

### Modélisation électrothermique, commande et dimensionnement d'un système de stockage d'énergie par supercondensateurs avec prise en compte de son vieillissement : application à la récupération de l'énergie de freinage d'un trolleybus

Alaa Hijazi

#### ▶ To cite this version:

Alaa Hijazi. Modélisation électrothermique, commande et dimensionnement d'un système de stockage d'énergie par supercondensateurs avec prise en compte de son vieillissement : application à la récupération de l'énergie de freinage d'un trolleybus. Energie électrique. Université Claude Bernard -Lyon I, 2010. Français. NNT : . tel-00662051v1

### HAL Id: tel-00662051 https://theses.hal.science/tel-00662051v1

Submitted on 23 Jan 2012 (v1), last revised 5 Apr 2013 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés. N° d'ordre

Année 2010

#### THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON

#### Délivrée par

#### L'UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON 1

#### ECOLE DOCTORALE

## ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE DE LYON

#### DIPLOME DE DOCTORAT

(arrêté du 7 août 2006)

#### soutenue publiquement le 13/12/2010

par

#### Alaa HIJAZI

TITRE : Modélisation électrothermique, commande et dimensionnement d'un système de stockage d'énergie par supercondensateurs avec prise en compte de son vieillissement : application à la récupération de l'énergie de freinage d'un trolleybus

Directeurs de thèse :	Eric Bideaux Pascal Venet	Professeur des Universités - Insa de Lyon Professeur des Universités - Université Lyon 1
Rapporteurs :	Hamid Gualous Philippe Chevrel	Professeur des Universités - Université de Caen Professeur des Universités - Ecole des Mines de Nantes
Examinateurs :	Bernard Multon Michael Di Loreto Xavier Roboam	Professeur des Universités - ENS Cachan Maitre de Conférences - Insa de Lyon Directeur de Recherche - CNRS-Laplace
Membres invités :	Guy Clerc Gérard Rojat Philippe REY	Professeur des Universités - Université Lyon 1 Professeur émérite - Université Lyon 1 Responsable projet Hybus - Irisbus Iveco

#### Résumé :

Les travaux présentés dans cette thèse concernent la modélisation, le dimensionnement et la commande d'un coffre composé de supercondensateurs et d'un convertisseur DC/DC permettant d'alimenter les auxiliaires d'un trolleybus ou les moteurs de traction lors des coupures de la ligne aérienne.

Dans la première partie, nous nous sommes intéressés au dimensionnement du système de stockage pour une application du type récupération de l'énergie au freinage d'un trolleybus. Les modèles directes et inverses de la chaine cinématique ont été étudiés afin de définir une stratégie de dimensionnement du coffre s'appuyant sur le plan de Ragon.

La seconde partie aborde la problématique de la fiabilité de l'élément de stockage. Le but est d'évaluer les contraintes que subissent les supercondensateurs en cours de fonctionnement et de prédire le vieillissement de ces derniers. Pour ce faire, nous avons développé et validé un modèle électrothermique du coffre de supercondensateurs. Ce modèle électrothermique a également été couplé à des lois de vieillissement permettant ainsi de prendre en compte les variations paramétriques majeures de ce système. Les résultats de ce couplage montrent l'impact de la dispersion des températures à l'intérieur du coffre sur la durée de vie de chaque supercondensateur et du système de stockage.

Finalement, le contrôle du convertisseur statique (hacheur Buck/Boost) associé aux supercondensateurs est abordé. Une étude théorique a été menée pour synthétiser des lois de commande par mode de glissement et par PI appliqués au mode élévateur du hacheur (Boost). Ces lois de commande ont été validées sur un banc de test constitué d'un hacheur réversible, d'une alimentation DC, d'une charge résistive et de huit supercondensateurs. La comparaison des résultats expérimentaux mette en évidence l'intérêt de la commande par mode glissant en raison de sa robustesse et de sa réactivité par rapport à une commande classique (PI).

#### Abstract :

The studies presented in this thesis concern the thermal modeling, sizing and control of a stack composed of supercapacitors and DC/DC converter that feeds the auxiliaries or traction motors of the trolleybus in the case of electrical microcuts.

In the first part, we were interested in the sizing of the storage system for an application concerning the recovering braking energy of a trolleybus. Direct and inverse models of the kinematic chain were studied in order to define a design strategy based on the Ragon.

The second part concerns the reliability of the storage system. The aim is to evaluate the stresses on supercapacitors during cycling and to predict the aging of the components. To achieve this goal, we have developed and validated an electrothermal model of the stack. This model was then coupled to aging laws allowing taking into account the major parametric variation of the system. The results show the impact of the dispersion of temperatures inside the stack on the life time of each supercapacitors in the storage system.

Finally, the control of the static converter (Buck/Boost converter) combined with supercapacitors is analyzed. A theoretical study was conducted to synthesize PI and sliding mode controller applied to a boost converter. This control laws has been validated on a test bench consisting of a reversible converter, a DC power supply, a resistive load and eight supercapacitors. The experimental results show the advantage of sliding mode control in terms of robustness and reactivity compared to a classical PI control.

#### Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au sein du laboratoire AMPERE, entre deux groupes de recherche : "Fiabilité, Diagnostic et Supervision" et "Automatique, commande et mécatronique".

Je tiens tout d'abord à exprimer ma reconnaissance profonde aux Messieurs Eric Bideaux et Pascal Venet qui ont dirigés mes travaux. Je les remercie pour leurs qualités humaines et scientifiques, pour leurs précieux conseils, leurs soutiens enthousiastes, leurs disponibilités sans faille. Je les remercie de m'appris le métier de chercheur.

Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à Messieurs Gérard Rojat, Guy Clerc, et Michael Di Loreto pour le soutien infaillible qu'ils m'ont apporté, pour leurs précieux conseils professionnels et pédagogiques et leur apport scientifique.

Je remercie Monsieur Bernard Multon pour l'honneur qu'il m'a fait de présider le jury.

Je remercie les deux rapporteurs, Monsieur Hamid Gualous et Monsieur Philipe Chevrel, pour l'attention qu'ils ont accordée à la lecture de mon mémoire.

Je remercie Monsieur Xavier Roboam et Monsieur Philipe Rey d'avoir accepté de siéger dans le jury et pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.

Je n'oublie pas de remercier tous les membres du laboratoire pour leur aide et leur sympathie.

Merci à mes amis pour l'affectueuse amitié dont ils ont toujours fait preuve. Je pense particulièrement à mes amis : Ali, Bouba, Ghada, Hassan, Hadi, Imad, Kamal, Rana, Saher et Wael.

Un merci tout particulier à mes chers cousins Maya et Abdallah (Dziękuję moim kuzynem aboud!) pour leur présence, leur soutien, pour toutes nos discussions et pour les crises de rire ou de nerfs que j'ai partagées avec eux.

Enfin, je me permets d'adresser ce remerciement à ma très chère famille à qui je dédie ce travail. Merci à mes parents qui m'ont toujours soutenu et m'ont accompagné, tout au long de ce chemin, malgré la distance géographique, afin que j'arrive à ce jour là dans les meilleurs conditions. Merci à mon frère Fadi et sa femme Ola, mes sœurs Zeinab et Bouthayna et à mes beaux frères Khaled et Bassam, ainsi qu'à mes neveux (Ali , Zeinab et Hadi), pour leur amour et leur soutien constant.

## Sommaire

Introduction générale	8
Chapitre 1 : Généralités	14
1.1 Introduction	15
1.2 Supercondensateur : Principe, technologie et modélisation électrique	16
1.2.1 Présentation	16
1.2.2 Principe physique	16
1.2.3 Modélisation électrique du supercondensateur	18
1.2.3.1 Méthodes de caractérisation	18
1.2.3.2 Modélisation du supercondensateur	19
1.3 Apport des supercondensateurs dans le domaine du transport	21
1.4 Application du supercondensateur dans le domaine de transport	22
1.4.1 Véhicule électrique	22
1.4.2 Véhicule microhybride	24
1.4.3 Véhicule hybride	24
1.4.3.1 Véhicule hybride série	25
1.4.3.2 Véhicule hybride parallèle	26
1.4.3.3 Véhicule à distribution de puissance	27
1.4.4 Discussion sur l'apport des supercondensateurs par rapport à ces différentes archite	ctures
	27
1.5 Présentation du projet Hybus : récupération de l'énergie au freinage d'un bus électrique	28
1.5.1 Introduction	28
1.5.2 Objectifs	29
1.5.3 Présentation du coffre de supercondensateurs	32
1.6 Conclusion	33
Chapitre 2 : Dimensionnement du système de stockage d'énergie pour une application de type	
recuperation de l'energie de freinage d'un trolleybus	34
2.1 Introduction	35
2.2 Méthodologie de dimensionnement	35
2.3 Méthodologie adoptée : approche bond graph (BG)	37
2.3.1 Notions de base	37
2.3.2 Eléments du langage bond graph	38
2.3.3 Principe de causalité conventionnelle	39
2.3.4 Principe de bicausalité	41

2.3.5 Inversion et dimensionnement	43
2.3.5.1 Notions utiles à l'inversion de modèles BG	43
2.3.5.2 Analyse des propriétés structurelle : conditions d'inversibilité d'un modè	le bond graph
2.3.5.3 Procédure SCAPI	
2.3.5.4 Dimensionnement par système inverse	
2.4 Modélisation de la chaine cinématique du trolleybus	52
2.4.1 Présentation de la chaine cinématique	52
2.4.2 Modèle direct	52
2.4.3 Validation du modèle direct	58
2.4.4 Modèle inverse	60
2.5 Dimensionnement de l'élément de stockage d'énergie	61
2.5.1 Modélisation de l'élément de stockage	62
2.5.2 Méthode adoptée pour le dimensionnement	62
2.5.3 Nombre de supercondensateurs demandés pour un profil de bus et de micro donné	coupures 66
2.6 Conclusion	
Chapitre 3 : Modélisation électrothermique du banc de supercondensateurs	71
3.1 Introduction	72
3.2 Etat de l'art	73
3.2.1 Mécanismes de transfert de chaleur	73
3.2.1.1 Conduction	73
3.2.1.2 Convection	74
3.2.1.3 Radiation	76
3.2.1.4 Transfert de chaleur par transfert de masse	76
3.2.2 Exposé des différents modèles thermiques existants	77
3.2.2.1 Méthodes exactes	77
3.2.2.2 Méthode numérique	78
3.2.3 Etat de l'art de la modélisation thermique dans le domaine du stockage par supercondensateur.	79
3.2.4 Principe retenu pour la modélisation thermique	83
3.3 Modèle thermique d'un seul supercondensateur	84
3.3.1 Introduction	84
3.3.2 Paramètres thermiques	85
3.3.2.1 Procédure d'identification	85

3.3.2.2 Identification des pertes Joule	87
3.3.2.3 Identification des paramètres	89
3.4 Modélisation thermique du coffre	90
3.4.1 Introduction	90
3.4.2 Discrétisation du système en volume fini	91
3.4.3 Paramétrisation du modèle thermique	95
3.4.3.1 Conduction	95
3.4.3.2 Convection	95
3.4.3.3 Transfert de matière	
3.4.4 Mise en équation matricielle du modèle thermique	101
3.4.5 Validation expérimentale du modèle thermique	104
3.4.5.1 Banc de test	104
3.4.5.2 Analyse des résultats	108
3.4.5.3 Analyse de sensibilité et d'incertitude	111
3.4.6 Durée de vie du coffre	114
3.4.6.1 Approche adoptée : couplage des modèles électrothermique avec une loi de vieillissement	114
3.4.6.2 Modélisation électrique et loi de vieillissement	115
3.4.6.3 Loi de vieillissement	116
3.4.6.4 Simulation électrothermique du coffre tenant compte du vieillissement des supercondensateurs	117
3.4.7 Etude du management thermique du coffre	119
3.4.7.1 Introduction	119
3.4.7.2 Management thermique tenant compte des incertitudes	120
3.5 Conclusion	121
Chapitre 4 : Comparaison des stratégies de commande du coffre de supercondensateurs	122
4.1 Introduction	123
4.2 Commande par mode de glissement (SMC)	123
4.2.1 Introduction	123
4.2.2. Principe	124
4.2.3 Description du système en régime glissant	125
4.2.3.1 Condition d'attractivité	125
4.2.3.2 Condition d'existence du glissement	126
4.2.3.3 Condition de stabilité	126
4.2.3.4 Phénomène de réticence	127

4.2.4 État de l'art de l'application de la commande par mode glissant dans le domaine de l'électronique de puissance	127
4.2.5 Notre apport dans le contexte du contrôle du convertisseur Boost	129
4.3 Présentation de la maguette expérimentale	129
4.4 Synthèse des lois de commande pour un hacheur élévateur	132
4.4.1 Modèle du convertisseur Boost	132
4.4.2 Commande par mode de glissement	132
4.4.2.1 Choix de la surface de glissement	132
4.4.2.2 Condition d'attractivité	134
4.4.2.3 Condition d'existence du régime glissant	134
4.4.2.4 Condition de stabilité	135
4.4.2.5 Influence des valeurs de gains du contrôleur sur les performances	137
4.4.2.6 Valeurs des gains	140
4.4.3 Commande par PI	141
4.4.3.1 Modèle linéaire du hacheur	141
4.4.3.2 Synthèse des paramètres du correcteur	143
4.4 Résultats obtenus et comparaison des lois de commande	145
4.4.1 Résultats de simulation	145
4.4.2 Résultats expérimentaux	147
4.5 Améliorations possibles de la commande par mode de glissement	151
4.5.1 Erreur statique	151
4.5.2 Fréquence variable	151
4.5.3 Observation du courant de charge et de la tension aux bornes des supercondensateu	rs 151
4.6 Conclusion	152
Conclusion générale	153

Introduction générale

En raison de l'augmentation de la population mondiale, la circulation des marchandises et la mobilité des voyageurs ne cessent d'augmenter. La croissance attendue du transport terrestre dans le monde entier et notamment dans les pays émergents, conduira à une augmentation très rapide de la consommation de carburant et par conséquent à l'accélération de la pollution de l'environnement. Simultanément, les ressources énergétiques fossiles s'épuisent. Selon le taux de croissance de la population mondiale et l'évolution prévisible du marché automobile, les ressources connues de pétrole mondiales, qui pourront être exploitées au coût actuel, seraient selon certaines études, épuisées dans 30 à 45 ans.

Tout ceci place le secteur des transports au premier plan dans la consommation d'énergie et des émissions de polluants chimiques. L'impact des émissions des gaz à effet de serre sur le climat a conduit à l'ouverture d'une recherche sur de nouvelles architectures de véhicules, électriques ou hybrides, traduisant la volonté de minimiser la consommation des énergies fossiles et les émissions de polluants.

Le problème le plus important rencontré dans la démarche d'électrification des systèmes embarqués, comme les véhicules, demeure le stockage de l'énergie électrique. Le développement technologique et la maîtrise de fabrication de nouveaux matériaux ont permis la réalisation de systèmes modernes de stockage d'énergie électrique comme les supercondensateurs. Du point de vue des performances énergétiques, ces derniers se positionnent entre la batterie et le condensateur. Ce composant permet de stocker une énergie bien plus grande qu'un condensateur classique ainsi que de fournir une puissance plus importante qu'une batterie.

Ces éléments répondent donc aux applications faisant appel à des puissances élevées sur des temps courts.

Sur le segment du transport collectif urbain et en particulier les bus, ce type de composant présente plusieurs avantages :

- les supercondensateurs permettent d'améliorer le rendement énergétique des bus et trolleybus en permettant la récupération de l'énergie du freinage qui est relativement importante en raison de l'énergie cinétique des ces véhicules.
- l'application des principes d'hybridation aux bus urbains permet de réduire la consommation et de satisfaire les exigences des politiques d'urbanisme et de transport.

Dans ce contexte, cette thèse étudie différents aspects liés à un coffre de supercondensateurs pilotés par une électronique de puissance pour le stockage tampon de l'énergie électrique récupérée lors du freinage. Ce coffre a pour fonction d'alimenter tous les auxiliaires d'un trolleybus lors des coupures de la ligne aérienne. En effet, l'alimentation d'un trolleybus en circulation est régulièrement coupée, soit lors d'un changement de tronçon, soit lors d'un croisement avec aiguillage ou encore en cas d'obligation pour le véhicule de quitter sa voie pour éviter un obstacle. Pour plusieurs dispositifs dans les trolleybus, ces coupures sont critiques. C'est le cas par exemple de la climatisation, qui ne peut pas toujours être réamorcée directement après une coupure. De plus, les sollicitations fortes qu'engendrent les redémarrages sur le réseau réduisent la durée de vie des équipements. L'implémentation d'une source auxiliaire d'énergie dans le trolleybus entre donc dans un contexte de l'amélioration de la fiabilité du système, mais aussi dans un contexte écologique par la récupération de l'énergie de freinage.

#### Problématique de l'étude

La conception d'un véhicule exploitant des supercondensateurs afin d'assurer l'alimentation en énergie des servitudes ou le cas échéant la traction malgré les coupures intermittentes de l'alimentation extérieure pose le problème de l'efficacité, de la rentabilité et de la durée de vie du système.

L'étude de rentabilité nécessite entre autre, de connaître, pour une mission donnée, le nombre de supercondensateurs à mettre en place. Il est clair qu'un système avec un trop grand nombre de supercondensateurs ne sera pas viable en termes de coûts d'investissement.

Dans un contexte de transport public, les contraintes en termes de puissances à fournir ou bien à stocker par le système de stockage sont sévères. L'étude de la fiabilité et de la durée de vie du système de stockage est donc à considérer.

Enfin une fois implémenté sur le trolleybus, le système de stockage doit pouvoir répondre à des appels de puissance rapides et brusques. Ceci met en évidence le besoin d'une commande adaptée ayant des performances dynamiques acceptables afin de réguler au mieux le réseau de puissance malgré les perturbations mais aussi de garantir une récupération optimale de l'énergie de freinage.

Partant de ce constat, le travail de thèse s'articule autour de trois problématiques : le dimensionnement, la durée de vie et la commande du système de stockage.

#### Outils de dimensionnement du coffre en fonction d'un parcours prédéfini

Même si à court terme le but de l'implémentation du coffre est uniquement destiné à l'alimentation des auxiliaires des trolleybus pendant les coupures d'alimentation, il est envisagé à plus long terme de coupler plusieurs coffres afin d'assurer la traction du bus pendant des durées limitées (quelques secondes). Nous nous sommes donc intéressés au problème de la modélisation de la chaine cinématique du trolleybus en vue de dimensionner le nombre de supercondensateurs à mettre en place en fonction du parcours de celui-ci. L'usage spécifique d'un trolleybus permet en effet de dimensionner au plus juste chaque véhicule en fonction de la ligne auquel il est affecté, mais aussi d'adapter la gestion de l'énergie à un parcours particulier.

#### Durée de vie du coffre de supercondensateurs

Deux paramètres essentiels influent sur la durée de vie des supercondensateurs [1,2,3,4,5] :

- ➢ la tension d'utilisation du supercondensateur,
- la température de fonctionnement du composant.

Sur la figure 1, est représentée la durée de vie des supercondensateurs (données EPCOS [3]) en fonction de leur tension et de leur température.



Figure 1 : Durée de vie en fonction de la tension et de la température [6].

Cette figure montre la grande influence de ces deux paramètres sur la durée de vie des supercondensateurs. Etant donné la faible tenue en tension des supercondensateurs, la mise en

série d'un grand nombre de composants est une nécessité. Cette mise en série fait apparaitre un déséquilibre entre les tensions aux bornes de chaque supercondensateur dans le coffre. Ceci accélère les mécanismes de vieillissement des composants et réduit ainsi la durée de vie globale du coffre. Ce problème est résolu en partie en mettant en parallèle des circuits d'équilibrage qui égalise les tensions individuelles de chaque composant dans le coffre.

Nous nous sommes donc intéressés lors de notre étude à la dispersion des températures à l'intérieur du coffre en fonction de la localisation des supercondensateurs, puisque celle-ci a un effet notable sur la durée de vie du système. Nous abordons aussi le problème de la fiabilité du coffre en procédant au couplage d'un modèle électrothermique et d'une loi de vieillissement. Ce point est important puisqu'il est lié à la disponibilité des véhicules.

#### Meilleure stratégie de la commande du coffre

Les coupures de la ligne aérienne peuvent avoir des durées très brèves (quelques millisecondes) d'où l'importance d'une commande du coffre ayant des bonnes performances dynamiques et statiques pendant la phase de décharge. Nous avons donc comparé (en simulation et expérimentalement) deux types de commande (linéaire et non linéaire), appliquées à un hacheur survolteur (Boost) afin de conclure sur la meilleure stratégie de commande pour ce type d'application.

Pour répondre aux objectifs de cette thèse, ce manuscrit s'articule donc en 4 chapitres. Les sujets abordés visent à améliorer les performances à court (commande) et à long terme (dimensionnement électrique-thermique, durée de vie,...) du système de stockage.

Dans le premier chapitre, essentiellement bibliographique, nous présentons le principe et la technologie des supercondensateurs ainsi que quelques applications de ces composants dans le domaine du transport. La fin du chapitre est consacrée à la présentation du projet Hybus dans lequel s'inscrit notre travail de thèse.

Nous avons consacré le deuxième chapitre au dimensionnement d'un système de stockage par supercondensateurs partant d'un profil de mission du bus. Nous présentons tout d'abord quelques concepts de base liés à la modélisation par bond graph ainsi qu'à l'inversion des modèles. Nous présentons ensuite la modélisation de la chaine cinématique du trolleybus. La fin de ce chapitre est consacrée à la détermination du nombre de supercondensateurs à mettre en place pour assurer un cycle défini pour des besoins donnés en énergie et puissance.

Dans le troisième chapitre, nous nous intéressons à la modélisation électrothermique du coffre de supercondensateurs. Nous présentons un modèle thermique permettant de prédire la température de chaque élément dans le banc. Ce modèle est ensuite validé à partir d'essais expérimentaux. Il est par la suite couplé à une loi de vieillissement et à un modèle électrique, ce qui permet de suivre l'évolution des paramètres des supercondensateurs au cours du cyclage. La fin de ce chapitre a été consacrée à l'étude d'une stratégie de management thermique robuste d'un banc de supercondensateurs qui prend en compte les incertitudes sur les paramètres d'entrée du modèle thermique.

Dans le quatrième chapitre, nous abordons des problématiques liés à la commande d'un coffre de supercondensateurs. Nous nous intéressons essentiellement à la comparaison des lois de commande d'un hacheur Boost étant donné que ce mode de fonctionnement du convertisseur reste plus délicat du point de vue de la commande que le contrôle d'un hacheur Buck. Nous rappelons tout d'abord les principes du contrôle par mode glissant. Ensuite, une étude théorique est menée concernant la synthèse des lois de commande par mode glissant et par PI du hacheur Boost. Ces deux lois de commande, implémentées sur un banc à échelle réduite, nous ont permis de comparer ces deux approches et de discuter des avantages et des inconvénients de chacune d'elles.

La conclusion de ce mémoire dresse un bilan de nos contributions pour chacune des problématiques.

# **Chapitre 1 : Généralités**

#### **1.1 Introduction**

La forte croissance de la circulation des marchandises et des voyageurs place le secteur des transports au premier plan dans la consommation d'énergie et des émissions de polluants chimiques. Avec une augmentation de la population mondiale de 6 à 10 milliards en 50 ans, une croissance du marché du transport du monde entier est attendue. En plus des problèmes environnementaux, le problème lié à l'épuisement des ressources énergétiques fossiles, va rapidement se poser. Pour surmonter ce problème, le passage vers des motorisations plus électriques devient une nécessité. Dans le domaine des transports avec motorisation électrique, les supercondensateurs se présentent comme étant l'une des technologies les plus prometteuses. Dans ce chapitre, nous introduisons le principe et la technologie du supercondensateur. Nous présentons quelques applications du supercondensateur dans le domaine du transport avant d'aborder la problématique de notre étude.



Figure 1.1 : Exemple de supercondensateurs de la société Maxwell

#### 1.2 Supercondensateur : Principe, technologie et modélisation électrique

#### **1.2.1 Présentation**

Le concept et les développements théoriques du principe du supercondensateur remontent à l'année 1853. Durant cette année, le physicien Hermann Van Helmholtz observa suite à l'application d'une différence de potentiels aux bornes de deux électrodes plongées dans un électrolyte un comportement capacitif. Pour des raisons technologiques et avec le développement, apporté par les chercheurs, aux matériaux des électrodes et des électrolytes, il a fallu attendre jusqu'à l'année 1957 pour que le premier brevet sur le supercondensateur soit déposé par la société General Electric. En 1971, la société NEC commercialisa les premiers supercondensateurs.

#### 1.2.2 Principe physique

La capacité (C) d'un condensateur dont les armatures en regard sont planes, est donnée par :

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r S/d \tag{1.1}$$

où  $\varepsilon_0$  est la permittivité du vide ( $CV^{-1}m^{-1}$ ),  $\varepsilon_r$  la permittivité relative, S la surface de chaque électrode ( $m^2$ ) et d la distance entre les deux électrodes (m).

L'énergie stockée s'exprime par :

$$W = \frac{1}{2}CV^2$$

W étant l'énergie emmagasiné (J) et V la tension entre les électrodes (V).

Pour accroitre l'énergie d'un tel dispositif, plusieurs approches sont possibles. La première consiste à utiliser des diélectriques ayant une permittivité relative élevée et une tension d'utilisation élevée. La seconde approche consiste à augmenter le rapport S/d, ceci est le concept de base du supercondensateur.

Le principe du supercondensateur repose sur les propriétés capacitives de l'interface entre un conducteur électronique solide et un conducteur ionique liquide.

La structure d'un supercondensateur (figure 1.2) est constituée par des collecteurs métalliques et des électrodes en charbon actif plongées dans un électrolyte liquide. Afin d'assurer une isolation entre les deux électrodes, on utilise un séparateur, qui autorise la conduction ionique et empêche la conduction électronique. Le séparateur est fabriqué à base de polymère ou de papier.



Figure 1.2 : Structure du supercondensateur [6].

A l'état déchargé, les ions de l'électrolyte sont repartis d'une manière désordonnée (figure 1.3.a). En appliquant une différence de potentiel entre les deux électrodes, une zone de charge d'espace aura lieu sur l'interface électrode-électrolyte sous l'effet du champ électrique. L'utilisation d'un matériau poreux au niveau des électrodes permet d'augmenter la surface effective. Cette zone de charge d'espace est nommée « double couche électrique » et l'épaisseur de cette dernière définit aussi la capacité du composant.



Figure 1.3 : Structure élémentaire du supercondensateur en état déchargé (a) et chargé (b) [6].

La tenue en tension du supercondensateur est limitée par la tension de décomposition de l'électrolyte qui est de quelques volts.

L'électrolyte utilisé peut être soit aqueux, soit organique. L'électrolyte aqueux a la meilleure conductivité ionique, par contre il est peu utilisé, étant donnée sa faible tenue en tension (proche de 1 V). L'électrolyte organique est le plus utilisé car sa tenue en tension est de l'ordre de 3 V. L'électrolyte est constitué de sels dissous dans l'acétonitrile. En présence de l'air, ce dernier est inflammable et explosif si sa concentration atteint 3 à 16 % du volume d'air [**6**].

#### 1.2.3 Modélisation électrique du supercondensateur

La modélisation des supercondensateurs permet de prévoir leur comportement dans différentes applications, à partir d'une représentation des principaux phénomènes physiques apparaissant au sein du composant. Les modèles de supercondensateur peuvent être classés en deux catégories:

- Les modèles électrochimiques « microscopiques », qui représentent d'une manière locale les phénomènes mis en jeu [7].
- Les modèles de type circuit, dits "macroscopiques", qui représentent les phénomènes d'une manière plus globale.

Nous présentons dans ce paragraphe les méthodes de caractérisation des supercondensateurs ainsi que quelques modèles existant pour ce composant.

#### 1.2.3.1 Méthodes de caractérisation

Deux méthodes de caractérisation (caractérisation temporelle et fréquentielle) sont utilisées afin d'une part de déterminer les paramètres des modèles, et d'autre part, de comprendre le fonctionnement des supercondensateurs et comparer les performances de différents modèles.

#### Caractérisation temporelle

Cette méthode consiste à identifier les paramètres du composant via des mesures temporelles du courant et de la tension. Cette méthode a l'avantage d'être simple à mettre en œuvre et de faire fonctionner l'élément à des niveaux de courant proche de la réalité. Par contre, elle ne permet pas d'identifier les différentes constantes de temps régissant le fonctionnement du supercondensateur.

#### Caractérisation fréquentielle

La caractérisation fréquentielle consiste à appliquer au supercondensateur une faible tension sinusoïdale superposée à une tension continue et à analyser la sortie en courant. La fréquence du signal sinusoïdal peut varier et ceci permet de déduire le comportement du supercondensateur pour un domaine fréquentielle assez large autour d'un point de fonctionnement (tension, courant). Cette méthode est réalisée grâce à un appareil spécifique, dénommé "spectromètre d'impédance".

#### 1.2.3.2 Modélisation du supercondensateur

Etant donnée la structure poreuse des électrodes constituant le supercondensateur et par conséquence, la nature volumique du stockage de charges dans le composant, ce dernier ne peut pas être représenté par un simple circuit RC. Il est donc nécessaire d'associer plusieurs branches RC pour pouvoir reproduire correctement le comportement réel. Pour ce faire, différents modèles avec des niveaux de complexité variés ont été proposés. Nous présentons dans ce paragraphe quelques modèles existants dans la littérature.

#### Modèle à 2 branches:

Le modèle le plus simple est basé sur une structure simple établie par R. Bonert et L. Zubieta [8] et repose sur la partition de l'énergie électrostatique en deux termes :

- une énergie rapidement stockée ou disponible,
- une énergie lentement stockée ou disponible.

Ce modèle comporte donc deux branches (figure 1.4) :

- ➢ la première branche (R<sub>SC</sub> et C<sub>SC</sub>), dite principale, tient compte de l'évolution de l'énergie durant les événements de charge ou de décharge. La capacité C est non linéaire afin de représenter la dépendance de la capacité à la tension (ou à la charge).
- La deuxième branche (R<sub>r</sub> et C<sub>r</sub>), dite lente, décrit la redistribution interne de l'énergie durant les phases de repos.



Figure 1.4 : Modèle à 2 branches.

Les paramètres de ce modèle sont identifiés à l'aide d'un essai temporel. Ce modèle représente correctement les phénomènes de charge et de décharge. Cependant étant donné que l'identification des paramètres de ce modèle est basée sur un cycle de charge décharge donné, les performances obtenues varient d'un essai à l'autre suivant la nature du cycle.

#### Modèle à simple pore

La modélisation électrique du supercondensateur par le modèle à simple pore repose sur l'hypothèse que les pores sont de même taille, cylindriques et parallèles les uns aux autres. L'impédance de l'électrode Z (mise en parallèle de n pores) peut dans ce cas s'écrire [**9**]:

$$Z = \sqrt{\frac{R_{el}}{jwC_{dl}}} \operatorname{coth}\left(\sqrt{jwR_{el}C_{dl}}\right)$$
 1.3

où  $C_{dl}$  est la capacité de la double couche (capacité totale du supercondensateur) et  $R_{el}$  est la résistance liée à l'accessibilité des pores par l'électrolyte.

La transformation de cette dernière équation en un modèle de type circuit donne le circuit équivalent suivant :



Figure 1.5 : Modèle à simple pore.

L'inductance L est rajoutée pour modéliser le comportement haute fréquence du composant lié aux connexions et aux enroulements

Les paramètres de ce modèle sont déterminés à partir d'une caractérisation fréquentielle. Ceci permet au modèle de donner des résultats très satisfaisants indépendamment du cycle de charge et de décharge.

#### Modèle multipore

Pour le modèle multi pores [6], la même hypothèse de pores cylindriques est considérée mais en prenant en considération la diversité de la taille des pores. Il est donc obtenu par la mise en parallèle d'un certain nombre de modèles simples pores, représentant chacun une classe de pores. Ce modèle a l'avantage de modéliser le phénomène de distribution interne de charges entre pores de tailles différentes. Cependant l'inconvénient majeur de ce modèle réside dans sa complexité.

#### 1.3 Apport des supercondensateurs dans le domaine du transport

Du point de vue performance énergétique, le supercondensateur se place entre la batterie et le condensateur. Ce composant permet d'avoir une énergie bien plus grande qu'un condensateur classique et une puissance plus grande qu'une batterie. Sur le plan de Ragone qui présente l'énergie massique en fonction de la puissance massique, le supercondensateur occupe une place intermédiaire entre les condensateurs et les batteries (figure 1.6).



Figure 1.6 : Plan de Ragone du supercondensateur [6].

Les iso-droites en pointillés sont liées aux temps de charge et de décharge. Les supercondensateurs trouvent leur place dans les applications faisant appel à des fortes puissances pour des temps relativement courts.

Etant donné sa faible résistance série (de l'ordre de quelques dixièmes de milliohms pour les composants de forte valeur), le rendement énergétique du supercondensateur est élevé.

Du côté de la fiabilité du composant, la durée de vie d'un supercondensateur est bien plus grande que celle d'une batterie avec une durée de vie qui peut atteindre plusieurs centaines de milliers de cycles contre, aux alentour de 1000 cycles pour une batterie.

Même si leur densité énergétique reste limitée, l'utilisation de ces composants dans le domaine du transport se révèle bénéfique surtout lorsqu'on les associe à des sources d'énergie ayant une puissance instantanée limitée telles que les batteries. Ces dernières ne supportent pas les cycles de charge/décharge trop violents. Ces types de cycle réduisent leur durée de vie. En utilisant des supercondensateurs en complément des batteries, les pics de puissance peuvent être absorbés. Tout ceci fait que les supercondensateurs ont plusieurs atouts dans le domaine du transport pour répondre à des appels de puissance transitoires relativement élevés comme par exemple pour la récupération de l'énergie de freinage ou bien pour le démarrage...

#### 1.4 Application du supercondensateur dans le domaine de transport

Nous présentons dans ce paragraphe quelques applications du supercondensateur dans le domaine du transport. Les véhicules électriques peuvent être classé en plusieurs catégories : électrique, microhybride et hybride.

#### 1.4.1 Véhicule électrique

La propulsion d'un véhicule électrique se fait via un ou plusieurs moteurs électriques. L'architecture de ce type de véhicule est représentée sur la figure 1.7.



Figure 1.7 : Architecture véhicule électrique.

Classiquement, la source d'énergie est constituée de batteries. Cependant, afin de répondre aux exigences de puissance et d'énergie imposées par l'application, la batterie doit être dimensionnée sur les pics de puissance et d'énergie. Ceci constitue une contrainte sévère et pénalisante pour la batterie [**10**], ce qui conduit à un surdimensionnement de cette dernière. Pour s'affranchir de ce problème, une source de puissance (par exemple des supercondensateurs) peut assister la batterie ce qui permet d'absorber les pics de puissance demandés. Un exemple de cette hybridation de source d'énergie a été appliqué sur la Bluecar (voiture citadine proposée par le groupe Bolloré), sa source d'énergie est constituée d'une association de batteries (Lithium Métal Polymère) et de supercondensateurs. Cette association permet à cette voiture d'afficher une autonomie de 250 km. Dans le domaine du tramway électrique, on trouve le travail de Bombardier transport sur un tramway équipé de supercondensateurs. Ce tramway est alimenté par caténaires et par l'intermédiaire de supercondensateurs. Les supercondensateurs sont rechargés par l'énergie de freinage. Le gain en énergie sur ces tramways a été estimé à 30 %.



Figure 1.8 : Tram Bombardier avec supercondensateurs.

Une autre application innovatrice des supercondensateurs dans le domaine du transport urbain concerne l'alimentation de tramways par biberonnage [11,12]. Le principe repose sur l'utilisation de deux types de sources de stockage de l'énergie : des sources primaires placées dans les différentes stations et une source secondaire placé dans le tramway. Les sources primaires d'énergie se rechargent lentement pendant que le tram circule. La source secondaire

d'énergie par supercondensateurs se recharge rapidement lors de l'arrêt du tramway en station.





#### 1.4.2 Véhicule microhybride

La microhybridation est conçue pour éteindre le moteur thermique lors de l'arrêt pour économiser du carburant et aussi pour réduire le niveau de bruit. C'est une machine électrique de type alterno-demarreur (faible puissance) qui assure la relance du moteur thermique lors du démarrage, ce qui constitue, en terme de puissance, une contrainte importante pour le système de stockage. Ce dernier peut éventuellement être rechargé en phase de freinage. Notons que les voitures C4 et C5 proposées par groupe PSA propose cette microhybridation grâce à l'emploi de supercondensateurs.

#### 1.4.3 Véhicule hybride

Les véhicules hybrides associent des systèmes de propulsion différents. L'architecture de ces véhicules est constitué d'un moteur thermique combiné avec un ou plusieurs moteurs électriques. Ces véhicules offrent plus d'autonomie qu'un véhicule purement électrique et émettent moins de polluants que les véhicules classiques. Trois architectures de véhicules hybrides (série, parallèle et distribution de puissance) peuvent être distinguées.

#### 1.4.3.1 Véhicule hybride série



Figure 1.10 : Architecture véhicule hybride série.

Dans l'architecture série, le moteur électrique assure la propulsion du véhicule. L'alimentation de la machine électrique se fait par une source de stockage d'énergie (supercondensateur, batterie) et aussi à partir de l'association moteur thermique-alternateur. Afin d'augmenter le rendement énergétique globale, le moteur thermique fonctionne autour de son point optimum et la source d'énergie fournie le surplus de puissance. L'architecture série est utilisé pour les véhicules ayant un profil de mission bien connu. A défaut, on risque de surdimensionner le moteur thermique et la source d'énergie [**1**].

Un exemple de véhicule hybride est le bus Scania avec une hybridation de type série qui est jugé plus adéquate pour les transports en centre urbain qui comportent de nombreux arrêts redémarrages, et donc présentent une grande quantité d'énergie récupérable lors des freinages.



Figure 1.11 : Bus hybride Scania.

#### 1.4.3.2 Véhicule hybride parallèle



Figure 1.12 : Architecture parallèle.

### Chaîne cinématique hybride série de Scania



On distingue plusieurs types d'architectures parallèles selon le taux de puissance électrique utilisé pour la motorisation [10,1]. Dans la configuration présentée sur la figure 1.12, deux chaînes de propulsion sont mises en parallèle (électrique et thermique). Les deux moteurs, électrique et thermique, sont indépendants. Cette configuration offre trois modes de fonctionnement : électrique, thermique et hybride.

#### 1.4.3.3 Véhicule à distribution de puissance

Enfin, il existe une autre architecture série-parallèle de véhicules hybrides combinant les avantages des deux configurations précédentes (figure 1.13).



Figure 1.13 : Architecture série parallèle.

## 1.4.4 Discussion sur l'apport des supercondensateurs par rapport à ces différentes architectures

Etant donnée la limitation énergétique des composants actuellement disponible sur le marché, les supercondensateurs ont beaucoup d'intérêt dans des véhicules électriques lorsqu'ils sont couplés avec d'autres sources d'énergie comme par exemple des batteries ou des pile à combustible. L'absorption du surplus de puissance par les supercondensateurs permet d'augmenter la durée de vie du système de stockage. Ils permettent de plus une récupération de l'énergie de freinage optimale.

L'utilisation de supercondensateurs est prometteuse dans les applications "microhybride" car des contraintes sévères en terme de puissance sont demandées par la machine électrique.

L'architecture série est intéressante, comme nous l'avons déjà évoqué pour des véhicules ayant un profil de mission bien déterminé (par exemple les bus). Pour ce type d'application avec des trajets comportant de nombreux arrêts-démarrages, la technologie par supercondensateurs est adéquate étant donné la puissance transitée et la grande part de l'énergie récupérable.

Dans l'architecture parallèle, l'élément de stockage permet de faire fonctionner le moteur thermique autour de son point optimal et fournit la différence de puissance (pour un mode de fonctionnement hybride). Il permet aussi de faire fonctionner la chaine en mode électrique à faible puissance (rendement faible du moteur thermique). Comme l'élément de stockage est utilisé comme source d'énergie dans la plupart des cas, l'utilisation des supercondensateurs est moins importante que dans le cas de l'architecture série.

# 1.5 Présentation du projet Hybus : récupération de l'énergie au freinage d'un bus électrique

#### **1.5.1 Introduction**

Nous présentons dans ce paragraphe le projet Hybus, cadre de notre travail de recherche. Ce projet s'inscrit dans le cadre des projets de recherche qui visent à réduire l'émission des gaz à effet de serre en se basant sur l'exploitation des nouveaux moyens de stockage et de gestion d'énergie. Ce projet a été initié dans le cadre du Pôle de Compétitivité « Lyon Urban Truck&Bus 2015 » et a été labellisé par ce dernier. Ce projet est soutenu financièrement par la Région Rhône-Alpes et par l'état (Direction Générale des Entreprises). Il regroupe en plus du laboratoire AMPERE plusieurs industriels (IRISBUS, ERCETEEL, IMAGINE). Le laboratoire AMPERE apporte ses compétences dans le domaine de la fiabilité, de la modélisation des systèmes, du dimensionnement, du stockage de l'énergie et de la gestion de l'énergie. La société ERCTEEL est chargée de concevoir et de fabriquer le système de stockage par supercondensateurs et l'électronique de puissance associée. La société IMAGINE apporte son savoir faire dans le domaine de la modélisation numérique via le logiciel AMESIM. La société IRISBUS fabrique le trolleybus équipé du système de stockage par supercondensateurs et réalise les tests pour s'assurer du bon fonctionnement de l'ensemble.



(b)

(a)





#### 1.5.2 Objectifs

**Figure 1.15 : Architecture de la chaine d'alimentation du trolleybus.** 

Le trolleybus est un véhicule à traction électrique. La figure 1.15 illustre l'architecture de la chaine d'alimentation d'un trolleybus propulsé par quatre moteurs électriques. 2 perches alimentent le véhicule et les moteurs à partir du courant circulant sur la ligne aérienne de 600 V DC. Le coffre trolleybus permet d'adapter cette tension à un niveau de 350 V DC. Les moteurs électriques sont alimentés à partir du réseau 350 V via des onduleurs ONIX 350. Les auxiliaires comme le système de climatisation (consommation importante essentiellement en

été), la pompe pour le refroidissement des moteurs et des freins, les ventilateurs et le compresseur d'air sont alimentés à partir du convertisseur CVS2 par une tension triphasé de 230 V.

Ce projet vise donc à alimenter les auxiliaires du trolleybus lors de coupures de la ligne aérienne. En raison des puissances à fournir, le stockage de l'énergie électrique est réalisé à l'aide de supercondensateurs. L'étude concerne un coffre comportant des supercondensateurs en série et l'électronique de puissance associée, qui permet d'alimenter tous les auxiliaires d'un trolleybus (figure 1.15) lors des coupures de la ligne aérienne et de se recharger lors des phases de freinage. En effet, l'alimentation électrique d'un trolleybus en circulation est régulièrement coupée, ceci étant dû soit à un changement de tronçon, soit à un croisement avec aiguillage ou encore à une obligation pour le véhicule de quitter sa voie pour éviter un obstacle. Nous représentons à titre d'illustration (figure 1.16) un exemple de traversée (intersection de voie) où l'alimentation est interrompue. Ces coupures d'alimentation sont critiques pour plusieurs dispositifs présents dans le bus. À titre d'exemple, la climatisation ne peut pas toujours être réamorcée directement suite à une coupure. En outre, ces redémarrages fréquents réduisent la durée de vie des équipements et sollicitent fortement le réseau en créant des appels de puissance importants.



Figure 1.16 : Exemple de traversée sur la ligne d'alimentation du trolley.

Le coffre de stockage d'énergie est optimisé pour l'alimentation des auxiliaires uniquement. Il est prévu dans un deuxième temps de le coupler à un ou plusieurs autres coffres pour obtenir un niveau de puissance permettant d'alimenter temporairement la traction électrique du véhicule. Même si le trolleybus est la première application envisageable à court terme de cette

technologie, il est possible de transposer ces équipements aux véhicules thermiques traditionnels en vue de leur hybridation.

L'apport du laboratoire AMPERE dans ce projet de recherche s'articule sur deux axes, le premier concerne le système de stockage par supercondensateurs et, le deuxième concerne le prototypage virtuel.

Le premier axe concerne l'étude et la caractérisation des supercondensateurs et du convertisseur associé, l'étude de la sûreté de fonctionnement du dispositif de stockage d'énergie pour l'application visée et des lois de commande du convertisseur associé aux supercondensateurs.

Le but de cette partie concerne donc la recherche des paramètres qui influent sur le vieillissement des composants. A partir d'essais de vieillissement accéléré, des lois d'évolution des paramètres des supercondensateurs sont déduites en fonction du cycle de charge et de décharge imposé (lois de vieillissement). Un couplage de modèle électrothermique avec les lois de vieillissement des supercondensateurs est proposé ce qui permet d'évaluer les contraintes sur le comportement du système au cours du temps.

Des tests d'endurance sont aussi réalisés sur deux coffres de supercondensateurs afin de corréler les lois de vieillissement provenant d'essais unitaires avec des résultats de vieillissement sur un ensemble des composants. Ceci permet aussi de faire une expertise sur le système d'équilibrage mis en place. Le banc de vieillissement est composé de 2 coffres de supercondensateurs qui jouent le rôle de générateur pour l'un et de récepteur pour l'autre pendant un cycle et inversement pour le suivant. Une alimentation extérieure (entrée triphasée 400 V et sortie continue) permet de charger initialement un coffre et de compenser les pertes des coffres lors des différents cycles de fonctionnement.

Concernant la partie prototypage virtuel, elle vise à fournir aux partenaires les modèles utiles à la simulation du comportement dynamique de la chaîne de traction. Un modèle bond graph sera développé en vue des différentes étapes d'analyse, de conception et le dimensionnement. Ces résultats caractériseront les besoins en puissance (ainsi que la répartition tension/courant) du système qui seront à fournir par le coffre. Ces informations conduiront donc à la définition du domaine de fonctionnement de la source auxiliaire dans le plan énergie-puissance (ou plan de Ragone) dont l'exploitation permettra de dimensionner l'élément de stockage.





Figure 1.17 : Architecture du coffre de supercondensateurs [13]

Le coffre de supercondensateurs (figure 1.17) existant est constitué de 120 supercondensateurs Maxwell BCAP 3000 F mis en série. Ceci permet d'avoir une énergie totale stockée dans les supercondensateurs de l'ordre de 900 kJ. Un convertisseur Buck-Boost assure le transfert de l'énergie entre les supercondensateurs et l'alimentation et les auxiliaires du bus. La ventilation du coffre est effectuée par air forcé.

Des cartes d'équilibrage par résistances commandées sont mises en parallèle avec chaque supercondensateur afin d'équilibrer leur tension individuelle.

Une carte de commande permet la lecture de plusieurs variables (tension, courant et température) et contrôle ainsi le convertisseur statique et la ventilation du coffre.

Pour la gestion d'énergie du coffre, il se charge (mode Buck) lorsque la tension (qui est variable) du réseau d'alimentation du véhicule est supérieure à sa tension nominale (>350 V), et se décharge (mode Boost) pour alimenter les auxiliaires lorsque la tension du réseau du bus est inférieure à 310 V. Cette procédure doit s'effectuer de manière à garantir une tension aux bornes des supercondensateurs comprise entre 120 et 300 V.

#### **1.6 Conclusion**

Nous avons consacré ce chapitre à la présentation du principe de fonctionnement et de la modélisation électrique des supercondensateurs. Nous avons présenté les applications liées aux véhicules électriques et hybrides. Pour finir, nous avons introduit le Projet Hybus.

Chapitre 2 : Dimensionnement du système de stockage d'énergie pour une application de type récupération de l'énergie de freinage d'un trolleybus

#### **2.1 Introduction**

L'objectif de ce chapitre est de déterminer à partir d'un profil de vitesse de trolleybus électrique le nombre de supercondensateurs à mettre en place pour accomplir une mission donnée, en prenant en compte l'environnement du véhicule (pente du trajet, vitesse du vent, ...). Dans ce chapitre, nous discutons tout d'abord des différentes méthodologies de dimensionnement existantes qui pourraient être appliquées dans notre contexte. Nous faisons ensuite un rappel des notions de la modélisation à l'aide de l'approche bond graph. Puis, nous présentons la modélisation de la chaine cinématique du trolleybus que nous avons retenue pour ce problème de dimensionnement. Ceci permet, après inversion de ce modèle, de déduire la consommation électrique du trolleybus, à partir du profil de vitesse et des caractéristiques de la route (pente, vitesse de vent,..). A partir du plan de Ragone du supercondensateur, nous développerons enfin une méthode permettant de dimensionner le nombre de supercondensateurs utilisé pour satisfaire un cycle de puissance défini par un cahier de charge.

#### 2.2 Méthodologie de dimensionnement

Pour dimensionner une chaine d'actionnement à partir d'un cahier de charge donné sur la sortie, deux approches sont possibles : l'approche par modèle direct et l'approche par modèle inverse. Le dimensionnement d'un système à l'aide du modèle direct du système correspond à une démarche itérative (figure 2.1).



Figure 2.1 : Stratégie de dimensionnement par itération.
Cette méthode (essai-erreur-correction) vise à partir de choix a priori ou itératifs des composants du système et de la loi de commande à se rapprocher des spécifications [14]. A partir d'un choix des composants, on réalise le calcul de la sortie en simulant l'ensemble de la chaine. Les performances obtenues en sortie sont ensuite analysées afin de vérifier si elles répondent au cahier des charges. Dans cette approche, le modèle utilisé est dit "direct" puisqu'il renvoie l'évolution des sorties en fonction des entrées (perturbation, commande).

Dans le cas où les performances voulues ne sont pas atteintes, un réajustement (issu d'une méthode d'optimisation par exemple) est effectué au niveau de la commande et des composants du système. Le problème de dimensionnement est ici abordé en essayant de faire varier les caractéristiques des composants pour se rapprocher au mieux des spécifications du cahier de charge.



Figure 2.2 : Stratégie de dimensionnement par modèle inverse.

De l'autre coté, une méthode alternative a été développée qui consiste à utiliser le modèle inverse. Les modèles inverses permettent de suivre l'évolution des entrées d'un système ou bien d'un sous système à partir de l'évolution des sorties. Pour dimensionner la chaine d'actionnement, il faut procéder à l'inversion successive de chaque sous-système en partant de la charge puis en remontant jusqu'à la source d'énergie. A chaque étape d'inversion, le modèle inverse permet d'obtenir les entrées du système à partir des sorties qui sont spécifiées par le cahier de charge. Le calcul de ces entrées sert à spécifier, choisir et dimensionner les sous systèmes situés en amont. Cette méthode de synthèse exploitent les spécifications sur les sorties pour remonter aux entrées nécessaires aux dimensionnements. Les problèmes de dimensionnement sont abordés en respectant directement le cahier de charge. Par rapport à la méthode itérative, cette méthode a l'avantage de trouver une solution adéquate en une seule itération et ceci sans faire de supposition sur la commande des actionneurs [14]. C'est cette

méthode que nous avons adoptée dans notre travail de dimensionnement du système de stockage d'énergie. La modélisation par bond graph semble très pertinente pour mettre en œuvre cette méthode puisqu'elle permet à partir d'une même description acausale du système d'obtenir aussi bien les modèles directs qu'inverses. Nous faisons dans le paragraphe suivant un bref rappel des concepts de base de la modélisation par bond graph.

# 2.3 Méthodologie adoptée : approche bond graph (BG)

#### 2.3.1 Notions de base

L'outil bond graph (BG) est une méthode graphique qui permet une approche pluridisciplinaire de la modélisation des systèmes dynamiques. Il a été défini par Paynter en 1959 [**15**] et formalisé en 1961 [**16**]. Le principe fondamental de cette approche repose sur la description des échanges d'énergie entre les éléments d'un système. C'est un graphe orienté qui fait apparaître des variables dynamiques traduisant les puissances transférées entre les sous-systèmes. Cette interaction est modélisée par une demi-flèche (figure 2.3).



Figure 2.3 : Transfert de puissance entre deux sous systèmes

Ce transfert de puissance est caractérisé par le produit scalaire de deux variables de puissance dites respectivement Effort e et Flux f. Par analogie entre différents domaines physiques, le tableau 2.1 présente ces variables d'effort et de flux. L'orientation de la demi-flèche correspond au choix fait a priori du sens positif du transfert d'énergie.

#### Tableau 2.1: Tableau des analogies.

Domaine	Variable d'effort	Variable de flux
Electrique	Tension (V)	Courant (A)
Mécanique Translation	Force (N)	Vitesse de translation $(m/s)$
Mécanique rotation	Couple (Nm)	Vitesse de rotation ( <i>rad/s</i> )
Hydraulique (incompressible)	Pression (pa)	Débit Volumique $(m^3/s)$
Thermique	Température (K)	Débit d'entropie $(W/K)$

## 2.3.2 Éléments du langage bond graph

Les éléments du langage bond graph comportent des éléments actifs, passifs, des détecteurs et des jonctions.

Les éléments actifs sont les sources d'effort Se (par exemple source de tension) et de flux Sf (par exemple source de courant). Les sources modulées (commandables) sont symbolisées par MSe et MSf.

Les éléments passifs sont :

- Les éléments dissipatifs (R) qui modélisent les phénomènes de perte d'énergie pour le système : résistance électrique, phénomènes de frottement,...
- Les éléments capacitifs (C) modélisant les phénomènes réversibles de stockage de l'énergie sous forme potentiel : ressort, condensateur, réservoir,...
- Les éléments inertiels (I) qui modélisent les phénomènes réversibles de stockage de l'énergie sous forme inertielle : inductance, masse,...

L'énergie stockée est définie à partir de 2 variables d'énergie : le déplacement généralisé et le moment généralisé. Le déplacement généralisé q est associé au stockage d'énergie sous forme potentielle, le moment généralisé p est associé quant à lui au stockage d'énergie sous forme inertielle. Ces deux variables sont des intégrales, respectivement l'intégrale du flux pour le déplacement généralisé q et l'intégrale de l'effort pout le moment généralisé p :

$$q = \int f dt$$
 2.1

$$p = \int e dt$$
 2.2

Afin de mesurer les variables d'effort et de flux, on utilise des détecteurs symbolisés par De (détecteur d'effort) et Df (détecteur de flux). Ces éléments traduisent la mesure d'une information sans consommation de puissance.

Deux éléments à deux ports de puissance sont également utilisés pour traduire les phénomènes idéaux (sans perte) de conversion de puissance. Le transformateur (TF) conserve la puissance transmise, selon une relation de proportionnalité entre le flux d'entrée et flux de sortie et entre l'effort d'entrée et l'effort de sortie. Le gyrateur (GY) établit une relation de proportionnalité entre le flux entrant et l'effort sortant, et entre l'effort entrant et le flux sortant.

Les éléments bond graph qui traduisent des phénomènes physiques élémentaires sont reliés entre eux grâce à des jonctions (nommées jonctions 0 et 1). La jonction 0 permet de traduire des bilans de puissance à iso-effort ou effort commun pour un ensemble de phénomènes (par exemple circuit en parallèle dans le domaine électrique), la jonction 1 traduit des bilans de puissance à iso-flux ou flux commun pour un ensemble de phénomènes (par exemple élément en série dans le domaine électrique).

#### 2.3.3 Principe de causalité conventionnelle

Dans le paragraphe précédent, nous avons présenté l'approche bond graph comme étant un outil graphique permettant de modéliser les flux d'énergie entre des systèmes de natures différentes (thermique, électrique, ....). A ce niveau le modèle est dit acausal puisqu'il traduit les hypothèses de modélisation sans a priori sur le schéma de calcul qui pourra être utilisé par la suite. En effet, en fonction du problème à résoudre (direct ou inverse), les schémas de calcul sont différents.

La représentation bond graph permet aussi de décrire la causalité régissant les relations de cause à effet entre les différentes parties du système. Cette notion de causalité introduit en [17] permet d'établir l'orientation des équations associées aux phénomènes bond graph. L'orientation des équations locales d'un système se fait grâce à une séquence d'affectation qui permet de partir des grandeurs qui sont connues pour arriver à déterminer les grandeurs inconnues. Considérons deux systèmes 1 et 2 qui échangent de la puissance entre eux, deux situations sont possibles suivant que le système 1 ou bien 2 impose le flux, ces deux situations sont illustrées sur la figure 2.4. Par convention, le trait de causalité se place du coté de l'élément qui impose le flux.





La causalité de certains éléments bond graph ainsi que les schémas de calcul associés sont présentés dans le tableau 2.2. Le symbole " := " est utilisé pour indiquer le sens de calcul des

équations, le terme de gauche est calculé à partir de la connaissance des termes de droite. Pour les éléments de stockage d'énergie I et C, on peut définir la notion de causalité intégrale ou dérivée en fonction de la causalité affectée à l'élément, ceci traduit la présence d'une intégration ou bien d'une dérivation par rapport au temps dans le schéma de calcul.

	Acausal		Causalité conventionnelle		Bicausalité	
Eléments	Représentation BG	Equations	Représentation BG	Equations	Représentation BG	Equations
Elément résistif	e f R	e-Rf=0	e f R	$f := \frac{e}{R}$	r − R	$R := \frac{e}{f}$
			$rac{e}{f}$ R	e := fR		
Elément	e C	$e-\frac{q}{C}=0$	e f C	$q := Ce$ $f := \frac{dq}{dt}$	r f ⊂ C	$C:=\frac{\int fdt}{e}$
capacitif			⊢ f ⊂ C	$\frac{dq}{dt} := f$ $e := \frac{q}{C}$		
Elément inertiel	e f	p-f*I=0	e	$p := If$ $e := \frac{dp}{dt}$		$I:=\frac{\int edt}{f}$
			e f ∕ I	$\frac{dp}{dt} := e$ $f := \frac{p}{I}$		
Transformateur	$rac{e_1}{f_1}$ TF $rac{e_2}{f_2}$	$\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2 \boldsymbol{m} = \boldsymbol{0}$	$\frac{e_1}{f_1} TF \frac{e_2}{f_2}$	$e_2 := \frac{e_1}{m}$ $f_1 := \frac{f_2}{m}$	$f_1 \rightarrow TF m f_2 \rightarrow f_1$	$e_1 := e_2 m$ $f_1 := \frac{f_2}{m}$
			$ \begin{array}{c} \begin{array}{c} e_1 \\ f_1 \end{array} \\ TF \\ m \\ f_2 \end{array} \end{array} $	$e_1 := e_2.m$ $f_2 := f_1.m$	$f_1$ TF $f_2$	$e_2 := \frac{e_1}{m}$ $f_2 :=$ $f_1 m$
						,1
Cumotour	$\frac{e_1}{f_1}$ $\frac{GY}{r}$ $\frac{e_2}{f_2}$	$e_1 - f_2 \cdot r = 0$	$ \begin{array}{c} \begin{array}{c} e_1 \\ f_1 \end{array} \\ \hline f_1 \end{array} \\ \begin{array}{c} GY \\ r \end{array} \\ \hline f_2 \end{array} $	$e_1 := f_2 \cdot r$ $e_2 := f_1 \cdot r$	$f_1$ $f_1$ $f_2$ $f_2$	$f_2 := \frac{e_1}{r}$ $e_2 := f_1 \cdot r$
Gyrateur			$\begin{array}{c c} \mathbf{e}_1 \\ \hline \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \end{array} \mathbf{GY} \begin{array}{c} \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{f}_2 \end{array}$	$f_1 := \frac{e_2}{r}$ $f_2 := \frac{e_1}{r}$	$\frac{e_1}{f_1} G_r^{Y} \frac{e_2}{f_2}$	$e_1 \coloneqq rf_2$ $f_1 \coloneqq \frac{e_2}{r}$
Jonction 0	$ \begin{array}{c}                                     $	$e_1 = e_2 = e_3$ $f_1 - f_2 - f_3$ = 0	$\begin{array}{c} & & & \\ & & & \\ \hline & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ &$	$e_2 := e_1$ $e_3 := e_1$ $f_1 :$	$e_1$ $f_1$ $e_3$	$e_2 := e_1$ $e_3 := e_1$ $f_3 :$ $= f_1 - f_2$
				$= f_2 + f_3$		

Tableau 2.2 : Causalité et bicausalité des éléments bond graph et équations associés dans le cas de phénomènes linéaires

Jonction 1	$e_1$ $f_1 \sim 1$ $f_3 \sim 1$	$f_1 = f_2 = f_3$ $e_1 - e_2 + e_3$ $= 0$	$ \begin{array}{c} & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & $	$f_2 := f_1$ $f_3 := f_1$ $e_1 :$	$ \begin{array}{c}                                     $	$f_{2} := f_{1}$ $f_{3} := f_{1}$ $e_{3} :$ $= e_{1} - e_{2}$
				$= e_2 + e_3$		

La propagation de la causalité pour obtenir le modèle d'état du système (modèle direct) est soumise à certaines règles décrites dans la procédure SCAP (Sequential Causality Assignement Procedure) qui a été développé par Karnopp et Rosenberg en 1974 [**18**]. Afin d'obtenir le modèle bond graph causal, cette méthode consiste aux étapes suivantes :

- Affecter les causalités pour les éléments à causalité imposée (source de flux et d'effort)
- 2) Propager la causalité dans le modèle bond graph en utilisant les contraintes de causalité sur les jonctions 0 et 1 (un seul trait causal à coté d'un élément 0 et un seul trait causal manquant à coté d'un élément 1) et aussi sur les éléments *TF* et *GY*.
- Affecter une causalité intégrale à un élément de stockage et propager ce choix sur la structure de jonction comme précédemment.
- 4) Répéter l'étape 3 jusqu'à ce que tous les éléments de stockage aient une causalité
- 5) Affecter une causalité arbitraire pour les éléments R et propager la causalité.

## 2.3.4 Principe de bicausalité

Contrairement au modèle direct d'un système qui exprime les sorties du système (y) en fonction des sollicitations sur ce système ou entrées (u), le modèle inverse cherche à déterminer les entrées u qui permettent de suivre des trajectoires définies sur les sorties. C'est grâce à ce processus d'inversion que nous pouvons spécifier, sélectionner et dimensionner étape par étape les sous-systèmes comme nous l'avons évoqué dans le paragraphe 2.2. Cette approche correspond donc à déterminer les "entrées" en se donnant les "sorties", ou plus exactement à contraindre le système à suivre des trajectoires en sortie et à calculer les entrées nécessaires pour les suivre. Ceci correspond à définir un nouveau schéma de calcul pour le système, c'est ce que permet la bicausalité.

La causalité traduit le principe de cause à effet qui implique que sur le lien de puissance, si le flux est connu dans un sens, l'effort est connu dans l'autre sens. La notion de bicausalité introduite par Gawthrop en 1995 [**19**] est une extension de la causalité conventionnelle qui permet de déduire d'autres schémas de calcul que le modèle direct et d'introduire des

contraintes sur le comportement de certaines variables dans le modèle. Cette notion permet facilement d'obtenir le modèle inverse et d'aboutir à une approche très générale de la génération d'un schéma de calcul permettant d'exprimer les grandeurs à calculer en fonction des grandeurs connues. Bien évidement, il n'est pas possible de calculer n'importe quel ensemble de sorties en fonction de n'importe quel ensemble d'entrées. Un schéma de calcul peut ne pas exister du fait de la structure du système. Sur le modèle BG, il est relativement facile de déterminer l'existence d'un schéma de calcul et de nombreux outils ont été développé en ce sens par le laboratoire Ampère [14,20,21,22,23,24].

Pour illustrer le principe de la bicausalité, prenons de nouveau le cas de deux systèmes A et B présenté sur la figure 2.4. Nous avons vu que conformément au principe physique de la causalité, deux schémas de calcul sont envisageables suivant que c'est le système 1 ou bien 2 impose le flux. Dans le cas où le système 1 impose le flux, nous avons le schéma de calcul suivant :

$$\begin{cases} f_2 := f_1 \\ e_1 := e_2 \end{cases}$$
 2.3

où  $f_1$  et  $e_1$  (respectivement  $f_2$  et  $e_2$ ) sont le flux et l'effort issues du système 1 (respectivement système 2).

Un autre schéma de calcul peut être obtenu si le système 2 impose le flux, on obtient :

$$\begin{cases} f_1 := f_2 \\ e_2 := e_1 \end{cases}$$
 2.4

Ces deux schémas de calcul sont les seuls qui ont un sens physique. Par contre mathématiquement parlant, il existe d'autres schémas de calcul. On peut imaginer que le système 1 impose à la fois le flux et l'effort, c'est-à-dire la puissance, on a alors le schéma de calcul suivant :

$$\begin{cases} f_2 := f_1 \\ e_2 := e_1 \end{cases}$$
 2.5

Si c'est le système 2 qui impose le flux et l'effort et donc la puissance, on obtient le schéma de calcul suivant :

$$\begin{cases} f_1 := f_2 \\ e_1 := e_2 \end{cases}$$
 2.6

Ces deux schémas de calcul n'ont pas de sens physique, par contre ils peuvent être utilisés pour imposer des contraintes sur le comportement du système. Pour représenter ces deux schémas de calcul, le trait de causalité est divisé en deux (figure 2.5). Un demi-trait pour l'effort, un demi-trait pour le flux.

La représentation de la bicausalité sur le modèle bond graph se fait à l'aide de ces deux demitirets selon la règle suivante qui reste cohérente avec la causalité conventionnelle :

- > Pour l'effort, le demi-trait causal est placé prés du sous système qui reçoit l'effort
- > Pour le flux, le demi-trait causal est placé prés du sous système qui impose le flux



Figure 2.5 : orientation de la bicausalité.

## 2.3.5 Inversion et dimensionnement

## 2.3.5.1 Notions utiles à l'inversion de modèles BG

Afin d'affecter la bicausalité sur un modèle, il faut appliquer la procédure SCAPI (Sequential Causality Assignement Procedure for Inversion) développé par Ngwompo [23]. Avant de présenter cette procédure, nous définissons tout d'abord les notions de lignes de puissance et de chemins causaux nécessaires à l'introduction des conditions d'existence d'un modèle BG inverse.

## Ligne de puissance :

La notion de ligne de puissance est un concept acausal déterminé à partir du modèle acausal. Une ligne de puissance est une suite de liens de puissances reliés par des éléments bond graph.

## Ligne de puissance de fourniture d'énergie :

Une ligne de puissance de fourniture d'énergie est une ligne de puissance entre une entrée de fourniture (*Se* ou *Sf*) ou de stockage d'énergie (C et I) et un élément de stockage associé à une sortie du modèle.

# Ligne de puissance de modulation:

Une ligne de puissance de modulation est une ligne de puissance reliant un élément de modulation (*MSe*, *MSf*, *MTF*, *MGY*, *MR*) et un élément représentant une sortie du système.

## Ligne de puissance E/S:

Une ligne de puissance E/S est une ligne de puissance reliant un élément défini comme entrée du modèle à un élément défini comme sortie du modèle.

A partir d'un modèle bond graph causal, on peut définir la notion de chemin causal. Un chemin causal est un chemin de calcul entre deux variables de puissance dans le bond graph. L'existence d'un chemin causal entre deux variables indique que la modification de la variable de départ du chemin entraine la modification de la variable de fin de ce chemin.

## Lignes de puissance disjointes :

Deux lignes de puissance sont dites disjointes si elles n'ont aucun lien de puissance ou élément bond graph commun.

# Lignes de puissance indépendantes :

Deux lignes de puissance sont dites indépendantes si elles sont disjointes et qu'elles ne sont pas reliées au niveau des jonctions à causalité forte (2 jonctions 0 ou 2 jonctions 1 ou encore une jonction 1 avec une jonction 0 entre lesquelles se trouveraient un nombre impair de GY).

## Chemin causal:

Un chemin causal E/S est un chemin ayant comme entrée un élément de modulation (*MSe*, *MSf*, *MTF*, *MGY*, *MR*) et comme sortie un détecteur d'effort *De* ou bien un détecteur de flux *Df*.

## Chemins causaux disjoints:

Deux chemins causaux sont dits disjoints s'ils n'ont aucune variable de puissance commune.

# 2.3.5.2 Analyse des propriétés structurelle : conditions d'inversibilité d'un modèle bond graph

Par définition, une propriété est dite structurelle si elle ne dépend que de la nature des phénomènes qui composent le modèle et de la manière dont ils sont interconnectés (indépendamment des valeurs des paramètres). La représentation bond graph s'avère très utile pour analyser les propriétés structurelles du système comme par exemple la commandabilité, l'observabilité, l'inversibilité, ... [25,26,27]. Dans notre cas, nous nous intéressons aux conditions relatives à l'inversion des systèmes.

Partant du modèle bond graph sur lequel sont définies m entrées et m sorties, un système est structurellement inversible si son modèle bond graph vérifie les conditions suivantes :

## 1. Condition acausale

Une condition nécessaire de l'inversibilité structurelle d'un modèle est qu'il existe au moins un ensemble bijectif de m lignes de puissance de modulation E/S indépendantes. Chaque ligne de puissance de modulation de cet ensemble doit également avoir une partie commune avec au moins une ligne de puissance de fourniture d'énergie.

# 2. Condition causale

Si la condition 1 est vérifiée, le système est structurellement inversible si et seulement si il existe un seul ensemble de m chemins causaux E/S disjoints. S'il en existe plusieurs, le système est structurellement inversible si la structure du bond graph inverse obtenue par la procédure SCAPI est solvable.



Figure 2.6 : Système inversible (a), système non inversible (b).

Sur la figure 2.6, les entrées du système sont présentés par des sources modulés (MSe et MSf) et les sorties par des détecteurs (De et Df).

Nous présentons sur la Figure 2.6.a l'exemple d'un modèle qui vérifie les conditions d'inversibilité causales et acausales. En fait, les lignes de puissance 1 et 2 sont indépendantes étant donné qu'elles ne présentent aucun lien de puissance en commun. Donc les lignes de puissance 1 et 2 constituent l'ensemble des lignes de puissances indépendantes cherchées.

En plus les chemins causaux 1 et 2 sont disjoints, ils ne présentent aucune variable de puissance (effort ou bien flux) en commun.

Par contre le modèle de la figure 2.6.b ne présente aucun ensemble bijectif de lignes de puissance indépendantes. N'importe quelles lignes de puissance choisies se croisent par un ou plusieurs lien de puissance, ce système est donc structurellement non inversible. On observe ici que la localisation des entrées et des sorties est importantes.

## 2.3.5.3 Procédure SCAPI

Nous avons évoqué dans le paragraphe 2.3.4 que le modèle inverse, à partir du concept de la bicausalité, permet de contraindre le système à suivre des trajectoires sur ces sorties et ainsi de calculer les entrées correspondantes. Pour pouvoir imposer une contrainte sur une jonction donnée, de nouveaux éléments bond graph capables d'imposer (SeSf) ou bien détecter (DeDf) à la fois l'effort et le flux ont été introduits. Par exemple pour imposer la valeur de courant dans une branche de circuit électrique, on a besoin de contraindre le courant à suivre la trajectoire donnée et ceci sans affecter la tension du circuit. Dans ce cas par un nouvel élément SeSf, on impose le courant dans la branche et une tension nulle aux bornes de l'élément SeSf.

Le modèle inverse est obtenu par dualisation des entrée et des sorties du modèle direct.

L'élément SeSf est obtenu par dualisation des détecteurs, tandis que l'élément DeDf est obtenu par dualisation des éléments modulés (voir figure 2.7).



Figure 2.7 : Principe de dualisation entrée – sortie.

Pour expliquer cette dualisation, considérons à titre d'exemple un détecteur de flux (Df). Ce composant reçoit (mesure) le flux et n'impose pas d'effort. On peut donc le remplacer par un élément nommé (DfSe0), c'est un détecteur de flux et une source d'effort nul. Pour trouver le modèle inverse, par dualisation de cet élément on obtient l'élément SfSe0, qui est une double source flux effort (nul). La même méthode est utilisée dans le cas de l'élément De.

Pour l'élément source de flux modulé (MSf), il impose le flux et reçoit l'effort. On peut donc le remplacer par un élément nommé (MSfDe), c'est une source de flux et un détecteur d'effort. Pour trouver le modèle inverse, par dualisation de cet élément, on obtient l'élément DeDf qui détecte en même temps l'effort et le flux. La même méthode est utilisée dans le cas de source d'effort modulé (MSe).

Si les conditions acausales et causales ont été vérifiées, on peut appliquer la procédure SCAPI afin d'affecter la causalité sur le modèle permettant d'obtenir le modèle d'état inverse d'ordre maximal (avec un nombre maximum d'intégrateurs).

Soit un modèle à inverser à m entrées et m sorties. La procédure SCAPI consiste à réaliser les étapes suivantes :

- Sur le modèle bond graph acausal, choisir un ensemble bijectif de m lignes de puissances indépendantes (l'existence d'un tel ensemble est une condition nécessaire pour l'inversibilité du modèle).
- Pour cet ensemble bijectif de ligne de puissances, remplacer les entrées par des doubles détecteurs (*DeDf*) et les sorties par des doubles sources (*SeSf*).
- Le long de chaque ligne de puissance déterminée à l'étape 1, propager la bicausalité de la double source au double détecteur. Ensuite propager la causalité le long de la structure de jonction.
- Affecter une causalité de préférence intégrale à un élément de stockage sans causalité et propager la causalité.
- 5) Répéter l'étape 4 jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'élément de stockage sans causalité.
- 6) Affecter une causalité arbitraire pour les éléments R non déterminés causalement et propager la causalité.

## 2.3.5.4 Dimensionnement par système inverse

Nous avons vu dans les paragraphes précédents que le principe de bicausalité offre la possibilité d'inverser le modèle d'un système donné ce qui permet de le dimensionner pas à pas. Cette approche est particulièrement intéressante pour des systèmes multi entrées multi sorties (MIMO) (voir exemple figure 2.6) qu'ils soient linéaires ou non.

Afin d'illustrer la méthode d'obtention d'un modèle bond graph inverse, prenons l'exemple d'un moteur à courant continu qui entraîne une charge. Ce système est caractérisé sur la figure 2.8 par :

- $R_m$  la résistance d'induit ( $\Omega$ )
- L l'inductance d'induit (H)
- K la constante de couple (Nm.A<sup>-1</sup>) ou de vitesse (Vs/rd)
- J le moment d'inertie du moteur et de la charge (kg.m<sup>2</sup>)
- bm le coefficient de frottement visqueux (Ns/rd)



Figure 2.8 : Schéma d'un moteur à courant continu entraînant une charge.



Figure 2.9 : modèle bond graph acausal (a) et directe (b) d'un moteur à courant continu

L'entrée, la tension V variable, est une source d'effort modulable MSe. Une jonction 1 est ensuite à considérer car les éléments du circuit électrique sont en série. La liaison entre la partie électrique et mécanique est réalisée à l'aide d'un gyrateur qui relie le couple (effort e5) au courant (flux f4) et la vitesse (flux f5) à la tension (effort e4). L'inertie du moteur et de la charge J sont modélisées via l'élément inertiel I, et le frottement visqueux bm via l'élément dissipatif (R).

Nous présentons sur la Figure 2.9.a, le modèle bond graph acausal du moteur avec sa charge. La présence d'une seule ligne de puissance montre que le système est facilement inversible.

## Modèle direct

Le modèle direct est obtenu à partir de la propagation de la causalité suivant les règles présentées par la procédure SCAP tout au long du modèle. Nous obtenons le modèle direct

présenté sur la figure 2.9.b qui permet de calculer la vitesse du moteur à partir de sa tension d'alimentation. Pour obtenir le modèle d'état du système, il faut écrire les équations qui correspondent à chaque nœud et élément dans le modèle bond graph (Voir tableau 2.2). Nous obtenons le système d'équations suivantes :

$$\begin{cases} f_1 := f_2 := f_3 := f_4 \\ e_2 := e_1 - e_3 - e_4 \\ f_5 := f_6 := f_7 := f_8 \end{cases}$$
2.7

$$\begin{cases} e_6 := e_5 - e_7 \\ e_4 := K f_5 \end{cases}$$
2.8

$$\begin{cases} e_4 & f_3 \\ e_5 & \coloneqq K f_4 \\ (e_7 & \coloneqq R f_7 \end{cases}$$
2.9

$$\begin{cases} e_3 \coloneqq Rf_3 \\ \left(\frac{dp_2}{dp_2} \leftarrow e_1 \right) \end{cases}$$
2.10

$$\begin{cases} \overline{dt} := e_2 \\ f_2 := \frac{p_2}{L} \\ \begin{cases} \frac{dp_6}{dt} := e_6 \\ f_6 := \frac{p_6}{J} \end{cases} \end{cases}$$
2.11
2.12

A partir de ces équations, nous pouvons déduire le modèle d'état du moteur sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \dot{P}_2 \\ \dot{P}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-R_m}{L} & \frac{-K}{J} \\ \frac{K}{L} & \frac{-b_m}{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ P_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} V$$
 2.13

$$W_m = f_8 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ P_6 \end{pmatrix}$$
2.14
$$W_m = f_8 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ P_6 \end{pmatrix}$$

 $W_m$  est la vitesse du moteur (ra/s).

## Modèle inverse:

Dans la modélisation directe du moteur, nous cherchons la vitesse  $W_m$  (f<sub>8</sub> et Df) d'un moteur alimenté par une tension V (e<sub>1</sub> et MSe). La modélisation inverse sert à calculer la tension du moteur pour que la vitesse du moteur suive une trajectoire bien définie. Le détecteur de flux en sortie Df est remplacé par une double source effort/flux afin d'imposer la vitesse du moteur. La source modulée d'effort MSe est remplacée par un double détecteur DeDf. La propagation de la bicausalité tout au long du modèle est faite suivant la procédure SCAPI. Nous obtenons le modèle inverse du moteur présenté sur la figure 2.10.



Figure 2.10 : Modèle bond graph inverse d'un moteur à courant continu

En écrivant les équations du modèle, on obtient le système d'équations suivant:

	$(f_1 := f_2 := f_3 := f_4$	
•	{	2.15

$$\begin{pmatrix} e_1 := e_2 + e_3 + e_4 \\ f_5 := f_6 := f_7 := f_8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} e_5 := e_6 + e_7 \\ e_4 := K f_5 \end{cases}$$
(2.10)

$$\begin{cases} f_4 := \frac{e_5}{K} \\ (e_7 := Rf_7) \end{cases}$$
2.17

$$\begin{cases}
e_3 \coloneqq Rf_3 \\
df_2
\end{cases}$$
2.18

$$\begin{cases} e_2 = L \frac{JL}{dt} \\ e_6 = J \frac{df_6}{dt} \end{cases}$$
 2.19

A partir de l'assemblage des équations locales, nous obtenons le modèle d'état inverse exprimant la tension d'alimentation en fonction de la vitesse du moteur :

$$V = \left(\frac{LJ}{K}\right)\frac{d^2W_m}{dt} + \left(\frac{Lb_m}{K} + \frac{RJ}{K}\right)\frac{dW_m}{dt} + \left(\frac{Rb_m}{K} + K\right)$$
2.20

# 2.4 Modélisation de la chaine cinématique du trolleybus

## 2.4.1 Présentation de la chaine cinématique

Le trolleybus Cristalis est un bus électrique alimenté par un réseau électrique aérien via deux perches. Il existe deux versions de trolleybus, un monobloc de 12 m et un articulé de 18 m. La chaîne cinématique (figure 2.11) se compose de 2 ou 4 roues motorisées disposées sur l'essieu arrière ou les essieux avant et arrière selon les versions. Chaque roue motorisée se compose d'une machine électrique ALSTOM 6HFA 1414 associée à un réducteur, le tout étant logé dans la jante de la roue. Un frein multi-disque à bain d'huile est inséré entre les deux trains épicycloïdaux du réducteur. Afin de palier aux problèmes d'alimentation électrique, le trolleybus est équipé d'un groupe d'autonomie composé d'un moteur thermique couplé à une génératrice électrique. Ceci permet l'utilisation du bus en mode dégradé (sans les auxiliaires).



Figure 2.11 : Architecture de la chaine cinématique du trolleybus.

## 2.4.2 Modèle direct

Le but de cette partie est la modélisation bond graph de la chaine cinématique. Notre objectif est tout d'abord de créer un modèle direct (de simulation) ayant comme entrées les pédales de frein (Dec) et d'accélération (Acc) et comme sortie la vitesse du véhicule prenant en compte l'environnement du trolleybus (vitesse du vent, pente, ...).

Étant donné que nous nous limiterons ici à la dynamique longitudinale du véhicule, les dispositifs de propulsion et de freinage sont considérés comme parfaitement symétriques entre la droite et la gauche du véhicule, notre étude se réduit donc à la modélisation de la moitié de la chaine cinématique.

Le modèle bond graph représente un demi-bus, à savoir:

- un moteur-roue (pour le trolleybus de 12 m)
- un réducteur
- une roue arrière et une roue avant
- la moitié de la masse de trolleybus
- un seul frein mécanique (le frein mécanique de la roue avant est ramené sur la roue arrière)

Le modèle bond graph global de la chaine cinématique est représenté sur la figure 2.12.



Figure 2.12 : Modèle bond graph de la chaine cinématique.

A partir de la valeur du signal d'accélération Acc, le bloc contrôle calcul le couple à fournir par le moteur. Pendant les phases de freinage, le couple fournit par le frein mécanique compense la différence entre le couple demandé par le signal de freinage (Dec) et le couple de freinage assuré par la machine électrique qui fonctionne dans ce cas en génératrice. Dans ce qui suit, nous détaillons la modélisation par bond graph de chacun des composants du modèle.

#### Moteur-roue

La machine électrique modélisée est la machine Alstom 6HFA 1414 alimentée via les boitiers ONIX 350 par un bus continu à 350 V. le moteur roue est un moteur synchrone ayant une puissance de 80 kW, une vitesse maximale de 8900 tr/min, un couple de démarrage de 400 Nm et un couple maximum de 485 Nm. L'onduleur utilisé est triphasé à IGBT de puissance électrique et de fréquence élevée. La modélisation de la machine relie le couple disponible à l'entrée du réducteur en fonction de la consigne de freinage ou d'accélération. La modélisation est réalisée en prenant en compte les caractéristiques réelles couple/régime de la machine. Nous représentons sur la figure 2.13 le courbe enveloppe du couple rotorique en fonction du régime de la machine en mode moteur (a) et générateur (b).



Figure 2.13 : Courbe enveloppe du couple en fonction du régime de la machine : accélération (a), freinage (b)

Le rendement est traduit de manière globale par des pertes de couple en fonction de la puissance de la machine, ces données étant issues d'informations fournies par le constructeur (voir annexe C). La commande des machines se fait à l'aide de deux signaux (Acc, Dec) représentant les demandes du conducteur issues des commandes d'accélération et de frein.



#### Figure 2.14 : Modèle bond graph de la machine

La figure 2.14 représente le modèle bond graph du sous-systéme moteur-roue. À partir de la valeur de consigne d'accélération et de frein, le bloc machine calcule la valeur des pertes ainsi que la valeur du couple de la machine. La valeur des pertes dépendant de la vitesse et du couple, celles-ci sont modélisées par un élément dissipatif modulé par le couple de la machine (MR'pertes). La valeur de la conversion électromécanique de la machine dépend du mode de fonctionnement (moteur ou générateur), ainsi que de sa vitesse.

Si on appuie sur la pédale d'accélération la valeur du couple moteur  $T_a$  dépend du couple maximal disponible pour le régime moteur donné par la figure 2.13, tele que :

$$T_a = Acc * T_{acc}(W)$$
 2.21

avec  $T_a$  le couple moteur (N.m),  $A_{cc}$  le signal issu de la pédale d'accélération (valeur comprise entre 0 et 1),  $T_{acc}(W)$  le couple maximal disponible en fonction de la vitesse W donc pour un régime moteur donné (N.m).

Après avoir déduit les pertes de puissance consommées par le moteur, le bloc (Elec-Mec) permet la conversion électromécanique, c'est-à-dire de transformer les variables électriques (tension-courant) en des variables mécaniques (couple-vitesse). L'élément (I'rotor) permet de modéliser l'inertie du moteur et du réducteur.

## Réducteur:

L'arbre moteur est relié à l'axe de la roue par un réducteur, composé de deux trains épicycloïdaux de rapport global (*Nred*) égal à 19,782. Le frein mécanique est intégré entre les deux trains épicycloïdaux. Les caractéristiques obtenues pour ce réducteur sont données pour l'ensemble des deux trains, il en est de même pour le frein mécanique. De ce fait, le modèle intègre une inertie et un rendement global pour les deux reducteurs et le frein mécanique intervient juste en sortie du réducteur.



## Figure 2.15 : Modèle bond graph de l'ensemble réducteur-frein

Le réducteur est symbolisé par un transformateur idéal. Le frein mécanique est représenté par un élément dissipatif modulé par la commande de freinage. Le rendement de l'ensemble (réducteur), fonction de la puissance à l'entrée ainsi que de la vitesse de rotation, est pris en compte par un élément résistif modulé (MR'pertes). Cet élément détermine la perte de couple à partir du rendement de l'ensemble et de la valeur du couple en sortie du réducteur.

## **Freinage**

Si la commande de freinage est non nulle, le couple moteur dépend du mode de freinage utilisé (frein mécanique ou électrique). Le couple de freinage total est réparti entre la machine électrique et le frein mécanique. Cependant, on utilise au maximum la machine électrique pour ralentir puisqu'elle permet de récupérer de l'énergie.

En mode régénération, la machine électrique assure le couple de freinage (ramené sur l'axe du moteur) demandé par la commande de freinage tant que ce dernier est inférieur à la valeur du couple maximum que peut convertir le moteur générateur à ce régime.

Dans le cas où le couple ne serait pas suffisant pour assurer la demande de décélération, le frein mécanique compense ce manque et le couple de freinage mécanique est égal à la différence entre le couple demandé par la commande de freinage et le couple de freinage assuré par le moteur en mode générateur. Ces considérations sont prises en compte via dans les bloc "contrôle" et "gestion frein" (cf. figure 2.12).

Roue et véhicule :



Figure 2.16 : Modèle bond graph de la roue et des efforts extérieurs.

Le transformateur, rayon de la roue (Rroue), lie la vitesse linéaire du véhicule en fonction de la vitesse de rotation de la roue (figure 2.16). On suppose ici un contact roue-route sans glissement, mais nous tenons compte des pertes par roulement. Ces pertes dépendent de la masse du véhicule et d'un coefficient de résistance au roulement.

## $F_{roulement} = C_r M_{trolley} g$

2.22

 $F_{roulement}$  est la résistance au roulement (N), C<sub>r</sub> le coefficient de la résistance au roulement, M<sub>trolley</sub> la masse du trolleybus (kg), g l'accélération de la pesanteur (ms<sup>-2</sup>).

La résistance aérodynamique issue de la trainée du véhicule est également prise en compte. Cette force évolue comme le carré de la vitesse relative du véhicule par rapport au vent selon l'expression suivante dans le cas d'un vent nul :

$$F_{a\acute{e}ro} = \frac{1}{2} C_x \rho_{air} S_{a\acute{e}ro} V_{lin\acute{e}aire} |V_{lin\acute{e}aire}|$$
2.23

 $F_{a\acute{e}ro}$  est la résistance aérodynamique (N),  $C_x$  le coefficient de trainée sans dimension mesuré en fonction du profil du véhicule,  $\rho_{air}$  la masse volumique de l'air (m<sup>3</sup>/kg),  $S_{a\acute{e}ro}$  le maîtrecouple c'est à dire la surface projetée correspondante à la section la plus importante du profil transversal du véhicule (m<sup>2</sup>),  $V_{linéaire}$  la vitesse linéaire du véhicule (m/s).

La pente de la route a été modélisée comme un effort extérieur donné par :

$$F_{pente} = M_{trolley}gsin(\alpha)$$
 2.24

 $F_{pente}$  étant l'effort lié à la pente (N),  $\alpha$  l'angle d'inclinaison.

## 2.4.3 Validation du modèle direct

Afin de valider le modèle, nous comparons les résultats obtenus par plusieurs essais constructeurs avec ceux provenant de la simulation de la chaine cinématique. Cette validation se fait sur le modèle direct avec une affectation de la causalité préférentielle intégrale sur le bond graph (procédure SCAP).



Figure 2.17 : Modèle direct de la chaine cinématique

Les performances de la chaine cinématique comme la vitesse maximale, l'accélération maximale et moyenne ont été déduites expérimentalement et en simulation dans différentes conditions (tableau 2.3).

Essai	Données	Modèle
	constructeur	bond graph
Vitesse maximale à plat	70 km/h	79,9 km/h
Accélération maximale à plat	1,4 m/s <sup>2</sup>	1,46 m/s <sup>2</sup>
Accélération moyenne 0-40	0,83 m/s <sup>2</sup>	1,05 m/s <sup>2</sup>
km/h à plat		
Accélération moyenne 40-60	0,33 m/s <sup>2</sup>	0,39 m/s <sup>2</sup>
km/h à plat		
Accélération moyenne 0-40	0,44 m/s <sup>2</sup>	0,63 m/s <sup>2</sup>
km/h sur pente à 4%		
Accélération moyenne 0-40	0,37 m/s	0,5 m/s <sup>2</sup>
km/h sur pente à 5%		
Accélération maximale		
instantanée au démarrage sur	0,74 m/s <sup>2</sup>	0,62 m/s <sup>2</sup>
pente à 10%		
Accélération maximale	0,24 m/s <sup>2</sup>	0,31 m/s <sup>2</sup>
instantanée au démarrage sur		
pente à 13%		
Temps 0 -15 km/h à plat	4,1 s	2,9 s
Temps 0 – 40 km/h à plat	14,2 s	10,54 s
Temps 0 – 400m à plat	35,7 s	32,04

Tableau 2.3 : comparaison entre modèle et expérience.

Les résultats montrent que le modèle, principalement surévalue les performances par rapport à la réalité, cependant ceci reste acceptable dans le contexte de notre travail. Une connaissance plus précise des propriétés de la chaine cinématique pourrait améliorer les résultats obtenus. Il est important de signaler que la modélisation de différentes pertes (résistance au roulement, moteur,...), source d'incertitude du modèle, a une grande influence sur la dynamique du véhicule. Ici les pertes ont été déterminées à partir des données procurées auprès des

fournisseurs des composants. Des informations directement issues d'essais véhicule permettraient certainement de mieux approcher le comportement réel du véhicule. D'autre part, le contact roue-route a été idéalisé et l'introduction d'une loi de glissement dans le modèle permettrait également de gagner en réalisme.

## 2.4.4 Modèle inverse

Rappelons que notre objectif est la construction d'un modèle inverse permettant de déterminer la consommation électrique du bus pour une vitesse donnée sur un parcours connu.

Les entrées point de vue du modèle direct sont la commande Acc et Dec, et la sortie la trajectoire de vitesse du véhicule (ou la trajectoire du véhicule). Avant de déterminer le modèle inverse, nous procédons à l'analyse permettant de conclure sur l'inversibilité structurelle de ce modèle. Dans notre cas, en raison de la simplicité du modèle retenu, on déduit rapidement la présence d'une seule ligne de puissance et d'un seul chemin causal E/S. Le modèle est donc inversible.



Figure 2.18 : chemin causal et ligne de puissance.

L'entrée du modèle inverse est la trajectoire du bus et donc après dérivation la vitesse longitudinale du trolleybus, la sortie du modèle inverse est la commande d'accélération ou de décélération au niveau de la machine électrique en supposant que la tension du bus de puissance (Se : Vbus) est constante et égale à 350 V. Nous pouvons également déduire le courant à fournir par le bus de puissance ce qui permettra par la suite de dimensionner le stockage d'énergie par supercondensateurs.

Similairement au cas étudié dans le paragraphe 2.3.5.4, la première étape consiste à remplacer le détecteur de flux Df par une double source effort flux MSeSf, ceci afin d'imposer la vitesse du véhicule. Ensuite la bicausalité est propagée suivant la méthode SCAPI (figure 2.19).



Figure 2.19 : Modèle inverse.

Ici la tension de bus étant fixée, la contrainte introduite au niveau de la trajectoire du trolleybus est relaxée par le calcul des commandes Acc et Dec. La bicausalité remonte donc au bloc de conversion électro – mécanique.

Les pertes dans le réducteur sont calculées à partir du couple à la sortie du réducteur et du rendement qui dépend de la puissance à l'entrée du réducteur et du régime moteur. Un retard a été placé sur la valeur du couple moteur pour s'affranchir de la boucle algébrique induite par ce calcul.

Comme nous l'avons vu dans l'élaboration du modèle direct, le frein mécanique n'intervient que lorsque le frein moteur n'arrive pas à assurer le couple de freinage demandé. Dans ce cas le couple de la machine est égal à la valeur maximale Tfrein(W) (voir figure 2.13). Le frein mécanique dissipe la différence entre le couple en sortie du réducteur idéal et le couple maximal en régime générateur Tfrein(W) auquel on retranche la partie qui correspond à l'inertie du rotor et du réducteur.

# 2.5 Dimensionnement de l'élément de stockage d'énergie

Nous avons développé dans les paragraphes précédents de ce chapitre un modèle inverse qui permet d'estimer la consommation du trolleybus pour un parcours donné. Dans ce paragraphe, nous complétons cette étude par une démarche de dimensionnement qui vise à déterminer le nombre de supercondensateurs à mettre en place afin d'assurer un cycle de consommation de puissance donné. Pour ce faire, nous nous référons au plan de Ragone du supercondensateur, ce qui permet de dimensionner le pack de supercondensateurs en tenant compte simultanément des critères énergétique et de puissance comme proposé dans [28]. [29]. Dans la suite, nous déterminons la limite dans le plan énergie-puissance du supercondensateur, afin de déterminer le nombre de composants à utiliser pour assurer le cycle.

#### 2.5.1 Modélisation de l'élément de stockage

Le modèle retenue pour le supercondensateur est celui d'un modèle (RC) non linéaire (figure 2.20). Ce dernier représente le supercondensateur par une branche (RC) avec une capacité C non linéaire.



### Figure 2.20 : Modèle non linéaire du supercondensateur.

La capacité non linéaire  $(C_{sc})$  est une fonction de la tension aux bornes du supercondensateur, elle peut être approximée par :

$$C_{SC} = a + b.V_{sc0}$$
 2.25

a et b sont deux constantes dépendant du supercondensateur étudié,  $V_{sc}$  est la tension aux bornes de la capacité  $C_{SC}(V)$ .

Nous négligeons les phénomènes lents dans le supercondensateur comme les phénomènes d'autodécharge et de redistribution interne des charges. La méthode de caractérisation de ce modèle est présentée dans l'annexe D.

## 2.5.2 Méthode adoptée pour le dimensionnement

Nous essayons dans ce paragraphe de tracer les limites dans le plan énergie-puissance du supercondensateur. En se basant sur le modèle non linéaire du supercondensateur présenté sur la figure 2.20, l'énergie stockée dans le supercondensateur ( $W_{sc}$ ) s'exprime par :

$$W_{sc} = \int_0^t V_{sc0}(-I_{sc}) dt$$
 2.26

avec :

$$I_{sc} = -C_{SC} \frac{dV_{sc0}}{dt}$$
 2.27

On obtient alors si on considère  $V_{SC0}^*$  comme étant la tension  $V_{sc0}$  à l'instant t:

$$W_{sc} = \int_0^{V_{sc0}^*} C_{sc} V_{sc0} \, dV_{sc0}$$
 2.28

$$W_{sc} = \int_{0}^{V_{sc0}^{*}} \left(a + b(V_{sc0})\right) V_{sc0} \, dV_{sc0} = \frac{aV_{sc0}^{*}}{2} + b\frac{V_{sc0}^{*}}{3}$$
 2.29

Or on a:

$$V_{SC0}^* = V_{SC}^* + R_{sc} I_{sc}^*$$
 2.30

En remplaçant  $V_{SC0}^*$  dans (2.29) par sa valeur issue de l'équation (2.30), on obtient :

$$W_{sc} = \frac{a(V_{SC}^* + R_{sc}I_{sc}^*)^2}{2} + b\frac{(V_{SC}^* + R_{sc}I_{sc}^*)^3}{3}$$
2.31

En remplaçant  $V_{SC}^*$  par  $\frac{P_{SC}}{I_{SC}^*}$  on obtient l'énergie en fonction de la puissance  $P_{SC}$  à courant constant :

$$W_{sc} = P_{sc}^{3} \left( \frac{b}{3I_{sc}^{*3}} \right) + P_{sc}^{2} \left( \frac{a}{2I_{sc}^{*2}} + \frac{bR_{sc}}{I_{sc}^{*}} \right) + P_{sc}(aR_{sc} + bR_{sc}^{2}I_{sc}^{*}) + \left( \frac{aR_{sc}^{2}I_{sc}^{*2}}{2} + \frac{bR_{sc}^{3}I_{sc}^{*3}}{3} \right)$$
2.32



Figure 2.21. Energie en fonction de la puissance pour différentes valeurs de courant

À partir de l'équation 2.32, nous traçons l'énergie disponible en fonction de la puissance pour différentes niveaux de courant (figure 2.21). En limitant le courant du supercondensateur à sa valeur maximale, on délimite l'espace admissible dans le plan énergie-puissance. Ceci donne une limitation au niveau de la puissance qui transite dans le composant, il faut maintenant la limitation en énergie.

Pendant la phase de charge des supercondensateurs, une partie de l'énergie sera dissipée sous forme de chaleur dans la résistance série du composant. Dans ce cas, l'énergie maximale que peut stocker le composant va dépendre de la tension maximale ainsi que de la puissance de charge. L'énergie en fonction de la puissance à tension constante s'exprime en remplaçant  $I_{SC}^*$  par  $\frac{P_{SC}}{V_{sc}^*}$  dans (2.31) :

$$W_{sc} = P_{sc}^{3} \left( \frac{bR_{sc}^{3}}{3V_{sc}^{*3}} \right) + P_{sc}^{2} \left( \frac{aR_{SC}^{2}}{2V_{sc}^{*2}} + \frac{bR_{SC}^{2}}{V_{sc}^{*}} \right) + P_{sc}(aR_{sc} + bV_{sc}^{*}R_{sc}) + \left( \frac{aV_{sc}^{*2}}{2} + \frac{bV_{sc}^{*3}}{3} \right)$$
 2.33

En limitant la tension à sa valeur maximale  $V_{max}$  de 2.7 V (tension admissible pour un supercondensateur), l'équation (2.33) définit la borne de l'énergie stockée en fonction de la puissance.

Pendant le cycle de charge, l'énergie maximale dépend uniquement de la tension maximale, elle est obtenue en remplaçant dans (2.29)  $V_{SC0}^*$  par  $V_{max}$ :

$$W_{MAX} = \frac{aV_{max}^2}{2} + \frac{bV_{max}^3}{3}$$
En limitant la tension minimale de chaque supercondensateur à *V<sub>min</sub>*, on obtient :

$$W_{\rm MIN} = \frac{aV_{\rm min}^2}{2} + \frac{bV_{\rm min}^3}{3}$$
 2.35

 $V_{max}$  et  $V_{min}$  sont respectivement les tensions maximale et minimale admissibles. Alors que la tension maximale admissible est donnée par le constructeur, soit 2,7 V pour le supercondensateur utilisé, la tension minimale  $V_{min}$  dépend du nombre de supercondensateurs mis en série (N<sub>serie</sub>) ainsi que de la tension minimale admissible à l'entrée du convertisseur (V<sub>emin</sub>).

La tension minimale admissible à l'entrée du convertisseur est définie à partir de la plage de variation admissible du rapport cyclique. Le hacheur utilisé pour piloter le transfert d'énergie entre le supercondensateur et le réseau de puissance est un hacheur réversible. Le non idéalité

des composants de l'électronique de puissance affecte fortement les performances des convertisseurs statiques. Cela se traduit par une chute du rendement du convertisseur élévateur lorsque le rapport cyclique augmente. Dans notre application, nous limitons donc le rapport cyclique du hacheur élévateur à une valeur maximale de 0,85 ce qui correspond à une tension du réseau de puissance de l'ordre de 350 V et à une tension minimale ( $V_{emin}$ ) aux bornes de l'ensemble des supercondensateurs égale à 50 V. La tension minimale aux bornes d'un seul supercondensateur ( $V_{min}$ ) dépendra donc de la tension minimale à l'entrée du convertisseur ainsi que du nombre de supercondensateur en série ( $N_{serie}$ ), soit donc :

$$V_{emin} = \frac{V_{min}}{N_{serie}}$$
 2.36

On obtient alors l'expression de l'énergie minimale stockée dans un supercondensateur en fonction de la tension d'entrée minimale ( $V_{emin}$ ) et du nombre de supercondensateurs mis en série ( $N_{serie}$ ), soit :

$$W_{\rm MIN} = \frac{a * V_{\rm emin}^2}{2 * N_{\rm serie}^2} + \frac{b * V_{\rm emin}^3}{3 * N_{\rm serie}^3}$$
2.37

L'énergie exploitable dans le supercondensateur  $W_e$  sera donc égale à :

$$W_{e} = W_{max} - W_{min} = \frac{aV_{max}^{2}}{2} + \frac{bV_{max}^{3}}{3} - \frac{a * V_{emin}^{2}}{2 * N_{serie}^{2}} - \frac{b * V_{emin}^{3}}{3 * N_{serie}^{3}}$$
2.38

Nous pouvons ainsi tracer sur la figure 2.22 le domaine admissible énergie puissance du supercondensateur.



Figure 2.22. Plan Energie-puissance limite du supercondensateur

2.5.3 Nombre de supercondensateurs demandés pour un profil de bus et de microcoupures donné



Figure 2.23 : Profil de puissance et de microcoupures.

Sur la figure 2.23, nous présentons une mission d'un trolleybus avec les microcoupures associées. La durée de cette mission est de l'ordre de 45 minutes ce qui peut correspondre à un trajet entre deux terminus. Au cours du trajet, différentes coupures du réseau ont lieu et sont représentées sur la figure 2.23 par les segments en rouge pointillé. La partie négative de ce chronogramme est liée à l'énergie de freinage renvoyée sur le réseau d'alimentation. Les limites dans le plan énergie-puissance, établis pour le supercondensateur dans le paragraphe

précédent, sont utilisées afin de déterminer le nombre de supercondensateurs à mettre en place pour récupérer l'énergie de freinage et permettre au trolleybus de s'affranchir des coupures sur le réseau électrique.

Le supercondensateur supporte normalement des courants élevés. Cependant, à cause de la résistance en série, le rendement énergétique de ce dernier est affecté. Cet effet a été étudié en détail dans [**30**]. Dans notre cas, nous limitons le courant dans chaque supercondensateur à 300 A ce qui correspond à une chute de tension maximale au niveau de la résistance série de l'ordre de 0,1 V. Un rendement de 0,85 a été retenu pour l'ensemble convertisseur-coffre et supercondensateurs.

En faisant l'intégrale du profil de puissance de la consommation électrique de la figure 2.23, nous obtenons l'évolution de l'énergie le long du trajet (figure 2.24). Les parties négatives de cette courbe correspondent à un état de charge plus élevé que l'état de charge initiale, en d'autres termes le système de stockage a emmagasiné plus d'énergie qu'il y avait initialement.



Figure 2.24 : profil d'énergie.

Nous traçons par la suite l'énergie de profil en fonction de la puissance du profil (figure 2.25).



Figure 2.25 : L'énergie du profil en fonction de la puissance.

Pour optimiser le dimensionnement d'un point de vue énergétique, les supercondensateurs doivent pouvoir stocker la variation maximale de l'énergie représentée sur la figure 2.24. Le nombre de supercondensateurs à mettre en place va donc dépendre de la variation maximale de l'énergie durant le cycle ( $\Delta Wmax$ ) et aussi de l'énergie exploitable dans le supercondensateur ( $W_e$ ) qui dépend des limites des tensions admissibles dans ce dernier. Le nombre N de supercondensateurs est donc égal à :

$$N = \frac{\Delta W max}{W_e} = \frac{\Delta W max}{\frac{aV_{max}^2}{2} + \frac{bV_{max}^3}{3} - \frac{a * V_{emin}^2}{2 * N_{serie}^2} - \frac{b * V_{emin}^3}{3 * N_{serie}^3}$$
2.39

Cependant, l'énergie exploitable dans le supercondensateur dépend aussi du nombre de supercondensateurs à mettre en série  $N_{série}$ , qui à son tour dépend du nombre de supercondensateurs. On résout cette formule implicite par itération afin de déterminer le nombre minimale de supercondensateurs à mettre en série. Pour cet exemple, on obtient un nombre minimum de 40 supercondensateurs.



Figure 2.26 : Plan énergie-puissance de supercondensateur (en bleu) et de consommation (en rouge) pour N=40 et  $V_{init} = 2.3 V$ .

Afin de vérifier si le nombre de supercondensateurs déterminé sur ces critères énergétiques est suffisant pour répondre aux critères de puissance imposés, nous plaçons sur le même graphique d'une part le cycle de consommation représenté sur la figure 2.25 ramené à un seul supercondensateur, et d'autre part le plan diagramme énergie-puissance du supercondensateur (figure 2.22). Sur la figure 2.26 nous observons clairement que pour bien positionner le diagramme de consommation dans celui du supercondensateur d'un point de vue énergétique, il faudra recharger les supercondensateurs à une valeur d'énergie égale à 8449 J. Ceci correspond en utilisant l'équation 2.29 à une tension de pré-charge des supercondensateurs égale à 2.35 V. Nous observons également que le cycle de consommation dépasse largement la limite de puissance imposée. Pour pouvoir intégrer totalement le cycle de consommation dans celui du supercondensateur, il va falloir augmenter le nombre de supercondensateurs à considérer. Nous déterminons alors le nombre de supercondensateurs minimal afin de répondre simultanément aux critères énergétiques et de puissance. On trouve pour cet exemple, un nombre minimal de 120 supercondensateurs en série. Nous représentons alors sur la figure 2.27, le cycle de consommation et le plan énergie-puissance considérant 120 supercondensateurs en série et ramené à un seul composant.



Figure 2.27 : Plan énergie-puissance de supercondensateur (en bleu) et de consommation (en rouge) pour N=120 composants et  $V_{init} = 2.5 V$ .

## **2.6 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons modélisé la chaine cinématique du trolleybus en nous appuyant sur l'approche bond graph. L'inversion du modèle direct nous a permis de calculer l'évolution de la puissance et de l'énergie consommée sur le réseau électrique pour une mission donnée du trolleybus. Ensuite, nous avons élaboré le plan énergie-puissance limite des supercondensateurs dans le but de calculer le nombre de supercondensateurs nécessaire pour assurer le suivi des évolutions de puissance et d'énergie sur le réseau. La méthodologie présentée dans ce chapitre a l'avantage de pouvoir dimensionner le système de stockage dans différentes conditions. Cependant, le modèle du supercondensateur adopté ne prend en compte que les phénomènes rapides de charge/décharge. Il sera nécessaire, à terme, de modéliser les phénomènes lents (comme par exemple la redistribution des charges) afin de les considérer dans le processus de dimensionnement. L'extension de cette méthodologie de dimensionnement pour différents types d'éléments de stockage peut permettre de faire une comparaison entre les technologies qui peuvent être exploitables en se basant sur différents cycles de fonctionnement.

Chapitre 3 : Modélisation électrothermique du banc de supercondensateurs
### **3.1 Introduction**

Le développement des systèmes de stockage d'énergie sous forme de modules dans les applications à forte puissance se confronte à de nombreuses difficultés liées à la dissipation thermique des composants et à la nécessité de leur refroidissement. Par ailleurs, différents travaux scientifiques illustrent l'effet néfaste de la température sur la fiabilité et la longévité des éléments de stockage d'énergie (batterie, supercondensateurs,...) [**31,2,4**]. Le problème du management thermique devient donc une étape primordiale dans le développement des éléments de stockage robustes.

Etant donnée leur faible tenue en tension individuelle, les supercondensateurs se présentent industriellement sous la forme d'un pack comportant un grand nombre de composants. En plus du problème lié à l'échauffement intrinsèque du composant en cours de fonctionnement, un autre problème est lié à la dispersion de la température d'un composant à l'autre, suivant la position de ce dernier dans le banc. Ceci amène à prendre en compte la différence entre les contraintes que subit chaque supercondensateur à l'intérieur du banc. Celles-ci affectent la durée de vie globale du système. En d'autres termes, des supercondensateurs au centre du banc (zone chaude) vont vieillir plus vite que ceux à proximité de l'entrée du flux d'air de refroidissement. Pour ces raisons, l'étude du management thermique devient une nécessité.

Dans cette optique, le présent chapitre a pour objectif :

- Le développement d'un modèle thermique du banc de supercondensateurs qui permet de prédire la température de chaque composant au cours du cyclage. Ce modèle doit être un compromis entre rapidité et précision afin de pouvoir l'exploiter dans des applications de couplage de modèles électrothermique et vieillissement.
- Le couplage du modèle thermique avec un modèle électrique et une loi de vieillissement permettant de représenter l'évolution des paramètres de chaque composant à l'intérieur du coffre au cours de fonctionnement.
- L'étude d'une stratégie robuste de management thermique du coffre qui tient en compte les incertitudes sur les paramètres d'entrée du modèle thermique.

### 3.2 Etat de l'art

### 3.2.1 Mécanismes de transfert de chaleur

Alors que l'énergie thermique est définie comme l'énergie associée au mouvement aléatoire des atomes et des molécules à l'échelle macroscopique, le transfert de chaleur est défini comme l'énergie échangée entre deux systèmes ayant une différence de températures. Ce transfert de chaleur se fait d'une manière instantanée et s'effectue vers le système dont la température est la plus basse. Ce mécanisme de transfert de chaleur s'effectue suivant différents modes (conduction, convection, radiation, déplacement de l'air). Dans ce qui se suit, une brève description sur les mécanismes de transfert de chaleur va être abordée.

#### 3.2.1.1 Conduction

La conduction concerne les mécanismes de transfert de chaleur liées à la propagation de l'énergie thermique provoquée par l'agitation des atomes et des molécules, sans impliquer un transfert de masse. En supposant un matériau avec des propriétés thermiques homogènes (figure 3.1), le transfert thermique par conduction est modélisé en se basant sur la loi de Fourrier par l'équation :

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda. S. \nabla T \tag{3.1}$$

 $\frac{dQ}{dt}$  la densité de flux de chaleur (*W*),  $\lambda$  étant la conductivité thermique du matériau ( $Wm^{-1}K^{-1}$ ), *S* la surface des matériaux dans la direction du flux de chaleur ( $m^2$ ),  $\nabla$  l'operateur mathématique Nabla.

Cette équation de transfert de chaleur peut être abordée d'une façon macroscopique en faisant intervenir la notion de la résistance thermique ( $R_{cond}$ ). Prenons l'exemple d'un transfert de chaleur unidimensionnel suivant l'axe x (figure 3.1), l'équation de transfert de chaleur par conduction (eq.3.1) s'écrit sous la forme :

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\lambda . S}{d} . \Delta T = \frac{\Delta T}{R_{cond}}$$
3.2

avec  $\Delta T$  l'écart de température (K), d l'épaisseur du matériau (m),  $R_{cond}$  la résistance de conduction du matériau (K.W<sup>-1</sup>):

$$R_{cond} = \frac{d}{\lambda S}$$
 3.3



Figure 3.1 : Transfert thermique par conduction dans un matériau homogène.

### 3.2.1.2 Convection

Contrairement au phénomène de transfert de chaleur par conduction, le transfert de chaleur par convection est lié à un transfert de masse. La convection aura lieu entre une surface solide et un autre fluide (liquide ou gaz) (figure 3.2). Durant son mouvement, le fluide échange de l'énergie thermique avec la surface du solide avec laquelle il est en contact. L'étude de convection autour d'un solide nécessite la connaissance de la nature de l'écoulement du fluide autour de ce dernier, d'où le recours au domaine de la dynamique du fluide. Il faut distinguer entre la convection naturelle, où le mouvement de fluide est provoqué par la différence de densité, et la convection forcée où le mouvement de fluide est provoqué par une source extérieure. Il faut aussi distinguer l'écoulement laminaire et turbulent. L'écoulement laminaire se caractérise par un déplacement ordonné du fluide, soit, en d'autres termes, par un mouvement parallèle des composants du fluide. Quand à l'écoulement turbulent, il prend un aspect plus désordonné. Similairement au cas de la conduction, il existe une relation reliant la quantité de chaleur échangée par convection  $(\frac{dQ}{dt})$  à l'écart de température  $\Delta$ T entre le solide et le fluide :

$$\frac{dQ}{dt} = h.S.\Delta T \tag{3.4}$$

avec  $\Delta T$  l'écart de température entre solide et liquide (K), h le coefficient de convection  $(Wm^{-2}K^{-1})$ .

Le coefficient de convection h est fonction d'un nombre adimensionnelle qui s'appelle nombre de Nusselt (Nu)

Le nombre de Nusselt dépend de plusieurs paramètres

- la nature d'écoulement,
- la viscosité,
- les propriétés du fluide, ainsi que de la géométrie.

Le calcul du Nusselt se fait par l'intermédiaire de plusieurs nombres adimensionnels :

- le nombre de Reynolds  $(R_e)$  qui caractérise la nature de l'écoulement,
- le nombre de Prandlet (Pr) qui caractérise les propriétés du fluide,
- le nombre de Grashof (Gr) qui caractérise la convection libre dans un fluide.



Figure 3.2 : Transfert de chaleur par convection entre un corps solide et un corps liquide.

Le lien entre ces différents nombres est présenté dans un paragraphe suivant (paragraphe 3.4.3.2).

De même que dans le cas de la conduction, en introduisant la notion de la résistance thermique par convection ( $R_{conv}$ ), l'équation de transfert de chaleur par convection peut être écrite sous la forme :

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\Delta T}{R_{conv}}$$
 3.5

La résistance de convection  $(K.W^{-1})$  est égale à :

$$R_{conv} = \frac{1}{hS}$$

S étant la surface de solide en contact avec le fluide.

### 3.2.1.3 Radiation

Le transfert de chaleur par radiation ne nécessite pas la présence de la matière. Il peut donc avoir lieu même dans le vide. Ce transfert de chaleur s'effectue sous la forme d'un rayonnement électromagnétique lié à la température des corps. En réalité, tout corps chauffé émet des ondes électromagnétiques dans toutes les directions. Lorsque ce rayonnement frappe un corps quelconque, une partie sera réfléchie et une autre sera absorbée sous forme de chaleur.

Conformément à la loi de Stefan-Boltzmann, le flux de chaleur échangé par radiation entre deux corps de températures  $T_1$  et  $T_2$ , s'écrit sous la forme :

$$\frac{dQ}{dt} = \varepsilon_{12}\sigma S(T_1^4 - T_2^4)$$
 3.7

 $\varepsilon_{12}$  est un nombre sans dimension appelé facteur de forme. Il fait intervenir la géométrie considérée ainsi que les émissivités des deux corps.  $\sigma$  est la constante de Stephan-Boltzmann.

### 3.2.1.4 Transfert de chaleur par transfert de masse

Ce type de transfert de chaleur concerne essentiellement le transfert de masse provoqué par des sources extérieures (ventilateur, compresseur,...). Ce phénomène se différencie de la convection puisqu'il traduit l'énergie transportée par un certain volume de matière qui se déplace sous des actions extérieures. Prenons à titre d'illustration un flux d'air de débit massique m se déplaçant d'un volume V<sub>1</sub> de température uniforme T<sub>1</sub>, vers un volume V<sub>2</sub> de température uniforme T<sub>2</sub> puis vers un volumeV<sub>3</sub> de température uniforme T<sub>3</sub> (figure 3.3).



Figure 3.3 : Déplacement de l'air.

Afin de modéliser le transfert de chaleur dû au déplacement de l'air d'un point à une autre (nœud de volume V2 par exemple), il faudra établir le bilan énergétique à ce nœud. Le flux de chaleur  $(\frac{dQ_{12}}{dx})$  entrant dans le volume V<sub>2</sub> dû au déplacement de V<sub>1</sub> vers V<sub>2</sub> s'écrit suivant l'équation suivante :

$$\frac{dQ_{12}}{dt} = \dot{m}C_p T_1 \tag{3.8}$$

 $C_p$  étant la chaleur massique de l'air à pression constante (JKg<sup>-1</sup>°C<sup>-1</sup>).

De même, le flux de chaleur  $(\frac{dQ_{23}}{dx})$  sortant du volume  $V_2$  dû au déplacement de l'air du volume  $V_2$  vers le volume  $V_3$  est :

$$\frac{dQ_{23}}{dt} = \dot{m}C_p T_2 \tag{3.9}$$

Globalement dans le volume V2, le flux de chaleur dû au déplacement de l'air s'écrit donc :

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dQ_{12}}{dt} - \frac{dQ_{23}}{dt} = \dot{m}C_p(T_1 - T_2)$$
3.10

### 3.2.2 Exposé des différents modèles thermiques existants

Ce paragraphe est consacré à la présentation des différents types de modèles thermiques qui peuvent être étudiés afin d'en déduire la température d'un système quelconque. Afin de répondre aux diverses contraintes en termes de précision et de rapidité de calcul, différents types de modèles reposant sur des méthodes de calcul variées ont été proposés.

On peut classifier les modèles thermiques en deux catégories :

- Méthodes exactes permettant la représentation de la distribution de la température dans le système en passant par la résolution des équations du transfert de chaleur présentées dans le paragraphe 3.2.1.
- Méthodes numériques permettant d'avoir une cartographie détaillée des températures en des points de système en se basant sur des méthodes numériques (éléments finis, différences finis) pour la résolution des équations de chaleur ou bien en approchant les phénomènes locaux par des phénomènes macroscopiques (approche réseau).

### 3.2.2.1 Méthodes exactes

Ces méthodes permettent la représentation de la distribution de la température dans le système en passant par la résolution des équations de transfert de chaleur présentées dans le paragraphe 3.2.1. Pour ce faire, des transformés mathématiques (Fourrier, Green,...) sont appliquées afin de résoudre les équations de transfert de chaleur. Les modèles analytiques sont établis pour des structures relativement simples et des conditions aux limites canoniques. Pour les structures complexes cette méthode s'avère très difficile à mettre en place.

### 3.2.2.2 Méthode numérique

### 3.2.2.2.1 Méthodes basées sur la discrétisation de l'espace

Les méthodes numériques reposent sur le principe de calcul par éléments finis ou volumes finis qui permettent de résoudre numériquement les équations aux dérivées partielles. Le maillage du système étudié constitue une étape primordiale. La taille et le type des mailles dépendent essentiellement du gradient de température et des phénomènes locaux à représenter. Elles doivent être plus denses là où le gradient de température, la vitesse, la pression du système à étudier sont importants. Les équations aux limites et initiales sont appliquées à chaque maille et les conditions aux limites et initiales sont appliqués aux mailles concernées. Le maillage étant réalisé aussi bien sur l'espace que sur le temps, le problème est mis sous la forme d'un système d'équations algébriques de grande dimension qui est résolu par une méthode explicite ou bien implicite. La modélisation numérique permet d'avoir la distribution de la température avec une bonne précision sur tous les points du système, mais elle est coûteuse en temps de calcul et nécessite des moyens de calcul parfois importants.

#### 3.2.2.2.2 Approche réseau

Cette approche consiste également en une discrétisation de l'espace mais en vue d'étudier le comportement dynamique du système en approchant les phénomènes locaux par des phénomènes macroscopiques. A partir d'une connaissance à priori des distributions spatiales, l'espace est découpé en des volumes de contrôle (ou nœuds) dans lesquels les grandeurs sont considérées comme uniformes. Ces nœuds permettent d'écrire les équations de bilan à partir d'une représentation macroscopique des échanges entre les différents volumes de contrôle définis lors du découpage. On obtient une description grossière mais suffisante de la distribution spatiale.

Ces nœuds sont considérés comme des capacités thermiques qui permettent de tenir compte du stockage de l'énergie thermique et des échanges de matière dans le réseau dans le cas où on s'intéresse au régime transitoire. Les échanges de chaleur entre les différents nœuds thermiques sont représentés par des résistances thermiques, des sources de chaleur et des conditions de température constante. Ensuite, les équations décrivant le comportement thermique du système sont déduites en appliquant à chaque nœud thermique l'équation du bilan énergétique issu du premier principe de la thermodynamique. Basé sur l'analogie électrique-thermique (tableau 3.1), le modèle thermique peut être représenté par un modèle de type circuit. L'avantage de cette méthode réside dans la réduction du temps de calcul par rapport à d'autres techniques de modélisation, avec des précisions relativement acceptables.

	Electrique		Thermique	
	Paramètre	Unité	Paramètre	Unité
Effort	Tension	V	Température	K
Flux	Courant	A	Pertes	W
Déplacement	Charge	С	Quantité de	J
généralisé	électrique		chaleur	
Dissipation	Resistance	Ω	Resistance	K
	électrique		thermique	W
Stockage	Capacité	С	Capacité	<u>J</u>
d'énergie	électrique	V	thermique	К
potentiel				

## Tableau 3.1: Analogie électrique thermique.

3.2.3 Etat de l'art de la modélisation thermique dans le domaine du stockage par supercondensateur.

Ce paragraphe a pour objectif de faire le point sur les différents travaux relatifs à la modélisation thermique des supercondensateurs et de leur assemblage Ce dernier sujet est d'ailleurs peu abordé dans la littérature scientifique.

Le problème de l'influence de la température sur le fonctionnement du supercondensateur a été étudié sous deux aspects.

Le premier aspect concerne l'étude de l'influence de la température sur la variation des performances du supercondensateur, soit en d'autres termes la variation de la résistance série et de la capacité du supercondensateur avec la température de fonctionnement.

Le second aspect concerne l'influence de la température sur les mécanismes du vieillissement du supercondensateur.

Dans les travaux présentés dans [32] une évaluation des performances électriques et thermiques a été faite. Différentes méthodes de caractérisation sont étudiées afin d'en déduire la variation des paramètres du supercondensateur en fonction de la tension, du courant et de la température. La caractérisation du supercondensateur pour plusieurs températures montre la faible dépendance de la capacité du supercondensateur à l'égard de la température. Une loi exponentielle a été proposée dans [33] en vue d'exprimer la variation des paramètres (résistance série et capacité) du supercondensateur avec la température.

L'étude de l'influence de la température sur le vieillissement du supercondensateur a été le sujet de plusieurs travaux.

En vue d'étudier l'influence de la température sur le vieillissement du supercondensateur, Kowal et al [5] présentent des tests de vieillissement accéléré, qui consistent à faire subir aux supercondensateurs des contraintes thermiques et électriques plus sévères que les conditions nominales, tout en s'attachant à ne pas faire apparaitre de nouveaux phénomènes électrochimiques non existants en fonctionnement normal. La caractérisation du supercondensateur à des intervalles de temps réguliers, montre que le vieillissement du supercondensateur se traduit par une augmentation de sa résistance série et une diminution de sa capacité. Ces tests ont permis par la suite d'établir des lois de vieillissement reliant la durée de vie du supercondensateur aux conditions d'utilisation. Cependant, les tests de vieillissement présentés sont de type calendaire (floating) et ne prennent donc pas en compte l'effet du cyclage.

Pour voir l'influence de la température et de la tension sur le vieillissement du supercondensateur, ainsi que pour établir une comparaison entre le vieillissement par cyclage et calendaire, un modèle de supercondensateur prenant en compte la porosité des électrodes a été étudié dans [**31**] et [**2**]. Les paramètres de ce modèle ont été caractérisés en se basant sur des mesures par spectroscopie d'impédance. L'étude de l'évolution des paramètres du modèle durant ces deux types de vieillissement relèvent de mécanismes physiques différents suivant le type de vieillissement. A l'inverse du vieillissement par cyclage, le vieillissement calendaire n'affecte pas la structure des pores du supercondensateur. Cela se traduit par une diminution de la capacité du supercondensateur plus rapide dans le cas de vieillissement par cyclage. Cependant, un phénomène de régénération de capacité a été mis en évidence dans le cas du vieillissement par cyclage. Cela se traduit par une augmentation de la capacité du

supercondensateur qui se produit après le cyclage. Ce phénomène a été expliqué par un mécanisme de redistribution des impuretés tout au long des pores à la fin du cyclage.

Afin de prendre en considération l'effet du vieillissement par cyclage sur la variation des paramètres du supercondensateur, une loi de vieillissement, qui fait intervenir l'effet de la température, de la tension mais aussi du courant a été proposée dans [4].

En ce qui concerne la modélisation thermique, les travaux dans la littérature s'intéressent soit à un seul supercondensateur, soit à des assemblages série ou parallèle d'un grand nombre de composants. Basés sur différentes approches, des modèles pour des niveaux de complexité variés ont été proposés.

Dans [34], les mécanismes de génération de chaleur à l'intérieur du supercondensateur ont été exploités. L'originalité de ce travail provient de la mise en évidence d'une source de chaleur réversible interne au supercondensateur. Ce phénomène a été étudié à l'aide d'essais expérimentaux où différents cycles de charge-décharge sont appliqués au supercondensateur, tout en supervisant la température du composant. Un caractère endothermique a été mis en évidence pour la phase de décharge. Celui-ci se caractérise par un faible refroidissement du supercondensateur pendant cette période. Les auteurs ont expliqué ce phénomène en se basant sur la variation d'entropie du supercondensateur entre la période de charge et la période de décharge. Cette variation d'entropie s'explique par la variation du volume occupé par les anions et cations de l'électrolyte lors de l'état totalement chargé ou déchargé. Basé sur cette étude, une représentation mathématique des pertes réversibles et non réversibles (pertes Joule) a été proposée.

Cette source de chaleur réversible a été négligé dans [**35**], [**36**] à cause d'une constante de temps thermique du supercondensateur grande par rapport aux périodes de charge / décharge. Des modélisations thermiques intermédiaires entre le modèle réseau et une approximation par différences finis ont été développées pour le supercondensateur. Ces modèles sont fondés sur l'utilisation de circuits thermiques équivalents permettant de décrire les transferts de chaleur au sein de milieux anisotropes. Une étude comparative avec un autre modèle de type éléments finis montre que l'erreur entre les deux modèles n'excède pas 10 % quelque soit la géométrie des supercondensateurs, avec un temps de calcul pour ce modèle relativement plus faible. Les performances de ce modèle ont aussi été évaluées par rapport à d'autres types de modélisation et l'influence de la géométrie du supercondensateur ainsi que la ventilation sur la température du composant sont étudiées.

La démarche proposée par Lajnef et al [**37**] pour développer un modèle thermique d'un supercondensateur est plus classique. La température chaude du supercondensateur a été modélisée via un modèle de type circuit comportant deux constantes de temps. Pour ce qui est de la modélisation électrique, un modèle de type ligne de transmission est pris en compte. Ce modèle a été validé via des essais temporels et fréquentiels. Ensuite, le couplage thermoélectrique a permis d'identifier les contraintes subies par le supercondensateur, ce qui a conduit à définir un cycle de charge/décharge permettant d'étudier son vieillissement.

Les modèles thermiques de type circuit, comme ceux proposés dans [**37**] ont l'avantage d'être simples à implémenter et le temps de calcul est relativement court. Cependant, ces modèles ne permettent pas de connaitre la température qu'en des points spécifiques. Afin d'avoir une cartographie de température plus détaillée, différents modèles thermique plus sophistiqués reposant sur les outils des méthodes numériques, ont été développés.

Dans [**38**], le transfert de chaleur dans un supercondensateur de type NESSCAP 3500F a été résolu en se basant sur l'approche éléments finis. La structure du supercondensateur a été subdivisée en 6788 mailles tri-linéaires hexaèdriques. Le calcul de la température en tout point du supercondensateur permet de prédire les contraintes que subit ce dernier pour différents environnements extérieurs.

Dans le même esprit, Gualous et al [**39**] résolvent les équations décrivant le comportement thermique du supercondensateur par différence finis. L'originalité de ce travail réside dans le banc de test développé qui prévoit le placement des thermocouples à différents endroits à l'intérieur du composant. Cela permet de déterminer avec précision la résistance thermique de ce dernier. La comparaison entre la simulation et la mesure expérimentale valide l'approche adoptée. Les résultats obtenus permettent de dimensionner le système de ventilation nécessaire pour différentes applications utilisant des supercondensateurs.

Comme pour la modélisation thermique d'un seul supercondensateur, le problème de la modélisation thermique d'un assemblage de composants a été abordé en faisant appel à des modèles simples de type circuit ou bien par éléments finis.

Les travaux présentés dans [40] visent à développer une stratégie de dimensionnement d'un banc de supercondensateurs pour une voiture formula S2000 en incluant les effets des contraintes thermiques. Pour ce faire, les auteurs proposent une modélisation thermique par

éléments finis pour un coffre de trois supercondensateurs. Cependant, vue la forte nonlinéarité du problème en raison du couplage entre les écoulements (mécanique des fluide) et le transfert de chaleur, les auteurs ne modélisent pas le mouvement de l'air à proximité d'un composant. Par contre, ils prennent en compte l'effet du mouvement de l'air sur l'échauffement en prenant une condition aux limites convectives sur la surface des supercondensateurs. La température maximale à l'intérieur du banc est simulée pour différents scénarii de ventilation (convection naturelle et forcée). Par contre, la capacité thermique du supercondensateur a été déterminée en se basant sur les valeurs de capacité calorifique de chaque constituant du supercondensateur, ce qui reste très approximatif.

Un modèle thermique de type circuit d'un banc de 20 supercondensateurs a été proposé dans [41]. La méthodologie de modélisation se base sur l'analogie électrique-thermique. Une étude du management thermique a été réalisée pour dimensionner un système de refroidissement parallèle, pour des modules de supercondensateurs destinés à des applications dans le domaine du transport.

#### 3.2.4 Principe retenu pour la modélisation thermique

Comme nous l'avons évoqué dans les paragraphes précédents, différents types de modèles peuvent être exploités afin de représenter le comportement thermique d'un système. Il est évident qu'une solution analytique sera toujours privilégiée si le contexte le permet. Cependant les méthodes analytiques restent difficilement applicables pour des systèmes complexes. Pour modéliser notre système comprenant plusieurs dizaines de supercondensateurs, nous sommes donc confrontés à effectuer un compromis entre précision et temps de calcul, en cherchant des solutions approchées au problème posé. Avec le progrès des moyens de calcul, la méthode des éléments finis est largement répandue pour la résolution des problèmes thermiques complexes. Cependant cette méthode nécessite un temps de calcul qui semble incompatible avec notre approche qui doit permettre de simuler le supercondensateur dans son environnement (circuit d'équilibrage, convertisseur,...). Notre objectif est d'étudier le vieillissement en fonction du cyclage imposé à un coffre de supercondensateur en lien avec le système de refroidissement équipant le système. Le modèle thermique développé doit donc être couplé avec un modèle électrique et les lois de vieillissement permettant de suivre l'évolution des paramètres du composant au cours de vieillissement pour des durées relativement longues. L'approche réseau semble la mieux adaptée à nos objectifs. Rappelons que notre objectif est d'obtenir une cartographie relativement grossière de la distribution de la température à l'intérieur du banc, en particulier la température du point chaud de chaque supercondensateur. Ces modèles qui sont facilement représentables sous la forme de circuits électriques ou sous la forme bond graph par analogie électro-thermique, demeurent très appropriés dans notre contexte.

# 3.3 Modèle thermique d'un seul supercondensateur

### **3.3.1 Introduction**

Cette partie sera consacrée à la modélisation thermique d'un supercondensateur. Pour bien comprendre le comportement thermique de ce dernier, deux problématiques doivent être abordées. La première concerne la modélisation des phénomènes de génération de chaleur à l'intérieur du composant et la seconde la modélisation de la dissipation de chaleur.

La production de chaleur à l'intérieur du supercondensateur est liée à la superposition de phénomènes réversible et irréversible. En ce qui concerne la génération irréversible de chaleur, celle-ci est due aux pertes Joule par transports ionique de charge à l'intérieur de l'électrolyte et électronique dans les électrodes et les collecteurs métalliques [**38**] [**39**]. En ce qui concerne la source réversible de génération de chaleur, elle a été mise en évidence dans avec des supercondensateurs 5000F [**34**]. Ce phénomène s'explique par la variation d'entropie du système lorsqu'il passe d'un état chargé à un état déchargé et vice versa. Etant donné une constante de temps thermique du supercondensateur qui est grande par rapport au temps de cycle de charge décharge, ce phénomène peut être négligé.

Pour la modélisation de la dissipation de chaleur dans un supercondensateur, nous proposons d'utiliser un modèle simple composé d'une seule constante de temps, qui peut être identifiée facilement en étudiant le comportement thermique du composant pour plusieurs cycles de charge et de décharge. Étant donné que la température à l'intérieur du supercondensateur n'est pas accessible (zone censée être la plus chaude du composant), nous faisons l'hypothèse que celle-ci est identique à la température des bornes de connexion. Cette hypothèse a été confirmée par le constructeur Maxwell [**39**] qui a placé un thermocouple à l'intérieur du composant et un autre sur les bornes. Les résultats montrent que ces deux températures sont quasi identiques. Du point de vue théorique, ces résultats s'expliquent par le fait que les bornes du supercondensateur sont reliées au collecteur de courant en aluminium matériau de conductivité thermique relativement grande.



Figure 3.4 : Modèle thermique d'un seul supercondensateur.

Comme indiqué sur la figure 3.4, nous nous intéressons donc seulement à la température du boîtier (prise à la surface du composant) et de la borne du composant. À l'intérieur de ce dernier, nous ne tenons compte que des phénomènes de conduction à travers la résistance de conduction ( $R_{cond}$ ), les phénomènes de convection et de rayonnement étant négligés. Le phénomène de convection entre le supercondensateur et l'air ambiant est pris en compte au travers de la résistance de convection ( $R_{conv}$ ), dont la valeur dépend du coefficient de convection lui-même fonction de la vitesse de l'air ainsi que de la surface du composant. La capacité thermique ( $C_{TH-SC}$ ) prend en compte l'énergie thermique stockée dans le supercondensateur. Le flux thermique  $\phi_i$  représente les pertes Joule, les sources de chaleur réversibles étant négligées.

### 3.3.2 Paramètres thermiques

#### 3.3.2.1 Procédure d'identification

Dans ce paragraphe, nous décrivons la procédure d'identification des paramètres du modèle thermique. Pour la détermination des paramètres, il est nécessaire de procéder à la mesure de température sur la borne et sur le boîtier pour un cyclage donné. Afin de pouvoir atteindre le régime permanent d'un point de vue thermique, nous nous proposons de faire subir au supercondensateur un profil en courant composé, d'une succession de phases de charge et de décharge à courant constant. Le profil du courant (figure 3.5) est constitué de plusieurs cycles de charge et de décharge à courant constant de valeurs respectives +I et -I (I= 100 A). La tension du supercondensateur est maintenue entre 1.25 et 2.5 V. Du point de vue thermique, tout ce passe comme si le supercondensateur était parcouru par un courant constant de valeur

égale à la valeur efficace du courant. La mesure des températures est réalisée grâce à des thermocouples collés sur le boîtier et sur la connectique du supercondensateur (via des pates thermo conductrice (figure 3.6)). L'essai est composé d'une phase de cyclage de durée de deux heures et demie pour atteindre le régime thermique stationnaire, suivi d'une phase de repos avec retour à la température ambiante. Le supercondensateur a été placé dans une salle climatisée. Cela permet de s'affranchir des problèmes liés à l'influence des conditions expérimentales sur la procédure de caractérisation. On peut donc considérer le supercondensateur comme placé dans un volume infini à température fixe tout au long de l'essai. Les évolutions des températures du boîtier et de la borne du supercondensateur sont illustrées sur la figure 3.7.



Figure 3.5 : Cycle de charge et de décharge utilisé pour obtenir le régime thermique stationnaire.



Figure 3.6 : Supercondensateur testé.



Figure 3.7 : Evolution des températures en cours de cyclage.

### 3.3.2.2 Identification des pertes Joule

Au même titre que la mesure de la température, la mesure des pertes est indispensable pour la caractérisation du modèle thermique. Pour calculer les pertes pendant le cyclage, nous nous référons à l'énergie échangée entre le banc de cyclage (alimentant le composant) et le supercondensateur. Cette mesure (figure 3.8) est faite automatiquement par le banc de cyclage. Cette méthode a l'avantage de donner avec précision les pertes dans le

supercondensateur, sans nécessiter un calcul à partir de l'estimation de la résistance série du composant qui dépend de la fréquence du signal et de la température.



Figure 3.8 : Energie échangée en régime stationnaire thermique avec le supercondensateur en cours de cyclage.

La figure 3.8 montre les variations de l'énergie mesurée. Durant la phase de charge du composant, le banc de caractérisation fournie de l'énergie ce qui se traduit par une pente positive de l'énergie mesurée. Pendant la phase de décharge le supercondensateur renvoie de l'énergie électrique au banc de cyclage ce qui correspond à une restitution d'une part de l'énergie échangée avec le supercondensateur pendant la phase de charge. La différence entre l'énergie échangée pendant la période de charge et de décharge correspond aux pertes Joule au sein du supercondensateur. À l'échelle d'un cycle, l'énergie cumulée perdue dans le supercondensateur est égale à 504 J. À noter que lors des phases de charge ou de décharge l'énergie échangée est une fonction linéaire en fonction du temps, ce qui correspond donc à une puissance constante dissipée au sein du composant. Par conséquent, la puissance dissipée dans ce dernier est calculée en divisant l'énergie électrique perdue lors de la durée d'un cycle qui est de l'ordre de 79 secondes. En négligeant les autres types de pertes devant les pertes Joule dans le supercondensateur, on obtient une estimation de pertes Joule égale à 6.4 W pour un courant de  $\pm 100 A$ .

#### 3.3.2.3 Identification des paramètres

En appliquant la loi de Kirchhoff au modèle thermique d'un seul supercondensateur (figure 3.4), on peut écrire :

$$\varphi_{i} = C_{TH-SC} \frac{dT}{dt} + \frac{Tborne - Tboitier}{Rcond} = C_{TH-SC} \frac{dT}{dt} + \frac{Tboitier - Ta}{Rconv}$$
3.11

En régime stationnaire, la capacité du modèle thermique n'intervient plus. On peut donc établir des relations entre les résistances thermiques, la puissance dissipée et les écarts de température. A partir de l'expression du régime stationnaire pour le système, on obtient l'équation (3.12) qui permet de déterminer la résistance de conduction et de convection :

$$\phi_i = \frac{\Delta T_1}{R_{cond}} = \frac{\Delta T_2}{R_{conv}}$$
3.12

 $(\Delta T_1 = Tborne - Tboitier)$  représente l'écart entre la température de la borne et celle du boîtier du supercondensateur. ( $\Delta T_2 = Tboitier - Ta$ ) représente l'écart entre la température du boîtier et la température ambiante,  $\phi_i$  représente la puissance dissipée (W).

La détermination de la valeur de la capacité thermique se fait durant la phase de repos (succédant aux cycles de charge décharge) où les pertes Joule dans le supercondensateur sont nulles ( $\phi_i = 0$ ). Le problème revient donc à identifier la constante de temps  $\tau$  d'un circuit RC à partir de l'allure de la température de la borne du supercondensateur durant cette phase (figure 3.7). La capacité thermique du supercondensateur est alors calculée à partir de l'équation 3.13 :

$$C_{TH-SC} = \frac{\tau}{R_{cond} + R_{conv}}$$
 3.13

A partir des mesures effectuées, l'identification a conduit aux paramètres suivants :

Paramètre	Valeur	
R <sub>cond</sub>	0.627 K/W	
R <sub>conv</sub>	2.3 K/W	
C <sub>TH-SC</sub>	700 J/K	

Il est important de noter que la résistance de convection déterminée dans ce paragraphe correspond à une convection naturelle du composant. Cette dernière est due aux écarts de densité locale de l'air dus au champ de températures en l'absence de source de ventilation extérieure. Il sera donc nécessaire de recalculer cette résistance pour tenir compte d'une ventilation forcée des composants.

# 3.4 Modélisation thermique du coffre

### **3.4.1 Introduction**

Cette partie concerne la modélisation thermique du banc de supercondensateurs. Le banc de supercondensateurs en question est constitué de 120 composants en série. Cependant, les supercondensateurs sont montés d'une côté et de l'autre du banc comme le montre la figure 3.9.



Figure 3.9 : Schématique du banc de supercondensateurs.

Pour ce type de système, la ventilation peut être réalisée de deux façons :

Ventilation série : ce type de ventilation est adopté pour les systèmes de grandes dimensions. L'inconvénient de ce type de ventilation provient du fait qu'au fur et à mesure que l'air circule dans le banc il se réchauffe et donc les supercondensateurs dans les rangs internes vont être ventilés par un air plus chaud que ceux qui sont directement en face de la ventilation. On observe dans ce cas des écarts de température entre les composants. Toutefois cette configuration permet de ventiler le banc avec une source de ventilation de puissance acceptable malgré sa taille.

Ventilation parallèle : la ventilation des supercondensateurs se fait, dans ce cas, avec une température de l'air uniforme indépendamment de la position des supercondensateurs dans le banc. Ce type de ventilation est plus favorable puisque la conductivité thermique axiale du supercondensateur est plus grande que celle suivant l'axe radial. Ce mode de ventilation permet une meilleure ventilation des composants. D'un point de vue pratique, la mise en application de cette stratégie de ventilation est relativement complexe et couteuse en terme de puissance de ventilation puisque que la surface à ventiler dans ce cas est plus grande. De plus, la ventilation d'air peut être gênée par la présence des circuits d'équilibrage et des connectiques ce qui génère une perte de charge importante. Dans cette configuration, les supercondensateurs en face arrière du banc sont les plus chauds.

La stratégie de ventilation de notre banc industriel est de type série. Par conséquent, afin de simuler le comportement thermique des supercondensateurs à l'intérieur du banc, nous avons modélisé les phénomènes suivants :

- La conduction à l'intérieur du supercondensateur entre le cœur et le boîtier de ce dernier.
- 2. La conduction thermique au niveau des connectiques électriques reliant les supercondensateurs.
- 3. La convection entre l'air ventilé et les supercondensateurs.
- 4. L'écoulement de l'air à l'intérieur du coffre.

Les phénomènes de radiation ont été négligés devant les autres phénomènes de transfert de chaleur. D'autre part en raison de la symétrie du banc, nous avons restreint le problème à la modélisation d'une seule face du banc, soit 60 supercondensateurs. Dans ce qui se suit, nous allons donc développer la procédure de la modélisation thermique du banc, ainsi que sa mise en équation et sa validation expérimentale.

#### 3.4.2 Discrétisation du système en volume fini

Afin de développer un modèle thermique de type réseau du banc, il est nécessaire de diviser le système en volumes de contrôle finis nommés aussi nœuds thermiques. Chaque nœud thermique est représenté par une capacité thermique. La température du nœud représente donc

la température moyenne du volume, la température suivant l'axe x (figure 3.9) est considérée donc comme homogène. La capacité thermique  $C_{TH}$  du nœud est déterminée à partir des propriétés thermo-physiques des matériaux, soit :

$$C_{TH} = \rho V C_p \tag{3.14}$$

avec  $C_{TH}$  la capacité thermique  $(JK^{-1})$ ,  $\rho$  la masse volumique  $(kgm^{-3})$ , V le volume  $(m^3)$  et  $C_p$  la capacité calorifique du matériau  $(Jkg^{-1} K^{-1})$ .

Le choix de la discrétisation du système en volume de contrôle dépend de plusieurs critères :

- 1. de la cartographie de la distribution de la température désirée,.
- de l'amplitude des phénomènes de transfert de chaleur mis en jeu, et des gradients de température,
- 3. de la précision et du temps de calcul désirés.

A partir des réflexions précédentes, nous avons opté pour une discrétisation en volume de contrôle de la forme suivante (figure 3.10).



Figure 3.10 : Discrétisation en volume finis.

Les points et cercles sur la figure 3.10 représentent les nœuds thermiques. Nous avons modélisé le supercondensateur par deux nœuds thermiques représentant respectivement la température de la borne et celle du boîtier, ce qui revient donc à adopter le modèle thermique

présenté sur la figure 3.4. Toutefois, la résistance de convection  $R_{conv}$  est à recalculer afin de représenter la convection forcée autour des composants. L'air entourant le supercondensateur est subdivisé en 6 volumes. L'air entrant ainsi que les plaques métalliques (parois du coffre) sont considérés comme des conditions aux limites de température égale à la température ambiante. Par cette approche nous obtenons globalement 222 nœuds thermiques.

Les liens entre les différents nœuds thermiques se font via des liens thermiques (résistances thermiques, sources de chaleur,..) qui modélisent les phénomènes de transfert de chaleur mis en jeu et via des contraintes représentant les conditions de bord (sources de température). Prenons à titre d'illustration une cellule élémentaire du banc composée d'un volume d'air entouré par 3 supercondensateurs. La figure 3.11 illustre la maille élémentaire considérée et le tableau 3.2 résume la numérotation des nœuds.

	Nœud	Numéro
SC1	Borne	1
	Boîtier	2
SC2	Borne	3
	Boîtier	4
SC3	Borne	5
	Boîtier	6
Air		7

Tableau 3.2 : Numérotation des nœuds.



Figure 3.11 : Circuit élémentaire du modèle thermique.

La figure 3.11 donne par analogie électrique le modèle thermique de type circuit de cette cellule élémentaire. Les pertes Joule des trois supercondensateurs sont représentées par des

sources de chaleur ( $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\phi_3$ ). Le phénomène de conduction entre les cœurs (bornes) et les boîtiers des composants est représenté par les résistances Rcond(1,2), Rcond(3,4), Rcond(5,6), tandis que  $R_{cond}(1,5)$  représente le phénomène de conduction entre les bornes des supercondensateurs 1 et 3 reliées par une connectique électrique. En raison du découpage choisi, les résistances Rconv(2,7), Rconv(4,7), Rconv(6,7) représentent la convection sur un sixième de la surface du supercondensateur avec l'air ambiant. La source de chaleur  $\phi_{air}$ représente le phénomène de transfert de masse d'un nœud thermique à un autre. Nous verrons plus tard pourquoi ce phénomène ne peut pas être modélisé par une simple résistance thermique.

Dans ce qui suit, nous allons discuter de la paramétrisation du modèle thermique, c'est-à-dire de la détermination des liens thermiques entre les différents nœuds thermiques. Alors que la détermination des phénomènes thermiques correspondant à la conduction est relativement simple puisqu'ils dépendent essentiellement du type de matériau ainsi que de la géométrie, la détermination des phénomènes thermiques correspondants à la convection et au transfert de masse est plus sophistiquée et nécessite de faire plusieurs hypothèses simplificatrices.

### 3.4.3 Paramétrisation du modèle thermique

#### 3.4.3.1 Conduction

Le phénomène de conduction thermique a lieu dans le banc entre le cœur et le boîtier de chaque supercondensateur, mais aussi entre deux bornes (cœurs) reliés par une connexion électrique. Pour la conduction à l'intérieur du supercondensateur, nous avons déterminé la valeur de la résistance de conduction dans le paragraphe 3.3.2.1 à l'aide des essais thermiques appliqués sur un composant. Pour calculer la résistance thermique de conduction dans les barres métalliques reliant les supercondensateurs, nous avons recours à l'équation (3.3) qui établit un lien entre la résistance thermique par conduction, la géométrie et la conductivité thermique du matériau. En se basant sur cette équation nous obtenons une résistance thermique par conduction dans les barres métalliques reliant les barres métalliques égale à 9 K/W.

#### 3.4.3.2 Convection

Dans le paragraphe 3.2.1.2 nous avons défini la convection comme le phénomène d'échange qui caractérise le transfert thermique entre une surface solide et un autre fluide. Pour notre système, ce phénomène se produit entre les supercondensateurs et l'air. La détermination des paramètres correspondant au phénomène de convection est toujours plus complexe que pour les autres phénomènes de transfert de chaleur, étant donné le fort couplage entre les

phénomènes thermiques et ceux provenant de la dynamique du fluide. En outre il est important de noter que la position en quinconce des supercondensateurs à l'intérieur du banc (figure 3.12) permet une meilleure ventilation des supercondensateurs et un meilleur coefficient de convection par rapport à une disposition alignée [42].



Figure 3.12 : Disposition des supercondensateurs alignée et en quinconce.

Pour déterminer un coefficient d'échange convectif, nous avons étendu notre recherche au domaine des échangeurs de chaleur mettant en jeu la convection entre un banc de cylindres et l'air. Cependant, étant donnée la complexité du problème étudié, puisque l'écoulement interne de l'air dépend de la géométrie, les formules proposées sont dans la plupart des cas empiriques.

Il est nécessaire tout d'abord de définir quelques nombres adimensionnels fréquemment utilisés dans le domaine de la thermique et de la mécanique du fluide. Ces nombres sans dimension permettent de caractériser le comportement du fluide comme par exemple le type d'écoulement ou la forme de convection.

Le nombre de Reynolds ( $R_e$ ) représente le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité. Ce nombre caractérise le type de l'écoulement. Il est laminaire pour des valeurs faibles (<400) et dans ce cas les lignes de fluide glissent les unes sur les autres. Cependant, pour des grands nombre de Reynold, l'écoulement prend un aspect plus désordonné, Il devient turbulent. Ce nombre est calculé à partir des caractéristiques du fluide et de la géométrie, selon la formule (3.15) :

$$Re = \frac{UD_h}{\gamma}$$
 3.15

avec U la vitesse de fluide (m/s),  $\gamma$  la viscosité cinématique du fluide (m<sup>2</sup>/s), D<sub>h</sub> le diamètre hydraulique (m) calculé de la façon suivante :

$$D_h = \frac{4A}{P}$$
 3.16

A (m<sup>2</sup>) est l'air de la section de passage qui est égale à  $d_{SC} * L_{SC}$  (figure 3.12) et P le périmètre mouillé de cette section (m) égale dans notre cas à 2 \*  $L_{SC}$ ,  $L_{SC}$  étant la longueur du supercondensateur (m).

Un autre nombre adimensionnelle important est le nombre de Nusselt  $(N_u)$  qui caractérise l'échange thermique à la surface solide-fluide. Il est une combinaison du coefficient de convection *h*, de la géométrie et de la conductivité thermique du fluide  $\lambda$ . Pour un cylindre de diamètre D face à l'écoulement, le nombre de Nusselt est égal à :

$$Nu = \frac{hD}{\lambda}$$
 3.17

*h* est le coefficient de convection  $(Wm^{-2}K^{-1})$ ,  $\lambda$  est la conductivité thermique du fluide  $(Wm^{-1}K^{-1})$ .

Enfin, nous exploitons également le nombre de Prandtl  $P_r$  qui compare la rapidité des phénomènes thermiques par rapport aux phénomènes hydrodynamiques dans un fluide. Il est donc fonction des propriétés de chaque fluide.

L'étude de l'échange thermique par convection d'un réseau de cylindres en face à un flux d'air a été étudié dans la littérature pour le dimensionnement et l'analyse des performances des échangeurs de chaleur. Cependant, la détermination exacte des coefficients d'échange de chaque cylindre dans un réseau reste difficile, puisque celui-ci peut varier avec la position du cylindre dans le réseau en fonction de la nature de l'écoulement [42]. C'est pour cela que les travaux concernent, dans la plupart des cas, la détermination d'un coefficient de convection moyen autour des cylindres. Il ne tient donc pas en compte de la position des cylindres dans le banc. Etant donné que l'écoulement de l'air se stabilise après quelques rangées, cette hypothèse d'un coefficient de convection constant n'engendre pas une erreur importante [43].

A partir des résultats expérimentaux effectués sur différents réseaux de cylindres dans des configurations différentes, le nombre de Nusselt (Nu) image du coefficient de convection (h),

est caractérisé dans plusieurs travaux ( [42], [44], [45], [46]) comme étant une fonction du nombre de Reynolds ( $R_e$ ) et de Prandtl ( $P_r$ ) :

$$Nu = CRe^m Pr^{0.36} 3.18$$

Les constantes C et m dépendent de la géométrie du réseau : du nombre de rangées de cylindres, de l'espacement entre les cylindres et aussi de la disposition des cylindres (alignés ou en quinconce). Le nombre de Prandtl peut être considéré constant pour l'air étant donné que sa valeur varie peu avec la température.

Comme le nombre de Reynolds dépend quant à lui de la vitesse de l'air, il est donc nécessaire de le calculer en estimant une vitesse de référence à l'intérieur du banc. Pour ce genre de problème la vitesse maximale à l'intérieur du banc est généralement utilisée. ( $R_e$ ) est calculé à partir de la vitesse de l'air entrant et en fonction de la géométrie du banc. Pour une disposition en quinconce des cylindres (voir figure 3.12) [**43**]:

$$V_{max} = \frac{l_T}{l_D - D} V_{air}$$
 3.19

avec  $V_{air}$  la vitesse de l'air entrant dans le banc (m/s),  $l_T$  la distance transversale (m),  $l_D$  la distance longitudinale (m), D le diamètre du cylindre (m).

A partir de ces différents modèles, nous avons pu estimer le coefficient de convection aux alentours des supercondensateurs. Afin de prendre en considération l'effet de la position du supercondensateur dans le banc sur la variation du coefficient de convection, nous avons divisé le banc en deux zones. A chaque zone un coefficient de convection différent est affecté. En se basant sur les résultats de ( [42], [43]), qui montrent que l'écoulement de l'air se stabilise après la 3<sup>ème</sup> colonne, nous avons supposé que les colonnes 3 à 10 ont un coefficient de convection. Un premier coefficient correspond donc aux supercondensateurs dans les deux premières colonnes et l'autre pour les supercondensateurs pour les colonnes restantes.

Suite à l'étude bibliographique [42], pour les deux premières colonnes, nous utilisons pour le calcul du nombre de Nusselt la formule suivante :

$$Nu = 0.34Re^{0.6}Pr^{0.36} 3.20$$

Pour les colonnes internes, la formule suivante est utilisée :

$$Nu = 0.9Re^{0.6}Pr^{0.36} 3.21$$

Une fois calculé le nombre de Nusselt, le coefficient de convection (eq. 3.17) peut être facilement déduit et ensuite la résistance thermique par convection peut être évaluée à l'aide de l'équation (3.6).

Dans le Tableau 3.3 sont présentés les résultats obtenus pour une vitesse de l'air égal à 0,23 m/s et 0,2 m/s.

		Colonne 1 à 2	Colonne 3 à 10
$V_{air=0.23m/s}$	h ( $Wm^{-2}K^{-1}$ )	28	16
	$R_{conv}(K/W)$	1.38	2.4
$V_{air=0.2m/s}$	h ( $Wm^{-2}K^{-1}$ )	26	15
	$R_{conv}(K/W)$	1.5	2.6

Tableau 3.3 : Coefficients et résistances de convection.

Rappelons que la détermination du coefficient de convection pour un tel système est délicate, étant donnée :

- d'un côté le fort couplage entre les phénomènes de dynamique du fluide et de la thermique,
- et d'un autre côté l'influence forte de la géométrie du système. En effet les diamètres des cylindres ainsi que l'espacement et la disposition de ces derniers modifient la nature de l'écoulement aux alentours des cylindres.

Par conséquent, les formules (3.20) et (3.21) sont difficilement généralisables à d'autres configurations. Pour des cylindres plus espacés, les cylindres internes peuvent être mieux ventilés à cause de l'effet de turbulence et nous pouvons trouver des coefficients de convection plus grands pour les cylindres dans les colonnes internes que pour ceux se trouvant face à l'entrée de l'air.

### 3.4.3.3 Transfert de matière

Nous avons montré dans le paragraphe 3.2.1.4 l'importance de la modélisation du phénomène de transfert de masse pour les systèmes ventilés avec une source extérieure. Étant donné que ce phénomène est découplé de la thermique, la modélisation du transfert de masse passe par la déduction du débit massique de l'air circulant d'un nœud thermique à une autre comme l'illustre l'équation (3.10). Il est donc primordial de connaitre les vitesses de l'écoulement à l'intérieur du banc. Cependant, la connaissance de ce dernier passe par la résolution des

équations de Navier Stockes qui régissent le mouvement d'un fluide. Cette approche coûteuse en temps de calcul n'est pas nécessaire dans notre cas. Pour conserver un modèle simple avec le minimum de paramètres à identifier, nous faisons l'hypothèse que la vitesse à l'intérieur du banc est constante que l'on peut négliger la compressibilité de l'air. Nous appliquons le principe de conservation de la masse pour déterminer la propagation du débit massique de l'entrée du banc à la sortie comme montré sur la figure 3.13.



Figure 3.13 : Modélisation du transfert de l'air.

La propagation du débit massique est considérée en prenant en compte le rapport de section de passage entre les nœuds. Prenons à titre d'illustration trois nœuds thermiques notés de 1 à 3 (figure 3.13). Supposons que la section de passage du nœud 1 au nœud 2 (respectivement 3) est S<sub>1</sub> (respectivement S<sub>2</sub>). Soit  $\dot{m_1}$  le débit massique entrant dans le nœud (1) à un instant t, et soit  $\dot{m_{12}}$  et  $\dot{m_{13}}$  les débits massiques représentant la quantité d'air qui circule du nœud (1) aux nœuds (2) et (3).

 $\dot{m_{12}}$  et  $\dot{m_{13}}$  sont calculés à partir de  $\dot{m_1}$  par la formule suivante :

$$\dot{m_{12}} = \dot{m_1} \frac{S_1}{S_1 + S_2}, \\ \dot{m_{13}} = \dot{m_1} \frac{S_2}{S_1 + S_2}$$
 3.22

A partir de cette approche simplifiée de calcul du transfert de matière dans le banc, nous pouvons calculer le débit massique transféré vers chaque volume de contrôle (nœud

thermique). Cela permet de modéliser le phénomène de transfert de chaleur par déplacement de l'air.

L'écriture du bilan énergétique dû au transfert de l'air pour le nœud 3 à partir de l'équation (3.10) permet de déduire le flux de chaleur injecté dans le nœud dû au transfert de l'air. On obtient (figure 3.13) :

$$\frac{dQ_3}{dt} = \left(\frac{dQ_{13}}{dt} + \frac{dQ_{43}}{dt}\right) - \left(\frac{dQ_{35}}{dt}\right) + \frac{dQ_{conv}}{dt} = \left(\dot{m_{13}}C_pT_1 + \dot{m_{43}}C_pT_4\right) - \left(\dot{m_{13}} + \dot{m_{43}}\right)C_pT_3 + \frac{dQ_{conv}}{dt} = \dot{m_{13}}C_p(T_1 - T_3) + \dot{m_{43}}C_p(T_4 - T_3) + \frac{dQ_{conv}}{dt} = 0.23$$

 $\frac{dQ_3}{dt}$ étant le flux de chaleur total au nœud 3 (*W*),  $\frac{dQ_{ij}}{dt}$  le flux de chaleur transportée du nœud i au nœud j (*W*) et mi<sub>1</sub> le débit massique du nœud i au nœud j (kg/s),  $\frac{dQ_{conv}}{dt}$  le flux de chaleur par convection totale au nœud 3 (W).

Comme on peut le constater à partir de l'équation (3.23), le phénomène de transfert de chaleur dû au mouvement de l'air dépend de la température du nœud concerné et des nœuds qui sont en amont tandis que les températures des nœuds en aval n'interviennent pas dans l'élaboration du bilan énergétique. C'est la raison pour laquelle nous ne pouvons pas représenter ce phénomène par une résistance thermique comme pour les phénomènes de conduction et de convection. Ce phénomène est pris en compte dans le modèle thermique de type circuit (voir figure 3.11) par une source de chaleur ( $\Phi$ air) dont la valeur dépend de la différence de température entre le nœud concerné et les nœuds en amont, ainsi que débit entre ceux-ci.

#### 3.4.4 Mise en équation matricielle du modèle thermique

Le modèle thermique présenté sur la figure 3.11 peut être implémenté facilement dans un logiciel de simulation de type circuit électrique. Cependant, il est intéressant d'obtenir les équations représentant le modèle thermique afin de pouvoir l'exploiter pour des études plus poussées, au-delà d'une simple étude thermique reposant sur le calcul de la température maximale pour différents modes de fonctionnement. Dans ce paragraphe, nous allons présenter la méthodologie adoptée pour la déduction des équations représentant le modèle.

Par analogie thermo-électrique, l'écriture sous forme matricielle du modèle thermique repose sur les lois de Kirchhoff généralisées qui permettent pour chaque connexion i dans un réseau électrique, d'établir un système d'équations différentielles :

$$C_i \frac{dU_i}{dt} = \sum_j \frac{\left(U_i - U_j\right)}{R_{ij}} + Q_i$$
3.24

avec :

Ci capacité électrique au nœud i,

U<sub>i</sub> tension du nœud i,

 $R_{ij}$  résistance entre les nœud i et j,

 $Q_i$  source de courant au nœud i.

En se basant sur l'équation (3.24), le modèle thermique peut être écrit sous la forme suivante :

$$C_{th}\frac{dT}{dt} = [A_{cond} + A_{conv} + A_{trans}] \cdot T + q_{gen} = GT + q_{gen}$$
3.25

avec :

 $C_{th}$  la matrice regroupant toutes les capacités thermiques des nœuds,

Acond la matrice de conduction entre les nœuds,

 $A_{conv}$  la matrice de convection entre les nœuds,

Atrans la matrice de débits massiques entre les nœuds.

 $q_{gen}$  représente le vecteur des pertes Joule aux différents nœuds.

**G** est la matrice de conductance.

La matrice de conductance est déterminée en se basant sur les propriétés suivantes [47] :

- Tous les termes diagonaux sont négatifs, les autres sont positifs ou bien nuls
- La matrice est symétrique à l'exception des termes qui correspondent au transfert de matière
- Pour des systèmes de grande taille, la matrice est creuse, ce qui permet d'appliquer des algorithmes spécifiques de calcul.

Pour simplifier l'écriture sous forme matricielle, le choix de l'indexage des nœuds est important. Il permet d'aboutir à automatiser la génération de ces matrices.

On définit Rcond(i, j) comme étant la résistance de conduction entre le nœud i et le nœud j. Soit  $a_i$  le groupe des nœuds adjacents au nœud i et qui échangent de l'énergie par conduction avec le nœud i. Pour le calcul de la matrice de conduction, les termes  $A_{cond}(i, j)$  sont égaux à :

$$A_{cond}(i,j) = \begin{cases} \frac{1}{Rcond(i,j)} & si j \in a_i \\ 0 & ailleurs \end{cases}$$
3.26

Pour les termes A<sub>cond</sub>(i, i), ils sont calculés en considérant cette formule :

$$A_{cond}(i,i) = \sum_{j \in a_i} \frac{-1}{\text{Rcond}(i,j)}$$
3.27

Les autres termes de la matrice de conduction sont nuls. Etant donnée que la conduction a lieu entre le cœur et le boîtier du même supercondensateur ainsi qu'entre deux cœurs (bornes) reliés par des connections électriques seuls les termes relatifs aux cœurs et aux boîtiers des supercondensateurs peuvent être non nuls. La matrice de conduction est donc bien une matrice creuse ce qui permet d'envisager des algorithmes spéciaux pour accélérer le temps de calcul. Suivant l'exemple de la figure 3.11, la première colonne de la matrice  $A_{cond}$  s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{cases}
A_{cond}(1,2) = \frac{1}{Rcond(1,2)} \\
A_{cond}(1,5) = \frac{1}{Rcond(1,5)} \\
A_{cond}(1,1) = -\frac{1}{Rcond(1,2)} - \frac{1}{Rcond(1,5)} \\
0 \text{ pour les autres termes}
\end{cases}$$

Les mêmes règles sont appliquées pour le calcul de la matrice de convection A<sub>conv</sub>.

Le calcul de la matrice de transfert de matière est un peu différent étant donné que nous ne considérons que les nœuds amont du nœud considéré. Définissons  $\dot{m}_{(j,i)}$  comme étant le débit massique de l'air du nœud j au nœud i. Soit b<sub>i</sub> le groupe des nœuds en amont du nœud i et qui échange de l'énergie par transfert de matière avec le nœud i. Les termes A<sub>trans</sub> (i, j) sont égaux à :

$$A_{trans}(i,j) = \begin{cases} \dot{m}_{(j,i)}C_p & si \ j \in b_i \\ 0 & ailleurs \end{cases}$$
3.28

103

Les termes sur la diagonale sont calculés de la manière suivante :

$$A_{trans}(i,i) = \sum_{j \in b_i} -(\dot{m}_{(j,i)} C_p)$$
 3.29

Pour le calcul des capacités thermiques des volumes d'air entourant les supercondensateurs, on utilise la relation suivante:

$$C_{TH-air} = \rho V_{air} C_p \tag{3.30}$$

avec :

 $C_{TH-air}$  capacité thermique de l'air (J / K),

 $\rho$  masse volumique de l'air  $(kg/m^3)$ ,

 $V_{air}$  volume de l'air  $(m^3)$ ,

 $C_p$  chaleur massique de l'air  $(Jkg^{-1}K^{-1})$ .

#### 3.4.5 Validation expérimentale du modèle thermique

Afin de valider le modèle thermique nous avons exploité les résultats obtenus au cours de la thèse de **Paul Kreczanik** (Etude de la fiabilité et du vieillissement d'un système de stockage par supercondensateurs pour une application de type trolleybus, thèse en cours). Dans ce paragraphe, nous décrirons le banc de test développé ainsi que les essais thermiques qui ont été faits au cours de cette thèse et qui ont permis de valider le modèle thermique. Une comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux issus de notre modélisation est ensuite présentée.

#### 3.4.5.1 Banc de test

Le banc de test développé est constitué de deux bancs de supercondensateurs comportant chacun 120 composants. La tension aux bornes des 120 supercondensateurs en série peut varier entre 120 V et 300 V. Les deux bancs échangent l'énergie électrique entre eux et une alimentation externe intervient pour compenser les pertes (cf. tableau 3.4). Dans le tableau 3.4, nous décrivons les séquences de fonctionnement du système.



Tableau 3.4 : Descriptif des séquences de fonctionnement du banc de test.

Afin de pouvoir étudier le comportement thermique des bancs, un des deux a été équipé par des thermocouples placés sur certains supercondensateurs. Les composants dont la température est mesurée par des thermocouples sont indiqués par une croix sur la figure 3.14.



# 🛞 SC équipé de thermocouple

Figure 3.14 : composants équipés de thermocouples dans le banc.

Une centrale d'acquisition de données a été développée. Celle-ci permet de mesurer différents paramètres (tension, courant, température). L'interface avec l'ordinateur a été réalisée sous le logiciel Labview. Afin d'obtenir le régime thermique stationnaire, différents cycles de charge décharge ont été appliqués. Chaque cycle est constitué d'une phase de charge et d'une phase de décharge des coffres à puissance constante, suivi chacun d'une phase de repos (cf. figure 3.15).



Figure 3.15 : Courant et tension lors des cycles de charge et décharge.

Le temps de repos  $t_r$  est ajustable, ce qui permet d'obtenir différents cycles avec des valeurs de courant efficace différents. En faisant varier le temps de repos ainsi que la vitesse de l'air en modifiant la vitesse du ventilateur, les températures des supercondensateurs sont enregistrées pour six tests différents (tableau 3.5).

# Tableau 3.5 : Résumé des tests expérimentaux.

t <sub>r</sub> (s) V <sub>a</sub> (m/s)	90	110	130
0,23	Test 1	Test 2	Test 3
0,2	Test 4	Test 5	Test 6

A titre d'exemple, les résultats obtenus pour le test 1 sont représentés sur la figure 3.16.


Figure 3.16 : Températures des supercondensateurs pour le test 1.

#### 3.4.5.2 Analyse des résultats

Afin de comparer les résultats de modélisation et ceux issus de l'expérience, nous avons implémenté le modèle thermique présenté par l'équation (3.25) dans le logiciel Matlab. Les pertes dans les supercondensateurs ( $P_{sc}$ ) ont été calculées en se basant sur la résistance équivalente série de chaque composant (ESR) ainsi que sur la valeur du courant efficace du cycle ( $I_{eff}$ ). Dans le tableau 3.6, nous présentons les températures simulées et mesurées en régime permanent pour les six tests qui ont été réalisés. Nous pouvons remarquer la grande corrélation entre les résultats expérimentaux et de simulation. Nous constatons tout d'abord que le modèle représente avec beaucoup de fidélité la dispersion de la température dans le banc. Les résultats obtenus pour les quatre premiers supercondensateurs instrumentés sont excellents, étant donné que l'erreur absolue est inférieure à 1 degré sachant que l'erreur de mesure (données constructeur) est de  $\pm 2^{\circ}$ C. Un écart plus grand entre les résultats simulés et mesurés et mesurés et mesurés est observé pour les supercondensateurs situés dans la deuxième partie du banc, mais ceci reste très acceptable.

Différents phénomènes non modélisés contribuent à la différence entre les performances du modèle pour les composants situés dans les premières colonnes et ceux situés dans l'autre partie du banc. Tout d'abord, rappelons que pour déduire un modèle simple de transfert de matière à l'intérieur du banc, il a fallu faire l'hypothèse que la vitesse de l'air à l'intérieur était constante et que le déplacement de l'air d'un point à un autre se faisait par propagation du débit massique en considérant des sections de passage de l'air. Cette hypothèse est moins

vraie pour les nœuds situés dans la deuxième partie du banc en raison de la perte de charge. Cependant, il est très difficile de pouvoir modéliser la vitesse de l'air à l'intérieur du banc en tout point avec un modèle simple. Il serait nécessaire de caractériser ces pertes de charge et les mouvements de l'air (direction), voire d'utiliser un code de calcul mécanique des fluides. Remarquons qu'un calcul conduit sur le logiciel Fluent a montré que cet effet n'était pas négligeable mais du second ordre ce qui justifie notre approche et les hypothèses retenues afin de ne pas alourdir le calcul.

De l'autre côté, la présence d'un radiateur pour l'électronique de puissance à la sortie du banc bloque l'air sortant, ce qui favorise l'échauffement des supercondensateurs à l'extrémité du banc (figure 3.14). Ceci contribue aussi à l'écart obtenu entre la simulation et l'expérience.

Enfin, on peut aussi évoquer l'incertitude sur les paramètres identifiés du modèle (résistances des supercondensateurs, vitesse de l'air) et sur la modélisation des phénomènes de convection. C'est pourquoi nous proposons dans le paragraphe suivant d'étudier la sensibilité du modèle, c'est-à-dire comment une erreur sur un des paramètres du modèle se propage et quel est le paramètre qui influe le plus sur les résultats.

		diff (°C)=Tsim (°C)-Texp (°C) diff (%°C)=(Tsim (°C)-Texp (°C))*100/Texp (°C) diff (%Δ°C)=(Tsim (°C)-Texp (°C))*100/(Texp (°C)-Tamb)						
		(°C))						
		Tsim =température simule	ée					
		Texp = température mesu	irée					
		ambiante	SC1	SC2	SC3	SC4	SC5	SC6
Test 1	Texp (°C)	22	27	30	37	34	47	42
	Tsim (°C)	22	27	31	38	34	44	41
	diff (°C)	0	0	1	1	0	-3	-1
	diff (%)	0	0	3	3	0	-6	-2
	diff (%∆°C)	0	0	13	7	0	-12	-5
Test 2	Texp (°C)	22	27	30	36	33	44	41
	Tsim (°C)	22	27	30	36	33	41	38
	diff (°C)	0	0	0	0	0	-3	-3
	diff (%)	0	0	0	0	0	-7	-7
	diff (%∆°C)	0	0	0	0	0	-14	-16
Test 3	Texp (°C)	13	17	20	25	23	32	29
	Tsim (°C)	13	17	20	25	22	30	27
	diff (°C)	0	0	0	0	-1	-2	-2
	diff (%)	0	0	0	0	-4	-6	-7
	diff (%∆°C)	0	0	0	0	-10	-11	-13
Test 4	Texp (°C)	21	28	31	41	36	52	47
	Tsim (°C)	21	27	31	40	35	47	44
	diff (°C)	0	-1	0	-1	-1	-5	-3
	diff (%)	0	-4	0	-2	-3	-10	-6
	diff (%∆°C)	0	-14	0	-5	-7	-16	-12

-3

-7

-12

-2

-5

-10

-2

-5

-10

-1

-2

-6

Test 5

Test 6

Texp (°C)

Tsim (°C)

diff (°C)

diff (%)

Texp (°C) Tsim (°C)

diff (°C)

diff (%)

diff (%∆°C)

diff (%∆°C)

# Tableau 3.6 : Comparaison entre les résultats expérimentaux et simulés.

#### 3.4.5.3 Analyse de sensibilité et d'incertitude

L'analyse de l'incertitude consiste à étudier comment les incertitudes liées aux données d'entrée se propagent dans le modèle. L'analyse de sensibilité a un rôle complémentaire en déterminant quelles sont les variables qui contribuent le plus ou le moins à la variabilité de la sortie. Étant donné que la plus grande erreur entre la modélisation et la mesure se situe au niveau du supercondensateur le plus chaud du banc, nous proposons d'étudier l'influence de l'incertitude liée aux paramètres (résistance série du supercondensateur, vitesse de l'air) sur la température maximale simulée par le modèle thermique.



Figure 3.17 : Analyse d'incertitude du modèle thermique

Dans ce paragraphe, nous considérons les entrées du modèle, n'ont plus comme des valeurs déterministes, mais comme des lois statistiques (normale, uniforme,...) traduisant les incertitudes sur les paramètres d'entrée du modèle. Nous avons choisir de représenter ces incertitudes par des lois gaussiennes. La résistance série ESR du supercondensateur est représentée donc par une loi gaussienne ayant une moyenne ( $\mu$ ) de 0.3 m $\Omega$  et une espérance ( $\sigma$ ) de 5 %, tandis que la vitesse de l'air est représentée par une gaussienne de moyenne 0,23 (m/s) et d'espérance 5%.

Pour analyser et évaluer l'influence des incertitudes des entrées du modèle sur la sortie, une méthode d'échantillonnage (par exemple Monte Carlo) est nécessaire. A partir de la méthode d'échantillonnage, les valeurs des entrées sont déterminées de façon aléatoire à l'aide de fonctions de distribution définies pour chaque entrée. En simulant le modèle thermique pour

chaque combinaison de variables d'entrée, nous obtenons ainsi la fonction de distribution de la sortie (figure 3.17).

Nous avons exécuté 2500 fois le programme contenant le modèle thermique, en prenant à chaque fois un couple différent de valeurs de paramètres d'entrée. Sur la figure 3.18, nous représentons l'histogramme obtenu pour les paramètres d'entrée où la fréquence d'occurrence est présentée en fonction de la plage de variation des paramètres d'entrée. L'histogramme de la température maximale obtenue est présenté sur la figure 3.19.



Figure 3.18 : Histogramme des variables d'entrée pour 2500 « runs ».



Figure 3.19 : histogramme de la température maximale.

La distribution de la température maximale approximée par une loi gaussienne a une moyenne égale à 44 °C et une variance de 0.81.

Afin de quantifier l'importance de l'incertitude de chaque variable d'entrée sur la sortie, nous avons réalisé deux séries de simulations complémentaires de 2500 exécutions chacune. Dans la première série (Figure 3.20.a) nous représentons la vitesse de l'air par une gaussienne et les valeurs des ESR sont considérées constantes et inversement pour la deuxième série de simulation (Figure 3.20.b).



(b)

Tmax (°C)

Figure 3.20 : Histogramme de la température maximale (a : ESR (constante), Vair (gaussienne) ; b : ESR (gaussienne), Vair (constante)).

Comme nous pouvons le constater sur figure 3.20, la vitesse de l'air présente l'influence la plus importante sur la variabilité de la réponse de la sortie du modèle. En fixant la vitesse de l'air, la variance de la température maximale est de 0,08. Cette valeur était de 0,81 lorsque toutes les variables d'entrée étaient représentées par des gaussiennes.

En faisant le rapport entre la variance obtenue en fixant l'ESR des supercondensateurs  $(\sigma^2 = 0.74)$  par la variance totale  $(\sigma^2 = 0.81)$ , nous constatons que la vitesse de l'air influe pour 90 % sur la sortie du modèle thermique.

#### 3.4.6 Durée de vie du coffre

Nous avons exposé dans le paragraphe 3.2.3 l'influence de la température sur les performances du supercondensateur à court et long termes. Le but du présent paragraphe est de proposer un modèle électrothermique du banc couplé avec une loi de vieillissement permettant donc de simuler l'évolution des paramètres des supercondensateurs au cours du vieillissement de ces derniers.

# *3.4.6.1 Approche adoptée : couplage des modèles électrothermique avec une loi de vieillissement*

Afin de pouvoir suivre l'évolution des paramètres des supercondensateurs dans le banc, nous réalisons un couplage entre les modèles électrique et thermique et une loi de vieillissement. Un descriptif du couplage des modèles est représenté sur la figure 3.21.



Figure 3.21 : Couplage du modèle électrique avec le modèle thermique et une loi de vieillissement.

Afin de réaliser ce couplage, une co-simulation entre deux logiciels de simulation (Matlab et Simplorer) a été réalisée. À partir du modèle électrique du banc de supercondensateurs (cf. détails de ce modèle dans le paragraphe suivant) implémenté dans le logiciel Simplorer, nous déduisons les pertes Joule dans chaque supercondensateur. Ces valeurs de pertes permettent, à partir du modèle thermique implémenté dans le logiciel Matlab, de déduire la température de chaque composant dans le banc. En se basant sur les températures des supercondensateurs ainsi que sur les contraintes électriques, nous déduisons à partir d'une loi de vieillissement l'évolution des paramètres de chaque supercondensateur.

La constante de temps des phénomènes de vieillissement est très grande. Donc afin de suivre la variation des paramètres propre au supercondensateur, il a fallu simuler le couplage des modèles pour un temps relativement élevé. Pour pouvoir réaliser le couplage en un temps de calcul raisonnable, il est nécessaire de faire quelques modifications au niveau du principe de couplage présenté sur la figure 3.21.

La modification des paramètres du supercondensateur avec le vieillissement ne se fait pas en temps réel à chaque pas de calcul, mais nous avons décidé de diviser la simulation en plusieurs périodes de durée largement supérieure à la constante de temps thermique du composant ce qui permet d'obtenir le régime stationnaire thermique (cf. figure 3.22). Au début de chaque période de simulation, nous déterminons la température en régime stationnaire de chaque supercondensateur à l'aide du modèle thermique simulé sous Matlab en ne prenant pas en compte les capacités thermiques (figure 3.22). Par la suite à l'aide de la cartographie des températures des composants dans le banc, nous déduisons les paramètres de chaque supercondensateur pour la prochaine période de simulation.

Pour des problèmes de temps de calcul, le calcul du modèle thermique se fait en régime permanent. Nous n'avons pas pris en compte les variations des paramètres propres au supercondensateur (variation de la capacité et de l'ESR avec la température) liées aux variations des caractéristiques électrochimiques avec la température. Seuls les effets liés au vieillissement du supercondensateur sont considérés.

# $\tau >> Constante de temps thermique$







Dans les paragraphes suivants nous présentons la modélisation électrique du banc ainsi que la loi de vieillissement adoptées.

# 3.4.6.2 Modélisation électrique et loi de vieillissement

Pour la modélisation électrique du supercondensateur, nous avons adopté un modèle simple, constitué d'une résistance série et d'une capacité. D'autres modèles de supercondensateur

représentent mieux le comportement de ce dernier. Cependant ces modèles non linéaires dépendent de plusieurs paramètres et demandent un temps de calcul plus grand ce qui les rend inappropriés pour faire des simulations de couplage de modèles dans un temps raisonnable. L'équilibrage des tensions aux bornes des supercondensateurs se fait via des résistances commandées mises en parallèle avec ceux-ci (figure 3.23).



Figure 3.23 : Modélisation électrique et circuit d'équilibrage.

Si la tension de l'un des supercondensateurs devient supérieure à la tension moyenne ( $\frac{V_{totale}}{N}$  avec N le nombre de supercondensateurs), la fermeture de l'interrupteur du circuit d'équilibrage correspondant permet de dissiper une partie de l'énergie électrique dans la résistance d'équilibrage.

## 3.4.6.3 Loi de vieillissement

Afin de modéliser le changement des paramètres des supercondensateurs au cours du temps, nous avons besoin de lois de vieillissement décrivant les variations des paramètres électriques liées au phénomène de vieillissement, en se basant sur les contraintes thermo-électriques que subit le supercondensateur pendant une période donnée. Des tests de vieillissement accéléré ont été effectués afin d'en déduire des lois de vieillissement. La loi de vieillissement adoptée est celle présentée dans [4]. Elle prend en considération l'effet de plusieurs facteurs comme la température, la tension, mais aussi l'effet du cyclage à travers le courant efficace.

On définit la durée de vie  $\tau_v$  du supercondensateur comme étant le temps nécessaire à une réduction de 20 % de sa capacité initiale et au doublement de la valeur d'ESR. La durée de vie  $\tau_v$  en fonction de la température du supercondensateur (Temp), de la tension (v(t)), et du courant efficace du cycle ( $I_{eff}$ ) s'exprime de la façon suivante [4] :

$$\begin{aligned} t_v &= 3.85 \times 10^9 \exp\left(-0.1\ln\left(2\right) Temp\right) \frac{T}{\int_0^\tau \frac{1}{\exp\left(-5\ln(2)\,v(t)\right)} dt} \exp\left((B + \frac{C}{T})I_{eff}\right) \end{aligned}$$
(B)

Connaissant alors les contraintes que subit le supercondensateur pendant son fonctionnement ainsi que les valeurs de l'ESR et de la capacité initiale (ESR<sub>0</sub> et C<sub>0</sub>), nous pouvons en déduire les nouvelles valeurs des paramètres du supercondensateur. Comme proposé dans [**5**], des lois de variation linéaire ont été choisies. Ainsi les équations retenues sont :

$$C = C_0 - \frac{0.2tC_0}{\tau_v}, \qquad ESR = ESR_0(1 + \frac{t}{\tau_v})$$
 3.32

# 3.4.6.4 Simulation électrothermique du coffre tenant compte du vieillissement des supercondensateurs

Dans cette partie, nous présentons les résultats de simulation du couplage électrothermique. Les supercondensateurs ont été sollicités par le cycle de charge/décharge présenté sur la figure 3.15. Nous représentons sur les figures 3.24 et 3.25 les variations des capacités et des valeurs d'ESR des supercondensateurs ayant la température la plus froide (SC1) et la plus chaude dans le coffre (SC5) (voir figure 3.14).



Figure 3.24 : Variation des valeurs des capacités au cours du cyclage.



Figure 3.25 : Variation des valeurs des ESR au cours du cyclage.

Comme déjà indiqué, nous pouvons constater la diminution de la capacité et l'augmentation de la valeur d'ESR des supercondensateurs au cours du temps. De l'autre côté même si les supercondensateurs avaient des propriétés homogènes en début de cyclage, les écarts de températures à l'intérieur du banc favorisent la dispersion des caractéristiques entre composants. Les variations de l'ESR et de la capacité pour les supercondensateurs placés dans la zone la plus chaude sont les plus grandes compte tenu de l'importance des facteurs de vieillissement que sont la température et la tension. En fait, plus la température est importante, plus le composant vieillit rapidement et sa capacité devient faible. Comme l'effet des circuits d'équilibrage n'est pas instantané, la tension de l'élément qui a la capacité la plus faible devient la plus grande ce qui favorise encore les phénomènes de vieillissement. Des études en cours au laboratoire Ampère visent à intégrer la température dans le contrôle des

circuits d'équilibrage, ce qui réduira cette dispersion des caractéristiques et homogénéisera ainsi la durée de vie des composants à l'intérieur du coffre. Le couplage des modèles présentés dans ce paragraphe pourra servir comme outil pour la comparaison des performances des circuits d'équilibrage et des différentes configurations et de géométries des bancs de supercondensateurs.

### 3.4.7 Etude du management thermique du coffre

#### 3.4.7.1 Introduction

Nous avons vu dans le paragraphe 3.4.5.3 l'importance de l'incertitude sur les variables d'entrée sur la variabilité de la réponse du modèle. Dans ce paragraphe, nous proposons d'étudier une stratégie de management thermique du coffre qui intègre, les incertitudes sur les entrées du modèle, mais aussi sur l'environnement de fonctionnement du banc de supercondensateurs (par exemple la température ambiante). Les méthodes classiques déterministes de dimensionnement prennent en compte les incertitudes en considérant des facteurs de sécurité souvent empiriques ou en se basant sur des expériences passées. La méthodologie que nous avons adoptée repose sur des théories statistiques qui permettent de représenter la sortie comme étant une variable statistique. Nous pouvons par la suite discuter de la qualité des résultats obtenus en se basant sur l'écart entre la moyenne de la sortie et la limitation imposée sur la sortie. Considérons à titre d'exemple une sortie représentée par une loi normale ayant une moyenne ( $\mu$ ) et un écart type ( $\sigma$ ) représentée sur la figure 3.26.



Figure 3.26 : Loi normale avec moyenne et écart type.

Comme le montre la figure 3.26, l'intervalle entre  $\mu - \sigma$  et  $\mu + \sigma$  contient 68 % des valeurs de la sortie. Si nous supposons que les limitations imposées sur la sortie sont les bords de l'intervalle, il y a 32 % de risque de ne pas respecter le cahier de charge imposé par la limitation. Donc en se basant sur l'emplacement de ces limitations sur la courbe de Gauss représentée sur la figure 3.26, il sera possible de juger de la qualité des résultats obtenus.

#### 3.4.7.2 Management thermique tenant compte des incertitudes

Pour effectuer une étude de management thermique robuste du banc, qui prend en considération les incertitudes, il faut représenter par des lois statistiques tout les paramètres qui influent sur la sortie du modèle thermique. Les lois décrivant les incertitudes sur la résistance série du supercondensateur et la vitesse de l'air resteront les mêmes que celles utilisées dans le paragraphe 3.4.5.3. Nous représentons ensuite la température ambiante par une loi normale de moyenne (22 °C) et d'écart type (11°C). Ces résultats proviennent des enregistrements sur une station à Lyon Bron pour l'année 2009 [**48**]. Pour différents niveaux de courant, le modèle thermique a été lancé 2500 fois en prenant pour chaque exécution, une combinaison différente des variables d'entrée (résistance série, vitesse de l'air, température ambiante). À titre d'exemple, nous représentons sur la figure 3.27 la distribution de la température maximale obtenue pour un niveau de courant de 50 A.



Figure 3.27 : Distribution de la température pour un courant efficace de 50 A.

En limitant la température maximale du supercondensateur à 65 °C (donnée constructeur), on voit sur la figure 3.27 que la température maximale se place à une distance de  $3,2*\sigma$  de la moyenne. Le pourcentage dans ce cas d'avoir une température qui dépasse la température maximale est de 2 %. Le nombre k (égal à 3,2 dans ce cas) est défini donc comme étant un facteur de qualité, il caractérise la distance (k. $\sigma$ ) qui sépare la moyenne de la sortie de sa valeur limite.

En répétant la même simulation pour plusieurs courants efficaces, nous représentons sur la figure 3.28 (en bleu) le facteur de qualité k obtenu en fonction du courant efficace.



Figure 3.28 : Facteur de qualité pour plusieurs courants efficaces

Le facteur de qualité chute de 3,8 à 1 lorsque le courant efficace augmente jusqu'à 100 A. Nous avons choisi d'avoir un facteur de qualité minimal égal à 2 ce qui correspond à un pourcentage d'échec inferieur à 3%. Il est dans ce cas nécessaire d'augmenter la vitesse de l'air de 0,23 m/s à 0,3 m/s pour respecter ce facteur de qualité comme montré sur la figure 3.28.

## **3.5 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons étudié le comportement thermique d'un banc de supercondensateurs. Tout d'abord, nous avons proposé un modèle thermique du banc. Ce modèle basé sur une approche réseau a été validé à partir de résultats expérimentaux. Par la suite, nous avons étudié le couplage des modèles électrothermiques avec une loi de vieillissement, ceci dans le but de suivre l'évolution des paramètres des supercondensateurs au cours du fonctionnement. Finalement, nous avons étudié le management thermique du coffre en se basant sur une approche statistique qui prend en compte les incertitudes sur les différents paramètres.

**Chapitre 4 : Comparaison des stratégies de commande du coffre de supercondensateurs** 

# **4.1 Introduction**

Le but du présent chapitre est l'étude des stratégies de contrôle du convertisseur statique d'énergie associé à des supercondensateurs. Nous nous intéressons à la partie Boost (survolteur) du convertisseur étant donné qu'il est plus difficile à contrôler qu'un convertisseur Buck (abaisseur). En effet le convertisseur Boost est un système à non minimum de phase<sup>1</sup>. Ces dernières années, la théorie du contrôle appliquée à la commande des systèmes électriques a considérablement amélioré les performances dynamiques de ces systèmes. Dans le domaine des convertisseurs statiques, les travaux de recherche visent à améliorer la stabilité, réduire la sensibilité aux perturbations et améliorer les performances dynamiques et statiques [49,50,51]. Nous nous intéressons, dans ce chapitre, à la comparaison de deux lois de commande (PI et mode glissant) provenant de deux approches différentes du contrôle : la première linéaire et la seconde non linéaire. Nous rappellerons tout d'abord les principes du contrôle par mode glissant. Ensuite, nous décrivons la maquette réalisée pour comparer les deux lois de commande. La synthèse du contrôleur par PI et mode glissant est ensuite discutée. Enfin, nous présentons la comparaison des deux lois de commande tout d'abord en simulation, puis expérimentalement.

# 4.2 Commande par mode de glissement (SMC)

# **4.2.1 Introduction**

La commande par mode glissant (SMC pour Sliding Mode Control) est un contrôle de type non linéaire, qui a été introduit initialement pour le contrôle des systèmes à structure variable. Ses principaux avantages sont la garantie de la stabilité et de la robustesse pour de larges variations des paramètres du système, de l'entrée et des perturbations sur le système. De plus, étant donné sa flexibilité en ce qui concerne la synthèse, la commande par mode glissant est relativement facile à mettre en œuvre par rapport à d'autres types de commande non linéaires. Ces propriétés font que cette loi de commande est adaptée à de nombreuses applications industrielles, comme dans les domaines de l'automobile ou de l'aéronautique [**52**].

Cette première partie est consacrée aux rappels théoriques sur la commande par mode glissant, ainsi qu'à un bref survol des travaux s'intéressant à l'application de ce type de commande dans le domaine des convertisseurs DC-DC, sujet de notre étude.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Système ayant une fonction de transfert présentant un zéro dans la partie droite du plan complexe

# 4.2.2. Principe

La commande par mode glissant est une commande robuste qui se base sur le concept de changement de structure du contrôleur avec l'état du système afin d'obtenir la réponse désirée [53]. Le contrôle généré par la commande par mode glissant est du type tout ou rien. Dans ce type de commande, l'état du système définit l'état de commutation de l'organe de contrôle. L'idée est de diviser l'espace d'état par une frontière de décision appelée surface de glissement, qui délimite deux sous espaces correspondant à deux états possibles de l'organe de commande (figure 4.1). La stabilisation sur la surface de glissement est obtenue à l'aide d'une commutation à chaque franchissement de la frontière de décision.



Figure 4.1 : mode glissant.

Ce principe de commande repose donc essentiellement sur l'utilisation d'une commande discontinue ayant pour but de maintenir l'évolution du système sur une surface de commutation (surface de glissement) judicieusement choisie. La synthèse doit donc viser à rendre la surface de glissement attractive (condition d'attractivité) depuis tout point de l'espace d'état. Une fois la surface atteinte, il faut assurer le glissement le long de cette surface (condition de glissement) et la stabilité du système (condition de stabilité). En d'autre terme, il faut trouver la condition pour laquelle la dynamique du système glisse sur la surface vers le point d'équilibre désiré (figure 4.1). Sur la surface, la dynamique du système est indépendante

de celle du processus initial, ce qui implique que ce type de contrôle entre dans le domaine des commandes robustes. Ces notions de stabilité sont démontrées en tenant compte du principe de stabilité suivant le critère de Lyapunov (théorème 1) rappelé ci-dessous.

## Théorème 1 :

Soit V(x) une fonction différentiable de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}^n$ , dite fonction de Lyapunov, qui satisfait les conditions suivantes [54] :

$$\begin{cases} V(0) = 0\\ V(x) > 0 \ \forall \ x \neq 0\\ V(x) \le 0 \ \forall \ x \neq 0 \end{cases}$$

Si ces trois conditions sont satisfaites, x = 0 est un point d'équilibre stable, si la dernière condition devient V(x) < 0 pour  $x \neq 0$  le point x = 0 est asymptotiquement stable.

Dans le cas de la commande par mode glissant, cette fonction de Lyapunov est déduite à l'aide d'une pseudo-sortie qui est la surface de glissement S(x, t) = 0.

#### 4.2.3 Description du système en régime glissant

Pour mieux illustrer ce concept de stabilité, considérons le comportement d'un système monoentrée qui peut être décrit par l'équation suivante:

 $\dot{x} = f(x, u), \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$  4.1  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $t \in \mathbb{R}^+$  est le temps,  $f \in \mathbb{R}^n$  est le champ de fonction qui décrit l'évolution de l'état du système au cours de temps et  $u \in \mathbb{R}$  est la commande de système.

Définissons aussi une loi de commande discontinue u définie par :

$$u = \begin{cases} u^+ & si \ S(x,t) < 0\\ u^- & si \ S(x,t) \ge 0 \end{cases}$$
 4.2

S(x, t) étant la surface de glissement.

# 4.2.3.1 Condition d'attractivité

Considérons  $x^+$ et  $x^-$  les états qui correspondent respectivement à u<sup>+</sup> et à u<sup>-</sup>. Une condition suffisante pour que la surface soit attractive est la suivante :

$$\begin{cases} x^+ \in S(x,t) > 0 \\ x^- \in S(x,t) < 0 \end{cases}$$
 4.3

#### 4.2.3.2 Condition d'existence du glissement

La condition d'existence du régime glissant implique que S(x, t) = 0. Cette condition se traduit par [55] :

$$\begin{cases}
\lim_{S \to 0^+} \dot{S} < 0 \\
\lim_{S \to 0^-} \dot{S} > 0
\end{cases}$$
4.4

Ces conditions sont déduites du théorème (1) en appliquant le critère de stabilité de Lyapunov dans un voisinage de la surface de glissement et en prenant  $(V(x) = \frac{S^2}{2})$  comme fonction candidate de Lyapunov. Dans ce cas la dérivée de la fonction de Lyapunov  $\dot{V}$  est égale à  $S\dot{S}$ . Les conditions de Lyapunov énoncés dans le théorème 1 sont vérifiées si S et  $\dot{S}$  sont de signe opposé. A noter que ces dernières conditions deviennent des conditions suffisantes pour assurer l'attractivité de la surface si elles sont valables sur tout l'espace d'état et non seulement dans une région proche de la surface de glissement.

#### 4.2.3.3 Condition de stabilité

L'analyse de la stabilité du système revient à étudier la dynamique du système en mode de glissement, c'est-à-dire lorsque la surface de glissement est atteinte (S(x, t) = 0). Elle se base sur la méthode de la commande équivalente [**56**] qui consiste à admettre qu'en mode de glissement, tout se passe comme si le système était piloté par une commande continue, dite commande équivalente, rendant la surface invariante au cours de temps. Autrement dit  $\forall t > t_s$  où  $t_s$  est le temps mis par le système pour atteindre la surface de glissement, on a :

$$\begin{cases} S(x,t) = 0 \\ \dot{S}(x,t) = 0 \end{cases}$$
 4.5

Considérons à titre d'exemple le système affine de la commande suivante :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \tag{4.6}$$

Soit S(x,t) la surface de glissement, en régime de glissement on a :

$$\dot{S} = \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x}(f(x) + g(x)u) = 0$$
4.7

On obtient l'expression de la commande équivalente :

$$u_{eq} = -\left(\frac{\partial S}{\partial x}g(x,t)\right)^{-1}\left(\frac{\partial S}{\partial x}f(x,t) + \frac{\partial S}{\partial t}\right)$$
4.8

On remplace l'expression de la commande équivalente dans le modèle pour obtenir la dynamique équivalente dans la surface de glissement.

# 4.2.3.4 Phénomène de réticence

L'un des problèmes lié à la mise en œuvre du contrôle par mode glissant est le phénomène de réticence. Ce phénomène se traduit par des oscillations à hautes fréquences aux alentours de la surface de glissement. Ceci est dû aux erreurs de modélisation, mais aussi au fait que la commande par mode glissant nécessite une commutation de l'organe de commande à une fréquence théorique infinie, ce qui en pratique n'est pas réalisable. Pour parvenir à réduire ce problème, plusieurs solutions ont été proposées. Les méthodes les plus répandues sont de rendre la fonction de commutation plus régulière aux alentours de la surface ou bien l'augmentation de l'ordre du mode de glissement. Pour un mode de glissement d'ordre r, l'algorithme de contrôle doit faire tendre non seulement la surface de glissement *S* vers 0 mais également les dérivées successives de cette surface jusqu'au ordre (r-1) ( $S = 0, \dot{S} = 0, ..., S^{r-1} = 0$ ).

# 4.2.4 État de l'art de l'application de la commande par mode glissant dans le domaine de l'électronique de puissance

Étant donné que les convertisseurs DC-DC sont à structure variable, il est particulièrement approprié d'appliquer le contrôle par mode glissant pour ce type de système. Cette approche est d'autant plus pertinente que les contrôleurs basés sur la linéarisation du système autour d'un point de fonctionnement ne sont pas adaptés à de grandes variations des paramètres du circuit ou de la charge [**51**]. Le mode de glissement a suscité beaucoup d'intérêt pour le contrôle des convertisseurs en électronique de puissance. Les objectifs de la plupart des travaux ont visé à simplifier les procédures de conception, améliorer la robustesse, réduire le nombre de composants, et prévenir le phénomène de réticence à l'origine des oscillations à hautes fréquences le long de la surface de glissement. Ce paragraphe résume les principaux travaux qui ont contribué au développement du contrôle par mode glissant appliqué aux convertisseurs de puissance.

Les premiers travaux sur le développement du SMC<sup>2</sup> pour les contrôleurs DC-DC apparaissent en 1983 [**57**] et 1985 [**58**]. Ces travaux montrent comment le SMC peut être appliqué à diverses topologies de convertisseurs DC-DC du second ordre. L'idée de relier la commande équivalente au rapport cyclique afin d'obtenir un contrôleur par mode glissant commandé par MLI peut être trouvée dans [**58**]. Une méthode générale de synthèse du SMC applicable à la plupart des topologies des convertisseurs DC-DC est proposée par Mattavelli [**59**] qui montre que le SMC permet une plus grande robustesse face aux variations de charge

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Sliding mode control

et des paramètres du circuit. Des méthodes pour fixer la fréquence de commutation et pour réduire l'erreur statique sont aussi proposées. L'application du SMC est étudiée en détail dans [60] pour les hacheurs élévateurs et abaisseurs de tension. Une étude fine est faite afin de déterminer les conditions d'existence du régime de glissement. En se basant sur un modèle à petits signaux proposé par Mattavelli [61], les paramètres du circuit sont étudiés afin d'assurer la stabilité du contrôleur. Ce modèle permet également d'analyser la stabilité du circuit, la sélection des coefficients du contrôleur, ainsi que l'effet des variations des paramètres. Mattavelli tient aussi compte du filtre passe bas normalement utilisé pour évaluer les erreurs sur les variables d'état présentes dans l'expression de la surface de glissement. Dans [50], l'étude de plusieurs surfaces de glissement, en particulier des surfaces qui ne dépendent pas du courant dans la charge, est conduite. Des aspects pratiques sont également abordés dans ce travail. L'implémentation d'un contrôleur discret par mode glissant est abordée dans [62], cette étude inclue les conditions d'existence et de stabilité.

Le contrôleur par mode glissant se base sur l'hypothèse d'une hystérésis nulle sur la surface de glissement (S(x, t) = 0) et donc sur une fréquence de commutation variable et théoriquement infinie (eq 4.2). Il est clair que du point de vue pratique il n'est pas possible de vérifier cette hypothèse. En raison des limitations technologiques liées à l'utilisation de fréquences de commutation élevées, il est préférable de limiter cette fréquence.

La première idée pour fixer la fréquence de commutation est d'incorporer un signal triangulaire en sortie du contrôleur et de comparer la surface de glissement à ce signal pour générer les signaux de commande [**59,63,64**]. Cette méthode a l'avantage d'assurer la stabilité de la fréquence de commutation quel que soit le point de fonctionnement. Par contre la réponse transitoire en est fortement affectée. La deuxième approche est l'intégration d'une hystérésis variable sur la surface de glissement [**63,65,66**]. Cette méthode parait plus adéquate et donne une bonne réponse transitoire. D'autre part, beaucoup de travaux proposent le contrôle du rapport cyclique plutôt que de piloter directement l'état du transistor assurant la commutation et ceci sans dégrader les propriétés du contrôleur (voir paragraphe 4.2.3.3). Dans ce cas, la commande discontinue est remplacée par la commande équivalente [**67**]. Cette dernière peut être assimilée au rapport cyclique puisque que l'on travaille à haute fréquence. Les avantages de cette méthode sont qu'elle ne nécessite pas de circuits supplémentaires et que la réponse transitoire reste bonne. Par contre l'implémentation du contrôleur n'est pas toujours triviale si on cherche à conserver les propriétés du contrôleur SMC.

L'augmentation de l'ordre du mode glissant (voir paragraphe 4.2.3.4) en intégrant dans la surface l'erreur sur la variable à contrôler et sa dérivée est étudiée en [68] afin de réduire le phénomène de réticence. Outre l'étude théorique de l'application du SMC en électronique de puissance, d'autres études ont été réalisées en ce qui concerne l'évaluation des performances et de la comparaison avec d'autres types de lois de commande. Une étude comparative est réalisée entre des commandes de type SMC, logique floue et par PI dans le cas d'un hacheur abaisseur de tension [51]. Cette comparaison montre la grande similitude entre les performances du SMC et la commande par logique floue. La comparaison entre la commande du hacheur abaisseur par mode glissant ou par PID est également étudiée dans [49]. Cet article montre que ce type de contrôle des convertisseurs de puissance est très prometteur puisqu'il répond de manière très satisfaisant aux critères de stabilité et de robustesse pour de larges variations de l'entrée, des perturbations et des paramètres du circuit, tout en prenant en compte la non-linéarité du hacheur.

## 4.2.5 Notre apport dans le contexte du contrôle du convertisseur Boost

Bien que l'aspect théorique du SMC appliqué au convertisseur statique soit presque mature, ce type de contrôle est rarement appliqué en pratique sur un système industriel. Ceci est dû, comme évoqué dans [69], à l'absence d'une procédure claire pour la synthèse du contrôleur dans un contexte pratique, mais aussi à l'absence dans certain cas de travaux qui étudient les avantages et inconvénients de ce type de contrôleur pour certains systèmes par rapport au contrôle classique par PID. C'est le cas du convertisseur Boost.

C'est dans ce cadre que nous abordons dans les paragraphes suivant la synthèse du SMC pour un convertisseur Boost ainsi que la comparaison de ses performances avec celles d'un correcteur PI. L'étude théorique consiste à déterminer les contraintes sur les paramètres du contrôleur pour satisfaire les conditions citées dans le paragraphe 4.2.3. Ainsi, nous étudiens l'influence des paramètres du contrôleur sur la fréquence de commutation et la largeur de la zone glissante. Ensuite, nous analysons, grâce à la mise en œuvre d'un banc d'essai, les performances d'un contrôleur SMC avec un contrôleur PI.

# 4.3 Présentation de la maquette expérimentale

Dans le but d'appliquer la commande par mode de glissement et par PI sur un hacheur de type survolteur, nous avons développé un banc d'essai. Ce banc est constitué d'une alimentation DC alimentant une charge résistive et un hacheur réversible qui permet de gérer l'énergie dans 8 supercondensateurs connectés en série (cf. figure 4.2 et 4.3). Cette gestion permet de maintenir la tension du bus DC malgré les variations de charge ou les coupures

d'alimentation. Ce banc se rapproche donc de la structure du système d'alimentation du trolleybus étudié.



Figure 4.2 : Architecture du banc de test développé.

L'alimentation DC permet d'une part l'alimentation du bus continu à 43 V et d'autre part la charge des supercondensateurs. Si la tension du bus descend en dessous de 40 V, les supercondensateurs interviennent pour réguler la tension du bus à ce seuil de 40 V.



Figure 4.3 : Maquette expérimentale.





Le contrôle du hacheur réversible est réalisé grâce à une carte DSPACE 1104. La liaison entre le convertisseur et la carte DSPACE se fait par fibre optique. Le hacheur réversible présenté sur la figure 4.4 est constitué de deux transistors  $S_1$  et  $S_2$ , de deux diodes de roue libre  $D_1$  et  $D_2$ , d'une inductance de lissage L et d'un condensateur de filtrage C. Ce hacheur rassemble en même temps un hacheur série (Buck) et un hacheur parallèle (Boost). La commande du hacheur Boost se fait via le transistor  $S_1$  et pour le hacheur Buck c'est l'interrupteur  $S_2$  qui est commandé. L'inductance de lissage est égale à 160 µH ce qui permet d'avoir une ondulation maximale du courant de 12 % pour une fréquence de découpage de 10 kHz (voir annexe E). Pour une ondulation maximale de tension de 2 %, nous obtenons une valeur de capacité égale à 1600 µF. Les transistors supportent des tensions allant jusqu'à 100 V.

# 4.4 Synthèse des lois de commande pour un hacheur élévateur

### 4.4.1 Modèle du convertisseur Boost

En faisant l'hypothèse d'une conduction continue, le modèle mathématique du hacheur survolteur peut être déduit en appliquant la loi de Kirchhoff dans le cas où l'interrupteur  $S_1$  est passant ou bloqué. On obtient alors le modèle instantané du hacheur :

$$C\frac{dV_{bus}}{dt} = (1-u)i_{L} - i_{ch}$$
4.9

$$L\frac{dt_{L}}{dt} = V_{sc} - (1 - u)V_{bus}$$

$$4.10$$

*u* étant l'état de l'interrupteur S<sub>1</sub>,  $V_{bus}$  la tension du bus continu,  $i_L$  le courant dans l'inductance de lissage,  $V_{SC}$  la tension aux bornes des supercondensateurs et  $i_{ch}$  le courant dans la charge.

#### 4.4.2 Commande par mode de glissement

Pour la synthèse d'un correcteur par mode de glissement pour un hacheur Boost, la loi de commande adoptée est celle présentée par l'équation (4.11).

$$u = \begin{cases} 1 \text{ si } S < 0\\ 0 \text{ si } S > 0 \end{cases}$$

$$4.11$$

La synthèse d'un contrôleur par mode glissant se décompose en plusieurs étapes :

- le choix de la surface de glissement,
- la vérification de l'attractivité de la surface de glissement,
- la démonstration de l'existence du mode de glissement,
- l'étude de la stabilité de la commande sur la surface de glissement.

Nous abordons ces points dans les paragraphes suivants.

#### 4.4.2.1 Choix de la surface de glissement

Le but de la commande du hacheur Boost est de faire tendre la tension  $V_{bus}$  en la sortie du convertisseur vers une tension de référence  $V_{ref}$ . Il a été démontré dans [70] qu'une seule

boucle de tension ne suffit pas pour contrôler le hacheur dans le cas du SMC. Une solution à ce problème est d'intégrer le courant  $i_L$  traversant l'inductance dans la loi de commande. Nous proposons donc d'étudier la surface de glissement suivante :

$$S = K_1(V_{bus} - V_{ref}) + K_2(i_L - I_{ref})$$
4.12

où  $K_1$  et  $K_2$  sont deux constantes,  $V_{ref}$  la tension  $V_{bus}$  de référence,  $I_{ref}$  le courant  $i_L$  de référence.

Le courant de référence n'est pas connu a priori, nous le déduisons à partir des paramètres du circuit en appliquant la conservation de puissance au niveau du convertisseur :

$$I_{\rm ref} = \frac{V_{\rm ref} i_{\rm ch}}{V_{\rm sc}}$$
 4.13

Le courant de référence est donc variable en régime dynamique et dépend du courant de charge et de la tension aux bornes des SC. Il tend en régime statique vers le courant d'équilibre  $(I_{ref}^{eq})$  correspondant à l'état d'équilibre  $(V_{ref}, I_{ref}^{eq})$ .

En remplaçant I<sub>ref</sub> par son expression (4.13) en fonction du point de fonctionnement ( $V_{sc}$ ,  $i_{ch}$ ) dans l'équation (4.12), nous obtenons :

$$S = K_{1}(V_{bus} - V_{ref}) + K_{2}i_{L} - \frac{K_{2}V_{ref}V_{bus}}{RV_{sc}}$$
4.14

$$= (K_1 - \frac{K_2 V_{ref}}{RV_{sc}})V_{bus} + K_2 i_L - K_1 V_{ref}$$
4.15

Définissons  $e_1$  et  $e_2$  deux nouvelles variables telles que :

$$e_1 = V_{bus} - V_{ref} \tag{4.16}$$

$$e_2 = i_L - I_{ref}^{eq} ag{4.17}$$

Dans le nouveau espace d'état  $(e_1, e_2)$ , la surface de glissement devient :

$$S = (K_1 - \frac{K_2 V_{ref}}{RV_{sc}})e_1 + (K_1 - \frac{K_2 V_{ref}}{RV_{sc}})V_{ref} + K_2 e_2 + K_2 I_{ref}^{eq} - K_1 V_{ref}$$
4.18

De plus  $(V_{ref}, I_{ref}^{eq})$  est un point d'équilibre pour lequel  $I_{ref}^{eq}$  est égal à :

$$I_{ref}^{eq} = \frac{V_{bus}i_{ch}}{V_{sc}} = \frac{V_{ref}^2}{RV_{sc}}$$

$$4.19$$

La surface de glissement peut donc s'écrire :

 $S = K_1' e_1 + K_2 e_2 4.20$ 

avec  $K'_1 = K_1 - \frac{K_2 V_{ref}}{RV_{sc}}$ .

# 4.4.2.2 Condition d'attractivité

L'attractivité de la surface de glissement (paragraphe 4.2.3.1) est assurée si la dynamique du système a tendance à se diriger vers la surface indépendamment des conditions initiales. Cela peut être facilement démontré en traçant la dynamique du système dans le plan  $(e_1, e_2)$  (figure 4.5).



Figure 4.5 : Dynamique du système et surface de glissement pour un hacheur survolteur

Si le système se trouve dans le demi plan S < 0, la commande u égale à 1. Dans ce cas le courant dans l'inductance augmente, donc on se dirige vers la frontière de la surface de glissement S = 0. De même si S>0, le courant dans l'inductance diminue et on se dirige de nouveau vers la surface de glissement S = 0.

# 4.4.2.3 Condition d'existence du régime glissant

Démontrons maintenant que la commande discontinue adoptée (eq 4.11) garantit la condition de glissement au moins dans une zone entourant le point d'équilibre. L'existence du régime glissant impose que S et S tendent vers zéro lorsqu'on se rapproche de la surface de glissement (paragraphe 4.2.3.2). Il faut donc prouver les conditions d'existence du régime glissant (équation 4.4) dans un espace proche de la surface de glissement.

En écrivons tout d'abord le modèle du hacheur (eq. 4.9 et 4.10) dans le nouvel espace d'état  $(e_1, e_2)$ , nous obtenons :

$$C\frac{de_{1}}{dt} = (1 - u)(e_{2} + I_{ref}^{eq}) - \left(\frac{e_{1} + V_{ref}}{R}\right)$$
4.21

$$L\frac{de_2}{dt} = V_{sc} - (1 - u)(e_1 + V_{ref})$$
4.22

La dérivée de la surface de glissement  $\dot{S}$  obtenu à l'aide des équations (4.20, 4.21 et 4.22) s'écrit:

$$\dot{S} = K'_{1}\dot{e}_{1} + K_{2}\dot{e}_{2}$$

$$= \frac{K'_{1}}{C}((1-u)(e_{2} + I_{ref}^{eq}) - (\frac{e_{1} + V_{ref}}{R})) + \frac{K_{2}}{L}(V_{sc} - (1-u)(e_{1} + V_{ref}))$$

$$4.23$$

$$4.24$$

Si S > 0 la commande u est égale à 0 et la condition de glissement impose que  $\dot{S}$  soit négatif. En remplaçant u par sa valeur dans l'équation 4.24, nous déterminons la première condition d'existence du régime glissant c'est-à-dire si S>0,  $\dot{S} < 0$ :

$$D_{1} = \dot{S_{1}} = e_{1} \left[ \frac{-K_{1}'}{RC} - \frac{K_{2}}{L} \right] + \frac{e_{2}K_{1}'}{C} + K_{2} \left[ \frac{V_{sc}}{L} - \frac{V_{ref}}{L} \right] - K_{1}' \left[ \frac{V_{ref}}{RC} - \frac{I_{ref}^{eq}}{C} \right] < 0$$
4.25

Similairement pour le cas de S<0, u=1 et  $\dot{S}$  doit être positif, on obtient alors :

$$D_{2} = \dot{S}_{2} = -\frac{K_{1}'e_{1}}{RC} + \frac{K_{2}V_{sc}}{L} - \frac{V_{ref}K_{1}'}{RC} > 0$$
4.26

D<sub>1</sub> et D<sub>2</sub> sont des droites delimitant la zone de glissement.

A partir des équations 4.25 et 4.26 qui délimitent la zone glissante de la surface, nous déduisons que la surface de glissement n'est pas totalement glissante. Il faut donc s'assurer que le point d'équilibre soit inclus dans la zone de glissement. En remplaçant  $e_1$  et  $e_2$  par zéro dans les équations 4.25 et 4.26, cette condition impose :

$$\frac{K'_{1}}{K_{2}} < \frac{RCV_{sc}}{V_{ref}L} \iff \frac{K_{1}}{K_{2}} < \frac{RCV_{sc}}{V_{ref}L} + \frac{V_{ref}}{RV_{sc}}$$

$$4.27$$

#### 4.4.2.4 Condition de stabilité

Pour déterminer la condition de stabilité sur la surface de glissement, on se sert de la notion de la commande équivalente introduite au paragraphe 4.2.3.3. En posant S=0 et  $\dot{S} = 0$  on obtient l'expression de la commande équivalente  $(u_{eq})$  à partir du modèle de convertisseur (4.21) et (4.22) :

$$u_{eq} = 1 - \frac{\frac{V_{sc}}{L} - \frac{K_1'(e_1 + V_{ref})}{K_2 RC}}{\frac{e_1 + V_{ref}}{L} - \frac{K_1'(e_2 + I_{ref}^{eq})}{K_2 C}}$$
4.28

En remplaçant u par l'expression  $u_{eq}$  de la commande équivalente dans l'équation (4.21) et en posant S=0, on obtient:

$$\frac{de_1}{dt} = \frac{V_{sc} \left( I_{ref}^{eq} - \frac{e_1 K_1'}{K_2} \right) - \frac{(e_1 + V_{ref})^2}{R}}{C(V_{ref} + e_1) - L \left( I_{ref}^{eq} - \frac{K_1' e_1}{K_2} \right) (\frac{K_1'}{K_2})}$$

$$4.29$$

Définissons une fonction de Lyapunov V égale à  $\frac{1}{2}e_1^2$ . Pour assurer la stabilité du système, il faut prouver que la dérivée de la fonction de Lyapunov est négative.

Or on a :

$$\dot{V} = e_1 \dot{e_1} = -e_1^2 \frac{V_{sc} \frac{K_1}{K_2} + \frac{e_1}{R} + \frac{V_{ref}}{R}}{C(V_{ref} + e_1) - L\left(I_{ref}^{eq} - \frac{K_1'}{K_2}e_1\right)\frac{K_1'}{K_2}} = -e_1^2 A$$
4.30

Le numérateur de A est positif étant donné que  $e_1$  est toujours plus grand que  $-V_{ref}$  (la tension à la sortie du convertisseur est toujours positive). Donc pour prouver la stabilité il faut que le dénominateur de A soit positif :

$$C(V_{ref} + e_1) - L\left(I_{ref}^{eq} - \frac{K_1'}{K_2}e_1\right)\frac{K_1'}{K_2} > 0$$
 4.31  
soit :

$$e_1 > e_{\min}$$
 4.32  
avec :

$$e_{\min} = \frac{LI_{ref}^{eq} \frac{K_1'}{K_2} - CV_{ref}}{C + L\left(\frac{K_1'}{K_2}\right)^2}$$
4.33

Dans le paragraphe précédent, nous avons vu que la zone de glissement de la surface de glissement est limitée par deux inégalités (inégalités 4.25 et 4.26). L'intersection de la droite  $(D_1 = 0)$  (équation 4.25) avec la surface de glissement (S=0) constitue la limite inférieure de la zone de glissement, l'abscisse  $e_{gliss}$  de ce point est égal à :

$$e_{gliss} = \frac{LI_{ref}^{eq} \frac{K_1'}{K_2} - CV_{ref}}{C + L\left(\frac{K_1'}{K_2}\right)^2 + \frac{\frac{K_1'L}{K_2}}{R}} + \frac{CV_{sc} - LV_{ref}\frac{K_1'}{K_2}}{C + L\left(\frac{K_1'}{K_2}\right)^2 + \frac{\frac{K_1'L}{K_2}}{R}}$$

$$4.34$$

En prenant en considération la condition d'existence du régime de glissement (équation 4.27), nous démontrons que  $e_{gliss} > e_{min}$  et donc l'inégalité (4.31) est prouvée. Donc, dans la zone de glissement la fonction de Lyapunov choisie est négative. Par conséquent, le système est donc asymptotiquement stable.

### 4.4.2.5 Influence des valeurs de gains du contrôleur sur les performances.

L'équation (4.27) donne la condition de stabilité du système. Cependant, cette équation qui se présente sous la forme d'une inégalité, laisse un degré de liberté concernant le choix de gains du contrôleur ( $K_1, K_2$ ). Nous proposons d'étudier dans ce paragraphe l'influence du choix des gains sur la zone de glissement de la surface et sur la fréquence de découpage du hacheur.

4.4.2.5.1 Fréquence de découpage



Figure 4.6 : Surface de glissement avec bande d'hystérésis

L'approche théorique de la commande par mode glissant fait l'hypothèse d'une hystérésis nulle et de ce fait d'une fréquence de découpage infinie. Il est clair que nous ne pouvons pas assurer cette hypothèse en pratique puisque que la fréquence de découpage dépend de la tenue des organes de commande, mais aussi du dimensionnement des composants et des pertes. Afin de fixer la fréquence de commutation de la commande, il faut adopter une loi avec hystérésis. Une bande d'hystérésis est donc ajoutée au voisinage de la surface de glissement. La loi de commande devient alors :

$$u = \begin{cases} 1 \text{ si } S < -\Delta \\ 0 \text{ si } S > \Delta \end{cases}$$

$$4.35$$

La fréquence de découpage est étroitement liée à la valeur de la bande d'hystérésis. Pour calculer la fréquence, nous déterminons l'expression des temps  $(t_1)$  respectivement  $(t_2)$  mis pour passer de  $-\Delta$  à  $+\Delta$  respectivement pour passer de  $+\Delta$  à  $-\Delta$  (voir figure 4.6). On a :

$$t_1 = \frac{2\Delta}{S^+}$$
 4.36

$$t_1 = \frac{2\Delta}{|S^-|} \tag{4.37}$$

A partir de (4.24) nous calculons  $\dot{S}$  et  $\dot{S}$  en faisant l'hypothèse que le point d'équilibre est atteint ( $e_1 = 0, e_2 = 0$ ). Nous obtenons alors :

$$t_1 = \frac{2\Delta}{-\frac{K_1' V_{ref}}{RC} + \frac{V_{sc} K_2}{L}}$$

$$4.38$$

$$t_{2} = \frac{2\Delta}{\left|\frac{K_{1}'}{C}(I_{ref}^{eq} - \frac{V_{ref}}{R}) + \frac{K_{2}}{L}(V_{sc} - V_{ref})\right|}$$
 4.39

La fréquence de découpage f est donc égale à :

$$f = \frac{1}{t_1 + t_2}$$
 4.40

Pour la détermination de la fréquence de découpage en fonction de la bande d'hystérésis, nous avons fait l'hypothèse que le système tend parfaitement vers le point d'équilibre ( $V_{ref}$ ,  $I_{ref}^{eq}$ ), ce qui n'est juste que si la fréquence de découpage est infinie. En pratique des ondulations sont présentes au niveau de la tension de sortie du convertisseur et du courant dans l'inductance de lissage. Ces ondulations sont d'autant plus grandes que la fréquence est faible et donc que les pentes S<sup>+</sup> et S<sup>-</sup> changent. Ceci affecte les valeurs des temps t<sub>1</sub> et t<sub>2</sub> et par conséquent la fréquence de découpage qui est fortement sensible aux valeurs de ces pentes.

#### 4.4.2.5.2 Zone de glissement

Nous avons vu dans le paragraphe 4.4.2.3 que la surface de glissement est limitée à une certaine zone dépendant des paramètres de réglage. Nous avons pu délimiter cette zone de glissement par deux inégalités présentées par les équations 4.25 et 4.26. Le choix des gains du contrôleur doit donc prendre en compte ce résultat en essayant d'éviter que le système ne rattrape la surface en dehors de la zone de glissement. Ceci aurait un effet indésirable sur les performances du contrôleur conduisant sous certaines conditions à un « dépassement » sur la sortie. Nous illustrons sur la figure 4.7 le comportement du système s'il rattrapait la surface en dehors de la zone de glissement.



Figure 4.7 : Surface et zone de glissement.

Soit A( $e_{1A}$ ,  $e_{2A}$ ) l'intersection de la dynamique du système avec la surface de glissement, soit B( $e_{1B}$ ,  $e_{2B}$ ) la limite de la zone de glissement (voir figure 4.7). Supposons qu'à t=0 la tension de sortie du convertisseur soit égale à V<sub>ini</sub> et que le courant dans l'inductance nul. Dans ce cas l'état de l'interrupteur u est 1. Les équations 4.21 et 4.22 deviennent :

$$C\frac{de_1}{dt} = -\left(\frac{e_1 + V_{ref}}{R}\right)$$
4.41

$$L\frac{de_2}{dt} = V_{sc}$$

$$4.42$$

La résolution de ces deux équations nous donne :

$$e_{1} = V_{ini} exp\left(-\frac{L(e_{2} + I_{ref}^{eq})}{RCV_{sc}}\right) - V_{ref}$$

$$4.43$$

Le point A est sur la surface de glissement, donc on a :

$$e_{1A} = -\frac{K_2}{K_1'} e_{2A}$$
 4.44

Les coordonnées du point A sont alors reliées par l'équation suivante :

$$e_{2A} = \frac{K'_{1}}{K_{2}} \left(-V_{ini} \exp\left(-\frac{L(e_{2A} + I_{ref}^{eq})}{RCV_{sc}}\right) + V_{ref}\right).$$
4.45

En résolvant cette équation, nous obtenons :

$$lambertw \left( -\frac{LV_{ini}\left( \left(\frac{K_{1}'}{K_{2}} + \frac{V_{ref}}{RV_{sc}}\right)RV_{sc} - V_{ref}\right)e^{-\frac{L\left(\frac{K_{1}'}{K_{2}} + \frac{V_{ref}}{RV_{sc}}\right)V_{ref}}{RCV_{sc}}}}{R^{2}V_{sc}^{2}C} \right) CV_{sc}^{2}R^{2}$$

$$4.46$$

$$+L\left(\frac{K_{1}'}{K_{2}} + \frac{V_{ref}}{RV_{sc}}\right)RV_{sc}V_{ref} - LV_{REF}^{2}$$

$$RV_{sc}L$$

La fonction lambertw est la fonction telle que pour tout nombre complexe Z, on a :  $W(z)e^{W(z)} = z.$ 

Nous déterminons ensuite l'intersection de la surface de glissement avec la limite de la zone de glissement :

$$e_{2B} = \frac{K_1'}{K_2} \frac{\frac{K_1'(\frac{V_{ref}}{RC} - \frac{I_{ref}^{eq}}{C})}{K_2} - (\frac{V_{SC}}{L} - \frac{V_{ref}}{L})}{\frac{1}{C}(\frac{K_1'}{K_2})^2 + \frac{K_1'}{K_2RC} + \frac{1}{L}}$$
4.47

Pour que la dynamique du système rattrape la surface de glissement dans le zone de glissement, il faut que :

$$|OA| < |OB| \tag{4.48}$$

## 4.4.2.6 Valeurs des gains

En nous basant sur cette étude, nous avons cherché à l'aide d'un algorithme d'optimisation les gains du correcteur qui répondent, sur toute la plage de fonctionnement du convertisseur, aux exigences suivantes :

- Les conditions d'existence et de stabilité du régime glissant sont satisfaites (équation 4.27).
- La fréquence de commutation est supérieure à 5 kHz (équation 4.40).
- ➢ Le rattrapage de la surface se fait dans la zone de glissement (équation 4.48).

Pour le convertisseur étudié, nous avons obtenu les valeurs pour les gains de SMC,  $K_1 = 6$  et  $K_2 = 1$ .

#### 4.4.3 Commande par PI

Dans ce paragraphe nous étudions la commande par PI pour le hacheur Boost. Ce type de contrôle très répandu dans l'industrie rentre dans la classe des commandes linéaires qui se basent sur un modèle linéaire du système pour synthétiser le contrôleur.

Comme pour la commande par mode glissant, nous optons pour une commande par deux boucles de contrôle. Ceci a beaucoup d'intérêt pour l'amélioration des performances dynamiques et de la robustesse du contrôleur. Il permet aussi de simplifier le contrôle du hacheur Boost dont sa fonction de transfert présente un zéro dans la partie droite du plan rendant son contrôle par une seule boucle de tension compliqué dans certain cas [**71**,**72**]. La structure de la commande est représentée sur la figure 4.8.



Figure 4.8 : Structure de la commande par deux boucles de contrôle.

L'erreur corrigée entre la tension mesurée et la tension de consigne sert de référence de courant pour la boucle interne de courant. C'est la boucle de courant qui impose la valeur du rapport cyclique  $\alpha_e$ .

# 4.4.3.1 Modèle linéaire du hacheur

La modélisation du hacheur vise à analyser son comportement dynamique dans le but de déterminer le correcteur convenable pour le contrôler. La synthèse des modèles des convertisseurs présente des difficultés liées à la nature même de ces derniers. Les convertisseurs sont non linéaires et à structure variable, puisqu'ils présentent plusieurs états possibles au cours d'une période de découpage. La méthode adoptée consiste à transformer ces systèmes en des systèmes invariants puis à linéariser le modèle obtenu autour d'un point de fonctionnement [**73**]. Cette méthode n'est juste qu'en faisant l'hypothèse que la période d'échantillonnage est très petite devant la dynamique du système. Pour les boucles de contrôle présentées sur la figure 4.8, nous avons besoin de déterminer les fonctions de transfert  $G_1$  et

G<sub>2.</sub> Nous nous référons aux travaux présentés dans [**73**,**74**]. Les fonctions de transfert suivantes linéarisées autour du point de fonctionnement ( $\alpha_e$ , *R*) sont à considérer :

$$G_{1}(s) = \frac{\widehat{I}_{L}(s)}{\widehat{\alpha_{e}}(s)} = \frac{2V_{bus}}{R(1 - \alpha_{e})^{2}} \frac{1 + \frac{RC}{2}s}{1 + \frac{L}{R(1 - \alpha_{e})^{2}}s + \frac{LC}{(1 - \alpha_{e})^{2}}s^{2}}$$

$$G_{2}(s) = \frac{\widehat{V}_{bus}(s)}{\widehat{I}_{L}(s)} = \frac{(1 - \alpha_{e})R}{2} \frac{\left(1 - \frac{L}{R(1 - \alpha_{e})^{2}}s\right)}{1 + \frac{RC}{2}s}$$

$$4.49$$

$$4.49$$

$$\alpha_e$$
 est le rapport cyclique, les termes en  $\hat{x}(s)$  correspondent à des petites variations de la grandeur X considérée.

L'analyse des fonctions de transfert montre la présence d'un zéro dans la partie droite du plan complexe. La pulsation  $W_z$  de ce zéro RHPZ (Right Half Plan Zero) est égale à :



Figure 4.9 : Diagramme de Bode de  $(1 - \frac{s}{w_z})$ .

Comme nous pouvons le constater sur le diagramme de Bode de la figure 4.9, ce zéro ajoute un déphasage de 90° à la fonction de transfert. Si le zéro apparait proche de la fréquence de coupure, il a une action néfaste à la marge de phase du système en diminuant cette dernière. L'équation 4.52 présente la fonction de transfert du Boost pour une seule boucle de contrôle (boucle de tension) :

$$\frac{\hat{V}_{bus}(s)}{\hat{\alpha}(s)} = \frac{V_{bus}}{1 - \alpha_e} \frac{1 - \frac{L}{R(1 - \alpha_e)^2} s}{1 + \frac{L}{R(1 - \alpha_e)^2} s + \frac{LC}{(1 - \alpha_e)^2} s^2}$$

$$4.52$$

Nous remarquons que le zéro (RHPZ) apparait à la même pulsation (eq 4.51) que ce soit pour un contrôle avec une seule boucle de tension ou avec deux boucles. Cependant, un pôle complexe apparaît dans la boucle de courant ce qui permet de compenser l'effet du zéro.

Le zéro instable est présent dans tous les convertisseurs qui stockent d'une manière indirecte l'énergie. Ces convertisseurs stockent tout d'abord l'énergie dans l'inductance, puis la renvoie vers la charge. Si la dynamique de changement du rapport cyclique par rapport à une perturbation est très rapide, l'inductance limite naturellement la montée en courant. D'autre part le courant dans l'inductance ne va pas pouvoir augmenter à la même vitesse que le rapport cyclique. Cela se traduit automatiquement par une chute de la tension  $V_{bus}$  et donc des oscillations. Pour s'affranchir de ce problème, on limite la dynamique de variation du rapport cyclique. Pour cela la fréquence de coupure (qui reflète la bande passante) du système sur le tracé de Bode est limitée à 30 % du de la valeur du zéro instable obtenu à partir de l'équation 4.51 [**75**].

## 4.4.3.2 Synthèse des paramètres du correcteur

Nous avons présenté dans le paragraphe précédent le modèle linéaire du hacheur Boost. Etant donné le caractère non linéaire du hacheur, ce modèle a été déduit par linéarisation autour d'un point de fonctionnement. Pour synthétiser les paramètres du correcteur, il faut donc choisir un point de référence. Nous choisissons comme point de référence le point le plus critique du point de vue de la stabilité qui correspond au zéro le plus faible et des pôles proches de l'axe des imaginaires. Ce point correspond pour un hacheur Boost à la tension d'entrée minimale et à la charge maximale (plus faible valeur de résistance). Pour la détermination des correcteurs, nous avons utilisé l'outil graphique Sisotool de Matlab. La figure 4.10 illustre le diagramme de Bode en boucle ouverte de la boucle interne de courant.


Figure 4.10 : diagramme de Bode de G1.

Nous réglons le contrôleur  $C_2$  de la boucle interne pour avoir un temps de réponse d'environ 1.5 ms. Nous obtenons le correcteur PI suivant :

$$C_2(s) = 165.05 \frac{1 + 0.00048s}{s} \tag{4.53}$$

La figure 4.11 donne la réponse indicielle de la fonction de transfert en boucle fermé pour la boucle de courant.



Figure 4.11 : réponse indicielle de la boucle de courant avec correcteur.

Le zéro minimal RPHZ de la fonction de transfert  $G_2$  est égal à 1250 rd/s. Il est obtenu à partir de l'équation 4.51 pour le point correspondant à la résistance minimale et le rapport cyclique maximale. On limite dans ce cas la fréquence de coupure de la boucle extérieure à 375 rd/s. Nous optons aussi pour une marge de phase aux alentours de 60°. Nous trouvons le correcteur  $C_1$  suivant :

$$C_1(s) = 822.01 \frac{1 + 0.0025s}{s} \tag{4.54}$$

Le diagramme de Bode, obtenu pour le système en boucle ouverte, est présenté sur la figure 4.12.



Figure 4.12 : Diagramme de Bode en boucle ouverte (boucle de tension).

#### 4.4 Résultats obtenus et comparaison des lois de commande

#### 4.4.1 Résultats de simulation

L'objectif de ce paragraphe est de présenter les résultats de simulation des deux commandes et de vérifier le bon réglage des correcteurs. La simulation a été faite grâce au logiciel Simulink. La simulation consiste à faire varier la charge de sa valeur minimale (20  $\Omega$ ) à sa valeur maximale (5  $\Omega$ ). Ceci a été fait pour différents états de charge des supercondensateurs (V<sub>sc</sub> = 10 et 20 V). Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 4.13.



Figure 4.13 : Simulation PI (a) et SMC (b) (variation de la résistance de 20 à 5  $\Omega$ ).

Nous pouvons constater que les correcteurs régulent correctement la tension du bus. Cependant, on peut constater les excellentes performances dynamique du correcteur par mode glissant qui permet à la tension de bus de rattraper la tension de référence plus rapidement que le correcteur PI et ceci sans engendrer d'oscillations.

#### 4.4.2 Résultats expérimentaux.

Les lois de commande étudiées sont implémentées dans la carte DSPACE 1104 équipant le banc de test. Nous avons mesuré le courant et la tension aux bornes des supercondensateurs ainsi que le courant et la tension de la charge. Les courants sont mesurés par des capteurs LEM et les tensions par des diviseurs de tension associés à des amplificateurs opérationnels isolés. Le tout est connecté aux entrées A/D de la carte DSPACE. La commande du hacheur Buck (recharge des supercondensateurs) adoptée est une commande simple par hystérésis à courant constant.















Figure 4.14: Résultats expérimentaux pour une variation brusque de charge de 20 à 5 Ω et pour

différents niveaux de tension initiale dans le supercondensateur (PI à gauche, SMC à droite).

Plusieurs campagnes d'essais ont été réalisées en vue de comparer les lois de commande dans différentes conditions. Dans la première campagne, nous faisons varier la charge de 20  $\Omega$ à 5 Ω. Les résultats obtenus pour différents niveaux de tension sont représentés sur la figure 4.14. La différence entre les résultats de simulation et d'expérience provient des erreurs sur les valeurs des pertes dans les composants ainsi que des phénomènes parasites non modélisés. Nous pouvons remarquer les excellentes performances dynamiques du contrôle par mode de glissement par rapport à une commande par PI. Le contrôle par mode de glissement permet au système de rattraper la tension de référence très rapidement (entre 0,1 et 0,5 ms) et ceci sans oscillations. Avec le contrôleur PI, la tension du bus rattrape la référence plus lentement (entre 7 et 10 ms), ceci s'accompagne d'une chute de tension de quelques volts. Nous pouvons aussi remarquer le caractère non linéaire du contrôle par mode de glissement. Ses performances sont peu influencées par un changement du point de fonctionnement. Cependant, le contrôle par mode de glissement présente deux inconvénients liés à l'erreur statique et à la variation de la fréquence de commutation du convertisseur. En fait, une erreur statique de 2 % a été constatée sur la tension Vbus pour une tension aux bornes des supercondensateurs de 10 V (Vbus égale 39.2 au lieu de 40 V). Celle-ci est liée aux pertes dans le convertisseur qui ne sont pas prises en compte dans la synthèse du correcteur. L'augmentation de l'ordre du contrôleur par l'ajout d'un intégrateur peut éliminer cette erreur. Pour la fréquence de commutation, celle-ci varie entre 4,5 et 14 kHz. La deuxième campagne a consisté à faire varier la charge entre 5 et 20 Ω. Nous aboutissons aux mêmes conclusions que lors de la première campagne de mesure. Nous présentons les résultats obtenus sur la figure 4.15.





Figure 4.15 : Résultats expérimentaux pour une variation brusque de charge de 5 à 20  $\Omega$  et pour différents niveaux de tension dans les supercondensateurs (PI à gauche, SMC à droite).

Après avoir testé dans les deux premiers essais les performances les contrôleurs dans différentes conditions pour des variations de charge, nous illustrons dans la troisième campagne d'essais, des pertes de réseau (coupure de l'alimentation). Ceci permet de tester les

commandes en partant d'un état initial qui est loin du point d'équilibre. Les résultats obtenus sont illustrés sur la figure 4.16.

Les résultats montrent de nouveau les excellentes performances dynamiques du contrôle par mode de glissement. La tension du bus se stabilise après 1 ms et sans dépassement dans le cas d'une commande par mode de glissement par rapport à 10 ms pour un contrôleur par PI



(10 V)

Figure 4.16 : Résultats expérimentaux illustrant des pertes d'alimentation réseau et pour différents niveaux de tension initiale dans les supercondensateurs (PI à gauche, SMC à droite).

#### 4.5 Améliorations possibles de la commande par mode de glissement

Malgré les bonnes performances obtenues expérimentalement, des améliorations sont envisageables pour la commande par mode de glissement.

#### 4.5.1 Erreur statique

Les résultats expérimentaux présentés dans le paragraphe précédent montrent la présence d'une erreur statique au niveau de la tension du convertisseur  $V_{bus}$ . Cette erreur pourrait être éliminée en ajoutant une action intégrale au niveau de la surface de glissement [**59**,**76**]. Dans ce cas la surface de glissement deviendrait :

$$S = K_{1}(V_{bus} - V_{ref}) + K_{2}(i_{L} - I_{ref}) + K_{3} \int (V_{bus} - V_{ref})dt$$
4.55

La même démarche que précédemment pourrait alors être appliquée pour déterminer les conditions sur les gains du correcteur permettant de garantir de bonnes performances du système.

#### 4.5.2 Fréquence variable

Le fonctionnement à fréquence variable du convertisseur nécessite le surdimensionnement des filtres et en outre engendre des problèmes de CEM. Comme nous l'avons déjà évoqué dans le paragraphe 4.2.5, la fixation de la fréquence de commutation peut être réalisée. Celle-ci peut être effectuée en implémentant un circuit PLL<sup>3</sup> qui ferait varier la bande d'hystérésis en fonction du point de fonctionnement du convertisseur.

## 4.5.3 Observation du courant de charge et de la tension aux bornes des supercondensateurs

Dans ce chapitre, nous avons fait l'hypothèse que les perturbations, le courant de charge et la tension aux bornes des supercondensateurs, étaient mesurés. Ces grandeurs pourraient être déduites à partir d'un observateur, de Luenberger étendu par exemple. Pour ce faire, il serait nécessaire de faire des hypothèses sur la dynamique des perturbations. Si on considère une dynamique lente pour ces perturbations, on peut écrire :

$$\begin{cases} i_{ch} = 0 \\ V hus = 0 \end{cases}$$

$$4.56$$

On pourraitt intégrer ces deux équations dans le modèle du convertisseur pour obtenir le modèle d'état étendu et obtenir ensuite l'observateur. Dans un premier temps, un choix judicieux de la matrice des gains de l'observateur permettrait d'assurer la convergence de celle-ci.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Phase locked loop

Par contre, il faudrait démontrer la stabilité du système en boucle fermée (contrôleurobservateur) vu que le système est non linéaire et que par conséquent le principe de séparation (observateur - contrôleur) n'est plus valable. Les travaux présentées par Vidyasagar dans [**77**] peuvent aider à la démonstration de la stabilité en boucle fermée du système avec observateur.

#### **4.6 Conclusion**

Dans ce chapitre, la comparaison entre deux types de contrôle (PI et mode de glissement) d'un hacheur survolteur a été réalisée. Un banc d'essai a été réalisé ce qui a permis de tester les performances des contrôleurs pour plusieurs points de fonctionnement et avec différents types de perturbation (variation de charge, perte du réseau). Les résultats montrent les excellentes performances dynamiques du contrôle par mode de glissement pour une plage de fonctionnement assez large qui a mis en évidence le caractère non linéaire du contrôleur. Cependant, l'erreur statique constatée sur la sortie ainsi que la variation de la fréquence de découpage du convertisseur constituent des inconvénients auxquels nous pouvons palier en nous appuyant sur les extensions présentées à la fin de ce chapitre.

# **Conclusion générale**

Les travaux présentés dans ce mémoire portent sur l'étude d'un coffre de supercondensateurs pilotés par une électronique de puissance pour le stockage tampon de l'énergie électrique récupérée lors des phases de freinage d'un trolleybus. La fonction du coffre est d'alimenter tous les auxiliaires du véhicule lors des coupures de la ligne aérienne. La ligne directrice de cette thèse a reposé sur trois aspects liés par une volonté d'améliorer les performances à court et à long terme du système que l'on peut résumer de la façon suivante :

- Détermination du nombre de supercondensateurs à mettre en place en partant d'un profil de vitesse donné du trolleybus.
- Modélisation électrothermique du coffre de supercondensateurs permettant de connaître les contraintes que subit chaque supercondensateur en cours de cyclage.
- Comparaison de lois de commande appliquées au système de stockage permettant d'améliorer les performances du système.

Le premier chapitre de thèse a permis de situer le contexte du travail et de présenter un état de l'art concernant le supercondensateur et ses applications dans le domaine du transport électrique. La fin de ce chapitre a été consacrée à la présentation du projet Hybus dans lequel s'inscrivent les travaux présentés dans ce mémoire.

L'étude menée dans le deuxième chapitre a permis de proposer une méthodologie de dimensionnement du système de stockage pour une mission spécifique du trolleybus. L'approche bond graph a été exploitée afin d'en déduire des modèles direct et inverse de la chaine cinématique du trolleybus et de déterminer l'évolution des grandeurs électriques sur le réseau de puissance du véhicule en roulage. Bien que le supercondensateur possède une puissance spécifique relativement élevé, la présence de pics de puissance dans notre application conduit à tenir compte simultanément de critères sur la puissance et sur l'énergie. Ceci nous a amené à étudier une stratégie de dimensionnement du coffre s'appuyant sur le plan de Ragone d'un modèle réduit à un supercondensateur équivalent.

Le troisième chapitre est venu compléter le chapitre précédent en abordant les contraintes thermiques que subit chaque supercondensateur dans le système de stockage. Pour ce faire, nous avons développé un modèle couplant phénomènes thermiques et électriques qui permet de prédire la température de chaque supercondensateur en cours de cyclage. Le modèle retenu de type circuit constitue un bon compromis entre précision et temps de calcul. Les résultats de la comparaison entre les températures mesurées et simulées montrent une très bonne concordance entre la simulation et la réalité. Dans le but de

déterminer le paramètre qui influe le plus sur la sortie du modèle, nous avons réalisé une analyse de sensibilité du modèle. Cette étude a permis de démontrer que la vitesse de l'air est le facteur le plus influant sur l'évolution des températures. Ceci nous permet de conclure que toute amélioration des résultats de modélisation doit tout d'abord s'appuyer sur une mesure plus précise de cette vitesse. Ces résultats montrent aussi que le contrôle de la vitesse de l'air est un paramètre clé pour l'amélioration des performances thermiques du banc. L'étude de la sensibilité du modèle a été ensuite complétée par une étude de management thermique robuste. Nous avons alors étudié plusieurs paramètres qui influent sur le modèle en nous appuyant sur des lois statistiques pour traduire la dispersion par rapport aux valeurs nominales. A partir de la simulation, la température du point chaud a été représentée par une distribution, ce qui nous a permis de déterminer les limites thermiques du coffre en prenant en considération toutes les incertitudes sur les paramètres du modèle. Cette méthode de dimensionnement semble plus pertinente que la méthode classique déterministe qui définit des facteurs de sécurité empiriques afin de tenir compte des incertitudes. Notre objectif étant de suivre l'évolution des paramètres électriques de chaque supercondensateur en cours de cyclage et ainsi de déterminer la durée de vie du coffre pour un profil d'utilisation donnée, nous avons donc couplé les modèles électrique et thermique avec une loi de vieillissement. Certaines hypothèses ont été nécessaires concernant le découplage des échelles de temps pour pouvoir réaliser ce couplage des modèles en un temps raisonnable. Les résultats obtenus montrent bien l'influence de la dispersion de température sur la dispersion de la durée de vie entre composants et donc sur la durée de vie du coffre.

Dans les premiers chapitres, des problématiques liées au dimensionnement et à la fiabilité du coffre ont été présentées. Ces points rentrent dans le contexte de l'analyse des performances à long terme du coffre. Dans le chapitre 4, ont été abordés des problèmes liés aux performances dynamiques du système de stockage.

Le chapitre 4 traite du problème de la commande du coffre de supercondensateurs pour répondre à des appels de puissance de courte durée. Nous nous sommes intéressés à la commande du hacheur Boost qui présente plus de difficultés qu'un hacheur Buck. Deux lois de commande issues de deux approches différentes (linéaire et non linéaire) ont été étudiées. Les résultats expérimentaux menés sur un banc d'essai montrent les excellentes performances du contrôle par mode de glissement et ceci pour plusieurs scénarii de variation de charge et de pertes du réseau d'alimentation, et indépendamment du point de fonctionnement. Ceci met clairement en évidence l'intérêt du caractère non linéaire du contrôle par mode de glissement. Toutefois, l'erreur statique constatée ainsi que la variation de la fréquence de commutation et la nécessité de mesurer les perturbations constituent des inconvénients majeurs pour ce type de contrôle. Nous avons donc proposé à la fin de ce chapitre, des améliorations possibles de cette commande.

Les problématiques abordées durant cette thèse de dimensionnement, de vieillissement basé sur un couplage électrothermique et de commande ouvrent de nombreuses perspectives concernant l'amélioration des performances des systèmes de stockage d'énergie électrique.

Au niveau du management thermique, il serait intéressant d'étudier les performances obtenues pour différentes configurations, en changeant par exemple la vitesse de l'air, la distance entre supercondensateurs, voire même le type de ventilation (série et parallèle)... Le choix de la configuration retenue va dépendre du facteur de qualité recherché obtenu grâce à l'étude du management robuste que nous avons proposé dans le chapitre 3.

Le couplage des modèles thermique et électrique peut servir d'outil de predimensionnement pour comparer les durées de vie simulées pour chaque configuration. Dans ce contexte, nous pouvons aussi signaler que cet outil pourra aider à la comparaison de différentes stratégies de commande des circuits d'équilibrage tenant compte par exemple de la température du composant (travail déjà initié dans le cadre de la thèse de Paul Kreczanik).

Le bond graph nous a permis d'aborder très simplement la problématique du dimensionnement sur des critères énergétique et dynamique. Il serait souhaitable de profiter des avantages qu'il offre en matière d'analyse structurelle pour en déduire une loi de commande découplante permettant de contrôler les deux hacheurs associés respectivement au réseau aérien et au module de stockage, structure classique d'un système d'alimentation avec source de puissance primaire et secondaire. C'est une problématique très générale du point de vue de la structure du système, mais pour laquelle la stratégie à adopter dépend fortement des caractéristiques primaires et secondaires.

Enfin, il serait également nécessaire d'intégrer le facteur de vieillissement dans le processus de dimensionnement de l'élément de stockage. En effet, le banc de supercondensateurs doit pouvoir assurer l'énergie et la puissance demandées tout au long

de sa durée de vie et non seulement au début de sa période d'utilisation. De nouveau, le couplage électrothermique développé permet de connaître la durée pour laquelle le système de stockage peut assurer sa fonction.

## **ANNEXES**

## Annexe A Rappel sur la modélisation Bond Graph

#### Description

Le langage bond graph est un langage graphique permettant la description de transfert d'énergie au sein des systèmes. Grâce à la représentation unifiée des phénomènes physiques, ce langage permet d'aborder les différents domaines de la physique et permet ainsi de modéliser des systèmes pluridisciplinaires.

#### Représentation de flux d'énergie

Considérons deux sous systèmes 1 et 2 qui échangent de l'énergie. Le langage bond graph représente le flux d'énergie via un lien (ou power bond) de puissance (demi-flèche). Ce lien de puissance porte deux variables, la variable d'effort e et la variable de flux f. La puissance échangée s'exprime comme le produit de ces deux variables de puissance. La direction du flux d'énergie est définie par la direction de la demi-flèche du lien de puissance. Par convention, la variable de flux est placée du côté du demi flèche.

## Système 1 ------ Système 2

Figure A.1 : Représentation bond graph du flux d'énergie entre les sous-systèmes 1 et 2

On définit les variables d'énergie par les relations intégrales suivantes :

$$p = \int e dt \tag{1}$$

$$q = \int f dt \tag{2}$$

p et q sont appelées respectivement moment généralisé et déplacement généralisé.

Le tableau A.1 indique la signification des variables de puissance et d'énergie pour les principaux domaines de la physique.

Domaine	Variable	Variable de flux	Moment P	Déplacement
	d'effort			q
Electrique	Tension	Courant	Impulsion	Charge
Mécanique Translation	Force	Vitesse de	Quantité de	élongation
		translation	mouvement	
Mécanique rotation	Couple	Vitesse de	Quantité de	Angle
		rotation	mouvement	
Hydraulique	Pression	Débit	Quantité de	Volume
(incompressible)		Volumique	mouvement	
Thermique	Température	Débit d'entropie		entropie

#### Tableau A.1 : Variables de puissance et d'énergie pour différents domaines physiques.

#### Eléments de base

Nous pouvons classifier les éléments bond graph en trois familles : éléments passifs, éléments actifs et éléments de jonction.

#### Eléments passifs :

Ce sont les éléments qui ne produisent pas de l'énergie, mais transforment la puissance qui leur est fournie en énergie dissipée sous forme de chaleur (R) ou stockée (élément I et C).

L'élément R modélisent les phénomènes physiques qui relient la variable d'effort à la variable de flux. À titre d'exemple, nous citons les résistances électriques, les amortisseurs et les phénomènes de frottement, ... La représentation graphique est :

$$\frac{e}{f}$$
 R

La loi qui caractérise cet élément est dans le cas d'un phénomène linéaire:

$$e - Rf = 0 \tag{3}$$

L'élément C modélisent les phénomènes physiques qui relient la variable d'effort à la variable de déplacement. À titre d'exemple, nous citons les capacités, les raideurs et les phénomènes d'élasticité,... La représentation graphique est :

$$\frac{e}{f}$$
 C

La loi qui caractérise cet élément est dans le cas d'un phénomène linéaire:

$$e - \frac{q}{C} = 0 \tag{4}$$

L'élément I modélisent les phénomènes physiques qui relient la variable de flux à la variable de moment. À titre d'exemple, nous citons les inductances, les inerties, ... La représentation graphique est :

La loi qui caractérise cet élément est dans le cas d'un phénomène linéaire:

$$p - f * I = 0 \tag{5}$$

#### Eléments actifs

Les éléments actifs sont ceux qui fournissent de la puissance. On distingue comme éléments actifs les sources d'effort Se et de flux Sf. La source d'effort (respectivement de flux) permet d'imposer l'effort (respectivement le flux) indépendamment de la variable de flux (respectivement de flux). Les représentations graphiques de ces composants sont :

$$Se - \frac{e}{f} > Sf - \frac{e}{f}$$

Les éléments MSe et MSf sont introduisent pour représenter les sources d'effort et de flux qui sont modulées par des variables de commande.

#### Eléments de jonction

Les éléments de jonction (0,1,TF,GY) servent à relier les éléments passifs et actifs.

La jonction 0 sert à associer les sous systèmes à iso-effort. À titre d'exemple, dans un circuit électrique cela se traduit par des branches de circuit en parallèle. Les équations correspondantes sont déduites en faisant l'égalité des efforts considérant le bilan de puissance nulle pour les liens de la jonction ce qui conduit à écrire un bilan de flux. Similairement, la jonction1 permet d'associer des sous systèmes à iso-flux (circuit électrique en série) ce qui conduit à écrire un bilan d'effort pour vérifier le bilan de puissance.

Le transformateur (TF) conserve la puissance transmise, selon une relation de proportionnalité entre le flux d'entrée et flux de sortie d'un part et entre l'effort d'entrée et l'effort de sortie d'autre part. La représentation graphique de cet élément est la suivante:



Les relations qui caractérisent le transformateur sont les suivantes:

$$e_1 = m e_2$$
,  $f_2 = m f_1$  (6)

Le transformateur est utilisé par exemple pour modéliser la partie idéale des transformateurs électriques, des réducteurs, ...

Lorsque le transformateur est modulé (m n'est pas constant), le transformateur modulé est noté MTF.

Similairement, Le gyrateur GY conserve aussi la puissance transmise mais selon une relation de proportionnalité entre le flux entrant et l'effort sortant d'une part et entre l'effort entrant et le flux sortant d'autre part. Le gyrateur représente certains changements de domaine physique comme par exemple le couplage électromécanique dans un moteur à courant continu. Le gyrateur modulé est noté MGY.

Les équations caractéristiques de ces différents éléments sont représentées dans le tableau A.2.

					I =	
	Acausal		Causalité conventionnelle		Bicausalité	
Eléments	Représentation	Equations	Représentation	Equations	Représentation BG	Equations
	DC	_	DC	_	_	_
	ВG		ВG			
	$\frac{e}{f}$ R	e-Rf=0	e f R	$f := \frac{e}{R}$	e f ∕ R	$R := \frac{e}{f}$
Element resistif			•	a := f P	-	
				e .= j k		
			f R			
	е	$e - \frac{q}{r} = 0$	e .	q := Ce	е.	
Elément	f C	° c <sup>-</sup> °	f C	$f := \frac{dq}{dt}$	f C	$C:=\frac{\int fdt}{e}$
capacitif			e C	$\frac{dq}{dt} := f$		
			T	$e := \frac{q}{C}$		
	е	p-f*I=0	. е	p := If	e .	, ∫edt
	f			$e := \frac{dp}{dt}$		$I := \frac{f}{f}$

 Tableau A.2 : Causalité et bicausalité des éléments bond graph et équations associées dans le cas de phénomènes linéaires

Elément inertiel			e f ∕ I	$\frac{dp}{dt} := e$ $f := \frac{p}{I}$		
Transformateur	$rac{e_1}{f_1}$ TF $rac{e_2}{f_2}$	$e_1 - e_2 m = 0$ $f_2 - f_1 m = 0$	$\frac{e_1}{f_1} TF \frac{e_2}{f_2}$	$e_2 := \frac{e_1}{m}$ $f_1 := \frac{f_2}{m}$	$\frac{e_1}{f_1} \operatorname{TF}_{m} \frac{e_2}{f_2}$	$e_1 := e_2 m$ $f_1:$ $= \frac{f_2}{m}$
			$ \begin{array}{c} \begin{array}{c} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{f}_1 \end{array} \\ TF \\ \mathbf{m} \\ \mathbf{f}_2 \end{array} \end{array} $	$e_1 := e_2 \cdot m$ $f_2 := f_1 \cdot m$	$f_1$ TF $f_2$	$e_2 := \frac{e_1}{m}$ $f_2 :=$ $f_1 \cdot \mathbf{m}$
	$e_1$ $GY$ $e_2$ $f_1$ $f_2$	$e_1 - f_2 \cdot r = 0$ $e_2 - f_1 \cdot r = 0$	$\begin{array}{c} e_1 \\ f_1 \\ f_1 \\ f_2 \end{array} = \begin{array}{c} e_2 \\ f_2 \\ f_2 \end{array}$	$e_1 := f_2.r$ $e_2 := f_1.r$	$e_1$ $GY$ $e_2$ $f_1$ $f_2$	$f_2 := \frac{e_1}{r}$ $e_2 := f_1 \cdot r$
Gyrateur			$\begin{array}{c c} e_1 & e_2 \\ \hline f_1 & f_2 \end{array}$	$f_1 := \frac{e_2}{r}$ $f_2 := \frac{e_1}{r}$	$ \begin{array}{c} \mathbf{e}_{1} \\ \mathbf{f}_{1} \\ \mathbf{f}_{2} \\ \mathbf{f}_{2} \\ \mathbf{f}_{2} \end{array} $	$e_1 := rf_2$ $f_1 := \frac{e_2}{r}$
Jonction 0	$\begin{array}{c} \begin{array}{c} & & \\ & & \\ & & \\ \hline & & \\ & & \\ \hline & & \\ & & \\ \end{array} \end{array} \begin{array}{c} & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ \end{array} \begin{array}{c} & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ \end{array} \begin{array}{c} & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ \end{array} \begin{array}{c} & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ \end{array} \begin{array}{c} & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ \end{array} \begin{array}{c} & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ \end{array} \begin{array}{c} & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ \end{array} \begin{array}{c} & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ \end{array} \begin{array}{c} & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ \end{array} \begin{array}{c} & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ \end{array} \begin{array}{c} & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ \end{array} \begin{array}{c} & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ \end{array} \begin{array}{c} & & \\ & \\ &$	$e_1 = e_2 = e_3$ $f_1 - f_2 - f_3$ = 0	$\begin{array}{c} & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ &$	$e_2 := e_1$ $e_3 := e_1$ $f_1 :$ $= f_2 + f_3$	$e_1$ $f_1$ $e_3$	$e_2 := e_1$ $e_3 := e_1$ $f_3 :$ $= f_1 - f_2$
Jonction 1	$\underbrace{\frac{\mathbf{e}_1}{\mathbf{f}_1} 1 \frac{\mathbf{e}_3}{\mathbf{f}_3}}_{\mathbf{f}_3}$	$f_1 = f_2 = f_3$ $e_1 - e_2 + e_3$ $= 0$	$ \begin{array}{c} \begin{array}{c} & & \\$	$f_2 := f_1$ $f_3 := f_1$ $e_1 :$ $= e_2 + e_3$	$e_1$ $f_1$ $f_1$ $f_3$	$f_{2} := f_{1}$ $f_{3} := f_{1}$ $e_{3} :$ $= e_{1} - e_{2}$

#### Causalité

Considérons deux systèmes 1 et 2 qui échangent de la puissance, deux situations sont possibles suivant que le système 1 ou bien 2 impose le flux. Pour représenter ces situations de cause à effet sur un modèle bond graph, un trait perpendiculaire à la flèche (trait de causalité) est placé du côté de l'élément qui impose le flux (voir figure A.2).





L'affectation de la causalité est soumise à des règles bien précises. La causalité est obligatoire pour les éléments actifs qui imposent soit le flux (Sf) soit l'effort (Se). Par contre, la causalité est arbitraire pour l'élément dissipatif. On la qualifie de causalité intégrale ou bien dérivée pour les éléments I et C. Un résumé des règles de causalité pour les différents éléments bond graph est présenté dans le tableau A.2.

La propagation de la causalité pour obtenir le modèle d'état du système (modèle direct) est soumise à certaines règles décrites dans la procédure SCAP (Sequential Causality Assignement Procedure). Afin d'obtenir le modèle bond graph causal, cette méthode consiste aux étapes suivantes :

- 6) Affecter les causalités pour les éléments à causalité imposée (Sf, Se)
- 7) Propager la causalité dans le modèle bond graph en utilisant les contraintes de causalité sur les jonctions 0 et 1 (un seul trait causal proche d'un jonction 0 et un seul trait causal éloigné d'une jonction 1) et sur les éléments *TF* et *GY*.
- Affecter une causalité intégrale à un élément de stockage et propager ce choix sur la structure de jonction comme précédemment.
- 9) Répéter l'étape 3 jusqu'à ce que tous les éléments de stockage aient une causalité
- 10) Affecter une causalité arbitraire pour les éléments R et propager la causalité.

Pour illustrer le principe de la propagation de la causalité suivant la procédure SCAP, nous considérons l'exemple du moteur à courant continu qui entraine une charge. Ce système est caractérisé sur la figure A.3 par :

- $R_m$  la résistance d'induit ( $\Omega$ )
- L l'inductance d'induit (H)
- K la constante de couple (Nm.A<sup>-1</sup>) ou de vitesse (Vs/rd)
- J le moment d'inertie du moteur et de la charge (kg.m<sup>2</sup>)
- bm le coefficient de frottement visqueux (Ns/rd)



Figure A.3 : Schéma d'un moteur à courant continu entraînant une charge.



Figure A.4 : modèle bond graph acausal (a) et directe (b) d'un moteur à courant continu

L'entrée, la tension V variable, est une source d'effort modulé par une commande u (MSe). Une jonction 1 est ensuite à considérer puisque les éléments du circuit électrique sont en série. La liaison entre la partie électrique et mécanique est représentée à l'aide d'un gyrateur qui relie le couple (effort e5) au courant (flux f4) et la vitesse (flux f5) à la tension (effort e4). L'inertie du moteur et de la charge J est modélisée via l'élément inertiel I, et le frottement visqueux bm via l'élément dissipatif (R).

Nous présentons sur la figure A.4.a, le modèle bond graph acausal du moteur avec sa charge.

Le modèle direct est obtenu à partir de la propagation de la causalité suivant les règles présentées par la procédure SCAP sur le modèle. Nous obtenons le modèle direct présenté sur la figure A.4.b qui permet de calculer la vitesse du moteur à partir de sa tension d'alimentation. Pour obtenir le modèle d'état du système, il faut écrire les équations qui correspondent à chaque nœud et élément dans le modèle bond graph. Nous obtenons le système d'équations suivantes :

$$\begin{cases} f_1 := f_2 := f_3 := f_4 \\ e_2 := e_1 - e_3 - e_4 \end{cases}$$
(7)

$$\begin{cases} f_5 := f_6 := f_7 := f_8 \\ \end{cases}$$
(8)

$$\begin{cases}
 e_6 := e_5 - e_7 \\
 e_4 := K f_5
\end{cases}$$
(9)

$$\begin{cases}
e_5 := Kf_4 \\
e_7 := Rf_7
\end{cases}$$
(10)

$$\begin{pmatrix}
e_3 := Rf_3 \\
\frac{dp_2}{dt} := e_2
\end{cases}$$
(11)

$$\begin{cases} f_2 := \frac{p_2}{L} \\ \begin{cases} \frac{dp_6}{dt} := e_6 \\ \\ f_6 := \frac{p_6}{J} \end{cases} \end{cases}$$
(12)

A partir de ces équations, nous pouvons déduire le modèle d'état du moteur sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \dot{P}_2 \\ \dot{P}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-R_m}{L} & \frac{-K}{J} \\ \frac{K}{L} & \frac{-b_m}{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ P_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} V$$

$$W_m = f_8 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ P_6 \end{pmatrix}$$

$$(13)$$

 $W_m$  est la vitesse du moteur (rd/s).

### Annexe B Inversion par principe de bicausalité

Dans cette annexe, nous rappelons les principaux éléments de la procédure d'inversion des modèles bond graph. Cette procédure se base sur le principe de la bicausalité qui permet d'exprimer l'entrée du modèle en se basant sur la connaissance de la sortie.

#### Principe de bicausalité

La notion de bicausalité est une extension de la causalité conventionnelle qui permet de déduire d'autres schémas de calcul que le modèle direct. Ce principe permet d'imposer à la fois les variables d'effort et de flux. Ceci permet d'introduire des contraintes sur le comportement de certaines variables dans le modèle.



#### Figure B.1 : orientation de la bicausalité.

La représentation de la bicausalité sur le modèle bond graph se fait à l'aide de ces deux demitraits de causalité selon la règle suivante qui reste cohérente avec la causalité conventionnelle:

- > Pour l'effort, le demi-trait causal est placé près du sous système qui reçoit l'effort
- > Pour le flux, le demi-trait causal est placé près du sous système qui impose le flux

Comme dans le cas de la causalité, l'affectation de la bicausalité est soumise à certaines règles qu'on résume dans le tableau A.2.

#### **Définitions utiles**

#### Ligne de puissance :

La notion de ligne de puissance est un concept acausal déterminé à partir du modèle acausal. Une ligne de puissance est une suite de liens de puissances reliés par des éléments bond graph.

#### Ligne de puissance de fourniture d'énergie :

Une ligne de puissance de fourniture d'énergie est une ligne de puissance entre une entrée de fourniture (*Se* ou *Sf*) ou de stockage d'énergie (*C* et *I*) et un élément de stockage associé à une sortie du modèle.

#### Ligne de puissance de modulation:

Une ligne de puissance de modulation est une ligne de puissance reliant un élément de modulation (*MSe*, *MSf*, *MTF*, *MGY*, *MR*) et un élément représentant une sortie du système.

#### Ligne de puissance E/S:

Une ligne de puissance E/S est une ligne de puissance reliant un élément défini comme entrée du modèle à un élément défini comme sortie du modèle.

#### Lignes de puissance disjointes :

Deux lignes de puissance sont dites disjointes si elles n'ont aucun lien de puissance ou élément bond graph commun.

#### Lignes de puissance indépendantes :

Deux lignes de puissance sont dites indépendantes si elles sont disjointes et qu'elles ne sont pas reliées au niveau des jonctions à causalité forte (2 jonctions 0 ou 2 jonctions 1 ou encore une jonction 1 avec une jonction 0 entre lesquelles se trouveraient un nombre impair de GY).

#### Chemin causal:

A partir d'un modèle bond graph causal, on peut définir la notion de chemin causal. Un chemin causal est un chemin de calcul entre deux variables de puissance dans le bond graph. L'existence d'un chemin causal entre deux variables indique que la modification de la variable de départ du chemin entraine la modification de la variable de fin de ce chemin.

#### Chemin causal:

Un chemin causal E/S est un chemin ayant comme entrée un élément de modulation (*MSe*, *MSf*, *MTF*, *MGY*, *MR*) et comme sortie un détecteur d'effort *De* ou bien un détecteur de flux *Df*.

#### Ensemble de chemins causaux disjoints:

Deux chemins causaux sont dits disjoints s'ils n'ont aucune variable de puissance commune.

#### Conditions d'inversibilité

Pour démontrer l'inversibilité du modèle bond graph, deux conditions devront être vérifiées:

1. Condition acausale

Une condition nécessaire de l'inversibilité structurelle d'un modèle est qu'il existe au moins un ensemble bijectif de m lignes de puissance de modulation E/S indépendantes. Chaque ligne de puissance de modulation de cet ensemble doit également avoir une partie commune avec au moins une ligne de puissance de fourniture d'énergie.

3. Condition causale

Si la condition 1 est vérifiée, le système est structurellement inversible si et seulement si il existe un seul ensemble de m chemins causaux E/S disjoints. S'il en existe plusieurs, le système est structurellement inversible si la structure du bond graph inverse obtenue par la procédure SCAPI est solvable.

#### **Procédure SCAPI**

Soit un modèle à inverser à m entrées et m sorties. La procédure SCAPI consiste à réaliser les étapes suivantes :

- 7) Sur le modèle bond graph acausal, choisir un ensemble bijectif de m lignes de puissances indépendantes (l'existence d'un tel ensemble est une condition nécessaire pour l'inversibilité du modèle).
- Pour cet ensemble bijectif de ligne de puissances, remplacer les entrées par des doubles détecteurs (*DeDf*) et les sorties par des doubles sources (*SeSf*).
- 9) Le long de chaque ligne de puissance déterminée à l'étape 1, propager la bicausalité de la double source au double détecteur. Ensuite propager la causalité le long de la structure de jonction.
- Affecter une causalité de préférence intégrale à un élément de stockage sans causalité et propager la causalité.
- 11) Répéter l'étape 4 jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'élément de stockage sans causalité.
- 12) Affecter une causalité arbitraire pour les éléments R non déterminés causalement et propager la causalité.

Pour illustrer le principe de l'inversion par approche de bicausalité, nous reprenons l'exemple du moteur à courant continue. Dans la modélisation directe du moteur, nous cherchons la vitesse  $W_m$  (f<sub>8</sub> et Df) d'un moteur alimenté par une tension V (e<sub>1</sub> et MSe). La modélisation inverse sert à calculer la tension du moteur pour que la vitesse du moteur suive une trajectoire bien définie. Le détecteur de flux en sortie Df est remplacé par une double source effort/flux afin d'imposer la vitesse du moteur. La source modulée d'effort MSe est remplacée par un double détecteur DeDf. La propagation de la bicausalité tout au long du modèle est faite suivant la procédure SCAPI. Nous obtenons le modèle inverse du moteur présenté sur la figure B.2.



Figure B.2 : Modèle bond graph inverse d'un moteur à courant continu

En écrivant les équations du modèle, on obtient le système d'équations suivant:

$$\begin{cases}
f_1 := f_2 := f_3 := f_4 \\
(15)
\end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} e_1 := e_2 + e_3 + e_4 \\ f_5 := f_6 := f_7 := f_8 \end{cases}$$
(16)

$$\begin{pmatrix}
e_5 := e_6 + e_7 \\
e_6 := K f_7
\end{cases}$$

$$\begin{cases} e_4 & e_5 \\ f_2 & e_5 \\ f_4 & e_5 \\ f_5 & e_5 \\ f_$$

$$\begin{cases} e_7 := Rf_7 \\ \end{cases}$$
(18)

$$\begin{cases}
e_3 := Rf_3 \\
e_2 = L \frac{df_2}{dt} \\
e_6 = J \frac{df_6}{dt}
\end{cases}$$
(19)

A partir de l'assemblage des équations locales, nous obtenons le modèle d'état inverse exprimant la tension d'alimentation en fonction de la vitesse du moteur :

$$V = \left(\frac{LJ}{K}\right)\frac{d^2W_m}{dt} + \left(\frac{Lb_m}{K} + \frac{RJ}{K}\right)\frac{dW_m}{dt} + \left(\frac{Rb_m}{K} + K\right)$$
(20)

## Annexe C Modèles des pertes dans les composants

#### Pertes dans le moteur roue:

Les pertes dans le moteur sont déduites à partir des courbes de rendement données par le constructeur (par ex figure C.1). Afin de déduire le rendement pour n'importe quel point de fonctionnement (vitesse, couple), l'interpolation linéaire est utilisée.



Figure C.1 : Rendement du moteur en fonction du régime moteur et du couple.

#### Pertes dans le réducteur:

Les pertes dans le réducteur sont fonction du régime moteur et de la puissance d'entrée du réducteur. Les caractéristiques du rendement données par le constructeur sont celles des deux réducteurs épicycloïdaux. De ce fait, le modèle bond graph représente les pertes dans les deux réducteurs. A titre d'exemple nous représentons le rendement en fonction du régime moteur pour une puissance d'entrée de 50 kW.



Figure C.2 : Rendement en fonction du régime moteur pour une puissance d'entrée de 50 kW.

# Annexe D Caractérisation du modèle non linéaire du supercondensateur



#### Figure D.1 : Modèle non linéaire du supercondensateur.

Afin de déterminer les paramètres du modèle non linéaire du supercondensateur (figure D.1), on se sert d'un essai de charge à courant constant (I) du composant suivi d'une phase de repos. La figure D.2 représente la tension de supercondensateur en cours de cet essai.



Pendant un temps très bref la tension aux bornes du supercondensateur est déterminée par la chute de tension aux bornes de la résistance série, on en déduit donc :

$$R_{sc} = \frac{\Delta V R_{sc}}{I}$$
(21)

Le courant dans le supercondensateur est égale à :

$$I = C_{SC} \frac{dV_{SC0}}{dt}$$
(22)

Pour une tension de supercondensateur petit, la capacité du composant est à peu prés égale à a. Ceci permet d'écrire :

$$a = \frac{I}{\frac{\Delta V_0}{\Delta t_0}}$$
(23)

Nous calculons ensuite la charge totale  $(Q_t)$  stockée dans le supercondensateur pendant la phase de charge :

$$Q_t = \int_0^t I dt = \int_0^{V_f} C_{SC}(V_{SC0}) dV_{SC0} = aV_f + \frac{1}{2}bV_f^2$$
(24)

Or la charge totale ( $Q_t$ ) est égale à /

$$Q_t = I\Delta t_f \tag{25}$$

Ceci permet d'écrire :

$$b = \frac{2}{V_f^2} \left( I \Delta t_f - a V_f \right) \tag{26}$$

Pour le supercondensateur Bcap 3000, nous avons obtenu les paramètres suivants:

Rsc =  $0.4 \text{ m}\Omega$ ,

 $a={\tt 2344}~{\tt F}$ 

 $b = 457 \; F/V$ 

# Annexe E Eléments de base pour le dimensionnement d'un hacheur réversible



#### Figure E.1 : Hacheur réversible.

#### Inductance de lissage :

L'inductance de lissage est calculée en fonction de l'ondulation maximale du courant admis. L'ondulation maximale du courant pour une fréquence donnée est obtenue pour un rapport cyclique égale 0.5. Pour une ondulation maximale donnée, l'inductance minimale est calculée à partir de l'équation suivante :

$$L_{min} = \frac{V_{bus}}{4\Delta I_{max}f}$$
(27)

Ou  $L_{min}$  est l'inductance minimale (H),  $\Delta I_{max}$  est l'ondulation de courant maximale admise (A),  $V_{bus}$  est la tension de la sortie du convertisseur (V), f est la fréquence de découpage (Hz).

#### Capacité de filtrage :

La capacité de filtrage est obtenue en fonction de l'ondulation maximale de la tension de sortie désirée qui est obtenue pour un rapport cyclique égale à 0.5. La capacité du filtrage est obtenue à partir de l'équation suivante :

$$C_{min} = \frac{I_{Lmax}}{4\Delta V_{max}f} \tag{28}$$

Ou  $C_{min}$  est la capacité minimale (F),  $\Delta V_{max}$  est l'ondulation de tension maximale admise (V),  $I_{Lmax}$  est le courant maximal dans l'inductance (A).

## Bibliographie

- [1] W lajnef, "Modélisation des supercondensateurs et évaluation de leur vieillissement en cyclage actif à forts niveaux de courant pour des applications véhicules électriques et hybrides," Université Bordeaux 1, Bordeaux, Thèse de doctorat 2006.
- [2] H. El Brouji, O. Briat, J-M. Vinassa, N. Bertrand, and E. Woirgard, "Ageing quantification of ultracapacitors during calendar life and power cycling tests using a physically-based impedance model," in ESSCAP-08, Rome, 2008.
- [3] EPCOS, "Ultracap double layer capacitors A new energy storage device for peak applications," Product profile 2002.
- [4] P. Kreczanik, C. Martin, G. Clerc P. Venet, G. Rojat, and Y. Zitouni, "Constant power cycling for accelerated ageing of supercapacitors," in *EPE'2009*, Barcelone, 2009.
- [5] J. Kowal, D. Uwe Sauer, O. Bohlen, "Ageing behaviour of electrochemical double layers capacitors" part I. Experimental study and ageing mode," *Journal of power sources*, vol. 172, no. 1, pp. 468-475, 2007.
- [6] Pascal Venet, "Amélioration de la sureté de fonctionnement des élements de stockage d'énergie," Université Claude Bernard, Lyon, HDR 2007.
- [7] P. AZAÏS, "Recherche des causes du vieillissement de supercondensateurs à électrolyte organique a base de carbones actives," Université d'Orléans, Orléans, Thèse de doctorat 2003.
- [8] R. Bonert, L. Zubieta, "Characterization of double-layer capacitors (DLCs) for power electronics applications," in *IEEE-IAS'98*, Saint-Louis, 1998.
- [9] R. De Levie, *Electrochemical response of porous and rough electrodes, Advances in electrochemistry and Electrochemical Engineering*, Wiley Interscience, Ed. syndney, australie, 1967.
- [10] M Camara, "Supercondensateurs pour échange dynamique d'énergie à bord du vehicule électrique hybride," Université de Franche compté, Belfort, Thése de doctorat 2007.
- [11] J. chabas and G. coquery, "THALES : Hybrid tram-train using ultracapacitors for electric power supply," in *PROSPER'01*, Karlsruhe, 2001.
- [12] K. Rechenberg, "System variants for operation of trams without catenary," in ESSCAP, Belford.
- [13] fiche produit coffre de supercondensateur ERC 150.

- [14] A. Jardin, "Contribution à une méthodologie de dimensionnement des systèmes mécatroniques : analyse structurelle et couplage à l'optimisation dynamique," Insa de Lyon, Lyon, Thèse de doctorat 2010.
- [15] H Paynter, Analysis and design of engineering systems, PIT Press, Ed., 1961.
- [16] D Karnopp, D Margolis, and R Rosenberg, *Systems dynamics : a unified approach*, John Wiley and Sons, Ed., 1975.
- [17] R Rosenberg, "Exploiting bond graph causality in physical system models," *Journal of Dynamics Systems, Measurement and control*, vol. 109, no. 4, pp. 378-383, 1987.
- [18] D. Karnopp and R.C. Rosenberg, *Systems dynamics : a unified approach*.: New york John Wiley & sons, 1975.
- [19] P.J. Gawthrop, "Bicausal bond graphs," in *International Conference on Bond Graph Modelling and Simulation*, Las Vegas, 1995.
- [20] R. F. Ngwompo and E. Bideaux, "On the role of power lines and causal paths in bond graph based model inversion," in *Int. Conf. on Bond Graph Modeling and Simulation*, San Diego USA, 2005.
- [21] R.F Ngwompo, S Scavarda, and D Thomasset, "Physical model-based inversion in control systems design using bond graph representation," *Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 215, no. 12, pp. 95-103, 2001.
- [22] R.F Ngwompo, S Scavarda, and D Thomasset, "Structural invertibility and minimal inversion of multivaraible systems - a bond graph approach," in *International*, Phoenix, 1997.
- [23] R.F. Ngwompo, "Contribution au dimensionnement des systèmes sur des critères dynamiques et énergétiques-Approche bond graph," Insa de Lyon, Lyon, Thèse de doctorat 1997.
- [24] El Feki M., Di Loreto M., Bideaux E., Thomasset D., and Ngwompo R., "Structural Properties of Inverse Models Represented by Bond Graph," in *17th IFAC World Congress*, Seoul - korea, 2008.
- [25] F.J Evans and C Schizac, "Diagraph analysis of large scale systems : the system primitive," *Electronics letters*, vol. 15, no. 20, pp. 613-614, Septembre 1979.
- [26] H Mayeda, "On structural controllability theorem," *IEEE Transactions on automatic*, vol. 26, no. 3, pp. 798-798, Juin 1981.
- [27] A Rahmani, "Etude structurelle des systèmes lineaires par l'approche bond graph," Université des sciences et technologie de Lille, Lille, France, Thése de doctorat 1993.
- [28] T Christen and M. Carlen, "Theory of Ragone plots," *Journal of power sources*, vol. 91, no. 2, pp. 210-216, décembre 2000.

- [29] O Langlois, "Conception d'un réseau de secours électrique," ENSEEIHT, Toulouse, Thèse de doctorat 2006.
- [30] P Barrade and A Rufert, "Current capability and power density of supercapacitors: considerations on energy efficiency," in *EPE*, Toulouse, 2003.
- [31] H. EL BROUJI, O. BRIAT, J.-M. VINASSA, N. BERTRAND, and E. WOIRGARD, "Comparison between changes of ultracapacitors model parameters during calendar life and power cycling ageing tests," *Microelectronics and reliability*, vol. 48, no. 8-9, pp. 1473-1478, 2008.
- [32] Yasser Diab, Pascal Venet, Hamid Gualous, and Gerard Rojat, "Electrical, Frequency and Thermal Measurement and Modelling of Supercapacitor Performance," in *ESSCAP'08-3rd European Symposium on Supercapacitors and Applications*, Rome, 2008.
- [33] W. Lajnef, O. Briat, S. Azzopardi, E. Woirgard, and J.-M. Vinassa, "Ultracapacitor electrical modeling using temperature dependent parameters," in *ESSCAP'2004*, Belfort, 2004.
- [34] J. Schiffer, D. Linzen, and D. Sauer, "Heat generation in double layer capacitors," *Journal of Power Sources*, vol. 160, no. 1, pp. 765-772, Septembre 2006.
- [35] Ph. Guillemet, C. Pascot, Y. Scudeller, and T. Brousse, "Compact Thermal Models of Double-Layer-Super-capacitors," in *ESSCAP'2008*, Rome, 2008.
- [36] Ph. Guillemet, Y. Scudeller, and Th. Brousse, "Multi-level reduced-order thermal modeling of electrochemical capacitors," *Journal Of Power Sources*, vol. 157, no. 1, pp. 630-640, 2006.
- [37] W. Lajnef, J.-M. Vinassa, O. Briat, and E. Woirgard, "Specification and use of pulsed current profiles for ultracapacitors power cycling," *Microelectronics and Reliability*, vol. 45, no. 9-11, pp. 1746-1749, 2005.
- [38] L. DAE HUN et al., "Modelling of the thermal behaviour of an ultracapacitor for a 42-V automotive electrical system," *Journal of power sources*, vol. 175, no. 1, pp. 664-668, 2008.
- [39] H. Gualous, H. Louahlia-Gualous, R. Gallay, and A. Miraoui, "Supercapacitor Thermal Characterization in Transient State," in *Industry Applications Conference*, New Orleans, 2007.
- [40] P Barrade and A Rufer, "Sizing of a Supercapacitive Tank: Finite Elements Thermal Modelling," in *ESSCAP'08*, Rome, 2008.
- [41] M. AL SAKKA, H. GUALOUS, J. VAN MIERLO, and H. CULCU, "Thermal modeling and heat management of supercapacitor modules for vehicle applications," *Journal of power souces*, vol. 194, no. 2, 2009.
- [42] P. Incorpera, Fundamentals of Heat and Mass Transfer.: Wiley, 1999.
- [43] F. Kreith, *Principles of heat transfer*.: Hemisphere Publishing Corporation, 1997.

- [44] J.R. Culham, M.M Ypvanovich, W.A Khan, "Convection heat transfer from tubes banks in crossflow: Analytical approach," *International journal of heat and mass transfer*, vol. 49, no. 25-26, pp. 4831-4838, 2006.
- [45] K. Bell D. Adams, "Fluid friction and heat transfer for flow of sodium carbocymethyl cellulose solutions across banks of tubes," *Chemical Engineering Symposium series*, vol. 64, pp. 133-145, 1968.
- [46] A. Zukauskas, "Heat transfer from tubes in cross flow," *advances in heat transfer*, vol. 18, pp. 87-159.
- [47] Yves Bertin, Patrick Lagonotte, Marc Broussely, "reduction and optimization of thermal models using Kirchhoff network theory," *International Journal Of Thermal Sciences*, vol. 52, no. 8, pp. 795-804, 2003.
- [48] www.meteociel.fr.
- [49] M. Kuisma, P. Silventoinen M. Ahmed, "Comparison between PID Control and Sliding Mode Control for Buck Converter," in *Proceedings of the Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion*, Capri, 2004.
- [50] D. Cortes and J. Alvarez, "Robust sliding mode control for the boost converter," in *Proceedings of VIII IEEE International Power Electronics Congress*, Toulouse, 2002, pp. 208-212.
- [51] V.S.C. Racirah and P.C. Sen, "Comparative Study Of Proportional-Integral Sliding Mode, and Fuzzy Logic Controllers for Power Converters," *IEEE Transactions On Industry Applications*, vol. 33, no. 2, pp. 518-524, 1997.
- [52] W. Perruquetti and J. P. Barbot, *Sliding mode control in engineering*, Marcek dekker, Ed. New York, USA, 2002.
- [53] V.I. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," *IEEE Transaction On Automatic Control*, vol. 12, no. 5, pp. 212-222, 1977.
- [54] J.J. Slotine, Applied Non Linear Control.: Prentice hall, 1992.
- [55] E. Barbashin, *Introduction to the theory of stability*, English translation from russian: Wolters-Noordho Publishing, Ed., 1970.
- [56] V.I. Utkin, Sliding mode control and optimization, Springer-Verlag, Ed., 1992.
- [57] F. Bilalovic, O. Muasic, and A. Sabanovic, "Buck converter regulator operating in the sliding mode,", 1983, pp. 331-340.
- [58] R. Venkataramanan, A. Sabanovic, and S. Cuk, "Sliding mode control of DC-to-DC converters," in *IEEE Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentations*, California, 1985, pp.
251-258.

- [59] P. Mattavelli, L. Rossetto, G. Spiazzi, and P. Tenti, "General-purpose sliding-mode controller for DC/DC converter applications," in *IEEE Power Electronics Specialists Conference Record*, seatle, 1993, pp. 609-615.
- [60] G. Spiazzi, P. Mattavelli, and L. Rossetto, "Sliding control of DC-DC converters," in *Congresso Brasileiro de Elettronica de Potencia*, Belo horizonte, 1997, pp. 59-68.
- [61] P. Mattavell, L. Rossetto, and G. Spiazzi, "Small-signal analysis of DC/DC converters with sliding mode," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 12, no. 1, pp. 96-102, 1997.
- [62] R. Orosco and N. Vazquez, "Discrete sliding mode control for DC/DC converters," in *Proceeding* of the VII IEEE International Power Electronics Congress, Toulouse, 2002, pp. 231 236.
- [63] B.J. Cardoso, A.F. Moreira, B.R. Menezes, and P.C. Cortizo, "Analysis of switching frequency reduction methods applied to sliding mode controlled DC-DC converters," in *IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*, Boston, 1992, pp. 403-410.
- [64] L. Iannelli and F. Vasca, "Dithering for sliding mode control of DC/DC converters," in *IEEE Power Electronics Specialists Conference Record*, vol. 2, Aachen, 2004, pp. 1616-1620.
- [65] S.C. Tan, Y.M. Lai, C. K. Tse, and M.K.H. Cheung, "Adaptive feedforward and feedback control schemes for sliding mode controlled power converters," *IEEE Transaction on power electronics*, vol. 21, no. 1, pp. 182-192, Jan 2006.
- [66] M. Bekemans and D. Sigismondi, "Reglage par mode de glissement synchronisé par PLL, Application à un convertisseur DC/DC de type buck," *Revue scientifique des instituts* superieurs industrieles, no. 20, p. 197, 2006.
- [67] V.M. Nguyen and C.Q. Lee, "Indirect implementations of sliding-mode control law in buck-type converters," in *IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*, vol. 1, San Jose, 1996, pp. 111-115.
- [68] E. Fossas and A.Ras, "Second-order sliding-mode control of a Buck converter," in *41st IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 1, Las Vegas, 2002, pp. 346 347.
- [69] Y.M Lai, K.Tse Chi T Siw-Chong, "General Design Issues of Sliding-Mode Controllers in DC-DC Converters," *IEEE transactions On Industrial Electronics*, vol. 55, no. 3, 2008.
- [70] H. Sira-Ramirez, "Sliding motions in bilinear switched networks," *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. 34, no. 8, pp. 919-933, 1987.
- [71] M. Mitchell, "Tricks of the Trade: Understanding the Right-Half-Plane Zero in Small-Signal DC-DC Converter Models," *IEEE Power Electronics Society NEWSLETTER*, no. 1, 2001.

- [72] A.J. Forsyth. and S.V. Mollov., "Modelling and control of DC-DC converters," *Power Engineering Journal*, vol. 12, no. 5, 1998.
- [73] F. Forest J.P. Ferrieux, *Alimentations à découpage convertisseurs à résonance*, 3rd ed.: Dunod, 1999.
- [74] D. Viet, "Conception d'une interface électronique de puissance pour pile à combustible," Université Joseph Fourrier, Grenoble, Thèse de doctorat 2006.
- [75] C. Bassot, *Switch-Mode Power Supply: Spice Simulations and Practical Designs*.: McGraw-Hill, 2008.
- [76] M. Hattab, "Optimisation et gestion d'énergie pour un système hybride : association pile à combustible et supercondensateurs," Université de technologie Belfort Montbeliard, Belfort, thèse de doctorat 2008.
- [77] M. Vidyasagar, "On the st-abilization of nonlinear systems using state detection," *IEEE Transaction on automatic control*, vol. 25, no. 3, pp. 504-509, JUne 1980.