



**HAL**  
open science

# Différents aspects de la physique nucléaire depuis les basses énergies jusqu'aux énergies intermédiaires

Yoann Lallouet

► **To cite this version:**

Yoann Lallouet. Différents aspects de la physique nucléaire depuis les basses énergies jusqu'aux énergies intermédiaires. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université Claude Bernard - Lyon I, 2011. Français. NNT: . tel-00660287v1

**HAL Id: tel-00660287**

**<https://theses.hal.science/tel-00660287v1>**

Submitted on 16 Jan 2012 (v1), last revised 27 Apr 2012 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Thèse

présentée devant

l'Université Claude Bernard Lyon-I

École Doctorale de Physique et d'Astrophysique

pour l'obtention du

DIPLÔME de DOCTORAT  
Spécialité : Physique Nucléaire Théorique

(arrêté du 7 août 2006)

par

Yoann LALLOUET

### **Différents aspects de la physique nucléaire depuis les basses énergies jusqu'aux énergies intermédiaires**

Soutenue le 19 décembre 2011  
devant la Commission d'Examen

Jury :	M.	J.	Meyer	Président du jury
	M.	D.	Davesne	Directeur de thèse
	M.	D.	Boilley	co-directeur de thèse
	M.	G.	Royer	Rapporteur
	Mme	M.	Oertel	Rapporteur



N° d'ordre : 286 - 2011

N° attribué par la bibliothèque : LYCEN-T2011-19

UNIVERSITÉ CLAUDE BERNARD  
Institut de Physique Nucléaire de Lyon

**Mémoire de thèse**  
pour l'obtention du grade de  
**Docteur de l'Université Claude Bernard de Lyon-I**  
**Spécialité : Physique nucléaire théorique**  
au titre de l'École Doctorale de Physique et d'Astrophysique Fondamentale de Lyon

présenté et soutenu publiquement le *19 décembre 2011*  
par M. Yoann LALLOUET

---

# **Différents aspects de la physique nucléaire depuis les basses énergies jusqu'aux énergies intermédiaires.**

---

Devant la commission d'examen formée de :

- Mme Micaela OERTEL, Chargée de recherche (rapporteur)
- M. Guy ROYER, Professeur (rapporteur)
- M. Dany DAVESNE, Professeur (directeur de thèse)
- M. David BOILLEY, Maître de conférence (co-directeur de thèse)
- M. Jacques MEYER, Professeur (Président du Jury)



# Remerciements

Je remercie Micaela Oertel et Guy Royer pour avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse ainsi que le président du jury Jacques Meyer.

Je remercie tout particulièrement mes directeurs de thèse Dany Davesne et David Boilley.

Je remercie également Guillaume Laisney pour son aide précieuse en informatique!

Je remercie Muriel Dupuis pour m'avoir incité à continuer mes études en physique-chimie.

Je remercie Agnès et Antonin ainsi que toute ma famille pour leur soutien et leur patience....!



# Résumé

Cette thèse porte sur l'étude de différents aspects de la physique nucléaire depuis les basses énergies jusqu'aux énergies intermédiaires. Pour les basses énergies, où la matière nucléaire est essentiellement constituée de nucléons en interaction, la partie I traite de la fusion-fission des noyaux super-lourds, et la partie II des règles de somme associées aux interactions de type Skyrme. Pour les énergies intermédiaires, la matière nucléaire étant alors considérée comme une phase hadronique principalement constituée de pions, la partie III se focalise sur l'hydrodynamique relativiste de la matière nucléaire avec brisure spontanée de symétrie chirale.

Dans la partie I, on s'intéresse à la formation puis à la désexcitation des noyaux super-lourds.

Les effets de mémoire doivent être pris en compte dans la dynamique de formation d'un noyau super-lourd. On étudie donc la formation du noyau composé avec effets de mémoire. Pour des effets de mémoire intermédiaires, des oscillations apparaissent, ce qui est très différent de la dynamique d'un système markovien.

Pour la désexcitation d'un noyau super-lourd, l'existence d'un puits isomérique dans la barrière de potentiel, même s'il change la dynamique de désexcitation et augmente les temps de fission, ne permet pas d'expliquer les résultats des expériences menées au GANIL par blocage cristallin. En revanche, cette étude pourrait être utile à l'étude de la dynamique de la fission des actinides.

Dans la partie II, les règles de somme  $M_1$  et  $M_3$  associées aux potentiels phénoménologiques de type Skyrme sont calculées à partir de leurs définitions intrinsèques. On détermine alors  $M_1$  jusqu'au niveau tensoriel et  $M_3$  avec potentiel central.

Dans la partie III, pour le traitement hydrodynamique de la matière hadronique appliqué aux collisions d'ions lourds on peut, en première approximation, écarter les modifications induites par la brisure spontanée de symétrie chirale mais pas celles dues à l'aspect dissipatif.



# Abstract

This study focuses on different aspects of nuclear physics from low energies to intermediate ones. For the low energies, the nuclear matter is essentially constituted from interacting nucleons. Part I is on the fusion-fission of super-heavy elements, while Part II is on the Skyrme interactions-associated sum rules. In the case of the intermediate energies, where the nuclear matter is considered as being an hadronic phase mainly constituted from pions, Part III is focused on nuclear matter relativistic hydrodynamics with spontaneous chiral symmetry breaking.

In Part I, the formation and the desexcitation of super-heavy nuclei are being studied.

The memory effects must be taken into consideration within the super-heavy nuclei formation dynamics. Therefore we analyzed the formation of compound nuclei including the memory effects. As for the intermediate memory effects, some oscillations appear, which is very different from the Markovian dynamics.

For super-heavy nuclei desexcitation, the existence of isomeric state within the potential barrier cannot explain the results of experiments performed at GANIL with the crystal blocking technique, and this despite of the fact that it modifies the desexcitation dynamics and increases the fission time. However, this latter study could be useful for the study of the actinides fission.

In Part II, the phenomenological Skyrme effective interactions-associated  $M_1$  and  $M_3$  sum rules are being calculated based on their intrinsic definitions. We identify then  $M_1$  up to the tensorial level and  $M_3$  with central potential.

In Part III, as for the hadronic matter hydrodynamics being applied to heavy ions collisions, and as a first approach only, we can neglect spontaneous chiral symmetry but certainly not the dissipative impact.



# Table des matières

Remerciements	iii
Résumé	v
Abstract	vii
Table des matières	xii
Introduction générale	1
<b>Partie I : Fusion-fission des noyaux d'éléments super-lourds</b>	<b>11</b>
Introduction de la Partie I	11
<b>1 Stabilité et synthèse des super-lourds</b>	<b>13</b>
1.1 Stabilité et localisation de l'îlot des super-lourds . . . . .	13
1.1.1 Potentiel nucléaire et barrière de fission . . . . .	13
1.1.2 Modèles en couches et barrières isomériques . . . . .	14
1.1.3 Consensus pour $N$ mais pas pour $Z$ . . . . .	16
1.1.4 Mesure de la stabilité des super-lourds par blocage cristallin . . . . .	18
1.2 Etapes de synthèse des super-lourds et axes d'étude . . . . .	19
1.2.1 Fusion-fission des noyaux super-lourds et processus associés . . . . .	19
1.2.2 Fusion des noyaux d'éléments super-lourds . . . . .	20
1.2.3 Métastabilité et désexcitation des noyaux d'éléments super-lourds . . . . .	22
1.2.4 Axes d'étude . . . . .	23
<b>2 Equation de Langevin, diffusion et effets de mémoire</b>	<b>25</b>
2.1 Mouvement brownien et équation de Langevin . . . . .	25
2.1.1 Mouvement brownien, variable stochastique et cadre markovien . . . . .	25
2.1.2 L'équation de Langevin markovienne . . . . .	26
2.2 Diffusion et barrière de potentiel parabolique . . . . .	28
2.2.1 Point de vue général . . . . .	28
2.2.2 Rappels sur la diffusion sans effets de mémoire . . . . .	29
2.3 Equation de Langevin généralisée . . . . .	30
2.3.1 Domaine de validité et temps caractéristique des effets de mémoire . . . . .	30
2.3.2 Dérivation à partir d'un modèle statistique . . . . .	32

<b>3</b>	<b>Effets de mémoire et noyau super-lourd</b>	<b>35</b>
3.1	Résolution exacte pour la diffusion non-markovienne . . . . .	35
3.1.1	Système d'équations équivalent . . . . .	36
3.1.2	Equation caractéristique et détermination des valeurs propres . . . . .	37
3.1.3	Nature des valeurs propres en fonction des effets de mémoire . . . . .	38
3.2	Solution exacte pour la diffusion non-markovienne . . . . .	39
3.2.1	Variable collective, valeur moyenne et variance . . . . .	39
3.2.2	Comportements asymptotique et dynamique . . . . .	40
3.2.3	Dispersion des conditions initiales . . . . .	43
3.3	Conséquences sur le noyau composé super-lourd . . . . .	45
3.3.1	Comportements dynamiques oscillatoire et asymptotique . . . . .	46
3.3.2	Probabilité d'existence du noyau composé super-lourd . . . . .	47
3.3.3	Temps du point selle au point de scission et effets de mémoire . . . . .	50
3.4	Conclusion . . . . .	51
<b>4</b>	<b>Noyau super-lourd et simple barrière de fission</b>	<b>53</b>
4.1	Résultats expérimentaux et modélisations . . . . .	54
4.1.1	Constat actuel sur les résultats expérimentaux et les modélisations . . . . .	54
4.1.2	Etude à l'aide de modèles académiques . . . . .	56
4.2	La fission comme seule voie de désexcitation . . . . .	57
4.2.1	Outils pour évaluer le temps de fission moyen . . . . .	57
4.2.2	Estimation du temps de fission moyen d'un noyau super-lourd . . . . .	60
4.3	Compétition entre fission et évaporation de neutrons . . . . .	60
4.3.1	Domaine de validité du modèle . . . . .	60
4.3.2	Outils pour évaluer l'évaporation de neutrons et la fission . . . . .	61
4.3.3	Grandeurs physiques dans le cas de la simple barrière . . . . .	63
4.4	Prise en compte des corrections de couches . . . . .	69
4.4.1	Première approche intuitive pour les effets de couches . . . . .	69
4.4.2	Traitement de type Ignatyuk des effets de couches . . . . .	73
4.5	Conclusion . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Noyau super-lourd et double barrière de fission</b>	<b>79</b>
5.1	La fission comme seule voie de désexcitation . . . . .	80
5.1.1	Modélisation du problème et probabilités d'existence . . . . .	80
5.1.2	Temps de fission moyen . . . . .	81
5.2	Désexcitation par fission et évaporation de neutrons . . . . .	83
5.2.1	Modélisation du problème et populations . . . . .	83
5.2.2	Calcul exact des populations . . . . .	84
5.2.3	Effets de la barrière isomérique sur les grandeurs physiques . . . . .	88
5.3	Prise en compte des corrections d'effets de couches . . . . .	90
5.3.1	Première approche intuitive pour les effets de couches . . . . .	90
5.3.2	Traitement de type Ignatyuk des effets de couches . . . . .	92
5.4	Conclusion . . . . .	95
	<b>Conclusion de la Partie I</b>	<b>97</b>

**Partie II : Règles de somme et interactions tensorielles de Skyrme 101****Introduction de la Partie II 101****6 Interaction nucléon-nucléon et force de Skyrme 103**

6.1	Interaction nucléon-nucléon . . . . .	103
6.1.1	Nature fermionique de la matière nucléaire . . . . .	103
6.1.2	Symétries de l'interaction libre nucléon-nucléon . . . . .	104
6.1.3	Echanges de mésons spécifiques et Matrice G de Brueckner . . . . .	105
6.2	Forces effectives de type Skyrme et axes d'étude . . . . .	106
6.2.1	Forces effectives phénoménologiques de type Skyrme . . . . .	106
6.2.2	Axes d'étude . . . . .	107

**7 Formalisme général et physique nucléaire 109**

7.1	Cadre de l'étude et outils utilisés . . . . .	109
7.1.1	Champ moyen et approximation Hartree-Fock . . . . .	109
7.1.2	Formalisme général : fonction réponse et règles de somme . . . . .	110
7.1.3	Approximation des phases aléatoires . . . . .	111
7.2	Détermination des règles de somme . . . . .	111
7.2.1	Hamiltonien avec potentiel de type Skyrme . . . . .	111
7.2.2	Développement asymptotique et règles de somme $M_1^{(\alpha)}$ et $M_3^{(\alpha)}$ . . . . .	112
7.2.3	Rappel des résultats pour $M_1^{(\alpha)}$ et $M_3^{(\alpha)}$ avec termes centraux . . . . .	112

**8 Détermination des règles de somme 115**

8.1	Règles de somme $M_1^{(\alpha)}$ jusqu'au niveau tensoriel . . . . .	115
8.1.1	Définitions antisymétrisées de $M_1^{(\alpha)}$ avec potentiel tenseur . . . . .	115
8.1.2	Calculs exacts de $M_1^{(\alpha)}$ à partir des définitions intrinsèques . . . . .	116
8.1.3	Résultats : règle de somme $M_1^{(\alpha)}(\vec{q})$ avec terme tenseur . . . . .	117
8.2	Règles de somme $M_3^{(\alpha)}$ et potentiel central . . . . .	118
8.2.1	Définitions antisymétrisées de $M_3^{(\alpha)}$ avec potentiel central . . . . .	118
8.2.2	Calculs exacts de $M_3^{(\alpha)}$ à partir des définitions intrinsèques . . . . .	119
8.2.3	Résultats : règle de somme $M_3^{(\alpha)}(\vec{q})$ avec terme central . . . . .	120

**Conclusion de la Partie II 121****Partie III : Hydrodynamique nucléaire et brisure de symétrie chirale 125****Introduction de la Partie III 125****9 Physique hadronique et symétrie chirale 127**

9.1	Physique hadronique . . . . .	127
9.1.1	hadrons et quarks . . . . .	127
9.1.2	Chromo-Dynamique Quantique . . . . .	128
9.2	Rappels de symétrie chirale . . . . .	129
9.2.1	La symétrie chirale . . . . .	129
9.2.2	Brisure spontanée et symétrie chirale . . . . .	130

9.2.3	Bosons de Goldstone et brisure spontanée de symétrie chirale . . . . .	131
9.3	Limite semi-classique en physique nucléaire et axes d'étude . . . . .	132
9.3.1	Limite semi-classique . . . . .	132
9.3.2	Axes d'étude . . . . .	132
<b>10</b>	<b>Hydrodynamique et brisure de symétrie</b>	<b>133</b>
10.1	Le point de vue hydrodynamique . . . . .	133
10.1.1	Le domaine de validité de l'approximation hydrodynamique . . . . .	133
10.1.2	Les variables hydrodynamiques . . . . .	134
10.1.3	Le fluide normal non relativiste . . . . .	135
10.1.4	Le fluide normal relativiste . . . . .	135
10.2	La brisure spontanée d'une symétrie continue . . . . .	136
10.2.1	Influence du paramètre d'ordre . . . . .	136
10.2.2	Hydrodynamique des modes de Goldstone . . . . .	137
10.2.3	Le cas du superfluide relativiste . . . . .	138
<b>11</b>	<b>Brisure de symétrie chirale et matière nucléaire</b>	<b>139</b>
11.1	Modèle hydrodynamique complet et matière nucléaire . . . . .	139
11.1.1	Variables hydrodynamiques et hamiltonien . . . . .	140
11.1.2	Equations hydrodynamiques et développement limité d'ordre quadratique . . . . .	141
11.1.3	Système complet d'équations hydrodynamiques . . . . .	142
11.2	Hypothèses simplificatrices pour le système complet . . . . .	143
11.2.1	Absence de production de baryons . . . . .	143
11.2.2	Développement limité en champ de pion . . . . .	144
<b>12</b>	<b>Applications aux réactions entre ions lourds</b>	<b>145</b>
12.1	Domaine de validité du modèle de Bjorken . . . . .	145
12.1.1	Régime de transparence et zone centrale . . . . .	145
12.1.2	Rappels sur le modèle de Bjorken sans brisure de symétrie . . . . .	147
12.1.3	Caractéristiques du modèle . . . . .	149
12.2	Géométrie de Bjorken et brisure de symétrie chirale . . . . .	149
12.2.1	Développements limités en $\vec{\tau}, \vec{\pi}$ dans la zone centrale . . . . .	149
12.2.2	Constantes de désintégration indépendantes de la température . . . . .	151
12.2.3	Constantes de désintégration dépendantes de la température . . . . .	153
12.3	Le fluide visqueux . . . . .	155
12.3.1	Pions de masse nulle : pions chiraux . . . . .	155
12.3.2	Pions massifs et pions chiraux . . . . .	156
	<b>Conclusion de la Partie III</b>	<b>157</b>
	<b>Conclusion générale</b>	<b>159</b>

# Introduction générale

Depuis la découverte de la radioactivité par Henri Becquerel à la fin du  $XIX^e$  siècle, les applications de la physique nucléaire sont multiples dans la société contemporaine [1, 2]. Avec maintenant plus d'un siècle d'existence, cette discipline a étendu son influence bien au-delà du simple cadre scientifique, jusqu'aux domaines de la politique, de l'économie et de l'environnement. En outre, les applications technologiques sont nombreuses, notamment en ce qui concerne la production d'énergie par fission nucléaire. Dans le domaine scientifique à proprement parler, la physique nucléaire est un domaine de recherche très actif, qui recouvre un grand nombre de thématiques, des particules subnucléiques aux étoiles. Elle constitue donc un maillon pour l'exploration de l'infiniment grand et de l'infiniment petit [3]. La physique nucléaire permet par exemple d'apporter des éclaircissements indispensables en astrophysique pour appréhender des phénomènes très variés comme la nucléosynthèse primordiale dans le modèle du Big-Bang ou la nucléosynthèse stellaire afin de décrire l'évolution des étoiles en supernovae et en étoiles à neutrons [4]. Elle permet aussi de poser des pistes d'investigation sur des problèmes encore non résolus comme celui de la matière noire qui correspond à la masse cachée de l'univers. L'apport de la physique nucléaire est donc incontournable pour comprendre les origines, la structure et l'évolution de notre univers.

Sur Terre, dans les conditions standard de stabilité, la matière nucléaire est considérée comme un système infini de nucléons en interaction. On peut accéder aux propriétés de cette matière nucléaire en sondant le cœur des noyaux lourds. Ces noyaux étant stables, à l'exception des noyaux radioactifs, il est donc nécessaire de les perturber fortement en réalisant des collisions. Suivant l'énergie de faisceau voulue, on utilise différents types d'accélérateurs, voir figure 1. On peut alors étudier la nature et le comportement de la matière nucléaire à différentes énergies en explorant le diagramme de phase de la matière nucléaire depuis la zone stable des noyaux jusqu'à des situations très éloignées de l'équilibre. En effet, une large gamme d'énergie est disponible pour explorer les différentes régions du diagramme de phase comme la phase nucléonique avec des énergies de faisceau jusqu'à  $400\text{-}500 \text{ MeV}/A$ ,  $A$  étant le nombre de nucléons, la phase hadronique au-delà de  $500 \text{ MeV}/A$  ou même le plasma de quarks-gluons à partir de  $10 \text{ GeV}/A$ . L'énergie de faisceau par nucléon représente l'énergie cinétique communiquée dans le référentiel du laboratoire à chaque nucléon de l'ion lourd projectile. D'un point de vue thermodynamique le diagramme de phase de la figure 1 permet de visualiser différents états de la matière nucléaire comme la phase nucléonique, la phase hadronique et le plasma de quarks-gluons. Lors du passage entre ces différentes zones la matière nucléaire est de ce fait soumise à des transitions de phases.

La première analyse correspondant à la représentation actuelle de la matière agencée comme des systèmes de particules reliées par des interactions de portées et d'intensités différentes [5] est relatée par Newton dans son traité d'optique [6]. Sans connaître le concept de champ d'interaction, il est conscient à l'époque qu'une interaction immédiate à distance est impossible. De manière générale, les interactions agissant à une certaine échelle sont les résultantes d'interactions plus intenses agissant à une échelle inférieure. En outre, selon la relation de De Broglie, plus les quantités de

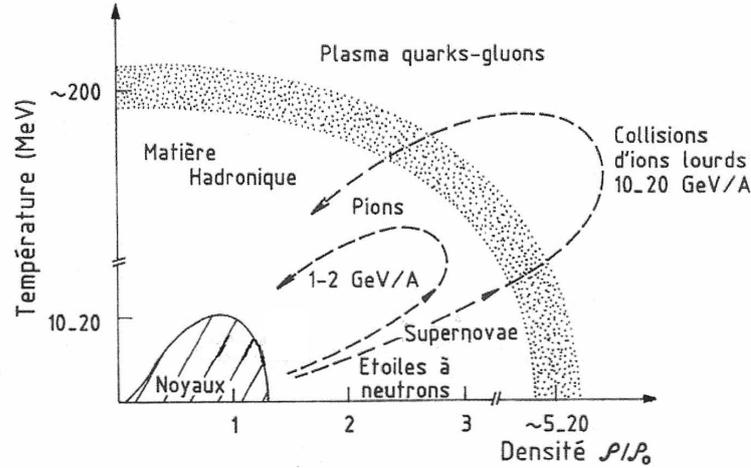


FIGURE 1: Diagramme de phase de la matière nucléaire représentant la température  $T$  exprimée en MeV en fonction de la densité réduite  $\rho/\rho_0$  de la matière nucléaire, avec  $\rho_0$  la densité de la matière nucléaire stable. Par convention, la constante de Boltzmann  $k_B$  est égale à 1. L'énergie de faisceau détermine l'accès à différentes parties du diagramme de phase de la matière nucléaire. Ce diagramme est issu de la référence [7].

mouvements et donc plus les énergies mises en jeu sont importantes et plus les échelles de distances sondées sont petites. De ce fait, en fonction de l'énergie disponible, les « briques élémentaires » de matière et les modélisations des interactions associées peuvent varier. Pour fixer les idées, on peut se placer à l'échelle moléculaire où les forces de Van Der Waals intermoléculaires sont la résultante de forces plus intenses entre les atomes d'une même molécule [8]. Ces constats généraux s'appliquent en physique nucléaire. Par exemple, l'interaction nucléaire à l'échelle des nucléons est la résultante d'une interaction plus intense entre les quarks à l'intérieur d'un nucléon.

Pour les collisions d'ions lourds à basses énergies, l'entité nucléon reste viable. On peut alors, sous certaines conditions drastiques, former à partir d'un noyau cible et d'un noyau projectile un noyau composé dont la dimension est plus importante. En revanche, pour des collisions d'ions lourds correspondant aux énergies intermédiaires de la phase hadronique, les ions lourds se transpercent mutuellement. Le noyau cible et le noyau projectile sont donc détruits. Les nucléons eux-mêmes peuvent alors être annihilés et de nouvelles particules sont créées, principalement des pions. L'étude dynamique des collisions d'ions lourds permet donc d'obtenir, à différentes échelles de distance et d'énergie, des informations sur l'évolution, les structures et les interactions associées de la matière nucléaire. Pendant les collisions d'ions lourds, les noyaux peuvent être fortement écartés de leur état fondamental, il est donc important de bien faire la différence entre ce qui se rapporte aux propriétés structurelles de la matière nucléaire et ce qui est spécifique de la dynamique de ces collisions. De manière générale, on peut alors accéder aux propriétés thermodynamiques de la matière nucléaire et déterminer une équation d'état ou s'intéresser à des propriétés dynamiques qui permettent d'accéder à des coefficients de transport comme par exemple la viscosité [9].

L'énergie transmise lors d'une collision est convertie en énergie d'excitation collective à l'ensemble du noyau et (ou) en énergie d'excitation individuelle aux nucléons, ce qui génère des modes collectifs et (ou) individuels. Les mouvements collectifs sont caractérisés par différentes échelles d'amplitude et d'énergie en fonction desquelles les déformations et (ou) compressions subies par le noyau sont variables. Par exemple, les résonances géantes sont des mouvements collectifs de faibles amplitudes et la fission un mode collectif de forte amplitude. Au contraire, les états nucléoniques

excités sont des excitations individuelles. Quand on communique l'énergie d'excitation  $E^*$  au noyau, celui-ci n'est alors plus dans son état fondamental mais dans un état excité. Si  $E^*$  est trop élevée le noyau n'est plus viable. Sur la figure 2, sont représentés différents types de modélisations de la matière nucléaire en fonction de l'énergie d'excitation par nucléons  $E^*/A$ , depuis les basses énergies d'excitation jusqu'aux hautes énergies d'excitation [9].

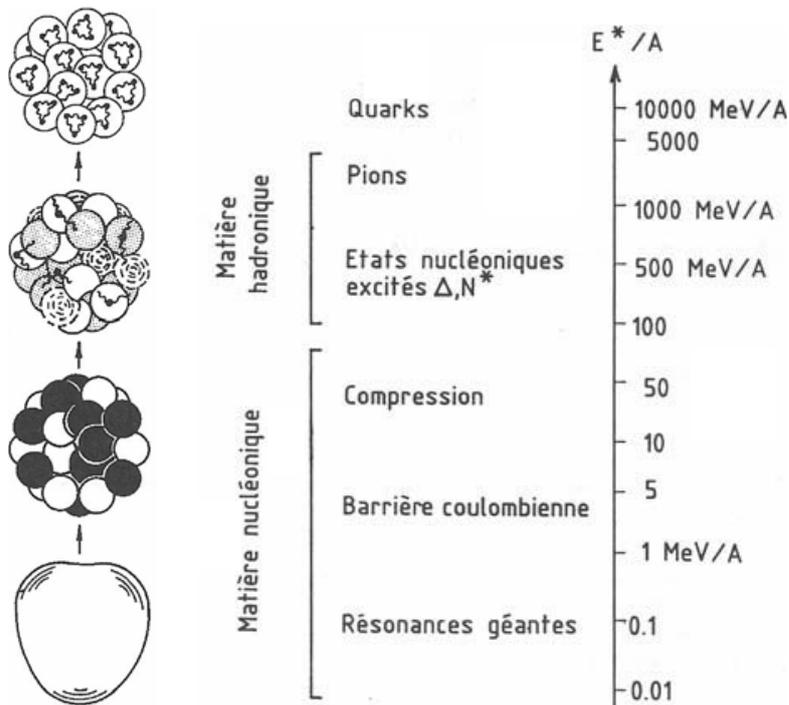


FIGURE 2: Modélisation du noyau à différentes échelles d'énergie en fonction de l'énergie d'excitation par nucléon  $E^*/A$ . De bas en haut, on peut voir la modélisation du noyau et le type de matière nucléaire associée depuis les basses énergies vers les hautes énergies et l'augmentation du pouvoir de résolution associé. Figure adaptée de [7] et [10].

On observe dans la région des basses énergies nucléaires les résonances géantes du noyau puis sa modélisation comme système à  $A$  corps de protons et de neutrons. Ces nucléons sont donc agencés en noyaux très divers, stables ou instables, exotiques, chauds, légers ou lourds. Ensuite, dans la région des énergies intermédiaires correspondant à la phase hadronique, le noyau est modélisé par un ensemble d'états nucléoniques excités  $N^*$  en interaction via les particules  $\Delta$  et les pions  $\pi$ . Enfin, pour les hautes énergies, apparaît le plasma de quarks-gluons. A l'heure actuelle aucune sous-structure des quarks n'a été expérimentalement mise à jour.

Les noyaux et les particules sont de nature quantique mais aux températures envisagées et pendant les collisions d'ions lourds, un traitement semi-classique n'est pas irréaliste. En outre, suivant le domaine énergétique étudié, le cadre d'étude peut varier. Pour décrire les différents états de la matière nucléaire on envisage alors, suivant les situations, des approches microscopiques ou macroscopiques par rapport à l'échelle caractéristique des noyaux. Se pose alors la question du passage entre le niveau microscopique et le niveau macroscopique ainsi que le lien avec les modèles purement phénoménologiques.

Dans cette thèse on aborde plus en détail trois thématiques en relation avec deux zones du diagramme de phase  $T = T(\rho/\rho_0)$  de la figure 1. Ce travail se découpe donc en trois parties. Les parties I et II correspondent à la zone des basses énergies nucléaires de la matière nucléonique et la partie III est associée à la zone des énergies intermédiaires de la phase hadronique. Dans les parties I et III on adopte par rapport à la dimension caractéristique des noyaux des approches macroscopiques purement phénoménologiques ou intégrant certains aspects issus d'une analyse microscopique. Dans la partie II on considère un point de vue microscopique.

## Partie I - Fusion-fission des éléments super-lourds

La partie I traite, pour les énergies proches de la barrière de Coulomb, de la dynamique de fusion-fission d'une classe particulière de noyaux qualifiés de noyaux d'éléments super-lourds, les SHE, acronyme signifiant « Super-Heavy Elements ». Les éléments super-lourds, qui n'existent pas à l'état naturel, sont caractérisés par un numéro atomique  $Z \geq 103$ , c'est-à-dire au delà des actinides. Les masses de ces éléments super-lourds sont donc très grandes devant celles des autres éléments existant sur Terre. De plus, pour comprendre le regain de stabilité des noyaux de cet îlot de stabilité, il faut développer des modèles nucléaires allant au-delà du modèle macroscopique standard de la goutte liquide qui considère le noyau comme une goutte liquide incompressible. En effet, la stabilité de ces noyaux vérifiant  $Z \geq 110$  est d'origine quantique et s'explique par l'existence de couches énergétiques de neutrons et de protons. La stabilité étant maximale pour des couches de protons et de neutrons fermées, par analogie avec les couches électroniques fermées des gaz nobles. Depuis les travaux pionniers de Mendeleïev en 1869 et la proposition due à Moseley de classement des éléments chimiques par numéros atomiques  $Z$  croissants, la recherche de nouveaux éléments chimiques est en perpétuelle évolution. A l'heure actuelle, c'est en 2009 que le dernier élément chimique, l'élément Copernicium  $Z = 112$ , est ajouté à la classification périodique de Mendeleïev. De plus, les éléments  $Z = 114$  et  $Z = 116$  sont en cours d'être ajoutés.

Les éléments super-lourds sont produits par collisions d'ions lourds. On a alors formation des noyaux de ces éléments super-lourds, entourés de leur cortège électronique respectif. Cette synthèse est difficile car la probabilité de leur formation par fusion est très faible. De plus, leur durée de vie est limitée car ils se caractérisent par des périodes radioactives d'autant plus petites que les éléments super-lourds sont instables [11, 12]. Par exemple, le Copernicium 277 est radioactif  $\alpha$  avec une période radioactive estimée à  $280 \mu\text{s}$ . Les avancées dans le domaine des éléments super-lourds sont nombreuses depuis une vingtaine d'années, à la fois sur le plan expérimental, avec l'avènement d'accélérateurs de plus en plus performants et sur le plan théorique avec le développement de modèles dynamiques. Ces progrès permettent la production d'éléments super-lourds de numéros atomiques de plus en plus élevés. Ce qui permet par la même occasion d'étudier la matière nucléaire dans des situations extrêmes, les noyaux étant alors très exotiques, et de tester la validité des modèles nucléaires. Différents laboratoires de physique nucléaire dans le monde comme le GSI, en Allemagne, le RIKEN, au Japon, et le JINR, en Russie, synthétisent des éléments super-lourds [13]. A ce jour la synthèse de l'élément super-lourd de numéro atomique le plus élevé  $Z = 118$  est effectuée en 2003 au JINR. Ce résultat est en attente de confirmation par les autres laboratoires.

En outre, dans ce domaine de recherche très actif, une étape supplémentaire est franchie avec l'amélioration ou la construction de nouvelles installations, comme c'est le cas par exemple au GSI, au JINR et au GANIL, permettant de produire des faisceaux de haute intensité afin d'accumuler des statistiques plus rapidement. Ceci va de pair avec une amélioration de la précision associée à l'estimation des probabilités des différents processus associés à la synthèse des éléments super-

lourds. En pratique on accède à ces probabilités en estimant de manière de plus en plus précise les sections efficaces correspondantes car on passe du picobarn au femtobarn. Par exemple, la mise en service au GANIL de SPIRAL2, la deuxième génération de « Système de Production d'Ions Radioactifs Accélérés en Ligne », est fixée en 2013. La première phase de développement du faisceau de haute intensité de SPIRAL2 est consacrée en partie à l'étude des éléments super-lourds. Ces faisceaux de haute intensité ont pour but d'explorer les basses énergies nucléaires, proches de la barrière de Coulomb, en accumulant des données statistiques plus rapidement.

D'autre part, indépendamment de SPIRAL2, des mesures récentes de temps de fission effectuées au GANIL avec la technique du blocage cristallin [14, 15, 16] constituent une preuve expérimentale étayant l'existence d'un îlot d'éléments super-lourds survivant relativement longtemps. Selon cette technique de mesure, les noyaux possédant des nombres de protons  $Z=120$  ou  $Z=124$  ont des temps de fission relativement longs, ce qui est la signature d'une certaine stabilité. En effet, les queues de distribution sont supérieures à  $10^{-18}s$  ce qui est, toutes proportions gardées, grand devant les temps caractéristiques typiques de fission, de l'ordre de  $10^{-20}s$  par exemple. De plus, statistiquement 10% des événements détectés possèdent des temps de fission supérieurs à  $10^{-18}s$ .

Dans le but d'obtenir des contraintes supplémentaires pour la localisation de l'îlot de stabilité des éléments super-lourds, il est possible d'effectuer un traitement dynamique macroscopique de la fusion-fission des noyaux super-lourds. Selon le modèle du noyau composé, on étudie donc le processus complet de cette réaction en le séparant en deux phases successives et indépendantes : la fusion et la fission. Pour être plus réaliste, ce traitement dynamique de la fusion-fission des noyaux super-lourds doit tenir compte des aspects dont l'origine est microscopique par rapport à la taille caractéristique de ces noyaux. Il faut alors incorporer des effets de mémoire dans la modélisation de l'étape de fusion. De plus, l'instabilité des noyaux super-lourds par rapport à la fission doit être prise en compte en intégrant l'existence d'une structure en couches énergétiques des protons et des neutrons. La fission est mieux connue que la fusion et de nombreuses questions restent ouvertes sur le processus de fusion. Par exemple, la fusion est un processus qui est dépendant des effets de couches, principalement au niveau de la barrière de Coulomb. Dans la suite de l'étude cet aspect n'est pas envisagé.

Le temps caractéristique de formation d'un noyau composé à partir d'un noyau projectile et d'un noyau cible est très rapide, de l'ordre  $10^{-22}s$  à  $10^{-21}s$ . De ce fait, le temps caractéristique du processus de fusion, de l'ordre de  $10^{-21}s$  est comparable au temps caractéristique des effets de mémoire. Par opposition le temps caractéristique de fission est de manière générale plus grand, de l'ordre de  $10^{-20}s$  ou plus. De ce fait, contrairement à l'étape de fission, il est donc nécessaire d'inclure des effets de mémoire dans un traitement dynamique réaliste de l'étape de fusion des noyaux super-lourds. Pour étudier l'influence des effets de mémoire sur la dynamique de formation de ces noyaux lors de collisions d'ions lourds, il faut donc utiliser une équation de transport dynamique avec extension stochastique de type Langevin comportant un noyau mémoire. Cependant, la majorité des études portant sur la fusion ne prennent pas en compte ces effets de mémoire et s'appuient sur une équation de Langevin Markovienne, c'est-à-dire sans effets de mémoire.

*Quelles sont les modifications induites par la prise en compte d'effets de mémoire sur l'étude dynamique du processus de fusion d'un noyau super-lourd ?*

Les noyaux super-lourds formés par la réaction de fusion sont des édifices métastables considérés comme des noyaux composés qui se désexcitent. Ces noyaux sont considérés comme des noyaux chauds car une grande partie de l'énergie d'excitation est stockée sous forme thermique, c'est-à-dire de manière désordonnée sur un grand nombre de nucléons. Dans l'étape de désexcitation d'un

noyau chaud super-lourd, on envisage alors la compétition entre les deux processus dominants qui sont, pour des énergies d'excitation des noyaux super-lourds inférieures à 100 MeV, la fission et l'évaporation de neutrons. En outre, pour des raisons pratiques, on modélise alors la dynamique de désexcitation en utilisant des équations maîtresses de type Bateman.

Une barrière de potentiel réaliste doit donc incorporer ces corrections microscopiques d'effets de couches. La prise en compte de ces corrections d'effets de couches modifie la forme de la barrière de potentiel par rapport à la barrière de potentiel associée au modèle de la goutte liquide. Dans certains des modèles nucléaires un puits de potentiel secondaire s'ajoute au puits de potentiel de l'état fondamental pour former une double barrière. Ce puits de potentiel secondaire est associé à un isomère nucléaire, état excité du noyau, de forme très différente de celle du noyau à l'état fondamental. La durée de vie de cet état isomérique est d'autant plus grande que le puits isomérique est profond, ce qui entraîne une augmentation du temps de fission.

*Quelle est l'influence d'une simple et d'une double barrière de potentiel sur la dynamique de désexcitation d'un noyau super-lourd avec compétition entre fission et évaporation de neutrons ?*

*L'adjonction d'une barrière de potentiel isomérique à une barrière de potentiel simple permet-elle d'expliquer les résultats obtenus au GANIL par blocage cristallin ?*

## **Partie II - Règles de somme et interactions tensorielles de type Skyrme**

La partie II est consacrée à la détermination de critères de stabilité, les règles de somme, à partir de leurs définitions intrinsèques. Ces règles de somme sont des relations qui permettent de déterminer le domaine de validité, la robustesse, d'une théorie. En effet, quand ces règles de somme sont mises en défaut, la théorie n'est alors plus valide. Dans cette étude, pour accéder à ces règles de somme, on s'appuie sur une classe de forces phénoménologiques : les forces de type Skyrme. Ces forces de Skyrme permettent la description des interactions entre nucléons aux basses énergies.

Le cadre général de l'interaction nucléon-nucléon relève du problème à  $A$  corps. Le nombre de nucléons  $A$ , entre 200 et 250 pour les noyaux lourds, de l'ordre de 300 ou plus pour les super-lourds et infini dans le modèle de la matière nucléaire, interdit toute résolution exacte du problème à  $A$  corps. Le traitement au niveau microscopique de l'interaction entre nucléons dans le milieu est donc un problème particulièrement complexe. En effet, il est impossible à partir de l'interaction libre nucléon-nucléon de retrouver directement les propriétés de l'interaction nucléon-nucléon dans le milieu. Il faut donc prendre en compte les effets du milieu sur l'interaction nucléon-nucléon en envisageant des interactions effectives qui possèdent des propriétés de symétrie similaires. A l'heure actuelle, il n'existe pas de paramétrisation générale simple et réaliste pour l'interaction effective nucléon-nucléon. On utilise alors des interactions effectives valides uniquement dans un domaine d'énergie particulier.

Les méthodes de résolution générales envisagées en physique nucléaire sont des méthodes numériques auto-cohérentes de type Hartree-Fock. A partir d'un certain nombre d'itérations et quand on s'appuie sur des forces phénoménologiques stables, on obtient alors la convergence des grandeurs physiques. Certaines forces que l'on pensait stables à un certain stade d'itérations génèrent un phénomène de dérive quand on augmente encore le nombre d'itérations, ce qui peut aboutir à des fluctuations ou des divergences des grandeurs physiques quand on réalise des calculs de structures nucléaires de noyaux. Chose surprenante, ces divergences dans les structures des noyaux peuvent *a priori* être reliées aux divergences de la matière nucléaire infinie. Les critères

pour déceler les fluctuations ou les divergences de la matière nucléaire infinie sont donc « transposables » aux fluctuations ou divergences dans les calculs de structures des noyaux. De ce constat, on confirme tout l'intérêt de la détermination des règles de somme. En effet, le fait qu'une règle de somme ne soit plus respectée représente la signature d'une fluctuation ou d'une divergence.

La majorité des études qui s'appuient sur les forces de Skyrme ne prennent pas en compte l'aspect tensoriel et se limitent à un potentiel avec un terme central auquel on adjoint une partie spin-orbite. En outre, l'intérêt de se placer au niveau tensoriel permet d'avoir une meilleure connaissance de la structure de ces interactions nucléaires. On en déduit des règles de somme comme les moments  $M_1$  et  $M_3$ .

*Comment calculer les règles de somme à partir de leur définition intrinsèque avec un potentiel phénoménologique de type Skyrme jusqu'au niveau tensoriel pour le moment  $M_1$  et avec potentiel central pour le moment  $M_3$  ?*

### **Partie III - Hydrodynamique nucléaire et brisure de symétrie chirale**

La partie III concerne l'étude hydrodynamique relativiste de la matière nucléaire aux énergies intermédiaires correspondant au domaine de la physique hadronique. La matière nucléaire est alors soumise à une brisure spontanée de symétrie chirale qui se manifeste par l'apparition de pions. L'intérêt de la prise en compte de ce type de brisure de symétrie est de disposer d'une approche hydrodynamique plus réaliste. Ces considérations pourront être ensuite appliquées aux collisions d'ions lourds relativistes car celles-ci produisent un grand nombre de particules qui sont en majorité des pions.

Dans le domaine de l'infiniment petit, la physique nucléaire est à l'origine de la physique des particules, de l'étude des interactions élémentaires ainsi que celle des particules élémentaires de la matière [5, 6]. Ce domaine d'investigation reste très actuel avec la recherche du boson de Higgs grâce à la mise en service au CERN en 2008 du grand collisionneur de hadrons, le « Large Hadrons Collider ». Dans le domaine « d'énergies intermédiaires » de la physique hadronique, le déconfinement des quarks n'est pas observé. En pratique, la production d'un grand nombre de pions lors de collisions ultrarelativistes observées au CERN rend donc indispensable une théorie incorporant la brisure spontanée de symétrie chirale.

Dans cette partie III on abordera ainsi l'étude des propriétés de la matière dense et chaude produite lors de collisions nucléaires ultrarelativistes, c'est-à-dire les propriétés d'un gaz de pions. Les pions sont les particules les plus légères du monde hadronique, domaine où la symétrie chirale est brisée spontanément. Plus précisément, les pions sont les modes de Goldstone associés à cette brisure de symétrie, ce qui explique leur faible masse et entraîne par conséquent leur production en grand nombre pendant les collisions d'ions lourds ultrarelativistes. La description du gaz de pions entre sa formation et la libération des particules se fera par un traitement hydrodynamique, le but étant donc de développer une théorie hydrodynamique en présence de brisure spontanée de symétrie chirale. On se placera alors dans la géométrie de Bjorken.

Pour des raisons de simplification, un grand nombre d'études hydrodynamiques de la matière nucléaire lors des collisions d'ions lourds se limitent à assimiler cette matière nucléaire à un fluide parfait relativiste. De ce fait, ces études ne prennent en considération ni la brisure spontanée de symétrie chirale ni l'aspect dissipatif associé à la production d'entropie à cause du caractère irréversible de ces collisions.

*Un traitement hydrodynamique réaliste de la matière nucléaire lors de collisions d'ions lourds aux énergies intermédiaires de la phase hadronique peut-il s'affranchir de la prise en compte de la brisure spontanée de symétrie chirale et (ou) de la dissipation ?*

*Dans ces différentes situations, quels sont les changements générés sur le profil de température utilisé dans les collisions d'ions lourds ?*

Envisageons donc maintenant ces différents thèmes d'étude.

# Partie I : Fusion-fission des noyaux d'éléments super-lourds



# Introduction de la Partie I

Le nombre de protons et de neutrons composant les noyaux est limité. De ce fait, les noyaux eux-mêmes ont donc une dimension limitée. Selon le modèle de la goutte liquide, dans la nature, les noyaux d'éléments super-lourds de numéro atomique vérifiant  $Z \geq 110$  ne peuvent exister. Pour ces noyaux, l'interaction coulombienne répulsive entre protons l'emporte sur l'interaction nucléaire forte attractive entre nucléons et la barrière de fission issue du modèle de la goutte liquide est alors quasi-nulle. Ce dernier point étant en contradiction avec l'existence de noyaux super-lourds, pour obtenir des barrières de potentiel plus réalistes, il faut donc aller au-delà du modèle de la goutte liquide.

De manière générale, on s'appuie donc sur la mécanique quantique pour établir des modèles nucléaires plus élaborés. Ces modèles nucléaires prédisent l'existence d'un îlot d'éléments super-lourds relativement stables. La localisation de l'îlot de stabilité des éléments super-lourds grâce à la théorie des couches est un sujet de recherche très actif. La stabilité de ces noyaux est assurée par des fermetures de couches énergétiques de protons et de neutrons. Cependant, suivant le modèle utilisé, différents nombres magiques correspondant aux fermetures de couches de protons et de neutrons sont alors déterminés. C'est le cas du Plomb 208, le noyau doublement magique le plus lourd existant sur Terre. A l'heure actuelle, il subsiste toujours des ambiguïtés sur la prédiction du noyau doublement magique suivant. Ce noyau doublement magique est un noyau super-lourd.

Les différents modèles prédictifs aboutissent à des valeurs similaires pour la fermeture de la couche de neutrons qui est estimée à  $N = 184$ . Par contre, il n'y a pas de consensus pour la fermeture de la couche de protons car, suivant les modèles, les valeurs de  $Z$  varient de 114 à 126. Les barrières de fission associées à ces différentes modélisations peuvent alors prendre des formes variées et être par exemple simples, doubles ou encore triples. Une simple barrière de potentiel ne présente pas de puits de potentiel secondaire, contrairement à une double ou une triple barrière qui en possèdent respectivement un ou deux. Dans l'état fondamental, correspondant au puits principal, le noyau super-lourd peut être déformé. Un isomère de forme est un état excité du noyau, associé à un puits secondaire isomérique du potentiel, dont la durée de vie est longue comparativement aux temps caractéristiques nucléaires. Cet isomère de forme peut être dans un état de déformation très différent de celui du noyau dans l'état fondamental. Suivant le type d'état isomérique, la stabilité du noyau super-lourd varie fortement car le temps de présence de l'isomère de forme dans le puits isomérique est d'autant plus grand que le puits isomérique est profond et donc que la barrière isomérique de fission associée est importante. Ces zones d'ombres compliquent donc fortement la localisation de l'îlot de stabilité des éléments super-lourds. Une description complète de la dynamique de fusion-fission de ces noyaux s'impose donc quand on veut relier les prédictions théoriques et les résultats expérimentaux afin d'apporter des contraintes supplémentaires sur la valeur de  $Z$  correspondant à la fermeture de couches de protons ainsi que sur la forme de la barrière de fission et en particulier sur le regain de stabilité associé à la présence d'un ou de deux puits isomériques.

Lors de l'étude du mécanisme de formation d'un noyau composé, la fusion et la fission sont considérées comme indépendantes. En effet, après l'étape de fusion, il n'y a pas de trace de la manière avec laquelle le noyau projectile et le noyau cible ont fusionné. De ce fait, le noyau composé ne dépend que de ces propriétés intrinsèques comme par exemple l'énergie d'excitation. En outre, pour la fusion et la fission, on observe une dissipation d'énergie et des fluctuations d'origine statistique. En accord avec le théorème fluctuation-dissipation on utilise donc habituellement des équations de transport avec extension stochastique de type Langevin par exemple. De plus, un modèle dynamique réaliste doit incorporer des critères issus d'une analyse microscopique. Il faut alors tenir compte pour l'étape de fusion des effets de mémoire et pour l'étape de fission des corrections d'effets de couches qui modifient la forme de la barrière de potentiel correspondante. Dans cette étude, on n'étudie pas l'influence des effets de couches dans l'étape de fusion.

La phase de fusion peut être décomposée en deux étapes, l'étape de capture où le noyau projectile et le noyau cible se rapprochent jusqu'à être en contact et l'étape de formation du noyau composé. Dans cette étude, on s'intéresse plus particulièrement à cette étape de formation. Contrairement au cas des noyaux légers, où seule la barrière de potentiel coulombienne est à franchir, pour les noyaux super-lourds la présence d'une barrière interne constitue une entrave à la fusion. L'étude de cette entrave présente un grand intérêt car actuellement ce processus n'est pas compris complètement. Au voisinage du maximum de potentiel de cette barrière interne, on peut approximer le potentiel par un potentiel osculateur parabolique afin d'estimer les tendances générales d'évolution. On considère alors cette étape de formation comme une diffusion classique par-dessus une barrière de potentiel parabolique avec effets de mémoire. De plus, pour le traitement dynamique on utilise une équation de Langevin généralisée avec un noyau mémoire. En effet, dans le cas général, un processus aléatoire, c'est à dire stochastique, doit tenir compte de « l'historique » de son évolution. Un des buts de cette partie consiste donc à établir une expression exacte concernant la probabilité de formation du noyau composé en tenant compte de cet aspect.

Dans la phase de fission, le noyau composé super-lourd se comporte comme un noyau chaud car une grande partie de l'énergie d'excitation est présente sous forme thermique. Les deux processus principaux de désexcitation du noyau composé super-lourd sont pour des énergies d'excitation inférieures à 100 MeV la fission thermique et l'évaporation de neutrons. La compétition entre ces deux voies de désexcitation permet d'augmenter la durée de vie d'un noyau super-lourd car l'évaporation de neutron permet d'évacuer une partie de l'énergie d'excitation du noyau chaud par un autre moyen que la fission thermique. En particulier, il est intéressant d'étudier le temps de fission afin d'avoir des informations sur la stabilité des noyaux. En effet, plus le temps de fission est important, plus la barrière de fission est élevée, et plus le noyau est stable. La méthode habituelle consiste à s'appuyer sur une équation de Langevin, cependant avec des temps de fission de l'ordre de  $10^{-18}$  s cette approche n'est pas viable en pratique. On a donc recours à des équations maîtresses de type Bateman pour modéliser la compétition entre fission et évaporation de neutrons. Les études réalisées avec une simple barrière de fission ne permettent pas d'expliquer les résultats obtenus au GANIL par blocage cristallin. Afin de comprendre ces résultats, il faut donc examiner d'autres effets comme l'existence d'un puits de potentiel isomérique qui induit forcément une augmentation du temps de fission. Il est donc intéressant de comparer le cas de la simple et de la double barrière de potentiel, sans et avec corrections d'effets de couches.

### Mots-clés :

Eléments Super-Lourds - Diffusion stochastique - Potentiel parabolique - Effets de mémoire - Temps de fission - Evaporation de neutrons - Barrière de potentiel isomérique

# Chapitre 1

## Stabilité et synthèse des super-lourds

Le but de ce chapitre consiste à rappeler ce qui est à l'origine de la stabilité des noyaux super-lourds ainsi que la manière de les synthétiser.

Dans un premier temps on aborde l'origine quantique de la stabilité de ces noyaux, que l'on considère comme froids, grâce aux modèles en couches nucléaires et on rappelle les principales informations concernant l'îlot de stabilité des super-lourds.

Dans un second temps on aborde la dynamique de fusion-fission de ces noyaux en les considérant comme des noyaux composés chauds, à cause de l'énergie d'excitation principalement sous forme thermique, avant de préciser les axes d'étude de la partie I.

### 1.1 Stabilité et localisation de l'îlot des super-lourds

#### 1.1.1 Potentiel nucléaire et barrière de fission

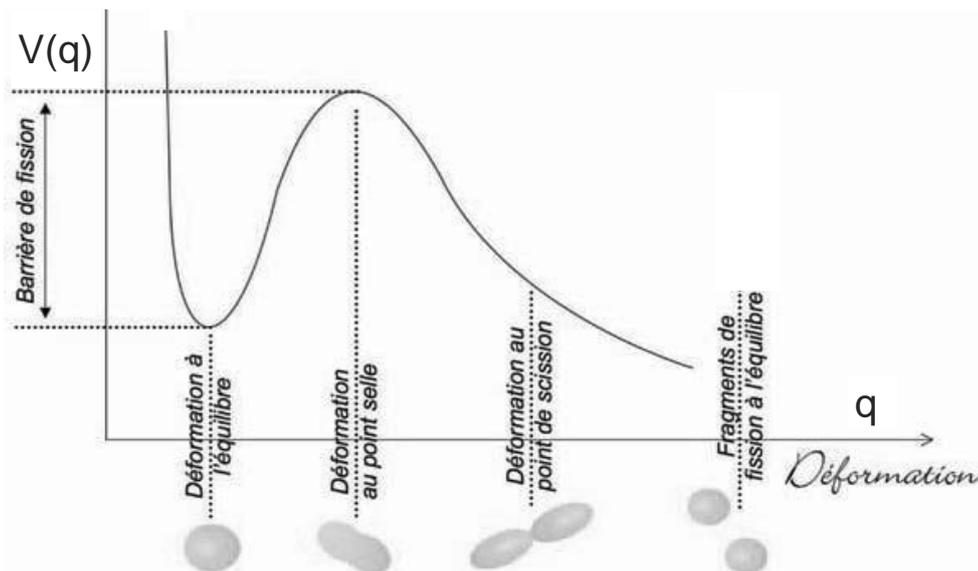


FIGURE 1.1: Exemple de potentiel schématique  $V$  à une dimension avec simple barrière de potentiel. La variable collective  $q$  est associée à la déformation jusqu'à la fission du noyau composé au point de scission de coordonnée  $q_s$ . Figure adaptée de [14].

De manière générale, le potentiel  $V$  est associé à la variation d'énergie de liaison du noyau en fonction de la déformation. Pour décrire cette déformation, on introduit la variable collective continue  $q$ . Le potentiel  $V$  est alors considéré comme une fonction continue de  $q$ .

De plus, le potentiel nucléaire peut se décomposer en un puits de potentiel et une barrière de potentiel. La barrière de fission correspond alors à la différence de potentiel entre la déformation au point selle et la déformation de l'état fondamental, voir figure 1.1. Quand la variable de déformation  $q$  devient trop grande, c'est-à-dire quand la barrière de potentiel est franchie, alors le noyau devient trop instable et fissionne. Le temps de vie de cet édifice est alors fortement augmenté [14]. La figure 1.1 est une représentation schématique du potentiel  $V(q)$  à une dimension car le potentiel réel est multidimensionnel.

Selon le modèle de la goutte liquide LDM « Liquid Drop Model », plus le nombre de nucléons est grand et plus la barrière de fission  $B_f^{LDM}$  s'abaisse. Pour un noyau moyen, avec  $A$  de l'ordre de 100, l'ordre de grandeur de  $B_f^{LDM}$  est d'environ 40 MeV [17]. Pour un noyau lourd, avec  $A$  de l'ordre de 200,  $B_f^{LDM}$  n'est plus que de 10 MeV. Enfin, dans le cas des noyaux super-lourds, avec  $A$  de l'ordre de 300,  $B_f^{LDM}$  devient nulle. Pour ces noyaux super-lourds, le numéro atomique associé vérifie  $Z \geq 110$ . La répulsion coulombienne déstabilisatrice est alors prépondérante [7, 16].

Si on envisage uniquement les critères du modèle de la goutte liquide [18], l'îlot de stabilité des super-lourds ne peut exister car  $B_f^{LDM}$  diminue progressivement avec l'augmentation de  $Z$  jusqu'à devenir quasi nulle pour  $Z \geq 110$ . Pour comprendre ce regain de stabilité, il faut donc étudier les structures nucléaires de manière plus approfondie en utilisant les modèles en couches nucléaires.

### 1.1.2 Modèles en couches et barrières isomériques

Pour aller au-delà du modèle de la goutte liquide [18], il faut étudier le mouvement des nucléons à l'intérieur du noyau. Le confinement de ces derniers est modélisé par un potentiel nucléaire  $V$ . Ce potentiel est la résultante des interactions forte et coulombienne entre nucléons. De manière générale, compte tenu des échelles d'énergies et de densités, le traitement de la stabilité des noyaux relève de la description quantique. La nature quantique des noyaux découle du caractère fermionique des nucléons, voir partie 6.1.1. En outre, pour prendre en compte la taille finie des noyaux il faut aller plus loin et utiliser des modèles microscopiques en couches nucléaires [19, 20]. Les nucléons sont alors considérés comme des nucléons quasi-indépendants en interaction dans le potentiel  $V$ .

On peut utiliser par exemple, le modèle macroscopique-microscopique de type Strutinsky avec un potentiel de type Woods-Saxon ou de type Yukawa [21, 22], des méthodes autocohérentes de type Hartree-Fock s'appuyant sur des potentiels phénoménologiques non relativistes de type Skyrme ou de type Gogny ou encore des traitements relativistes [9, 23, 24, 25, 26]. Suivant ces différents modèles théoriques, les conclusions sur les fermetures de couches diffèrent. Pour un noyau sphérique ou déformé, les couches correspondent à un « gap » à l'intérieur de la distribution inhomogène des niveaux d'énergie des états individuels du noyau. Les corrections de couches représentent les écarts par rapport à la position moyenne d'une couche.

L'énergie d'excitation générée lors de collisions d'ions lourds peut se diviser en deux catégories, une énergie macroscopique et une énergie microscopique :  $E = E_{macro} + E_{micro}$ . L'énergie à l'échelle microscopique est intrinsèque à l'ensemble des nucléons. L'énergie à l'échelle macroscopique est quant à elle associée aux mouvements collectifs du noyau comme par exemple la déformation. De manière analogue, il y a deux contributions à la barrière de fission  $B_f$  :

$$B_f \simeq B_f^{LDM} - \Delta E_{shell} = B_f^{LDM} + |\Delta E_{shell}|. \quad (1.1)$$

La partie macroscopique de la barrière de fission  $B_f^{LDM}$  est déterminée à partir du modèle de la goutte liquide et la partie microscopique  $\Delta E_{shell}$  négative, d'origine quantique, est issue des corrections d'énergie de couches, de l'anglais « shell ». Par définition, la valeur absolue de la correction de couche  $|\Delta E_{shell}|$  correspond à la différence entre l'énergie de liaison avec et sans effets de couches. L'effet stabilisateur de ce dernier terme génère une élévation de la barrière de fission  $B_f$ , principalement par un abaissement de l'énergie du niveau fondamental car l'abaissement en énergie au niveau du point selle, plus ténu, peut être en première approximation négligé.

Certains modèles prédisent pour les noyaux super-lourds de simples barrières de fission, que l'on peut déterminer grâce à l'équation 1.1, car les effets de couches n'induisent alors qu'un abaissement du niveau fondamental. Par opposition, d'autres modélisations indiquent que les corrections d'effets de couches génèrent un abaissement du niveau fondamental ainsi que l'apparition d'un ou de deux puits isomériques [27], voir figure 1.2. Une barrière de fission isomérique correspond alors à la différence de potentiel entre la déformation du maximum secondaire et la déformation du puits isomérique.

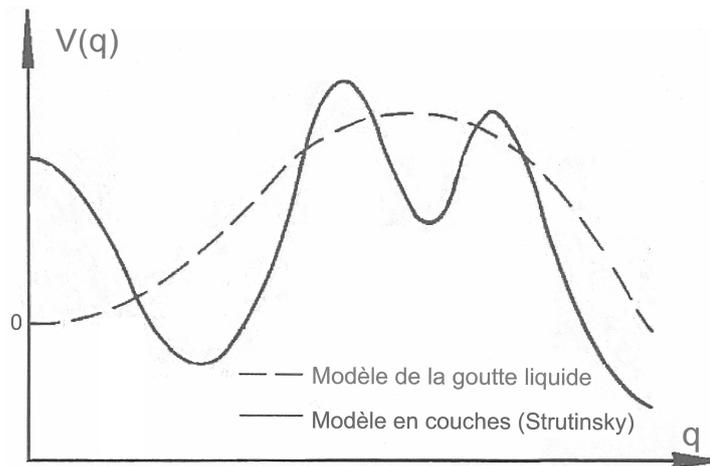


FIGURE 1.2: Potentiel  $V$  en fonction de la variable collective  $q$  selon le modèle de la goutte liquide et selon le modèle de correction d'énergie de couches de type Strutinsky, avec un puits isomérique, pour un noyau lourd de type actinide. Le numéro atomique est proche de  $Z = 100$  car la barrière de fission issue du modèle standard de la goutte liquide est encore conséquente. Figure adaptée de [10].

Pour prendre en compte la dynamique de déformation des noyaux on s'appuie donc sur l'étude de formes caractéristiques. En outre, dans le cas d'un noyau instable il faut tenir compte en particulier de l'évolution de la forme de ce dernier, voir figure 1.3.



FIGURE 1.3: Evolution de la forme du noyau pendant un processus de fission asymétrique. On peut voir, de gauche à droite, le noyau sphérique dans l'état fondamental puis déformé. Ensuite la déformation se poursuit jusqu'à la fission au point de scission en deux produits de fission. Figure adaptée de [28].

Les effets stabilisateurs de couches nucléaires s'amenuisent progressivement avec l'augmentation de la température. En effet, dans ce cas, les protons et les neutrons peuvent franchir plus facilement le « gap » entre la couche occupée et la couche vide la plus proche. En effet, une couche de protons ou de neutrons inaccessible à basse température peut le devenir quand la température augmente. Pour les faibles énergies d'excitation autour de l'état fondamental, le noyau est peu déformé et la barrière de potentiel assure la stabilité du système. Par contre, pour des énergies d'excitation plus grandes, statistiquement la probabilité de franchissement de la barrière de fission n'est plus négligeable. Le noyau composé peut alors devenir instable par déformation jusqu'au point de scission où deux fragments de fission se séparent.

### 1.1.3 Consensus pour $N$ mais pas pour $Z$

A l'heure actuelle le nombre de neutrons du noyau super-lourd doublement magique est estimé à  $N = 184$  mais il subsiste des zones d'ombres sur la détermination du nombre de protons  $Z$ . Les différentes valeurs de  $Z$  issues des différents modèles prédictifs se répartissent sur une large gamme de valeurs, entre 114 et 126.

Sur la figure 1.4 on visualise les structures particulièrement stables qualifiées de « noyaux doublement magiques » existant sur Terre [21, 22].

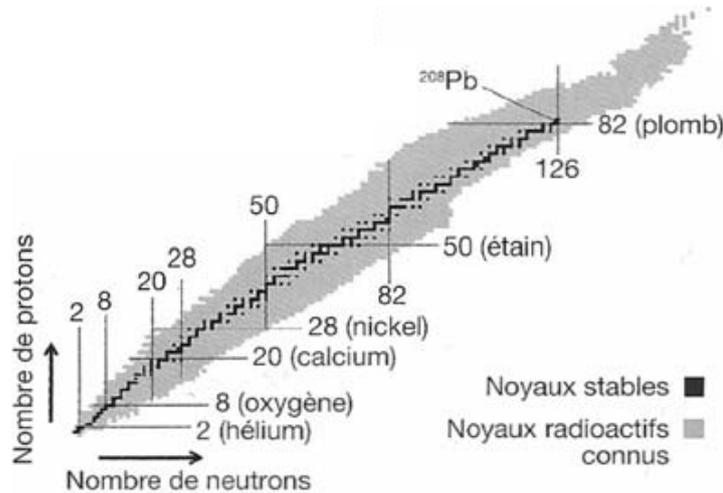


FIGURE 1.4: Carte des noyaux dans le plan  $(N, Z)$ , nombres magiques et noyaux doublement magiques. En particulier, on remarque le noyau doublement magique le plus massif à l'état naturel sur Terre : le plomb 208 avec  $Z=82$  protons et  $N=126$  neutrons. Figure adaptée de [3].

Les simulations numériques réalisées en prenant en compte les correction d'effets de couches avec différents potentiels reproduisent les niveaux d'énergie des noyaux existant dans la nature. Par extrapolation à partir de ces mêmes modèles on retrouve les nombres magiques pour les fermetures de couches des protons et des neutrons correspondant à l'îlot de stabilité des super-lourds.

Pour des noyaux super-lourds vérifiant  $Z \geq 110$ , la barrière de fission issue du modèle macroscopique de la goutte liquide  $B_f^{LDM}$  est quasi nulle. Les effets stabilisateurs sont donc d'origine purement quantique. On peut alors écrire

$$B_f^{SHE} \simeq |\Delta E_{shell}|. \quad (1.2)$$

Ces noyaux super-lourds se caractérisent par de hautes barrières de fission, de l'ordre de plusieurs MeV, voir l'exemple de la figure 1.5 où les barrières de fission peuvent s'élever jusqu'à  $|\Delta E_{shell}| \simeq 10$  MeV.

Suivant les modèles prédictifs pour ces noyaux super-lourds, les nombres magiques associés aux fermetures de couches de protons et de neutrons changent et les îlots de stabilité prédits correspondent à des noyaux sphériques ou déformés [15, 23, 24, 25, 29, 30]. Par exemple, avec la méthode auto-cohérente Hartree-Fock utilisant des potentiels de Skyrme SkP et SLy7 on trouve  $Z=126$  et  $N=184$ . De plus, avec la méthode des corrections de couches de type Strutinsky à l'aide d'un potentiel de type Woods-Saxon on trouve  $Z=114$  et  $N=178$ ,  $N=182$ . En outre, avec un traitement relativiste on trouve  $Z=120$ ,  $Z=124$  et  $N=178$ . [23, 24, 25, 26]. Il existe d'autres types de potentiels qui aboutissent à d'autres valeurs de  $Z$ , cette liste de valeurs de  $Z$  n'est donc pas exhaustive.

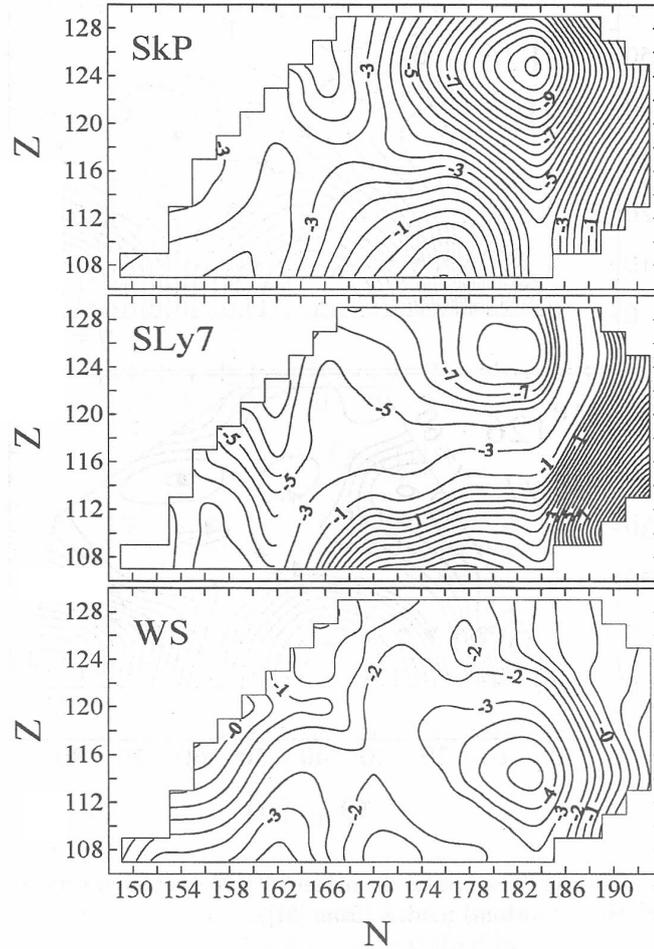


FIGURE 1.5: Trois exemples pour les énergies de correction de couches  $\Delta E_{shell}$  en MeV dans le plan  $(N, Z)$ . Les différentes courbes de niveau sont obtenues par la méthode auto-cohérente Hartree-Fock en utilisant des potentiels de Skyrme SkP et SLy7, voir les chapitres 6 et 7, ou avec la méthode des corrections de couches de type Strutinsky à l'aide d'un potentiel de type Wood-Saxon. Suivant la modélisation choisie, les valeurs de  $\Delta E_{shell}$  changent et la localisation de l'îlot de stabilité diffère. Pour ces noyaux, la barrière de fission issue du modèle macroscopique de la goutte liquide est quasi inexistante. Figure issue de [30].

De plus, comme il n'y a pas de consensus pour  $Z$ , il n'y en a pas non plus pour le nombre de masse  $A$ . Par exemple, pour  $Z=124$  et  $N=184$  on obtient un nombre de masse  $A=308$ .

Dans la suite de l'étude nous utilisons le plus souvent l'expression (1.2) quand on considère les corrections d'effets de couches sur la barrière de fission pour les noyaux super-lourds vérifiant  $Z \geq 110$ . De plus, dans les différents graphiques et applications numériques concernant les noyaux super-lourds, on envisage en général des corrections d'effets de couches se répartissant dans un gamme de valeurs proches de  $|\Delta E_{shell}| \simeq 10$  MeV et un nombre de masse  $A = 308$ .

#### 1.1.4 Mesure de la stabilité des super-lourds par blocage cristallin

Une méthode expérimentale utilisée au GANIL [9, 14, 15, 16, 19] se base sur la technique de blocage dans les monocristaux, « crystal blocking technique ». Cette technique permet d'étudier la stabilité des noyaux super-lourds par mesure de temps de fission  $t_{fiss}$ . Avec cette méthode, on peut étudier les noyaux super-lourds formés par collisions entre un noyau lourd du faisceau incident et le noyau cible d'un atome du monocristal. L'énergie d'excitation  $E_0^*$  des noyaux super-lourds ainsi formés est de l'ordre de  $70$  MeV ou  $80$  MeV. Quand les projectiles sont des noyaux de plomb et les cibles des noyaux de germanium on synthétise des noyaux de numéro atomique  $Z = 114$ . Avec un faisceau de noyaux d'uranium et des cibles de nickel ou de germanium, les numéros atomiques des noyaux sont alors respectivement  $Z = 120$  ou  $Z = 124$ . Ces noyaux étant métastables, les produits de fission correspondants et les distributions angulaires associées sont déterminés par un système de détection aligné avec un des axes principaux du monocristal, voir figure 1.6.

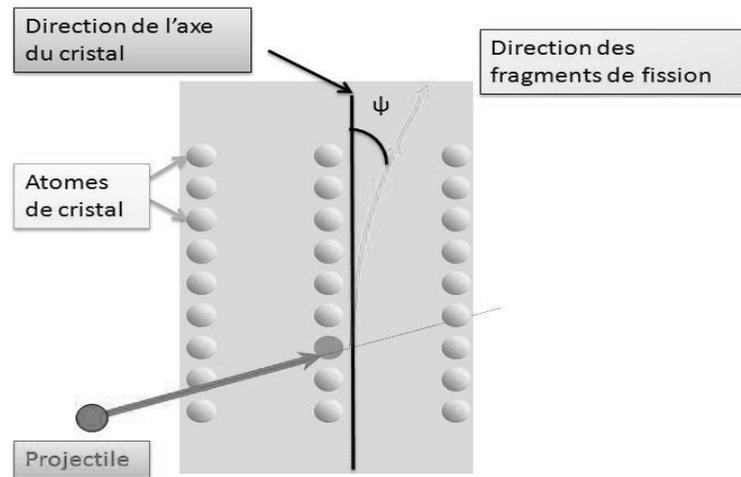


FIGURE 1.6: Schéma simplifié de la technique du blocage cristallin. Figure adaptée de [14, 31].

Les observables, grandeurs mesurables, sont dans ce cadre  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$ , la probabilité d'existence de fragments de fission au-delà de  $10^{-18}s$  et la multiplicité de neutrons de préscission, correspondant au nombre de neutrons émis avant le point de scission. En effet, par cinématique inverse, les projectiles étant plus massifs que les cibles, ce temps caractéristique est directement relié aux limitations inférieures de sensibilité dues aux vibrations thermiques du cristal cible. Avec ces cristaux et les vitesses associés aux différentes réactions étudiées, les résidus de temps de vie caractéristiques inférieurs à cette limite de  $10^{-18}s$  ne sont pas mesurables [15]. Comme le temps

de fission moyen  $\tau_{fiss}$  n'est pas une observable, l'estimation de cette grandeur physique modèle-dépendante est indirecte. Dans ce cas, si le modèle sur lequel s'appuie l'estimation d'une telle grandeur est trop simpliste, il y a alors des imprécisions sur la valeur obtenue. Un avantage de la technique du blocage cristallin réside dans le fait qu'elle n'est pas reliée à un modèle nucléaire. D'une part, le temps de fission est une grandeur physique indépendante des modèles de fusion, ce qui est intéressant car les sections efficaces de fusion sont mal connues. D'autre part, le temps de fission est indépendant des modèles nucléaires décrivant la fission. Le modèle utilisé ici est bien connu car il s'appuie sur les interactions atomiques dans les monocristaux qui génèrent des effets de canalisation et d'ombre en fonction du temps caractéristique du processus envisagé.

Un fragment de fission émis suivant une direction principale du cristal subit l'interaction des atomes du plan cristallin associé au noyau cible. Le type de propagation ultérieure des fragments de fission par rapport à une direction principale du monocristal est relié à l'échelle de temps du processus. Une estimation quantitative du temps de fission associé est alors possible.

Les fragments de fission sortent du cristal mais à des angles  $\psi$  différents. En effet, quand la fission est rapide, les fragments sont produits dans le voisinage du site cible. Si l'interaction électromagnétique entre le fragment et les atomes du cristal est intense, les angles  $\psi$  sont grands car il y a une déflexion importante de la trajectoire. Au-delà du domaine des vibrations thermiques, pour des temps caractéristiques supérieurs à  $10^{-18}s$ , l'interaction entre le noyau cible et le plan cristallin est de ce fait moins importante et les angles  $\psi$  sont petits.

Pour  $Z = 114$  aucun événement supérieur à  $10^{-18}s$  n'est détecté. Au contraire, pour  $Z = 120$  et  $Z = 124$ , respectivement 10% et 12% des événements de capture possèdent un temps de vie supérieur à  $10^{-18}s$  [14, 15, 16].

## 1.2 Etapes de synthèse des super-lourds et axes d'étude

### 1.2.1 Fusion-fission des noyaux super-lourds et processus associés

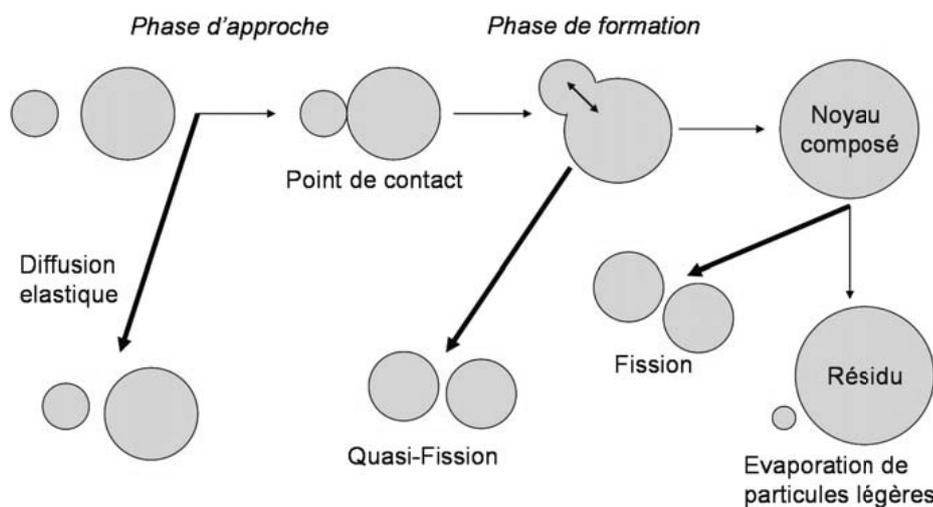


FIGURE 1.7: Etapes de la fusion-fission des noyaux super-lourds et processus en compétition. Figure issue de la référence [19].

Pour réaliser la synthèse de noyaux super-lourds, de numéro atomique  $Z > 100$ , les techniques actuelles consistent à réaliser des collisions entre ions lourds. Lors de telles collisions, l'influence

du paramètre d'impact est primordiale car suivant sa valeur différentes situations sont possibles, voir figure 1.7. Cette synthèse est favorisée pour les faibles paramètres d'impact associés aux collisions centrales. Il y a alors optimisation de la phase d'approche vers le point de contact entre les noyaux cible et projectile au détriment de leur diffusion élastique. Ensuite, pendant la phase de formation, le noyau composé commence à se former par apparition d'un col d'interpénétration entre le projectile et la cible. Pendant cette étape cruciale, il y a alors compétition entre la quasi-fission et la formation du noyau composé métastable. Enfin, une fois le noyau composé formé, la désexcitation associée s'effectue soit par formation de deux fragments de fission, soit par formation d'un noyau résiduel après évaporation d'une particule légère.

Expérimentalement, il n'est pas facile de différencier les fragments issus de la fission de ceux provenant de la quasi-fission. Cependant, les différences entre les échelles de temps caractéristiques associées à ces différents processus servent de signatures pour leur discrimination. Par exemple le temps caractéristique de la quasi-fission, inférieur à  $10^{-20}$  s, n'est pas détectable avec la technique du blocage cristallin contrairement au temps caractéristique de désexcitation du noyau composé avec compétition entre fission et évaporation de particules légères ici supérieur à  $10^{-18}$  s.

Dans la figure 1.7 on remarque que le processus de fusion s'effectue en deux étapes, la phase de capture et la phase de formation, voir partie 1.2.2. Lors de la fusion, une seule tentative est possible, il n'y a pas de deuxième chance. Pour la phase d'approche, la condition initiale est située à l'infini et la condition asymptotique au point de contact unique entre les noyaux qui collisionnent. Pour la phase de formation, la condition initiale est située à ce même point de contact. Le noyau composé formé se trouvant dans un état excité, il peut être considéré comme un noyau chaud. Ce noyau composé étant métastable, statistiquement la fission autorise de multiples tentatives pour le franchissement de la barrière de fission. Pour la fission la condition initiale se situe alors dans le puits thermalisé correspondant à l'état fondamental du noyau composé. La compétition entre la fission et l'évaporation de particules légères conditionne la désexcitation du noyau composé, voir partie 1.2.3.

Il est donc très difficile d'explorer le domaine où doivent se situer les noyaux d'éléments super-lourds car les deux principaux critères mis en jeu, la fusion et la fission sont antagonistes. En pratique, le principal problème réside dans la détermination du « juste équilibre » afin de les optimiser conjointement.

## 1.2.2 Fusion des noyaux d'éléments super-lourds

Les noyaux super-lourds se caractérisent par de très faibles sections efficaces de fusion, de l'ordre du picobarn ou même encore plus petites [13, 15, 19, 32]. De manière générale, la section efficace de fusion peut s'écrire en fonction des différentes valeurs du moment angulaire total  $J \leq J_{max}$  :

$$\sigma_{fus}(E_{c.m.}) = \frac{\lambda^2}{4\pi} \sum_{J \leq J_{max}} (2J + 1) P_{fus}(E_{c.m.}), \quad (1.3)$$

où  $\lambda$  représente la longueur d'onde de De Broglie et  $E_{c.m.}$  l'énergie de faisceau dans le centre de masse. La probabilité de fusion  $P_{fus}(E_{c.m.})$  dépend également de  $J$ . Dans le cas des noyaux super-lourds, la valeur  $J = 0$  du moment angulaire constitue la contribution principale à la section efficace de fusion.

Figure 1.8 on visualise la schématisation du potentiel  $V(q)$  lors de la fusion d'un noyau cible, de numéro atomique  $Z_c$ , et d'un noyau projectile, de numéro atomique  $Z_p$ , pour former un noyau

composé de numéro atomique  $Z = Z_c + Z_p$ . Les nombres de masse associés sont alors  $A = A_c + A_p$ . Pour tout type de noyau, il existe une barrière associée à la forte répulsion coulombienne entre les noyaux projectile et cible. De plus, contrairement aux noyaux légers, pour les noyaux super-lourds tels que  $Z_c \cdot Z_p \geq 1600$  il existe une barrière interne après le point de contact. Cette seconde barrière est associée au processus de formation du noyau composé proprement dit et génère un phénomène d'entrave à la fusion. A l'heure actuelle, il n'existe pas de théorie pour considérer la fusion dans sa globalité. Pour contourner ce problème, on modélise la fusion à l'aide de deux étapes successives : le processus de capture, pendant la phase d'approche et jusqu'au point de contact, et le processus de formation. Les conditions asymptotiques après le franchissement de la barrière coulombienne correspondent alors aux conditions initiales de la barrière interne [32]. La probabilité de fusion est donc égale au produit des probabilités de capture  $P_{capt}$  et de formation  $P_{form}$

$$P_{fus}(E_{c.m.}) = P_{capt} \cdot P_{form}, \quad (1.4)$$

avec  $E_{c.m.}$  l'énergie de faisceau dans le centre de masse. Cette énergie est telle que  $E_{cm} = E^* - Q$  où  $E^*$  est l'énergie d'excitation du noyau composé par rapport à l'état fondamental et  $Q = Q_{fusion}$  est l'énergie associée à la fusion du noyau projectile et du noyau cible pour former le noyau composé d'où l'expression en fonction des énergies de masses des noyaux  $Q_{fusion} = (M_p + M_c - M_{CN})c^2$ .

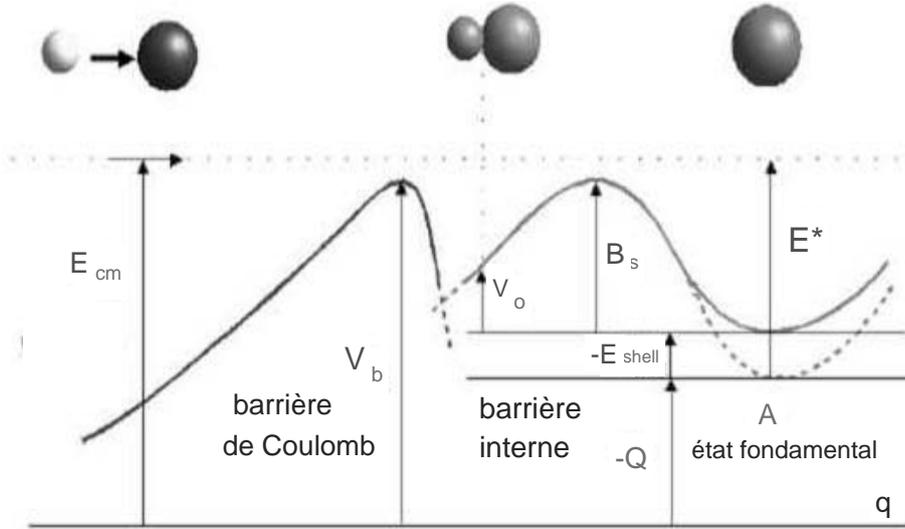


FIGURE 1.8: Schématisation du potentiel  $V$  en fonction de la coordonnée collective  $q$  lors du processus de fusion du noyau composé de nombre de masse  $A$ . Le sommet de la barrière coulombienne est noté  $V_b$ . Le sommet  $B_s$  de la barrière interne, spécifique des noyaux super-lourds, se situe après le point de contact de potentiel  $V_0$ . Les grandeurs  $B_s$  et  $V_0$  sont définies par rapport au niveau fondamental du noyau composé. La correction d'énergie de couches est  $\Delta E_{shell} = E_{shell} < 0$ .  $E_{cm}$  est l'énergie de faisceau disponible dans le centre de masse.  $E^*$  représente l'énergie d'excitation du noyau composé par rapport à l'état fondamental et  $Q = Q_{fusion}$ . Figure adaptée de [19].

Expérimentalement il est difficile d'accéder à l'îlot de stabilité des super-lourds car actuellement on ne dispose pas de faisceaux d'ions projectiles et d'ions cibles assez exotiques qui sont suffisamment riches en neutrons. Les noyaux composés synthétisés lors des collisions d'ions lourds sont donc en général déficitaires en neutrons par rapport aux nombre de neutrons des noyaux prédits pour l'îlot de stabilité des super-lourds. Suivants les laboratoires, différents types de procédés sont mis en œuvre : la fusion froide, la fusion chaude et la fusion que l'on peut qualifier de « très-chaude ».

- La fusion froide est utilisée au GSI et à RIKEN. Elle se caractérise par une énergie d'excitation du noyau composé de l'ordre de  $10 \text{ MeV}$  et une évaporation d'un ou deux neutrons en moyenne. Cette méthode permet de produire au GSI des noyaux de numéros atomiques  $Z$  allant de 107 à 112 et à RIKEN des noyaux de numéros atomiques  $Z$  compris entre 110 et 113. La fission associée est asymétrique et les produits de fission sont peu excédentaires en neutrons. Lors du processus de désintégration radioactive, les cascades de désintégration se situent dans une région bien connue du diagramme de Segré, ce qui facilite l'identification.

- La fusion chaude est quant à elle utilisée au JINR. L'énergie d'excitation du noyau composé est de l'ordre de  $30 \text{ MeV}$  et le nombre moyen de neutrons évaporés varie de trois à cinq. Cette technique permet la synthèse de noyaux de numéros atomiques  $Z = 114$ ,  $Z = 115$ ,  $Z = 116$ ,  $Z = 117$  et  $Z = 118$  [13]. La fission associée est symétrique et les produits de fission sont excédentaires en neutrons. Le GSI a confirmé des réactions de fusion chaude pour les noyaux  $Z = 114$  et  $Z = 116$ , qui sont donc en cours d'être nommés. Cependant pour  $Z = 114$ ,  $Z = 116$  et  $Z = 118$  les résultats obtenus au JINR sont encore soumis à débat car les cascades de désintégration se trouvent alors dans une zone mal connue du diagramme de Segré.

- La fusion « très-chaude » est mise en œuvre au GANIL. L'énergie d'excitation du noyau composé, considéré dans ce cas comme un noyau chaud, est alors de l'ordre de  $70 \text{ MeV}$  ou  $80 \text{ MeV}$  et le nombre de neutrons évaporés s'élève à huit ou neuf. En outre, les noyaux formés sont  $Z = 114$ ,  $Z = 120$  et  $Z = 124$  [16]. Les nombres de neutrons associés sont proches de 180. Pour ces deux derniers cas, la stabilité particulière de ces deux noyaux est mise en évidence par des temps de fission longs, signatures de l'existence de barrières de fission importantes.

Pour ce type de fusion, il n'y a pas de résidus d'évaporation observés car tous les noyaux formés fissionnent. De ce fait, ces noyaux sont alors trop instables pour pouvoir réaliser des synthèses d'atomes avec tout le cortège électronique.

### 1.2.3 Métastabilité et désexcitation des noyaux d'éléments super-lourds

Pour la fusion « très-chaude » mise en œuvre au GANIL, l'énergie mobilisée est grande donc la durée de vie du noyau composé à partir de la collision est petite, l'énergie d'excitation par rapport à l'état fondamental étant alors importante. La section efficace résultante des différents processus de désexcitation du noyau composé est de ce fait grande. La probabilité de survie du noyau super-lourd, particulièrement instable, est alors petite. Ainsi, la fusion du noyau super-lourd métastable est donc inéluctablement suivie de sa désexcitation qui à son tour conditionne sa survie.

La section efficace résiduelle est donc le produit de la probabilité de fusion  $P_{fus}$  et de la probabilité de survie  $P_{surv}$  pour les différentes valeurs du moment angulaire total  $J \leq J_{max}$  :

$$\sigma_{res}(E_{c.m.}) = \frac{\lambda^2}{4\pi} \sum_{J \leq J_{max}} (2J + 1) P_{fus}(E_{c.m.}) P_{surv}(E^*), \quad (1.5)$$

avec  $E^* = E_{c.m.} + Q$  l'énergie d'excitation du noyau composé par rapport à l'état fondamental avec  $Q = Q_{fusion}$ . Pour simplifier les notations les dépendances des probabilités  $P_{fus}$  et  $P_{surv}$  par rapport au moment angulaire total  $J$  ne sont pas représentées. Pour les noyaux super-lourds la valeur  $J = 0$  assure la principale contribution de cette section efficace.

Cette section efficace  $\sigma_{res}(E_{c.m.})$  traduit la compétition entre fusion et fission, il est donc difficile d'optimiser sa valeur. En effet, dans la gamme d'énergie compatible avec le processus de fusion, plus l'énergie cinétique  $E_{c.m.}$  mise en jeu dans la collision est faible et plus la probabilité de fusion  $P_{fus}(E_{c.m.})$  est petite mais en même temps plus la probabilité de survie du noyau chaud composé

ainsi formé  $P_{surv}(E^*)$  est grande car dans ce cas l'énergie d'excitation  $E_0^*$  de ce noyau composé, premier noyau de la cascade de désexcitation, est plus faible. Ces considérations sont valides pour une énergie  $E_0^*$  inférieure à  $100 \text{ MeV}$ , comme par exemple  $70 \text{ MeV}$  ou  $80 \text{ MeV}$ . Dans ce cadre, on peut donc déterminer la probabilité de survie  $P_{surv}(E^*)$  associée en fonction des différents canaux de désexcitation disponibles, les deux principaux étant la fission et l'évaporation de neutrons.

De manière générale, à cause de la compétition entre les différents canaux de désexcitation, les temps de fission obtenus au GANIL pour les noyaux super-lourds  $Z = 120$  et  $Z = 124$  [14], voir partie 1.1.4, sont largement supérieurs au temps de fission estimé à partir du taux de Kramers correspondant au taux de fission par-dessus une barrière de potentiel depuis un état fondamental métastable thermalisé [33] quand la température vérifie  $T < B_f$ , voir partie 4.2.1.

Pour essayer de comprendre les valeurs importantes de ces temps de fission, différents outils sont utilisés. On peut par exemple utiliser, dans le cas où la fission est considérée comme le seul processus de désexcitation, le temps de descente du point selle au point de scission, voir figure 1.9. En particulier, le temps de descente depuis le point selle correspondant au maximum de potentiel (associé au puits de l'état fondamental) jusqu'au point de scission où le noyau composé est détruit peut alors être long dans le cas des noyaux super-lourds, voir partie 4.2.1.

En outre, figure 1.9, avec le type de potentiel  $V(q)$  envisagé, on visualise les formes successives du noyau pendant sa déformation et en particulier des états isomériques associés de formes très différentes de la forme du noyau dans l'état fondamental. Ces isomères de forme présentent une certaine stabilité qui se traduit par une augmentation de la durée de vie du noyau et donc du temps de fission. A priori, l'existence d'un puits de potentiel isomérique, voir partie 1.1.2, peut être un autre élément d'explication possible pour les temps de fission longs.

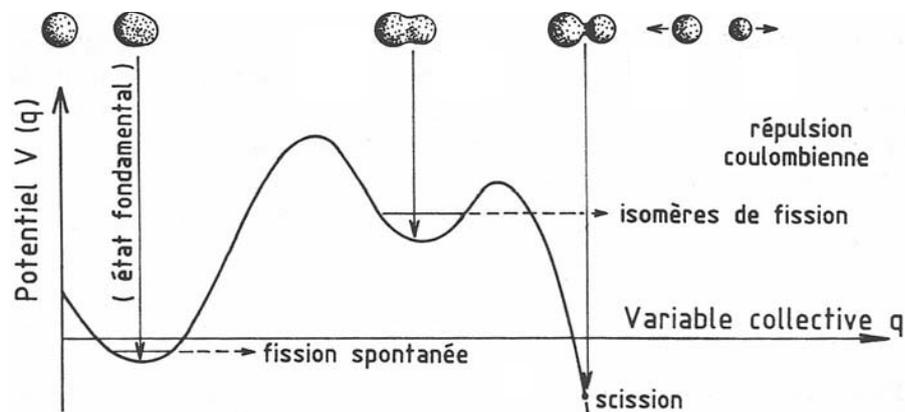


FIGURE 1.9: Exemple de potentiel schématique  $V(q)$  à une dimension avec double barrière de potentiel, par analogie avec les actinides. Dans ce schéma simplifié, les effets de couches stabilisateurs dans la région de l'état fondamental ne sont pas représentés. La variable collective  $q$  est associée à la déformation jusqu'à la fission du noyau composé au point de scission de coordonnée  $q_s$ . Figure adaptée de [7].

### 1.2.4 Axes d'étude

Pour apporter des éléments d'information sur la dynamique de la fusion-fission des noyaux super-lourds on envisage deux axes d'étude. Dans le premier axe d'étude on suppose la phase de capture réussie et on s'intéresse à la formation proprement dite du noyau composé super-lourd par diffusion. Dans le deuxième axe d'étude on se focalise sur la désexcitation du noyau composé

super-lourd et de la chaîne isotopique de désexcitation associée par compétition entre fission et évaporation de neutrons.

D'après le principe de causalité, tout phénomène physique possède une origine. L'état d'un système doit alors garder une trace, pendant un temps caractéristique, des états antérieurs. On parle alors d'effets de mémoire. En physique nucléaire, pour accéder à la dynamique du système, il est donc nécessaire d'utiliser des équations de transport stochastiques où les effets de mémoire sont pris en compte grâce à la présence d'un noyau mémoire. Par exemple, dans le cas des oscillations résonnantes des noyaux, modes collectifs de faibles amplitudes, le temps de relaxation est du même ordre de grandeur que l'inverse de la fréquence des oscillations. C'est pourquoi, dans ce cas, le noyau mémoire doit être pris en compte pour reproduire les données expérimentales [34, 35]. Cependant, pour simplifier, on peut écarter ces effets de mémoire si le temps caractéristique d'un processus est long devant le temps caractéristique du noyau mémoire. C'est le cas de la fission.

La fusion est un processus que l'on modélise comme une diffusion par-dessus une barrière. Pour ce type de réaction, l'échelle de temps est assez petite pour considérer que la prise en compte du noyau mémoire est pertinente. Il faut donc tenir compte de l'influence des effets de mémoire sur la phase de formation par fusion nucléaire du noyau composé. L'équation de transport stochastique est alors une équation de Langevin généralisée. En général, des simulations numériques s'avèrent nécessaires car des solutions analytiques ne sont obtenues que dans les cas particuliers des potentiels paraboliques, linéaires ou nuls. Dans le cas présent, on considère que le potentiel est de forme parabolique au sommet de la barrière interne, ce qui permet une résolution exacte. L'équation du mouvement est en général non linéaire, cependant l'étude est restreinte aux faibles amplitudes en utilisant une équation linéaire dans le but d'étudier les effets du noyau mémoire sur la diffusion.

Dans le chapitre 2, on rappelle les grandes lignes et les principaux résultats du cas sans effets de mémoire avant d'aborder l'équation de Langevin généralisée. Dans le chapitre 3 on aborde la prise en compte des effets de mémoire dans la formation du noyau composé.

La fission, mode collectif de forte amplitude, est un processus lent comparé au temps caractéristique du noyau mémoire [36]. On peut donc a priori écarter les effets de mémoire sur l'ensemble du processus à l'exception du passage du point selle au point de scission. En effet, un calcul récent montre que le temps de descente du point selle au point de scission est également sensible aux effets de mémoire [35]. On étudie la désexcitation du noyau composé métastable en le considérant comme un noyau chaud. Comme dans ce cas, la forme de la barrière de fission n'est pas bien connue, afin de regarder l'influence de la forme de la barrière sur le processus de fission du noyau composé, différents types de barrières sont envisagés. Le but est d'essayer de comprendre les résultats expérimentaux obtenus au GANIL avec la technique du blocage cristallin. Le recours à une équation de Langevin n'est plus pertinent compte tenu des temps caractéristiques de fission de l'ordre de  $10^{-18}s$  et de l'énorme statistique que cette méthode impose. On utilise donc des équations de Bateman pour décrire la compétition entre fission et évaporation de neutrons. Cette modélisation est hybride car elle associe les points de vue statistique et dynamique. De plus, cette approche permet une résolution analytique.

Le chapitre 4 envisage l'étude de la simple barrière et le chapitre 5 aborde celle de la double barrière. Pour ces deux cas, on conserve la même progression. Dans un premier temps l'étude de la barrière est réalisée avec la fission comme seul processus de désexcitation. Dans un deuxième temps on considère la compétition entre fission et évaporation de neutrons avec tout d'abord la barrière de fission  $B_f$  constante puis la prise en compte des corrections d'effets de couches.

On regarde alors l'influence de la barrière de potentiel sur le temps de fission et les grandeurs physiques associées comme la probabilité d'existence d'événements avec des temps de fission supérieurs à  $10^{-18}s$  ou la multiplicité de neutrons de préscission.

# Chapitre 2

## Equation de Langevin, diffusion et effets de mémoire

Le but de ce chapitre consiste à rappeler les principales caractéristiques de la dynamique stochastique, sans et avec effets de mémoire. En particulier on précise le domaine de validité de ces approches ainsi que leur relation avec la physique nucléaire.

Dans un premier temps, on aborde le lien entre le mouvement brownien et l'équation de Langevin markovienne. Dans un deuxième temps, on rappelle le cadre général de la diffusion avec une barrière de potentiel parabolique, voir figure 2.1, et les principaux résultats du cas markovien. Dans un troisième temps on examine l'origine des effets de mémoire et un modèle statistique qui permet d'aboutir à une équation de Langevin généralisée.

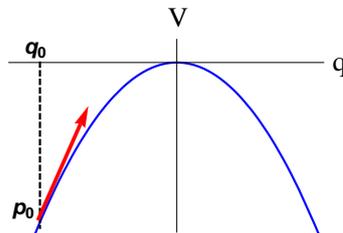


FIGURE 2.1: Modélisation du sommet de la barrière interne des noyaux super-lourds par un potentiel parabolique avec les conditions initiales  $q_0 < 0$  et  $p_0 > 0$ .

### 2.1 Mouvement brownien et équation de Langevin

#### 2.1.1 Mouvement brownien, variable stochastique et cadre markovien

##### Le mouvement brownien

En 1827 le botaniste Robert Brown observe les trajectoires erratiques de particules microscopiques de pollen dans de l'ambre [37]. Ces grains de pollen ne pouvant plus être vivants, le mouvement n'est pas d'origine biologique comme on le pensait auparavant mais d'origine physique ou chimique. Plus tard, on donne à ce phénomène le nom de mouvement brownien. Ce n'est qu'à partir de 1905 qu'Albert Einstein fournit une première interprétation du processus [38] : le comportement désordonné des grains est dû à leurs collisions avec les molécules d'eau, constitutives du milieu. Indépendamment en 1906, M. V. Smoluchowski, à partir d'une équation de conservation

dans l'espace des phases c'est-à-dire d'une approche globale, aboutit aux mêmes constatations. L'inconvénient de ces approches réside dans le fait que l'inertie de la particule brownienne n'est pas prise en compte. Paul Langevin en 1908 analyse plus précisément l'influence du milieu sur la particule brownienne en incluant les effets d'inertie [39]. Il propose alors une approche originale qui consiste, en partant du mouvement individuel de la particule brownienne, à introduire une force aléatoire afin de modéliser son comportement erratique.

Des situations similaires au mouvement brownien apparaissent dans de nombreux domaines de la physique. On peut citer à titre d'exemples la fission et la fusion, thèmes centraux de notre étude de physique nucléaire, ou le bruit Nyquist dans les conducteurs ohmiques. De manière générale, le mouvement brownien peut être considéré comme un « cas d'école » permettant de comprendre les mécanismes qui régissent les fluctuations et les dissipations d'énergie. Le problème présente aussi un intérêt pratique car ces fluctuations sont sources de bruit de fond, ce qui limite la précision des mesures. Dans le cas général on parle de mouvement brownien quand une particule est assez petite pour être soumise à un mouvement aléatoire, une fois plongée dans un bain thermique.

Mathématiquement le mouvement brownien de la particule peut être décrit à l'aide d'une variable aléatoire continue  $q$  dont l'évolution est régie par l'équation de Langevin. Le domaine de validité de cette équation phénoménologique peut être étendu à la physique nucléaire sous certaines conditions, voir partie **2.3.1**. Dans ce chapitre et le chapitre suivant,  $q$  est considérée comme une variable collective caractérisant l'élongation, c'est-à-dire la distance séparant le noyau projectile du noyau cible pendant la formation du noyau composé et  $m$  représente l'inertie.

## Variable aléatoire et processus markovien

Contrairement au cadre classique déterministe, la variable  $q$  n'est pas connue avec certitude à l'instant  $t$  quand on connaît la position initiale  $q_0$  à  $t_0 = 0$ . En effet, on ne connaît que la probabilité qu'elle prenne une valeur particulière à  $t$ .  $q$  est donc une variable stochastique. Pour une telle variable continue on utilise alors la notion de densité de probabilité  $W(q, t|q_0, t_0)$ . Dans le cas général, la densité de probabilité à elle seule ne permet pas de caractériser de manière exhaustive le processus aléatoire, autrement dit stochastique, il faut aussi connaître l'ensemble des densités de probabilités conjointes  $W(q_n, t_n | \dots | q_k, t_k | \dots | q_0, t_0)$ , avec  $q_k$  valeur prise par la variable aléatoire  $q$  à l'instant  $t_k$  tel que  $t_0 < t_k < t_n$ . La prise en compte de « l'historique » de la particule est donc nécessaire car il faut envisager à partir de  $(q_0, t_0)$  tous les chemins possibles  $(q_k, t_k)$  antérieurs à l'état  $(q_n, t_n)$ .

Au contraire, un processus markovien ne tient pas compte de la « mémoire » du système. Pour cette classe de processus, l'état  $(q_n, t_n)$  ne dépend donc que de l'état  $(q_{n-1}, t_{n-1})$  et pas des états antérieurs. De ce fait, pour un processus de Markov on peut donc écrire

$$W(q_n, t_n | q_{n-1}, t_{n-1} | \dots | q_0, t_0) = \prod_{i=1}^n W(q_i, t_i | q_{i-1}, t_{i-1}) W(q_0, t_0). \quad (2.1)$$

### 2.1.2 L'équation de Langevin markovienne

#### Modélisation phénoménologique du mouvement brownien

Comme on l'a déjà évoqué dans la partie **2.1.1**, l'équation de Langevin est introduite pour la première fois en 1908 par Paul Langevin [39]. Dans cette approche phénoménologique, on considère un système constitué d'une particule de masse  $m$ , en interaction avec un milieu possédant un grand nombre de degrés de liberté  $s_1; \dots; s_n$ . Pour simplifier l'étude, on se place à une dimension.

Le centre de masse de la particule est donc caractérisé par sa position  $q(t)$  et sa vitesse  $p(t) = \dot{q}(t)$ . Il n'est pas possible de décrire exactement le couplage entre les nombreux degrés de liberté secondaires représentatifs du milieu  $s_1; \dots; s_n$ . En revanche, comme la variation de ces degrés de liberté secondaires est très rapide par rapport à celle de la variable collective  $q(t)$ , ces degrés peuvent être assimilés à un bain thermique de température  $T$ . L'interaction entre la particule brownienne et les degrés de liberté secondaires peut alors être représentée par une force effective  $F(t)$ . D'autre part, la particule brownienne est aussi susceptible de subir l'action d'un champ de force extérieur, dérivant d'une énergie potentielle  $V$ . Ainsi, l'équation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$m\ddot{q} = F(t) - \frac{\partial V}{\partial q}. \quad (2.2)$$

La deuxième loi de Newton néglige les fluctuations de ces chocs entre les constituants du bain et la particule de masse  $m$ . Cette hypothèse est justifiée uniquement quand la masse de la particule est grande devant celle des différents constituants du bain. Ce n'est donc plus le cas pour une particule comparable aux constituants du bain. En effet celle-ci, à cause des nombreuses collisions avec le milieu est soumise à un mouvement stochastique. De ce fait, l'évolution de cette particule ne peut plus être décrite par une équation de Newton, déterministe par nature [40]. Afin de pallier le problème, on adjoint alors au bilan des forces une force stochastique  $f(t)$ . De ce fait, la force totale qui décrit les interactions entre la particule brownienne et le bain thermique peut se scinder en deux termes :  $F(t) = \langle F(t) \rangle + f(t)$ .

1. Le premier terme est appelé force de friction. Il est associé au fait que dans le référentiel du centre de masse de la particule brownienne, il y a plus de chocs avec les constituants du bain thermique à l'avant la particule brownienne qu'à l'arrière. Pour les mêmes raisons il y a plus de gouttes d'eau sur le pare-brise d'une voiture qui roule sous la pluie que sur la lunette arrière. La valeur moyenne de la force  $F(t)$  n'est donc pas nulle. On la note  $\langle F(t) \rangle$  avec  $\langle \dots \rangle$ , symbole caractérisant une moyenne statistique sur un ensemble de systèmes, constitués d'une particule brownienne et d'un bain thermique, tous identiques à l'échelle macroscopique. En général, cette force est proportionnelle à la vitesse de la particule et de sens opposé au mouvement d'où :  $\langle F(t) \rangle = -\gamma\dot{q}(t)$ , avec  $\gamma$  le coefficient de friction.  $\gamma$  traduit le transfert irréversible moyen de l'énergie associée à la particule vers les degrés de liberté du milieu.
2. Le deuxième terme est la force stochastique proprement dite  $f(t)$  qui symbolise la partie rapidement variable de  $F(t)$ . Pour être plus précis,  $f(t)$  est issue des fluctuations statistiques de part et d'autre de  $\langle F(t) \rangle$ .  $f(t)$  n'est pas connue avec précision mais des hypothèses statistiques peuvent être faites :

Dans un premier temps  $\langle f(t) \rangle$ , le moment d'ordre 1 de  $f(t)$ , est par définition nul car il est obtenu en retranchant la valeur moyenne  $\langle F(t) \rangle$  à  $F(t)$  afin d'accéder à  $f(t)$ .

Dans un deuxième temps pour  $\langle f(t)f(t') \rangle$ , le moment d'ordre 2 de  $f(t)$ , on fait l'hypothèse que deux événements séparés d'un intervalle de temps suffisamment long ne sont pas corrélés. Le moment d'ordre 2 a donc la forme d'une distribution paire, symétrique, piquée aux alentours de la valeur  $t - t' = 0$ . Cette distribution est dans le cas markovien, c'est-à-dire quand il n'y a pas d'effet de mémoire, associée à une distribution  $\delta$  de Dirac. De plus, pour ce cas markovien, d'après le théorème fluctuation-dissipation [41], on peut montrer que  $f(t) = \sqrt{2\gamma T}\nu(t)$ , avec  $\nu$  un nombre aléatoire gaussien, tel que  $\langle \nu(t) \rangle = 0$  et  $\langle \nu(t)\nu(t') \rangle = \delta(t - t')$ .

### Bilan du cas markovien

L'équation de Langevin markovienne s'écrit alors, en introduisant le coefficient de friction réduit  $\beta = \gamma/m = \tau_p^{-1}$  et la force stochastique réduite  $r_m(t) = f(t)/m$  :

$$\ddot{q} + \beta\dot{q} + \frac{1}{m} \frac{\partial V}{\partial q} = r_m(t). \quad (2.3)$$

les moments d'ordre un et deux de la force stochastique réduite vérifient

$$\langle r_m(t) \rangle = 0 \quad \text{et} \quad \langle r_m(t)r_m(t') \rangle = \frac{2\beta T}{m} \delta(t - t'), \quad (2.4)$$

en accord avec le théorème fluctuation-dissipation.

Ainsi, pour résumer la situation, le système constitué d'une particule de masse  $m$ , dont le centre de masse est caractérisé par  $q(t)$ , soumise à une barrière de potentiel quadratique  $V = -\frac{1}{2}m\omega^2 q^2$ , plongée dans un bain thermique caractérisé par la température  $T$  et le coefficient de friction réduit  $\beta$  est :

$$\ddot{q} + \beta\dot{q} - \omega^2 q = r_m(t) \quad r_m(t) = \sqrt{\frac{2\beta T}{m}} \nu(t) \quad (2.5)$$

$$\langle r_m(t) \rangle = 0 \quad \langle r_m(t)r_m(t') \rangle = \frac{2\beta T}{m} \delta(t - t') \quad (2.6)$$

Le système ci-dessus est qualifié de markovien, autrement dit complètement aléatoire, car il ne présente aucun effet de mémoire. Des événements à deux instants  $t$  et  $t'$  différents sont donc complètement décorrélés. De plus, le coefficient réduit  $\beta$  est associé à la dissipation de la particule brownienne vers les degrés de liberté du bain thermique. La force stochastique gaussienne réduite représente les fluctuations autour de la valeur moyenne. L'équation de Langevin (2.5) est qualifiée d'équation réduite car le bain thermique est décrit uniquement par deux paramètres  $T$  et  $\beta$ . De plus, seules les dérivées première et seconde de la coordonnée  $q(t)$  apparaissent dans cette équation linéaire. En outre, pour accéder aux grandeurs physiques, seuls les deux premiers moments de la force stochastique réduite sont nécessaires.

## 2.2 Diffusion et barrière de potentiel parabolique

### 2.2.1 Point de vue général

Le problème de la diffusion par-dessus une barrière de potentiel parabolique à une dimension  $V(q) = -m\omega^2 q^2/2$ , avec des conditions initiales strictes comme  $q_0 < 0$  et  $p_0 = \dot{q}_0 > 0$ , peut être résolu exactement avec la méthode utilisée dans la référence [41] ou en utilisant les transformées de Laplace, cette dernière méthode étant plus rapide.

Pour évaluer la probabilité de formation par passage par-dessus la barrière de potentiel, nous avons uniquement besoin de la distribution réduite obtenue quand on réalise la moyenne sur tous les degrés de liberté excepté  $q$ . On retrouve une distribution gaussienne pour la densité de probabilité

$$W(q, t|q_0, p_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_q(t)}} \exp\left(-\frac{(q - \langle q(t) \rangle)^2}{2\sigma_q^2(t)}\right), \quad (2.7)$$

avec  $\sigma_q^2(t)$  la variance et  $\langle q(t) \rangle$  la valeur moyenne de  $q(t)$ . De ce fait, la probabilité de formation par franchissement de la barrière est

$$P_{form}(t; q_0, p_0) = \int_0^{+\infty} W(q, t|q_0, p_0) dq = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(-\frac{\langle q(t) \rangle}{\sqrt{2}\sigma_q(t)}\right), \quad (2.8)$$

en notant  $\operatorname{erfc}$  la fonction erreur complémentaire :

$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{+\infty} e^{-t^2} dt. \quad (2.9)$$

Le problème peut être généralisé, si on conserve l'hypothèse du potentiel parabolique, à des cas non markoviens où la distribution des conditions initiales est gaussienne, voir le chapitre 3 traitant de l'influence des effets de mémoire sur le processus de diffusion. Dans ce cadre plus général le problème est aussi soluble analytiquement [42].

### 2.2.2 Rappels sur la diffusion sans effets de mémoire

Dans cette section, on rappelle brièvement les principaux résultats de la diffusion markovienne par-dessus une barrière de potentiel parabolique afin de mieux comprendre ensuite l'influence des effets de mémoire. Pour plus de détails regarder [41].

L'équation de Langevin markovienne (2.5) peut être mise sous la forme

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix} = D \cdot \begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ r_m(t) \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

où la matrice de dérive déterministe  $D$  et le terme stochastique  $r_m(t)$  s'écrivent

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \omega^2 & -\beta \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad r_m(t) = \sqrt{\frac{2\beta T}{m}} \nu(t). \quad (2.11)$$

On peut donc intégrer formellement l'équation (2.10) pour aboutir à

$$\begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix} = e^{(t-t_0)D} \cdot \begin{bmatrix} q_0 \\ p_0 \end{bmatrix} + \int_{t_0}^t e^{(t'-t_0)D} \begin{bmatrix} 0 \\ r_m(t') \end{bmatrix} dt', \quad (2.12)$$

où le premier terme du membre de droite correspond à la valeur moyenne de  $q$ , déterministe, et le second terme à la diffusion stochastique.

D'autre part, les valeurs propres de la matrice de dérive  $D$ , solutions de l'équation,

$$\lambda^2 + \beta\lambda - \omega^2 = (\lambda - a)(\lambda - b) = 0, \quad (2.13)$$

sont

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2}(\sqrt{\beta^2 + 4\omega^2} - \beta), \\ b &= -\frac{1}{2}(\sqrt{\beta^2 + 4\omega^2} + \beta). \end{aligned} \quad (2.14)$$

On peut remarquer que  $a > 0$  et  $b < 0$  et en déduire la valeur moyenne de  $q$  ainsi que sa variance [41, 43, 44, 45]. On obtient alors, avec  $\beta' = \sqrt{\beta^2 + 4\omega^2}$ , les expressions suivantes

$$\langle q(t) \rangle = q_0 \left[ \operatorname{ch}\left(\frac{\beta't}{2}\right) + \frac{\beta}{\beta'} \operatorname{sh}\left(\frac{\beta't}{2}\right) \right] e^{-\beta t/2} + \frac{2p_0}{\beta'} \operatorname{sh}\left(\frac{\beta't}{2}\right) e^{-\beta t/2}, \quad (2.15)$$

$$\sigma_q^2 = -\frac{T}{m\omega^2} \left[ 1 - \left( 2\frac{\beta^2}{\beta'^2} \operatorname{sh}^2\left(\frac{\beta't}{2}\right) + \frac{\beta}{\beta'} \operatorname{sh}\left(\frac{\beta't}{2}\right) + 1 \right) e^{-\beta t/2} \right]. \quad (2.16)$$

Or, comme dans ce cas la densité de probabilité  $W(q, t|q_0, t_0)$  est une gaussienne, on peut alors accéder à la probabilité de passage par-dessus la barrière de potentiel en utilisant la démarche évoquée dans la partie **2.2.1**.

Pour les temps longs,  $at \gg 1$ , la probabilité de formation converge vers une limite finie

$$P_{form}(t \rightarrow \infty; q_0, p_0) \rightarrow \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \frac{\omega}{\sqrt{\beta a}} \left( \sqrt{\frac{B}{T}} - \frac{a}{\omega} \sqrt{\frac{K}{T}} \right) \right], \quad (2.17)$$

où  $K = mp_0^2/2$  représente l'énergie cinétique initiale et  $B = m\omega^2 q_0^2/2$  la hauteur de barrière que la particule doit franchir. Dans le cas du problème de Kramers [33], la température est uniquement responsable de la diffusion à cause de l'équilibre initial dans le puits métastable. Ici, il y a une interaction entre le processus dynamique et le processus diffusif, il faut donc prendre en compte l'énergie cinétique initiale  $K$ . Le phénomène est alors transitoire, le flux par-dessus la barrière est sensible uniquement pendant une fenêtre temporelle limitée [42].

Pour avoir la moitié des particules franchissant la barrière de potentiel, l'énergie cinétique initiale doit vérifier

$$K = \left( \frac{\omega}{a} \right)^2 B = B_{eff}. \quad (2.18)$$

De plus, dans la limite de faible friction, la condition précédente devient  $K \simeq B$ . Par exemple, avec des valeurs usuelles de physique nucléaire,  $\hbar\omega = 1.0 \text{ MeV}$  et  $\beta = 5.10^{21} \text{ s}^{-1}$  on obtient  $\frac{\beta}{2\omega} = 1.5$  d'où  $B_{eff} \simeq 11B$ . Par contre, avec  $\hbar\omega = 1.0 \text{ MeV}$  et  $\beta = 2.10^{21} \text{ s}^{-1}$  on obtient  $\frac{\beta}{2\omega} = 0.66$  d'où  $B_{eff} \simeq 3.5B$ . Ceci illustre le rôle important joué par la dissipation sur la barrière effective.

Comme déjà évoqué dans [42], suivant les valeurs de l'énergie cinétique initiale  $K$  et de la barrière effective  $B_{eff}$ , on observe alors trois régimes :

- Quand  $K < B_{eff}$ , la trajectoire moyenne ne parvient jamais à atteindre le sommet de la barrière, situé à  $q = 0$ . La probabilité de passage par-dessus la barrière est alors principalement due à la diffusion thermique qui est un processus lent.
- Dans le cas critique où  $K = B_{eff}$ , la trajectoire moyenne converge vers l'asymptote  $q = 0$  correspondant au sommet de la barrière et la probabilité de franchissement de la barrière de potentiel tend vers  $1/2$ , indépendamment de la valeur de la température.
- Enfin, quand,  $K > B_{eff}$ , la trajectoire moyenne franchit la barrière de potentiel et la diffusion thermique ne joue plus un rôle crucial.

## 2.3 Equation de Langevin généralisée

### 2.3.1 Domaine de validité et temps caractéristique des effets de mémoire

#### Domaine de validité et lien avec la physique nucléaire

Dans le mouvement brownien, le grain de pollen modifie le bain thermique. Si le bain revient rapidement à l'équilibre, le processus est markovien. Au contraire, si le retour à l'équilibre est lent, le processus n'est plus markovien car le système est alors soumis à des effets de mémoire. Ces considérations peuvent être retransposées en physique nucléaire.

En physique nucléaire  $m$  représente l'inertie et  $\beta$  caractérise le coefficient de friction réduit dans le noyau. De plus, la fusion est envisagée de manière globale grâce à  $q$ , la variable d'élongation du noyau, qui est reliée à la distance moyenne entre les noyaux projectile et cible. De ce fait,  $\langle q(t) \rangle$  correspond à l'élongation moyenne et la vitesse moyenne associée  $\langle p(t) \rangle$  est une variable lente par rapport au mouvement rapide des nucléons à l'intérieur du noyau. Quand les échelles de temps de ces deux processus sont décorréelées, on retrouve le cadre markovien dans lequel l'utilisation de l'équation de Langevin phénoménologique devient pertinente. Cependant, cette décorrélation des

échelles de temps n'est pas toujours réaliste car toutes les situations ne vérifient pas  $\tau \ll \tau_p = \beta^{-1}$ , avec  $\tau$  le temps caractéristique des effets de mémoire. Pour illustrer notre propos nous pouvons prendre l'exemple de la dynamique d'une petite bille d'acier dans un fluide. La chute d'une petite bille d'acier dans l'eau est un processus markovien car, du fait de la très faible viscosité de ce fluide, les effets de mémoire peuvent être négligés, on est alors dans la configuration  $\tau \ll \tau_p$ . Au contraire, cette même bille tombant dans du miel est un phénomène non markovien. En effet, à cause de la grande viscosité du fluide, le temps de réponse du milieu par rapport au mouvement de la bille n'est plus négligeable. Dans ce cas,  $\tau$  n'est plus négligeable devant  $\tau_p$ . Quand il y a des effets de mémoire, il n'y a donc plus de séparation stricte entre les deux échelles de temps.

Le traitement complet d'un système est plus complexe dans le cas non markovien que dans le cas markovien car il nécessite l'emploi de nombreux paramètres supplémentaires. Pour déterminer les situations où le traitement non markovien s'impose, c'est-à-dire quand le critère  $\tau \ll \tau_p$  n'est plus vérifié, il faut donc déterminer l'ordre de grandeur du temps caractéristique des effets de mémoire  $\tau$  afin de le comparer à  $\tau_p$ . Usuellement, les valeurs de  $\beta$  étant dans cette étude égales à  $2.10^{21}s^{-1}$  ou  $5.10^{21}s^{-1}$ , on peut estimer un ordre de grandeur de  $\tau_p$  compris entre  $10^{-22}s$  et  $10^{-21}s$ . De ce fait, si le temps caractéristique des effets de mémoire  $\tau$  est du même ordre de grandeur que  $\tau_p$ , le traitement markovien n'est plus valide.

### Estimation du temps caractéristique des effets de mémoire

Le temps caractéristique des effets de mémoire  $\tau$  correspond au temps caractéristique de relaxation du bain thermique. Le recours à la physique statistique [46, 47, 48] s'avère donc indispensable pour prendre en compte la réponse du bain thermique que l'on modélise grâce à des oscillateurs harmoniques couplés [49, 50, 51, 52]. Le traitement exhaustif microscopique d'un système est irréalisable en pratique, compte tenu du nombre gigantesque de degrés de liberté à cette échelle. On réalise donc des moyennes sur les degrés de liberté du bain thermique.

On aboutit alors au constat universel suivant : toutes les dérivations envisagées pour décrire le passage du niveau microscopique au niveau macroscopique conduisent à des effets de mémoire [34, 35, 53, 54]. Leur traitement est alors réalisé en regardant les différentes échelles de temps. En particulier, dans le contexte nucléaire,  $\tau$  peut être déterminé à partir de la linéarisation du terme intégral de collision de l'équation de Boltzmann. Suivant les références, les largeurs de corrélation associées à la relaxation du bain thermique sont comprises entre  $\hbar/\tau \simeq 1MeV$  et  $\hbar/\tau \simeq 10MeV$ . Par exemple, la valeur caractéristique de 1 MeV est du même ordre de grandeur que les largeurs de corrélation des résonances géantes des noyaux [55, 56] et la valeur caractéristique de 10 MeV est issue d'une analyse quantique [57]. On peut alors en déduire un ordre de grandeur du temps caractéristique des effets de mémoire  $\tau$ , de l'ordre de  $10^{-22}s$  à  $10^{-21}s$ .

Le temps caractéristique des effets de mémoire  $\tau$  étant dans ce cas comparable à  $\tau_p = \beta^{-1}$  on en déduit que les effets de mémoire doivent être intégrés dans un traitement dynamique réaliste des processus nucléaires. Plus précisément, les effets de mémoire doivent donc jouer un rôle important dans la phase de fusion des noyaux composés. Il est alors nécessaire d'introduire des effets de mémoire dans la description du processus de formation des noyaux composés super-lourds. En accord avec les valeurs de  $\tau$  de ce paragraphe, le temps caractéristique de formation des noyaux composés est estimé dans la référence [7] entre  $10^{-22}s$  et  $10^{-21}s$ .

En physique nucléaire, on peut alors prendre en compte les effets de mémoire par l'intermédiaire de dérivations spécifiques de l'équation de Langevin généralisée qui décrit l'évolution dynamique de la variable collective continue  $q(t)$ .

### 2.3.2 Dérivation à partir d'un modèle statistique

#### Cadre du modèle et dérivation de l'équation de Langevin généralisée

Le système considéré est hors équilibre et en évolution irréversible. Le problème envisagé est toujours à une dimension. Seules les situations proches de l'équilibre sont examinées. Le cadre envisagé est donc celui de l'approximation linéaire et l'ensemble canonique constitue l'ensemble statistique choisi [58].

Les considérations développées pour la particule brownienne sont transposables en physique nucléaire. Parmi les différents modèles statistiques, le plus simple est celui décrivant l'évolution de la variable collective  $q$  et de sa vitesse de variation associée  $p$ .  $q(t)$  est couplée à un bain thermique de température  $T$ , modélisé par un système d'oscillateurs harmoniques couplés. L'inertie est caractérisée par  $m$ . Le fait d'assimiler le bain à des oscillateurs harmoniques couplés ne restreint pas le champ d'application du modèle utilisé. Au contraire, beaucoup de phénomènes physiques peuvent être expliqués grâce à ce type d'approche. Dans le cas particulier d'un bain d'oscillateurs harmoniques, la force de rappel qui en dérive est linéaire par rapport aux coordonnées. Il résulte de ceci que, pour ce type de bain, la théorie de la réponse linéaire devient exacte. Ainsi, à partir de modèles statistiques simples, qui décrivent le couplage de  $q(t)$  à un bain thermique et qui sont caractérisés par un hamiltonien global  $H_t = H_0 + H_b + H_{int}$ , on aboutit au même type de bruit coloré. On considère que l'hamiltonien du bain thermique,  $H_b(s_1, \dots, s_n)$ , est modélisé par un ensemble d'oscillateurs harmoniques couplés et l'hamiltonien associé à  $q(t)$  est de la forme  $H_0 = mp^2/2 + V(q)$ . Par hypothèse, le couplage entre  $q(t)$  et le bain thermique est de type harmonique [49, 52]. De plus, la partie du hamiltonien spécifique de l'interaction est de la forme  $H_{int} = -kq(t)$  avec  $k = \sum_{i=1}^n c_i s_i$  et  $c_i$  des constantes de couplage.

On suppose que les degrés de liberté du bain thermique possèdent une inertie plus faible que celle de  $q(t)$ , ils peuvent donc être intégrés, via des moyennes statistiques. Les fluctuations du bain thermique seul, c'est-à-dire sans couplage avec  $q(t)$ , peuvent être caractérisées par la fonction de corrélation suivante :

$$C_b(t) = \langle \delta f(t_0) \delta f(t) \rangle = \sum_{i,j} c_i c_j \langle \delta s_i(t_0) \delta s_j(t) \rangle, \quad (2.19)$$

avec  $\langle \dots \rangle$  moyenne statistique sur le bain,  $\delta f(t) = f(t) - \langle f(t) \rangle$  écart à l'équilibre de la force fluctuante couplée linéairement aux déviations par rapport à l'équilibre  $\delta s_i(t) = s_i(t) - \langle s_i(t) \rangle$  des degrés de liberté secondaires  $s_i$ . La force fluctuante  $f(t)$  est différente de la force fluctuante du bain pur  $f_b(t)$  car elle est modifiée par l'influence de  $q(t)$ . D'après le théorème fluctuation-dissipation, dans le cadre de la théorie de la réponse linéaire on peut alors écrire une équation auto-cohérente reliant  $f(t)$  et  $q(t)$  à l'aide de la fonction réponse  $\chi_b(t-t')$  du bain pur

$$f(t) = f_b(t) + \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \chi_b(t-t') q(t'), \quad (2.20)$$

avec  $f_b(t)$  la force fluctuante du bain pur et un terme intégral, non local en temps, traduisant le couplage entre  $q(t)$  et le bain thermique. La force fluctuante du bain pur  $f_b(t)$  vérifie une statistique gaussienne avec une valeur moyenne  $\langle f_b(t) \rangle = Aq(t_0)C_b(t)$  et une variance  $C_b(t)$ . En accord avec le principe de causalité, la fonction réponse  $\chi_b(t-t')$  est reliée à la fonction de corrélation  $C_b(t)$  :

$$\chi_b(t) = -A \frac{dC_b}{dt}(t) \quad \text{si } t > t_0 \quad \chi_b(t) = 0 \quad \text{si } t < t_0, \quad (2.21)$$

avec  $A$  une constante et  $t_0$  l'instant à partir duquel la variable collective  $q(t)$  est en contact avec le bain thermique. En effectuant une intégration par partie, du terme intégral du membre de droite

de l'équation (2.20), compte tenu de la définition (2.21), on aboutit à

$$f(t) = -\frac{\partial V_b}{\partial q} + \delta f(t) - m \int_{t_0}^t dt' \Gamma(t-t') \dot{q}(t'), \quad (2.22)$$

avec  $V_b = -AC_b(t_0)q^2/2$ ,  $\delta f(t) = f_b(t) - \langle f_b(t) \rangle$  et le noyau mémoire  $\Gamma(t) = AC_b(t)/m$  qui est proportionnel à la fonction de corrélation. Ce noyau mémoire est donc relié aux corrélations des forces fluctuantes, elles-mêmes associées au couplage entre  $q(t)$  et le bain. Plus les corrélations sont importantes, plus le temps caractéristique de relaxation du bain thermique  $\tau$  est important et plus l'influence de  $\Gamma(t)$  est étendue dans le temps. Les formes analytiques du noyau mémoire  $\Gamma(t)$  sont variées [59, 60]. On peut par exemple considérer une décroissance temporelle exponentielle avec un temps de décroissance caractéristique  $\tau$  représentant le temps de relaxation du bain.

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \Gamma(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} C_b(t) = 0 \quad \Gamma(t) \propto C_b(t) \propto e^{-t/\tau} \quad (2.23)$$

En appliquant l'équation fondamentale de la dynamique avec  $f(t)$  définie par l'équation (2.22) et une force extérieure dérivant du potentiel  $V_{ext}$  on a alors une équation de Langevin généralisée :

$$m\ddot{q}(t) = -\frac{\partial V_{ext}}{\partial q} + f(t). \quad (2.24)$$

En accord avec le théorème fluctuation-dissipation, la force  $f(t)$  définie par l'équation (2.22) prend en compte les frottements par l'intermédiaire du terme intégral. On peut montrer, voir partie **2.3.2**, que dans le cas markovien le terme intégral se simplifie pour prendre une forme plus classique :  $-m\beta\dot{q}(t)$ . On reconnaît alors l'expression de la force de type frottement fluide valide pour les basses vitesses.

Dans la suite de l'étude on considère l'équation de Langevin généralisée (2.25) et le noyau mémoire (2.26) à décroissance exponentielle avec  $\tau$  correspondant au temps de relaxation du bain.

### Système d'équations non-markovien et retour au système d'équations markovien

L'équation de Langevin généralisée (2.25), sous réserve de faible déformation du bain thermique est

$$\ddot{q}(t) + \int_{t_0}^t dt' \Gamma(t-t') \dot{q}(t') + \frac{1}{m} \frac{\partial V}{\partial q} = \rho(t), \quad (2.25)$$

avec un noyau mémoire de la forme,

$$\Gamma(t) = \frac{\beta}{\tau} e^{-t/\tau}, \quad (2.26)$$

où  $\beta$  est le coefficient de friction réduit et  $m$  l'inertie. L'échelle de temps du noyau mémoire  $\Gamma(t)$  représente le temps caractéristique sur lequel les effets de mémoire ne sont pas négligeables. Ce temps est associé au temps de relaxation du bain thermique  $\tau$ , de l'ordre de  $10^{-22}s$  à  $10^{-21}s$ .

La force réduite  $\rho(t) = \sqrt{\frac{2T}{\beta m}} \int_{t_0}^t dt' \nu(t') \Gamma(t-t')$  est une force réduite stochastique gaussienne.  $\nu$  est donc un nombre aléatoire gaussien vérifiant  $\langle \nu(t) \rangle = 0$  et  $\langle \nu(t) \nu(t') \rangle = \delta(t-t')$ . En outre, on peut montrer que le théorème fluctuation-dissipation se décline de la manière suivante où les deux premiers moments de la force stochastique réduite  $\rho$  peuvent s'écrire

$$\langle \rho(t) \rangle = 0 \quad \text{et} \quad \langle \rho(t) \rho(t') \rangle = \frac{T}{m} [\Gamma(|t-t'|) - \Gamma(t+t'-2t_0)], \quad (2.27)$$

avec la constante de Boltzmann vérifiant  $k_B = 1$ .

Dans certaines situations, l'évolution dynamique de la variable collective  $q(t)$  est simplifiée car certains degrés de liberté sont déjà thermalisés. L'écriture du théorème fluctuation-dissipation (2.27) devient alors :

$$\langle \rho(t) \rangle = 0 \quad \text{et} \quad \langle \rho(t)\rho(t') \rangle = \frac{T}{m}[\Gamma(|t-t'|)], \quad (2.28)$$

De manière générale, quand  $\tau$  est petit devant le temps caractéristique  $\tau_p = \beta^{-1}$  de la grandeur collective  $q(t)$ , ce qui correspond à la limite  $\tau \rightarrow 0$ , on peut faire une approximation en deux étapes :

1.  $\int_{t_0}^t dt' \Gamma(t-t')\dot{q}(t') \simeq \dot{q}(t) \int_{t_0}^t dt' \Gamma(t-t')$  ;
2.  $\frac{t-t_0}{\tau} \gg 1$ , ce qui revient à faire l'hypothèse du chaos moléculaire, hypothèse équivalente à la limite  $t_0 \rightarrow -\infty$ . Dans cette limite  $\int_{t_0}^t dt' \Gamma(t-t') \rightarrow \beta$ , on retrouve le coefficient de friction réduit du cas markovien.

Ces deux hypothèses entraînent bien le fait que

$$\int_{t_0}^t dt' \Gamma(t-t')\dot{q}(t') \simeq \left( \int_{t_0}^t dt' \Gamma(t-t') \right) \dot{q}(t) = \beta \dot{q}(t) \quad (2.29)$$

On retrouve alors le cadre markovien, voir partie **2.1.2**. L'approximation markovienne écarte donc de l'équation du mouvement les effets de mémoire qui sont non locaux en temps. L'équation (2.29) illustre de plus le fait que  $\beta$  est relié aux forces fluctuantes, caractérisant le couplage entre la particule et le bain, comme cela a été précédemment évoqué.

### Application au passage d'une barrière parabolique

Ainsi, pour résumer la situation, on peut accéder à l'évolution dynamique de la variable collective  $q(t)$  grâce aux équations (2.30) et (2.31). Les effets de mémoire sont pris en compte grâce au noyau mémoire  $\Gamma(t)$  et  $m$  représente l'inertie. Ce système, soumis à une barrière de potentiel quadratique  $V = -\frac{1}{2}m\omega^2 q^2$ , est plongé dans un bain thermique caractérisé par la température  $T$  et le coefficient de friction réduit  $\beta$ . On a donc

$$\ddot{q}(t) + \int_{t_0}^t dt' \Gamma(t-t')\dot{q}(t') - \omega^2 q(t) = \rho(t) \quad \rho(t) = \sqrt{\frac{2T}{\beta m}} \int_{t_0}^t dt' \nu(t')\Gamma(t-t'), \quad (2.30)$$

$$\Gamma(t) = \frac{\beta}{\tau} e^{-t/\tau} \quad \langle \rho(t) \rangle = 0 \quad \langle \rho(t)\rho(t') \rangle = \frac{T}{m}[\Gamma(|t-t'|) - \Gamma(t+t'-2t_0)]. \quad (2.31)$$

De plus, quand certains degrés de liberté du bain thermique sont déjà thermalisés, avec le même noyau mémoire  $\Gamma(t)$ , le théorème fluctuation-dissipation devient :

$$\Gamma(t) = \frac{\beta}{\tau} e^{-t/\tau} \quad \langle \rho(t) \rangle = 0 \quad \langle \rho(t)\rho(t') \rangle = \frac{T}{m}[\Gamma(|t-t'|)], \quad (2.32)$$

Les processus markoviens ne représentant qu'une classe particulière de situations, on voit la nécessité du développement d'un modèle incluant des effets de mémoire. Dans cette optique le chapitre 3 consiste donc à étudier la diffusion par-dessus une barrière de potentiel parabolique avec effets de mémoire afin d'accéder aux grandeurs pertinentes du problème. Après ce passage obligé, on peut se pencher sur les applications en physique nucléaire. Plus particulièrement, on s'intéresse aux modifications induites par les effets de mémoire sur la phase de formation du noyau composé.

# Chapitre 3

## Effets de mémoire et noyau super-lourd

Ce chapitre porte sur l'étude des modifications induites par la prise en compte des effets de mémoire sur l'étape de formation du noyau composé d'un élément super-lourd. Lors de la fusion du noyau projectile et du noyau cible, on suppose donc que la phase de capture est réussie. Les conditions initiales de notre étude sont alors prises au point de contact entre ces deux noyaux. La démarche suivie s'inspire de celle exposée dans la référence [41]. Plus particulièrement, ce chapitre est une généralisation des calculs effectués pour ce problème à une dimension, en y incluant des effets de mémoire [61]. Un des intérêts de cette étude réside dans le fait qu'elle est transposable à la barrière interne des noyaux super-lourds, assimilée à une parabole dans cette étude, voir figure 3.1.

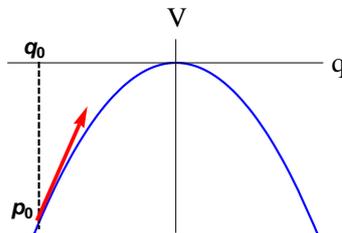


FIGURE 3.1: Modélisation du sommet de la barrière interne des noyaux super-lourds par un potentiel parabolique avec les conditions initiales  $q_0 < 0$  et  $p_0 > 0$ .

En premier lieu, on se base sur un système d'équations équivalent à l'équation de Langevin généralisée afin d'accéder aux valeurs propres du système et étudier leur nature en fonction de l'intensité des effets de mémoire. Ensuite, on aboutit à la solution exacte de la variable collective  $q(t)$  ainsi qu'à sa valeur moyenne et à sa variance. L'étape suivante consiste alors à établir la probabilité de formation  $P_{form}(t)$  et le courant de formation  $j_{form}(t)$ . On étudie également l'influence des conditions initiales sur la dynamique du système. Pour finir, on s'intéresse à la probabilité d'existence du noyau composé  $P_{CN}(t)$ , à la dynamique oscillatoire et au temps de descente du point selle au point de scission.

### 3.1 Résolution exacte pour la diffusion non-markovienne

Dans cette partie on modélise l'étape de formation comme une diffusion par-dessus une barrière de potentiel. On considère alors le problème de la diffusion avec effets de mémoire dans le cas d'une

barrière de potentiel parabolique à une dimension. Le traitement dynamique du système, caractérisé par la coordonnée collective  $q(t)$ , est alors décrit grâce à un système d'équations équivalent à l'équation de Langevin généralisée définie partie **2.3.2**, c'est à dire avec effets de mémoire. Dans ce cadre on détermine l'équation caractéristique correspondante, les valeurs propres associées et on étudie leur nature en fonction de l'intensité des effets de mémoire.

### 3.1.1 Système d'équations équivalent

Dans le cadre général, non-markovien, l'équation de Langevin généralisée (2.30) peut être réécrite sous forme matricielle comme une équation différentielle du premier ordre d'un vecteur colonne lui-même défini dans un espace à trois dimensions,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ p \\ f \end{bmatrix} = D \cdot \begin{bmatrix} q \\ p \\ f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r(t) \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

avec  $D$  la matrice de dérive déterministe,  $f$  une nouvelle variable ayant la dimension d'une accélération et  $r(t)$  le terme de diffusion purement stochastique. La matrice de dérive  $D$  et le terme stochastique  $r(t)$  s'écrivent respectivement

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \omega^2 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{\beta}{\tau} & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad r(t) = \frac{1}{\tau} \sqrt{\frac{2\beta T}{m}} \nu(t), \quad (3.2)$$

avec  $\nu(t)$  un nombre aléatoire gaussien vérifiant  $\langle \nu(t) \rangle = 0$  et  $\langle \nu(t)\nu(t') \rangle = \delta(t - t')$ .

L'équation (3.1) peut alors s'intégrer formellement en

$$\begin{bmatrix} q \\ p \\ f \end{bmatrix} = e^{(t-t_0)D} \cdot \begin{bmatrix} q_0 \\ p_0 \\ f_0 \end{bmatrix} + \int_{t_0}^t e^{(t'-t_0)D} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r(t') \end{bmatrix} dt', \quad (3.3)$$

où le premier terme du membre de droite correspond à la valeur moyenne déterministe et le second à la diffusion stochastique.

Dans ce cadre non-markovien l'équation différentielle matricielle (3.1) se réécrit sous la forme d'un système d'équations différentielles du premier ordre dans un espace à trois dimensions,

$$\begin{aligned} \dot{q} &= p \\ \dot{p} &= \omega^2 q + f \\ \dot{f} &= -\frac{1}{\tau} [\beta p + f] + r(t). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Pour que le système d'équations (3.4) soit exactement équivalent au système caractérisé par les équations (2.30) et (2.31), il faut que  $f_0 = 0$ . Une valeur non nulle de  $f_0$  signifie un « coup de pied initial » donné au système. Dans ce cas de figure correspondant à  $f_0 \neq 0$ , le système d'équations (3.4) est alors relié aux équations (2.30) et (2.32). On peut donc considérer pour la variable  $f$  une distribution initiale gaussienne de variance  $\sigma_{f_0}^2 = \beta T / (m\tau)$  et de valeur moyenne nulle  $\bar{f}_0 = 0$ , en relation avec la fonction de corrélation réduite du bruit.

Pour plus de généralité, dans cette étude on garde le terme  $f_0$  dans les calculs afin de pouvoir envisager par la suite l'une ou l'autre des deux situations : soit  $f_0 = 0$ , soit  $f_0 \neq 0$ .

A partir de (3.4) on aboutit à une équation différentielle du troisième ordre par rapport à la variable collective  $q(t)$

$$\tau \ddot{q} + \ddot{q} + (\beta - \tau\omega^2) \dot{q} - \omega^2 q = \tau r(t). \quad (3.5)$$

Ensuite, pour transformer l'équation différentielle (3.5) en équation algébrique on utilise les propriétés de la transformée de Laplace. En particulier, on utilise la correspondance biunivoque entre  $\tilde{q}(s)$  et  $q(t)$

$$\tilde{q}(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} q(t) dt \Leftrightarrow q(t) = \int_0^{+\infty} e^{+st} \tilde{q}(s) ds. \quad (3.6)$$

On peut alors écrire

$$(\tau s^3 + s^2 + (\beta - \tau\omega^2) s - \omega^2) \tilde{q}(s) = (\tau s^2 + s + \beta) q_0 + (1 + \tau s) p_0 + \tau f_0 + \tau \tilde{r}(s), \quad (3.7)$$

avec  $\tilde{r}(s)$  la transformée de Laplace de  $r(t)$ .

### 3.1.2 Equation caractéristique et détermination des valeurs propres

Les valeurs propres  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  de la matrice de dérive peuvent être obtenues à partir de l'équation caractéristique associée au membre de gauche de l'équation (3.7). En effet, le polynôme ainsi obtenu, du troisième degré en  $\lambda$ , admet comme solutions ces trois valeurs propres. On peut alors écrire

$$\tau \lambda^3 + \lambda^2 + (\beta - \tau\omega^2) \lambda - \omega^2 = \tau(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3) = 0. \quad (3.8)$$

Les trois valeurs propres,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ , et  $\lambda_3$ , peuvent donc être déterminées exactement à partir de l'équation (3.8), voir également [62], on obtient alors les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\frac{1}{3\tau} \\ &- \frac{1}{3\tau} \frac{-1 + 3\beta\tau - 3(\omega\tau)^2}{\left[ -1 + \frac{9}{2}\beta\tau + 9(\omega\tau)^2 + \left[ (-1 + \frac{9}{2}\beta\tau + 9(\omega\tau)^2)^2 + (-1 + 3\beta\tau - 3(\omega\tau)^2)^3 \right]^{1/2} \right]^{1/3}} \\ &+ \frac{1}{3\tau} \left[ -1 + \frac{9}{2}\beta\tau + 9(\omega\tau)^2 + \left[ (-1 + \frac{9}{2}\beta\tau + 9(\omega\tau)^2)^2 + (-1 + 3\beta\tau - 3(\omega\tau)^2)^3 \right]^{1/2} \right]^{1/3}, \\ \lambda_2 &= -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\tau} + \lambda_1 \right) + i\theta, \\ \lambda_3 &= -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\tau} + \lambda_1 \right) - i\theta, \end{aligned} \quad (3.9)$$

avec  $i^2 = -1$  et  $\theta^2 = \frac{1}{\tau^2} \left( -\frac{1}{4} (1 + \lambda_1 \tau)^2 + \frac{\omega^2}{\lambda_1} \tau \right)$ .

La première valeur propre  $\lambda_1$  est toujours réelle et positive.

Dans le cas où  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  sont réelles,  $\theta^2 < 0$  c'est pourquoi  $\theta = -\frac{i}{\tau} \sqrt{\frac{1}{4} (1 + \lambda_1 \tau)^2 - \frac{\omega^2}{\lambda_1} \tau}$ . Au contraire, dans le cas où  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  sont complexes conjuguées,  $\theta^2 > 0$  et  $\theta = \frac{1}{\tau} \sqrt{-\frac{1}{4} (1 + \lambda_1 \tau)^2 + \frac{\omega^2}{\lambda_1} \tau}$ . A la limite  $\tau \rightarrow 0$ , on retrouve les valeurs propres  $a$  et  $b$ , voir (2.14), du cas markovien

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \lambda_1 = a, \quad \lim_{\tau \rightarrow 0} \lambda_2 = b, \quad \lim_{\tau \rightarrow 0} \lambda_3 = -\infty, \quad \text{et} \quad \lim_{\tau \rightarrow 0} \lambda_3 \tau = -1. \quad (3.10)$$

### 3.1.3 Nature des valeurs propres en fonction des effets de mémoire

La possibilité que les deux valeurs propres  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  puissent devenir complexes, quand  $\tau \in ]\tau_1, \tau_2[$ , est due au noyau mémoire  $\Gamma(t)$ . Les valeurs critiques  $\tau_1$  et  $\tau_2$  du temps de relaxation  $\tau$  pour lesquelles la nature des valeurs propres change peuvent être déterminées de deux manières : graphiquement ou par calculs. Ces deux méthodes, dont l'équivalence a été testée numériquement, permettent d'accéder à des expressions approchées de  $\tau_1$  et  $\tau_2$ , voir les équations (3.13) et (3.14).

Dans un premier temps on utilise la méthode graphique pour illustrer les trois types de comportements envisageables suivant la valeur de  $\tau$ , voir figure 3.2. L'équation (3.8) peut se mettre sous la forme

$$(\lambda - a)(\lambda - b) = \tau\lambda(\omega - \lambda)(\omega + \lambda) \Leftrightarrow m(\lambda) = k(\lambda). \quad (3.11)$$

Dans (3.11),  $m(\lambda)$  correspond à l'équation caractéristique markovienne et  $k(\lambda)$  représente la contribution du noyau mémoire. On peut résoudre graphiquement (3.11), voir la figure 3.2, en disposant sur un même graphe le membre de gauche  $m(\lambda)$  et le membre de droite  $k(\lambda)$  de cette équation et en regardant les points d'intersection. En effet, pour  $\tau > 0$ , résoudre (3.11) revient à chercher les points d'intersection entre la courbe représentative de l'équation de la parabole  $m(\lambda)$ , dont les racines sont  $a$  et  $b$ , et la courbe représentative du polynôme du troisième degré  $k(\lambda)$  dont les racines sont  $0$  et  $\pm\omega$ . On peut alors remarquer qu'une des valeurs propres,  $\lambda_1$ , est toujours positive et vérifie  $a < \lambda_1 < \omega$ . Les deux autres valeurs propres sont soit négatives soit complexes conjuguées. Dans ce dernier cas leur partie réelle,  $(\lambda_2 + \lambda_3)/2 = -(\lambda_1 + \frac{1}{\tau})/2$ , est toujours négative.

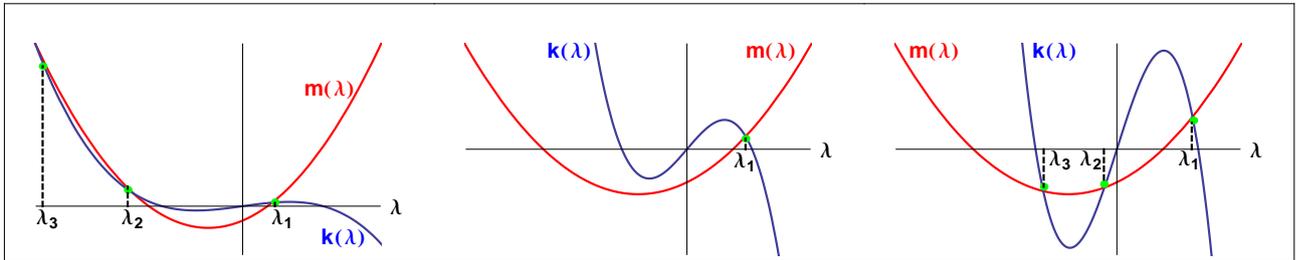


FIGURE 3.2: Illustration graphique des trois types de comportements. De gauche à droite, on visualise le cas de figure proche du cadre markovien pour  $\tau < \tau_1$ , puis le cas non-markovien oscillant pour  $\tau_1 < \tau < \tau_2$  et enfin le cas non-markovien et non oscillant pour  $\tau_2 < \tau$ . Pour les définitions de  $\tau_1$  et  $\tau_2$ , voir respectivement les équations (3.13) et (3.14). Le graphique central est caractérisé par une solution réelle positive  $\lambda_1$  et deux solutions complexes conjuguées  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  à partie réelle négative. Les deux autres graphiques sont associés à une solution réelle positive  $\lambda_1$  et deux solutions réelles négatives  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$ .

Dans un deuxième temps on détermine les expressions approchées de  $\tau_1$  et  $\tau_2$ . Pour  $\tau_1$  on utilise la méthode calculatoire s'appuyant sur l'utilisation d'un discriminant généralisé. Comme la détermination de  $\tau_2$  par la méthode calculatoire est fastidieuse, on utilise alors la méthode graphique.

Pour accéder à  $\omega\tau_1$ , on utilise donc la méthode explicitée dans [62]. En effet, (3.8) est de la forme  $\alpha_1\lambda^3 + \alpha_2\lambda^2 + \alpha_3\lambda + \alpha_4 = 0$ . À partir l'équation précédente, en posant  $\psi = \lambda - \delta$  et  $\delta = -\frac{\alpha_2}{3\alpha_1}$ , on obtient une équation telle que  $\psi^3 + \phi\psi + \varphi = 0$  avec  $\phi = 3\alpha_1\delta^2 + 2\alpha_2\delta + \alpha_3$

et  $\varphi = \alpha_1\delta^3 + \alpha_2\delta^2 + \alpha_3\delta + \alpha_4$ . Cette méthode fait ensuite intervenir le discriminant généralisé  $\Delta = 4\phi^3 + 27\varphi^2$ .

- Pour  $\Delta < 0$  (3.8) admet trois solutions réelles  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$ .

- Pour  $\Delta > 0$  (3.8) admet une solution réelle  $\lambda_1$  et deux solutions complexes conjuguées  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$ .

La nature de  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  peut donc être déterminée en utilisant un déterminant généralisé  $\Delta$  :

$$\Delta\tau^4 = \frac{1}{\tau^2} \left[ 4 \left( -\frac{1}{3} + \beta\tau - (\omega\tau)^2 \right)^3 + 3 \left( \frac{2}{9} - \beta\tau - 2(\omega\tau)^2 \right)^2 \right]. \quad (3.12)$$

Si  $\Delta > 0$   $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  sont complexes conjuguées. Si  $\Delta < 0$  elles sont réelles.

Pour les petites valeurs de  $\tau$ ,  $\Delta < 0$ , jusqu'à  $\tau_1$ . La valeur de  $\tau_1$  peut être estimée en réalisant un développement limité de  $\Delta\tau^4$  au premier ordre en  $\omega\tau$ . On obtient alors le résultat donné par (3.13).

La détermination de  $\tau_2$ , quand  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  redeviennent à nouveau réelles, aboutit à une estimation de  $\omega\tau_2$ , voir (3.14). La méthode utilisée est la suivante. Graphiquement, voir figure 3.2, on peut voir que cela correspond au cas où le minimum négatif de la représentation graphique du membre de droite  $k(\lambda)$  de l'équation (3.11) devient tangent à la représentation graphique du membre de gauche  $m(\lambda)$ . On accède alors à l'expression (3.14).

Ainsi, les deux valeurs frontière  $\tau_1$  et  $\tau_2$  sont maintenant accessibles grâce à :

$$\omega\tau_1 \simeq \frac{1}{8} \frac{2\omega}{\beta} \frac{1 + \left(\frac{\beta}{2\omega}\right)^2}{\frac{5}{4} + \left(\frac{\beta}{2\omega}\right)^2}, \quad (3.13)$$

$$\omega\tau_2 \simeq \sqrt{3} + 3\frac{\beta}{2\omega}. \quad (3.14)$$

Par exemple, avec  $\frac{\beta}{2\omega} = 1.5$ , on a  $\omega\tau_1 \simeq 0.08$  et  $\omega\tau_2 \simeq 6.23$ .

## 3.2 Solution exacte pour la diffusion non-markovienne

Dans ce paragraphe on détermine la solution exacte  $q(t)$ , la valeur moyenne  $\langle q(t) \rangle$  et la variance associée  $\sigma_q^2(t)$ . Les calculs de  $\langle q(t) \rangle$  et de  $\sigma_q^2(t)$  sont motivés par le fait que les densités de probabilités  $W$  associées au système sont supposées être des gaussiennes dans le présent modèle. On peut ensuite se focaliser sur les comportements asymptotique et dynamique du système. On examine alors les évolutions de grandeurs qui caractérisent le passage par-dessus la barrière de potentiel parabolique comme la valeur moyenne  $\langle q(t) \rangle$ , de la probabilité de formation  $P_{form}(t)$  et le courant de formation  $j_{form}(t)$ . On regarde aussi l'influence des conditions initiales à l'aide d'une densité de probabilité  $W_0$  tenant compte d'une dispersion gaussienne des conditions initiales.

### 3.2.1 Variable collective, valeur moyenne et variance

Grâce à la connaissance explicite des valeurs propres  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  la transformée de Laplace de  $q(t)$  peut être déterminée à partir des équations (3.7), (3.8) et (3.9), on a donc

$$\tilde{q}(s) = \frac{(s^2\tau + s + \beta)q_0 + (1 + s\tau)p_0 + \tau f_0 + \tau\tilde{r}(s)}{\tau(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)(s - \lambda_3)}. \quad (3.15)$$

Ensuite, par transformée de Laplace inverse, on obtient alors la valeur exacte de la variable collective  $q(t)$

$$q(t) = u(t)q_0 + v(t)p_0 + w(t)f_0 + w(t) * r(t), \quad (3.16)$$

où la notation  $*$  correspond au produit de convolution des deux fonctions  $w(t)$  et  $r(t)$  avec

$$u(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{\lambda_i^2 \tau + \lambda_i + \beta}{\tau \prod_{n \neq i} (\lambda_i - \lambda_n)} e^{\lambda_i t}, \quad (3.17)$$

$$v(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{1 + \tau \lambda_i}{\tau \prod_{n \neq i} (\lambda_i - \lambda_n)} e^{\lambda_i t}, \quad (3.18)$$

$$w(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\prod_{n \neq i} (\lambda_i - \lambda_n)} e^{\lambda_i t}. \quad (3.19)$$

Or  $\langle r(t) \rangle = 0$ , la valeur moyenne est alors

$$\langle q(t) \rangle = u(t)q_0 + v(t)p_0 + w(t)f_0. \quad (3.20)$$

La variance est donc

$$\sigma_q^2(t) = \frac{2T\beta}{m\tau^2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{e^{(\lambda_i + \lambda_j)t} - 1}{(\lambda_i + \lambda_j) \prod_{n \neq i} (\lambda_i - \lambda_n) \prod_{m \neq j} (\lambda_j - \lambda_m)}. \quad (3.21)$$

Comme  $\langle q(t) \rangle$  et  $\sigma_q^2(t)$  entrent dans la définition de la distribution gaussienne, la probabilité de formation est de ce fait connue à chaque instant, voir équation (2.8).

### 3.2.2 Comportements asymptotique et dynamique

#### Comportement asymptotique

Pour les temps longs, seul le terme proportionnel à  $e^{\lambda_1 t}$  subsiste et la probabilité de formation converge vers une valeur finie. En accord avec les considérations développées dans la partie **3.1.1** pour les valeurs de  $f_0$  nulle ou non-nulle, on examine les deux cas de figure suivants :

Avec une distribution initiale stricte  $f_0 = 0$ , la probabilité de formation s'écrit

$$P_{form}(t \rightarrow +\infty; q_0, p_0, f_0 = 0) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \frac{\omega(1 + \lambda_1 \tau)}{\sqrt{\lambda_1 \beta}} \left( \sqrt{\frac{B}{T}} - \frac{\lambda_1}{\omega} \sqrt{\frac{K}{T}} \right) \right], \quad (3.22)$$

où  $K$  et  $B$  sont respectivement l'énergie cinétique initiale et la hauteur de barrière.

Avec une distribution initiale gaussienne pour  $f_0$  telle que  $\sigma_{f_0} = \sqrt{T\beta/(m\tau)}$  et  $\bar{f}_0 = 0$ , la probabilité de formation devient

$$\bar{P}_{form}(t \rightarrow +\infty; q_0, p_0, \sigma_{f_0} = \sqrt{\frac{T\beta}{m\tau}}) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \omega \sqrt{\frac{(1 + \lambda_1 \tau)}{\lambda_1 \beta}} \left( \sqrt{\frac{B}{T}} - \frac{\lambda_1}{\omega} \sqrt{\frac{K}{T}} \right) \right]. \quad (3.23)$$

Les deux expressions précédentes diffèrent par un facteur  $\sqrt{1 + \lambda_1 \tau}$  à l'intérieur de la fonction erreur complémentaire. Ainsi, pour les faibles temps de relaxation  $\tau$ , les probabilités de formation sont très proches, ce qui n'est plus vrai pour les temps longs, voir la figure 3.3.

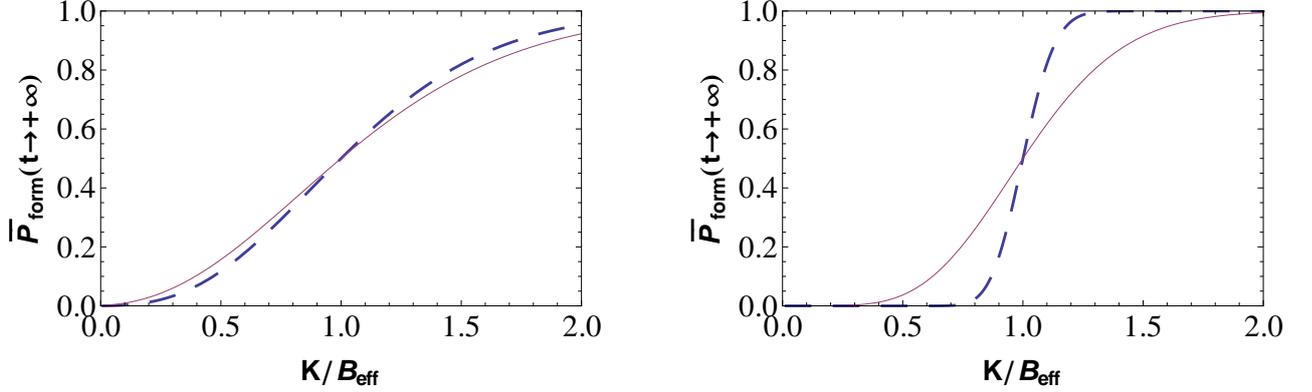


FIGURE 3.3: Probabilités de formation asymptotiques  $P_{form}(t \rightarrow +\infty)$  comme fonctions de l'énergie cinétique initiale. La ligne discontinue large représente la condition initiale stricte  $f_0$  et la ligne continue correspond à une distribution initiale  $\sigma_{f_0} = \sqrt{T\beta/(m\tau)}$ . De plus,  $\frac{\beta}{2\omega} = 1.5$  et  $T = \frac{B}{2}$ . Pour la figure de gauche  $\omega\tau = 1$  et pour la figure de droite  $\omega\tau = 10$ .

Dans les deux cas de figure, pour que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \langle q(t) \rangle$  soit nulle, l'énergie cinétique initiale doit vérifier

$$K = \left( \frac{\omega}{\lambda_1} \right)^2 B = B_{eff}. \quad (3.24)$$

Ce résultat est similaire au cas markovien, voir équation (2.18). En effet  $a < \lambda_1 < \omega$ , c'est pourquoi la barrière effective que la particule doit franchir est plus petite quand le temps de relaxation est important. Le noyau mémoire tend à minimiser l'influence des processus dissipatifs, correspondant à une diminution de la friction effective. Pour un temps de relaxation donné cet effet est plus important quand  $\frac{\beta}{2\omega} \simeq 1$ , voir figure 3.4 :

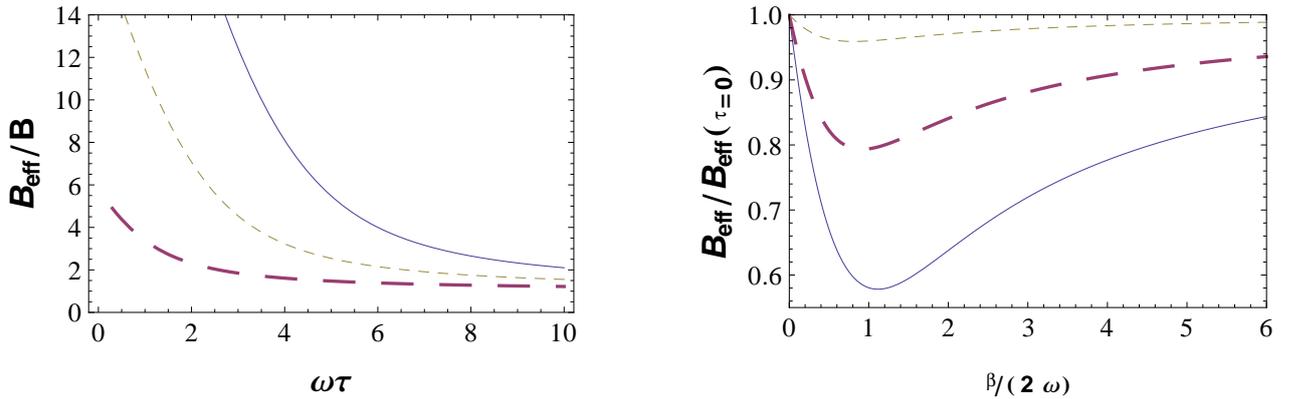


FIGURE 3.4: Graphique de gauche :  $\frac{B_{eff}}{B}$  comme fonction de  $\omega\tau$ , pour différentes valeurs de  $\frac{\beta}{2\omega}$  :  $\frac{\beta}{2\omega} = 1$  (longue et large ligne discontinue),  $\frac{\beta}{2\omega} = 2$  (petite ligne discontinue),  $\frac{\beta}{2\omega} = 3$  (ligne continue). Graphique de droite :  $\frac{B_{eff}}{B_{eff}(\tau=0)}$  comme fonction de  $\frac{\beta}{2\omega}$  pour différentes valeurs de  $\omega\tau$  :  $\omega\tau = 0.07$  (petite ligne discontinue),  $\omega\tau = 0.4$  (longue et large ligne continue) et  $\omega\tau = 1$  ( ligne continue).

La valeur moyenne  $\langle q(t) \rangle$  doit franchir la barrière effective  $B_{eff}$ . Ce type de barrière prend en compte la viscosité via la friction et les effets de mémoire. Par exemple, avec des valeurs usuelles en physique nucléaire,  $\hbar\omega = 1MeV$ ,  $\beta = 5.10^{21}s^{-1}$ ,  $\hbar/\tau \simeq 1MeV$  d'où  $\tau = 10^{-21}s$  et  $\omega\tau \simeq 1$  on obtient  $B_{eff} \simeq 6.5B$ , ce qui correspond à une diminution de 40% par rapport au cas markovien où on trouve  $B_{eff}(\tau = 0) \simeq 11B$ . Par la même démarche, avec  $\beta = 2.10^{21}s^{-1}$ , on détermine  $B_{eff} \simeq 2B$ . On constate également une diminution de 40% par rapport au cas markovien qui dans ce cas est associé à  $B_{eff}(\tau = 0) \simeq 3.5B$ .

Ces considérations montrent le rôle important joué par les effets de mémoire sur l'abaissement de la barrière effective par rapport au cas markovien, voir figure 3.4.

En outre, comme dans l'étude du cas markovien, on observe alors trois régimes qui dépendent de l'énergie cinétique initiale  $K$  :

- Quand  $K < B_{eff}$ , on observe un régime de diffusion thermique.
- Dans le cas critique,  $K = B_{eff}$ , la trajectoire moyenne converge vers le sommet de la barrière.
- Pour finir, quand  $K > B_{eff}$  on observe un régime de franchissement dynamique.

### Comportement transitoire

Le régime dynamique de transition vers le comportement stationnaire asymptotique dépend de la nature des valeurs propres  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$ . La nature de ces valeurs propres est reliée aux valeurs de  $\tau$ , voir partie **3.1.3**. On aboutit à trois types de comportements associés aux trois courbes de chaque graphique de la figure 3.5. Ces trois types de comportements peuvent se résumer de la manière suivante :

- Pour les petits temps de relaxation,  $\tau < \tau_1$ , les valeurs propres sont réelles et la situation est très proche du cas markovien, avec un coefficient de friction réduit  $\beta$  un peu plus petit.
- Le régime de transition change complètement quand le temps de relaxation vérifie  $\tau \in ]\tau_1, \tau_2[$ . Un comportement oscillant, nouveau par rapport au cas markovien apparaît. Deux des valeurs propres sont alors complexes conjuguées et la trajectoire moyenne, la probabilité de franchissement de la barrière de potentiel  $P_{form}$  et le courant au sommet de cette barrière  $j_{form}$  (voir équation (3.25)), sont soumis à des oscillations.
- Finalement quand le temps de relaxation est très grand,  $\tau > \tau_2$ , les valeurs propres redeviennent toutes réelles et cette situation est similaire au cas markovien avec cette fois un coefficient de friction réduit  $\beta$  plus important.

Le courant  $j_{form}$  au sommet de la barrière de potentiel parabolique est défini par la dérivée de la probabilité de formation par rapport au temps :

$$j_{form} = \frac{dP_{form}(t)}{dt}, \quad (3.25)$$

En physique nucléaire, les oscillations de la trajectoire moyenne  $\langle q(t) \rangle$  correspondent aux résonances quadrupolaires géantes [34, 63].

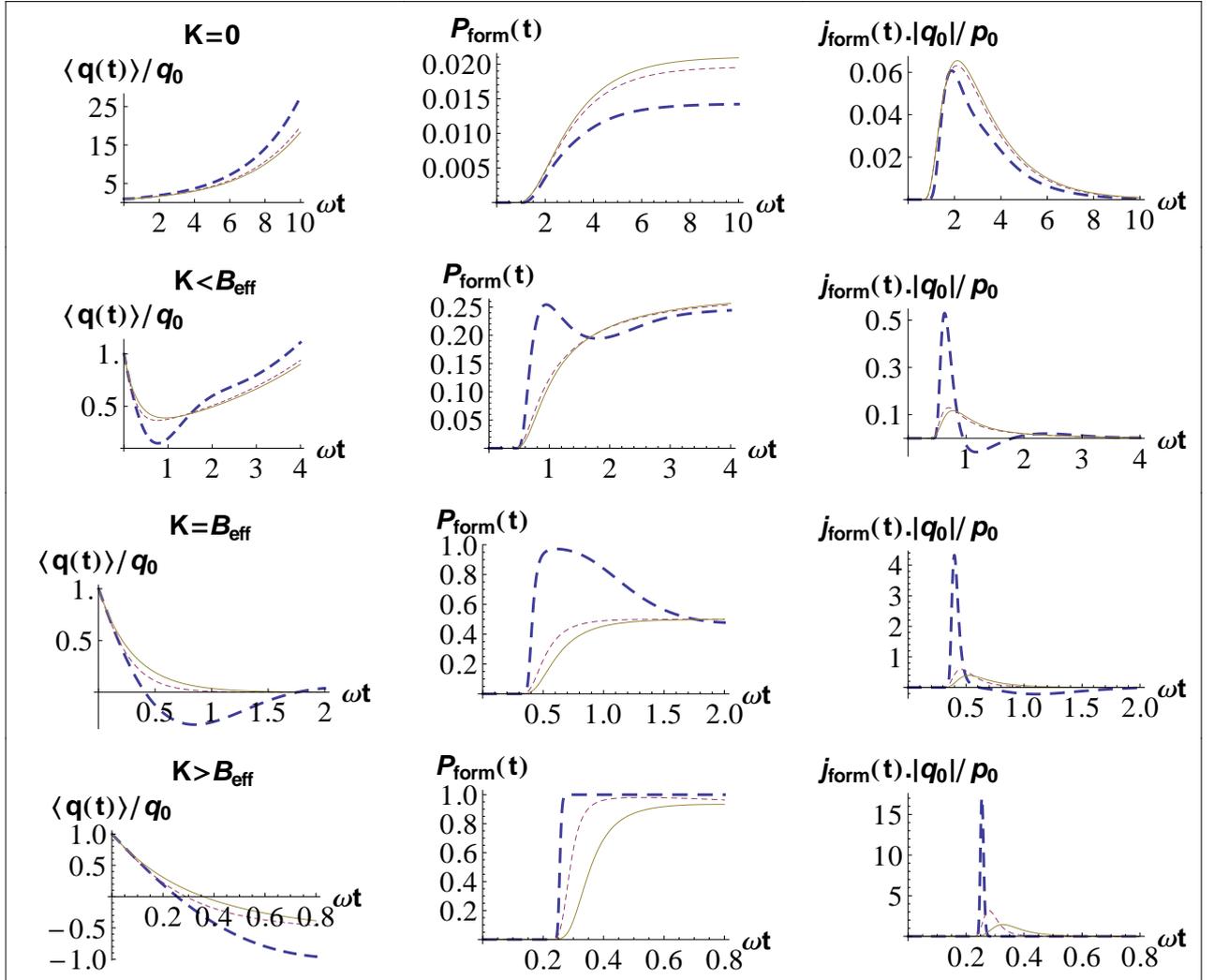


FIGURE 3.5: Grandeurs adimensionnées : trajectoire moyenne, probabilité de formation et courant au sommet de la barrière comme fonction du temps pour quatre régimes,  $K = 0$ , (première ligne de la figure)  $K = B_{eff}/2$  (seconde ligne de la figure),  $K = B_{eff}$  (troisième ligne de la figure) et  $K = 2B_{eff}$  (dernière ligne de la figure). Pour chaque graphique trois courbes différentes sont tracées : le cas markovien ( $\omega\tau = 0$  : ligne solide), le cas non-oscillant ( $\omega\tau = 0.07$  : petite ligne discontinue) et le cas oscillant ( $\omega\tau = 0.4$  : longue et large ligne discontinue). De plus,  $\frac{\beta}{2\omega} = 1.5$ ,  $T = \frac{B}{2}$ ,  $T_0 = 0$  et  $\sigma_{q_0} = 0$ . Pour mieux visualiser les comportements, chaque ligne de la figure possède sa propre échelle.

### 3.2.3 Dispersions des conditions initiales

Jusqu'à présent, le problème a été envisagé en prenant des conditions initiales  $q_0, p_0, f_0$  strictes. On peut donc se poser la question de l'influence sur les résultats d'une dispersion des conditions initiales. Ce problème a déjà été abordé dans le cas markovien [42], avec une distribution gaussienne

$W_0$  pour laquelle il existe une solution exacte,

$$W_0(\bar{q}_0, \sigma_{q_0}; \bar{p}_0, \sigma_{p_0}; \bar{f}_0, \sigma_{f_0}) = \frac{\exp\left[-\frac{(q_0 - \bar{q}_0)^2}{2\sigma_{q_0}^2}\right] \exp\left[-\frac{(p_0 - \bar{p}_0)^2}{2\sigma_{p_0}^2}\right] \exp\left[-\frac{(f_0 - \bar{f}_0)^2}{2\sigma_{f_0}^2}\right]}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_{q_0} \sigma_{p_0} \sigma_{f_0}}, \quad (3.26)$$

avec

$$\sigma_{p_0}^2 = \frac{T_0}{m} \quad \text{et} \quad \sigma_{f_0}^2 = \frac{\beta T_0}{m\tau}. \quad (3.27)$$

Comme il n'y a pas de puits de potentiel dans ce problème, on ne peut pas relier  $\sigma_{q_0}^2$  à la température initiale  $T_0$ . De plus, comme précédemment,  $\bar{q}_0 < 0$ ,  $\bar{p}_0 = \dot{q}_0 > 0$  et  $\bar{f}_0 = 0$ . Le système n'est pas forcément à l'équilibre et il semble difficile d'interpréter  $T_0$  comme une température. Cela dépend de la situation physique.

Dans le cas de la fusion des ions lourds, la dissipation apparaît déjà au niveau de la phase d'approche, générant une dispersion des conditions initiales,  $q_0$ ,  $p_0$  et  $f_0$  [64, 65]. Ultérieurement, après la collision des noyaux, la dissipation est connue pour être très forte et les degrés de liberté internes sont supposés être rapidement équilibrés à la température  $T$ . Les degrés de liberté collectifs ne sont pas concernés car ils sont couplés aux degrés de liberté intrinsèques à travers les termes de fluctuation-dissipation. De ce fait, dans une telle situation, la dispersion des conditions initiales doit être envisagée avec une largeur différente.

La nouvelle probabilité de formation peut s'écrire sous la forme d'une intégrale triple. Pour chaque variable, le domaine d'intégration s'étend de  $-\infty$  à  $+\infty$ . On a donc

$$\begin{aligned} \bar{P}_{form}(t; \bar{q}_0, \sigma_{q_0}; \bar{p}_0, \sigma_{p_0}; \bar{f}_0, \sigma_{f_0}) &= \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} P_{form}(t; q_0, p_0, f_0) W_0(\bar{q}_0, \sigma_{q_0}; \bar{p}_0, \sigma_{p_0}; \bar{f}_0, \sigma_{f_0}) dq_0 dp_0 df_0 \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( -\frac{\langle \bar{q}(t) \rangle}{\sqrt{2}\sigma'(t)} \right), \end{aligned} \quad (3.28)$$

où la valeur moyenne  $\langle \bar{q}(t) \rangle$  est la même que dans l'équation (3.20) en remarquant que  $q_0$ ,  $p_0$  et  $f_0$  sont remplacés par respectivement  $\bar{q}_0$ ,  $\bar{p}_0$  et  $\bar{f}_0$ . La variance est plus large,

$$\sigma'^2(t) = \sigma_q^2(t) + u^2(t)\sigma_{q_0}^2 + v^2(t)\sigma_{p_0}^2 + w^2(t)\sigma_{f_0}^2, \quad (3.29)$$

avec  $u(t)$ ,  $v(t)$  et  $w(t)$  donnés respectivement par les équations (3.17), (3.18) et (3.19).

On peut remarquer que la trajectoire moyenne n'est pas affectée par les conditions de dispersion initiales. En outre, les oscillations qui peuvent se produire ne sont pas atténuées, voir figure 3.6.

- Quand  $K < B_{eff}$ , le processus est dominé par la diffusion, la probabilité de passage est alors plus importante quand  $T_0$  augmente.

- Quand  $K = B_{eff}$ , on retrouve le régime critique pour lequel la valeur asymptotique de la variable collective moyenne est nulle :  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \langle q(t) \rangle = 0$ . Dans ce cas, on a alors  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \bar{P}_{form}(t) = 1/2$  quelle que soit la valeur de  $T_0$ .

- Quand  $K \geq B_{eff}$ , la transition est plus douce. De plus, on observe une augmentation du franchissement en sens inverse la barrière par la variable collective moyenne  $\langle q(t) \rangle$ , après un premier passage au niveau du point selle.

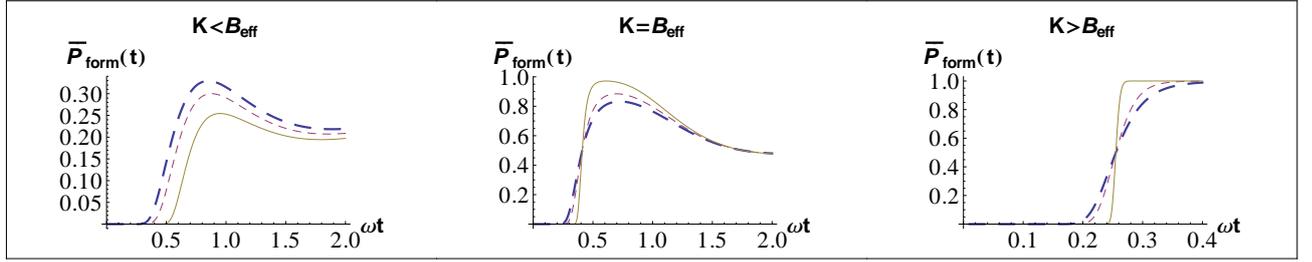


FIGURE 3.6: Probabilité de franchissement oscillante moyenne  $\bar{P}_{form}(t)$  ( $\omega\tau = 0.4$ ) comme fonction du temps pour trois régimes :  $K = B_{eff}/2$  (première colonne),  $K = B_{eff}$  (seconde colonne) et  $K = 2B_{eff}$  (troisième colonne). Pour chaque graphique trois différentes courbes sont tracées :  $T_0 = T$  (longue et large ligne discontinue),  $T_0 = T/2$  (petite ligne discontinue) and  $T_0 = 0$  (ligne continue). De plus,  $\frac{\beta}{2\omega} = 1.5$ ,  $T = \frac{B}{2}$  et  $\sigma_{q_0} = 0$ .

Pour les temps longs vérifiant  $\lambda_1 t \gg 1$ , la probabilité de passage par-dessus la barrière converge vers une valeur finie.

$$\bar{P}_{form}(t \rightarrow \infty; \bar{q}_0, \sigma_{q_0}, \bar{p}_0, \sigma_{p_0}; \bar{f}_0 = 0, T_0) \rightarrow \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \sqrt{\frac{\bar{B}}{T'}} - \frac{\lambda_1}{\omega} \sqrt{\frac{\bar{K}}{T'}} \right], \quad (3.30)$$

avec

$$T' = \frac{\beta\lambda_1 T}{\omega^2(1 + \lambda_1\tau)^2} + m\omega^2\sigma_{q_0}^2 + \left(\frac{\lambda_1}{\omega}\right)^2 \left(1 + \frac{\beta\tau}{(1 + \lambda_1\tau)^2}\right) T_0. \quad (3.31)$$

$\bar{K} = m\bar{p}_0^2/2$  est, par définition, l'énergie cinétique moyenne initiale,  $\bar{B} = m\omega^2\bar{q}_0^2/2$  la hauteur de barrière moyenne et  $T'$  une température dynamique généralisée, tenant compte des effets de mémoire.  $\sigma_{f_0}^2 = \beta T_0/(m\tau)$  est la variance associée à  $\bar{f}_0$ .

La condition sur l'énergie cinétique initiale n'est pas modifiée. On a alors

$$\bar{K}_c = \left(\frac{\omega}{\lambda_1}\right)^2 \bar{B} = \bar{B}_{eff}. \quad (3.32)$$

Quand  $\bar{K} \ll \bar{B}_{eff}$ , et  $T' < \bar{B}/10$ , la probabilité de franchissement de la barrière est extrêmement faible. Elle peut s'écrire sous la forme suivante

$$\bar{P}_{form}(t \rightarrow +\infty; \bar{q}_0, \sigma_{q_0}, \bar{p}_0, T_0) \simeq \sqrt{\frac{T'}{4\pi\bar{B}}} \exp\left(-\frac{\bar{B}}{T'}\right). \quad (3.33)$$

Le mode diffusif prédomine devant le mode dynamique. Ce résultat possède un facteur de type Arrhenius [66] similaire à celui obtenu dans le cas markovien et peut être qualifié de « *formule de Kramers inverse* » [42].

### 3.3 Conséquences sur le noyau composé super-lourd

Dans cette partie on examine en premier lieu les conséquences des effets de mémoire sur la dynamique oscillatoire ainsi que le comportement asymptotique du système pour l'étape de

formation du noyau composé. Ensuite, on étudie la probabilité d'existence du noyau composé pendant la fusion nucléaire en prenant en compte le fait qu'il soit métastable et donc qu'il puisse par la suite fissionner. Le temps caractéristique de fission étant grand devant le temps caractéristique du noyau mémoire, on peut donc pour la fission écarter les effets de mémoire et décrire en première approche cette fission uniquement grâce au taux de fission de type Kramers. De ce fait, on ne considère donc pas dans cette approche simple l'évaporation des particules légères. Pour finir on s'intéresse à l'influence des effets de mémoire sur le temps du point selle au point de scission.

### 3.3.1 Comportements dynamiques oscillatoire et asymptotique

La possibilité d'un comportement dynamique oscillatoire de la variable collective  $q(t)$  et de la probabilité de formation moyenne du noyau composé  $\bar{P}_{form}(t)$  permettent, quand l'énergie cinétique initiale est inférieure à la barrière, un franchissement de cette barrière ce qui entraîne la fission du noyau composé. Le temps de premier passage par-dessus la barrière est alors diminué par rapport à une situation non-oscillante, voir la figure 3.7.

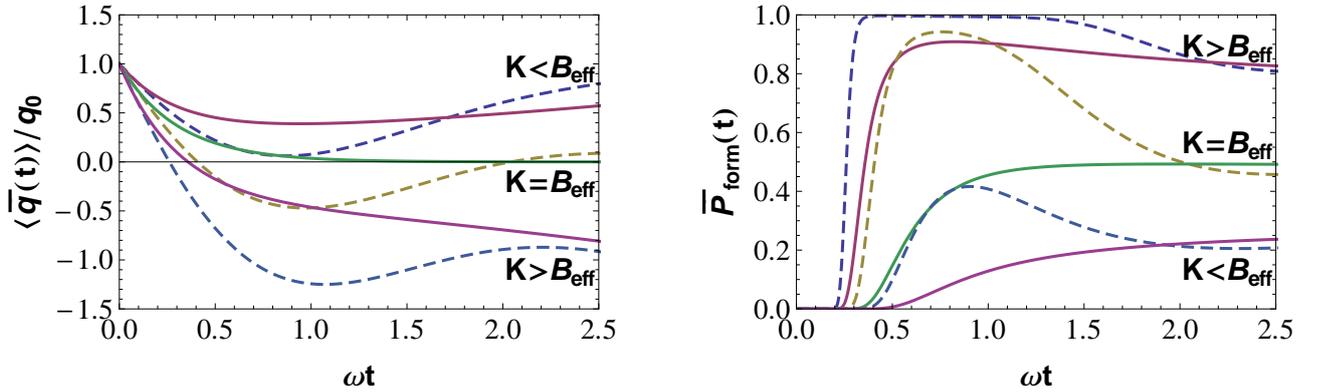


FIGURE 3.7:  $\frac{\langle \bar{q}(t) \rangle}{q_0}$  et  $\bar{P}_{form}(t)$  comme des fonctions de  $\omega t$  pour trois régimes :  $K = B_{eff}/2$ ,  $K = B_{eff}$  et  $K = 2B_{eff}$ . Pour chaque régime, la ligne continue est associée au cas markovien et la ligne discontinue représente le cas non-markovien oscillant pour lequel  $\omega\tau = 0.6$ . De plus, pour toutes les courbes  $\frac{\beta}{2\omega} = 1.5$  et pour  $\bar{P}_{form}(t)$ ,  $T/B = 0.5$ ,  $T_0/T = 0.5$  et  $\sigma_{q_0}^2 = 0$ .

En outre, les oscillations générées par les effets de mémoire se situent dans les mêmes domaines de fréquences que celles des résonances géantes des noyaux, voir partie 2.3.1. Le temps caractéristique de relaxation du bain thermique  $\tau$  est dans ce cas estimé à  $10^{-21}s$  car alors  $\hbar/\tau \simeq 1MeV$ . Dans la référence [59], le passage par-dessus la barrière parabolique est étudié avec un bruit non-ohmique. Le comportement dynamique présente des oscillations dont l'origine n'est pas explicitée. Il découle de cette étude que l'origine des oscillations peut être reliée à la nature non-markovienne du bruit coloré. D'autre part, si on considère le cas de la diffusion quantique par-dessus la barrière [57, 67, 68, 69], le bruit est toujours non-markovien. La largeur associée au temps de corrélation évalué dans [57] est de l'ordre de  $\hbar/\tau \simeq 10MeV$  d'où  $\tau \simeq 10^{-22}s$ , les autres variables restant inchangées. Ces valeurs sont au-delà de l'intervalle d'oscillation. La trajectoire moyenne doit donc adopter un comportement markovien avec une friction très faible. Dans ce cadre, on peut remarquer que

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \lambda_1 = \omega, \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} \lambda_2 = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} \lambda_3 = -\omega, \quad (3.34)$$

il apparaît alors que la diffusion tend vers une limite de friction nulle, le coefficient de friction réduit vérifiant alors  $\beta \simeq 0$ , comme dans le cas quantique pour les basses températures [68].

En effet, pour  $\omega\tau$  grand, la réponse du bain est lente. Le bain n'est donc pas modifié lors de la variation de la variable collective moyenne  $\langle q(t) \rangle$ . L'état asymptotique markovien dans la limite des faibles frictions est similaire à l'état asymptotique avec effets de mémoire importants et friction non nulle, voir la figure 3.8.

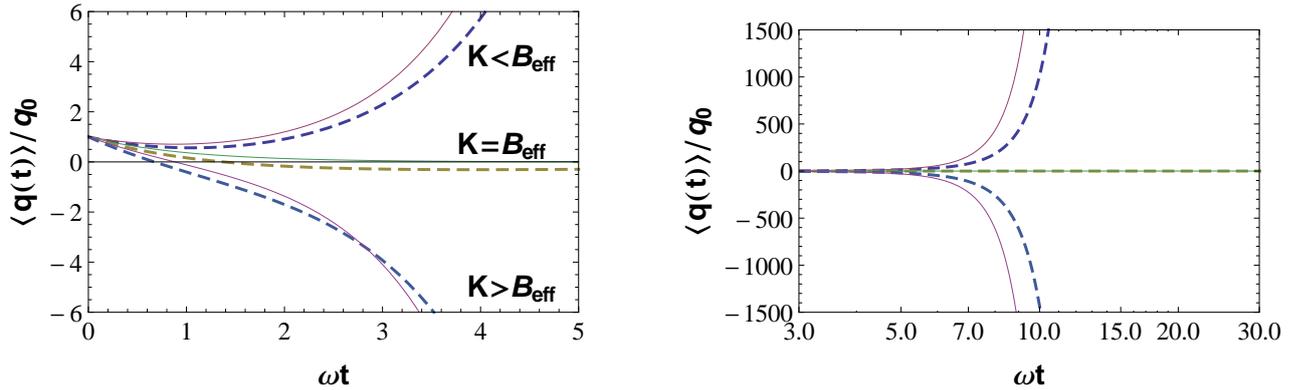


FIGURE 3.8:  $\frac{\langle q(t) \rangle}{q_0}$  comme une fonction de  $\omega t$  pour trois régimes :  $K = B_{\text{eff}}/2$ ,  $K = B_{\text{eff}}$  et  $K = 2B_{\text{eff}}$ . Pour chacun de ces régimes la ligne continue est associée au cas markovien avec  $\beta \rightarrow 0$  et la ligne discontinue représente le cas non-markovien et non oscillant pour lequel  $\frac{\beta}{2\omega} = 1.5$  et  $\omega\tau = 10$ .

### 3.3.2 Probabilité d'existence du noyau composé super-lourd

Le but de ce paragraphe est double. On doit en premier lieu établir l'expression de la probabilité d'existence  $P_{CN}(t)$  du noyau composé super-lourd, en accord avec l'hypothèse de Bohr concernant la séparation entre la phase de fusion et la phase de fission. Ensuite on doit regarder l'influence des effets de mémoire (surtout dans la gamme d'effets de mémoire pour lesquels on observe des oscillations) sur les conditions de raccordement entre ces deux phases. A priori si la probabilité de formation d'un noyau super-lourd varie, comme ce noyau composé est le premier noyau de la cascade de désexcitation, cela doit avoir des conséquences sur ce processus de désexcitation.

Dans ce paragraphe on étudie donc un modèle simple pour envisager la dynamique de fusion-fission des noyaux composés chauds super-lourds. De manière générale, ces entités instables évacuent ensuite leur excédent d'énergie en se désexcitant principalement suivant deux modes : l'évaporation de particules légères et la fission. Ces deux voies étant alors en compétition, il faut donc étudier la dynamique du processus en intégrant cet aspect. Avec cette modélisation simple envisagée dans la suite de ce paragraphe, on ne considère que la fission comme mode de désexcitation.

Les dynamiques de réaction dans les collisions d'ions lourds sont souvent étudiées par l'intermédiaire d'un petit nombre de variables pertinentes qui évoluent en accord avec une équation de Langevin [70]. La plupart des études sont basées sur l'emploi d'une équation phénoménologique de Langevin ou de son équation équivalente de Klein-Kramers, ces équations étant markoviennes. Bien que des dérivations microscopiques aboutissent à des équations avec effets de mémoire, ces démarches incluant les effets de mémoire sont rarement utilisées dans ce domaine.

Lors de la synthèse d'éléments super-lourds grâce à la fusion d'ions lourds à des niveaux d'énergies proches de la barrière de Coulomb, les probabilités de formation sont si faibles qu'il faut d'un point de vue expérimental accumuler beaucoup de statistiques. Des modèles simples sont aussi développés dans le but de se faire une idée des résultats obtenus à partir de l'analyse de l'énorme statistique numérique. Pour étudier l'étape de formation, la probabilité de franchissement de la barrière parabolique est un outil très utile [41, 42, 57, 59, 64, 67, 68, 69, 71].

Pour illustrer la dynamique de fusion-fission on peut donc étudier un modèle simplifié. On considère alors  $P_{CN}(t)$ , la probabilité d'existence du noyau composé  $CN$  « compound nucleus », dans le puits de potentiel métastable, limité par la barrière de potentiel  $B_f \geq T$ . Pour caractériser l'évolution de  $P_{CN}(t)$ , on suppose que la fusion du noyau composé dans la voie d'entrée et que sa fission dans la voie de sortie, sont décorrélées. On utilise alors la relation

$$\frac{dP_{CN}(t)}{dt} = j_{fus}(t) - j_{fiss}(t). \quad (3.35)$$

Dans la voie d'entrée, par hypothèse, on suppose que la phase de capture est réussie donc  $P_{capt} = 1$ , voir l'équation (1.4). De ce fait,  $j_{fus}(t)$  est assimilé à  $j_{form}(t)$ . En outre, le courant de formation  $j_{form}(t)$  est non nul pendant une courte fenêtre temporelle dont le temps caractéristique est  $\tau_{form}$ . Ce courant correspond au courant d'entrée par-dessus la barrière de potentiel, considérée comme parabolique. Dans la voie de sortie le courant de fission  $j_{fiss}(t)$  correspond à la probabilité de fission par unité de temps. De plus, ce courant de fission peut être assimilé en première approximation au taux de fission de Kramers  $\Gamma_f^K$  indépendant du temps, voir partie 4.2.1. D'autre part, le régime transitoire associé à la relaxation nucléaire n'est donc dans ce cas pas pris en compte, en accord avec les spécificités de la fusion-fission des noyaux super-lourds. On peut alors écrire

$$P_{CN}(t) = \int_0^t e^{-\Gamma_f^K(t-t')} j_{form}(t') dt'. \quad (3.36)$$

Comme le temps caractéristique de fission vérifie dans ce modèle  $\tau_{fiss}^K \simeq 1/\Gamma_f^K \gg \tau_{form}$  avec  $\tau_{form}$  le temps caractéristique sur lequel le courant  $j_{form}(t)$  n'est pas nul, on peut alors sur l'intervalle  $t' \in [0, t]$  faire l'approximation  $e^{\Gamma_f^K t'} \simeq 1$ . De ce fait, en supposant que le noyau composé n'est pas formé initialement,  $P_{CN}(t=0) = 0$ , on aboutit à

$$P_{CN}(t) \simeq e^{-\Gamma_f^K t} \int_0^t j_{form}(t') dt' \simeq \bar{P}_{form}(t) e^{-\Gamma_f^K t}. \quad (3.37)$$

Pour les temps longs la nature métastable du noyau composé se manifeste par  $\lim_{t \rightarrow \infty} P_{CN}(t) = 0$ . Avec cette modélisation simple de  $P_{CN}(t)$  l'hypothèse de décorrélation de la phase de fusion et de la phase de fission de Bohr se traduit par une multiplication entre les deux termes  $P_{form}(t)$  et  $e^{-\Gamma_f^K t}$ . L'expression de  $P_{form}(t)$  pour le cas markovien est définie par (2.8) avec cette fois des conditions initiales gaussiennes et la détermination de  $P_{form}(t)$  avec effets de mémoire est effectuée dans ce chapitre, voir l'équation (3.28). De plus, la définition de  $\Gamma_f^K$  correspond à l'équation (4.1).

Avec cette modélisation simple de  $P_{CN}(t)$  on peut mettre en évidence l'influence des effets de mémoire sur la probabilité d'existence du noyau composé, voir la figure 3.9. On peut alors observer la décorrélation entre la phase de fusion et la phase de fission. Les figures étant représentées avec des axes semi-logarithmiques, on remarque aussi la grande différence d'échelles de temps entre ces deux phases. Ceci est en accord avec le fait que le processus de formation du noyau composé est beaucoup plus rapide que sa désexcitation.

Pendant le régime transitoire de l'étape de formation du noyau composé, le comportement non-markovien est marqué par une probabilité d'existence du noyau composé  $P_{CN}(t)$  plus importante et augmentant plus rapidement que dans le cas markovien. Dans le palier intermédiaire associé au régime asymptotique de formation du noyau composé les différences de comportement s'estompent car les oscillations disparaissent. Ce palier intermédiaire est plus ou moins bien visible suivant les valeurs respectives de l'énergie cinétique initiale  $K$  et de la barrière effective  $B_{eff}$ .

Enfin, pour des temps plus longs le début de la désexcitation du noyau composé super-lourd, dans cet exemple par fission thermique uniquement, marque la fin du palier intermédiaire.  $P_{CN}(t)$  devient donc monotone décroissante. Pour finir, on retrouve la nature métastable du noyau composé qui se traduit par  $\lim_{t \rightarrow \infty} P_{CN}(t) = 0$ .

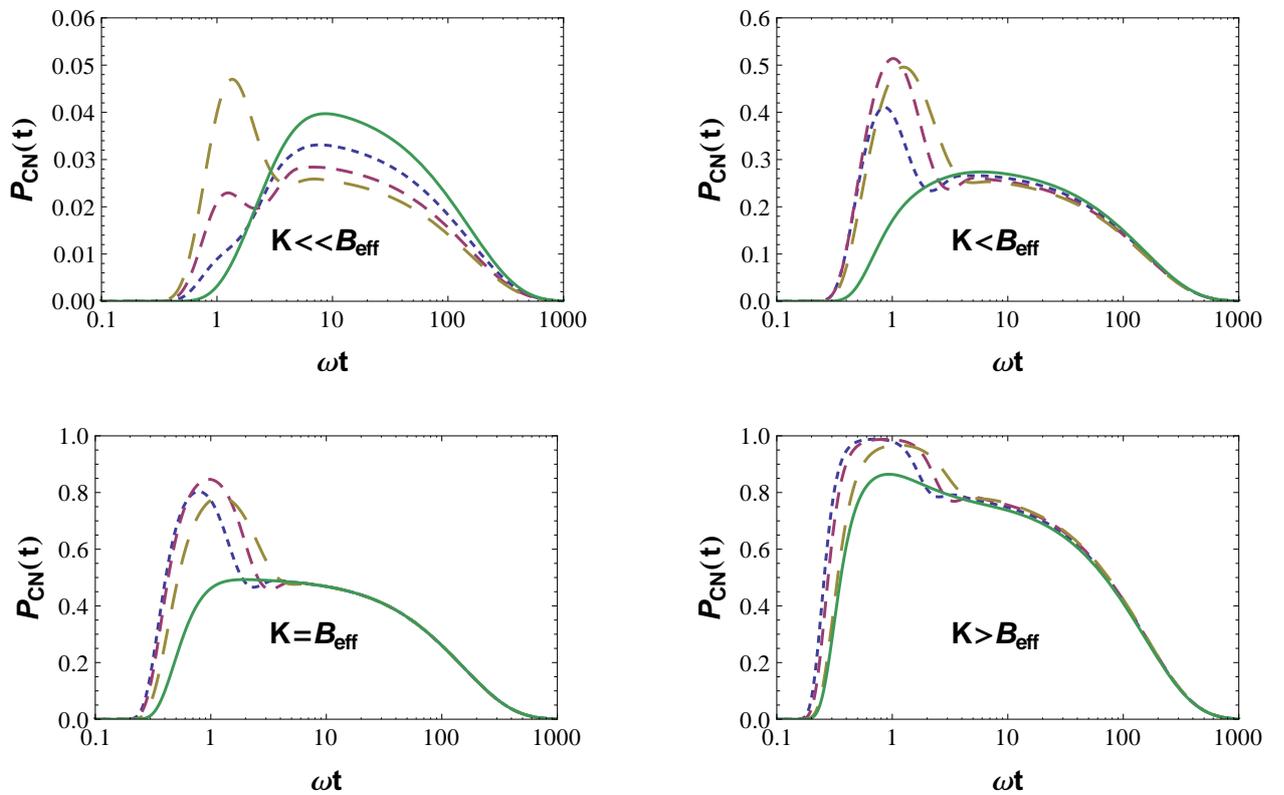


FIGURE 3.9:  $P_{CN}(t)$  comme une fonction de  $\omega t$  pour  $K = B_{eff}/10$ ,  $K = B_{eff}/2$ ,  $K = B_{eff}$  et  $K = 2B_{eff}$ . Dans chaque graphique la ligne continue est associée au cas markovien et les lignes discontinues représentent les cas non-markoviens pour lesquels  $\omega\tau = 0.5$  (petite ligne discontinue),  $\omega\tau = 1.0$  (ligne discontinue intermédiaire) et  $\omega\tau = 2.0$  (grande ligne discontinue). En outre,  $\frac{\beta}{2\omega} = 1.5$ ,  $T/B = 0.5$ ,  $T_0/T = 0.5$  et  $\sigma_{q_0}^2 = 0$ .

Figure 3.9, dans le cas où  $K = B_{eff}/10$ , on remarque que les effets de mémoire influencent fortement la condition de raccordement entre la phase de formation et la phase de désexcitation du noyau composé super-lourd. C'est cette situation qui correspond à la dynamique de fusion-fission des noyaux super-lourds car après franchissement de la barrière de Coulomb, l'énergie cinétique  $K$  correspondant à l'énergie cinétique initiale de la phase de formation est petite devant la barrière effective  $B_{eff}$ .

Les effets de mémoire peuvent aussi induire des modifications du temps du point selle au point de scission.

### 3.3.3 Temps du point selle au point de scission et effets de mémoire

La fission thermique peut être vue comme un phénomène de diffusion par-dessus une barrière de potentiel multidimensionnelle. Dans cette approche simplifiée, on se limite à une barrière monodimensionnelle. Grâce à l'équation de Langevin généralisée [61], l'étude de la dynamique associée est possible. Dans la référence [72], il est stipulé que, à cause des effets de mémoire, le temps du point selle au point de scission est approximativement multiplié par trois. Un tel comportement peut paraître en contradiction avec le fait que le noyau mémoire tend à faire décroître le coefficient de friction réduit  $\beta$ .

Par exemple, en utilisant les notations introduites dans ce chapitre, on considère la valeur moyenne de la variable collective comme une fonction du temps pour un autre type de conditions initiales telles que  $q_0 = 0$  et  $p_0 > 0$ ,

$$\frac{\langle q(t) \rangle}{q_s} = v(t)\omega\sqrt{\frac{K}{B_s}}. \quad (3.38)$$

Dans l'équation (3.38),  $K$  est l'énergie cinétique initiale, le coefficient  $v(t)$  est défini à l'équation (3.18) et  $B_s = m\omega^2 q_s^2/2$  est la barrière de potentiel depuis le sommet du point selle, situé en  $q = 0$ , jusqu'au point de scission de coordonnée  $q_s$ . On constate alors que, pour un paramètre de friction réduit  $\beta$  donné, la dynamique non-markovienne conduit à une viscosité plus faible et donc un temps du point selle au point de scission  $\tau_{sd \rightarrow s}$  plus petit.

Cependant, si le paramètre de friction réduit  $\beta$  est dérivé à partir d'un modèle microscopique [34, 53, 72], il dépend du temps relaxation choisi pour le noyau mémoire. Par exemple, dans les références [34, 53]  $\beta$  est proportionnel à ce temps de relaxation. Ainsi, un temps de relaxation plus grand signifie une viscosité plus grande avec comme conséquence un temps du point selle au point de scission plus long, voir la figure 3.10.

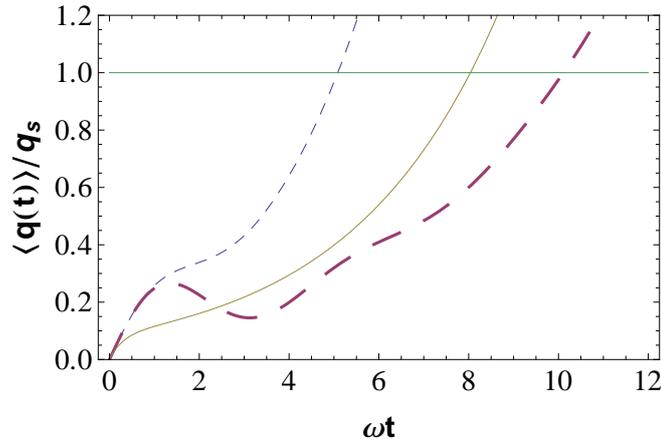


FIGURE 3.10:  $\frac{\langle q(t) \rangle}{q_s}$  comme une fonction de  $\omega\tau$  avec  $K = B/10$ . Trois régimes sont représentés :  $\frac{\beta}{2\omega} = 1.5$ ,  $\omega\tau = 0$  (ligne solide),  $\frac{\beta}{2\omega} = 1.5$ ,  $\omega\tau = 1$  (petite ligne discontinue) et  $\frac{\beta}{2\omega} = 3$ ,  $\omega\tau = 2$  (longue et large ligne discontinue).

## 3.4 Conclusion

Pour clore ce chapitre on peut donc rappeler les modifications induites par la prise en compte des effets de mémoire sur la dynamique de fusion-fission des noyaux super-lourds.

Le temps caractéristique de formation d'un noyau composé super-lourd, de l'ordre de  $10^{-22}s$  à  $10^{-21}s$ , et le temps caractéristique de relaxation du bain thermique, estimé à  $10^{-21}s$ , sont comparables. La prise en compte des effets de mémoire est donc nécessaire pour étudier le processus d'entrave à la fusion des noyaux super-lourds. Dans une gamme intermédiaire d'effets de mémoire des oscillations apparaissent, ce qui est très différent de la dynamique d'un système markovien. Ces oscillations modifient alors fortement la dynamique des grandeurs physiques dans l'étape de formation des noyaux super-lourds. De ce fait, il est donc pertinent d'inclure des effets de mémoire dans l'étape de fusion d'un noyau composé super-lourd, plus précisément pour l'étape de formation proprement dite du noyau composé super-lourd.

De plus, il en va de même pour le temps du point selle au point de scission dans l'étape de fission. Ce temps du point selle au point de scission peut être influencé par des effets de mémoire. Comme ce temps peut être long dans le cas des noyaux super-lourds, les modifications induites par les effets de mémoire peuvent alors être grandes. En outre, dans cette fin de chapitre, on aborde la fission d'une manière simple pour prendre en compte l'influence de la désexcitation sur la probabilité d'existence du noyau composé.

Une étude plus approfondie de la fission, mode privilégié de désexcitation du noyau composé, est réalisée dans les chapitres 4 et 5. En effet, un des buts des chapitres 4 et 5 consiste à aller au-delà d'un traitement de la fission du point de vue de Kramers en tenant compte de la compétition entre les deux principales voies de désexcitation du noyau composé : l'évaporation de neutrons et la fission. On revient alors notamment sur l'étude du point selle au point de scission.



# Chapitre 4

## Noyau super-lourd et simple barrière de fission

Le but de ce chapitre consiste à étudier la dynamique du processus de désexcitation des noyaux super-lourds dans le cas d'une simple barrière de potentiel. Les différentes modélisations envisagées avec cette simple barrière de potentiel ne permettent pas une interprétation quantitative des résultats obtenus au GANIL par blocage cristallin pour les noyaux  $Z = 120$  et  $Z = 124$  [19]. Cependant cette étude présente l'intérêt de pouvoir introduire les outils nécessaires à une compréhension globale des différents mécanismes mis en jeu lors de cette désexcitation. On peut alors apporter des informations sur l'évolution des grandeurs physiques pertinentes. Dans ce chapitre on applique donc ces outils en considérant le cas d'une simple barrière, du type de la figure 4.1. Ces mêmes outils sont aussi utilisés dans le chapitre 5 mais cette fois pour une double barrière.

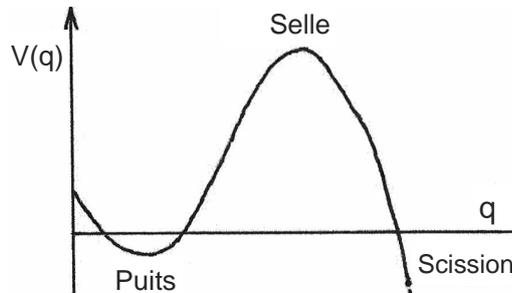


FIGURE 4.1: Schématisation de la simple barrière de potentiel  $V(q)$  en fonction de la coordonnée collective  $q$ , associée à la déformation du noyau composé.  $q$  est donc une coordonnée le long du chemin le plus probable par-dessus la barrière de fission vers le point de scission, de coordonnée  $q_s$ . Ce point de scission, correspondant à la fission du noyau composé, est considéré comme une frontière absorbante car, une fois ce point franchi, le noyau composé ne peut être reformé. La coordonnée collective correspondant à l'état fondamental du potentiel  $V$  est notée  $q_{gd}$ ,  $gd$  signifiant « ground », et la coordonnée collective associée au point selle est  $q_{sd}$ ,  $sd$  signifiant « saddle ».

Ce chapitre se décompose en quatre parties. La partie 4.1 est un bilan des points d'accord et de désaccord entre les valeurs expérimentales et les modélisations envisagées avec prise en compte des corrections d'effets de couches. Les parties suivantes abordent différents modèles académiques afin d'étudier l'influence des grandeurs physiques sur la dynamique de désexcitation du noyau composé. On envisage dans la partie 4.2 la fission comme seule voie de désexcitation, puis dans la

partie 4.3 le cas d'une barrière de fission constante. Enfin, dans la partie 4.4, on prend en compte les corrections d'effets de couches. Dans ce chapitre, la constante de Boltzmann  $k_B$  est égale à un.

## 4.1 Résultats expérimentaux et modélisations

A l'heure actuelle, les tentatives de modélisation avec une simple barrière de potentiel ne permettent pas d'accéder à une interprétation quantitative de la dynamique de désexcitation des noyaux super-lourds. En effet, même avec des modèles prenant en compte les différents modes de désexcitation (fission, évaporation de particules légères, émission de photons  $\gamma$ ) et incluant les corrections d'effets de couches, les résultats obtenus ne permettent pas de retrouver les valeurs des observables associées aux expériences réalisées au GANIL par blocage cristallin [19, 31, 73, 74, 75].

### 4.1.1 Constat actuel sur les résultats expérimentaux et les modélisations

Les principaux résultats de ces mesures par blocage cristallin peuvent être résumés de la manière suivante : pour  $Z = 114$  aucun événement supérieur à  $10^{-18}s$  n'est détecté. Au contraire, pour  $Z = 120$  et  $Z = 124$ , respectivement 10% et 12% des événements de capture possèdent un temps de vie supérieur à  $10^{-18}s$ . De plus, aucun résidu de fission chaud n'a été observé. La probabilité de survie de ces résidus est donc nulle.

Les modélisations réalistes doivent donc permettre de reproduire le comportement de ces deux observables, c'est-à-dire une probabilité d'événements de fission  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$  de l'ordre de 10% et une probabilité de survie  $P_{surv}$  des fragments de fission nulle. De plus, les modélisations doivent permettre d'accéder aux grandeurs physiques comme le taux de fission  $\lambda_{fiss}$  et le temps de fission moyen  $\tau_{fiss} = \langle t_{fiss} \rangle$ . En particulier, d'après les valeurs de l'observable  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$ , la queue de distribution des temps de fission  $t_{fiss}$  doit pouvoir être supérieure à  $10^{-18}s$ .

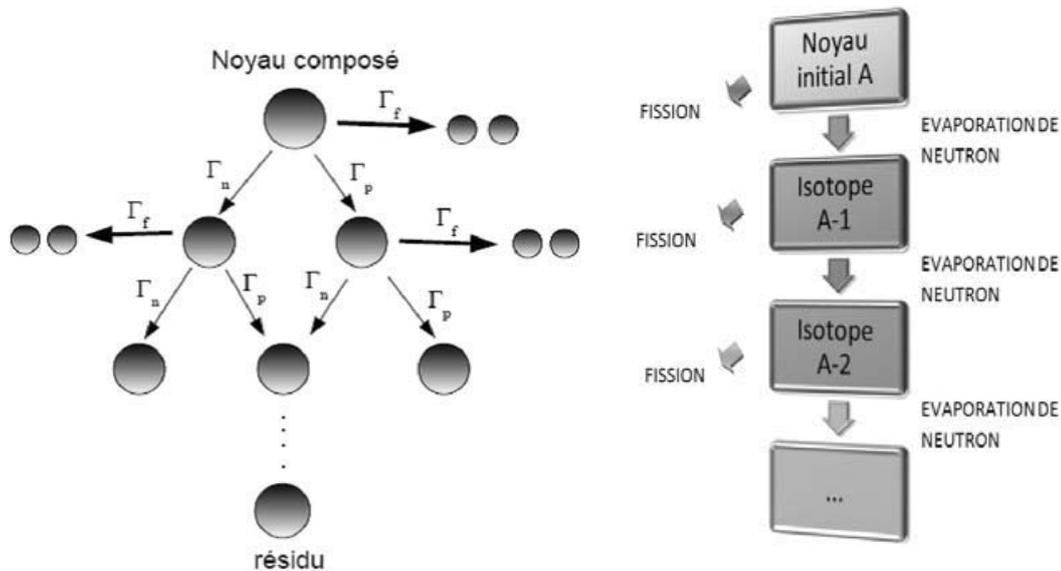


FIGURE 4.2: Schéma de gauche : modélisation de la cascade de désexcitation de Kwiepie2 [19]. Schéma de droite : modélisation de la cascade de désexcitation isotopique résultant de la compétition entre les deux processus dominants : fission et évaporation de neutron [31].

Le temps de fission estimé à partir du taux de Kramers est de l'ordre de  $10^{-20}s$ , voir partie 4.2.1. Ce temps ne permet pas d'expliquer les valeurs  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s) \simeq 10\%$ . De manière générale, pour avoir des temps de fission  $t_{fiss}$  aussi longs, il y a impérativement compétition entre le canal de fission et les autres canaux de désexcitation associés aux particules légères et aux photons  $\gamma$ . L'existence de ces différents canaux de désexcitation se manifeste par l'apparition d'arborescences représentant les voies de désexcitation disponibles pour les noyaux successifs depuis le noyau composé super-lourd jusqu'au résidu final. Par exemple, avec Kewpie2, la modélisation de la cascade est effectuée en retenant comme voies de désexcitation pour chaque noyau de la cascade : le canal de fission et les canaux d'évaporation de neutron et de proton, voir le schéma de gauche de la figure 4.2. De ce fait, grâce à ces voies alternatives à la fission, les valeurs des observables et des grandeurs physiques associées augmentent par rapport au cas de figure où seule la fission est possible.

Le processus de fission est le mode principal de désexcitation des noyaux super-lourds quand l'énergie d'excitation du noyau composé initial est  $E_0^* = 70$  MeV. Cependant, parmi les autres modes de désexcitation, un mode particulier se distingue : l'évaporation de neutrons. En effet, pour des énergies d'excitation inférieures à 100 MeV, on peut alors envisager la compétition entre les deux modes dominants : la fission et l'évaporation de neutrons. L'arborescence devient dans ce cas une simple chaîne de désexcitation isotopique, voir le schéma de droite de la figure 4.2. La compétition entre fission et évaporation de neutrons permet donc, pour chaque isotope de la chaîne, en évacuant une partie de l'énergie d'excitation, de stabiliser le système, via cette chaîne. En effet, à l'exception du dernier isotope qui ne peut que fissionner, le noyau composé et les autres isotopes de cette chaîne peuvent soit émettre un neutron soit fissionner.

Dans le but de reproduire les valeurs des observables  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s) \simeq 10\%$  et  $P_{surv} = 0$  une première approche consiste à utiliser les différentes tables de données. Cette première approche permet par la même occasion de tester ces tables. Par exemple, on peut utiliser des tables comme celles de Koura [76, 77] afin d'étudier la compétition entre fission et évaporation de neutrons d'une cascade de désexcitation isotopique à partir du noyau composé  $Z = 124$  et  $A_0 = 308$ . On a alors à partir de ces tables les valeurs suivantes :

$A_i$	308	307	306	305	304	303	302	301	300	299
$B_{n,i}$ (MeV)	7.97	6.42	8.14	6.68	8.34	6.83	9.00	7.34	9,02	7,60
$ \Delta E_{shell} _i$ (MeV)	10.55	10.43	10.38	10.30	10.20	10.13	10.08	9.56	9.21	8.88

Avec cet exemple, on remarque que les valeurs des barrières d'évaporation de neutron  $B_{n,i}$  sont de l'ordre de 6, 7 ou 8 MeV et que les corrections d'énergie de couches des différents isotopes de la cascade sont proches de  $|\Delta E_{shell}|_i \simeq 10$  MeV.

De manière générale, les différentes données tabulées sont donc réinjectées dans les codes de cascades de désexcitation, comme ceux associés aux schémas de la figure 4.2. En procédant ainsi, les différentes approches aboutissent à des valeurs de  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$  inférieures de plusieurs ordres de grandeurs aux valeurs attendues pour avoir compatibilité avec les valeurs expérimentales.

Comme la première approche s'avère infructueuse, une deuxième approche consiste à prendre le problème du point de vue opposé. Cette fois, on part des valeurs des observables  $P_{surv} = 0$  et  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s) \simeq 10\%$ . Cette approche est difficile car, avec des énergies d'excitation de 70 ou 80 MeV, la chaîne isotopique peut alors comporter huit ou neuf isotopes successifs à partir du noyau composé super-lourd. Il est donc impossible d'accéder aux valeurs des barrières de fission des différents noyaux avec uniquement les deux observables  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$  et  $P_{surv}$ . Le nombre d'observables n'étant pas assez important pour déterminer de manière univoque toutes les grandeurs physiques de la cascade de désexcitation, la résolution mathématique exacte est inenvisageable.

Pour contourner ce problème, différentes hypothèses sont envisagées afin de modéliser l'évolution globale des corrections d'énergie de couches sur l'ensemble de la cascade de désexcitation.

Par l'intermédiaire des mêmes codes de cascades de désexcitation que ceux utilisés dans la première approche, on détermine alors les valeurs homologues des valeurs issues des tables. Les valeurs issues de cette deuxième approche sont alors très différentes des valeurs tabulées. Ainsi, pour les corrections d'effets de couches  $|\Delta E_{shell}|_i$  des différents isotopes  $i$  de la cascade, les valeurs obtenues sont largement supérieures à la valeur typique  $|\Delta E_{shell}|_i \simeq 10$  MeV issues des tables de Koura.

Les modélisations à partir des tables de données et des valeurs des observables comportant encore des zones d'ombres, afin de comprendre la dynamique de désexcitation de manière globale, on se tourne alors vers des modèles académiques.

### 4.1.2 Etude à l'aide de modèles académiques

L'approche quantitative de la désexcitation des noyaux super-lourds n'étant pas envisageable, on se tourne donc vers des modèles académiques afin d'apporter des informations sur la fusion-fission des noyaux super-lourds. On considère alors trois types de modèles académiques.

Dans le premier modèle académique, on suppose que la fission thermique est la seule voie de désexcitation possible à l'issue de l'étape de formation du noyau composé. La désexcitation des noyaux super-lourds peut alors être étudiée en s'intéressant au temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  du noyau composé car cette grandeur physique constitue une mesure de la stabilité des noyaux super-lourds. Afin d'estimer ce temps de fission moyen et les grandeurs associées on introduit alors différents outils. Le temps de fission moyen est donc relié au temps moyen de premier passage  $MFPT$ , au temps de relaxation non linéaire  $NLRT$  et au temps du point selle au point de scission  $\tau_{sd \rightarrow s}$ . On peut alors étudier l'influence de la fission thermique comme seul mode de désexcitation sur le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$ .

Dans le deuxième modèle académique, on envisage la compétition entre la fission thermique et l'évaporation de neutrons avec une barrière de fission constante. Pour des raisons pratiques, le traitement usuel de type Langevin est alors écarté au profit des équations maîtresses de type Bateman.

Dans le troisième modèle, en utilisant à nouveau les équations de Bateman, on étudie la prise en compte des corrections d'effets de couches sur cette compétition entre la fission thermique et l'évaporation de neutrons en considérant deux variantes (une description intuitive et la prescription d'Ignatyuk). Pour chacune de ces deux variantes, on considère que ces corrections d'énergies de couches sont les mêmes pour tous les isotopes de la cascade.

Pour les deuxième et troisième modèles académiques, on peut alors déterminer dans un premier temps les populations  $P_s(t)$  des différents noyaux, c'est-à-dire les probabilités d'existence des ces différents noyaux en fonction du temps. A partir de la population totale  $P(t)$  on peut alors accéder à probabilité de survie  $P_{surv}$ . Dans un deuxième temps, les populations étant les grandeurs physiques intermédiaires à partir desquelles toutes les autres grandeurs physiques sont définies, on peut alors déterminer : le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  ainsi que le taux de fission  $\lambda_{fiss}$ , la probabilité  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$  caractérisant l'existence d'événements de fission au delà de  $10^{-18}s$  et la multiplicité de neutrons de préscission  $N_{simple}$ .

Avant de passer à l'étude proprement dite des modèles académiques, on attire l'attention sur un point important. Un modèle académique est un outil de compréhension afin de déterminer les

paramètres pertinents d'un problème. Certains choix sont donc arbitraires et ne se réfèrent pas forcément à une réalité physique. Il est donc utopique de vouloir reproduire quantitativement des données expérimentales à partir de tels modèles.

## 4.2 La fission comme seule voie de désexcitation

En pratique l'hypothèse qui consiste à ne retenir que la fission en tant que processus de désexcitation du noyau composé est valide pour la fission froide avec de faibles énergies d'excitation des deux fragments de fission inférieures ou égales à typiquement 10 MeV [78]. Dans cette partie, on utilise ce modèle académique pour étudier le lien entre la désexcitation par fission thermique et le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$ .

Pour évaluer le temps de fission moyen, on utilise différents outils avec différents domaines de validité, qui présentent des avantages et des inconvénients [79, 80]. Par exemple, le taux de Kramers  $\lambda_{fiss}^K$  est utilisable uniquement pour les basses températures par rapport à la barrière de fission mais peut être employé pour décrire la fission thermique seule ou sa compétition avec l'évaporation de neutrons.

Le temps moyen de premier passage *MFPT*, le temps de relaxation non linéaire *NLRT* et le temps du point selle au point de scission  $\tau_{sd \rightarrow s}$  n'ont pas de contraintes de température mais leurs définitions sont analytiques uniquement dans le régime sur-critique. En outre, ces temps caractéristiques ne sont pas généralisables à l'étude de la compétition entre fission et évaporation de neutrons.

### 4.2.1 Outils pour évaluer le temps de fission moyen

#### Taux de fission $\lambda_{fiss}^K$ et temps de fission $\tau_{fiss}^K$ de Kramers

Pour décrire le processus de fission, en première approche, on utilise le taux stationnaire de fission de Kramers  $\lambda_{fiss}^K$ . Cette approche stationnaire est valide quand l'énergie thermique est petite devant la barrière de fission d'où  $T < B_f$  et pour des valeurs de  $\beta/(2\omega_{sd})$  proches de l'unité jusqu'à des valeurs très supérieures. Ce taux est aussi appelé taux de fuite car il est relié à la probabilité de présence par unité de temps du noyau composé dans l'état fondamental, assimilé à un puits de potentiel métastable thermalisé. Ce taux de fission, correspondant à la largeur de fission  $\Gamma_f^K$ , s'écrit [33] :

$$\lambda_{fiss}^K = \Gamma_f^K = \frac{\omega_{gd}}{2\pi} \left( \sqrt{1 + (\beta/(2\omega_{sd}))^2} - \beta/(2\omega_{sd}) \right) e^{-B_f/T}, \quad (4.1)$$

avec  $\omega_{gd}$  et  $\omega_{sd}$  respectivement les pulsations harmoniques des potentiels quadratiques osculateurs dans l'état fondamental et au niveau de la selle de la barrière de fission  $B_f$ .  $T$  est la température du bain thermique et  $\beta$  le coefficient de friction réduit. En outre, dans le régime suramorti [7, 90], correspondant à la limite de grande viscosité où  $\beta/(2\omega_{sd}) \gg 1$ , on aboutit à

$$\lambda_{fiss}^K = \Gamma_f^K = \frac{\omega_{gd}\omega_{sd}}{2\pi\beta} e^{-B_f/T}. \quad (4.2)$$

Par exemple, pour des valeurs de  $\beta/(2\omega_{sd})$  égales à 1.44 et 2.0 il n'y a alors plus que respectivement 10% et 5% d'écart entre (4.1) et (4.2). Le taux de fission stationnaire de Kramers  $\lambda_{fiss}^K$  est

par définition l'inverse du temps caractéristique de fission de Kramers  $\tau_{fiss}^K$

$$\tau_{fiss}^K = \frac{1}{\lambda_{fiss}^K}. \quad (4.3)$$

Par exemple, avec les valeurs  $\beta/(2\omega_{sd}) \simeq 1.5$  et  $T/B \simeq 0.5$  on a alors  $\tau_{fiss}^K \simeq 10^{-20} s$ .

Dans le modèle de Kramers, l'existence d'un état transitoire avant l'établissement du régime stationnaire où le noyau est thermalisé n'est pas pris en compte. Le temps caractéristique de cet état transitoire est le temps de relaxation nucléaire  $\tau_r$ .

### Temps de relaxation nucléaire $\tau_r$

La valeur du temps de relaxation nucléaire  $\tau_r$  dépend de l'état initial de thermalisation du noyau. En effet, quand le noyau peut être initialement considéré comme froid, il existe un régime de relaxation nucléaire, correspondant au processus transitoire de thermalisation de la distribution des déformations de ce noyau. De plus, le temps caractéristique  $\tau_r$  de ce régime est généralement du même ordre de grandeur que celui de l'évaporation des particules légères. [74, 79, 81]. Il n'existe pas de formule analytique générale pour  $\tau_r$  cependant on peut définir des expressions valables dans les cas particuliers des régimes sur-amorti  $\beta/(2\omega_{gd}) \gg 1$  et sous-amorti  $\beta/(2\omega_{gd}) \ll 1$ , avec  $\omega_{gd}$  la pulsation de l'oscillateur dans l'état fondamental [82, 83] :

$$\tau_r = \frac{\beta}{2\omega_{gd}^2} \ln \left( \frac{10B_f}{T} \right) \quad \text{si } \frac{\beta}{2\omega_{gd}} \gg 1 \quad \tau_r = \frac{1}{\beta} \ln \left( \frac{10B_f}{T} \right) \quad \text{si } \frac{\beta}{2\omega_{gd}} \ll 1. \quad (4.4)$$

Dans la suite de ce chapitre, on considère que  $\omega_{gd} = \omega_{sd} = \omega$ .

Dans le cas de la fusion-fission des noyaux super-lourds, ces noyaux composés chauds sont formés par diffusion par-dessus une barrière et peuvent être considérés comme thermalisés. De ce fait, le temps de relaxation nucléaire pour les noyaux super-lourds est considéré comme nul.

Afin de montrer que pour les noyaux super-lourds le temps de relaxation nucléaire peut être écarté, on se place dans une situation où ce temps est maximisé par rapport au cas des noyaux super-lourds car on considère des noyaux froids pour lesquels la condition initiale de thermalisation est de type Dirac c'est-à-dire piquée au fond du puits. Dans ce cas la formule (4.4) est valide. En utilisant (4.4) avec  $\beta/(2\omega) = 0.66$  ou  $\beta/(2\omega) = 1.5$ ,  $\hbar\omega = 1$  MeV et  $T/B_f = 0.5$ , on estime alors que le temps de relaxation nucléaire  $\tau_r$  est de l'ordre de  $10^{-21} s$ . D'autre part, dans les mêmes conditions, avec une énergie d'excitation du noyau composé de 70 MeV et une barrière d'évaporation de neutron  $B_n = 6$  MeV on détermine à l'aide de (4.13) ou de (4.32) que la largeur d'évaporation de neutron associée au noyau composé est de l'ordre de  $\Gamma_{n,0} \simeq 10^{20} s^{-1}$ . De ce fait,  $\tau_r$  est petit devant la largeur d'évaporation de neutron d'où  $\tau_r \Gamma_{n,0} \ll 1$ . On peut donc écarter le temps de relaxation nucléaire pour les noyaux composés super-lourds.

Dans la suite de l'étude, on considère donc pour les noyaux super-lourds que

$$\tau_r^{SHE} \simeq 0. \quad (4.5)$$

Cependant,  $\tau_r$  est gardé dans les définitions des grandeurs caractéristiques de cette partie car ce terme peut être pertinent pour d'autres domaines que celui qui nous intéresse.

### Temps moyen de premier passage *MFPT*

Le temps moyen de premier passage *MFPT*, « Mean First Passage Time », est le temps nécessaire pour franchir la barrière de potentiel depuis une condition initiale en amont du point selle jusqu'au point de scission, considéré comme une frontière absorbante [84]. On a de ce fait  $q_i < q_{sd} < q_s$ . Une expression analytique du *MFPT* pour  $\beta/(2\omega) \gg 1$  est alors

$$MFPT[q_i \rightarrow q_s] = \frac{m\beta}{T} \int_{q_i}^{q_s} e^{V(u)/T} du \int_{-\infty}^u e^{-V(v)/T} dv, \quad (4.6)$$

avec,  $\beta$  le coefficient de friction réduit,  $m$  l'inertie et  $T$  la température.

Ce temps caractéristique est le plus intuitif pour comprendre la fission car il n'inclut pas de courant de retour au point de scission. On l'utilise donc pour définir le temps de fission moyen quand la fission est le seul mode de désexcitation.

### Temps de passage moyen *MPT* et temps de relaxation non linéaire *NLRT*

Le temps moyen de passage *MPT* « Mean Passage Time » correspond au temps moyen du noyau composé dans le puits de potentiel associé à l'état fondamental avant qu'il ne fissionne.

$$MPT[q_i \rightarrow q_{sd}] = \int_0^{+\infty} P(t; q_{sd}, q_i) dt. \quad (4.7)$$

De plus, si les conditions initiale et asymptotique sur la probabilité de présence vérifient respectivement  $P(t=0; q_{sd}, q_i) = 1$  et  $P(t \rightarrow +\infty; q_{sd}, q_i) = 0$ , le *MPT* est alors équivalent au temps de relaxation non linéaire *NLRT*, « Non Linear Relaxation Time ». Une expression analytique du temps de relaxation non linéaire pour  $\beta/(2\omega) \gg 1$  est

$$NLRT[q_i \rightarrow q_{sd}] = \frac{m\beta}{T} \left( \int_{q_i}^{q_{sd}} e^{V(u)/T} du \int_{-\infty}^u e^{-V(v)/T} dv + \int_{q_{sd}}^{q_s} e^{V(u)/T} du \int_{-\infty}^{q_{sd}} e^{-V(v)/T} dv \right). \quad (4.8)$$

Pour prendre en compte le temps de relaxation nucléaire  $\tau_r$  de manière simple on peut utiliser une largeur de fission de la forme  $\Gamma = h(t - \tau_r)\Gamma_\infty$ , avec  $h$  la distribution de Heaviside et  $\Gamma_\infty$  le taux du régime stationnaire, c'est-à-dire la probabilité de fission par unité de temps du régime asymptotique [79, 80]. Le *NLRT* s'écrit donc de manière générale

$$NLRT[q_i \rightarrow q_{sd}] = \tau_r + \frac{1}{\Gamma_\infty}. \quad (4.9)$$

Dans le cas de la fusion-fission des noyaux super-lourds le temps de relaxation nucléaire  $\tau_r$  peut être négligé dans l'équation (4.9).

### Le temps du point selle au point de scission

Le temps de descente du point selle au point de scission peut être relié au *MFPT* et au *NLRT*. Plus précisément, d'après les considérations des deux paragraphes précédents  $\tau_{sd \rightarrow s}$ , le temps du point selle  $q_{sd}$  au point de scission  $q_s$ , peut être défini par

$$\tau_{sd \rightarrow s} = MFPT[q_i \rightarrow q_s] - NLRT[q_i \rightarrow q_{sd}]. \quad (4.10)$$

Par exemple, pour les noyaux de l'élément plomb, le temps  $\tau_{sd \rightarrow s}$  est petit. Dans ce cas de figure, il peut être négligé en première approche. Cette approximation n'est plus possible avec des noyaux super-lourds pour lesquels  $\tau_{sd \rightarrow s}$  peut devenir plus grand (car le point selle et le point de scission sont alors beaucoup plus éloignés) et ainsi être comparables aux autres temps caractéristiques.

### 4.2.2 Estimation du temps de fission moyen d'un noyau super-lourd

Dans ce cadre, le temps de fission peut alors être défini par :

$$\tau_{fiss} = MFPT[q_i \rightarrow q_s] = NLRT[q_i \rightarrow q_{sd}] + \tau_{sd \rightarrow s} = \tau_r + \frac{1}{\Gamma_\infty} + \tau_{sd \rightarrow s}. \quad (4.11)$$

De plus, si la température vérifie  $T < B_f$  alors  $\Gamma_\infty \simeq \Gamma_f^K$ . Dans ce cas, l'équation (4.11) est donc valide pour la fission pure avec des températures basses et une friction moyenne ou importante. En outre, pour la fusion-fission des noyaux super-lourds le temps de relaxation nucléaire n'est pas pris en compte, ces noyaux chauds étant thermalisés :  $\tau_r^{SHE} \simeq 0$ . De plus, avec les valeurs usuelles,  $\beta/(2\omega) = 1.5$  et  $T/B = 0.5$  on a  $NLRT[q_i \rightarrow q_{sd}] = 1/\Gamma_f^K \simeq 10^{-20}s$ . Le temps de descente du point selle consécutif à l'état fondamental jusqu'au point de scission  $\tau_{sd \rightarrow s}$  doit donc être important si on veut retrouver des valeurs de temps de fission  $\tau_{fiss}$  de l'ordre de  $10^{-18}s$ . Pour accéder à de telles valeurs, la partie de la courbe  $V(q)$  entre le point selle est le point de scission doit a priori comporter un puits isomérique, voir partie 5.1.2.

La fission thermique n'étant pas le seul mode de désexcitation, un traitement plus complet doit tenir compte de la compétition entre la fission thermique et l'évaporation de neutrons.

## 4.3 Compétition entre fission et évaporation de neutrons

### 4.3.1 Domaine de validité du modèle

Le début de cette étude avec la simple barrière de potentiel est réalisé dans [85]. Dans cette partie du chapitre, on étudie l'évolution dynamique du noyau chaud composé quand il y a compétition entre deux voies de désexcitation, la fission thermique et l'évaporation de neutrons [86, 87]. Une des conséquences de la compétition entre ces deux processus est l'existence d'une chaîne d'isotopes qui émettent successivement un neutron avant que le dernier des isotopes de la chaîne ne fissionne, voir le graphique de droite de la figure 4.2. Pour décrire l'évolution de cette chaîne de désexcitation, on utilise un modèle hybride alliant les deux aspects dynamique et statistique. L'équation de Langevin n'étant pas viable compte tenu des temps caractéristiques de fission  $t_{fiss}$  qui peuvent être de l'ordre de  $10^{-18}s$  et de la statistique qu'il faut accumuler dans ce type d'approche. On se base alors sur les équations maîtresses de type de Bateman et des outils statistiques. De plus, la résolution du système d'équations différentielles associé s'appuie sur les transformées de Laplace.

Le choix de la fission et de l'évaporation de neutrons comme principaux canaux pour décrire la cascade de désintégration du noyau composé est une hypothèse réaliste. En effet, pour une énergie d'excitation de l'isotope initial vérifiant  $E_0^* \leq 100$  MeV, les différentes voies de désexcitations sont la fission, l'évaporation de particules légères, neutrons, protons, particules  $\alpha$  ou l'émission de photon  $\gamma$ . Le choix des neutrons comme candidats peut se justifier par le fait que, contrairement aux protons et aux particules  $\alpha$ , les neutrons ne sont pas sensibles à la barrière coulombienne. De plus, comme les photons  $\gamma$  emportent peu d'énergie lors de leur émission, on peut en première approximation négliger l'émission de ces photons. En outre, expérimentalement on constate que pour la gamme d'énergie considérée [7], il y a en début de chaîne de désexcitation, un à deux ordres de grandeur entre le taux d'émission de neutrons et les taux d'émission de protons ou de photons  $\gamma$ .

En pratique ce cadre d'étude où on envisage la compétition entre la fission thermique et l'évaporation de neutrons est donc valide pour le début de la chaîne de désintégration, par contre il n'est plus vérifié rigoureusement pour la fin de la chaîne car par exemple les processus de désexcitation par émission de photons  $\gamma$  ne sont alors plus négligeables. Ces derniers emportant avec eux le peu d'énergie d'excitation encore présente à ce stade de la cascade de désexcitation, la fission thermique n'est alors plus possible.

Dans la suite de ce paragraphe **4.3**, on considère le cas de figure où la barrière de fission  $B_f$  est constante avant d'envisager au paragraphe **4.4** la prise en compte des corrections d'effets de couches  $\Delta E_{shell}$ .

### 4.3.2 Outils pour évaluer l'évaporation de neutrons et la fission

Les outils pour évaluer la fission et l'évaporation de neutrons sont de nature statistique [86]. On utilise notamment les largeurs de fission et d'évaporation, grandeurs correspondant respectivement aux probabilités de transition par unité de temps du processus de fission et d'évaporation de neutron. Par hypothèse, ces grandeurs sont considérées comme indépendantes du temps mais varient en fonction de l'isotope de la cascade de désexcitation.

Dans ce deuxième modèle académique on considère les barrières de fission et les barrières d'évaporation de neutron constantes tout au long de la chaîne de désexcitation. Ce choix est arbitraire et ne s'appuie pas sur la réalité physique.

#### Energies d'excitation des isotopes et exemples académiques étudiés

Le noyau composé, premier isotope de la cascade de désexcitation, possède une énergie d'excitation  $E_0^*$  et un nombre de masse correspondant  $A_0$ . L'isotope  $i$  de cette même cascade est associé à l'énergie d'excitation  $E_i^*$  et au nombre de masse  $A_i = A - i$ . De plus,  $E_{i+1}^* = E_i^* - (B_{n,i} + 2T_i)$  car on suppose que le neutron émis par l'isotope  $i$  emporte avec lui l'énergie de la barrière d'évaporation  $B_{n,i}$  et l'énergie cinétique moyenne  $2T_i$  (par hypothèse, on assimile alors l'énergie cinétique à l'énergie cinétique moyenne) donc :

$$E_{i+1}^* = E_i^* - \left( B_{n,i} + 2\sqrt{E_i^*/a_i} \right), \quad (4.12)$$

avec  $a_i$  le paramètre de densité de niveau de l'isotope  $i$  dont une expression simplifiée peut être déterminée à partir du modèle de Fermi. On a alors  $E_i^* = a_i T_i^2$ , avec  $T_i$  la température associée. L'estimation du paramètre de densité de niveau  $a_i$  n'est pas simple dans le cas général [88, 89]. On utilise donc différentes expressions simplifiées de  $a_i$ , en  $MeV^{-1}$  :  $A_i/8$  correspond à la valeur moyenne extrapolée à partir de résultats expérimentaux obtenus avec les atomes froids et  $A_i/10$ ,  $A_i/12$  sont issues de calculs de type champ moyen [7]. Dans cette partie, le nombre de masse du premier isotope est  $A_0 = 308$ , la barrière d'évaporation  $B_{n,i}$  peut prendre différentes valeurs entre  $5MeV$  et  $7MeV$ . De plus le coefficient de friction réduit est  $\beta = 2.10^{21}s^{-1}$  ou  $\beta = 5.10^{21}s^{-1}$ , ce qui correspond respectivement à  $\beta/(2\omega) = 0.66$  ou  $\beta/(2\omega) = 1.65$  avec  $\hbar\omega = 1.0MeV$ .

L'émission de neutrons est un phénomène aléatoire qui se produit en continu jusqu'à la fission du dernier isotope de la chaîne. L'énergie d'excitation du dernier isotope  $E_{s_{max}}^*$  devient alors inférieure à l'énergie de liaison  $B_{n,i}$  correspondant à la barrière d'évaporation de neutron. La contrainte  $E_{s_{max}}^* < B_{n,i}$ , détermine donc le nombre maximal de neutrons émis quand toute la cascade de désexcitation est parcourue pour aboutir à la fission du dernier isotope, numéroté lui aussi par  $s_{max}$ . Dans cette étude  $s_{max}$  est égal à 8 neutrons pour  $E_0^* = 70 MeV$  ou 9 neutrons pour

$E_0^* = 80$  MeV, voir figure 4.3. Avec l'énergie d'excitation du noyau composé on peut déterminer les énergies d'excitation des isotopes de la chaîne de désexcitation en fonction de  $a_i$ .

Par exemple, avec  $E_0^* = 70$  MeV,  $A_0 = 308$  et  $B_{n,i} = 6$  MeV on a en MeV :

$a_0$	$s_{max}$	$E_0^*$	$E_1^*$	$E_2^*$	$E_3^*$	$E_4^*$	$E_5^*$	$E_6^*$	$E_7^*$	$E_8^*$
$A_0/8$	8	70.0	61.3	52.8	44.4	36.3	28.3	20.6	13.1	5.92
$A_0/10$	8	70.0	61.0	52.2	43.6	35.2	27.0	19.1	11.5	4.29
$A_0/12$	8	70.0	60.7	51.6	42.8	34.2	25.9	17.8	10.2	2.88

Avec  $E_0^* = 80$  MeV,  $A_0 = 308$  et  $B_{n,i} = 6$  MeV on obtient en MeV :

$a_0$	$s_{max}$	$E_0^*$	$E_1^*$	$E_2^*$	$E_3^*$	$E_4^*$	$E_5^*$	$E_6^*$	$E_7^*$	$E_8^*$	$E_9^*$
$A_0/10$	9	80.0	70.8	61.7	52.9	44.3	35.9	27.7	19.8	12.2	4.88

### Largeur d'évaporation de neutron $\Gamma_{n,i}$ de l'isotope $i$

La largeur d'évaporation de neutron est définie à partir du formalisme de Weisskopf. Pour chaque isotope  $i$  de la chaîne de désexcitation, de nombre de masse  $A_i$ , on peut définir  $E_i^*$  l'énergie d'excitation,  $B_{n,i}$  la barrière d'évaporation,  $\epsilon_i^{max} = E_i^* - B_{n,i}$  et  $\mu_i = (A_i - 1)m_n/A_i$  la masse réduite du neutron émis avec  $m_n = 931,5$  MeV. $c^{-2}$ . Le neutron est un fermion de spin  $\frac{1}{2}$ . La largeur d'évaporation de neutron associée est en  $s^{-1}$  [86]

$$\Gamma_{n,i}^W = \frac{2\mu_i}{\pi^2 \hbar^3 \rho(E_i^*)} \int_0^{\epsilon_i^{max}} \sigma_{inv}(\epsilon) \epsilon \rho(\epsilon_i^{max} - \epsilon, a_i) d\epsilon, \quad (4.13)$$

avec la densité de niveau  $\rho(E_i, a_i)$  et la section efficace  $\sigma_{inv}(\epsilon)$

$$\rho(E_i, a_i) = \frac{g\sqrt{\pi}}{48a_i^{1/4} E_i^{5/4}} e^{2\sqrt{a_i E_i^*}} \quad \sigma_{inv}(\epsilon) = \alpha_n \left(1 + \frac{\beta_n}{\epsilon}\right) \pi R_n^2. \quad (4.14)$$

Dans la densité de niveau, exprimée en  $MeV^{-1}$ ,  $a_i$  est le paramètre de densité de niveau et  $g = 4$  la dégénérescence totale spin-isospin. La section efficace inverse, c'est-à-dire de capture est exprimée en  $f^2$ , avec les variables  $\alpha_n(A_i) = 0.76 + 1.93A_i^{-1/3}$ ,  $\beta_n(A_i) = (1.66A_i^{-2/3} - 0.050)/\alpha_n(A_i)$  et le rayon du noyau  $R_n(A_i) = 1.70A_i^{1/3}$ , lui-même exprimé en  $fm$ .

A partir de l'expression (4.13), on peut déterminer une formule analytique pour  $\Gamma_{n,i}^W$  en estimant une forme approchée de l'intégrale [85]. On obtient alors

$$\Gamma_{n,i} = \frac{2\mu_i}{\pi \hbar^3} \frac{E_i^{*5/4} \alpha_n R_n^2}{(\epsilon_i^{max})^{1/4}} e^{2\sqrt{a_i \epsilon_i^{max}} - 2\sqrt{a_i E_i^*}} \left[ \frac{\epsilon_i^{max} + \beta_n}{-5/4 + \sqrt{a_i \epsilon_i^{max}}} - \frac{\epsilon_i^{max}}{-1/4 + \sqrt{a_i \epsilon_i^{max}}} \right]. \quad (4.15)$$

Cette largeur est considérée comme nulle pour  $E_i^* \leq B_n$ . En outre, comme  $E_{s_{max}}^* < B_n$  le dernier isotope ne peut émettre de neutron, d'où  $\Gamma_{n,s_{max}} = 0$ . C'est cette formule (4.15) que nous utilisons dans la suite de l'étude avec barrière de fission  $B_f$  constante.

### Largeur de fission $\Gamma_{f,i}$ de l'isotope $i$

La probabilité de transition par unité de temps associée c'est-à-dire la largeur de fission, exprimée en  $s^{-1}$ , est basée tout d'abord sur le formalisme de Bohr-Wheeler

$$\Gamma_{f,i}^{BW} = \frac{1}{2\pi \hbar \rho(E_i^*)} \int_0^{E_i^* - B_f} \rho(E_i^* - B_f - \epsilon, a_i) d\epsilon. \quad (4.16)$$

En utilisant à nouveau la méthode utilisée dans [85] afin d'estimer une forme approchée de l'intégrale (4.16), on peut alors déterminer une formule analytique pour  $\Gamma_{f,i}^{BW}$

$$\Gamma_{f,i}^{BW} = \frac{1}{2\pi\hbar} \frac{(E_i^*)^{5/4}}{a_i^{1/2}(E_i^* - B_f)^{3/4}} e^{2\sqrt{a_i(E_i^* - B_f)} - 2\sqrt{a_i E_i^*}}, \quad (4.17)$$

Cette largeur est considérée comme nulle pour  $E_i^* \leq B_f$ . En outre, la largeur de fission doit tenir compte de la viscosité via la friction dans le noyau. Il faut donc multiplier  $\Gamma_{f,i}^{BW}$  de l'équation (4.17) par le facteur de correction de Kramers-Strutinsky  $\hbar\omega_K/T_i$  [91]. On aboutit donc à

$$\Gamma_{f,i} = \Gamma_{f,i}^{BW} \frac{\hbar\omega_K}{T_i} = \frac{\omega_K}{2\pi} \frac{(E_i^*)^{3/4}}{(E_i^* - B_f)^{3/4}} e^{2\sqrt{a_i(E_i^* - B_f)} - 2\sqrt{a_i E_i^*}}, \quad (4.18)$$

avec  $\omega_K = \sqrt{\omega^2 + \beta^2/4} - \beta/2$  la fréquence de Kramers,  $T_i = \sqrt{E_i^*/a_i}$  la température de l'isotope  $i$  et  $\beta$  le coefficient de friction réduit. Dans la suite de l'étude avec barrière de fission  $B_f$  constante, c'est cette largeur de fission corrigée (4.18) qui est désormais utilisée.

### 4.3.3 Grandeurs physiques dans le cas de la simple barrière

Dans le but de comprendre les résultats expérimentaux obtenus au GANIL avec la technique du blocage cristallin, voir partie 1.1.4, il faut tout d'abord calculer les populations des isotopes de la chaîne de désexcitation avant de déterminer le taux de fission, le temps de fission moyen, le nombre d'événements normalisés plus long que  $10^{-18}$  s ainsi que la multiplicité de neutrons de précision.

#### Populations des différents isotopes

Les populations correspondent à la répartition des différents isotopes en fonction du temps. Par définition, les populations sont normalisées et donc identifiables à des probabilités d'existence. Les conditions initiales sont  $P_0(t=0) = 1$  (existence du noyau composé) et  $P_s(t=0) = 0$ , avec  $0 < s \leq s_{max}$ . Pour calculer  $P_0(t)$  et  $P_s(t)$  on utilise alors les équations maîtresses de type Bateman avec  $\Gamma_s = \Gamma_{f,s} + \Gamma_{n,s}$  :

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\Gamma_0 P_0(t) \quad \frac{dP_s(t)}{dt} = \Gamma_{n,s-1} P_{s-1}(t) - \Gamma_s P_s(t). \quad (4.19)$$

Pour le dernier isotope de la cascade de désexcitation  $\Gamma_{n,s_{max}} = 0$  car il ne peut plus émettre de neutrons. Par contre, ce dernier isotope peut encore fissionner quand  $B_n > B_f$  donc

$$\begin{aligned} \frac{dP_{s_{max}}(t)}{dt} &= -\Gamma_{f,s_{max}} P_{s_{max}}(t) + \Gamma_{n,s_{max}-1} P_{s_{max}-1}(t) \quad \text{si } B_n > B_f \\ \frac{dP_{s_{max}}(t)}{dt} &= \Gamma_{n,s_{max}-1} P_{s_{max}-1}(t) \quad \text{si } B_n < B_f. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Dans ce cas, à partir des transformées et transformées inverses de Laplace, on trouve que les populations  $P_s(t)$ , avec  $0 \leq s \leq s_{max}$ , sont :

$$\begin{aligned} P_0(t) &= e^{-\Gamma_0 t} \\ P_s(t) &= \prod_{i=0}^{s-1} \Gamma_{n,i} \sum_{i=0}^s \frac{e^{-\Gamma_i t}}{\prod_{j=0, j \neq i}^s (\Gamma_j - \Gamma_i)} \end{aligned}$$

$$P_{s_{max}}(t) = \prod_{i=0}^{s_{max}-1} \Gamma_{n,i} \sum_{i=0}^{s_{max}} \frac{e^{-\Gamma_i t}}{\prod_{j=0, j \neq i}^{s_{max}} (\Gamma_j - \Gamma_i)}. \quad (4.21)$$

On peut alors déterminer la population totale  $P(t)$  et la probabilité de survie  $P_{surv}$  du résidu de fission :

$$P(t) = P_{simple}(t) = \sum_{s=0}^{s_{max}} P_s(t) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = P_{surv}. \quad (4.22)$$

Figure 4.3, on observe que pour  $E_0^* = 70$  MeV, à partir du noyau composé, le nombre d'isotopes successifs de la cascade de désexcitation (et donc le nombre de neutrons maximum qui peut être émis) s'élève à  $s_{max} = 8$ , tandis que pour  $E_0^* = 80$  MeV on a  $s_{max} = 9$ . La condition  $B_f = B_n$  traduit la forte compétition entre les deux canaux de désexcitation tout au long de la cascade, ce qui permet d'observer les populations sur des temps relativement longs. Par exemple, à  $t = 10^{-18}$  s on a pour  $E_0^* = 70$  MeV les isotopes 6 et 7 et pour  $E_0^* = 80$  MeV on observe les isotopes 7 et 8.

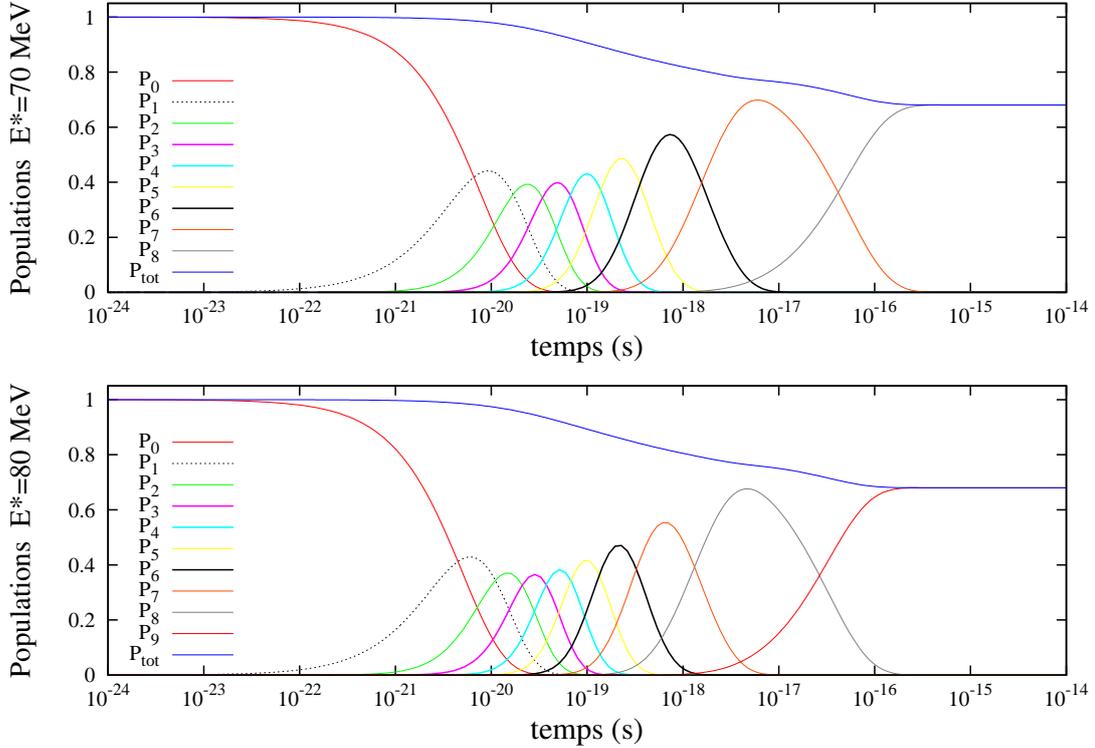


FIGURE 4.3: Populations  $P_s(t)$  et population totale  $P(t) = P_{tot}(t)$  en fonction du temps  $t$  quand l'énergie d'excitation  $E_0^*$  du noyau composé est 70 MeV ou 80 MeV. Les énergies d'excitations  $E_i^*$  des isotopes successifs des deux cascades de désexcitation sont visibles dans les tableaux de valeurs de la partie 4.3.2. Pour les deux graphiques on a  $\beta/(2\omega) = 0.66$ ,  $A_0 = 308$ ,  $a_i = A_i/10$ ,  $\hbar\omega = 1$  MeV et  $B_f = B_n = 6$  MeV. Avec cette dernière condition la largeur de fission du dernier isotope vérifie  $\Gamma_{n,s_{max}} = 0$ . Comme cet isotope ne peut alors plus fissionner la probabilité de survie du résidu  $P_{surv}$  est non nulle.

A partir des populations  $P_s(t)$  des différents noyaux de la cascade et de la population totale  $P(t)$  définies par (4.21) et (4.22), on accède alors aux autres grandeurs physiques :  $\lambda_{fiss}$ ,  $\tau_{fiss}$ ,  $N_{simple}$  et  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18} \text{s})$ . On peut ainsi réaliser une étude variationnelle de ces grandeurs afin de déterminer les paramètres pertinents qui influent sur ces grandeurs physiques.

### Taux de fission $\lambda_{fiss}$ et temps de fission moyen $\tau_{fiss}$

Le taux de fission varie en fonction de la hauteur de barrière de fission  $B_f$  par l'intermédiaire de la largeur de fission  $\Gamma_{f,s}$  des isotopes  $s$ .

$$\lambda_{fiss}(t) = -\frac{1}{P(t)} \frac{dP(t)}{dt} = \frac{1}{P(t)} \sum_{s=0}^{s_{max}} \Gamma_{f,s} P_s(t), \quad (4.23)$$

avec la population totale  $P(t)$  de la simple barrière et  $P_s(t)$  la population de l'isotope  $s$ .

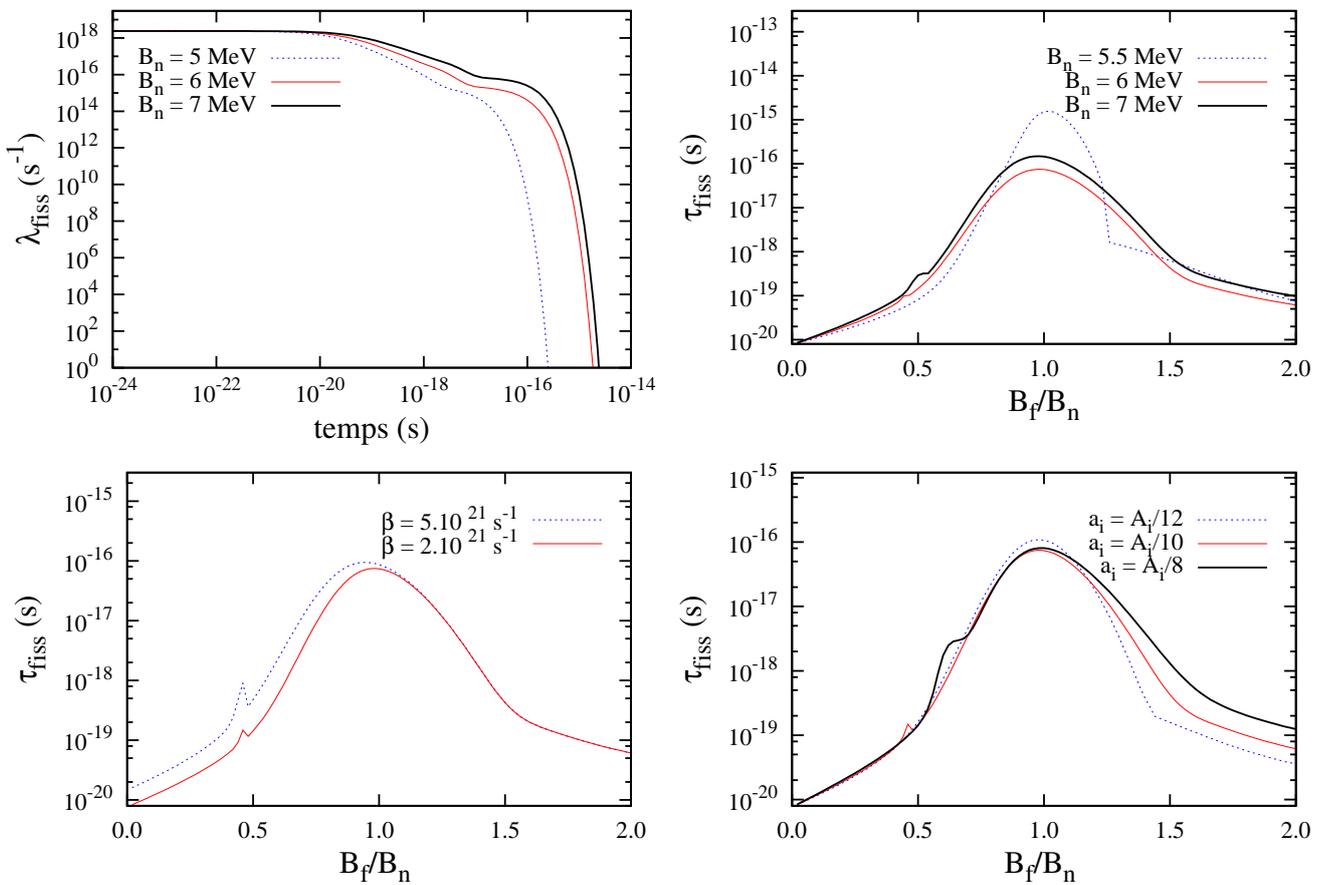


FIGURE 4.4: Taux de fission  $\lambda_{fiss}$  comme fonction du temps  $t$  et temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  comme fonction de  $B_f/B_n$ . L'étude variationnelle est effectuée autour des valeurs types  $E_0^* = 68$  MeV,  $\beta/(2\omega) = 0.66$ ,  $A_0 = 308$ ,  $a_i = A_i/10$ ,  $\hbar\omega = 1$  MeV et  $B_n = 6$  MeV. Dans chaque graphique ces valeurs de référence sont associées à la courbe continue simple.

Dans la partie supérieure gauche de la figure 4.4, on observe une décroissance temporelle lente du taux de fission  $\lambda_{fiss}$  correspondant à une lente variation de la population totale  $P(t)$  (voir figure 4.3) depuis un temps de l'ordre de  $10^{-21}s$  jusqu'à un temps de l'ordre de  $10^{-17}s$  puis une chute brutale entre  $10^{-16}s$  et  $10^{-15}s$  reliée au fait que  $P(t)$  devienne constante. On remarque également que plus la barrière d'évaporation de neutron  $B_n$  est petite, plus l'évaporation de neutrons est favorisée par rapport à la fission et plus  $\lambda_{fiss}$  diminue rapidement.

Le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  peut être défini par les deux variantes de l'équation (4.24) en utilisant la formule analytique (4.22) de la population totale  $P(t) = P_{simple}(t)$  :

$$\tau_{fiss} = -\frac{\int_{t_A}^{t_B} t \frac{dP(t)}{dt} dt}{P(t_A) - P(t_B)} = \frac{t_A P(t_A) - t_B P(t_B) + \int_{t_A}^{t_B} P(t) dt}{P(t_A) - P(t_B)}. \quad (4.24)$$

Dans la figure 4.4, les différentes courbes des trois graphiques qui représentent le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  en fonction de  $B_f/B_n$  sont toutes centrées au voisinage de la valeur  $B_f/B_n \simeq 1$ . Ceci montre que, quand  $B_f \simeq B_n$  indépendamment de leur valeurs, la compétition entre les deux voies de désexcitation est alors forte sur toute la cascade. Pour  $B_f \leq B_n$  la fusion domine donc si on augmente  $B_f$  alors le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  augmente. Pour  $B_f \geq B_n$  seuls les premiers isotopes fissionnent. Si  $B_f$  augmente, il y a de moins en moins d'isotopes qui fissionnent donc  $\tau_{fiss}$  diminue.

De plus, on remarque dans le graphique supérieur droit la grande sensibilité du modèle par rapport aux énergies d'excitation  $E_i^*$  des isotopes de la cascade. En effet, le chevauchement des courbes ne respecte pas l'ordre des valeurs de  $B_n$  : on s'attendrait plutôt à observer la courbe  $B_n = 6$  MeV au dessus de la courbe  $B_n = 7$  MeV. Ceci est dû notamment à la modélisation de l'énergie emportée par l'évaporation d'un neutron à partir d'un isotope  $i$  car elle conditionne la valeur de l'énergie d'excitation  $E_{i+1}^*$  de l'isotope suivant, voir équation (4.12).

Sur le graphique de la partie inférieure gauche on observe l'influence du coefficient de friction  $\beta$  qui intervient via le coefficient de Kramers-Strutinsky dans la largeur de fission  $\Gamma_{f,i}$ , voir l'équation (4.18). Plus  $\beta$  est important, plus cette largeur de fission  $\Gamma_{f,i}$  est petite et donc plus le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  est important car alors la fission est moins favorisée. Cette influence est uniquement visible pour  $B_f < B_n$  c'est-à-dire quand la fission reste prédominante.

Le graphique de la partie inférieure droite met en évidence pour  $B_f > B_n$ , donc quand l'évaporation de neutron est majoritaire, l'influence de la densité de niveau  $a_i$  sur l'évaporation de neutron  $\Gamma_{n,i}$ , voir l'équation (4.15). Plus  $a_i$  est important, plus la largeur d'évaporation de neutron  $\Gamma_{n,i}$  diminue. Or, de manière générale, pour le cas de figure  $\Gamma_{n,i} > \Gamma_{f,i}$  donc si  $\Gamma_{n,i}$  diminue alors la compétition entre les deux modes de désexcitation est favorisée d'où une augmentation de  $\tau_{fiss}$ .

### Multiplicité de neutrons de précission et nombre d'événements normalisés

Une définition de la multiplicité de neutrons de précission est donnée dans la référence [87]. Pour utiliser cette dernière, nous devons modifier les notations de [87] car dans ce chapitre le premier isotope de la chaîne est l'isotope 0. Avec la simple barrière on peut écrire :

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{dP_{simple}(t)}{dt} = \sum_{s=0}^{s_{max}} \frac{dP_s(t)}{dt} = - \sum_{s=0}^{s_{max}} \Gamma_{f,s} P_s(t). \quad (4.25)$$

Par intégration on a donc  $1 - P(+\infty) = \sum_{s=0}^{s_{max}} p_s$  avec  $p_s = \int_0^{+\infty} \Gamma_{f,s} P_s(t) dt$ . La multiplicité de neutrons de précission est alors :

$$N_{simple} = \frac{\sum_{s=0}^{s_{max}} s \cdot p_s}{1 - P(+\infty)} = \frac{\sum_{s=0}^{s_{max}} s \cdot p_s}{\sum_{s=0}^{s_{max}} p_s}. \quad (4.26)$$

La multiplicité de neutrons de précission  $N_{simple}$  est inférieure à  $s_{max}$  (nombre maximal de neutrons évaporables par la chaîne de désexcitation) car statistiquement les différentes cascades isotopiques n'aboutissent pas toutes jusqu'au dernier isotope, la fission ayant lieu dans ce cas au niveau d'un isotope situé en amont.

En outre, par définition, le nombre d'événements normalisés plus longs que  $10^{-18}s$  est

$$P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s) = \frac{P(10^{-18}s) - P(+\infty)}{P(0) - P(+\infty)} \simeq \frac{P(10^{-18}s) - P(10^{-14}s)}{P(10^{-24}s) - P(10^{-14}s)}. \quad (4.27)$$

Le choix du temps  $10^{-18}s$  est motivé par les mesures effectuées au GANIL, voir partie 1.1.4. En pratique, pour la résolution numérique, 0 est approximé par  $10^{-14}s$  et  $10^{-24}s$  est une valeur pour laquelle on retrouve les mêmes résultats que pour  $t \rightarrow +\infty$ .

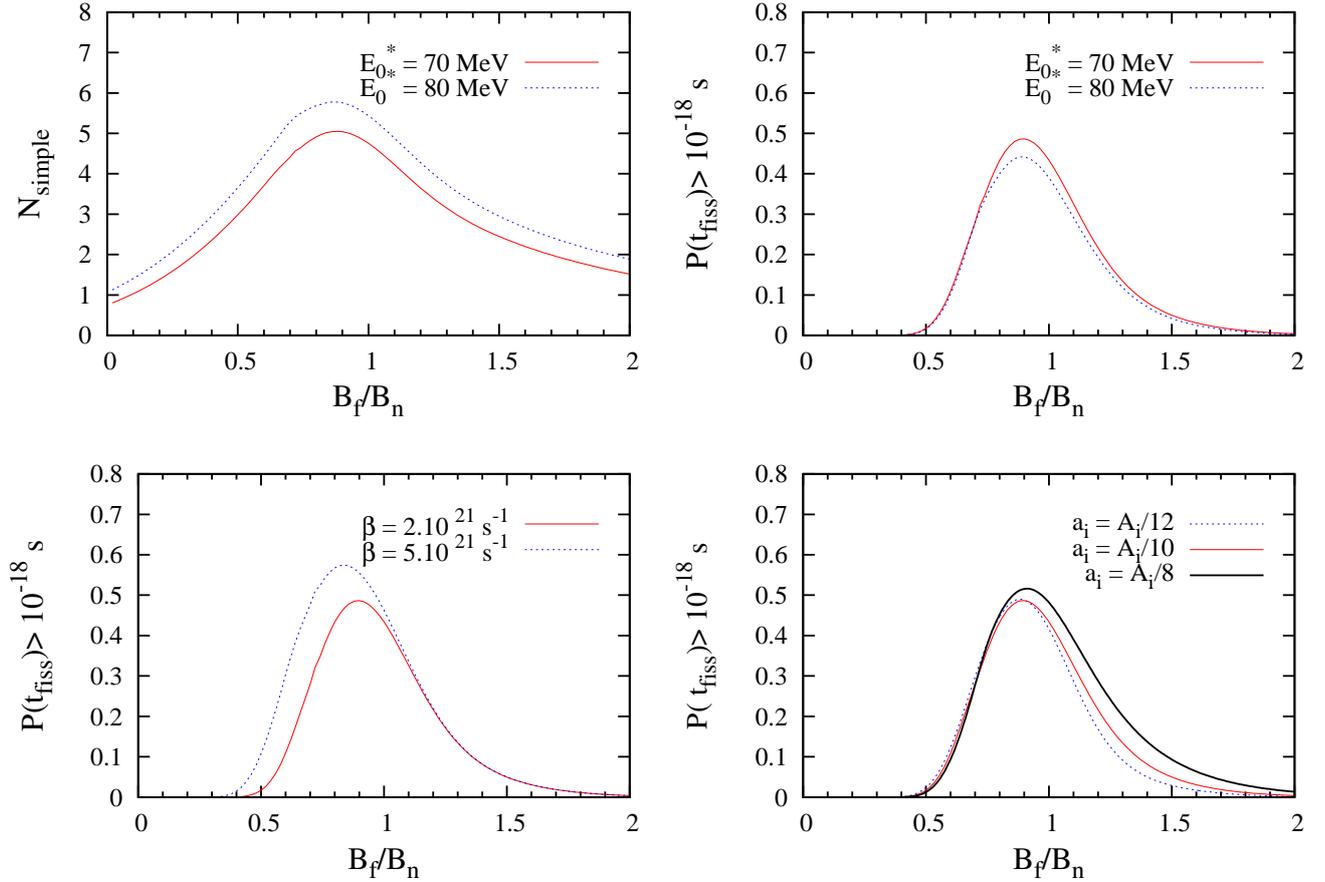


FIGURE 4.5: Multiplicité de neutrons de précision  $N_{simple}$  et nombre d'événements normalisés  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$  comme fonctions de  $B_f/B_n$ . L'étude variationnelle est effectuée avec les mêmes valeurs de référence que figure 4.4.

Dans les quatre graphiques de la figure 4.5, on retrouve que la compétition entre la fission thermique et l'évaporation de neutrons des différents isotopes de la cascade est la plus forte pour  $B_f/B_n \simeq 1$ .

Dans le graphique supérieur gauche de la figure 4.5, on remarque que la multiplicité de neutrons de précision  $N_{simple}$  est supérieure quand l'énergie d'excitation du noyau composé  $E_0^*$  est de 80 MeV au lieu de 70 MeV. Ceci peut s'expliquer par le fait que la cascade isotopique comporte un isotope supplémentaire avec  $E_0^* = 80$  MeV qu'avec 70 MeV, voir figure 4.3, et donc un nombre de neutrons de précision émis plus important. De plus le fait que de manière générale  $\Gamma_{n,i} > \Gamma_{f,i}$  permet de comprendre la valeur de la multiplicité de neutrons de précision  $N_{simple}$  globalement assez élevée pour ces deux énergies d'excitation.

Le graphique supérieur droit met en évidence le fait que  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$ , la probabilité d'événements de fission supérieur à  $10^{-18}s$ , diminue quand l'énergie d'excitation du noyau composé augmente, avec un maximum de probabilité d'événements pour  $B_f \simeq B_n$  dans les deux cas.

Le graphique inférieur gauche illustre le fait que pour  $B_f < B_n$  (cas où le mode de fission thermique est dominant) on retrouve l'influence du coefficient  $\beta$  : quand  $\beta$  augmente la fission, même si elle reste prépondérante, est moins favorisée donc  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$  est plus grande.

Le graphique inférieur droit confirme les modifications induites par le paramètre de densité  $a_i$  pour  $B_f < B_n$  (cas où le mode d'évaporation de neutrons est dominant) : plus  $a_i$  augmente, plus la largeur d'évaporation de neutron  $\Gamma_{n,i}$  diminue et se rapproche de la valeur de la largeur fission  $\Gamma_{f,i}$ . De ce fait, la compétition entre les deux principales voies de désexcitation est favorisée et  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$  est plus importante.

### Bilan sur l'évolution des grandeurs physiques pour $B_f$ constante

L'évolution des grandeurs physiques, voir figures 4.4 et 4.5, est liée aux valeurs des barrières de fission  $B_f$  et d'évaporation  $B_n$ . Suivant les cas de figure, on observe trois régimes :

- $B_n \gg B_f$  : le mode de désexcitation dominant est la fission.
- $B_n \simeq B_f$  : la compétition entre les deux modes fission et évaporation de neutrons est forte.
- $B_n \ll B_f$  : le mode de désexcitation dominant est l'évaporation de neutrons.

Dans le modèle étudié quand  $B_n \gg B_f$ , la fission étant le mode de désexcitation dominant, la globalité des noyaux fissionnent et peu de neutrons sont évaporés car seul le début de la chaîne de désexcitation est parcouru. La multiplicité de neutrons de préscission  $N_{simple}$  est alors faible et le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  est donc petit. Si  $B_f$  augmente, le nombre d'isotopes mis en jeu dans la chaîne augmente donc l'évaporation de neutrons est de plus en plus importante d'où une multiplicité de neutrons de préscission  $N_{simple}$  ainsi qu'un temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  croissants. On constate un comportement similaire pour  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$ , le nombre d'événements normalisés plus longs que  $10^{-18}s$ .

Pour  $B_n \simeq B_f$  :  $\tau_{fiss} \gg \tau_{fiss}^K \simeq 10^{-20}s$ . Le temps de fission moyen est beaucoup plus grand que le temps de fission de Kramers, car il y a une forte compétition entre les deux modes de désexcitation sur la totalité de la chaîne. Il en va de même pour  $N_{simple}$  et  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$ .

Au contraire, pour  $B_n \ll B_f$  l'évaporation de neutrons est le mode de désexcitation principal. Les événements de fission sont donc très peu probables et  $\tau_{fiss}$  redevient faible car seuls les premiers isotopes peuvent fissionner après avoir évaporé un petit nombre de neutrons, les noyaux ne sont alors plus assez chauds pour fissionner. De ce fait, la multiplicité de neutrons de préscission  $N_{simple}$  diminue.  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$  diminue également pour les mêmes raisons.

Avec le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  on peut mettre en évidence, quand  $B_n$  et  $B_f$  sont comparables, la grande sensibilité de cette modélisation par rapport à la barrière de fission  $B_f$  et par rapport aux énergies d'excitation  $E_i^*$  des isotopes de la chaîne. En particulier, pour une barrière d'évaporation  $B_n$  constante, un changement de la valeur de  $B_f$  modifie les critères de fission et joue sur l'aptitude à fissionner du dernier isotope. De plus, une modification de  $E_0^*$  peut impliquer un changement du nombre total d'isotopes de la chaîne en changeant la valeur de  $s_{max}$ . Ce type de comportement peut s'expliquer par le choix de conditions drastiques (de type Heaviside) pour les possibilités de fission et d'évaporation des différents isotopes. Dans certains cas de figure cela peut aboutir à des irrégularités non physiques, intrinsèques à la simplicité du modèle. Un traitement numérique avec le programme Kewpie2 [19, 73] prenant en compte la fission et l'évaporation de neutrons, de protons et de photons confirme ces considérations. Dans ce cadre plus général, l'évolution des grandeurs physiques est plus lissée qu'avec notre modèle.

Le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  et le nombre d'événements normalisés  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$  sont également sensibles au coefficient de friction réduit  $\beta$  quand la fission est le mode de désexcitation dominant et au paramètre de densité de niveau  $a_i$  quand l'évaporation de neutrons est le mode de désexcitation majoritaire.  $\beta$  et  $a_i$  sont des paramètres sensibles pour respectivement les largeurs de fission  $\Gamma_{f,i}$  et d'évaporation  $\Gamma_{n,i}$ . Si  $\beta$  augmente alors  $\Gamma_{f,i}$  diminue et si  $a_i$  augmente alors  $\Gamma_{n,i}$  diminue également. La forte compétition entre fission et évaporation de neutrons pouvant se traduire par  $\Gamma_{f,i} \simeq \Gamma_{n,i}$ , les variations de  $\beta$  et  $a_i$  optimisent les valeurs des grandeurs physiques quand les valeurs des deux types de barrières  $\Gamma_{f,i}$  et  $\Gamma_{n,i}$  sont similaires. Pour maximiser la compétition entre ces deux types de désexcitation, il faut donc soit diminuer  $\Gamma_{n,i}$  quand l'évaporation de neutrons est le mode de désexcitation dominant en augmentant  $a_i$ , soit diminuer  $\Gamma_{f,i}$  quand la fission est le mode de désexcitation majoritaire en augmentant  $\beta$ .

L'hypothèse de barrière de fission  $B_f$  constante n'est pas physique car elle ne tient pas compte de la structure des noyaux super-lourds. Avec les deux variantes du modèle académique envisagé dans la partie suivante, on considère les modifications induites par les corrections d'effets de couches sur les grandeurs physiques.

## 4.4 Prise en compte des corrections de couches

Les corrections d'effets de couches sont pour les noyaux super-lourds qui vérifient  $Z \geq 110$  l'unique source de stabilité car alors la barrière de fission du modèle de la goutte liquide est nulle. Avec ce type de noyaux, il est donc intéressant d'utiliser un modèle académique incluant ces corrections d'effets de couches. Pour ce faire, différentes approches sont possibles. Dans cette partie on utilise tout d'abord dans la partie 4.4.1 une approche intuitive puis ensuite dans la partie 4.4.2 la prescription d'Ignatyuk.

### 4.4.1 Première approche intuitive pour les effets de couches

On détermine respectivement l'énergie des isotopes  $E_i^*$  et la largeur d'évaporation  $\Gamma_{n,i}$  à partir des formules (4.12) et (4.15) du paragraphe précédent. La définition du paramètre de densité de niveau  $a_i$  reste inchangée par rapport au cas de la barrière de fission  $B_f$  constante. On utilise donc  $A_i/8$ ,  $A_i/10$  ou  $A_i/12$ . Cette première approche consiste à envisager, même si elle est critiquable [19, 71, 75], une barrière de fission de la forme

$$B_{f,i}^{SHE} \simeq |\Delta E_{shell}|_i e^{-E_i^*/E_d}, \quad (4.28)$$

avec  $|\Delta E_{shell}|_i$  la valeur absolue de la correction d'origine quantique de l'énergie de couche de l'isotope  $i$ , définie à partir de l'état fondamental.  $|\Delta E_{shell}|_i$  est supposée dans cette étude être la même pour tous les isotopes  $i$  de la chaîne. De plus,  $E_i^*$  est l'énergie d'excitation de l'isotope  $i$  par rapport au niveau fondamental et  $E_d = 18,5 \text{ MeV}$  l'énergie de « damping », paramètre caractéristique obtenu par extrapolation à partir des noyaux stables. En outre, comme les corrections d'énergie de couches sont négatives il y a un effet stabilisateur par abaissement des niveaux d'énergie, principalement au niveau du fondamental, ce qui implique une augmentation de la barrière de fission. Pour accéder à la largeur de fission  $\Gamma_{f,i}$  incluant le facteur correctif de Kramers-Strutinsky, il faut remplacer  $B_f$  par l'expression (4.18) dans la formule littérale de la largeur de fission.

Avec cette modélisation, il est difficile d'évaluer les valeurs absolues des corrections d'énergie de couches  $|\Delta E_{shell}|_i$  pour lesquelles la compétition entre fission et évaporation de neutrons est

maximale. Avec la définition de la barrière de fission (4.28),  $B_{f,i}^{SHE}$  varie en fonction de l'isotope  $i$  de la cascade de désexcitation. De manière générale avec  $|\Delta E_{shell}|_i \simeq 10$  MeV (valeur moyenne issue des tables de Koura), les barrières de fission  $B_{f,i}^{SHE}$  sont inférieures à  $B_n = 6$  MeV, sauf éventuellement en fin de chaîne de désexcitation. La compétition entre la fission et l'évaporation de neutrons est donc moins forte et c'est la fission qui est favorisée. Ceci induit une diminution plus importante des populations en fonction du temps par rapport au cas de la barrière de fission  $B_f$  constante car le canal de désexcitation par fission prédomine sur toute la cascade de désexcitation.

Dans la figure 4.6 les populations  $P_i(t)$  et la population totale  $P(t)$  sont déterminées par (4.21) et (4.22). On constate alors une décroissance beaucoup plus rapide des populations en comparaison avec le cas  $B_f$  constante. Le graphique supérieur de cette figure peut être comparé au graphique  $E_0^* = 70$  MeV de la figure 4.3. Dans le cas présent, la décroissance des populations étant importante, on ne peut visualiser l'évolution que des populations jusqu'à l'isotope 3. Au delà il faut regarder le graphique inférieur de la figure 4.6 sur lequel on visualise une décroissance de la population totale vers  $10^{-19}$  s. La probabilité de survie  $P_{surv}$  est donc faible.

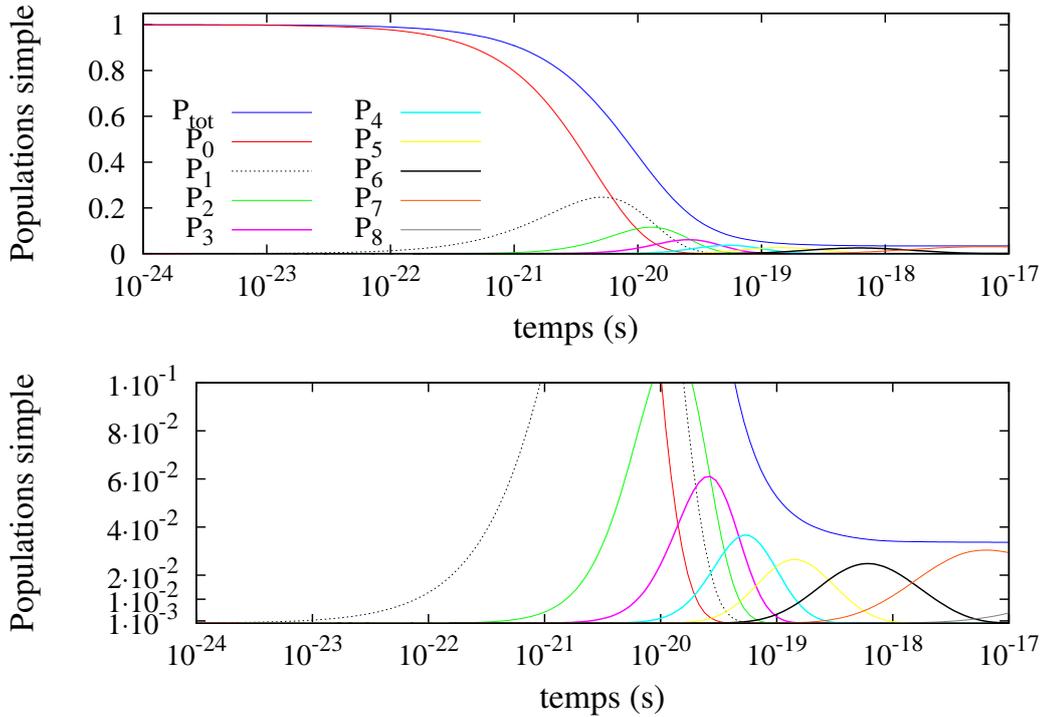


FIGURE 4.6: Populations  $P_i(t)$  et population totale  $P(t) = P_{tot}(t)$  en fonction du temps  $t$  pour deux échelles différentes afin d'observer tous les isotopes de la cascade avec  $|\Delta E_{shell}|=10$  MeV. Pour les deux graphiques on a  $E_0^* = 70$  MeV,  $\beta/(2\omega) = 0.66$ ,  $A_0 = 308$ ,  $a_i = A_i/10$ ,  $\hbar\omega = 1$  MeV et  $B_n = 6$  MeV. On remarque que  $P_{surv}$  est faible mais pas nulle.

Dans les différents graphiques de la figure 4.7 on remarque que la compétition entre la fission et l'évaporation de neutrons est maximale (les grandeurs physiques étant alors maximales) pour des énergies de correction de couches  $|\Delta E_{shell}| \simeq 10$  MeV. On retrouve la valeur moyenne des corrections d'énergies de couches de la table de Koura. Dans cette étude variationnelle du temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  les valeurs sont très inférieures à celles observées sur la figure 4.4 pour les trois graphiques qui concernent le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$ . De plus, les courbes de ces graphiques ne sont pas forcément centrées car la coordonnée horizontale est  $|\Delta E_{shell}|$  et pas  $|\Delta E_{shell}|/B_n$ .

Dans le graphique supérieur gauche de la figure 4.7, on retrouve le fait que le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  diminue quand l'énergie d'excitation du noyau composé  $E_0^*$  augmente.

Avec le graphique supérieur droit de cette même figure, on constate que le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  augmente quand  $B_n$  diminue car alors le processus d'évaporation de neutrons est moins prépondérant devant le processus de fission : la compétition entre ces deux canaux de désexcitation redevient donc plus forte car alors la prédominance du canal de fission est contrebalancée.

De manière générale on peut montrer que  $\Gamma_{f,i}$  diminue quand  $\beta$  augmente et que  $\Gamma_{f,i}$  augmente quand  $a_i$  diminue. De plus, une compétition forte entre les deux canaux de désexcitation peut se traduire par  $\Gamma_{n,i} \simeq \Gamma_{f,i}$ . On peut utiliser ces considérations pour comparer les deux graphiques inférieurs de la figure 4.7 avec leurs homologues de la figure 4.4. Sur les graphiques de gauche des deux figures on constate que la compétition entre les deux canaux de désexcitation augmente quand  $\beta$  augmente, de ce fait  $\tau_{fiss}$  est plus grand. En revanche pour les graphiques de droite de ces deux figures l'influence du paramètre de densité de niveau  $a_i$  est inversée : dans le cas présent on peut vérifier que, en général  $\Gamma_{n,i} \leq \Gamma_{f,i}$ , contrairement au cas  $B_f$  constante pour lequel de manière générale  $\Gamma_{n,i} > \Gamma_{f,i}$ . Avec la prise en compte des corrections d'effets de couches, la compétition entre fission et évaporation de neutrons est alors favorisée quand  $\Gamma_{n,i}$  augmente c'est-à-dire quand  $a_i$  décroît.

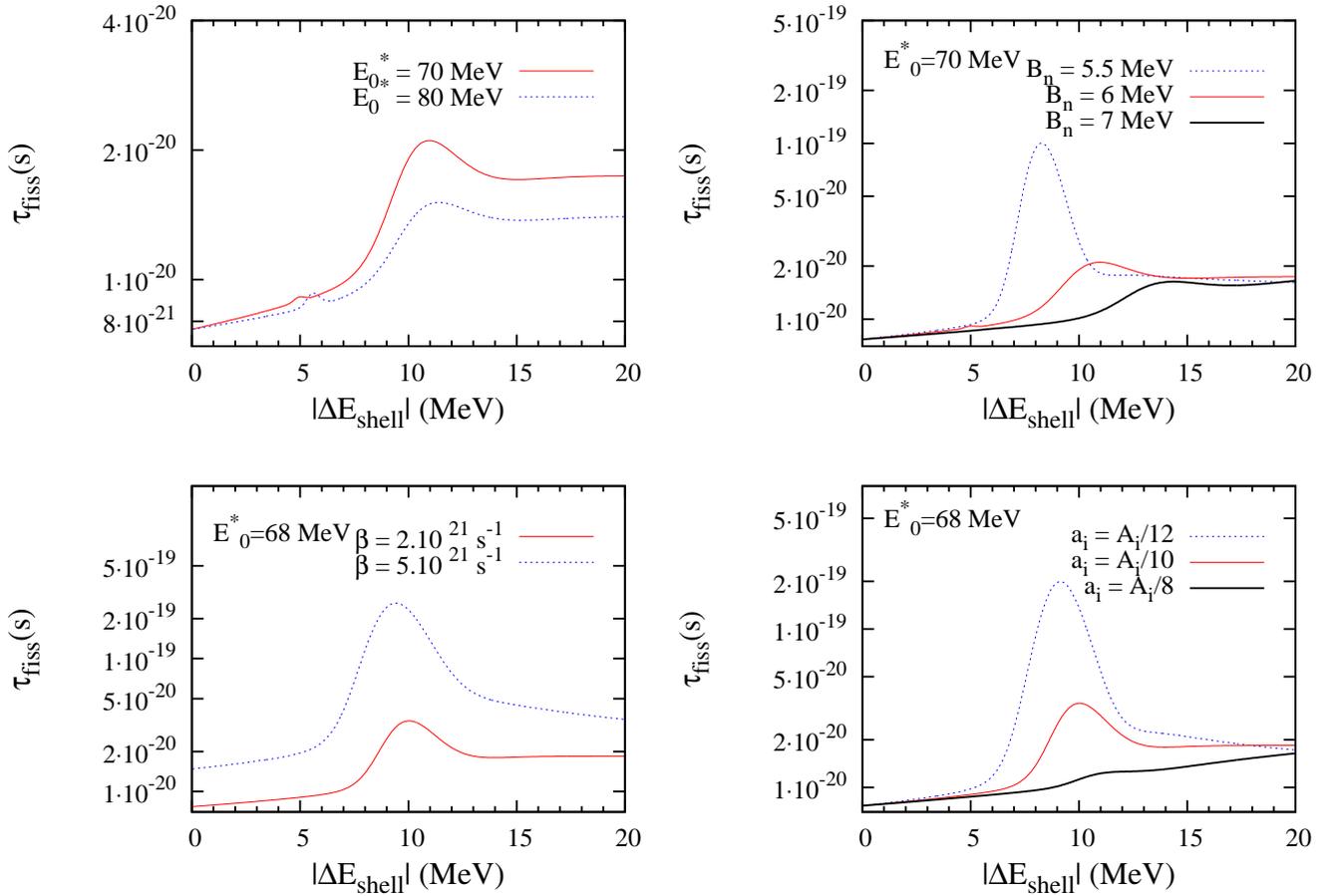


FIGURE 4.7: Temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  comme fonction de  $|\Delta E_{shell}|$ . L'étude variationnelle est effectuée autour des valeurs types  $A_0 = 308$ ,  $E_0^* = 70$  MeV,  $\beta/(2\omega) = 0.66$ ,  $a_i = A_i/10$ ,  $\hbar\omega = 1$  MeV et  $B_n = 6$  MeV.

Dans le graphique supérieur gauche de la figure 4.8, on confirme que la multiplicité de neutrons de précission  $N_{simple}$  augmente avec l'énergie d'excitation du premier isotope  $E_0^*$  et que par la même occasion dans le graphique supérieur droit le nombre d'événements normalisés supérieurs à  $10^{-18}$  s c'est-à-dire  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18} s)$  diminue (comme dans le cas  $B_f$  constante : voir les graphiques supérieurs gauche et droit de la figure 4.5).

De plus on peut comparer les graphiques inférieurs gauche et droit des figures 4.5 et 4.8. On retrouve alors pour le graphique de gauche le fait qu'une augmentation de  $\beta$ , le coefficient de friction réduit, favorise la forte compétition entre la fission et l'évaporation de neutrons (comme dans le cas  $B_f$  constante). De plus, dans le graphique de droite, une diminution du paramètre de densité de niveau  $a_i$  optimise la compétition entre la fission et l'évaporation de neutrons (contrairement au cas  $B_f$  constante). En effet, pour le modèle académique de cette partie de manière générale  $\Gamma_{n,i} \leq \Gamma_{f,i}$  (contrairement au cas  $B_f$  constante où généralement  $\Gamma_{n,i} > \Gamma_{f,i}$ ). Il faut donc ici augmenter  $\Gamma_{n,i}$  en diminuant  $a_i$ .

En outre, en accord avec l'évolution des populations dont la décroissance est rapide, voir figure 4.6, on retrouve le fait que la multiplicité de neutrons de précission  $N_{simple}$  est beaucoup plus petite que dans le cas  $B_f$  constante.

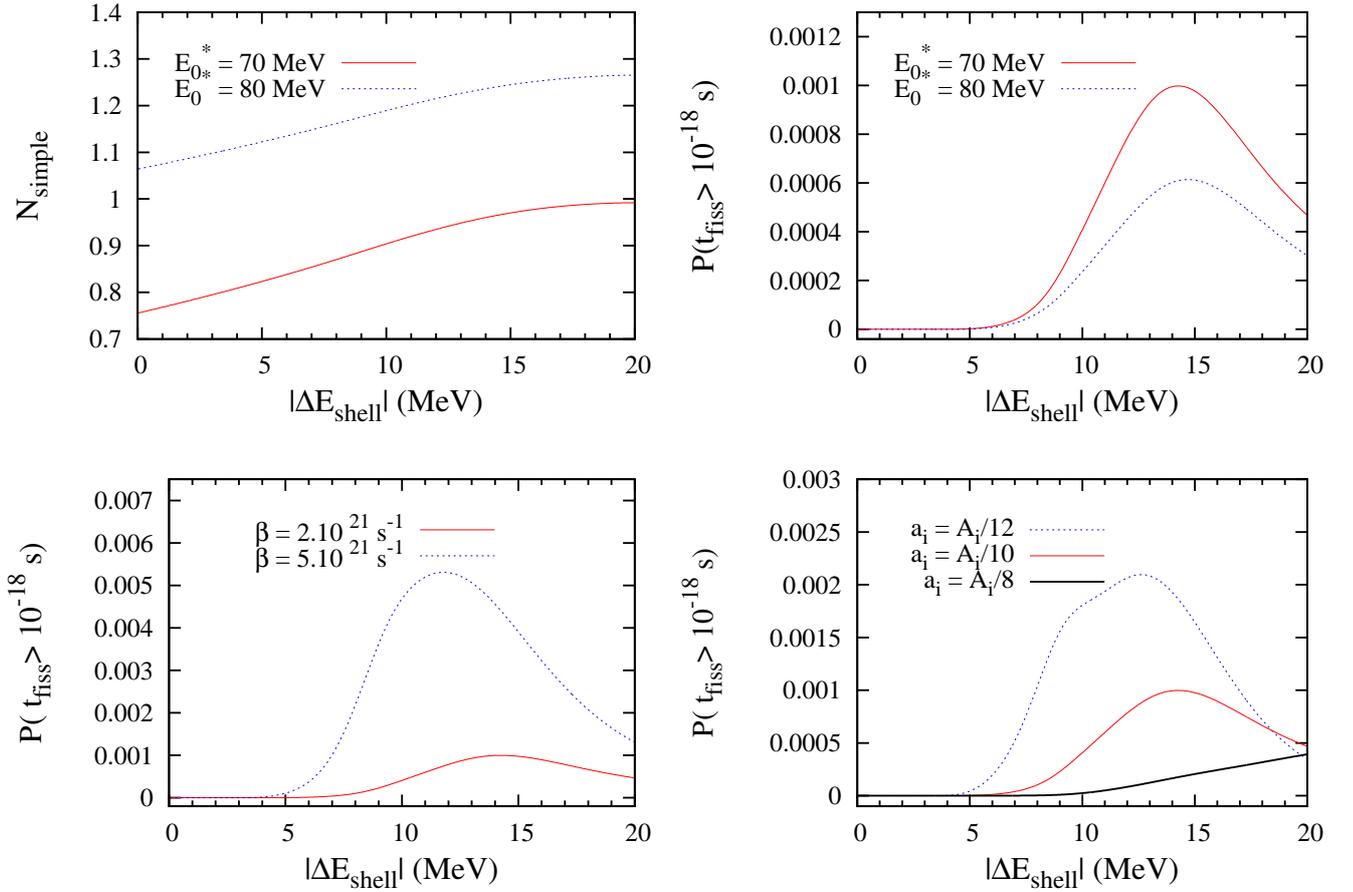


FIGURE 4.8: Multiplicité de neutrons de précission  $N_{simple}$  et nombre d'événements normalisés  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18} s)$  comme fonctions de  $|\Delta E_{shell}|$ . L'étude variationnelle est réalisée autour des valeurs types  $A_0 = 308$ ,  $E_0^* = 70$  MeV,  $\beta/(2\omega) = 0.66$ ,  $a_i = A_i/10$ ,  $\hbar\omega = 1$  MeV et  $B_n = 6$  MeV.

L'étude de ce modèle académique, où les corrections d'effets de couches sont prises en compte de manière simple, permet de confirmer les tendances générales d'évolution déjà présentes dans le modèle académique avec barrière de fission constante. Cependant, les valeurs des grandeurs physiques  $\tau_{fiss}$ ,  $N_{simple}$  et  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$  représentées dans les figures 4.7 et 4.8 sont inférieures aux valeurs attendues pour avoir compatibilité avec les résultats des mesures effectuées au GANIL par blocage cristallin. En particulier, la valeur de  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$  est inférieure de plusieurs ordres de grandeurs aux 10% mesurés.

La modélisation de la barrière de fission  $B_{f,i}^{SHE}$  définie par l'équation (4.28) constitue une approximation importante valide si  $E_i^* \gg B_f$  et si  $E_i^* \gg |\Delta E_{shell}|$  [19], ce qui n'est pas réaliste pour les derniers isotopes de la chaîne de désexcitation.

En outre, on doit tenir compte des changements induits par les corrections d'effets de couches sur le paramètre de densité de niveau  $a_i$  et sur les énergies d'excitation  $E_i^*$  des différents isotopes  $i$  de la cascade de désexcitation. Ces modifications nécessitent une redéfinition des largeurs de fission  $\Gamma_{f,i}$  et d'évaporation de neutrons  $\Gamma_{n,i}$ . C'est pourquoi nous utilisons dans la partie suivante une approche plus élaborée pour tenir compte des corrections d'effets de couches : la prescription d'Ignatyuk.

#### 4.4.2 Traitement de type Ignatyuk des effets de couches

Cette approche consiste à considérer que  $B_{f,i}^{SHE} \simeq |\Delta E_{shell}|_i$  car la correction d'effets de couches est définie par rapport à l'état fondamental. Par contre, l'abaissement en énergie dû aux effets de couches au niveau du point selle est négligé. On considère donc qu'au point selle  $|\Delta E_{shell}|_i = 0$ . Avec ce type de modélisation, le paramètre de densité de niveau  $a_i$ , l'énergie des isotopes  $E_i^*$ , les largeurs d'évaporation  $\Gamma_{n,i}$  et de fission  $\Gamma_{f,i}$  sont modifiés par ces corrections d'effets de couches.

En effet, le paramètre de densité de niveau des noyaux super-lourds est soumis à des irrégularités à cause des structures de couches nucléaires [19]. Une description traduisant le comportement physique de ce paramètre doit inclure cette dépendance d'où le choix de la définition d'Ignatyuk pour laquelle

$$a_i^{gd}(E_i^*) = a_i \left[ 1 - (1 - e^{-E_i^*/E_d}) \frac{|\Delta E_{shell}|_i}{E_i^*} \right], \quad (4.29)$$

avec  $a_i$  le paramètre de densité de niveau du paragraphe précédent. Au contraire, on considère que le paramètre de densité de niveau au point selle n'est pas modifié et vérifie donc  $a_i^{sd} = a_i$ .

L'énergie d'excitation de l'isotope  $i$ , définie à partir du niveau fondamental, est alors

$$E_{i+1}^* = E_i^* - \left( B_{n,i} + 2\sqrt{E_i^*/a_i^{gd}} \right). \quad (4.30)$$

De plus, la largeur d'évaporation  $\Gamma_{n,i}$  prend la forme

$$\Gamma_{n,i} = \frac{2\mu_i}{\pi^2 \hbar^3 \rho_{gd}(E_i^*, a_i^{gd})} \int_0^{\epsilon_i^{max}} \sigma_{inv}(\epsilon) \epsilon \rho_{gd}(\epsilon_i^{max} - \epsilon, a_{i+1}^{gd}) d\epsilon, \quad (4.31)$$

avec  $\epsilon_i^{max} = E_i^* - B_{n,i}$ . A partir de l'expression (4.31), on peut ainsi déterminer une formule

analytique pour  $\Gamma_{n,i}$  en utilisant la même méthode que dans le paragraphe précédent.

$$\Gamma_{n,i} = \frac{2\mu_i (a_i^{gd})^{1/4} E_i^{*5/4} \alpha_n R_n^2}{\pi \hbar^3 (a_{i+1}^{gd} \epsilon_i^{max})^{1/4}} e^{2\sqrt{a_{i+1}^{gd} \epsilon_i^{max}} - 2\sqrt{a_i^{gd} E_i^*}} \left[ \frac{\epsilon_i^{max} + \beta_n}{-5/4 + \sqrt{a_{i+1}^{gd} \epsilon_i^{max}}} - \frac{\epsilon_i^{max}}{-1/4 + \sqrt{a_{i+1}^{gd} \epsilon_i^{max}}} \right]. \quad (4.32)$$

On procède de même pour la largeur de fission corrigée  $\Gamma_{f,i}$  incluant le facteur de correction de Kramers-Strutinsky en utilisant  $T_i = \sqrt{E_i^*/a_i^{sd}}$ , la température de l'isotope  $i$  au point selle. Par analogie avec l'équation (4.18) on obtient alors la forme intégrale définie par l'équation (4.33)

$$\Gamma_{f,i} = \frac{\hbar\omega_K}{T_i} \frac{1}{2\pi\hbar\rho_{gd}(E_i^*, a_i^{gd})} \int_0^{E_i^* - |\Delta E_{shell}|} \rho_{sd}(E_i^* - |\Delta E_{shell}| - \epsilon, a_i^{sd}) d\epsilon. \quad (4.33)$$

En estimant ensuite une forme approchée de l'intégrale (4.33) la largeur de fission corrigée  $\Gamma_{f,i}$  est alors

$$\Gamma_{f,i} = \frac{\omega_K}{2\pi} \frac{(E_i^*)^{3/4}}{(E_i^* - |\Delta E_{shell}|)^{3/4}} \frac{(a_i^{gd})^{1/4}}{(a_i^{sd})^{1/4}} e^{2\sqrt{a_i^{sd}(E_i^* - |\Delta E_{shell}|)} - 2\sqrt{a_i^{gd} E_i^*}}. \quad (4.34)$$

On peut ainsi, à partir des nouvelles définitions des largeurs d'évaporation  $\Gamma_{n,i}$  (4.32) et de fission  $\Gamma_{f,i}$  (4.34), déterminer les populations  $P_i(t)$  et la population totale  $P(t)$ . Comme pour les autres exemples académiques, les définitions des populations en fonction des largeurs  $\Gamma_{n,i}$  et  $\Gamma_{f,i}$  restent les mêmes. On utilise donc à nouveau les expressions (4.21) et (4.22). Ce sont les largeurs d'évaporation de neutrons  $\Gamma_{n,i}$  et de fission  $\Gamma_{f,i}$  qui influent véritablement sur la dynamique de désexcitation de la cascade isotopique.

De ce fait, les nouvelles formes analytiques de ces largeurs étant très différentes de celles des modèles académiques précédents, les changements sur les populations et donc sur les grandeurs physiques sont donc a priori importants. En particulier, avec les mêmes valeurs usuelles que celles utilisées dans les modèles académiques précédents, on constate que le plus souvent  $\Gamma_{f,i} > \Gamma_{n,i}$ . De plus, cette inégalité est plus marquée que dans le cas du modèle intuitif de la partie 4.4.1. La fission thermique est donc a priori un mode de désexcitation encore plus marqué par rapport à l'évaporation de neutrons car la compétition entre fission thermique et évaporation de neutrons est moins forte.

En comparant la figure 4.6 et la figure 4.9 on constate en effet la décroissance beaucoup plus rapide des populations en comparaison avec la première approche intuitive pour considérer les corrections d'effets de couches. Cette différence de comportement est surtout visible pour la queue de la cascade de désexcitation. Dans le cas présent, au delà de  $10^{-19}s$  la population totale est quasi nulle (contrairement au cas de la figure 4.6) la probabilité de survie  $P_{surv}$  est alors nulle. La fission est donc un mode de désexcitation encore plus favorisé que dans le modèle académique intuitif de la partie 4.4.1.

Avec cette prescription d'Ignatyuk, contrairement au modèle académique de la partie 4.4.1, le paramètre de densité de niveau, les énergies d'excitation et les largeurs d'évaporation de neutrons et de fission sont modifiées par les corrections d'effets de couches. Les évolutions des populations et des grandeurs physiques associées sont donc très différentes de celles des autres modèles académiques.

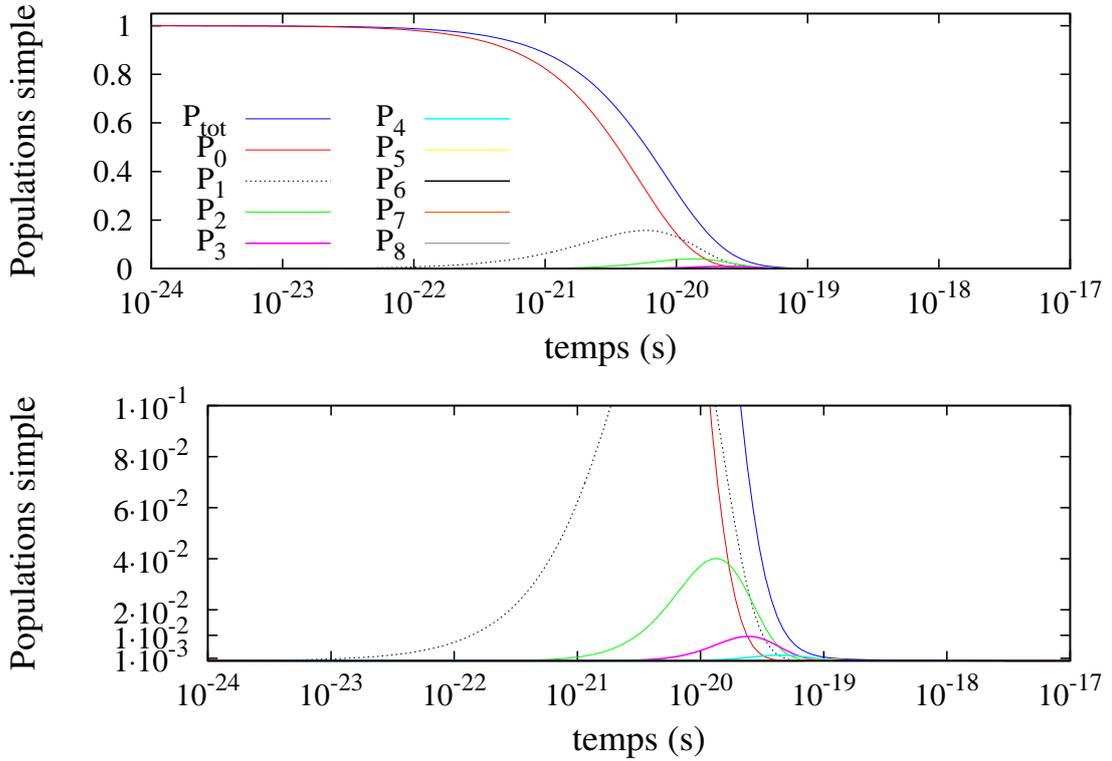


FIGURE 4.9: Populations  $P_i(t)$  et population totale  $P(t) = P_{tot}(t)$  en fonction du temps  $t$  pour deux échelles différentes afin d'observer tous les isotopes de la cascade avec  $|\Delta E_{shell}|=10$  MeV. Par analogie, on utilise les mêmes paramètres que dans la figure 4.6.

Quand on regarde l'ensemble des graphiques de la figure 4.10 on remarque la présence de pics centrés sur  $B_{f,i}^{SHE} \simeq |\Delta E_{shell}|_i \simeq B_{n,i} = 6$  MeV. Quand ils existent, ces pics traduisent la forte compétition entre la fission thermique et l'évaporation de neutrons.

Pour comparer les deux approches avec corrections d'effets de couches envisagées dans ce chapitre, on peut regarder la figure 4.7 et la figure 4.10. Ces deux figures représentent une étude variationnelle du temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  en fonction des corrections d'effets de couches  $|\Delta E_{shell}|$ .

Dans les différentes graphiques de ces deux figures, on retrouve les mêmes critères d'évolution pour l'énergie d'excitation  $E_i^*$ , la barrière d'évaporation de neutrons  $B_{n,i}$ , le coefficient de friction réduit  $\beta$  et le paramètre de densité de niveau  $a_i$ .

La principale différence (excepté les valeurs globalement plus petites des grandeurs physiques) est que dans la figure 4.10 l'évolution générale du temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  en fonction de  $|\Delta E_{shell}|$  en dehors des pics est monotone croissante, contrairement à la figure 4.7 où des paliers sont visibles.

Quand on compare la figure 4.8 et la figure 4.11, on constate que les conclusions issues des études variationnelles précédentes restent valides pour l'énergie d'excitation  $E_i^*$ , la barrière d'évaporation de neutrons  $B_{n,i}$ , le coefficient de friction réduit  $\beta$  ainsi que le paramètre de densité de niveau  $a_i$ .

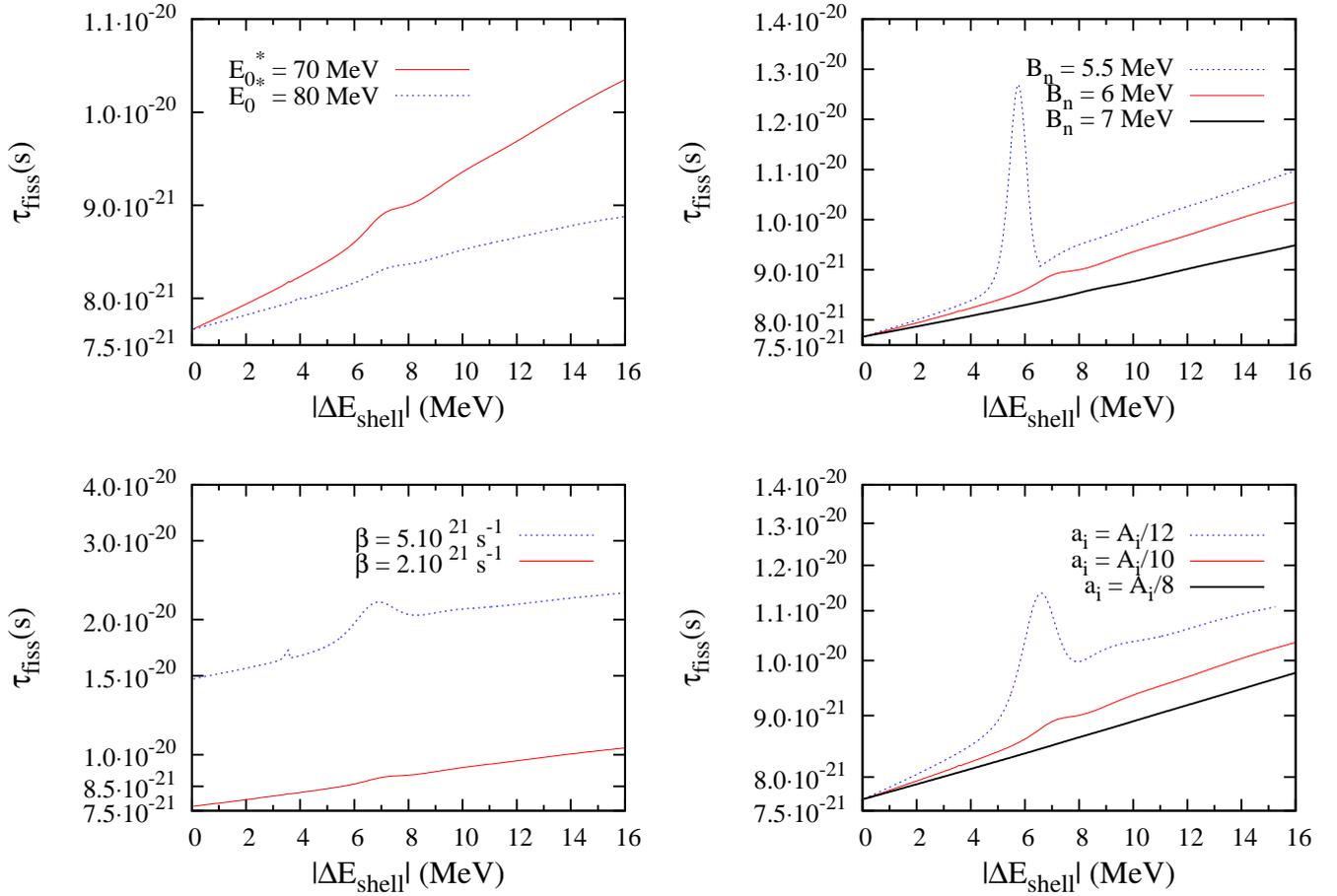


FIGURE 4.10: Temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  en fonction de  $|\Delta E_{shell}|$  selon la prescription d'Ignatyuk. L'étude variationnelle est effectuée autour des valeurs caractéristiques  $E_0^* = 70 \text{ MeV}$ ,  $B_n = 6 \text{ MeV}$ ,  $s_{max} = 8$ ,  $\hbar\omega = 1 \text{ MeV}$ ,  $\beta/(2\omega) = 0.66$ ,  $A_0 = 308$  et  $a_i = A_i/10$ . Par analogie, on conserve les mêmes paramètres que dans la figure 4.7.

Dans le graphique supérieur gauche de la figure 4.11 on remarque que la multiplicité de neutrons de précision  $N_{simple}$  est d'autant plus grande que l'énergie d'excitation  $E_0^*$  du noyau composé est petite. En outre, dans ce modèle académique, les largeurs d'évaporation  $\Gamma_{n,i}$  et de fission thermique  $\Gamma_{f,i}$  sont modifiées fortement par les corrections d'effets de couches  $|\Delta E_{shell}|$ .

En outre, le canal d'évaporation de neutrons est de plus en plus défavorisé par rapport au canal de fission thermique avec l'augmentation de  $|\Delta E_{shell}|$ . Plus précisément on peut montrer que  $\Gamma_{n,i}$  décroît plus vite que  $\Gamma_{f,i}$  en fonction de  $|\Delta E_{shell}|$ . De ce fait, la multiplicité de neutrons de précision  $N_{simple}$  décroît avec l'augmentation de  $|\Delta E_{shell}|$ . Les faibles valeurs de  $N_{simple}$  sont reliées aux cascades de désexcitation courtes, le nombre de neutrons émis avant fission est donc faible.

Dans les autres graphiques de la figure 4.11, on constate une évolution globalement croissante  $P(t_{fiss} > 10^{-18} \text{ s})$  du nombre normalisé d'événements de fission au delà de  $10^{-18} \text{ s}$  avec l'augmentation de  $|\Delta E_{shell}|$  jusqu'à  $|\Delta E_{shell}| = 8 \text{ MeV}$  avant de marquer un palier.

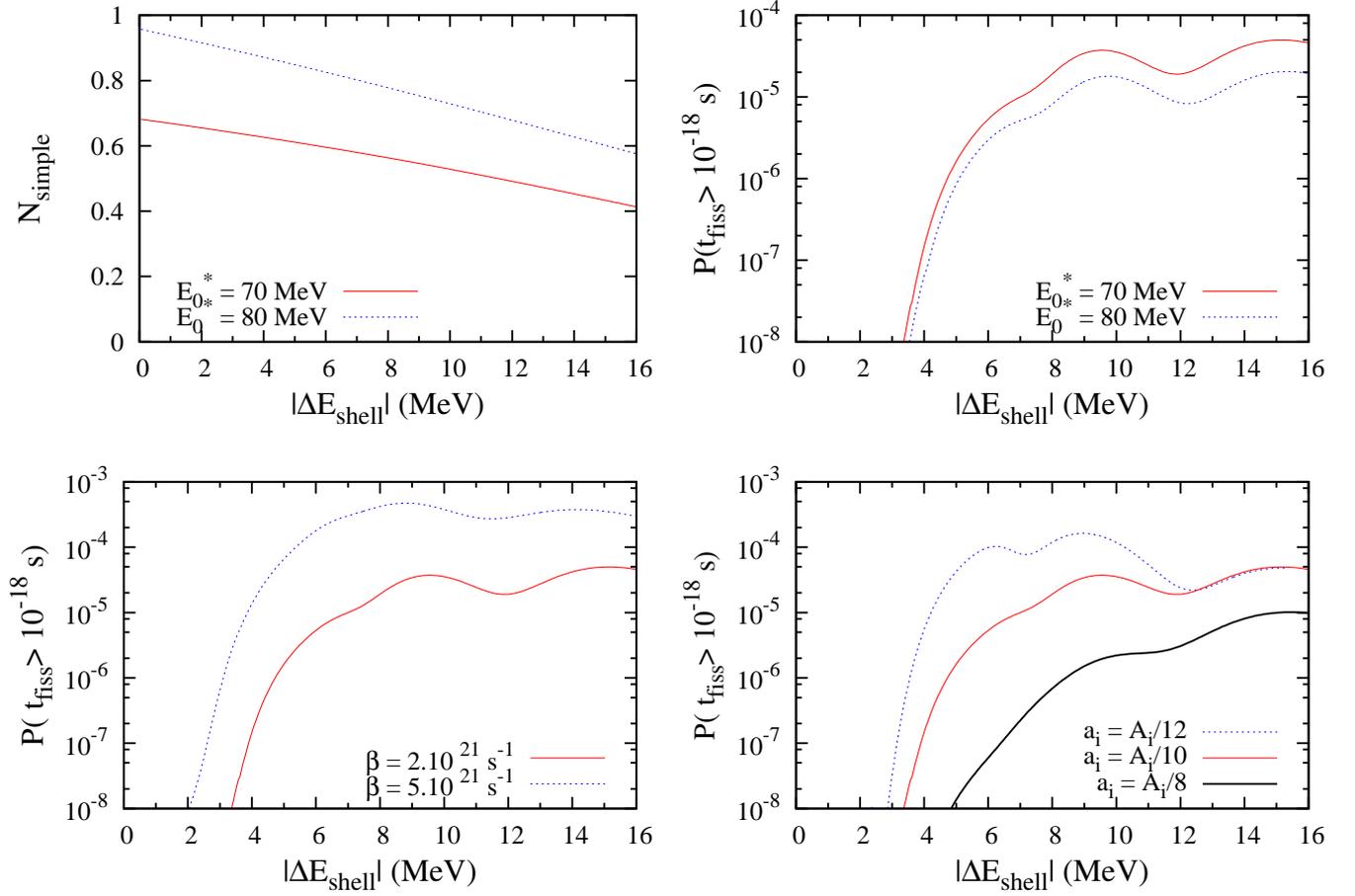


FIGURE 4.11: Multiplicité de neutrons de précission  $N$  et nombre d'événements normalisés plus longs que  $10^{-18}s$   $P(t_{fiss} > 10^{-18}s)$  comme fonctions de  $|\Delta E_{shell}|$  selon la prescription d'Ignatyuk. L'étude variationnelle est effectuée autour des valeurs usuelles  $E_0^* = 70MeV$ ,  $B_n = 6MeV$ ,  $s_{max} = 8$ ,  $\hbar\omega = 1MeV$ ,  $\beta/(2\omega) = 0.66$ ,  $A_0 = 308$  et  $a_i = A_i/10$ . Par analogie, on conserve les mêmes paramètres que dans la figure 4.8.

### Bilan sur l'évolution des grandeurs physiques avec corrections d'effets de couches

La décroissance des populations est plus importante dans le cas de la prescription d'Ignatyuk car dans ce cas, la désexcitation par fission thermique est encore plus favorisée qu'avec la première approche intuitive. De ce fait, la compétition entre la fission et l'évaporation de neutrons est donc moins forte pour la prescription d'Ignatyuk que pour l'approche intuitive.

Dans les deux modèles, quand l'énergie d'excitation du noyau composé  $E_0^*$  augmente, le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  et le nombre d'événements normalisés supérieurs à  $10^{-18}$  autrement dit  $P(t_{fiss} > 10^{-18}s)$  diminuent, contrairement à la multiplicité de précission  $N_{simple}$ . La compétition entre la fission thermique et l'évaporation de neutrons est favorisée quand les largeurs de fission et d'évaporation de neutrons sont proches.

De manière générale, pour les deux modèles avec corrections d'effets de couches, la largeur de fission est plus grande que la largeur d'évaporation de neutrons. Pour retrouver cette situation optimale avec l'approche intuitive et la prescription d'Ignatyuk il faut que le paramètre de friction

réduite augmente (ce qui fait diminuer la largeur de fission) et (ou) que le paramètre de densité de niveau diminue (ce qui fait augmenter la largeur d'évaporation de neutrons).

Ainsi, l'influence des définitions des largeurs d'évaporation de neutrons et de largeurs de fission est très grande car ces largeurs entrent dans la définition des populations des noyaux. Un point clé commun aux modèles académiques qui considèrent la compétition entre la fission thermique (avec barrière de fission constante ou avec correction d'effets de couches) et l'évaporation de neutrons consiste à déterminer les probabilités d'existence des différents noyaux en fonction du temps à partir desquelles on peut accéder aux grandeurs physiques. Plus la compétition entre la fission thermique et l'évaporation de neutrons est grande et plus les largeurs associées sont proches. Les variations des différents paramètres qui optimisent cette compétition sont toutes en accord avec ce constat.

## 4.5 Conclusion

Quand on considère la compétition entre la fission thermique et l'évaporation de neutrons, pour avoir 10 % d'événements de fission supérieurs à  $10^{-18}$ s vers la fin de la cascade, la compétition entre le canal de fission et les autres canaux de désexcitation doit être forte pour chaque noyau de cette cascade. Quand on remonte la cascade de désexcitation (et donc quand on remonte le temps), ce pourcentage d'événements de fission est d'autant plus grand que l'isotope considéré est proche du noyau composé initial. De ce fait, le pourcentage le plus élevé associé au noyau composé super-lourd doit être important.

Afin d'estimer l'ordre de grandeur des corrections d'effets de couches pour le noyau composé dans le cadre de la simple barrière, on considère pour le noyau composé un pourcentage d'événements de fission au pire supérieur ou égal à 10 %, et une énergie d'excitation du noyau composé de l'ordre de 70 MeV. On estime alors à partir du rapport de la largeur de fission sur la largeur totale  $\Gamma_{f,0}/(\Gamma_{f,0} + \Gamma_{n,0}) \simeq 10\%$  (ou encore à partir de barrière de fission définie par (4.28) estimée alors à 1 MeV) que la correction d'énergie de couches pour le noyau composé est de l'ordre de 50 MeV. Sur cet exemple on illustre donc le fait que la modélisation avec la simple barrière de la chaîne isotopique de désexcitation ne fonctionne pas car les valeurs des corrections d'effets de couches associées sont trop grandes pour être réalistes.

Parmi les autres pistes d'investigation possibles on peut s'intéresser à l'adjonction d'une barrière isomérique à la simple barrière de potentiel. Les états isomériques associés, de formes très différentes de la forme du noyau dans l'état fondamental, présentent une certaine stabilité qui se traduit par une augmentation de la durée de vie du noyau et donc de son temps de fission moyen. De ce fait, l'existence d'un puits de potentiel isomérique, voir partie **1.1.2**, peut être un élément d'explication des temps de fission longs. Dans le chapitre 5, on reprend donc l'étude des mêmes modèles académiques que dans ce chapitre 4 en considérant une double barrière de potentiel.

# Chapitre 5

## Noyau super-lourd et double barrière de fission

Le but de ce chapitre consiste à regarder si un potentiel avec une structure isomérique permet d'expliquer les mesures réalisées au GANIL par blocage cristallin. On ne connaît pas la forme de la barrière de noyaux super-lourds. Cependant, le choix de la double barrière est motivé par l'analogie que l'on peut faire avec la double barrière des actinides. De plus, certaines études prédisent l'existence de cette double barrière pour les noyaux super-lourds [27], voir partie 1.1.2. On s'intéresse donc aux observables qui sont dans ce cadre la probabilité de survie des résidus de fission et le pourcentage d'événements de temps de fission supérieur à  $10^{-18}s$ . On étudie aussi les grandeurs physiques comme le temps de fission moyen et la multiplicité de neutrons de préscission.

Dans ce chapitre on réutilise donc les mêmes modèles académiques que dans le chapitre 4 afin d'étudier les modifications induites par la présence d'une barrière isomérique sur les grandeurs physiques. Le potentiel  $V(q)$  présente donc une double barrière, voir figure 5.1.

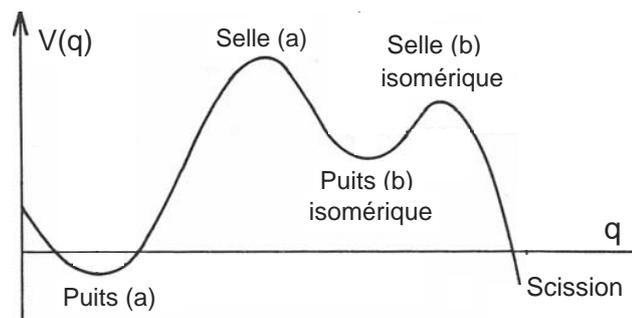


FIGURE 5.1: Le potentiel  $V(q)$  est constitué de deux puits de potentiel : le puits de potentiel (a) de l'état fondamental déjà présent dans l'étude du chapitre 4 et un puits de potentiel isomérique (b). Comme dans le chapitre 4, la coordonnée collective  $q$  est associée à la déformation du noyau composé. Les coordonnées collectives associées aux deux puits du potentiel  $V$  sont notées  $q_{gda}$  et  $q_{gdb}$  et les coordonnées collectives qui correspondent aux deux selles du potentiel sont dénommées  $q_{sda}$  et  $q_{sdb}$ . De plus, le point de scission, de coordonnée  $q_s$ , est encore considéré comme une frontière absorbante car, une fois ce point franchi, le noyau ne peut être reformé.

Dans un premier temps on revient sur le modèle académique où la fission thermique est le seul mode de désexcitation afin d'étudier l'influence de la forme de la barrière isomérique sur le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  et ainsi déterminer la forme qui maximise les écarts avec la simple barrière.

Dans un second temps on réutilise le modèle académique caractérisant la compétition entre les deux modes principaux de désexcitation, la fission thermique et l'évaporation de neutrons, dans le cas de figure où la barrière de fission  $B_f$  est considérée comme constante.

Dans un troisième temps, on revient sur le modèle académique incluant les corrections d'énergie de couches dans le traitement de la compétition entre la fission thermique et l'évaporation de neutrons. On envisage alors deux variantes pour modéliser les corrections d'effets de couches : une approche intuitive et la prescription d'Ignatyuk.

## 5.1 La fission comme seule voie de désexcitation

### 5.1.1 Modélisation du problème et probabilités d'existence

Dans le chapitre 4, on a mis en avant le fait que le temps de relaxation nucléaire peut être écarté de l'étude de la fusion-fission des noyaux super-lourds, voir partie 4.2. En effet, les noyaux composés ainsi formés sont déjà thermalisés. Cependant dans cette partie, on conserve le temps de relaxation nucléaire  $\tau_r$  afin de déterminer des relations de portée plus générale que le cas particulier de la fusion-fission des noyaux super-lourds.

#### Système d'équations

La probabilité d'existence du noyau composé  $P(t)$  est définie par  $P(t) = P_a(t) + P_b(t)$  avec  $P_a(t)$  et  $P_b(t)$  les probabilités d'existence dans l'état fondamental ( $a$ ) et dans l'état isomérique ( $b$ ). Pour calculer  $P_a(t)$  et  $P_b(t)$  on utilise le système d'équations (5.1) :

$$\begin{aligned} \frac{dP_a(t)}{dt} &= -\Gamma_{a \rightarrow b}(t)P_a(t) + \Gamma_{b \rightarrow a}P_b(t), \\ \frac{dP_b(t)}{dt} &= \Gamma_{a \rightarrow b}(t)P_a(t) - (\Gamma_{b \rightarrow a} + \Gamma_{b \rightarrow ext})P_b(t). \end{aligned} \quad (5.1)$$

Les largeurs de transitions  $\Gamma_{b \rightarrow a}$  et  $\Gamma_{b \rightarrow ext}$  sont supposées constantes contrairement à  $\Gamma_{a \rightarrow b}(t)$  :

$$\Gamma_{a \rightarrow b}(t) = h(t - \tau_r)\Gamma_{a \rightarrow b}, \quad (5.2)$$

forme qui permet de prendre en compte de manière simple le temps de relaxation nucléaire  $\tau_r$  avec  $h$  la distribution de Heaviside et  $\Gamma_{a \rightarrow b}$  la largeur asymptotique associée au régime stationnaire. Par analogie avec la simple barrière on peut définir des expressions du temps de relaxation nucléaire  $\tau_r$  valables dans les cas particuliers des régimes sur-amorti  $\beta/(2\omega_{gd}) \gg 1$  et sous-amorti  $\beta/(2\omega_{gd}) \ll 1$ . On utilise alors l'équation (4.9) avec cette fois-ci  $B_{a \rightarrow b}$  la hauteur de la première barrière de l'énergie potentielle pour aller de l'état fondamental métastable ( $a$ ) vers l'état isomérique ( $b$ ). Dans la suite de ce chapitre, on considère que  $\omega_{gd} = \omega_{sd} = \omega$ .

#### Probabilités d'existence

Avec les conditions initiales  $P_a(0) = 1$ ,  $P_b(0) = 0$ , (5.1) et (5.2) on a  $\forall t \in [0, \tau_r] : P_a(t) = 1$ ,  $P_b(t) = 0$ . Pour résoudre le problème on utilise la correspondance biunivoque entre la transformée de Laplace  $\tilde{P}_i$  et la probabilité de présence  $P_i(t)$ , avec  $i \in \{a, b\}$ , de chaque isotope de la chaîne de désexcitation. De ce fait, en utilisant la transformée de Laplace, on trouve  $\tilde{P}_a$  et  $\tilde{P}_b$ . Finalement, avec la transformée de Laplace inverse on obtient :

$$P_a(t) = 1 + h(t - \tau_r) \left[ e^{-\frac{\xi}{2}(t - \tau_r)} \left( \cosh \left[ \frac{\alpha}{2}(t - \tau_r) \right] - \frac{\gamma}{\alpha} \sinh \left[ \frac{\alpha}{2}(t - \tau_r) \right] \right) - 1 \right], \quad (5.3)$$

$$P_b(t) = \frac{2}{\alpha} h(t - \tau_r) \Gamma_{a \rightarrow b} e^{-\frac{\xi}{2}(t - \tau_r)} \sinh \left[ \frac{\alpha}{2}(t - \tau_r) \right], \quad (5.4)$$

avec

$$\alpha = \sqrt{\beta^2 - 4\Gamma_{a \rightarrow b}\Gamma_{b \rightarrow ext}}, \quad \xi = \Gamma_{a \rightarrow b} + \Gamma_{b \rightarrow a} + \Gamma_{b \rightarrow ext} \text{ et } \gamma = \Gamma_{a \rightarrow b} - \Gamma_{b \rightarrow a} - \Gamma_{b \rightarrow ext}.$$

Dans le cas particulier de la fusion-fission des noyaux super-lourds, on peut considérer que  $\tau_r^{SHE} \simeq 0$  d'où :

$$P_a(t) = e^{-\frac{\xi}{2}t} \left( \cosh \left[ \frac{\alpha}{2}t \right] - \frac{\gamma}{\alpha} \sinh \left[ \frac{\alpha}{2}t \right] \right), \quad (5.5)$$

$$P_b(t) = \frac{2}{\alpha} \Gamma_{a \rightarrow b} e^{-\frac{\xi}{2}t} \sinh \left[ \frac{\alpha}{2}t \right]. \quad (5.6)$$

A partir des probabilités d'existence, c'est-à-dire des populations, on peut alors accéder au temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$ .

### 5.1.2 Temps de fission moyen

#### Estimation du temps de fission moyen $\tau_{fiss}$ pour la double barrière

La probabilité d'existence du noyau composé, depuis la coordonnée initiale  $q_i$  jusqu'au point selle  $q_{sdb}$  est définie par  $P(t; q_{sdb}, q_i) = P_a(t; q_{sda}, q_i) + P_b(t; q_{sdb}, q_{sda})$ , avec  $P_a$  et  $P_b$  respectivement les probabilités de présence dans le puits  $a$  et dans le puits  $b$ . Par analogie avec (4.6) le temps de fission peut être défini par :

$$\tau_{fiss} = MFPT[q_i \rightarrow q_s] = NLRT[q_i \rightarrow q_{sdb}] + \tau_{sdb \rightarrow s}, \quad (5.7)$$

avec  $\tau_{sdb \rightarrow s}$  le temps du point selle  $q_{sdb}$  au point de scission  $q_s$ . En outre, à partir de (4.7), (5.3) et (5.4) on aboutit à

$$NLRT[q_i \rightarrow q_{sdb}] = \tau_r + \frac{1}{\Gamma_{b \rightarrow ext}} \left( 1 + \frac{\Gamma_{b \rightarrow a} + \Gamma_{b \rightarrow ext}}{\Gamma_{a \rightarrow b}} \right). \quad (5.8)$$

Ensuite avec (5.7) on trouve :

$$\tau_{fiss} = \tau_r + \frac{1}{\Gamma_{b \rightarrow ext}} \left( 1 + \frac{\Gamma_{b \rightarrow a} + \Gamma_{b \rightarrow ext}}{\Gamma_{a \rightarrow b}} \right) + \tau_{sdb \rightarrow s}. \quad (5.9)$$

Dans le cas particulier de la fusion-fission des noyaux super-lourds, on peut écarter le temps de relaxation nucléaire  $\tau_r$ . Le domaine de validité de cette équation (5.9) correspond à une température  $T$  plus petite que les barrières  $B_{a \rightarrow b}$ ,  $B_{b \rightarrow a}$  et  $B_{b \rightarrow ext}$  ainsi qu'une friction moyenne ou importante. En effet, dans ce cadre, les différentes largeurs correspondent à des largeurs de type Kramers, voir partie 4.2.

La différence de temps de fission moyen la plus grande entre la barrière double et la barrière simple est obtenue pour le cas particulier où toutes les barrières sont identiques d'où :

$$B_{a \rightarrow b} = B_{b \rightarrow a} = B_{b \rightarrow ext} \quad \Leftrightarrow \quad \Gamma_{a \rightarrow b} = \Gamma_{b \rightarrow a} = \Gamma_{b \rightarrow ext}. \quad (5.10)$$

La double barrière de potentiel est dans ce cas symétrique et correspond au potentiel **2.a** de la figure 5.2. Pour tous les autres potentiels de cette même figure 5.2 cette différence est moindre, le rapport (5.11) est compris entre 1 et 3. En effet, en considérant les différentes formules définissant  $\tau_{fiss}$  et  $NLRT$  pour la simple et la double barrière, on peut écrire les encadrements suivants :

$$1 \leq \frac{\tau_{fiss}(double)}{\tau_{fiss}(simple)} \leq \frac{NLRT(double)}{NLRT(simple)} \leq \frac{NLRT(double(\mathbf{2.a}))}{NLRT(simple)} \leq 3, \quad (5.11)$$

avec par hypothèse  $\tau_r^{SHE} \simeq 0$  et des temps de descente identiques pour les cas double et simple barrière donc  $\tau_{sd \rightarrow s} = \tau_{sdb \rightarrow s}$ . De plus,  $\tau_{fiss}(double)$ ,  $\tau_{fiss}(simple)$ ,  $NLRT(double)$ ,  $NLRT(simple)$  sont définis respectivement par les équations (5.9), (4.11), (5.8) et (4.9). La borne supérieure 3 du rapport (5.11) est obtenue à la limite  $\tau_{sd \rightarrow s} = \tau_{sdb \rightarrow s} \rightarrow 0$ .

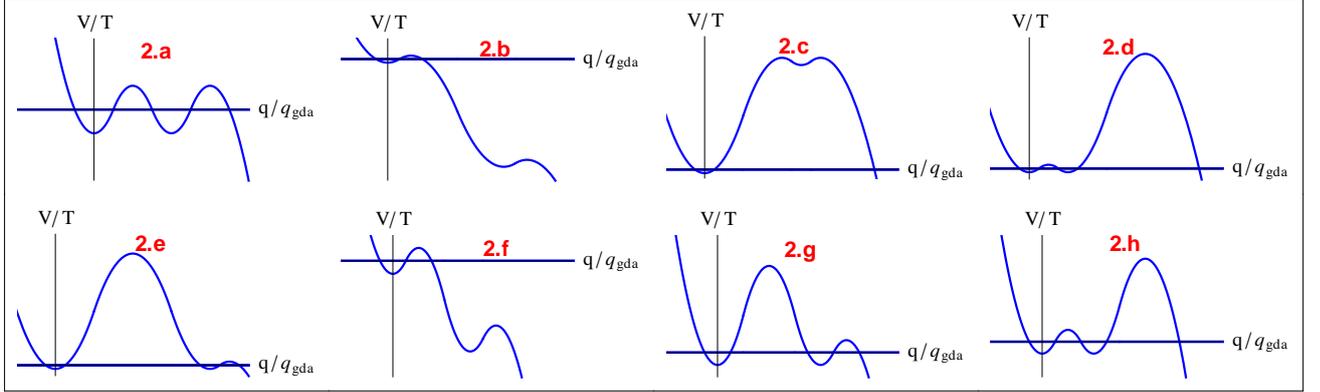


FIGURE 5.2: Différents types de barrières isomériques. En particulier, on remarque la double barrière symétrique (**2.a**) qui maximise les différences entre la double barrière et la simple barrière de potentiel.

De manière générale, il y a maximisation des effets entre la simple et la double barrière quand les puits et les selles du potentiel sont symétriques. Ce constat reste vrai pour un nombre variable de barrières de potentiel comme par exemple la triple barrière de potentiel. Par la même méthode que celle utilisée avec la double barrière, on peut montrer que le rapport maximal du temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  de la triple barrière symétrique par la simple barrière est de 6. Dans toutes les autres barrières triples, ce rapport est inférieur. On a alors, dans les mêmes conditions que précédemment, l'encadrement suivant :

$$1 \leq \frac{\tau_{fiss}(triple)}{\tau_{fiss}(simple)} \leq 6, \quad (5.12)$$

Dans le cas de la fusion-fission des noyaux super-lourds, avec les valeurs usuelles  $\beta/(2\omega) = 1.5$  et  $T/B = 0.5$ , on a  $NLRT[q_i \rightarrow q_{sd}] = 3/\Gamma_f^K \simeq 3 \cdot 10^{-20} s$ . De ce fait, le temps de descente du point selle  $q_{sdb}$  associé à l'état isomérique jusqu'au point de scission  $q_s$  (même s'il peut être grand dans le cas des noyaux super-lourds) ne permet pas à lui seul de comprendre l'existence de temps de fission de l'ordre de  $10^{-18} s$ . Les doubles barrières (ou mêmes les triples car pour la triple barrière symétrique  $NLRT[q_i \rightarrow q_{sd}] = 6/\Gamma_f^K \simeq 6 \cdot 10^{-20} s$ ) ne permettent donc pas de comprendre dans le cadre de la fission comme seule source de désexcitation les temps de fission déterminés au GANIL par blocage cristallin. Il faut donc impérativement tenir compte de la compétition avec l'évaporation de neutrons.

Dans la gamme d'énergie d'excitation envisagée ( $E_0^* \leq 100$  MeV pour le noyau composé super-lourd), on peut maintenant étudier l'influence des deux principaux processus de désexcitation : l'évaporation de neutrons sur la dynamique de désexcitation du système. De plus, afin de maximiser les différences entre la double et la simple barrière, on étudie donc dans la majeure partie de la suite du chapitre une double barrière symétrique du type **2.a** de la figure 5.2.

## 5.2 Désexcitation par fission et évaporation de neutrons

### 5.2.1 Modélisation du problème et populations

Modélisation du problème et exemples académiques étudiés

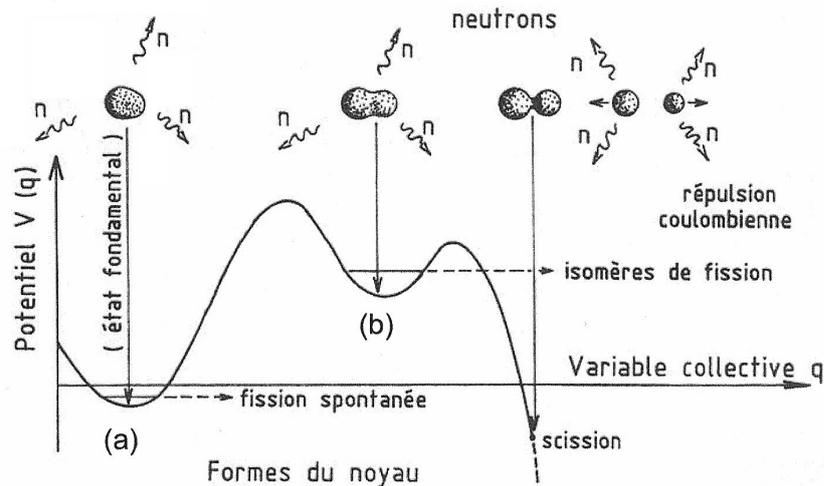


FIGURE 5.3: Exemple de la double barrière de fission. L'état fondamental est associé au puits (a) et le puits isomérique correspond au puits (b). Les neutrons de préscission et de postscission désexcitent le système respectivement avant et après le point de scission. Dans cette étude on s'intéresse uniquement à la compétition entre la fission thermique et la désexcitation due aux neutrons de préscission. Le potentiel  $V$  est une fonction de la variable collective  $q$  représentant la déformation du noyau. Figure adaptée de la référence [7].

Dans cette partie du chapitre, on étudie l'évolution dynamique du noyau composé quand il y a compétition entre la fission thermique et l'évaporation de neutrons. Par analogie avec le chapitre 4, on envisage l'existence d'une chaîne d'isotopes qui émettent successivement un neutron avant la fission éventuelle du dernier des isotopes de la chaîne. Afin d'étudier l'influence de la forme de la barrière de fission sur la dynamique, on considère une double barrière de fission. On considère que la barrière d'évaporation de neutron ne varie pas et quelle est indépendante de l'isotope. Afin d'accéder aux grandeurs physiques, on suppose dans un premier temps que la barrière de fission est constante avant de prendre en compte dans un deuxième temps les corrections d'effets de couches.

Afin de comparer les cas simple et double barrières, les conditions initiales sont les mêmes que pour la simple barrière, voir partie 4.3.2. Les seuls changements concernent les conditions initiales sur les populations. Pour la simple barrière de fission :  $P_0(t=0) = 1$  et  $P_s(t=0) = 0$  avec  $0 < s \leq s_{max}$ . Pour la double barrière de fission :  $P_0(t=0) = P_{0b}(t=0) + P_{0a}(t=0) = 1$  avec  $P_{0a}(t=0) = 1$ ,  $P_{0b}(t=0) = P_s(t=0) = 0$  avec  $0 < s \leq s_{max}$ , car on suppose que, contrairement à l'état fondamental (a), l'état isomérique (b) du noyau composé n'est pas initialement peuplé.

### Populations, équations de Bateman et transformée de Laplace

Les populations correspondent à la répartition des isotopes en fonction du temps. Pour la double barrière, la population de l'isotope  $i$  est maintenant  $P_i(t) = P_{ia}(t) + P_{ib}(t)$ , avec  $P_{ia}$  et  $P_{ib}$

respectivement la population de l'état fondamental ( $a$ ) et la population de l'état isomérique ( $b$ ) associées à l'isotope  $i$ . En outre, on suppose que  $\Gamma_{n,ia} = \Gamma_{n,ib} = \Gamma_{n,i}$ . La population totale est alors

$$P(t) = P_{double}(t) = \sum_{i=0}^{smax} P_i(t). \quad (5.13)$$

Pour calculer  $P_{0a}(t)$  et  $P_{0b}(t)$  on utilise les équations de Bateman

$$\begin{aligned} \frac{dP_{0a}(t)}{dt} &= -(\Gamma_{a \rightarrow b,0} + \Gamma_{n,0})P_{0a}(t) + \Gamma_{b \rightarrow a,0}P_{0b}(t), \\ \frac{dP_{0b}(t)}{dt} &= \Gamma_{a \rightarrow b,0}P_{0a}(t) - (\Gamma_{b \rightarrow a,0} + \Gamma_{f,0} + \Gamma_{n,0})P_{0b}(t), \end{aligned} \quad (5.14)$$

et pour calculer  $P_{ia}(t)$  et  $P_{ib}(t)$  on s'appuie sur

$$\begin{aligned} \frac{dP_{ia}(t)}{dt} &= \Gamma_{n,i-1}P_{i-1a}(t) + \Gamma_{b \rightarrow a,i}P_{ib}(t) - (\Gamma_{a \rightarrow b,i} + \Gamma_{n,i})P_{ia}(t), \\ \frac{dP_{ib}(t)}{dt} &= \Gamma_{n,i-1}P_{i-1b}(t) + \Gamma_{a \rightarrow b,i}P_{ia}(t) - (\Gamma_{b \rightarrow a,i} + \Gamma_{f,i} + \Gamma_{n,i})P_{ib}(t). \end{aligned} \quad (5.15)$$

Enfin, pour la population du dernier isotope  $\Gamma_{n,smax} = 0$  car ce dernier ne peut plus évaporer de neutron et sa fission est possible uniquement si  $B_n > B_f$ .

$$\begin{aligned} \frac{dP_{smaxa}}{dt} &= \Gamma_{n,smax-1}P_{smax-1a} + \Gamma_{b \rightarrow a,smax}P_{smaxb} - \Gamma_{a \rightarrow b,smax}P_{smaxa} \\ \frac{dP_{smaxb}}{dt} &= \Gamma_{n,smax-1}P_{smax-1b} + \Gamma_{a \rightarrow b,smax}P_{smaxa} - (\Gamma_{b \rightarrow a,smax} + \Gamma_{f,smax} + \Gamma_{n,smax})P_{smaxb} \text{ si } B_n > B_f \\ \frac{dP_{smaxb}}{dt} &= \Gamma_{n,smax-1}P_{smax-1b} + \Gamma_{a \rightarrow b,smax}P_{smaxa} - (\Gamma_{b \rightarrow a,smax} + \Gamma_{n,smax})P_{smaxb} \text{ si } B_n < B_f. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Pour transformer le système d'équations différentielles en système d'équations algébriques et ainsi déterminer les populations des différents isotopes de la cascade, on se base sur la théorie de la transformée de Laplace.

## 5.2.2 Calcul exact des populations

En utilisant les transformées de Laplace on peut alors obtenir, à partir des équation de Bateman,  $\tilde{P}_{ia}$  et  $\tilde{P}_{ib}$  avec  $0 \leq i \leq smax$ . Dans la suite ce chapitre on utilise pour simplifier l'écriture des différentes formules analytiques les largeurs intermédiaires  $\Gamma_{ia}$  et  $\Gamma_{ib}$ . Les définitions de ces largeurs sont :  $\Gamma_{ia} = \Gamma_{a \rightarrow b,i} + \Gamma_{n,i}$  et  $\Gamma_{ib} = \Gamma_{b \rightarrow a,i} + \Gamma_{n,i} + \Gamma_{f,i}$ .

### Populations du noyau composé, premier des isotopes : $s = 0$

En utilisant la transformée de Laplace inverse avec  $P_{0a}(0) = 1$  et  $P_{0b}(0) = 0$ , car on considère que le noyau composé super-lourd est initialement dans le puits de l'état fondamental ( $a$ ), on a :

$$\begin{aligned} P_{0a}(t) &= e^{-(\Gamma_{0a} + \Gamma_{0b})\frac{t}{2}} \left[ \cosh(\Gamma_0 \frac{t}{2}) + \frac{\Gamma_{0b} - \Gamma_{0a}}{\Gamma_0} \sinh(\Gamma_0 \frac{t}{2}) \right], \\ P_{0b}(t) &= 2e^{-(\Gamma_{0a} + \Gamma_{0b})\frac{t}{2}} \frac{\Gamma_{a \rightarrow b,0}}{\Gamma_0} \sinh(\Gamma_0 \frac{t}{2}), \end{aligned} \quad (5.17)$$

avec  $\Gamma_0 = \sqrt{(\Gamma_{0a} - \Gamma_{0b})^2 + 4\Gamma_{a \rightarrow b,0}\Gamma_{b \rightarrow a,0}} > 0$  qui est le déterminant du polynôme suivant

$$(s + \Gamma_{0a})(s + \Gamma_{0b}) - \Gamma_{a \rightarrow b,0} \Gamma_{b \rightarrow a,0} = s^2 + (\Gamma_{0a} + \Gamma_{0b})s + \Gamma_{0a} \Gamma_{0b} - \Gamma_{a \rightarrow b,0} \Gamma_{b \rightarrow a,0}. \quad (5.18)$$

Les racines de ce polynôme vérifient  $\theta_{02} < \theta_{01} < 0$  et peuvent s'écrire :

$$\theta_{01} = \frac{-(\Gamma_{0a} + \Gamma_{0b}) + \Gamma_0}{2} \quad \theta_{02} = \frac{-(\Gamma_{0a} + \Gamma_{0b}) - \Gamma_0}{2}. \quad (5.19)$$

On peut alors exprimer  $P_{0a}(t)$  et  $P_{0b}(t)$  sous une forme plus générale, pour les mêmes conditions initiales ( $P_{0a}(0) = 1$  et  $P_{0b}(0) = 0$ ) avec  $\delta_{o,a}(\theta_{0j}) = \Gamma_{0b} + \theta_{0j}$  et  $\delta_{o,b}(\theta_{0j}) = \Gamma_{a \rightarrow b,0}$  :

$$P_{0a}(t) = e^{\theta_{01}t} \frac{\Gamma_{0b} + \theta_{01}}{(\theta_{01} - \theta_{02})} + e^{\theta_{02}t} \frac{\Gamma_{0b} + \theta_{02}}{(\theta_{02} - \theta_{01})} = \sum_{j=1, j \neq k}^2 e^{\theta_{0j}t} \frac{\delta_{o,a}(\theta_{0j})}{(\theta_{0j} - \theta_{0k})}, \quad (5.20)$$

$$P_{0b}(t) = e^{\theta_{01}t} \frac{\Gamma_{a \rightarrow b,0}}{(\theta_{01} - \theta_{02})} + e^{\theta_{02}t} \frac{\Gamma_{a \rightarrow b,0}}{(\theta_{02} - \theta_{01})} = \sum_{j=1, j \neq k}^2 e^{\theta_{0j}t} \frac{\delta_{o,b}(\theta_{0j})}{(\theta_{0j} - \theta_{0k})}. \quad (5.21)$$

### Populations des isotopes tels que $0 < s < s_{max}$

Pour déterminer les autres populations  $P_{sa}(t)$  et  $P_{sb}(t)$ ,  $0 < s < s_{max}$ , on utilise le polynôme

$$(s + \Gamma_{ia})(s + \Gamma_{ib}) - \Gamma_{a \rightarrow b,i} \Gamma_{b \rightarrow a,i} = s^2 + (\Gamma_{ia} + \Gamma_{ib})s + \Gamma_{ia} \Gamma_{ib} - \Gamma_{a \rightarrow b,i} \Gamma_{b \rightarrow a,i}, \quad (5.22)$$

dont les racines  $\theta_{i1}$  et  $\theta_{i2}$ , vérifiant  $\theta_{i2} < \theta_{i1} < 0$ , ainsi que le déterminant associé  $\Gamma_i$  sont :

$$\theta_{i1} = \frac{-(\Gamma_{ia} + \Gamma_{ib}) + \Gamma_i}{2}, \quad \theta_{i2} = \frac{-(\Gamma_{ia} + \Gamma_{ib}) - \Gamma_i}{2} \quad \text{et} \quad \Gamma_i = \sqrt{(\Gamma_{ia} - \Gamma_{ib})^2 + 4\Gamma_{a \rightarrow b,i} \Gamma_{b \rightarrow a,i}} > 0. \quad (5.23)$$

A partir des transformées de Laplace  $\tilde{P}_{sa}$  et  $\tilde{P}_{sb}$  que l'on détermine par récurrence, on applique les transformées de Laplace inverses pour accéder aux populations  $P_{sa}(t)$  et  $P_{sb}(t)$ .

En particulier, on utilise des termes intermédiaires  $\delta_{s,a}(\theta_{ij})$  et  $\delta_{s,b}(\theta_{ij})$  qui sont eux aussi établis par récurrence à partir des conditions initiales  $P_{0a}(0) = 1$ ,  $P_{0b}(0) = 0$  et  $P_{sa}(0) = P_{sb}(0) = 0$  avec  $0 < s < s_{max}$ . A partir de  $\delta_{0,a}(\theta_{ij}) = \theta_{ij} + \Gamma_{0b}$  et  $\delta_{0,b}(\theta_{ij}) = \Gamma_{a \rightarrow b,0}$  on détermine alors  $\delta_{s,a}(\theta_{ij}) = (\theta_{ij} + \Gamma_{sb})\delta_{s-1,a}(\theta_{ij}) + \Gamma_{b \rightarrow a,s}\delta_{s-1,b}(\theta_{ij})$  et  $\delta_{s,b}(\theta_{ij}) = (\theta_{ij} + \Gamma_{sa})\delta_{s-1,b}(\theta_{ij}) + \Gamma_{a \rightarrow b,s}\delta_{s-1,a}(\theta_{ij})$ .

Après calculs, on trouve que les populations sont

$$P_{sa}(t) = \delta_s \sum_{i=0}^s \sum_{j=1}^2 e^{\theta_{ij}t} \frac{\delta_{s,a}(\theta_{ij})}{\psi_{ij}^s} \quad \text{et} \quad P_{sb}(t) = \delta_s \sum_{i=0}^s \sum_{j=1}^2 e^{\theta_{ij}t} \frac{\delta_{s,b}(\theta_{ij})}{\psi_{ij}^s}, \quad (5.24)$$

$$\begin{aligned} \text{avec :} \quad \delta_s &= \prod_{i=0}^{s-1} \Gamma_{n,i} & \psi_{ij}^s &= \prod_{l=0}^s \prod_{k=1}^2 (\theta_{ij} - \theta_{lk})_{ij \neq lk}, \\ \delta_{s,a}(\theta_{ij}) &= (\theta_{ij} + \Gamma_{sb})\delta_{s-1,a}(\theta_{ij}) + \Gamma_{b \rightarrow a,s}\delta_{s-1,b}(\theta_{ij}), \\ \delta_{s,b}(\theta_{ij}) &= (\theta_{ij} + \Gamma_{sa})\delta_{s-1,b}(\theta_{ij}) + \Gamma_{a \rightarrow b,s}\delta_{s-1,a}(\theta_{ij}). \end{aligned} \quad (5.25)$$

Les conditions initiales pour le noyau composé imposent  $\delta_{0,a}(\theta_{ij}) = \theta_{ij} + \Gamma_{0b}$  et  $\delta_{0,b}(\theta_{ij}) = \Gamma_{a \rightarrow b,0}$ .  $\psi_{ij}^s$  est le produit de toutes les combinaisons possibles des termes  $(\theta_{ij} - \theta_{lk})$ , compatibles avec  $0 \leq l \leq s$ ,  $k \in \{1, 2\}$  et  $ij \neq lk$ , avec  $i$  et  $j$  fixés.

Par exemple, avec  $s = 1$  on obtient :

$$P_{1a}(t) = \Gamma_{n,0} \frac{e^{\theta_{01}t} \delta_{1,a}(\theta_{01})}{(\theta_{01} - \theta_{02})(\theta_{01} - \theta_{11})(\theta_{01} - \theta_{12})} + \Gamma_{n,0} \frac{e^{\theta_{02}t} \delta_{1,a}(\theta_{02})}{(\theta_{02} - \theta_{01})(\theta_{02} - \theta_{11})(\theta_{02} - \theta_{12})} \\ + \Gamma_{n,0} \frac{e^{\theta_{11}t} \delta_{1,a}(\theta_{11})}{(\theta_{11} - \theta_{01})(\theta_{11} - \theta_{02})(\theta_{11} - \theta_{12})} + \Gamma_{n,0} \frac{e^{\theta_{12}t} \delta_{1,a}(\theta_{12})}{(\theta_{12} - \theta_{01})(\theta_{12} - \theta_{02})(\theta_{12} - \theta_{11})} \quad (5.26)$$

$$P_{1b}(t) = \Gamma_{n,0} \frac{e^{\theta_{01}t} \delta_{1,b}(\theta_{01})}{(\theta_{01} - \theta_{02})(\theta_{01} - \theta_{11})(\theta_{01} - \theta_{12})} + \Gamma_{n,0} \frac{e^{\theta_{02}t} \delta_{1,b}(\theta_{02})}{(\theta_{02} - \theta_{01})(\theta_{02} - \theta_{11})(\theta_{02} - \theta_{12})} \\ + \Gamma_{n,0} \frac{e^{\theta_{11}t} \delta_{1,b}(\theta_{11})}{(\theta_{11} - \theta_{01})(\theta_{11} - \theta_{02})(\theta_{11} - \theta_{12})} + \Gamma_{n,0} \frac{e^{\theta_{12}t} \delta_{1,b}(\theta_{12})}{(\theta_{12} - \theta_{01})(\theta_{12} - \theta_{02})(\theta_{12} - \theta_{11})}, \quad (5.27)$$

avec  $\delta_{1,a}(\theta_{ij}) = (\theta_{ij} + \Gamma_{1b})\delta_{0,a}(\theta_{ij}) + \Gamma_{b \rightarrow a,1}\delta_{0,b}(\theta_{ij})$  et  $\delta_{1,b}(\theta_{ij}) = (\theta_{ij} + \Gamma_{1a})\delta_{0,b}(\theta_{ij}) + \Gamma_{a \rightarrow b,1}\delta_{0,a}(\theta_{ij})$ . Les autres populations sont déterminées successivement en utilisant la même méthode jusqu'à la population de l'avant-dernier isotope  $P_{s_{max}-1}(t)$ . Pour cet avant-dernier isotope (5.24) est utilisable uniquement si  $B_f < E_{s_{max}-1}^*$ . Dans le cas contraire il faut, par une méthode analogue, déterminer la formule analytique de  $P_{s_{max}-1}(t)$  avec comme contrainte  $\Gamma_{f,s_{max}-1} = 0$  et en déduire la nouvelle expression de  $P_{s_{max}}(t)$ .

Dans la suite de ce chapitre, on considère pour la double barrière de potentiel de fission le cas où les deux barrières de potentiel sont de même hauteur afin de maximiser les effets par rapport à la simple barrière, notamment sur le temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$ , comme cela a déjà été évoqué dans le chapitre 4. Le potentiel correspondant est donc le potentiel **2.a** de la figure 5.2 Par hypothèse, pour chaque isotope, les hauteurs de barrière de potentiel de l'état fondamental (a) et de l'état isomérique (b) sont égales. On a donc

$$B_{f,s} = B_{a \rightarrow b,s} = B_{b \rightarrow a,s} \quad \Leftrightarrow \quad \Gamma_{f,s} = \Gamma_{a \rightarrow b,s} = \Gamma_{b \rightarrow a,s}. \quad (5.28)$$

De ce fait les largeurs  $\Gamma_{sa}$  et  $\Gamma_{sb}$  s'écrivent pour toute la suite de ce chapitre :  $\Gamma_{sa} = \Gamma_{f,s} + \Gamma_{n,s}$  et  $\Gamma_{sb} = 2\Gamma_{f,s} + \Gamma_{n,s}$ .

### Populations du dernier isotope de la chaîne : $s = s_{max}$

Dans le cas de la double barrière symétrique et avec les conditions initiales  $P_{s_{max}a}(0) = 0$ ,  $P_{s_{max}b}(0) = 0$  on aboutit pour  $B_f < E_{s_{max}-1}^*$  et quand le dernier isotope de la chaîne peut fissionner, c'est-à-dire pour  $B_f < B_n$  ou  $E_{s_{max}}^* > B_f$ , aux populations suivantes :

$$P_{s_{max}a}(t) = \delta_{s_{max}} \sum_{i=0}^{s_{max}-1} \sum_{j=1}^2 \left[ \frac{\delta_{s_{max}-1,a}^{-(\theta_{ij})}}{\psi_{ij}^{s_{max}-1}} \left( \frac{e^{\theta_{ij}t} - e^{-\frac{3+\sqrt{5}}{2}\Gamma_{f,s_{max}}t}}{\theta_{ij} + \frac{3+\sqrt{5}}{2}\Gamma_{f,s_{max}}} \right) + \frac{\delta_{s_{max}-1,a}^{+(\theta_{ij})}}{\psi_{ij}^{s_{max}-1}} \left( \frac{e^{\theta_{ij}t} - e^{-\frac{3-\sqrt{5}}{2}\Gamma_{f,s_{max}}t}}{\theta_{ij} + \frac{3-\sqrt{5}}{2}\Gamma_{f,s_{max}}} \right) \right], \quad (5.29)$$

$$P_{s_{max}b}(t) = \delta_{s_{max}} \sum_{i=0}^{s_{max}-1} \sum_{j=1}^2 \left[ \frac{\delta_{s_{max}-1,b}^{-(\theta_{ij})}}{\psi_{ij}^{s_{max}-1}} \left( \frac{e^{\theta_{ij}t} - e^{-\frac{3+\sqrt{5}}{2}\Gamma_{f,s_{max}}t}}{\theta_{ij} + \frac{3+\sqrt{5}}{2}\Gamma_{f,s_{max}}} \right) + \frac{\delta_{s_{max}-1,b}^{+(\theta_{ij})}}{\psi_{ij}^{s_{max}-1}} \left( \frac{e^{\theta_{ij}t} - e^{-\frac{3-\sqrt{5}}{2}\Gamma_{f,s_{max}}t}}{\theta_{ij} + \frac{3-\sqrt{5}}{2}\Gamma_{f,s_{max}}} \right) \right], \quad (5.30)$$

$$\text{avec } \delta_{s,a}^{-(\theta_{ij})} = \frac{(5 - \sqrt{5})}{10} \delta_{s,a}(\theta_{ij}) - \frac{1}{\sqrt{5}} \delta_{s,b}(\theta_{ij}) \quad \delta_{s,a}^{+(\theta_{ij})} = \frac{(5 + \sqrt{5})}{10} \delta_{s,a}(\theta_{ij}) + \frac{1}{\sqrt{5}} \delta_{s,b}(\theta_{ij}), \quad (5.31)$$

$$\delta_{s,b}^{-(\theta_{ij})} = \frac{(5 + \sqrt{5})}{10} \delta_{s,b}(\theta_{ij}) - \frac{1}{\sqrt{5}} \delta_{s,a}(\theta_{ij}) \quad \delta_{s,b}^{+(\theta_{ij})} = \frac{(5 - \sqrt{5})}{10} \delta_{s,b}(\theta_{ij}) + \frac{1}{\sqrt{5}} \delta_{s,a}(\theta_{ij}). \quad (5.32)$$

Au contraire, pour  $E_{s_{max}-1}^* > B_f \geq B_n$  ou  $E_{s_{max}}^* < B_f$ , c'est à dire quand le dernier isotope de la chaîne ne peut plus fissionner les populations deviennent

$$\begin{aligned} P_{s_{max}a}(t) &= \delta_{s_{max}} \sum_{i=0}^{s_{max}-1} \sum_{j=1}^2 \frac{\delta_{s_{max}-1,a}(\theta_{ij})}{\psi_{ij}^{s_{max}-1}} \left( \frac{e^{\theta_{ij}t} - 1}{\theta_{ij}} \right), \\ P_{s_{max}b}(t) &= \delta_{s_{max}} \sum_{i=0}^{s_{max}-1} \sum_{j=1}^2 \frac{\delta_{s_{max}-1,b}(\theta_{ij})}{\psi_{ij}^{s_{max}-1}} \left( \frac{e^{\theta_{ij}t} - 1}{\theta_{ij}} \right). \end{aligned} \quad (5.33)$$

**Cas du noyau composé d'énergie d'excitation  $E_0^* = 70 \text{ MeV}$**

Pour un noyau composé possédant une énergie d'excitation  $E_0^* = 70 \text{ MeV}$ , voir figure 5.4, le nombre de neutrons de précision est  $s_{max} = 8$ , il y a donc huit autres isotopes successifs dans la cascade de désintégration.  $P_0(t)$  s'exprime avec (5.20) et (5.21).

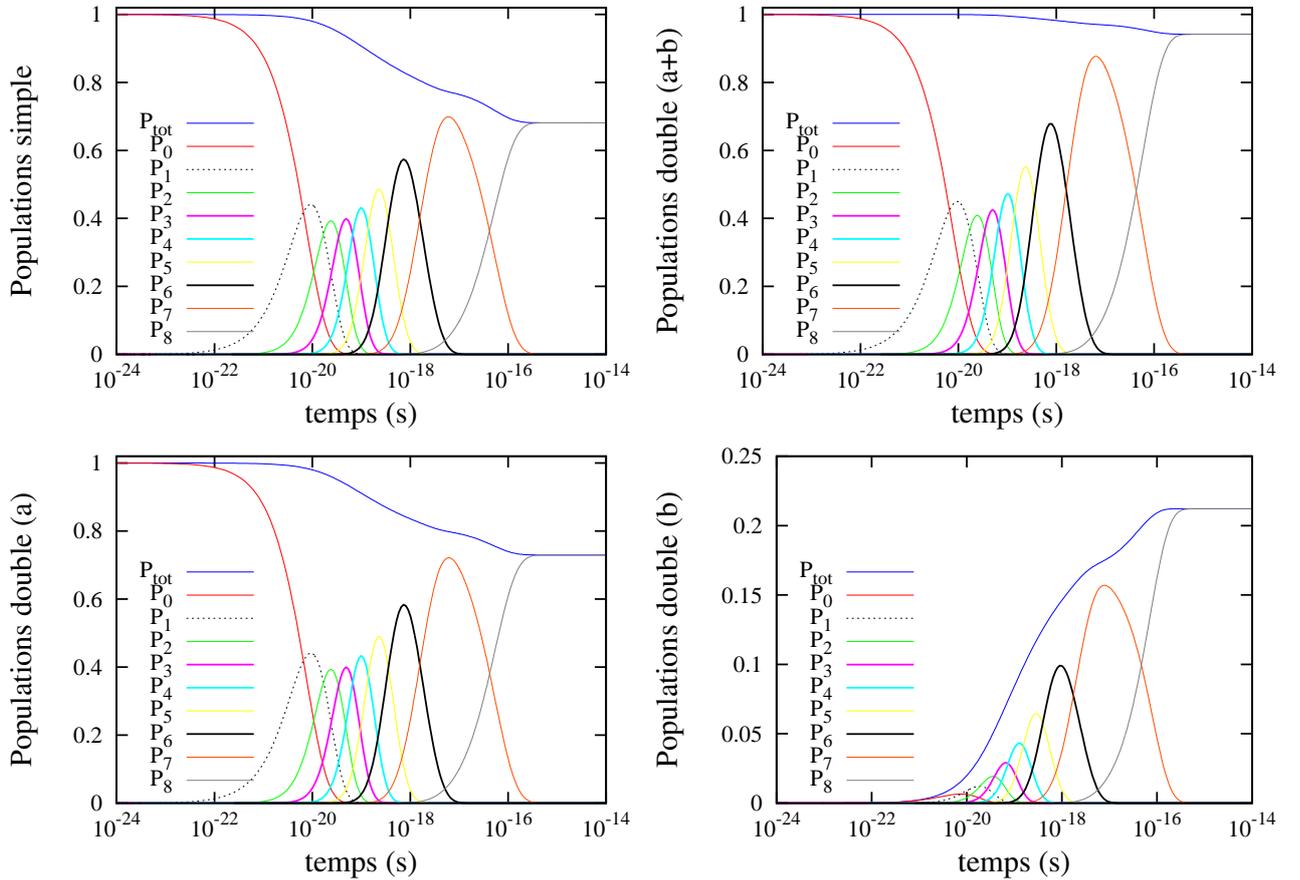


FIGURE 5.4: Exemple des populations partielles et totales pour la simple et la double barrière de potentiel (a+b), (a) et (b). Pour la simple barrière de potentiel  $P_0(t=0) = 1$ , et  $P_s(t) = 0$ ,  $0 \leq s \leq s_{max}$  avec  $s_{max} = 8$ , pour la double barrière de potentiel  $P_{0a}(t=0) = 1$  et  $P_{0b}(t=0) = 0$ .  $E_0^* = 70 \text{ MeV}$ ,  $\hbar\omega = 1 \text{ MeV}$ ,  $\beta/(2\omega) = 0.66$ ,  $A_0 = 308$  et  $a_i = A_i/10$ .  $B_n = B_f = 6 \text{ MeV}$  donc  $\Gamma_{f,8} = 0$  car dans ce cas le dernier isotope ne fissionne pas, ce qui implique l'apparition d'un palier.

$P_1(t)$  est définie grâce à (5.26) et (5.27). Les autres populations  $P_2(t)$ ,  $P_3(t)$ ,  $P_4(t)$ ,  $P_5(t)$ ,  $P_6(t)$  et  $P_7(t)$  sont déterminées successivement en utilisant la même méthode. L'expression de  $P_7(t)$

n'est applicable directement que si  $B_f < E_7^*$ . Comme  $P_8(t)$  est déterminée à partir de  $P_7(t)$ , cette contrainte sur la barrière de fission  $B_f$  s'applique aussi au dernier isotope. Pour finir, quand  $B_f < B_n$  ou  $E_8^* > B_f$ , la population du dernier isotope de la chaîne  $P_8(t)$  est obtenue à partir de (5.29), (5.32), (5.30) et (5.32). Au contraire, quand  $B_f \geq B_n$  ou  $E_8^* < B_f$ , la population de ce dernier isotope est obtenue avec (5.33).

Sur les deux graphiques supérieurs de la figure 5.4, on remarque que la décroissance de la population totale est moins importante pour la double barrière ( $a+b$ ) que pour la simple barrière, à cause de la présence de la barrière isomérique ( $b$ ). Les populations sont de ce fait plus importantes avec la double barrière.

Dans les deux graphiques inférieurs de cette même figure, on visualise, avec les conditions initiales choisies, la décroissance des populations dans l'état fondamental au profit de l'état isomérique ( $b$ ). En effet, une partie des populations de l'état fondamental ( $a$ ) se retrouve dans le puits isomérique ( $b$ ), l'autre partie ayant subi le processus de fission.

### 5.2.3 Effets de la barrière isomérique sur les grandeurs physiques

#### Taux de fission $\lambda_{fiss}$ et temps de fission moyen $\tau_{fiss}$

Par analogie avec le taux de fission de la simple barrière, défini équation (4.23), on peut déterminer le taux de fission pour la double barrière ( $a+b$ ) et d'autre part le taux de fuite associé uniquement à la barrière de l'état fondamental ( $a$ ) :

$$\lambda_{fiss}^{(a+b)} = -\frac{1}{P(t)} \frac{dP(t)}{dt} = \sum_{s=0}^{s_{max}} \frac{\Gamma_{f,s} P_{sb}(t)}{P(t)} \quad \lambda_{fuite}^{(a)} = -\frac{1}{P_a(t)} \frac{dP_a(t)}{dt} = \sum_{s=0}^{s_{max}} \frac{\Gamma_{f,s} (P_{sa}(t) - P_{sb}(t))}{P_a(t)}, \quad (5.34)$$

avec  $P(t)$  la population totale associée à la double barrière ( $a+b$ ),  $P_a(t)$  la population totale spécifique de la barrière ( $a$ ) et  $P_{sa}(t)$  ainsi que  $P_{sb}(t)$  les populations de l'isotope  $s$  associées respectivement à l'état fondamental ( $a$ ) et à la barrière isomérique ( $b$ ).

Le graphique supérieur gauche de la figure 5.5 représente le taux de fission  $\lambda_{fiss}(t)$  comme fonction du temps  $t$  pour la simple barrière, avec  $P_0(t=0) = 1$ . Le taux de fission  $\lambda_{fiss}^{(a+b)}(t)$  pour la double barrière ( $a+b$ ) ainsi que taux de fuite  $\lambda_{fuite}^{(a)}(t)$  spécifique de la barrière ( $a$ ) sont aussi des fonctions du temps  $t$ , avec  $P_{0a}(t=0) = 1$ . On remarque que le taux de fission de la simple barrière est pratiquement confondu avec le taux de fuite  $\lambda_{fuite}^{(a)}$ , spécifique de l'état fondamental ( $a$ ). Ces deux taux sont des fonctions monotones décroissantes du temps alors que  $\lambda_{fiss}^{(a+b)}$  est une fonction croissante puis décroissante du temps. Cette évolution temporelle spécifique de  $\lambda_{fiss}^{(a+b)}$  peut se comprendre en superposant les évolutions de ( $a$ ) et ( $b$ ). En effet, à un instant  $t$ , comme on peut le voir figure 5.4, l'état isomérique ( $b$ ) n'est pas peuplé à  $t=0$ , ses populations augmentent donc avec le temps, contrairement aux populations de l'état fondamental ( $a$ ).

De plus, jusqu'à typiquement  $10^{-19}s$ , l'augmentation des populations de ( $b$ ) est plus rapide que la décroissance des populations de ( $a$ ). En outre, on constate que  $\lambda_{fiss}^{(a+b)}$  est toujours inférieur aux deux autres taux, surtout dans la partie croissante jusqu'à  $10^{-19}s$ .

Les temps de fission moyens  $\tau_{fiss}$  de la simple et de la double barrière, sont estimés à partir de (4.24) en utilisant pour  $P(t)$  respectivement la population totale  $P_{simple}(t)$  et la population totale  $P_{double}(t)$ .

Avec le graphique de la partie supérieure de la figure 5.5, on constate que la valeur du temps de fission moyen  $\tau_{fiss} = 10^{-18}s$ , valeur type des mesures effectuées au GANIL avec la technique

du blocage cristallin, est obtenue pour  $B_f = 4\text{MeV}$  avec la simple barrière et pour  $B_f = 3\text{MeV}$  avec la double barrière.

En outre, pour  $B_f = 0\text{ MeV}$ , on peut montrer que l'on retrouve le cas de la fission pure caractérisée par le facteur 3 du rapport  $(\tau_{fiss} - \text{double})/(\tau_{fiss} - \text{simple})$ , voir équation (5.11). Pour les autres valeurs de  $B_f$  il y a compétition entre la fission et l'évaporation de neutrons. On retrouve alors le constat déjà évoqué pour la simple barrière  $B_f/B_n \simeq 1$ . pour  $B_f < B_n$  on retrouve une fission dominante, contrairement à  $B_f > B_n$  où l'évaporation de neutrons prédomine.

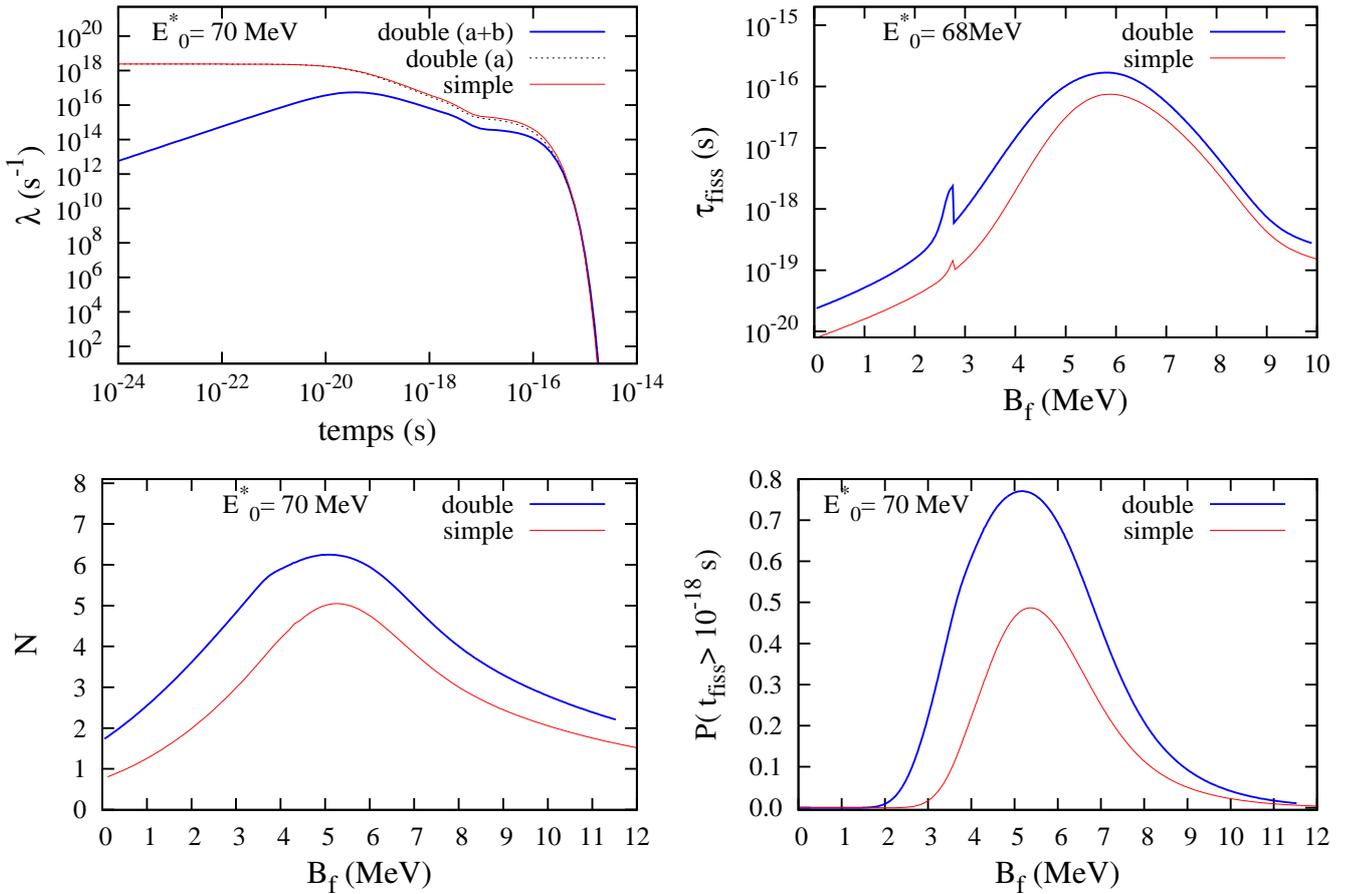


FIGURE 5.5: Taux de fission  $\lambda_{fiss}$  et temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  pour la double et la simple barrière, multiplicité de neutrons de précission  $N$  et nombre d'événements normalisé  $P(t_{fiss} > 10^{-18}\text{ s})$  comme fonctions de  $B_f$  sauf pour le taux de fission pour lequel  $B_f = 6\text{ MeV}$ .  $E_0^* = 70\text{ MeV}$ ,  $B_n = 6\text{ MeV}$ ,  $s_{max} = 8$ ,  $\hbar\omega = 1\text{ MeV}$ ,  $\beta/(2\omega) = 0.66$ ,  $A_0 = 308$  et  $a_i = A_i/10$ . Pour la simple barrière  $P_0(t=0) = 1$  et pour la double barrière  $P_{0a}(t=0) = 1$ .

### Multiplicité de neutrons de précission et nombre d'événements normalisés

Par analogie avec les équations (4.25) et (4.26) relatives à la simple barrière on a

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{dP_{double}(t)}{dt} = \sum_{s=0}^{s_{max}} \frac{dP_s(t)}{dt} = - \sum_{s=0}^{s_{max}} \Gamma_{f,s} P_{sb}(t), \quad (5.35)$$

alors  $1 - P(+\infty) = \sum_{s=0}^{smax} p_{sb}$  avec  $p_{sb} = \int_0^{+\infty} \Gamma_{f,s} P_{sb}(t) dt$ . La multiplicité de neutrons de précession est donc

$$N_{double} = \frac{\sum_{s=0}^{smax} s \cdot p_{sb}}{1 - P(+\infty)} = \frac{\sum_{s=0}^{smax} s \cdot p_{sb}}{\sum_{s=0}^{smax} p_{sb}}. \quad (5.36)$$

En outre, dans le cas de la double barrière, le nombre d'événements normalisés plus longs que  $10^{-18}s$  est obtenu à partir de la définition de la simple barrière (4.27) en utilisant la population totale  $P(t) = P_{double}(t)$  au lieu de  $P(t) = P_{simple}(t)$ .

Avec les deux graphes de la partie inférieure de la figure 5.5, les 10% d'événements normalisés supérieurs à  $10^{-18}s$  mesurés au GANIL sont obtenus pour la simple barrière avec  $B_f = 3.5MeV$  et pour la double barrière avec  $B_f = 2.5MeV$ . Les multiplicités de neutrons correspondantes à ces valeurs de  $B_f$ , différentes suivant les types de barrière envisagés, sont alors  $N_{simple} = 3.5$  et  $N_{double} = 4.2$ .

Ce choix de la barrière de fission constante pour la double barrière de potentiel permet de comprendre la forte compétition entre les deux canaux de désexcitation tout au long de la chaîne. Cependant, on rappelle que ce choix est arbitraire car une barrière de fission constante n'a pas de réalité physique.

Après cette étude du modèle académique, avec l'hypothèse arbitraire de barrière de fission constante incluant la barrière isomérique, nous regardons dans la partie suivante les modifications induites sur les grandeurs physiques par cette barrière isomérique avec cette fois les corrections d'effets de couches.

## 5.3 Prise en compte des corrections d'effets de couches

Les corrections d'effets de couches sont mal connues pour les noyaux super-lourds. Dans le modèle académique envisagé, on considère que les corrections d'effets de couches  $|\Delta E_{shell}|_i$  sont les mêmes pour tous les isotopes de la chaîne de désexcitation. Afin d'étudier ces corrections d'effets de couches on procède alors comme dans le chapitre 4 en utilisant aussi deux variantes. On envisage tout d'abord une approche intuitive simple et ensuite la prescription d'Ignatyuk [92] pour exprimer le lien entre les corrections d'effets de couches et les énergies d'excitation des différents isotopes.

### 5.3.1 Première approche intuitive pour les effets de couches

Comme on l'a déjà évoqué partie 1.1.3, les corrections d'effets de couches sont à l'origine de la stabilité des noyaux super-lourds. Dans cette section, on reprend l'étude réalisée partie 4.4.1 pour tenir compte des corrections d'effets de couches sur la barrière double barrière symétrique pour laquelle les différences avec la simple barrière sont maximisées. En particulier, on utilise à nouveau la modélisation intuitive de la barrière de fission par  $B_{f,i}^{SHE} \simeq |\Delta E_{shell}|_i e^{-E_i^*/E_d}$ , avec  $E_d$  un paramètre libre fixé à 18.5 MeV.

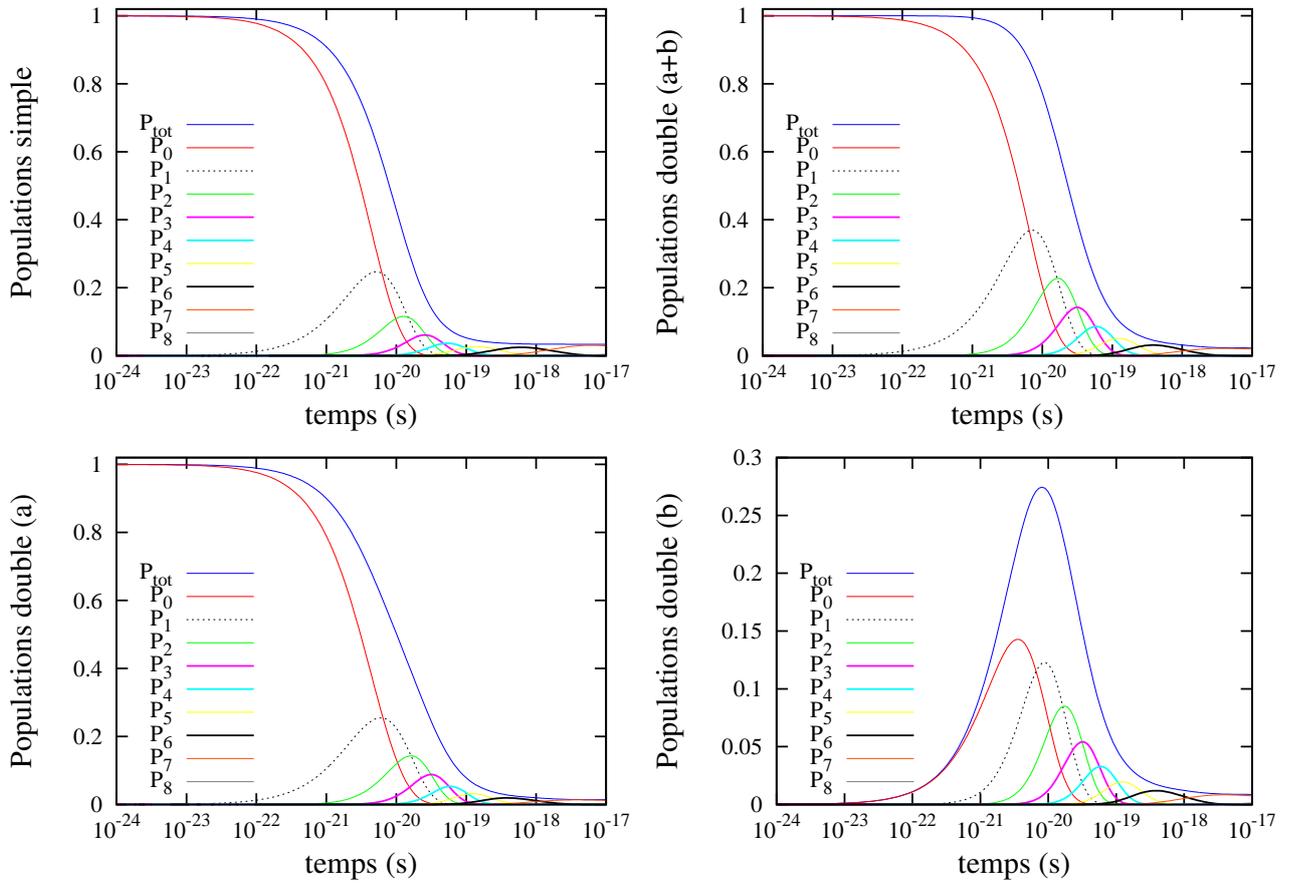


FIGURE 5.6: Exemple des populations partielles et totales pour la simple et la double barrière de potentiel (a+b), (a) et (b) comme fonctions du temps  $t$ . Pour la simple barrière de potentiel  $P_0(t=0) = 1$ , et  $P_s(t) = 0$ ,  $0 \leq s \leq s_{max}$  avec  $s_{max} = 8$ , pour la double barrière de potentiel  $P_{0a}(t=0) = 1$  et  $P_{0b}(t=0) = 0$ .  $E_0^* = 70 \text{ MeV}$ ,  $\hbar\omega = 1 \text{ MeV}$ ,  $\beta/(2\omega) = 0.66$ ,  $A_0 = 308$  et  $a_i = A_i/10$ .  $B_n = B_f = 6 \text{ MeV}$  donc  $\Gamma_{f,8} = 0$  car dans ce cas le dernier isotope ne fissionne pas, ce qui implique l'apparition d'un palier. Par analogie, on conserve donc les mêmes paramètres que dans la figure 5.4 sauf pour les corrections d'énergie de couches prise égales à  $|\Delta E_{shell}| = 10 \text{ MeV}$ .

Figure 5.6 on observe une décroissance plus rapide qu'avec le modèle avec barrière de fission constante sur toute la cascade. Il subsiste une probabilité de survie du noyau super-lourd car la fission est le canal de désexcitation devant l'évaporation de neutrons.

En accord avec les conditions initiales, l'état isomérique (b) n'est pas peuplé initialement, contrairement à l'état fondamental (a). D'autre part, la probabilité de survie n'est pas rigoureusement nulle, il reste une faible probabilité résiduelle.

Les valeurs des grandeurs physiques obtenues avec la présente modélisation dans le cas de la double barrière, même si elles sont supérieures à celles obtenues avec la simple barrière, restent inférieures aux mesures effectuées au GANIL, voir figure 5.7.

Dans le graphique supérieur gauche de la figure 5.7 on constate que le taux de fission est plus élevé et que sa décroissance est anticipée par rapport au cas de la barrière de fission constante, voir figure 5.5.

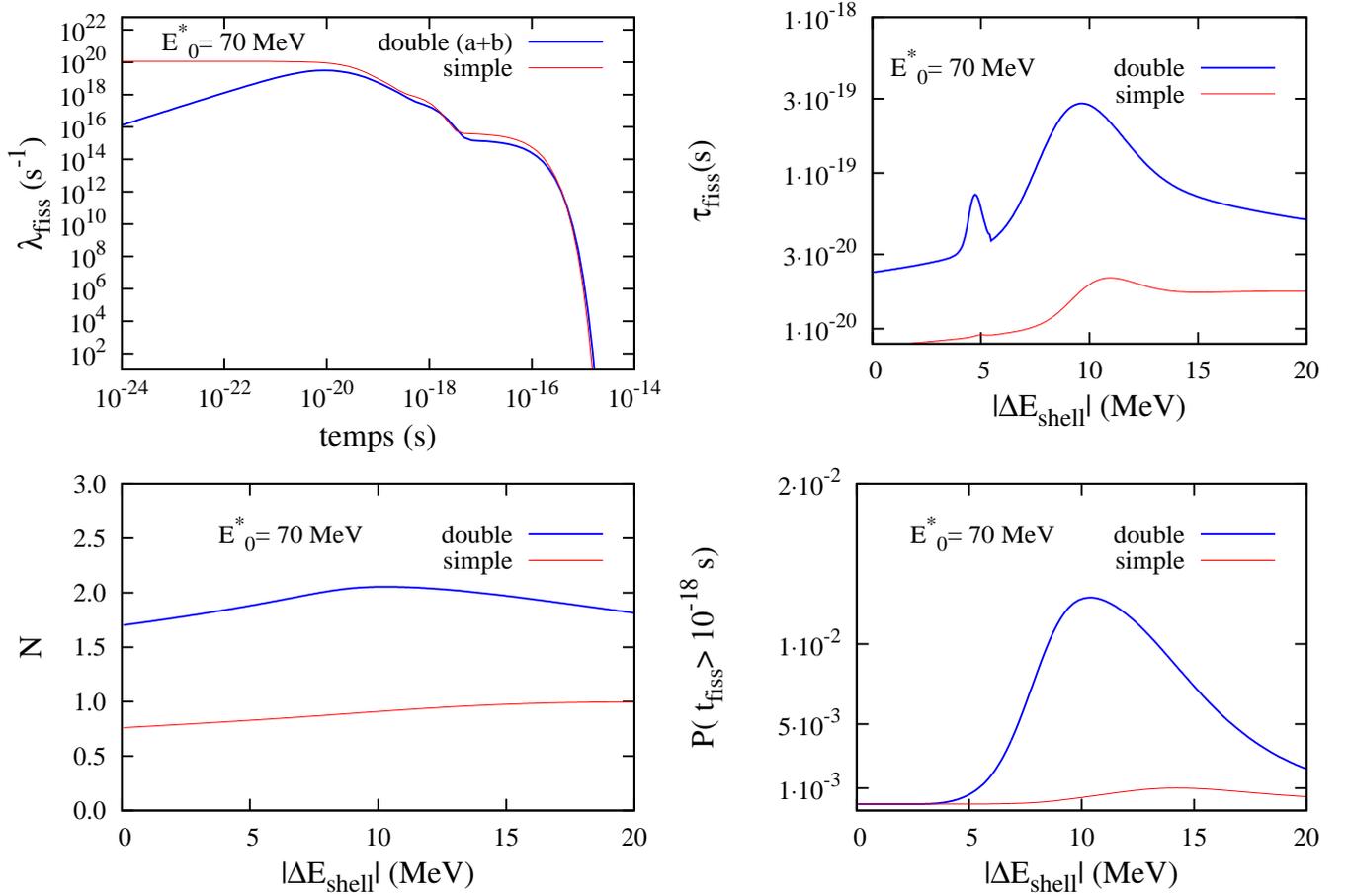


FIGURE 5.7: Taux de fission  $\lambda_{fiss}$  et temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  pour la double et la simple barrière, multiplicité de neutrons de précission  $N$  ainsi que le nombre normalisé d'événements  $P(t_{fiss} > 10^{-18} s)$  comme fonctions de  $|\Delta E_{shell}|$  sauf pour le taux de fission où  $|\Delta E_{shell}| = 8$  MeV.  $E_0^* = 70$  MeV,  $B_n = 6$  MeV,  $s_{max} = 8$ ,  $\hbar\omega = 1$  MeV,  $\beta/(2\omega) = 0.66$ ,  $A_0 = 308$  et  $a_i = A_i/10$ . Pour la simple barrière  $P_0(t=0) = 1$  et pour la double barrière  $P_{0a}(t=0) = 1$ .

Figure 5.7 on retrouve les mêmes comportements des paramètres énergie d'excitation  $E_i^*$  que pour la simple barrière et la double barrière avec le choix arbitraire de barrière de fission constante pour tous les isotopes de la cascade de désexcitation.

Comme avec la simple barrière de potentiel, on peut regarder l'influence des corrections d'effets de couches en utilisant la prescription d'Ignatyuk.

### 5.3.2 Traitement de type Ignatyuk des effets de couches

Dans cette section on reprend le même cadre d'étude que dans la partie 4.4.2.

Figure 5.8 on constate avec la prescription d'Ignatyuk une décroissance de la population totale et des populations en fonction du temps encore plus rapide que dans les autres modélisations envisagées. Ceci est en accord avec le fait que dans ce cas de figure la compétition entre fission thermique et évaporation de neutrons est moins forte car la fission prédomine. De ce fait, seules

les populations des premiers isotopes ont des valeurs significatives. La chaîne de désexcitation isotopique n'est donc pas en moyenne parcourue intégralement avant fission.

On remarque également que l'on gagne un ordre de grandeur pour la durée de vie de la chaîne de désexcitation isotopique entre la simple barrière et la double barrière. De plus, on retrouve le fait que l'état isomérique (b) n'est pas peuplé initialement, contrairement à l'état fondamental (a). D'autre part, la probabilité de survie  $P_{surv}$  est nulle, ce qui est en accord avec les mesures effectuées au GANIL par blocage cristallin.

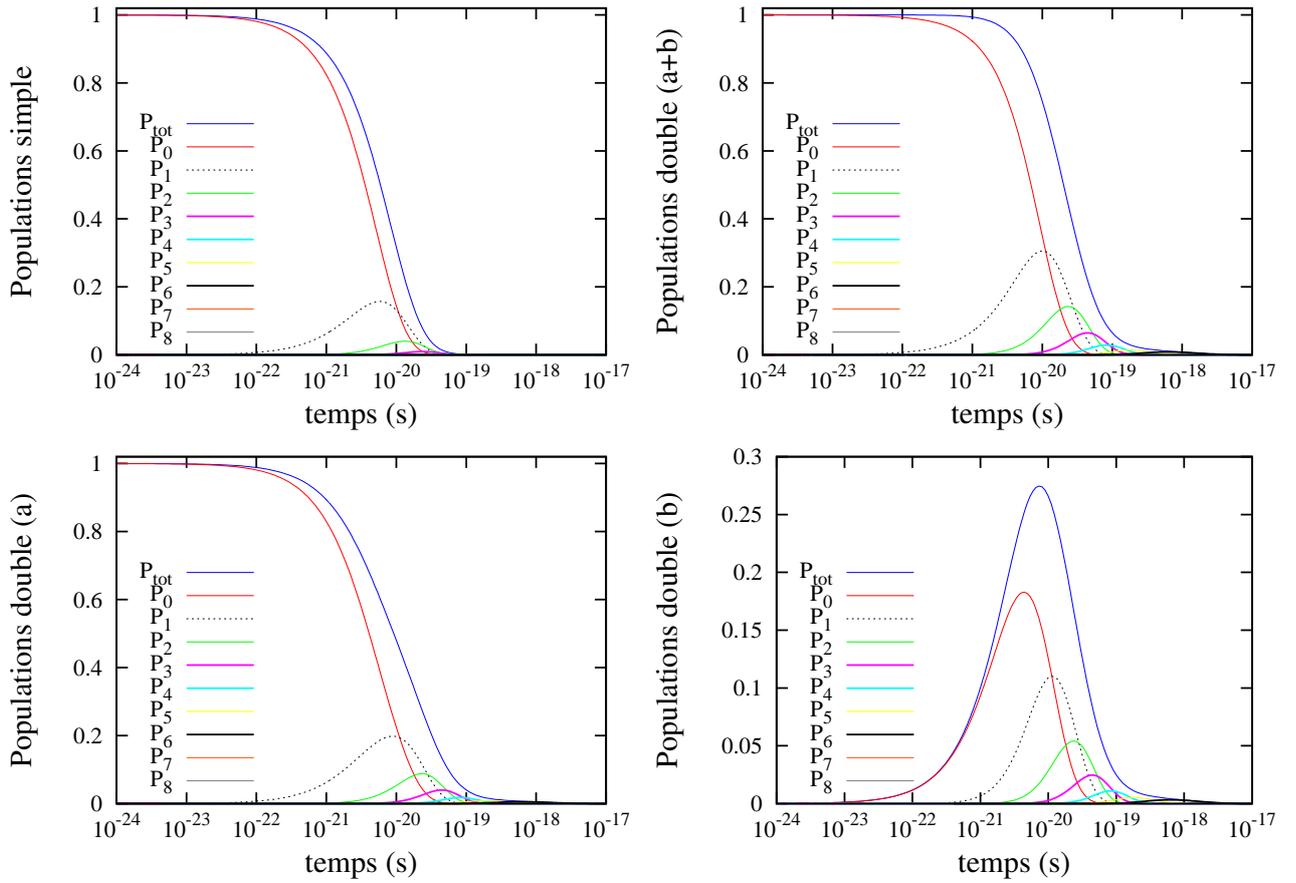


FIGURE 5.8: Exemple des populations partielles et totales pour la simple et la double barrière de potentiel (a+b), (a) et (b) comme fonctions du temps  $t$ . Pour la simple barrière de potentiel  $P_0(t=0) = 1$ , et  $P_s(t) = 0$ ,  $0 \leq s \leq s_{max}$  avec  $s_{max} = 8$ , pour la double barrière de potentiel  $P_{0a}(t=0) = 1$  et  $P_{0b}(t=0) = 0$ . Par analogie, on conserve les mêmes paramètres que dans la figure 5.6. En particulier les corrections d'énergie de couches sont estimées à  $|\Delta E_{shell}| = 10$  MeV.

Avec les hypothèses d'étude choisies, dans la plage de valeurs de  $|\Delta E_{shell}|$  envisagée, les grandeurs physiques issues de la prescription d'Ignatyuk sont inférieures aux résultats des mesures effectuées au GANIL, voir figure 5.9.

La fission étant le mode de désexcitation dominant, la chaîne de désexcitation isotopique n'étant pas en moyenne parcourue intégralement. Dans le graphique supérieur gauche de la figure 5.9, pour le taux de fission  $\lambda_{fiss}$  en fonction du temps, les principales différences entre simple et double barrière se situent donc avant  $10^{-19}$  s. De ce fait, on peut constater sur le graphique inférieur gauche que la multiplicité de neutrons de précission  $N$  en fonction de  $|\Delta E_{shell}|$ , même

si elle est plus importante pour la double barrière, reste peut élevée et quasi constante  $N \simeq 1.5$ .

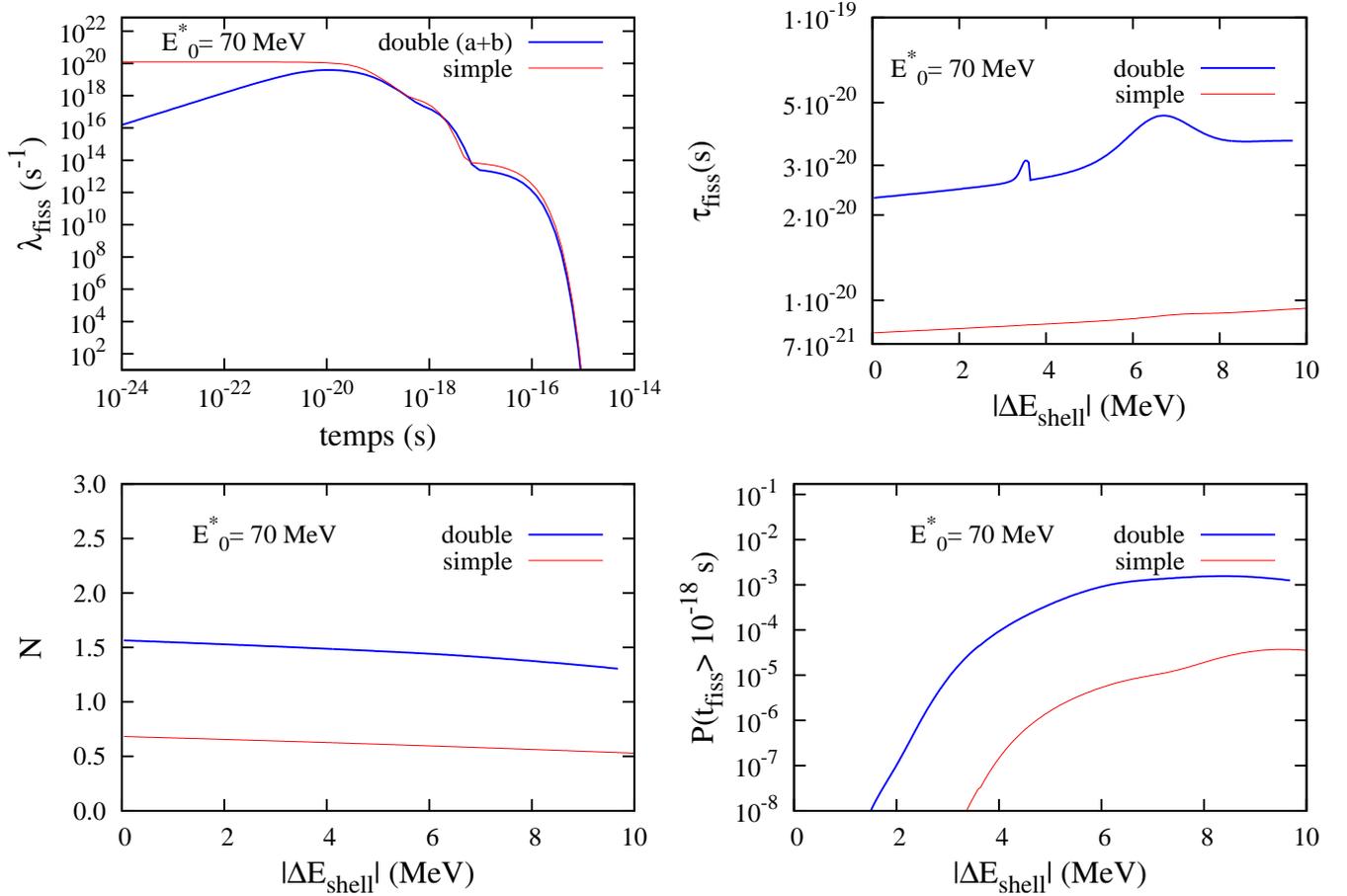


FIGURE 5.9: Taux de fission  $\lambda_{fiss}$  et temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  pour la double et la simple barrière, multiplicité de neutrons de précision  $N$  et nombre d'événements normalisés plus longs que  $10^{-18}s$   $P(t_{fiss} > 10^{-18}s)$  comme fonctions de  $|\Delta E_{shell}|$ , selon la prescription d'Ignatyuk, sauf pour le taux de fission où  $|\Delta E_{shell}| = 8$  MeV.  $E_0^* = 70$  MeV,  $B_n = 6$  MeV,  $s_{max} = 8$ ,  $\hbar\omega = 1$  MeV,  $\beta/(2\omega) = 0.66$ ,  $A_0 = 308$  et  $a_i = A_i/10$ . Pour la simple barrière  $P_0(t = 0) = 1$  et pour la double barrière  $P_{0a}(t = 0) = 1$ . Par analogie avec la figure 5.7, on conserve les mêmes paramètres.

Dans la figure supérieure droite on remarque également une augmentation modérée du temps de fission moyen  $\tau_{fiss}$  en fonction de  $|\Delta E_{shell}|$  dans le cas de la double barrière. En effet,  $\tau_{fiss}$  est toujours inférieur au temps caractéristique  $10^{-18}s$ . De plus, pour  $|\Delta E_{shell}| = 0$  MeV, on retrouve la valeur 3 du rapport  $(\tau_{fiss} - double)/(\tau_{fiss} - simple)$ . Cependant, pour des valeurs de  $|\Delta E_{shell}|$  supérieures à 0 les valeurs les plus élevées de ce même rapport ne sont pas assez importantes pour pouvoir expliquer les résultats expérimentaux.

Dans la prescription d'Ignatyuk, l'évaporation de neutrons est défavorisée par rapport à la fission. La compétition entre les deux canaux de désexcitation du noyau composé est donc moindre, le mode de désexcitation majoritaire étant la fission. De plus  $P(t_{fiss} \geq 10^{-18}s)$ , le nombre d'événements normalisés supérieurs à  $10^{-18}s$ , est donc dans ce cas inférieur de plusieurs ordres de grandeur au 10% du résultat expérimental, voir le graphique inférieur droit de la figure 5.9.

## 5.4 Conclusion

La présence d'une structure isomérique dans le potentiel augmente les valeurs des grandeurs physiques. Cette augmentation est optimisée dans le cas de la double barrière symétrique, c'est-à-dire quand le puits et la barrière isomériques sont identiques au puits et à la barrière associés à l'état fondamental.

Dans le modèle académique avec fission thermique comme seul mode de désexcitation et dans les autres modèles qui prennent en compte la compétition entre la fission thermique et l'évaporation de neutrons, l'augmentation induite par la structure isomérique sur les grandeurs physiques n'est pas assez importante pour permettre d'expliquer les valeurs des observables obtenues au GANIL par blocage cristallin.

De manière pragmatique, on peut se poser la question de la validité des résultats de mesures par blocage cristallin pour  $Z = 120$  et  $Z = 124$ . Cependant, des mesures récentes effectuées au GANIL [93], se basant sur le phénomène de fluorescence X associé à l'ionisation des couches électroniques internes  $K$  et  $L$  [94, 95], confirment les valeurs obtenues pour  $Z = 120$ . Les conclusions de ces nouveaux résultats sont généralisables au noyau  $Z = 124$ .

On arrive donc au constat suivant : la prescription d'Ignatyuk qui est adaptée pour les énergies d'excitation mises en jeu dans le cadre de la fusion-fission froide ou de la fusion-fission chaude, voir partie 1.2.2, semble ne pas être transposable à la fusion-fission « ultra-chaude » mise en œuvre au GANIL.



# Conclusion de la Partie I

Dans le processus complet de fusion-fission des noyaux super-lourds nous avons étudié chacune de ces deux phases. Dans la phase de fusion, nous avons étudié plus particulièrement la phase de formation des noyaux super-lourds et dans la phase de survie nous nous sommes focalisés sur la désexcitation des noyaux quand il y a compétition entre la fission et l'évaporation de neutrons.

Il découle de l'étude de la phase de formation des noyaux super-lourds que le traitement markovien, utilisé dans la majeure partie des travaux sur ce sujet, est une approximation trop rude. En effet, les effets de mémoire induisent de nombreux changements sur la diffusion par-dessus cette barrière de potentiel parabolique et de ce fait sur la dynamique de formation d'un noyau super-lourd. Ces changements interviennent principalement sur deux niveaux.

D'une part, ils modifient le comportement asymptotique du système en générant un abaissement de la viscosité, cet abaissement étant plus visible dans le régime critique. Pour les temps longs, le comportement asymptotique avec effets de mémoire et friction modérée est similaire au comportement asymptotique markovien avec friction faible. Ceci implique une réduction de la dissipation d'autant plus importante que le temps de relaxation est important.

D'autre part, phénomène nouveau par rapport au cas markovien, des oscillations peuvent apparaître dans une gamme intermédiaire de temps de relaxation. Ce nouveau comportement change grandement l'évolution dynamique de grandeurs physiques comme la variable collective, la probabilité de formation et le courant de formation d'un noyau super-lourd.

Un traitement rigoureux de la formation des noyaux super-lourds doit donc inclure des effets de mémoire pour dépasser le cadre markovien trop restrictif. En effet, ne pas considérer l'influence des effets de mémoire sur la dynamique de fusion des noyaux super-lourds peut donc aboutir à une analyse erronée du processus.

Pour l'étude de la désexcitation des noyaux super-lourds, nous nous sommes intéressés à l'interprétation des mesures réalisées au GANIL par blocage cristallin pour les noyaux  $Z = 120$  et  $Z = 124$ . Les modélisations réalisées avec une simple barrière de potentiel ne permettant pas de comprendre ces résultats, nous avons étudié les modifications induites par l'existence d'une structure isomérique de la barrière de potentiel sur la dynamique de désexcitation. Dans ce contexte, nous nous sommes intéressés à son influence sur la distribution des temps de fission des noyaux super-lourds. Une approche de type Langevin n'étant pas envisageable dans ce cas de figure, une méthode alternative s'appuyant sur des équations de type Bateman a été développée.

L'existence d'une structure isomérique augmente de manière significative la valeur des temps de fission, cependant dans le cas des noyaux super-lourds elle ne permet pas d'expliquer les résultats obtenus au GANIL par blocage cristallin. Par contre, ces travaux doivent pouvoir aussi être appliqués aux noyaux d'actinides, pour lesquels cette barrière isomérique doit induire une forte augmentation des temps de fission. En effet, pour ces noyaux, la contribution de la goutte liquide à la barrière de fission est importante.



## **Partie II : Règles de somme et interactions tensorielles de Skyrme**



# Introduction de la Partie II

La physique nucléaire des basses énergies s'étend de 100 keV à quelques MeV [10]. Comme on l'a déjà souligné dans l'introduction générale, dans cette gamme d'énergie, les « briques élémentaires » de la matière sont les nucléons, on peut alors parler de matière nucléonique. En fonction de l'énergie disponible, les excitations de la matière nucléaire prennent différentes formes, voir la figure 2 de l'introduction générale. Les comportements des nucléons sont alors individuels ou collectifs. Les nucléons eux-mêmes peuvent être excités, l'amplitude de ces modes collectifs étant variable. Par exemple, les résonances géantes sont des modes collectifs de vibration des noyaux avec une faible amplitude. Au contraire, comme on l'a évoqué dans la partie I de cette thèse, la fission est un mode collectif de forte amplitude.

D'un point de vue tout à fait général, on constate une certaine universalité de la densité dans les noyaux lourds. Comme point de départ pour un modèle de compréhension de la cohésion des noyaux on peut donc envisager le modèle de la matière nucléaire infinie. Dans ce modèle on ne considère pas les effets de bord associés à la taille finie des noyaux. La matière nucléaire est donc un système idéal infini formé de nucléons en interaction. La densité à saturation de  $\rho_0 = 0,16 \text{ nucléons} \cdot \text{fm}^{-3}$  est associée à la portée finie de l'interaction nucléaire qui est de l'ordre du fermi. Un nucléon ne peut donc pas exploiter toutes les liaisons nucléon-nucléon, il y a alors limitation des interactions aux nucléons les plus proches [10]. Plus précisément, l'interaction forte est attractive pour des distances entre nucléons de l'ordre du fermi et très répulsive pour des distances entre nucléons plus petites. Ce dernier aspect correspond au cœur dur du potentiel d'interaction nucléon-nucléon. En pratique, la matière nucléaire à l'équilibre correspond au centre des noyaux lourds. Pour un volume fini de matière, le nombre de nucléons est alors proportionnel au volume considéré. De ce fait, on retrouve alors le comportement expérimental des rayons nucléaires. En outre, les différentes grandeurs physiques du modèle sont reliées par une équation d'état (voir la figure 1 de l'introduction générale).

Le régime nucléonique est le domaine dans lequel les degrés de liberté subnucléoniques tels les quarks, les gluons, les résonances hadroniques comme par exemple les pions et les kaons ne prennent pas une place prépondérante. Il n'y a pas de séparation nette entre le domaine nucléonique et le domaine hadronique. Cependant, on peut placer une frontière au niveau du seuil de la production de pions, correspondant à une énergie incidente d'un nucléon sur une cible fixe d'environ 290 MeV/A. Du point de vue des collisions nucléaires, le domaine associé correspond donc à 100-200 MeV/A. On peut alors envisager l'étude des propriétés de la matière hors équilibre. Pour les énergies mises en jeu, il suffit de se placer dans le cadre de la dynamique non-relativiste même si certains aspects ne peuvent être déconnectés totalement du domaine relativiste.

La résolution exacte du problème à A corps est impossible. On peut dans ce cas réaliser l'étude de la structure à l'échelle nucléaire avec les nucléons comme particules élémentaires effectives car ces structures ne sont en réalité pas ponctuelles mais composées de quarks. Le caractère non perturbatif de la Chromo-Dynamique Quantique pour les basses énergies ne permet pas, à l'heure

actuelle, de déterminer l'interaction nucléon-nucléon directement à partir de l'interaction quark-quark. On a donc recours à des interactions effectives. De plus, il n'existe pas de modélisation générale pour l'interaction nucléon-nucléon pour l'ensemble du domaine envisagé, mais plusieurs modélisations valides dans des domaines d'énergie particuliers. Par exemple, l'interaction effective nucléon-nucléon peut être modélisée grâce à des forces phénoménologiques de type Gogny ou de type Skyrme.

Les différentes modélisations s'appuient le plus souvent sur des potentiels central et spin-orbite. Le traitement du terme tensoriel est de ce fait écarté même s'il permet une analyse plus approfondie de l'interaction entre nucléons. Nous nous proposons dans ce chapitre de l'inclure dans le cadre des réponses nucléaires.

En premier lieu, dans le chapitre 6 on procède à des rappels sur la matière nucléaire, les forces effectives de type Skyrme et on précise les axes d'étude ainsi que l'expression de la partie tensorielle du potentiel de Skyrme. Ensuite, dans le chapitre 7 on rappelle, dans le cadre théorique général de la théorie de la réponse linéaire, les principales caractéristiques de l'approximation Hartree-Fock et de l'approximation des phases aléatoires (RPA). Enfin, dans le chapitre 8, à partir des définitions intrinsèques des moments  $M_1^{(\alpha)}$  et  $M_3^{(\alpha)}$  on indique les principales étapes des calculs qui permettent de déterminer ces règles de somme : pour  $M_1^{(\alpha)}$  jusqu'au niveau tensoriel et pour  $M_3^{(\alpha)}$  avec potentiel central uniquement.

**Mots-clés :**

Interaction effective nucléon-nucléon - Potentiel effectif de Skyrme - Règles de sommes - Développement asymptotique - Définitions intrinsèques des moments

# Chapitre 6

## Interaction nucléon-nucléon et force de Skyrme

L'interaction effective de type Skyrme est un exemple d'interaction phénoménologique nucléon-nucléon à deux corps qui prend en compte les effets de milieu. Cette interaction, de portée nulle, n'est pas valide sur l'ensemble du domaine des basses énergies nucléaires. Plus précisément, le domaine de validité de cette force effective phénoménologique est défini pour une énergie de faisceau de l'ordre de 100-120  $MeV/A$  et de faibles moments relatifs allant jusqu'à  $2fm^{-1}$ .

Dans un premier temps, nous présenterons brièvement les propriétés de l'interaction nucléon-nucléon, en particulier ses symétries et le passage de l'interaction nucléon-nucléon libre à l'interaction nucléon-nucléon effective.

Dans un deuxième temps, nous examinerons le cas particulier de l'interaction phénoménologique effective de type Skyrme avec potentiels central puis spin-orbite avant de préciser les axes d'étude de la partie II et en particulier la partie tensorielle du potentiel.

### 6.1 Interaction nucléon-nucléon

#### 6.1.1 Nature fermionique de la matière nucléaire

De manière générale, les noyaux, les nucléons ou les constituants plus élémentaires comme les quarks et les leptons sont des objets intrinsèquement quantiques. Comme première approche, on peut considérer la matière nucléaire comme un gaz de Fermi. Le libre parcours moyen des nucléons étant, à cause des corrélations de Fermi en accord avec le principe de Pauli, grand devant les distances caractéristiques, les nucléons sont alors considérés comme des nucléons indépendants. Grâce au modèle de Fermi, on retrouve alors les caractéristiques du modèle de la goutte liquide ainsi que les caractéristiques de la matière nucléaire [2]. Par exemple, on retrouve la valeur typique de la densité de la matière nucléaire à saturation  $\rho_0$  avec la formule suivante :

$$\rho_0 = \frac{g}{6\pi^2} \left( \frac{m_n v_F}{\hbar} \right)^3 = \frac{g k_F^3}{6\pi^2}, \quad (6.1)$$

où  $g$  est la dégénérescence totale de spin et d'isospin,  $m_n$  est la masse d'un nucléon,  $v_F$  et  $\epsilon_F$  sont respectivement la vitesse de Fermi et l'énergie de Fermi.  $p_F = \hbar k_F = m_n v_F$  correspond à la norme du moment de Fermi. Avec les valeurs usuelles des grandeurs  $\epsilon_F = 37MeV$  et  $m_n = 935MeV.c^{-2}$  on aboutit à  $v_F = 0.28c$ . De plus, avec  $g = g_S.g_\tau = 4$  on obtient  $\rho_0 = 0.16$  nucléons. $fm^{-3}$ .

En outre, l'indiscernabilité des particules au niveau microscopique a comme conséquence l'introduction de deux types de particules, aux comportements statistiques très différents, les fermions et les bosons [96]. Les bosons, de spin entier et vérifiant la statistique de Bose-Einstein ont un comportement grégaire. On peut donc avoir un très grand nombre de bosons dans un seul état énergétique. Au contraire, les fermions, de spin demi-entier et obéissant à la statistique de Fermi-Dirac, sont au plus un par état énergétique à cause du principe d'exclusion de Pauli. Les fonctions d'ondes des bosons et des fermions sont respectivement symétriques et antisymétriques. Pour ces derniers, l'antisymétrie de la fonction d'onde peut être exprimée avec un déterminant de Slater. La matière nucléaire est constituée de fermions et les bosons sont quant à eux les médiateurs des interactions.

Pour les noyaux la transition entre un traitement purement quantique et un traitement semi-classique se fait de manière continue avec l'élévation de la température du système. On passe alors d'un système fortement quantique pour les basses températures à un système semi-classique pour les hautes températures. Le domaine de l'équation d'état associé à la physique nucléonique est tel que la température  $T$  vérifie  $T \leq 15 - 20 \text{ MeV}$  et une masse volumique  $\rho \leq \rho_0 = 0.16$  nucléons. $f m^{-3}$ , avec  $\rho_0$  la densité de saturation de la matière nucléaire infinie.

### 6.1.2 Symétries de l'interaction libre nucléon-nucléon

De manière générale, le potentiel nucléon-nucléon doit respecter un certain nombre d'invariances : par translation dans l'espace des positions et des impulsions, par rotation et par réflexion dans l'espace des positions ou encore par renversement du temps [7]. Il faut ensuite ajouter des invariances liées à des degrés de liberté internes (isospin par exemple). Ces différentes propriétés doivent obligatoirement se retrouver dans le potentiel nucléon-nucléon que l'on peut décomposer en un terme central, un terme spin-orbite et un terme tenseur :

$$v_{(i,j)} = v_{C(i,j)} + v_{LS(i,j)} + v_{T(i,j)}. \quad (6.2)$$

Les indices  $i$  et  $j$  sont associés aux deux nucléons. Ils interviennent au niveau des différents termes à travers la position relative  $\vec{r}_i - \vec{r}_j = \vec{r}_{ij}$ , l'impulsion relative  $\vec{p}_{ij} = \frac{1}{2}(\vec{p}_i - \vec{p}_j)$ , le moment cinétique orbital  $\vec{L} = \vec{r}_{ij} \wedge \vec{p}_{ij}$  ou encore les opérateurs dans les espaces d'isospin  $\vec{\tau}_i, \vec{\tau}_j$  et de spin  $\vec{S} = \frac{1}{2}(\vec{s}_i + \vec{s}_j)$  ( $\vec{s}_i$  est relié aux matrices de Pauli par  $\vec{s}_i = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}_i$ , avec  $\vec{\sigma}_i$  le vecteur dont les composantes sont les matrices de Pauli).  $v_{C(i,j)}$  et  $v_{T(i,j)}$  sont des termes locaux car ils ne dépendent pas de  $\vec{p}$ , contrairement à  $v_{LS(i,j)}$ . Le terme prépondérant du potentiel  $v_{(i,j)}$  est  $v_{C(i,j)}$ , répulsif à courte portée (type cœur dur) et attractif à portée intermédiaire [7, 17]. Il peut par exemple s'écrire :

$$v_{C(i,j)} = v_0(\vec{r}_{ij}) + v_{\sigma}(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j) + v_{\tau}(\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j) + v_{\sigma \cdot \tau}(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j) \cdot (\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j), \quad (6.3)$$

avec  $v_0(\vec{r})$  qui dépend seulement de la distance relative entre les deux nucléons. Les autres termes correspondent au potentiel d'échange. Ce dernier peut être répulsif ou attractif, suivant les configurations des nucléons.

Le potentiel tenseur à deux corps est un terme local, non central et peut être mis par exemple sous la forme suivante :

$$v_{T(i,j)} = (v_{T,0}(\vec{r}_{ij}) + v_{T,\tau}(\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j)) \cdot \left( \frac{3}{r_{ij}^2} (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{r}_{ij})(\vec{\sigma}_j \cdot \vec{r}_{ij}) - (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j) \right). \quad (6.4)$$

Le potentiel spin-orbite, quant à lui, est le terme non-local le plus important. Il dépend de  $\vec{p}$  par l'intermédiaire du moment cinétique orbital  $\vec{L}$  :

$$v_{LS(i,j)} = v_{LS}^0(\vec{r}_{ij}) \cdot (\vec{L} \cdot \vec{S}). \quad (6.5)$$

L'étape suivante consiste à construire une interaction nucléon-nucléon dans le milieu à partir de l'interaction nucléon-nucléon libre. C'est une tâche particulièrement complexe. Dans le paragraphe suivant nous allons présenter brièvement une possibilité pour résoudre ce problème qui adopte le point de vue d'échanges de mésons.

### 6.1.3 Echanges de mésons spécifiques et Matrice G de Brueckner

L'interaction nucléaire à l'échelle des nucléons est la résultante d'une interaction plus intense entre les quarks à l'intérieur d'un nucléon. La base actuelle de l'interprétation de l'interaction nucléaire repose sur l'échange de mésons comme les pions  $\pi$  [97]. La première description théorique de l'interaction nucléon-nucléon du point de vue des échanges de particules date de 1935. Celle-ci est due au physicien japonais Yukawa qui avait prédit un boson médiateur de masse  $m_\pi \simeq 140$  MeV (découvert en 1947). Puisque celui-ci est massif, il correspond à la partie de portée finie (de l'ordre de  $1fm$ ). De manière plus précise, le pion est relié à la partie longue portée attractive du potentiel tandis que les mésons plus lourds sont reliés à la partie répulsive [21, 22].

L'interaction forte est attractive pour des distances entre nucléons de l'ordre du fermi et très répulsive pour des distances plus petites entre nucléons. Un traitement pertinent de l'interaction nucléon-nucléon doit donc prendre en compte ces spécificités. On retrouve les caractéristiques du potentiel répulsif de cœur dur traduisant la saturation de la force nucléaire et faisant le lien avec la dureté de l'équation d'état de la matière nucléaire, elle-même reliée au module d'incompressibilité. Ces propriétés sont la manifestation des effets de milieu qui sont très importants en physique nucléaire. Elles sont reliées au fait que deux nucléons ne peuvent s'approcher au-dessous d'une certaine distance, l'interaction nucléon-nucléon devenant alors très répulsive. Pour un nombre de constituants supérieur à deux, le problème à A corps n'est pas soluble analytiquement. On contourne alors le problème via l'utilisation d'une théorie de champ moyen Hartree-Fock grâce à laquelle l'interaction entre un nucléon et les A-1 autres est traitée par un potentiel moyen. Une variante simplificatrice consiste à prendre en compte les effets de milieu en utilisant un potentiel à deux corps dans le milieu. L'interaction nucléon-nucléon dépend au premier ordre de l'état de spin relatif des partenaires mais aussi de leur vitesse relative. En outre, le potentiel spin-orbite nucléaire représente la valeur moyenne du potentiel spin-orbite des nucléons deux à deux.

En pratique, l'élément de matrice  $\langle \phi | V | \phi \rangle$  diverge à cause du cœur dur du potentiel  $V$  et le fait que  $\phi$ , la fonction d'onde non corrélée à deux corps, ne soit pas nulle pour des distances inférieures au rayon de ce cœur dur. Pour pallier ce problème important de divergence on utilise donc une interaction effective modélisée par la matrice  $G$  de Brueckner qui tient compte des corrélations entre nucléons. En effet,  $G|\phi\rangle = V|\psi\rangle$ , avec  $\psi$  la fonction d'onde non corrélée à deux corps.  $G$  est alors déterminée par sommation en série du potentiel  $V$ , ce qui permet d'aboutir à une équation de type Bethe-Goldstone.

Afin de déterminer des potentiels réalistes, une autre méthode consiste à se baser sur les symétries de l'interaction libre nucléon-nucléon pour construire de manière phénoménologique des potentiels effectifs comme ceux de Skyrme.

## 6.2 Forces effectives de type Skyrme et axes d'étude

### 6.2.1 Forces effectives phénoménologiques de type Skyrme

Il est tout à fait possible de déterminer de manière semi-phénoménologique des forces effectives [29]. Avec un nombre limité de paramètres, on peut en effet générer les principales caractéristiques de la force nucléaire comme l'énergie de liaison, le rayon de noyaux, la saturation de la force nucléaire... Ces interactions ne se déduisent pas directement d'un potentiel nucléon-nucléon mais permettent, en ajustant les paramètres libres grâce aux valeurs expérimentales de noyaux particuliers, de construire une forme de potentiel effectif [4, 7].

Les forces de Skyrme sont souvent utilisées car, toute proportion gardée, leur utilisation est simple et leur pouvoir prédictif grand [98, 99]. Elles sont par exemple utilisées pour déterminer la structure ou la dynamique des noyaux. Par hypothèse, ce sont des interactions de contact. Contrairement à ce que l'on pourrait penser a priori, cette approximation donne de bons résultats. Les différents types de forces de Skyrme comportent un développement en puissances de la densité locale de matière  $\rho(\vec{r})$  et de ses dérivées successives. De manière générale elle prennent aussi en compte le spin et la nature du nucléon, neutron ou proton via l'isospin. Le plus souvent, le potentiel de Skyrme choisi peut être mis sous la forme de deux termes, la partie centrale et la partie spin-orbite, ce qui représente une dizaine de paramètres différents.

Plus précisément la partie à deux corps  $v_{(i,j)}$  du potentiel s'écrit :

$$\begin{aligned} v_{(i,j)} &= t_0(1 + x_0 P_\sigma) \delta(\vec{r}_{ij}) + \frac{t_1}{2}(1 + x_1 P_\sigma) (\vec{k}'^2 \delta(\vec{r}_{ij}) + \delta(\vec{r}_{ij}) \vec{k}^2) \\ &+ t_2(1 + x_2 P_\sigma) \vec{k}' \delta(\vec{r}_{ij}) \vec{k} + iW_0 \vec{k}' \wedge \delta(\vec{r}_{ij}) \vec{k}. \end{aligned} \quad (6.6)$$

où l'opérateur  $\vec{k} = \frac{1}{2i}(\vec{\nabla}_i - \vec{\nabla}_j)$  agit à droite et l'opérateur conjugué  $\vec{k}' = -\frac{1}{2i}(\vec{\nabla}_i - \vec{\nabla}_j)$  agit à gauche,  $\vec{r}_i - \vec{r}_j = \vec{r}_{ij}$  et  $P_\sigma$  est l'opérateur d'échange de spin. Le terme à trois corps est, par hypothèse, de portée nulle également :

$$v_{(i,j,k)} = t_3 \delta(\vec{r}_{ij}) \delta(\vec{r}_{jk}). \quad (6.7)$$

Dans un système possédant autant de spins « up » que de spin « down », c'est-à-dire dans un système saturé en spin, le terme de potentiel à trois corps est équivalent à un terme de potentiel à deux corps. La forme générale de ce terme, compatible avec une valeur réaliste du module d'incompressibilité de la matière nucléaire, est alors

$$v_{(i,j)} = \frac{t_3}{6} (1 + x_3 P_\sigma) \delta(\vec{r}_{ij}) \rho^\gamma(\vec{R}_{ij}). \quad (6.8)$$

Au total, ce sont donc dix paramètres ( $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, W_0, \gamma$ ) qu'il faut déterminer en les ajustant aux grandeurs physiques. Le potentiel effectif de Skyrme à deux corps peut donc s'écrire :

$$v_{(i,j)}^{Skyrme}(\vec{R}_{ij}, \vec{r}_{ij}) = v_{C(i,j)}^{Skyrme} + v_{LS(i,j)}^{Skyrme}, \quad (6.9)$$

$$\begin{aligned} v_{C(i,j)}^{Skyrme} &= t_0(1 + x_0 P_\sigma) \delta(\vec{r}_{ij}) + \frac{t_1}{2}(1 + x_1 P_\sigma) (\vec{k}'^2 \delta(\vec{r}_{ij}) + \delta(\vec{r}_{ij}) \vec{k}^2) \\ &+ t_2(1 + x_2 P_\sigma) \vec{k}' \delta(\vec{r}_{ij}) \vec{k} + \frac{t_3}{6} (1 + x_3 P_\sigma) \delta(\vec{r}_{ij}) \rho^\gamma(\vec{R}_{ij}), \end{aligned} \quad (6.10)$$

$$v_{LS(i,j)}^{Skyrme} = iW_0 \vec{k}' \wedge \delta(\vec{r}_{ij}) \vec{k}. \quad (6.11)$$

Dans le terme central,  $t_0$  est négatif car il est lié à la partie attractive de l'interaction. Au contraire,  $t_3$  est positif car il correspond à la partie répulsive pour laquelle on associe une dépendance en densité de la forme  $\rho^\gamma$ . Le paramètre  $\gamma$  représente le cœur « dur » de la matière nucléaire (de manière générale  $1/6 \leq \gamma \leq 1$ ).  $t_0$  et  $t_3$  sont associés aux contributions de volume.  $t_1$  et  $t_2$  sont quant à eux associés à des termes en gradients et donc aux effets de surface.  $x_0, x_1, x_2$  et  $x_3$  sont reliés à l'opérateur d'échange de spin et aux propriétés d'antisymétrie neutron-proton.

Plusieurs paramétrisations du potentiel de Skyrme (voir tableau ci-dessous [30]) sont possibles suivant la physique que l'on étudie. Ainsi, par exemple, SLy7 est une paramétrisation qui donne une masse effective  $m^*/m = 0.67$  et qui est adaptée à l'étude des barrières de fission des noyaux lourds.

Skyrme	$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$W_0$	$\gamma$
SkM	-2645	385.0	-120.0	15595	0.09	0.0	0.0	0.0	130	1/6
SKa	-1602.8	570.88	-67.70	8000	-0.02	0.0	0.0	-0.286	125	1/3
SI	-1057.3	235.9	-100.0	14463	0.56	0.0	0.0	1.0	120	1
SLy0	-2486.4	485.25	-440.86	13783	0.7947	-0.4983	-0.9323	1.2893	128	1/6
SLy4	-2488.9	486.82	-546.39	13777	0.834	-0.3438	-1.0	1.263	125	1/6
SLy7	-2480.8	461.29	-433.93	13669	0.848	-0.492	-1.0	1.393	125	1/6
SkP	-2931.7	320.62	-337.41	18709	0.2922	0.6532	-0.6532	0.1810	100	1/6

## 6.2.2 Axes d'étude

L'utilisation des forces de Skyrme est omniprésente dans les calculs de structure nucléaire. Mais récemment des calculs de type champ moyen sur des noyaux ont montré la présence d'instabilités non physiques. Afin de comprendre l'origine de ces instabilités, on a calculé, dans chaque canal de spin et d'isospin, la fonction réponse pour la matière nucléaire infinie. Bien que la correspondance entre matière nucléaire infinie et noyaux ne soit pas totalement directe, il a été montré que les instabilités observées sur les noyaux apparaissaient comme des pôles de la réponse. Il a été également constaté que ces pôles se manifestaient dans une violation des règles de somme de la fonction réponse.

De manière générale, les règles de somme sont des contraintes auxquelles doivent satisfaire une théorie. Le but de la partie II consiste à déterminer ces contraintes. Plus précisément, le but principal est de calculer, pour les différents canaux ( $\alpha$ ), les moments  $M_1$  et  $M_3$  directement à partir des définitions intrinsèques en faisant intervenir, pour la première fois, le terme tenseur du potentiel pour  $M_1$ .

En effet, pour les calculs effectués avec les forces effectives phénoménologiques de Skyrme on ne considère le plus souvent que les parties centrale et spin-orbite du potentiel à deux corps. Mais, pour des raisons évidentes d'importance intrinsèque en physique nucléaire et même s'il a été écarté pour des raisons de complexité jusqu'à présent, il faut considérer le terme tenseur à deux corps [100, 101]. Celui-ci s'écrit :

$$v_{T(i,j)}^{Skyrme} = v_{T(i,j)}^{t_e} + v_{T(i,j)}^{t_o}, \quad (6.12)$$

$$v_{T(i,j)}^{t_e} = \frac{t_e}{2} \{ [3(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{k}')(\vec{\sigma}_j \cdot \vec{k}') - (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j)k'^2] \delta(\vec{r}_{ij}) + \delta(\vec{r}_{ij}) [3(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{k})(\vec{\sigma}_j \cdot \vec{k}) - (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j)k^2] \}, \quad (6.13)$$

$$v_{T(i,j)}^{t_o} = t_o \{ 3(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{k}')\delta(\vec{r}_{ij})(\vec{\sigma}_j \cdot \vec{k}) - (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j)k' \delta(\vec{r}_{ij})\vec{k} \}, \quad (6.14)$$

avec  $t_e$  « even » partie paire et  $t_o$  « odd » partie impaire par rapport au renversement du temps. Les autres grandeurs entrant dans la définition du tenseur  $v_{T(i,j)}^{Skyrme}$  ont été définies dans ce chapitre, aux équations (6.10) et (6.11).

Dans les deux prochains chapitres de cette partie II, nous allons rappeler le formalisme général utilisé pour les règles de somme avant d'exposer les grandes lignes du calcul lui-même ainsi que les résultats obtenus.

# Chapitre 7

## Formalisme général et physique nucléaire

Le but de ce chapitre est de rappeler le formalisme général qui sera utilisé au chapitre 8 pour le calcul explicite des règles de somme.

En premier lieu, dans le cadre de la théorie de la réponse linéaire, on aborde les notions de champ moyen et l'approximation Hartree-Fock. Ensuite, on définit de manière générale la fonction réponse et les règles de somme ainsi que l'approximation des phases aléatoires.

Enfin, on indique les grandes lignes de la méthode asymptotique utilisée pour obtenir les moments  $M_1^{(\alpha)}$  et  $M_3^{(\alpha)}$ .

### 7.1 Cadre de l'étude et outils utilisés

#### 7.1.1 Champ moyen et approximation Hartree-Fock

L'approximation Hartree-Fock est une approximation de champ moyen. Dans cette théorie, le problème à  $A$  corps est réduit à celui du problème à un corps effectif [102]. Les nucléons sont de ce fait considérés comme non corrélés et chaque nucléon est soumis à un potentiel représentant l'effet des autres nucléons du milieu. La figure 7.1 représente schématiquement l'équation de Dyson décrivant la modification du propagateur du fermion habillé en fonction du propagateur de fermion libre et des contributions dues aux effets de milieu dans l'approximation HF [103].

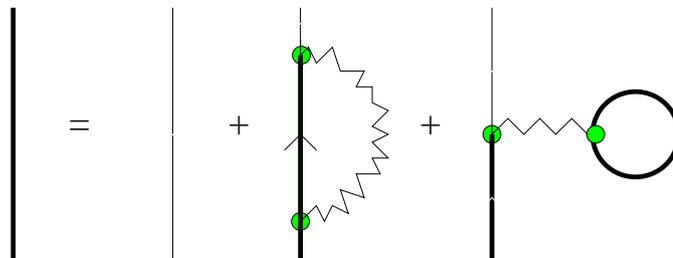


FIGURE 7.1: Approximation Hartree-Fock. De gauche à droite on identifie la décomposition du propagateur de fermion habillé par les effets de milieu en fonction du propagateur de fermion libre, du terme d'échange de Fock et du terme local d'Hartree.

On calcule ainsi l'énergie HF qui peut se décomposer en deux termes : le terme d'Hartree,

terme local représentant l'interaction directe, et le terme de Fock, terme non local représentant l'interaction d'échange. Dans cette approximation, l'énergie totale est donc la somme de l'énergie cinétique du système sans interaction et de ces deux derniers termes caractérisant les effets de milieu.

L'état fondamental nucléon-nucléon  $|0\rangle$  peut être décomposé en un produit direct de kets, associés aux quasi-particules  $i$  et  $j$ , de type Hartree-Fock tel que  $|0\rangle = |0\rangle_{HF} \otimes |0\rangle_{HF}$ . De plus le ket  $|0\rangle$  peut être défini par un déterminant de Slater traduisant le caractère complètement antisymétrique associé à la nature fermionique des nucléons. En outre, pour chaque particule il faut prendre en considération l'espace direct, l'espace de spin et l'espace d'isospin.

D'autre part, la propagation des particules dans le milieu n'est pas la seule à subir des modifications. C'est aussi le cas des interactions. Les modifications induites par le milieu sur les interactions peuvent être modélisées par la notion de polarisation  $\Pi$  qui caractérise la réponse du milieu à une perturbation extérieure.

### 7.1.2 Formalisme général : fonction réponse et règles de somme

On considère un opérateur excitation  $F^{(\alpha)}$  permettant de passer de l'état fondamental nucléaire  $|0\rangle$  à l'état excité  $|k\rangle$  :  $|k\rangle = F^{(\alpha)}|0\rangle$ . La notation condensée  $(\alpha)$  signifie que l'opérateur dépend des variables spatiales position et quantité de mouvement et des variables internes spin et isospin d'où  $(\alpha) = (\vec{r}, \vec{p} | \vec{\sigma}, \vec{\tau})$ . Dans la suite de l'étude, afin de simplifier les notations, on considère la référence à l'espace réel comme implicite. On note donc  $(\alpha) = (S, I)$  avec  $S$  et  $I$  respectivement les nombres de spin et d'isospin.

La fonction réponse de l'état fondamental nucléaire sous l'action de l'opérateur  $F^{(\alpha)}$  est alors

$$\Pi^{(\alpha)}(\omega, \vec{q}) = \sum_k | \langle k | F^{(\alpha)} | 0 \rangle |^2 \delta(\omega - \omega_k), \quad (7.1)$$

avec  $\omega_k = E_k - E_0$  et  $H|k\rangle = E_k|0\rangle$ .  $E_k$  est la valeur propre associée au vecteur propre  $|k\rangle$  pour le hamiltonien  $H$  et  $E_0$  représente l'énergie de l'état fondamental. Si  $|k\rangle$  est un état situé dans le continuum, la somme discrète doit être remplacée par une intégrale.

En pratique, le calcul de la fonction réponse peut ne pas être évident car il n'est pas toujours facile de déterminer les états propres  $|k\rangle$ . On peut contourner cette difficulté en utilisant la technique des règles de somme et définir les moments  $M_p$ , avec  $p$  entier naturel allant de 0 à  $+\infty$ .

$$M_p^{(\alpha)} = \int \Pi^{(\alpha)}(\omega, \vec{q}) \omega^p d\omega = \sum_k | \langle k | F^{(\alpha)} | 0 \rangle |^2 \omega_k^p \quad (7.2)$$

En théorie, si on connaît l'infinité des moments  $M_p^{(\alpha)}$ , on a alors autant d'information que dans la fonction réponse  $\Pi^{(\alpha)}(\omega, \vec{q})$ . Cependant, en pratique, on ne peut pas déterminer tous les moments  $M_p^{(\alpha)}$ . Cette alternative au calcul direct de la fonction réponse n'est donc viable que si sa convergence de celle-ci est assez importante pour qu'une estimation de  $\Pi^{(\alpha)}(\omega, \vec{q})$  à l'aide des premiers moments suffise.

La forme générale des règles de somme diffère suivant la parité des moments. En effet, les définitions des moments pairs nécessitent l'utilisation d'anticommutateurs  $\{, \}$  tandis que celles des moments impairs se basent sur les commutateurs  $[, ]$ . C'est ce deuxième type de moment qui va nous intéresser dans la suite de cette partie II. Mais avant cela, nous allons dire quelques mots de la réponse du système.

### 7.1.3 Approximation des phases aléatoires

L'approximation des phases aléatoires (de l'anglais Random Phase Approximation RPA) permet de calculer la réponse du système à une perturbation. L'excitation physique prise en compte est de type p-h (particle-hole). Souvent l'antisymétrisation est compliquée à mettre en oeuvre et on se contente de l'approximation des anneaux, voir figure 7.2.

On peut également noter qu'il est possible de déterminer la fonction réponse  $\Pi^{(\alpha)}$  dans le cadre RPA à partir d'une interaction effective possédant une dépendance en vitesse ou, ce qui est équivalent, en utilisant la fonctionnelle de la densité d'énergie correspondante. Il est alors possible d'accéder aux règles de somme [25, 26, 104].

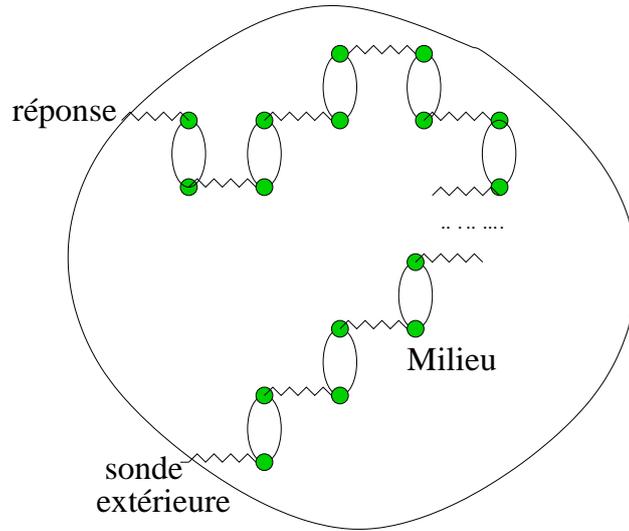


FIGURE 7.2: Modélisation de la propagation des excitations dans un milieu à l'aide de la méthode RPA, sous forme de bulles de polarisation, et de la réponse associée.

## 7.2 Détermination des règles de somme

### 7.2.1 Hamiltonien avec potentiel de type Skyrme

Le hamiltonien général  $H = E_C + V$  peut être réécrit sous la forme

$$H = \sum_{i=1}^n h_i = \sum_{i=1}^n e_{ci} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n v_{(i,j)}^{Skyrme}, \quad (7.3)$$

avec  $e_{ci}$  l'énergie cinétique du nucléon  $i$  et  $v_{(i,j)}^{Skyrme}$  le potentiel de type Skyrme. L'énergie cinétique peut s'écrire

$$e_{ci} = \frac{\vec{k}_i^2}{2m}, \quad (7.4)$$

avec  $\vec{k}_i = -i\vec{\nabla}_i$  et le potentiel effectif de Skyrme :

$$v_{(i,j)}^{Skyrme} = v_{C(i,j)}^{Skyrme} + v_{LS(i,j)}^{Skyrme} + v_{T(i,j)}^{Skyrme}, \quad (7.5)$$

avec les contributions du potentiel central, du potentiel spin-orbite et du potentiel tenseur définies respectivement par (6.10), (6.11) et (6.12).

### 7.2.2 Développement asymptotique et règles de somme $M_1^{(\alpha)}$ et $M_3^{(\alpha)}$

Dans le cadre RPA, la fonction réponse par unité de volume est [104] :

$$\Pi^{(\alpha)}(q_0, \vec{q}) = \frac{1}{V} \sum_k |\langle k | F^{(\alpha)} | 0 \rangle|^2 \left( \frac{1}{q_0 - E_k + i\eta} + \frac{1}{-q_0 - E_k + i\eta} \right), \quad (7.6)$$

avec  $V$  le volume total du système et  $\eta > 0$ , un infiniment petit.

$\Pi^{(\alpha)}(q_0, \vec{q})$  vérifie la relation de dispersion

$$\Pi^{(\alpha)}(q_0, \vec{q}) = -\frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \mathbf{Im} (\Pi^{(\alpha)}(\omega, \vec{q})) \left( \frac{1}{q_0 - \omega + i\eta} + \frac{1}{-q_0 - \omega + i\eta} \right) d\omega. \quad (7.7)$$

En outre, la règle de somme d'ordre  $p$  est reliée à la partie imaginaire de  $\Pi^{(\alpha)}(\omega, \vec{q})$ , elle-même reliée aux propriétés physiques du système, et s'écrit :

$$M_p^{(\alpha)}(\vec{q}) = -\frac{1}{\pi \rho_0} \int_0^{+\infty} \mathbf{Im} (\Pi^{(\alpha)}(\omega, \vec{q})) \omega^p d\omega, \quad (7.8)$$

avec  $\rho_0$  la densité particulaire de la matière nucléaire symétrique à saturation. Les ordres impairs des règles de somme sont obtenus par exemple avec un développement asymptotique de la fonction réponse, vue comme une série de puissances de  $q_0$

$$\lim_{q_0 \rightarrow +\infty} \Pi^{(\alpha)}(q_0, \vec{q}) = 2\rho_0 \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{M_{2p+1}^{(\alpha)}(\vec{q})}{q_0^{2p+2}} = 2\rho_0 \left( \frac{M_1^{(\alpha)}(\vec{q})}{q_0^2} + \frac{M_3^{(\alpha)}(\vec{q})}{q_0^4} + \dots \right). \quad (7.9)$$

Il suffit alors d'exprimer  $\Pi^{(\alpha)}(q_0, \vec{q})$  à l'aide des paramètres de la force de Skyrme et on détermine ensuite la limite pour  $q_0 \rightarrow +\infty$ . En se limitant aux deux premiers moments impairs, on aboutit à :

$$\begin{aligned} \lim_{q_0 \rightarrow +\infty} \Pi^{(\alpha)}(q_0, \vec{q}) &= \rho_0 \frac{\vec{q}^2}{q_0^2} \left( \frac{1}{m^*} - \frac{\rho_0}{2} W_2^{(\alpha)} \right) \\ &+ \rho_0 \frac{\vec{q}^4}{q_0^4} \left( \frac{1}{m^*} - \frac{\rho_0}{2} W_2^{(\alpha)} \right)^2 \left[ \left( \frac{3}{5} \vec{k}_F^2 + \frac{\vec{q}^2}{4} \right) \frac{1}{m^*} + \frac{\rho_0}{4} W_1^{(\alpha)} + \frac{\rho_0}{2} \left( \vec{k}_F^2 + \frac{\vec{q}^2}{4} \right) W_2^{(\alpha)} \right] \\ &+ \dots \end{aligned} \quad (7.10)$$

Par identification, on exprime alors les règles de somme en fonction des paramètres de Skyrme. Le prochain paragraphe donne l'exemple, dans le cas d'un potentiel central uniquement, du calcul de  $M_1^{(\alpha)}$  et  $M_3^{(\alpha)}$ .

### 7.2.3 Rappel des résultats pour $M_1^{(\alpha)}$ et $M_3^{(\alpha)}$ avec termes centraux

Dans les canaux  $(\alpha) = (S, I)$ , quand on ne considère que la partie centrale du potentiel effectif de Skyrme, il est possible de séparer  $M_1^{(\alpha)}$  en deux contributions : une qui est spécifique de l'énergie cinétique et l'autre qui est associée au potentiel central. Les moments  $M_1^{(\alpha)}$  peuvent alors se mettre sous la forme :

$$M_1^{(\alpha)} = M_{1EC}^{(\alpha)} + M_{1C}^{(\alpha)}. \quad (7.11)$$

Cette décomposition n'est plus possible pour les règles de somme  $M_3^{(\alpha)}$  car on ne peut plus dans ce cas séparer complètement les contributions du potentiel central du terme purement cinétique. Ainsi, les moments associés au terme cinétique et au potentiel central peuvent s'écrire :

$$M_1^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{\vec{q}^2}{2m^*} \left( 1 - \frac{m^* \rho_0}{2} W_2^{(\alpha)} \right) = \frac{\vec{q}^2}{2m} + \frac{\vec{q}^2}{4} \rho_0 \left( W_2^{(0,0)} - W_2^{(\alpha)} \right), \quad (7.12)$$

$$M_3^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{\vec{q}^4}{2} \left( \frac{1}{m^*} - \frac{\rho_0}{2} W_2^{(\alpha)} \right)^2 \left[ \left( \frac{3}{5} \vec{k}_F^2 + \frac{\vec{q}^2}{4} \right) \frac{1}{m^*} + \frac{\rho_0}{4} W_1^{(\alpha)} + \frac{\rho_0}{2} \left( \vec{k}_F^2 + \frac{\vec{q}^2}{4} \right) W_2^{(\alpha)} \right], \quad (7.13)$$

avec  $\vec{k}_F$  le moment de Fermi,  $\vec{q}$  le moment transféré,  $\rho_0$  la densité de la matière nucléaire symétrique à saturation correspondant à l'équation (6.1) et  $m^*$  la masse effective. Dans le cas présent  $m^*$  est telle que

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m} + \frac{\rho_0}{8} (3t_1 + 5t_2 + 4x_2 t_2). \quad (7.14)$$

Cette masse effective  $m^*$  est reliée à la dépendance en impulsion et en énergie des niveaux d'énergie à un corps donc au type d'interaction effective. La valeur de  $m^*$  varie en fonction de la paramétrisation de Skyrme choisie, voir partie **6.2.1**. Par exemple, pour la paramétrisation SLy7 le rapport de la masse effective par la masse réelle vérifie  $m^*/m = 0.67$ . De plus,

$$W_1^{(0,0)} = 3t_0 + \frac{(\gamma+1)(\gamma+2)}{4} t_3 \rho_0^\gamma + \frac{3}{4} t_1 \vec{q}^2 - \frac{(5+4x_2)}{4} t_2 \vec{q}^2, \quad (7.15)$$

$$W_1^{(0,1)} = -(1+2x_0)t_0 - \frac{(1+2x_3)}{6} t_3 \rho_0^\gamma - \frac{(1+2x_1)}{4} t_1 \vec{q}^2 - \frac{(1+2x_2)}{4} t_2 \vec{q}^2, \quad (7.16)$$

$$W_1^{(1,0)} = -(1-2x_0)t_0 - \frac{(1-2x_3)}{6} t_3 \rho_0^\gamma - \frac{(1-2x_1)}{4} t_1 \vec{q}^2 - \frac{(1+2x_2)}{4} t_2 \vec{q}^2, \quad (7.17)$$

$$W_1^{(1,1)} = -t_0 - \frac{1}{6} t_3 \rho_0^\gamma - \frac{1}{4} t_1 \vec{q}^2 - \frac{1}{4} t_2 \vec{q}^2, \quad (7.18)$$

$$W_2^{(0,0)} = \frac{3}{4} t_1 + \frac{(5+4x_2)}{4} t_2, \quad (7.19)$$

$$W_2^{(0,1)} = -\frac{(1+2x_1)}{4} t_1 + \frac{(1+2x_2)}{4} t_2, \quad (7.20)$$

$$W_2^{(1,0)} = -\frac{(1-2x_1)}{4} t_1 + \frac{(1+2x_2)}{4} t_2, \quad (7.21)$$

$$W_2^{(1,1)} = -\frac{1}{4} t_1 + \frac{1}{4} t_2. \quad (7.22)$$

Passons maintenant au calcul des règles de somme en présence de termes tensoriels.



# Chapitre 8

## Détermination des règles de somme

Dans un premier temps, on définit de manière intrinsèque les règles de somme pour  $M_1^{(\alpha)}$  incluant le potentiel tenseur. Dans un deuxième temps, on aborde le calcul exact des règles de somme pour  $M_1^{(\alpha)}$ . Ensuite on procède de même pour  $M_3^{(\alpha)}$  en se focalisant sur le terme purement cinétique et les termes issus des combinaisons de l'énergie cinétique et du potentiel central.

### 8.1 Règles de somme $M_1^{(\alpha)}$ jusqu'au niveau tensoriel

Pour chacune des règles de somme  $M_1^{(\alpha)}$  la décomposition en quatre termes est possible. Parmi ces termes, un terme est spécifique de l'énergie cinétique et trois termes sont associés au potentiel. En effet, par analogie avec la décomposition du potentiel, on aboutit à un terme central  $C$ , un terme spin-orbite  $LS$  et un terme tenseur  $T$ .

$$M_1^{(\alpha)} = M_{1EC}^{(\alpha)} + M_{1C}^{(\alpha)} + M_{1LS}^{(\alpha)} + M_{1T}^{(\alpha)} \quad (8.1)$$

Le calcul explicite a montré que les moments  $M_{1LS}^{(\alpha)}$  associés au potentiel spin-orbite sont en réalité nuls.

#### 8.1.1 Définitions antisymétrisées de $M_1^{(\alpha)}$ avec potentiel tenseur

Le hamiltonien du système est  $H = E_C + V_C + V_{LS} + V_T$ . L'énergie cinétique  $E_C$  est associée à un opérateur à un corps donc le moment correspondant  $M_{1EC}^{(\alpha)}(\vec{q})$  n'est pas antisymétrisé. Au contraire, pour le potentiel  $V$  qui est associé à un opérateur à deux corps on doit donc tenir compte de la nature fermionique des nucléons. La définition de  $M_1^{(\alpha)}(\vec{q})$  prend alors la forme suivante

$$M_1^{(\alpha)}(\vec{q}) = M_{1EC}^{(\alpha)}(\vec{q}) + M_{1C}^{(\alpha)}(\vec{q}) + M_{1T}^{(\alpha)}(\vec{q}), \quad (8.2)$$

avec

$$M_{1EC}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{2} \langle 0 | [F^{\dagger(\alpha)}, [E_C, F^{(\alpha)}]] | 0 \rangle, \quad (8.3)$$

$$M_{1C}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{2} \langle 0 | [F^{\dagger(\alpha)}, [V_C, F^{(\alpha)}]] A | 0 \rangle, \quad (8.4)$$

$$M_{1T}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{2} \langle 0 | [F^{\dagger(\alpha)}, [V_T, F^{(\alpha)}]] A | 0 \rangle, \quad (8.5)$$

où le ket  $|0\rangle$  caractérisant l'état fondamental peut s'écrire sous la forme du produit direct  $|0\rangle = |0\rangle_{direct} \otimes |0\rangle_{interne}$ , avec  $|0\rangle_{direct}$  le ket associé à l'espace réel et  $|0\rangle_{interne}$  le ket de l'espace interne lui-même défini par le produit direct  $|0\rangle_{interne} = |0\rangle_{spin} \otimes |0\rangle_{isospin}$ .

De plus, l'opérateur  $A = (\mathbf{1} - P_X P_\sigma P_\tau)$  assure l'antisymétrisation avec  $P_X$  l'opérateur parité agissant sur l'espace réel ainsi que les opérateurs d'échange  $P_\sigma$  et  $P_\tau$  agissant respectivement sur l'espace de spin et l'espace d'isospin. Pour une fonction paire ou une fonction impaire, l'opérateur parité  $P_X$  est égal à respectivement 1 ou -1. En outre  $P_\sigma^2 = \mathbf{1}$  et  $P_\tau^2 = \mathbf{1}$ . Avec une notation plus détaillée, on peut écrire

$$P_{\sigma_{ij}} = \frac{\mathbf{1} + \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j}{2} \quad \text{et} \quad P_{\tau_{ij}} = \frac{\mathbf{1} + \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j}{2}, \quad (8.6)$$

avec  $\vec{\sigma}_i$  et  $\vec{\tau}_i$  des vecteurs dont les composantes  $(\sigma_i^x, \sigma_i^y, \sigma_i^z)$  et  $(\tau_i^x, \tau_i^y, \tau_i^z)$  sont respectivement les matrices de Pauli dans l'espace de spin et l'espace d'isospin. Pour  $i = j$  les matrices de Pauli anticommulent et pour  $i \neq j$  ces matrices vérifient l'algèbre de Lie. L'opérateur antisymétrisation devient donc

$$A_{ij} = (\mathbf{1} - P_{X_{ij}} P_{\sigma_{ij}} P_{\tau_{ij}}). \quad (8.7)$$

En outre, l'opérateur excitation  $F^{(\alpha)}$  et son hermitique conjugué  $F^{\dagger(\alpha)}$  sont tels que

$$F^{(\alpha)} = \sum_l^n \theta_l^{(\alpha)} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_l} \quad F^{\dagger(\alpha)} = \sum_l^n \theta_l^{(\alpha)} e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_l} \quad (8.8)$$

avec  $\theta_l^{(0,0)} = \mathbf{1}_2$  la matrice unité d'ordre deux,  $\theta_l^{(0,1)} = \tau_l^z$  la matrice de Pauli de spin selon l'axe  $z$ ,  $\theta_l^{(1,0)} = \sigma_l^z$  la matrice de Pauli d'isospin selon l'axe  $z$  et  $\theta_l^{(1,1)} = \sigma_l^z \tau_l^z$ . Dans ces quatre situations, les éléments de matrice de  $\theta_l^{(\alpha)}$  sont donc réels.

### 8.1.2 Calculs exacts de $M_1^{(\alpha)}$ à partir des définitions intrinsèques

Avec des notations plus explicites les différentes contributions de  $M_1^{(\alpha)}(\vec{q})$  deviennent

$$M_{1EC}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{4m} \sum_{l,m,i} \langle 0 | \left[ \theta_l^{(\alpha)} e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_l}, \left[ \vec{k}_i^2, \theta_m^{(\alpha)} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_m} \right] \right] | 0 \rangle, \quad (8.9)$$

$$M_{1C}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{4} \sum_{l,m,i,j \neq i} \langle 0 | \left[ \theta_l^{(\alpha)} e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_l}, \left[ v_{C(i,j)}^{Skyrme}, \theta_m^{(\alpha)} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_m} \right] \right] A_{ij} | 0 \rangle, \quad (8.10)$$

$$M_{1T}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{4} \sum_{l,m,i,j \neq i} \langle 0 | \left[ \theta_l^{(\alpha)} e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_l}, \left[ v_{T(i,j)}^{Skyrme}, \theta_m^{(\alpha)} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_m} \right] \right] A_{ij} | 0 \rangle. \quad (8.11)$$

D'après les formes centrale (6.10) et tenseur (6.12) du potentiel effectif de Skyrme, les règles de somme  $M_{1C}^{(\alpha)}(\vec{q})$  et  $M_{1T}^{(\alpha)}(\vec{q})$  peuvent se décomposer sous la forme suivante

$$M_{1C}^{(\alpha)}(\vec{q}) = M_{1C}^{t_0(\alpha)}(\vec{q}) + M_{1C}^{t_1(\alpha)}(\vec{q}) + M_{1C}^{t_2(\alpha)}(\vec{q}) + M_{1C}^{t_3(\alpha)}(\vec{q}), \quad (8.12)$$

$$M_{1T}^{(\alpha)}(\vec{q}) = M_{1T}^{t_e(\alpha)}(\vec{q}) + M_{1T}^{t_o(\alpha)}(\vec{q}). \quad (8.13)$$

En pratique, dans l'espace interne, on considère la matière nucléaire comme doublement symétrique par rapport au spin et à l'isospin. De plus, afin de calculer les différents commutateurs des règles de somme, on se base alors sur les propriétés des matrices de Pauli qui peuvent se traduire dans l'espace de spin par la relation

$$\sigma_k^x \sigma_l^y = (i\epsilon^{xyz} \sigma_k^z + \mathbf{1}_2 \delta^{xy}) \delta_{kl} + (\mathbf{1}_2 - \delta_{kl}) \sigma_l^y \sigma_k^x, \quad (8.14)$$

où  $\epsilon^{xyz}$  est l'opérateur complètement antisymétrique de Lévi-Civita,  $\mathbf{1}_2$  la matrice unité d'ordre 2 et  $\delta_{kl}$  le symbole de Kronecker. Cette relation est transposable dans l'espace d'isospin avec les matrices  $\tau_k^x$ ,  $\tau_k^y$  et  $\tau_k^z$ . Pour  $l = k$  les matrices de Pauli anticommulent et pour  $l \neq k$  elles vérifient l'algèbre de Lie.

Dans l'espace direct, en représentation  $\vec{r}$ , on utilise les spécificités de la distribution de Dirac  $\delta_{\vec{r}_i \vec{r}_j} = \langle \vec{r}_i | \vec{r}_j \rangle$  ainsi que la relation de fermeture

$$\int \int d\vec{r}_i d\vec{r}_j |\vec{r}_i, \vec{r}_j\rangle \langle \vec{r}_i, \vec{r}_j| = \mathbf{1}. \quad (8.15)$$

En outre, on peut choisir  $\vec{q}$  selon une direction particulière, par exemple la direction  $z$  de vecteur unitaire  $\vec{u}_z$ . Sans perdre en généralité on peut donc écrire  $\vec{q} = q\vec{u}_z$ .

### 8.1.3 Résultats : règle de somme $M_1^{(\alpha)}(\vec{q})$ avec terme tenseur

A partir des outils détaillés dans le paragraphe précédent, on aboutit, après de longs calculs, aux résultats suivants :

Le terme  $M_{1EC}^{(\alpha)}(\vec{q})$  associé à l'énergie cinétique s'écrit

$$M_{1EC}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{\vec{q}^2}{2m}; \quad (8.16)$$

la règle de somme  $M_{1C}^{(\alpha)}(\vec{q})$  relative à la partie centrale du potentiel de Skyrme peut se mettre sous la forme :

$$M_{1C}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{\vec{q}^2 \rho_0}{4} \left( W_2^{(0,0)} - W_2^{(\alpha)} \right), \quad (8.17)$$

avec les coefficients  $W_2^{(0,0)}$  et  $W_2^{(\alpha)}$  définis à l'aide des relations (7.19), (7.20), (7.21) et (7.22). L'expression (8.17) est alors équivalente à la relation (7.12). En outre, la règle de somme spécifique de la partie tenseur du potentiel de Skyrme  $M_{1T}^{(\alpha)}(\vec{q})$  est

$$M_{1T}^{(0,0)}(\vec{q}) = 0, \quad (8.18)$$

$$M_{1T}^{(0,1)}(\vec{q}) = 0, \quad (8.19)$$

$$M_{1T}^{(1,0)}(\vec{q}) = -\frac{\vec{q}^2 \rho_0}{4} (t_e + 3t_o), \quad (8.20)$$

$$M_{1T}^{(1,1)}(\vec{q}) = \frac{\vec{q}^2 \rho_0}{4} (t_e - t_o). \quad (8.21)$$

Ainsi, la règle de somme  $M_1^{(\alpha)}(\vec{q})$  incluant la partie tenseur de rang zéro peut donc s'écrire

$$M_1^{(0,0)}(\vec{q}) = \frac{\vec{q}^2}{2m}, \quad (8.22)$$

$$M_1^{(0,1)}(\vec{q}) = \frac{\vec{q}^2}{2m} + \frac{\vec{q}^2 \rho_0}{4} \left( t_1 \left( 1 + \frac{x_1}{2} \right) + t_2 \left( 1 + \frac{x_2}{2} \right) \right), \quad (8.23)$$

$$M_1^{(1,0)}(\vec{q}) = \frac{\vec{q}^2}{2m} + \frac{\vec{q}^2 \rho_0}{4} \left( t_1 \left( 1 - \frac{x_1}{2} \right) + t_2 \left( 1 + \frac{x_2}{2} \right) \right) - \frac{\vec{q}^2 \rho_0}{4} (t_e + 3t_o), \quad (8.24)$$

$$M_1^{(1,1)}(\vec{q}) = \frac{\vec{q}^2}{2m} + \frac{\vec{q}^2 \rho_0}{4} (t_1 + t_2(1 + x_2)) + \frac{\vec{q}^2 \rho_0}{4} (t_e - t_o). \quad (8.25)$$

## 8.2 Règles de somme $M_3^{(\alpha)}$ et potentiel central

De manière générale, pour chacune des règles de somme la décomposition en quatre termes n'est plus possible car les différentes contributions du hamiltonien ne commutent pas entre elles dans le triple commutateur. Parmi ces termes, un terme est spécifique de l'énergie cinétique mais les autres termes ne sont donc plus décomposables en un terme central  $C$ , un terme spin-orbite  $LS$  et un terme tenseur  $T$ . Dans la suite de ce chapitre, on se focalise sur le terme purement cinétique et sur les termes issus des différentes combinaisons associées aux parties cinétique et centrale du hamiltonien.

### 8.2.1 Définitions antisymétrisées de $M_3^{(\alpha)}$ avec potentiel central

Le hamiltonien du système, de la forme  $H = E_C + V_C + V_{LS} + V_T$ , est le même que pour  $M_1^{(\alpha)}$ . Par analogie, on reprend les mêmes hypothèses de travail que pour  $M_1^{(\alpha)}$ , voir partie 8.1.1. L'opérateur à un corps associé à l'énergie cinétique est donc relié au moment  $M_{3_{E_C E_C E_C}}^{(\alpha)}(\vec{q})$  qui n'est pas antisymétrisé.

Au contraire, les autres termes qui entrent dans la définition de  $M_3^{(\alpha)}(\vec{q})$  doivent être antisymétrisés à cause de l'opérateur à deux corps représentatif du potentiel  $V$ . Pour la suite de ce chapitre on utilise le hamiltonien  $H_C = E_C + V_C$ .

La définition des différents termes des règles de somme  $M_3^{(\alpha)}$  s'appuie en particulier sur le triple commutateur  $[[F^\dagger, H_C], [H_C, [H_C, F]]]$ . En développant ce triple commutateur, on peut décomposer le moment  $M_{3_C}^{(\alpha)}$  en huit contributions, elles-mêmes subdivisées en quatre catégories (8.26), (8.27), (8.28) et (8.29) suivant que les termes de ces catégories sont respectivement proportionnels à  $1/m^3$ ,  $1/m^2$ ,  $1/m$  ou indépendant de  $m$  :

$$M_3^{(\alpha)}(\vec{q}) = M_{3_{E_C E_C E_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) \quad (8.26)$$

$$+ M_{3_{E_C E_C V_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) + M_{3_{E_C V_C E_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) + M_{3_{V_C E_C E_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) \quad (8.27)$$

$$+ M_{3_{E_C V_C V_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) + M_{3_{V_C E_C V_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) + M_{3_{V_C V_C E_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) \quad (8.28)$$

$$+ M_{3_{V_C V_C V_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}), \quad (8.29)$$

avec

$$M_{3_{E_C E_C E_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{2} \langle 0 | [[F^\dagger, E_C], [E_C, [E_C, F]]] | 0 \rangle, \quad (8.30)$$

$$M_{3_{E_C E_C V_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{2} \langle 0 | [[F^\dagger, E_C], [E_C, [V_C, F]]] A | 0 \rangle, \quad (8.31)$$

$$M_{3_{E_C V_C E_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{2} \langle 0 | [[F^\dagger, E_C], [V_C, [E_C, F]]] A | 0 \rangle, \quad (8.32)$$

$$M_{3_{V_C E_C E_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{2} \langle 0 | [[F^\dagger, V_C], [E_C, [E_C, F]]] A | 0 \rangle, \quad (8.33)$$

$$M_{3_{E_C V_C V_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{2} \langle 0 | [[F^\dagger, E_C], [V_C, [V_C, F]]] A^2 | 0 \rangle, \quad (8.34)$$

$$M_{3_{V_C E_C V_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{2} \langle 0 | [[F^\dagger, V_C], [E_C, [V_C, F]]] A^2 | 0 \rangle, \quad (8.35)$$

$$M_{3_{V_C V_C E_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{2} \langle 0 | [[F^\dagger, V_C], [V_C, [E_C, F]]] A^2 | 0 \rangle, \quad (8.36)$$

$$M_{3_{V_C V_C V_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{2} \langle 0 | [[F^\dagger, V_C], [V_C, [V_C, F]]] A^3 | 0 \rangle. \quad (8.37)$$

Pour les termes dont la définition fait référence au potentiel  $V_C$ , l'opérateur antisymétrisation  $A$  intervient autant de fois que ce potentiel central apparaît dans le triple commutateur.

### 8.2.2 Calculs exacts de $M_3^{(\alpha)}$ à partir des définitions intrinsèques

En pratique, on s'appuie sur les mêmes hypothèses que celles utilisées pour le calcul de  $M_1^{(\alpha)}$ , voir partie 8.1.2, mais cette fois avec un triple commutateur. Avec des notations plus explicites, on peut réécrire les termes du paragraphe précédent. Par exemple, pour le terme purement cinétique :

$$M_{3_{E_C E_C E_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{16m^3} \sum_{l,m,i,j,p} \langle 0 | \left[ \left[ \theta_l^{(\alpha)} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_l}, \vec{k}_p^2 \right], \left[ \vec{k}_j^2, \left[ \vec{k}_i^2, \theta_m^{(\alpha)} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}_m} \right] \right] \right] | 0 \rangle. \quad (8.38)$$

Pour les termes faisant intervenir une fois le potentiel  $v_{C(i,n)}^{Skyrme}$  et l'opérateur antisymétrisation associé  $A_{in}$  on peut écrire :

$$M_{3_{E_C E_C V_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{16m^2} \sum_{l,m,n,i,j,p} \langle 0 | \left[ \left[ \theta_l^{(\alpha)} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_l}, \vec{k}_p^2 \right], \left[ \vec{k}_j^2, \left[ v_{C(i,n)}^{Skyrme}, \theta_m^{(\alpha)} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}_m} \right] \right] \right] A_{in} | 0 \rangle, \quad (8.39)$$

$$M_{3_{E_C V_C E_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{16m^2} \sum_{l,m,n,i,j,p} \langle 0 | \left[ \left[ \theta_l^{(\alpha)} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_l}, \vec{k}_p^2 \right], \left[ v_{C(i,n)}^{Skyrme}, \left[ \vec{k}_j^2, \theta_m^{(\alpha)} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}_m} \right] \right] \right] A_{in} | 0 \rangle, \quad (8.40)$$

$$M_{3_{V_C E_C E_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{16m^2} \sum_{l,m,n,i,j,p} \langle 0 | \left[ \left[ \theta_l^{(\alpha)} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_l}, v_{C(i,n)}^{Skyrme} \right], \left[ \vec{k}_j^2, \left[ \vec{k}_p^2, \theta_m^{(\alpha)} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}_m} \right] \right] \right] A_{in} | 0 \rangle. \quad (8.41)$$

Pour les termes faisant intervenir deux fois le potentiel de Skyrme central et les opérateurs antisymétrisation associés on a :

$$M_{3_{E_C V_C V_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{16m} \sum_{l,m,n,i,j,p,s} \langle 0 | \left[ \left[ \theta_l^{(\alpha)} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_l}, \vec{k}_p^2 \right], \left[ v_{C(j,s)}^{Skyrme}, \left[ v_{C(i,n)}^{Skyrme}, \theta_m^{(\alpha)} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}_m} \right] \right] \right] A_{js} A_{in} | 0 \rangle. \quad (8.42)$$

$$M_{3_{V_C E_C V_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{16m} \sum_{l,m,n,i,j,p,s} \langle 0 | \left[ \left[ \theta_l^{(\alpha)} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_l}, v_{C(j,s)}^{Skyrme} \right], \left[ \vec{k}_p^2, \left[ v_{C(i,n)}^{Skyrme}, \theta_m^{(\alpha)} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}_m} \right] \right] \right] A_{js} A_{in} | 0 \rangle. \quad (8.43)$$

$$M_{3_{V_C V_C E_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{16m} \sum_{l,m,n,i,j,p,s} \langle 0 | \left[ \left[ \theta_l^{(\alpha)} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_l}, v_{C(j,s)}^{Skyrme} \right], \left[ v_{C(i,n)}^{Skyrme}, \left[ \vec{k}_p^2, \theta_m^{(\alpha)} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}_m} \right] \right] \right] A_{js} A_{in} | 0 \rangle. \quad (8.44)$$

Enfin, pour le terme faisant intervenir trois fois le potentiel de Skyrme central et les opérateurs antisymétrisation correspondants on obtient :

$$M_{3_{V_C V_C V_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{16} \sum_{l,m,n,i,j,p,s,r} \langle 0 | \left[ \left[ \theta_l^{(\alpha)} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_l}, v_{C(p,r)}^{Skyrme} \right], \left[ v_{C(j,s)}^{Skyrme}, \left[ v_{C(i,n)}^{Skyrme}, \theta_m^{(\alpha)} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}_m} \right] \right] \right] A_{pr} A_{js} A_{in} | 0 \rangle. \quad (8.45)$$

Après de longs calculs, on aboutit aux résultats explicités dans le paragraphe suivant.

### 8.2.3 Résultats : règle de somme $M_3^{(\alpha)}(\vec{q})$ avec terme central

Pour tous les canaux  $(\alpha)$  on obtient la même expression du terme purement cinétique  $M_{3_{E_C E_C E_C}}^{(\alpha)}(\vec{q})$  :

$$M_{3_{E_C E_C E_C}}^{(\alpha)}(\vec{q}) = \frac{1}{m^3} \left[ \left( \frac{\vec{q}^2}{2} \right)^3 + \frac{\vec{q}^4}{2} \frac{3}{5} k_F^2 \right]. \quad (8.46)$$

Dans le cas particulier du canal  $(\alpha) = (0, 0)$ , les seuls termes non nuls sont le terme cinétique, proportionnel à  $1/m^3$ , et les termes de potentiel proportionnels à  $1/m^2$ . Ainsi, on peut écrire

$$M_3^{(0,0)}(\vec{q}) = M_{3_{E_C E_C E_C}}^{(0,0)}(\vec{q}) + M_{3_{E_C E_C V_C}}^{(0,0)}(\vec{q}) + M_{3_{E_C V_C E_C}}^{(0,0)}(\vec{q}) + M_{3_{V_C E_C E_C}}^{(0,0)}(\vec{q}). \quad (8.47)$$

Le terme purement cinétique est déterminé par l'équation (8.46) et la somme des termes en lien avec le potentiel central prend la forme

$$M_{3_{E_C E_C V_C}}^{(0,0)}(\vec{q}) + M_{3_{E_C V_C E_C}}^{(0,0)}(\vec{q}) + M_{3_{V_C E_C E_C}}^{(0,0)}(\vec{q}) = M_{3C}^{t_0(0,0)} + M_{3C}^{t_1(0,0)} + M_{3C}^{t_2(0,0)} + M_{3C}^{t_3(0,0)}, \quad (8.48)$$

avec

$$M_{3C}^{t_0(0,0)} = \frac{1}{m^2} \frac{\vec{q}^4 \rho_0}{2} \frac{3}{4} t_0, \quad (8.49)$$

$$M_{3C}^{t_1(0,0)} = \frac{3}{m^2} \frac{\vec{q}^4 \rho_0}{2} \left( \frac{\vec{q}^2}{8} + \frac{k_F^2}{5} \right) t_1, \quad (8.50)$$

$$M_{3C}^{t_2(0,0)} = \frac{1}{m^2} \frac{\vec{q}^4 \rho_0}{2} \left( 1 + \frac{4}{5} x_2 \right) k_F^2 t_2, \quad (8.51)$$

$$M_{3C}^{t_3(0,0)} = \frac{1}{m^2} \frac{\vec{q}^4 \rho_0}{2} \frac{(\gamma + 1)(\gamma + 2)}{16} \rho_0^\gamma t_3. \quad (8.52)$$

Cette réécriture est possible uniquement dans le canal  $(0, 0)$  car le potentiel n'intervient qu'une seule fois pour les termes proportionnels à  $1/m^2$ .

Avec les autres canaux, les termes proportionnels à  $1/m$  ou les termes indépendants de  $m$  ne sont plus nuls. Après calculs, dans le cas général du canal  $(\alpha)$  on obtient

$$\begin{aligned} M_3^{(\alpha)}(\vec{q}) &= \frac{1}{m^3} \left[ \left( \frac{\vec{q}^2}{2} \right)^3 + \frac{\vec{q}^4}{2} \frac{3}{5} k_F^2 \right] \\ &+ \frac{1}{m^2} \frac{\vec{q}^4 \rho_0}{4} \left[ \frac{W_1^{(\alpha)}}{2} + \frac{k_F^2}{5} \left( 9W_2^{(0,0)} - W_2^{(\alpha)} \right) + \frac{\vec{q}^2}{4} \left( 3W_2^{(0,0)} - W_2^{(\alpha)} \right) \right] \\ &+ \frac{1}{m} \frac{\vec{q}^4 \rho_0^2}{4} \left( W_2^{(0,0)} - W_2^{(\alpha)} \right) \left[ \frac{W_1^{(\alpha)}}{2} + \frac{k_F^2}{10} \left( 9W_2^{(0,0)} + 7W_2^{(\alpha)} \right) + \frac{\vec{q}^2}{8} \left( 3W_2^{(0,0)} + W_2^{(\alpha)} \right) \right] \\ &+ \frac{\vec{q}^4 \rho_0^3}{16} \left( W_2^{(0,0)} - W_2^{(\alpha)} \right)^2 \left[ \frac{W_1^{(\alpha)}}{2} + k_F^2 \left( \frac{3}{5} W_2^{(0,0)} + W_2^{(\alpha)} \right) + \frac{\vec{q}^2}{4} \left( W_2^{(0,0)} + W_2^{(\alpha)} \right) \right], \end{aligned} \quad (8.53)$$

avec  $W_1^{(\alpha)}$  et  $W_2^{(\alpha)}$  définis partie **7.2.3**. Cette formulation de l'équation (8.53) est compatible avec l'équation (7.13).

# Conclusion de la Partie II

Les règles de somme sont des contraintes qui permettent de vérifier la robustesse d'une théorie. Différentes méthodes sont utilisées pour déterminer ces règles de somme à partir d'un potentiel donné. Par exemple, on peut accéder à ces contraintes en réalisant des développements asymptotiques de la fonction réponse du système ou en les calculant à partir de leurs définitions intrinsèques. Ces règles de somme peuvent alors se mettre sous la forme de moments  $M_p^{(\alpha)}$  dans différents canaux ( $\alpha$ ) et à différents ordres  $p$ .

En physique nucléaire des basses énergies, on peut utiliser le potentiel phénoménologique de type Skyrme pour décrire l'interaction nucléon-nucléon. En outre, la fonction réponse de la matière nucléaire peut être évaluée dans le cadre de la théorie de la réponse linéaire avec l'approximation RPA. D'autre part, la détermination de ces mêmes règles de somme à partir des définitions intrinsèques s'effectue en pratique, pour les ordres  $p$  impairs, par le calcul de commutateurs de même rang que l'ordre  $p$  du moment  $M_p^{(\alpha)}$  associé. Pour  $M_1^{(\alpha)}$  il faut donc calculer un commutateur simple et pour  $M_3^{(\alpha)}$  un commutateur triple. On peut alors exprimer  $M_1^{(\alpha)}$  et  $M_3^{(\alpha)}$ . Pour des raisons de complexité des calculs, la majeure partie des études écartent la partie tensorielle du potentiel de Skyrme.

Dans cette partie II, on a déterminé dans les différents canaux ( $\alpha$ ) les règles de somme à partir de leurs définitions intrinsèques. Les calculs pour obtenir  $M_1^{(\alpha)}$  ont été réalisés en incluant le potentiel de Skyrme jusqu'au niveau tensoriel. Pour l'étude de  $M_3^{(\alpha)}$ , on s'appuie sur le potentiel central de Skyrme. Cette étude de  $M_3^{(\alpha)}$  avec potentiel central peut servir de point de comparaison pour la méthode de détermination de  $M_3^{(\alpha)}$  avec terme tenseur, numériquement ou par développement asymptotique de la fonction réponse.

Initialement, le but de ces calculs était de vérifier les formules analytiques des réponses. L'objectif a été atteint et on a effectivement trouvé une concordance des résultats. Mais l'intérêt des moments va bien au-delà : on a en effet pu montrer qu'une violation des règles de somme signalait la présence d'un pôle dans la réponse, c'est-à-dire une instabilité. Nous sommes donc en train de mener une étude systématique de détection des instabilités à partir des règles de somme, ce qui est évidemment fondamental pour la construction de nouvelles forces.



# Partie III : Hydrodynamique nucléaire et brisure de symétrie chirale



# Introduction de la Partie III

Avec les avancées scientifiques et techniques, suivant les époques, le nombre et la nature des particules considérées comme élémentaires varie [5, 6]. Vers la fin du *XIX*<sup>e</sup> siècle, les particules élémentaires correspondent aux éléments de la classification de Mendeleïev. A chaque étape ultérieure, la compréhension des propriétés de ces particules s'effectue alors grâce aux développements contemporains des connaissances en physique nucléaire, en physique des particules et en astrophysique. Dans les années 1930-1940, on peut comprendre toute la classification de Mendeleïev avec seulement trois particules : l'électron, le neutron et le proton. En 1936 le muon est découvert dans le rayonnement cosmique. Ensuite, à partir des années 1950-1960, avec l'avènement d'accélérateurs de particules et de détecteurs de plus en plus performants un grand nombre de particules, supposées à l'époque élémentaires, sont détectées. Ces particules peuvent être classées en deux catégories, les hadrons qui subissent l'interaction nucléaire forte et les leptons qui ne la subissent pas.

Le classement des hadrons en famille permet de mettre en évidence des sous-structures. Ces études se basent sur l'existence de symétries internes, auxquelles sont associés de nouveaux nombres quantiques additifs que l'on peut considérer comme des charges généralisées. C'est le cas par exemple du nombre baryonique et du nombre leptonique. Dans l'étude de ces symétries, l'apport de la théorie des groupes est indéniable [105]. Plus précisément, elle constitue un point de départ pour l'élaboration du modèle des quarks et l'émergence du concept de saveur. De manière générale, l'étude des symétries est un outil très puissant pour simplifier la résolution d'un problème. Ces considérations, associées aux grandeurs conservées, ont permis par exemple à Pauli de postuler l'existence des neutrinos.

Actuellement, on comptabilise douze particules élémentaires, de spin  $\frac{1}{2}$  en unité  $\hbar$ , réparties en deux catégories : les quarks et les leptons. Ces particules sont élémentaires au sens géométrique du terme car on ne leur connaît pas de sous-structure. Les quarks et les leptons sont eux-mêmes sub-divisés de manière similaire en trois familles

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

De plus, par conjugaison de charge, à chaque particule correspond une antiparticule.

L'interaction forte n'agit que sur les quarks et sur les structures composées de quarks, c'est-à-dire les hadrons. Cette interaction conserve la saveur et l'universalité de la force de couleur. Les bosons médiateurs de l'interaction entre quarks sont les gluons. La force de couleur entre les quarks est une force attractive dont l'intensité augmente avec la distance. Elle permet d'expliquer le confinement des quarks et le processus d'hadronisation des quarks quand la distance entre ces quarks devient trop grande. L'existence des quarks est donc mise en évidence indirectement par l'observation de jets hadroniques lors des collisions d'ions lourds.

Dans cette partie III on considère la phase hadronique car les gammes d'énergies envisagées ne permettent pas l'observation du déconfinement des quarks. Les quarks sont alors considérés

comme des sous-structures des hadrons générés pendant les collisions. Le domaine des énergies intermédiaires de la physique hadronique est borné d'une part par le domaine des basses énergies spécifique à la physique nucléaire proprement dite, c'est-à-dire la physique des noyaux, et d'autre part par le domaine des hautes énergies du plasma de quarks-gluons. La frontière inférieure de la phase hadronique est associée à des énergies qui correspondent au seuil de production des pions. La frontière supérieure se situe quant à elle au seuil de déconfinement des quarks aboutissant au plasma de quarks-gluons.

De manière générale les collisions d'ions lourds qui sont génératrices de matière hadronique sont des événements globalement hors équilibre que l'on traite dans un cadre relativiste. De plus, avec le refroidissement du système, l'équilibre thermodynamique local est atteint après un régime transitoire.

Le domaine d'application du traitement hydrodynamique d'un système est très vaste. Plus précisément, il est adapté à tout système qui a atteint un état d'équilibre thermodynamique local. Il est par exemple utilisé en physique hadronique afin d'étudier des collisions d'ions lourds ultrarelativistes et en astrophysique dans les étoiles à neutrons.

L'hydrodynamique permet non seulement d'accéder aux propriétés dissipatives d'un système, comme les coefficients de transport, mais également de déterminer son évolution spatio-temporelle. Par exemple, pour les collisions d'ions lourds ultrarelativistes on utilise dans les codes de simulations numériques le profil de température en fonction du temps pour tenter de reproduire certains spectres expérimentaux. Même si l'on peut s'interroger sur la validité d'un traitement hydrodynamique pour de tels systèmes à petite durée de vie, il n'en reste pas moins que cette approche est très largement utilisée dans la littérature, avec succès. En outre, il faut savoir que la production de pions est très importante pendant les réactions de haute énergie dans les collisionneurs ou dans les rayonnements cosmiques. Cependant, les articles publiés jusqu'à maintenant ne font absolument pas référence au fait que la description de la phase hadronique produite lors de ces collisions est principalement constituée de pions et donc présente une brisure spontanée de la symétrie chirale. Or, en présence d'un phénomène comme la brisure spontanée de symétrie, la théorie hydrodynamique elle-même doit être modifiée. Pour quantifier cette modification il est intéressant de déterminer, dans un cadre simple, les changements qu'elle génère sur le profil de température utilisé dans les collisions d'ions lourds.

Le modèle du superfluide relativiste sert de base de généralisation pour le fluide nucléaire relativiste. Après une première partie générale sur l'hydrodynamique en présence d'une brisure de symétrie, nous abordons plus précisément dans une deuxième partie le problème de la matière hadronique en relation avec la brisure de la symétrie chirale.

Ensuite, pour résoudre analytiquement ou numériquement les équations obtenues dans les différents cas, on utilise la géométrie de Bjorken qui permet de modéliser simplement une collision d'ions lourds. Enfin nous présentons les résultats obtenus et nous les comparons à [106] où l'auteur prend en compte d'autres « corrections » au modèle du fluide idéal comme la dissipation. Pour finir nous envisageons les cas des pions non massifs et des pions massifs.

### Mots-clés :

Symétrie chirale - Matière hadronique - Hydrodynamique relativiste - Brisure spontanée - Bosons de Goldstone - Collisions d'ions lourds - Modèle de Bjorken

# Chapitre 9

## Physique hadronique et symétrie chirale

### 9.1 Physique hadronique

#### 9.1.1 hadrons et quarks

En 1932 Heisenberg est le premier à mettre en évidence la symétrie des forces nucléaires. Ces symétries sont par exemple visibles dans les doublets d'états du nucléon ( $p, n$ ), en relation avec une parité nucléaire qui échangerait proton et neutron. Ce doublet hadronique puise son origine dans un autre doublet plus élémentaire ( $u, d$ ), qui est à l'origine de la symétrie d'isospin  $I$ . En outre, la mise en évidence d'une symétrie similaire à celle des rotations permet de comprendre l'existence de multiplets de même moment cinétique de spin, de même parité et de masses voisines.

#### La voie octuple

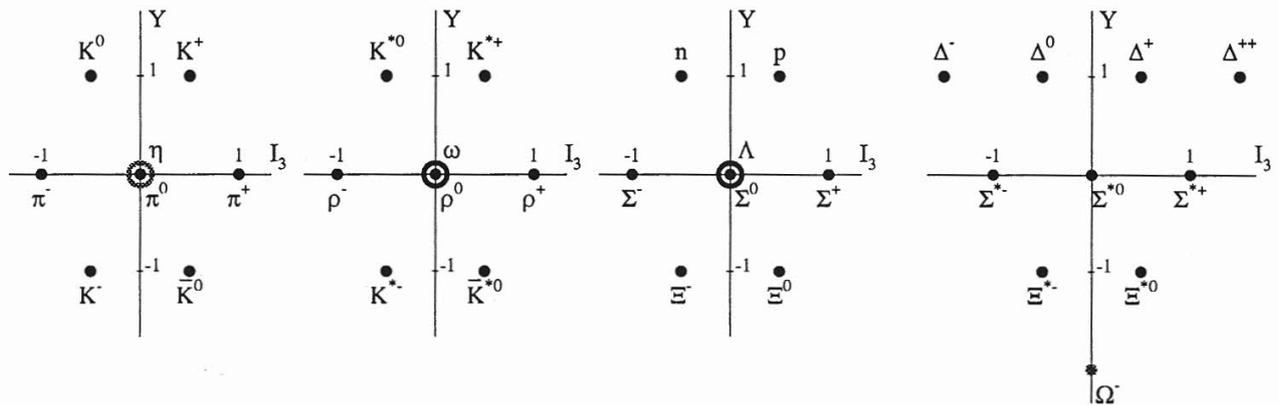


FIGURE 9.1: Octuplets et décuplets des mésons et baryons constitués des quarks légers  $u, d$  et  $s$ . Multiplets usuels de  $SU(3)_f$  : mésons, assemblage quark-antiquark et baryons, assemblage de trois quarks. Ces hadrons sont les principaux constituants de la phase hadronique. Figure issue de [6].

Les mésons sont des bosons et les baryons sont des fermions. Leurs propriétés sont donc intrinsèquement différentes. La découverte des particules étranges permet de classer le grand nombre de hadrons en multiplets en les associant aux quarks  $u, d$  et  $s$ . Cette classification s'appuie sur le

groupe de lie  $SU(3)_f$ , de l'anglais flavour, dont les multiplets sont les représentations irréductibles. Ce groupe de rang deux possède deux générateurs qui commutent : l'hypercharge et l'isospin. L'hypercharge est définie par  $Y = B + S$ , avec  $B$  le nombre baryonique et  $S$  l'étrangeté. La troisième composante d'isospin est notée  $I_3 = Q - \frac{1}{2}Y$ , avec  $Q$  la charge électrique.

Gell-Mann associe l'origine de cette symétrie à l'existence d'un triplet de constituants fondamentaux, les quarks  $u$ ,  $d$  et  $s$ . En 1961 Murray Gell-Mann donne le nom de voie octuple à la classification des hadrons en mésons et baryons. Il permet de résoudre l'épineux problème de l'existence d'un très grand nombre de hadrons. La voie octuple fait référence à la religion bouddhiste dans laquelle la voie qui mène à la fin de la souffrance est la voie du milieu [8]. La symétrie devient exacte quand on se place dans la limite où on néglige la différence de masse entre les quarks  $u$ ,  $d$  et  $s$ . La petite brisure de symétrie est due aux différences de masses entre les particules d'un même multiplet. Les quarks  $u$  et  $d$  sont considérés comme des saveurs légères car en réalité  $m_u \simeq 6$  MeV,  $m_d \simeq 10$  MeV et  $m_s \simeq 160$  MeV [5].

Les collisionneurs de hautes énergies permettent l'accès à des domaines d'énergies plus grandes. De ce fait, ils permettent la mise en évidence des autres particules élémentaires, plus lourdes, comme le lepton  $\tau$  et les autres quarks  $c, b, t$ , qualifiés de saveurs lourdes, l'ordre de grandeur de leurs masses allant du GeV à  $10^2$  GeV [6].

Les mésons les plus légers de la phase hadronique sont des pions  $\pi^+, \pi^0$  et  $\pi^-$ . Ils sont formés de paires quarks-antiquarks des saveurs légères  $u$  et  $d$ . Ce sont des mésons pseudo-scalaires  $J^P = 0^-$  [111]. Les composantes standards du champs de pion peuvent s'exprimer en fonction des champs des saveurs légères mais aussi en fonction des composantes cartésiennes du champs de pion  $\pi^i$  avec  $i \in \{1, 2, 3\}$  :

$$\pi^+ = -u\bar{d} \quad \pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) \quad \pi^- = \bar{u}d. \quad (9.1)$$

$$\pi^+ = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\pi^1 + i\pi^2) \quad \pi^0 = \pi^3 \quad \pi^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(\pi^1 - i\pi^2). \quad (9.2)$$

Le vecteur  $\vec{\pi}$  dont les composantes sont les composantes cartésiennes  $\pi^i$  se transforme comme un vecteur vrai dans l'espace d'isospin.

Le modèle des multiplets de hadrons basé sur le groupe de saveur  $SU(3)_f$  ne permet pas d'expliquer tous les résultats expérimentaux. Par exemple, ce modèle n'interdit pas l'existence de hadrons « exotiques » formés d'assemblage à deux quarks ou quatre quarks alors que ces derniers n'ont jamais été observés expérimentalement, contrairement aux mésons et aux baryons. De plus, du point de vue statistique, la fonction d'onde totale de certains baryons comme le  $\Delta^{++}$  n'est pas antisymétrique, ce qui est en complète contradiction avec le principe de Pauli et la statistique de Fermi-Dirac.

Pour pallier ces problèmes, on introduit un nouveau nombre quantique : la couleur, associé au groupe de transformation  $SU(3)_c$ . La ChromoDynamique Quantique, de l'anglais Quantum ChromoDynamics  $QCD$ , est la théorie qui intègre le traitement dynamique de la couleur.

### 9.1.2 Chromo-Dynamique Quantique

Dans le domaine des hautes énergies, la création et l'annihilation de particules devient possible. Pour voir une description pertinente de ces processus, il faut alors se placer dans le cadre de la théorie quantique relativiste des champs. En effet, Le modèle standard actuel, qui décrit les particules élémentaires et leurs interactions, est fondé sur la théorie de champ électro-faible, réunion des interactions électro-magnétiques et faibles, et de la chromodynamique quantique, basée elle-même sur la force de couleur qui régit l'interaction forte. Les interactions sont donc traitées avec

un vocabulaire analogue à celui de la synthèse additive des couleurs en optique. Les symétries correspondantes sont associées à l'invariance de jauge locale.

La chromodynamique quantique est une théorie de jauge locale, invariante de Lorentz, intégrant les propriétés de confinement des quarks, les six saveurs  $(d,u)$ ,  $(s,c)$ ,  $(b,t)$  et les trois couleurs (vert, bleu, rouge). Selon la théorie des groupes,  $SU(3)_c$  est associé aux huit gluons colorés, bosons médiateurs de l'interaction entre les quarks.  $SU(3)_f$  est toujours associé aux saveurs des quarks colorés  $u$ ,  $d$  et  $s$ . Pour chaque saveur de quarks, il existe trois couleurs et les champs de gluons ont huit états de couleur. Dans cette théorie, les quarks colorés n'existent pas à l'état libre mais dans des singlets de couleurs qualifiés d'états blancs, ce qui est en adéquation avec le confinement de la couleur, même si ce dernier point n'est pas encore strictement démontré. De plus, la fonction d'onde spin-saveur-couleur des baryons est alors totalement antisymétrisée.

La densité lagrangienne  $\mathcal{L}_{QCD}$  associée prend en compte ces différents aspects.

$$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_{\text{quarks}} + \mathcal{L}_{\text{int}} + \mathcal{L}_{\text{gluons}}, \quad (9.3)$$

avec

$$\mathcal{L}_{\text{quarks}} = i \sum_f \bar{\psi}_f \gamma^\mu \partial_\mu \psi_f - \sum_f \bar{\psi}_f M_f \psi_f. \quad (9.4)$$

En pratique, on peut s'affranchir des termes de  $\mathcal{L}_{QCD}$  se rapportant aux gluons car ils sont invariants indépendamment de  $\mathcal{L}_{\text{quarks}}$  [5, 107].  $\psi_f$  est un quadrispinoeur pour lequel  $\bar{\psi}_f = \psi_f^\dagger \gamma^0$ .  $M_f$  représente la matrice diagonale des masses des quarks des différentes saveurs. Les matrices  $\gamma^\mu$  vérifient l'algèbre de Clifford [108] et en particulier  $\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}$  avec  $g^{\mu\nu}$  le tenseur métrique,

$$\gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & -1_2 \\ -1_2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (9.5)$$

Les matrices de l'algèbre de Clifford sont des matrices  $4 \times 4$  définies ici en représentation chirale [108]. Quand on se place au niveau du secteur des quarks légers  $u$  et  $d$  de la première génération, de masses respectives  $m_u$  et  $m_d$ , la densité lagrangienne prend alors la forme :

$$\mathcal{L}_{QCD} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - \bar{\psi}M\psi \quad \text{avec} \quad \psi = \begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi_d \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M = \begin{pmatrix} m_u & 0 \\ 0 & m_d \end{pmatrix}. \quad (9.6)$$

## 9.2 Rappels de symétrie chirale

Selon le théorème de Noether, l'invariance sous l'action d'un groupe continu d'ordre  $n$  implique l'existence de  $n$  charges conservées. En appliquant ce théorème au système étudié, on peut alors déterminer les charges et courants associés.

### 9.2.1 La symétrie chirale

#### Symétrie exacte

Dans le secteur des quarks légers  $u$  et  $d$ , la densité lagrangienne  $\mathcal{L}_{QCD}$  (9.6) peut se réécrire :

$$\mathcal{L}_{QCD} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - \frac{m_u - m_d}{2}\bar{\psi}\tau_3\psi - \frac{m_u + m_d}{2}\bar{\psi}\psi \quad \text{avec} \quad \psi = \begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi_d \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (9.7)$$

$m_u, m_d, \psi_u$  et  $\psi_d$  sont respectivement les masses et les champs des quarks u et d. De plus,  $\psi$  est un isospineur pour lequel  $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$  et  $\tau_3$  est la troisième matrice d'isospin de Pauli.

Après ce bref rappel, on peut maintenant examiner les deux types de transformations qui s'appliquent sur l'isospineur  $\psi$  dans l'espace vectoriel  $SU(2)$ .

### La symétrie vectorielle et la symétrie axiale

La symétrie vectorielle, correspondant à l'isospin, est associée à la transformation :  $\psi \rightarrow e^{i\alpha_k \frac{\tau_k}{2}} \psi$ , où  $\tau_k$  est une matrice de Pauli ( $k = 1, 2, 3$ ) et  $\alpha_k$  est un paramètre continu. Dans la réalité,  $m_d - m_u \simeq 4$  MeV donc il y a une petite violation de la symétrie d'isospin. Cependant, comme ce terme est négligeable devant l'ordre de grandeur des masses hadroniques estimé à  $M_H \approx 1$  GeV, on peut donc faire l'approximation  $m_u = m_d$  et considérer que cette symétrie est vérifiée. De ce fait, cette symétrie est de type Wigner et les hadrons sont classés en multiplets d'isospin car  $I_k |0\rangle = 0$  et  $[I_k, H] = 0$ , avec  $I_k$  l'opérateur isospin et  $H$  l'hamiltonien. En outre, avec le théorème de Noether, on détermine la charge associée  $Q_k = I_k$  et le quadri-courant  $\mathcal{V}_k^\mu$ , ici un vecteur vrai

$$Q_k = \int d\vec{r} \psi^\dagger \frac{\tau_k}{2} \psi, \quad \mathcal{V}_k^\mu = \bar{\psi} \gamma_\mu \frac{\tau_k}{2} \psi. \quad (9.8)$$

La symétrie axiale est associée à la transformation :  $\psi \rightarrow e^{i\alpha_k \frac{\tau_k}{2} \gamma^5} \psi$  avec  $\gamma^5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$ . Pour que la symétrie soit réalisée, il faudrait que  $m_u = m_d = 0$ , ce qui n'est pas possible. En effet, la masse moyenne des quarks légers est  $m = \frac{m_u + m_d}{2} \simeq 8$  MeV, la symétrie axiale n'est donc pas vérifiée. De plus, grâce au théorème de Noether, on accède aussi à la charge associée  $Q_k^5$  et au quadri-courant  $\mathcal{A}_k^\mu$ , ici un pseudo-vecteur

$$Q_k^5 = \int d\vec{r} \psi^\dagger \gamma^5 \frac{\tau_k}{2} \psi, \quad \mathcal{A}_k^\mu = \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma^5 \frac{\tau_k}{2} \psi \quad (9.9)$$

A cause de la brisure explicite de symétrie axiale, il existe une brisure explicite de symétrie chirale, cela est vérifié expérimentalement. Cependant, comme  $m \ll M_H$ , on peut négliger dans la suite cette brisure explicite de symétrie devant la brisure spontanée de symétrie chirale.

### 9.2.2 Brisure spontanée et symétrie chirale

$\psi_R = \frac{1+\gamma^5}{2} \psi$  et  $\psi_L = \frac{1-\gamma^5}{2} \psi$  correspondent respectivement aux champs chiraux droit et gauche. De plus, pour une particule de masse nulle, la notion de chiralité coïncide avec la notion d'hélicité. La transformation chirale  $SU(2)_R \otimes SU(2)_L$ , agit indépendamment sur l'un ou l'autre des champs  $\psi_R$  et  $\psi_L$ . Plus précisément, dans  $SU(2)_R$  :  $\psi_R \rightarrow e^{i\beta_k \frac{\tau_k}{2}} \psi_R$  avec  $\psi_L \rightarrow \psi_L$  et dans  $SU(2)_L$  :  $\psi_L \rightarrow e^{i\alpha_k \frac{\tau_k}{2}} \psi_L$  avec  $\psi_R \rightarrow \psi_R$ . En outre, les charges droites et gauches, qui sont les générateurs des transformations, forment deux algèbres fermées séparées :

$$Q_{kR} = \int d\vec{r} \psi_R^\dagger \frac{\tau_k}{2} \psi_R = \frac{1}{2} (Q_k + Q_k^5), \quad Q_{kL} = \int d\vec{r} \psi_L^\dagger \frac{\tau_k}{2} \psi_L = \frac{1}{2} (Q_k - Q_k^5). \quad (9.10)$$

Par analogie, on peut en déduire les expressions des quadri-courants chiraux droit et gauche.

Dans le secteur des quarks légers, à la limite où  $m = 0$ ,  $\mathcal{L}_{QCD}$  est exactement invariant sous cette symétrie, les charges sont alors rigoureusement conservées :  $[Q_{kL}, H] = [Q_{kR}, H] = 0$ . Mais avec  $m \neq 0$ , les charges sont quasi conservées car une petite brisure de symétrie axiale entraîne une petite brisure de symétrie chirale. Le nombre de multiplets devrait donc doubler car on associe à chaque particule un partenaire chirale de masse quasi égale et de parité opposée. En pratique ce n'est pas le cas car,  $Q_k^5$  ne vérifie pas la symétrie de Wigner :  $Q_k^5 |0\rangle \neq 0$  par opposition à  $Q_k = I_k$ . Sous l'action de  $Q_k^5$ , le vide n'est donc pas invariant et la symétrie chirale, n'est apparente ni dans l'état fondamental, ni au niveau du spectre des particules, même si cet état possède la même énergie que le vide avec une symétrie vérifiée au niveau du hamiltonien :  $[Q_k^5, H] = 0$ .

### 9.2.3 Bosons de Goldstone et brisure spontanée de symétrie chirale

De manière générale, on se base sur des théories effectives comme les modèles  $\sigma$  linéaire et  $\sigma$  non-linéaire pour décrire les mécanismes à l'origine de l'apparition des bosons de Goldstone associés à la brisure spontanée de symétrie chirale [109].

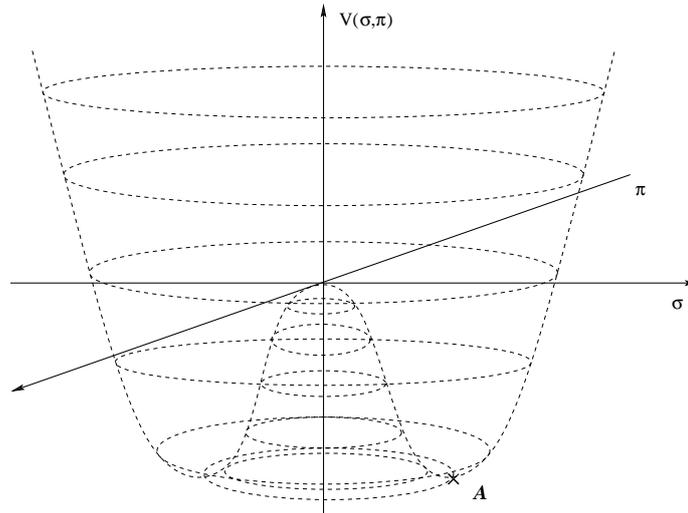


FIGURE 9.2: Potentiel effectif  $V(\sigma, \pi)$  du modèle  $\sigma$ -linéaire. Les deux axes perpendiculaires sont associés à l'existence des deux types de bosons  $\sigma$  et  $\pi$ . Le cercle chiral est défini par  $\sigma^2 + \vec{\pi}^2 = f_\pi^2$  et représente les minima du potentiel  $V(\sigma, \pi)$ . le point A, situé dans une direction perpendiculaire à l'axe  $\sigma$ , est un point particulier de ce cercle.

D'après le théorème de Goldstone, lors de la brisure spontanée d'une symétrie continue, des bosons de masse nulle sont générés. Pour la brisure spontanée de symétrie chirale, ces bosons de Goldstone sont des pions de masse nulle encore appelés pions chiraux, voir partie **10.2**. Les fluctuations autour de l'état fondamental A ne coûtent aucune énergie au système. Au contraire, les fluctuations selon l'axe  $\sigma$  se font dans le potentiel effectif  $V(\sigma, \pi)$  [5, 110, 111]. En outre, le paramètre d'ordre mesurant la brisure spontanée de symétrie chirale est  $\langle \sigma \rangle = f_\pi \simeq 93 \text{ MeV}$ ,  $f_\pi$  étant la constante de désintégration du pion.

Avec la présence de termes dans le hamiltonien qui brisent explicitement la symétrie chirale, la masse des pions  $m_\pi \simeq 140 \text{ MeV}$ , même si elle est petite n'est plus négligeable devant la masse typique d'un hadron  $M_H$ . Dans ce cas ces pions massifs sont en fait des pseudo-bosons de Goldstone, que l'on considère en pratique comme de véritables bosons de Goldstone. Le théorème de Goldstone ne s'applique pas si la symétrie brisée est une symétrie de jauge. Dans ce cas, aucun boson de Goldstone n'est généré et les bosons de jauge deviennent massifs. On retrouve alors le mécanisme de Higgs [8].

Le modèle  $\sigma$ -linéaire, caractérisé par  $V(\sigma, \pi)$ , est valide au voisinage de la transition de phase chirale. Or, parce qu'ils sont les bosons les plus légers, les pions sont les seules particules associées aux excitations thermiques de basses températures. Pour s'affranchir de la prise en compte du méson  $\sigma$ , on se tourne donc vers le modèle  $\sigma$  non-linéaire. Comme le système évolue sur le cercle chiral on substitue  $\sigma^2$  par la différence  $f_\pi^2 - \vec{\pi}^2$ . Dans la suite de la partie III, on écarte la particule  $\sigma$  et on considère le pion  $\pi$  comme un boson de Goldstone.

## 9.3 Limite semi-classique en physique nucléaire et axes d'étude

### 9.3.1 Limite semi-classique

Avec les hautes température générées dans les collisions d'ions lourds l'aspect quantique n'est pas toujours prépondérant. De ce fait, un traitement semi-classique n'est pas dénué de sens [7]. Différentes méthodes sont utilisées pour le passage d'un traitement quantique à un traitement semi-classique, parmi lesquelles figurent les transformations de Weil-Wigner et de Wigner-Kirkwood [7, 8]. En pratique, pour retrouver l'espace des phases de l'approximation semi-classique à partir du point de vue quantique, on réalise un développement de Taylor en puissances de  $\hbar$  et on ne conserve que le terme d'ordre le plus bas. On utilise alors les crochets de Poisson, analogues classiques des commutateurs quantiques. Cette limite semi-classique est utilisée à l'échelle mésoscopique pour décrire l'hydrodynamique de la matière nucléaire, voir partie **11.1.1**.

Ainsi, à l'échelle mésoscopique, en régime hydrodynamique, les variables utilisées sont des grandeurs moyennées. On peut donc définir par exemple les densités de charge moyenne droite et gauche  $\rho_R$  et  $\rho_L$ . Ce cadre de travail permet de réaliser le traitement hydrodynamique relativiste de la brisure de symétrie chirale dans la matière nucléaire.

### 9.3.2 Axes d'étude

Le but de la partie III consiste à étudier l'influence de la prise en compte de la brisure spontanée de symétrie chirale sur l'étude hydrodynamique de la matière nucléaire. Dans la gamme d'énergie envisagée, la production de pions est importante pendant la transition de phase entre la matière nucléaire et la matière hadronique. En outre, la transition de phase quarks-gluons n'est pas observée, il n'y a donc pas de déconfinement des quarks. De plus, on considère que le traitement hydrodynamique est valide quand l'équilibre thermodynamique local est établi à l'échelle mésoscopique. L'échelle mésoscopique est une échelle intermédiaire grande devant l'échelle microscopique, on peut donc réaliser des moyennes statistiques, et petite par rapport à l'échelle macroscopique, on peut alors se placer dans l'approximation des milieux continus.

De manière générale, pour décrire l'hydrodynamique des collisions d'ions lourds dans la matière nucléaire, un grand nombre d'études se basent sur le fluide relativiste idéal pour lequel la brisure de symétrie chirale n'est alors pas prise en compte. Cette hypothèse n'est pas rigoureuse au niveau du principe mais on peut se demander si elle se justifie en pratique. Pour répondre à cette question, on compare trois fluides relativistes différents : le fluide idéal sans brisure de symétrie, le fluide idéal avec brisure spontanée de symétrie et le fluide dissipatif sans brisure de symétrie.

Dans le cas non dissipatif avec brisure de symétrie, on considère les pions comme de véritables bosons de Goldstone. Ces pions chiraux sont donc de masse nulle. On se place tout d'abord à température nulle puis à température finie.

Dans le cas dissipatif, lorsque l'on considère qu'il n'y a pas de brisure spontanée de symétrie, pour prendre en compte la dissipation on étudie différents ordres. A l'ordre zéro on retrouve le cas du fluide idéal sans brisure de symétrie. L'ordre un est une première approche pour prendre en compte la dissipation mais à cet ordre le comportement du système n'est pas physique car il n'y a pas de relaxation. Enfin, l'ordre deux est plus réaliste car à cette ordre, spécifique de la théorie de Müller-Israel-Steward, la relaxation du système vers l'équilibre est prise en compte. Pour ces ordres un et deux on envisage alors des pions chiraux ou des pions massifs.

# Chapitre 10

## Hydrodynamique et brisure de symétrie

Dans ce chapitre on rappelle en premier lieu les principales caractéristiques du traitement hydrodynamique d'un fluide. On envisage alors la cinématique non relativiste puis la cinématique relativiste sans brisure spontanée de symétrie. Ensuite, on aborde le cas d'une brisure spontanée de symétrie continue avec l'exemple du superfluide relativiste afin qu'il serve de base de généralisation au chapitre 11 pour le traitement hydrodynamique relativiste de la matière nucléaire.

### 10.1 Le point de vue hydrodynamique

#### 10.1.1 Le domaine de validité de l'approximation hydrodynamique

Considérons un système régi par les lois de la théorie classique, assimilable à un fluide. Afin d'étudier ce système, on doit se donner une échelle de description. L'échelle microscopique est techniquement inaccessible car, à cette échelle, les grandeurs caractérisant le système fluctuent trop rapidement. Afin de pallier ce problème, on réalise un processus de nivellement en se positionnant à une échelle intermédiaire : l'échelle mésoscopique. En effet, cette échelle étant grande par rapport à l'échelle microscopique, des moyennes statistiques ont un sens. D'autre part, l'échelle mésoscopique est très petite par rapport à l'échelle macroscopique, on peut alors étudier le système dans le cadre de l'approximation des milieux continus :  $L \ll \lambda$ , avec  $L$ , de l'ordre du libre parcours moyen, et  $\lambda$ , longueur caractéristique de variation des grandeurs du système, qui s'identifie à la longueur d'onde pour des grandeurs périodiques [112].

Si le système étudié est à l'échelle macroscopique faiblement hors équilibre, alors on considère que celui-ci peut être divisé en cellules mésoscopiques qui sont à l'équilibre local. Dans chaque cellule on peut alors appliquer les lois valables à l'équilibre et définir des grandeurs thermodynamiques comme par exemple la température ou le potentiel chimique. Les paramètres caractérisant le système sont constants dans une cellule mais varient d'une cellule à l'autre.

Les collisions assurent dans un premier temps la relaxation vers l'équilibre local. Une fois l'équilibre local atteint, le traitement hydrodynamique du système devient valide. Ce traitement permet la compréhension d'un système hors équilibre quand ses propriétés ne varient pas trop rapidement dans l'espace et le temps. Plus précisément, il faut définir une échelle de longueur mais aussi une échelle de temps : le régime hydrodynamique correspond aux excitations de basses fréquences et de grandes longueurs d'onde où la fréquence angulaire  $\omega$  et le nombre d'onde  $k$  sont alors petits.

$$w\tau \ll 1 \quad kL = \frac{2\pi}{\lambda}L \ll 1 \Leftrightarrow L \ll \lambda \quad (10.1)$$

On se retrouve donc dans le cadre de l'approximation des milieux continus car les échelles de longueur sont très supérieures à la taille d'une cellule qui est de l'ordre du libre parcours moyen, c'est-à-dire la distance entre deux collisions. De plus, les échelles de temps sont de l'ordre du temps de collision  $\tau$ . Du point de vue spatio-temporel, le système est donc proche de l'équilibre.

A cause du grand nombre de constituants dans un système, certains phénomènes collectifs cohérents peuvent apparaître comme par exemple les modes hydrodynamiques.

### 10.1.2 Les variables hydrodynamiques

De manière générale, on envisage un système globalement hors équilibre, à cause de perturbations diverses. En outre, on se place dans le cas de figure où son évolution est régie par les lois de l'hydrodynamique. Le retour à l'équilibre local du système après perturbation étant rapide dans la majeure partie des situations, le temps caractéristique de relaxation associé est alors petit. Cet équilibre local est caractérisé par les densités associées aux grandeurs conservées. Pour illustrer notre propos, on peut prendre l'exemple du fluide normal pour lequel les grandeurs conservées sont le nombre de particules, l'énergie et la quantité de mouvement, voir la partie **10.1.3**. En effet, l'existence d'une quantité conservée dans un système implique la présence d'un mode hydrodynamique [113]. Cependant, comme on le verra ultérieurement dans la partie **10.2**, la réciproque est fautive. En outre, on peut démontrer que la constante de temps  $\tau_R$ , associée à la relaxation des variables hydrodynamiques est inversement proportionnelle au carré du nombre d'onde. On en déduit donc que  $\tau_R$  est proportionnelle au carré de la longueur caractéristique des inhomogénéités spatiales, à savoir la longueur caractéristique  $\lambda$ .

$$\tau_R \propto \frac{1}{k^2} \propto \lambda^2 \Rightarrow \lim_{k \rightarrow 0} \tau_R = +\infty. \quad (10.2)$$

Dans le régime hydrodynamique, vérifiant  $kL \ll 1$  et  $\omega\tau \ll 1$  avec  $L$  la dimension caractéristique d'une cellule et  $\tau$  le temps caractéristique de collision,  $\lambda$  et  $1/\omega$  deviennent très grandes devant respectivement  $L$  et  $\tau$ . Or, les transports des quantités associées aux grandeurs conservées s'effectuent sur la longueur caractéristique  $\lambda$ . De ce fait, quand cette longueur est très grande, c'est-à-dire pour les faibles gradients, les temps d'homogénéisation deviennent très longs. A la limite  $kL \rightarrow 0$  et  $\omega\tau \rightarrow 0$ , le temps caractéristique  $\tau_R$  associé au mode hydrodynamique devient alors infini. En effet, les écarts par rapport aux valeurs moyennes des quantités conservées s'atténuent avec un temps infini, ce qui implique une durée de vie infinie du mode hydrodynamique associé. Ce phénomène est dû au degré de collectivité élevé des modes hydrodynamiques. En outre, ces modes possèdent toute l'information sur les propriétés dynamiques macroscopiques d'un système.

Un nombre restreint de variables entre dans la description hydrodynamique d'un système. En effet, contrairement aux temps de relaxation caractéristiques associés au petit nombre de variables hydrodynamiques, les temps de relaxation des autres degrés de liberté restent bornés, même à la limite hydrodynamique. Par exemple, si on a un excès local d'une grandeur quelconque, celle-ci va relaxer par des processus collisionnels de temps caractéristique très petits. La disparition de l'inhomogénéité est alors quasi-instantanée à notre échelle.

Au contraire, un mode hydrodynamique ne vérifie pas ce processus. L'origine profonde de la séparation des échelles de temps provient du fait que les inhomogénéités spatiales d'une grandeur conservée ne peuvent pas disparaître instantanément. Le processus d'homogénéisation se fait donc uniquement par transport, diffusif ou convectif, des régions de forte densité vers les régions de faible densité et non par homogénéisation locale, comme c'est le cas habituellement.

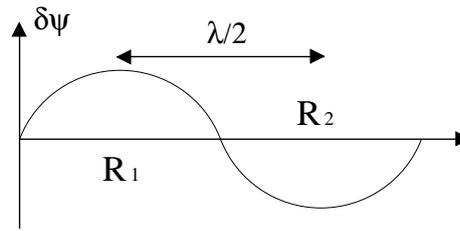


FIGURE 10.1: Processus d'homogénéisation non local d'une grandeur conservée  $\psi$  sur la longueur caractéristique  $\lambda$ , entre les régions  $R_1$  et  $R_2$ .

Le traitement hydrodynamique développé jusqu'à présent est indépendant de la cinématique. Nous allons maintenant inclure dans ce traitement la cinématique classique puis la cinématique relativiste.

### 10.1.3 Le fluide normal non relativiste

Le fluide normal, dans un cadre classique c'est à dire non relativiste, est considéré comme un fluide non chargé, isotrope et non superfluide. De plus, on peut montrer que ce fluide est décrit par cinq grandeurs locales : la densité d'énergie  $\epsilon_0$ , la densité particulaire  $n_0$  et les composantes du vecteur densité de quantité de mouvement  $\vec{p}_0$ . Ces grandeurs locales sont alors associées aux cinq quantités conservées que sont l'énergie, le nombre de particules et les composantes de la quantité de mouvement. De ce fait, le fluide normal possède donc cinq modes hydrodynamiques.

Plus précisément, les modes hydrodynamiques sont obtenus en linéarisant autour de l'équilibre les équations de conservation associées. La modélisation des perturbations par rapport à l'équilibre s'effectue en utilisant un vecteur d'onde  $\vec{k}$ . En outre, la fréquence des modes hydrodynamiques permet d'accéder au type de mode, diffusif ou propagatif. Le temps de relaxation  $\tau_R$  est égal à l'inverse de la partie réelle de cette fréquence. On retrouve alors le résultat général  $\tau_R \propto k^{-2}$ , voir la partie 10.1.2. En effectuant un développement limité à l'ordre  $k^2$ , on trouve cinq modes. Parmi ces cinq modes trois modes sont purement dissipatifs et deux modes sont propagatifs amortis.

Les trois modes purement dissipatifs, c'est à dire non propagatifs se scindent en deux modes visqueux :  $w = -\nu k^2$ , avec  $\nu$  la viscosité cinématique et un mode thermique :  $w = -\kappa k^2$ , avec  $\kappa$  la diffusivité thermique du milieu. L'origine des deux modes visqueux est due à la diffusion de quantité de mouvement dans les directions transverses par rapport au vecteur  $\vec{k}$ . Le mode thermique puise son origine dans la diffusion de chaleur.

Les deux modes propagatifs amortis correspondent aux modes sonores :  $w = \pm ick - \Gamma k^2$ , avec  $c$  la célérité du son et  $\Gamma$ , la constante d'atténuation. Leur origine réside dans l'effet combiné des oscillations de pression et du transport de quantité de mouvement dans la direction du vecteur  $\vec{k}$ .

Dans certains cas, comme les processus de haute énergie, la cinématique classique est insuffisante. Il faut alors se tourner vers une cinématique relativiste.

### 10.1.4 Le fluide normal relativiste

Dans certaines situations, les énergies mises en jeu peuvent donner lieu à l'annihilation et à la création de particules. En outre, le fluide normal relativiste est le modèle adapté à la description de ces processus. Dans ce cadre d'étude, il n'y a, de ce fait, plus conservation stricte de la densité particulaire. Cependant, d'autres types de grandeurs sont alors conservés. On peut citer à titre d'exemples : le nombre leptonique, la charge baryonique, l'étrangeté...

Dans le cadre de la relativité restreinte, l'invariance de Galilée est remplacée par l'invariance de Lorentz. Les grandeurs indicées par 0 sont ici définies dans le référentiel propre. Comme on a toujours cinq quantités conservées, dont les densités associées sont  $\epsilon_0 = T^{00}$  la densité d'énergie,  $T^{0i}$  la composante  $i$  de la densité de quantité de mouvement où  $i \in \{1, 2, 3\}$  et  $n_0$  la densité de charge. Cette dernière grandeur correspond pour un fluide à la charge baryonique. On peut donc leur associer cinq modes hydrodynamiques, analogues relativistes des modes du fluide normal non relativiste. Le système complet des équations hydrodynamiques peut s'écrire :

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu} &= (\epsilon_0 + p_0)u^\mu u^\nu - p_0 g^{\mu\nu}, \\ \partial_\mu T^{\mu\nu} &= 0, \quad \partial_\mu (n_0 u^\mu) = 0. \end{aligned} \quad (10.3)$$

$T^{\mu\nu}$  est le tenseur impulsion-énergie avec,  $\epsilon_0$  la densité d'énergie,  $p_0$  la pression et  $n_0$  la densité de particules.  $u^\mu = \gamma(c, \vec{v})$  est le quadrivecteur vitesse du fluide, vérifiant  $u_\mu u^\mu = c^2 = 1$ .  $\vec{v}$  représente la vitesse d'écoulement du fluide,  $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$  correspond au facteur de Lorentz et  $g^{\mu\nu}$  au tenseur métrique [114]. On reconnaît aussi les équations de conservation de l'impulsion-énergie et du nombre baryonique. De plus, en utilisant la différentielle  $dP = s_0 dT_0 + n_0 d\mu_0$ , le système complet (10.3) et en projetant l'équation de conservation du tenseur  $T^{\mu\nu}$  selon la direction du quadrivecteur  $u_\nu$  on retrouve alors la conservation de l'entropie,  $s_0$  étant la densité d'entropie :

$$u_\nu \partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \Rightarrow \partial_\mu (s_0 u^\mu) = 0. \quad (10.4)$$

Dans certains cas des degrés de liberté supplémentaires interviennent, le système d'équations (10.3) devient incomplet, en particulier pour décrire des systèmes subissant des brisures spontanées de symétrie. Il faut alors adapter la méthode de description.

## 10.2 La brisure spontanée d'une symétrie continue

La méthode de description précédente est insuffisante quand le système est soumis à la brisure spontanée d'une symétrie continue, phénomène pouvant se produire lors d'une transition de phase, car dans ce cas le nombre de degrés de liberté augmente.

### 10.2.1 Influence du paramètre d'ordre

Quand le degré de symétrie du hamiltonien associé à un système est supérieur à celui de son état fondamental, on peut alors dire que le système est soumis à une brisure de symétrie. Pour décrire cette situation, il faut adjoindre aux degrés de liberté associés au cas de figure où la brisure est absente, un ou plusieurs degrés de liberté supplémentaires.

Pour décrire le nouvel état, caractérisé par la brisure spontanée de symétrie, on utilise donc un paramètre d'ordre. De manière générale, quand ce paramètre d'ordre devient non-nul, on dit que la symétrie du système est brisée. Ce paramètre d'ordre nous informe sur le degré d'ordre du système associé à cette brisure. En outre, les échelles de temps et d'espace sur lesquelles le paramètre d'ordre varie sont comparables à celles des quantités conservées. En fonction du cas de figure, la dimension du paramètre d'ordre change. Il peut prendre la forme d'un nombre réel ou d'un nombre complexe. Dans le cas de la superfluidité, voir partie **10.2.3**, il correspond à la valeur moyenne de la fonction d'onde de la phase superfluide et dans le cas de la supraconductivité à celle du condensat. Il peut aussi être défini par un vecteur comme l'aimantation pour un système ferromagnétique ou un tenseur comme c'est le cas avec la transition de phase smectique-nématique dans les cristaux liquides [115].

De plus, de nouveaux modes collectifs, appelés modes de Goldstone, sont observés. Ces nouveaux modes sont la signature d'une transition de phase particulière qui ordonne le système. Ce comportement particulier du système, qui puise son origine dans certaines corrélations à longues portées créatrices d'ordre, est le sujet du paragraphe suivant.

### 10.2.2 Hydrodynamique des modes de Goldstone

D'après le théorème de Goldstone [116], lorsque le système est soumis à une brisure spontanée d'une symétrie continue, il apparaît alors un ou plusieurs modes collectifs, qualifiés de modes de Goldstone. Ces nouveaux modes sont aussi appelés modes mous car ce sont des modes collectifs de basses fréquences. Les considérations précédentes ne sont plus vraies pour la brisure spontanée d'une symétrie discrète et pour la brisure spontanée d'une symétrie de jauge, voir partie 9.2.3.

Mêmes si les causes sont différentes, les temps de relaxation  $\tau_R$  d'un mode de Goldstone et d'un mode hydrodynamique associé à une grandeur conservée, voir partie 10.1.2, possèdent une forme similaire. De ce fait, à la limite des basses fréquences et des grandes longueurs d'onde, ce qui mathématiquement se traduit par  $w \rightarrow 0$  et  $\lambda \rightarrow +\infty$ , le temps caractéristique d'un mode de Goldstone, à l'instar de celui d'un mode hydrodynamique classique, tend donc vers l'infini.

Les modes de Goldstone sont associés à des particules de masse nulle et au comportement grégaire, les bosons de Goldstone, excitations immédiatement accessibles à très basse température, dans le domaine situé au dessus de l'état fondamental. Quand on se place à température finie, la durée de vie de ces excitations est très grande, du fait de la grande cohérence de ces modes collectifs. En effet, seules les corrélations à longue portée sont à l'origine de ces modes [116]. Au contraire, les corrélations à courte portée s'opposent au processus de mise en ordre. Par exemple, pour la transition ferro-para, ce sont les corrélations à courte portée qui écartent localement l'aimantation de la direction « choisie » par le système lors de la brisure de symétrie. On a donc localement des fluctuations d'orientation du paramètre d'ordre, même si globalement la direction du paramètre d'ordre ne change pas.

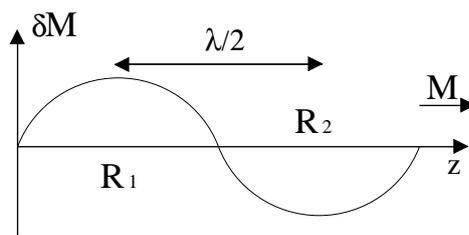


FIGURE 10.2: Représentation d'une fluctuation d'orientation du paramètre d'ordre  $M$  sur la longueur caractéristique  $\lambda$ .

Les fluctuations d'orientation ne peuvent disparaître dans la région  $R_1$  que sous l'action d'une force de rappel, d'orientation différente, due à la région  $R_2$ . Pour que le processus soit efficace, il faut que ces deux régions soient éloignées d'une distance supérieure ou égale à la longueur caractéristique des inhomogénéités  $\lambda$ . Les corrélations à longue portée sont donc bien génératrices d'ordre.

Maintenant que l'on considère les brisures spontanées dans le traitement du système, on peut faire l'inventaire du nombre de modes hydrodynamiques correspondant. De manière générale, les modes hydrodynamiques peuvent être associés aux grandeurs conservées, voir partie 10.1.2, ou

comme on vient de le voir à une brisure spontanée de symétrie s'accompagnant de corrélations à longue portée.

Pour résumer, le nombre total des modes hydrodynamiques est égal à la somme du nombre de modes de Goldstone issus de la brisure spontanée et du nombre de quantités conservées [117]. Cependant, le dénombrement de ces modes ne permet pas de savoir si ces modes sont convectifs ou diffusifs. Afin d'accéder à cette information, il faut donc approfondir l'analyse, comme on l'a fait pour le fluide normal non-relativiste, voir **10.1.3**, et se pencher sur le système d'équations qui régit la dynamique du système. Par cette méthode, on peut par exemple aussi accéder à la nature des modes pour le cas du superfluide relativiste, voir partie **10.2.3**, ou pour la matière nucléaire, voir partie **11.1.3**.

### 10.2.3 Le cas du superfluide relativiste

La transition de phase fluide-superfluide s'effectue à la température critique  $T_C$  et la brisure de symétrie associée est de type  $U(1)$ . Le paramètre d'ordre correspondant est  $\langle \psi \rangle = \psi_0 e^{i\phi}$ , valeur moyenne de la fonction d'onde  $\psi$  de la phase superfluide. Aux cinq modes hydrodynamiques du fluide normal s'ajoute la variable hydrodynamique supplémentaire  $\phi$ , caractérisant la phase du condensat superfluide. En effet,  $\psi_0$  est une variable hydrodynamique uniquement près de la transition de phase [118], dans cette étude on se place donc loin du point critique. Dans le superfluide, loin de ce point critique, le nombre de modes hydrodynamiques s'élève donc à six.

Le traitement classique de la brisure de symétrie  $U(1)$  aboutit au modèle phénoménologique des deux fluides de Landau [118, 119]. Dans ce modèle, un fluide correspond au fluide normal de vitesse  $\vec{v}_n$  et l'autre au superfluide, de vitesse  $\vec{v}_s = \frac{\hbar}{m} \vec{\nabla} \phi$ . Cette séparation en deux fluides est artificielle car dans la réalité, fluide et superfluide forment un unique fluide. Ce modèle permet de donner une interprétation de la superfluidité. Ce phénomène se manifeste par exemple par l'existence d'un mode hydrodynamique, le second son, qui se propage de manière cohérente, rapide et sans variation de densité, contrairement à une onde sonore classique. La variable hydrodynamique associée est la phase du condensat  $\phi$ . De plus, il y a changement de la nature du mode de transport de la chaleur. En effet, le mode n'est plus diffusif mais propagatif.

Le traitement relativiste dans le cas où la dissipation est négligée aboutit à [120, 121, 122] :

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu} &= (\epsilon + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu} + V^2 \partial^\mu \phi \partial^\nu \phi, \\ \partial_\mu T^{\mu\nu} &= 0, \quad u^\mu \partial_\mu \phi = -\mu_0, \quad \partial_\mu (n_0 u^\mu - V^2 \partial^\mu \phi) = 0. \end{aligned} \quad (10.5)$$

Le tenseur  $T^{\mu\nu}$  du superfluide contient un terme de plus que son homologue du fluide normal, voir partie 10.3, à savoir  $V^2 \partial^\mu \phi \partial^\nu \phi$ . Ce terme tient compte explicitement de la brisure de symétrie  $U(1)$  du superfluide relativiste. On reconnaît l'équation de conservation du tenseur impulsion-énergie, l'équation d'évolution de la phase du condensat et l'équation de conservation de la densité particulaire.  $V^2$  représente la densité superfluide à la limite non relativiste,  $\mu_0 = \gamma\mu$  le potentiel chimique dans le référentiel propre, avec  $\gamma$  le facteur de Lorentz, et  $u^\mu = \gamma(1, \vec{v}_n)$  la quadrivitesse du fluide normal. La nouvelle variable hydrodynamique  $\phi$  est reliée au potentiel chimique et figure aussi dans l'équation de conservation du nombre de particules. D'autre part, grâce à la différentielle  $dP = s_0 dT_0 + n_0 d\mu_0 + \frac{1}{2} V^2 d(\partial^\mu \phi \partial^\nu \phi)$  et (10.5), on peut retrouver l'équation de conservation de l'entropie (10.4). Cette équation est la même que celle du fluide parfait normal, ce qui est cohérent avec l'absence, par hypothèse, de toute source de dissipation dans le superfluide.

Le modèle hydrodynamique du superfluide relativiste est utile au chapitre 11 pour la généralisation du modèle hydrodynamique relativiste à la matière nucléaire avec brisure de symétrie chirale  $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ .

# Chapitre 11

## Brisure de symétrie chirale et matière nucléaire

Le but de ce chapitre consiste à établir un système complet d'équations hydrodynamiques relativistes pour la matière nucléaire prenant en compte la brisure spontanée de symétrie chirale dans la zone centrale de collision en absence de baryons. L'intérêt de cette démarche réside dans le fait que le système d'équations obtenu dans ce cadre particulier est compatible avec le domaine de validité du modèle de Bjorken, il peut donc être utilisé au chapitre 12. Le traitement hydrodynamique à l'échelle mésoscopique impose l'utilisation de grandeurs moyennées comme les densités de charge moyenne droite et gauche  $\rho_R$  et  $\rho_L$ .

Dans un premier temps on pose les bases générales du modèle hydrodynamique complet de la matière nucléaire. Dans un deuxième temps on se place dans la zone centrale de collision, en absence de baryons et on réalise un développement limité à l'ordre deux en champ de pion de la phase du condensat chiral.

### 11.1 Modèle hydrodynamique complet et matière nucléaire

Pour établir le modèle hydrodynamique complet, on envisage la brisure spontanée de symétrie chirale dans le cas idéal d'un fluide relativiste parfait. Par hypothèse de travail, les phénomènes dissipatifs sont donc écartés du modèle [123].

La méthode générale suivie, afin d'obtenir les équations hydrodynamiques qui décrivent la brisure spontanée de symétrie chirale dans la matière nucléaire, est relatée dans [122] et les principales étapes du raisonnement sont rappelées dans [124]. Cette méthode générale est idéale pour traiter les brisures de symétries. Par exemple, elle peut être utilisée pour déterminer le système d'équations hydrodynamiques complet du superfluide relativiste (10.5).

La démarche peut se décomposer en étapes charnières : pour commencer, on détermine les crochets de Poisson entre les variables hydrodynamiques. Il faut aussi que les symétries du problème soient compatibles avec le hamiltonien le plus général possible. Avec cet hamiltonien et les crochets de Poisson il faut alors calculer les équations hydrodynamiques correspondantes. Par la suite, comme la densité de moment est égale au flux d'énergie, on peut alors utiliser l'invariance de Lorentz. Pour finir, on peut effectuer la mise en forme du système hydrodynamique complet.

### 11.1.1 Variables hydrodynamiques et hamiltonien

On peut classer les quatorze degrés de liberté hydrodynamiques en deux groupes :

Le premier groupe correspond aux onze variables hydrodynamiques du fluide nucléaire qui sont reliées aux densités des grandeurs conservées. Ces grandeurs sont les trois composantes  $T^{0i}$  de la densité de moment, la densité d'entropie  $s$ , la densité de nombre baryonique  $n$ , les trois densités de charge droite et les trois densités de charge gauche. Dans  $SU(2)$ , on peut écrire ces dernières sous forme matricielle à l'aide des expressions  $\rho_R \equiv \rho_R^i \tau_i / 2$  et  $\rho_L \equiv \rho_L^i \tau_i / 2$ .

Le deuxième groupe de variables est formé par les modes de Goldstone qui sont reliés à la brisure spontanée de symétrie. En outre, pour la symétrie chirale, les bosons associés à ces trois modes sont les pions. En coordonnées cartésiennes les champs de pions s'écrivent  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$ . Dans  $SU(2)$ , ces modes peuvent donc avoir une représentation matricielle. Plus précisément, les trois degrés de liberté sont associés aux trois générateurs infinitésimaux de la transformation :  $\Sigma \equiv e^{i\vec{\tau} \cdot \vec{\pi} / f_\pi}$ , qualifiée, par analogie avec le modèle du superfluide, de phase du condensat chirale. En effet, la matrice  $\Sigma$  représente la généralisation dans  $SU(2)$  de la phase du condensat superfluide  $\phi$ , avec  $\phi$  appartenant à  $U(1)$ .

De manière générale, la méthode utilisée s'appuie sur la mécanique analytique [125]. Dans ce cadre, on effectue le passage de l'espace de Hilbert à l'espace des phases et l'algèbre des crochets de Poisson remplace l'algèbre de Lie entre les commutateurs. De plus, les opérateurs associés à la première quantification dans l'espace de Hilbert retrouvent le statut de grandeurs classiques dans l'espace des phases. Dans cet espace, le caractère non-abélien de l'algèbre de  $SU(2)$  n'est alors plus d'origine quantique mais d'origine matricielle. Pour illustrer notre propos, on peut prendre l'exemple des crochets de Poisson caractérisant la symétrie chirale. A l'échelle mésoscopique, les composantes des charges  $\rho_R$  et  $\rho_L$  forment, comme c'est aussi le cas pour leurs opérateurs quantiques associés (9.10), avec  $\epsilon^{abc}$  le tenseur complètement antisymétrique de Levi-Civita, deux algèbres fermées et séparées

$$\begin{aligned} \{\rho_L^a(\vec{x}), \rho_R^b(\vec{y})\} &= 0, \\ \{\rho_R^a(\vec{x}), \rho_R^b(\vec{y})\} &= -\epsilon^{abc} \rho_R^c(\vec{x}) \delta^3(\vec{x} - \vec{y}), \\ \{\rho_L^a(\vec{x}), \rho_L^b(\vec{y})\} &= -\epsilon^{abc} \rho_L^c(\vec{x}) \delta^3(\vec{x} - \vec{y}). \end{aligned} \quad (11.1)$$

A l'échelle mésoscopique, les densités de charge  $\rho_R$  et  $\rho_L$  sont les générateurs des rotations chirales. De plus, les crochets de Poisson des composantes  $\rho_R^a$  et  $\rho_L^a$  avec  $\Sigma$  et  $\Sigma^\dagger$  ne s'annulent pas.

$$\begin{aligned} \{\rho_R^a(\vec{x}), \Sigma(\vec{y})\} &= -\frac{i}{2} \tau^a \Sigma(\vec{x}) \delta^3(\vec{x} - \vec{y}), & \{\rho_R^a(\vec{x}), \Sigma^\dagger(\vec{y})\} &= \frac{i}{2} \Sigma^\dagger(\vec{x}) \tau^a \delta^3(\vec{x} - \vec{y}), \\ \{\rho_L^a(\vec{x}), \Sigma(\vec{y})\} &= \frac{i}{2} \Sigma(\vec{x}) \tau^a \delta^3(\vec{x} - \vec{y}), & \{\rho_L^a(\vec{x}), \Sigma^\dagger(\vec{y})\} &= -\frac{i}{2} \tau^a \Sigma^\dagger(\vec{x}) \delta^3(\vec{x} - \vec{y}). \end{aligned} \quad (11.2)$$

On peut faire le même constat pour les crochets de Poisson de la composante de la densité de moment  $T^{0i}$  avec  $\rho_L, \rho_R, \Sigma$  et  $\Sigma^\dagger$ .

$$\begin{aligned} \{T^{0i}(\vec{x}), \Sigma(\vec{y})\} &= -\partial_i \Sigma(\vec{x}) \delta^3(\vec{x} - \vec{y}), & \{T^{0i}(\vec{x}), \Sigma^\dagger(\vec{y})\} &= -\partial_i \Sigma^\dagger(\vec{x}) \delta^3(\vec{x} - \vec{y}), \\ \{T^{0i}(\vec{x}), \rho_R(\vec{y})\} &= \rho_R(\vec{x}) \partial_i \delta^3(\vec{x} - \vec{y}), & \{T^{0i}(\vec{x}), \rho_L(\vec{y})\} &= \rho_L(\vec{x}) \partial_i \delta^3(\vec{x} - \vec{y}). \end{aligned} \quad (11.3)$$

D'après les symétries du système, le hamiltonien le plus général prend la forme :

$$H = \int dx^3 T^{00} (T^{0i}, s, n, \rho_R^a, \rho_L^a, \Sigma, \Sigma^\dagger, \partial_i \Sigma, \partial_i \Sigma^\dagger). \quad (11.4)$$

Dans la définition de  $H$ , on considère la densité volumique d'énergie  $T^{00}$  comme une fonction des quatorze degrés de liberté hydrodynamiques et des dérivées partielles premières  $\partial_i \Sigma$  et  $\partial_i \Sigma^\dagger$  car on suppose que  $\Sigma$  et  $\Sigma^\dagger$  sont des fonctions lentement variables spatialement. Les dérivées partielles des ordres supérieurs ne sont donc pas prises en compte. En outre, la différentielle totale de la densité d'énergie prend la forme

$$dT^{00} = T ds + \mu dn + v^i dT^{0i} + \text{Tr} \left[ \mu_R d\rho_R + \mu_L d\rho_L + \sigma^\dagger d\Sigma + d\Sigma^\dagger \sigma + \gamma_i^\dagger d\partial_i \Sigma + d\partial_i \Sigma^\dagger \gamma_i \right], \quad (11.5)$$

avec respectivement  $T$ ,  $\mu$ ,  $v^i$ ,  $\mu_R$ ,  $\mu_L$ ,  $\sigma$  et  $\gamma_i$ , les variables thermodynamiques conjuguées à celles déjà énoncées pour le hamiltonien (11.4). Le caractère non-abélien du groupe des matrices de  $SU(2)$  nous oblige à être vigilant lors des permutations. Au contraire, ce n'est plus le cas à l'intérieur d'une trace où les éléments sont invariants par permutation circulaire. De plus, grâce à une transformation de Legendre, on peut déterminer la pression  $p$  ainsi que sa différentielle totale  $dp$  :

$$p = v^i T^{0i} + Ts + \mu n + \text{Tr} [\mu_R \rho_R + \mu_L \rho_L] - T^{00}, \quad (11.6)$$

$$dp = T^{0i} dv^i + s dT + n d\mu + \text{Tr} [\rho_R d\mu_R + \rho_L d\mu_L - \sigma^\dagger d\Sigma - d\Sigma^\dagger \sigma - \gamma_i^\dagger d\partial_i \Sigma - d\partial_i \Sigma^\dagger \gamma_i]. \quad (11.7)$$

### 11.1.2 Equations hydrodynamiques et développement limité d'ordre quadratique

La méthode générale pour établir les équations hydrodynamiques du système se base sur l'utilisation des relations (11.8), avec  $H$  le hamiltonien du système et  $F(a, b, c, d, \dots)$  une fonction de plusieurs variables hydrodynamiques  $a, b, c, d, \dots$  [125] :

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \{H, a\}, \quad \{F(a, b, c, d, \dots), a\} = \frac{\partial F}{\partial b} \{b, a\} + \frac{\partial F}{\partial c} \{c, a\} + \frac{\partial F}{\partial d} \{d, a\} + \dots \quad (11.8)$$

Maintenant que l'on connaît les crochets de Poisson associés aux variables hydrodynamiques de la matière nucléaire, voir partie 11.1.1, on peut alors déterminer le système complet d'équations hydrodynamiques associé

$$\begin{aligned} \partial_t T^{0k} &= -\partial_i T^{ik}, \\ \partial_t n &= -\partial_i (n v^i), \\ \partial_t \rho_R &= -\partial_i (\rho_R v^i) - \frac{i}{2} [\mu_R, \rho_R] + \frac{i}{2} \left[ \Sigma (\sigma^\dagger - \partial_i \gamma_i^\dagger) - (\sigma - \partial_i \gamma_i) \Sigma^\dagger \right], \\ \partial_t \rho_L &= -\partial_i (\rho_L v^i) - \frac{i}{2} [\mu_L, \rho_L] - \frac{i}{2} \left[ (\sigma^\dagger - \partial_i \gamma_i^\dagger) \Sigma - \Sigma^\dagger (\sigma - \partial_i \gamma_i) \right], \\ \partial_t \Sigma &= -v^i \partial_i \Sigma - \frac{i}{2} (\mu_L \Sigma - \Sigma \mu_R), \end{aligned} \quad (11.9)$$

avec la composante spatiale du tenseur impulsion-énergie  $T^{ik} = p \delta^{ik} + v^i T^{0k} + \text{Tr} \left[ \gamma_i^\dagger \partial_k \Sigma + \partial_k \Sigma^\dagger \gamma_i \right]$ . L'égalité entre le flux d'énergie et la densité de moment  $\partial_t T^{00} = -\partial_i T^{0i}$  entraîne l'invariance relativiste. Ensuite, à partir du système d'équations hydrodynamiques (11.9), on trouve en utilisant la définition de  $T^{0i}$  :

$$\begin{aligned} T^{0i} = \frac{\partial p}{\partial v^i} &= v^i (Ts + \mu n + v^k T^{0k} + \text{Tr} [\mu_R \rho_R + \mu_L \rho_L]) + \text{Tr} \left[ v^k \partial_k \Sigma^\dagger \gamma_i + \gamma_i^\dagger v^k \partial_k \Sigma \right] \\ &\quad - \frac{i}{2} \left[ (\mu_L \Sigma^\dagger - \mu_R \Sigma^\dagger) \gamma_i - (\mu_L \Sigma - \Sigma \mu_R) \gamma_i^\dagger \right]. \end{aligned} \quad (11.10)$$

A ce niveau, la seule hypothèse sur la structure du hamiltonien est la lente variation spatiale de  $\Sigma$  et de  $\Sigma^\dagger$ , les dérivées partielles premières  $\partial_i \Sigma$  et  $\partial_i \Sigma^\dagger$  étant alors petites.

Dans la suite de l'étude, on suppose aussi que les charges  $\rho_R$ ,  $\rho_L$  sont petites. Ces deux hypothèses sont plausibles car quand la symétrie chirale est vérifiée exactement  $\Sigma$  est constante et  $\rho_L$ ,  $\rho_R$  sont nulles. De plus, les deux hypothèses précédentes sont en accord avec une lente dépendance spatio-temporelle de  $\Sigma$ . De ce fait, elles autorisent un développement limité au plus bas ordre en  $\Sigma$  d'où une dépendance spatio-temporelle d'ordre quadratique en  $\Sigma$ . On en déduit que la densité d'énergie  $T^{00}$  est alors de la forme

$$T^{00} = \epsilon_0(s, n, T^{0i}) + \epsilon_1,$$

avec  $\epsilon_0$  la densité d'énergie du fluide normal relativiste, voir la partie 10.1.4, et  $\epsilon_1$  la densité d'énergie associée aux termes chiraux de plus bas ordre par rapport à  $\Sigma$ ,  $\Sigma^\dagger$  et à leurs dérivées spatiales respectives  $\partial_i \Sigma$  et  $\partial_i \Sigma^\dagger$  donc

$$\begin{aligned} \epsilon_1 = & \frac{f_s^2}{4} \left( \delta_{ij} - \frac{1 - v_\pi^2}{1 - v_\pi^2 v^2} v^i v^j \right) \text{Tr} [\partial_i \Sigma \partial_j \Sigma^\dagger] + \frac{1}{\gamma^2 f_t^2 (1 - v_\pi^2 v^2)} \text{Tr} [(\rho_L - \Sigma \rho_R \Sigma^\dagger)^2] \\ & + \frac{1}{\gamma^2 f_v^2} \text{Tr} [(\rho_L + \Sigma \rho_R \Sigma^\dagger)^2] - i \frac{v_\pi^2}{\gamma^2 (1 - v_\pi^2 v^2)} v^k \text{Tr} [(\rho_L \Sigma \partial_k \Sigma^\dagger + \Sigma^\dagger \partial_k \Sigma \rho_R)]. \end{aligned} \quad (11.11)$$

Dans (11.11),  $v_\pi \equiv f_s/f_t$  représente la vitesse du pion alors que  $f_s$ ,  $f_t$  et  $f_v$  sont des fonctions de la température  $T = T_0/\gamma$  et du potentiel chimique  $\mu = \mu_0/\gamma$ . Ces grandeurs peuvent être déterminées dans le cadre de la chromodynamique quantique, via la thermodynamique.  $f_t$  et  $f_s$  correspondent aux constantes de désintégration temporelle et spatiale du pion. Si on se place à température nulle, comme l'invariance de Lorentz est dans ce cas vérifiée à l'échelle microscopique alors  $f_s = f_t$ . Cependant, à température finie, et de manière générale à cause de la présence d'un bain thermique, l'invariance de Lorentz à l'échelle microscopique n'est plus vérifiée. De ce fait, il n'y a plus égalité entre  $f_s$  et  $f_t$ .

### 11.1.3 Système complet d'équations hydrodynamiques

Afin de réécrire les équations du système sous forme covariante, c'est-à-dire un système d'équations qui conserve la même forme par changement de référentiel, l'utilisation de combinaisons linéaires des variables initiales s'impose. On peut donc définir deux combinaisons de potentiels chimiques et deux combinaisons de charges, à savoir  $\mu_V = (\mu_L + \Sigma \mu_R \Sigma^\dagger)$ ,  $\mu_A = (\mu_L - \Sigma \mu_R \Sigma^\dagger)$ ,  $\rho_V = (\rho_L + \Sigma \rho_R \Sigma^\dagger)$  et  $\rho_A = (\rho_L - \Sigma \rho_R \Sigma^\dagger)$ . Dans cette optique, la mise sous forme covariante à l'ordre quadratique de la densité d'énergie en utilisant  $\hat{K} = T_0 \frac{\partial}{\partial T_0} + \mu_0 \frac{\partial}{\partial \mu_0}$ , permet d'écrire :

$$\begin{aligned} T^{00} = & (\hat{K} - 1) p_0 + \frac{1}{4} (\hat{K} + 1) (f_t^2 - f_s^2) u^\mu u^\nu \text{Tr} [\partial_\mu \Sigma \partial_\nu \Sigma^\dagger] + (\hat{K} - 1) \frac{1}{4} f_s^2 \text{Tr} [\partial_\mu \Sigma \partial^\mu \Sigma^\dagger] \\ & + (\hat{K} + 1) \frac{1}{4} f_v^2 \text{Tr} [(\gamma \mu_V)^2]. \end{aligned} \quad (11.12)$$

Par transformation de Legendre, on en déduit la pression, toujours à l'ordre quadratique :

$$p = p_0 + \frac{1}{4} f_s^2 \text{Tr} [\partial_\mu \Sigma \partial^\mu \Sigma^\dagger] + \frac{1}{4} (f_t^2 - f_s^2) u^\mu u^\nu \text{Tr} [\partial_\mu \Sigma \partial_\nu \Sigma^\dagger] + \frac{1}{4} f_v^2 \text{Tr} [(\gamma \mu_V)^2]. \quad (11.13)$$

On peut donc établir la forme covariante du tenseur impulsion-énergie, à l'aide des expressions (11.10), (11.12) et (11.13). On obtient alors :

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + p) u^\mu u^\nu - p g^{\mu\nu} + \frac{1}{4} f_s^2 \text{Tr} [\partial^\mu \Sigma \partial^\nu \Sigma^\dagger + \partial^\nu \Sigma \partial^\mu \Sigma^\dagger]. \quad (11.14)$$

Dans (11.14), les deux premiers termes du membre de droite de  $T^{\mu\nu}$  correspondent au tenseur impulsion-énergie du fluide parfait relativiste, voir partie **10.3**. En outre, le dernier terme du membre de droite, proportionnel à  $f_s^2$ , est associé à la brisure spontanée de la symétrie chirale.

Ainsi, le système complet est décrit par quatorze équations hydrodynamiques, le nombre de variables hydrodynamiques étant comme on l'a déjà évoqué précédemment lui aussi de quatorze :

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad \partial_\mu (n_0 u^\mu) = 0, \quad (11.15)$$

$$i\partial_\mu (f_s^2 \Sigma \partial^\mu \Sigma^\dagger + (f_t^2 - f_s^2) u^\mu u^\nu \Sigma \partial_\nu \Sigma^\dagger) + [u^\mu \Sigma \partial_\mu \Sigma^\dagger, \frac{f_v^2}{2} \mu_V] = 0, \quad (11.16)$$

$$\partial_\mu (\frac{f_v^2}{2} \mu_V u^\mu) + \frac{1}{2} [u^\mu \Sigma \partial_\mu \Sigma^\dagger, \frac{f_v^2}{2} \mu_V] = 0. \quad (11.17)$$

En outre, dans les quatorze équations on retrouve les cinq équations du fluide normal relativiste et neuf autres équations se rapportant à l'hydrodynamique de la symétrie chirale. Ces dernières correspondent à l'équation du premier ordre en  $\Sigma$  (11.17) et à l'équation du second ordre en  $\Sigma$  (11.16). De plus, on peut montrer que les neuf équations spécifiques de la symétrie chirale sont équivalentes à l'équation du premier ordre en  $\Sigma$  et aux équations  $\partial_\mu J_L^\mu = 0$  et  $\partial_\mu J_R^\mu = 0$  avec

$$J_R^\mu = -\frac{i}{4} [(f_t^2 - f_s^2) u^\mu u^\nu \Sigma^\dagger \partial_\nu \Sigma + f_s^2 \Sigma^\dagger \partial^\mu \Sigma] + \frac{1}{4} u^\mu \Sigma^\dagger f_v^2 \mu_V \Sigma, \quad (11.18)$$

$$J_L^\mu = -\frac{i}{4} [(f_t^2 - f_s^2) u^\mu u^\nu \Sigma \partial_\nu \Sigma^\dagger + f_s^2 \Sigma \partial^\mu \Sigma^\dagger] + \frac{1}{4} u^\mu f_v^2 \mu_V. \quad (11.19)$$

Pour finir, le système hydrodynamique étant fermé, le problème est donc en théorie soluble. Cependant, en pratique la démarche est ardue. D'autre part, à partir de ce système complet, on peut retrouver la conservation de l'entropie par la même démarche que celle de (10.4).

## 11.2 Hypothèses simplificatrices pour le système complet

Maintenant que les principales notions, nécessaires à la compréhension du problème ont été présentées, on peut désormais aborder le problème de manière plus concrète. La suite de l'étude consiste à essayer de mettre en évidence les écarts dus à la brisure spontanée de symétrie chirale par rapport au fluide nucléaire standard où la symétrie chirale est vérifiée exactement. La résolution globale du problème étant compliquée, nous allons donc restreindre le domaine de validité.

### 11.2.1 Absence de production de baryons

Dans les collisions d'ions lourds relativistes le nombre de mésons produits est très important. De ce fait, lors de ce type de collision, le nombre de baryons créés dans la zone centrale de rapidité est négligeable devant le nombre de mésons, voir partie **12.1.1**. Dans la suite de l'étude, nous supposons donc que le nombre de baryons est nul, ce qui se traduit par  $\mu_V = 0$  et  $n_0 = 0$ . Le système complet d'équations se réduit alors à :

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + p) u^\mu u^\nu - p g^{\mu\nu} + \frac{1}{4} f_s^2 \text{Tr} [\partial^\mu \Sigma \partial^\nu \Sigma^\dagger + \partial^\nu \Sigma \partial^\mu \Sigma^\dagger] \quad (11.20)$$

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad (11.21)$$

$$p = p_0 + \frac{1}{4} f_s^2 \text{Tr} [\partial_\mu \Sigma \partial^\mu \Sigma^\dagger] + \frac{1}{4} (f_t^2 - f_s^2) u^\mu u^\nu \text{Tr} [\partial_\mu \Sigma \partial_\nu \Sigma^\dagger] \quad (11.22)$$

$$i\partial_\mu (f_s^2 \Sigma \partial^\mu \Sigma^\dagger + (f_t^2 - f_s^2) u^\mu u^\nu \Sigma \partial_\nu \Sigma^\dagger) = 0. \quad (11.23)$$

### 11.2.2 Développement limité en champ de pion

Le développement limité à l'ordre zéro correspond au cas de figure où la production de pions est nulle, la phase du condensat est alors  $\Sigma = 1$ . On se place désormais dans le cas où le développement limité de la phase  $\Sigma$  du condensat chirale en puissances de  $\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}$  est vérifié, avec  $\vec{\tau}$  vecteur dont les composantes sont les matrices de Pauli et  $\vec{\pi}$  le champ de pion classique. En se limitant à l'ordre quadratique en  $\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}$  on obtient pour  $\Sigma$

$$\Sigma = \exp \left[ i \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}}{f_\pi} \right] \simeq 1 + i \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}}{f_\pi} - \frac{1}{2} \left( \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}}{f_\pi} \right)^2 + o((\vec{\tau} \cdot \vec{\pi})^2). \quad (11.24)$$

En réalisant le développement limité au premier ordre en  $\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}$  des équations (11.20), (11.21), (11.22) et (11.23) on retrouve le système complet d'équations associé au fluide normal relativiste sans baryons et sans brisure spontanée de symétrie chirale, voir partie **10.3**.

Par contre, le développement limité au deuxième ordre dans le développement en champ de pion  $\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}$  de ces mêmes équations permet d'aboutir à

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu} + \frac{1}{4} \frac{f_s^2}{f_\pi^2} \text{Tr} [\partial^\mu(\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}) \partial^\nu(\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}) + \partial^\nu(\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}) \partial^\mu(\vec{\tau} \cdot \vec{\pi})] \quad (11.25)$$

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad (11.26)$$

$$p = p_0 + \frac{1}{4} \frac{f_s^2}{f_\pi^2} \text{Tr} [\partial_\mu(\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}) \partial^\mu(\vec{\tau} \cdot \vec{\pi})] + \frac{1}{4} \frac{(f_t^2 - f_s^2)}{f_\pi^2} u^\mu u^\nu \text{Tr} [\partial_\mu(\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}) \partial_\nu(\vec{\tau} \cdot \vec{\pi})] \quad (11.27)$$

$$\partial_\mu \left( \frac{(f_t^2 - f_s^2)}{f_\pi^2} u^\mu u^\nu \partial_\nu(\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}) + \frac{f_s^2}{f_\pi^2} \partial^\mu(\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}) \right) = 0. \quad (11.28)$$

Avec la même méthode que celle utilisée pour le fluide normal (10.4), on retrouve alors la conservation de l'entropie avec le développement limité à l'ordre deux en champ de pion.

Ces équations sont applicables pour de petites fluctuations chirales dans la zone centrale, indépendamment de toute considération de géométrie. Dans le chapitre 12, on se place dans la géométrie de Bjorken (1 + 1) afin de quantifier les écarts générés par la brisure spontanée de symétrie chirale sur le fluide normal relativiste.

# Chapitre 12

## Applications aux réactions entre ions lourds

Comme on l'a déjà évoqué au chapitre 10, le point de vue hydrodynamique est fréquemment utilisé pour décrire les fluides à basses fréquences et grandes longueurs d'onde. Dans ce cadre, le système est décrit grâce à un nombre restreint de degrés de liberté, les variables hydrodynamiques. Dans ce chapitre, nous utilisons le système complet d'équations établi à la fin du chapitre 11, voir partie **11.2.2**, dans une géométrie particulière, la géométrie de Bjorken ( $1 + 1$ ).

Le but de ce chapitre consiste dans un premier temps à rappeler les grandes lignes du modèle de Bjorken pour le fluide idéal. Dans un deuxième temps on étudie les écarts induits par la prise en compte de la brisure spontanée de symétrie chirale sur l'évolution de la matière nucléaire sans dissipation. Dans un troisième temps on s'intéresse aussi à la prise en compte de la dissipation dans la matière nucléaire mais cette fois sans brisure de symétrie chirale [123].

### 12.1 Domaine de validité du modèle de Bjorken

#### 12.1.1 Régime de transparence et zone centrale

Le modèle de Bjorken est souvent associé au point de vue hydrodynamique pour décrire la dynamique des collisions d'ions lourds ultrarelativistes. Une des particularités du modèle de Bjorken réside dans le fait que les solutions obtenues pour décrire l'évolution de la pression  $P$ , la température  $T$ , la densité d'énergie  $\epsilon$  et la densité d'entropie  $s$  sont analytiques, voir partie **12.1.3**.

Parmi les différentes approches, certaines envisagent la collision entre deux ions lourds ultrarelativistes identiques [126, 127]. La nature relativiste de cette collision impose la dilatation des temps et la contraction des longueurs parallèles au mouvement par rapport aux référentiels propres des ions lourds. Avec les notations choisies, l'axe du boost de Lorentz est orienté selon  $z$ . Les vitesses n'étant plus additives sous la transformation de Lorentz, on utilise leurs analogues relativistes, les rapidités  $y$ .

$$y = \operatorname{arcth}(v_z) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + P_z}{E - P_z} \right),$$

avec  $E$ , l'énergie,  $P_z$  l'impulsion selon l'axe  $z$  d'une particule et  $v_z = \frac{P_z}{E}$ . De plus, il faut utiliser le temps propre  $\tau = \frac{t}{\gamma}$ , temps dans le référentiel de repos d'une particule, à la place du temps  $t$  à cause de la perte du caractère absolu de ce dernier.

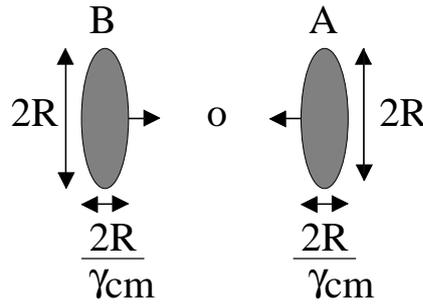


FIGURE 12.1: Collision dans le centre de masse de deux ions lourds ultrarelativistes identiques  $A$  et  $B$ .  $\gamma_{cm}$  représente le facteur de Lorentz dans le référentiel du centre de masse et  $R$  correspond au rayon propre des noyaux. Dans le référentiel du centre de masse, il y a contraction de la longueur parallèle à la direction du boost de Lorentz par rapport au référentiel propre. Figure adaptée de [128].

Expérimentalement, on peut avoir accès au nombre de particules  $N$ , produites par unité de rapidité  $\frac{dN}{dy}$ . Pendant les collisions, un grand nombre de mésons et de baryons secondaires sont créés dans la région de rapidité entre le projectile et la cible. On peut citer par exemple les pions  $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\pi^0$ , les kaons  $K^+$ ,  $K^-$ ,  $K^0$ , voir partie 9.1.1.

En outre, le traitement hydrodynamique de l'évolution du système n'est pas valide aux premiers instants des collisions mais à partir du moment où l'équilibre local est atteint, c'est à dire pour  $\tau \geq \tau_0 \simeq \frac{1fm}{c}$ . De plus, pour les domaines de très haute énergie comme  $E_{cm} \geq 100A.MeV$  [128], avec  $A$  le nombre de nucléons, les échelles de temps des mécanismes d'expansion hydrodynamique et de production de particules sont décorréelées.

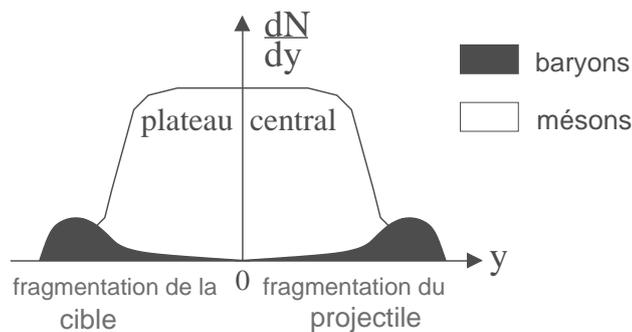


FIGURE 12.2: Vision schématique de  $\frac{dN}{dy}$  en fonction de la rapidité  $y$  dans une collision d'ions lourds à très haute énergie. Trois zones sont visibles, une zone centrale et deux zones périphériques. Figure adaptée de [128].

Le nombre de baryons est important dans les deux zones périphériques de fragmentation de la cible et du projectile. Dans la zone centrale, correspondant à  $y \simeq 0$ , la production de mésons est très importante tandis que les baryons sont quasi absents. De ce fait, dans la suite de l'étude on suppose que le nombre de baryons est nul dans la zone centrale.

En outre, comme le nombre de particules produites par unité de rapidité dans cette zone centrale présente un plateau, on peut donc en première approximation le considérer constant lors

de collisions  $A + A$  de particules identiques

$$\left. \frac{dN}{dy} \right|_{A+A} \simeq \text{constante.} \quad (12.1)$$

La validité de cette hypothèse sur la distribution de rapidité s'appuie sur l'extrapolation de résultats expérimentaux analogues lors des collisions  $p + p$  entre protons.

Contrairement au cas général, où les observables dépendent de la rapidité  $y$ , dans la zone centrale on peut donc adopter un traitement simplifié où on suppose l'indépendance de ces mêmes observables par rapport à  $y$ . De plus, les mésons sont principalement des pions car, leurs énergies de masse étant plus petites que celles des autres mésons, ils sont formés prioritairement. En pratique ils correspondent à 90% de la totalité des mésons. Dans la suite de l'étude on suppose donc que les pions sont les seuls mésons formés.

L'ensemble des hypothèses simplificatrices précédentes concernant la zone centrale sont intrinsèques au modèle de Bjorken.

### 12.1.2 Rappels sur le modèle de Bjorken sans brisure de symétrie

Dans la gamme de hautes énergies  $E_{cm} \geq 100A \text{ MeV}$  [128, 129, 130] les deux noyaux ne sont pas stoppés pour former un noyau composé chaud comme c'est le cas pour les gammes d'énergies inférieures mais se transpercent mutuellement et sont alors transparents l'un par rapport à l'autre. Parmi les différents modèles simples décrivant les collisions d'ions lourds, celui de Bjorken est souvent utilisé pour décrire les collisions centrales symétriques. Plus précisément, le modèle de Bjorken est un modèle hydrodynamique à  $(1 + 1)$  dimensions qui est valide dans la région centrale de collision. D'après les dimensions du modèle, le système est représenté par un cylindre de rayon très grand. Pendant la collision l'expansion transversale est alors négligée devant l'expansion longitudinale car on néglige l'épaisseur longitudinale des noyaux. En outre, on suppose alors que les coordonnées longitudinales des nucléons d'un même noyau sont identiques.

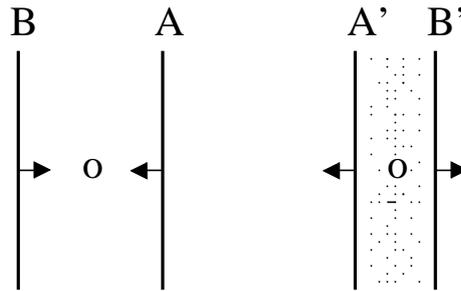


FIGURE 12.3: Schéma d'une collision d'ions lourds ultrarelativistes dans le modèle de Bjorken  $(1 + 1)$ .  $A$ ,  $B$  et  $A'$ ,  $B'$  représentent respectivement les noyaux avant et après collision. La région entre  $A'$  et  $B'$  représente la zone centrale de production de pions. Figure adaptée de [129].

L'évolution du système peut être visualisée dans un diagramme d'espace-temps caractérisé par le temps propre  $\tau$  et la rapidité  $y$  qui sont les variables naturelles du modèle de Bjorken. Dans ce diagramme les temps propres sont représentés par des hyperboles situées à l'intérieur du cône de lumière. La rapidité  $y$  est la coordonnée permettant de se déplacer sur ces hyperboles. Les conditions initiales du fluide nucléaire sont donc caractérisées par une hyperbole de temps propre constant  $\tau_0$ . Les particules secondaires de cette collision possèdent une distribution en vitesse et

leurs temps caractéristiques de désintégration vérifient  $\tau \geq \tau_0 = \frac{1fm}{c}$ . De plus, une des spécificités de la cinématique relativiste impose des temps de vie d'autant plus longs que les vitesses des particules sont élevées. Par exemple dans la figure 12.4 avec la convention  $c = 1$ , des particules assimilées à des particules libres, créées en  $(t, z) = (0, 0)$ , se désintègrent sur l'hyperbole de temps propre  $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$ .

Comme on l'a déjà évoqué pour le nombre de particules par unité de rapidité dans la zone centrale, voir partie **12.1.1**, les propriétés du système sont indépendantes de la rapidité le long de l'hyperbole  $\tau_0$ . L'invariance selon l'axe  $z$  par transformation de Lorentz est alors vérifiée pour le système ainsi que pour les équations hydrodynamiques qui le caractérisent. Les propriétés du fluide au point de coordonnée  $z$  se déduisent de celles en 0. Comme la vitesse du fluide est nulle en  $z = 0$ , la quadrivitesse peut s'écrire  $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$ , ce qui en  $z$  devient  $u^\mu = \frac{x^\mu}{\tau} = (\frac{t}{\tau}, 0, 0, \frac{z}{\tau})$ , par transformation de Lorentz suivant l'axe  $z$ , dont la vitesse est  $v = \frac{z}{t}$ .

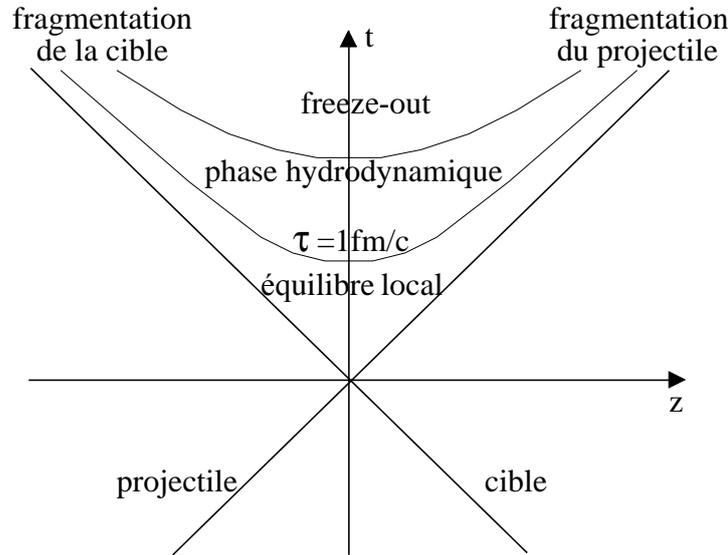


FIGURE 12.4: Evolution dans l'espace-temps de la région centrale de rapidité dans le modèle de Bjorken. L'évolution hydrodynamique du système est située entre l'obtention de l'équilibre local en  $\tau_0$  et le freeze-out en  $\tau_f$ . Figure adaptée de [127].

Le diagramme d'espace-temps est constitué de différentes zones représentant chacune une étape de l'évolution du système pendant son refroidissement [128]. Par ordre chronologique, dans la première étape  $\tau \leq \tau_0$ , le système se thermalise pour atteindre l'équilibre local en  $\tau = \tau_0 \simeq \frac{1fm}{c}$ . Ensuite dans la deuxième étape, pour  $\tau \geq \tau_0$ , la symétrie du modèle est réalisée. Dans le cadre de cette théorie effective, la transition de phase du plasma de quark-gluons, si elle existe, est incorporée dans le processus de thermalisation du système. Le refroidissement du système aboutit alors à la phase d'hadronisation des quarks en mésons et baryons [128]. De ce fait, dans la zone centrale le point de vue hydrodynamique du gaz de pions devient valide. Pour finir, dans la troisième étape le gaz de pions évolue jusqu'à  $\tau_f$ , temps de « freeze-out », contemporain de la libération des pions. Les pions peuvent alors s'échapper du milieu dense et deviennent libres dans ce régime asymptotique.

### 12.1.3 Caractéristiques du modèle

De manière générale, les grandeurs caractérisant le système sont des fonctions des deux variables naturelles du problème, le temps propre  $\tau$  et la rapidité  $y$ .

De plus, on relie ces variables  $(\tau, y)$  aux variables  $(t, z)$  en utilisant les relations

$$t(\tau, y) = \tau \cosh(y) \quad \text{et} \quad z(\tau, y) = \tau \sinh(y). \quad (12.2)$$

Dans la zone centrale, voir partie **12.1.1**, par hypothèse ces grandeurs sont indépendantes de la rapidité. Dans le modèle de Bjorken à  $(1+1)$  dimensions, ce cas de figure est plausible si  $\tau \leq R/c \simeq 6fm/c$ , où  $R$  est le rayon des noyaux. Pour des temps propres supérieurs il faut prendre en compte l'expansion transverse et donc utiliser un modèle à  $(3+1)$  dimensions [129]. Dans la zone centrale les observables comme la densité d'énergie  $\epsilon$ , la pression  $p$ , la température  $T$ , la densité d'entropie  $s$  deviennent indépendantes les unes des autres et sont des fonctions de la seule variable  $\tau$ . Le système est alors soluble analytiquement en se basant sur l'hydrodynamique relativiste du fluide normal, voir partie **10.3**, et les lois de la thermodynamique. Dans ce cas particulier le nombre baryonique est nul donc  $dE=TdS-pdV$  d'où une enthalpie volumique  $w = \epsilon + p = Ts$ . Ainsi, on peut déterminer la dépendance en  $\tau$  de chacune de ces grandeurs.

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} + \frac{s}{\tau} = 0 \quad \Rightarrow \quad s(\tau) = s(\tau_0) \frac{\tau_0}{\tau} \quad (12.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{1}{3} \frac{T}{\tau} = 0 \quad \Rightarrow \quad T(\tau) = T(\tau_0) \left( \frac{\tau_0}{\tau} \right)^{1/3} \quad (12.4)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \tau} + \frac{4}{3} \frac{\epsilon}{\tau} = 0 \quad \Rightarrow \quad \epsilon(\tau) = \epsilon(\tau_0) \left( \frac{\tau_0}{\tau} \right)^{4/3} \quad (12.5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{4}{3} \frac{p}{\tau} = 0 \quad \Rightarrow \quad p(\tau) = p(\tau_0) \left( \frac{\tau_0}{\tau} \right)^{4/3}. \quad (12.6)$$

De plus, l'équation d'état du système est celle d'un gaz de Bose de masse nulle, les pions étant ultrarelativistes. On a donc une loi de type loi de Stephan

$$p = aT^4 = \frac{\epsilon}{3} \quad \text{avec} \quad a = g_\pi \frac{\pi^2}{90}, \quad (12.7)$$

où  $g_\pi = 3$  est la dégénérescence due aux pions  $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\pi^0$  [128, 130]. De plus, on peut retrouver l'équation (12.6) à partir des équations (12.5) et (12.7).

En outre, pour  $\tau_0 \simeq \frac{1fm}{c}$  correspondant au début de l'évolution hydrodynamique, les conditions initiales associées sont

$$\begin{aligned} \epsilon(\tau_0) &\simeq 210 \text{MeV} \cdot fm^{-3} & P(\tau_0) &\simeq 70 \text{MeV} \cdot fm^{-3} \\ T(\tau_0) &\simeq 200 \text{MeV} & s(\tau_0) &\simeq 1.4 fm^{-3} \end{aligned} \quad (12.8)$$

## 12.2 Géométrie de Bjorken et brisure de symétrie chirale

### 12.2.1 Développements limités en $\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}$ dans la zone centrale

Le but de cette partie consiste à essayer de généraliser le modèle de Bjorken en tenant compte de la brisure spontanée de symétrie chirale. La démarche n'est pas facile dans le cas général car les hypothèses du modèle de Bjorken standard ne sont pas toutes compatibles avec cette brisure.

Par exemple, l'invariance par translation selon la direction  $z$  de la transformation de Lorentz est brisée. Cette brisure de symétrie interne est visible dans le hamiltonien à cause de la présence de termes se rapportant à la brisure de la symétrie chirale. En outre, les termes dans le tenseur impulsion-énergie  $T^{\mu\nu}$  qui brisent la symétrie chirale ne vérifient pas la symétrie d'espace-temps.

Les grandeurs pertinentes du système sont des fonctions des deux variables naturelles : temps propre  $\tau$  et rapidité  $y$ . De manière générale c'est la dépendance par rapport à  $y$  qui rend le problème difficile hors de la région centrale où la rapidité  $y$  n'est pas nulle. Dans la suite de l'étude on ne considère dans la zone centrale que la dépendance par rapport à la variable  $\tau$  et on pose  $y = 0$ . De ce fait, dans la zone centrale, on retrouve alors la symétrie de Bjorken, à savoir l'indépendance des variables par rapport à  $y$ . Comme dans le modèle de Bjorken standard, on suppose aussi que le nombre de baryons dans cette zone centrale est nul.

On envisage maintenant le développement limité en champ de pion du condensat chirale  $\Sigma$ . Dans le développement limité au premier ordre en  $\vec{\tau}.\vec{\pi}$ , les termes de brisure sont inexistant, pour le tenseur impulsion-énergie  $T^{\mu\nu}$  ainsi que pour les équations d'évolution des grandeurs spécifiques du système. Les équations hydrodynamiques sont alors celle du fluide parfait relativiste et on retrouve les résultats du modèle de Bjorken standard, voir partie **12.1.3**.

Au contraire, avec le développement limité au deuxième ordre en  $\vec{\tau}.\vec{\pi}$ , on observe des termes spécifiques de la brisure de symétrie chirale. Seule la forme analytique de la densité d'entropie est identique à (12.3), obtenue pour le modèle de Bjorken standard malgré la prise en compte de la brisure de symétrie chirale.

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} + \frac{s}{\tau} = 0 \quad \Rightarrow \quad s(\tau) = s(\tau_0) \frac{\tau_0}{\tau}. \quad (12.9)$$

Les autres équations concernant la densité d'énergie  $\epsilon$  et la température  $T$  ne sont plus a priori solubles analytiquement. Ces dernières prennent la forme d'un système d'équations couplées, constituant une généralisation des équations (12.4) et (12.5)

$$\left( \frac{s(\tau_0)\tau_0}{\tau} - 4aT^3 \right) \frac{\partial T}{\partial \tau} + \text{Tr} \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{2f_s^2 - f_t^2}{4f_\pi^2} \left( \frac{\partial \vec{\tau}.\vec{\pi}}{\partial \tau} \right)^2 \right) + \frac{1}{2} \frac{f_s^2}{f_\pi^2} \frac{1}{\tau} \left( \frac{\partial \vec{\tau}.\vec{\pi}}{\partial \tau} \right)^2 \right] = 0 \quad (12.10)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \tau} + \frac{T s(\tau_0)\tau_0}{\tau^2} + \text{Tr} \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{1}{2} \frac{f_t^2}{f_\pi^2} \left( \frac{\partial \vec{\tau}.\vec{\pi}}{\partial \tau} \right)^2 \right) + \frac{1}{2} \frac{f_s^2}{f_\pi^2} \frac{1}{\tau} \left( \frac{\partial \vec{\tau}.\vec{\pi}}{\partial \tau} \right)^2 \right] = 0. \quad (12.11)$$

De plus, la pression est déterminée à partir de la généralisation de l'équation d'état (12.7). Celle-ci n'est alors plus celle d'un gaz de Bose ultrarelativiste.

$$p = aT^4 + \frac{1}{4} \frac{f_t^2}{f_\pi^2} \text{Tr} \left[ \left( \frac{\partial \vec{\tau}.\vec{\pi}}{\partial \tau} \right)^2 \right]. \quad (12.12)$$

Pour finir, afin de fermer le système d'équations, il faut utiliser l'équation d'évolution du champ de pion (11.28) dans la géométrie de Bjorken

$$\frac{f_t^2}{f_\pi^2} \frac{\partial^2 \vec{\tau}.\vec{\pi}}{\partial \tau^2} + \left[ \frac{1}{\tau} \frac{f_t^2}{f_\pi^2} + \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{f_t^2}{f_\pi^2} \right) \right] \frac{\partial \vec{\tau}.\vec{\pi}}{\partial \tau} = 0. \quad (12.13)$$

Les termes spécifiques de la brisure interviennent sous forme de traces  $\text{Tr}$  excepté dans (12.13). Le système d'équations est maintenant fermé donc soluble numériquement si on connaît les formes

analytiques des constantes de désintégration  $f_t$ ,  $f_s$  et  $f_\pi = 93 \text{ MeV}$ . La résolution de (12.13), et la forme analytique (12.9) donnent accès à (12.10). On peut alors résoudre les équations (12.11) et (12.12).

Comme il n'existe pas d'expressions analytiques générales pour  $f_t$  et  $f_s$  en fonction de la température, on est amené à faire des hypothèses simplificatrices. On envisage ensuite deux possibilités : température nulle d'où une indépendance de  $f_t$  et  $f_s$  par rapport à la température et température finie avec une dépendance en température pour  $f_t$  et  $f_s$  valide aux basses températures.

## 12.2.2 Constantes de désintégration indépendantes de la température

### Système d'équations associé

Une hypothèse simple, justifiée pour les basses températures, consiste à considérer que  $f_t = f_s = f_\pi$ . La validité de cette hypothèse s'appuie sur le fait que, même si à température finie ces fonctions ne sont pas égales, voir partie 11.1.2, leurs corrections pour les basses températures sont en  $T^2$  [5]. De ce fait, les corrections pour  $f_t^2$ ,  $f_s^2$  et  $f_t^2 - f_s^2$  sont alors en  $T^4$ . En outre, comme  $\text{Tr}[\vec{\tau}^2] = 2$ , avec  $\vec{\tau}$  le vecteur dont les composantes sont les matrices de Pauli, le système d'équations prend la forme

$$s(\tau) = s(\tau_0) \frac{\tau_0}{\tau} \quad (12.14)$$

$$\left( \frac{s(\tau_0)\tau_0}{\tau} - 4aT^3 \right) \frac{\partial T}{\partial \tau} + \sum_{i=1}^3 \left( \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{1}{\tau} \right) \left( \frac{\partial \pi^i}{\partial \tau} \right)^2 = 0 \quad (12.15)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \tau} + \frac{Ts(\tau_0)\tau_0}{\tau^2} + \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{1}{\tau} \right) \left( \frac{\partial \pi^i}{\partial \tau} \right)^2 = 0 \quad (12.16)$$

$$p = aT^4 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial \pi^i}{\partial \tau} \right)^2 \quad (12.17)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{1}{\tau} \right) \frac{\partial \pi^i}{\partial \tau} = 0, \quad (12.18)$$

avec  $\pi^i$  la composante cartésienne  $i$  du champ de pion  $\vec{\pi}$  vérifiant  $i \in \{1, 2, 3\}$ . Par hypothèse  $\pi^i$  est indépendante de la rapidité  $y$  et ne dépendant que du temps propre  $\tau$  dans la zone centrale.

### Expression analytique du champ de pion $\vec{\pi}$ et matrice densité

La forme analytique de la composante  $\pi^i(\tau)$  du champ de pion se détermine par intégration de l'équation (12.18) correspondant au laplacien à une dimension en coordonnées cylindriques. La condition initiale est  $\pi^i(\tau_0) = 0$  car les pions sont inexistantes pour  $\tau < \tau_0$ .

$$\frac{\partial \pi^i}{\partial \tau} = \frac{A}{\tau} \quad \Rightarrow \quad \pi^i = A \ln \left( \frac{\tau}{\tau_0} \right). \quad (12.19)$$

Dans le système complet d'équations, seule la dérivée du champ de pion par rapport au temps propre intervient. L'évolution du système est donc indépendante de la condition initiale pour le champ de pion  $\pi^i(\tau_0)$ . Ainsi, seule la connaissance de  $A$  est nécessaire.  $A$  est en fait une variable aléatoire car on ne peut pas déterminer la valeur exacte de  $A$ , la vitesse des pions formés en  $\tau = \tau_0$  pouvant varier. Pour aller plus loin, on détermine la distribution des valeurs de  $A$  en  $\tau_0$  car,

avec ces conditions initiales différentes, on peut procéder à des moyennes. On peut ainsi établir la distribution de la variable aléatoire  $A$  en  $\tau_0$  et déterminer le comportement du système dans la limite des grands nombres.

Dans la densité d'énergie le terme caractérisant la brisure spontanée (11.11) peut s'écrire

$$\epsilon_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial \pi^i}{\partial \tau} \right)^2. \quad (12.20)$$

La matrice densité du système  $\rho$  est alors

$$\rho = \exp \left( -\beta \int d^3x T^{00} \right) \propto \exp \left( -\beta \int d^3x \epsilon_1 \right) = \exp \left( -\frac{\beta}{2} \int d^3x \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial \pi^i}{\partial \tau} \right)^2 \right). \quad (12.21)$$

Si on considère la symétrie d'isospin vérifiée on a  $g_\pi = 3$  et la constante d'intégration  $A$  devient indépendante de  $i$ . La matrice densité peut donc s'écrire

$$\rho \propto \exp \left( -g_\pi \frac{\beta}{2} \int d^3x \left( \frac{A}{\tau} \right)^2 \right). \quad (12.22)$$

De plus, pour  $\tau = \tau_0$ , la matrice densité est une gaussienne centrée en 0 dont il faut déterminer la variance. Si  $V_0$  est le volume initial dans le référentiel du centre de masse et  $\gamma_{cm}$  le facteur de Lorentz assurant le passage entre les deux référentiels alors  $V_0/\gamma_{cm}$  est le volume initial du système dans le référentiel du laboratoire

$$\rho(\tau_0) \propto \exp \left( -\frac{\beta}{2} \frac{V_0}{\gamma_{cm}} g_\pi \left( \frac{A}{\tau_0} \right)^2 \right) = \exp \left( -\frac{A^2}{2\sigma^2(\tau_0)} \right). \quad (12.23)$$

Le volume initial est supposé de la forme  $V_0 = \pi R^2 \cdot 2c\tau_0$  avec  $R \simeq 5fm$  le rayon des noyaux projectile et cible comme on peut le voir dans la figure 12.1 et  $2c\tau_0 = 2fm$  la distance de séparation entre le projectile et la cible,  $c$  étant la célérité de la lumière dans le vide. De plus, le facteur de Lorentz assure le passage entre le centre de masse des deux noyaux en collision et le référentiel du laboratoire est estimé à  $\gamma_{cm} \simeq 10$ . De ce fait, pour  $\tau = \tau_0$  la variance de la distribution gaussienne de  $A$  centrée en 0 est

$$\sigma^2(\tau_0) = \frac{T(\tau_0)\tau_0\gamma_{cm}}{2g_\pi\pi R^2} \simeq 4.25 \text{MeV} \cdot fm^{-1}. \quad (12.24)$$

### Résolution analytique

Le cadre dans lequel le système d'équations est valide s'appuie donc sur les hypothèses suivantes : on suppose que dans la zone centrale, où les baryons sont négligés, les grandeurs du système ne dépendent que du temps propre et sont indépendantes de la rapidité, on pose alors  $y = 0$ . De plus, on réalise un développement limité au deuxième ordre en champ de pion de la phase du condensat chiral, avec  $f_t = f_s = f_\pi = 93 \text{ MeV}$  et on considère que la symétrie d'isospin est vérifiée. Avec les hypothèses que nous venons de rappeler, on trouve le système suivant, dont la résolution est analytique

$$s(\tau) = s(\tau_0) \frac{\tau_0}{\tau} \quad (12.25)$$

$$\left( \frac{s(\tau_0)\tau_0}{\tau} - 4aT^3 \right) \frac{\partial T}{\partial \tau} = 0 \quad \Rightarrow \quad T(\tau) = T(\tau_0) \left( \frac{\tau_0}{\tau} \right)^{1/3} \quad (12.26)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \tau} + \frac{T s(\tau_0) \tau_0}{\tau^2} - g_\pi \frac{A^2}{\tau^3} = 0 \quad \Rightarrow \quad \epsilon(\tau) = \epsilon(\tau_0) \left( \frac{\tau_0}{\tau} \right)^{4/3} - \frac{g_\pi A^2}{2 \tau_0^2} \left( \frac{\tau_0}{\tau} \right)^2 \quad (12.27)$$

$$p(\tau) = p(\tau_0) \left( \frac{\tau_0}{\tau} \right)^{4/3} + \frac{g_\pi A^2}{2 \tau_0^2} \left( \frac{\tau_0}{\tau} \right)^2. \quad (12.28)$$

Dans la suite de l'étude, on remplace pour  $\tau = \tau_0$ ,  $A^2$  par  $\langle A^2 \rangle \equiv \sigma^2(\tau_0)$  dans  $\epsilon$  et  $p$ . Cette démarche a pour but la détermination de l'importance des termes spécifiques de la brisure spontanée de symétrie chirale au deuxième ordre en champ de pion par rapport aux termes du cas idéal sans brisure. On estime avec (12.8) un écart de l'ordre de 1% par rapport au cas idéal pour la densité d'entropie, la densité d'énergie, la pression et la température. En effet, comme on peut le voir avec la figure (12.5), dans tous les cas les deux catégories de courbes se superposent pour chacune des quatre grandeurs

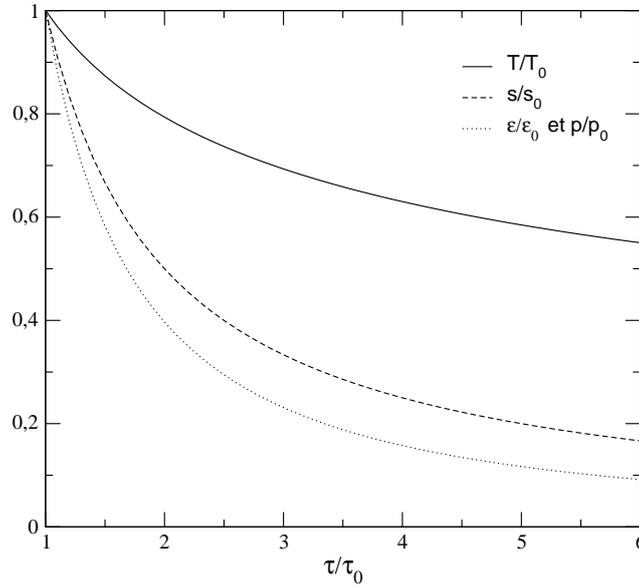


FIGURE 12.5: Les grandeurs adimensionnées du cas avec brisure spontanée de symétrie chirale au deuxième ordre en champ de pion et du cas idéal sont superposées.

En conclusion, on peut dire que l'approximation qui consiste à négliger la brisure spontanée de symétrie chirale dans le traitement hydrodynamique du système semble être vérifiée. En pratique, on peut donc déterminer l'évolution du système avec le modèle du fluide parfait relativiste. Cependant, l'hypothèse où les constantes de désintégration  $f_t = f_s = f_\pi = 93 \text{ MeV}$  sont indépendantes de la température est peut-être trop simpliste. Dans le paragraphe suivant nous introduisons donc une dépendance en température.

### 12.2.3 Constantes de désintégration dépendantes de la température

Avec une dépendance explicite en température du type  $f_t^2 = f_s^2 = f_\pi^2 [1 - T^2/(6f_\pi^2)]$ , valide à basse température [107], la résolution analytique complète n'est plus possible pour toutes les grandeurs. En outre, le terme spécifique de la brisure de symétrie chirale dans la matrice densité (11.11) prend la forme

$$\epsilon_1 = \frac{[1 - T^2/(6f_\pi^2)]}{2} \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial \pi^i}{\partial \tau} \right)^2. \quad (12.29)$$

De ce fait, en utilisant la méthode de la variation de la constante, la solution de l'équation d'évolution du champ de pion (12.13) s'écrit

$$\frac{\partial \pi^i}{\partial \tau} = \frac{A [1 - T_0^2/(6f_\pi^2)]}{\tau [1 - T^2/(6f_\pi^2)]} \Rightarrow \pi^i = A \frac{[1 - T_0^2/(6f_\pi^2)]}{[1 - T^2/(6f_\pi^2)]} \ln \left( \frac{\tau}{\tau_0} \right). \quad (12.30)$$

Ensuite par la même méthode de résolution que dans la partie **12.2.2** et en posant  $T_0 = T(\tau_0)$ , le système d'équations (12.9), (12.10), (12.11), (12.12) devient

$$s(\tau) = s(\tau_0) \frac{\tau_0}{\tau} \quad (12.31)$$

$$\left( \frac{s(\tau_0)\tau_0}{\tau} - 4aT^3 + g_\pi \frac{T}{6f_\pi^2} \frac{A^2 [1 - T_0^2/(6f_\pi^2)]^2}{\tau^2 [1 - T^2/(6f_\pi^2)]^2} \right) \frac{\partial T}{\partial \tau} + g_\pi \frac{A^2 [1 - T_0^2/(6f_\pi^2)]^2}{\tau^3 [1 - T^2/(6f_\pi^2)]} = 0 \quad (12.32)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \tau} + \frac{T s(\tau_0)\tau_0}{\tau^2} - \frac{g_\pi \frac{A^2}{\tau_0^3} \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^3 2[1 - T_0^2/(6f_\pi^2)]^2 / ([1 - T^2/(6f_\pi^2)]^2)}{1 + (s(\tau_0)\tau_0\tau - 4aT^3\tau^2)[1 - T^2/(6f_\pi^2)]^2 / (g_\pi \frac{T}{6f_\pi^2} A^2 [1 - T_0^2/(6f_\pi^2)]^2)} = 0 \quad (12.33)$$

$$p = aT^4 + \frac{g_\pi A^2 [1 - T_0^2/(6f_\pi^2)]^2}{2 \tau_0^2 [1 - T^2/(6f_\pi^2)]^2} \left( \frac{\tau_0}{\tau} \right)^2. \quad (12.34)$$

En  $\tau = \tau_0$ , la variance de la distribution gaussienne pour la variable aléatoire  $A$  centrée en 0 est maintenant  $\sigma_T^2(\tau_0)$  telle que  $\sigma_T^2(\tau_0) = \langle A^2 \rangle = \sigma^2(\tau_0) / ([1 - T_0^2/(6f_\pi^2)])$ .

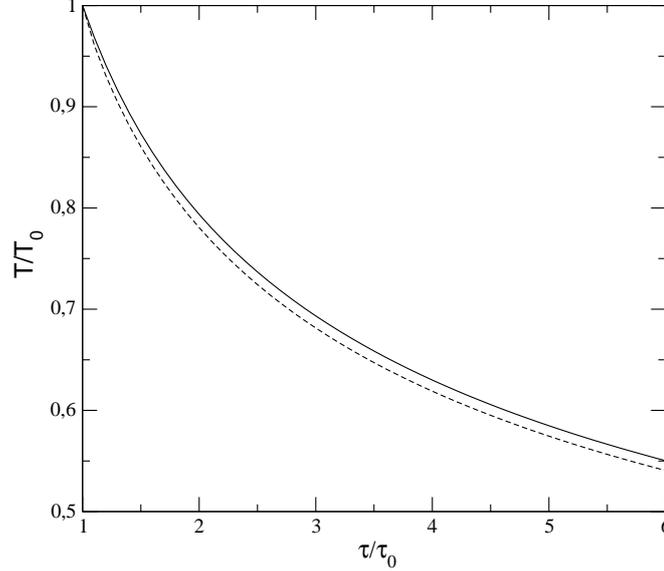


FIGURE 12.6: Evolution de la température en fonction du temps propre. Ligne continue : fluide sans brisure de symétrie chirale et ligne pointillée : fluide avec brisure spontanée de symétrie.

L'estimation de l'ordre de grandeur des termes correctifs avec  $f_t^2 = f_s^2 = f_\pi^2 [1 - T^2/(6f_\pi^2)]$  s'effectue par le remplacement pour  $\tau = \tau_0$  de  $A^2$  par  $\langle A^2 \rangle$ . On aboutit cette fois-ci à un écart de 5% par rapport au cas idéal. De ce fait, l'utilisation du fluide idéal dans le traitement hydrodynamique de la matière nucléaire constitue donc une bonne approximation. Par exemple, pour  $T(\tau_0) = 200 \text{ MeV}$  on a en  $\tau/\tau_0 = 6$ ,  $T(6\tau_0) = 105 \text{ MeV}$  pour le fluide avec brisure spontanée de symétrie chirale et  $T(6\tau_0) = 110 \text{ MeV}$  pour le fluide idéal.

## 12.3 Le fluide visqueux

Jusqu'à présent, toute source de dissipation a été sciemment écartée. Un traitement plus réaliste doit tenir compte de cet aspect. Dans la suite de l'étude on s'intéresse à une source particulière de dissipation : la viscosité, le but étant de quantifier les écarts par rapport au fluide idéal.

### 12.3.1 Pions de masse nulle : pions chiraux

Par hypothèse, on considère que dans la suite de l'étude la symétrie chirale est vérifiée. Plus précisément, on se place dans le même cadre d'étude que celui de la référence [106]. On considère donc la géométrie de Bjorken à (1+1) dimensions dans laquelle on étudie le comportement hydrodynamique d'un gaz de pions ultrarelativistes vérifiant  $m_\pi = 0$ . En outre, comme pour le fluide avec brisure spontanée de symétrie chirale, dans la zone centrale  $s$ ,  $T$ ,  $\epsilon$  et  $P$  ne dépendent que du temps propre  $\tau$ . De plus, les relations entre ces grandeurs sont

$$s = 4aT^3 \quad \epsilon = 3aT^4 \quad P = aT^4, \quad (12.35)$$

avec  $a = g_\pi \pi^2/90$  et  $g_\pi = 3$  la dégénérescence du champ de pion. De manière générale, pour les particules de masse nulle, la viscosité de compression  $\zeta$  s'annule. la seule viscosité prise en compte est la viscosité de cisaillement  $\eta = b/T$ , avec  $b = \pi f_\pi^4/8$ . La forme de l'équation d'évolution de la densité d'énergie varie en fonction de la forme analytique du tenseur des contraintes visqueuses  $\Phi$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \tau} + \frac{4}{3} \frac{\epsilon}{\tau} = \frac{\Phi}{\tau}. \quad (12.36)$$

On envisage trois cas de figure correspondant aux trois situations suivantes :

$$\begin{aligned} \Phi &= 0 && \text{cas idéal} \\ \Phi &= \frac{4}{3} \frac{\eta}{\tau} && \text{premier ordre} \\ \tau_\pi \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} &= -\Phi + \frac{4}{3} \frac{\eta}{\tau} && \text{deuxième ordre} \end{aligned} \quad (12.37)$$

-A l'ordre zéro,  $\eta = 0$  : on retrouve le système d'équations du fluide parfait idéal.

-A l'ordre un, ordre où l'on se place habituellement pour les lois phénoménologiques de Fourier et Fick par exemple, la viscosité de cisaillement est prise en compte. Cependant, cet ordre n'est pas « réaliste » car le temps de relaxation associé est infini.

-A l'ordre deux, on pallie le problème du temps de relaxation de l'ordre un par l'intermédiaire du temps de relaxation  $\tau_\pi = 3\eta/2p$ , qui cette fois-ci est fini, selon la théorie de Müller-Israel-Steward.

La méthode de résolution est la même pour les trois ordres. Dans un premier temps,  $\epsilon$  et  $\Phi$  sont déterminés, avec (12.36) et (12.37). Dans un deuxième temps, on peut alors trouver  $T$ ,  $s$  et  $P$  avec l'aide de (12.35). La dépendance en température de la viscosité implique que, pour les ordres un et deux, il n'existe pas de solution analytique. D'après la résolution numérique on montre que, contrairement aux résultats de [106], les écarts au fluide idéal dus à la viscosité sont minimes. Les résultats obtenus sont en accord avec l'auteur de [106, 131, 132].

Dans ce cas de figure, l'approximation fluide parfait est donc aussi réaliste. Ainsi, le traitement hydrodynamique relativiste de la matière nucléaire en considérant des pions de masse nulle est une bonne approximation dans le cas non dissipatif avec brisure spontanée de symétrie chirale et quand on prend en compte la viscosité avec la symétrie chirale respectée. Cependant, ce constat se base sur les hypothèses de [106] qui ne sont plus viables pour les formes analytiques de la viscosité  $\eta$  et du temps de relaxation  $\tau_\pi$  quand on considère des pions massifs.

### 12.3.2 Pions massifs et pions chiraux

Quand on considère que les pions ne sont plus de masse nulle comme c'est le cas pour les pions chiraux mais qu'ils sont massifs, il faut revoir le système complet d'équations du système. Les équations hydrodynamiques associées aux grandeurs conservées restent les mêmes que pour l'étude de la brisure spontanée de symétrie chirale. Par contre, dans cette section, on considère pour les pions massifs d'autres équations de transports que celles de la section 12.3.1 où les pions sont chiraux. En outre, pour les pions massifs on considère une section efficace  $\pi - \pi$  expérimentale au lieu d'une section efficace  $\pi - \pi$  déduite de l'algèbre des courants comme c'est le cas pour les pions chiraux. La viscosité  $\eta$  et le temps de relaxation  $\tau_\pi$  en fonction de la température  $T$  sont plus importants pour les pions massifs que pour les pions chiraux [133].

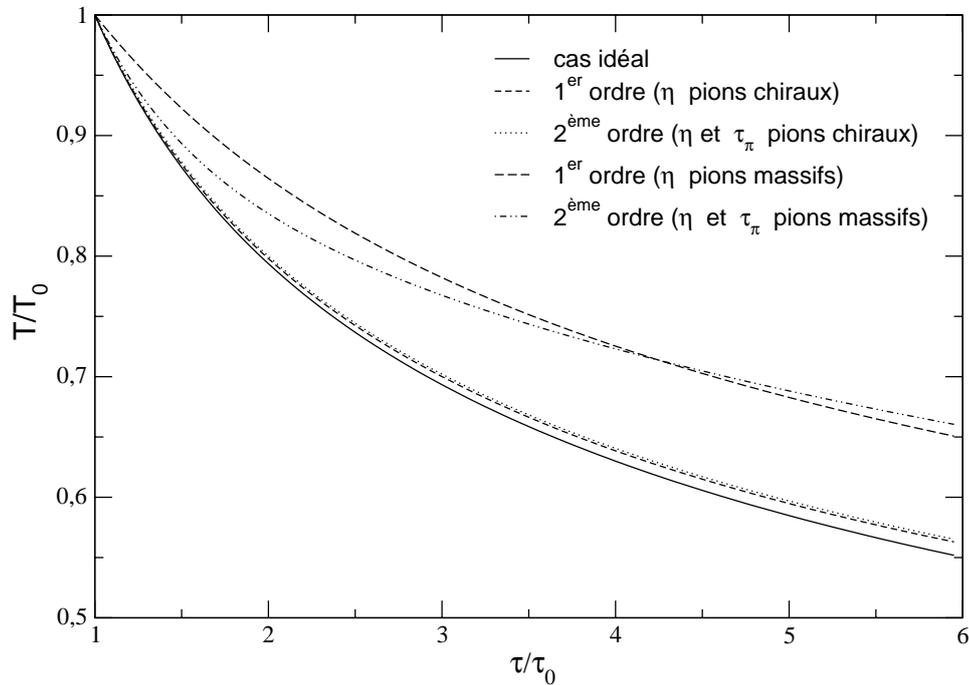


FIGURE 12.7: Evolution de la température en fonction du temps propre pour le cas idéal et les deux ordres de la théorie dissipative avec des pions massifs et des pions chiraux. Figure adaptée de [134].

Les profils d'évolution des pions massifs sont similaires pour les deux ordres dissipatifs. En outre, quand les pions sont massifs, le refroidissement est plus lent que pour le cas idéal ou le cas des pions chiraux. Pour  $\tau/\tau_0 = 6$  la température des pions massifs est 20% plus importante que pour le cas idéal ou les deux ordres dissipatifs des pions chiraux. Par exemple, pour  $T(\tau_0) = 200 \text{ MeV}$  on a en  $\tau/\tau_0 = 6$ ,  $T(6\tau_0) = 140 \text{ MeV}$  pour le fluide dissipatif et  $T(6\tau_0) = 110 \text{ MeV}$  pour le fluide idéal. De ce fait, lors du traitement des collisions d'ions lourds, l'aspect dissipatif doit être pris en compte [135].

# Conclusion de la Partie III

Dans cette partie III, on a effectué le traitement hydrodynamique de la matière hadronique produite lors de collisions d'ions lourds ultrarelativistes. Le but de la démarche consiste à estimer quantitativement les écarts par rapport au fluide relativiste idéal dans la zone centrale de collision, en se plaçant dans une géométrie simple, la géométrie de Bjorken  $(1 + 1)$ . Pour cela, on réalise différentes approximations. Dans la zone centrale, les particules produites sont des mésons, essentiellement des pions, la densité baryonique est donc négligée. En outre, les grandeurs ne sont fonctions que du temps propre, la rapidité est alors supposée nulle. De plus, on suppose l'invariance de Lorentz à l'échelle microscopique. Bien que ces approximations soient parfaitement justifiées d'un point de vue phénoménologique, il n'en reste pas moins qu'il serait souhaitable de s'en affranchir. Cela aurait cependant pour conséquence d'alourdir énormément le traitement analytique et numérique sans pour autant forcément changer de manière significative les écarts par rapport au fluide idéal.

Une extension pour aller au-delà du fluide idéal consiste à prendre en compte la brisure spontanée de symétrie chirale. Pour ce faire, on réalise un développement limité de la phase du condensat chiral au deuxième ordre en champ de pion. Dans ce cadre on étudie deux cas de figure. Dans le premier cas, on considère que les constantes de désintégration temporelle et spatiale du pion ne dépendent pas de la température. On estime alors un écart du profil de température de 1% par rapport au cas idéal. Dans le second cas, on considère une dépendance temporelle pour les constantes de désintégration du pion dans l'approximation des basses températures. On en déduit alors 5% d'écart par rapport au cas idéal. De ce fait, en première approximation le traitement hydrodynamique de la brisure de symétrie avec le fluide relativiste idéal est une bonne approximation.

Une autre extension pour aller au-delà du fluide idéal prenant cette fois en compte de manière simple les effets dissipatifs aux ordres un et deux a été également développée pour les pions chiraux, c'est-à-dire de masse nulle. Les écarts au cas idéal obtenus sont également petits. A priori, cela signifie que l'approximation du fluide idéal dans les collisions d'ions lourds s'avère être dans ce cas aussi une bonne approximation. Cependant, avec un traitement plus réaliste de la viscosité de cisaillement, du temps de relaxation, de la section efficace  $\pi - \pi$  et en considérant les pions massifs le constat est tout autre. En effet, on constate que le refroidissement est ralenti de 20% par rapport au cas idéal. Un traitement réaliste des collisions d'ions lourds doit donc tenir compte impérativement des effets dissipatifs.

Il faut également signaler que les équations hydrodynamiques présentées dans cette partie III peuvent être utilisées à d'autres desseins au premier rang desquels figure la relaxation des DCC, « Disoriented Chiral Condensates », produits lors des collisions d'ions lourds.

Depuis cette étude le traitement dissipatif et en particulier le calcul de la viscosité ont été développés pour la géométrie  $(1 + 1)$  [135, 136]. En outre, une étude a été réalisée en géométrie  $(3 + 1)$  [137].



# Conclusion générale

Cette thèse porte sur l'étude de différents aspects de la physique nucléaire depuis les basses énergies jusqu'aux énergies intermédiaires. Pour les basses énergies, où la matière nucléaire est essentiellement constituée de nucléons en interaction, les thèmes abordés traitent d'une part de la fusion-fission des éléments super-lourds et d'autre part des règles de somme associées aux interactions tensorielles de type Skyrme. Pour les énergies intermédiaires, la matière issue des collisions d'ions lourds ultrarelativistes étant alors considérée comme une phase hadronique principalement constituée de pions, on se focalise sur l'hydrodynamique avec brisure de symétrie chirale.

Dans la continuité des conclusions relatives à chacune des trois parties de cette thèse, nous rappelons maintenant les principaux résultats et constatations qui en découlent ainsi que les différentes perspectives d'étude.

## Partie I - Fusion-fission des éléments super-lourds

Dans le cadre de la fusion-fission de noyaux super-lourds, les effets de mémoire doivent être pris en compte dans la dynamique de formation d'un noyau super-lourd. La grande majorité des études sur la fusion des noyaux super-lourds sont réalisées dans un cadre markovien. Une piste d'investigation possible consisterait à tenir compte des effets de mémoire dans le phénomène d'entrave à la fusion des noyaux super-lourds.

Dans la phase de désexcitation d'un noyau super-lourd, l'existence d'un puits isomérique dans la barrière de potentiel, même s'il change la dynamique de désexcitation et augmente les temps de fission, ne permet pas d'expliquer les résultats des expériences menées au GANIL par blocage cristallin. En revanche, cette étude pourrait être utile à l'étude de la dynamique de la fission des actinides.

## Partie II - Règles de somme et interactions tensorielles de type Skyrme

Dans cette partie II, on a utilisé les interactions phénoménologiques effectives de type Skyrme afin de déterminer les règles de somme  $M_1$  et  $M_3$ . Pour  $M_1$  on a intégré le terme tensoriel et pour  $M_3$  on a utilisé le terme central uniquement.

La connaissance de  $M_1$  et  $M_3$  a tout d'abord permis de vérifier numériquement les intégrales des réponses. Mais l'intérêt des moments ne se limite pas à cela : une étude est actuellement en cours pour la détection systématique des instabilités des paramétrisations de la force de Skyrme. En effet, il se trouve que la violation des règles de somme coïncide avec un pôle dans la réponse et donc à une instabilité. Ce genre d'approche présente donc un avantage indéniable en raison de son caractère prédictif.

### Partie III - Hydrodynamique nucléaire et brisure de symétrie chirale

Dans cette partie III, on a réalisé l'étude hydrodynamique relativiste de la matière nucléaire pour les énergies intermédiaires. On se place alors dans la géométrie  $(1 + 1)$  de Bjorken afin d'étudier les collisions d'ions lourds ultrarelativistes, en se focalisant plus particulièrement sur la zone centrale de collision. Dans cette zone centrale la production d'un grand nombre de pions, considérés comme des bosons de Goldstone ou des pseudo-bosons de Goldstone suivant qu'ils soient respectivement non-massiques ou massiques, est associée à la brisure spontanée de symétrie chirale.

Les écarts par rapport au modèle du fluide parfait ultrarelativiste qui sont dus à la brisure de symétrie chirale sont ténus, de l'ordre de 5%, contrairement aux écarts d'origine dissipative qui eux peuvent être plus importants, de l'ordre de 20%. De ce fait dans un traitement réaliste de l'hydrodynamique nucléaire ultrarelativiste on peut s'affranchir, en première approche, de la brisure de symétrie chirale mais pas de l'aspect dissipatif. Ces considérations s'appliquent au profil de température utilisé dans les collisions d'ions lourds.

Pour l'instant, toutes les études de cette partie III ont été effectuées loin du point critique. Dans la transition de phase fluide-superfluide loin du point critique, seule la phase du condensat est une variable hydrodynamique. Par contre, près du point critique, l'amplitude du condensat devient aussi une variable hydrodynamique. De ce fait, près du point critique, le système complet des équations hydrodynamiques est modifié. Cette étude est réalisée pour le superfluide non relativiste dans le cadre du modèle de Landau des deux fluides [138, 139, 140]. La trame de la démarche consiste donc en premier lieu à généraliser ce système d'équations au cas du superfluide relativiste près du point critique. Ensuite, à partir du système d'équations ainsi obtenu, l'étape suivante consiste à trouver un système complet d'équations hydrodynamiques pour la matière nucléaire près du point critique.

# Bibliographie

- [1] B. Fernandez, *De l'atome au noyau*, Ellipses (2006)
- [2] J.L. Basdevant et M. Spiro, *Energie nucléaire*, Les Editions de l'Ecole Polytechnique, Ellipses diffusion (2000)
- [3] N. Arnaud, S. Descotes-Genon, S. Kerhoas-Cavata, J. Paul, J.-L. Robert, P. Royole-Degieux et collaborateurs, *Passeport pour les Deux Infinis*, CNRS, en partenariat avec : CEA, Univ. Paris Diderot, Obs. Paris et GIS P2i, DUNOD, Paris (2010)
- [4] E. Suraud, *La matière nucléaire, Des étoiles aux noyaux*, Collection Enseignement des sciences, HERMANN, Editeurs des Sciences et des Arts, Paris (1998)
- [5] G. Chanfray, G. Smadja, *Les particules et leurs symétries*, Enseignement de la physique, Masson (1997)
- [6] A. Rougé, *Introduction à la physique subatomique*, Ecole polytechnique, Ellipses (1997)
- [7] E. Suraud, *Physique des collisions nucléaires*, Collection Enseignement des sciences, HERMANN, Editeurs des Sciences et des Arts, Paris (1998)
- [8] R. Taillet, L. Villain et P. Febvre, *Dictionnaire de physique*, Editions de Boeck Université, Bruxelles (2008)
- [9] D. Durand, E. Suraud and B. Tamain, *Nuclear Dynamics in the Nucleonic Regime*, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, IOP Publishing (2001)
- [10] K. Heyde, *Basics Ideas And Concepts in Nuclear Physics, An Introductory Approach*, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia (2004)
- [11] Y. Abe, C. Shen, D. Boilley, B.G. Giraud and G. Kosenko, *Heavy-Ion Fusion Mechanism And Predictions Of Super-Heavy Elements Production*, Nuclear Structure and Dynamics, NSD09, Dobrovnik : Croatia (2009)
- [12] W.E. Meyerhof, *Eléments of Nuclear Physics*, McGraw-Hill Book Company, New York (1967)
- [13] V. Thivent, *Les fabricants de superlourds*, La Recherche 403 (2006)
- [14] D. Jacquet, M. Morjean, *Images de la Physique 2009*, 42-48 (2010)
- [15] M. Morjean et al, *Fission Time Measurements : A New Probe into Superheavy Element Stability*, Phys. Rev. Lett. 101, 072701 (2008)
- [16] M. Morjean et al, *Direct experimental evidence for very long fission times of super-heavy elements*, European Physical Journal D, vol 45, Number 1 27-31 (2007)
- [17] H. Stöcker, F. Jundt et G. Guillaume, *Toute la physique*, DUNOD, Paris (1999)
- [18] R. W. HASSE and W. D. MYERS, *Geometrical relationships of macroscopic nuclear physics*, Springer-Verlag (1988)
- [19] A. Marchix, thèse de Doctorat, *Etude de l'influence de l'énergie de correction de couches sur les réactions nucléaires menant à la région des noyaux superlourds*, Univ. Caen (2007)

- [20] S.G. Nilsson et al, Nucl. Phys. V. A131. P.1.(1969)
- [21] L. Valentin *Le monde subatomique, Des quarks aux centrales nucléaires*, HERMANN, Enseignement des sciences, Paris (1986)
- [22] L. Valentin *Physique subatomique, Noyaux et particules*, HERMANN, Enseignement des Sciences, Paris (1982)
- [23] A.T. Kruppa, M. Bender, W. Nazarewicz, P.-G. Reinhard, T. Vertse and S. Cwiok, *Shell Corrections of Superheavy Nuclei in Self-Consistent Calculations*, Phys. Rev. C, 0343013 (2000)
- [24] M. Bender, K. Rutz, P.-G. Reinhard, J.A. Maruhn and W. Greiner, Phys. Rev. C 60, 034304 (1999)
- [25] M. Bender, P.-H. Heenen, and P.-G. Reinhard *Self-consistent mean-field models for nuclear structure*, Reviews of Modern Physics, Vol 75, 122-180 (2003)
- [26] D. Vautherin and D.M. Brink *Hartree-Fock Calculations with Skyrme's Interaction in Spherical Nuclei*, Physical Review C, Volume 5, Number 5, 626 (1972)
- [27] J.A. Sheikh, W. Nazarewicz and J.C. Pei, *Systematic study of fission barriers of excited superheavy nuclei*, Phys. Rev. C **80**, 011302 (2008)
- [28] G. Royer, K. Zbiri and C. Bonilla, *Entrance channels and alpha decay half-lives of the heaviest elements*, Nuclear Physics A 730 22 (2004)
- [29] J. Meyer, *Interactions effectives, théories de champ moyen, masses et rayons nucléaires*, ANN. PHYS. Fr 28. N3, (2003)
- [30] S. Cwiok and P. Magierski, *Skyrme-Hartree-Fock Theory for Shell Structure of Superheavy Elements*, Heavy Elements and Related New Phenomena, Vol. I chapter 7, World Scientific, 277-331 (1999)
- [31] C. Barralon, *Etude du temps de fission des noyaux superlourds*, Rapport de stage (2009)
- [32] Y. Abe, G. Kosenko, C.W. Shen, B. Bouriquet, A. Marchix, D. Boilley and B. Giraud, *Fusion Hindrance and Synthesis of Super-Heavy Elements*, 55 International Meeting on Nuclear Spectroscopy and Nuclear Structure "Frontiers in the physics of nuclei", Russia (2005)
- [33] H. A. Kramers, *Physica* VII, **4**, 284 (1940)
- [34] D. Boilley, Y. Abe, S. Ayik and E. Suraud *Z. Phys.* **A349**, 119 (1994)
- [35] V.M. Kolomietz, S.V. Radionov and Shlomo *Phys. Rev. C* **64**, 054302 (2001)
- [36] D. Boilley, E. Suraud, Y. Abe and S. Ayik, *Nucl. Phys. A* **556**, 67 (1993)
- [37] R. Brown, *A Brief Account of Microscopical observations* Edinburgh new Philosophical Journal, 358-371 (1827)
- [38] A. Einstein, *Investigations on the Theory of the Brownian Movement*, Dover Publications, inc. (1905)
- [39] P. Langevin, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* **146**, 530 (1908), reproduit dans *Oeuvres scientifiques de Paul Langevin* CNRS, p301 (1950)
- [40] C. Ngô, H. Ngô, *Physique statistique à l'équilibre et hors équilibre*, Masson 293-299. (1995)
- [41] Y. Abe, D. Boilley, B. Giraud and T. Wada, *Diffusion over a saddle with a Langevin equation*, *Phys. Rev. E* **61,2**, 1125-1130 (2000)
- [42] D. Boilley, Y. Abe and J.D. Bao *Eur. Phys. J.* **A18**, 627 (2003)

- [43] M.C. Wang and G.E. Uhlenbeck, *Rev. Mod. Phys.* **17**, 323 (1945)
- [44] G.E. Uhlenbeck and L.S. Ornstein, *Phys. Rev.* **36**, 823 (1930)
- [45] S. Chandrasekhar, *Rev. Mod. Phys.* **15**, 1 (1943)
- [46] N. Potier, *Physique statistique hors équilibre : équation de Boltzmann, réponse linéaire*, Notes de cours, DEA de Physique de Solides (1998)
- [47] R. Balian, *Du microscopique au macroscopique*, Cours de l'école polytechnique, Ellipse (1982)
- [48] B. Diu *Physique statistique*, Hermann, Editeur des sciences et des arts (1989)
- [49] G.W. Ford, M. Kac and P. Mazur *J. Math. Phys.* **6**, 504 (1965)
- [50] H. Mori, *Prog. Theoret. Phys.* **34** : 399 (1965)
- [51] M. Bixon and R. Zwanzig, *J. Stat. Phys.* **3** : 245 (1971)
- [52] R. Zwanzig *J. Stat. Phys.* **9**, 215 (1973)
- [53] S. Ayik, E. Suraud, J. Stryjewski and M. Belkacem *Zeit. Phys.* **A337**, 413 (1990)
- [54] P. Grigolini and F. Marchesoni *Adv. Chem. Phys.* **62**, 29 (1985)
- [55] Y. Fujita, *Giant resonances and highly excited states*, Nucleon-Hadron Many-body System, chapter 4, Oxford University Press (1999)
- [56] S. Ayik and D. Boilley, *Phys. Lett. B* **276**, 263 ; **B284**, 482E (1992)
- [57] S. Ayik, B. Yilmaz, A. Gokalp, O. Yilmaz and N. Takigawa *Phys. Rev. C* **71**, 054611 (2005)
- [58] D. Chandler, *Introduction to Modern Statistical Mechanics*, Oxford University Press 234-266. (1987)
- [59] J.D. Bao and Y.Z. Zhuo, *Phys. Rev. C* **67**, 064606 (2003)
- [60] B. Yilmaz, S. Ayik, Y. Abe and D. Boilley, *Non-Markovian diffusion over a parabolic barrier : Influence of the friction-memory function*, Physical Review E 77, 011121 (2008)
- [61] D. Boilley and Y. Lallouet *Non-Markovian Diffusion Over a Saddle with a Generalized Langevin Equation*, *Journal of Statistical Physics*, Vol. **125**, No. 2, 477-493 (2006)
- [62] P. Thuillier, *Cours de Mathématiques supérieures*, vol 4 (Paris : Masson) 171-174 (1978)
- [63] W. Cassing and W. Nörenberg, *Nucl. Phys. A* **401**, 467 (1983)
- [64] Y. Abe, *Eur. Phys. J. A* **13**, 143 (2002) ; Y. Abe, D. Boilley, G. Kosenko, J.D. Bao, C. Shen, B. Giraud and T. Wada *Prog. Theo. Phys. Suppl.* **146**, 104 (2002) ; Y. Abe, D. Boilley, G. Kosenko, and C. Shen *Acta Phys. Pol.* **B34**, 2091 (2003)
- [65] G. Kosenko, C. Shen and Y. Abe, *J. Nucl. Radiochem. Sci.* **3**, 19 (2002) ; C. Shen, G. Kosenko and Y. Abe *Phys. Rev. C* **66** 061602(R) (2002)
- [66] S. Arrhenius, *Z. Phys. Chem* **4**, 226 (Leipzig) (1889)
- [67] J.D. Bao and D. Boilley, *Nucl. Phys.* **A707**, 47 (2002)
- [68] H. Hofmann, *Phys. Rep.* **284**, 137 ; C. Rummel and H. Hofmann 2003 *Nucl. Phys* **A727**, 24 (1997)
- [69] N. Takigawa, S. Ayik, K. Washiyama and S. Kimura, *Quantum effect in the diffusion along a potential barrier : Comments on the synthesis of superheavy elements*, Physical Review C 69 054605 (2004)
- [70] Y. Abe, S. Ayik, P.-G. Reinhard and E. Suraud, *Phys. Rep.* **275**, 49 (1996)

- [71] W.J. Świątecki, K. Siwek-Wilczyńska and J. Wilczyński 2003 *Acta Phys. Pol. B* **34** 2049; *Phys. Rev. C* **71** 014602 (2005)
- [72] V.M. Kolomietz, S.V. Radionov and S. Shlomo *Phys. Rev. C* **64** 054302; V.M. Kolomietz, and S. Shlomo 2004 *Phys. Rep.* **390**, 133 (2001)
- [73] D. Boilley, A. Marchix, D. Wilgenbus, Y. Lallouet and F. Gimbert, *What can we learn from the fission time of the super-heavy elements ?*, International journal of modern physics E (2007)
- [74] F. Gimbert, *Etude du temps de fission des noyaux superlourds*, Rapport de stage (2007)
- [75] D. Boilley, Y. Abe, C. Shen and B. Ylmaz, *On the predictions of the models for the Super-Heavy Elements*, 12th International Conference on Nuclear Reaction Mechanisms, Varenna, Italy (2009)
- [76] H. Koura and all, *Nuclidic mass formula on a spherical basis with an improved even-odd term*, Prog. Theor. Phys., Vol. 113, p305-325 (2005)
- [77] H. Koura and all, <http://wwwndc.tokai-sc.jaea.go.jp/nucldata/mass/KTUY04.E.html>. Prog. Theor. Phys., Vol. 113, p305-325 (2005)
- [78] H.-G. Clerc, *Cold Fission*, Vol.1 Chap. 11, Heavy Elements and Related new Phenomena W. Greiner and R.-K. Gupta, World Scientific Publishing, 461-476 (1999)
- [79] D. Boilley, B. Jurado and C. Schmitt, *Simple relations between mean passage times and Kramers' stationary rate*, Phys. Rev. E **70**, 056129 (2004)
- [80] D. Boilley, A. Marchix, B. Jurado and C. Schmitt, *A new formula for the saddle-to-scission time*, Eur. Phys J. A **33** 47-52 (2005)
- [81] N. Aunai, *Outils théoriques pour la fission des noyaux chauds*, Rapport de stage (2005)
- [82] P. Grangé, L. Jun-Qing and H.A. Weidenmuller, *Induced nuclear fission viewed as a diffusion process : Transients*, Physical Review C **27**,5 2063-2077 (1983)
- [83] B. Jurado, C. Schmitt, K.-H. Schmidt, J. Benlliure and A.R. Junghans, *A critical analysis of the modelling of dissipation in fission*, Nucl. Phys. A **747**, 15-43 (2003)
- [84] A. N. Malakhov, *Time scales of overdamped non-linear Brownian motion in arbitrary potential profiles*, Ame. Inst. of Physics, Chaos **7**(3), 488-504 (1997)
- [85] D. Wilgenbus, *Calcul dynamique de temps de fission*, Rapport de stage (1998)
- [86] H. Delagrangé, C. Gregoire, F. Scheuter and Y. Abe, *Dynamical Decay of nuclei at high temperature : Competition between Particle Emission and Fission Decay*, Z. Physics A- Atomic Nuclei **323** 437-449 (1986)
- [87] S. Hassani and P. Grange, *Neutron multiplicities in fission viewed as a diffusion process*, Nuclear Physics A **551** 495-507 (1993)
- [88] D. Bucurescu and T.von Egidy, *Correlations between the nuclear level density parameters*, *Phys. Rev. C* **72**, 067304 (2005)
- [89] T.von Egidy and D. Bucurescu, *Systematics of nuclear level density parameters* *Phys. Rev. C* **72**, 044311 (2005)
- [90] I.I. Gontchar, M.V. Chushnyakova, N.E. Aktaev, A.L. Litnevsky and E. G. Pavlova, *Disentangling effects of potential shape in the fission rate of heated nuclei*, PHYS. REV. C **82**, 064606 (2010)

- [91] I.I. Gontchar and P. Frobrich, *Nuclear fission : combining the dynamical Langevin equation with the statistical model*, Physics Letters 137B 5,6 281-286 (1984)
- [92] D. Boilley, Y. Lallouet, B. Yilmaz and Y. Abe, *What can we learn from the fission of super-heavy elements ?*, 7th International Seminar Devoted to New Experimental and Theoretical Achievements in Low-Energy Fission, Gent (2010)
- [93] M.O. Frégeau, *Fluorescence X appliquée à l'étude du temps de fission de l'élément  $Z = 120$* , Thèse Univ. CAEN, (2011)
- [94] M. Morjean, M. O. Frégeau and all, *Super-Heavy Element Fission Time Measurement Using Inner-Shell Ionization*, Annexe, proposal for may 2008 PAC meeting
- [95] H. W. Wilschut and V. L. Kravchuk, *Developping an Atomic Clock for Fission Life time measurements*, Nuclear Physics A, Vol. 734, p156-163 (2004)
- [96] J.M. Lévy-Leblond et F. Balibar, *Quantique Rudiment*, MASSON, Paris(1997)
- [97] T. Ericson, W. Weise, *Pions and Nuclei*, Oxford University Press, New York, (1988)
- [98] T.H.R. Skyrme, *The Nuclear Surface*, Phil. Mag. Vol (8)1, 1043, (1956)
- [99] T.H.R. Skyrme, *The effective nuclear potential*, Nucl. Phys. Vol (9), North-Holland Publishing Company, 615-634 (1959)
- [100] D. Davesne, M. Martini, K. Bennaceur and J. Meyer, *Nuclear response for the Skyrme effective interaction with zero-range tensors terms*, Phys. Rev. C 80, 024314 (2009)
- [101] M. Bender, K. Bennaceur, T. Duguet, P.-H. Heenen, T. Lesinski and J. Meyer, *Tensor part of the Skyrme energy density functional. II. Deformation properties of magic and semi-magic nuclei*, Phys. Rev. C 80, 064302 (2009)
- [102] G.D. Mahan, *Many-particle physics*, Plenum Press (1990)
- [103] Y. Lallouet, *Introduction au problème à  $N$  corps et application à la supraconductivité*, Rapport de Stage (1999)
- [104] C. Garcia-Recio, J. Navarro, V. G. Nguyen and L. L. Salcedo, *Response Functions for Infinite Fermion Systems with velocity Dependent Interactions*, Annals of Physics 214, 293-340 (1992)
- [105] J. Hladik, *La théorie des groupes en physique et chimie quantiques*, Collection Enseignement des sciences, MASSON (1995)
- [106] A. Muronga, *Proc. 17th Winter Workshop on Nuclear Dynamics*, Park City, Utah, USA March 10-17, (2001)
- [107] M. Knecht, P. Guichon, J.-Y. Ollitrault, C. Cavata, H.-J. Pirner, S. Kox, G. Chanfray, C. Kuhn, M. Gonin, O. Sorlin, *Ecole Joliot-Curie de physique nucléaire 1998 - Matière Hadronique - De la structure du nucléon au déconfinement des quarks*, 213 (1998)
- [108] C. Itzykson, J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory*, McGrawHill Int. Editions, physics series, (1980)
- [109] B.W. Lee, *Chiral Dynamics*, Gordon and Breach (1972)
- [110] M. Le Bellac, *Thermal field theory*, Cambridge University Press (1996)
- [111] J.D. Walecka, *Introduction to Modern Physics Theoretical Foudations*, World Scientific, (2008)
- [112] E. Guyon, J.P. Hulin, L. Petit, *Hydrodynamique physique*, Interéditions/CNRS Editions (1994)

- [113] C. Vidal, G. Dewel, P. Borckmans, *Au-delà de l'équilibre*, Collection Enseignement des Sciences, Hermann (1994)
- [114] S.R. De Groot, W.A. Van Leeuwen, C.G. Van Weert, *Relativistic Kinetic Theory*, North Holland Publishing Compagny (1980)
- [115] P. Papon, J. Leblond, P. H.E.Meijier, *Physique des transitions de phases. Concepts et applications*, Dunod (2002)
- [116] D. Forster, *Hydrodynamic fluctuations, broken symmetry and correlation fonctions*, Benjamin (1975)
- [117] L.P. Kadanoff, P.C. Martin, *Hydrodynamic Equations and Correlation Functions*, Annals of Physics **24**, pp.419-469 (1963)
- [118] L. Landau, E. Lifchitz, *Cours de Physique Théorique Vol.6 : Mécanique des Fluides*, Editions MIR (1989)
- [119] S.J. Putterman, *Superfluid Hydrodynamics*, North-Holland/American Elsevier, (1974)
- [120] L. Landau, E. Lifchitz, *Course of Theoretical Physics Vol.9 : Statistical Physics Part II*, Bergamon Press (1980)
- [121] D.-T. Son, *Hydrodynamics of relativistic systems with broken continuous symmetries*, Int.J.Mod.Phys. A16S1C 1284-1286 (2001)
- [122] D.-T. Son, (*Communication privée*) (2001)
- [123] Y. Lallouet, *Hydrodynamique avec brisure spontanée d'une symétrie : application aux collisions d'ions lourds*, Rapport de stage (2002)
- [124] D.-T. Son, *Hydrodynamics of Nuclear Matter in the Chiral Limit*, Phys.Rev.Lett. 84 (2000) 3771-3774
- [125] I.E. Dzyaloshinskii, G.E. Volovick, *Poisson Brackets in Condensed Matter Physics*, Annals of Physics 125, 67-97 (1980)
- [126] J.-P. Blaizot, J.-N. Capdevielle, A. Capella, J. Gosset, G. Landaud, P. Lutz, A. Morel, B. Pire, D. Vautherin, *GIF 88 Ecole d'été de Physique Nucléaire et de Physique des Particules*, 143-186 (1988)
- [127] G. Baym, B.-L. Friman, J.-P. Blaizot, M. Soyeur, W. Czyz, *Hydrodynamics of Ultra-Relativistic Heavy ion collisions*, Nuclear physics A407 541-570 (1983)
- [128] L.-P. Csernai, *Introduction to Relativistic Heavy Ion Collisions*, John Wiley and Sons (1994)
- [129] J.D. Bjorken, *Highly relativistic nucleus-nucleus collisions : The central rapidity region* Physical Review, D27 140-151 (1983)
- [130] Cheuk-Yin Wong, *Introduction to High-Energy Heavy-Ion Collisions*, World Scientific (1994)
- [131] A. Muronga, *Communication privée*, voir également ref. [132] (2002)
- [132] A. Muronga, *Second-Order Dissipative Fluid Dynamics for Ultrarelativistic Nuclear Collisions* Phys. Rev. Lett. **88** 062302 (2002); Erratum Phys. Rev. Lett. **89** 159901 (2002)
- [133] D. Davesne, *Etude de la propagation des pions dans la matière hadronique chaude*, Thèse Université Claude-Bernard Lyon 1 (1995), LYCEN - T 9525; *Transport coefficients of a hot pion gas*, Phys. Rev. C53, 53 (1995)
- [134] Y. Lallouet, D. Davesne, C. Pujol, *Phys.Rev.* **C67 057901** (2003)
- [135] C. Pujol, D. Davesne, *Phys. Rev.* **C67 014901** (2003)

- [136] C. Pujol, *Hydrodynamique et brisure de symétrie chirale : application au gaz de pions et calculs de coefficients de transport*, Thèse Université Claude-Bernard Lyon 1, LYCEN - T 2003-32 (2003)
- [137] A. Muronga, *Relativistic Dynamics of Non-Ideal Fluids : Viscous and Heat Conducting Fluids I. General Aspects and 3+1 Formulation for Nuclear Collisions*, Phys. Rev. C76.014909 (2009)
- [138] L. P. Pitaevskii, *Phenomenological Theory of superfluidity*, J. Exptl. Theoret. Phys, U.S.S.R., **35**(8) No.2 408-415 (1958)
- [139] V.L. Ginzburg, A.A. Sobaynin, *Superfluidity of Helium II near the  $\lambda$  point*, Sov. Phys, Usp., Vol. **19**, No 10 777-811 (1976)
- [140] J.A. Geurst, *General theory unifying and extending the Landau-Khalatnikov, Ginzburg-Pitaevskii and Hills-Roberts theories of superfluid Helium IV*, Phys. Rev. B, Vol. **22**, No 7 3207-3220 (1980)

NOM : LALLOUET		DATE de SOUTENANCE		
Prénoms : Yoann		19 décembre 2011		
TITRE : Différents aspects de la physique nucléaire depuis les basses énergies jusqu'aux énergies intermédiaires				
Numéro d'ordre : 286-2011				
DIPLOME DE DOCT.	DOCTEUR- INGENIEUR	DOCTORAT D'ETAT	DOCTORAT DE 3e CYCLE	Spécialité : Physique Nucléaire Théorique
<b>X</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 / et bis			CLASSE :	
RESUME :				
<p>Cette thèse porte sur l'étude de différents aspects de la physique nucléaire depuis les basses énergies jusqu'aux énergies intermédiaires. Pour les basses énergies, où la matière nucléaire est essentiellement constituée de nucléons en interaction, la partie I traite de la fusion-fission des noyaux super-lourds, et la partie II des règles de somme associées aux interactions de type Skyrme. Pour les énergies intermédiaires, la matière nucléaire étant alors considérée comme une phase hadronique principalement constituée de pions, la partie III se focalise sur l'hydrodynamique relativiste de la matière nucléaire avec brisure spontanée de symétrie chirale.</p> <p>Dans la partie I, on s'intéresse à la formation puis à la désexcitation des noyaux super-lourds. Les effets de mémoire doivent être pris en compte dans la dynamique de formation d'un noyau super-lourd. On étudie donc la formation du noyau composé avec effets de mémoire. Pour des effets de mémoire intermédiaires, des oscillations apparaissent, ce qui est très différent de la dynamique d'un système markovien. Pour la désexcitation d'un noyau super-lourd, l'existence d'un puits isomérique dans la barrière de potentiel, même s'il change la dynamique de désexcitation et augmente les temps de fission, ne permet pas d'expliquer les résultats des expériences menées au GANIL par blocage cristallin. En revanche, cette étude pourrait être utile à l'étude de la dynamique de la fission des actinides.</p> <p>Dans la partie II, les règles de somme <math>M_1</math> et <math>M_3</math> associées aux potentiels phénoménologiques de type Skyrme sont calculées à partir de leurs définitions intrinsèques. On détermine alors <math>M_1</math> jusqu'au niveau tensoriel et <math>M_3</math> avec potentiel central.</p> <p>Dans la partie III, pour le traitement hydrodynamique de la matière hadronique appliqué aux collisions d'ions lourds on peut, en première approximation, écarter les modifications induites par la brisure spontanée de symétrie chirale mais pas celles dues à l'aspect dissipatif.</p>				
MOTS-CLES : Collisions d'ions lourds - Eléments super-lourds - Diffusion stochastique - Effets de mémoire - Désexcitation - Temps de fission - Etats isomériques - Forces de Skyrme - Règles de somme - Critères de stabilité - Symétrie chirale - Matière hadronique - Hydrodynamique relativiste - Bosons de Goldstone				
Directeurs de recherches : Dany Davesne - David Boilley				
Composition du jury : M. Oertel - J. Meyer - G. Royer			179 pages	