



HAL
open science

**Mesures de précision par interférométrie atomique.
Interaction de Van der Waals et phase géométrique de
He-McKellar-Wilkens**

Steven Lepoutre

► **To cite this version:**

Steven Lepoutre. Mesures de précision par interférométrie atomique. Interaction de Van der Waals et phase géométrique de He-McKellar-Wilkens. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2011. Français. NNT: . tel-00659028

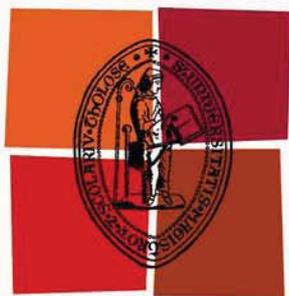
HAL Id: tel-00659028

<https://theses.hal.science/tel-00659028v1>

Submitted on 11 Jan 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du
DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)

Discipline ou spécialité :

Physique Quantique

Présentée et soutenue par :

Steven LEPOUTRE

le : vendredi 21 octobre 2011

Titre :

Mesures de précision par interférométrie atomique.
Interaction de Van der Waals et phase géométrique de He-McKellar-Wilkens.

Ecole doctorale :

Sciences de la Matière (SDM)

Unité de recherche :

Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité

Directeur(s) de Thèse :

Jacques Vigué

Rapporteurs :

Saïda GUELLATI-KHELIFA

Antoine BROWAEYS

Autre(s) membre(s) du jury

David GUERY-ODELIN

Christophe SALOMON

Etienne SNOECK

REMERCIEMENTS

Cette thèse a été effectuée au Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité de l'IRSAMC (Institut de Recherche sur les Systèmes Atomiques et Moléculaires Complexes), à l'Université Paul Sabatier (Toulouse). Je remercie en premier lieu mon directeur de thèse Jacques Vigué pour m'avoir accueilli au sein de l'équipe « Interférométrie atomique », et confié des travaux certes parfois difficiles mais surtout passionnants et enrichissants. Ma formation à la recherche doit beaucoup à ses explications et conseils dont il ne s'est jamais montré avare malgré un emploi du temps chargé. Elle doit tout autant aux autres membres de l'équipe : Matthias Büchner m'a « présenté » l'interféromètre et patiemment appris tous ses secrets, et m'a accompagné le jour voire la nuit sur la manip : je lui doit toutes mes connaissances expérimentales et lui exprime ici toute ma gratitude. Je remercie aussi vivement Gérard Tréneç pour son soutien, que ce soit pour l'expérience où ses compétences en mécanique et optique sont indispensables, mais aussi pour mon moral, pour lequel ses encouragements et sa bonne humeur permanente, même quand la mienne était au plus bas, ont été d'une aide inestimable.

J'adresse mes remerciements appuyés à l'égard des membres du jury pour avoir accepté de juger mes travaux malgré un emploi du temps chargé : David Guéry-Odelin, Christophe Salomon et Etienne Snoeck, et tout particulièrement Saïda Guellati-Khelifa et Antoine Browaëys qui ont aussi accepté d'évaluer mon manuscrit ; à ce propos je renouvelle mes excuses pour son caractère quelque peu indigeste. J'espère que les tableaux récapitulatifs, proposés dans le chapitre IV suivant leurs conseils avisés, leur conviendront, même s'ils arrivent trop tard pour faciliter leur lecture.

Je remercie vivement Alexandre Gauguet et Jonathan Gillot, qui sont arrivés dans l'équipe pendant ma thèse, pour leur soutien et les discussions d'équipe (sur la physique, ou pas) pleines d'entrain. Alexandre m'a « coaché » de façon diaboliquement efficace pour ma soutenance, et je lui exprime toute ma reconnaissance pour celà. Je remercie aussi Gilles Dolfo pour les bons moments passés avec lui, au labo sur les modes propres de ce sacré pendule, mais aussi et surtout lors de discussions dans des soirées à rallonge dans les congrès (et bars connexes) ou chez lui. Merci aussi à Haïkel Jelassi pour son aide sur la manip pendant la première partie de ma thèse.

J'ai aussi bénéficié d'aide de la part de membres extérieurs à l'équipe à qui j'exprime toute ma gratitude. Pour n'en citer que quelques-uns, Patrick Moretto-Capelle, Renaud Mathevet et Thierry Lahaye pour les prêts salvateurs de matériel, ces deux derniers l'ayant assorti de conseils et explications d'une grande utilité. Pierre Cafarelli m'a donné un code de calcul de champ qui m'a fait gagner un temps précieux : merci à toi Pierre. Je remercie aussi Alexander Cronin et Vincent Lonij pour leurs explications averties et leurs conseils avisés qui ont profité à notre collaboration mais aussi aux expériences de l'équipe.

Aucun de mes travaux n'aurait pu se faire sans les membres du service technique : Laurent Polizzi, Gilles Bailly, Michel Gianesin, Philippe Pacquier, Thierry Ravel, William Volondat, Daniel Castex, Elsa Baynard et Stéphane Faure. Un grand merci à eux pour leur aide précieuse dans le domaine du vide, de la mécanique, de l'électronique ou de l'optique, mais aussi pour d'agréables moments passés à discuter avec eux. De grands mercis aussi à Agnès Georges, Marie-France Rolland, Christine Soucasse et Sylvie Boukhari pour m'avoir

guidé efficacement dans les divers parcours administratifs tortueux. Sans elles non plus, le laboratoire ne fonctionnerait pas, comme il ne fonctionnerait pas sans l'aide en informatique fournie par Roland Lagarrigue et Emmanuelle Kierbel : à eux aussi je fais part de toute ma gratitude.

J'adresse également de vifs remerciements aux collègues doctorants du LCAR et des autres laboratoires de l'IRSAMC avec qui j'ai passé de très bons moments dans et surtout hors du laboratoire. Je ne vais pas les nommer, ils sont nombreux et se reconnaîtront ; une personne sort du lot des doctorants puisqu'elle est maître de conférence au LCPQ, elle se reconnaîtra aussi. De la même façon le soutien sans faille de mes amis éparpillés chez moi, ailleurs à Toulouse, en Aveyron, à Paris ou même à la Réunion ou au Canada, m'a énormément aidé à mener à bout mes travaux de thèse, me récupérant et me remontant le moral lorsque j'étais dans un état de déprime et de mort sociale avancés. Tout comme le soutien de mes parents, frères et soeurs, mais aussi mes oncles et tantes que je remercie avec émotion pour s'être déplacés à ma soutenance. Un grand merci à mes grand-parents, Daddy et Nany, et Pitachi et Fanouche pour un soutien non seulement moral mais aussi financier.

Enfin je commettrais une grande injustice si j'omettais le soutien précieux de ma compagne qui m'a accompagné, rassuré, rattrapé même, et surtout supporté pendant les presque deux dernières années de travail acharné. Merci Lise...

Table des matières

I	Introduction	9
I.1	Interférométrie et mesure	9
I.2	Interférométrie en mécanique quantique	11
I.3	Les premiers interféromètres atomiques	14
I.4	Caractéristiques de notre interféromètre	15
I.5	Mesures par interférométrie atomique	19
I.6	Plan de la thèse	20
II	L'interféromètre de Toulouse	23
II.1	Diffraction atomique par une onde stationnaire	23
II.1.1	Principe de la diffraction de Bragg	24
II.1.1.1	Présentation	24
II.1.1.2	Approche corpusculaire	24
II.1.1.3	Condition de Bragg et diffraction de Bragg à l'ordre p	25
II.1.1.4	Point de vue ondulatoire	26
II.1.2	Traitement de l'interaction atome - laser	27
II.1.2.1	Le potentiel lumineux	27
II.1.2.2	L'atome dans le réseau lumineux	28
II.1.2.3	Couplages entre ondes planes	30
II.1.2.4	Les états de Bloch	31
II.1.2.5	Cas du profil rectangulaire	33
II.1.3	Profil rectangulaire en régime de Bragg	35
II.1.3.1	Présentation	36
II.1.3.2	Amplitudes de diffraction	36
II.1.3.3	Diffraction à l'ordre 1	37
II.1.3.4	Acceptance et sélectivité	39
II.1.3.5	Phases de diffraction	40
II.1.3.6	Bilan sur la diffraction de Bragg	41
II.1.4	Diffraction à l'ordre 1 du lithium	41
II.1.4.1	Caractéristiques du lithium	41
II.1.4.2	Paramètres de l'onde stationnaire	42
II.1.4.3	Limitation due à l'émission spontanée	44
II.1.4.4	Illustration expérimentale	45
II.1.5	Bilan : diffraction atomique et interférométrie	45

II.1.5.1	Séparatrice ou miroir pour l'atome	46
II.1.5.2	Caractéristiques de la séparation réalisée	47
II.1.5.3	Onde plane incidente et diffractée	48
II.1.5.4	Conclusion	49
II.2	Interféromètre atomique de Mach-Zehnder à réseaux	49
II.2.1	Schéma de principe	49
II.2.2	Signal atomique à deux ondes planes	50
II.2.2.1	Amplitudes atomiques	50
II.2.2.2	Intensités atomiques	53
II.2.2.3	Caractéristiques du signal	53
II.2.2.4	Configuration achromatique et interféromètre bien réglé	56
II.2.3	Mesures par interférométrie à bras séparés	59
II.2.3.1	Principe	59
II.2.3.2	Remarques générales	60
II.2.3.3	Signe des phases	61
II.2.4	Bilan	62
II.2.4.1	Caractéristiques et atouts de l'interféromètre présenté	62
II.2.4.2	Aperçu	62
II.3	Le dispositif expérimental	65
II.3.1	Enceinte à vide	65
II.3.1.1	Vue d'ensemble	65
II.3.1.2	Système de vide	66
II.3.2	La source atomique	68
II.3.2.1	Contraintes sur la source	69
II.3.2.2	Le jet supersonique collimaté	70
II.3.2.3	La collimation	75
II.3.3	L'interféromètre atomique	81
II.3.3.1	La source laser	81
II.3.3.2	Réalisation des réseaux lumineux	82
II.3.3.3	Mesure de la position des miroirs	86
II.3.4	Détection de l'atome de lithium	88
II.3.4.1	Principe et choix techniques	88
II.3.4.2	Réalisation	88
II.3.4.3	Caractéristiques	89
II.3.5	Réglages de l'interféromètre	90
II.3.5.1	Choix des paramètres	91
II.3.5.2	Réglage et alignement des ondes stationnaires	91
II.3.6	Bilan du II.3	93
II.4	Mesures	94
II.4.1	Chaîne d'acquisition et de commande	94
II.4.1.1	Matériel	94
II.4.1.2	Programme d'acquisition	95
II.4.2	Flux atomiques	97
II.4.2.1	Signal parasite	97

II.4.2.2	Flux direct	97
II.4.2.3	Transmission de l'interféromètre	98
II.4.3	Franges d'interférences atomiques	99
II.4.3.1	Franges d'interférences observées	99
II.4.3.2	Extraction des caractéristiques des franges d'interférences	101
II.4.3.3	Sensibilité en phase	103
II.4.3.4	Dérive de phase	105
II.4.3.5	Décohérence expérimentale	107
II.4.3.6	Procédure de mesures d'interactions	109
II.4.3.7	Analyse des données	117
II.4.4	Bilan : caractérisation de l'instrument	117
II.5	Conclusion	119
III	Interaction de Van der Waals atome-surface	121
III.1	Introduction	121
III.2	Réalisation	122
III.3	Principaux résultats	122
III.4	Publications	123
IV	Détection de la phase He-McKellar-Wilkens	125
IV.1	Présentation	125
IV.1.1	Effet Aharonov-Bohm vectoriel	125
IV.1.1.1	Proposition d'Aharonov et Bohm	125
IV.1.1.2	Caractéristiques remarquables	126
IV.1.1.3	Controverse et démonstration expérimentale	127
IV.1.2	Autres phases géométriques électromagnétiques	127
IV.1.2.1	La phase Aharonov-Casher	127
IV.1.2.2	Phases géométriques duales	129
IV.1.3	La phase HMW	129
IV.1.3.1	Proposition de He, McKellar et Wilkens	129
IV.1.3.2	Proposition de H. Wei et de notre équipe	131
IV.1.3.3	Effets de propagation non réciproque	134
IV.1.4	Déphasage provoqué	135
IV.1.4.1	Déphasages dynamiques	135
IV.1.4.2	Dynamique Lagrangienne en champs simultanés	137
IV.1.4.3	Dynamique de l'atome	139
IV.2	Montage	140
IV.2.1	Présentation	140
IV.2.2	Partie électrique	141
IV.2.2.1	Composition	141
IV.2.2.2	Réalisation	142
IV.2.2.3	Mesures de déphasages par polarisabilité	146
IV.2.2.4	Calcul du champ électrique	150
IV.2.2.5	Bilan : champ électrique des condensateurs	153
IV.2.3	Partie magnétique	154

IV.2.3.1	Présentation. Contraintes de conception	154
IV.2.3.2	Composition	156
IV.2.3.3	Refroidissement	156
IV.2.3.4	Problème des gradients de champ magnétique	160
IV.2.3.5	Champ magnétique créé par la cellule	162
IV.2.4	Cellule d'interaction complète	166
IV.2.4.1	Montage	166
IV.2.4.2	Alignement et positionnement dans l'interféromètre . . .	167
IV.2.4.3	Phase HMW attendue	169
IV.3	Mesures	171
IV.3.1	Présentation	171
IV.3.1.1	Signaux attendus	171
IV.3.1.2	Réalisation	172
IV.3.2	Résultats préliminaires	174
IV.3.2.1	Présentation	174
IV.3.2.2	Analyse des résultats	176
IV.3.3	Récapitulatif des effets analysés	177
IV.3.3.1	Effets intrinsèques à l'interaction imposée	177
IV.3.3.2	Effets intrinsèques à l'interféromètre	178
IV.3.3.3	Effets dus aux défauts du montage	179
IV.4	Analyse de l'interaction magnétique	180
IV.4.1	Signaux en interaction magnétique	180
IV.4.1.1	Hamiltonien d'interaction	180
IV.4.1.2	Déphasage magnétique	182
IV.4.1.3	Visibilité complexe	184
IV.4.1.4	Effets de la distribution de vitesse atomique	185
IV.4.1.5	Déséquilibre de l'interféromètre	186
IV.4.2	Effets du solénoïde de compensation	192
IV.4.2.1	Champ magnétique du compensateur	192
IV.4.2.2	Effet Zeeman linéaire du compensateur	193
IV.4.3	Effets du solénoïde d'interaction	195
IV.4.3.1	Calcul analytique approché des déphasages magnétiques .	195
IV.4.3.2	Calcul simplifié du terme d'effet Zeeman linéaire	197
IV.4.3.3	Signaux d'interférences attendus	198
IV.4.4	Mesures avec le compensateur seul	201
IV.4.4.1	Présentation	201
IV.4.4.2	Effets du champ magnétique résiduel	203
IV.4.4.3	Influence de l'effet Sagnac	207
IV.4.5	Mesures avec le solénoïde d'interaction	207
IV.4.5.1	Déphasages magnétiques	207
IV.4.5.2	Résultats	209
IV.4.6	Interaction magnétique lors des mesures de la phase HMW	211
IV.4.6.1	Interaction magnétique compensée	211
IV.4.6.2	Ajustement de l'ensemble des mesures	212

IV.4.6.3	Application à la mesure de l'effet HMW	213
IV.4.6.4	Sauts de mode et dérive de la fréquence lumineuse	216
IV.5	Analyse de l'interaction électrique	220
IV.5.1	Introduction	220
IV.5.1.1	Mesures de visibilité	220
IV.5.2	Dispersion spatiale du déphasage électrique	221
IV.5.2.1	Origine de la dispersion	222
IV.5.2.2	Description de la dépendance verticale	223
IV.5.2.3	Caractéristiques attendues	224
IV.5.3	Signaux avec une dispersion verticale	226
IV.5.3.1	Expression analytique	226
IV.5.3.2	Application à l'interaction électrique	228
IV.5.4	Interprétation des mesures en champ électrique	228
IV.5.4.1	Effet de la phase Aharonov-Casher	228
IV.5.4.2	Résultats d'ajustement	231
IV.5.4.3	Influence de la température de la cellule	234
IV.6	Analyse de l'interaction simultanée	239
IV.6.1	Dispersion verticale du déphasage magnétique	240
IV.6.1.1	Cas de la cellule d'interaction	240
IV.6.1.2	Cas du compensateur	241
IV.6.2	Expression analytique des effets des dispersions spatiales	241
IV.6.2.1	Hypothèses	242
IV.6.2.2	Développement analytique	243
IV.6.2.3	Expression du signal atomique	245
IV.6.2.4	Application à un cas simplifié	249
IV.6.2.5	Combinaisons linéaires de grandeurs mesurées	252
IV.6.3	Comparaison avec les mesures	253
IV.6.3.1	Présentation	254
IV.6.3.2	Analyse des termes de corrélations	255
IV.6.3.3	Dispersion linéaires	256
IV.6.3.4	Dispersion des déphasages magnétiques	258
IV.6.3.5	Déphasages électriques de contact	260
IV.6.4	Mesures de visibilité	261
IV.6.4.1	Prise en compte de l'influence de la phase AC	261
IV.6.4.2	Corrélations négligeables	263
IV.6.4.3	Mesure de l'influence de la phase AC	264
IV.6.4.4	Mesure des corrélations géométriques	267
IV.6.4.5	Bilan sur les mesures de visibilité	268
IV.6.5	Mesures de déphasages systématiques	269
IV.6.5.1	Effet systématique non prévu	269
IV.6.5.2	Corrélations négligeables et effets d'ordre supérieur	272
IV.6.5.3	Corrélations géométriques	273
IV.6.5.4	Bilan sur les phases systématiques	275
IV.6.6	Mesures détectant la phase HMW	277

IV.6.6.1	Demi-différence en V	277
IV.6.6.2	Demi-différence en I	278
IV.6.6.3	Détection de la phase HMW	280
IV.7	Conclusion	286
V	Perspectives et conclusion	287
V.1	Mesures utilisant le dispositif existant	287
V.1.1	Caractérisation des phase HMW et AC	287
V.1.1.1	Mesures avec un faisceau pompé optiquement	288
V.1.1.2	Mesure de la phase HMW et de la phase AC	288
V.1.1.3	Caractérisation de la non-dispersion	290
V.1.2	Interaction avec un rayonnement de corps noir	290
V.1.2.1	Déphasage induit avec les faibles températures	291
V.1.2.2	Décohérence provoquée aux fortes températures	292
V.2	Construction d'un nouvel interféromètre	294
V.2.1	Caractéristiques	295
V.2.1.1	Source et détecteur	295
V.2.1.2	L'interféromètre	296
V.2.1.3	Développement de nouvelles sources laser	298
V.2.2	Mesures proposées	299
V.2.2.1	Sensibilité prévue	299
V.2.2.2	Mesure de précision de la polarisabilité atomique	300
V.2.2.3	Test de la neutralité atomique	302
V.3	Conclusion	303
Annexe		306
A	Diffraction aux ordres supérieurs	307
A.1	Présentation	307
A.2	Application expérimentale de la diffraction de Bragg	309
A.2.1	Critères de réalisation	309
A.2.2	Limites du régime de Bragg	310
A.2.3	Régimes de diffraction	311
A.2.4	Le quasi-régime de Bragg	312
A.2.5	Dérivations analytiques	317
A.2.6	Diffraction de Bragg : aperçu	320
A.3	Diffraction à l'ordre 2 : évaluation numérique	321
A.3.1	Présentation	321
A.3.2	Évaluation systématique à l'incidence de Bragg	321
A.3.3	Evaluation des oscillations de Rabi	323
A.3.4	Influence de l'iris	325
A.3.5	Acceptance et pertes	325
A.4	Application	327
A.4.1	Caractéristiques ondulatoires de la source	327
A.4.2	Évaluation de la transmission à l'ordre 1	330

A.4.3	Evaluation des pertes sur le premier réseau	332
A.4.4	Interprétation des mesures utilisant l'ordre 2	333
A.5	Réalisation d'un interféromètre aux ordres supérieurs	334
A.5.1	Géométrie des interféromètres parasites	334
A.5.2	Choix des paramètres de collimation et des ondes stationnaires	335
A.6	Conclusion	338
B	Calcul numérique des amplitudes de diffraction	339
C	L'atome de lithium	343
D	Programme d'acquisition	345
E	Collage à chaud d'un septum d'aluminium	351
E.1	Préparation de la feuille d'aluminium	351
E.1.1	Découpe	351
E.1.2	Préparation des bords	352
E.2	Installation sur le banc chauffant	352
E.2.1	Enroulement de la feuille d'aluminium	352
E.2.2	Fixation sur le banc et mise en tension	354
E.3	Chauffage des éléments	355
E.3.1	Positionnement et moyen de chauffage	355
E.3.2	Chauffage des éléments	356
E.4	Collage	356
E.5	Résultats	357
F	Étude thermique de la cellule d'interaction	359
F.1	Composants et grandeurs utilisées	359
F.2	Calculs thermiques pour les fils conducteurs	360
F.2.1	Position du problème	360
F.2.2	Équation de diffusion de la chaleur	361
F.2.3	Longueur maximale sous vide	361
F.2.3.1	Présentation	361
F.2.3.2	Équation de diffusion simplifiée	362
F.2.3.3	Longueur maximale	363
F.2.3.4	Application	363
F.3	Refroidissement de la cellule	364
F.3.1	Étude de l'écoulement	365
F.3.1.1	Étude en régime laminaire	365
F.3.1.2	Transition laminaire-turbulent	367
F.3.1.3	Régime de refroidissement choisi	368
F.3.2	Modèle pour le refroidissement	369
F.3.2.1	Équation de la chaleur	369
F.3.2.2	Approximations et solution	370
F.3.2.3	Validité du modèle	371

F.3.2.4 Mesures	372
F.4 Bilan	373
Bibliographie	375

Chapitre I

INTRODUCTION

I.1 Interférométrie et mesure

Les premières franges d'interférences lumineuses ont été observées séparément par R. Boyle et R. Hooke en 1665 dans une configuration aujourd'hui connue sous le nom d'anneaux de Newton. Mais il a fallu attendre plus d'un siècle et l'expérience des fentes d'Young (1801) pour interpréter ce phénomène comme la manifestation du caractère ondulatoire de la lumière et la première véritable mesure d'une quantité physique à l'aide d'un interféromètre fut celle de longueurs d'onde lumineuse par A. Fresnel vers 1920.

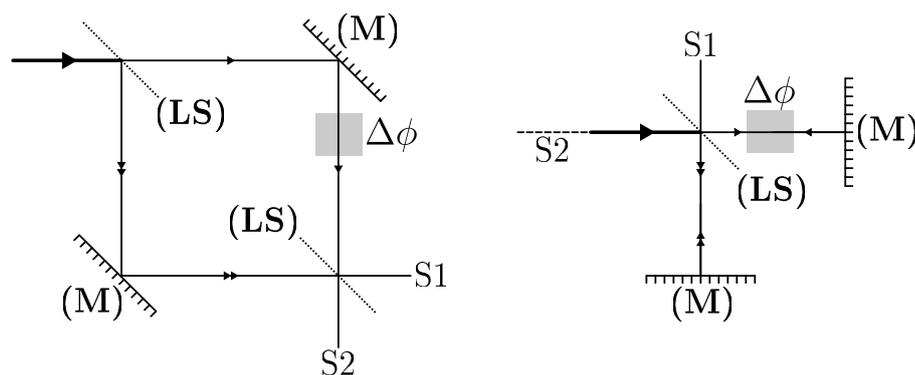


FIGURE I.1 – Schéma de principe des interféromètres optiques de Mach-Zehnder (à gauche) et de Michelson (à droite). Le faisceau d'entrée a été tracé en gras. LS désigne une lame séparatrice, M un miroir. La séparation des faisceaux qui interfèrent, ou bras de l'interféromètre, permet d'appliquer une interaction à un seul d'entre eux et mesurer les modifications du signal sur une des sorties complémentaires S1 ou S2. Sur l'interféromètre de Michelson, la sortie S2 est spatialement confondue avec l'entrée : on a tracé la sortie en tirets. Une unique lame séparatrice joue à la fois le rôle de séparation du faisceau incident et de recombinaison des deux bras pour former les sorties.

A la fin du 19^{ème} siècle, les progrès de l'interférométrie s'accroissent et les premiers interféromètres à division d'amplitude apparaissent. La figure I.1 représente le schéma de principe de deux interféromètres à division d'amplitude : l'interféromètre de Mach (1891) et de Zehnder (1892), et l'interféromètre de Michelson (1881). On a choisi ces deux interféromètres

parmi un ensemble innombrable afin d'illustrer certaines caractéristiques communes qui sont d'importants atouts pour réaliser des mesures interférométriques :

- La division d'amplitude consiste à utiliser des lames séparatrices pour séparer la totalité d'un faisceau lumineux incident en deux états de propagation différents, contrairement aux interféromètres à division du front d'onde (par exemple les fentes d'Young) qui prélèvent deux parties généralement petites du faisceau, déjà séparées dans l'espace. Lorsqu'utilisée avec une configuration géométrique telle que celles de la figure I.1 qui assure une différence de marche nulle, la division d'amplitude permet d'obtenir des franges d'interférences avec d'importants flux lumineux et indépendamment de la cohérence de la source ;
- La séparation spatiale des faisceaux qui interfèrent, appelés bras, peut être rendue en principe arbitrairement grande sans changer la géométrie du dispositif (il suffit de l'agrandir), alors que la séparation des bras d'un interféromètre à division du front d'onde est fortement limitée par la cohérence spatiale de la source. Il est alors plus facile d'imposer une perturbation à un seul d'entre eux (zone grisée qui induit un déphasage $\Delta\phi$ sur la figure) ou plus généralement différente entre les deux bras, pour mesurer les modifications provoquées sur le signal de sortie. Cette dernière action constitue le principe de base d'une mesure interférométrique.

D'autres caractéristiques communes à de nombreux interféromètres optiques à division d'amplitude sont exhibées par la figure I.1 : présence de deux sorties complémentaires (certains interféromètres à ondes multiples présentent plus de deux bras et peuvent donner plus de deux sorties), et surtout la nécessité de disposer d'éléments qui séparent et manipulent le faisceau lumineux de façon cohérente. Nous reviendrons sur ce dernier point important. Ces deux caractéristiques fondamentales montrent que les interféromètres présentés sont des outils extrêmement puissants pour observer, mesurer et quantifier différents phénomènes physiques, voire éprouver les principes fondamentaux de la physique. En effet, leur sensibilité à une perturbation qui modifie la propagation des faisceaux est déterminée par la longueur d'onde optique : à l'époque de leur invention, peu voire aucun autre instrument ne permettait d'accéder d'une manière aussi simple à une précision sub-micrométrique. L'interféromètre de Mach-Zehnder a été largement utilisé pour mesurer l'indice optique de divers matériaux transparents, tandis que l'interféromètre de Michelson est connu pour avoir contribué à établir l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide. Les interféromètres optiques sont aujourd'hui couramment utilisés, les plus répandus étant bien entendu les cavités laser. Ils sont par exemple utilisés dans l'industrie pour mesurer des contraintes et des déformations, les transports (gyromètres dans l'aviation), et gardent bien sûr leur place dans de nombreux laboratoires de recherche. Nous utilisons par exemple un interféromètre de Michelson pour connaître précisément la position d'un miroir, et plusieurs interféromètres à ondes multiples de Fabry-Pérot dont la sortie en transmission dépend de la longueur d'onde de façon très sensible et qui nous servent de référence de fréquence lumineuse.

Interféromètre de polarisation

Un interféromètre optique d'un type différent des interféromètres de Mach-Zehnder ou de Michelson a été construit et étudié par Fresnel et Arago. Il est représenté par la figure

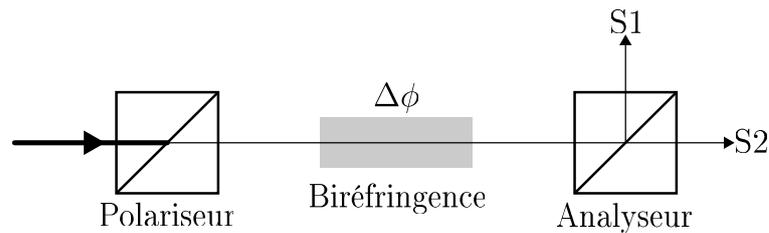


FIGURE I.2 – Schéma de principe de l'interféromètre optique de polarisation de Fresnel et Arago. Les deux faisceaux qui interfèrent diffèrent par leur polarisation, pas par leur propagation qui est identique. Cet interféromètre mesure une interaction de type biréfringente.

I.2. C'est un interféromètre pour deux états qui diffèrent par leur polarisation, et pas par leur propagation. Il est conséquemment appelé interféromètre de polarisation, et les mesures qu'il réalise concernent des interactions biréfringentes. Fresnel et Arago ont utilisé cet instrument pour démontrer le caractère vectoriel et transversal des ondes électromagnétiques. Nous allons maintenant étendre le principe d'interférences au cadre plus général de la mécanique quantique, et voir que les deux types d'interféromètres optiques présentés possèdent des analogues pour les particules matérielles.

I.2 Interférométrie en mécanique quantique

Les premières expériences d'interférométrie optique, notamment l'important travail théorique et expérimental d'A. Fresnel de 1810 à 1827, ont établi le comportement ondulatoire de la lumière et présenté les phénomènes d'interférences comme une superposition d'ondes cohérentes. Ces expériences sont d'ailleurs apparues à l'époque comme une réponse à la polémique sur la nature ondulatoire ou corpusculaire de la lumière. On sait maintenant que cette réponse n'est pas univoque, et seul le cadre de la mécanique quantique permet d'expliquer tous les phénomènes d'interférences observés à ce jour. Comme l'explique élégamment R. P. Feynman dans une revue en 1948 [1], une différence fondamentale entre la physique classique et la mécanique quantique est que cette dernière considère des amplitudes de probabilité qui sont des grandeurs complexes pour l'évolution d'un système, plutôt que des probabilités classiques. Pour une évolution quantique d'un système quelconque depuis un état initial noté $|\psi_i\rangle$ vers un état final noté $|\psi_f\rangle$, des interférences émergent naturellement de la somme d'amplitudes de probabilités dès lors qu'au moins deux chemins différents d'évolution sont offerts. La figure I.3 illustre schématiquement ce principe simple à la base de l'observation d'interférences en mécanique quantique.

Une telle approche montre qu'il est possible en principe d'observer des interférences avec n'importe quel système quantique et on va considérer ici plus particulièrement les interféromètres réalisés avec des particules matérielles. Selon la découverte de Louis De Broglie en 1924, la propagation d'une particule de masse m à la vitesse v (non-relativiste) a un

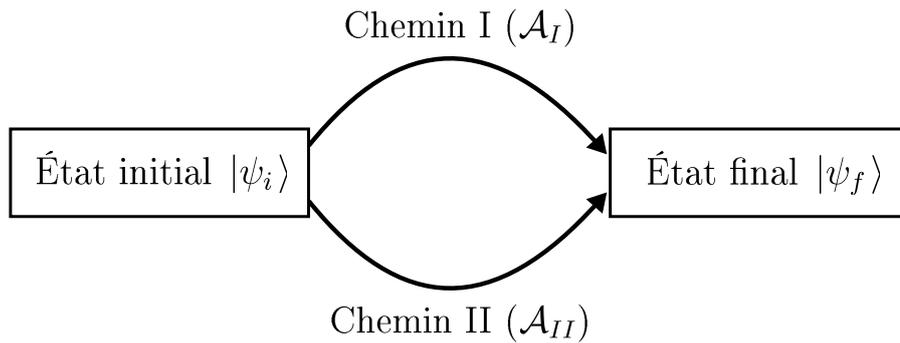


FIGURE I.3 – Principe des interférences en mécanique quantique. Deux chemins différents notés I et II sont offerts pour l'évolution d'un système depuis un état initial $|\psi_i\rangle$ vers un état final $|\psi_f\rangle$. En notant \mathcal{A}_I et \mathcal{A}_{II} les amplitudes de probabilité correspondantes, la probabilité de transition $|\psi_i\rangle \rightarrow |\psi_f\rangle$ est $|\mathcal{A}_I + \mathcal{A}_{II}|^2 = |\mathcal{A}_I|^2 + |\mathcal{A}_{II}|^2 + 2Re(\mathcal{A}_I\mathcal{A}_{II}^*)$. Le terme $2Re(\mathcal{A}_I\mathcal{A}_{II}^*)$ est le terme d'interférences.

caractère ondulatoire décrit par la longueur d'onde spatiale dite longueur d'onde de De Broglie :

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{mv} \quad (\text{I.1})$$

h est la constante de Planck. Il y a une analogie totale entre les interféromètres optiques qui manipulent les photons et les interféromètres pour les particules matérielles aussi appelés interféromètres à onde de matière. On peut pousser cette analogie plus loin concernant la manière dont on distingue les chemins d'évolution :

- Lorsqu'on manipule la propagation de la particule c'est à dire ses degrés de liberté externes, le caractère ondulatoire est décrit par la longueur d'onde de De Broglie et on réalise un interféromètre dont les chemins sont séparés dans l'espace, à l'instar de l'interféromètre optique de Mach-Zehnder ou de Michelson ;
- Lorsqu'on manipule l'état interne de la particule matérielle, on réalise un interféromètre de polarisation d'une manière similaire à l'interféromètre de Fresnel et Arago (la polarisation étant le seul degré de liberté interne des photons).

Peu après la découverte par Louis de Broglie de la dualité onde-corpuscule, des expériences de diffraction d'électrons sur le réseau cristallin de la surface d'un métal (C. Davisson et H. Germer, 1927 [2]) ou d'un faisceau d'hélium sur la surface d'un cristal de chlorure de sodium (I. Estermann et O. Stern, 1930 [3]) démontrent expérimentalement le comportement ondulatoire de la matière. Le premier interféromètre pour des particules est un interféromètre à onde de matière électronique réalisé par L. Marton *et al* [4]. Malgré le vif intérêt de la communauté scientifique pour les interféromètres à onde de matière, cet interféromètre électronique est apparu plus de 20 ans après les premières démonstrations de leur existence. Ce délai illustre la difficulté qu'il y a à manipuler les particules matérielles de façon cohérente. En effet la longueur d'onde de De Broglie est souvent inférieure au nanomètre, et les phénomènes ondulatoires sont d'autant plus difficiles à observer que la

longueur d'onde est faible. De plus il n'existe pas de lame semi-transparente ou de miroir matériels pour les ondes de matière, la rugosité de surface des solides étant généralement beaucoup trop importante. On s'intéresse au choix de manipulation cohérente et la confi-

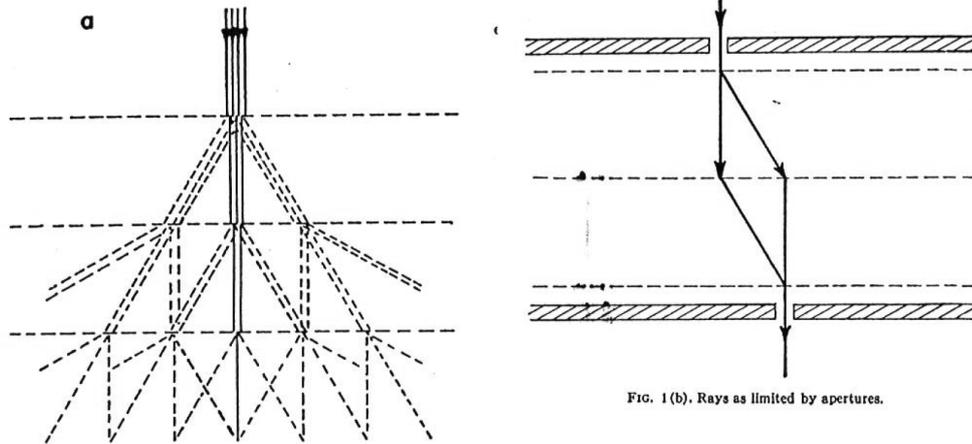


FIG. 1(a). Schematic representation of rays passing through three crystals.

FIG. 1(b). Rays as limited by apertures.

FIGURE I.4 – Figure tirée de [4] qui illustre le choix de manipulation cohérente et la configuration du premier interféromètre à onde de matière.

Partie gauche : propagation de l'onde électronique lorsque trois cristaux séparés d'une distance égale (tirets horizontaux) réalisent des réseaux diffractant pour cette onde. Il se forme un interféromètre à onde multiples.

Partie droite : interféromètre à deux bras formé lorsqu'on sélectionne deux chemins électroniques parmi les chemins possibles en collimatant les faisceaux. Cette configuration géométrique est la configuration de Mach-Zehnder, et l'interféromètre formé est un interféromètre électronique de Mach-Zehnder à réseaux diffractant.

guration de l'interféromètre de l'équipe de Marton *et al*, car ce choix est reproduit par de nombreux interféromètres à onde de matière et est toujours d'actualité. Il est illustré par la figure I.4. Pour séparer l'onde électronique de façon cohérente, cette équipe a utilisé la diffraction par un cristal. Il se forme alors un interféromètre à ondes multiples correspondant à la multiplicité des ordres de diffraction ainsi créés. En sélectionnant deux des chemins électroniques depuis la source vers le détecteur, cette équipe a obtenu un interféromètre électronique à deux bras. La configuration géométrique de cet interféromètre est dite de Mach-Zehnder par analogie avec l'interféromètre optique de Mach-Zehnder (figure I.1), et l'interféromètre ainsi créé est un interféromètre de Mach-Zehnder à réseaux diffractants. On remarque que cette configuration géométrique assure une égalité parfaite des longueurs des deux bras lorsque les réseaux (horizontaux sur la figure I.4) sont bien parallèles et situés à des distances égales, et ceci assure une différence de marche nulle entre les chemins électroniques. Ceux-ci sont séparés dans l'espace, même si le schéma de principe ne dit rien de l'extension spatiale des faisceaux électroniques utilisés. L'interféromètre que nous utilisons à Toulouse a une configuration tout à fait similaire, mais la diffraction que nous réalisons présente des caractéristiques spécifiques.

I.3 Les premiers interféromètres atomiques

Parmi les particules matérielles, il est particulièrement intéressant d'utiliser les atomes pour réaliser un interféromètre, principalement pour trois raisons :

- Par rapport aux particules chargées comme les électrons, la neutralité des atomes leur confère une sensibilité moindre aux champs électromagnétiques parasites ;
- Par rapport aux neutrons qui ne sont disponibles que dans quelques laboratoires spécialisés, les sources atomiques disponibles sont opérables partout et très facilement. De plus elles ont des intensités beaucoup plus importantes ;
- Les atomes sont des particules composites avec de nombreux états internes accessibles. Ceci laisse envisager une plus grande richesse dans le type d'interaction qu'on peut imposer, que ce soit pour la mesure ou pour leur manipulation cohérente.

Afin d'indiquer des ordres de grandeur utiles à la description ultérieure, on donne une formule analytique approchée pour la longueur d'onde de De Broglie d'un atome de nombre de masse A et de vitesse v exprimée en m/s : $\lambda_{DB} \simeq 4 \times 10^{-7} / (Av)$, exprimée en m. Pour les atomes thermiques, ceci situe la longueur d'onde dans la gamme 30-300 pm. Avec des atomes refroidis, elle peut atteindre plusieurs μm .

Interféromètres atomiques de polarisation

Les expériences de spectroscopie atomique réalisées par N. F. Ramsey dès 1950 [5] constituent les premières expériences d'interférométrie atomique. Cependant, cette expérience n'a été interprétée comme telle qu'en 1989 par Ch. Bordé [6]. La manipulation cohérente est réalisée à l'aide de micro-ondes à l'intérieur d'une cavité. La modification de la trajectoire atomique provoquée par l'absorption d'un photon micro-onde est quasiment négligeable et l'interféromètre ainsi réalisé est tout à fait similaire à l'interféromètre de polarisation de Fresnel et Arago, l'état interne de l'atome jouant un rôle similaire à l'état de polarisation des photons (figure I.2). Les horloges atomiques micro-ondes utilisent les franges de Ramsey et constituent donc des interféromètres de polarisation.

Première génération d'interféromètres atomiques

Comme pour tous les interféromètres à onde de matière, les principales difficultés rencontrées pour réaliser un interféromètre atomique concernent la manipulation cohérente des atomes. Ceci explique qu'il a fallu attendre les années 90 pour voir apparaître les premières expériences dédiées à l'interférométrie avec des atomes si on excepte les interféromètres de polarisation. Cette première génération d'interféromètres comporte les instruments suivants :

- Un interféromètre totalement similaire à l'expérience des fentes d'Young, réalisé avec un jet atomique d'Hélium métastable par l'équipe de J. Mlynek [7] ;
- Le premier interféromètre atomique dans la configuration de Mach-Zehnder qui a été construit par l'équipe de D. Pritchard en utilisant un jet atomique de sodium diffracté par des réseaux matériels de dimensions nanométriques [8] ;
- En s'inspirant de développements de Ch. Bordé [6], l'équipe de J. Helmcke a construit un interféromètre basé sur les franges de Ramsey mais en utilisant l'absorption saturée à la résonance optique d'un jet de Calcium [9]. Cet interféromètre

présente des caractéristiques intéressantes puisque c'est un interféromètre de polarisation, mais pour lequel les états séparés ont aussi des trajectoires différentes. La séparation spatiale a été utilisée pour détecter l'effet Sagnac sur les ondes atomiques en mettant l'interféromètre en rotation ;

- Un interféromètre utilisant des transitions Raman induites par des impulsions laser sur des atomes froids de sodium a été construit par M. Kasevich et S. Chu [10,11]. Il a permis de mesurer l'accélération locale de la pesanteur à 10^{-6} près. Les transitions Raman changent l'état hyperfin de l'atome et permettent une manipulation et une détection sélectives qui sont particulièrement efficaces.

I.4 Caractéristiques de notre interféromètre

Les divers moyens possibles pour réaliser des interféromètres avec des atomes reflètent la richesse des interactions qu'ils peuvent subir. Un grand nombre d'interféromètres atomiques existent qui diffèrent à la fois par leur source, les moyens de manipulation cohérente utilisés et la détection mise en oeuvre. Je ne présenterai pas de revue de ces interféromètres ce qui serait une redite de nombreuses études et revues déjà réalisées. Le lecteur intéressé pourra se reporter sur une revue récente d'Alexander Cronin, J. Schmiedmayer et D. Pritchard sur l'interférométrie atomique [12]. Je me bornerai ici à donner quelques précisions sur les caractéristiques de l'interféromètre atomique que nous utilisons, et à le situer par rapport à d'autres interféromètres atomiques existant à l'aide d'exemples choisis.

Source thermique de lithium

Notre interféromètre utilise l'atome de lithium issu d'un jet supersonique de gaz porteur ensemencé. Cette source est de type thermique, les deux grands types de sources thermiques étant les jets effusifs et les jets supersoniques. Les jets supersoniques sont souvent préférés parce qu'ils assurent une distribution de vitesse plus étroite que les jets effusifs. Les vitesses atomiques obtenues avec des sources thermiques sont de l'ordre de 100 à 1000 m/s suivant la masse atomique, et cette dernière valeur est très proche des vitesses que nous obtenons usuellement : lorsque nous utilisons l'argon comme gaz porteur, la vitesse atomique mesurée est proche de 1060 m/s ce qui donne une longueur d'onde de De Broglie de 54 pm. De nombreux interféromètres atomiques utilisent (ou ont utilisé) des sources thermiques choisies pour leur facilité de mise en oeuvre et leur bonne brillance. Les atomes les plus souvent utilisés sont alors soit un alcalin dans l'état fondamental comme le lithium, par exemple pour l'équipe de D. Pritchard qui a utilisé le sodium [8], ou bien un atome dans un état métastable comme pour l'équipe de J. Mlynek [7]. Ce choix s'explique par le fait qu'avec les sources thermiques, les vitesses de propagation atomiques sont relativement rapides et, pour disposer d'une détection sensible, il est plus simple d'utiliser des atomes détectables par ionisation de surface, ce qui est le cas des alcalins et des atomes métastables.

Les autres types de sources utilisées en interférométrie atomique sont des atomes refroidis, pour lesquels on distingue les nuages d'atomes froids [13] et les gaz dégénérés comme les condensats de Bose-Einstein [14]. Le nuage d'atomes est généralement issu d'un piège atomique et est, une fois le piège chargé, simplement relâché en chute libre ou bien accéléré

par des faisceaux laser avant d'être injecté dans l'interféromètre. Les flux moyens obtenus avec des atomes refroidis sont généralement plus faibles qu'avec des sources thermiques. Les atomes refroidis utilisés en interférométrie atomique apportent une source bien plus cohérente, une augmentation du temps passé par les particules dans l'interféromètre (ce qui augmente la sensibilité aux interactions appliquées) et la possibilité de réaliser un interféromètre temporel. Notamment, l'utilisation d'impulsions laser est facilitée ce qui enrichit les processus de manipulation atomique possibles.

Diffraction élastique par une onde laser stationnaire

Dans notre interféromètre, l'atome de lithium est manipulé de façon cohérente par une onde stationnaire laser quasi-résonante avec la première transition optique du lithium à la longueur d'onde de 671 nm. Les deux caractéristiques fondamentales de cette manipulation sont :

- Une diffraction élastique c'est à dire une séparation qui ne concerne que l'état de propagation de l'atome qui reste dans son état interne fondamental : c'est une condition nécessaire pour réaliser un interféromètre atomique à onde de matière ;
- La diffraction dans un régime spécifique appelé régime de Bragg, qui permet de n'obtenir que deux états séparés. L'utilisation du régime de Bragg permet de réaliser un interféromètre à deux bras exempt de faisceaux diffractés dans d'autres ordres, ce qui évite la formation d'interféromètres parasites.

Ce moyen de manipulation sera présenté plus en détails dans le chapitre II. Il rentre dans le cadre plus général de la manipulation d'atomes par des ondes lumineuses qui réalise un échange d'énergie et d'impulsion entre les photons d'une ou plusieurs ondes laser et les atomes. Un grand nombre de processus différents peuvent réaliser ces échanges et les seules contraintes à vérifier pour un séparateur de faisceau concernent la conservation de l'énergie et de l'impulsion du système {Atome + champ lumineux}. La diffraction de Raman-Nath ou la spectroscopie par franges de Ramsey rentrent dans ce cadre, et de nombreux interféromètres atomiques utilisent l'interaction atome-laser comme moyen de manipulation. L'article de C. J. Bordé dans le livre [15] développe de façon formelle l'ensemble de ces processus, et la figure I.5 tirée de cet article illustre de façon schématique et généralisée la réalisation d'un séparateur de faisceau avec une onde lumineuse.

L'utilisation d'une onde lumineuse stationnaire pour diffracter des particules a été proposée dès 1933 par Kapitza et Dirac [16] pour démontrer l'existence de l'émission stimulée. Cette expérience nécessitait des puissances lumineuses bien trop importantes pour les sources lumineuses disponibles à l'époque et n'a finalement pu être réalisée qu'en 2001 [17]. Les atomes présentent un atout important pour leur manipulation par une onde lumineuse qui est l'existence de fréquences de résonance avec leurs transitions optiques. Leur interaction avec une onde laser proche de la résonance est beaucoup plus forte qu'avec les électrons, ce qui permet de diminuer les puissances lumineuses nécessaires. La diffraction atomique par une onde laser a pu être réalisée à partir des années 80 grâce aux progrès des sources laser. On pourra se reporter aux expériences de l'équipe de D. Pritchard [18–20] et aux références incluses dans ces articles.

La diffraction élastique par une onde stationnaire réalise un cas particulier de séparateur de faisceaux pour lequel l'atome absorbe un photon d'une onde progressive et le réémet de

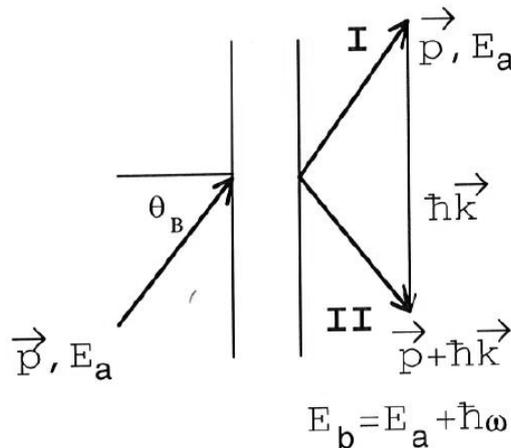


FIGURE I.5 – Figure tirée de l'article de C. Bordé dans le livre de revue [15] qui illustre les processus d'échange d'énergie et d'impulsion entre un atome et une onde lumineuse, et la condition de Bragg de la diffraction. Un atome incident dans l'état initial d'énergie totale E_a et d'impulsion \mathbf{p} interagit avec un ou plusieurs ondes lumineuses. Il peut rester dans son état initial (faisceau transmis noté I), ou gagner l'impulsion $\hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}$ et l'énergie $\hbar\omega_{\text{eff}}$ par des processus d'échange avec les photons des ondes lumineuses, et émerger dans l'état II d'énergie $E_b = E_a + \hbar\omega_{\text{eff}}$ et d'impulsion $\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}$.

façon stimulée dans l'autre onde progressive. Il gagne alors deux impulsions photoniques et reste dans son état fondamental. L'onde stationnaire est alors l'équivalent d'un réseau de phase dont la période est la moitié de la longueur d'onde lumineuse. L'utilisation d'une onde laser désaccordée permet d'éviter le processus d'absorption suivi d'émission spontanée auquel est associé une forte probabilité de décohérence. On distingue deux régimes limites selon la focalisation de l'onde laser : le régime de Kapitza-Dirac [19] obtenu avec les faisceaux fortement focalisés, qui réalise la diffraction dans un grand nombre d'ordres à la manière d'un réseau matériel mince en optique, et le régime de Bragg [20] obtenu avec un faisceau laser large. Dans ce dernier régime, l'onde atomique ne peut être diffractée que dans un seul ordre et seulement si elle vérifie une condition d'incidence particulière nécessaire à la conservation de l'énergie. La figure I.6 est tirée d'une publication de l'équipe de D. Pritchard qui a réalisé la première diffraction atomique par une onde lumineuse dans le régime de Bragg [20], et illustre de façon schématique les échanges d'impulsion entre l'atome et l'onde stationnaire dans ces deux régimes limites.

Configuration de Mach-Zehnder et séparation spatiale

Les ondes stationnaires lumineuses quasi-résonantes réalisent des réseaux diffractant de phase. Nous les utilisons dans la configuration géométrique de Mach-Zehnder, de la même manière que pour l'interféromètre électronique de Marton *et al* [4] (illustré par la figure I.4) ou l'interféromètre atomique de l'équipe de D. Pritchard (mais leurs réseaux diffractants

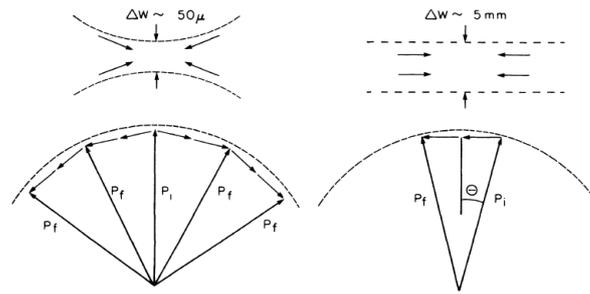


FIGURE I.6 – Figure tirée de l'article [20] qui illustre les échanges d'impulsion entre l'atome et l'onde stationnaire lumineuse lors de la diffraction dans deux régimes limites. La partie gauche représente le régime de Kapitza-Dirac, la partie droite le régime de Bragg. Les impulsions atomiques sont notées \mathbf{p}_i (impulsion initiale) ou \mathbf{p}_f (impulsion finale) et les autres impulsions représentées sont les celles des photons. Dans le régime de Bragg, l'augmentation de la largeur de l'onde laser contraint la direction des impulsions des photons et les processus de diffraction atomique qui respectent la conservation de l'énergie ne deviennent possibles que pour une incidence particulière.

sont matériels). Nous disposons de cette façon d'un interféromètre atomique à ondes de matière et à division d'amplitude qui assure une différence de marche nulle et exhibe des franges d'interférences insensibles à la cohérence de la source.

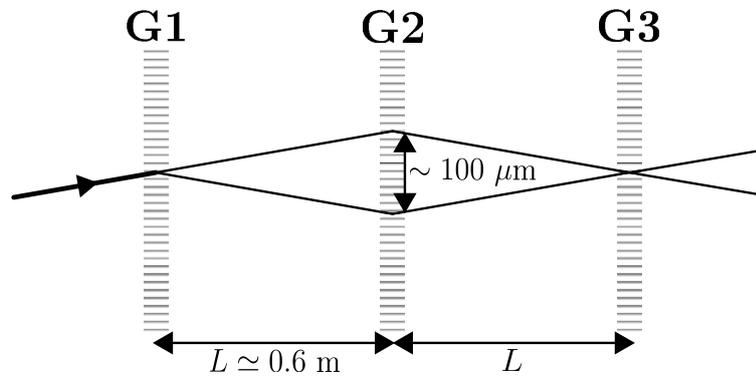


FIGURE I.7 – Configuration géométrique de Mach-Zehnder à réseaux pour l'interféromètre atomique à réseaux diffractant lumineux, et indications sur les dimensions du dispositif. Les réseaux lumineux G1, G2 et G3 sont des ondes lumineuses stationnaires quasi-résonantes qui réalisent la diffraction atomique dans le régime de Bragg. La séparation des chemins atomiques est indiquée en considérant des atomes de lithium se propageant à la vitesse $v = 1060$ m/s et diffractés dans l'ordre 1 par les réseau lumineux.

La figure I.7 rappelle la configuration géométrique de Mach-Zehnder à réseaux et l'applique

au cas spécifique de notre interféromètre. Les réseaux lumineux sont séparés d'environ 0.6 m. L'atome de lithium a la vitesse atomique typique $v = 1060$ m/s à la longueur d'onde de De Broglie $\lambda_{DB} = 54$ pm. Les ondes stationnaires lumineuses sont des réseaux diffractants de pas $a = \lambda_L/2$ où λ_L est la longueur d'onde du laser choisie très proche de la première transition optique du lithium vers 671 nm. La diffraction dans l'ordre 1 défléchit le faisceau diffracté d'un angle proche de $\lambda_{DB}/a \simeq 160$ μ rad. La séparation entre les chemins atomiques au niveau du deuxième réseau lumineux est alors proche de 100 μ m ce qui est suffisant pour appliquer une interaction différente sur les deux bras. Il sera possible de réaliser une mesure interférométrique à bras séparés même en tenant compte de la largeur des faisceaux atomiques.

I.5 Mesures par interférométrie atomique

Les interféromètres atomiques sont des instruments très sensibles. Par exemple, la sensibilité des interféromètres de polarisation est illustrée par la précision atteinte par les horloges atomiques. Les apports de l'interférométrie atomique aux mesures physiques sont déjà nombreux et peuvent être regroupés en trois domaines [12] :

- La physique quantique fondamentale ;
- La métrologie des effets inertiels (gravitation et gyromètres) ;
- La physique atomique et moléculaire (les interféromètres moléculaires étant totalement similaires aux interféromètres atomiques).

On donne quelques précisions sur les progrès déjà apportés en physique fondamentale ou en métrologie :

- La masse des atomes et leur vitesse de propagation très lente devant celle de la lumière les rend extrêmement sensibles aux effets inertiels. De nombreuses applications utilisent déjà cette sensibilité pour mesurer des accélérations liées à la gravité locale ou l'accélération de Coriolis. Les gravimètres atomiques font désormais partie de la famille des gravimètres absolus les plus sensibles [21]. Des expériences similaires mesurent les gradients de gravité [22, 23] et la constante gravitationnelle G [24, 25]. Les gyromètres atomiques exhibent des sensibilités exceptionnelles avec des atomes thermiques [26, 27] et plus récemment avec des atomes froids [28] ;
- Des mesures interférométriques ont déterminé très précisément le ratio h/m où h est la constante de Planck et m la masse atomique [29–31]. En combinant ces résultats avec d'autres grandeurs physiques mesurées aussi très précisément (rapport des masses électron-atome et constante de Rydberg), ces mesures permettent une détermination de la constante de structure fine parmi les plus précises existantes ;
- L'interférométrie atomique a rendu possible l'étude poussée de processus de décohérence induits par un rayonnement [32, 33] ou par des collisions [34, 35]. Dans un domaine lié, des interféromètres moléculaires cherchent à réaliser des interférences avec des molécules de plus en plus grosses et étudient la transition depuis le comportement quantique dans le domaine microscopique vers le monde macroscopique [34, 36] ;
- L'observation de signaux d'interférences avec les condensats de Bose-Einstein ont jusqu'à maintenant plutôt servi à étudier les propriétés mêmes de ces gaz dégénérés.

Pour un aperçu des nombreuses expériences d'interférométrie avec des condensats de Bose-Einstein, on pourra se reporter à l'article de revue de K. Bongs et K. Sengstock [37]. Des publications récentes [38] démontrent que les progrès dans la production et la manipulation de condensats permettent désormais d'envisager leur utilisation à des fins de mesure.

Les interféromètres atomiques qui réalisent une séparation spatiale des bras permettent (entre autre) d'améliorer la connaissances de diverses grandeurs atomiques. En voici quelques exemples :

- En utilisant un interféromètre atomique de Mach-Zehnder à réseaux diffractant matériels, l'équipe de D. Pritchard a appliqué un champ électrique sur un seul bras à l'aide d'un condensateur dont une électrode fine appelée septum était installée entre les deux faisceaux. De cette façon elle a mesuré la polarisabilité de l'atome de sodium avec une barre d'erreur statistique de 0.25% et une barre d'erreur systématique identique [39]. Notre équipe a réalisé une expérience similaire avec l'atome de lithium et a déterminé la polarisabilité du lithium avec une incertitude de 0.66%, largement dominée par l'incertitude sur la vitesse atomique [40] ;
- En provoquant la propagation d'atomes dans une cellule contenant un gaz, on peut mesurer l'indice de réfraction de ce gaz pour l'onde atomique. La partie imaginaire de l'indice de réfraction décrit la section efficace de collision qui est une grandeur classique, mais sa partie réelle décrit un déphasage de l'onde atomique qui n'est mesurable que par interférométrie, et dont la mesure est un excellent test des interactions atomiques à longue portée. Notre équipe a mesuré l'indice de réfraction de divers gaz pour l'onde atomique de lithium [41]. Les résultats sont en accord avec la théorie et exhibent notamment des oscillations de gloire ;
- En collaboration avec l'équipe d'A. Cronin (Université d'Arizona), nous avons mesuré l'interaction de Van der Waals entre l'atome de lithium et la surface des barres d'un réseau de dimensions nanométriques. Les mesures ont été effectuées pour une large gamme de vitesse atomique (750 m/s à 3400 m/s) et les incertitudes statistiques de certaines mesures approchent 3 mrad. Ces mesures sont décrites dans le chapitre III.

I.6 Plan de la thèse

Ma thèse a démarré en septembre 2007. Les travaux que j'ai réalisés avec l'équipe pendant les 4 années qu'elle a durée peuvent être regroupés en 3 domaines :

- Un travail expérimental de fond pour entretenir l'interféromètre et améliorer ses performances ;
- La préparation et la réalisation des mesures présentées dans les chapitres qui suivent ;
- L'analyse de ces mesures qui a pu nécessiter certains travaux théoriques.

Je présente ci-dessous le plan de ce manuscrit.

Chapitre II : L'interféromètre de Toulouse

Le chapitre II réunit l'ensemble de la description de l'instrument que nous utilisons. Il indique d'abord quelques éléments théoriques concernant la diffraction de Bragg et la configuration de l'interféromètre ; ces éléments permettent de bien décrire les paramètres physiques qui importent aux performances de mesure. Le dispositif expérimental est ensuite présenté, puis les signaux qu'il donne sont caractérisés. On montre enfin par quelles méthodes on réalise des mesures d'interaction. On porte une attention particulière sur les effets qui limitent la précision des mesures, comme les dérives de phase, et sur les moyens de limiter leur influence.

Chapitre III : Interaction de Van der Waals atome-surface

Ce chapitre décrit une première campagne de mesure réalisée de novembre 2007 à octobre 2008 en collaboration avec l'équipe d'A. Cronin (Université d'Arizona). Elle a consisté à mesurer l'interaction de Van der Waals atome-surface entre l'atome de lithium et les barres d'un réseau de dimensions nanométriques prêté par cette équipe qui utilise des réseaux de ce type pour réaliser un interféromètre de Mach-Zehnder similaire au nôtre. Le début de ce chapitre expose le principe de la mesure et les grandes lignes des résultats obtenus. Les résultats détaillés figurent dans deux publications insérées dans le chapitre.

Chapitre IV : Détection de la phase He-McKellar-Wilkens

Ce chapitre décrit la deuxième et dernière campagne de mesures de ma thèse, qui a réalisé la détection d'une phase géométrique appelée effet He-McKellar-Wilkens, du nom des auteurs de sa découverte théorique. Après une présentation d'un ensemble de phases géométriques dont cette phase fait partie, on décrit le montage expérimental construit pour mesurer la phase HMW. Ce montage est prévu pour appliquer deux interactions simultanées et sur les deux bras de l'interféromètre : un champ électrique qui est quasi-opposé pour ces deux bras, et un champ magnétique sensiblement uniforme. On présente ensuite le protocole de mesures utilisé, puis un ensemble de résultats bruts. Ces résultats exhibent d'importants effets systématiques, qui proviennent de dispersions spatiales de déphasages donnés par chaque interaction, et nécessitent une analyse plus complète pour les caractériser et en tenir compte dans la détection de la phase de He-McKellar-Wilkens. Cette analyse passe par l'étude des effets de chaque interaction appliquée séparément, avant de s'intéresser aux effets systématiques observables avec l'interaction simultanée. Pour cela on développe un modèle analytique du signal détecté avant de l'appliquer aux résultats de mesure.

Chapitre V : Perspectives et conclusion

Ce chapitre conclut la thèse en présentant quelques mesures que l'équipe prévoit de réaliser avec l'interféromètre actuellement utilisé, avant de décrire un interféromètre de nouvelle génération aux performances améliorées que notre équipe construit actuellement. Il conclut par un bref bilan de l'ensemble des mesures présentées.

Chapitre II

L'INTERFÉROMÈTRE DE TOULOUSE

Ce chapitre présente l'interféromètre que nous utilisons. Parmi ses éléments fondamentaux, ceux qui manipulent l'onde atomique sont des ondes stationnaires lumineuses quasi-résonantes qui sont présentées par le sous-chapitre II.1, tandis que le sous-chapitre II.2 introduit l'agencement particulier d'ondes stationnaires qui caractérise notre interféromètre. Les choix de l'équipe concernant sa réalisation expérimentale sont présentés par le sous-chapitre II.3, où je veillerai à décrire chaque élément important du dispositif. A sa suite, le sous-chapitre II.4 caractérise les signaux qu'il permet d'observer.

II.1 Diffraction de Bragg d'une onde atomique par une onde stationnaire lumineuse

Pour observer des interférences avec une onde atomique, il faut la manipuler de façon cohérente. Ce sous-chapitre présente le moyen de manipulation utilisé par notre équipe : la diffraction élastique d'un atome par une onde laser stationnaire quasi-résonante, dans des conditions spécifiques appelées conditions de Bragg. On l'appelle plus simplement diffraction de Bragg. Après une présentation par la partie II.1.1 des principaux aspects phénoménologiques de la diffraction de Bragg, la partie II.1.2 introduira le potentiel lumineux qui permet de la traiter en utilisant l'équation de Schrödinger. Par la suite, la partie II.1.3 étudiera les caractéristiques de la diffraction dans un régime particulier : le régime de Bragg, qui a un caractère perturbatif.

Nous utilisons couramment la diffraction de Bragg à l'ordre 1 de l'atome de lithium. Le régime de Bragg décrit correctement les caractéristiques de cette diffraction, et la partie II.1.4 qui montre comment nous diffractons le lithium se restreindra à cet ordre. Lors de la mesure de l'interaction de Van-der-Waals atome-surface, certaines mesures ont utilisé la diffraction à l'ordre 2 et nous avons été confrontés à des phénomènes qui sortent du cadre du régime de Bragg. Leur investigation est le sujet de l'annexe A qui étudie de manière plus théorique la diffraction aux ordres supérieurs à 1, plus simplement appelée diffraction aux ordres supérieurs.

II.1.1 Principe de la diffraction de Bragg

II.1.1.1 Présentation

On considère un atome à deux niveaux : $|f\rangle$ est le niveau fondamental et $|e\rangle$ le niveau excité. $|f\rangle$ et $|e\rangle$ sont séparés par une énergie interne $\hbar\omega_A$ et couplés par une transition dipolaire électrique. Initialement l'atome est dans son état fondamental et se propage librement dans le plan (Ozx) . On appelle $\hbar\mathbf{k}_0$ son vecteur impulsion initial et θ_0 son angle d'incidence par rapport à l'axe (Oz) . On négligera toute dépendance vis à vis de la variable y .

On s'intéresse à l'interaction de l'atome avec une onde stationnaire lumineuse qui est quasi-résonante avec la transition entre $|f\rangle$ et $|e\rangle$. L'onde stationnaire est formée par deux ondes quasi-planes progressives, notées 1 et 2, de même fréquence $2\pi\omega_{L,1} = 2\pi\omega_{L,2} = 2\pi\omega_L$, contrapropageantes selon l'axe (Ox) , polarisées selon ε_L dans le plan (Oyz) , et d'enveloppe spatiale de champ électrique commune notée $E_0(z)$. En notant $\mathbf{k}_{L,1} = \mathbf{k}_L = k_L\mathbf{e}_x$ et $\mathbf{k}_{L,2} = -\mathbf{k}_L$ leurs vecteurs d'onde respectifs, le champ électrique associé s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z, x, t) &= E_0(z) \varepsilon_L [\cos(\mathbf{k}_{L,1} \cdot \mathbf{r} - \omega_L t) + \cos(\mathbf{k}_{L,2} \cdot \mathbf{r} - \omega_L t)] \\ &= 2E_0(z) \cos(k_L x) \cos(\omega_L t) \varepsilon_L \end{aligned} \quad (\text{II.1})$$

II.1.1.2 Approche corpusculaire

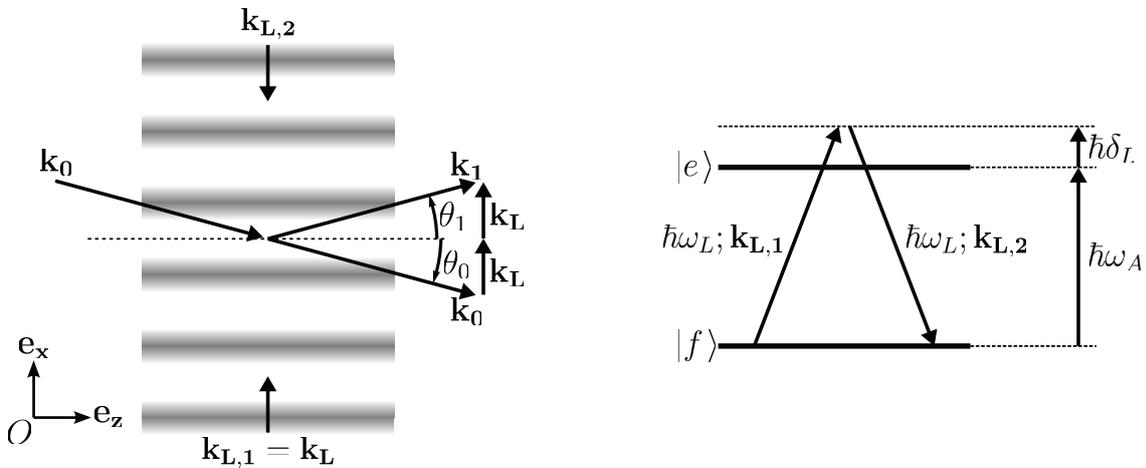


FIGURE II.1 – A gauche : échange d'impulsion entre l'atome et le champ (du point de vue des vecteurs d'onde) lors de la diffraction à l'ordre 1 de l'atome par l'onde stationnaire lumineuse. A droite, représentation schématique des transitions associées pour l'atome à deux niveaux.

La diffraction à l'ordre 1 consiste en l'absorption par l'atome incident d'un photon d'une onde progressive (notée 1) suivie d'une émission stimulée dans l'autre onde progressive (2). Les transitions lumineuses associées pour l'atome sont résumées sur la figure II.1.

Le désaccord est $\delta_L = \omega_L - \omega_A$ et la quasi-résonance implique $\delta_L \ll \omega_A$. Après un cycle absorption-émission stimulée l'atome se retrouve dans son état fondamental. Les échanges d'impulsion entre l'atome et le champ laser modifient sa trajectoire comme schématisé sur la figure II.1.

II.1.1.3 Condition de Bragg et diffraction de Bragg à l'ordre p

L'absorption et l'émission stimulée modifient l'impulsion de l'atome en conservant l'impulsion totale (atome + champ). A l'issue d'une diffraction à l'ordre 1, l'impulsion de l'atome devient :

$$\hbar\mathbf{k}_1 = \hbar\mathbf{k}_0 + \hbar\mathbf{k}_{L,1} - \hbar\mathbf{k}_{L,2} = \hbar\mathbf{k}_0 + 2\hbar\mathbf{k}_L \quad (\text{II.2})$$

Le gain de vitesse selon la direction (O, \mathbf{e}_x) est $2v_R$, où $v_R = \hbar k_L/m$ est la vitesse de recul associée à l'absorption ou l'émission d'un photon.

L'état interne de l'atome n'est pas modifié par un cycle absorption - émission stimulée. De plus l'énergie associée au champ laser n'a été que redistribuée entre les ondes stationnaires. Ainsi l'énergie cinétique de l'atome est conservée lors de la diffraction. Ces caractéristiques permettent de qualifier la diffraction d'élastique. Dans la figure II.1, on a donc $k_1 = \|\mathbf{k}_1\| = \|\mathbf{k}_0\| = k_0$ et la diffraction à l'ordre 1 n'est possible que si \mathbf{k}_0 et \mathbf{k}_1 sont symétriques par rapport à (Oz) .

De façon plus générale il est possible d'observer la diffraction élastique à un ordre p quelconque en renouvelant p fois le cycle absorption-émission stimulée. A titre d'illustration, la figure II.2 détaille les échanges d'impulsion dans les cas particuliers où l'atome est diffracté dans l'ordre 1 et dans l'ordre 2. Les relations de conservation imposent la même symétrie par rapport à l'axe (Oz) entre l'impulsion incidente $\hbar\mathbf{k}_0$ et celle de l'atome diffracté $\hbar\mathbf{k}_p = \hbar\mathbf{k}_0 + 2p\hbar\mathbf{k}_L$.

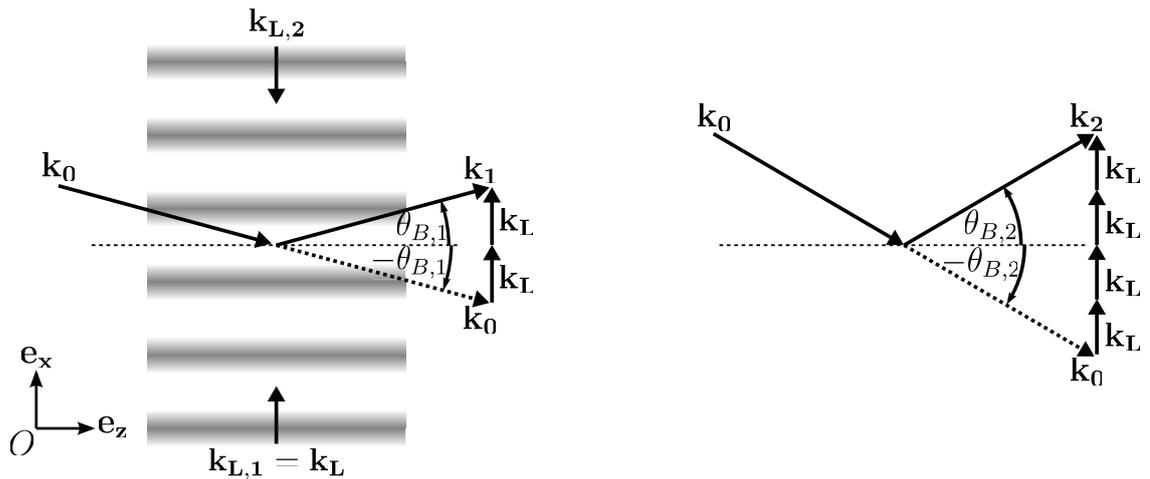


FIGURE II.2 – Diffraction de Bragg de l'atome par l'onde stationnaire lumineuse, à l'ordre 1 (à gauche) et à l'ordre 2 (à droite).

Cette symétrie fournit deux caractéristiques essentielles de la diffraction de Bragg :

- **Condition d'incidence de Bragg** : la diffraction de Bragg à l'ordre p n'est possible que si l'atome incident vérifie :

$$|\theta_0| = |\theta_{B,p}|, \quad (\text{II.3})$$

où $\theta_{B,p}$, angle de Bragg à l'ordre p , dépend des normes des vecteurs d'onde \mathbf{k}_0 et \mathbf{k}_L comme suit :

$$\sin(\theta_{B,p}) = p \frac{k_L}{k_0} \simeq \theta_{B,p} \quad (\text{II.4})$$

La condition d'incidence de Bragg porte à la fois sur la vitesse et l'angle d'incidence de l'atome. Nous verrons que généralement $\theta_{B,p}$ est petit ($\theta_{B,p} \ll 1$), c'est pourquoi sa forme approchée figure dans le membre de droite de l'équation (II.4) ;

- **Angle de réflexion de Bragg** : lorsque l'atome est incident dans les conditions de Bragg à l'ordre p , il ne peut être diffracté que dans l'ordre 0 ou dans l'ordre p . Dans la suite, seul l'ordre p sera qualifié de diffracté, le terme de faisceau transmis étant réservé à l'ordre 0. On appelle $\theta_p = (\mathbf{e}_z, \mathbf{k}_p)$ l'angle que forme le faisceau diffracté, avec l'axe (Oz). L'atome diffracté dans l'ordre p subit une déflexion $\theta_p - \theta_0$ qui s'écrit simplement :

$$\theta_p - \theta_0 = 2\theta_{B,p} \quad (\text{II.5})$$

La symétrie entre l'ordre diffracté et l'ordre transmis implique, pour les angles d'incidence : $\theta_p = -\theta_0$. C'est pourquoi, par analogie, la diffraction de Bragg est souvent qualifiée de réflexion de Bragg de l'atome sur les ventres de l'onde stationnaire.

II.1.1.4 Point de vue ondulatoire

A l'atome de masse m se propageant à la vitesse \mathbf{v}_0 telle que $m\mathbf{v}_0 = \hbar\mathbf{k}_0$, le principe de de Broglie associe une onde dont la longueur d'onde est :

$$\lambda_{DB} = \frac{2\pi}{k_0} = \frac{h}{mv_0} \quad (\text{II.6})$$

Lorsque il est diffracté dans les conditions de Bragg à l'ordre p , on peut réexprimer les angles relatifs à l'ordre transmis et diffracté comme une formule du réseau :

$$\sin(\theta_p) - \sin(\theta_0) = p \frac{\lambda_{DB}}{a} \quad (\text{II.7})$$

L'expression précédente est valide lorsque le pas du réseau a est la demi-longueur d'onde du laser qui correspond à la périodicité de l'intensité lumineuse de l'onde stationnaire :

$$a = \frac{\lambda_L}{2} \text{ où } \lambda_L = \frac{2\pi}{k_L} \quad (\text{II.8})$$

La diffraction élastique de l'atome par l'onde stationnaire lumineuse est donc, dans un point de vue ondulatoire, la diffraction de l'onde de de Broglie associée à la propagation de l'atome dans son état fondamental par un réseau lumineux en transmission de pas $a = \lambda_L/2$.

En 1913, W.H. Bragg et W.L. Bragg ont interprété les résultats d'expériences de diffraction de rayons X par un cristal [42]. En considérant le cristal comme un réseau de plans cristallins de pas a , ils ont montré comment la diffraction des rayons X de longueur d'onde λ à un ordre p n'est possible, qu'en respectant une condition d'interférences entre les plans cristallins comme illustré sur la figure II.3. Cette condition sur l'incidence est la formule de Bragg :

$$2a \sin(\theta_{B,p}) = p\lambda \quad (\text{II.9})$$

Dans le point de vue ondulatoire de la diffraction atomique, l'application de la formule de Bragg à l'onde de de Broglie ($\lambda = \lambda_{DB}$) diffractée par le réseau de pas a redonne directement la condition (II.4). Les ventres de l'onde stationnaire sont alors l'équivalent des plans cristallins. On comprend que la condition de Bragg s'appliquera lors de la diffraction par un cristal lumineux c'est à dire un réseau épais (selon la direction (Oz)). Ce critère d'épaisseur est lié au caractère quasi-plan des ondes progressives dans l'approche corpusculaire. Il sera décrit de manière plus quantitative dans la section II.1.3.3 (on peut aussi se référer à l'annexe A qui le généralise aux ordres supérieurs).

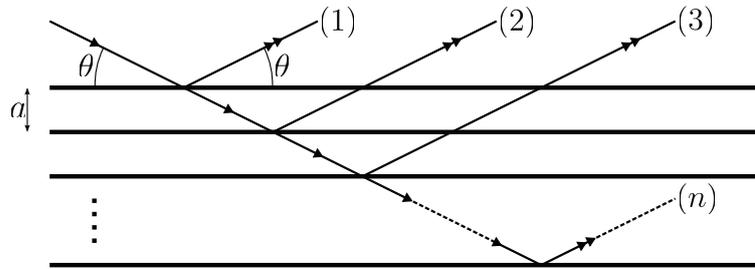


FIGURE II.3 – Condition de diffraction de Bragg par un cristal. L'onde incidente (flèche simple) sera diffractée dans la direction θ si les réflexions (flèches doubles, notées (1) \dots (n)) sur les plans cristallins (horizontaux) sont constructives. La différence de marche entre une réflexion (i) et ($i+1$) étant $2a \sin(\theta)$, la condition de diffraction à l'ordre p lui impose une valeur $p\lambda$: c'est la formule de Bragg (II.9).

La partie qui suit va formaliser le concept de réseau (ou cristal) lumineux, en montrant comment on peut effectivement associer à l'onde stationnaire quasi-résonante un potentiel lumineux pour l'atome dans son état fondamental. Elle va aussi présenter un outil mathématique bien adapté au traitement général des processus de diffraction d'atomes par des ondes lumineuses : la base des états de Bloch.

II.1.2 Traitement de l'interaction atome - laser

II.1.2.1 Le potentiel lumineux

Le formalisme des états habillés (développé par Claude Cohen-Tannoudji) est très efficace pour traiter le problème de l'atome en interaction avec l'onde stationnaire lumineuse, car il traite de façon quantique le système global {atome + onde stationnaire}. On peut en

trouver une description dans le livre [43] (chapitre VI) ou plus spécifiquement dans [44].

On note \mathbf{d}_{fe} le moment dipolaire de couplage associé à la transition entre $|f\rangle$ et $|e\rangle$. L'atome en interaction avec l'onde stationnaire est couplé avec le champ laser quasi-résonnant et on introduit une pulsation de Rabi de ce couplage qu'on prendra réelle (par convention de phase), et qui est proportionnelle à l'amplitude E d'oscillation du champ électrique :

$$\Omega = -E \frac{\mathbf{d}_{fe} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_L}{\hbar} \quad (\text{II.10})$$

Les états habillés sont les états propres du système {atome + champ laser}. Nous montrons que nos conditions expérimentales assurent $\delta_L \gg \Omega$, et qu'elles permettent de négliger l'émission spontanée. Le système suit alors de façon adiabatique un état habillé où l'atome est dans un état très peu différent de son état fondamental. L'effet de l'onde stationnaire sur l'état de l'atome est équivalent à celui d'un potentiel lumineux V qui déplace l'énergie du niveau fondamental par effet Stark dynamique :

$$V = \frac{\hbar\Omega^2}{4\delta_L} \quad (\text{II.11})$$

Le potentiel lumineux est proportionnel E^2 donc à l'intensité laser. L'onde stationnaire dont le champ électrique est donné par l'équation (II.1) est vu comme un réseau sinusoïdal de potentiel réel et de pas $a = \lambda_L/2$ pour l'atome qui reste dans son état fondamental.

II.1.2.2 L'atome dans le réseau lumineux

Le potentiel lumineux associé à l'onde stationnaire s'écrit en calculant le potentiel (II.11) associé au champ laser (II.1) :

$$V(z, x) = V_0(z) \cos^2(k_L x) = \frac{V_0(z)}{4} [2 + e^{i2k_L x} + e^{-i2k_L x}] \quad (\text{II.12})$$

$$V_0(z) = \frac{E_0(z)^2 d_{fe}^2}{\hbar\delta_L}$$

Le réseau lumineux est caractérisé par un vecteur réciproque $2k_L \mathbf{e}_x$ et une amplitude transverse $V_0(z)$ qui dépend du profil transverse en intensité des ondes progressives. La propagation de l'onde atomique $\Psi(z, x)$ dans le potentiel lumineux indépendant du temps vérifie l'équation de Schrödinger stationnaire dans le système de coordonnées indépendant de y :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right) + V(z, x) \Psi = E \Psi \quad (\text{II.13})$$

L'énergie totale de l'onde notée E correspond à l'énergie cinétique incidente dont on identifie les composantes comme suit :

$$E = E_{c,0} = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} = E_{c,0,z} + E_{c,0,x} \quad (\text{II.14})$$

$$\left. \begin{aligned} E_{c,0,i} &= \frac{\hbar k_{0,i}^2}{2m} \\ k_{0,i} &= \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{e}_i \end{aligned} \right\} \quad i = z \text{ ou } x$$

Nos conditions expérimentales (communes aux expériences de diffraction d'atomes thermiques) permettent de simplifier le traitement de la propagation de l'onde atomique :

- l'incidence de l'atome est quasi-normale : $\theta_0 \ll 1$,
- l'énergie cinétique est très grande au sens où $E_{c,0} \gg V(z, x)$.

En conséquence le mouvement longitudinal de l'atome (selon l'axe (Oz)) n'est que très peu modifié par son interaction avec le réseau lumineux. On peut le traiter de façon quasi-classique en considérant Ψ comme le produit d'une onde plane de direction (Oz) et de vecteur d'onde k_0 par une composante ψ lentement variable en z :

$$\Psi(z, x) = e^{ik_0 z} \psi(z, x) \quad , \quad \text{où } \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \simeq 0 \text{ sera négligé.} \quad (\text{II.15})$$

Dans cette approximation, la quasi totalité de l'énergie cinétique est à tout instant contenue dans sa composante longitudinale définie comme dans l'équation (II.14) :

$$E_{c,0} = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} \simeq E_{c,z} \gg E_{c,x} \quad (\text{II.16})$$

Avec ces hypothèses, z n'est plus une variable dynamique, mais un paramètre commandé par la vitesse longitudinale $v_0 = \hbar k_0 / m$:

$$z = v_0 t \quad (\text{II.17})$$

Dans ce cadre, l'équation de Schrödinger stationnaire devient une équation d'évolution qui traite du mouvement selon x d'une particule de fonction d'onde ψ .

$$i\hbar v_0 \frac{\partial \psi}{\partial z} = i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x, t) \psi = \mathcal{H}_x \psi \quad (\text{II.18})$$

La particule se déplace dans un réseau périodique de vecteur d'onde $2\mathbf{k}_L$ et d'amplitude variable, comme le montre le Hamiltonien d'évolution \mathcal{H}_x :

$$\mathcal{H}_x(t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{V_0(t)}{4} [e^{i2k_L x} + e^{-i2k_L x}] \quad (\text{II.19})$$

L'équation (II.19) néglige le terme constant $V_0(z)/2$ du potentiel (II.12) qui, dans nos conditions expérimentales, n'a aucune influence mesurable sur la propagation de l'atome.

Dans la suite, l'équation (II.18) va être réécrite sous une forme adimensionnée qui permet de caractériser de façon synthétique le régime de diffraction. Pour cela, on considère un atome initialement au repos, et on définit son énergie de recul E_{rec} : c'est l'énergie cinétique qu'il acquiert en absorbant un photon de l'onde lumineuse. On écrit :

$$E_{rec} = \frac{1}{2} m v_R^2 = \frac{\hbar^2 k_L^2}{2m} = \hbar \omega_{rec} \quad , \quad (\text{II.20})$$

où ω_{rec} est conséquemment appelée pulsation de recul. On utilise les variables adimensionnées suivantes :

$$\begin{aligned}
X &= k_L x && \text{position réduite} \\
\tau &= \omega_{rec} t && \text{temps réduit} \\
q(\tau) &= \frac{V_0(t)}{4\hbar\omega_{rec}} && \text{potentiel réduit} \\
\kappa &= \frac{k_x}{k_L} && \text{impulsion réduite du mouvement selon } (Ox) \\
\varepsilon &= \frac{E_x}{\hbar\omega_{rec}} && \text{énergie réduite associée au mouvement selon } (Ox)
\end{aligned} \tag{II.21}$$

L'équation (II.18) est alors réécrite en une équation de Schrödinger adimensionnée :

$$i \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial \tau} = \mathcal{H}(\tau) |\psi\rangle, \tag{II.22}$$

$\mathcal{H}(\tau)$ se déduit de \mathcal{H}_x et s'écrit en coordonnées réduites :

$$\mathcal{H}_X(\tau) = -\frac{\partial^2}{\partial X^2} + q(\tau) [e^{i2X} + e^{-i2X}] \tag{II.23}$$

II.1.2.3 Couplages entre ondes planes

A partir d'ici les notations seront facilitées en utilisant le formalisme de Dirac. Une base d'états possible pour développer la fonction d'onde $|\psi\rangle$ est la base des ondes planes se propageant selon \mathbf{e}_x , et une onde plane d'impulsion réduite κ sera simplement notée $|\kappa\rangle$. Dans cette base d'états, le potentiel périodique de (II.23) ne couple un état $|\kappa\rangle$ donné qu'à $|\kappa \pm 2\rangle$. Aussi une onde plane incidente dont la composante réduite de l'impulsion selon x est κ_0 est couplée par l'onde stationnaire à un ensemble discret d'états d'impulsion et peut s'écrire de manière générale comme étant diffractée dans tous les ordres n avec l'amplitude $\alpha(n)$:

$$|\psi(\tau)\rangle = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \alpha(n, \tau) |\kappa_0 + 2n\rangle \tag{II.24}$$

L'impulsion réduite de chaque ordre n diffère de celle des ordres voisins, $n \pm 1$, de ± 2 , conformément à la formule du réseau pour l'ordre n généralisé. L'évolution des amplitudes $\alpha(n)$ est décrite par l'équation (II.22) : elle dépend de l'évolution temporelle $q(\tau)$. Dans la base réduite des ondes planes $\{|\kappa_0 + 2n\rangle\}_{n \in \mathbb{Z}}$, le Hamiltonien (II.23) est une matrice tridiagonale :

$$\mathcal{H}(\tau) = \begin{bmatrix}
\ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & & & & \\
& & 0 & q(\tau) & (\kappa_0 - 2)^2 & q(\tau) & 0 & & & \\
& & & 0 & q(\tau) & \kappa_0^2 & q(\tau) & 0 & & \\
& & & & 0 & q(\tau) & (\kappa_0 + 2)^2 & q(\tau) & 0 & \\
& & & & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots
\end{bmatrix} \tag{II.25}$$

Cette approche permet un calcul des amplitudes de diffraction pour une évolution quelconque de $q(\tau)$ qui est commandée par le profil de l'onde $E_0(z)$. Notamment l'annexe A l'utilise pour calculer la diffraction à l'ordre 2 de façon numérique. Néanmoins l'état onde plane pas un état propre du Hamiltonien $\mathcal{H}(\tau)$. Dans le but de mieux décrire la modification de la propagation atomique imposée par l'onde stationnaire, la section qui suit va s'intéresser à une base d'états propres de ce Hamiltonien lorsque $q(\tau)$ est constant.

II.1.2.4 Les états de Bloch

On s'intéresse aux états propres de l'équation (II.22) en gelant le paramètre temporel τ , ou alternativement en considérant un potentiel q constant. Plus particulièrement, on considère un état propre du hamiltonien \mathcal{H}_X tel que présenté dans l'équation (II.23). Les potentiels périodiques sont couramment rencontrés en physique des solides cristallins et les états propres dans un tel potentiel sont les états de Bloch, décrits dans la plupart des livres traitant de ce problème physique. Parmi ceux-ci, je citerai l'un des plus connus : [45], et je ne vais qu'en présenter les principaux résultats sans démonstration. Le formalisme de Bloch a été utilisé pour traiter la propagation de l'onde atomique dans un réseau lumineux pour la première fois par V. Letokhov et V. Minogin en 1981 [46]. Dans les années 90, M. Wilkens *et al.* l'ont appliqué plus spécifiquement à la diffraction par une onde stationnaire [47]. Notre équipe s'est elle aussi intéressée au formalisme de Bloch pour traiter la diffraction, et a publié certains résultats de ce traitement [48]. Elle a été inspirée en cela par les travaux des équipes d'A. Zeilinger et de G. Rempe [49, 50] qui s'intéressent, en comparant considérations théoriques et résultats expérimentaux, au lien entre caractéristiques du potentiel lumineux et régime de diffraction.

Les états de Bloch vérifient l'équation de Schrödinger stationnaire pour la particule de fonction d'onde ψ :

$$\mathcal{H}_X \psi(X) = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + q [e^{i2X} + e^{-i2X}] \psi = \varepsilon \psi \quad (\text{II.26})$$

Les fonctions de Bloch, solutions d'un tel problème, sont de façon générale le produit d'une onde plane d'impulsion réduite κ par une fonction périodique de même période que le réseau :

$$\psi_\kappa(X) = e^{i\kappa X} u_\kappa(X) \text{ avec } u_\kappa(X + \pi) = u_\kappa(X), \text{ d'énergie } \varepsilon(\psi_\kappa) \quad (\text{II.27})$$

Dans l'expression précédente, κ est appelée quasi-impulsion réduite et peut prendre en principe n'importe quelle valeur qui vérifie les conditions aux limites de Born-von Karman (voir [45]). On peut décrire une base complète et orthonormée de fonctions en introduisant un indice de bande discret, $n \in \mathbb{Z}$, qui est l'unique entier tel que $\kappa_b = \kappa - 2n$ est dans la première zone de Brillouin, définie par $-1 < \kappa_b \leq 1$. κ_b est appelée image de κ dans la première zone de Brillouin. La fonction propre de Bloch associée à κ_b et l'indice de bande n a la quasi-impulsion $\kappa_b + 2n$. On la note $\psi_{\kappa_b, n}$, et $\varepsilon(\kappa_b, n)$ est son énergie. En notation de Dirac, sans risque de confusion avec les ondes planes, l'état de Bloch de fonction d'onde $\psi_{\kappa_b, n}$ est noté $|\kappa_b, n\rangle$, et les états de Bloch sont définis de façon univoque à partir de la

première zone de Brillouin en les décrivant comme suit :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_X |\kappa_b, n\rangle &= \varepsilon(\kappa_b, n) |\kappa_b, n\rangle \\ \forall \kappa, \begin{cases} |\kappa + 2, n\rangle &= |\kappa, n\rangle \\ \varepsilon(\kappa + 2, n) &= \varepsilon(\kappa, n) \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{II.28})$$

Lorsque $q = 0$, l'atome est en propagation libre, les états de Bloch correspondent aux ondes planes d'impulsion réduite κ , et $\varepsilon(\kappa_b, n)$ est l'énergie cinétique. D'après la définition de l'indice de bande, l'onde plane $|\kappa\rangle = |\kappa_b + 2n\rangle$ correspond bien à l'état de Bloch $|\kappa_b, n\rangle$. Les fonction et énergies de Bloch s'écrivent :

$$\begin{aligned} \psi_{\kappa_b, n}(X) &= e^{i(\kappa_b + 2n)X} \\ \varepsilon(\kappa_b, n) &= (\kappa_b + 2n)^2 \end{aligned} \quad (\text{II.29})$$

Il existe des dégénérescences entre ces états de Bloch qui jouent un rôle particulier dans le régime de diffraction qu'on utilise. On les énumère lorsque n décrit l'ensemble des entiers relatifs, et on pourra se reporter à la figure II.4 pour plus de clarté :

- En centre de zone de Brillouin les états de type $|0, -n\rangle$ et $|0, +n\rangle$ sont dégénérés d'énergie $\varepsilon(0, n) = 4n^2$;
- En bordure droite de zone de Brillouin, les états de type $|1, n\rangle$ et $|1, -n - 1\rangle$ sont dégénérés d'énergie $\varepsilon(1, n) = (1 + 2n)^2$;
- En bordure gauche il n'y a pas de dégénérescence rigoureuse, car nous avons exclu la frontière $\kappa_b = -1$ de la première zone de Brillouin. Les énergies de Bloch ne sont pas continues en $\kappa_b = -1$. Les branches de paraboles d'indice $-n$ et $n + 1$ ont la même énergie $(1 + 2n)^2$ pour $\kappa = -1$ mais les états $|-1, -n\rangle$ et $|-1, n + 1\rangle$ (notation abusive) correspondent en fait aux respectivement aux états $|1, -n - 1\rangle$ et $|1, n\rangle$.

Lorsque q devient non nul, les couplages entre ondes planes lèvent les dégénérescences qui deviennent des croisements évités. Il n'y a plus aucune dégénérescence entre les bandes d'énergie et il apparaît des gaps en centre et en bord de zone. L'indice de bande n'est défini de façon continue vis à vis de q que dans la moitié droite de la zone de Brillouin. Dans la moitié gauche, l'indice de bande change de signe lorsque q passe de 0 à une valeur non-nulle, et les énergies de bande deviennent des fonctions paires en κ_b prolongeables par continuité. La figure II.4 représente les niveaux d'énergie des fonctions de Bloch dans les trois cas de figure où $q = 0$, $q \ll 1$ et $q = 1$.

Il n'existe pas de forme analytique générale pour l'expression des fonctions d'onde spatiales de Bloch et de leurs énergies. L'équation dans (II.28) est l'équation de Mathieu [52], dont une base de solutions ont été développées en séries entières. Les séries convergent lentement et n'ont d'intérêt que pour un calcul numérique. Cependant elles indiquent le comportement asymptotique des énergies de Bloch :

- Pour un couplage faible soit $q \ll 1$, les énergies des états $|0, -n\rangle$ et $|0, +n\rangle$ (états quasi-dégénérés en centre de bande) se repoussent en q^{2n} , et celles des états $|1, n\rangle$ et $|1, -n - 1\rangle$ (bordure droite de bande) se repoussent en q^{2n+1} . Le développement limité en q de ces énergies est connu mais le rayon de convergence de développement des séries de Mathieu est faible [53] ;

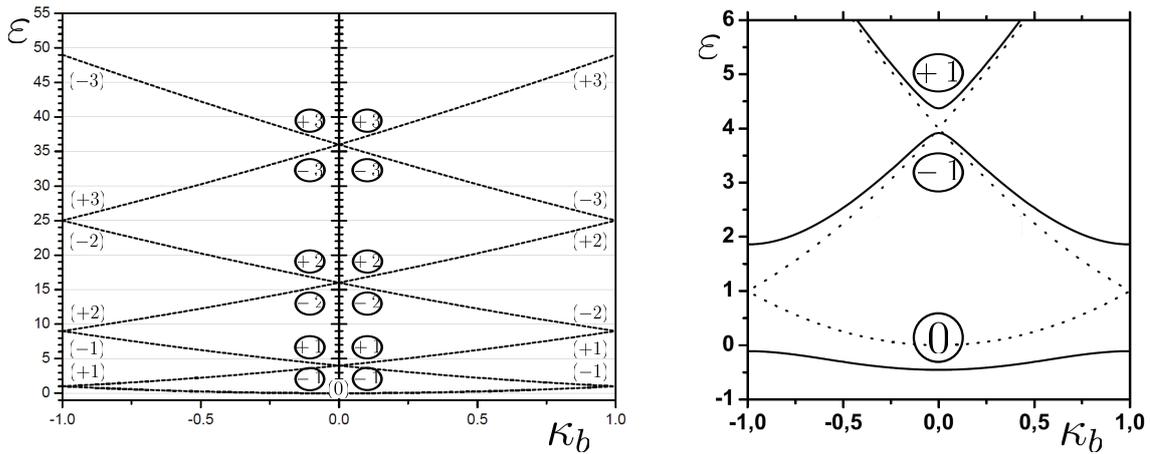


FIGURE II.4 – A gauche : niveaux d'énergie $\varepsilon(\kappa_b, n)$ des états de Bloch, en fonction de l'image de l'impulsion réduite dans la première zone de Brillouin $-1 < \kappa_b \leq 1$, lorsque $q = 0$ et lorsque $q \ll 1$ (dégénérescences levées mais croisements évités invisibles). Lorsque $q = 0$, les états de Bloch sont les branches de paraboles et l'indice de bande est noté entre parenthèses. Lorsque q est non nul mais tend de façon asymptotique vers 0, les indices de bandes sont entourés en gras. Lors de l'annulation de q , les états de Bloch situés dans la moitié gauche de la première zone de Brillouin subissent un saut d'indice de n vers $-n$;
A droite : niveaux d'énergie des états de Bloch lorsque $q = 0$ (pointillés), lorsque $q = 1$ (traits pleins). Dans ce dernier cas seulement, les indices de bande sont indiqués. Figure tirée de [51].

- Pour les forts couplages $q \gg 1$ et pour des indices de bande « raisonnables » (suffisamment faibles), le terme d'énergie cinétique du Hamiltonien \mathcal{H}_X devient négligeable et l'énergie ne dépend presque plus de l'impulsion κ_b : les branches s'aplatissent et tendent vers des droites horizontales.

Selon l'équation (II.22), si q est constant, les fonctions de Bloch sont les solutions de la propagation de l'atome dans l'onde stationnaire. En utilisant ces développements, la section qui suit va s'intéresser à la diffraction par un potentiel constant dans l'onde stationnaire et nul ailleurs.

II.1.2.5 Cas du profil rectangulaire

Le cas d'un profil rectangulaire pour le potentiel lumineux a été développé par notre équipe et les résultats ont été publiés dans [48]. Cette section en résume les principaux résultats. On s'intéresse à une situation simplifiée où le potentiel $V_0(z)$ est constant dans une zone délimitée par $0 \leq z \leq D$ et nul ailleurs. Trois zones sont identifiées et schématisées sur la figure II.5. La zone 2 correspond à la zone d'interaction où $V_0(z) = V_0$, et les zones 1 et 3 correspondent au vide dans lequel l'onde atomique se propage librement, respectivement

avant et après l'interaction. Le but est d'évaluer la propagation de la fonction d'onde de la zone 1 à la zone 3 lorsque, conformément à l'approche qui est faite jusqu'ici, l'onde incidente (dans la zone 1) est une onde plane. Ceci permettra d'estimer, dans des cas simples, l'allure des amplitudes de diffraction.

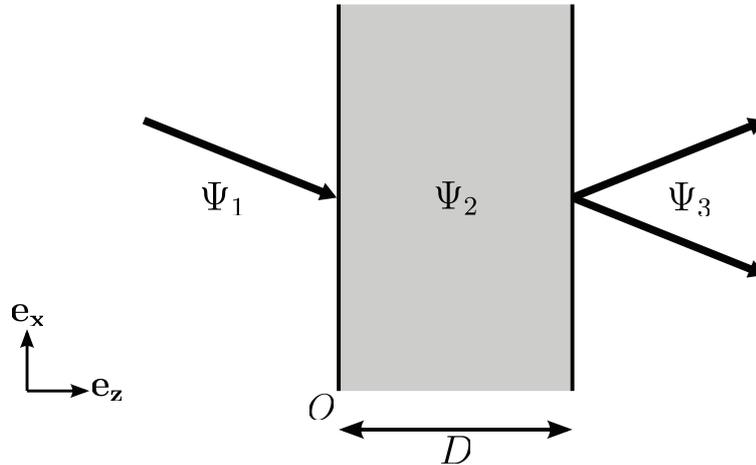


FIGURE II.5 – Propagation de la fonction d'onde atomique à travers trois zones.

Le traitement consiste à résoudre l'équation de propagation (II.26) que vérifie la fonction d'onde $\{\psi_i(X, \tau)\}_{i=1,2,3}$ dans chacune des trois zones indicées par i . On introduit τ_{int} , la variable réduite correspondant à la durée d'interaction entre l'atome et l'onde stationnaire. C'est un paramètre physique important de la diffraction, et il s'écrit :

$$t_{int} = \frac{D}{v_0} = \frac{mD}{\hbar k_0} \simeq \frac{D}{v_{0,z}} \quad (\text{II.30})$$

$$\tau_{int} = \omega_{rect} t_{int}$$

A partir d'ici, et d'une façon qui diffère de [48], le problème va être résolu en utilisant les variables réduites, c'est à dire en résolvant l'équation (II.22) plutôt que l'équation (II.18). Les deux formulations sont bien sûr équivalentes, cependant les variables réduites permettent d'éviter toute confusion entre les indices de [48] et ceux de ce manuscrit. Plus précisément, dans mon manuscrit, les indices pour les variables *non réduites* désignent l'ordre de diffraction, conformément à la partie II.1.1. Au contraire et spécifiquement dans la partie II.1.2, les indices 1 à 3 pour les variables réduites désigneront les zones de propagation de la figure II.5, à la manière des notations de [48].

Le problème est totalement déterminé en prenant les conditions aux limites standards :

- Onde incidente plane pour la quasi-particule, de vecteur d'onde réduit κ_1 dans la zone 1 en $\tau = -\infty$;
- Continuité de la fonction d'onde et de sa dérivée aux interfaces $\tau = 0$ et $\tau = \tau_{int}$.

Nos conditions expérimentales permettent de négliger toute réflexion de la fonction d'onde aux interfaces $\tau = 0$ et $\tau = \tau_{int}$ (voir la section II.1.2.2 ou la partie 4 de [48]), et la condition à respecter aux interfaces se réduit à la continuité de la fonction d'onde. L'onde atomique est projetée sur la base propre de chaque zone :

- Zones 1 et 3 : la propagation est libre et les ondes planes constituent la base de projection pour la fonction d'onde Ψ_i . On rappelle leur notation et leur évolution temporelle :

$$|\kappa_i\rangle e^{-i\kappa_i^2\tau} \quad (\text{II.31})$$

- Zone 2 : Les états de Bloch sont une base propre pour la quasi-particule ψ_i et les états de la base sont :

$$|\kappa_i, n_i\rangle e^{-i\varepsilon(\kappa_i, n_i)\tau} \quad (\text{II.32})$$

On note κ_b l'image de κ_1 dans la première zone de Brillouin, soit $\kappa_1 = \kappa_b + 2n_1$, où n_1 est un entier et $-1 < \kappa_b \leq 1$.

Les conditions de continuité en $\tau = 0$ (interface 1-2) et $\tau = \tau_{int}$ (interface 2-3) s'écrivent :

$$\forall X, \begin{cases} \psi_1(X, \tau = 0^-) = \psi_2(X, \tau = 0^+) \\ \psi_2(X, \tau = \tau_{int}^-) = \psi_3(X, \tau = \tau_{int}^+) \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

Dans ce cadre, les conditions de continuité restreignent l'image des quasi-impulsions de ψ_2 et des impulsions de ψ_3 à κ_b [48]. En ce sens on écrit $\kappa_3 = \kappa_b + 2n_3$ où $n_3 \in \mathbb{Z}$, et si l'on note l'entier $n = n_3 - n_1$, l'expression de $|\Psi_3\rangle$ comme étant diffractée dans les ordres n est immédiate :

$$|\psi_3\rangle = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \alpha(n) |\kappa_1 + 2n\rangle e^{-i(\kappa_1 + 2n)^2\tau} \quad (\text{II.34})$$

Les amplitudes de diffraction s'écrivent :

$$\alpha(n) = \sum_{n_2} \langle \kappa_1 + 2n | \kappa_b, n_2 \rangle \langle \kappa_b, n_2 | \kappa_1 \rangle e^{-i(\varepsilon(\kappa_b, n_2) - (\kappa_1 + 2n)^2)\tau_{int}} \quad (\text{II.35})$$

Cette formulation exprime la diffraction comme une conséquence de phases différentielles dues à la propagation des différents états de Bloch peuplés à l'interface 1-2. Les états de Bloch donnent les amplitudes de diffraction de façon formelle et concise plutôt que sous la forme de plusieurs équations couplées à résoudre. Dans le cas limite des potentiels faibles $q \ll 1$, la partie qui suit va montrer que cette approche permet non seulement d'exprimer les amplitudes de diffraction de façon analytique, mais aussi de dégager des caractéristiques expérimentales de la diffraction dont la portée dépasse son cadre simplifié.

II.1.3 Profil rectangulaire en régime de Bragg

Mathématiquement, le régime de Bragg est un régime de diffraction qui vérifie à tout instant τ :

$$q(\tau) \ll 1 \quad (\text{II.36})$$

Le but est d'appliquer les développements du II.1.2.5 au cas où $q(\tau) = q \ll 1$ dans la zone 2.

II.1.3.1 Présentation

La partie II.1.1 a présenté le principe de la diffraction de Bragg pour un ordre $p > 0$. Ce principe est généralisé à l'ensemble des entiers relatifs $p \in \mathbb{Z}$ pour lequel un atome diffracté gagne l'impulsion $2p\hbar\mathbf{k}_L$, donc l'impulsion réduite $2p$. Le signe de p dépend de la convention arbitraire pour le sens de \mathbf{k}_L (voir figure II.1), qu'on a choisi positif selon \mathbf{e}_x . Toutes les relations développées restent valables avec les angles orientés, et seule la condition d'incidence de Bragg (équation (II.3)) doit être généralisée et devient :

$$\theta_0 = -\theta_{B,p}; \quad (\text{II.37})$$

On considère que l'état incident $|\kappa_1\rangle$ est proche des conditions de Bragg (II.4) pour la diffraction à l'ordre p . Ainsi κ_1 est proche de $-p$ et on note ϵ l'écart orienté à la condition de Bragg : $\epsilon = \kappa_1 + p$. On a $\epsilon \ll 1$. D'après le comportement asymptotique des états de Bloch (résumé dans le II.1.2.4) et le couplage entre ondes planes proportionnel à q (II.1.2.3), l'onde plane incidente $|\kappa_1\rangle$ n'est projetée que sur deux états de Bloch qui sont proches d'un croisement évité. Ces états de Bloch ont une quasi-impulsion qui diffère de $2p$: par exemple si p est pair, on écrit $p = 2n_1$ et les croisements concernés sont en centre de zone, entre des états de type $|\kappa_b, -n_1\rangle$ et $|\kappa_b, n_1\rangle$. Dans la mesure où $\epsilon \ll 1$ et $q \ll 1$, ces deux états sont quasi-dégénérés, et ne mélangent que deux états d'onde plane auxquels chacun se raccorde lorsque $q \rightarrow 0$. Ces états d'onde plane correspondent à l'onde incidente, qui est aussi la composante transmise et qu'on note $|i\rangle = |\kappa_1\rangle$, et l'onde diffractée, $|\kappa_1 + 2p\rangle$ notée $|d\rangle$. Les deux états de Bloch peuplés sont notés $|+\rangle$, d'énergie ϵ_+ , et $|-\rangle$ d'énergie ϵ_- . La notation est choisie telle que leurs énergies vérifient $\epsilon_+ \geq \epsilon_-$.

Dans le régime de Bragg, on peut donc exprimer les deux états de Bloch possiblement peuplés dans la base minimale $\{|i\rangle, |d\rangle\}$. Le Hamiltonien du problème est la restriction du Hamiltonien (II.25) à cette base minimale, donc un Hamiltonien effectif. Dans ce cadre il est écrit en calculant un potentiel de couplage effectif $q_{eff,p}$ entre $|i\rangle$ et $|d\rangle$ et en décalant l'origine des énergies du terme p^2 :

$$\mathcal{H}_p = \begin{bmatrix} -2p\epsilon & q_{eff,p} \\ q_{eff,p} & 2p\epsilon \end{bmatrix} \quad (\text{II.38})$$

Le premier terme non nul du calcul perturbatif de $q_{eff,p}$ apparaît à l'ordre p , aussi on aura $q_{eff,p} \propto q^p$.

II.1.3.2 Amplitudes de diffraction

Les deux états de Bloch possiblement peuplés sont les états propres du Hamiltonien \mathcal{H}_p . En introduisant l'angle de couplage θ , où $0 \leq \theta < \pi/2$, ces états propres sont notés $|+\rangle$ et $|-\rangle$ tels que :

$$\begin{aligned} \tan 2\theta &= -q_{eff,p}/(2p\epsilon) \\ \epsilon_{\pm} &= \pm \sqrt{q_{eff,p}^2 + 4p^2\epsilon^2} \\ |+\rangle &= \cos \theta |i\rangle + \sin \theta |d\rangle \\ |-\rangle &= -\sin \theta |i\rangle + \cos \theta |d\rangle \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

L'état initial est :

$$|\kappa_1\rangle = |i\rangle = \cos\theta |+\rangle - \sin\theta |-\rangle \quad (\text{II.40})$$

L'équation (II.35) appliquée dans la base minimale $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ donne la fonction d'onde au sortir de l'onde stationnaire. On introduit la phase de Rabi à l'ordre p :

$$\gamma_p(\epsilon, \tau_{int}) = (\epsilon_+ - \epsilon_-) \tau_{int} \quad (\text{II.41})$$

γ_p dépend de ϵ via les énergies ϵ_+ et ϵ_- (voir les équations (II.39)). On remarque que les états de Bloch peuplés dépendent eux aussi de ϵ . Afin d'alléger les notations, cette dépendance sera sous-entendue dans la suite. Les amplitudes de diffraction dans l'ordre 0 et p sont respectivement :

$$\begin{aligned} \alpha(0) &= \cos \frac{\gamma_p}{2} - i \cos 2\theta \sin \frac{\gamma_p}{2} \\ \alpha(p) &= -i \sin 2\theta \sin \frac{\gamma_p}{2} \end{aligned} \quad (\text{II.42})$$

II.1.3.3 Diffraction à l'ordre 1

A l'ordre 1, le régime de Bragg décrit correctement la diffraction réalisée dans notre interféromètre. Aussi cette section va en analyser plus précisément les caractéristiques. Lorsque $p = 1$, $q_{eff,1} = q$, et l'application des équations (II.42) donne la probabilité de diffraction dans l'ordre 1 notée P_1 . Elle est écrite en introduisant un coefficient adimensionné y :

$$\begin{aligned} y &= \frac{2\epsilon}{q} \\ P_1 &= \frac{1}{1+y^2} \sin^2 \left(q\tau_{int} \sqrt{1+y^2} \right) = \frac{1}{1+y^2} \sin^2 \left(\frac{\gamma_{1,B}}{2} \sqrt{1+y^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.43})$$

Dans le terme de droite de l'équation (II.43), on a introduit la phase de Rabi pour un atome incident dans la condition d'incidence de Bragg rigoureuse pour lequel $y = 0$: $\gamma_{1,B} = 2q\tau_{int}$.

Couplage résonant et Pendellösung

La probabilité de diffraction ne peut atteindre sa valeur maximale possible égale à 1 que lorsque l'atome est incident dans les conditions de Bragg ($y = 0$). Dans ce cas la probabilité de diffraction est $P_{1,B} = \sin^2(\gamma_{1,B}/2)$ et ne dépend plus que de la phase de Rabi à l'incidence de Bragg à l'ordre 1, $\gamma_{1,B}$. Le couplage entre l'état incident et l'état diffracté est alors qualifié de résonant car ces deux états ont la même énergie (voir le Hamiltonien effectif, équation (II.38), lorsque $\epsilon = 0$). La probabilité de diffraction en incidence de Bragg à l'ordre 1, $P_{1,B}$, est une fonction oscillante dont la phase croît linéairement avec la force du potentiel lumineux ou avec le temps d'interaction. C'est un exemple d'oscillation de Rabi qui est une caractéristique particulière du régime de Bragg, pour lequel seuls deux états sont effectivement couplés de façon perturbative. Elle est appelée *Pendellösung* depuis son observation avec des rayons X.

Acceptance du réseau diffractant

L'approche corpusculaire de la section II.1.1.3 stipule que la diffraction par une onde stationnaire plane n'est possible que dans les strictes conditions de Bragg. Notre source atomique n'assure cette condition que de façon approchée, et de façon générale elle n'est pas satisfaite : $y \neq 0$. L'approche présente qui reproduit mieux les conditions expérimentales rencontrées s'intéresse à l'influence d'un écart à la condition de Bragg sur la diffraction. Cette influence est décrite par l'acceptance.

On considère une condition d'incidence qui vérifie la condition de Bragg et qu'on choisit comme référence. La condition d'incidence de référence est décrite par le couple (v_0, θ_0) où $v_0 = \hbar k_0/m$ est la vitesse incidente et $\theta_0 = -\theta_{B,1}$ est l'angle de Bragg pour la vitesse v_0 . v_0 détermine τ_{int} et la phase de Rabi $\gamma_{1,B} = 2q\tau_{int}$. L'acceptance $\Delta_y(\gamma_{1,B})$ est une fonction de $\gamma_{1,B}$ définie comme la largeur à mi-hauteur (pour la variable y) de la fonction $P_1(y, \gamma_{1,B})$ définie en équation (II.43). Le fait de fixer la phase de Rabi $\gamma_{1,B}$ (par exemple en fixant le potentiel lumineux à géométrie constante pour l'onde stationnaire) est appelé réglage du réseau lumineux. On va évaluer l'acceptance pour deux réglages qui ont une importance particulière dans notre interféromètre :

$$\begin{aligned} \gamma_{1,B} &= \pi, \\ \text{ou } \gamma_{1,B} &= \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (\text{II.44})$$

Lorsque $\gamma_{1,B} = \pi$, l'atome incident à (v_0, θ_0) sera diffracté de façon certaine. Lorsque $\gamma_{1,B} = \pi/2$, il a la même probabilité 1/2 d'être transmis que d'être diffracté. La fonction $P_1(y, \gamma_{1,B})$ est représentée sur la figure II.6 pour ces deux cas particuliers de réglage. On obtient l'acceptance du réseau de diffraction, qu'on exprime pour y ou alternativement pour ϵ :

$$\begin{aligned} \Delta y(\pi) &\simeq 1.6 \\ \Delta y(\pi/2) &\simeq 3.5 \\ \Delta \epsilon(\gamma_{1,B}) &= \frac{q\Delta y(\gamma_{1,B})}{2} = \frac{\gamma_{1,B}}{4\tau_{int}} \Delta y(\gamma_{1,B}) \end{aligned} \quad (\text{II.45})$$

L'acceptance est une caractéristique du réseau lumineux qui décrit l'écart qu'il tolère à la condition de Bragg en-deçà duquel l'atome peut être diffracté. Elle caractérise la sélectivité de la diffraction vis-à-vis des conditions d'incidence dans l'espace des impulsions réduites en définissant une zone restreinte de l'ensemble des conditions d'incidence, par exemple $|\epsilon| \leq \Delta\epsilon/2$. Un atome dont l'incidence vérifie $|\epsilon| \leq \Delta\epsilon/2$ sera diffracté avec une probabilité qui dépend du réglage et de ϵ mais dont la valeur approximative est connue. A contrario, un atome incident loin des conditions de Bragg ($\epsilon \gg \Delta\epsilon/2$) ne pourra être que transmis. Dans ce dernier cas, du point de vue des états de Bloch, l'état incident est projeté loin des dégénérescences sur un seul état de Bloch et la propagation de l'atome dans le réseau lumineux ne fait que modifier sa phase sans changer son impulsion. Les équations (II.45) montrent que pour un réglage donné, la diffraction est d'autant plus sélective ($\Delta\epsilon$ petit) que τ_{int} est grand, ou de manière équivalente q est faible (le réglage fixant $\gamma_{1,B} = 2q\tau_{int}$). La probabilité de diffraction (II.43) a été calculée en supposant $\epsilon \ll 1$, et l'expression de $\Delta\epsilon$ est cohérente avec cette hypothèse, car dans le cas du régime de Bragg où l'intensité diffractée

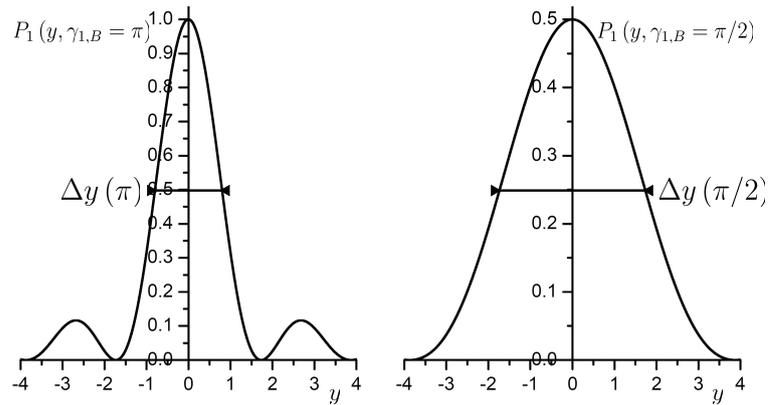


FIGURE II.6 – Représentation de la probabilité de diffraction $P_1(y, \gamma_{1,B})$ en fonction de y pour $\gamma_{1,B} = \pi$ (à gauche) et $\gamma_{1,B} = \pi/2$ (à droite). L'acceptance $\Delta y(\gamma_{1,B})$ est la largeur à mi-hauteur des courbes représentées : on relève $\Delta y(\pi) \simeq 1.6$, et $\Delta y(\pi/2) \simeq 3.5$. Les oscillations (fortement amorties par le préfacteur de type lorentzien), bien visibles sur la courbe de gauche, proviennent de la forme temporelle du potentiel : ce sont en quelque sorte les « pieds » de la diffraction par une ouverture temporelle rectangulaire. Elles ont été observées expérimentalement [54].

n'est pas négligeable ($\gamma_1 \sim 1$), les temps d'interaction sont longs : $\tau_{int} = \gamma_1/2q \gg 1$. Les résultats développés ne sont de toute façon pas incompatibles avec les temps courts ($\tau_{int} \leq 1$) car dans ce cas, avec un faible potentiel, les amplitudes autres que transmises deviennent négligeables.

II.1.3.4 Acceptance et sélectivité

Généralisation aux ordres supérieurs

Le régime de Bragg est incompatible avec nos conditions expérimentales lorsque $p \geq 2$. Cependant l'annexe A s'intéresse au cas de la diffraction dans les ordres supérieurs. Pour faciliter sa lecture il est utile de connaître l'acceptance dans le régime de Bragg aux ordres supérieurs. Mathématiquement, le problème est strictement identique si l'on remplace q par $q_{eff,p}$ et ϵ par $p\epsilon$. La probabilité de diffraction dans l'ordre p notée P_p s'exprime de façon formellement identique à l'équation (II.43) en remplaçant l'indice 1 par p . Pour une condition d'incidence de Bragg dans le régime de Bragg à l'ordre p , la phase de Rabi $\gamma_{p,B} = 2q_{eff,p}\tau_{int}$ croît comme le potentiel lumineux à la puissance p . L'acceptance est une fonction de $\gamma_{p,B}$ et on la note $\Delta\epsilon_p(\gamma_{p,B})$. On l'exprime en fonction de l'acceptance à l'ordre 1 (équation (II.45)) :

$$\Delta\epsilon_p(\gamma_{p,B}) = \frac{\gamma_{p,B}}{4p\tau_{int}} \Delta y(\gamma_{1,B} = \gamma_{p,B}) \quad (\text{II.46})$$

L'équation (II.46) montre que la diffraction dans le régime de Bragg est d'autant plus sélective que l'ordre de diffraction est élevé. Une observation des diagrammes de Bloch permet de comprendre ce résultat lorsque $q \ll 1$ (voir figure II.4) : les pentes des branches

de paraboles au niveau des croisements évités augmentent avec l'ordre de diffraction (voir le lien entre l'ordre de diffraction p et les indices des bande de Bloch peuplées, section II.1.3.1). Ceci implique que pour un écart ϵ donné, en augmentant l'ordre de diffraction p , la quasi-dégénérescence des deux niveaux de Bloch devient de moins en moins bien vérifiée, ce qui diminue la probabilité de diffraction.

Sélectivité en vitesse et en angle

L'acceptance est définie dans l'espace des impulsions réduites selon x , et la sélectivité qu'elle évalue correspond à une sélectivité du réseau lumineux vis-à-vis de la vitesse et de l'angle d'incidence. On rappelle que la condition de Bragg (II.4) porte à la fois sur la vitesse et l'incidence de l'atome, et un réglage donné par $\gamma_{p,B}$ n'est vérifié que pour le couple de référence (v_0, θ_0) à l'incidence de Bragg. Dans l'approximation des petits angles, l'écart ϵ à la condition de référence peut être décrit de deux manières équivalentes :

- L'atome a la vitesse v_0 mais est incident avec un angle $\theta_0 + \delta\theta_0$. Dans la première zone de Brillouin on a alors :

$$\epsilon = \frac{k_0}{k_L} \delta\theta_0 ; \quad (\text{II.47})$$

- L'atome est incident avec l'angle de Bragg mais avec une vitesse $v_0 + \delta v_0$. L'écart à la condition de Bragg de l'impulsion selon x devient :

$$\epsilon = p \frac{\delta v_0}{v_0} . \quad (\text{II.48})$$

Ces développements précisent l'équation (II.46) car ils montrent que dans le régime de Bragg et toutes choses égales par ailleurs, l'acceptance est proportionnelle à $1/p$ pour l'angle et à $1/p^2$ pour la vitesse. Dans le cas d'une incidence caractérisée par le couple $(v_0 + \delta v_0, \theta_0 + \delta\theta_0)$, et en supposant toujours les écarts δv_0 et $\delta\theta_0$ faibles en valeur relative, ces deux effets s'additionnent. Ils s'annulent si $\theta_0 + \delta\theta_0$ est l'incidence de Bragg pour $v_0 + \delta v_0$. Dans ce cas particulier, la phase de Rabi de la diffraction est alors différente de $\gamma_{B,p}$ car le temps d'interaction est $\tau'_{int} = \omega_{rec} D / (v_0 + \delta v_0) \neq \tau_{int}$. Sa probabilité de diffraction P'_p sera différente de $P_p = \sin^2(\gamma_p/2)$, mais en restera proche.

II.1.3.5 Phases de diffraction

Les équations (II.42) décrivent un déphasage entre l'état diffracté et l'état transmis. Lorsqu'on réalise des interférences entre les deux états, ce déphasage peut avoir une influence, aussi cette section s'y intéresse. Pour la diffraction à l'ordre p , la phase de diffraction est la grandeur notée $\phi_{diff}(p)$ qu'on exprime à l'aide des amplitudes de diffraction (voir la section II.1.3.2) :

$$\phi_{diff}(p) = \arg(\alpha(p)) - \arg(\alpha(0)) \quad (\text{II.49})$$

Nous verrons que dans nos conditions expérimentales, γ_p atteint au maximum une valeur proche de π ; on vérifie donc toujours $0 \leq \gamma_p < 2\pi$. L'angle de couplage θ est compris entre 0 et $\pi/2$ par définition. Dans les équations (II.42), les arguments des amplitudes complexes

de diffraction sont donc bien définis, et on obtient $\phi_{diff}(p)$:

$$\begin{aligned} \arg(\alpha(p)) &= -\pi/2 \\ \arg(\alpha(0)) &= -\xi, \text{ où } \tan \xi = \cos 2\theta \tan \frac{\gamma p}{2} \\ \phi_{diff}(p) &= -\frac{\pi}{2} + \xi \end{aligned} \tag{II.50}$$

II.1.3.6 Bilan sur la diffraction de Bragg

On a montré comment la diffraction d'une onde atomique par une onde stationnaire lumineuse est possible. Malgré de nombreuses simplifications et approximations, on a pu dégager :

- Deux paramètres importants et généraux car adimensionnés : la force du potentiel lumineux q et le temps d'interaction τ_{int} ;
- Un régime particulier de diffraction où les conditions de Bragg s'appliquent : le régime de Bragg, caractérisé par un faible potentiel et des longs temps d'interaction. Dans ce régime on observe une oscillation de Rabi entre l'état transmis et l'état diffracté, et les phases de Rabi sont proportionnelles au temps d'interaction et à la force du potentiel lumineux (cas de l'ordre 1) ;
- Une caractéristique d'un réseau lumineux vis-à-vis des conditions d'incidence qui décrit sa sélectivité autour de l'incidence de Bragg : l'acceptance.

La partie qui suit va confronter ces développements aux conditions expérimentales rencontrées dans notre interféromètre.

II.1.4 Diffraction à l'ordre 1 du lithium

II.1.4.1 Caractéristiques du lithium

Dans notre interféromètre, nous diffractons du lithium. L'onde stationnaire qui réalise la diffraction est quasi-résonante avec la première transition optique dipolaire depuis l'état fondamental, pour laquelle $\lambda_L \simeq 671$ nm. En choisissant le désaccord à la résonance δ_L , nous pouvons sélectionner l'isotope de l'atome qu'on fait interférer (voir la publication [55] et l'annexe C de ce manuscrit). Dans toutes les expériences réalisées depuis l'année 2007, nous sélectionnons le lithium 7, aussi je vais m'intéresser spécifiquement à cet isotope. L'annexe C donne les valeurs numériques de tous les paramètres physiques qui nous sont nécessaires.

Le niveau fondamental 2S et le niveau excité 2P possèdent chacun une structure hyperfine (aussi détaillée dans l'annexe C). Selon les notations du II.1.2, $|f\rangle$ ou $|e\rangle$ désignent maintenant les états hyperfins. L'atome incident est dans un état fondamental $|f\rangle$ et les nombres quantiques relatifs au moment cinétique total notés F et m_F ne sont pas fixés a priori. Lors de son interaction avec l'onde stationnaire, on peut généraliser l'approche du II.1.2.1 : le potentiel lumineux qu'il subit est la somme des potentiels lumineux à deux niveaux [43], de type (II.12), où $|e\rangle$ est un état hyperfin du niveau de structure fine 2P . Dans sa thèse [56], Caroline Champenois a montré que pour une fréquence du laser donnée, ces potentiels lumineux à deux niveaux ne dépendent que des nombres quantiques F et J

(convention usuelle relative à la structure fine). Ceci est valable moyennant deux conditions que vérifient notre dispositif expérimental :

- Polarisation linéaire de l'onde lumineuse,
- Désaccords importants par rapport à la structure hyperfine des niveaux excités.

On choisit de noter δ_L le désaccord à la transition du niveau hyperfin $F = 1$ vers le niveau excité où $J = 3/2$, dont la structure hyperfine est très petite :

$$\delta_L = \omega_L - \frac{E(^2P_{3/2}) - E(^2S_{1/2}, F = 1)}{\hbar} \quad (\text{II.51})$$

Le désaccord d'un potentiel lumineux à deux niveaux hyperfins ne dépend plus que de $J = 1/2$ ou $3/2$ pour l'état excité, et $F = 1$ ou 2 pour l'état fondamental, et s'écrit :

$$\delta_L(J, F) = \delta_L + \left(\frac{3}{2} - J\right) \omega_{FS} + (F - 1) \omega_{HFS} \quad (\text{II.52})$$

On indique $\omega_{FS}/(2\pi) \simeq 10.05$ GHz et $\omega_{HFS}/(2\pi) \simeq 803.5$ MHz. On peut alors exprimer le potentiel lumineux qui ne dépend plus que de F :

$$V_0(F, z) = \frac{E_0(z)^2 d_{SP}^2}{\hbar} \left[\frac{1}{9\delta_L(1/2, F)} + \frac{2}{9\delta_L(3/2, F)} \right] \quad (\text{II.53})$$

d_{SP} est le moment dipolaire de transition entre les états 2S et 2P qu'on peut déduire de la largeur naturelle Γ . Nous utilisons des désaccords de 1 à 3 GHz vers le bleu de la transition D_2 . Ils interdisent la diffraction efficace du 6Li qui voit un potentiel lumineux très faible. En négligeant la petite contribution de la raie D_1 , on obtient une expression pour $V_0(F, z)$, approchée mais efficace car similaire au potentiel à deux niveaux (II.12) :

$$\begin{aligned} V_0(z) &\simeq \frac{2E_0(z)^2 d_{SP}^2}{9\hbar\delta_L} \text{ si } F = 1 \\ &\simeq \frac{2E_0(z)^2 d_{SP}^2}{9\hbar(\delta_L + \omega_{HFS})} \text{ si } F = 2 \end{aligned} \quad (\text{II.54})$$

II.1.4.2 Paramètres de l'onde stationnaire

Nous réalisons l'onde stationnaire qui diffracte le lithium en rétro-réfléchissant un faisceau laser. Le profil de champ associé à ce faisceau peut être considéré comme gaussien, de largeur de *waist* w_0 . Par assimilation courante, ce terme sera simplement appelé *waist* dans la suite, et on indique le profil de champ en question :

$$E_0(z) = E_0 e^{-z^2/w_0^2} \quad (\text{II.55})$$

Phases de Rabi généralisées aux potentiels lumineux variables

Pour présenter simplement la diffraction dans le régime de Bragg, la partie II.1.3 a considéré un profil de potentiel lumineux $q(\tau)$ qui est rectangulaire. L'évaluation de la diffraction par un profil de potentiel qui varie dans la zone d'interaction nécessite de généraliser les résultats des sections II.1.3.2 et II.1.3.3. Cette généralisation est formellement établie

par l'annexe A, à la fois pour la diffraction à l'ordre 1 et pour la diffraction aux ordres supérieurs. Dans cette présentation simple qui se restreint à l'ordre 1, on se borne à indiquer que l'acceptance a des propriétés similaires à celles évaluée en profil rectangulaire^a, et que les équations (II.45) restent valables en ordre de grandeur, notamment leur dépendance à q et τ_{int} . Le paramètre fondamental reste la phase de Rabi généralisée pour la diffraction à l'incidence de Bragg qui garde une forme simple :

$$\gamma_{1,B} = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} q(\tau) d\tau \quad (\text{II.56})$$

Comme pour le cas du profil rectangulaire, cette phase qui détermine la probabilité de diffraction est directement proportionnelle au temps d'interaction et à la force du potentiel, donc la puissance lumineuse du faisceau qui forme l'onde stationnaire.

Profil de potentiel et paramètres de l'onde stationnaire

A cause de la taille limitée des optiques et pour assurer le même profil aux trois ondes stationnaires de l'interféromètre, le faisceau incident passe à travers un iris, dont on note le diamètre D . On est amené à considérer un profil de potentiel lumineux $q(\tau)$ Gaussien et tronqué par l'iris, dont on donne l'expression :

$$q(\tau) = \begin{cases} q_0 \exp(-\pi\tau^2/\tau_{int}^2) & \text{pour } |\tau| \leq \frac{\tau_D}{2} \\ 0 & \text{pour } |\tau| > \frac{\tau_D}{2} \end{cases} \quad (\text{II.57})$$

L'étude plus complète de la diffraction par l'annexe A montre qu'avec nos paramètres expérimentaux, l'ajout de l'iris qui tronque le potentiel modifie très peu la diffraction. Les notations ont été choisies pour rester cohérentes avec celles introduites pour un profil rectangulaire. Notamment, la phase de Rabi à l'incidence de Bragg (équation (II.56)) garde une expression similaire :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} q(\tau) d\tau = q_0 \tau_{int} \simeq \int_{-\tau_D/2}^{\tau_D/2} q(\tau) d\tau \quad (\text{II.58})$$

soit : $\gamma_{1,B} \simeq 2q_0\tau_{int}$

Les temps adimensionnés dépendent du waist w_0 , de la vitesse atomique v_0 , et du diamètre D de l'iris, comme suit :

$$\begin{aligned} \tau_{int} &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \omega_{rec} \frac{w_0}{v_0} \\ \tau_D &= \omega_{rec} \frac{D}{v_0} \end{aligned} \quad (\text{II.59})$$

Les réglages expérimentaux pourront utiliser les formules approximatives suivantes, utilisant des unités pratiques, où P_L est la puissance (en mW) du faisceau laser de l'onde

^a. Il est possible de montrer que dans le régime de Bragg, l'introduction d'un profil de potentiel qui dépend du temps ne changera que la forme de l'enveloppe de la probabilité de diffraction autour de l'incidence de Bragg qui est Lorentzienne pour le profil rectangulaire (voir l'équation (II.43)).

stationnaire :

$$\begin{aligned}
q_0(F) &\simeq 1.14 \frac{P_L (mW)}{w_0^2 \delta_L (F) (mm^2.GHz)} \\
\tau_{int} &\simeq 0.50 \frac{w_0 (mm)}{v_0 (km/s)} \\
\tau_D &\simeq 0.40 \frac{D (mm)}{v_0 (km/s)}
\end{aligned} \tag{II.60}$$

Paramètres expérimentaux utilisés

Le waist du faisceau issu de la source laser n'est pas contrôlé, mais varie peu au cours d'une même campagne de mesures. Il est de l'ordre de 1.5 mm, et nous l'agrandissons avec un télescope. D ne peut pas dépasser 20 mm. Pour indiquer les paramètres expérimentaux que nous utilisons couramment, on prend un cas générique que constituent un waist $w_0 = 10$ mm, un iris ouvert au maximum et un atome se propageant à 1000 m/s. L'application numérique fournit $\tau_{int} \simeq 5$ et $\tau_D \simeq 8$. La réflexion de Bragg totale à l'ordre 1, pour laquelle $\gamma_1 \simeq 2q_0\tau_{int} = \pi$, sera obtenue pour $q_0 \simeq 0.31$. Pour un désaccord de 1 GHz, ce potentiel est obtenu avec une puissance lumineuse de 27 mW.

II.1.4.3 Limitation due à l'émission spontanée

L'onde stationnaire étant quasi-résonante, il est possible que l'atome de lithium qu'on veut diffracter soit réellement excité et subisse une émission spontanée. Jusqu'ici cet effet a été négligé, et la présente section justifie ce choix en évaluant l'influence des paramètres de l'onde stationnaire sur la probabilité d'émission spontanée. On note Γ la largeur naturelle de l'état interne excité $|e\rangle$ qui est l'inverse de sa durée de vie radiative. Les équations de Bloch optiques (décrites par exemple dans [43]) permettent d'évaluer le taux de diffusion de l'atome par l'onde laser, qui est la probabilité par unité de temps d'émission spontanée. En tenant compte de nos conditions expérimentales et en utilisant les variables adimensionnées, ce taux s'écrit :

$$\Gamma_{diff}(t) = \frac{\Gamma}{\delta_L} \omega_{rec} q(t) \tag{II.61}$$

En conséquence la probabilité que l'atome ait subi une émission spontanée lors de sa traversée de l'onde laser est :

$$P_{(em.spont.)} = \langle \Gamma_{diff} \rangle_t t_{int} = \frac{\Gamma}{\delta_L} q_0 \tau_{int} , \tag{II.62}$$

où le membre de droite de l'équation (II.62) est valable pour le profil rectangulaire du II.1.3 où $q = q_0$ comme pour le profil gaussien défini par l'équation (II.57). Comme q , q_0 est proportionnel à l'intensité laser et inversement proportionnel au désaccord δ_L . Quels que soient les paramètres expérimentaux q_0 et τ_{int} choisis et imposés, l'émission spontanée peut donc être arbitrairement diminuée en augmentant le désaccord et la puissance laser de la même façon. C'est la puissance laser disponible qui déterminera la limite basse de $P_{(em.spont.)}$, ou alternativement une limite haute pour q si l'on autorise une probabilité

d'émission spontanée maximum donnée. On indique une expression de l'équation (II.62) en unités pratiques à évaluer :

$$P_{(em.spont.)} \simeq 3.35 \times 10^{-3} \frac{P_L (mW)}{\delta_L w_0 v_0 (GHz.mm.km/s)} \quad (II.63)$$

Pour les paramètres expérimentaux typiques donnés à la fin de la section II.1.4.2, la probabilité d'émission spontanée est de 0.9%.

Nous cherchons à limiter l'émission spontanée, mais d'autres expériences l'utilisent qui illustrent la richesse des interactions qu'on peut imposer entre un atome et un champ lumineux. En considérant qu'un atome qui a subi une émission spontanée est perdu, le potentiel lumineux (II.12) peut être réécrit dans une forme non hermitienne où la diffusion lui donne un caractère absorbant [57] :

$$V_0(z) = \frac{E_0(z)^2 d_{fe}^2}{\hbar (\delta_L + i\frac{\Gamma}{2})} \quad (II.64)$$

En contrôlant le désaccord, on peut choisir les caractéristiques du réseau lumineux entre les deux cas limites que sont le réseau diffractant et le réseau absorbant. Cette transition entre régime diffractant et régime diffusif, ainsi que la possibilité d'imposer des potentiels non conventionnels en optique atomique, sont l'objet de nombre de publications théoriques ([58], [59], [60], [61]) ou expérimentales ([62], [63–65]). A ce titre, l'équipe d'A. Zeilinger (auteur de la citation précédente) a réalisé une expérience qui combine de façon élégante réseaux diffractant et absorbant, et, entre autre, a pu mesurer l'amplitude et la phase de la fonction d'onde à l'intérieur d'un réseau lumineux diffractant [66].

II.1.4.4 Illustration expérimentale

Les caractéristiques de la diffraction à l'ordre 1 ont été étudiées par notre équipe [67] [68] [51], et les spécificités du régime de Bragg ont été observées, à savoir :

- Phase de Rabi linéaire en puissance (*Pendellösung*) et inversement proportionnelle au désaccord [67], [68] ;
- Conditions de Bragg par observation des profils de diffraction en champ lointain [67], [68], et des profils en pertes [68], [51].

La figure II.7 donne un schéma de principe et une illustration d'un profil de diffraction en pertes mesuré. Nous l'avons utilisé pour mesurer la vitesse atomique moyenne dans le cadre d'une mesure de l'interaction de Van der Waals atome-surface (chapitre III).

II.1.5 Bilan : diffraction atomique et interférométrie

Ce qui précède a introduit les caractéristiques générales de la diffraction atomique que nous réalisons. Ici, on résume plus spécifiquement celles qui permettent de manipuler l'onde atomique de manière cohérente, et par là de réaliser les éléments fondamentaux d'un interféromètre. Ces éléments sont appelés, par analogie avec les interféromètres optiques, séparatrices et miroirs. Pour garder une forme plus générale dans la présentation de l'interféromètre on considérera le cas de la diffraction de Bragg à l'ordre p générique (sans se

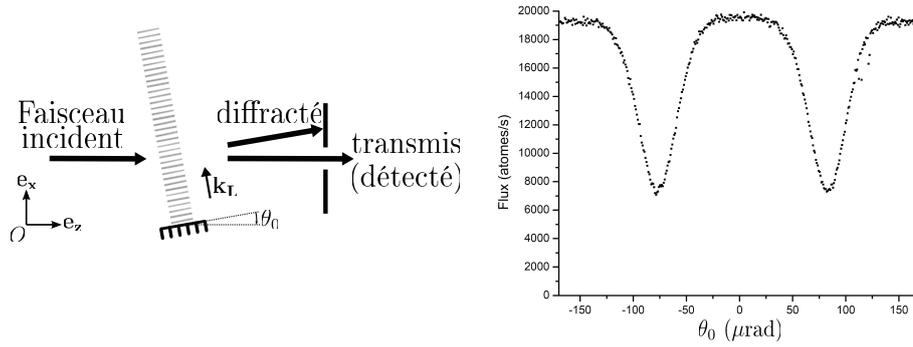


FIGURE II.7 – A gauche : principe de mesure de la vitesse moyenne par atténuation du faisceau direct due à la diffraction, que j'appelle profil de diffraction en pertes : la rotation du miroir est quasiment équivalente à la rotation de l'onde stationnaire [68], donc à une variation de l'angle d'incidence θ_0 . Seul le faisceau transmis est détecté. Cette méthode permet de mesurer les angles de Bragg pour la vitesse moyenne v_m , donc de trouver v_m en utilisant l'équation (II.4).

A droite : flux atomique détecté en fonction de θ_0 pour un jet supersonique d'argon. L'ajustement numérique à l'aide de deux gaussiennes fournit les angles de Bragg (centre des gaussiennes) à l'ordre 1 et -1 de gauche à droite. Les résultats de cette mesure sont : $\theta_{B,-1} - \theta_{B,1} \simeq 159.6 \pm 0.2 \mu\text{rad}$. La vitesse atomique moyenne mesurée est : $v_m \simeq 1065 \pm 1.2 \text{ m/s}$.

limiter à l'ordre 1).

Notations

Les grandeurs réduites des parties II.1.2 à II.1.4 ont servi à présenter les régimes de diffraction de manière synthétique. Je vais maintenant m'intéresser à la propagation de l'atome hors des ondes stationnaires. A ce titre j'utiliserai les grandeurs non réduites de la partie II.1.1. Je rappelle que la notation \mathbf{k}_n , où n est un entier, désigne le vecteur d'onde atomique de l'atome diffracté dans l'ordre n . Si $n = 0$, c'est donc aussi le vecteur d'onde incident : $\mathbf{k}_0 = m\mathbf{v}_0/\hbar$. Les grandeurs réduites ne serviront plus qu'à décrire l'influence des conditions d'incidence sur les amplitudes de diffraction.

Je note $\mathbf{k}_G = 2\mathbf{k}_L$ le vecteur d'onde du réseau lumineux. Cette notation est redondante, mais simplifiera les expressions qui suivent. Le sens de \mathbf{k}_G a été choisi par convention comme celui de \mathbf{e}_x .

II.1.5.1 Séparatrice ou miroir pour l'atome

On considère un atome qu'on diffracte dans les conditions de Bragg à l'ordre p et à l'incidence de Bragg. La phase de Rabi entre l'état incident et l'état diffracté est réglable continûment et au moins entre 0 et π avec le temps d'interaction et la force du potentiel lumineux. Dans le cas particulier où l'on diffracte à l'ordre 1, ce réglage est simple puisque la phase de Rabi est directement proportionnelle à ces deux paramètres.

On s'intéresse plus particulièrement au cas où $\gamma_{p,B} = \pi/2$ et où $\gamma_{p,B} = \pi$, schématisés figure II.8 :

- Pour un réglage assurant $\gamma_{p,B} = \pi/2$, l'atome a des probabilités égales $P_{0,B} = P_{p,B} = 1/2$ d'être transmis ou diffracté : on réalise une séparatrice ou plus précisément une lame semi-réfléchissante pour atomes ;
- Pour un réglage assurant $\gamma_{p,B} = \pi$, l'atome est diffracté de façon certaine et on réalise un miroir à atomes.

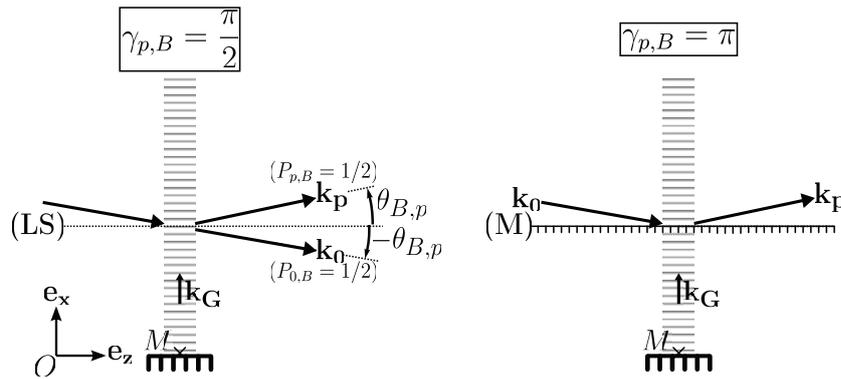


FIGURE II.8 – Réglage d'une onde stationnaire en lame semi-séparatrice (LS, à gauche) et miroir (M, à droite et à ne pas confondre avec le point M du miroir) pour un atome diffracté à l'ordre p dans les conditions de Bragg. Les analogies avec les lames et miroirs optiques, pour lesquelles l'incidence atomique est rasante, ont été schématisées.

Dans la figure II.8 on a introduit un point M situé à la surface du miroir qui réfléchit l'onde laser progressive pour former le réseau lumineux, et positionné au centre de ce réseau lumineux (selon la direction \mathbf{e}_z). Sa position dans le référentiel du laboratoire est notée \mathbf{r}_M et va être utilisée dans développements qui suivent.

II.1.5.2 Caractéristiques de la séparation réalisée

La cohérence entre les états transmis et diffracté est une nécessité pour réaliser l'interféromètre. Elle sous-tend une relation quantique bien déterminée entre ces deux états. Cette relation concerne les amplitudes de diffraction et les états externes d'impulsion, et est résumée ci-dessous.

Amplitude et phase

Les amplitudes de diffraction, et les phases associées à ce processus, ont été étudiées pour le régime de Bragg à l'ordre 1 (sections II.1.3.2 et II.1.3.5). Elles dépendent fortement des conditions d'incidence (v_0, θ_0) (voir équation (II.42)). En effet, l'acceptance décrit comment les probabilités de diffraction sont diminuées par un écart à l'incidence de Bragg et cet écart a aussi un effet sur les phases de diffraction.

Séparation de l'impulsion

L'impulsion des deux états est séparée d'une quantité bien déterminée qu'on écrit avec les vecteurs d'onde :

$$\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_0 = p\mathbf{k}_G \quad (\text{II.65})$$

A titre indicatif, l'angle de Bragg donné par l'équation (II.4) quand $v_0 = 1060$ m/s soit $\lambda_{DB} \simeq 54$ pm est : $\theta_{B,1} \simeq 80$ μrad . La diffraction dans l'ordre 1 correspond à un gain de vitesse de $2v_R \simeq 17$ cm/s selon \mathbf{e}_x , soit à une déflexion d'angle $2|\theta_{B,p}| \simeq 160$ μrad .

II.1.5.3 Onde plane incidente et diffractée

Comme préliminaire à la présentation de l'interféromètre, cette section décrit un modèle qui développe l'onde plane diffractée en représentation coordonnées. Ses conditions d'incidence (v_0, θ_0) sont maintenant quelconques. L'onde incidente est :

$$\Psi_i(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}} \quad (\text{II.66})$$

Pour exprimer la fonction d'onde diffractée dans l'ordre p , on s'intéresse au cas de la diffraction par un réseau matériel mince en optique. Notre équipe a étudié ce cas en détails dans un but pédagogique [69]. Le vecteur d'onde réciproque du réseau est analogue à celui défini pour l'onde stationnaire : sa norme est $k_G = 2\pi/a$ où a est le pas du réseau, et sa direction est dans le plan du réseau, orthogonale à ses traits. Les caractéristiques de l'onde optique diffractée dans l'ordre p sont :

- La longueur d'onde de l'onde diffractée est la même que la longueur d'onde incidente ;
- La composante projetée selon \mathbf{k}_G du vecteur d'onde de l'onde diffractée gagne pk_G par rapport à celle du vecteur d'onde incident.

Lors de la diffraction de l'onde atomique par le réseau lumineux, les caractéristiques ondulatoires sont similaires :

- La conservation de l'énergie impose une égalité rigoureuse entre la longueur d'onde de De Broglie $\lambda_{DB} = 2\pi/k_0$ incidente et celle diffractée ;
- La conservation de l'impulsion impose un gain d'impulsion atomique qui s'exprime de façon similaire pour les vecteurs d'onde selon l'équation (II.65).

Dans l'analogie optique, on écrit l'onde atomique diffractée par le réseau lumineux avec les amplitudes de l'équation (II.42) (cas de l'ordre 1) et dans l'approximation des petits angles :

$$\Psi_d(\mathbf{r}) = \alpha(0) e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}} + \alpha(p) e^{-ip\mathbf{k}_G \cdot \mathbf{r}_M} e^{i(\mathbf{k}_0 + p\mathbf{k}_G) \cdot \mathbf{r}} \quad (\text{II.67})$$

L'équation (II.67) exhibe une phase qui se rajoute à la phase de diffraction et qui a une importance particulière dans notre interféromètre. Elle n'existe que pour le faisceau diffracté, et son expression est :

$$\phi_M(p) = -p\mathbf{k}_G \cdot \mathbf{r}_M \quad (\text{II.68})$$

Le point M est celui introduit dans la section II.1.5.1. Une définition rigoureuse de sa position dépend du repère choisi pour l'expression du champ électrique (équation (II.1)) ; physiquement il est placé sur un noeud de l'onde stationnaire (par exemple sur la surface du miroir s'il est métallique), de sorte que l'amplitude complexe $\alpha(p) e^{i\phi_M(p)}$ ne dépend pas du

choix de M . L'important est que M est fixe dans un référentiel lié à l'onde stationnaire. Une telle expression pour l'onde atomique diffractée va permettre de dégager de nombreuses caractéristiques du signal que notre interféromètre permet d'observer.

II.1.5.4 Conclusion

Le sous-chapitre II.1 a présenté le processus de diffraction d'un atome par une onde stationnaire lumineuse dans des conditions particulières qui sont les conditions de Bragg. La diffraction à l'ordre 1 dans le régime de Bragg a été évaluée plus en détails, et on s'est intéressé aux conditions de sa réalisation dans notre dispositif expérimental. La diffraction de Bragg réalise la séparation d'une onde atomique en deux et seulement deux états cohérents. Elle est associée à une modification de l'impulsion atomique qui est bien déterminée. Les probabilités associées sont réglables expérimentalement, notamment avec la puissance lumineuse du faisceau laser. Celles-ci dépendent des conditions d'incidence : la diffraction de Bragg a un caractère sélectif, qui a aussi un effet sur les phases de diffraction. Le sous-chapitre qui suit va montrer comment un agencement particulier de réseaux lumineux qui diffractent dans les conditions de Bragg réalise un interféromètre à deux ondes pour l'atome.

II.2 Interféromètre atomique de Mach-Zehnder à réseaux

Le but de ce sous-chapitre est de montrer comment nous utilisons la diffraction par une onde lumineuse stationnaire dans les conditions de Bragg pour réaliser un interféromètre atomique. La partie II.2.1 va tout d'abord présenter l'agencement de séparatrices et miroirs qui caractérise notre interféromètre. Ensuite dans la partie II.2.2, le traitement en représentation coordonnées va permettre de dégager certaines caractéristiques du signal qu'il permet d'observer. Cette approche va aussi illustrer comment il est possible de réaliser des mesures interférométriques avec un tel dispositif : c'est l'objet de la partie II.2.3. Enfin et dans le cadre d'un bref bilan, la partie II.2.4 présentera un aperçu d'interféromètres atomiques existants qui présentent la même configuration que le nôtre mais dont certaines caractéristiques diffèrent.

II.2.1 Schéma de principe

La figure II.9 (partie gauche) représente le schéma de principe de l'interféromètre atomique que nous réalisons. Trois réseaux lumineux, notés G1 à G3, sont utilisés. Ils réalisent la diffraction dans les conditions de Bragg d'un faisceau atomique incident, et ce faisceau se propage librement entre les ondes stationnaires. Parmi les chemins possibles pour l'atome, on s'intéresse plus particulièrement à ceux pour lesquels les réseaux G1 et G3 sont des lames séparatrices, tandis que le réseau lumineux G2 est un miroir. Le choix d'un ordre de diffraction négatif sur G1 est dicté par le souci de reproduire, avec la convention que j'ai choisie pour le sens de \mathbf{k}_G et le repère $(0, \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_x)$ du laboratoire, l'interféromètre tel que nous l'avons réglé pour les mesures décrites dans les chapitres III et IV.

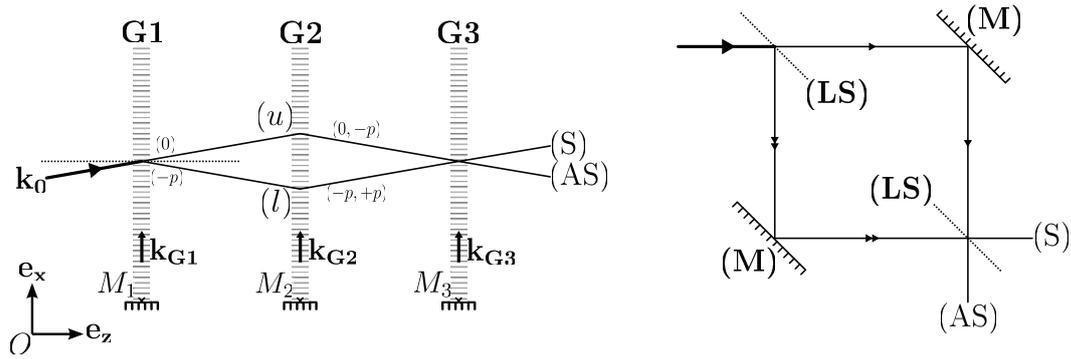


FIGURE II.9 – A gauche : schéma de principe d'un interféromètre atomique de Mach-Zehnder à réseaux diffractants. Les distances M_1M_2 et M_2M_3 sont égales. Les réseaux G_1 et G_3 réalisent des lames semi-réfléchissantes, et le réseau G_2 réalise un miroir pour l'atome incident dans les conditions d'incidence de Bragg (voir la section II.1.5.1). A droite : schéma de principe d'un interféromètre de Mach-Zehnder optique.

Un atome détecté sur une des deux sorties notées S pour la sortie dite symétrique et AS pour la sortie asymétrique (symétrie évaluée par rapport au faisceau incident), s'est propagé selon deux chemins possibles depuis sa diffraction par le réseau G_1 , qui sont recombinés au niveau du réseau G_3 . Ces chemins sont notés (u) et (l) (notation dérivée des anglicismes *up* et *low*). Les trajectoires associées sont schématisées et accompagnées entre parenthèses des ordres de diffraction successifs correspondants sur G_1 et G_2 .

Cette configuration de réseaux diffractants réalise un interféromètre atomique à deux bras. Elle est similaire à celle que réalise, pour des photons, un interféromètre optique de Mach-Zehnder qu'on aurait « tordu » en utilisant les lames séparatrices et miroirs en incidence (rasante) de Bragg. Cette similarité est illustrée à droite de la figure II.9, et justifie l'appellation de Mach-Zehnder atomique.

II.2.2 Signal atomique à deux ondes planes

L'intensité atomique qu'on obtient en développant une onde plane atomique incidente décrit de nombreuses caractéristiques du signal qu'on obtient expérimentalement. C'est l'objet de cette partie.

II.2.2.1 Amplitudes atomiques

On donne un indice i à la position relative au miroir \mathbf{r}_{M_i} et au vecteur d'onde du réseau \mathbf{k}_{G_i} , comme dans la figure II.9. De la même manière, l'amplitude complexe de diffraction dans l'ordre $n = 0$ ou p est indiquée selon le réseau diffractant : $\alpha_i(n)$. Pour écrire l'onde atomique, on se base sur l'approche de la section II.1.5.3 ; une différence notable mais sans conséquence est que maintenant les trois vecteurs d'onde des réseaux ne sont plus forcément

selon \mathbf{e}_x qui est fixe dans le référentiel laboratoire ; néanmoins, à cause des conditions de Bragg pour la diffraction, ils en sont forcément proches.

L'onde plane atomique incidente est telle que décrite en équation (II.66). Sa diffraction par chaque onde stationnaire lumineuse est évaluée par l'équation (II.67), et on exprime son développement selon les bras u et l en s'aidant de la figure II.9. L'onde atomique formée en sortie S est écrite comme la recombinaison d'ondes issues des bras u et l :

$$\Psi_S = a_{S,u} e^{i\mathbf{k}_{S,u} \cdot \mathbf{r}} + a_{S,l} e^{i\mathbf{k}_{S,l} \cdot \mathbf{r}} \quad (\text{II.69})$$

Les amplitudes complexes et les vecteurs d'onde sont :

$$\begin{cases} a_{S,u} &= \alpha_1(0) \alpha_{2,u}(-p) \alpha_{3,u}(+p) e^{ip(\mathbf{k}_{G2} \cdot \mathbf{r}_{M2} - \mathbf{k}_{G3} \cdot \mathbf{r}_{M3})} \\ \mathbf{k}_{S,u} &= \mathbf{k}_0 - p\mathbf{k}_{G2} + p\mathbf{k}_{G3} \\ a_{S,l} &= \alpha_1(-p) \alpha_{2,l}(+p) \alpha_{3,l}(0) e^{ip(\mathbf{k}_{G1} \cdot \mathbf{r}_{M1} - \mathbf{k}_{G2} \cdot \mathbf{r}_{M2})} \\ \mathbf{k}_{S,l} &= \mathbf{k}_0 - p\mathbf{k}_{G1} + p\mathbf{k}_{G2} \end{cases} \quad (\text{II.70})$$

De la même façon, on écrit l'onde atomique associée à la sortie AS :

$$\begin{aligned} \Psi_{AS} &= a_{AS,u} e^{i\mathbf{k}_{AS,u} \cdot \mathbf{r}} + a_{AS,l} e^{i\mathbf{k}_{AS,l} \cdot \mathbf{r}} \\ \begin{cases} a_{AS,u} &= \alpha_1(0) \alpha_{2,u}(-p) \alpha_{3,u}(0) e^{ip\mathbf{k}_{G2} \cdot \mathbf{r}_{M2}} \\ \mathbf{k}_{AS,u} &= \mathbf{k}_0 - p\mathbf{k}_{G2} \end{cases} \\ \begin{cases} a_{AS,l} &= \alpha_1(-p) \alpha_{2,l}(+p) \alpha_{3,l}(-p) e^{ip(\mathbf{k}_{G1} \cdot \mathbf{r}_{M1} - \mathbf{k}_{G2} \cdot \mathbf{r}_{M2} + \mathbf{k}_{G3} \cdot \mathbf{r}_{M3})} \\ \mathbf{k}_{AS,l} &= \mathbf{k}_0 - p\mathbf{k}_{G1} + p\mathbf{k}_{G2} - p\mathbf{k}_{G3} \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{II.71})$$

Les indices u ou l rajoutés aux amplitudes de diffraction par les réseaux 2 et 3 tiennent compte du fait que les diffractions associées aux bras correspondants sont par principe des processus distincts. D'ailleurs cet interféromètre atomique possède un analogue optique dont les « miroirs » sont réalisés avec deux réseaux différents G2 et G2' (voir la publication [69]). Mais le fait que ce soit le même réseau lumineux G2 qui joue le rôle de miroir pour les chemins u et l va permettre d'établir des relations entre les amplitudes de diffraction de type α_u et α_l .

Lien entre $\alpha_{2,u}$ et $\alpha_{2,l}$

On évalue les amplitudes de diffraction $\alpha_{2,u/l}$ à l'aide des équations (II.42). Ces amplitudes complexes dépendent des réglages du réseau lumineux qui sont les mêmes pour les bras u et l , et des conditions d'incidence qu'on décrit par le vecteur d'onde incident : pour le bras l on a $\mathbf{k}_{0,G2,l} = \mathbf{k}_0 - p\mathbf{k}_{G1}$, et pour le bras u on a $\mathbf{k}_{0,G2,u} = \mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_{0,G2,l} + p\mathbf{k}_{G1}$. Le terme $p\mathbf{k}_{G1}$ du membre de droite a des conséquences importantes qu'on décrit en utilisant les coefficients adimensionnés ϵ et τ_{int} :

$$\begin{aligned} \tau_{int,G2,u} &= \tau_{int,G2,l} \\ \epsilon_{G2,u} &= \epsilon_{G2,l} \end{aligned} \quad (\text{II.72})$$

Les indices se rapportent au réseau de diffraction et au bras considéré. On explique la teneur de ces résultats :

- L'égalité des temps d'interaction vient de nos conditions expérimentales de petits angles d'incidence et de déflexion, qui permettent de limiter la dépendance de τ_{int} à la norme v_0 de la vitesse atomique (voir la section II.1.2.2). La conservation de l'énergie impose à cette norme d'être rigoureusement constante dans tout l'interféromètre (à des perturbations extérieures près qui ne sont pas considérées ici) ;
- L'égalité des écarts aux conditions d'incidence de Bragg ϵ est vérifiée pour les mêmes raisons. Les impulsions réduites incidentes ($\kappa_{1,G1}$ et $\kappa_{1,G2}$) sont différentes pour les réseaux G1 et G2 car ces réseaux ont des orientations qui sont en principe différentes. Par exemple, dans les équations (II.72), l'orientation relative entre les réseaux G1 et G2 impose une relation bien déterminée entre $\epsilon_{G2,u}$ et ϵ_{G1} . En principe, il existe aussi un effet sur la différence d'impulsion réduite, $\kappa_{1,G2,l} - \kappa_{1,G2,u}$. Celle-ci n'est pas exactement $-2p$ (valeur dans le repère lié à G1). Mais les conséquences de ce dernier effet sont tout à fait négligeables, car $\kappa_{1,G2,l} - \kappa_{1,G2,u} + 2p$ est à l'ordre 2 selon les angles d'orientation relative, de type $(\mathbf{k}_{G1}; \mathbf{k}_{G2})$, qui sont très faibles, alors que les effets sur la condition d'incidence ϵ sont à l'ordre 1. On a donc $\kappa_{1,G2,l} = \kappa_{1,G2,u} - 2p$ avec une excellente approximation, ce qui démontre la deuxième équation de (II.72).

Lorsqu'on applique les équations (II.39), les relations (II.72) imposent un lien entre les angles de couplage notés $\theta_{G2,u/l}$ et les phases de Rabi notées $\gamma_{\mp p,G2,u/l}$:

$$\begin{aligned}\theta_{G2,u} &= \frac{\pi}{2} - \theta_{G2,l} \\ \gamma_{-p,G2,u} &= \gamma_{p,G2,l}\end{aligned}\tag{II.73}$$

La première équation provient du fait qu'on évalue l'angle de couplage θ pour un même écart à l'incidence de Bragg ϵ mais pour des ordres de diffraction opposés ($-p$ pour u , $+p$ pour l , où $p \geq 0$). Les états de Bloch $|+\rangle$ et $|-\rangle$ des équations (II.39) sont les mêmes pour les deux processus de diffraction (seul leur peuplement est échangé), ce qui assure la deuxième égalité.

Suivant les équations (II.42) (ou (A.8)), on peut alors exprimer un lien entre les amplitudes de diffraction par le réseau G2, relatives aux bras u et l de l'interféromètre :

$$\begin{aligned}\alpha_{2,u}(0) &= \alpha_{2,l}(0)^* \\ \alpha_{2,u}(-p) &= \alpha_{2,l}(p)\end{aligned}\tag{II.74}$$

Lien entre $\alpha_{3,u}$ et $\alpha_{3,l}$

Au niveau du réseau G3, le raisonnement est strictement identique pour la diffraction dans l'ordre $+p$ ou 0 pour le bras u , et dans l'ordre $-p$ ou 0 pour le bras l . On écrit les résultats pour les amplitudes de transition :

$$\begin{aligned}\alpha_{3,u}(0) &= \alpha_{3,l}(0)^* \\ \alpha_{3,u}(p) &= \alpha_{3,l}(-p)\end{aligned}\tag{II.75}$$

La connaissance des relations (II.74) et (II.75) va permettre d'exprimer l'intensité atomique dans les sorties S et AS.

II.2.2.2 Intensités atomiques

L'intensité atomique de la sortie S (AS) est $I_S = |\Psi_S|^2$ ($I_{AS} = |\Psi_{AS}|^2$). Elle correspond au flux relatif dans cette sortie particulière, et pour la condition d'incidence particulière décrite par le vecteur d'onde \mathbf{k}_0 . On donne l'expression de l'intensité I_S :

$$I_S = I_{0,S} [1 + \mathcal{V}_{0,S} \cos(\Delta\mathbf{k}_G \cdot \mathbf{r} + \phi_b + \phi_{diff,S})] \quad (\text{II.76})$$

L'expression de l'intensité atomique I_{AS} est similaire en remplaçant lorsqu'il y a lieu l'indice S par l'indice AS. On écrit respectivement l'intensité moyenne, la visibilité et la phase de diffraction qui sont des grandeurs spécifiques à chaque sortie :

$$\begin{aligned} \text{Sortie S : } & \begin{cases} I_{0,S} &= |a_{S,u}|^2 + |a_{S,l}|^2 \\ \mathcal{V}_{0,S} &= 2 |a_{S,u}| |a_{S,l}| / I_{0,S} \\ \phi_{diff,S} &= \phi_{diff,G1}(-p) - \phi_{diff,G3,l}(-p) \end{cases} \\ \text{Sortie AS : } & \begin{cases} I_{0,AS} &= |a_{AS,u}|^2 + |a_{AS,l}|^2 \\ \mathcal{V}_{0,AS} &= 2 |a_{AS,u}| |a_{AS,l}| / I_{0,AS} \\ \phi_{diff,AS} &= \phi_{diff,G1}(-p) + \phi_{diff,G3,u}(+p) \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{II.77})$$

L'expression des phases de diffraction $\phi_{diff,S/AS}$ se réfère aux développements de la section II.1.3.5. Les paramètres communs aux deux sorties sont les deux premiers termes de phase présents dans le cosinus de l'équation (II.76). Leur expression est :

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{k}_G &= p(-\mathbf{k}_{G1} + 2\mathbf{k}_{G2} - \mathbf{k}_{G3}) \\ \phi_b &= p(\mathbf{k}_{G1} \cdot \mathbf{r}_{M1} - 2\mathbf{k}_{G2} \cdot \mathbf{r}_{M2} + \mathbf{k}_{G3} \cdot \mathbf{r}_{M3}) \end{aligned} \quad (\text{II.78})$$

Ce qui suit analyse plus précisément les différents termes obtenus.

II.2.2.3 Caractéristiques du signal

Le dernier terme du membre de droite de l'équation (II.76) est le terme d'interférences atomiques. Les paragraphes qui suivent en étudient plusieurs caractères dont certains sont une spécificité de l'interféromètre présenté.

Visibilité

La visibilité $\mathcal{V}_{0,S}$ ($\mathcal{V}_{0,AS}$) caractérise les variations relatives d'intensité atomique due au terme d'interférence par rapport à l'intensité moyenne $I_{0,S}$ ($I_{0,AS}$). Son expression générale est commune aux interférences à deux ondes monochromatiques et bien connue en physique ondulatoire classique. On note $\rho_S = |a_{S,l}| / |a_{S,u}|$ un paramètre qui évalue le déséquilibre des amplitudes des ondes atomiques des bras u et l . Une visibilité à deux ondes notée \mathcal{V} peut être exprimée en fonction des intensités maximale et minimale observables en balayant la phase du terme d'interférence, et dépend du rapport ρ des amplitudes qui interfèrent de la façon suivante :

$$\mathcal{V} = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2\rho}{1 + \rho^2} \quad (\text{II.79})$$

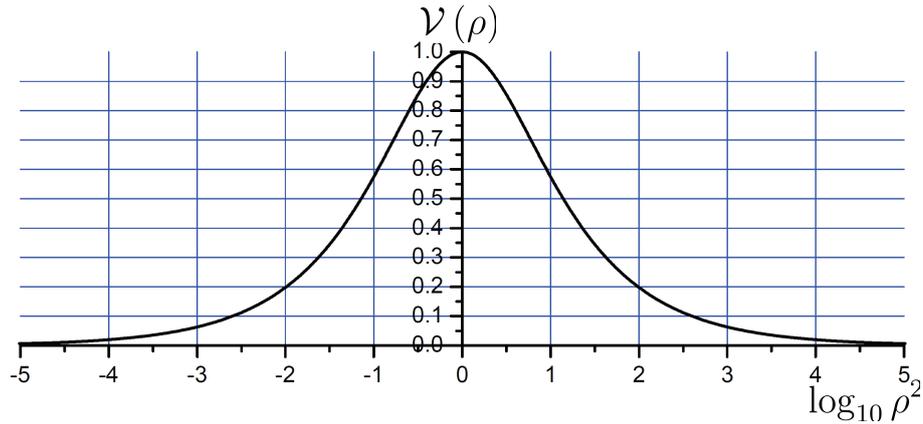


FIGURE II.10 – Représentation de la visibilité $\mathcal{V}(\rho)$ (équation (II.79)) en fonction du rapport de flux atomiques, ρ^2 , en échelle logarithmique.

La figure II.10 représente $\mathcal{V}(\rho)$ en fonction de $\log_{10} \rho^2$. ρ^2 est le rapport des intensités des deux ondes qui interfèrent. L'échelle logarithmique est utilisée pour illustrer une propriété en apparence contre-intuitive : les franges d'interférences restent visibles même avec de très forts déséquilibres d'intensités. Par exemple, la figure II.10 montre que la visibilité est encore de 20% lorsque l'intensité d'une des deux ondes qui interfèrent est le centième de l'autre. Cette propriété illustre la sensibilité des méthodes interférométriques qui exaltent, parmi les signaux détectés, ceux qui présentent un caractère cohérent.

Parmi les autres propriétés du signal à deux ondes, deux d'entre elles sont clairement visibles lors de la manipulation d'un interféromètre optique de Mach-Zehnder à réseaux matériels [69]. Elles font l'objet des deux prochains paragraphes.

Figure d'interférences atomiques

Le premier terme de phase de l'équation (II.76), exprimé par $\Delta \mathbf{k}_G \cdot \mathbf{r}$, caractérise une modulation spatiale du terme d'interférences atomiques. Il révèle l'existence d'une figure d'interférences atomiques déterminée par l'alignement relatif des trois réseaux lumineux. Notre détecteur ne peut pas observer cette figure car il ne mesure que l'intensité totale I_G ou I_{AS} (il sera présenté dans la partie II.3.4). Dans ce cas l'existence de franges atomiques ne se manifeste que par une diminution de la visibilité observée.

Phase de balayage

Le nom de la phase de balayage notée ϕ_b provient du fait que nous l'utilisons pour balayer les franges d'interférences atomiques. Son expression est donnée dans la deuxième équation de (II.78), et c'est une somme orientée de phases de type ϕ_M (voir la section II.1.5.3 et l'équation (II.68)). Cette phase est totalement achromatique : son expression montre qu'elle ne dépend que de l'orientation des vecteurs d'onde des réseaux lumineux et de leur position relative. La translation d'au moins un des trois réseaux selon la direction

de son vecteur d'onde balaye continûment ϕ_b , de la même façon pour tous les atomes qui interfèrent, et sans aucune modification sur les autres termes de phase de l'équation (II.76).

Phases de diffraction et sorties complémentaires

Le troisième et dernier terme de phase noté $\phi_{diff,S/AS}$ est lié aux phases de diffraction par les trois ondes stationnaires (décrites dans la section II.1.3.5). Le lien entre les amplitudes de diffraction $\alpha_{3,u}$ et $\alpha_{3,l}$, explicité dans la section II.2.2.1, montre immédiatement qu'on a :

$$\phi_{diff,S} - \phi_{diff,AS} = \pi [2\pi] \quad (\text{II.80})$$

Par conséquent, le terme d'interférences de l'équation (II.76) est opposé pour les sorties S et AS. Celles-ci ont un caractère totalement complémentaire. On peut facilement le comprendre en remarquant que la détection d'un atome indifféremment dans S ou AS est une situation physique qui inclut tous les chemins possibles que cet atome peut avoir pris sachant qu'il a été réfléchi par le réseau G2. L'intensité $I_S + I_{AS}$ correspond donc à la probabilité de diffraction par G2, qui est une constante et n'exhibe pas de terme de phase. Cette caractéristique est liée à la transmission totale d'une onde stationnaire lumineuse diffractante vis-à-vis de l'onde atomique, et c'est un caractère spécifique de l'interféromètre de Mach-Zehnder à réseaux lorsqu'il utilise des réseaux de phase. La somme des intensités atomiques des sorties caractérise le flux relatif qui n'a pas effectivement « quitté » l'interféromètre. En conséquence, on l'appelle transmission de l'interféromètre. Elle dépend de la condition d'incidence considérée qui est repérée par \mathbf{k}_0 (dépendance sous-tendue dans l'expression des amplitudes de diffraction, équations (II.42)). On l'écrit ci-dessous :

$$\mathcal{T}(\mathbf{k}_0) = I_S + I_{AS} = [1 - |\alpha_2(0)|^2] \quad (\text{II.81})$$

L'équation (II.81) montre que le flux relatif qui est perdu pour les interférences dans les sorties S et AS est logiquement celui diffracté dans l'ordre 0 par le réseau lumineux G2.

Bilan

La présente section a fourni une brève analyse des différentes grandeurs qui caractérisent le terme d'interférences. Ci-dessous, j'en résume les propriétés qui importent à la réalisation expérimentale d'un tel interféromètre :

- La complémentarité des sorties S et AS impose de pouvoir les discerner pour pouvoir observer des franges d'interférences ;
- Les interférences à deux ondes décrivent une figure d'interférences atomiques. Si l'interfrange n'est pas grande devant la taille du détecteur, la visibilité observée diminue avec cette dernière ;
- Les conditions d'incidence de l'atome dans l'interféromètre influencent les phases de diffraction de manière explicite. Il existe aussi une telle influence sur les franges atomiques qui est liée aux différences de marche entre les ondes planes lors de leur recombinaison par le réseau G3 (influence que le modèle présenté ne décrit pas). Ainsi, parmi les termes de phase, deux d'entre eux exhibent un chromatisme qui devrait diminuer la visibilité de la figure d'interférences atomiques en fonction de la cohérence de la source.

L'étude du chromatisme revêt un aspect technique car celui-ci dépend de la direction des trois réseaux lumineux et de leur position. Ce manuscrit n'en fournit pas de développement, car ce qui suit va montrer comment un bon réglage de l'interféromètre lui permet de devenir rigoureusement achromatique.

II.2.2.4 Configuration achromatique et interféromètre bien réglé

Cette section s'intéresse à une configuration particulière pour les trois réseaux diffractant qui assure la visibilité maximale des franges obtenues dans la sortie symétrique, indépendamment des conditions d'incidence de l'atome. Cette configuration participe du réglage de l'interféromètre.

Alignement des réseaux lumineux

Les trois réseaux lumineux diffractant sont alignés lorsque leurs vecteurs d'onde vérifient l'égalité :

$$\mathbf{k}_{G,1} - 2\mathbf{k}_{G,2} + \mathbf{k}_{G,3} = \mathbf{0} \quad (\text{II.82})$$

Dans notre dispositif expérimental, les faisceaux laser qui forment les réseaux lumineux sont issus de la même source. Aussi la norme des trois vecteurs d'onde est rigoureusement la même, et par conséquent l'égalité (II.82) ne peut être rigoureusement satisfaite que quand ils sont égaux. On exprime cette condition d'alignement dans le repère du laboratoire :

$$\mathbf{k}_{G,1} = \mathbf{k}_{G,2} = \mathbf{k}_{G,3} = 2k_L \mathbf{e}_x \quad (\text{II.83})$$

Lorsque les réseaux ne sont pas rigoureusement alignés dans le plan $(\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_x)$, il est tout de même possible d'assurer de façon approchée l'égalité (II.82) par rotation des miroirs autour de l'axe \mathbf{e}_z . L'égalité est assurée à l'ordre 2 selon les angles de type $(\mathbf{k}_{G,1}, \mathbf{k}_{G,2})$. En pratique cette rotation est la dernière opération réalisée lorsqu'on aligne les ondes stationnaires (procédure expérimentale décrite ultérieurement dans la section II.3.5.2). Ce réglage final est réalisé avec un seul réseau (en pratique, le réseau G2), et donc si l'équation (II.82) est vérifiée avec une bonne approximation, les trois vecteurs d'onde forment des angles très faibles avec \mathbf{e}_x .

Réglage des séparatrices

Le réglage de l'interféromètre en configuration achromatique implique, pour les réseaux lumineux G1 et G3, d'être rigoureusement identiques pour tous les paramètres qui déterminent la diffraction. Expérimentalement, cette identité est réalisée en égalisant les puissances (donc le potentiel lumineux) des faisceaux qui forment les ondes stationnaires, eux-mêmes identiques d'un point de vue géométrique car issus du même faisceau qui émerge de la source laser.

Configuration géométrique symétrique

Une fois les réseaux alignés, la configuration géométrique de l'interféromètre est dite symétrique lorsque les distances entre deux réseaux lumineux consécutifs sont égales. On écrit cette condition pour les positions des centres des ondes stationnaires en notant

$$z_i = \mathbf{OM}_i \cdot \mathbf{e}_z :$$

$$z_3 - z_2 = z_2 - z_1 \quad (\text{II.84})$$

La figure II.11 représente les trajectoires atomiques associées à l'interférence de trois

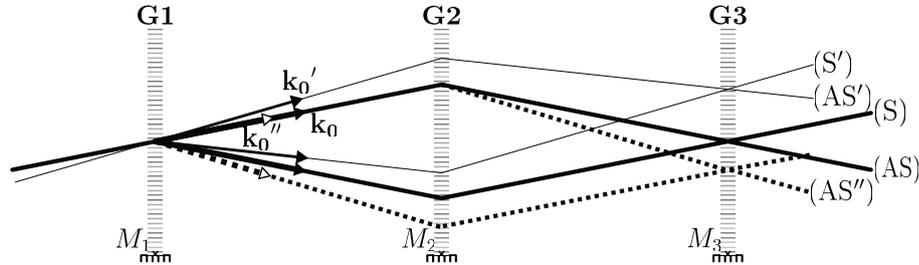


FIGURE II.11 – Représentation schématique de différents chemins atomiques pour trois conditions d'incidence particulières, dans l'interféromètre en configuration géométrique symétrique.

Trait continu épais : l'atome, qu'on appelle A, est incident avec le vecteur d'onde \mathbf{k}_0 , dans les conditions d'incidence de Bragg.

Trait continu fin : l'atome est incident avec le vecteur d'onde \mathbf{k}_0' où $\|\mathbf{k}_0'\| = \|\mathbf{k}_0\|$: il a la même vitesse que A, mais n'a pas le même angle d'incidence.

Pointillés : l'atome est incident avec le même angle d'incidence que A, mais une vitesse inférieure : son vecteur d'onde \mathbf{k}_0'' est représenté avec une flèche blanche.

atomes dont les conditions d'incidence diffèrent. Elle illustre de façon schématique comment la configuration symétrique assure une différence de marche nulle entre toutes les composantes de la fonction d'onde atomique. En effet, les trajectoires associées sont un losange pour la condition d'incidence de Bragg, et un parallélogramme sinon. De plus, si les distances entre les réseaux sont inégales, les trajectoires ne se rencontrent pas sur le réseau G3 et le recouvrement n'est pas parfait lors de la recombinaison, ce qui aura pour conséquence une diminution de la visibilité qui dépend de la cohérence spatiale de la source.

Effet sur les signaux de sortie

Lorsque l'interféromètre est réglé en configuration achromatique, le terme d'interférence de l'équation (II.76) devient particulièrement simple :

- Les amplitudes de diffraction par les réseaux G1 et G3 maintenant identiques sont égales : $\alpha_1 = \alpha_3$. Ceci assure l'équilibre des amplitudes à deux ondes de la sortie S, soit $\mathcal{V}_{0,S} = 1$. De plus, les phases de diffraction acquièrent alors un caractère rigoureusement achromatique : $\phi_{diff,S} = 0$ et $\phi_{diff,AS} = \pi$.
- L'interfrange relative aux franges d'interférences tend vers l'infini, car $\Delta\mathbf{k}_G = 0$. Comme la configuration géométrique symétrique assure une différence de marche nulle indépendamment de la condition d'incidence, les deux sorties acquièrent un état de phase constant. Ceci permet d'observer des interférences avec un détecteur étendu ;

- La phase de balayage acquiert une forme particulièrement simple. En notant $x_i = \mathbf{OM}_i \cdot \mathbf{e}_x$, elle s'écrit :

$$\phi_b = pk_G (x_1 - 2x_2 + x_3) \quad (\text{II.85})$$

Dans notre interféromètre lorsque $p = 1$, une translation de 53 nm selon l'axe \mathbf{e}_x du réseau G1 ou G3 balaye ϕ_b d'un radian, et la sensibilité à la position du réseau G2 est double. Ceci explique que l'interféromètre est particulièrement sensible aux vibrations ou aux dérives thermiques qui peuvent modifier les positions x_i des miroirs de façon non contrôlée.

Les signaux atomiques à deux ondes planes qu'on obtient avec un interféromètre en configuration achromatique revêtent une forme simple : la sortie S est totalement équilibrée et exhibe une visibilité maximale. Cependant son intensité moyenne dépend des conditions d'incidence et des réglages communs aux réseaux G1 et G3. Ces signaux atomiques sont écrits par application directe des équation (II.77) et compte-tenu des réglages qui assurent $|\alpha_1(-p)|^2 = |\alpha_3(\pm p)|^2 = 1 - |\alpha_1(0)|^2$:

$$\begin{aligned} I_S &= I_{S,0} [1 + \cos(\phi_m)] = 2\mathcal{T}(\mathbf{k}_0) [|\alpha_1(0)|^2 - |\alpha_1(0)|^4] [1 + \cos(\phi_m)] \\ I_{AS} &= \mathcal{T}(\mathbf{k}_0) - I_S \end{aligned} \quad (\text{II.86})$$

Dans les expressions précédentes, ϕ_m est simplement appelée phase de l'interféromètre. Ce terme sera utilisé dans la suite même dans le cas où la configuration de l'interféromètre n'est pas rigoureusement achromatique. Aussi son expression inclut les phases de diffraction :

$$\phi_m = \phi_{diff,S} + pk_G (x_1 - 2x_2 + x_3) \quad (\text{II.87})$$

L'expression de I_S montre que l'intensité moyenne est influencée par la transmission de l'interféromètre et la valeur de $\alpha_1(0)$: elle est maximale lorsque $\mathcal{T}(\mathbf{k}_0) = 1$ et $|\alpha_1(0)| = |\alpha_1(-p)| = 1/\sqrt{2}$. Lorsque la largeur de la distribution des vitesses atomiques n'est pas très faible, les relations précédentes ne peuvent pas être vérifiées pour tous les atomes. A ce titre, on donne quelques critères supplémentaires de réglage de l'interféromètre en configuration achromatique qui permettent de maximiser son flux.

Interféromètre bien réglé

On dit que l'interféromètre est bien réglé lorsqu'il vérifie plusieurs conditions qui lui donnent un caractère idéal. La procédure de réglage expérimental (qui sera décrite dans la partie II.3.5) a pour but d'approcher cette configuration. Ces conditions sont :

- Il est en configuration achromatique, c'est à dire que ses réseaux lumineux sont alignés, que G1 et G3 sont identiques, et que sa configuration géométrique est symétrique ;
- L'orientation des réseaux lumineux est réglée pour vérifier la condition d'incidence de Bragg avec la vitesse moyenne atomique issue de la source, notée \mathbf{v}_m ;
- Pour un atome incident à la vitesse moyenne \mathbf{v}_m , le potentiel lumineux des réseaux est déterminé pour que G1 et G3 soient des lames semi-réfléchissantes et pour que G2 soit un miroir.

Un interféromètre bien réglé présente donc une transmission totale pour la vitesse atomique moyenne et une visibilité maximale dans la sortie symétrique. Il est possible de choisir des

intensités différentes pour les bras u et l en réglant G1 et G3 pour une phase de Rabi différente de $\pi/2$. Un tel réglage peut optimiser la précision de la mesure d'un déphasage donnée par une interaction qui diminue le flux à cause d'un caractère absorbant. L'interaction de Van der Waals atome-surface que nous avons mesurée a un tel caractère (chapitre III) ; cependant, je n'ai personnellement jamais procédé à une telle optimisation.

II.2.3 Mesures par interférométrie à bras séparés

II.2.3.1 Principe

On considère le signal atomique à deux ondes planes en propagation libre détecté sur une des deux sorties. Les réseaux sont suffisamment bien alignés pour observer des interférences avec le détecteur étendu, cependant le réglage de l'interféromètre n'est pas forcément parfait. Les indices relatifs aux sorties qui sont complémentaires sont dorénavant inutiles, et on écrit l'intensité atomique comme suit :

$$I = I_0 [1 + \mathcal{V}_0 \cos(\phi_m)] \quad (\text{II.88})$$

La figure II.12 montre comment la séparation spatiale des chemins u et l permet d'impo-

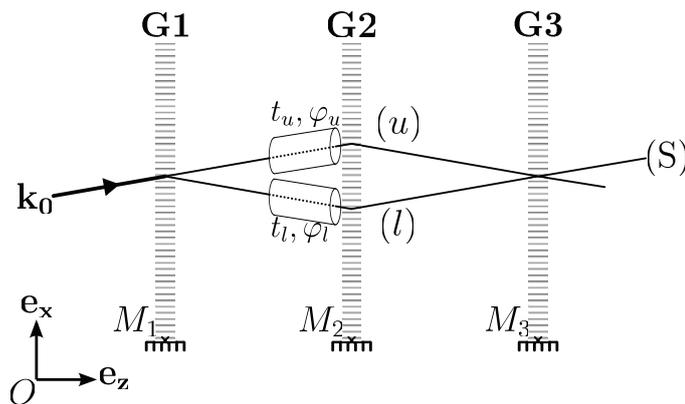


FIGURE II.12 – Principe de mesure interférométrique à bras séparés. On considère, comme dans la figure II.9, les interférences à deux ondes planes pour un atome dont l'incidence est décrite par \mathbf{k}_0 . Pour l'illustration, on a choisi arbitrairement de mesurer l'intensité atomique sur la sortie S. On peut imposer des perturbations différentes sur les bras u et l , qui modifient les amplitudes complexes des ondes planes recombinaées. Les coefficients t et φ décrivent les modifications de l'amplitude et de la phase de l'onde atomique imposées par la perturbation.

ser des perturbations différentes à la propagation des deux bras. Pour chaque bras cette perturbation est décrite par deux coefficients réels : la transmission en amplitude t , où $0 \leq t \leq 1$, et la phase φ . Ils permettent d'écrire les amplitudes $a_{u,pert}$ et $a_{l,pert}$ relatifs à

l'onde atomique plane perturbée et recombinaée :

$$\begin{aligned} a_{u,pert} &= t_u e^{i\varphi_u} a_u \\ a_{l,pert} &= t_l e^{i\varphi_l} a_l, \end{aligned} \quad (\text{II.89})$$

Lorsque la perturbation est appliquée, le signal atomique est modifié et s'écrit :

$$I_{pert} = I_{0,pert} [1 + \mathcal{V}_{pert} \cos(\phi_m + \phi_{pert})] \quad (\text{II.90})$$

L'intensité moyenne et la visibilité perturbées s'écrivent de façon similaire aux grandeurs non perturbées (voir les équations (II.77)) :

$$\begin{aligned} I_{0,pert} &= |a_{u,pert}|^2 + |a_{l,pert}|^2 \\ \mathcal{V}_{pert} &= \frac{2 |a_{u,pert}| |a_{l,pert}|}{I_{0,pert}} \end{aligned} \quad (\text{II.91})$$

Les grandeurs physiques auxquelles on a accès s'obtiennent par comparaison des franges en propagation libre et des franges obtenues lorsqu'on applique la perturbation :

$$\begin{aligned} t_u t_l &= \frac{\mathcal{V}_{pert} I_{pert}}{\mathcal{V}_0 I_0} \\ \varphi_l - \varphi_u &= \phi_{pert} \end{aligned} \quad (\text{II.92})$$

II.2.3.2 Remarques générales

Grandeurs physiques accessibles

D'après les équations (II.92) il est possible de mesurer la modification des amplitudes complexes des ondes atomiques. Les deux grandeurs t et φ permettent de décrire de façon synthétique ces modifications, pour lesquelles :

- Les coefficients t_u et t_l décrivent une atténuation de l'onde atomique qui est une grandeur mesurable de façon classique car elle implique une diminution de l'intensité atomique. Pour les perturbations qui peuvent être traitées dans le cadre de l'optique atomique, ces coefficients sont liés par analogie à la partie imaginaire de l'indice du milieu perturbateur donc à un processus d'absorption de l'onde atomique ;
- La phase ϕ_{pert} est la différence des phases acquises par les bras u et l . Ce déphasage n'est mesurable que par des méthodes interférométriques et est indépendant des normes des amplitudes a_u et a_l , perturbées ou pas (donc, notamment, d'une éventuelle atténuation). Dans l'analogie optique il est lié à la partie réelle de l'indice du milieu perturbateur.

On a volontairement occulté le fait qu'une perturbation peut aussi modifier la *direction* des vecteurs d'onde des ondes recombinaées (si on fait l'hypothèse d'une perturbation stationnaire, leur norme est imposée par conservation de l'énergie) : c'est le cas lorsqu'on provoque une déviation de la trajectoire atomique. Pour une mesure interférométrique, ces considérations simples ne dispensent pas d'une étude plus rigoureuse des effets physiques de l'interaction entre l'atome et son environnement et des conséquences attendues sur le

signal interférométrique.

Signal atomique global

Ce qui précède a décrit le signal associé aux interférences d'atomes dont l'état interne et l'état de propagation sont bien déterminés. Dans notre interféromètre nous détectons le signal donné par un ensemble d'atomes pour lesquels la vitesse incidente et l'état interne fondamental ne sont pas totalement déterminés. Pour évaluer ce signal il faut tenir compte de deux aspects :

- La dépendance de ϕ_{pert} à la vitesse atomique v_0 qui est le caractère dispersif du déphasage ;
- L'état hyperfin du niveau fondamental de l'atome dans le cas où il existe des interactions magnétiques. Nous ne réalisons pas de pompage du faisceau atomique, et notre détecteur ne discrimine pas l'état interne de l'atome.

La section qui suit va s'intéresser à un problème simple mais commun aux mesures interférométriques, et qui aura une importance particulière lors de la mesure de l'effet HMW au chapitre IV.

II.2.3.3 Signe des phases

La détermination du signe d'un déphasage mesuré peut présenter des difficultés lors de l'analyse de mesures interférométriques. Elles proviennent du fait que si les expressions des intensités atomiques qu'on compare (équations (II.88) et (II.90)) ont un caractère physique évident, ce n'est pas le cas du terme de phase (dans le cosinus) dont le signe n'importe pas car il dépend de la convention choisie pour exprimer le module de la somme de deux complexes.

Le caractère mesurable du signe des phases φ_u et φ_l est lié à l'expression conjointe du signal non perturbé (équation (II.88)) et du signal perturbé ((II.90)) via la phase de l'interféromètre ϕ_m qui est commune. Pour réaliser des mesures, cette phase est balayée en utilisant la phase de balayage ϕ_b c'est à dire en translatant au moins un des trois réseaux. La position des réseaux est aussi un paramètre physique mesurable. Par contre, dans l'approche présentée par la section II.2.3.1, l'expression de $\phi_m + \phi_{pert}$ dépend de conventions arbitraires qu'il convient d'identifier :

- Le repère du laboratoire, notamment le sens de \mathbf{e}_x qui décrit l'orientation des réseaux lumineux et l'évolution de leur position lorsqu'on translate les miroirs ;
- Le sens choisi pour exprimer le vecteur d'onde de chaque réseau.

Ces conventions ont été clairement définies dans ce qui précède. Afin d'exprimer une règle qui se veut la plus générale possible, on décide que les notations u et l pour les bras atomiques doivent rigoureusement spécifier, sur une figure plane telle que la figure II.9, respectivement le bras supérieur et inférieur relativement à \mathbf{e}_x , et que les vecteurs d'onde des réseaux ont la même orientation que \mathbf{e}_x . Une règle pratique pour trouver le signe des phases lors d'ajustements numérique est : « Lorsque la phase atomique ϕ_m varie dans le même sens que $x_1 - 2x_2 + x_3$ lors du balayage, le déphasage ϕ_{pert} qu'on mesure est compté positivement pour le bras l et négativement pour le bras u ce qui s'écrit : $\phi_{pert} = \varphi_l - \varphi_u$ ».

II.2.4 Bilan

II.2.4.1 Caractéristiques et atouts de l'interféromètre présenté

La partie II.2 a présenté le principe de l'interféromètre atomique que nous réalisons avec l'atome de lithium à Toulouse. Elle a pu montrer comment celui-ci, lorsqu'il est bien réglé, présente un caractère idéal dont les principaux aspects sont :

- Une visibilité théorique maximale qui atteint 100 % dans la sortie S , liée à une configuration rigoureusement achromatique et symétrique pour toutes les conditions d'incidence atomique ;
- Une transmission totale pour une condition d'incidence particulière qu'on peut choisir comme étant la vitesse moyenne \mathbf{v}_m .

L'obtention de ces caractéristiques constitue le réglage expérimental de l'interféromètre, et sera présenté par la partie II.3.5. D'autres caractéristiques d'aspect plus pratique ont été mises en évidence :

- Pour observer des interférences avec un détecteur étendu, la nécessité de discriminer les sorties et de pouvoir régler finement l'orientation et la position des miroirs qui forment les ondes stationnaires. La position doit être contrôlée à quelques nanomètres près et l'orientation à quelques microradians près ;
- L'interféromètre a un caractère sélectif. Cette sélectivité est totale vis-à-vis de l'isotope atomique (voir la partie II.1.4), mais est aussi influencée par les conditions d'incidence ce qui se manifeste par une transmission $\mathcal{T}(\mathbf{k}_0)$ qui dépend de la vitesse incidente. Notamment, on comprend que la distribution de vitesse (donc des longueurs d'onde de De Broglie) qui participe au signal interférométrique peut être différente de la distribution de vitesse du jet atomique incident ;

Les trajectoires atomiques associées aux bras u et l sont séparées. Cette séparation spatiale est précisément utilisée pour réaliser des mesures interférométriques.

II.2.4.2 Aperçu

Il existe de nombreux interféromètres atomiques qui peuvent être classés selon des critères différents. Leur revue n'est pas l'objet de ce manuscrit, et un aperçu de divers interféromètres réalisés a été donné dans le chapitre d'introduction. Dans les paragraphes qui suivent, je vais me restreindre à une brève description d'interféromètres atomiques qui sont très similaires au nôtre, parce qu'ils utilisent des réseaux qui diffractent l'atome dans son état fondamental et dans la configuration géométrique de Mach-Zehnder. Ils ont été réalisés avant celui de Toulouse, et ont influencé sa conception. Ils en diffèrent néanmoins, soit par la source qu'ils utilisent, soit par le type de réseau diffractant utilisé.

Interféromètre utilisant des réseaux matériels

Le premier interféromètre atomique de Mach-Zehnder à réseaux diffractant a été développé en 1991 par l'équipe de D. E. Pritchard au MIT [8]. La source est issue, comme pour l'interféromètre de Toulouse, d'un jet supersonique de gaz rare ensemencé par un alcalin. La manipulation atomique cohérente y est réalisée grâce trois réseaux matériels identiques de dimension nanométriques ; l'interféromètre a été légué à l'équipe d'A. D. Cronin à l'université d'Arizona à Tucson et cette équipe utilise actuellement des réseaux de nitrure de

silicium dont le pas est 100 nm. C'est en plaçant un tel réseau dans notre interféromètre que nous avons mesuré, en collaboration avec cette équipe, l'interaction de Van der Waals atome-surface (voir le chapitre III). Il existe quelques différences entre cet interféromètre et le nôtre qui méritent d'être décrites :

- Les réseaux matériels diffractent, par principe, dans « tous » les ordres, de manière très peu sélective et de façon similaire à un réseau matériel en optique. Par conséquent, il existe forcément des interféromètres parasites dont on ne peut s'affranchir que par sélection des bras atomiques (lorsqu'elle est possible). La transmission d'un tel interféromètre est faible : elle peut être évaluée à 0.1% avec les réseaux matériels actuellement utilisés ;
- Dans cet interféromètre, le troisième réseau (l'équivalent de notre réseau G3) a une nature différente de celle présentée pour notre interféromètre (où il constitue une recombinaison) : il agit comme un masque de Moiré sur l'onde stationnaire atomique, formée par superposition des faisceaux issus de G2, et tous les faisceaux qu'il diffracte sont détectés en champ proche (on peut montrer que ces faisceaux sont en phase lorsqu'on balaye la phase atomique par translation). Ce réseau est donc un plutôt un détecteur d'onde stationnaire atomique recombinaisonnée par superposition. La visibilité théorique maximale n'est plus de 100%, et diminue avec la fraction ouverte (donc de manière opposée au flux). Cet interféromètre a permis d'observer des franges d'une visibilité proche de 50%, mais pour l'obtenir les réglages en configuration achromatique sont rendus plus difficiles par le caractère non sélectif de la diffraction (voir la partie II.3.5 pour plus de détails).

Ce qui précède semble montrer un certain avantage à l'utilisation de réseaux lumineux plutôt que des réseaux matériels. Mais ces derniers présentent aussi de nombreux atouts, que je donne ci-dessous :

- Le réseau matériel n'est pas sélectif, aussi il peut diffracter en principe n'importe quel type de particule. L'équipe de D. E. Pritchard a diffracté tous les alcalins, et a même observé la diffraction de dimères de sodium. De plus, il est possible de changer la vitesse atomique et de continuer à observer des interférences sans avoir à régler l'alignement des réseaux pour satisfaire la condition de Bragg ;
- Le pas du réseau matériel (qui impose la séparation en fonction de la vitesse incidente) peut être choisi dans une gamme qui n'est limitée que par ce qu'autorisent les techniques de nanolithographie. Par comparaison, le pas des réseaux lumineux est imposé par la longueur d'onde de la transition atomique de résonance ;
- D'un point de vue de la réalisation expérimentale, l'absence de source laser, de contraintes liées aux optiques (par exemple, la nécessaire propreté des miroirs et leur alignement préliminaire) et aux réglages pour l'incidence de Bragg, rend le taux de disponibilité d'un tel interféromètre nettement supérieur. En visitant l'équipe d'A. Cronin, j'ai pu observer la réalisation dans la même journée de deux mesures pour deux atomes différents et pour une large gamme de vitesses atomiques. Ceci n'est pas envisageable à Toulouse. Cette grande disponibilité permet de multiplier les mesures, et par là de compenser la baisse de précision qu'implique la diminution du flux transmis.

Ces atouts ont permis aux deux équipes qui ont utilisé cet interféromètre de réaliser un

grand nombre d'expériences fondamentales et pionnières. Certaines d'entre elles sont résumées dans le livre [15]. Une des dernières publications [70] de l'équipe d'A. Cronin illustre l'intérêt de pouvoir diffracter des atomes différents, et par là d'effectuer des mesures comparatives d'une grande précision.

Interféromètre utilisant des ondes stationnaires lumineuses dans le régime de Raman-Nath

L'équipe d'A. Zeilinger a réalisé, en 1995 à Innsbruck (Autriche), un interféromètre de Mach Zehnder à réseaux pour l'atome d'argon métastable [71]. Ses réseaux diffractants sont, comme pour notre interféromètre, des ondes stationnaires lumineuses quasi-résonantes dont la longueur d'onde est proche de 801 nm ou 811 nm (selon la transition choisie). Cependant, la diffraction est réalisée dans le régime de Raman-Nath qui est différent du régime de Bragg (ce régime est succinctement décrit dans l'annexe A). Comme lorsqu'on utilise de réseaux matériels, plusieurs ordres diffractés apparaissent et forment plusieurs interféromètres. Les réseaux lumineux sont utilisés en incidence normale ce qui dispense des réglages liés aux conditions de Bragg si l'on veut changer la vitesse atomique moyenne du faisceau incident. Par contre, et comme pour notre interféromètre, l'utilisation de réseaux de phase permet d'augmenter le flux ce que soulignent Rasel *et al.* [71]. Les sorties deviennent complémentaires et doivent être discriminées : c'est probablement leur séparation insuffisante, qui a empêché cette équipe d'observer une visibilité meilleure que 10%. L'interféromètre d'Innsbruck présentent donc des caractéristiques communes à la fois avec l'interféromètre de l'équipe de D. Pritchard et avec les interféromètres qui utilisent la diffraction dans les conditions de Bragg.

Interféromètre utilisant la diffraction laser dans les conditions de Bragg

L'équipe de Siu Au Lee est la première équipe à avoir utilisé la diffraction dans les conditions de Bragg pour réaliser, dès 1995, un interféromètre atomique dont les performances sont exceptionnelles pour l'époque [72]. Cet interféromètre utilise l'atome de néon métastable issue d'une source thermique. Il a permis de réaliser une investigation poussée du régime de Bragg, ainsi que de la diffraction dans les ordres supérieurs [73]. Leur interféromètre a beaucoup influencé notre équipe dans la conception de celui de Toulouse ; les deux interféromètres sont identiques dans le principe, et ne diffèrent que par des spécificités liées à la source atomique et la détection du faisceau de sortie.

Interféromètre utilisant les atomes froids

La diffraction de Bragg est facilitée avec les atomes froids dont la faible vitesse de propagation permet d'imposer des temps d'interaction plus longs. Aussi il n'est pas étonnant que de nombreux interféromètres utilisant la diffraction de Bragg d'atomes froids aient vu le jour, et parmi ceux-ci :

- L'équipe de G. Rempe a réalisé un interféromètre pour des atomes de rubidium issus d'un piège magnéto optique, qui a servi à vérifier des considérations fondamentales sur la complémentarité [74] ;
- Torii *et al.* ont réalisé un interféromètre avec un condensat de Bose-Einstein de rubidium [14] ;

- L'équipe de C. A. Sackett a réalisé un interféromètre utilisant aussi un condensat de rubidium, et a démontré une séparation effective entre les deux bras de 0.18 mm [75].

Avec les atomes froids les trajectoires sont balistiques et les conditions de Bragg peuvent être vérifiées dans un référentiel différent de celui du laboratoire, pour lequel les ondes progressives n'ont pas la même fréquence. C'est le cas du deuxième interféromètre précité. L'interféromètre revêt un aspect temporel et utilise des sources et des ondes stationnaires pulsées. Les flux atomiques issues de sources d'atomes froids sont généralement nettement plus faibles que ceux issus des sources thermiques, mais présentent une meilleure cohérence, notamment pour les condensats dont les propriétés les rapprochent de celles des lasers en optique. Ceci permet d'augmenter la transmission de l'interféromètre. Les visibilités obtenues peuvent approcher 100%.

Cet aperçu conclut le présent sous-chapitre. A sa suite, il est naturel de présenter le dispositif expérimental qui le réalise.

II.3 Le dispositif expérimental

Ce sous-chapitre va présenter le dispositif expérimental utilisé pour réaliser des mesures interférométriques. Après une présentation générale qui inclut une description du système de réalisation du vide (partie II.3.1), la partie II.3.2 va décrire la source des atomes de lithium dont nous observons les interférences. L'interféromètre proprement dit, c'est à dire la réalisation de ses séparatrices et miroir pour atomes, est l'objet de la partie II.3.3. La partie II.3.4 décrit quant à elle le moyen de détection utilisé pour observer les signaux atomiques. La configuration dite bien réglée qui maximise les performances de l'interféromètre a été introduite dans la section II.2.2.4. Aussi, et pour clore ce sous-chapitre, la partie II.3.5 a pour but de montrer quels réglages expérimentaux permettent d'approcher cette configuration.

II.3.1 Enceinte à vide

II.3.1.1 Vue d'ensemble

La figure II.13 représente une vue d'ensemble de l'enceinte à vide du dispositif expérimental. L'ensemble a une longueur (selon \mathbf{e}_z) d'environ 3.5 m. Il est composé de 5 enceintes en acier inoxydable séparées par des flasques. Le but de cette configuration est d'assurer un gradient de pression négatif depuis la source atomique (à gauche de la figure II.13) jusqu'à la détection. La réalisation du vide proprement dite est décrite dans la prochaine section (section II.3.1.2). On indique la fonction de chacune des enceintes :

- L'enceinte 1 contient la source du jet supersonique, qu'on dénomme four et qui sera décrite par la section II.3.2.2 ;
- La partie centrale du jet supersonique issu du four est écorcé en $z = z_s$. Cette coordonnée sera prise pour origine de l'axe longitudinal dans les descriptions techniques qui suivent. Après son écorçage, le jet supersonique pénètre dans l'enceinte 2 dite

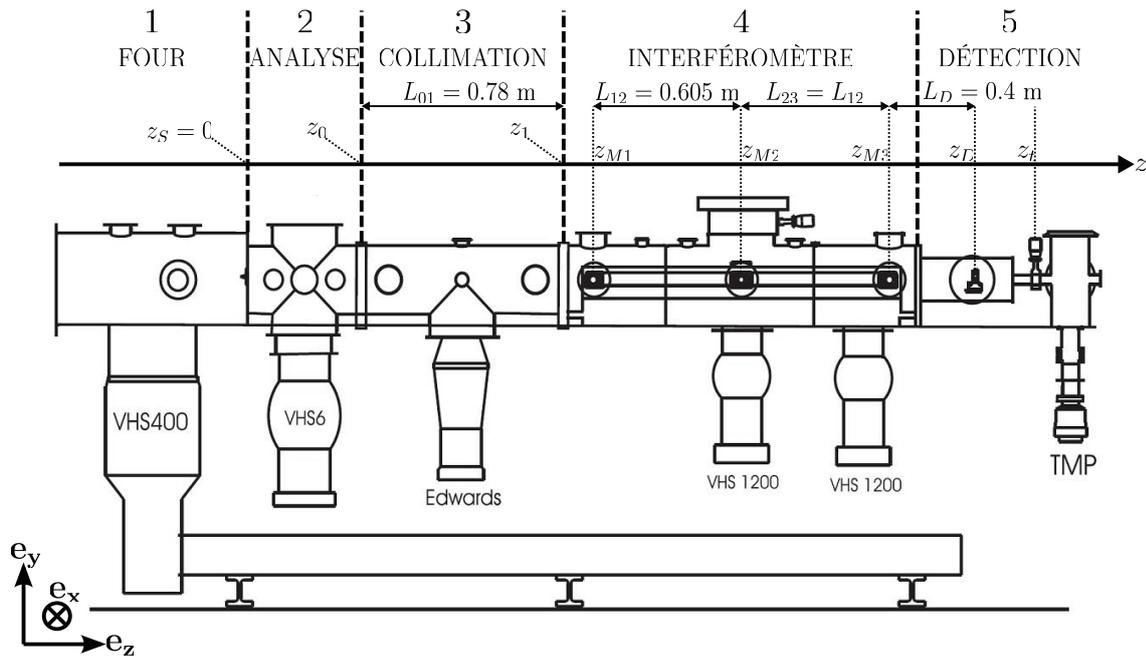


FIGURE II.13 – Vue d’ensemble de l’enceinte à vide du dispositif. Cinq chambres sont numérotées et appelées selon leur fonction. Les pompes à vide des différentes enceintes sont précisées, comme certaines distances dont la donnée est pertinente pour l’interféromètre atomique.

d’analyse, dont les accès optiques sont prévus pour caractériser la distribution de vitesse issue de la source ;

- L’enceinte 3 contient deux fentes F_0 et F_1 positionnées en z_0 et z_1 et placées sur des platines de translation réglables, qui réalisent la collimation du jet d’atomes. La collimation est décrite plus précisément à la section II.3.2.3 ;
- L’enceinte 4 contient l’interféromètre proprement dit. Les positions longitudinales des trois miroirs servant à réaliser les réseaux lumineux sont notées z_{M1} à z_{M3} , et sont représentées sur la figure II.13 ;
- L’enceinte 5 sert à la détection des atomes de lithium qui ont interféré. Les atomes issus de la source et qui pénètrent dans cette enceinte sont passés par une fente de détection qu’on appelle F_D , dont la position longitudinale est notée z_D . Ils se propagent alors via un trou de diamètre 8 mm dont la position est notée z_t , qui a remplacé en 2009 un trou de diamètre 3 mm, jusque dans une enceinte terminale (tout à droite de la figure) où leur détection est réalisée.

II.3.1.2 Système de vide

Le bon fonctionnement de l’interféromètre nécessite son opération dans un vide suffisant. En effet toute collision de l’atome de lithium avec une particule du gaz environnant

provoque une déflexion qui diminue sa probabilité de détection. De plus une probabilité de décohérence est associée à une telle collision [34], ce qui diminue la visibilité des interférences et la précision des mesures associées.

Besoins relatifs au vide

Afin de limiter les collisions subies par un atome de lithium dans le dispositif, il est nécessaire que son libre parcours moyen soit grand devant les dimensions du dispositif. Ce libre parcours moyen noté \bar{l} est estimé suivant la densité particulaire de gaz résiduel n et la section efficace de collision σ :

$$\bar{l} \sim \frac{1}{n\sigma} \quad (\text{II.93})$$

La section efficace de collision dépend de la nature du gaz résiduel. Nous utilisons communément l'argon comme gaz porteur, et il est raisonnable de penser que le gaz porteur est majoritaire au moins dans les deux premières enceintes, là où le vide est le moins poussé. Si l'on souhaite assurer un libre parcours moyen supérieur à 10 m, en utilisant la section efficace de collision lithium-argon [68] [51] la pression doit être inférieure à 1.3×10^{-6} mbar à 300 K.

Pompage de l'enceinte du four

La quasi-totalité du flux de gaz associé au jet supersonique est confinée dans l'enceinte 1 et pompée. Ce jet supersonique impose une charge de quelques mbar.L/s, constituée par un gaz porteur inerte, et quelques pour-cent de lithium. Son pompage est réalisé grâce à une pompe à diffusion d'huile modèle Varian VHS400 qui utilise l'huile Dow Corning 704 adaptée à la présence d'alcalins. Le débit de cette pompe a été mesuré à 6000 L/s après son installation (voir [68]). Lors de l'opération de l'interféromètre, elle assure habituellement une pression de quelques 10^{-4} mbar (dépendante du gaz porteur utilisé et des conditions thermodynamiques relatives au four). Le pompage primaire adapté à ces débits relativement forts est assuré par une pompe à palette à deux étages (modèle Leybold D65B) de débit $65 \text{ m}^3/\text{h}$, entièrement dédiée à cette enceinte.

Enceinte d'analyse

La partie centrale du jet supersonique passe à travers un écorceur qui est un diaphragme de forme conique en nickel produit par la firme *Beam Dynamics*. L'écorceur a un diamètre de 1 mm et constitue la seule ouverture entre l'enceinte 1 et l'enceinte 2. La charge de gaz associée (quelques 10^{-3} mbar.L/s) domine encore le flux de gaz pompé dans cette enceinte. Outre la caractérisation du jet et le pompage optique éventuel, celle-ci sert aussi de chambre intermédiaire de pompage pour atteindre le vide poussé dont on a besoin dans les enceintes qui suivent. Nous utilisons une pompe à diffusion Varian VHS6 de débit nominal 2400 L/s, avec la même huile adaptée à la présence d'alcalins (Dow Corning 704). Elle est surmontée d'un baffle refroidi, et assure un vide de quelques 10^{-6} mbar quand le jet atomique fonctionne.

Enceintes de collimation et de l'interféromètre

Avant de pénétrer dans l'interféromètre, le jet supersonique écorcé est très fortement collimaté lors de son passage à travers les fentes F_0 et F_1 . La charge de gaz qui y est associée

est quasiment indétectable dans l'enceinte de collimation, et totalement indétectable dans l'enceinte de l'interféromètre. La charge de gaz totale dans ces deux enceintes est essentiellement due au dégazage des parois et à la perméation des joints Viton, et a été estimée à environ 10^{-4} mbar.L/s [56]. Le pompage de l'enceinte 3 est assuré par une pompe à diffusion Edwards de débit nominal 700 L/s, et celui de l'enceinte 4 par deux pompes de même type, modèle VHS 1200 de débit nominal 1200 L/s. Une attention particulière est apportée à la propreté de ces enceintes car un dépôt d'huile de pompe sur les miroirs servant à former les réseaux lumineux nuit à leur réflectivité. En conséquence, les trois pompes à diffusion précitées utilisent l'huile Monsanto Santovac 5 qui a une très faible pression de vapeur saturante, et sont équipées, comme la pompe Edwards de l'enceinte 2, de baffles à refroidissement externe. Le refroidissement est assuré par un circuit fermé contenant un mélange eau-glycol auquel un refroidisseur de type industriel impose une température comprise entre 3 et 6°C. Le pompage primaire des enceintes 2, 3 et 4 est commun, assuré par une pompe à palettes de modèle Alcatel à deux étages de débit $65 \text{ m}^3/\text{h}$. Lors de l'opération de l'interféromètre, la pression dans les enceintes 3 et 4 est de quelques 10^{-7} mbar.

Enceinte de détection

La première partie de l'enceinte 5 est, du point de vue du pompage, commune avec l'enceinte 4. Elle contient la fente de détection qui sert à sélectionner une des sorties de l'interféromètre (voir la section II.3.2.3). Elle communique avec une petite enceinte terminale qui est l'enceinte du détecteur proprement dite. Afin de limiter au mieux le bruit parasite issu de l'ionisation de particules de gaz résiduelles par le fil chaud (partie II.3.4), le vide de l'enceinte du détecteur est le plus soigné, et utilise la technologie ultra-vide. Elle est pompée en continu par une pompe turbomoléculaire Varian V300 à bride UHV, de débit nominal 300 L/s, connectée à travers un piège à zéolithes et une ligne de gaz d'environ 10 m de longueur à une pompe primaire à palette à double étage dédiée (débit nominal $18 \text{ m}^3/\text{h}$). Lors de l'opération de l'interféromètre, l'ouverture entre cette enceinte et le reste de l'interféromètre consistait, jusqu'en janvier 2009, en un trou de 3 mm ; dans le but d'augmenter la hauteur efficace du jet atomique détecté, ce trou a été remplacée par un tube de 8 mm de diamètre et d'environ 10 cm de longueur ce qui assure une conductance similaire. La pression mesurée y est alors de quelques 10^{-8} mbar. Lorsque l'interféromètre ne fonctionne pas, cette ouverture peut être obturée par une vanne de technologie ultra-vide qui isole l'enceinte terminale du reste du dispositif ; la pression peut alors y descendre sous 10^{-9} mbar.

II.3.2 La source atomique

Afin de caractériser la source atomique que nous opérons, la section II.3.2.1 va d'abord s'intéresser aux contraintes spécifiques que notre interféromètre lui impose. Elles justifient le choix de l'équipe d'un jet supersonique de gaz noblesensemencé en lithium et fortement collimaté. Avant de montrer comment nous réalisons un jet supersonique, la section II.3.2.2 en présente succinctement le principe. Le but est d'évaluer deux aspects de la source : la distribution de vitesses atomiques que nous obtenons, c'est à dire ses propriétés chromatiques, et l'intensité atomique qu'elle assure qui dicte le flux atomique que

nous pourrions détecter. La collimation est un élément particulièrement important de la source puisqu'elle définit à la fois la largeur transverse et la dispersion angulaire du faisceau atomique incident. La section II.3.2.3 va illustrer ces deux aspects par une approche géométrique.

II.3.2.1 Contraintes sur la source

Contraintes liées à séparation des faisceaux de sortie

La partie II.2.2 a montré qu'il est nécessaire de discriminer les deux sorties afin d'observer des interférences. Les faisceaux de sortie de l'interféromètre ne diffèrent que par leur direction de propagation et pas par l'état interne de l'atome. Il est donc nécessaire de les séparer dans l'espace. La position et la direction des faisceaux de sortie dépendent des conditions d'incidence atomique (voir par exemple la figure II.11). Ceci impose des limites à deux caractéristiques du faisceau incident :

- Son extension spatiale selon la direction \mathbf{e}_x ;
- Sa dispersion en angle d'incidence et en norme de la vitesse autour du vecteur vitesse moyenne. Ces deux types de dispersion augmentent la divergence des faisceaux atomiques (voir la figure illustrative II.11). A ce titre la diffraction de Bragg a une influence particulière puisqu'elle est sélective vis à vis de ces deux paramètres.

La valeur de ces limitations dépendent des dimensions caractéristiques de l'interféromètre qui sont précisées par la figure II.13. Un exemple d'optimisation des dimensions de l'interféromètre, plus particulièrement de la distance (notée L_D) entre le troisième réseau de diffraction et la fente de détection, figure dans la thèse de Caroline Champenois [56] (pour le cas particulier du régime de diffraction de Raman-Nath).

Contraintes liées à la diffraction de Bragg

La diffraction de Bragg a un caractère sélectif vis à vis des conditions d'incidence atomique sur les réseaux lumineux. Ce caractère sélectif a été évalué par l'acceptance dans la section II.1.3.4. A titre indicatif, l'acceptance évaluée par l'équation II.45 pour des atomes de vitesse moyenne $v_m = 1060$ m/s diffractés à l'ordre 1 avec un *waist* de 6 mm (soit $\tau_{int} \simeq 2.8$), correspond à :

- Pour des atomes ayant la vitesse v_m , une divergence totale à mi-hauteur de $40 \mu\text{rad}$ si l'on évalue la sélectivité en angle du premier réseau ($\gamma_{1,B} = \pi/2$), et de $36 \mu\text{rad}$ sur le réseau G2 ;
- Pour des atomes incidents avec l'incidence de Bragg correspondant à la vitesse v_m , une largeur totale à mi-hauteur de la norme en vitesse $\Delta v_0/v_m \simeq 50\%$ si l'on évalue la sélectivité en vitesse du réseau G1, et 45% pour le réseau G2.

Pour augmenter le flux transmis par l'interféromètre, la source atomique doit assurer une densité d'états maximale dans l'espace des phases autour de la vitesse moyenne \mathbf{v}_m pour laquelle l'orientation et le potentiel des réseaux a été réglé.

Type de source atomique utilisée

On a intérêt à utiliser une source atomique qui limite la dispersion de la norme de la vitesse et la dispersion angulaire du faisceau atomique. De plus les performances de l'interféromètre étant d'autant meilleures que le flux atomique détecté est élevé, on souhaite aussi

utiliser une source qui soit la plus brillante possible. Parmi les sources thermiques, le jet supersonique semble un bon compromis. Par comparaison avec les jets effusifs qui donnent pour le lithium une vitesse moyenne $v_m \sim 2000$ m/s, un de leurs avantages est de pouvoir choisir v_m en fonction du gaz porteur. Enfin, les jets supersoniques présentent généralement une bien meilleure monochromaticité que les jets effusifs.

Dans notre interféromètre qui utilise des réseaux lumineux quasi-résonnants, la séparation des faisceaux de sortie interdit à l'ouverture angulaire du jet de dépasser l'angle de déflexion donné par l'absorption d'un photon résonnant. Il est pratiquement impossible d'assurer une telle collimation avec des forces radiatives, et en conséquence l'équipe a choisi un système de collimation assuré par deux fentes.

II.3.2.2 Le jet supersonique collimaté

Présentation

Une source atomique peut être réalisée en perçant un trou, qu'on appellera buse, dans une enceinte appelée four, contenant ces atomes à l'état gazeux. Les caractéristiques du jet atomique issu de la buse dépendent des conditions thermodynamiques qui règnent à l'intérieur du four. On peut distinguer deux régimes limites de fonctionnement :

- Lorsque la pression à l'intérieur du four est suffisamment faible, les atomes ont un libre parcours moyen plus grand que le diamètre de la buse et s'échappent du four sans subir de collision. On est dans le cas du régime effusif pour lequel la distribution statistique des vitesses atomiques est déduite des équations de Maxwell-Boltzmann ;
- Lorsque la pression est au contraire suffisamment forte, les atomes subissent de nombreuses collisions et l'ensemble se comporte dans la buse comme un milieu continu fluide. Au sortir de la buse où la pression tend rapidement vers le vide limite de l'enceinte, le gaz subit une expansion rapide mais sensiblement isentropique pendant laquelle les collisions tendent à homogénéiser la vitesse des atomes. Le régime est qualifié de supersonique pour des raisons qu'on va préciser.

La figure II.14 illustre les phénomènes physiques à l'oeuvre dans l'expansion supersonique que nous réalisons. Notre équipe a déjà réalisé une étude théorique et expérimentale détaillée du jet supersonique. Pour plus de détails on pourra se reporter au chapitre III.1.1 de [67], et surtout au chapitre 2 de [68].

Expansion supersonique et régime moléculaire

Un gaz qu'on suppose monoatomique est présent dans le four où les conditions thermodynamiques sont décrites par la pression P_0 et la température T_0 . Ce four communique par la buse avec l'extérieur où la pression est négligeable. On peut montrer qu'au niveau de la buse d'abscisse z_b , la vitesse locale d'écoulement $v_m(z_b)$ est égale à la vitesse du son pour la température $T(z_b)$. Ceci justifie la qualification de supersonique pour le jet. A la sortie de la buse le gaz continue de subir une expansion qui est quasi-isentropique. Sa température ainsi que sa densité diminuent dans un processus qui transforme l'enthalpie initiale (dans le four) en énergie cinétique d'écoulement.

Lorsqu'on s'éloigne de la buse (z augmente sur la figure II.14), la densité atomique du gaz diminue, ainsi que le taux de collisions. On peut distinguer une zone où, après une transition où le nombre de collisions est faible, il n'y en a plus aucune. Dans cette zone qui

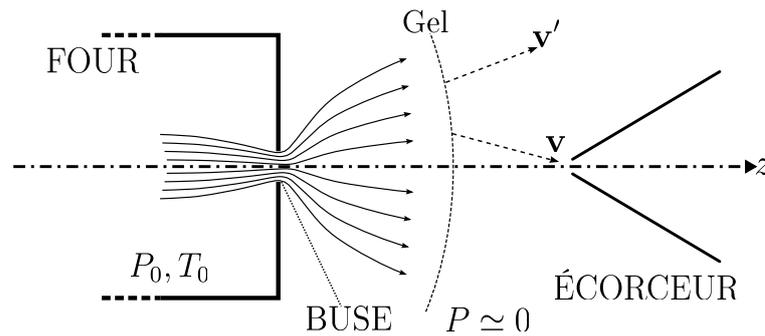


FIGURE II.14 – Description schématique de l’expansion supersonique et du passage du jet à travers l’écorceur vu en coupe. On distingue la zone d’expansion où figurent les lignes d’écoulement, la zone à partir de laquelle il n’y a plus de collision (gel) et le rôle de l’écorceur qui réalise une sélection axiale sur le jet atomique. Les dimensions sont grossièrement à l’échelle pour la distance buse-écorceur ($\simeq 20$ mm) et le diamètre de l’écorceur (1 mm), mais pas pour la buse de $200 \mu\text{m}$ de diamètre.

est schématisée sur la figure II.14, les conditions thermodynamiques sont dites gelées, et la propagation ultérieure des atomes devient balistique : le régime d’écoulement est devenu moléculaire. La figure représente l’écorceur qui réalise une sélection axiale d’une partie relativement petite du jet moléculaire, et on verra que la collimation réalise une sélection similaire mais nettement plus forte.

Jet supersonique ensemencé de lithium

Entre 700 et 1000 K, la pression de vapeur saturante du lithium notée P_{Li} peut être évaluée à l’aide de la loi semi-empirique suivante où P_{Li} est exprimée en millibars et T en Kelvin [76] :

$$\log(P_{Li}) \simeq 8.137 - \frac{8172}{T} \quad (\text{II.94})$$

Dans cette gamme de température la pression de vapeur saturante est inférieure au millibar et cette pression est insuffisante pour assurer une expansion supersonique. Nous avons choisi d’utiliser un jet supersonique de gaz rare car le lithium est très réducteur et il réagit facilement (même en présence, par exemple, d’azote). Ce gaz rare, appelé porteur, impose toutes les conditions thermodynamiques relatives au jet supersonique car le chauffage du four l’ensemence avec une quantité de lithium qui est très faible (de l’ordre du pour-cent en densité atomique).

Distribution statistique de vitesse issue de la source

L’analyse des signaux atomiques peut nécessiter de bien connaître la distribution de vitesses des atomes injectés dans l’interféromètre. D’après ce qui précède ce sont principalement deux phénomènes qui déterminent cette distribution :

- Le choix du gaz porteur et des conditions thermodynamiques T_0 et P_0 déterminent la distribution de vitesses du jet moléculaire qui émerge de la zone de gel ;

- L'écorceur et surtout les fentes de collimation réalisent une sélection des trajectoires atomiques qui sont paraxiales pour la direction \mathbf{e}_x .

Les caractéristiques de la distribution de vitesses obtenue sont :

- Une vitesse moyenne v_m ^b qui peut être estimée avec une bonne approximation en considérant la conversion totale de l'enthalpie en énergie cinétique. Pour un gaz monoatomique, on a :

$$v_m \simeq \sqrt{\frac{5k_B T_0}{m}} \quad (\text{II.95})$$

où m désigne ici la masse atomique du gaz porteur en expansion supersonique. La précision relative de cette expression est de l'ordre de quelques pour-cent. L'erreur est due principalement aux différences de masse atomiques et de section efficace de collision entre le gaz porteur et le lithium [68] ;

- Des incidences fortement rasantes, conséquence du caractère paraxial des trajectoires sélectionnées. La norme de la vitesse est quasiment confondue avec la vitesse longitudinale v_z , aussi appelée vitesse parallèle. La distribution de vitesses transverses v_\perp (composantes orthogonales à l'axe \mathbf{e}_z de la figure II.14) est fortement contrainte par la collimation et découplée de la distribution de norme de vitesse. Pour la densité de probabilité du vecteur vitesse, ceci s'écrit :

$$P(\mathbf{v}) = P(v_\perp) P(v \simeq v_z) \quad (\text{II.96})$$

- Une distribution de la norme des vitesses des atomes de lithium approximativement Gaussienne. On la caractérise par le coefficient S_\parallel appelé rapport de vitesses parallèles :

$$P(v \simeq v_z) = \frac{S_\parallel}{v_m \sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{S_\parallel^2}{v_m^2} (v - v_m)^2 \right] \quad (\text{II.97})$$

L'approximation est valable lorsque $S_\parallel^2 \gg 1$, et une valeur typique couramment obtenue dans notre montage est $S_\parallel \simeq 8$.

La faible dispersion de la distribution de vitesse parallèle est la conséquence du fort refroidissement imposé par l'expansion supersonique, tandis que la dispersion des vitesses transverses (qui est encore nettement plus restreinte autour de la valeur moyenne nulle) est la conséquence d'un effet purement géométrique. Avec $S_\parallel = 8$, l'écart-type Δv de la dispersion de vitesses parallèles est tel que $\Delta v/v_m \simeq 9\%$.

La vitesse moyenne atomique peut être facilement contrôlée par choix du gaz porteur. En appliquant la formule (II.95) cette vitesse peut être choisie entre environ 580 m/s avec le xénon pur et 3300 m/s avec l'hélium pur, et de façon continue si l'on réalise des mélanges de gaz rares. Cette caractéristique a été utilisée lors de la mesure de l'interaction de Van der Waals atome-surface (chapitre III). Un effet particulier de l'ensemencement d'une espèce légère (lithium) dans des gaz plus lourds (à l'exception de l'hélium) est que la dispersion des vitesses de l'atome de lithium est inférieure à celle des atomes du gaz porteur [77]. Ce refroidissement supplémentaire pour le lithium provient d'une différence d'efficacité des collisions des atomes de gaz rares entre eux et avec l'atome de lithium.

^b. Dans les références [67] et [68], la vitesse moyenne est notée u .

Réalisation du four de lithium

Le lithium est, dans les conditions standards, un métal solide. Sa masse volumique est 0.53 g.cm^{-3} . Son point de fusion est proche de 180°C . Nous nous en fournissons auprès de la firme Neyco sous forme conditionnée de flacons contenant 5 g de granulés, sous atmosphère protectrice d'argon afin d'éviter son oxydation. A l'état naturel, les deux seuls isotopes stables du lithium sont les numéros atomiques 6 et 7 ; le lithium 7 a une abondance naturelle d'environ 92.5%. Les granulés sont purs à 99%, les principales impuretés étant le sodium et le potassium.

Pourensemencer du lithium nous chauffons le four afin d'obtenir des pressions de vapeur saturantes voisines de 1 mbar. Cette valeur particulière est atteinte pour une température de 730°C . L'obtention de températures de cet ordre est la principale contrainte technique relative à la réalisation du four, et sa conception a été inspirée par le four réalisé au LASIM à Lyon par P. Dugourd. La seule différence importante réside dans notre choix du chauffage par résistances, alors que le four du LASIM utilise un chauffage par rayonnement afin d'atteindre des températures largement supérieures nécessaires pour produire des agrégats de lithium. La figure II.15 présente des photographies des différents éléments constitutifs

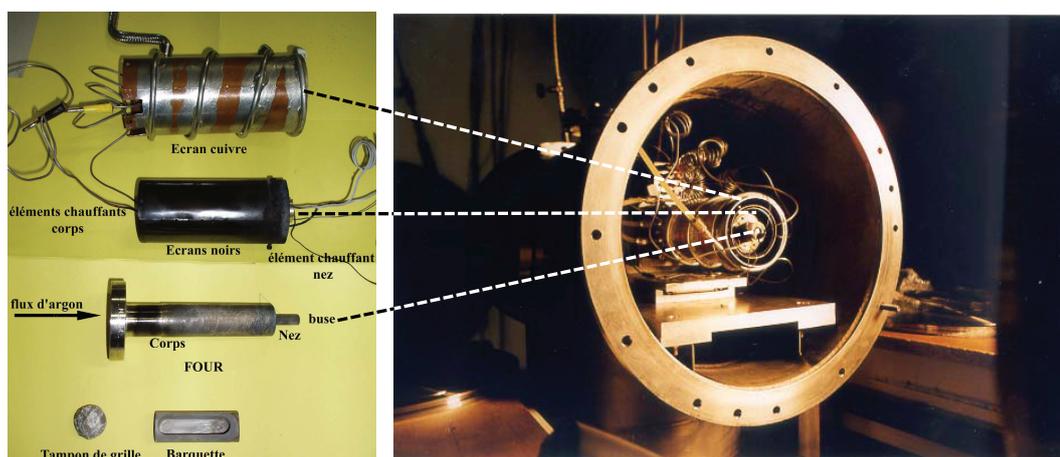


FIGURE II.15 – Le four de lithium.

A gauche : photographie commentée des différents éléments constitutifs du four.
 Dans le corps la barquette est entourée pas 2 tampons de grille ;
 A droite : photographie du four installé dans son enceinte.
 Photographie tirée de [51].

du four, et du four installé dans son enceinte. Le four est composé de 3 parties, où chacune s'emmanche dans la suivante dans l'ordre respectif de présentation qui suit :

- La première partie est un tube creux en acier inoxydable appelé corps. La buse circulaire d'environ $200 \mu\text{m}$ de diamètre est percée à son extrémité appelée nez. Le corps contient le creuset (appelée barquette) où l'on dépose entre 1 et 3 g de lithium lors du remplissage du four. Il est monté (à l'aide d'une bride CF35 à joint en cuivre qui assure l'étanchéité du montage) sur un support refroidi par circulation d'eau,

via lequel l'alimentation sous pression du gaz porteur est réalisée. Deux tampons qu'on fabrique en compressant une fine grille en acier inoxydable (maille carrée de pas approximatif $100\ \mu\text{m}$, fourni par la firme *Spörl* (Allemagne)) encadrent le creuset, et un troisième bouche son ouverture supérieure. Le rôle bénéfique de ces tampons pour le fonctionnement du four est en pratique avéré. Il est probable, d'une part qu'ils empêchent les projections de lithium en ébullition vers la buse, d'autre part qu'ils piègent les impuretés et favorisent leur réaction avec le lithium à l'écart de cette zone sensible ;

- La deuxième partie du four est un cylindre dans laquelle le corps est emmanché et qui sert à son chauffage. Trois résistances chauffantes (firme Thermocoax) y sont bobinées. Deux d'entre elles servent au chauffage du four et la troisième sert à celui du nez. Deux thermocouples de type K permettent de connaître la température du corps et du nez. La température du corps est choisie *via* la consigne d'intensité de deux alimentations stabilisées, et le chauffage du nez est réalisée par une troisième alimentation stabilisée asservie sur la température mesurée. La partie chauffante est entourée par deux écrans thermiques coaxiaux qui servent à limiter la puissance thermique nécessaire au chauffage ;
- La troisième partie est un écran en cuivre refroidi par circulation d'eau. Son rôle est d'absorber le rayonnement thermique émis par le four, afin d'éviter une trop forte élévation de la température de l'enceinte à vide environnante.

L'ensemble du corps est placé sur une platine de translation à trois axes. Elle permet de positionner la buse face à l'écorceur à environ 20 mm de son extrémité. Le flasque qui sépare l'enceinte du four de l'enceinte d'analyse et qui inclut l'écorceur dispose lui aussi d'un écran en cuivre refroidi à l'eau.

Mise en oeuvre

Nous imposons habituellement une température de 700°C au corps et 800°C sur le nez. Ces températures sont atteintes et stabilisées en 2 à 3 heures. On remarque que c'est la température du nez qui constitue la température thermodynamique du jet T_0 , et que la température du corps fixe la pression de vapeur saturante (principe de la paroi froide de Watt), donc l'intensité atomique de lithium. Il est possible de pousser la température du nez jusqu'à 900°C , et la température du corps jusqu'à 850°C environ. Augmenter les températures améliore le flux atomique détecté, mais c'est au détriment de la durée de vie des résistances chauffantes. En effet le lithium étant très corrosif, il se dissout aisément dans les métaux de transitions tel le fer ou le nickel, et il les fragilise. Sauf lorsque nous voulons changer la vitesse atomique moyenne, nous utilisons le plus souvent l'argon comme gaz porteur (pour lequel $v_m = 1060\ \text{m/s}$). La pression qui règne dans le four est réglée avec l'arrivée du gaz porteur par un détendeur différentiel réglable. Avec l'argon, nous utilisons habituellement une pression de 330 mbar. Il est possible de diminuer la température parallèle du jet en augmentant P_0 . On améliore ainsi la monochromaticité de la source, mais c'est au détriment de l'intensité atomique du jet.

Les jets supersoniques d'alcalin chauffés sont réputés relativement difficile à fiabiliser, principalement parce que leur forte réactivité avec les impuretés de tous types occasionne souvent un bouchage de la buse. De plus avec le lithium la température du four est forte ce

qui accélère l'endommagement de nombreux composants (l'écorceur, par exemple, n'est pas prévu pour ces conditions de fonctionnement). Ces caractéristiques font de la source atomique un point critique pour la disponibilité de l'interféromètre, car elle occasionne de nombreuses pannes et demande beaucoup d'entretien. Notre équipe a mis en place de façon empirique un ensemble de procédures qui concernent principalement la propreté de tous les éléments en contact avec le four (ce qui inclut la pureté des gaz porteurs utilisés), ainsi que des consignes précises pour la mise en oeuvre (pression des gaz porteurs, changement de gaz, etc...). En appliquant scrupuleusement ces procédures, il n'est pas rare d'arriver à vider le contenu en lithium du four en 100 à 200 heures de fonctionnement, soit quelques nuits d'expérience, sans problème particulier. La première chauffe d'un four qu'on vient de remonter est critique. Elle est généralement exclusivement consacrée à le vider, en 2 à 4 heures de fonctionnement, des impuretés et permet d'observer un flux important, probablement de sodium et potassium. A l'issue de cette chauffe, l'écorceur et la buse sont au moins partiellement bouchés, mais si cette dernière n'est pas totalement obstruée, et sans présager de panne aléatoire, le four aura dès lors un fonctionnement fiable.

Intensité atomique du jet supersonique

L'intensité atomique du jet supersonique dicte le flux atomique qu'il est possible de détecter dans l'interféromètre. On considère toujours le cas typique d'utilisation que constitue l'ensemencement dans de l'argon. Pour la température thermodynamique du jet, on prend $T_0 = 1073$ K (soit 800°C), et la pression dans le four est fixée à $P_0 = 330$ mbar. Les résultats publiés par H. Beijerinck *et al* [78] permettent d'évaluer l'intensité atomique du jet (nombre d'atomes émis par unité de temps et d'angle solide) pour le gaz porteur. L'intensité en atomes de lithium est alors évaluée de manière approximative avec le rapport des densités atomiques. Ceci s'écrit :

$$\begin{aligned} I_{Li} &= \frac{n_{0,Li}}{n_{0,Ar}} I_{Ar} = \frac{P_{Li}}{P_0} I_{Ar} \\ I_{Ar} &= K_\gamma \frac{\dot{N}_{Ar}}{\pi} \\ \dot{N}_{Ar} &= n_{0,Ar} \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \sqrt{\frac{\gamma k_B T_0}{m}} \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{-(\gamma+1)/2(\gamma-1)}, \end{aligned} \quad (\text{II.98})$$

où d est le diamètre de la buse et K_γ , appelé « peaking factor » dans [78], dépend du gaz porteur à travers le rapport $\gamma = C_p/C_v$. Pour les gaz monoatomique ce rapport est $5/3$ et $K_\gamma \simeq 2$. La pression de vapeur saturante du lithium, donnée en équation (II.94), dépend de la température T du corps. En prenant la température usuelle utilisée avec l'argon, $T = 700^\circ\text{C}$, la pression de vapeur saturante en lithium est $P_{Li} \simeq 0.5$ mbar, et on peut donner une estimation de l'intensité atomique de lithium du jet supersonique : $I_{Li} \simeq 2.4 \times 10^{16}$ atomes. $\text{s}^{-1}.\text{sr}^{-1}$.

II.3.2.3 La collimation

Nous réalisons la collimation du jet atomique à l'aide de deux fentes fines et verticales. Elles sont placées aux extrémités de l'enceinte de collimation, et séparées d'une distance

$L_{01} = 0.78 \text{ m}$.

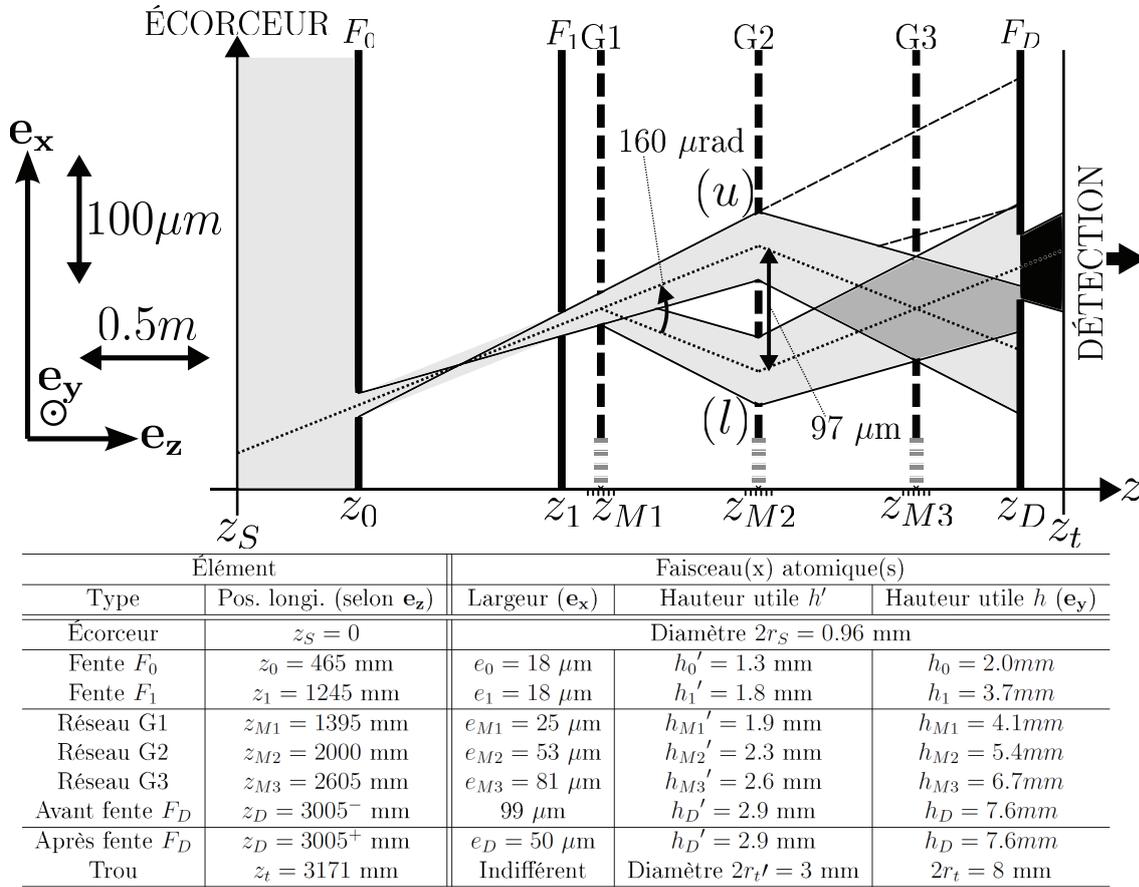


FIGURE II.16 – Faisceau atomique géométrique, pour une vitesse atomique $v = 1060 \text{ m/s}$ et la diffraction à l'ordre 1 par les réseaux lumineux. Les largeurs des fentes de collimation sont choisies égales à $18 \mu\text{m}$, et la fente de détection est ouverte à $50 \mu\text{m}$, centrée sur la sortie S. Le schéma est à l'échelle, pour les échelles représentées sur la partie gauche. Le tableau résume les dimensions du faisceau selon les trois axes, pour deux diamètres du trou de détection qui détermine les hauteurs utiles du jet.

Approche géométrique

On évalue les faisceaux atomiques géométriques, c'est à dire formés si l'un suppose une propagation classique des atomes à travers les fentes de collimation. Ces faisceaux sont représentés sur la figure II.16 avec une échelle dilatée pour l'axe $(0, \mathbf{e}_x)$. Dans le cas général et ce point de vue classique, la collimation par deux fentes donne un profil d'intensité transverse (selon \mathbf{e}_x) trapézoïdal. On a représenté une situation d'utilisation typique, pour laquelle les paramètres sont :

- Vitesse atomique $v_m = 1060$ m/s et diffraction à l'ordre 1 sur les ondes stationnaires ;
- Largeur des fentes de collimation F_0 et F_1 , de $18 \mu\text{m}$;
- Fente de détection centrée sur la sortie S, ouverte à $50 \mu\text{m}$.

La trajectoire « moyenne » est représentée en pointillés : elle correspond au centre des faisceaux atomiques développés. Lorsque l'interféromètre est bien réglé, l'incidence de cette trajectoire particulière sur les ondes stationnaires est $\theta_{B,1} = 80 \mu\text{rad}$. Les trajectoires extrémales possibles figurent en trait plein ; celles du faisceau qui n'a pas été diffracté en tirets. Les faisceaux atomiques qui incluent toutes les trajectoires atomiques classiques possibles sont colorés en gris clair ou en gris foncé lorsqu'ils se superposent après G2. Ces faisceaux ont un angle de divergence constant qui est l'angle de divergence maximale classique du jet. Sa valeur donnée pour le cas particulier du schéma est :

$$\vartheta_{max} = \frac{e_0 + e_1}{L_{01}} \simeq 46 \mu\text{rad} \quad (\text{II.99})$$

Les réseaux lumineux (tirets pleins épais, verticaux) défléchissent la trajectoire d'un atome diffracté de $2\theta_{B,1} = 160 \mu\text{rad}$. Le trou de détection a, vis-à-vis de la collimation, un caractère infiniment large, et sa hauteur définit la hauteur utile du jet depuis l'écorceur. Le faisceau détecté, c'est à dire qui a passé la fente de collimation, est représenté en noir. On remarque que la position et l'ouverture de la fente de collimation ont une influence importante sur la forme du faisceau atomique qu'on détecte. Deux hauteurs utiles de jet sont données : avant 2009, nous utilisions un trou de 3 mm de diamètre pour la détection (hauteurs utiles notée h'), que nous avons remplacé par un tube de 8 mm de diamètre (hauteurs utiles notées h). Ces hauteurs utiles concernent un cas idéal pour l'alignement des fentes (voir plus bas), et les hauteurs utiles observées sont plutôt comprises entre 1 et 3 mm.

Cette approche classique néglige deux phénomènes qui auront des effets opposés sur la divergence des faisceaux atomiques :

- La diffraction par les fentes de collimation augmente la divergence. A titre indicatif, l'angle de divergence en champ lointain par une fente de collimation, correspondant à une onde plane atomique diffractée dans les conditions de la figure II.16, est d'environ $30 \mu\text{rad}$. Cependant l'effet de la diffraction a peu d'influence pour la situation présentée où l'on diffracte à l'ordre 1. En effet la forme du faisceau qu'on détecte dépend de la fente de collimation qui réalise une sélection géométrique du faisceau atomique représenté. La diffraction aux ordres supérieurs dépend plus fortement des propriétés du faisceau atomique qui se propage dans l'interféromètre, et pour l'évaluer plus correctement il faut utiliser une approche ondulatoire (voir l'annexe A pour plus de détails) ;
- La sélectivité en angle de la diffraction de Bragg. Elle aura tendance à atténuer les bords des faisceaux atomiques géométriques.

La figure II.16 illustre deux caractéristiques assez générales concernant les interférences atomiques que nous observons à l'ordre 1 de la diffraction :

- Les faisceaux associés aux bras u et l de l'interféromètre sont totalement séparés. La séparation entre les centres des faisceaux est proche de 0.1 mm. Cette séparation varie comme l'inverse de la vitesse atomique. L'espace libre de tout atome entre

- ces deux faisceaux a une largeur dite effective qui est plus faible : elle est maximale au niveau de M_2 pour une valeur de $44 \mu\text{m}$;
- Les faisceaux associés aux sorties S et AS ne sont pas totalement séparés au niveau de la fente de détection. Le critère de séparation des sorties est plus sévère que celui de séparation des bras car la fente de détection se situe plus près du réseau G3 que le réseau G2 du réseau G1 (40 cm contre 60.5 cm). La zone de recouvrement a une largeur proche de $35 \mu\text{m}$ au niveau de $z = z_D$. Cela n'a pas d'influence sur les valeurs des déphasages qu'on mesure parce que les sorties sont rigoureusement complémentaires. Par contre ce recouvrement, s'il joue un rôle, diminue la visibilité observée donc la précision des mesures. Il est possible d'augmenter la visibilité en réduisant la largeur de la fente de détection, mais c'est au dépens du flux atomique détecté.

Contraintes sur les fentes de collimation

La figure II.16 illustre la façon dont on spécifie des contraintes sur les fentes de collimation :

- Une largeur (selon \mathbf{e}_x) qu'on veut pouvoir choisir, en fonction du gaz porteur utilisé et des conditions de diffraction recherchées, entre 5 et $25 \mu\text{m}$;
- Des bords qui sont bien parallèles sur une hauteur utile de plusieurs mm ;
- Une absence de matériau magnétique afin de ne pas perturber la propagation d'un atome de lithium qui est paramagnétique ;
- Les trois fentes doivent être alignées. Une différence angulaire de 1 mrad autour de \mathbf{e}_z provoque une variation de $3 \mu\text{m}$ de la position des faisceaux atomiques selon \mathbf{e}_x entre le haut et le bas d'un faisceau de 3 mm de haut. L'incidence moyenne associée à ces deux parties du jet varie alors d'environ $4 \mu\text{rad}$. Un désalignement similaire de la fente de détection nuit à la discrimination des sorties S et AS.

Choix technique de l'équipe

L'équipe a dans le passé installé une fente unique pour F_0 , de largeur $20 \mu\text{m}$ percée dans une feuille d'or [67], et des fentes de largeur ajustable sous vide (gamme $0 - 200 \mu\text{m}$) de marque Piezosystem Jena pour les fentes F_1 et F_D . La première présentait le défaut d'avoir une largeur fixée, et la fente F_1 a présenté de sérieux dysfonctionnements dans l'asservissement de son ajustement. Fin 2007, nous avons installé pour F_0 et F_1 des jeux de 6 fentes gravées par l'équipe de M. Dilhan au laboratoire LAAS, qui a utilisé une gravure RIE pour la fente étroite et une gravure chimique sur l'autre face. Chaque jeu de fentes est installé sur un support en acier inoxydable, monté sur une platine de rotation afin de pouvoir régler l'alignement vertical, et le tout monté sur une platine de translation manipulable sous vide afin de pouvoir choisir la largeur de fente parmi le jeu disponible. Nous avons conservé la fente asservie pour F_D , et sommes satisfaits de ce choix général pour sa fiabilité et son efficacité. Cependant la qualité des jeux de fentes produits par le LAAS n'était pas satisfaisante, notamment leur largeur et le parallélisme de leurs bords. Fin 2008, nous avons fait appel à Karine Blary au laboratoire IEMN (Villeneuve d'Ascq) qui a gravé des jeux de 6 fentes sur un *wafer* de silicium de $500 \mu\text{m}$ épaisseur, en utilisant une gravure ICP sur une face et une gravure chimique sur l'autre face. Nous avons été impressionnés par la qualité des fentes fournies que nous avons pu vérifier sur place par microscopie électronique

et à Toulouse par microscopie optique. Pour notre niveau de précision requis, elles revêtent un caractère parfait. Nous les opérons depuis début 2009 avec une totale satisfaction. La figure II.17 représente un dessin technique de la disposition des fentes dans le repère du laboratoire, et indique leurs largeurs. Deux jeux identiques sont utilisés pour les fentes F_0 et F_1 .

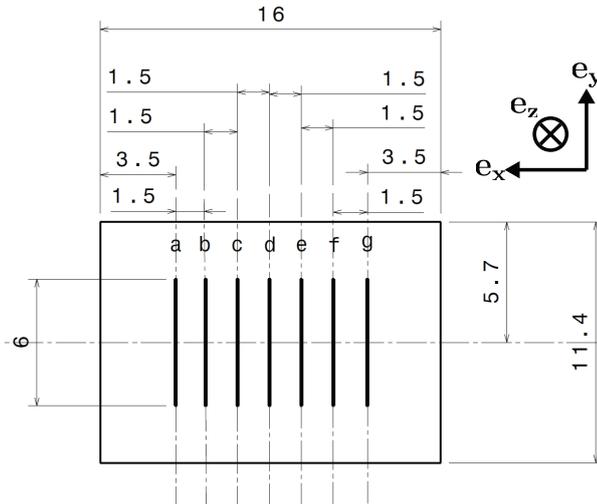


FIGURE II.17 – Dessin technique représentant le jeu de fentes de collimation, gravées sur une plaquette de silicium de $500 \mu\text{m}$ d'épaisseur. Les dimensions sont en mm. Les largeurs des fentes sont : (a) $5 \mu\text{m}$; (b) $7 \mu\text{m}$; (c) $9.5 \mu\text{m}$; (d) $13 \mu\text{m}$; (e) $18 \mu\text{m}$; (f) $25 \mu\text{m}$. La fente g est une fente large de $300 \mu\text{m}$, qui sert aux alignements.

Alignement des fentes

L'alignement des fentes de collimation et de détection nécessite d'ouvrir les enceintes à vide. Il est fait une fois pour toute lors de l'installation des fentes. Nous utilisons la verticale locale comme droite de référence. A cette fin, chaque support de fente dispose d'une potence fixe placée quelques mm en amont (selon la coordonnée z), où l'on peut accrocher un fil à plomb. Un faisceau laser emprunte le chemin correspondant au faisceau atomique non diffracté, et éclaire le fil à plomb et la fente à régler. Le fil à plomb est fabriqué en rhénium et a un diamètre proche de $50 \mu\text{m}$. Deux méthodes complémentaires sont alors utilisées successivement :

- En utilisant les fentes larges (200 ou $300 \mu\text{m}$), on projette les images de la fente et du fil à l'aide d'un miroir placé en aval des fentes et un système de lentille. Nous obtenons des images dont le grandissement linéaire est compris entre 50 et 100 ;
- En utilisant les fentes de collimation atomique (en pratique, celles de 18 et $25 \mu\text{m}$), on aligne les figures de diffraction en champ lointain données par le fil et la fente.

La deuxième méthode est plus précise mais demande plus de soin, notamment parce que les figures de diffraction sont peu lumineuses. On gagne à utiliser la première pour réaliser

un alignement préliminaire, puis la deuxième avec un laser plus puissant pour réaliser les ajustements plus fins. Les figures de diffraction sont alignées avec un écart inférieur à 3 mm sur une distance de 2 m, donc une précision meilleure que 1.5 mrad.

Brillance de la source atomique

On évalue la brillance de la source qu'on définit comme le flux atomique qu'elle émet par unité de surface et d'angle solide. C'est une constante caractéristique du jet atomique après l'écorceur, car il n'y a plus de collision liée à l'expansion supersonique. A la suite de l'approche classique qui a été donnée, la brillance va permettre d'évaluer l'intensité atomique qui franchit les fentes de collimation. L'angle solide $\Delta\Omega_s = \pi r_s^2 / (z_s - z_b)^2 \simeq 1.8 \times 10^{-3}$ sr sous lequel l'écorceur est vu depuis la buse permet d'estimer grossièrement le nombre d'atomes issus du jet supersonique qui franchissent l'écorceur : $dN/dt = I_{Li}\Delta\Omega_s$. L'angle solide sous lequel les atomes sont émis depuis l'écorceur, noté $\Delta\Omega_t$, est lié à la vitesse perpendiculaire des atomes. Il est plus difficile à évaluer, mais on peut en donner une majoration correspondant à une dispersion de vitesse transverse qui est identique à la dispersion de vitesse longitudinale dans le référentiel de vitesse \mathbf{v}_m lié à l'écoulement [68]. La valeur maximale de l'angle solide ainsi évalué est : $\Delta\Omega_t = \pi/S_{\parallel}^2$. En utilisant le rapport typique $S_{\parallel} \simeq 8$, on peut évaluer la brillance :

$$\begin{aligned} \mathcal{B} &= \frac{1}{\pi r_s^2 \Delta\Omega_t} \frac{dN}{dt} \\ &= \frac{I_{Li}}{(z_s - z_b)^2 \Delta\Omega_t} \\ &\simeq 1.2 \times 10^{21} \text{ atomes.s}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{sr}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{II.100})$$

Le flux atomique qui passe la collimation est exprimé à l'aide de l'angle solide défini entre la fente F_1 vu depuis l'écorceur et la portion de surface émettrice qu'on obtient par projection de la fente F_0 sur la surface de l'écorceur. Ceci donne :

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \mathcal{B} \frac{e_1 h_1}{(z_1 - z_s)^2} e_0 h_0 \left(\frac{z_1 - z_s}{z_1 - z_0} \right)^2 \\ &= \mathcal{B} \frac{(e_0 h_0) (e_1 h_1)}{(z_1 - z_0)^2} \end{aligned} \quad (\text{II.101})$$

Les hauteurs utiles h_0 et h_1 sont indiquées dans les commentaires de la figure II.16. Avec les largeurs de collimation qui sont proposées et les hauteurs utiles évaluées depuis 2009, le flux atomique total qui pénètre dans l'interféromètre est :

$$\mathcal{F} \simeq 4.8 \times 10^6 \text{ atomes/s} \quad (\text{II.102})$$

Une partie de ce flux passe la fente de collimation et est détecté. L'efficacité de notre détecteur (qui sera décrit dans la partie II.3.4) a été évaluée à 30%. En utilisant l'argon comme gaz porteur et dans les conditions de collimation précitées, nous détectons habituellement un flux direct proche de 300000 atomes/s si on ouvre au maximum la fente de détection. Le flux direct maximal détecté expérimentalement est donc inférieur d'un facteur 7.2 au flux direct calculé. Deux raisons permettent d'interpréter cette différence :

- Il est difficile d'évaluer précisément la hauteur utile réelle du faisceau atomique. Les hauteurs utiles indiquées supposent un parfait alignement de toutes les fentes de l'interféromètre ; les hauteurs utiles réellement obtenues sont inférieures ;
- La méthode de calcul de la brillance néglige l'atténuation du faisceau atomique par les gaz résiduels, notamment dans l'enceinte 2 où la pression est relativement élevée.

Choix de e_0 et e_1

Une fois qu'on s'est fixé un critère de divergence maximale du faisceau, l'approche qui précède fournit de façon simple un choix pour les largeurs e_0 et e_1 des fentes de collimation. En effet, on cherche à maximiser le flux détecté qui est directement proportionnel au produit $e_0 e_1$, et à minimiser en parallèle la divergence maximale du jet proportionnelle à $e_0 + e_1$. On considère donc la fonction à maximiser qui est

$$\frac{\mathcal{F}}{\vartheta_{max}} \propto \frac{1}{\frac{e_1}{e_0} + \frac{e_0}{e_1}} \quad (\text{II.103})$$

La membre de droite ne dépend que du paramètre e_1/e_0 et on vérifie facilement qu'il atteint son maximum pour $e_0 = e_1$. De ce point de vue, pour une divergence maximale admissible, on obtiendra les meilleures performances en assurant des largeurs de fentes les plus proches possibles.

II.3.3 L'interféromètre atomique

II.3.3.1 La source laser

Pour réaliser les ondes stationnaires lumineuses qui diffractent le lithium, nous avons besoin d'une source laser dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Elle doit être monomode (on souhaite un mode proche du TEM₀₀) et monofréquence ;
- Elle doit être accordable autour de la première transition optique du lithium, soit une longueur d'onde optique $\lambda_L \simeq 671$ nm. En effet, le potentiel lumineux vu par l'atome de lithium est inversement proportionnel au désaccord ;
- Sa puissance doit être la plus forte possible afin de pouvoir utiliser un désaccord suffisant et limiter l'émission spontanée.

Nous utilisons un laser à colorant développé par F. Biraben [79]. Depuis 2001, l'équipe utilise le colorant LD 688 de la marque Exciton, en solution dans du monophényl'éther (EPH). Le pompage du colorant est assuré par un laser à argon ionisé utilisant la raie à 515 nm, de marque Spectra-Physics. Ce laser à Argon est équipé de la technologie Beamlock qui permet de contrôler finement la position du faisceau laser de pompe, ce qui assure une bonne reproductibilité des conditions de pompage dans la cavité du laser à colorant. Nous obtenons usuellement un faisceau laser à 671 nm d'une puissance de 300 à 500 mW après passage dans un isolateur optique d'atténuation inverse 60 dB, et pour une puissance du faisceau de pompe de 5 W. Une petite partie du faisceau laser est prélevée pour :

- Mesurer la longueur d'onde à l'aide d'un lambdamètre de fabrication locale, dont la résolution de lecture est voisine de 66 MHz ;
- Mesurer la puissance lumineuse à l'aide d'une photodiode ;

– Asservir la fréquence.

La fréquence du laser est asservie en utilisant la méthode de Hänsch et Couillaud [80] à l'aide d'une cavité externe en invar dont la température est asservie à 0.1 K près. Le laser asservi a une largeur spectrale d'environ 1 MHz et une fréquence constante aux dérives thermiques de la cavité externe près. L'asservissement en fréquence peut durer plusieurs heures entre deux sauts de mode, probablement aussi dus aux dérives thermiques. Ceci est valable principalement de nuit sans perturbation acoustique, électrique ou mécanique. Chaque saut de mode nécessite un réglage manuel. De façon plus générale, de nombreuses précautions accompagnent l'utilisation du laser à colorant pour garantir sa disponibilité et ses performances.

Récemment, le tube du laser de pompe a cessé de fonctionner et l'équipe a remplacé le laser à Argon par un laser à milieu amplificateur solide (Coherent modèle Verdi) de longueur d'onde 532 nm. Nous avons pu observer une nette amélioration des performances du laser à colorant avec ce nouveau laser de pompe, en terme de rendement lumineux ou de la qualité de l'asservissement. A l'heure de l'écriture de ce manuscrit, nous n'avons pas encore réalisé de mesures par interférométrie atomique avec ce dispositif modifié.

II.3.3.2 Réalisation des réseaux lumineux

Montage optique

Les trois ondes stationnaires sont réalisées par réflexion normale de l'onde laser issue de la source sur trois miroirs de 25 mm de diamètre, polis à $\lambda_L/10$, et dont le traitement diélectrique assure un coefficient de réflexion supérieur à 0.999 à la longueur d'onde optique $\lambda_L = 671$ nm.

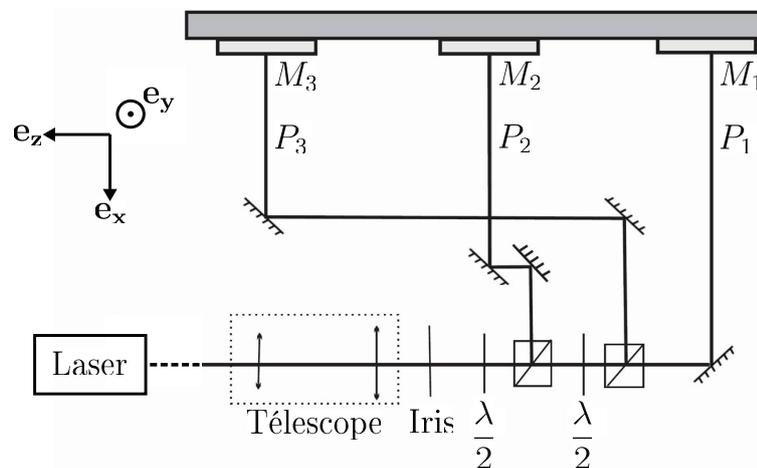


FIGURE II.18 – Représentation schématique du montage optique utilisé pour réaliser les trois ondes stationnaires, vu depuis la table optique (le faisceau atomique ici de droite à gauche). Après grossissement par le télescope, le faisceau issu de la source laser passe à travers un iris puis est distribué avec des puissances réglables pour former les trois réseaux lumineux de l'interféromètre.

La figure II.18 représente le montage optique que nous utilisons pour réaliser les réseaux lumineux de l'interféromètre. Le faisceau issu de la source laser, située quelques mètres en amont, est amené jusqu'à une table optique fixée sur le bâti de l'interféromètre. A ce niveau, sa largeur de *waist* a été évaluée à 1.5 mm selon \mathbf{e}_x , et 1.9 mm selon \mathbf{e}_y [68] ; la forme du faisceau laser, approximativement Gaussienne, n'est pas reproductible entre deux réglages du laser, mais elle varie suffisamment peu pour être considérée comme constante au cours de la même journée de mesures. Le faisceau est alors grossi à l'aide d'un télescope composé de deux lentilles convergentes traitées anti-reflet à 671 nm. Ces lentilles sont choisies parmi un jeu de 3 focales (50, 100 et 250 mm) ce qui permet de choisir le grossissement du faisceau entre 2 et 5. Le faisceau grossi passe ensuite à travers un iris pour choisir sa taille et assurer qu'il a la même forme pour les trois ondes stationnaires. La taille de la réflexion du faisceau laser par le miroir M3 sur la face aval de l'iris permet de vérifier grossièrement le réglage afocal du télescope avec un bras de levier d'environ 2 m, ce qui assure de disposer d'un faisceau proche de son *waist*. Après passage à travers l'iris, deux systèmes composés d'une lame demi-onde suivie d'un cube polariseur séparent de façon successive le faisceau lumineux incident en deux faisceaux. On obtient trois faisceaux de géométries sensiblement identiques et dont les puissances sont réglables par rotation des lames demi-onde. Leur polarisation est linéaire, de direction qui est différente pour le faisceau noté 1 et les deux autres. Ces trois faisceaux sont amenés jusqu'aux miroirs dans l'enceinte de l'interféromètre à travers trois hublots de 5 mm d'épaisseur, polis à $\lambda_L/10$, dont les faces sont parallèles à mieux que 5 secondes d'arc près.

Support des miroirs

Le signal de l'interféromètre atomique est très sensible à la position et à l'orientation des miroirs. Le support des miroirs est donc un point critique et ce paragraphe décrit quel type de support l'équipe a choisi.

L'équation (II.85) montre que la phase de l'interféromètre est sensible à la position relative des trois miroirs selon l'axe \mathbf{e}_x . Afin de limiter les fluctuations de cette phase que peuvent provoquer les vibrations et le bruit sismique ambiant, notre équipe a choisi un système de stabilisation passive qu'elle a décrit en détails dans une publication [81]. Les trois miroirs sont portés par une structure massive et rigide qu'on appelle banc de l'interféromètre. C'est une barre d'environ 1.4 m de longueur. La partie inférieure du banc est une plaque épaisse qui assure une grande rigidité à l'ensemble pour la flexion autour de l'axe \mathbf{e}_y . L'autre partie constitue le support des miroirs. L'ensemble du banc est fixé au bâti d'une manière isostatique *via* des supports anti-vibration. Une photographie du banc associée un schéma d'une coupe de l'ensemble est représentée sur la figure II.19.

Les supports des miroirs doivent assurer leur orientation autour des axes \mathbf{e}_y et \mathbf{e}_z à quelques microradians près. Afin de balayer la phase des franges atomiques, au moins un des trois miroirs doit pouvoir être translaté selon l'axe \mathbf{e}_x , et sa position doit être fixée à quelques nanomètres près. Il s'agit du miroir M_3 . Les trois miroirs sont fixés chacun sur deux point-trait-plan empilés l'un sur l'autre : le premier est réglé grâce à des vis micrométriques, et sert à réaliser un alignement grossier. Pour être actionné, il nécessite une mise à l'atmosphère de l'enceinte. Le second point-trait-plan est actionné par des cales piézoélectriques commandées sous vide qui assurent un orientation selon deux axes faiblement couplés, avec

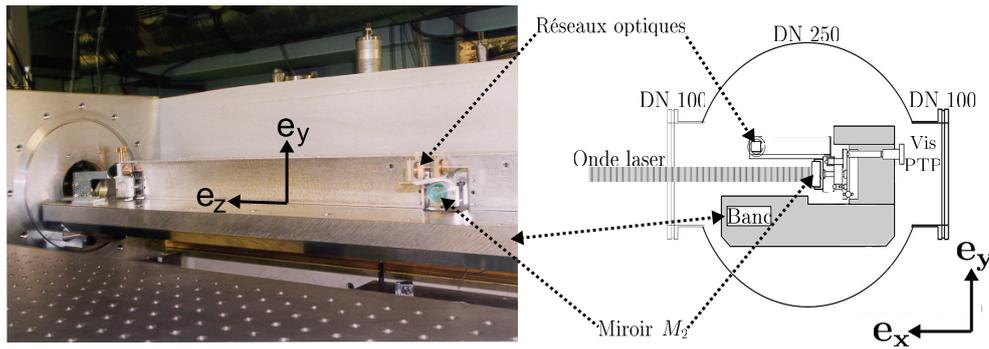


FIGURE II.19 – A gauche : photographie du banc de l'interféromètre, prise au niveau de la table optique sur, laquelle sont placés les éléments optiques décrits au début de cette section. Le miroir servant à former le réseau lumineux G2 est visible.
A droite : représentation schématique d'une coupe du banc selon un plan ($\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$).

une sensibilité de l'ordre du microradian pour une course totale de $600 \mu\text{rad}$. Les supports point-trait-plans du miroir M_3 portent eux-même un support de translation actionné par une cale piézoélectrique qui assure un positionnement selon l'axe \mathbf{e}_x avec une course d'environ $6 \mu\text{m}$.

Alignement des miroirs

Pour diffracter dans les conditions de Bragg, l'angle d'incidence moyen du faisceau atomique sur le réseau lumineux, dont la direction est définie par la normale au miroir, doit être l'angle de Bragg pour l'ordre de diffraction voulu. Les angles de Bragg attendus dépendent de la vitesse atomique et sont de quelques dizaines de microradians. De plus, afin de donner une visibilité maximale aux franges atomiques, les normales aux trois miroirs doivent aussi être alignées entre elles avec une précision de quelques microradians. Cet alignement dit fin constitue le réglage de l'interféromètre. Il est effectué lorsque l'instrument fonctionne, et sera décrit par la partie II.3.5. Cependant, la course du point-trait-plan actionné sous vide par cales piézoélectriques est limitée à environ $600 \mu\text{rad}$. Les miroirs nécessitent en conséquence un alignement préliminaire, qualifié de grossier, qui utilise les point-trait-plans à commande mécanique.

L'alignement préliminaire des miroirs nécessite deux opérations, une pour chaque axe de rotation. Leur principe est de réaliser l'autocollimation d'un faisceau lumineux de référence fixe qui se propage dans un plan normal à l'axe de rotation. A cette fin, outre divers accessoires et instruments optiques standards, nous utilisons un pentaprisme et une lunette autocollimatrice :

- La propriété du pentaprisme est de réfléchir un faisceau lumineux dans une direction orthogonale à la direction incidente ; il est strictement équivalent à deux miroirs plans qui ont une orientation relative de 45° . Afin de réduire les erreurs de lecture et d'ajustement des angles, les opérations d'autocollimation qui utilisent le pentaprisme ont un aspect itératif où chaque rotation d'un élément optique est

- suivi d'une opération d'autocollimation basée le reflet par la face avant du pentaprisme. A cette fin, nous utilisons un support point-trait-plan de fabrication locale, spécifiquement construit pour y poser le pentaprisme ;
- La lunette autocollimatrice mesure de petits angles entre un faisceau lumineux qu'elle émet et sa réflexion quasi-normale. Jusqu'en 2008 nous utilisons une lunette (modèle ACM 300-38 fabriqué par Trioptics) dont la résolution était de $30 \mu\text{rad}$. Depuis 2008, l'équipe a acquis un autocollimateur électronique à faisceau laser (modèle LSD-Vector de la firme Newport) dont la sensibilité est de $0.1 \mu\text{rad}$ et la gamme de lecture $3000 \mu\text{rad}$. Cet instrument a beaucoup facilité les opérations d'alignement, notamment en permettant de les réaliser seul grâce à un affichage à distance.

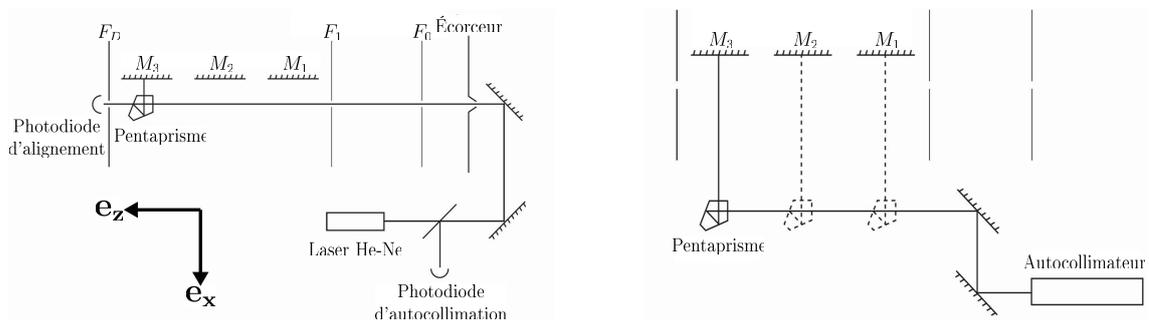


FIGURE II.20 – A gauche : schéma de principe de l'alignement horizontal du miroir M_3 .
A droite : report de l'alignement du miroir M_3 sur les miroirs M_2 et M_1 .

L'alignement dit horizontal des miroirs concerne l'ajustement de l'angle associé à leur rotation autour de l'axe vertical \mathbf{e}_y . Pour l'interféromètre atomique, il permet de placer l'angle de Bragg de la diffraction du faisceau atomique dans la gamme accessible aux point-trait-plans à commande piézoélectrique. Il est réalisé par deux manipulations successives qui sont illustrées dans la figure II.20 :

- Une opération qui utilise l'axe du jet atomique comme axe de référence. Cet axe est matérialisé par un faisceau laser qui passe par l'écorceur, les fentes de collimation (celles de $300 \mu\text{m}$ de large) puis la fente de détection pour éclairer une photodiode dite d'alignement. L'autocollimation du faisceau réfléchi par la face avant du pentaprisme, puis du faisceau réfléchi par un des miroirs, est réalisée à l'aide d'une lame semi-réfléchissante et d'une autre photodiode dite d'autocollimation, dont on cherche à maximiser le signal. La précision de l'alignement du miroir ainsi réalisé peut être estimée à $100 \mu\text{rad}$;
- Une fois l'alignement d'un des miroirs réalisé, on reporte son orientation qui est prise comme référence pour les deux autres miroirs. A cette fin, on réalise une première autocollimation sur ce miroir en agissant sur la direction du faisceau issu du collimateur, qui devient ensuite le faisceau de référence pour l'autocollimation des deux autres miroirs.

Parmi les deux manipulations expliquée ci dessus, la deuxième est nettement plus rapide et précise. C'est pourquoi on la privilégie. La première manipulation n'est effectuée qu'après des opérations sur des éléments de la collimation atomique qui provoquent la perte de l'axe du faisceau atomique. A l'issue de l'alignement, l'angle de Bragg de la diffraction doit être retrouvé avec le faisceau pour au moins un des trois miroirs. Il est alors souvent nécessaire d'utiliser à nouveau l'autocollimateur pour recentrer cet angle de Bragg dans les courses des cales piézoélectriques pour les trois miroirs.

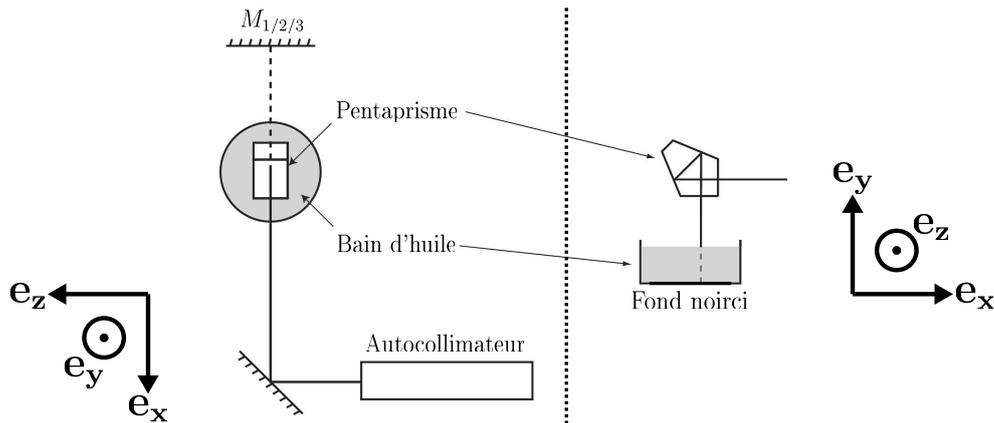


FIGURE II.21 – Principe des réglages nécessaires à l'alignement vertical des miroirs. Une fois réalisée l'autocollimation du faisceau schématisé par réflexion sur le bain d'huile, le faisceau de l'autocollimateur constitue une référence horizontale pour l'alignement des miroirs. Cette procédure est reproduite de façon indépendante pour chaque miroir.

L'alignement dit vertical des miroirs concerne leur rotation autour de l'axe e_z (axe de propagation atomique). La référence utilisée est la verticale locale. Afin de matérialiser cette référence, on réalise une autocollimation avec le faisceau réfléchi par la surface d'un bain d'huile qui est horizontale, en utilisant le pentaprisme. Le faisceau de l'autocollimateur est alors horizontal, et il suffit de réaliser son autocollimation en inclinant le miroir qu'on veut aligner pour assurer la verticalité de sa surface. La figure II.21 illustre le principe de l'alignement vertical des miroirs.

II.3.3.3 Mesure de la position des miroirs

Afin d'avoir une référence fiable pour évaluer les phases des interférences atomiques, il est profitable de disposer d'une mesure précise de la position des trois miroirs. Dans ce but, deux interféromètres optiques sont utilisés :

- Un interféromètre optique de Mach-Zehnder à réseaux dont les réseaux de diffraction sont solidaires des miroirs de l'interféromètre atomique ;
- Un interféromètre optique de Michelson, dont un des miroirs est fixé sur le banc et l'autre est le miroir M_3 .

On les appelle simplement le Mach-Zehnder et le Michelson.

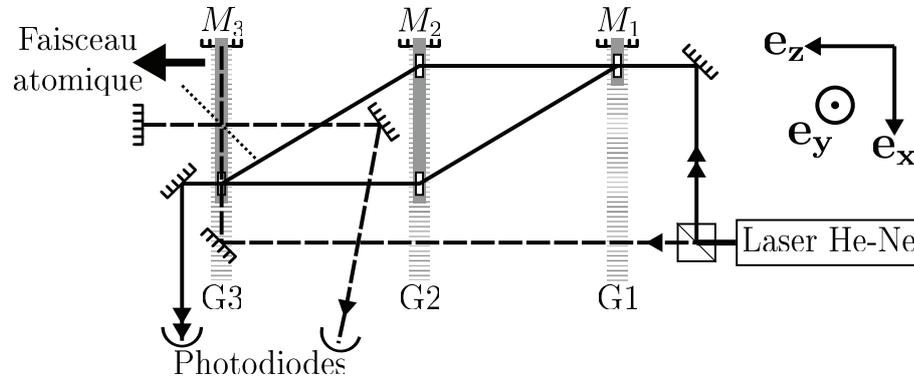


FIGURE II.22 – Schéma optique de principe des interféromètres qui servent à mesurer la position des miroirs. Les faisceaux lumineux du Michelson (tirets, flèche simple) et du Mach-Zehnder optique (trait plein, flèche double) sont issus du même laser Hélium-Néon. Les réseaux du Mach-Zehnder optique (rectangles blancs) sont fixés sur des supports (rectangle gris) solidaires des miroirs qui forment les ondes stationnaires. Ils sont situés au-dessus des réseaux lumineux G1 à G3 (pour l'altitude de coordonnée y) et des faisceau de l'interféromètre atomique (on a schématisé grossièrement la position du faisceau atomique). Le Michelson optique est situé en dessous de l'interféromètre atomique. Sa lame séparatrice est représentée en pointillés, et un de ses miroirs est le miroir M_3 utilisé dans sa partie basse pour que la séparatrice n'intercepte pas l'onde stationnaire à 671 nm.

La figure II.22 représente le montage de ces deux interféromètres optiques. Le Mach-Zehnder utilise des réseaux blazés de pas $5 \mu\text{m}$ produits par la firme Paton Hawksley. Sur la photographie du banc, ces réseaux sont visibles au dessus du miroir M_2 (figure II.19). Le Mach-Zehnder est l'analogue optique de l'interféromètre atomique et ses réseaux sont solidaires des miroirs M_1 à M_3 qui forment les ondes stationnaires. Aussi la phase des franges d'interférence du Mach-Zehnder optique permet de mesurer le déplacement relatif des trois miroirs, et cette phase varie de 2π quand $x_1 - 2x_2 + x_3$ varie de $5 \mu\text{m}$.

Le Michelson a été installé début 2008 afin de disposer d'une mesure spécifique de la position du miroir M_3 lorsqu'on le translate. Contrairement au Mach-Zehnder optique, la phase des franges que le Michelson permet d'observer n'est pas directement liée à celle de l'interféromètre atomique, puisqu'elle est indépendante de la position des miroirs M_1 et M_2 . Par contre elle donne accès à la position de M_3 avec une grande précision puisqu'elle varie de 2π pour une translation de ce miroir proche de $\lambda_{\text{HeNe}}/2 \simeq 316 \text{ nm}$.

Ces interféromètres nécessitent d'ouvrir l'enceinte à vide pour être réglés. Ils permettent d'observer des franges d'interférences optiques dont la visibilité dépasse couramment 80%.

II.3.4 Détection de l'atome de lithium

Le flux atomique transmis par la fente de détection F_D est mesuré en utilisant un détecteur à fil chaud, ou détecteur de Langmuir-Taylor [82, 83]. Notre équipe a choisi ce type de détecteur pour sa grande efficacité de détection indépendante de la vitesse atomique. Le principe du détecteur de Langmuir-Taylor repose sur l'ionisation des atomes sur une surface de métal. Les ions formés sont collectés en utilisant un dispositif d'optique ionique et comptés. Ce détecteur a été analysé en détail par notre équipe [84], et ce qui suit en résume les principales caractéristiques.

II.3.4.1 Principe et choix techniques

On considère un atome dont l'énergie d'ionisation est noté E_I et on le suppose proche de la surface d'un métal de travail de sortie W_S . Lorsque E_I et W_S sont comparables, l'atome peut s'ioniser en cédant son électron au métal. A l'équilibre thermique pour la température T , la probabilité P_+ que l'atome quitte la surface du métal sous forme ionisée est donnée par la loi de Saha-Langmuir [84] :

$$P_+ = \frac{1}{1 + \frac{g_0}{g_+} \exp\left(\frac{E_I - W_S}{k_B T}\right)} \quad (\text{II.104})$$

Dans l'équation qui précède, g_0/g_+ est le rapport des poids statistiques des états fondamental et ionisé de l'atome, qui vaut 2 pour les alcalins tels que le lithium.

Le temps moyen de séjour de l'atome sur la surface du métal, noté τ , dépend de son énergie d'adsorption E_{ads} et de la température T selon la loi :

$$\tau = \tau_0 \times \exp\left(-\frac{E_{ads}}{k_B T}\right) \quad (\text{II.105})$$

Le temps de séjour détermine le temps de réponse du détecteur et diminue fortement quand la température augmente. C'est la raison principale pour laquelle il faut chauffer la surface de ce détecteur. Le chauffage est assuré par le passage d'un courant électrique dans le ruban métallique.

Le potentiel d'ionisation de l'atome de lithium est $E_I \simeq 5.39$ eV [85]. Nous avons besoin d'un métal dont le travail de sortie est le plus élevé possible, et avons choisi le rhénium pour lequel $W_S = 4.96$ eV à l'état isolé, mais qui peut fortement augmenter avec l'oxydation de sa surface [86] même avec de faibles pressions partielles d'oxygène. Le rhénium présente aussi l'avantage d'avoir un point de fusion élevé à 3440 K [85], ce qui autorise de le chauffer à haute température.

II.3.4.2 Réalisation

Montage

Nous utilisons un ruban de rhénium fourni par la firme Goodfellow. Sa section est $30 \mu\text{m} \times 760 \mu\text{m}$. Lorsqu'il est chauffé, le ruban devient particulièrement fragile, aussi une attention est particulière est portée à ses attaches. Chaque extrémité du ruban est soudée sur deux

rubans de tantale qui constituent une pince. Les deux pinces de tantale sont fixées sur un support muni d'un petit ressort qui permet de maintenir une faible tension du ruban même lorsqu'il subit une dilatation thermique.

Collection et comptage des ions

Le ruban de rhénium est porté à la masse. Les ions qu'il émet ont une énergie cinétique inférieure à 1 eV. Ils sont focalisés vers l'entrée d'un multiplicateur d'électrons à dynode continue appelé channeltron, dont la tension est portée à -2500 V. La focalisation des ions sur le channeltron est réalisée par un montage d'optique ionique qui est composé d'une lentille électrostatique placée avant le channeltron, portée à une tension négative, et d'une plaque répulsive placée en opposition, portée à une tension positive. Chaque impact ionique sur le channeltron donne lieu la production d'une impulsion l'ordre de 10^6 électrons qui fournit une faible tension électrique (quelques mV) aux bornes d'une résistance de 50 Ω , pour une durée d'environ 20 ns. Ces impulsions sont amplifiées par un amplificateur rapide (*Nuclétudes*), puis mises en forme et comptées. Nous appelons coup une impulsion qui est effectivement comptée. Avant fin 2009, la mise en forme et le comptage étaient réalisés par un compteur de photons de la firme Standford Research (modèle SR400) contrôlé par interface GPIB. Après cette date, nous l'avons remplacé par un discriminateur d'impulsions qui les met sous forme TTL, et le comptage est assuré par le compteur interne de la carte d'acquisition de l'ordinateur. Plus de détails sur la chaîne d'acquisition et de commande figurent dans la partie II.4.1.

II.3.4.3 Caractéristiques

Paramètres d'utilisation

Nous chauffons le ruban de rhénium à environ 1600 K à l'aide d'un courant de 2 A. Il n'est pas évident de connaître a priori les potentiels à appliquer aux éléments d'optique ionique pour maximiser l'efficacité de détection ; le meilleur compromis semble se situer dans la gamme +10 V à +15 V pour la plaque répulsive et -5 V à 0 V pour la lentille électrostatique. Comme précisé ci-dessus, le channeltron est polarisé à -2500 V. Lorsqu'il vieillit, sa probabilité de détection diminue ce qui est temporairement corrigé en augmentant la tension de polarisation jusqu'à environ 2700 V, valeur pour laquelle on le remplace.

Temps de réponse et efficacité

Il n'est pas évident de connaître précisément les paramètres expérimentaux relatifs à l'équation (II.105). τ_0 est de l'ordre de la période de vibration de l'ion au voisinage de la surface du métal, soit $\tau_0 \sim 10^{-13}$ s. Une formule empirique évalue $\tau_0 = 4 \times 10^{-14}$ s et $E_{ads} = 2.95$ eV [84]. A la température $T = 1600$ K, ces paramètres donnent un temps de réponse d'environ 100 μ s.

Pour les conditions usuelles d'utilisation l'efficacité globale du détecteur a été évaluée à 30% [67, 84]. Une augmentation de la température du ruban diminue le temps de réponse du détecteur, mais diminue aussi l'oxydation de sa surface du fil réduit la probabilité de détection. En forçant cette oxydation par maintien d'une faible pression d'oxygène dans la chambre de détection, il est possible d'augmenter fortement la probabilité d'ionisation, mais cette opération est accompagnée d'importants signaux parasites qui ont poussé l'équipe à

ne pas utiliser cette solution.

Signal parasite

Les mesures de flux atomique montrent l'existence d'un signal parasite pour lequel on a identifié trois contributions possibles :

- L'ionisation et l'émission par le fil chaud d'impuretés de type alcalin qu'il contient à un taux de quelques ppm (données constructeur). Ces impuretés concernent majoritairement du potassium, et sont diffusés vers la surface du fil au fur et à mesure de leur émission lorsque celui-ci est chauffé ;
- L'émission par le fil chaud de molécules d'oxyde de rhénium ionisées, provenant de sa surface qui s'oxyde facilement ;
- L'ionisation par le fil chaud des molécules de gaz résiduelles présentes dans l'enceinte de détection.

Lors de l'installation d'un nouveau ruban de rhénium, le signal parasite dû à la première contribution est de plusieurs millions de coups par seconde. Il est nécessaire de chauffer le fil en continu pendant plusieurs semaines afin de réduire le nombre d'impuretés qu'il contient. A l'issue de cette opération, il n'est cependant pas totalement débarrassé de ses impuretés et on observe un signal parasite important à chaque fois qu'on chauffe un fil initialement froid. Aussi, lorsqu'on veut réaliser des mesures avec l'interféromètre atomique, il est profitable de démarrer la chauffe du fil au moins 12 heures auparavant. Le signal parasite observé est alors de quelques dizaines de milliers de coups par seconde, en diminution régulière, pour atteindre une limite basse comprise entre 2000 et 8000 coups par seconde au bout d'une dizaine d'heures de chauffe. On observe aussi l'occurrence aléatoire de pics de détection de plusieurs dizaines de milliers de coups qui durent environ 100 ms, et qu'on appelle « bursts ». Leur origine n'est pas bien comprise, mais plusieurs équipes opérant un fil chaud l'ont observé. Il est possible qu'il soit dû au phénomène d'avalanche menant à l'émission d'oxydes de rhénium ionisés. Le flux important associé aux bursts permet de les discriminer de façon certaine du reste du signal détecté, et de les retirer des données mesurées avant leur analyse. Une caractérisation du signal parasite qu'on détecte sera fournie dans la section II.4.2.1.

II.3.5 Réglages de l'interféromètre

Cette partie présente le réglage de l'interféromètre. Le réglage est l'ensemble des opérations réalisées lorsque celui-ci est en fonctionnement, préliminairement aux mesures. Il a pour but d'approcher la situation théorique décrite dans la section II.2.2.4 afin d'optimiser les performances de mesure qui dépendent principalement du flux moyen et de la visibilité des franges atomiques (voir la section II.4.3.3 pour plus de détails). La section qui suit (II.3.5.1) décrit le choix préliminaire des paramètres géométriques pour la collimation et les ondes stationnaires. Une fois ces paramètres imposés, les réglages consistent principalement à régler la diffraction par les ondes stationnaires et leur alignement, décrits par la section II.3.5.2.

II.3.5.1 Choix des paramètres

Le réglage de l'interféromètre inclut un choix préliminaire des paramètres concernant la collimation et les ondes stationnaires. Ce choix est particulièrement important pour optimiser les performances de l'instrument, et dépend de l'ordre de diffraction utilisé. Comme précédemment, on se restreint ici à l'ordre 1 de la diffraction que nous réalisons de façon très courante. Avec les paramètres que nous utilisons pour les réseaux lumineux et l'argon comme gaz porteur, aucune contrainte supplémentaire concernant les réseaux lumineux n'est à spécifier. Les contraintes sur la collimation se résument quant à elles à limiter la superposition des faisceaux de sortie pour conserver une bonne visibilité. En fonction de la vitesse de propagation atomique choisie, il faudra évaluer une figure comme celle illustrée pour l'argon (figure II.16) et choisir les fentes de collimation en conséquence. La section II.4.3.3 présentera le facteur de mérite de l'interféromètre qui dépend du flux atomique détecté et de la visibilité des franges observées ; le facteur de mérite permet d'évaluer la sensibilité de l'interféromètre pour les mesures de phase. A ce stade je me borne à indiquer que par rapport à la situation où l'on maximise la visibilité observée, il est profitable de relaxer la sélection angulaire de la collimation, en prenant des fentes plus larges que celles qui assurent la séparation totale des faisceaux de sortie. Ceci diminuera la visibilité observée par recouvrement de ces faisceaux, mais le gain de flux atomique détecté compense cette perte et la précision des mesures s'en trouve augmentée. La situation présentée dans par la section II.3.2.3 (et la figure illustrative II.16), pour laquelle F_0 et F_1 sont ouvertes à $18 \mu\text{m}$ et F_D est ouverte à $50 \mu\text{m}$, semble être un bon compromis et cela a été vérifié par de nombreuses mesures.

II.3.5.2 Réglage et alignement des ondes stationnaires

Une fois les fentes de collimation et les paramètres géométriques de l'onde stationnaire choisis, la procédure de réglage utilise l'interféromètre en fonctionnement et implique plusieurs manipulations successives dont le principe et le rôle sont décrits ci-dessous.

Formation et centrage des ondes stationnaires

La formation d'une onde stationnaire avec les faisceaux lasers correspondants est réalisée simplement en assurant que les faisceau réfléchis repassent dans leur totalité à travers l'iris. On assure ainsi l'égalité entre les directions des faisceaux lumineux incident et réfléchi à environ 1 mrad près. Lorsque ces directions ne sont pas rigoureusement égales, l'onde lumineuse n'est plus stationnaire et possède une composante progressive. Des calculs simples montrent que l'effet Doppler éventuellement occasionné par ce caractère progressif ne peut modifier la fréquence optique vue par l'atome que de quelques MHz. L'effet de l'imperfection de l'alignement des faisceaux lumineux est donc négligeable au regard des désaccords de plusieurs GHz qu'on impose usuellement.

Le centrage des ondes stationnaires concerne leur altitude (coordonnée y de leur position). Il consiste à faire coïncider le centre des faisceaux lumineux avec la position verticale moyenne du faisceau atomique. En effet, à cause de la hauteur finie du *waist* du laser, le potentiel lumineux auquel est soumis un atome qui traverse l'onde stationnaire peut varier en fonction de son altitude de propagation au sein du faisceau atomique. Le centrage des

faisceaux laser a pour but de limiter cette dépendance. Il est effectué de manière successive pour chacune des ondes stationnaires (les deux autres sont alors masquées). La fréquence de la source laser est ajustée pour être résonante avec une transition optique du lithium, et on réduit le diamètre du faisceau lumineux à environ 1 mm. On positionne la fente de détection pour mesurer le flux atomique dit direct, c'est à dire issu de la source sans aucune déflexion. L'onde stationnaire résonante provoque l'élargissement de ce faisceau atomique par pression de radiation, donc une diminution du flux atomique détecté. En supposant que la hauteur moyenne du faisceau atomique correspond à sa partie la plus intense, l'ajustement de la position verticale de l'onde stationnaire lumineuse est réalisé en minimisant le flux atomique détecté.

Distribution de la puissance des ondes stationnaires

On ouvre maintenant l'iris à la largeur choisie pour la diffraction. On impose un désaccord compris entre 1 et 2 GHz. La deuxième opération concerne la distribution entre les trois ondes stationnaires de la puissance lumineuse totale disponible. On note P_i la puissance lumineuse du faisceau qui forme l'onde stationnaire i . Cette distribution règle les phases de Rabi de la diffraction pour imposer la réflexion de Bragg du faisceau atomique par le réseau G2, et sa séparation en deux faisceaux de même intensité sur les réseaux G1 et G3. Ce dernier critère impose à G1 et G3 d'être identiques, soit $P_1 = P_3$. Suivant l'ordre de diffraction choisi, le critère de la réflexion de Bragg permet de déterminer P_2/P_1 (voir l'annexe A), et la somme $P_1 + P_2 + P_3$ est la puissance lumineuse totale P_L . A l'ordre 1, la distribution est très simple puisque la phase de Rabi est proportionnelle à la puissance lumineuse. On a donc $P_1 = P_3 = P_2/2 = P_L/4$.

Alignement horizontal des réseaux

L'alignement des réseaux lumineux est réalisé en ajustant la rotation des miroirs autour de l'axe \mathbf{e}_y à l'aide des point-trait-plans à commande piézoélectrique. Il consiste à placer les trois réseaux lumineux à l'angle de Bragg pour la diffraction du faisceau atomique à l'ordre voulu. A cette fin on réalise un profil en pertes avec chaque onde stationnaire tel que celui illustré sur la figure II.7. L'angle de Bragg correspond à un maximum de flux atomique diffracté, donc à un minimum de flux détecté.

Ajustement du potentiel lumineux

La puissance des ondes laser ayant été préalablement distribuée, l'ajustement du potentiel lumineux est réalisé en choisissant le désaccord à la résonance de l'onde laser pour que le réseau G2 réalise un miroir à atome le plus efficace possible. Pour cela il suffit de rester dans la configuration de profil en pertes et à l'angle de Bragg pour le réseau G2, et d'ajuster la fréquence du laser pour minimiser le flux transmis. On peut vérifier que le potentiel lumineux est correctement ajusté en observant le flux atomique en perte donné par les réseaux G1 et G3 seuls (eux aussi à l'angle de Bragg) : leur perte par diffraction doit être la moitié de celle donnée par le réseau G2.

Alignement vertical des réseaux

A partir de maintenant la fente de détection est positionnée sur une des deux sorties de

l'interféromètre, et on observe des franges atomiques qu'on balaye en imposant une tension triangulaire sur le transducteur piézoélectrique de la translation du miroir M_3 . L'alignement vertical des réseaux concerne la rotation des miroirs autour de l'axe \mathbf{e}_z . Il est réalisé en ajustant la rotation du miroir M_2 pour maximiser la visibilité des franges atomiques.

Ajustement des distances L_{12} et L_{23}

Les distances longitudinales (selon l'axe \mathbf{e}_z) entre les trois réseaux de diffraction sont ajustées à l'aide d'une platine de translation, sur laquelle repose le dernier miroir d'amenée du faisceau laser qui forme le réseau G2 (voir la figure II.18). Comme pour l'alignement vertical, l'ajustement est réalisé en maximisant la visibilité des franges d'interférences.

II.3.6 Bilan du II.3

Le présent sous-chapitre a présenté le dispositif expérimental que nous utilisons pour réaliser l'interféromètre. Après un choix adapté des paramètres et à l'issue des réglages, on dispose d'un interféromètre réglé pour une vitesse atomique moyenne choisie via le gaz porteur, dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Le centrage des ondes stationnaires assure une quasi-identité des caractéristiques des ondes stationnaires, pour tous les plans de propagation atomique issus de la source vers le détecteur, c'est à dire quelle que soit leur altitude. Ceci sera d'autant mieux vérifié que la *waist* des ondes stationnaires est grand devant la hauteur utile du jet atomique ;
- L'alignement horizontal des réseaux associé à la distribution correcte des puissances lumineuses assure une diffraction dans les conditions d'incidence de Bragg par les trois réseaux lumineux, et permet de s'assurer que leurs directions projetées dans un plan horizontal sont identiques à quelques μrad près ;
- L'alignement vertical, réalisé après l'alignement horizontal, assure la quasi-égalité entre les vecteurs d'onde des trois réseaux lumineux. L'ajustement final des distances longitudinales assure enfin d'être placé en configuration achromatique.

La configuration de l'interféromètre est alors proche de la configuration bien réglée aux erreurs de manipulation près. La visibilité est maximale grâce à la configuration achromatique, tandis que la condition d'incidence de Bragg ajustée pour la vitesse atomique moyenne assure d'avoir maximisé la transmission de l'interféromètre, donc le flux atomique. On remarque que la procédure de réglage décrite révèle un atout supplémentaire que constitue la diffraction dans les conditions de Bragg : la sélectivité de la diffraction vis-à-vis de l'incidence permet de faciliter l'alignement relatif des trois réseaux lumineux puisqu'elle découple l'ajustement de la rotation des miroirs autour de l'axe \mathbf{e}_y (angle de Bragg) et de l'axe \mathbf{e}_z (maximisation de la visibilité) [72]. L'alignement des réseaux d'un interféromètre de Mach-Zehnder doté de réseaux minces est plus difficile puisqu'il concerne deux axes de rotations pour les trois réseaux [8]. Les réglages de l'interféromètre constituent une opération utile et qui s'avère même fondamentale pour disposer d'un instrument de mesure interférométriques dont les performances sont optimisées. Le sous-chapitre qui suit va illustrer ces performances en décrivant les moyens de mesure dont nous disposons et en caractérisant certains signaux.

II.4 Mesures

Après la présentation du dispositif expérimental, ce sous-chapitre décrit comment nous l'utilisons pour réaliser des mesures interférométriques. A cette fin, la partie II.4.1 décrit les moyens d'acquisition et de commande dont nous disposons, et comment nous les utilisons. A sa suite, la partie II.4.2 présentera les caractéristiques des flux atomiques que nous détectons. Ceci inclut l'étude du signal parasite qui n'est pas à proprement parler un flux atomique, mais qui peut influencer les mesures et doit être pris en compte. Enfin la partie II.4.3 illustrera les franges d'interférences atomiques que nous observons. Après avoir montré comment nous en extrayons les caractéristiques, elle détaillera certaines propriétés spécifiques à notre interféromètre qui ont une influence sur la précision des mesures.

II.4.1 Chaîne d'acquisition et de commande

II.4.1.1 Matériel

Nous utilisons une carte d'acquisition de la firme National Instruments, modèle PCI-6229. Ses caractéristiques détaillées sont disponibles sur le site de National instruments. Les plus importantes pour nous sont qu'elle dispose d'un bus interne de synchronisation matérielle numérique, et d'une mémoire cache (*buffer*) pour l'acquisition. L'ordinateur dispose aussi de 8 ports série utilisés avec l'interface RS-232, et d'un port GPIB.

Acquisition et commande

Nous utilisons les entrées et sortie de la carte d'acquisition pour mesurer et commander les tensions dans la gamme $[-10V; 10V]$, ainsi que des signaux numériques de type TTL qui servent aussi de sources de cadencement. La carte dispose d'un nombre de voies largement suffisant pour l'utilisation qu'on en a. Les voies analogiques sont couplées par multiplexage à un unique convertisseur analogique-numérique et deux convertisseurs numérique-analogique, tous les deux de 16 bits de résolution. Les fréquences d'échantillonnage maximales que nous utilisons dépassent rarement 2 kHz ce qui est bien inférieur aux fréquences maximales des échantillonneurs, et il en est de même pour les fréquences de cadencement des entrées / sorties numériques. Certains instruments comme les jauges de pression utilisent aussi l'interface RS-232 ou GPIB.

Comptage

La carte dispose de deux compteurs de 32 bits de résolution, de fréquence de source maximale 80 MHz et dont la stabilité est garantie à 50 ppm. Ces compteurs n'acceptent que des signaux de type TTL (0 - 5V). Le comptage des coups issus du channeltron avec la carte nécessite donc de les discriminer et de les mettre en forme, ce que nous réalisons à l'aide d'un module dédié fourni par la firme ORTEC.

Nous disposons aussi d'un compteur de photons de la firme Standford Research, modèle SR400, qui dispose d'un discriminateur interne et de fréquence de source 200 MHz. Ce compteur est utilisé avec l'interface GPIB.

II.4.1.2 Programme d'acquisition

Nous utilisons le logiciel d'acquisition informatique Labview 7.1 de la firme National Instruments, sous l'environnement Windows XP. Plusieurs programmes d'acquisition sont utilisés pour différentes utilisations spécifiques comme les réglages de l'interféromètre, les mesures de vitesses atomiques, les mesures de déphasages d'interaction... Cependant, leur structure peut être séparée en deux groupes suivant le compteur qu'on utilise. Elles sont décrites dans les deux paragraphes qui suivent.

Programmes utilisant le compteur de photons Stanford Research SR400

Lorsqu'on utilise le compteur de photons sous l'interface GPIB, la structure fondamentale des programmes d'acquisition consiste en une boucle pour laquelle les actions relatives aux commandes, à la lecture ou au comptage, ainsi qu'à l'enregistrement des données, ont un caractère séquentiel. La figure II.23 représente une illustration schématique de cette structure fondamentale. Suivant le type de mesure qu'on veut réaliser, cette boucle peut être implémentée dans d'autres boucles de hiérarchie supérieure dont le rôle principal est d'assurer la commande d'autres paramètres (par exemple, imposer des tensions ou des courants pour provoquer l'interaction dont on veut mesurer la phase). On remarque que ce programme réalise une sélection préliminaire des données acquises en imposant un délai dont le but est de rejeter les évolutions transitoires, et un traitement préliminaire de ces données avant leur enregistrement. Le traitement consiste à limiter les fluctuations en calculant la moyenne d'un nombre donné (généralement, 10) de mesures analogiques ou relatives au comptage.

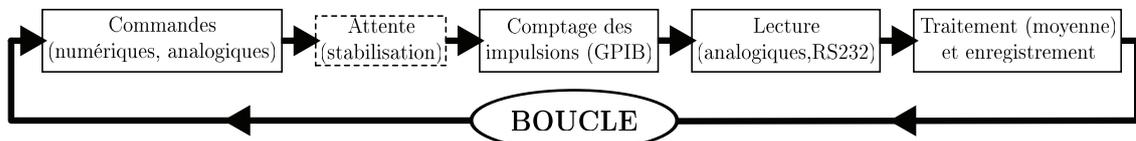


FIGURE II.23 – Schéma illustrant la structure du programme qui utilise le compteur de photons SR400.

Cette structure a été utilisée pour la mesure de l'interaction de Van der Waals atome-surface (chapitre III). De plus, elle est facilement implémentée et donne accès via les interfaces RS 232 et GPIB à des mesures utilisant tous les instruments dont on dispose au laboratoire (par exemple, les jauges de pression qui utilisent l'interface RS 232). Aussi, nous utilisons ce type d'acquisition pour diverses mesures que je qualifierai d'annexes, dont quelques exemples sont :

- La simple mesure de flux atomiques en temps réel (sans commande), qui sert lors du réglage de l'interféromètre. A ce titre, nous avons implémenté une procédure qui émet un son dont la fréquence est proportionnelle au flux atomique détecté. Cet ajout qui peut sembler mineur facilite énormément les réglages car il permet de connaître le flux atomique sans avoir à regarder l'écran de l'ordinateur. Ceci

- permet à une seule personne de régler l'interféromètre (l'ordinateur étant éloigné du fait de la grande taille du dispositif), avec une précision améliorée puisqu'on tire profit des qualités de l'oreille humaine en terme de discrimination des fréquences ;
- Les mesures de vitesse atomique par vélocimétrie Doppler, pour lesquelles on commande la fréquence de la source laser et on mesure un flux de photons à la sortie d'un photomultiplicateur ;
 - Les mesures de vitesses atomiques par profils de pertes, dont un exemple illustratif est représenté par la figure II.7, et pour lesquelles on commande la rotation d'un miroir et on mesure le flux atomique.

Cependant, spécifiquement lors de la mesure de la phase de He-McKellar-Wilkens (chapitre IV) pour laquelle nous avons besoin d'améliorer la précision des mesures de phase d'un ordre de grandeur, cette chaîne d'acquisition nous a paru inadaptée pour plusieurs raisons :

- Du fait de sa structure séquentielle et de l'utilisation de plusieurs interfaces de communication avec les instruments, ce programme n'est pas cadencé. C'est le logiciel d'exploitation Windows, connu pour sa gestion du temps quelque peu aléatoire, qui assure la séquence interne à la boucle ;
- La communication par interface GPIB se révèle en pratique assez difficile à fiabiliser et assez lente ;
- Le traitement préliminaire des données ralentit la vitesse d'exécution de la boucle.

Ces caractéristiques provoquent une diminution du temps effectif d'acquisition des données. Nous estimons que les données sont acquises avec cette structure pendant environ la moitié du temps de mesure. La précision d'une mesure interférométrique croît avec la durée d'acquisition (voir la section II.4.3.3), et cette durée est diminuée par les pertes de temps. Aussi, j'ai développé fin 2009 une nouvelle chaîne d'acquisition, qui est décrite dans le prochain paragraphe.

Programmes utilisant le compteur de la carte

Nous avons décidé d'utiliser un cadencement matériel basé sur l'horloge interne de la carte, et une synchronisation matérielle de toutes les mesures. Ceci permet de mesurer en continu et la sélection éventuelle des données est réalisée ultérieurement, lors de l'analyse. Avec le logiciel d'exploitation Windows qui supporte difficilement une programmation de type temps réel ceci interdit d'utiliser les interfaces RS232 ou GPIB, et les mesures possibles se réduisent aux mesures de signaux analogiques/TTL et au comptage. Ce n'est pas une restriction très pénalisante car tous les paramètres qui sont jugés importants pour optimiser la précision de mesures interférométriques sont mesurables par ces moyens. De plus les performances de la carte d'acquisition qui accompagnent l'amélioration générale des performances informatiques dépassent (notamment en terme de comptage) celles des instruments qu'elle a remplacé. Une description du programme d'acquisition est donnée dans l'annexe D.

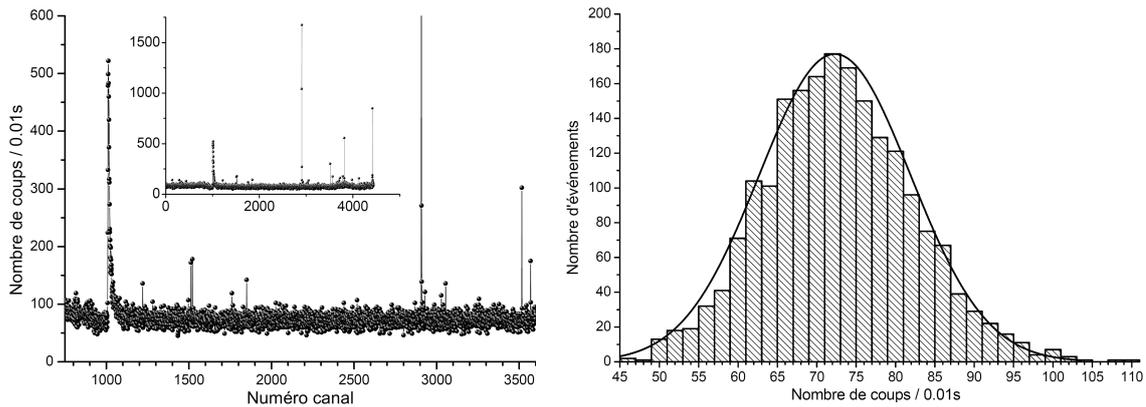


FIGURE II.24 – Exemple de signal parasite mesuré.

A gauche, le signal : le comptage est effectué par périodes de 0.01 s. L'insert représente l'ensemble de la mesure (environ 5000 canaux), et la courbe principale visualise une sélection avec une échelle plus adaptée. Plusieurs *bursts* sont visibles. A droite : histogramme statistique pour le nombre de coups détectés pour une sélection d'environ 2000 canaux de ce signal, et pour laquelle on a rejeté les *bursts*.

II.4.2 Flux atomiques

II.4.2.1 Signal parasite

Nous ne pouvons pas discerner à priori le signal parasite du signal atomique. Afin de connaître le flux atomique réellement détecté, il est nécessaire de mesurer spécifiquement le signal parasite. Cette section illustre un signal parasite typique qu'on observe. Lorsque les précautions précisées par la section II.3.4.3 sont prises, le signal parasite a une moyenne lentement variable sur des périodes de l'ordre de quelques heures. Pour une mesure particulière, dont la durée ne dépasse jamais quelques dizaines de minutes, il est considéré comme constant et enregistré à la fin de la mesure. Sa moyenne est retranchée du flux total détecté ce qui permet d'évaluer le flux d'atomes de lithium qu'on détecte réellement. La figure II.24 illustre un exemple de parasite détecté. On peut observer la présence de quelques *bursts* évoqués dans la section II.3.4.3. La statistique de comptage a une allure approximativement gaussienne, et l'histogramme statistique est accompagné d'une courbe associée simulant une loi normale. Cette loi normale est centrée sur un valeur moyenne $\overline{N_{FC}} = 72.3$ coups/0.01 s, et son écart-type est $\sigma_{FC} = 9.6$ coups/0.01 s $\simeq 1.13\sqrt{\overline{N}}$. La statistique de comptage a donc un caractère légèrement sur-Poissonien.

II.4.2.2 Flux direct

On s'intéresse au signal atomique dit en flux direct, c'est à dire détecté directement depuis la source en l'absence de réseaux lumineux. En utilisant l'argon comme gaz porteur, pour les conditions de collimation standards décrites à la section II.3.2.3 (collimation à 18 μm , détection à 50 μm), nous observons habituellement des flux directs compris entre

100000 et 200000 coups/s, dépendant de la température de chauffage du four. Cette valeur typique pour le flux détecté a été obtenue après l'installation du nouveau trou de détection qui augmente la hauteur utile du jet, et des nouvelles fentes de collimation soigneusement alignées.

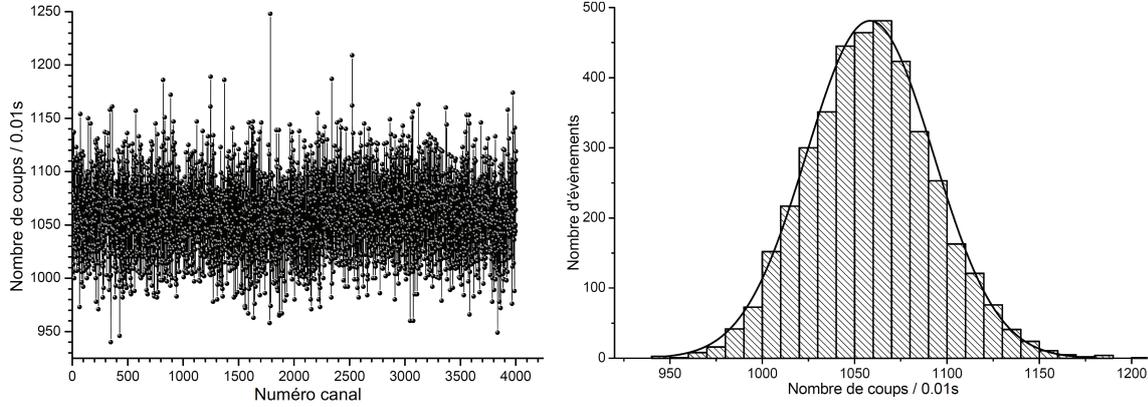


FIGURE II.25 – Exemple de signal détecté en flux direct, et statistique associée.

La figure II.25 représente une caractérisation du signal détecté en flux direct. L'acquisition a été effectuée le même jour et dans les mêmes conditions pour le signal parasite (section précédente) et le signal total. La statistique sur le signal total fournit $\overline{N}_{tot} = 1058.3$ coups/0.01 s, pour un écart-type $\sigma_{tot} = 34.3$ coups/0.01 s. On a $\sigma_{tot} \simeq 1.05\sqrt{\overline{N}_{tot}}$: la statistique est très légèrement sur-Poissonienne. En supposant que les signaux parasites et atomiques se somment, on a accès au signal atomique : $\overline{N}_{at} = \overline{N}_{tot} - \overline{N}_{FC} = 986.0$ coups/0.01 s, soit un flux atomique détecté de 98600 atomes/s. Pour des signaux atomique et parasite décorrélés, la distribution d'atomes de lithium détectés est caractérisée par un écart-type $\sigma_{at} = \sqrt{\sigma_{tot}^2 - \sigma_{FC}^2} = 32.9 \simeq 1.05\sqrt{\overline{N}_{tot}}$. Notre dispositif de détection ne discriminant pas le signal atomique et le signal parasite, c'est cependant σ_{tot} qui caractérise notre dispersion. Dans le cas particulier illustré, comme $\overline{N}_{at} \gg \overline{N}_{FC}$, le signal parasite n'a quasiment pas d'influence sur la dispersion statistique du comptage du lithium.

II.4.2.3 Transmission de l'interféromètre

Le flux atomique direct est noté I_d , et le flux des deux sorties complémentaires est $I_S + I_{AS}$. L'équation qui suit rappelle que la transmission de l'interféromètre est la fraction du flux incident qui est détectable dans les sorties de l'interféromètre :

$$\mathcal{T} = \frac{I_S + I_{AS}}{I_d} = \int P(\mathbf{v}) \mathcal{T}(\mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad (\text{II.106})$$

Dans l'équation qui précède, $P(\mathbf{v})$ est la probabilité normée qui représente la distribution du vecteur vitesse incident depuis la source atomique, tandis que l'équation (II.81) a défini

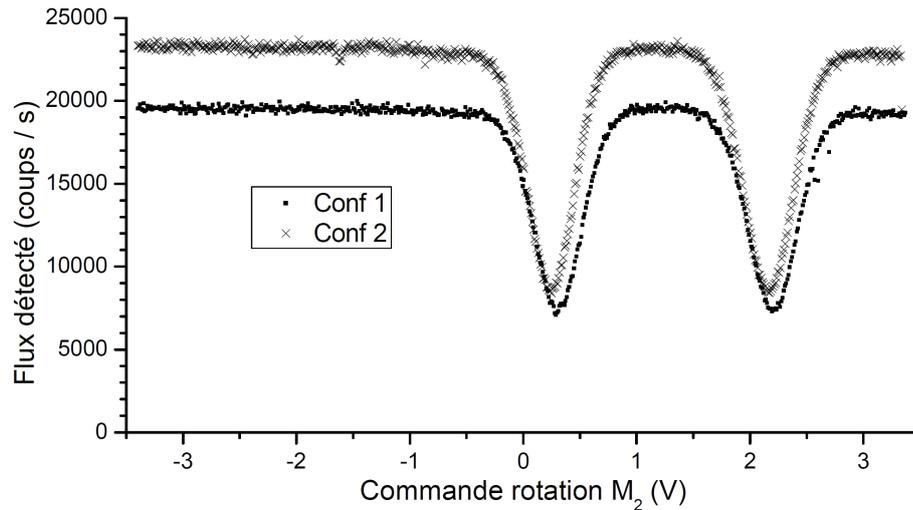


FIGURE II.26 – Profils en pertes réalisés avec le miroir M_2 . C'est le flux total qui est représenté, qui inclut le flux du signal parasite mesuré préalablement à environ 4000 coups/s. Le gaz porteur est l'argon, le potentiel optique du réseau lumineux G2 est réglé pour la réflexion de Bragg. Pour la configuration 1 (carrés), la fente de collimation F_0 a 18 μm de largeur, et la fente F_1 12 μm . Pour la configuration 2 (croix), les fentes F_0 et F_1 ont la même largeur qui est 18 μm .

la transmission pour une vitesse atomique particulière (décrite par le vecteur d'onde incident). \mathcal{T} correspond à la probabilité de diffraction par le réseau G2 ($\mathcal{T}(\mathbf{v})$ n'est égale à 1 que pour une condition d'incidence particulière). La transmission de l'interféromètre lorsqu'il est réglé peut être mesurée en analysant un profil en pertes réalisé avec le miroir M_2 . Lorsque le réseau G2 est aligné on est dans le cas où le flux en perte détecté est minimal, et on le note I_{min} . Le flux diffracté est alors $I_S + I_{AS}$ et le flux total $I_S + I_{AS} + I_{min}$. La probabilité de diffraction est alors $\mathcal{T} = (I_d - I_{min}) / I_d$. La figure II.26 représente deux profils en perte obtenus pour deux configurations différentes de collimation. Une mesure préalable du signal parasite a donné le flux associé, $I_{FC} \simeq 4000$ coups/s, et permet de connaître les flux atomiques de lithium détectés. Dans la configuration notée 1, l'interféromètre a une transmission d'environ 77%. Dans la configuration 2 pour laquelle la divergence du faisceau est augmentée, la transmission passe à 74%.

II.4.3 Franges d'interférences atomiques

II.4.3.1 Franges d'interférences observées

La figure II.27 représente les franges d'interférences atomiques que nous pouvons observer en temps réel. Elles ont été enregistrées en utilisant l'argon comme gaz porteur, la même température de four (700°C) et les mêmes conditions de collimation (18 μm de largeur pour F_0 et F_1). La partie gauche de la figure représente les franges que nous obtenions

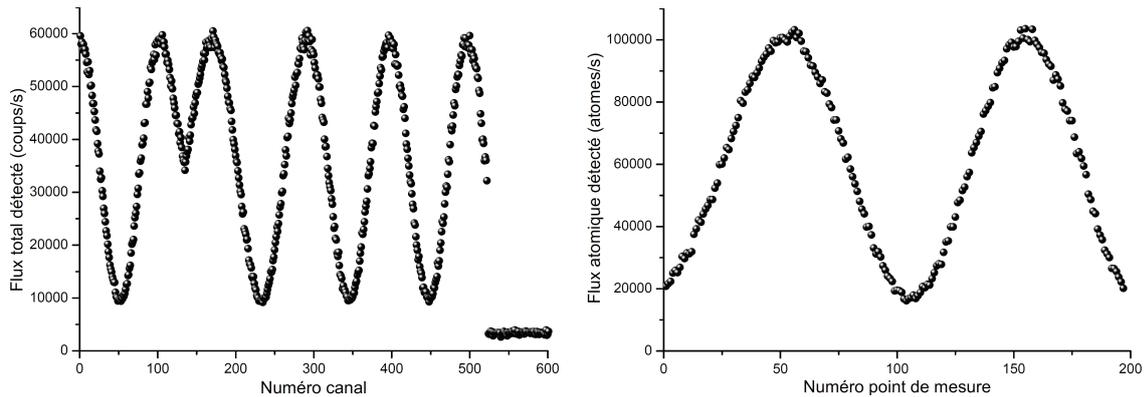


FIGURE II.27 – Exemple de franges d’interférences atomiques observées en temps réel. Chaque point (numéro de canal à gauche, point de mesure à droite) correspond à un temps d’acquisition de 0.1s.

A gauche : franges d’interférences observées en 2008, en utilisant l’acquisition via le compteur de photons SR400 (voir section II.4.1.2 pour plus de détails). La commande du balayage est réalisée à l’aide d’un générateur externe qui impose un signal triangulaire, et le flux total (signal atomique + signal parasite) est enregistré. Un changement de sens de balayage, est observable, à partir du numéro de canal 135. Le signal parasite seul est enregistré, à partir du canal numéro 524 : il permet de retrouver le signal atomique de lithium détecté ;

A droite : franges d’interférences enregistrées en 2010, en utilisant le nouveau programme d’acquisition. C’est ici le flux atomique qui est représenté, car un traitement préliminaire des données a soustrait le flux correspondant au signal parasite. Le balayage d’environ 1.5 franges d’interférences est commandé par l’ordinateur et réalisé en 20 secondes d’acquisition.

avec les anciennes fentes de collimation et le trou de détection de 3 mm. Leur caractéristiques sont un flux atomique moyen d’environ 31000 atomes/s et une visibilité proche de 78%. La partie droite de la figure représente les franges enregistrées après avoir remplacé et soigneusement aligné les fentes de collimation, et remplacé le trou de détection par un tube de 8 mm de diamètre. Elles exhibent un flux atomique moyen de 59000 atomes/s, pour une visibilité d’environ 72%. De manière générale les changements des fentes de collimation et du trou de détection ont permis de doubler le flux atomique détecté, toutes conditions égales par ailleurs. Par contre la visibilité qui pouvait auparavant atteindre 85% (record de l’équipe), n’a plus jamais dépassé 80% après cette modification. Nous attribuons cette diminution à l’effet d’un gradient du champ magnétique résiduel présent dans l’interféromètre, que l’installation de nouvelles fentes a probablement modifié (malgré nos précautions), par exemple à cause des vis utilisées pour fixer les supports des fentes. L’étude de l’interaction magnétique par le chapitre IV donne plus de détails sur ce champ résiduel.

II.4.3.2 Extraction des caractéristiques des franges d'interférences

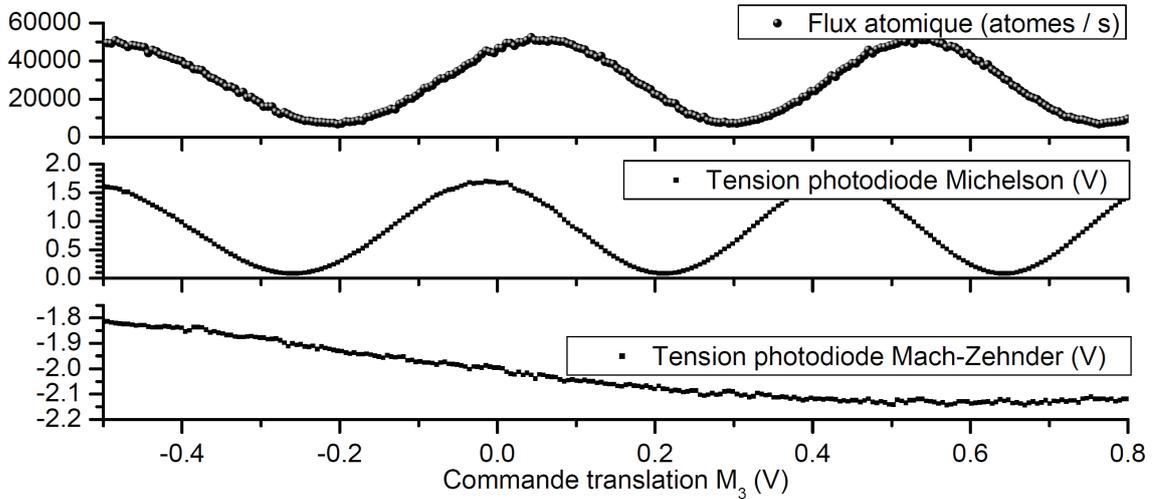


FIGURE II.28 – Flux atomique, et franges d'interférences optiques obtenues avec l'interféromètre de Michelson et de Mach-Zehnder, en fonction de la tension de commande de la translation du miroir M_3 . La période d'acquisition totale est proche de 100 secondes.

La figure II.28 représente les signaux atomiques et issus des interféromètres optiques qu'on mesure lorsqu'on commande la translation du miroir M_3 , via une évolution linéaire de la tension du piézoélectrique qu'on appelle rampe de tension. Environ 2.5 franges atomiques sont balayées, un peu moins de 3 franges optiques pour le Michelson, et le signal du Mach-Zehnder optique exhibe environ 1/4 de période de sinusöide.

Pour extraire les caractéristiques du signal atomique, nous utilisons des signaux de ce type pour lesquels :

- Un ajustement numérique de la phase des franges du Michelson fournit une référence pour représenter la position du miroir M_3 ;
- Un ajustement numérique du signal atomique en fonction de cette référence fournit les caractéristiques du signal atomique.

Ajustement des franges du Michelson

Les cales piézoélectriques présentent des non-linéarités de leur position en fonction de la tension de commande. Afin de tenir compte de cette non-linéarité dans les ajustements :

- Nous utilisons comme variable indépendante la tension de commande centrée sur la valeur 0, notée V , obtenue par translation adaptée de la tension réellement commandée ;
- Nous réalisons un ajustement de type polynomial du troisième ordre de la phase des franges optiques. Le choix de l'ordre 3 est dicté par le souci de reproduire les écarts à la linéarité de la position qui ont un aspect symétrique et ceux qui ont un

aspect antisymétrique vis-à-vis de V .

En notant V_{Mich} la tension issue de la photodiode, V la tension (centrée) de commande, et $M1$ à $M6$ les paramètres qui sont ajustés, la fonction d'ajustement s'écrit :

$$V_{Mich} = M1 + M2 \sin(\phi_{Mich})$$

$$\text{avec : } \phi_{Mich} = M3.V + M4 + M5.V^2 + M6.V^3 \quad (\text{II.107})$$

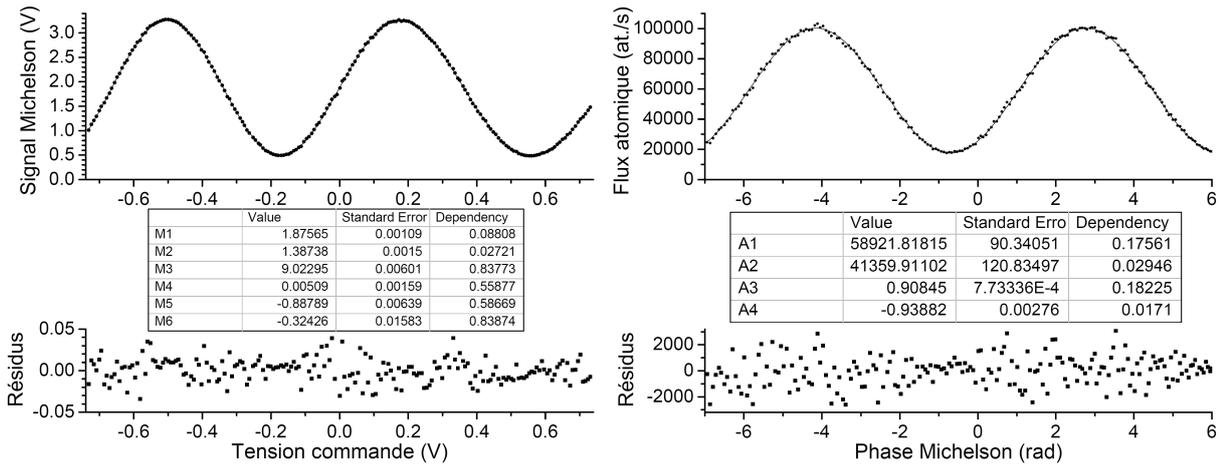


FIGURE II.29 – Exemple de l'ajustement numérique des signaux du Michelson selon l'équation (II.107) (partie gauche), puis des signaux de l'interféromètre atomique selon l'équation (II.108). Les mesures sont représentées par des points, le résultat d'ajustement par une ligne continue noire. Le comptage est réalisé tous les 0.1 s, et exprimé en coups/s. On a représenté les résidus de l'ajustement (partie basse).

Ajustement des franges atomiques

La phase ϕ_{Mich} repère le déplacement du miroir M_3 depuis une origine arbitraire et dans une unité sans dimension. Pour réaliser l'ajustement, nous supposons que la position des miroirs M_2 et M_3 est fixe pendant l'application de la rampe de tension. Cette hypothèse n'est pas forcément vérifiée et mérite une investigation plus poussée (voir la section II.4.3.4). Le flux atomique mesuré noté I est ajusté en fonction de la phase ϕ_{Mich} . L'ajustement concerne quatre paramètres $A1$ à $A4$ et s'écrit :

$$I = A1 + A2 \sin(A3.\phi_{Mich} + A4) \quad (\text{II.108})$$

La figure II.29 représente par un exemple les résultats des ajustements réalisés pour une rampe de tension balayée en 20 secondes.

Nature des paramètres extraits

On écrit le signal atomique ajusté avec des notations génériques :

$$I = I_0 [1 + \mathcal{V} \cos(\phi_m + \phi)] \quad (\text{II.109})$$

On rappelle que ϕ_m est la phase de l'interféromètre qu'on balaye en translatant M_3 . ϕ représente un déphasage d'interaction éventuel. La comparaison des équations (II.108) et (II.109) est immédiate :

- Le flux moyen I_0 correspond à $A1$;
- La visibilité est évaluée par $\mathcal{V} = A2/A1$;
- L'identification des termes de phase fournit $\phi + \phi_m = A3\phi_{Mich} + A4 + \pi/2^c$. On sait que ϕ_m repère la position des trois miroirs. En supposant les miroirs M_2 et M_3 fixes, ceci s'écrit : $\phi_m = k_G x_3 + \phi_{m,0}$, où $\phi_{m,0}$ dépend de la position de M_2 et M_3 et des phases de diffraction. De la même façon ϕ_{Mich} repère la position du miroir M_3 qu'on translate : $\phi_{Mich} = k_{Mich} x_3 + \phi_{Mich,0}$. On a donc :

$$\begin{cases} A3 &= k_G/k_{Mich} \\ A4 &= \phi + \phi_{m,0} - A3\phi_{Mich,0} - \pi/2 \end{cases} \quad (\text{II.110})$$

Le paramètre $A3$ évalue une grandeur qui est constante et très bien déterminé^d. Ainsi $A4$ évalue le déphasage ϕ décalé d'une origine arbitraire et inconnue à priori, mais supposée constante dans cette approche.

La phase évaluée par $A4$ est la grandeur fondamentale des mesures interférométriques, même si le flux moyen et la visibilité fournissent aussi des informations d'importance. La section qui suit va décrire avec quelle précision des franges d'interférences données permettent de déterminer une phase.

II.4.3.3 Sensibilité en phase

Sensibilité théorique

On considère un système de franges d'interférences atomiques décrit par l'équation (II.109). La sensibilité du flux atomique détecté à la phase ϕ est maximale lorsque $\partial I/\partial \phi$ l'est. En supposant $\phi \ll 1$, ceci suppose de se placer à mi-frange, c'est à dire de positionner M_3 tel que le flux détecté est $I = I_0$. Lorsqu'on impose un déphasage ϕ , la modification du flux induite est $\Delta I \simeq I_0 \mathcal{V} \phi$. On considère qu'on mesure le flux modifié par l'interaction pendant un temps T , et qu'on détecte la modification lorsque le rapport signal/bruit de la mesure est 1. En supposant un bruit Poissonien pour le flux, la phase minimale détectable est :

$$\phi_{min} = \frac{1}{\sqrt{I_0 \mathcal{V}^2}} \frac{1}{\sqrt{T}} \quad (\text{II.111})$$

Le facteur de mérite $I_0 \mathcal{V}^2$ est souvent utilisé pour caractériser la sensibilité en phase d'un interféromètre. L'expression de ϕ_{min} montre que cette sensibilité théorique est $\sigma_\phi = 1/\sqrt{I_0 \mathcal{V}^2}$, et s'exprime en rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$.

Lorsqu'on utilise l'argon comme gaz porteur (situation typique), on peut évaluer la sensibilité théorique de notre interféromètre :

^c. Le terme $\pi/2$ provient du choix arbitraire d'ajuster les franges en utilisant la fonction sinus plutôt que cosinus. Ce choix facilite l'évaluation visuelle des paramètres ajustés.

^d. $A3$ n'est pas exactement égal au rapport des longueurs d'onde du laser Hélium-Néon et des ondes stationnaires $\lambda_{\text{He-Ne}}/\lambda_L \simeq 0.94$ car le faisceau du laser Hélium-Néon n'est en général pas injecté dans le Michelson de façon orthogonale à ses miroirs.

- Avant 2009, le flux atomique moyen détecté était proche de 30000 atomes/s, et la visibilité d'environ 80% : le facteur de mérite atteignait 19200, soit une sensibilité en phase de $7.2 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$;
- Après les modifications du dispositif de collimation et du trou de détection, le flux atomique moyen est supérieur à 50000 atomes/s et la visibilité plutôt située vers 75%, valeurs pour laquelle la sensibilité en phase est d'environ $6 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Sensibilité théorique de la procédure utilisée

Notre procédure d'acquisition n'utilise pas le protocole qui consiste à se placer à mi-frange. Sa sensibilité théorique est inférieure à la sensibilité théorique maximale, car la sensibilité en phase instantanée varie entre 0 (lorsqu'on détecte le flux maximum ou minimum) et σ_ϕ (lorsqu'on est à mi-frange) lorsqu'on balaye les franges d'interférences. On considère qu'on balaye une période des franges. Une étude similaire à celle illustrée dans le paragraphe qui précède permet d'évaluer la nouvelle sensibilité en phase théorique notée $\sigma_{\phi,f}$:

$$\sigma_{\phi,f} = \sqrt{2}\sigma_\phi \quad (\text{II.112})$$

Les paramètres ajustés permettent d'évaluer la sensibilité théorique selon l'équation $\sigma_\phi = \sqrt{A1}/A2$. Dans l'exemple illustré par la figure II.29, on obtient $\sigma_{\phi,f} \simeq 8.30 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$. Le temps d'acquisition étant proche de 20 s, la précision en phase théorique qui caractérise cette mesure particulière est d'environ 1.86 mrad.

Sensibilité expérimentale

On associe ici la précision obtenue expérimentalement à l'erreur standard du paramètre $A4$ que l'ajustement évalue. En effet, cette erreur standard est liée à l'écart quadratique moyen entre les points expérimentaux et leur ajustement de la même façon que le bruit Poissonien décrit l'écart quadratique moyen entre I et le flux détecté. En toute rigueur il faudrait tenir compte de l'erreur associée à la mesure de la phase du Michelson et cette donnée va expliquer la diminution de la sensibilité expérimentale. L'erreur standard calculée pour le cas particulier de la figure II.29 est de 2.76 mrad. La sensibilité en phase expérimentale obtenue pour cette mesure est donc proche de $12.3 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$. C'est une valeur supérieure d'environ 50% à la sensibilité théorique $\sigma_{\phi,f}$. Parmi les nombreuses causes possibles pour cette différence, les deux plus probables sont :

- L'existence d'effets supplémentaires associés à la translation du miroir M_3 que l'ajustement polynomial au troisième ordre de la phase ϕ_{Mich} n'évalue pas (voir l'équation (II.107)) ;
- L'existence d'une dérive ou d'une dispersion de $\phi_{m,0}$ à cause de la variation de la position de x_2 et x_3 .

En s'intéressant d'abord à la première cause, on peut indiquer qu'une observation attentive de la partie gauche de la figure II.29 permet d'identifier quelques petites ruptures de la pente du signal du Michelson. On peut naturellement les corrélérer aux pics de résidus de l'ajustement du signal optique, mais aussi dans une moindre mesure à ceux qui concernent le signal atomique. Certains de ces effets sont analysés dans la section II.4.3.6. Concernant la deuxième cause d'incertitude, une dérive de phase linéaire vis-à-vis du temps n'a pas d'influence sur l'erreur puisqu'elle est bien décrite par l'ajustement polynomial. Cependant,

il existe une autre influence de la dérive sur la précision des mesures de phase qui est liée à la reproductibilité de mesures consécutives.

II.4.3.4 Dérive de phase

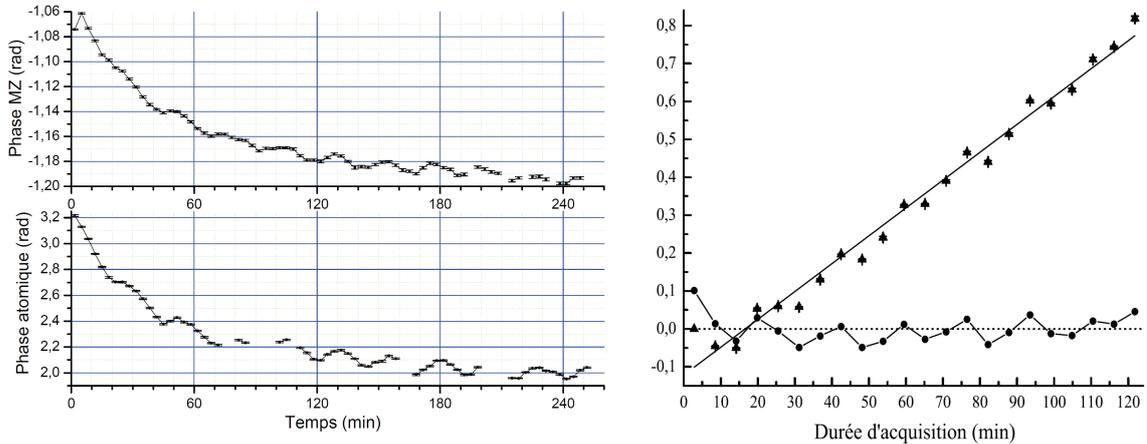


FIGURE II.30 – Mise en évidence de la dérive de phase de l'interféromètre.

A gauche, partie haute : phase à l'origine (coefficient A_4) des franges du Mach-Zehnder optique, par un ajustement en fonction de la phase de l'interféromètre optique de Michelson (voir la procédure d'ajustement décrite dans la section II.4.3.2), en fonction du temps ;

A gauche, partie basse : phase à l'origine des franges atomiques. Les données manquantes sont dues à des problèmes ponctuels d'acquisition ;

A droite : figure tirée de [51] : phase à l'origine des franges atomiques lors d'un ajustement en fonction de la phase de l'interféromètre optique de Mach-Zehnder.

La partie gauche de la figure II.30 représente les valeurs des phases à l'origine (paramètres A_4 de l'ajustement (II.108)) obtenues en balayant une série de rampes de tension identiques et consécutives (sans imposer d'interaction). La partie haute du graphique concerne l'ajustement des franges du Mach-Zehnder optique, tandis que la partie basse concerne l'ajustement des franges du Mach-Zehnder atomique. Les ajustements des deux signaux qui sont en tout point similaires sont réalisés comme l'a décrit la section II.4.3.2. Les deux courbes mettent en évidence une dérive de phase qui peut dépasser 50 mrad/min pour la phase atomique et qui est fortement corrélée entre les deux interféromètres. Elles exhibent aussi des oscillations, d'amplitude dont l'ordre de grandeur est 0.1 rad, et dont la période est comprise grossièrement entre 15 et 20 min. Pour faciliter l'observation on indique que le pas des réseaux du Mach-Zehnder optique est $5 \mu\text{m}$ et que le rapport de ce pas sur celui du Mach-Zehnder atomique est proche de 15. Ceci explique (en ordre de grandeur seulement) la différence des échelles pour représenter les variations de la phase. La partie droite de la figure est tirée de la thèse de Marion Jacquey [51]. Elle représente les

phases à l'origine du même type mais obtenues lorsque l'ajustement de la position des miroirs est réalisée avec l'interféromètre de Mach-Zehnder optique. On rappelle que le signal de cet interféromètre est sensible à la position des trois miroirs, contrairement au signal du Michelson qui ne repère que la position de M_3 .

Ces données permettent de supposer que l'origine des dérives de phase observées est un ensemble de dérives thermiques. En effet la dérive thermique des éléments de l'interféromètre (banc et support des miroirs) occasionne une modification de la position relative $x_1 - 2x_2 + x_3$, donc une modification de la phase de l'interféromètre atomique ϕ_m qui est très sensible à cette position.

Lorsqu'on se fixe comme référence la position de M_3 à l'aide du Michelson (dont l'autre miroir est supposé fixe), c'est la modification de x_1 et x_2 qui est mesurée par la dérive de phase via le terme $\phi_{m,0}$ de l'équation (II.110), et une modification du terme $x_1 - 2x_2$ de 53 nm occasionne une dérive de 1 rad. Un indice important pour identifier clairement les dérives thermiques est la période des petites oscillations de la phase atomique (15 à 20 min), qui correspond à celle des variations de la température de l'eau de refroidissement des baffles pour les pompes à diffusion. La température de l'eau oscille entre 3 et 6°C qui correspondent aux limites de la gamme de consigne du refroidisseur (doté d'un asservissement « tout ou rien »). Nous avons mesuré la période entre deux démarrages automatiques de ce refroidisseur qui est comprise entre 16 et 21 minutes. Les baffles sont situés quelques cm en dessous du banc. Comme ce dernier n'est lié au bâti que par trois points d'attache dont la résistance thermique est relativement forte, il est probable que ce soit le rayonnement thermique variable des baffles qui provoque des variations de température au sein du banc. On se place maintenant dans le cas où on utilise la phase du Mach-Zehnder optique comme référence pour ajuster les franges atomiques (partie droite de la figure II.30. Cette phase ϕ_{MZ} qui est l'analogue de ϕ_{Mich} dans l'équation (II.108) décrit la position relative $x_1 - 2x_2 + x_3$ de ses propres réseaux. Si on fait l'hypothèse que la position de chacun de ces réseaux est rigoureusement fixe par rapport au miroir d'onde stationnaire correspondant, l'effet des dérives thermiques ne devrait pas influencer la phase à l'origine. En effet, l'analogue de $\phi_{m,0}$ est alors constant. On peut facilement montrer que c'est aussi le cas si on considère une dilatation thermique qui est identique au niveau des trois réseaux. Ce point de vue explique très bien pourquoi dans la partie gauche de la figure II.30, les phases à l'origine des deux Mach-Zehnder ont des évolutions similaires. Cependant il n'est pas totalement vérifié car deux effets concourent à l'existence de dilatations qui sont différentes pour les réseaux des deux Mach-Zehnder (optique et atomique) :

- Les températures au niveau des trois miroirs peuvent varier d'une façon qui diffère. En effet, la constante de temps d'équilibrage thermique du banc est relativement grande devant le temps que prend une mesure de phase ;
- Le support du miroir M_3 n'est pas identique aux supports des deux autres miroirs : il diffère par la présence d'un transducteur piézoélectrique supplémentaire utilisé pour le translater. Lorsque la température de l'ensemble varie de façon uniforme, c'est le différentiel de dilatation introduit par cet élément qui provoquera une dérive.

Ceci explique la dérive de phase identifiée dans la partie droite de la figure II.30, ainsi que des différences (faibles mais observables) entre l'évolution des deux dérives de phase présentées dans sa partie gauche. Marion Jacquey *et al* ont évalué cette influence particulière

de la dilatation de la cale piézoélectrique de translation en supposant une dérive linéaire en temps de la température de l'ensemble des éléments de l'interféromètre [51]. Comme ils le précisent, les résultats sont à prendre avec précaution, mais ils sont tout à fait cohérents en ordre de grandeur avec les variations de la température du banc qui était mesurée avec une résistance de platine.

II.4.3.5 Décohérence expérimentale

La partie II.2.2 a montré que la visibilité théorique de l'interféromètre bien réglé était de 100% si l'on détecte seulement le flux de la sortie S, indépendamment des conditions de propagation atomique issues de la source qui n'influencent que la transmission. Cette section s'intéresse aux causes de décohérence expérimentale, c'est à dire les facteurs qui limitent la visibilité observée qu'on note \mathcal{V}_{exp} . On ne considère pas ici l'influence de l'application d'une interaction. Les facteurs de décohérence ont déjà été étudiés en détail par notre équipe et ce qui suit en est un résumé.

Réglages imparfaits

La visibilité observée diminue lorsque les réglages de l'interféromètre sont imparfaits. Trois types d'écart aux réglages parfaits sont identifiés dans la partie II.2.2, et leur influence a été étudiée par notre équipe [67] [68] :

- Lorsque l'alignement des trois réseaux n'est pas parfait, la différence orientée de leurs vecteurs d'onde $\Delta\mathbf{k}_G$ (équation (II.78)) n'est pas nulle et il apparaît une figure de franges d'interférences atomiques sur le détecteur. La visibilité diminue car seul le flux total est mesuré. L'angle de Bragg de la diffraction assure que les réglages de l'orientation autour de \mathbf{e}_y sont quasi-parfaits (à quelques microradians près). C'est donc essentiellement le réglage autour de l'axe \mathbf{e}_z (verticalité des miroirs) qui peut diminuer la visibilité. Dans ce cas particulier on peut évaluer la diminution de visibilité par rapport à la visibilité \mathcal{V} de la figure d'interférences [68] à l'aide de la fonction sinus cardinale $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$:

$$\mathcal{V}_{exp} \simeq \mathcal{V} |\text{sinc}(\Delta\mathbf{k}_G \cdot \mathbf{e}_y h_D/2)| \quad (\text{II.113})$$

h_D désigne la hauteur utile du faisceau atomique au niveau de sa détection en considérant un profil d'intensité atomique rectangulaire selon l'altitude y . La visibilité est stationnaire autour de sa valeur maximale, et elle est d'autant plus sensible à l'alignement que h_D est élevé. Lorsqu'on soigne particulièrement l'alignement des miroirs on approche le microradian de précision et il est probable que la diminution de la visibilité alors négligeable (de l'ordre de 0.1% pour une hauteur utile de 2 mm). Cependant nous nous contentons souvent d'un réglage légèrement imparfait pour gagner du temps effectif de mesure, et il est possible qu'on perde quelques pour-cent de visibilité à cause de l'alignement ;

- Lorsque les distances entre les trois réseaux (L_{12} et L_{23}) sont inégales, la visibilité des franges observée est diminuée car il apparaît un chromatisme des phases atomiques et une recombinaison imparfaite des deux bras qui rendent l'interféromètre sensible à la cohérence de la source. Notre équipe a montré par des calculs analytiques et numériques vérifiés par l'expérience [67] que la visibilité est diminuée de

moins de 1% lorsque $L_{23} - L_{12} = 1$ mm. Là aussi elle est stationnaire autour de $L_{23} - L_{12} = 0$. Comme, en pratique, nous ajustons ces distances bien mieux qu'au millimètre près, ce facteur de diminution de la visibilité peut être négligé ;

- Lorsque le réglage du potentiel lumineux des réseaux G1 et G3 n'est pas identique, la visibilité est diminuée par déséquilibre entre les deux bras, mais aussi parce que les phases de diffraction exhibent un chromatisme vis-à-vis des conditions d'incidence atomique sur les réseaux. La figure II.10 montre que la sensibilité de la visibilité au déséquilibre est très faible. En soignant un peu la distribution de puissances des ondes lumineuses, il semble possible de s'affranchir de ce facteur de diminution. La hauteur utile du jet peut aussi avoir une influence similaire puisqu'un atome traversant les réseaux G1 et G3 à deux hauteurs différentes y subit en principe un potentiel lumineux différent. h_D est grossièrement évalué lors du centrage des ondes stationnaires (section II.3.5.2) et ne dépasse pas 3 mm au niveau du réseau G3. Le *waist* du faisceau lumineux de forme elliptique dépassant souvent 8 mm dans la direction verticale, il semble raisonnable de négliger aussi cette influence sur la visibilité.

Processus de décohérence atomique

Dans notre interféromètre à bras séparés, toute interaction de l'atome de lithium avec son environnement qui peut apporter une information sur la position de l'atome dans le bras u ou l peut provoquer la décohérence de l'onde atomique associée. Deux processus de décohérence possibles peuvent être identifiés :

- La collision de l'atome avec une particule du gaz résiduel présent dans l'enceinte à vide. Plusieurs expériences d'interférométrie à onde de matière ont mis en évidence la décohérence associée à ce type de processus [34], [35]. La visibilité diminuera seulement si la collision n'empêche pas la détection de l'atome ce qui est extrêmement peu probable dans notre dispositif expérimental ;
- L'émission spontanée d'un photon à l'intérieur de l'interféromètre [32], [33], [87].

Dans notre dispositif il est probable que ces deux processus ont une influence quasi-négligeable sur la visibilité observée [68], [51].

Un autre processus de décohérence possible concerne une éventuelle annulation locale du champ magnétique dans une zone voisine du trajet atomique. En ce lieu, le champ magnétique vu par l'atome tourne rapidement à cause de sa propagation, et le suivi adiabatique du champ par son moment magnétique peut ne plus être assuré. Le nombre quantique magnétique m_F relatif à la projection du moment cinétique atomique sur l'axe de quantification local peut alors changer de valeur. Si les fonctions d'ondes atomiques relatives à la propagation de l'atome dans les bras u et l concernent deux états internes différents, leur recombinaison ne peut pas donner lieu à des interférences. C'est une des raisons qui nous ont poussés à éviter d'utiliser des matériaux ferromagnétiques pour les éléments proches du faisceau atomique. Nous pensons que le champ magnétique ne s'annule pas et que cet effet a une influence négligeable sur la visibilité des franges.

Fluctuation de phase et vibration des réseaux lumineux

L'effet d'une fluctuation de la phase atomique peut être évalué simplement si on suppose

que la distribution de phase atomique est de forme Gaussienne d'écart quadratique moyen $\langle \phi^2 \rangle$:

$$P(\phi) = \frac{1}{\langle \phi^2 \rangle \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\phi^2 / (2\langle \phi^2 \rangle) \right] \quad (\text{II.114})$$

Le signal d'interférence qu'on mesure est issu d'un ensemble de signaux d'interférences atomiques dont l'intensité s'ajoute de manière incohérente. Lorsque leur phase fluctue selon l'équation (II.114) et si on suppose pour simplifier que leur visibilité \mathcal{V} est constante, ce signal est :

$$\begin{aligned} I &= \int I_0 [1 + \mathcal{V} \cos(\phi_m + \phi)] P(\phi) d\phi \\ &= I_0 \left[1 + \mathcal{V} e^{-\frac{\langle \phi^2 \rangle}{2}} \cos(\phi_m) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.115})$$

On observe donc une diminution de la visibilité décrite par l'équation $\mathcal{V}_{exp} = \mathcal{V} \exp(-\langle \phi^2 \rangle / 2)$. Notre équipe a identifié la vibration des réseaux comme la principale source de fluctuations de phase, et probablement la principale cause de la réduction de la visibilité observée. En provoquant un déplacement des miroirs qui forment les ondes stationnaires, elles modifient la phase naturelle ϕ_m de l'interféromètre de manière rapide et aléatoire. Cet effet est lié au caractère non-nul de la durée de propagation de l'atome dans l'interféromètre, et c'est une différence essentielle avec la dérive de phase. Notre équipe a réalisé une étude complète des vibrations de l'interféromètre et de leurs conséquences sur le signal atomique [67] [68] [51], dont les résultats sont détaillés dans des publications [88] [81].

Superposition des faisceaux de sortie

La section II.3.2.3 a déjà identifié la superposition des faisceaux de sortie qui sont complémentaires comme une cause potentielle de diminution de la visibilité. On a vu que le facteur de mérite $I_0 \mathcal{V}^2$ étant le paramètre à optimiser pour améliorer la sensibilité en phase, il peut être profitable de relaxer cette condition. En utilisant une collimation moins forte, la superposition des faisceaux de sortie augmente et la visibilité diminue mais l'effet sur la sensibilité peut être compensé par l'augmentation du flux. Lorsqu'on utilise l'argon, la collimation présentée qui utilise deux fentes de 18 μm semble être un compromis optimal compte-tenu du jeu de fentes disponibles.

II.4.3.6 Procédure de mesures d'interactions

Les sections qui précèdent ont caractérisé les signaux d'interférence de notre dispositif et précisé comment on en extrait des informations qui sont le flux atomique moyen, la visibilité et la phase à l'origine. Cette section décrit comment nous mesurons l'effet d'une interaction qu'on impose à l'atome de lithium.

Principe et expression du signal

Lorsque les atomes subissent une interaction qui modifie leur propagation, le signal d'interférence est modifié. Le but premier d'une mesure interférométrique est généralement d'évaluer un déphasage, mais il existe des effets sur le flux moyen et la visibilité qui donnent

des informations souvent utiles voire nécessaires pour une analyse précise des résultats. Le flux moyen peut différer pour deux raisons principales :

- Lorsqu'il y a une absorption partielle de l'onde sur au moins un des bras de l'interféromètre. C'est par exemple le cas si on introduit du gaz sur un des bras pour une mesure de son indice de réfraction [41] ;
- Lorsqu'il y a une déflexion de l'onde par l'interaction, et le faisceau défléchi est détecté avec une probabilité réduite.

La visibilité est sensible aux effets de décohérence et aussi à la dispersion de la phase induite par l'interaction. Cette dispersion peut être due, par exemple, à une dépendance de la phase avec la vitesse atomique ou avec la trajectoire atomique dans l'interféromètre. L'équation (II.114) illustre, dans le cas particulier d'une distribution Gaussienne, le fait qu'une dispersion de la phase atomique diminue la visibilité.

On exprime maintenant le signal atomique détecté lorsqu'aucune interaction n'est imposée. Pour simplifier on considère qu'aucune interaction résiduelle n'est impliquée. A la suite de la section II.4.3.5 on appelle \mathcal{V}_{exp} la visibilité des franges d'interférences atomiques. Leur phase est alors celle de l'interféromètre ϕ_m :

$$I = I_0 [1 + \mathcal{V}_{exp} \cos(\phi_m)] \quad (\text{II.116})$$

Pour décrire le signal d'interférences modifié par une interaction atomique, il est profitable d'utiliser les notations suivantes :

$$I_{int} = I_{0,int} [1 + \mathcal{V}_{exp} \mathcal{V}_{int} \cos(\phi_m + \phi_{int})] \quad (\text{II.117})$$

En effet, d'une manière similaire au fait que la phase d'interaction ϕ_{int} est mesurée comme un déphasage entre les deux signaux d'interférences, la grandeur \mathcal{V}_{int} qu'on appelle visibilité relative d'interaction décrit l'influence d'une interaction comme une modification de la visibilité observée. Dans notre dispositif (comme dans beaucoup d'interféromètres), la détection d'un signal d'interférences seul n'apporte *priori* aucune information pertinente et la mesure d'une grandeur quelconque implique une comparaison de plusieurs signaux.

Grandeurs mesurées

On note $A_{1,0}$ à $A_{4,0}$ les quatre paramètres extraits selon la procédure décrite dans la section II.4.3.2, lorsqu'on n'applique pas d'interaction. De même $A_{1,int}$ à $A_{4,int}$ sont ces paramètres obtenus lorsqu'on applique l'interaction. La comparaison des deux signaux d'interférences atomiques permet de mesurer trois grandeurs évaluées comme suit :

- Le flux relatif détecté avec et sans interaction est :

$$I_{rel,int} = \frac{I_{0,int}}{I_0} = \frac{A_{1,int}}{A_{1,0}} \quad (\text{II.118})$$

- La visibilité relative d'interaction a été présentée :

$$\mathcal{V}_{int} = \frac{A_{2,int}}{A_{2,0}} \quad (\text{II.119})$$

- Il en est de même pour la phase d'interaction :

$$\phi_{int} = A_{4,int} - A_{4,0} \quad (\text{II.120})$$

La dérive de phase présentée par la section II.4.3.4 peut perturber la mesure de ϕ_{int} si aucune précaution n'est prise. En effet avec notre protocole d'extraction des données elle provoque une indétermination supplémentaire et qui augmente avec le temps via le terme $\phi_{m,0}$ de l'équation (II.110).

Parmi ces mesures, la visibilité relative et la phase d'interaction ne sont accessibles que par interférométrie. L'ensemble de ces trois mesures peuvent être nécessaires pour bien caractériser l'interaction subie par l'atome. Afin d'éviter toute confusion sur la mesure du signe de ϕ_{int} , on applique la règle de la section II.2.3.3. Dans notre dispositif expérimental et avec le repère choisi pour le laboratoire, la position x_3 augmente lorsque la tension V appliquée sur la cale piézoélectrique augmente. La phase du Michelson augmente avec V car on impose au coefficient $M3$ d'être positif. De la même façon pour $A3$, la phase atomique est ajustée de manière à augmenter avec la phase optique. On est dans le cadre de l'application directe de la règle énoncée, où ϕ_m augmente avec x_3 et où une perturbation appliquée sur le bras l sera comptée positivement (sans présager de son signe réel) et négativement sur le bras u .

Procédure de mesures

Pour réaliser une mesure d'interaction, nous réalisons N balayages de franges, soit N rampes de tension dont les paramètres (tensions minimale, maximale et nombre de points) sont identiques. Ces N balayages permettent d'enregistrer chacun un signal de franges atomiques. N est généralement compris entre 30 et 100. J'appelle franges atomiques de référence celles enregistrées lorsqu'on n'impose pas d'interaction, et franges atomiques d'interaction les autres. Pour chaque rampe nous extrayons les paramètres atomiques de façon individuelle selon la procédure explicitée. On note $A_{i,0/int}(n)$ un paramètre atomique extrait d'un ajustement de la rampe n . Suivant que l'imposition de l'interaction peut être commandée ou non par le programme d'acquisition, la comparaison des franges de référence et d'interaction est réalisée par deux méthodes différentes :

- **Méthode 1** : lorsque c'est l'utilisateur qui provoque l'interaction par une manipulation, par exemple en translatant un réseau nanométrique pour la mesure de l'interaction de Van der Waals atome-surface, celle-ci est imposée pendant toute la durée de la rampe. Afin de réaliser la comparaison de franges en corrigeant la dérive de phase, chaque rampe d'interaction est précédée et suivie d'une rampe de référence, et les grandeurs mesurées sont extraites en supposant une évolution linéaire des paramètres entre deux rampes de référence ;
- **Méthode 2** : lorsque c'est l'ordinateur qui commande l'interaction via le programme d'acquisition, nous enregistrons les franges de référence et d'interaction dans la même rampe. Pour cela, nous imposons et arrêtons l'interaction de façon séquentielle plusieurs fois durant la même rampe de tension.

Caractéristiques de la cale piézoélectrique de translation

Les transducteurs piézoélectriques que nous opérons ne sont pas asservis en position, et présentent d'importants effets d'hystérésis et de non-linéarité. Parmi les divers phénomènes

qui impliquent une différence entre la commande (tension) et la réponse de la position du miroir :

- Le temps de réponse du transducteur n'est pas un paramètre contraignant car les sauts de tension associés à la discrétisation numérique d'une rampe de tension linéaire sont très faibles : de l'ordre de 10 mV. Nous avons pu vérifier que les temps de réponse associés sont nettement inférieurs à 10 ms. Aussi, à chaque changement de tension de commande, nous ignorons simplement les données enregistrées dans les 10 ms qui suivent (la carte autorise en principe un échantillonnage beaucoup plus rapide, mais pas les performances de l'ordinateur acheté en 2005) ;
- Les phénomènes de non-linéarités sont bien reproduits par l'utilisation d'un polynôme du troisième degré lors de l'ajustement de la phase du Michelson (voir la section II.4.3.2) ;
- Les phénomènes d'hystérésis ne sont en principe pas contraignants, vu que le signal optique du Michelson repère la position du miroir. Cependant, lors de la translation du miroir M_3 , nous observons un phénomène de couplage mécanique avec sa rotation, qui présente aussi une hystérésis. La figure II.31 illustre, sur sa partie haute, ces couplages pour une unique rampe croissante (tension de commande croissante) suivie d'une rampe similaire décroissante. Sur sa partie basse, elle montre l'effet de ce couplage sur les phases atomiques à l'origine lorsqu'on reproduit le signal de commande triangulaire.

On peut interpréter l'effet du couplage entre translation et rotation de M_3 sur la phase atomique mesurée : la rotation du miroir lors de sa translation change la position vue par le Michelson, car son bras de mesure est réfléchi par la partie basse du miroir M_3 (c'est donc essentiellement l'angle θ qui influence cette lecture de position). Les phases à l'origine extraites montrent que cet effet est reproductible (à quelques sauts ponctuels de phase près) pour deux rampes de même type, c'est à dire croissantes ou décroissantes, et l'enregistrement de rampes identiques successives permet d'observer la dérive de phase. Par contre deux rampes de type différent ont une phase à l'origine décalée d'environ 0.15 rad, et cette valeur s'avère trop dépendante des caractéristiques de la rampe pour être considérée comme reproductible. L'illustration permet d'évaluer un ordre de grandeur pour cet effet d'hystérésis : une différence d'orientation $\langle \theta \rangle \simeq 1 \mu\text{rad}$ (moyennée sur une rampe) entre une rampe croissante et une rampe décroissante change peu la forme des franges atomiques et pas leur phase car la position du centre de M_3 reste la même. Par contre, la position relevée par le Michelson change de 10 nm si son faisceau lumineux est réfléchi à 1 cm du centre du miroir. La phase atomique ajustée change alors de 200 mrad ce qui est tout à fait en accord avec les observations. La conséquence pour les mesures d'interaction est qu'il n'est possible de comparer la phase atomique de deux rampes différentes que si elles sont du même type (et à la dérive de phase près). Cet effet est particulièrement important pour la précision des mesures qui utilisent la méthode 1.

Mesures utilisant la méthode 1

Lorsque l'utilisateur doit imposer l'interaction par une manipulation, nous utilisons la méthode 1. En effet il est difficile d'imposer ou arrêter l'interaction au cours d'une rampe de manière fiable et mesurable. Compte tenu des effets d'hystérésis, nous mesurons des

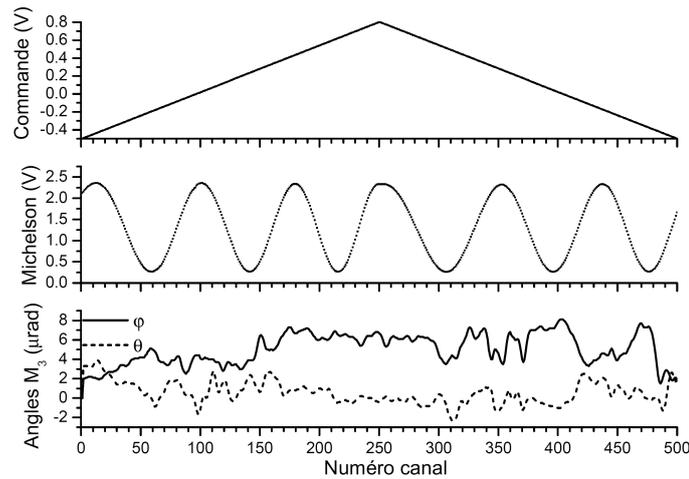
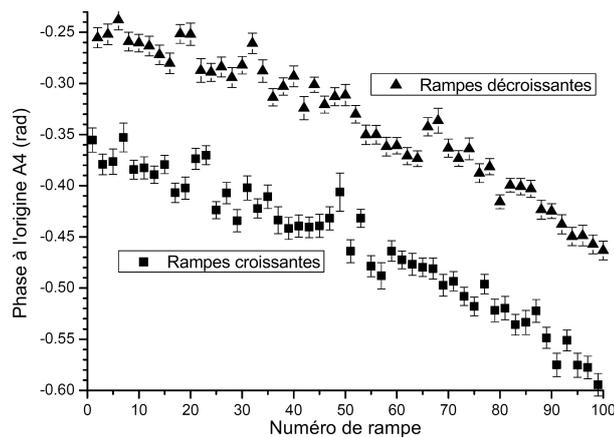


FIGURE II.31 – Illustration des effets d’hystérésis et de couplage mécanique du transducteur piézoélectriques qui réalise la translation du miroir M_3 .

Ci-dessus : tension de commande pour la position du miroir M_3 (ligne du haut), signal optique du Michelson (milieu) et mesure des angles φ (rotation autour de l’axe vertical \mathbf{e}_y , trait plein) et θ (autour de l’axe horizontal \mathbf{e}_z , tirets), le tout en fonction du numéro de canal. Les mesures d’angle utilisent l’autocollimateur électronique. On observe les effets de l’hystérésis sur la position du miroir (période non constante sur les franges du Michelson), et l’effet des couplages mécaniques sur la rotation du miroir. La rotation induite par couplage avec la translation peut atteindre $8 \mu\text{rad}$.

Ci-dessous : phases à l’origine (coefficients $A4$) mesurées lorsqu’on balaye une série de rampes croissantes et décroissantes (commande triangulaire de facteur de forme 1/2). Chaque rampe dure 10 s. Outre la dérive de phase, on observe un phénomène d’hystérésis qui se manifeste par une différence de phase à l’origine entre les rampes croissantes décroissantes.



franges atomiques de référence ou d'interaction durant la totalité de rampes de même type. Nous les appelons conséquemment rampes de référence et rampes d'interaction. Ces rampes sont croissantes (choix arbitraire), et deux rampes croissantes sont séparées par une rampe décroissante appelée rampe de retour dont la durée est plus courte. La présence de la rampe de retour au lieu d'une commande instantané nous donne le temps de modifier l'interaction « à la main », et cela évite des translations brutales du miroir qui augmentent des effets appelés « creep » [89] [90] et diminuent la reproductibilité. Pour corriger la dérive de phase, chaque rampe d'interaction est précédée et suivie d'une rampe de référence, et on suppose une évolution linéaire des paramètres entre les deux rampes de référence. La numérotation ignore les rampes de retour et si une rampe d'interaction est numérotée n , alors les rampes $n - 1$ et $n + 1$ doivent être des rampes de référence, sans cela la rampe n est peu ou pas exploitable. Les grandeurs mesurées sont évaluées grâce aux paramètres atomiques extraits :

$$\begin{aligned}
 I_{rel,int}(n) &= \frac{2A_1(n)}{A_1(n-1) + A_1(n+1)} \\
 \mathcal{V}_{rel,int}(n) &= \frac{2\mathcal{V}(n)}{\mathcal{V}(n-1) + \mathcal{V}(n+1)} \\
 \text{avec : } \mathcal{V}(n) &= A_2(n)/A_1(n) \\
 \phi_{int}(n) &= A_4(n) - \frac{1}{2}(A_4(n-1) + A_4(n+1))
 \end{aligned}
 \tag{II.121}$$

Parmi les trois équations qui précèdent, c'est celle qui corrige la dérive de phase qui est la plus essentielle. En effet les visibilitées et flux moyens observés ne présentent pas de dérive rapide. La partie gauche de la figure II.32 illustre la correction de la dérive de phase par un exemple pour lequel la phase d'interaction est nulle.

On comprend que la correction de la dérive de phase de la méthode 1 est assez approximative. Elle ne tient pas compte des non-linéarités de cette dérive, et sera d'autant plus précise que la durée entre rampes de référence est courte. La durée d'une rampe de retour est un facteur peu compressible car il implique des manipulations par l'expérimentateur, mais un compromis est à trouver pour la durée des rampes d'interaction et de référence : allonger leur durée permet d'augmenter la précision statistique des coefficients extraits mais diminue la précision de la correction de la dérive de phase. Pour la mesure de l'interaction de Van der Waals, un compromis a été trouvé de manière empirique en utilisant des rampes d'interaction ou de référence de 100 s et des rampes de retour de 20 s. La dispersion des mesures de phase d'interaction est donc augmentée par rapport à une loi normale qui ne dépendrait que de la sensibilité en phase : afin d'augmenter la précision, il est nécessaire de multiplier les mesures, et de bien vérifier que la statistique de distribution des mesures d'interaction ne comporte pas de biais important qui serait dû à des effets systématiques de la dérive de phase. Une telle statistique, obtenue pour la mesure d'interaction de Van der Waals atome-surface, est illustrée sur la partie droite de la figure II.32.

Mesures utilisant la méthode 2

Lorsque c'est le programme d'acquisition qui impose l'interaction nous utilisons la méthode 2, pour laquelle une ou plusieurs interactions sont alternativement imposées (franges

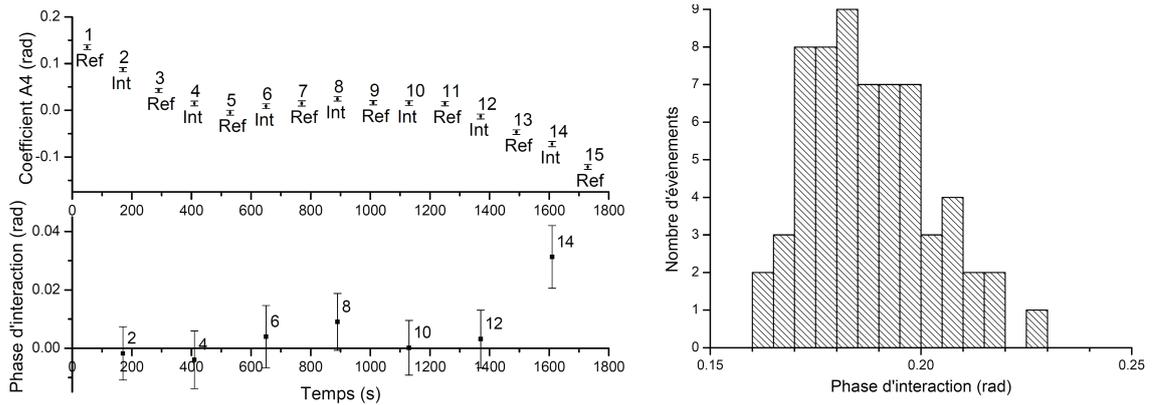


FIGURE II.32 – Illustration des mesures de phases d'interaction utilisant la méthode 1.

A gauche : correction de la dérive de phase. Sur la partie haute figure l'extraction du coefficient $A4$ pour une série de rampes dont on précise le type (Référence ou Interaction). La dérive de phase est clairement visible. Sur la partie basse figurent les phases d'interaction évaluées en appliquant les équations (II.121). Pour les rampes dites d'interaction, on n'en a en fait pas imposé : $\phi_{int} = 0$. La mesure reproduit cette valeur aux fluctuations statistiques et surtout aux non-linéarités de la dérive de phase près. Ce dernier effet est nettement visible pour la mesure extraite avec la rampe d'interaction 14 ;

A droite : illustration d'une statistique obtenue pour la mesure d'une phase d'interaction en utilisant la méthode 1. On a mesuré l'interaction de Van der Waals atome-surface en utilisant le Néon comme gaz porteur (vitesse atomique $v_m \simeq 1500$ m/s).

d'interaction) et coupées (franges de référence), plusieurs fois durant la même rampe et en respectant un motif séquentiel périodique. Avec cette méthode, le signal du Michelson est commun à toutes les franges enregistrées, et l'effet de la dérive de phase est fortement diminué :

- Lorsqu'elle est linéaire par rapport au temps, la dérive modifie paramètre $A3$ qui est le vecteur d'onde des franges atomiques dans le système de coordonnées sans dimension repéré par la phase du Michelson. Une telle évolution de la dérive de phase n'a donc strictement aucun effet sur les mesures interférométriques, puisque l'ajustement est réalisé en imposant à ce paramètre d'être commun entre tous les systèmes de franges enregistrés ;
- Lorsque son évolution est non linéaire, elle introduit des non-linéarités dans les franges atomiques qui ont pour référence la phase du Michelson. Ces non-linéarités sont communes à tous les systèmes de franges enregistrés. Si elles provoquent un biais identique pour les franges de référence et d'interaction, elles ne pourront pas changer la valeur de la mesure, seulement sa précision.

Les franges atomiques ajustées sont donc des branches de franges d'interférences qui sont distribuées de façon homogène dans la durée d'une rampe. Par comparaison avec la méthode

1, on aura intérêt à fortement diminuer la durée des rampes d'interaction afin de limiter l'effet des non-linéarités de la dérive de phase. Nous utilisons des rampes d'une durée comprise entre 10 et 30 secondes suivant le nombre d'interactions qu'on veut mesurer, et balayons entre 50 et 100 rampes successives pour réduire l'erreur statistique. Toutes les rampes (croissantes et décroissantes) sont utilisées : l'acquisition ne cesse pas au sein d'une mesure ce qui est bénéfique à sa précision. Avec cette méthode on s'affranchit presque totalement de tous les effets de la dérive, et nous avons pu vérifier que celle-ci ne provoque que des petits pics aléatoires de dispersions des phases mesurées.

Les effets systématiques auxquels il faut veiller concernent la position des branches d'une frange d'interaction ou de référence au sein d'une rampe, car chaque rampe est identique et cela peut introduire des biais. Cette position est variée avec un caractère pseudo-aléatoire en s'assurant que la durée d'une interaction n'ait pas de diviseur commun avec celle d'une rampe, et en enregistrant suffisamment de rampes pour balayer la position d'une interaction au sein d'une même rampe. On donne un exemple pratique pour préciser cet aspect important : pour mesurer 3 interactions différentes (soit 4 franges en tout en incluant les franges de référence), on peut choisir une rampe d'environ 20 s pour 201 points de mesure (nombre premier) et de changer (ou couper) l'interaction tous les 6 points de mesure (les branches de franges durent 0.6 s). Au sein d'une même rampe, chaque système de frange est composé d'au moins 8 branches régulièrement réparties ce qui s'avère tout à fait suffisant pour ajuster correctement les sinusoïdes. Entre deux rampes successives, la position d'une frange donnée est décalée de 9 points de mesure qui est premier avec 201 (durée totale d'une rampe). Ainsi on change cette position toutes les rampes et peu de rampes ont une séquence identique au sein d'une même mesure (voire aucune). De ce point de vue, la dérive de phase apporte un caractère plus réellement aléatoire qui est favorable. On peut tester l'absence d'effet systématique de la même manière que celle illustrée sur la figure II.32, c'est à dire en imposant des interactions « nulles ». Nous avons vérifié qu'on mesure alors des phases d'interaction nulles ainsi que des flux et visibilité relatifs égaux à 1 sans aucun biais.

La figure II.33 illustre la façon dont nous balayons, enregistrons et extrayons des mesures de phases d'interaction avec la méthode 2. On constate que, dans cet exemple particulier, la mesure de la phase ϕ_{EB} est faite avec une erreur standard de 3.8 mrad en 1470 s de mesure. Pour estimer la sensibilité en phase de l'interféromètre obtenue durant cette mesure particulière, il faut tenir compte de deux caractéristiques :

- Nous mesurons 4 types de franges différentes ; le temps total consacré à une interaction est donc 367.5 s ;
- La phase ϕ_{EB} est issue d'une somme de 4 phases, pour lesquelles les erreurs supposées décorréélées s'ajoutent de manière quadratique. Ainsi la mesure d'une des quatre phases a une incertitude de 1.9 mrad.

La sensibilité en phase est donc proche de $36.5 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$. Cette valeur est supérieure à celle estimée dans la section II.4.3.3, car c'est ici une valeur globale obtenue pour par balayage d'un grand nombre de rampes. Conséquemment, elle inclut tous les effets qui dégradent la sensibilité, notamment les sauts de phase aléatoires et les effets de dérive de phase non linéaire. De plus il est nécessaire de rejeter les points de mesure qui contiennent des transitoires ce qui diminue le temps effectif de mesure. Enfin, la visibilité est dégradée

en présence des interactions dispersives. Une telle sensibilité, obtenue de façon effective lorsqu'on augmente le temps de mesure pour atteindre une précision voulue, démontre les performances exceptionnelles de l'instrument dont nous disposons.

II.4.3.7 Analyse des données

Que ce soit avec la méthode 1 ou la méthode 2, la précision atteinte pour une mesure d'interaction s'améliore avec le nombre de rampes enregistrées. Avec la méthode 1 qui réalise, via le programme d'acquisition, un traitement préliminaire des données (par moyennage, voir la section II.4.1.2 pour plus de détails), nous enregistrons environ 100 Mo de données en une nuit d'acquisition, sous forme de fichier au format texte contenant un tableau de nombres. Avec la méthode 2, qui ne réalise aucun traitement préliminaire, le volume de données pour un temps d'enregistrement comparable passe à 1 Go. Si l'on veut éviter de passer des mois devant l'ordinateur, il n'est pas envisageable d'ajuster ces données manuellement. Aussi, j'ai développé un programme de dépouillement et d'analyse des données en utilisant le langage natif Labtalk du logiciel Origin (firme OriginLab). En automatisant les ajustements, mais aussi toutes les autres actions qui n'impliquent pas de réflexion particulière de l'utilisateur, il réduit le temps d'analyse à seulement quelques fois le temps d'acquisition.

II.4.4 Bilan : caractérisation de l'instrument

Le présent sous-chapitre a présenté une caractérisation des signaux que l'interféromètre permet d'observer. Ses principales conclusions sont :

- Les flux importants obtenus, couplés à une excellente visibilité des franges atomiques, donnent à l'instrument une excellente sensibilité en phase théorique de l'ordre de $6 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$;
- Les procédures d'acquisition et de traitement des données doivent tenir compte d'une dérive de la phase de l'interféromètre, ainsi que de non linéarités, d'effets de « creep » et d'hystérésis de la cale piézoélectrique qui translate le miroir M_3 .

Lorsque l'expérience le permet (c'est à dire, quand on peut utiliser la méthode 2 de mesure), les résultats illustrés montrent que nous mesurons de façon effective des déphasages d'interaction avec des sensibilités en phase expérimentales de l'ordre de 20 à 30 $\text{mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$. Ce dernier résultat tient compte de toutes les sources qui peuvent diminuer la précision des mesures. Ce n'est pas le cas de la sensibilité en phase théorique, et la sensibilité expérimentale illustre à elle seule les performances du dispositif : elle signifie qu'en réalisant une acquisition d'une durée de l'ordre de 10 min, nous disposons en pratique d'une mesure de phase avec une précision de l'ordre du milliradian.

Il existe de nombreux types de protocole d'acquisition pour réaliser des mesures interférométriques. De plus lorsqu'on choisit de simplement balayer les franges, plusieurs types de références peuvent être choisies pour la position du miroir M_3 (signal du Michelson mais aussi celui du Mach-Zehnder optique, ou tout simplement tension aux bornes de la cale piézoélectrique de translation). A l'instar d'autres choix présentés pour le montage, le choix du protocole d'acquisition a visé la maximisation de la précision et résulte de l'expérience acquise par l'équipe lors de sa conception et son opération de l'interféromètre atomique.

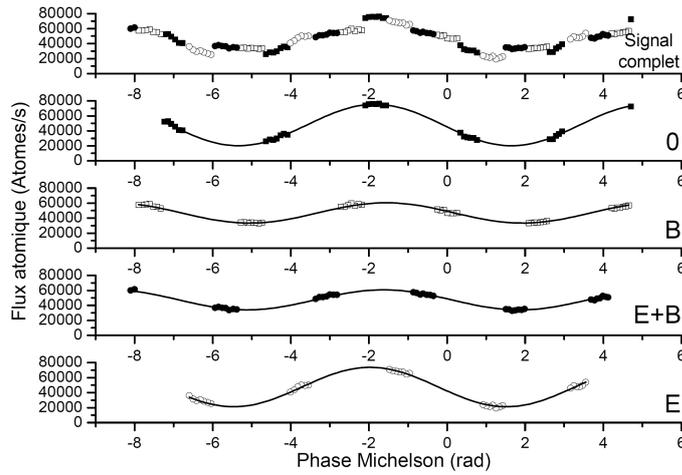
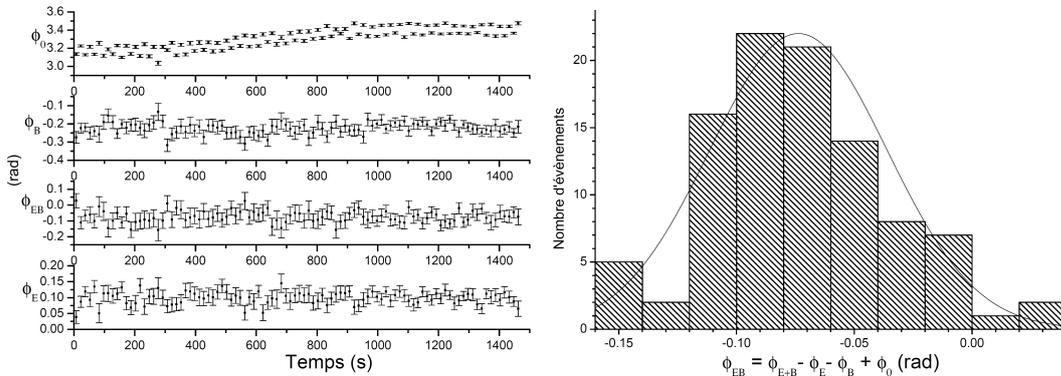


FIGURE II.33 – Illustration des mesures utilisant la méthode 2.

Ci-dessus : illustration de l'ajustement d'une rampe particulière, pour laquelle on impose 3 interactions différentes. Lignes de haut en bas : signal atomique global de la rampe ; signal atomique sans interaction imposée (frange de référence, carrés pleins, notée « 0 ») ; signal lorsqu'on impose un champ magnétique (carrés vides, « B ») ; signal lorsqu'on impose à la fois un champ magnétique et un champ électrique (ronds pleins, « E+B ») ; signal lorsqu'on impose un champ électrique (ronds vides, « E »). Les lignes pleines représentent les ajustements ;

Ci-dessous, à gauche : évolution des mesures de phase réalisées pour chaque rampe en fonction du temps. Nous avons balayé 98 rampes de 15 s chacune. La dixième rampe est celle illustrée sur la partie supérieure. ϕ_0 est la phase à l'origine sans interaction (coefficient A_4) ; ϕ_E et ϕ_B sont les phases d'interaction mesurées au sein de chaque rampe (l'équation (II.120)). ϕ_{EB} nous intéresse plus particulièrement, son expression est $\phi_{EB} = \phi_{E+B} - \phi_E - \phi_B + \phi_0$. Malgré la dérive de phase exhibée par ϕ_0 , les mesures d'interaction ont bien un caractère constant à la dispersion près. A droite : histogramme statistique pour les valeurs mesurées de ϕ_{EB} . Un ajustement de type loi normale donne : valeur moyenne $\overline{\phi_{EB}} = -73.75$ mrad, écart-type 37.63 mrad, erreur standard 3.8 mrad.



II.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté l'instrument que nous utilisons pour réaliser des mesures interférométriques. Ses principales caractéristiques sont :

- La diffraction de Bragg permet de réaliser un interféromètre à deux bras presque parfaitement exempt d'interféromètres parasites (du moins quand on utilise l'ordre 1). Elle permet aussi de maximiser les performances en facilitant les réglages ;
- Une séparation effective (zone sans aucun atome en propagation) des faisceaux atomiques associés aux bras qui interfèrent voisine de $50 \mu\text{m}$ dans les conditions usuelles ;
- Un facteur de mérite $I_0\mathcal{V}^2 \simeq 30000$ et des sensibilités en phase obtenues en pratique voisines de $30 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Afin d'améliorer les performances de l'interféromètre, et outre le soin que l'équipe a toujours porté concernant la réalisation et le réglage du dispositif expérimental, je citerai deux modifications qui ont eu une importance particulière :

- L'installation d'un interféromètre optique de Michelson qui permet d'avoir une référence fiable et précise pour la position du miroir qu'on translate ;
- Le développement d'un programme d'acquisition et d'un programme d'analyse des fichiers de mesures qui permettent d'utiliser une méthode d'acquisition qui nous affranchit pratiquement totalement des dérives de phase.

Nous disposons d'un instrument particulièrement polyvalent et performant en terme des interactions que l'on peut mesurer.

Chapitre III

MESURE DE L'INTERACTION DE VAN DER WAALS ATOME-SURFACE

III.1 Introduction

Le premier travail de ma thèse a consisté, en collaboration avec l'équipe d'A. Cronin à l'Université d'Arizona (à Tucson), à mesurer une interaction de Van der Waals de type atome-surface. L'interaction est celle entre l'atome de lithium et la surface des barres d'un réseau de dimensions nanométriques (pas approximatif 100 nm) du genre de ceux que cette équipe utilise pour réaliser un interféromètre atomique de Mach-Zehner à réseaux de diffraction matériels (voir l'aperçu de la section II.2.4.2).

Une première expérience de ce type a été réalisée par A. Cronin et J. Perreault [91]. Elle consiste intercepter un des deux faisceaux de l'interféromètre atomique avec le réseau, et à mesure le déphasage du faisceau qu'il transmet, c'est à dire diffracte dans l'ordre 0. Les principaux résultats de cette expérience pionnière sont représentés sur la figure III.1. La dispersion du déphasage calculé (courbe pleine) reproduite par ces premières mesures nous a intrigués. En effet la dépendance de ce déphasage avec la vitesse atomique v est originale au sens où elle est différente des dépendances « traditionnellement » observées. Le terme traditionnellement désigne les déphasages habituellement mesurés, par exemple avec un potentiel homogène appliqué sur un bras (dépendance en $1/v$), ou avec une perturbation dont on mesure les effets du gradient (dépendance en $1/v^2$).

Nous avons décidé de répéter cette expérience avec notre interféromètre en utilisant un réseau nanométrique prêté par l'équipe d'Arizona. Le but premier était de mesurer précisément la dépendance du déphasage à la vitesse atomique. De ce point de vue notre interféromètre présente de gros atouts que lui procurent la nature des réseaux de diffraction utilisés :

- La diffraction de Bragg assure l'absence d'interféromètres parasites ;
- La forte transmission de l'interféromètre permet de détecter des flux atomiques importants pour une gamme plus large de vitesses (voir la section II.3.2.2 pour les vitesses atomiques accessibles). En effet, on détecte généralement des flux d'autant plus faibles que le gaz porteur est lourd.

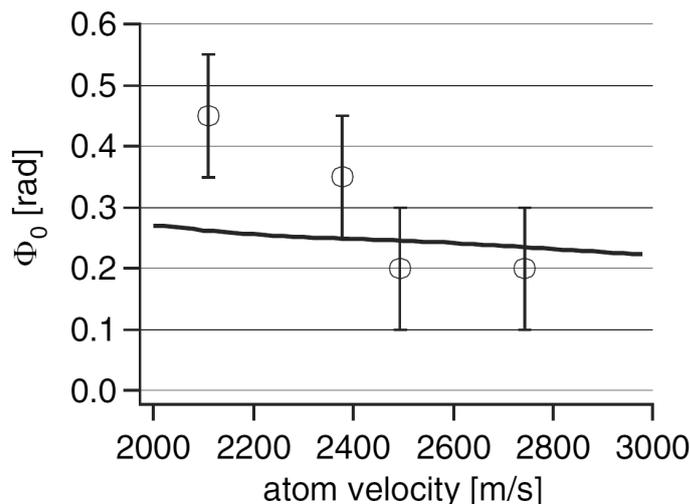


FIGURE III.1 – Résultats de la première mesure de déphasage induit par l’interaction de Van der Waals entre l’atome et la surface d’un réseau de dimensions nanométriques. Cette mesure a été réalisée par l’équipe d’A. Cronin et la figure est tirée de leur publication [91]. Quatre mesures ont été réalisées pour une gamme de vitesses grossièrement comprise entre 2000 et 2800 m/s. La courbe en trait plein représente les résultats d’un calcul numérique du déphasage, pour lequel la force de l’interaction est ajustée en fonction des résultats de mesure.

III.2 Réalisation

La campagne de mesures s’est déroulée de janvier à juillet 2008. Une attention particulière a été portée à la précision des mesures de déphasage. Nous avons réalisé 6 points de mesure pour une gamme de vitesses atomiques s’étendant de 750 m/s en utilisant le krypton pur comme gaz porteur à 3300 m/s en utilisant l’hélium pur.

Une des caractéristiques de cette expérience est que nous avons utilisé l’ordre 2 de la diffraction pour les mesures qui concernent les vitesses atomiques les plus élevées (2400 m/s et 3300 m/s). En effet à l’ordre 1 avec ces vitesses atomiques, la séparation effective des deux bras de l’interféromètre devenait insuffisante pour réaliser les mesures dans de bonnes conditions. C’est à notre connaissance la première fois que la diffraction dans les ordres supérieurs sert explicitement à la réalisation d’une mesure interférométrique d’interaction. En août 2008, j’ai rejoint l’équipe d’A. Cronin pour une durée d’un mois afin d’analyser ensemble les résultats de mesure.

III.3 Principaux résultats

Les principales conclusions de cette campagne de mesures sont :

- Par rapport aux mesures présentées dans [91], la précision a été augmentée d’un facteur qui peut atteindre 33. L’incertitude de nos mesures de déphasages de l’ordre

- de 0.2 rad approche généralement 1% soit 2 mrad ;
- L’élargissement de la gamme des vitesses atomiques testées a confirmé une dépendance du déphasage non triviale, qu’un modèle simplifié pour l’interaction de l’onde atomique explique très bien. Ceci a permis de vérifier la dépendance du potentiel d’interaction atome-surface avec la distance r à la surface, pour r compris entre 5 et 10 nm. Les résultats sont tout à fait en accord avec la théorie prévoyant une interaction de Van der Waals dont le potentiel est $-C_3/r^3$, où C_3 dépend de l’atome et le matériau de la surface et est conséquemment appelé coefficient d’interaction de Van der Waals atome-surface ;
 - La valeur $C_3 \simeq 3.25 \pm 0.2 \text{ meV.nm}^3$ est déterminée avec une incertitude de 6% à partir des mesures de déphasage et de la connaissance précise des dimensions du réseau. Il y a un accord correct entre cette valeur et les résultats de prédictions théoriques basées sur des calculs analytiques, et le désaccord peut être expliqué par l’existence d’une couche d’or-palladium d’environ 1 nm d’épaisseur déposée sur la surface du réseau pour l’observer par microscopie électronique ;
 - En cours d’analyse, nous avons découvert que nous pouvions utiliser nos résultats pour tester une possible modification de l’interaction gravitationnelle aux courtes portées. En considérant une modification décrite par un potentiel de Yukawa, notre expérience permet de fixer des contraintes sur la valeur des paramètres de ce potentiel. Pour les portées de Yukawa $\lambda = 2 \text{ nm}$, les contraintes qu’on fixe sont comparables aux meilleurs résultats obtenus avec des atomes. Cependant cette comparaison ne vaut pas pour les expériences qui utilisent des neutrons qui fixent des contraintes nettement meilleures, car les neutrons sont très peu polarisables et subissent une interaction de Van-der-Waals négligeable.

III.4 Publications

Nous avons publié nos résultats dans les journaux *Europhysics Letters* (EPL) et *The European Physical Journal D* (EPJD). Nous ne disposons pas de résultat supplémentaire qui ne soit pas déjà dans une des publications. Aussi celles-ci constituent le corps du chapitre III. Concernant la réalisation de ces mesures, l’utilisation de la diffraction à l’ordre 2 a provoqué quelques difficultés qui expliquent que les mesures aux vitesses les plus rapides sont moins précises. J’ai réalisé une étude plus théorique concernant les mesures interférométriques utilisant les ordres supérieurs de la diffraction, qui figure dans l’annexe A. Ses résultats permettent d’expliquer les difficultés rencontrées.

Les deux publications sont incluses dans les 23 pages suivantes. Je précise que la numérotation de ces pages est celle des publications telles qu’on les trouve sur le site du journal, et qu’à leur issue la numérotation du manuscrit reprend en l’état.

Dispersive atom interferometry phase shifts due to atom-surface interactions

S. LEPOUTRE¹, H. JELASSI¹, V. P. A. LONIJ², G. TRÉNEC¹, M. BÜCHNER¹, A. D. CRONIN² and J. VIGUÉ^{1(a)}

¹ *Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité IRSAMC; Université de Toulouse-UPS and CNRS UMR 5589 F-31062 Toulouse, France, EU*

² *Department of Physics, University of Arizona - Tucson, AZ 85721, USA*

received 25 June 2009; accepted in final form 1 October 2009

published online 28 October 2009

PACS 03.75.Dg – Atom and neutron interferometry

PACS 34.50.-s – Scattering of atoms and molecules

PACS 34.20.-b – Interatomic and intermolecular potentials and forces, potential energy surfaces for collisions

Abstract – We used the Toulouse atom interferometer to study how Van der Waals (VdW) interactions between atoms and surfaces cause velocity-dependent phase shifts for atomic de Broglie waves. By introducing a thin nano-grating in one branch of this interferometer, we observed a phase shift that depends on velocity to the power -0.49 . This dispersion serves to measure both the strength and the position dependence of the atom-surface potential in the range from 5 to 10 nm from the surface, and it can also set new limits on non-Newtonian gravity in the 2 nm range.

Copyright © EPLA, 2009

Atom interferometers are celebrated tools for measuring atomic de Broglie wave phase shifts [1]. By transmitting one arm of an atom interferometer through a nano-structure, an electric field, or a dilute gas, measurements have been made of Van der Waals (VdW) potentials [2] atomic polarizabilities [3–5], and complex scattering amplitudes [6–8] respectively. Studies of *dispersion*, *i.e.* phase shifts as a function of atomic velocity, provide additional information about the interactions that cause these phase shifts. For example, glory undulations observed in [7,8] can reveal the number of bound states in atom-atom potentials as well as the long-range shape of such potentials. Here, we report the first observations of dispersive phase shifts caused by atom-surface interactions with enough precision to measure both the strength and the position dependence of the atom-surface potential.

Atom-surface interactions in the non-retarded Van der Waals regime and in the longer-range Casimir-Polder regime [9] are the topic for hundreds of references in the field of QED [10]. These interactions are important for a large variety of experiments involving atoms or molecules near surfaces: atoms or molecules passing through nano-gratings [11–13]; propagation of molecules in Talbot-Lau interferometers using material gratings [14]; reflection properties of atomic mirrors using evanescent

laser waves [15–17] including atom interferometry experiments [18,19]. Atom-surface interactions are necessary to understand quantum reflection from nano- or micro-structured surfaces [20–23], BEC interferometry on a chip [24], MOT dynamics near an optical fiber [25,26], or searches for nanometer-scale modifications to Newtonian gravity [27].

The first measurement of atom-surface interactions by atom optics techniques was made by the research group of J. P. Toennies in 1999 [11], by measuring the intensities of the various diffraction orders transmitted by a nano-grating and this work was followed by similar experiments [28,29]. Atom interferometry can be used to measure the phase shift associated to diffraction by a nano-grating, as first done by the research group of one of us (ADC) [2,30]. The long-range part of this potential has been studied by observing quantum reflection of atoms [31]. Laser spectroscopy, which can be also used to study atoms near surfaces [32], is sensitive only to the difference of the interaction potentials corresponding to the atom internal states connected by the laser. We cannot review here all the other methods available to study the atom-surface interaction potential and we refer the reader to the review paper by Hoinkes [33].

Deviations from the C_3/r^3 form of the atom-surface potential can be caused by retardation, adsorbed atoms, and in principle by gravity [34]. There is therefore

^(a)E-mail: jacques.vigue@irsamc.ups-tlse.fr

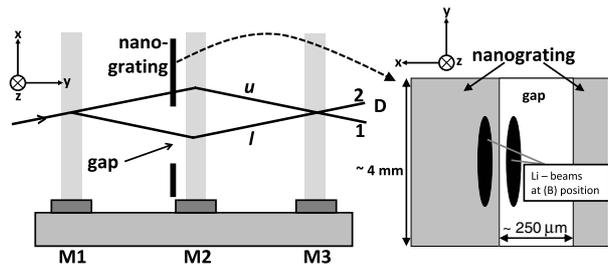


Fig. 1: Left part: experimental set-up of our interferometer. A supersonic beam of lithium is diffracted by three standing laser waves, forming a Mach-Zehnder atom interferometer. The laser standing waves are obtained by reflecting three lasers beams on the mirrors noted M_i with $i = 1-3$. A nano-grating can be inserted just before the second standing wave, at the position where the distance between the two atomic beams labelled u and l is largest, of the order of $100 \mu\text{m}$. The output beams labelled 1 and 2 carry complementary fringe signals and the detector D measures the intensity of one of these two beams. Right part: schematic drawing of the nano-grating showing the $250 \mu\text{m}$ wide gap and the atomic beams with the “ u ” beam going through the grating and the “ l ” beam going through the gap.

motivation to measure the strength and functional form of the atom-surface interaction potential with unprecedented accuracy. The methods and analysis presented here advance the Atom Optics techniques available for such measurements.

We use a silicon nitride nano-structure with 53 nm wide windows as a phase shifter in an atom interferometer. With lithium atom beams with velocity v in the range 700 to 3400 m/s , our measurements show a surface-induced phase proportional to $v^{-0.49}$. This is contrary to the naive prediction of v^{-1} , therefore we are motivated to present an analytical model to explain this unusual dispersion and discuss its implications for new applications for atom interferometry.

We emphasize that the first experiment [2] to detect surface-induced phase shifts with an atom interferometer was not accurate enough to study dispersion, and therefore could not test the power law of the potential. By comparison, the measurements presented here have a 30 times improved accuracy for phase shifts at any one velocity. In this manuscript, we explain the improved methods and observations first. Then we discuss the origin of the dispersion. Finally, we discuss the significance of this dispersion for new measurements, such as searches for non-Newtonian gravitational interactions.

Our experiment uses the Toulouse atom interferometer discussed in [35]. The experimental set-up is shown on fig. 1. A supersonic beam of lithium atoms seeded in a carrier gas crosses three near-resonant laser standing waves that diffract the beam, thus forming a Mach-Zehnder atom interferometer. This atomic beam is highly collimated by two slits with widths ca. $15 \mu\text{m}$ (the exact value depending on the carrier gas used for the supersonic expansion) separated by 0.76 m , resulting in an atomic

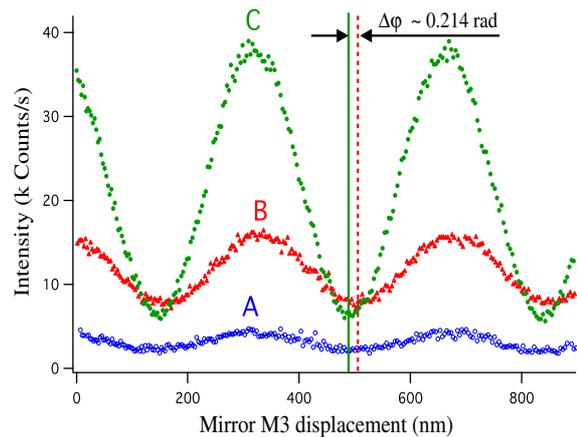


Fig. 2: (Colour on-line) Atom interference fringes recorded with (A) both arms (visibility $\mathcal{V}_A = 32\%$), (B) one arm ($\mathcal{V}_B = 34\%$), or (C) neither arm ($\mathcal{V}_C = 72\%$) passing through the nano-structure, with a lithium beam velocity $v = 1062 \pm 20 \text{ m/s}$. The counting period is 0.1 s per data point.

beam angular width close to $20 \mu\text{rad}$ FWHM. This high collimation is needed to separate the u and l beams in the interferometer and also the two output beams labelled 1 and 2 in fig. 1. Because the light gratings match the Bragg condition, the Toulouse interferometer has only two arms, as opposed to the interferometer used in [2]. The results are dramatically easier to interpret so we were able to measure the surface-induced phase shift with an uncertainty of 2%.

The measured intensity output from the interferometer depends on the positions x_i of the three standing-wave mirrors M_i [35] and a phase φ :

$$I = I_0 [1 + \mathcal{V} \cos(k_g(x_1 - 2x_2 + x_3) + \varphi)]. \quad (1)$$

Here, I_0 is the mean intensity, \mathcal{V} is the fringe visibility, and k_g is the light-grating k -vector. To observe atom-interference fringes, shown in fig. 2, we displace mirror M_3 with a piezo drive. We measure its position using a Michelson interferometer involving M_3 and a fixed mirror. This interferometer is completely under vacuum and operated with a He-Ne laser. The resulting uncertainty on measurements of the phase φ of the atom interference fringes is about 3 milliradians, for a 100 second recording with neither arm going through the nano-grating, as in recording C of fig. 2.

We locate the phase-shifting nano-structure just before the second laser standing wave. The distance between the two interferometer arms, which is largest at this point, is inversely proportional to the atom velocity v and close to $100 \mu\text{m}$ when $v = 1000 \text{ m/s}$ with first order Bragg diffraction. For velocities larger than 2000 m/s , we use second order Bragg diffraction to increase the path separation. However, in this case, the interference fringes have a lower visibility and some stray beams due to weak first order diffraction are present. These two defects

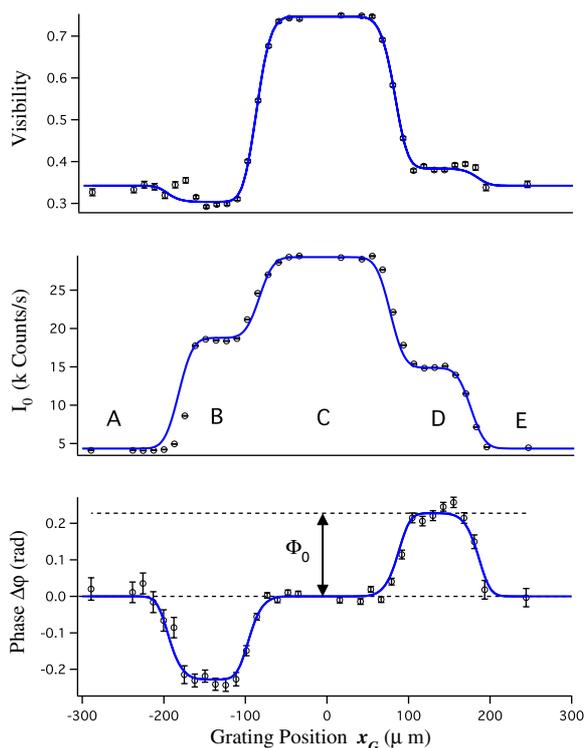


Fig. 3: (Colour on-line) Measured fringe visibility \mathcal{V} , mean intensity I_0 , and phase shift $\Delta\varphi$ shown as a function of the interaction grating position x_G , for a lithium beam velocity $v = 1062 \pm 20$ m/s. At the reference position, $x_G = 0$, both interferometer arms go through the gap, so they are unaffected by the grating. When $65 < |x_G| < 190 \mu\text{m}$ (case B or D), only one arm goes through the grating and we observe opposite phase shifts. The mean intensity and the fringe visibility are reduced, as discussed in the text. When $|x_G| > 190 \mu\text{m}$ (case A or E), both arms go through the grating, the phase shift returns to 0. The best fit is represented by the continuous line.

reduce the accuracy of our phase measurements when $v > 2000$ m/s.

Our phase-shifting element is the same interaction grating used in the Perreault experiment [2], except that the gap for the reference beam has been enlarged from 100 to $250 \mu\text{m}$ and the structure has been sputter-coated with Au/Pd metal. The enlarged gap makes data shown in fig. 3 much easier to interpret. The thin (nominally 1 nm thick) layer of Au/Pd made the structure more suitable for SEM imaging, and may have increased the C_3 VdW coefficient. This free-standing, Au/Pd-coated, silicon nitride membrane has an array of 53 ± 1 nm wide windows that are regularly spaced, with a period of $d_G = 100 \pm 0.1$ nm: the width to period ratio has been very accurately measured by atom diffraction studies [36]. Atoms transmitted through these windows must therefore have passed within 26.5 nm of a material surface. This causes the VdW-induced phase Φ_0 . The interaction grating is on a translation stage so that either one (or both) of the interferometer arms can pass through the gap, relatively far

from any surfaces. Hence, the interference fringes can shift in phase by as much as $\Delta\varphi = \pm\Phi_0$, with the sign depending on which arm goes through the interaction grating.

The windows are oriented horizontally such that diffraction from the periodic structure deflects atoms out of the plane of the interferometer. Beam components that are diffracted by the nano-grating no longer match the Bragg condition of the light gratings, and thus contribute only incoherent background flux. Only the direct, 0th order, beam contributes to the interference signal and we note A_0 the transmission amplitude of this order. The observed phase shift $\Delta\varphi$ is equal to $\pm\Phi_0$ where Φ_0 is the argument of the complex amplitude A_0 . A_0 has a modulus less than 1 and only $|A_0|^2 \sim 8\%$ of the incident flux is transmitted into the 0th order. As a consequence, the fringe intensity and visibility are both reduced when one arm goes through the interaction grating. Moreover, these reductions are not the same when one arm goes through the nano-grating as compared to the other arm. This is because, initially, the interferometer is slightly unbalanced, with more de Broglie wave amplitude in one arm. When both atomic arms go through the nano-structure, the measured phase is expected to be the same as when both arms go through the gap, but the intensity and visibility are modified. A complete description of the signal as the interaction grating translates across both interferometer arms is beyond the scope of the present letter, and will be presented elsewhere. Results from this experiment and a best-fit model are shown in fig. 3. Five conditions are identified, with the interaction grating attenuating (A) both arms, (B) one arm, (C) neither arm, (D) the other arm, and (E) both arms again. The cases B and D provide two measurements of the grating phase shift, Φ_0 , corresponding to different parts of the interaction grating. These two measurements are in good agreement, as a consequence of the good homogeneity of the grating.

The visibility, mean intensity, phase shift profiles in fig. 3 are significantly different than in the Perreault experiment [2], for which profiles are published in [37]. The larger gap and better resolved interferometer arms help to make clear plateaus in fig. 3. The presence of only two arms due to Bragg diffraction also helps to make the profiles in fig. 3 much easier to model. After these improvements, the dominant source of uncertainty in our determination of Φ_0 is phase drift. We compensate for phase drift by making alternate measurements, a reference scan allowing both interferometer arms to pass through the grating gap and a measurement scan with the grating at a different position. The phase shift $\Delta\varphi$ is taken as the phase difference between the measurement scan and the mean of the two reference scans done just before and just after the measurement. In this way, an individual measurement of the phase shift $\Delta\varphi$ has a statistical uncertainty $\sigma \approx 20$ mrad. During a run of few hours, we can get several tens of such phase measurements thus providing a complete picture of the effect of the grating on the interferometer signals.

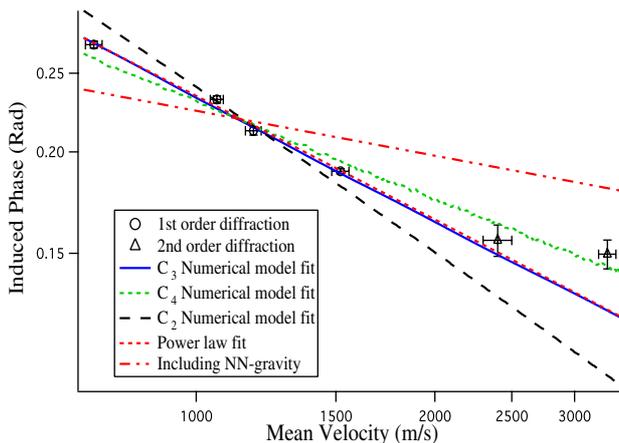


Fig. 4: (Colour on-line) Induced phase *vs.* beam velocity v . The experimental data points have been fitted by various models. The full line is a numerical model with the only free parameter being the C_3 coefficient, with a fitted value $C_3 = 3.25 \text{ meV} \cdot \text{nm}^3$. The power law fit which follows a $v^{-0.49}$ -dependence is represented by a dotted curve which is almost indistinguishable from the numerical fit. The numerical model has also been fitted assuming a $C_2 r^{-2}$ and a $C_4 r^{-4}$ atom-surface potential and these fits are very different: the dispersion of the phase shift with atom velocity appears to be very sensitive to the shape of the atom-surface potential. Finally, we have calculated the phase shift with our numerical model by adding to the VdW term (with a reduced C_3 value, $C_3 = 1.5 \text{ meV} \cdot \text{nm}^3$) a non-Newtonian gravity term with $\alpha = 10^{27}$ and $\lambda = 2 \text{ nm}$: in this case too, the dispersion is very different from the experimental results.

We collected similar data for six different velocities of the lithium beam covering the 700–3400 m/s range. The beam velocity was controlled by changing the carrier gas, and the velocity was measured by studying Bragg diffraction rocking curves and by Doppler-sensitive laser-induced fluorescence spectra. The experimental spread in velocity was typically 20% (FWHM) of the mean velocity.

To determine Φ_0 for each velocity, we have taken a weighted average of all the available measurements, with a weight inversely proportional to the square of their statistical uncertainty. The results are plotted as a function of the beam’s mean velocity v in fig. 4, and are well described by $\Phi_0 \propto v^{-0.49}$. The data point corresponding to $v = 3300 \text{ m/s}$ was not included in the fit, because it deviates from the general trend. We explain this deviation by the experimental problems associated with imperfect second order Bragg diffraction at that velocity.

Next, we discuss the origin of the phase shift and its dispersion. If the phase shift Φ_0 is from VdW interactions in the non-retarded regime, the potential is expected to be:

$$V_{\text{vdW}}(r) = -\frac{C_3}{r^3} \quad (2)$$

in the case of an infinite plane, r being the shortest distance to the surface and C_3 the VdW coefficient. We

approximate the potential for an atom in the window between two grating bars by the potential caused by two infinite planes coincident with the two nearest grating walls, as given in equation (2) and we then allow the potential to be “on” only while the atom is between the grating bars (for a detailed discussion, see [11,29]). The thickness of the grating bars is $L_G = 110 \pm 5 \text{ nm}$ [36], so this interaction grating can be modelled as a thin phase and amplitude mask. The grating bars have a trapezoidal cross section and we take the wedge angle α_G of the trapezoid into account when explaining the induced phase. Once the grating geometry is known in terms of the period d_G , window width w_G , thickness L_G and wedge angle α_G , the phase due to the interaction of the atom with the two nearest walls can be calculated in the WKB approximation:

$$\phi(x) = -\frac{1}{\hbar v} \int_0^{L_G} V_{\text{vdW}}(z, x; w_G, \alpha_G) dz. \quad (3)$$

Here $\phi(x)$ is the phase shift acquired by the incident wave just after the grating; this phase depends on the nanometer-scale position, x , within the grating windows. This position-dependent phase is inversely proportional to the velocity v . From $\phi(x)$, we deduce the complex amplitude A_n of the n -th diffraction order:

$$|A_n| e^{i\Phi_n} = \frac{1}{d} \int_{-w/2}^{w/2} \exp \left[i \left(\phi(x) - \frac{2\pi n x}{d} \right) \right] dx. \quad (4)$$

Our experiment measures the phase Φ_0 of the 0th order amplitude, which is given by:

$$\Phi_0 = \arctan \left(\frac{\int_{-w/2}^{w/2} \sin[\phi(x)] dx}{\int_{-w/2}^{w/2} \cos[\phi(x)] dx} \right). \quad (5)$$

In order to fit the Φ_0 data, we used a numerical model which takes into account the grating geometry. Even though this numerical model fits the Φ_0 data very well, it is interesting to explain by a simple analytic expression the dependence of this phase on the velocity. Cronin *et al.* have previously introduced a generalized Cornu spiral to visualize the integral in eq. (4) and to discuss the intensity $|A_n|^2$ of the various diffraction orders [38]. We have used the same analysis to develop an analytical expression for the phase Φ_0 . From a plot of the Cornu spiral (not shown here), the dominant contribution to Φ_0 comes from the region where $|\phi(x)| < \pi/2$; the contribution of the region with $|\phi(x)| > \pi/2$ is almost negligible since this is a region of rapidly oscillating phase.

To get an analytic expression of the phase shift Φ_0 , we must simplify eq. (4) and an obvious simplification is to note that, as $\phi(x)$ is an even function of x , we may take the integral only from $x = 0$ to $x = w/2$ and double the result to get the amplitude A_0 . We may then assume that the phase $\phi(x)$ is only due to the nearest wall because, as shown by numerical calculations, the

dominant contributions to the amplitude phase Φ_0 are due to trajectories close to the wall (another way of explaining this approximation is to note that the exact value of $\phi(0)$ is considerably smaller than the value of Φ_0). We also assume that the wall is parallel to the atomic velocity (*i.e.* the wedge angle α_G is equal to 0). For positive x , the phase $\phi(x)$ is then given by

$$\phi(x) = \frac{C_3 L_G}{\hbar v [(w_G/2) - x]^3} \quad (6)$$

and, after a change of variables, Φ_0 is approximately

$$\Phi_0 \approx \frac{\int_{A^3}^{\infty} \sin[\phi] \phi^{-4/3} d\phi}{\int_{A^3}^{\infty} \cos[\phi] \phi^{-4/3} d\phi}. \quad (7)$$

Here $A^3 = \phi(0) = \frac{C_3 L_G}{\hbar v} (w/2)^{-3}$ is the phase acquired along the center of the window. We can expand both the numerator and the denominator in this expression in terms of A and find:

$$\Phi_0 \approx \frac{\Gamma(\frac{2}{3}) A}{2 - \sqrt{3} \times \Gamma(\frac{2}{3}) A} \approx \frac{1.35 (\frac{C_3 L_G}{\hbar v})^{1/3}}{w - 2.35 (\frac{C_3 L_G}{\hbar v})^{1/3}}, \quad (8)$$

where we have given only the first-order terms in A . An interesting point is that the dominant contribution to the integral of $\sin[\phi(x)]$ comes not from the center of the opening, where the atom-surface distance x is close to $w/2$, but from the region where $\phi(x) \approx 1$ rad, corresponding to an atom-wall distance $r_1 = [C_3 L_G / (\hbar v)]^{1/3}$. In our experiment, r_1 decreases from $r_1 \approx 9$ nm when $v = 700$ m/s to $r_1 \approx 5.6$ nm when $v = 3300$ m/s.

By taking the logarithmic derivative of eq. (8), we can deduce the exponent q of the best approximation of $\Phi_0(v)$ by a power law of the form $\Phi_0 \propto v^q$. We thus get $q = -\frac{w}{3(w - 2.35r_1)} \approx -0.48$ when $r_1 \approx 7$ nm, corresponding to a velocity $v \approx 1600$ m/s. This agrees well with our experimental data, but it is an unusual velocity dependence for a phase shift in atom optics. A uniform potential applied to one arm of an atom interferometer usually results in a phase proportional to v^{-1} . The velocity dependence is related to the spatial dependence of the potential. For example, a gas cell in one arm induces a phase proportional to $v^{-7/5}$ compounded with glory oscillations due to bound states. Topological phases, such as the Aharonov-Casher phase, are independent of velocity.

We explain the observed velocity dependence by the fact that the phase comes mostly from a region of distance to the wall which itself depends on velocity. The similarity to $q = -1/2$ is a coincidence. Equation (8) predicts $\Phi_0 \propto v^{[-1/p+f(v)]}$ where $f(v)$ is a velocity-dependent correction factor and p describes a more general ansatz for an atom-surface interaction potential given by $V = -C_p r^{-p}$.

In fact, using the numerical model and assuming an atom-surface interaction potential given by $-C_p/r^p$, we find that the best fit is obtained for $p = 2.9 \pm 0.2$. At any one velocity, we could not constrain the value of p . It is

the observed dispersion that provides sensitivity to p at short atom-surface separations.

The presence of non-Newtonian gravitational interactions can also be hypothesized as an explanation for the observed phase shifts. We analyzed our data using a model that includes a potential term $V_G(\ell) = -Gm_1 m_2 (1 + \alpha e^{-\ell/\lambda})/\ell$ with ℓ the distance to any volume element of the nano-structure. When we analyze the observed phase shifts with this potential we can constrain $(\alpha, \lambda) = (< 10^{26}, 2 \text{ nm})$ or $(\alpha, \lambda) = (< 10^{23}, 10 \text{ nm})$. At $\lambda = 2$ nm, this upper limit on α is comparable to previous upper limits [27,39]. We emphasize that the observed dispersion helps to set a more strict limit on α . In the future, α can be constrained by two additional orders of magnitude by using heavier atoms with a weaker atom-surface interaction such as xenon.

The analysis leading to eq. (8) also serves to make a prediction for much larger nano-structures, such as the ones described in [40]. For these structures with $w \gg r_1$, we predict that the phase shift depends inversely on the window size and inversely on the one-third power of velocity, $\Phi_0 \propto w^{-1} v^{-1/3}$, whereas one might naïvely have predicted that Φ_0 would depend on w^{-3} . We emphasize that this prediction assumes that the atomic wave function extends uniformly over the entire grating window, which does not apply for localized distributions of atoms in a larger cavity, such as a BEC trapped near a surface.

From eq. (8), it is apparent that an accurate C_3 is highly dependent on good knowledge of the grating geometrical parameters (d_G , w_G , L_G and α_G). These parameters were determined using the method described in [36] and we thus get the fitted value $C_3 = 3.25 \pm 0.2 \text{ meV} \cdot \text{nm}^3$. Using equation 2.36 of reference [41], we have calculated the following C_3 values: $C_3 \approx 3.10 \text{ meV} \cdot \text{nm}^3$ with the optical constants of bulk Si_3N_4 [42] and $C_3 \approx 2.95 \text{ meV} \cdot \text{nm}^3$ with the optical constants of SiN_x given in ref. [28], with the optical constants being represented, in both cases, by the Tauc-Lorentz formula [43]. The agreement is reasonably good, especially if one considers that the thin metallic Au/Pd layer should increase the C_3 coefficient.

In summary, we have been able to measure the phase shift due to the Van der Waals interaction of the atoms with a silicon nitride grating with a 2% relative uncertainty. The main impact of this research is that our improvement in precision allows us to study dispersion of this phase shift for the first time. The VdW-induced phase shift was found to scale like $v^{-0.49}$, a somewhat unusual result. We have used the observed dispersion to determine the strength and the power-law of the VdW potential. The VdW C_3 coefficient for lithium atoms and a silicon nitride surface, covered with a thin Au/Pd layer, was determined from this phase shift with 6% uncertainty. The observed dispersion is also necessary to establish a constraint on a possible non-Newtonian gravitational interaction and we get an upper limit comparable to the best published values for a range parameter $\lambda \approx 2$ nm.

We thank the technical staff of the LCAR laboratory for their precious help and high-quality work. We also thank A. LAMBRECHT for helpful advice. The Toulouse group thanks CNRS department MPPU, Région Midi-Pyrénées and ANR (grant ANR-05-BLAN-0094) for support. ADC thanks NSF for Grant No. PHY-0653623.

REFERENCES

- [1] CRONIN A. D., SCHMIEDMAYER J. and PRITCHARD D. E., *Rev. Mod. Phys.*, **81** (2009) 1051.
- [2] PERREAULT J. D. and CRONIN A. D., *Phys. Rev. Lett.*, **95** (2005) 133201.
- [3] EKSTROM C. R., SCHMIEDMAYER J., CHAPMAN M. S., HAMMOND T. D. and PRITCHARD D. E., *Phys. Rev. A*, **51** (1995) 3883.
- [4] MIFFRE A., JACQUEY M., BÜCHNER M., TRÉNEC G. and VIGUÉ J., *Phys. Rev. A*, **73** (2006) 011603(R).
- [5] DEISSLER B., HUGHES K. J., BURKE J. H. T. and SACKETT C. A., *Phys. Rev. A*, **77** (2008) 031604(R).
- [6] SCHMIEDMAYER J., CHAPMAN M. S., EKSTROM C. R., HAMMOND T. D., WEHINGER S. and PRITCHARD D. E., *Phys. Rev. Lett.*, **74** (1995) 1043.
- [7] ROBERTS T. D., CRONIN A. D., KOKOROWSKI D. A. and PRITCHARD D. E., *Phys. Rev. Lett.*, **89** (2002) 200406.
- [8] JACQUEY M., BÜCHNER M., TRÉNEC G. and VIGUÉ J., *Phys. Rev. Lett.*, **98** (2007) 240405.
- [9] CASIMIR H. B. G. and POLDER D., *Phys. Rev.*, **73** (1948) 360.
- [10] <http://www.cfa.harvard.edu/~babb/casimir-bib.html>.
- [11] GRISENTI R. E., SCHÖLLKOPF W., TOENNIES J. P., HEGERFELDT G. C. and KÖHLER T., *Phys. Rev. Lett.*, **83** (1999) 1755.
- [12] GRISENTI R. E., SCHÖLLKOPF W., TOENNIES J. P., HEGERFELDT G. C., KÖHLER T. and STOLL M., *Phys. Rev. Lett.*, **85** (2000) 2284.
- [13] BOUSTIMI M., BAUDON J., DUCLOY M., REINHARDT J., PERALES F., MAINOS C., BOCVARSKI V. and ROBERT J., *Eur. Phys. J. D*, **17** (2001) 141.
- [14] BREZGER B., HACKERMÜLLER L., UTTENTHALER S., PETSCHINKA J., ARNDT M. and ZEILINGER A., *Phys. Rev. Lett.*, **88** (2002) 100404.
- [15] LANDRAGIN A., COURTOIS J.-Y., LABEYRIE G., VANSTEENKISTE N., WESTBROOK C. I. and ASPECT A., *Phys. Rev. Lett.*, **77** (1996) 1464.
- [16] WESTBROOK N., WESTBROOK C. I., LANDRAGIN A., LABEYRIE G., COGNET L., SAVALLI V., HORVATH G., ASPECT A., HENDEL C., MOELMER K., COURTOIS J.-Y., PHILLIPS W. D., KAISER R. and BAGNATO V., *Phys. Scr.*, **T78** (1998) 7.
- [17] COGNET L., SAVALLI V., HORVATH G. Zs. K., HOLLEVILLE D., MARANI R., WESTBROOK N., WESTBROOK C. I. and ASPECT A., *Phys. Rev. Lett.*, **81** (1998) 5044.
- [18] SZRIFTGISER P., GURY-ODELIN D., ARNDT M. and DALIBARD J., *Phys. Rev. Lett.*, **77** (1996) 4.
- [19] GORLICKI M., FERON S., LORENT V. and DUCLOY M., *Phys. Rev. A*, **61** (1999) 013603.
- [20] SHIMIZU F. and FUJITA J., *Phys. Rev. Lett.*, **88** (2002) 123201.
- [21] GRUCKER J., KARAM J.-C., CORREIA F., PERALES F., VASSILEV G., BOCVARSKI V., CHÉRIF S. M., BAUDON J. and DUCLOY M., *Eur. Phys. J. D*, **41** (2007) 467.
- [22] GRUCKER J., BAUDON J., PERALES F., DUTIER G., BOCVARSKI V., KARAM J.-C., VASSILEV G. and DUCLOY M., *Eur. Phys. J. D*, **47** (2008) 427.
- [23] ZHAO B. S., SCHULZ S. A., MEEK S. A., MEIJER G. and SCHÖLLKOPF W., *Phys. Rev. A*, **78** (2008) 010902.
- [24] LIN Y. J., TEPER I., CHIN C. and VULETIĆ V., *Phys. Rev. Lett.*, **92** (2004) 050404.
- [25] SAGUE G., VETSCH E., ALT W., MESCHEDÉ D. and RAUSCHENBEUTEL A., *Phys. Rev. Lett.*, **99** (2007) 163602.
- [26] HARBER D. M., OBRECHT J. M., MCGUIRK J. M. and CORNELL E. A., *Phys. Rev. A*, **72** (2005) 033610.
- [27] DIMOPOULOS S. and GERACI A. A., *Phys. Rev. D*, **68** (2003) 124021.
- [28] BRÜHL R., FOUQUET R. P., GRISENTI R. E., TOENNIES J. P., HEGERFELDT G. C., KÖHLER T., STOLL M. and WALTER C., *Europhys. Lett.*, **59** (2002) 357.
- [29] PERREAULT J. D., CRONIN A. D. and SAVAS T. A., *Phys. Rev. A*, **71** (2005) 053612.
- [30] PERREAULT J. D. and CRONIN A. D., *Phys. Rev. A*, **73** (2006) 033610.
- [31] DRUZHININA V. and DEKIEVIET M., *Phys. Rev. Lett.*, **91** (2003) 193202.
- [32] BLOCH D. and DUCLOY M., *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, **50** (2005) 91.
- [33] HOINKES H., *Rev. Mod. Phys.*, **52** (1980) 933.
- [34] MCGUIRK J. M., HARBER D. M., OBRECHT J. M. and CORNELL E. A., *Phys. Rev. A*, **69** (2004) 062905.
- [35] MIFFRE A., JACQUEY M., BÜCHNER M., TRÉNEC G. and VIGUÉ J., *Eur. Phys. J. D*, **33** (2005) 99.
- [36] LONJ V. P. A., HOLMGREN W. F. and CRONIN A. D., submitted to *Phys. Rev. A* (2009) <http://arxiv.org/abs/0904.3289v1>.
- [37] PERREAULT J. D. and CRONIN A. D., *J. Phys.: Conf. Ser.*, **19** (2005) 146.
- [38] CRONIN A. D. and PERREAULT J. D., *Phys. Rev. A*, **70** (2004) 043607.
- [39] BORDAG M., MOSTEPANENKO V. M. and SOKOLOV I. YU., *Phys. Lett. A*, **187** (1994) 35.
- [40] HEILMANN R. K., AHN M., GULLIKSON E. M. and SCHATTENBURG M. L., *Opt. Express*, **16** (2008) 8658.
- [41] ZAREMBA E. and KOHN W., *Phys. Rev. B*, **13** (1976) 2270.
- [42] PHILIPP H. R., in *Handbook of Optical Constants of Solids I*, edited by PALIK E. D. (Academic Press, New York) 1985, p. 771.
- [43] JELLISON G. E. jr. and MODINE F. A., *Appl. Phys. Lett.*, **69** (1996) 371; 2137.

Atom interferometry measurement of the atom-surface van der Waals interaction

S. Lepoutre¹, V.P.A. Lonij², H. Jelassi^{1,3}, G. Tréneç¹, M. Büchner¹, A.D. Cronin², and J. Vigué^{1,a}

¹ Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité IRSAMC, Université de Toulouse-UPS and CNRS UMR 5589, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex 9, France

² Department of Physics, University of Arizona, Tucson, Arizona 85721, USA

³ Centre National des Sciences et Technologies Nucléaires, CNSTN, Pôle Technologique, 2020 Sidi Thabet, Tunisia

Received 13 October 2010 / Received in final form 11 February 2011

Published online 25 March 2011 – © EDP Sciences, Società Italiana di Fisica, Springer-Verlag 2011

Abstract. Using a nano-scale grid as a phase-shifting component, an atom interferometer has been utilized to study atom-surface van der Waals (VdW) interactions. We report phase shifts on the order of 0.2 rad, with a few percent uncertainty. We also report the velocity-dependent attenuation of atomic de Broglie wave amplitude that occurs in conjunction with the observed phase shifts. From these data we deduce the strength of the VdW potential and its dependence on the atom-surface separation. We discuss how our measurements can be used to set limits on the strength of non-Newtonian gravity at short length scales and we discuss the possibility of measuring the atom-surface interactions over a larger range of atom-surface distances. We also compare our results to several theoretical predictions for the VdW potential of Li near a variety of surfaces.

1 Introduction

Diffraction of atoms by nano gratings has attracted attention recently because the diffraction amplitudes are sensitive to atom-surface van der Waals (VdW) interactions. In references [1–8] the relative intensities of several diffraction orders were studied, whereas in references [9,10] atom interferometers were used to measure the additional phase induced by a nano-grating. In this paper we show how both the modulus and the phase of the zeroth order diffraction amplitude can be reported from a single experiment. We used these data to measure the strength of the VdW potential at different atom-surface separations and to set experimental limits on possible Yukawa-type modification of Newtonian gravity at short length scales.

With a separated beam atom interferometer [11], almost any type of perturbation can be measured by transmitting one arm of the interferometer through an interaction region while the reference arm propagates freely. The modulus and the phase of the transmission amplitude can be determined from the interference signals. A variety of such experiments have already been done: atomic electric polarizabilities have been measured with interaction regions containing an electric field [12–14], complex scattering amplitudes have been measured with an interaction region containing a dilute gas [15–17], and in this paper we describe an experiment where one arm of the interferometer passes through a nanostructure. The resulting interaction depends on the atom-surface van der Waals potential [9,10].

Several previous experimental techniques have been used to measure atom-surface interactions. The study of the short-range ($r < 1$ nm, where r is the atom-surface distance) part of atom-surface interaction is well developed, the detection of atom-surface bound states by inelastic scattering experiments can give very accurate measurements and we refer the reader to the review paper by Hoinkes [18] for more details. However, inelastic scattering experiments do not give a direct access to the long range part of this interaction ($r > 1$ nm). In this range, atom-surface interaction is attractive and dominated by the dipole-dipole term, which behaves as $-C_3/r^3$. Such a potential may support a series of long-range bound states which are difficult to detect because of insufficient resolution and sensitivity. Laser spectroscopy of atoms interacting with a dielectric surface has already given access to the long-range part of the atom-surface interaction [19] but this spectroscopy is sensitive only to the difference of the interaction potentials corresponding to the different internal states of the atom that are coupled by the laser.

Atom optics experiments, such as atom diffraction from a nano grating, can be used to measure the long-range interaction of the atom in its ground state with the surface. The first experiment of this type was done in 1999 by Grisenti et al. [1], who measured the intensities of the various diffraction orders of a nano grating as a function of the atom velocity. Several similar experiments have been performed since then [4–6,8]. These experiments give access to the modulus of the diffraction amplitude but not to its phase which can be measured only by atom interferometry; this was done for the first time by Perreault and

^a e-mail: jacques.vigue@irsamc.ups-tlse.fr

Cronin [9] in 2005 (see also [20,21]). We present here new results from an improved experiment of this type originally reported in [10].

There is a growing interest for the very long range part of the atom-atom, atom-surface and surface-surface interactions because of the Casimir effect and its connection to vacuum zero-point energy [22]. This effect has been detected by various experimental techniques: observation of the quantum reflection of atoms from a surface [23,24]; study of the vibration of a trapped Bose-Einstein condensate near a surface [25–27]. Towards the end of this paper (Sect. 3.6) we discuss how to study this long-range region by atom interferometry by adapting our experiment. First, we introduce the structure of this paper.

We describe the principle of our experiment in Sections 2.1 and 2.2. In Section 2.3, we describe our atom interferometer and we present experimental signals. We show experimental results for the modulus and the phase of the diffraction amplitude in Section 2.4. The phase of this diffraction amplitude presents an unexpected behavior: it does not vary as $1/v$, which is the classic behavior for a perturbation-induced phase shift.

In Section 3, we explain this behavior quantitatively by a numerical calculation and also by an analytic model. We show how the observed velocity dependence serves as a sensitive test of the dependence of the atom-surface interaction with the atom-surface distance r . If we assume a general form for the atom-surface potential of $-C_p/r^p$, we determine that $p = 2.9 \pm 0.2$, thus confirming that the dipole-dipole interaction, with $p = 3$, dominates the van der Waals (VdW) interaction in the range of distances to which our experiment is sensitive (Sect. 3.3). A large source of uncertainty in measurements of atom-surface interactions using nano gratings has traditionally been the lack of knowledge of the grating geometry (width and shape of the nano-bars). Thanks to a thorough analysis of the diffraction pattern, two of us (VPAL and ADC) [6] have been able to measure very accurately the geometrical parameters of the nano grating we have used. With this knowledge, we can use the measured phase to obtain the C_3 parameter for lithium atom interacting with a silicon nitride surface with 6% precision. In Section 3.4 we compare the measured C_3 parameter to theoretical predictions based on a formula due to Lifshitz [28,29]. Using the analytical model explained in Section 3.5, we can gain some physical insight into the behavior of our experiment. Based on this analytic model we discuss how to measure atom-surface interactions in the Casimir-Polder regime using larger nano-structures in Section 3.6. Finally, in Section 3.7 we show how our experiment can be used to test possible modifications of gravity at very short range. Assuming a Yukawa potential term, if the range parameter is close to 2 nm, our experiment appears to be a competitive test with other experiments measuring Van der Waals interaction and we briefly discuss possible improvements. However, a considerably better sensitivity has been achieved with neutron interferometry and we explain why.

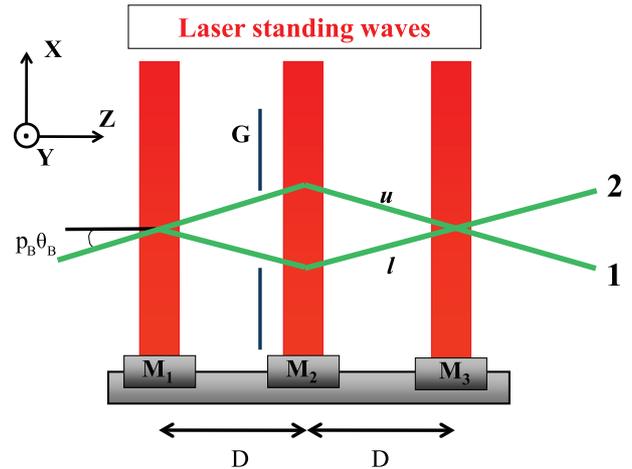


Fig. 1. (Color online) Schematic top view of our atom interferometer: after a strong collimation by narrow slits (not shown here), a supersonic beam of lithium is diffracted three times by laser standing waves in the Bragg regime. The laser standing waves are obtained by reflecting a laser beam on the mirrors M_i ($i = 1-3$) and the Bragg regime requires an angle of incidence of the atomic beam equal to $p_B \theta_B$. The distance D between consecutive laser standing waves is $D = 0.6$ m. Each atom can go from the source to the detector by two paths labeled u and l which interfere on the detector. A detection slit (not shown) selects one of the output beams labeled 1 and 2, which carry complementary fringe signals. A nano grating G can be inserted just before the second standing wave, at the position where the distance between the two interferometer arms u and l is largest, of the order of $100 \mu\text{m}$. This figure defines the axis \mathbf{X} , \mathbf{Y} , \mathbf{Z} used in the analysis.

2 Principle and results of the experiment

We have described our atom interferometer in reference [30] and we recall here only the main features. A supersonic beam of lithium seeded in a carrier gas is highly collimated. The collimated beam then crosses three quasi-resonant laser standing waves which diffract the lithium atoms, thus forming a Mach-Zehnder atom interferometer (see Fig. 1). Atomic diffraction occurs in the Bragg regime which has the advantage of producing only two beams, of orders 0 and p_B with a tunable amplitude ratio: the order p_B is chosen by incidence angle of the atom beam on the laser standing waves, equal to $p_B \theta_B$, with $\theta_B = \lambda_{dB}/\lambda_L$, λ_{dB} being the atom de Broglie wavelength $\lambda_{dB} = h/(mv)$ and λ_L the laser wavelength. In this experiment we have used both first order ($p_B = 1$) and second order ($p_B = 2$) Bragg diffraction. The amplitude ratio between the orders 0 and p_B is tuned by the parameters of the standing wave (laser beam diameter and power density, laser frequency detuning). A detection slit selects the output beam which is detected by a hot-wire detector. A very important point is that the two interferometer arms are well separated in space, near the second laser standing wave, and we are thus able to perturb the propagation of only one arm and to detect the perturbation on the interference signals.

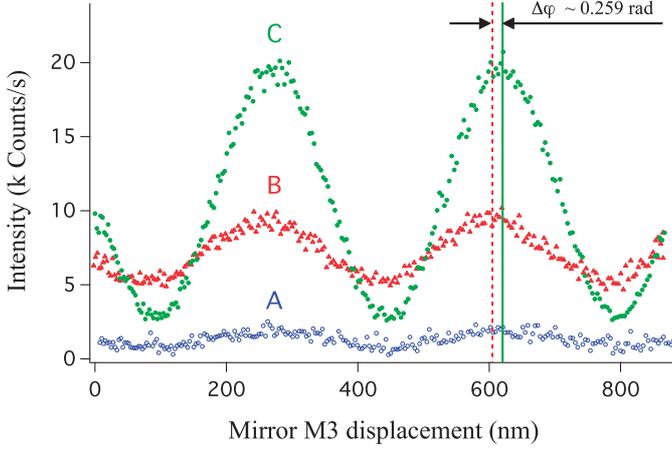


Fig. 2. (Color online) Atom interference fringes recorded with (A) both arms (visibility $\mathcal{V}_A = 32\%$), (B) one arm ($\mathcal{V}_B = 34\%$), or (C) neither arm ($\mathcal{V}_C = 72\%$) passing through the nano grating. The mean velocity of the lithium beam is equal to $v = 744 \pm 18$ m/s. The counting period is 0.1 s per data point.

2.1 Simple model of the atom interferometer signal

A complete model of our Mach-Zehnder interferometer is very complex because the diffraction by the collimation slits is intermediate between the near-field and the far-field regimes [31,32]. A plane-wave model of the interferometer is however sufficient to calculate the effect of a nano grating on the interferometer signals. With this simplification, the output signal intensity results from the interference of two arms of the interferometer (see Fig. 1) described by amplitudes a_u and a_l corresponding to the upper and lower arm respectively:

$$I = |a_u + a_l \exp(i\varphi)|^2 \quad (1)$$

where the phase is the sum of three terms $\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi + \varphi_{noise}$. The induced phase $\Delta\varphi$ is the result of a phase shift applied to one of the interferometer arms by an interaction, in this case a nano grating. We introduce the phase φ_{noise} to describe all the fluctuating phases which are responsible for reducing fringe visibility (see Sect. 2.6).

The phase is given by $\varphi_0 = 2p_B k_L (2X_2 - X_1 - X_3)$, where $k_L = 2\pi/\lambda_L$ is the wavevector of the laser used for atom diffraction. φ_0 depends on the positions X_i of the mirrors M_i ($i = 1, 2, 3$) of the three laser standing waves (\mathbf{X} is normal to the mirror surface, see Fig. 1). By displacing mirror M_3 , we observe oscillations in the output signal as a function of the mirror position X_3 . The position of the mirror is controlled by a piezo drive. In order to have precise knowledge of the displacement of mirror M_3 , we have built a Michelson interferometer involving M_3 and a fixed mirror. This interferometer, which is completely under vacuum, is operated with an helium-neon laser. The recorded Michelson fringes provide a measurement of X_3 with a twenty times better sensitivity than previous methods using an optical Mach-Zehnder interferometer. In this way, we have an accurate calibration of the displacement of mirror M_3 and this information is needed to plot the atom interference fringes shown in Figure 2.

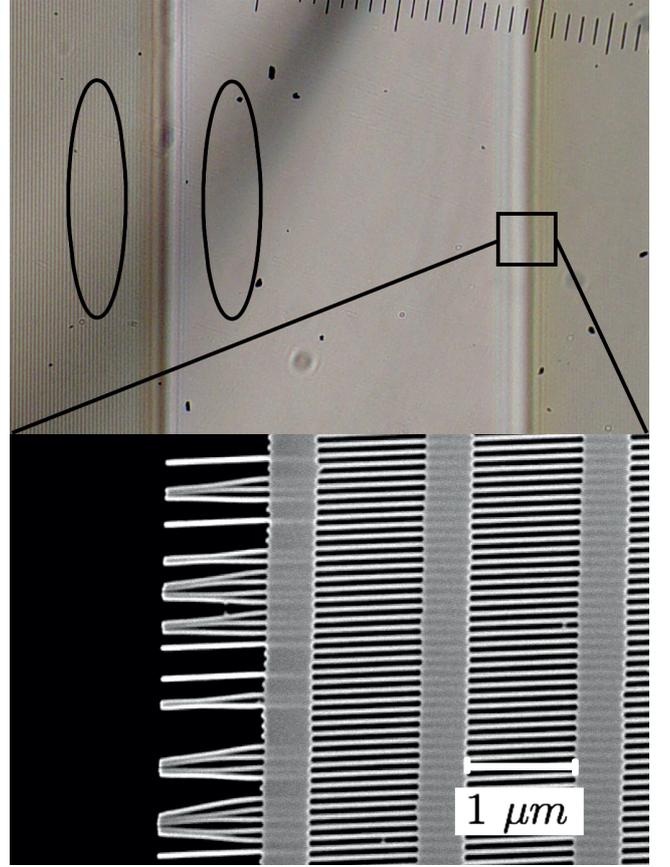


Fig. 3. (Color online) (top) Optical microscope image of the interaction grating. The nano-structure appears as a gray membrane. A $200 \mu\text{m}$ wide gap has been made in the membrane to allow one or both interferometer arms to pass through the grating without interacting with the nano-structure. The two ovals represent schematically the two arms of the interferometer, roughly to scale in the horizontal direction but not in the vertical direction (in this direction the arm extension is close to 1 mm). (bottom) Electron microscope image of the nano-structure. The 100 nm period nano-structure is visible as well as the $1.5 \mu\text{m}$ period support structure. A small part of the gap is visible to the left.

2.2 The transmission nano grating used as phase shifting component

Transmission nano gratings with periods on the order of 100 nm have been used in atom interferometry experiments [33,34] both as coherent beam-splitters and as phase shifting elements. The phase shift arises due to the van der Waals atom-surface interaction between the atoms and the grating walls.

In the present work, we use the same nano grating used by Perreault et al. [7,9,21] which consists of a series of regularly spaced openings in a SiN_x membrane. To describe the nano-grating, we use a \mathbf{x} axis perpendicular to the nano-bars and a \mathbf{y} parallel to these bars. The width w of the openings is about $w = 53 \pm 1.2 \text{ nm}$ and the nano grating period d_x is $d_x = 100 \pm 0.1 \text{ nm}$, see Figure 3. A periodic support structure in the perpendicular

direction keeps the bars from sticking together. The period of this structure is $d_y = 1.5 \mu\text{m}$ and its open fraction β_y is close to $\beta_y = 0.67 \pm 0.04$. The membrane thickness L is $L = 110 \pm 5 \text{ nm}$.

In the current experiment, the grating is oriented with the nano-bars horizontally (as in Fig. 3), i.e. the grating \mathbf{x} axis is roughly parallel to the interferometer \mathbf{Y} axis, such that diffraction from this nano-structure deflects atoms out of the plane of the interferometer. A $200 \mu\text{m}$ wide gap in the nano-structure allows one or both interferometer arms to pass through without interacting with the nano-structure. We give a detailed description of the effect of the nano gratings on an atomic beam in Section 3.

When one of the interferometer arms interacts with a nano grating, there is diffraction due to the 100 nm period nano-structure as well as the $1.5 \mu\text{m}$ period support structure. The result is a series of diffracted beams with momenta in the x and y directions with their complex diffraction amplitudes noted $A(p_{Gx}, p_{Gy})$.

We consider first the case with a nano grating introduced on only one of the interferometer arms, for example the arm labeled u as shown in Figure 1. When the nano grating is introduced in this beam, the $(0, 0)$ order diffracted beam replaces the incident beam and the amplitude a_u of this beam is replaced by $a_u A(0, 0)$. All the diffracted beams with $(p_{Gx}, p_{Gy}) \neq (0, 0)$ propagate inside the interferometer and their contribution to the signal is proportional to their degree of transmission by the detection slit, denoted $T_u(p_{Gx}, p_{Gy})$. Because the diffracted beams make a non-vanishing angle with the main output beams of the interferometer, the interference of these stray beams with the main output beams is completely washed out by the integration over the detector surface and also by the integration over the atom velocity distribution.

The signal can now be written:

$$I = |a_u A(0, 0) + a_l \exp(i\varphi)|^2 + I_{sb,u}$$

with $I_{sb,u} = \sum_{p_{Gx}, p_{Gy} \neq (0,0)} a_u^2 |A(p_{Gx}, p_{Gy})|^2 \times T_u(p_{Gx}, p_{Gy})$. (2)

Here $I_{sb,u}$ designates the total intensity of the detected stray beams in this configuration. This signal can also be written in the usual form, $I = I_m [1 + \mathcal{V}_m \cos \varphi_m]$ with modified parameters:

$$I_m = a_u^2 |A(0, 0)|^2 + a_l^2 + I_{sb,u}$$

$$\mathcal{V}_m = \frac{2a_u a_l |A(0, 0)| \langle \cos \varphi_{noise} \rangle}{a_u^2 |A(0, 0)|^2 + a_l^2 + I_{sb,u}}$$

$$\varphi_m = \varphi_0 - \Phi_0$$
 (3)

where we have noted $\Phi_0 = \arg(A(0, 0))$. If one assumes that the arm amplitudes are initially balanced ($|a_u| \approx |a_l|$), the introduction of the nano grating always reduces the fringe visibility i.e. $\mathcal{V}_m < \mathcal{V}_0$, even if the detected stray beam intensity $I_{sb,u}$ is small. This is because the nano gratings are absorptive and attenuate the transmitted beam. Since the interferometer is usually not perfectly

balanced ($|a_u| \neq |a_l|$), the modified visibility \mathcal{V}_m will depend on which arm passes through the nano grating.

It is possible to extract directly the modulus $|A(0, 0)|$ of the diffraction amplitude from the knowledge of the modified intensity and visibility:

$$|A(0, 0)| = \frac{I_m \mathcal{V}_m}{I_0 \mathcal{V}_0} \quad (4)$$

where I_0 is the mean intensity when both arms go through the nanograting gap. This expression gives the modulus of the part of the atom beam that contributes to the detected fringes. Furthermore, the background count rate from our detector does not affect equation (4).

The case with the nano grating located on the lower atomic beam is completely analogous. The main differences concern the visibility because the detected stray beam intensities $I_{sb,u}$ and $I_{sb,l}$ may be substantially different. In addition the equation for the phase now becomes:

$$\varphi_m = \varphi_0 + \Phi_0. \quad (5)$$

When the nano grating is introduced on both interferometer arms, the situation is more complex, with more stray beams. We will not give any equations for this case but we point out a few interesting properties:

- both amplitudes a_u and a_l are multiplied by $A(0, 0)$, so that the fringe phase must be the same as when there was no nano grating on the interferometer arms;
- the two beam amplitudes are now balanced, exactly as when there was no nano grating on the interferometer arms. If there were no stray beams, the visibility should be back to its initial value \mathcal{V}_0 . The no-stray beam hypothesis is obviously not realistic but, nevertheless, in some experiments, we have observed a small increase of the visibility with respect to the case where only one arm was passing through the nano grating;
- we have already said that the nano grating \mathbf{x} axis is not exactly coincident with the \mathbf{Y} axis of the interferometer. In case of an exact coincidence, some stray beams would fulfill the Bragg condition and would be diffracted by the laser standing waves, thus forming supplementary interferometers. A very small angle between the nano grating axis and the interferometer axis is sufficient to prevent this possibility and, as we have not aligned precisely the nano grating axis with respect to the interferometer axis, we think that the signals due to this supplementary interferometers can be neglected.

2.3 Interpreting the interferometer signals

The nano grating is on a translation stage along the \mathbf{X} direction and it is thus possible to have either 0, 1 or 2 arms going through the nano grating and, as the arms can go through the nano grating on both sides of the window, we can explore the following five different situations, using the notations of Figure 1.

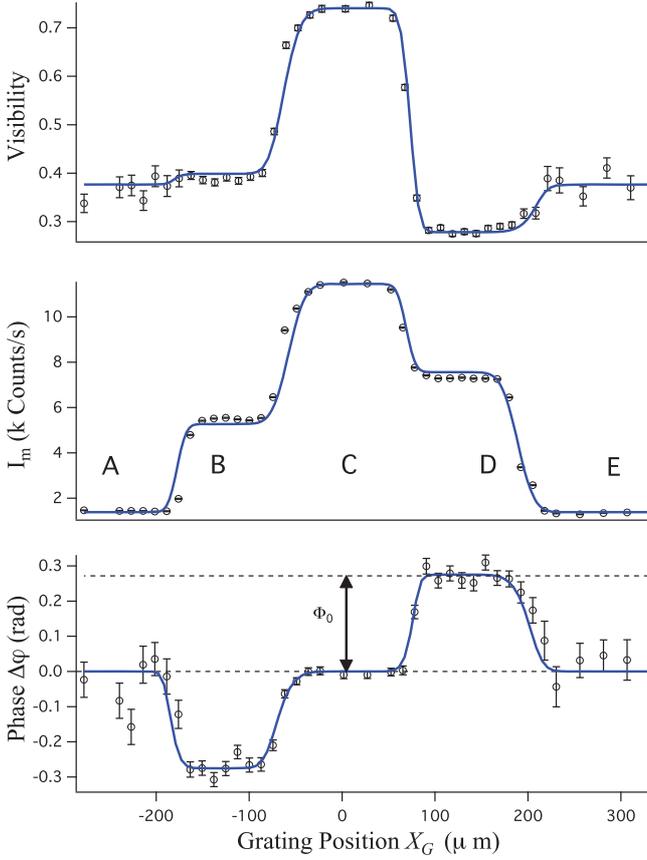


Fig. 4. (Color online) The visibility \mathcal{V} of the interference fringes, the mean signal intensity I_m and the phase shift $\Delta\varphi$ are plotted as a function of the interaction-nano grating position X_G , for a lithium beam velocity $v = 744 \pm 18$ m/s. The reference position corresponds to $X_G = 0$. This position belongs to the configuration C with both interferometer arms going unaffected through the nano grating gap. When $90 \lesssim |X_G| \lesssim 175 \mu\text{m}$, one arm goes through the nano grating while the other arm propagates through the nano grating gap (configurations B or D) and we observe opposite phase shifts. The mean intensity and the fringe visibility are reduced, as discussed in the text. When $|X_G| \gtrsim 200 \mu\text{m}$ (configurations A or E), both arms go through the nano grating and the phase shift is close to 0, as expected. The asymmetry between the intensities and visibilities in configurations B and D come from imbalance in the amplitudes of the two paths (u) and (l) (see Fig. 1). Configuration D corresponds to intercepting atomic beam (l) which is broadened by velocity-dependent diffraction. Therefore region D is slightly wider than region B. The best fit (which neglects the latter effect) is represented by the continuous line.

- (A) Both arms go through the nano grating on one side of the gap;
- (B) arm u goes through the nano grating and the other arm goes through the gap;
- (C) both arms go through the gap;
- (D) arm l goes through the nano grating and the other arm passes through the gap;
- (E) both arms go through the nano grating on the other side of the gap.

The results are shown in Figure 4.

The cases (B) and (D) provide two measurements of the interaction of the nano grating with the atomic beam from which we can deduce the zero-order amplitude and phase. These two measurements test different parts of the nano grating but they are in very good agreement: this is proof of the very good homogeneity of the nano grating geometrical parameters. Finally, cases (A) and (E) enable us to verify the prediction of a vanishing phase shift when the two atomic beams go through the nano grating but, as the mean intensity I_m and the visibility \mathcal{V}_m are both considerably reduced with respect to case (C), the phase sensitivity is reduced and this test is not very accurate.

The procedure we used to characterize the effect of the nano grating is as follows. In a first step, we align our atom interferometer with the two arms going through the nano grating gap (configuration C). In this configuration we routinely achieve a fringe visibility \mathcal{V}_0 close to 70% and a detected mean intensity I_0 of the order of $(2-10) \times 10^4$ counts/s. The value of I_0 is stable during

an experimental run but this value is determined by the choice of the supersonic beam source parameters (choice of carrier gas and pressure, oven temperature) and by the slit widths (collimation and detection slits). A typical fringe signal is plotted in Figure 2.

Then, we studied the five configurations (A) through (E) and recorded interference fringes in all cases. From the recorded fringes, we have measured the mean intensity I_m , the fringe visibility \mathcal{V}_m and the phase-shift $\Delta\varphi$. In Figure 4, we have plotted these three quantities as a function of the nano grating position X_G .

Because of attenuation by the nano grating, the mean intensity is reduced when one arm of the interferometer goes through the nano-structure (cases B and D). When both arms pass through the nanostructure, the mean intensity is even further reduced. The visibility is also affected by the nano grating; attenuation and stray beams greatly decrease the visibility in cases B and D (as compared to C). It varies only slightly when going from B to A or from D to E and in some cases the visibility is larger when the two arms go through the nano grating than when only one goes through it. We clearly observe all the effects predicted by our analysis in Section 2.2. The change $\Delta\varphi$ in the measured phase is clearly visible when going from C to B or to D and this change is a measurement of the argument Φ_0 of $A(0,0)$. An accurate measurement of this phase-shift requires careful control for the phase drift of the fringe signal. We explain this in Section 2.5.

Table 1. For each carrier gas, we give the measured mean velocity v of the lithium beam.

Carrier gas	Velocity v (m/s)
Kr	744 ± 18
Ar	1062 ± 20
Ar 50%–He 50%	1181 ± 27
Ne	1520 ± 38
Ar 10%–He 90%	2400 ± 100
He	3300 ± 82

2.4 Velocity dependence of the zeroth order diffraction amplitude

The lithium beam mean velocity can be varied by changing the carrier gas [17] and we have thus covered the 750–3300 m/s range (see Tab. 1). The atomic beam mean velocity v was measured by Bragg diffraction rocking curve and by Doppler sensitive laser induced fluorescence.

In the first method, we record the intensity of the atomic beam transmitted through a laser standing wave as a function of the rotation of the mirror producing this standing wave. We observe two intensity dips when the Bragg condition for order $p_B = \pm 1$ is fulfilled. The difference in mirror rotation angles between the two peaks gives us the Bragg angle, from which we deduce the beam mean velocity. The signals are similar to those presented in Figure 3 of reference [30].

In the second method, the atom is excited by a laser crossing the atomic beam with an angle near 45° and the fluorescence intensity is recorded as a function of the laser frequency. We thus get the fluorescence intensity as a function of the Doppler shift. The two methods are in good agreement and give the mean velocity with a few percents uncertainty (see Tab. 1).

The maximum distance between the interferometer arms occurs near the second laser standing wave and, when using first order Bragg diffraction, the distance between the centers of the two arms is about $100 \mu\text{m}$ for an atom velocity $v = 1000 \text{ m/s}$. This distance is sufficient to let us position a nano-grating such that it intercepts only one arm without disturbing the other one. However, when the velocity v increases, this distance decreases like $1/v$. When the velocity is larger than 2000 m/s, the distance becomes too small to perform a clean experiment. In this case (i.e. the two largest velocities of Tab. 1), we used second order Bragg diffraction, thus doubling this distance. However, when using second order Bragg diffraction, we have not been able to fully suppress the stray atomic beams due to residual first-order diffraction on the laser standing waves and the experiment was less ideal than when using first-order diffraction.

Figure 5 shows the measured phase Φ_0 of the zeroth order diffraction amplitude as a function of the mean velocity of the atom beam (the values are collected in Tab. 2). The velocity dependence is due entirely to the VdW interaction as, in the absence of atom-surface interactions, the phase Φ_0 should vanish. The data is shown on a log-log

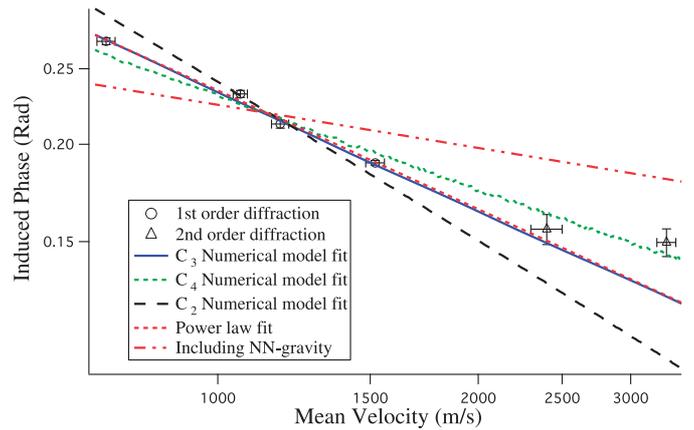


Fig. 5. (Color online) Phase Φ_0 of the zeroth order diffraction amplitude as a function of the atomic beam mean velocity v . The data closely follow a power law ($\Phi_0 \propto v^{-0.49}$) indicated by the dashed red line. The data were also fit using the model described in Section 3. The black, blue and green lines correspond to fits using a potential shape $V = -C_p/r^p$ with $p = \{2, 3, 4\}$ respectively. The rightmost two data points were obtained using second order Bragg diffraction by the laser standing waves. In this condition there is still a small amount of first order Bragg diffraction which causes a significant systematic error.

Table 2. Experimental results: for each experiment, we recall the atomic beam mean velocity v and we give the measured values of the phase Φ_0 in mrad and of the modulus $|A(0, 0)|$ of the zeroth order diffraction amplitude. The 1σ statistical error bars of are estimated from the dispersion of large series of measurements. These results are discussed in the next part.

Velocity v (m/s)	Φ_0 (mrad)	$ A(0, 0) $
744 ± 18	271.1 ± 3.3	0.2459 ± 0.0015
1062 ± 20	232.1 ± 3.5	0.2594 ± 0.0020
1181 ± 27	212.4 ± 2.2	0.2602 ± 0.0025
1520 ± 38	189.3 ± 2.0	0.2699 ± 0.0041
2400 ± 100	155.6 ± 5.9	0.2716 ± 0.0019
3300 ± 82	149.6 ± 4.8	0.2805 ± 0.0025

plot and it appears to lie on a line in this plot. This suggests a power-law behavior, in fact $\Phi_0 \propto v^{-0.49}$. This particular velocity dependence is unusual in atom optics; we will give an explanation for this dependence in Section 3.

Using equation (4), we have also determined the modulus $|A(0, 0)|$ of the zeroth order diffraction amplitude. That is, we can determine the modulus of the part of the beam that actually contributes to the fringes. The results, also collected in Table 2, are plotted in Figure 6. We want to point out that this interferometric technique gives a very small uncertainty, near 0.5% in the best cases but it can be applied only to the zeroth order of diffraction amplitude. The dependence on velocity is once again entirely due to the van der Waals interaction.

We can explain the modulus of the diffraction amplitude by considering both diffraction from the nano-bars,

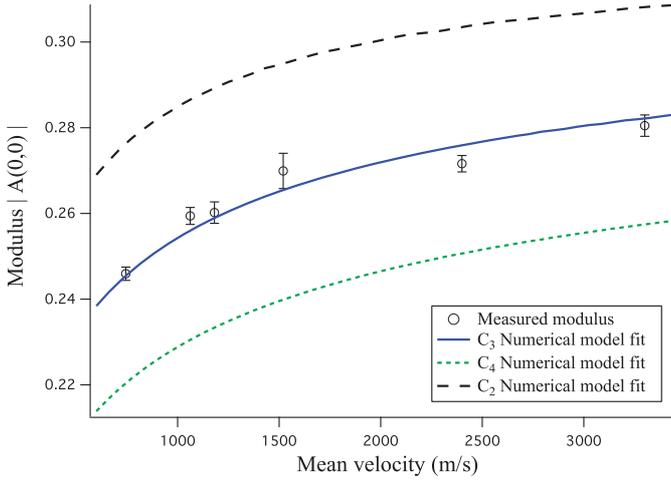


Fig. 6. (Color online) Modulus $|A(0,0)|$ of the zeroth order diffraction amplitude as a function of the atomic beam mean velocity v . The data are based in equation (4). The method by which $|A(0,0)|$ is calculated is explained in Section 3.3. The black, blue and green lines correspond to calculations using a potential shape $V = -C_p/r^p$ with $p = \{2, 3, 4\}$ respectively. The $p = 3$ fit has only one free parameter: β_y^{fit} , the support structure open-fraction. For the $p = 2$ and $p = 4$ calculations, β_y is fixed to the value found from the $p = 3$ fit in order to highlight the effect of the shape of the potential on the modulus.

as described in Section 3.3, as well as diffraction from the support structure (see Fig. 3). We use the same numerical model to fit the modulus as we used to fit the phase data. The geometric parameters for the grating are taken from reference [6] and the value for C_3 is obtained from the phase data. The fit shown in Figure 6 has only one free parameter: the open-fraction of the support structure (see Sect. 3.2). The open-fraction of the support structure found from the fit in Figure 6 is $\beta_y^{fit} = 0.61 \pm 0.01$. However if we determine the support structure open-fraction from SEM images like Figure 3, we find $\beta_y^{SEM} = 0.67 \pm 0.04$. The discrepancy could be due to an additional source of contrast-loss when the grating is introduced to one arm of the interferometer, i.e. the parameter φ_{noise} in equation (3) need not be the same in both the numerator and the denominator of equation (4). This additional random variation in the phase can be caused by a distribution of grating geometric parameters across the different regions of the grating that we are sampling.

In addition to the fit based on the potential $V = -C_p/r^p$ with $p = 3$, we also show fits using $p = 2$ and $p = 4$. These fits have no free parameters, as we determined C_p from the phase data and use the support structure open-fraction, β_y^{fit} , found from the $p = 3$ fit. These plots highlight the fact that the modulus, just like the phase is highly sensitive to the shape of the potential. If the additional loss in visibility that cause the discrepancy between β_y^{fit} and β_y^{SEM} were better understood, measurements of the modulus could better constrain the shape of the potential.

2.5 Phase drift

As in our previous experiments [17,35], the phase of the interferometer signal drifts with time. In order to improve the measurement accuracy, we alternate between recording fringes with and without the perturbation. We first record fringes at a reference position (taken as the origin $X_G = 0$) corresponding to the middle of configuration C, with two arms going through the nano grating gap. Then we measure fringes at a different position X_G and finally again at $X_G = 0$. The phase shift due to the nano grating is taken equal to the difference between the phase measured with the nano grating at X_G and the mean of the two phases measured at $X_G = 0$ just before and after. The phase measured with the nano grating at the $X_G = 0$ reference position drifts with time and a typical variation is about 1–2 rad during a two-hour long series of measurements.

This phase drift corresponds a very small displacement of the mirrors of the three laser standing waves, as a 53 nm variation of $(2X_2 - X_1 - X_3)$ is sufficient to induce a 1 rad phase shift. This drift appears to have at least two origins. There is a continuous trend which, during a series of measurements, slows down with time. The slowing down behavior suggests a creep phenomenon (see for example [36]) which are well known to appear with piezo-actuators. This creep effect is not due to the piezo-actuator of mirror M_3 as we measure the position of this mirror with the Michelson interferometer described above. There is also an oscillation of the phase with a period ca. 20 min and an amplitude ca. 100 milliradians. This oscillation is clearly correlated to an oscillation of the temperature of the refrigerated water which flows through baffles of the oil diffusion pumps pumping the interferometer vacuum chamber: this temperature oscillates with a 3 K amplitude and with the same period. We think that the metal bar supporting the three laser standing wave mirrors, which is coupled to these baffles by radiation, may be slightly distorted by the induced temperature gradient: a distortion inducing a variation of $(2X_2 - X_1 - X_3)$ equal to 5 nm is sufficient to explain the oscillating part of the phase drift.

This phase drift is not negligible with respect to the measured phase-shift Φ_0 and the phase without the nano grating is not a linear function of time. The mean of the two $X_G = 0$ phases measured just before and after the measurement done with the nano grating at X_G does not fully cancel this drift. In order to reduce the uncertainty on the nano grating induced phase-shift, for each gas velocity, we have made numerous measurements of the phase-shift. From the fits, we deduce for each measurement an error bar from which we calculate a weight used for a weighted average of the measurements. A χ^2 test is used to evaluate the 1σ error bar on this average. We have thus measured the phase Φ_0 . The results, collected in Table 2, are plotted in Figures 4 and 5. As stated above, the measurements corresponding to the two highest velocities, which were made with second-order Bragg diffraction, are less satisfactory because of the existence of some stray beams due to residual first-order diffraction. In particular, for the phase measurements, the accuracy is less good than

for lower velocities, for which we have been able to reach an uncertainty below or near 3 mrad, which is 33 times smaller than in the similar experiment [9] done in 2005.

2.6 Phase noise

We have introduced the phase φ_{noise} to describe all the fluctuating phases (spatial fluctuations due to various atom trajectories or rapid temporal fluctuations due vibrations of the mirrors M_i [35]). The measured signal is an average of the distribution of φ_{noise} . Assuming that this distribution is even and centered around $\varphi_{noise} = 0$ so that $\langle \sin(\varphi_{noise}) \rangle = 0$, equation (1) becomes:

$$I = a_u^2 + a_l^2 + 2a_u a_l \cos(\varphi_0 + \Delta\varphi) \langle \cos \varphi_{noise} \rangle \quad (6)$$

where a_u and a_l are chosen real. This signal can be written in the usual form:

$$I = I_0 [1 + \mathcal{V}_0 \cos(\varphi_0 + \Delta\varphi)]. \quad (7)$$

Here I_0 is the mean intensity, $I_0 = a_u^2 + a_l^2$, \mathcal{V}_0 is the fringe visibility, $\mathcal{V}_0 = 2a_u a_l \langle \cos \varphi_{noise} \rangle / (a_u^2 + a_l^2)$ and φ_0 is the fringe phase of the unperturbed interferometer. The existence of a phase noise explains why the visibility \mathcal{V}_0 is smaller than its maximum value equal to 1, even when the two arms are perfectly balanced with $|a_u| = |a_l|$.

3 Model of the atom-surface interaction

We now turn to the theoretical prediction of complex diffraction amplitudes (modulus and phase) in the presence of atom-surface interactions. We discuss more specifically the case of the zeroth diffraction order and compare our experimental results to theory. We also obtain an analytic expression for the phase to explain the unusual velocity dependence. We finally discuss some alternative potentials such as a non-Newtonian modification to gravity.

3.1 Action of a nano grating on a plane wave

When a nano grating is introduced on an atomic beam represented as an incident plane wave $\Psi_i = \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$, the array of equally spaced openings produces a series of beams corresponding to the various diffraction orders p_G . The transmitted wave Ψ_t is approximately given by:

$$\Psi_t = \sum_p A(p_G) \exp[i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}] \exp[ip_G \mathbf{k}_G \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)] \quad (8)$$

where \mathbf{k}_G is the nano grating wavevector (a vector perpendicular to the nano grating lines, in its plane and of modulus $k_G = 2\pi/d$ where d is the nano grating period). \mathbf{r}_0 is a reference point in the nano grating plane and $A(p_G)$ is the diffraction amplitude of order p_G . The phase of $A(p_G)$ depends on the reference point \mathbf{r}_0 for all orders except

for the zeroth order. Equation (8) is a good approximation near normal incidence when the diffraction angles are small i.e. when $k_G \ll k$.

The nano gratings used in atom optics experiments [33,34] are more complex with a periodic structure in two orthogonal directions: the nano grating in the \mathbf{x} direction with a period d_x , typically equal to $d_x \sim 100$ nm, and a periodic support bar structure in the \mathbf{y} direction with a larger period d_y , typically equal to $d_y \sim 1 \mu\text{m}$ (Fig. 3). The nano grating axis \mathbf{x} and \mathbf{y} could be oriented in any direction in the \mathbf{X} , \mathbf{Y} plane. We have chosen to put the \mathbf{x} axis close to but not exactly coincident with the axis \mathbf{Y} of the interferometer. We define two wave-vectors \mathbf{k}_{Gx} in the \mathbf{x} direction, with $k_{Gx} = 2\pi/d_x$ and \mathbf{k}_{Gy} in the \mathbf{y} direction, with $k_{Gy} = 2\pi/d_y$ and we must use two indices p_{Gx} and p_{Gy} to label the diffracted beams. Within the same approximations as above, the transmitted wave is now given by:

$$\Psi_t = \sum_{p_{Gx}, p_{Gy}} A(p_{Gx}, p_{Gy}) \exp[i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}] \times \exp[i(p_{Gx} \mathbf{k}_{Gx} + p_{Gy} \mathbf{k}_{Gy}) \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)]. \quad (9)$$

3.2 Calculation of the diffraction amplitude, without atom-surface interaction

Let us first neglect the atom-surface interaction and, as in usual diffraction theory, assume that the grating bars perfectly absorb the incoming wave and that the wave is perfectly transmitted by the grating slits. Then, the diffraction amplitudes are directly related to the Fourier components of the transmitted wave. Assuming perfectly rectangular slits and taking the origin point \mathbf{r}_0 at the center of a slit, we get:

$$A(p_{Gx}, p_{Gy}) = \frac{\sin(p_{Gx}\pi\beta_x)}{p_{Gx}\pi} \frac{\sin(p_{Gy}\pi\beta_y)}{p_{Gy}\pi}. \quad (10)$$

β_x and β_y are the nano grating open fractions (i.e. the ratio of the size of the opening to the period) in the \mathbf{x} and \mathbf{y} directions, p_{Gx} and p_{Gy} label the diffraction orders. With our choice of origin, all these amplitudes are real. Equation (10) is valid if p_{Gx} and p_{Gy} are not equal to 0. When p_{Gx} or p_{Gy} vanishes, the ratio $\sin(p_{Gi}\pi\beta_i) / (p_{Gi}\pi)$ must be replaced by β_i so that $A(0,0) = \beta_x\beta_y$. In this approximation, the zeroth-order amplitude has a phase equal to zero, $\arg(A(0,0)) = 0$.

When we take into account the atom surface interaction below, we will only include the potential for the calculation of diffraction in the x direction. This is justified considering the opening width is only $w = 53$ nm. At this distance the effect of the van der Waals potential is significant. The size of the grating openings in the y direction is considerably larger, $\beta_y d_y \approx 1 \mu\text{m}$ so the potential will be approximately constant along the y direction. We will assume that $A(0,0)$ is given by the product of the zeroth order amplitude β_y for diffraction in the \mathbf{y} direction, and the (complex) diffraction amplitude in the \mathbf{x} direction calculated below.

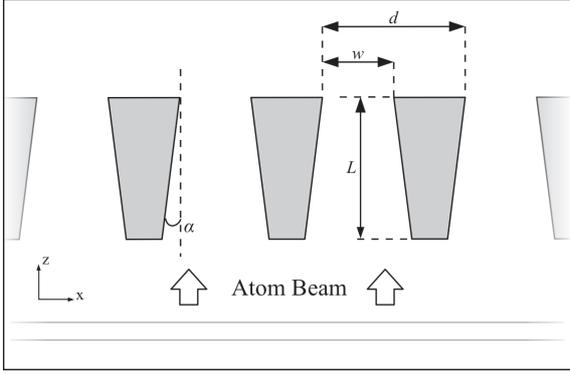


Fig. 7. A schematic representation of the nano grating geometry. The nano grating bars have a trapezoidal cross-section, with a wedge angle $\alpha = 5 \pm 1$ deg. The period of the nano grating is $d_y = 100 \pm 0.1$ nm and the period of the support structure is $d_x = 1.5 \mu\text{m}$. The width w of the nano grating windows is $w = 53 \pm 1.2$ nm. The thickness L of the bars is about $L = 110 \pm 5$ nm.

3.3 Diffraction amplitudes in the presence of atom-surface interactions

To explain the velocity dependence of the measured phase, we must consider the interaction of the atom with the nano grating in some detail. The atom-surface interaction potential is well known to have the form

$$V(r) = -\frac{C_p}{r^p}. \quad (11)$$

This formula is valid for an atom at a distance r from an infinite homogeneous half-space. We expect that $p \rightarrow 3$ for $r \ll \lambda/2\pi$ and $p \rightarrow 4$ for $r \gg \lambda/2\pi$, where λ is the resonance wavelength of the atom. For lithium $\lambda = 671$ nm, so that, $\lambda/2\pi = 107$ nm. Since the nano grating windows are 53 nm wide, the atoms propagate within ca. 25 nm of a surface. Furthermore, in the present experiment, the majority of the observed phase shift comes from atom-surface distances near 7 nm, as we will discuss near equation (20). We therefore expect $p = 3$.

An exact calculation of the potential viewed by an atom near a nano grating would be very complex. We will use the usual approximation [1,5] which replaces the exact potential between two grating bars by the potential due to two infinite half-spaces coincident with the two nearest walls. The potential is taken to vanish when the atom is outside of the grating. As the kinetic energy of the atoms is much larger than the atom-surface potential and the nano grating thickness is small enough, we will model the nano grating as a phase mask. As an atom passes with a velocity v through the nano grating, its wave-function acquires a position-dependent phase given in the WKB (or eikonal) approximation by:

$$\phi(x) = -\frac{1}{\hbar v} \int_{z_0}^{z_0+L} V(x, z) dz \quad (12)$$

where z is the direction of propagation, z_0 the coordinate of the nano grating entrance plane, x is the direction perpendicular to the nano grating bars and L is the thickness

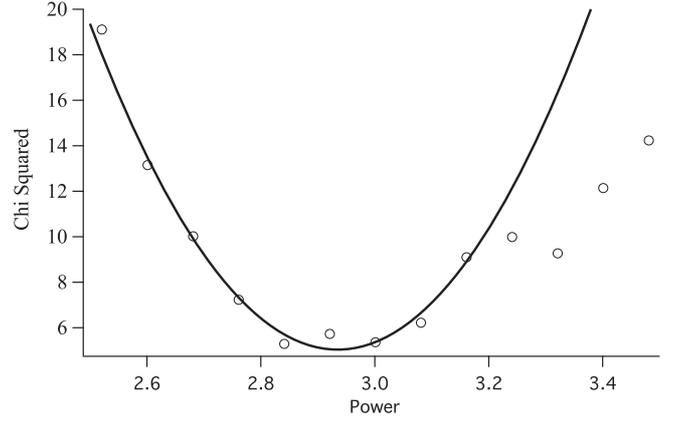


Fig. 8. The minimum of χ^2 found by fitting the data in Figure 5 using different values of p in equation (12). The values of χ^2 near the minimum are well described by a parabola with minimum at $p = 2.9$.

of the nano grating (see Fig. 7). The integral in equation (12) can be written as the sum of two terms representing the potential due to each of the two nearest walls:

$$\phi(x) = \phi_- + \phi_+. \quad (13)$$

For an atom-surface potential of the form in equation (11), the integral in equation (12) can be solved exactly to yield

$$\phi_{\pm} = \frac{C_p}{\hbar v} \frac{[L \tan(\alpha) + w/2 \pm x]^{1-p} - (w/2 \pm x)^{1-p}}{(1-p) \tan(\alpha) \cos^p(\alpha)} \quad (14)$$

where x is measured from the middle of a window (other parameters are defined in Fig. 7). A regularly spaced array of grating windows produces a diffraction pattern in the far field consisting of regularly spaced diffraction peaks. The complex amplitude of the p_{Gx} th diffraction order in the far field is now given by:

$$|A_{p_{Gx}}| e^{i\Phi_{p_{Gx}}} = \int_{-w/2}^{w/2} \exp \left[i \left(\phi(x) - \frac{2\pi p_{Gx} x}{d_x} \right) \right] dx \quad (15)$$

where d_x is the nano grating period in the x direction. The phase of the zeroth order diffraction amplitude is given by:

$$\Phi_0 = \arctan \left(\frac{\int_{-w/2}^{w/2} \sin[\phi(x)] dx}{\int_{-w/2}^{w/2} \cos[\phi(x)] dx} \right). \quad (16)$$

A numerical evaluation of this model using $p = 3$ matches the data in Figure 5 very well. For the geometric parameters of the grating we used the values from reference [6]. We also used different values of p to fit the data. The results of using $p = 2$ and $p = 4$ are also shown in Figure 5 and these results clearly disagree with our measured data. To determine the best value for p we repeated the fit in Figure 5 for several values of p and recorded the minimum in χ^2 found for each p . The results shown in Figure 8 are well described by a parabola that has a minimum for $p = 2.9$. The standard deviation associated with p is given

by the value of p for which $\chi^2 = \chi_{\min}^2 + 1$ and, from this figure, we see $p = 2.9 \pm 0.2$.

The fit of our phase measurements in Figure 5 gives us $C_3 = (3.25 \pm 0.2) \text{ meV nm}^3$. While this value is very close to the value we would expect for lithium atom and a silicon nitride surface, we know that this grating has a thin gold-palladium metal coating on its surface. In addition, the C_3 coefficient has been measured for Na using the same grating [6]; the ratio between the two values $C_3(\text{Li})/C_3(\text{Na}) = 3.25/4.8 = 0.7$ is not very close to the ratio 0.9 we expect (see Appendix B). We discuss possible causes for this discrepancy below in Section 3.4.

As an additional check, we can fit the modulus of the transmitted amplitude to our model. The numerical evaluation of equation (15) using $p = 3$ and the fitted value of C_3 provides $|A_0|$ as a function of the atom velocity v . To compare this result with our measurement of $|A(0, 0)|$, we must multiply it by the open fraction β_y in the \mathbf{y} direction. We have fitted our measurements and obtained the best fit which gives $\beta_y = 0.61 \pm 0.01$, a value in reasonable agreement with a measurement based on SEM images of the grating, $\beta_y = 0.67 \pm 0.04$. The best fit is represented in Figure 6.

3.4 Comparison to theoretical prediction

We have evaluated several theoretical models for the atom-surface interaction. We have considered the interaction between Li and several different surfaces: a silicon nitride (SiN_x) surface (exploring different possible compositions), a bulk gold surface, and a SiN_x coated with a thin layer of gold. We know the grating has been covered with a thin layer of gold-palladium which can have a significant effect on the van der Waals potential strength. The details of these models are given in Appendix B. We give the results here in Table 3.

While we know the grating is coated with a thin layer of metal, the measured value of C_3 seems to be closer to the value for a pure SiN_x surface. In addition, the ratio between this measurement and a measurement of C_3 for Na using the same grating is smaller than we expect. There are several possible explanations for this. The reported value for C_3 is sensitively dependent on the geometry of the grating bars. It is possible that the characterization of the geometry in reference [6] was done on a slightly different region of the grating. Though the grating is fairly uniform, a 3 nm change to the width of the grating openings is sufficient to explain the discrepancy. It is also possible that the fringes formed by stray beams are not entirely washed out and that they contribute in a systematic way to the measured phase.

Though repeated measurements are reproducible, it cannot be ruled out that the different environments used for the current experiment and the one in [6] introduce different contaminations to the surface that affect C_3 .

Several other physical phenomena may affect the individual C_3 values, as well as the ratio between the values obtained for Li and Na. The list of possibilities includes an oxide layer on the nanograting, contamination of the

Table 3. Theoretical and experimental values of C_3 in meV nm^3 . The theoretical calculations are based on various surface permittivities given in the associated references. Reference [40] also uses a different, more complete, model for atomic polarizability. Experimentally measured C_3 values for lithium are from our atom interferometer experiments (described in the present paper and reference [10]), and for sodium the measured C_3 comes from atom diffraction experiments described in reference [6]. Both sets of experiments use the same Au/Pd-coated SiN_x nanograting sample. See Appendix B for details.

Theory		
Surface	Na	Li
SiN_x [4]	3.17	2.95
Bulk Si_3N_4 [54]	3.34	3.10
SiN_x and 1-nm of Au [38]	4.30	3.82
Bulk Au [39]	4.93	4.50
Bulk Au [40]	5.47	4.88
Experiment		
Nanograting in interferometer [10]		3.25 ± 0.20
Nanograting and diffraction [6]	4.85 ± 0.50	

nanograting by the Na and Li atom beams, additional phase shifts due to propagation within the nanograting that cannot be modeled with the WKB (thin grating) approximation made in equation (12), different contributions to C_3 due to atomic core electrons, and also retardation. In particular, there should be different shifts due to retardation for Li and Na because of their different resonance frequencies, and also due to the different distance ranges where the two different types experiments are most sensitive (approximately 7 nm for Li in the interferometer experiment [10] and 5 nm for Na in the diffraction experiments [6,9]). We have calculated the shifts in our measured C_3 due to each of these issues, and we conclude that every one of these possibilities would make a smaller shift than the uncertainty we still have due to the fact that the different experiments may have probed grossly different regions on the nanograting where the bars may be as much as 3 nm thicker or thinner. In the future, experiments such as the one in reference [8] can be designed to measure C_3 ratios more accurately to focus on these effects.

3.5 Analytical calculation of the diffraction amplitude and physical explanation of its velocity dependence

We have developed an analytic expression for the zeroth order phase, described in detail in Appendix A. The numerical model described above fits the Φ_0 data very well but it is interesting to try to understand the physical effects that cause its unusual velocity dependence.

Cronin and Perreault [7] have previously introduced a generalized Cornu spiral to visualize the integral in equation (15) and to predict the intensity of the various diffraction orders. We have used the same ideas to develop an analytical expression for the zeroth order amplitude $|A_0|e^{i\Phi_0}$.

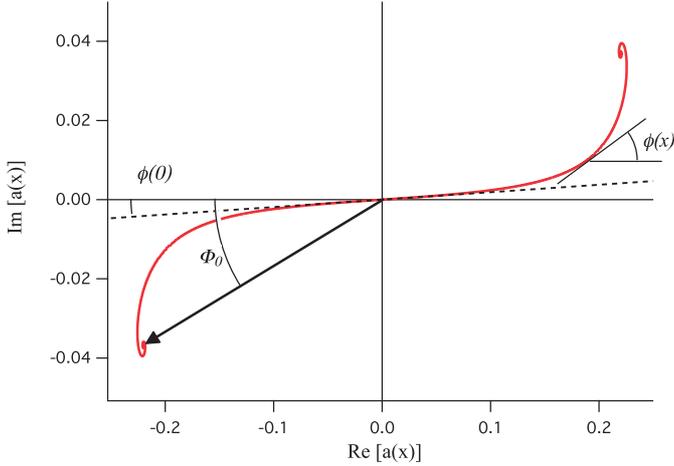


Fig. 9. (Online color) The Cornu spiral corresponding to the integral in equation (15). The vertical axis is scaled differently than the horizontal axis to exaggerate plotted angles. The total 0th order phase is dominated by the region near r_1 where $\phi(r_1) \approx 1$. The potential farther away from the wall is too weak to contribute significantly ($\phi(0) \ll \Phi_0$). The potential closer to the wall is so strong that it preferentially deflects atoms into higher diffraction orders. At these short distances the curvature of the Cornu spiral increases rapidly causing it to curl into a small spiral, thus no longer contributing significantly to Φ_0 .

A plot of the Cornu spiral (Fig. 9) shows that the dominant contribution to this phase comes from the region where $|\phi(x)| \lesssim \pi/2$. To simplify the model, we consider square bars and the interaction with one of the nano grating walls only: this second assumption is justified by the fact that $\phi(0) \ll \Phi_0$. With these assumptions, the phase $\phi(x)$ is then given by:

$$\phi(x) = \frac{C_3 L}{\hbar v [(w/2) - x]^3}. \quad (17)$$

The calculation is detailed in Appendix A and we comment here only the results. The results are the first-order terms of an expansion in $r_1 = [C_3 L / (\hbar v)]^{1/3}$ which is the atom-surface distance such that $\phi(r_1) = 1$ rad. We get:

$$\Phi_0 \approx \frac{1.354 r_1}{w - 2.345 r_1}. \quad (18)$$

We can use this last result to explain the fact that Φ_0 is well approximated by a power law function of the atom velocity v , $\Phi_0 \propto v^q$. We calculate the log-derivative of Φ_0 with respect to v :

$$\frac{d\Phi_0}{\Phi_0} = -\frac{w}{3(w - 2.345 r_1)} \frac{dv}{v} \quad (19)$$

where we have used that $dr_1/r_1 = -dv/(3v)$. We thus expect a local power-law dependence of Φ_0 on v where the exponent q is given by

$$q = \frac{d\Phi_0}{\Phi_0} \bigg/ \frac{dv}{v} = -\frac{w}{3(w - 2.345 r_1)} \approx -0.48 \quad (20)$$

where the numerical value is calculated with $r_1 = 7$ nm corresponding to the center $v \approx 1600$ m/s of the studied velocity range.

This velocity dependence for a phase shift in atom optics is unusual. A perturbation applied to one arm of an atom interferometer usually results in a phase shift proportional to v^{-1} while a gradient of an electric or magnetic field applied to both arms of an interferometer induces a phase shift proportional to v^{-2} . Geometric or topological phases, such as the Aharonov-Casher phase, are independent of velocity. Inertial forces due to acceleration and rotation of the interferometer with respect to a Galilean frame induce phase shift proportional respectively to v^{-2} and v^{-1} . The anomalous velocity dependence observed here is explained by the fact that the phase shift comes mostly from a region of atom-surface separation near r_1 which depends on the atom velocity and the similarity with $q = -1/2$ is simply a coincidence as shown clearly by equation (20). Instead the power q is related to the power p of the potential by $q = 1/p$ plus a correction which is a function of C_3 , L and v .

3.6 Scaling of the experiment

It is worthwhile at this point to consider what would happen if we scaled this experiment to larger sizes of the grating windows. In particular, would it be possible to scale this experiment such that we can detect effects of retardation at distance ranges in the Casimir-Polder regime? For Li, we expect to see deviations from the $V \propto r^{-3}$ law at a distance of about 107 nm.

We have demonstrated the ability to measure VdW induced phases of about 0.1 radians, we will therefore require that the phase induced by a larger nano structure be at least this large. We discussed in the previous section that the experiment is most sensitive to an atom-wall separation of r_1 . Though r_1 is not directly dependent of the window width w , we must have $r_1 < w/2$. Therefore, a requirement to be able to measure atom-surface potentials at larger distances is that the grating windows are larger. From equation (18) we can see that for large windows the measured phase goes approximately as $1/w$, not as $1/w^3$ which one might naively expect. Larger nano-structures would therefore still produce a significant phase shift. If we want $r_1 \approx 100$ nm and $\Phi_0 \approx 0.1$ we see that $w < 1500$ nm would be acceptable.

The experiment is most sensitive to a range of atom-surface separations near r_1 . At longer distances, the potential is so weak that it does not contribute significantly to the measured phase shift; at shorter distances the potential is so strong that atoms are deflected away from the detector. To get $r_1 = 107$ nm, we must increase the ratio L/v by a factor of 3500. Nano-structures that have $L = 2$ μm are currently available, for these gratings we need atoms traveling at a velocity of 10 m/s to see the effect of retardation. Such velocities are currently not attainable by supersonic sources, but are achievable in cold atom experiments.

Using supersonic sources, velocities of 500 m/s may be attainable (some novel methods can even attain 250 m/s [37]). For these velocities nano structures that are about 1 nm thick would be required. Under these two extreme conditions, one should question if the approximations used in the current analysis are still valid. The above discussion assumes the atom beam is coherent over the width of a grating window. In the case of a beam that is (mostly) uncollimated in the \mathbf{Y} direction, like in the current experiment, the coherence length in the \mathbf{Y} direction is much less than the proposed 1 μm window width. As a consequence, such gratings would produce a signal with significantly reduced contrast.

3.7 Test of possible modification of Newton's law of gravitation at short distances

The precision of our measurement can be used to test the existence of other interactions at short length scales. Many works have been devoted to the test of possible modifications of Newtonian gravity at various length scales [41–45]. The potential energy between two point masses m_1 and m_2 is commonly assumed to be given by a Yukawa type term:

$$U(r) = \frac{Gm_1m_2}{r} [1 + \alpha \exp(-r/\lambda)]. \quad (21)$$

G is Newton's gravitational constant and r is the distance between the masses. α and λ measure the amplitude and the range of the non-Newtonian alteration of the gravitational energy. Accordingly, the Newtonian expression is recovered either by putting $\alpha = 0$ (purely Newtonian interaction), or for a given $\alpha \neq 0$, by letting $\lambda \rightarrow 0$ (infinitely small range).

It is straightforward to verify that the purely Newtonian part of the interaction is totally negligible in our experiment, so we will focus on the non-Newtonian term. Just like in the case of the van der Waals phase shift discussed above, we replace the exact potential by the one created by two infinite half-spaces coincident with the two nearest nano grating walls, when the atom is in the channel between two nano grating bars, and zero everywhere else. This approximation is good as long as the range λ is small with respect to the bar thickness equal to $(d_x - w) \approx 47$ nm in our experiment. Then, if μ is the density of the grating material and m_1 the mass of the atom, a straightforward integration proves that the non-Newtonian potential is given by:

$$U(x) = 2\pi Gm_1\mu\alpha\lambda^2 \times \left[\exp\left[\left(\frac{w}{2} - x\right)/\lambda\right] + \exp\left[\left(\frac{w}{2} + x\right)/\lambda\right] \right]. \quad (22)$$

In order to simplify this formula, we have neglected the wedge angle of the grating bars and the potential is thus independent of z , as long as the atom is between the grating bars ($0 < z < L$). However, all the numerical calculations have taken the wedge of the grating bars into account and we use equation (12), but replace the van der Waals term V by the sum $V + U$.

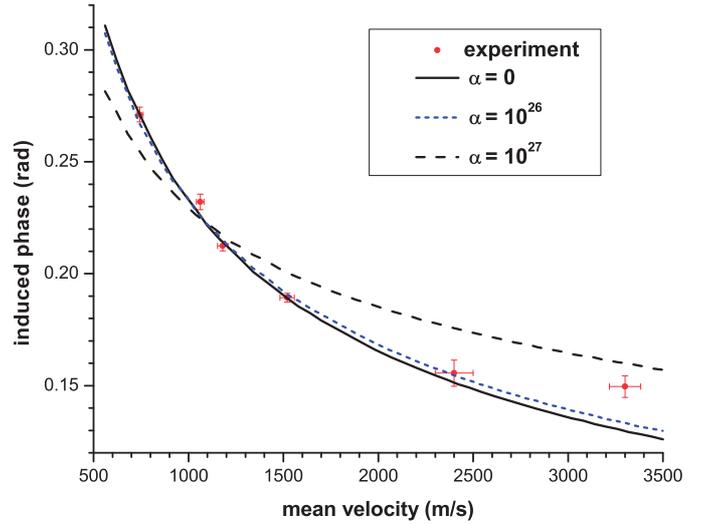


Fig. 10. (Color online) Phase Φ_0 of the zeroth order diffraction amplitude as a function of the atomic beam mean velocity v . Three different fits of Φ_0 are made with different values of the amplitude α of the Non-Newtonian gravitational potential, with a fixed range $\lambda = 2$ nm: the full curve corresponds to $\alpha = 0$ and the best fit gives $C_3 = 3.25$ meV nm³; the short-dashed (blue) curve corresponds to $\alpha = 10^{26}$ and this fit gives $C_3 = 3.12$ meV nm³ and this fit is as good as the fit with $\alpha = 0$; the long-dashed (black) curve corresponds to $\alpha = 10^{27}$ and the best fit gives $C_3 = 2.55$ meV nm³ and this last fit is clearly less good than the two previous ones and the C_3 value is clearly too low.

Using the silicon nitride bulk density $\mu = 3270$ kg/m³ and the Newton constant $G = 6.67 \times 10^{-11}$ m³ kg⁻¹ s⁻², we determine the maximum $|\alpha|$ value compatible with the measured phase shifts, by using a fit with α and C_3 as free parameters, while the range λ is fixed. We show in Figure 10 fits of the measured phase Φ_0 of the zeroth order diffraction amplitude, assuming various values of the amplitude α of the Non-Newtonian gravitational potential, with a fixed range $\lambda = 2$ nm. From this series of fits, we can set a limit on the amplitude α for this range, $|\alpha| \lesssim 10^{26}$.

We have made similar calculations for a range $\lambda = 1$ and 10 nm and our results are plotted in Figure 11 where they are compared with previous experiments based on macroscopic force measurements [46]. The constraint on $|\alpha|$ is less strict than the previously published results except for a range $\lambda = 2$ nm, where it is almost exactly the same, $|\alpha| \lesssim 10^{26}$. To improve this limit, we could enhance the modified gravitational potential with respect to the van der Waals term. This could be done by using a heavier atom and a more dense grating material without increasing C_3 too much. Using cesium atoms will enable to use laser diffraction and using a gold (coated) grating material would enhance the product $m_1\mu$ by a factor 112. Because cesium has a larger electric polarizability than lithium and because gold is metallic, the C_3 coefficient would be 3 times larger than for the lithium-SiN_x interaction. The experiment can be even farther improved by

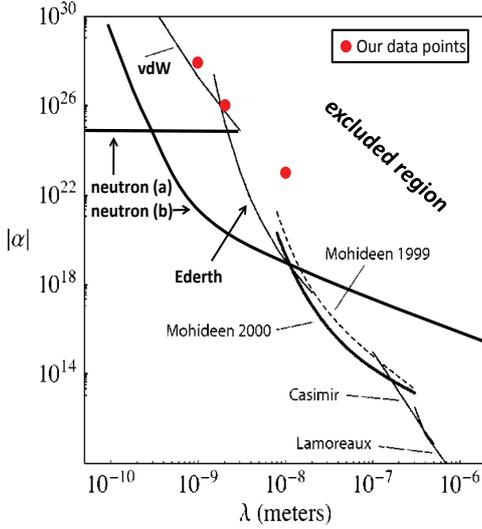


Fig. 11. (Color online) Constraint on the α parameter of the Yukawa potential describing a possible modification of Newtonian at short range as a function of the range parameter λ . The full dots (red on-line) represent the maximum $|\alpha|$ value compatible with our phase shift measurements calculated assuming $\lambda = 1, 2$ and 10 nm. This figure copied from Fischbach et al. [46] presents the limit obtained by several macroscopic force experiments of Israelachvili and Tabor [47] (curve labeled vdW) and by Ederth [48] (curve labeled Ederth) (see Ref. [46] for more details). When $\lambda = 1$ or 10 nm, our limit on $|\alpha|$ is less strict than previous measurements but when $\lambda = 2$, our limit is competitive with these macroscopic measurements. Finally, the neutron data is taken from Figure 28 of the review by Abele [49] who plots in an α - λ diagram the results of reference [50].

using an atom like xenon which has a mass similar to cesium but a VdW interaction that is 10 times smaller.

Neutron optics and collision experiments have given more stringent constraints on α for λ values in the nanometer range. In the review of Abele [49], Figure 28 presents limiting α values derived from a reanalysis of existing data by Leeb and Schmiedmayer [50]. For a range $\lambda < 10^{-8}$ m, these constraints are up to several orders of magnitude stronger than those derived from experiments involving atoms or solids interacting with solids. This is easy to explain by the fact that the electric polarizability α_n of neutron [49] is many orders of magnitude smaller those of atoms ($\alpha_n \approx 10^{-48}$ m³ as compared to the one of lithium atom $\alpha_{Li} = 2.43 \times 10^{-29}$ m³). The extremely low electric polarizability of neutron makes that its VdW interaction with matter is negligible and the only important interaction of neutron with matter is the short range nuclear interaction. With experiments involving atoms or solids interacting with solids, the limits on an hypothetical non-Newtonian gravitational interaction at short range correspond to the case where the van der Waals interaction and the non-Newtonian gravitational interaction are of comparable magnitudes.

4 Conclusion

We summarize the main results of this paper:

- We have used the Toulouse atom interferometer to measure the zeroth order diffraction amplitude of lithium waves by a nano grating made of silicon nitride. Thanks to some technical improvements, we have been able to measure the modulus and the phase of this amplitude with an uncertainty close to 1% for most of the data points. Most of the measurements have been done with our interferometer using first order Bragg diffraction, but we have also used second order Bragg diffraction in some cases in order to enhance the dis-

tance between the interferometer arms. Even if the accuracy was less good in this case, the prospect of using higher order Bragg diffraction is very interesting as it opens up many possibilities.

- The phase measurements exhibit an unexpected dependence with the atom velocity, roughly like $v^{-0.49}$. We have developed a numerical model and an approximate analytical calculation which explain this velocity dependence. The zeroth order diffraction amplitude is calculated by integrals similar to those appearing in the Cornu spiral and the dominant contributions come from an atom-surface distance which is a function of the atom velocity. This explains why the effect of the atom-surface potential cannot be understood by a simple perturbation calculation which would predict a v^{-1} velocity dependence.
- The high accuracy of our measurements has enabled us to test the dependence of the atom-surface interaction with distance. Our data is consistent with a $-C_p/r^p$ potential only if $p = 2.9 \pm 0.2$, in good agreement with theory which predicts that, in the range of distance tested by our experiment around 10 nm, the van der Waals potential behaves as $-C_3/r^3$.
- Using accurate determinations of the grating geometrical parameters deduced from a series of diffraction experiments [6], we used phase data to determine $C_3 = 3.25 \pm 0.2$ meV nm³. This value is in good but not exact agreement with our calculation using a well-established theoretical formula and an accurate description of the atom and surface optical properties. The small disagreement is probably due to a 1 nm thick gold-palladium coating deposited on the grating for STM imaging purposes.
- We have used the same data to test a possible modification of the gravitation potential at short range. If this modification is described by a Yukawa potential, our experiment achieves a sensitivity comparable to best published results for a range of the Yukawa term equal to $\lambda = 2$ nm, at least if we except the experiments

involving neutron interferometry. It seems possible to improve our results by a factor of the order of 10 this sensitivity by using a denser material for the grating and, if possible, a heavier atom.

A more general remark concerns the extraordinary sensitivity achieved by atom interferometry with separated arms. We are now able to measure phase-shifts with a few milliradians error bar and this uncertainty is not limited by fundamental effects but by an uncontrolled phase drift which should be reduced in an improved experiment. The detection of extremely weak interactions is at hand.

S.L., H.J., G.T., M.B. and J.V. thank CNRS INP, Région Midi-Pyrénées and ANR (grant ANR-05-BLAN-0094) for support. VPAL and ADC acknowledge financial support from NSF grant No. 0969348.

Appendix A: Analytic calculation of the zeroth-order amplitude in a simplified geometry

We want to calculate the zeroth-order diffraction amplitude given by equation (15):

$$|A_0|e^{i\Phi_0} = \frac{1}{d_x} \int_{-w/2}^{w/2} \exp[i\phi(x)] dx. \quad (\text{A.1})$$

As $\phi(x)$ is an even function of x , we can write $|A_0|e^{i\Phi_0} = I_c + iI_s$ with:

$$\begin{aligned} I_c &= \frac{2}{d_x} \int_0^{w/2} \cos[\phi(x)] dx \\ I_s &= \frac{2}{d_x} \int_0^{w/2} \sin[\phi(x)] dx. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

To simplify the calculation, we take the wedge angle of the grating $\alpha = 0$ and we consider the interaction with only one of the nano grating walls, so that $\phi(x)$ is given by equation (17). We can now write the phase acquired along a straight path through the grating in terms of two dimensionless parameters, $U = 2x/w$ and $A = 2r_1/w$, where $r_1 = [C_3L/(\hbar v)]^{1/3}$ (r_1 is the atom-surface distance for which $\phi(x) = 1$ rad). The phase ϕ becomes

$$\phi(U) = (A/(1-U))^3. \quad (\text{A.3})$$

If $A = 0$ (i.e. $C_3 = 0$), then $I_c = w/(2d_x)$ and $I_s = 0$. When $C_3 \neq 0$, the first corrections are linear in r_1 and we calculate here only these first-order terms. We begin by writing

$$\begin{aligned} I_s &= \frac{w}{d_x} \int_0^1 \sin \phi(U) dU \\ I_c &= \frac{w}{d_x} \int_0^1 \cos \phi(U) dU. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

We now use ϕ as the new integrating variable and, for I_s , we get:

$$\begin{aligned} I_s &= \frac{Aw}{3d_x} \int_{A^3}^{+\infty} \phi^{-4/3} \sin(\phi) d\phi \\ &\approx \frac{Aw}{2d_x} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{r_1}{d_x} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right). \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

We have used results from reference [51,52] and we have kept only the term linear in A . For I_c , we only calculate the linear term in the Taylor expansion of equation (A.2). To this end, we must calculate the derivative of I_c with respect to A at $A = 0$ and we find:

$$\left. \frac{\partial I_c}{\partial A} \right|_{A=0} = -\frac{w}{d_x} \int_0^{+\infty} \phi^{-1/3} \sin(\phi) d\phi = -\frac{w\sqrt{3}}{2d_x} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right).$$

We thus get I_c up to its first order term in A :

$$I_c \approx \frac{w}{d_x} \left[1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) A \right] \quad (\text{A.6})$$

substituting $wA = 2r_1$ we get

$$I_c \approx \frac{w}{d_x} - \frac{r_1\sqrt{3}}{d_x} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right). \quad (\text{A.7})$$

The zeroth order amplitude phase Φ_0 is approximately given by $\Phi_0 \approx I_s/I_c$ and we finally get:

$$\Phi_0 \approx \frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right) r_1}{w - \sqrt{3} \times \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) r_1} \approx \frac{1.354r_1}{w - 2.345r_1} \quad (\text{A.8})$$

where $\Gamma(2/3) \approx 1.354$. The modulus $|A_0|$ of the zeroth order amplitude is approximately given by $|A_0| = \sqrt{I_c^2 + I_s^2}$ with I_c and I_s given by equations (A.7) and (A.7). A slightly less accurate result is obtained by keeping only the first order term in r_1 , with $|A_0| \approx I_c \approx [w - r_1\sqrt{3}\Gamma(2/3)]/d_x$.

Appendix B: Calculation of the atom-surface C_3 coefficient

We calculate the van der Waals C_3 coefficient describing the interaction of a silicon nitride surface with various atoms: two alkali Li and Na, the rare gases He, Ne, Ar, Kr, Xe and also the D_2 molecule. We also calculate C_3 for Li near a silicon nitride surface coated with a uniform layer of gold. All these C_3 coefficients have been measured by atom optics and/or interferometry [1,9]. We start from the result of Lifshitz [28] and of Zaremba and Kohn [29]:

$$C_3 = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \alpha(i\omega)g(i\omega)d\omega \quad (\text{B.1})$$

where $\alpha(i\omega)$ is the atomic dynamic polarizability and $g(i\omega)$ is the surface response function, in both case for

imaginary frequency. $g(i\omega)$ is related to the solid electric permittivity by:

$$g(i\omega) = \frac{\varepsilon(i\omega) - 1}{\varepsilon(i\omega) + 1}. \quad (\text{B.2})$$

Vidali and Cole [53] proposed to use approximate Lorentzian forms for $\alpha(i\omega)$ and $g(i\omega)$:

$$g(i\omega) = g_0 / \left[1 + \frac{(\hbar\omega)^2}{E_s^2} \right] \quad (\text{B.3})$$

g_0 is dimensionless, $0 < g_0 < 1$, and E_s is the mean dipolar excitation energy of the solid.

$$\alpha(i\omega) = \alpha_0 / \left[1 + \frac{(\hbar\omega)^2}{E_d^2} \right] \quad (\text{B.4})$$

α_0 is the atom static electric polarizability and E_d its mean dipolar excitation energy. From equations (B.1), (B.3) and (B.4), Vidali and Cole obtained a closed form expression of C_3 :

$$C_3 = \frac{g_0 \alpha_0 E_d E_s}{8(E_d + E_s)}. \quad (\text{B.5})$$

To obtain a more accurate value of C_3 we are going to evaluate the function $\varepsilon(i\omega)$ from measurements of the complex index of refraction $n + ik$ of Si_3N_4 [54]. We get the real and imaginary parts of $\varepsilon = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2$ by $\varepsilon_1 = n^2 - k^2$ and $\varepsilon_2 = 2nk$, which are plotted in Figure 12. For the following calculations, we must interpolate $\varepsilon_1(\omega)$ and $\varepsilon_2(\omega)$ by sufficiently regular analytic functions. In 1996, Jellison and Modine [55] have proposed to represent ε_2 by the following Tauc-Lorentz (TL) formula:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{2TL}(E) &= \frac{ACE_0(E - E_g)^2}{(E_0^2 - E^2)^2 + C^2 E^2} \frac{1}{E}, \text{ when } E > E_g \\ \varepsilon_{2TL}(E) &= 0, \text{ when } E \leq E_g \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

where E_g is the band-gap energy, while A , C , and E_0 are respectively the strength, the spectral width and the center of the resonance (all these quantities are in units of energy). Using the Kramers-Kronig relations, an analytic expression for ε_{1TL} can be found as demonstrated by Jellison and Modine [55].

Using the commercial software Origin, we have fitted the Tauc-Lorentz formula $\varepsilon_{2TL}(E)$ to the available data over its complete energy range and we have obtained $A = 242.5 \pm 7.3$ eV, $C = 5.93 \pm 0.07$ eV, $E_g = 5.19 \pm 0.04$ eV, $E_0 = 8.18 \pm 0.06$ eV. As shown in Figure 12, this fit is very good. Then, assuming $\varepsilon_{1TL}(\infty) = 1$, we have introduced these parameters in the formula for $\varepsilon_{1TL}(E)$ and, as shown by Figure 12, the agreement with the measured values of $\varepsilon_1(E)$ is very good too.

The same Tauc-Lorentz formula was used by Savas to describe the complex permittivity of the LPCVD silicon nitride SiN_x he used to manufacture nano gratings [3]: he obtains very different values of the parameters $A = 74.5$ eV, $C = 7.62$ eV, $E_g = 2.29$ eV and

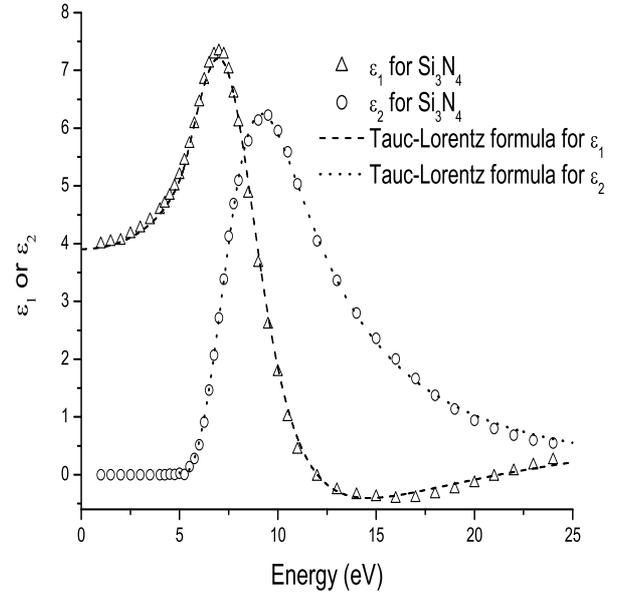


Fig. 12. Plots of the real and imaginary parts ε_1 and ε_2 of the complex dielectric permittivity of bulk Si_3N_4 as a function of the photon energy in eV. The data points are experimental while the curves represent the fit using the Tauc-Lorentz formula (see text).

$E_0 = 7.17$ eV and these differences are probably due to the non-stoichiometric character of the SiN_x membrane. We will use these two sets of parameters to describe silicon nitride permittivity, in order to have an idea of the effect of the variation of the surface properties. As our nano grating has also been produced by Savas, we expect that the data for LPCVD silicon nitride SiN_x should give the best results.

We can now deduce the dielectric constant at imaginary frequencies $\varepsilon(i\omega)$ by the Kramers-Kronig relation [56,57]:

$$\varepsilon(i\omega) = 1 + \frac{2}{\pi} \int_{\omega_g}^{\infty} \frac{\xi \varepsilon_{2TL}(\xi)}{\xi^2 + \omega^2} d\xi. \quad (\text{B.7})$$

We have used the commercial software Mathematica to calculate the integral of equation (B.7) and the results are plotted in Figure 13.

For the atomic polarizability, we have used the single oscillator model given by equation (B.4) for all the atoms and for D_2 molecule. In addition we used a two-oscillator model for lithium as well. The static electric polarizability α_0 and the mean dipolar excitation energy E_d were taken from Tang et al. [58] for the rare gases, and from Kramer and Herschbach [59] for D_2 . For lithium and sodium, we use the most accurate calculated values of the electric polarizability, $\alpha_0(\text{Li}) = 164.111$ a.u. [60] and $\alpha_0(\text{Na}) = 162.6$ a.u. [61] respectively with E_d from [58]. Table 4 compares experimental and calculated values of C_3 coefficients and the agreement is good in almost all cases: the agreement is usually better with the calculation using the thin film SiN_x electric permittivity except for Na

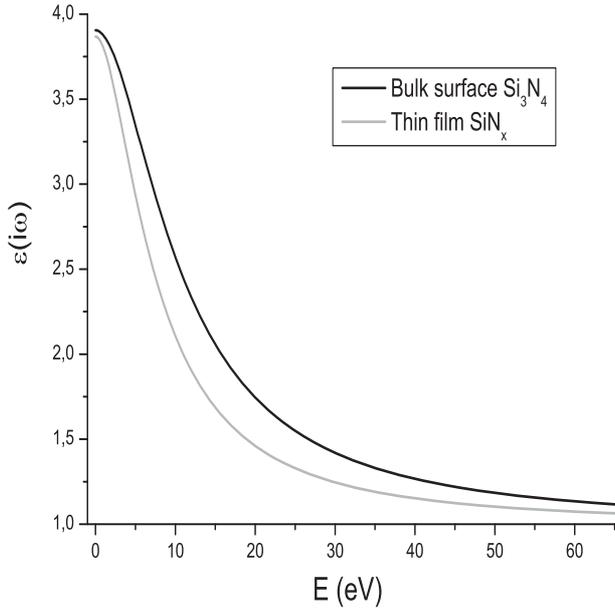


Fig. 13. Plot of dielectric constant $\varepsilon(i\omega)$ of silicon nitride for imaginary frequency, as function of the photon energy $\hbar\omega$: the full curve describes the bulk Si_3N_4 , with the parameters fitted in the present paper and the dashed curve describes the thin film SiN_x , with the parameters fitted by Savas and quoted in reference [3].

and Li, since these two measurements were done with a grating that has a thin metal coating.

For lithium, the total oscillator strength of the first resonance transition is considerably lower than 1, $f_1 = 0.747$ [62] and we cannot neglect higher excitation transitions. We must write the electric polarizability in the form:

$$\alpha(i\omega) = \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 + \omega^2}. \quad (\text{B.8})$$

For lithium, the resonance transition explains 98.68% of the calculated electric polarizability [60] and the remaining transitions with $\sum_{j \neq 1} f_j = 0.253$ contribute only to 1.32% of the static polarizability because their frequencies ω_j are in the UV. Following equation (B.5), the relative contribution of these transitions is expected to be larger to C_3 than to the static polarizability. As discussed by Jacquy in her thesis [63], the knowledge of the oscillator strengths of the Rydberg states and of the continuum is not very good. Here, we replace all these contributions by a second effective oscillator with $f_{\text{eff}} = 0.253$ and $\hbar\omega_{\text{eff}} = 9.19$ eV, chosen such that the static polarizability is conserved. The results of this new calculation appear in Table 4: C_3 increases by about 3%.

To evaluate C_3 for Li and Na near a bulk gold surface we used a Drude model for the permittivity

$$\varepsilon_{\text{Au}}(i\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma\omega} \quad (\text{B.9})$$

Table 4. Comparison between experimental and calculated values of C_3 in meV nm^3 . Experimental C_3 values are from reference [1] for H_2 and the rare gases, from our experiment (present paper and Ref. [10]) for lithium and from reference [6] for sodium. The calculations differ by the choice of the Tauc-Lorentz parameters describing silicon nitride (see text). For lithium, we present the results of two calculations, with a single-oscillator model (a) and with a two-oscillator model (b) for the atom. For bulk Au we present our calculated value (see text), and we also tabulate the value calculated in [40] (c).

Species	Experiment	Calculation Bulk Si_3N_4	Calculation Thin film SiN_x
D_2	0.35 ± 0.06	0.51	0.42
D_2	0.31 ± 0.07		
He	0.10 ± 0.02	0.15	0.122
Ne	0.22 ± 0.04	0.25	0.212
Ar	0.71 ± 0.12	0.86	0.736
Kr	1.09 ± 0.18	1.18	1.01
Li (a)	3.25 ± 0.20	3.00	2.86
Li (b)		3.10	2.95
Na (a)	4.85 ± 0.30	3.34	3.17

Species	Experiment	Calculation Bulk Au	Calculation SiN_x 1 nm Au
Li	3.25 ± 0.20	4.50	3.82
Li (c)		4.88	
Na	4.85 ± 0.50	4.93	4.30
Na (c)		5.47	

where the ω_p is the plasma frequency and γ is a damping constant. The values of C_3 obtained from this formula with $\hbar\omega_p = 6.36$ eV and $\hbar\gamma = 26$ meV are listed in Table 4.

Our metal coated grating consists of a thin coating of a Au/Pd mixture on top of the silicon nitride nano-bars. In modeling such a system we must take into account the interface between the vacuum and the thin outer surface as well as the interface between the surface layer and the underlying bulk material. To do this, we have evaluated expression 4.14 in reference [64]. We used a Drude model for $\varepsilon_{\text{Au}}(i\omega)$ and a simple insulator model for $\varepsilon_{\text{SiN}_x}(i\omega)$. The results are shown in Table 4.

References

1. R.E. Grisenti, W. Schöllkopf, J.P. Toennies, G.C. Hegerfeldt, T. Köhler, Phys. Rev. Lett. **83**, 1755 (1999)
2. R.E. Grisenti, W. Schöllkopf, J.P. Toennies, G.C. Hegerfeldt, T. Köhler, M. Stoll, Phys. Rev. Lett. **85**, 2284 (2000)
3. R. Brühl, P. Fouquet, R.E. Grisenti, J.P. Toennies, G.C. Hegerfeldt, T. Köhler, M. Stoll, Walter, Europhys. Lett. **59**, 357 (2002)
4. R. Brühl, R.P. Fouquet, R.E. Grisenti, J.P. Toennies, G.C. Hegerfeldt, T. Köhler, M. Stoll, C. Walter, Europhys. Lett. **59**, 357 (2002)
5. J.D. Perreault, A.D. Cronin, T.A. Savas, Phys. Rev. A **71**, 053612 (2005)

6. V.P.A. Lonij, W.F. Holmgren, A.D. Cronin, *Phys. Rev. A* **80**, 062904 (2009)
7. A.D. Cronin, J.D. Perreault, *Phys. Rev. A* **70**, 043607 (2004)
8. V.P.A. Lonij, C.E. Klauss, W.F. Holmgren, A.D. Cronin, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 233202 (2010)
9. J.D. Perreault, A.D. Cronin, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 133201 (2005)
10. S. Lepoutre, H. Jelassi, G. Tréneç, M. Büchner, J. Vigué, V.P.A. Lonij, A.D. Cronin, *Europhys. Lett.* **88**, 20002 (2009)
11. A.D. Cronin, J. Schmiedmayer, D.E. Pritchard, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 1051 (2009)
12. C.R. Ekstrom, J. Schmiedmayer, M.S. Chapman, T.D. Hammond, D.E. Pritchard, *Phys. Rev. A* **51**, 3883 (1995)
13. A. Miffre, M. Jacquy, M. Büchner, G. Tréneç, J. Vigué, *Phys. Rev. A* **73**, 011603(R) (2006)
14. B. Deissler, K.J. Hughes, J.H.T. Burke, C.A. Sackett, *Phys. Rev. A* **77**, 031604(R) (2008)
15. J. Schmiedmayer, M.S. Chapman, C.R. Ekstrom, T.D. Hammond, S. Wehinger, D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1043 (1995)
16. T.D. Roberts, A.D. Cronin, D.A. Kokorowski, D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 200406 (2002)
17. M. Jacquy, M. Büchner, G. Tréneç, J. Vigué, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 240405 (2007)
18. H. Hoinkes, *Rev. Mod. Phys.* **52**, 933 (1980)
19. D. Bloch, M. Ducloy, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **50**, 91 (2005)
20. J.D. Perreault, A.D. Cronin, *Phys. Rev. A* **73**, 033610 (2006)
21. J.D. Perreault, A.D. Cronin, *J. Phys. Conf. Ser.* **19**, 146 (2005)
22. P.W. Milonni, *The Quantum Vacuum* (Academic, New York, 1994)
23. V. Druzhinina, M. DeKieviet, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 193202 (2003)
24. T.A. Pasquini, Y. Shin, C. Sanner, M. Saba, A. Shirotzek, D.E. Pritchard, W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 223201 (2004)
25. J.M. McGuirk, D.M. Harber, J.M. Obrecht, E.A. Cornell, *Phys. Rev. A* **69**, 062905 (2004)
26. D.M. Harber, J.M. Obrecht, J.M. McGuirk, E.A. Cornell, *Phys. Rev. A* **72**, 033610 (2005)
27. J.M. Obrecht, R.J. Wild, M. Antezza, L.P. Pitaevski, S. Stringari, E.A. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 063201 (2007)
28. E.M. Lifshitz, *Sov. Phys. JETP* **2**, 73 (1956)
29. E. Zaremba, W. Kohn, *Phys. Rev. B* **13**, 2270 (1976)
30. A. Miffre, M. Jacquy, M. Büchner, G. Tréneç, J. Vigué, *Eur. Phys. J. D* **33**, 99 (2005)
31. Q. Turchette, D. Pritchard, D. Keith, *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 1601 (1992)
32. C. Champenois, M. Büchner, J. Vigué, *Eur. Phys. J. D* **5**, 363 (1999)
33. C.R. Ekstrom, D.W. Keith, D.E. Pritchard, *Appl. Phys. B* **54**, 369 (1992)
34. T.A. Savas, S.N. Shah, M.L. Schattenburg, J.M. Carter, H.I. Smith, *J. Vac. Sci. Technol. B* **13**, 2732 (1995)
35. A. Miffre, M. Jacquy, M. Büchner, G. Tréneç, J. Vigué, *Appl. Phys. B* **84**, 617 (2006)
36. S. Vieira, *IBM J. Res. Dev.* **30**, 553 (1986)
37. E. Narevicius, A. Libson, M.F. Riedel, C.G. Parthey, I. Chavez, U. Even, M.G. Raizen, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 103201 (2007)
38. B.S. Zhao, S.A. Schulz, S.A. Meek, G. Meijer, W. Schöllkopf, *Phys. Rev. A* **78**, 010902 (2008)
39. M.A. Ordal, L.L. Long, R.J. Bell, R.R. Bell, R.W. Alexander Jr., C.A. Ward, *Appl. Opt.* **22**, 1099 (1983)
40. G. Lach, M. Dekieviet, U.D. Jentschura, *Int. J. Mod. Phys. A* **25**, 2337 (2010)
41. S. Dimopoulos, A.A. Geraci, *Phys. Rev. D* **68**, 124021 (2003)
42. S.K. Lamoreaux, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 5 (1997); erratum, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5475 (1998)
43. R.S. Decca, D. Lopez, H.B. Chan, E. Fischbach, D.E. Krause, C.R. Jamell, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 240401 (2005)
44. D.J. Kapner, T.S. Cook, E.G. Adelberger, J.H. Gundlach, B.R. Heckel, C.D. Hoyle, H.E. Swanson, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 021101 (2007)
45. A.A. Geraci, S.J. Smullin, D.M. Weld1, J. Chiaverini, A. Kapitulnik, *Phys. Rev. D* **78**, 022002 (2008)
46. E. Fischbach, D.E. Krause, V.M. Mostepanenko, M. Novello, *Phys. Rev. D* **64**, 075010 (2001)
47. Y.N. Israelachvili, D. Tabor, *Proc. R. Soc. Lond. A* **331**, 19 (1972)
48. T. Ederth, *Phys. Rev. A* **62**, 062104 (2000)
49. H. Abele, *Prog. Part. Nucl. Phys.*, **60**, 1 (2008)
50. H. Leeb, J. Schmiedmayer, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1472 (1992).
51. I.S. Gradshteyn, I.M. Ryzhik, *Tables of integrals, series and products*, 4th edn. (Academic Press, 1980)
52. *Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, Applied Mathematics Series, edited by M. Abramowitz, I.A. Stegun (National Bureau of Standards, 1964), p. 55
53. G. Vidali, M.W. Cole, *Surf. Sci.* **110**, 10 (1981)
54. H.R. Philipp, *Handbook of Optical Constants of Solids I*, edited by E.D. Palik (Academic, New York, 1985), p. 771
55. G.E. Jellison Jr., F.A. Modine, *Appl. Phys. Lett.* **69**, 371 (1996); erratum, *Appl. Phys. Lett.* **69**, 2137 (1996)
56. L.D. Landau, E.M. Lifshitz, L.P. Pitaevskii, *Electrodynamics of Continuous Media* (Butterworth-Heinemann, 1984)
57. A. Lambrecht, S. Reynaud, *Eur. Phys. J. D* **8**, 309 (2000)
58. K.T. Tang, J.M. Norbeck, P.R. Certain, *J. Chem. Phys.* **64**, 3063 (1976)
59. H.L. Kramer, D.R. Herschbach, *J. Chem. Phys.* **53**, 2792 (1970)
60. Z.-C. Yan, J.F. Babb, A. Dalgarno, G.W.F. Drake, *Phys. Rev. A* **54**, 2824 (1996)
61. M.S. Safronova, W.R. Johnson, A. Derevianko, G.W.F. Drake, *Phys. Rev. A* **60**, 4476 (1999)
62. Z.-C. Yan, G.W.F. Drake, *Phys. Rev. A* **52**, R4316 (1995)
63. M. Jacquy, Ph.D. thesis, Université P. Sabatier, 2006, available on <http://tel.archives-ouvertes.fr/>
64. F. Zhou, L. Spruch, *Phys. Rev. A* **52**, 297 (1995)

Chapitre IV

DÉTECTION DE LA PHASE HE-MCKELLAR-WILKENS

Ce chapitre présente les résultats d'une expérience conçue pour la première détection d'un effet appelé phase de He-McKellar-Wilkens. Ce nom correspond à ceux des auteurs de sa découverte par la théorie et nous le désignerons par le sigle HMW.

IV.1 Présentation

IV.1.1 Effet Aharonov-Bohm vectoriel

Pour décrire l'effet HMW, on commence par présenter un effet appelé Aharonov-Bohm. En effet sa découverte est fondatrice de celle d'un ensemble d'effets dont les caractéristiques sont similaires et dont la phase HMW fait partie.

IV.1.1.1 Proposition d'Aharonov et Bohm

En 1959, Y. Aharonov et D. Bohm publient un article fondateur [92] qui prévoit deux effets dont l'effet que l'on appelle maintenant effet Aharonov-Bohm vectoriel. Pour vérifier son existence, ils proposent l'expérience schématisée sur la figure IV.1. Cette expérience utilise un interféromètre électronique à deux bras mais est en principe réalisable avec n'importe quelle particule chargée. Les bras entourent un solénoïde infini d'axe orthogonal à la figure. Lorsqu'on impose un courant dans le solénoïde, les auteurs prévoient l'observation du déphasage suivant :

$$\phi_{ABV} = -\frac{e}{\hbar} \oint_{ACFB} \mathbf{A}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = -\frac{e}{\hbar} \int_{ACFB} \mathbf{B}(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r} = -\frac{e}{\hbar} \Phi_0 \quad (\text{IV.1})$$

$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ sont le champ et le potentiel vecteur créés par le solénoïde. La première intégration est une intégrale curviligne le long de la trajectoire électronique orientée. Par application du théorème de Stokes, elle donne la deuxième intégrale sur la surface qui repose sur la courbe fermée ACFB. Φ_0 est le flux magnétique du champ du solénoïde à travers toute surface de coupe comme le plan de la figure.

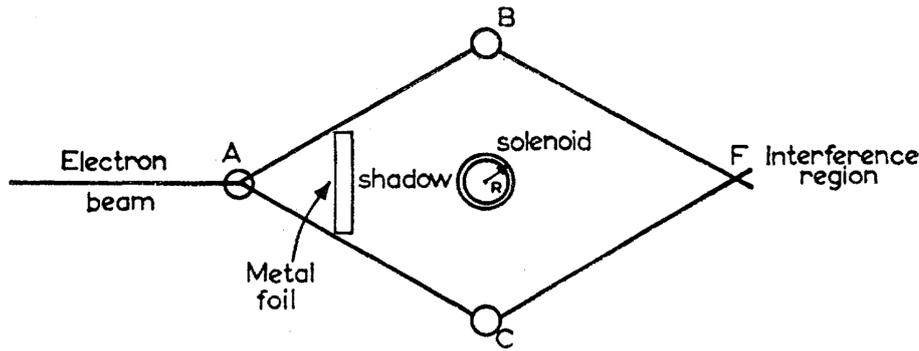


FIGURE IV.1 – Schéma de principe de l'expérience proposée par Y. Aharonov et D. Bohm pour détecter l'effet Aharonov-Bohm vectoriel. Un faisceau électronique (segments rectilignes) se propage de gauche à droite. Il est séparé en A et recombinaé en F pour former un interféromètre électronique à deux bras (ACF et ABF). Figure tirée de [92].

IV.1.1.2 Caractéristiques remarquables

La phase Aharonov-Bohm présente plusieurs caractéristiques originales qui ont soulevé de nombreuses controverses.

Effet d'un potentiel

Le déphasage ϕ_{ABV} est prévu alors que le champ magnétique vu par les électrons à l'extérieur du solénoïde est nul. Afin de vérifier cette propriété, la figure IV.1 représente un écran métallique qui intercepte toutes les trajectoires électroniques pouvant pénétrer à l'intérieur du solénoïde. Les auteurs décrivent le déphasage comme un effet du potentiel vecteur électromagnétique seul alors que d'un point de vue classique **A** n'a pas de signification physique et il n'est pas mesurable. Cependant la valeur de ϕ_{ABV} reste reliée à une grandeur classique mesurable (le flux magnétique). Dans le même article, les auteurs prévoient un effet similaire avec le potentiel électromagnétique scalaire $V(\mathbf{r})$ et une interaction dépendante du temps, appelé effet Aharonov-Bohm scalaire.

Phase topologique ou géométrique

Le champ magnétique vu par les électrons étant nul, ils ne subissent aucune force. L'existence d'un déphasage en l'absence de force est originale car la plupart des déphasages rencontrés en interférométrie des ondes de matière proviennent d'une interaction associée à une force subie par la particule (par exemple l'interaction de Van-der-Waals mesurée dans chapitre III). Lorsqu'il existe une force, le déphasage peut être interprété comme sa conséquence directe *via* un retard temporel d'un chemin sur l'autre. Les déphasages de ce type sont qualifiés de dynamiques et ils dépendent de la vitesse de la particule. Au contraire, le déphasage ϕ_{ABV} ne dépend que du flux magnétique enlacé et a été qualifié de topologique. En 1984, M. V. Berry a interprété le déphasage Aharonov-Bohm dans un

cadre plus général qui considère le transport adiabatique de propriétés quantiques dans un circuit fermé de l'espace des paramètres [93]. Tous les déphasages prévus n'impliquent aucune force et sont qualifiés de phases géométriques [94]. Les phases géométriques ne dépendent que du chemin suivi dans l'espace des paramètres et notamment pas de la vitesse de propagation. Cette absence de dispersion est une différence essentielle avec les phases dynamiques qui a une conséquence expérimentale importante : lorsqu'on mesure un déphasage géométrique, la visibilité n'est pas modifiée quel que soit le type de source utilisé et la valeur du déphasage imposé. Par comparaison, la dispersion des déphasages dynamiques provoque une diminution de la visibilité observée lorsque la valeur du déphasage augmente qui est d'autant plus forte que la distribution de vitesse est large.

IV.1.1.3 Controverse et démonstration expérimentale

L'article de Aharonov et Bohm a suscité une grande controverse qui porte sur l'existence même de l'effet, la nécessité du potentiel vecteur pour le décrire ainsi que sur l'existence de forces éventuelles à l'origine des déphasages observés. On peut trouver une revue complète de l'ensemble des discussions scientifique (jusqu'en 1985) dans [95], ou un résumé des questions fondamentales posées par cet effet dans [96]. Une première démonstration expérimentale a été proposée dès 1960 par R. G. Chambers [97] en utilisant un montage type fentes d'Young électroniques et de fins aimants permanents pour imposer le flux magnétique. La controverse est progressivement retombée au fur et à mesure de la parution de nouvelles preuves expérimentales et on peut se référer à l'expérience d'holographie électronique de Tonomura [98] qui démontre son existence de façon incontestable en prenant de nombreuses précautions dans le montage.

IV.1.2 Autres phases géométriques électromagnétiques

IV.1.2.1 La phase Aharonov-Casher

En décrivant de façon plus générale l'effet Aharonov-Bohm comme résultant du mouvement relatif entre une particule chargée et le solénoïde, Y. Aharonov et A. Casher prévoient en 1984 un effet similaire mais subi par des particules neutres possédant un moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$ et dont la trajectoire entoure une ligne de charges électriques [99]. Cet effet a été prévu peu avant par J. Anandan [100] à partir de l'équation de Dirac et il est parfois appelé effet Aharonov-Anandan-Casher, plus souvent Aharonov-Casher. La configuration exhibant l'effet Aharonov-Casher est illustrée sur la figure IV.2. L'effet Aharonov-Casher, que l'on notera par le sigle AC, se manifeste par le déphasage suivant :

$$\phi_{AC} = -\frac{1}{\hbar c^2} \oint [\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \boldsymbol{\mu}] d\mathbf{r} \quad (\text{IV.2})$$

L'intégration porte sur la trajectoire du moment magnétique dans le champ électrique \mathbf{E} créé par la ligne de charges. Comme la phase Aharonov-Bohm, la phase AC est une phase géométrique et C. Hagen a montré que les deux effets sont totalement équivalents [102]. Du point de vue des expériences proposées, une différence notable est que la particule neutre

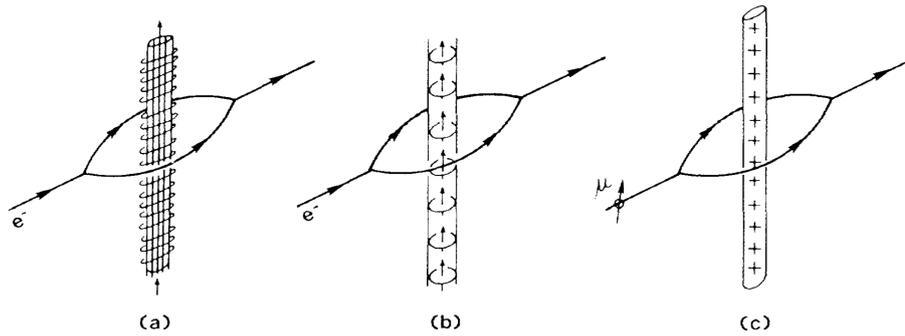


FIGURE IV.2 – Schéma de principe illustrant la similarité entre l'effet Aharonov-Bohm et l'effet Aharonov-Casher.

(a) et (b) : effet Aharonov-Bohm. L'interféromètre électronique entoure le solénoïde infini (a) qui est équivalent en terme de flux magnétique à une distribution linéique de moments magnétiques (b).

(c) : effet Aharonov-Casher. Le moment magnétique μ d'une particule neutre entoure une ligne de charges électriques. Figure tirée de [101].

se propage en présence de champ électrique.

Démonstration expérimentale

L'effet AC a été détecté pour la première fois en 1989 avec un interféromètre à neutrons par Cimmino *et al* [101]. En 1993, Sangster *et al* ont réalisé sa mesure avec des moments magnétiques moléculaires [103] [104] dans une configuration illustrée par la figure IV.3. Au lieu de réaliser une séparation spatiale de deux moments magnétiques identiques qui

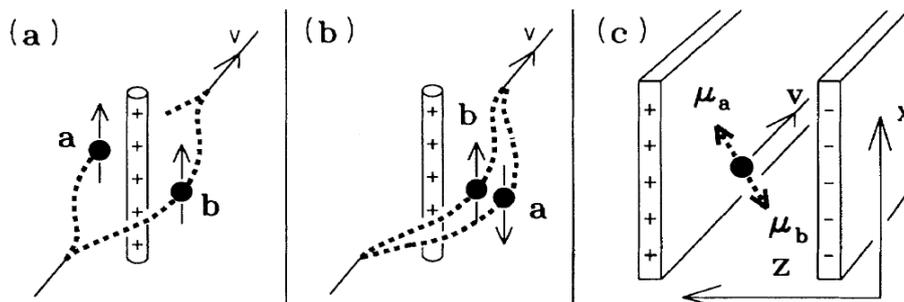


FIGURE IV.3 – Figure tirée de [104] illustrant la configuration expérimentale utilisée pour détecter l'effet AC avec des moments magnétiques moléculaires. (a) est la configuration proposée par Aharonov et Casher et utilisée pour la première détection [101]. (b) est la configuration de principe proposée par les auteurs et (c) est la configuration expérimentale utilisée qui impose un champ électrique homogène sur une superposition cohérente de moments magnétiques opposés.

est la configuration originale proposée (figure IV.2), cette équipe a préparé un faisceau moléculaire dans un état de superposition cohérente de deux moments magnétiques opposés $\pm\boldsymbol{\mu}$ qui subissent des déphasages AC opposés lorsqu'ils traversent le même champ électrique. C'est donc l'équivalent d'un interféromètre de polarisation et on observe des franges de type Ramsey [105]. Cette expérience a mesuré un déphasage AC conforme aux prédictions à 4% près et a démontré son caractère non dispersif. D'autres expériences utilisant la même configuration ont confirmé ces propriétés avec des moments magnétiques atomiques [106] [107] [108].

Interaction motionnelle

Dans [103], Sangster *et al* proposent un point de vue intuitif pour décrire l'effet AC :

$$\phi_{AC} = \frac{1}{\hbar c^2} \oint [\boldsymbol{\mu} \times \mathbf{E}] d\mathbf{r} = \frac{1}{\hbar} \oint (\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}_{mot}) dt \quad (\text{IV.3})$$

avec : $\mathbf{B}_{mot} = -\frac{1}{c^2} \mathbf{v} \times \mathbf{E}$

Dans le référentiel de la molécule en translation à la vitesse $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$, \mathbf{B}_{mot} correspond au champ magnétique motionnel issu de la transformation de Lorentz du champ électrique \mathbf{E} . Dans ce référentiel, l'effet AC est vu comme la conséquence de l'interaction magnétique classique (dipolaire) entre $\boldsymbol{\mu}$ et le champ magnétique motionnel.

IV.1.2.2 Phases géométriques duales

Les équations de Maxwell décrivent les champs électriques et magnétiques d'une manière symétrique et Dowling *et al* ont utilisé cette propriété pour décrire l'ensemble des phases géométriques d'origine électromagnétique (dans le cas de champs stationnaires) d'une manière unifiée [109]. On pourra aussi se référer à [110] pour une description plus formelle. L'effet Aharonov-Bohm et l'effet Aharonov-Casher impliquent des charges électriques et des moments dipolaires magnétiques et les phases duales sont obtenues en échangeant leurs rôles respectifs avec ceux de monopoles magnétiques et de dipôles électriques. La figure IV.4 illustre comment cela décrit deux phases géométriques supplémentaires.

Il n'est possible d'observer la phase duale Aharonov-Bohm que s'il existe des monopoles magnétiques et leur existence n'a jamais pu être prouvée. Par contre la phase duale AC correspond à la phase HMW et la suite va décrire comment il est possible de l'observer.

IV.1.3 La phase HMW

IV.1.3.1 Proposition de He, McKellar et Wilkens

Avant la parution de la publication de Dowling *et al*, l'existence de la phase HMW dans la configuration de la figure IV.4 a été postulée indépendamment par X. He et B. McKellar en 1993 [111] et par M. Wilkens en 1994 [112]. Pour exprimer la phase HMW on utilise l'interaction électrique motionnelle. Le dipôle \mathbf{d} en propagation à la vitesse \mathbf{v} dans le champ magnétique \mathbf{B} voit un champ électrique motionnel $\mathbf{E}_{mot} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ et l'interaction

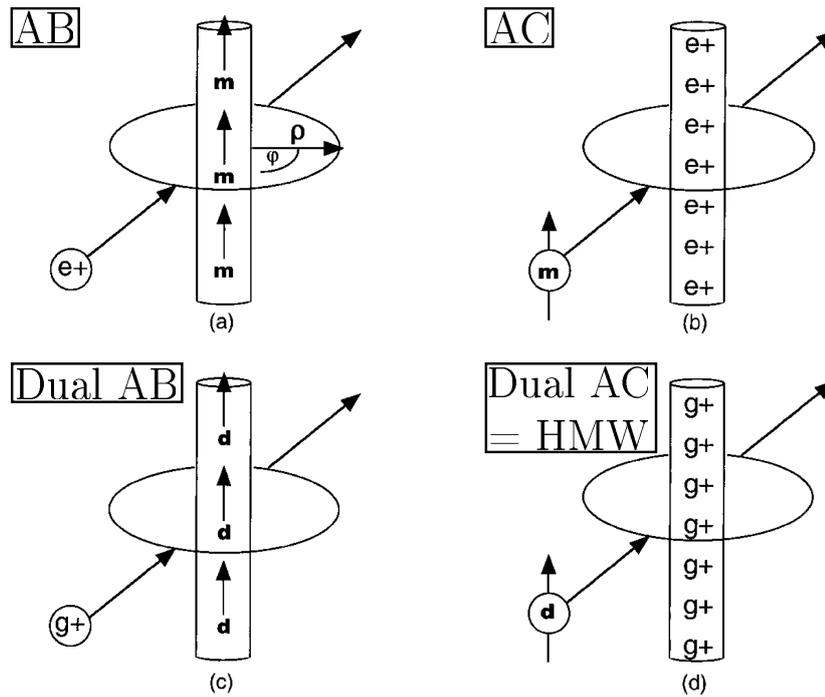


FIGURE IV.4 – Vision unifiée des phases géométriques observables avec des champs électriques et magnétiques statiques. A l'effet Aharonov-Bohm (noté AB) et l'effet AC sont associés leurs phases duales en échangeant le rôle des charges électriques et de monopoles magnétiques. La phase duale AC est subie par un dipôle électrique qui entoure une ligne de monopoles magnétiques, et interagit avec le champ magnétique qu'elle crée : elle correspond à la phase HMW. Figure tirée de [109].

dipolaire électrique définit la valeur du déphasage imposé :

$$\phi_{HMW} = \frac{1}{\hbar} \oint \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_{mot} dt = \frac{1}{\hbar} \oint \mathbf{B} \times \mathbf{d} dr \quad (\text{IV.4})$$

Sur la figure IV.4 le champ magnétique est radial depuis la ligne de monopoles. Deux propriétés nous empêchent d'observer l'effet HMW dans cette configuration :

- Les atomes ne possèdent pas de dipôle électrique permanent ;
- En l'absence de monopole magnétique il est difficile de créer un champ magnétique d'allure radiale sur les chemins atomiques (mais ce serait théoriquement possibles selon l'expérience proposée par [112]).

On va chercher une configuration plus à même d'observer le déphasage HMW avec notre interféromètre.

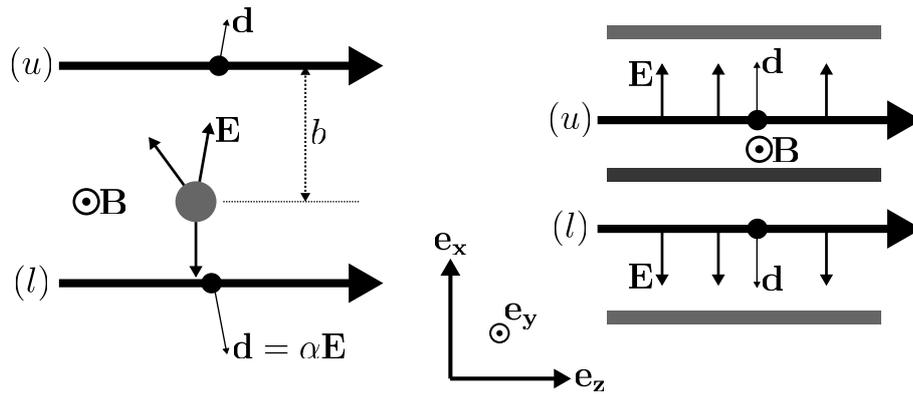


FIGURE IV.5 – Configurations de champ électromagnétique et de propagation atomique permettant d’observer la phase HMW avec un atome. Les deux faisceaux atomiques sont soumis au même champ magnétique \mathbf{B} homogène.

Partie gauche : proposition de H. Wei [113]. Le champ électrique \mathbf{E} est créé par un fil chargé cylindrique d’axe \mathbf{e}_y que la figure représente en coupe et coloré en gris. C’est un champ radial dans le plan perpendiculaire au fil.

Partie droite : notre proposition. Pour créer le champ électrique on utilise des électrodes planes ce qui assure d’avoir un champ bien plus homogène.

IV.1.3.2 Proposition de H. Wei et de notre équipe

Les atomes sont polarisables, aussi on peut créer un dipôle \mathbf{d} induit à l’aide d’un champ électrique :

$$\mathbf{d} = \alpha \mathbf{E} \quad (\text{IV.5})$$

Le réel α est la polarisabilité statique de l’atome. En 1995, H. Wei propose d’utiliser cette propriété pour détecter la phase HMW avec un atome et une configuration particulière pour le champ électromagnétique [113]. Cette configuration est schématisée sur la partie gauche de la figure IV.5 où on l’a directement appliquée à la géométrie de notre interféromètre dans une zone proche du deuxième réseau diffractant. Cependant son application dans notre dispositif soulève des difficultés liées à l’extension transverse des faisceaux atomiques (selon \mathbf{e}_x). Cette extension provoquera une dispersion du paramètre d’impact b des trajectoires atomiques par rapport au fil chargé. Il en résultera une forte dispersion des déphasages de polarisabilité, ce qui dégradera fortement la visibilité (les déphasages de polarisabilité vont être décrits plus bas). Pour y remédier, nous proposons une configuration très similaire mais pour laquelle le champ électrique est beaucoup plus homogène car imposé par des électrodes planes. Elle est schématisée sur la partie droite de la figure IV.5.

On remarque que nous ne pouvons pas mesurer le déphasage HMW par interférométrie de Ramsey (à l’instar de l’effet AC). En effet, dans un état atomique fondamental, il n’y a pas de possibilité de créer une superposition cohérente d’états avec des dipôles électriques opposés (cela est peut-être possible avec des états de Rydberg car il y a dégénérescence d’états de parité opposées, mais une telle dégénérescence n’existe pas dans un état fonda-

mental). La mesure de la phase HMW devra donc impliquer la comparaison de la phase avec et sans les champs \mathbf{E} et \mathbf{B} .

Expression de la phase HMW

Pour exprimer la phase HMW observable avec notre configuration, il suffit d'appliquer l'équation (IV.4) au cas de l'atome polarisable soit $\mathbf{d} = \alpha\mathbf{E}$:

$$\phi_{HMW} = \frac{\alpha}{\hbar} \int_{(l)-(u)} (\mathbf{B} \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{r} \quad (\text{IV.6})$$

On évalue un cas simplifié où $\mathbf{B} = B_y\mathbf{e}_y$ et $\mathbf{E}_l = E_x\mathbf{e}_x = -\mathbf{E}_u$ (l'indice se rapporte au faisceau sur la figure IV.5) sont des champs uniformes appliqués sur une longueur L_{int} (selon \mathbf{e}_z) appelée longueur d'interaction. On obtient :

$$\phi_{HMW} = -\frac{2\alpha}{\hbar} B_y E_x L_{int} \quad (\text{IV.7})$$

Lors de la campagne de mesures nous avons imposé des champs électriques maximums $\|\mathbf{E}\| = E \simeq 770$ kV/m et les champs magnétiques les plus forts $\|\mathbf{B}\| = B \simeq 0.014$ T sur une longueur $L_{int} \simeq 4.8$ cm. La phase HMW attendue est proche de 27 mrad.

Correspondance avec la configuration originale

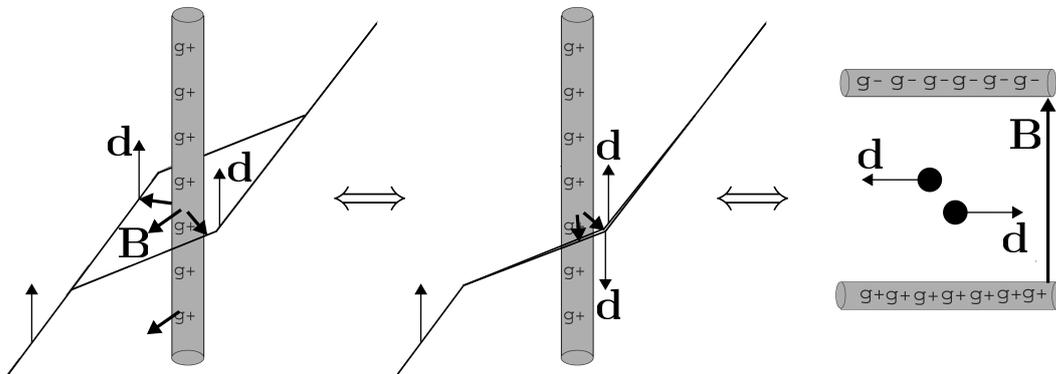


FIGURE IV.6 – Schéma de principe qui montre comment nous adaptons la configuration des champs à partir de la proposition de He, McKellar et Wilkens (partie gauche) pour imposer le même déphasage mais avec un champ magnétique homogène et des dipôles électriques induits \mathbf{d} opposés. Pour chaque équivalence, la phase ϕ_{HMW} est inchangée.

La figure IV.6 part de la configuration électromagnétique originellement proposée et montre par deux équivalences que nous mesurons bien l'effet HMW. Cette approche est en tout points similaire à celle de la figure IV.3 qui justifie la mesure de l'effet AC par Sangster *et al.*

Correspondance avec l'effet Aharonov-Bohm

Selon un point de vue introduit par Wei *et al* [113], on décrit le dipole constitué de deux particules (+) et (-) de charges opposées $\pm q$ situés aux position \mathbf{r}_+ et \mathbf{r}_- :

$$\mathbf{d} = q(\mathbf{r}_+ - \mathbf{r}_-) \quad (\text{IV.8})$$

La figure IV.7 illustre ce point de vue dans notre configuration expérimentale. Les deux

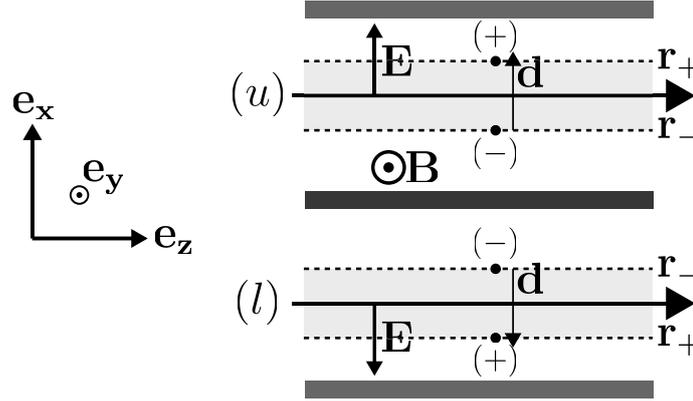


FIGURE IV.7 – Illustration de l'équivalence entre l'effet HMW et l'effet Aharonov-Bohm vectoriel. On a reproduit la description de notre configuration (figure IV.5) en considérant le dipole atomique comme deux charges ponctuelles $\pm q$ séparées dans l'espace. Chacune d'entre elle subit l'effet Aharonov-Bohm et l'effet HMW est un effet Aharonov-Bohm différentiel pour le flux magnétique intégré sur la surface en gris clair.

particules subissent l'effet Aharonov-Bohm et on écrit la phase HMW comme la somme de ces deux effets :

$$\phi_{HMW} = \frac{q}{\hbar}(\phi_+ - \phi_-) = \frac{2q\Delta r L_{int} B_y}{\hbar} \quad (\text{IV.9})$$

C'est une application directe de l'équation (IV.1), le terme ϕ_{\pm} désignant le flux magnétique enlacé par la particule (\pm). On a noté $\Delta r = \|\mathbf{r}_+ - \mathbf{r}_-\|$ la distance qui sépare les deux charges. Comme on a $\mathbf{d} = q(\mathbf{r}_+ - \mathbf{r}_-) = \alpha\mathbf{E}$, on retrouve immédiatement l'équation (IV.7). L'effet HMW est vu comme un effet Aharonov-Bohm différentiel entre deux particules de charges opposées déplacées par polarisation de l'atome. Y. Sato et R. Packard ont utilisé ce point de vue pour évaluer l'influence de la phase HMW dans un milieu continu superfluide neutre [114]. La distance Δr qui détermine le flux différentiel est extrêmement petite : par exemple dans notre dispositif avec le lithium et un champ maximal de 770 kV/m, en considérant que seul l'électron externe est déplacé (soit $q = e$), on a $\Delta r \simeq 1.3 \times 10^{-14}$ m. Lorsqu'on s'intéresse à la propagation de multipôles d'ordre supérieur, ce point de vue peut aider à trouver des configurations de champ permettant d'observer des phases géométriques, mais on comprend qu'on obtiendra des différentielles d'ordre supérieur à 1 de la phase Aharonov-Bohm ce qui explique qu'elles seront encore beaucoup plus faibles que

la phase HMW avec les champs accessibles au laboratoire [115].

Effet AC avec notre configuration

L'atome de lithium est paramagnétique et exhibe un moment magnétique μ qui dépend de son état fondamental hyperfin. Ainsi pour chaque atome notre configuration détecte l'effet AC en même temps que l'effet HMW, l'électrode centrale de la figure IV.5 (placée entre u et l) jouant le même rôle que la ligne de charges de la figure IV.2. L'évaluation de μ fera l'objet du sous-chapitre IV.4. Ici je me borne à indiquer un ordre de grandeur sans développer de calcul. On considère un atome dans l'état ($F = +2, m_F = +2$) qui exhibe le moment magnétique constant $-\mu_B \mathbf{B}/B$ maximal parmi tous les sous-niveau hyperfins (en norme). μ_B est le magnétron de Bohr. Dans le cas où $\mathbf{B} = B_y \mathbf{e}_y$ avec $B_y \geq 0$, et $\mathbf{E}_{u/l} = \pm E_x \mathbf{e}_x$ on a :

$$\phi_{AC}(F = 2, m_F = 2) = \frac{2\mu_B E_x L_{int}}{\hbar c^2} \quad (\text{IV.10})$$

Lorsque $E = 770$ kV/m, on a $\phi_{AC}(F = 2, m_F = 2) \simeq 70$ mrad. Ce déphasage est un peu plus important que le déphasage HMW et aura des conséquences mesurables.

IV.1.3.3 Effets de propagation non réciproque

L'équation (IV.6) montre que ϕ_{HMW} change de signe si la propagation atomique change de sens. C'est une propriété originale et commune aux phases géométriques. Au contraire, le signe d'une phase dynamique ne dépend pas du sens de propagation. La figure IV.8 illustre cet effet particulier et sa partie droite montre comment on peut l'utiliser pour réaliser une diode atomique cohérente dont j'explique le principe. La figure représente

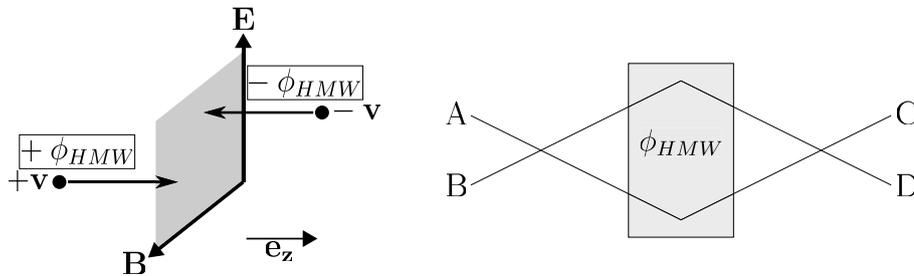


FIGURE IV.8 – Propriétés de propagation non réciproque de l'effet HMW et exemple d'application.

Partie gauche : représentation schématique de la propagation non réciproque d'un atome lorsqu'il subit l'effet HMW ;

Partie droite : principe d'une diode atomique cohérente. On a schématisé un interféromètre atomique où les points A à D désignent au choix des faisceaux incidents ou des sorties.

un interféromètre de configuration géométrique de type Mach-Zehnder qui a un caractère idéal : il exhibe des transmissions et des visibilités de 100%. Si par exemple on injecte un

flux atomique $I_{0,A}$ dans « l'entrée » A on observe les flux suivants en D (sortie symétrique pour l'entrée A) et C (asymétrique) :

$$\begin{aligned} I_{AD} &= \frac{I_{0,A}}{2} [1 + \cos(\phi_m)] \\ I_{AC} &= \frac{I_{0,A}}{2} [1 - \cos(\phi_m)] \end{aligned} \quad (\text{IV.11})$$

Les indices introduits permettent d'exprimer les flux quels que soient l'entrée et la sortie choisies. On s'intéresse plus particulièrement aux transmissions du flux d'une entrée vers une sortie donnée. On définit les coefficients de transmission \mathcal{T} avec les indices adaptés : par exemple avec la première équation on a $\mathcal{T}_{AD} = [1 + \cos(\phi_m)]/2$. Le coefficient de transmission réciproque est \mathcal{T}_{DA} . En absence d'effet HMW la propagation est réciproque et ceci implique que $\mathcal{T}_{AD} = \mathcal{T}_{DA}$.

On place l'interféromètre à mi-frange, c'est à dire $\phi_m = \pi/2$. Les coefficients de transmission sont tous égaux à $1/2$. On impose maintenant un effet HMW tel que pour $\phi_{HMW} = \pi/2$ pour une propagation de gauche à droite. On a par exemple $\mathcal{T}_{AD} = [1 + \cos(\phi_m + \phi_{HMW})]/2 = 0$. Par contre, depuis les entrées C et D on a $\phi_{HMW} = -\pi/2$ et on obtient les transmissions suivantes :

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{AD} = \mathcal{T}_{BC} &= 0 \text{ et } \mathcal{T}_{DA} = \mathcal{T}_{CB} = 1 \\ \mathcal{T}_{AC} = \mathcal{T}_{BD} &= 1 \text{ et } \mathcal{T}_{CA} = \mathcal{T}_{DB} = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.12})$$

On peut bien entendu obtenir les relations complémentaires (échanger les valeurs 0 et 1) en prenant $\phi_{HMW} = -\pi/2$, et les possibilités offertes se complexifient si on considère des variations continues de ϕ_m et ϕ_{HMW} . On obtient donc un « aiguillage » à atomes (cas d'un interféromètre vis-à-vis des deux sorties) mais dont l'effet dépend du sens de propagation. Ce dispositif conserve totalement la cohérence de l'onde atomique et une application parmi d'autres est une diode cohérente à atomes. La phase Aharonov-Casher vérifie les mêmes propriétés mais avec une dépendance directe vis-à-vis du moment magnétique donc de l'état interne, alors que la phase HMW dépend de la polarisabilité qui ne dépend pratiquement pas de l'état hyperfin fondamental.

IV.1.4 Déphasage provoqué

Pour évaluer ultérieurement le signal obtenu pendant l'interaction, on veut connaître le déphasage provoqué par notre configuration de champs électromagnétiques pour la propagation selon un bras quelconque u ou l . L'évaluation du déphasage total implique d'évaluer les déphasages dynamiques et les déphasages géométriques. On évalue d'abord les déphasages dynamiques qui sont imposés lorsque le champ électrique ou le champ magnétique sont appliqués séparément.

IV.1.4.1 Déphasages dynamiques

Déphasage par polarisabilité

Lorsque l'atome de lithium est soumis au champ électrique \mathbf{E} seul, il apparaît le dipôle induit $\mathbf{d} = \alpha\mathbf{E}$ et son énergie interne est modifiée d'une quantité U_E :

$$U_E = -\frac{1}{2}\alpha E^2 \quad (\text{IV.13})$$

On considère un atome initialement en propagation libre à la vitesse v avec l'énergie cinétique $E_c = mv^2/2 = \hbar^2 k_0^2 / (2m)$. Pour donner des grandeurs quantitatives, on considérera la vitesse moyenne $v = v_m = 1065$ m/s. L'énergie cinétique est $E_c \simeq 6.6 \times 10^{-21}$ J. Pour les champs électriques les plus forts imposés $E = 770$ kV/m, on a $U_E \simeq 1.2 \times 10^{-7} E_c$. L'interaction avec le champ électrique vérifie $U_E \ll E_c$ et la trajectoire classique est très peu modifiée. Aussi le déphasage induit par polarisabilité se calcule en intégrant la variation du vecteur d'onde sur la trajectoire classique non perturbée d'abscisse curviligne s :

$$\varphi_{E,i}(v) = \int (k(s) - k_0) ds \simeq \frac{\alpha}{2\hbar v} \int E^2(s) ds \quad (\text{IV.14})$$

L'indice i désigne le bras l ou u suivant la zone de propagation qu'on considère et le terme de droite de l'égalité provient d'un développement au premier ordre en U/E_c . La dispersion du déphasage par polarisabilité est en $1/v$. En considérant que le champ de 770 kV/m est appliqué sur 4.8 cm, le déphasage induit dépasse 300 rad. L'interaction électrique est appliquée sur les deux bras et sera réglée pour assurer des déphasages très proches $\varphi_{E,u} \simeq \varphi_{E,l}$. Aussi le déphasage électrique mesuré $\varphi_E = \varphi_{E,l} - \varphi_{E,u}$ vérifie $\varphi_E \ll \varphi_{E,i}$.

Déphasage magnétique

On considère maintenant que l'atome est soumis au champ magnétique \mathbf{B} seul. Le moment magnétique qu'il exhibe dépend de son état hyperfin et on le note $\boldsymbol{\mu}(F, m_F)$. On note qu'il dépend aussi de la norme B à cause des couplages de structure hyperfine mais on ne calcule pas ce couplage décrit par le Hamiltonien d'interaction magnétique (section IV.4.1.1). L'énergie d'interaction magnétique est :

$$U_B(F, m_F) = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} \quad (\text{IV.15})$$

Il est indiqué que le moment magnétique exhibé par le niveau hyperfin ($F = 2, m_F = 2$) correspond au magnétron de Bohr μ_B et on a une bonne estimation des effets magnétiques atomiques en évaluant l'énergie de Bohr $U_B = \mu_B B$. Avec le champ magnétique maximal $B = 0.014$ T on a $U_B \simeq 2.0 \times 10^{-5} E_c$. On constate que l'interaction magnétique est nettement plus forte que l'interaction électrique dans nos conditions expérimentales. Elle garde néanmoins un aspect de faible perturbation vis-à-vis de la propagation atomique, et il reste justifié de calculer le déphasage magnétique induit par intégration sur la trajectoire non perturbée :

$$\varphi_{B,i}(F, m_F) = -\frac{1}{\hbar v} \int U(F, m_F, B(s)) ds \quad (\text{IV.16})$$

Pour l'énergie de Bohr et le champ magnétique maximal imposé sur une longueur d'interaction de 8 cm (valeur pour le montage illustrée plus loin), les déphasages induits prennent des valeurs spectaculaires puisqu'ils dépassent 90000 rad. Cependant le champ magnétique

imposé est homogène avec une très bonne approximation à l'échelle de la séparation spatiale des deux faisceaux atomiques. Aussi les déphasages mesurés $\varphi_B = \varphi_{B,l} - \varphi_{B,u}$ sont considérablement plus faibles que les déphasages induits sur chaque bras. Nous verrons que les plus forts déphasages magnétiques que nous imposons atteignent environ 12 rad. On considère que les deux chemins atomiques se propagent selon un axe très proche de \mathbf{e}_z , séparés par une distance $\delta x(z)$ et on évalue $\varphi_B(F, m_F)$ à l'aide du gradient de la norme du champ magnétique comme suit :

$$\varphi_B(F, m_F) \simeq \frac{1}{\hbar v} \int \frac{\partial U(F, m_F, B)}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial x} \delta x(z) dz \quad (\text{IV.17})$$

On constate que φ_B a une dispersion en $1/v^2$. En effet $\delta x(z) \propto 1/v$ car la géométrie des chemins est déterminée par l'angle de diffraction proportionnel à $1/v$. C'est une dispersion caractéristique des déphasages dus au gradient d'une perturbation, et elle est plus forte que la dispersion des déphasages électriques qui est en $1/v$.

IV.1.4.2 Dynamique Lagrangienne en champs simultanés

On s'intéresse maintenant à la dynamique classique de l'atome lorsque le champ électrique et le champ magnétique sont imposés simultanément. Comme indiqué, notre configuration provoque à la fois l'effet HMW et l'effet AC aussi on va considérer l'atome du point de vue des charges électriques présentes et du moment magnétique qu'il exhibe.

Approche Lagrangienne

Il est difficile de décrire la dynamique précise de l'atome dans le champ électromagnétique avec les équations de Newton. Outre la complexité provoquée par les couplages et les champs induits, il est facile de trouver des résultats erronés dans les cas d'évaluation de déphasages géométriques électromagnétiques car ces effets impliquent l'impulsion des champs électromagnétiques [116] [117]. De façon générale les équations de Newton ne permettent pas de discerner les déphasages géométriques des déphasages dynamiques [118]. On préfère utiliser l'approche Lagrangienne qui permet d'avoir une vision plus synthétique. L'approche Lagrangienne est tout à fait adaptée pour évaluer les déphasages géométriques. En effet, la formulation de Feynman pour le propagateur quantique utilise les intégrales de chemin et dans nos conditions expérimentales, cette formulation décrit à la fois les phases dynamiques et les phases géométriques sous une forme concise qui n'implique que l'action du Lagrangien classique. Pour plus de précisions sur l'approche Lagrangienne et la formulation de Feynman, on pourra se reporter à [119]. Dans la suite on ne développera pas de calcul et on se bornera à donner les principaux résultats associés aux références qui permettent de les retrouver.

Dynamique d'un moment magnétique dans un champ électrique

Dans l'article fondateur de l'effet Aharonov-Casher [99], les auteurs décrivent le moment magnétique de l'atome à partir d'une distribution de courants permanents. Ils démontrent que le Lagrangien classique de la particule s'exprime d'une façon similaire au Lagrangien de la mécanique classique comme une différence entre l'énergie cinétique et l'énergie d'in-

teraction motionnelle :

$$\begin{aligned} L_{AC} &\simeq \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{c^2}\mathbf{v} \cdot [\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \boldsymbol{\mu}] \\ &= \frac{1}{2}mv^2 + \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}_{\text{mot}} \end{aligned} \quad (\text{IV.18})$$

L'égalité approchée signifie qu'on néglige des termes en $(v/c)^4$ dans la transformation de Lorentz des courants permanents. La donnée du Lagrangien fournit celle de l'impulsion \mathbf{p}_{AC} :

$$\mathbf{p}_{AC} = \frac{\partial L_{AC}}{\partial \mathbf{v}} = m\mathbf{v} - \frac{1}{c^2}\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \boldsymbol{\mu} \quad (\text{IV.19})$$

Le deuxième terme du membre de droite intégré sur la trajectoire atomique fournit immédiatement le déphasage dû à l'effet AC, équation (IV.2) [119] [120]. Le point de vue de l'interaction magnétique motionnelle est retrouvé en évaluant le Hamiltonien :

$$\begin{aligned} H_{AC} &= \mathbf{p}_{AC} \cdot \mathbf{v} - L_{AC} \\ &\simeq \frac{\mathbf{p}_{AC}^2}{2m} + \frac{1}{mc^2}\boldsymbol{\mu} \cdot [\mathbf{p}_{AC} \times \mathbf{E}(\mathbf{r})] \\ &\simeq \frac{\mathbf{p}_{AC}^2}{2m} - \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}_{\text{mot}} \end{aligned} \quad (\text{IV.20})$$

\mathbf{B}_{mot} est le champ magnétique motionnel donné en équation (IV.3). On peut trouver une description plus détaillée des calculs dans [120]. La dynamique est trouvée en exprimant l'accélération \mathbf{a} par application des équations de Lagrange [120] [121] :

$$\begin{aligned} m\mathbf{a} &= -\frac{1}{c^2}(\boldsymbol{\mu} \cdot \nabla) \left[\frac{\mathbf{p}}{m} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) \right] \\ &\simeq (\boldsymbol{\mu} \cdot \nabla) \mathbf{B}_{\text{mot}} \end{aligned} \quad (\text{IV.21})$$

Lorsque $\mathbf{B} = B_y \mathbf{e}_y$ le moment magnétique est aligné avec \mathbf{e}_y et $(\boldsymbol{\mu} \cdot \nabla)$ se réduit à $\mu \partial / \partial y$ (y correspond généralement à la coordonnée z dans les publications citées). Dans la configuration d'Aharonov et Casher [99] (comme dans celle proposée par notre équipe), le champ électrique ne dépend pas de y et le terme d'accélération est nul [121]. La vitesse reste perpendiculaire à \mathbf{e}_y et le champ motionnel aligné avec le moment magnétique, il ne subit pas de couple [120]. Aucune phase dynamique n'est donc imposée. $m\mathbf{a}$ est différente de $\nabla(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}_{\text{mot}})$ qui est l'expression dérivée des équations de Newton pour l'énergie d'interaction motionnelle. Ceci provient de la différence entre la quantité de mouvement $m\mathbf{v}$ et l'impulsion \mathbf{p} , et l'application erronée des équations de Newton mène à évaluer l'effet AC comme une phase dynamique [122] [121] [123] [124].

Dynamique d'un moment magnétique avec les champs simultanés

Ce qui précède suppose implicitement la présence du champ magnétique $\mathbf{B} = B_y$ et le Lagrangien total $L_{B,AC}$ du moment magnétique en champs simultanés est déduit de L_{AC} en soustrayant l'énergie d'interaction magnétique classique (équation (IV.15)) :

$$L_{B,AC} = L_{AC} - U_B \quad (\text{IV.22})$$

L'expression de L_{AC} n'implique pas explicitement le champ magnétique \mathbf{B} aussi les dynamiques associées sont découplées et les déphasages ϕ_{AC} et φ_B (équation (IV.17)) sont additifs.

Dynamique d'un dipole avec les champs simultanés

Le dipole $\mathbf{d} = \alpha\mathbf{E}$ étant explicitement induit par le champ électrique, il n'est pas possible de découpler la dynamique du dipole en champ électrique et en champ magnétique et cela complique la dynamique Lagrangienne. On indique le Lagrangien de Wilkens noté L_W [112] et celui de Wei *et al* [113] qu'on note L_{HMW} :

$$\begin{aligned} L_W &= \frac{1}{2}mv^2 + \mathbf{d} \cdot [\mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r})] \\ L_{HMW} &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\alpha[\mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r})]^2 \end{aligned} \quad (\text{IV.23})$$

L'impulsion \mathbf{p}_{HMW} calculée à partir de L_{HMW} exhibe, de façon similaire à \mathbf{p}_{AC} , le déphasage géométrique provoqué par la configuration HMW lors de la propagation :

$$\mathbf{p}_{HMW} = m\mathbf{v} + \alpha\mathbf{B} \times \mathbf{E} \quad (\text{IV.24})$$

Les auteurs du Lagrangien L_{HMW} montrent que dans la configuration proposée où $(\mathbf{E}, \mathbf{v}, \mathbf{B})$ forment un trièdre, la dynamique de l'atome polarisable se réduit à la force qui donne le déphasage par polarisabilité [113] :

$$m\mathbf{a} = \nabla \left(\frac{1}{2}\alpha\mathbf{E}^2 \right) \quad (\text{IV.25})$$

Cette équation est valable en négligeant le terme $\alpha B^2/m$ qui est sans dimension et extrêmement petit, de l'ordre de 10^{-17} dans nos conditions expérimentales (de toutes façons, ce terme donne aussi un déphasage en champ magnétique seul et on verra qu'il est éliminé par notre protocole de mesure). On constate qu'aucune force supplémentaire à la force électrique n'est associée à l'application simultanée des champs \mathbf{E} et \mathbf{B} , et le déphasage total lors de la propagation est $\varphi_E + \phi_{HMW}$.

On peut montrer que les Lagrangiens L_W et L_{HMW} décrivent les mêmes effets physiques car le Lagrangien de Wilkens L_W appliqué au cas de l'atome polarisable doit tenir compte de l'énergie nécessaire à la polarisation $\mathbf{d}^2/2\alpha$ où $\mathbf{d} = \alpha[\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}]$. Le Lagrangien de Wilkens décrit bien la dynamique du dipole parce que le Lagrangien standard appliqué au point de vue classique du dipole (celui de la figure IV.7) [125] montre que ce Lagrangien standard et L_W sont équivalents. Certaines polémiques quant à l'existence de forces et de l'effet HMW prévu dans la configuration de Wilkens [126] [127] proviennent d'interprétations erronées de cette équivalence [128] [129]. La configuration proposée par Wei *et al* a soulevé quant à elle des polémiques qui sont restées à un stade théorique [130] [131] [129].

IV.1.4.3 Dynamique de l'atome

Lors de l'interaction avec les champs simultanés, deux caractéristiques permettent de découpler les effets décrits par le Lagrangien $L_{B,AC}$ de ceux décrits par le Lagrangien L_{HMW}

- La modification des orbitales par le champ magnétique ne change pas la polarisabilité électrique de manière mesurable ;
- Les interactions dynamiques magnétique et électrique perturbent trop peu les trajectoires atomiques pour induire des variations mesurables de φ_B et φ_E par rapport aux intégrations (IV.17) et (IV.14) (trajectoire non perturbée). Nous avons vérifié de manière quantitative cette caractéristique avec la géométrie de notre montage et les champs maximums imposés.

Ceci permet de considérer tous les déphasages (dynamiques et géométriques) subis par l'onde atomique comme additifs. On indique le déphasage total imposé à la fonction d'onde lors de sa propagation dans l'interféromètre :

$$\varphi = \varphi_B(F, m_F) + \phi_{AC}(F, m_F) + \varphi_E + \phi_{HMW} \quad (\text{IV.26})$$

Les notations rappellent que l'interaction magnétique et l'effet AC dépendent de l'état hyperfin.

On a présenté la phase HMW et la configuration expérimentale proposée pour la détecter. Avec cette configuration, l'équation (IV.26) donne le déphasage associé aux interférences d'une onde atomique et on a étudié quantitativement les phases dynamiques qui imposent les déphasages φ_E (interaction électrique) et φ_B (interaction magnétique), ce dernier dépendant de l'état fondamental (F, m_F) de l'atome considéré. On va maintenant décrire comment nous réalisons expérimentalement cette configuration.

IV.2 Montage

Ce sous-chapitre décrit le montage installé dans l'interféromètre pour détecter la phase HMW. Il est composé d'une cellule d'interaction qui impose un champ électromagnétique dans une configuration très similaire à celle de la figure IV.5 (partie droite). Après une courte présentation de la cellule par la partie IV.2.1, on va décrire deux éléments fondamentaux qui composent cette cellule, c'est à dire celui qui impose le champ électrique (partie IV.2.2) et celui qui crée le champ magnétique homogène (partie IV.2.3).

IV.2.1 Présentation

La figure IV.9 est une représentation schématique de la cellule d'interaction installée dans l'interféromètre. Le support de la cellule, représenté en gris, accueille :

- Un solénoïde d'axe \mathbf{e}_y . La figure représente une coupe de son enroulement (en noir) selon $(\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_x)$. Lorsque celui-ci est parcouru par un courant I , il crée un champ magnétique \mathbf{B} et dans sa zone intérieure on a $\mathbf{B} \simeq B\mathbf{e}_y$. La convention choisie pour le sens de I est telle que I et B_y sont de même signe ;
- Un système de deux condensateurs plans dont les électrodes sont parallèles à $(\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$. La figure représente la coupe de ces électrodes comme des segments noirs épais. Une électrode appelée septum est commune aux deux condensateurs et portée

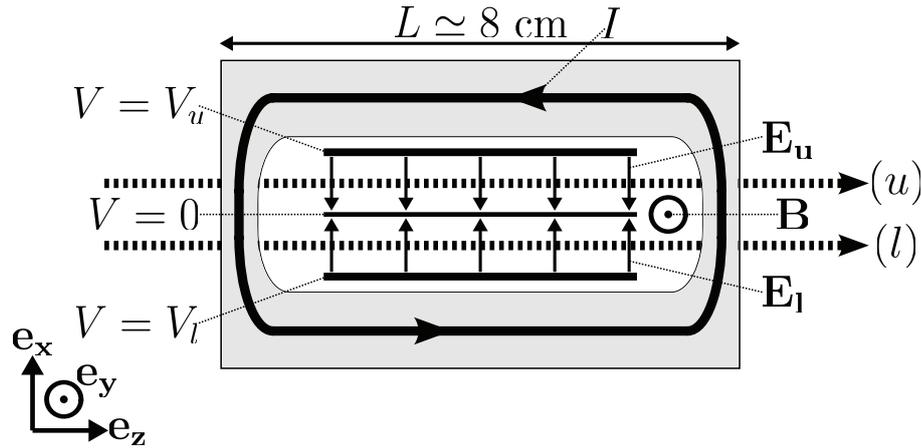


FIGURE IV.9 – Schéma de principe de la cellule d'interaction utilisée pour mesurer la phase HMW. La distance entre les bras (u) et (l) est considérablement grossie, elle est de l'ordre de $100 \mu\text{m}$.

à la masse (potentiel $V = 0$). Les faisceaux u et l de l'interféromètre (flèches en pointillés épais) se propagent de part et d'autre du septum, chacun dans leur condensateur associé. Les champs électriques $\mathbf{E}_{u/l} \simeq E_{u/l} \mathbf{e}_x$ créés par chaque condensateur sont de sens opposés lorsque les potentiels V_u et V_l imposés sur leurs électrodes sont de même signe.

Ces deux éléments constituent respectivement la partie magnétique et la partie électrique de la cellule d'interaction, et ce qui suit les décrit plus en détails.

IV.2.2 Partie électrique

IV.2.2.1 Composition

La figure IV.10 détaille la composition du double condensateur utilisé. Sa conception est très similaire à celle d'une cellule d'interaction que notre équipe a utilisée pour réaliser une mesure de la polarisabilité de l'atome de lithium [51] [40]. Chaque condensateur est constitué par une électrode massive qui s'étend sur une longueur $L_{int} = 4.8 \text{ cm}$ (selon \mathbf{e}_z), et par le septum. Les éléments conducteurs sont séparés par des entretoises isolantes d'épaisseur $h \simeq 1 \text{ mm}$. Le septum est placé entre deux entretoises. Afin d'obtenir un champ électrique dont la géométrie est bien connue le long de la trajectoire atomique, des électrodes de garde qui sont connectées à la masse (potentiel $V = 0$) s'étendent sur 5 mm (selon \mathbf{e}_z) à l'entrée et à la sortie de chaque condensateur. Cette configuration permet de connaître précisément le champ de bord.

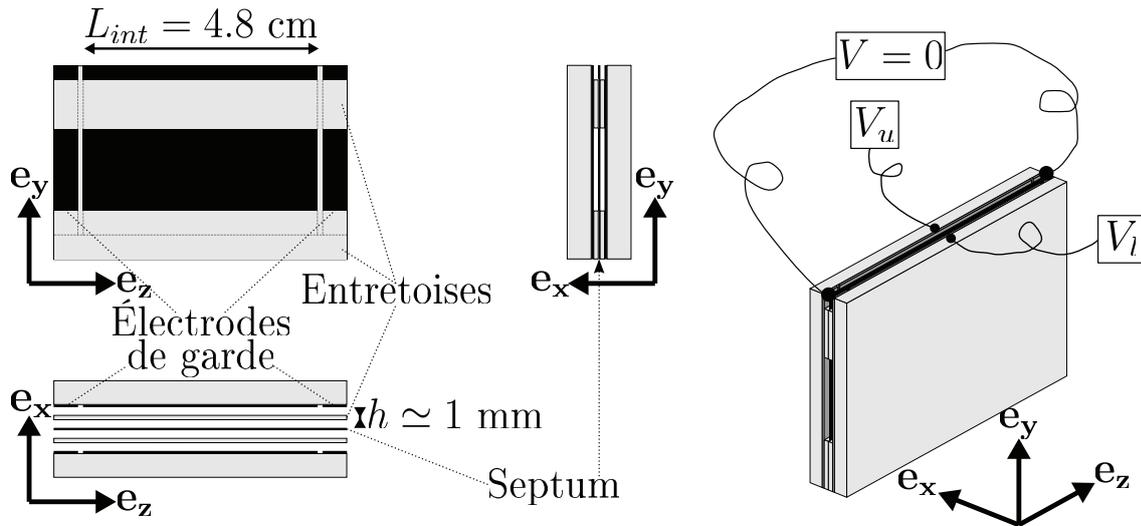


FIGURE IV.10 – Dessins représentant le double condensateur qui constitue la partie électrique de la cellule d’interaction.

Coupe $(\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$: électrode massive et entretoises du condensateur du faisceau atomique u (voir figure IV.9). Les éléments conducteurs sont représentés en noir. Ils s’étendent sur une hauteur de 35 mm (selon y) depuis le haut de la cellule. Un trait de 1 mm de largeur sépare l’électrode du condensateur de l’électrode de garde. Les entretoises sont collées sur les électrodes et la géométrie des éléments conducteurs est représentée en pointillés fins pour les zones situées sous les entretoises) ;

Coupe $(\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_x)$: vue de dessus et éclatée du positionnement des électrodes massives, des entretoises et du septum ;

Coupe $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$: vue de face du double condensateur monté. Les faisceaux atomiques u et l se propagent respectivement à gauche et à droite du septum ;

En bas à droite : vue en perspective du double condensateur monté. Un espace libre de quelques mm sur la partie supérieure permet de réaliser les connexions électriques pour lesquelles on a représenté les potentiels qu’on impose.

IV.2.2.2 Réalisation

Les électrodes massives sont déposées sur des plaques de verre fournies par la firme Verres Legrand (Rabastens de Bigorre). Les dimensions de ces plaques de verre selon les axes \mathbf{e}_z , \mathbf{e}_y , \mathbf{e}_x sont respectivement 60, 40 et 5 mm. Les éléments conducteurs sont constitués d’une fine couche d’aluminium d’environ 100 nm d’épaisseur, déposée sur la surface de verre polie avec une tolérance de quelques λ_L . La géométrie de l’électrode du condensateur et des électrodes de garde est précisée dans le commentaire de la figure IV.10. Les entretoises sont des plaques de verre fournies par la même firme, de dimensions 60 mm \times 10 mm \times 1 mm selon les axes respectifs axes \mathbf{e}_z , \mathbf{e}_y , \mathbf{e}_x . La tolérance sur les dimensions des plaques de verre est 0.1 mm. Afin d’obtenir une bonne homogénéité du champ électrique et une bonne planéité

du septum (voir plus bas), la tolérance sur la planéité des plaques de verre (précision d'épaisseur selon \mathbf{e}_x) est de $2 \mu\text{m}$ sur toute la surface.

Le septum doit être placé entre les faisceaux atomiques de l'interféromètre dont la séparation est de l'ordre de $100 \mu\text{m}$ au niveau du miroir M_2 lorsqu'on utilise l'argon comme gaz porteur. La largeur de la zone vide d'atomes est inférieure à cette valeur. Ceci contraint l'épaisseur et la planéité du septum. Il est constitué par une feuille d'aluminium alimentaire (celui couramment vendu en grande surface). Son épaisseur est d'environ $20 \mu\text{m}$ (mesurée en utilisant un Palmer) et sa hauteur de rugosité ne dépasse pas $2 \mu\text{m}$ [132] [133].

Construction du double condensateur

Les électrodes massives, les entretoises et le septum sont collés en utilisant la résine Epotek 301 (Epoxy Technologies) choisie en raison de sa faible viscosité. Les procédures de collage se regroupent en trois étapes :

- Deux entretoises sont collées sur chaque électrode massive. Afin d'assurer un bon parallélisme des surfaces des entretoises, on maintient une pression homogène qui les plaque contre l'électrode pendant le durcissement de la résine (qui dure, à température ambiante, de 24 à 48 heures). Pour cela, les entretoises sont collées en position horizontale, et supportent pendant le durcissement une masse de plusieurs kg empilée sur une plaque de verre ;
- Le septum est collé sur les entretoises d'une des deux électrodes massives. Afin d'assurer sa planéité, une procédure spécifique de collage a été mise au point qui est décrite en détails par l'annexe E. Ses principales caractéristiques sont une découpe spécifique de la feuille et une mise en tension mécanique appropriée pour obtenir une zone utile plane, et l'utilisation d'un collage à chaud (vers 65°C) pour éviter que le septum ne se gondole lorsque la température de la cellule augmente. En effet, le coefficient de dilatation thermique de l'aluminium est supérieur à celui du verre, et nous attendons une élévation de la température de la cellule qui pourrait atteindre plusieurs dizaines de degrés à cause de l'effet Joule dans le solénoïde (voir la section IV.2.3.3 pour plus de détails) ;
- La deuxième électrode massive est collée sur l'ensemble {Électrode + Septum} obtenu. Comme pour les entretoises, ce collage est réalisé à température ambiante et on a veillé à ce que les entretoises de la dernière électrode collée soit légèrement plus espacées selon l'altitude y (voir la figure IV.10) que celles de l'électrode collée à chaud. Ainsi, sans changer la géométrie des champs électriques (décrite dans la section IV.2.2.4), on assure que la tension mécanique du septum est bien imposée par l'électrode collée à chaud.

Alignement et contrôle de la planéité du septum

La procédure de construction du septum est conçue pour assurer qu'il ait une planéité suffisante. Afin d'être correctement placé entre les faisceaux de l'interféromètre, celui-ci doit aussi être aligné. La précision de l'alignement autour de l'axe \mathbf{e}_y (c'est à dire dans le plan $(\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_x)$ de la figure IV.9) doit être de l'ordre de 0.1 mrad . Les faisceaux ont une hauteur utile de quelques mm, aussi la précision de l'alignement par rapport à la verticale (autour de l'axe \mathbf{e}_z) doit être de l'ordre de 1 mrad . Pour aligner le septum, la cellule d'interaction complète

est positionnée dans l'interféromètre, et deux manipulations successives sont réalisées :

- L'enceinte de l'interféromètre ouverte, on aligne le septum autour de l'axe \mathbf{e}_z , et de façon approchée autour de l'axe \mathbf{e}_y . Pour cela on utilise la figure de diffraction par le septum d'un faisceau laser qui matérialise le trajet du faisceau atomique direct ;
- L'interféromètre étant sous vide et sa source atomique en fonctionnement, on se sert du faisceau atomique direct comme d'une sonde pour ajuster l'alignement autour de l'axe \mathbf{e}_y . Cette manipulation donne aussi une estimation grossière de l'écart à la planéité parfaite du septum.

Le faisceau laser utilisé pour réaliser l'alignement optique matérialise une ligne droite depuis l'écorceur jusqu'à la fente de détection de l'interféromètre. Ce trajet optique est le même que celui utilisé pour aligner les miroirs de l'interféromètre (section II.3.3.2). La figure de diffraction que donne l'ensemble {Septum + Électrodes} est réfléchié par un miroir posé sur le banc de l'interféromètre en aval de la cellule, et projeté quelques mètres plus loin. Cette figure de diffraction est compliquée parce que le septum est une figure diffractante épaisse, et parce que l'image observée est issue de réflexions multiples sur le septum lui-même et sur les électrodes. Cependant, son aspect est très sensible à l'orientation du septum autour de l'axe \mathbf{e}_y : lorsque le septum n'est pas aligné, la figure est asymétrique et composée de deux ensembles dont le déplacement est opposé lorsqu'on tourne la cellule. Ce sont ces propriétés qui permettent d'aligner le septum avec le faisceau laser en tournant à la main le support de la cellule d'interaction. Une fois cet alignement réalisé, le bord du septum est aligné avec la verticale en comparant sa figure de diffraction avec celle d'un fil à plomb placé en amont. Cette procédure est similaire à l'alignement des fentes de collimation (section II.3.2.3). En tournant la cellule autour de l'axe \mathbf{e}_z à l'aide d'un point-trait-plan sur lequel elle est installée, on aligne les figures de diffraction qui s'étalent sur plus de 40 cm à 0.5 mm près : la précision est alors suffisante car meilleure que 1.25 mrad.

Pour ajuster plus précisément l'alignement du septum autour de l'axe \mathbf{e}_y et pour vérifier sa planéité, on utilise le faisceau atomique direct. Pour cela on mesure les variations du flux atomique détecté lorsqu'on translate la cellule d'interaction selon l'axe \mathbf{e}_x . On peut alors estimer l'ombre portée du septum sur le faisceau atomique détecté, et en répétant cette procédure pour différentes orientations de la cellule on trouve l'orientation qui minimise l'ombre portée. La figure IV.11 illustre le résultat d'une telle mesure et indique comment nous trouvons l'ombre portée. L'ombre portée minimale qu'on a obtenue a une largeur totale d'environ 35 μm . L'épaisseur de la feuille d'aluminium étant proche de 20 μm , l'écart à la planéité du septum sur toute sa longueur (selon l'axe \mathbf{e}_z) est inférieur à 15 μm . Une telle ombre portée est suffisamment faible pour pouvoir placer le septum entre les faisceaux atomiques de l'interféromètre sans perturber la propagation des atomes lorsqu'on utilise l'argon comme gaz porteur.

Connections et alimentation électrique

Les électrodes massives, les électrodes de garde et le septum sont connectés à des fils haute tension (tension maximale de consigne 3 kV) avec une résine epoxy conductrice. Un espace libre de quelques mm sur la partie supérieure du condensateur (selon l'axe \mathbf{e}_y) fournit un accès électrique aux électrodes massives et aux électrodes de garde qui s'étendent sous les entretoises isolantes. Dans cet espace, le septum est découpé à ras au niveau des entretoises

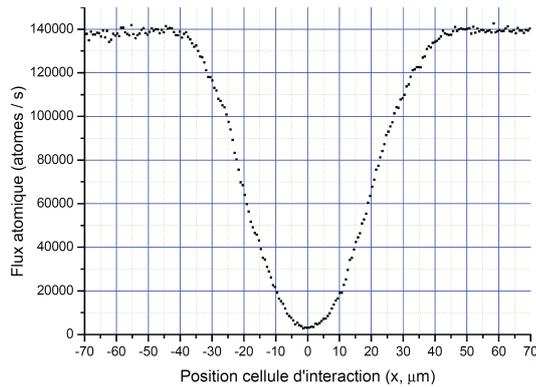


FIGURE IV.11 – Exemple de mesure du flux atomique direct détecté en fonction de la position selon \mathbf{e}_x de la cellule d'interaction (origine choisie pour centrer la figure). Le signal parasite du fil chaud a préalablement été retranché au flux total détecté. La largeur totale de la zone où le flux atomique est atténué est proche de $80 \mu\text{m}$. Cette largeur est la somme de la largeur du faisceau et de la largeur de l'ombre portée par le septum. L'ombre portée peut être estimée connaissant la largeur des fentes de collimation et de détection. Pour cette mesure particulière, l'ombre portée a une largeur légèrement inférieure à $40 \mu\text{m}$, ce qui est proche de la largeur du faisceau atomique lui-même. On remarque que le flux atomique minimum détecté n'est pas nul lorsque la position est proche de l'origine : pour cette position, les bords du faisceau atomique se propagent librement de part et d'autre du septum.

dans la zone où il fait face aux électrodes massives des condensateurs, tandis qu'il émerge sous la forme d'une languette là où il fait face aux électrodes de garde. De cette façon les électrodes de garde et le septum sont facilement connectés, et le tout est maintenu au potentiel nul par un fil de masse. Avec cette configuration, les connections haute tension se situent loin des atomes en propagation et de l'autre côté des entretoises isolantes, ce qui limite les champs électriques parasites possiblement vus par les atomes. De plus, on est assuré de toujours garder une distance d'au moins 1 mm de vide, de verre ou de résine isolante entre des éléments conducteurs portés à des potentiels différents (les traits qui séparent les électrodes de garde des électrodes massives ont aussi une largeur de 1 mm). On estime que des arcs électriques peuvent se propager à la surface des éléments isolants pour des champs électriques supérieurs à 5 kV/mm [134]. Nous prévoyons d'imposer des tensions inférieures à 1 kV , aussi il y a peu de risque que des arcs électriques se forment.

La section IV.1.4.1 a décrit les déphasages par polarisabilité induits sur chaque bras, $\varphi_{E,u}$ et $\varphi_{E,l}$. S'ils sont notablement différents, nous observerons des déphasages importants et une forte diminution de la visibilité. Pour éviter cela, nous voulons pouvoir ajuster finement et de façon indépendante la tension imposée aux deux condensateurs. De plus, pour faciliter l'analyse, nous souhaitons pouvoir mesurer et enregistrer une tension qui est 1% de la tension imposée aux condensateurs (les tensions lues par la carte d'acquisition ne

devant pas dépasser 10V). Le montage électrique conçu pour satisfaire ces contraintes est schématisé sur la figure IV.12. La tension est distribuée aux deux condensateurs à partir d'une source unique ce qui permet d'éliminer l'influence des fluctuations de source. A l'aide d'un voltmètre haute précision (modèle 34401A de la firme Hewlett Packard, en mode haute impédance d'entrée $> 20 \text{ G}\Omega$), on étalonne les tensions qui seront relevées lors de l'acquisition à $9.998 \times 10^{-3}V_u$ et $1.007 \times 10^{-2}V_l$.

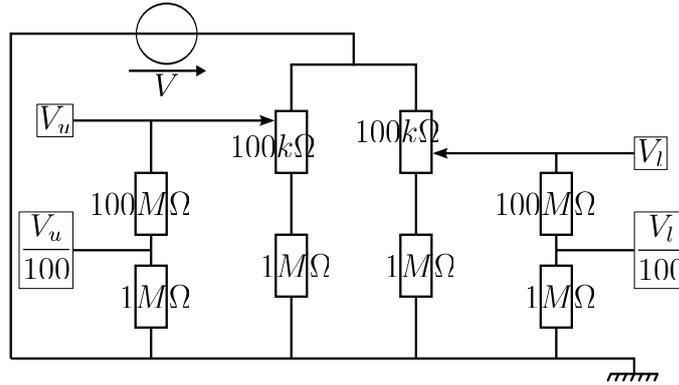


FIGURE IV.12 – Schéma électrique de l'alimentation des condensateurs. Les potentiels V_u et V_l sont imposés aux électrodes massives, le septum et les électrodes de garde sont connectés à la masse. V_u et V_l sont réglables dans une gamme approximative de $10\% \times V$ par valeurs inférieures, grâce à des potentiomètres de précision de gamme 0-100 k Ω . Un pont diviseur de tension permet de relever une fraction constante et proche de 1/100 de V_u et V_l , qui peuvent être lues par les entrées analogiques de la carte d'acquisition dont l'impédance est supérieure à 10 G Ω .

L'alimentation électrique est assurée par deux générateurs haute tension : un Bertan modèle 225 (gamme [0; +1000 V]) et un Fluke modèle 4026 ([-2000; 2000 V]), de même précision égale à 0.1 V. On peut sélectionner le générateur, imposer une tension aux bornes des condensateurs ou les court-circuiter à l'aide de relais HT électromécaniques commandés par signal TTL.

IV.2.2.3 Mesures de déphasages par polarisabilité

Cette section présente le principe et les résultats de mesures de déphasages par polarisabilité que nous avons réalisées avec chacun des deux condensateurs. Elles permettent d'avoir une connaissance précise du champ électrique vu par l'atome. On rappelle l'expression donnée en section IV.1.4.1 pour le déphasage induit par polarisabilité sur un bras $i = u$ ou l :

$$\varphi_{E,i}(v) = \int (k(s) - k_0) ds \simeq \frac{\alpha}{2\hbar v} \int E^2(s) ds \quad (\text{IV.27})$$

Mesures

Le déphasage par polarisabilité est mesuré en imposant l'interaction électrique sur un seul bras i : on applique une tension sur le condensateur i et l'autre est court-circuité. Le déphasage atomique pour la vitesse v est alors $\varphi_E(v) = \pm\varphi_{E,i}(v)$ où le signe \pm est $+$ si $i = l$, $-$ si $i = u$ (voir la section II.2.3.3). Le signal atomique obtenu est alors une somme incohérente sur toutes les classes de vitesse atomique :

$$I = I_0 \int P(v) [1 + \mathcal{V}_{exp} \cos(\phi_m + \varphi_E(v))] dv = I_0 [1 + \mathcal{V}_{exp} \mathcal{V}_E \cos(\phi_m + \phi_E)] \quad (\text{IV.28})$$

On rappelle que ϕ_m est la phase de l'interféromètre qu'on balaye en translatant le miroir M_3 . $P(v)$ est la distribution en vitesse des atomes qui interfèrent. A cause du caractère sélectif de la diffraction de Bragg, cette distribution n'est pas exactement la même que la distribution de vitesse issue de la source qui est précisée par l'équation (II.97). On peut cependant supposer que la distribution de vitesse des atomes qui interfèrent garde une allure Gaussienne. Dans ce cas, la sélectivité de la diffraction de Bragg modifie le rapport de vitesse S_{\parallel} , et on rappelle ci-dessous l'expression de $P(v)$ où v_m est la vitesse atomique moyenne :

$$P(v) = \frac{S_{\parallel}}{v_m \sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{S_{\parallel}^2}{v_m^2} (v - v_m)^2 \right] \quad (\text{IV.29})$$

Les résultats de mesure avec le condensateur u sont représentés par la figure IV.13, ceux pour le condensateur l par la figure IV.14.

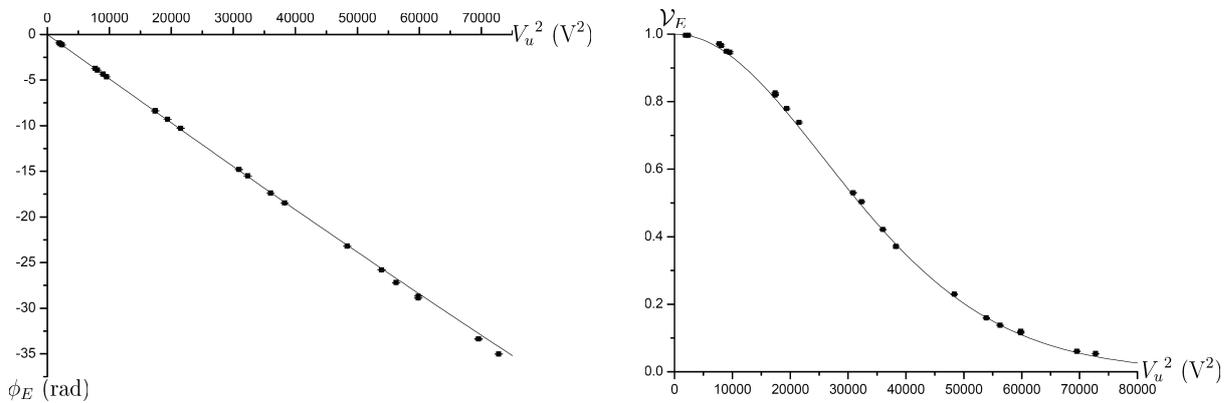


FIGURE IV.13 – Phase ϕ_E et visibilité relative \mathcal{V}_E (voir l'équation (IV.28)) en fonction du carré de la tension V_u appliquée sur le condensateur du bras u . L'autre condensateur est court-circuité ($V_l = 0$). Les points représentent les mesures, les traits pleins leur ajustement numérique.

Le signe des déphasages mesurés est bien en accord avec l'expression des déphasages (équation (IV.27)) et le signe des phases en fonction du bras d'application. Les visibilités relatives \mathcal{V}_E ont une allure approximativement Gaussienne.

Ajustement

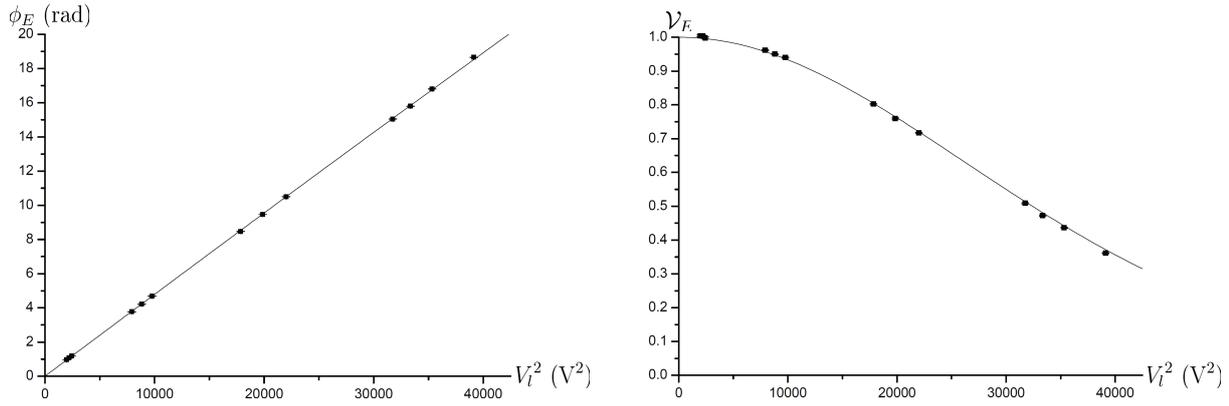


FIGURE IV.14 – Mesures de déphasage par polarisabilité pour le condensateur l . Les points représentent les mesures, les traits pleins leur ajustement numérique.

L'équation (IV.28) montre que ϕ_E et \mathcal{V}_E dépendent de V_u^2 ou V_l^2 et de la distribution de vitesse atomique. Si on note $\varphi_{E,m} = \varphi_E(v_m)$ le déphasage obtenu pour la vitesse atomique moyenne, on a $\varphi_E(v) = \varphi_{E,m}v_m/v$. Il est possible d'obtenir une forme analytique explicite approchée pour ϕ_E et \mathcal{V}_E en développant v_m/v au second ordre en $(v - v_m)/v_m$. Ce développement est détaillé dans la thèse d'A. Miffre [68] (annexe D). Cependant, la précision de cette forme analytique se dégrade lorsque les déphasages dépassent 20 rad, alors que nous avons mesuré des déphasages qui atteignent près de 35 rad avec le condensateur u . Aussi nous préférons utiliser un ajustement qui réalise l'intégration numérique de l'équation (IV.28) pour déterminer $\varphi_{E,m}$ et \mathcal{V}_E . Les paramètres ajustés sont S_{\parallel} et les coefficients $\varphi_{E,m}/V^2$ pour chacun des deux condensateurs. Pour réaliser les mesures présentées, nous avons utilisé l'argon comme gaz porteur avec une température de nez de 800°C. Dans ces conditions, la vitesse atomique moyenne v_m est très bien connue car elle a été mesurée par deux méthodes différentes et à maintes reprises par notre équipe : pour les mesures de polarisabilité, elle a déterminé $v_m = 1065.7 \pm 5.8$ m/s, alors que pour la mesure de l'interaction de Van der Waals nous avons mesuré $v_m = 1062 \pm 20$ m/s. Nous avons donc jugé inutile de réaliser une mesure supplémentaire de vitesse, et les ajustements numériques ont utilisé la vitesse atomique moyenne $v_m = 1065$ m/s.

Les résultats des ajustements, représentés en traits pleins sur les figures IV.13 et IV.14, sont :

$$\begin{aligned}
 S_{\parallel} &= 9.25 \pm 0.08 \\
 \frac{\varphi_{E,m}}{V_u^2} &= (4.830 \pm 0.005) \times 10^{-4} \text{ rad/V}^2 \\
 \frac{\varphi_{E,m}}{V_l^2} &= (4.760 \pm 0.007) \times 10^{-4} \text{ rad/V}^2
 \end{aligned} \tag{IV.30}$$

La valeur de S_{\parallel} est légèrement supérieure à celle trouvée pour les mesures de polarisabilité, qui était alors plus proche de 8 [68], [51], [40]. Cependant elle est cohérente avec nos conditions expérimentales, car pour la mesure présentée nous avons utilisé des ondes

stationnaires dont le *waist* était nettement plus large : environ 10 mm, alors qu'il était plus proche de 5 mm pour les mesures de polarisabilité réalisées en 2005. L'augmentation du temps d'interaction provoqué par l'élargissement du *waist* rend la diffraction de Bragg plus sélective, donc réduit la largeur de la distribution de vitesse des atomes qui interfèrent. Ceci explique aussi pourquoi nous avons pu mesurer des déphasages maximaux nettement plus forts (35 rad au lieu de 25 rad) avec une précision qui reste comparable à celle obtenue en 2005.

Phase Sagnac

La phase Sagnac provient du caractère non-Galiléen du référentiel terrestre en rotation autour de l'axe polaire géographique. Cette phase dépend de la latitude comme son sinus et de la géométrie de notre interféromètre. Sa valeur est :

$$\varphi_{Sagnac}(v) = 0.644 \frac{v_m}{v} \text{ rad} \quad (\text{IV.31})$$

Pour un atome de vitesse v , la phase Sagnac $\varphi_{Sagnac}(v)$ se rajoute au déphasage dû à l'interaction électrique lorsqu'on impose une tension sur un condensateur, et est aussi présente lorsqu'on n'impose pas d'interaction (franges de référence). Nous n'avons pas implémenté la phase Sagnac dans le modèle d'ajustement numérique, ceci pour deux raisons :

- Ce sont les coefficients $\varphi_{E,m}/V^2$ qui nous intéressent plus particulièrement pour fournir un étalonnage précis du champ électrique, et la prise en compte de la phase Sagnac ne change pas de manière notable leur valeur ajustée (leur modification reste notablement inférieure aux incertitudes statistiques). On peut le comprendre, car $\varphi_{E,m}/V^2$ est beaucoup plus fortement contraint par les mesures de phase électrique que par les mesures de visibilité relative ; or, la phase Sagnac qui s'applique à tout instant ne modifie que très faiblement les mesures de déphasage (via les effets de la distribution de vitesse) ;
- Lorsqu'on implémente la phase Sagnac comme un paramètre dans l'ajustement, le modèle devient sur-paramétré et ses résultats moins précis. La dépendance entre la phase Sagnac ajustée et S_{\parallel} est forte, ce qui peut se comprendre lorsqu'on s'intéresse à l'influence de la phase Sagnac sur la visibilité (voir ci-dessous). Pour que l'ajustement retrouve la phase Sagnac, il aurait fallu un nombre nettement supérieur de mesures mieux distribuées sur toute la gamme de tensions imposées.

Dans l'équation (IV.28), l'intégration qui exprime le signal atomique global est symétrique vis-à-vis de $\varphi_E(v)$. Aussi, si la phase Sagnac était nulle, la fonction $\mathcal{V}_E(\phi_E)$ serait paire. On peut illustrer ce fait avec l'expression analytique approchée lorsque ϕ_E est de l'ordre de quelques radians :

$$\mathcal{V}_E \simeq \exp\left(-\frac{\phi_E^2}{4S_{\parallel}^2}\right) \quad (\text{IV.32})$$

La phase Sagnac a la même dispersion que la phase de polarisabilité (en $1/v$), et la même valeur positive lorsqu'on réalise une mesure avec le condensateur u ($\varphi_E < 0$) ou avec le condensateur l ($\varphi_E > 0$). Aussi, sa présence provoque une translation de la courbe $\mathcal{V}_E(\phi_E)$, parallèle à l'axe des abscisses et avec la valeur $-\phi_{Sagnac} \simeq -\varphi_{Sagnac}(v_m)$ (remplacer ϕ_E par $\phi_E + \phi_{Sagnac}$ dans l'équation (IV.32)). La figure représente un « zoom » de la visibilité

relative \mathcal{V}_E en fonction de $|\phi_E|$ pour les deux condensateurs. Les deux courbes sont bien décalées, le signe et la valeur approximative du décalage étant en accord avec la valeur de la phase Sagnac. Cette mise en évidence de la phase Sagnac n'a pas d'intérêt particulier pour la mesure de la phase HMW, mais illustre la sensibilité de l'interféromètre atomique que nous utilisons et la qualité des mesures de visibilité qu'il permet de réaliser.

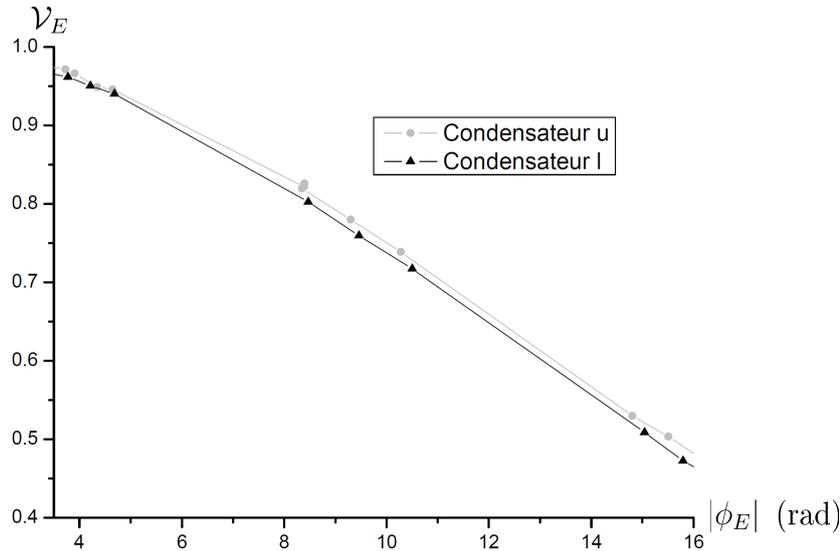


FIGURE IV.15 – Visibilité relative \mathcal{V}_E en fonction de la valeur absolue du déphasage mesuré $|\phi_E|$, pour le condensateur u (ronds reliés par des segments, gris clair) et pour le condensateur l (triangles, noir). Les deux courbes sont décalées de $\Delta\phi \simeq 0.5$ rad alors que la valeur attendue est $\Delta\phi = 0.64$ rad.

IV.2.2.4 Calcul du champ électrique

Cette section va évaluer le potentiel et le champ électrique créés par le condensateur dans la zone inter-électrodes. Notre équipe s'est déjà intéressée au champ électrique dans un condensateur de géométrie similaire. Elle a montré qu'il est possible de calculer le champ de manière analytique avec une très bonne approximation [51, 68] [40]. Aussi, je vais me borner à spécifier les conditions limites du problème, décrire les approximations qui permettent d'évaluer le potentiel et le champ de façon analytique, et en donner le résultat concernant l'interaction entre l'atome et le champ électrique.

Conditions aux limites tridimensionnelles

Les deux condensateurs présentent une configuration géométrique qui est symétrique par rapport au plan du septum. On s'intéresse au champ électrique créé par un des deux condensateurs, et on choisit le condensateur u . La figure IV.16 représente les conditions limites électrostatiques que les éléments constitutifs de la cellule imposent.

Approximations

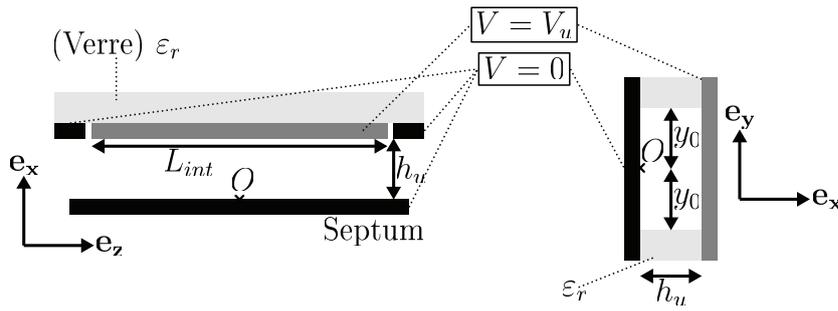


FIGURE IV.16 – Conditions limites électrostatiques imposées par le condensateur u . Les éléments conducteurs imposent les potentiels indiqués, et le verre constituant les supports des électrodes et les entretoises est un diélectrique de permittivité relative $\varepsilon_r > 1$.

On s'intéresse plus particulièrement au potentiel électrique présent dans l'espace inter-électrodes du condensateur. Aussi on se restreint au cas où $|y| \leq y_0$, et on considère que les conditions limites précitées imposent le potentiel suivant :

$$\begin{aligned} V(x=0, y, z) &= 0 \\ V(x=h_u, y, z) &= V_u \text{ si } |z| \leq a \\ V(x=h_u, y, z) &= 0 \text{ si } |z| > a \end{aligned} \quad (\text{IV.33})$$

Ces conditions limites simplifiées supposent plusieurs approximations du potentiel réel qui sont discutées ci-dessous :

- Elles correspondent à une influence électrique totale entre l'électrode portée au potentiel V_u et l'ensemble {Électrodes de garde + Septum} connecté à la masse. La condition d'influence totale est d'autant mieux vérifiée que l'extension des électrodes de garde (selon \mathbf{e}_z) est grande devant l'épaisseur h des entretoises qui est proche de 1 mm. Parallèlement à \mathbf{e}_z , les électrodes de garde s'étendent sur 5 mm, et le septum s'étend légèrement moins loin que les électrodes de garde. On suppose que cette approximation donne une bonne estimation de l'effet du condensateur sur la propagation atomique, car elle ne néglige que des champs électriques de fuite dont la norme sera relativement faible ;
- Le choix d'un saut de potentiel en $|z| = a$ tient compte du fait que le potentiel $V(x=h, z)$ n'est pas connu au niveau du trait de 1 mm de large qui sépare les électrodes massives des électrodes de garde. Cette méconnaissance provoque une incertitude d'environ 2% sur la valeur de a qui est forcément comprise entre $L_{int}/2$ et $L_{int}/2 + 1\text{mm}$. On spécifie donc la valeur de a et son incertitude associée comme suit :

$$a = \frac{L_{int}}{2} + 0.5\text{mm} \pm 0.5\text{mm} \quad (\text{IV.34})$$

L'incertitude sur a correspond aux situations limites où le potentiel est soit nul, soit égal à V_u dans l'intervalle isolant.

Caractère bidimensionnel du potentiel

Les entretoises de verre sont un milieu diélectrique neutre et de permittivité relative $\varepsilon_r > 1$ constante. On appelle V_1 le potentiel qui règne dans une entretoise. Si on considère que ce milieu remplit totalement l'espace inter-électrodes, les conditions limites pour le potentiel sur l'interface $y = y_0$ s'écrivent :

$$\begin{aligned} V(y_0) &= V_1(y_0) \\ \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_{y=y_0} &= \left(\frac{\partial V_1}{\partial y}\right)_{y=y_0} \end{aligned} \quad (\text{IV.35})$$

Des conditions limites identiques existent pour l'interface $y = -y_0$.

Le paragraphe qui suit va proposer un potentiel inter-électrodes qui ne dépend pas de y . Ce potentiel satisfait l'équation de Laplace et les conditions aux limites sur les conducteurs. Son indépendance vis-à-vis de l'altitude y lui assure aussi de vérifier les équations (IV.35) en prenant un potentiel V_1 qui reste bidimensionnel au voisinage des interfaces $|y| = y_0$. La solution de l'équation de Laplace étant unique, ce potentiel est la solution du problème. L'hypothèse selon laquelle ε_r est constante néglige la présence de couches de résine epoxy servant à coller les éléments. Les perturbations qu'elles peuvent introduire sont négligées, car elles ne s'étendent que sur des distances de l'ordre de leur épaisseur soit quelques μm .

Expression du déphasage par polarisabilité

Pour évaluer le déphasage par polarisabilité, il faut évaluer l'intégrale de $\mathbf{E}^2(x, z)$ le long de la trajectoire classique de l'atome. On considère que l'atome se propage parallèlement au septum, à une distance x de celui-ci, et on caractérise cette intégrale par la longueur effective du condensateur L_{eff} :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}^2(x, z) dz = \left(\frac{V_u}{h_u}\right)^2 L_{eff} \quad (\text{IV.36})$$

Le champ et le potentiel bidimensionnels sont calculés en développant leurs composantes dans la base des ondes planes de type $\exp(ikz)$, où $k \in \mathbb{R}$. Ce calcul est détaillé dans une publication de notre équipe [40]. Il fournit l'expression de la longueur effective suivante :

$$L_{eff} = 2a - \frac{2h_u}{\pi} + \frac{2\pi x^2}{3h_u} \quad (\text{IV.37})$$

Ci-dessous, j'explique la teneur des différents termes de L_{eff} :

- Le premier terme est la longueur effective obtenue lorsqu'on néglige l'influence des bords, autrement dit en considérant un modèle le plus simple possible qui stipule $\mathbf{E}_u = -(V_u/h_u) \mathbf{e}_x$ devant les électrodes HT ($|z| < a$), et $\mathbf{E}_u = \mathbf{0}$ partout ailleurs ;
- Le second terme, proportionnel à h_u , décrit l'influence des champs de bords (autour de $|z| = a$) ;
- Le dernier terme traduit l'influence de la distance x entre l'atome en propagation et le septum. Au niveau du condensateur qui est proche de la deuxième onde stationnaire, les faisceaux atomiques u et l sont séparés d'environ $100 \mu\text{m}$. Ainsi x est très petit devant h_u , et le champ vu par l'atome est très peu différent du champ

à la surface du septum qui est parallèle à \mathbf{e}_x . En évaluant x à $50 \mu\text{m}$, ce terme introduit une correction relative de L_{eff} , de l'ordre de 10^{-3} . En conséquence, il sera négligé dans la suite.

Épaisseur des entretoises

Les calculs du déphasage donnent des résultats identiques pour le condensateur l en remplaçant l'indice u par l'indice l . Compte-tenu des résultats de mesures de déphasage par polarisabilité (équations (IV.30)), on peut en déduire une valeur précise de la largeur $h_{u/l}$ de l'espace inter-électrode qui inclut l'épaisseur des entretoises et l'épaisseur de la couche de colle. Les incertitudes sur h_u et h_l sont données par celles sur la valeur de a (équation (IV.34)), car la précision des mesures de déphasage par polarisabilité est bien meilleure que la connaissance de a . On obtient :

$$\begin{aligned} h_u &= (1.101 \pm 0.012) \text{ mm} \\ h_l &= (1.109 \pm 0.012) \text{ mm} \end{aligned} \tag{IV.38}$$

Ces résultats sont en bon accord avec des mesures de l'épaisseur des entretoises réalisées au Palmer (voir le paragraphe suivant), et sont à la limite des tolérances sur les dimensions qu'on a spécifiées pour les plaques de verre. On souligne que la mesure de polarisabilité ne donne accès qu'à la valeur moyenne de $1/h^2$ sur toutes les trajectoires atomiques. Les résultats notés h_u et h_l dans les équations (IV.38) devraient être écrits, en toute rigueur, $\langle 1/h_{u/l}^2 \rangle^{-1/2}$. Les défauts des condensateurs qui sont les écarts de $h(x, y, z)$ à la valeur moyenne peuvent être supérieurs aux incertitudes données.

Épaisseurs du double condensateur

Nous verrons que les dimensions du double condensateur ont une influence importante sur les déphasages magnétiques *via* la position du septum dans la cellule d'interaction. Aussi nous avons utilisé un Palmer pour mesurer les épaisseurs des différents éléments au fur et à mesure de sa construction. Le tableau IV.1 résume les dimensions mesurées.

IV.2.2.5 Bilan : champ électrique des condensateurs

Les mesures de déphasage par polarisabilité associées à un calcul analytique du champ électrique dans le condensateur permettent de bien connaître la géométrie moyenne des deux condensateurs, ainsi que le champ électrique vu par l'onde atomique en propagation. L'expression (IV.37) évalue précisément l'intégrale de $\mathbf{E}^2 = E_x^2 + E_z^2$ le long des trajectoires atomiques. Cependant, la section IV.2.4.3 va montrer que pour l'évaluation de la phase HMW, seule la composante E_x influe. De toutes façons, la faible valeur relative de la correction à L_{eff} qui tient compte de x (distance atome-septum) montre qu'au niveau de précision dont nous avons besoin, on peut considérer que l'onde atomique interagit avec le champ électrique présent au niveau de la surface du septum, qui est parallèle à \mathbf{e}_x . La référence [40] donne une expression simple de ce champ particulier sous la forme de la

Élément	Épaisseur mesurée (mm)
Électrode massive condensateur u	4.905
Entretoises condensateur u	1.085
{Électrode+entretoises+septum} (u)	6.025 ($y = +y_0$), 6.030 ($y = -y_0$)
Électrode massive condensateur l	4.920
Entretoises condensateur l	1.095
{Électrode+entretoises} (l)	6.035
Ensemble complet	12.070 ($y = +y_0$), 12.085 ($y = -y_0$)
Épaisseur {septum+ $h_u + h_l$ }	2.245 ($y = +y_0$), 2.260 ($y = -y_0$)

TABLE IV.1 – Épaisseurs (dimension selon \mathbf{e}_x) des différents éléments constitutifs du condensateur. Les mesures sont réalisées au Palmer, et tous les résultats sont fournis à $5 \mu\text{m}$ près avec une incertitude $\pm 5 \mu\text{m}$. Pour connaître les distances inter-électrodes h_u et h_l il faudrait tenir compte de l'épaisseur des couches de colle individuelles, et on ne connaît que la somme des épaisseurs de l'ensemble indiqué en bas du tableau.

convolution qui suit, où h désigne h_u ou h_l suivant le condensateur qu'on considère :

$$E_x(0, z) = V(x = h, z) * W(z),$$

$$\text{où } W(z) = \frac{\pi}{4h^2 \cosh^2\left(\frac{\pi z}{2h}\right)} \quad (\text{IV.39})$$

$W(z)$ a une forme très piquée et la forme convoluée montre que les détails de la variation du potentiel dans l'espace isolant entre l'électrode massive et l'électrode de garde sont lissés au niveau du septum. Ceci justifie a posteriori l'utilisation des conditions limites simplifiées (équations (IV.33)) pour le potentiel $V(x = h, z)$. Avec ces conditions limites et en prenant la valeur de a donnée par l'équation (IV.34), il est possible de calculer la convolution de façon numérique. La figure IV.17 représente l'allure du champ calculé, créé au niveau de la surface du septum, $E_x(0, z)$.

IV.2.3 Partie magnétique

Pour mettre en évidence l'effet HMW, nous prévoyons d'imposer un champ magnétique le plus homogène possible, vertical (selon l'axe \mathbf{e}_y) et d'intensité de l'ordre de 0.01 Tesla dans la zone d'interaction où le champ électrique du double condensateur est présent. Cette partie décrit la conception et la construction du solénoïde qui doit créer ce champ magnétique.

IV.2.3.1 Présentation. Contraintes de conception

Nous voulons pouvoir varier (et annuler) l'interaction magnétique, ce qui interdit d'utiliser des aimants permanents et impose le choix d'un solénoïde. La conception de ce solénoïde tient compte de trois contraintes identifiées :

- Une contrainte sur l'encombrement de la cellule qui est située très proche du banc de l'interféromètre et du miroir d'onde stationnaire M_2 ;

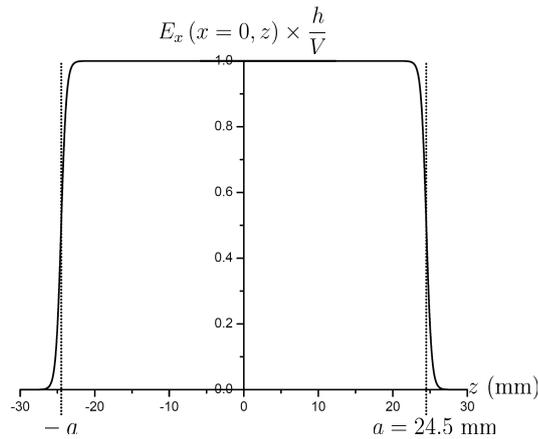


FIGURE IV.17 – Champ électrique $E_x(0, z)/E_0$ créé par les condensateurs au niveau de la surface du septum, où $E_0 = V/h$ est le champ créé par un condensateur plan infini. $V = V_u$ ou V_l , $h = h_u$ ou h_l suivant qu'on s'intéresse au condensateur u ou l . Les valeurs de h_u et h_l sont précisées par les équations (IV.38). La valeur de a est choisie à mi-chemin entre les deux valeurs extrémales possibles (voir la section IV.2.2.4).

- La nécessité de disposer d'un refroidissement. Le système de refroidissement est décrit par la section IV.2.3.3 ;
- Une contrainte qui vise à limiter les gradients de champ magnétique dans la zone de propagation atomique pour limiter les déphasages magnétiques (voir l'équation (IV.17)). La section IV.2.3.4 illustre comment on veille à limiter les gradients de champ et comment on peut corriger (en partie) les gradients présents malgré tout.

Choix de la géométrie

Il semble difficile de trouver une géométrie optimale pour satisfaire la contrainte de limitation des gradients de champ magnétique. En effet, on cherche à créer un champ qui soit bien homogène dans toute la zone de propagation atomique et nous ne connaissons pas de solution pour une telle zone dont la forme est proche d'un ruban mince, rectiligne et vertical, qui s'étend depuis la collimation jusqu'à la fente de détection. Notre équipe s'est inspirée de la configuration de Helmholtz (qui assure l'homogénéité autour d'un point) mais sans chercher à réaliser une condition analogue à celle de Helmholtz sur la distance entre les deux bobinages, et a conçu une cellule composée de deux enroulements rectangulaires allongés (selon \mathbf{e}_z), séparés par une distance moyenne (selon \mathbf{e}_y) qui est proche de leur largeur (selon \mathbf{e}_x).

Choix du diamètre du fil

C'est un résultat classique et facile à démontrer que si un bobinage a une section totale S remplie avec n spires de section $s = S/n$, la résistance électrique R du fil croît comme n^2 car sa longueur totale croît comme n . Le champ magnétique créé proportionnel à nI ne dépend

pas du choix de n si la puissance électrique dissipée $P = RI^2$ est choisie constante. Le choix de la section s du fil est donc à priori de peu d'importance. Nous sommes cependant soumis à deux contraintes supplémentaires et contradictoires pour choisir cette section :

- Une section s faible impose d'enrouler un grand nombre de spires ce qui est délicat à réaliser avec la forme du support en laiton (la couche d'émail isolante du fil est fragile et tout frottement occasionné avec des arêtes en laiton la dégrade) ;
- Une section s forte réduit le nombre de spires mais augmente le courant I . Les fils d'amenée et de retour du courant contribuent à créer des champs supplémentaires et surtout des gradients de champ qui seront d'autant plus forts que I sera grand. Les gradients de champ sont néfastes à la précision des mesures car ils diminuent la visibilité. Pour limiter les gradients des fils d'amenée, il convient de limiter I donc d'utiliser un fil de section suffisamment petite.

Nous avons trouvé un compromis de façon empirique en choisissant un fil de diamètre 1.5 mm ce qui a permis de bobiner 2 couches de 7 spires chacune, ceci dans chacun des deux bobinages.

IV.2.3.2 Composition

La figure IV.18 représente de façon schématique le solénoïde (fils en noir) enroulé sur un support en laiton (gris clair). Ce matériau est choisi pour son caractère non ferromagnétique, bon conducteur de chaleur, facile à usiner et laissant la possibilité (non utilisée) de souder des tubes de cuivre pour le refroidissement. Le solénoïde est composé de deux enroulements d'axe vertical (selon \mathbf{e}_y), situés au dessus et en dessous du plan moyen de propagation des atomes. Chaque enroulement est composé de 2 couches concentriques de 7 spires de fil de cuivre émaillé de diamètre 1.5 mm. L'ensemble est donc composé de 28 spires approximativement rectangulaires (les coins sont arrondis). Le support en laiton est muni d'une encoche centrale de 12.5 mm de large qui servira à accueillir le double condensateur. Il existe aussi une encoche latérale de 4 mm de large dans laquelle est logé un tuyau de refroidissement.

IV.2.3.3 Refroidissement

Contraintes et nécessité du refroidissement

Nous prévoyons d'imposer jusqu'à plusieurs dizaines d'ampères dans le solénoïde. On peut estimer la longueur totale de fil conducteur à 5.6 m et sa résistance sera proche $5.7 \times 10^{-2} \Omega$. Nous attendons en conséquence une dissipation d'énergie électrique par effet Joule qui peut atteindre plusieurs dizaines de Watts. La cellule d'interaction complète sera fixée par de fines plaques de dural sur un support massif, aussi les transferts thermiques par conduction depuis la cellule vers son support seront peu efficaces (on cherche de toutes façons à les éviter). Dans le vide de l'enceinte et s'il n'y a pas de refroidissement, de telles puissances thermiques provoqueront une forte élévation de la température des fils de cuivre et de la cellule elle-même. Outre un dégazage qui dégradera le vide, des températures de fonctionnement variables et/ou élevées peuvent avoir au moins trois conséquences néfastes pour l'expérience :

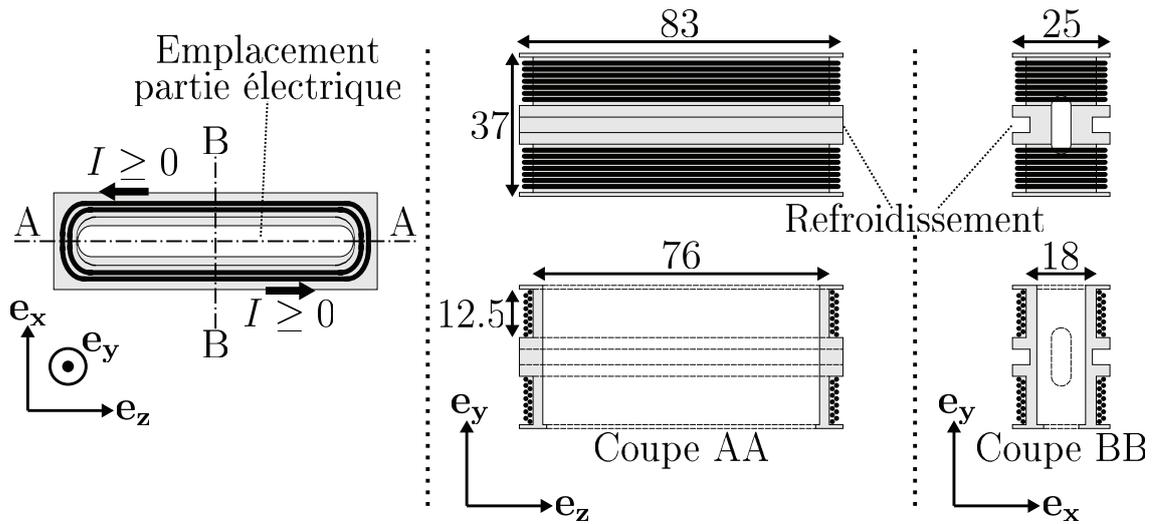


FIGURE IV.18 – Représentation schématique de l’enroulement destiné à créer le champ magnétique de la cellule d’interaction, et de son support. Le support est représenté en gris clair, les fils sont en noir. Les dimensions du solénoïde et de son support sont indiquées en mm.

Partie gauche : vue de dessus du support et définition des plans de coupe AA et BB. La forme de l’enroulement est schématisée, mais il est en principe masqué par le support pour cette vue. Le support est muni d’une encoche qui permettra de placer le double condensateur dans la zone d’interaction. On a indiqué la convention de sens pour la circulation du courant ;

Partie centrale : vue de face (en haut) et coupe AA (en bas) dans le plan $(\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_x)$.

Une encoche latérale sert à accueillir un tuyau de refroidissement ;

Partie droite : vue de face (en haut) et coupe BB (en bas) dans le plan $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$.

- Si la température des fils de cuivre dépasse 120°C (donnée constructeur), leur couche d’émail isolant sera dégradée ce qui provoquera des court-circuits ;
- Lorsque la température du double condensateur dépasse la température de collage du septum, des rides apparaissent sur le septum d’aluminium à cause de sa dilatation thermique supérieure à celle du verre des électrodes (voir l’annexe E). Le septum est collé à une température proche de 65°C et on veut assurer une température notablement inférieure à cette valeur ;
- Bien avant d’atteindre ces situations extrêmes, les dilatations associées aux dérives thermiques peuvent influencer les propriétés de la cellule d’interaction. En effet, le champ du condensateur électrique est très sensible à ses dimensions.

Dans le but de limiter au mieux son échauffement et les dérives thermiques associées, la cellule dispose d’un système de refroidissement.

Choix technique de refroidissement

Nous avons choisi de refroidir la cellule par circulation d’eau courante dans un tuyau

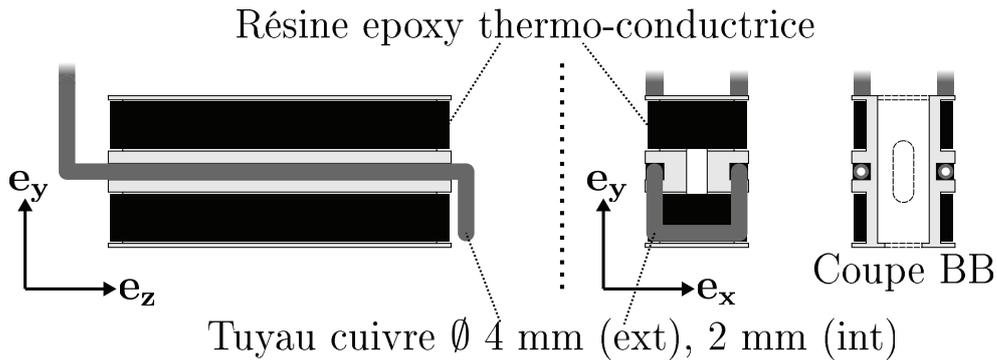


FIGURE IV.19 – Éléments servant au refroidissement de la cellule d’interaction. Les enroulements (non représentés) sont plongés dans un bloc de résine thermo-conductrice (en noir) qui assure les transferts thermiques de la chaleur produite par effet Joule. Le support de la cellule (gris clair) est muni d’un tuyau de cuivre (gris foncé) permettant une circulation d’eau. Le tube de cuivre est collé avec la même résine thermo-conductrice. La coupe BB se réfère à la figure IV.18.

en cuivre placé dans l’encoche prévue à cet effet (voir la figure IV.18). Afin d’assurer la conduction thermique depuis les fils vers l’eau de refroidissement, le solénoïde est entièrement plongé dans un bloc de résine epoxy à forte conduction thermique (modèle Stycast 2850 FT, catalyseur de durcissement 9). La figure IV.19 reprend certains éléments de la figure IV.18 afin d’illustrer nos choix techniques pour le refroidissement.

Étude thermique

Nous avons réalisé une étude thermique de la cellule afin de spécifier un débit de refroidissement optimal et d’évaluer l’échauffement de la cellule en fonctionnement. Cette étude est présentée par l’annexe F. Ses principales conclusions sont :

- Les transferts thermiques depuis la cellule vers l’eau de refroidissement sont limités par la surface de conduction finie (surface interne du tuyau de cuivre de l’ordre de 10^{-3} m²) et la valeur finie du coefficient de transfert conducto-convectif entre la paroi de cuivre et l’eau. On obtient un régime où l’échauffement de l’eau est négligeable entre son entrée et sa sortie de la cellule avec un débit relativement faible ;
- Dans ces conditions, l’ensemble de la cellule se comporte en régime permanent comme une résistance thermique notée R_{th} entre deux pseudo-thermostats, celui associé à la cellule et celui associé à l’eau. Si on note P_{th} la puissance thermique dissipée par effet Joule, l’échauffement stabilisé de la cellule d’interaction noté ΔT se déduit de l’analogie électrique :

$$\Delta T = R_{th}P_{th}; \quad (IV.40)$$

- Il est favorable d’imposer des débits d’eau de refroidissement compris entre 0.3 L/min et 1 L/min. Ces débits imposent un écoulement faiblement turbulent. Nous

avons vérifié que dans cette gamme de débit, les vibrations provoquées par les turbulences étaient indétectables. Un régime turbulent augmente le transfert thermique entre la cellule et l'eau de refroidissement (via le transfert conducto-convectif), ainsi il améliore de refroidissement ;

- L'échauffement des fils de cuivre est critique pour les portions qui ne sont pas en contact thermique avec un thermostat (résine thermo-conductrice de la cellule ou enceinte de l'interféromètre), c'est à dire les portions d'amenée et de retour et la portion de connection en série entre les deux enroulements. On sera sûr d'être en dessous de la limite de 120°C en limitant la longueur de ces portions. Par exemple pour un courant de 40 A (courant maximal délivré par la l'alimentation dont nous disposons), la longueur maximale à ne pas excéder est évaluée à 14 cm pour la connection en série entre les deux enroulements.

Mesures de température

Nous avons installé une sonde de platine de type PT100 pour mesurer la température de la cellule en fonctionnement. Le programme d'acquisition enregistre la tension amplifiée de la sonde alimentée et affiche en temps réel la température calculée de la cellule. Ceci est nécessaire pour éviter toute surchauffe qui peut détruire le montage. La figure IV.20 représente la température stationnaire atteinte par la cellule lorsque le solénoïde fonctionne en fonction de la puissance thermique moyenne dissipée notée P_{th} .

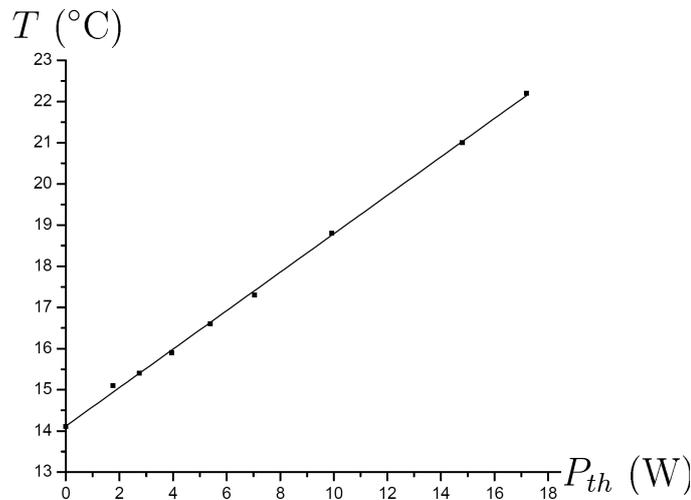


FIGURE IV.20 – Mesures de la température stabilisée de la cellule lorsqu'on l'échauffe par effet Joule en fonction de la puissance thermique moyenne dissipée P_{th} . Les carrés sont les mesures, la droite est un ajustement linéaire. Le point de puissance thermique nulle fournit la température de l'eau à l'entrée dans le circuit de refroidissement, qui est proche de 14°C.

Les temps de réponse thermiques de la cellule sont de l'ordre de 30 s. Avec la méthode d'acquisition que nous utilisons, les périodes de variation de l'intensité dans le solénoïde

ont une durée de l'ordre de 1 s. Ainsi la puissance P_{th} qui est une moyenne temporelle est tout à fait appropriée pour décrire le comportement thermique de la cellule. La figure inclut quasiment toute la gamme de puissances thermiques que nous avons imposées pour les campagnes de mesures de l'effet HMW. Les puissances dissipées ne dépassent pas 20 W, et l'échauffement de la cellule reste inférieur à 10 K. Cet échauffement place la cellule à une température qui reste à tout instant loin de la température limite de 65°C et la faible valeur de l'échauffement est favorable à la limitation des dérives thermiques.

IV.2.3.4 Problème des gradients de champ magnétique

Si le champ magnétique créé par la cellule était parfaitement homogène, les phases magnétiques $\varphi_{B,i}$ (équation (IV.16)) seraient identiques pour les deux faisceaux atomiques et la présence du champ n'aurait aucun effet sur les mesures. Cependant il est difficile d'assurer une homogénéité parfaite de ce champ. L'existence d'un gradient de champ magnétique entre les bras u et l provoque des déphasages magnétiques (équation (IV.17)). Nous verrons qu'avec notre dispositif, la conséquence principale est une diminution de la visibilité des franges atomiques. Afin d'éviter au mieux cet effet qui complique les mesures et nuit à leur précision, cette section présente deux actions qui ont été entreprises pour limiter l'effet des gradients de champ :

- La configuration géométrique du solénoïde ainsi que celle des connections électriques tente de minimiser au mieux tout gradient de champ selon la direction \mathbf{e}_x ;
- Nous avons installé un solénoïde supplémentaire en amont de la cellule d'interaction. Le but est d'imposer un gradient de champ dont l'effet sera opposé à celui de la cellule. Ce solénoïde réalise donc une compensation cohérente du gradient magnétique de la cellule d'interaction.

Courants antisymétriques

Dans le cas d'une géométrie et d'une position parfaites de la cellule d'interaction, les deux faisceaux atomiques se propagent symétriquement de part et d'autre du plan de coupe AA de la figure IV.18, à une distance de quelques dizaines de μm . Dans la zone d'interaction ce plan de coupe est confondu avec le septum si on néglige son épaisseur. Ce plan est un plan d'antisymétrie pour la distribution de courant du solénoïde, et on note M et M' deux points des faisceaux symétriques par rapport à ce plan. Si on assure qu'il soit un plan d'antisymétrie pour toute la distribution de courant, ce qui inclut par exemple les fils d'amenée, alors on impose l'égalité des modules du champ en M et M' , $B(M) = B(M')$. Le gradient de champ selon \mathbf{e}_x qui détermine $B(M') - B(M)$ est alors rigoureusement nul. Dans une configuration plus réaliste pour la géométrie de la cellule, les points M et M' sont symétriques par rapport au plan qui contient le septum mais ce plan n'est pas exactement confondu avec le plan de coupe AA. Il est difficile de connaître précisément la position relative des deux plans. Cependant on sait que l'encoche qui accueille le double condensateur a une épaisseur selon \mathbf{e}_x de 12.5 mm avec une tolérance de 0.1 mm (voir la figure IV.18). Les épaisseurs fournies par le tableau IV.1 montrent qu'on est sûr que la distance qui sépare les deux plans est toujours inférieure à 0.5 mm. La configuration antisymétrique assure un gradient de champ selon \mathbf{e}_x qui est nul en tout point du plan de coupe AA. Le gradient

étant lui même une grandeur continue, on peut supposer qu'il restera relativement faible sur le plan du septum. Ainsi en imposant une distribution de courant antisymétrique par rapport au plan de coupe AA, on est assuré d'obtenir une configuration qui limitera les gradients de champ vus par l'interféromètre et ce de façon robuste vis-à-vis des défauts de la géométrie.

Configuration géométrique des fils d'amenée et de connection

Pour assurer à l'ensemble de la distribution de courant d'être antisymétrique, il suffit d'imposer cette propriété aux portions de fil hors des enroulements : les fils d'amenées et le fil dit de connection qui connecte en série les deux enroulements. En pratique, l'antisymétrie aura des conséquences d'autant plus importantes que la portion considérée se situe près de la zone de propagation des atomes. En effet, d'après la loi de Biot et Savart, la norme du champ magnétique B est a priori proportionnelle à $1/r^2$ et celle de son gradient à $1/r^3$ où r est la distance entre le courant et la zone où passent les atomes. Ceci explique pourquoi le fil de connection a été repoussé vers le haut afin de diminuer le gradient associé.

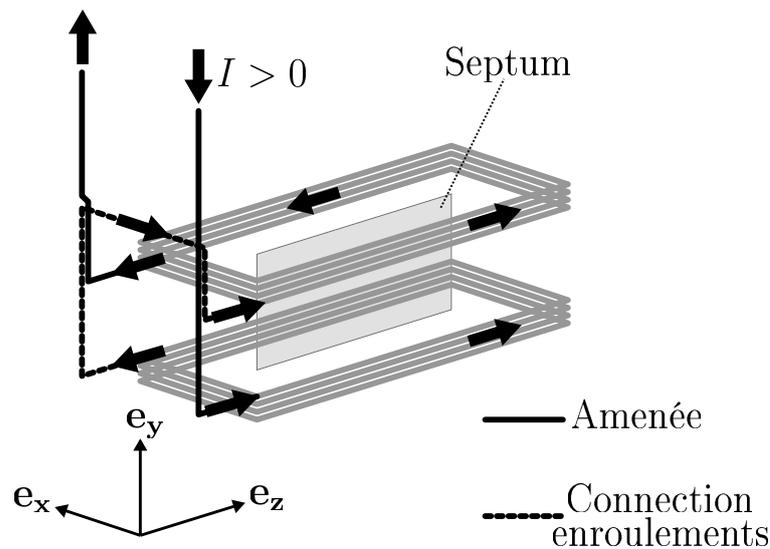


FIGURE IV.21 – Représentation schématique des enroulements (en gris), des fils d'amenée (trait plein épais, noir) et de la portion qui connecte en série les deux enroulements (tirets épais, noir) dans une configuration géométrique qui assure une distribution du courant électrique antisymétrique par rapport au plan de coupe AA de la figure IV.18. Le sens du courant $I > 0$ pour la convention choisie est indiqué en différents points du circuit électrique par des petites flèches épaisses. On a indiqué la position du septum du double condensateur lorsqu'il est installé dans la cellule (voir la partie IV.2.2) ; le plan du septum matérialise le plan d'antisymétrie, à la précision mécanique de construction près.

La figure IV.21 illustre la configuration géométrique que nous avons utilisée pour assurer une distribution de courant antisymétrique par rapport au plan de coupe AA. Elle schématise les deux enroulements (rectangles gris) du solénoïde, et montre comment nous avons conçu l'ensemble {Fils d'amenée + fil de connection} pour obtenir une distribution de courant antisymétrique hors des enroulements. Un courant positif par convention est représenté : issu d'un fil d'amenée, il pénètre d'abord dans l'enroulement inférieur, puis dans l'enroulement supérieur *via* la portion de connection série, pour quitter le circuit par le deuxième fil d'amenée. Une observation attentive du schéma montre que l'antisymétrie n'est qu'approchée, car la vérifier rigoureusement supposerait de confondre certaines portions de fil physiquement distinctes.

Compensation du gradient

A cause de l'imprécision et des défauts de sa construction et malgré les précautions prises, la cellule d'interaction crée lors de son fonctionnement un gradient de champ magnétique entre les bras u et l . Dans le but de corriger les effets de ce gradient, nous avons installé un autre solénoïde^a 15 cm en aval du miroir M_1 . Ce solénoïde est un enroulement de 9 spires circulaires de diamètre approximatif 3 cm, d'axe \mathbf{e}_x , situées approximativement à 10 mm des faisceaux atomiques de l'interféromètre. Il est représenté de façon schématique sur la figure IV.22. Le champ magnétique qu'il crée est volontairement inhomogène, choisi pour corriger l'inhomogénéité du champ de la cellule. Son but est d'imposer une interaction supplémentaire de sorte que l'ensemble de l'interaction magnétique (cellule + compensation) soit quasi-identique pour les bras u et l . Ce solénoïde supplémentaire impose donc un gradient de champ $\mathbf{grad}B_{Comp}$ qui compense celui de la cellule d'interaction, et est appelé solénoïde de compensation. On remarque qu'on considère dans les deux cas les gradients selon \mathbf{e}_x , mais qu'à cause du suivi adiabatique de l'axe de quantification selon un axe local parallèle au vecteur champ, les champs vectoriels des deux solénoïdes n'ont pas besoin d'être orientés dans la même direction de l'espace (un peu plus de précisions sur le suivi adiabatique sont données dans la section IV.4.1.2). Le solénoïde de compensation n'est pas refroidi, et des mesures ont montré qu'en fonctionnement sous vide il atteint la température limite $T = 120^\circ\text{C}$ pour une intensité qui le traverse $I_{Comp} = 5$ A. Nous avons donc spécifié une intensité maximale d'utilisation du solénoïde de compensation à 5 A.

IV.2.3.5 Champ magnétique créé par la cellule

Deux moyens complémentaires ont été utilisés pour évaluer le champ magnétique créé par la cellule :

- Un programme qui calcule le champ magnétique créé par une distribution de courant modèle ;
- Des mesures du champ de la cellule utilisant une sonde à effet Hall.

Cette section en décrit certaines caractéristiques et leurs principaux résultats.

^a. En réalité deux solénoïdes ont été placés de part et d'autre de l'interféromètre. En effet, la position fixe le signe de $\mathbf{grad}B$ qui n'est pas connu a priori pour la cellule. Ainsi seul un des deux solénoïdes compense le gradient de la cellule et a été utilisé.

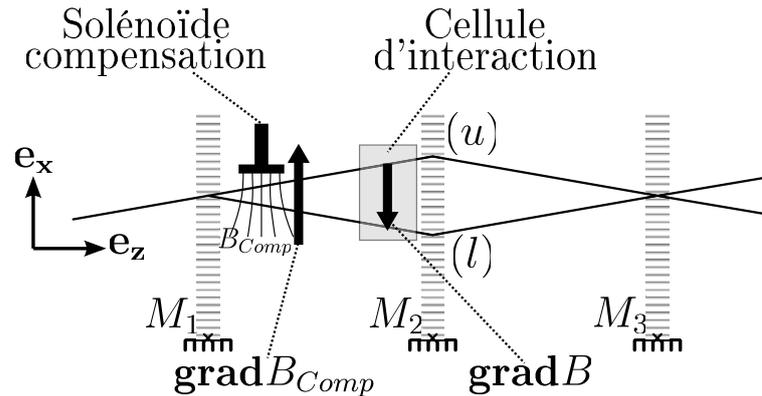


FIGURE IV.22 – Principe de l’installation d’un solénoïde de compensation magnétique. Le champ magnétique B créé par la cellule est inhomogène entre le bras u et le bras l de l’interféromètre, ce qui est représenté par l’existence d’un gradient $\mathbf{grad}B$ de composante non nulle selon \mathbf{e}_x . 15 cm en aval (selon \mathbf{e}_z) du miroir M_1 , soit environ 35 cm en amont de la cellule d’interaction, est installé un solénoïde circulaire d’axe \mathbf{e}_x dont le champ B_{Comp} est volontairement inhomogène (quelques lignes de champ sont grossièrement schématisées). Ce champ crée un gradient $\mathbf{grad}B_{Comp}$ qui s’oppose au gradient de la cellule d’interaction.

Programme de calcul

Nous utilisons un programme développé avec le logiciel Matlab (éditeur MathWorks). C’est un programme écrit par Pierre Cafarelli (chercheur - maître de conférences au LCAR) et que nous avons modifié pour les besoins spécifiques à notre cellule d’interaction. Je remercie vivement Pierre pour m’avoir fourni le code du programme, associé à des explications qui m’ont beaucoup aidé. Le programme considère une distribution linéique de courant définie par l’utilisateur et composée d’un ensemble de segments rectilignes. Il calcule le champ sur un maillage choisi par l’utilisateur en calculant la contribution de chaque segment selon la loi de Biot et Savart.

Protocole de mesures

Nous avons réalisé des mesures du champ magnétique à l’aide d’une sonde tridimensionnelle composée de trois plaquettes à effet Hall positionnées en trièdre direct. Alimentées sous une tension de 8V, les trois plaquettes fournissent chacune une tension de Hall d’environ 50 V/Tesla proportionnelle à une composante du champ magnétique. Une intensité de l’ordre de 1 A dans les enroulements fournit des tensions de Hall de quelques dixième à quelques dizaines de mV correspondant à des champs de l’ordre de 10^{-4} T. Je remercie vivement Renaud Mathevet (chercheur - maître de conférence au LCAR) pour le prêt de cette sonde, et son coéquipier Thierry Lahaye (chercheur CNRS au LCAR) pour m’avoir aidé à mettre en place un protocole de mesure. Celui-ci utilise une modulation du courant et un amplificateur de signaux (modèle SR 560 de la firme Standford Resarch) ce qui permet de rejeter le bruit magnétique ambiant du laboratoire et de relever les tensions de Hall

avec des rapports signal sur bruit confortables.

Repérage.

Afin de disposer d'une convention univoque pour repérer la position relative à la cellule, on utilise dorénavant le repère $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$, où :

- Les vecteurs unitaires \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y et \mathbf{e}_z sont ceux décrits dans la figure IV.18. Ils sont liés au support en laiton, et aux imprécisions d'alignement près, ils correspondent aux axes du repère standard déjà utilisé pour décrire l'interféromètre (les atomes se propagent selon la direction moyenne $+\mathbf{e}_z$, et $+\mathbf{e}_y$ est la verticale ascendante).
- L'origine O est le centre de symétrie de ce support. En se reportant à la figure IV.18, O est donc inclus dans les plans de coupe AA et BB, et dans ces deux plans au centre de la cellule selon l'altitude y .

On remarque que ce repère est aussi quasi-identique à celui utilisé pour décrire la partie électrique de la cellule, illustré par la figure IV.10. L'identité est là aussi vérifiée aux imprécisions mécaniques près (installation du double condensateur dans l'encoche). Les repères de l'interféromètre, de la partie électrique et de la partie magnétique sont quasi-confondus et c'est ce qui a poussé à garder les mêmes notations pour les trois repères.

Mesure et calcul du champ de chaque enroulement. Comparaison.

Pendant la construction du solénoïde, pour vérifier la qualité de son bobinage et celle du champ qu'il crée, nous avons mesuré le champ magnétique produit indépendamment par chaque enroulement et l'avons comparé avec un calcul qui les modélise par des spires rectangulaires. La figure IV.23 représente des résultats comparés de mesure et de calcul du champ créé par l'enroulement supérieur. Le champ est mesuré dans le plan d'antisymétrie précédemment décrit. Il est donc bidimensionnel et se restreint à ses composantes B_y et B_z . Les mesures vérifient très bien cette caractéristique et les composantes B_x mesurées sont partout inférieures à B_y et B_z d'un facteur supérieur à 10. Les mesures ont été réalisées en imposant une intensité de 1.5 A dans l'enroulement. Les seules différences significatives entre le champ mesuré et le champ calculé sont visibles à l'extrémité de la zone de mesure (observer les vecteurs champ proches du bord gauche, pour z proche de -3 cm). Cette différence est une conséquence des écarts entre la géométrie réelle de l'enroulement et celle du modèle, car ces écarts ont des conséquences plus importantes quand on est proche des fils.

L'allure du champ magnétique créé nous intéresse plus particulièrement dans la zone d'interaction pour l'effet HMW, c'est à dire la zone de propagation des faisceaux atomiques où l'on impose aussi le champ électrique. On a grisé l'extension maximale de cette zone d'interaction déduite de la géométrie du champ électrique et du support en laiton (notamment, pour l'extension verticale, celle des orifices prévus pour les faisceaux atomiques). On constate que dans toute la zone d'interaction, les champs calculés et mesurés sont très proches. Pour illustrer cette affirmation, la partie droite de la figure IV.23 compare les lignes de champ issues des mesures et celles issues des calculs, et on constate qu'elles sont quasi-confondues dans la zone d'interaction.

Pour conclure, on a vérifié que le champ créé par l'enroulement supérieur est très proche du champ prévu par le modèle, et ce plus particulièrement dans la zone d'interaction. Cette

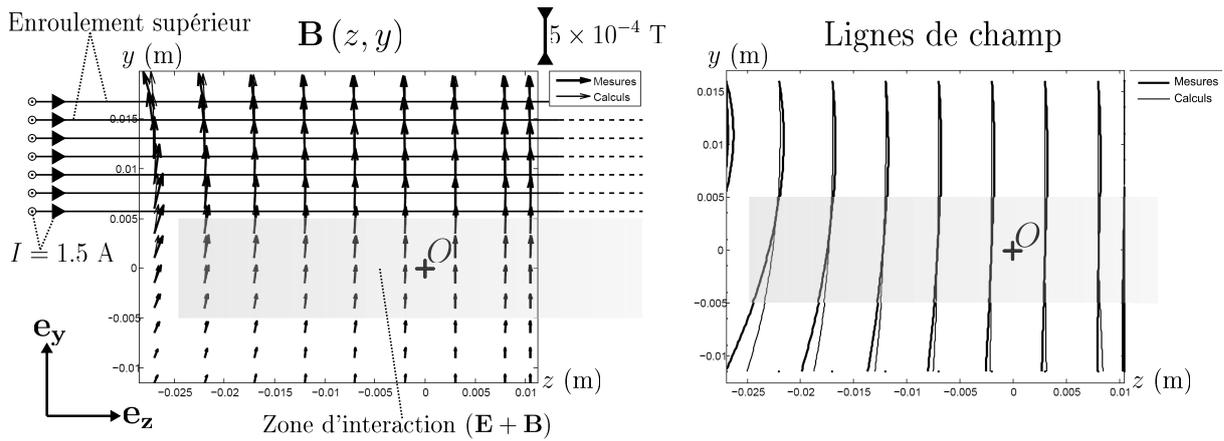


FIGURE IV.23 – Champ magnétique créé par l’enroulement supérieur : comparaison calcul - mesures.

Partie gauche : champ magnétique dans le plan de coupe AA, c’est à dire le plan $(\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_y)$ passant par O . Sont représentés le champ mesuré en divers points de mesure (flèches épaisses), et le champ calculé au niveau de ces points (flèches fines). Le champ calculé est peu visible car les deux champs sont quasiment confondus (observer les points de mesures les plus à gauche pour voir des différences). On a superposé une représentation de la position des 7 fils d’une couche de l’enroulement supérieur (hors plan, position approximative $x = -10 \text{ mm}$), et indiqué l’intensité qui les traverse. Par souci d’illustration, on a aussi représenté grossièrement l’extension maximale de la zone d’interaction où les faisceaux atomiques se propagent en présence du champ magnétique représenté, et du champ électrique créé par les condensateurs ;

Partie droite : comparaison des lignes de champs évaluées à partir des mesures, et calculées.

approche révèle donc un accord satisfaisant, valide la construction du solénoïde (notamment l’absence de court-circuit entre spires) ainsi que la méthode de calcul numérique du champ. La figure IV.24 représente des résultats similaires à ceux de la figure IV.23, mais pour l’enroulement inférieur. La grille de mesure est moins dense, ce qui limite l’intérêt de montrer les lignes de champ, mais on constate que les faibles écarts observés entre calcul et mesure sont très similaires à ceux de l’enroulement supérieur, et que globalement l’accord calcul-mesures est très satisfaisant.

Champ de la cellule complète

Après avoir vérifié le champ magnétique de chaque enroulement, on utilise le programme de calcul pour connaître le champ de la cellule complète. Pour cela, la distribution de courant modèle inclut le solénoïde complet ainsi que les fils d’amenée et le fil de connection. La figure IV.25 représente les résultats de ce calcul. Le champ de vecteur dans le plan $(O, \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_y)$ a une allure quasi-uniforme dans la zone d’interaction, d’amplitude approximative $I \times 5.5 \times 10^{-4}$

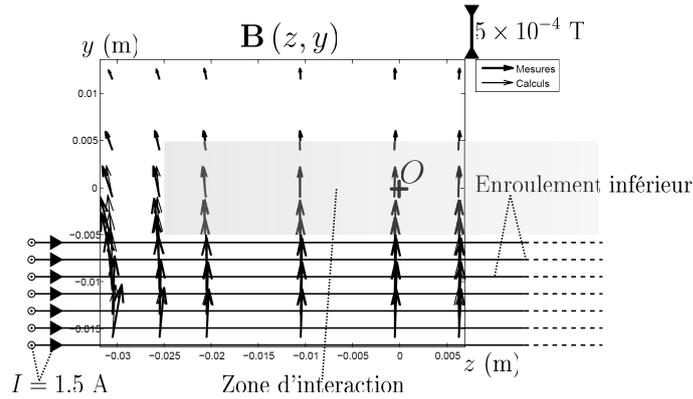


FIGURE IV.24 – Champ magnétique créé par l’enroulement inférieur dans le plan $(O, \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_y)$: comparaison calcul - mesures. Comme pour l’enroulement supérieur (figure IV.23), on a superposé une représentation de la position des fils d’une couche de l’enroulement inférieur (position réelle hors plan $x \simeq -10$ mm), et on a grisé la zone d’interaction.

T, où I est l’intensité qui parcourt le solénoïde exprimée en ampères.

Pour préciser l’allure du champ magnétique vu par les atomes, la figure IV.26 représente l’évolution des composantes du champ magnétique le long de la droite (O, \mathbf{e}_z) . Parmi ces composantes, nous verrons que B_y nous intéresse plus particulièrement pour évaluer le déphasage HMW. D’après l’étude du champ électrique, la zone d’interaction s’étend pour $|z| \leq 2.45$ cm et dans cette zone B_y est quasi-confondu avec la norme B et varie de moins de 4% autour de la valeur moyenne suivante :

$$\langle B_y \rangle / I = 5.6 \times 10^{-4} \text{ T/A} \quad (\text{IV.41})$$

On peut observer l’influence de la configuration géométrique des fils d’amenée et de connexion inter-enroulements qui, outre l’apparition de valeurs non nulles (mais négligeables donc non représentées) pour la composante B_x , crée une composante non-nulle B_z et dégrade faiblement la parité de la fonction $B_y(0, 0, z)$. Cette dissymétrie (visible en observant attentivement les maxima et minima locaux de B_y) est due au fait que la géométrie des connexions impose d’avoir un segment de fil en moins dans la face d’« entrée » (plan $z \simeq -4$ cm) par rapport aux autres faces (soit, pour chaque enroulement, 13 segments au total au lieu de 14).

IV.2.4 Cellule d’interaction complète

IV.2.4.1 Montage

Le support de la cellule d’interaction est une pièce massive en dural. Cette pièce est fixée sur un flasque DN250 horizontal qui est centré au dessus du miroir M_2 et muni de tous les passages nécessaires pour alimenter la cellule, mesurer la température et alimenter

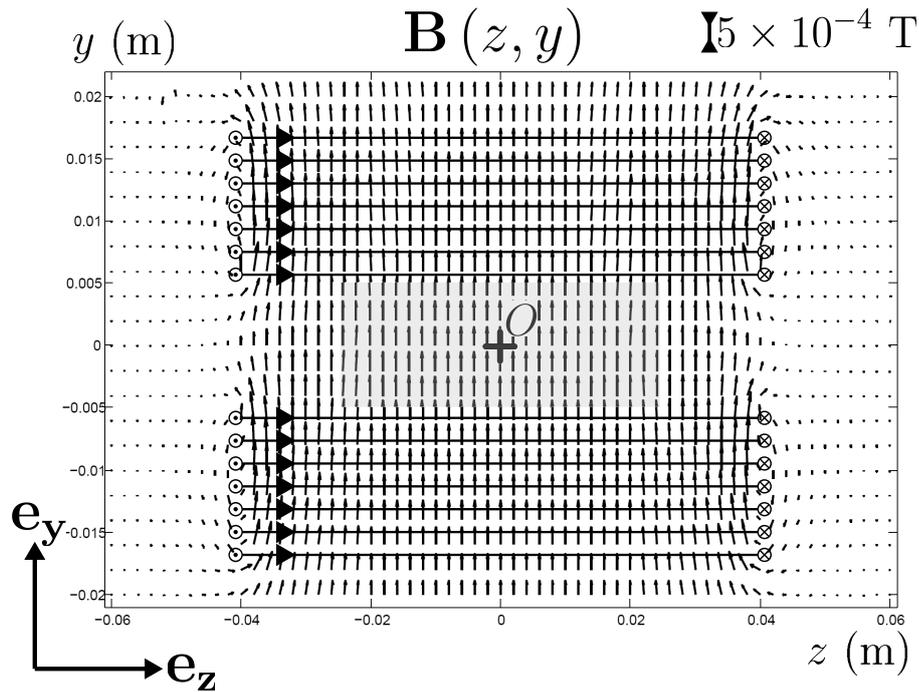


FIGURE IV.25 – Représentation du champ de vecteurs calculé dans le plan $(O, \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_y)$ lorsque les deux enroulements du solénoïde d'interaction sont parcourus par un courant de 1 A. La représentation est totalement similaire à celle des figures IV.23 et IV.24 et on a représenté la position des fils des deux enroulements ainsi que la zone d'interaction en gris.

le circuit de refroidissement. Le support en laiton muni du solénoïde est fixé sur une pièce massive en dural via un point-trait-plan manuel qui permet la rotation de la cellule autour de l'axe \mathbf{e}_z . La pièce en dural est elle-même fixée sur une liaison pivot d'axe \mathbf{e}_y commandée par un moteur pas à pas (modèle NewStep fourni par la firme Newport). Le tout repose sur une platine de translation selon l'axe \mathbf{e}_x qu'on opère manuellement. Les fils d'amenée du solénoïde sont connectés thermiquement à l'enceinte de l'interféromètre grâce à divers ponts thermiques utilisant la résine thermo-conductrice. Le double condensateur est ensuite déposé dans son encoche, fixé à l'aide de cales fines en téflon et les électrodes massives sont connectées aux fils HT tandis que le septum et les électrodes de garde sont connectés électriquement au flasque (l'enceinte de l'interféromètre est à la masse commune du laboratoire). La figure IV.27 représente une photographie du montage posé à l'envers avant qu'on connecte électriquement le solénoïde.

IV.2.4.2 Alignement et positionnement dans l'interféromètre

La platine de translation permet de positionner la cellule selon l'axe \mathbf{e}_x à quelques μm près, et la liaison pivot de l'aligner autour de l'axe \mathbf{e}_y à quelques μrad près (pas du moteur

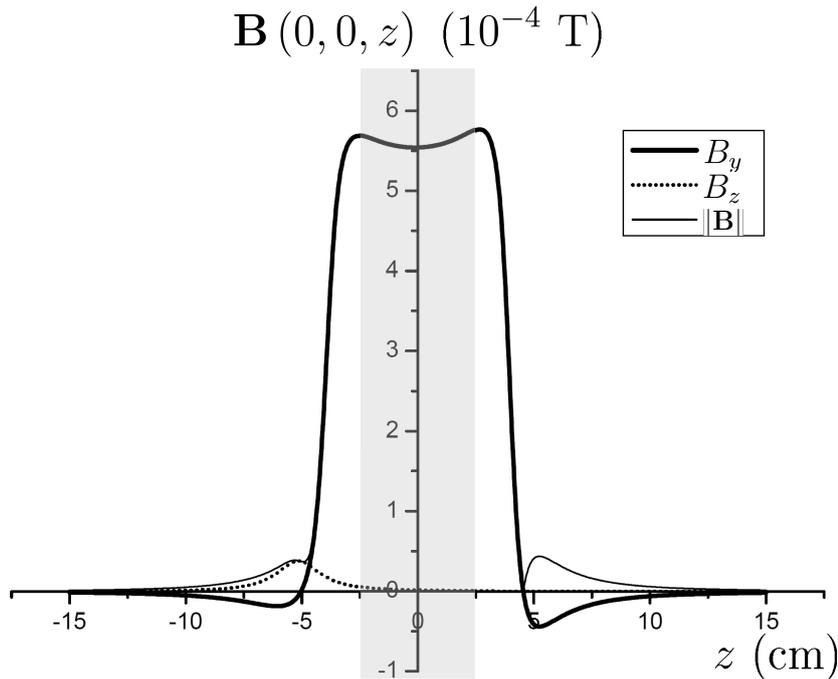


FIGURE IV.26 – Composantes et norme du champ magnétique $\mathbf{B}(0, 0, z)$ calculés le long de la droite (O, \mathbf{e}_z) lorsque la cellule est parcourue par un courant de 1 A. La composante B_x n'est non nulle qu'à cause du caractère approché de l'antisymétrie (voir la section IV.2.3.4), mais prend des valeurs négligeables (de l'ordre de 10^{-7} T), et n'est pas représentée. Comme pour les champs de vecteurs, on a grisé l'extension selon \mathbf{e}_z de la zone d'interaction.

$0.3 \mu\text{m}$, bras de levier 10 cm). De plus, le point-trait-plan sur lequel est fixé le support en laiton permet un alignement plus grossier autour de l'axe \mathbf{e}_z . L'alignement autour de l'axe \mathbf{e}_x , le positionnement selon \mathbf{e}_z (environ 0.5 cm en amont du miroir M_2) et selon \mathbf{e}_y (bas de la cellule à 5 mm du banc de l'interféromètre) sont fixes et préalablement déterminés par la géométrie du support. Cette géométrie est prévue pour assurer le passage des faisceaux atomique à mi-hauteur entre les deux enroulements, et sa précision est estimée à 1 mm.

Une fois le septum correctement aligné, il est aisé de le positionner entre les faisceaux de l'interféromètre atomique. Pour cela, on fait fonctionner l'interféromètre et on se place au flux maximum détectable (« haut » de frange). En actionnant la platine de translation de la cellule, on peut repérer précisément les deux positions pour lesquelles le septum intercepte un faisceau atomique (minimum de flux détecté), et on le place alors au milieu de ces deux positions. Nous avons pu vérifier qu'un tel positionnement n'occasionne aucune diminution du flux ou de la visibilité des franges atomiques, ce qui montre que le septum ne perturbe aucunement la propagation atomique.

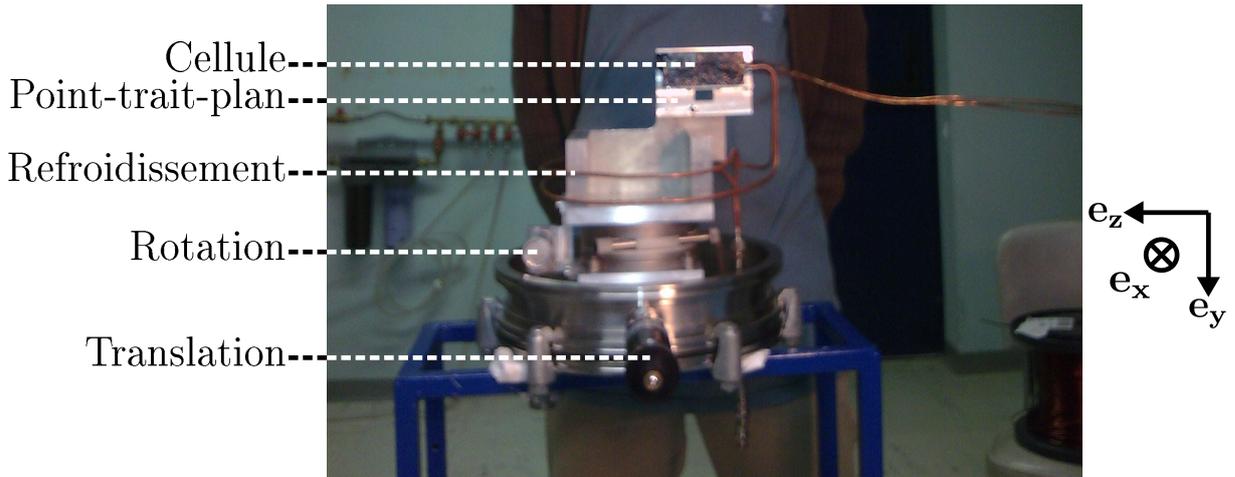


FIGURE IV.27 – Photographie du support de la cellule posé à l'envers, muni de la partie magnétique. On distingue le flasque muni d'une platine de translation (premier plan), la pièce massive en dural (milieu de la photographie) sur laquelle est fixée la cellule (partie supérieure). Les tuyaux de refroidissement ont été connectés et sont visibles, encerclant le support en dural, tandis que les connexions des fils d'aménée du solénoïde n'ont pas encore été réalisées (ils s'étendent vers la droite). On a associé un système d'axes qui représente le repère de l'interféromètre lorsque la cellule y est installée.

IV.2.4.3 Phase HMW attendue

Il est maintenant possible d'obtenir une évaluation précise de la phase *HMW* attendue en fonction du courant I et des tensions V_u et V_l qu'on impose. On rappelle l'expression de la phase HMW donnée en équation (IV.6) :

$$\phi_{HMW} = \frac{1}{\hbar} \int_{(l)-(u)} \alpha (\mathbf{B} \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{r} \quad (\text{IV.42})$$

La présentation des mesures va montrer que l'incertitude sur la phase n'est jamais inférieure à 1 mrad. Comme la phase HMW attendue ne dépasse pas quelques dizaines de mrad, il est inutile de la calculer avec une précision meilleure que 1%. A ce niveau de précision il est justifié de confondre les trois repères introduits : repère de l'interféromètre, repère lié au septum pour le champ électrique et repère du support en laiton pour le champ magnétique. Les atomes se propagent selon \mathbf{e}_z , soit $d\mathbf{r} \simeq dz\mathbf{e}_z$ (l'erreur commise sur la direction est l'angle de Bragg). Le champ électrique est évalué à la surface du septum, soit $\mathbf{E} \simeq E_x(z)\mathbf{e}_z$. Le champ magnétique est évalué le long de la droite (O, \mathbf{e}_z) : $\mathbf{B} \simeq \mathbf{B}(0, 0, z) = \mathbf{B}(z)$. L'équation (IV.42) simplifiée s'écrit alors :

$$\phi_{HMW} \simeq -\frac{\alpha}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} B_y(z) [E_{x,l}(z) - E_{x,u}(z)] dz \quad (\text{IV.43})$$

Les indices l et u pour E_x se rapportent aux condensateurs respectifs. En utilisant les calculs des champs électrique et magnétique, il est immédiat d'évaluer le produit $B_y E_x$ et la figure représente son évolution en fonction de z lorsque $V_u = V_l = 1$ V et le solénoïde est parcouru par un courant $I = 1$ A.

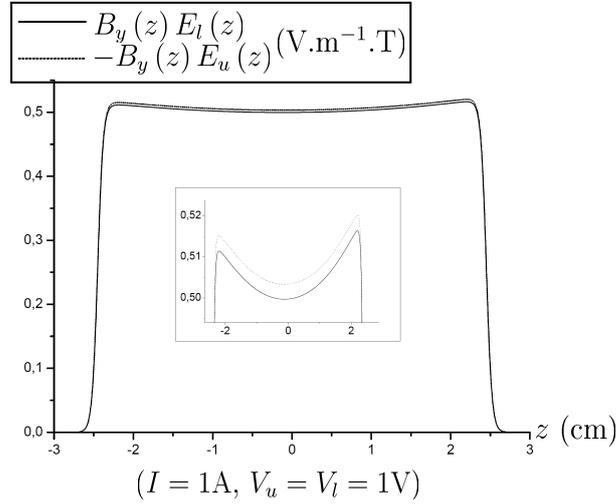


FIGURE IV.28 – Evolution du produit $B_y(z) E_x(z)$ pour les condensateurs l et u . L'insert représente un « zoom » pour $|z| \leq 2.5\text{cm}$ qui permet d'évaluer l'homogénéité du produit.

En intégrant les produits représentés sur la figure IV.28, on obtient une l'expression analytique suivante pour ϕ_{HMW} en radian dans laquelle V_l et V_u sont exprimés en volts et I est exprimée en ampères :

$$\phi_{HMW} = -(6.36V_l + 6.41V_u) \times 10^{-7} I \quad (\text{IV.44})$$

Lors des mesures il peut être utile de disposer d'une formule moins précise mais plus efficace pour fournir des ordres de grandeur. On suppose $V_u \simeq V_l \simeq V = Eh$, où $h = 1.105$ mm est l'espace inter-électrodes moyen et E est un champ moyen pour les deux condensateurs. On note $B = \langle B_y \rangle$ le champ magnétique donné par l'équation (IV.41). On obtient une dépendance simple de ϕ_{HMW} avec V (exprimé en Volts) et I (A), ou alternativement E (V/m) et B (T) :

$$\begin{aligned} \phi_{HMW} &\simeq -1.28 \times 10^{-6} VI \\ &\simeq -2.52 \times 10^{-6} EB \end{aligned} \quad (\text{IV.45})$$

Durant les mesures nous avons appliqué des tensions maximales de 800 V, soit $E \simeq 769$ kV/m, et des intensités maximales de 25 A ($B \simeq 0.014$ T). On retrouve l'amplitude maximale attendue donnée dans la section IV.1.3.2 : $|\phi_{HMW}|_{max} \simeq 27$ mrad.

IV.3 Mesures

IV.3.1 Présentation

IV.3.1.1 Signaux attendus

On reprend les notations introduites dans la section II.4.3.6 pour évaluer les signaux atomiques attendus. Lorsqu'aucune interaction ne perturbe la propagation atomique, le flux atomique observé lors de la translation du miroir M_3 s'écrit :

$$I = I_0 [1 + \mathcal{V}_{exp} \cos(\phi_m)] \quad (\text{IV.46})$$

On rappelle que ϕ_m désigne la phase l'interféromètre qui dépend de la position relative des trois miroirs d'ondes stationnaires et qui est utilisé pour balayer les franges d'interférences.

Interaction électrique seule

Lorsqu'on impose un potentiel V aux bornes du circuit électrique qui alimente les condensateurs, la visibilité et la phase sont modifiés par l'interaction électrique :

$$I_E = I_0 [1 + \mathcal{V}_{exp} \mathcal{V}_E \cos(\phi_m + \phi_E)] \quad (\text{IV.47})$$

ϕ_E est déphasage par polarisabilité décrit par une intégration sur les classes de vitesse identique à l'équation (IV.28). Cependant les deux condensateurs sont alimentés et le déphasage pour une classe de vitesse v est maintenant $\varphi_E(v) = \varphi_{E,l}(v) - \varphi_{E,u}(v)$. En réglant finement le rapport V_u/V_l à l'aide du dispositif d'alimentation (figure IV.12), il est possible de quasiment égaliser les deux déphasages induits et d'obtenir $|\phi_E| < 1$ rad dans toute la gamme de tensions V imposées. Pour ces déphasages modérés l'influence de la dispersion de la vitesse atomique est très faible. V_u et V_l sont proportionnels à V et on écrit la dépendance attendue de ϕ_E et \mathcal{V}_E , accompagnée d'ordres de grandeur :

$$\begin{aligned} \phi_E &\propto V^2 \sim 0.1 \text{ rad} \\ 1 - \mathcal{V}_E &\simeq \frac{\phi_E^2}{4S_{\parallel}^2} \sim 0.1\% \end{aligned} \quad (\text{IV.48})$$

La dépendance pour \mathcal{V}_E provient d'un développement au premier ordre de l'exponentielle de l'équation (IV.32). Afin d'indiquer des ordres de grandeur qui pourront être utiles, pour $\phi_E = 1$ rad et $S_{\parallel} = 9$, l'équation (IV.32) quantifie une diminution de visibilité observée de 0.3%. Ces diminutions sont très faibles et deviennent vite inobservables lorsque ϕ_E diminue (diminution de visibilité de l'ordre de 10^{-5} lorsque $\phi_E = 0.1$ rad).

Interaction magnétique seule

On écrit maintenant le signal atomique détecté lorsqu'on impose une interaction magnétique à l'aide des deux solénoïdes installés (cellule d'interaction et compensation) :

$$I_B = I_0 [1 + \mathcal{V}_{exp} \mathcal{V}_B \cos(\phi_m + \phi_B)] \quad (\text{IV.49})$$

\mathcal{V}_B et ϕ_B dépendent des courants qui traversent les deux solénoïdes, notés respectivement I et I_{comp} pour la cellule et la compensation (ne pas confondre le flux atomique sans

interaction de l'équation (IV.46) avec l'intensité électrique). Seuls les gradients des champs magnétiques sont détectables dans notre dispositif. L'évaluation détaillée de leurs effets est plus compliquée et sera présentée plus formellement dans le sous-chapitre IV.4. A ce stade on indique qu'on attend un déphasage nul et une visibilité sensible à la valeur absolue de I et I_{comp} :

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_B &= \mathcal{V}_B(|I|, |I_{comp}|) \\ \phi_B &= 0\end{aligned}\tag{IV.50}$$

La compensation magnétique est ajustée en cherchant à maximiser la visibilité observée, par comparaison avec le réglage de V_u et V_l qui vise à minimiser le déphasage.

Interaction électrique et magnétique simultanées

Selon l'équation (IV.26) qui décrit les déphasages au niveau atomique, tous les déphasages (dynamiques et géométriques) sont additifs. Aux interactions magnétiques et électriques déjà présentes, s'ajoutent maintenant les effets qui dépendent de l'application des champs \mathbf{E} et \mathbf{B} en même temps et qu'on décrit par l'apparition d'une phase supplémentaire ϕ_{EB} :

$$I_{EB} = I_0 [1 + \mathcal{V}_{exp} \mathcal{V}_{E+B} \cos(\phi_m + \phi_E + \phi_B + \phi_{EB})]\tag{IV.51}$$

ϕ_{EB} doit inclure l'effet Aharonov-Casher et l'effet HMW. On suppose que le faisceau atomique a une population d'atomes équirépartie sur les 8 sous-niveaux hyperfins. Sa polarisation magnétique moyenne est alors nulle : $\langle \boldsymbol{\mu} \rangle = \mathbf{0}$. Ceci interdit de détecter la phase AC avec le signal global, et restreint le déphasage supplémentaire détecté à la phase HMW qui s'applique identiquement sur tous les atomes : $\phi_{EB} = \phi_{HMW}$.

IV.3.1.2 Réalisation

Réglages des interactions

L'interféromètre étant en fonctionnement et le septum placé entre les deux faisceaux atomiques, le réglage des interactions est une opération préliminaire à une série de mesures de la phase HMW. Elle consiste à ajuster le rapport V_u/V_l avec les potentiomètres des ponts diviseurs de tension pour assurer une phase électrique ϕ_E minimale, et les valeurs de I_{comp} optimisées pour maximiser la visibilité en fonction du courant $|I|$ dans le solénoïde. Le réglage électrique peut être réalisé rapidement en positionnant le miroir M_3 à mi-frange (flux atomique détecté $I = I_0$, maximum de sensibilité en phase) : il est aisé d'ajuster un potentiomètre en cherchant à minimiser les variations de flux lorsqu'on branche l'interaction. Surtout, ce réglage est réalisé une fois pour toutes, c'est à dire pour toutes les valeurs de V choisies et sans nécessiter de retouche pendant plusieurs heures, car l'alimentation des condensateurs assure une proportionnalité de V_u et V_l à V avec un facteur constant. Par contre, le réglage de I_{comp} est indépendant et doit être réalisé à chaque fois qu'on modifie $|I|$ pour adapter la compensation des gradients. Pour accélérer cette manipulation, nous avons prédéterminé les valeurs de I_{comp} qui optimisent la compensation magnétique en fonction de $|I|$. La partie IV.4 expliquera pourquoi cette optimisation a abouti à appliquer, lorsque c'est possible, un rapport $I_{comp}/|I|$ quasi-constant et proche de 1/3. Cependant on a vu que pour éviter une surchauffe de la compensation, I_{comp} est limitée à 5 A. Lorsque

$|I| > 15$ A environ, il est impossible d'ajuster la compensation et I_{Comp} reste fixée à 5 A.

Méthode d'acquisition et protocole utilisé

Pour mesurer ϕ_{EB} , les paramètres expérimentaux se restreignent à V et I car une éventuelle dépendance à I_{Comp} est omise en considérant que la compensation a été prédéterminée par les réglages. Au vu des précisions de quelques mrad nécessaires pour détecter la phase HMW, il est inenvisageable d'être perturbé par une dérive de phase quelconque et on choisit la méthode d'acquisition notée 2 pour laquelle on rappelle que les franges de référence et les franges d'interaction sont enregistrées quasi-simultanément au sein de la même rampe de balayage (voir la section II.4.3.6). On appelle une configuration la donnée d'un couple (V_{conf}, I_{conf}) où V_{conf} et I_{conf} sont respectivement la tension aux bornes des condensateurs et l'intensité dans le solénoïde d'interaction. En utilisant la méthode d'acquisition 2, un protocole est caractérisé par une suite de configurations imposées au sein d'une même rampe. Le tableau IV.2 illustre deux types protocoles qui ont été utilisés par notre équipe pour fournir les résultats présentés.

Type de protocole	Conf.1	2	3	4	5	6
« 4 confs »	(0, 0)	(V, 0)	(V, I)	(0, I)	–	–
« 6 confs »	(0, 0)	(+ V , 0)	(+ V , I)	(0, I)	(- V , I)	(- V , 0)

TABLE IV.2 – Exemples de protocoles utilisés par notre équipe pour les mesures de la phase HMW.

Mesures présentées

On considère une rampe de balayage donnée au sein d'une mesure. On note respectivement $\phi(V_{conf}, I_{conf})$ et $\mathcal{V}(V_{conf}, I_{conf})$ la phase à l'origine et la visibilité extraites à partir des franges d'interférences obtenues avec la configuration (V_{conf}, I_{conf}) (voir la section II.4.3.2 pour plus de détails sur cette extraction). Pour caractériser uniquement les conséquences de l'application simultanée des champs \mathbf{E} et \mathbf{B} , les grandeurs fondamentales auxquelles on s'intéresse sont la phase ϕ_{EB} de l'équation (IV.51) et une visibilité relative notée \mathcal{V}_{EB} obtenues comme suit :

$$\phi_{EB}(V, I) = \phi(V, I) - \phi(V, 0) - \phi(0, I) + \phi(0, 0) \quad (\text{IV.52})$$

$$\mathcal{V}_{EB}(V, I) = \frac{\mathcal{V}(V, I)\mathcal{V}(0, 0)}{\mathcal{V}(V, 0)\mathcal{V}(0, I)} = \frac{\mathcal{V}_{E+B}}{\mathcal{V}_E\mathcal{V}_B} \quad (\text{IV.53})$$

Les deux protocoles présentés permettent aussi la mesure simultanée des interactions électriques et magnétiques seules, par exemple $\phi_E(V)$ ou $\mathcal{V}_B(I)$. On remarque que les protocoles de type « 6 configurations » permettent non seulement la mesure simultanée de $\phi_{EB}(+|V|, I)$ et $\phi_{EB}(-|V|, I)$, mais aussi celle de toute combinaison linéaire de ces deux phases. Avec les mesures utilisant le protocole « 4 configurations » on ne peut évaluer ces combinaisons que par un calcul à partir des résultats de mesures différentes.

IV.3.2 Résultats préliminaires

Afin d'illustrer les problèmes auxquels nous avons été confronté, cette partie va exposer quelques résultats de mesure de ϕ_{EB} et \mathcal{V}_{EB} .

IV.3.2.1 Présentation

Ensemble des mesures

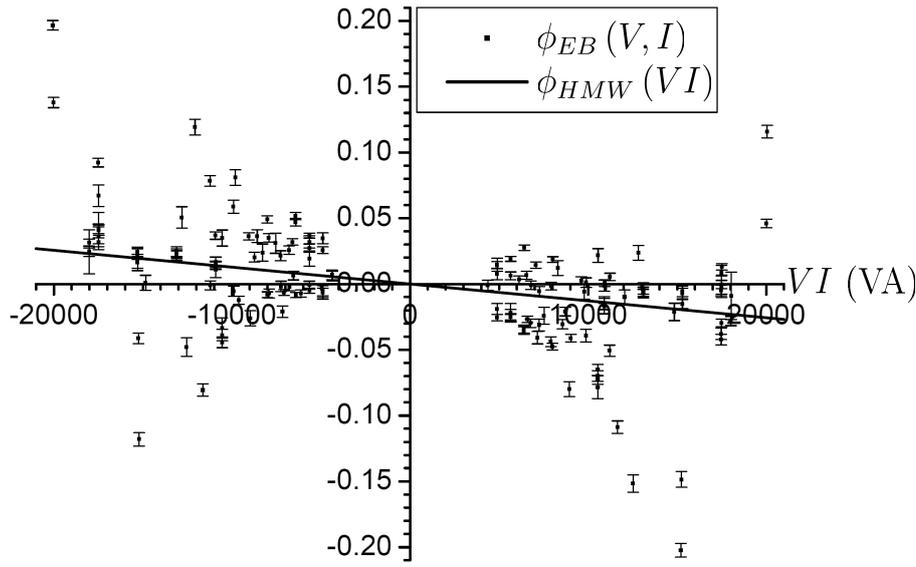


FIGURE IV.29 – Ensemble des mesures de $\phi_{EB}(V, I)$ représentées en fonction du produit VI . La droite représente la phase HMW théorique calculée d'après l'équation (IV.45).

La figure IV.29 représente l'ensemble des mesures de ϕ_{EB} en fonction du produit VI , comparées à la phase HMW attendue. On constate que l'allure attendue n'est pas retrouvée et certains déphasages mesurés sont supérieurs à dix fois la phase HMW. On peut observer certaines mesures qui sont quasiment confondues, elles ont été réalisées pour les mêmes valeurs des deux paramètres V et I . Elles ont permis de vérifier que les résultats sont reproductibles, et ϕ_{EB} ne dépend fondamentalement que des paramètres V et I (des précisions sur la reproductibilité seront données ultérieurement).

Cette figure illustre l'existence d'importants effets systématiques dont l'amplitude est comparable ou supérieure à celle du déphasage HMW. Ils ne dépendent pas seulement du produit VI .

Mesures à V fixé

Il est intéressant d'observer l'évolution de ϕ_{EB} en fonction de I lorsque V est fixé car on retrouve une allure commune qui est aussi caractéristique d'autres types de mesures. Ce n'est pas le cas lorsqu'on fixe I et observe l'évolution en fonction de V , et l'étude des effets systématiques permettra de comprendre pourquoi. La figure IV.30 compare l'évolution de

ϕ_{EB} en fonction de I pour les tensions $V = \pm 800$ V. Pour chaque graphe on a indiqué

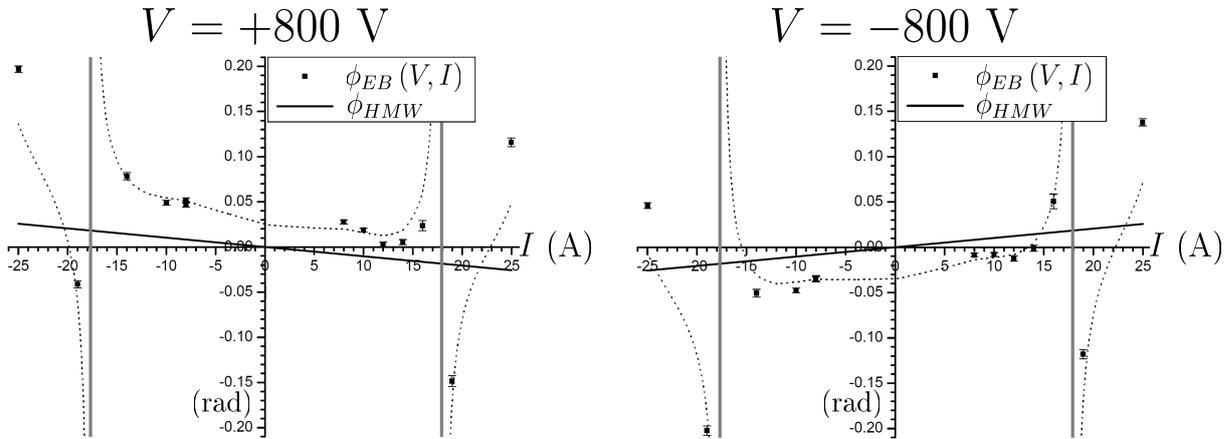


FIGURE IV.30 – Mesures de ϕ_{EB} en fonction de I lorsque V est fixé à $+800$ V ou -800 V. La droite en trait épais représente la phase HMW attendue. Les barres épaisses verticales représentent des zones où la visibilité d'interaction magnétique s'annule, donc où les déphasages ne sont pas mesurables. La courbe en pointillés est issue de l'étude des effets systématiques, elle est représentée pour indiquer une allure caractéristique.

la valeur théorique de ϕ_{HMW} et on a superposé une courbe en pointillés qui est issue de l'étude des effets systématiques. A ce stade elle a pour but d'illustrer une évolution caractéristique qui est retrouvée pour toutes les mesures de ϕ_{EB} (avec différentes amplitudes selon la valeur de V) et qui a aidé à comprendre la nature des effets systématiques observés. En particulier, on observe des sauts de déphasages qui ont une allure paire vis-à-vis de I (si l'on retranche une pente moyenne similaire à la pente de ϕ_{HMW}) dont le signe ne dépend pas du signe de V lorsque I est proche de ± 18 A. On indique que pour cette intensité les visibilitées sont proches de 0 avec l'interaction magnétique (qui est étudiée plus en détails par le sous-chapitre IV.4), et les zones d'annulation de la visibilité sont indiquées par des barres verticales. Ceci explique l'existence de discontinuités des déphasages mesurés reproduites par les courbes illustratives car lorsque la visibilité est nulle la phase n'est pas définie.

Visibilité relative

L'influence attendue de l'application d'une interaction électrique et magnétique simultanées sur la visibilité relative \mathcal{V}_{EB} est moins triviale à évaluer que pour la phase. Il reste néanmoins profitable d'observer les évolutions de \mathcal{V}_{EB} de la même manière que pour ϕ_{EB} , car les visibilitées fourniront des indications précieuses à l'analyse des résultats. Sur la figure IV.31, on illustre les visibilitées obtenues en fonction de I pour $V = \pm 800$ V, soit pour les mêmes mesures que celles qui ont données les déphasages de la figure IV.30. On observe aussi une allure non triviale et des sauts de visibilité proche des zones d'annulation. Un aspect intéressant est que pour V fixé ces sauts ne présentent plus une parité vis-à-vis de I aussi marquée que pour les phases, mais les courbes obtenus pour des tensions opposées

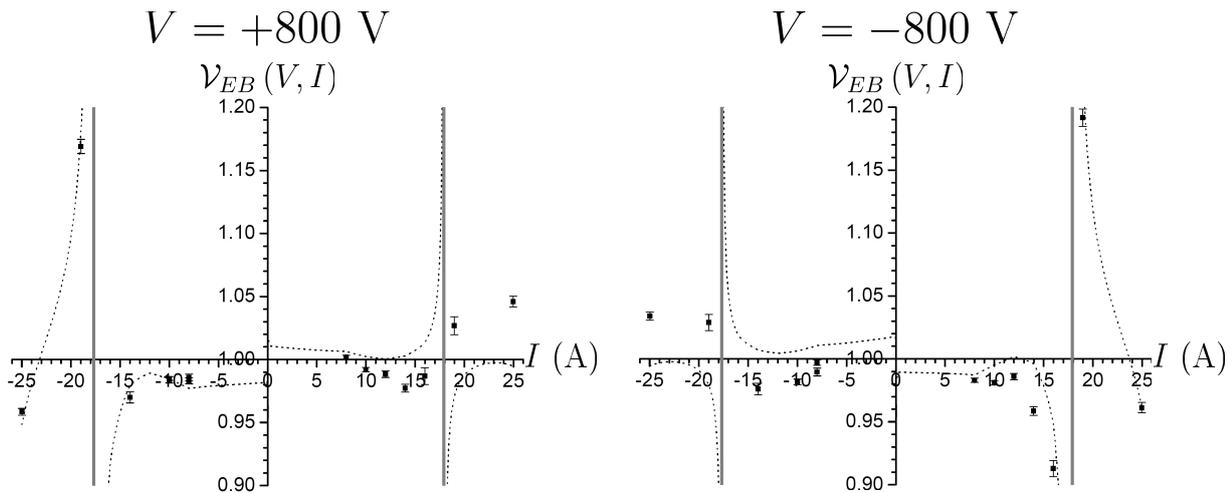


FIGURE IV.31 – Mesures de \mathcal{V}_{EB} en fonction de I lorsque V est fixé à $+800 \text{ V}$ ou -800 V . De façon similaire on a représenté une courbe en pointillés issue de l'étude des effets systématiques, et des barres verticales pour indiquer les zones d'annulation de la visibilité magnétique.

présentent entre elles une symétrie par réflexion selon l'axe des ordonnées. L'étude des effets systématiques expliquera aussi cette allure.

IV.3.2.2 Analyse des résultats

Au vu des résultats présentés, la campagne de mesures de l'effet HMW a cherché à caractériser, expliquer puis (lorsque c'est possible) s'affranchir des effets systématiques observés. L'analyse des effets systématiques a nécessité une étude complète des mesures de ϕ_{EB} mais aussi des mesures de visibilité \mathcal{V}_{EB} et des mesures obtenues avec l'interaction électrique ou magnétique seule. Dans ce but, outre les nombreuses mesures de l'effet HMW, nous avons dû aussi caractériser l'interaction électrique ou magnétique seule. Nous avons identifié les effets systématiques (ou au moins leur majeure partie) comme la conséquence d'une dispersion spatiale des déphasages dans le faisceau atomique, c'est à dire une dépendance de la phase à la position dans le faisceau atomique. L'origine de ces dispersions sont des défauts de la cellule d'interaction mais aussi de l'interféromètre lui-même. La suite de ce chapitre constitue une analyse des mesures et on va s'intéresser successivement :

- A l'interaction magnétique seule. On verra que ses effets sur le signal atomique sont proches des effets attendus mais que notre dispositif place l'interaction magnétique dans un domaine de champs dits intermédiaires où l'on sort du cadre simple de l'effet Zeeman linéaire ;
- A l'interaction électrique seule. Les résultats de mesure en champ électrique seul démontreront l'existence d'une dispersion spatiale du déphasage par polarisabilité ;
- A l'interaction simultanée en champs électrique et magnétique, pour laquelle on évaluera les effets des défauts identifiés.

IV.3.3 Récapitulatif des effets analysés

Au niveau de précision nécessaire pour détecter la phase HMW, de nombreux effets, d'amplitude et de nature diverses et qui vont au-delà des considérations simples de la section IV.3.1.1, sont détectables avec notre instrument. Ces effets seront illustrés et analysés dans la suite car, même s'ils ne perturbent pas tous la détection de l'effet HMW, ils permettent de vérifier l'adéquation des modèles développés pour comprendre et évaluer les signaux. Afin de faciliter la lecture de ce manuscrit, cette partie fournit un résumé de l'ensemble des effets effectivement détectés, en indiquant leurs conséquences qui ont pu être mesurées sur les déphasages ϕ et les visibilitées relatives \mathcal{V} (le flux moyen restant inchangé dans cette expérience). Seuls les effets qui ont des conséquences sur ϕ_{EB} perturbent la détection de ϕ_{HMW} , et peuvent donc expliquer les effets systématiques illustrés par la figure IV.29. Cet ensemble est divisé en trois parties qui font respectivement l'objet des trois sections qui suivent :

- Les effets provoqués par la configuration de champs électromagnétiques créés, ainsi qualifiés d'effets intrinsèques à l'interaction imposée. On exclut ici les éventuels défauts du montage ;
- Les effets intrinsèques à l'interféromètre lui-même, là aussi à l'exclusion de ses éventuels défauts ;
- Les effets provoqués par les défauts du montage (interféromètre et cellule d'interaction).

IV.3.3.1 Effets intrinsèques à l'interaction imposée

Comme indiqué dans la section IV.1.3.2, la configuration de champs créés par la cellule d'interaction induit l'effet HMW, détectable avec le déphasage ϕ_{EB} , mais aussi l'effet Aharonov-Casher (AC). Nous verrons que dans notre configuration expérimentale, l'effet AC a des conséquences sur les visibilitées, en interaction simultanée (\mathcal{V}_{EB}), mais aussi en interaction électrique seule (\mathcal{V}_E).

Par comparaison avec les mesures précédemment effectuées par notre équipe [68], l'interaction avec le champ magnétique créé par notre dispositif diffère essentiellement par les caractéristiques suivantes :

- Contrairement aux expériences précitées, on a ici cherché à limiter les déphasages magnétiques provoqués par les gradients de champ de la cellule. Leur existence est essentiellement due à l'imprécision mécanique avec laquelle le septum est placé par rapport au solénoïde. De plus, le champ créé par la cellule est sensiblement plus fort, et les déplacements Zeeman imposés sont dans le domaine des champs dits intermédiaires concernant le découplage de la structure hyperfine ;
- Nous mettons en oeuvre une compensation de l'interaction magnétique de la cellule par une interaction magnétique supplémentaire.

Le fonctionnement du solénoïde donne lieu à une augmentation de la température de la cellule par effet Joule, et ces dérives thermiques ont des effets sur les mesures en champ électrique.

Concernant l'interaction électrique elle-même, une différence essentielle par rapport aux expériences de mesure de déphasage par polarisabilité (comme dans la section IV.2.2.3 ou

lors des précédentes mesures [51, 68]) est que nous imposons un champ électrique sur les deux bras de l'interféromètre. Cependant, les effets non-triviaux observés en conséquence sont dus aux défauts des condensateurs, et ne sont donc pas mentionnés dans cette section. Ces considérations sont résumées dans le tableau IV.3, associées à des indications sur les parties du manuscrit qui développent leur analyse et leur mesure.

Origine	Conséquences sur...	Analyse	Mesure
Imprécision mécanique	Déphasages magnétiques	IV.2.3.4, IV.4.3.2	IV.4.5.2, IV.4.6.2
Effet Zeeman non linéaire	ϕ_B, \mathcal{V}_B	IV.4.1.1, IV.4.1.2, IV.4.3.1, IV.4.3.3	IV.4.5.2, IV.4.6.2
Interaction magnétique compensée	ϕ_B, \mathcal{V}_B	IV.2.3.4, IV.4.6.1, IV.4.6.3	IV.4.6.2
Effet Joule dans le solénoïde	Température	Annexe F	Annexe F, IV.2.3.3
	ϕ_E, \mathcal{V}_E	IV.5.4.3	IV.5.4.3
Effet Aharonov-Casher	\mathcal{V}_E	IV.5.4.1	IV.5.4.2
	\mathcal{V}_{EB}	IV.6.4.1	IV.6.4.3
Effet HMW	ϕ_{EB}	IV.1.3.2	IV.6.6.3

TABLE IV.3 – Effets mesurés lors de l'expérience de détection de l'effet HMW, qui sont dus aux caractéristiques de l'interaction imposée (défauts du montage exclus). On a indiqué les lieux du manuscrit où le lecteur trouvera l'analyse et les résultats de mesure concernés.

IV.3.3.2 Effets intrinsèques à l'interféromètre

Deux effets ont déjà été illustrés par les mesures de déphasage de polarisabilité (section IV.2.2.3) : la distribution de vitesse atomique, et l'effet Sagnac. Ces deux effets ont aussi des conséquences sur les mesures en interaction magnétique, qui seront analysées. De plus ces mesures en champ magnétique exhiberont deux autres effets inhérents au fonctionnement de l'interféromètre : le premier est dû à l'existence d'un champ magnétique résiduel (présent lorsque l'intensité est nulle dans les solénoïdes), le second provient spécifiquement de la diffraction par des ondes stationnaires. Ce dernier effet provoque un écart sur la population d'atomes qui interfèrent, qu'on appellera déséquilibre, par rapport à l'équirépartition sur les 8 sous-niveaux hyperfins. On souligne d'ores et déjà que cet écart est faible grâce à un soin particulier porté sur les conditions de mesure, ce qui permet d'éviter que l'effet AC ne perturbe la mesure de l'effet HMW (du moins pas fortement). Le tableau IV.4 indique où trouver l'analyse et la mesure des 4 effets précités.

Origine	Conséquences	Analyse	Mesure
Distribution de vitesse	ϕ_E, \mathcal{V}_E	IV.2.2.3	IV.2.2.3
	ϕ_B, \mathcal{V}_B	IV.4.1.4, IV.4.2.2, IV.4.3.3	IV.4.4.1, IV.4.6.2
Effet Sagnac	\mathcal{V}_E	IV.2.2.3	IV.2.2.3
	ϕ_B, \mathcal{V}_B	IV.4.4.3	IV.4.4.3
Champ magnétique résiduel	ϕ_B, \mathcal{V}_B	IV.4.4.2, IV.4.5.1, IV.4.6.1	IV.4.4.1, IV.4.5.2, IV.4.6.2
Déséquilibre de l'interféromètre	ϕ_B, \mathcal{V}_B	IV.4.1.5, IV.4.2.2, IV.4.3.3	IV.4.5.2, IV.4.6.4

TABLE IV.4 – Effets analysés et mesurés qui sont dus aux caractéristiques de l'interféromètre, défauts exclus.

IV.3.3.3 Effets dus aux défauts du montage

Un premier défaut de l'interféromètre que cette expérience a permis d'identifier est en lien avec son déséquilibre, introduit précédemment : la fréquence laser n'étant pas bien contrôlée ni parfaitement stable, ce déséquilibre peut faiblement varier ce qui aura des conséquences sur les mesures en interaction magnétique. Un deuxième défaut concerne son réglage, plus précisément l'alignement des trois réseaux de diffraction : lorsqu'il est imparfait, cela occasionne une dépendance de la phase de diffraction ϕ_m avec la position dans le faisceau atomique, plus précisément avec l'altitude y de la trajectoire atomique. De la même façon, les mesures ont mis en évidence des défauts de la cellule d'interaction qui occasionnent une dépendance des phases dynamiques ϕ_E et $\phi_B(F, m_F)$ avec l'altitude y de la trajectoire atomique. Les mesures avec une interaction unique permettent de caractériser ces défauts, plus particulièrement les mesures en champ électrique. Cependant, c'est le caractère simultané des dispersions spatiales de phase associé à l'interaction électrique et magnétique simultanées, qui a un effet sur les mesures de ϕ_{EB} et permet d'identifier la majeure partie des effets systématiques. Les dispersions simultanées ont aussi des conséquences sur les mesures de visibilité \mathcal{V}_{EB} , qui seront à ce titre analysées. On indique que l'analyse inclut un possible effet des potentiels de contact dans les condensateurs, dont l'existence est inévitable et incontrôlée ; cependant aucune mesure n'a permis de le mettre en évidence de façon indiscutable. Enfin, un effet systématique supplémentaire existe, qui n'a pas pu être expliqué par ces dispersions spatiales de phase. Bien que d'origine pas clairement comprise, cet effet systématique a pu être caractérisé lors de l'analyse, ce qui a permis de s'en affranchir pour la détection de l'effet HMW. Comme précédemment, le tableau IV.5 récapitule les effets dus aux défauts du montage, et indique où trouver leur analyse ainsi que les mesures qui les caractérisent.

Origine	Conséquences		Analyse	Mesure
Variations de fréquence laser	ϕ_B, \mathcal{V}_B		IV.4.1.5	IV.4.6.4
Réglages imparfaits	Dispersion $\delta\varphi_m$	\mathcal{V}_E	IV.5.2, IV.5.3, IV.5.4.1, IV.6.3	IV.5.4.2, IV.6.3.3
Défauts condensateurs	Dispersion $\delta\varphi_E$			
Géométrie solénoïde	Dispersion $\delta\varphi_B$		IV.6.1, IV.6.3.4	–
Dispersions $\delta\varphi_E + \delta\varphi_m + \delta\varphi_B$	\mathcal{V}_{EB}		IV.5.3, IV.6.2	IV.6.4.4
	ϕ_{EB}			IV.6.5.3
Effet non prévu	ϕ_{EB}		–	IV.6.5.1, IV.6.6.1

TABLE IV.5 – Effets des défauts de l'interféromètre et de la cellule d'interaction.

IV.4 Analyse de l'interaction magnétique

IV.4.1 Signaux en interaction magnétique

IV.4.1.1 Hamiltonien d'interaction

Expression

L'atome de lithium est paramagnétique d'état fondamental $^2S_{1/2}$ et son isotope 7 a un spin nucléaire $I = 3/2$. L'état fondamental contient deux niveaux hyperfins de moment cinétique total $F = 1$ et $F = 2$, dont la structure énergétique est décrite dans l'annexe C. En notant \mathbf{S} le moment cinétique de spin électronique et \mathbf{I} celui de spin magnétique, l'énergie d'un atome plongé dans le champ magnétique \mathbf{B} créé par la cellule ou le solénoïde de compensation est évaluée dans l'approximation dipolaire magnétique. Ceci donne le Hamiltonien d'interaction magnétique suivant :

$$\mathcal{H}_B = A\mathbf{I} \cdot \mathbf{S} + g_S\mu_B\mathbf{S} \cdot \mathbf{B} + g_I\mu_B\mathbf{I} \cdot \mathbf{B} \quad (\text{IV.54})$$

Les notations utilisent $\mu_B = e\hbar/2m_e$ où e est la charge élémentaire positive, et m_e la masse de l'électron. Le paramètre A est la moitié de l'écart énergétique hyperfin du niveau fondamental : $A/h \simeq 401.7520433(5)$ MHz [135]. Le terme diamagnétique de \mathcal{H}_B a été négligé car il déplace en bloc le niveau fondamental et donne un déphasage totalement négligeable pour nos mesures impliquant les gradients des champs.

Les valeurs des facteurs de Landé électronique g_S et nucléaire g_I sont connues très précisément. Pour de nombreuses applications, il est suffisant de négliger g_I devant $g_S \simeq 2$ et on commet alors une erreur relative de l'ordre de $g_I/g_S \sim 10^{-3}$. Cependant on va montrer que nous mesurons l'effet de déphasages magnétiques qui peuvent être supérieurs à 10 rad, avec une précision qui approche 1 mrad pour les phases et 0.1% pour les visibilitées. Ces précisions permettent en principe de mesurer l'influence du moment magnétique nucléaire, aussi on en tient compte pour l'expression des facteurs de Landé dont on donne des valeurs

références :

$$\begin{aligned} g_S &= 2.002301030994 (4) && \text{valeur théorique [136]} \\ g_I &= -0.0011822130 (6) && \text{valeur mesurée [135]} \end{aligned} \quad (\text{IV.55})$$

Énergie d'interaction

En exprimant \mathcal{H}_B dans la base propre pour le moment cinétique total $\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{S}$, on trouve l'énergie d'interaction magnétique d'un sous-niveau hyperfin décrit par ses nombres quantiques F et m_F :

$$\begin{aligned} U(F, m_F) &= -\frac{A}{4} + m_F g_I \mu_B B \pm A \sqrt{1 + m_F X + X^2}, \\ \text{avec : } X &= \frac{(g_S - g_I) \mu_B B}{2A} \end{aligned} \quad (\text{IV.56})$$

Le signe \pm est associé à $+$ pour $F = 2$, $-$ pour $F = 1$.

Domaines de champ

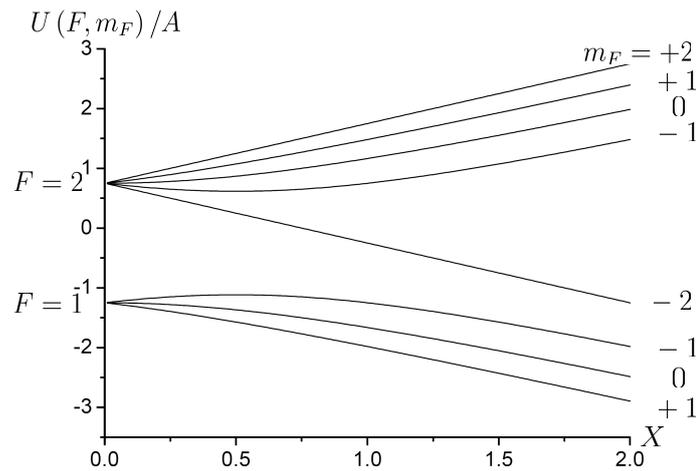


FIGURE IV.32 – Evolution des énergies $U(F, m_F)$ des sous-niveaux hyperfins du lithium 7 en fonction du paramètre X (voir l'équation (IV.58)). Les niveaux $m_F = \pm 2$ subissent des déplacements Zeeman linéaires opposés. Les déplacements Zeeman des autres niveaux de même nombre quantique m_F mais de nombre F différents sont aussi opposés. Ces remarques, qui sont valables à condition de négliger la contribution nucléaire au magnétisme, nous seront utiles.

La figure IV.32 représente les énergies des différents sous-niveaux hyperfins donnés par l'équation (IV.56) en fonction du paramètre X sans dimension et proportionnel au champ B . On distingue trois domaines pour leur évolution :

- Dans le domaine des champs faibles définis par $X \ll 1$, l'interaction magnétique constitue une perturbation du Hamiltonien de structure hyperfine et l'effet Zeeman

est linéaire. On écrit l'énergie Zeeman et les facteurs de Landé associés :

$$\begin{aligned}
 U(F, m_F) &= A \left[\pm 1 - \frac{1}{4} \right] + m_F g_F \mu_B B \\
 g_1 &= \frac{-g_S + 5g_I}{4} \simeq -0.502053 \simeq -\frac{1}{2} \\
 g_2 &= \frac{g_S + 3g_I}{4} \simeq 0.499689 \simeq \frac{1}{2}
 \end{aligned} \tag{IV.57}$$

- Lorsque $X \gg 1$ on est dans le domaine des champs forts, pour lequel la base découplée (m_I, m_S) est une bonne approximation et évalue l'interaction $U(F, m_F) \simeq Am_I m_S + 2m_S \mu_B B$;
- Lorsque $X \sim 1$, on est dans le domaine des champs intermédiaires pour lequel seule l'équation (IV.56) évalue correctement l'énergie d'interaction magnétique. Pour $X > 1$, elle intervertit l'attribution des énergies pour les niveaux $m_F = \pm 2$.

$X = 1$ correspond à $B \simeq 287 \times 10^{-4}$ T. Pour la mesure de l'effet HMW, nous avons imposé des courants compris entre 8 et 25 A dans le solénoïde d'interaction et on a donc $0.15 \leq X \leq 0.47$: ces valeurs nous placent dans le domaine des champs intermédiaires.

IV.4.1.2 Déphasage magnétique

Suivi adiabatique

On considère un atome dans un état interne hyperfin (F, m_F) se propageant dans l'interféromètre à la vitesse v . En l'absence de courant dans un solénoïde quelconque (cellule ou compensation), il existe toujours dans l'enceinte un champ magnétique résiduel \mathbf{B}_0 qui provient du champ magnétique terrestre modifié par les composants ferromagnétiques de l'environnement du laboratoire (en particulier le bâti de l'interféromètre construit en barres d'acier). Lorsqu'on impose l'interaction magnétique, le champ magnétique \mathbf{B} créé s'ajoute vectoriellement à \mathbf{B}_0 . En comparant la pulsation de Larmor minimale pour la précession du moment magnétique atomique avec la vitesse de rotation angulaire maximale pour le champ vu par l'atome en propagation, on vérifie que le suivi adiabatique est vérifié [68]. Les nombres quantiques F et m_F ne changent donc pas en considérant un axe de quantification parallèle au champ \mathbf{B} local. L'observation d'interférences atomiques en interaction magnétique est en soi une preuve expérimentale du suivi adiabatique, puisqu'en cas de transitions non adiabatiques les interférences seraient brouillées par la forte probabilité de perte de cohérence lors de la recombinaison au niveau de la troisième onde stationnaire.

Phase magnétique

On rappelle l'expression (IV.17) pour les déphasages magnétiques dans notre dispositif, où les deux chemins atomiques se propagent selon un axe très proche de \mathbf{e}_z et sont séparés par une distance $\delta x(z)$:

$$\varphi_B(F, m_F) \simeq \frac{1}{\hbar v} \int_{u-l} \frac{\partial U(F, m_F, B)}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial x} \delta x(z) dz \tag{IV.58}$$

La dispersion des déphasages magnétiques est en $1/v^2$ à cause de la proportionnalité à δx .

Développement en série de l'énergie d'interaction

Lorsque nous mesurons l'effet d'une d'interaction magnétique sur la propagation atomique, le paramètre expérimental est l'intensité qui parcourt le solénoïde et la norme B du champ magnétique est proportionnelle à cette intensité si on néglige l'effet des champs résiduels présents. L'expression (IV.56) pour l'énergie d'interaction indique qu'à l'exception des sous-niveaux ($F = 2, m_F = \pm 2$) dont l'effet Zeeman est linéaire, la dépendance à l'intensité de $\varphi_B(F, m_F)$ n'est pas triviale. On décide d'évaluer la grandeur $\partial U / \partial B$ de manière approchée en utilisant développement à l'ordre 2 inclus selon X . Ceci correspond à développer la racine de l'équation (IV.56) à l'ordre 3 :

$$\frac{1}{A} \frac{\partial U(F, m_F, X)}{\partial X} \simeq m_F g_F \pm \left(1 - \frac{m_F^2}{4}\right) X \pm \frac{3m_F}{4} \left(\frac{m_F^2}{4} - 1\right) X^2 \quad (\text{IV.59})$$

La figure IV.33 compare le membre de gauche de l'équation (IV.59) avec le développement

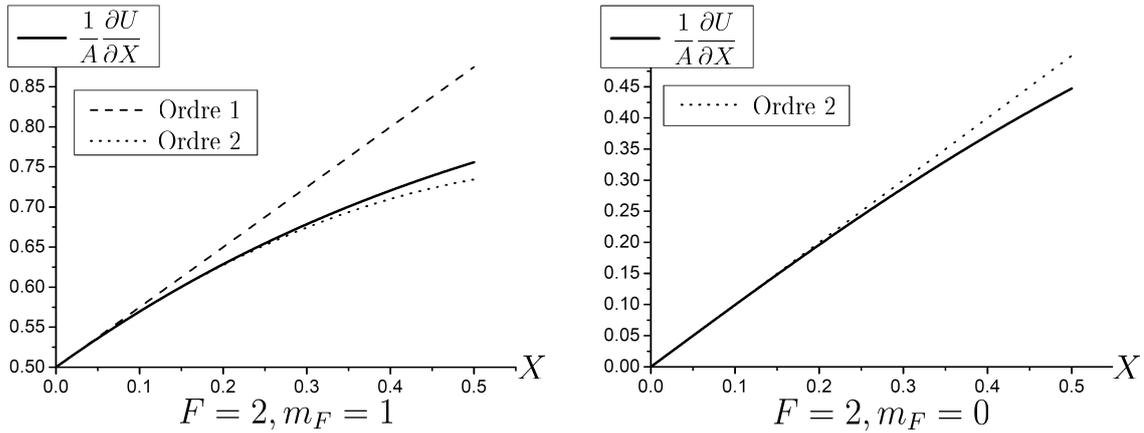


FIGURE IV.33 – Dérivées des énergies $U(X)$ et développement à l'ordre 2 en puissances de X pour les sous-niveaux hyperfins ($F = 2, m_F = 1$) et ($F = 2, m_F = 0$). Le terme d'ordre 2 est nul pour les niveaux $m_F = 0$ et les ordres 1 et 2 sont alors confondus.

à l'ordre 1 et à l'ordre 2, pour les sous-niveaux ($F = 2, m_F = 1$) et ($F = 2, m_F = 0$). On sait que le développement en série entière de $x \in \mathbb{R}^+$ de la fonction $\sqrt{1+x}$ ne converge que pour $x < 1$, et que la convergence n'est pas rapide. La figure montre que lorsque X atteint 0.5, la précision du développement à l'ordre 2 est proche de 3% pour les 4 sous-niveaux vérifiant $|m_F| = 1$ mais n'est que de 12% pour les 2 sous-niveaux de nombre quantique $m_F = 0$.

Expression approchée pour les phases magnétiques

On évalue maintenant l'expression (IV.58) en substituant le développement qui précède à $\partial E / \partial B = (\partial E / \partial X) (\partial X / \partial B)$. On est amené à introduire trois grandeurs homogènes à une

phase :

$$\begin{aligned}
J_1 &= \frac{\mu_B}{\hbar v} \int \frac{\partial B}{\partial x} \delta x(z) dz \\
J_2 &= \frac{(g_S - g_I)^2 \mu_B^2}{8A\hbar v} \int \frac{\partial (B^2)}{\partial x} \delta x(z) dz \\
J_3 &= \frac{3(g_S - g_I)^3 \mu_B^3}{128A^2\hbar v} \int \frac{\partial (B^3)}{\partial x} \delta x(z) dz
\end{aligned} \tag{IV.60}$$

Lorsqu'on impose un courant I dans un solénoïde, le terme J_n est proportionnel à $|I|^n$. Le développement proposé exprime les déphasages magnétiques comme des polynômes de $|I|$ d'ordre 3. Comme φ_B , les J_n sont proportionnels à $1/v^2$. Le tableau IV.6 fournit les valeurs des déphasages magnétiques en fonction de J_1 , J_2 et J_3 . Pour éviter toute confusion de signe vis-à-vis des facteurs de Landé, ceux-ci figurent en valeur absolue.

m_F	+2	+1	0	-1	-2
$F = 2$	$+2 g_2 J_1$	$+ g_2 J_1 + 3J_2/4 - J_3$	J_2	$- g_2 J_1 + 3J_2/4 + J_3$	$-2 g_2 J_1$
$F = 1$	-	$- g_1 J_1 - 3J_2/4 + J_3$	$-J_2$	$ g_1 J_1 - 3J_2/4 - J_3$	-

TABLE IV.6 – Déphasages magnétiques induits sur les sous-niveaux hyperfins de l'état fondamental du lithium 7, dans l'approximation qui consiste à développer les énergies au troisième ordre (donc leurs dérivées au deuxième ordre) en X suivant l'équation (IV.59). Les coefficients utilisés ont été définis par le groupe d'équations (IV.60).

IV.4.1.3 Visibilité complexe

L'interaction magnétique impose un déphasage atomique qui dépend du sous-niveau (F, m_F) . On va utiliser une approche mathématique tirée des diagrammes de Fresnel qui est pratique pour évaluer le signal atomique obtenu. On écrit d'abord le signal atomique spécifique à un sous-niveau (F, m_F) donné en notant $P(F, m_F)$ sa contribution au signal total ($\sum P(F, m_F) = 1$). Cet interférogramme est caractérisé par une visibilité relative $\mathcal{V}(F, m_F)$ et un déphasage $\phi(F, m_F)$:

$$I(F, m_F) = P(F, m_F) I_0 [1 + \mathcal{V}_{exp} \mathcal{V}(F, m_F) \cos(\phi_m + \phi(F, m_F))] \tag{IV.61}$$

On introduit la visibilité relative complexe de ce signal notée $\underline{\mathcal{V}}(F, m_F)$ comme suit :

$$\begin{aligned}
I(F, m_F) &= P(F, m_F) I_0 [1 + \mathcal{V}_{exp} \text{Re}(e^{i\phi_m} \underline{\mathcal{V}}(F, m_F))] , \\
\text{soit : } \underline{\mathcal{V}}(F, m_F) &= \mathcal{V}(F, m_F) e^{i\phi(F, m_F)}
\end{aligned} \tag{IV.62}$$

Le signal d'interférence détecté est la somme incohérente des intensités atomiques des 8 sous-niveaux hyperfins, et on mesure sa visibilité relative \mathcal{V} et son déphasage ϕ :

$$\begin{aligned}
I &= I_0 \left[1 + \mathcal{V}_{exp} \sum_{F, m_F} P(F, m_F) \mathcal{V}(F, m_F) \cos(\phi_m + \phi(F, m_F)) \right] \\
&= I_0 [1 + \mathcal{V}_{exp} \mathcal{V} \cos(\phi_m + \phi)]
\end{aligned} \tag{IV.63}$$

L'utilisation de la visibilité complexe $\underline{\mathcal{V}} = \mathcal{V} \exp(i\phi)$ permet d'écrire l'équation (IV.63) d'une manière plus concise :

$$\underline{\mathcal{V}} = \sum_{F, m_F} P(F, m_F) \underline{\mathcal{V}}(F, m_F) \quad (\text{IV.64})$$

La visibilité relative \mathcal{V} et la phase ϕ sont respectivement le module et l'argument de $\underline{\mathcal{V}}$. On donne ci-dessous l'ensemble des relations qui lient les grandeurs mesurées \mathcal{V} et ϕ à la visibilité relative complexe $\underline{\mathcal{V}}$, et aux différentes visibilités relatives $\mathcal{V}(F, m_F)$ et déphasages $\phi(F, m_F)$:

$$\begin{cases} \mathcal{V} &= |\underline{\mathcal{V}}| \\ \phi &= \arg(\underline{\mathcal{V}}) \end{cases} \quad (\text{IV.65})$$

$$\begin{cases} \text{Re}(\underline{\mathcal{V}}) &= \mathcal{V} \cos(\phi) = \sum P(F, m_F) \mathcal{V}(F, m_F) \cos(\phi(F, m_F)) \\ \text{Im}(\underline{\mathcal{V}}) &= \mathcal{V} \sin(\phi) = \sum P(F, m_F) \mathcal{V}(F, m_F) \sin(\phi(F, m_F)) \end{cases} \quad (\text{IV.66})$$

Visibilité complexe en interaction magnétique

On applique l'équation (IV.64) au cas particulier de l'interaction magnétique. En utilisant des notations qu'il semble inutile de définir, ceci s'écrit :

$$\underline{\mathcal{V}}_B = \sum_{F, m_F} P(F, m_F) \mathcal{V}_B(F, m_F) e^{i\phi_B(F, m_F)} \quad (\text{IV.67})$$

Les déphasages magnétiques φ_B sont fortement dispersifs puisqu'en $1/v^2$, et ceci a une influence sur les visibilités relatives $\mathcal{V}_B(F, m_F)$ et les déphasages $\phi_B(F, m_F)$. De plus, les ondes stationnaires lumineuses qui réalisent les séparatrices et les miroirs de l'interféromètre influencent les probabilités $P(F, m_F)$. Les sections qui suivent décrivent ces deux effets particuliers.

IV.4.1.4 Effets de la distribution de vitesse atomique

Pour décrire l'effet de la dispersion de la vitesse atomique autour de la vitesse moyenne v_m , on utilise une expression analytique approchée qui repose sur un développement à l'ordre 2 en $(v - v_m)/v_m$. Ce calcul analytique est détaillé dans l'annexe D de la thèse d'A. Miffre [68]. On réserve maintenant la notation φ_B au cas du déphasage magnétique atomique obtenu pour la vitesse moyenne (équation (IV.58) pour $v = v_m$). φ_B dépend implicitement du sous-niveau (F, m_F) considéré et la dispersion de vitesse modifie l'interférogramme associé comme suit :

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_B(F, m_F) &= \frac{S_{\parallel}}{(S_{\parallel}^4 + 9\varphi_B^2)^{1/4}} \exp \left[-\frac{\varphi_B^2 S_{\parallel}^2}{(S_{\parallel}^4 + 9\varphi_B^2)} \right] \\ \phi_B(F, m_F) &= \varphi_B - \frac{3\varphi_B^3}{(S_{\parallel}^4 + 9\varphi_B^2)} + \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{3\varphi_B}{S_{\parallel}^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.68})$$

On rappelle que S_{\parallel} désigne le rapport de vitesses parallèles qui caractérise la dispersion de vitesse atomique (équation (II.97)).

Précision des équations (IV.68)

La précision du développement en $(v - v_m)/v_m$ est d'autant meilleure que la dispersion est faible (S_{\parallel} important). La figure IV.34 évalue cette précision en comparant les résultats avec ceux d'un calcul numérique dans le cas d'une valeur typiquement obtenue $S_{\parallel} = 8$. On constate que la précision des équations (IV.68) est excellente lorsque les déphasages

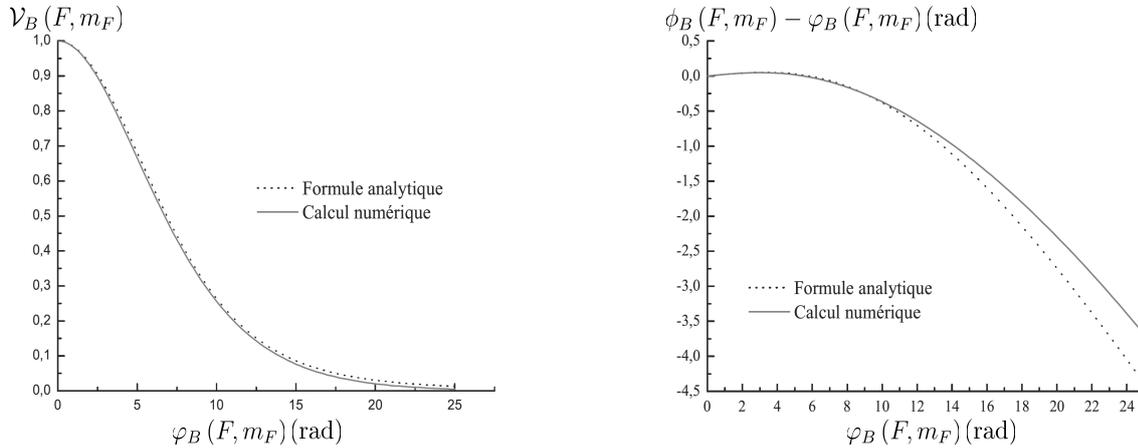


FIGURE IV.34 – Comparaison des visibilités relatives $\mathcal{V}_B(F, m_F)$ et des déphasages apparents $\phi_B(F, m_F)$ donnés par les expressions analytiques (IV.68) avec ces grandeurs calculées par une intégration numérique qui tient compte de la distribution de vitesse (II.97). La figure est directement tirée de [68] en adaptant la notation des graphiques.

φ_B ne dépassent pas 10 rad (précision meilleure que 1%), mais qu'elle se dégrade pour les déphasages magnétiques plus importants. Lorsque φ_B atteint 20 rad, la précision pour ϕ_B n'est plus que d'environ 10%.

IV.4.1.5 Déséquilibre de l'interféromètre**Coefficient de déséquilibre**

Il est raisonnable de considérer que le faisceau atomique injecté dans l'interféromètre a une distribution d'états internes atomique équirépartie, donc une probabilité de présence $1/8$ pour chaque sous-niveau (F, m_F) à l'entrée du premier réseau lumineux. Cependant la probabilité de diffraction par les réseaux lumineux dépend de l'état interne hyperfin et ceci a des conséquences sur les probabilités $P(F, m_F)$ des atomes qui interfèrent. La probabilité de diffraction est donnée par l'équation (II.43), dans laquelle la phase de Rabi $\gamma_{1,B}$ est proportionnelle au potentiel lumineux q . Le potentiel lumineux ne dépend en pratique que du nombre quantique F de l'état fondamental, car les écarts Zeeman entre les sous-niveaux de même nombre quantique $F = 1$ ou $F = 2$ sont négligeables devant le désaccord à la résonance (voir la partie II.1.4 et en particulier l'équation (II.54)). Ainsi on considère que les propriétés de la diffraction ne dépendent que de F et qu'en conséquence c'est aussi le cas des probabilités $P(F, m_F)$. Dorénavant on appellera déséquilibre de l'interféromètre

un écart à l'équirépartition de la population de sous-niveaux hyperfins. On le décrit par le coefficient de déséquilibre χ comme suit :

$$P(F, m_F) = \begin{cases} (1 + 5\chi)/8 & \text{si } F = 1 \\ (1 - 3\chi)/8 & \text{si } F = 2 \end{cases} \quad (\text{IV.69})$$

Le signal total reste normalisé avec $\sum P(F, m_F) = 1$. Un faisceau totalement équilibré vérifie $\chi = 0$, et les probabilités étant positives ou nulles, on a $-1/5 \leq \chi \leq 1/3$.

Modèle pour évaluer le déséquilibre

L'influence du nombre quantique F sur la diffraction atomique provient du fait que les désaccords à la résonance sont différents pour ces deux niveaux hyperfins. On rappelle que la notation $\delta_L = \delta_L(F = 1)$ désigne le désaccord à la résonance pour le niveau $F = 1$, et que $\delta_L(F = 2) = \delta_L + \omega_{HFS}$ où $\omega_{HFS}/(2\pi) \simeq 803.5$ MHz est l'écart hyperfin du niveau fondamental. Pour plus de détails sur l'interaction entre l'onde stationnaire lumineuse et l'atome de lithium, on pourra se reporter à la section II.1.4.1. Dans notre interféromètre nous ne pouvons pas imposer χ (par exemple par pompage optique), ni le mesurer directement. C'est un paramètre ajusté à partir des mesures. Afin d'avoir une estimation de la valeur de χ dans nos conditions expérimentales, on utilise un modèle simplificateur mais qui décrit correctement les phénomènes observés. Ses caractéristiques sont les suivantes :

- On néglige l'influence de la dispersion de vitesse atomique sur les amplitudes de diffraction par les ondes stationnaires. Pour une onde stationnaire indiquée par i ($i = 1$ à 3), les amplitudes de diffraction ne dépendent plus que de δ_L . L'amplitude de diffraction dans l'ordre 1 s'écrit :

$$|\alpha_i(1)| = \sin(\beta_i/\delta_L(F)) \quad (\text{IV.70})$$

Le coefficient β_i homogène à une pulsation est proportionnel à la puissance laser de l'onde stationnaire et au temps d'interaction (voir les sections II.1.3.2 et II.1.3.3) ;

- On suppose que le réglage des trois réseaux lumineux est parfait. Ceci concerne leur alignement relatif et la distribution de la puissance lumineuse totale entre ces trois réseaux. Dans cette approche simple, la conséquence est que leurs paramètres β_i vérifient :

$$\beta_2 = 2\beta_1 = 2\beta_3 = \beta \quad (\text{IV.71})$$

On a introduit le coefficient sans indice β qui correspond au paramètre du deuxième réseau lumineux. Pour plus de détails sur les conséquences physiques du réglage des réseaux lumineux, on pourra se reporter à la section II.2.2.4.

Expression de χ

On appelle $I_{diff,F}$ la probabilité de diffraction dans l'ordre 1 par le réseau G2 qui dépend de F , et $I_{diff,tot}$ le flux relatif diffracté dans l'ordre 1 par ce même réseau par rapport au flux incident. D'après les équations (IV.70) et (IV.71), la dépendance de ces intensités

atomique à δ_L s'écrit :

$$\begin{aligned} I_{diff,1}(\delta_L) &= \sin^2\left(\frac{\beta}{\delta_L}\right) \\ I_{diff,2}(\delta_L) &= \sin^2\left(\frac{\beta}{\delta_L + \omega_{HFS}}\right) \\ I_{diff,tot} &= \frac{3}{8}I_{diff,1} + \frac{5}{8}I_{diff,2} \end{aligned} \quad (IV.72)$$

On s'intéresse à l'interférogramme d'un sous-niveau hyperfin (F, m_F) qu'on observe sur la sortie S. Pour le décrire, on applique les résultats du calcul à deux ondes planes (partie II.2.2). On évalue l'intensité relative moyenne $I_0(F, m_F)$ et la visibilité $\mathcal{V}(F, m_F)$ en utilisant les équations (II.77) qui sont simplifiées par les deux hypothèses :

$$\begin{aligned} I_0(F, m_F) &= \frac{1}{2} \sin^4\left(\frac{\beta}{\delta_L(F)}\right) = \frac{1}{2} I_{diff,F}^2(\delta_L) \\ \mathcal{V}(F, m_F) &= 1 \end{aligned} \quad (IV.73)$$

Le coefficient de déséquilibre est évalué en suivant sa définition (équations (IV.69)) à l'aide du rapport des intensités moyennes^b pour deux sous-niveaux $(1, m_F)$ et $(2, m_F')$:

$$\frac{1 + 5\chi}{1 - 3\chi} = \frac{I_{diff,1}^2(\delta_L)}{I_{diff,2}^2(\delta_L)} = \frac{\sin^4(\beta/\delta_L)}{\sin^4(\beta/(\delta_L + \omega_{HFS}))} \quad (IV.74)$$

On obtient l'expression de χ en fonction de δ_L avec une dépendance en β implicite :

$$\chi(\delta_L) = \frac{I_{diff,1}^2(\delta_L) - I_{diff,2}^2(\delta_L)}{3I_{diff,1}^2(\delta_L) + 5I_{diff,2}^2(\delta_L)} \quad (IV.75)$$

Réglage du désaccord

Le réglage de l'interféromètre qui est décrit dans la partie II.3.5 implique :

- En premier lieu celui de ses réseaux lumineux, ce qui fixe leurs paramètres β_i selon l'équation (IV.71) une fois pour toutes ;
- Ensuite, le réglage du désaccord δ_L qui est ajusté en maximisant l'intensité diffractée dans l'ordre 1 par le réseau 2 (miroir à atomes).

Le réglage optimal du désaccord δ_L consiste donc à maximiser l'intensité atomique $I_{diff,tot}$ et le fixe à une valeur qu'on note $\delta_{L,max}$ qui vérifie :

$$\left(\frac{\partial I_{diff,tot}}{\partial \delta_L}\right)_{\delta_L=\delta_{L,max}} = 0 \quad (IV.76)$$

Ceci fournit une équation en δ_L qui n'a pas de solution unique et qu'il est possible mais inutile de résoudre de façon analytique. Il est plus rapide de la résoudre par une méthode

^b. Une comparaison attentive des équations (IV.67) et (IV.68) montre que ce sont en fait les produits $I_0\mathcal{V}_0$ dont il faut évaluer le rapport. En effet, le système (IV.68) suppose qu'en l'absence d'interaction, les franges de tous les sous-niveaux hyperfins ont la visibilité \mathcal{V}_{exp} ce qui n'est pas vérifié dans le cas général. C'est une simplification supplémentaire apportée par l'hypothèse du réglage parfait des réseaux lumineux, pour lequel toutes les visibilités théoriques sont identiques et égales à 1.

numérique dans nos conditions expérimentales spécifiques. Les désaccords à la résonance ajustés $\delta_{L,max}$, relevés visuellement sur le lambdamètre, sont généralement compris entre 1.5 et 2.5 GHz, et les valeurs attendues pour les phases de Rabi ajustées $\beta/\delta_L(F)$ sont forcément proches de $\pi/2$. La partie gauche de la figure IV.35 représente l'évolution du

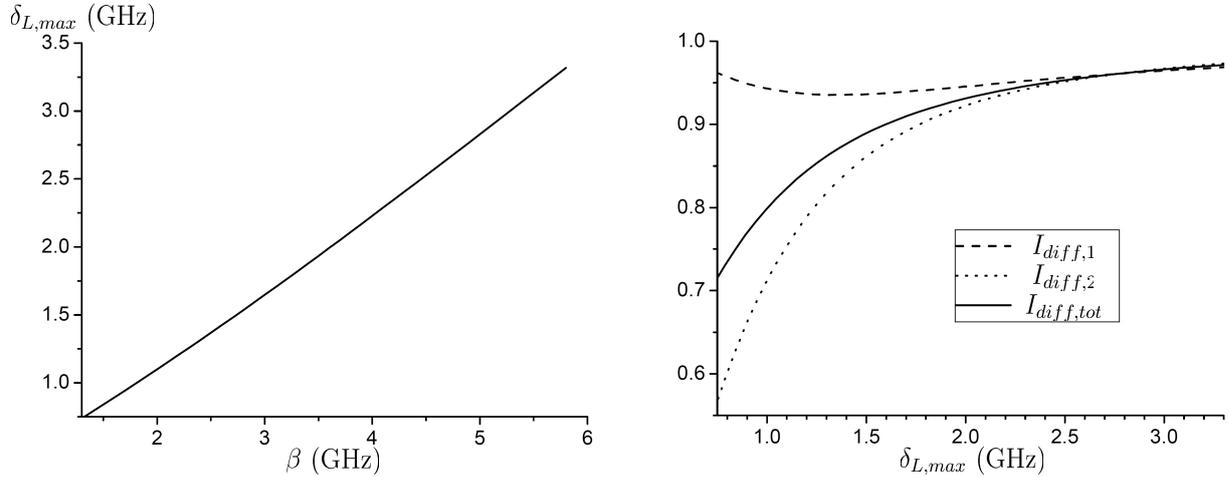


FIGURE IV.35 – Conséquences du réglage du désaccord sur la diffraction par le deuxième réseau lumineux G2.

Partie gauche : évolution du désaccord $\delta_{L,max}$ selon l'équation (IV.76) en fonction du paramètre β pour des valeurs typiquement réalisées expérimentalement ;
Partie droite : intensités $I_{diff,F}(\delta_{L,max})$ et $I_{diff,tot}(\delta_{L,max})$ (dépendance à $\delta_{L,max}$ sous-tendue) diffractés par le réseau G2 après le réglage optimal du désaccord.

désaccord à la résonance ajusté $\delta_{L,max}$ en fonction du paramètre β . On a utilisé des unités pratiques en GHz. On peut observer une évolution de $\delta_{L,max}$ qui est quasi-affine. Cette propriété est attendue pour des désaccords suffisamment grands si on néglige l'existence d'états internes différents pour l'atome diffracté (existence d'un seul potentiel lumineux proportionnel à la puissance laser et à l'inverse de δ_L). Cependant, l'évolution de $\delta_{L,max}$ ne dit rien des intensités $I_{diff,F}(\delta_{L,max})$ et $I_{diff,tot}(\delta_{L,max})$ qui sont alors diffractées. Ces intensités sont représentées dans la partie droite de la figure IV.35. Elles ont une dépendance relativement forte à $\delta_{L,max}$ pour les désaccords les plus faibles (obtenus lorsque β est faible), et les deux niveaux hyperfins ont alors des probabilités de diffraction nettement différentes. La cause est que pour maximiser $I_{diff,tot}$, les phases de Rabi de la diffraction des niveaux $F = 1$ et $F = 2$ sont différentes et respectivement supérieure et inférieure à $\pi/2$. Cet effet participe à un déséquilibre des faisceaux atomiques qui interfèrent. Pour les forts désaccords et comme attendu, ces probabilités de diffraction sont très similaires car l'écart hyperfin ω_{HFS} est petit devant δ_L et les potentiels lumineux vus par les deux niveaux sont quasiment identiques. On remarque que $I_{diff,tot}$ correspond à la transmission de l'interféromètre (voir la section II.4.2.3) et que pour les faibles désaccords $\delta_{L,max}$, $I_{diff,tot}(\delta_{L,max})$ est diminuée. Outre la limitation de l'émission spontanée, un avantage supplémentaire de disposer d'une forte puissance lumineuse (β fort donc $\delta_{L,max}$ important) est d'augmenter

la transmission tout en limitant le déséquilibre qui n'est pas un effet contrôlé. Le désaccord $\delta_{L,max}/2\pi = 2$ GHz est couramment obtenu lors des expériences et correspond à $\beta \simeq 3.65$ GHz. La diffraction par le deuxième réseau lumineux impose alors des phases de Rabi $\beta/\delta_{L,max} \simeq 1.82$ rad pour le niveau $F = 1$, et $\beta/(\delta_{L,max} + \omega_{HFS}) \simeq 1.30$ rad pour le niveau $F = 2$. On a alors $I_{diff,1}(\delta_{L,max}) \simeq 0.95$, $I_{diff,2}(\delta_{L,max}) \simeq 0.92$ et $I_{diff,tot}(\delta_{L,max}) \simeq 0.93$. En se basant sur les équations (II.60) pour une vitesse atomique $v = 1065$ m/s, avec un waist de 10 mm de large, de tels paramètres sont obtenus pour une puissance lumineuse de 58 mW pour le réseau 2, soit une puissance totale utile de 116 mW pour les trois réseaux bien réglés.

Déséquilibre de l'interféromètre parfaitement réglé

En évaluant l'équation (IV.75) pour $\delta_L = \delta_{L,max}$, on obtient le déséquilibre lorsque l'interféromètre est parfaitement réglé (réseaux lumineux et désaccord). La figure IV.36 représente l'évolution de $\chi(\delta_{L,max})$ pour une gamme de désaccords $\delta_{L,max}$ qui inclut les valeurs couramment observées. Comme on pouvait s'y attendre, l'interféromètre parfaitement réglé

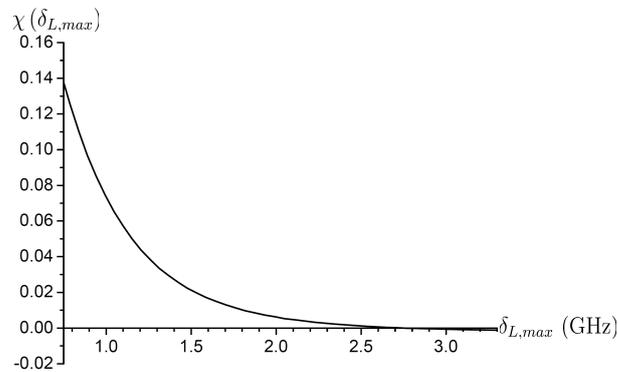


FIGURE IV.36 – Coefficient de déséquilibre $\chi(\delta_{L,max})$ de l'interféromètre évalué selon l'équation (IV.75) après le réglage optimal du désaccord $\delta_L = \delta_{L,max}$.

exhibe un déséquilibre qui sera d'autant plus fort que $\delta_{L,max}$ est faible, donc que les paramètres des réseaux lumineux définissent un coefficient β qui est petit. Pour les désaccords $\delta_{L,max}$ relativement faibles, χ est positif car le réglage du désaccord favorise la diffraction des sous-niveaux hyperfins pour lesquels $F = 1$. Pour des désaccords inférieurs à 1.3 GHz on observe des oscillations du déséquilibre, mais nous n'utilisons jamais de désaccords aussi faibles. Lorsque $\delta_{L,max}/2\pi$ dépasse 2.5 GHz, χ a des valeurs négligeables au sens où l'écart relatif de $P(F, m_f)$ à $1/8$ ne dépasse jamais 1% : l'interféromètre est alors quasi-parfaitement équilibré. Dans la situation typique où $\delta_{L,max}/2\pi = 2$ GHz, on a $\chi \simeq 0.006$ ce qui signifie que par rapport au faisceau équilibré, la population des niveaux $F = 1$ est augmentée d'environ 3%, et celle des niveaux $F = 2$ est diminuée d'un peu moins de 2%.

Influence d'une variation de la fréquence laser

Lorsqu'on opère l'interféromètre atomique, le réglage des réseaux lumineux est réalisé une

fois pour toutes pour une série de mesures pendant laquelle on considère que l'équation (IV.71) reste vérifiée. Ce n'est pas le cas du réglage du désaccord $\delta_L = \delta_{L,max}$, car nous observons des variations de la fréquence laser au cours des séances de mesures. Ces variations seront illustrées dans la section IV.4.6.4. On cherche à évaluer leur influence sur le déséquilibre. Pour cela, on considère le cas typique pour lequel $\beta/2\pi \simeq 3.65$ GHz qui donne $\delta_{L,max}/2\pi \simeq 2$ GHz. La figure IV.37 représente l'évolution du coefficient de déséquilibre pour cette valeur particulière de β , en fonction du désaccord δ_L lorsqu'il varie par rapport au réglage optimal. Le déséquilibre est sensible au désaccord. Pour des désaccords

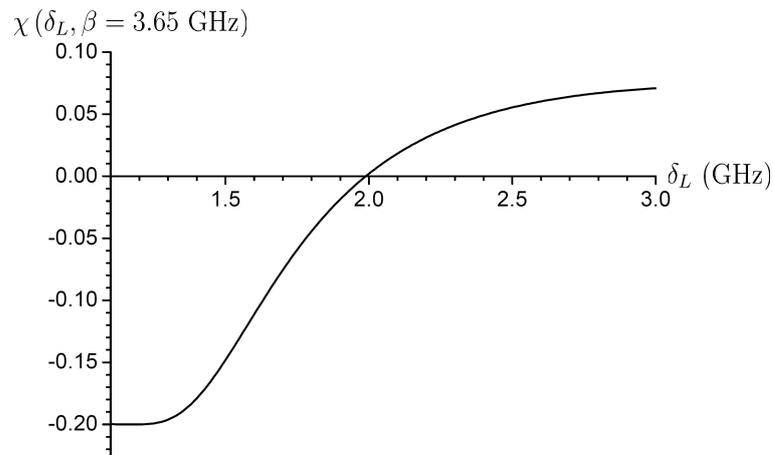


FIGURE IV.37 – Evolution du coefficient de déséquilibre χ en fonction du désaccord δ_L , lorsque les réglages préliminaires de l'interféromètre imposent la valeur $\beta/2\pi = 3.65$ GHz (soit $\delta_{L,max}/2\pi \simeq 2$ GHz). On se référera si nécessaire à l'équation (IV.75).

inférieurs à 1.3 GHz, il est quasi-total $\chi \simeq -0.2$ et les faisceaux atomiques qui interfèrent sont composés quasi-exclusivement d'atomes de nombre quantique $F = 2$. Dans cette configuration, les phases de Rabi pour les niveaux $F = 1$ sont proches de π ce qui rend leur probabilité de diffraction négligeable. Si δ_L diminue en dessous de 1 GHz (non représenté), on observe des oscillations de χ qui s'accroissent de la même façon que les phases de Rabi. Pour les valeurs supérieures de δ_L (aussi hors des conditions expérimentales), χ passe par un maximum local positif qui dépend de β puis tend de façon asymptotique et très lente vers 0. Lorsqu'au cours des mesures on contrôle et ajuste régulièrement le désaccord, il est généralement situé entre les bornes approximatives $\delta_{L,max}/2\pi \pm 200$ MHz. D'après la figure, on attend alors $-0.05 \leq \chi \leq 0.03$. De telles valeurs ne sont plus tout à fait négligeables puisque pour $\chi = -0.05$, la population d'un sous-niveau ($F = 1, m_F$) est diminuée de 25% par rapport à celle faisceau équilibré. Lorsque l'attention vis-à-vis de la fréquence laser est relâchée, le déséquilibre peut augmenter fortement.

IV.4.2 Effets du solénoïde de compensation

Cette partie décrit les effets attendus de l'interaction magnétique imposée par le solénoïde de compensation du gradient de champ sur les signaux d'interférences. Ce solénoïde a été introduit dans la partie IV.2.3.4 et on l'appellera compensateur.

IV.4.2.1 Champ magnétique du compensateur

Notre équipe a réalisé des mesures d'interaction magnétique avec un solénoïde qui est très similaire au compensateur. On peut en trouver une description des résultats dans le chapitre 5 de la thèse d'Alain Miffre [68]. On va utiliser ces résultats pour évaluer l'effet attendu du solénoïde compensateur. La figure IV.38 représente le champ magnétique calculé

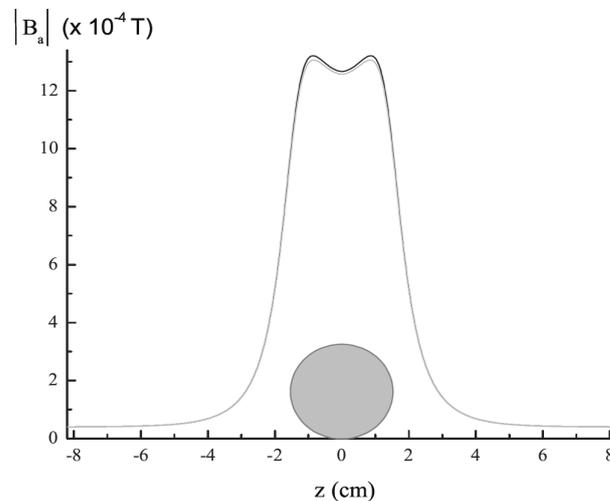


FIGURE IV.38 – Module du champ magnétique calculé par Alain Miffre *et al*, créé un solénoïde similaire au compensateur que nous utilisons qui est parcouru par un courant de 9.0 A. Le champ est calculé à une distance de 7.5 mm selon \mathbf{e}_x du plan ($\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$) qui contient 4.5 spires circulaires, et selon son axe. Ce calcul inclut un champ magnétique résiduel d'environ 0.4×10^{-4} T dont la norme et la direction ont été mesurées à l'aide d'une sonde à effet Hall. Figure tirée de [68].

créé par le solénoïde qu'ont utilisé Alain Miffre *et al*. Ce calcul tient compte d'un champ magnétique résiduel dont on néglige ici les effets. On s'intéresse au champ maximal vu par l'atome. Pour le solénoïde d'Alain Miffre *et al* ce champ maximal est proche de 13×10^{-4} Tesla pour une intensité de 9 A. En utilisant des facteurs correctifs qui tiennent compte des différences entre les deux montages (nombre de spires, dimensions géométriques et intensité maximale), on évalue de façon très approximative le champ maximal du compensateur vu par les atomes à 10^{-3} T lorsque $I_{Comp} = 5$ A.

IV.4.2.2 Effet Zeeman linéaire du compensateur

On note \mathbf{B}_{Comp} le champ magnétique créé par le compensateur. Lorsque la norme du champ magnétique est 10^{-3} T soit $X \simeq 0.035$, l'effet Zeeman linéaire est une très bonne approximation pour l'énergie d'interaction magnétique U (erreur inférieure à 1%). Les déphasages magnétiques sont bien décrits par le développement à l'ordre le plus bas de $\partial U / \partial B$. Ils sont obtenus en se référant au tableau IV.6 en ne considérant que les termes proportionnels à J_1 . On considère que \mathbf{B}_{Comp} provoque un déplacement Zeeman linéaire et les résultats de mesure montreront que cette hypothèse est bien vérifiée.

Effet Zeeman linéaire avec une source monochromatique

On calcule d'abord la visibilité complexe lorsque l'effet Zeeman est linéaire en négligeant l'influence de la distribution de vitesses atomiques, soit $\mathcal{V}_B = 1$ et $\phi_B = \varphi_B$ en ce qui concerne les équations (IV.68) ($S_{\parallel} \rightarrow \infty$). La visibilité complexe est :

$$\begin{aligned} \underline{\mathcal{V}}_B &= \sum_{(F, m_F)} P(F, m_F) e^{im_F g_F J_1} \\ &= \frac{1}{4} [1 + (1 + 5\chi) \cos(g_1 J_1) + (1 - 3\chi) \cos(g_2 J_1) + (1 - 3\chi) \cos(2g_2 J_1)] \quad (\text{IV.77}) \\ &\simeq \frac{1}{4} \left[1 + 2(1 + \chi) \cos\left(\frac{J_1}{2}\right) + (1 - 3\chi) \cos J_1 \right] \end{aligned}$$

L'égalité approchée est donnée en négligeant la contribution du spin nucléaire, donc en considérant que $-g_1 = g_2 = 1/2$. L'évolution de la visibilité relative $\mathcal{V}_B = |\underline{\mathcal{V}}_B|$ et du déphasage magnétique $\phi_B = \arg(\underline{\mathcal{V}}_B)$ donnés par l'équation (IV.77) sont représentées en pointillés dans la partie gauche de la figure IV.39. La visibilité relative complexe est réelle ce qui signifie que la phase mesurée est soit 0 ($\underline{\mathcal{V}}_B > 0$) ou π ($\underline{\mathcal{V}}_B < 0$), et varie de façon discontinue en des points où la visibilité relative est nulle. Cette évolution particulière est la conséquence du fait que chaque sous-niveau (F, m_F) subit un déphasage magnétique exactement opposé au niveau $(F, -m_F)$. On observe une alternance périodique de récurrences de la visibilité relative à sa valeur maximale 1 correspondant à des incréments de J_1 multiples de 4π (les interférogrammes de tous les sous-niveaux Zeeman sont alors en phase), séparées par des annulations de cette visibilité lorsque J_1 atteint des multiples entiers mais non divisibles par 4 de π .

Influence de la dispersion de la vitesse atomique

Les déphasages magnétiques φ_B en $1/v^2$ sont plus dispersifs que les déphasages par polarisabilité électrique en $1/v$. Dès qu'on impose des phases magnétiques de quelques radians, les visibilités relatives $\mathcal{V}_B(F, m_F)$ des différents interférogrammes s'écartent sensiblement de la valeur 1 et la précision de l'équation (IV.77) se dégrade. Pour évaluer la modification des interférogrammes, on utilise les équations (IV.68). On remarque que $\mathcal{V}_B(F, m_F)$ est paire vis-à-vis de $\varphi_B(F, m_F)$ et que $\phi_B(F, m_F)$ est impaire, c'est une conséquence de la symétrie de la distribution vitesses atomiques autour de v_m (dans l'approximation Gaussienne). Aussi, même en présence d'une dispersion de la vitesse atomique, les déphasages

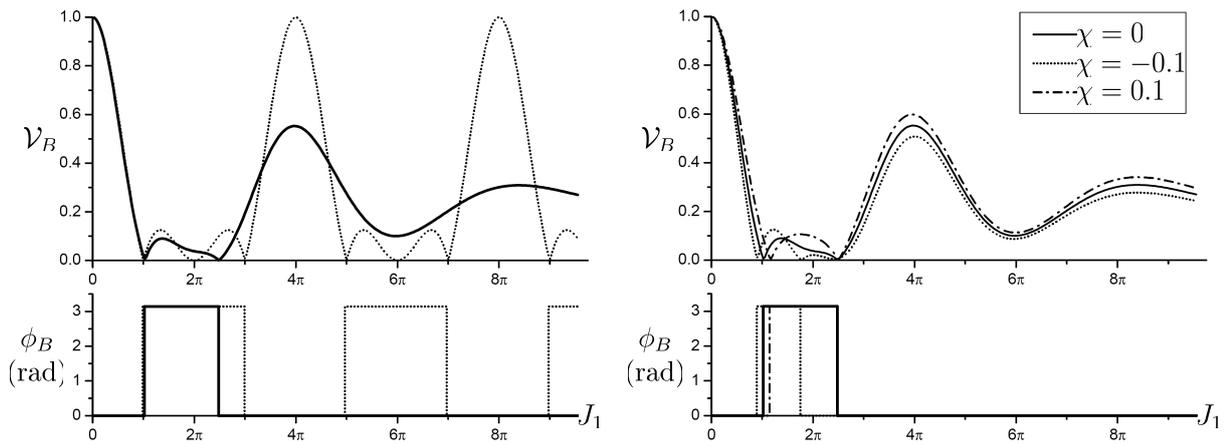


FIGURE IV.39 – Visibilité relative \mathcal{V}_B et déphasage magnétique ϕ_B en fonction de J_1 lorsque l'effet Zeeman subi par l'atome est linéaire.

Partie gauche : cas du déséquilibre nul, $\chi = 0$. En pointillés, cas de la source atomique monochromatique (équation (IV.77)). En trait plein épais, cas d'une dispersion de la vitesse atomique de rapport de vitesses parallèles $S_{\parallel} = 8$;

Partie droite : influence du déséquilibre en présence d'une dispersion de vitesse avec $S_{\parallel} = 8$.

magnétiques mesurés en effet Zeeman linéaire seul restent nuls^c. La partie gauche de la figure IV.39 illustre les modifications de \mathcal{V}_B et ϕ_B qu'apportent la dispersion de la vitesse atomique lorsque $S_{\parallel} = 8$. Pour les plus forts déphasages magnétiques représentés avec lesquels la précision des équations (IV.68) est dégradée, cette illustration n'est que qualitative. L'influence de la dispersion de la vitesse atomique est visible dès que J_1 dépasse π . Les récurrences de \mathcal{V}_B sont fortement amorties, et la visibilité relative tend vers 1/4 pour les déphasages magnétiques importantes, lorsque seuls les interférogrammes des sous-niveaux de nombre quantique magnétique $m_F = 0$ (qui ne subissent pas d'effet Zeeman linéaire) ont une visibilité non-nulle. Pour $S_{\parallel} = 8$, la visibilité complexe ne prend plus de valeur négative pour $J_1 \geq 2.5\pi$.

Influence du déséquilibre

On s'intéresse maintenant à l'influence du déséquilibre. Cette influence provient de différences entre les interférogrammes donnés par l'ensemble des sous-niveaux de nombre quantique F déterminé, à cause de l'existence des niveaux $m_F = \pm 2$. La partie droite de la figure représente l'évolution de \mathcal{V}_B et ϕ_B pour trois valeurs différentes de χ lorsqu'on tient compte de la dispersion de la vitesse atomique. Les valeurs proposées $\chi = \pm 0.1$ correspondent à des déséquilibres relativement forts pour notre interféromètre (voir la section IV.4.1.5). Le déséquilibre a le plus d'influence dans la zone $\pi \leq J_1 \leq 2.5\pi$. On peut le comprendre

^c. Pour simplifier le lexique utilisé, on considère qu'un déphasage $\phi_B = \pi$ est équivalent à un déphasage nul associé à une visibilité complexe négative.

car dans cette zone où la visibilité complexe est faible, les signaux mesurés proviennent d'une somme d'interférogrammes « en compétition »^d et sont donc très sensibles à toute variation de population. Cette caractéristique modifie l'allure des récurrences secondaires de la visibilité (maximums locaux) et des sauts de phase associés. Partout ailleurs où la visibilité relative n'est pas faible, la modification de \mathcal{V}_B qu'apporte un déséquilibre non-nul dépasse rarement 10%.

IV.4.3 Effets du solénoïde d'interaction

On s'intéresse maintenant à l'interaction magnétique lorsqu'on utilise la cellule d'interaction. Celle-ci impose un champ magnétique \mathbf{B} intermédiaire ($0.15 \leq X \leq 0.47$ pour $8 \leq I \leq 25$ A) et l'effet Zeeman linéaire seul est insuffisant pour la décrire. L'analyse proprement dite des mesures utilisera le développement présenté jusqu'au terme J_3 . Avant cela, on va développer un modèle simplifié qui permettra d'évaluer divers ordres de grandeur utiles.

IV.4.3.1 Calcul analytique approché des déphasages magnétiques

Afin de proposer une expression analytique des déphasages magnétiques imposés par la cellule d'interaction, on utilise une approximation qui consiste à supposer un profil rectangulaire de champ. Pour ce modèle simplifié on négligera l'influence du moment magnétique nucléaire. En se référant au calcul du champ magnétique (section IV.2.3.5), la figure IV.40 illustre l'approximation réalisée. Dans une zone restreinte grossièrement à $|z| \leq 4$ cm (l'origine O est le centre de symétrie du support en laiton), le profil du champ est supposé constant pour la valeur $B/I \simeq 5.6 \times 10^{-4}$ T/A (valeur moyenne calculée dans la section IV.2.3.5), et nul partout ailleurs. On caractérise la valeur du plateau par la force du champ $X \simeq 1.95 \times 10^{-2}I$ où I est exprimé en ampères. Cette approximation donne des résultats étonnamment précis car elle reproduit deux caractéristiques essentielles du champ magnétique créé par la cellule d'interaction :

- L'interaction magnétique est dominée par la zone intérieure du support en laiton, où le champ magnétique est relativement fort par rapport au champ à l'extérieur ;
- Le champ magnétique varie peu dans cette zone intérieure et les transitions avec l'extérieur sont rapides.

Bien entendu, on considère que ce profil est vérifié pour la trajectoire d'un faisceau atomique donné, et que la valeur du plateau est très légèrement modifiée par les gradients de champ entre les deux faisceaux atomiques.

Déphasages magnétiques approchés

Avec l'approximation du profil rectangulaire, l'expression du déphasage magnétique atomique (équation (IV.58)) est simplifiée car l'intégration sur la trajectoire est restreinte au

d. Cette vision est clarifiée en représentant l'équation (IV.67) dans le plan de Fresnel. Chaque interférogramme donné par un sous-niveau (F, m_F) est un vecteur qui tourne selon les variations de son déphasage magnétique associé. Lorsque la visibilité est faible, les directions des vecteurs sont répartis d'une façon relativement homogène dans le plan complexe et la norme de leur somme (visibilité relative) est petite devant leurs normes individuelles

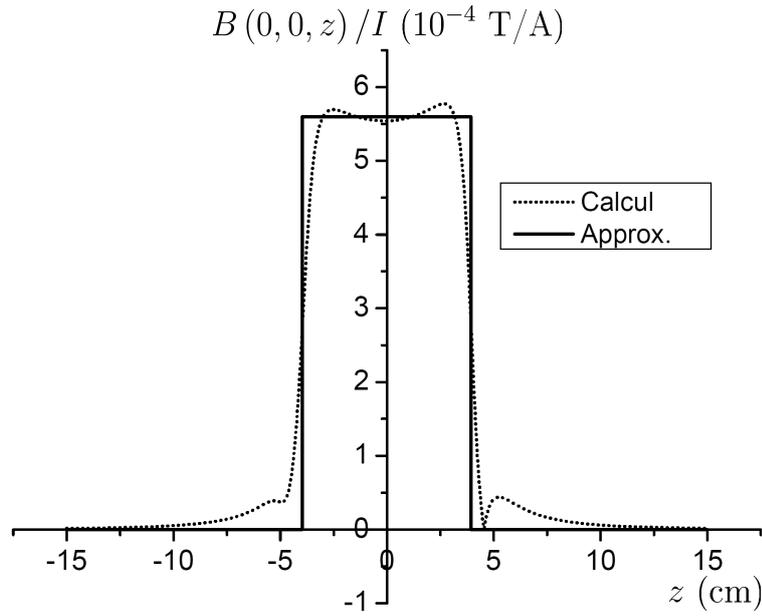


FIGURE IV.40 – Profil de champ créé par la cellule vu par l’atome en propagation et approximation du profil rectangulaire. Les notations et le repère utilisés sont précisés dans la section IV.2.3.5. Le profil de champ calculé (pointillés) est approché par une profil rectangulaire (trait plein), pour lequel $B/I \simeq 5.6 \times 10^{-4}$ T/A lorsque $|z| \leq 4$ cm, $B = 0$ sinon.

plateau de champ où $\partial U/\partial B$ est constant :

$$\varphi_B(F, m_F) \simeq \pm \frac{m_F + 2X}{2\sqrt{1 + m_F X + X^2}} J_1 \quad (\text{IV.78})$$

Le terme \pm signifie $+$ pour $F = 2$, $-$ pour $F = 1$, et le terme J_1 est le terme d’effet Zeeman linéaire imposé par le champ de la cellule qui est donné par la première équation du système (IV.60).

Lien entre les termes du développement

En développant la fraction de l’équation (IV.78) à l’ordre 2 en X , on obtient immédiatement le lien qui existe entre J_2 et J_1 et entre J_3 et J_1 avec l’approximation du profil rectangulaire :

$$\begin{aligned} J_2 &= X J_1 \\ J_3 &= \frac{9}{16} X^2 J_1 \end{aligned} \quad (\text{IV.79})$$

Dans ce cadre il suffit d’évaluer le terme J_1 d’effet Zeeman linéaire pour connaître les déphasages magnétiques imposés par la cellule.

IV.4.3.2 Calcul simplifié du terme d'effet Zeeman linéaire

Pour évaluer le terme J_1 d'effet Zeeman linéaire, on fait l'hypothèse simplificatrice que le plan du septum est parallèle au plan de symétrie vertical du support en laiton, mais qu'il est décalé d'une distance notée x supposée constante. Cette distance non-nulle est une conséquence de l'imprécision mécanique du montage de la cellule. $|x|$ vaut au maximum 0.5 mm ; pour plus de précision sur ces dimensions et le repère utilisé, on se reportera aux sections IV.2.3.4 et IV.2.3.5. On considère que les deux faisceaux atomiques se propagent symétriquement de part et d'autre du septum, à l'altitude $y = 0$ et à la vitesse atomique moyenne $v_m = 1065$ m/s. On désigne par l'indice *int* la zone d'interaction magnétique modèle précédemment définie par $|z| \leq 4$ cm. Dans cette zone, on considère des trajectoires atomiques parallèles et séparées par la distance $\langle \delta x \rangle = 90 \mu\text{m}$ (distance moyenne évaluée avec la géométrie de l'interféromètre). On va utiliser le programme de calcul du champ magnétique pour évaluer le terme J_1 dû à la cellule. La partie gauche de la figure IV.41 représente l'intégration $\int_{int} B(x, 0, z) dz$ (z restreint à la zone d'interaction) calculée avec ce programme, en fonction de x . Le déphasage magnétique J_1/I est exprimé

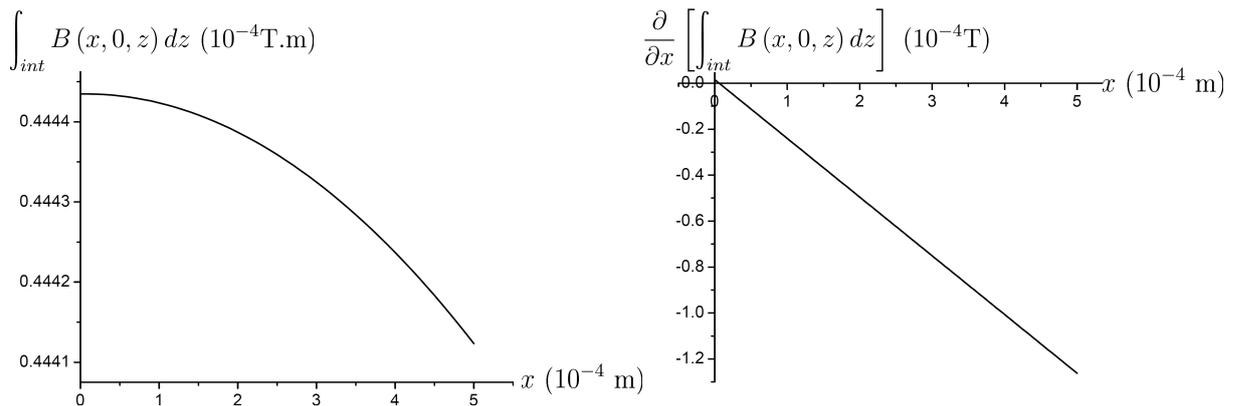


FIGURE IV.41 – Evaluation approchée du terme J_1 des déphasages magnétiques imposés par la cellule à l'aide du programme de calcul du champ magnétique.

Partie gauche : intégration de B selon z restreinte à la zone d'interaction modèle pour une trajectoire rectiligne à $y = 0$ et x constant, en fonction de x . Cette fonction est paire et seule la partie $x \geq 0$ a été représentée. La cellule est parcourue par un courant de 1 A ;

Partie droite : dérivation du calcul précédent en fonction de x . La faible ordonnée à l'origine est un effet des fils d'amenée et de connection qui rompent l'antisymétrie rigoureuse du champ par rapport au plan $(O, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$.

très simplement en fonction de cette intégrale. On le donne pour une valeur quelconque de

l'altitude y car cette expression resserrera :

$$\begin{aligned} (J_1/I)(x, y) &\simeq \frac{\mu_B}{\hbar v} \int_{int} [B(x + \langle \delta x \rangle / 2, y, z) - B(x - \langle \delta x \rangle / 2, y, z)] dz \\ &\simeq \langle \delta x \rangle \frac{\mu_B}{\hbar v} \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{int} B(x, y, z) dz \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.80})$$

L'intégrale a une allure parabolique. Sur la partie droite de la figure, on a représenté sa dérivation numérique selon x . Elle fournit une expression de $J_1(x, y = 0)$ quasi-linéaire en x , où x est exprimé en mètres :

$$\frac{J_1(x, 0)}{I} \simeq -1900x \text{ rad/A} \quad (\text{IV.81})$$

Si l'alignement n'est pas parfait, x varie en fonction de z dans le terme d'intégration de l'équation (IV.80) mais reste borné par la valeur 0.5 mm. Le gradient augmente avec x et on comprend que cette évaluation donne des valeurs extrémales pour J_1 . Cette formule fournit $-0.95 \leq J_1/I \leq 0.95$ rad/A lorsque x parcourt le segment $[-0.5\text{mm}; 0.5\text{mm}]$ dans le sens d'une diminution. En prenant une valeur typique $x = 250 \mu\text{m}$ pour l'imprécision mécanique on a $J_1/I \simeq -0.47$ rad/A ce qui est très proche des résultats d'ajustement qui seront présentés dans la section IV.4.6.2.

IV.4.3.3 Signaux d'interférences attendus

Cette section présente les effets sur les signaux d'interférences atomiques d'une interaction magnétique avec des champs intermédiaires.

Valeurs typiques de J_1 , J_2 et J_3 . Choix de présentation.

En se basant sur les résultats qui précèdent, on choisit une valeur typique pour le coefficient d'effet Zeeman linéaire : $J_1 = 0.5$ rad/A. Les équations (IV.79) évaluent alors $J_2/I^2 \simeq 0.01$ rad/A² et $J_3/I^3 \simeq 2 \times 10^{-4}$ rad/A³. Pour simplifier cette présentation, on illustrera les signaux d'interférences en se restreignant aux termes Zeeman linéaire J_1 et quadratique J_2 car cela suffira à mettre en évidence tous les effets supplémentaires (par rapport à l'effet Zeeman linéaire seul) qu'apporte l'interaction avec un champ magnétique intermédiaire. Le tableau IV.6 montre que l'évolution des déphasages magnétiques en fonction de I dépend du rapport J_2/J_1^2 qui vaut 0.04. Le fait de négliger le terme J_3 réduit fortement la précision lorsque I augmente et les évolutions présentées ne décrivent que qualitativement les signaux réellement observés pour les intensités I les plus fortes.

Déphasages magnétiques quasi-opposés

Lorsqu'on va au-delà de l'effet Zeeman linéaire, le déplacement Zeeman n'est plus opposé pour les niveaux de même nombre F et de nombres m_F opposés, exception faite des sous-niveaux ($F = 2, m_F = \pm 2$). Cependant le tableau IV.6 montre que les couples de sous-niveaux de même nombre quantique m_F (lorsque $m_F \neq \pm 2$) ont des déphasages magnétiques quasi-opposés quel que soit le champ, et l'approximation est valable à l'influence du moment magnétique nucléaire près. On va introduire une notation qui intègre cette

propriété et qui servira dans la suite de ce manuscrit. Lorsqu'on considère un sous-niveau (F, m_F) quelconque, on définit le sous-niveau $(F, m_F)'$ comme suit :

$$(F, m_F)' = \begin{cases} (2, -m_F) & \text{si } m_F = \pm 2 \\ (F', m_F) \text{ avec } F' \neq F & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{IV.82})$$

Il existe donc 4 couples de sous-niveaux $((F, m_F); (F, m_F)')$ et les sous-niveaux d'un couple donné ont toujours des déphasages magnétiques quasi-opposés. Le symbole \prime pourra aussi être utilisé avec toutes les grandeurs qui dépendent de (F, m_F) pour désigner leur valeur avec $(F, m_F)'$: par exemple, $\mathcal{V}'_B(F, m_F) = \mathcal{V}_B(F, m_F)'$.

Cas de l'interféromètre équilibré $\chi = 0$

On évalue la visibilité complexe avec une source supposée monochromatique et un faisceau parfaitement équilibré, $\chi = 0$. Le calcul est facilité en regroupant les sous-niveaux par couples $((F, m_F); (F, m_F)')$ et on obtient :

$$\underline{\mathcal{V}}_B = \frac{1}{4} \left[\cos(2g_2J_1) + (\cos(g_2J_1) + \cos(g_1J_1)) \cos\left(\frac{3J_2}{4}\right) + \cos(J_2) + i(\cos(g_2J_1) - \cos(g_1J_1)) \sin\left(\frac{3J_2}{4}\right) \right] \quad (\text{IV.83})$$

$$\simeq \frac{1}{4} \left[\cos(J_1) + 2 \cos\left(\frac{J_1}{2}\right) \cos\left(\frac{3J_2}{4}\right) + \cos(J_2) - 2i \sin\left(\frac{J_1}{2}\right) \sin\left(\frac{(|g_2| - |g_1|)J_1}{2}\right) \sin\left(\frac{3J_2}{4}\right) \right] \quad (\text{IV.84})$$

$\underline{\mathcal{V}}_B$ a maintenant une partie imaginaire non-nulle, aussi les interférences atomiques exhibent un déphasage magnétique non-nul. L'expression approchée (IV.84) néglige l'influence du moment magnétique nucléaire pour tous les termes sauf celui proportionnel à $(|g_2| - |g_1|) \simeq 2 \times 10^{-3}$. Elle montre que le déphasage magnétique sera généralement très petit (ou très proche de π) et ϕ_B ne prendra de valeur appréciable que quand la visibilité relative sera déjà faible (voir les équations (IV.65)). L'équation (IV.84) incite aussi à s'intéresser au signe de J_1 qui est le même que celui de $\mathbf{grad}B \cdot \mathbf{e}_x$. Avec le champ de la cellule, tous les coefficients J_i sont du même signe, et la partie imaginaire de $\underline{\mathcal{V}}_B$ change de signe avec J_1 . Contrairement au cas de l'effet Zeeman linéaire, il est donc en principe possible de discriminer le signe des coefficients J_i avec des mesures de déphasage en interaction magnétique.

La partie gauche de la figure IV.42 représente la visibilité relative et le déphasage attendus d'une manière totalement similaire à la figure IV.39, mais en utilisant le courant I pour abscisse. L'influence de la dispersion de la vitesse atomique reste de la même nature, c'est à dire qu'elle peut changer la forme des récurrences de la visibilité en atténuant ses oscillations et avoir des conséquences sur l'allure des sauts de phase. Cependant ces sauts de phase ne sont plus discontinus même si les déphasages restent la plupart du temps proches de 0 ou π . Pour faciliter l'observation, la partie droite de la figure représente les composantes réelle et imaginaire de la visibilité relative complexe ce qui évite les problèmes d'échelle provoqués par les sauts de déphasage magnétique. La partie imaginaire reste généralement

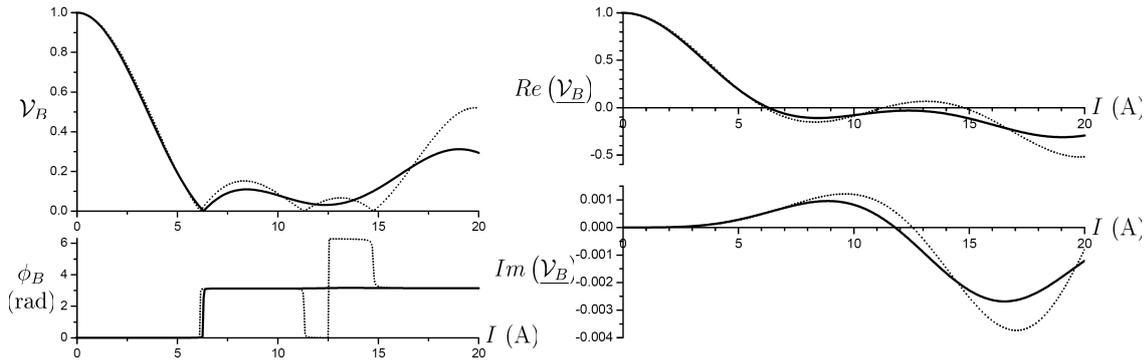


FIGURE IV.42 – Signaux interférométriques attendus avec un interféromètre parfaitement équilibré lorsque l'effet Zeeman inclut une composante quadratique.

Partie gauche : visibilité relative et phase en fonction de I avec $J_1 = 0.5$ rad/A et $J_2 = 0.01$ rad/A². Pointillés : cas d'une source monochromatique, trait plein : cas d'une dispersion de la vitesse atomique $S_{\parallel} = 8$. ϕ_B a été choisie dans l'intervalle $[0; 2\pi]$. D'autres choix sont possibles mais les sauts de phase ne pourront pas être évités dans toutes les figures décrivant \mathcal{V}_B et ϕ_B ;

Partie droite : représentation de la partie réelle et la partie imaginaire de la visibilité relative complexe avec les mêmes paramètres de calcul.

bien plus petite que la partie réelle, et on a toujours $\mathcal{V}_B \simeq |Re(\underline{\mathcal{V}}_B)|$ avec une excellente approximation.

Influence du déséquilibre

Lorsque le déséquilibre n'est pas nul, les interférogrammes des sous-niveaux d'un couple $((F, m_F); (F, m_F)')$ n'ont plus la même intensité moyenne et la partie imaginaire de $\underline{\mathcal{V}}_B$ peut prendre des valeurs plus élevées. On attend donc un effet de la valeur de χ sur la phase ϕ_B qui est nettement plus important que l'effet du moment magnétique nucléaire. Pour décrire cet effet simplement et de manière analytique, on considère toujours une source monochromatique et on prend $|g_1| = |g_2| = 1/2$. La visibilité relative complexe devient :

$$\underline{\mathcal{V}}_B \simeq \frac{1}{4} \left[(1 - 3\chi) \cos(J_1) + (1 + \chi) \left(\cos(J_2) + 2 \cos\left(\frac{J_1}{2}\right) \cos\left(\frac{3J_2}{4}\right) \right) - i\chi \left(\sin(J_2) + 2 \cos\left(\frac{J_1}{2}\right) \sin\left(\frac{3J_2}{4}\right) \right) \right] \quad (\text{IV.85})$$

La partie imaginaire est alors proportionnelle à χ et comme on attend des déséquilibres $\chi \sim 0.01$ (voir la section IV.4.1.5), les déphasages provoqués sont au moins un ordre de grandeur au-dessus de ceux dûs au moment magnétique nucléaire.

La figure IV.43 prolonge la figure IV.42 lorsque $\chi \neq 0$. Elle considère le cas d'une vitesse atomique dispersée, et compare les cas $\chi = 0$, $\chi = -0.1$ et $\chi = 0.1$. La dépendance de la partie imaginaire de $\underline{\mathcal{V}}_B$ avec la valeur de χ domine totalement les effets du moment ma-

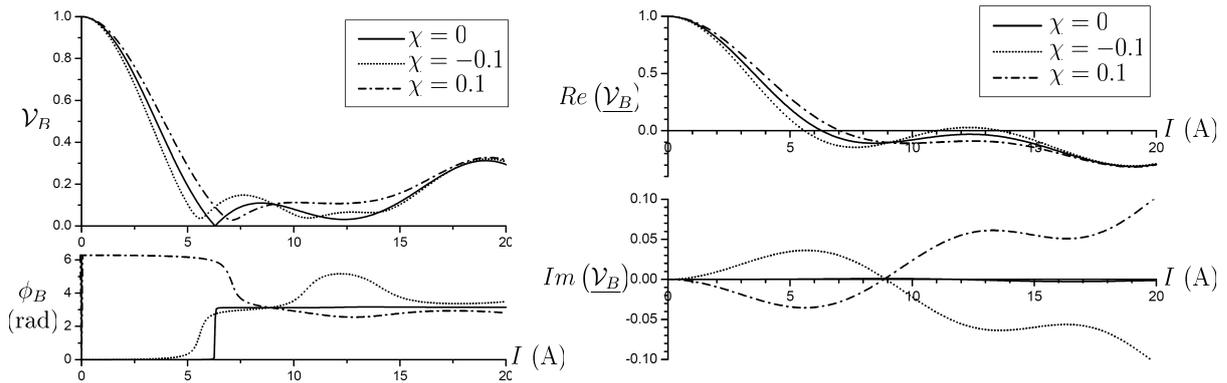


FIGURE IV.43 – Influence du déséquilibre sur les signaux d’interférences atomiques. Les paramètres de calcul sont les mêmes que pour la figure IV.42, avec une dispersion de vitesse de la vitesse atomique caractérisée par $S_{\parallel} = 8$.
 Partie gauche : visibilité relative et phase en fonction de I ;
 Partie droite : parties réelle et imaginaire de la visibilité relative complexe.
 Lorsque $\chi = 0$, la partie imaginaire est presque nulle mais pas exactement puisque le magnétisme nucléaire est pris en compte dans le calcul.

gnétique nucléaire. L’effet du déséquilibre est important pour le déphasage ϕ_B et, lorsqu’il est fort, les sauts de phase de la figure IV.42 qui étaient continus mais relativement brutaux deviennent beaucoup plus progressifs. On observe alors des déphasages qui peuvent atteindre plusieurs radians avec des visibilités de l’ordre de 10%.

IV.4.4 Mesures avec le compensateur seul

Cette partie présente et analyse les résultats des mesures réalisées avec le compensateur seul. Ses objectifs s’articulent autour deux axes :

- Illustrer, en lien avec la section IV.4.2.2, les effets de l’interaction magnétique du compensateur. Ceci fournira une première estimation de ses caractéristiques ;
- Présenter certains effets physiques que les sections IV.4.2.2 et IV.4.3.3 n’ont pas décrits.

IV.4.4.1 Présentation

La dépendance des signaux avec le déséquilibre est influencée par la fréquence laser (la section IV.4.1.5 montrera qu’elle varie) ce qui rend difficile de présenter un ensemble de mesures rigoureusement reproductibles, c’est à dire pour lesquelles le déséquilibre est constant sur toute la gamme de courant autorisée $-5 \text{ A} \leq I_{Comp} \leq 5 \text{ A}$. On choisit de présenter les résultats d’une série de mesures consécutives qui balayent toute cette gamme, mais pour lesquelles le déséquilibre a varié à cause de plusieurs sauts de mode laser et des dérives de la fréquence lumineuse. La figure IV.44 représente les visibilités relatives (partie gauche) et les déphasages (partie droite) mesurés en fonction de l’intensité I_{Comp} .

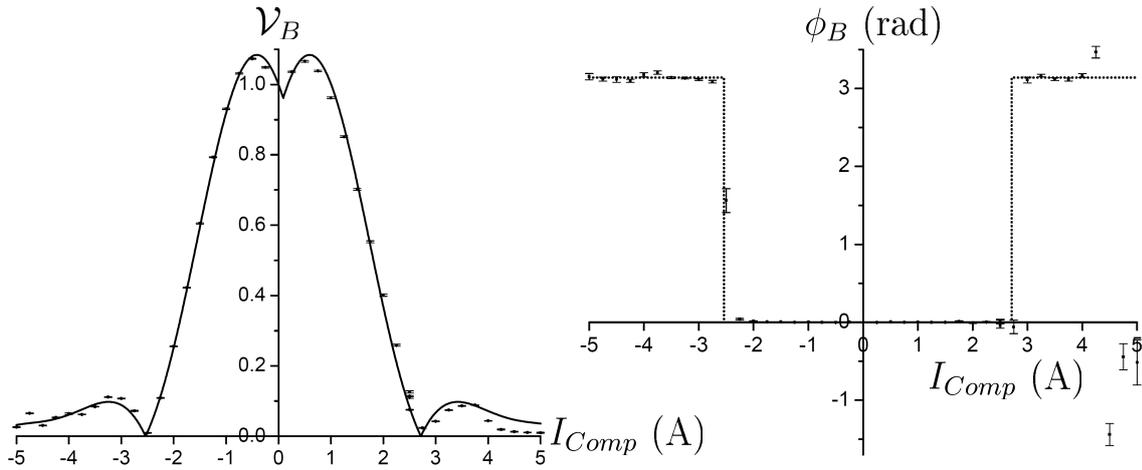


FIGURE IV.44 – Visibilité relative (partie gauche) et déphasage (partie droite) mesurés pour une série de mesures consécutives dans la gamme $-5 \text{ A} \leq I_{Comp} \leq 5 \text{ A}$. La courbe en trait plein est un ajustement de la visibilité relative qui suppose un déséquilibre nul pour l'ensemble des mesures, et utilise l'équation (IV.86) avec une dispersion de vitesse $S_{\parallel} = 8$. La courbe en pointillés décrit le déphasage calculé avec les résultats de l'ajustement de la visibilité relative. L'accord est excellent.

La courbe en trait plein est un ajustement de la visibilité relative qui évalue le terme J_1 en fonction de I_{Comp} de la façon suivante :

$$J_1 = A_{J1,Comp} |I_{Comp} - I_{0,Comp}| + J_{0,Comp} \quad (\text{IV.86})$$

Nous expliquerons plus loin l'origine des termes $I_{0,Comp}$ et $J_{0,Comp}$. Cet ajustement suppose un équilibre parfait des faisceaux atomiques, $\chi = 0$. Lorsque l'ajustement porte aussi sur la valeur de S_{\parallel} qui est laissée libre, cette valeur converge vers environ 10 ce qui est un peu fort ; ceci provient probablement du nombre restreint de points de mesures et du déséquilibre de l'interféromètre qui n'est pas forcément nul et a pu varier entre deux mesures. Nous avons forcé S_{\parallel} à la valeur typique 8 et les valeurs ajustées obtenues sont alors :

$$\begin{aligned} A_{J1,Comp} &= 1.52 \pm 0.02 \text{ rad/A} \\ I_{0,Comp} &= 0.09 \pm 0.02 \text{ A} \\ J_{0,Comp} &= -0.63 \pm 0.03 \text{ rad} \end{aligned} \quad (\text{IV.87})$$

Connaissant ces valeurs et avec $\chi = 0$ et $S_{\parallel} = 8$, on trouve la position des sauts de déphasage magnétique et cette évolution de ϕ_B est représentée en pointillé sur la partie droite de la figure IV.44.

Les mesures qui vérifient bien les résultats (IV.87) exhibent deux différences importantes par rapport à la visibilité relative \mathcal{V}_B attendue : celle-ci peut dépasser 1, et ne dépend pas que de $|I_{Comp}|$ puisqu'on évalue un décalage à l'origine décrit par $I_{0,Comp}$. On peut observer que certains points de mesures exhibent une visibilité relative proche de 1.07 avec une

très faible incertitude expérimentale, et une valeur d'une telle importance était inattendue. La section qui suit va interpréter ces résultats comme la conséquence de la présence d'un champ magnétique résiduel inhomogène dans l'interféromètre.

IV.4.4.2 Effets du champ magnétique résiduel

Le champ magnétique noté \mathbf{B}_0 , qui existe dans l'interféromètre quand les courants I et I_{Comp} sont nuls, est faible et légèrement inhomogène. Ce champ est dû au champ terrestre perturbé par le bâti en acier qui supporte les enceintes à vide et par des petits composants ferromagnétiques (ressorts des supports de miroirs par exemple) beaucoup plus proches des faisceaux atomiques. Le champ alternatif à 50 Hz dû au matériel électrique (en particulier les chaufferettes des pompes à vide) est assez faible et homogène car ces sources de champ sont situées à des distances des faisceaux atomiques de l'ordre du mètre. Il sera négligé. Ce qui suit va proposer un modèle simplifié qui décrit deux effets de ce champ magnétique résiduel :

- Lorsqu'on n'impose pas d'interaction (franges de référence), l'interaction atomique résiduelle due au champ \mathbf{B}_0 modifie la visibilité et on note \mathcal{V}_0 la visibilité relative associée. Les mesures en champ magnétique qui impliquent une comparaison des franges d'interaction et de référence évaluent la visibilité relative $\mathcal{V}_B/\mathcal{V}_0$ qui peut être supérieure à 1 lorsqu'on compense les effets des gradients du champ résiduel. Cet effet a été identifié par A. Miffre *et al* [68] qui ont mesuré des visibilités relatives supérieures à 1 (mais de 1 à 2% seulement) ;
- Lorsqu'on impose une interaction magnétique à l'aide d'un solénoïde quelconque, le champ magnétique total est la somme vectorielle du champ créé (\mathbf{B} ou \mathbf{B}_{Comp}) et du champ résiduel \mathbf{B}_0 . Cette propriété rompt la symétrie qui existerait, si \mathbf{B}_0 était nul, pour les effets magnétiques comparés lorsqu'on impose des courants de signe opposé.

Hypothèse de la zone d'interaction

On considère l'effet Zeeman dû au compensateur, mais cette approche est généralisable et sera utilisée aussi pour la cellule d'interaction. La description des effets du champ magnétique résiduel part de l'hypothèse simple suivante : l'influence du compensateur sur la propagation atomique se restreint à une zone dite d'interaction magnétique, dans laquelle la norme du champ magnétique résiduel \mathbf{B}_0 est petite devant celle du champ magnétique créé \mathbf{B}_{Comp} . Cette hypothèse va simplifier le calcul du terme J_1 qui suit.

Calcul du terme J_1

Le compensateur parcouru par l'intensité I_{Comp} crée le champ magnétique \mathbf{B}_{Comp} et $\mathbf{B}_{tot} = \mathbf{B}_{Comp} + \mathbf{B}_0$ est le champ magnétique total. La norme B_{tot} est proche de B_{Comp} donc reste suffisamment faible pour induire un effet Zeeman qui est linéaire. On exprime le terme de

déphasage atomique J_1 :

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{\mu_B}{\hbar\nu} \oint_{u-l} B_{tot}(s) ds \\ &= \frac{\mu_B}{\hbar\nu} \left[\int_{(u-l),int} B_{tot}(s) ds + \int_{(u-l),\overline{int}} B_{tot}(s) ds \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.88})$$

Dans la deuxième ligne, l'indice *int* désigne la zone d'interaction magnétique et l'indice \overline{int} désigne le reste de la trajectoire atomique (zone complémentaire). Selon l'hypothèse de la zone d'interaction, les effets du champ magnétique hors de la zone d'interaction sont restreints à ceux du champ résiduel \mathbf{B}_0 . Le deuxième terme intégral du membre de droite de l'équation (IV.88) est le terme $J_{0,Comp}$ introduit dans l'équation (IV.86) qui décrit l'effet du gradient du champ résiduel hors de la zone d'interaction :

$$J_{0,Comp} = \frac{\mu_B}{\hbar\nu} \int_{(u-l),\overline{int}} B_0(s) ds = \frac{\mu_B}{\hbar\nu} \int_{\overline{int}} \frac{\partial B_0}{\partial x} \delta x(z) dz \quad (\text{IV.89})$$

Pour décrire l'effet du champ résiduel dans la zone d'interaction, on note \mathbf{u} un vecteur unitaire local qui est tangent aux lignes de champs de \mathbf{B}_{Comp} et on écrit $\mathbf{B}_{Comp} = \pm B_{Comp} \mathbf{u}$ où $B_{Comp} > 0$ et où le terme \pm est le signe de I_{Comp} . L'hypothèse $B_0 \ll B_{Comp}$ dans la zone d'interaction permet d'exprimer la norme B_{tot} selon un développement à l'ordre 1 en B_0/B_{Comp} :

$$\begin{aligned} B_{tot} &= \sqrt{(\mathbf{B}_{Comp} + \mathbf{B}_0)^2} \\ &\simeq B_{Comp} \left(1 \pm \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{B}_0}{B_{Comp}} \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.90})$$

L'équation (IV.88) a ainsi été décomposée en trois termes d'intégration dont $J_{0,Comp}$:

$$J_1 \simeq \frac{\mu_B}{\hbar\nu} \int_{(u-l),int} B_{Comp}(s) ds \pm \frac{\mu_B}{\hbar\nu} \int_{(u-l),int} \mathbf{u} \cdot \mathbf{B}_0 ds + J_{0,Comp} \quad (\text{IV.91})$$

Le premier terme intégral est rigoureusement proportionnel à $|I_{Comp}|$ et on note $A_{J_1,Comp}$ le coefficient de proportionnalité. Le deuxième terme intégral est constant et on introduit le terme $I_{0,Comp}$ qui est homogène à une intensité pour le noter $-A_{J_1,Comp} I_{0,Comp}$. Ces deux notations s'écrivent formellement :

$$\begin{aligned} \frac{\mu_B}{\hbar\nu} \int_{(u-l),int} B_{Comp}(s) ds &= A_{J_1,Comp} |I_{Comp}| \\ \frac{\mu_B}{\hbar\nu} \int_{(u-l),int} \mathbf{u} \cdot \mathbf{B}_0 ds &= -A_{J_1,Comp} I_{0,Comp} \end{aligned} \quad (\text{IV.92})$$

L'hypothèse que $B_{Comp} \gg B_0$ dans la zone d'interaction implique qu'on vérifie $I_{Comp} \gg I_{0,Comp}$. Le domaine $0 \leq |I_{Comp}| \leq |I_{0,Comp}|$ est exclu et ceci permet de réécrire la dépendance de l'équation (IV.91) avec le signe de I_{Comp} comme suit :

$$J_1 = A_{J_1,Comp} |I_{Comp} - I_{0,Comp}| + J_{0,Comp} \quad (\text{IV.93})$$

On obtient l'équation (IV.86) et on connaît maintenant le domaine d'application de cette expression qui est $I_{Comp} \gg I_{0,Comp}$.

Application à l'ajustement

A ce stade, l'hypothèse de la zone d'interaction ne néglige qu'un zone de transition dans laquelle les normes de B_0 et B_{Comp} sont comparables. Vu l'allure de B_{Comp} (figure IV.38), on peut supposer que cette approximation n'est pas trop forte (pourvu que I_{Comp} soit suffisamment fort). Les calculs développés supposent implicitement que $|I_{Comp}|$ est fixé à priori ce qui permet de définir l'extension de la zone d'interaction où $B_{Comp} \gg B_0$. Néanmoins cette extension dépend physiquement de $|I_{Comp}|$: la taille de la zone d'interaction augmente avec la valeur de B_{Comp} . De plus la formulation (IV.86) élude la continuité des mesures physiques obtenues avec des intensités à la limite nulle. Quand $I_{Comp} \rightarrow 0$, J_1 tend vers un terme Zeeman linéaire donné par le champ résiduel seul et qu'on note J_0 :

$$J_0 = \frac{\mu_B}{\hbar v} \int \frac{\partial B_0}{\partial x} \delta x(z) dz \quad (\text{IV.94})$$

Ces aspects physiques font que l'application telle quelle de l'équation (IV.86) aux résultats des mesures crée des problèmes d'ajustement : on est confronté à une forte dépendance mutuelle des coefficients $A_{J_1,Comp}$, $I_{0,Comp}$ et (dans une moindre mesure) J_0 , voire une divergence des deux premiers coefficients. On a aussi observé que dans ce cas les valeurs ajustées dépendent fortement de la gamme d'intensités I_{Comp} considérée, et que la visibilité et la phase modélisées sont discontinues lorsque $I_{Comp} \rightarrow 0$. Afin d'obtenir un modèle qui reproduise les mesures pour une gamme élargie d'intensités I_{Comp} , il est nécessaire d'introduire une approximation plus forte mais qui améliore les résultats d'ajustement : on suppose que la taille de la zone d'interaction est indépendante de I_{Comp} . Lorsqu'on prend cette hypothèse, la cohérence du modèle impose de considérer qu'elle reste vraie par prolongement continu vers l'intensité nulle même si alors $I_{0,Comp}$ n'est plus très petit devant I_{Comp} . Ce prolongement par continuité impose un lien entre $J_{0,Comp}$, $I_{0,Comp}$ et J_0 qui est exprimé en appliquant l'équation (IV.86) au cas où $I_{Comp} = 0$:

$$J_{0,Comp} = J_0 - A_{J_1,Comp} |I_{0,Comp}| \quad (\text{IV.95})$$

Ce lien reproduit le fait qu'avec une zone d'interaction de taille fixée, l'union des zones int et \overline{int} distinctes correspond à la propagation atomique dans tout l'interféromètre pour laquelle le gradient résiduel induit le terme J_0 lorsque $I_{Comp} = 0$. L'équation (IV.95) donne une contrainte supplémentaire aux paramètres ajustés ce qui assure une convergence très satisfaisante. Elle permet d'appliquer l'équation (IV.86) indépendamment de la valeur de I_{Comp} (même nulle) et rétablit la continuité du modèle pour les faibles intensités. On remarque que l'hypothèse $I_{Comp} \gg I_{0,Comp}$ n'est pas vérifiée pour toutes les mesures de la figure IV.44 ($I_{0,Comp} \sim 0.1$ A et I_{Comp} atteint des valeurs aussi basses que 0.25 A), mais que cette continuité assure malgré tout de reproduire correctement les mesures aux faibles intensités. Les résultats de l'ajustement fournissent alors le terme J_0 qui caractérise le gradient résiduel : $J_0 \simeq -0.49$ rad.

Ces considérations permettent d'évaluer la pertinence des déphasages évalués avec l'équation (IV.86). Le terme $I_{0,Comp}$ reproduit le fait qu'une partie de l'intensité dans le compensateur sert à « vaincre » le champ résiduel présent dans sa zone d'interaction pour un sens

donné de \mathbf{B}_{Comp} , alors que dans l'autre sens la somme vectorielle augmente d'emblée ce gradient. Lorsqu'on ajuste un ensemble de mesures pour une gamme élargie de I_{Comp} en imposant le lien (IV.95), ceci fixe la taille de la zone d'interaction en tenant compte des différences mesurées lorsqu'on impose des intensités de polarité opposées $\pm I_{\text{Comp}}$. Cette taille tient compte des mesures avec les plus fortes intensités et ceci a tendance à l'agrandir par rapport aux mesures avec les faibles intensités : on s'attend donc à ce que les déphasages évalués reproduisent moins bien les déphasages réellement obtenus (ou plus précisément la différence entre $J_1(I_{\text{Comp}})$ et $J_1(-I_{\text{Comp}})$) lorsque I_{Comp} est relativement faible.

Conséquences sur les signaux

On va maintenant décrire comment le champ résiduel influence les mesures qui utilisent le compensateur seul illustrées par la figure IV.44. Lorsque $I_{\text{Comp}} = 0$ on mesure les franges de référence mais le signal est modifié par rapport au signal qu'on obtiendrait s'il n'y avait pas de champ résiduel. On est mené à décrire une interaction magnétique due au gradient résiduel. Les déphasages atomiques sont donnés par le tableau IV.6 mais avec le seul terme d'effet Zeeman linéaire J_0 (dans le tableau il remplace J_1). On note $\phi_{B,0}(F, m_F)$ et $\mathcal{V}_{B,0}(F, m_F)$ les déphasages magnétiques apparents et les visibilitées relatives des différents interférogrammes (on les calcule en appliquant les équations (IV.68)). La visibilité relative complexe associée à ce signal est notée $\underline{\mathcal{V}}_0 = \mathcal{V}_0 \exp(i\phi_0)$, et évaluée en appliquant l'équation (IV.67). On écrit le signal obtenu :

$$I = I_0 [1 + \mathcal{V}_0 \mathcal{V}_{\text{exp}} \cos(\phi_m + \phi_0)] \quad (\text{IV.96})$$

On considère maintenant le cas où $I_{\text{Comp}} \neq 0$. Le signal est décrit par la visibilité complexe $\underline{\mathcal{V}}_B$ et les déphasages magnétiques sont trouvés à partir du terme J_1 de l'équation (IV.86). La mesure des effets de l'interaction implique de comparer les franges d'interaction et les franges de référence en divisant les visibilitées observées et en soustrayant les phases à l'origine respectives. On évalue donc une nouvelle visibilité relative complexe qui est $\underline{\mathcal{V}}_{r,B} = \underline{\mathcal{V}}_B / \underline{\mathcal{V}}_0$. Pour résumer on donne l'expression des trois visibilitées complexes impliquées :

$$\begin{aligned} \underline{\mathcal{V}}_0 &= \sum_{F, m_F} P(F, m_F) \mathcal{V}_{B,0}(F, m_F) e^{i\phi_{B,0}(F, m_F)} && \text{(franges de référence avec } \mathbf{B}_0) \\ \underline{\mathcal{V}}_B &= \sum_{F, m_F} P(F, m_F) \mathcal{V}_B(F, m_F) e^{i\phi_B(F, m_F)} && \text{(franges d'interaction avec } \mathbf{B}_{\text{tot}}) \\ \underline{\mathcal{V}}_{r,B} &= \underline{\mathcal{V}}_B / \underline{\mathcal{V}}_0 = \frac{1}{\mathcal{V}_0} \sum_{F, m_F} P(F, m_F) \mathcal{V}_B(F, m_F) e^{i(\phi_B(F, m_F) - \phi_0)} \end{aligned} \quad (\text{IV.97})$$

Les résultats de mesure représentés sur la figure IV.44 sont bien le module et l'argument de $\underline{\mathcal{V}}_{r,B}$ qui sont les seules grandeurs physiques mesurables avec notre dispositif ; cependant par souci de cohérence des illustrations, on a conservé l'indice B qui vaut pour l'interaction imposée. Pour évaluer l'effet de l'interaction magnétique due au champ résiduel (visibilité complexe $\underline{\mathcal{V}}_0$), il est possible de considérer l'effet Zeeman linéaire avec une source monochromatique, puisque J_0 est relativement faible : on applique alors directement l'équation (IV.77). On peut attendre $\phi_0 = 0$ car la visibilité relative complexe en effet Zeeman linéaire reste en principe réelle. Cependant ce qui suit va montrer que ce n'est plus vrai dès lors qu'il existe l'effet Sagnac du à la rotation de l'interféromètre dans le référentiel terrestre.

IV.4.4.3 Influence de l'effet Sagnac

L'effet Sagnac a été présenté avec les mesures de déphasages par polarisabilité (section IV.2.2.3). Il a été détecté indirectement *via* la visibilité relative qui est différente suivant que le déphasage électrique s'ajoute ou se retranche du déphasage Sagnac. Avec l'interaction magnétique, un effet similaire modifie les interférogrammes des sous-niveaux (F, m_F). Le déphasage Sagnac est proportionnel à $1/v$, aussi sa dispersion est différente de celle des déphasages par gradient magnétique. On prend un point de vue plus général selon lequel on impose un déphasage atomique $\varphi_1 + \varphi_2$ pour la vitesse moyenne, où la dispersion de φ_i est en $1/v^i$. Comme pour les équations (IV.68), un développement à l'ordre 2 en $(v - v_m)/v_m$ fournit le résultat suivant pour la visibilité relative \mathcal{V}_{1+2} et le déphasage apparent ϕ_{1+2} :

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{1+2} &= \frac{S_{\parallel}}{[S_{\parallel}^4 + (\varphi_1 + 3\varphi_2)^2]^{1/4}} \exp \left[-\frac{(\varphi_1 + 2\varphi_2)^2 S_{\parallel}^2}{4 [S_{\parallel}^4 + (\varphi_1 + 3\varphi_2)^2]} \right] \\ \phi_{1+2} &= \varphi_1 + \varphi_2 - \frac{(\varphi_1 + 3\varphi_2)(\varphi_1 + 2\varphi_2)^2}{4 [S_{\parallel}^4 + (\varphi_1 + 3\varphi_2)^2]} + \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{\varphi_1 + 3\varphi_2}{S_{\parallel}^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.98})$$

Même lors d'une interaction magnétique qui n'implique qu'un effet Zeeman linéaire, la présence du déphasage Sagnac rend les visibilités relatives $\mathcal{V}_B(F, m_F)$ et $\mathcal{V}_B(F, -m_F)$ différentes et provoque la mesure d'un déphasage non-nul. La figure IV.45 illustre l'influence de l'effet Sagnac sur la partie imaginaire de la visibilité relative complexe d'interaction lorsque l'effet Zeeman est linéaire. Sa partie gauche représente les résultats de calcul qui vérifient que les déphasages dus à l'effet Sagnac sont d'autant plus importants que la dispersion de la vitesse atomique est forte, puisque ce sont des effets différentiels de cette dispersion. La partie droite de la figure représente des résultats de mesure utilisant le compensateur. On y a adjoint les résultats de l'ajustement de l'ensemble des mesures d'interaction magnétique (section IV.4.6.2) qui tient compte du déphasage Sagnac. Cet ensemble de mesures constitue donc une détection indirecte de l'effet Sagnac.

L'ajustement de l'ensemble des mesures utilise la valeur imposée $\varphi_{\text{Sagnac}} = 0.64$ car, comme pour les mesures de polarisabilité, le paramètre φ_{Sagnac} laissé libre converge vers une valeur non physique ($\varphi_{\text{Sagnac}} \simeq 0.3 \pm 0.2$). Nous avons observé de nombreuses mesures de déphasage avec le compensateur qui sont compatibles avec l'effet du déphasage Sagnac. Ces observations montrent que l'approche développée jusqu'ici pour évaluer l'interaction magnétique semble avoir une précision satisfaisante.

IV.4.5 Mesures avec le solénoïde d'interaction

IV.4.5.1 Déphasages magnétiques

Pour obtenir une description précise des déphasages magnétiques avec la cellule d'interaction, il faut là aussi évaluer l'influence du champ résiduel. On reproduit une étude telle que celle proposée par la section IV.4.4.2 et ceci modifie le terme J_1 dû à la cellule. Cependant les effets magnétiques de la cellule vont au-delà de l'effet Zeeman linéaire. Pour

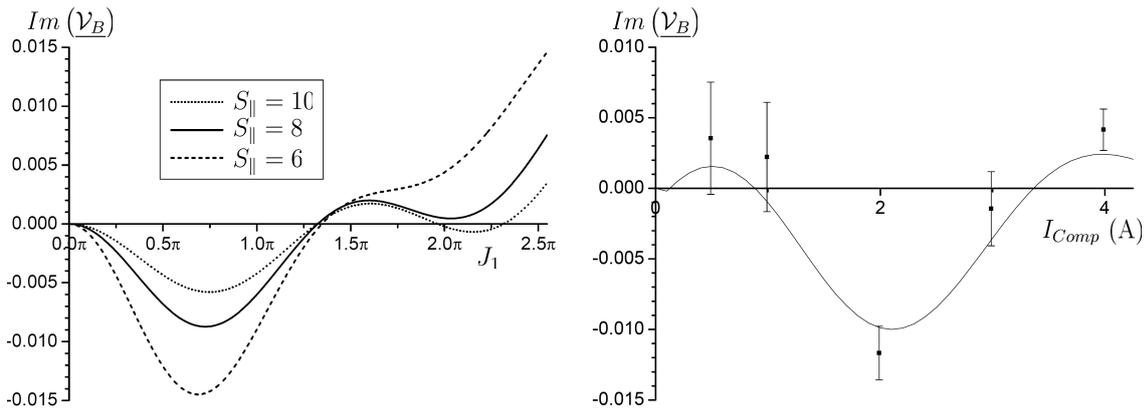


FIGURE IV.45 – Effet du déphasage Sagnac lorsque l’interaction magnétique implique un effet Zeeman qui est linéaire.

Partie gauche : calcul de la partie imaginaire de la visibilité complexe en fonction de J_1 et pour différentes valeurs de S_{\parallel} , lorsque $\chi = 0$ et lorsqu’il existe un déphasage Sagnac pour la vitesse moyenne $\varphi_{Sagnac} = 0.64$;

Partie droite : résultats de mesures de la partie imaginaire de la visibilité relative complexe réalisées avec le compensateur. Les déphasages mesurés ne dépassent pas quelques mrad et sont à la limite de détection de l’instrument. Les mesures sont consécutives et reproductibles vis-à-vis de tous les paramètres expérimentaux. La courbe représente les résultats de l’ajustement de l’ensemble des mesures d’interaction magnétique (section IV.4.6.2), à l’exception de S_{\parallel} qu’on a fixé à 8. Cet ajustement ne considère pas φ_{Sagnac} comme un paramètre ajustable, sa valeur est imposée : $\varphi_{Sagnac} = 0.64$.

Les différences entre la courbe théorique pour $S_{\parallel} = 8$ (partie gauche) et la simulation (partie droite) proviennent du fait que la courbe théorique représente un calcul direct en fonction de J_1 , alors que la simulation inclut l’effet du gradient résiduel (J_0 et $I_{0,Comp}$).

simplifier, on néglige l’effet du champ résiduel sur les termes J_2 et J_3 ^e. Cette approximation revient à décrire la différence de déphasages magnétiques entre les cas où on impose des intensités opposées à l’aide du seul terme d’effet Zeeman linéaire. On est amené à exprimer

^e. Il est possible d’évaluer l’influence du gradient résiduel sur les termes J_2 et J_3 de manière approximative. Cela nécessite de formuler une hypothèse telle que celle utilisée dans la section IV.4.3.1 : restreindre la zone d’interaction magnétique de la cellule à la seule zone intérieure du support en laiton où le champ est fort. Cette approximation est jugée trop forte pour évaluer précisément des déphasages auxquels les signaux atomiques sont sensibles. Elle mène à $J_2 = A_{J_2} |I| |I - I_0|$ et $J_3 = A_{J_3} I^2 |I - I_0|$. L’utilisation de ces expressions pour les ajustements des résultats de mesure n’a pas provoqué de différence claire sur les valeurs ajustées, ni d’amélioration de la qualité de l’ajustement.

les termes de déphasage atomique comme suit :

$$\begin{aligned} J_1 &= A_{J1} |I - I_0| + J_{0,Bob} \\ J_2 &= A_{J2} I^2 \\ J_3 &= A_{J3} |I|^3 \end{aligned} \quad (\text{IV.99})$$

Comme pour le compensateur, le terme $J_{0,Bob}$ est lié au terme J_0 par la relation : $J_{0,Bob} = J_0 - A_{J1} |I_0|$.

IV.4.5.2 Résultats

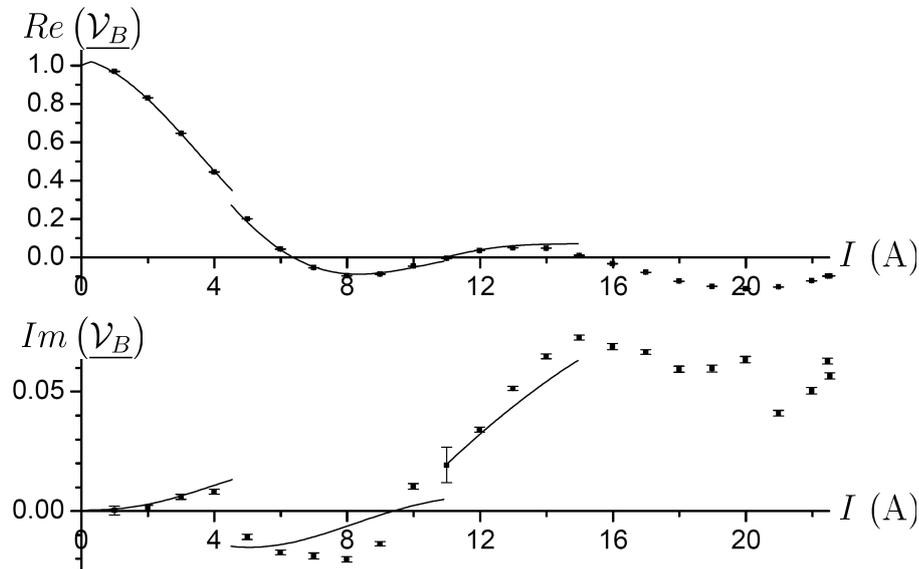


FIGURE IV.46 – Résultats de mesure d'interaction magnétique avec le solénoïde de la cellule seul. On a représenté la partie réelle (partie supérieure) et la partie imaginaire (partie inférieure) de la visibilité relative d'interaction. Les courbes en trait plein représentent les résultats de l'ajustement de l'ensemble des mesures avec la cellule d'interaction seule. Cet ajustement a fourni les déséquilibres suivants : $\chi = 0.077$ pour $I = 0 - 4$ A ; $\chi = -0.014$ pour $I = 5 - 10$ A ; $\chi = -0.062$ pour $I = 11 - 15$ A.

La figure IV.46 représente les composantes de visibilité relative complexe mesurée avec le solénoïde de la cellule seul. Les courbes en trait plein représentent les résultats d'un ajustement réalisé sur l'ensemble des mesures utilisant la cellule seule. Ces courbes sont composées de trois branches différentes, entre lesquelles nous avons identifié un changement de fréquence laser (saut de mode), et pour lesquelles l'ajustement évalue un déséquilibre

différent. Les résultats de cet ajustement sont :

$$\begin{aligned}
 J_{0,Bob} &= (-0.55 \pm 0.13) \text{ rad} \\
 I_0 &= (0.32 \pm 0.05) \text{ A} \\
 A_{J1} &= (-0.46 \pm 0.02) \text{ rad/A} \\
 A_{J2} &= (-110 \pm 8) \times 10^{-4} \text{ rad/A}^2 \\
 A_{J3} &= (-20 \pm 4) \times 10^{-5} \text{ rad/A}^3
 \end{aligned} \tag{IV.100}$$

On constate que l'ajustement est très satisfaisant concernant la partie réelle, mais présente quelques écarts avec les mesures pour la partie imaginaire. Ceci est probablement dû à des dérives de la fréquence du laser, car on a vu que la partie imaginaire est très sensible au déséquilibre. Les valeurs des paramètres A_J sont tout à fait cohérentes avec les calculs de la section IV.4.3.1, notamment pour les rapports A_{J2}/A_{J1} et A_{J3}/A_{J1} . Comme avec le compensateur, ces résultats permettent d'évaluer l'interaction magnétique due au champ résiduel dans l'interféromètre par $J_0 \simeq -0.69$ rad ce qui est différent de la valeur évaluée par le compensateur mais pas avec un désaccord important compte-tenu de l'incertitude statistique sur $J_{0,Bob}$.

On constate que les termes J_1/I et $J_{1,Comp}/I_{Comp}$ sont comparables et ceci est une caractéristique surprenante au premier abord, car le compensateur est conçu pour imposer un gradient alors que la conception de la cellule d'interaction vise à obtenir un champ homogène. Ce résultat provient principalement de deux effets prévus par l'expression de J_1 :

- Les faisceaux atomiques ont une séparation trois fois plus importante au niveau de la cellule d'interaction qui est proche de la deuxième onde stationnaire lumineuse, qu'au niveau du compensateur placé loin en amont ;
- Pour des intensités I et I_{Comp} comparables, le champ créé par le solénoïde d'interaction est beaucoup plus fort que celui créé par le compensateur.

Ainsi une inhomogénéité de B , même relativement faible, pourra avoir des conséquences comparables à l'inhomogénéité de B_{Comp} .

Cas des fortes intensités

Les mesures pour les intensités supérieures à 15 A ne sont pas ajustées. Avec la cellule seule, les résultats d'ajustement se révèlent incohérents pour les fortes intensités. En effet, les mesures de ce type conjuguent de forts déphasages et une visibilité complexe très faible donc qui est très sensible à la valeur réelle de ces déphasages. D'après l'ajustement, lorsque $I = 16$ A, J_1 dépasse 2π , J_2 approche π , et J_2 et J_3 divergent rapidement lorsque I augmente. A cause des approximations pour les déphasages et pour l'effet de la distribution de vitesse, le modèle développé est peu précis pour évaluer les déphasages magnétiques importants, et lorsque la visibilité est faible une variation même petite des déphasages a des conséquences importantes sur le signal. Ceci explique pourquoi l'ajustement diverge aux fortes intensités. Nous connaissons donc mal les caractéristiques précises de l'interaction avec le solénoïde aux fortes intensités et avons écarté ces mesures de l'ajustement. Ceci n'est pas rédhitoire pour décrire l'interaction magnétique lors des mesures de la phase HMW, car nous compensons une partie du gradient de la cellule. Les déphasages magnétiques

sont alors sensiblement moins importants, et les visibilitées relatives bien meilleures que celles de la figure IV.46 qui ne dépassent plus 20% dès que $I > 5$ A. Dans le cas où on compense le gradient de la cellule, une erreur sur l'évaluation des phases magnétiques aura des conséquences moins importantes sur la visibilité complexe, et ce qui suit va montrer que les résultats de l'ajustement restent corrects pour des intensités I sensiblement plus importantes.

IV.4.6 Interaction magnétique lors des mesures de la phase HMW

Lors des mesures de la phase HMW nous avons utilisé le compensateur conjointement avec la cellule d'interaction pour compenser les effets des gradients de son champ. Cette partie présente l'interaction magnétique avec ces deux éléments.

IV.4.6.1 Interaction magnétique compensée

Pour compenser le gradient magnétique de la cellule d'interaction, l'intensité I_{Comp} est réglée afin de maximiser la visibilité observée (voir la section IV.3.1.2 pour plus de détails). Le réglage a été déterminé une fois pour toutes et, pour les mesures, on a utilisé $I_{Comp} > 0$, réglé en fonction de $|I|$. I_{Comp} est limité à 5 A à cause de l'échauffement par effet Joule dans le solénoïde de compensation. La figure IV.47 représente l'ensemble

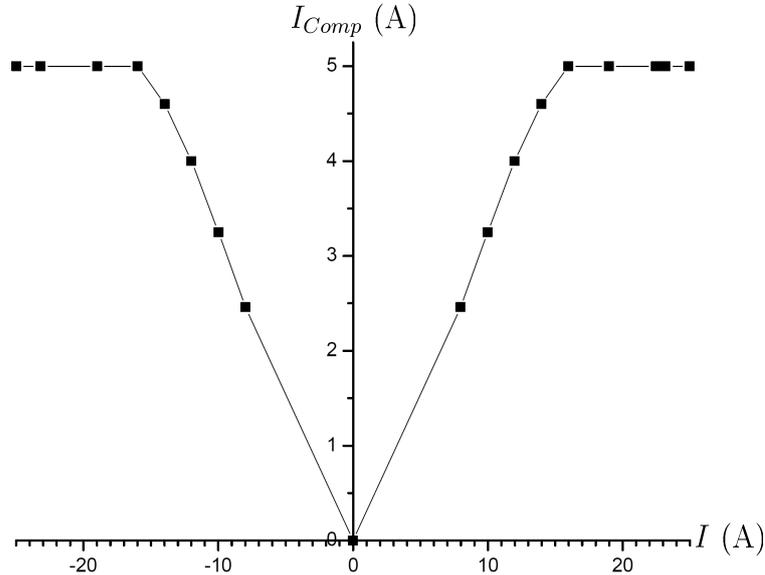


FIGURE IV.47 – Intensités I_{Comp} imposées dans le compensateur en fonction de l'intensité I dans le solénoïde de la cellule d'interaction pour l'ensemble des mesures de la phase HMW. Pour faciliter la visualisation, les points $(I; I_{Comp})$ sont reliés par des droites et on a rajouté l'origine comme point de mesure.

des couples $(I; I_{Comp})$ que nous avons imposés pour mesurer la phase HMW. On constate qu'en-deçà de la limite $I \simeq 15$ A, nous avons imposé assez précisément $I_{Comp} \simeq |I|/3$. Une linéarisation de I_{Comp} en fonction de $|I|$ pour $|I| \leq 14$ A fournit la pente 0.32. Ceci correspond sensiblement au rapport $A_{J1}/A_{J1,Comp}$ évalué à 0.30 par les ajustements (parties IV.4.4 et IV.4.5) et montre que le compensateur compense essentiellement le terme J_1 d'effet Zeeman linéaire de la cellule.

Déphasage magnétique lors de l'interaction compensée

Lorsqu'un courant I parcourt le solénoïde de la cellule et un courant I_{Comp} parcourt le solénoïde compensateur, les termes du développement de l'énergie magnétique atomique sont calculés de la même manière que pour chaque élément séparé :

$$\begin{aligned} J_1 &= A_{J1,Comp} |I_{Comp} - I_{0,Comp}| + A_{J1} |I - I_0| + J_{0,Bob+Comp} \\ J_2 &= A_{J2} I^2 \\ J_3 &= A_{J3} |I|^3 \end{aligned} \tag{IV.101}$$

Le modèle sera cohérent pour $I = 0$ et/ou $I_{Comp} = 0$ en vérifiant la condition suivante :

$$J_{0,Bob+Comp} = J_0 - A_{J1,Comp} |I_{0,Comp}| - A_{J1} |I_0| \tag{IV.102}$$

Ceci n'est vrai que si les zones d'interaction magnétique des deux éléments sont distinctes. Nous avons vérifié par un calcul des champs que c'est une bonne approximation. En effet, les champs maximums du compensateur et du solénoïde sont égaux à environ 28 cm de la cellule et 12 cm du compensateur avec la norme 5×10^{-6} T qui est dix fois inférieur au champ magnétique terrestre. Cette position particulière est donc en dehors des deux zones d'interaction qui n'ont conséquemment pas de partie commune et l'équation (IV.102) est justifiée.

IV.4.6.2 Ajustement de l'ensemble des mesures

Afin de connaître précisément les déphasages magnétiques lors de la mesure de l'effet HMW, nous avons réalisé un ajustement des résultats combinés de toutes les mesures d'interaction magnétique. Environ 150 mesures sont regroupées en 31 séries mesurées de façon consécutive dans des conditions reproductibles, pour lesquelles un déséquilibre spécifique χ est ajusté (la section IV.4.6.4 donnera plus de détails à ce propos). Lorsque tous les paramètres sont laissés libres à l'exception du déphasage Sagnac, la valeur de $S_{||}$ ajustée est 6.7 ± 0.3 . C'est une valeur un peu trop faible car le faisceau atomique issu de la source vérifie $S_{||} \simeq 8$, et la diffraction de Bragg est sélective. Nous pensons que cette convergence est due à une dispersion spatiale des déphasages induits par la cellule, qui fera l'objet de la partie IV.6.1. Nous avons choisi de conserver cette valeur de $S_{||}$ ce qui est une manière grossière de décrire l'effet de la dispersion spatiale. On a vérifié qu'en imposant $S_{||} = 8$, toutes les autres valeurs ajustées ne varient pas de manière significative, c'est à dire qu'elles varient moins que leur incertitude statistique à l'exception du coefficient A_{J3} qui varie alors de 10% (5% si on considère les valeurs extrêmes des incertitudes statistiques).

On donne les résultats de l'ajustement et leurs incertitudes statistiques :

$$\begin{aligned}
J_0 &= (-0.61 \pm 0.01) \text{ rad} \\
I_0 &= (0.31 \pm 0.03) \text{ A} \\
A_{J_1} &= (-0.43 \pm 0.005) \text{ rad/A} \\
A_{J_2} &= (-6.62 \pm 0.05) \times 10^{-3} \text{ rad/A}^2 \\
A_{J_3} &= (-1.80 \pm 0.045) \times 10^{-4} \text{ rad/A}^3 \\
I_{0,Comp} &= (22 \pm 9) \times 10^{-3} \text{ A} \\
A_{J_1,Comp} &= (1.43 \pm 0.015) \text{ rad/A} \\
S_{\parallel} &= 6.7 \pm 0.03
\end{aligned} \tag{IV.103}$$

Toutes ces valeurs sont cohérentes avec les résultats des ajustements des deux éléments seuls, excepté pour le coefficient d'effet Zeeman quadratique A_{J_2} et l'intensité $I_{0,Comp}$. On juge ces valeurs-ci mieux évaluée, car pour A_{J_2} les mesures avec la cellule seule sont peu nombreuses et d'une qualité dégradée par la faible visibilité, et pour $I_{0,Comp}$ on avait imposé un coefficient de déséquilibre nul ce qui n'est pas une bonne approximation. L'ajustement converge aussi en changeant le signe de J_0 et celui de tous les coefficients A_J ; cependant l'écart quadratique moyen obtenu est alors deux fois plus grand. Cette approche détermine donc le signe des coefficients A_J de façon univoque et cela est une conséquence du fait que seule la cellule d'interaction va au-delà de l'effet Zeeman linéaire. Ce signe est cohérent en considérant la définition de $J_{1,Comp}$ (équation (IV.60) avec le champ du compensateur) et la position du compensateur indiquée sur la figure IV.22 qui implique $\partial B/\partial x > 0$.

IV.4.6.3 Application à la mesure de l'effet HMW

La figure IV.48 représente les résultats de mesures d'interaction magnétique réalisées en même temps que des mesures de l'effet HMW. On y a adjoint les courbes issues d'une simulation qui utilise les paramètres (IV.103). Pour représenter une courbe continue en fonction de I , la simulation détermine I_{Comp} en fonction de $|I|$ selon une interpolation linéaire des points représentés sur la figure IV.47. La partie gauche représente la partie réelle de la visibilité relative complexe pour l'ensemble des mesures du déphasage HMW. Pour ces mesures qui exhibent toutes une visibilité supérieure à 20% et sont réalisées avec des déséquilibres faibles, la partie réelle est très proche de la visibilité relative en valeur absolue et son signe indique si les déphasages magnétiques sont proches de 0 ou π . Avec cet ensemble de mesures qui n'ont pas le même déséquilibre, la courbe issue de la simulation considère un déséquilibre nul $\chi = 0$. La partie droite de la figure représente la partie imaginaire de la visibilité relative complexe obtenue avec une série de mesures pour laquelle la valeur ajustée du coefficient est $\chi = 0.014$.

Analyse qualitative

Les évolutions présentées par la figure IV.48 ont des allures non-triviales et peu habituelles pour des résultats d'interaction magnétique. Cet aspect provient des particularités de l'interaction magnétique compensée. La figure IV.49 utilise la même simulation que la figure IV.48 et s'intéresse aux déphasages magnétiques obtenus lors de l'interaction HMW. Sa

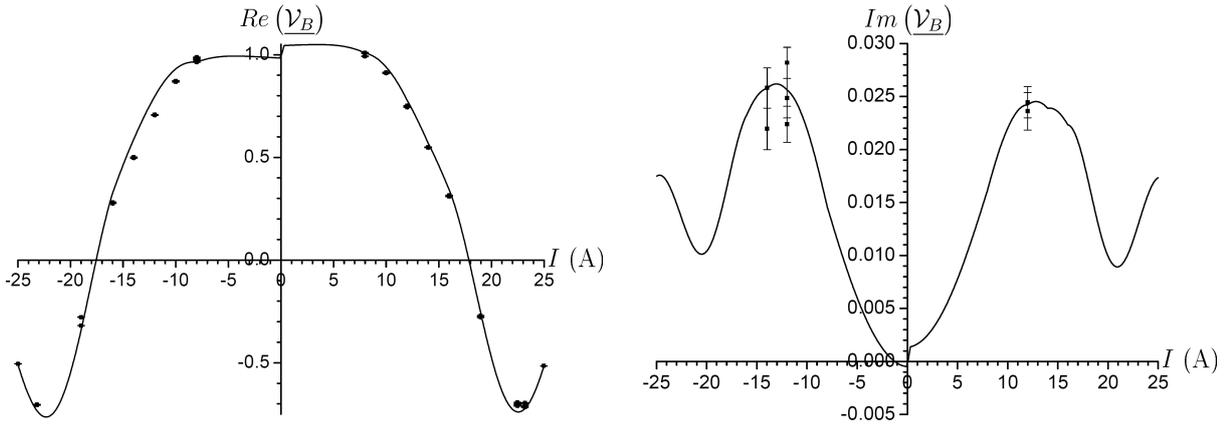


FIGURE IV.48 – Visibilité relative complexe d’interaction mesurée en parallèle des mesures de phase HMW, en fonction de I . L’intensité I_{Comp} varie comme illustré par la figure IV.47.

Partie gauche : partie réelle de la visibilité relative complexe. La courbe en trait plein est une simulation qui utilise les résultats de l’ajustement (IV.103) et une intensité I_{Comp} issue de l’interpolation des données de la figure IV.47. Cette simulation suppose un faisceau équilibré $\chi = 0$;

Partie droite : partie imaginaire de la visibilité d’une série de mesures de l’effet HMW reproductibles pour χ . La courbe en trait plein est la même simulation appliquée avec le déséquilibre ajustée pour cette série : $\chi = 0.014$.

partie gauche représente l’évolution des coefficients J_i ($i = 1$ à 3), et sa partie droite celle des déphasages magnétiques des différents sous-niveaux (F, m_F). Comme la simulation utilise l’interpolation linéaire pour exprimer I_{Comp} en fonction de I , J_1 qui est le seul terme compensé exhibe des ruptures de pente. On observe aussi une variation continue mais rapide pour $0 \leq I \leq I_0 = 0.31$, c’est un effet non-physique qui provient du modèle utilisé pour décrire les effets du champ magnétique résiduel (section IV.4.4.2). La mise en parallèle des figures IV.48 et IV.49 nous mène à caractériser l’interaction magnétique en distinguant trois zones pour les points de mesure en fonction de $|I|$:

- Lorsque $|I| \leq 12$ A, le terme J_1 est quasi-totalement compensé et les termes J_2 et J_3 sont modérés (inférieurs à 1 rad). L’interaction magnétique est bien compensée, les déphasages magnétiques sont tous faibles et la visibilité relative est importante ;
- Lorsque $|I|$ est compris entre 14 A et 19 A inclus, les termes J_2 et J_3 qui sont dus à la cellule seule et ne sont pas compensés prennent des valeurs plus fortes qui augmentent rapidement avec I : la compensation n’est que partielle et se dégrade. La visibilité relative diminue avec l’évolution des phases magnétiques qui s’accélère avec $|I|$, sauf pour les sous-niveaux $m_F = \pm 2$ qui ne sont sensibles qu’au terme J_1 . Celui-ci reste relativement bien compensé jusqu’à 16 A environ, puis I_{Comp} n’évolue plus et J_1 augmente très rapidement (en valeur absolue) avec $|I|$. Ceci provoque une rupture de pente de la visibilité relative à 16 A, et sa diminution

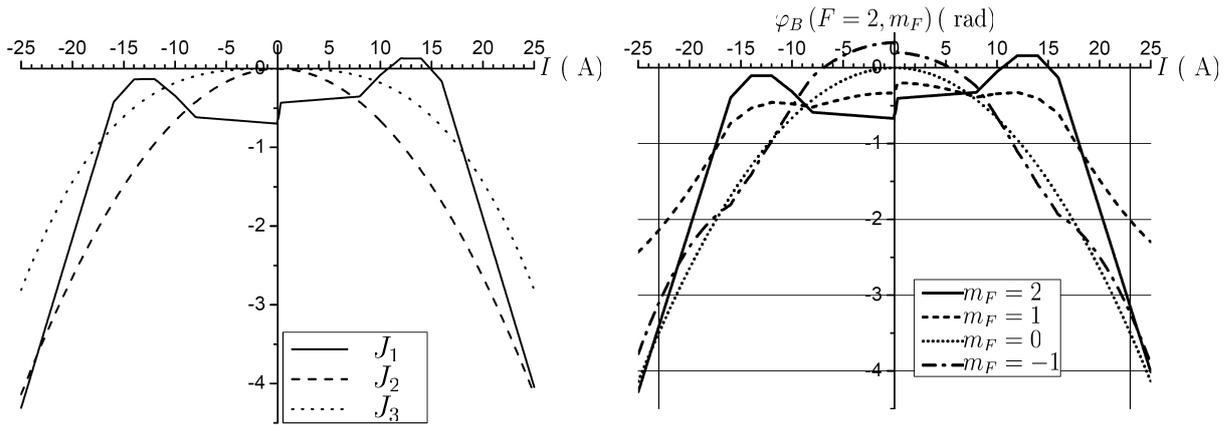


FIGURE IV.49 – Déphasages magnétiques atomiques calculées avec les paramètres (IV.103) et l'interpolation linéaire de I_{Comp} en fonction de I .

Partie gauche : évolution des coefficients J_1 , J_2 et J_3 ;

Partie droite : déphasages magnétiques atomiques $\varphi_B(F, m_F)$ pour $F = 2$ et m_F allant de 2 à -1 (les 4 autres sous-niveaux ont des déphasages quasi-opposés).

s'accélère. Les mesures pour $|I| = 16$ A et $|I| = 19$ A ont des visibilitées faibles et très sensibles à $|I|$; ils se situent de part et d'autre d'une annulation de la visibilité que la simulation prévoit vers 18 A. Lorsque $|I| = 16$ A, ϕ_B est proche de 0 et la visibilité diminue avec $|I|$ alors que lorsque $|I| = 19$ A, ϕ_B est proche de π et la visibilité augmente avec $|I|$: c'est le début d'une récurrence de la visibilité ;

- Lorsque $|I|$ est compris entre 22 A et 25 A, les déphasages magnétiques sont tous proches de π et on observe une récurrence de la visibilité relative qui peut atteindre 75% à son maximum situé proche de $|I| = 23$ A (intensité repérée par des barres verticales). Les déphasages augmentent très rapidement avec $|I|$ et la visibilité diminue rapidement après la récurrence.

Récurrence à 23 A

La récurrence de visibilité autour de $|I| = 23$ A nous a semblé au premier abord étonnante parce que ses caractéristiques ne correspondent pas aux récurrences observées avec l'effet Zeeman linéaire, dont les visibilitées relatives sont moins bonnes et les déphasage associés nuls, ni aux récurrences observées avec la cellule seule qui sont beaucoup moins marquées. Nous avons pu déterminer qu'elle n'est pas une coïncidence heureuse, mais bien un effet observable lorsqu'on compense une interaction magnétique atomique avec un champ fort, relativement homogène et restreint à une zone bien délimitée, et que la compensation n'impose qu'un effet Zeeman linéaire. En effet dans ce cas particulier, on peut décrire les phases atomiques à l'aide du seul terme $J_{1,Comp}$ pour la compensation, et des termes J_1 et X selon les équations approchées (IV.78). Par une étude systématique basée sur ces trois termes, Nicolas Heim (stagiaire de M2 dans l'équipe de mars à juin 2010) a déterminé un jeu de paramètres qui maximisent la visibilité relative d'interaction [137].

Ces paramètres sont résumés dans le tableau IV.7. Il montre qu'il est possible d'observer

X	$J_{1,Comp}$	J_1	$\varphi_B(2,2)$	$\varphi_B(2,1)$	$\varphi_B(2,0)$	$\varphi_B(2,-1)$	\mathcal{V}_B (%)
1	-1.518	4.580	3.062	3.208	3.049	3.239	99.5
0.9	-1.885	4.911	3.026	3.234	3.002	3.285	99.2
0.8	-2.374	5.352	2.978	3.267	2.939	3.343	98.4
0.7	-3.034	5.949	2.916	3.307	2.856	3.412	97.0
0.6	-3.941	6.780	2.839	3.356	2.748	3.488	94.9
0.5	-5.226	7.972	2.746	3.413	2.613	3.565	91.4
0.4	-7.138	9.775	2.637	3.475	2.448	3.630	86.7
0.3	-10.248	12.768	2.580	3.539	2.251	3.669	80.1

TABLE IV.7 – Jeu de paramètres $J_{1,Comp}$ (compensateur en effet Zeeman linéaire) et J_1 (cellule en champ fort homogène) qui maximisent la visibilité relative d'interaction, en fonction de X qui caractérise la force du champ de la cellule. Les déphasages magnétiques atomiques obtenus sont indiqués. Ce calcul néglige la dispersion de la vitesse atomique qui a peu d'effet puisque les phases atomiques sont toutes proches de π .

d'excellentes visibilités même avec une cellule qui impose des champs relativement forts, mais augmenter ce champ (X) se fait au prix d'une nécessaire diminution de J_1 donc une attention particulière portée à l'homogénéité du champ. Ces caractéristiques peuvent servir à utiliser des cellules qui imposent des champs forts tout en conservant de bonnes conditions de mesure, avec un simple compensateur imposant un effet Zeeman linéaire et sans avoir besoin de compenser en totalité les déphasages magnétiques atomiques induits qui dépendent de manière compliquée de la géométrie du champ vectoriel créé.

IV.4.6.4 Sauts de mode et dérive de la fréquence lumineuse

Lorsque la source laser est réglée avec soin, sa puissance lumineuse varie relativement peu : quelques pour-cent tout au plus sur des périodes de plusieurs heures. Par contre, nous avons observé des variations de la fréquence laser au cours d'une mesure et entre plusieurs mesures consécutives. Elles provoquent une variation associée du désaccord δ_L qui modifie le déséquilibre de l'interféromètre. Deux phénomènes physiques différents sont à l'origine de ces variations et font l'objet des deux paragraphes qui suivent.

Sauts de mode laser

Un saut de mode laser est dû à la défaillance de l'asservissement de fréquence qui utilise la méthode de Hänsch et Couillaud. Il provoque une variation importante de la fréquence lumineuse, car il implique une saturation de la tension de commande V_{cale} de la cale piézo-électrique d'asservissement. Cette cale translate un miroir de la cavité laser et peut balayer la fréquence de ses modes sur une gamme d'environ 1.5 GHz pour des tensions V_{cale} comprises entre 200 et 800 V (balayage d'environ 2.5 MHz/V). La figure IV.50 représente une mesure d'interaction magnétique compensée avec $I = 19$ A dans laquelle on observe les

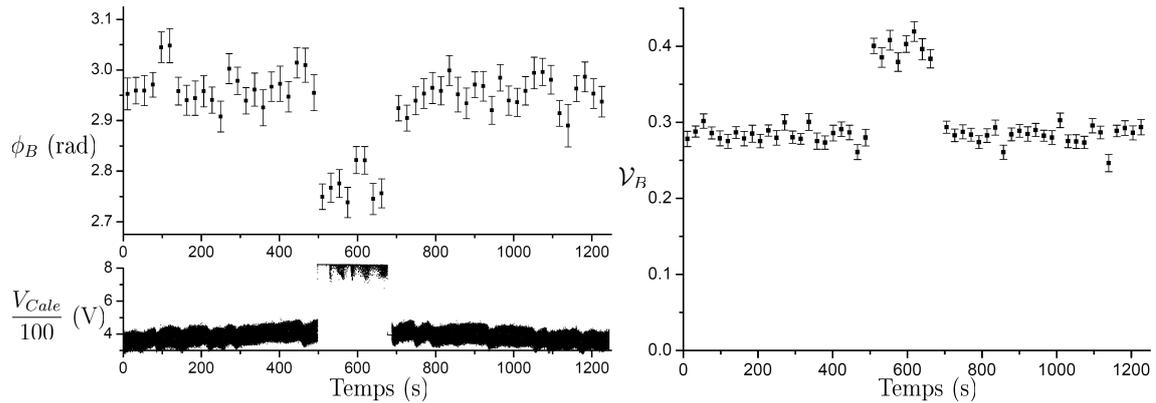


FIGURE IV.50 – Illustration des conséquences d'un saut de mode laser sur une mesure d'interaction magnétique.

Partie gauche : déphasage magnétique ϕ_B mesuré pour chaque rampe de tension de balayage des franges en fonction du temps t . Chaque rampe dure environ 22 s. Dans le graphique inférieur, on a représenté en parallèle la tension de commande de la cale piézoélectrique d'asservissement qui est enregistrée par le programme d'acquisition. Le saut de mode laser est visible au temps $t \simeq 500$ s, et l'asservissement est rétabli à la fréquence lumineuse initiale vers $t \simeq 700$ s ;

Partie droite : représentation de la visibilité relative d'interaction \mathcal{V}_B mesurée pour chaque rampe en fonction du temps. On observe une variation supérieure à 25% provoquée par le saut de mode laser.

conséquences d'un saut laser sur le déphasage et la visibilité. Le désaccord qui était d'environ 1.9 GHz est passé pendant environ 200 s à 2.7 GHz avant d'être rétabli à sa valeur initiale. Pendant ce laps de temps, le déséquilibre auparavant relativement faible est passé à une valeur qu'on peut évaluer très grossièrement à $\chi \sim 0.07$ en se basant sur la figure IV.37. Ce saut de déséquilibre a occasionné un saut de phase d'environ 0.2 rad et une augmentation de la visibilité relative de plus de 25%.

La durée moyenne entre deux sauts de mode laser est proche d'une heure le jour, quelques heures la nuit. Après un saut de mode, l'asservissement est rétabli manuellement. La procédure auparavant utilisée impliquait une modification aléatoire de la fréquence d'asservissement qui pouvait atteindre environ 100 MHz. Aussi à chaque saut de mode, la reproductibilité des mesures n'était pas assurée pour le déséquilibre de l'interféromètre. Nous avons modifié la procédure de ré-asservissement afin de conserver et retrouver la fréquence initiale. Ce n'est qu'avec cette procédure améliorée qu'on a pu obtenir de plus longues séries de mesures d'interaction magnétique reproductibles et qui balayent une gamme plus large de paramètres, ce qui est profitable à la qualité des ajustements.

Dérive de la fréquence étalon

Sur la figure IV.50 et hors l'influence du saut de mode laser, $\phi_B(t)$ et $\mathcal{V}_B(t)$ sont relativement stables. Cependant pour certaines mesures nous avons observé des dérives de ϕ_B

et \mathcal{V}_B en l'absence de saut de mode laser. La figure IV.51 illustre une telle dérive. Nous

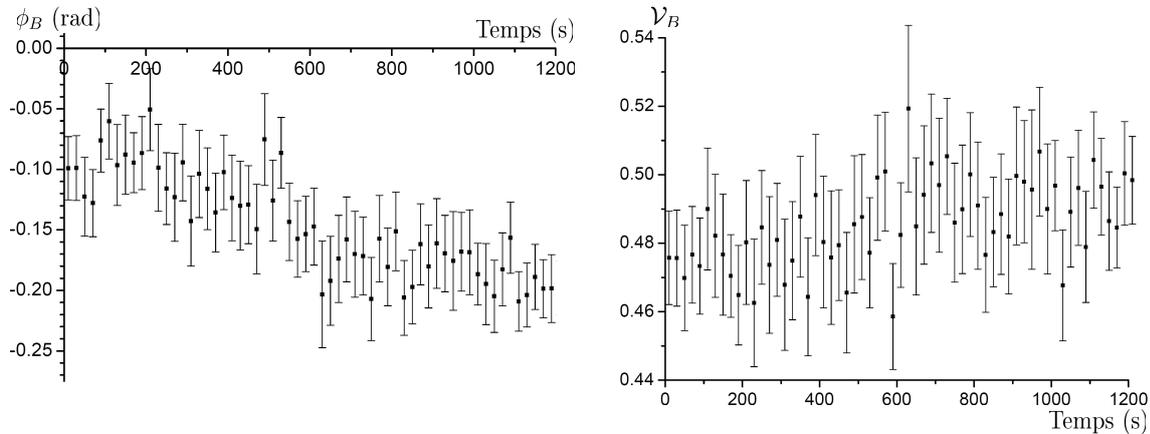


FIGURE IV.51 – Illustration des conséquences de la dérive de la fréquence étalon d’asservissement sur les résultats de mesure d’interaction magnétique. Cette mesure fait partie d’une mesure de l’effet HMW pour laquelle $I = 14$ A.

avons manqué de relever l’affichage du lambdamètre pour cette mesure particulière dont la dérive n’est visible qu’après le dépouillement des données. Pour d’autres mesures qui exhibent des dérives (mais généralement plus faibles), nous avons évalué une dérive de la fréquence laser typique de 100 à 200 MHz en 20 min de mesure. Sur le long terme (au moins plusieurs heures), des dérives sensiblement plus lentes sont détectées avec des variations de fréquence pouvant atteindre 400 MHz. Nous avons pu observer que les dérives les plus rapides sont souvent corrélées à une dérive sensiblement plus importante que d’habitude de la tension V_{Calc} . Aussi nous pensons que les dérives de fréquence sont la conséquence de dérives thermiques du Pérot-Fabry utilisé pour l’asservissement. Celui-ci est en Invar et sa température est maintenue constante en principe à 0.1 K près. En considérant un coefficient de dilatation thermique de $2 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, la fréquence étalon ne devrait en principe pas varier de plus de 90 MHz. Aussi nous n’avons pas d’explication certaine dans l’attente de contrôler le système d’asservissement de la température du Fabry-Pérot.

Reproductibilité

Les mesures d’interaction magnétique sont regroupées par séries consécutives pour lesquelles les conditions expérimentales sont jugées reproductibles et l’ajustement évalue un déséquilibre spécifique (tous les autres paramètres sont partagés avec les autres mesures). Une détermination de ces séries passe par une analyse précise des conditions expérimentales de chaque mesure. Ceci exige par exemple l’observation systématique de la tension V_{Calc} enregistrée ce qui permet d’identifier tous les sauts de mode (certains sont même « cachés » de l’observation immédiate quand le signal d’erreur trouve par hasard un autre mode du Fabry-Pérot). Les évolutions comme celles de la figure IV.51 sont des indices pour identifier les dérives de fréquence qu’on vérifie par un relevé systématique et périodique du lambdamètre. C’est l’ensemble de ces précautions qui permet de déterminer les séries

reproductibles qui peuvent contenir jusqu'à 15 mesures différentes en cas de conditions exceptionnellement stables. Néanmoins la reproductibilité n'est jamais parfaite et les dérives de fréquence expliquent pourquoi la partie imaginaire de la visibilité relative, qui est généralement beaucoup plus sensible au déséquilibre que la partie réelle, est souvent moins bien reproduite par les courbes d'ajustement.

Déséquilibres ajustés

Un bon moyen de vérifier la cohérence du modèle qui évalue le déséquilibre et d'avoir une idée de nos conditions expérimentales est d'observer la statistique des déséquilibres évalués par l'ajustement. A cette fin la figure IV.52 représente l'histogramme des valeurs du déséquilibre χ et les grandeurs statistiques associées.

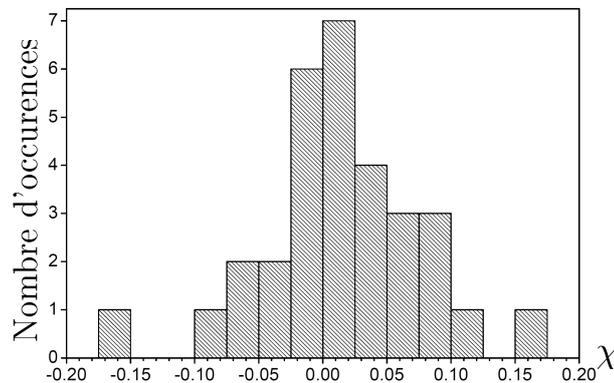


FIGURE IV.52 – Histogramme statistique des déséquilibres ajustés pour les 31 séries reproductibles de mesures d'interaction magnétique. Les grandeurs statistiques caractéristiques obtenues sont : moyenne $\langle \chi \rangle = 0.015 \pm 0.012$, écart-type $\Delta \chi = 0.065$.

Cette distribution semble assez cohérente, tout d'abord parce qu'aucune valeur ne sort du domaine physique permis $[-0.20; 0.33]$, ensuite parce qu'elle est compatible avec une dispersion pseudo-aléatoire donnée par des ré-asservissements inadaptés ainsi que les dérives de fréquence, enfin parce que la moyenne est tout à fait compatible avec la valeur 0.006 qu'on a évalué dans nos conditions expérimentales usuelles (voir la section IV.4.1.5). Nous avons par ailleurs vérifié que les valeurs extrémales correspondent bien à des conditions expérimentales où le désaccord est très mal ajusté. La gamme balayée est plus étendue que la gamme $[-0.05; 0.03]$ (évaluée dans la section IV.4.1.5), mais deux propriétés permettent d'expliquer cette dispersion plus forte :

- Cette gamme est donnée dans le cas où on porte une attention particulière au désaccord et où on l'ajuste avec soin. L'ajustement numérique présenté porte sur toutes les mesures d'interaction magnétique. Pour un nombre non négligeable d'entre elles, cette attention n'était pas suffisante car nous n'avions initialement pas conscience de la forte sensibilité du déséquilibre ;
- Toutes les séries reproductibles ne contiennent pas le même nombre de mesures, et les séries qui contiennent le moins de mesures sont justement celles pour lesquelles

cette attention n'était pas suffisante : par exemple lorsque le ré-asservissement après un saut de mode était inadapté, ceci terminait prématurément une série et démarrait la suivante. Cette propriété particulière a tendance à augmenter la dispersion de χ de manière artificielle.

Les mesures de l'effet HMW ont toutes bénéficié d'une observation continue du lambda-mètre et d'un grand soin de l'ajustement du désaccord, et les déséquilibres ajustés pour les mesures d'interaction magnétique associées ont une moyenne de 0.007 et un écart-type de 0.021, beaucoup plus faible que ce qui est représenté figure IV.52. Il semble donc d'une part que le modèle qui évalue le déséquilibre est tout à fait approprié pour décrire nos conditions expérimentales, d'autre part que lors des mesures de l'effet HMW, celles-ci sont bien caractérisées par un faible déséquilibre au sens où typiquement $|\chi| < 0.03$.

IV.5 Analyse de l'interaction électrique

IV.5.1 Introduction

Lorsqu'on mesure l'effet HMW, on règle finement les tensions V_u et V_l aux bornes des deux condensateurs pour assurer un déphasage électrique faible, toujours inférieur à 1 rad et plutôt de l'ordre de 0.1 rad. Ces tensions sont alors égales à mieux que 1% près. On note V la moyenne de V_u et V_l et on se restreindra au cas de l'interaction électrique réglée soit $V \simeq V_u \simeq V_l$. Avec l'interaction électrique, nous avons observé un comportement différent de celui prévu par les équations (IV.48) :

- ϕ_E est très sensible au réglage comme attendu, mais aussi à d'autres paramètres expérimentaux ce qui rend cette mesure de déphasage peu reproductible et peu pertinente pour en extraire des données fiables ;
- La mesure de \mathcal{V}_E ne dépend pas de ϕ_E lorsque V_u et V_l sont réglés, mais sa dépendance avec la tension V exhibe une amplitude et des effets qui sont inattendus.

Aussi l'analyse de l'interaction électrique va s'intéresser plus particulièrement à la visibilité relative qui ne dépend que de V et qu'on note donc $\mathcal{V}_E(V)$.

IV.5.1.1 Mesures de visibilité

Les mesures de visibilité sont sensiblement reproductibles à condition de ne pas modifier le réglage des réseaux lumineux (plus particulièrement leur alignement). Une description plus précise des conditions de reproductibilité figure dans la section IV.5.4.3. Le réglage des réseaux lumineux ne concerne pas celui du désaccord δ_L (ajustement du potentiel lumineux), et le déséquilibre a peu d'influence sur \mathcal{V}_E . Cette propriété est attendue puisque la polarisabilité du lithium dépend extrêmement peu de l'état hyperfin fondamental. On attend des visibilités relatives très proches de 1, aussi on s'intéresse à l'écart $1 - \mathcal{V}_E$. La figure IV.53 représente l'évolution de $1 - \mathcal{V}_E(V)$ mesurée pour deux séries particulières de mesures reproductibles. Les courbes en trait plein sont des ajustements des résultats de mesure qui décrivent $1 - \mathcal{V}_E$ par un polynôme d'ordre 4 en V sans ordonnée à l'origine :

$$1 - \mathcal{V}_E(V) = k_{V1}V + k_{V2}V^2 + k_{V3}V^3 + k_{V4}V^4 \quad (\text{IV.104})$$

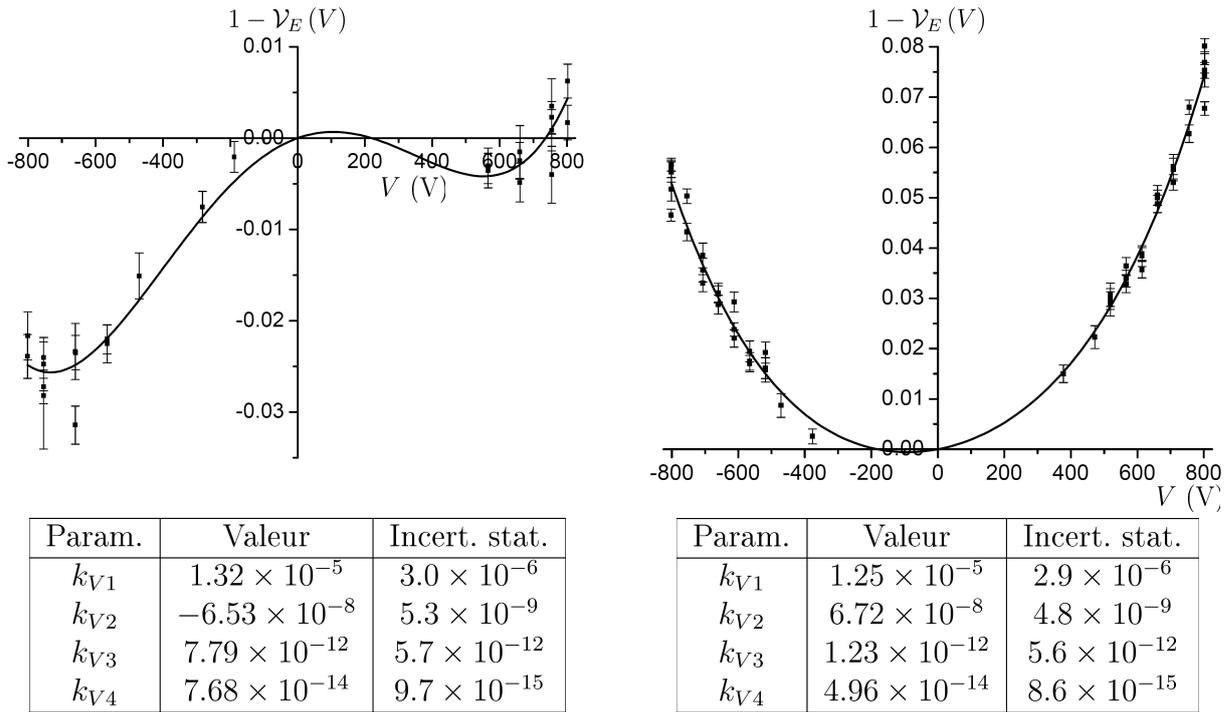


FIGURE IV.53 – Mesures de visibilité relatives en présence de l'interaction électrique seule, pour deux ensembles de mesures durant lesquels le réglage des réseaux lumineux de diffraction n'a pas varié.

Les valeurs ajustées des termes k_{V_i} sont représentées dans les tableaux associés aux graphiques. L'illustration reproduit les deux types d'allures rencontrées qui dépendent du signe de k_{V2} car k_{V4} est toujours positif. On constate que $1 - \mathcal{V}_E$ peut approcher 0.1 et cette valeur est 100 fois l'ordre de grandeur attendu, qui ne peut donc pas être l'effet de la dispersion de la vitesse atomique. La partie gauche de la figure IV.53 exhibe des cas de mesures de visibilité d'interaction supérieures à 1 ($1 - \mathcal{V}_E < 0$), et cet effet est aussi inattendu. Les parties IV.5.3 et IV.5.4 vont expliquer l'expression (IV.104) par deux phénomènes :

- Une dépendance spatiale selon la coordonnée y (altitude) des phases de diffraction et du déphasage dû au champ électrique ;
- L'effet Aharonov-Casher qui modifie la visibilité d'une manière similaire à un gradient de champ magnétique puisqu'il dépend du moment magnétique de l'atome.

IV.5.2 Dispersion spatiale du déphasage électrique

Les signaux observés lorsqu'on applique les tensions $V_u \simeq V_l \simeq V$ proviennent d'une différence des déphasages induits par les deux condensateurs. Cette partie va reprendre les résultats et les notations des sections IV.2.2.3 et IV.2.2.4 qui décrivent l'interaction électrique attendue, et en prolonger les développements pour évaluer l'influence des défauts

du montage électrique sur les déphasages. L'indice générique i désignera u ou l suivant le condensateur considéré.

IV.5.2.1 Origine de la dispersion

On rappelle l'expression du déphasage induit par polarisabilité pour une classe de vitesse v donnée :

$$\varphi_{E,i}(v) = \frac{\alpha}{2\hbar v} \int E^2(z) dz = \frac{\alpha}{2\hbar v} \left(\frac{V_i}{h_i} \right)^2 L_{eff,i} \quad (\text{IV.105})$$

Dans l'équation qui précède, α est la polarisabilité électrique de l'atome de lithium dans son état fondamental, h_i est la distance inter-électrodes supposée constante pour le condensateur parfait, et $L_{eff,i} \simeq 2a - 2h_i/\pi$ est sa longueur effective donnée par l'équation (IV.37) où $2a$ est la longueur (suivant \mathbf{e}_z) de l'électrode massive. On a négligé la très faible dépendance avec la distance x non-nulle entre la trajectoire atomique et la surface du septum. Dans la suite, on va négliger la dépendance avec la vitesse atomique v , car les déphasages électriques obtenus en réglant le rapport V_u/V_l sont suffisamment faibles pour que la dispersion de vitesse n'ait aucun effet mesurable sur le déphasage ou la visibilité mesurés. Ce qui suit va introduire deux corrections au calcul du champ électrique en décrivant le caractère imparfait du double condensateur.

Défauts géométriques du condensateur

Les électrodes d'un condensateur i donné ne sont pas rigoureusement planes et parallèles entre elles ; la distance inter-électrodes dépend de y et z et on la note $h_i(y, z)$. De la même façon, les bords de l'électrode massive et des électrodes de garde ne sont pas parfaitement rectilignes et parallèles. Ce défaut est décrit par une largeur selon z qui dépend de y et qui est notée $2a_i(y)$.

Selon cette approche, la rugosité de surface et les défauts microscopiques des bords devraient induire des fluctuations de la distance locale au niveau microscopique. On souligne que h_i et a_i ne sont pas ces distances locales mais des moyennes qui éliminent ces fluctuations. En effet, les défauts microscopiques sont certainement convolués par une fonction de filtrage spatial qui lisse les détails de surface et de bord (voir l'équation (IV.39)), même si nous n'avons pas d'expression rigoureuse de cette convolution. Pour donner une idée plus précise de cet effet particulier, on se place dans un cas bidimensionnel pour les coordonnées (z, x) et on considère un conducteur plan infini situé en $x = 0$ dont les défauts de surface imposent une modulation sinusoïdale du potentiel :

$$V(z, x = 0) = V_0 e^{ik_z z} \quad (\text{IV.106})$$

L'unique solution physique de l'équation de Laplace $\Delta V = 0$ donne le potentiel dans tout l'espace :

$$V(z, x) = V_0 e^{ik_z z} e^{-k_z x} \quad (\text{IV.107})$$

Les modulations de petite taille (k_z grand) du potentiel s'amortissent très vite quand on s'écarte de la surface. En appliquant ce cas simplifié au champ vu par les atomes qui se déplacent à $x \sim 50 \mu\text{m}$ du septum (conducteur le plus proche), ceux-ci ne verront que le spectre de $V(x = 0, z)$ qui vérifie $k_z < 2\pi/x$ et les détails de rugosité ayant des périodes

spatiales de quelques μm seront totalement invisibles.

Potentiel de surface

Le septum est connecté à la masse et les électrodes massives aux sources de tension V_i , cependant les potentiels présents à la surface de ces conducteurs ne sont pas 0 ou V_i à cause des potentiels de contact qui sont liés au travail de sortie du métal des électrodes qui sont toutes deux en aluminium. Le lecteur intéressé pourra se reporter à l'introduction de [138] et aux références indiquées. On note $V_{c,i}(y, z)$ la différence entre la tension existant effectivement entre l'électrode massive et le septum à la position (y, z) , et V_i . On va s'intéresser à la dispersion de la phase électrique, aussi ce sont essentiellement les variations du potentiel de surface avec la position qui nous intéressent. Les variations de potentiel de contact proviennent de variations locales du travail de sortie, qui dépendent de la structure cristalline du conducteur mais aussi dans une large mesure de la contamination physique et chimique de sa surface. En pratique, pour la surface du septum en aluminium qui est probablement polluée à cause du protocole de sa construction (annexe E) et l'huile des pompes à diffusion, on attend des variations de l'ordre de 10 mV sur des distances de l'ordre de 10 μm [138] [139].

IV.5.2.2 Description de la dépendance verticale

Les mesures d'épaisseur des éléments du condensateur confirmées par des mesures d'ombre portée avec le faisceau atomique assurent que les variations maximales de h_i dans un espace inter-électrodes donné ne dépassent pas de beaucoup 15 μm . Aussi on est certain que les variations relatives de h_i sont inférieures à 2%. De la même manière, les potentiels de contact inférieurs ou de l'ordre de la centaine de mV sont très faibles devant les tensions V_i qui sont toujours supérieures à 200 V. Ceci incite à décrire l'effet de la distance variable $h_i(y, z)$ et des potentiels de contact $V_{c,i}(y, z)$ par une faible correction du champ électrique local dont la norme devient :

$$E_i(y, z) = \frac{|V_i + V_{c,i}(y, z)|}{h_i(y, z)} \quad (\text{IV.108})$$

Cette approche ne décrit pas correctement les champs de bords, et l'expression de la longueur effective montre qu'on commet alors une erreur relative proche de 1.5% sur l'évaluation de $\varphi_{E,i}$. Cette imprécision n'est pas gênante car c'est la dépendance à V et à la position qui nous intéresse. Dans ce cadre simplifié, la longueur effective du condensateur est simplement la largeur de l'électrode massive qui est à priori une fonction de la coordonnée y : $L_{eff,i}(y) \simeq 2a_i(y)$.

On considère un atome se propageant dans l'interféromètre et y est son altitude quasi-constante au niveau de la cellule. Le déphasage induit par un condensateur i dépend de l'intégration du carré du champ local :

$$\varphi_{E,i}(y) = \frac{\alpha}{2\hbar v} \int E_i^2(y, z) dz \quad (\text{IV.109})$$

En utilisant un développement à l'ordre 1 en $V_{c,i}/V_i$ pour exprimer E_i^2 , le déphasage électrique est séparé en deux composantes notées $\varphi_{E,i} = \varphi_{E,g,i} + \varphi_{E,c,i}$ dont les expressions

sont :

$$\begin{aligned}\varphi_{E,g,i}(y) &= \frac{\alpha}{2\hbar v} V_i^2 \int \frac{dz}{h_i^2(y,z)} \\ \varphi_{E,c,i}(y) &= \frac{\alpha}{\hbar v} V_i \int \frac{V_{c,i}(y,z)}{h_i^2(y,z)} dz\end{aligned}\tag{IV.110}$$

Le déphasage électrique est $\varphi_E = \varphi_{E,l} - \varphi_{E,u}$. Les réglages ayant fixé le rapport V_u/V_l une fois pour toutes, on est amené à considérer un déphasage qui dépend de y et de la tension V de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\varphi_E(y) &= \varphi_{E,g}(y) + \varphi_{E,c}(y) \\ \text{avec : } &\begin{cases} \varphi_{E,g} = \varphi_{E,g,l} - \varphi_{E,g,u} \propto V^2 \\ \varphi_{E,c} = \varphi_{E,c,l} - \varphi_{E,c,u} \propto V \end{cases}\end{aligned}\tag{IV.111}$$

Dans toute l'étude des dispersions spatiales du déphasage, $\varphi_{E,g}$ sera qualifié de déphasage électrique géométrique car il ne dépend que de la géométrie des condensateurs. $\varphi_{E,g}$ est bien entendu un déphasage dynamique, et le terme géométrique utilisé pour qualifier des effets topologiques comme la phase HMW restera confiné à l'introduction de ce chapitre. Dans le même ordre d'idée, $\varphi_{E,c}$ sera qualifié de déphasage électrique de contact. Une conséquence expérimentale importante de leurs dépendances est que lorsqu'on mesure deux interactions électriques pour lesquelles on fixe des tensions $\pm |V|$ opposées, $\varphi_{E,g}$ et $|\varphi_{E,c}|$ sont invariantes, mais la valeur de $\varphi_{E,c}$ change de signe.

IV.5.2.3 Caractéristiques attendues

Avant d'évaluer l'influence de la dispersion verticale du déphasage d'interaction électrique sur les signaux, on va s'intéresser à leurs ordres de grandeur caractéristiques et si possible leur allure attendue.

Linéarité du déphasage électrique géométrique

On note $\overline{h_i}(y)$ la valeur moyenne de $h_i(y,z)$ selon z , et $\delta_i(y,z)$ l'écart relatif entre $h_i(y,z)$ et $\overline{h_i}$:

$$\begin{aligned}\overline{h_i}(y) &= \frac{1}{L_{eff,i}(y)} \int h_i(y,z) dz \\ \delta_i(y,z) &= h_i(y,z) / \overline{h_i}(y) - 1\end{aligned}\tag{IV.112}$$

Avec cette définition, la moyenne selon z de $\delta_i(y,z)$ est nulle : $\overline{\delta_i}(y) = 0$. En développant $1/h_i^2$ à l'ordre 1 en $\delta_i \ll 1$ dans l'expression de $\varphi_{E,g,i}$ (équations (IV.110)), on obtient une expression simple et analogue au cas d'un condensateur sans défaut :

$$\varphi_{E,g,i}(y) \simeq \frac{\alpha}{2\hbar v} \left(\frac{V_i}{\overline{h_i}(y)} \right)^2 L_{eff,i}(y)\tag{IV.113}$$

On remarque que par analogie avec l'expression (IV.37) qui introduit une correction de L_{eff} par rapport à la longueur $2a$, ce développement permet d'introduire à posteriori une

correction de $L_{eff,i}$ en la diminuant de $2\overline{h}_i(y)/\pi$ et on obtient une valeur plus précise de $\varphi_{E,g,i}(y)$ qui tient compte des effets de bord.

On s'intéresse maintenant à la variation du déphasage électrique géométrique avec y . $\varphi_{E,g}$ n'est pas sensible aux fluctuations microscopiques de la rugosité ou des défauts microscopiques des bord. Il dépend de la géométrie des condensateurs, notamment celle du septum et des électrodes massives, qui varie avec y de façon régulière, et n'est défini que sur la hauteur du faisceau atomique (selon y) qui est très probablement inférieure à 2 mm. Comme la hauteur de l'espace inter-électrode est proche de 18 mm, on considère que $\varphi_{E,g}$ varie linéairement ou quasi-linéairement avec y . Par conséquent en choisissant l'origine $y = 0$ à l'altitude moyenne du faisceau atomique au niveau de la cellule d'interaction, on évalue $\overline{h}_i(y)$ et $L_{eff,i}(y)$ par un développement de Taylor. Comme pour $h_i(y, z)$, le développement restreint au premier ordre selon les variations relatives fournit l'expression des variations linéaire en y du déphasage géométrique :

$$\begin{aligned} \varphi_{E,g,i}(y) &\simeq \varphi_{E,g,i}(0) [1 + \eta_i y] \\ \text{avec : } \eta_i &= -\frac{2}{\overline{h}_i(0)} \left(\frac{\partial \overline{h}_i}{\partial y} \right)_{y=0} + \frac{1}{L_{eff,i}(0)} \left(\frac{\partial L_{eff,i}}{\partial y} \right)_{y=0} \end{aligned} \quad (\text{IV.114})$$

Le réglage de l'interaction électrique assure $\varphi_{E,g} = \varphi_{E,g,l} - \varphi_{E,g,u} \ll \varphi_{E,g,i}$, aussi les variations linéaire du déphasage électrique atomique sont exprimées indépendamment du condensateur considéré :

$$\begin{aligned} \varphi_{E,g}(y) &\simeq \varphi_{E,g}(0) + \eta_g \varphi_{E,g,i} y \\ \text{avec : } \eta_g &= \eta_l - \eta_u \end{aligned} \quad (\text{IV.115})$$

Ordres de grandeur pour la dispersion du déphasage géométrique

On applique l'équation (IV.115) dans un cas simplifié qui reproduit les ordres de grandeurs observés :

- On ne considère que les défauts liés à h_i et on suppose que seul un condensateur présente des défauts. En se basant sur les mesures d'épaisseur pour le double condensateur (tableau IV.1) on évalue grossièrement une valeur haute $\partial \overline{h}_i / \partial y \simeq 10^{-3}$ (pente de 1 $\mu\text{m}/\text{mm}$);
- On considère la tension maximale appliquée aux bornes des condensateurs lors des mesures de l'effet HMW, soit $V \simeq 800$ V. L'épaisseur en $y = 0$ est choisie proche de l'épaisseur moyenne pour les déphasage par polarisabilité, soit $\overline{h}_i(0) \simeq 1.1$ mm. La longueur effective L_{eff} est prise à 48 mm. Ceci fournit un déphasage $\varphi_{E,g,i} \simeq 300$ rad qui est quasi-exactement compensé par l'autre condensateur.

Dans ces conditions la dispersion de $\varphi_{E,g}$ est de 0.6 rad/mm, soit une différence de 1.2 rad entre le haut et le bas du faisceau atomique de 2 mm de hauteur. On constate qu'une très faible variation relative d'épaisseur provoque une dispersion qui n'est pas du tout négligeable, et ceci est une conséquence des valeurs importantes prises par les phases $\varphi_{E,g,i}$ dont le déphasage mesuré $\varphi_{E,g}$ n'est qu'une très petite fraction.

Expression simplifiée du déphasage électrique de contact

Nous n'avons pas réalisé de mesure des potentiels de contact sur le septum et n'avons par conséquent aucune connaissance précise de l'allure des déphasages électriques de contact.

Les ordres de grandeur généraux fournis dans la section IV.5.2.1 permettent de supposer des variations rapides et un caractère fluctuant sur la surface du septum. Cependant des mesures réalisées par d'autres équipes sur des échantillons de plusieurs mm montrent qu'il est possible d'observer aussi des variations de moyenne non-nulle sur des distances macroscopiques [139]. Comme pour les déphasages géométriques, on peut simplifier l'expression des déphasages électriques en utilisant des valeurs moyennées. On définit un potentiel de contact moyenné selon la propagation atomique :

$$\overline{V_{c,i}}(y) = \frac{1}{L_{eff,i}(y)} \int V_{c,i}(y, z) dz \quad (\text{IV.116})$$

L'expression de $\varphi_{E,c,i}$ (équations (IV.110)) est déjà un développement des défauts à l'ordre 1 vis-à-vis du rapport $V_{c,i}/V_i$ qui est très petit; aussi il est suffisant de considérer un développement à l'ordre 0 pour $1/h_i^2$ et $L_{eff,i}$ donc d'utiliser leurs valeurs moyennes notées comme telles. On obtient :

$$\varphi_{E,c,i}(y) \simeq \frac{\alpha L_{eff,i}}{\hbar v} \frac{V_i \overline{V_{c,i}}(y)}{\hbar_i^2} \quad (\text{IV.117})$$

Ordre de grandeur du déphasage de contact

En appliquant l'équation (IV.117), un potentiel de contact moyen $\overline{V_{c,i}}(y) = 10$ mV provoque un déphasage $\varphi_{E,c,i}(y) \simeq 80$ mrad si $V = 800$ V. Ce déphasage n'a aucune raison d'être identique pour les deux condensateurs, et même s'il est inférieur d'un ordre de grandeur aux variations de $\varphi_{E,g,i}(y)$, de telles valeurs sont tout à fait détectables dans l'absolu.

IV.5.3 Signaux avec une dispersion verticale

Cette partie présente un modèle analytique qui décrit l'influence des dispersions verticales de déphasage sur les signaux d'interférences atomiques observés. L'approche développée sera aisément généralisable à tous les cas de figure envisagés pour l'expérience de détection de l'effet HMW.

IV.5.3.1 Expression analytique

Dans cette étude des dispersions spatiales on négligera l'influence de la dispersion de vitesse atomique. Pour simplifier, on suppose dans un premier temps que seul un déphasage d'interaction est fonction de l'altitude et on le note $\varphi(y)$. Dans ce cadre on suppose que la visibilité observée \mathcal{V}_{exp} et la phase de l'interféromètre ϕ_m ne dépendent pas de l'altitude^f.

f. Le cas d'une dispersion de la phase de l'interféromètre $\varphi_m(y)$, qu'on appellera aussi phase de diffraction, est très facilement évalué sans calcul supplémentaire. Cette dispersion particulière décrit un réglage imparfait de l'interféromètre pour laquelle il existe un figure d'interférences sur le détecteur dont l'interfrange n'est pas infinie selon la coordonnée y . Il semble raisonnable de décrire cette figure par une visibilité constante \mathcal{V}_{exp} et une phase qui varie spatialement. Le cas d'une visibilité variable de type $\mathcal{V}_{exp}(y)$ peut décrire l'effet de réglages fortement imparfaits, mais représente une complication sérieuse qui n'est pas traitée dans ce manuscrit. On peut attendre une telle dépendance si les propriétés des séparatrices et miroirs de l'interféromètre sont elles-mêmes variables sur la zone d'extension du faisceau atomique

On écrit la contribution d'une tranche infinitésimale $[y; y + dy]$ au flux total détecté :

$$dI(y) = P(y) dy I_0 [1 + \mathcal{V}_{exp} \cos(\phi_m + \varphi(y))] \quad (\text{IV.118})$$

La probabilité $P(y)$ décrit la distribution du flux atomique sur la hauteur du faisceau. Le flux total moyen est I_0 et la probabilité est normée : $\int P(y) dy = 1$. Le signal d'interférences détecté est la somme incohérente des intensités $dI(y)$:

$$I = I_0 \left[1 + \mathcal{V}_{exp} \int P(y) \cos(\phi_m + \varphi(y)) dy \right] \quad (\text{IV.119})$$

L'intérêt porte plus particulièrement sur le terme d'interférences pour lequel on voudra déterminer la visibilité relative et le déphasage. On considère donc une intensité atomique qu'on qualifie de cohérente :

$$I_c = \int P(y) \cos(\phi_m + \varphi(y)) dy \quad (\text{IV.120})$$

Cette dénomination servira plus tard. On remarque que I_c est la partie réelle de la visibilité relative complexe introduite pour décrire l'effet de l'interaction magnétique, à un facteur $\exp(i\phi_m)$ près qui est commun donc sans importance. Il est tout à fait équivalent d'évaluer I_c et la visibilité complexe, mais l'utilisation de nombres complexes n'apporte ici aucune simplification particulière.

On utilisera la notation $\langle \dots \rangle$ pour désigner la moyenne d'une fonction de la position y avec la densité de probabilité $P(y)$. On introduit l'écart de φ à sa valeur moyenne noté $\delta\varphi(y) = \varphi(y) - \langle \varphi \rangle$. On développe les fonctions trigonométriques de $\varphi = \langle \varphi \rangle + \delta\varphi$ comme suit :

$$\begin{aligned} \cos(\phi_m + \varphi) &= \cos(\phi_m + \langle \varphi \rangle + \delta\varphi) \\ &= \cos(\phi_m + \langle \varphi \rangle) \cos(\delta\varphi) - \sin(\phi_m + \langle \varphi \rangle) \sin(\delta\varphi) \end{aligned} \quad (\text{IV.121})$$

On développe les fonctions trigonométriques jusqu'au troisième ordre en $\delta\varphi$:

$$\begin{aligned} \cos(\delta\varphi) &\simeq 1 - \frac{(\delta\varphi)^2}{2} \\ \sin(\delta\varphi) &\simeq \delta\varphi - \frac{(\delta\varphi)^3}{6} \end{aligned} \quad (\text{IV.122})$$

Lorsque $\delta\varphi = 0.6$ rad qui est la dispersion évaluée pour l'interaction électrique dans un cas défavorable, la précision de ces développements est meilleure que 1%. On injecte ces développements dans l'expression de I_c (équation (IV.120)). Par définition, $\langle \delta\varphi \rangle = 0$ et on obtient une expression analytique approchée mais synthétique et relativement précise tant que $\delta\varphi \lesssim 1$ rad :

$$\begin{aligned} I_c &\simeq \left[1 - \frac{\langle (\delta\varphi)^2 \rangle}{2} \right] \cos(\phi_m + \langle \varphi \rangle) + \frac{\langle (\delta\varphi)^3 \rangle}{6} \sin(\phi_m + \langle \varphi \rangle) \\ &\simeq \left[1 - \frac{\langle (\delta\varphi)^2 \rangle}{2} \right] \cos \left(\phi_m + \langle \varphi \rangle - \frac{\langle (\delta\varphi)^3 \rangle}{6} \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.123})$$

La deuxième ligne tient compte du fait que ce modèle restreint le développement à l'ordre 3 en $\delta\varphi$. La dispersion spatiale de la phase provoque une modification de la visibilité relative d'interaction et du déphasage observés par rapport aux valeurs $\mathcal{V}_{int} = 1$ et $\phi_{int} = \langle\varphi\rangle$:

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_{int} &\simeq 1 - \frac{\langle(\delta\varphi)^2\rangle}{2} \\ \phi_{int} &\simeq \langle\varphi\rangle - \frac{\langle(\delta\varphi)^3\rangle}{6}\end{aligned}\tag{IV.124}$$

Cette approche est généralisable à la dispersion de n'importe quel type de déphasage et notamment celle de la phase de l'interféromètre ϕ_m , et à tout type de dispersion spatiale de phase (c'est à dire dépendante de y et de x) avec les mêmes notations.

IV.5.3.2 Application à l'interaction électrique

Comme l'allure de $\mathcal{V}_E(V)$ dépend des réglages des réseaux lumineux, il faut tenir compte d'une dispersion spatiale de la phase de diffraction $\varphi_m(y)$. Lors de l'interaction électrique, la visibilité relative est évaluée en considérant que $\phi_m = \langle\varphi_m\rangle$ et $\delta\varphi = \delta\varphi_E + \delta\varphi_m$. Lorsqu'on n'applique aucune interaction, la visibilité relative est $\mathcal{V}_0 = 1 - \langle(\delta\varphi_m)^2\rangle/2$ et lorsqu'on applique l'interaction électrique, c'est la dispersion $\delta\varphi_E + \delta\varphi_m$ dont il faut évaluer l'influence. Ceci fait apparaître des corrélations entre $\delta\varphi_m$ et $\delta\varphi_E$ dans l'expression de la visibilité relative :

$$\mathcal{V}_E \simeq \frac{1 - \langle(\delta\varphi_m + \delta\varphi_E)^2\rangle/2}{1 - \langle(\delta\varphi_m)^2\rangle/2} = 1 - \langle(\delta\varphi_E)^2\rangle/2 - \langle\delta\varphi_m\delta\varphi_E\rangle\tag{IV.125}$$

C'est la restriction à l'ordre 3 inclus en $\delta\varphi$ qui a simplifié le rapport de visibilités relatives dans l'équation qui précède. Selon les équations (IV.111), $\delta\varphi_E = \delta\varphi_{E,g} + \delta\varphi_{E,c}$ et le terme géométrique et de contact sont respectivement proportionnels à V^2 et V . L'équation qui précède évalue bien $1 - \mathcal{V}_E$ comme un polynôme d'ordre 4 en V . Cependant la partie qui suit va montrer que le terme d'ordre 1 ne peut pas décrire correctement l'ordre de grandeur évalué par les ajustements, car cette équation ne tient pas compte de l'effet Aharonov-Casher.

IV.5.4 Interprétation des mesures en champ électrique

IV.5.4.1 Effet de la phase Aharonov-Casher

L'effet Aharonov-Casher désigné par le sigle AC a été présenté dans la section IV.1.2.1. On note $\boldsymbol{\mu}$ le moment magnétique de l'atome. Les mesures en champ électrique détectent aussi le déphasage AC car la trajectoire du moment magnétique encercle la distribution de charge portée par le septum. On rappelle l'expression du déphasage AC en notant \mathbf{r} le vecteur position qui décrit la trajectoire atomique :

$$\phi_{AC} = -\frac{1}{\hbar c^2} \oint [\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \boldsymbol{\mu}] d\mathbf{r}\tag{IV.126}$$

Il existe deux différences entre notre configuration expérimentale et celle proposée par Aharonov et Casher :

- Le moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$ de l'atome de lithium dépend de l'état fondamental hyperfin (F, m_F) qui n'est pas a priori fixé dans notre interféromètre ;
- Si (F, m_F) est fixé, la norme μ dépend de la valeur locale du champ magnétique vu par l'atome et sa direction suit celle du champ magnétique de façon adiabatique.

Ainsi dans l'expression de ϕ_{AC} , l'intégration concerne un moment magnétique $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{r})$ en principe variable et déterminé par (F, m_F) et le champ magnétique local $\mathbf{B}(\mathbf{r})$. On va d'abord évaluer le moment magnétique $\boldsymbol{\mu}(F, m_F)$.

Moment magnétique de l'atome de lithium 7

L'hypothèse du suivi adiabatique permet de considérer que $\boldsymbol{\mu} = \mu \mathbf{u}$ est le moment magnétique moyen où $\mathbf{u} = \mathbf{B}/B$ (axe orienté de quantification locale). La définition classique du lien entre le moment dipolaire et l'énergie magnétique permet d'exprimer $\mu(F, m_F)$ de manière analytique :

$$\mu(F, m_F) = -\frac{\partial U(F, m_F)}{\partial B} = \mp \mu_B \frac{m_F + 2X}{2\sqrt{1 + m_F X + X^2}} \quad (\text{IV.127})$$

On rappelle que $U(F, m_F)$ désigne l'énergie magnétique et que $X = \mu_B B/A$ est un paramètre adimensionné proportionnel à B (voir l'équation (IV.56)). Le terme \mp désigne $-$ si $F = 2$, $+$ si $F = 1$. Pour analyser l'interaction magnétique, nous avons développé $\partial U/\partial B$ à l'ordre 2 inclus en X (équation (IV.59)) et on indique l'expression de μ dans le cadre de ce développement :

$$\mu(F, m_F) \simeq \mp \mu_B \left[\frac{m_F}{2} + \left(1 - \frac{m_F^2}{4}\right) X + \frac{3m_F}{4} \left(\frac{m_F^2}{4} - 1\right) X^2 \right] \quad (\text{IV.128})$$

On a négligé l'influence du moment magnétique nucléaire car cette expression a une précision plus que suffisante compte-tenu de la petitesse de la phase AC. En effet, pour un champ électrique fixé la phase AC sera maximale si \mathbf{u} est vertical. On remarque que nous réalisons cette configuration avec le champ magnétique de la cellule. Dans ce cas particulier et avec le champ électrique maximal $E = 770$ kV/m, on a la phase AC maximale accessible $|\phi_{AC}|_{max} \simeq 70$ mrad (voir la section IV.1.3.2).

Influence de l'effet AC sur la visibilité

La phase AC a une influence particulière dans notre montage. Pour l'évaluer, on va présenter et détailler une approche analytique importante car elle sera utilisée pour analyser les résultats en interaction simultanée (sous-chapitre IV.6). On considère l'interaction avec un champ magnétique quelconque et on néglige l'effet du moment magnétique nucléaire. On utilise les notations introduites dans la section IV.4.3.3 qui regroupe les 8 sous-niveaux (F, m_F) selon 4 couples $((F, m_F); (F, m_F)')$; la définition des nombres quantiques $(F, m_F)'$ est donnée par l'expression (IV.82). En l'absence de magnétisme nucléaire, les sous-niveaux d'un couple donné ont des déphasages magnétiques opposés quel que soit le champ magnétique. On rappelle que le signe $'$ s'applique aussi aux grandeurs dépendantes de (F, m_F) pour désigner leur valeur pour le sous-niveau $(F, m_F)'$, et on a par exemple $\varphi'_B = -\varphi_B$. On considère les interférences d'un faisceau atomique équilibré avec l'interaction magnétique, sans l'effet AC et en négligeant toute dispersion de phase (dispersion spatiale ou de

vitesse atomique). Dans ce cadre l'intensité cohérente donnée par un sous-niveau (F, m_F) est $I_c(F, m_F) = \cos(\phi_m + \varphi_B(F, m_F))$. On détaille l'écriture de l'intensité cohérente du signal global $I_{c,B}$:

$$\begin{aligned}
I_{c,B} &= \frac{1}{8} \sum_{F, m_F} I_c(F, m_F) \\
&= \frac{1}{8} \sum_{m_F=-1}^{m_F=+2} [I_c + I'_c](m_F) \\
&= \frac{1}{4} \sum_{m_F=-1}^{m_F=+2} \cos(\varphi_B(2, m_F)) \cos(\phi_m) \\
&= \pm \mathcal{V}_B \cos(\phi_m)
\end{aligned} \tag{IV.129}$$

\mathcal{V}_B est la visibilité relative d'interaction magnétique et le signe \pm est celui de $\underline{\mathcal{V}}_B$ qui est réelle avec les hypothèses utilisées. On retrouve la visibilité relative complexe dans un cas simplifié d'interaction magnétique et le seul intérêt de ce développement est d'introduire des calculs de ce type avec les intensités cohérentes.

On s'intéresse maintenant aux modifications du signal atomique lorsqu'on rajoute le déphasage AC et on note $I_{c,B,AC}$ la nouvelle intensité cohérente obtenue. Les déplacements Zeeman des sous-niveaux d'un couple sont opposés et on a $\boldsymbol{\mu}' = -\boldsymbol{\mu}$, soit $\phi_{AC}' = -\phi_{AC}$. L'effet du déphasage AC est illustré en comparant $I_{c,B}$ et $I_{c,B,AC}$ comme ci-dessous :

$$\begin{aligned}
I_{c,B} &= \frac{1}{4} \left[\sum_{m_F=-1}^{m_F=+2} \cos(\varphi_B(2, m_F)) \right] \cos(\phi_m) \\
I_{c,B,AC} &= \frac{1}{4} \left[\sum_{m_F=-1}^{m_F=+2} \cos(\varphi_B(2, m_F) + \phi_{AC}(2, m_F)) \right] \cos(\phi_m)
\end{aligned} \tag{IV.130}$$

L'application d'une interaction AC est en tout point similaire à l'application d'un gradient de champ magnétique supplémentaire, mais qui possède la caractéristique spécifique de changer de signe lorsqu'on change le sens du champ magnétique. Avec un faisceau atomique équilibré, la phase AC n'est pas détectable *via* les déphasages mais modifie la visibilité. Cette modification peut être exprimée analytiquement en tenant compte de la faible valeur du déphasage AC par une approximation des fonctions trigonométriques :

$$\cos(\varphi_B + \phi_{AC}) \simeq \cos(\varphi_B) - \phi_{AC} \sin(\varphi_B) \tag{IV.131}$$

On obtient l'expression suivante pour $I_{c,B,AC}$:

$$I_{c,B,AC} \simeq \left[\pm \mathcal{V}_B - \frac{1}{4} \sum_{m_F=-1}^{m_F=+2} \phi_{AC}(2, m_F) \sin(\varphi_B(2, m_F)) \right] \cos(\phi_m) \tag{IV.132}$$

La modification de visibilité est maintenant décrite par la sommation sur les nombres quantiques m_F et nous retrouverons des termes de ce type pour évaluer l'effet des dispersions

simultanées.

Application à l'interaction électrique seule

Lorsqu'on applique l'interaction électrique seule, c'est le champ magnétique résiduel \mathbf{B}_0 qui définit $\boldsymbol{\mu}$. Grâce aux mesures en interaction magnétique, on connaît le terme $J_0 \simeq -0.61$ rad associé à l'influence de son gradient (voir les équations (IV.103)). On note $\phi_{AC,B0}$ le déphasage AC imposé au sous-niveau ($F = 2, m_F = 2$) dans cette configuration. Le déplacement Zeeman imposé par \mathbf{B}_0 est linéaire et on a $\phi_{AC}(2, m_F) = (m_F/2) \phi_{AC,B0}$. Pour calculer l'intensité cohérente, on applique l'équation IV.124 pour calculer l'intensité cohérente d'un sous-niveau (F, m_F) en tenant compte des dispersions du déphasage électrique et de la phase de diffraction, puis la sommation par couples de sous-niveaux comme en équation (IV.129). On obtient une visibilité relative en champ électrique notée $\mathcal{V}_{E,B0}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{B0} &= \frac{1}{4} \left[\cos(J_0) + 2 \cos\left(\frac{J_0}{2}\right) + 1 \right] \\ \mathcal{V}_{E,B0}(V) &= \left[1 - \frac{\langle (\delta\varphi_m + \delta\varphi_E)^2 \rangle}{2} \right] \mathcal{V}_{B0} - \frac{\phi_{AC,B0}}{4} \left[\sin(J_0) + \sin\left(\frac{J_0}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.133})$$

La visibilité relative d'interaction est obtenue en comparant $\mathcal{V}_{E,B0}(V)$ et $\mathcal{V}_{E,B0}(V=0) = \mathcal{V}_{B0}$ ce qui donne l'expression restreinte à l'ordre 3 en $\delta\varphi$ suivante :

$$\mathcal{V}_E = 1 - \frac{\langle (\delta\varphi_E)^2 \rangle}{2} - \langle \delta\varphi_m \delta\varphi_E \rangle - \frac{\phi_{AC,B0}}{4\mathcal{V}_{B0}} \left[\sin(J_0) + \sin\left(\frac{J_0}{2}\right) \right] \quad (\text{IV.134})$$

IV.5.4.2 Résultats d'ajustement

$\phi_{AC,B0}$ est proportionnel à V . En développant $\delta\varphi_E = \delta\varphi_{E,g} + \delta\varphi_{E,c}$ dans l'équation (IV.134), on identifie les termes du polynôme $1 - \mathcal{V}_E(V)$ suivant leur dépendance en puissance de V :

$$\begin{aligned} k_{V1}V &= \langle \delta\varphi_m \delta\varphi_{E,c} \rangle + \frac{\phi_{AC,B0}}{4\mathcal{V}_{B0}} \left[\sin(J_0) + \sin\left(\frac{J_0}{2}\right) \right] \\ k_{V2}V^2 &= \frac{\langle (\delta\varphi_{E,c})^2 \rangle}{2} + \langle \delta\varphi_m \delta\varphi_{E,g} \rangle \\ k_{V3}V^3 &= \langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_{E,c} \rangle \\ k_{V4}V^4 &= \frac{\langle (\delta\varphi_{E,g})^2 \rangle}{2} \end{aligned} \quad (\text{IV.135})$$

Nous allons discuter les valeurs des coefficients k_{Vn} en commençant par $n = 4$ car l'interprétation est plus simple en parcourant n dans le sens décroissant.

Coefficient k_{V4}

La partie gauche de la figure IV.54 représente les valeurs du coefficient k_{V4} ajustés en regroupant les séries de mesures en champ électrique entre deux alignements des réseaux lumineux. La dispersion semble un peu plus forte qu'une simple dispersion statistique, et

la section qui suit en expliquera l'origine. Ces résultats sont cohérents lorsque comparés à l'expression analytique de k_{V4} qui n'implique que $\langle(\delta\varphi_{E,g})^2\rangle$:

- k_{V4} est positif ;
- k_{V4} ne dépend pas des réglages des réseaux lumineux qui ne change que la dispersion de la phase de l'interféromètre $\delta\varphi_m$.

La moyenne statistique des mesures représentées est $k_{V4} = (6.0 \pm 0.5) \times 10^{-14} \text{ V}^{-4}$. Afin de vérifier la cohérence de ce résultat, on considère le cas simplifié de la section IV.5.2.3. Avec un faisceau atomique de 2 mm de haut (profil rectangulaire) et tous les défauts provenant de l'épaisseur h_i d'un condensateur, la valeur moyenne de k_{V4} correspond à une variation linéaire de l'épaisseur $\partial\bar{h}_i/\partial y$ de $0.7 \mu\text{m}/\text{mm}$, en accord avec les défauts du condensateur mesurés au Palmer (section IV.2.2.4). Lorsque $V = 800 \text{ V}$, une telle variation d'épaisseur provoque une dispersion linéaire de la phase électrique géométrique un peu inférieure à $0.4 \text{ rad}/\text{mm}$ et une diminution de visibilité $\langle(\delta\varphi_{E,g})^2\rangle/2 \simeq 2.5\%$.

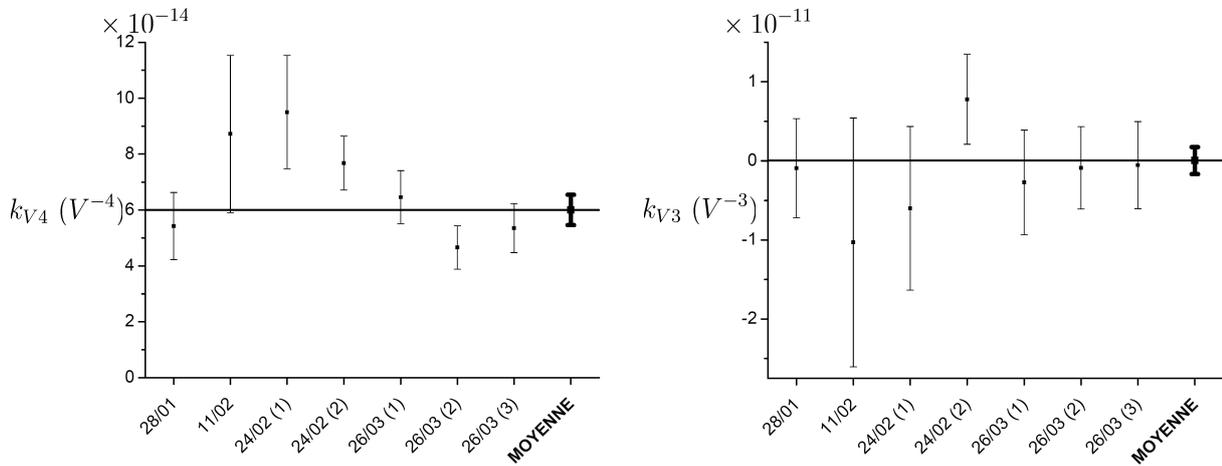


FIGURE IV.54 – Résultats de l'ajustement des mesures de visibilité relative d'interaction en champ électrique seul pour toutes les différentes séries de mesures reproductibles obtenues (telles que celles illustrées par la figure IV.53).

Partie gauche : coefficient k_{V4} . En abscisse figure la date de mesure, suivie éventuellement d'un numéro entre parenthèses qui indique un réglage de l'alignement des réseaux lumineux ;

Partie droite : représentation similaire pour le coefficient k_{V3} .

Coefficient k_{V3}

La partie droite de la figure IV.54 s'intéresse au coefficient k_{V3} . On constate que les incertitudes statistiques sont relativement fortes, et la valeur moyenne statistique de ces mesures est $k_{V3} = (0.04 \pm 1.72) \times 10^{-12} \text{ V}^{-3}$. Pour les tensions électriques imposées, le terme $\langle\delta\varphi_{E,g}\delta\varphi_{E,c}\rangle$ a une valeur faible par rapport aux autres corrélations qui modifient la visibilité. Deux caractéristiques comparés des déphasages électriques dits géométrique et de contact permettent d'expliquer cette propriété :

- Les déphasages électriques de contact sont sensiblement plus faibles que les déphasages électriques géométriques (voir la section IV.5.2.3 pour les ordres de grandeur attendus) ;
- On attend des déphasages électriques de contact qui fluctuent sur des distances faibles ($\sim 100 \mu\text{m}$ ou moins) alors que la dispersion des déphasages géométriques est probablement une fonction linéaire de y .

La corrélation entre ces deux types de dispersions est faible, et c'est ce que décrivent les mesures présentées. On remarque que l'évaluation de $\langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_{E,c} \rangle$ est compatible avec 0, mais que l'incertitude est forte et on ne peut exclure une influence non-nulle dans nos conditions expérimentales.

Coefficient k_{V2}

A partir de l'ordre 2 de $1 - \mathcal{V}_E(V)$, les coefficients sont influencés par la dispersion $\delta\varphi_m$ de la phase de diffraction. On attend pour $\delta\varphi_m$ une allure comparable à celle de $\delta\varphi_{E,g}$, c'est à dire quasi-linéaire et du même ordre de grandeur. En effet elle diminue la visibilité relative du terme $\langle (\delta\varphi_m)^2 \rangle / 2$ et il est courant de réaliser des mesures avec des visibilités observées quelques pour-cent inférieures aux visibilités maximales qu'on obtient en soignant les réglages (autour de 80%). Comme $\delta\varphi_{E,c}$ est sensiblement inférieur à $\delta\varphi_{E,g}$, il est probable que $\langle \delta\varphi_m \delta\varphi_{E,g} \rangle$ domine par ses effets le terme $\langle (\delta\varphi_{E,c})^2 \rangle / 2$ dans la valeur de k_{V2} (équations (IV.135)). Ceci explique la très forte dépendance de ce coefficient aux réglages des réseaux lumineux illustrée dans la partie gauche de la figure IV.55. On remarque que l'alignement des réseaux lumineux est réalisé en maximisant la visibilité dans une zone peu sensible où elle est stationnaire, ce qui rend difficile une minimisation de $\delta\varphi_m$. Nous donnerons des précisions sur la dispersion $\delta\varphi_m$ dans l'étude de l'interaction simultanée (section IV.6.3.3). Les valeurs négatives de k_{V2} ($\langle \delta\varphi_m \delta\varphi_{E,g} \rangle < 0$) donnent une allure à $1 - \mathcal{V}_E$ telle qu'illustrée sur la partie gauche de la figure IV.53, tandis que les allures avec $k_{V2} > 0$ sont illustrées sur sa partie droite. Cette différence claire a permis d'identifier de façon certaine l'existence d'une dispersion de la phase de diffraction.

Coefficient k_{V1}

Le coefficient d'ordre 1 est aussi influencé par la dispersion de la phase de l'interféromètre. Cependant, par analogie avec le cas du coefficient k_{V3} , on peut s'attendre à ce que la corrélation $\langle \delta\varphi_m \delta\varphi_{E,c} \rangle$ ait des effets très faibles sur les mesures de visibilité. La partie droite de la figure IV.55 confirme cette hypothèse, et le faible nombre de mesures ne permet pas d'identifier d'influence du réglage des réseaux lumineux sur les valeurs ajustées. Si on néglige cette influence, il est possible d'obtenir une information sur la composante verticale moyenne du champ magnétique résiduel présent dans la zone d'interaction électrique car la valeur moyenne statistique de k_{V1} évalue alors le terme dépendant de $\varphi_{AC,B0}$. On considère que \mathbf{E}_1 et \mathbf{E}_u sont uniformes et selon \mathbf{e}_x dans la zone d'interaction électrique, nuls ailleurs. Si on note $\mathbf{u}_0 = \mathbf{B}_0/B_0$, l'équation (IV.126) permet d'évaluer la phase AC du sous-niveau ($F = 2, m_F = 2$) comme suit :

$$\phi_{AC,B0} \simeq 2 \left(\frac{V}{h} \right) \frac{\mu_B L_{eff}}{\hbar c^2} \mathbf{e}_y \cdot \langle \mathbf{u}_0 \rangle \quad (\text{IV.136})$$

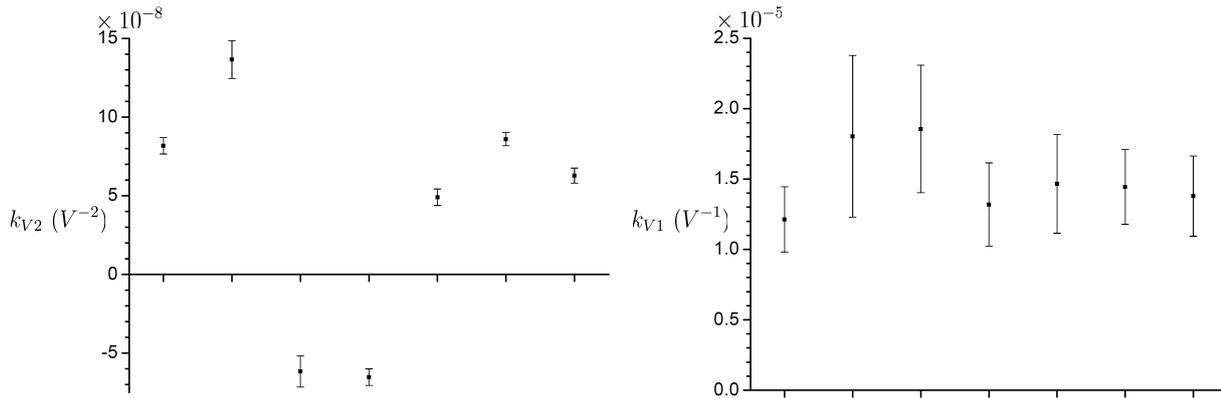


FIGURE IV.55 – Résultats d’ajustements des coefficients k_{V2} (partie gauche) et k_{V1} (partie droite). La représentation est totalement similaire à celle de la figure IV.54.

Dans l’équation qui précède, h est la largeur moyenne de l’espace inter-électrode des condensateurs et $\langle \mathbf{u}_0 \rangle$ désigne la valeur moyenne vectorielle dans la zone d’interaction électrique (il est probable que la direction de \mathbf{u}_0 varie peu, mais cette hypothèse n’est pas nécessaire). On a alors :

$$k_{V1} \simeq \frac{\mu_B L_{eff}}{2h\hbar c^2 \mathcal{V}_{B0}} \left[\sin(J_0) + \sin\left(\frac{J_0}{2}\right) \right] \mathbf{e}_y \cdot \langle \mathbf{u}_0 \rangle \quad (\text{IV.137})$$

La valeur moyenne statistique évaluée pour le coefficient d’ordre 1 est $k_{V1} \simeq (1.40 \pm 0.07) \times 10^{-5} \text{ V}^{-1}$. On connaît $J_0 \simeq -0.61 \text{ rad}$ et $\mathcal{V}_{B0} \simeq 0.93$ grâce aux mesures d’interaction magnétique seule, et ceci fournit $\mathbf{e}_y \cdot \langle \mathbf{u}_0 \rangle \simeq -0.7$. Ce résultat décrit un champ résiduel \mathbf{B}_0 qui a une direction moyenne qui fait un angle proche de 45° de la verticale, et pointe vers le bas : ces caractéristiques sont compatibles avec les caractéristiques du champ magnétique terrestre local perturbé par l’environnement du laboratoire.

IV.5.4.3 Influence de la température de la cellule

Lorsque les mesures d’interaction électrique sont réalisées en parallèle des mesures de l’effet HMW, l’effet Joule dans le solénoïde de la cellule peut changer sa température d’environ 10°C (voir la section IV.2.3.3). Les dérives thermiques provoquées modifient les dimensions des condensateurs et ceci change les caractéristiques de l’interaction électrique. Cette section en présente les conséquences.

Influence attendue d’une dérive de la température

On suppose que les potentiels de contact sont peu influencés par une variation de température, aussi on s’intéresse seulement à l’influence d’une dérive thermique sur les propriétés géométriques d’un condensateur. On se base sur l’équation (IV.113) pour évaluer les variations du déphasage électrique géométrique induit lorsque les dimensions caractéristiques $\overline{h_i}$

et $L_{eff,i}$ varient faiblement. Pour cela on en calcule la différentielle logarithmique :

$$\frac{d\varphi_{E,g,i}}{\varphi_{E,g,i}} = -2\frac{d\bar{h}_i}{\bar{h}_i} + \frac{dL_{eff,i}}{L_{eff,i}} \quad (\text{IV.138})$$

On s'intéresse maintenant à la dispersion $\delta\varphi_{E,g,i}$ et on constate que la différentielle logarithmique $d(\delta\varphi_{E,g,i})/\delta\varphi_{E,g,i}$ est du même ordre de grandeur :

$$\begin{aligned} d(\delta\varphi_{E,g,i}(y)) &= d(\varphi_{E,g,i}(y) - \langle\varphi_{E,g,i}\rangle) \\ &\simeq \frac{d\varphi_{E,g,i}}{\varphi_{E,g,i}} (\varphi_{E,g,i}(y) - \langle\varphi_{E,g,i}\rangle) \\ &= \delta\varphi_{E,g,i} \frac{d\varphi_{E,g,i}}{\varphi_{E,g,i}} \end{aligned} \quad (\text{IV.139})$$

On suppose une température uniforme mais qui varie de 10°C et on utilise le cas simplifié de la section IV.5.2.3. Pour les dilatations $d\bar{h}_i/\bar{h}_i$ et $dL_{eff,i}/L_{eff,i}$ on utilise le coefficient de dilatation thermique du verre $9 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Lorsque la tension imposée est $V_i = 800 \text{ V}$ soit $\langle\varphi_{E,g,i}\rangle \simeq 300 \text{ rad}$, $\varphi_{E,g,i}$ varie d'environ 27 mrad . $\varphi_{E,g,i}$ et $\delta\varphi_{E,g,i}$ varient d'environ 10^{-4} en valeur relative, et l'influence de cette modification sur la dispersion est tout à fait négligeable puisque $\delta\varphi_{E,g,i} \sim 1 \text{ rad}$ tout au plus.

Le double condensateur est déposé dans l'encoche du support en laiton. Une de ses faces est en contact thermique avec le support, l'autre non car on a interposé des cales en téflon. Le verre conduit mal la chaleur et les temps de relaxation thermique du condensateur sont au moins de plusieurs minutes. L'hypothèse d'une température uniforme n'est donc certainement pas vérifiée, mais ce modèle montre qu'on attend des conséquences des dérives thermiques principalement sur les mesures de déphasage électrique, très peu sur les mesures de visibilité.

Effet des dérives thermiques

La figure IV.56 représente l'évolution des mesures d'interaction électrique typiquement observée au cours d'une mesure de l'effet HMW. Cette mesure fait partie d'un ensemble de mesures de l'effet HMW avec l'intensité efficace dans le solénoïde $I_{eff} \simeq 16 \text{ A}$ (23 A appliquée pendant la moitié du temps de mesure). La température stabilisée est alors proche de 19°C pour une température de l'eau de refroidissement de 14°C . Entre deux mesures, il existe un temps de latence de quelques secondes utilisé pour changer des paramètres comme la tension ou le protocole d'acquisition avant de démarrer une nouvelle mesure. Pendant cet intervalle de temps le programme d'acquisition est arrêté et le courant dans le solénoïde est coupé, ce qui provoque une diminution de la température et explique la température de départ de 17.5°C . On observe une variation relativement importante du déphasage d'interaction ϕ_E , de l'ordre de 0.2 rad entre le début et la fin de la mesure. On peut corrélérer l'évolution temporelle de ϕ_E à une augmentation de la température de la cellule proche de 2°C avec un retard de l'ordre de 100 s pour la stabilisation. On constate que les mesures de visibilité relative réalisées en parallèle (partie droite de la figure) n'exhibent aucune variation visible. L'effet observé des dérives thermiques présente donc bien les caractéristiques qualitatives attendues, même si les variations de ϕ_E sont nettement

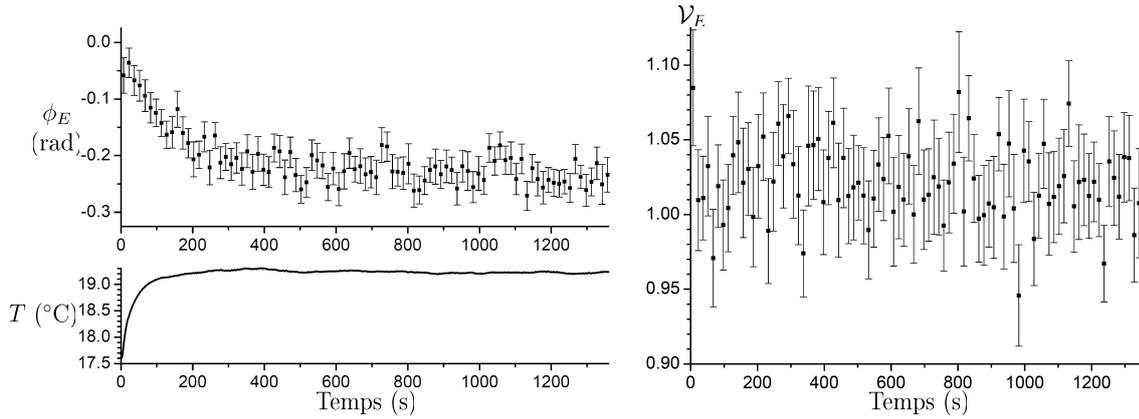


FIGURE IV.56 – Effets des dérives thermiques de la cellule sur les mesures en champ électrique seul. On a représenté l'évolution en fonction du temps des mesures d'interaction relatives à chaque rampe d'une mesure particulière de l'effet HMW.

Partie gauche : évolution du déphasage d'interaction électrique ϕ_E en fonction du temps. La partie inférieure représente la température T de la cellule mesurée en parallèle *via* des mesures de tension aux bornes d'une sonde de platine type PT100 collée sur le support en laiton (valeur moyennée sur une fenêtre glissante large de 5 s).

Partie droite : évolution de la visibilité relative d'interaction électrique \mathcal{V}_E pour la même mesure.

plus fortes que ce qu'évalue le modèle grossier.

Mesures de déphasage électrique. Conséquences

En appliquant l'équation (IV.124) avec une dispersion du déphasage électrique et de la phase de diffraction, des corrélations d'ordre 3 en $\delta\varphi_E$ et $\delta\varphi_m$ apparaissent dans l'expression du déphasage mesuré ϕ_E . Si on néglige ces corrélations supposées très faibles (elles sont nulles avec des dispersions linéaires), la dispersion des déphasages n'influence pas ϕ_E :

$$\phi_E = \langle \varphi_{E,g} \rangle + \langle \varphi_{E,c} \rangle \quad (\text{IV.140})$$

$\langle \varphi_{E,g} \rangle$ est très sensible au réglage du rapport V_u/V_l , et lorsque celui-ci est fixé le déphasage est proportionnel à V^2 . $\varphi_{E,c}$ est proportionnel à V . Si on fixe V et on mesure $\phi_E(|V|)$ et $\phi_E(-|V|)$, on a la relation :

$$\frac{\phi_E(|V|) - \phi_E(-|V|)}{2} = \langle \varphi_{E,c} \rangle(|V|) \quad (\text{IV.141})$$

On remarque que pour s'affranchir de la dérive de ϕ_E , il faut mesurer les déphasages avec les tensions $+|V|$ et $-|V|$ quasi-simultanément ce qui impose d'utiliser le protocole « 6 confs » (voir la section IV.3.1.2 et le tableau IV.2). La figure IV.57 représente la mesure de ϕ_E en fonction de V^2 (partie gauche) et la mesure de la demi-différence de l'équation (IV.141) en

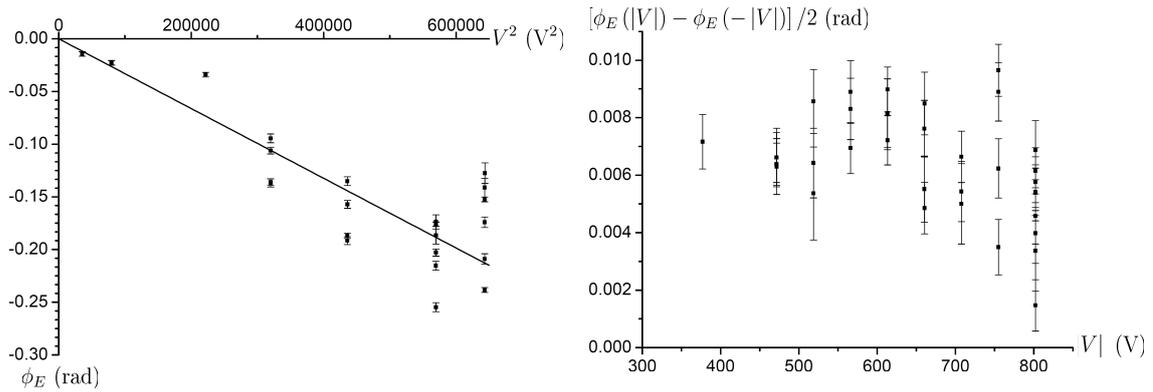


FIGURE IV.57 – Mesures de déphasages en champ électrique. Chaque graphique représente une série de mesures pour lesquels ni le réglage des tensions, ni l’alignement des réseaux lumineux n’a changé (mais elles sont distinctes).

Partie gauche : mesure de ϕ_E en fonction de V^2 . La droite est un ajustement linéaire des mesures, la pente ajustée est $(-3.3 \pm 0.2) \times 10^{-7}$ rad/V².

Partie droite : mesure de $\phi_E(|V|) - \phi_E(-|V|)$ en utilisant le protocole « 6 confs » (qui élimine l’effet d’une dérive telle que sur la figure IV.56) en fonction de $|V|$.

fonction de $|V|$ (partie droite), pour deux séries de mesures différentes. On constate que la proportionnalité de ϕ_E à V^2 est vérifiée de façon approximative mais que les dérives illustrées par la figure IV.56 provoquent une dispersion assez importante des résultats. Par contre, la proportionnalité à $|V|$ n’est pas reproduite sur la partie droite de la figure. La dispersion des mesures est là aussi importante. Il est possible que des corrélations très faibles mais non-nulles des dispersions de déphasage perturbent cette mesure particulière qui exhibe des déphasages de quelques mrad. Pour évaluer un ordre de grandeur grossier on peut considérer une valeur globale de 8 mrad pour la tension moyenne $V = 600$ V, et attribuer ce déphasage aux seuls effets du déphasage électrique de contact : on a alors $\langle \varphi_{E,c} \rangle (V = 600 \text{ V}) \simeq 8 \times 10^{-3}$ rad. D’après l’équation (IV.117) avec $\overline{h}_i \simeq 1.1$ mm et $L_{eff,i} \simeq 4.9$ cm, ceci fournit une valeur moyennée sur l’altitude y $\langle V_{c,l} - V_{c,u} \rangle \simeq 14$ mV.

Les mesures de visibilité relative sont donc reproductibles mais pas les mesures de ϕ_E qui sont trop sensibles à la température, particulièrement lors des mesures de l’effet HMW pour lesquelles le solénoïde de la cellule fonctionne. Nous avons tenté de réaliser des mesures de déphasage électrique avec une température de cellule bien stable (c’est à dire sans utiliser le solénoïde), mais nous avons là aussi observé des dérives de ϕ_E plus lentes et d’amplitude moins forte. Nous les attribuons aux dérives thermiques résiduelles existant dans l’interféromètre à cause de l’oscillation de 3 K de l’eau de refroidissement des baffles (voir la section II.4.3.4 pour plus de détails). Si l’on tient compte des corrélations d’ordre 3 pour le déphasage électrique, la dépendance de ϕ_E avec la tension V est compliquée et a une forme polynomiale qui va jusqu’à l’ordre 6 en V . En l’absence d’un très grand nombre de mesures d’interaction électrique seule (dont la campagne d’expérience n’est pas le but), il est difficile de faire la part des choses entre l’effet des dérives et des dépendances physiques

avec V . Ces caractéristiques nous ont poussé à considérer que les mesures de déphasage électrique avec l'interaction électrique réglée apportent peu d'informations pertinentes, si ce n'est une indication sur l'amplitude des dérives thermiques existantes.

Influence d'une forte dérive thermique

La figure IV.56 a illustré des évolutions typiquement observées mais, lorsque la température de la cellule varie très fortement, nous avons aussi observé des dérives de \mathcal{V}_E . La figure IV.58 illustre une telle dérive qui est assez typique de ce qu'on peut observer, pour laquelle la visibilité relative d'interaction électrique évolue de façon grossièrement linéaire et varie d'environ 1.5% entre le début et la fin de la mesure. Les caractéristiques des dérives de \mathcal{V}_E

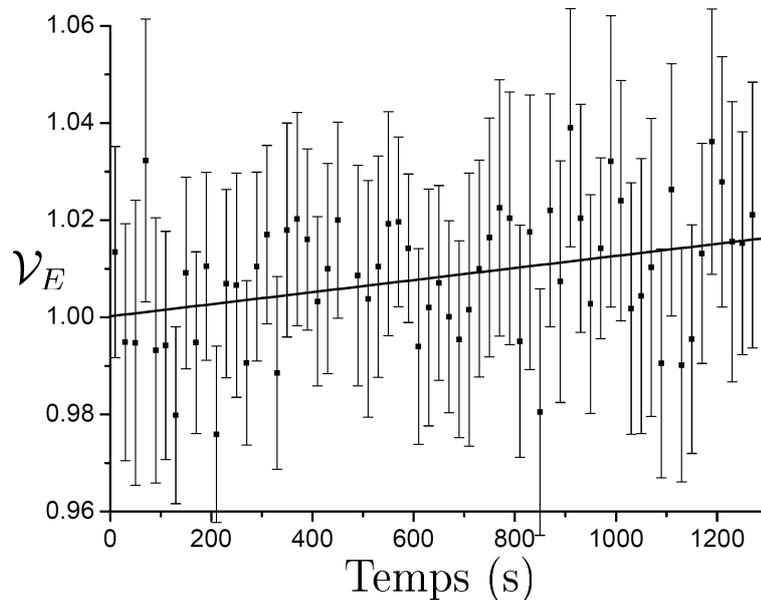


FIGURE IV.58 – Illustration des dérives de \mathcal{V}_E lorsque la température de la cellule varie fortement. Pour cette mesure particulière la température de la cellule n'a varié que d'environ 2°C , mais la mesure précédente réalisée après un réglage de l'interféromètre (donc en coupant l'intensité dans le solénoïde de la cellule pendant quelques minutes) exhibe un échauffement qui approche 10°C . La droite est un ajustement linéaire qui évalue $\mathcal{V}_E \simeq 1.0 + 1.2 \times 10^{-5}t$ où t est le temps exprimé en secondes.

que nous avons observées peuvent être résumées comme ci-dessous :

- Elles sont corrélées qualitativement à de fortes variations de la température de la cellule qui précèdent la mesure particulière considérée. Plus précisément, nous observons généralement des dérives qui ont l'allure illustrée sur la figure avec un retard d'environ 5 à 10 min sur un échauffement de la cellule qui dépasse 5 K, comme l'a illustré le commentaire ;
- Elles donnent un aspect apparemment fluctuant à la mesure de \mathcal{V}_E (moyenne statistique de toutes les rampes illustrées) pendant une période qui suit un fort échauf-

fement dont la durée peut atteindre quelques dizaines de minutes. Après quoi et à condition de maintenir une température de la cellule sensiblement constante, les dérives de la visibilité relative cessent et celle-ci retrouve sa valeur initiale.

Nous attribuons les fluctuations statistiques du coefficient k_{V4} illustrées par la figure IV.54 à de telles dérives qui sont effectivement observables avec des représentations similaires à celle de la figure IV.58. Nous pensons que les plus fortes dérives thermiques provoquent d'importantes inhomogénéités de la température du double condensateur et perturbent la dispersion du déphasage électrique géométrique $\delta\varphi_{E,g}$. Il est aussi possible que ces inhomogénéités modifient les contraintes subies par le septum selon \mathbf{e}_z qui s'exercent au niveau des entretoises où il est collé, ceci par des effets de dilatation thermique différentielle entre l'aluminium et le verre, et provoquent alors des effets mécaniques non-linéaires sur le septum qui est fortement tendu.

Bilan sur la reproductibilité des mesures

Comme pour la fréquence laser avec les mesures d'interaction magnétique, l'obtention de mesures d'interaction électrique reproductibles nécessite une attention particulière portée sur les évolutions de la température de la cellule. Par exemple, il faudra diminuer au mieux les périodes de latence entre deux mesures pendant lesquelles le programme d'acquisition coupe l'intensité dans le solénoïde. De la même façon, lorsqu'on arrête les mesures pour une manipulation annexe (par exemple pour re-régler l'interféromètre), on peut veiller à maintenir manuellement une intensité constante qui correspond à l'intensité efficace précédemment appliquée. Le but général est de limiter les fortes variations de la température. A ce prix, il est possible d'obtenir de longues séries de mesures de visibilité relative en interaction électrique qui sont sensiblement reproductibles. Les éventuelles dérives observées malgré le soin apporté sont généralement visibles avec des représentations du type de la figure IV.58, que l'on peut corrélérer avec les évolutions de ϕ_E qui exhibent généralement des variations beaucoup plus fortes (jusqu'à 0.5 rad) et d'importantes fluctuations. Le cas échéant, ceci permet de rejeter certaines mesures en utilisant des critères rigoureux.

IV.6 Analyse de l'interaction simultanée

Après avoir caractérisé l'interaction magnétique puis électrique seules, on s'intéresse maintenant aux mesures en interaction simultanée. On a mis en évidence l'existence d'une dispersion verticale du déphasage électrique qui a des conséquences sur la visibilité relative. Dans la partie IV.6.1 on va d'abord montrer qu'il existe une dispersion similaire pour le déphasage magnétique. Avec notre configuration expérimentale qui utilise un faisceau atomique contenant une distribution de sous-niveaux Zeeman, la dispersion simultanée de phases provoque des effets systématiques compliqués à évaluer. Aussi la partie IV.6.2 va développer un modèle analytique pour décrire ces effets systématiques. Après une présentation de la campagne de mesures et une caractérisation la plus précise possible des diverses dispersions en présence par la partie IV.6.3, on va confronter ce modèle aux mesures afin de décrire les effets systématiques observés. A ce titre les mesures de visibilité feront l'objet de la partie IV.6.4, et la partie IV.6.5 cherchera à caractériser les effets systématiques sur les mesures de phase. Après quoi, la partie IV.6.6 observera les mesures qui permettent de

détecter la phase HMW.

IV.6.1 Dispersion verticale du déphasage magnétique

Contrairement aux mesures en champ électrique, celles en champ magnétique n'ont pas clairement démontré l'existence d'une dispersion spatiale des déphasages, parce qu'une dispersion spatiale provoque une faible variation de la visibilité sur laquelle l'interaction magnétique a une influence forte : les effets de la dispersion spatiale sont donc « noyés » dans ceux de l'interaction magnétique. On en a tout de même un indice qu'on a souligné lors de l'ajustement des mesures, car S_{\parallel} converge vers une valeur trop faible (voir la section IV.4.6.2) : cette convergence indique qualitativement l'existence d'une dispersion qui se rajoute à celle de la vitesse atomique. Une dispersion verticale de déphasage magnétique sera provoquée par une dispersion verticale du gradient de champ magnétique. Les mesures de champ magnétique ne sont pas assez précises pour évaluer précisément ne serait-ce que le gradient magnétique lui-même, aussi on choisit d'utiliser le programme de calcul du champ magnétique de la cellule.

IV.6.1.1 Cas de la cellule d'interaction

Pour montrer l'existence d'une dispersion verticale du déphasage magnétique, on reprend à l'identique les développements de la section IV.4.3.2. Celle-ci a présenté un calcul numérique du terme d'effet Zeeman linéaire induit par la cellule $J_1(x, 0)$ en fonction de x en utilisant le programme de calcul du champ magnétique et des hypothèses simplificatrices. On s'intéresse maintenant à la dépendance de J_1 à l'altitude y . A ce titre la figure IV.59 représente le résultat d'un calcul numérique totalement similaire à celui de $J_1(x, 0)$, mais pour évaluer $J_1(x = 250\mu\text{m}, y)$ en fonction de y . Le choix de fixer x à $250\mu\text{m}$ est dicté par le souci de reproduire les résultats d'interaction magnétique qui ont évalué $J_1/I \simeq -0.5$, avec une imprécision mécanique « typique » (on a déterminé $|x| < 0.5\text{ mm}$ pour le septum) et en supposant un faisceau atomique d'altitude moyenne $y = 0$ par rapport au repère de la cellule. Cette dernière hypothèse n'est vérifiée qu'à 1 mm près qui est la précision mécanique de l'installation de la cellule selon la coordonnée y . En considérant un faisceau atomique d'une hauteur totale de 2 mm , on peut supposer que dans le repère lié à la cellule il est situé dans l'intervalle d'altitude $-2 \leq y \leq 2\text{ mm}$. La figure montre que les variations de $J_1(y)$ seront loin d'être négligeables, car les variations calculées dans cet intervalle représentent près de 20% de $J_1(x, 0)$ sur la gamme $[0\text{mm}, 2\text{mm}]$. Un caractère intéressant est que J_1 qui toutes choses égales par ailleurs est proportionnel à B , est ici à son maximum (en valeur absolue) pour $y = 0$, alors que le champ $B(x = 250\mu\text{m}, y, z)$ est à un minimum local à l'altitude nulle : ceci illustre le fait que lorsque $|y|$ augmente, le champ magnétique de la cellule augmente en intensité mais surtout devient plus homogène selon la direction \mathbf{e}_x . Ce dernier aspect peut être compris qualitativement en rappelant que lorsqu' $|y|$ augmente, on se rapproche de l'« intérieur » des enroulements où le champ est plus homogène.

La conséquence de la dispersion de J_1 sera une dispersion des déphasages magnétiques φ_B . Lors de l'interaction simultanée, nous sommes donc confrontés à une dispersion simultanée

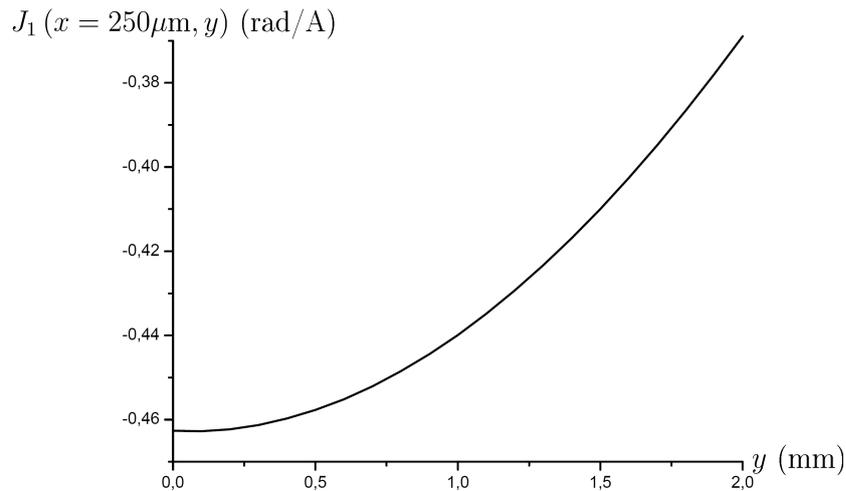


FIGURE IV.59 – Calcul numérique de $J_1(x = 250 \mu\text{m}, y)$ en fonction de y (voir l'équation (IV.80)) lorsque la cellule est parcouru par le courant $I = 1$ A. Lorsque x est fixé J_1 est paire en y et on n'a représenté que la partie $y \geq 0$.

des déphasages et on va voir qu'elle provoque l'apparition d'importants effets systématiques tels que ceux que la section IV.3.2.1 a présenté.

IV.6.1.2 Cas du compensateur

Les échelles qui déterminent la dispersion verticale du déphasage induit par le solénoïde de la cellule sont la hauteur du faisceau atomique et la séparation verticale entre les deux enroulements qui est proche de 10 mm. Le compensateur est constitué d'un seul enroulement de géométrie circulaire, d'axe \mathbf{e}_x et de diamètre proche de 30 mm. De plus le faisceau atomique est moins étendu au niveau du compensateur qu'au niveau de la cellule. Ceci permet d'estimer que pour une variation d'altitude dy , $\delta J_{1,Comp} / (J_{1,Comp} dy)$ (terme d'effet Zeeman linéaire induit par le compensateur) est beaucoup plus petit que $\delta J_1 / (J_1 dy)$ (induit par la cellule). Compte-tenu de ces propriétés on négligera dans la suite toute dispersion verticale de phase due au compensateur, et les dispersions de type $\delta\varphi_B$ ne sont induites que par la cellule. Ceci simplifie la description des effets des dispersions de phase sans nuire à la généralité du modèle qui va être présenté car il peut en tenir compte le cas échéant.

IV.6.2 Expression analytique des effets des dispersions spatiales

Pour évaluer l'effet des dispersions spatiales sur le signal atomique, on va développer un modèle analytique totalement similaire à celui présenté dans la partie IV.5.3. Ce modèle n'utilise aucun développement qui n'ait pas été déjà introduit; cependant il inclut les effets de toutes les dispersions spatiales identifiées, ainsi que l'effet de la phase AC. En conséquence il a un aspect très calculatoire et on ne présentera que les résultats de ces

calculs. On va tout d'abord résumer les hypothèses à la base de son développement, puis en introduire les principales étapes avant de donner une expression formelle du signal atomique.

IV.6.2.1 Hypothèses

Le développement analytique repose sur 5 hypothèses.

Dispersion de vitesse atomique négligée

On s'intéresse spécifiquement à l'effet des dispersions spatiales. Comme pour la description des effets de la dispersion du déphasage électrique, on néglige l'influence de la dispersion de vitesse atomique. Cette approximation est très bonne lorsque les déphasages dispersifs imposés ne sont pas trop importants. Dans le cadre des mesures de l'effet HMW, les déphasages électriques sont toujours nettement inférieurs à 1 rad et les déphasages magnétiques ne dépassent π que pour les plus fortes intensités imposées dans la cellule, $|I| > 23$ A. Aussi cette hypothèse est raisonnable et la précision des formules analytiques sera suffisante pour décrire la plupart des mesures.

Faisceaux atomiques équilibrés

On fait l'hypothèse que les faisceaux atomiques sont parfaitement équilibrés, donc que tous les sous-niveaux (F, m_F) ont la même contribution au signal total avec un poids 1/8. Pour les mesures de l'effet HMW, nous avons pris des précautions particulières afin d'assurer un déséquilibre faible, typiquement $|\chi| < 0.03$ (section IV.4.6.4). L'effet principal d'un déséquilibre est l'apparition d'un déphasage d'interaction magnétique non-nul, et cet effet est éliminé par notre protocole en soustrayant ce déphasage de celui obtenu en interaction simultanée (voir l'équation (IV.52)). On peut montrer que le déséquilibre modifie les phases systématiques décrites dans la suite mais d'une façon proportionnelle à ces phases et à χ . Compte tenu de la faible valeur de χ , nous pensons que le déséquilibre influence peu les effets systématiques qu'on détecte, et qu'en raison de son caractère pseudo-aléatoire il ne provoquera qu'une dispersion supplémentaire des résultats globaux qui incluent un grand nombre de mesures.

Développement à l'ordre 3 des fonctions de dispersion

Tous les termes impliquant une fonction trigonométrique d'une dispersion de phase $\delta\varphi$ seront développés à l'ordre 3 en $\delta\varphi$. L'équation (IV.122) a présenté ce développement. On a vu qu'il garde une bonne précision lorsque $\delta\varphi \lesssim 1$ rad.

Phase AC à l'ordre 1

Les fonctions trigonométriques impliquant le déphasage AC seront développées à l'ordre 1 en ϕ_{AC} car cette phase ne dépassera jamais 0.07 rad ; l'équation (IV.131) a déjà donné ce développement. A cause de cette valeur déjà faible, toute dispersion de ϕ_{AC} (comme de ϕ_{HMW}) sera négligée.

Magnétisme nucléaire négligé

Tous les développements négligent l'influence du moment magnétique nucléaire. On a vu que cette influence est très faible et de plus, comme pour le déséquilibre mais avec une amplitude sensiblement plus faible, cette influence se résume à l'apparition d'une phase non-nulle en interaction magnétique qui sera éliminée lors de la mesure de ϕ_{EB} . Le fait de négliger le magnétisme nucléaire va permettre d'utiliser les couples de sous-niveaux $((F, m_F); (F, m_F)')$ qui ont dans ce cadre des déphasages magnétiques et AC opposés quel que soit le champ magnétique. Ceci introduira des simplifications dans les calculs.

IV.6.2.2 Développement analytique

On va ici présenter les étapes du calcul du modèle analytique et discuter certains résultats intermédiaires lorsqu'ils permettent d'interpréter l'origine physique des effets systématiques observés.

Intensité cohérente d'un sous-niveau (F, m_F)

On s'intéresse à la contribution d'un sous-niveau (F, m_F) au signal total. On tient compte de toutes les dispersions spatiales identifiées : celle du déphasage électrique $\delta\varphi_E$, de la phase de diffraction $\delta\varphi_m$ et du déphasage magnétique $\delta\varphi_B$ qui est la seule phase dispersive qui dépend de (F, m_F) . Le déphasage atomique total inclut la phase de diffraction, la phase électrique et la phase magnétique qui sont dispersées, ainsi que la phase HMW et la phase AC. C'est une application directe des résultats de la partie IV.5.3. On utilisera la notation grecque majuscule ϕ pour désigner la valeur moyenne d'une phase dispersée $\langle\varphi(y)\rangle$ et on réservera les caractères minuscules aux fonctions dépendantes de y (convention déjà utilisée tout au long de ce manuscrit). On donne l'expression de l'intensité cohérente $I_c(F, m_F)$ en omettant la dépendance des phases magnétiques et AC à (F, m_F) :

$$I_c(F, m_F) = \left[1 - \frac{\langle(\delta\varphi_m + \delta\varphi_E + \delta\varphi_B)^2\rangle}{2} \right] \cos(\phi_m + \phi_E + \phi_{HMW} + \phi_B + \phi_{AC}) + \frac{\langle(\delta\varphi_m + \delta\varphi_E + \delta\varphi_B)^3\rangle}{6} \sin(\phi_m + \phi_E + \phi_{HMW} + \phi_B + \phi_{AC}) \quad (\text{IV.142})$$

Sommation sur les couples $((F, m_F); (F, m_F)')$

On exprime l'intensité cohérente du signal atomique en sommant les intensités cohérentes des 8 sous-niveaux hyperfins avec le poids statistique $1/8$, et regroupées selon les couples qui ont des déplacements Zeeman opposés. Cette approche a été introduite pour évaluer l'influence de l'effet AC en interaction électrique (section IV.5.4.1). L'expression formelle est simplifiée puisque la sommation se réduit à 4 termes $I_c + I'_c$ qui ne dépendent que de m_F . On rappelle cette sommation :

$$I_c = \frac{1}{8} \sum_{m_F=-1}^{m_F=+2} [I_c + I'_c](m_F) \quad (\text{IV.143})$$

Pour la suite, le terme \sum (sans indice ni exposant) désignera une somme sur le nombre

quantique m_F comme celle de l'équation qui précède :

$$\sum = \sum_{m_F=-1}^{m_F=+2} \quad (\text{IV.144})$$

Dans toutes les expressions sous le signe \sum on omettra la dépendance implicite des phases magnétiques et de la phase AC à (F, m_F) (dépendance qui est déjà réduite à m_F pour la somme sur les sous-niveaux d'un couple).

A ce stade on fait une digression qui permettra de mieux comprendre les effets systématiques observés. Pour cela, on applique l'équation (IV.143) à un cas simplifié pour lequel on imagine un faisceau atomique qui ne serait composé que d'un seul couple de sous-niveaux. De plus on se restreint à l'ordre 2 des développements en $\delta\varphi$, on néglige la dispersion $\delta\varphi_m$ et on néglige le déphasage AC. Quelques calculs permettent de donner le signal atomique qu'on obtiendrait :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [I_c + I_c'] &= \left[1 - \frac{\langle (\delta\varphi_E)^2 \rangle}{2} - \frac{\langle (\delta\varphi_B)^2 \rangle}{2} \right] \cos(\phi_B) \cos(\phi_m + \phi_E + \phi_{HMW}) \\ &\quad + \langle \delta\varphi_E \delta\varphi_B \rangle \sin(\phi_B) \sin(\phi_m + \phi_E + \phi_{HMW}) \\ &\simeq \left[1 - \frac{\langle (\delta\varphi_E)^2 \rangle}{2} - \frac{\langle (\delta\varphi_B)^2 \rangle}{2} \right] \cos(\phi_B) \cos(\phi_m + \phi_E + \phi_{HMW} - \theta) \\ \text{avec : } \theta &= \frac{\langle \delta\varphi_E \delta\varphi_B \rangle \sin(\phi_B)}{\cos(\phi_B)} \end{aligned} \quad (\text{IV.145})$$

La dernière ligne du développement est issue d'une réduction de la somme de fonction trigonométriques dans le cadre de la restriction à l'ordre 2 en $\delta\varphi$ et en supposant $\theta \ll 1$. Ce dernier point est important car il implique que ϕ_B n'est pas trop proche de $\pi/2$. L'existence de dispersions simultanées provoque l'apparition d'un déphasage systématique θ qui provient d'un terme d'intensité atomique en quadrature de phase. Il présente toutes les caractéristiques de ceux qu'on observe réellement :

- Il est proportionnel à une corrélation à l'ordre 2 en $\delta\varphi$. Cet ordre est une propriété importante et spécifique à notre dispositif qui utilise un faisceau atomique non pompé optiquement. En effet, la partie IV.5.3 montre en filigrane que si le faisceau n'était composé que d'un seul sous-niveau (F, m_F) , les effets systématiques sur la phase seraient à l'ordre 3 en $\delta\varphi$, donc plus faibles. Notre configuration qui utilise une distribution équirépartie de sous-niveaux exalte les effets systématiques dus aux dispersions spatiales. La corrélation $\langle \delta\varphi_E \delta\varphi_B \rangle$ reflète le processus physique à l'oeuvre qui donne cet effet systématique et on peut fournir une interprétation qualitative : une interaction magnétique dispersée donnera une visibilité d'interaction magnétique qui dépend de y , $\mathcal{V}_B(y)$ (terme de type $\cos(\varphi_B(y))$ dans le modèle à deux niveaux). Lors de l'interaction simultanée, cette visibilité variable est formellement équivalente à une modification de la distribution d'intensité atomique $P(y)$ du faisceau (remplacée par $\mathcal{V}_B(y) P(y)$ qui est une nouvelle probabilité non normée). Le signal global intégré sur toutes les contributions d'intensité $I(y) dy$

- évaluera alors une phase électrique notée $\phi_E(B)$ qui est différente de ϕ_E en interaction électrique seule ($\phi_E(B)$ accorde plus de « poids » aux zones du faisceau atomique où \mathcal{V}_B est plus forte). Lors de la mesure de ϕ_{EB} selon l'équation (IV.52), la différence $\phi_E - \phi_E(B)$ correspond précisément à l'effet systématique θ ;
- Le rapport $\sin(\phi_B) / \cos(\phi_B)$ provoquera une dépendance non triviale aux phases magnétiques et une exaltation du déphasage systématique lorsque ϕ_B approche $\pi/2$, c'est à dire lorsque la visibilité d'interaction magnétique diminuera ; ceci explique les divergences observées proche des zones d'annulation de la visibilité magnétique illustrées dans la section IV.3.2.1.

Ceci semble indiquer que pour détecter l'effet HMW, il serait préférable d'utiliser un faisceau atomique pompé optiquement dans un seul sous-niveau Zeeman. Cependant, dans ce cas, l'effet AC serait indiscernable de l'effet HMW et il faudrait comparer les signaux obtenus avec des sous-niveaux Zeeman différents pour extraire la phase HMW en supposant connues les propriétés de l'effet AC. L'effet AC est bien établi et son existence n'est aucunement contestée, mais notre configuration est la seule qui présente l'avantage (théorique) de l'éliminer (aux effets systématiques près) pour observer seulement l'effet HMW. L'analyse des effets systématiques va d'ailleurs exhiber un comportement dual vis-à-vis des phases topologiques en présence, selon lequel nous détectons la phase AC indirectement via les mesures de visibilité, et la phase HMW d'une manière directe avec les déphasages.

Développement des termes de corrélations et selon ϕ_{AC}

La sommation (IV.143) exhibe un ensemble de termes d'interférence dépendant de m_F accompagnés de termes d'intensité atomique en quadrature de phase tout à fait similaires à l'équation (IV.145), mais compliqués par l'ajout de la dispersion $\delta\varphi_m$, du déphasage AC et des corrélations d'ordre 3. On effectue un développement complet, c'est à dire qu'on développe $\delta\varphi_E = \delta\varphi_{E,c} + \delta\varphi_{E,g}$, et on développe les identités remarquables (qui sont à l'ordre 2 ou 3) des fonction de dispersion en facteur des fonctions trigonométriques. On développe aussi les fonctions trigonométriques de ϕ_{AC} à l'ordre 1 en ϕ_{AC} , comme indiqué. Le signal atomique global apparaît de manière combinatoire comme une somme d'un grand nombre de termes de corrélation à l'ordre 2 ou 3, en facteur de fonctions trigonométriques et éventuellement en facteur de la phase ϕ_{AC} . La section qui suit va maintenant présenter ce signal atomique d'une manière qui facilitera l'étude des effets systématiques et la détection de la phase HMW.

IV.6.2.3 Expression du signal atomique

L'intensité cohérente du signal atomique global est écrite en regroupant tous les termes donnés par le développement analytique d'une manière particulière qui simplifiera son étude. Ce signal global est :

$$I_c = \frac{1}{4} \left[D \cos(\phi_m + \phi_E + \phi_{HMW}) + N \sin(\phi_m + \phi_E + \phi_{HMW}) \right] \quad (\text{IV.146})$$

Les notations D et N désignent respectivement « Dénominateur » et « Numérateur » car le déphasage systématique sera évalué (avec quelques hypothèses supplémentaires) par

$$\theta = N/D.$$

Décomposition du terme D

On va expliciter de manière détaillée le terme D . Il est décomposé de la façon suivante :

$$D = \left(1 - \frac{\langle(\delta\varphi_E + \delta\varphi_m)^2\rangle}{2}\right) D_0 + D_B + D_{+/-} \quad (\text{IV.147})$$

D_0 correspond (à un facteur 1/4 près) à la visibilité relative complexe qu'on obtiendrait, avec les hypothèses de la section IV.6.2.1, s'il n'y avait aucune dispersion des phases magnétiques ou de diffraction :

$$D_0 = \sum \cos(\phi_B) \quad (\text{IV.148})$$

Le terme D_B caractérise les modifications de visibilité provoquées par les dispersions des phases magnétiques et de diffraction seules (il peut donc être observé en interaction magnétique seule, d'où son indice) :

$$D_B = \sum \left[-\frac{\langle(\delta\varphi_B)^2\rangle}{2} \cos(\phi_B) + \left(\frac{\langle(\delta\varphi_B)^3\rangle}{6} + \frac{\langle(\delta\varphi_m)^2\delta\varphi_B\rangle}{2} \right) \sin(\phi_B) \right] \quad (\text{IV.149})$$

Dans l'équation (IV.147), le terme D_B et le terme $\langle(\delta\varphi_E + \delta\varphi_m)^2\rangle/2$ (en facteur de D_0) décrivent les effets de dispersions de déphasage électrique ou magnétique seuls (couplés aux dispersions $\delta\varphi_m$), donc observables avec les interactions seules.

Le terme $D_{+/-}$ est particulièrement important car il décrit l'effet de l'application simultanée d'un champ électrique et magnétique. Les termes avec des indices en + ou - seront appelés termes de corrélation (même si nous verrons que $D_{+/-}$ inclut un terme en ϕ_{AC} qui a des conséquences même en l'absence totale de dispersion). $D_{+/-}$ est lui-même décomposé en 4 termes de corrélation comme suit :

$$D_{+/-} = D_{+,+} + D_{-,+} + D_{+,-} + D_{-,-} \quad (\text{IV.150})$$

Les indices \pm, \pm désignent le comportement de parité vis-à-vis des inversion de polarité, respectivement de la tension V et de l'intensité I . On considère ici que les déphasages magnétiques sont identiques si on inverse la polarité de I (on néglige par là l'influence du gradient résiduel et nous verrons plus tard comment tenir compte de cet effet particulier). Ainsi par exemple les phases magnétiques φ_B ont un comportement noté $+, +$ (elles dépendent de $|I|$ uniquement et sont bien entendu indifférentes à la polarité de V) ; la corrélation $\langle\delta\varphi_{E,g}\delta\varphi_m\rangle$ a le même comportement $+, +$ alors que $\langle\delta\varphi_{E,c}\delta\varphi_m\rangle$ a un comportement $-, +$. La phase HMW a un comportement $-, -$ tout comme la phase AC à cause du produit vectoriel qu'elle implique et de l'alignement par suivi adiabatique des moments magnétiques avec le champ ; on remarque que tous les effets systématiques de type $\pm, -$ (impairs en I) doivent impliquer ϕ_{AC} car toutes les dispersions sont indifférentes à la polarité de I .

Chaque terme $D_{\pm,\pm}$ est lui-même une sommation de termes issus des intensités cohérentes données par les couples de sous-niveaux. On les note de façon identique mais avec une dépendance à m_F :

$$D_{\pm,\pm} = \sum D_{\pm,\pm}(m_F) \quad (\text{IV.151})$$

Les expressions qui explicitent les termes de type $D_{\pm,\pm}(m_F)$ sont données en n'indiquant la dépendance à m_F que dans le membre de gauche :

$$\begin{aligned}
D_{+,+}(m_F) &= \left(\frac{\langle (\delta\varphi_{E,g})^2 \delta\varphi_B \rangle}{2} + \frac{\langle (\delta\varphi_{E,c})^2 \delta\varphi_B \rangle}{2} + \langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_m \delta\varphi_B \rangle \right) \sin(\phi_B) \\
D_{-,+}(m_F) &= \left(\langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_{E,c} \delta\varphi_B \rangle + \langle \delta\varphi_{E,c} \delta\varphi_m \delta\varphi_B \rangle \right) \sin(\phi_B) \\
D_{+,-}(m_F) &= \phi_{AC} \left[\left(\langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_{E,c} \rangle + \langle \delta\varphi_{E,c} \delta\varphi_m \rangle \right) \sin(\phi_B) \right. \\
&\quad \left. + \left(\langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_{E,c} \delta\varphi_B \rangle + \langle \delta\varphi_{E,c} \delta\varphi_m \delta\varphi_B \rangle \right) \cos(\phi_B) \right] \\
D_{-,-}(m_F) &= \phi_{AC} \left[\left(-1 + \langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_m \rangle \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{\langle (\delta\varphi_{E,g})^2 \rangle}{2} + \frac{\langle (\delta\varphi_{E,c})^2 \rangle}{2} + \frac{\langle (\delta\varphi_m)^2 \rangle}{2} + \frac{\langle (\delta\varphi_B)^2 \rangle}{2} \right) \sin(\phi_B) \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{\langle (\delta\varphi_B)^3 \rangle}{6} + \langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_m \delta\varphi_B \rangle \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{\langle (\delta\varphi_{E,g})^2 \delta\varphi_B \rangle}{2} + \frac{\langle (\delta\varphi_{E,c})^2 \delta\varphi_B \rangle}{2} + \frac{\langle (\delta\varphi_m)^2 \delta\varphi_B \rangle}{2} \right) \cos(\phi_B) \right]
\end{aligned} \tag{IV.152}$$

Décomposition du terme N

La décomposition du terme numérateur est totalement similaire à celle de D ce qui rend inutile toute explication supplémentaire :

$$\begin{aligned}
N &= \frac{\langle (\delta\varphi_E + \delta\varphi_m)^3 \rangle}{6} D_0 + N_B + N_{+/-} \\
N_B &= \sum \left[\langle \delta\varphi_m \delta\varphi_B \rangle \sin(\phi_B) + \langle \delta\varphi_m (\delta\varphi_B)^2 \rangle \cos(\phi_B) \right] \\
N_{+/-} &= N_{+,+} + N_{-,+} + N_{+,-} + N_{-,-} \\
N_{\pm,\pm} &= \sum N_{\pm,\pm}(m_F)
\end{aligned} \tag{IV.153}$$

$$\begin{aligned}
N_{+,+}(m_F) &= \langle \delta\varphi_{E,g}\delta\varphi_B \rangle \sin(\phi_B) + \frac{\langle \delta\varphi_{E,g}(\delta\varphi_B)^2 \rangle}{2} \cos(\phi_B) \\
N_{-,+}(m_F) &= \langle \delta\varphi_{E,c}\delta\varphi_B \rangle \sin(\phi_B) + \frac{\langle \delta\varphi_{E,c}(\delta\varphi_B)^2 \rangle}{2} \cos(\phi_B) \\
N_{+,-}(m_F) &= \phi_{AC} \left[\langle \delta\varphi_{E,c}\delta\varphi_B \rangle \cos(\phi_B) \right. \\
&\quad - \left(\frac{\langle (\delta\varphi_{E,c})^3 \rangle}{6} + \langle \delta\varphi_{E,g}\delta\varphi_{E,c}\delta\varphi_m \rangle \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{\langle (\delta\varphi_{E,g})^2\delta\varphi_{E,c} \rangle}{2} + \frac{\langle \delta\varphi_{E,c}(\delta\varphi_m)^2 \rangle}{2} + \frac{\langle \delta\varphi_{E,c}(\delta\varphi_B)^2 \rangle}{2} \right) \sin(\phi_B) \right] \quad (\text{IV.154}) \\
N_{-,-}(m_F) &= \phi_{AC} \left[\left(\langle \delta\varphi_{E,g}\delta\varphi_B \rangle + \langle \delta\varphi_B\delta\varphi_m \rangle \right) \cos(\phi_B) \right. \\
&\quad - \left(\frac{\langle (\delta\varphi_{E,g})^3 \rangle}{6} + \frac{\langle (\delta\varphi_m)^3 \rangle}{6} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\langle \delta\varphi_{E,g}(\delta\varphi_{E,c})^2 \rangle}{2} + \frac{\langle \delta\varphi_{E,g}(\delta\varphi_m)^2 \rangle}{2} + \frac{\langle \delta\varphi_{E,g}(\delta\varphi_B)^2 \rangle}{2} \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{\langle (\delta\varphi_{E,g})^2\delta\varphi_m \rangle}{2} + \frac{\langle (\delta\varphi_{E,c})^2\delta\varphi_m \rangle}{2} + \frac{\langle (\delta\varphi_B)^2\delta\varphi_m \rangle}{2} \right) \sin(\phi_B) \right]
\end{aligned}$$

Visibilité et phase du signal

Avec l'intensité cohérente du signal global (équation (IV.146)), on exprime la visibilité relative \mathcal{V} et la phase ϕ . Pour ce faire, il suffit de réduire la somme de fonctions trigonométriques et on exprime I_c comme suit :

$$\begin{aligned}
I_c &= \mathcal{V} \cos(\phi_m + \phi) \\
\text{avec : } &\begin{cases} \mathcal{V} = \sqrt{D^2 + N^2}/4 \\ \phi = \phi_{HMW} + \phi_E - \theta \end{cases} \quad (\text{IV.155})
\end{aligned}$$

θ apparaît comme un effet systématique généralisé au sens où son expression tient compte des dispersions de tous les déphasages (en incluant celle de ϕ_m), et de l'effet de la phase AC. Son expression est :

$$\left. \begin{aligned} \cos(\theta) &= \frac{D}{\sqrt{D^2 + N^2}} \\ \sin(\theta) &= \frac{N}{\sqrt{D^2 + N^2}} \end{aligned} \right\} \quad \tan(\theta) = \frac{N}{D} \quad (\text{IV.156})$$

Hypothèse des petits effets systématiques

On considère que les effets systématiques sont faibles au sens où quelle que soit l'interaction appliquée, les termes qui évaluent l'effet des dispersions spatiales sont de petites

corrections du cas du montage sans défaut. Ceci suppose que tous les termes de type D_i ou N_i sont petits devant D_0 où l'indice i représente un indice quelconque parmi tous les indices introduits, sauf 0.

L'hypothèse des petits effets systématiques permet de se restreindre aux termes d'ordre 1 en D_i/D_0 ou N_i/D_0 dans tous les développements ultérieurs. Ceci simplifie les équations (IV.155) et (IV.156) comme suit :

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &\simeq \frac{D}{4} \\ \theta &\simeq \frac{N}{D} \simeq \frac{N}{D_0} \end{aligned} \quad (\text{IV.157})$$

La dernière égalité tient compte du fait que D_0 est le terme dominant, c'est à dire à l'ordre 0, et tous les autres termes notés N_i ou D_i sont à l'ordre 1. L'approximation des petits effets systématiques sera d'autant moins précise que la visibilité d'interaction magnétique est faible, et fournit un critère très simple pour déterminer si l'hypothèse des petits effets systématiques est vérifiée : il faut et il suffit que la phase systématique θ observée soit faible. Parmi les mesures représentées sur la figure IV.30, figurent les plus forts effets systématiques que nous avons observé : on constate que θ atteint environ 0.2 rad. Pour cette valeur particulière, la précision de l'approximation est dégradée puisque les termes d'ordre 2 (corrections à l'ordre le plus bas) en N/D correspondent à des déphasages systématiques dont l'ordre de grandeur est $(N/D)^2 = 40$ mrad. Il est possible de pousser les développements à l'ordre 2 en N_i/D_0 ou D_i/D_0 en partant des équations (IV.156) et cela introduira des corrections à l'expression de θ sous la forme de terme en $(N_i/D_0)^2$, $(D_i/D_0)^2$ ou $N_i D_i/D_0^2$. Ces calculs sont lourds et ne seront pas développés.

IV.6.2.4 Application à un cas simplifié

Hypothèse du champ résiduel nul

Le modèle présenté évalue les signaux quel que soit le champ électromagnétique (statique) présent. On va maintenant l'appliquer au cas des mesures de l'effet HMW. Ceci permettra d'introduire un moyen efficace pour analyser les effets systématiques qui est d'observer des combinaisons linéaires de phase ou de visibilité. Nous verrons que vis-à-vis de ces combinaisons linéaires, l'effet AC en champ électrique seul (décrit dans la section IV.5.4.1) introduit des complications. Pour présenter simplement la nature de ces combinaisons linéaires, on préfère pour l'instant le laisser de côté. Ce choix revient à considérer que le champ résiduel est totalement nul, ainsi les atomes n'exhibent pas de moment magnétique. On introduit là une contradiction au modèle. Elle sera levée plus tard en introduisant des corrections qui tiennent compte à la fois du champ magnétique résiduel et de la phase AC.

Principe

Le principe est le suivant : on évalue les coefficients D et N données par le modèle pour chacune des configurations (V, I) qu'on impose lors d'une mesure de l'effet HMW. On utilisera en ce sens les notations $D(V, I)$ et $N(V, I)$, et on déterminera les visibilités $\mathcal{V}(V, I)$ et les phases $\phi(V, I)$ qui incluent les effets systématiques $\theta(V, I)$ dans le cadre mathématique

du développement à l'ordre 3 en $\delta\varphi$ et dans l'approximation des petits effets systématiques.

Franges de référence

Lorsque $V = 0$ et $I = 0$ nous mesurons les franges d'interférences atomiques de référence. Tous les déphasages et leurs dispersions éventuellement associées sont nuls, à l'exception de la phase de l'interféromètre ϕ_m . En l'absence de champ résiduel donc de déphasage magnétique, $D_0 = 4$. On obtient :

$$\left. \begin{aligned} D(0,0) &= 4 \left(1 - \frac{\langle (\delta\varphi_m)^2 \rangle}{2} \right) \\ N(0,0) &= 4 \frac{\langle (\delta\varphi_m)^3 \rangle}{6} \\ \theta(0,0) &= \frac{\langle (\delta\varphi_m)^3 \rangle}{6} \end{aligned} \right\} \text{ soit : } \begin{cases} \mathcal{V}(0,0) = 1 - \frac{\langle (\delta\varphi_m)^2 \rangle}{2} \\ \phi(0,0) = -\theta(0,0) = -\frac{\langle (\delta\varphi_m)^3 \rangle}{6} \end{cases} \quad (\text{IV.158})$$

La réduction de visibilité et le déphasage décrits par les équations (IV.158) sont difficiles à observer puisqu'il faudrait comparer des franges d'interférences avec un réglage parfait ($\delta\varphi_m = 0$) et imparfait ($\delta\varphi_m \neq 0$). Ces quantités sont caractéristiques des franges de référence et elles serviront au calcul des visibilités relatives et des déphasages en présence d'interaction. On peut noter de plus que $\mathcal{V}(0,0) = 1$ si $\delta\varphi_m = 0$. Le chapitre II a expliqué les imperfections du montage ou les décohérences expérimentales qui limitent \mathcal{V} et sont décrites par \mathcal{V}_{exp} et nous n'y reviendrons pas. On aurait pu les inclure dans le calcul mais cela l'aurait alourdi de façon inutile puisqu'il retrouve les visibilités relatives et déphasages d'interaction que nous ne pouvons obtenir que par comparaison de franges.

Franges d'interaction électrique

Lors de l'interaction électrique seule, les déphasages magnétiques sont nuls tout comme le déphasage AC (conséquence de l'hypothèse du champ magnétique rigoureusement nul). On a toujours $D_0 = 4$. Les termes de corrélation (indices \pm, \pm) sont tous nuls et on a :

$$\left. \begin{aligned} D(V,0) &= 4 \left(1 - \frac{\langle (\delta\varphi_E + \delta\varphi_m)^2 \rangle}{2} \right) \\ N(V,0) &= 4 \frac{\langle (\delta\varphi_E + \delta\varphi_m)^3 \rangle}{6} \\ \theta(V,0) &= \frac{\langle (\delta\varphi_E + \delta\varphi_m)^3 \rangle}{6} \end{aligned} \right\} \text{ soit : } \begin{cases} \mathcal{V}(V,0) = 1 - \frac{\langle (\delta\varphi_E + \delta\varphi_m)^2 \rangle}{2} \\ \phi(V,0) = \phi_E - \frac{\langle (\delta\varphi_E + \delta\varphi_m)^3 \rangle}{6} \end{cases} \quad (\text{IV.159})$$

Par comparaison avec les franges de référence, on retrouve bien entendu les termes de corrélations évalués dans la section IV.5.3.2 qui décrivent la visibilité relative d'interaction électrique comme un polynôme d'ordre 4 en V (mais sans tenir compte du déphasage AC).

Franges d'interaction magnétique

Dans le cas où on applique la configuration expérimentale ($V = 0, I$), les déphasages magnétiques changent la valeur de D_0 qui décrit la visibilité relative \mathcal{V}_B à une petite correction

D_B près. On obtient :

$$\left. \begin{aligned} D(0, I) &= \left(1 - \frac{\langle(\delta\varphi_m)^2\rangle}{2}\right) D_0 + D_B \\ N(0, I) &= \frac{\langle(\delta\varphi_m)^3\rangle}{6} D_0 + N_B \\ \theta(0, I) &= \frac{\langle(\delta\varphi_m)^3\rangle}{6} + \frac{N_B}{D_0} \end{aligned} \right\} \text{ soit : } \left\{ \begin{aligned} \mathcal{V}(0, I) &= \frac{1}{4} \left[\left(1 - \frac{\langle(\delta\varphi_m)^2\rangle}{2}\right) D_0 + D_B \right] \\ \phi(0, I) &= -\frac{\langle(\delta\varphi_m)^3\rangle}{6} - \frac{N_B}{D_0} \end{aligned} \right. \quad (\text{IV.160})$$

Interactions simultanées

Dans le cas de l'interaction simultanée (V, I) , D_0 , D_B et N_B décrivent les mêmes termes qu'en champ magnétique seul. Il apparaît le déphasage ϕ_{AC} et les termes de corrélations $D_{+/-}$ et $N_{+/-}$:

$$\left. \begin{aligned} D(V, I) &= \left(1 - \frac{\langle(\delta\varphi_E + \delta\varphi_m)^2\rangle}{2}\right) D_0 + D_B + D_{+/-} \\ N(V, I) &= \frac{\langle(\delta\varphi_E + \delta\varphi_m)^3\rangle}{6} D_0 + N_B + N_{+/-} \\ \theta(V, I) &= \frac{\langle(\delta\varphi_E + \delta\varphi_m)^3\rangle}{6} + \frac{N_B}{D_0} + \frac{N_{+/-}}{D_0} \end{aligned} \right\} \text{ soit : } \left\{ \begin{aligned} \mathcal{V}(V, I) &= \frac{1}{4} \left[\left(1 - \frac{\langle(\delta\varphi_E + \delta\varphi_m)^2\rangle}{2}\right) D_0 + D_B + D_{+/-} \right] \\ \phi(V, I) &= \phi_{HMW} + \phi_E - \frac{\langle(\delta\varphi_E + \delta\varphi_m)^3\rangle}{6} - \frac{N_B}{D_0} - \frac{N_{+/-}}{D_0} \end{aligned} \right. \quad (\text{IV.161})$$

Effets systématiques mesurés

Avec notre protocole de mesures nous évaluons les deux grandeurs $\mathcal{V}_{EB}(V, I)$ et $\phi_{EB}(V, I)$ dont on donne l'expression qui est simplifiée par l'hypothèse des petits effets systématiques :

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{EB}(V, I) &= \frac{\mathcal{V}(V, I) \mathcal{V}(0, 0)}{\mathcal{V}(V, 0) \mathcal{V}(0, I)} \\ &= 1 + \frac{D_{+/-}}{D_0} \end{aligned} \quad (\text{IV.162})$$

$$\begin{aligned} \phi_{EB}(V, I) &= \phi(V, I) - \phi(V, 0) - \phi(0, I) + \phi(0, 0) \\ &= \phi_{HMW}(V, I) - \theta_{EB}(V, I) \end{aligned} \quad (\text{IV.163})$$

avec : $\theta_{EB}(V, I) = \theta(V, I) - \theta(V, 0) - \theta(0, I) + \theta(0, 0)$

$$= \frac{N_{+/-}}{D_0}$$

Au prix d'un formalisme qu'on a essayé de rendre le plus intuitif possible, et quelques calculs qui se bornent à appliquer les équations (IV.157), on obtient une expression synthétique de \mathcal{V}_{EB} et θ_{EB} . θ_{EB} décrit avec une notation concise les déphasages systématiques que nous

observons. Concernant \mathcal{V}_{EB} , $D_{+/-}$ inclut des effets systématiques mais aussi les effets du déphasage AC qui ne sont pas des effets systématiques car ils sont observables avec un dispositif sans défaut.

IV.6.2.5 Combinaisons linéaires de grandeurs mesurées

On considère un résultat particulier d'une mesure de l'interaction HMW avec la tension V et l'intensité I , qu'on note $f(V, I)$. Le calcul qui précède montre que la visibilité et la phase sont sensibles à de nombreux termes impliquant des corrélations entre les défauts de l'interféromètre ou de la cellule qui sont $\delta\varphi_m$, $\delta\varphi_{E,g}$, $\delta\varphi_{E,c}$, $\delta\varphi_B$, ainsi que la phase AC. Pour extraire le maximum d'information sur ces corrélations, nous avons trouvé qu'il était utile d'introduire la demi-différence et la demi-somme (ou moyenne) des mesures faites avec des tensions V ou des courants I opposés. On note ainsi :

$$\begin{aligned}\Delta_E f(V > 0, I) &= \frac{f(V, I) - f(-V, I)}{2} \\ \mathcal{M}_E f(V > 0, I) &= \frac{f(V, I) + f(-V, I)}{2} \\ \Delta_B f(V, I > 0) &= \frac{f(V, I) - f(V, -I)}{2} \\ \mathcal{M}_B f(V, I > 0) &= \frac{f(V, I) + f(V, -I)}{2}\end{aligned}\tag{IV.164}$$

Les notations indiquent qu'on ne considérera ces quantités que pour $V > 0$ ou $I > 0$ car par définition $\Delta_E f(V, I)$ est impaire en V et $\mathcal{M}_E f(V, I)$ est paire en V . Cette restriction permettra d'éviter des confusions sur les signes dans la suite.

En utilisant l'équation (IV.162), on obtient les valeurs de combinaisons linéaires de visibilité où l'on n'indique pas la dépendance à (V, I) implicite :

$$\begin{aligned}\Delta_E \mathcal{V}_{EB} &= \frac{D_{-,+} + D_{-,-}}{D_0} \\ \mathcal{M}_E \mathcal{V}_{EB} &= 1 + \frac{D_{+,+} + D_{+,-}}{D_0} \\ \Delta_B \mathcal{V}_{EB} &= \frac{D_{+,-} + D_{-,-}}{D_0} \\ \mathcal{M}_B \mathcal{V}_{EB} &= 1 + \frac{D_{+,+} + D_{-,+}}{D_0}\end{aligned}\tag{IV.165}$$

La précision de nos mesures est suffisante pour qu'il soit possible de considérer des demi-différences et moyennes de ces quantités, qu'on restreindra au premier quadrant ($V > 0, I > 0$). Évidemment l'ordre des deux opérateurs (demi-différence et demi-somme) est indifférent

et par exemple $\Delta_E \Delta_B f = \Delta_B \Delta_E f$. On obtient :

$$\begin{aligned}
\Delta_B \Delta_E \mathcal{V}_{EB} &= \Delta_E \Delta_B \mathcal{V}_{EB} = \frac{D_{-,-}}{D_0} \\
\mathcal{M}_B \Delta_E \mathcal{V}_{EB} &= \Delta_E \mathcal{M}_B \mathcal{V}_{EB} = \frac{D_{-,+}}{D_0} \\
\Delta_B \mathcal{M}_E \mathcal{V}_{EB} &= \mathcal{M}_E \Delta_B \mathcal{V}_{EB} = \frac{D_{+,-}}{D_0} \\
\mathcal{M}_B \mathcal{M}_E \mathcal{V}_{EB} &= \mathcal{M}_E \mathcal{M}_B \mathcal{V}_{EB} = 1 + \frac{D_{+,+}}{D_0}
\end{aligned} \tag{IV.166}$$

De la même façon pour le déphasage ϕ_{EB} (équation (IV.163)) on obtient :

$$\begin{aligned}
\Delta_E \phi_{EB} &= \phi_{HMW} - \frac{N_{-,+} + N_{-,-}}{D_0} \\
\mathcal{M}_E \phi_{EB} &= -\frac{N_{+,+} + N_{+,-}}{D_0} \\
\Delta_B \phi_{EB} &= \phi_{HMW} - \frac{N_{+,-} + N_{-,-}}{D_0} \\
\mathcal{M}_B \phi_{EB} &= -\frac{N_{+,+} + N_{-,+}}{D_0}
\end{aligned} \tag{IV.167}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_B \Delta_E \phi_{EB} &= \Delta_E \Delta_B \phi_{EB} = \phi_{HMW} - \frac{N_{-,-}}{D_0} \\
\mathcal{M}_B \Delta_E \phi_{EB} &= \Delta_E \mathcal{M}_B \phi_{EB} = -\frac{N_{-,+}}{D_0} \\
\Delta_B \mathcal{M}_E \phi_{EB} &= \mathcal{M}_E \Delta_B \phi_{EB} = -\frac{N_{+,-}}{D_0} \\
\mathcal{M}_B \mathcal{M}_E \phi_{EB} &= \mathcal{M}_E \mathcal{M}_B \phi_{EB} = -\frac{N_{+,+}}{D_0}
\end{aligned} \tag{IV.168}$$

Ces résultats montrent qu'il est possible d'évaluer indépendamment tous les termes de corrélation suivant leur comportement vis-à-vis des inversions de polarité, excepté le terme $N_{-,-}$ qui a le même comportement que ϕ_{HMW} et qui par conséquent en est indiscernable. Deux aspects particuliers de cette approche sont importants :

- L'évaluation indépendante de tous les termes autres que $N_{-,-}$ permet de les observer et les caractériser plus facilement ce qui permet comprendre et dégager des termes dominants dans les effets systématiques ;
- On a identifié à première vue la combinaison linéaire $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}$ qui minimise l'observation d'effets systématiques associés à la détection du déphasage HMW .

IV.6.3 Comparaison avec les mesures

Cette partie présente l'approche qui sera utilisée pour confronter le modèle présenté aux mesures. Le but est de bien identifier les défauts du montage qui donnent des effets systématiques. On va évaluer leurs ordres de grandeurs qui permettront de vérifier la cohérence du modèle proposé.

IV.6.3.1 Présentation

Campagne de mesures

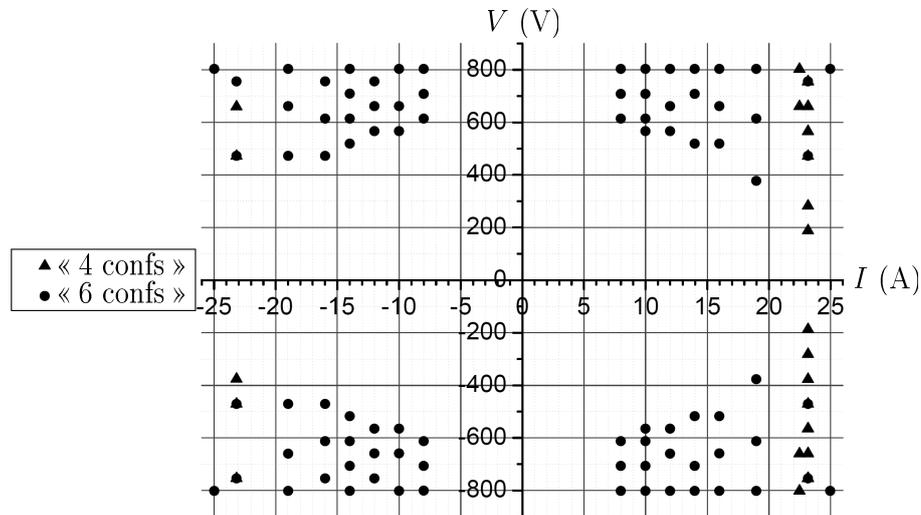


FIGURE IV.60 – Points de mesure (I, V) de la campagne de mesures de l'effet HMW. On a indiqué le protocole d'acquisition utilisé.

La figure IV.60 représente l'ensemble des couples intensité-tension (I, V) imposés lors de la campagne de mesures de l'effet HMW. Pour chaque point, on a indiqué lequel des deux protocoles est utilisé (voir la section IV.3.1.2). Chaque mesure réalisée avec le protocole « 6 confs » utilise les 2 couples (V, I) et $(-V, I)$.

Principe de l'analyse

Nous allons observer les combinaisons linéaires de ϕ_{EB} et \mathcal{V}_{EB} ce qui permet de restreindre les corrélations influentes et le type de dépendance aux paramètres I et V . A ce titre, les mesures utilisant le protocole « 6 confs » permettent, en une seule acquisition, une mesure de toutes les combinaisons linéaires Δ_E ou \mathcal{M}_E pour la tension $|V|$ donnée, contrairement au protocole « 4 confs » qui nécessite deux acquisitions séparées pour cela. Pour observer les dépendances avec V et I , la figure IV.60 montre qu'on dispose :

- D'un grand nombre de points à $I = 23$ A, là où on a observé une récurrence de visibilité avec un déphasage voisin de π . Ces mesures sont réalisées avec le protocole « 4 confs » et on a de nombreuses coïncidences $+V/-V$ qui permettent d'évaluer les combinaisons linéaires de type Δ_E ou \mathcal{M}_E ;
- D'un grand nombre de points de mesure avec $V \simeq +/- 800$ V utilisant le protocole « 6 confs ». Pour toutes ces mesures, on dispose des combinaisons linéaires Δ_E ou \mathcal{M}_E , et de nombreuses coïncidences $+I/-I$ permettent d'évaluer les combinaisons linéaires Δ_B et \mathcal{M}_B , ainsi que les combinaisons linéaires doubles ;
- D'une grille de points (V, I) plus lâche pour $8A \leq I \leq 25A$ et $200 \leq V \leq 800$ V, avec un nombre appréciable de coïncidences.

Les deux premiers ensembles de points précités seront utiles pour évaluer la dépendance à V ou I seuls d'un terme de corrélation D_i ou N_i donné, et on a volontairement réalisé ces mesures pour V ou I fort afin d'exalter les effets systématiques. Une fois ceux-ci caractérisés, le troisième ensemble (reste de la grille de points) permettra d'élargir la gamme de V et I pour laquelle on détecte l'effet HMW.

IV.6.3.2 Analyse des termes de corrélations

En s'aidant des ordres de grandeurs dégagés lors des mesures électriques ou magnétiques, on va chercher à caractériser au mieux les différents termes de corrélation qui influencent les mesures de ϕ_{EB} et \mathcal{V}_{EB} .

Caractérisation

L'ensemble des fonctions de dispersion spatiale $\delta\varphi(y)$ est un espace vectoriel et la forme bilinéaire qui évalue la corrélation entre deux dispersions, $(\delta\varphi, \delta\varphi') \rightarrow \langle \delta\varphi \delta\varphi' \rangle$, est un produit scalaire. La norme d'une fonction $\delta\varphi$ qui est associée à ce produit scalaire est :

$$\|\delta\varphi\| = \sqrt{\langle (\delta\varphi)^2 \rangle} = \sqrt{\int P(y) (\delta\varphi(y))^2 dy} \quad (\text{IV.169})$$

Selon l'équation (IV.124), la visibilité relative lors d'une interaction unique de dispersion $\delta\varphi$ est $\mathcal{V}_{int} = 1 - \|\delta\varphi\|^2/2$ (cas des dispersions suffisamment faibles $\delta\varphi(y) \lesssim 1$ rad). Si on connaît les normes de deux dispersions, on peut borner leur corrélation en utilisant l'inégalité de Cauchy-Schwartz :

$$|\langle \delta\varphi \delta\varphi' \rangle| \leq \|\delta\varphi\| \|\delta\varphi'\| \quad (\text{IV.170})$$

Pour caractériser les dispersions, on prend une origine adaptée pour l'axe vertical et on considérera un cas générique constitué par un faisceau atomique de profil vertical d'intensité rectangulaire et de hauteur totale notée h_u :

$$P(y) = \begin{cases} \frac{1}{h_u} & \text{si } |y| \leq h_u/2; \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (\text{IV.171})$$

Dispersion géométriques et linéaires

On attend une évolution assez régulière pour les dispersions spatiales des déphasages quand elles sont provoquées par des défauts macroscopiques. Ces déphasages particuliers sont au nombre de trois :

- Le déphasage électrique géométrique $\varphi_{E,g}$ dont la régularité est justifiée dans la section IV.5.2.3 ;
- Le déphasage de l'interféromètre (ou phase de diffraction) φ_m . Lors de la traversée de l'onde stationnaire, les amplitudes de diffraction sont déterminées par une phase de Rabi intégrée et les éventuelles irrégularités du front d'onde ont peu d'influence. La figure d'interférences atomiques dont on détecte le flux total est décrite par une dispersion spatiale $\delta\varphi_m$, mais les réglages assurent que l'interfrange est grand devant les dimensions de ce détecteur ;

- Les déphasages magnétiques dont les échelles des variations verticales sont liées aux dimensions des solénoïdes.

Les dispersions des trois déphasages précitées seront appelées dispersions géométriques.

Parmi les dispersions géométriques, nous pensons que le déphasage électrique $\delta\varphi_{E,g}$ et la phase de diffraction $\delta\varphi_m$ ont des dispersions linéaires en y . Ceci suppose que la hauteur du faisceau atomique est suffisamment petite et cette hypothèse va permettre d'obtenir des ordres de grandeurs caractéristiques de ces dispersions à partir des mesures. On écrit ces dispersions comme suit :

$$\begin{aligned}\delta\varphi_{E,g}(y) &= \eta_{E,g}y \\ \delta\varphi_m(y) &= \eta_my\end{aligned}\tag{IV.172}$$

La section IV.5.2.3 a déjà considéré une dispersion linéaire pour $\varphi_{E,g}$ et a donné une expression formelle pour $\eta_{E,g}$ (équation (IV.115)) qu'on rappelle ci-dessous :

$$\eta_{E,g} = \varphi_{E,g,i}(0) \eta_g\tag{IV.173}$$

Dans l'équation qui précède, $\varphi_{E,g,i}$ est le déphasage induit par un condensateur ($i = l$ ou u au choix vu que le réglage assure $\varphi_{E,g,l} = \varphi_{E,g,u}$ à mieux que 1% près), et $\eta_g = \eta_l - \eta_u$ ne dépend que des dimensions géométriques des condensateurs (voir l'équation (IV.114)). Cette expression illustre la proportionnalité de $\delta\varphi_{E,g}$ en V^2 . Les mesures d'interaction électrique qui permettent de quantifier $\delta\varphi_{E,g}$ (section IV.5.4.2) vont être utilisées pour la caractérisation ci-dessous.

IV.6.3.3 Dispersion linéaires

On s'intéresse aux dispersions $\delta\varphi_{E,g}$ et $\delta\varphi_m$ qu'on a supposé linéaires en y . La norme des dispersions linéaires les caractérise quasi-totalement (seul le signe reste inconnu) : si $\delta\varphi(y) = \eta y$ alors on a :

$$\|\delta\varphi\| = \frac{|\eta| h_u}{2\sqrt{3}} = \frac{|\delta\varphi|_{max}}{\sqrt{3}} \simeq 0.29 |\eta| h_u\tag{IV.174}$$

$|\eta| h_u = 2|\delta\varphi|_{max}$ est la variation maximale entre les déphasages obtenus en haut et en bas du faisceau atomique, et $|\delta\varphi|_{max} = |\delta\varphi(\pm h/2)|$ est la dispersion maximale en valeur absolue obtenue en haut ou en bas du faisceau.

Déphasage électrique géométrique

Le coefficient k_{V4} évalué par l'interaction électrique permet d'estimer $\|\delta\varphi_{E,g}\|$ (voir les équations (IV.135)). On réécrit le résultat obtenu en lien avec la norme et en exprimant V en Volts :

$$\begin{aligned}\frac{\|\delta\varphi_{E,g}\|^2}{2} &= (6.0 \pm 0.5) \times 10^{-14} V^4 \\ \text{soit : } \|\delta\varphi_{E,g}\| &= (3.5 \pm 0.2) \times 10^{-7} V^2\end{aligned}\tag{IV.175}$$

Pour la tension maximale $V = 800$ V on a $\|\delta\varphi_{E,g}\| \simeq 0.22$ rad et on retrouve l'ordre de grandeur indiqué dans la section IV.5.4.2 qui correspond à $|\eta| h_u \simeq 0.8$ rad soit $|\delta\varphi|_{max} \simeq 0.4$

rad.

Phase de l'interféromètre

La dispersion $\delta\varphi_m$ dépend de l'alignement des réseaux lumineux. On évalue une valeur haute pour sa norme en remarquant que les visibilitées sans interaction \mathcal{V}_0 sont toujours supérieures à 70%. Par rapport à la visibilité maximale \mathcal{V}_{exp} observable avec notre dispositif, elles sont diminuées par l'interaction magnétique résiduelle et la dispersion $\delta\varphi_m$:

$$\mathcal{V}_0 = \mathcal{V}_{exp} \left(1 - \frac{\|\delta\varphi_m\|^2}{2} \right) \mathcal{V}_{B0} \geq 70\% \quad (\text{IV.176})$$

L'interaction magnétique résiduelle vérifie $\mathcal{V}_{B0} \simeq 93\%$. La visibilité maximale observée dans notre dispositif est proche de 85%, obtenue en choisissant une collimation adaptée et des réglages particulièrement soignés. Lorsque l'interféromètre était dans cette configuration, A. Miffre *et al* ont déterminé qu'il existait probablement une faible interaction magnétique résiduelle qui diminuait la visibilité de 1 à 2% [68] ; l'installation de la cellule d'interaction HMW a apparemment modifié cette interaction et sensiblement modifié le gradient magnétique résiduel. On obtient $\mathcal{V}_{exp} < 87\%$ et une borne pour $\delta\varphi_m$ lorsque l'interféromètre est raisonnablement bien réglé :

$$\|\delta\varphi_m\| \leq 0.50 \text{ rad} \quad (\text{IV.177})$$

Cette borne supérieure correspond à $|\eta_m| h_u \simeq 1.7 \text{ rad}$, soit une dispersion spatiale maximale $|\delta\varphi_m(y)|_{max} \simeq 0.85 \text{ rad}$.

Corrélations entre dispersions linéaires

L'hypothèse des dispersions linéaires permet de simplifier l'évaluation de corrélations. En effet, dans ce cas particulier :

- Les corrélations d'ordre 2 vérifient le cas d'égalité de l'inégalité de Cauchy-Schwartz. Si on suppose deux dispersions linéaires notées $\delta\varphi(y) = \eta y$ et $\delta\varphi'(y) = \eta' y$, on a :

$$|\langle \delta\varphi \delta\varphi' \rangle| = \|\delta\varphi\| \|\delta\varphi'\| \quad (\text{IV.178})$$

- Les corrélations d'ordre 3 sont nulles : en introduisant une troisième dispersion générique $\delta\varphi''(y)$, on aura $\langle \delta\varphi^a \delta\varphi'^b \delta\varphi''^c \rangle = 0$, où a , b et c sont trois entiers positifs ou nuls tels que $a + b + c = 3$.

Evaluation de $\|\delta\varphi_m\|$

Les mesures électriques ont permis de déterminer le terme d'ordre 2 en V du polynôme $1 - \mathcal{V}_E(V)$, noté k_{V2} . On néglige la contribution $\langle \delta\varphi_{E,c}^2/2 \rangle$ dans le terme $k_{V2}V^2$, ce que la section IV.6.3.5 justifiera. On exprime k_{V2} compte-tenu de l'expression (IV.178) :

$$k_{V2} \simeq \frac{\langle \delta\varphi_m \delta\varphi_{E,g} \rangle}{V^2} \quad (\text{IV.179})$$

soit : $\frac{k_{V2}}{\|\delta\varphi_{E,g}\|} = \pm \|\delta\varphi_m\|$

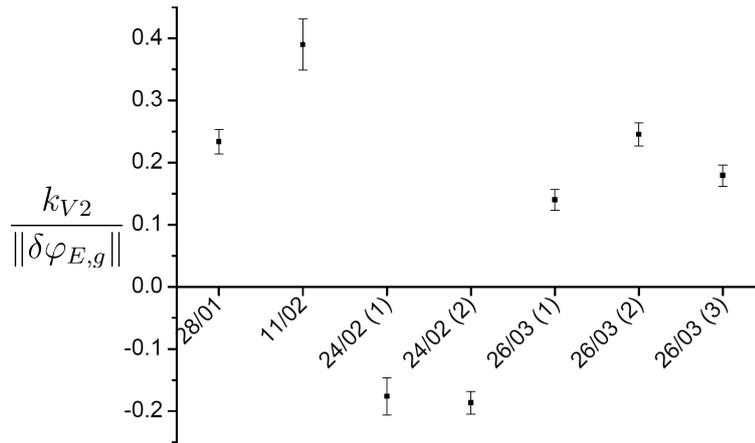


FIGURE IV.61 – Représentation de $k_{V2}/\|\delta\varphi_{E,g}\|$ (équation (IV.179)) à partir des mesures d'interaction électrique (voir la figure IV.55) et de l'équation (IV.175). En abscisse figure la date d'une série de mesures reproductibles, suivie d'un numéro entre parenthèses lorsque l'alignement des réseaux lumineux a changé.

Le signe \pm est celui du produit $\eta_{E,g}\eta_m$.

Les mesures d'interaction électrique ont permis d'évaluer $\|\delta\varphi_{E,g}\|$, et on peut maintenant utiliser les valeurs ajustées de k_{V2} (section IV.5.4.2) pour connaître plus précisément la norme $\|\delta\varphi_m\|$ et le signe de la corrélation $\langle\delta\varphi_m\delta\varphi_{E,g}\rangle$. La figure IV.61 illustre ce résultat particulier pour toutes les séries de mesure reproductibles en champ électrique. Pour cela elle représente les mesures de la partie gauche de la figure IV.55 divisées par $\|\delta\varphi_{E,g}\|$ qu'on connaît grâce à l'équation (IV.175). Les valeurs illustrées sont tout à fait cohérentes avec la borne supérieure déterminée grâce à l'équation (IV.177). Les dispersions $\delta\varphi_m$ évaluées correspondent bien à des diminutions de visibilité de quelques % lorsqu'on n'impose aucune interaction (terme $\|\delta\varphi_m\|^2/2$). Lorsqu'on impose la tension maximale $V = 800$ V, le terme $\langle\delta\varphi_m\delta\varphi_{E,g}\rangle$ provoque des modifications qui dépassent 6% pour une valeur typique $\|\delta\varphi_m\| = 0.3$ rad. Le signe de la corrélation a un caractère non contrôlé car il dépend finement de l'ajustement des directions des réseaux lumineux c'est à dire des miroirs M_1 , M_2 et M_3 . Malgré ce caractère non contrôlé, on dispose dorénavant d'une caractérisation assez précise de la dispersion $\delta\varphi_m$ lors des différentes mesures de l'effet HMW.

IV.6.3.4 Dispersion des déphasages magnétiques

Expression approchée

La figure IV.59 montre que $J_1(y)$ varie notablement sur des distances de moins de 1 mm, et d'une manière qu'il semble abusif de considérer comme linéaire. Les déphasages dépendent de (F, m_F) donc c'est aussi le cas de la dispersion et ceci complique l'évaluation des $D_{+/-}$ et $N_{+/-}$. Il est cependant possible d'évaluer approximativement $\delta\varphi_B(F, m_F)$ en utilisant les hypothèses simplificatrices de la section IV.4.3.1. Celles-ci aboutissent à l'équation (IV.78) où X est un paramètre indépendant de la hauteur y , car on a vérifié que le champ calculé

B varie très peu en fonction de y . On peut alors évaluer une différentielle de l'équation (IV.78) selon y pour écrire (avec une dépendance (F, m_F) implicite) :

$$\frac{\delta\varphi_B(y)}{\phi_{B, Bob}} = \frac{\delta J_1(y)}{J_1} = K_{J_1}(y) \quad (\text{IV.180})$$

La notation $\phi_{B, Bob}$ désigne $\phi_{B, Bob}(F, m_F) = \langle \varphi_{B, Bob}(F, m_F) \rangle$ où $\varphi_{B, Bob}$ est le déphasage magnétique qui est imposé par la cellule d'interaction. On a aussi utilisé $J_1 = \langle J_1(y) \rangle$. Un point important est que $\phi_{B, Bob}$ et J_1 sont connues grâce aux mesures magnétiques (voir les résultats de l'ajustement, équations (IV.103)). On a introduit $K_{J_1}(y) = \delta J_1(y)/J_1$ qui ne dépend que de y (notamment pas de I , ni du niveau (F, m_F)).

Corrélation impliquant les dispersions magnétiques

Si $\delta\varphi(y)$ est une dispersion quelconque, on a :

$$\begin{aligned} \delta\varphi_B(y) &= K_{J_1}(y) \phi_{B, Bob} \\ \text{soit : } \langle \delta\varphi_B \delta\varphi \rangle &= \phi_{B, Bob} \langle K_{J_1} \delta\varphi \rangle \end{aligned} \quad (\text{IV.181})$$

Les corrélations impliquant $\delta\varphi_B$ sont donc directement proportionnelle à $\phi_{B, Bob}$ et ceci va permettre de comprendre de nombreux résultats de mesure. Si $\delta\varphi$ est une dispersion linéaire notée $\delta\varphi(y) = \eta y$ on a :

$$\begin{aligned} \langle K_{J_1} \delta\varphi \rangle &= \pm \|\delta\varphi\| K_{J_1, y} \\ \text{avec : } K_{J_1, y} &= \frac{2\sqrt{3}}{h_u} \int y P(y) K_{J_1}(y) dy \end{aligned} \quad (\text{IV.182})$$

Le signe \pm est celui de η . Ainsi lorsqu'on connaît les normes d'un ensemble de dispersions linéaires, la connaissance de leurs corrélations individuelles avec $\delta\varphi_B$ sont simultanées.

On utilise la récurrence de visibilité magnétique à $I \simeq 23$ A lors des mesures de l'effet HMW (section IV.4.6.3) pour déterminer une borne à la norme $\|K_{J_1}\|$. En effet si on considère que les déphasages magnétiques $\phi_B(F, m_F)$ sont alors tous proches de π , on peut évaluer simplement la diminution de visibilité relative due aux dispersions magnétiques seules qui est décrite par le terme D_B/D_0 :

$$\begin{aligned} \frac{D_B}{D_0} &= -\frac{1}{2} \frac{\sum \langle (\delta\varphi_B)^2 \rangle \cos(\phi_B)}{|\sum \cos(\phi_B)|} \\ &\simeq -\frac{\|K_{J_1}\|^2}{8} \sum \phi_{B, Bob}^2 \end{aligned} \quad (\text{IV.183})$$

Lorsque $I = 23$ A, $X \simeq 0.45$ et on utilise un tableau similaire au tableau IV.7 calculé en tenant alors compte de la dispersion de vitesse atomique [137]. La visibilité maximale atteignable est $\mathcal{V}_{B, max} \simeq 78\%$. Par comparaison, nous obtenons des visibilités relatives d'interaction proches de 70%. Les déphasages $\phi_{B, Bob}$ (à ne pas confondre avec les déphasages magnétiques totaux ϕ_B) sont approximativement 0 rad, -3.6 rad, -5.4 rad et -9.9 rad, respectivement pour m_F allant de -1 à 2 . En considérant que la diminution est entièrement provoquée par les dispersions spatiales des déphasages magnétiques, on obtient un ordre de grandeur et une borne par valeurs supérieures pour $\|K_{J_1}\|$:

$$\|K_{J_1}\| \leq \|K_{J_1}\|_{max} = 7.7 \times 10^{-2} \quad (\text{IV.184})$$

IV.6.3.5 Déphasages électriques de contact

Nous ne connaissons pas l'allure des déphasages électriques de contact, mais nous pouvons en évaluer l'ordre de grandeur. On se base sur les développements de la section IV.5.2.3 et on donne une borne grossière mais certaine de la norme en considérant le cas de fluctuations microscopiques aléatoires de valeur quadratique moyenne de 100 mrad à la tension maximale $V = 800$ V :

$$\begin{aligned} \|\delta\varphi_{E,c}\| (V = 800\text{V}) &\leq 0.1 \\ \text{soit : } \|\delta\varphi_{E,c}\| &\leq 1.25 \times 10^{-4} \text{ V}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{IV.185})$$

En considérant que $\|\delta\varphi_{E,c}\|$ est à sa borne maximale donnée ci-dessus et lorsque $V = 800$ V, la diminution de visibilité due à cette dispersion seule est $\|\delta\varphi_{E,c}\|^2/2 = 0.5\%$. Cette grandeur est en principe tout juste détectable, mais lors des mesures en champ électrique elle est indiscernable du terme $k_{V2}V^2 \simeq \langle\delta\varphi_{E,g}\delta\varphi_m\rangle$, qui est aussi proportionnel à V^2 , et pour lequel la section (IV.6.3.3) a montré qu'il atteint des valeurs nettement supérieures.

Corrélations impliquant les déphasages de contact

On considère une fonction de dispersion linéaire $\delta\varphi(y) = \eta y$. Comme pour les déphasages magnétiques, on caractérise la corrélation $\langle\delta\varphi_{E,c}\delta\varphi\rangle$ comme suit :

$$\begin{aligned} |\langle\delta\varphi_{E,c}\delta\varphi\rangle| &= \|\delta\varphi\| |K_{E,c,y}| \\ \text{avec : } K_{E,c,y} &= \frac{2\sqrt{3}}{h_u} \int yP(y) \delta\varphi_{E,c}(y) dy \end{aligned} \quad (\text{IV.186})$$

$K_{E,c,y}$ est sans dimension et proportionnel à V . Ces corrélations sont relativement faibles à cause du caractère rapidement variable et de variation moyenne petite du déphasage de contact. Les mesures d'interaction électrique le confirment car elles n'ont pas permis de discerner $\langle\delta\varphi_{E,g}\delta\varphi_{E,c}\rangle$ de la valeur nulle. On connaît $\|\delta\varphi_{E,g}\|$ (équation (IV.175)), et toutes les mesures de k_{V3} ont donné une valeur quasi-nulle avec une incertitude statistique typique de $7 \times 10^{-12} \text{ V}^{-3}$. On prend cette valeur pour déterminer une borne supérieure à $K_{E,c,y}$:

$$\begin{aligned} |\langle\delta\varphi_{E,g}\delta\varphi_{E,c}\rangle| &\leq 7 \times 10^{-12} \text{ V}^3 \\ \text{donc : } |K_{E,c,y}| &\leq 2 \times 10^{-5} \text{ V} \end{aligned} \quad (\text{IV.187})$$

Lorsque $K_{E,c,y}$ est à sa borne supérieure et à la tension maximale $V = 800$ V, la corrélation avec une dispersion linéaire de norme 0.5 est $\pm 8 \times 10^{-3}$. On remarque qu'avec la norme maximale admise $\|\delta\varphi_{E,c}\| = 0.1$ rad, on a $|\langle\delta\varphi_{E,g}\delta\varphi_{E,c}\rangle| \simeq \|\delta\varphi_{E,g}\| \|\delta\varphi_{E,c}\| / 6.25$. Ce résultat loin de la limite de Cauchy-Schwartz est cohérent avec l'hypothèse de fluctuations rapides de $\delta\varphi_{E,c}$, qui ne sont pas corrélées avec la dispersion linéaire de $\delta\varphi_{E,g}$.

Ce qui précède montre que pour les mesures de visibilité, on commet une erreur faible en négligeant l'effet des corrélations impliquant $\delta\varphi_{E,c}$ devant les autres termes et ceci est en accord avec tous les résultats de mesure d'interaction électrique. Par contre, de telles corrélations sont en principe accessibles aux mesures de déphasage dont la précision approche 1 mrad. Les termes du type $\langle\delta\varphi_{E,c}\delta\varphi\rangle$ ne pourront donc pas être négligés a priori quand ils décrivent l'effet des dispersions sur les phases.

IV.6.4 Mesures de visibilité

Pour confronter les calculs développés aux résultats expérimentaux, nous allons commencer par analyser les mesures de visibilité pour tester l'existence des différents termes prévus.

IV.6.4.1 Prise en compte de l'influence de la phase AC

La phase AC a une influence importante sur les mesures de visibilité et cette influence existe même en l'absence de dispersion des autres déphasages. Cette section développe des corrections qui vont permettre de l'évaluer spécifiquement, car le traitement introduit dans la partie IV.6.2.4 néglige l'effet AC en interaction électrique seule et en cela il est insuffisant pour décrire correctement les visibilités observées.

Correction du cas simplifié en champ électrique seul

Les mesures d'interaction électrique ont mis en évidence une influence de la phase AC décrite par le terme $k_{V1}V$. On va inclure cet effet particulier dans le modèle analytique développé. Pour cela, on suppose l'existence d'un champ résiduel \mathbf{B}_0 . On reprend les hypothèses utilisées dans la section IV.5.4.1 qui négligent la dispersion spatiale de l'interaction magnétique résiduelle. Lorsqu'aucune interaction n'est appliquée, celle-ci modifie la visibilité et cela conduit à une correction de l'équation (IV.158). La nouvelle expression du coefficient $D(0,0)$ est :

$$D(0,0) = \left(1 - \frac{\langle(\delta\varphi_m)^2\rangle}{2}\right) D_{0,B0} \quad (\text{IV.188})$$

$$\text{avec : } D_{0,B0} = \left[\cos(J_0) + 2\cos\left(\frac{J_0}{2}\right) + 1\right] = 4\mathcal{V}_{B0}$$

$D_{0,B0}$ est le coefficient $D_0 = \sum \cos(\phi_B)$ obtenu avec l'interaction résiduelle qui impose un déplacement Zeeman linéaire de terme J_0 . On retrouve \mathcal{V}_{B0} qui est la visibilité relative introduite dans la section IV.5.4.1.

Lorsqu'on applique l'interaction électrique, nous allons évaluer les différents termes de $D(V,0)$ lorsque la dispersion magnétique est nulle, $\delta\varphi_B = 0$. Les équations (IV.152) montrent que seul le terme $D_{-,-}$ est non nul, et on s'intéresse plus particulièrement au terme $-\phi_{AC} \sin(\phi_B)$ qui est le terme dominant de $D_{-,-}$ et existe même en l'absence de dispersion de déphasages. Si on se limite à ce terme dominant, $D(V,0)$ est maintenant donné par :

$$D(V,0) = \left(1 - \frac{\langle(\delta\varphi_E + \delta\varphi_m)^2\rangle}{2}\right) - \sum [\phi_{AC} \sin(\phi_B)] \quad (\text{IV.189})$$

Cette équation constitue une modification de l'équation (IV.159) par rajout de la sommation dans le second membre. On note celle-ci $D_{AC,B0}$ et son expression est simple car le déplacement Zeeman est linéaire. Son écriture est une reformulation de l'équation (IV.133) :

$$D_{AC,B0}(V) = - \sum [\phi_{AC} \sin(\phi_B)] = -\phi_{AC,B0} \left[\sin(J_0) + \sin\left(\frac{J_0}{2}\right)\right] \quad (\text{IV.190})$$

On rappelle que $\phi_{AC,B0}$ est la phase AC du niveau ($m_F = 2$) en présence du champ magnétique résiduel du laboratoire. Cette expression montre que $D_{AC,B0}$ est directement proportionnel à V puisque $\phi_{AC,B0} \propto E \propto V$. L'équation (IV.133) peut cependant être simplifiée puisqu'on sait maintenant que la dispersion $\delta\varphi_{E,c}$ a une influence quasiment indétectable sur les visibilitées. En la négligeant, la visibilité relative d'interaction électrique devient :

$$\mathcal{V}_E(V) = \frac{D(V,0)}{D(0,0)} \simeq 1 - \frac{\langle(\delta\varphi_{E,g})^2\rangle}{2} - \langle\delta\varphi_m\delta\varphi_{E,g}\rangle + \frac{D_{AC,B0}}{D_{0,B0}} \quad (\text{IV.191})$$

Les trois termes du membre de droite sont égaux respectivement à $-k_{V4}V^4$, $-k_{V2}V^2$ et $-k_{V1}V$ qui ont été évalués par l'ajustement des visibilitées en présence de champs électriques seuls. Lorsque $V = 800$ V, la modification de visibilité provoquée par le déphasage AC est $k_{V1}V \simeq 1.1\%$. De plus, quand on a mesuré les visibilitées avec les tensions V et $-V$ (avec $V > 0$), leur demi-différence est :

$$\Delta_E \mathcal{V}_E(V) = \frac{D_{AC,B0}(V)}{D_{0,B0}} \quad (\text{IV.192})$$

Correction des visibilitées en interaction simultanée

L'application du modèle avec l'interaction magnétique et l'interaction simultanée laisse les équations (IV.160) et (IV.161) inchangées. L'expression de \mathcal{V}_{EB} (équation (IV.162)) est alors modifiée de la façon suivante :

$$\mathcal{V}_{EB}(V, I) \simeq 1 + \frac{D_{+/-}(V, I)}{D_0} - \frac{D_{AC,B0}(V)}{D_{0,B0}} \quad (\text{IV.193})$$

Le terme $D_{AC,B0}/D_{0,B0}$ est un terme d'ordre 1, comme le terme $D_{+/-}/D_0$. L'hypothèse des petits effets systématiques restreint tous les développements à l'ordre 1, aussi on a :

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{V}_{EB}(V, I)}{1 - D_{AC,B0}/D_{0,B0}} &\simeq \left(1 + \frac{D_{+/-}(V, I)}{D_0} - \frac{D_{AC,B0}(V)}{D_{0,B0}}\right) \left(1 + \frac{D_{AC,B0}}{D_{0,B0}}\right) \\ &\simeq 1 + \frac{D_{+/-}(V, I)}{D_0} \end{aligned} \quad (\text{IV.194})$$

Cette opération élimine le terme dû à l'effet AC en champ électrique seul et redonne une expression identique à l'équation (IV.162). On introduit d'une telle manière une correction des visibilitées mesurées qui assure d'observer le seul terme $D_{+/-}/D_0$ qui nous intéresse. On utilise donc l'équation (IV.192) et en tenant compte de la restriction de l'opérateur Δ_E à $V > 0$ on définit une visibilité corrigée notée \mathcal{V}'_{EB} dont l'expression est :

$$\begin{aligned} \mathcal{V}'_{EB}(V > 0, I) &= \frac{\mathcal{V}_{EB}(V, I)}{1 - \Delta_E \mathcal{V}_E(V)} = 1 + \frac{D_{+/-}(V, I)}{D_0} \\ \mathcal{V}'_{EB}(V < 0, I) &= \frac{\mathcal{V}_{EB}(V, I)}{1 + \Delta_E \mathcal{V}_E(|V|)} = 1 + \frac{D_{+/-}(V, I)}{D_0} \end{aligned} \quad (\text{IV.195})$$

Pour pouvoir évaluer une telle correction, il est nécessaire de connaître les visibilitées électriques obtenues pour les deux polarités V et $-V$. Sous cette condition on retrouve une

expression des visibilités corrigées qui décrit uniquement l'effet des corrélations et de la phase AC lors de l'interaction simultanée (terme $D_{+/-}$). On donne l'expression des seules combinaisons linéaires qui nécessitent d'utiliser les visibilités corrigées pour éliminer le terme $D_{AC,0}/D_{0,B0}$:

$$\begin{aligned}\Delta_E \mathcal{V}'_{EB}(V > 0, I) &= \frac{D_{-,+}}{D_0} + \frac{D_{-,-}}{D_0} \\ \mathcal{M}_B \mathcal{V}'_{EB}(V, I > 0) &= 1 + \frac{D_{+,+}}{D_0} + \frac{D_{+,-}}{D_0}\end{aligned}\quad (\text{IV.196})$$

En conséquence, la seule combinaison double qui nécessite d'utiliser les visibilités corrigées est $\mathcal{M}_B \Delta_E = \Delta_E \mathcal{M}_B$:

$$\mathcal{M}_B \Delta_E \mathcal{V}'_{EB}(V > 0, I > 0) = \frac{D_{-,+}}{D_0} \quad (\text{IV.197})$$

IV.6.4.2 Corrélations négligeables

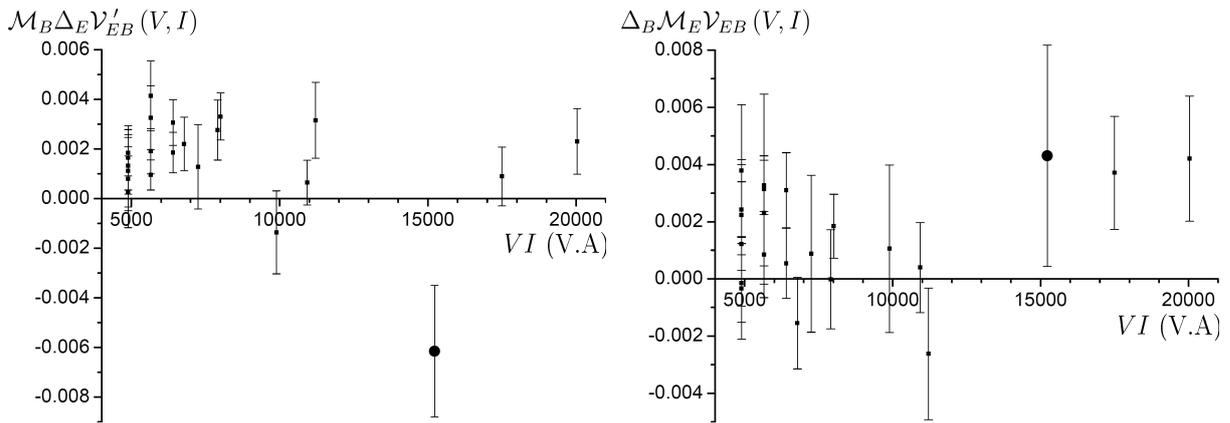


FIGURE IV.62 – Combinaisons linéaires de visibilités d'interaction simultanée mesurées lors de l'expérience et représentées en fonction du produit VI . La mesure représentée par un rond a été réalisée avec $I = \pm 19$ A et la visibilité d'interaction magnétique était très faible : l'approximation des petits effets systématiques n'est alors pas justifiée.

Partie gauche : combinaisons $\mathcal{M}_B \Delta_E \mathcal{V}'_{EB}$ (corrigées) qui décrivent l'influence des corrélations $(-, +)$;

Partie droite : combinaisons $\Delta_B \mathcal{M}_E \mathcal{V}_{EB}$ pour l'influence des corrélations $(+, -)$.

La partie gauche de la figure IV.62 représente l'ensemble des combinaisons $\mathcal{M}_B \Delta_E \mathcal{V}'_{EB}$ que l'on a pu mesurer. Cette combinaison linéaire évalue D_{-+}/D_0 qui décrit les effets systématiques impairs en V , pairs en I (voir l'expression détaillée des termes de D_{-+} , équation (IV.152)). Les valeurs mesurées sont toutes très proches de 0. La partie droite de la figure représente les combinaisons $\Delta_B \mathcal{M}_E \mathcal{V}_{EB}$ qui décrivent les effets systématiques $(+, -)$. Là

aussi, ces effets sont extrêmement faibles, et cette fois-ci tout à fait compatibles avec 0. La petite valeur donnée par ces corrélations particulières est attendue, puisque les termes $D_{-,+}$ et $D_{+,-}$ impliquent $\delta\varphi_{E,c}$ dont nous avons déjà indiqué que les effets sur la visibilité sont très faibles. En outre, concernant $D_{+,-}$ le facteur ϕ_{AC} supplémentaire le rend tout à fait négligeable. Pour la suite il est donc justifié de considérer :

$$\begin{aligned} D_{+,-} &= 0 \\ D_{-,+} &\simeq 0 \end{aligned} \tag{IV.198}$$

IV.6.4.3 Mesure de l'influence de la phase AC

Vérification de l'effet AC en champ électrique seul

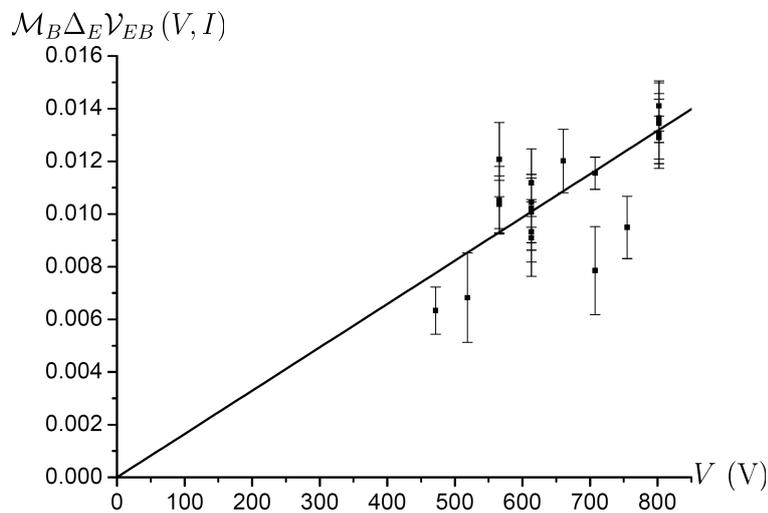


FIGURE IV.63 – Combinaisons linéaires $\mathcal{M}_B \Delta_E \mathcal{V}_{EB}$ de visibilités mesurées en fonction de la tension V appliquée. L'ajustement linéaire représenté exhibe la pente $(1.6 \pm 0.1) \times 10^{-5} \text{ V}^{-1}$.

Si l'équation (IV.198) est exacte, la combinaison non corrigée $\mathcal{M}_B \Delta_E \mathcal{V}_{EB}$ évalue le seul terme $-D_{AC,0}/D_{0,B0} = k_{V1}V$ où le terme k_{V1} est celui des ajustements des mesures électriques. La figure IV.63 illustre la dépendance avec V de cette combinaison^g. L'ajustement linéaire fournit la pente $(1.6 \pm 0.1) \times 10^{-5} \text{ V}^{-1}$ en accord satisfaisant avec la valeur de $k_{V1} = (1.40 \pm 0.07) \times 10^{-5} \text{ V}^{-1}$. L'écart est expliqué par les faibles corrélations $(-, +)$ observées sur la figure IV.62.

^g. Cette figure est redondante avec la partie gauche de la figure IV.62, sauf pour la différence entre les abscisses. En effet, la correction des visibilités (équation (IV.195)) a justement pour conséquence de soustraire la pente $\Delta_E \mathcal{V}_E(V) = D_{AC,0}/D_{0,B0}$ à la fonction $\mathcal{M}_B \Delta_E \mathcal{V}_{EB}(V)$. On représente la figure car elle est une illustration de la cohérence globale du modèle, et une vérification indirecte (avec des visibilités autres qu'électriques) de l'effet AC en champ électrique seul.

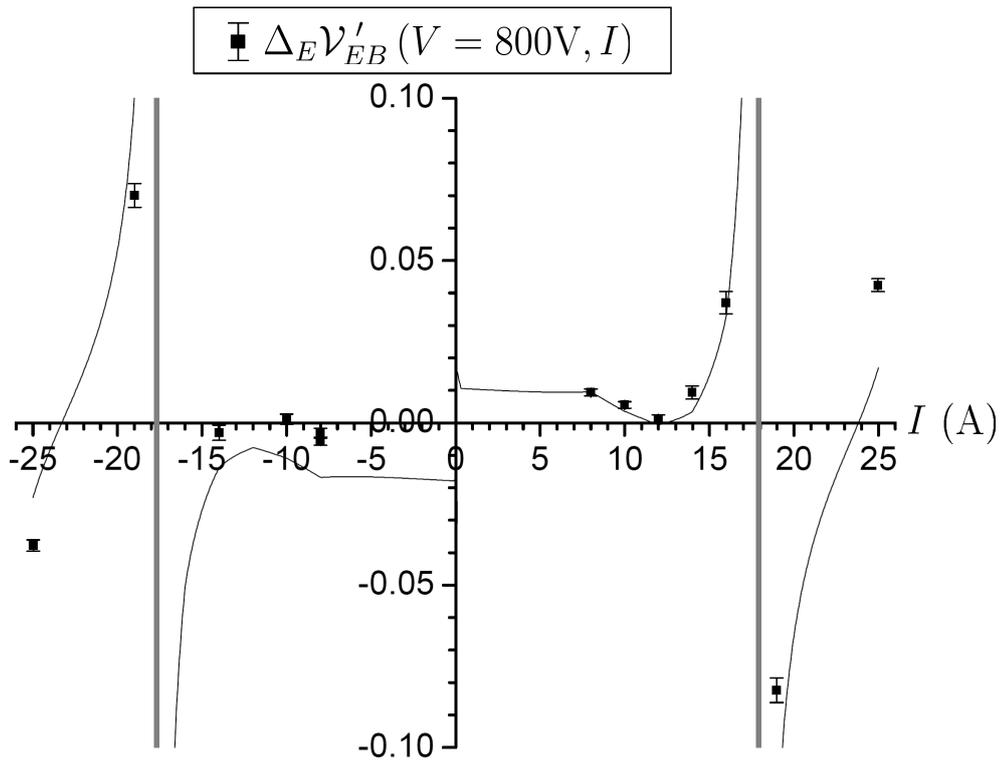


FIGURE IV.64 – Effet de la phase AC sur les mesures de visibilité. Le trait plein fin correspond à une simulation de l'équation (IV.199) pour laquelle les déphasages magnétiques $\phi_B(F, m_F)$ sont calculés selon les résultats des mesures d'interaction magnétiques (voir plus particulièrement les équations (IV.103) et la figure IV.49) et le calcul de la phase AC est détaillé dans la section IV.5.4.1 (on utilise notamment l'équation (IV.127) pour le calcul du moment magnétique). Les traits verticaux gris épais repèrent une zone où la visibilité relative d'interaction magnétique s'annule ce qui entraîne une divergence de la formule (IV.199) (divergence non physique due aux approximations de développement limite utilisées).

Effet AC en interaction simultanée

Comme $D_{-,+} \simeq 0$, on peut simplifier l'expression de la demi-différence de visibilité $\Delta_E \mathcal{V}'_{EB}$ comme suit :

$$\begin{aligned} \Delta_E \mathcal{V}'_{EB}(V > 0, I) &= \frac{D_{-,+}}{D_0} + \frac{D_{-,-}}{D_0} \simeq \frac{D_{-,-}}{D_0} \\ &\simeq -\frac{\sum \phi_{AC} \sin(\phi_B)}{\sum \cos(\phi_B)} \end{aligned} \quad (\text{IV.199})$$

Il est possible d'évaluer cette expression car nous avons une connaissance relativement précise de tous les termes impliqués. En effet :

- Les phases magnétiques sont évaluées grâce aux résultats de mesures d'interaction magnétique. On pourra se reporter aux résultats de l'ajustement (partie IV.4.6),

- et plus particulièrement à la figure IV.49 pour les phases magnétiques des atomes ;
- Les champs électriques et magnétiques imposés sont connus précisément et permettent de calculer la phase AC sans nécessiter de paramètre ajustable. Notamment, on connaît X en fonction de I , la direction et le sens de \mathbf{B} ce qui permet d'évaluer le moment magnétique de l'atome (voir la section IV.5.4.1, notamment l'équation (IV.127)).

La figure IV.64 représente les mesures de $\Delta_E \mathcal{V}'_{EB}$ ($V = 800$ V, I) accompagnée d'une simulation qui reproduit l'équation (IV.199). L'accord est jugé satisfaisant, surtout parce qu'il reproduit très bien une allure non triviale avec des sauts de visibilité qui sont effectivement mesurés, proches de l'annulation de visibilité en interaction magnétique. De nombreuses mesures présentent des sauts similaires.

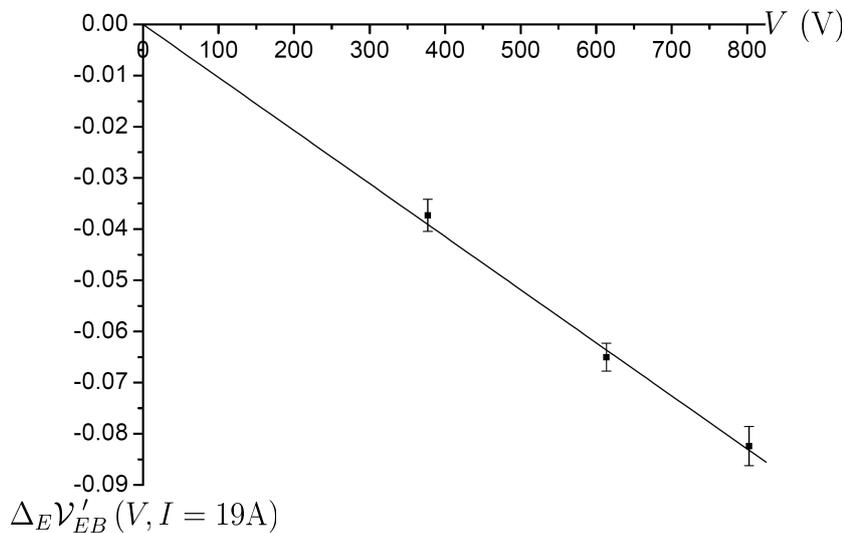


FIGURE IV.65 – Résultats de mesure de $\Delta_E \mathcal{V}'_{EB}$ ($V, I = 19$ A). Malgré le faible nombre de points de mesures, la linéarité en V est bien visible. La droite est un ajustement linéaire passant par 0, et la pente ajustée est $(-1.04 \pm 0.02) \times 10^{-4} \text{ V}^{-1}$.

Détection de la phase AC

On souhaite vérifier la nature de l'effet mis en évidence, notamment sa linéarité vis-à-vis de V . Le plus grand ensemble de points de mesures avec la même intensité est réalisé pour $I \simeq 23$ A. Cependant, à cet intensité, nous observons un effet de la phase AC qui est très faible et ceci est en accord avec la simulation de la figure IV.64. En conséquence, on préfère représenter des mesures de $\Delta_E \mathcal{V}'_{EB}$ pour l'intensité $I = 19$ A, car l'effet de la phase AC est alors beaucoup plus important. La figure IV.65 illustre les mesures de $\Delta_E \mathcal{V}'_{EB}$ ($V, I = 19$ A). La linéarité est bien mise en évidence.

Ce qui précède a montré que nous observons l'effet sur la visibilité d'un déphasage proportionnel à V , et qui dépend du moment magnétique de l'atome. On s'attend à un faible effet sur la phase à cause du fait que le moment magnétique moyen du faisceau atomique est

nul s'il est équilibré. Si on suppose qu'on mesure l'effet d'un déphasage $\phi_{AC,exp}(F, m_F) = k_{AC}\phi_{AC}(F, m_F)$ où $\phi_{AC}(F, m_F)$ est la phase théorique, un ajustement des mesures de la figure IV.64 utilisant l'équation (IV.199) et portant sur k_{AC} converge vers la valeur $k_{AC} = 0.76 \pm 0.13$. Nous interprétons l'écart à la théorie comme une conséquence d'un nombre insuffisant de points de mesures, notamment près des zones d'annulation de visibilité, et d'une connaissance insuffisamment précise des phases magnétiques. Nous jugeons cet accord raisonnablement satisfaisant et considérons que les mesures présentées constituent une détection de la phase AC dans une configuration expérimentale très proche de celle proposée par Aharonov et Casher [99], c'est à dire avec une séparation spatiale dans l'état fondamental et un moment magnétique aligné orthogonal au champ électrique. L'effet AC a été détecté avec le moment magnétique atomique [106] [107], mais en utilisant une superposition d'états qui ont la même trajectoire atomique. A notre connaissance, notre expérience constitue une première détection (cependant indirecte) de la phase AC avec des atomes et dans la configuration originellement proposée.

IV.6.4.4 Mesure des corrélations géométriques

Comme pour $\Delta_E \mathcal{V}'_{EB}$, l'équation (IV.198) permet de simplifier l'expression de $\mathcal{M}_E \mathcal{V}_{EB}$. En négligeant une corrélation impliquant $\delta\varphi_{E,c}$, on trouve :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_E \mathcal{V}_{EB} &= 1 + \frac{D_{+,+} + D_{+,-}}{D_0} \simeq 1 + \frac{D_{++}}{D_0} \\ &\simeq 1 + \frac{\sum [\langle (\delta\varphi_{E,g})^2 \delta\varphi_B \rangle / 2 + \langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_m \delta\varphi_B \rangle] \sin(\phi_B)}{\sum \cos(\phi_B)} \end{aligned} \quad (\text{IV.200})$$

Les corrélations du type de celles contenues dans $D_{+,+}$ seront appelées corrélations géométriques parce qu'elles n'impliquent que des dispersions géométriques $\delta\varphi_{E,g}$, $\delta\varphi_B$ ou $\delta\varphi_m$. Pour observer correctement les corrélations géométriques de $D_{+,+}$, il faut combiner des mesures qui ont le même réglage de l'alignement des réseaux lumineux. Ces corrélations impliquent $\delta\varphi_B$ et on utilise les développements de la section IV.6.3.4 (voir l'équation (IV.180)) pour les exprimer comme suit :

$$\frac{\langle (\delta\varphi_{E,g})^2 \delta\varphi_B \rangle}{2} + \langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_m \delta\varphi_B \rangle = \phi_{B,Obs} \langle K_{J1} ((\delta\varphi_{E,g})^2 / 2 + \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_m) \rangle \quad (\text{IV.201})$$

La figure IV.66 représente les résultats de mesures de $\mathcal{M}_E \mathcal{V}_{EB}$ ($V = 800$ V, I) en fonction de I . Lorsque V est constant, la corrélation $\langle K_{J1} ((\delta\varphi_{E,g})^2 / 2 + \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_m) \rangle$ ne varie pas, et nous avons réalisé un ajustement de ce paramètre basé sur les mesures de la figure. L'ajustement utilise la connaissance des phases magnétiques $\phi_{B,Obs}$ et ϕ_B pour d'abord calculer les termes de corrélations de l'équation (IV.201), puis obtenir les effets systématiques à partir de l'équation (IV.200). Le paramètre ajusté est donné par :

$$\langle K_{J1} ((\delta\varphi_{E,g})^2 / 2 + \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_m) \rangle (V = 800 \text{ V}) = (-7.33 \pm 1.78) \times 10^{-3} \quad (\text{IV.202})$$

La simulation de $\mathcal{M}_E \mathcal{V}_{EB}$ utilisant ce résultat est adjoint aux résultats de mesures. On constate que l'accord est correct en ce qui concerne l'allure et les sauts de visibilité autour des annulations de visibilité magnétique, mais de faible qualité pour la valeur précise de $\mathcal{M}_E \mathcal{V}_{EB}$ aux faibles intensités.

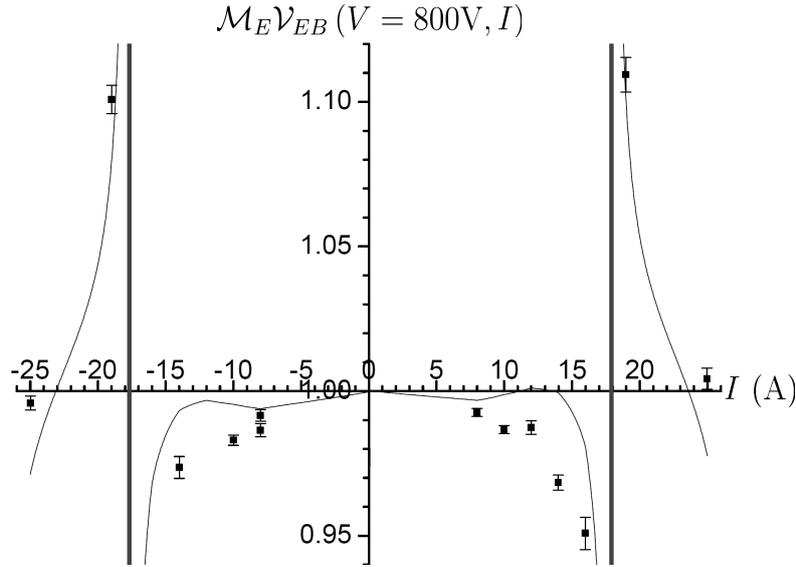


FIGURE IV.66 – Résultats de mesure de $\mathcal{M}_E \mathcal{V}_{EB} (V = 800 \text{ V}, I)$ pour les mêmes points de mesure que ceux de la figure IV.64. La courbe en trait plein fin est une simulation de l'équation IV.200 utilisant le résultat de l'ajustement de la valeur de la corrélation (IV.201) (les phases magnétiques $\phi_{B, Bob}$ étant connue). De façon similaire, les annulations de visibilité sont repérées par des traits verticaux.

IV.6.4.5 Bilan sur les mesures de visibilité

La comparaison des mesures de visibilité avec les prédictions du modèle s'est avérée fructueuse et permet de tirer le bilan suivant :

- Pour le cas spécifique des mesures de visibilité, on peut négliger l'influence des corrélations impliquant la dispersion du déphasage de contact $\delta\varphi_{E,c}$. Cette propriété était attendue compte-tenu de l'étude des fonctions de dispersion verticale (voir notamment la section IV.6.3.5) ;
- L'effet de la phase AC sur la visibilité domine les effets systématiques impairs en V , c'est à dire observables avec les demi-différences $\Delta_E \mathcal{V}'_{EB}$. On a évalué cet effet sans impliquer de dispersion spatiale ;
- Les effets systématiques pairs en E , observables avec la combinaison $\mathcal{M}_E \mathcal{V}_{EB}$ sont dominés par les corrélations géométriques en interaction simultanée.

Dans l'optique de reproduire une telle comparaison mais pour les mesures de phase, il est bon de s'intéresser aux limites des descriptions proposées qui sont mises en évidence par les écarts entre les points de mesure et les simulations. Nous attribuons trois causes possibles à ces écarts :

- L'expression des effets mis en évidence montre qu'ils sont très sensibles aux phases magnétiques globales ainsi qu'à celles imposées par la cellule. Pour les décrire, on utilise les résultats obtenus en interaction magnétique dont on approche les limites de précision ;

- Les corrélations qui impliquent les dispersions magnétiques sont évaluées avec des approximations relativement fortes pour l'interaction magnétique de la cellule, approximativement décrites dans sections IV.4.3.1 et IV.6.3.4 ;
- On a négligé toute dispersion spatiale pour l'interaction magnétique résiduelle. Il est possible d'introduire de nouvelles corrections qui tiennent compte d'une telle dispersion et permettent des ajustements plus fins mais les complications introduites ont ici peu d'intérêt pour la mesure de l'effet HMW. Nous pensons qu'elle peuvent expliquer une partie des écarts observés pour les corrélations géométriques (voir la figure IV.66).

IV.6.5 Mesures de déphasages systématiques

On souhaite maintenant caractériser les effets systématiques des dispersions spatiales sur les déphasages. L'approche choisie est similaire à celle utilisée pour les visibilitées, cependant une différence importante existe : pour montrer seulement les effets systématiques avec les combinaisons linéaires de ϕ_{EB} , il faut éviter d'observer les combinaisons linéaires qui impliquent la mesure de ϕ_{HMW} . Ainsi les combinaisons linéaires $\Delta_E\phi_{EB}$, $\Delta_B\phi_{EB}$ et $\Delta_B\Delta_E\phi_{EB}$ ne seront pas étudiées par cette partie.

IV.6.5.1 Effet systématique non prévu

On commence par considérer la combinaison linéaire de phases $\mathcal{M}_B\Delta_E\phi_{EB}$ et on donne ci-dessous son expression d'après le modèle analytique :

$$\mathcal{M}_B\Delta_E\phi_{EB} = -\frac{N_{-,+}}{D_0} \quad (IV.203)$$

$$\text{avec : } \frac{N_{-,+}}{D_0} = \frac{\sum [\langle \delta\varphi_{E,c}\delta\varphi_B \rangle \sin(\phi_B) + \langle \delta\varphi_{E,c}(\delta\varphi_B)^2/2 \rangle \cos(\phi_B)]}{\sum \cos(\phi_B)}$$

Nous allons montrer que cette combinaison linéaire exhibe un effet systématique non prévu, mais qu'on peut tout de même en tirer des informations d'importance pour la détection de la phase HMW.

La figure IV.67 représente les résultats de mesure de $\mathcal{M}_B\Delta_E\phi_{EB}$ en fonction de I pour trois valeurs de V fixées sur sa partie gauche, et en fonction de V pour l'ensemble des mesures réalisées sur sa partie droite. On observe deux propriétés que l'équation (IV.203) ne peut en aucun cas décrire :

- Aucune dépendance de $\mathcal{M}_B\Delta_E\phi_{EB}$ à I n'est détectable ;
- Lorsque I est fixé, l'expression (IV.203) prévoit que $\mathcal{M}_B\Delta_E\phi_{EB}$ est directement proportionnel à V (comme la dispersion $\delta\varphi_{E,c}$) alors que la partie droite de la figure exhibe une dépendance mal décrite par une droite passant par l'origine.

Dispersion $\delta\varphi_{E,c}$ négligeable

La première propriété montre que nous ne détectons pas d'influence des potentiels de contact avec notre dispositif. En effet, si les corrélations de $\langle \delta\varphi_{E,c}\delta\varphi_B \rangle$ n'étaient pas négligeables, la partie gauche de la figure IV.67 permettrait d'observer une forte dépendance

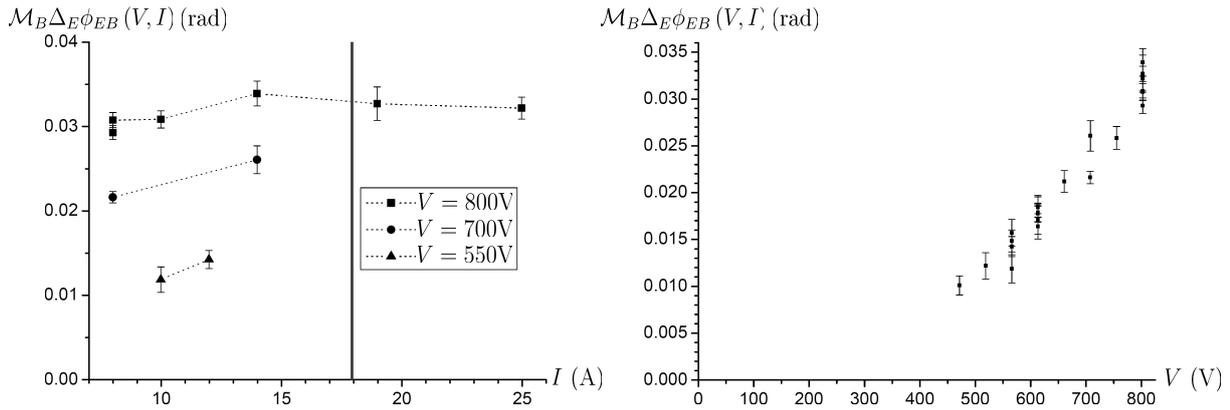


FIGURE IV.67 – Illustration de combinaisons linéaires $\mathcal{M}_B \Delta_E \phi_{EB}(V, I)$ obtenues.

Partie gauche : représentation en fonction de I et pour trois valeurs de V . Pour faciliter la lecture, les mesures réalisées avec une même tension V sont reliées par des segments en pointillés. Les traits épais verticaux repèrent l'annulation de la visibilité en interaction magnétique ;

Partie droite : représentation de toutes les combinaisons linéaires obtenues en fonction de V .

de $\mathcal{M}_B \Delta_E \phi_{EB}$ à I prévue par l'équation (IV.203). Cette dépendance à I exhiberait une allure caractéristique avec des sauts de phase proche des zones d'annulation de la visibilité, et cette allure a été observée avec les mesures de visibilité (voir la section IV.6.4.4) et sera confirmée par des mesures de déphasage systématique impliquant les corrélations géométriques (voir la section IV.6.5.3 plus bas). Nous déduisons donc de ces mesures que les corrélations de l'équation (IV.203) qui impliquent $\delta\varphi_{E,c}$ sont nulles à la précision des mesures près. L'existence de la dispersion $\delta\varphi_B$ a été établie par les mesures de visibilité, et là aussi sera confirmée par les mesures de déphasages. On en déduit que ce sont les dispersions $\delta\varphi_{E,c}$ qui sont négligeables. En effet, par comparaison avec $\delta\varphi_{E,c}$, les dispersions $\delta\varphi_{E,g}$ et $\delta\varphi_m$ sont similaires aux dispersions $\delta\varphi_B$ au sens où ce sont des fonctions régulières, lentement variables et dont les mesures indiquent qu'elles sont du même ordre de grandeur. Aussi il semble très peu probable de pouvoir observer des corrélations $\langle \delta\varphi_{E,c} \delta\varphi_m \rangle$ ou $\langle \delta\varphi_{E,c} \delta\varphi_{E,g} \rangle$ non-nulles alors que $\langle \delta\varphi_{E,c} \delta\varphi_B \rangle$ est indétectable.

Propriétés de l'effet systématique non prévu

L'effet systématique mis en évidence ne dépend clairement que de la tension V . En effet, de nombreuses mesures représentées sur la figure IV.67 sont réalisées pour la même tension V mais des intensités très différentes. Nous n'envisageons donc pas l'existence d'une dépendance à I qui puisse donner une telle allure lorsque représentée uniquement en fonction de la tension.

Nous n'avons pas d'explication convaincante quant à l'origine de cet effet. Nous avons déterminé qu'il peut exister des effets systématiques qui ne dépendent que de V si on suppose une dispersion de l'interaction magnétique résiduelle. De la même façon qu'en interaction

simultanée, les corrélations entre les dispersions de phases magnétiques provoquées par le gradient résiduel et les dispersions électriques géométriques provoqueront un effet systématique mais qui ne dépend que du champ électrique imposé. En introduisant une correction du modèle analytique qui tient compte de tels effets, nous avons déterminé que cet effet systématique particulier aura une forme polynomiale à l'ordre 3 où seuls les coefficients d'ordre 1 et 3 sont non-nuls. A ce titre, la figure IV.68 est identique à la partie droite de la figure IV.67 mais on y a adjoint les résultats de deux ajustements polynomiaux différents :

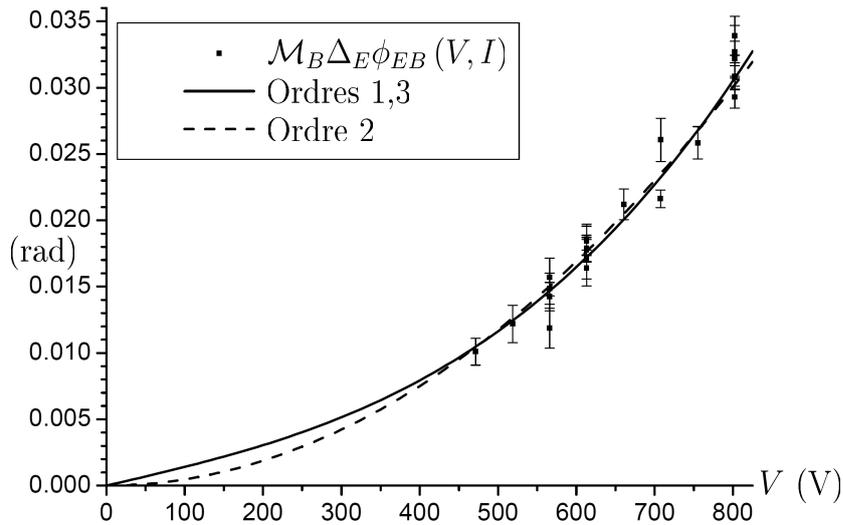


FIGURE IV.68 – Résultat d'ajustement des mesures de $\mathcal{M}_B \Delta_E \phi_{EB}$ en fonction de V selon deux ajustements polynomiaux différents.

Trait plein : ajustement à l'ordre 3 qui donne l'équation (IV.204) ;

Tirets : ajustement selon l'équation (IV.205).

- Un ajustement polynomial tel que prévu par l'effet des dispersions de gradient résiduel. L'expression ci-dessous donne $\mathcal{M}_B \Delta_E \phi_{EB}$ en rad en exprimant V en Volts :

$$\mathcal{M}_B \Delta_E \phi_{EB}(V) = (1.4 \pm 0.2) \times 10^{-5} V + (3.8 \pm 0.3) \times 10^{-11} V^3 \quad (\text{IV.204})$$

- Un ajustement à polynomial à l'ordre 2 seul dont on donne l'expression d'une manière similaire :

$$\mathcal{M}_B \Delta_E \phi_{EB} = (4.69 \pm 0.06) \times 10^{-10} V^2 \quad (\text{IV.205})$$

L'ajustement donné par l'équation (IV.204) donne un résultat d'apparence cohérente, mais en analysant les coefficients ajustés on aboutit à des fortes contradictions : les coefficients ajustés imposeraient à J_0 (terme d'effet Zeeman du gradient de champ résiduel) d'avoir une dispersion δJ_0 très forte. La norme $\|\delta J_0\|$ devrait être supérieure à 5 ce qui sort totalement du cadre mathématique du modèle. De plus de telles dispersions auraient d'autres

conséquences mesurables que nous n'observons pas. Quant à l'ajustement à l'ordre 2 de l'équation (IV.205), s'il semble avoir une bonne qualité, il ne peut en aucun cas décrire une combinaison linéaire en Δ_E puisque par nature celle-ci est impaire en V . Aussi aucune conclusion claire ne peut être tirée, et la figure IV.68 ne vaut que pour illustrer les incohérences mises en évidence.

IV.6.5.2 Corrélations négligeables et effets d'ordre supérieur

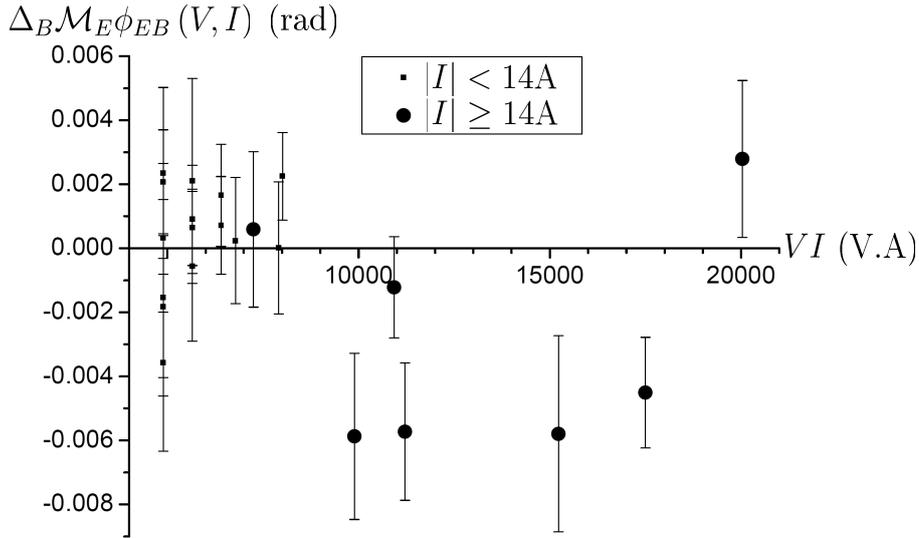


FIGURE IV.69 – Représentation de l'ensemble des mesures de $\Delta_B \mathcal{M}_E \phi_{EB}(V, I)$ en fonction du produit VI . On a différencié les mesures réalisées avec $|I| \geq 14$ A du reste.

La figure IV.69 représente l'ensemble des combinaisons linéaires de phases $\Delta_B \mathcal{M}_E \phi_{EB}$ obtenues. Cette combinaison linéaire décrit les effets systématique de type (+, -) et on rappelle son expression donnée par le modèle :

$$\Delta_B \mathcal{M}_E \phi_{EB}(V > 0, I > 0) = -\Delta_B \mathcal{M}_E \theta_{EB}(V, I)$$

$$\text{avec : } \theta_{EB}(V, I) = \frac{N_{+,-}}{D_0} = \frac{\sum \phi_{AC} [\langle \delta\varphi_{E,c} \delta\varphi_B \rangle \cos(\phi_B) - \langle \dots \rangle_3 \sin(\phi_B)]}{\sum \cos(\phi_B)} \quad (\text{IV.206})$$

Le terme $\langle \dots \rangle_3$ désigne un ensemble de corrélations de dispersion d'ordre 3 impliquant toutes $\delta\varphi_{E,c}$ (voir les équations (IV.154)). On a déterminé que $\delta\varphi_{E,c}$ a une influence négligeable, donc les termes de corrélations de l'équation (IV.206) qui impliquent un facteur ϕ_{AC} en plus sont indétectables. La figure IV.69 montre une influence d'un autre type qui a été évoquée dans la section IV.6.2.3 : au-delà de 14A, il apparaît des déviations faibles mais détectables vis-à-vis des prédictions du modèle dans l'hypothèse des petits effets systématiques. Pour illustrer cet effet on a discerné les mesures réalisées pour $|I| \geq 14$ A du reste

des mesures. Aucun effet systématique n'est détectable en dessous de 14 A. On interprète l'apparition d'effets systématiques de quelques mrad au dessus de 14 A :

- Lorsque $|I| < 14$ A les phases magnétiques sont bien compensées et toutes relativement faibles. La visibilité est bonne et les effets systématiques sont faibles, bien décrits dans l'approximation qui les considère comme petits et les évalue par un développement à l'ordre 1 en N_i/D_0 ou D_i/D_0 ;
- Lorsque $|I|$ atteint puis dépasse 14 A, la compensation des phases magnétiques se dégrade puis n'évolue plus et les phases magnétiques augmentent avec I . La précision de l'approximation des petits effets systématiques se dégrade, à cause de la diminution de la visibilité (terme D_0) et de l'exaltation des corrélations qui impliquent les dispersions magnétiques, puisqu'elles sont proportionnelles $\phi_{B,Bob}$ ou $\phi_{B,Bob}^2$ qui augmente rapidement avec I (voir l'étude des dispersions magnétiques par la section IV.6.3.4). Des termes d'ordre supérieurs à 1 en N_i/D_0 ou D_i/D_0 apparaîtraient dans un développement rigoureux du signal à partir des équations (IV.155) et (IV.156). Ces effets combinés mènent à la détection d'effets systématiques qui restent faibles, mais sont mesurables au niveau de précision de quelques mrad de l'instrument.

IV.6.5.3 Corrélations géométriques

On s'intéresse maintenant à la combinaison suivante de phases :

$$\mathcal{M}_E \phi_{EB} = -\mathcal{M}_E \theta_{EB} = -\frac{N_{+,+} + N_{+,-}}{D_0} = -\frac{N_{+,+}}{D_0} \quad (\text{IV.207})$$

avec :
$$\frac{N_{+,+}}{D_0} = \frac{\sum [\langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_B \rangle \sin(\phi_B) + \langle \delta\varphi_{E,g} (\delta\varphi_B)^2 / 2 \rangle \cos(\phi_B)]}{\sum \cos(\phi_B)}$$

$\mathcal{M}_E \phi_{EB}$ n'implique plus que le terme $N_{+,+}$ car on sait que $N_{+,-}$ est négligeable. Par analogie avec l'étude de $D_{+,+}$ (section IV.6.4.4), les corrélations décrites par le terme $N_{+,+}$ sont qualifiées de géométriques mais on remarque que celles-ci n'impliquent pas la dispersion $\delta\varphi_m$ et ceci est favorable à la reproductibilité des mesures.

La figure IV.70 représente les résultats de mesure de $\mathcal{M}_E \phi_{EB}$ lorsque $V = 800$ V (partie gauche), et $I = 23$ A (partie droite). Les courbes en trait plein fin représentent les résultats d'un ajustement de l'ensemble des mesures de $\mathcal{M}_E \phi_{EB}$ en calculant $N_{+,+}/D_0$. En utilisant l'équation (IV.181) et sachant que $\delta\varphi_{E,g}$ est proportionnel à V^2 (équation (IV.173)), les termes de corrélation sont exprimés comme suit :

$$\begin{aligned} \langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_B \rangle &= \phi_{B,Bob} K_{g,B1} V^2 \\ \frac{\langle \delta\varphi_{E,g} (\delta\varphi_B)^2 \rangle}{2} &= \phi_{B,Bob}^2 K_{g,B2} V^2 \end{aligned} \quad (\text{IV.208})$$

Comme pour les corrélations géométriques observées avec les visibilitées, l'ajustement utilise la connaissance des phases magnétiques pour calculer les corrélations (IV.208) puis les effets systématiques associés décrits par l'équation (IV.207). Les valeurs des coefficients $K_{g,B1}$ et $K_{g,B2}$ obtenues sont :

$$\begin{aligned} K_{g,B1} &= \langle \delta\varphi_{E,g} K_{J1} \rangle / V^2 = (-1.77 \pm 0.14) \times 10^{-8} \text{ rad/V}^2 \\ K_{g,B2} &= \langle \delta\varphi_{E,g} K_{J1}^2 \rangle / V^2 = (-1.19 \pm 0.22) \times 10^{-9} \text{ rad/V}^2 \end{aligned} \quad (\text{IV.209})$$

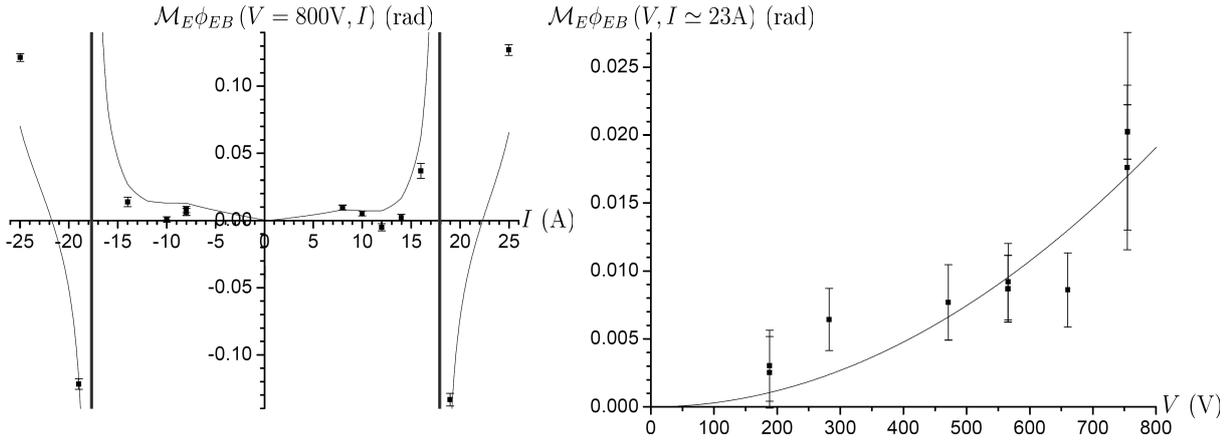


FIGURE IV.70 – Combinaisons linéaires $\mathcal{M}_E \phi_{EB}(V > 0, I)$ mesurées et résultats d’ajustement. Les points sont les mesures représentées pour certaines configurations particulières (V, I) , et la courbe en trait plein fin est issue d’un ajustement de toutes les mesures.

Partie gauche : mesures lorsque $V = 800$ V ;

Partie droite : mesures lorsque $I \simeq 23$ A (qui utilisent le protocole « 4 confs »).

Pour cette intensité, les effets des dispersions sont globalement faibles.

Analyse des ordres de grandeurs dégagés

Les résultats de cet ajustement vont servir dans la détection de la phase HMW. Aussi on veut en vérifier la cohérence. Le terme $K_{g,B1}$ implique la corrélation de K_{J1} avec la dispersion linéaire $\delta\varphi_{E,g}$. D’après l’équation (IV.182) on a :

$$K_{g,B1}V^2 = \pm \|\delta\varphi_{E,g}\| K_{J1,y} \quad (\text{IV.210})$$

Le signe \pm est celui de $\eta_{E,g}$ et nous disposons désormais d’une information supplémentaire sur ce signe. De plus on connaît la norme $\|\delta\varphi_{E,g}\|$ donc on a accès à la valeur absolue de $K_{J1,y}$:

$$|K_{J1,y}| = \frac{|K_{g,B1}V^2|}{\|\delta\varphi_{E,g}\|} \simeq 5.06 \times 10^{-2} \quad (\text{IV.211})$$

En se basant sur la borne supérieure déterminée pour la norme $\|K_{J1}\|$ (équation (IV.184)), on vérifie la compatibilité de cette valeur de $K_{J1,y}$ avec l’inégalité de Cauchy-Schwartz :

$$\begin{aligned} |K_{J1,y}| &< \|K_{J1}\|_{max} \simeq 7.7 \times 10^{-2} \\ \text{donc : } |\langle K_{J1} \delta\varphi_{E,g} \rangle| &= \|\delta\varphi_{E,g}\| |K_{J1,y}| < \|\delta\varphi_{E,g}\| \|K_{J1}\|_{max} \end{aligned} \quad (\text{IV.212})$$

$K_{J1,y}$ est du même ordre de grandeur que $\|K_{J1}\|_{max}$ donc que $\|K_{J1}\|$. Ceci indique que $\|K_{J1}\|$ comporte une importante contribution d’une composante linéaire. On caractérise plus en avant K_{J1} avec la valeur ajustée de $K_{g,B2}$. En effet, si la dispersion $\delta\varphi_B$ (soit celle de K_{J1}) était rigoureusement linéaire, ce terme serait nul. On compare les deux termes de

corrélations du système (IV.208) :

$$\frac{\langle \delta\varphi_{E,g}(\delta\varphi_B)^2/2 \rangle}{\langle \delta\varphi_{E,g}\delta\varphi_B \rangle} \simeq 6.7 \times 10^{-2} \phi_{B,Bob} \quad (\text{IV.213})$$

Les phases magnétiques $\phi_{B,Bob}$ ne dépassent jamais 11 rad ce qui est le cas des sous-niveaux $m_F = \pm 2$ lorsque $I = 25$ A. Pour les autres sous-niveaux, $\phi_{B,Bob}$ est tout le temps nettement plus faible. Ainsi la corrélation $\langle \delta\varphi_{E,g}(\delta\varphi_B)^2/2 \rangle$ est sensiblement inférieure à la corrélation $\langle \delta\varphi_{E,g}\delta\varphi_B \rangle$, et n'atteint des valeurs comparables que pour les fortes intensités. Ces propriétés sont tout à fait compatibles avec une fonction de dispersion K_{J_1} qui comporterait un terme linéaire en y et un terme quadratique (deuxième terme d'un développement de Taylor) plus faible, exalté pour les mesures avec les fortes intensités. Elles sont en accord avec l'allure de $J_1(y)$ donnée par la figure IV.59.

IV.6.5.4 Bilan sur les phases systématiques

Cette section résume les informations que l'on a tirées de l'étude des effets systématiques affectant les mesures de phases.

Effet des dispersions géométriques identifié

Les mesures ont clairement identifié le déphasage systématique géométrique décrit par $N_{+,+}$. Les corrélations entre les dispersions $\delta\varphi_{E,g}$, $\delta\varphi_m$ et $\delta\varphi_B$ sont confirmées par toutes les mesures de visibilité. Le modèle décrit leur influence de façon satisfaisante, et tous les ordres de grandeurs dégagés par les ajustements de ces corrélations sont corrects. Ils sont tous en accord avec des dispersions $\delta\varphi_{E,g}$ et $\delta\varphi_m$ linéaires en y , et ils ont mis en évidence une composante quadratique plus faible pour $\delta\varphi_B$.

Potentiels de contact négligeables

Les mesures ont montré que le terme $\delta\varphi_{E,c}$ n'a pas d'influence mesurable dans notre expérience. Les caractéristiques attendues des potentiels de contact ne sont pas en contradiction avec l'absence de corrélation entre $\delta\varphi_{E,c}$ et les autres dispersions.

Effets d'ordre supérieures aux fortes intensités

Nous avons mis en évidence des déviations faibles mais détectables entre les mesures et les prédictions du modèle lorsque l'intensité dépasse 14 A. Ceci est expliqué par les limites de l'approximation des petits effets systématiques dont la précision se dégrade avec la diminution de la visibilité relative et l'exaltation d'effets impliquant les corrélations des dispersions magnétiques. Nous allons voir que des effets de ce type et d'amplitude plus importante sont visibles sur les mesures qui détectent la phase HMW.

Effet systématique non prévu

Les effets systématiques observés avec la combinaison linéaire $\mathcal{M}_B\Delta_E$ ne sont pas reproduits par le modèle. Nous n'avons à ce jour pas d'interprétation convaincante pour leur existence. Par contre, nous savons que ces effets ne dépendent que de V puisque toute dépendance mesurable avec les phases magnétiques ϕ_B ou leur dispersion $\delta\varphi_B$ aurait été

identifiée sur la figure IV.67. L'hypothèse d'une dispersion de la phase magnétique résiduelle qui vérifie cette dépendance particulière ne permet pas d'interpréter l'effet systématique. Cette hypothèse peut néanmoins expliquer les faibles désaccords entre les mesures et l'ajustement observés sur la figure IV.70, notamment pour les faibles intensités.

Résumé des effets systématiques

Même si nous n'expliquons pas l'effet systématique précédent, nous pouvons l'exprimer de façon formelle dans la description des phases systématiques en tenant compte du fait qu'il ne dépend que de la tension V . Cette dépendance permet de le décomposer en deux termes de parité et on le note en conséquence :

$$\mathcal{S}_{\pm}(V) = \mathcal{S}_{+}(|V|) + \mathcal{S}_{-}(V) \quad (\text{IV.214})$$

L'ensemble des effets systématiques θ_{EB} associés à la mesure de ϕ_{EB} pour les paramètres (V, I) est :

$$\theta_{EB}(V, I) = \frac{N_{+/-}}{D_0}(V, I) + \mathcal{S}_{\pm}(V) \quad (\text{IV.215})$$

Dans la section IV.6.5.1 nous avons observé \mathcal{S}_{-} ; il semble que \mathcal{S}_{+} est faible car noyé par les effets des dispersions géométriques dans la figure IV.70, mais nous avons trop peu de points de mesures pour discerner son existence. On réécrit maintenant l'expression de $N_{+/-}$ à partir des équations (IV.154) et en tenant compte du caractère négligeable de $\delta\varphi_{E,c}$ et du caractère linéaire des dispersions $\delta\varphi_{E,g}$ et $\delta\varphi_m$:

$$\begin{aligned} N_{+,+} &= \sum \left[\langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_B \rangle \sin(\phi_B) + \frac{\langle \delta\varphi_{E,g} (\delta\varphi_B)^2 \rangle}{2} \cos(\phi_B) \right] \\ N_{-,+} &= 0 \\ N_{+,-} &= 0 \\ N_{-,-} &= \sum \phi_{AC} \left[\left(\langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_B \rangle + \langle \delta\varphi_B \delta\varphi_m \rangle \right) \cos(\phi_B) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{\langle \delta\varphi_{E,g} (\delta\varphi_B)^2 \rangle}{2} + \frac{\langle (\delta\varphi_B)^2 \delta\varphi_m \rangle}{2} \right) \sin(\phi_B) \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.216})$$

Le terme $N_{-,-}$ seul ne peut pas être mis en évidence par les mesures puisqu'il est indiscernable de ϕ_{HMW} par sa parité. Cependant l'existence de la phase AC a été clairement démontrée par les mesures de visibilité, tout comme l'existence de déphasages systématiques dus aux corrélations géométriques, aussi l'existence de corrélations décrites par $N_{-,-}$ est établie.

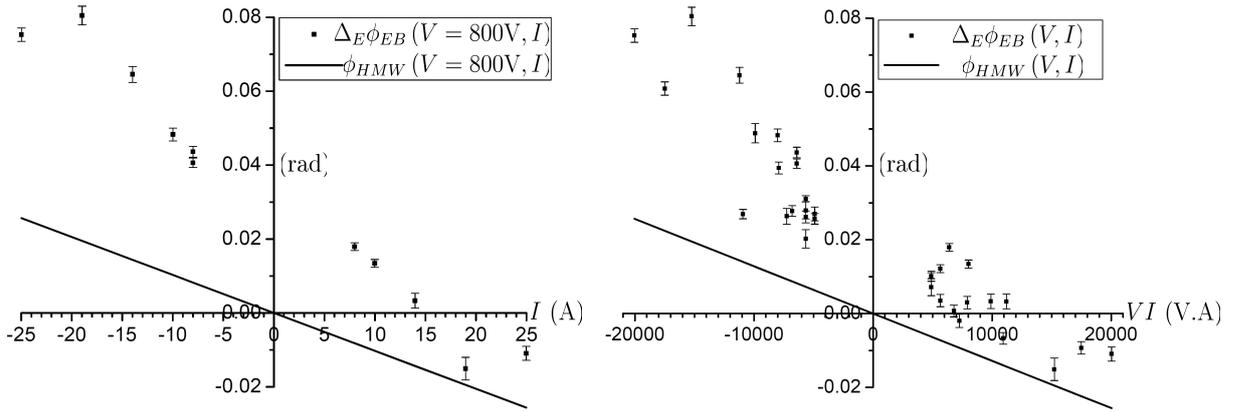


FIGURE IV.71 – Résultats de mesure de $\Delta_E\phi_{EB}(V, I)$. Partie gauche : mesures pour $V = 800V$. Partie droite : ensembles des mesures représentées en fonction du produit VI . La droite en trait plein représente la phase ϕ_{HMW} attendue (équation (IV.45)).

IV.6.6 Mesures détectant la phase HMW

IV.6.6.1 Demi-différence en V

La figure IV.71 représente l'ensemble des mesures de la demi-différence $\Delta_E\phi_{EB}(V > 0, I)$ réalisées. On donne l'expression des effets systématiques associés à $\Delta_E\phi_{EB}$:

$$\begin{aligned} \Delta_E\phi_{EB}(V, I) &= \phi_{HMW} - \Delta_E\theta_{EB} \\ \text{avec : } \Delta_E\theta_{EB} &= \frac{N_{-,+}}{D_0} + \frac{N_{-,-}}{D_0} + \mathcal{S}_- \\ &= \frac{N_{-,-}}{D_0} + \mathcal{S}_- \end{aligned} \quad (\text{IV.217})$$

Avec cette combinaison linéaire, nous observons, en plus de la phase HMW et de l'effet systématique qui en est indiscernable (décrit par $N_{-,-}$), la composante impaire en E de l'effet systématique non prévu notée \mathcal{S}_- . La figure illustre le fait que cela rend les résultats difficilement exploitables. A cause de cette composante impaire en V , cet effet systématique particulier nous a mené à considérer l'influence de potentiels de contact. On a vu que cette influence est en fait négligeable mais cette propriété n'était pas vérifiée a priori, et seule une étude attentive de tous les effets systématiques a permis d'exclure les effets des corrélations impliquant $\delta\varphi_{E,c}$. Ceci n'exclut d'ailleurs pas l'existence des potentiels de contact dans le double condensateur qui aurait pu être démontrée par les mesures de déphasages électriques si les dérives thermiques ne les avaient pas rendues non reproductibles (voir l'équation (IV.141) et la figure IV.57).

IV.6.6.2 Demi-différence en I

La demi-différence $\Delta_B \phi_{EB}$ élimine l'effet systématique non prévu car il ne dépend que de V :

$$\begin{aligned} \Delta_B \phi_{EB}(V, I) &= \phi_{HMW} - \Delta_B \theta_{EB} \\ \text{avec : } \Delta_B \theta_{EB} &= \frac{N_{+,-} + N_{-,-}}{D_0} \\ &\simeq \frac{N_{-,-}}{D_0} \end{aligned} \quad (\text{IV.218})$$

Il a été montré que $N_{+,-}$ est négligeable et la dernière ligne tient compte de ce fait.

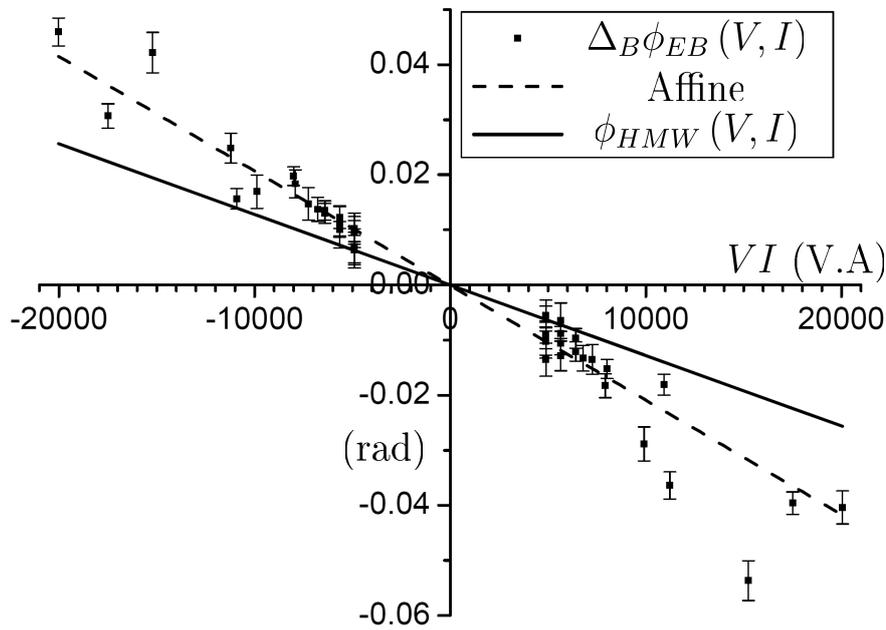


FIGURE IV.72 – Résultats de mesure de $\Delta_B \phi_{EB}(V, I)$ représenté en fonction du produit VI . La droite en trait plein représente le déphasage HMW attendu, celle en tirets représente un ajustement affine de l'ensemble des données représentées.

La figure IV.72 représente l'ensemble des mesures de $\Delta_B \phi_{EB}(V, I)$ réalisées. Les droites en trait plein et en tirets représentent respectivement la phase HMW attendue, et un ajustement des mesures avec une fonction affine. On rappelle l'expression de la phase HMW attendue et on indique les résultats de l'ajustement :

$$\begin{aligned} \frac{\phi_{HMW}}{VI} &\simeq -1.28 \times 10^{-6} \text{ rad/A} \\ \Delta_B \phi_{EB}(V, I) &\simeq \alpha_{EB} VI + \beta_{EB} \\ \text{avec : } \alpha_{EB} &= (-2.08 \pm 0.07) \times 10^{-6} \text{ rad/(VA)} \\ \beta_{EB} &= (-1 \pm 6) \times 10^{-4} \text{ rad} \end{aligned} \quad (\text{IV.219})$$

Cette figure exhibe l'influence des effets systématiques sur la mesure de l'effet HMW :

- La détection d'une pente en fonction du produit VI qui décrit un déphasage HMW avec des écarts systématiques proches de 60% sur le déphasage attendu ;
- Une dispersion autour de cette pente moyenne, notamment pour les valeurs supérieures du produit $|VI|$.

Deux causes ont été identifiées qui expliquent la dispersion :

- Les fonctions trigonométriques de ϕ_B en facteur des corrélations modulent l'amplitude des différents termes d'effets systématiques, et lorsque la compensation n'évolue plus avec I , ϕ_B augmente rapidement avec le courant. Cette modulation provoque une dispersion. De plus les corrélations impliquant $\delta\varphi_B$ augmentent comme $\phi_{B, Bob}$ ou $\phi_{B, Bob}^2$, aussi les effets associés sont exaltés par les fortes intensités ;
- Lorsque $|I| \geq 14$ A, des effets systématiques du second ordre apparaissent. Ils sont exaltés par la diminution de la visibilité relative et par l'augmentation de I qui augmente la valeur des corrélations impliquant $\delta\varphi_B$.

On peut aussi interpréter l'écart systématique sur la pente : les phases magnétiques ϕ_B sont toutes comprises approximativement entre 0 et $-\pi$ pour $0 \leq |I| \leq 25$ A (voir la figure IV.49). Surtout, une majorité des mesures sont réalisées avec $|I| \leq 16$ A, pour lesquelles $D_0 > 0$ et $\sin(\phi_B) \geq 0$. Ceci crée un biais dans le signe de l'ensemble des effets systématiques mesurés et change la pente moyenne observée par rapport au produit VI .

Lorsque nous avons mesuré $\Delta_B\phi_{EB}$ pour une configuration $(V, I > 0)$ donnée, nous avons pris soin de mesurer aussi $\Delta_B\phi_{EB}(-V, I)$ en utilisant le protocole contenant 6 configurations. Ainsi on évite un biais qui donnerait une ordonnée à l'origine dans l'ajustement des mesures par une fonction affine de VI . L'ordonnée à l'origine β_{EB} est tout à fait compatible avec la valeur nulle, et ceci est en accord avec l'existence du seul effet systématique décrit par $N_{-, -}$, impair en V et I . Cependant il reste un effet systématique possiblement influent et qui n'a pas été évalué : il provient d'une différence entre les phases magnétiques obtenues lorsqu'on inverse la polarité de I , et cet effet particulier fait l'objet du prochain paragraphe.

Différence entre les états magnétiques avec des intensités opposées

A cause du champ magnétique résiduel qui existe dans la zone d'interaction magnétique de la cellule, les phases magnétique $\phi_B(m_F)$ ne sont pas rigoureusement identiques dans le cas où on impose des intensités de polarité opposées. Lors de la mesure de $\Delta_B\phi_{EB}$, ceci provoque une différence entre le terme $N_{+,+}(V, +I)$ et $N_{+,+}(V, -I)$ via les fonctions trigonométriques de ϕ_B (voir les équations (IV.216)). Le modèle de zones d'interaction magnétique développé dans la section IV.4.4.2 et utilisé dans l'ajustement évalue les phases magnétiques entre $+I$ et $-I$ comme suit :

$$\frac{\phi_B(I) - \phi_B(-I)}{2}(m_F) = \pm m_F A_{J1} |I_0| = 0.13 m_F \quad (\text{IV.220})$$

Le terme \pm vaut $+$ pour $F = 2$, $-$ pour $F = 1$. Il est possible d'utiliser cette équation pour évaluer l'effet systématique en question. Cependant nous avons vu que le modèle des zones d'interaction magnétique était une approximation qui réalise une meilleure estimation de cet effet dans la gamme de courants imposés expérimentalement. Aussi pour tenir compte

de cet effet et l'exclure des déphasages mesurés, nous préférons utiliser la combinaison linéaire $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}$: en effet, la combinaison linéaire $\Delta_E \phi_{EB}$ élimine totalement cet effet puisqu'elle évalue une demi-différence de phases obtenues pour une intensité I déterminée. La demi-différence en V exhibe l'effet systématique \mathcal{S}_- qui ne dépend que de V et est donc éliminé par la demi-différence en I de type Δ_B . Aussi, avec la combinaison linéaire $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}$, on est assuré de ne mesurer que l'effet systématique décrit par $N_{-,-}$ ce qu'on écrit formellement ci-dessous :

$$\Delta_B \Delta_E \phi_{EB} (V > 0, I > 0) = \phi_{HMW} - \frac{N_{-,-}}{D_0} \quad (\text{IV.221})$$

La section qui suit va considérer cette combinaison particulière et illustrer la détection de l'effet HMW.

IV.6.6.3 Détection de la phase HMW

On s'intéresse maintenant à la combinaison linéaire $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}$ qui n'exhibe que l'effet systématique décrit par $N_{-,-}$.

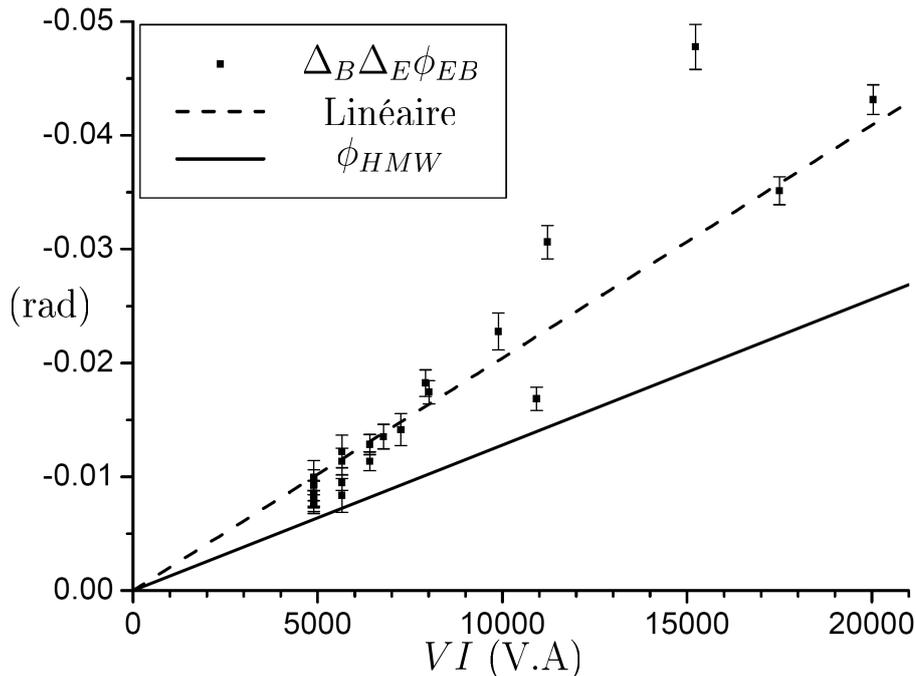


FIGURE IV.73 – Résultats de mesure de $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB} (V, I)$ représenté en fonction du produit VI . Les valeurs mesurées sont toutes négatives, et pour utiliser le premier quadrant l'axe des ordonnées est inversé. La droite en trait plein représente le déphasage HMW attendu, celle en tirets représente un ajustement linéaire de l'ensemble des données représentées.

La figure IV.73 représente les combinaisons linéaires $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}$ mesurées en fonction du produit VI . La droite en tirets représente un ajustement linéaire de l'ensemble des mesures. La pente ajustée est (-2.04 ± 0.08) rad/(VA). Cette pente est très peu différente de α_{EB} (équation (IV.219)), et ceci indique que l'effet systématique dû aux différences de phases magnétiques obtenues en inversant la polarité de I est très faible. Il semble que ces différences sont inférieures à ce qu'évalue le modèle d'interaction magnétique par l'équation (IV.220). L'observation de la figure IV.64 confirme cette supposition, car l'effet du déphasage AC sur les visibilitées dépend des phases magnétiques de façon très sensible et les mesures présentent une plus forte symétrie que la courbe d'ajustement. Ceci est expliqué par les approximations utilisées par le modèle d'interaction magnétique. On va maintenant détailler les étapes d'une approche choisie pour illustrer la détection de l'effet HMW que réalise la mesure de $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}$.

Restriction des mesures observées en fonction de I

Nous avons vu que lorsque $|I| \geq 14$ A, il apparaît des effets systématiques au second ordre en N_i/D_0 ou D_i/D_0 qui provoquent des déviations par rapport aux prédictions du modèle analytique. Afin d'éviter d'être perturbés par cet effet particulier, on décide de se restreindre aux intensités strictement inférieures à 14 A et compte-tenu de la grille de points (V, I) des mesures réalisées (figure IV.60), cela revient à se restreindre aux intensités $|I| \leq 12$ A. Par cette approche on restreint fortement le nombre de mesures considéré, mais cette inconvénient est compensé par une meilleure connaissance des effets systématiques impliqués. De plus on sait qu'aux faibles intensités les phases magnétiques ϕ_B sont faibles, et les corrélations qui impliquent leur dispersion $\delta\varphi_B$ sont modérées car les phases magnétiques induites par la cellule seule $\phi_{B,Ob}$ sont relativement petites.

La figure IV.74 représente l'ensemble des mesures de $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}$ lorsqu'on restreint d'une telle façon la gamme d'intensités dans la cellule. L'ajustement linéaire de l'ensemble des mesures fournit la pente $(-1.90 \pm 0.06) \times 10^{-6}$ rad/(VA). Par rapport au déphasage HMW attendu, la restriction de la gamme d'intensités a réduit l'écart systématique sur la pente à environ 50%. Ceci est une conséquence de la réduction des effets systématiques qui implique les dispersions magnétiques $\delta\varphi_B$, ainsi que l'absence des termes d'ordre 2 pour ces effets systématiques dont on a montré qu'ils sont négligeables pour les intensités modérées.

Majoration des effets systématiques

On rappelle l'expression des effets systématiques mesurés en même temps que ϕ_{HMW} lorsqu'on observe la combinaison de phases $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}$:

$$N_{-, -} = \sum \phi_{AC} \left[\left(\langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_B \rangle + \langle \delta\varphi_B \delta\varphi_m \rangle \right) \cos(\phi_B) - \left(\frac{\langle \delta\varphi_{E,g} (\delta\varphi_B)^2 \rangle}{2} + \frac{\langle (\delta\varphi_B)^2 \delta\varphi_m \rangle}{2} \right) \sin(\phi_B) \right] \quad (\text{IV.222})$$

Afin de démontrer la détection d'une phase qui n'est pas due aux seuls effets systématiques, on souhaite obtenir une borne supérieure certaine pour ces effets. Toutes les corrélations impliquées ont fait l'objet d'une étude quantitative, mais on ne connaît pas bien la précision

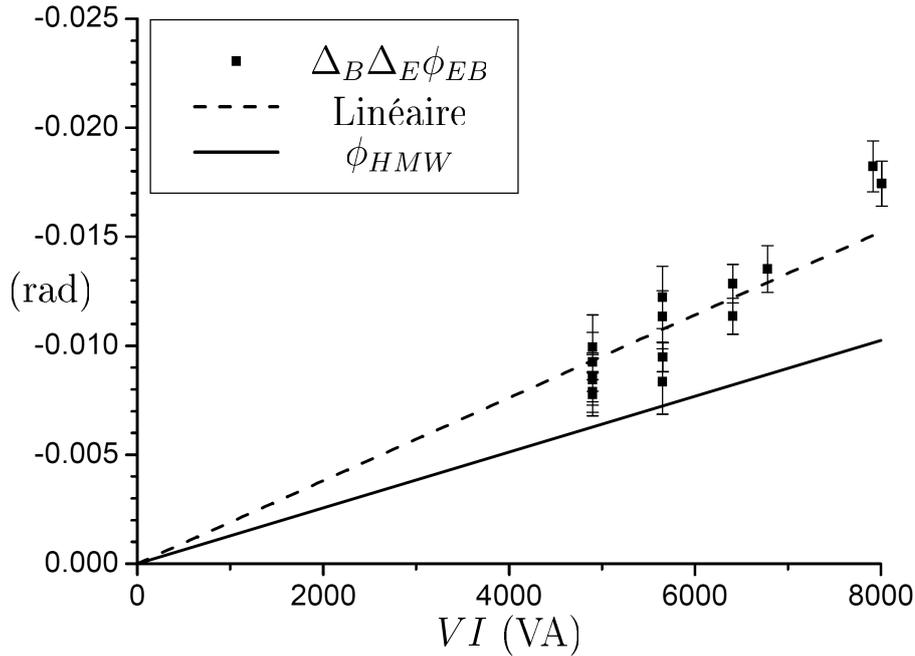


FIGURE IV.74 – Résultats de mesure de $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}(V, I)$ lorsqu'on se restreint l'intensité dans la cellule à $|I| \leq 12$ A. D'une façon similaire à la figure IV.73, la droite en trait plein représente la phase HMW attendue, celle en tiret un ajustement linéaire de l'ensemble des mesures représentées.

de ces études ni celle des phases ϕ_B qui sont données par l'étude de l'interaction magnétique. Afin d'être certains de la majoration qu'on va fournir, on commence par donner des bornes supérieures aux normes des dispersions impliquées :

- Les visibilité d'interaction électrique mesurées à la tension maximale $V = 800$ V sont toutes supérieures à 92% (voir la figure IV.53). Pour cette tension particulière on est donc assuré que :

$$1 - \frac{\|\delta\varphi_{E,g}\|^2}{2} \geq 0.92 \quad (\text{IV.223})$$

On obtient une majoration certaine de la norme $\|\delta\varphi_{E,g}\|$:

$$\|\delta\varphi_{E,g}\| \leq \|\delta\varphi_{E,g}\|_{max} = 6.25 \times 10^{-7} \text{ V}^{-2} \quad (\text{IV.224})$$

- On utilise la majoration de $\|\delta\varphi_m\|$ déterminée dans la section IV.6.3.3 (équation (IV.177)) qui n'a pas utilisé d'ajustement : $\|\delta\varphi_m\| \leq \|\delta\varphi_m\|_{max} = 0.50$;
- Pour majorer $\|\delta\varphi_B\|$, on se base sur les résultats de la section (IV.6.3.4). En utilisant l'équation (IV.180) et la majoration de $\|K_{J1}\|$ par l'équation (IV.184) on obtient :

$$\|\delta\varphi_B\|(I) \leq |\phi_{B,Bob}| \|K_{J1}\|_{max} = 7.7 \times 10^{-2} |\phi_{B,Bob}| \quad (\text{IV.225})$$

L'équation (IV.180) qui permet d'exprimer plus simplement les corrélations impliquant $\delta\varphi_B$ est obtenue à partir d'approximations ; cependant, lorsque le champ

magnétique créé par le solénoïde est modéré, c'est essentiellement le terme d'effet Zeeman linéaire J_1 induit par la cellule qui décrit l'effet des dispersions. Pour justifier ceci, on se base sur l'équation (IV.79). Elle est approchée, mais permet d'estimer au moins en ordre de grandeur $\delta J_2 \sim X\delta J_1$, et $\delta J_3 \sim X^2\delta J_1$. Lorsque $|I| \leq 12$ A, $X \leq 0.22$ donc δJ_2 est modéré et δJ_3 est très petit. Dans ce cadre, l'approximation que fait l'équation (IV.180) reste relativement précise et on considère que pour donner la majoration $\|K_{J_1}\|_{max}$, on a considéré un cas défavorable qui laisse une marge suffisante.

On va maintenant donner une majoration de l'effet systématique $\theta_{EB} = N_{-, -}/D_0$. Concernant le terme $D_0 = \sum \cos(\phi_B)$ qui correspond à la visibilité relative d'interaction magnétique sans dispersion, on est sûr qu'on en donne une borne inférieure en le remplaçant par $4\mathcal{V}_B$ où \mathcal{V}_B est la visibilité relative d'interaction magnétique qu'on mesure en parallèle de ϕ_{EB} . Pour le numérateur, on considère que les phases magnétiques sont nulles $\phi_B = 0$: en effet, on sait que les phases magnétiques sont bien compensées et relativement faibles puisque la visibilité relative d'interaction est bonne. Par ce choix, on néglige alors l'effet des corrélations en $(\delta\varphi_B)^2$ qui sont sous le facteur $\sin(\phi_B)$, mais on maximise celles en $\delta\varphi_B$ sous le facteur en $\cos(\phi_B)$. L'étude des effets systématiques induits par les corrélations géométriques (section IV.6.5.3) a confirmé que les corrélations impliquant $(\delta\varphi_B)^2$ sont plus faibles que celles impliquant $\delta\varphi_B$, au moins pour les intensités modérées.

A la suite de la donnée de normes maximales pour les dispersions, on donne une borne supérieure pour les corrélations présentes, de type $\langle \delta\varphi\delta\varphi_B \rangle$, en utilisant l'inégalité de Cauchy-Schwartz :

$$|\langle \delta\varphi\delta\varphi_B \rangle| \leq |\phi_{B, Bob}| \|K_{J_1}\|_{max} \|\delta\varphi\|_{max} \quad (IV.226)$$

Dans l'équation qui précède, $\delta\varphi = \delta\varphi_{E,g}$ ou $\delta\varphi_m$. On évalue alors des effets systématiques maximums comme suit :

$$\theta_{EB}^{(max)}(V, I) = \frac{\sum |\phi_{AC}\phi_{B, Bob}| [\|\delta\varphi_{E,g}\|_{max} + \|\delta\varphi_m\|_{max}] \|K_{J_1}\|_{max}}{4\mathcal{V}_B} \quad (IV.227)$$

Les déphasages AC sont considérées comme bien établis et ont déjà été calculés (section IV.6.4.3). Ceci donne les valeurs maximales et minimales pour les combinaisons linéaires $\Delta_B\Delta_E\phi_{EB}$ corrigées des effets systématiques maximums :

$$\begin{aligned} (\Delta_B\Delta_E\phi_{EB})^{(max)} &= \Delta_B\Delta_E\phi_{EB} + \theta_{EB}^{(max)} \\ (\Delta_B\Delta_E\phi_{EB})^{(min)} &= \Delta_B\Delta_E\phi_{EB} - \theta_{EB}^{(max)} \end{aligned} \quad (IV.228)$$

La figure IV.75 représente l'ensemble des bornes supérieures $(\Delta_B\Delta_E\phi_{EB})^{(max)}$ et inférieures $(\Delta_B\Delta_E\phi_{EB})^{(min)}$ calculées pour chaque mesure de $\Delta_B\Delta_E\phi_{EB}$. On a aussi représenté l'ajustement linéaire de ces bornes. On constate que la phase ϕ_{HMW} attendue est incluse entre ces deux ajustements linéaires. La borne supérieure nous intéresse plus particulièrement car elle reste négative (les valeurs représentées étant négatives avec un axe inversé, la borne supérieure correspond à la droite la plus proche de l'axe des abscisses) : elle exclut donc la valeur nulle des valeurs de $\Delta_B\Delta_E\phi_{EB}$ qu'on aurait mesurées en l'absence d'effets systématiques.

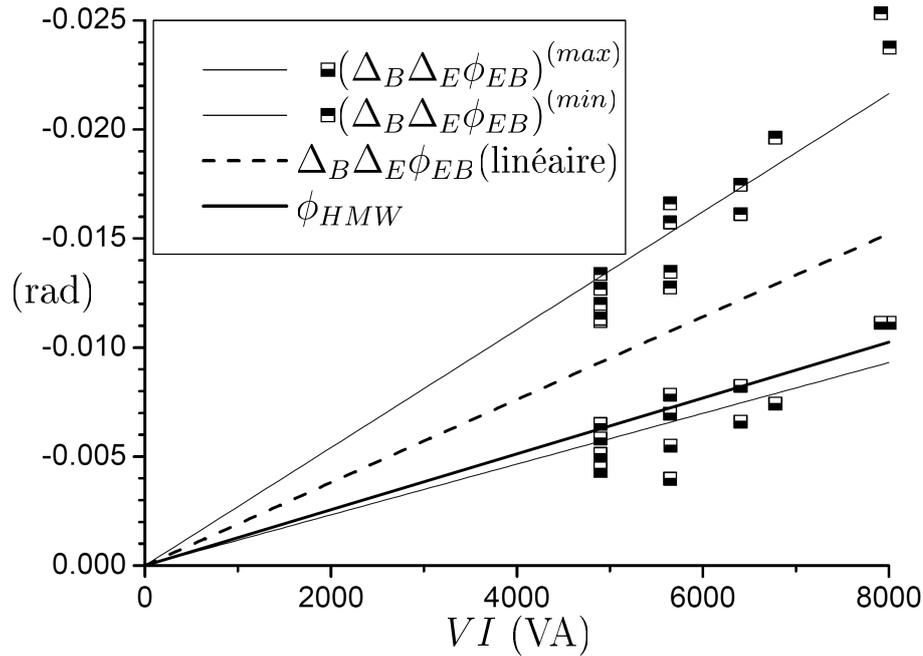


FIGURE IV.75 – Majoration des effets systématiques obtenus lors de la mesure de $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}$. Pour plus de clarté les mesures ne figurent pas sur cette figure, mais on a adjoint leur ajustement linéaire déjà représenté sur la figure IV.74. Les carrés indiquent les phases mesurées auxquelles on a soustrait (min) ou ajouté (max) les bornes supérieures évaluées pour les effets systématiques (équations (IV.228)). L'ajustement linéaire de ces bornes supérieures et inférieures figure en trait plein fin. On a aussi représenté la phase HMW attendue (trait plein épais).

Evaluation de N_{-}/D_0

Les résultats de l'étude des effets systématiques sur les phases permet d'évaluer tous les termes de l'équation (IV.222). On va donc estimer de façon quantitative la phase systématique θ_{EB} pour chaque mesure de $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}$. On résume l'ensemble des résultats qui sont utilisés pour ce calcul :

- Les phases magnétiques globales $\phi_B(I)$ et imposées par la cellule $\phi_{B, Bob}(I)$ sont connues grâce à l'étude de l'interaction magnétique. Le déphasage AC est quant à lui bien établi et on utilise le même calcul théorique déjà utilisé précédemment ;
- Les résultats de l'ajustement de $\mathcal{M}_E \phi_{EB}$ (section IV.6.5.3) permettent d'évaluer les termes de corrélation $\langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_B \rangle$ et $\langle \delta\varphi_{E,g} (\delta\varphi_B)^2 / 2 \rangle$. On utilise pour cela les équations (IV.208) avec les valeurs ajustées données par les équations (IV.209) ;
- Les dispersions $\delta\varphi_m$ et $\delta\varphi_{E,g}$ étant toutes deux supposées linéaires, on se base sur les résultats des section IV.6.3.3 et IV.6.3.4 pour évaluer les termes de corrélation

de $N_{-,-}$ qui impliquent $\delta\varphi_m$ comme suit :

$$\begin{aligned}\langle \delta\varphi_m \delta\varphi_B \rangle &= \frac{\langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_m \rangle}{\|\delta\varphi_{E,g}\|^2} \langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_B \rangle \\ \langle \delta\varphi_m (\delta\varphi_B)^2 \rangle &= \frac{\langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_m \rangle}{\|\delta\varphi_{E,g}\|^2} \langle \delta\varphi_{E,g} (\delta\varphi_B)^2 \rangle\end{aligned}\quad (\text{IV.229})$$

On connaît $\|\delta\varphi_{E,g}\|$ (équation (IV.175)) et $\langle \delta\varphi_{E,g} \delta\varphi_m \rangle$ (équation (IV.179)) pour chaque mesure de $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}$, grâce aux mesures de visibilité en champ électrique réalisées simultanément.

Pour chaque mesure de $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}$, on calcule $N_{-,-}/D_0$ selon la procédure ci-dessus et on évalue la correction suivante :

$$(\Delta_B \Delta_E \phi_{EB})^{(c)} = \Delta_B \Delta_E \phi_{EB} + \frac{N_{-,-}}{D_0} \quad (\text{IV.230})$$

On obtient une estimation de la phase réellement mesurée à l'exclusion des effets systématiques.

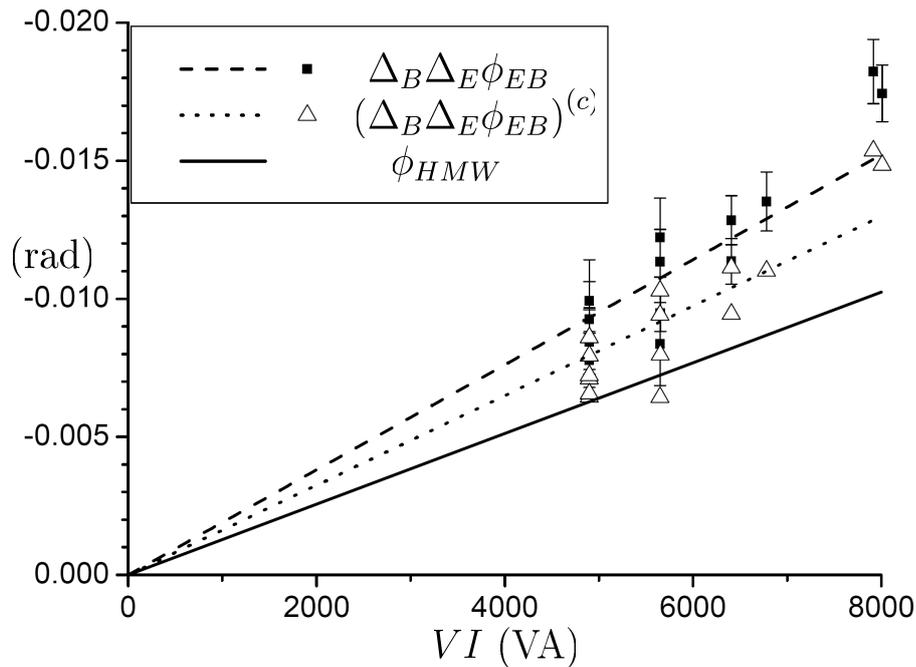


FIGURE IV.76 – Représentation en parallèle des mesures de $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}$ réalisées (carrés) et de la phase corrigée $(\Delta_B \Delta_E \phi_{EB})^{(c)}$ en utilisant un calcul des effets systématiques. On a adjoint l'ajustement linéaire des mesures (tirets) et des mesures corrigées (pointillés), ainsi que la phase HMW attendue (trait plein).

La figure IV.76 représente les mesures corrigées $(\Delta_B \Delta_E \phi_{EB})^{(c)}$ en parallèle des mesures de $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}$. L'ajustement linéaire des mesures corrigées est réalisé sans attribuer de poids

statistique car on n'a pas une idée précise de l'incertitude associée aux corrections. La pente de la droite donnée par cet ajustement (représentée en pointillés) est $(-1.62 \pm 0.06) \times 10^{-6}$ rad/(VA). On rappelle que celle de la phase HMW attendue est -1.28×10^{-6} rad/A. La correction des mesures exhibe donc un écart sur la pente d'environ 25% par rapport à la phase attendue.

IV.7 Conclusion

Les résultats représentés sur la figure IV.75 et IV.76 permettent de conclure :

- La détermination des effets systématiques maximums observables exclut la détection d'un déphasage réellement induit qui serait nul : on est donc sûr que nous détectons un déphasage provoqué par l'application simultanée des champs électriques et magnétiques qui ne provient pas d'effets systématiques. La phase HMW attendue est comprise à l'intérieur de ces bornes ;
- La mesure directe de la combinaison de phase $\Delta_B \Delta_E \phi_{EB}$, qui assure de minimiser les effets systématiques observés, donne un déphasage compatible avec les propriétés attendues de la phase HMW (c'est à dire proportionnel à V et I) avec une erreur sur la proportionnalité au produit VI qui est proche de 50% ;
- Nous avons identifié les effets systématiques à l'origine de cette erreur et en calculant ces effets à l'aide des résultats de l'ensemble des mesures (interaction électrique, magnétique et simultanée), nous obtenons une mesure de l'effet HMW avec une erreur de 26%.

C'est en ce sens que nous considérons avoir réalisé une première détection du déphasage HMW.

Les mesures ont exhibé d'importants effets systématiques qu'une étude la plus complète possible de toutes les interactions a permis d'interpréter. Seul un effet systématique qui ne dépend que de la tension appliquée V n'a pas été compris. Il peut à priori exister des effets systématiques d'autres types que les dispersions spatiales, mais nous avons vérifié par des ordres de grandeur qu'ils ne devraient pas perturber nos mesures et on ne donnera pas la longue liste de ces effets variés. Les mesures par interférométrie atomique à bras séparés considèrent généralement une interaction unique et sur un seul bras, ce qui justifie de négliger les dispersions spatiales. Pour notre configuration expérimentale et avec le recul, on comprend que l'existence des dispersions spatiales mises en évidence était inévitable à cause du fait que la phase que nous mesurons n'est qu'une infime fraction des déphasages induits sur l'onde atomique qui se propage dans chaque bras. Cette configuration exalte les défauts même minimes du dispositif. Les déphasages magnétiques, certes créés par un champ très homogène à l'échelle de la séparation spatiale, approchent des valeurs considérables proches de 100000 rad pour les intensités maximales imposées ; les déphasages électriques sont moins importants, plutôt proches de 300 rad au maximum. Par comparaison, la phase HMW est tout le temps inférieure au millième de ces déphasages. Nous estimons même avoir eu de la chance au regard de la qualité du double condensateur, qualité que le protocole de construction n'assurait pas à priori. Les mesures montrent que l'écart au parallélisme des électrodes est certainement inférieur au mrad et c'est déjà l'écart donné par une différence d'épaisseur de seulement 20 μm entre deux couches de colles sur les deux entretoises.

Chapitre V

PERSPECTIVES ET CONCLUSION

Ce chapitre va conclure le présent manuscrit. Les mesures qui ont été présentées ont permis détecter des déphasages dont la valeur va de quelques mrad à quelques dizaines de mrad avec une précision qui approche le mrad, et illustrent la sensibilité exceptionnelle de l'instrument que nous utilisons. Ceci laisse envisager la mesure de nombreux effets dans des domaines variés, et sans modification importante du dispositif. Parmi ces effets, le sous-chapitre V.1 va indiquer un ensemble de mesures réalisables dans deux domaines :

- Une caractérisation plus précises des phases géométriques déjà détectées dans le chapitre IV : la phase de He-McKellar-Wilkens et la phase Aharonov-Casher ;
- La mesure des effets de l'interaction entre l'onde atomique et un rayonnement de corps noir.

Encouragée par l'ensemble des résultats obtenus et l'expérience acquise, notre équipe souhaite continuer à travailler dans le domaine de l'interférométrie à bras séparés et construit actuellement un nouvel interféromètre. Dans le principe, il sera similaire à celui déjà en fonctionnement, mais il profitera d'un ensemble d'améliorations qui augmenteront ses performances de manière importante. Le sous-chapitre V.2 décrira succinctement ses caractéristiques, et illustrera les progrès spectaculaires qu'il permet d'envisager en proposant deux mesures de précision ultime.

V.1 Mesures utilisant le dispositif existant

V.1.1 Caractérisation des phase HMW et AC

La sensibilité atteinte est tout à fait suffisante pour mesurer plus précisément les deux phases géométriques qui ont été détectées dans le chapitre IV. Au-delà de leur détection, on souhaite maintenant vérifier les caractéristiques de la phase HMW, c'est à dire mesurer plus précisément sa valeur, sa dépendance avec le champ électromagnétique appliqué et vérifier son indépendance avec la vitesse atomique. La précision des mesures déjà réalisées est de toute évidence limitée principalement par les effets systématiques liés aux défauts du montage. L'équipe a d'ores et déjà réfléchi à des actions pour les limiter, comme par exemple revoir la conception du solénoïde de la cellule pour limiter la dispersion des phases magnétiques, ou bien collimater le faisceau dans la direction verticale ce qui limiterait l'effet de toutes les dispersions spatiales (mais réduirait le signal détecté). Cependant ces actions n'ont pas été engagées, car il est possible de réaliser des mesures plus précises en utilisant la cellule installée telle qu'elle et en limitant les modifications du dispositif au simple ajout d'un élément : le pompage optique du faisceau atomique.

V.1.1.1 Mesures avec un faisceau pompé optiquement

Pour construire le nouvel interféromètre (décrit plus bas), notre équipe finalise actuellement le développement d'un ensemble de sources laser à la longueur d'onde de 671 nm qui permettront entre autre de réaliser le pompage optique du faisceau atomique de lithium. Pour mesurer plus précisément les phases géométriques, deux raisons poussent à utiliser un faisceau dont les atomes sont pompés optiquement dans un sous-niveau (F, m_F) particulier :

- L'interaction magnétique n'induit alors de façon directe qu'un déphasage (la visibilité n'est modifiée que *via* la dispersion de vitesse atomique). Ceci rend les signaux plus faciles à analyser que si on détecte le signal d'un ensemble d'atomes dans 8 sous-états hyperfins dont l'interaction magnétique est différente ;
- L'amplitude des effets systématiques sur les déphasages mesurés sera moins importante. Nous avons vu que la détection d'un ensemble d'atomes qui subissent des déphasages magnétiques opposés exalte les effets systématiques des dispersions spatiales sur les déphasages mesurés (pour plus de précisions, voir la section IV.6.2.2).

Le choix de l'état hyperfin dépend de la stratégie de mesure choisie et de l'efficacité du pompage optique qu'on peut atteindre avec le lithium, et on ne discutera pas ici de sa réalisation expérimentale. Nous pensons qu'il serait profitable d'utiliser un sous-niveau de nombre quantique $m_F = +2$ ou $m_F = -2$ car ces deux états hyperfins exhibent un moment magnétique de module constant. Ceci simplifiera l'analyse des mesures qui pourra être réalisée sans utiliser d'évaluation analytique approchée. De plus, le pompage optique dans un de ces sous-niveaux est en principe plus simple puisqu'il suffit d'une onde laser polarisée circulairement et d'un repompeur depuis les sous-niveaux de nombre quantique $F = 1$. Le pompage dans d'autres sous-niveaux particuliers nécessite d'utiliser des techniques plus élaborées.

V.1.1.2 Mesure de la phase HMW et de la phase AC

Si on observe les interférences d'un sous-niveau (F, m_F) particulier, le déphasage mesuré sera la somme du déphasage HMW et de la phase AC car le moment magnétique moyen du faisceau atomique ne sera plus nul. Aussi la détection de ces deux déphasages particuliers ne pourra plus être directe contrairement à la détection de la phase HMW dans le chapitre IV (aux effets systématiques près), pour laquelle le moment magnétique moyen du faisceau atomique était nul ou quasi-nul. On peut supposer la phase AC connue et retrouver par le calcul la phase HMW induite, mais nous préférons éviter cette approche qui pré-suppose un certain nombre de paramètres connus. Nous préférons discerner les deux déphasages en utilisant la différence entre leurs dépendances respectives avec l'intensité I . Ceci permettra une mesure simultanée de ces deux déphasages comme l'expliquent les paragraphes qui suivent.

Mesure de la phase HMW

Le déphasage AC est indiscernable de la phase HMW par son changement de signe avec l'inversion des polarités de I et de V , ainsi que par sa proportionnalité avec V . Par contre, la dépendance avec I est différente et peut être utilisée pour les discerner. Pour illustrer cette

approche, on suppose qu'on utilise un faisceau atomique pompé optiquement dans le sous-niveau $m_F = +2$ (la généralisation à d'autres sous-niveaux est formellement identique). En considérant que le pompage optique est total et en négligeant tout effet systématique, la phase ϕ_{EB} qu'on mesure en réutilisant le protocole décrit par la section IV.3.1.2 inclut les deux déphasages de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\phi_{EB}(V, I) &= \phi_{HMW}(V, I) + \phi_{AC}(V, \text{sgn}(I)) \\ &= \alpha_{HMW}VI + \alpha_{AC}(\text{sgn}(I))V\end{aligned}\tag{V.1}$$

Avec notre dispositif on a $\alpha_{HMW} \simeq -1.28 \times 10^{-6}$ rad/(VA). ϕ_{AC} est proportionnelle à V et ne dépend de I que *via* son signe, pas la valeur de $|I|$ pourvu que le champ créé par le solénoïde domine le champ résiduel du laboratoire. Cette indépendance est une conséquence du caractère constant du module du moment magnétique atomique d'un sous-niveau $m_F = \pm 2$. La dépendance avec le signe de I provient de l'effet AC obtenu en champs simultanés pour lequel le moment magnétique atomique est aligné avec le champ magnétique de la cellule (donc selon l'axe vertical de \mathbf{e}_y). On indique que ϕ_{AC} inclut à la fois cet effet et l'effet AC obtenu lorsqu'on applique le champ électrique seul (voir les sections IV.5.4.1 et IV.5.4.2 pour plus de détails). Pour discerner la phase HMW de la phase AC, il suffira d'observer la dépendance de ϕ_{EB} lorsqu'on fixe V et le signe de I , et lorsque I varie : α_{HMW} correspondra à la pente de ϕ_{EB} exprimée en fonction du produit VI .

Mesure de la phase AC

Lorsqu'on utilise l'approche précédente pour mesurer ϕ_{HMW} , ϕ_{AC} correspondra à l'ordonnée à l'origine de la fonction $\phi_{EB}(VI)$. On peut prolonger la campagne de mesures de quelques points de mesure qui détectent directement le déphasage AC : il suffit d'utiliser des intensités dans la cellule suffisantes pour aligner les moments magnétiques, mais suffisamment faibles pour négliger le déphasage HMW induit. Nous pensons qu'une intensité $I = 1$ A sera suffisante. Avec un faisceau atomique pompé optiquement dans un sous-niveau $m_F = \pm 2$ et les champs électriques maximums $E = 770$ kV/m, l'amplitude du déphasage HMW alors induit en interaction simultanée ne dépasse pas 1 mrad alors que celle du déphasage AC est 70 mrad. Grâce à la dépendance au signe de I , il sera aisé de discerner l'effet AC obtenu lorsqu'on applique l'interaction simultanée du déphasage AC induit en appliquant le champ électrique seul.

Le déphasage AC a déjà été mesuré par d'autres équipes, et toutes ses caractéristiques confirmées avec une précision de quelques pour-cent par interférométrie de type franges de Ramsey [103, 104] [106–108]. Cependant, sa caractérisation n'a jamais été poussée dans la configuration à bras séparés telle que proposée par Aharonov et Casher [99]. La seule détection dans cette configuration a été la première expérience effectuée par Cimmino *et al* [101] avec des neutrons. Le très faible déphasage mesuré $\phi_{AC} = 2.19 \pm 0.52$ mrad est en accord qualitatif seulement avec la valeur attendue 1.50 mrad, et aucun test complémentaire (linéarité avec le champ électrique, absence de dispersion) n'a été réalisé dans cette configuration particulière. Nous pensons qu'une telle caractérisation avec des bras séparés, réalisable avec notre dispositif au prix de très peu d'efforts autres que l'implémentation du pompage optique, ne présente pas un intérêt scientifique nul.

Effets systématiques attendus

Les effets systématiques mis en évidence tout au long du chapitre IV auront certainement une influence mesurable sur les résultats de la campagne de mesures proposées. Cependant, lorsque l'état hyperfin des atomes du faisceau incident est totalement déterminé, ces effets seront moins importants et beaucoup plus simples à comprendre : seuls quelques corrélations entre les fonctions de dispersion (maintenant restreintes à l'ordre 3) subsistent, qui ont d'ailleurs déjà été caractérisées. Ces effets seront facilement décrits en appliquant directement les résultats de la partie IV.5.3. A ce titre, la possibilité de changer le pompage optique de la même façon que les interactions en cours de mesure (par exemple en changeant le sens de la polarisation circulaire si on a choisi d'utiliser un sous-état $m_F = \pm 2$) permet d'étendre les protocoles de mesure utilisables et les combinaisons linéaires de phases qui facilitent la prise en compte de ces effets systématiques. Nous ne détaillerons pas le nouvel ensemble des combinaisons linéaires que ce nouveau paramètre expérimental apporte, et on se bornera à indiquer que si on peut choisir et changer le sous-état (F, m_F) utilisé, la caractérisation et la compréhension du seul effet systématique non-prévu observé (section IV.6.5.1) seront certainement facilitées.

V.1.1.3 Caractérisation de la non-dispersion

Nous voulons vérifier que la phase HMW et la phase AC sont indépendantes de la vitesse. Il est aisé de choisir la vitesse moyenne v_m du faisceau atomique en changeant le gaz porteur du jet supersonique et de répéter la mesure de la phase HMW pour plusieurs valeurs différentes de v_m . Pour cela nous préférons utiliser un gaz porteur pur (la durée des séries de mesures qui utilisent un mélange est limitée par la capacité d'un réservoir), et voulons mesurer les déphasages pour trois vitesses moyennes différentes. Il va de soi qu'on réalisera une mesure avec l'argon, c'est à dire $v_m = 1065$ m/s car cela constituera une vérification de l'ensemble des mesures du chapitre IV. Le choix des deux autres vitesses moyennes doit tenir compte de deux contraintes : le flux atomique détecté diminue lorsque v_m est réduite en utilisant un gaz porteur lourd, alors que la séparation spatiale entre les bras diminue lorsque la vitesse moyenne augmente. Nous excluons d'utiliser la diffraction à l'ordre 2 pour éviter les difficultés supplémentaires associées et pensons qu'un bon compromis entre précision des mesures et élargissement de la gamme de vitesse testée est trouvé en utilisant le Krypton pur qui donne $v_m \simeq 750$ m/s, et le Néon pur qui donne $v_m \simeq 1500$ m/s.

V.1.2 Interaction avec un rayonnement de corps noir

Cette partie présente deux propositions de mesure d'interaction entre l'onde atomique et le rayonnement d'un corps noir. Par une approche simplifiée, on va évaluer deux modifications de l'onde atomique induite par cette interaction qui dépendent de la température de rayonnement notée T :

- Lorsque T est faible, l'onde atomique subit un déphasage qu'on évaluera avec le terme de polarisabilité dû au champ électrique de rayonnement ;
- Le déphasage précité a un caractère fluctuant qui provoquera une décohérence de l'onde atomique. De plus, lorsque T augmente, une décohérence supplémentaire est attendue qui provient de l'émission spontanée de photons de fluorescence.

A la suite de la description de ces effets, des pistes seront indiquées quant au montage expérimental à même de les mesurer.

V.1.2.1 Déphasage induit avec les faibles températures

Lorsque la température de radiation T est suffisamment faible, la densité spectrale de photons autour de la fréquence de résonance de l'atome est trop faible pour induire une excitation réelle suivie d'une émission spontanée. Les processus d'interaction n'impliquent que des absorptions virtuelles et des émissions stimulées ce qui correspond à la description quantique des effets de polarisabilité de l'atome. La modification d'un niveau atomique provoquée par l'interaction avec le champ électromagnétique à la température nulle (ou plus précisément ses fluctuations) correspond au décalage de Lamb [140]. Aussi l'interaction que nous proposons de mesurer peut être vue comme une modification thermique du décalage de Lamb. L'influence de l'interaction avec un rayonnement de corps noir sur les durées de vie d'états de Rydberg a été observée dans les années 70 (voir par exemple [141]). Le déplacement d'un niveau fondamental provoqué a été mesuré en 1997 [142] via les modifications de fréquence de transition hyperfines. Ces modifications sont très faibles, de l'ordre de 10^{-14} en valeur relative parce que la polarisabilité électrique est presque la même pour les deux composantes hyperfines de l'état fondamental. Cependant l'avènement d'horloges atomiques dont la précision relative est meilleure que 10^{-15} a renouvelé l'intérêt du monde scientifique pour l'interaction atomique avec un rayonnement thermique [141, 143, 144].

Déphasage induit

Pour évaluer des ordres de grandeur sans développer de calculs d'électrodynamique quantique, on considère le Hamiltonien de l'atome perturbé par un champ électrique classique $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$. On suppose que les champs et les fréquences impliquées sont suffisamment faibles pour pouvoir décrire l'interaction avec la polarisabilité statique α et on néglige le terme d'énergie de polarisabilité magnétique. Le Hamiltonien d'interaction de l'atome de masse m s'écrit :

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} - \frac{1}{2}\alpha\mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) \quad (\text{V.2})$$

Le déphasage induit sur l'onde atomique en propagation est totalement similaire au déphasage par polarisabilité induit par un champ statique (équation (IV.14)) :

$$\phi = \frac{\alpha}{2\hbar} \int \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) dt = \frac{\alpha}{2\hbar} \langle \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) \rangle \tau \quad (\text{V.3})$$

où $\langle \mathbf{E}^2 \rangle$ désigne la moyenne temporelle et τ est le temps d'interaction.

La densité moyenne d'énergie électromagnétique d'un rayonnement thermique à la température T est un résultat classique. La densité moyenne d'énergie du champ électrique est la moitié cette densité :

$$\frac{\varepsilon_0 \langle \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) \rangle}{2} = \frac{\pi^2 (k_B T)^4}{30 (\hbar c)^3} \quad (\text{V.4})$$

Ceci fournit une formule analytique simple qui montre que les valeurs de $\langle \mathbf{E}^2 \rangle$ sont déjà de

l'ordre de $10^6 \text{ V}^2/\text{m}^2$ aux températures ordinaires $T \sim 300 \text{ K}$:

$$\langle \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{\pi^2 (k_B T)^4}{15 \varepsilon_0 (\hbar c)^3} = 0.692 \times 10^6 \left(\frac{T}{300} \right)^4 \text{ V}^2/\text{m}^2 \quad (\text{V.5})$$

On donne de la même façon le déphasage de l'équation (V.3) pour l'atome de lithium sous une forme analytique :

$$\frac{\phi}{\tau} \simeq 8.9 \left(\frac{T}{300} \right)^4 \text{ rad/s} \quad (\text{V.6})$$

Décohérence

Le déphasage donné par l'équation (V.3) provient de fluctuations thermiques, donc il a un caractère stochastique et on n'en a en réalité donné que la valeur moyenne $\langle \phi \rangle$. Les fluctuations de ϕ provoquent une décohérence de la fonction d'onde qui aura pour conséquence une diminution de la visibilité des franges d'interférences. Le calcul de cette diminution implique celui de l'écart quadratique moyen $\langle (\phi(t) - \langle \phi(t) \rangle)^2 \rangle$. Pour cette étude préliminaire nous n'avons pas calculé cette grandeur.

Principe de l'expérience proposée

Pour mesurer un déphasage dû au rayonnement de corps noir, il faut que les deux bras de l'interféromètre soient soumis à des températures de rayonnement T_u et T_l différentes. La longueur de la zone d'interaction est notée L et le temps d'interaction est L/v où v est la vitesse atomique. Le déphasage est donné en appliquant l'équation (V.6) sur chaque bras :

$$\Delta \langle \phi \rangle = 8.9 \frac{L}{v} \left[\left(\frac{T_l}{300} \right)^4 - \left(\frac{T_u}{300} \right)^4 \right] \text{ rad} \quad (\text{V.7})$$

Il est nécessaire d'utiliser un septum qui soit opaque au rayonnement thermique. Sa présence limite L à environ 80 mm pour disposer d'un espace libre d'atomes. L'élévation de sa température lorsqu'il est soumis au rayonnement doit être limitée au mieux. Pour cela, sa surface doit présenter l'émissivité la plus faible possible, et il sera nécessaire de le refroidir. La procédure de collage du septum décrite dans l'annexe E autorise un refroidissement par ses bords supérieur et inférieur, et n'interdit pas d'utiliser par exemple une feuille d'argent à la place de l'aluminium. Même si les transferts thermiques vers les bords seront faibles à cause de sa faible épaisseur, nous pensons qu'il est possible de conserver la température d'un tel septum à des niveaux proches de la température de refroidissement. Nous estimons ainsi pouvoir obtenir des températures de rayonnement $T_u \simeq T_0 = 300 \text{ K}$ et $T_l \simeq 600 \text{ K}$. Le déphasage moyen induit serait alors $\Delta \langle \phi \rangle \simeq 10 \text{ mrad}$ si $v_m \simeq 1000 \text{ m/s}$. Cette valeur est assez faible mais tout à fait détectable.

V.1.2.2 Décohérence provoquée aux fortes températures

Emission spontanée aux fortes températures

On considère maintenant que la température de rayonnement est suffisamment importante pour que la densité spectrale d'énergie autour de la fréquence de résonance du lithium ne soit plus négligeable. On va évaluer simplement la probabilité d'émission spontanée par

unité de temps appelée taux de diffusion. Pour cela, on considère un atome à deux niveaux $|f\rangle$ (fondamental) et $|e\rangle$ (excité), de dégénérescences respectives g_f et g_e et séparés par l'énergie $\hbar\omega_A$. L'atome est à l'équilibre thermique avec le thermostat à la température T constitué par le rayonnement de corps noir, et le rapport des populations P_e et P_f dans l'état excité et dans l'état fondamental est donné par la distribution de probabilité de Boltzmann :

$$\frac{P_e}{P_f} = \frac{g_e}{g_f} \exp\left(-\frac{\hbar\omega_A}{k_B T}\right) \quad (\text{V.8})$$

Nous vérifions toujours $\hbar\omega_A \gg k_B T$, aussi on a $P_f \simeq 1$ et P_e est donné par :

$$P_e \simeq \frac{g_e}{g_f} \exp\left(-\frac{\hbar\omega_A}{k_B T}\right) \quad (\text{V.9})$$

Le taux de diffusion $\Gamma_{em.spont.}$ est le produit de la probabilité d'être dans l'état excité par le coefficient d'Einstein A noté A_{ef} :

$$\Gamma_{em.spont.} = A_{ef} P_e \simeq A_{ef} \frac{g_e}{g_f} \exp\left(-\frac{\hbar\omega_A}{k_B T}\right) \quad (\text{V.10})$$

Avec l'atome de lithium, en considérant que l'état $|e\rangle$ est le premier état de résonance $n = 2$, on a $g_e/g_f = 3$. En prenant $A_{ef} = 3.69 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ et $\hbar\omega_A/k_B = 21443 \text{ K}$, nous obtenons la formule analytique suivante où la température de rayonnement T est exprimée en K :

$$\Gamma_{em.spont.} = 1.107 \times 10^8 \exp\left(-\frac{21443}{T}\right) \quad (\text{V.11})$$

Décohérence

L'émission d'un photon de résonance détruit la cohérence de l'onde atomique si la séparation spatiale des bras est grande devant la longueur d'onde du photon de résonance. Dans notre interféromètre, cette condition est vérifiée sur la quasi-totalité des chemins atomiques. τ est le temps d'interaction avec le rayonnement thermique et on note $P_{Survie} = \exp(-\Gamma_{em.spont.}\tau)$ la probabilité de survie, c'est à dire la probabilité de propagation sans émission spontanée. En considérant un temps d'interaction $\tau = 10^{-4} \text{ s}$ (soit une zone d'interaction d'environ 10 cm de long dans nos conditions expérimentales usuelles), le tableau V.1 donne quelques probabilités de survie en fonction de la température du rayonnement thermique. Il illustre le fait que pour obtenir des probabilités de survie qui ne sont pas quasi-certaines, il faut atteindre des températures proche de 2000 K mais qu'ensuite la probabilité de survie diminue rapidement avec la température.

Influence sur le signal atomique

Si l'atome qui a subi au moins une émission spontanée était détecté de façon certaine, la visibilité relative d'interaction serait P_{Survie} (en négligeant ici l'influence des fluctuations de phase). Cependant, dans notre dispositif expérimental qui réalise une forte sélection angulaire, cet atome a une faible probabilité d'être détecté. Ainsi on attend un flux atomique et une visibilité qui diminuent lorsque T augmente, mais la visibilité diminuera moins vite que P_{Survie} . Des calculs de flux et de visibilité sont développés par Chapman *et al* [32] et

T (K)	$\Gamma_{em.spont.}$ (s^{-1})	P_{Survie}
1000	0.06	$1 - 6 \times 10^{-6}$
1800	840	0.92
2000	2800	0.76
2200	7350	0.48

TABLE V.1 – Taux de diffusions et probabilité de survie obtenus en fonction de la température du rayonnement thermique T , pour un temps d’interaction $\tau = 10^{-4}$ s.

Kokorowski *et al* [33] pour décrire le cas d’une émission spontanée induite par laser, et Uys *et al* les ont étendus à d’autres processus de décohérence comme la collision avec le gaz résiduel [35]. A ce stade nous n’avons pas évalué d’expression analytique pour le signal obtenu avec le rayonnement thermique, mais en s’inspirant de ces publications, ce calcul ne devrait pas poser de difficulté majeure.

Mesure de la décohérence

Pour mesurer la décohérence induite par l’émission spontanée, il faut des températures de rayonnements T nettement supérieures à celles nécessaires pour la mesure du déphasage. L’obtention de températures $T \sim 2000$ K devient le critère plus contraignant, qu’on décrit à l’aide du facteur de dilution T^4/T_1^4 de la cellule (T_1 est la température de rayonnement de la source). Par contre, il est inutile d’utiliser un septum puisque l’interaction est appliquée identiquement sur les deux bras, et ceci devrait permettre d’augmenter le temps d’interaction L/v . Le meilleur compromis semble être d’appliquer l’interaction à l’intérieur d’une boîte avec le moins d’ouvertures possibles, contenant la source du rayonnement et dont la surface intérieure est réfléchissante afin de recycler les photons émis. Pour la source, il est possible d’utiliser des rubans d’un métal réfractaire comme le tungstène qu’il est possible de chauffer à des températures dépassant 2000 K par passage d’un courant électrique. Pour limiter les champs magnétiques créés, on placerait les rubans par paire, très proches l’un de l’autre. La puissance dissipée par un tel système peut dépasser plusieurs kW et il sera nécessaire de refroidir l’enceinte de la boîte. Avec des valeurs raisonnables pour les dimensions de la boîte et la surface des ouvertures, il semble possible d’obtenir de façon simple des facteurs de dilution de 0.25. Avec une température de source $T_1 = 2200$ K, la probabilité de survie lorsque $\tau = 10^{-4}$ s est 0.84 au lieu de 0.48 si on vérifiait $T = T_1$. Sous peine de devoir peut-être plus optimiser la cellule pour augmenter le facteur de dilution, la mesure de la décohérence à partir des modifications du flux et de la visibilité semble à portée de la sensibilité de notre instrument. Les publications données par le paragraphe précédent montrent que des mesures de décohérence par émission spontanée ont déjà été réalisées mais avec des ondes laser, et il nous semble intéressant d’un point de vue pédagogique de pouvoir démontrer ce phénomène avec une source incohérente.

V.2 Construction d’un nouvel interféromètre

Notre équipe est actuellement en train de construire un nouvel interféromètre similaire à celui en fonctionnement, mais aux performances fortement améliorées. Ce sous-chapitre

présente ses caractéristiques et deux mesures de haute précision réalisables en l'utilisant.

V.2.1 Caractéristiques

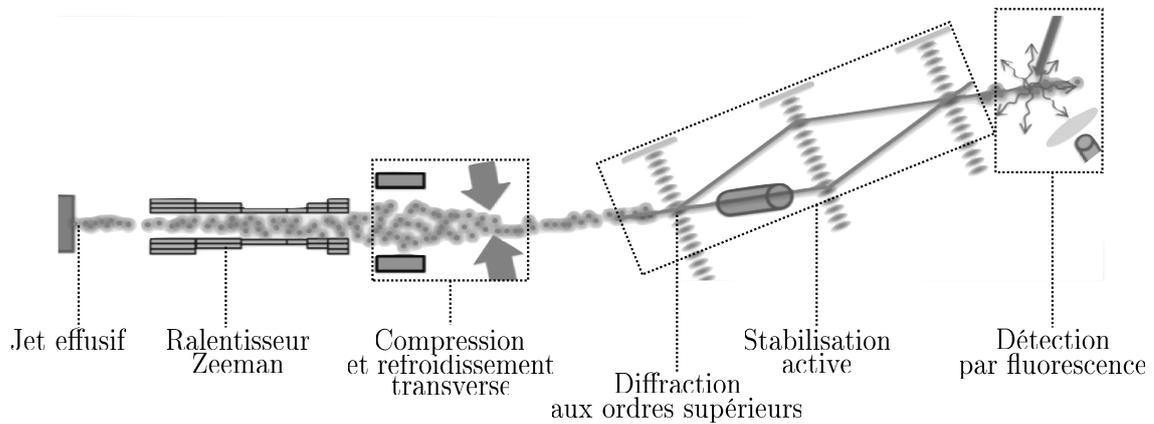


FIGURE V.1 – Représentation schématique du nouvel interféromètre en cours de construction. Les annotations concernent des éléments qui ont changé par rapport à ceux de l'interféromètre utilisé actuellement.

La figure V.1 représente un schéma de principe du nouvel interféromètre qui liste les modifications apportées par comparaison avec le dispositif existant. Les nouveaux éléments sont regroupés en trois domaines :

- Développement d'une nouvelle source constituée par un jet de lithium ralenti à la monochromaticité et la brillance augmentées, et d'un détecteur par fluorescence induite par laser ;
- Développement d'un système de stabilisation active pour isoler l'interféromètre des vibrations ;
- Développement d'un ensemble de sources laser à 671 nm.

Les sections qui suivent donnent plus de détails sur chacun de ces ensembles.

V.2.1.1 Source et détecteur

Faisceau atomique ralenti et refroidi

Le nouvel interféromètre disposera d'une source atomique ralentie, refroidie et de forte intensité. Notre équipe a choisi d'utiliser un four effusif couplé à un ralentisseur Zeeman qui semble présenter le meilleur compromis entre intensité et monochromaticité. A sa sortie, on devrait pouvoir disposer d'un faisceau atomique à la vitesse moyenne $v_m \simeq 100$ m/s avec une faible dispersion de la vitesse longitudinale $\Delta v \sim 1$ m/s correspondant à la limite de refroidissement Doppler [145]. La faible dispersion de vitesse permet d'éviter une trop forte diminution de la visibilité à cause des interactions dispersives résiduelles (par

exemple l'effet Sagnac dû à la rotation de la Terre), car le ralentissement rend l'interféromètre beaucoup plus sensible à ces interactions donc à leur dispersion (voir la section V.2.2.1). Le four effusif et un premier étage du ralentisseur Zeeman (qui en comportera deux) sont déjà construits. La brillance du faisceau sera augmentée grâce à l'ajout de plusieurs éléments optiques ou magnéto-optiques qui compresseront et refroidiront le faisceau selon ses degrés de liberté transverse. Le choix technique n'est pas encore déterminé mais utilisera plusieurs solutions parmi diverses déjà existantes comme des pièges 2D, lentilles ou compresseurs magnéto-optiques, et/ou une mélasse optique [145–150]. Un de ces éléments servira à défléchir le faisceau atomique par rapport à l'axe du ralentisseur Zeeman (voir la figure V.1). La déflexion permet de ne pas injecter des atomes thermiques dans l'interféromètre et de ne pas y faire passer les faisceaux laser du ralentisseur Zeeman, ce qui perturberait l'instrument. Ces techniques devraient permettre d'obtenir des faisceaux extrêmement brillant. Avec des alcalins, certaines équipes ont démontré des brillances de faisceaux refroidis qui approchent 10^{24} atomes.s⁻¹.sr⁻¹.m⁻² [145] [150].

Collimation et flux atomique

Pour réaliser un l'interféromètre à bras séparés, il est nécessaire d'imposer une sélection angulaire sensiblement plus forte que l'angle de diffraction par le réseau lumineux, qui correspond à un gain de vitesse transverse $2v_{rec}$. Comme pour l'interféromètre déjà installé, la meilleure solution pour obtenir une sélection angulaire sub-recul reste la collimation par des fentes. Cependant avec un faisceau ralenti, le critère de sélection angulaire est fortement relaxé puisqu'avec une vitesse atomique $v_m = 100$ m/s, la diffraction à l'ordre 1 défléchit le faisceau d'un angle proche de 1.7 mrad. Aussi deux fentes de 100 μ m séparées de 1 m suffisent à assurer une largeur de vitesse transverse qui est inférieure à $v_{rec}/5$. Avec cette collimation, en considérant une hauteur utile de 3 mm et une brillance de 10^{24} atomes.s⁻¹.sr⁻¹.m⁻², le flux collimaté dépasse 10^9 atomes/s. Par rapport à cette situation idéale les flux observés seront certainement inférieurs, mais nous pensons pouvoir assurer des flux atomiques compris entre 10^6 et 10^8 atomes/s.

Détection par fluorescence

La détection par fluorescence induite est d'autant plus performante que les atomes détectés sont lents. Cette solution semble un bon compromis pour détecter le faisceau à 100 m/s du nouvel interféromètre. Notre équipe conçoit actuellement un détecteur pour les atomes de lithium utilisant la fluorescence induite par laser à 671 nm avec deux lasers d'excitation dont un sert de repompeur. Le but est d'obtenir en pratique un double détecteur, soit une détection sélective et simultanée des deux sorties complémentaires. Ceci est rendu techniquement possible grâce à une plus large séparation entre les faisceaux de sortie donnée par les vitesses ralenties et l'augmentation de l'ordre de diffraction (voir plus bas). Cette solution présente l'intérêt de détecter uniquement l'état d'interférence des sorties en éliminant l'influence des fluctuations de l'intensité du faisceau atomique.

V.2.1.2 L'interféromètre

Séparation spatiale augmentée

Comme l'interféromètre déjà en fonctionnement, les éléments du nouvel interféromètre utiliseront la diffraction atomique de Bragg par des réseaux lumineux. Avec des faisceaux ralentis, les temps d'interaction entre l'atome et l'onde stationnaire sont augmentés et ceci facilite la diffraction de Bragg aux ordres supérieurs. En profitant de nouvelles sources laser de plus forte puissance (voir la section V.2.1.3), nous pourrons réaliser un interféromètre de Mach-Zehnder utilisant couramment la diffraction aux ordres supérieurs et on obtiendra alors des séparations spatiales réellement macroscopiques. Le nouvel interféromètre gardera la même distance longitudinale entre les ondes stationnaires, soit $L \simeq 0.6$ m, ce qui semble un bon compromis entre séparation spatiale des bras et encombrement du dispositif. Pour des atomes de lithium à la vitesse de 100 m/s et la diffraction à l'ordre 1, la séparation spatiale au niveau du deuxième réseau lumineux atteint déjà 1 mm et elle est proportionnelle à l'ordre de diffraction p . Avec de telles séparations, il devient possible d'installer des septums épais de qualité de construction optique. Ces éléments permettent de réaliser des mesures de grande précision qui utilisent des interaction pulsées, et seront décrites par la partie V.2.2. Nous n'avons pas encore d'idée précise de l'ordre de la diffraction utilisé ; l'annexe A montre que cet ordre dépend des pertes qu'on admet dans les faisceaux parasites, et donne quelques pistes pour optimiser un interféromètre aux ordres supérieurs. L'expérience acquise nous assure néanmoins de réaliser relativement facilement la diffraction dans des ordres modérés (inférieurs à 5) ce qui assure déjà plusieurs mm de séparation spatiale.

Réduction des vibrations

L'influence des fluctuations de phase dues aux vibrations des miroirs d'onde stationnaire augmente fortement lorsque la vitesse de l'atome diminue et l'ordre de diffraction augmente [81]. Si aucune précaution n'est prise pour réduire les vibrations, la visibilité sera fortement dégradée. Pour réduire le bruit de vibration, l'interféromètre sera suspendu et disposera d'une stabilisation active. Gilles Dolfo (professeur agrégé et doctorant dans l'équipe) a construit le banc de l'interféromètre qui est un pendule rigide attaché par trois cables, ce qui réduit de façon passive le bruit sismique ambiant du laboratoire dans la gamme 5-50 Hz (bruit dominant du laboratoire). Il développe aussi un système de stabilisation active qui réduira les vibrations résiduelles du banc au-dessus de 0.1 Hz ce qui inclut les fréquences de résonance pendulaire du banc (de l'ordre de 1 Hz). La détection des mouvements utilise des sismomètres pendulaires de fabrication locale. Une première version de ces sismomètres inspirée de ceux développés par D. B. Newell *et al* [151] et par S. J. Richman *et al* [152] a été testée dans le laboratoire. En s'inspirant des travaux de M. J. Usher *et al* [153] et de A. Bertolini *et al* [154], l'équipe développe actuellement une version améliorée des sismomètre associés à une détection capacitive des mouvements et un asservissement de leur position de type inductif.

Enceinte ultra-vide

Les atomes ralentis passent plus de temps dans l'interféromètre ce qui augmente la probabilité de décohérence par collision avec le gaz résiduel. Aussi toute l'enceinte de l'interféromètre sera construite en technologie ultra-vide. Ceci inclut entre autre le système de stabilisation. La figure V.2 représente un dessin de l'enceinte à vide du nouvel interféromètre.

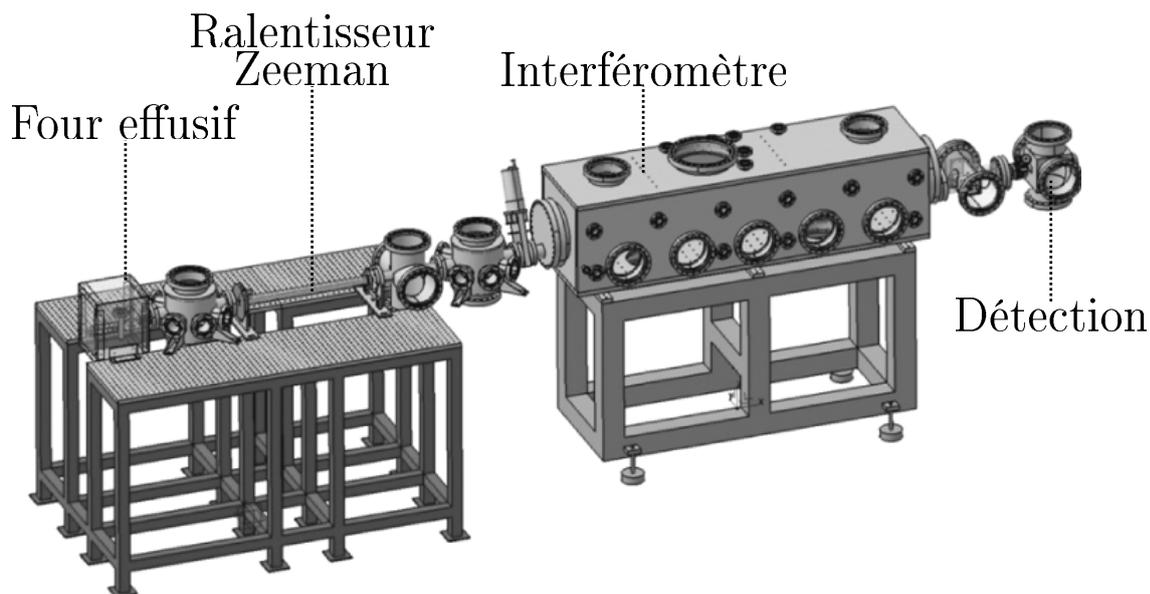


FIGURE V.2 – Elements de l'enceinte à vide du nouvel interféromètre. L'ensemble a une longueur totale d'environ 4 m. On a indiqué quelques éléments décrits plus en détails. De nombreux accès optiques jalonnent la zone de propagation du faisceau depuis la source vers l'interféromètre. Elles permettront d'implémenter les éléments de compression et refroidissement transverse. La déflexion du jet atomique entre la zone de production et l'interféromètre n'a pas été représentée.

mètre. Tous les éléments représentés sont déjà construits. L'enceinte de l'interféromètre est une pièce massive en acier inoxydable, de forme parallélépipédique avec de larges et nombreux accès qui faciliteront les manipulations. Cette propriété ainsi que l'utilisation d'un four effusif et de pompes turbomoléculaires avec des vannes d'isolement, garantiront à l'instrument fiabilité, disponibilité, une mise en route rapide et une grande facilité d'entretien. Ces caractéristiques bénéficieront à la précision en augmentant le temps de mesure effectif.

V.2.1.3 Développement de nouvelles sources laser

Pour faire fonctionner le ralentisseur Zeeman, les dispositifs magnéto-optiques, l'interféromètre et le détecteur, nous avons besoin d'un ensemble de faisceaux laser à une longueur d'onde proche de 671 nm, mais de fréquences différentes. L'équipe développe en ce sens un ensemble de sources laser monomodes et monofréquences dans ce domaine de longueur d'onde, qu'on peut séparer en deux groupes suivant leur utilisation :

- Pour les réseaux lumineux de l'interféromètre, un laser à cavité en anneau et à amplificateur solide qui devrait fournir de l'ordre de 1 W lumineux accordable en fréquence ;
- Pour le reste des éléments qui nécessitent des puissances lumineuses plus faibles,

un ensemble de diodes laser asservies en fréquence.

Laser solide à 671 nm

Gérard Tréneç (membre de l'équipe, ingénieur de recherche en optique) travaille avec l'équipe de C. Salomon (Laboratoire Kastler Brussel, Paris) sur la construction d'un laser de forte puissance qui remplacera le laser à colorant actuellement utilisé [155]. La source laser est réalisée par doublage de fréquence de la radiation à 1342 nm d'un cristal de Nd :YVO₄ pompé par une diode laser à 808 nm. La puissance de pompe est limitée à 25 W et avec 15 W de pompe, près de 2 W de radiation à 1342 nm sont produits. Avec un doublage de fréquence intra-cavité dans un cristal LBO, ce laser a déjà produit 600 mW à la fréquence de résonance optique du lithium. Avec un doublage en cavité externe et un cristal ppKTP, l'équipe de C. Salomon a obtenu une puissance de 700 mW à la résonance du lithium.

Diodes laser à 671 nm

L'équipe construit actuellement un ensemble de diodes laser monofréquences ajustables à la longueur d'onde de 671 nm pour manipuler le jet atomique avant l'interféromètre, et réaliser sa détection. Plusieurs types de diodes sont étudiés, dont la puissance lumineuse va de quelques dizaines de mW pour des systèmes disponibles dans le commerce à 130 mW en chauffant une diode à 80° selon un dispositif directement inspiré par l'équipe de C. Salomon.

V.2.2 Mesures proposées

V.2.2.1 Sensibilité prévue

Sensibilité en phase

On utilise les résultats de la section II.4.3.3 pour évaluer la sensibilité en phase du nouvel interféromètre. En considérant des flux atomiques I_0 compris entre 10^6 et 10^8 atomes/s, et des visibilitées $\mathcal{V} \sim 100\%$ qui seront probablement approchées grâce à la bonne monochromaticité du jet et la réduction des vibrations, la sensibilité en phase théorique $1/\sqrt{I_0\mathcal{V}^2}$ est comprise entre 0.1 et 1 mrad/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ce qui sera déjà une amélioration de 1 à 2 ordres de grandeur de la sensibilité de l'interféromètre actuellement utilisé. Ce qui suit va montrer comment la réduction de la vitesse atomique améliorera plus encore la sensibilité de la mesure de certaines interactions.

Mesures d'interactions

Une interaction peut généralement être décrite par la donnée de l'énergie d'interaction vue par l'atome $U(t)$, et le déphasage d'interaction s'exprime simplement par l'action associée à cette énergie sur la trajectoire atomique :

$$\phi_{int} = \frac{1}{\hbar} \int U(t) dt \quad (\text{V.12})$$

On s'intéresse au cas d'interactions conventionnelles, c'est à dire pour lesquelles l'énergie $U(t)$ ne dépend pas explicitement de la vitesse v (ce qui n'est pas le cas de la phase

HMW ou la phase AC dont l'énergie d'interaction est proportionnelle à la vitesse dans le point de vue motionnel). Cette approche montre que de façon générale l'interféromètre est d'autant plus sensible à une interaction que la vitesse de propagation est faible. Avec le nouvel interféromètre, le ralentissement du jet atomique devrait permettre d'allonger la zone d'interaction jusqu'à 300 mm et le temps d'interaction noté τ atteint 3 ms lorsque $v = 100$ m/s, à comparer avec un temps maximal $\tau = 80 \mu\text{s}$ obtenu avec le dispositif actuel (zone d'interaction limitée à 80 mm à cause de la séparation plus faible, et vitesses atomiques de l'ordre de 1000 m/s). Avec une sensibilité en phase de $0.1 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$, l'énergie d'interaction minimale qui peut être détectée en un temps de mesure de 1 seconde est :

$$U_{min} = \frac{\hbar\phi_{min}}{\tau} \sim 3 \times 10^{-36} \text{ J} \quad (\text{V.13})$$

Cette énergie est extrêmement faible : elle correspond à 2×10^{-17} eV ou encore à 5 mHz en équivalent énergie-fréquence, et à une amélioration d'un facteur 1000 par rapport à la sensibilité du dispositif actuellement utilisé.

V.2.2.2 Mesure de précision de la polarisabilité atomique

Notre équipe a déjà mesuré la polarisabilité de l'atome de lithium en utilisant un champ électrique statique [40]. La phase électrique était alors dispersive en $1/v$ et la diminution de la visibilité avec la valeur du déphasage mesuré a empêché de mesurer des déphasages supérieurs à 27 rad. De plus, l'incertitude sur la vitesse moyenne a pour conséquence directe une incertitude sur la polarisabilité mesurée.

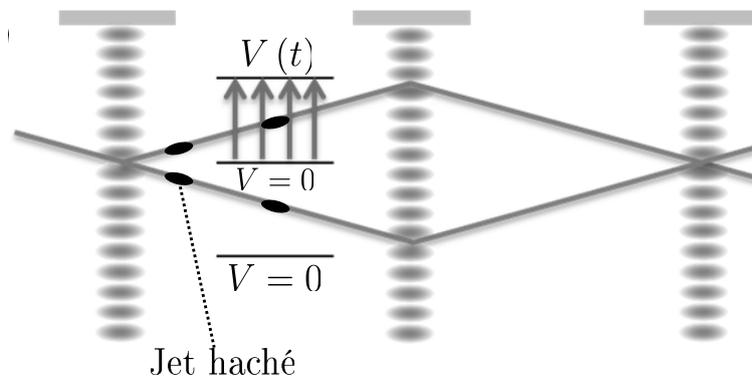


FIGURE V.3 – Schéma de principe de la mesure de polarisabilité par champ pulsé. On a représenté des paquets d'onde issues du jet atomique haché. Un paquet d'onde situé à l'intérieur d'un condensateur voit un champ électrique pulsé en imposant un potentiel $V(t)$ et subit un déphasage sans subir de force car le champ électrique loin des bords de la cellule est uniforme.

La figure V.3 illustre le principe de la mesure de polarisabilité par champ pulsé. En hachant le faisceau atomique, par exemple par déflexion avec une onde laser résonante pulsée, il

est possible d'obtenir des paquets d'ondes dont l'extension est grande devant la longueur d'onde de De Broglie (donc sans diminuer sa longueur de cohérence temporelle), mais faible devant les dimensions de la cellule d'interaction. L'onde atomique située à l'intérieur d'un condensateur soumis à une tension variable $V(t)$ voit un champ électrique variable $\mathbf{E}(t)$ et le déphasage par polarisabilité qu'il subit est :

$$\phi_E = -\frac{\alpha}{2\hbar} \int \mathbf{E}^2(t) dt \quad (\text{V.14})$$

Si les électrodes du condensateur sont bien parallèles et si le potentiel $V(t)$ est appliqué lorsque le paquet d'onde est loin des bords, le champ électrique vu par l'onde atomique est uniforme et aucune force n'est subie. Le déphasage ϕ_E acquiert un caractère de phase géométrique et ne dépend pas de la vitesse atomique : la visibilité mesurée reste constante quel que soit la valeur du déphasage induit. L'expression de ϕ_E est mathématiquement similaire à celle du déphasage géométrique d'Aharonov-Bohm scalaire (effet ABS) [92]. Les expériences de ce type ont ainsi été qualifiées d'extensions de l'effet ABS aux particules neutres. A. Zeilinger a proposé une mesure de l'effet ABS étendu aux particules neutres en 1984 [156], mais en utilisant le moment magnétique du neutron et des champs magnétiques pulsés. Ces expériences ont été réalisées et ont pu vérifier la valeur des déphasages géométriques prévus [157], comme leur caractère non-dispersif [158]. La mesure des phases géométriques par interférométrie a été étudiée plus généralement dès 1992 par l'équipe de J. Baudon [159], qui a vérifié peu après le cas des phases obtenues avec des champs pulsés [160, 161].

Le nouvel interféromètre utilisera à profit le faisceau atomique ralenti pour faciliter la mesure de polarisabilité par champ électrique pulsé. En effet :

- L'importante séparation spatiale procurée permettra d'utiliser un condensateur construit avec une grande précision géométrique, ce qui assurera de créer un champ électrique très homogène ;
- La faible dispersion de la vitesse atomique facilitera la préparation d'un jet atomique pulsé à l'intérieur de l'interféromètre car l'étalement des « pulses » atomiques avec leur propagation sera suffisamment faible ;
- Comme indiqué, les temps d'interactions sont allongés par les vitesses atomiques ralenties ce qui permettra de mesurer d'importants déphasages sans diminution de visibilité, donc avec une précision relative sur la phase extrêmement grande ;

Nous estimons pouvoir imposer de cette façon des déphasages de l'ordre de 1000 rad, donnant une incertitude relative sur la valeur mesurée inférieure à 10^{-6} . L'incertitude sur la polarisabilité électrique sera essentiellement déterminée par la connaissance de l'intégrale temporelle de E^2 , que nous déterminerons avec une incertitude de l'ordre de 10 ppm en utilisant un échantillonnage rapide et de haute qualité de $V(t)$.

Intérêt

La mesure précise de la polarisabilité d'un état fondamental atomique représente un grand intérêt dans divers domaines de la physique (voir par exemple la revue de J. Mitroy *et al* à ce sujet [162]). La mesure de polarisabilité proposée serait la plus précise jamais réalisée, et permettrait de tester les meilleurs modèles théoriques. A ce titre, le lithium est un candidat

intéressant car il ne possède que 3 électrons et plusieurs calculs de polarisabilité peuvent être comparés aux mesures, dont le plus précis a été obtenu par l'équipe de G. W. F. Drake [163] avec la valeur calculée exprimée en unités atomiques : $\alpha = 164.111 \pm 0.002$ u. a.. Ce calcul néglige encore 2 corrections de l'ordre de 0.05 u. a. (corrections relativistes et effet de masse finie du noyau du lithium ; voir la discussion dans la thèse de Marion Jacquey [51]).

V.2.2.3 Test de la neutralité atomique

La neutralité de la matière provient de la correspondance exacte entre la charge de l'électron et du proton ainsi que de la neutralité du neutron. Cette propriété soulève depuis longtemps des questions fondamentales [164] qui ont des incidences particulières, par exemple dans les modèles cosmologiques [165]. Les expériences qui testent la neutralité atomique ont fait l'objet d'une revue par C. S. Unnikrishnan et G. T. Gillies [166]. Les meilleures contraintes obtenues définissent une charge résiduelle de l'atome d'hydrogène ou du neutron inférieure à $10^{-21}q_e$ où q_e est la charge de l'électron. Dès 2001, notre équipe a proposé un test de la neutralité par interférométrie atomique [167] et la figure V.4 schématise le principe de ce test. Avec cette expérience, si les potentiels imposés sont stationnaires,

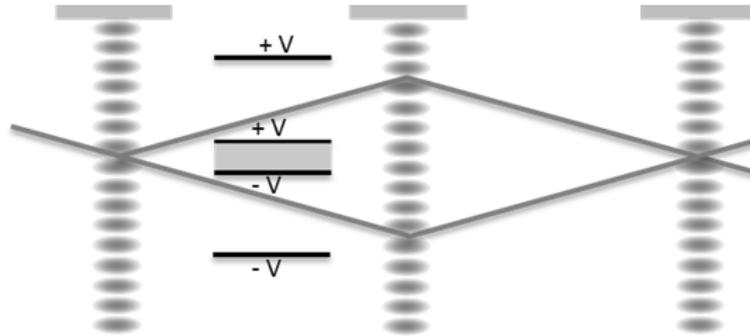


FIGURE V.4 – Principe du test de la neutralité atomique par interférométrie à bras séparés. Des potentiels identiques sont appliqués aux bornes de chaque condensateur et le champ électrique est rigoureusement nul en leur intérieur ; cependant ces potentiels sont opposés pour les deux condensateurs et si la charge électrique du lithium est non-nulle il apparaîtra un déphasage.

le champ électrique présent aux entrées et sorties des deux systèmes d'électrodes provoquera un déphasage par polarisabilité. Il semble préférable d'appliquer des potentiels pulsés d'une manière similaire à la mesure de polarisabilité, et l'expérience proposée est totalement similaire à celle de la figure V.3 sauf pour la configuration des potentiels appliqués. Ici, l'application du potentiel lorsque l'atome est à l'intérieur de la cellule (loin des bords) ne mène à aucune force ni déphasage par polarisabilité puisque le champ électrique qu'il voit est rigoureusement nul. Cependant s'il porte une charge non-nulle notée q_{Li} , l'application du potentiel $\pm V$ pendant un temps τ provoquera un déphasage par l'effet Aharonov-Bohm

scalaire :

$$\phi = \frac{2q_{Li}V\tau}{\hbar} \quad (\text{V.15})$$

L'interféromètre utilisant un faisceau ralenti présente des atouts importants pour réaliser un tel test : outre un temps d'interaction augmenté qui améliore la sensibilité, l'importante séparation spatiale permet d'utiliser un septum isolant épais, par exemple du micas, donc d'imposer des potentiels plus importants sans risque de former des arcs électriques. Avec les performances attendues, la limite de sensibilité à la charge q_{Li} pourrait atteindre $3 \times 10^{-21} q_e / \sqrt{\text{Hz}}$. Après 3 heures de mesure, ceci donnerait une contrainte sur cette charge inférieure à $3 \times 10^{-23} q_e$ ce qui est deux ordres de grandeurs inférieurs à la meilleure contrainte actuellement obtenue.

V.3 Conclusion

Cette thèse a décrit les travaux de recherche réalisés dans l'équipe « Interférométrie Atomique » au laboratoire LCAR entre septembre 2007 et septembre 2011. L'équipe opère un interféromètre atomique à deux bras séparés dans l'espace utilisant l'atome de lithium aux énergies thermiques. Ses séparatrices et miroirs sont des ondes lumineuses stationnaires quasi-résonantes avec la première transition optique du lithium à 671 nm, qui réalisent la diffraction de l'onde atomique dans les conditions de Bragg, et sa configuration géométrique est celle de Mach-Zehnder. L'ensemble des travaux de l'équipe ont pour but de l'utiliser pour effectuer des mesures interférométriques de précision. Ce qui suit résume les travaux qui ont optimisé ses performances avant de préciser les mesures qu'il a permis de réaliser.

Optimisation des performances

Depuis la construction de l'interféromètre et l'observation des premières franges d'interférences en 2001, l'équipe n'a eu de cesse d'améliorer la précision de l'instrument, ce qui est illustré par les progrès réguliers dans la qualité des signaux exhibés et dans la précision des mesures réalisées. Les travaux réalisés pendant ma thèse constituent une continuation logique de ces progrès et se sont constamment appuyés sur l'expérience acquise par les membres permanents Jacques Vigué, Matthias Büchner et Gérard Tréneç, ainsi que sur les travaux des doctorants qui m'ont précédés : Caroline Champenois, Rémi Delhuille, Alain Miffre et Marion Jacquy. Sans cette expérience patiemment acquise, aucun des résultats présentés n'aurait pu être obtenus. Les signaux couramment détectés exhibent dorénavant des visibilités comprises entre 70 et 80% et des flux moyens qui dépassent 50000 atomes/s. La sensibilité en phase maximale théorique de tels signaux est de $6 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$, et les sensibilités en phase effectivement obtenues sont comprises entre 20 et 30 $\text{mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$. Ces performances exceptionnelles doivent beaucoup à une conception antérieure particulièrement soignée qui a demandé des choix judicieux face à des compromis difficiles. Elles ont aussi été obtenues grâce à un travail expérimental de fond particulièrement chronophage, illustré dans cette thèse par la caractérisation de nombreux éléments tous nécessaires à l'optimisation de cet instrument complexe. Elles ont pu être mises à profit pour réaliser les deux campagnes d'expériences résumées ci-dessous.

Mesure de l'interaction de Van der Waals atome-surface

En collaboration avec l'équipe d'Alexander Cronin de l'Université d'Arizona, nous avons utilisé notre interféromètre pour mesurer l'interaction de Van der Waals entre l'atome de lithium et la surface en nitrure de silicium des barres d'un réseau de 100 nm de pas prêté par cette équipe. Cette interaction induit des déphasages de l'ordre de 0.2 rad qui ont été mesurés avec des précisions qui ont pu approcher 1%, pour une large gamme de vitesses atomiques testées s'étendant de 750 m/s à 3300 m/s. Deux points de mesure aux vitesses supérieures (2400 m/s et 3300 m/s) ont nécessité d'utiliser la diffraction à l'ordre 2 pour obtenir une séparation suffisante des bras. L'ensemble des mesures a caractérisé une dépendance avec la vitesse atomique v inhabituelle mais bien expliquée, proche de $1/v^{0.5}$. Ces résultats ont confirmé la proportionnalité du potentiel d'interaction à $1/r^3$ où r est la distance entre l'atome et la surface des barres, et ont pu déterminer le coefficient de proportionnalité $C_3 = 3.25 \pm 0.2 \text{ meV.nm}^3$, valeur compatible avec des prédictions théoriques qui tiennent compte d'une fine couche d'or-palladium déposée sur la surface des barres. La dispersion particulière du déphasage d'interaction a aussi permis de fixer des bornes aux caractéristiques d'une interaction gravitationnelle non-Newtonnienne de type potentiel de Yukawa dans la gamme de distance 1 - 10 nm. Ces bornes sont compétitives avec les meilleurs résultats d'expériences utilisant des atomes, mais cependant pas avec les expériences utilisant des neutrons.

Détection de la phase géométrique de He-McKellar-Wilkens

Nous avons réalisé la première détection de l'effet He-McKellar-Wilkens (HMW) qui est une phase géométrique identique à la phase d'Aharonov-Bohm, induite dans le cas de la propagation d'atomes polarisés par un champ électrique. La configuration de mesure consiste en l'application d'interactions électrique et magnétique simultanées et sur les deux bras de l'interféromètre, interactions qualifiées de fortes car induisant des déphasages importants et très supérieurs à la phase HMW dont l'amplitude ne dépassait pas 30 mrad. Sa détection a nécessité un grand nombre de mesures pour une large gamme de champs appliqués afin de caractériser et tenir compte d'un ensemble d'effets systématiques dus aux dispersions verticales de phases. Certaines mesures réalisées en moins de 30 min d'acquisition ont une précision qui approche 1 mrad pour la mesure simultanée de 4 phases. Les résultats confirment la valeur attendue $\phi_{HMW} \simeq -2.52 \times 10^{-6} EB$ (rad) où E (V/m) et B (T) sont les valeurs des champs électrique et magnétique croisés appliqués, avec un écart de 25% sur le coefficient de proportionnalité que nous attribuons à une correction des effets systématiques qui n'est pas complète. La campagne de mesures a aussi détecté l'effet Aharonov-Casher de façon indirecte via les mesures de visibilité.

Les qualités démontrées par l'instrument permettent d'envisager de nombreuses mesures de précision dont on a fourni quelques exemples dans ce chapitre. Mais les perspectives de l'équipe ne s'arrêtent pas là. En effet elle construit actuellement un interféromètre de nouvelle génération, sensiblement plus performant. Ses caractéristiques attendues sont ambitieuses mais loin d'être irréalistes puisque cet instrument utilisera des technologies et procédés éprouvés par diverses autres équipes. Sa sensibilité en phase devrait être meilleure que $1 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$, et la sensibilité de ses mesure profitera du ralentissement du jet atomique.

Nous attendons d'ici quelques années pouvoir l'utiliser pour réaliser des mesures ultimes comme la polarisabilité du lithium avec une incertitude inférieure à celle des meilleurs modèles théoriques, ou la vérification de la neutralité atomique avec une précision inégalée. Cette dynamique de l'équipe se confirme avec l'arrivée en 2010 de deux nouveaux membres, Alexandre Gauguet (maître de conférences - membre permanent au LCAR) et Jonathan Gillot (doctorant).

Les interféromètres atomiques à bras séparés sont très peu utilisés dans la communauté scientifique. Actuellement, un seul interféromètre similaire au nôtre est en opération, celui d'A. Cronin en Arizona. Ce sont pourtant à notre avis des outils fondamentaux et particulièrement polyvalents. Nous comparons souvent cette situation à l'histoire des interféromètres optiques : la première observation d'anneaux de Newton par R. Boyle et R. Hooke a eu lieu en 1665 et l'expérience des fentes d'Young date de 1802. Malgré l'existence, dès le début du 19^{ème} siècle, de composants optiques de qualité suffisante pour réaliser des interféromètres à division d'amplitude et à bras séparé, il a fallu attendre 1851 pour qu'A. Fizeau réalise ce qui s'avère être la première mesure relativiste de l'histoire, et encore 30 ans pour qu'apparaissent un ensemble d'interféromètres performants dont le plus connu est celui d'A. Michelson (1881). Ces instruments ont permis un progrès qualitatif et quantitatif considérable dans la précision des mesures réalisées, et leurs apports à la physique fondamentale sont maintenant des lieux communs. Les interféromètres atomiques n'en sont qu'à leurs débuts, et nous sommes persuadés que leur sensibilité inégalée (par exemple aux effets inertiels), dont le potentiel de développement est pourtant encore très important, feront de ces instruments un des outils phares de la physique du 21^{ème} siècle.

Annexe A

INTERFÉROMÈTRES UTILISANT LA DIFFRACTION DE BRAGG AUX ORDRES SUPÉRIEURS

A.1 Présentation

Lors de la mesure de l'interaction de Van der Waals atome-surface (chapitre III), la séparation effective entre les deux bras de l'interféromètre en utilisant la diffraction à l'ordre 1 était insuffisante pour réaliser l'expérience quand la vitesse atomique moyenne était supérieure à 1600 m/s (pour une évaluation de la séparation effective, se reporter au sous-chapitre II.3). Afin de s'affranchir de cette limitation, nous avons utilisé l'ordre 2 de la diffraction pour des mesures aux vitesses atomiques de 2400 m/s et 3300 m/s. Nous avons alors observé des effets imprévus qui sont illustrés par la figure A.1. Les déphasages parasites mis en évidence ont pour cause la détection des faisceaux de sortie d'interféromètres dont les bras sont formés par des faisceaux parasites, c'est à dire issue de la diffraction dans d'autres ordres que l'ordre 0 ou l'ordre 2. Ces interféromètres sont plus simplement appelés interféromètres parasites. Ils ont diminué la précision des mesures par pollution du déphasage. Nous avons pu effectivement vérifier que certaines franges d'interférences atomiques ont l'allure d'une somme de deux sinusoïdes dont les périodes ont un rapport 1/2. Cependant une tentative d'ajuster ces franges comme la somme des deux signaux n'a pas réduit la pollution des phases à l'ordre 2 de manière sensible. A l'aide de mesures comme celles présentées par la figure A.1, on identifie les caractéristiques générales de ces faisceaux parasites pour les deux vitesses atomiques utilisées (bien que leurs effets sont sensiblement plus marqués pour la vitesse de 3300 m/s) :

- Ils étaient issus de la diffraction du faisceau atomique incident dans l'ordre 1 ;
- Leur flux relatif, évalué de façon grossière avec des profils de tels que sur la figure A.1, était de l'ordre de 10%.

A l'aide de quelques petites études théoriques spécifiques à nos conditions expérimentales pour les mesures interférométriques, cette annexe a pour but :

- D'expliquer les difficultés constatées lors de mesures utilisant l'ordre 2 ;
- D'évaluer plus précisément les caractéristiques de la diffraction spécifiquement à l'ordre 2. En effet nous verrons qu'entre l'ordre 1 et l'ordre 2 il existe un saut qualitatif dans le régime de diffraction, et que le nouveau régime de diffraction décrit correctement la diffraction à tous les ordres supérieur ou égal à 2 plus simplement appelés ordres supérieurs. Notre équipe a déjà réalisé des interféromètres aux ordres

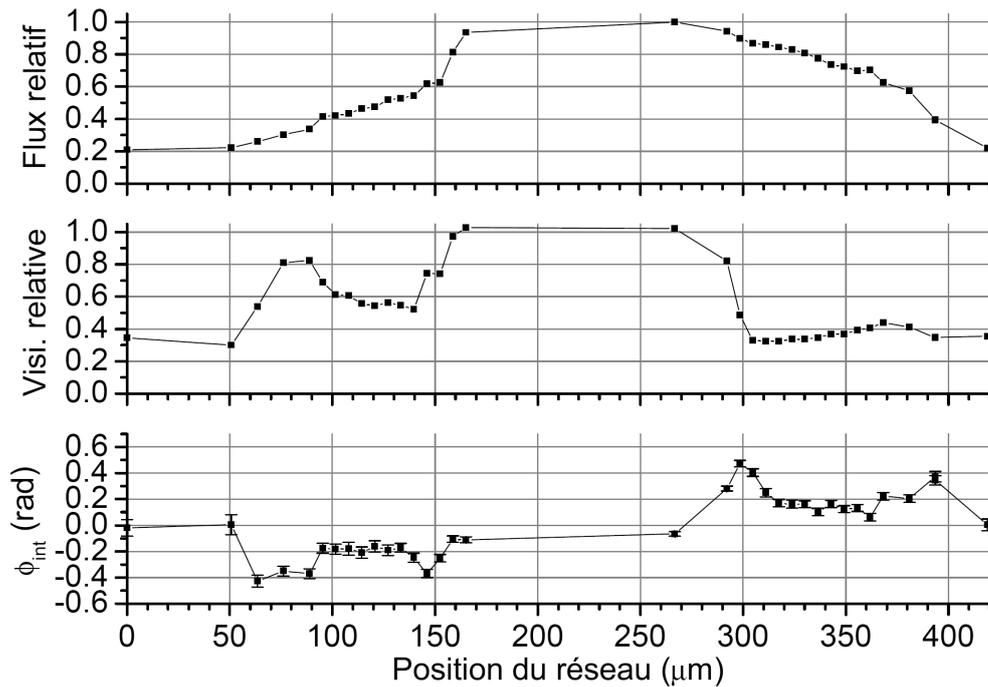


FIGURE A.1 – Flux relatif, visibilité relative d’interaction et phase d’interaction mesurés en fonction de la position x du réseau nanométrique muni d’une fenêtre qui permet d’assurer la propagation libre d’un faisceau atomique (voir le chapitre III). Les plateaux qui caractérisent une position où l’on mesure l’interaction de Van der Waals (grossoirement, $100 \leq x \leq 130 \mu\text{m}$ et $320 \leq x \leq 350 \mu\text{m}$) ne sont pas visibles pour le flux relatif, sont perturbés pour la visibilité relative, et sont entourés par des pics de déphasage qui incluent des déphasages parasites. Pour cette mesure particulière la vitesse atomique est de 2400 m/s obtenue avec un gaz porteur qui est un mélange d’environ 90% d’hélium et 10% d’argon.

2 et 3 [68] dans un but démonstratif. Cependant nous avons peu d’expérience pour des mesures utilisant spécifiquement les ordres supérieurs. Une meilleure compréhension du régime de diffraction alors utilisé peut profiter à l’équipe pour la réalisation d’un nouvel interféromètre dont le jet atomique est ralenti et que l’équipe veut opérer aux ordres de diffraction supérieurs (voir le chapitre V) ;

- Enfin, de proposer une approche qui permettra de choisir les paramètres expérimentaux pour réaliser un interféromètre à l’ordre de diffraction voulu et qui doit être utilisable pour réaliser des mesures par interférométrie à bras séparés.

Pour commencer, le sous-chapitre qui suit va caractériser les conditions expérimentales nécessaires pour réaliser un interféromètre atomique aux ordres supérieurs de la diffraction par des réseaux lumineux. Le critère général est de disposer d’un interféromètre atomique efficace pour réaliser des mesures précises d’interaction qui utilisent la séparation spatiale des bras.

A.2 Application expérimentale de la diffraction de Bragg

A.2.1 Critères de réalisation

On se base sur les développements des parties II.1.2 à II.1.4 du chapitre de présentation, dont on reprend les notations. Dans notre dispositif expérimental, la diffraction est un outil pour réaliser un interféromètre. Dans le but d'assurer son fonctionnement et d'optimiser ses performances, cette partie va donner quelques critères de réalisation spécifiques à l'interférométrie. Les parties qui suivent vont s'intéresser aux contraintes qui permettent de les respecter. On peut d'ores et déjà remarquer qu'un moyen simple et couramment utilisé pour réaliser une onde stationnaire telle que décrite dans le II.1.1 (voir l'équation (II.1)) est de rétro-réfléchir un faisceau laser continu. C'est le moyen que nous utilisons dans notre interféromètre. Mais la formulation (II.22) de l'équation de Schrödinger est une équation d'évolution temporelle qui lui donne un caractère plus général. Aussi, l'approche développée dans la partie II.1.2, peut directement traiter deux cas expérimentaux réalisés avec un faisceau laser rétro-réfléchi :

- La diffraction, introduite ci-dessus, obtenue lorsque l'onde stationnaire que traverse l'atome est issue d'un faisceau laser continu : c'est le cas de notre interféromètre et des expériences de diffraction d'atomes thermiques où les vitesses atomiques v_0 sont de l'ordre de 1000 m/s. Comme il l'est déjà évoqué (section II.1.2.3), l'évolution de $q(\tau)$ dépend de v_0 et de la forme du *waist* $E_0(z)$ du faisceau laser ;
- La diffraction obtenue lorsque cette onde est réalisée avec un faisceau laser pulsé (*pulse*) : c'est alors une onde quasi-stationnaire. Cette méthode est utilisée avec les atomes froids où $v_0 \lesssim 10$ m/s, comme par exemple dans [168]. Dans les conditions expérimentales usuelles, l'évolution de $q(\tau)$ ne dépend que de l'enveloppe temporelle du *pulse* $E_0(t)$.

La publication [49] compare de façon élégante des résultats expérimentaux de diffraction obtenus avec ces deux méthodes ; notamment, leur similitude est mise en évidence, et elle provient du fait que les valeurs expérimentales pour les paramètres q et τ sont comparables. Les autres aspects de cette publication participent des sujets de la prochaine section, que je vais introduire avant de les développer.

Conditions de Bragg et ordres supérieurs

Nous voulons imposer les conditions de Bragg à la diffraction, afin de profiter de deux caractéristiques qui favorisent les performances d'un interféromètre atomique à deux bras :

- La présence d'un seul faisceau diffracté ;
- La possibilité de changer l'angle de déflexion en changeant d'ordre de diffraction.

Nous verrons qu'imposer ces deux contraintes devient d'autant plus difficile que l'ordre de diffraction est élevé. Lorsqu'on les vérifie, on dira simplement qu'on réalise la diffraction de Bragg.

Diffraction efficace

D'après le modèle de la partie II.1.3, il est possible de diffracter de façon certaine un atome incident dans les conditions de Bragg. De façon plus générale nous voulons pouvoir diffracter à la demande (par opposition à transmettre) une fraction élevée du flux incident.

Le cas échéant, on dira que la diffraction est efficace ; pour illustrer ce concept, on peut remarquer que la diffraction dans le régime de Bragg n'est efficace que pour les longs temps d'interaction : $\tau_{int} \gg 1$ dans la mesure où $\gamma_p \sim 1$ et $q \ll 1$. Ceci a deux conséquences pratiques :

- Les diverses grandeurs ou caractéristiques expérimentales seront évaluées dans le cas spécifique où un atome qui vérifie les conditions de Bragg est diffracté avec une probabilité appréciable : $|\alpha(p)| \sim 1$;
- L'acceptance du réseau lumineux, définie dans le régime de Bragg et dont la généralisation à la diffraction de Bragg est naturelle, devra être suffisante : dans le cas contraire seule une faible partie du flux incident (suffisamment proche des conditions de Bragg) sera diffracté.

A.2.2 Limites du régime de Bragg

Le modèle étudié par la partie II.1.3 impose les conditions de Bragg à la diffraction, et fournit les expressions analytiques (II.42) et (II.46) pour les amplitudes de diffraction et l'acceptance. On a vu (partie II.1.4) que ces caractéristiques peuvent être généralisées à quelques nuances près aux profils quelconques $q(\tau) \ll 1$. Le régime de Bragg impose par nature les conditions de Bragg, mais son application aux ordres supérieurs dans notre dispositif trouve ses limites dans les temps d'interaction qu'il nécessite :

- Pour la phase de Rabi en incidence de Bragg, on peut donner une condition de diffraction efficace : $\gamma_{p,B} \sim \pi$. Celle-ci impose rapidement des temps d'interaction démesurés lorsque l'ordre p augmente :

$$\tau_{int} \sim \pi/q_{eff,p} \sim Aq^{-p} \quad (\text{A.1})$$

Dans l'équation précédente, le préfacteur A augmente avec p et τ_{int} diverge rapidement dans le régime de Bragg où $q \ll 1$;

- Aux longs temps d'interaction correspond une acceptance qui tend rapidement vers 0 (voir l'équation (II.46)), et devient vite incompatible avec notre source dont les caractéristiques sont évaluées par la partie II.3.2 ;
- Une autre conséquence du régime de Bragg qui a son importance pour nous, est que les puissances laser nécessaires pour le réaliser dans ces conditions augmentent elles aussi rapidement avec p .

Outre le fait que la puissance laser disponible n'est pas infinie, les temps d'interaction qu'impose notre dispositif expérimental sont limités. Selon les vitesses atomiques qu'on peut imposer, précisées dans la partie II.3.2, τ_{int} est alors compris, grossièrement, entre 1 et 5. Dès l'ordre 1, une diffraction efficace impose des potentiels q de l'ordre de l'unité (voir équations (II.43) et (II.44)). Cette valeur sort déjà du cadre mathématique du régime de Bragg qui est $q \ll 1$, et cette contradiction empire avec les ordres supérieurs de diffraction. Une caractérisation de la diffraction telle que celle réalisée dans notre interféromètre profitera d'une rapide revue des différents régimes de diffraction, et c'est l'objet de la partie qui suit.

A.2.3 Régimes de diffraction

Le régime des temps d'interaction courts définis par $\tau_{int} \ll 1$ est le régime des réseaux lumineux fins. Il est appelé **régime de Raman-Nath**. Ce nom est celui des auteurs d'approximations mathématiques (appliquées dans un autre cadre physique) qui permettent de résoudre analytiquement les amplitudes de diffraction dans ce régime. Pour les appliquer, les temps d'interaction doivent être suffisamment courts pour pouvoir négliger la modification de la propagation de l'onde atomique pendant l'application du potentiel lumineux [169] [48]. Le régime de Raman-Nath ne pourra diffracter de façon efficace qu'avec de forts potentiels lumineux $q \gg 1$. Dans ce cas, de nombreux états de Bloch sont peuplés en entrée de l'onde stationnaire, et ces états de Bloch atomiques mélangent de nombreux états d'onde plane. Il diffracte conséquemment dans plusieurs ordres à la fois, de manière analogue à un réseau fin en optique. On peut lier cette diffraction dans des ordres multiples à la dégradation du caractère quasi-plan des ondes progressives dans l'approche corpusculaire du II.1.1.3 [20]. Historiquement c'est dans ce régime que la diffraction cohérente d'un atome par une onde stationnaire a été démontrée pour la première fois en 1983 par l'équipe de D. E. Pritchard [18].

Le **régime de Bragg**, étudié jusqu'ici, est le régime des faibles potentiels. En conséquence c'est un régime qui ne diffracte efficacement qu'avec de longs temps d'interaction $\tau_{int} \gg 1$, donc des réseaux lumineux dit épais, aussi appelés cristaux lumineux.

Le régime qui impose à la fois de longs temps d'interaction et des forts potentiels est nommé par l'anglicisme **channeling**, car dans ce cas l'onde atomique en interaction d'énergie cinétique transverse $E_{c,x}$ faible devant q est confinée et se propage dans les vallées de potentiel lumineux. Cet effet particulier a été démontré expérimentalement par l'équipe de C. Cohen-Tannoudji en 1987 [170].

On caractérise le régime de diffraction utilisé pour réaliser notre interféromètre :

- Pour les temps d'interaction, on se place du côté des temps d'interaction longs du régime de Bragg, mais relativement proche de la frontière entre le régime de Bragg et le régime de Raman-Nath ($\tau_{int} \gtrsim 1$);
- Pour la force du potentiel, on se situe dans le régime du *channeling*. A l'ordre 1 on est à l'« entrée » du régime de Bragg ($q \sim 1$), et on s'en éloigne (q augmente) lorsqu'on augmente l'ordre de diffraction.

La figure A.2 illustre de façon schématique le régime de diffraction en fonction de q et τ_{int} . Elle est tirée de l'article [49], publié en commun par l'équipe de G. Rempe et celle d'A. Zeilinger. Les cercles noirs qui y figurent caractérisent le régime de diffraction qu'elles ont réalisé lors de mesures expérimentales. A l'ordre 2 comme eux, nous verrons que nos paramètres de diffraction sont comparables. Ces équipes ont montré que dans ce régime de diffraction particulier, il est possible d'imposer les conditions de Bragg à la diffraction. Lorsque c'est le cas, elles l'ont surnommé « quasi-régime de Bragg » pour souligner son analogie avec le régime de Bragg *via* les conditions d'incidence et de réflexion, tout indiquant que le quasi-régime de Bragg se situe en fait dans le régime du *channeling*. C'est une appellation que je conserverai dans la suite. La prochaine partie va en analyser plus précisément les caractéristiques, ainsi que les conditions dans lesquelles il peut s'appliquer.

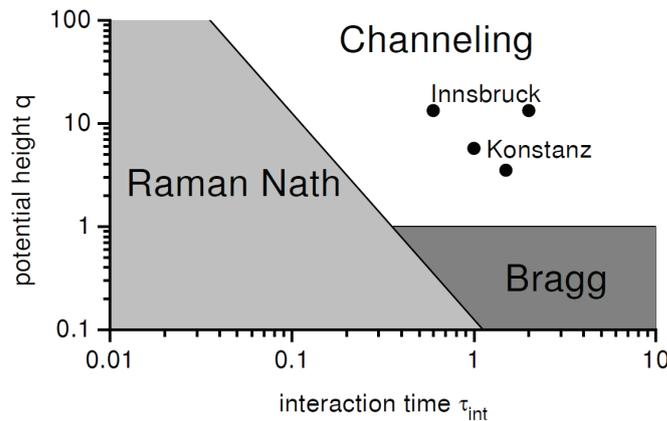


FIGURE A.2 – Différents régimes de diffraction en fonction du temps d'interaction τ_{int} et de la force du potentiel q . Figure tirée de [49]. La frontière du régime de Raman-Nath est basée sur l'équation (4) de [49], et la frontière supérieure du régime de Bragg est fixée arbitrairement à $q = 1$. La frontière entre les régimes de Bragg et de Raman-Nath correspond à des probabilités de diffraction négligeables. Celle entre le régime de Raman-Nath et le régime du *channeling* correspond à une diffraction dans plusieurs ordres à la fois, dont les probabilités évoluent continûment et de manière non triviale avec q et τ_{int} (voir, par exemple, [50]). La diffraction observée lorsqu'on passe du régime de Bragg au régime du *channeling*, dépend fortement de la forme temporelle $q(\tau)$, et est l'objet de la prochaine section.

A.2.4 Le quasi-régime de Bragg

On s'intéresse ici à la réalisation du quasi-régime de Bragg. Ce régime diffère du régime de Bragg car le potentiel lumineux n'est pas dans le domaine perturbatif, mais il continue à imposer les conditions de Bragg à la diffraction. Je vais montrer, en utilisant un prolongement du modèle de propagation de la partie II.1.3, qu'il consiste à assurer un suivi adiabatique des états de Bloch peuplés dans le régime de Bragg rigoureux en début d'interaction. Les considérations développées constituent une généralisation (à tous les ordres de diffraction et en utilisant les états de Bloch) des publications [13] et [171] qui traitent spécifiquement le régime et le quasi-régime de Bragg à l'ordre 1 et 2 et qui sont vérifiées par des mesures dans [49].

Modèle de propagation dans le quasi-régime de Bragg

C. Keller *et al.* identifient, dans [49], une condition de suivi adiabatique d'un état de Bloch qui s'écrit :

$$\dot{q} = \frac{dq}{d\tau} \ll q \quad (\text{A.2})$$

Les sauts de potentiels tels qu'en II.1.2.5 sont *a priori* exclus, et on peut supposer une fonction $q(\tau)$ continue et « suffisamment » régulière, par exemple une Gaussienne (voir plus bas). Néanmoins, et comme notre équipe l'a souligné dans la partie 7 de l'article [48], l'hypothèse

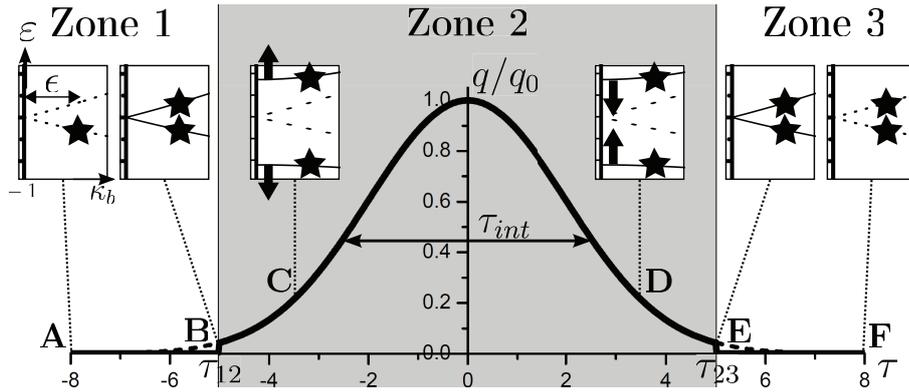


FIGURE A.3 – Propagation de la fonction d’onde atomique à travers trois zones dans le quasi-régime de Bragg. On a représenté une fonction $q(\tau)$ gaussienne dont l’expression et les paramètres sont précisées plus bas (voir l’équation (A.3)). On peut négliger l’influence du potentiel lumineux dans les zones 1 et 3 (en pointillés), et prendre le potentiel tronqué (trait plein). Comme au II.1.2.5, la zone 2 est alors la zone d’interaction et les zones 1 et 3 sont des zones de propagation libres pour l’onde atomique. L’évolution de la fonction d’onde atomique est schématisée dans la première zone de Brillouin par des étoiles, pour différents moments de l’interaction (points A à F) ; les pointillés sont les énergies des états d’onde plane et les traits pleins celles des états de Bloch.

d’un suivi adiabatique rigoureux des états de Bloch tout au long de l’interaction interdit toute diffraction sauf si l’on vérifie exactement les conditions de Bragg : l’acceptance est alors nulle. Cette contradiction est levée en notant que comme $q(\tau)$ évolue continûment depuis des valeurs nulles en $\tau \rightarrow -\infty$, il existe forcément des valeurs de τ telle que la condition (A.2) n’est pas vérifiée. Il est alors possible de prolonger le modèle de la partie II.1.3 afin de traiter de façon générique le quasi-régime de Bragg. Les hypothèses développées pour $q(\tau)$ deviendront des critères de réalisation expérimentale. On rappelle que l’onde incidente pour $\tau = -\infty$ est une onde plane $|\kappa_1\rangle$ proche des conditions d’incidence de Bragg à l’ordre p , $\kappa_1 \simeq -p$ (expressions en unités sans dimension). Seule l’évolution de q est maintenant différente. La figure A.3 représente une évolution de q assurant la diffraction dans le quasi-régime de Bragg. En parallèle, elle illustre de façon schématique, pour 6 points particuliers de son évolution (notés A à F), la projection de la fonction d’onde représentée par une étoile sur les états propres de la propagation dans la première zone de Brillouin. Ces états sont soit des ondes planes dont l’énergie est représentée en pointillés, soit des états de Bloch dont l’énergie est en trait plein. On a choisi, par souci de présentation graphique, des conditions d’incidence où κ_b (image de κ_1) est proche de la bordure (cas des ordres de diffraction impairs), et à gauche de la zone de Brillouin. Comme au II.1.2.5 on peut séparer l’espace en trois zones de propagation pour la fonction d’onde comme suit :

- Dans la zone 1, le potentiel (courbe en tirets) est branché continûment à $\tau = \tau_A$

- (point A sur la figure). La condition de suivi adiabatique n'est pas vérifiée, et q reste suffisamment faible pour être dans le régime de Bragg à l'ordre p , au moins jusqu'à τ_{12} (interface 1-2). Pour simplifier on peut négliger dans toute la zone 1 l'influence du potentiel lumineux sur la propagation de l'atome, car on est dans le régime de Bragg pendant un temps $\tau_{12} - \tau_A$ suffisamment court. Le potentiel lumineux a donc quasiment le même effet qu'un potentiel fictif présentant un saut à τ_{12} (trait plein) [48]. En conséquence et comme au II.1.3.1, on considère que la fonction d'onde est projetée en entrée de zone 2, pour $\tau = \tau_{12}$, dans le régime de Bragg, sur les états de Bloch $|+\rangle$ et $|-\rangle$ définis par les équations (II.39) (voir le point B) ;
- Dans toute la zone 2, le suivi adiabatique des états de Bloch est vérifié. En conséquence, les normes des amplitudes de projection de $|\psi\rangle$ sur $|+\rangle$ et $|-\rangle$ n'évoluent plus dans cette zone, et les autres états de Bloch ne sont pas peuplés. Lorsque q augmente, on sort du régime de Bragg pour entrer dans le régime du *channeling*. Les états $|+\rangle$ et $|-\rangle$ couplent d'autres états d'onde plane que ceux de la base minimale $\{|i\rangle, |d\rangle\}$ (voir les équations (II.38) et (II.39)) : ces états intermédiaires peuvent être peuplés pendant l'interaction et c'est une différence importante avec le régime de Bragg rigoureux [171]. Les niveaux d'énergie des états de Bloch peuplés, ε_+ et ε_- , s'écartent d'autant plus que q est élevé (points C et D, où les flèches représentent l'évolution de ε_{\pm} avec τ). Le potentiel q varie continûment dans la zone 2 jusqu'à l'instant $\tau = \tau_{23}$, où l'on suppose qu'il a retrouvé des valeurs suffisamment faibles pour être à nouveau dans le régime de Bragg rigoureux ;
 - Dans la zone 3, la condition de suivi adiabatique n'est plus vérifiée et q diminue, dans le régime de Bragg jusqu'à la valeur nulle, où les états de Bloch se raccordent aux ondes planes correspondantes. Les raisonnements sont les mêmes qu'en zone 1, et on peut considérer que la fonction d'onde est projetée en entrée de zone 3, pour $\tau = \tau_{23}$, sur les états $|i\rangle = |\kappa_1\rangle$ et $|d\rangle = |\kappa_1 + 2p\rangle$ qui sont l'ordre transmis et l'ordre diffracté (voir les points E et F).

Conditions de Bragg

Cette approche simple montre comment les conditions de Bragg sont imposées : en étant dans le régime de Bragg au point B, au plus deux états de Bloch sont peuplés. Cette propriété reste vraie si le suivi adiabatique est assuré, et ces états de Bloch se raccordent en E, à nouveau dans le régime de Bragg, à au plus deux états d'onde plane qui sont les ordres transmis et diffracté.

Réalisation du quasi-régime de Bragg

Le modèle de propagation qualitatif décrit les critères que doit vérifier l'évolution $q(\tau)$ pour réaliser la diffraction dans le quasi-régime de Bragg :

- Suivi adiabatique des états de Bloch $|\kappa_b, n\rangle(q)$ dans la zone 2 d'interaction, pour $\tau_{12} \leq \tau \leq \tau_{23}$;
- Potentiel lumineux suffisamment faible hors de la zone d'interaction, pour être dans le régime de Bragg.

L'évolution de q représentée sur la figure A.3 est un profil Gaussien formellement identique

à celui de l'équation (II.57) dont on rappelle la notation :

$$q(\tau) = q_0 \exp\left(-\pi \frac{\tau^2}{\tau_{int}^2}\right) \quad (\text{A.3})$$

Pour l'illustration de la figure A.3, on a choisi $\tau_{int} = 5$. On rappelle aussi que le temps d'interaction τ_{int} a été choisi pour que la notation des phases de Rabi reste cohérente :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} q(\tau) d\tau = q_0 \tau_{int} \simeq \int_{\tau_{12}}^{\tau_{23}} q(\tau) d\tau \quad (\text{A.4})$$

L'égalité approchée (A.4) tient compte des raisonnements dégagés lors de l'étude du modèle de propagation. On remarque que τ_{int} n'est plus le temps d'interaction total $\tau_{23} - \tau_{12}$, mais il reste du même ordre de grandeur. De tels profils Gaussiens vérifient $\dot{q}/q = -(2\pi/\tau_{int}^2)\tau$. Si l'on fixe selon l'équation (A.2) un critère quantitatif de suivi adiabatique à ne pas dépasser et noté $|\dot{q}/q|_{max}$, la zone 2 est définie par $|\dot{q}/q|(\tau_{12}) = |\dot{q}/q|(\tau_{23}) = |\dot{q}/q|_{max}$, soit $\tau_{23} = -\tau_{12} = (\tau_{int}^2/2\pi)|\dot{q}/q|_{max}$. Si, de plus, on veut vérifier une valeur maximum de $q(\tau_{12})$ pour être dans le régime de Bragg, ceci donne un autre critère : $\eta = (q(\tau_{12})/q(0))_{max} = \exp(-\pi\tau_{12}^2/\tau_{int}^2)$, qui pourra toujours être vérifié en allongeant le temps d'interaction τ_{int} . On pourra utiliser la formule numérique qui suit :

$$\tau_{int} \gtrsim \frac{5.4}{|\dot{q}/q|_{max}} \sqrt{\log_{10}(1/\eta)} \quad (\text{A.5})$$

Les écarts au suivi adiabatique rigoureux dans la zone 2 auront pour conséquence de possibles transitions vers d'autres états de Bloch, donc la diffraction dans des ordres autres que la réflexion de Bragg : dans un interféromètre à deux bras, ils forment des faisceaux parasites. A ce stade, j'introduis une nouvelle notation qui va généraliser les notions dégagées dans le régime de Bragg par la partie II.1.3.

Pertes

Les pertes sont définies par le flux relatif total de tous les faisceaux parasites. En notant P_n la probabilité de diffraction dans l'ordre n généralisé, et pour le quasi-régime de Bragg à l'ordre p , les pertes notées L pour l'anglicisme *Losses* s'écrivent :

$$L = \sum_{n \in \mathbb{Z} - \{0, p\}} P_n \quad (\text{A.6})$$

Le quasi-régime de Bragg est ainsi redéfini comme le régime du *channeling* où les pertes sont faibles, $L \ll 1$. En régime de Bragg rigoureux, les pertes sont nulles. Cette définition néglige les pertes par émission spontanée. En effet, si un atome subit ce processus aléatoire, il a peu de chances d'être détecté dans un interféromètre tel que le nôtre. Dans le cas contraire s'il est détecté, la forte probabilité de décohérence associée à l'émission spontanée empêche, en pratique, un tel processus de perturber les mesures de phase.

Les contraintes $|\dot{q}/q|_{max}$ et η pourront fixer une borne supérieure aux pertes. Il n'est pas certain qu'un profil Gaussien soit optimal pour réaliser la diffraction dans le quasi-régime de Bragg en un temps d'interaction $\sim \tau_{int}$ donné. Néanmoins, dans le cas de la diffraction

en régime stationnaire (faisceau atomique et faisceau laser continu), les profils Gaussiens semblent les plus faciles à réaliser.

Amplitudes de diffraction

Dans le quasi-régime de Bragg, et de façon identique à la diffraction à l'ordre 1 (équation (II.56)), on peut définir une phase de Rabi généralisée pour laquelle l'expression (II.41) n'est plus qu'un cas particulier :

$$\gamma_p = \int_{\tau_{12}}^{\tau_{23}} (\varepsilon_+(\tau) - \varepsilon_-(\tau)) d\tau \quad (\text{A.7})$$

L'angle de couplage entre l'état incident $|i\rangle$ et les états de Bloch $|+\rangle$ et $|-\rangle$, introduit dans la section II.1.3.2 et noté θ , est défini d'une façon totalement identique en entrée de zone 2, pour laquelle $q_{eff,p}$ dépend de $q(\tau_{12})$. Les amplitudes de diffraction peuvent donc être exprimées comme dans le régime de Bragg :

$$\begin{aligned} \alpha(0) &= \alpha_{QB}^* \left[\cos \frac{\gamma_p}{2} - i \cos 2\theta \sin \frac{\gamma_p}{2} \right] \\ \alpha(p) &= -i\alpha_{QB} \sin 2\theta \sin \frac{\gamma_p}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Les équations qui précèdent ne sont différentes des amplitudes de transition dans le régime de Bragg (équations (II.42)) que par l'ajout d'un terme complexe noté α_{QB} (l'indice se réfère à « Quasi-Bragg »). Il est introduit pour décrire des effets associés aux pertes, et ne dépend que d'elles :

- Son module est proche de 1 par valeurs inférieures et traduit le flux perdu dans les faisceaux parasites. En effet, la conservation du flux incident s'écrit $|\alpha_{QB}|^2 + L = 1$, soit dans le quasi-régime de Bragg ($L \ll 1$) :

$$|\alpha_{QB}| \simeq 1 - L/2; \quad (\text{A.9})$$

- Son argument est d'autant plus petit que le suivi adiabatique est bien vérifié, donc que les pertes sont faibles. Il s'ajoute à la phase de diffraction (voir équation (II.49)). L'équation (II.50) étendue au quasi-régime de Bragg s'écrit maintenant :

$$\phi_{diff}(p) = -\frac{\pi}{2} + \xi + 2 \arg(\alpha_{QB}) \quad (\text{A.10})$$

Physiquement, cette phase parasite provient des couplages avec d'autres états de Bloch que $|+\rangle$ et $|-\rangle$ dans la zone 2, qui existent lorsque le suivi adiabatique n'est pas totalement respecté. Il semble difficile d'exprimer cette phase, même formellement, mais quand les pertes sont faibles, on peut supposer que $\arg(\alpha_{QB}) \ll 1$. Elle doivent dépendre, comme les pertes, des conditions d'incidence (voir la partie A.3 pour la dépendance des pertes). Müller *et al* dégagent dans [172] une majoration de cette phase par \sqrt{L} (voir la partie qui suit, A.2.5).

La phase de Rabi reproduit le comportement oscillant de P_p vis-à-vis du potentiel, mais la dépendance des oscillations n'est plus triviale. Un atome incident dans les conditions de

Bragg à l'ordre p pourra être diffracté de façon quasi-certaine dans l'ordre p , où le terme quasi décrit les pertes. Cette considération s'écrit pour la probabilité de diffraction :

$$P_{p,B} = |\alpha_{QB}|^2 \sin^2 \left(\frac{\gamma_{p,B}}{2} \right) \simeq \sin^2 \left(\frac{\gamma_{p,B}}{2} \right) \quad (\text{A.11})$$

Acceptance en quasi-régime de Bragg

La généralisation de l'acceptance (équation (II.46)) au quasi-régime de Bragg suit le raisonnement de la section II.1.3.3. On considère un réglage donné par $\gamma_{p,B}$ pour une condition d'incidence de Bragg prise comme référence. L'acceptance est la largeur à mi-hauteur de la probabilité de diffraction en fonction de l'écart ϵ à l'incidence de référence, et pour une phase de Rabi $\gamma_{p,B}$ déterminée à cette incidence.

Les difficultés qui existent lorsqu'on veut évaluer les énergies de Bloch de façon analytique (par exemple avec les équations de Mathieu) expliquent l'impossibilité de donner une formule analytique générale pour la phase de Rabi et l'acceptance dans le quasi-régime de Bragg. La section qui suit s'intéresse à quelques dérivations analytiques ou résultats numériques que différents chercheurs ont obtenu dans le quasi-régime de Bragg pour les amplitudes de diffraction et pour les critères de réalisation.

A.2.5 Dérivations analytiques

Dans la publication [171], l'équipe de G. Rempe dérive des amplitudes de diffraction dans le quasi-régime de Bragg à l'ordre 1 et 2. Ils utilisent la base des ondes planes couplées par le réseau lumineux selon la matrice (II.25). Leur approche consiste à décrire les états de Bloch dans le quasi-régime de Bragg en exprimant un Hamiltonien effectif tel que (II.38), mais dans une base d'ondes planes élargie (elle ne se limite plus à la base minimale $\{|0\rangle, |p\rangle\}$) qui inclut des états intermédiaires. Ce qui suit en est un bref résumé.

Retour sur l'ordre 1 de la diffraction

La diffraction à l'ordre 1 couple les états $|i\rangle = |\kappa_1 \simeq -1\rangle$ et $|d\rangle = |\kappa_3 = \kappa_1 + 2 \simeq 1\rangle$ sans état intermédiaire. Le Hamiltonien effectif \mathcal{H}_1 (équation (II.38) où $p = 1$) n'est une approximation du Hamiltonien (II.25) que dans le sens où les états dont on néglige la population sont les états d'ordre de diffraction uniquement supérieurs. L'écart énergétique de ces niveaux supérieur est $(\kappa_1 - 2)^2 - \kappa_1^2 \simeq 8$. En conséquence et seulement dans ce cas particulier, c'est en fait $q \ll 8$ qui permet de se restreindre rigoureusement à la base minimale pour laquelle $q_{eff,1} = q$. On comprend pourquoi le cadre d'application physique du régime de Bragg reste valable même si q est de l'ordre de l'unité. A l'ordre 1 pour $q \sim 1$, régime et quasi-régime de Bragg se confondent et mènent à un *Pendellösung* quasi-linéaire en puissance laser. La phase de Rabi en régime de Bragg (équation (II.41) où $p = 1$, ou équation (II.56)) garde la même expression sous forme intégrée qui est l'équation (A.7) dans le quasi-régime de Bragg. De même, les amplitudes de diffraction sont données par les équations en régime de Bragg, (II.42). Dans le cas d'une incidence dans les conditions de Bragg rigoureuses, et d'un profil de potentiel gaussien, la phase de Rabi est dérivée de l'équation (A.4) qui donne $\gamma_{1,B} = 2q_0\tau_{int}$.

Le régime de Bragg à l'ordre 1 est donc obtenu relativement facilement, avec des potentiels réduits et des temps d'interaction tous deux de l'ordre de l'unité. Expérimentalement la diffraction dans le régime de Bragg a été démontrée 5 ans après celle dans le régime de Raman-Nath [18], aussi par l'équipe de D. E. Pritchard au MIT [20]. Elle l'a obtenue en augmentant la taille du *waist*, probablement avec une puissance du faisceau laser comparable. On remarque que la diffraction présentée est dans le quasi-régime de Bragg dès l'ordre 1 ($\tau_{int} \sim 0.5$ à 1). A ce titre, la figure A.4 illustre, à la lumière des considérations du A.2.4, quelques résultats de cette expérience pionnière qui diffèrent sensiblement du régime de Bragg rigoureux.

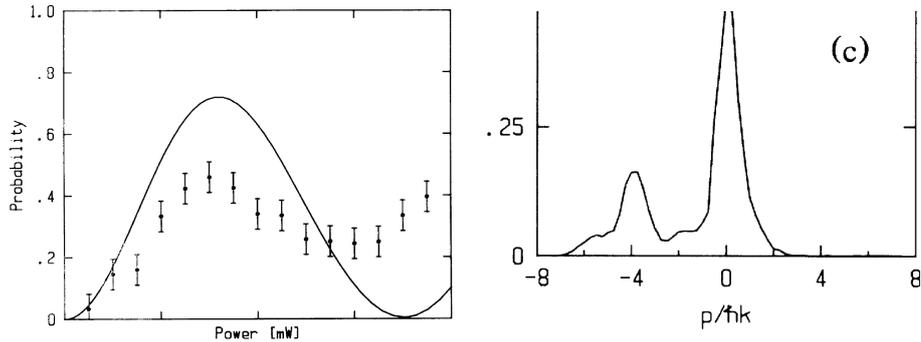


FIGURE A.4 – Figures choisies tirées de [20], qui illustrent les différences entre le régime de Bragg rigoureux, et le quasi-régime de Bragg réalisé (et les difficultés expérimentales que cela peut provoquer).

A gauche, figure 4 de [20] : probabilité de diffraction à l'ordre 1 en fonction de la puissance du faisceau laser. Pour cette mesure, $\tau_{int} \simeq 0.8$. Le *Pendellösung* linéaire n'est pas totalement respecté, et la probabilité de diffraction maximum n'atteint pas la valeur prévue par un modèle numérique (en traits pleins) : les auteurs identifient l'émission spontanée comme source potentielle des écarts, au moins pour les grandes phases de Rabi, mais d'après eux sa probabilité reste inférieure à 10% ; il est possible qu'une dégradation du suivi adiabatique ait augmenté les pertes, par exemple si la qualité du front d'onde est dégradée ;

A droite, figure 2(c) de [20] : profils de diffraction à l'ordre 2 ($p/\hbar k = -4$ selon leurs notations), où l'abscisse est écrite en équivalent impulsion réduite. Les pertes dans l'ordre 1 ($p/\hbar k = -2$) et 3 ($p/\hbar k = -6$), qu'on peut estimer à environ 10 %, sont visibles.

Diffraction à l'ordre 2

Dès l'ordre $p \geq 2$, les auteurs de [171] montrent que les conditions d'application du régime de Bragg se durcissent à $q \ll 1$ car le couplage entre $|\kappa_0\rangle$ et $|\kappa_0 + 2p\rangle$ n'est effectif que via les états intermédiaires $|\kappa_0 + 2\rangle, \dots, |\kappa_0 + 2(p-1)\rangle$. Pour l'ordre 2, la publication présente des calculs analytiques de transition, rigoureux quand $q \ll 12$, en incluant l'état intermédiaire $|\kappa_0 + 2 \simeq 0\rangle$ dans le Hamiltonien effectif. Pour l'étude de la diffraction à cet

ordre dans notre interféromètre, cette expression sera évaluée, et devient avec les notations de ce manuscrit :

$$\frac{\gamma_{2,B}}{2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-1 + \sqrt{1 + q^2(\tau)/2} \right) d\tau \quad (\text{A.12})$$

Le régime de Bragg où $\gamma_{2,B} = \tau_{int} \langle q^2 \rangle / 2$ n'est effectivement retrouvé que lorsque $q \ll 1$. Dans notre interféromètre où la diffraction de Bragg doit être efficace pour $\tau_{int} \sim 1$, on n'est clairement pas dans ce régime.

Diffraction aux ordres supérieurs

Les dérivations formelles telles que (A.12) deviennent vite complexes à évaluer pour les ordres de diffraction supérieurs. L'équipe de S. Chu a développé une méthode analytique basée sur un développement perturbatif des équations différentielles couplées, à partir de la solution dans le régime de Bragg [172]. Dans le cas d'un profil Gaussien comme celui donné en équation (A.3), elle permet d'évaluer trois paramètres importants et déjà identifiés dans la partie précédente qui sont relatifs à la diffraction dans le quasi-régime de Bragg à un ordre p quelconque :

- Fréquences de Rabi effectives en fonction du potentiel lumineux (intégrées, elles donnent la phase de Rabi) ;
- Les pertes ;
- Les phases supplémentaires de diffraction provoquées, en quasi-régime de Bragg, par le couplage avec les états intermédiaires de diffraction.

Notre équipe a repris les résultats de cette publication dans un article du journal *General Relativity and Gravitation* [173]. Cet article s'est intéressé, entre autre, aux possibilités de réaliser des interféromètres à réseaux diffractant dans le quasi-régime de Bragg et dans les hauts ordres de diffraction afin d'améliorer leur sensibilité aux effets inertiels (rotation et/ou ondes gravitationnelles). Deux des résultats importants de S. Chu *et al* (leurs équations (56) et (74)) concernent respectivement une majoration des phases parasites, et une évaluation des temps d'interaction minimums nécessaires à la réflexion de Bragg (où $\gamma_p = \pi$). Je les réécris avec les notations introduites :

$$\begin{aligned} |\arg(\alpha_{QB})| &\leq \frac{\sqrt{L}}{2} \\ \tau_{int} &\geq K \frac{p^{1/6}}{p-1} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

K est un coefficient qui dépend des pertes qu'on accepte mais qui reste de l'ordre de l'unité pour des pertes négligeables expérimentalement : $K = 0.95$ pour des pertes inférieures à 1%, $K = 3.76$ pour des pertes inférieures à 10^{-10} . D'après l'équation (A.13) on peut, au moins dans les hauts ordres de diffraction, augmenter l'ordre en diminuant le temps d'interaction nécessaire, ce qui est contre-intuitif. Le report de cette condition associé à une observation de la figure 4 de [172] montre qu'il semble possible de diffracter de façon efficace dans les ordres supérieurs (~ 10), en utilisant des faisceaux laser d'une puissance raisonnable [173].

Pour clore cette partie, on peut remarquer que des méthodes de propagation numérique basées sur l'équation (II.22) peuvent fournir une aide bienvenue pour optimiser les paramètres de la diffraction dans le quasi-régime de Bragg. Les approximations qui ont permis d'exprimer cette équation d'évolution temporelle montrent que cette formulation assure la conservation de l'énergie à l'ordre 1 en $E_{c,x}/E_{c,0}$ (voir la section II.1.2.2). Dans nos conditions expérimentales, ce rapport est de l'ordre de 10^{-8} . La résolution de (II.22) par des méthodes numériques bénéficiera donc d'une grande précision qui ne dépend en pratique que des temps de calcul disponibles. En conséquence le sous-chapitre qui suit (sous-chapitre A.3) va utiliser des calculs numériques des amplitudes de diffraction pour proposer une investigation des caractéristiques de la diffraction à l'ordre 2 utilisée pour mesurer l'interaction de Van-der-Waals avec les vitesses atomiques supérieures.

A.2.6 Diffraction de Bragg : aperçu

Après sa démonstration par l'équipe de D. E. Pritchard [20], plusieurs équipes ont observé la diffraction de Bragg d'un faisceau d'atomes thermiques. Comme il l'est illustré dans la section A.2.2, avec les sources thermiques, les temps d'interaction nécessaires pour diffracter dans les conditions de Bragg sont généralement limités. En conséquence les expériences réalisées sont généralement effectuées dans le quasi-régime de Bragg. A la suite de Pritchard *et al*, l'équipe de Siu Au Lee à Fort Collins s'est intéressée aux ordres supérieurs de diffraction avec un faisceau de néon métastable et l'a utilisé pour réaliser un interféromètre atomique [72] qui a largement inspiré notre équipe pour la construction du nôtre.

Les limitations relatives aux temps d'interaction sont d'autant plus relaxées que les atomes sont lents. L'équipe de Van Leeuwen a pu observer une diffraction efficace avec peu de pertes jusqu'à l'ordre 8 [174]. Pour ce faire, ils ont ralenti un jet d'hélium métastable à 250 m/s et bien identifié les conditions de réalisation du quasi-régime de Bragg, notamment l'adiabaticité. Avec les atomes froids, plus facilement disponibles depuis la fin des années 80, les temps d'interaction gagnent jusqu'à deux ordres de grandeur. C'est avec de telles sources que l'équipe de G. Rempe [168] a pu étudier les spécificités du quasi-régime de Bragg (voir section A.2.4). Cette équipe a été la première, et une des rares, à publier une investigation expérimentale poussée de l'acceptance [54], qui reste peu étudiée (voir aussi [175]). En propagation balistique, les vitesses des atomes froids peuvent varier entre les ondes stationnaires. Les expérimentateurs définissent les conditions de Bragg de façon plus générale, comme une condition de résonance entre état l'initial et l'état diffracté dans le même état interne atomique. Cette approche autorise l'utilisation d'ondes lumineuses non contrapropageantes et/ou de fréquences différentes (voir par exemple [176]). Le modèle développé au II.1.2 ne peut décrire la diffraction dans un tel cas, qu'en se plaçant dans un référentiel différent de celui du laboratoire. C'est de cette façon qu'est généralement réalisée la diffraction de Bragg avec un condensat de Bose-Einstein en chute libre, démontrée en 1999 [177] jusqu'à l'ordre 6, dans des conditions proches du régime de Bragg rigoureux. La sélectivité du régime de Bragg peut être réglée avec le temps d'interaction (voir la partie II.1.3) : ceci permet, par exemple, de séparer de façon quasi-exclusive des atomes condensés d'un nuage thermique environnant [178]. Dans les longs temps d'interaction, la faiblesse de

l'acceptance peut elle-même être mise à profit, pour mesurer la cohérence des condensats dans l'espace des impulsions [179], [180]. Concernant les ordres supérieurs, l'équipe de S. Chu a mis à profit son approche analytique du quasi-régime de Bragg [172], pour déterminer des profils temporels $q(\tau)$ optimisés, et a diffracté les atomes d'une fontaine atomique à l'ordre 12 pour réaliser un interféromètre à large séparation entre les bras [181].

A.3 Diffraction à l'ordre 2 : évaluation numérique

A.3.1 Présentation

Ce sous-chapitre utilise des calculs numériques pour évaluer la diffraction à l'ordre 2 par un réseau lumineux dont le profil transverse est Gaussien tel que donné en équation (A.3).

Programme de calcul numérique

J'ai choisi de profiter de la possibilité offerte par le programme Matlab (développé par *The MathWorks*) d'effectuer des calculs sur des matrices complexes avec une grande efficacité en terme de précision et de rapidité des calculs. J'ai développé, en utilisant ce logiciel, une fonction dont le code est montré en annexe. Elle utilise une simple méthode de propagation temporelle basée sur l'équation (II.22), qui est aussi celle implémentée par notre équipe (en langage FORTRAN) pour calculer les amplitudes de diffraction et modéliser le signal atomique de l'interféromètre complet [51]. Cette fonction est décrite plus en détail dans l'annexe B. Comme le montre la vérification du programme pour les calculs aux ordres supérieurs (fin de l'annexe B), cette méthode peut être appliquée dans un cas plus général que la diffraction à l'ordre 2 illustré ici.

Critère d'évaluation

L'évaluation numérique qui suit va essayer de clarifier divers phénomènes à l'oeuvre lorsqu'on sort du régime de Bragg en augmentant l'ordre de diffraction. Le but est de pouvoir réaliser de façon courante un interféromètre utilisant la diffraction de Bragg aux ordres supérieurs (voir le chapitre sur les perspectives V). Un critère important sera d'évaluer les pertes, car les mesures présentées au début de cet annexe montrent que celles-ci limitent la qualité des mesures.

A.3.2 Évaluation systématique à l'incidence de Bragg

Comme première étape, je décris une étude systématique lorsque l'atome est à l'incidence de Bragg à l'ordre 2. Elle concerne la probabilité de diffraction dans tous les ordres, en fonction du temps d'interaction τ_{int} et de la force du potentiel q_0 , pour le profil gaussien complet (c'est à dire, non tronqué par l'iris, voir l'équation (II.57)), donné en équation (A.3). La figure A.5 montre les probabilités de diffraction dans l'ordre transmis, diffracté, et dans tous les autres ordres qui constituent les pertes, en fonction de q_0 et pour trois temps

d'interaction choisis. Elle illustre, avec l'augmentation de τ_{int} , la mise en place d'un quasi-régime de Bragg de plus en plus rigoureux en ce qui concerne les pertes et les oscillations de Rabi. Cette figure exhibe quelques caractéristiques intéressantes :

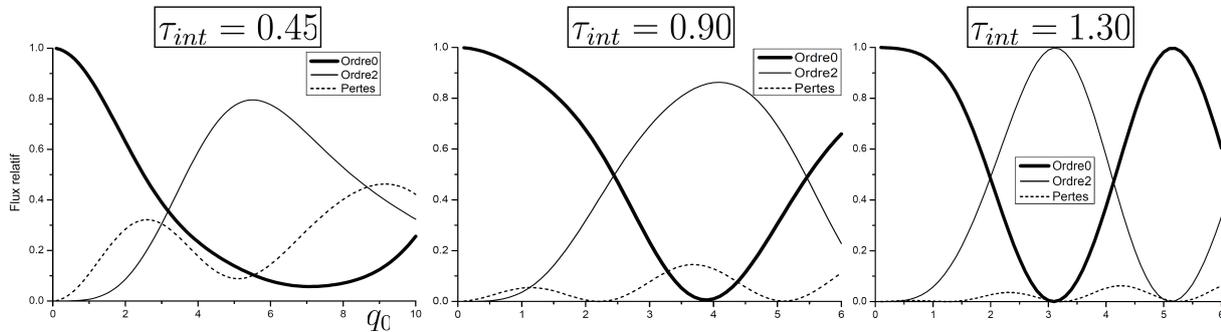


FIGURE A.5 – Probabilités de diffraction dans l'ordre 0 (trait continu, épais) , 2 (trait continu fin) et pertes (tirets) en fonction de q_0 , pour trois temps d'interaction τ_{int} choisis, et pour un atome incident avec les conditions d'incidence de Bragg. Les pertes (diffraction dans tous les autres ordres) sont représentés en tirets.

- Lorsque $\tau_{int} = 0.45$ (à gauche), on ne réalise pas la diffraction de Bragg : les pertes sont importantes. Les probabilités de transition sont non triviales ;
- Lorsque $\tau_{int} = 0.9$, on entre qualitativement dans le quasi-régime de Bragg : les pertes sont diminuées, en ordre de grandeur, à 10 % ; la diffraction dans l'ordre 0 et 2 acquièrent un caractère pseudo oscillant et complémentaire ;
- Pour $\tau_{int} = 1.30$, le quasi-régime de Bragg est bien établi, les oscillations de Rabi sont quasi-complémentaires et leurs amplitudes proches de 1.

Les pertes ont un comportement intéressant : comme attendu, de façon globale elles augmentent avec la force du potentiel et diminuent lorsque le temps d'interaction augmente ; mais surtout, de façon moins prévisible, elles exhibent un caractère oscillant, de période non triviale (les comparer pour les trois temps d'interaction). Une première constatation s'impose quant à leur limitation : le critère de limitation des pertes donné par Müller *et al* dans [172], qu'on a réécrit avec nos notations dans les équations (A.13), n'est valable que lorsque $\gamma_{2,B} = \pi$, c'est à dire au premier maximum de probabilité de diffraction dans l'ordre 2 (réflexion de Bragg). Plus précisément, il est possible que les pertes d'un réseau lumineux diffractant augmentent, alors même qu'on diminue la force de son potentiel, tous ses paramètres restant constants par ailleurs. Par exemple, la figure montre que dans le cas où $\tau_{int} = 1.3$, les pertes obtenues pour $q_0 \simeq 2.3$ sont d'environ 3.6%, alors que le critère donné par les équations (A.13) ne les évalue que pour $q_0 \simeq 3.1$ où elles sont inférieures à 1%. Ce comportement des pertes a pour nous une importance particulière, car plusieurs des réseaux lumineux qu'on utilise, notamment le premier rencontré par l'atome lors de sa propagation, ne sont pas réglés dans la situation où l'angle de Rabi assure la réflexion quasi-totale ($\gamma_{2,B} = \pi$).

A.3.3 Evaluation des oscillations de Rabi

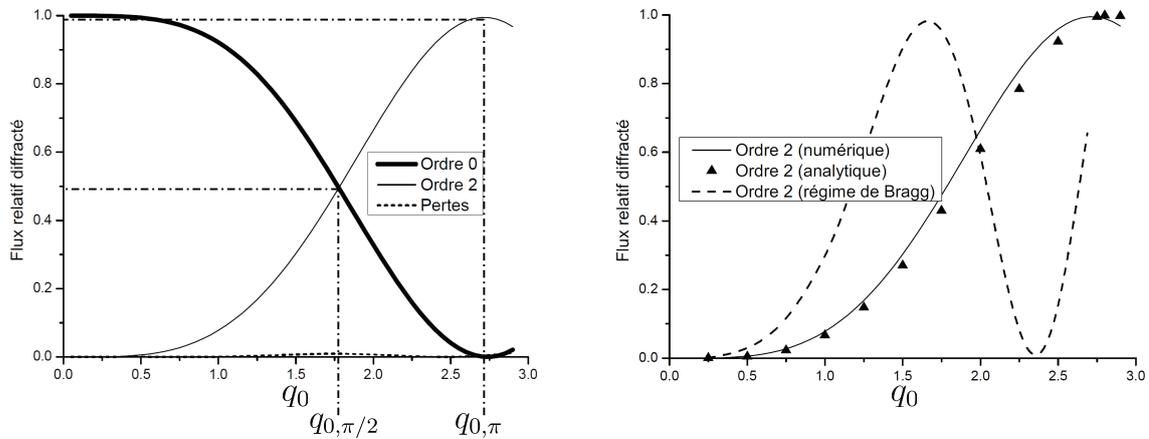


FIGURE A.6 – A gauche : probabilités de diffraction dans l'ordre 2 (trait fin) et dans l'ordre 0 (trait épais), calculées numériquement avec $\tau_{int} = 1.6$, en fonction du potentiel $q_0 \leq q_{0,\pi}$ et pour un atome incident dans les conditions de Bragg. On a identifié (tirets-points) le point $q_{0,\pi/2} \simeq 1.8$ où $P_2 \simeq P_0 \simeq 1/2$, et le point $q_{0,\pi} \simeq 2.7$ où $P_2 \simeq 1$ et $P_0 \simeq 0$.

A droite : comparaison des probabilités de diffraction dans l'ordre 2, calculées numériquement (trait plein), par intégration numérique de la formule (A.12) (triangles) et par intégration numérique de la fréquence de Rabi en régime de Bragg.

Lorsqu'on s'est fixé un temps d'interaction et afin de pouvoir optimiser les réglages de notre interféromètre (voir la partie II.3.5), il convient de connaître l'évolution de la probabilité de diffraction à l'ordre 2 en fonction du potentiel lumineux q_0 . A titre d'exemple j'ai choisi $\tau_{int} = 1.6$ pour les raisons qui seront identifiées dans les paragraphes qui suivent. Outre le calcul numérique, il existe plusieurs moyens de calculer les probabilités de diffraction, dont la précision des résultats dépend du régime. Ceci est illustré par la figure A.6 pour le cas particulier où $\tau_{int} = 1.6$. Ci-dessous, j'en donne quelques commentaires :

- Le calcul numérique (à gauche de la figure A.6) montre que lorsque $\tau_{int} = 1.6$, il est possible de choisir à loisir la probabilité de diffraction dans l'ordre 2, entre 0 et 1 et tout en ayant une probabilité de transmission quasi-complémentaire : $P_0 + P_2 \simeq 1$. Ceci caractérise le quasi-régime de Bragg, et reste vrai dans l'intervalle $0 \leq q_0 \leq q_{0,\pi}$, aux pertes près. On identifie plus spécifiquement deux points importants pour le potentiel q_0 , qui sont utilisés pour les réglages de l'interféromètre : $q_{0,\pi/2} \simeq 1.8$, pour lequel les deux probabilités sont égales et très proches de 0.5, et $q_{0,\pi} \simeq 2.7$, pour lequel on a la réflexion de Bragg quasi-totale ;
- A droite de la figure A.6 on a représenté la probabilité de diffraction calculée par trois moyens différents : par calcul numérique (trait plein), par intégration numérique de la formule (A.12) donnée en A.2.5 (triangles noirs), et par intégration

numérique de la fréquence de Rabi en régime de Bragg qui est $q^2/2$ (en tirets, qu'on peut retrouver par un développement limité de la racine dans l'équation (A.12)). On constate que la dérivation analytique à l'ordre 2, équation (A.12), donne une assez bonne indication de la probabilité de diffraction, légèrement sous-estimée. On peut le comprendre, car le potentiel q dans l'onde stationnaire ne dépasse pas q_0 , qui lui-même vérifie $q_0/12 < 0.25$. Par contre, et comme attendu, l'évaluation dans le régime de Bragg s'avère totalement erronée, et ce dès que q_0 dépasse 0.25.

Un paramètre expérimental qui s'avère contraignant pour réaliser la diffraction à l'ordre 2 est la puissance lumineuse dont nous avons besoin pour la réaliser en gardant un désaccord à la résonance suffisant. Dans notre interféromètre, nous utilisons deux ondes stationnaires pour lequel le potentiel lumineux est fixé à $q_{0,\pi/2}$, et une onde stationnaire réglée à $q_{0,\pi}$, pour la vitesse atomique moyenne issue de la source atomique (voir les sous-chapitres II.2 et II.3 pour plus de détails). La partie haute de la figure A.7 représente les potentiels lumineux $q_{0,\pi}$

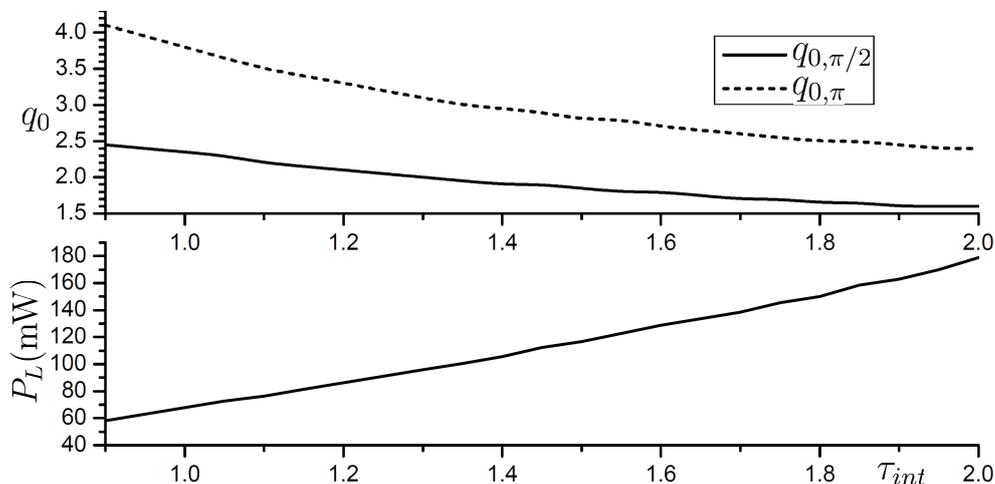


FIGURE A.7 – Partie haute : évolution des potentiels lumineux $q_{0,\pi}$ et $q_{0,\pi/2}$ identifiés dans la figure A.6, en fonction du temps d'interaction τ_{int} .

Partie basse : évolution de la puissance lumineuse totale P_L nécessaire pour réaliser l'interféromètre tel que décrit dans le sous chapitre II.3, lorsque la vitesse atomique moyenne est $v_m = 1060$ m/s et qu'on utilise un désaccord à la résonance de 2GHz.

et $q_{0,\pi/2}$ nécessaires en fonction du temps d'interaction τ_{int} , et sa partie basse représente la puissance lumineuse totale des trois ondes stationnaires que ces réglages nécessitent pour le cas usuel où l'on utilise l'argon comme gaz porteur (vitesse atomique moyenne $v_m = 1060$ m/s) et où l'on impose un désaccord à la résonance de 2 GHz. On constate que :

- La puissance lumineuse nécessaire augmente avec le temps d'interaction, alors que les potentiels $q_{0,\pi}$ et $q_{0,\pi/2}$ diminuent : en effet, w_0 est proportionnel à τ_{int} et la puissance lumineuse est proportionnelle à q_0 et w_0^2 (voir les équations (II.60)). Ainsi, pour réaliser la diffraction à l'ordre 2 en continuant à utiliser des puissances laser raisonnables, il peut être profitable de diminuer la taille du waist, par rapport

- à celle utilisée à l'ordre 1. Cette caractéristique a déjà été identifiée par notre équipe [68] ;
- Les paramètres adimensionnés de la partie haute de la figure ne dépendent pas de la vitesse atomique, mais ce n'est pas le cas de la puissance lumineuse qui est illustrée pour le cas où $v_m = 1060$ m/s. Si τ_{int} est fixé, cette puissance est proportionnelle à v_m^2 , aussi il est plus difficile de réaliser la diffraction aux ordres supérieurs. C'est une importante difficulté expérimentale car la diffraction à l'ordre 2 devient justement nécessaire pour séparer les faisceaux atomiques dans le cas des vitesses élevées ;
 - Dans ces conditions et lorsque $\tau_{int} = 1.6$, la puissance lumineuse des trois ondes stationnaires, est $P_L \simeq 130$ mW. Compte-tenu du montage optique permettant de les réaliser (voir la section II.3.3.2 pour plus de détails), la puissance lumineuse de la source laser doit être nettement supérieure. La valeur $P_L = 130$ mW, peut être considérée comme une valeur basse qu'on doit pouvoir atteindre de façon certaine, et notre dispositif expérimental est à même de vérifier cette contrainte.

Il est maintenant possible d'évaluer le potentiel lumineux qui décrit la diffraction à l'ordre 2 qu'on a réalisée. Compte-tenu des vitesses atomiques choisies lors des mesures, on a identifié les temps d'interactions qu'on imposait pour ces deux vitesses atomiques moyennes dites supérieures : ils sont $\tau_{int} \simeq 0.9$ lorsque $v_m = 3300$ m/s, $\tau_{int} \simeq 1.25$ lorsque $v_m = 2400$ m/s. A l'ordre 2, nous diffractons donc dans le quasi-régime de Bragg, et avec des temps d'interaction proches de la limite basse pour ce régime. La réflexion de Bragg a été identifiée en réalisant un profil en pertes par le deuxième réseau lumineux, ce qui ajuste son potentiel à $q_0 = q_{0,\pi}$. Le potentiel des deux autres réseaux lumineux a été choisi à $q_0 = q_{0,\pi}/\sqrt{2}$, en se basant (de façon erronée) sur les fréquences de Rabi dans le régime de Bragg. Lorsque $v_m = 2400$ m/s, nous avons un réseau lumineux pour lequel $q_0 = q_{0,\pi} \simeq 3.2$, et deux réseaux pour lesquels $q_0 \simeq 2.25$. Lorsque $v_m = 3300$ m/s, ces valeurs deviennent respectivement 3.9 et 2.75.

A.3.4 Influence de l'iris

La partie A.2.4 a montré que le suivi adiabatique a une grande influence sur les pertes lors de la diffraction dans le quasi-régime de Bragg. Le paragraphe qui précède a de ce point de vue négligé l'influence de l'iris qui tronque la Gaussienne au temps adimensionné $\pm\tau_D/2$ (voir la section II.1.4.2 et l'équation (II.57)). Des calculs numériques similaires aux précédents, qu'il est superflu d'illustrer, montrent que pour $\tau_{int} = 1.6$, l'influence de l'iris est négligeable sur les amplitudes de diffraction et les pertes pour $\tau_D \gtrsim 3$; les pertes restent inférieures à 3% pour $\tau_D \gtrsim 2$. A la suite de l'étude A.2.4, on peut supposer que l'influence de l'iris est d'autant moins importante que q_0 est faible et τ_D/τ_{int} est grand.

A.3.5 Acceptance et pertes

L'acceptance a été définie et évaluée dans le cas du régime de Bragg pour un profil rectangulaire par la section II.1.3.4. Afin de calculer l'acceptance à l'ordre 2, on définit comme dans la partie II.1.3 un écart aux conditions d'incidence de Bragg en impulsion

réduite, noté ϵ . L'impulsion réduite de l'atome incident est alors $\kappa_1 = -2 + \epsilon$. Dans la cas du quasi-régime de Bragg, Jansen *et al* ont publié une investigation poussée de ce phénomène de sélectivité de l'onde stationnaire vis-à-vis des conditions d'incidence [175]. Comme pour les probabilités de diffraction, l'acceptance en quasi-régime de Bragg diffère notablement de celle évaluée par le régime de Bragg. Ici, on s'intéresse plus particulièrement aux pertes. A cette fin, la figure A.8 représente, à côté des probabilités de diffraction dans l'ordre 0 et 2, les pertes calculées pour le paramètre choisi $\tau_{int} = 1.6$ et le réglage du potentiel $q_0 = 2.7 \simeq q_{0,\pi}$ en fonction de l'écart en impulsion réduite à l'incidence de Bragg. L'acceptance telle que définie dans la section II.1.3.4, est $\Delta\epsilon(\gamma_{2,B} = \pi) \simeq 0.46$. Mais les

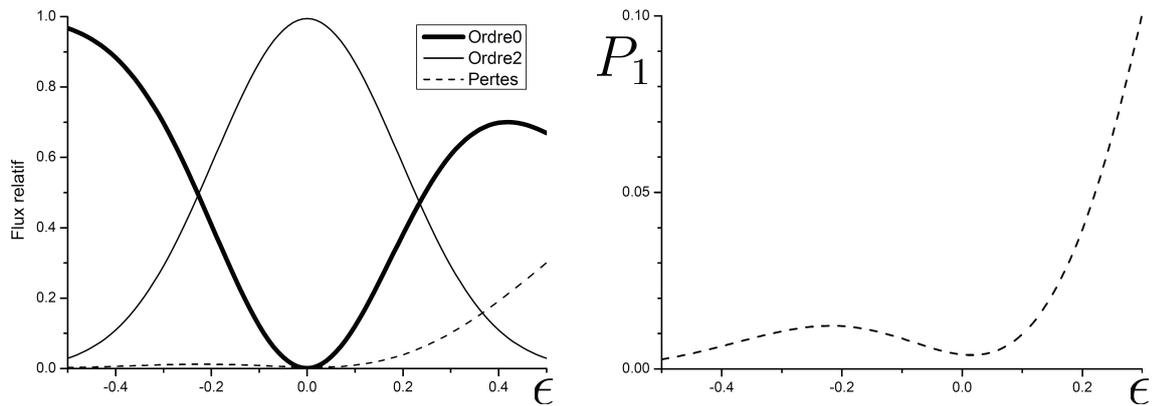


FIGURE A.8 – Probabilités de diffraction lors de la diffraction à l'ordre 2, pour $\tau_{int} = 1.6$ et $q_0 = q_{0,\pi} \simeq 2.7$, en fonction de l'écart à l'incidence de Bragg en impulsion réduite ϵ ;

A gauche : probabilités de diffraction dans l'ordre 0 (transmission), l'ordre 2 (réflexion) et pertes ;

A droite : zoom sur la probabilité de diffraction dans l'ordre 1 qui constitue l'essentiel des pertes.

courbes présentées révèlent une autre caractéristique importante de la diffraction dans le quasi-régime de Bragg : les pertes dépendent de ϵ , d'une façon non triviale et notamment non symétrique par rapport à $\epsilon = 0$. Cela a une influence principalement sur la probabilité de transmission qui n'est plus symétrique : c'est visible sur la partie gauche de la figure (observer les croisements des ordres 0 et 2). Afin d'illustrer cette dépendance des pertes avec ϵ , j'ai choisi de représenter la probabilité de diffraction dans l'ordre 1 plutôt que les pertes totales : en effet, j'ai pu vérifier que cet ordre de diffraction constitue en fait l'essentiel des pertes ; de plus, on peut comprendre de façon qualitative pourquoi les pertes dans cet ordre augmentent plus avec $\epsilon \geq 0$: dans ce cas, l'énergie cinétique transverse de l'onde incidente, $E_{c,x}$ (voir la partie II.1.2) diminue et se rapproche de celle d'un atome diffracté dans l'ordre 1. Ceci augmente la probabilité de perte dans cet ordre. Si au contraire $\epsilon \leq 0$ cette énergie cinétique augmente et ce sont plutôt les pertes dans d'autres ordres (globalement plus faibles car ces ordres sont nettement plus énergétiques) qui sont favorisées.

A.4 Application

Ce sous-chapitre va appliquer les résultats des calculs numériques de la diffraction au cas expérimental spécifique que constitue notre interféromètre. Les pertes sont bien évaluées en fonction des conditions d'incidence, mais à ce stade les conditions d'incidence elles-mêmes sont relativement mal connues. En effet, la section II.3.2.3 a décrit l'influence de la collimation avec un point de vue classique pour la propagation des atomes. Comme elle l'indique, à l'ordre 1 de la diffraction où il n'y a pas de pertes, l'approche classique décrit correctement les faisceaux atomiques dans l'interféromètre du point de vue de ce qu'on détecte, car la fente de détection en réalise une sélection géométrique. Cependant elle évalue mal la distribution des conditions d'incidence pour l'ensemble des atomes qui traversent les ondes stationnaires et cette distribution influence les pertes. Il faut tenir compte de l'influence de la diffraction par les fentes de collimation, et cet effet n'est décrit qu'en tenant compte des propriétés ondulatoires de la source. Ces propriétés font l'objet de la prochaine partie.

A.4.1 Caractéristiques ondulatoires de la source

Longueur de cohérence temporelle

Dans notre interféromètre qui utilise un faisceau atomique stationnaire et ne réalise aucune mesure de temps de vol, la donnée de la distribution de la vitesse atomique par l'équation (II.97) est strictement équivalente, via la relation de De Broglie, à celle de la longueur de cohérence temporelle. Aussi c'est le coefficient S_{\parallel} qu'on utilise pour l'évaluer. Comme indiqué dans la section II.3.2.2, avec une valeur typique couramment obtenue $S_{\parallel} = 8^a$, l'écart quadratique moyen Δv de la distribution de vitesse vérifie $\Delta v/v_m \simeq 9\%$ où v_m est la vitesse moyenne. On considère que la longueur de cohérence temporelle L_T évalue une visibilité relative d'interaction de valeur $1/e$ lorsqu'on impose une différence de marche L_T . Pour $v_m = 1060$ m/s, celle-ci est alors $L_T \simeq 0.61$ nm. Par comparaison avec les sources optiques, la cohérence temporelle de la source atomique la place entre le corps noir et la lampe spectrale.

Dispersion angulaire

Ce paragraphe a pour but de décrire la divergence du faisceau atomique collimaté en tenant compte du caractère ondulatoire de la propagation des atomes, c'est à dire en évaluant la diffraction par les fentes de collimation. On s'intéresse une classe de vitesse particulière v , puisque la densité de probabilité $P(v)$ a été caractérisée. On note $k_{DB} = mv/\hbar = 2\pi/\lambda_{DB}$ les vecteurs et longueurs d'onde atomiques de De Broglie. On définit le spectre angulaire d'une fonction d'onde atomique $\Psi(z, x)$ associée à la propagation d'un atome dans le plan

a. Il convient de se rappeler que S_{\parallel} évalue la distribution de vitesse des atomes qui interfèrent. Elle est influencée par la diffraction de Bragg qui est sélective vis-à-vis de la vitesse. À l'ordre 1 la diffraction de Bragg est peu sélective et S_{\parallel} est peu différente de la valeur qu'on évaluerait pour le faisceau atomique issu de la source. Ceci n'est plus forcément vérifié pour la diffraction aux ordres supérieurs dont on attend une sélectivité augmentée, donc des rapports S_{\parallel} supérieurs.

$(\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_x)$:

$$U(\theta; z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(z, x) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda_{DB}} \theta x} dx \quad (\text{A.14})$$

En optique atomique, la propagation du spectre angulaire est particulièrement simple,

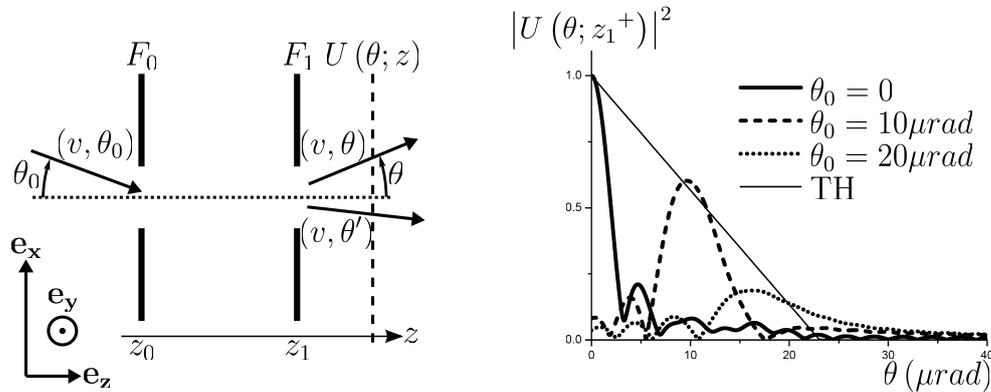


FIGURE A.9 – Propagation du spectre angulaire de la fonction d'onde atomique.

A gauche : principe de la propagation du spectre angulaire à travers les fentes de collimation, pour une classe de vitesse v , et une condition d'incidence θ_0 particulière.

A droite : spectre angulaire d'intensité propagé pour trois conditions d'incidence particulières. La vitesse atomique est $v = v_m = 1060$ m/s, et les conditions de collimation sont les mêmes que celles de la figure II.16. Le spectre angulaire de type « Top Hat » (TH), obtenu avec le point de vue classique, est aussi représenté. Son intersection avec l'axe des abscisses, est donnée par l'angle de divergence maximale géométrique : $\theta = \vartheta_{max}/2$. Une normalisation arbitraire a été choisie pour comparer les deux profils de transmission, en fixant $|U(0; z_1)| = 1$ lorsque $\theta_0 = 0$.

puisque elle n'est associée qu'à un déphasage de ses composantes ; quant à l'influence d'une fente de collimation, elle est exprimée par une convolution. Nos conditions de collimation nous placent dans les conditions de Fresnel (le livre [182] donne une description détaillée de ces considérations mathématiques). On se réfère maintenant au schéma de la figure A.9. On considère un atome vitesse v incident avec un angle θ_0 sur la fente de collimation F_0 . A cet atome est associée une onde plane dont le spectre angulaire est : $U(\theta; z_0^-) = \delta(\theta - \theta_0)$. Le spectre angulaire en intensité est $|U(\theta; z)|^2$. Le point de vue classique de la section II.3.2.3 évalue la transmission d'intensité atomique à travers les deux fentes de collimation par un profil de spectre angulaire en intensité de type trapézoïdal, noté TH pour « Top Hat ». La figure A.9 représente ce profil (qui est, dans ce cas particulier de fentes de même largeur, un profil de type triangulaire), ainsi que le spectre angulaire en intensité propagé, pour la classe de vitesse $v = v_m = 1060$ m/s et trois valeurs de θ_0 , avec la même collimation que celle décrite dans la figure II.16.

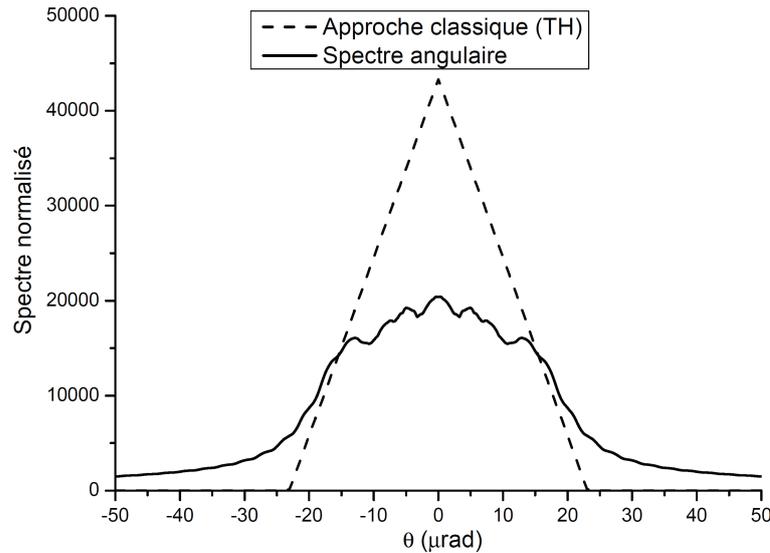


FIGURE A.10 – Spectres angulaires en intensité normés, pour l’approche classique (profil TH, tirets) et pour la propagation du spectre angulaire présentée (traits plein). La vitesse atomique est $v = v_m = 1060$ m/s et les fentes F_0 et F_1 ont une largeur de $18 \mu\text{m}$.

Le spectre angulaire en intensité $|U(\theta; z)|^2$ d’un faisceau atomique d’atomes ayant la vitesse v évalué, dans un plan d’abscisse z , le flux relatif d’atomes qui ont l’incidence θ à $d\theta$ près. On évalue le spectre angulaire total en intensité pour la classe de vitesse $v = v_m$ en sommant les contributions incohérentes de toutes les conditions d’incidence possibles au niveau de la fente F_0 . En effet, le jet supersonique avant la collimation a, du point de vue du spectre angulaire, une cohérence nulle : cet aspect est illustré par les échelles de la figure II.16. L’écorceur placé à environ 0.8 m en amont de la collimation a une largeur d’environ 1 mm qui lui donne un caractère infiniment « large » (des centaines de μrad). La figure A.10 représente les spectres angulaires en intensité $|U(\theta; z_1^+)|^2$ transmis par les fentes de collimation, d’une part selon l’approche ondulatoire pour la vitesse $v_m = 1060$ m/s, et d’autre part selon l’approche classique (profil TH). Les conditions de collimation considérées sont toujours les conditions standards (à l’ordre 1) données dans la section II.3.2.3. Le spectre angulaire propagé par l’approche ondulatoire a été obtenu par des calculs numériques, et les deux spectre sont normés : $\int |U(\theta)|^2 d\theta = 1$. Les pics exhibés par le spectre angulaire ondulatoire propagé proviennent du fait qu’on a évalué ce spectre pour une seule vitesse, donc une source atomique monochromatique. Avec notre source qui n’est pas monochromatique ils ne peuvent pas être observés. Cependant l’élargissement de la divergence que la diffraction provoque sur une onde atomique est en $1/v$ et de ce point de vue la dispersion de la vitesse est relativement petite : la distribution vérifie $\Delta v/v_m$ inférieure à 10% (on rappelle que Δv est l’écart quadratique moyen). Ceci assure que l’enveloppe globale du spectre angulaire aura une allure proche pour une vitesse $v \neq v_m$ mais dont la densité de probabilité n’est pas négligeable. Comme attendu, le spectre

angulaire propagé d'un point de vue ondulatoire a un étalement plus fort du fait de la diffraction.

A.4.2 Évaluation de la transmission à l'ordre 1

Nous n'avons réalisé aucune mesure directe qui permet de vérifier que le spectre angulaire en intensité de notre faisceau atomique est bien décrit par l'approche qui précède^b. En guise de consolation on peut tenter de vérifier que le spectre angulaire calculé permet d'évaluer certaines grandeurs que nous mesurons. C'est possible avec la transmission de l'interféromètre dont la mesure a été décrite dans la section II.4.2.3. Cette mesure consiste à comparer le flux atomique direct et le flux minimum obtenu lors d'un profil de diffraction en perte avec le réseau G2. Par conséquent on va utiliser le spectre angulaire dont l'intensité est représentée sur la figure A.10 pour évaluer ces deux grandeurs.

Flux atomique direct

On rappelle que le faisceau atomique dit direct est celui qui se propage directement depuis la source et passe à travers la fente de détection lorsque les réseaux lumineux n'influencent pas sa propagation. On le détecte en plaçant la fente de détection au centre de ce faisceau, c'est à dire en maximisant le flux détecté. En propageant le spectre angulaire jusqu'à la fente de détection F_D , où on évalue sa transmission, il est possible de calculer ce flux atomique. Pour éviter les calculs numériques qui fournissent des résultats rigoureux mais sont assez lourds, je choisis d'évaluer ce flux atomique par une approche semi-classique. Je considère le spectre en intensité issu de la collimation, propagé de façon ondulatoire et représenté sur la figure A.10, et je stipule que la fente de détection sélectionne de façon classique les atomes dont l'angle θ est inférieur à l'angle de divergence classique maximal donné par la fente de détection depuis la fente de collimation F_1 . Ceci s'écrit : $|\theta| \leq \theta_{max,D} = (e_1 + e_D) / 2 (z_D - z_1)$. Le flux direct que je nomme I_d , s'exprime alors en fonction du flux total \mathcal{F} qui a traversé la collimation, par :

$$I_d = \mathcal{F} \int_{-\theta_{max,D}}^{+\theta_{max,D}} |U(\theta; z_1^+)|^2 d\theta \quad (\text{A.15})$$

Dans le cas particulier de collimation illustré par la figure II.16, pour la vitesse atomique $v = v_m = 1060$ m/s et lorsque la fente de collimation est ouverte à la largeur $e_D = 50 \mu\text{m}$ (soit $\theta_{max,D} \simeq 19 \mu\text{rad}$), ceci fournit : $I_d \simeq 0.63\mathcal{F}$.

Transmission de l'interféromètre

La transmission de l'interféromètre a été définie dans la section II.2.2.3 (équation (II.81)), pour une condition d'incidence particulière décrite de façon équivalente par la vitesse \mathbf{v}_0 ou le vecteur d'onde $\mathbf{k}_0 = m\mathbf{v}_0/\hbar$. Elle correspond à la probabilité de diffraction par le réseau G2 lorsque l'interféromètre est réglé. On dispose maintenant du spectre angulaire en intensité du faisceau atomique direct, et de la probabilité de diffraction calculée par une

^b. En enregistrant des profils d'intensité transmise et diffractée pour différents angles d'incidence d'un faisceau atomique sur un réseau lumineux, il devrait être possible de mesurer une forme de convolution entre le spectre angulaire du faisceau et les amplitudes de diffraction par le réseau.

approche numérique (voir la section A.3). Ces deux données rendent possible de calculer la transmission attendue de l'interféromètre. A ce titre, la figure A.11 les représente, toujours pour le même cas d'utilisation typique de l'interféromètre réalisé à l'ordre 1 de la diffraction (voir les paramètres détaillés pour le calcul de la probabilité de diffraction). Parmi les atomes du faisceau direct, le flux qui a été diffracté à l'ordre 1, est noté I_1 :

$$I_1 = \int_{-\theta_{max,D}}^{\theta_{max,D}} |U(\theta; z_{M1})|^2 P_1(\theta) d\theta \quad (\text{A.16})$$

On remarque que cette approche n'évalue la transmission, qu'à la vitesse $v = v_m$, qui est la classe de vitesse considérée pour propager le spectre angulaire, et pour calculer de façon numérique les probabilités de diffraction. De plus, elle suppose que l'interféromètre a été aligné, c'est à dire que $\theta = 0$ correspond à un atome incident avec l'incidence de Bragg sur le réseau lumineux. Le calcul présenté permet d'évaluer la transmission globale

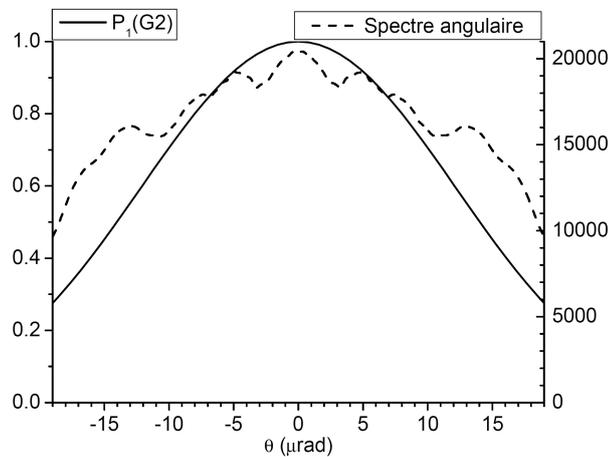


FIGURE A.11 – Représentation des données servant à calculer la transmission de l'interféromètre. Axe de gauche, trait plein : probabilité de diffraction dans l'ordre 1 par le réseau G2, en fonction de l'écart à l'incidence de Bragg θ . Les calculs numériques utilisent les paramètres $\tau_{int} = 2.81$ et $q_0 = 0.56$: ils correspondent aux paramètres du réseau G2 dont le waist a environ 6 mm de large, aligné et réglé pour assurer la réflexion de Bragg d'un atome à la vitesse $v_m = 1060$ m/s. Axe de droite, tirets : spectre angulaire du faisceau direct évalué par l'approche semi-classique : c'est la restriction du spectre angulaire total présenté sur la figure A.10, pour $-\theta_{max,D} \leq \theta \leq \theta_{max,D}$, où $\theta_{max,D} \simeq 19 \mu\text{rad}$ est l'angle de divergence maximal sélectionné par la fente de détection ouverte à $e_D = 50 \mu\text{m}$.

de l'interféromètre pour le cas particulier présenté :

$$\mathcal{T} = I_1/I_d \simeq 73\% \quad (\text{A.17})$$

Ce résultat est extrêmement proche de la valeur mesurée dans ces conditions de collimation qui est 74% (section II.4.2.3). Il est probable que cet accord soit fortuit compte-tenu des

approximations utilisées pour le calcul (notamment l'approche semi-classique pour le flux qui traverse la fente de détection). L'approche développée semble tout de même pertinente et on va maintenant utiliser le spectre angulaire pour évaluer les pertes lorsqu'on diffracte à l'ordre 2.

A.4.3 Evaluation des pertes sur le premier réseau

Grâce aux calculs numériques, on connaît la dépendance des pertes à l'écart à l'incidence de Bragg ϵ . Cette partie évalue les pertes du premier réseau (réseau G1) de l'interféromètre à l'ordre 2 qui est réglé au potentiel lumineux $q_0 = q_{0,\pi/2}$ (voir la partie A.3.3). En effet, ces pertes déterminent le flux maximal détectable dans un interféromètre parasite qui doit nécessairement avoir une configuration de Mach-Zehnder à réseaux (voir la partie A.5.1). Pour simplifier, je suppose que la source est monochromatique à la vitesse moyenne : $v_0 = v_m$. Le problème est simplifié car ϵ ne dépend plus que de l'incidence atomique sur l'onde stationnaire, θ_0 , comme l'illustre la section II.1.3.4. La figure A.12 illustre sur le même graphique (deux axes d'échelles différentes pour l'ordonnée) :

- Le spectre angulaire en intensité au niveau du premier réseau, $|U(\theta; z_{M1})|^2$, calculé pour le cas usuel où $v_0 = v_m = 1060$ m/s, et où le faisceau atomique incident a été collimaté par deux fentes de largeur $18 \mu\text{m}$, séparés de $L_{01} = 0.78$ m. θ est l'écart à l'incidence de Bragg ; le lien avec les considérations de la section II.1.3.4, est que $\theta = 0$ lorsque l'incidence de l'atome sur l'onde stationnaire est l'incidence de Bragg à l'ordre 2, $\theta_0 = -\theta_{B,2}$;
- Les pertes, que je note $L(\theta)$, représentées en fonction de l'écart à l'incidence de Bragg θ , pour le premier réseau dont les paramètres sont $\tau_{int} = 1.6$ et $q_0 = q_{0,\pi/2}$.

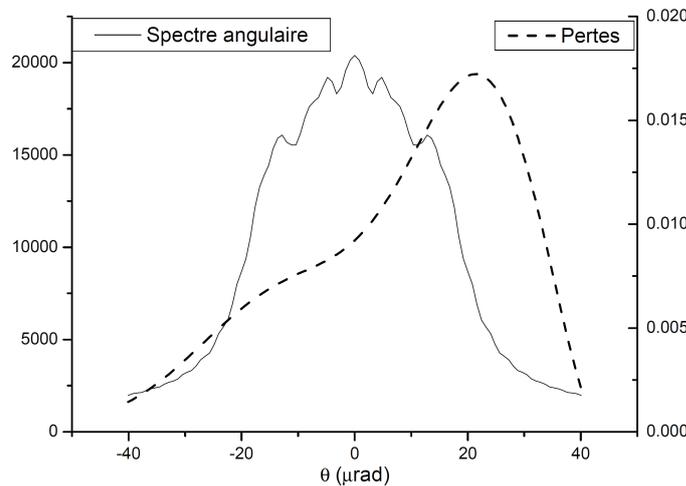


FIGURE A.12 – Spectre angulaire en intensité normé (trait plein, axe de gauche) pour la vitesse atomique $v = v_m = 1060$ m/s, et pertes sur le premier réseau pour lequel $\tau_{int} = 1.6$ et $q_0 = q_{0,\pi/2}$ (tirets, axe de droite), en fonction de l'écart angulaire à l'incidence de Bragg $\theta = \theta_0 - \theta_{B,2}$.

On remarque qu'on a veillé à normer le spectre ($\int |U(\theta; z_{M1})|^2 d\theta = 1$), et que sa symétrie vis-à-vis de θ suppose qu'on a réglé l'alignement de l'onde stationnaire pour la vitesse atomique moyenne v_m issue de la source : plus de détails sur la nature de ce réglage sont donnés dans la section II.2.2.4 et, pour sa réalisation expérimentale, dans la section II.3.5.2. Avec les hypothèses précitées, et la donnée des deux fonctions représentées, l'évaluation du flux atomique relatif diffracté dans les faisceaux parasites est immédiate :

$$L = \int_{-\infty}^{+\infty} L(\theta) |U(\theta_0; z_{M1})|^2 d\theta \simeq 0.80\% \quad (\text{A.18})$$

La figure donne aussi une idée de l'effet de la distribution de norme de vitesse issue de la source. Si la vitesse atomique v_0 est différente de v_m mais en reste proche, son spectre angulaire est peu modifié (les pics de probabilité, qui correspondent à des phénomènes de diffraction, seront déplacés mais l'enveloppe globale reste similaire), tandis que la courbe des pertes subira une translation car l'angle $\theta = 0$ ne sera plus l'angle de Bragg pour la vitesse v_0 . Comme la distribution de vitesse est quasiment symétrique par rapport à $v = v_m$, on comprend que l'intégration globale des pertes sur la distribution statistique de norme des vitesses donnera un résultat probablement supérieur mais proche de celui de l'équation A.18.

Si on connaît le flux du faisceau atomique au sortir de la collimation, on dispose d'une majoration du flux total des interféromètres parasites qui peuvent exister. Pour les cas expérimentaux de diffraction avec les vitesses supérieures, nous utilisons des fentes de 12 μm car aucune fente de collimation de largeur inférieure n'était accessible. En appliquant le calcul du spectre angulaire et des amplitudes de diffraction (avec les paramètres des réseaux lumineux identifiés dans la partie A.3.3), on obtient les flux relatifs $L \simeq 9\%$ lorsque $v_m = 3300$ m/s, et $L \simeq 6\%$ lorsque $v_m = 2400$ m/s. On remarque que L n'est pas le rapport du flux parasite à I_0 , où I_0 est le flux atomique moyen des interférences observées : en effet, une part non négligeable du flux atomique I issu de la source ne traverse pas la fente de détection. Ce rapport peut être supérieur à L , et l'évaluation simplifiée qui précède n'en fournit qu'un ordre de grandeur. Sa comparaison avec la valeur de 10% identifiée expérimentalement, est, dans ce cadre, assez cohérente.

A.4.4 Interprétation des mesures utilisant l'ordre 2

On a maintenant une vision plus claire sur les causes des franges d'interférences parasites observées lors de mesures expérimentales à l'ordre 2 de la diffraction :

- Au vu des faibles temps d'interaction identifiés, le suivi adiabatique était dégradé et la figure A.5 montre que le quasi-régime de Bragg était encore mal établi, surtout pour le cas où $v_m = 3300$ m/s ;
- Une collimation insuffisante a fortement augmenté les pertes, donc le flux des interféromètres parasites ; pour le cas particulier de l'hélium, la partie A.5.2 va montrer qu'en plus, ce flux a une forte probabilité d'être détecté ;
- Le mauvais réglage du premier réseau, pour lequel le potentiel lumineux ne vérifiait pas $q_0 = q_{0,\pi/2}$ (voir la partie A.3.3) n'est pas un élément déterminant qui a augmenté les pertes en soi, mais cela a fortement diminué le flux de l'interféromètre à

l'ordre 2. Le flux relatif détecté, issu des interféromètres parasites, était donc plus fort ce qui a encore plus augmenté la pollution des phases mesurées.

On remarque que parmi ces trois causes, seules les deux dernières peuvent être dorénavant corrigées avec le dispositif expérimental dont nous disposons actuellement, pour lequel il est difficile d'augmenter le temps d'interaction avec les puissances lumineuses dont on dispose. Pour augmenter le temps d'interaction, il est plus facilement réalisable de ralentir les atomes, et c'est une des raisons qui poussent actuellement notre équipe à concevoir un interféromètre utilisant un faisceau atomique ralenti (voir le chapitre sur les perspectives, V). Réaliser un interféromètre à l'ordre 2 de la diffraction avec les atomes les plus rapides reste une tâche difficile.

A.5 Réalisation d'un interféromètre aux ordres supérieurs

A l'aide des développements qui précèdent, ce sous-chapitre va maintenant décrire comment il devrait être possible de réaliser un interféromètre atomique à l'ordre 2 pour lequel le flux éventuellement détecté qui est issu des interféromètres parasites (et l'approche est aisément prolongeables aux ordres supérieur) peut être maintenu à un niveau arbitrairement bas. A ce titre il constitue une manière de généraliser la section II.3.5.1 aux ordres supérieurs. Concernant le choix des paramètres de collimation et des ondes stationnaires, la nécessaire limitation des pertes impose des contraintes nettement plus fortes que pour la diffraction à l'ordre 1.

A.5.1 Géométrie des interféromètres parasites

La figure A.13 représente de façon schématique quelques-uns des faisceaux parasites qu'on peut observer si on réalise l'interféromètre en utilisant la diffraction à l'ordre 2, sans prendre de précaution particulière vis-à-vis des pertes. Seuls les centres des faisceaux sont représentés, et les faisceaux de l'interféromètre à l'ordre 2 qu'on cherche à réaliser sont représentés en traits continus épais. Afin de simplifier la visualisation, au niveau du réseau G1, seuls les faisceaux correspondant aux ordres de diffraction 0, -2 , et -1 qui constitue le faisceau parasite issu de G2, ont été représentés. Il peut exister d'autres faisceaux diffractés, par exemple, dans les ordres $+1$ ou -3 , mais cela complique inutilement le schéma de principe ; de plus l'évaluation numérique de l'acceptance (partie A.3.5) a montré que la quasi-totalité des pertes étaient constituées par la diffraction dans l'ordre parasite représenté. Parmi toutes les recombinaisons possibles au niveau de G3 pour des chemins atomiques séparés par G1, ceux pour lesquels la différence de marche est nulle sont représentés en trait continus fins. Toutes les autres combinaisons de chemins ont des différences de marche qui sont au moins de l'ordre de $10 L_T$ (longueur de cohérence temporelle), donc qui sont trop grandes pour observer des interférences après leur recombinaison. Ces faisceaux parasites qui ne peuvent pas donner lieu à des interférences atomiques sont alors représentés en pointillés épais. On remarque que les faisceaux parasites issus de la diffraction dans l'ordre 0 par le réseau G2 existent quel que soit l'ordre de diffraction car avec une dispersion non-nulle de la vitesse

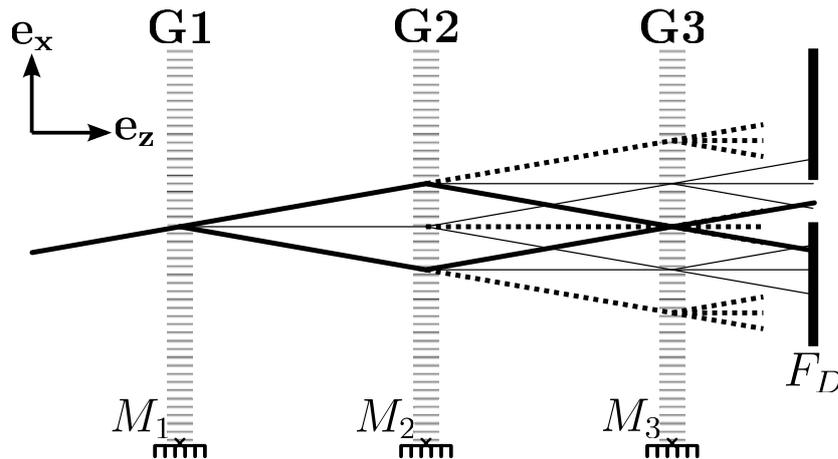


FIGURE A.13 – Exemples de faisceaux parasites obtenus lorsqu'on réalise un interféromètre en utilisant la diffraction à l'ordre 2. Le faisceau incident et l'interféromètre qu'on veut réaliser, sont représentés en trait continu épais. Les faisceaux parasites sont représentés en traits pointillés épais sauf lorsqu'ils forment des interféromètres parasites, et ils sont alors représentés en traits continus fins. On a indiqué schématiquement la position de la fente de détection pour détecter la sortie S.

atomique, la transmission de l'interféromètre ne peut pas être totale. Cette caractéristique est déjà indiquée dans la figure II.16 pour la diffraction à l'ordre 1. La figure A.13 illustre aussi l'influence que la position et la largeur de la fente de détection ont sur les franges d'interférences parasites détectées. Dans cet exemple particulier, deux sorties d'un interféromètre parasite issu de la diffraction dans l'ordre -1 par le réseau G1 et ± 1 par le réseau G2 sont détectées. Les centres des faisceaux de sortie de ces interféromètres parasites sont généralement séparés dans l'espace des faisceaux de sortie de l'interféromètre à l'ordre 2. Ainsi, suivant la vitesse atomique qu'on a choisie, il est possible de quelque peu s'affranchir de la détection des interféromètres parasites en choisissant convenablement la position et l'ouverture de la fente de collimation. Ceci n'est vrai qu'à l'élargissement des faisceaux près et la manipulation est peu fiable car difficile à déterminer par simple observation visuelle du système de franges d'interférences détecté. De plus lorsqu'on utilise l'hélium, à cause de la faible valeur de l'angle de Bragg, certaines sorties parasites se recouvrent quasi-exactement au niveau de la fente de détection avec les sorties de l'interféromètre à l'ordre 2.

A.5.2 Choix des paramètres de collimation et des ondes stationnaires

Ce qui précède n'a évalué que le flux associé aux interféromètres parasites. La description de leur influence sur les mesures est plus compliquée car celle-ci dépend fortement des caractéristiques des fentes de collimation et des interféromètres parasites (comme leur déséquilibre), et je n'ai pas investigué cet effet. Comme les pertes sont influencées à la fois

par les caractéristiques des réseaux lumineux (τ_{int} et q_0) et par celles de la collimation (dispersion angulaire), et que c'est aussi le cas des performances de l'interféromètre, il semble difficile de trouver un jeu unique de paramètres qui optimise la précision des mesures en tenant compte des contraintes expérimentales. Cependant les petites études présentées permettent de dégager quelques pistes.

Paramètres des réseaux lumineux

Pour choisir les caractéristiques des ondes stationnaires, la puissance lumineuse de la source laser est une contrainte forte et la taille des optiques limite le temps d'interaction. Un apport utile de l'approche numérique est qu'une fois τ_{int} choisi, on a une bonne évaluation des valeurs $q_{0,\pi}$ et $q_{0,\pi/2}$ (voir la partie A.3.3) qui optimisent le réglage des puissances lumineuses. En effet la donnée de ces potentiels particuliers permet de déterminer la distribution de la puissance lumineuse totale issue de la source, notée P_L , entre les trois réseaux (indice explicite) :

$$\begin{cases} P_3 = P_1 \\ P_2 = \frac{q_{0,\pi}}{q_{0,\pi/2}} P_1 \\ P_1 + P_2 + P_3 = P_L \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

La donnée de cette distribution n'est pas connue *a priori* et on a vu que sa mauvaise détermination est un facteur potentiel de dégradation des mesures.

Paramètres de la collimation

Indépendamment du recouvrement des faisceaux de sorties, les effets de la collimation sur les performances de l'interféromètre sont contradictoires pour un interféromètre qui utilise les ordres supérieurs. Une diminution de la largeur des fentes diminue le flux, mais diminue aussi la dispersion angulaire tant que le point de vue classique de la propagation atomique reproduit bien le spectre angulaire du faisceau. On s'attend à ce que cet effet se produise pour les collimations les moins fortes (fentes larges). Lorsque la largeur des fentes diminue encore, la dispersion angulaire sera augmentée par la diffraction et il semble que ce domaine soit à éviter pour optimiser la collimation. La différence entre le spectre angulaire propagé de façon ondulatoire et le spectre angulaire classique dépend du nombre de Fresnel évalué pour les deux fentes de collimation [182] :

$$N_F = \frac{e_0 e_1}{\lambda_{DB} L_{01}} \quad (\text{A.20})$$

Lorsque $N_F \gg 1$, le spectre angulaire classique suffit à évaluer les caractéristiques de la source et lorsque $N_F \sim 1$, les effets de la propagation ondulatoire dominent (le cas où $N_F \ll 1$ constitue l'optique en champ proche qui sort de notre cadre expérimental). Le spectre angulaire présenté sur la figure A.10, est caractérisé par un nombre de Fresnel $N_F \simeq 7.7$.

Il a été difficile de trouver une unique grandeur pertinente pour décrire la dispersion angulaire du spectre. Lorsque N_F diminue, la forme du spectre est non triviale (même si on va au-delà d'une source monochromatique), et cela rend l'évaluation d'une largeur à mi-hauteur peu représentative. On propose d'évaluer l'écart quadratique moyen de l'angle

d'incidence atomique :

$$\Delta\theta = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} |U(\theta)|^2 \theta^2 d\theta} \quad (\text{A.21})$$

Cette évaluation est pessimiste puisque elle donne un poids important aux ailes lointaines du spectre (voir par exemple la figure A.10). L'évaluation numérique de ces ailes n'a pas été représentée au-delà d'un angle de $50 \mu\text{rad}$ parce que les calculs de convolutions deviennent moins précis aux hautes fréquences angulaires. Cependant le calcul numérique de $\Delta\theta$ exhibe une convergence de l'intégrale suffisamment rapide pour être considéré comme fiable. La partie gauche de la figure A.14 représente l'évaluation numérique de $\Delta\theta$ pour

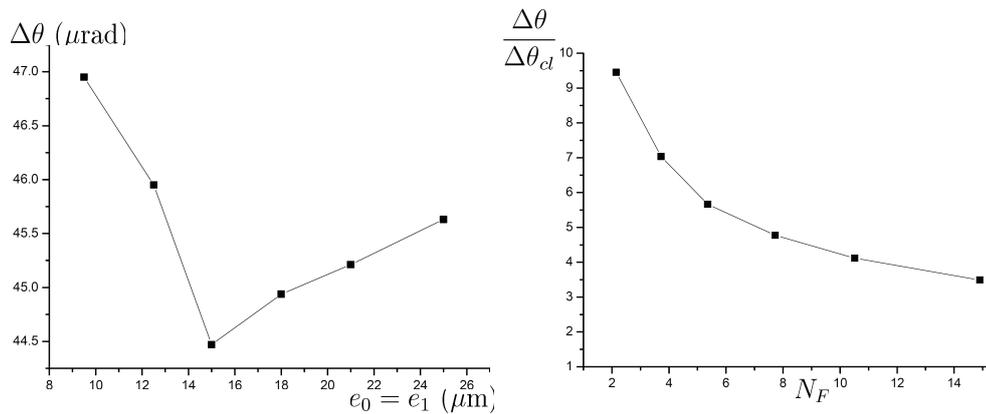


FIGURE A.14 – Résultats de calculs de l'écart angulaire type $\Delta\theta$ (équation (A.21)).

A gauche : résultats de calcul numérique de $\Delta\theta$ par propagation du spectre angulaire, pour 6 largeurs de collimations $e_0 = e_1$, pour une vitesse atomique $v_m = 1060$ m/s ;

A droite : rapport $\Delta\theta/\Delta\theta_{cl}$, où $\Delta\theta_{cl}$ est évalué avec le spectre angulaire classique (profil TH), en fonction du nombre de Fresnel N_F . Les 6 points de calcul balayent grossièrement la gamme $2 \leq N_F \leq 15$.

le faisceau atomique issue de la collimation, par propagation du spectre angulaire pour la vitesse atomique $v = v_m = 1060$ m/s. Je n'ai pas pris le temps d'automatiser les calculs pour de nombreux points de calcul, et seulement 6 points (carrés) balayent grossièrement la gamme des collimations accessibles dans notre dispositif expérimental. On observe que l'effet attendu pour la dispersion (diminution puis augmentation lorsqu'on diminue la largeur des fentes) est effectivement reproduit. Un optimum (minimum de dispersion) existe et semble se situer vers des largeurs de fentes de $15 \mu\text{m}$, mais cet optimum doit être considéré avec précaution pour deux raisons principales :

- Il dépend du choix de $\Delta\theta$ (équation (A.21)) pour évaluer la dispersion angulaire ;
- Il ne considère que des collimations qui utilisent des fentes de largeur égales. Nous n'avons pas évalué le cas de largeurs différentes.

Il semble intéressant d'évaluer le rapport $\Delta\theta/\Delta\theta_{cl}$, où $\Delta\theta_{cl}$ est évaluée pour le spectre classique, car ce nombre ne dépend que de N_F . Ce rapport est représenté dans la partie

droite de la figure A.14. Il est évalué pour les mêmes points de calcul que la partie gauche, et on balaye une gamme pour le nombre de Fresnel que nous pouvons choisir en adaptant la collimation à la vitesse atomique moyenne imposée. Le caractère pessimiste de l'évaluation de la dispersion par $\Delta\theta$ est illustré par le fait que ce rapport est supérieur à 3 dans toute la gamme de nombre de Fresnel représenté, et ce rapport semble converger lentement avec N_F vers une valeur qu'on suppose être 1 (non vérifié). Le minimum pour $\Delta\theta$ (partie gauche de la figure) correspond à un nombre de Fresnel proche de $N_F \simeq 5.5$.

A.6 Conclusion

Cette annexe a proposé un ensemble de petites études complémentaires utilisant des calculs numériques qui permettent de décrire certains phénomènes physiques observables lorsqu'on réalise un interféromètre atomique qui utilise, dans nos conditions expérimentales spécifiques de vitesses atomiques, les ordres supérieurs de la diffraction. Dans le but de limiter la pollution des mesures par les interféromètres parasites, elle a montré qu'on peut évaluer une valeur maximale du flux atomique associé à ces interféromètres. On ne dispose pas, à notre connaissance, de méthode fiable pour trouver un optimum qui optimise les performances de l'interféromètre en tenant compte des interféromètres parasites, mais cette annexe a indiqué les principaux phénomènes qui importent. De plus, les calculs numériques utilisés sont simples, relativement rapides avec les puissances de calcul dont on dispose et facilement automatisables. Il semble donc possible d'évaluer de façon systématique les paramètres expérimentaux accessibles avec notre dispositif, et par là de trouver un optimum de manière empirique. Je n'ai pas réalisé cette étude systématique, parce que je n'ai pas eu le temps de vérifier de manière expérimentale nombre de résultats proposés. Les calculs systématiques montrent par un exemple spécifique (pour $\tau_{int} = 1.6$) qu'il semble possible de réaliser un interféromètre à l'ordre 2 de la diffraction en utilisant l'argon comme gaz porteur et les conditions usuelles de collimation, tel que les interféromètres parasites éventuellement formés, ont un flux qui ne dépasse pas 1% du flux atomique issu de la source. Pour cela, tous les paramètres des réseaux lumineux, notamment leur réglage, ont été spécifiés. Les puissances laser et les paramètres des réseaux lumineux proposés sont raisonnables, et tout à fait atteignables avec notre dispositif expérimental. Il convient cependant de garder en tête que les pertes identifiées proviennent de calculs numériques : les pertes expérimentales seront bien entendues supérieures. Notamment, le suivi adiabatique des états de Bloch peut être perturbé si la qualité du front d'onde est dégradée. La diffraction de Bragg dans les ordres supérieurs, qu'on veut réaliser dans l'interféromètre de prochaine génération (voir le chapitre V) nécessite, outre une évaluation la plus précise possible des pertes qui est réalisable avec la méthode proposée un grand soin dans la réalisation expérimentale de la source et des ondes stationnaires.

Annexe B

CALCUL NUMÉRIQUE DES AMPLITUDES DE DIFFRACTION

Cette annexe détaille la fonction, développée sous Matlab, utilisée pour calculer les amplitudes de l'état incident. Le code de cette fonction tient en une page et est détaillé sur la figure B.2.

Principe du programme

Le programme est basé sur une boucle qui évalue le temps τ par incréments de $\Delta\tau$ entre un début et une fin qui sont des paramètres d'entrée. A chaque itération, le programme effectue les opérations suivantes :

- Calcul de $q(\tau)$ selon l'équation (A.3) et du hamiltonien $\mathcal{H}(\tau)$ (équation (II.25)) dans une base restreinte d'ondes planes, pour laquelle on a choisi une taille suffisante pour assurer la convergence du calcul ;
- Propagation de la fonction d'onde depuis le temps $\tau - \Delta\tau$ par l'opération matricielle :

$$|\psi(\tau)\rangle = e^{-i\Delta\tau\mathcal{H}(\tau)} |\psi(\tau - \Delta\tau)\rangle ; \quad (\text{B.1})$$

- Renormalisation de la fonction d'onde (cette étape limite la propagation des erreurs numériques. Elle a en fait très peu d'effet si $\Delta\tau$ est suffisamment petit).

Vérification de la convergence

Une première vérification concerne la précision et la dépendance des résultats, vis-à-vis du pas de temps $\Delta\tau$ et du nombre de bases supplémentaires (nombre d'ordres supérieurs de diffraction considérés, noté nbases dans le programme). Pour le profil gaussien implémenté, et un ordre de diffraction pas trop élevé (≤ 5), la convergence est très bien assurée pour :

$$\begin{aligned} \Delta\tau &\leq \tau_{int}/100 \\ \text{nbases} &\geq 5 \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Quelles que soient les conditions (potentiels forts, hauts ordres de diffraction, ...), la convergence est assurée en augmentant le nombre d'itérations (soit diminuer $\Delta\tau$) et le nombre de bases de projection. Avec un processeur de type Pentium cadencé à 3GHz, le programme calcule environ 1000 itérations par seconde pour une base de 24 états d'onde plane.

Vérification des résultats

Pour vérifier la pertinence physique des résultats numériques, j'ai comparé les amplitudes de diffraction données par mon programme avec celles données par le programme de l'équipe de H. Müller, dans un cas particulier présenté en [172] (voir figure 7 de cette publication). Ce cas est numériquement plus « dur » à calculer que nos cas de diffraction usuels : diffraction à l'ordre $p = 5$, pour laquelle $q_0 = 19$ (nos paramètres ont été ajustés pour reproduire les leurs, qui ont d'autres unités). Cette comparaison est reproduite figure B.1. Elle montre une totale similitude entre les deux calculs.

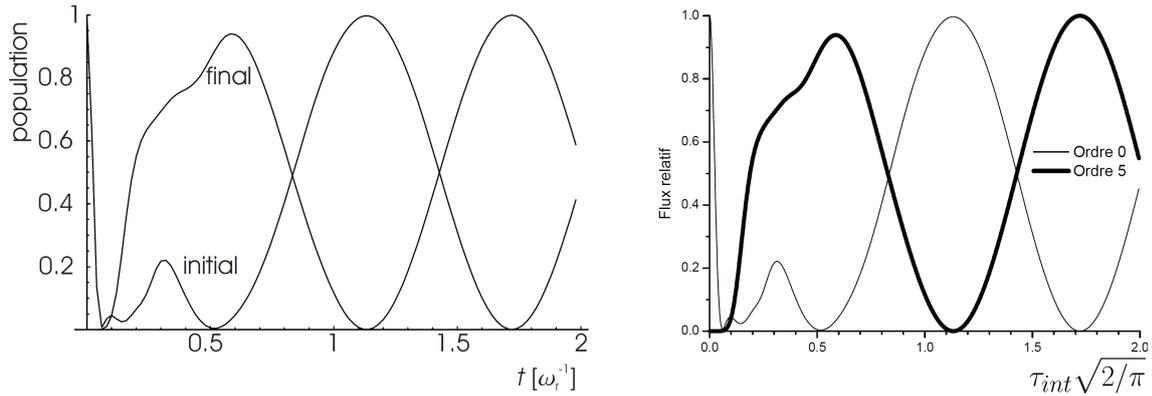


FIGURE B.1 – Comparaison des amplitudes de diffraction calculées par le programme de Müller *et al* (à gauche, tirée de la figure 7 de [172]) et par mon programme (à droite). Les paramètres physiques des deux calculs sont les mêmes ; pour l'équipe de H. Müller, $\bar{\Omega}/\omega_{rec}$ correspond à $2q$ pour nous, et $\omega_{rec}t = 2\omega_{rec}\sigma$ correspond pour nous au *waist* adimensionné en temps d'interaction, $\tau_{int} \sqrt{2/\pi}$.

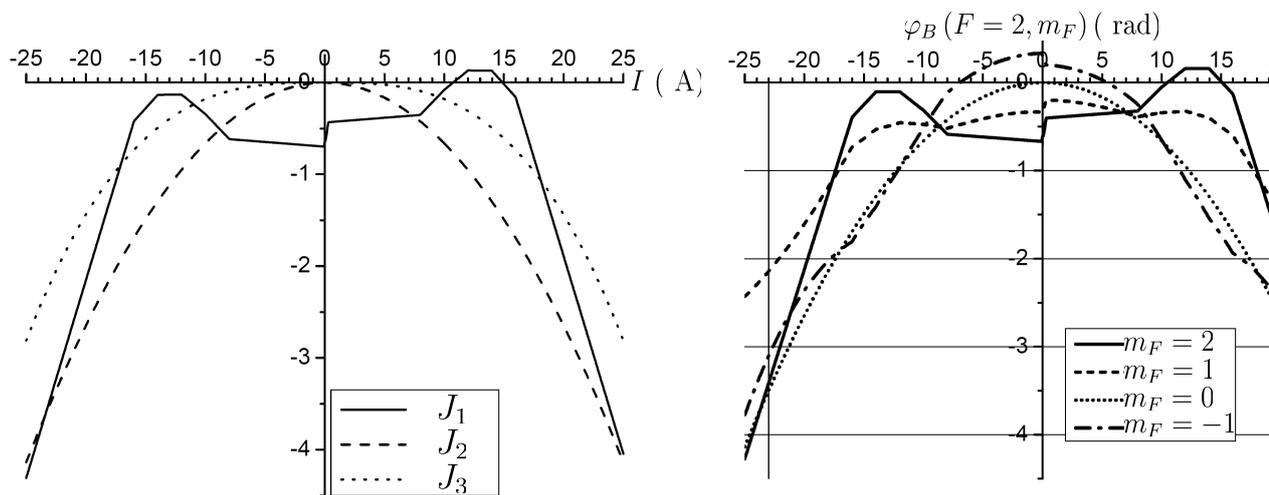


FIGURE B.2 – Code développé sous Matlab de la fonction qui calcule les amplitudes de diffraction pour un profil gaussien (qui peut être tronqué) du potentiel.

Annexe C

L'ATOME DE LITHIUM

Cette annexe détaille les données relatives à l'atome de lithium, qui se rapportent à la section II.1.4.1. A l'état naturel, le lithium est présent sous la forme de deux isotopes de numéro atomique 6 et 7 où le ${}^7\text{Li}$ est fortement majoritaire (92.4%). C'est un alcalin, donc paramagnétique, d'état fondamental ${}^2S_{1/2}$. L'isotope 7 est un boson de spin nucléaire $I = 3/2$, l'isotope 6 ($I = 1$) est un fermion. La structure hyperfine relative aux premières raies dipolaires D_1 et D_2 est montrée figure C.1, tirée de [68]. Les transition que nous avons excitées pendant ma thèse y sont schématisées : en prenant un désaccord positif, l'interféromètre sélectionne l'isotope 7 [55] dans un niveau hyperfin $F = 1$ ou 2 de son état fondamental.

Les valeurs, relatives au lithium 7, des quantités physiques introduites au II.1.2 ou au II.1.4.1, sont données dans le tableau C.1.

Quantité (unité)	Notation	Valeur pour ${}^7\text{Li}$ (95%)
Nombre d'onde, raie D_1 (cm^{-1}) [183]	$\sigma = k_L / (2\pi)$	14903.648130(14)
Nombre d'onde, raie D_2 (cm^{-1}) [183]	σ	14903.983468(14)
Écartement hyperfin du ${}^2S_{1/2}$ (MHz)	$\nu_{HFS} = \omega_{HFS} / (2\pi)$	803.5040866
Masse de l'atome (u.m.a.)	m	7.016004
Vitesse de recul, raie D_2 (m/s)	$v_{rec} = \hbar k_L / m$	8.4956×10^{-2}
Pulsation de recul, raie D_2 (kHz)	$\omega_{rec} / (2\pi) = m v_{rec}^2 / (2\hbar)$	63.109
Largeur naturelle, niveau $2P$ (MHz) [184]	$\Gamma / (2\pi)$	5.872
Dipôle de transition ${}^2S - {}^2P$ (C.m)	d_{SP}	3.45×10^{-29}

TABLE C.1 – Valeurs numériques pour l'atome de lithium.

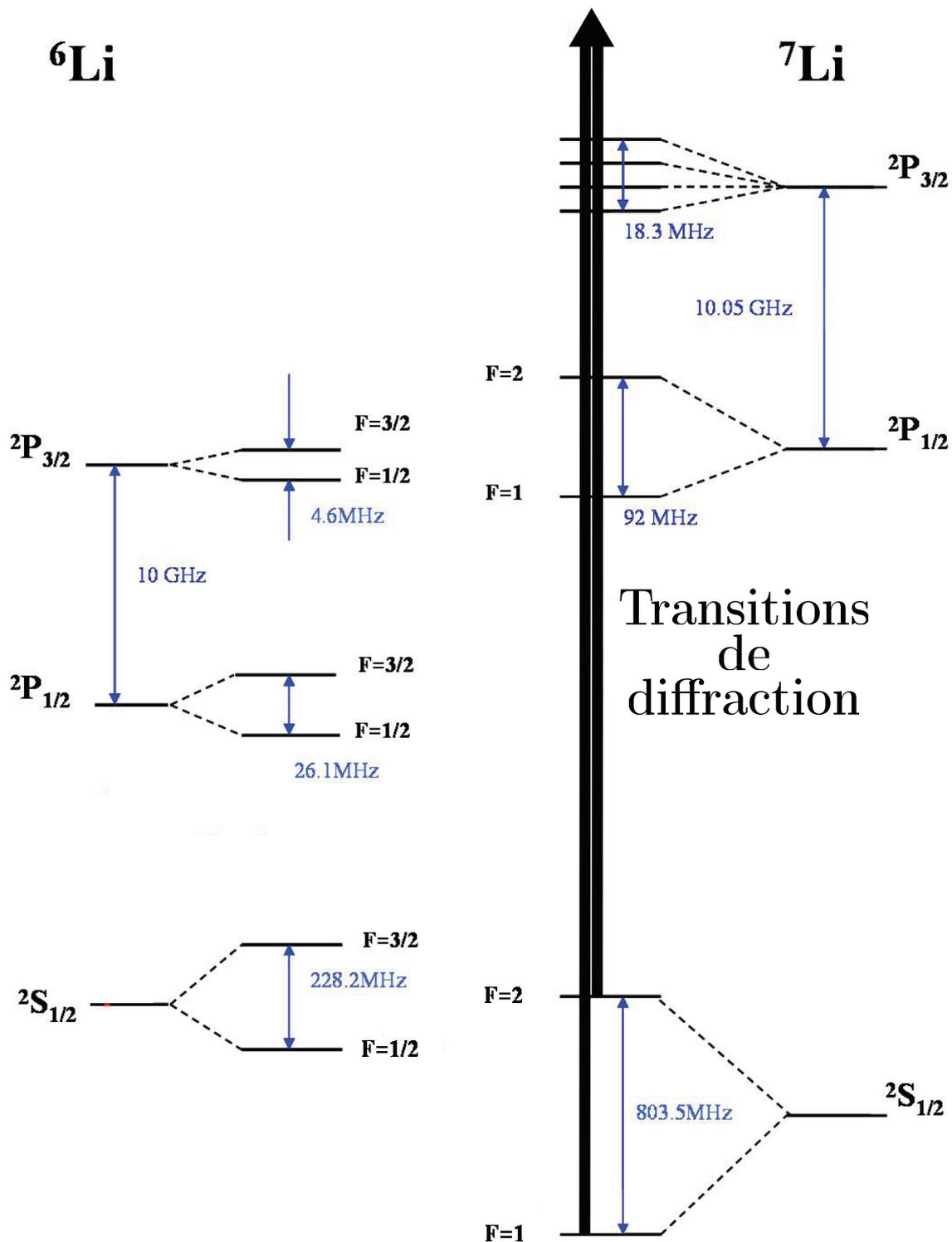


FIGURE C.1 – Structure énergétique des premiers niveaux de l'atome de lithium, tirée de [51]. Les flèches en gras représentent les processus d'absorption-émission stimulée, utilisés pour la diffraction du lithium 7. L'échelle d'énergie est différente pour les états excités 2P , et pour représenter la structure hyperfine de l'état fondamental 2S .

Annexe D

PROGRAMME D'ACQUISITION UTILISANT LE COMPTEUR DE LA CARTE

Cette annexe décrit le programme d'acquisition qui a été développé avec le logiciel Labview 7.1 de la firme National Instruments, pour réaliser la mesure de l'interaction de He-McKellar-Wilkens (chapitre IV).

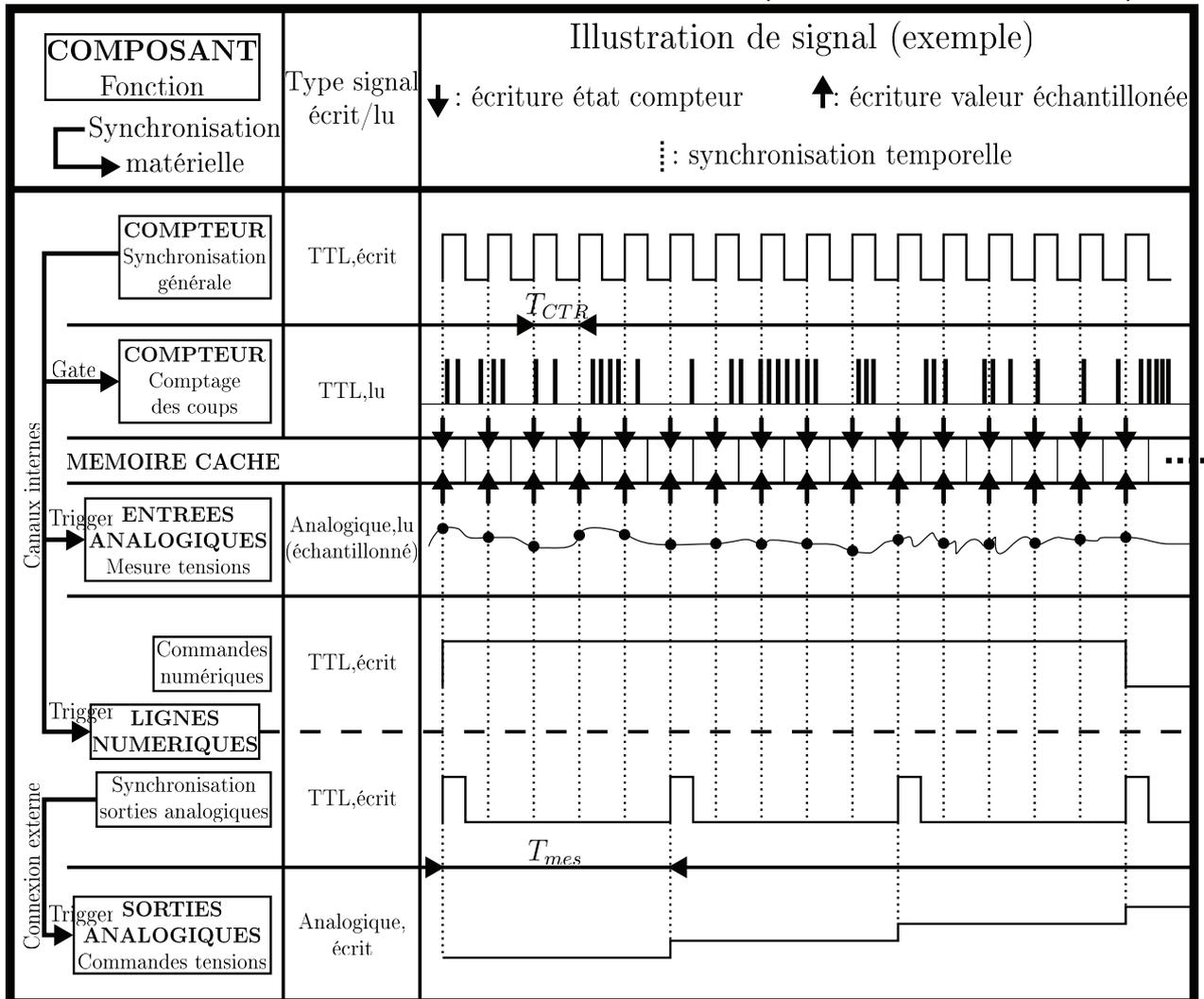
Le but de ce programme, est de réaliser une acquisition et une commande continues, synchronisées de façon exclusivement matérielle, de tous les paramètres jugés importants pour la précision des mesures interférométriques. A cette fin, seuls les composants de mesure et de commande internes à la carte sont utilisés, car les délais matériels qu'impliquent l'utilisation d'instruments externes, *via* les interfaces RS-232 et GPIB, ne peuvent entrer dans le cadre d'une synchronisation matérielle.

Le diagramme Labview du programme n'est lisible qu'en format A0. De plus et comme la plupart des diagrammes, il n'est rapidement compréhensible qu'aux yeux de son concepteur. Aussi, j'ai choisi d'illustrer son fonctionnement par un schéma qui est représenté sur la figure D.1. Ce qui suit explique le schéma et le fonctionnement du programme plus en détails.

Tous les paramètres du programme, c'est à dire les valeurs numériques (temps, tensions de commande), mais aussi les composants de la carte et les connexions matérielles utilisés pour la synchronisation, sont choisis par l'utilisateur. Parmi ceux-ci, deux paramètres fondamentaux déterminent la structure temporelle de l'acquisition des données :

- La **base de temps**, noté T_{CTR} (pour CompTeuR), est le temps fondamental qui détermine la fréquence d'acquisition des entrées analogiques, et comptage des coups issus du channeltron. Nous utilisons généralement une base de temps de 10 ms, soit une fréquence d'échantillonnage de 100 Hz. Il est possible de diminuer ce temps de base jusqu'à 1 ms, au prix d'une conséquente inflation de la taille des données enregistrées ; en dessous de 1 ms, l'acquisition s'arrête rapidement à cause d'un débordement de la mémoire cache de la carte ;
- Un **point de mesure** représente un intervalle temporel, pendant lequel tous les paramètres commandés restent constants. Ainsi, la situation physique associée à un point de mesure (par exemple, l'état d'interférence qui détermine le flux mesuré), est stationnaire (aux dérives près qui sont, dans notre dispositif, beaucoup plus lentes), et l'appellation point de mesure prend ici tout son sens. L'intervalle temporel associé à un point de mesure, est un nombre entier de fois la base de temps : ceci s'écrit $T_{mes} = N_{mes}T_{CTR}$, où $N_{mes} \geq 2$ est un entier. Pendant cet intervalle de

BOUCLE SYNCHRONISÉE (MATÉRIELLE)



BOUCLE NON SYNCHRONISÉE (LOGICIELLE)

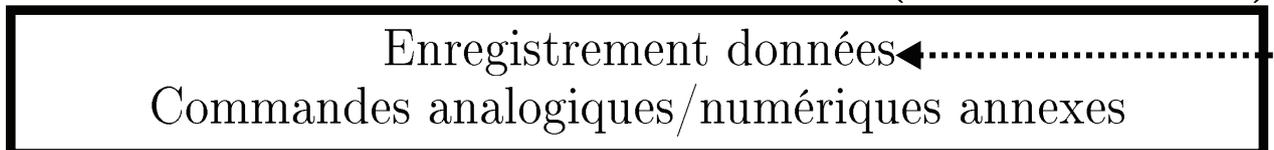


FIGURE D.1 – Représentation schématique du fonctionnement du programme d'acquisition.

temps, les variations des valeurs mesurées ne sont dues qu'aux fluctuations statistiques ou instrumentales. Un point de mesure consiste donc en l'acquisition répétée

N_{mes} fois, des tensions sur les voies choisies, et du flux atomique *via* les états du compteur de coups. Nos points de mesure sont généralement composés de 10 bases de temps, ce qui veut dire que nous changeons au moins une commande (en pratique, la tension qui commande la translation du miroir M_3) tous les 100 ms, et que nous acquérons dix valeurs d'un paramètre donné (par exemple, tensions issues des photodiodes) entre deux changements de commande. Pour l'illustration, la figure D.1 a représenté le cas où un point de mesure contient 5 bases de temps.

Une grandeur telle que mesurée lors d'un point de mesure consiste, en principe, en la moyenne de ses N_{mes} valeurs prises à chaque base de temps. L'intérêt de décomposer l'acquisition de chaque point de mesure avec une base de temps plus petite est :

- De limiter les fluctuations statistiques de mesure (instrumentales ou physiques) ; la moyenne réalise, en quelque sorte, une intégration instrumentale. Le programme d'acquisition qui utilise le compteur SR 400, calcule d'ailleurs cette moyenne et n'enregistre que le résultat ;
- De pouvoir, si nécessaire, observer voire rejeter les transitoires. Par exemple, lors de la mesure de l'interaction HMW, nous observons des transitoires d'environ 40 ms lorsqu'on impose une tension sur la cellule d'interaction ; il est possible de rejeter ces transitoires, en rejetant les 4 ou 5 premières bases de temps ;
- De rejeter de façon sélective, pour la mesure du flux atomique, un *burst* (important pic de coups provenant du signal parasite du fil chaud), qui dure généralement moins de 100 ms ; le point de mesure associé peut être conservé.

L'acquisition des données selon la base de temps, et la commande de divers paramètres selon l'intervalle de mesure, représente un ensemble de tâches synchronisées de façon matérielle. Ces tâches sont schématisées dans la boucle, appelée boucle synchronisée, pour laquelle :

- Chaque ligne se rapporte à un composant, et la première ligne contient une légende explicative ;
- La colonne de gauche énumère les composants de la carte utilisée, ainsi que les connexions matérielles qui réalisent la synchronisation de ces éléments ;
- La colonne du milieu rappelle la nature du signal traité, ainsi que sa fonction (s'il est lu ou écrit) ;
- La colonne de droite illustre par un exemple un signal mesuré ou commandé, en y associant (tirets) l'aspect temporel de la synchronisation.

Ce qui suit va maintenant décrire plus en détail les tâches des divers composants, et leur moyen de synchronisation.

Le premier compteur de la carte (première ligne sous la ligne de légende), est l'horloge de synchronisation générale. Son rôle est de générer un signal TTL dont la période est la base de temps ; ce signal est propagé par divers moyens qui sont explicités, à tous les autres composants pour assurer la synchronisation.

Le deuxième compteur (deuxième ligne), sert à compter les coups issus du channeltron. Sur la figure, on a représenté les signaux TTL provenant de la mise en forme de chaque coup du channeltron (ils revêtent, dans l'échelle de la base de temps l'aspect de pics). La valeur du compteur, incrémentée à chaque coup, est relevée pour chaque base de temps grâce au

signal matériel « gate » issu, via un canal interne à la carte, de l'horloge de synchronisation générale. Cette valeur est enregistrée (petite flèche descendante) dans la mémoire cache (*buffer*).

Les entrées analogiques (troisième ligne) sont relevées toutes les bases de temps en utilisant le signal de l'horloge de synchronisation comme *trigger*. On a représenté un signal analogique correspondant à une entrée donnée, et son échantillonnage. Les valeurs de tension échantillonnées, sont enregistrées dans la mémoire cache, parallèlement à l'état du compteur pour la base de temps concernée. On remarque nous disposons de jusqu'à 16 entrées pour les mesures de tension (32 voies et mesures différentielles), mais que du fait du multiplexage, ces entrées ne sont pas mesurées simultanément. En fait, Labview répartit la mesure des tensions de façon uniforme pendant une base de temps. Afin d'être sûr de rejeter tous les transitoires, on gagnera à privilégier les voies d'indice plus faible (qui sont mesurées en premier) pour les mesures les plus importantes (par exemple, la tension de la photodiode qui mesure le signal du Michelson optique).

La quatrième ligne de la figure concerne les sorties numériques (nous n'utilisons pas d'entrée numérique) et est séparée en deux :

- La partie haute concerne les commandes numériques (par exemple, activation de contacteurs de tension). L'utilisateur a choisi ces commandes avant le lancement de l'acquisitions, sous la forme d'un motif développé pour plusieurs voies qui est reproduit de façon séquentielle. Ces commandes sont synchronisées par l'horloge principale (utilisée comme *trigger*), mais ne peuvent être modifiées que lors d'un changement de point de mesure ; elles ne sont donc mises à jour, qu'au moins tous les deux temps de base. La figure a représenté l'exemple d'une voie numérique, qui commande l'état + (+5 V en TTL) pendant trois points de mesure ;
- La partie basse est une voie numérique particulière qui sert d'horloge de mise à jour tous les points de mesure pour les commandes analogiques. Elle réalise donc, en pratique, une division de la fréquence de l'horloge de synchronisation d'un facteur N_{mes} (un compteur peut en principe réaliser cette opération, mais la carte que nous utilisons ne possède que deux compteurs). La figure représente un cas illustratif où $N_{mes} = 5$.

Parmi toutes les voies numériques disponibles, la synchronisation matérielle qui consiste à utiliser le signal de l'horloge de synchronisation générale comme *trigger* exige de se restreindre aux voies numériques cadencées de façon matérielle (avec notre carte, 32 voies sur les 48 disponibles).

La dernière ligne de la figure, s'intéresse aux sorties analogiques qui réalisent les commandes analogiques. Une commande fondamentale que nous utilisons, est la tension appliquée sur le transducteur piézoélectrique de translation du miroir M_3 (balayage des franges atomiques). Les sorties analogiques sont synchronisées, possiblement (mais pas nécessairement) tous les points de mesure, grâce au signal de la la voie numérique dédiée utilisé comme *trigger* de mise à jour. Les commandes analogiques sont choisies, comme les commandes numériques, avant le lancement de l'acquisition, et revêtent l'aspect de tableaux de valeurs choisies

qu'on balaye de façon séquentielle. L'illustration de la figure, représente trois points d'une rampe linéaire de tension qu'on applique à chaque point de mesure : en pratique, nous utilisons une telle rampe de tension pour balayer les franges atomiques.

Les données enregistrées dans la mémoire cache concernent les mesures de tensions (entrées analogiques) accompagnées de l'état de comptage, pour chaque base de temps. On y a rajouté quelques données informatives (numéros de base de temps, de point de mesure, de motifs numériques et analogiques répétés) qui facilitent l'analyse. Elles sont transférées via un canal logiciel dans une boucle qui n'est pas synchronisée, dont le contenu est exécuté suivant les ressources disponibles de l'ordinateur. Cette boucle met à jour la commande ou la mesure de paramètres annexes, dont la synchronisation n'est pas nécessaire, et réalise l'enregistrement des données. L'enregistrement est réalisé au format texte. Un fichier enregistré pendant une session d'acquisition, a la forme d'un tableau où chaque ligne représente une base de temps, et chaque colonne représente une grandeur mesurée.

Annexe E

COLLAGE À CHAUD D'UN SEPTUM D'ALUMINIUM

Cette annexe détaille une procédure qui permet de tendre et coller à chaud un septum d'aluminium sur les entretoises d'une électrode massive. Je tiens à remercier tout particulièrement Alexander Cronin (professeur et chercheur à l'Université d'Arizona à Tucson) pour ses conseils et indications qui m'ont beaucoup aidé à la mettre au point.

E.1 Préparation de la feuille d'aluminium

E.1.1 Découpe

La première étape consiste à découper un patron d'une forme bien particulière sur la feuille d'aluminium. Cette forme est décrite par la figure E.1 ; elle est inspirée de la forme dite « papillon » que décrit l'équipe de D. E. Pritchard dans [39], et qu'elle a utilisée pour réaliser un septum. L'expérience montre qu'une telle forme convenablement tendue répartit efficacement les contraintes pour obtenir une zone centrale bien plane (voir la section E.2.2).

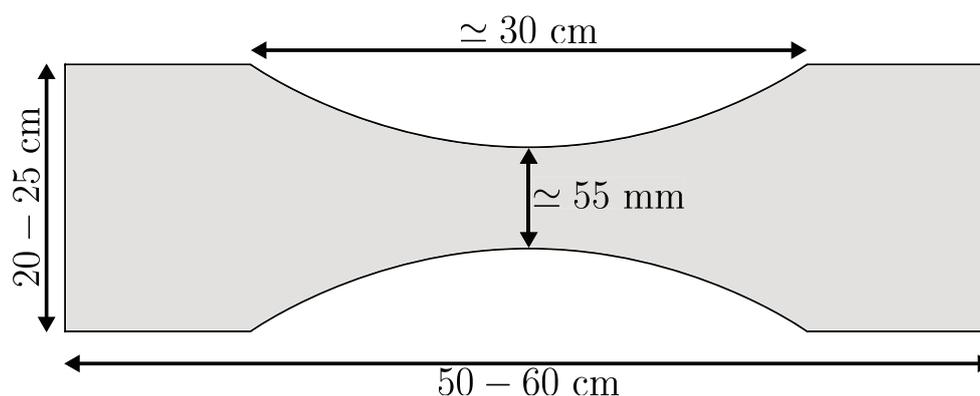


FIGURE E.1 – Découpe préliminaire de la feuille d'aluminium qui servira à construire un septum.

Les dimensions ne sont qu'indicatives, et peuvent varier en fonction de la taille voulue pour le septum. Notamment, les 55 mm indiqués pour la largeur au centre de la feuille d'aluminium sont spécifiques à la partie électrique de la cellule d'interaction utilisée pour mesurer l'effet HMW (voir la section IV.2.2).

Pour découper une telle forme, il faut impérativement utiliser une surface propre et plane : l'idéal est une plaque de verre nettoyée. Les bords courbés (partie centrale) ne doivent présenter aucune déchirure ni pliure. Pour cela, il faut utiliser un cutter dont la lame est bien affûtée, et il est profitable de la tremper préalablement dans un liquide lubrifiant (j'ai utilisé de l'huile de pompe à diffusion). Une fois découpée, la feuille d'aluminium doit être bien nettoyée, notamment pour éliminer les résidus de lubrifiant utilisés pour la découpe (j'ai utilisé de l'acétone). De la même façon, la surface de découpe doit être nettoyée, car elle resservira.

E.1.2 Préparation des bords

Les bords du septum qui sera installé dans le condensateur correspondent aux bords de la zone centrale de la forme découpée (voir la figure E.1). Leur qualité est d'une importance particulière pour assurer sa planéité globale. Une étape importante est d'écraser (ou aplanir) soigneusement ces bords afin de limiter leur ondulation, et afin qu'ils soient le plus fins possible. Une méthode qui s'avère efficace, consiste à passer l'ongle du pouce le long de ces bords (quelques cm autour de la zone centrale suffisent) en exerçant une pression adaptée. Celle-ci ne doit pas être trop forte afin de ne pas occasionner de déchirures. A l'issue de cette procédure, les bords doivent être bien nets, sans entaille ni déchirure, et propres.

E.2 Installation sur le banc chauffant

Cette partie décrit comment la feuille d'aluminium préparée est enroulée par ses extrémités, puis installée et tendue sur le banc.

E.2.1 Enroulement de la feuille d'aluminium

Afin de pouvoir la soumettre à une force de traction qui est répartie de façon homogène, la feuille d'aluminium préparée est préalablement enroulée sur deux tiges qu'on note A et B de géométrie identique, longues de 25 à 30 cm, d'un diamètre proche de 20 mm, et :

- La tige A est dotée à ses extrémités d'un filetage selon son axe qui permet d'y fixer des pièces rectangulaires. La figure E.2 (partie supérieure) représente un schéma de ce montage. Les pièces rectangulaires permettront d'empêcher tout mouvement de rotation de la tige lorsque l'on tendra la feuille d'aluminium ;
- La tige B est un simple cylindre, identique à la tige A mais sur laquelle on n'installe pas de pièce rectangulaire.

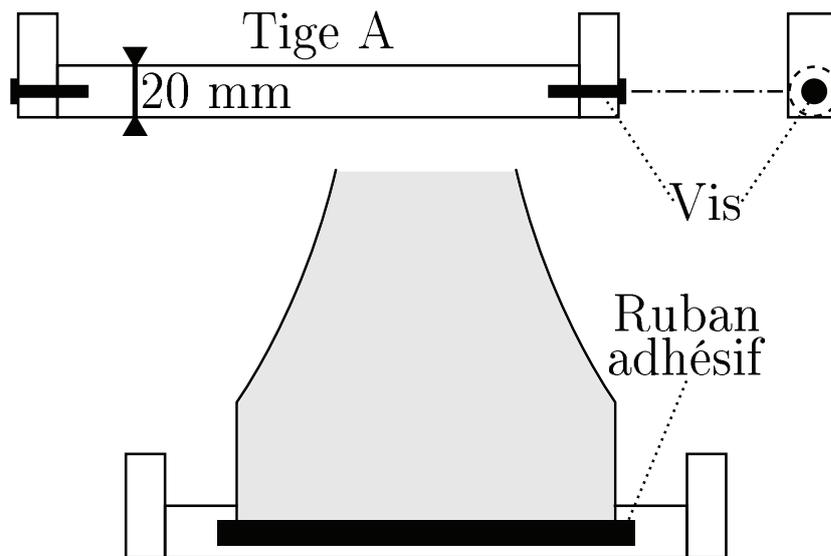


FIGURE E.2 – Partie haute : schéma de la tige A munie de pièces rectangulaires à ses extrémités ;
Partie basse : illustration du collage de la feuille d'aluminium sur la tige A avec un ruban adhésif, avant enroulement de la feuille sur la tige.

Collage du ruban adhésif sur la feuille d'aluminium

Afin de faciliter son enroulement sur les tiges, les bords latéraux de la feuille d'aluminium sont préalablement collés sur les tiges à l'aide d'un ruban adhésif, comme le représente la figure E.2 (partie basse). On choisit un ruban adhésif à la fois le plus fin et le plus résistant possible (le ruban noir type « chatterton » convient). Sa longueur excède de quelques mm celle des bords de la feuille d'aluminium, comme représenté. Un critère important de l'opération de collage est d'éviter de froisser ou plier la feuille d'aluminium, ou le ruban adhésif lui-même. Pour cela, le ruban est préalablement collé sur la feuille d'aluminium : on pose celle-ci bien à plat sur la plaque de verre nettoyée (ou autre surface plane utilisée pour la découpe), et le ruban adhésif, prédécoupé et tendu à la main, est collé à cheval sur la feuille et la plaque de verre. Le collage s'effectue d'abord au niveau du centre du ruban, puis est propagé vers ses extrémités (ce qui permet de chasser au mieux toute pliure occasionnée). On décolle ensuite délicatement l'ensemble {Ruban adhésif + Feuille d'aluminium}, pour obtenir la feuille d'aluminium dont un bord est prêt à être collé sur une des tiges. Le collage d'un ruban adhésif est réalisé sur les deux bords de la feuille, avant de démarrer l'opération d'enroulement sur les tiges.

Collage de la feuille d'aluminium sur les tiges

Les bords de la feuille d'aluminium, maintenant munis de ruban adhésif, sont chacun collés sur une tige. L'opération est similaire à celle décrite au paragraphe précédent : on colle d'abord le centre du ruban adhésif, bien à plat, et on propage le collage vers les deux extrémités. Ici aussi, on veille à éviter toute pliure de la feuille d'aluminium ou du ruban.

Enroulement de la feuille d'aluminium

La feuille d'aluminium, dont les extrémités sont maintenant collées sur les tiges A et B, est enroulée sur chacune des tiges. Il est plus facile d'enrouler d'abord autour de la tige A, la tige B étant alors suspendue par la feuille d'aluminium, puis de positionner la tige A sur son emplacement sur le banc (voir plus bas) pour enrouler ensuite autour la tige B. C'est la manière la plus simple de conserver une faible tension sur la feuille lors des deux opérations d'enroulement, ce qui limite l'apparition de pliures. On portera une attention particulière à ces pliures, qu'on peut dans une certaine mesure effacer à la main en les propageant jusqu'au bord au fur et à mesure de l'enroulement de la feuille. On réalise quelques tours de tige, jusqu'à inclure le début de la zone découpée en forme de papillon.

E.2.2 Fixation sur le banc et mise en tension

L'ensemble constitué par la feuille d'aluminium enroulée sur ses tiges, est maintenant fixé sur un banc (une table optique) et la feuille est tendue. La figure E.3 représente l'allure du montage, vu de dessus, une fois que la feuille d'aluminium est pré-tendue.

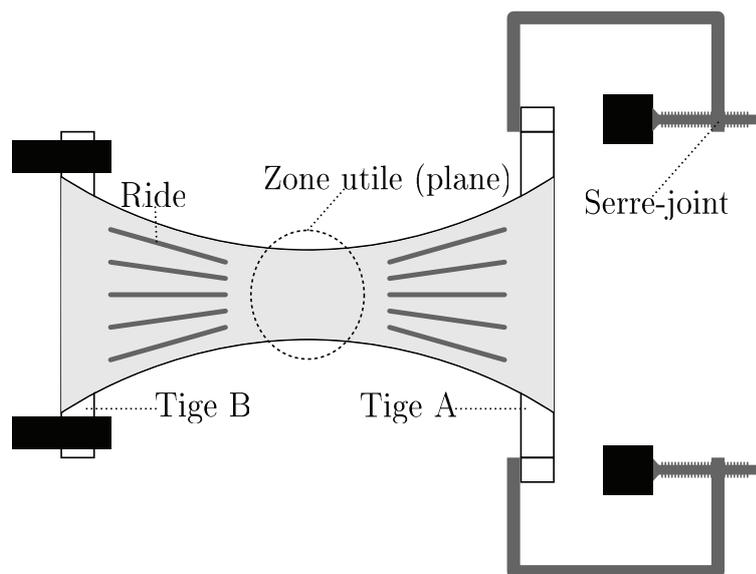


FIGURE E.3 – Fixation de l'ensemble {Tiges + Feuille d'aluminium} et mise en tension de la feuille d'aluminium à l'aide de serre-joints. Les pièces représentées en noir sont fixées contre la table optique.

Fixation

La tige B, sur laquelle la feuille d'aluminium vient d'être enroulée, est fixée contre la table optique à l'aide de pièces de serrage. La tige A est simplement posée. Des serre-joints s'appuient d'un côté sur les pièces rectangulaires placées aux extrémités de cette tige, de

l'autre côté sur une cale fixée sur la table optique (voir la figure E.3).

Mise en tension de la feuille d'aluminium

La feuille d'aluminium est tendue en actionnant délicatement les deux serre-joints. La tige A est placée de telle façon que les pièces rectangulaires à ses extrémités sont verticales (leur hauteur est leur plus grande dimension : voir les figures E.2 et E.3). Ceci assure que les serre-joints appliquent sur la tige A, en plus d'une force de traction, un couple qui compense celui exercé par la feuille d'aluminium. Pour cela, la hauteur du serre-joint s'ajuste spontanément lors du serrage, et ce montage s'est avéré très stable. Lors de la mise en tension, il faut simplement veiller à ce que les deux tiges restent bien face à face, et appliquent une tension homogène sur la feuille. Des rides apparaissent sur la feuille d'aluminium et la symétrie de leur distribution donne un indicateur pour assurer ce positionnement en ajustant les deux serre-joints. La figure E.3 représente ces rides, et montre comment celles-ci se développent hors d'une zone appelée zone utile, où l'électrode massive sera collée. De cette façon, on actionne les serre-joints jusqu'à ce que la zone utile devienne spontanément plane ce qui lui donne l'aspect d'un miroir (assez diffusant, selon la qualité de sa surface). La planéité peut alors être ajustée finement, à l'aide des serre-joints en observant le reflet d'une mire en incidence rasante. Cependant il faut éviter d'appliquer beaucoup plus de tension sur la feuille, sous peine d'observer l'apparition de fissures sur les bords, qui se propagent rapidement. Pour donner un ordre de grandeur, avec le matériel utilisé au laboratoire et à partir du moment où la zone utile est plane, un déplacement supplémentaire de la tige A de 1 mm (un tour de vis du serre-joint) provoque la rupture de la feuille d'aluminium.

E.3 Chauffage des éléments

Nous avons observé qu'un septum collé à température ambiante sur son support de verre est très sensible aux conditions thermiques extérieures, et que des ondulations apparaissent à sa surface dès que celle-ci se réchauffe de quelques Kelvins. On peut le comprendre en se rappelant que le coefficient de dilatation thermique de l'aluminium ($23 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$) est supérieur à celui du verre ($5 \text{ à } 10 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$). Pour corriger ce défaut, les éléments seront collés à une température proche de 65°C . Cette température a été choisie pour être notablement supérieure aux températures attendues de la cellule d'interaction en fonctionnement, tout en accordant un temps raisonnable de manipulation avant le durcissement de la résine lors du collage de l'électrode (voir la partie E.4).

E.3.1 Positionnement et moyen de chauffage

Le condensateur sera construit en collant une électrode massive munie de ses entretoises sur le septum. Afin d'éviter une modification de la planéité du septum par dérive thermique, les deux éléments doivent avoir la même température au moment du collage et celle-ci doit être homogène. Pour atteindre cet état thermique, on utilise une simple plaque de cuisson électrique portable, qu'on place sous la zone utile à une distance de quelques mm au-dessous de la feuille d'aluminium. Cette plaque fonctionne à la puissance minimale

et ses dimensions sont suffisantes pour assurer une température homogène. La distance entre la plaque et l'aluminium est suffisamment faible pour éviter, au niveau du septum, les turbulences atmosphériques occasionnées par la convection.

E.3.2 Chauffage des éléments

L'électrode massive est placée à la position où elle sera collée, mais à l'envers comme le représente la figure E.4. Par ce positionnement, la température stabilisée de l'ensemble {Électrode + Feuille d'aluminium} sera quasiment identique à celle obtenue lors du durcissement de la résine. On limite ainsi l'apparition de dérives thermiques lors du collage, tout en évitant d'abîmer à ce stade la surface du septum avec les arêtes des entretoises.

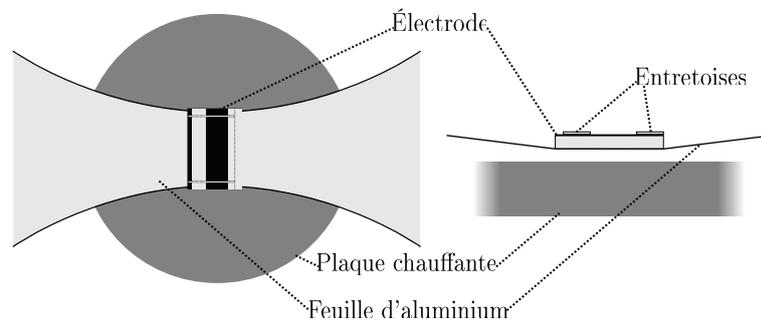


FIGURE E.4 – Chauffage des éléments du condensateur avant le collage. L'électrode munie de ses entretoises a la même position que là où elle sera collée, mais est posée à l'envers (les entretoises sont au-dessus).

Lors du chauffage des éléments, la feuille d'aluminium se détend par dilatation, et quelques rides peuvent encore apparaître dans la zone utile. Il convient de corriger au fur et à mesure ces modifications en rétablissant la tension avec les serre-joints. L'équilibre thermique est généralement atteint au bout d'une demi-heure.

E.4 Collage

Le collage est réalisé une fois l'équilibre thermique atteint. Le chauffage par la plaque est maintenu. Sans changer la position de l'électrode, on applique une fine couche de résine Epotek 301 sur les entretoises. On dispose alors de quelques dizaines de secondes pour manipuler l'électrode avant que la résine ne commence à durcir. Cette manipulation consiste à retirer l'électrode chaude, réaliser si nécessaire un dernier ajustement de la tension avec les serre-joints, et reposer l'électrode à la même position mais en la retournant pour coller les entretoises sur l'aluminium. On veillera à éviter de toucher l'aluminium et surtout les bords du septum.

On laisse le chauffage en l'état pour assurer un durcissement rapide de la résine. A la température utilisée, le durcissement est complet en moins de 2h.

E.5 Résultats

Les septums obtenus avec cette procédure sont généralement d'une très bonne qualité. Après un peu d'entraînement sur des plaques martyrs, environ la moitié des septums produits ont un aspect visuellement parfait, c'est à dire que la réflexion d'une mire ne permet pas d'observer de déviation à la planéité. L'autre moitié possède de faibles défauts de planéité, généralement au niveau des bords. Leur comparaison avec des septums déjà utilisés par l'équipe pour d'autres mesures montre qu'il est probable que ces défauts ne seraient pas rédhibitoires pour utiliser le septum dans l'interféromètre. Le collage à chaud autorise d'utiliser la cellule dans une gamme assez large de températures et est aussi un atout lorsqu'on travaille près de la température ambiante puisque la feuille est alors légèrement plus tendue que lors de son collage. On remarque que la seule manipulation critique de toute la procédure est le retournement et le placement de l'électrode une fois que la résine a été déposée sur les entretoises. En effet, à ces températures la résine durcit vite, donc le temps disponible est très limité. De plus, en cas de collage raté, des tentatives de récupération de l'électrode (l'élément le plus cher de l'ensemble) ont de bonnes chances d'abîmer la couche de conducteur qui est très fine. Le temps de durcissement relativement long de la résine Epotek 301 (24 à 48 heures à température ambiante) a d'ailleurs été un des critères de sélection. Avec les résines à prise rapide, le durcissement est quasiment instantané à 65°C. On cherchera donc à utiliser des résines dont le durcissement est le plus lent possible, mais il faut aussi trouver un compromis avec leur viscosité qui doit être faible pour obtenir des couches planes et homogènes.

Annexe F

ÉTUDE THERMIQUE DE LA CELLULE D'INTERACTION

Cette annexe présente une étude thermique de la cellule d'interaction, dont la partie magnétique s'échauffe par effet Joule lorsqu'un courant circule dans le solénoïde. Plus précisément, elle s'intéresse :

- A la température maximale atteinte par les portions du fil de cuivre qui sont dans le vide ;
- Au refroidissement de la cellule par la circulation d'eau dans le tuyau de refroidissement. On cherche à évaluer les températures atteintes en fonction de l'intensité qui circule dans le solénoïde.

Les différentes approches qui vont être décrites font appel à la thermodynamique et la mécanique des fluides (plus précisément l'hydrodynamique). Les problèmes posés sont assez proches des problèmes standards posés dans le cadre de ces deux matières. Aussi, pour les valeurs des grandeurs physiques proposées, ou les calculs relatifs aux modèles utilisés, le lecteur pourra se référer à des livres d'enseignement, par exemple [185] et [186].

F.1 Composants et grandeurs utilisées

Cette partie détaille les propriétés thermiques de différents composants de cellule d'interaction. Elle introduit en parallèle les notations et les valeurs de certaines grandeurs utilisées pour les calculs qui suivent.

Fil de cuivre

Nous utilisons un fil de cuivre émaillé modèle ECW 1.5, fourni par le fabricant Pro Power. Son diamètre extérieur est $2r = 1.5$ mm. Il est isolé électriquement par une fine couche de polyuréthane transparent. Le constructeur spécifie une température maximale de fonctionnement de 120°C (vraisemblablement limité par la fonte de l'isolant), et un courant maximal d'utilisation (pour un usage domestique, donc non refroidi et dans l'air) de 2.74 A. Les propriétés du cuivre utilisées dans les calculs ultérieurs sont :

- Capacité calorifique massique : $C_{Cu} = 385 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$;
- Conductivité électrique γ_e et résistivité ρ_e : $\gamma_e = 1/\rho_e = 59.6 \times 10^6 \text{ S/m}$;
- Conductivité thermique : $\lambda_{Cu} = 390 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$;
- Masse volumique $\rho_{Cu} = 8.93 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$;

Résine epoxy thermo-conductrice

La résine epoxy thermo-conductrice est le modèle 2850 FT, durcie en utilisant le catalyseur numéro 9, fournie par le fabricant Stycast. Nous l'avons choisie pour sa forte conductivité thermique associée à ses propriétés isolantes électriques. Sa conductivité thermique est $1.25 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Le fabricant spécifie une température maximale d'utilisation de 130°C .

Cellule en laiton

Le laiton qui compose le support du solénoïde et du double condensateur a une capacité thermique massique de $377 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, et une conductivité thermique de $125 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Tuyau et eau de refroidissement

Le tuyau de refroidissement est à section circulaire, et composé de cuivre. Son diamètre extérieur est 4 mm. Ses caractéristiques, qui seront utilisées pour les calculs du refroidissement sont :

- Diamètre intérieur $2R = 2 \text{ mm}$;
- Longueur de contact avec la cellule d'interaction : $L \simeq 18 \text{ cm}$. Cette valeur approximative inclut la longueur des deux sillons précisés dans la figure IV.18, ainsi qu'une longueur effective du coude à l'arrière de la cellule (voir la figure IV.19) qui est en contact thermique avec la cellule grâce à un pont thermique de résine thermo-conductrice ;
- Longueur totale du tuyau de refroidissement : $L_t \simeq 1.66 \text{ m}$. Cette longueur totale inclut les portions d'amenée qui forment un cercle autour du support de la cellule. Le but de cette géométrie est de limiter les efforts mécaniques appliqués par le tuyau sur la cellule lors de sa translation ou de sa rotation.

Nous utilisons l'eau courante pour le refroidissement, pour laquelle nous prendrons les caractéristiques suivantes :

- Masse volumique $\rho_{eau} = 10^3 \text{ kg/m}^3$;
- Capacité calorifique massique $C_{eau} = 4190 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$;
- Conductivité thermique : $\lambda_{eau} = 0.6 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$;
- La viscosité dynamique de l'eau liquide, notée η_{eau} , est mal connue car elle dépend de sa température, et plus faiblement des impuretés qui y sont présentes. Afin d'évaluer des ordres de grandeur, on pourra prendre des valeurs typiques pour l'eau pure : $\eta_{eau} \simeq 1.0 \times 10^{-3}$ à 20°C , $\eta_{eau} \simeq 0.5 \times 10^{-3}$ à 50°C .

F.2 Calculs thermiques pour les fils conducteurs**F.2.1 Position du problème**

On considère un fil de cuivre immobile, de section circulaire $S = \pi r^2$. On appelle x l'abscisse curviligne le long de son axe, comme représenté sur la figure F.1. Il est parcouru par un courant I constant.

Hypothèse unidimensionnelle

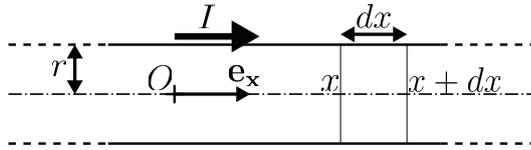


FIGURE F.1 – Position du problème et notations pour l'étude thermique du fil conducteur.

On fait l'hypothèse que la température est uniforme sur une section droite à la position x , notée $S(x)$. Cette hypothèse est justifiée par la forte conductivité thermique du cuivre comparée à celle des autres constituants, qui a tendance à homogénéiser la température existante sur la surface $S(x)$, ainsi que par le fait que le rayon $r = 0.75$ mm est petit devant toutes les dimensions de la cellule d'interaction. En conséquence, la température du fil ne dépend que de l'abscisse curviligne x et du temps : elle est notée $T(x, t)$.

Systeme thermodynamique considéré

Le système thermodynamique considéré est une tranche infinitésimale du fil positionnée à l'abscisse x , de largeur dx . Ce système est représenté sur la figure F.1.

F.2.2 Équation de diffusion de la chaleur

On applique le premier principe de la thermodynamique au système spécifié pour une évolution infinitésimale entre l'instant t et l'instant $t + dt$. La chaleur reçue par le système provient :

- Des transferts thermiques à travers les sections $S(x)$ et $S(x + dx)$, évalués par la loi de Fourier pour la température $T(x, t)$;
- De la dissipation par effet Joule dans la tranche infinitésimale de résistance $dR = \rho_e dx/S$. Pour simplifier, on néglige la dépendance de ρ_e avec T ;
- Des transferts thermiques avec l'extérieur à travers la paroi latérale de surface $2\pi r dx$. On appelle $P_{th,S}(x)$ la puissance thermique surfacique reçue depuis l'extérieur à l'abscisse x à travers cette paroi.

En négligeant les termes du deuxième ordre en dx et/ou dt , on obtient l'équation de diffusion de la chaleur :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\rho_{Cu} C_{Cu}}{\lambda_{Cu}} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{2P_{th,S}}{r\lambda_{Cu}} + \frac{\rho_e I^2}{\lambda_{Cu} S^2} = 0 \quad (\text{F.1})$$

F.2.3 Longueur maximale sous vide

F.2.3.1 Présentation

L'équation générale (F.1) va maintenant être appliquée à un problème spécifique à la cellule d'interaction. Il est quasi-certain que la température maximale du fil conducteur sera atteinte dans une de ses portions s'étendant dans le vide. En effet, les autres portions sont en contact avec un thermostat qui est soit la résine thermo-conductrice au niveau du solénoïde,

soit les parois de l'enceinte ou les tuyaux de refroidissement pour les fils d'amenée (voir les caractéristiques des connections, section IV.2.4.1). Pour les températures qui vont être considérées, on s'attend à ce que les transferts thermiques par conduction directe avec de tels thermostat soient notablement supérieurs aux transferts thermiques par rayonnement dans le vide. On souhaite alors déterminer une longueur maximale de portion sous vide, telle que la température limite de 120°C ne soit dépassée nulle part.

Pour cela, on considère une portion de fil de longueur l , repérée par l'abscisse curviligne $0 \leq x \leq l$, en contact thermique par les extrémités avec des thermostats qui imposent les conditions limites en température :

$$\begin{aligned} T(x=0) &= T_a \\ T(x=l) &= T_b \end{aligned} \quad (\text{F.2})$$

Cette portion est traversée par un courant $I = 40$ A qui est le courant maximal que peut fournir la source. L'application de quelques approximations et simplifications va permettre de donner une forme facilement solvable à l'équation de diffusion de la chaleur.

F.2.3.2 Équation de diffusion simplifiée

Cas stationnaire

On se place dans une situation stationnaire, soit $\partial T/\partial t = 0$. Cette simplification n'enlève rien à la validité du modèle, car c'est le cas stationnaire avec application du courant maximal possible qui donne les températures les plus élevées.

Transferts radiatifs négligés

Dans le vide, la puissance thermique surfacique échangée avec l'extérieur, $P_{th,S}$, se réduit à la puissance des transferts radiatifs. En considérant pour simplifier une émissivité de la couche de polyuréthane isolante, notée ε , qui ne dépend pas de la longueur d'onde d'émission, ceci s'écrit :

$$P_{th,S}(x) = -\varepsilon\sigma(T^4(x) - T_0^4), \quad (\text{F.3})$$

où σ est la constante de Stefan-Boltzmann, et $T_0 = 298$ K est la température de l'enceinte de l'interféromètre.

On décide de négliger l'influence du transfert radiatif dans l'évaluation de la température du fil. Dans l'équation (F.1), cela revient à négliger le terme lié à ces transferts, devant le terme de production de chaleur interne par effet Joule (terme en I^2). Pour le courant maximal de 40 A et la température maximale qu'on admet, $T_m = 393$ K (120 °C), le rapport de ces deux termes est :

$$\frac{2|P_{th,S}|S^2}{r\rho_e I^2} = \varepsilon \frac{2\pi^2 r^3 \sigma (T_m^4 - T_0^4)}{\rho_e I^2} \simeq 0.28\varepsilon \quad (\text{F.4})$$

L'émissivité ε est mal connue. Pour un métal poli sans revêtement, ε est petit mais la surface est un verni isolant (couche de PET) dont l'émissivité est probablement supérieure à 0.5. Aussi l'influence du transfert radiatif n'est pas totalement négligeable. Deux raisons permettent cependant d'utiliser cette approximation :

- Les transferts radiatifs sont en T^4 , donc ils diminuent rapidement avec la température. On peut supposer que leur influence sera restreinte aux portions les plus chaudes du fil ;
- On obtiendra une valeur conservatrice pour la longueur maximale l à ne pas dépasser, puisque les transferts radiatifs participent au refroidissement. Négliger les transferts radiatifs fournira une marge sur la température des points chauds du circuit.

F.2.3.3 Longueur maximale

Compte-tenu des approximations prises, l'équation de diffusion acquiert une forme simple :

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\rho_e I^2}{\lambda_{Cu} S^2} = 0 \quad (\text{F.5})$$

La solution $T(x)$ a une forme parabolique :

$$T(x) = T_a + \left(\frac{T_b - T_a}{l} + \frac{\rho_e I^2 l}{2\lambda_{Cu} S^2} \right) x - \frac{\rho_e I^2}{2\lambda_{Cu} S^2} x^2 \quad (\text{F.6})$$

On trouve le point x_m où la température est maximale :

$$\left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=x_m} = 0 \quad (\text{F.7})$$

soit : $x_m = \frac{l}{2} + \frac{\lambda_{Cu} S^2}{\rho_e I^2 l} (T_b - T_a)$

La longueur l_{max} est la solution de l'équation d'ordre 4 en l : $T(x_m) = T_m$, soit :

$$\frac{\rho_e I^2 l_{max}^2}{8\lambda_{Cu} S^2} + \frac{T_a + T_b}{2} + \frac{(T_b - T_a)^2 \lambda_{Cu} S^2}{2\rho_e I^2 l_{max}^2} = T_m \quad (\text{F.8})$$

On remarque que ce problème n'admet de solution physique ($0 \leq x_m \leq l_{max}$) que si $|T_b - T_a| \leq (\rho_e I^2 l_{max}^2) / (2\lambda_{Cu} S^2)$, ce qui est bien vérifié par les différents cas d'application qui suivent.

F.2.3.4 Application

On considère toujours les fils parcourus par une intensité de 40 A. Dans notre dispositif, ils sont en contact thermique avec deux thermostats différents : la cellule d'interaction elle-même, et l'enceinte de l'interféromètre qu'on connecte thermiquement aux fils d'amenée en utilisant la résine thermo-conductrice. Pour se placer dans le pire des cas possibles concernant la température de la cellule d'interaction, on considère qu'elle est à 65°C qui est la température approximative de collage du septum d'aluminium (voir l'annexe E). La température du laboratoire est maintenue à 25°C, cependant on peut observer un échauffement des contacts thermiques entre le fil et l'enceinte, par exemple au niveau des passages

électriques du flasque. On choisit donc de spécifier une température de 35°C pour le thermostat que constitue l'enceinte à vide.

Portions des fils d'amenée

Comme on peut créer, le long du circuit électrique, des ponts thermiques entre le fil d'amenée et l'enceinte de l'interféromètre, deux situations sont considérées :

- Pour une portion connectée directement à la cellule, et dont l'autre extrémité est en contact thermique avec l'enceinte, on a $T_a = 338$ K et $T_b = 308$ K, soit :

$$l_{max} \simeq 16 \text{ cm}$$

- Lorsqu'on considère une portion en contact thermique avec l'enceinte à ses deux extrémités, on a $T_a = T_b = 308$ K et :

$$l_{max} \simeq 18 \text{ cm}$$

Connection entre les deux enroulements

Le cas le plus critique en terme de température des portions sous vide, concerne la connexion en série entre les deux enroulements qui composent le solénoïde de la cellule d'interaction. Ses deux extrémités sont en effet en contact avec le thermostat le plus chaud : $T_a = T_b = 338$ K. Ces conditions aux limites fournissent :

$$l_{max} = 14 \text{ cm}$$

Bilan

Les connexions électriques de la partie magnétique de la cellule d'interaction sont constituées par :

- Deux fils d'amenée, dont les portions entre deux ponts thermiques avec l'enceinte ne doivent pas excéder 18 cm, et dont la dernière portion (qui se connecte à la cellule) ne doit pas dépasser 16 cm ;
- Une connection en série entre les deux enroulements dont la longueur totale ne doit pas dépasser 14 cm

Compte-tenu des approximations qui rendent ce modèle conservateur, on est sûr qu'en vérifiant ces contraintes sur les longueurs, on n'atteindra jamais la température maximale d'utilisation spécifiée pour le fil.

F.3 Refroidissement de la cellule

La cellule est refroidie par une circulation d'eau courante dans le tuyau décrit par la figure IV.19. La partie qui suit va tout d'abord évaluer les caractéristiques de la circulation du fluide. Il sera ensuite possible d'utiliser un modèle simplifié pour les transferts thermiques afin d'évaluer l'efficacité du système de refroidissement.

F.3.1 Étude de l'écoulement

On s'intéresse à la circulation d'eau dans le tuyau de section cylindrique. On appelle D le débit volumique de l'écoulement, et $v_m = D/(\pi R^2)$ sa vitesse moyenne. Le régime de l'écoulement peut être caractérisé par le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{2\rho_{eau}v_m R}{\eta_{eau}} \quad (\text{F.9})$$

En fonction de la valeur du nombre de Reynolds, deux régimes limites d'écoulement peuvent être définis :

- Pour les faibles nombres de Reynolds, l'écoulement est laminaire ;
- Pour les forts nombres de Reynolds, l'écoulement est turbulent.

Dans notre cas particulier (tuyau cylindrique avec parois lisses), la gamme approximative $2000 \leq Re \leq 3000$ est communément admise comme une frontière entre régime laminaire et régime turbulent. En considérant de l'eau à 20°C, on peut évaluer la vitesse du fluide correspondant à la transition entre régime laminaire et turbulent : $v_m \simeq 1$ à 1.5 m/s, soit un débit volumique $D = \pi R^2 v_m \simeq 3.1$ à 4.7 cm³/s.

Les caractéristiques de l'écoulement ont deux conséquences potentiellement importantes pour le fonctionnement de la cellule d'interaction :

- Il est possible qu'un régime turbulent occasionne des vibrations. Le septum placé dans la cellule devant être situé entre les deux faisceaux atomiques à quelques micromètres près, les mouvements provoqués par ces vibrations peuvent perturber la propagation des atomes ce qui nuira à la qualité des mesures ;
- Il est raisonnable de penser que le refroidissement sera d'autant meilleur que le débit est élevé, puisqu'il limitera l'échauffement de l'eau de refroidissement. Les débits élevés correspondent aux fortes vitesses, donc aux régimes turbulents. De plus, les régimes turbulents assurent par nature un meilleur refroidissement que les régimes laminaires, car ils favorisent le mélange interne du fluide et augmentent les transferts conducto-convectifs. Ces points seront abordés plus en détails dans la prochaine partie (F.3.2).

La turbulence présente donc possiblement des effets opposés vis-à-vis de la qualité des mesures, et il faudra trouver un compromis. Afin de caractériser l'écoulement attendu dans notre cellule, nous avons réalisé des mesures de débit du circuit de refroidissement en fonction du différentiel de pression qu'on impose entre son entrée et sa sortie. Ces mesures sont présentées et analysées ci-dessous.

F.3.1.1 Étude en régime laminaire

Protocole de mesure

Le régime d'écoulement laminaire correspond aux débits les plus faibles, donc obtenus lorsqu'on impose un différentiel de pression entre l'entrée et la sortie du circuit, noté ΔP , qui est relativement petit. Pour imposer des différentiels de pression faibles et constants, le circuit de refroidissement est connecté hermétiquement à un grand réservoir d'eau par un système de siphon. Ainsi le différentiel de pression est déterminée par la différence d'altitude entre la surface libre du réservoir et la sortie du circuit de refroidissement.

Résultats attendus

Dans un tuyau cylindrique de section constante (et parois lisses), l'écoulement en régime laminaire est l'écoulement de Poiseuille. Il est caractérisé, entre autre, par un gradient de pression linéaire ce qui permet de définir une résistance hydraulique linéique R_h telle que :

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\Delta P}{L_t} = R_h D, \quad (\text{F.10})$$

$$\text{avec } R_h = \frac{8\eta_{eau}}{\pi R^4}$$

Les tuyaux d'aménée depuis le réservoir jusqu'au circuit de refroidissement ont un diamètre de 8 mm. Aussi leur résistance hydraulique est négligeable car R_h est proportionnel à $1/R^4$. Par contre il existe, sur le chemin suivi par l'écoulement, des ressauts ou brusques variations de section (par exemple, les robinets) qui provoquent des pertes de charge singulière. En régime laminaire, les pertes de charge singulières rajoutent un différentiel de pression qui est proportionnel à D^2 (ceci provient de l'inertie du fluide en $\rho_{eau} v_m^2$).

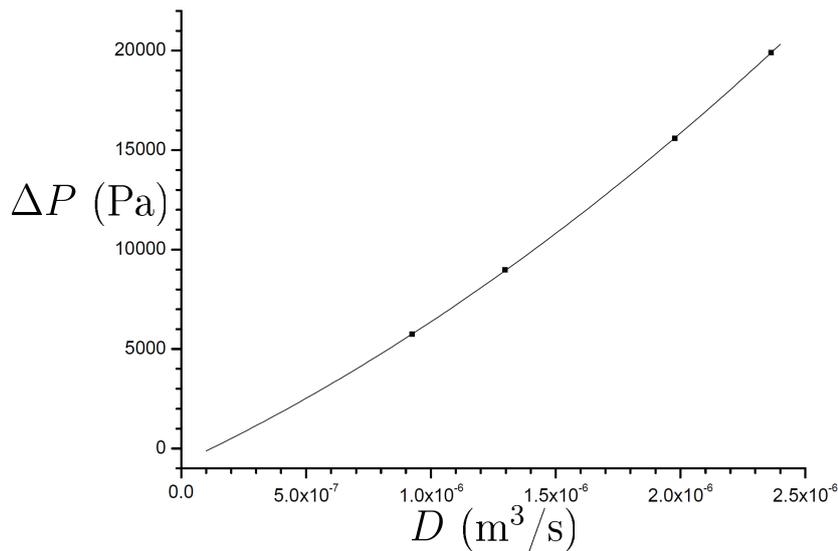


FIGURE F.2 – Résultats de la mesure du débit D en fonction du différentiel de pression ΔP imposé. On a représenté plutôt $\Delta P = f(D)$ afin que l'ajustement donne directement la résistance hydraulique. Les carrés sont les mesures, la courbe en trait plein l'ajustement.

Résultats

La figure F.2 représente les résultats de mesure du débit en fonction du différentiel de pression. L'ajustement représenté est un polynôme d'ordre 2 qu'on donne ci-dessous, accompagné des valeurs des paramètres ajustés où k_c est le coefficient relatif aux pertes de

charge singulières :

$$\begin{aligned}
 \Delta P &= P_0 + L_t R_h D + k_c D^2 \\
 P_0 &= (-727 \pm 206) \text{ Pa} \\
 L_t R_h &= (5.90 \times 10^9 \pm 2.77 \times 10^8) \text{ Pa.m}^{-3}.\text{s} \\
 k_c &= (1.19 \times 10^{15} \pm 8.39 \times 10^{13}) \text{ U.S.I.}
 \end{aligned}
 \tag{F.11}$$

L'ordonnée à l'origine, P_0 , provient du fait qu'on ne mesure précisément que l'altitude de la surface libre du réservoir. Les différences d'altitude ne sont évaluées qu'à une erreur systématique près (hauteur du fond du réservoir, hauteur de la section de sortie qui est fixe) que le modèle évalue à environ 7 cm. L'ajustement peut sembler abusif, car il implique 3 paramètres pour ajuster 4 mesures. Cependant, la grandeur physique qui nous intéresse est plus particulièrement la résistance hydraulique, donc la partie linéaire de $\Delta P = f(D)$. De ce point de vue, la courbe a une allure quasi-linéaire et l'ajustement est pertinent pour évaluer cette dépendance avec une bonne précision.

La détermination de la résistance hydraulique permet d'évaluer la viscosité de l'eau qu'on a fait circuler. On trouve :

$$\eta_{eau} \simeq 1.40 \times 10^{-3} \text{ Pa.s} \tag{F.12}$$

La température de l'eau a été mesurée à 13°C. A une telle température, la valeur trouvée pour la viscosité est tout à fait cohérente.

F.3.1.2 Transition laminaire-turbulent

Grâce à l'étude du régime laminaire, on connaît maintenant la viscosité de l'eau utilisée, donc le nombre de Reynolds. Pour augmenter le différentiel de pression, on a directement connecté le circuit de refroidissement au circuit d'eau domestique, doté d'un manomètre.

Comportement attendu

La transition entre le régime laminaire et le régime turbulent peut être caractérisée en représentant le coefficient généralisé de perte de charge Λ en fonction du nombre de Reynolds Re . Le coefficient généralisé de perte de charge est tel que :

$$\Delta P = \Lambda \frac{\rho_{eau} v_m^2 L_t}{4R} \tag{F.13}$$

En régime laminaire (sans perte de charge singulière), on a $\Lambda = 64/Re$. Lors de la transition entre régime laminaire et régime turbulent, on observe généralement une forte augmentation de Λ qui passe par un maximum local. En régime turbulent, Λ diminue graduellement et tend de façon asymptotique vers une limite qui dépend de la rugosité des parois. Cette limite est atteinte pour le régime dit complètement turbulent.

Mesure en régime turbulent

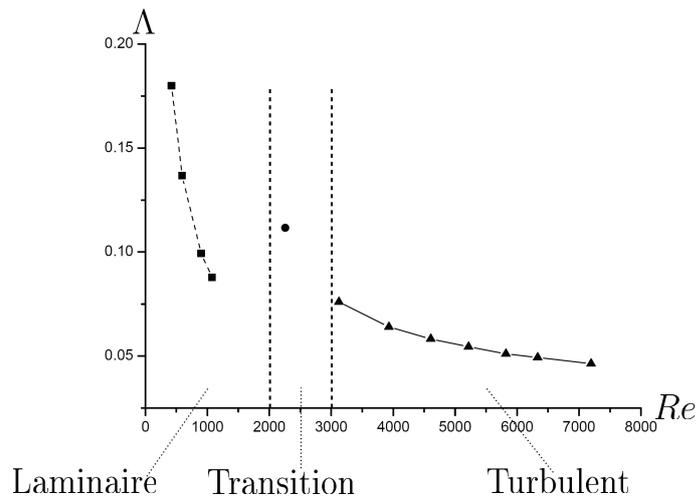


FIGURE F.3 – Représentation du coefficient généralisé de pertes de charges Λ (voir l'équation (F.13)) en fonction du nombre de Reynolds Re , pour les mesures du débit et de la pression ΔP réalisées sur le circuit de refroidissement de la cellule. On peut observer le régime laminaire (les carrés sont les mesures, reliés par des tirets), la transition de régime pour laquelle Λ passe par un maximum local (une seule mesure, rond) et le régime turbulent (triangles reliés par un trait plein).

La figure F.3 représente Λ en fonction de Re pour les mesures réalisées sur le circuit de refroidissement. Malgré un nombre relativement réduit de mesures, le comportement attendu est clairement visible. On constate que les mesures n'ont pas permis d'atteindre le régime complètement turbulent.

F.3.1.3 Régime de refroidissement choisi

Avec le septum placé entre les deux faisceaux de l'interféromètre, nous avons pu vérifier que l'établissement du régime turbulent dans la gamme de débit $0.3 \text{ L/min} \leq D \leq 1 \text{ L/min}$ n'a pas eu d'influence mesurable sur les flux atomiques détectés, ou sur la qualité des mesures. Les vibrations occasionnées sont alors négligeables. Ceci peut être compris de manière qualitative en rappelant, comme indiqué, que le régime turbulent qu'on a caractérisé n'est pas le régime complètement turbulent. Notre régime qualifié de faiblement turbulent est caractérisé par une couche limite qui reste laminaire, et des échelles de turbulences qui restent relativement petites par rapport à R . Ces caractéristiques sont favorables à une limitation des vibrations. Durant les mesures de l'effet HMW, nous avons imposé des débits de refroidissement de cet ordre. De façon empirique, nous avons aussi pu déterminer que l'efficacité du refroidissement a quasiment atteint son maximum global, et varie peu dans cette gamme mais aussi si on augmente encore le débit, ce qui rend cette opération inutile. Pour indiquer un ordre de grandeur, un débit de 0.3 L/min correspond à $D \simeq 5 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$, obtenu pour un différentiel de pression $\Delta P \simeq 2.5 \times 10^5 \text{ Pa}$. Le fluide a alors une vitesse moyenne $v_m \simeq 3.2 \text{ m/s}$, et le nombre de Reynolds est $Re \simeq 4600$. Les débits pro-

posés nous situent clairement dans une zone où un régime permanent faiblement turbulent est établi. Les caractéristiques de l'écoulement de refroidissement étant établies, la partie qui suit va maintenant proposer un modèle qui reproduit le comportement thermique de la cellule.

F.3.2 Modèle pour le refroidissement

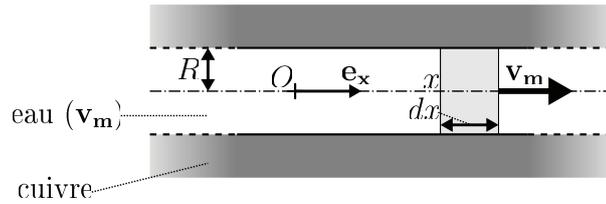


FIGURE F.4 – Modèle physique pour la refroidissement de la cellule par l'eau en circulation. Le système thermodynamique considéré est la tranche d'eau de largeur dx , représentée en gris clair.

On considère une portion rectiligne du tuyau cylindrique de cuivre d'axe \mathbf{e}_x , qu'on repère par la coordonnée x depuis un point O fixe, dans lequel circule de l'eau de refroidissement. On se place en régime permanent, pour lequel l'eau est animée d'une vitesse moyenne $\mathbf{v}_m = v_m \mathbf{e}_x$ sur une section droite de l'intérieur du tuyau. Pour simplifier l'étude thermique, on suppose que \mathbf{v}_m est uniforme sur toute une section droite. On fait l'hypothèse, comme pour l'étude thermique du fil, que les grandeurs thermodynamiques intensives ne dépendent que de x . A ce titre, on note $T_{Cu}(x)$ et $T_{eau}(x)$ respectivement les températures du tuyau et de l'eau à la position x fixe.

Le système thermodynamique qu'on considère est le système fermé constitué par une tranche d'eau s'étendant sur toute la section du tuyau, de largeur (selon \mathbf{e}_x) infinitésimale dx . Ce système est, à l'instant t , situé à la position x . Il se déplace à la vitesse constante v_m . La figure F.4 représente de façon schématique le modèle physique introduit.

F.3.2.1 Équation de la chaleur

On effectue un bilan d'énergie totale (premier principe) sur le système en régime permanent, entre les instants infiniment proches t et $t+dt$, en négligeant les termes d'ordre 2 en dx et/ou dt . On peut négliger le travail mécanique reçu du fait du différentiel de pression entre x et $x+dx$, car on peut vérifier que les puissances mécaniques associées sont très petites devant les puissances thermiques reçues. On obtient l'équation de la chaleur pour le système {Tuyau + Eau en circulation} :

$$\frac{d^2 T_{eau}}{dx^2} - \frac{\rho_{eau} C_{eau} v_m}{\lambda_{eau}} \frac{dT_{eau}}{dx} + \frac{2h}{R \lambda_{eau}} [T_{Cu}(x) - T_{eau}(x)] = 0 \quad (\text{F.14})$$

Le troisième terme du membre de gauche de cette équation fait apparaître le coefficient de transfert conducto-convectif, h . Ce coefficient quantifie la puissance thermique surfacique échangée entre la paroi du tuyau et l'eau : $P_{th,S} = h(T_{Cu}(x) - T_{eau}(x))$. En régime parfaitement laminaire dans le tuyau de refroidissement, il est possible d'exprimer $h_{lam} = \lambda_{eau}/e \simeq 600 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$, où $e = 1 \text{ mm}$ est l'épaisseur de la couche limite qui est égale au rayon du tuyau en écoulement de Poiseuille. Dans tous les autres régimes de refroidissement, il est difficile d'exprimer h de façon explicite et ce coefficient est généralement déterminé de façon empirique. Le régime turbulent va diminuer la taille de la couche limite et augmenter le mélange par convection interne au fluide, aussi il va augmenter h : ceci permet de comprendre l'intérêt de refroidir avec un écoulement turbulent, et fournit une première justification pour notre choix de débit de refroidissement.

On considère que la surface de l'interface cuivre - eau qui participe aux transferts se restreint aux abscisses $0 \leq x \leq L$, soit la zone interne à la cellule. Sa valeur est $2\pi RL \simeq 1.13 \times 10^{-3} \text{ m}^2$.

F.3.2.2 Approximations et solution

Dans cette section, on va tenir compte de nos conditions expérimentales pour utiliser plusieurs hypothèses simplificatrices du problème thermique, ce qui va permettre d'établir une solution simple de l'équation (F.14).

Température solide uniforme

On suppose que la température du tuyau est uniforme : $T_{Cu}(x) = T_{Cu}$. La validité de cette hypothèse sera discutée plus loin. En ne considérant que les bases de fonctions physiques, la solution générale de l'équation (F.14) est :

$$\begin{aligned} \Delta T(x) &= T_{Cu} - T_{eau}(x) = \Delta T_0 (1 - e^{r_1 x}), \\ \text{où : } \Delta T_0 &= T_{Cu} - T_{eau}(x=0), \\ \text{et : } r_1 &= \frac{\rho_{eau} C_{eau} v_m}{2\lambda_{eau}} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{8h\lambda_{eau}}{R\rho_{eau}^2 C_{eau}^2 v_m^2}} \right) \end{aligned} \quad (\text{F.15})$$

Transferts thermiques internes négligés

On s'intéresse plus particulièrement au terme qui s'ajoute à 1 sous la racine de la dernière équation. Pour fixer son ordre de grandeur, en prenant $h = 1000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ et $v_m = 3.2 \text{ m/s}$, sa valeur est 3×10^{-8} . On peut donc, avec une excellente approximation, développer la racine au premier ordre et on obtient $r_1 = -(2h)/(R\rho_{eau}C_{eau}v_m)$. Cette approximation revient à négliger les transferts thermiques internes à l'eau, devant les transferts thermiques issus des tuyaux de cuivre, donc à résoudre l'équation (F.14) amputée de son terme du second ordre. Elle permet de réécrire la solution en exhibant une longueur caractéristique L_{eau} :

$$\begin{aligned} L_{eau} &= \frac{R\rho_{eau}C_{eau}v_m}{2h} \\ \Delta T(x) &= \Delta T_0 (1 - e^{x/L_{eau}}) \end{aligned} \quad (\text{F.16})$$

L_{eau} caractérise la longueur L qui serait nécessaire pour thermaliser le cuivre à la température constante T_{Cu} , avec l'eau.

Limite de l'écoulement rapide

Pour $v_m = 3$ m/s et $h = 1000$ W.m⁻².K⁻¹, on constate que $L_{eau} \simeq 6.3$ m $\gg L$. Ceci signifie qu'avec notre régime d'écoulement pour le refroidissement, l'échauffement de l'eau par la cellule $T_{eau}(x=L) - T_{eau}(x=0)$ est petit devant ΔT_0 . Dans ce cas, on peut considérer que $\Delta T(x)$ est quasi-constant, et l'expression de la puissance thermique totale dissipée, notée P_{th} , acquiert une forme particulièrement simple :

$$P_{th} \simeq 2\pi R L P_{th,S} = 2\pi R L h (T_{Cu} - T_{eau}) \quad (\text{F.17})$$

La puissance thermique surfacique est alors uniforme sur toute la surface d'échange tuyau-eau, et maximale compte-tenu des températures T_{eau} , T_{Cu} et de h qui sont fixés.

F.3.2.3 Validité du modèle

Hypothèse sur T_{Cu}

Parmi les hypothèses du modèle, seule l'uniformité de la température du tuyau, $T_{Cu}(x) = T_{Cu}$, n'a pas été vérifiée. Cette condition est assurée à la fois par la limite de l'écoulement rapide, et par une bonne homogénéité des conditions thermiques imposées par la cellule au tuyau. En effet, la géométrie du tuyau, du support en laiton et celle des enroulements sont quasi-symétriques par rapport à un plan de la coupe AA de la figure IV.18, et l'eau ne s'échauffe quasiment pas dans la limite de l'écoulement rapide. Aussi les conditions thermiques sont symétriques par rapport à ce plan et il suffit de vérifier l'uniformité de $T_{Cu}(x)$ (repère de la figure F.4) pour, par exemple, la première moitié du tuyau de refroidissement, $0 \leq x \leq L/2$. Cette portion est longée sur quasiment toute sa distance par les fils conducteurs des enroulements, comme le montrent les figure IV.18 et IV.19. Or chaque fil en régime électrique permanent réalise une production linéique de chaleur uniforme. La production de chaleur est donc quasiment uniforme sur la plus grande partie de la portion de tuyau considéré. Le laiton qui est un alliage métallique a une bonne conductivité thermique bien qu'inférieure à celle du cuivre, et ce matériau remplit tout l'espace de quelques mm de entre les fils conducteurs et le tuyau. De plus, la présence de résine thermo-conductrice favorise l'homogénéisation de la température. On comprend que l'hypothèse $T_{Cu}(x) = T_{Cu}$ reproduira bien le comportement thermique global de la cellule, même si elle n'est pas vérifiée exactement partout (notamment au niveau du passage entre les deux portions symétriques de tuyau).

Transferts thermiques supplémentaires

Le modèle qui précède a négligé deux types de transferts thermiques qui favorisent le refroidissement de la cellule : le transfert thermique par rayonnement, et le transfert à travers le cuivre du tuyau qui s'étend hors de la cellule d'interaction (portions d'amenée). On évalue les deux transferts pour une température maximale de la cellule, soit 65°C. La puissance thermique perdue par rayonnement ne peut alors pas excéder 2 W. Quant au tuyau de cuivre hors de la cellule d'interaction, on peut facilement évaluer dans nos conditions de

refroidissement une longueur de diffusion de la chaleur qui est proche de 3 cm. En se basant sur cette longueur pour évaluer le courant thermique par la loi de Fourier, les puissances thermiques transférées à travers la section cuivre de 9 mm² ne dépassent pas 0.5 W. Ces deux puissances thermiques sont à comparer aux puissances thermiques transférées à l'eau dans ces conditions. Pour la calculer, le paragraphe qui suit va introduire la résistance thermique associée au système de refroidissement.

Résistance thermique

L'équation (F.17) évalue une résistance thermique R_{th} entre l'eau à la température T_{eau} et le tuyau de cuivre porté à la température stabilisée T_{Cu} :

$$\begin{aligned} \Delta T &= T_{Cu} - T_{eau} = R_{th} P_{th} \\ R_{th} &= \frac{1}{2\pi R L h} \end{aligned} \quad (F.18)$$

Pour $h = 1000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$, on a $R_{th} \simeq 0.88 \text{ K/W}$. En considérant que l'eau est à 14°C (cas typique pour les mesures) et que la température de la cellule (supposée uniforme) est 65°C, soit un différentiel de 51 K, la puissance thermique dissipée par effet Joule qui est transférée à l'eau par le système de refroidissement est alors évaluée à 58 W.

F.3.2.4 Mesures

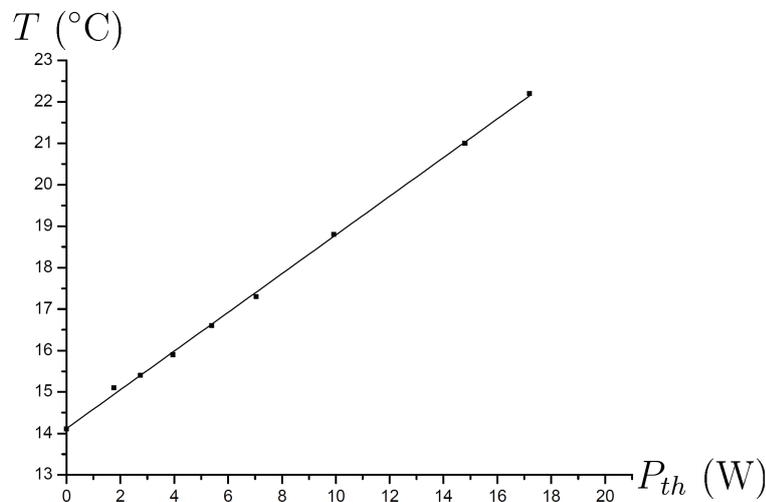


FIGURE F.5 – Mesures de la température stabilisée T en fonction de la puissance thermique dissipée par effet Joule P_{th} . La stabilisation complète prend environ 5 min. Les carrés sont les mesures, la droite leur ajustement linéaire.

La cellule est munie d'une sonde de température de platine de type PT 100. Nous avons mesuré la température stabilisée de la cellule avec un débit de refroidissement de 0.4 L/min, en fonction de la puissance thermique dissipée par effet Joule. Cette dernière est

connue précisément en relevant en même temps l'intensité qui parcourt le solénoïde, qui est mesurée en temps réel par l'alimentation, et la tension aux bornes du circuit mesurée au voltmètre de haute précision. La figure F.5 représente le résultat de ces mesures. On observe bien un comportement quasi-linéaire. Un ajustement permet d'évaluer la résistance thermique à $R_{th} = (0.47 \pm 0.01)$ K/W. Ceci fournit une valeur du coefficient de transfert conducto-convectif : $h \simeq 1900$ W.m⁻².K⁻¹. Compte-tenu de son évaluation analytique en régime laminaire, $h_{lam} \simeq 600$ W.m⁻².K⁻¹, la valeur trouvée semble confirmer l'effet bénéfique du régime turbulent pour l'efficacité du refroidissement.

Avec la résistance thermique mesurée, il est possible de transférer à l'eau un peu plus de 100 W thermiques si on admet un différentiel de température de 50 K. La résistance électrique du fil conducteur a été mesurée (à froid) à environ 5.6×10^{-2} Ω. Ceci donne la possibilité de pouvoir imposer des courants continus proches de 40 A. Cette valeur est l'intensité maximale que peut fournir l'alimentation stabilisée que nous utilisons (c'est un hasard). En réalité, dans le souci de ménager la cellule (surtout une fois la partie électrique - condensateur HT - installée), nous n'avons pas dissipé des puissances moyennes supérieures à 20 W, ceci pour deux raisons :

- L'étude des effets magnétiques interférométriques (sous-chapitre IV.4) va montrer pourquoi il est inutile d'utiliser des intensités de plus 25 A lors de l'interaction magnétique. Des intensités supérieures provoqueront une forte diminution de la visibilité des interférences atomiques observées ;
- La méthode d'acquisition que nous utilisons implique généralement d'imposer des courants en créneaux dont la période est de l'ordre de 2 s, et le rapport de forme 1/2 (voir la section II.4.3.6). La puissance thermique dissipée est alors la moitié de la puissance crête pendant un créneau.

F.4 Bilan

Cette étude thermique a montré qu'il devrait être possible de pouvoir imposer des courants continus proches de 40 A, tout en satisfaisant deux critères sur les températures :

- Lors du fonctionnement de la cellule avec un débit de refroidissement de l'ordre de 0.5 L/min, l'élévation de température ne dépassera pas 50 K. Ceci permet de garder la température du septum en-dessous de ses valeurs admissibles (voir l'annexe E). Cet effet est peu sensible au débit s'il est supérieur à 0.3 L/min (pour les mesures interférométriques, nous l'avons limité à 1 L/min). Il correspond à un régime d'écoulement faiblement turbulent, qui n'a eu aucun impact détectable sur les vibrations de la cellule ;
- La température maximale atteinte par le fil conducteur, au niveau des portions qui sont dans le vide, ne dépassera pas 120°C à condition de limiter comme spécifié les longueurs des portions entre deux ponts thermiques ;

On remarque que même en cas d'alimentation alternée qui diminue la puissance thermique moyenne dissipée, la limite de 40 A continue de s'appliquer pour l'intensité instantanée. En effet, on s'attend à ce que le temps caractéristique des transitoires thermiques pour les fils soit notablement plus court que celui de la cellule, qui est de l'ordre d'une minute.

Les conditions expérimentales de mesure n'ont jamais imposé de dissiper plus de 20 W, soit environ un cinquième de la puissance thermique obtenue à 40A. Le système de refroidissement est donc sur-dimensionné, mais cette bonne efficacité est un atout pour limiter les dérives thermiques de la cellule auxquelles les mesures en champ électrique sont très sensibles (voir la section IV.5.4.3).

Bibliographie

- [1] R. P. Feynman. Space-Time Approach to Non-Relativistic Quantum Mechanics. Rev. Mod. Phys., 20 :367–387, Apr 1948.
- [2] C. Davisson and L. H. Germer. Diffraction of Electrons by a Crystal of Nickel. Phys. Rev., 30 :705–740, Dec 1927.
- [3] I. Estermann and O. Stern. Beugung von Molekularstrahlen. Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei, 61 :95–125, 1930. 10.1007/BF01340293.
- [4] L. Marton, J. Arol Simpson, and J. A. Suddeth. An Electron Interferometer. Review of Scientific Instruments, 25(11) :1099 –1104, nov 1954.
- [5] Norman F. Ramsey. A Molecular Beam Resonance Method with Separated Oscillating Fields. Phys. Rev., 78 :695–699, Jun 1950.
- [6] Ch.J. Bordé. Atomic interferometry with internal state labelling. Physics Letters A, 140(1-2) :10 – 12, 1989.
- [7] O. Carnal and J. Mlynek. Young’s double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer. Phys. Rev. Lett., 66 :2689–2692, May 1991.
- [8] David W. Keith, Christopher R. Ekstrom, Quentin A. Turchette, and David E. Pritchard. An interferometer for atoms. Phys. Rev. Lett., 66(21) :2693–2696, May 1991.
- [9] F. Riehle, Th. Kisters, A. Witte, J. Helmcke, and Ch. J. Bordé. Optical Ramsey spectroscopy in a rotating frame : Sagnac effect in a matter-wave interferometer. Phys. Rev. Lett., 67 :177–180, Jul 1991.
- [10] Mark Kasevich, David S. Weiss, Erling Riis, Kathryn Moler, Steven Kasapi, and Steven Chu. Atomic velocity selection using stimulated Raman transitions. Phys. Rev. Lett., 66(18) :2297–2300, May 1991.
- [11] Mark Kasevich and Steven Chu. Atomic interferometry using stimulated Raman transitions. Phys. Rev. Lett., 67(2) :181–184, Jul 1991.
- [12] Alexander D. Cronin, Jörg Schmiedmayer, and David E. Pritchard. Optics and interferometry with atoms and molecules. Rev. Mod. Phys., 81 :1051–1129, Jul 2009.
- [13] S. Kunze, S. Dürr, and G. Rempe. Bragg scattering of slow atoms from a standing light wave. EPL (Europhysics Letters), 34(5) :343, 1996.
- [14] Yoshio Torii, Yoichi Suzuki, Mikio Kozuma, Toshiaki Sugiura, Takahiro Kuga, Lu Deng, and E. W. Hagley. Mach-Zehnder Bragg interferometer for a Bose-Einstein condensate. Phys. Rev. A, 61(4) :041602, Feb 2000.
- [15] Paul R Berman. Atom interferometry. Academic Press, 1997.
- [16] P. L. Kapitza and P. A. M. Dirac. The reflection of electrons from standing light waves. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 29(02) :297–300, 1933.
- [17] D. L. Freimund, K. Aflatooni, and H. Batelaan. Observation of the Kapitza-Dirac effect. Nature, 413 :142–143, September 2001.

- [18] Philip E. Moskowitz, Phillip L. Gould, Susan R. Atlas, and David E. Pritchard. Diffraction of an Atomic Beam by Standing-Wave Radiation. Phys. Rev. Lett., 51(5) :370–373, Aug 1983.
- [19] Phillip L. Gould, George A. Ruff, and David E. Pritchard. Diffraction of atoms by light : The near-resonant Kapitza-Dirac effect. Phys. Rev. Lett., 56 :827–830, Feb 1986.
- [20] Peter J. Martin, Bruce G. Oldaker, Andrew H. Miklich, and David E. Pritchard. Bragg scattering of atoms from a standing light wave. Phys. Rev. Lett., 60(6) :515–518, Feb 1988.
- [21] J. Le Gouët, T.E. Mehlstäubler, J. Kim, S. Merlet, A. Clairon, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos. Limits to the sensitivity of a low noise compact atomic gravimeter. Applied Physics B : Lasers and Optics, 92 :133–144, 2008. 10.1007/s00340-008-3088-1.
- [22] M. J. Snadden, J. M. McGuirk, P. Bouyer, K. G. Haritos, and M. A. Kasevich. Measurement of the Earth’s Gravity Gradient with an Atom Interferometer-Based Gravity Gradiometer. Phys. Rev. Lett., 81 :971–974, Aug 1998.
- [23] J. M. McGuirk, G. T. Foster, J. B. Fixler, M. J. Snadden, and M. A. Kasevich. Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry. Phys. Rev. A, 65 :033608, Feb 2002.
- [24] J. B. Fixler, G. T. Foster, J. M. McGuirk, and M. A. Kasevich. Atom Interferometer Measurement of the Newtonian Constant of Gravity. Science, 315(5808) :74–77, 2007.
- [25] G. Lamporesi, A. Bertoldi, L. Cacciapuoti, M. Prevedelli, and G. M. Tino. Determination of the Newtonian Gravitational Constant Using Atom Interferometry. Phys. Rev. Lett., 100 :050801, Feb 2008.
- [26] T. L. Gustavson, P. Bouyer, and M. A. Kasevich. Precision Rotation Measurements with an Atom Interferometer Gyroscope. Phys. Rev. Lett., 78 :2046–2049, Mar 1997.
- [27] D. S. Durfee, Y. K. Shaham, and M. A. Kasevich. Long-Term Stability of an Area-Reversible Atom-Interferometer Sagnac Gyroscope. Phys. Rev. Lett., 97 :240801, Dec 2006.
- [28] A. Gauguet, B. Canuel, T. Lévêque, W. Chaibi, and A. Landragin. Characterization and limits of a cold-atom Sagnac interferometer. Phys. Rev. A, 80 :063604, Dec 2009.
- [29] Rémy Battesti, Pierre Cladé, Saïda Guellati-Khélifa, Catherine Schwob, Benoît Grémaud, François Nez, Lucile Julien, and François Biraben. Bloch Oscillations of Ultracold Atoms : A Tool for a Metrological Determination of h/m_{RB} . Phys. Rev. Lett., 92 :253001, Jun 2004.
- [30] Pierre Cladé, Saïda Guellati-Khélifa, François Nez, and François Biraben. Large Momentum Beam Splitter Using Bloch Oscillations. Phys. Rev. Lett., 102(24) :240402, Jun 2009.
- [31] Rym Bouchendira, Pierre Cladé, Saïda Guellati-Khélifa, François Nez, and François

- Biraben. New Determination of the Fine Structure Constant and Test of the Quantum Electrodynamics. Phys. Rev. Lett., 106 :080801, Feb 2011.
- [32] Michael S. Chapman, Troy D. Hammond, Alan Lenef, Jörg Schmiedmayer, Richard A. Rubenstein, Edward Smith, and David E. Pritchard. Photon Scattering from Atoms in an Atom Interferometer : Coherence Lost and Regained. Phys. Rev. Lett., 75(21) :3783–3787, Nov 1995.
- [33] David A. Kokorowski, Alexander D. Cronin, Tony D. Roberts, and David E. Pritchard. From Single- to Multiple-Photon Decoherence in an Atom Interferometer. Phys. Rev. Lett., 86(11) :2191–2195, Mar 2001.
- [34] Klaus Hornberger, Stefan Uttenthaler, Björn Brezger, Lucia Hackermüller, Markus Arndt, and Anton Zeilinger. Collisional Decoherence Observed in Matter Wave Interferometry. Phys. Rev. Lett., 90(16) :160401, Apr 2003.
- [35] Hermann Uys, John D. Perreault, and Alexander D. Cronin. Matter-Wave Decoherence due to a Gas Environment in an Atom Interferometer. Phys. Rev. Lett., 95(15) :150403, Oct 2005.
- [36] Klaus Hornberger, Stefan Gerlich, Hendrik Ulbricht, Lucia Hackermüller, Stefan Nimmrichter, Ilya V Goldt, Olga Boltalina, and Markus Arndt. Theory and experimental verification of Kapitza-Dirac-Talbot-Lau interferometry. New Journal of Physics, 11(4) :043032, 2009.
- [37] Kai Bongs and Klaus Sengstock. Physics with coherent matter waves. Reports on Progress in Physics, 67(6) :907, 2004.
- [38] Sheng-wei Chiow, Tim Kovachy, Hui-Chun Chien, and Mark A. Kasevich. $102\hbar k$ Large Area Atom Interferometers. Phys. Rev. Lett., 107 :130403, Sep 2011.
- [39] Christopher R. Ekstrom, Jörg Schmiedmayer, Michael S. Chapman, Troy D. Hammond, and David E. Pritchard. Measurement of the electric polarizability of sodium with an atom interferometer. Phys. Rev. A, 51(5) :3883–3888, May 1995.
- [40] A. Miffre, M. Jacquy, M. Büchner, G. Tréneç, and J. Vigué. Atom interferometry measurement of the electric polarizability of lithium. The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics, 38 :353–365, 2006. 10.1140/epjd/e2006-00015-5.
- [41] M. Jacquy, M. Büchner, G. Tréneç, and J. Vigué. First Measurements of the Index of Refraction of Gases for Lithium Atomic Waves. Phys. Rev. Lett., 98(24) :240405, Jun 2007.
- [42] W. H. Bragg and W. L. Bragg. The Reflection of X-rays by Crystals. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, 88(605) :pp. 428–438, 1913.
- [43] Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc, and Gilbert Grynberg. Processus d'interaction entre photons et atomes. 1998.
- [44] C. Cohen-Tannoudji. Atomes "habillés" par des photons optiques ou de radiofréquence. J. Phys. Colloques, 32(5) :C5a–11–C5a–28, 1971.
- [45] Neil W. Ashcroft and David N. Mermin. Solid State Physics. Thomson Learning, Toronto, 1 edition, January 1976.

- [46] V. S. Letokhov and V. G. Minogin. Laser radiation pressure on free atoms. Physics Reports, 73(1) :1 – 65, 1981.
- [47] M. Wilkens, E. Schumacher, and P. Meystre. Band theory of a common model of atom optics. Phys. Rev. A, 44(5) :3130–3137, Sep 1991.
- [48] C. Champenois, M. Büchner, R. Delhuelle, R. Mathevet, C. Robilliard, C. Rizzo, and J. Vigué. Atomic diffraction by a laser standing wave : Analysis using Bloch states. The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics, 13 :271–278, 2001. 10.1007/s100530170276.
- [49] C. Keller, J. Schmiedmayer, A. Zeilinger, T. Nonn, S. Dürr, and G. Rempe. Adiabatic following in standing-wave diffraction of atoms. Applied Physics B : Lasers and Optics, 69 :303–309, 1999. 10.1007/s003400050810.
- [50] M. Horne, I. Jex, and A. Zeilinger. Schrödinger wave functions in strong periodic potentials with applications to atom optics. Phys. Rev. A, 59(3) :2190–2202, Mar 1999.
- [51] Marion Jacquey. Expériences d’interférométrie atomique avec l’atome de lithium. Thèse de doctorat, CNRS UMR 5589 Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité - Université Paul Sabatier (Toulouse III), 2006.
- [52] M. Abramowitz and I. Stegun. Handbook of mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables. National bureau of standards, 1964.
- [53] J. Meixner, F.W. Schäfke, and G. Wolf. Mathieu Functions and Spheroidal Functions and Their Mathematical Foundations : Further Studies Lecture Notes in Mathematics v. 837. 1980.
- [54] Stephan Dürr and Gerhard Rempe. Acceptance angle for Bragg reflection of atoms from a standing light wave. Phys. Rev. A, 59(2) :1495–1499, Feb 1999.
- [55] M. Jacquey, A. Miffre, M. Büchner, G. Tréneç, and J. Vigué. Test of the isotopic and velocity selectivity of a lithium atom interferometer by magnetic dephasing. EPL (Europhysics Letters), 77(2) :20007, 2007.
- [56] Caroline Champenois. Interférométrie atomique avec l’atome de Lithium : analyse théorique et construction d’un interféromètre, applications. Thèse de doctorat, CNRS UMR 5589 Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité - Université Paul Sabatier (Toulouse III), 1999.
- [57] A. P. Kazantsev, L. D. Landau, G. I. Surdutovich, D. O. Chudesnikov, and V. P. Yakovlev. Scattering, velocity bunching, and self-localization of atoms in a light field. J. Opt. Soc. Am. B, 6(11) :2130–2139, Nov 1989.
- [58] C. Tanguy, S. Reynaud, and C. Cohen-Tannoudji. Deflection of an atomic beam by a laser wave : transition between diffractive and diffusive regimes. Journal of Physics B : Atomic and Molecular Physics, 17(23) :4623, 1984.
- [59] D. O. Chudesnikov and V. P. Yakovlev. Bragg Scattering on Complex Potential and Formation of Super-Narrow Momentum Distributions of Atoms in Light Fields. Laser Physics, 1 :110 – 119, 1991.
- [60] S. M. Tan and D. F. Walls. Numerical simulation of atomic diffraction in the Raman-Nath regime. Applied Physics B : Lasers and Optics, 54 :434–442, 1992. 10.1007/BF00325390.

- [61] E. Schumacher, M. Wilkens, P. Meystre, and S. Glasgow. Spontaneous emission in the near-resonant Kapitza-Dirac effect. Applied Physics B : Lasers and Optics, 54 :451–466, 1992. 10.1007/BF00325392.
- [62] Phillip L. Gould, Peter J. Martin, George A. Ruff, Richard E. Stoner, Jean-Louis Picqué, and David E. Pritchard. Momentum transfer to atoms by a standing light wave : Transition from diffraction to diffusion. Phys. Rev. A, 43(1) :585–588, Jan 1991.
- [63] Markus K. Oberthaler, Roland Abfalterer, Stefan Bernet, Jörg Schmiedmayer, and Anton Zeilinger. Atom Waves in Crystals of Light. Phys. Rev. Lett., 77(25) :4980–4983, Dec 1996.
- [64] Claudia Keller, Markus K. Oberthaler, Roland Abfalterer, Stefan Bernet, Jörg Schmiedmayer, and Anton Zeilinger. Tailored Complex Potentials and Friedel’s Law in Atom Optics. Phys. Rev. Lett., 79(18) :3327–3330, Nov 1997.
- [65] Roland Abfalterer, Claudia Keller, Stefan Bernet, Markus K. Oberthaler, Jörg Schmiedmayer, and Anton Zeilinger. Nanometer definition of atomic beams with masks of light. Phys. Rev. A, 56(6) :R4365–R4368, Dec 1997.
- [66] M. K. Oberthaler, R. Abfalterer, S. Bernet, C. Keller, J. Schmiedmayer, and A. Zeilinger. Dynamical diffraction of atomic matter waves by crystals of light. Phys. Rev. A, 60(1) :456–472, Jul 1999.
- [67] Rémi Delhuille. Interférométrie atomique avec l’atome de Lithium : réalisation d’un interféromètre présentant un contraste et un flux élevés en vue de mesures de précision. Thèse de doctorat, CNRS UMR 5589 Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité - Université Paul Sabatier (Toulouse III), 2002.
- [68] Alain Miffre. Expériences d’interférométrie atomique avec le lithium. Mesure de précision de la polarisabilité électrique. Thèse de doctorat, CNRS UMR 5589 Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité - Université Paul Sabatier (Toulouse III), 2005.
- [69] A. Miffre, R. Delhuille, B. Viaris de Lesegno, M. Büchner, C. Rizzo, and J. Vigué. The three-grating Mach-Zehnder optical interferometer : a tutorial approach using particle optics. European Journal of Physics, 23(6) :623, 2002.
- [70] William F. Holmgren, Melissa C. Revelle, Vincent P. A. Lonij, and Alexander D. Cronin. Absolute and ratio measurements of the polarizability of Na, K, and Rb with an atom interferometer. Phys. Rev. A, 81(5) :053607, May 2010.
- [71] Ernst M. Rasel, Markus K. Oberthaler, Herman Batelaan, Jörg Schmiedmayer, and Anton Zeilinger. Atom Wave Interferometry with Diffraction Gratings of Light. Phys. Rev. Lett., 75(14) :2633–2637, Oct 1995.
- [72] David M. Giltner, Roger W. McGowan, and Siu Au Lee. Atom Interferometer Based on Bragg Scattering from Standing Light Waves. Phys. Rev. Lett., 75(14) :2638–2641, Oct 1995.
- [73] David M. Giltner, Roger W. McGowan, and Siu Au Lee. Theoretical and experimental study of the Bragg scattering of atoms from a standing light wave. Phys. Rev. A, 52(5) :3966–3972, Nov 1995.

- [74] S. Durr, T. Nonn, and G. Rempe. Origin of quantum-mechanical complementarity probed by a 'which-way' experiment in an atom interferometer. Nature, 395 :33 – 37, 1998.
- [75] O. Garcia, B. Deissler, K. J. Hughes, J. M. Reeves, and C. A. Sackett. Bose-Einstein-condensate interferometer with macroscopic arm separation. Phys. Rev. A, 74(3) :031601, Sep 2006.
- [76] John L. Margrave. Vapour pressure of the elements (Nesmeyanov, An. N.). Journal of Chemical Education, 41(8) :A590, 1964.
- [77] A. Miffre, M. Jacquy, M. Büchner, G. Tréneç, and J. Vigué. Anomalous cooling of the parallel velocity in seeded beams. Phys. Rev. A, 70(3) :030701, Sep 2004.
- [78] H. C. W. Beijerinck and N. F. Verster. Absolute intensities and perpendicular temperatures of supersonic beams of polyatomic gases. Physica B+C, 111(2-3) :327 – 352, 1981.
- [79] F. Biraben and P. Labastie. Balayage d'un laser a colorant continu monomode sur 150 GHZ. Optics Communications, 41(1) :49 – 51, 1982.
- [80] T.W. Hänsch and B. Couillaud. Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity. Optics Communications, 35(3) :441 – 444, 1980.
- [81] A. Miffre, M. Jacquy, M. Büchner, G. Tréneç, and J. Vigué. Vibration-induced phase noise in Mach-Zehnder atom interferometers. Applied Physics B : Lasers and Optics, 84 :617–625, 2006. 10.1007/s00340-006-2377-9.
- [82] Irving Langmuir and K. H. Kingdon. Thermionic Effects Caused by Vapours of Alkali Metals. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, 107(741) :61–79, 1925.
- [83] John B. Taylor. The Reflection of Beams of the Alkali Metals from Crystals. Phys. Rev., 35(4) :375–380, Feb 1930.
- [84] R. Delhuille, A. Miffre, E. Lavallette, M. Büchner, C. Rizzo, G. Tréneç, J. Vigué, H. J. Loesch, and J. P. Gauyacq. Optimization of a Langmuir-Taylor detector for lithium. Review of Scientific Instruments, 73 :2249, 2002.
- [85] David P. Lide, editor. CRC Handbook of Chemistry and Physics. CRC PRESS, 81 edition, 2000.
- [86] H. Kawano, T. Takahashi, Y. Tagashira, H. Mine, and M. Moriyama. Work function of refractory metals and its dependence upon working conditions. Applied Surface Science, 146(1-4) :105 – 108, 1999.
- [87] L. Hackermüller, K. Hornberger, B. Brezger, A. Zeilinger, and M. Arndt. Decoherence of matter waves by thermal emission of radiation. Nature, 427 :711–714, 2004.
- [88] M. Jacquy, A. Miffre, M. Büchner, G. Tréneç, and J. Vigué. Phase noise due to vibrations in Mach-Zehnder atom interferometers. EPL (Europhysics Letters), 75(5) :688, 2006.
- [89] Geraldo Antonio Guerrero Cidade, Gilberto Weissmuller, and Paulo Mascarello Bisch. A microcontroller-based system for piezoscanner nonlinearity correction : Atomic force microscope. Review of Scientific Instruments, 69(10) :3593–3597, 1998.

- [90] Hewon Jung and Dae-Gab Gweon. Creep characteristics of piezoelectric actuators. Review of Scientific Instruments, 71(4) :1896–1900, 2000.
- [91] John D. Perreault and Alexander D. Cronin. Observation of Atom Wave Phase Shifts Induced by Van Der Waals Atom-Surface Interactions. Phys. Rev. Lett., 95(13) :133201, Sep 2005.
- [92] Y. Aharonov and D. Bohm. Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory. Phys. Rev., 115 :485–491, Aug 1959.
- [93] M. V. Berry. Quantal phase factors accompanying adiabatic changes. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, 392 :45–57, 1984.
- [94] Alfred Shapere and Frank Wilczek. Geometric phases in Physics. World Scientific, 1989.
- [95] S. Olariu and I. Iovitzu Popescu. The quantum effects of electromagnetic fluxes. Rev. Mod. Phys., 57 :339–436, Apr 1985.
- [96] Herman Erlichson. Aharonov-Bohm Effect - Quantum Effects on Charged Particles in Field-Free Regions. American Journal of Physics, 38 :162, 1970.
- [97] R. G. Chambers. Shift of an Electron Interference Pattern by Enclosed Magnetic Flux. Phys. Rev. Lett., 5 :3–5, Jul 1960.
- [98] Akira Tonomura, Nobuyuki Osakabe, Tsuyoshi Matsuda, Takeshi Kawasaki, Junji Endo, Shinichiro Yano, and Hiroji Yamada. Evidence for Aharonov-Bohm effect with magnetic field completely shielded from electron wave. Phys. Rev. Lett., 56 :792–795, Feb 1986.
- [99] Y. Aharonov and A. Casher. Topological Quantum Effects for Neutral Particles. Phys. Rev. Lett., 53 :319–321, Jul 1984.
- [100] J. Anandan. Tests of Parity and Time-Reversal Noninvariance Using Neutron Interference. Phys. Rev. Lett., 48 :1660–1663, Jun 1982.
- [101] A. Cimmino, G. I. Opat, A. G. Klein, H. Kaiser, S. A. Werner, M. Arif, and R. Clothier. Observation of the topological Aharonov-Casher phase shift by neutron interferometry. Phys. Rev. Lett., 63 :380–383, Jul 1989.
- [102] C. R. Hagen. Exact equivalence of spin-1/2 Aharonov-Bohm and Aharonov-Casher effects. Phys. Rev. Lett., 64 :2347–2349, May 1990.
- [103] Karin Sangster, E. A. Hinds, Stephen M. Barnett, and Erling Riis. Measurement of the Aharonov-Casher phase in an atomic system. Phys. Rev. Lett., 71 :3641–3644, Nov 1993.
- [104] Karin Sangster, E. A. Hinds, Stephen M. Barnett, Erling Riis, and A. G. Sinclair. Aharonov-Casher phase in an atomic system. Phys. Rev. A, 51 :1776–1786, Mar 1995.
- [105] Norman F. Ramsey. Complementarity with neutron two-path interferences and separated-oscillatory-field resonances. Phys. Rev. A, 48 :80–82, Jul 1993.
- [106] K. Zeiske, G. Zinner, F. Riehle, and J. Helmcke. Atom interferometry in a static electric field : Measurement of the Aharonov-Casher phase. Applied Physics B : Lasers and Optics, 60 :205–209, 1995. 10.1007/BF01135864.
- [107] A. Görlitz, B. Schuh, and A. Weis. Measurement of the Aharonov-Casher phase of aligned Rb atoms. Phys. Rev. A, 51 :R4305–R4308, Jun 1995.

- [108] Shinya Yanagimachi, Masaki Kajiro, Mamoru Machiya, and Atsuo Morinaga. Direct measurement of the Aharonov-Casher phase and tensor Stark polarizability using a calcium atomic polarization interferometer. *Phys. Rev. A*, 65 :042104, Mar 2002.
- [109] Jonathan P. Dowling, Colin P. Williams, and J. D. Franson. Maxwell Duality, Lorentz Invariance, and Topological Phase. *Phys. Rev. Lett.*, 83 :2486–2489, Sep 1999.
- [110] Jeeva Anandan. Classical and Quantum Interaction of the Dipole. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :1354–1357, Aug 2000.
- [111] Xiao-Gang He and Bruce H. J. McKellar. Topological phase due to electric dipole moment and magnetic monopole interaction. *Phys. Rev. A*, 47 :3424–3425, Apr 1993.
- [112] Martin Wilkens. Quantum phase of a moving dipole. *Phys. Rev. Lett.*, 72 :5–8, Jan 1994.
- [113] Haiqing Wei, Rushan Han, and Xiuqing Wei. Quantum Phase of Induced Dipoles Moving in a Magnetic Field. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :2071–2073, Sep 1995.
- [114] Yuki Sato and Richard Packard. On the feasibility of detecting an Aharonov-Bohm phase shift in neutral matter. *Journal of Physics : Conference Series*, 150 :032093, 2009.
- [115] Chia-Chu Chen. Topological quantum phase and multipole moment of neutral particles. *Phys. Rev. A*, 51 :2611–2613, Mar 1995.
- [116] G. T. Trammell. Aharonov-Bohm Paradox. *Phys. Rev.*, 134 :B1183–B1184, Jun 1964.
- [117] Timothy H. Boyer. Energy and Momentum in Electromagnetic Field for Charged Particles moving with Constant Velocities. *American Journal of Physics*, 39 :257, 1971.
- [118] Timothy H. Boyer. Classical Electromagnetic Deflections and Lag Effects Associated with Quantum Interference Pattern Shifts : Considerations Related to the Aharonov-Bohm Effect. *Phys. Rev. D*, 8 :1679–1693, Sep 1973.
- [119] Pippa Storey and Claude Cohen-Tannoudji. The Feynman path integral approach to atomic interferometry. A tutorial. *Journal de Physique II*, 4 :1999–2027, 1994.
- [120] Claude Cohen-Tannoudji. Cours de physique atomique et moléculaire au Collège de France - Année scolaire 1993-1994.
- [121] Y. Aharonov, P. Pearle, and L. Vaidman. Comment on “Proposed Aharonov-Casher effect : Another example of an Aharonov-Bohm effect arising from a classical lag”. *Phys. Rev. A*, 37 :4052–4055, May 1988.
- [122] Timothy H. Boyer. Proposed Aharonov-Casher effect : Another example of an Aharonov-Bohm effect arising from a classical lag. *Phys. Rev. A*, 36 :5083–5086, Nov 1987.
- [123] Alfred S. Goldhaber. Comment on "Topological Quantum Effects for Neutral Particles". *Phys. Rev. Lett.*, 62 :482–482, Jan 1989.
- [124] Sidney Coleman and J. H. Van Vleck. Origin of "Hidden Momentum Forces" on Magnets. *Phys. Rev.*, 171 :1370–1375, Jul 1968.
- [125] Gianfranco Spavieri. Quantum effect for an electric dipole. *Phys. Rev. A*, 59 :3194–3199, May 1999.

- [126] Gianfranco Spavieri. Comment on “Quantum Phase of a Moving Dipole”. Phys. Rev. Lett., 81 :1533–1533, Aug 1998.
- [127] Gianfranco Spavieri. Quantum Effect of the Aharonov-Bohm Type for Particles with an Electric Dipole Moment. Phys. Rev. Lett., 82 :3932–3935, May 1999.
- [128] Martin Wilkens. Wilkens Replies :. Phys. Rev. Lett., 81 :1534–1534, Aug 1998.
- [129] V. M. Tkachuk. Quantum topological phase of an electric dipole circulating around a ferromagnetic wire. Phys. Rev. A, 62 :052112, Oct 2000.
- [130] C. R. Hagen. Comment on “Quantum Phase of Induced Dipoles Moving in a Magnetic Field”. Phys. Rev. Lett., 77 :1656–1656, Aug 1996.
- [131] Haiqing Wei, Xiuqing Wei, and Rushan Han. Wei *et al.* Reply :. Phys. Rev. Lett., 77 :1657–1657, Aug 1996.
- [132] H. R. Le and M. P. F. Sutcliffe. Analysis of surface roughness of cold-rolled aluminium foil. Wear, 244(1-2) :71 – 78, 2000.
- [133] Christophe Gras. Communications privées - (département Métallurgie et R&D - société NOVELIS Foil & Technical Products).
- [134] R. V. Latham. High Voltage Vacuum Insulation - Basic concepts and technological practice. Harcourt Brace Company, 1995.
- [135] E. Arimondo, M. Inguscio, and P. Violino. Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms. Rev. Mod. Phys., 49(1) :31–75, Jan 1977.
- [136] Zong-Chao Yan. Calculations of Magnetic Moments for Three-Electron Atomic Systems. Phys. Rev. Lett., 86(25) :5683–5686, Jun 2001.
- [137] Nicolas Heim. Interférométrie atomique - Rapport de stage de M2 sous la direction de Matthias Büchner, 2010.
- [138] C C Speake. Forces and force gradients due to patch fields and contact-potential differences. Classical and Quantum Gravity, 13(11A) :A291, 1996.
- [139] J. B. Camp, T. W. Darling, and Ronald E. Brown. Macroscopic variations of surface potentials of conductors. Journal of Applied Physics, 69(10) :7126–7129, 1991.
- [140] Willis E. Lamb and Robert C. Retherford. Fine Structure of the Hydrogen Atom by a Microwave Method. Phys. Rev., 72 :241–243, Aug 1947.
- [141] T. F. Gallagher and W. E. Cooke. Interactions of Blackbody Radiation with Atoms. Phys. Rev. Lett., 42 :835–839, Mar 1979.
- [142] Andreas Bauch and Roland Schröder. Experimental Verification of the Shift of the Cesium Hyperfine Transition Frequency due to Blackbody Radiation. Phys. Rev. Lett., 78 :622–625, Jan 1997.
- [143] Wayne M. Itano, L. L. Lewis, and D. J. Wineland. Shift of $^2S_{1/2}$ hyperfine splittings due to blackbody radiation. Phys. Rev. A, 25 :1233–1235, Feb 1982.
- [144] E. Simon, P. Laurent, and A. Clairon. Measurement of the Stark shift of the Cs hyperfine splitting in an atomic fountain. Phys. Rev. A, 57 :436–439, Jan 1998.
- [145] F. Lison, P. Schuh, D. Haubrich, and D. Meschede. High-brilliance Zeeman-slowed cesium atomic beam. Phys. Rev. A, 61 :013405, Dec 1999.
- [146] M. D. Hoogerland, J. P. J. Driessen, E. J. D. Vredenburg, H. J. L. Megens, M. P. Schuwer, H. C. W. Beijerinck, and K. A. H. van Leeuwen. Bright thermal atomic

- beams by laser cooling : A 1400-fold gain in beam flux. Applied Physics B : Lasers and Optics, 62 :323–327, 1996. 10.1007/BF01081192.
- [147] M Schiffer, M Christ, G Wokurka, and W Ertmer. Temperatures near the recoil limit in an atomic funnel. Optics Communications, 134(1-6) :423 – 430, 1997.
- [148] R. M. S. Knops, A. E. A. Koolen, H. C. W. Beijerinck, and K. A. H. van Leeuwen. Design and Construction of a High-Precision Atomic Beam Machine for Quantum Optics and Atom Optics Experiments. Laser Physics, 9 :286, 1999.
- [149] J.G.C. Tempelaars, R.J.W. Stas, P.G.M. Sebel, H.C.W. Beijerinck, and E.J.D. Vredenburg. An intense, slow and cold beam of metastable Ne(3s) 3P_2 atoms. The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics, 18 :113–121, 2002. 10.1140/e10053-002-0013-8.
- [150] Christopher Slowe, Laurent Vernac, and Lene Vestergaard Hau. High flux source of cold rubidium atoms. Review of Scientific Instruments, 76 :103101, 2005.
- [151] D. B. Newell, S. J. Richman, P. G. Nelson, R. T. Stebbins, P. L. Bender, J. E. Faller, and J. Mason. An ultra-low-noise, low-frequency, six degrees of freedom active vibration isolator. Review of Scientific Instruments, 68 :3211, 1997.
- [152] S. J. Richman, J. A. Giaime, D. B. Newell, R. T. Stebbins, P. L. Bender, and J. E. Faller. Multistage active vibration isolation system. Review of Scientific Instruments, 69 :2531, 1998.
- [153] M J Usher, I W Buckner, and R F Burch. A miniature wideband horizontal-component feedback seismometer. Journal of Physics E : Scientific Instruments, 10(12) :1253, 1977.
- [154] Alessandro Bertolini, Riccardo DeSalvo, Francesco Fidecaro, Mario Francesconi, Szabolcs Marka, Virginio Sannibale, Duccio Simonetti, Akiteru Takamori, and Harreem Tariq. Readout system and predicted performance of a low-noise low-frequency horizontal accelerometer. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 564(1) :579 – 586, 2006.
- [155] U. Eismann, F. Gerbier, C. Canalias, A. Zukauskas, G. Tréneç, J. Vigué, F. Chevy, and C. Salomon. An all-solid-state laser source at 671 nm for cold-atom experiments with lithium. Applied Physics B : Lasers and Optics. 10.1007/s00340-011-4693-y.
- [156] A. Zeilinger. Generalized Aharonov-Bohm and Wheeler-Type Delayed Choice Experiments with Neutrons. J. Phys. Colloques, 45(3) :C3–213–C3–216, 1984.
- [157] B. E. Allman, A. Cimmino, A. G. Klein, G. I. Opat, H. Kaiser, and S. A. Werner. Scalar Aharonov-Bohm experiment with neutrons. Phys. Rev. Lett., 68 :2409–2412, Apr 1992.
- [158] Gerald Badurek, Harald Weinfurter, Roland Gähler, Achim Kollmar, Stefan Wehinger, and Anton Zeilinger. Nondispersive phase of the Aharonov-Bohm effect. Phys. Rev. Lett., 71 :307–311, Jul 1993.

- [159] Ch. Miniatura, J. Robert, O. Gorceix, V. Lorent, S. Le Boiteux, J. Reinhardt, and J. Baudon. Atomic interferences and the topological phase. Phys. Rev. Lett., 69 :261–264, Jul 1992.
- [160] S. Nic Chormaic, Ch. Miniatura, O. Gorceix, B. Viaris de Lesegno, J. Robert, S. Feron, V. Lorent, J. Reinhardt, J. Baudon, and K. Rubin. Atomic Stern-Gerlach interferences with time-dependent magnetic fields. Phys. Rev. Lett., 72 :1–4, Jan 1994.
- [161] J Baudon, R Mathevet, and J Robert. Atomic interferometry. Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics, 32(15) :R173, 1999.
- [162] J Mitroy, M S Safronova, and Charles W Clark. Theory and applications of atomic and ionic polarizabilities. Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics, 43(20) :202001, 2010.
- [163] Zong-Chao Yan, James F. Babb, A. Dalgarno, and G. W. F. Drake. Variational calculations of dispersion coefficients for interactions among H, He, and Li atoms. Phys. Rev. A, 54 :2824–2833, Oct 1996.
- [164] P. A. M. Dirac. Quantised Singularities in the Electromagnetic Field. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, 133(821) :60–72, 1931.
- [165] C Caprini and P G Ferreira. Constraints on the electrical charge asymmetry of the universe. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2005(02) :006, 2005.
- [166] C S Unnikrishnan and G T Gillies. The electrical neutrality of atoms and of bulk matter. Metrologia, 41(5) :S125, 2004.
- [167] Caroline Champenois, Matthias Büchner, Rémi Delhuelle, Renaud Mathevet, Cécile Robilliard, Carlo Rizzo, and Jacques Vigué. Matter Neutrality Test Using a Mach-Zehnder Interferometer. In Savely Karshenboim, F. Bassani, F.S. Pavone, M. Inguscio, and T.W. Hänsch, editors, The Hydrogen Atom, volume 570 of Lecture Notes in Physics, pages 554–563. Springer Berlin / Heidelberg, 2001.
- [168] S. Kunze, S. Durr, K. Dieckmann, M. Elbs, U. Ernst, A. Hardell, S. Wolf, and A. G. Rempe. Standing wave diffraction with a beam of slow atoms. Journal of Modern Optics, 44 :1863–1882(20), 1997.
- [169] A. F. Bernhardt and B. W. Shore. Coherent atomic deflection by resonant standing waves. Phys. Rev. A, 23(3) :1290–1301, Mar 1981.
- [170] C. Salomon, J. Dalibard, A. Aspect, H. Metcalf, and C. Cohen-Tannoudji. Channeling atoms in a laser standing wave. Phys. Rev. Lett., 59(15) :1659–1662, Oct 1987.
- [171] Stephan Dürr, Stefan Kunze, and Gerhard Rempe. Pendellösung oscillations in second-order Bragg scattering of atoms from a standing light wave. Quantum and Semiclassical Optics : Journal of the European Optical Society Part B, 8(3) :531, 1996.
- [172] Holger Müller, Sheng-wei Chiow, and Steven Chu. Atom-wave diffraction between the Raman-Nath and the Bragg regime : Effective Rabi frequency, losses, and phase shifts. Phys. Rev. A, 77(2) :023609, Feb 2008.
- [173] Steven Lepoutre, Haikel Jelassi, Gérard Tréneç, Matthias Büchner, and Jacques Vigué. Atom interferometry as a detector of rotation and gravitational waves :

- comparison of various diffraction processes. General Relativity and Gravitation, pages 1–15, 2010. 10.1007/s10714-010-1133-y.
- [174] A. E. A. Koolen, G. T. Jansen, K. F. E. M. Domen, H. C. W. Beijerinck, and K. A. H. van Leeuwen. Large-angle adjustable coherent atomic beam splitter by Bragg scattering. Phys. Rev. A, 65(4) :041601, Apr 2002.
- [175] M. A. H. M. Jansen, K. F. E. M. Domen, H. C. W. Beijerinck, and K. A. H. van Leeuwen. Off-resonance atomic Bragg scattering. Phys. Rev. A, 76(5) :053629, Nov 2007.
- [176] Stefan Bernet, Markus K. Oberthaler, Roland Abfalterer, Jörg Schmiedmayer, and Anton Zeilinger. Coherent Frequency Shift of Atomic Matter Waves. Phys. Rev. Lett., 77(26) :5160–5163, Dec 1996.
- [177] M. Kozuma, L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, R. Lutwak, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips. Coherent Splitting of Bose-Einstein Condensed Atoms with Optically Induced Bragg Diffraction. Phys. Rev. Lett., 82(5) :871–875, Feb 1999.
- [178] F. Gerbier, J. H. Thywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect. Experimental study of the thermodynamics of an interacting trapped Bose-Einstein condensed gas. Phys. Rev. A, 70(1) :013607, Jul 2004.
- [179] J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard, and W. Ketterle. Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate. Phys. Rev. Lett., 82(23) :4569–4573, Jun 1999.
- [180] S. Richard, F. Gerbier, J. H. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect. Momentum Spectroscopy of 1D Phase Fluctuations in Bose-Einstein Condensates. Phys. Rev. Lett., 91(1) :010405, Jul 2003.
- [181] Holger Müller, Sheng-wei Chiow, Quan Long, Sven Herrmann, and Steven Chu. Atom Interferometry with up to 24-Photon-Momentum-Transfer Beam Splitters. Phys. Rev. Lett., 100(18) :180405, May 2008.
- [182] Joseph W. Goodman. Introduction to Fourier Optics. Roberts & Company, 2005.
- [183] Craig J. Sansonetti, Bruno Richou, Rolf Engleman, and Leon J. Radziemski. Measurements of the resonance lines of ${}^6\text{Li}$ and ${}^7\text{Li}$ by Doppler-free frequency-modulation spectroscopy. Phys. Rev. A, 52(4) :2682–2688, Oct 1995.
- [184] W. I. McAlexander, E. R. I. Abraham, and R. G. Hulet. Radiative lifetime of the $2P$ state of lithium. Phys. Rev. A, 54(1) :R5–R8, Jul 1996.
- [185] Lev Landau and Evguéni Lifchitz. Physique théorique - vol 6 : Mécanique des fluides. 1971.
- [186] José-Philippe Pérez. Thermodynamique - Fondements et applications. Masson Sciences, 3 edition, 2001.