur cette particularité ». P11.IC a fait remarquer à P2MM que le savoir de décomposition/recomposition n'est pas assez travaillé dans cette séance. Ceci est d'autant plus vrai qu'après l'étape où les élèves ont réussi à donner la valeur des gains à partir des configurations obtenues, P2MM a surtout montré aux élèves la nécessité de placer les gains dans le tableau à deux colonnes en se basant sur les relations d'équivalence entre les symboles. Cette activité lui a pris d'ailleurs plus de temps que la brève étape où elle a amené les élèves à découvrir le calcul de la somme des nombres par la décomposition additive. La décomposition semble être peu travaillée, alors que la recomposition n'a pas du tout été abordée, et pourtant c'était une recommandation du collectif.

L'observation dont il est question concerne l'exploitation de l'addition où « 0 » est une particularité dans la représentation du nombre. P2MM semble être surprise quand l'élève a dit que 20 c'est « 2 d + 0 unité ». Elle tente alors de montrer aux élèves que le chiffre « 0 » ne représente pas d'unité, il marque un rang non occupé. Elle aurait dû il nous semble expliquer que le caractère « 0 » qui se prononce *zéro* indique un rang non occupé. Ainsi *trente* s'écrit 30 et *vingt* s'écrit 20, le chiffre se trouvant à la seconde place indique les dizaines, 30 exprime trois dizaines et 20 exprime 2 dizaines, ce qui fait un total de 5 dizaines ($5d = 50$).

Le collectif n'a pas manqué de revenir également sur la difficulté liée à la chronogénèse proposée par les manuels officiels. Ainsi P12.IC s'est exprimé en ces termes : « *je voudrais dire à ma collègue que nous sommes responsables de la mise en œuvre des leçons dans nos classes. Et je pense que c'est à nous de nous organiser pour faire les découpages de séances pertinents et réalistes. Le guide du maître propose dans ses premières pages un tableau complet pour la circonstance. A mon avis, cette séance peut-être scindée en deux, quelqu'un l'avait suggéré d'ailleurs je pense la dernière fois* ». Les questions liées à l'influence des ressources officielles sur le choix des professeurs ont été déjà abordées avec P1MC. P12.IC a fait allusion au guide du maître CP dont le contenu est censé correspondre aux savoirs mathématiques nécessaires aux enseignants. Nous pensons que si le collectif a introduit à nouveau la problématique, c'est sans doute à cause d'une difficulté que les professeurs rencontrent dans leur travail, qui consiste à mettre en place une organisation adaptée des activités didactiques. Ce type d'organisation nécessite que le professeur soit à même de réaliser un travail de réflexion et de compréhension de la cohérence mathématique à respecter. Il faut également avoir une certaine capacité pour lier enjeux mathématiques et progression des programmes et des contenus. Les professeurs observent une certaine

prudence par rapport à leur capacité à réaliser un travail aussi complexe portant sur une analyse des documents afin de déterminer le contenu du savoir à enseigner.

P2MM a confirmé cette difficulté en ajoutant : *« je suis tout à fait d'accord avec vous, vous parlez je suppose de la répartition annuelle du programme de mathématique. Le découpage en séances n'est pas très évident. Il faut nous former à cela, puisque les mathématiques, c'est de la logique et de la cohérence. Il faut savoir organiser les connaissances pour une acquisition bien précise. Par exemple pour enseigner la décomposition des nombres, avant de faire l'addition des nombres, il est important de savoir ce qu'il faut connaître comment les agencer pour offrir aux élèves un bon apprentissage »* Cette intervention de P2MM confirme la préoccupation majeure des enseignants dont nous parlions plus haut, et atteste du besoin de formation sur l'exploitation et l'utilisation des manuels officiels.

P2MM a évoqué l'idée d'organiser les connaissances pour avoir une maîtrise des savoirs en jeu et des connaissances précises à enseigner. Nous pensons que cette réflexion est proche de l'idée de *Knowledge package* (Liping Ma, 1999) qui est un système de connaissances indispensables à acquérir pour mieux aborder certaines procédures mathématiques. Cette idée de « paquets de connaissances » qui consiste à tenter de réunir les éléments fondamentaux et nécessaires à l'acquisition d'une connaissance nouvelle doit être comprise comme un moyen pour les professeurs de faire une épistémologie de la rupture. La rupture étant la phase de remise en cause des connaissances et des savoirs indispensables pour pouvoir accéder à des savoirs nouveaux. Dans la section qui suit, nous analysons l'épisode signifiant au sein duquel la situation didactique se trouve plus ou moins perturbée.

2.1.1.2.3 Episode signifiant repéré dans S2P2MM : de l'écriture des gains au calcul de la somme de nombres dans le tableau à deux colonnes

Le collectif s'est retrouvé une troisième fois pour analyser la séance S2P2MM qui est la séance S1P1MC aménagée, et présentée par P2MM dans une autre classe de CP avec de nouveaux élèves. Les professeurs ont d'abord reçu le synopsis de la séance, et ils ont ensuite visionné la vidéo avant de réagir sur l'ensemble de son déroulement.

L'épisode prend place (minutes 12 à 20) à la suite de la consigne de P2MM invitant un élève pour effectuer l'addition dans le tableau à deux colonnes : « *Qui va passer au tableau ? Là bas. Parle, lit d'abord. J'ai dit il faut additionner* » L'élève s'exécute et fait $1 + 1 = 2$ en additionnant le chiffre 1 de la colonne des unités et le chiffre 1 de la colonne des dizaines.

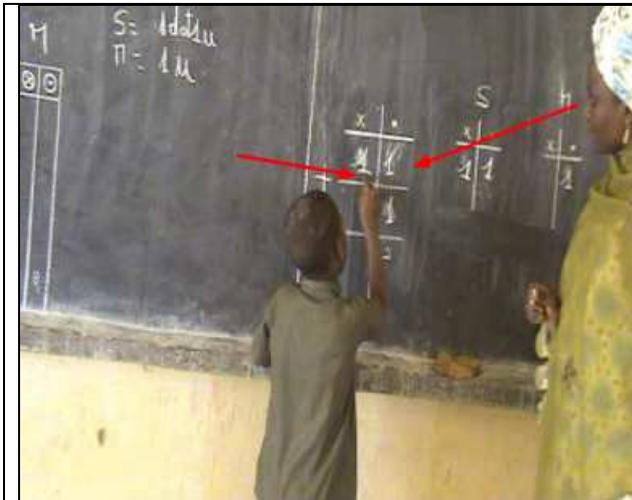


Photo-25_ S2P2MM

La flèche qui va de la gauche vers la droite montre que l'élève indique le chiffre 1 placé dans la colonne des dizaines avec lequel il a fait l'addition $1 + 1$. La flèche qui va de la droite vers la gauche montre que P2MM regarde attentivement l'élève en pleine activité, le laisse faire sans intervenir dans un premier temps. L'attitude du professeur a consisté à solliciter la classe pour corriger l'erreur.

Quand on regarde sur le tableau, la disposition sémiotique, donne à voir que le tableau à deux colonnes est subdivisé en parties séparées par des traits horizontaux et un trait vertical, ce qui à notre avis n'a pas facilité une mise en œuvre de la technique. On note également qu'on ne voit pas sur le tableau la disposition standard de l'addition posée, ce qui aurait certainement permis à l'élève d'appliquer la technique opératoire habituelle (additionner les unités entre elles et les dizaines entre elles).



Photo-26_ S2P2MM

Ici, c'est au tour de l'élève de regarder et d'écouter attentivement l'explication de P2MM. La flèche indique que l'élève fixe bien le chiffre 1, et le doigt de P2MM qui montre également qu'on ne doit pas additionner ce chiffre 1 avec celui qui est dans la colonne des unités. P2MM prend entièrement en charge l'explication et scande des expressions à la suite :

- « *suivez* » pour s'adresser à l'ensemble de la classe ;
- « *on a dit qu'on additionne toujours les unités et les unités* » pour rappeler la technique opératoire ;
- « *on ne met pas ensemble les unités et les dizaines* » pour dire que les unités et les dizaines ne s'additionnent pas entre elles ;
- « *fait 1+1 c'est uniquement les unités, c'est cette colonne (désigne la colonne de gauche) qu'on additionne* » pour montrer qu'on additionne les unités qui sont dans de la même colonne entre elles.

Tableau 99 : Scènes de l'addition $11 + 1$ dans le tableau à deux colonnes

P2MM a réagi aussitôt après : « Regardez c'est avec ce 1 qu'on fait plus ? Marie dit lui c'est avec ce 1 qu'on fait 1+1 ? » et demande à un autre élève de passer au tableau pour montrer à son camarade la façon de faire. L'élève réussit et P2MM apprécie avant de faire une longue intervention pour expliquer davantage la technique : « Suivez, on a dit qu'on additionne toujours les unités et les unités c'est bien compris, on additionne unité et unité. On les met ensemble, on ne met pas ensemble les unités et les dizaines. Non elles ne se mélangent pas, c'est bien compris. On fait 1+1 c'est uniquement les unités, c'est cette colonne qu'on additionne. On additionne cette colonne pas avec celle là, c'est bien compris 1+1 c'est bien compris. On fait 1+1. Fait ça ». Nous avons ici le « prototype » de l'addition sans retenue où l'élève est confronté à un problème de mise en œuvre d'une technique opératoire. Les élèves connaissent pourtant la technique, puisqu'ils savent que dans ce cas précis de l'addition de deux nombres (un nombre à deux chiffres et un nombre à un chiffre), s'effectue en commençant par la colonne des unités d'abord, puis celle des dizaines. L'élève est confronté selon nous à une situation où il n'est pas en présence du schéma habituel de l'addition posée, cette représentation sémiotique qui montre bien la disposition usuelle des unités sous les unités et des dizaines sous les dizaines. Le professeur ne s'est peut-être pas rendu compte de cette nécessité qui aurait évité à l'élève cette erreur dont il ne semble pas avoir compris l'origine exacte. P2MM ne lui a pas donné le temps de réaliser qu'il a fait une erreur et d'expliquer par exemple pourquoi il a procédé ainsi. Cette attitude du professeur pose la question du statut de l'erreur dans la relation didactique.

On perçoit dans le cas de cette erreur deux types de problèmes : le premier se situe dans l'approche utilisée par le professeur. Dès le départ elle a mis en place une procédure qui consiste à amener les élèves à mettre les objets travaillés au bon endroit. Elle ne se donne pas, dans le même temps, le moyen d'évaluer les apprentissages effectivement réalisés. On voit bien qu'il y a une centration sur des activités de « manipulation » et une tentation forte de vouloir montrer « concrètement » les choses aux élèves qui sont sans enjeux majeurs au plan mathématique. Le deuxième problème relève de la signification mathématique de la technique opératoire. Les élèves savent qu'il y a un principe qui consiste à additionner les unités entre elles et les dizaines entre elles. Il aurait fallu leur donner dès le départ la responsabilité de leur propre mouvement pour leur permettre d'effectuer l'addition par le rappel (éventuellement récent) de la technique dont le professeur attend une application, dans le cas précis de cette addition.

2.1.1.2.4 Synthèse de l'épisode signifiant repéré dans S2P2MM

Cet épisode est issu de la séance SIP1MC reprise par P2MM après la séance d'analyse du collectif des professeurs. Elle a entamé la leçon en faisant un rappel des règles du jeu et des relations d'équivalence. Ses intentions sont claires dès le début, puisqu'il s'agit pour elle de faire découvrir aux élèves le procédé de l'addition des gains dans un tableau à deux colonnes.

L'analyse de l'épisode montre, semble-il que dans l'enseignement des mathématiques comme dans beaucoup d'autres disciplines, le professeur peut être surpris de voir qu'une connaissance qu'il suppose acquise et maîtrisée par les élèves peut constituer une difficulté et révéler un dysfonctionnement au plan mathématique. C'est du moins ce que P2MM a constaté lors de cette séance. Dans la procédure utilisée par le professeur, il a manqué une étape importante du raisonnement, c'est la disposition standard de l'addition posée. Nous pensons que le risque que l'élève se trompe pourrait-être moindre si P2MM avait, un tant soit peu dans son cheminement, amené les élèves vers la mise en place et l'exploitation de la forme posée de l'addition. Au cours des interactions didactiques, un élève a commis une erreur (en effectuant l'addition « $11 + 1$ » dans un tableau à deux colonnes, l'élève a additionné le chiffre 1 de la colonne des unités et le chiffre 1 de la colonne des dizaines). Le professeur a voulu que l'élève réussisse l'étape supposée mettre en évidence un principe standard qui consiste à additionner les unités entre elles, et les dizaines entre elles. Dans la séance, l'addition posée n'est jamais menée. Il nous semble qu'on peut dire à la fois que l'organisation sémiotique de l'algorithme de l'addition n'est pas travaillée, et que cette organisation montre l'action didactique comme s'il s'agissait de parvenir *in fine* à poser les bons nombres aux bons endroits.

Nous pouvons également avancer l'hypothèse que l'élève peut naturellement ne pas se souvenir de la technique, il aurait fallu en ce moment insister avec lui pour tenter de comprendre ce qui a guidé son raisonnement. Dans tous les cas, l'incident a mis en évidence une difficulté dont il est important d'étudier la spécificité de la dimension cognitive. Il faudrait ensuite travailler les aspects liés à la cohérence mathématique de la séance et la centration sur les propriétés arithmétiques.

Dans ce qui suit, nous allons étudier l'unité 2 qui porte sur la situation des moutons comme nous l'avons fait pour l'unité 1 en présentant d'abord le cadre empirique et le travail d'analyse à mener.

2.1.2 Unité 2 : Analyse des séances mises en œuvre par P3MF et P4MC sur la résolution de problèmes

Après les séances sur les systèmes sémiotique et symbolique, le collectif s'est intéressé dans le cadre de l'ingénierie coopérative à la résolution de petits problèmes au CP.

2.1.2.1 Analyse des séances S3P3MF et S4P4MC

L'unité 2 que nous étudions ici porte sur la situation des moutons (résoudre un problème du type : « un berger a X moutons. Y moutons sont dans l'enclos, chercher le nombre de moutons Z dans le champ »). Elle est composée de deux séances (S3PMF et S4PMC aménagée). Nous gardons le même canevas de travail que pour l'unité 1, ce qui nous amène dans cette section à présenter dans un premier temps les synopsis des deux séances de l'unité 2. Dans un second temps, nous allons présenter les intrigues didactiques, avant de nous consacrer à l'analyse des épisodes signifiants repérés. Les synthèses des travaux d'analyse du collectif viennent en complément pour argumenter nos réflexions sur le déroulement effectif des séances.

2.1.2.1.1 Présentation du synopsis S3P3MF

Le synopsis présenté dans le tableau 99 ci-dessous montre la séance initiale mise en œuvre par P3MF.

Temps (mn)	Tdp	Modalités de travail	Scènes	Phases
1-9	1-13	PLM	Deux exercices à traiter au tableau : $4 - \boxed{+ 3} \rightarrow$ et $8 - \boxed{...} \rightarrow 6$ Les élèves s'exécutent et donnent les réponses 7 et 2.	3.1 Addition et soustraction à effectuer
9-14	14-37	Individuel	Résolution du problème : « Sur une branche d'un arbre, il y a 9 oiseaux, 5 oiseaux se sont envolés, combien reste t-il d'oiseaux sur la branche ? » Résolution du problème sur leurs ardoises.	3.2 Exploitation et résolution d'un problème
14-19	38-48	Collectif	Exploitation du dessin au tableau. (figure 7 : Photo_P3MF-24)	3.3 Exploitation du dessin et

				résolution du problème
--	--	--	--	---------------------------

19-35	49-102	Collectif	Résolution du problème. « Un berger a un troupeau de 12 moutons. Les moutons se trouvent dans un enclos et dans un champ. Il y a 8 moutons dans l'enclos. Combien y a-t-il de moutons dans le champ ? »	
35-43	103-110	Collectif	Résolution du problème : « Une école a 25 élèves. Il y a des élèves dans la classe et dans la cour. 13 élèves sont dans la classe. Combien d'élèves dans la cour ? »	3.4 Exercice d'application

Tableau 100 : Synopsis S3P3MF

Le synopsis ci-dessus montre que P3MF propose une soustraction à trous sur les oiseaux associés à un problème du type : (recherche de l'état final (F) dans un problème de transformation. La transformation est indiquée ici avec la fonction « machine (-) ». P3MF a exploité un dessin au tableau où l'on voit un champ, et un enclos dans lequel se trouvent 8 moutons (Photo-27_S3P3MF).

	<p>On voit sur ce dessin le champ (ici le grand cadre indiqué par la flèche) et l'enclos dans lequel se trouvent les 8 moutons (ici le petit cadre indiqué par la flèche). P3MF n'a pas représenté de moutons dans le champ. Les 8 moutons et l'enclos sont d'une certaine manière dans le champ. L'enclos étant inclus dans le champ, la résolution du problème pourrait créer des confusions au moment où il sera question de modéliser l'énoncé.</p>
<p>Photo-27_S3P3MF</p>	

Tableau 101 : Dessin exploité par P3MF dans la séance S3P3MF

Le professeur a donc proposé dans un premier temps une addition à trous mise en regard avec une soustraction à trous. Dans un second temps, elle propose un problème proche de ces deux exercices, ce type de fonctionnement pourrait être considéré d'une certaine manière comme un effet Topaze.

L'exercice d'application proposé dans le projet d'enseignement diffère de celui qui est mis en œuvre dans la classe. P3MF prévoyait en effet un problème additif (Rabi a 9 mangues. A midi, le jardinier lui apporte 7 mangues. Rabi a maintenant combien de mangues ?), et en classe, elle propose aux élèves un problème soustractif proche de celui sur les moutons (Une école a 25 élèves. Il y a des élèves dans la classe et dans la cour. 13 élèves sont dans la classe.

Combien d'élèves dans la cour ?). L'effet Topaze auquel nous avons fait allusion précédemment se confirme, par le fait que le problème proposé par P3MF fait suite à une addition à trous et une soustraction. Pour comprendre davantage ce qui s'est passé concrètement dans la mise en œuvre effective de la séance, nous allons dans la section suivante présenter l'intrigue didactique pour mieux situer les techniques didactiques produites par le professeur, avant de soumettre l'épisode signifiant candidat à une analyse plus fine.

2.1.2.1.2 Intrigue didactique S3P3MF

Temps (min)	Scènes	Phases
1-9	P3MF demande aux élèves d'effectuer : 4 machine + 3 et 8 machine - ? = 6.	Addition et soustraction à l'aide des machines
9-14	P3MF propose le problème à résoudre : « Sur une branche d'un arbre, il y a 9 oiseaux, 5 oiseaux se sont envolés, combien reste-t-il d'oiseaux sur la branche ? ».	Résolution du problème
14-23	P3MF demande aux élèves d'observer le dessin (Photo-28_S3P3MF) et lit l'énoncé du problème : « Un berger a un troupeau de 12 moutons. Les moutons se trouvent dans un enclos et dans un champ. Il y a 8 moutons dans l'enclos. Combien y a-t-il de moutons dans le champ ? ».	Exploitation du dessin
23-35	<p>P3MF¹⁷⁸ demande le nombre de montons que possède le berger et le nombre de moutons dans l'enclos. Deux élèves passent au tableau et écrivent 12 et 8. P3MF demande le signe qu'il faut mettre entre 12 et 8. Un élève passe et écrit 20. La réponse de l'élève ne satisfait pas P3MF, elle demande aux élèves de chercher individuellement sur les ardoises.</p> <p>Après un temps de recherche, un élève passe au tableau afin de montrer son raisonnement. L'élève écrit « 4 » et P3MF lui demande comment elle a fait pour trouver 4 avant de préciser en langue hausa : « <i>Yaya kika yi kika samu 4</i> : comment as-tu fait pour avoir 4 ? ». L'élève répond également en langue hausa : « <i>Kilga ne nanyi</i> : j'ai compté ». P3MF demande le nombre de moutons dans l'enclos. Un élève répond : « 8 moutons » et écrit 8 au tableau. P3MF demande le signe qu'il faut mettre entre 12 et 8. L'élève écrit le signe (-). L'élève dit en langue hausa : « <i>4 ne suka tahi</i> : il y a 4 qui sont partis ».</p> <p>P3MF dit en langue hausa : « <i>Raguna nawa ne da huari</i> : combien de moutons y avait-t-il au départ ? » un élève répond : « 12 » et l'écrit au tableau. P3MF demande le nombre de moutons dans l'enclos et précise en langue hausa : « <i>Nawa suke cikin garke</i> : combien y a-t-il dans l'enclos ? » P3MF dit en langue hausa : « <i>Yaya za a yi da 12 da 8 pour trouver 4</i> : Comment va-t-on faire avec 12 et 8 pour trouver 4 ? » P3MF dit en langue hausa : « <i>Makiya ya da raguna goma sha biyu, cikin goma sha biyu da Takos souna cikin garke. Na wa ne suke cikin gona</i> : un berger possède 12 moutons. Parmi les 12 moutons, 8 sont dans un enclos. Combien y a-t-il dans le champ ? » un élève répond : « 4 »</p> <p>P3MF demande à l'élève en langue hausa : « <i>Yaya kika yi kika samu 4</i> : comment as-tu fais pour avoir 4 ? » et écrit : $12 - 8 = 4$ puis dit en langue hausa : « <i>12 a ka yi moins 8 a ka samu 4 wa ya gani wani a bunda za a yi</i> : On a 12, on a fait moins 8 pour trouver 4. Qui voit ce qu'on peut faire ? » et un élève lui répond en langue hausa : « <i>Don basu nan</i> : parce qu'ils ne sont pas là »</p> <p>Un élève passe tableau et écrit : $12 \begin{array}{ c } \hline - 8 \\ \hline \end{array} \rightarrow 4$</p>	Résolution du problème
35-43	P3MF propose oralement l'exercice suivant : « Une école a 25 élèves. Il y a des élèves dans la classe et dans la cour. 13 élèves sont dans la classe. Combien d'élèves dans la cour ? »	Exercice d'application

Tableau 102 : Intrigue didactique S3P3MF

¹⁷⁸ Dans cette case l'épisode signifiant repéré.

L'intrigue montre (minutes 23 à 35) que P3MF :

- investit le « milieu-tableau » : elle invite un élève qui écrit 12, un deuxième qui écrit 8 et un troisième qui écrit 20. On voit bien que le troisième élève a fait une addition tout simplement. Le tableau donne à voir un milieu sémiotique constitué de trois nombres (12, 8 et 20) ;
- s'appuie sur la langue hausa : cet appui s'est imposé comme une solution tendant à clarifier comment l'élève a fait pour trouver 4 moutons.

On peut noter dans la mise en œuvre de la séance une difficulté liée à la résolution du problème. Le cheminement montre que P3MF traite le problème comme un exercice de calcul en posant l'opération ($12 - 8 = 4$). Il n'y a pas d'effort de modélisation à fournir, ce qui ne permet pas de travailler le savoir mathématique lié à l'écriture de l'addition à trous du type : $8 + ? = 12$ dans laquelle le symbole (?) représente l'inconnue à chercher. A partir de ce que nous venons de décrire, nous allons présenter le travail d'analyse du collectif du projet d'enseignement de P3MF présenter les choix de P3MF.

2.1.2.1.3 Travail d'analyse du collectif du projet d'enseignement présenté par P3MF

P3MF a préparé et présenté une fiche de préparation (projet d'enseignement de la séance S3PMF avant sa mise en œuvre) au collectif. La rencontre était animée par P3MF, qui a d'abord présenté au tableau, et à l'ensemble des membres le contenu de la fiche, avant de les inviter à réagir. Le collectif a demandé à P3MF de prendre en compte les observations et les modifications apportées lors de cette séance collective sans demander une reprise de la fiche de préparation initiale. La séance a été mise en œuvre *in situ* par P3MF en présence du collectif, et le synopsis a été remis à chaque professeur. Le collectif s'est retrouvé une deuxième fois pour analyser la séance effectivement mise en œuvre en regardant la vidéo. Nous allons nous appuyer dans ce qui suit sur certaines analyses conduites par le collectif pour en dégager quelques points spécifiques de la situation didactique. Les paroles des professeurs (annexe 13) que nous rapportons dans cette section sont issues du transcript de la séance collective sur l'analyse de la fiche de préparation de P3MF.

La séance collective a commencé avec l'intervention de P3MF qui explique l'objet de la rencontre : « *Cette séance je le rappelle rentre bien dans le cadre des travaux du collectif qui avait travaillé le mois dernier sur l'actualisation des savoirs. Nous avons après le jeu de tiges décidé de faire travailler les élèves sur la résolution de problèmes en lien avec une situation de la vie quotidienne. Ainsi, je*

m'étais portée volontaire pour élaborer une fiche de préparation de leçon que nous allons analyser ensemble et ensuite, je vais mettre en œuvre la séance dans une classe. J'ai préparé un énoncé et j'ai fait des dessins pour représenter la situation. L'idée de faire travailler les élèves sur un problème proche de leur quotidien évoquée par P3MF s'inscrit dans le cadre d'une insuffisance constatée dans les séances mises en œuvre par P1, P2, P3 et P4 (ce sont les professeurs enquêtés en 2007/2008 avant la mise en place de l'ingénierie collective).

Après l'intervention de P3MF, P13.IC a voulu savoir ce qu'elle a proposé comme objectif à atteindre : *« Est-ce que Madame peut nous dire l'objectif ou les objectifs pour cette séance ? »* P3MF a aussitôt répondu : *« C'était ce qu'on avait convenu ensemble, c'est amener les élèves à résoudre un problème relevant d'une situation de la vie courante du type, un berger a X moutons, Y moutons sont l'enclos, Combien de moutons Z dans le champ ? Ce type de problème doit permettre aux élèves de se familiariser à la représentation d'une situation et être capables ensuite de trouver une solution. »*. Dans sa réaction, P3MF précise aussi qu'il est essentiel de modéliser l'énoncé pour constituer les connaissances précises au plan mathématique. Ces connaissances à acquérir peuvent donner un sens aux soustractions et additions étudiées dans les séances (nous avons vu dans les séances précédentes analysées avant la mise en place de l'ingénierie coopérative, la disparition progressive de ces petits problèmes dans le travail des professeurs pour faire place à l'abstraction).

P14.IC attire pour sa part l'attention du collectif en posant deux questions : *« Pour cette séance, doit-on faire travailler les élèves seuls, à deux ou en groupes ? C'est ma première question, ensuite on sait que à ce stade de leur scolarité, ils ne lisent pas couramment, il va falloir réfléchir à cette contrainte. Comment doit-on s'y prendre pour exploiter le dessin, et l'énoncé ? »*. Le professeur doit réfléchir à la façon dont il faut organiser les élèves pour les amener d'une part à construire la ou les différentes représentations de l'énoncé, et d'autre part à se poser au plan mathématique les questions qui obligent à calculer. Cette exigence est d'autant plus nécessaire que P15.IC rajoute une autre proposition pertinente : *« Avec ce type de problème, moi je pense personnellement que le dessin doit jouer un rôle très important. Ici, on voit bien sur les dessins que Madame souhaite exploiter qu'il y a des situations différentes, une première où on a le berger et les 12 moutons, une deuxième où il y a 4 moutons à part et 8 moutons dans l'enclos, et enfin une troisième où on ne voit que les 8 moutons. Je suppose que Madame fera un choix et déterminera lequel des supports elle compte exploiter. »* Cette intervention de P14.IC montre que P3MF a préparé 3 dessins et doit faire un choix parmi les trois pour représenter l'énoncé. Le professeur doit réfléchir à la façon dont il faut organiser les élèves pour les amener d'une part à construire la ou les différentes représentations de l'énoncé, et d'autre part à se poser au plan mathématique les questions qui obligent à calculer.

P15.IC a pris la parole pour tenter de recadrer les débats en rappelant le rôle du collectif dans cette ingénierie coopérative : *« Il s'agit bien pour nous membre du collectif de travailler à partir de ce que Madame a fait, pour ensuite proposer des modifications et lui permettre à partir de celles-ci de mettre en œuvre la séance dans une classe. Je propose le raisonnement suivant : la lecture de l'énoncé par le professeur ou par un élève si possible, vérification de la compréhension du contenu, c'est-à-dire le sens des mots et les valeurs numériques. On peut donc amener les élèves à comprendre que le berger a 12 moutons, il y a 8 moutons dans l'enclos, combien de moutons dans le champ ? »* Il est intervenu pour préciser les responsabilités qui incombent au collectif sur un aspect très important qui concerne les choix faits par P3MF et ceux que le collectif peut apporter comme modifications en vue d'améliorer d'une certaine manière le projet d'enseignement. On peut également noter qu'il fait une proposition dans le sens où il faut amener les élèves à identifier les informations (contenus et sens) et les différentes représentations qui conduisent à la solution recherchée. Sa proposition montre qu'il faut penser à mettre en place un processus qui permet aux élèves d'aboutir au savoir en jeu en optimisant les activités de la mémoire, sans trop la solliciter de sorte que les élèves puissent réinvestir plus dans la recherche de solution.

Après ces interventions, P3MF tente de faire le point sur ce que ses collègues ont dit : *« C'est bien de voir qu'il y a des orientations très intéressantes qui me guident déjà dans ce que je veux faire et de voir ce qui peut causer de petites difficultés du genre le choix des valeurs numériques, le sens des mots clés comme champ, enclos, berger, troupeau et peut-être même des verbes. Je sais qu'il faut présenter une situation attrayante, je veux dire par là un dessin pertinent qui sera bien exploité afin que les élèves comprennent de quoi il s'agit si l'on veut qu'ils cherchent la solution. Il y a également le fait que dans ce genre de problème il faut à mon avis quelqu'un l'a dit schématiser la situation, c'est-à-dire amener les élèves à représenter ce qui est dit dans l'énoncé du problème »* On peut relever dans sa synthèse une prise de conscience de l'ampleur du travail à faire sur le choix des valeurs numériques et la planification de la chronologie des événements que le professeur doit faire pour réussir sa séance. Ce qui est fondamentale il nous semble, c'est que le professeur s'investisse plus dans la mise œuvre de la séance sur un travail mathématique qui permette de modéliser et de sémiotiser des additions à trous, puis des soustractions, avant d'aborder les algorithmes. Les élèves vont apprendre ce faisant des savoirs denses liés par exemple à la modélisation de l'addition à trous, et peuvent fabriquer après un temps de pratique des problèmes qui vont s'appuyer sur des systèmes sémiotique (le rectangle et les symboles pour représenter les moutons) et symboliques (l'addition à trous du type : $8 + ? = 12$).

Dans la suite des discussions, on voit que P1.IC précise la catégorie de problèmes proposée par le collectif : *« Nous sommes dans un cas de résolution d'un problème en images. Ce qui veut dire qu'il faut étudier un changement. Il y a un changement puisqu'au départ il y a 12 moutons, ensuite, 8 moutons sont*

mis dans l'enclos, donc c'est de trouver le nombre de moutons qui reste. Madame doit pouvoir expliquer cela par des questions réponses, par exemple pour ce problème combien d'images ? Après il est important de montrer la chronologie des images, ce qui veut dire qu'il faut faire dessiner les élèves, c'est-à-dire schématiser la situation, mettre l'énoncé dans un ordre chronologique au début on a 12 moutons, il y a ensuite, 8 dans l'enclos, combien dans le champ ou combien ne sont pas dans l'enclos ? Préciser s'ils ne sont pas dans l'enclos où se trouvent-ils ? » Cette précision renvoie aux manuels officiels (BM Tome 1) sur les chapitres « Résoudre un problème, et problèmes soustractifs et additifs ». Le manuel officiel utilise l'appellation problèmes « en une image » ou « en 3 images » qui signifie selon le cas :

- un problème « en une image », par exemple dans une classe il y a 48 élèves dont 22 filles, combien de garçons ? On voit que la situation peut être représentée par une seule image, puisque les garçons et les filles sont tous dans la classe.
- un problème « en 3 images », c'est le cas pour P3MF (ici il y a d'abord « avant » le berger possède 12 moutons (1^{ière} image), « après » 8 moutons (2^{ième} image) dans l'enclos, et maintenant combien de mouton dans le champ « à la fin » (3^{ième} image à chercher). On voit qu'il y a un changement dans la situation (quelque chose a changé).

P2.IC explique à son tour que : « Ce problème pour lequel nous tentons de mettre en place une mise en œuvre à tester est un problème en 3 images, dont on cherche un des termes : $12 - 8 = 4$ ou $12 = 4 + 8$. Ce qui revient effectivement à machine (+8) a comme (machine retour) machine (- 8) » Ici P2.IC propose un type de raisonnement qui pourrait être pertinent à étudier en utilisant les machines. A partir des résultats $12 \text{ machine } (-8) = 4$ et $4 \text{ machine } (+8) = 12$, on voit que la machine (+ 8) apparaît comme la « machine retour » de la machine (-8) et réciproquement. Dans cette optique, il serait intéressant de faire travailler sémiotiquement les élèves sur le savoir qui consiste à schématiser les problèmes « en 3 images » à l'aide des machines (+a) et (-a).

Après les nombreux commentaires et observations du collectif, P3MF a fait la remarque suivante : « A mon niveau j'ai à peu près saisi l'orientation possible pour résoudre ce problème. Mais je me rends compte que certains enjeux mathématiques de la séance nous échappent, et je voudrais que l'on réfléchisse à une personne qui pourrait nous aider dans les débats au plan mathématique sur des questions qui dépassent notre compréhension de certains savoirs mathématiques. C'est très important qu'il y ait un référent de ce type. Je pense peut-être au chercheur après sa thèse. On pourra donc étudier la possibilité d'intégrer un fonctionnement de ce genre dans les CAPED, ce sont des propositions que je fais ». L'intervention de P3MF laisse penser que la résolution du problème telle qu'elle est traitée perd une grande partie de sa valeur au plan mathématique. On pourrait pour rompre « l'isolement » du problème (le problème isolé perd la plus grande partie de son sens) représenter la situation

par un rectangle (Tableau 101 ci-dessous) correspondant à X (nombre de moutons du berger), puis représenter Y (nombre de moutons dans l'enclos), puis chercher Z (nombre de moutons dans le champ).

Moutons dans l'enclos représentés par (×)	×	×	×	×
	×	×	×	×
Moutons dans le champ représentés par (○)	○	○	○	○
Nombre de moutons du berger	?			

Tableau 103 : Représentation du problème à l'aide d'un rectangle

Ces différentes représentations par des symboles pourraient être reproduites plusieurs fois avec les élèves en variant les nombres de croix et de ronds. Après un certain temps de pratique et de familiarisation à la technique de l'addition ou de la soustraction à trous où le nombre à chercher est symbolisé par (?), les élèves pourraient composer eux-mêmes des problèmes de ce type et les donner à leurs camarades en binômes ou en groupes sous la forme d'une fiche auto-corrective.

Le travail d'analyse du collectif du projet d'enseignement de P3MF a montré la nécessité de prendre en compte la modélisation de l'énoncé. Dans ce qui va suivre, nous allons analyser les commentaires et observations du collectif qui s'est réuni après la mise en œuvre effective de la séance *in situ*.

2.1.2.1.4 Analyse des commentaires et observations du collectif post séance

Après la mise en œuvre effective de la séance par P3MF le collectif s'est de nouveau réuni pour analyser ce qui s'est objectivement et concrètement passé dans la classe. Cette rencontre a pour objectif de permettre à P4MC d'avoir une idée des modifications apportées et d'étudier la possibilité de les intégrer dans son projet d'enseignement.

P3MF a tout naturellement pris la parole la première pour tenter de donner des explications sur le déroulement de la séance : « *Je sais également que pour résoudre un problème avec des élèves de CP, il faut préparer le dessin ou tenter de le représenter avec les élèves dans la classe. J'avais réfléchi pour cela à plusieurs dessins que j'avais dessinés. Un premier avec le berger et les 12 moutons dans le champ, un deuxième avec 4 moutons dans le champ et 8 dans l'enclos, et un troisième dessin avec 8 moutons dans l'enclos. De ces trois dessins, je devrai choisir celui qui correspond le mieux, et j'ai choisi celui qui montre uniquement les 8 moutons dans l'enclos. J'ai fait ce choix pour amener les élèves à imaginer que si le berger a 12 moutons*

et que 8 sont dans l'enclos, les autres moutons se trouvent dans le champ. » Nous avons précédemment abordé ce sujet qui nous semblait pertinent pour le professeur en termes d'organisation et de représentation de l'énoncé. Le choix didactique devrait prendre en compte les enjeux et les savoirs mathématiques liés aux stratégies denses en savoir, c'est-à-dire choisir le dessin à même de favoriser la modélisation de l'énoncé. Mais le dessin ne peut-être qu'un outil didactique, qui pourrait-être exploité pour donner à voir la signification de l'énoncé. Ce qui paraît essentiel il nous semble, c'est modéliser l'énoncé à partir d'une représentation sémiotique (tableau 102 : Représentation du problème à l'aide d'un rectangle) et d'un travail symbolique (des équations de type algébrique, $8 + ? = 12$ par exemple).

P3.IC a réagi dans le même ordre d'idées : *« Ma première observation porte effectivement sur le dessin qui a servi de support pour cette leçon. On voit bien les 8 moutons dans l'enclos, et l'enclos se trouve dans le champ. Mais vous ne montrez pas du tout les 12 moutons, pour moi c'est une donnée importante qui permet aux élèves de voir la situation de départ et comment elle évolue après. Présenté de cette façon, il y a une abstraction et un flou qui ne permettent pas à mon avis de faciliter les choses. Et puis les moutons se trouvent dans le champ et dans l'enclos, cette phrase semble troubler votre raisonnement. Pour moi, il fallait donc présenter dans le dessin des 12 moutons et montrer ensuite les 8 moutons dans l'enclos »*. L'observation de P3.IC remet en cause le raisonnement de P3MF dans lequel le lien entre le dessin et l'énoncé du problème est en parfait décalage. On peut penser à une *rupture* du contrat (Brousseau, 1998) puisque des réajustements s'imposent dans la relation didactique entre professeur et élèves autour du savoir en jeu.

P3MF a repris la parole et s'est exprimé ainsi : *« C'est la question liée à la capacité des élèves à parler et à comprendre le français à ce stade de leur scolarité, nous sommes en CP... »* Il s'agit là du rapport à langue parlée et écrite des élèves. C'est un aspect important qui permet aux élèves de passer de la compréhension de l'énoncé à sa modélisation. Ainsi l'énoncé écrit du problème nécessite un travail d'analyse qui prenne entre autres en compte les valeurs numériques et le vocabulaire.

P4.IC est intervenu pour remettre en cause l'organisation de la séance : *« Merci Madame d'avoir pris assez de temps pour expliquer cette séance dont l'organisation est à revoir surtout au niveau du raisonnement. Il fallait exploiter le dessin au tableau et surtout voir si le contenu correspond bien à l'énoncé dicté aux élèves. Le berger a 12 moutons, il y a 8 moutons dans l'enclos. Combien de moutons y a-t-il dans le champ ? On comprend tout de suite qu'il faut faire $12 \text{ moutons} - 8 \text{ moutons} = 4 \text{ moutons}$. Mais dans la réalité, le dessin ne montre que 8 moutons, on ne voit donc pas les 12 moutons du berger ni dans le dessin, ni ailleurs sur le tableau. Il y a donc dès le départ une abstraction totale, on parle de 12 moutons fictifs, et on veut que les élèves devinent pour traiter le problème. Le problème pourrait être résolu en imaginant le raisonnement*

contraire c'est-à-dire 12 moutons = 4 moutons + 8 moutons.» P4.IC propose un raisonnement qui semble adéquat dans le sens où on voit une sorte d'addition de type algébrique.

Le travail d'analyse du collectif après la mise en œuvre de la séance, n'a pas véritablement proposé une évolution significative de la séance. Nous faisons le choix d'étudier maintenant la séance de P4MC en décrivant brièvement le synopsis et l'intrigue didactique, et en focalisant nos analyses sur les paroles (annexe 13) des professeurs qui donnent à voir une sorte de vision très intéressante sur les conceptions de leurs auteurs. Nous ne produisons pas de synthèse pour cette section, mais par contre, nous allons en fin de section de l'étude de la séance de P4MC reprendre la question du sens des deux situations (S3P3MF et S4P4MC) pour mieux préciser la nature du problème rencontré. Nous analysons maintenant l'épisode signifiant sur les choix faits par P3MF.

2.1.2.1.5 Episode signifiant repéré dans S3P3MF : de l'analyse des données à la résolution du problème

Dans cette section, nous allons analyser ce qui s'est passé objectivement et concrètement lors de la mise en œuvre de la séance de P3MF dans la classe. L'analyse va porter sur un épisode axé sur la description de certaines techniques didactiques produites par le professeur.

L'épisode se situe au moment où P3MF a demandé aux élèves (minutes 23 à 35) : «Il y a des moutons dans l'enclos. Oui combien de moutons ? On va les compter. Il y a combien de moutons dans l'enclos ? Là bas oui, viens les compter. Oui compte les moutons. » P3MF poursuit et dit : « Il y a 8 moutons dans l'enclos. Le berger a 12 moutons et il y a 8 qui sont dans l'enclos, maintenant il y a combien de moutons dans le champ ? On va schématiser ça. On pose une opération au tableau. Qui passe au tableau, poser l'opération ? » P3MF propose aux élèves de schématiser la situation, et précise qu'il faut « poser l'opération ». La séance telle que P3MF l'envisage ici, nous permet de faire les réflexions suivantes :

- la préparation de la séance s'est focalisée sur une démarche de traitement d'un exercice de calcul où le professeur met à la disposition des élèves des données chiffrées. Les élèves observent, répètent et exécutent les consignes du professeur.

L'effort de modélisation de l'énoncé est écrasée dès le départ par le fait de poser l'opération ;

- les significations mathématiques fondamentales ne sont pas travaillées dans le sens ou tout semble aller trop vite sans que P3MF et les élèves réalisent dans un temps didactique raisonnable, le travail mathématique adéquat. On voit bien que le cheminement ne permet pas « en lui même », en général, les mathématiques (contrairement aux systèmes sémiotiques/symboliques) et qu'il ne peut donc facilement constituer un « milieu rétroactif » s'il n'est pas associé à un système d'actions précis modélisable mathématiquement (comme par exemple l'addition à trous/soustraction, et le travail sur le rectangle que nous avons évoqué plus haut) ;
- P3MF fait recours à la langue hausa qu'elle alterne avec le français. Nous présentons le tableau ci-après dans lequel, nous allons étudier les expressions langagières et donner la spécification de leur contenu mathématique :

Expressions langagières et traduction en français	Spécification du contenu mathématique.
P3MF : « <i>Yaya</i> (comment) <i>kika yi</i> (as-tu fait) <i>kika samo 4</i> (pour trouver 4) ? »	Démontrer le calcul qui a permis d'obtenir 4.
Elève : « <i>Kilga</i> (compté) <i>ne nanyi</i> : (j'ai) »	Explication donnée pour justifier l'obtention du nombre 4.
Elève : « <i>4 ne</i> (c'est 4) <i>suka tahi</i> (qui sont partis) : »	S'il y a 8 moutons dans l'enclos, c'est que les autres sont partis (ici 4 moutons).
P3MF : « <i>Raguna nawa ne</i> (combien de moutons) <i>da houari</i> ? (au départ ?) »	Rappeler le nombre de moutons au départ.
P3MF : « <i>Nawa</i> (combien) <i>suke cikin</i> (y a-t-il dans) <i>garke</i> (l'enclos) ? »	Comptage du nombre de moutons dans l'enclos.
P3MF : « <i>Yaya</i> (comment) <i>za a yi</i> (va-t-on faire) <i>da</i> (avec) <i>12 da</i> (avec) <i>8 pour trouver 4</i> ? »	Montrer le procédé pour trouver 4 si on a 12 et 8.
P3MF : « <i>Makiya</i> (un berger) <i>yana da</i> (possède) <i>raguna</i> (moutons) <i>goma sha biyu</i> (12). <i>cikin</i> (Parmi) <i>goma sha biyu</i> (12) <i>takos</i> (8) <i>suna cikin</i> (sont dans) <i>garke</i> (un enclos) <i>Nawa</i> (Combien) <i>suke cikin</i> (y a t-il dans) <i>gona</i> (le champ) ? »	L'énoncé est expliqué dans sa globalité en langue hausa, avec une précision sur la provenance des 8 moutons.
P3MF : « <i>Yaya</i> (comment) <i>kika yi</i> (as-tu fait) <i>kika samu 4</i> (pour trouver 4) ? »	Expliquer le procédé qui a permis de trouver 4.
Elève : « <i>12 a ka yi</i> moins 8 (12 on a fait moins 8) <i>a ka samu 4</i> (pour trouver 4) <i>wa ya gani</i> (qui voit) <i>wani a bunda za a yi</i> (ce qu'on peut faire) ? »	Explication du procédé utilisé qui a permis de trouver 4.

Tableau 104 : Expressions langagières et contenu mathématique

Le recours à la langue hausa s'est imposé à P3MF d'une certaine manière pour amener les élèves à écrire (nonobstant les difficultés qui se sont posées à elle dans son cheminement) la soustraction en ligne ($12 - 4 = 8$). Analysons maintenant ce que cet appui sur la langue hausa a apporté en termes d'enjeux mathématiques. Dans le tableau ci-dessous, le professeur utilise la langue hausa pour expliquer ses consignes et ce qu'elle attend des élèves. Ainsi, on voit bien sur le plan mathématique un raisonnement focalisé sur des expressions « *Yaya* (comment) » pour expliquer le procédé, « *Nawa* (combien) » pour donner les données numériques de l'énoncé, et « *Samu* (trouver) » pour expliquer le résultat. L'utilisation de la langue Hausa n'a pas de significations mathématiques particulières. Elle permet, il nous semble, de donner des précisions sur le sens des mots. Ici P3MF a traduit le problème en langue Hausa, en ayant à l'esprit que cette traduction peut bien être une source de compréhension de l'énoncé. Nous faisons l'hypothèse qu'il pourrait y avoir des erreurs de traduction ou des contre-sens en situation de résolution de problèmes de mathématiques en langue qui ne pourraient pas permettre aux élèves de résoudre un problème posé en français. On voit que le professeur utilise un mélange de français et la langue hausa pour la compréhension, et les explications portent sur le symbolisme et la terminologie mathématique. La traduction, il nous semble n'a pas permis une modélisation du problème, cette difficulté est certainement due à la formulation du problème en langue hausa. Analysons quelques exemples :

- L'expression « *cikin goma sha biyu takos suna cikin garke* » en traduisant « Parmi les 12, 8 sont dans un enclos » évoque pour les élèves une répartition des moutons, mais ne les conduit pas à une réflexion liée à une éventuelle modélisation d'une addition à trous qui consiste à chercher une inconnue (ici $8 + ? + 12$). Avec cette formulation, les élèves sont guidés vers une soustraction qui consiste à enlever 8 moutons du troupeau de 12 moutons. Le terme « *cikin* » a deux sens dans cette expression langagière : une première signification (ici placer devant *goma* qui veut dire dix ou dizaine) donne à voir l'idée de nombre de moutons (ici P3MF insiste bien sur le fait que les 8 moutons qui sont dans l'enclos proviennent bien des 12 moutons du berger). La deuxième signification tient à l'idée d'un endroit pour garder, le fait qu'il soit placé devant un nom (ici *garke* qui veut dire enclos) ;
- La traduction de « *12 a ka yi moins 8 a ka samu 4 wa ya gani wani a bunda za a yi ?* » qui veut dire « 12 on a fait *moins* 8, pour trouver 4, qui voit ce qu'on peut faire ? » montre le mélange du français et de la langue hausa que nous avons évoquée

précédemment. Ce mélange est une explication donnée par P3MF sur le procédé qui a abouti à $12 - 8 = 4$. Le professeur en posant cette question tend une fois de plus à montrer qu'il est important de montrer comment le nombre 4 a été trouvé. Cette insistance n'éclaire pas le cheminement lié à cette soustraction, puisque les élèves ne semblent pas avoir compris la question ;

- Les mots « *yaya* (comment) et *nawa* (combien) » semblent être au centre du raisonnement, puisque le professeur insiste sur le procédé qui n'est autre que le traitement d'un exercice de calcul où le contenu est expliqué à partir des questions posées par le professeur. Ce dernier guide les élèves vers la solution. A partir de là, on voit que les significations mathématiques sont déplacées vers un raisonnement fortement marqué par la structure état initial, transformation état final qui n'est pas du tout le cas pour ce problème sur les moutons.

Les expressions en langue hausa utilisées sont souvent vides de sens et n'ont aucun lien avec une réflexion mathématique et mentale qui explique un apprentissage de concepts mathématiques. La traduction d'un terme n'explique pas que sa compréhension facilite un travail mathématique de l'énoncé. Il ne suffit pas il nous semble de faire une simple traduction de l'énoncé et des techniques opératoires, du français à une langue nationale pour croire que les élèves peuvent se faire une représentation mentale de la situation fondamentale et tenter de donner ensuite du sens aux savoirs mathématiques en jeu.

2.1.2.1.6 Synthèse épisode signifiant S3P3MF

P3MF choisit d'exploiter les données du problème et le dessin de l'énoncé. Elle se focalise dès le départ sur l'écriture en ligne ($12 - 8 = 4$). On voit que l'opération est déjà posée, ce qui ne permet pas à P3MF de mettre en place un travail sur la modélisation/sémiotisation des additions à trous et des soustractions avant de familiariser les élèves à la fabrication de problèmes qui s'appuient sur des systèmes sémiotique (le rectangle et les symboles pour représenter les moutons) et symboliques (l'addition à trous du type : $8 + ? = 12$).

Le problème est traité comme un exercice de calcul et évite le travail sur les enjeux mathématiques par des *situations modélisables* et *sémiotisables* par des additions à trous, puis par des soustractions, avant d'en arriver aux algorithmes.

2.1.2.2 Présentation synoptique de S4P4MC

Nous avons dans ce qui précède analysé la séance S3P3MF telle qu'elle a été produite, cette séance pose la question de sa raison d'être. Dans ce type de problème, on pourrait faire travailler les élèves sur la modélisation de l'énoncé à travers des systèmes sémiotique et symbolique en s'appuyant sur des additions à trous, puis par des soustractions, avant d'en arriver aux algorithmes, est absente. La séance a été reprise par P4MC suite au travail d'analyse du collectif, et mise en œuvre dans une autre classe de CP avec un nouveau groupe d'élèves. Dans cette section, nous allons dans un premier temps présenter le synopsis de la séance et l'intrigue didactique suivis d'un bref commentaire. Dans un second temps, nous allons analyser les échanges dans le collectif des professeurs avant d'analyser l'épisode signifiant identifié. Nous allons clore la section en explicitant la nature du problème à travers notre propre analyse critique, réflexive, et orientée vers l'avenir, de ce qui s'est passé dans ces séances sur la situation des moutons.

Dans le tableau 103 ci-dessous, nous présentons le synopsis de la séance aménagée S4P4MC

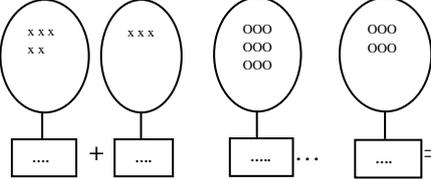
S4P4MC				
Temps (mn)	Tdp	Modalités travail	Scènes	Phases
1-7	1-35	PLM	<p>Deux exercices à traiter au tableau :</p>  <p>Les élèves s'exécutent et donnent les réponses ($5 + 3 = 8$ et $9 - 3 = 6$)</p>	4.1 Identification de collections
7-13	36-57	Individuel	Résolution individuelle du problème sur les ardoises : « Sur une branche d'un arbre, il y a 9 oiseaux, 5 oiseaux se sont envolés, combien reste-t-il d'oiseaux sur la branche ? »	4.2 Résolution du problème
13- 17	58-94	Collectif	Exploitation du dessin (Photo-P4MC-25)	4.3 Exploitation du dessin au tableau
17-26	95-151	Collectif	Résolution du problème : « le berger a 12 moutons. Les moutons se trouvent dans le champ et dans l'enclos. Il y a 8 moutons dans l'enclos. Combien de moutons y a-t-il dans le champ ? ¹⁷⁹ »	
26-38	152-184	Individuel	Résolution individuelle de deux problèmes sur les ardoises : « Fati est partie au marché, elle a acheté 17 œufs. En cours de route, elle a vendu 10 œufs combien d'œufs lui reste-t-il dans le panier ? » et « Dans une classe il ya 25 élèves, 10 sont des garçons. Il y a combien de filles dans cette classe ? »	4.4 Exercice d'application

Tableau 105 : Synopsis S4P4MC

¹⁷⁹ Scène dans laquelle l'épisode signifiant a été repéré.

Le synopsis (minutes 17 à 26) montre que les élèves observent et exploitent un dessin (Photo-28_S4P4MC) qui se trouve au tableau. Le dessin donne à voir le berger avec 12 moutons et l'enclos avec 8 moutons. On voit une ambiguïté liée à la place des moutons et le fait que l'enclos apparaît comme inclus dans le champ.

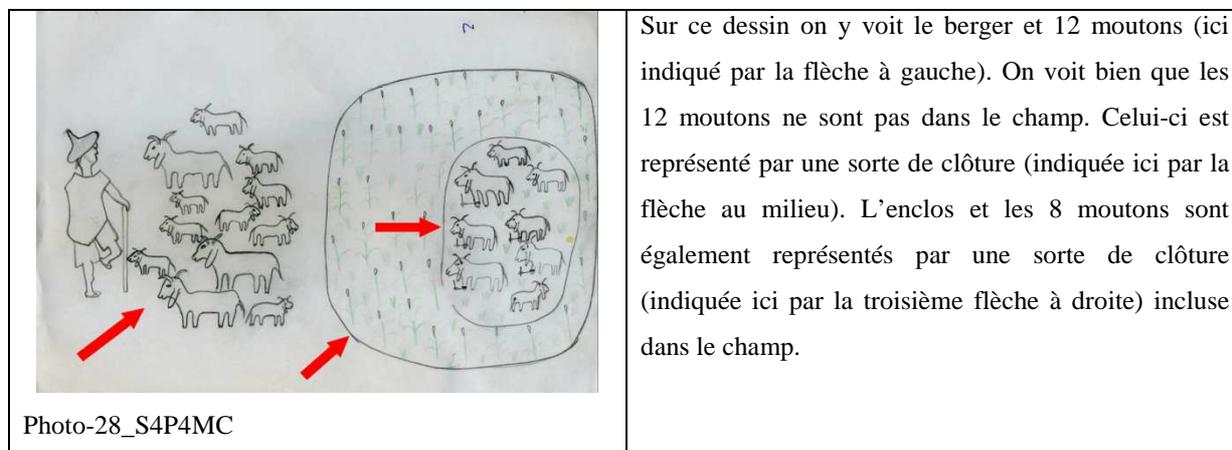


Tableau 106 : Dessin exploité dans la séance S4P4MC

P4MC analyse les données de l'énoncé du problème avec les élèves. Nous avons repéré un incident significatif sur lequel nous allons revenir plus en détail dans la partie analyse de l'épisode signifiant. P4MC termine la leçon en proposant aux élèves de résoudre deux problèmes soustractifs (minutes 26 à 38).

La brève description qui précède montre deux ajouts dans le projet d'enseignement de P4MC : le premier concerne le deuxième exercice d'application en plus de celui qui a été prévu, et le deuxième ajout porte sur l'étape de l'addition (4 moutons + 8 moutons = 12 moutons). Mais dans l'ensemble le projet d'enseignement a été suivi, et on voit apparaître les différentes parties du déroulement de la séance effective mise en œuvre *in situ*. Nous allons maintenant présenter l'intrigue didactique de la séance en situant exactement l'incident dans son contexte avant de l'analyser.

2.1.2.2.1 Intrigue didactique S4P4MC

Temps (min)	Scènes	Phases
1-7	Les élèves identifient deux collections en comptant le nombre d'éléments avant d'effectuer une addition ($5 + 3 = 8$) et une soustraction ($9 - 3 = 6$)	Identification de collections
7-13	P4MC propose aux élèves de résoudre le problème sous forme de calcul mental : « Sur un arbre il y a 9 oiseaux, 5 se sont envolés (<i>le professeur cache avec une feuille de papier blanche les 5 oiseaux</i>), il reste combien d'oiseaux sur l'arbre ? »	Résolution du problème

13- 17	P4MC invite les élèves à observer le dessin (Photo-28_S4P4MC) au tableau.	Exploitation du dessin au tableau
17-26	<p>P4MC¹⁸⁰ écrit au tableau 12 moutons et 8 moutons en prenant le soin de laisser un espace entre les deux écritures. Elle dit : « <i>nous avons vu que le berger a 12 moutons. Les moutons se trouvent dans le champ et dans l'enclos. Regardez vous avez dit qu'il y a 8 moutons dans l'enclos. Où sont les autres moutons ? Il y a 8 moutons dans l'enclos or le berger a 12 moutons. Où sont les autres moutons ?</i> ». Un élève répond : « il y a 4 moutons dans le champ ». P4MC demande comment l'élève a fait pour trouver 4. Un élève répond en langue : « <i>A cikin 12 ya hudda 8 ya sa a cikin garke. Ya kawo 4 ya sa a cikin gona</i> : parmi 12 moutons, il a enlevé 8 il les a dans l'enclos. il a amené 4, il les a mis dans le champ ».</p> <p>P4MC complète la soustraction en ligne en ajoutant le signe (-) : « 12 moutons – 8 moutons = 4 moutons ». P4MC montre le dessin au tableau et précise : « <i>nous avons dit que le berger a 12 moutons, comment on va faire pour avoir les 12 moutons ?</i> ». Elle poursuit en disant : en langue : « <i>Yaya za a yi a samu moutons goma sha biyu</i> : comment va t-on faire pour avoir 12 moutons ? » et poursuit en précisant : « il y a en 4 dans le champ et 8 dans l'enclos ». Un élève répond en langue : « <i>Koassa su za ayi</i> : on va les additionner ». P4MC reprend : « <i>on va additionner</i> » et écrit : « 4 moutons + 8 moutons = 12 moutons ».</p>	Résolution du problème
26-38	<p>P4MC fait observer un dessin au tableau où l'on voit une femme qui porte un panier contenant des œufs. P4MC dit ensuite : « Fati est partie au marché, elle a acheté 17 œufs. En cours de route, elle a vendu 10 œufs combien d'œufs lui reste t-il dans le panier ? » Les élèves s'exécutent. Un élève écrit : « $17 - 10 = 7$ ». P4MC propose un autre problème oralement : « Dans une classe il ya 25 élèves. 10 sont des garçons. Il y a combien de filles dans cette classe ? ». Un élève écrit : « $25 - 10 = 15$ »</p>	Exercices d'application

Tableau 107 : Intrigue didactique S4P4MC

Cette intrigue que nous présentons dans le tableau 106 ci-dessus, montre toujours l'absence d'un travail mathématique qui pourrait amener les élèves à produire l'addition à trous $8 + ? = 12$, puis passer à un autre problème du même type en changeant les nombres. P4MC a néanmoins opéré un changement, le dessin (Photo-28_S4P4MC) diffère de celui présenté par P3MF (Photo-27_S3P3MF) du point de vue de la structure (on voit le berger avec 12 moutons et un enclos avec 8 moutons). Après avoir exploité le dessin, P4MC dit « *Regardez vous avez dit qu'il y a 8 moutons dans l'enclos. Où sont les autres moutons ? Il y a 8 moutons dans l'enclos or le berger a 12 moutons. Où sont les autres moutons ?* ». Un élève répond : « *il y a 4 moutons dans le champ* ». La question « où sont les quatre moutons ? » est implicite

¹⁸⁰ Dan cette case l'épisode signifiant repéré.

ici, puisque d'une certaine manière, c'est bien un nombre de moutons que l'on cherche à déterminer d'une certaine manière. La réponse de l'élève en langue hausa : «*A cikin 12 (Parmi 12), ya hudda 8 (il a enlevé 8) ya sa (il les a mis) a cikin (dans) garke (l'enclos). Ya kawo 4 (il a amené 4) ya sa a (il les a mis) cikin (dans) gona (le champ)*» Cette intervention en langue hausa donne à voir une explication du procédé utilisé pour aboutir à l'écriture en ligne de $12 - 8 = 4$. L'élève clarifie toutefois l'ambiguïté sur le nombre de moutons dans l'enclos et le nombre de moutons dans le champ, même si la représentation de l'énoncé est une opération en ligne ($12 - 8 = 4$) qui ne fournit pas la modélisation adéquate.

Dans le cheminement de la séance, P4MC a tenté d'attirer l'attention sur une sorte de calcul en posant une question : « nous avons dit que le berger a 12 moutons, comment-on va faire pour avoir les 12 moutons ? » Le résultat donne à voir une opération en ligne ($4 \text{ moutons} + 8 \text{ moutons} = 12 \text{ moutons}$). Ce type d'opération est proche de la commutativité de l'addition ($4 + 8 = 12$ et $8 + 4 = 12$). Dans ce qui va suivre nous allons faire une synthèse de certains échanges dans le collectif au sujet de cette séance. Ensuite nous allons analyser plus finement l'incident critique repéré au moment où P4MC a tenté de mettre en évidence l'addition ($4 + 8 = 12$).

2.1.2.2.2 Travail d'analyse du collectif post séance

La séance collective a commencé après l'intervention de P4MC pour expliquer l'organisation du travail. Ainsi P5.IC a pris la parole : « *On ne sait pas si sur le dessin les 12 moutons sont en dehors du champ. Notre collègue fait ensuite une sorte de schématisation du problème en amenant les élèves à écrire en ligne $12 \text{ moutons} - 8 \text{ moutons} = 4 \text{ moutons}$. Il y a à mon avis une étape importante qui n'a pas du tout été respectée. Si on veut que les élèves apprennent des mathématiques, il faudrait je pense envisager la résolution de ce problème en tenant compte de l'aspect représentation, c'est-à-dire faire en sorte que les moutons soient représentés en fonction de leur nombre. Le berger a 12 moutons, il faut montrer ensuite les moutons dans l'enclos et le nombre de moutons dans le champ à chercher. Madame dit à un moment donné que les moutons se trouvent dans le champ et dans l'enclos. A ce niveau, la phrase ne paraît pas très claire et précise, puisque l'on voit bien sur le dessin que les 12 moutons sont en dehors du champ, mais les 8 sont bien dans l'enclos.*»

L'intervention de P5.IC pose la question de l'ambiguïté dont nous avons parlé dans la section précédente. On ne se sait pas effectivement si l'enclos est inclus dans le champ ou en dehors du champ. P5.IC parle également d'un travail sur les représentations, qui pourrait permettre de modéliser l'énoncé en s'appuyant sur les moutons dans l'enclos représentés par des (✕), et les autres moutons le champ par des (○). P5.IC revient sur une autre confusion liée cette fois-

ci au fait que les moutons se trouvent dans le champ et dans l'enclos. C'est une inclusion qui explique qu'il n'y a pas de moutons dans le champ qui ne se trouvent pas dans l'enclos.

P6.IC est intervenu pour aborder la question du cheminement utilisé par P4MC : « *Dans ce que l'on a pu voir, P4MC a bien engagé la résolution du problème en prenant le soin de faire un dessin qui représente l'énoncé. Après il est important dans un premier temps d'analyser les données, ça Madame l'a bien mené. Elle a demandé aux élèves ce que l'on connaît, et qu'est-ce qu'on demande de chercher. Après elle demande aux élèves de dire là où se trouvent les autres montons, mais ne le représente pas dans la suite du schéma. C'est-à-dire qu'on voit bien que les élèves réussissent à donner 12 moutons, puis 8 moutons dans l'enclos, et Madame écrit bien au tableau 12 moutons puis 8 moutons et il fallait continuer en mettant un symbole pour montrer ce qui est à chercher* ». Ce que P6.IC a tenté d'expliquer c'est bien le caractère implicite de la question : « où se trouvent les autres moutons », les moutons se trouvent « forcément » dans le champ, ce qu'on cherche à déterminer c'est bien le nombre de moutons dans ce champ. Le symbole évoqué par P6.IC pourrait être le (?) pour indiquer dans l'addition à trous $8 + ? = 12$ l'inconnue à chercher par exemple.

Dans la suite du travail d'analyse, P7.IC a abordé un autre aspect en ces termes : « *Madame avait beaucoup insisté sur comment l'élève a fait pour trouver 4. C'est vrai que cela peut paraître curieux qu'un élève puisse trouver mentalement une telle soustraction en plus avec retenue. Quand vous avez demandé le signe qui fait enlever, et là où on va le mettre, j'ai pensé tout de suite à une soustraction qui n'est pas du tout montrée ou manipulée, et on demande aux élèves de la préciser.* ». La réflexion qui a été faite par P7.IC a porté sur le fait de demander aux élèves le signe (action d'enlever exprimée par le signe (-)) à mettre entre 12 et 8. A ce niveau encore, l'enjeu de la situation n'est pas tant l'action d'enlever en plaçant le signe au bon endroit, mais la relation entre l'action (enlever) et la mathématisation/modélisation de l'action. Ceci est possible seulement si on les fait travailler sur des systèmes sémiotiques de type algébrique qui consistent à écrire une addition à trous du type $8 + ? = 12$.

P8.IC a parlé d'un point important qui porte sur l'exploitation du milieu : « *Je vais intervenir pour ma part sur l'addition que Madame a tenté de faire en demandant aux élèves le nombre de moutons que possède le berger. Les élèves ont répondu que le berger a 12 moutons. Et ensuite vous leur demandez de deviner ce qu'il faut faire pour avoir les 12 moutons. C'est curieux comme question et vous rendez la situation encore plus difficile du point de vue mathématique. Ils ont eu un peu de mal à trouver les 4 moutons, puisqu'il n'y a pas de schématisation. Je ne pense pas qu'ils puissent saisir le sens de votre question qui en fait tient lieu de machine retour. C'est-à-dire qu'à partir de $12 - 8 = 4$, on peut montrer par la « machine retour +8 » que $4 + 8 = 12$. La façon dont vous leur posez la question est abstraite et n'est pas évidente à ce niveau de votre procédé. Ce qu'il fallait faire à mon avis, c'est de travailler sur les données les 4 moutons et les 8 moutons. Sur le plan mathématique, il faut leur faire voir qu'on peut à partir de 8 moutons dans l'enclos et un total de 12 moutons. Il*

suffit maintenant de schématiser la situation en montrant 4 moutons dans le champ et 8 moutons dans l'enclos, combien de moutons au total ? » P8.IC touche du doigt un aspect important du travail à faire sur la situation des moutons. On voit que les observations et propositions de P8.IC s'orientent d'une certaine manière vers la mise en place d'une modélisation de l'addition à trous $8 + ? = 12$ en lien avec les machines. On pourrait donc imaginer une réflexion sur les « machines retours » avec un travail sémiotique du type $8 + 4 = 12$ « même chose que » $12 - 4 = 8$.

Après cette brève analyse de certains échanges dans le collectif dans la séance S4P4MC, nous allons dans la section suivante analyser l'épisode qui nous a semblé être un incident significatif de la situation didactique mise en œuvre.

2.1.2.2.3 Analyse de l'épisode signifiant repéré dans S4P4MC : de la résolution du problème à la vérification de la solution

Le collectif des professeurs a poursuivi son travail d'analyse de la séance S3P3MF reprise par P4MC dans une autre classe avec d'autres élèves. Les professeurs ont reçu chacun le synopsis de la séance et ont visionné la séance S4PMC avant de débattre de son contenu.

L'épisode signifiant a été repéré (minutes 17 à 26) au moment où P4MC a tenté l'addition (4 moutons + 8 moutons = 12 moutons). Elle a demandé aux élèves : « *Bien nous avons dit que le berger a 12 moutons, comment on va faire pour avoir les 12 moutons ?* ». La question peut paraître curieuse, en ce sens où l'on se demande sa pertinence à cette étape de la séance. La question posée par le professeur crée un silence dans la classe, les élèves ne réagissent pas. P4MC montre cette fois-ci qu'il y a 4 moutons dans le champ et 8 moutons dans l'enclos. Elle écrit : « 4 moutons + 8 moutons » (Photo-29_S4P4MC) pour finalement obtenir : « 4 moutons + 8 moutons = 12 moutons ».

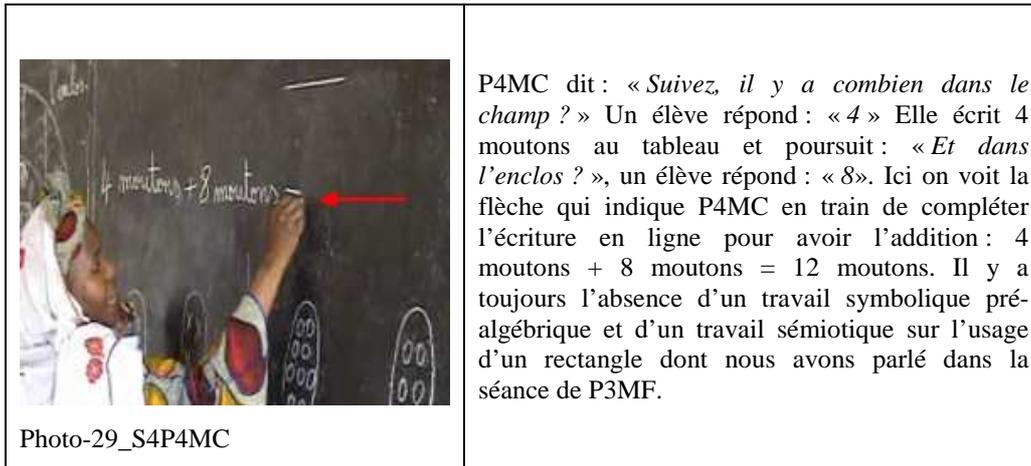


Tableau108 : Scène de l'écriture en ligne de l'énoncé

La scène que l'on voit sur le tableau 107, montre que P4MC est sur le point d'écrire en ligne (4 moutons + 8 moutons = 12 moutons). Le travail est très proche de la commutativité de l'addition d'où (4 moutons + 8 moutons = 8 moutons + 4 moutons). On voit bien que le fait de montrer aux élèves qu'il y a une nécessité de poser une opération, ne permet pas vraiment de modéliser l'énoncé, puisqu'il n'y a pas une inconnue à chercher.

P4MC, après avoir écrit en ligne (4 moutons + 8 moutons = 12 moutons) s'appuie sur la langue hausa pour expliquer la situation aux élèves. Elle dit : « *Yaya (comment) za a yi (va-t-on faire) a samu (pour avoir) moutons goma sha biyu (12 moutons) ?* » un élève répond en langue hausa : « *Koassa su za ayi : on va les additionner* ». L'expression langagière utilisée par P4MC est en quelque sorte la traduction de la question essentielle posée par le professeur pour tenter de montrer le procédé didactique qui a permis de trouver 12. Ce jeu linguistique a permis à P4MC de conclure : « *On a additionné, on a 4 moutons et 8 moutons dans l'enclos. (P4MC écrit : 4 moutons + 8 Moutons = 12 moutons). Donc nous avons les 4 moutons qui sont dans le champ + les 8 moutons qui sont dans l'enclos est égal 12 moutons.* » Dans cette conclusion, le professeur a réussi à trouver les 4 moutons dans le champ par un simple jeu de questions réponses sans référence à une modélisation. Ce type de cheminement n'apporte pas une signification mathématique fondamentale tant qu'il n'y a pas un véritable travail sur la modélisation/sémiotisation par des additions à trous, puis par des soustractions, avant d'en arriver aux algorithmes.

P4MC n'a pas hésité à avoir recours à langue hausa pour « débloquer la situation ». La focalisation sur la question « comment on va faire pour trouver 12 ? » et l'absence de modélisation de la situation expliquent bien ce recours à des expressions langagières. Sur le plan mathématique ce jeu linguistique n'a pas une pertinence avérée, le professeur s'en est

servi juste pour traduire la question qui a été posée en langue hausa. Les élèves ont finalement compris que le professeur tentait de leur faire trouver ce qu'il faut faire avec 4 moutons et 8 moutons pour avoir 12 moutons. L'élève désigné a dit que c'est le signe (+) qu'il faut placer entre 4 moutons et 8 moutons, P4MC a vite conclut en écrivant au tableau : 4 moutons + 8 moutons = 12 moutons.

2.1.2.2.4 Synthèse épisode signifiant S4P4MC

P4MC a repris la séance S3P3MF après le travail d'analyse du collectif des professeurs. Elle fait travailler les élèves sur un dessin qui diffère de celui de P3MF au niveau de la représentation des données. Ainsi on voit sur le dessin le berger et les 12 moutons, un champ et un enclos dans lequel se trouvent 8 moutons. Elle utilise néanmoins un cheminement très proche de celui de P3MF en analysant d'abord les données avant d'essayer la résolution du problème. Les élèves ont sans doute réalisé que le cheminement de P4MC les conduisait à cette écriture soustractive en ligne ($12 \text{ moutons} - 8 \text{ moutons} = 4 \text{ moutons}$) en exploitant le dessin. Elle a ensuite amené les élèves à écrire ($4 \text{ moutons} + 8 \text{ moutons} = 12 \text{ moutons}$). La difficulté se situe dans le fait qu'il s'agit de résoudre un problème, en travaillant la représentation, les systèmes sémiotiques et symboliques, la modélisation, le travail pré-algébrique.

Ce qui est décrit dans ces deux épisodes (S3P3MF et S4P4MC) nous permet de conclure qu'un procédé didactique dont les enjeux ne reposent pas sur une technique potentiellement riche en savoirs (modéliser la situation) ne peut fournir à lui seul la preuve d'un apprentissage de connaissances précises des savoirs mathématiques en jeu. Les deux séances telles qu'elles sont produites montrent que les élèves ont travaillé sur des représentations abstraites qui ne leur apportent pas des significations fondamentales et efficaces au plan mathématique.

Par ailleurs, nous avons relevé un certains nombre de points qui méritent il nous semble que l'on s'attarde sur leur influence dans les mises en œuvre des séances *in situ*. Le recours à la langue hausa dont nous avons expliqué que l'utilisation n'a pas une signification mathématique avérée. Quand les professeurs ont eu l'occasion de s'appuyer sur des expressions langagières, c'est pour tenter des traductions. Il nous semble important que l'apport au plan mathématique dans les pratiques d'enseignement soient clarifié et spécifié dans les programmes et contenus d'enseignement.

Les professeurs s'appuient sur les manuels officiels qui leur fournissent d'une certaine manière les connaissances mathématiques de base et l'organisation didactique nécessaire à leurs enseignements. Nous faisons l'hypothèse que certaines ressources influencent les choix des professeurs dans les séances mise en œuvre, et exercent une *pression normative*, et un certain arrière-plan sur la base duquel les propositions de séances sont perçues. On pourrait souligner il nous semble les modifications de connaissances des enseignants qui peuvent résulter, sous certaines conditions, des interactions avec le manuel.

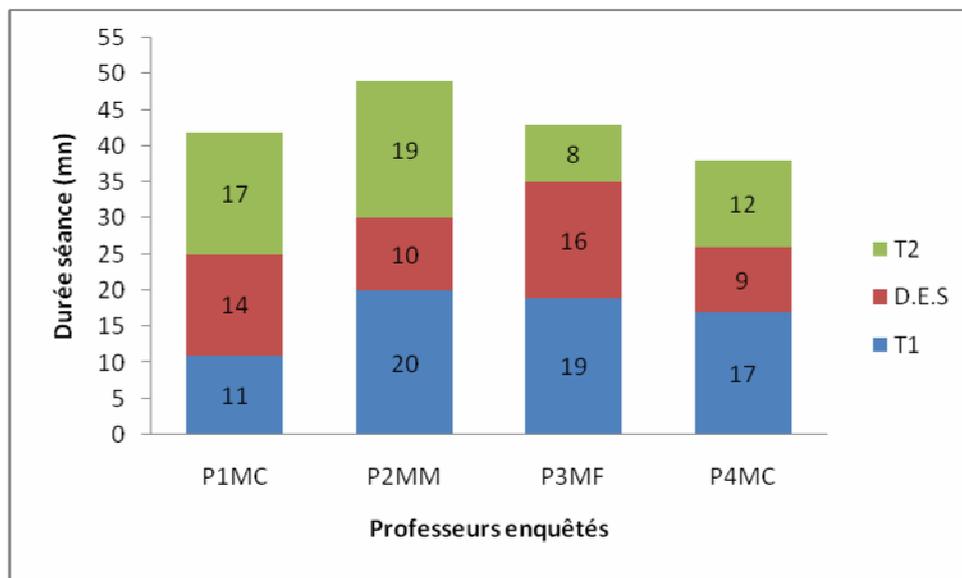
La mise en œuvre des deux séances donne à voir qu'il manque à la fois un travail suffisant de modélisation/sémiotisation, et une préparation des élèves à la fabrication de problèmes types. Ceci résulte en grande partie, il nous semble, de la « compression temporelle » de l'activité. Les choses vont trop vite pour que les élèves s'approprient pleinement les mathématiques sous-jacentes.

2.1.2.3 Graphique de spécification de la durée des épisodes signifiants

Le graphique ci-dessous montre la durée consacrée aux épisodes signifiants retenus dans les quatre séances étudiées. Les deux premiers représentent les deux séances de l'unité 1 (S1P1MC et S2P2MM) qui portent sur les systèmes sémiotique et symbolique. La séance de P1MC a duré 42 min et l'épisode signifiant intervenu (minutes 11 à 25) a duré 14 min. Durant 14 min, le professeur et les élèves ont tenté de travailler les relations d'équivalence à partir des gains en animaux obtenus par les deux joueurs. C'est également le temps pendant lequel la technique de décomposition/recomposition dont les savoirs sont majeurs dans ce domaine n'a pas été travaillée. P2MM qui a repris cette même séance après le travail d'analyse du collectif a mis 49 minutes. L'épisode signifiant a duré 10 min (minutes 20 à 30) donc un peu moins que dans la séance de P1MC. Durant ce temps, le professeur a tenté d'introduire quelques modifications au niveau de la prise de responsabilité des élèves. Au plan mathématique et en ce qui concerne les connaissances précises, P2MM s'était confrontée à une difficulté relative à l'addition en colonne de $(11 + 1)$. L'élève s'est trompé en additionnant l'unité et la dizaine entre elles. Cette erreur s'explique par le fait que la disposition standard de l'addition en colonne n'a pas été étudiée durant la séance.

Les deux derniers graphiques montrent les séances (résoudre un problème du type un berger a X moutons. Y moutons sont dans l'enclos, chercher le nombre de moutons Z dans le champ) mises en œuvre par P3MF et P4MC. La séance de P3MF a duré 43 min et l'épisode signifiant

(minutes 19 à 35) a pris 16 min. Durant ce temps le professeur a tenté de résoudre un problème, mais des difficultés (problème de modélisation) liées au cheminement l'ont conduit à avoir recours à la langue hausa pour expliciter ses attentes. Les activités dans la résolution du problème se sont surtout focalisées sur une pratique qui consiste à placer les choses au bon endroit. P4MC a opéré des réaménagements du milieu pour tenter des interactions plus pertinentes. Sa séance a duré 38 min et l'épisode signifiant (minutes 17 à 26) a duré 9 min. Dans son cheminement, le professeur a amené les élèves à écrire (12 moutons – 8 moutons = 4 moutons) et à conclure, en utilisant la langue hausa, que (4 moutons + 8 moutons = 12 moutons).



Légende : T1 = temps écoulé avant l'épisode signifiant

D.E.S = durée de l'épisode signifiant

T2 = temps écoulé après l'épisode signifiant

Quand on analyse les durées des épisodes signifiants, on voit que dans les séances réaménagées (S2P2MM et S4PMC) qui sont les séances reprises par P2MM et P4MC, la durée des épisodes signifiants (10 min pour P2MM et 9 min pour P4MC) est inférieure à celles des séances de base (14 min pour P1MC et 16 min pour P3MF). Ces différences temporelles pourraient s'expliquer par le fait P2MM et P4MC ont tenté de faire évoluer les cheminements de leurs collègues, même s'il y a eu quelques dysfonctionnements dans les mises en œuvres. P1MC et P3MF ont sans doute eu plus de contraintes didactiques puisqu'elles devaient tester les premières séances. On a vu pour P3MF par exemple, qu'elle a

tenté de résoudre le problème avec l'ensemble des élèves au tableau, mais elle était obligée de demander aux élèves de travailler individuellement sur leurs ardoises puisque les réponses attendues n'étaient pas satisfaisantes.

2.1.2.4 Les travaux d'analyse du collectif : les effets et logiques des échanges

Dans cette partie, nous allons tenter de faire une analyse de l'organisation du collectif en insistant sur les aspects qui auraient permis aux professeurs enquêtés de travailler les mathématiques et ses enjeux pour les élèves. Nous rappelons que le travail d'analyse du collectif des professeurs avant et après les mises en œuvre des séances repose sur une organisation qui consiste à préparer conjointement des séances afin de travailler les difficultés proprement mathématiques. A partir de là, il y a une double nécessité pour le collectif de travailler il nous semble à partir de ce que chaque professeur a fait sur les points suivants dans le cadre de l'ingénierie coopérative :

- le type de mathématique que les élèves doivent apprendre dans les séances à mettre en œuvre ;
- les connaissances précises qu'ils vont construire ;
- le type de savoir qui est en jeu ;
- le type de fonctionnement que les élèves vont avoir pour répondre à la situation mise en place par le professeur ;
- les problèmes d'enseignement qui risquent de se poser

Ces aspects que nous venons de citer pourraient guider les professeurs dans les travaux de préparation et d'analyse des séances étudiées. On voit bien que dans la plus part des échanges (se référer aux paroles de certains professeurs que nous avons analysées dans les différentes sections) le collectif n'a pas véritablement proposé des choix pertinents dans le sens où les élèves pourraient travailler des connaissances précises en mathématique.

Les séances sur le passage de jeu de tiges aux systèmes sémiotique et symbolique auraient été l'occasion de donner aux élèves :

- une référence-contrôle pour le sémiotique, par exemple en travaillant sur les propriétés qui permettent des écritures du type $14 + 18 = 1d + 4u + 1d + 8u$; $1d + 4u + 1d + 8u = 2d + 12u$; $2d + 12u = 2d + 1d + 2u$; $3d + 2u$;

- donner aux élèves une référence-contrôle pour la modélisation du problème, c'est-à-dire les renvoyer systématiquement à la dénotation des formes sémiotiques représentées (lorsque j'ai 3 chèvres, je prends bien conscience que ces 3 chèvres équivalent à 3 unités).

Nous avons pu constater que les professeurs dans leurs analyses se concentraient sur les procédures, les techniques manipulatoires utilisées, et non sur la compréhension. Certains professeurs insistent par exemple toujours pour que les élèves soient capables de « savoir » s'ils doivent placer les valeurs numériques au bon endroit. Il nous semble qu'il y a là une pression du document officiel sur lesquels s'appuient les professeurs. Ces derniers dans leurs analyses devraient insister sur ce qui est aux mains du professeur (présentation d'une technique opératoire, introduction de conventions de notation, choix de valeurs numériques par exemples) pour donner à voir les éléments qu'ils proposent pour que les élèves saisissent le sens de la technique.

Le collectif des professeurs a insisté sur la question du référent. Ce dernier serait une personne (formateur de l'Ecole Normale Supérieure, formateur des ENI, enseignant chercheur) qui pourrait accompagner les professeurs dans les CAPED dans les choix mathématiques qu'ils sont amenés à faire dans le cadre de leurs enseignements. Le référent pourrait être une alternative à la fois pour aider les professeurs à travailler pour eux-mêmes les savoirs mathématiques qui leur sont proposés dans les manuels, et faire des propositions quant à la formation mathématique des professeurs.

Nous allons maintenant étudier et analyser dans ce qui va suivre les devoirs proposés aux élèves après les séances réaménagées (S3PMF et S4P4MC).

2.1.2.5 Notre analyse de la séance sur la résolution du problème sur la situation des moutons

La mise en œuvre par P3MF et P4MC des séances sur la situation des moutons telles que produites n'a pas permis un réel travail sur les enjeux mathématiques de la leçon. Les séances devraient nous semble-t-il :

- porter dans un premier temps sur un travail de modélisation/sémiotisation de l'énoncé par des additions à trous, puis par des soustractions ;
- permettre ensuite dans un second temps la préparation des élèves à la fabrication de problèmes types en variant les valeurs numériques adéquates. A partir d'un certain de

temps de pratique les élèves pourront travailler avec leurs camarades sur des problèmes avec des fiches autocorrectives. Nous faisons dans ce qui suit une analyse de la nature du problème rencontré à travers les points suivants :

1. Elaboration du dispositif d'enseignement à tester

A ce niveau, il faut rappeler que le collectif des professeurs a travaillé avec la participation du chercheur sur le dispositif à tester dans le cadre de l'ingénierie coopérative. Il s'agit de préparer collectivement un problème (du type un berger a X moutons. Y moutons sont dans l'enclos, chercher le nombre de moutons Z dans le champ) Une fois ces choix faits, le collectif a proposé à P3MF de travailler à partir d'un problème facile avec des petits nombres.

P3MF devrait donc proposer un problème et son projet d'enseignement. Nous nous sommes posé la question en tant que chercheur, du rôle que nous pourrions jouer en termes d'apport à ce travail collaboratif (préparer *a priori* ce qu'on leur apportera d'une part, et ce qu'on leur proposera de faire d'autre part). Nous avons finalement opté pour observer une certaine neutralité afin de ne pas influencer les initiatives et l'autonomie du groupe. Il est vrai que nous connaissons le cheminement pour ce problème sur la situation des moutons, puisque c'est nous qui avons suggéré au collectif la catégorie. Les professeurs ont ensuite pris le temps d'examiner la possibilité de l'adapter tout en cherchant le lien avec la résolution de problèmes dans le programme d'enseignement du CP au Niger. A partir de là, nous nous sommes gardé d'intervenir lors des échanges du collectif pour leur laisser la voie sans indices et sans indications pouvant les guider.

La question de la modélisation était focalisée dès le départ sur le dessin qui devrait représenter l'énoncé. Les professeurs ont beaucoup parlé de schématisation, mais dans le sens de faire un dessin qui représente l'énoncé sans faire lien avec une modélisation. Dès le départ, la question des symboles pour représenter les moutons dans le champ et dans l'enclos n'était pas envisagée. On voyait déjà des difficultés en ce qui concerne les choix à faire sur le cheminement d'un problème de ce type. Le collectif a estimé qu'il faut exploiter les manuels officiels pour voir dans quelle catégorie de problèmes la situation sur les moutons pourrait se placer. P3MF après des recherches a estimé que l'énoncé correspond bien au problème du type : un état initial (un troupeau de 12 moutons), puis une transformation (8 sont dans l'enclos) et enfin un état final (trouver le nombre de moutons dans le champ). C'est sur cette base que

P3MF a préparé son projet d'enseignement. Elle a estimé que les élèves peuvent s'en sortir puisqu'ils connaissent déjà la résolution de problèmes « en une ou trois images ».

Le travail de réflexion et de préparation a duré environ trois mois (janvier, février et mars 2009), mais en analysant la séance, on a l'impression que la mise en œuvre s'est faite sur un temps didactique relativement réduit. Il y a eu une condensation du cheminement en une séance au lieu de le découper en tenant compte de la temporalité, et de la répartition des savoirs mathématiques en jeu. Pendant tout ce temps c'est P3MF qui devrait travailler seule le projet d'enseignement et préparer les élèves, le collectif est intervenu lors des séances d'analyse.

2. Temps didactique de la séance

La mise en œuvre de la séance s'est faite en un temps ramassé. C'est le constat que l'on peut faire quand on analyse son déroulement effectif en classe à partir du synopsis que nous avons analysé. Cette compression temporelle donne à voir que le professeur commence la résolution du problème sans référence à un travail de modélisation/sémiotisation de l'énoncé. Ce qui explique ce défilement temporel, c'est sans doute l'esprit dans lequel, dès le départ, P3MF a abordé le cheminement du problème comme pour traiter un exercice de calcul où les élèves exécutent au lieu d'être confrontés à un travail mathématique sur la modélisation de l'énoncé (un type de calcul qui ne permet pas de construire la réflexion autour du sens à donner à la modélisation (l'addition à $8 + ? + = 4$) et de la technique à utiliser pour la sémiotisation (utilisation de symboles \times ou \circ pour représenter les moutons).

Les élèves sont soumis à une pression chronogénétique qui consiste à condenser le cheminement comme si de toute évidence pour trouver 4 moutons, il suffit simplement de procéder par la soustraction ($12 - 8$). Cette compression du temps didactique compromet en quelque sorte l'importance du travail mathématique (ici la contrainte didactique se situe dans le fait que le professeur impose d'une certaine manière le cheminement). Quand P3MF s'est appuyée un moment donné sur la langue hausa, elle a insisté sur la nécessité de faire $12 - 8 = 4$. A aucun moment elle n'a tenté de demander aux élèves : « à partir des 8 moutons dans l'enclos, comment pourrait-on faire pour trouver 12 ». Le professeur ne cherche pas à faire travailler les élèves d'abord sur le nombre de moutons qu'il faut trouver pour déterminer le troupeau du berger ($8 + ? = 12$), avant de les amener à faire la soustraction ($12 - ? = 8$). On voit

bien que P3MF a fait un choix, celui de mettre en œuvre la séance *in situ* sur la base d'un temps didactique si ramassé, mais ce choix a été validé par le collectif.

3. Le travail d'analyse du collectif

Le collectif des professeurs est intervenu à trois reprises lors des séances collectives pour analyser la séance sur les moutons (une première fois sur le projet d'enseignement préparé par P3MF, une deuxième fois après la mise en œuvre de la séance *in situ* par P3MF, et une troisième fois après la mise en œuvre par P4MC). Dans les deux cas, les professeurs n'ont pas remis en cause les choix de P3MF, ce qui lui permettait d'une certaine manière de mettre en œuvre la séance. En ce qui concerne P4MC, elle avait également repris pour son compte les observations du collectif des professeurs en opérant quelques modifications sur le dessin et en tentant le cheminement qui a abouti à (4 moutons + 8 moutons = 12 moutons). PAGE : 400

On peut souligner ici que le collectif autant que P3MF et P4MC n'avaient pas la maîtrise du travail sur les représentations de l'énoncé pour eux-mêmes, avant d'imaginer ce qui pourrait être le cheminement adéquat pour résoudre ce type de problème pour les élèves. Les propos des professeurs sont certes des avis qui relèvent de leurs conceptions, mais ne sont pas souvent orientés vers des significations mathématiques fondamentales. En plus, ces propos ne suscitent pas de débat au sein du collectif, et c'est à tour de rôle que les professeurs interviennent sans qu'il y ait une sorte de synthèse des choix pertinents à prendre en compte dans les mises en œuvre.

Le travail collaboratif a duré trois mois, et durant cette période, le collectif a mis en place un dispositif qui consiste à travailler selon un « modèle démocratique » qui responsabilise le professeur volontaire à la fois dans la préparation de la séance et dans les choix didactiques. Ce type de fonctionnement peut s'avérer fonctionnel, il nous semble, quand les professeurs ont une certaine maîtrise des questions mathématiques d'une part, et d'autre part quand ils peuvent suffisamment contrôler leurs choix. Lorsque ces choix ne sont pas pertinents, soit à cause d'une difficulté qui n'est pas explicitée dans les manuels officiels, soit parce que les professeurs ont voulu s'écarter de ces manuels mais n'avaient pas suffisamment contrôlé leurs propositions (de valeurs numériques, de systèmes sémiotiques, de *stratégies*, de découpage des séances par exemple), les professeurs expriment souvent le besoin d'avoir un référent pour les accompagner.

4. La posture du chercheur

Notre posture de chercheur a certainement eu des conséquences sur l'organisation du travail collaboratif dans son ensemble. Nous avons beaucoup privilégié l'autonomie du collectif pour appréhender le niveau de contrôle et de maîtrise des séances à mettre en œuvre. Cette posture était pour nous une façon de relever les "difficultés" des enseignants *in situ*, l'influence des manuels, et surtout la capacité des professeurs à analyser les séances produites, et à proposer de nouveaux réaménagements.

Pour la séance mise en œuvre par P3MF dès le départ, il convient de préciser l'influence des manuels de mathématiques GM et BM exploités pour la circonstance. Le professeur a tenté de voir dans le chapitre « problèmes en une ou 3 images » (problème à transformation), la catégorie qui correspond à la situation des moutons. Elle a conclu que c'est le type de problème « en 3 images » ce qui lui laisse croire qu'il y a une transformation (un changement dans la situation qui correspond d'une certaine manière à un état initial (I = 12 moutons), puis une transformation (T = 8) et un état final à chercher (F = ?). En réalité, on ne peut pas vraiment parler de transformation dans la situation des moutons, puisqu'il s'agit d'un déroulement temporel.

Par ailleurs, ce travail collaboratif est un test pour nous et pour le collectif dans une perspective où après la thèse, nous allons nous appuyer sur ce qui n'a pas bien fonctionné dans l'ingénierie coopérative pour les retravailler éventuellement avec les enseignants dans les CAPED. L'ingénierie coopérative mise en œuvre est inscrite dès le départ dans une perspective "d'essai/erreur" (*trial and error*) qui privilégie l'autonomie comme disposition de travail et permet aux enseignants de progresser tout en cherchant des améliorations et des évolutions pertinentes. Dans ce cas précis, le facteur temps a également été un handicap il nous semble, puisque le dispositif a fonctionné sur un temps de préparation de trois mois (élaboration du dispositif d'enseignement à tester, réflexions communes et mutualisation des savoirs et enjeux par le collectif). Là encore, nous avons manqué il nous semble, de relever systématiquement ce qui se passe pendant le travail de préparation, pour ensuite les travailler avec le collectif.

Pour conclure sur la situation des moutons, il convient de souligner que les séances mises en œuvre par P3MF et P4MC ont, pourrait-on dire, manqué une occasion de travailler les savoirs en jeu adéquats pour les élèves. La nature du problème dans ces deux séances mérite que l'on

réfléchisse sur l'exigence vis à vis du savoir, qui concerne la qualité mathématique intrinsèque de ce qui est en jeu. Ici, tout se passe comme si les professeurs se concentraient sur la procédure (poser l'opération comme dans un exercice de calcul), et non sur la compréhension pour modéliser un problème du type : « Un berger a X moutons, Y moutons sont dans l'enclos, combien de moutons Z dans le champ ? » et donner aux élèves une référence contrôle pour la modélisation du problème, c'est-à-dire les renvoyer systématiquement à la dénotation des formes sémiotiques représentées (ici l'usage du rectangle). Une idée mathématiquement essentielle dans ce travail serait que les élèves comprennent bien l'usage du rectangle (un rectangle de 12 carreaux qui montre à travers des symboles (X;O) les moutons qui sont dans l'enclos et ceux qui sont dans le champ) d'une part, et se familiarisent d'autre part après un certain temps de pratique, à la fabrication de problèmes types qu'ils vont résoudre avec des fiches autocorrectives.

Il nous semble également important de réfléchir sur notre posture dans une recherche de ce genre qui questionne les pratiques des professeurs et le rapport au savoir visé dans la mise en œuvre des séances à travers notre capacité à montrer les difficultés proprement *mathématiques* des leçons.

En d'autres termes, l'avenir du savoir doit il nous semble, se jouer entre le rapport aux mathématiques des professeurs (par exemple leur capacité à *rendre* les élèves *capables* de modéliser et de sémiotiser un énoncé) et le rapport aux mathématiques des élèves (par exemple être capable de s'engager dans un réel questionnement et de travailler dans un milieu mathématique d'une manière autonome). Dans la section suivante, nous faisons un récapitulatif du matériau empirique étudié dans le cadre de l'ingénierie didactique.

2.1.2.6 Tableau récapitulatif du matériau empirique étudié

Dans le tableau ci-dessous, nous mettons en regard pour chaque professeur une synthèse des matériaux empiriques étudiés. La première colonne « Unité 1 » présente les deux séances mises en œuvre sur les systèmes sémiotique et symbolique et « Unité 2 » représente les deux séances sur la situation des moutons. La deuxième colonne désigne les professeurs enquêtés. La troisième colonne, donne à voir la nomenclature des fiches de préparations et les séances étudiées, et dans la quatrième colonne enfin, nous spécifions les titres des épisodes-cas étudiés de ce qui s'est passé au plan mathématique.

Unités Mathématiques	Professeurs enquêtés	Fiches de préparation étudiées	Séances étudiées	Episodes signifiants étudiés
Unité 1	P1MC	P1MC-F1.S1	S1P1MC	<u>Episode</u> : "de la comptabilisation des gains (chèvres-ânes) au système symbolique (unités-dizaines)"
	P2MM	P2MM-F2.S2	S2P2MM	<u>Episode</u> " de l'écriture des gains au calcul de la somme de nombres dans le tableau à deux colonnes"
Unité 2	P3MF	P3MF-F3.S3	S3P3MF	<u>Episode</u> : " de l'analyse des données à la résolution du problème "
	P4MC	P4MC-F4.S4	S4P4MC	<u>Episode</u> : " de la résolution du problème à la vérification de la solution "

Tableau 109 : Matériau empirique étudié dans le cadre de l'ingénierie coopérative

Nous allons nous intéresser dans ce tableau à la colonne qui donne à voir les titres des épisodes-cas étudiés pour analyser un certain nombre d'éléments quant aux pratiques des professeurs dans les différentes mises en œuvre des séances *in situ*. Ainsi nous pouvons dire d'emblée que :

- P1MC se focalise sur le milieu matériel et sémiotique en insistant sur les règles du jeu de tiges. Les savoirs liés aux techniques de « composition/décomposition », dont on sait qu'elles sont denses au plan mathématique ne sont pas vraiment travaillés ni dans la gestion du « jeu des tiges », ni dans la partie « exercice au tableau » ;
- P2MM opère des modifications mineures qui n'ont pas vraiment apporté un changement au plan mathématique. Elle a néanmoins tenté de donner des responsabilités plus accrues aux élèves dans la pratique du jeu de tiges. Les propriétés de l'égalité (ici la symétrie) dans la mise en œuvre des relations d'équivalence entre les gains et les symboles unités-dizaines n'ont vraiment pas été travaillées ;
- P3MF lors de la mise en œuvre de la séance a dès le départ manqué la modélisation/sémiotisation de l'énoncé. L'absence de ce type de travail n'a pas permis de travailler le savoir mathématique lié à l'écriture de l'addition à trous du type : $8 + ? = 12$ dans laquelle le symbole (?) représente l'inconnue. Le professeur a plutôt conduit la séance comme un exercice de calcul qui a consisté à poser

l'opération ($12 - 8 = 4$) sans enjeux mathématiques liés à l'effort de modélisation à fournir ;

- P4MC met en place un cheminement qui conduit à l'écriture (12 moutons $- 8$ moutons = 4 moutons), elle a tenté avec les élèves l'écriture (4 moutons + 8 moutons = 12 moutons). Ce type de raisonnement montre que le problème est « isolé » et perd la plus grande partie de son sens. Les significations mathématiques fondamentales n'ont pas permis de travailler les additions à trous et les soustractions pour ensuite préparer les élèves à la fabrication des problèmes types.

Dans ce qui suit nous donnons à voir les devoirs proposés par P1MC et P3MF dans le cadre de l'ingénierie didactique.

Chapitre 4 : Etude et analyse des devoirs des élèves

Après les mises en œuvre des séances S1P1MC et S3P3MF, le collectif a demandé à P1MC et à P3MF de proposer une évaluation finale aux élèves pour vérifier leurs acquis liés aux contenus mathématiques mis en œuvre. Ainsi P1MC a proposé un devoir sur le système symbolique (d, u) et P3MF sur la situation des moutons. Le choix de ces deux professeurs est une décision du collectif : ce sont ces deux professeurs qui ont mis en œuvre les séances initiales.

Deux devoirs ont été proposés par P1MC et P3MF à leurs élèves pour tester les connaissances susceptibles d'être acquises après les mises en œuvre des séances initiales. Chaque élève a reçu une fiche de devoirs sur du papier A4 alors qu'habituellement, les devoirs se font sur les ardoises. Nous avons analysé les fiches de devoirs, puis des productions d'élèves dans leurs généralités, avec quelques exemples détaillés. Nous avons en fin fait une synthèse axée sur les techniques mises en place par les élèves, et la gestion professorale des évaluations

Dans cette section, nous développons dans un premier temps, pour chaque professeur, l'analyse *a priori* des devoirs, et l'analyse des productions d'élèves dans leur généralité. Nous prenons à cette occasion, quelques exemples détaillés pour illustrer des difficultés rencontrées par un certain nombre d'élèves. Dans un second temps, nous proposons une synthèse sur la gestion professorale et les procédures mises en place par les élèves.

1.1 Étude et analyse du devoir de P1MC

La fiche de devoir de P1MC présente quatre exercices (les exercices 1, 2 et 3 portent sur la décomposition/recomposition, l'exercice 4 est une addition de deux nombres à deux chiffres) comme le montre le modèle ci-après. Le devoir proposé aux élèves vise à observer ce qu'ils ont appris après la séance mise en œuvre par P1MC sur le jeu de tiges.

Fiche devoir S1P1MC	
Nom : _____ Ecole : _____ Prénom : _____ Classe : _____	
<u>Exercice 1</u> : Regarde le modèle et complète les lignes :	
1 dizaine	0 unité
. dizaine	. unité

d	u
1	0
3	7
6	9
4	6
7	3

Exercice 2 : Groupe les objets par 10 et écris le résultat dans les cases



d u

Exercice 3 : Regarde le modèle et complète
 $13 = 1 \text{ d} + 3 \text{ u}$; $1 \text{ d} + 4 \text{ u} = 14$
 $23 = \dots\dots + \dots\dots$; $\dots\dots + \dots\dots = 56$

Exercice 4 : Additionne $23 + 56$ en décomposant les nombres en (d, u)

Tableau 110 : Fiche de devoir S1P1MC

Les exercices du devoir de P1MC visent à observer ce que les élèves ont réellement appris sur la décomposition/recomposition et sur l'addition de nombres. On pourrait imaginer que le professeur en proposant ces exercices tente d'évaluer la façon dont les élèves vont procéder pour faire la décomposition de nombres à deux chiffres en dizaine et unité (Exercices 1, 3 et 4), et le groupement par paquet de 10 (exercice 2). Dans ce contexte, les élèves auront recours à un ensemble de procédures ayant fait l'objet d'un enseignement ou d'une pratique préalable. Il nous semble que le souci du professeur est non seulement de vérifier individuellement si chaque élève sait utiliser spontanément ces deux mots « dizaine et unité » dans des situations concrètes et variées, mais aussi s'ils peuvent distinguer l'unité de la dizaine. Dans le cas précis de ce devoir, les élèves pour décomposer par exemple 37 en dizaine et unité, et $23 + 56$, les procédures possibles sont les suivantes :

- utiliser le type de savoir sémiotique ($d = \text{dizaine}$, $u = \text{unité}$), et le type de savoir sur la décomposition/recomposition ce qui reviendrait à $37 = 3d + 7u$; $3d + 7u = 37$;
- utiliser le savoir de regroupement des d et des u entre elles. Pour l'exemple de $23 + 56$, on aura : $23 + 56 = 2d + 3u + 5d + 6u = 2d + 5d + 3u + 6u = 7d + 9u$;
- utilisation du tableau à deux colonnes en ayant à l'esprit le principe que la colonne de droite représente celle des unités et la colonne de gauche celle des dizaines ;

Les procédures basées sur les savoirs sémiotiques ($d = \text{dizaine}$, $u = \text{unité}$), de décomposition/recomposition ($37 = 3d + 7u$; $3d + 7u = 37$), et de regroupement des d et des u entre elles, nécessitent de connaître et de maîtriser des pratiques courantes de ces types de savoir. Il faudrait s'assurer que les élèves soient familiarisés à ces types de savoir, au risque de les voir appliquer un automatisme qui serait de bien placer les éléments, les unités dans la colonne des unités, et les dizaines dans la colonne des dizaines, ou bien de simuler l'algorithme écrit, l'élève pose sur son ardoise l'addition en colonnes.

Les procédures de décomposition additive d'un nombre (décomposer un nombre sous forme d'addition ou de soustraction) nécessitent que l'élève sache désigner un nombre sous forme de sommes ou de différences. Elles nécessitent aussi de connaître des décompositions souvent effectuées, et une prise en compte de la spécificité des nombres intervenant dans le calcul et de leurs propriétés.

L'écriture des dizaines et des unités dans le tableau à deux colonnes repose sur le principe qui met en relation la position d'un chiffre et les unités de la numération. Les élèves doivent se rappeler que dans un tableau à deux colonnes le premier chiffre à partir de la droite représente les unités et le deuxième les dizaines. Les élèves de CP doivent comprendre à partir de là que le chiffre selon sa place ne se prononce pas de la même façon, et ne représente pas la même valeur.

L'exercice 2 porte sur le groupement par 10 et la visualisation à partir de ce groupement des dizaines et des unités (sur la fiche les objets sont déjà groupés par 10 dans la présentation en ligne). Il s'agit pour les élèves de repérer dans un nombre à 2 chiffres la signification des chiffres en fonction de leur position et de prendre conscience que le nombre de dizaines et d'unités comprises dans une quantité « se voit » dans l'écriture du nombre : dans 14, il y a 1 dizaine et 4 unités ou $14 = 1d + 4u$. On le voit car il y a un 1 à gauche, et 4 à droite.

L'ensemble des exercices demande des réponses numériques, et ne présente pas de difficultés majeures : il s'agit de reproductions de modèles, sur lesquels les élèves peuvent s'appuyer.

On pourrait néanmoins imaginer des difficultés sur le calcul de la somme, passant par la décomposition additive et le regroupement des dizaines (d) et unités (u) entre elles, si la familiarisation des élèves à propos de la relation dizaine-unité n'est pas suffisante pour leur permettre de dénoter correctement et de composer unités et dizaines. On peut noter enfin que le devoir de P1MC ne contient pas d'exercice sur l'addition avec retenue, activité pourtant travaillée dans les séances étudiées. Nous allons analyser maintenant les productions d'élèves pour le devoir de P1MC.

1.1.1 Analyse des productions d'élèves devoir S1P1MC avec quelques exemples

Dans cette section, nous allons analyser d'une part les productions d'élèves, du point de vue des procédures mobilisées, et d'autre part quelques exemples détaillés de productions d'élèves qui nous paraissent révélateurs de phénomènes spécifiques liés aux procédures mises en œuvre.

Les élèves semblent réussir l'exercice 1, dont l'objectif est de les amener à réaliser un travail sur le savoir sémiotique $d =$ dizaine, $u =$ unité, avec des nombres placés dans un tableau à deux colonnes, à partir de la reproduction d'un modèle de décomposition. Les solutions erronées mettent en évidence des difficultés de la part des élèves dans la mise en œuvre du savoir sémiotique $d =$ dizaine, $u =$ unité. Le lien à établir entre le tableau à deux colonnes et les écritures en ligne repose bien sur la maîtrise de ce type de savoir.

L'exercice 2 porte sur le groupement d'objets en paquets de 10 pour spécifier les dizaines et les unités. L'objectif est d'amener les élèves à faire un tel travail en prenant conscience que les 10 objets représentent bien le « 1 » que l'on reporte dans la case des dizaines. La diversité des erreurs constatées relève, nous semble-t-il, d'une part d'un problème de compréhension de la consigne, et d'autre part de la difficulté à mettre en relation le groupement et les cases.

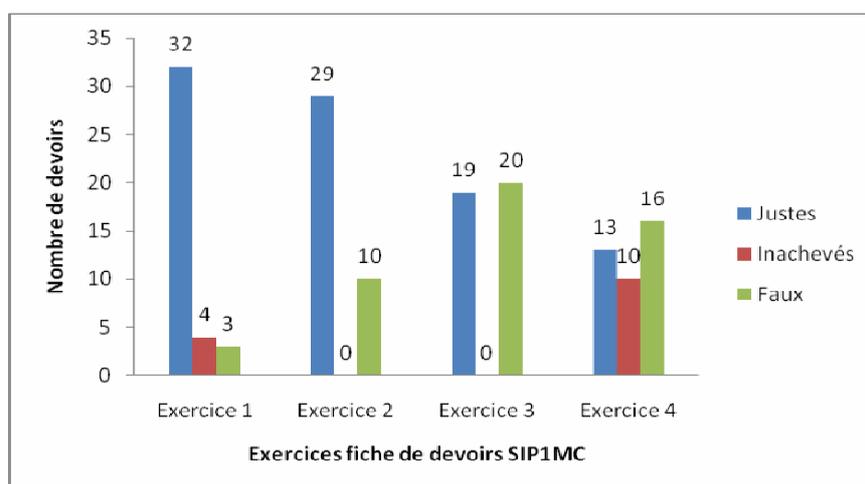
En ce qui concerne l'exercice 3, les erreurs proviennent essentiellement d'un problème lié à la décomposition du nombre 56. Les élèves réussissent par contre la décomposition du nombre 23. La difficulté pourrait être liée à l'ordre de la décomposition ($5 d + 6 u = 56$), mais ($23 = 2 d + 3 u$).

L'exercice 4 est une décomposition additive des nombres 23 et 56. Le professeur a probablement voulu que les élèves fassent le lien avec l'exercice 3, étape préparatoire pour

faciliter l'addition $23 + 56$. Pour cet exercice, nous avons plutôt constaté des cheminements qui réalisent des additions en colonne après les décompositions.

Le graphique et les tableaux de la page suivante, permettent d'analyser les réussites et les solutions erronées dans un ensemble de trente neuf copies. Chaque copie est annotée du qualificatif « juste » quand la solution est trouvée, « inachevé » quand le traitement de l'exercice n'est pas terminé, et « faux » quand la solution est erronée.

Ainsi pouvons- nous remarquer que 32 élèves sur 39 ont trouvé le résultat de l'exercice 1 soit 85 % de réussite, 4 élèves n'ont pas terminé soit 10 % et 3, proposent un résultat erroné, soit 8%. Cela confirme notre propos : cet exercice paraît facile. Pour l'exercice 2, 29 élèves ont proposé une réponse juste soit 74 %. Tous les élèves ont traité l'exercice, avec cependant 10 solutions erronées soit 26 %.



Devoirs SIP1MC	Justes	Inachevés	Faux	Total copies	Devoirs SIP1MC	Justes	Inachevés	Faux	Total
Exercice 1	32	4	3	39	Exercice 1	82%	10%	8%	100%
Exercice 2	29	0	10	39	Exercice 2	74%	0%	26%	100%
Exercice 3	19	0	20	39	Exercice 3	49%	0%	51%	100%
Exercice 4	13	10	16	39	Exercice 4	33%	26%	41%	100%

Tableau 111 : Résultats des devoirs d'élèves

Pour l'exercice 3, 19 élèves ont trouvé le bon résultat. Cela correspond à un taux de réussite de 49 % soit un peu moins de la moitié. 20 élèves sur les 39 ont échoué soit un taux d'échec de 51 %. Ce taux s'explique, nous semble-t-il, par la difficulté que les élèves ont éprouvée à décomposer le nombre 56.

En ce qui concerne l'exercice 4, où l'on demande aux élèves d'additionner $23 + 56$ en décomposant en (d), (u), 13 élèves seulement ont réussi sur 39, ce qui correspond à un taux de réussite de 33 %. On voit qu'un nombre important d'élèves (10) ne termine pas l'exercice soit 26 %. Le taux de réponses erronées est relativement élevé, et concerne 16 élèves sur 39 soit un taux d'échec de 41 %.

Sur l'ensemble des quatre exercices, on remarque une baisse sensible du taux de réussite de l'exercice 1 à l'exercice 4 (82 %, 74 %, 49 %, 33 %). On voit bien que certains objectifs en termes d'apprentissages n'ont pas été atteints. Pour les exercices amenant le plus de solutions erronées, les élèves ont utilisé des stratégies inappropriées. On peut supposer que la technique didactique utilisée par l'enseignant n'a pas permis l'acquisition de stratégies adéquates.

1.1.2 Analyse de quelques exemples détaillés de devoirs d'élèves

Les exemples de copies que nous analysons (tableau 112) sont des productions que nous avons choisies pour illustrer des difficultés rencontrées par de nombreux élèves. Ce choix concerne les exercices portant sur la décomposition/recomposition : la maîtrise de cette pratique et des enjeux mathématiques associés sont en effet denses en savoirs.

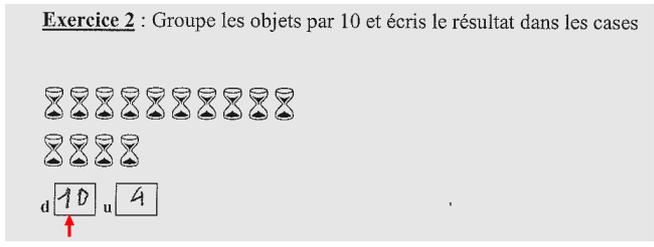
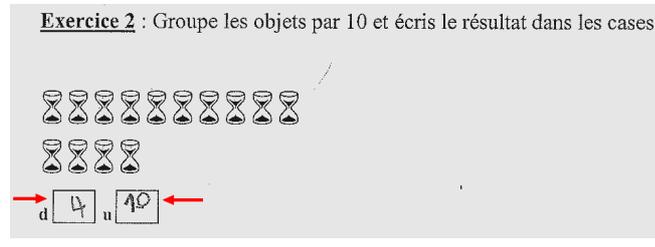
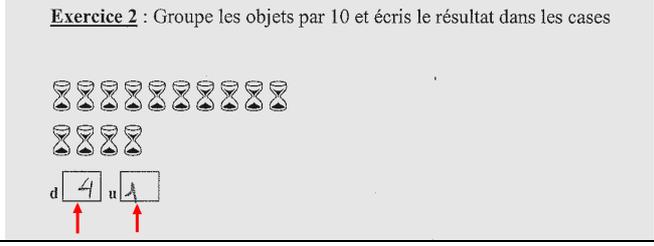
Exercice 2	
<p>Copie 1</p> <p>Exercice 2 : Groupe les objets par 10 et écris le résultat dans les cases</p> 	<p>Copie 2</p> <p>Exercice 2 : Groupe les objets par 10 et écris le résultat dans les cases</p> 
<p>Copie 1. L'élève ne semble pas avoir bien compris la consigne. Il a certes compté 10, mais s'est trompé en reportant le nombre 10 dans la case réservée à la dizaine ce qui lui fait d'une certaine manière 10 dizaines. La réponse serait 104 au lieu de 14.</p>	<p>Copie 2. L'élève s'est trompé en écrivant 4 dans la case des dizaines et 10 dans la case des unités. Il a pourtant réussi à faire le regroupement, un « paquet » de 10 unités qui constitue une dizaine. La réponse serait 50 au lieu de 14</p>
<p>Copie 3</p> <p>Exercice 2 : Groupe les objets par 10 et écris le résultat dans les cases</p> 	<p>Copie 3. L'élève s'est trompé de case. En plaçant 4 dans la case de la dizaine, cela fait « 4 dizaines » et va s'écrire 40. La réponse serait 41 au lieu de 14.</p>

Tableau 112 : Extraits de quelques exemples de copies d'élèves de l'exercice 2 du devoir de

Chacune de ses trois copies est un cas spécifique, et donne à voir des difficultés avec les conventions à des niveaux différents, ce qui laisse penser que les trois élèves se sont une fois de plus trompés sans doute sur la consigne. Sur la copie 1, l'élève semble avoir compris qu'une fois le groupement fait, il fallait tout simplement reporter les résultats dans les deux cases en respectant la dizaine et l'unité. Le fait d'écrire 10 dans la case « d » s'explique, semble-t-il, par le fait qu'il trouve bien 10 objets mais ne prend pas conscience que cette dizaine (le nombre 10) correspond bien à « 1 » et que c'est bien ce « 1 » qu'on reporte dans la case « d ». La copie 2 montre que l'élève, a fait le contraire de ce qui est produit sur la copie 1. D'une certaine manière le fait de placer 10 dans la case des « u » explique bien qu'il y a 10 unités, mais il n'y a pas 4 dizaines. Sur la copie 3 par contre, l'élève semble réussir le groupement, mais s'est sans doute trompé en reportant les résultats dans les cases. Mais le fait de ne pas s'en rendre compte expliquerait une difficulté de l'élève à établir une relation entre le groupement des objets et les cases à compléter.

Exercice 3	
<p>Copie 4</p> <p>Exercice 3 : Regarde le modèle et complète</p> <p>- 13 = 1 d + 3 u ; 1d + 4 u = 14</p> <p>23 = 2 d... + ...3 u ; ...5... + ...6... = 56</p>	<p>Copie 5</p> <p>Exercice 3 : Regarde le modèle et complète</p> <p>- 13 = 1 d + 3 u ; 1d + 4 u = 14</p> <p>23 = 2 d... + ...3 u ; ...6d + ...5u = 56</p>
<p>Copie 4. L'élève réussit la décomposition du nombre 23, mais pour le nombre 56, il fait (5 + 6).</p>	<p>Copie 5. L'élève s'est trompé dans la décomposition du nombre 56, en écrivant 6 d + 5 u au lieu de 5 u + 6 d.</p>
<p>Copie 6</p> <p>Exercice 3 : Regarde le modèle et complète</p> <p>- 13 = 1 d + 3 u ; 1d + 4 u = 14</p> <p>23 = 4... + 43... ; ...6... + ...5... = 56</p>	<p>Copie 7</p> <p>Exercice 3 : Regarde le modèle et complète</p> <p>- 13 = 1 d + 3 u ; 1d + 4 u = 14</p> <p>23 = 2... + ...3... ; ...5... + ...6... = 56</p>
<p>Copie 6. L'élève ne réussit pas les décompositions, et s'est trompé sur la place des chiffres ; de plus, il ne prend en compte que les symboles (u).</p>	<p>Copie 7. L'élève ne prend pas du tout en compte les symboles (d, u) ce qui fait qu'on a des additions de nombres à un chiffre (2 + 3) et (5 + 6).</p>

Tableau 113 :

Extraits de quelques exemples de copies d'élèves de l'exercice 3 du devoir de PIMC

Les copies donnent à voir quatre traitements différents d'une consigne sur la reproduction d'un modèle de composition/décomposition. Nous rappelons que dans la séance mise en œuvre, PIMC n'avait pas travaillé l'aspect recomposition qui présente pourtant un enjeu mathématique pertinent. Sur la copie 4, l'élève réussit la décomposition du nombre 23 (2 d + 3 u), mais ne fait pas la même chose pour le nombre 56. Il fait (5 + 6 = 56), ce qui laisse penser que PAGE : 411 la difficulté se situe au niveau de la convention d'écriture, puisqu'il manque le d et le u.

Sur la copie 5, l'élève s'est trompé sur la décomposition de 56 en écrivant (6 d + 5 u = 56), ce qui est faux puisque le résultat donne plutôt (6 d + 5 u = 65). L'élève a sans doute appliqué la même décomposition que pour le nombre 23 en commençant par les dizaines puis les unités.

La copie 6 montre que l'élève s'est trompé sur la décomposition du nombre 23 en considérant que 2 et 3 appartiennent aux unités et en écrivant le symbole (u) avant les chiffres ce qui rend davantage l'écriture sans aucune signification. Pour ce qui est du nombre 56, l'élève refait la même erreur, et se trompe sur la place des chiffres 6 et 5 dans l'écriture.

La copie 7 montre que l'élève s'est trompé sur les décompositions additives (23 = 2 + 3 ; 5 + 6 = 56). Ces deux additions sont fausses, mais l'élève ne s'est apparemment pas rendu compte.

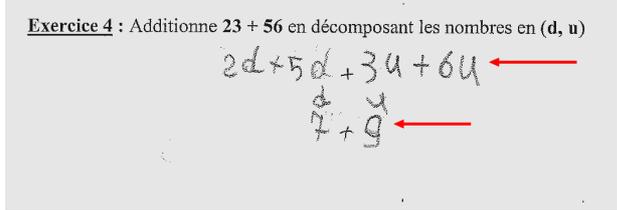
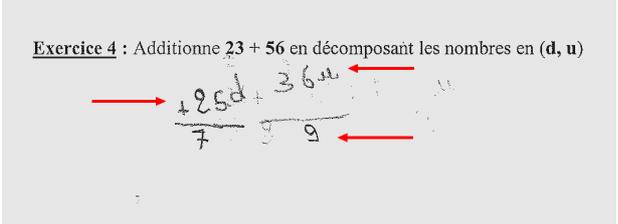
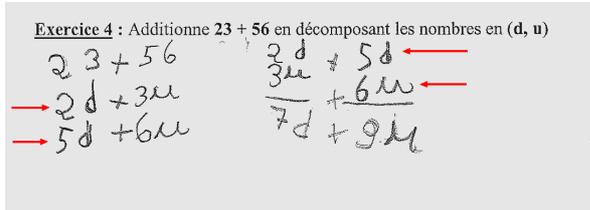
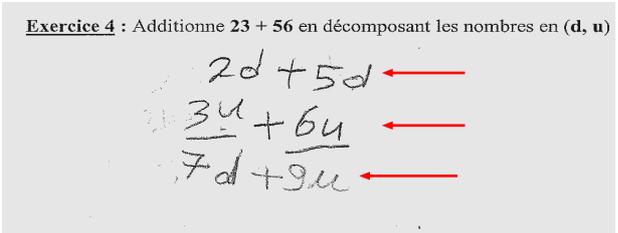
Exercice 4	
<p>Copie 8</p> <p><u>Exercice 4</u> : Additionne 23 + 56 en décomposant les nombres en (d, u)</p> 	<p>Copie 9</p> <p><u>Exercice 4</u> : Additionne 23 + 56 en décomposant les nombres en (d, u)</p> 
<p>Copie 8. L'élève réussit le « regroupement » des dizaines et des unités entre elles. Mais dans la suite on a une curieuse disposition 7 d + 9 u, ce qui montre d'une certaine manière que l'élève a trouvé.</p>	<p>Copie 9. La copie 9 laisse penser que l'élève a procédé par l'addition des dizaines entre elles, et des unités entre elles même si les dispositions ne sont pas correctes. L'élève trouve 79, mais s'est trompé il nous semble en voulant écrire (2 d + 5 d) et (3 u + 6 u).</p>
<p>Copie 10</p> <p><u>Exercice 4</u> : Additionne 23 + 56 en décomposant les nombres en (d, u)</p> 	<p>Copie 11</p> <p><u>Exercice 4</u> : Additionne 23 + 56 en décomposant les nombres en (d, u)</p> 
<p>Copie 10. On voit sur cette copie deux étapes distinctes : une décomposition additive de 23 et 56, un « regroupement » des dizaines et des unités entre elles. Il additionne ensuite les dizaines puis les unités et trouve 7 d + 9 u.</p>	<p>Copie 11. La copie 11 montre que l'élève a fait le « regroupement » des dizaines et des unités entre elles sous forme d'addition posée. Il additionne ensuite les dizaines puis les unités et trouve 7 d + 9 u.</p>

Tableau 114 :

Extraits de quelques exemples de copies d'élèves de l'exercice 4 du devoir de PIMC

La copie 8 montre que l'élève commence directement par le « regroupement » des dizaines et des unités entre elles ($2\text{ d} + 5\text{ d} + 3\text{ u} + 6\text{ u}$) sans passer par la première étape de décomposition ($2\text{ d} + 3\text{ u} + 5\text{ d} + 6\text{ u}$). Il nous semble que cet élève a une certaine maîtrise de la décomposition pour passer directement à la deuxième étape du cheminement. « L'élève écrit ensuite les symboles (d, u) au dessus des chiffres 7 et 9, une disposition peu habituelle. La solution est pourtant trouvée, car malgré tout, l'élève semble vouloir représenter la disposition ($7\text{ d} + 9\text{ u}$).

Sur la copie 9, le scénario est tout autre, l'élève a sans doute tenté de faire le « regroupement » des dizaines et des unités entre elles, mais s'est trompé dans le cheminement. En écrivant $25\text{ d} + 36\text{ u}$, le résultat ($250 + 36 = 286$) va être différent de ($7\text{ d} + 9\text{ u} = 79$).

L'élève, sur la copie 10, a procédé par une première étape de décomposition des nombres 23 et 56 qu'il réussit bien. Il passe ensuite à une deuxième étape qui a consisté en une addition en colonne avec le « regroupement » des dizaines et des unités. Il trouve ($7\text{ d} + 9\text{ u}$) avec ce type de cheminement et de disposition des chiffres en colonne dont on pourrait penser que l'élève invente un modèle peu ordinaire.

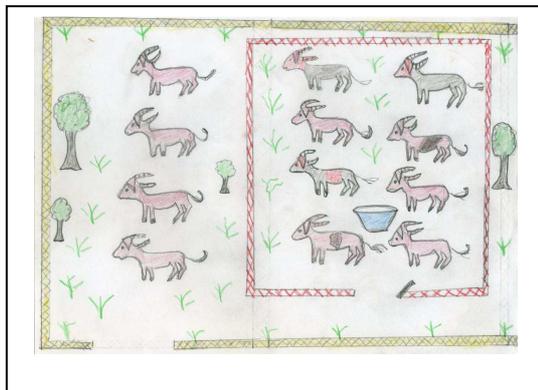
Le cheminement de l'élève sur la copie 11 est très proche de celui de l'élève sur la copie 10 en ce qui concerne sa deuxième étape. L'élève a fait une décomposition additive en colonne, et a additionné, nous semble-t-il, les dizaines puis les unités entre elles et trouve ($7\text{ d} + 9\text{ u}$).

Nous faisons dans ce qui suit l'analyse du devoir de P3MF.

1.2 Etude et analyse du devoir de P3MF

La fiche de devoir de S3P3MF donne à voir une exploitation du dessin (ci-dessous dans la fiche) en vue de mettre en évidence l'énoncé du problème. Le dessin (fiche de devoirs S3P3MF) diffère de celui que P3MF a exploité lors de la mise en séance *in situ* (: Photo27_S3P3MF). En observant le dessin, on voit bien qu'il y a 4 moutons dans l'enclos et 8 moutons dans le champ. Du fait que l'enclos apparaît comme inclus dans le champ, on a l'impression que tous les moutons sont dans le champ. L'ambiguïté de cette situation explique nous semble-t-il, les difficultés de P3MF à mettre en place l'un des enjeux de la situation, qui consiste à écrire une addition à trous du type $8 + ? = 12$

Fiche devoir S3P3MF



Que voyez-vous sur cette image ? : _____

Combien voit-on de moutons sur cette image ? : _____

Où se trouvent les moutons ? _____

Combien y a-t-il de moutons dans l'enclos ? : _____

Où se trouvent les autres moutons ? : _____

Si on cache les moutons qui sont dans l'enclos, combien de moutons sont visibles ? : _____

Si on cache les moutons qui ne sont pas dans l'enclos, combien de moutons sont visibles ? : _____

Où est le berger ? : _____

Est-ce qu'il y a plus de moutons dans l'enclos que dans le champ ? : _____

Tableau 115 : Fiche de devoir S3P3MF

On peut classer la série de questions en deux groupes :

- un premier groupe composé de questions qui demandent une réponse numérique :
Combien voit-on de moutons sur cette image ? Combien y a-t-il de moutons dans l'enclos ? Si on cache les moutons qui sont dans l'enclos, combien de moutons sont

visibles ? Si on cache les moutons qui ne sont pas dans l'enclos, combien de moutons sont visibles ?

- un deuxième groupe qui demande une description : Que voyez-vous sur cette image ? Où se trouvent les moutons ? Où se trouvent les autres moutons ? Où est le berger ? Est-ce qu'il y a plus de moutons dans l'enclos que dans le champ ?

On voit que l'ensemble des questions permet d'obtenir des informations sur le dessin. Mais parfois ces informations visent à établir une modélisation de la situation, et parfois il s'agit de s'appuyer sur cette modélisation pour établir un résultat numérique. Dans les deux cas, le professeur est amené à conduire les élèves pour mettre en place un certain nombre de procédures comme par exemple :

- le dénombrement par comptage pour exploiter une situation où le nombre renvoie à une quantité (aspect cardinal du nombre), et préciser la place des moutons dans les deux cas (ceux qui sont dans le champ, et ceux qui sont dans l'enclos) ;
- la mise en place d'une part d'un travail portant sur la détermination du système sémiotique (produire un schéma, l'exemple du rectangle dont nous avons parlé dans les pages précédentes. Utiliser ensuite des conventions pour désigner les moutons dans l'enclos et les autres dans le champ).
- un travail sur le système symbolique (produire des additions à trous et des soustractions ($8 + ? = 12$, $12 - ? = 8$) où le (?) est l'inconnu) ;
- la production d'un travail sémiotique sur les « machines retours » sur le principe suivant $12 \text{ machine} - 8 = 4$ et $4 + 8 = 12$ et (-8) sera considéré comme la machine retour de (+8) ;

On voit bien que la résolution de ce type de problème relève d'un travail de sémiotisation important pour amener les élèves à représenter l'énoncé et exploiter le potentiel de la situation. Cette dernière pourrait cependant poser des problèmes si les professeurs dès le départ ne créaient pas les conditions pour permettre aux élèves de produire le cheminement adéquat du point de vue mathématique. Ce cheminement passe nécessairement par le travail de représentation, les systèmes sémiotiques et symboliques, la modélisation, le travail pré-algébrique que nous avons évoqué dans les parties consacrées à la synthèse des épisodes signifiants S3P3F et S4P4MC. Mais si les professeurs ne connaissent pas *a priori* ces enjeux, il serait difficile, semble-t-il, qu'ils puissent les travailler pour eux-mêmes, et permettre ensuite aux élèves de construire les savoirs mathématiques en jeu dans la situation étudiée.

1.2.1 Analyse des productions d'élèves devoir S3P3MF avec quelques exemples

La fiche de devoir S3P3MF est différente de celle de S1P1MC du point de vue de la structure et du contenu des questions. Ici, il s'agit pour P3MF de questions poser des questions, les élèves fournissent des réponses. Nous avons pu voir que ce travail implique deux catégories de questions : celles qui demandent des réponses numériques et celles qui appellent une description. L'analyse de l'ensemble des copies montre que les élèves ont réussi à répondre aux questions, ce qui laisse penser que l'évaluation vise à établir une modélisation de l'énoncé pour obtenir des réponses numériques.

Les exemples de copies (copie 12 à 15) que nous présentons (page suivante) sont des exemples que nous avons choisis pour donner à voir le travail fourni par les élèves. On voit bien que les questions sont structurées de telle façon que les élèves complètent par écrit sur la fiche les zones réservées aux réponses. On peut voir aussi que les questions respectent un ordre qui est celui de l'alternance des deux types de questions, celles qui demandent une réponse numérique et questions qui impliquent une description.

Copie 12

Exploitation du support :

Que voyez-vous sur cette image ? :

des moutons

Combien voit-on de moutons sur cette image ? : 12

Où se trouvent les moutons ? : dans l'enclos et dans le champ

Combien y a-t-il de moutons dans l'enclos ? : 9

Où se trouvent les autres moutons ? : dans le champ

Si on cache les moutons qui sont dans l'enclos, combien de moutons sont visibles ? : 4

Si on cache les moutons qui ne sont pas dans l'enclos, combien de moutons sont visibles ? : 9

Où est le berger ? : dans le champ

Est-ce qu'il y a plus de moutons dans l'enclos que dans le champ ? : oui

Copie 13

Exploitation du support :

Que voyez-vous sur cette image ? :

des moutons

Combien voit-on de moutons sur cette image ? : 12

Où se trouvent les moutons ? : dans l'enclos et dans le champ

Combien y a-t-il de moutons dans l'enclos ? : 8

Où se trouvent les autres moutons ? : dans le champ

Si on cache les moutons qui sont dans l'enclos, combien de moutons sont visibles ? : 4

Si on cache les moutons qui ne sont pas dans l'enclos, combien de moutons sont visibles ? : 8

Où est le berger ? : dans le champ

Est-ce qu'il y a plus de moutons dans l'enclos que dans le champ ? : oui

Copie 14

Exploitation du support :

Que voyez-vous sur cette image ? :

des moutons

Combien voit-on de moutons sur cette image ? : 12

Où se trouvent les moutons ? : dans l'enclos et dans le champ

Combien y a-t-il de moutons dans l'enclos ? : 9

Où se trouvent les autres moutons ? : dans le champ

Si on cache les moutons qui sont dans l'enclos, combien de moutons sont visibles ? : 4

Si on cache les moutons qui ne sont pas dans l'enclos, combien de moutons sont visibles ? : 9

Où est le berger ? : dans le champ

Est-ce qu'il y a plus de moutons dans l'enclos que dans le champ ? : oui

Copie 15

Exploitation du support :

Que voyez-vous sur cette image ? :

des moutons

Combien voit-on de moutons sur cette image ? : 12

Où se trouvent les moutons ? : dans l'enclos et dans le champ

Combien y a-t-il de moutons dans l'enclos ? : 8

Où se trouvent les autres moutons ? : dans le champ

Si on cache les moutons qui sont dans l'enclos, combien de moutons sont visibles ? : 4

Si on cache les moutons qui ne sont pas dans l'enclos, combien de moutons sont visibles ? : 8

Où est le berger ? : dans le champ

Est-ce qu'il y a plus de moutons dans l'enclos que dans le champ ? : oui

Tableau 116 : Exemples de copies d'élèves devoir S3P3MF

1.2.2 Synthèse des devoirs S1P1MC et S3P3MF

L'analyse des deux devoirs nous montre que P1MC et P3MF ont tenté d'évaluer les savoirs nécessaires construits par les élèves à la suite des séances mises en œuvre *in situ*. Les évaluations ont porté sur des contenus liés à certains types de savoirs, les élèves ont mis en œuvre des procédures dont certaines ont permis de trouver les réponses attendues, d'autres, en revanche, du fait de leur opacité ont donné des résultats erronés.

En ce qui concerne le devoir S1P1MC, on peut noter, que les techniques de « composition/décomposition », dont on sait qu'elles sont majeures dans le domaine, ne nous paraissent pas suffisamment travaillées. Les élèves auraient pu effectuer avec aisance l'ensemble des exercices si la familiarité pratique avec les conventions d'écriture (d et u) et la pratique mathématique associée étaient maîtrisées. La plupart des erreurs ne viennent pas d'une incompréhension numérique fondamentale, mais de ce manque de travail systématique réparti sur un temps d'apprentissage suffisant. Ces évaluations traduisent bien la centration des professeurs sur la *lexis*, et non sur la *praxis*, au sens de Pascal (1980) qui montrait la centration des élèves sur la *lexis* (les formes sémiotiques), aux dépens des *praxis* (pratiques) auxquelles renvoient ces formes.

Le devoir S3P3MF a permis de noter une difficulté à représenter sémiotiquement et symboliquement l'énoncé du problème et sa modélisation à travers des additions à trous et des soustractions. En d'autres termes, le professeur a amené les élèves à résoudre le problème comme un exercice de calcul, où il fallait fournir dès le départ la forme posée de l'addition sans travailler au préalable la modélisation.

Dans le cas de ces deux devoirs, il nous semble que l'on pourrait conclure en pointant deux difficultés :

- on est probablement ici dans le cas assez classique où l'on demande aux élèves de faire pour les évaluations des choses qu'ils n'ont pas eu l'occasion de travailler systématiquement et suffisamment en amont ;
- on a là typiquement des obstacles dus en grande partie à la gestion professorale. Les élèves ne sont pas tant mis en échec par les difficultés mathématiques propres, que par la gestion didactique de l'évaluation par les professeurs.

Ces remarques pourraient conduire à considérer ces exercices d'évaluation comme des « fenêtres » pour une analyse des conceptions des professeurs et de leurs pratiques.

Dans la partie suivante, nous présentons un nouveau dispositif de formation continue des professeurs en vue d'une évolution des pratiques.

Partie 7 : Dispositif de formation continue des enseignants et évolution vers de nouvelles missions

Dans cette partie, nous nous appuyons sur l'analyse que nous avons réalisée des pratiques effectives des professeurs enquêtés dans ce travail de recherche, afin de proposer un nouveau dispositif de formation, de nouvelles missions. Nous faisons l'hypothèse que ce dispositif pourrait permettre aux professeurs en coopération avec des chercheurs, de construire et de structurer, au sein d'une CAPED, un collectif de réflexion concrète sur l'élaboration et la mise en œuvre de pratiques d'enseignement, organiquement liées à la recherche. Le dispositif pourrait également dans le cadre d'une ingénierie coopérative, permettre au collectif professeurs-chercheurs, dans une perspective d'évolution des pratiques, d'étudier et d'analyser l'action didactique dans un processus d'enseignement et d'apprentissage. Cette partie est organisée comme suit :

- un premier chapitre pour présenter brièvement dans un premier temps les données empiriques et situer les « manques » constatés dans les mises en œuvre des séances *in situ*, et dans un deuxième temps, des propositions de cheminements suite à l'analyse effective des observations des séances mises en œuvre par les professeurs enquêtés ;
- un deuxième chapitre pour présenter le nouveau dispositif qui expliciterait :
 - la formation continue en mathématique ;
 - les questions d'ingénierie sur la place du savoir, l'utilisation et la production de ressources par un collectif de professeurs-chercheurs ;
- un troisième chapitre pour spécifier les apports des collectifs (collectifs de professeurs, *collectifs hybrides* avec le chercheur) dans le cadre d'une ingénierie coopérative basée sur un travail collaboratif.

Chapitre 1 : Synthèse des « manques » constatés et propositions de mises en œuvre possibles

Dans cette section nous faisons dans un premier temps un rappel des données empiriques collectées en 2007/2008 et 2008/2009. Dans un second temps nous présentons à partir des séances étudiées et mises en œuvre dans les classes par les professeurs enquêtés, une synthèse des « manques » constatés. Dans un troisième

temps, nous proposons à titre indicatif des mises en œuvre possibles qui pourraient être étudiées et discutées dans le cadre de l'ingénierie coopérative.

1.1 Rappel sur les données empiriques collectés en 2007/2008 et 2008/2009

Nous avons dans le cadre de ce travail de recherche étudié et analysé dans les parties 4 et 5 deux types de matériau empirique :

- un premier matériau empirique collecté en 2007/2008 dont nous faisons un rappel synthétique dans le tableau ci-dessous :

Unités Mathématiques	Professeurs enquêtés	Vidéos de classe réalisées	Séances analysées	Episodes signifiants analysés
Unité 1	P1	4	2	2
Unité 2	P2	4	1	1
Unité 3	P3	4	1	1
Unité 4	P4	3	1	1

Tableau 117 : Synthèse des données empiriques collectées 2007/2008

Quatre professeurs ont été enquêtés à partir de vidéos de classe, des analyses de séances et d'épisodes signifiants. Nous avons tenté de comprendre ce qui s'est réellement passé dans les classes, afin de déterminer la nature des pesanteurs, des blocages, et produire ensuite un dispositif (une ingénierie coopérative) à faire fonctionner au sein d'une CAPED.

- un deuxième matériau empirique collecté l'année suivante (2008/2009) dans le cadre de l'ingénierie coopérative mise en place par le collectif de professeurs, suite aux constats et aux « manques » identifiés dans la mise en œuvre des séances étudiées en 2007/2008.

Unités Mathématiques	Professeurs enquêtés	Vidéos de classe réalisées	Séances analysées	Episodes signifiants étudiés
Unité 1	P1MC	1	1	1
	P2MM	1	1	1
Unité 2	P3MF	1	1	1
	P4MC	1	1	1

Tableau 118 : Synthèse données empiriques 2008/2009

Quatre professeurs ont été enquêtés à partir de vidéos de classe, des analyses de séances et d'épisodes signifiants. Le collectif a tenté de développer des propositions d'évolutions ultérieures de ce qui a été testé dans la partie 5.

1. 2 Les « manques » constatés après les mises en œuvre des séances dans les classes.

Nous avons effectué des observations et des analyses à la suite desquelles des « manques » ont été identifiés, et largement développés dans les chapitres précédents. Dans ce qui suit nous en rappelons rapidement quelques uns :

- Pour les séances mises en œuvre en 2007/2008
 - les professeurs se focalisent sur des formes sémiotiques aux dépens des pratiques mathématiques auxquelles renvoient ces formes. Il y a un niveau d'abstraction assez avancé dès le départ dans les calculs étudiés. On propose aux élèves d'additionner par exemple 13 et 19, sans voir cette addition comme un moyen de modéliser un problème du type : j'ai 13 bâchettes, j'en ajoute 19, combien j'en ai en tout ? Les élèves pourraient dans le cadre de cet exemple, travailler d'une part les propriétés, mais aussi les présentations qui permettent des écritures du type $13 + 19 = 1d + 3u + 1d + 9u$; $1d + 3u + 1d + 9u = 2d + 12u$; $2d + 12u = 2d + 1d + 2u$, $2d + 1d + 2u = 3d + 2u$. Ils pourraient d'autre part avoir une référence contrôle pour la modélisation du problème, c'est-à-dire que le professeur pourrait les renvoyer systématiquement à la dénotation des formes sémiotiques représentées (lorsque je retiens 1, je prends bien conscience que ce « 1 » représente 10 buchettes) ;
 - les professeurs insistent toujours beaucoup pour que les élèves soient capables de « savoir », s'ils ont affaire par exemple à une addition avec retenue ou non. Il nous semble qu'il y a là une influence du document officiel sur lequel s'appuient les professeurs. On pourrait souligner ici l'idée de travail documentaire au sens de Gueudet et Trouche (2010), pour qui utiliser un ensemble de ressources matérielles et conceptuelles est lié à la capacité des professeurs à s'approprier des

ressources. Cette appropriation doit être comprise dans le sens où, les documents constitués par le professeur l'amènent d'une certaine manière à réorganiser le contenu mathématique et à développer des connaissances essentielles pour la mise en œuvre des séances *in situ* s'appuyant sur ces documents.

On peut retenir que l'activité mathématique des professeurs est centrée sur la mise en œuvre de procédures par les élèves, là où il s'agirait avant tout de voir comment modéliser un problème pour donner un sens aux additions et soustractions entreprises dans les séances.

- Pour les séances mises en œuvre en 2008/2009 dans le cadre de l'ingénierie coopérative
 - le travail sur les relations d'équivalence dans le cadre du jeu de tiges (du fait que les tiges soient ouvertes ou fermées on ne peut « déduire » qu'on a affaire à des dizaines ou des unités) montre une focalisation sur les règles du jeu, et la relative pauvreté mathématique du milieu. La partie « stratégique » des règles du jeu (la composition/décomposition) si elle est suffisamment travaillée pourrait, nous semble-t-il, fournir aux élèves des savoirs « denses » ;
 - le problème proposé aux élèves est traité comme un exercice de calcul, et l'un des enjeux de la situation, qui consiste à écrire une addition à trous du type $8 + ? = 12$, n'est pas travaillé dès le début. Les difficultés identifiées après les mises en œuvre effectives des séances résident dans le fait que, l'absence de travail sur la représentation, les systèmes sémiotiques et symboliques, la modélisation, et le travail pré-algébrique évitent potentiellement les enjeux mathématiques.

On peut retenir que dans le travail d'épistémologie pratique des professeurs, le fait d'amener les élèves à poser les opérations, évite l'effort de modélisation à fournir.

Nous donnons à voir dans ce qui suit des pistes d'évolutions des pratiques professorales à partir des séances étudiées. Nous ne détaillons pas ici les mises en œuvre adéquates à suivre, pour éviter de donner de manière surplombante, des injonctions quant au type de mathématiques, à mettre en œuvre, qui, si elles ne sont pas appropriées par les professeurs, risquent de rester lettre morte. Ce que nous allons privilégier dans les propositions ci-dessous, c'est le type de fonctionnement que le professeur pourrait mettre en place *in situ*, pour permettre aux élèves d'apprendre des mathématiques en situation. Une telle disposition

pourrait, il nous semble, permettre aux élèves, en acte, dans leur pratique, de travailler les savoirs mathématiques en jeu, de manière intense et systématique, en oubliant un peu qu'ils sont dans une classe à suivre ce que le professeur leur dit de faire, pour travailler dans le milieu mathématique. Les élèves doivent déchiffrer le milieu selon le contrat auquel les soumet le professeur, et avoir beaucoup d'espace pour travailler par eux-mêmes le milieu mathématique.

- Les additions et soustractions étudiées dans les données empiriques 2007/2008

Les situations mises en place par les professeurs reposent sur une juxtaposition de deux systèmes indépendants : le système du tableau à deux colonnes, et le système du comptage par manipulation. Une idée mathématiquement essentielle dans ce travail serait que, les élèves comprennent bien les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction. Supposons le cas de la retenue, son usage dans la disposition usuelle de l'algorithme réfère au fait matériel de « surremplissage » d'une colonne par des capsules. On pourrait imaginer des exercices au sein desquels les élèves aient à passer de la forme sémiotique au milieu matériel et réciproquement, par exemple avec des capsules de couleurs différentes (ce qui manque, ce serait beaucoup plus facile de laisser les capsules sur le boulier, utilisant ainsi ses propriétés « mémorielles », si elles étaient diversement colorées, par exemple on ajoute les rouge et les bleue).

Les professeurs devraient montrer que la retenue est la représentation numérique de l'échange fait avec le matériel. C'est ce lien qui est central, et qui reste implicite lorsqu'on passe du boulier au tableau de numération. Ils éviteraient de se concentrer sur la procédure, la technique manipulative, et montrer plutôt que le « boulier » n'est pas là pour donner à voir, avec le matériel, l'impossibilité de mettre toutes les capsules dans une même colonne et la nécessité d'user d'une colonne d'ordre supérieur, mais qu'il est là pour faire fonctionner la procédure.

Il y a deux techniques distinctes que les professeurs devraient distinguer, celle qui utilise du matériel avec le boulier, mais n'induit pas de notion de retenue, et celle qui utilise des écritures numériques, avec la notion de retenue. Dans les deux cas, c'est la relation entre le boulier et le tableau qu'il est important d'explicitier aux élèves.

On peut utiliser un système de représentation tout à fait analogique (Sensevy, à paraître) sans regroupement, avec des buchettes (1 buchettes pour une unité) et sans aucun usage du système décimal. Puis on peut passer à un système « mixte », comme c'est le cas du « boulier », qui est à la fois analogique (au sens où il y a dans la colonne des unités le nombre d'unités) et digital (Sensevy, Ibid.), usant de la numération de position (au sens où une croix dans la colonne des dizaines vaut dix). Puis on passe à un système du même type que le précédent où dans chaque classe, le nombre de « places » est limité à 10. Enfin on passe à l'algorithme classique, plus ou moins « travaillé ». Si le professeur n'a pas bien conscience des différences entre chaque système, et au fait que chacun d'entre eux peut constituer une référence pour tous les autres, il risque de rencontrer des difficultés.

En fait, il y a dans cette manière de faire le comptage par manipulation qui permet éventuellement de vérifier que l'usage du tableau a permis d'obtenir la bonne réponse, mais en aucun cas, il ne donne à voir les raisons pour lesquelles on fait la retenue, il ne constitue pas une référence pour la technique de retenue, ce qui est au contraire le cas d'un boulier.

On peut souligner par ailleurs qu'il y a présentation de la machine (-), mais pas de la machine (+). Ceci montre bien que cette machine n'est pas un outil, dont la fonctionnalité permet l'introduction de l'opération : comme les élèves connaissent déjà l'addition, ils passent à des additions plus complexes, on ne fait pas appel à la machine.

Quoi qu'il en soit, ce qui est important, dans les différentes situations étudiées, c'est le fait que les professeurs cessent d'exhiber des modes de fonctionnement basés sur des pratiques « conventionnelles » et « rituelles », pour privilégier des situations où les élèves travaillent vraiment le savoir mathématique en première main. Si on utilise un système du type $14 + 27 = 10 + 4 + 20 + 7$; $10+4 +20 +7 = 30 +4 +7$; $30 +4 +7 = 30 +11$, etc. On n'a pas besoin de la « règle rituelle » du « on n'a droit qu'à un seul chiffre par colonne », et si jamais on l'utilise, on peut lui donner un sens (par exemple en la renvoyant à $30 + 11 = 30 + 10 + 1$).

- Le jeu de tiges et la résolution des problèmes étudiés dans les données empiriques collectées en 2008/2009

Les professeurs enquêtés ont mis en œuvre *in situ* des situations portant sur le jeu de tiges. Il s'agissait à partir de ce jeu, de déterminer les équivalences entre le modèle chèvre-âne, et le

système unité-dizaine. Les élèves connaissent déjà les relations (une chèvre équivaut à une unité, un âne équivaut à une dizaine, vice versa). Il nous semble, que les professeurs devraient à partir des gains obtenus à la suite du jeu, mettre en place avec les élèves des petits problèmes qui donnent leur sens aux exercices de calculs entrepris dans les situations mises en œuvre. A partir d'un problème, les élèves pourraient faire des mathématiques en mettant en avant leur capacité, à comprendre des situations issues du jeu des tiges du type par exemple : « Aminou a gagné huit ânes et quatre chèvres. Rachida a gagné deux ânes et deux chèvres. Combien ont-ils gagné d'animaux en tout ? ». Ils pourraient ensuite voir d'autres questions, du type : « combien Aminou a gagné de plus (de moins) que Rachida ? », puis, plus tard, « Aminou a gagné 4 fois plus d'ânes et 2 fois plus de chèvres que Rachida, qui a gagné X chèvres et Y ânes ? », etc. A ce stade de progression, le professeur fait produire des énoncés de problèmes et leurs solutions par les élèves, sous forme de fiches. A certains moments, la classe produit des fiches. A d'autres, les élèves font les problèmes contenus dans les fiches. Le professeur assure le classement des fiches et le contrôle de leur usage. Ce serait il nous semble, le bon moment pour faire une « bascule topogénétique » , et demander aux élèves, plutôt que de passer aux additions posées qui viennent de manière très prématurée, de composer eux mêmes, sur des fiches, de petits problèmes, avec solution sur une autre fiche auto-corrective que les élèves vont chercher pour se corriger.

Pour la production d'énoncés de problèmes par les élèves, il y a également à penser :

- un travail sur la désignation de l'inconnue, avec (?) ;
- un travail de production d'énoncés types, qui varient peu à peu (il ne va pas de soi, pour des élèves de CP, d'écrire des énoncés de problèmes).

Après avoir brièvement exposé des propositions de mises en œuvre que les professeurs pourraient explorer, nous abordons dans la section suivante une proposition de dispositif de formation continue des professeurs en mathématiques.

Chapitre 2 : Vers un nouveau dispositif de formation continue des enseignants en mathématiques

Ce travail d'analyse que nous venons de faire confirme la nécessité de repenser la politique de formation continue des enseignants pour clarifier davantage ses enjeux, et proposer des pistes concrètes d'évolution vers de nouvelles missions. Cette recommandation que nous

faisons est le résultat des constats que nous avons faits dans les précédentes sections (analyse des épisodes signifiants repérés dans les séances mises en œuvre dans les classes enquêtées, par les professeurs dont nous avons étudié les pratiques).

Nous avons exposé et analysé (chapitre 2 : Enjeux de l'éducation au Niger) la politique nationale et de la formation continue au Niger. La politique de formation continue est gérée par des structures (DFIC, DREN, IEB et CAPED) dont il fallait expliciter les rôles et responsabilités, pour mettre en place un dispositif de formation continue qui permette aux professeurs de travailler pour eux-mêmes, les enjeux mathématiques des séances dans les situations de classe.

Nous allons maintenant, dans la section qui suit, proposer une nouvelle approche, à partir d'un dispositif de formation basé sur une ingénierie coopérative mise en place et gérée par un collectif de professeurs-chercheurs.

1.1 Nouveau dispositif de formation continue et rôles du chercheur

Le Niger a fait de l'éducation et de la formation des priorités pour que tous les enfants en âge d'aller à l'école puissent y aller, mais surtout y rester et apprendre avec des professeurs bien outillés et accomplis. On peut citer ce long passage extrait du document de politique nationale pour comprendre l'ampleur du travail à faire : « Le monde scolaire vit des transformations majeures qui touchent de nombreux aspects : la pédagogie et la didactique, le curriculum et le matériel didactique, l'évaluation des apprentissages, etc. Devant ces changements, les futurs enseignants et enseignantes doivent faire face à de grands défis. Puisque le contexte d'intervention est lui-même en perpétuelle mutation, l'enseignante et l'enseignant en exercice est appelé à renouveler sa vision de l'enseignement et à adopter de nouvelles pratiques pédagogiques, le tout dans un esprit d'ouverture et de coopération. Si la formation initiale prépare la future enseignante et le futur enseignant à assumer sa fonction de travail, son rôle et ses responsabilités, la formation continue offre le soutien au développement professionnel continu et en fait la promotion. L'enseignante et l'enseignant en exercice doit adapter ses pratiques, au regard des problématiques spécifiquement liées à son contexte d'intervention et aux défis particuliers à relever. La formation continue doit également permettre à l'enseignante et à l'enseignant de trouver des solutions à des problèmes d'enseignement /apprentissage et l'inviter à les réinvestir dans sa pratique de classe¹⁸¹ ». Cet extrait montre que, la formation et le renforcement des capacités des enseignants sont une priorité pour le Ministère de l'Education Nationale. Comme le souligne ce texte, des mutations profondes sont en

¹⁸¹ Politique Nationale de la Formation Initiale et Continue des Enseignants de l'Education de Base. MEB/A /DGEB / DFIC, 2007

cours, qui nécessitent une formation des enseignants, et l'apport possible du collectif pour une telle formation. Dans cette perspective, il nous semble que le travail coopératif au sein d'une CAPED, pourrait être une voie probante pour un collectif de professeurs en collaboration avec des chercheurs, de mettre en place un dispositif de réflexion sur l'élaboration et la mise en œuvre de pratiques d'enseignement, et d'analyse de l'action didactique *in situ*.

Nous pouvons citer Sokhna et Sarr (2009) qui montrent dans le cadre d'une expérimentation¹⁸² au Sénégal, d'un dispositif de formation continue des enseignants de mathématiques : « Le dispositif s'appuie sur les cellules pédagogiques d'établissement ou cellules mixtes (regroupant plusieurs établissements). Une cellule d'établissement est le regroupement de l'ensemble des professeurs d'une même discipline. Les cellules, constitueront, dans le cadre de ce projet, des unités de conception et d'utilisation de ressources pédagogiques. Ainsi, dans ce dispositif, la cellule pédagogique est l'unité de base de la formation ». On voit d'après cette citation, que le regroupement d'enseignants dans un lieu précis pour échanger, discuter, et concevoir des ressources, représente un enjeu pour la formation continue des enseignants. Cet enjeu est d'autant plus important, qu'il met en première ligne, un travail de réflexion collective, et de conception de ressources collaborative de proximité (ici la cellule d'établissement au Sénégal qui correspond d'une certaine manière à la CAPED au Niger).

La formation continue des enseignants de l'Education de Base doit évoluer vers des enjeux, qui prennent en compte des dimensions qui vont au-delà de simples orientations, et indications générales sur le contenu des enseignements et des apprentissages. L'intérêt d'une telle vision réside dans le fait que, les enseignants travaillent à la mise en œuvre de séances dans les classes, et interagissent avec les élèves pour leur permettre d'apprendre par exemple des mathématiques. Nous allons dans cette section présenter dans un premier temps, une proposition d'évolution du fonctionnement des CAPED. Il nous semble important de permettre la construction et la structuration d'un collectif de réflexion et d'échange, par des professeurs et des chercheurs au sein d'une CAPED, pour travailler en coopération

¹⁸² C'est une expérimentation d'un programme de formation à distance de professeurs de différentes disciplines et de divers pays africains, qui s'intègre dans un dispositif appelé Université Virtuelle Africaine (UVA). Les professeurs travaillent à distance dans des centres équipés d'ordinateurs, et conçoivent des ressources pédagogiques qu'ils testent ensuite dans des classes. Pour plus d'informations sur ce dispositif, se référer à Sokhna M & Sarr J (2009), L'Université Virtuelle Africaine : passage d'une formation d'enseignants aux mathématiques à une formation d'enseignants de mathématiques au Sénégal. Kuzniak A. & Sokhna M. Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation. Actes du Colloque Espace Mathématique Francophone. Revue Internationale Francophone Numéro Spécial 2010. ISSN 0850 - 4806.

l'élaboration et la mise en œuvre de pratiques d'enseignement d'une part, et l'étude et analyse de l'action didactique *in situ*.

Dans un deuxième temps, nous abordons la question relative à la construction collective d'une ingénierie didactique, avec une mise en situation réelle avec des professeurs, puis des élèves, et d'autre part, la question du rôle du chercheur dans le cadre de l'élaboration et de la mise en œuvre de pratiques d'enseignement, organiquement liées à la recherche.

1.1.1 Du fonctionnement actuel des CAPED vers un mode de coopération professeurs-chercheurs

Les CAPED ont été créées pour : « contribuer efficacement et régulièrement à la formation continue du personnel enseignant des écoles¹⁸³ ». Leur fonctionnement repose souvent sur des discussions et des échanges, qui aboutissent à des propositions de mise en œuvre pour lesquelles, les professeurs sollicitent souvent l'avis des conseillers pédagogiques en charge de l'encadrement. Il nous semble, de notre point de vue de personne ressource ayant participé aux réflexions sur la mise en place des CAPED, que cette façon de procéder pourrait évoluer, et permettre d'une certaine manière, des échanges constructifs entre chercheurs-professeurs et formateurs dans un dispositif comme la CAPED. Les professeurs pourraient se focaliser sur la mise en œuvre de l'enseignement et l'étude didactique de séances. Avec l'appui et l'accompagnement de chercheurs, le travail pourrait prendre une forme de coopération qui permettrait aux professeurs de questionner leur pratique, de prendre en compte les contenus à enseigner et la manière dont ce contenu pourrait être enseigné, et surtout de faire des choix didactiques pertinents.

Un autre aspect important à souligner dans le fonctionnement des CAPED, c'est le fait que l'analyse pédagogique l'emporte largement sur l'analyse didactique. C'est-à-dire que les professeurs insistent lors des échanges et de l'élaboration de la fiche de préparation sur la procédure, la technique manipulatoire, et non sur la compréhension des connaissances mathématiques. Dans notre mémoire de Master 2¹⁸⁴, nous avons noté ce type de fonctionnement : « Mais simplement, quand on regarde de près la manière dont l'élaboration de cette fiche s'est faite, le contenu des enseignements et des apprentissages qui ne précisent pas concrètement les activités attendues des élèves, la chronogénèse des échanges et des discussions, on a tout simplement envie de dire que le

¹⁸³ Circulaire n°007.MESRT/EN/DEPD du 11 mars 1991.

¹⁸⁴ Sagayar, M. (2006). Analyse de l'action du professeur dans une classe de cours préparatoire et des pratiques de formation dans une Cellule d'Animation Pédagogique, au Niger. Mémoire de Master 2 Université de Rennes 2.

processus même d'élaboration de la fiche est à contester ainsi que la fiche elle-même dans sa nature. Une réflexion s'impose sur l'obstacle que peut constituer la fiche à l'appropriation des mathématiques à enseigner par les professeurs ». Nous avons fait cette réflexion, pour montrer que les CAPED ont un style de fonctionnement classique, celui de l'élaboration individuelle par un professeur volontaire d'une fiche de préparation à partir d'une séance donnée. La fiche est ensuite étudiée et analysée collectivement dans sa structuration (enchaînement des différentes parties de la leçon) au détriment des choix didactiques, et de l'analyse des activités mathématiques proposées par le professeur.

C'est une approche que l'on pourrait résumer ainsi : centration et focalisation sur les propriétés manipulatoires (procédurales), que sur les propriétés ostensives (le problème ne réside pas dans le non-recours à la production des signes, mais dans le manque de travail de la relation entre signe et référence, le manque d'activités destinées à faire éprouver cette relation qui construit une sémantique).

Il nous semble, qu'il faut plutôt de privilégier l'étude et l'analyse de la pertinence des savoirs en jeu et la nature des difficultés didactiques. Nous avons poursuivi nos réflexions toujours dans le cadre de notre mémoire de Master 2¹⁸⁵ en insistant sur l'organisation de sessions de CAPED : « L'organisation des travaux de la session de formation a été décidée par l'assemblée des enseignants. A cause de la procédure « démocratique » adoptée, il n'y a pas de place pour une ingénierie de formation qui mettrait les enseignants dans une situation d'étude pensée par les formateurs. Il s'agit donc pour les enseignants de se retrouver en travaux de groupes pour échanger et discuter afin d'élaborer une fiche de préparation de leçon ». Le fonctionnement des CAPED repose sur un partage des savoirs et savoir-faire entre pairs. C'est un lieu où des complémentarités pourraient être mises en synergie. Chaque professeur dispose d'une certaine manière, des connaissances dans un domaine précis, lié aux contenus et programmes d'enseignement. Cette hétérogénéité pourrait être exploitée en évitant, comme c'est le cas souvent dans les CAPED, de critiquer la personne du professeur qui a présenté une leçon devant ses pairs, pour se focaliser plutôt sur les événements didactiques pertinents et significatifs dans la séance donnée qui ont peu ou pas fonctionné.

La nouvelle approche propose une nouvelle finalité : travailler collectivement sur la mise en œuvre d'enseignements, étudier et analyser l'action didactique d'une part, et d'autre part, coopérer avec des chercheurs en didactique des mathématiques, pour aider et accompagner la construction et la structuration de cette approche, au sein d'une CAPED. On

¹⁸⁵Ibid.

peut citer Sokhna et Sarr (2009) sur l'intérêt d'un travail collaboratif entre divers acteurs : « Les propositions ainsi faites s'appuient sur les cellules d'établissement. Celles-ci deviendront à leur tour de véritables communautés d'apprentissage et d'enseignement. L'engagement actif de chaque enseignant pour sa propre réussite sera fortement corrélé à son adhésion à la cellule de son établissement. Ces enseignants qui auront, en collaboration, à concevoir et à expérimenter des ressources finiront par développer des compétences qu'individuellement, ils acquerront difficilement ». On voit bien que la citation insiste sur l'idée d'un lieu de rencontre, et d'un engagement pour chaque enseignant de participer à la conception et à l'expérimentation collective de ressources, qui vont permettre de répondre aux besoins d'évolution des pratiques, et le souci d'innover pour avancer et mieux appréhender les besoins en mathématiques des élèves. Le modèle de dispositif que nous proposons est celui d'un dispositif s'appuyant sur un collectif de professeurs en coopération avec des chercheurs et des formateurs qui va travailler en présentiel et à distance dans les CAPED, sur un certain nombre d'aspects lié à l'enseignement des mathématiques élémentaires. Nous pouvons maintenant exposer quelques éléments sur le fonctionnement des CAED, et annoncer la nouvelle approche qui pourrait permettre la mise en place d'une ingénierie coopérative.

1.1.2 L'ingénierie coopérative : un exemple de dispositif de formation

La mise en place d'un dispositif de formation continue (ingénierie coopérative) est une démarche que nous proposons dans une logique d'évolution des pratiques, après la détermination de ce qui n'a pas « fonctionné » au moyen de l'analyse des séances mises en œuvre dans les classes par les professeurs enquêtés. Nous avons pu constater que, les pratiques effectives des professeurs consistaient à centrer les élèves sur le matériel sur une longue durée, ce qui pouvait leur laisser croire que l'essentiel est la « manipulation ». On risque alors de perdre de vue, l'objectif premier qui consiste à amener les élèves à acquérir des capacités d'écriture mathématique (par exemple la maîtrise de systèmes sémiotiques et symboliques différents ; le passage d'un système sémiotique (matériel, ou jeu des tiges) à un système symbolique (le système d, u). Nous proposons dans ce qui va suivre, un dispositif qui n'est certainement pas la seule voie de remédiation. Mais il nous semble essentiel qu'un dispositif de ce type, orienté vers un système de préparation et d'étude collective de leçons, par un collectif de professeurs en coopération avec des chercheurs soit mis en place. Il pourrait permettre une réflexion concrète sur ce que les professeurs vont vraiment y faire, quant au type de mathématiques que les élèves vont apprendre, et aux connaissances précises

qu'ils vont construire. L'ingénierie coopérative pourrait s'articuler autour des points suivants :

- la constitution de collectifs rassemblant professeurs et chercheurs ;
- l'étude et l'analyse de l'action didactique.

Nous présentons maintenant la constitution de collectifs dans le cadre d'un travail collaboratif.

1.2 La constitution de collectifs professeurs-chercheurs : associer professeurs et chercheurs pour travailler en coopération

Au Niger, les enseignants se retrouvent périodiquement dans une CAPED donnée, pour tenter de trouver des réponses didactiques, à certaines de leurs difficultés qu'ils rencontrent dans les classes. Ces rencontres ont lieu selon qu'il s'agisse d'explicitier les savoirs en jeu contenus dans les programmes d'enseignement, ou d'étudier un problème spécifique lié à une mise en œuvre dont le professeur maîtrise peu ou pas les enjeux didactiques. Nous citons le passage ci-après qui soulignait bien avant cette idée de rencontre et d'échange entre enseignants dans le cadre du fonctionnement des écoles : « L'école est une, quel que soit le nombre de ses maîtres, et tout enseignement est une collaboration [...] Ces discussions fourniront à nos maîtres l'occasion de faire preuve de recherches et d'initiatives personnelles, de produire des idées nouvelles, de tenter, s'il y a lieu, des expériences fructueuses. Elles susciteront l'émulation parmi les maîtres, secoueront la torpeur résignée de ceux qui s'attardent à la besogne machinale, et préserveront l'enseignement de dégénérer en routine» (Circulaire 1908, citée par Buisson 1911). C'est donc une préoccupation qui n'est pas nouvelle. L'extrait met l'accent sur des consultations entre pairs d'une même école, ou avec d'autres écoles, dans le seul but de trouver un moyen de travailler en collaboration. Ce mode de collaboration a évolué dans certains cas, pour donner place à des collectifs professeurs-chercheurs dans le domaine de la formation et de l'accompagnement des professeurs, autour par exemple de la conception et l'usage des ressources, et des questions liées à l'analyse de l'action didactique *in situ*. Suivant Sokhna et Sarr (2009) : « Ces enseignants qui auront, en collaboration, à concevoir et à expérimenter des ressources finiront par développer des compétences qu'individuellement, ils acquerront difficilement ». On voit que la collaboration a un rôle central dans l'apprentissage, la conception de ressources et leur usage dans la formation des professeurs. C'est un mode de fonctionnement qui élargit d'une certaine manière, les relations que des enseignants peuvent entretenir entre eux pour étudier l'action didactique. Un autre aspect fondamental réside dans le fait que la collaboration (dont

le cœur consiste à travailler collectivement) articule étroitement, nouveau mode de travail et organisation de la formation continue des enseignants. Sokhna et Sarr (2009) précisent à ce sujet que : « La formation suppose, la plupart du temps, une prise en compte de nouvelles méthodes d'enseignement ou de nouveaux objets de savoir mathématique ; dans les deux cas, la phase de déconstruction des acquis antérieurs inadaptés, sera fort difficile à mettre en œuvre tout seul ». On peut voir dans cet extrait, l'indispensable coopération entre chercheurs et professeurs, pour travailler les contenus et programmes d'enseignement, aussi bien sur le plan mathématique que didactique.

1.2.1 Collectifs professeurs-chercheurs et travail coopératif

La mise en place des CAPED au Niger s'inscrit dans une perspective d'étude et d'analyse des difficultés didactiques constatées par les enseignants dans la mise en œuvre *in situ* de séances. Ce type de travail qui devrait permettre une coopération entre les enseignants, pour travailler concrètement et objectivement les situations de classes a montré ses limites, tant sur le plan du fonctionnement, que sur le plan de l'analyse des situations didactiques.

En effet les enseignants n'ont pas réussi à faire vivre au sein des CAPED, l'idée d'un travail sur l'étude et d'analyse de l'action didactique. Cet état de fait s'explique par la nature des prestations des enseignants dans les CAPED. Les enseignants doutent souvent de leur capacité à réaliser un travail aussi complexe, portant sur une analyse de l'action didactique et un travail documentaire, afin de déterminer le contenu du savoir à enseigner. Un professeur déclarait lors d'une séance de travail du collectif sur l'analyse de ressources : « *Je pense que nous avons à gagner si dans nos façons de faire dans les CAPED, on insiste beaucoup sur comment faire jouer le jeu aux élèves comme quelqu'un l'a si bien dit. Autre chose pour finir, faire des mathématiques suppose que les professeurs eux-mêmes en fassent souvent pour se confronter à certaines réalités ou pour tout simplement maîtriser certains principes indispensables* ». Le professeur exprime ici, une inquiétude d'une certaine manière liée au fait que le professeur doit avoir la maîtrise de son objet d'enseignement, pour prétendre donner à l'élève la première main dans la construction et l'apprentissage des savoirs mathématiques. Un autre enseignant déclarait : « *Vous le savez autant que moi, les CAPED sont de véritables lieux où les enseignants sont laissés à eux-mêmes pour discuter et échanger sur les difficultés quotidiennes qu'ils rencontrent dans ces classes. Au delà de cet aspect, c'est une véritable chaîne de solidarité qui fait office dans ces CAPED. Les enseignants forts de leurs convictions personnelles, pensent que pour aller de l'avant, il faut se cultiver, se former, partager ses difficultés, échanger les expériences, valoriser la démarche participative et collective pour résoudre des problèmes en somme des tas de choses se font dans ces CAPED. Beaucoup d'initiatives sont développées lors des rencontres entre enseignants convaincus que c'est par les réflexions sur les pratiques que les choses peuvent évoluer, changer* ».

La déclaration de l'enseignant exprime à la fois un besoin d'accompagnement et un sentiment d'abandon. Nous avons ici un exemple de décalage, entre ce que disent les textes et la réalité du terrain. Les conseillers pédagogiques sont les référents désignés par l'institution pour assurer l'encadrement des activités des CAPED. Mais ils n'arrivent pas à assumer le rôle d'encadrement, faute de moyens financiers et matériels d'une part, et d'autre part, les conseillers pédagogiques manifestent souvent des difficultés à penser et à repenser un acte d'enseignement. L'association professeurs et universitaires pourraient permettre la mise en place de dispositifs interactifs coordonnés par un référent. Cette nouvelle forme de coopération impliquant des chercheurs devrait permettre de créer une synergie entre les différentes structures actuelles (DFIC, DREN, ENI, IEB, CAPED) impliquées dans le cadre de la formation continue des enseignants. Il y a d'autres structures auxquelles on pourrait faire appel pour constituer des collectifs :

- L'IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) de Niamey nous semble être une des structures qui pourraient être partenaire, pour la mise en place d'un tel dispositif. Cette institution travaille sur la recherche et l'expérimentation des « bonnes pratiques » en mathématiques, afin d'aider les enseignants dans le cadre des formations, à mieux expliciter les difficultés rencontrées au quotidien dans l'enseignement des mathématiques, et à réfléchir aux voies et moyens pour tenter de trouver des solutions adaptées. L'IREM de Niamey a pour missions¹⁸⁶ :
 - « la recherche sur l'enseignement des mathématiques ;
 - la formation continue des enseignants ;
 - la conception, la production et la diffusion des documents et matériels didactiques ;
 - la rénovation et l'adaptation des programmes de mathématiques ;
 - la promotion des mathématiques.

Pour réaliser ses missions, l'IREM organise des séminaires regroupant les enseignants de mathématiques, dispense des cours de formation continue et collabore sur des programmes d'études et de recherche avec d'autres institutions du Niger (ENS, Ministères) ».

- L'INDRAP (Institut National de Documentation de Recherche et d'Animation Pédagogique) de Niamey est chargé de la conception de manuels (ici les BM et GM), la formation et la recherche et l'animation pédagogique. C'est une institution dont la participation dans le collectif serait d'un grand apport. Nous donnons ci-après les

¹⁸⁶ <http://uam.refer.ne/spip.php?article37>

missions¹⁸⁷ de l'INDRAP : « la recherche, l'expérimentation et l'application des méthodes, procédés et moyens pédagogiques en vue de l'amélioration du système éducatif nigérien. À ce titre, l'INDRAP a participé activement à l'élaboration des programmes de 1988, programmes qui couvrent notamment l'ensemble du Cycle de Base 1 (6 premières années d'enseignement : CI, CP, CE1, CE2, CM1 et CM2), dans toutes les matières d'enseignement. L'INDRAP a été chargé de la rédaction des manuels nécessaires pour la mise en application de ces programmes. Il a aussi assuré un grand nombre de formations d'enseignants et de formateurs (en particulier, professeurs des Écoles Normales) à l'utilisation de ces programmes et de ces manuels ».

On pourrait donc imaginer une mise en synergie des structures citées précédemment, qui s'appuie sur un dispositif dont nous décrivons ci-après les grands axes :

- partage et consensus autour d'un objectif commun de travailler dans le sens de l'étude des pratiques enseignantes en vue de leur évolution ;
- création et mise en place de dispositifs pour étudier et analyser sur le plan didactique l'action du professeur ;
- l'élaboration de nouvelles ressources plus adaptées Gueudet et Trouche (2008) qui explicitent les connaissances mathématiques destinées aux professeurs et les mettent en lien avec les tâches proposées aux élèves pour permettre aux enseignants de mieux appréhender les savoirs en jeu ;
- la mise en place d'une stratégie de formations de professeurs basées sur le travail documentaire collectif, permettant d'accompagner l'appropriation des ressources disponibles, et la conception et l'expérimentation d'autres ressources. Elle pourrait être instaurée dans les CAPED, sous la forme d'un système de préparation et d'étude collective de leçons¹⁸⁸ (Miyakawa et Winsløw, 2009) pour construire et étudier une leçon dans ses détails, afin de mieux cerner les connaissances mathématiques proposées et les interactions didactiques qui s'y déroulent. Nous faisons un récapitulatif (figure 10 ci-après) du travail coopératif, dont nous venons d'exposer les grands axes.

¹⁸⁷ <http://www.men.ne/missions.htm>

¹⁸⁸ Sur la question de l'étude collective de leçons (*Lesson studies*), il nous paraît important de préciser que c'est un dispositif japonais de préparation conjointe de leçons, d'observations croisées, de travail approfondi, et d'analyse du contenu. Les enseignants à travers un dispositif d'échanges et d'ingénieries didactiques construisent et expérimentent des leçons. C'est donc un travail fait en amont par la communauté des enseignants dans le seul but de construire et d'étudier une leçon dans ses détails afin de mieux cerner les variables et interactions didactiques qui s'y déroulent.

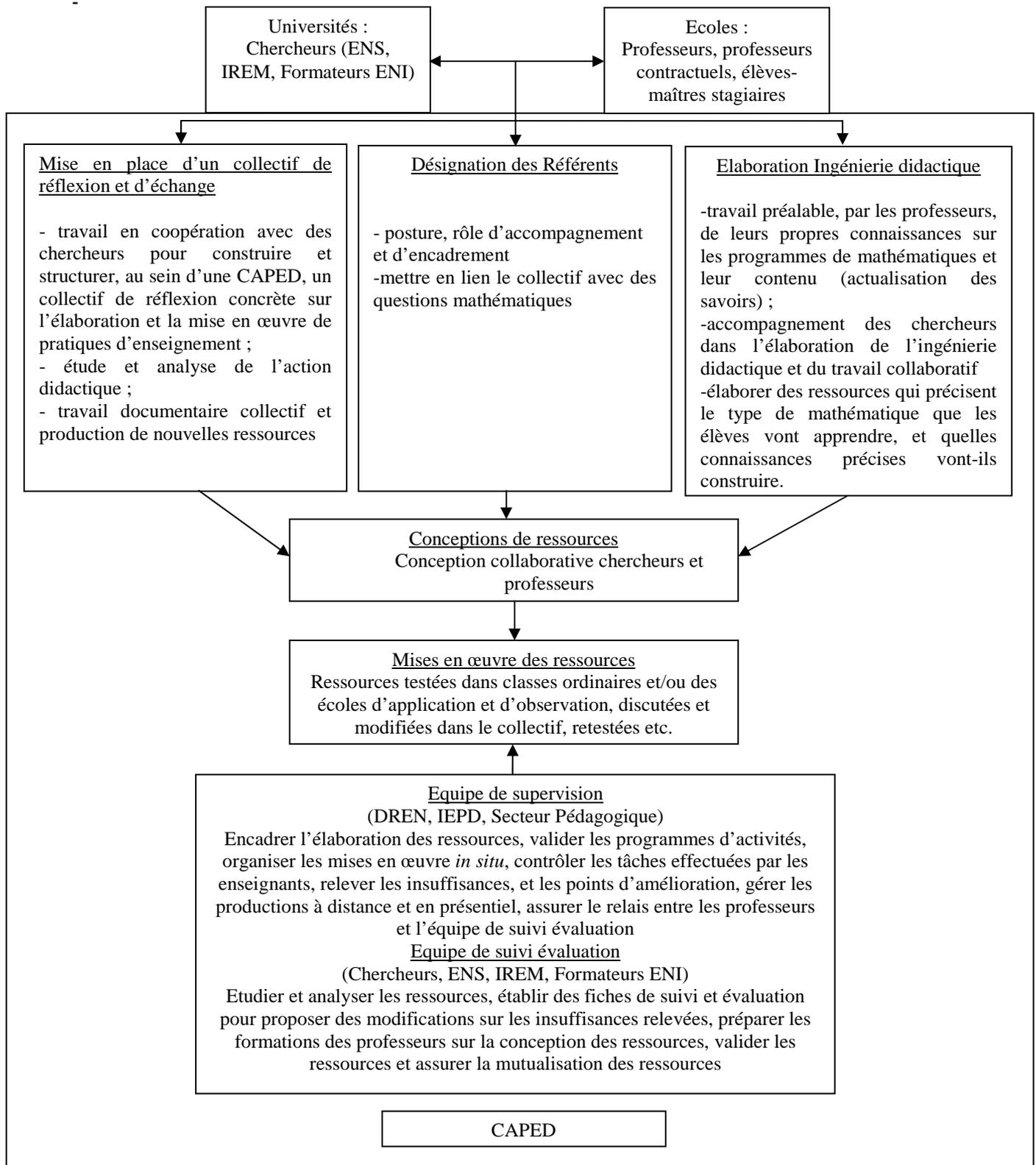


Figure 10 : Schéma récapitulatif du dispositif de l'ingénierie coopérative

1.2.2 Collectif professeurs-chercheurs : Etude et analyse de l'action didactique

L'ingénierie coopérative concerne aussi l'étude et l'analyse de l'action didactique dans une CAPED. Il faut donc mettre en place un dispositif (ingénierie didactique) à faire fonctionner dans les CAPED dans lequel les professeurs travaillent vraiment les mathématiques pour eux-mêmes pour permettre aux élèves d'écrire les mathématiques, et de construire des connaissances mathématiquement pertinentes et systématiquement reliées entre elles, et d'apprendre à représenter des situations qu'ils vont exploiter entre eux. On pourrait faire ici le lien avec les *Knowledge packages* Ma (1999) qui reposent sur le principe de l'étude et de l'articulation des connaissances mathématiques.

Cette ingénierie peut se décliner comme suit :

- mise en place d'un collectif pour étudier et analyser les savoirs liés aux mathématiques (travail au plan individuel sur les manuels de mathématiques en vigueur au Niger, et d'autres documents complémentaires) ;
- réflexion commune, échanges et mutualisation des savoirs et enjeux par le collectif ;
- mise en commun et élaboration des dispositifs d'enseignement à tester dans une classe ;
- analyse par le collectif de la mise en œuvre et identification des pistes d'aménagement des dispositifs ;
- nouvelle mise en œuvre des dispositifs réaménagés dans une autre classe du même niveau ;
- analyse de la nouvelle mise en œuvre liée « aux manières de faire du professeur ».

Le rôle des chercheurs à cette étape précise pourrait se décliner comme suit :

- organiser la mise en place du collectif, mise à disposition des documents, et supervision des travaux avec des prises de notes pour ensuite effectuer une synthèse des éléments essentiels issus des débats et échanges du collectif sur l'étude et l'analyse des savoirs ;
- préparer *a priori* ce que les chercheurs pourraient apporter aux professeurs d'une part, et ce qu'ils leur proposeraient de faire d'autre part ;
- relever systématiquement ce qui se passe pendant le travail de préparation collective des fiches, et surtout constituer une grille pour le chercheur (écrire un guide précis

- pour essayer de relever précisément les intentions des professeurs) de ce que les chercheurs veulent observer pendant ces réunions, pour prendre des notes en direct ;
- contribuer à la conception des dispositifs d'enseignement à tester, en collaboration avec le collectif et les enseignants chargés de leur mise en œuvre ;
 - superviser les mises en œuvre et les séances de travail avec le collectif pour analyser les mises en œuvre effectives et identifier des pistes d'aménagement.

1.2.3 Collectifs de professeurs : propositions de pistes à explorer

Le fonctionnement des collectifs de professeurs reposerait sur un travail d'analyse et de conceptions collectives de séances. Ce type de travail nécessiterait une reconnaissance institutionnelle, des moyens humains, financiers, matériels et du temps pour construire, structurer au sein d'une CAPED un collectif de réflexion. Ces éléments sont indispensables, il nous semble, pour effectuer dans les dispositifs, des travaux dans le domaine de la recherche fondamentale et appliquée en mathématiques élémentaires. Pour rendre effectives ces conditions, il nous semble, que la nouvelle approche que nous proposons dans le cadre de ces travaux de recherche devrait faire l'objet d'une restitution au niveau des structures déconcentrées des Ministères de l'Education Nationale (DFIC, DREN, ENI, IEB), et de l'Enseignement Supérieur (Université de Niamey Département des Sciences de l'Education et de la Formation, IREM). La restitution pourrait prendre la forme :

- d'une note synthèse adressée aux deux Ministères (Education Nationale et Enseignement Supérieur et de la Recherche) pour recueillir l'avis des techniciens, et la proposition d'un atelier de réflexion et d'échange pour expliciter certains éléments qui demanderaient plus de précisions ;
- d'une présentation par le chercheur de la démarche d'ingénierie coopérative et de conception collaborative de séances, proposant une réflexion sur l'élaboration collaborative d'une stratégie en vue d'une expérimentation. La présentation s'adresserait aux inspecteurs d'académie et aux conseillers pédagogiques, qui souhaiteraient devenir référents de la démarche pour une expérimentation dans leurs structures.

1.2.4 Collectifs hybrides : organisation du dispositif et formation des membres

Nous donnons ici la définition de collectifs hybrides. Cette dénomination doit être comprise ici, au sens d'un regroupement de concepteurs de différentes spécialités, et de différents statuts qui se mettent ensemble pour travailler collectivement dans un processus dynamique et permanent.

Une des modalités possibles de l'ingénierie coopérative serait un travail approfondi sur le contenu mathématique avec un accompagnement par des chercheurs (apport de ressources) et des collègues expérimentés (observation, conception de séances, mise en œuvre en classe, analyse collective de séances avec la prise en compte des interventions des élèves). Ce type de travail pourrait se faire en présentiel (organisation et activités à déterminer) et à distance (ressources numériques, plate forme et travail collaboratif impliquant les membres des collectifs). L'intégration des technologies de l'information et de la communication serait dans ce cas indispensable et ouvrirait des perspectives intéressantes pour le Niger dans le cadre de la recherche sur les dispositifs de formation à distance (organisation et fonctionnement). On pourrait citer ici l'expérience du Sénégal en matière de formation à distance. Suivant Sokhna et Sarr (2009) précisent que : « L'Université Virtuelle Africaine (UVA) est un dispositif de formation à distance orienté, pour l'essentiel, vers les formations scientifiques et techniques des Africains du sud du Sahara... Pour son fonctionnement l'Université Virtuelle Africaine travaille avec des universités partenaires. En 2005, son réseau comprenait 56 institutions partenaires dans 27 pays anglophones, francophones et lusophones d'Afrique. Ainsi, l'UVA est devenue un réseau éducatif continental d'institutions d'enseignement supérieur engagées à utiliser des systèmes d'enseignement ouvert et à distance pour le renforcement de leur capacité. Pour l'organisation des sessions de formation, des centres d'apprentissage équipés d'un certain nombre d'ordinateurs connectés à Internet, avec une antenne pour la transmission par satellite sont mis en place par l'UVA avec la collaboration d'institutions partenaires. Ces centres situés dans les campus des universités partenaires servent de points d'accès où les étudiants peuvent disposer de programmes en ligne ou diffusés par satellite. Les cours sont élaborés par des institutions internationales partenaires en collaboration avec des enseignants d'Afrique subsaharienne ». Ce type de dispositif donne à voir des possibilités dont on pourrait s'inspirer pour la mise en place du dispositif que nous proposons. Ainsi les aspects suivants pourraient être étudiés :

- le *tutorat* des chercheurs à l'Université pour organiser localement des séances collectives, et accompagner les enseignants ;

- les *supports technologiques* (visioconférences, salles multimédia avec connexion internet ; interface du site internet entre chercheurs et professeurs autour des situations d'enseignement et d'apprentissage, et des travaux de recherche) ;
- la *formation* des professeurs à la maîtrise des fonctionnalités et aux usages bureautiques des Technologies de l'information et de la communication ;
- *l'accès a des contenus en ligne* d'enseignements proposés par des universités partenaires ;
- la *mise en synergie* des structures de formation en mathématiques ;
- un *centre régional de formation* piloté par les inspecteurs d'académie ;
- un *centre national de formation* piloté par des experts formés d'enseignants chercheurs de l'Université, de l'IREM, des formateurs des ENI et de l'INDRAP. Ces experts pourraient fournir des ressources, aider à concevoir et expérimenter de nouvelles ressources, et identifier des modules de formations à mettre en œuvre dans les CAPED.

La CAPED pourrait à ce niveau également être le lieu d'expérimentation d'un tel dispositif, et un lieu de formation des responsables administratifs des structures déconcentrées du ministère, des responsables de l'enseignement des mathématiques, et des chercheurs. On pourrait, il nous semble, intégrer dans ce dispositif la conception des ressources qui prennent en compte les pratiques de classes, l'étude et l'analyse didactique de séances, et des modèles de fiches et de guides pédagogiques. La démarche reposerait sur un *dispositif hybride de formation*¹⁸⁹ à l'image du SFoDEM¹⁹⁰ (Guin et al, 2003) et l'UVA Sokhna et Sarr (2009), s'appuyant sur un socle qui combinerait des séminaires en présentiel, des activités d'étude et d'analyse de séances à distance, et des travaux personnels encadrés.

L'idée d'instituer un dispositif hybride de formation serait une tentative pour accompagner les CAPED, dont on sait qu'elles sont aujourd'hui le lieu par excellence où les professeurs se retrouvent selon un programme d'activités, pour débattre de certaines difficultés rencontrées au quotidien dans les pratiques de classes.

Il faut donc réfléchir à une stratégie de formation qui pourrait à la fois faciliter l'accessibilité aux ressources existantes, la conception d'autres ressources, et surtout une offre de formation et d'accompagnement des enseignants dont les écoles sont éloignées du centre de la CAPED.

¹⁸⁹ Ici, la dénomination dispositif hybride de formation désigne une formation en partie en présence et en partie à distance.

¹⁹⁰ Suivi de Formation à Distance des Enseignants de Mathématiques : un dispositif de formation pour accompagner les enseignants dans l'intégration des TICE en mathématiques.

Nous présentons dans le tableau ci-dessous un tel dispositif de formation. Dans la première colonne, nous présentons les modalités pour un dispositif hybride de formation, la seconde colonne donne à voir la description et le contenu des activités susceptibles d’êtres mises en œuvre, la troisième colonne décrit les objectifs du collectif en termes d’organisation, la quatrième colonne précise la posture des chercheurs, et la cinquième colonne enfin énumère les exigences et les conditions de réussite de la formation.

Modalités	Contenu et description	Objectifs	Posture des chercheurs	Exigences et conditions de réussite
Séminaires en présentiel	Regroupements de chercheurs, professeurs et stagiaires sur des temps bien déterminés et répartis tout au long de l’année. Le lieu de travail et d’échange pourrait varier selon le thème en fonction des activités programmées.	Favoriser la dynamique et le travail en groupe, Travailler concrètement en coopération sur l’élaboration et la mise en œuvre de séances de classes.	Animateur	Déterminer les conditions pour favoriser un engagement des professeurs, préparation par le collectif des séminaires avec des ordres du jour pertinents et des sessions variées et dynamiques
Activités d’étude et d’analyse de séances à distance	Activités mises en œuvre à l’échelle de l’école ou de la CAPED, utilisation des ressources numériques	Préparer les séminaires en présentiel en anticipant sur des thèmes étudiés, procéder à des observations dans les classes et dans les CAPED à travers l’analyse des vidéos de séances.	Tuteur	Programmation (étapes, résultats attendus, ressources, échéances) pour des échanges entre professeurs, référents et chercheurs
Conception de ressources	Conception de ressources pour la l’expérimentation et la diffusion (fiches et guides pédagogiques, grilles d’observation, fiches bilan, fiches de description de séances) Développer des formations de professeurs sur le travail documentaire (ici les BM et GM)	Elaborer des ressources à utiliser pour la conception de leçons, l’observation et l’analyse.	Guide	Développer des approches qui permettent en particulier d’étudier la place des ressources d’enseignement comme <i>outils</i> dans les pratiques d’enseignements et situations mathématiques.
Travaux individuels organisés	Travaux personnels et individuels (lecture de documents, analyse et synthèse,) sur des plages horaires et du temps personnel.	Travailler en autonomie et faire des recherches personnelles, organiser son temps et s’appropriier les travaux collectifs.	Guide	Engagement individuel, structuration du travail et liens en cohérence avec la progression du collectif.

Tableau 119 : Modalités de mise en place d’un dispositif hybride de formation

Le tableau que nous venons de présenter est une synthèse de ce qui pourrait être la formation que nous proposons dans le cadre de l'ingénierie coopérative. Nous allons maintenant donner des exemples pour expliciter les éléments abordés dans le dispositif de formation, pour donner à voir l'étude du savoir en jeu, en revisitant les analyses des séances mises en œuvre dans les chapitres précédents sur l'étude et l'analyse des données empiriques. Nous précisons ensuite ce que nous entendons par les divers types de postures (animateur, tuteur, guide) du chercheur que nous avons décrits dans le tableau 118 ci-dessus.

1.2.5 Le dispositif hybride de formation : des exemples à partir des séances étudiées et analysées

Pour donner plus de visibilité au dispositif de formation ci-dessus présenté, nous donnons des exemples sur le savoir tel qu'il pourrait être étudié par le collectif en coopération avec des chercheurs. Notre ambition n'est pas de donner des déroulements à suivre à la lettre, mais bien d'esquisser des pistes quant au type de savoir mathématique à expliciter dans les séances mises en œuvre *in situ*. Pour chacune des modalités ci-après, on pourrait imaginer étudier certains aspects spécifiques et denses en savoir.

- Les séminaires en présentiel : ce niveau de regroupement dans une CAPED pourrait être l'occasion pour les chercheurs et les professeurs, de travailler sur une étude *a priori* des diverses manières de représenter les situations d'addition et de soustraction. Le chercheur pourrait faire un exposé sur la manière dont s'opèrent physiquement les techniques opératoires dans des additions et des soustractions d'un point de vue à la fois mathématique et conceptuel. Dans ce type d'exposer, l'accent pourrait être mis sur les points suivants, pour lesquels les professeurs vont mener des recherches individuelles, qui seront ensuite discutées et analysées collectivement :
 - La construction du rapport à la référence qui n'est pas travaillée dans les séances étudiées, du fait de la centration des professeurs sur les signes sans montrer concrètement à quoi ils réfèrent. Le chercheur va insister sur le lien à faire entre les formes sémiotiques et les références associées. Ainsi par exemple, au lieu de demander d'additionner $17 + 25$, il nous semble, plutôt pertinent pour le chercheur d'orienter les réflexions sur le moyen de modéliser ce type d'addition. Il y a une double nécessité à expliciter une fois la modélisation faite : la première nécessité serait de travailler les propriétés qui

permettent par exemple de faire la décomposition/composition, à partir d'échanges animés par le chercheur. La deuxième nécessité serait de concentrer les débats sur la détermination de la retenue dans l'addition, et sur la manière dont on amènerait les élèves à comprendre par exemple que, la retenue 1 correspond bien à 10. Le chercheur pourrait également faire travailler les professeurs sur la disposition en colonne des additions qui est centrale dans le travail des professeurs, en insistant par exemple sur la façon dont il faudrait amener les élèves à déterminer le lien à faire entre le nombre de bâchettes correspondant aux chiffres inscrits dans la colonne des dizaines et des unités.

- Activités d'étude et d'analyse de séances à distance : le chercheur pourrait demander aux professeurs de tester dans leurs classes l'addition du type $14 + 12 = 1d + 4u + 1d + 2u = 1d + 1d + 4u + 2u = 2d + 6u = 26$ en le modélisant, et d'en discuter entre pairs à l'école avant de se retrouver dans la CAPED. Les résultats des tests seraient consignés dans une fiche de synthèse, et discutés collectivement. Les professeurs interviendraient pour expliquer la façon dont ils ont procédé (les éléments proposés aux élèves pour qu'ils s'approprient le sens de la technique), en faisant ressortir les difficultés rencontrées sur le savoir en jeu (la mise en œuvre de la décomposition-composition par exemple), les insuffisances constatées et les problèmes didactiques rencontrés par le professeur. Le chercheur proposerait ensuite la conception collective d'une nouvelle ressource à tester prenant en compte les modifications apportées ;
- Conception de ressources : elle se ferait en ayant pris en compte les modifications apportées par le collectif. La ressource est testée, discutée, retestée sur le principe d'amélioration cyclique décidé par le chercheur et le collectif (le collectif décidera de la forme cyclique adaptée pour améliorer les ressources produites). Le chercheur pourrait par exemple insister sur le fait qu'une addition du type $17 + 25$, en plus de la décomposition-recomposition, les savoirs sur les équivalences sémiotiques (dizaine = d ; unité = u) et le savoir sur les regroupements des d et u entres elles sont aussi des aspects mathématiques à étudier ;
- Travaux individuels organisés : Le chercheur pourrait demander aux professeurs de travailler individuellement des additions dans leurs classes, pour amener les élèves à se familiariser aux techniques opératoires, et à modéliser ces additions sous forme de

petits problèmes, où ils pourraient travailler le déroulement suivant : $17 + 25 = ?$, et donc le (?) serait l'inconnu à chercher.

Il nous semble, important de préciser que les exemples ci-dessous que nous venons de présenter s'inscrivent dans un processus qui se déroule dans le temps. C'est-à-dire que chercheurs et professeurs élaborent un programme d'activités réparti dans le temps, et prenant en compte les progressions des contenus et programmes d'enseignement. Le dispositif hybride de formation nécessite pour sa mise en place, une remise en cause de pratiques, et un accompagnement de proximité tant du point de vue de l'approche que de la démarche. Il nous semble, indispensable que le Ministère de l'Education Nationale se donne les moyens (humains, matériels et financiers) de pouvoir assurer cet accompagnement. Dans le même temps, du fait de l'hétérogénéité des professeurs et la diversité des pratiques de classes, le dispositif hybride de formation (figure ci-après) devrait être l'occasion pour chacun des professeurs de s'impliquer fortement pour réussir à développer non seulement des capacités d'analyse didactique de situations mathématiques, mais aussi des capacités à travailler collectivement l'élaboration de séances de classes.

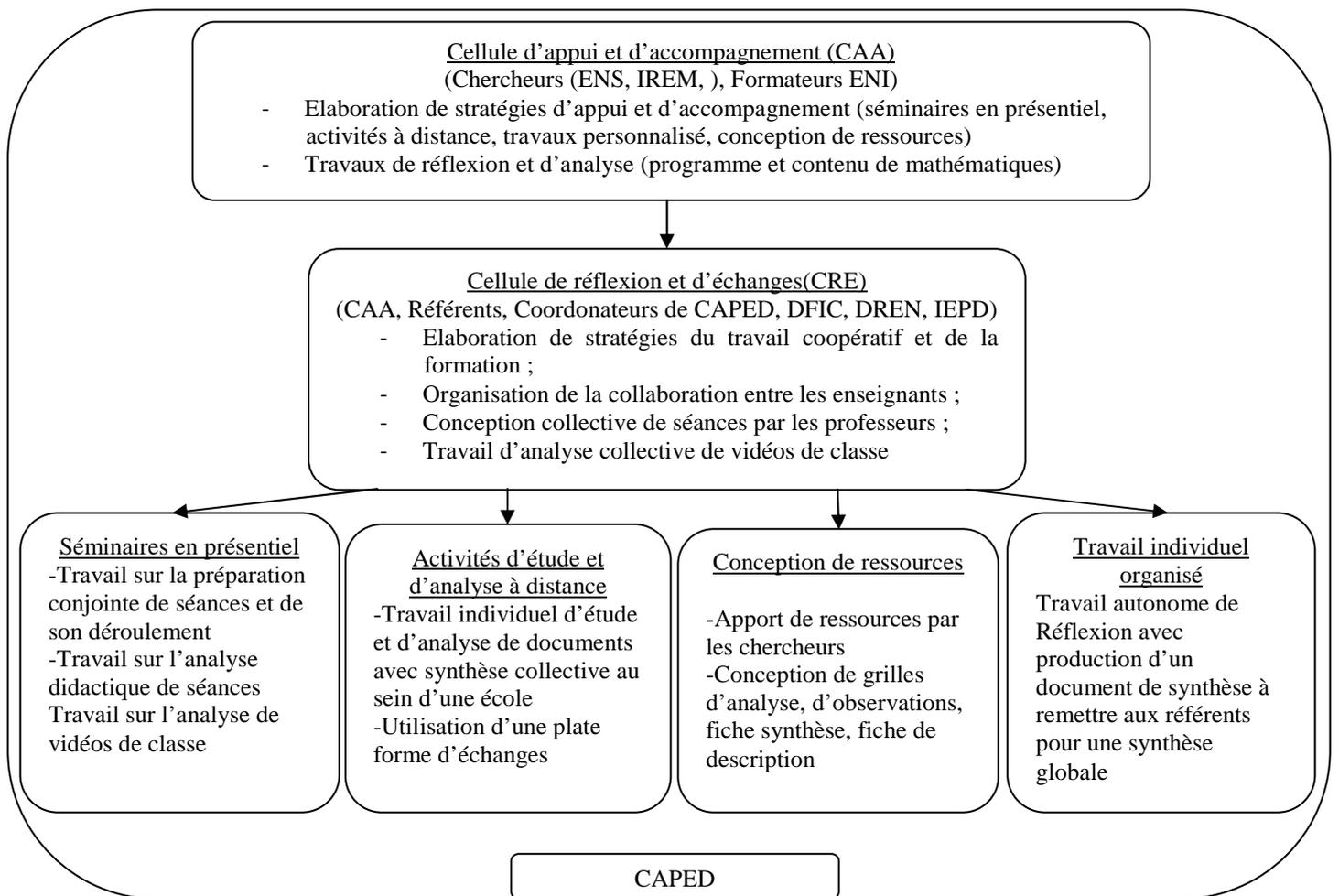


Figure 11 : schéma récapitulatif du dispositif hybride de formation

Nous venons de présenter dans ce chapitre le dispositif de formation continue des enseignants, en proposant un certain nombre de pistes d'évolution du dispositif existant. La question des dispositifs est un enjeu crucial il nous semble, dans une perspective de remise en question des pratiques. Sokhna et Sarr (2009) précise que : « Face à cette situation, l'un des rares leviers sur lequel il est possible de s'appuyer pour éviter une situation qui sera demain irréversible est la mise en place d'un dispositif performant de formation des professeurs de mathématiques en quantité et en qualité ».

A partir d'un travail mathématique sur le contenu des manuels, on peut imaginer des dispositifs au sein desquels la topogénèse est équilibrée, tout comme l'inverse. Ce type de travail, pourrait être fait dans les CAPED, avec un collectif de professeurs et de chercheurs pour étudier les BM, les GM, et autres ressources du même type, et former les professeurs à

utiliser ces ressources de manière plus imaginative. Il nous semble, qu'il y a là une question très importante pour la formation et pour l'usage des ressources. C'est d'autant plus important, que la place et rôle joués par les BM fournissent des principes et des règles d'action pour le travail des manuels, qui reposent en particulier sur une vraie appropriation des BM (cf. la consigne : faire tous les exercices). Un autre aspect qui pourrait être étudié pour la formation des professeurs et pour l'usage des ressources dans les CAPED serait il nous semble, de mener un travail de réflexions sur les BM et les GM, en traitant par exemple les questions suivantes : en quoi une ressource exerce-t-elle une prégnance sur l'action conjointe du professeur et des élèves ? En quoi est-elle « actionnelle » ? Si elle est actionnelle, selon quelle topogénèse est-elle « actionnelle » ? Ce qui signifie d'une part, que l'institution met à disposition des professeurs des ressources contenant les connaissances mathématiques censées leur permettre de préparer les séances. Les professeurs exploitent ces ressources, et tentent de tirer l'essentiel.

Cette dimension pragmatique du travail professoral relève d'une part de la capacité des professeurs à intervenir auprès des élèves, ou sur le milieu didactique, pour réguler l'activité didactique, afin de leur permettre de construire ou de développer des comportements adéquats. D'autre part, les interactions du professeur avec les ressources officielles, dont ils ne peuvent s'en passer d'une certaine manière, constituent un véritable travail documentaire Gueudet et Trouche (2008) pour transformer les ressources en documents exploitables, et utilisables, en fonction du type de mathématique que les professeurs souhaitent faire apprendre aux élèves.

1.3 Les postures du chercheur dans le cadre de la formation : éléments de précision

- la posture d'animateur : cette posture est spécifique aux séminaires en présentiel. Il s'agit de regroupements physiques au cours desquels, le chercheur pourrait exposer par exemple des éléments théoriques liés à l'enseignement des mathématiques, ou les grandes lignes de la conception de ressources. A ce titre, le chercheur organise un travail d'analyse et de réflexion et fait travailler les professeurs en première main sur les savoirs mathématiques en jeu dans les séances à mettre en œuvre *in situ*, pour faciliter les interactions entre les professeurs, et permettre ainsi la dynamique du groupe ;

- la posture de tuteur : le tutorat s'inscrit dans le cadre des activités à réaliser à distance. Le chercheur se positionne comme la personne qui facilite la préparation des activités, et la diffusion des ressources à partager pour favoriser les échanges à distance. Le chercheur accompagne les professeurs qui ont besoin d'une aide personnalisée pour avancer dans un travail de production individuel sur la technique opératoire de l'addition avec retenue par exemple ;
- la posture de guide : elle est typique des travaux en autonomie et orientée vers un travail de réflexion sur une connaissance précise qui viendrait en contribution à un travail collectif. Le chercheur donne des orientations spécifiques sur la classification des structures additives de Vergnaud par exemple sous forme de conseils (lecture, bibliographie etc.) pour aider le professeur qui en fait la demande.

Il faut noter que les différentes postures ci-dessous exposées sont liées au contexte dans le dispositif de formation, qui conduit le chercheur à s'adapter selon l'organisation du collectif, et de la manière dont le dispositif hybride de formation fonctionne.

Nous allons conclure maintenant sur ce travail de recherche portant sur l'étude didactique de l'action professorale. Le cadre, les conditions, et les enjeux des situations d'enseignement et d'apprentissage étudiés, et les résultats obtenus sont exposés dans la partie qui suit.

Partie 8 : Conclusion générale et perspectives

Le travail de recherche, présenté ici, fut pour nous une occasion d'étudier et d'analyser des séances de classes *in situ*. Nous avons tenté d'étudier l'action professorale et ses implications sur la façon avec laquelle les élèves travaillent les savoirs mathématiques, en nous focalisant sur le type de mathématiques qu'ils apprennent et les connaissances précises qu'ils construisent, dans des situations d'enseignement et d'apprentissage. Pour comprendre dans l'action du professeur le contenu des interactions didactiques en jeu dans la transmission du savoir, nous avons postulé qu'il fallait étudier les liens qui pourraient exister entre le professeur, l'élève et le savoir dans un système didactique

Cette hypothèse, à l'origine de notre travail de recherche, nous a orienté vers une réflexion élargie pour comprendre l'action du professeur et la manière avec laquelle elle se déroule. Ce point de départ nous a amené à situer notre recherche dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique Chevallard (1991) sur les questions du partage des responsabilités et de la construction du temps, dans la gestion des transactions didactiques. Nous avons également fait référence aux travaux de Brousseau (1998) et aux catégories développées par Sensevy, Mercier, Schubauer-Leoni (2000), et Sensevy (2001, 2003, 2004, 2006, 2007, 2008 et 2010) qui permettent d'analyser les interactions entre le professeur, les élèves et le savoir dans un système didactique. Ces cadres théoriques nous ont offert les outils adéquats pour étudier et analyser la manière avec laquelle les professeurs enquêtés dans notre travail de recherche font émerger les activités mathématiques et les savoirs en jeu, dans les situations étudiées, à savoir l'addition, la soustraction et la résolution de problèmes en CP dans des classes ordinaires.

Notre travail a permis de revisiter les pratiques professorales et leurs rapports avec le contenu mathématique des programmes d'enseignement, et de rendre compte des pratiques actuelles à travers l'analyse des manuels et des mises en œuvre effectives dans les classes. Dans cette perspective, nous avons été amené à considérer les interactions entre professeurs et ressources ainsi que leurs conséquences dans les pratiques de classes. Nous nous sommes référés à l'approche documentaire du didactique dont le principe fondamental consiste à transformer les ressources en document, suivant Gueudet Trouche (2008). La nécessité de

caractériser davantage l'usage des ressources dans le travail professoral, nous amenés à utiliser les travaux de Ball et Cohen (1996) sur la question du manuel comme outil d'accompagnement des professeurs, et ceux de Margolinas et Wozniak (2008) sur l'usage des documents dans les situations d'apprentissage des mathématiques à l'école primaire.

On pourrait imaginer, d'une part, dans la proposition de dispositif que nous avons annoncée dans nos précédentes pages, un travail du collectif axé sur l'idée de former en utilisant les livres Ball et Cohen (1996), et d'autre part, étudier cette modalité de formation envisagée par l'institution pour analyser le contenu du guide du maître CP, en examinant par exemple, le détail de l'addition avec retenue, le lien entre ce contenu et les pratiques effectives des professeurs enquêtés.

Dans tous les cas, il nous semble que la caractérisation de l'usage des manuels par le professeur et leur influence sur son travail est un aspect dont il est important d'étudier la possibilité de proposer quelques grandes lignes, dans le dispositif sur les choix des professeurs et les conséquences de ces choix sur les pratiques en classe.

Ainsi, nous avons fait l'hypothèse selon laquelle les ressources officielles mises à disposition des professeurs influencent leur travail. Au fil des analyses, cette hypothèse est apparue sous deux formes : la première montre que certains professeurs continuent d'appliquer des types déroulements tels qu'ils sont proposés dans les manuels anciens. Nous avons montré que la topogénèse induite par ces manuels indique clairement aux professeurs la façon dont il faut mettre en œuvre les leçons dans les classes. La seconde forme situe les nouveaux manuels dans une perspective qui oblige les professeurs à étudier les connaissances mathématiques qui leur sont proposées, et d'en tirer la substance moelle pour les mises en œuvre *in situ*. Ce caractère obligatoire implique trois autres exigences de l'institution :

- la première écrite sur la couverture des BM porte sur la mention « uniquement pour la formation des maîtres » qui invite les professeurs à se former à partir des manuels officiels ;
- la deuxième inscrite dans les BM recommande aux professeurs de « faire tous les exercices et activités proposés dans le texte » ;
- la troisième inscrite dans les BM incite les professeurs à « consulter un collègue sur ce qui fait difficulté si des points obscurs restent encore » ;

L'analyse de ces différentes consignes ouvre des perspectives de recherches et des réflexions sur la formation des professeurs à l'usage des manuels, à partir de nouvelles propositions.

Nous avons exposé dans les précédentes pages des pistes dans ce sens, nous y reviendrons brièvement dans cette partie.

Après avoir situé le contexte et les orientations de notre travail de recherche, nous organisons cette partie comme suit :

- nous synthétisons d'abord les résultats auxquels nous avons abouti grâce à l'analyse empirique des séances étudiées ;
- nous exposons ensuite les perspectives que ce travail de recherche offre au chercheur et aux professeurs en termes de mise en place d'un dispositif de formation des professeurs sur la base d'une ingénierie coopérative à partir des résultats organiquement liés à ce travail.

1.1 Synthèse des résultats obtenus

Nous présentons, dans le tableau ci-dessous, la synthèse des résultats auxquels nous avons abouti, aussi bien théoriques qu'empiriques. Divers types de réflexions ont émergé dans les synthèses tout au long de ce travail, aussi bien en ce qui concerne l'enseignement des mathématiques proprement dit que l'action des professeurs. Il ne s'agit pas, pour nous, de revenir sur des synthèses déjà produites, mais plutôt de nous appuyer sur nos analyses empiriques pour reproblématiser cette recherche.

Nous allons donc tenter de faire une synthèse qui s'appuie sur l'identification du fonctionnement des systèmes didactiques et sur la régulation de certains aspects de l'action du professeur.

Spécification des résultats	Analyses et commentaires
Les séances mises en œuvre 2007/2008	
Ce qui est aux mains des professeurs	<p>Dans les classes observées, nous avons pu voir ce qui est aux mains des quatre professeurs enquêtés lors des mises en œuvre des séances <i>in situ</i>. Ainsi, on peut noter l'apport d'un nouveau vocabulaire pour signifier la forme posée des additions. Les professeurs utilisent les expressions de « disposition usuelle ou de tableau à deux colonnes » pour montrer aux élèves le passage de l'addition en ligne à l'addition posée.</p> <p>Les professeurs utilisent les notions « avant, après, et maintenant » associées à la notion de « machine » pour expliquer la soustraction. Les techniques opératoires utilisées dans les additions reposent sur la juxtaposition entre deux systèmes déliés, le système du comptage d'objets par manipulation et le système du tableau, avec des choix de valeurs numériques qui permettent de voir le sens des additions et des soustractions.</p> <p>On peut citer le cas de P 1 dont a vu que la domination de la « lexis » sur la « praxis » montre l'absence de liens entre les ostensifs et leurs références. L'attitude de P 2 se situe dans une forme « d'assujettissements » Sensevy (2001) qui l'éloigne d'une certaine manière des contenus mathématiques.</p> <p>Dans la plupart des situations observées, il y a potentiellement des recours à la manipulation d'objets, ainsi que la manière de manipuler ce matériel. Les professeurs ont tenté de relancer le processus de dévolution, pour mettre les élèves à contribution dans la structuration du milieu. Ils ont entretenu conjointement la gestion et l'avancée du temps didactique, en même temps qu'elles cherchaient à aider les élèves à construire les savoirs en jeu dans les situations étudiées.</p>
L'épistémologie pratique des professeurs.	<p>L'analyse des séances empiriques, à partir des épisodes-cas étudiés, nous a permis de constater que le contenu proprement mathématique introduit par les professeurs enquêtés montre le rapport des professeurs aux savoirs mathématiques en jeu. Ce rapport relève ce que nous avons appelé " l'épistémologie pratique" des enseignants, c'est-à-dire comment ils pensent concrètement, dans la pratique, les mathématiques qu'ils enseignent.</p> <p>La retenue est un bon exemple ; il nous semble que les professeurs sont dans une conception qu'on pourrait appeler "emblématique" de la retenue : il existe addition ou soustraction avec retenue lorsqu'il y a la petite manipulation "unité-dizaine" visible, palpable qui va avec.</p> <p>La posture épistémologique des professeurs se traduit par une réelle volonté d'amener les élèves à apprendre et à comprendre les savoirs en jeu dans les situations étudiées, même si nous avons constaté une tendance à des propositions de situations dont la densité épistémique est faible. On a pu voir que les professeurs modifient sans cesse les situations. Pour P 3 et P 4 par exemple, tout se passe comme si elles se concentraient sur deux techniques distinctes, celle qui utilise du matériel avec le boulier (elle n'induit pas de notion de retenue) et celle qui utilise des écritures numériques, avec la notion de retenue.</p>
Recours aux sémiotiques	Nous avons noté, dans la plupart des séances étudiées, l'absence de référence et une focalisation sur les formes sémiotiques. Les exemples d'addition et de soustraction proposées dans les séances relevaient de l'abstraction, ce qui ne permettait pas aux professeurs de travailler les savoirs en jeu.
Le partage des lieux et des responsabilités	L'ensemble des séances observées se place dans une situation du type de position topogénétique participatif, même si elle n'est pas dominante. Les professeurs ont tendance à associer les élèves à chaque étape de la construction du savoir. Les places qu'elles occupent se justifient par les conceptions différentes de la finalité des séances et leurs attitudes se caractérisent par une grande écoute et une grande disponibilité, ainsi que chez les élèves. Des périodes <i>transformatrices</i> du travail des élèves qui correspondent à la mésogénèse ont été mises à jour. Les techniques identifiées de modification mésogénétique, de déplacement du partage topogénétique, ou de modification chronogénétique sont relatives à la fonction didactique. Si le milieu ne peut fournir de « résistances » suffisantes, le professeur peut prendre une position topogénétique plus haute afin de faire lui-même ce que le milieu ne peut accomplir.
Les BM et GM sont les manuels officiels qui structurent et orientent le travail professoral.	

Interactions avec les manuels officiels de mathématique	Les professeurs ont la charge de maîtriser les contenus mathématiques proposés dans ces outils. Nous avons pu voir comment les professeurs articulent les choix mathématiques inhérents aux manuels (BM et GM), pour ce qui concerne l'enseignement de l'addition, de la soustraction et la résolution de problèmes. Les interactions avec les manuels reposent sur la construction du jeu par les professeurs, ce qui signifie l'utilisation d'un certain nombre de ressources pour aider à la préparation des leçons. Suivant Gueudet et Trouche (2010), ce type de relation que les professeurs entretiennent avec les ressources supposent un travail de transformation des ressources en document, une dialectique qui articule conception et mise en œuvre.
Topogénèse induite par les manuels	Nous avons postulé que les manuels préfigurent une topogénèse qui influence les pratiques des professeurs en classe. L'exemple du « boulier » est assez révélateur, puisque l'on pourrait dire qu'il est là pour faire fonctionner la procédure, mais qu'il n'est pas là pour montrer, avec le matériel, le « surremplissage » de la colonne d'ordre inférieur et le passage à la colonne d'ordre supérieur. Ce type de déroulement laisse peu de responsabilité épistémique aux élèves. La retenue est un ostensif typique de l'écriture numérique ; elle n'a pas de sens avec le matériel. La retenue est la représentation numérique de l'échange fait avec le matériel ; ce lien est central ici et reste implicite lorsque l'on passe du boulier au tableau de numération. Le plus dense en savoir, ce fut de faire constater aux élèves le « surremplissage » de la colonne des unités et qu'ils puissent prendre conscience que l'échange de 10 capsules unités correspondait à la capsule dizaine. Par la suite, avec la disposition en colonne, les élèves pouvaient prendre conscience que lorsqu'ils retiennent 1, ce « 1 » de la retenue représente bien 10 objets.
La construction des connaissances par les élèves	Les professeurs tentent d'organiser le milieu pour que les élèves construisent leurs apprentissages et leur autonomie dans les différents moments d'apprentissages, mais elles sont dans une position de surplomb topogénétique. Certes la part des élèves est nécessaire, mais les enjeux mathématiques forts sont bien sous la responsabilité des professeurs qui organisent les interactions. Quand les intentions des professeurs ne sont pas comprises par les élèves, on a souvent vu les professeurs construire la relation en lieu et place des élèves dans les séances mises en œuvre, d'où des effets Topaze ou Jourdain que nous avons repérés.
<p>En termes de conclusion sur les mises en œuvre de séances en 2007/2008, nous précisons que les professeurs se sont organisés de manière autonome sur la base de leurs pratiques habituelles de travail et de préparation des classes. Elles ont pris conscience, il nous semble, de l'intérêt de faire évoluer les pratiques ; un professeur déclarait lors d'une séance d'échanges avec le collectif : <i>« Il va falloir que nous continuions à explorer davantage d'autres documents, mais ce qui est sûr, on ne pourra jamais tout comprendre, et surtout tout exploiter pour améliorer nos pratiques. Il faut un dispositif piloté par quelqu'un pour faciliter l'organisation d'un tel travail »</i>. Cette prise de conscience est pour nous un élément très important qui ouvre des perspectives de nouvelles recherches sur la collaboration entre chercheurs et professeurs pour élaborer et mettre en œuvre des dispositifs de travail sous la forme d'ingénierie didactique. Ce temps de formation permettrait l'analyse de leurs façons d'enseigner et progressivement, les professeurs amorceraient ainsi un travail réflexif qui pourrait réorganiser leur pratique.</p> <p>La coopération entre professeurs et chercheurs pourrait se traduire sous la forme de production conjointe de leçons au sein de dispositifs proches des <i>« lesson studies »</i> (Myiakawa & Winsløw, 2009) qui sont des dispositifs japonais de travail collectif pour préparer des leçons.</p>	

Les séances mises en œuvre en 2008/2009 dans le cadre de l'ingénierie coopérative	
Actualisation des savoirs	<p>Les professeurs ne connaissaient pas ce type de travail concret qui consiste à étudier des documents ou ouvrages (ici l'étude du nombre au CP) vus d'un certain angle. Le collectif a trouvé les échanges assez enrichissants ; à ce sujet un enseignant disait : « <i>L'intérêt d'un tel travail se mesure par l'usage que l'on fera des choses qui nous ont paru pertinentes et exploitables dans le cadre de nos pratiques. Nous avons pu lire beaucoup d'informations concernant le nombre, ses propriétés, la logique de son étude, les connaissances indispensables à la maîtrise de certaines techniques opératoires, etc. Mais il faut être réaliste, ces moments que nous allons passer ensemble pour travailler ces savoirs ne suffiront pas, à mon avis, pour toucher du doigt les éléments essentiels sur l'étude du nombre</i> ». Pour les prochains travaux de recherche, ce type de travail pourrait être discuté au sein du collectif pour intégrer une telle disposition dans le dispositif de formation hybride.</p>
Ingénierie coopérative	<p>Notre travail de thèse a également été l'occasion de la mise en place d'une d'ingénierie coopérative. Les productions issues de cette ingénierie coopérative ainsi que les potentialités qu'elle ouvre ont permis de voir que ce type de coopération chercheurs-professeurs est un travail réflexif d'ordre épistémologique sur sa pratique. C'est une épistémologie de la rupture. La rupture étant la phase de remise en cause des connaissances et des savoirs indispensables pour pouvoir accéder à des savoirs nouveaux. L'ingénierie coopérative est vue comme la création de nouvelles perspectives de partage reposant sur la mise œuvre d'actions conjointes proches de la description du processus didactique en termes de jeu entre deux instances professeur et élèves. Ces deux instances sont en transaction autour d'un « objet » qu'il faut instruire, le Savoir » (Sensevy, 2008). Ici, nous pouvons considérer que les chercheurs et les professeurs représentent ces deux instances. La coopération entre les chercheurs et les professeurs, pour étudier et concevoir des séances, est d'une certaine manière, une façon de travailler conjointement le savoir, pour permettre aux élèves d'apprendre les mathématiques, et cela en ayant la première main.</p>
Conception collective de dispositifs d'enseignement à tester	<p>Le collectif a élaboré et testé des dispositifs d'enseignement. Dans ce type de travail qui repose sur la façon avec laquelle on construit le jeu et la manière avec laquelle il faut le mettre en œuvre, les professeurs agissent et donnent leur « voir comme » des dispositifs à tester. La conception collective de séances pourrait, il nous semble, être pensée en termes de jeu, une notion que Sensevy (2008) voit comme « des pratiques humaines », et la notion de jeu : « Ensuite parce qu'elle incite à mettre au principe de l'activité humaine, le fait qu'elle doit se penser, dans bien des cas, comme conjointe pour être comprise, lorsque agir c'est agir <i>avec</i> quelqu'un dans un <i>enjeu partagé</i>, dans une action conjointe ». (Sensevy, <i>ibid.</i>) dans lequel la coopération est fondamentale. Les dispositifs élaborés s'inscrivent dans une perspective d'évolution des pratiques comme par exemple avec le jeu des tiges.</p> <p>Les deux professeurs P1MC et P2MM avaient mis en œuvre leurs séances de manière très proche en centrant l'activité didactique sur les règles définitoires du jeu. Dans cette centration sur les règles du jeu, l'enjeu mathématique est nécessairement faible, il nous semble. Si l'on modélise une situation au moyen d'un jeu, les règles définitoires du jeu, dès lors que la situation possède un minimum d'adidacticité, ne peuvent être que « peu denses » en savoir à faire approprier (sinon la clause <i>proprio motu</i> ne serait pas respectée). En revanche, la partie « stratégique » des règles du jeu (ici la composition/décomposition) est nécessairement dense en savoirs.</p> <p>Les élèves semblent déjà savoir ce que les professeurs veulent qu'ils apprennent. Mathématiquement, il s'agit de la relation d'équivalence « équivaut à » (une chèvre équivaut à la même quantité qu'une unité, un âne équivaut à la même quantité qu'une dizaine). Les deux professeurs, d'une certaine manière, auraient pu donc imaginer un vrai travail sur cette relation et sur les classes d'équivalence, avec, par exemple, un dessin d'une certaine collection et l'élève aurait eu la charge de représenter la quantité de cette collection, soit par le modèle chèvre-âne, soit par le système unité-dizaine, avec la mise en équivalence sémiotique (une flèche qui part par exemple de 2 ânes à 2 unités).</p> <p>Autre exemple de la résolution de problèmes :</p> <p>Les deux professeurs P3MF et P4MC ont procédé par l'exploitation de dessins de moutons et de champs au tableau noir. A partir de l'exploitation des dessins, l'opération est posée,</p>

	<p>aucun effort de modélisation n'a été nécessaire.</p> <p>Pour P3MF, le problème est traité comme un exercice de calcul. L'un des enjeux de la situation qui consiste à écrire une addition à trou du type $8 + ? = 12$, est tué dès le départ. Les élèves auraient dû produire l'addition à trou $8 + ? = 12$, puis passer à un autre problème du même type en changeant les nombres.</p> <p>Il s'agissait pour les professeurs de mettre en place des situations où il faut travailler la représentation, les systèmes sémiotiques et symboliques, la modélisation, le travail pré-algébrique. Sans connaissance <i>a priori</i> de ces enjeux, on voit mal, il nous semble, comment les professeurs auraient pu les trouver par eux-mêmes. Peut-être que dans le travail d'épistémologie pratique des professeurs, la première chose pourrait être d'accréditer l'idée selon laquelle une situation riche en « densité de savoir mathématique » est inextricablement liée à celle d'un temps d'étude long où l'élève travaille « dans sa durée ».</p>
<p>Le travail d'accompagnement du chercheur</p>	<p>La mise en place de l'ingénierie coopérative a interrogé notre place et notre rôle de chercheur. Notre posture nous confère un rôle d'appui et d'accompagnement des professeurs qui s'apparente au travail organiquement coopératif entre le professeur et les élèves et où : « Il faut d'ailleurs comprendre que cette coopération est aussi une coordination » (Sensevy, 2008). La coordination implique, pour le chercheur, que chaque acteur de la situation (professeurs et chercheurs) participe au travail de conception collective et d'analyse de séances, et suivant Sensevy (2008) : « On voit que ces actions conjointes, dialogiques, participatives, peuvent être conçues comme des jeux, au sens que nous avons fait valoir ci-dessus, jeux dissymétriques dont le dernier (le professeur et l'élève) est organiquement et spécifiquement coopératif ». Ce type de travail nous amène à penser que la collaboration au sein d'un collectif ouvre des perspectives que nous donnons à voir ci-après :</p> <p>L'avenir du savoir pourrait se jouer en mettant le savoir au centre des préoccupations didactiques et en faisant le lien avec les manières de faire. Lefeuvre (2008) précise à ce sujet : « Pour autant, je crois que porter le regard sur la construction du jeu d'apprentissage, avec une méthodologie permettant au chercheur d'être toujours en relation dialectique avec la façon effective dont le professeur fait jouer le jeu, peut non seulement éclairer certains phénomènes didactiques observés <i>in situ</i>, mais également faire émerger certaines « manières de faire » qui ne sont rendues lisibles (et extractibles) que par l'analyse en amont des « manières de penser les manières de faire » ; et c'est cet ensemble qui permet alors de mieux comprendre certains gestes d'enseignement ». Nous pouvons postuler qu'étudier le professeur en train d'apprendre à enseigner le savoir aux élèves, nécessiterait que l'on s'intéresse de près à ses faits et gestes pour tenter de comprendre ses intentions.</p> <p>La compréhension des transactions des professeurs avec les ressources est d'une certaine manière à étudier, pour situer dans un premier temps la dialectique ressources/document au sens de Gueudet et Trouche (2010) pour lesquels le « travail documentaire » repose sur la transformation des ressources en document. Dans un deuxième temps, il faudrait situer les documents comme milieu du professeur, pour permettre le contrôle de l'œuvre du professeur suivant Margolinas (2010). Dans un troisième temps enfin, nous devrions considérer les deux caractéristiques des interactions avec les ressources, en suivant Remillard (2010) qui parle de « mode de destination » pour signifier que les ressources sont destinées à un public privilégié et dont il est important de voir la structure du document (programme et contenu mathématiques). Les professeurs qui utilisent ces documents s'inscrivent dans un « mode d'engagement » puisqu'ils s'organisent et interagissent avec les documents.</p>
<p>Nous pouvons conclure sur les séances mises en œuvre en 2008/2009 dans le cadre de l'ingénierie coopérative, sur des aspects qui semblent pertinents à mettre en place dans la construction du jeu pour le professeur qui fait jouer les élèves ensuite. Il nous semble que le développement que nous venons de faire sur la question des enjeux du savoir et la transaction des professeurs avec les ressources pourrait s'inscrire dans le cadre du dispositif hybride de formation que nous avons exposé dans les pages précédentes. Le travail de recherche montre l'intérêt de converger vers la mise en œuvre, par la formation, des stratégies gagnantes pour passer du « behaviorisme pratique » des professeurs à des activités mathématiques cohérentes reposant sur un dispositif qui puisse « exprimer » didactiquement les enjeux du savoir dans les situations d'apprentissage.</p>	

Tableau 120 : Synthèse des résultats

1.2 Perspectives de recherche : vers une reconstruction des pratiques professorales

Le travail de recherche présenté ici peut-être considéré, il nous semble, comme un test pour les professeurs enquêtés et aussi pour nous en tant que chercheur.

Pour les professeurs, leur engagement et leur participation à ce travail est la preuve qu'ils voulaient tenter un exercice qui questionne leurs pratiques afin de comprendre ce qui se passe concrètement et objectivement dans leurs classes : leur façon de construire le jeu et la façon de faire jouer ce jeu aux élèves. Pour le chercheur, il s'agissait d'accompagner ce processus autant que faire se peut, en ayant à l'esprit que ce type de travail spécifique sur le savoir exige des capacités d'organisation et de méthodologie dans l'art de l'accompagnement. Nous présentons dans ce qui suit quelques points spécifiques de notre travail et les ouvertures possibles qu'il permet dans le cadre de nouvelles perspectives de recherche.

1.2.1 Sur le plan méthodologique : accorder plus temps aux travaux pour permettre une meilleure appropriation des savoirs en jeu

Notre méthodologie de travail a certes permis de réaliser cette étude en consacrant du temps à l'aspect empirique, pour étudier avec rigueur les réalités du « terrain » et en faisant des enquêtes *in situ*, directement sur les pratiques pédagogiques (dans leurs classes) et formatives (dans les CAPED) des enseignants que nous avons enquêtés. Nous avons néanmoins noté que le facteur temps est un aspect essentiel à prendre en compte pour les prochains travaux. Dans ce sens, nous envisageons pour des travaux ultérieurs :

- une répartition dans le temps du travail de conception et d'analyse des séances ;
- la préparation des professeurs et la précision des rôles dans l'étude et l'analyse des activités didactiques à réaliser (accorder plus temps par exemple au travail de modélisation/sémiotisation de l'énoncé dans le cadre de la résolution des problèmes et permettre ensuite la préparation des élèves à la fabrication de problèmes types et à la familiarisation de leur résolution).

1.2.2 Les langues nationales : un aspect dont il faut clarifier le rôle dans le travail du professeur

Dans les mises en œuvre des séances *in situ*, certains professeurs dont on a étudié les pratiques, ont eu recours à la langue nationale. Cet appui permanent sur le langage, que ce soit en Français ou en Hausa dans le travail des professeurs enquêtés, nous l'avons analysé comme étant une façon pour les professeurs de préciser ce qu'ils ont dit, ou ce qu'ils pensent quand les élèves n'ont pas bien compris. L'utilisation de la langue nationale n'a pas de signification mathématique particulière. Nous l'avons fait remarquer dans nos analyses, mais cependant, il nous semble que le recours à des expressions linguistiques fonctionne comme des emblèmes qui labellisent. Il faudrait donc, dans les prochains travaux, consacrer du temps à traiter spécifiquement la question du langage en général. On voit bien qu'il joue un rôle considérable dans le travail de certains professeurs, en particulier le hausa pour élucider le rôle du langage dans l'enseignement mathématique prodigué par les professeurs et le rôle spécifique du hausa ainsi que celui du passage du français au hausa.

1.2.3 L'ingénierie coopérative : vers un mode de collaboration chercheurs-professeurs

La mise en place de ce dispositif, le premier du genre au Niger et dans la CAPED de Mirriah Centre, nous permet de dire quelques mots au sujet de son fonctionnement et ce qu'il a permis de réaliser.

L'ingénierie coopérative est une réponse à l'amélioration des conceptions et des mises en œuvre de situations didactiques, dans le cadre du travail du professeur en quête de connaissances lui permettant de mener à bien son travail et favoriser en même temps, de nouveaux apprentissages aux élèves pour qu'ils puissent faire des mathématiques.

Chercheur et professeurs ont travaillé d'arrache-pied à travers une organisation reposant sur :

- l'analyse des savoirs liés à l'étude des nombres et au système de numération de position (travail au plan individuel et collectif sur des ressources mathématiques pour déterminer l'essentiel du savoir à enseigner aux élèves) ;
- une réflexion collective, échanges et mutualisation des savoirs en jeu par le collectif ;
- une mise en commun et élaboration des dispositifs d'enseignement à tester.
- L'ingénierie a pourtant permis des mises en œuvre *in situ* de séances, à la suite d'études et d'analyses collectives (préparation de la séance par un professeur

volontaire, première mise en œuvre, puis analyse du collectif, réaménagements et deuxième mise en œuvre, puis de nouveau une analyse du collectif) pour tenter, à chaque fois, des évolutions et des améliorations dans les façons de faire. De ces mises en œuvre, on peut retenir qu'il est nécessaire de faire des efforts d'analyse de ressources du point de vue conceptuel. Lors des analyses de séances, le collectif a tenté de donner son avis, d'une part, sur les relations d'équivalence entre le système sémiotique (chèvre-âne) et le système symbolique (unité-dizaine) et d'autre part, sur la représentation, les systèmes sémiotiques et symboliques, la modélisation dans le cadre de la résolution des problèmes.

1.2.4 Les manuels : des ressources dont le contenu devrait être davantage explicité

Nous avons tenté de montrer à travers cette recherche, en quoi les manuels « bases mathématiques » et « guide du maître » en vigueur au Niger pouvaient influencer les pratiques d'enseignement et apporter les connaissances mathématiques nécessaires aux enseignants. Nous avons, pour cela, analysé le contenu de ces manuels, en ce qu'ils préconisent comme organisation mathématique, pour ensuite étudier les interactions des professeurs et des manuels. Du point de vue des connaissances mathématiques apportées aux élèves par les BM, le caractère non explicite de certaines connaissances ne précisant pas les types de tâches à réaliser semble évident et cela ne facilite pas souvent des choix didactiques adéquats.

Les tâches présentées dans les GM, généralement accompagnées d'une ou plusieurs consignes suivies d'un temps dévolu aux élèves et d'indications sur un matériel spécifique à utiliser (le cas du boulier), constituent un matériau privilégié pour que l'enseignant puisse comprendre comment s'y prendre pour traiter de l'objet avec ses élèves. L'articulation entre les connaissances mathématiques des BM et les tâches des GM est rarement évidente.

Les guides du maître sont une référence pour l'ensemble de l'organisation mathématique ; ils influencent donc les pratiques d'enseignement. Quand les enseignants s'en écartent, nous avons pu observer un risque de « dérapage » didactique. S'ils essaient de les suivre à la lettre, il faut néanmoins des connaissances mathématiques et didactiques suffisantes pour ne pas conduire à une mise en œuvre où tous les enjeux mathématiques sont sous la responsabilité du professeur.

- On peut alors s'interroger sur deux pistes d'évolution pour la formation continue des enseignants :
- l'élaboration d'autres ressources plus adaptées qui explicitent les connaissances mathématiques destinées aux professeurs afin de les mettre en lien avec les problèmes proposés aux élèves et pour permettre aux enseignants de mieux appréhender les savoirs en jeu ;
- la mise en place d'une stratégie de formation permettant d'accompagner l'appropriation des ressources disponibles. Elle doit être instaurée dans les CAPED sous la forme d'un système de préparation et d'étude collective de leçons. Un formateur doit être désigné pour aider à réaliser des séquences, sur la base d'un travail collectif à partir de l'exploitation des BM et GM, pour construire et étudier une leçon dans ses détails, afin de mieux cerner les connaissances mathématiques proposées et les interactions didactiques qui s'y déroulent. Il faut donc mettre en place un dispositif (ingénierie didactique) à faire fonctionner dans les CAPED, dans lequel les professeurs travaillent vraiment les mathématiques pour eux-mêmes et permettre aux élèves d'écrire les mathématiques et d'apprendre à représenter des situations qu'ils vont exploiter entre eux.

Les deux pistes que nous venons d'évoquer répondent, d'une certaine façon, à notre questionnement initial : rechercher la manière avec laquelle il faut inciter les professeurs à mieux travailler les savoirs en jeu dans le cadre des conceptions collectives. A partir de ce type de fonctionnement, la stratégie de formation pourrait amener les professeurs à s'organiser dans les CAPED pour travailler plus pour eux-mêmes les savoirs en jeu lors de la préparation de leurs enseignements.

1.2.5 Notre posture : articuler rôles et responsabilités dans un contexte de travail collaboratif

Notre positionnement a pris plusieurs formes tout au long du travail de recherche. Nous avons fourni au collectif des supports (ouvrages et extraits de documents sur la numération) pour une exploitation au plan individuel et une analyse collective de certains points spécifiques relevés par les professeurs. Nous sommes intervenus pour préciser certains enjeux mathématiques liés à ces points dans le cadre de l'analyse de certaines séances. Nous nous sommes rendu compte que notre rôle influençait certaines réflexions, nous avons décidé d'observer une certaine neutralité pour laisser le collectif s'organiser et mener à sa

convenance les échanges et les débats. Cette attitude de rétraction n'a pas été facile, eu égard à notre passé d'ancien professeur de l'enseignement primaire au Niger.

Certaines de nos analyses avaient tendance à embellir le point de vue du collectif. Il nous a fallu revoir notre attitude pour faire vivre un point de vue qui soit celui du chercheur commentant et s'appuyant sur celui du collectif. Ce nouveau positionnement nous a orientés davantage vers une prise de distance et un regard axé sur ce qui est aux mains du professeur, également sur ce qu'il permet aux élèves de construire comme connaissances mathématiques. Ce fut, malgré tout, une épreuve assez complexe de se positionner en tant que chercheur, étudiant ce qui se passe au sein des classes, sans être professeur dans ces classes.

1.2.6 Des projets après la thèse : de véritables chantiers à mettre en route

Notre retour au Niger sera l'occasion de créer les conditions pour la mise en œuvre des résultats et perspectives liés organiquement à notre travail de recherche. Il nous semble pour cela que les points suivants pourraient être l'occasion d'initiatives à mettre en place :

- une restitution des conclusions issues des différentes mises en œuvre au collectif de la CAPED de Mirriah Centre. Il s'agira ensuite de relancer l'ingénierie coopérative revue, dans une collaboration entre chercheurs et professeurs ;
- une restitution aux responsables du Ministère en charge de la formation continue et la gestion CAPED, pour discuter et échanger sur les axes essentiels de notre recherche portant sur le dispositif de formation continue. Il s'agira de travailler nos propositions et voir, dans quelle mesure, elles pourraient contribuer à l'amélioration de la formation continue des professeurs et du dispositif actuel des CAPED ;
- la mise en place d'un dispositif de coopération chercheurs-professeurs sera à discuter avec les enseignants chercheurs (Université de Niamey, IREM de Niamey), avec les responsables de la DFIC, avec les formateurs et concepteurs de manuels de l'INDRAP. Nous avons montré que certaines séances n'étaient pas simples à préparer et que leur mise en œuvre a souvent donné des résultats en deçà des attentes. La préparation collective de séances avec un référent pour accompagner les réflexions au plan mathématique pourrait permettre de constituer un axe essentiel, pour la mise en place d'un travail coopératif entre chercheurs et professeurs.

Cette coopération dont nous avons largement évoqué les tenants et aboutissants dans les pages précédentes serait l'occasion de travailler conjointement des ingénieries didactiques et de recueillir des données pour mener des recherches dans les CAPED ainsi que dans les écoles d'observation et d'application. Elle s'appuierait sur une étude rigoureuse du « terrain » : comprendre ce qui se passe réellement sur le terrain, déterminer la nature des pesanteurs, des blocages et du "désintéressement" des enseignants; il faudrait aussi un travail de recherche sur la base de nouvelles relations de travail entre chercheurs et professeurs.

Au début de la réalisation de ce travail de recherche, nous avons le projet d'étudier le travail professoral, le contenu des interactions didactiques, la manière dont ses interactions se déroulent et les rapports entre le professeur et les élèves dans un système didactique. Au terme de cette étude et au regard des conclusions auxquelles nous sommes parvenus, il nous semble que cette recherche nous a permis d'aboutir à trois principales directions de travail que nous devons étudier et analyser profondément :

- considérer toute pratique didactique comme un moyen permettant la mise en œuvre conjointe de pratique *épistémique* effective ;
- les transactions des professeurs avec les ressources situe la ressource à la fois comme porteuse d'intentions cognitives et des « voir comme » pour le travail professoral, dans le cadre de ses activités didactiques et l'usage qui est fait des connaissances mathématiques ;
- l'ingénierie coopérative suppose un espace de travail collaboratif pour un travail réflexif sur ses pratiques, des analyses et des études collectives, en vue de nouvelles conceptions de ressources.

Ces résultats supposent des améliorations significatives dans les prochains travaux de recherche que nous aurons à faire. Le Niger, pays dont nous sommes originaire et dans lequel nous allons retourner travailler, a plus que besoin de notre contribution pour de telles initiatives. Celles-ci pourraient apporter un coup de pouce à l'amélioration de la scolarisation de nombreux enfants et permettre aux professeurs de questionner leurs pratiques (travail coopératif sur la mise en œuvre des séances de classes) dans le seul but de permettre à ces élèves de bénéficier d'un enseignement de qualité pour faire des mathématiques tout simplement. Nous allons continuer à nous impliquer, via nos recherches, dans cet ambitieux projet.

Bibliographie

- Adler, J. (2010). La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de Mathématiques. In G. Gueudet, & L. Trouche (Eds.), *Ressources vives. le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. (pp.57-74) Presses Universitaires de Rennes
- Aide et Action Niger Plan stratégique 2004-2008.
- Assude, T., & Mercier, A. (2007). L'action conjointe professeur-élèves dans un système didactique orienté vers les mathématiques. In G. Sensevy & A. Mercier (Eds), *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves* (pp. 153-185).
- Ball, D. L. and Cohen, D. (1996), *Reform by the book: what is –or might be- the role of curriculum materials in teacher learning and instructional reform ? Educational researcher* 25(9), 6-8, 14.
- Ball, D. L., Hill, H.C. and Bass, H. (2005), *Knowing mathematics for teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? American educator, fall 2005, 14-46.*
- Banque mondiale, indicateurs de développement dans le monde, 2009.
- Bases Mathématiques Tome 1, mesure-géométrie, République du Niger, Ministère de l'Education Nationale, 1992.
- Bases Mathématiques Tome 2, arithmétique, logique et raisonnement, République du Niger, Ministère de l'Education Nationale, 1992.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des Situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.
- Chambris C. (2008). *Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20^{ième} siècle. Connaissances des élèves actuels*. Thèse de Didactique des Mathématiques, Université de Paris Diderot (Paris 7).
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Circulaire n°007.MESRT/EN/DEPD du 11 mars 1991.
- Fleck, L. (2005). *Genèse et développement d'un fait scientifique*. Paris : Les Belles Lettres.
- Foucault, M. (1963). *Naissance de la clinique*. Paris : PUF.

- Sigaut, F. (2003). « La formule de Mauss », *Techniques et culture*, n°40, *Efficacité technique, efficacité sociale*. [En ligne], mis en ligne le 7 juin 2006. URL : <http://tc.revues.org/document1538.html>. Consulté le 5 mars 2009.
- François, D.S. (1992). *L'enquête et ses méthodes : le questionnaire*. Paris : Nathan.
- Frege, G. (1892). *Contribution en logique et en mathématiques*, http://fr.wikipedia.org/wiki/Gottlob_Frege.
- Ginzburg, C. (1989). Traces. In *Mythes, Emblèmes, Traces. Morphologie et histoire*. Paris : Flammarion.
- Gueudet, G. & Trouche, L. (2008) Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education et didactique* 2(3), 7-33.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2010). Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. In G. Gueudet, & L. Trouche (Eds.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. (pp.23-37) Presses Universitaires de Rennes.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2010). Genèses documentaires, genèses communautaires, histoires en miroir. In G. Gueudet, & L. Trouche (Eds.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. (pp.129-145). Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (Eds.). (2010). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes/Lyon : Presses Universitaires de Rennes/INRP.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education et Didactique*, 2(3), p7-33.
- Gueudet, G., Trouche, L. (2008) Vers de nouveaux systèmes documentaires pour les professeurs de mathématiques ? In Bloch, I. et Conne, F. *Actes de la XIV^e école d'été de didactique des mathématiques*, Saint-Livrade 2007.
- Guide du maître, mathématiques deuxième année, INDRAP, Niamey, Niger, 1992.
- Guide du maître, mathématiques première année, INDRAP, Niamey, Niger, 1992.
- Guin, D. (2003). SFoDEM : Un dispositif de Formation à distance pour accompagner les enseignants dans l'intégration des TICE en mathématiques. In J.-B. Lagrange, M. Artigue, D. Guin, C. Laborde, D. Lenne & L. Trouche (Eds.), *ITEM*. <http://archive-edutice.ccsd.cnrs.fr/ITEM2003/fr/>.
- Hacking, I. (1989). *Concevoir et expérimenter*. Paris : Bourgois.

- In *Vers in didactique comparée*. Paris : Revue Française de pédagogie, n° 141, INRP.
- Lefeuvre L., *Savoir, Dispositifs d'actualisation de savoirs, et Gestes d'Enseignement*, mémoire de Master 2, Université de Rennes 2, 2008.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics. Teacher's understanding of Fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah : Lawrence Erlbaum.
- Mallam Garba & Seydou Hanafiou H (2010), *Les langues de scolarisation dans l'enseignement fondamental en Afrique subsaharienne francophone : cas du Niger*.
- Mallam Garba M. (2004), Education bilingue au Niger : entre convivialité et conflits linguistiques. Penser la Francophonie, Concepts, actions et outils linguistiques, Actes des *Premières Journées scientifiques communes des Réseaux de chercheurs concernant la langue* pp 455-471.
- Manuel d'exécution du Programme Décennal de Développement de l'Education de Base, Ministère de l'Education de Base et de l'Alphabétisation / Ministère des enseignements Secondaire et Supérieur de la Recherche et de la Technologie, Septembre 2003.
- Margolinas, C. & Wozniak, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des Sciences de l'Éducation*, vol. xxxv, n°2, 82-104.
- Margolinas, C. & Wozniak, F. (2010). Rôle de la documentation scolaire dans la situation du professeur : le cas de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. In Gueudet, G. & Trouche, L. (Eds.) *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs, le cas des mathématiques* (pp. 233-249). Presses Universitaires de Rennes & INRP.
- Margolinas, C. Wozniak, F. (2008) Place des documents dans l'élaboration d'un enseignement de mathématiques au primaire In Bloch, I. et Conne, F. *Actes de la XIV^e école d'été de didactique des mathématiques*, Saint-Livrade 2007.
- Mathématiques, guide de l'instituteur (deuxième année), République du Niger, 2001.
- Margolinas, C., & Wozniak, F. (2009). Place des documents dans l'élaboration d'un enseignement de mathématiques à l'école primaire. In I. Bloch & F. Conne (Eds.), *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques* (pp. 135-146). Grenoble : La pensée sauvage.
- Matheron Y. (2000). *Une étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au Collège et au Lycée. Quelques exemples*. Thèse de l'Université d'Aix-Marseille I, Aix-en-Provence.

- Matheron Y. (2001). Une modélisation pour l'étude didactique de la mémoire, *Recherches en didactique des mathématiques, La Pensée Sauvage, 21(3)* Grenoble, p. 207-246.
- Megnin .P & Dupanloup. M (1967). *La Connaissance des 20 premiers nombres : Ouvrage à l'intention des maîtres des classes d'initiation et des cours préparatoires des écoles d'Afrique francophone*. Librairie Armand Colin.
- Megnin .P & Dupanloup. M (1967). *La Connaissance des nombres de 21 à 100. A l'intention des maîtres des classes d'initiation et des cours préparatoires des écoles d'Afrique francophone*. Librairie Armand Colin.
- Mercier A., (1997), La relation didactique et ses effets. In C. Blanchard-Laville, (Dir.), *Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire. Analyse d'une séquence : « l'écriture des grands nombres »*. Paris : L'Harmattan, pp. 259-312
- Mercier, A., Schubauer-Leoni, M-L. & Sensevy, G., (2002). *Vers une didactique comparée*.
- Ministère de l'Education de Nationale, PDDE 3^{ième} phase 2011-2013, composante qualité, décembre 2010.
- Ministère de l'Education de Nationale, Statistiques de l'Education de Base, Annuaire 2009-2010
- Ministère de l'Education Nationale, 1992.
- Ministère de l'Éducation Nationale, Plan stratégique 2008-2012 de mise en œuvre des objectifs de la politique nationale de formation initiale et continue des enseignantes et des enseignants de l'éducation de base , Mai 2007
- Ministère de l'Education Nationale, Programme d'études des Ecoles Normales d'Instituteurs, Octobre 2008.
- Ministère de l'Education Nationale, Secrétariat Générale, Rapport d'exécution de la première phase du Programme Décennal de l'Education (PDDE 2003-2007), mai 2007.
- Miyakawa, T et Winsløw, C. (2009). Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants : étude collective de leçons. *Education et Didactique, 3(1)*, p.77-90.
- Mohamed Sagayar M. (2006). *Analyse de l'action du professeur dans une classe de cours préparatoire, et des pratiques de formation dans une Cellule d'Animation Pédagogique, au Niger*, Mémoire de Master 2 de Sciences de l'Education, Université de Rennes 2.
- Mohamed Sagayar, M (2009). Connaissances mathématiques et manuels d'enseignement : Quelle(s) influence(s) sur l'action du professeur dans une situation d'enseignement et d'apprentissage ? In A. Kuzniak. & M. Sokhna. *Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation*. Actes du Colloque Espace

- Mathématique Francophone. Revue Internationale Francophone Numéro Spécial 2010. ISSN 0850 - 4806.
- Mohamed Sagayar, M (août, 2007), Analyse de l'Action du professeur : étude didactique d'une séance de classe centrée sur l'enseignement du nombre 80 dans une classe ordinaire de cours préparatoire au Niger. *Ecole d'été*, Sainte-Livrade, France.
- Pascal, D. (1980) Problème du zéro. Etudes en didactique des mathématiques. *Collection IREM d'Aix-Marseille*, Marseille.
- Politique Nationale de la Formation Initiale et Continue des Enseignants de l'Education de Base. MEB/A / DGEB / DFIC, 2007.
- Programme de l'enseignement du premier degré (1990) : Instructions officielles et commentaires pédagogiques, Paris, Hatier-Medis.
- Programmes de l'Enseignement du Premier degré, Ministère de l'Education Nationale, INDRAP, 1990, Editions MEDIS Niamey.
- Rapport d'activité Aide et Action Niger 2006.
- Remillard, J.T (2010). Mode d'engagement : comprendre les transactions des professeurs avec les ressources curriculaires en mathématiques. In G. Gueudet, & L. Trouche (Eds.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. (pp.201-215) Presses Universitaires de Rennes.
- Russels A.J. (2000). Méthodes de Recherche en Sciences Humaines. Bruxelles : De Boeck.
- Raymond. Q, Luc. V.C. (1995), *Manuel de recherche en sciences sociales*. Paris : Dunod.
- Schubauer Leoni M.L. (1997). Interactions didactiques et interactions sociales : quels phénomènes et quelles constructions conceptuelles ? *Skholê*. (cahiers de la recherche et du développement, p.103-134) IUFM d'Aix- Marseille.
- Sensevy, G, (2001), *Des catégories pour l'analyse comparée de l'action du professeur : un essai de mise à l'épreuve, Etudes des pratiques effectives*, 25-46.
- Sensevy, G, (2004), Approche didactique et apprentissage collaboratif assisté par ordinateur, quelques remarques et questions, *Technologies de communication et formation des enseignants*, INRP, 53, p.81-100.
- Sensevy, G, Mercier, A, Schubauer-Leoni, M-L, (2000), Vers un modèle de l'action didactique du professeur à propos de la course à 20, *Recherches en didactiques des mathématiques*, 20 (3), 263-304.
- Sensevy, G, Rivenc, J-P. (2003). Un enseignement de l'histoire au cours moyen : questions didactiques. *Revue Française de Pédagogie*, 144, p.69-81.

- Sensevy, G. & Mercier, A. (2007). Agir ensemble : l'action didactique conjointe. In Sensevy, G. & Mercier, A., *Agir ensemble : l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- Sensevy, G. (1998). *Institutions didactiques. Etude et autonomie à l'école élémentaire*. Paris : PUF.
- Sensevy, G. (2001). Théories de l'action et action du professeur. In J-M Baudouin J. Friedrich (Eds.), *Théories de l'action et éducation* (pp. 203-224). Bruxelles : De Boeck.
- Sensevy, G. (2002). Représentations et action didactique. *L'année des Sciences de l'Education*, p.67-90.
- Sensevy, G. (2003). Des catégories pour l'analyse comparée de l'action du professeur : un essai de mise à l'épreuve. In P. Venturini, C. Amade-Escot A. Terrisse (Eds.) *Etude des pratiques effectives. L'approche des didactiques* (pp. 25-46). La Pensée Sauvage : Grenoble.
- Sensevy, G. (2006). Approche didactique et Apprentissage Collaboratif Assisté par Ordinateur. Quelques remarques et questions. In E. Bruillard G-L. Baron (Eds.), *Technologies de communication et formation d'enseignants : vers de nouvelles modalités de professionnalisation ?* (pp. 81-102). Paris : INRP.
- Sensevy, G. (2006). Contenus de savoirs et gestes d'enseignement. Professeurs et Chercheurs : vers de nouveaux modes de coopération. *Symposium Carcassonne*, Juillet 2006.
- Sensevy, G. (2008). Le travail du professeur pour la théorie de l'action conjointe en didactique. Une activité située ? *Recherche et Formation*, 57, 39-50.
- Sensevy, G. (2010). Les formes de l'intention didactique : collectif et travail documentaire. In G. Gueudet, & L. Trouche (Eds.), *Ressources vives*. (pp.147-161) Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- Sensevy, G. (à paraître). Filmer la pratique. Un point de vue de la théorie de l'action conjointe en didactique. In L. Veillard, & A. Tiberghien (Eds.), *Instrumentation de la recherche en Education. Le cas du développement d'une base de vidéos de situation d'enseignement et d'apprentissage VISA*. Paris : à paraître aux Presses de la MSH.
- Shulman, L. S. (1986/2007) Ceux qui comprennent : le développement de la connaissance dans l'enseignement. *Education & Didactique*, 1(1), 97-114. Traduction de Shulman, L. S. (1986). *Those who understand : Knowledge growth in teaching. Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

- Sigaut, F. (2003). La formule de Mauss. *Techniques & Culture*, 40. Retrieved from <http://tc.revues.org/1538>
- Sokhna M. (2006) *Formation continue à distance des professeurs de mathématiques du Sénégal : genèse instrumentale de ressources pédagogiques*. Thèse de doctorat. Montpellier : Université Montpellier II.
- Sokhna, M & Sar, J (2009), L'Université Virtuelle Africaine : passage d'une formation d'enseignants aux mathématiques à une formation d'enseignants de mathématiques au Sénégal, A. Kuzniak & M. Sokhna, Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation. *Actes du Colloque Espace Mathématique Francophone. Revue Internationale Francophone Numéro Spécial 2010*. ISSN 0850 - 4806.
- Statistique de l'Education, Niger, 2003/2004, p 302.
- Stéphane. B, Florence. W. (1997). *Guide de l'enquête de terrain*. Paris : La Découverte.
- Stratégie de Réduction de la pauvreté, juin 2003.
- Vergnaud, G. (dir.) (1997). *Le Moniteur de Mathématiques : résolution de problèmes Niveau 2-3 (CMI - CM2) Cycle 3*, Nathan, Paris.
- Wittgenstein, L. (1953/2004). *Recherches Philosophiques*. Paris : Gallimard.

Action du professeur et pratiques de formation : analyses en classes de cours préparatoires et dans une Cellule d'Animation Pédagogique, dans le contexte du Niger.

Résumé

Notre travail de recherche porte sur l'analyse de l'action du professeur et ses interactions avec les élèves dans le domaine spécifique de l'étude du numérique en Cours Préparatoires. L'objectif de notre thèse est d'analyser l'action du professeur et ses pratiques didactiques en classes, et formatives dans une Cellule d'Animation Pédagogique. La première partie comporte une présentation du contexte socio économique et éducatif du Niger. Nous nous interrogeons ensuite sur les pratiques professorales permettant ou non aux élèves de prendre de réelles responsabilités par rapport aux savoirs, et sur la pertinence du travail de conception collective de séances. Dans la deuxième partie, nous exposons nos outils théoriques, les travaux antérieurs en lien avec nos objets de recherche, et la problématique générale de notre travail. La troisième partie est consacrée à la démarche méthodologique qui fonde notre étude sur l'analyse des manuels, des vidéos de classe et les observations *in situ*. La quatrième partie examine les ressources mathématiques utilisées à l'école primaire au Niger, en interrogeant l'influence de ces ressources sur les pratiques habituelles des professeurs enquêtés. Les cinquième et sixième parties analysent les séances empiriques en termes de topogénèse, et de recours aux systèmes sémiotiques pour étudier le savoir en jeu dans les situations didactiques. Dans la septième partie, nous proposons un dispositif innovant de formation continue sur la conception collective de leçons dans une CAPED. En conclusion, dans une huitième partie nous présentons d'abord une synthèse de nos résultats, et nous exposons ensuite les perspectives que ce travail de recherche offre en termes de propositions en vue de l'élaboration d'ingénieries didactiques qui pourraient permettre la mise en place d'un travail coopératif entre professeurs et chercheurs.

Mots clés : systèmes sémiotiques, CAPED, situations didactiques, analyse de ressources, conception collective.

Teachers' action and training practices : analyses in grade 2 classes and in a « Cellule d'Animation Pédagogique (CAPED) » (« Pedagogical Animation Unit »(PAU)) in the Niger context .

Abstract

Our research focuses on the teacher's action and his interactions with students in the specific field of the study of digital in grade 2. The objective of this PhD dissertation is to analyze the teacher's action and his didactic practices in classes, and training practices in a CAPED in the Niger context. The first part of this PhD dissertation includes a presentation of the socio-economic and educational contexts in Niger. Then we examine the teaching practices in order to see if they allow students to take or not real responsibilities in relation to knowledge, and the appropriateness of collective design work sessions. In the second part, we present our theoretical tools, previous work related to our research objects, and the general problem tackled by our work. The third part is devoted to our methodological approach based on the study of textbook analyze, videos of classes and field observations. The fourth section discusses the mathematic resources used in the primary education in Niger and question the impact of these resources on the observed teachers' usual practices. The fifth and sixth sessions analyze empirical lessons in terms of topogenesis, and semiotic systems to study the knowledge involved in the didactic situations. In the seventh part, we propose an innovative in-service training based on the design of lessons in a collective CAPED. In conclusion, in an eighth part we first present a summary of our results, and then we present the perspectives that this research offers in terms of further developments of didactic engineering that could allow the implementation of a collaborative work between teachers and researchers.

Keywords : semiotic systems, CAPED, didactic situations, resources analysis, cooperative work.



Thèse de Doctorat en Sciences de l'Éducation

CREAD - (EA3875) IUFM-UBO
153, rue de Saint Malo
54310 35043 Rennes Cedex