



Méthode d'optimisation et d'aide à la décision en conception mécanique : Application à une structure aéronautique

Arnaud Collignan

► To cite this version:

Arnaud Collignan. Méthode d'optimisation et d'aide à la décision en conception mécanique : Application à une structure aéronautique. Mécanique [physics.med-ph]. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 2011. Français. NNT : . tel-00662303

HAL Id: tel-00662303

<https://theses.hal.science/tel-00662303>

Submitted on 23 Jan 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Bordeaux 1

THESE

présentée pour obtenir le titre de

DOCTEUR
de
L'UNIVERSITE BORDEAUX 1

Ecole doctorale : Sciences Physiques pour l'Ingénieur (SPI)

Spécialité : Mécanique et Ingénierie

par
ARNAUD COLLIGNAN

METHODE D'OPTIMISATION ET D'AIDE A LA DECISION EN CONCEPTION MECANIQUE : APPLICATION A UNE STRUCTURE AERONAUTIQUE

Soutenue le 30 novembre 2011 devant le jury composé de

MM.	P.A.	Yvars	Maître de conférences HDR, LISMMA, SUPMECA (Saint Ouen)	Rapporteur
	J.	Bigeon	Directeur de recherche CNRS, G-SCOP, ENSGI (Grenoble)	Rapporteur
	B.	Yannou	Professeur, LGI, Centrale Paris	Président
	P.	Sébastien	Maître de conférences HDR, I2M, Université de Bordeaux (Talence)	Directeur de thèse
	J.P.	Nadeau	Professeur des universités, I2M, Arts & Métiers ParisTech (Talence)	Examineur
	W.	Jomaa	Professeur des universités, I2M, Université de Bordeaux (Talence)	Examineur
	J.	Pailhès	Maître de conférences, I2M, Arts & Métiers ParisTech (Talence)	Co-directeur de thèse
	F.	Ribour	Directeur Technique et Qualité, AXS Groupe INGELIANCE (Le Havre)	Invité

Pour Sandra,

REMERCIEMENTS

Pour commencer, je tiens à remercier mes deux encadrants de thèse sans qui rien n'aurait pu prendre forme. Je remercie tout d'abord Patrick Sebastian (*Méthode ouahaaa*) pour sa pédagogie, ses conseils par petites touches et sa manière de m'avoir cadré tout en me laissant donner à ce travail la forme que je lui souhaitais. Je suis ensuite très reconnaissant à Jérôme Pailhès (*%#@§ de dpi*) pour son encadrement droit et précis, sa manière de trancher dans le vif, ainsi que sa gestion des nombreux challenges de dernière minutes, scientifiques autant qu'administratifs. Je souhaite en particulier les remercier conjointement, pour l'ambiance amicale et scientifique dans laquelle baigna cette thèse, pour cette alchimie notable entre leurs deux personnalités, leurs deux sensibilités et leurs deux approches complémentaires et donc particulièrement enrichissantes. Et je ne peux que les encourager à encadrer de nouveaux de futurs doctorants, dans les mêmes conditions.

Ensuite, une thèse n'implique pas que le doctorant et ses encadrants directs, mais se déroule au sein d'une équipe, c'est pourquoi je souhaiterais aussi remercier l'ensemble que du département IMC, en commençant par Vanessa Ho Kon Tiat (*En mémoire des mammoths*) qui m'accueillit et me recueillit dans son bureau, et m'a vu devenir le « savant fou » que je suis désormais. Yann Ledoux (*Bêh alors ?*) qui après avoir été « mon prof », est devenu une sorte de grand frère au labo, puis je l'espère un ami ; je le remercie particulièrement pour sa disponibilité. Thomas Quirante (*Respect Robustesse*), collègue thésard mais néanmoins ingénieur doué et excellent chercheur. S'ajoutent Julien Granjean (*Pas moyen de rester concentré*), frère de geekitude, Clarence Semassou (*Futur ministre du Bénin*), Waha Samet (*Kal-El*), Adel Ammar, ainsi que Dominique Scaravetti et bien sûr Jean-Pierre Nadeau, qui veille sur tout ce petit monde. Je souhaiterais en profiter pour remercier aussi Stéphane Authier, qui a fait un rapide passage au sein de l'équipe et que j'ai épaulé lors de son stage « bibliographique ».

Notez que le présent travail a aussi été réalisé dans le cadre du projet AXSPAD, je souhaiterais de ce fait remercier les différents partenaires industriels, en particulier Guillaume Ruiz d'ALTEP Groupe Ingéliance ; Florent Braure, Nicolas Gehin, Minh-Huy Nguyen et François Ribour d'AXS Groupe Ingéliance ; ainsi que François Conte et Sébastien Guillemant d'AIRCELLE Groupe SAFRAN.

De plus, je remercie chaleureusement M. Bernard Yannou d'avoir accepté de présider mon jury de thèse, MM. Pierre-Alain Yvars et Jean Bigeon d'avoir rapporté et apporté d'intéressantes critiques au présent manuscrit, et M. Whabi Jomaa d'avoir assumé la charge de rapporteur de soutenance.

Rapidement, et en espérant n'oublier personne, je souhaiterais adresser une immense salutation à tous les membres du labo, thésard, enseignants, ingénieurs, techniciens, personnels administratifs ou techniques, grâce auxquels ces trois années de thèse se sont déroulées dans un excellent climat : Maris Dusquenne (*Maman du labo*), Alexandre Godin (*Au pays des morpions*), Carolina Garcia Darras (*Mise en forme sous Word*), Andrea Capella (*Hybrideur de logiciels de biblio*), Manuel Hérédia (*Sweat verts*), Vigen Ayvazyan (*of Persia*), Essam Almansour (*Le rockeur*), Yannick Anguy (*Salut les filles*), Fouzia Achchaq (*La vengeresse*), Franck Nono (*Auteur de fausses rumeurs*), Muriel Boré (*La sauveuse in-extremis*), Frédéric Lapègue (*Bidouilleur pro*), Cécile Gaborieau (*L'alchimiste*), Evire Tognisso (*La Tau'ri*), Vincent Schlick (*Le cheminot*), Jean-Luc Dauvergne (*Maître es T-shirts*), Waste Aregba (*Spécialiste en édition d'équations*), Audrey Duphil (ACMO), Alain Sommier (*Explorateur de zones à fort potentiel délirant*), Mario Boulos (*Qui se demande toujours qui est l'auteur de cette affiche « Terminator » sur sa porte...*), Malick Cissocko (*Bordeaux-Carcans via Bayonne*), Vladimir Canseco (*Toujours cool*), Serge Ekomi Ango (*Grand-frère-docteur d'une semaine*), Nisrine Sefrioui (*Que je salue par une bise ET de la main*), Sandra Profice (*En post-doc dès sa première année de thèse*)...

A cela s'ajoute une pensée de gratitude, et évidemment amicale, pour mes proches qui sont venus me soutenir le jour de la soutenance, parfois de loin : Patricia Carrérot (*Môman*), Xavier Collignan (*Père*), Pierre et Mariane Collignan (*Grand-père et Grand-mère*), Jonathan et Elisabeth Dion (*Djo & Liz*), Jean-Philippe Goy (*Ji-Pi*), Baptiste Holveck (*L'éternel chameau*).

Globalement, les difficultés d'avoir un conjoint en thèse sont peu connues ; et pourtant, ce n'est pas évident tous les jours. C'est pourquoi, je remercie du plus profond du cœur Sandra Talbot (*Totosy kely*) pour son amour, sa patience, sa compréhension, sa douceur, mais aussi parfois ses coups de pieds aux fesses. Je ne la remercierai jamais assez pour son aide et son appui Tiako ianao.

Officiellement et solennellement, je souhaiterais enfin honorer une parole donnée il y a trois ans de cela, en remerciant Jérémy Dumas (*Madu*) ainsi que Guillaume Heitz (*Heitzou*).

Non des moindres, j'ai une pensée finale pour ceux qui m'ont aidé à me détendre durant les pauses en période de rédaction : Bruce, Alfred, Dick, Barbara, Celina, Oswald, Edward, Harvey, Pamela, Jonathan, Viktor, etc.

RESUMES

Titre : Méthode d'optimisation et d'aide à la décision en conception mécanique : Application à une structure aéronautique

Résumé : En conception de produits, l'étape de conception dite architecturale doit aboutir à une solution décrivant les caractéristiques du produit, telles que les dimensions ou le choix de composants. Parmi les nombreuses solutions potentielles, il est nécessaire d'effectuer un choix et de pouvoir le justifier de manière rigoureuse. Ce choix doit en outre intégrer l'éventuelle présence d'une solution de référence, pouvant par exemple être issue de projets antérieurs, ou d'études préliminaires. Dans ce but, nos travaux présentent une méthode d'aide à la décision en vue de sélectionner une solution de conception ; nous la nommons méthode OIA (Observation-Interprétation-Agrégation). Cette méthode emploie deux types de modèle, l'un pour formaliser le comportement objectif du produit (Observation), l'autre pour les préférences subjectives du concepteur (Interprétation). Dans ces préférences, nous incluons le comportement attendu du produit, la satisfaction du concepteur ainsi que les compromis intrinsèquement réalisés lors du processus de conception. Ces compromis sont réalisés au travers de stratégies de conception et de logiques de pondérations (Agrégation). La méthode OIA est employée une première fois pour qualifier les solutions de conception en termes de performance. Cette méthode est ensuite appliquée une seconde fois afin de qualifier la solution par rapport à la solution de référence, en termes de confiance accordée par le concepteur. Nous introduisons la notion d'arc-élasticité en conception comme un indicateur de compromis entre performance et confiance pour une solution de conception. Plusieurs algorithmes stochastiques d'optimisation sont comparés comme méthodes de recherche de solutions candidates pertinentes. Nous les détaillons, les comparons et proposons une méthode de sélection multicritère afin d'identifier l'algorithme le plus pertinent. Notre travail

est appliqué au dimensionnement d'une jonction rivetée dans un contexte aéronautique industriel.

Mots clefs : Aide à la décision, Optimisation, Algorithmes stochastiques, Arc-élasticité, Préférences, Conception architecturale

Title : Optimization and decision support methodology in mechanical design : Application to a structure in aeronautics

Abstract : In product design, the design phase called "embodiment design" results to define solutions describing main product characteristics, such as dimensions or standard components. Among numerous candidate solutions, it is necessary to select and to rigorously justify the selection. This choice must often take into account preexisting reference solutions, coming from previous projects or preliminary studies. In this context, our works propose a decision support method aiming to select a design solution; it is called OIA method (Observation-Interpretation-Aggregation). This approach uses two types of model, the first one concerns the objective behavior of the product (Observation), the second one concerns the designer's subjective preferences (Interpretation). In these preference several indicators are introduced: expected product behaviors, designer's satisfactions and usual compromises realized through design activity. These compromises are achieved through design strategies and weighting approaches (Aggregation). The OIA method is first used to qualify design solutions through the performance indicator. This method is then used to qualify design solutions related to the reference one, through the confidence indicator. The arc-elasticity is finally introduced as a compromise indicator between performance and confidence. Several stochastic optimization algorithms are compared to compute optimal solutions. These algorithms are investigated and compared using three criteria, and a multicriteria selection method is proposed to identify the most suitable one. This work is applied to the dimensioning of a riveted junction in an industrial context.

Keywords : Decision support, Optimization, Stochastic algorithms, Arc-elasticity, Preferences, Embodiment design

TABLE DES MATIERES

Remerciements	3
Résumés	5
Table des matières	7
Table des illustrations.....	14
Table des figures	14
Table des tableaux.....	17
Table des pseudo-codes.....	19
Nomenclature	20
CHAPITRE I : Introduction générale.....	23
I.1 Contexte	23
I.2 Le projet AXSPAD	25
I.3 Problématiques de la thèse.....	26
I.4 Organisation du document	27
CHAPITRE II : Etat de l’art et contexte	28
II.1 Introduction	28
II.2 Deux types de raisonnement en conception	29
II.2.1 Raisonnement à partir de modèles.....	30

II.2.2 Raisonnement à partir de cas	32
II.2.3 Critiques et approche proposée.....	33
II.3 Aide à la décision en conception	34
II.3.1 Solutions, notion de préférence et variables d'observation	35
II.3.2 Problèmes multi-objectif	37
II.3.2.1 Définition du problème.....	37
II.3.2.2 Représentation du problème	38
II.3.3 Méthodes de sélection multi-objectifs.....	39
II.3.3.1 Méthodes de résolution d'un problème multi-objectif	39
II.3.3.1.1 Equilibre de Nash	39
II.3.3.1.2 Méthode des ε -contraintes	40
II.3.3.1.3 Autres méthodes : solutions idéales.....	40
II.3.3.2 Méthodes de classements multi-objectif.....	41
II.3.3.2.1 Système de pointage simple	41
II.3.3.2.2 Processus de hiérarchie analytique	42
II.3.4 Formalisation des préférences sur les variables d'observation	44
II.3.4.1 Généralités sur les fonctions de satisfaction.....	45
II.3.4.2 Fonction d'appartenance.....	46
II.3.4.3 Fonction d'utilité	47
II.3.4.4 Fonctions de désirabilité	47
II.3.4.4.1 Fonctions de Harrington	47
II.3.4.4.2 Fonctions de Derringer	49
II.3.5 Méthodes agrégatives	50
II.3.5.1 Somme pondérée	51
II.3.5.2 Produit pondéré.....	51
II.3.5.3 Agrégation par le minimum.....	51
II.3.5.4 Continuum d'agrégation	52
II.3.5.4.1 Pondérations	56
II.3.5.4.2 Filtrage du front de Pareto	56
II.3.5.5 Bilan sur les méthodes d'agrégation.....	57
II.3.6 Résolutions numériques.....	58
II.3.6.1 Méthodes déterministes	59
II.3.6.2 Méthodes stochastiques	60
II.4 Problèmes à grand nombre de variables de conception.....	60
II.4.1 De la parcimonie.....	60
II.4.2 Réduction et approximation de modèle	61

II.4.3 Gestion par lots	62
II.4.3.1 Approche par interpolation	62
II.4.3.2 Approche par composition.....	63
II.4.3.3 Approche par courbes et surfaces de Bézier	64
II.4.4 Bilan.....	65
II.5 Conclusion	65
CHAPITRE III : Description et dimensionnement d'une jonction rivetée dans l'aéronautique	67
III.1 Avant-propos	67
III.2 Introduction	67
III.3 Jonction rivetée dans l'aéronautique	68
III.3.1 A la frontière entre CAO et modélisation par éléments finis	69
III.3.2 Le logiciel STREAME	70
III.3.3 Scénario	70
III.4 Modélisation d'une jonction	71
III.4.1 Calcul de post-traitement	71
III.4.1.1 Import du modèle éléments finis	71
III.4.1.2 Flux d'efforts	72
III.4.1.3 Distance d'intéressement	73
III.4.1.4 Placement des fixations.....	73
III.4.1.5 Répartition des efforts	74
III.4.1.6 Calcul des marges de sécurité	75
III.4.1.6.1 Marge de traction dans la fixation.....	75
III.4.1.6.2 Marge de cisaillement dans la fixation.....	76
III.4.1.6.3 Critère combiné dans la fixation	76
III.4.1.6.4 Marge de matage dans la plaque	76
III.4.1.6.5 Marge de cisaillement dans la plaque	76
III.4.1.6.6 Marge de traction dans la plaque.....	76
III.4.2 Observations supplémentaires sur la jonction.....	77
III.4.2.1 Caractéristiques de la ligne de rivets.....	77
III.4.2.2 Masse des rivets et densité surfacique.....	77
III.4.2.3 Nombre et types de rivets.....	78
III.4.3 Variables de conception et d'observation	78
III.5 Réduire l'espace de conception par un modèle d'instanciation.....	80
III.5.1 Motifs de variables de conception : constituer des lots.....	81
III.5.1.1 Motifs de variables	81
III.5.1.2 Lots de variables.....	82

III.5.2 Courbes de répartition	82
III.5.2.1 Points de contrôle	83
III.5.2.2 Courbe strictement monotone	83
III.5.2.3 Courbe de Bézier cubique composite	84
III.5.2.4 Création de la courbe de répartition	86
III.5.2.5 Bilan	86
III.5.3 Modèle d'instanciation	86
III.6 Modèle d'observation	88
III.7 Conclusion : réalisation d'un modèle d'observation	88
CHAPITRE IV : Méthode d'aide à la décision en conception de produit	90
IV.1 Introduction	90
IV.2 Modélisation des préférences : la méthode OIA	91
IV.2.1 Variable de qualification	93
IV.2.2 Modèle d'agrégation	94
IV.2.2.1 Objectifs de conception	94
IV.2.2.1.1 Identification des objectifs de conception	94
IV.2.2.1.2 Priorités et Processus de Hiérarchie Analytique (AHP)	96
IV.2.2.1.3 Stratégie compensatoire	96
IV.2.2.2 Actions de spécification et Variables d'interprétation	97
IV.2.2.3 Etape de filtrage	99
IV.2.2.4 Bilan sur le modèle d'agrégation	101
IV.2.2.5 Agrégation hybride	102
IV.2.3 Modèle d'interprétation	103
IV.2.3.1 Variables d'observation	103
IV.2.3.2 Fonctions de satisfaction du modèle d'interprétation : les fonctions de désirabilité	104
IV.2.4 Modèle d'observation	105
IV.2.5 Bilan sur la formalisation de la performance	106
IV.2.6 Notion de confiance	106
IV.2.6.1 Solution initiale	107
IV.2.6.2 Modèle d'agrégation	108
IV.2.6.3 Modèle d'interprétation : fonctions de confiance	109
IV.2.6.4 Modèle d'observation : différences entre solutions	112
IV.2.6.5 Autre modèle de confiance : la notion de distance	113
IV.2.6.6 Bilan sur la formalisation de la confiance	113
IV.3 Arc-élasticité en conception	114
IV.3.1 Compromis entre performance et confiance	115

IV.3.2 Notion d'élasticité.....	115
IV.3.2.1 Une origine en micro-économie.....	115
IV.3.2.2 Arc-élasticité	116
IV.3.3 L'arc-élasticité, indicateur pour le concepteur	117
IV.3.4 Arc-élasticité et filtrage du front de Pareto	118
IV.4 Conclusion	119
CHAPITRE V : Comparatif de méthodes d'optimisation pour la conception architecturale .	122
V.1 Introduction	122
V.2 Méthodes et algorithmes d'optimisation.....	123
V.3 Enjeux de la comparaison.....	123
V.4 Algorithmes stochastiques étudiés	124
V.4.1 Squelette commun	125
V.4.2 Algorithme génétique	127
V.4.2.1 Principe.....	127
V.4.2.2 Opérateurs	127
V.4.2.3 Paramètres	128
V.4.3 Système immunitaire artificiel	128
V.4.3.1 Principe.....	129
V.4.3.2 Opérateurs	129
V.4.3.3 Paramètres	130
V.4.4 Essaims particuliers	130
V.4.4.1 Principe.....	131
V.4.4.2 Opérateur	131
V.4.4.3 Paramètres	132
V.4.5 Autres opérateurs.....	132
V.5 Fonctions-tests.....	133
V.5.1 Fonction de Himmelblau	134
V.5.2 Fonction de Lapthorn	135
V.5.3 Fonction hyper-ellipsoïde.....	135
V.5.4 Fonction d'Easom	135
V.5.5 Problème de Derringer	136
V.5.6 Problème de Collignan	136
V.6 Critères d'arrêt	137
V.7 Paramétrage des algorithmes.....	137
V.8 Comparaison et résultats	138
V.8.1 Critères de comparaison	138

V.8.1.1 Nombre d'évaluations	139
V.8.1.2 Taux de convergence	139
V.8.1.3 Sensibilité paramétrique	140
V.8.2 Sélection d'un algorithme par la méthode de l'AHP	141
V.9 Conclusion	142
CHAPITRE VI : Application à la conception d'une jonction rivetée	144
VI.1 Introduction	144
VI.2 Implémentation du démonstrateur	144
VI.3 Modélisation	146
VI.3.1 Fonction objectif de performance : φ_p	146
VI.3.1.1 Modèle d'agrégation ζ_p	146
VI.3.1.1.1 Satisfaire les objectifs de conception	146
VI.3.1.1.2 Les marges : étape de filtrage	147
VI.3.1.2 Modèle d'interprétation δ_p	147
VI.3.1.3 Modèle d'observation μ_p	149
VI.3.2 Fonction objectif de confiance : φ_c	149
VI.3.2.1 Modèle d'agrégation ζ_c	149
VI.3.2.2 Modèle d'interprétation δ_c	150
VI.3.2.3 Modèle d'observation μ_c	150
VI.4 Solution initiale	150
VI.5 Optimisation	152
VI.5.1 Système immunitaire artificiel	152
VI.5.2 Scénarios de conception	154
VI.5.3 Amélioration de la solution initiale	155
VI.5.4 Recherche de solutions performantes	157
VI.5.5 Recherche de solutions arc-élastiques	161
VI.6 Conclusion	163
CHAPITRE VII : Conclusion générale	165
VII.1 Constat et besoins	165
VII.2 Contributions	166
VII.3 Perspectives	166
VII.3.1 Horizons scientifiques	166
VII.3.2 Horizons industriels	167
Références	169
Index	180
Annexe A : Filtrage du front de Pareto par le continuum d'agrégation	182

Annexe B : Solution initiale et courbes de répartition	184
Annexe C : Démonstration de la Pareto optimalité par maximisation de l'arc-élasticité	190
Hypothèse.....	191
Cas particulier : $X^{\text{par}} = X^0$	191
Premier cas	192
Second cas	193
Conclusion.....	193
Annexe D : Problème de Derringer & Problème de Collignan.....	194
Problème de Derringer	194
Problème de Collignan	195
Annexe E : Modèles d'interprétation et d'agrégation pour le problème industriel.....	198
Annexe F : Scénarios de conception	202
Annexe G : Liste de solutions optimales.....	204

TABLE DES ILLUSTRATIONS

Table des figures

Figure I-1 : Processus de conception et échelles	24
Figure I-2 : Evolution des proportions de temps d'étude.....	24
Figure I-3 : Problématiques liées aux interactionx entre bureaux d'études et de calcul	25
Figure II-1 : Le processus de décision de Simon [Tomiyaama 2009]	29
Figure II-2 : Modèles, variables et paramètres	31
Figure II-3 : Cycle du CBR [Aamodt 1994].....	32
Figure II-4 : Solutions et variables d'observation	36
Figure II-5 : Représentation graphique de solutions suivant leurs valeurs pour deux VObs.....	38
Figure II-6 : Hiérarchie des critères et alternatives dans l'AHP	42
Figure II-7 : Echelle de comparaison et matrice de jugement.....	42
Figure II-8 : Fonctions de valeur [Scott 1999]	45
Figure II-9 : Fonctions d'appartenance	46
Figure II-10 : Fonction d'utilité	47
Figure II-11 : Fonctions de désirabilité de Harrington	48
Figure II-12 : Fonctions de désirabilité de Derringer	49

Figure II-13 : Continuum d'agrégation illustré en 2 dimensions	54
Figure II-14 : Filtrage du front de Pareto lors d'une somme pondérée.....	57
Figure II-15 : Variables de conception et variables d'observation	58
Figure II-16 : Illustration de l'approche par interpolation	63
Figure II-17 : Illustration de l'approche par composition.....	63
Figure II-18 : Illustration de l'approche par courbe de Bézier.....	64
Figure III-1 : Nacelle du programme Sam146®	69
Figure III-2 : Visuels de la jonction rivetée sous STREAME.....	70
Figure III-3 : Maillage de l'IFEM sous MATLAB® (dimensions en m).....	72
Figure III-4 : Chaque élément applique un effort à chacun de ses noeuds.....	72
Figure III-5 : Flux d'efforts dans l'IFEM	73
Figure III-6 : Eléments correspondants à la ligne de rivets.....	74
Figure III-7 : Illustrations des étapes du calcul des coordonnées de pied et tête du rivet	74
Figure III-8 : Transfert des efforts depuis les noeuds vers les rivets.....	75
Figure III-9 : Modèle de comportement pour le problème de la jonction rivetée	80
Figure III-10 : Principe du modèle d'instanciation	80
Figure III-11 : Motifs dans les VCoI.....	81
Figure III-12 : Lots de VCoI	82
Figure III-13 : Principe d'une courbe de répartition	82
Figure III-14 : Algorithme de constitution d'une courbe de répartition	85
Figure III-15 : Illustration de la construction d'une courbe de Bézier composite cubique	85
Figure III-16 : Exemples de courbes de répartitions pour 15 rivets	87
Figure III-17 : Modèle d'instanciation pour le problème de la jonction rivetée	87
Figure III-18 : Modèle d'observation pour le problème de la jonction rivetée.....	88
Figure IV-1 : Modèles et variables de la méthode OIA (pour la performance)	91
Figure IV-2 : Ontologie FBS et Méthode OIA.....	92
Figure IV-3 : Formalisme de la méthode OIA	92
Figure IV-4 : Du sujet à l'objet	93
Figure IV-5 : Décomposition de l'objectif global de conception en plusieurs objectifs de conception.....	94
Figure IV-6 : Diagrammes de l'environnement et situations de vie	95
Figure IV-7 : Lien mathématique entre la performance et les DOI	97
Figure IV-8 : Décomposition subjective d'une action de niveau 1 en actions de niveau 3.....	98
Figure IV-9 : Lien mathématique entre un DOI et des variables d'interprétation	99
Figure IV-10 : Liens sémantiques de l'étape de filtrage	100

Figure IV-11 : Liens mathématiques de l'étape de filtrage	101
Figure IV-12 : Exemple de modèle d'agrégation complet.....	102
Figure IV-13 : Illustration de deux configurations dans laquelle une agrégation par le minimum peut retourner une solution non Pareto-optimale.....	103
Figure IV-14 : Liens entre spécifications et variables observées	103
Figure IV-15 : Fonctions de désirabilité entre variables d'observation et variables d'interprétation.....	104
Figure IV-16 : Fonction de désirabilité et échelle sémantique.....	105
Figure IV-17 : Liens entre actions d'observation et caractéristiques du produit	105
Figure IV-18 : Modèle d'observation liant mathématiquement les VCo aux VObs...	106
Figure IV-19 : La confiance comme formalisation de la similarité	107
Figure IV-20 : Modèle d'agrégation ζ_c pour la formalisation de la confiance	109
Figure IV-21 : Modèle d'interprétation δ_c pour la formalisation de la confiance.....	110
Figure IV-22 : Fonctions de confiance, selon Sebastian et Collignan	111
Figure IV-23 : Fonction de confiance et échelle sémantique	112
Figure IV-24 : Modèle d'observation μ_c pour la formalisation de la confiance	112
Figure IV-25 : Fonction objectif pour le calcul de la confiance.....	114
Figure IV-26 : Variations de l'arc-élasticité	118
Figure IV-27 : Nuage de points dans l'espace (p,c).....	118
Figure IV-28 : Filtrage du front de Pareto par maximisations successives de σ [Sebastian 2011].....	119
Figure IV-29 : Modèles successifs	121
Figure V-1 : Taux d'utilisation de six algorithmes stochastiques.....	124
Figure V-2 : Métaheuristiques d'optimisation	125
Figure V-3: Squelette de principe des métaheuristiques stochastiques.....	126
Figure V-4 : Matrice de solutions candidates.....	126
Figure V-5 : Génération d'un individu « enfant »	128
Figure V-6 : Illustration de l'affinité entre anticorps et antigènes	129
Figure V-7 : Composition de vitesse pour un PSO	131
Figure V-8 : Formes des fonctions-tests.....	134
Figure V-9 : Nombre d'évaluations moyen pour chaque couple algorithme/benchmark	139
Figure V-10 : Taux de convergence pour chaque couple algorithme/benchmark.....	140
Figure V-11 : Sensibilité paramétrique des algorithmes	141
Figure VI-1 : Visuel du démonstrateur employé sous MATLAB®	145
Figure VI-2 : Fonctions de désirabilité.....	149
Figure VI-3 : Fonctions de confiance	150

Figure VI-4 : Répartition des pondérations en fonction des scénarios.....	154
Figure VI-5 : Courbes de répartition pour trois solutions, dans le scénario sans règle métier.....	156
Figure VI-6 : Solutions étudiées durant l'optimisation menant à X^{54}	157
Figure VI-7 : Performances et confiances moyennes pour chaque scénario.....	158
Figure VI-8 : Répartition des rivets pour différentes solutions.....	159
Figure VI-9 : Niveaux de satisfaction des pas inter-rivets adimensionnés	160
Figure VI-10 : Courbes de convergence de la performance pour trois solutions.....	160
Figure VI-11 : Arc-élasticité moyenne pour chaque scénario (échelle logarithmique)	161
Figure VI-12 : Courbes de convergence de l'arc-élasticité pour trois solutions	163
Figure annexe A : Solution initiale fournie par l'industriel	185
Figure annexe B : Fonction objectif de calcul de l'écart	185
Figure annexe C : Méthode de recherche des VCo pour la solution initiale.....	186
Figure annexe D : Valeur d'écart de l'OG pour chaque nombre de points de contrôle	188
Figure annexe E : Répartition pour 30 rivets (18 points de contrôle)	188
Figure annexe F : Cycle de vie de la jonction rivetée	199
Figure annexe G : Modèle d'agrégation pour le cas industriel	200
Figure annexe H : Modèle d'interprétation du modèle industriel	201
Figure annexe I : Arborescence des optimisations	205

Table des tableaux

Tableau II-1 : Comparaison entre MBR et CBR	34
Tableau II-2 : Notation des préférences entre solutions.....	36
Tableau II-3 : Tableau croisé solutions/attributs	42
Tableau II-4 : Indices aléatoires proposés par Saaty	44
Tableau II-5 : Axiomes pour une fonction d'agrégation design-appropriate [Scott 1998]	55
Tableau III-1 : Quelques propriétés de l'aluminium employé	71
Tableau III-2 : Types de rivets et propriétés	75
Tableau III-3 : Variables d'entrée du modèle de comportement.....	79
Tableau III-4 : Variables de conception (VCo) : variables d'entrée du modèle d'instanciation	88
Tableau IV-1 : Matrice de jugement des objectifs de conception	96
Tableau V-1 : Valeurs potentielles de paramètres pour l'AG.....	128

Tableau V-2 : Valeurs potentielles de paramètres pour l'AIS	130
Tableau V-3 : Valeurs de paramètres potentielles pour le PSO	132
Tableau V-4 : Opérateurs supplémentaires	133
Tableau V-5 : Descriptif de la fonction de Himmelblau	134
Tableau V-6 : Descriptif de la fonction de Lapthorn	135
Tableau V-7 : Descriptif de la fonction hyper-ellipsoïde.....	135
Tableau V-8 : Descriptif de la fonction d'Easom	135
Tableau V-9 : Descriptif du problème de Derringer	136
Tableau V-10 : Descriptif du problème de Collignan	137
Tableau V-11 : Paramétrages des algorithmes en fonction des benchmarks	138
Tableau V-12 : Matrice de jugement des critères de comparaison	142
Tableau V-13 : Matrices de jugement des algorithmes pour chaque critère	142
Tableau V-14 : Préférence globale pour chaque algorithme	142
Tableau VI-1 : Paramètres des fonctions de désirabilité pour le modèle d'interprétation δ_p	148
Tableau VI-2 : Paramètres des fonctions de confiance pour le modèle d'interprétation δ_c	150
Tableau VI-3 : Variables de conception de la solution initiale (épaisseurs et distances en m).....	151
Tableau VI-4 : Marges et pas inter-rivets adimensionné observés pour la solution initiale.....	152
Tableau VI-5 : Paramétrage de l'AIS	152
Tableau VI-6 : Matrice de jugement pour le scénario global (ratio de cohérence de 0.0689).....	154
Tableau VI-7 : Meilleure solution de chaque scénario, pour p et σ (sans considération de l'inclusion initiale de X^0).....	155
Tableau VI-8 : Comparaisons de solutions arc-élastiques par rapport à X^0	162
Tableau annexe A : Paramétrage du GA et du PSO	187
Tableau annexe B : Variables de conception de la solution initiale X_0	189
Tableau annexe C : Paramétrage des fonctions de désirabilité du problème de Derringer	195
Tableau annexe D : Variables de conception du problème de Collignan.....	196
Tableau annexe E : Références des matériaux des plaques pour le problème de Collignan	196
Tableau annexe F : Références des types de rivet pour le problème de Collignan	196
Tableau annexe G : Paramétrage des fonctions de désirabilité pour le problème de Collignan	197
Tableau annexe H : Matrices de jugement des scénarios	203

Tableau annexe I : Scénarios et pondérations des DOI	203
Tableau annexe J : Performances de X0 en fonction des scénarios	206
Tableau annexe K : Solutions de conception obtenues	209

Table des pseudo-codes

Pseudo-code II-1 : Calcul des priorité par la méthode de l'AHP	43
Pseudo-code III-1 : Calcul du nombre de changement de type de fixation.....	78
Pseudo-code V-1 : Balayage pour chaque couple algorithme/benchmark	138
Pseudo-code VI-1 : Opérateur de tirage gaussien	153
 Pseudo-code annexe A : Filtrage du front de Pareto	 183

NOMENCLATURE

$(y'^{-}; z'^{-})$	Premier point de paramétrage d'une courbe de confiance
$(y'^{+}; z'^{+})$	Second point de paramétrage d'une courbe de confiance
$\varnothing_i$	Diamètre du rivet i
$\overline{bl}_i$	Distance longitudinale adimensionnée
$\vec{E}_i$	Efforts dans le rivet R_i
$\vec{L}_n$	Efforts appliqués au nœud n
$\widehat{pt}_i$	Pas inter-rivets adimensionné
$\vec{V}_{way}$	Vecteur orthogonal à la ligne de rivet, le long de la plaque
$\tilde{x}_i$	Variable de conception intermédiaire (VCoI)
$\bar{x}_i^{-}$	Borne inférieure du domaine de valeurs de la variable de conception x_i
$\bar{x}_i^{+}$	Borne supérieure du domaine de valeurs de la variable de conception x_i
$\bar{x}_i^p$	Pas de discrétisation du domaine de valeurs de x_i
d_i^{AC}	Niveau de satisfaction de AC_i
d_i^{SL}	Niveau de satisfaction de SL_i
R_i^p	Coordonnées du pied du rivet i
R_i^T	Coordonnées de la tête du rivet i
$\tilde{X}$	Vecteur de variables de conception intermédiaires
x_i^*	Valeur optimale pour x_i
x_i^0	Variable de conception instanciée pour la solution initiale X^0 .
x_i^k	Variable de conception i instanciée, pour une solution X^k
y_i^0	Valeur de variable d'observation pour la solution initiale X^0 .
y_i^{cible}	Valeur cible pour une fonction d'observation y_i
$\langle \gamma \rangle$	Moyenne (arithmétique non-pondérée) pour plusieurs valeurs d'une variable γ
$\overline{\Omega}$	Espace de conception

AC_i	Accurate constraint : valeur au-delà de laquelle le concepteur est insatisfait
A_{i-j}	Action i de niveau j.
alea	Nombre aléatoire entre 0 et 1
bl_i	Distance longitudinale entre la ligne de rivet et le bord de la plaque i
c	Variable de qualification de la confiance
c_{pos_i}	Proportion d'un point de contrôle pour la courbe de répartition des positions
c_{type_i}	Proportion d'un point de contrôle pour la courbe de répartition des types
c^0	Valeur de confiance de la solution initiale.
co	Coefficient de constriction (PSO)
d_i	Fonction de satisfaction associée à y_i
d_n	Distance d'intéressement du nœud n
DOI	Vecteur des indices d'objectifs de conception
DOI_i	Indice d'objectif de conception.
DS	Densité surfacique totale
e_i	Epaisseur de la plaque i
f_Z	Vecteur de variables d'interprétations
f_{z_i}	Variable d'interprétation filtrée (VIntF)
G_i	Vecteur de contraintes d'égalités fonction de y_i
H_i	Vecteur de contraintes d'inégalités fonction de y_i
IA	Index aléatoire
IC	Index de cohérence
$K_g(t)$	Nœud d'une courbe de Bézier dans le groupe g
LAC_i	Lower accurate constraint : AC inférieure
LSL_i	Lower soft limit : SL inférieure
M	Matrice de jugement
m_{ij}	Elément de la matrice de jugement M
MS_{FI-i}	Critère combiné pour la fixation
MS_{PC-i}	Marge de cisaillement dans la plaque
MS_{PM-i}	MARGE de matage dans la plaque
MS_{PT-i}	Marge de traction dans la plaque
MS_{RC-i}	Marge de cisaillement dans la fixation
MS_{RT-i}	Marge de traction dans la fixation
M_{tot}	Masse totale des rivets
$N(X)$	Nombre de variables de conception
$N(Y)$	Nombre de variables d'observation
$N(\tilde{X})$	Nombre de variable de conception intermédiaires
$N(\bar{\Omega})$	Nombre de solutions candidates dans l'espace de conception
N_{anti}	Nombre d'anticorps (AIS)
N_{ch}	Nombre de changements de type de rivet sur la jonction
N_{ind}	Nombre d'individus (GA)
N_{inf}	Nombre d'informatrices pour une particule (PSO)
N_n	Nœud n
n_p	Nombre de points de contrôle
N_{part}	Nombre de particules (PSO)
N_{riv}	Nombre de rivets
p	Variable de qualification de la performance
P	Prix d'un produit
p^0	Valeur de performance de la solution initiale
P_i	Point de contrôle i
Pl_i	Point de contrôle local i
pos_i	Coordonnée linéaire du rivet i sur la ligne de rivets
pourC	Proportion de sélection clonale (AIS)
pourM	Proportion de clones mémorisés (AIS)
probC	Probabilité de croisement (GA)
probM	Probabilité de mutation (GA)
pt_i	Pas inter-rivets

Q	Demande d'un produit
RC	Ratio de cohérence
R_i	Point médian du rivet i
s	Variable de paramétrage de la stratégie dans la fonction de Yager (continuum d'agrégation)
se	Pression de sélection (GA)
S^k	Solution k
SL_i	Soft limit : valeur au-delà de laquelle le concepteur est pleine satisfait
t	Paramètre d'une courbe de Bézier
T_c	Taux de clonage (AIS)
$type_i$	Type du rivet i
UAC_i	Upper accurate constraint : AC supérieure
USL_i	Upper soft limit : SL supérieure
v_i	Composante de la vitesse actuelle d'une particule (PSO)
V^{ind}	Vitesse actuelle d'une particule (tendance individuelle) (PSO)
V^{nos}	Vitesse de retour à la meilleur position passée d'une particule (tendance nostalgique) (PSO)
V^{nouv}	Nouvelle vitesse d'une particule (PSO)
V^{pan}	Vitesse de rapprochement de la meilleure informatrice pour une particule (tendance panurgienne) (PSO)
VSA	Variable de sortie d'agrégation
X	Vecteur de variables de conception, correspond à une solution candidate. X^k désigne une solution k.
X'	Meilleure position passée pour une particule (PSO)
X^0	Solution initiale.
x_i	Variable de conception (VCo).
$\bar{x}_i$	Borne inférieure du domaine de valeur de la variable de conception x_i
$\bar{x}_i^+$	Borne supérieure du domaine de valeur de la variable de conception x_i
$\bar{x}_i^p$	Pas de discrétisation du domaine de valeur de la variable de conception x_i
X^{inf}	Meilleure informatrice dans un groupe de particules informatrices (PSO)
Y	Vecteur de variables d'observation pour la performance
Y'	Vecteur de variables d'observation pour la confiance
y'_i	Variables d'interprétation (VInt) pour la confiance
y_i	Variable d'observation (VObs) pour la performance
Z	Vecteur de variables d'interprétation pour la performance.
Z'	Vecteur de variables d'interprétation pour la confiance
z'_i	Variables d'interprétation (VInt) pour la confiance
z_i	Variable d'interprétation (VInt) pour la performance
$\Delta\gamma$	Variation pour deux valeurs d'une variable γ
δ_c	Modèle d'interprétation de φ_c
δ_{i-j}	Fonction de désirabilité ou de confiance, méthode de l'action A_{i-j}
δ_p	Modèle d'interprétation de φ_p .
ε	Arc-élasticité en micro-économie
φ_c	Fonction objectif de la confiance, ou modèle de confiance
φ_p	Fonction objectif de la performance, ou modèle de performance
λ_{max}	Plus grande valeur propre de de la matrice de jugement M
μ_c	Modèle d'observation pour φ_c
μ_{i-j}	Méthode de l'action A_{i-j} , employée dans un modèle d'agrégation
μ_p	Modèle d'observation de φ_p
v_i	Priorité, poids, pondération, associée à DOI_i
σ	Fonction de synthèse : opposée de l'arc-élasticité dans ce manuscrit
ω_i	Priorité, poids, pondération, associée à z_i
ζ_c	Modèle d'agrégation de φ_c
ζ_{i-j}	Fonction d'agrégation, méthode de l'action A_{i-j}
ζ_p	Modèle d'agrégation de φ_p .

CHAPITRE I : INTRODUCTION GENERALE

« Concevoir : (verbe transitif) Elaborer quelque chose dans son esprit, en arranger les divers éléments, et le réaliser ou le faire réaliser. » – Dictionnaire Larousse [Larousse 2011]

1.1 Contexte

Dans l'industrie aéronautique, la conception d'un sous-ensemble d'avion, par exemple un ensemble propulsif (nacelle), suit un processus qui engage de nombreuses équipes de techniciens et ingénieurs, aux savoirs-faires différents (dessinateurs, calculateurs, experts matériaux, fabrication, aérodynamique, etc.). Ce processus est découpé en différentes phases [Scaravetti 2004], et conduit à une description détaillée de l'ensemble à concevoir avec toutefois un niveau de détail adapté selon la complexité du sous-ensemble étudié. Lors de la phase de conception détaillée, il est donc subdivisé en différents sous-ensembles de niveau de détail plus haut, conçus séparément, par exemple une jonction rivetée. Chaque sous-ensemble dispose alors de son propre processus de conception (Figure I-1).

Dans le présent document, nous nous plaçons au niveau de la conception détaillée du produit global (ou « ensemble », Figure I-1), et à un niveau intermédiaire du processus de conception d'un assemblage (ou « sous-ensemble », Figure I-1), nommé « conception architecturale », que nous détaillons dans le chapitre suivant.

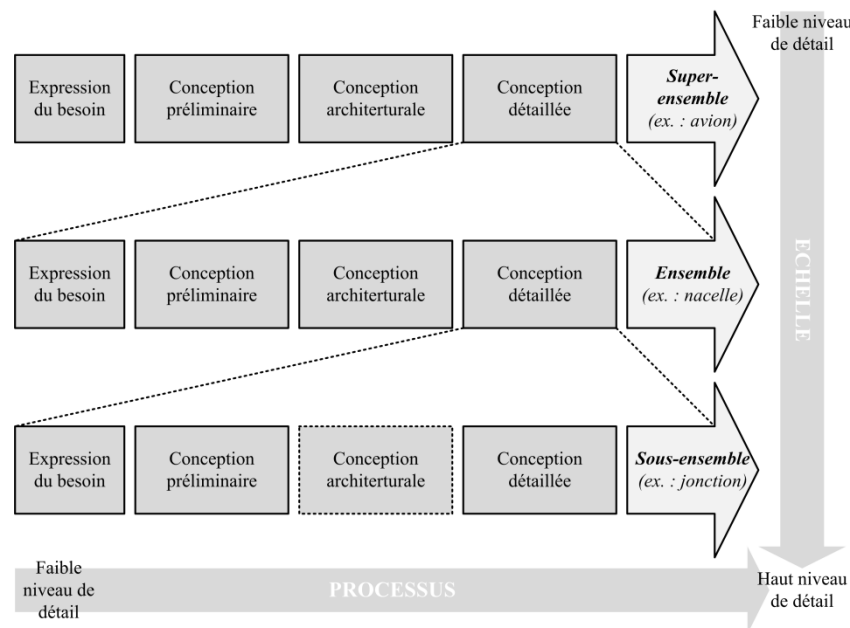


Figure I-1 : Processus de conception et échelles

Lors de la conception d'un assemblage, dans un processus industriel, deux acteurs interviennent principalement : le bureau d'étude chargé du dessin et le bureau de calcul chargé des simulations en vue de validation. Dans l'aéronautique, sur 100'000 heures d'études (dessin et calcul), on compte actuellement 60% de calcul de validation pour 40% de dessin [Gehin 2008]. La Figure I-2 en illustre la tendance.

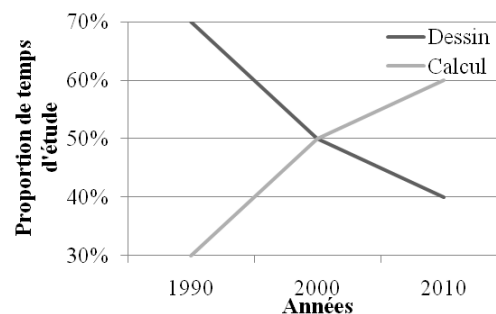


Figure I-2 : Evolution des proportions de temps d'étude

Le bureau d'étude dessine l'assemblage, souvent via un outil de type Conception Assistée par Ordinateur (CAO) et propose une première solution de conception, que nous nommons « solution initiale ». Le bureau de calcul effectue alors nombres de vérifications afin de valider ou non la tenue mécanique de l'assemblage proposé. Si la tenue mécanique est vérifiée, le bureau de calcul retourne au bureau d'étude des prescriptions afin d'en améliorer certains aspects (coût, masse). Dans le cas contraire, les prescriptions du bureau de calcul visent à garantir la résistance mécanique faisant actuellement défaut. Dans les deux cas, le bureau d'étude se doit de reprendre la conception du produit afin de la proposer de nouveau ultérieurement au bureau de calcul. Le processus est ainsi itératif entre les deux bureaux (Figure I-3–1), et souvent qualifié d'approche « essais/erreurs » [Kaya 2006].

Toutefois, il peut arriver que la validation d'une pièce ou d'un sous-assemblage par le bureau de calcul engage un délai, pendant lequel le bureau d'étude continue à travailler sur le même produit. En découle un phénomène de désynchronisation : lorsque le bureau de calcul transmet ses prescriptions pour une version donnée du produit à concevoir, le bureau d'étude travaille déjà sur une version ultérieure (Figure I-3–2).

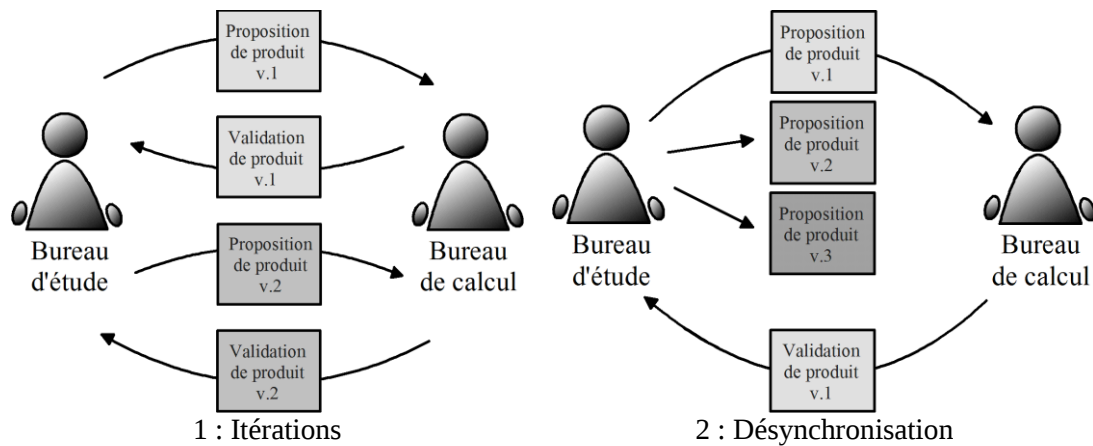


Figure I-3 : Problématiques liées aux interactions entre bureaux d'études et de calcul

En outre, cette approche essais/erreurs ne garantit pas d'aboutir à une solution de conception optimale (i.e. la plus adaptée au problème de conception), l'évolution des solutions étant dépendante des connaissances informelles du bureau d'étude et de la validation du bureau de calcul.

Face à ce constat, le projet AXSPAD a été mis en place, afin de diminuer les délais et donc les coûts de conception, notamment par la réduction des itérations entre bureaux d'étude et de calcul.

1.2 Le projet AXSPAD

Le projet AXSPAD fut initié par la société AXS Analyse de Structure (groupe INGELIANCE). Celle-ci, en plus d'être un bureau de calcul et sous-traitant aéronautique, édite un logiciel de calcul détaillé nommé STREAME. Ce logiciel agit en post-traitement de modélisations par éléments finis globaux (échelle de l'ensemble sur la Figure I-1) en réalisant des calculs à l'échelle inférieure. Il est dédié au bureau de calcul ; il permet notamment de calculer des efforts locaux et d'en déduire la tenue mécanique de pièces et assemblages qui ne sont pas modélisés au moyen des éléments finis à l'échelle de l'ensemble ou du super-ensemble [Ribour 2010].

Le projet AXSPAD a but d'apporter des réponses aux constats présentés précédemment en améliorant les possibilités offertes par STREAME. Plusieurs partenaires ont pris part au projet, toujours en cours au moment de la rédaction de ce manuscrit :

- La société ALTEP Ingénierie (groupe INGELIANCE): sous-traitant en conception (projets, dessin et calcul) ;
- La société AIRCELLE groupe SAFRAN : leader européen sur le marché des nacelles d'avion et sous-traitant d'AIRBUS ;
- L'Institut de Mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux (I2M, anciennement laboratoire TREFLE), équipe IMC (Ingénierie Mécanique et Conception) : spécialisée dans les démarches de modélisation et d'optimisation pour la conception mécanique, elle conjugue des compétences issues de l'Université de Bordeaux et de l'école Arts et Métiers ParisTech ;
- Le département de Mécanique des Structures et Matériaux de l'ISAE (Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace) : spécialisé dans l'étude et la modélisation des comportements de pièces et assemblages aéronautiques.

Labellisé par le pôle de compétitivité Aerospace Valley, AXSPAD est un projet FUI financé par la Région Aquitaine ainsi que par la Direction Générale des Entreprises (DGE).

Le projet AXSPAD est découpé en plusieurs lots ; celui visant en particulier à apporter des réponses aux problématiques de coûts et délais lors du calcul détaillé en aéronautique est nommé « Lot 300 » et associe AXS, ALTEP, AIRCELLE et l'IMC-I2M. Les travaux présentés dans ce manuscrit constituent une partie du lot 300 et visent à proposer une démarche (méthodes et outils) de prescription de dimensions locales (échelle du sous-ensemble sur la Figure I-1) en vue de réduire les itérations essais/erreurs.

1.3 Problématiques de la thèse

La problématique générale repose sur une diminution du nombre d'itérations entre les bureaux d'études et de calcul.

La première difficulté réside dans la formalisation des connaissances liées à la conception d'un sous-assemblage dans l'aéronautique. Si le logiciel STREAME inclus déjà la connaissance objective physique du problème, il est nécessaire d'y adjoindre une connaissance plus subjective liée aux préférences, aux savoirs-faires, aux habitudes, aux règles métiers et aux expériences des concepteurs. La modélisation d'un tel processus de décision, habituellement laissée ponctuellement au loisir des concepteurs, doit permettre à terme d'améliorer le choix entre les solutions de conception en se basant sur la performance simulée de chacune.

La deuxième difficulté porte sur le grand nombre de variables introduites dans STREAME afin de décrire une solution de conception ; de l'ordre de la centaine, elles démultiplient le nombre de solutions candidates possibles. L'étude détaillée d'un assemblage de niveau de complexité industrielle (proposé par AIRCELLE) met en exergue cette problématique. Une méthode doit être proposée afin de réduire ce nombre de variables, sans toutefois détériorer la modélisation du comportement physique de l'assemblage.

La troisième difficulté correspond au processus industriel déjà en place dans l'aéronautique. Le logiciel STREAME est utilisé par le bureau de calcul, celui-ci permet aujourd'hui d'évaluer une solution initialement proposée par le bureau d'étude (Figure I-3). Mais si le processus industriel le permet, il serait pertinent de proposer au bureau de calcul de rechercher une solution plus satisfaisante, tout en y consacrant de faibles ressources. Cette solution initiale formalise indirectement des connaissances : habitudes, règles métiers, intuitions des concepteurs. Parfois, elle a même déjà fait l'objet d'études poussées avant d'être soumise au calcul de validation, et a donc engagé des coûts significatifs. C'est pourquoi une solution plus satisfaisante que pourrait proposer STREAME se doit d'être relativement proche de la solution initiale. L'intégration d'une telle problématique constitue un axe de recherche original : définition de la notion de proximité entre deux solutions de conception, intégration des préférences du concepteur pour comparer ces solutions, prise en compte de cette proximité dans la sélection d'une nouvelle solution.

Dernière difficulté, la recherche d'une solution satisfaisante nécessite le choix et l'implémentation d'une méthode d'optimisation. Ces méthodes sont très nombreuses et variées ; certaines s'appuient sur une analyse mathématique du modèle, d'autres utilisent la génération de nombres aléatoires (méthodes stochastiques) et reproduisent des comportements issus de la nature pour identifier une solution optimale : sélection naturelle, vols d'insectes, systèmes immunitaires, etc. Il est donc nécessaire d'étudier la sélection d'une méthode d'optimisation appropriée.

L'ensemble de ces problématiques ont été identifiées lors d'une démarche d'analyse du besoin en vue d'améliorer l'aide à la décision chez le partenaire industriel AIRCELLE. Cette analyse a été menée par nos soins auprès d'une vingtaine de concepteur, calculateurs et experts divers, sous forme d'interviews approfondies. Elle a fait l'objet de rapports internes au projet [Collignan 2009a ; Collignan 2009b] mais ne sera pas détaillée dans ce manuscrit.

1.4 Organisation du document

Tout d'abord, nous proposons au chapitre II une description des deux grandes familles de raisonnements, en vue d'intégrer la solution initiale dans notre méthodologie. Nous poursuivons le chapitre par un passage en revue des méthodes d'aide à la décision en conception, en détaillant en particulier des outils de formalisation des préférences, ainsi que d'agrégation de celles-ci en une valeur unique. Finalement, nous parcourrons plusieurs approches de réduction du nombre de variables pour un modèle de comportement physique du produit.

Le chapitre III détaille la modélisation physique dans STREAME d'une jonction rivetée de nacelle. Cet exemple a été choisi avec l'industriel AIRCELLE car il correspond au niveau de complexité rencontré par les bureaux de calcul industriels. Ce modèle constituera le point de départ et le fil conducteur de notre démarche, celle-ci ayant toutefois pour vocation d'être généralisable à d'autres types de problème de conception. La seconde partie du chapitre introduit un nouveau type de modélisation de la connaissance en vue de réduire le nombre de variables du modèle physique.

Nous proposons ensuite notre méthode de modélisation des préférences du concepteur dans le chapitre IV, en vue de la qualification de chaque solution de conception au travers d'une unique variable. Nous nous appuyons pour cela sur plusieurs outils proposés dans la littérature. Nous introduisons une méthode, nommée « OIA », qui permet de formaliser différents types de variables de qualification, que nous intégrons au sein du concept d'arc-élasticité. Celui-ci permet de réaliser un compromis entre la performance de la solution et sa proximité à la solution initiale.

Dans le chapitre V, nous étudions trois algorithmes d'optimisation stochastique. Leurs principes sont détaillés, puis ils sont confrontés à six benchmarks. Une méthode est alors proposée afin de sélectionner l'algorithme le plus adapté à un problème de conception architecturale.

Enfin, le chapitre VI applique les méthodes et outils proposés au sein d'un démonstrateur pour le problème de conception de la jonction rivetée. Les paramétrages sont détaillés, et les résultats sont présentés et analysés.

CHAPITRE II : ETAT DE L'ART ET CONTEXTE

II.1 Introduction

D'un point de vue global, le processus de conception est généralement représenté comme un processus linéaire, bien qu'il soit localement itératif, concourant et/ou parallèle ainsi qu'évoqué précédemment. Ce processus linéaire peut être découpé de différentes manières suivant les auteurs ; Scaravetti en propose une synthèse [Scaravetti 2004] et souligne un découpage récurrent en trois grandes phases classiques initialement proposées par Pahl & Beitz [Pahl 2007] :

1. La conception préliminaire, permet de lier le Cahier des Charges issu de l'expression du besoin à un choix de concept de produit ;
2. La conception architecturale fixe une structure globale au produit, à partir du concept retenu ;
3. La conception détaillée, définit l'ensemble du produit et fournit des plans détaillés ainsi que les spécifications du produit.

Dans les travaux que nous présentons par la suite, nous nous placerons dans la phase de conception architecturale. La définition d'une architecture produit précise les principaux choix de conception, tels que les matériaux, les composants principaux (types, positionnement) et les dimensions structurantes pour un produit soumis à des sollicitations mécaniques précisées par le Cahier des Charges. La conception architecturale est parfois subdivisée en trois sous-phases [Scaravetti 2004] :

1. La conception de l'architecture produit, réalise l'agencement des différents éléments du produit ;

2. La conception de configuration, définit les formes et les dimensions générales du produit ;
3. La conception paramétrique, fixe les dimensions détaillées, les tolérances, et évalue éventuellement la robustesse du produit

Nous considérons ici les deux premières sous-phases, et soulignons que la différence entre les étapes de dimensionnement général et détaillé est sujette à interprétation.

Les choix réalisés lors de la conception architecturale se doivent d'être encadrés par des théories, des méthodes et des outils. Un tel cadre vise à aider le concepteur dans sa prise de décision. Tomiyama distingue de nombreuses catégories de théories et méthodes de conception [Tomiyama 2009] incluant les théories de conception classiques telles que : la conception systématique dans laquelle on retrouve le découpage en étape présenté ci-dessus [Pahl 2007], ainsi que la conception axiomatique qui préconise l'association d'une fonction à un composant du produit [Suh 2001]. Toutefois, dans ces travaux, les théories et méthodes d'intégration des préférences subjectives du concepteur constituent une petite catégorie que Tomiyama nomme « Prise de décision en conception¹ » ou encore « Aide à la décision en conception » (ADC). Scott les qualifie aussi de « Prise de décision multi-attribut » ou « multi-objectif » [Scott 1998]. C'est dans cette catégorie que nous plaçons les travaux exposés dans ce manuscrit. Simon découpe le processus de décision tel qu'indiqué dans la Figure II-1 ; nous détaillons ci-après qu'un tel processus peut être appliqué au travers de deux grands types de raisonnements fort différents.

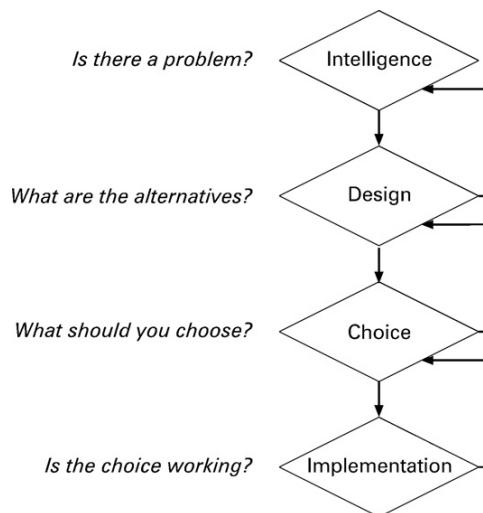


Figure II-1 : Le processus de décision de Simon [Tomiyama 2009]

Dans le présent chapitre, après avoir détaillé ces deux types de raisonnements en conception, nous proposons de passer en revue différents outils et méthodes d'aide à la décision en conception. Nous définissons le principe d'un problème de conception multi-objectif, puis nous parcourons les méthodes de choix, de formalisation des préférences, ainsi que d'agrégation de ces préférences. Un passage en revue des méthodes de résolution numérique de ces problèmes est abordé. Nous finissons en parcourant plusieurs méthodes de gestion d'un grand nombre de variables en conception de produit.

II.2 Deux types de raisonnement en conception

Le dictionnaire Larousse définit le raisonnement comme une « suite d'arguments, de propositions liés les uns aux autres, en particulier selon des principes logiques, et organisés de manière à aboutir à une conclusion » [Larousse 2011]. Le raisonnement est donc un

¹ Ou « Design decision making » en anglais.

² Les travaux de comparaison de ces deux types de raisonnement ont donné lieu au rapport bibliographique de Authier, auquel ont contribué les auteurs du présent manuscrit [Authier 2010].

mécanisme qui suit un processus jalonné en étapes afin de produire un résultat. En conception de produits, le raisonnement que nous détaillons ici vise à résoudre un problème d'ADC en y apportant une ou plusieurs solutions.

Dans une optique de réduction des coûts et des délais industriels de conception, les tâches répétitives des concepteurs, tel que le calcul de validation, sont souvent automatisées. La formalisation du raisonnement en vue de son implémentation est donc intéressante. A l'instar de Saridakis, nous distinguons ainsi les deux grands types de raisonnements que nous détaillons dans la suite de ce chapitre² [Saridakis 2008] :

- Le raisonnement à partir de modèles (MBR, pour *Model-Based Reasoning*) utilise une description précise du problème et des solutions potentielles, pour les simuler et identifier la plus pertinente ;
- Le raisonnement à partir de cas (CBR, pour *Case-Based Reasoning*) vise à analyser le problème de conception et à le résoudre au moyen d'une solution utilisée dans un problème passé, et pertinente vis-à-vis du problème présent.

Ces deux types de raisonnements sont basés sur des comportements humains différents face à un problème donné : la compréhension pour le MBR, contre l'analogie pour le CBR.

II.2.1 Raisonnement à partir de modèles

Le MBR propose d'appuyer le raisonnement exclusivement sur l'utilisation d'un ou plusieurs modèles (en série ou en parallèle). L'utilisation de modèles suppose de comprendre et décrire le phénomène étudié. En conception, un modèle est constitué de quatre caractéristiques intrinsèques [Vernat 2004] :

- Son objet³ d'étude, que le modèle vise à représenter (produit, comportement physique, écologique, processus économique, etc.) ;
- Sa représentation, couvrant le moyen de mise en œuvre du modèle (langage de programmation, graphes, relations mathématiques, chimiques, etc.) ;
- Son abstraction, qui le distingue de l'objet réel modélisé et inclus une notion de schématisation et de perte d'information (postulats simplificateurs, conditions aux limites, paramètres, etc.) ;
- Sa motivation, soit la raison d'être du modèle (validation, optimisation, compréhension d'un phénomène, simulations fines, etc.).

Vernat précise les trois étapes indispensables à la création d'un modèle : la formulation des hypothèses, la réalisation du modèle, et sa qualification.

Les hypothèses dépendent entièrement de l'objet de la modélisation, ainsi que de son contexte et des connaissances expertes de son auteur. En conception architecturale, elles nécessitent d'identifier les comportements pertinents de l'objet afin de réduire le modèle au juste nécessaire, restreignant de ce fait son champ d'utilisation [Vernat 2004].

La réalisation du modèle constitue indéniablement l'étape la plus longue et la plus complexe. La littérature propose des méthodes extrêmement variées et variables en fonction des quatre caractéristiques exposées précédemment. En conception architecturale, nous pouvons distinguer deux types de modèles [Sebastian 2011] : le modèle de comportement du produit, et le modèle de décision formalisant les préférences du concepteur en terme d'ADC. Les deux sont nécessaires en vue d'aider à la décision [Chakrabarti 1992]. Le second modèle

² Les travaux de comparaison de ces deux types de raisonnement ont donné lieu au rapport bibliographique de Authier, auquel ont contribué les auteurs du présent manuscrit [Authier 2010].

³ Par objet, ici, nous entendons le sujet de la modélisation. Dans notre cas, l'objet est le produit à concevoir ou le processus de décision.

sera discuté autour d'un état de l'art dans les paragraphes suivants (§ II.3). La modélisation du comportement (physique, économique, écologique, etc.) ne fait pas l'objet de nos travaux, puisque nous employons les modèles déjà existants au sein du logiciel STREAME. Toutefois, nous pouvons souligner l'existence de trois grands types de modélisation du comportement en conception :

- Les modèles de type « boîte blanche » dont le contenu est connu du concepteur :
 - Les modèles numériques, de plus en plus utilisés grâce au développement de l'outil informatique, duquel ils ne peuvent être dissociés. Soulignons notamment les modélisations géométriques CAO ainsi que les modélisations par éléments finis, dont les interactions représentent un domaine de recherche important [Aifaoui 2003 ; BenAmara 1998 ; Charles 2005 ; Deneux 2002]. La démarche de modélisation est dans ce cas grandement automatisée ;
 - Les modèles analytiques, basés sur une représentation des phénomènes physiques et sur une traduction mathématique (bilans d'efforts, bilans d'énergies, équations de conservation, etc.). Plusieurs démarches peuvent être utilisées, liant notamment les fonctions du produit à son comportement attendu [Vermaas 2009]. A titre d'exemple, l'ontologie FBS (Function-Behavior-Structure) préconise de lier la fonction du produit à sa structure via son comportement [Gero 2004]. Nous soulignons en particulier la méthode de décomposition du produit en composants, après une étape d'analyse fonctionnelle ; ces composants sont alors modélisés séparément et interagissent entre eux [Nadeau 2007]. Cette méthode a été appliquée en conception préliminaire ou architecturale [Fischer 2000 ; Luna-Sanchez 2008] ;
- Les modèles de type « boîte noire » permettent de formaliser un comportement sans nécessairement en comprendre le fonctionnement détaillé interne, mais en analysant une base de données sur l'objet à modéliser (généralement, des réponses à différents jeux de variables). Plusieurs méthodes telles que les plans d'expérience pour surfaces de réponse ou les algorithmes d'apprentissages exploitent ces données pour proposer un modèle qui y corresponde [Chamekh 2008 ; Farmer 1986 ; Goupy 1999 ; Ledoux 2005]. Par exemple, pour une base de données décrivant de nombreuses configurations de dimensions, matériau et de la masse résultante, ces méthodes reconstituent le modèle permettant d'obtenir la masse à partir de la définition du produit (dimensions et matériau).

De manière générale, les modèles se formalisent tel qu'indiqué dans la Figure II-2. Les variables d'entrée permettent de décrire l'objet à modéliser ; elles peuvent varier afin de décrire plusieurs configurations d'objets. Les paramètres de contrôle sont fixés et définissent le cadre du modèle ; ils sont liés aux hypothèses (il peut par exemple s'agir d'une température de consigne pour laquelle le modèle est valide). Les variables de sortie permettent de répondre à la motivation du modèle (au sens de Vernat) en satisfaisant au besoin qui en est à l'origine.

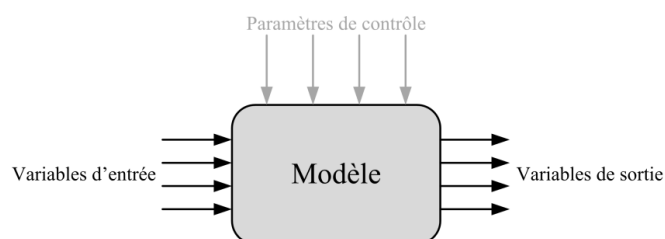


Figure II-2 : Modèles, variables et paramètres

Enfin, la qualification du modèle permet de vérifier son adéquation au besoin, sa qualité, son utilité, sa réutilisation éventuelle, son champs de validité, etc. A cette fin, Vernat et Sébastien proposent un cadre de qualification sous l'acronyme PEPS au travers de quatre critères : la Parcimonie, l'Exactitude, la Précision et la Spécialisation [Vernat 2004 ; Vernat 2010]. Nous les détaillons dans le paragraphe II.4.1.

Une fois le modèle formalisé, il est exécuté (on parle aussi de « calcul », de « résolution » ou de « simulation ») afin de générer des variables de sortie en fonction des variables d'entrée.

Dans le cadre d'une démarche de conception s'appuyant sur le MBR, le raisonnement vise à aboutir à une définition du produit, autrement dit à une instanciation de l'ensemble des variables d'entrée. Pour ce faire, le modèle est souvent couplé à une méthode de recherche des meilleures solutions : méthode d'optimisation, analyse de sensibilité, approche essais/erreurs, etc.

II.2.2 Raisonnement à partir de cas

Le raisonnement à partir de cas a commencé à se développer au début des années 80 avec l'essor de l'outil informatique. Le postulat du CBR est que lorsqu'un être humain se trouve face à un problème, sa première réflexion se porte sur les cas similaires déjà rencontrés ; il cherche à retrouver les solutions retenues correspondantes et envisage des solutions au problème actuel en les calquant sur des solutions passées pertinentes. Une fois résolu, le problème présent est à son tour mémorisé pour une éventuelle réutilisation ultérieure. Ce type de raisonnement est appelé « mémoire cognitive » ou « cognition » [Authier 2010]

Le CBR est donc un processus, s'appuyant sur l'outil informatique, de résolution de problème par analyse et interrogation d'une base de données de cas passés. En conception, l'utilisation d'un CBR est motivée par le fait que, dans 60% à 80% des problèmes rencontrés, de précédents travaux sont réutilisés [Bardasz 1992 ; Duverlie 1999].

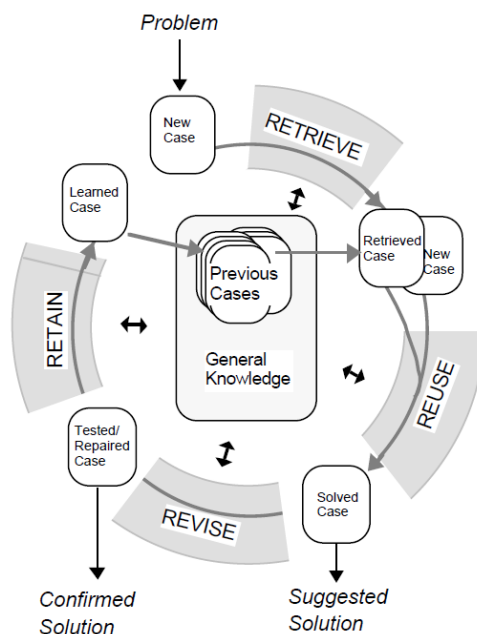


Figure II-3 : Cycle du CBR [Aamodt 1994]

La Figure II-3 illustre le processus cyclique du CBR. Tout d'abord, le problème est posé et analysé. A partir de ses caractéristiques, un ou plusieurs cas similaires passés sont sélectionnés dans la base de connaissances. Un cas se définit comme une description du

problème et de la solution qui lui a été associée. À partir des cas passés et présents, une solution est proposée au concepteur. Il est alors libre de l'utiliser directement ou d'y apporter des modifications. Une fois la solution au problème présent validée, le nouveau cas ainsi constitué est ajouté à la base de connaissances [Aamodt 1994].

Contrairement au MBR, le CBR n'est pas une méthode d'optimisation ou de calcul. C'est avant tout une méthode de recherche et de gestion de données. À ce titre, la performance d'un système CBR, à savoir sa rapidité et la qualité de la solution finale, dépend de [Amen 2001 ; Nekahi 2010] :

- Sa base de connaissances, en particulier le nombre de cas déjà capitalisés ;
- Son système d'indexation et de classement des cas, souvent via un système de hiérarchisation et d'arborescence de plus en plus fine. Les mémoires de type CATO ou EMOP en sont des exemples [Brüninghaus 2003 ; Zeid 1998] ;
- Sa méthode de tri, d'identification et de calcul de la similarité entre cas. À titre d'exemple, nous pouvons citer les méthodes EVAMIX et COPRA [Chatterjee 2011], ainsi que les méthodes de type k-NN [Park 2002].

La description du problème est l'étape primordiale du CBR. Celle-ci doit être à la fois :

- Précise, pour cibler des solutions pertinentes lors de la recherche dans la base de connaissances ;
- Accessible, afin que l'utilisation du CBR ne soit pas fastidieuse pour le concepteur ;
- Flexible, pour intégrer la variabilité inhérente à une description humaine d'un problème.

L'un des gros avantages du CBR est la capitalisation de tout problème résolu ; en plus de rendre le système CBR plus apte à résoudre de futurs problèmes, la base de connaissances oblige à une traçabilité des cas passés. Cependant, à l'instar du raisonnement humain, le CBR souffre de la subjectivité de la perception et de la description des problèmes.

II.2.3 Critiques et approche proposée

Dans le cadre de nos problématiques de formalisation des préférences ainsi que de réutilisation d'une solution de référence, les deux raisonnements présentent des avantages complémentaires. D'une part, l'approche MBR permet de formaliser un cheminement de pensée, et en particulier le processus de décision que l'on souhaite améliorer. En outre, le logiciel STREAME propose déjà des modèles de comportement physique, qu'il est exclu d'ignorer. D'autre part, nous avons souligné que le concepteur, souhaitant proposer une nouvelle solution au problème de conception, dispose déjà d'une solution initiale issue du bureau d'étude. Il est alors nécessaire d'intégrer cette solution comme porteuse d'informations non formalisées (tel que des contraintes de conception, des restrictions, des coûts et délais d'études déjà engagés, etc.). Une telle démarche s'apparente ainsi à l'approche CBR.

Un choix entre les deux types de raisonnement est toutefois nécessaire, tant les deux approches sont différentes par nature. Signalons que les tentatives d'hybridation des deux raisonnements, si elles donnent parfois des résultats intéressants, débouchent aussi sur des incohérences, comme l'impossibilité de trouver une solution à un problème paradoxalement déjà stocké dans la base de connaissances [Brüninghaus 2003 ; Park 2002].

Le Tableau II-1 récapitule les avantages et inconvénients des deux types de raisonnements, en se basant sur l'étude bibliographique d'Authier [Authier 2010] :

	Avantages	Inconvénients
MBR	• Autorise le traitement de problèmes inédits ; • Décrit les raisons de la sélection d'une solution plutôt qu'une autre ; • Permet d'apprécier les interactions et influences entre variables du modèle.	• Ne peut gérer de l'information incomplète en entrée ; • Validité soumise à hypothèses ; • Délais (et coûts) de formalisation des modèles et de calcul.
CBR	• Seule une description du problème est nécessaire, pas de besoin de compréhension ; • La description du problème peut n'être que partielle ; • Capitalise de la connaissance ; • Résout des problèmes qui ne peuvent être soumis à modélisation.	• Classement et indexation complexes et parfois flous ; • Une non prise en compte du contexte du problème peut mener à des solutions incohérentes ; • En l'absence de modélisation, aucune tendance d'évolution ne peut être identifiée ; • Généralement limité aux cas simples.

Tableau II-1 : Comparaison entre MBR et CBR

En vue d'une applicabilité dans l'industrie aéronautique, il est inenvisageable de se limiter à des problèmes de conception simples. De plus, le CBR nécessite une large base de connaissances, pouvant être instable, subjective, controversée, coûteuse et difficile à formaliser [Dzeng 2006]. Enfin, le processus industriel nécessite notamment des résultats précis de simulation ainsi que des dossiers de validation, induisant l'utilisation inévitable de modèles. C'est pourquoi, par la suite, nous optons fondamentalement pour le MBR mais nous utilisons des solutions de référence qui sont des solutions issues de projets antérieurs et qui participent à la qualification et la sélection des nouvelles solutions. Notre approche se situe ainsi à l'intersection entre les deux approches.

Au travers du raisonnement à base de modèles que nous adoptons, et suite aux problématiques présentées au chapitre précédent, nous souhaitons formaliser :

- Le comportement physique du produit ;
- Le processus de décision qui s'en suit, visant à évaluer la performance globale du produit ;
- La méthode de recherche d'une solution satisfaisante ;
- La tendance à rester proche de la solution initialement proposée par le bureau d'étude.

Dans la suite de ce chapitre, nous proposons de définir l'aide à la décision en conception (ADC), et de parcourir différentes méthodes et outils existant dans la littérature.

II.3 Aide à la décision en conception

Il est peu aisé et assez subjectif de classer les méthodes et théories de conception entre elles. Signalons tout de même que Finger et Dixon catégorisent l'ADC dans les méthodes « d'Analyse pour l'aide à la conception » au même titre que les méthodes d'analyse par éléments finis [Finger 1989]. Tomiyama, quant à lui, souligne que l'ADC est une théorie de conception générale et concrète, c'est-à-dire menant à une description concrète du produit et applicable dans une large variété de situations de conception [Tomiyama 2009].

Dans les années 60, c'est Simon⁴ qui posa les bases de l'aide à la décision dans le domaine de l'économie [Simon 1960]. Il stipule que toute procédure de décision humaine est effectuée en présence d'informations partielles, incomplètes ou imprécises ; la rationalité d'une décision ne peut donc pas être parfaite et absolue, mais est nécessairement limitée. De ce constat découlent différentes méthodes visant à modéliser le processus de décision malgré

⁴ Herbert Alexander Simon fut prix Nobel d'économie en 1978.

ses incertitudes intrinsèques. Il est nécessaire de distinguer deux types d'incertitudes en conception [Malak Jr. 2009] :

- La variabilité désigne le caractère naturellement aléatoire de certaines caractéristiques du produit, il s'agit donc d'incertitudes objectives généralement physiques (intervalles de tolérances géométriques, approximations de paramètres de matériaux, etc.) ;
- L'imprécision désigne le caractère approximatif de certaines descriptions du produit, il s'agit donc d'incertitudes subjectives dues à des manques de connaissances, des imprécisions de langages, ou plus généralement à la rationalité limitée.

Dans la suite de nos travaux, nous nous attachons à traiter, formaliser et manipuler les imprécisions, et non la variabilité.

Généralement, les méthodes d'aide à la décision procèdent en quatre temps, bien que la distinction entre chacun d'eux ne soit pas toujours clairement définissable : identification du problème, génération de solutions, évaluation (ou discrimination) de ces solutions et sélection de la meilleure [Paredis 2009a ; Simon 1960]. Dans un contexte de conception, le besoin est établi par le Cahier des Charges. La génération de solutions sera traitée au paragraphe II.3.6, au travers de méthodes d'optimisation (et de manière plus détaillée au chapitre V). Nous nous attachons dans les paragraphes suivants à étudier le processus de décision au travers de l'évaluation de plusieurs solutions et de la sélection de l'une d'entre elles.

Un cadre classiquement reconnu dans l'ADC est celui de la Théorie de l'Utilité développée initialement dans le domaine de l'économie [Neumann 1944]. A chaque alternative, une valeur d'utilité est associée, permettant de formaliser mathématiquement la notion de préférence entre différentes solutions ; la théorie de l'utilité peut aussi être utilisée dans le domaine de la décision multi-objectif [Keeney 1993]. Sélectionner la solution préférée revient donc à maximiser la valeur d'utilité. Cette méthode d'aide à la décision est employée en conception de produits [Marston 1998] et peut intégrer la variabilité du produit en plus de l'imprécision [Paredis 2009b ; Chen 1999].

En se basant sur la Théorie de l'Utilité, Antonsson, Scott, Otto et Wood ont développé la Méthode de l'Imprécision [Otto 1993] abrégée par la suite comme méthode MoI. Ce cadre d'ADC propose de formaliser les imprécisions à l'aide des outils de la logique floue [Zadeh 1964]. Chaque solution est ensuite évaluée au moyen de plusieurs valeurs de préférences. Ces valeurs de préférences sont finalement agrégées en une préférence généralisée. La méthode MoI propose des outils importants, comme des axiomes permettant de fournir un cadre d'application au domaine de la conception, ainsi que la possibilité d'utiliser différentes stratégies pour exprimer la volonté du concepteur [Otto 1991]. Sélectionner la meilleure solution revient là encore à maximiser la préférence généralisée.

De manière générale, l'ADC utilise des outils tels que la logique floue, des algorithmes stochastiques et des méthodes d'intelligence artificielle, regroupés sous le terme de soft-computing [Saridakis 2008].

II.3.1 Solutions, notion de préférence et variables d'observation

Nous nommons « choix », la comparaison d'un nombre limité de solutions, l'expression des préférences entre elles, et la sélection d'une ou plusieurs d'entre elles en suivant un processus de décision.

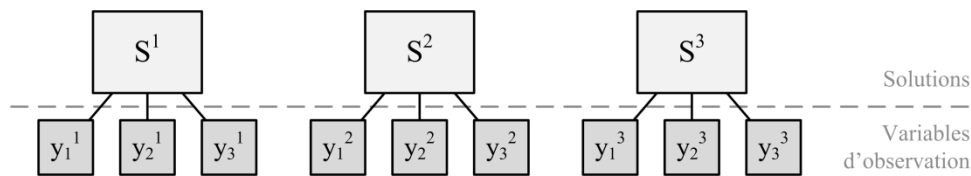


Figure II-4 : Solutions et variables d'observation

Dans ce chapitre, nous notons S^k une solution ; une solution de conception correspond à une configuration (ou architecture) de produit ; en pratique, une solution prend généralement la forme d'un jeu de variables instanciées utilisées dans un modèle paramétrique du produit, correspondant de ce fait à une structure globalement fixée. De ce fait, les solutions considérées sont globalement semblables, leur structure commune a été déterminée lors de la phase de conception détaillée (cf. §II.1). Ces solutions sont aussi appelées solutions candidates [Sebastian 2010] ou encore alternatives [Scott 1999]. Les principales notations des préférences entre solutions sont rappelées dans le Tableau II-2.

$S^k > S^l$	S^k est préférée à S^l
$S^k \not> S^l$	S^k n'est pas préférée à S^l
$S^k \gtrsim S^l$	S^k est préférée ou équivalente à S^l
$S^k \sim S^l$	S^k et S^l sont équivalentes

Tableau II-2 : Notation des préférences entre solutions

Roudenko souligne les propriétés de la relation de préférence [Roudenko 2004] :

- Elle est binaire ;
- Elle n'est pas réflexive : $S^k \not> S^k$ (ce qui implique $S^k \sim S^k$) ;
- Elle n'est pas symétrique : on n'a jamais $S^k > S^l$ et $S^l > S^k$;
- Elle est antisymétrique ;
- Elle est transitive : $S^k > S^l$ et $S^l > S^m \Rightarrow S^k > S^m$;
- Elle est une relation d'ordre partiel strict : $S^k \not> S^l \not\Rightarrow S^l > S^k$.

Toutefois, les solutions ne sont que très rarement directement comparables et préférables entre elles. La plupart du temps, elles sont caractérisées par des variables d'observation (VObs), notées y_i , aussi souvent nommés « attributs » [Paredis 2009b ; Scott 1999] ou « critères⁵ » [Jones 2002]. Les VObs sont utilisées par le concepteur pour observer le comportement du produit. Une solution donnée peut présenter une ou plusieurs variables d'observation de différents types (par exemple, la masse, le volume et le coût sont trois variables d'observation d'un même produit). Notons y_i^k la $i^{\text{ème}}$ variable d'observation de la solution S^k (Figure II-4). Ainsi, la variable d'observation y_i^k de la solution S^k et la variable d'observation y_i^l de la solution S^l sont de même nature (par exemple, la masse de deux produits). Nous considérons que des VObs de même nature sont ordonnables.

Il convient alors de définir la manière de procéder au choix d'une solution en tant que problème d'aide à la décision.

Nous soulignons le double sens du mot « préférence » dans le présent ouvrage. Utilisé comme une relation mathématique, la préférence entre deux solutions S^k et S^l a été présentée ci-dessus et dispose d'une notation précise. Toutefois, la notion de préférences (souvent au pluriel) regroupe aussi l'ensemble des tendances, des intuitions, des sentiments et plus généralement des comportements subjectifs des concepteurs (indispensables à la formalisation de la préférence). Nous verrons dans la suite du chapitre, et plus généralement dans l'ensemble de ce manuscrit, que les préférences constituent une composante incontournable de l'activité de conception. En particulier, les préférences s'expriment lors de la description

⁵ Bien qu'elle soit la plus répandue, nous n'utilisons pas cette dénomination, considérant qu'un critère consiste en une comparaison entre la variable d'observation et une valeur seuil.

des objectifs d'un problème de conception, lors des choix effectués dans sa modélisation (y compris lors de la modélisation du comportement physique), lors de l'expression de la satisfaction ou de l'insatisfaction face aux VObs, lors de la définition d'importances relatives entre elles, etc.

II.3.2 Problèmes multi-objectif

Dans la très grande majorité des cas, en conception de produits, chaque solution dispose de plusieurs variables d'observation ; le problème est alors qualifié de multi-objectif. Dans le cas où chaque solution n'est qualifiée qu'au moyen d'une seule variable d'observation (on parle de problème mono-objectif), la relation d'ordre entre elles reflète directement la relation de préférence entre solutions.

II.3.2.1 Définition du problème

Lorsque plusieurs variables d'observation doivent être prises en compte simultanément, on constate généralement deux difficultés [Jones 2002] :

- Elles sont différentes par nature, chaque VObs vise à satisfaire à un but différent ou à répondre à une contrainte donnée (être augmentée, diminuée, obéir à des égalités ou inégalités, s'approcher d'une valeur cible...). Par la suite, une variable d'observation est qualifiée de satisfaisante si sa valeur est proche du but escompté.
- Elles sont antinomiques. Si une solution satisfait au but de l'une des VObs, elle éloigne souvent les autres de leurs buts respectifs.

Dans le cadre d'un problème multi-objectif, nous dissociions les buts des contraintes [Billionnet 2006], qui s'appliquent aux variables d'observation :

- Un **but** correspond à un objectif attendu pour une VObs. En conception, il s'agit de l'augmenter, la diminuer ou d'approcher une valeur cible [Scott 1999]. Un but correspond à un besoin ou à une préférence souvent explicite de la part du concepteur (par exemple, réduire la masse) ;
- Une **contrainte** impose une ou plusieurs égalités ou inégalités, liées à la valeur d'une VObs. Il s'agit de restrictions ; une solution qui viole une contrainte est inacceptable, une solution qui respecte toutes les contraintes est acceptable (par exemple, le coût de fabrication doit être inférieur à 1000€). Il n'y a pas de notion de préférence dans les contraintes.

La relation 1 formalise un problème multi-objectif en dissociant les buts des contraintes ; cette relation est à appliquer pour chaque variable d'observation. Résoudre un tel problème consiste à trouver une solution S^* dont les VObs satisfont les buts (le but de y_i est noté « $\text{but}_i(y_i)$ »). Certaines variables d'observation sont soumises à des contraintes, notées G_j et H_k . Une même VObs peut être soumise à plusieurs contraintes différentes ; une même contrainte peut impliquer plusieurs VObs différentes. Une même VObs est soumise à un but, ou à des contraintes, ou à l'association des deux.

$$\text{Trouver } S^* / \text{but}_i(y_i) \text{ et/ou } \begin{cases} G_i(y_i) = 0 \\ \text{et/ou} \\ H_i(y_i) \geq 0 \end{cases}, \text{ avec } \begin{cases} \text{but}_i(y_i) = \max(y_i) \\ \text{ou} \\ \text{but}_i(y_i) = \min(y_i) \\ \text{ou} \\ \text{but}_i(y_i) = \min(|y_i^{\text{cible}} - y_i|) \end{cases} \quad (1)$$

Où i est la $i^{\text{ème}}$ VObs de la solution S^* , G_i est un vecteur de contraintes d'égalités fonction de y_i , H_i est un vecteur de contraintes d'inégalités fonction de y_i , et y_i^{cible} est une valeur à atteindre pour y_i dans le cas d'un ciblage.

Dans la suite de ce chapitre, sauf mention contraire, nous ne traitons que des solutions satisfaisant les contraintes du problème.

Si la formulation du problème permet d'en concrétiser la complexité, il est utile de le représenter sous forme graphique afin de mieux comprendre les relations de préférence qu'il peut y avoir entre solutions dans le cas d'un problème multi-objectif [Roudenko 2004].

II.3.2.2 Représentation du problème

Il est possible de représenter des solutions dans l'espace des variables d'observation via un graphique dont les axes correspondent à chaque VObs. Sur ce graphe, les solutions sont assimilées à des points dont les VObs sont les coordonnées. La Figure II-5 représente une vingtaine de solutions suivant deux VObs ; dans cet exemple, on suppose que ces deux VObs sont à augmenter.

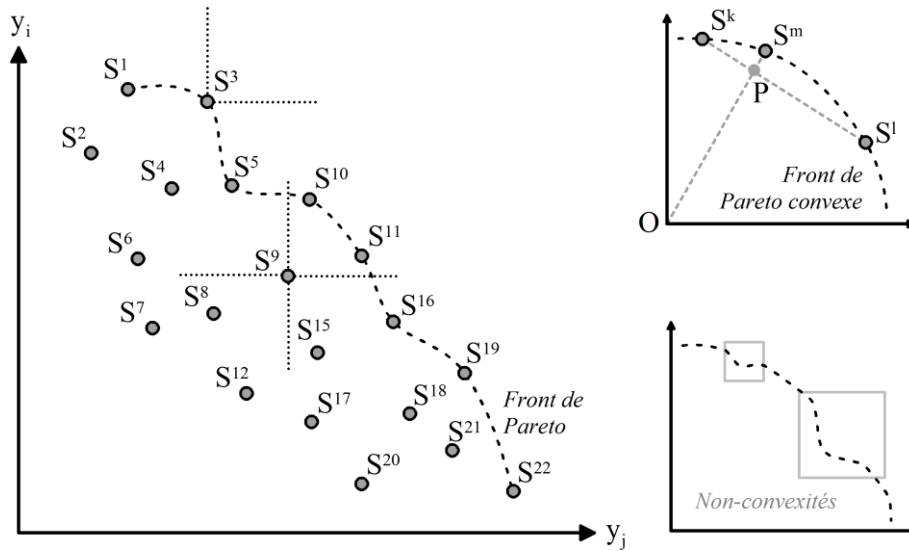


Figure II-5 : Représentation graphique de solutions suivant leurs valeurs pour deux VObs

Une solution est préférée à une autre si toutes ses variables d'observation ont une valeur également satisfaisante ou plus satisfaisante (supérieure, dans notre exemple) et si l'une des VObs est strictement plus satisfaisante ; on parle aussi de dominance.

$$S^k > S^l \Leftrightarrow \begin{cases} \exists i, y_i^k > y_i^l \\ \forall j \neq i, y_j^k \geq y_j^l \end{cases} \quad (2)$$

Dans la Figure II-5, la solution S^9 est préférée aux solutions S^7 , S^8 et S^{12} , mais les solutions S^{10} et S^{11} sont préférées à S^9 (relation 3). On constate aussi visuellement la propriété de transitivité de la relation de préférence.

$$\begin{cases} S^9 > S^7 ; S^9 > S^8 ; S^9 > S^{12} \\ S^9 < S^{10} ; S^9 < S^{11} \end{cases} \quad (3)$$

Si une solution s'avère n'avoir qu'une partie de ses VObs qui soit également satisfaisante ou plus satisfaisante que celle d'une autre solution, ces deux solutions sont équivalentes. Dans l'exemple de la Figure II-5, la solution S^9 est équivalente aux solutions S^6 ou S^1 (y_j^9 est la plus satisfaisante des y_j , mais y_i^9 est la moins satisfaisante des y_i), ainsi qu'aux solutions S^{17} ou S^{22} (les satisfactions sont inversées) :

$$S^9 \sim S^6 \sim S^1 \sim S^{17} \sim S^{22} \quad (4)$$

Il existe un certain nombre de solutions qui ne sont pas dominées ; cet ensemble est nommé « front de Pareto » et nous le notons $\wp$ (relation 5). Dans la Figure II-5, par exemple, la solution S^3 appartient au front de Pareto, puisqu'aucune solution ne lui est préférée ; on parle aussi de Pareto-dominance ou de Pareto-optimalité.

$$S^k \in \wp \Leftrightarrow \forall l, S^k \succeq S^l \quad (5)$$

Enfin, nous insistons sur les deux notions suivantes, illustrées dans la Figure II-5, qui seront reprises plus loin dans le document. :

- **Convexité** du front de Pareto : *quelles que soient deux solutions S^k et S^l appartenant au front de Pareto $\wp$, il n'existe pas de solution $S^m \in \wp$ tel que, si l'on note I l'intersection des droites $(S^k S^l)$ et (OS^m) , la distance OS^m est strictement inférieure à la distance OI (Figure II-5).* Cette définition est donnée ici pour deux VObs, mais elle est généralisée quel que soit leur nombre, en considérant des plans et hyperplans à la place des droites. Elle est valable dans le cas d'une augmentation des VObs.
- **Non-convexité** du front de Pareto : les solutions qui n'obéissent pas à la définition précédente forment des non-convexités du front de Pareto. Ainsi, dans la Figure II-5, les solutions S^5 et S^{16} constituent deux non-convexités de $\wp$ tandis que les solutions $S^1, S^3, S^{10}, S^{11}, S^{19}$ et S^{22} forment l'enveloppe convexe de $\wp$. Il est à noter que pour le concepteur, passer d'une solution de l'enveloppe convexe à une solution localisée dans une zone non convexe implique de réduire nettement la valeur d'une des VObs afin d'augmenter légèrement une autre VObs.

Dans le cadre d'un problème de conception multi-objectif, la génération du front de Pareto est un ample domaine de recherche [Fonseca 1998 ; Kim 2004 ; Roudenko 2004]. En conception, nous soulignons toutefois les difficultés rencontrées a posteriori de la génération d'un front de Pareto ; en effet, identifier l'ensemble des solutions non dominées ne permet pas de sélectionner une solution particulière dans le front de Pareto. Une fois le front obtenu, le concepteur doit encore faire un choix non formalisé parmi les solutions. C'est pourquoi nous proposons d'étudier à présent des méthodes permettant de discriminer un ensemble de solutions et d'en sélectionner une en particulier, en formalisant a priori les préférences du concepteur [Augusto 2006 ; Brisset 2007 ; Trautmann 2009].

II.3.3 Méthodes de sélection multi-objectifs

Nous proposons de passer en revue plusieurs méthodes permettant de sélectionner une solution dans un ensemble de solutions, dominées ou non dominées.

II.3.3.1 Méthodes de résolution d'un problème multi-objectif

Nous étudions tout d'abord deux méthodes permettant de traiter le problème directement tel que proposé dans la relation 1 [Roudenko 2004].

II.3.3.1.1 Equilibre de Nash

L'équilibre de Nash⁶ fut proposé dans le cadre de la théorie des jeux [Nash 1951]. Considérons un jeu se jouant à plusieurs joueurs, où chaque joueur souhaite améliorer sa position. Le théorème de Nash stipule qu'il existe au moins un point d'équilibre où chaque

⁶ John Nash reçut le prix Nobel d'économie en 1994.

joueur ne pourra plus améliorer sa position sans dégrader celle des autres joueurs. On nomme ce point Equilibre de Nash.

Dans le cas d'un problème multi-objectif, chaque VObs est vue comme un « joueur » au sens de Nash, et « améliorer sa position » consiste à approcher son but. Ainsi, chaque variable d'observation est traitée une à une afin d'atteindre son but, sans éloigner les autres VObs de leurs buts respectifs. L'équilibre de Nash indique ainsi qu'une solution est finalement atteinte ; cette solution n'est pas un compromis, mais bien une solution d'équilibre [Roudenko 2004]. Ne sont considérées ici que des solutions satisfaisant les contraintes (relation 1).

Le principal inconvénient de l'équilibre de Nash est que la solution d'équilibre identifiée n'est pas nécessairement la meilleure pour chaque VObs (Pareto-optimale). En outre, si les joueurs agissent différemment, ils peuvent éventuellement atteindre une autre solution d'équilibre puisque le théorème de Nash ne spécifie pas son unicité. Toutefois, la méthode de l'équilibre de Nash est un point de vue intéressant du traitement des problèmes multi-objectif ; elle suggère de le résoudre par coopération, et non par confrontation, et s'applique très bien dans le domaine de l'économie [Maris 2003].

II.3.3.1.2 Méthode des ε -contraintes

La méthode des ε -contraintes proposée par Haimès [Haimès 1971] peut être vue comme le contraire de la méthode précédente. Au lieu de chercher à satisfaire chaque but conjointement, la méthode des ε -contraintes propose de n'en satisfaire qu'un seul en tant que tel. Ainsi, le problème tel que posé dans la relation 1 est modifié ; le concepteur se doit de choisir l'un des buts qui sera effectivement poursuivi, tandis que les autres buts sont convertis en contraintes.

Pour convertir des buts en contraintes, ceux-ci sont tout d'abord transformés en un problème de minimisation⁷. Par la suite, chaque nouvelle contrainte ainsi obtenue se doit d'être inférieure à un ε_i .

La principale difficulté de la méthode des ε -contraintes est bien entendu la définition des ε_i . Ceux-ci doivent être le plus petits possible afin de refléter au mieux les buts initiaux, tout en étant suffisamment grands pour garantir l'existence de solutions au problème et ne pas le sur-contraindre. En outre, la conversion de buts en contraintes implique la perte d'information qualitatives : les préférences du concepteur ne sont plus exprimées sous forme de buts, et la solution obtenue par la méthode des ε -contraints peut ne pas être la plus satisfaisante pour le concepteur.

II.3.3.1.3 Autres méthodes : solutions idéales

Sans entrer dans les détails, nous soulignons que d'autres méthodes existent pour résoudre des problèmes de décision multi-objectifs tels que proposé dans la relation 1. Plusieurs d'entre elles proposent d'utiliser une solution fictive, comme référence ou comme solution idéale [Jones 2002 ; Romero 1998]. Nous insistons en particulier sur la programmation par but, ou Goal Programming, visant à minimiser la distance entre une solution candidate et une solution idéale [Jones 2010 ; LeBel 2009].

Ces méthodes, bien qu'ayant fait leurs preuves dans nombre de problèmes multi-objectifs, ne permettent pas de formaliser précisément les attentes et préférences du concepteur. En outre, dans le domaine de la conception, chaque concepteur (disposant de sa

⁷ Un objectif de maximisation peut être transformé en problème de minimisation par simple produit par -1 [Roudenko 2004].

propre spécialité et de sa propre expérience) proposerait une solution idéale différente. C'est pourquoi nous aborderons des méthodes proposant une première étape de formalisation des préférences dans le paragraphe suivant.

II.3.3.2 Méthodes de classements multi-objectif

Les méthodes de classement multi-objectif présentées ci-dessous visent à établir un classement en réalisant conjointement les deux dernières étapes des méthodes d'ADC : l'expression des préférences et la sélection d'une solution, celle-ci étant en toute logique la première du classement.

Avant d'aborder les méthodes elles-mêmes, nous insistons sur la définition des classements ordinaux et cardinaux [Fiat 2007] :

- Dans un classement ordinal, la valeur retournée pour une solution est son rang dans le classement. Cette valeur est de nature qualitative.
- Dans un classement cardinal, la valeur retournée pour une solution est sa valeur réelle, parfois relativement aux autres solutions du classement. Cette valeur est de nature quantitative.

Il est souligné que le classement cardinal permet un classement ordinal ; la réciproque n'est pas vraie. Fiat illustre cette idée au travers d'une méthode de classement simple dite « méthode des cartes » [Fiat 2007].

Toute la difficulté dans réalisation d'un classement cardinal de solutions en conception réside dans leur nature multi-objective. Les deux méthodes que nous étudions ci-dessous proposent toutefois un tel classement. Nous soulignons que dans les paragraphes suivants (II.3.3.2.1 et II.3.3.2.2) nous préférons parler d'attributs plutôt que de variables d'observation pour désigner y_i ; en effet, la comparaison des solutions peut s'effectuer vis-à-vis d'un attribut non quantifiable ou ordonnable (par exemple, une couleur) sur lequel le concepteur peut cependant exprimer une préférence.

II.3.3.2.1 Système de pointage simple

Le système de pointage simple [LeBel 2009] formalise la méthode la plus intuitive de caractérisation de plusieurs solutions vis-à-vis de plusieurs attributs, en réalisant une somme pondérée des notes affectées à chaque attribut. Elle est divisée en trois étapes :

1. Etablissement des pondérations (ou « poids ») pour chaque attribut ;
2. Etablissement du niveau de satisfaction de la valeur des attributs de chaque solution ;
3. Calcul du pointage de chaque solution.

Les poids affectés à chaque attribut sont choisis sur une échelle de valeur. LeBel propose une échelle allant de 1 (peu important) à 5 (très important). De la même manière, le niveau de satisfaction de chaque attribut, pour chaque solution, est évalué sur une échelle de 1 (extrêmement bas) à 10 (extrêmement élevé). Enfin, le pointage d'une solution est calculé en réalisant la somme de chaque niveau de satisfaction multiplié par le poids de l'attribut correspondant. Le Tableau II-3 présente un exemple de l'application de cette méthode pour 4 solutions et 3 attributs.

Attributs		y ₁	y ₂	y ₃	Pointage
Poids		3	4	2	
Solutions	S ¹	1	4	9	37
	S ²	3	4	5	35
	S ³	8	2	2	36
	S ⁴	5	3	7	41

Tableau II-3 : Tableau croisé solutions/attributs

Si le pointage de chaque solution permet un classement cardinal, et donc ordinal, et peut permettre de sélectionner une solution, il ne correspond pas à une importance relative entre solutions. En effet, les préférences du concepteur, traduites par les échelles de valeurs (poids et niveaux de satisfaction), sont formalisées de manière absolue et non relative.

II.3.3.2 Processus de hiérarchie analytique

Le processus de hiérarchie analytique (ou « AHP » pour *Analytic Hierarchy Process*) est une méthode de modélisation hiérarchique des préférences en vue d'effectuer un classement cardinal entre plusieurs solutions. Pour ce faire, une priorité généralisée est affectée à chaque solution. L'AHP fut proposé par Saaty à la fin du XX^{ième} siècle [Saaty 1980 ; Saaty 1990] et est particulièrement adaptée à la décision dans un cadre multi-objectifs.

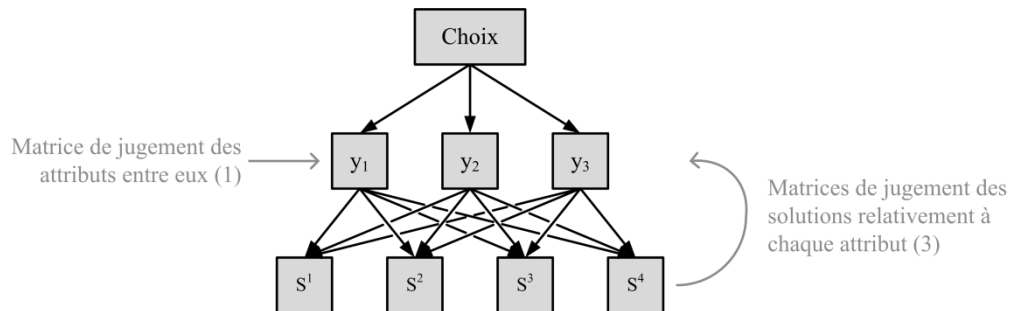


Figure II-6 : Hiérarchie des critères et alternatives dans l'AHP

Afin de réaliser un choix entre différentes solutions discriminées suivant différents attributs, Saaty propose une décomposition sous forme hiérarchique (Figure II-6). Pour chaque niveau hiérarchique constitué d'entités (solutions ou attributs), il préconise de réaliser une matrice de jugement M relative à chaque niveau supérieur en comparant chaque paire d'entités. Fiat la qualifie de « matrice d'importance relative » [Fiat 2007].

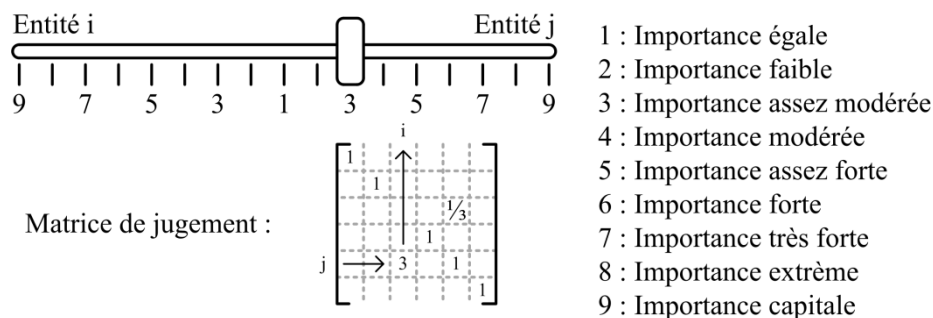


Figure II-7 : Echelle de comparaison et matrice de jugement

Une matrice de jugement M est constituée en une échelle telle que celle proposée dans la Figure II-7. Pour chaque paire d'entités, une préférence est exprimée en terme d'importance d'une entité par rapport à l'autre ; l'échelle permet de formaliser cette importance relative. Dans la Figure II-7, l'entité j est assez modérément préférée à l'entité i . La valeur correspondante dans l'échelle de Saaty est ainsi reportée dans la matrice de jugement, à la ligne de l'entité préférée et à la colonne de l'entité non préférée. La diagonale de la matrice de jugement est constituée de valeurs unitaires puisque chaque entité est également préférée à

elle-même. Enfin, pour compléter la matrice, chaque élément m_{ij} est inversé par rapport à la diagonale, comme illustré sur la Figure II-7, afin d'obtenir une matrice inverse symétrique (relation 6). Cette méthode d'obtention de la matrice de jugement se nomme « méthode de tri croisé » [Fiat 2007].

$$M = [m_{ij}] \text{ où } m_{ij} = \frac{1}{m_{ji}} \text{ et } m_{ii} = 1 \quad (6)$$

Une fois la matrice de jugement établie, plusieurs méthodes permettent de calculer les priorités de chaque entité. Nous présentons la méthode de normalisation de la matrice (que nous utiliserons par la suite dans nos travaux) ainsi que la méthode de la plus grande valeur propre.

Pour calculer les priorités associées à chaque entité via la méthode de normalisation de la matrice [LeBel 2009], chaque vecteur colonne de la matrice de jugement M est adimensionné par rapport à la somme de ses éléments. Sur la matrice normalisée résultante, la moyenne des éléments est calculée pour chaque ligne. Le vecteur obtenu est enfin lui-même adimensionné par rapport à la somme de ses éléments. Le vecteur final est constitué des priorités de chaque entité. Le Pseudo-code II-1 récapitule cette procédure.

```

for colonne
    M_norm(colonne) ← M(colonne)/somme(M(colonne))
end for
for ligne
    V ← moyenne(M_norm(ligne))
end for
V_priorites ← V/somme(V)

```

Pseudo-code II-1 : Calcul des priorités par la méthode de l'AHP

Le calcul des priorités par la méthode de la plus grande valeur propre [Saaty 1977] consiste en la normalisation du vecteur propre associé à la plus grande valeur propre $\lambda_{\max}$ de la matrice de jugement. Par nature, la somme des priorités obtenues est égale à 1.

La méthode de l'AHP est soumise à une contrainte de consistance relative de la matrice de jugement, évaluée par le ratio de cohérence RC. En effet, la matrice de jugement est soumise aux préférences du concepteur, et celui-ci peut proposer par erreur des préférences incohérentes, comme souligné par Fiat⁸ [Fiat 2007]. Celles-ci peuvent être des relations de préférences violant la logique (la propriété de transitivité des préférences, par exemple, cf. § II.3.1) ou encore une utilisation chaotique de l'échelle de comparaison (pas de respect des importances relatives).

Si une cohérence parfaite est rarement obtenue dans une matrice de jugement, le calcul du ratio de cohérence permet de s'assurer qu'elle respecte un niveau de cohérence minimum. Le calcul de RC nécessite la valeur $\lambda_{\max}$. Si la méthode de la plus grande valeur propre est utilisée, $\lambda_{\max}$ est déjà connu. Dans le cas où la méthode de la matrice normalisée est utilisée, la procédure décrite par LeBel est employée [LeBel 2009]. Les vecteurs colonne de la matrice de jugement M sont multipliés par leurs priorités respectives puis additionnés. Les éléments du vecteur résultant sont alors divisés par leurs priorités respectives. La moyenne des éléments du vecteur finalement obtenu est enfin calculée, et donne la valeur de $\lambda_{\max}$.

L'index de cohérence IC est ensuite obtenu comme suit :

$$IC = \frac{\lambda_{\max} - n_e}{n_e - 1} \quad (7)$$

Où n_e est le nombre d'entités considérées dans la matrice de jugement.

⁸ Cet auteur semble toutefois ignorer la méthode de l'AHP et son ratio de cohérence.

Enfin, RC est calculé par le ratio entre l'index de cohérence et l'index aléatoire IA (relation 8). L'index aléatoire est proposé dans le Tableau II-4 pour différentes valeurs de n_e . Il permet de définir le RC obtenu comme étant la probabilité que l'utilisateur ait rempli la matrice de jugement de manière totalement aléatoire. Le seuil proposé par Saaty est de 0.10 (10%) au dessous duquel doit se situer le ratio pour considérer que la matrice de jugement est cohérente.

$$RC = \frac{IC}{IA} \quad (8)$$

n_e	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IA	0	0	0.58	0.9	1.12	1.24	1.32	1.41	1.49	1.51

Tableau II-4 : Indices aléatoires proposés par Saaty

De cette manière, pour chaque groupe d'entités à comparer, la matrice de jugement attribue des priorités et le RC en garantit la cohérence. Ainsi, pour résoudre un problème de décision multi-objectif tel que présenté dans la Figure II-6, quatre matrices de jugements sont nécessaires. La première permet d'attribuer des priorités pour les attributs entre eux ; puis une matrice de jugement est nécessaire pour évaluer les solutions entre elles vis-à-vis de chaque attribut. Finalement, la priorité généralisée ω_k^G d'une solution S^k est calculée en additionnant les priorités qui lui sont attribuées multipliées par les priorités des attributs correspondant :

$$\omega_k^G = \sum_{i=1}^{n_a} (\omega_i^A \cdot \omega_{k,i}^S) \quad (9)$$

Où n_a est le nombre d'attributs, ω_i^A est la priorité affectée à l'attribut y_i et $\omega_{k,i}^S$ est la priorité affectée à la solution S^k vis-à-vis de l'attribut y_i .

La méthode de l'AHP propose donc plusieurs outils complémentaires dans le cadre de l'aide à la décision multi-objectif : une décomposition hiérarchique du problème, une échelle de valeurs reliée à une échelle sémantique, une matrice de jugement permettant de calculer des priorités relatives, et un ratio de cohérence. Toutefois, Saaty souligne que la matrice de jugement n'est pas appropriée pour traiter plus de 7 entités simultanées ; au-delà de ce seuil, il devient ardu de conserver une matrice cohérente. Le remplissage de la matrice (dans l'AHP comme dans la méthode précédente) peut être longue et fastidieuse. Même si d'autres méthodes permettent de simplifier un tel remplissage, comme celle du Taux Marginal de Substitution [Otto 1992], il apparaît nécessaire d'utiliser d'autres méthodes pour comparer plus de sept solutions simultanément.

II.3.4 Formalisation des préférences sur les variables d'observation

Dans ce paragraphe, nous proposons d'étudier plus précisément la formalisation des préférences du concepteur, déjà évoquée précédemment au travers de la notion d'échelles de valeurs.

Dans la littérature, l'idée de formaliser des préférences est souvent liée au paradoxe de St Petersburg, proposé par Nicholas Bernouilli en 1713. Celui-ci peut résumé comme suit... *On considère un lancer de pièces de monnaie. Si la pièce tombe sur face, la banque verse 2€ au joueur ; sinon, on relance la pièce en doublant la somme versée par la banque. Ainsi, au $n^{\text{ième}}$ lancé, si la pièce tombe sur face, le joueur gagne 2^n €. L'on souhaite savoir quelle doit être la mise initiale du joueur pour équilibrer la mise de la banque. Un rapide calcul indique qu'il faudrait miser une infinité pour que le jeu soit équitable. Ainsi, quelque que soit la mise initiale, l'espérance mathématique du gain sera toujours positive. Pourtant, passé une certaine somme, la grande majorité des joueurs refusera de jouer. Tel est le paradoxe de St Petersburg ; l'aversion au risque du joueur implique que son choix de jouer ou non n'est pas totalement rationnel, ce qui rejoint la notion de rationalité limitée de Simon. C'est Daniel*

Bernouilli⁹ qui met en évidence cette observation. Sur son site Internet, le blogueur scientifique et technique Xochipilli complète que l'aversion au risque est aussi présente dans le règne animal, et ajoute que cette aversion varie suivant que le risque implique une perte ou un gain [Xochipilli 2011].

Du paradoxe de St Petersburg découle l'idée de formaliser la valeur subjective que prend une variable d'observation pour le concepteur. Les différents auteurs traités ci-après proposent de formaliser ces préférences au travers d'une « fonction de valeur » [Paredis 2009c ; Scott 1999] que nous préférons nommer « fonction de satisfaction ».

II.3.4.1 Généralités sur les fonctions de satisfaction

Considérant que chaque solution candidate au problème de conception considéré est caractérisée par plusieurs variables d'observation y_i (Figure II-4), les fonctions de satisfaction permettent de formaliser les préférences du concepteur sur chacune d'elle, au sein d'un modèle. Elles permettent d'associer à chaque VObs une variable d'interprétation (VInt), correspondant au niveau de satisfaction correspondant à la VObs. Il y a donc autant de VInt que de VObs pour chaque solution, et ces dernières dépendent directement du modèle de comportement des solutions, si un tel modèle est utilisé.

Les fonctions de satisfaction présentent trois avantages :

- Adimensionner les VObs (on parle aussi de normalisation) ;
- Traduire les préférences du concepteur ;
- Simplifier le problème de décision.

Par la suite, nous notons d_i la fonction de satisfaction associée à y_i :

$$z_i = d_i(y_i) \text{ avec } z_i \in [0; 1] \quad (10)$$

Où z_i est la VInt associée à y_i .

Les fonctions de satisfaction étudiées dans nos travaux présentent le point commun de convertir des valeurs naturelles (masses, dimensions, flux, températures, etc.) en valeurs adimensionnées entre 0 et 1. Cette normalisation permet de rendre comparables des variables d'observation de natures différentes au travers de niveaux de satisfaction ou de désirabilité.

En paramétrant une fonction de satisfaction, il est possible de traduire les préférences du concepteur par des niveaux de satisfaction entre 0 et 1. Ainsi, une VInt proche de 1 indique que la VObs correspondante est tout à fait satisfaisante. Inversement, si la VInt est proche de 0, la variable d'observation n'est pas satisfaisante. La Figure II-8 donne l'exemple d'une fonction de satisfaction binaire (en pointillés), correspondant à une contrainte d'inégalité ; y_i est également satisfaisante au-delà d'une valeur, et totalement insatisfaisante en deçà de cette valeur. Dans la même figure, une autre fonction de satisfaction (en traits pleins) permet de nuancer la préférence du concepteur en indiquant que les plus grandes valeurs de y_i (z_i proche de 1) sont préférées aux plus faibles (z_i proche de 0).

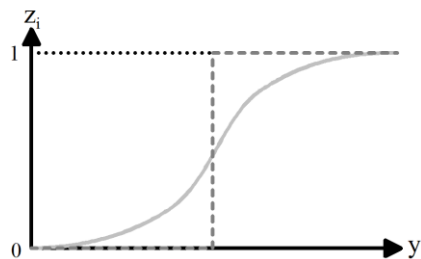


Figure II-8 : Fonctions de valeur [Scott 1999]

⁹ Cousin de Nicholas Bernouilli et auteur du célèbre théorème utilisé en mécanique des fluides.

Via les fonctions de satisfaction, le problème de décision multi-objectif (relation 1) est simplifié et remplacé par un problème d'augmentation de toutes les VInt (relation 11). Cette transformation est semblable à celle évoquée dans le cadre de la méthode des ε -contraintes (§ II.3.3.1.2). De cette manière, le front de Pareto dans l'espace des variables d'interprétation est toujours similaire à celui présenté en Figure II-5 s'il est projeté dans le plan.

$$\text{Trouver } S^* / \max(z_i) \text{ et/ou } \begin{cases} G_i(y_i) = 0 \\ \text{et/ou} \\ H_i(y_i) \geq 0 \end{cases} \quad (11)$$

Ci-dessous, nous proposons de passer en revue différentes fonctions de satisfaction afin de déterminer la meilleure façon de formaliser les préférences du concepteur.

II.3.4.2 Fonction d'appartenance

La logique floue, proposée par Zadeh [Zadeh 1964] est un très large domaine, souvent utilisée dans le soft-computing [Saridakis 2008]. Nous ne ferons que l'évoquer au travers de l'un de ses outils : la définition d'ensembles flous.

Zadeh généralise la logique binaire en proposant des zones floues entre ce qui est « vrai » et ce qui est « faux ». Ainsi, considérons un intervalle $[y_i^-; y_i^+]$, une variable d'observation y_i , ainsi que l'affirmation « $y_i \in [y_i^-; y_i^+]$ ». En logique binaire, il n'y a que deux possibilités :

$$\begin{cases} (y_i \geq y_i^- \text{ et } y_i \leq y_i^+) \Rightarrow y_i \in [y_i^-; y_i^+] \text{ est vrai} \\ (y_i < y_i^- \text{ ou } y_i > y_i^+) \Rightarrow y_i \in [y_i^-; y_i^+] \text{ est faux} \end{cases} \quad (12)$$

En logique floue, il existe des zones transitoires entre le vrai et le faux. Ainsi, l'affirmation « $y_i \in [y_i^-; y_i^+]$ » peut être « partiellement vraie » ou « presque fausse ». Ces notions sémantiques et floues sont représentées par une fonction d'appartenance d_i à valeur entre 0 et 1. Le 0 correspond au « faux » et le 1 correspond au « vrai ». Toutefois, une valeur de 0.9 considère par exemple que l'affirmation est « presque vraie ».

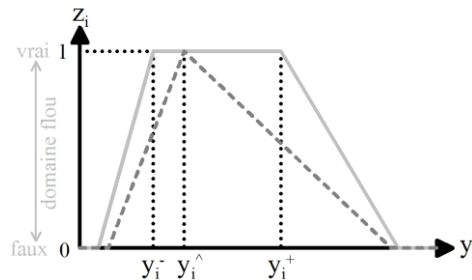


Figure II-9 : Fonctions d'appartenance

La Figure II-9 représente les fonctions d'appartenance de deux exemples d'ensembles flous. La fonction d'appartenance en trait plein correspond à un intervalle flou : l'affirmation peut être vraie pour plusieurs valeurs de y_i . La fonction d'appartenance en pointillés correspond à une quantité floue : l'affirmation n'est vraie que pour une unique valeur $y_i = y_i^hat$. Il vient naturellement qu'au lieu de raisonner en vrai/faux, il est possible d'appliquer le principe des fonctions d'appartenance pour refléter un niveau de satisfaction. C'est précisément ce que propose Wood en appliquant la MoI pour formaliser des préférences en conception [Wood 1989].

Les fonctions d'appartenance présentent l'avantage d'une correspondance sémantique aux valeurs qu'elles renvoient. En outre, les fonctions d'appartenance sont souvent linéaires par morceaux (Figure II-9).

Leur utilisation soulève tout de même deux difficultés pour la formalisation des préférences du concepteur :

- La définition des paramètres de la fonction d'appartenance ;
- Le traitement des zones paliers (z_i constant pour y_i variant) « vraies » et « fausses ».

II.3.4.3 Fonction d'utilité

Les fonctions d'utilité sont directement issues de la Théorie de l'utilité déjà évoquée précédemment [Neumann 1944]. A l'origine, elles étaient utilisées pour associer des probabilités à des variables d'observation. Ainsi, aux valeurs de y_i les moins satisfaisantes et les plus satisfaisantes sont associées les probabilités 0 et 1. Par la suite, la méthode de la loterie est utilisée pour paramétrer la fonction d'utilité.

La méthode de la loterie propose d'attribuer à une valeur v de y_i une probabilité p en établissant l'affirmation suivante. *Il n'y a pas de distinction entre « avoir v avec une probabilité de 1 » et « avoir la meilleure valeur de y_i avec une probabilité de p , et avoir la plus mauvaise valeur de y_i avec une probabilité de $1-p$ »* [Otto 1993 ; Paredis 2009c].

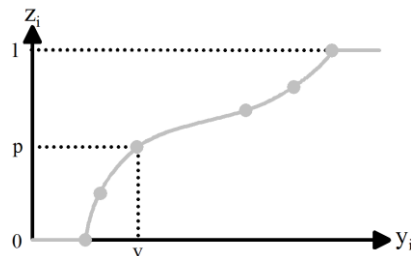


Figure II-10 : Fonction d'utilité

Il est possible d'utiliser de telles fonctions d'utilité en conception [Marston 1998 ; Ullman 2006]. Pour cela, la méthode de la loterie est appliquée en plusieurs points ; ceux-ci sont ensuite joints ou lissés afin d'obtenir une expression de la fonction elle-même (Figure II-10).

Toutefois, tout comme les fonctions d'appartenance, les fonctions d'utilité ainsi obtenues peuvent présenter des discontinuités peu justifiables en termes de préférence. Ainsi, comment justifier qu'un niveau de satisfaction s'annule (ou soit totalement satisfaisant) à partir d'une valeur très précise de y_i ?

II.3.4.4 Fonctions de désirabilité

Les fonctions de désirabilités sont des fonctions de satisfaction faciles à paramétrer. Elles intègrent des besoins et une simplicité d'utilisation adaptée au concepteur, et sont largement utilisées [Pasandideh 2006]. Dans la littérature, le terme « désirabilité » est souvent employé comme synonyme de « niveau de satisfaction ».

II.3.4.4.1 Fonctions de Harrington

Harrington fut le premier à proposer des fonctions de désirabilité [Harrington 1965] dans le domaine de la qualité. Elles sont au nombre de trois.

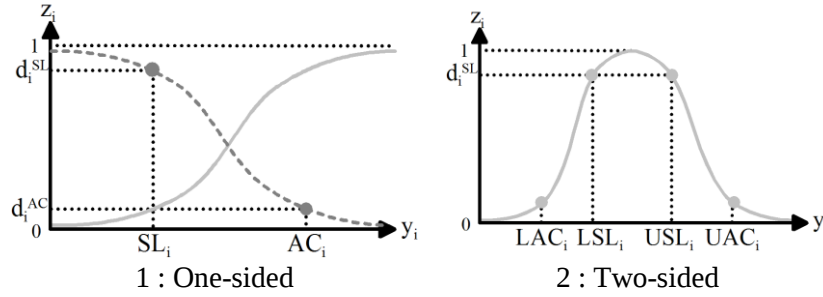


Figure II-11 : Fonctions de désirabilité de Harrington

Les deux premières sont monotones (Figure II-11–1) et permettent de formaliser une préférence en terme d'augmentation (trait plein) ou de diminution (pointillés). Harrington les nomme One-sided. Elles sont chacune paramétrées par deux points nommés *soft limit* (SL) et *accurate constraint* (AC). Le premier (SL_i) indique la zone au-delà de laquelle les valeurs de y_i sont considérées comme satisfaisantes ; le second (AC_i) indique la zone de non satisfaction. Leurs niveaux de satisfaction respectifs (d_i^{SL} et d_i^{AC}) paramètrent la relaxation des préférences.

Les deux fonctions de désirabilités One-sided de Harrington sont paramétrées ainsi :

$$d_i(y_i) = \exp(-\exp(\alpha_i + \beta_i \cdot y_i)) \quad (13)$$

Avec, dans le cas d'une fonction One-sided décroissante :

$$\text{si } AC_i > SL_i, \begin{cases} \beta_i = \frac{\ln\left(\frac{\ln(d_i^{AC})}{\ln(d_i^{SL})}\right)}{AC_i - SL_i} \\ \alpha_i = \ln(-\ln(d_i^{SL})) - \beta_i \cdot SL_i \end{cases} \quad (14)$$

Et dans le cas d'une fonction One-sided croissante :

$$\text{si } AC_i < SL_i, \begin{cases} \beta_i = \frac{\ln\left(\frac{\ln(d_i^{SL})}{\ln(d_i^{AC})}\right)}{SL_i - AC_i} \\ \alpha_i = \ln(-\ln(d_i^{SL})) - \beta_i \cdot SL_i \end{cases} \quad (15)$$

La troisième fonction proposée par Harrington est qualifiée de Two-sided et permet le ciblage d'une valeur pour y_i, ou la spécification d'une zone de satisfaction pour plusieurs valeurs de la VObs (Figure II-11–2). Elle est paramétrée par deux points, la SL inférieure (LSL : *Lower Soft Limit*) et la SL supérieure (USL : *Upper Soft Limit*). En outre, deux valeurs supplémentaires (LAC : *Lower Accurate Constraint* et UAC : *Upper Accurate Constraint*) permettent de paramétrer la pente de la fonction avec toutefois la restriction suivante :

$$LSL_i - LAC_i = UAC_i - USL_i \text{ et } UAC_i > USL_i > LSL_i > LAC_i \quad (16)$$

La fonction Two-sided de Harrington est calculée comme suit :

$$d_i(y_i) = \exp\left(-\left|\left(\frac{2 \cdot y_i - (U+L)}{U-L}\right)^n\right|\right) \text{ avec } \begin{cases} U = \frac{UAC_i + USL_i}{2} \\ L = \frac{LSL_i + LAC_i}{2} \\ n = \frac{\ln(-\ln(d_i^{SL}))}{\ln\left(\left|\frac{2 \cdot LSL_i - (U+L)}{U-L}\right|\right)} \end{cases} \quad (17)$$

Les fonctions de désirabilité présentent de nombreux avantages. Elles sont aisées à paramétrer et aisément compréhensibles pour le concepteur. Elles ne présentent pas de

discontinuités. Elles sont adaptées aux trois buts recherchés dans un problème de décision multi-objectif en conception : diminution, augmentation et ciblage (relation 1). Dans le cas du ciblage d'une valeur particulière y_i^{cible} , le paramétrage de la fonction de désirabilité Two-sided peut être réalisé au travers des relations 17 et 18 soumises aux restrictions de la relation 16. Enfin, les fonctions de désirabilité proposées par Harrington ne présentent pas de paliers ; elles tendent vers 0 et n'atteignent 1 que pour la fonction de désirabilité Two-sided, en un seul point. Un tel comportement offre la possibilité de toujours exprimer une préférence entre deux solutions en se basant sur les valeurs de z_i . De cette façon, même deux solutions totalement non satisfaisantes peuvent être discriminées.

$$y_i^{\text{cible}} = \frac{U+L}{2} \quad (18)$$

II.3.4.4.2 Fonctions de Derringer

En se basant sur les travaux de Harrington, Derringer propose ses propres fonctions de désirabilité appliquées à de l'optimisation en conception [Derringer 1980]. Il s'agit de fonctions de satisfaction explicitement et notablement proposées pour la conception.

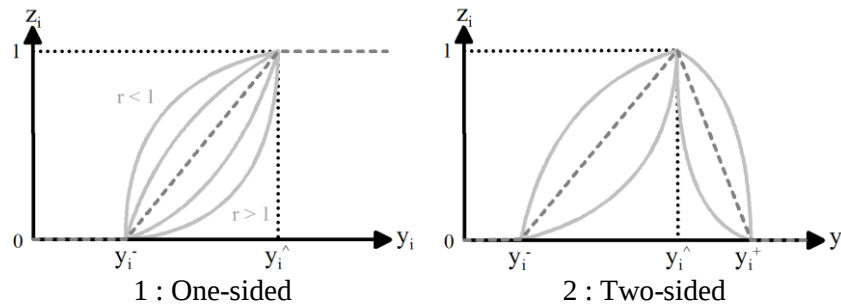


Figure II-12 : Fonctions de désirabilité de Derringer

Tout comme Harrington [Harrington 1965], Derringer propose deux types de courbes ; l'une est adaptée à un cas de maximisation/minimisation, l'autre est destinée à un cas de ciblage.

La fonction de désirabilité One-sided de Derringer dispose de trois paramètres (relation 19). Nous prenons l'exemple d'une fonction croissante¹⁰ (Figure II-12-1). Le paramètre y_i^- spécifie la valeur de y_i au dessous de laquelle la VObs est non satisfaisante ; de même, le paramètre y_i^+ indique la valeur au dessus de laquelle y_i est totalement satisfaisante. Enfin, le paramètre r permet de piloter la courbure de la fonction. Dans la Figure II-12-1, la fonction de désirabilité linéaire par morceaux (pointillés) correspond à $r=1$. En fonction des valeurs de r , la courbure peut être orientée (trait plein).

$$d_i(y_i) = \begin{cases} 0 & \text{pour } y_i \leq y_i^- \\ \left(\frac{y_i - y_i^-}{y_i^+ - y_i^-} \right)^r & \text{pour } y_i^- \leq y_i \leq y_i^+ \\ 1 & \text{pour } y_i \geq y_i^+ \end{cases} \quad (19)$$

La fonction de désirabilité Two-sided de Derringer (Figure II-12-2) est construite sur un principe identique à sa fonction One-sided, en la définissant par morceaux comme l'indique la relation 20. On retrouve une définition similaire aux fonctions d'appartenance des quantités floues (§ II.3.4.2). Les paramètres de la fonction Two-sided de Derringer sont les deux bornes y_i^- et y_i^+ au-delà desquelles la satisfaction (ou désirabilité) est nulle. La valeur cible est notée $y_i^{\wedge}$. Enfin, les paramètres r et t définissent les courbures, indépendamment l'un de l'autre :

¹⁰ Le raisonnement est rigoureusement similaire pour une fonction One-sided décroissante.

$$d_i(y_i) = \begin{cases} \left(\frac{y_i - y_i^-}{y_i^+ - y_i^-} \right)^r & \text{pour } y_i^- \leq y_i \leq y_i^+ \\ \left(\frac{y_i - y_i^+}{y_i^+ - y_i^-} \right)^t & \text{pour } y_i^+ < y_i \leq y_i^- \\ 0 & \text{pour } y_i < y_i^- \text{ ou } y_i^+ < y_i \end{cases} \quad (20)$$

Les fonctions de désirabilité de Derringer sont intuitives à utiliser et les paramètres de réglage des courbures permettent de formaliser finement les préférences du concepteur. Il est ainsi possible de paramétrer l'évolution de la croissance du niveau de satisfaction en fonction des valeurs de la variable d'observation. On constate cependant que les fonctions de Derringer présentent des discontinuités ainsi que des paliers. Ces derniers sont justifiés par le principe d'annihilation défendu par Derringer (et détaillé plus loin, cf. § II.3.5.4) mais interdisent tout classement de solutions puisqu'elles ont le même niveau de satisfaction.

II.3.5 Méthodes agrégatives

Nous proposons maintenant d'aborder la résolution de problèmes multi-objectif au moyen de méthodes agrégatives. Cherqui définit les méthodes agrégatives proposées en suivant comme *une agrégation complète ou approchée du critère unique de synthèse ; c'est-à-dire l'inclusion de l'ensemble des données dans une formule mathématique en vue de l'obtention d'une valeur unique* [Cherqui 2005]. Nous proposons une telle fonction dans la relation 21. Les méthodes agrégatives permettent de convertir un problème de choix multi-objectif en un problème mono-objectif, dans lequel l'expression de la préférence entre solutions est largement simplifiée. Ces méthodes constituent un nouveau modèle additionnel, complétant par exemple un modèle constitué de fonctions de satisfaction.

On distingue deux types de raisonnement dans l'ADC [Bouchon-Meunier 2002 ; Rolland 2011] :

- Comparaison-puis-agrégation : ce raisonnement propose de comparer les variables (VObs ou VInt) de deux solutions candidates deux à deux, puis d'agréger le résultat de ces comparaisons.
- Agrégation-puis-comparaison : ce raisonnement stipule d'agréger les variables entre elles, puis de comparer les solutions à partir de la variable unique obtenue.

Le premier type de raisonnement est utilisé si le concepteur dispose de peu d'informations sur les variables (sens, implications, préférences, importances relatives...). Dans le domaine de la conception, nous considérons que le concepteur dispose souvent de connaissances suffisantes pour formaliser des fonctions d'agrégation en fonction de ses préférences.

Roudenko qualifie les méthodes agrégatives de « déterministes » et les oppose aux méthodes générant un front de Pareto [Roudenko 2004]. Nous distinguons deux types de manières de réaliser une agrégation-puis-comparaison : il peut s'agir d'une combinaison de variables au sein d'une fonction quelconque (valeur commune d'échange tel que le coût, ou fonction incluant des pénalités pour chaque VObs insatisfaisante [Brisset 2007]), ou bien d'un opérateur reconnu et incluant explicitement l'expression de préférences du concepteur. Bien que dans le premier cas, des préférences soient implicitement formalisées, nous nous attachons à détailler le second type d'agrégation.

Il est possible d'agréger directement les variables d'observations d'une solution afin d'obtenir une seule variable ; Ceruti en fournit un exemple [Ceruti 2011]. Toutefois, nous préférons considérer que les variables agrégées sont identiques et comparables entre elles, à l'instar des VInt. Les variables d'interprétation z_i peuvent ainsi être agrégées en une seule

variable que nous notons VSA dans ce chapitre (relation 21). Signalons que cette variable unique a plusieurs noms dans la littérature, tels que « désirabilité composite » [Derringer 1994], « préférence globale » [Otto 1991], « index de désirabilité » [Sebastian 2010] ou encore « index global de désirabilité » [Quirante 2010]. A ce stade du document, nous l'appelons variable de sortie d'agrégation (VSA).

$$f_{ag}(z_1, z_2, \dots, z_i, \dots) = VSA \quad (21)$$

La définition des fonctions d'agrégation en ADC fait l'hypothèse que la variable VSA obtenue permet un classement entre solutions et correspond aux relations de préférences entre solutions :

$$\forall k, l \begin{cases} f_{ag}(\dots, d_i(y_i^k), \dots) = VSA^k \\ f_{ag}(\dots, d_i(y_i^l), \dots) = VSA^l \end{cases} \text{ alors } VSA^k > VSA^l \Rightarrow S^k > S^l \quad (22)$$

Scott identifie 8 méthodes d'agrégation [Scott 1998]. Nous proposons par la suite de présenter les plus usitées, puis nous les généralisons au sein d'un opérateur d'agrégation unifié.

II.3.5.1 Somme pondérée

La somme pondérée, aussi appelée « agrégation additive » ou « moyenne arithmétique pondérée », est la méthode agrégative la plus connue et la plus employée. Elle fait partie de la famille des moyennes quasi-arithmétiques et en est un cas particulier [Grabisch 1998]. Elle consiste en l'addition des z_i , chacune étant pondérée par un poids noté ω_i :

$$f_{ag}(z_1, z_2, \dots, z_i, \dots) = \sum_i (\omega_i \cdot z_i) \text{ avec } \sum_i \omega_i = 1 \text{ et } \omega_i \geq 0 \quad (23)$$

La somme pondérée est une méthode intuitive, où l'attribution des poids permet de refléter l'importance proportionnelle des différentes variables agrégées entre elles. Quoi que largement utilisée, elle possède toutefois un défaut important : si l'une des variables d'interprétation est nulle (attestant d'une VObs totalement insatisfaisante), la variable de sortie d'agrégation n'est pas nulle pour autant.

II.3.5.2 Produit pondéré

C'est à partir de cette constatation que Derringer propose d'utiliser une méthode d'agrégation multiplicative [Derringer 1994]. Reprenant la méthode de Harrington [Harrington 1965], qui utilise un simple produit, Derringer introduit une méthode par produit pondéré, aussi appelée « méthode de la désirabilité modifiée » [Kros 2001] ou encore « moyenne géométrique pondérée » :

$$f_{ag}(z_1, z_2, \dots, z_i, \dots) = \prod_i ((z_i)^{\omega_i}) \text{ avec } \sum_i \omega_i = 1 \text{ et } \omega_i \geq 0 \quad (24)$$

La méthode du produit pondérée permet d'assurer une VSA nulle si l'une des variables d'entrée est nulle. En conception, ce principe dit d'annihilation [Otto 1991] garantit que toutes les variables d'observation soient au moins légèrement satisfaisantes. Le sens donné aux poids est cependant moins intuitif ; ils reflètent une importance relative exponentielle, et non plus proportionnelle, entre variables. La méthode d'agrégation par produit pondéré est une agrégation compensatoire ; en effet, une forte valeur de VInt compense une faible valeur pour une autre VInt.

II.3.5.3 Agrégation par le minimum

La troisième méthode d'agrégation que nous présentons stipule d'agréger les variables d'entrée en prenant leur valeur minimale [Kim 2000]. Une telle fonction d'agrégation

(relation 25) est relativement peu utilisée en conception mais est bien connue dans le domaine de la logique floue [Bouchon-Meunier 2002].

$$f_{ag}(z_1, z_2, \dots, z_i, \dots) = \min(z_i) \quad (25)$$

Tout comme la méthode précédente, cette fonction d'agrégation garantit une VSA nulle si l'une des VInt est nulle. Elle propose d'agréger les variables suivant une stratégie du pire des cas, considérant que seule la moins satisfaisante renseigne sur l'ensemble des variables d'entrée. Son comportement est donc non compensatoire.

Soulignons que nous nous plaçons ici dans un problème d'augmentation (relation 11). Dans le cas d'une diminution, le problème s'inverse¹¹ et c'est alors l'opérateur de maximum qui devient nécessaire pour agréger des variables au pire des cas.

II.3.5.4 Continuum d'agrégation

Plusieurs auteurs ont proposé des fonctions (ou opérateurs) d'agrégation permettant d'unifier les trois méthodes précédemment présentées ainsi que de nombreuses autres. La littérature à ce sujet est très fournie, aussi proposons-nous d'en rester aux principes et outils pertinents en conception de produits.

Soulignons tout d'abord que le domaine de la logique floue propose, entre autres, deux opérateurs logiques intéressants : le « et » et le « ou », aussi appelés respectivement t-norme et t-conorme [Yager 1988]. Ceux-ci permettent d'obtenir le degré de vérité de la relation logique entre quantités floues, en agrégeant les valeurs retournées par les différentes fonctions d'appartenance [Zadeh 1964]. Concrètement, ces deux opérateurs correspondent respectivement aux opérateurs minimum (min) et maximum (max).

Dans le cadre de l'agrégation de plusieurs variables formalisant des préférences, Yager a proposé un premier opérateur, nommé OWA, permettant d'unifier au sein d'une même fonction les notions de « et » et de « ou » de la logique floue [Yager 1988] une famille de moyennes arithmétiques.

Ce même auteur a proposé un second opérateur OWA généralisé (GOWA) permettant de lier les deux mêmes notions en passant par les sommes pondérées et produit pondéré [Yager 2004]. Cette fonction est paramétrée par une variable s et permet de passer d'une fonction d'agrégation min à une fonction d'agrégation max de manière continue. Scott parle de continuum [Scott 1999]. Dans la suite du document, nous la nommons indifféremment « continuum d'agrégation » ou « fonction d'agrégation de Yager ». Nous donnons son expression :

$$f_{ag}(z_1, z_2, \dots, z_i, \dots) = \sqrt[s]{\sum_i (\omega_i \cdot (z_i)^s)} \text{ avec } \begin{cases} \sum_i \omega_i = 1 \\ \omega_i \geq 0 \\ s \in]-\infty; +\infty[\end{cases} \quad (26)$$

Comme l'indique la Figure II-13 :

- Si $s \rightarrow -\infty$, la fonction d'agrégation est une agrégation par le minimum (§ II.3.5.3) ;
- Si $s \rightarrow 0$, la fonction d'agrégation est un produit pondéré (§ II.3.5.2) ;
- Si $s = 1$, la fonction d'agrégation est une somme pondérée (§ II.3.5.1) ;
- Si $s \rightarrow +\infty$, la fonction d'agrégation est une agrégation par le maximum.

¹¹ Dans un tel cas, le principe d'annihilation n'a plus de sens.

Yager souligne d'autres valeurs de s particulière, permettant d'obtenir les moyennes harmonique ainsi que quadratique [Yager 2004].

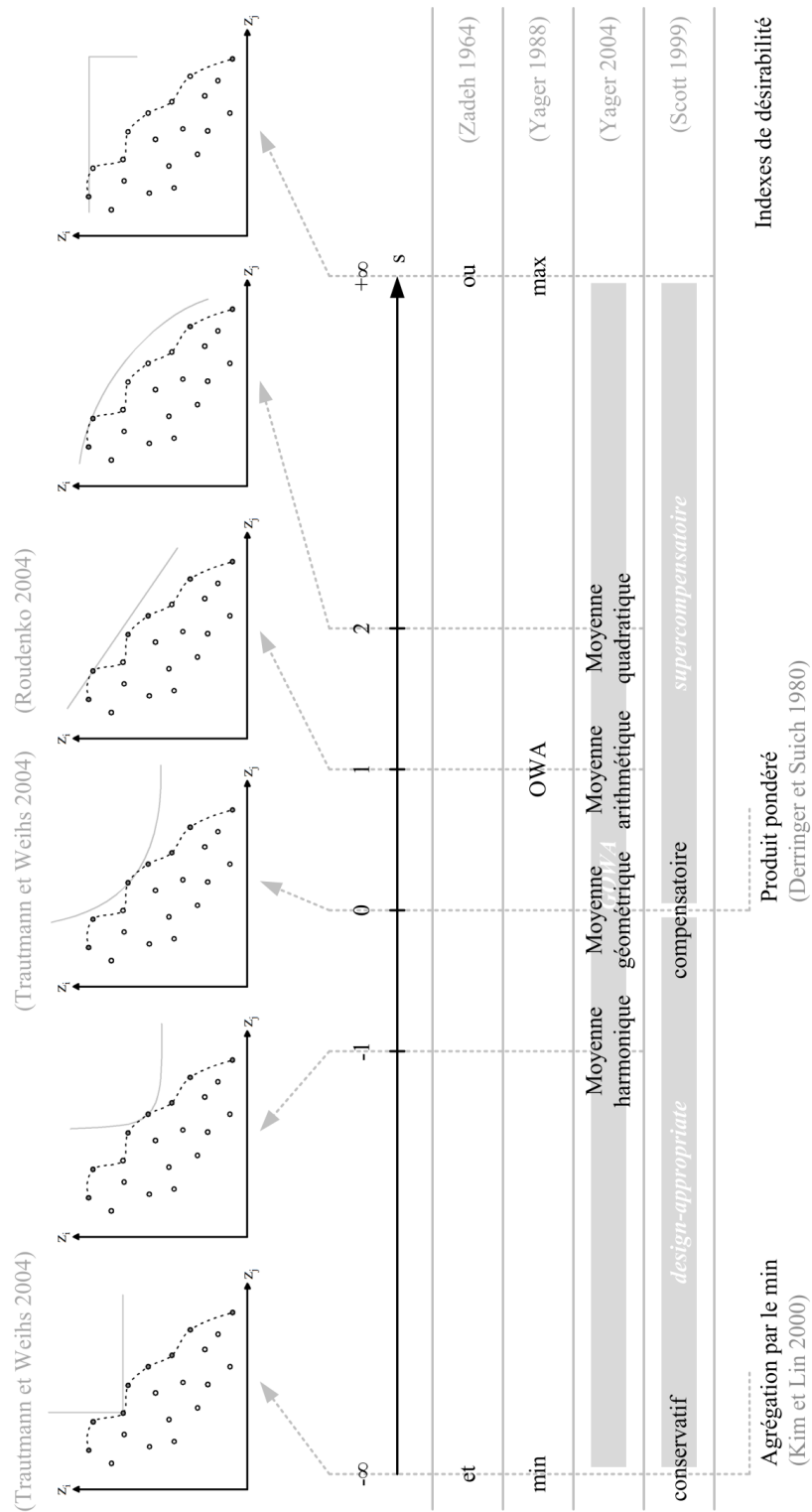


Figure II-13 : Continuum d'agrégation illustré en 2 dimensions

Les travaux de Scott proposent une étude approfondie de ce continuum d'agrégation, et définissent en particulier les axiomes auxquels doivent satisfaire les fonctions d'agrégation utilisables en conception, dans le cadre de la MoI [Scott 1999 ; Scott 1995 ; Scott 1998]. Ceux-ci sont récapitulés dans le Tableau II-5. On retrouve notamment le principe d'annihilation explicité précédemment [Derringer 1980]. Scott démontre que les fonctions d'agrégation utilisables en conception (*design-appropriate*) sont celles pour lesquelles $s \in]-\infty; 0]$. Il souligne en outre que pour $s \rightarrow -\infty$, la stratégie d'agrégation est non compensatoire, ou « conservative » ; inversement, pour $s \rightarrow 0$, la stratégie d'agrégation est compensatoire ou « agressive ». Pour toute valeur de s strictement positive, la stratégie d'agrégation est dite supercompensatoire, mais n'est pas appropriée à la conception (Figure II-13). Scott définit une stratégie d'agrégation comme le choix d'une valeur de s ainsi que des pondérations associées à chaque z_i ; la notion de pondération est approfondie dans le paragraphe suivant.

Soit $f_{ag}(\dots, (z_i, \omega_i), \dots)$ une fonction d'agrégation pour toute variable z_i affectée d'un poids ω_i .	
Monotonie	$z_j \leq z'_j \Rightarrow f_{ag}(\dots, (z_i, \omega_i), \dots, (z_j, \omega_j), \dots) \leq f_{ag}(\dots, (z_i, \omega_i), \dots, (z'_j, \omega_j), \dots)$ $\omega_j \leq \omega'_j \Rightarrow f_{ag}(\dots, (z_i, \omega_i), \dots, (z_j, \omega_j), \dots) \leq f_{ag}(\dots, (z_i, \omega_i), \dots, (z_j, \omega'_j), \dots)$
Commutativité	$f_{ag}(\dots, (z_i, \omega_i), \dots, (z_j, \omega_j), \dots) = f_{ag}(\dots, (z_j, \omega_j), \dots, (z_i, \omega_i), \dots)$
Continuité	$f_{ag}(\dots, (z_i, \omega_i), \dots) = \lim_{z'_i \rightarrow z_i} f_{ag}(\dots, (z'_i, \omega_i), \dots)$ $f_{ag}(\dots, (z_i, \omega_i), \dots) = \lim_{\omega'_i \rightarrow \omega_i} f_{ag}(\dots, (z_i, \omega'_i), \dots)$
Idempotence	$f_{ag}(\dots, (z, \omega_i), \dots, (z, \omega_j), \dots) = z$ avec $\begin{cases} \forall i, \omega_i \geq 0 \\ \sum_i \omega_i > 0 \end{cases}$
Annihilation	$f_{ag}(\dots, (z_h, \omega_h), \dots, (0, \omega_i), \dots, (z_j, \omega_j), \dots) = 0$ avec $\omega_i \neq 0$
Conservation d'échelle des poids	$f_{ag}(\dots, (z_i, \omega_i \cdot t), \dots, (z_j, \omega_j \cdot t), \dots) = f_{ag}(\dots, (z_i, \omega_i), \dots, (z_j, \omega_j), \dots)$ avec $\begin{cases} \forall i, \omega_i \geq 0 \\ \sum_i \omega_i > 0 \\ t > 0 \end{cases}$
Poids nuls	$f_{ag}(\dots, (z_{i-1}, \omega_{i-1}), (z_i, 0), (z_{i+1}, \omega_{i+1}), \dots) = f_{ag}(\dots, (z_{i-1}, \omega_{i-1}), (z_{i+1}, \omega_{i+1}), \dots)$

Tableau II-5 : Axiomes pour une fonction d'agrégation design-appropriate [Scott 1998]

Scott propose une méthode de calcul de la stratégie s ainsi que des pondérations pour le continuum d'agrégation [Scott 1999]. Pour cela, il s'appuie sur une méthode partiellement semblable à l'approche de la Loterie (§ II.3.4.3) ; une égalité est posée entre plusieurs jeux de variables d'entrée pour le continuum d'agrégation (soit plusieurs solutions, éventuellement fictives). Nous proposons un exemple pour trois solutions S^k , S^l et S^m :

$$f_{ag}(z_1^k, z_2^k) = f_{ag}(z_1^l, z_2^l) = f_{ag}(z_1^m, z_2^m) \quad (27)$$

De cette manière, avec des variables d'interprétation valuées, il est possible de résoudre les équations et de trouver la valeur de s , ainsi que les poids. Toutefois, cette méthode :

- Est sujette à une grande part de variabilité (définition des configurations considérées comme égales) ;
- Est soumise à une forte abstraction ;
- Est limitée à deux variables d'entrée (au-delà, il devient ardu de proposer des jeux de variables égaux dans l'agrégation) ;
- Est disjointe de tout sens concret à donner à la valeur de s .

Les méthodes agrégatives permettent ainsi un compromis entre les variables d'interprétation, simplifiant encore le problème de décision multi-objectif posé précédemment dans la relation 11 :

$$\text{Trouver } S^* / \max(VSA) \text{ et/ou } \forall i \begin{cases} G_i(y_i) = 0 \\ \text{et/ou} \\ H_i(y_i) \geq 0 \end{cases} \quad (28)$$

Nous supposons ici que l'ensemble des variables sont agrégées en une VSA via une unique fonction.

II.3.5.4.1 Pondérations

La notion de pondération (ou de poids) dans les méthodes agrégatives est souvent mentionnée dans la littérature sans en détailler réellement les tenants et aboutissants. Nous soulignons deux points de vue différents :

- Les variables agrégées ne sont pas dissociées par la fonction d'agrégation ; chaque variable est considérée comme étant parfaitement équivalente aux autres. Ainsi, les pondérations sont associées en fonction de leur classement ordinal par valeur décroissante. Les opérateurs OWA et GOWA fonctionnent sur ce principe en ordonnant les variables d'interprétation [Yager 1988 ; Yager 2004].
- Chaque variable agrégée est affectée d'une pondération qui lui est indissociable. Ce poids permet de formaliser l'importance relative entre les variables. La MoI prend ce parti, comme indiqué dans la première ligne du Tableau II-5 [Otto 1992], tout comme le recommande Derringer [Derringer 1980].

Dans la grande majorité des cas, les poids sont normalisés. Comme indiqué dans les relations 23 à 26, ils sont positifs ou nuls, et leur somme vaut 1.

Leur détermination est généralement laissée au loisir du concepteur, sans cadre pour en déterminer les valeurs et leur donner un sens.

II.3.5.4.2 Filtrage du front de Pareto

Roudenko relie les méthodes agrégatives au front de Pareto. En particulier, il souligne que la méthode de la somme pondérée permet d'obtenir l'enveloppe convexe du front de Pareto en faisant varier les pondérations [Brisset 2007]. Nous proposons d'insister sur ce point au travers d'un exemple en Figure II-14.

Agréger deux variables par une somme pondérée implique de créer une fonction de valeur au sens d'Ashby [Ashby 2001]. Cette fonction spécifie le compromis linéaire réalisé entre les deux variables agrégées via les pondérations (relation 29). La valeur obtenue est notée *val*. Il est alors possible d'exprimer l'une des variables agrégées en fonction de l'autre en considérant *val* fixé :

$$\text{val} = \omega_i \cdot z_i + \omega_j \cdot z_j \Leftrightarrow z_i = \left(\frac{\text{val}}{\omega_i} \right) + \left(-\frac{\omega_j}{\omega_i} \right) \cdot z_j \quad (29)$$

L'équation de droite obtenue sur la Figure II-14-1 représente le compromis entre les deux variables, le coefficient d'échange au sens d'Ashby entre les deux variables étant le ratio négatif des deux pondérations. Cependant, la valeur *val* n'est pas arbitraire, elle dépend des solutions considérées, qui relient elles-aussi les valeurs de z_i et z_j . On souhaite toutefois maximiser la valeur *val* ; cela revient à faire varier verticalement la position de la droite de l'infini jusqu'à atteindre une solution tel qu'indiqué dans la Figure II-14-1. Cette dernière est alors sur le front de Pareto. Cette méthode de sélection géométrique est employée dans le cadre de la sélection multicritère de matériaux [Ashby 2001].

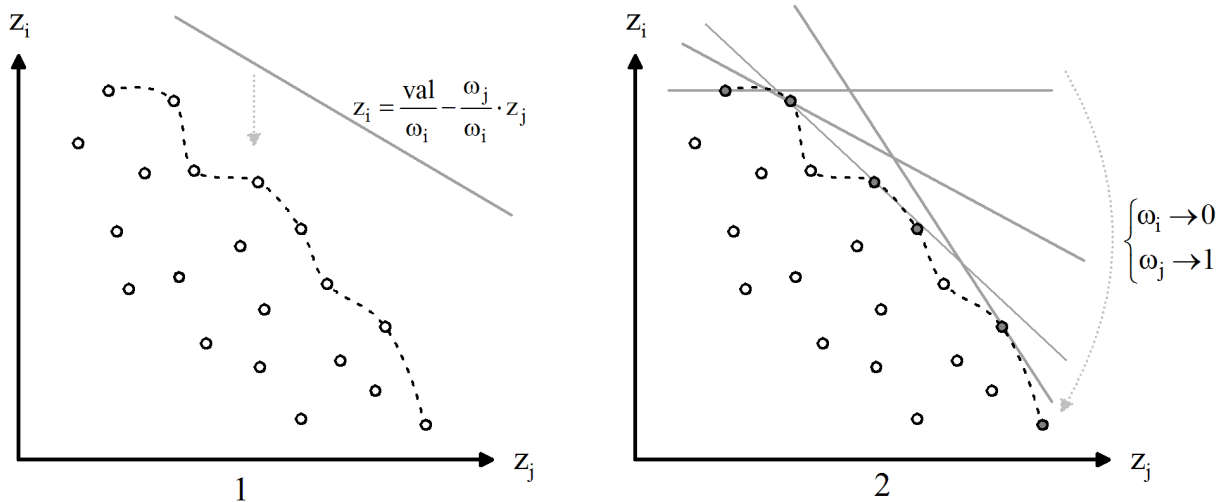


Figure II-14 : Filtrage du front de Pareto lors d'une somme pondérée

Lorsque les pondérations varient (on rappelle que $\omega_i + \omega_j = 1$), la pente de la droite varie comme l'indique la relation 29. Ainsi, les droites obtenues permettent de filtrer des solutions appartenant au front de Pareto, en n'en sélectionnant qu'une partie lors de la variation des poids (Figure II-14-2).

Scott souligne que pour chaque solution du front de Pareto, il existe une stratégie (paramètre s) et un jeu de poids (ω_i) permettant de l'obtenir par agrégation [Scott 1999]. Cela revient à généraliser la procédure décrite ci-dessus pour la somme pondérée à l'ensemble du continuum d'agrégation. Trautman a effectué des travaux en ce sens, démontrant en particulier que toutes les solutions obtenues par le produit pondéré sont bien sur le front de Pareto [Trautmann 2004].

Ainsi, le paramètre s du continuum d'agrégation définit la courbure de la fonction qui filtre le front de Pareto pour toutes les valeurs de ω_i et ω_j . La Figure II-13 illustre plusieurs exemples de filtrages du front de Pareto en fonction de s , reprenant l'exemple donné en début de chapitre dans la Figure II-5 ; les solutions obtenues par le continuum sont figurées en gris sombres, les autres sont en blanc. On constate ainsi que pour $s=1$, la fonction d'agrégation est bien linéaire et, par filtrage du front de Pareto, ne retourne que son enveloppe convexe. Pour des valeurs de s inférieures à 1, les courbures permettent à la fonction de valeur (au sens d'Ashby) d'entrer dans les non-convexités du front de Pareto. Le cas limite inférieur ($s \rightarrow -\infty$) implique que le front de Pareto est filtré par un angle droit « inférieur-gauche » et retourne l'ensemble des solutions du front de Pareto. Inversement, si s est supérieur à 1, la courbure obtenue va sélectionner de moins en moins de solutions par filtrage, jusqu'au cas limite supérieur ($s \rightarrow +\infty$) qui implique un filtrage par un angle droit « supérieur-droit » où seules les deux solutions extrêmes du front de Pareto sont sélectionnées. On retrouve bien, dans ce dernier cas, la notion de « ou » et donc l'absence de compromis entre les variables agrégées. Un programme est proposé en annexe A pour vérifier et visualiser ces comportements.

II.3.5.5 Bilan sur les méthodes d'agrégation

Les méthodes agrégatives, si elles permettent de formaliser les préférences du concepteur à plusieurs stades (préférences sur les VObs, stratégie employée, pondérations), ne retournent le plus souvent qu'un classement ordinal. Du fait de l'interaction des fonctions de satisfaction et des méthodes d'agrégation, il est souvent difficile de les considérer comme un reflet strict et précis des préférences du concepteur au sens cardinal ; par exemple, il n'est pas nécessaire d'admettre qu'une solution ayant une VSA de 0.4 est deux fois meilleure qu'une

solution ayant une VSA de 0.2. Par la suite, nous considérons donc essentiellement le classement ordinal de ces valeurs.

Dans l'ADC, Galand dissocie les phases de structuration et la phase de résolution [Galand 2008]. Jusqu'à présent, nous avons abordé plusieurs méthodes et outils de structuration du problème de décision, et nous avons notamment détaillé des méthodes de formalisation des préférences et d'agrégation de celles-ci en une variable unique (proposition de modèles).

II.3.6 Résolutions numériques

Depuis le début de ce chapitre, nous avons considéré des solutions fixées et leurs variables d'observation associées (Figure II-15). Nous proposons maintenant d'évoquer la résolution numérique de problèmes d'ADC afin d'établir en pratique une solution préférée. Nous proposons d'abord de dissocier deux notions :

- Le choix : il correspond à la sélection d'une solution parmi un nombre fini et souvent faible de solutions candidates préexistantes. Jusqu'à présent, nous nous sommes placés dans le cadre d'un choix multi-objectif.
- L'optimisation : les solutions candidates sont générées et peuvent être théoriquement en nombre infini ; l'optimisation vise alors à générer la solution préférée.

Dans le présent manuscrit, nous considérons l'optimisation comme une activité de choix en conception portant sur un très grand nombre de solutions.

En application du MBR, les solutions candidates sont généralement modélisées afin d'obtenir les variables d'observation. Les VObs sont ainsi les variables de sortie du modèle de comportement du produit, tandis que les variables d'entrée sont nommées variables de conception, abrégées en VCo [Vernat 2004] aussi appelée « variables/paramètres de décision » [Otto 1993]. Nous notons x_i les variables de conception, et x_i^k la $i^{\text{ème}}$ VCo de la solution S^k . La Figure II-15 illustre ces notions pour trois solutions constituées de trois VCo et trois VObs, liées par un même modèle du produit.

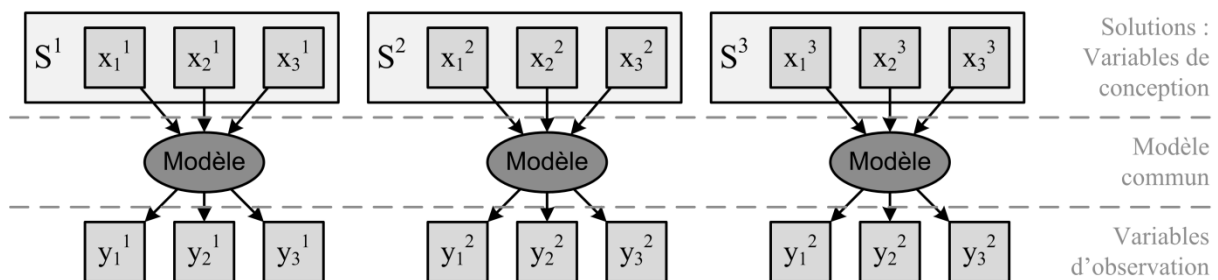


Figure II-15 : Variables de conception et variables d'observation

Les variables de conception définissent une architecture paramétrée de produit. Il peut s'agir de dimensions, de types de composant, mais aussi de flux ou encore d'énergie. Nous l'avons vu au travers de ce chapitre, une solution candidate peut être caractérisée de nombreuses manières (espace des VObs, espace des VInt, VSA, etc.) auxquelles s'ajoutent à présent l'espace des variables de conception. Désormais, nous considérons qu'une solution est définie par un vecteur de variables de conception instanciées.

Réaliser une optimisation de produit en conception architecturale consiste donc à identifier un vecteur de variables de conception permettant d'obtenir des variables d'observation satisfaisant au problème d'aide à la décision (relation 1) que constitue la conception du produit [Scaravetti 2004]. A chaque variable de conception x_i , est associé par le concepteur un domaine de valeurs $[\bar{x}_i^- ; \bar{x}_i^+]$ dans lequel est instancié la VCo. L'ensemble des

domaines de valeurs constituent l'espace de conception, noté $\bar{\Omega}$, dans lequel chaque point est donc une solution candidate.

Lorsque la méthode d'optimisation atteint la solution optimale, notée S^* , on parle de convergence.

Nous proposons de parcourir rapidement les grandes familles de méthode d'optimisation ci-dessous. Nous soulignons que la problématique d'optimisation est traitée plus en détail dans le chapitre V.

II.3.6.1 Méthodes déterministes

Les méthodes déterministes usuelles nécessitent la définition d'une fonction objectif (relation 30) : le modèle du produit, incluant éventuellement des préférences formalisées ainsi que leur agrégation, admet des variables de conception en entrée et une variable en sortie [Ledoux 2005]. Toutefois, la prise en compte de contraintes extérieures à la fonction objectif est difficile.

$$\varphi(\dots, x_i, \dots) = \text{VSA} \quad (30)$$

Les méthodes déterministes usent d'outils mathématiques, en particulier la continuité et la dérivabilité au premier ou au second ordre, pour trouver l'optimum de la fonction objectif. C'est ainsi qu'est générée la solution de conception préférée. La méthode de Newton et de quasi-Newton, la méthode de Levenberg-Marquardt ainsi que la méthode du gradient conjugué, sont des exemples de méthodes déterministes [Chamekh 2008].

Si elles sont généralement rapides en temps de calcul, ces méthodes sont limitées à certaines fonctions objectif, en particulier des fonctions linéaires, dérivables, convexes. Elles nécessitent généralement une solution de référence pour débiter l'optimisation, et il arrive souvent que la solution optimale générée soit proche de la solution de référence sans pour autant être la meilleure solution possible ; on parle dans ce cas d'optimisation locale [Roudenko 2004], puisque l'algorithme d'optimisation n'a convergé que dans une zone locale de la fonction objectif. Signalons toutefois que certaines méthodes emploient des

Une grande sous-famille des méthodes déterministes est constituée des méthodes dites « ensemblistes », s'appuyant sur la satisfaction des contraintes du problème. La programmation par satisfaction de contraintes (PSC) préconise de ne considérer un problème de conception architecturale que sous la forme de variables (VCo et VObs), de domaines de valeurs et de contraintes [Scaravetti 2004]. Les contraintes peuvent être des égalités, des inégalités, et des relations logiques. Le problème ainsi formulé s'éloigne de celui initialement posé en relation 1, en enlevant toute notion de préférence dans sa formalisation intrinsèque.

Une fois le problème posé sous la forme de contraintes, il est possible de le résoudre via un solveur de contraintes numérique en deux temps [Chenouard 2007 ; Fischer 2000] :

1. Une étape de filtrage par 2-consistance permet de réduire les domaines de valeurs en vérifiant les consistances des contraintes par paires : cela permet de réduire, parfois drastiquement, la taille de l'espace de conception $\bar{\Omega}$;
2. Une étape de résolution permet de rechercher les ensembles de valeurs de VCo dans lesquelles toutes les combinaisons forment des solutions candidates acceptables au sens des contraintes.

Nous soulignons que la PSC permet ainsi de générer toutes les solutions répondant aux contraintes, de manière exhaustive, mais ne permet pas de les classer entre elles, ou d'exprimer une préférence pour sélectionner une solution plutôt qu'une autre. C'est pourquoi Scaravetti utilise une méthode agrégative en post-traitement d'un PSC discret en vue d'établir

un classement des solutions [Scaravetti 2004]. Fischer procède de même en interprétant certaines variables au travers de fonctions d'appartenance tirées de la logique floue [Fischer 2000]. De plus, le modèle doit être parfaitement connu et exprimé sous forme de contraintes relativement simples (même si l'ensemble est complexe) ; en outre, la modélisation doit être extrêmement soignée, avec un minimum de variables et un maximum de contraintes [Yvars 2009]. Enfin, l'exhaustivité des solutions n'est obtenue que par un temps de calcul pouvant être long pour des problèmes complexes [Chenouard 2009] ; en outre, cette exhaustivité génère ce que Chenouard appelle des quasi-solutions, c'est-à-dire des solutions tellement similaires entre elles qu'elles sont identiques du point de vue du concepteur. Des solutions peuvent être apportées à ce type de problèmes mais leurs implications en terme de développement restent encore aujourd'hui importantes [Chenouard 2007].

Dans un contexte de conception et de modélisation du comportement de structures aéronautique, les modèles employés sont considérés par défaut comme non linéaires, non dérivables, multimodaux et non-convexes. En outre, une liste exhaustive des solutions envisageables n'est pas recherchée. Seule la mise en avant de solutions pertinentes dans un délais raisonnable, ainsi que leur justification du point de vue des préférences du concepteur, est recherchée dans le cadre de ces travaux.

II.3.6.2 Méthodes stochastiques

Dans le cas où la fonction objectif n'est pas dérivable et/ou continue, Arora souligne que les méthodes stochastiques sont tout à fait appropriées [Arora 1995], même si Paredis indique qu'elles ne doivent être utilisées qu'en dernier recours [Paredis 2009d]. En effet, en se basant sur des tirages aléatoires, ainsi qu'une procédure itérative, et en imitant des mécanismes observés dans la nature, ces méthodes ne garantissent pas d'atteindre l'optimum global.

Toutefois, elles permettent de s'en approcher par imitation de mécanismes aussi divers que la sélection naturelle [Goldberg 1989], le vol d'oiseaux [Clerc 2005] ou le système immunitaire [Watkins 2001]. Dans ces méthodes, les solutions de conception sont considérées comme des individus en confrontation ou en coopération, et échangent des informations ou des caractéristiques au moyen d'opérateur reproduisant des comportements naturels. De tels processus itératifs nécessitent cependant des temps calcul pouvant être longs.

Ces méthodes sont efficaces dans le cas de fonction objectifs discontinues et non dérivables, et même pour des modèles de type « boîte noire », dont le contenu est ignoré. Elles peuvent traiter des fonctions multi-objectif et intégrer la prise en compte de contraintes via un mécanisme de pénalités [Roudenko 2004].

Nous détaillons plus avant ces méthodes dans le chapitre V.

II.4 Problèmes à grand nombre de variables de conception

Dans un contexte industriel de conception, les modèles de comportement de produit peuvent nécessiter un grand nombre de variables de conception (de l'ordre de la centaine, comme nous le verrons dans le chapitre suivant). Les méthodes d'optimisation étant incapables de traiter correctement ce genre de problème, il apparaît nécessaire de réduire le nombre de VCo.

II.4.1 De la parcimonie

Nous relierons la problématique d'un grand nombre de VCo à la notion de parcimonie, proposée par Vernat et Sebastian [Vernat 2004 ; Vernat 2010] ; ceux-ci introduisent le cadre

dénommé « PEPS », évoqué précédemment, en vue de qualifier un modèle au travers de 4 axes :

- La Parcimonie peut être vue comme l'inverse de la complexité : elle reflète la simplicité du modèle, sa facilité d'utilisation et d'exécution. Elle est souhaitée aussi haute que possible ;
- L'Exactitude mesure la distance entre les résultats donnés par le modèle du produit et les résultats observés sur un produit réel. Elle est souhaitée aussi haute que possible ;
- La Précision qualifie la certitude intrinsèque accordée aux résultats d'un modèle. Elle est souhaitée aussi haute que possible ;
- La Spécialisation caractérise l'ensemble des informations qui restreignent le champ d'application du modèle du produit. Elle est souhaitée aussi basse que possible.

Vernat propose d'estimer la parcimonie, notée Par , à partir du nombre de variables n_{var} et de relation n_{rel} en jeu dans le modèle :

$$Par = \frac{1}{n_{rel} + n_{var}} \quad (31)$$

Dans cette expression, le nombre de relations a un impact similaire au nombre de variables ; nous observons aussi que les variables ne sont pas différenciées (VCo, VObs, etc.). Toutefois, cette définition est peu adaptée à un problème d'optimisation, où nous considérons que la difficulté n'est pas tant dans le modèle lui-même, que dans la recherche d'une solution optimale. A ce titre, le nombre de VCo a un impact exponentiel sur le nombre de solutions dans l'espace de conception $\bar{\Omega}$, et donc sur la convergence de la méthode d'optimisation employée, contrairement au nombre de relations. Ainsi, dans un problème d'optimisation, la parcimonie pourrait être inversement proportionnelle au nombre de variables de conception du modèle.

Nous proposons ci-après un passage en revue de méthodes permettant de réduire le nombre de variables de conception, et ainsi d'accroître la parcimonie d'un modèle en vue d'une optimisation.

II.4.2 Réduction et approximation de modèle

La notion de réduction de modèle, qui vise en premier lieu à réduire les temps de simulation (ce qui passe souvent par la réduction du nombre de variables et de relations), est très souvent liée à la notion d'approximation de modèle. L'approximation de modèle vise à remplacer un modèle initial par un autre modèle plus rapide (plus parcimonieux), mais souvent approché (moins précis, moins exact, et/ou plus spécialisé). Pour cela, elle nécessite généralement un ensemble de données (VCo et VObs instanciées) issues de simulations par le modèle initial que l'on souhaite réduire, ou encore d'expérimentations desquelles on souhaite extraire une modélisation. Dauvergne les divise en deux familles [Dauvergne 2008] :

- Les techniques « internes » se basent sur une représentation d'état du produit à modéliser. Elles nécessitent une connaissance précise du modèle de comportement ;
- Les techniques « externes » s'appuient sur une représentation sous forme de boîte noire : les VCo en entrée produisent les VObs en sortie. Les liens entre les deux ne sont pas nécessairement connus.

Bergmann définit les techniques « internes » comme des *méthodes permettant d'approximer un système de grande dimension par un autre de dimension nettement plus faible* [Bergmann 2004]. Les techniques internes utilisent généralement le même principe de

base, visant à identifier une base propre dans un jeu de solutions candidates [Dauvergne 2008]. De cette façon, les variables les plus influentes sont mises en évidence, et les VCo les moins influentes sont alors négligées. De ces structures est issu un modèle approximé. Signalons que les nouvelles variables de conception ainsi obtenues ne sont plus les mêmes, et peuvent manquer de sens pour le concepteur.

Deux des techniques les plus répandues pour approximer un modèle de façon « externe » sont les plans d'expérience pour surfaces de réponse et les réseaux de neurones artificiels. La méthodologie des plans d'expériences, issue des travaux de Taguchi, vise à identifier les VCo les plus sensibles d'un modèle ainsi que les éventuels couplages entre variables de conception, tout en minimisant le nombre d'expériences (ou de simulations) à réaliser [Ledoux 2005 ; Lepadatu 2006]. A partir de plans d'expérience, une surface de réponse peut être approximée, comme modèle approché déduit des expériences réalisées. Les réseaux de neurones artificiels permettent de réaliser une surface de réponse par apprentissage. Les données sont exploitées afin de réaliser une approximation polynomiale en reproduisant le comportement de cellules neuronales artificielles reliées entre elles [Chamekh 2008 ; Saridakis 2008]. Il apparaît que dans ces deux cas, si le modèle est simplifié, le nombre de VCo n'est pas réduit. Toutefois, dans la méthodologie des plans d'expériences, il est possible d'identifier et donc d'ignorer les VCo les moins influentes ; on parle alors de troncature de modèle, et le nombre de VCo est effectivement réduit.

Les différentes techniques de réduction de modèle visent avant tout à simplifier le modèle par approximation afin de rendre son exécution plus rapide. Ainsi, la réduction du nombre de VCo n'est pas nécessairement l'objectif principal. En outre, le modèle d'origine est modifié, compensant l'augmentation de la parcimonie par une dégradation de l'exactitude. Dans un contexte industriel, une telle dégradation, même minime, ne peut être acceptée. Toutefois, le principe de base, visant à remplacer des VCo initiales par d'autres VCo en plus faibles nombre, reste intéressant.

II.4.3 Gestion par lots

Afin de réduire le nombre de variables de conception sans pour autant modifier le modèle de comportement du produit, une autre approche est possible : celle de la gestion des variables « par lots ». Le principe est de proposer une méthode qui instancie automatiquement des lots de VCo ; pour être pertinente, cette méthode doit évidemment être paramétrée par un nombre de variables nettement inférieur au nombre de VCo à instancier. En outre, un lot de VCo doit être composé de variables similaires¹². Par exemple, il peut s'agir de la position de chaque fixation sur une ligne de rivets.

De cette façon, les VCo sont évaluées par lot, et sont ensuite employées dans le modèle de comportement du produit. Ce type d'approche propose donc d'adjoindre un nouveau modèle en amont du modèle de comportement, au lieu de modifier ce dernier.

Dans la suite de ce paragraphe, afin d'illustrer les méthodes présentées ci-après, nous considérons un lot de huit variables de conception (notée x_1 à x_8) auxquelles on souhaite associer une valeur avec un minimum de paramètres.

II.4.3.1 Approche par interpolation

La méthode des plans d'expérience évoquée précédemment, si elle ne peut être appliquée directement pour réduire le modèle, met en avant une idée intéressante : l'approche par interpolation [Goupy 1999 ; Goupy 2006]. Le principe d'une approche par interpolation est de reconstituer (plus ou moins approximativement) une information globale à partir d'un

¹² Cette notion est détaillée dans le chapitre III.

faible échantillon d'informations. En pratique, cela revient par exemple à construire une fonction à partir d'un faible nombre de points [El Hajji 2007]. L'interpolation polynomiale de Lagrange, passant par tous les points spécifiés, est la plus employée. Une fois la fonction reconstituée, il devient possible de connaître des points qui n'étaient pas dans l'échantillon initial.

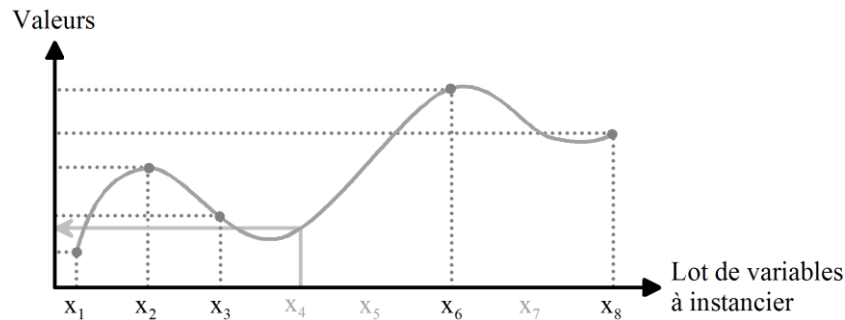


Figure II-16 : Illustration de l'approche par interpolation

Dans la Figure II-16, l'axe des abscisses énumère les variables à instancier, tandis que l'axe des ordonnées retourne leurs valeurs (ce principe d'illustration est conservé dans la suite du paragraphe). Cinq variables de conception sont instanciées (x_1 , x_2 , x_3 , x_6 et x_8). Par interpolation polynomiale, la fonction (représentée en gris foncé) est reconstituée. A partir de celle-ci, il devient possible d'instancier indirectement les trois VCo restantes (par exemple : x_4).

Ainsi, en utilisant une méthode par interpolation, il est possible d'instancier automatiquement la totalité des VCo du lot en n'instanciant initialement qu'une partie d'entre elles. Plusieurs inconvénients apparaissent toutefois :

- L'ordre du polynôme (ou de manière plus générale, la fonction employée) doit être spécifié ;
- Les VCo nécessaires à l'interpolation doivent être choisies judicieusement ;
- Le cas où le lot contient un nombre variable de VCo apparaît difficile à gérer.

II.4.3.2 Approche par composition

Une autre approche peut être envisagée : l'approche par composition. Elle est par exemple employée par Ledoux et Grandjean au travers d'une méthode nommée « Décomposition modale discrète » [Grandjean 2011 ; Ledoux 2011]. Cette méthode permet de définir les déformations d'une surface par ses modes propres ; plusieurs déformations ainsi obtenues sont ensuite sommées pour simuler le défaut de forme de la surface. De cette manière, la position d'un très grand nombre de nœuds, nécessaires à une modélisation par éléments finis, peut être paramétrée par une simple composition de modes propres de la surface étudiée.

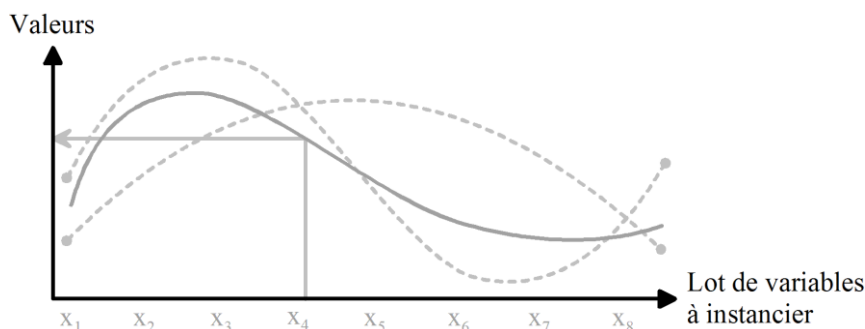


Figure II-17 : Illustration de l'approche par composition

La Figure II-17 illustre la notion de composition. Dans cet exemple, les deux courbes en pointillé sont employées pour composer la courbe figurée en gris foncé. Cette dernière est alors utilisée pour instancier les VCo (l'exemple de x_4 est repris). Ici, seuls les paramètres des courbes en pointillé, ainsi qu'éventuellement la composition elle-même, sont nécessaires indépendamment des variables de conception à instancier. Ledoux insiste sur la très grande variété de courbes pouvant être obtenue par composition [Ledoux 2011].

L'approche par composition propose une fonction paramétrée indépendamment des VCo à instancier. Ainsi, leur nombre peut varier sans incidence. Toutefois, la méthode d'obtention de la courbe finale est assez complexe :

- Accès à une « bibliothèque » de courbes prédéfinies (par exemple, issues des modes propres) ;
- Sélection de certaines d'entre elles ;
- Affectation d'une éventuelle pondération à chacune.

Inversement, pour obtenir une courbe précise manuellement, par composition, cette approche s'avère très peu intuitive.

II.4.3.3 Approche par courbes et surfaces de Bézier

Parmi les différentes manières de gérer un lot de variables, Ledoux évoque les courbes de Bézier, ou surfaces de Bézier dans l'espace [Ledoux 2011]. Proposées par Pierre Bézier au milieu du XX^{ième} siècle, leur but initial était de représenter des lignes/surfaces gauches dans des schémas techniques, de manière rapide, automatique et accessible [Bézier 1992]. Lorsque Bézier mît au point ses courbes, ce type d'entités géométriques était très mal représenté et leur interprétation, notamment lors de l'étape de fabrication, était généralement laissée au loisir de l'opérateur. Les courbes de Béziens sont à la base des modelleurs géométriques CAO actuels.

Une courbe de Bézier est paramétrée par des points de contrôle, qui forment le polygone caractéristique de la courbe. Les coordonnées de tout point de la courbe sont calculées à partir des coordonnées des points de contrôle ainsi que d'un paramètre $t \in [0; 1]$. Tous les points de la courbe sont parcourus pour t variant de 0 à 1.

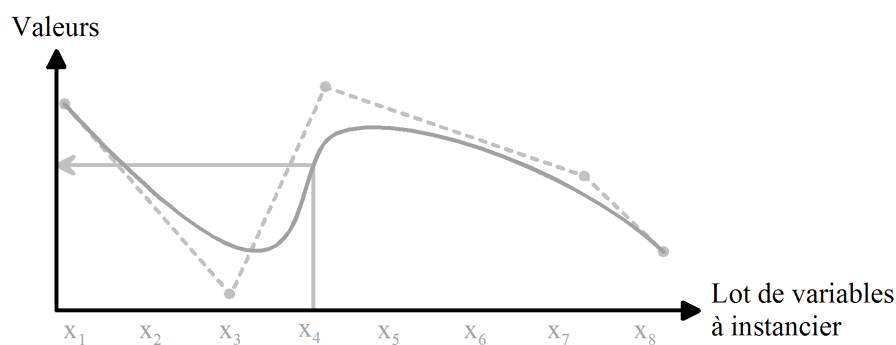


Figure II-18 : Illustration de l'approche par courbe de Bézier

Dans le cadre de la gestion d'un lot de VCo, nous illustrons une courbe de Bézier en Figure II-18. Celle-ci est paramétrée par 5 points de contrôle ; le polygone caractéristique apparaît en pointillés. Ici encore, la courbe est indépendante des variables de conception à instancier (ainsi que de leur nombre). Le paramétrage de la courbe est donc réduit aux coordonnées des points de contrôle.

Les courbes de Bézier présentent différents avantages dans le domaine de la CAO. Toutefois, dans notre cas présent, il est notable [Massal 1999] que :

- Chaque point de contrôle a un domaine d'influence sur la courbe obtenue. Ainsi, modifier un seul point de contrôle permet d'avoir un impact principalement local sur la forme de la courbe ;
- La courbe passe par le premier et le dernier point de contrôle (Figure II-18), ce qui rend aisé la définition d'une courbe complexe « par morceaux » définie par plusieurs portions simples de courbes de Bézier ;
- La courbe est tangente aux segments constitués par les deux premiers et deux derniers points de contrôles (Figure II-18), facilitant la continuité pour une courbe par morceaux évoquée au point précédent ;
- Une manière très visuelle de représenter la courbe est de calculer les barycentres de chaque segment constitué de points de contrôle successifs pondérés par les valeurs que prend t entre 0 et 1 ; puis de calculer les barycentres des points obtenus, et ainsi de suite par récurrence jusqu'à obtention d'un unique point. Ce point unique varie en fonction des pondérations, elles-mêmes dépendantes du paramètre t ;
- Les courbes de Bézier peuvent être modifiées aisément et intuitivement par déplacement des points de contrôle ; c'est dans cette optique que Pierre Bézier les a proposées.

Cependant, les courbes de Bézier présentent des inconvénients. Il n'existe pas d'expression paramétrique d'une courbe de la forme $y = f(x)$. En outre, un grand nombre de points de contrôle a tendance à lisser la courbe, lui enlevant toute déformation locale.

II.4.4 Bilan

Dans le paragraphe II.4, nous avons abordé la problématique, souvent rencontrée dans le milieu industriel, d'un grand nombre de variables de conception en entrée du modèle de comportement du produit. Le principe de parcimonie vise à en réduire le nombre, dans notre cas, non pas pour accélérer l'exécution du modèle, mais en vue de réduire le nombre de solutions candidates dans l'optique d'une recherche de la solution optimale. La réduction du nombre de VCo conduit à penser aux méthodologies de réduction de modèle, mais de telles méthodes impliquent d'approximer le modèle de comportement. Il est alors suggéré d'instancier les VCo par lots, en amont dudit modèle ; un passage en revue a permis d'identifier trois approches différentes.

II.5 Conclusion

Nous avons vu qu'il existe de nombreux travaux traitant de l'aide à la décision ainsi que de la formalisation des préférences. Il apparaît toutefois qu'une méthodologie globale d'aide à la décision se doit d'être proposée afin d'aiguiller le concepteur sur une solution satisfaisante, tout en intégrant ses préférences quant au produit à réaliser. Comme discuté précédemment, cette méthodologie doit pouvoir intégrer la notion de solution de référence comme contenant des informations supplémentaires non formalisées.

En complément d'une méthode d'aide à la décision, nous avons vu qu'un grand nombre d'algorithmes d'optimisation, très divers, peuvent être employés. Ceux-ci génèrent des solutions de conception qui sont ensuite évaluées au travers de la méthode d'ADC. Il apparaît nécessaire d'étudier plusieurs de ces algorithmes pour en comprendre les comportements et proposer une méthode généraliste de sélection du plus adapté à un problème de conception.

Dans le chapitre suivant, nous proposons de détailler un problème de conception représentatif de la complexité qui peut être rencontrée en industrie. Nous commencerons par

proposer une méthode de réduction de ses variables de conception, puis nous lui appliquerons nos méthodes d'ADC et d'optimisation décrites dans les chapitres qui suivront.

CHAPITRE III : DESCRIPTION ET DIMENSIONNEMENT D'UNE JONCTION RIVETEE DANS L'AERONAUTIQUE

III.1 Avant-propos

Nous signalons qu'une partie des références bibliographiques de ce chapitre renvoient vers des documents internes au projet AXSPAD (notes techniques, présentations, guides d'utilisation, etc.). Si leurs noms et auteurs sont bien mentionnés, leur accès est restreint aux partenaires du projet pour des raisons de confidentialité.

III.2 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons abordé la notion de modèle de comportement du produit. Celui-ci reçoit en entrée des variables de conception intermédiaires¹³ (VCoI), notées vectoriellement $\tilde{X}$ de composantes $\tilde{x}_i$, et produit des variables d'observation y_i que nous notons vectoriellement Y . Les VCoI permettent au concepteur de décrire le produit ; elles peuvent être continues (dimensions, flux...) ou discrètes (nombre d'éléments...), sémantiques (couleur...), ou encore se référer à un catalogue (types de matériaux, de pièces...). Les variables d'observation permettent au concepteur d'observer le comportement du produit au travers de variables numériques. En conception, ce modèle de comportement peut être très variable et inclure notamment :

¹³ Le qualificatif de « intermédiaire » est justifié par l'emploi d'un modèle d'instanciation en amont qui instancie les VCoI. Celui-ci est détaillé dans la second partie du chapitre.

- Un ou plusieurs modèles de comportement physique (mécanique, thermique, ou autres) ;
- Un ou plusieurs modèles de coût [Masmoudi 2005] ;
- Un ou plusieurs modèles d'impacts écologiques [Ho Kon Tiat 2006] ;
- Un ou plusieurs modèles de sensations utilisateurs [Doré 2004 ; Poirson 2007] ;
- Etc.

Ces différents types de modèles peuvent aussi être combinés afin de renseigner sur le comportement du produit suivant différents points de vue simultanés (mécanicien, économiste, ergonome, etc.). C'est pourquoi nous le nommons modèle de comportement.

Nous nous intéressons à la modélisation mécanique d'une jonction rivetée dans l'aéronautique. Bien que de nombreuses méthodologies de modélisation physique existent dans la littérature, en particulier la modélisation par décomposition du produit en composants [Nadeau 2007], nous procédons autrement. En effet, dans le cadre du projet AXSPAD, le logiciel STREAME propose déjà des modélisations physiques des assemblages à concevoir à partir de modèles analytiques formalisés au sein de documents de certification. Nous proposons donc de décrire l'un de ces modèles qui sera ensuite utilisé pour appliquer notre méthode d'aide à la décision, ainsi que notre méthode d'optimisation L'étude des préférences utilisateur et la méthode d'aide à la décision seront traitées dans les chapitres suivants.

Dans ce chapitre, le contexte d'une jonction rivetée est décrit, ainsi que le principe du logiciel STREAME. Par la suite, nous détaillons le fonctionnement du modèle d'une jonction rivetée qui fut entièrement reprogrammé sous le logiciel MATLAB[®] afin de proposer un démonstrateur autonome. Dans la seconde partie de ce chapitre, la problématique du grand nombre de variables de conception est abordée et une solution originale est proposée.

III.3 Jonction rivetée dans l'aéronautique

Bien qu'étant des composants très petits à l'échelle d'un avion, les fixations (et les rivets en particulier) sont des éléments cruciaux. On en trouve plusieurs millions sur un appareil complet. Les assemblages rivetés représentent tout d'abord un enjeu important en termes de sécurité ; les jonctions par fixations représentent la majorité des zones d'amorçages de ruptures [Bayart 2005], c'est pourquoi une attention particulière doit être menée quant à leur tenue aux sollicitations mécaniques. A contrario, les assemblages par fixations représentent un coût important de part le temps passé à réaliser l'assemblage [Curran 2005 ; Franco 2010] ; leur réduction représente ainsi un gain appréciable, recherché et encouragé par les industries aéronautiques¹⁴ [Lecompte-Boisset 2007]. Nous avons choisi la conception d'une jonction rivetée afin d'appliquer les méthodes et outils développés au cours de nos travaux, à cause de ces différents enjeux industriels. Dans la suite du document, toute mention de « produit » ou « d'assemblage » réfère à la jonction rivetée.

AIRCELLE Groupe SAFRAN est un acteur majeur de l'aéronautique français. Sous-traitant d'AIRBUS, il conçoit, fabrique et assemble des nacelles reliant le turbomoteur de l'avion au mât et à l'aile. Ce type d'ensemble propulsif nécessite de l'ordre du million d'heures d'études cumulées, valorisées entre 40€/h et 60€/h ; il s'agit donc d'un enjeu important sur lequel tout gain de délais et de coût a un impact marqué [Gehin 2008]. AIRCELLE se trouve régulièrement confronté à la conception de jonctions rivetées au sein des nacelles qu'il produit. A ce titre, et en tant que partenaire du projet AXSPAD, ses

¹⁴ Un tronçon de Boeing 787 en composite permet de diminuer le nombre de rivets de 80%, tandis que Airbus en divise le nombre par trois en remplaçant une douzaine de panneaux anciennement en aluminium par quatre nouveaux panneaux en matériaux composites.

concepteurs ont accepté de nous soumettre un cas réel représentatif de la complexité des problèmes industriels afin de l'étudier et d'y appliquer notre démarche.

La jonction considérée prend place dans la nacelle destinée au turbomoteur Sam146[®] produit par la société SNECMA Groupe SAFRAN (Figure III-1-1). La Figure III-1-2 illustre une partie de cette nacelle réalisée au moyen de la CAO. La pièce supérieure principale de la nacelle se nomme « poutre 12H » et est constituée de plusieurs éléments. La jonction que nous nous proposons de modéliser et de concevoir dans le présent document, se situe le long de cette poutre [Molinier 2010].

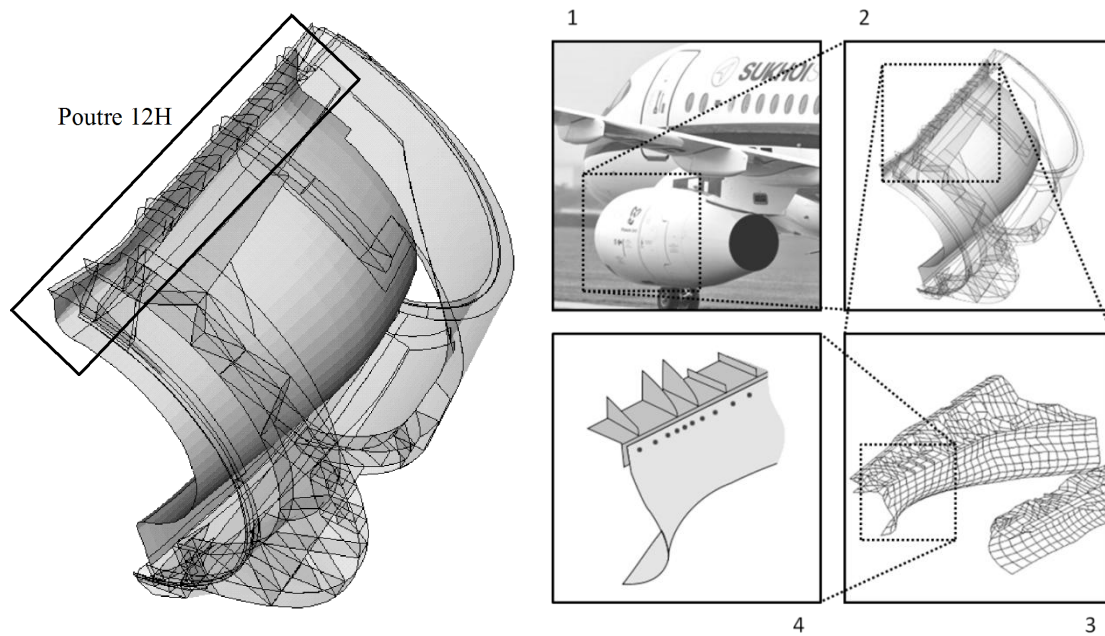


Figure III-1 : Nacelle du programme Sam146[®]

III.3.1 A la frontière entre CAO et modélisation par éléments finis

Dans la modélisation d'assemblages aéronautiques, et en particulier dans le cas des jonctions rivetées, Bayart identifie deux échelles de modélisation [Bayart 2004] :

- L'échelle macroscopique : une modélisation globale prend en compte l'ensemble des efforts à l'échelle de l'ensemble (cf. Figure I-1, la nacelle) sans toutefois engendrer des temps de calculs prohibitifs. Des simplifications sont alors nécessaires et les détails des sous-assemblages ne sont pas modélisés ;
- L'échelle mésoscopique : la modélisation est plus fine et distingue les sous-assemblages (sous-ensemble, cf. Figure I-1) et les composants de détails (rivets) afin d'être au plus proche de la réalité.

Au sein de l'industriel AIRCELLE, ces deux échelles cohabitent. L'ensemble de la nacelle est modélisée par éléments finis nommé IFEM (*Integrated Finite Elements Model*). Les formes principales de la nacelle et de ses constituants majeurs sont discrétisés à l'aide de nœuds joints par des éléments¹⁵. Cette modélisation est complexe et coûteuse en temps de calcul, sans pour autant intégrer les détails des jonctions rivetées (Figure III-1-3) ; elle est centralisée et peut être utilisée par les différents corps de métiers et les différents groupes de travail. Elle permet en particulier de connaître les efforts qui transitent à l'échelle de la nacelle. L'IFEM constitue notre modèle à l'échelle macroscopique, ou « modèle global ».

¹⁵ La modélisation par éléments finis dépend de l'industriel AIRCELLE et n'est pas détaillée ici.

Toutefois, une modélisation locale des différents sous-assemblages est nécessaire. Celle-ci est réalisée en CAO et détaille les différentes pièces (Figure III-1–4). Indispensable, cette seconde modélisation n'est que géométrique et la validation de sa tenue mécanique doit être vérifiée. En outre, les ressources industrielles ne permettent pas de réaliser une modélisation locale par éléments finis. Ce modèle géométrique constitue notre modèle à l'échelle mésoscopique, ou « modèle local ». Il alimente alors des modèles analytiques qui doivent permettre de justifier la tenue de la liaison rivetée.

De très nombreux travaux dans la littérature traitent du lien complexe entre CAO et calcul par éléments finis [Aifaoui 2003 ; BenAmara 1998 ; BenAmara 2000 ; Charles 2005 ; Deneux 2002]. Toutefois, la différence d'échelle est rarement abordée.

III.3.2 Le logiciel STREAME

Le logiciel STREAME édité par la société AXS [Ribour 2010], initiatrice du projet AXSPAD, vise à faire le lien entre le modèle local et le modèle global. Il s'agit à l'heure actuelle d'un logiciel de post-traitement de calculs par éléments finis réalisés par les logiciels MSC PATRAN/NASTRAN® ; ceux-ci réalisent la modélisation globale, et fournissent des données d'entrée à STREAME qui réalise alors une modélisation locale.

STREAME est constitué de différentes « cartes » permettant de modéliser différents types d'assemblages. Nous nous intéressons en particulier à la carte nommée AXS_GPFB. Celle-ci nécessite deux types de données d'entrée :

- Les efforts : appliqués au niveau local, ils sont fournis par l'IFEM ;
- Les données liées à l'assemblage local (type de rivets, positions, dimensions), généralement issues du modèle CAO.

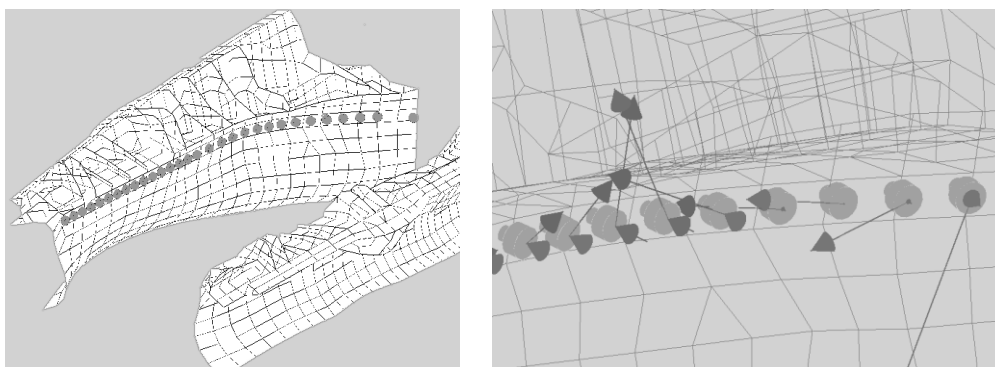


Figure III-2 : Visuels de la jonction rivetée sous STREAME

La Figure III-2 propose une visualisation sous STREAME de la jonction rivetée étudiée dans ce chapitre. On distingue en particulier la portion de l'IFEM utilisée ainsi que la modélisation locale des fixations.

III.3.3 Scénario

L'industriel AIRCELLE a conçu une jonction rivetée pour la poutre 12H de sa nacelle. L'IFEM ainsi que le modèle local (une carte AXS_GPFB déjà instanciée) nous ont été communiqués. L'IFEM n'étant utilisé que pour calculer les efforts appliqués à la jonction, seul le modèle local est intéressant pour notre étude. La solution donnée par AIRCELLE est nommée « solution initiale » et est noté X^0 .

Dans le présent chapitre, le modèle local utilisé par STREAME au sein de sa carte AXS_GPFB, est reprogrammé par nos soins sous MATLAB®, détaillé et appliqué à la solution initiale. Dans les chapitres suivants, nous proposerons des méthodes afin d'améliorer cette solution initiale.

III.4 Modélisation d'une jonction

La jonction rivetée considérée est constituée de deux plaques métalliques reliées par une ligne de rivets. Le matériau des plaques est imposé par l'IFEM et ne peut être modifié : il s'agit d'un alliage d'aluminium identique pour les deux pièces (Tableau III-1). Leurs longueurs et largeurs sont aussi imposées par le modèle global. De la même manière, l'unique ligne de rivets est imposée par l'IFEM : la jonction a été imaginée et modélisée ainsi à l'échelle macroscopique ; toutefois, rien ne contraint le nombre ou le type de fixations.

Mod. Young E (GPa)	Coef. Poisson η	Masse vol. ρ (kg/m ³)	Contraintes admissibles (MPa)			
			A_{pc-i}	A_{pt-i}	FBRU _{1,5}	FBRU _{2,0}
65,3	0,31	2820	357	357	622	775

Tableau III-1 : Quelques propriétés de l'aluminium employé

III.4.1 Calcul de post-traitement

Dans cette partie, nous détaillons le fonctionnement du modèle local implémenté sous MATLAB[®] :

1. Import de l'IFEM ;
2. Sélection des nœuds de l'IFEM correspondants à la position tridimensionnelle de la jonction ;
3. Extraction des efforts aux nœuds ;
4. Positionnement des fixations dans l'espace ;
5. Report des efforts des nœuds vers les fixations ;
6. Projection des efforts dans un repère local à chaque rivet ;
7. Calcul des différentes marges de sécurité, pour chaque rivet, validant ou non sa tenue mécanique.

La modélisation mécanique est réalisée sous sollicitations monotones [Berteaux 2007] et suit le modèle implémenté dans STREAME.

III.4.1.1 Import du modèle éléments finis

Comme évoqué précédemment, l'IFEM permet de connaître les efforts en jeu dans le modèle local. La première étape du modèle consiste en l'import des données issues de l'IFEM, et en la reconstitution du maillage (nœuds et éléments) correspondant à la zone de la jonction. Pour cela, un fichier BDF produit par MSC NASTRAN[®] est lu et interprété par différents algorithmes qui extraient les nœuds et éléments afin de reconstruire le maillage. Les algorithmes développés par nos soins ne sont pas détaillés ici. Le résultat est présenté en Figure III-3 ; on constate avec évidence la similarité avec la visualisation offerte sous STREAME (Figure III-2). Cette figure met en avant deux poutres en vis-à-vis ; nous ne nous intéressons qu'à la jonction sur la poutre de droite. Nous soulignons que la Figure III-3 illustre aussi le repère tridimensionnel absolu, noté $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

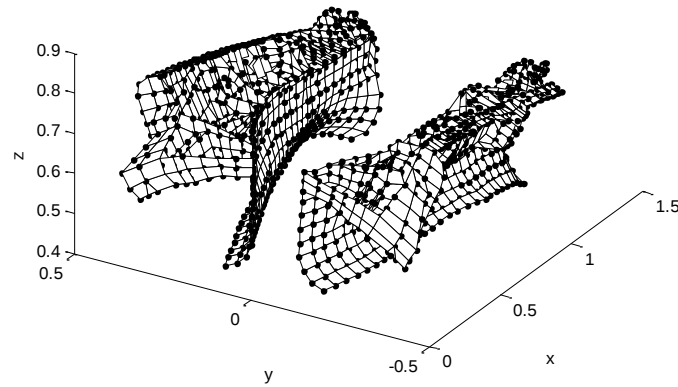


Figure III-3 : Maillage de l'IFEM sous MATLAB® (dimensions en m)

Les efforts liés au modèle par éléments finis sont donnés par un second fichier issu de MSC NASTRAN de type OP2. Les efforts transitant dans la nacelle sont simulés au moyen de nœuds et d'éléments de différents types. La méthode utilisée pour obtenir les efforts en chaque nœud est appelée GPFB (*Grid Point Force Balance*) ; elle implique que, pour un nœud donné, la somme des efforts exercés sur lui-même par les éléments qui lui sont liés est nulle (Figure III-4-1). En d'autres termes, chaque élément exerce des efforts différents sur chaque nœud qui lui est lié. Ici encore, un algorithme a été implémenté par nos soins pour extraire ces efforts du fichier OP2 et les associer à chaque élément du maillage.

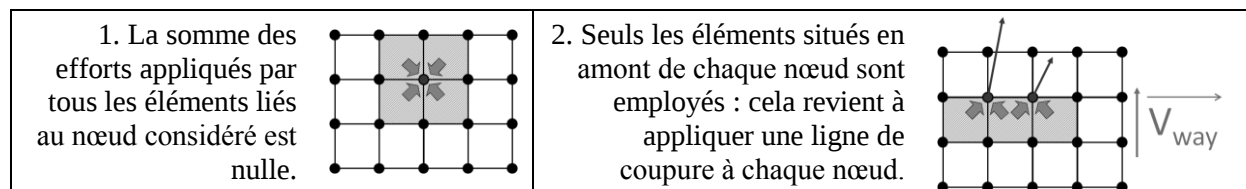


Figure III-4 : Chaque élément applique un effort à chacun de ses nœuds

III.4.1.2 Flux d'efforts

Afin de faire apparaître le flux d'efforts le long du maillage, correspondant à un effort en chaque nœud, une ligne de coupure doit être réalisée [Villon 2004]. Une ligne de coupure est composée de nœuds pour lesquels ne sont calculés que les efforts issus des éléments situés en amont de la ligne [Gehin 2008 ; Villon 2007]. Il est donc nécessaire de définir un vecteur permettant de distinguer ce qui est en amont de ce qui est en aval de la ligne de coupure ; nous notons ce vecteur $\vec{V}_{way}$. De cette manière, les efforts dans la ligne de coupure peuvent être calculés en sommant les efforts issus des éléments liés à chaque nœud, un à un. La Figure III-4-2 en illustre le principe.

Dans le cas de l'IFEM, le principe de la ligne de coupure est généralisé à l'ensemble du maillage, permettant de calculer l'effort en chaque nœud. La ligne de rivets étant le long de l'axe absolu $\vec{x}$ (Figure III-2 et Figure III-3), le vecteur $\vec{V}_{way}$ est défini comme étant égal à l'axe absolu $\vec{z}$:

$$\vec{V}_{way} = \vec{z} \quad (32)$$

Sur l'ensemble du modèle par éléments finis, les efforts sont calculés en chaque nœud. L'IFEM propose 6 types d'effort différents : 3 composantes de forces et 3 composantes de moments suivant les trois axes absolus. Toutefois, le modèle local ne prend en compte que les forces. Par la suite, nous utilisons indifféremment les termes « efforts » et « forces », et le notons $\vec{L}_n$ comme vecteur des trois composantes de forces au $n^{ième}$ nœud. La Figure III-5 illustre le flux d'efforts dans le modèle par élément finis, avec et sans affichage des éléments de l'IFEM (à un facteur d'échelle près).

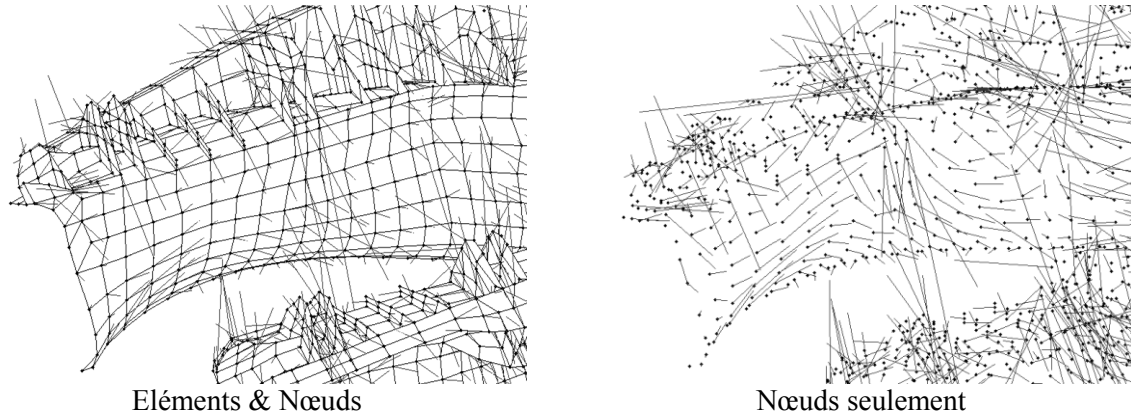


Figure III-5 : Flux d'efforts dans l'IFEM

III.4.1.3 Distance d'intéressement

Lorsque l'IFEM a été imaginé et réalisé, même si la jonction rivetée n'a pas été modélisée, sa position était globalement connue. De ce fait, une ligne de nœuds particulière correspond à la jonction ; ce sont les efforts dans ces nœuds qui sont utilisés pour calculer les efforts dans chaque fixation [Gehin 2008]. Nous nommons cette ligne de nœuds particulière LNJ (pour « Ligne de Nœuds de la Jonction »). La LNJ est constituée d'un nombre n_n de nœuds, elle est fixée et ne peut être modifiée.

A chaque nœud de la jonction est associée une distance d'intéressement ; cette distance permet de spécifier la portion de la LNJ sur laquelle le nœud considéré est influent [Villon 2007]. Soit N_n le $n^{\text{ième}}$ nœud de la LNJ, sa distance d'intéressement, notée d_n est égale à :

$$d_n = \frac{\|N_n N_{n-1}\| + \|N_n N_{n+1}\|}{2} \quad (33)$$

Notons que si $n=1$ ou $n=n_n$ la distance d'intéressement est égale à la demi-distance au nœud le plus proche sur la LNJ. Les distance d'intéressement sont illustrées dans l'encart de la Figure III-8 pour deux nœuds N_3 et N_4 .

III.4.1.4 Placement des fixations

Cette étape de la modélisation est importante dans la mesure où elle fait le lien entre l'échelle macroscopique et l'échelle mésoscopique. En effet, au maillage tridimensionnel de l'IFEM sont superposées les fixations elles-mêmes, dans le but de calculer les efforts auxquels elles sont soumises.

Pour cela, il est donc nécessaire de localiser les rivets dans l'espace tridimensionnel. Comme dit précédemment, lors de la réalisation de la modélisation globale, la jonction est connue de manière peu précise. Sa position, en particulier, est fixée à une ligne d'éléments situées en aval de la LNJ (tandis que nous rappelons que les éléments situés en amont ont été utilisés pour calculer le flux d'efforts dans les nœuds de la LNJ, cf. § III.4.1.3). Ces éléments sont figurés en grisé dans la Figure III-6.

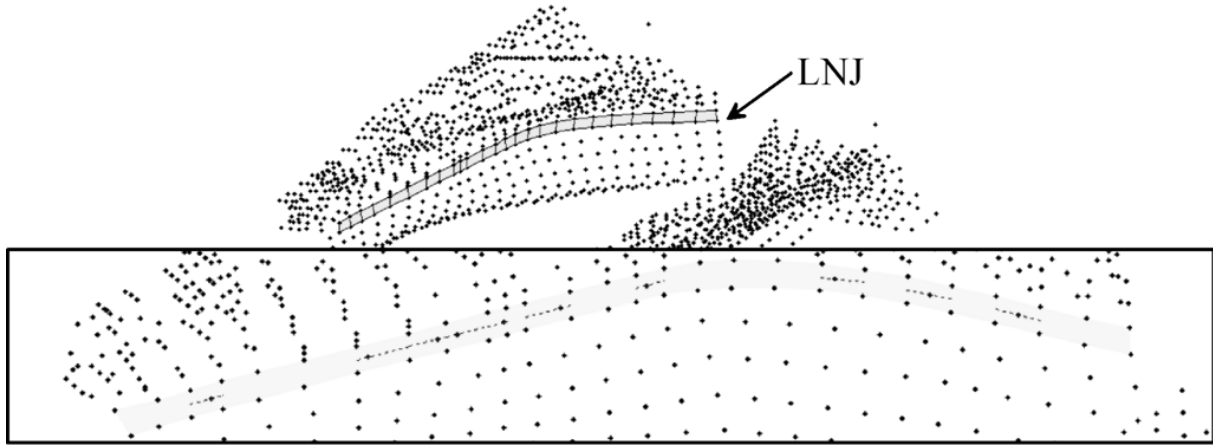


Figure III-6 : Eléments correspondants à la ligne de rivets

Les rivets étant alignés sur une ligne nommée « ligne de rivets », leur localisation est définie comme suit. A chaque élément du maillage correspondant à la jonction est associé un segment médian. Les éléments étant des tétragones¹⁶ adjacents, l'ensemble de ces segments forment bien une ligne de rivets de type ligne brisée (Figure III-6). Chaque rivet est donc repéré par une unique coordonnée linéaire le long de cette ligne de rivets, et est ainsi assimilé à un point R_i (Figure III-6). Dans la suite du document, « R_i » désigne indifféremment le $i^{\text{ème}}$ rivet et son point correspondant.

Pour obtenir les coordonnées du pied et de la tête du rivet, la coordonnée linéique du point R_i (Figure III-7-1) auquel il est assimilé est exprimée dans le repère absolu via les coordonnées absolues des nœuds alentours (Figure III-7-2). Une longueur est ensuite donnée au rivet orthogonalement à l'élément du maillage, de telle manière que le point sur la ligne de rivets soit au milieu du rivet, et que le vecteur $\overrightarrow{R_i^P R_i^T}$ entre les points correspondants aux coordonnées de la tête R_i^T et du pied R_i^P du rivet soit unitaire (Figure III-7-3). Notons que dans notre modèle, la longueur du rivet n'intervient pas, contrairement à son orientation.

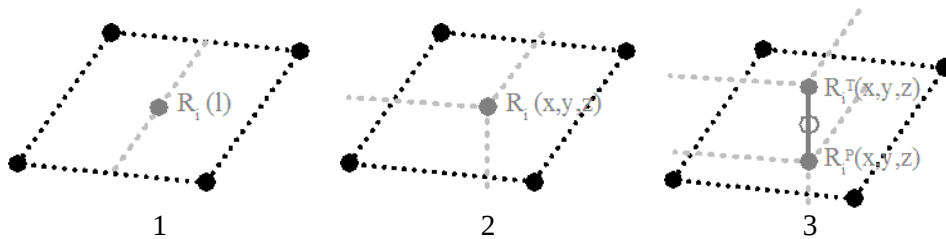


Figure III-7 : Illustrations des étapes du calcul des coordonnées de pied et tête du rivet

III.4.1.5 Répartition des efforts

Nous présentons maintenant comment sont calculés les efforts dans chaque rivet. La Figure III-8 en donne une illustration pour une ligne de rivets composés de 3 fixations (R_1 à R_3) et pour une LNJ composée de 8 nœuds (N_1 à N_8).

Pour chaque paire de rivets consécutifs R_i et R_{i+1} , est calculé le centre $P_{i/i+1}$ du segment $[R_i R_{i+1}]$; le projeté de ce point sur la LNJ est noté $P'_{i/i+1}$. Ce projeté est obtenu par intersection de la LNJ avec le plan passant par $P_{i/i+1}$ et perpendiculaire au segment $[R_i R_{i+1}]$.

Les efforts dans le rivet R_i , notés vectoriellement $\vec{E}_i$, sont alors calculés comme suit :

$$\vec{E}_i = \sum_{n=1}^{n_n} \left(\vec{L}_n \cdot \frac{d_n}{d_n} \right) \quad (34)$$

¹⁶ Figures fermées à 4 cotés dans l'espace.

Où d_n^i est la longueur de la portion de la distance d'intéressement d_n située entre $P'_{i-1/i}$ et $P'_{i/i+1}$.

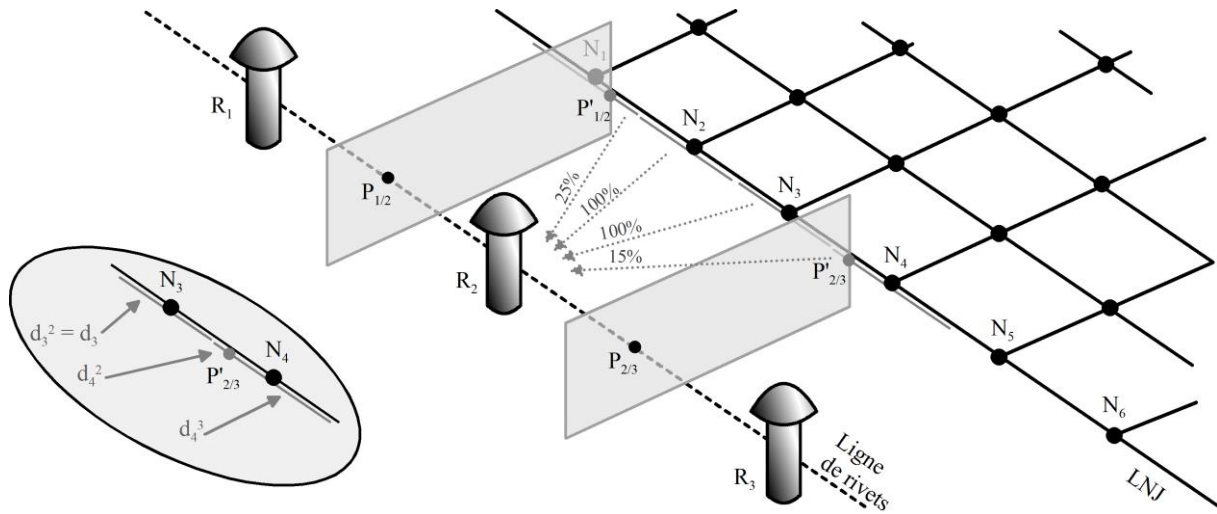


Figure III-8 : Transfert des efforts depuis les noeuds vers les rivets

Ainsi, la relation 34 implique que chaque nœud de la LNJ va contribuer en fonction de sa proximité à chaque R_i . Par exemple, dans le cas du rivet R_2 de la Figure III-8, les efforts $\vec{E}_2$ subis par cette fixation sont égaux à 25 % des efforts $\vec{L}_1$ du nœud N_1 , 100% des efforts $\vec{L}_2$ et $\vec{L}_3$, et 15% des efforts $\vec{L}_4$.

III.4.1.6 Calcul des marges de sécurité

Sont à présent explicités les neuf types de marge de sécurité calculés pour chaque rivet afin d'en valider la tenue mécanique [Bodet 2004 ; Villon 2004 ; Villon 2007]. Une marge de sécurité (ou plus simplement « marge ») est calculée dans le domaine de l'aéronautique comme étant le ratio d'une contrainte admissible par une contrainte calculée, centré en 0. Les contraintes admissibles sont liées au matériau des plaques (Tableau III-1) et aux types de fixations utilisés (Tableau III-2).

Type	Nom	diamètre (mm)	masse (g)	Contraintes admissibles (MPa)	
				A_{Rc-i}	A_{Rt-i}
1	CR7620-S05	4,14	2,044	654,436	380,102
2	CR7620-08	6,579	7,551	654,558	379,643
3	CR7620-12	9,474	22,916	655,175	376,82

Tableau III-2 : Types de rivets et propriétés

Les trois premières marges sont liées au rivet. Les trois suivantes sont liées à la plaque et sont donc à calculer pour les deux plaques en jeu dans la jonction. Elles sont notées MS pour *Margin of Security*, et doivent être supérieures à 0 pour garantir la tenue mécanique. Elles constituent une partie des variables d'observation du modèle.

III.4.1.6.1 Marge de traction dans la fixation

La relation 35 détaille l'expression de la marge en traction pour une fixation, en calculant la contrainte le long de l'axe du rivet, appliquée à sa section :

$$MS_{Rt-i} = \frac{A_{Rt-i}}{\sigma_{Rt-i}} - 1 \text{ avec } \begin{cases} \sigma_{Rt-i} = \frac{F_{Rt}}{(\pi \cdot (\varnothing_i)^2)/4} \\ F_{Rt} = |\vec{E}_i \cdot \vec{R}_i^P \vec{R}_i^T| \end{cases} \quad (35)$$

Où : $\varnothing_i$ est le diamètre du rivet R_i ;

A_{Rt-i} est la contrainte admissible en traction pour le rivet R_i .

III.4.1.6.2 Marge de cisaillement dans la fixation

Cette marge de sécurité vérifie la tenue en cisaillement du rivet, en ne considérant que l'effort orthogonal à son axe :

$$MS_{Rc-i} = \frac{A_{Rc-i}}{\sigma_{Rc-i}} - 1 \text{ avec } \begin{cases} \sigma_{Rc-i} = \frac{F_{Rc}}{N_p \cdot (\pi \cdot (\varnothing_i)^2) / 4} \\ F_{Rc} = \left\| \vec{L}_i - (\vec{L}_i \cdot \vec{R}_i^P \vec{R}_i^T) \cdot \vec{R}_i^P \vec{R}_i^T \right\| \end{cases} \quad (36)$$

Où : N_p est le nombre de plans de cisaillement (ici, $N_p=1$) ;

A_{Rc-i} est la contrainte admissible en traction pour le rivet R_i .

III.4.1.6.3 Critère combiné dans la fixation

Les deux marges calculées ci-dessus sont combinées en une troisième nommée « indice d'échec » (ou *FI* pour *Failure Index*) :

$$MS_{FI-i} = \frac{1}{\sqrt{FI_i}} \text{ with } FI_i = \left(\frac{\sigma_{Rt-i}}{A_{Rt-i}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{Rc-i}}{A_{Rc-i}} \right)^2 \quad (37)$$

III.4.1.6.4 Marge de matage dans la plaque

La relation 38 permet d'obtenir la valeur de la marge de sécurité pour un éventuel matage de la plaque métallique.

$$MS_{Pm-i} = \frac{A_{Pm-i}}{\sigma_{Pm-i}} - 1 \text{ avec } \begin{cases} \sigma_{Pm-i} = \frac{F_{Rc}}{\varnothing_i e} \\ A_{Pm-i} = \begin{cases} FBRU_{2.0} & \text{si } \frac{pt_i}{\varnothing_i} \geq 2 \\ \left(4 - 2 \cdot \frac{pt_i}{\varnothing_i} \right) \cdot FBRU_{1.5} + \left(2 \cdot \frac{pt_i}{\varnothing_i} - 3 \right) \cdot FBRU_{2.0} & \text{sinon} \end{cases} \end{cases} \quad (38)$$

Où : e est l'épaisseur de la plaque considérée ;

pt_i est le pas inter-rivets de R_i , soit la distance entre R_i et sa plus proche fixation ;

$FBRU_{1.5}$ est la contrainte ultime admissible en matage pour la plaque considérée dans le cas où $\frac{e}{\varnothing_i} = 1.5$;

$FBRU_{2.0}$ est la contrainte ultime admissible en matage pour la plaque considérée dans le cas où $\frac{e}{\varnothing_i} = 2.0$.

III.4.1.6.5 Marge de cisaillement dans la plaque

Cette marge permet de vérifier la tenue de la plaque en cisaillement :

$$MS_{Pc-i} = \frac{A_{Pc-i}}{\sigma_{Pc-i}} - 1 \text{ avec } \sigma_{Pc-i} = \frac{F_{Rc}}{2 \cdot (bl - \varnothing_i / 4) \cdot e} \quad (39)$$

Où : bl est la distance longitudinale entre la ligne de rivets et le bord de la plaque considérée (dans le modèle local) ;

A_{Pc-i} est la contrainte admissible pour la plaque considérée en cisaillement.

III.4.1.6.6 Marge de traction dans la plaque

Pour finir, la dernière marge vérifie la tenue mécanique de la plaque entre deux rivets :

$$MS_{Pt-i} = \frac{A_{Pt-i}}{\sigma_{Pt-i}} - 1 \text{ avec } \sigma_{Pt-i} = \frac{F_{Rs}}{(pt_i - (\varnothing_i + \varnothing_j)/2) \cdot e} \quad (40)$$

Où : $\varnothing_j$ est le diamètre de la fixation la plus proche de R_i ;

A_{Pt-i} est la contrainte en traction admissible pour la plaque considérée.

III.4.2 Observations supplémentaires sur la jonction

A l'heure actuelle, le logiciel STREAME ne propose que les neuf marges décrites ci-dessus comme variables d'observation. Toutefois, le concepteur souhaite généralement observer le comportement de l'assemblage, afin de vérifier la satisfaction d'objectifs de conception autre que la tenue mécanique. Nous verrons au chapitre suivant comment de tels objectifs peuvent être identifiés.

C'est en vue de vérifier ces objectifs complémentaires que les paragraphes suivants introduisent des VObs supplémentaires.

III.4.2.1 Caractéristiques de la ligne de rivets

Dans l'industrie aéronautique, le concepteur a généralement recours (ou est soumis) à des connaissances métiers, des habitudes, des règles de bonne conduite, qui contraignent la conception du produit. Nous les nommerons « règles métiers ». Dans le cas d'une jonction rivetée, la littérature appliquée en industrie propose de nombreuses règles métiers afin de dimensionner l'assemblage [Bruhn 1973 ; Langrand 2005 ; Military Standard 2004] ; certaines sont identiques, d'autres complémentaires, d'autres encore sont contradictoires. Le suivi de ces règles, sans être un impératif, facilite la validation d'un nouvel assemblage dans l'aéronautique.

Afin que le concepteur puisse vérifier le respect ou non de ces règles, nous proposons trois variables d'observation additionnelles pour chaque rivet. Le choix de ces variables est en lui-même une expression de la préférence, et est expliqué plus en détails au chapitre suivant.

Etant donné que plusieurs règles métiers spécifient que le pas inter-rivets pt_i doit être égal à plusieurs fois le diamètre de la fixation, nous proposons pour chaque rivet le calcul du pas inter-rivets adimensionné $\widehat{pt}_i$ par rapport aux diamètres des deux jonctions en jeu (le rivet considéré, ainsi que le rivet le plus proche) :

$$\widehat{pt}_i = \frac{pt_i}{(\varnothing_i + \varnothing_j)/2} \quad (41)$$

Pour les mêmes raisons, nous introduisons pour chaque rivet le calcul de deux distances longitudinales adimensionnées par rapport au diamètre du rivet considéré : une pour chaque plaque (relation 42).

$$\widehat{bl}_i = \frac{bl}{\varnothing_i} \quad (42)$$

III.4.2.2 Masse des rivets et densité surfacique

Si la tenue mécanique de la jonction est un impératif indiscutable dans sa conception, l'objectif de tout travail d'amélioration est souvent la masse de l'ensemble. C'est pourquoi nous introduisons encore deux variables d'observation supplémentaires, dans le but d'offrir au concepteur des indicateurs sur la légèreté de l'assemblage.

L'absence de dimension pour les plaques empêche de calculer la masse réelle, mais la densité surfacique (définie par le produit d'une longueur par la masse volumique) est toutefois un bon indicateur. C'est pourquoi nous proposons le calcul de la densité surfacique totale,

comme la somme des produits des épaisseurs e par les densités surfaciques ρ des deux plaques :

$$DS = \sum(e \cdot \rho) \quad (43)$$

Par ailleurs, les types des fixations étant connus, il est possible de calculer la masse totale des rivets comme somme des masses de chacun d'eux :

$$M_{\text{tot}} = \sum(M_i) \quad (44)$$

Où M_i est la masse du rivet R_i .

III.4.2.3 Nombre et types de rivets

Enfin, la fabricabilité de l'assemblage est un enjeu important de la validation de la jonction. Nos connaissances sur les pratiques industriels à ce sujet sont très limitées, aussi proposons-nous simplement deux variables d'observation permettant d'appréhender la difficulté de la fabrication du produit.

La première VObs correspond simplement au nombre de rivets N_{riv} dans la jonction, partant du principe que moins ils sont nombreux, et plus aisée sera la fabrication.

La seconde et dernière VObs retourne le nombre de changements de type de fixation le long de la ligne de rivets, noté N_{ch} . Ce nombre a pour but de refléter les difficultés d'assemblage des deux plaques dans le cas de changements de fixations répétés, et en particulier les risques d'erreurs liés. Il est calculé en parcourant la jonction rivetée et en identifiant chaque changement de type le long de la ligne de rivet (Pseudo-code III-1).

```

N ← 1
type_en_cours = type(1)
for rivet = [2 ... Nriv]
    if type_en_cours ≠ type(rivet)
        N ← N + 1
        type_en_cours ← type(rivet)
    end if
end rivet
Nriv ← N

```

Pseudo-code III-1 : Calcul du nombre de changement de type de fixation

Nous soulignons que les deux indicateurs que sont la masse totale des rivets M_{tot} et le nombre de rivets lui-même N_{riv} sont très proches. L'utilisation des deux indicateurs en parallèle est justifié par le sens donné par le concepteur : N_{riv} est employé en vue de l'estimation de la fabricabilité, tandis que M_{tot} joue un rôle dans l'estimation de la légèreté. Ainsi, si ces deux objectifs sont recherchés conjointement, ou alternativement, le sens ainsi que les conséquences sur la recherche d'une solution de conception ne sont pas identiques. Cet aspect est développé dans le chapitre suivant.

III.4.3 Variables de conception et d'observation

Nous récapitulons l'ensemble des variables d'observation retournées par le modèle présenté ci-dessus. Pour chaque rivet, 9 marges sont calculées (3 marges liées à la fixation *plus* 3 marges liées à chacune des plaques) ainsi qu'un pas inter-rivets adimensionné et deux distances longitudinales adimensionnées (chacune liée à une plaque). A cela s'ajoute la densité surfacique totale, la masse totale des rivets, le nombre de rivets et le nombre de changement de type de rivet. Ainsi, le nombre de VObs, noté $N(Y)$, augmente proportionnellement au nombre de rivets (relation 45). A titre d'exemple, pour 30 rivets, le modèle retourne 364 variables d'observation.

$$N(Y) = (9 \cdot N_{riv}) + (N_{riv} + 2 \cdot N_{riv}) + (2) + (2) = 12 \cdot N_{riv} + 4 \quad (45)$$

De la relation 35 au Pseudo-code III-1, les différentes variables de conception intermédiaires peuvent être identifiées ; nous rappelons que les efforts et le matériau des plaques sont des paramètres fixes du modèle, que Martz oppose aux VCoI modifiables [Martz 2009]. Les épaisseurs de plaques et les distances longitudinales au bord de celles-ci sont nécessaires aux relations 38, 39, 40, 41, 42 et 43. Sans entrer directement en jeu dans le calcul des VObs, le nombre de rivet N_{riv} joue un rôle primordial dans le modèle de comportement lui-même, en conditionnant l'ensemble de la simulation. La position de chaque rivet est aussi capitale, puisqu'elle intervient dans les répartitions des efforts, puis dans le calcul du pas inter-rivets pt_i (relations 38, 40 et 41) ; nous l'adimensionnons dans un but de simplification (Tableau III-3). Pour finir, nous identifions différentes VCoI liées au rivet : le diamètre $\varnothing_i$, les contraintes admissibles et la masse M_i interviennent dans la majorité des relations du modèle exprimées ci-dessus.

Cependant, dans le cas de ces dernières VCoI, nous insistons sur le fait qu'elles sont liées entre elles. De ce fait, proposer une valeur de diamètre de fixation, décorrélée de ses contraintes admissibles et de sa masse, n'a pas de sens. En réalité, les rivets sont des composants standards, où ces différentes valeurs de VCoI sont proposées pour un type de fixation donné. C'est pourquoi la variable de conception intermédiaire est ici le type de rivets, choisi parmi un catalogue de 3 types standardisés (Tableau III-2).

$\tilde{x}_i$	Description	Unités	Domaine de valeurs $[\tilde{x}_i^- ; \tilde{x}_i^+]$	Pas de discrétisation $\tilde{x}_i^p$
N_{riv}	Nombre de rivets	-	[20;40]	1
$e_1; e_2$	Epaisseur des plaques	m	[0.001;0.010]	0.001
$bl_1; bl_2$	Distance longitudinale entre la ligne de rivets et le bord de plaque	m	[0.005;0.025]	0.005
$i \in [1; N_{riv}]$	pos_i $i^{ème}$ coordonnée linéaire du rivet suivant la ligne de rivets	-	[0.01;0.99]	0.01
	$type_i$ Type du $i^{ème}$ rivet	-	[1;3]	1

Tableau III-3 : Variables d'entrée du modèle de comportement

Le Tableau III-3 récapitule l'ensemble des variables de conception intermédiaires identifiées pour le modèle de comportement, et nous en déterminons le nombre dans la relation 46. En considérant par exemple 30 rivets, 64 VCoI sont nécessaires :

$$N(\tilde{X}) = 2 \cdot N_{riv} + 5 \quad (46)$$

Où $N(\tilde{X})$ est le nombre de variables d'entrée du modèle de comportement (VCoI).

Pour chaque variable de conception intermédiaire $\tilde{x}_i$, le domaine de valeur $[\tilde{x}_i^- ; \tilde{x}_i^+]$ est précisé. Celui-ci a été choisi afin d'encadrer les valeurs des VCoI de la solution initiale (cf. § III.3.3). Pour chaque domaine de valeur, un pas de discrétisation $\tilde{x}_i^p$ est proposé : il permet de spécifier l'intervalle de tolérance au-delà duquel deux solutions de conception sont considérées comme différentes du point de vue du concepteur. L'ensemble des domaines de valeur constitue l'espace de conception intermédiaire, noté $\tilde{\Omega}$, dans lequel chaque point est une solution candidate (i.e. un jeu de VCoI instanciées). Le pas de discrétisation permet de dénombrer le nombre total de solutions, que nous notons $N(\tilde{\Omega})$, et que nous définissons comme la taille de l'espace de conception $\tilde{\Omega}$:

$$N(\tilde{\Omega}) = \prod_{i=1}^{N(\tilde{X})} \left(\frac{\tilde{x}_i^+ - \tilde{x}_i^-}{\tilde{x}_i^p} + 1 \right) \quad (47)$$

En poursuivant sur notre exemple de 30 rivets, on obtient un nombre approximatif de 10^{75} solutions candidates différentes du point de vue du concepteur¹⁷.

La Figure III-9 récapitule les entrées et sorties du modèle de comportement :

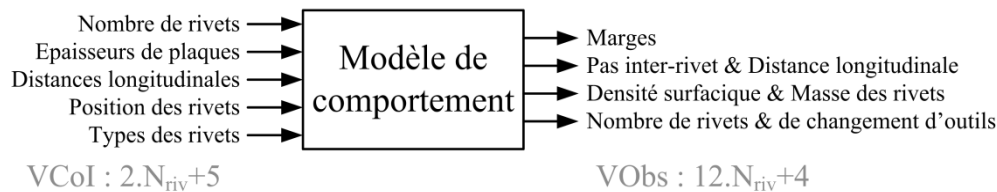


Figure III-9 : Modèle de comportement pour le problème de la jonction rivetée

Il apparaît qu'aucune méthode d'optimisation n'est capable de gérer un tel espace de conception intermédiaire, principalement du fait du nombre de VCoI, plutôt que du nombre de solutions. En outre, nous constatons que le nombre de VCoI est proportionnel au nombre de rivets N_{riv} . C'est pourquoi nous proposons une méthodologie de réduction du nombre de variables de conception, détaillée dans la suite du chapitre.

III.5 Réduire l'espace de conception par un modèle d'instanciation

Comme nous l'avons déjà explicité au chapitre II, nous ne souhaitons pas réduire le modèle de comportement lui-même (Figure III-9) mais réduire uniquement le nombre de variables de conception afin d'en augmenter la parcimonie au sens de l'optimisation, sans en diminuer l'exactitude [Vernat 2004]. Pour cela, il apparaît nécessaire d'automatiser l'instanciation des VCoI (Tableau III-3). C'est pourquoi nous proposons la notion de modèle d'instanciation.

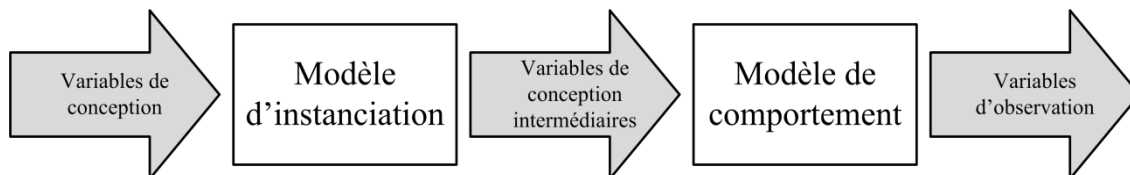


Figure III-10 : Principe du modèle d'instanciation

Nous nommerons modèle d'instanciation le modèle venant instancier les VCoI du modèle de comportement (Figure III-10) et dont les variables d'entrée sont nommées variables de conception (VCo). Nous noterons $N(X)$ le nombre de VCo.

Afin d'apporter une solution à un modèle de comportement disposant d'un très grand nombre de variables d'entrée, le modèle d'instanciation se doit de répondre aux prescriptions suivantes :

- Disposer d'un nombre de VCo nettement plus faible que le nombre de variables de conception intermédiaires : $N(X) \ll N(\tilde{X})$;
- Être indépendant du nombre de variables de conception intermédiaires, ce qui implique de pouvoir instancier un nombre variable de VCoI. Cette propriété est indispensable pour pouvoir faire varier le nombre de rivets (relation 46) ;
- Ne pas impliquer de longs temps de calcul ;
- Être accessible à l'utilisateur : la signification et l'utilisation des VCo doivent être aisées.

Ainsi, le modèle d'instanciation est une forme de formalisation des préférences du concepteur, en modélisant les liens généralement non formalisés qu'il existe entre VCo

¹⁷ Pour comparaison, le nombre généralement admis d'atome dans l'univers est de l'ordre de 10^{80} .

instanciées lors de la définition d'une solution de conception. Il vise à produire des solutions (au sens des VCoI) cohérentes et acceptables par principe, au moyen de connaissances et habitudes du concepteur. Dans le cas de la jonction rivetée, à titre d'exemple, il est utile de considérer que les rivets suivent une distribution plus ou moins régulière, et non un positionnement anarchique de chaque rivet ; de la même manière, si plusieurs types de rivet doivent être employés, il est préférable que ceux-ci soient regroupés. Le modèle d'instanciation agit alors comme un réducteur d'espace $\tilde{\Omega}$, en contraignant les VCoI.

III.5.1 Motifs de variables de conception : constituer des lots

Un modèle d'instanciation est justifié dans le cas où le modèle de comportement nécessite un grand nombre de variables d'entrée ; cependant, encore faut-il que ces variables puissent être associées en lots. En effet, si chaque variable d'entrée est totalement décorrélée des autres, il semble difficile de proposer un modèle d'instanciation. Réciproquement, si des motifs apparaissent dans les VCoI, il est alors possible d'automatiser leur instanciation.

III.5.1.1 Motifs de variables

Tout d'abord, nous considérons que des VCoI sont de même type si elles ont :

- La même unité ;
- La même échelle ;
- Le même sens pour le concepteur.

Par exemple, une variable de longueur et une variable de largeur n'ont pas le même type, puisqu'elles n'ont pas le même sens. Inversement, les positions des rivets sont des variables de même type.

Nous nommons alors « motif » une séquence, composée d'un certain nombre de types de VCoI, qui se répète.

Dans l'exemple de la jonction rivetée, la Figure III-11 illustre la liste des VCoI décrivant le problème et les motifs identifiés. Un motif est ainsi constitué d'une VCoI de type « position du rivet » et d'une autre de type « type de rivet » (motifs numérotés 1, 2 et 3 dans la Figure III-11). Bien entendu, il y a autant de motifs que de rivets. Soulignons que nous pourrions aussi voir un autre motif dans la description de chaque plaque (avec des variables de type « épaisseur » et « distance longitudinale », cf Figure III-11-4) ; toutefois, ce motif n'étant répété que deux fois, nous ne le considérons pas dans la suite de l'étude.

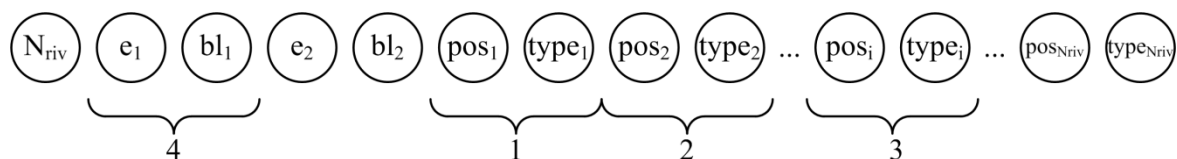


Figure III-11 : Motifs dans les VCoI

Les motifs de variables sont des configurations typiques de la conception architecturale qui, rappelons-le, vise à définir les dimensions générales ainsi que les différents éléments principaux du produit. Ainsi, si une entité (forme, composant, etc.) quelle qu'elle soit est répétée dans le produit conçu, des motifs de variables y sont associés. Dans le cas de la jonction rivetée, les éléments récurrents sont les fixations. Mais cela peut être généralisé ; à titre d'exemple, nous pouvons signaler :

- La récurrence de propriétés de matériaux composite (plis, orientations...) ;
- La récurrence de formes ou dimensions (nervures, trous, raidisseurs...) ;

- La récurrence de composants (boulons, roulements, rivets, tubes, clavettes, ailettes...).

III.5.1.2 Lots de variables

Une fois les motifs identifiés, il est aisé de constituer les lots. Comme évoqué au chapitre II, un lot regroupe les VCoI de même type. Ce sont ces lots qui sont définis par le modèle d'instanciation, tandis que les autres VCoI sont spécifiées en entrée du modèle d'instanciation et sont simplement transmises au modèle de comportement.

Lors de la valuation (instanciation) des VCoI constituant un lot, le concepteur fait généralement appel à une connaissance sur des couplages pouvant exister au sein du lot.

Dans le problème de conception de la jonction rivetée, les deux lots de VCoI sont constitués des positions et des types des fixations (Figure III-12). Le modèle d'instanciation proposé au paragraphe III.5.3 permet ainsi de fournir une valeur à ces VCoI de manière automatisée, en exploitant la connaissance du concepteur sur les liens entre ces variables (par exemple : la manière de répartir la position des rivets, les un par rapport aux autres).

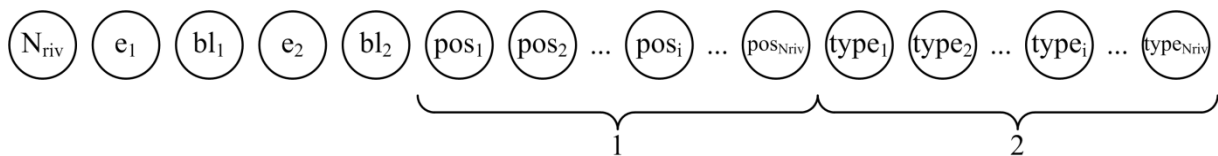


Figure III-12 : Lots de VCoI

Le paragraphe suivant (III.5.2) détaille le type de courbe employé dans notre modèle d'instanciation. Le paragraphe III.5.3 en propose l'application dans le cas de la jonction rivetée.

III.5.2 Courbes de répartition

Afin d'instancier les lots de VCoI, nous proposons d'utiliser des courbes que nous nommons « courbes de répartition » et qui constituent le modèle d'instanciation. Ces courbes permettent d'instancier les variables sur le modèle illustré par la Figure III-13 et déjà employé au chapitre précédent : les VCoI sont placées sur l'axe des abscisses et la courbe leur associe une valeur sur l'axe des ordonnées. La courbe répartit les valeurs entre les VCoI. L'utilisation de ce type de courbe permet au concepteur de répartir des valeurs entre les variables de manière plus ou moins homogène et/ou progressive. Il s'agit donc d'un modèle de préférences du concepteur. Chaque courbe correspond à une combinaison donnée de VCoI instanciées.

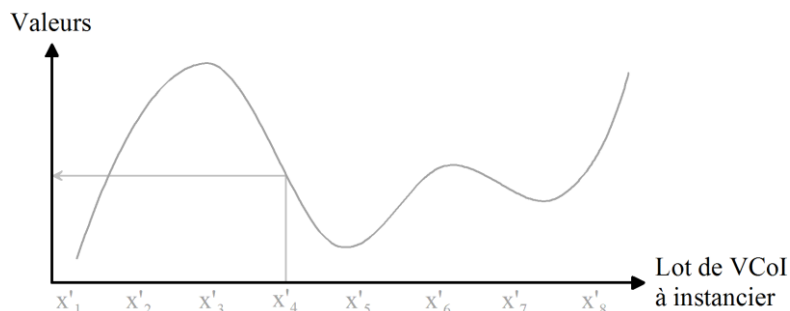


Figure III-13 : Principe d'une courbe de répartition

Le chapitre II a présenté plusieurs approches utilisées dans la littérature pour de telles gestions communes de variables. Compte tenu des prescriptions listées au début du paragraphe III.5, nous choisissons d'utiliser des courbes de Bézier [Bézier 1992 ; Massal

1999] comme courbes de répartition ; nous utiliserons désormais les deux termes indistinctement.

Il est généralement déconseillé d'utiliser des courbes de Bézier à plus de 7 ou 8 points de contrôle. C'est pourquoi nous proposons d'employer des courbes de Bézier cubiques par morceaux (ou « composite »). Ces courbes sont ainsi définies comme une succession de courbes de Bézier à 4 points de contrôle [Farin 2000]. Les paragraphes suivants détaillent leur construction.

III.5.2.1 Points de contrôle

Soient n_p points de contrôles paramétrant la courbe. Nous les notons P_i de coordonnées $(a_i; b_i)$. Il est proposé de répartir équitablement leurs abscisses a_i afin de réduire le nombre de paramètres (VCo) contrôlant la courbe :

$$P_i(a_i; b_i) \text{ avec } \begin{cases} i \in [1; n_p] \text{ où } n_p = 2 \cdot k \text{ et } k \in \mathbb{N} - \{0,1\} \\ a_i = \frac{i-1}{n_p-1} \end{cases} \quad (48)$$

Etant donné que la courbe de répartition est constituée de courbes de Bézier cubiques, le nombre de points de contrôle doit être pair et supérieur ou égal à 4.

Afin de simplifier l'explication, nous considérons que les VCoI prennent des valeurs adimensionnées :

$$(a_i; b_i) \in [0; 1]^2 \quad (49)$$

Chaque ordonnée b_i est paramétrée par une variable que nous nommons « proportion » et que nous notons c_i :

$$b_i = f(c_i) \text{ avec } c_i \in]0; 1[\quad (50)$$

La raison de l'ouverture de l'intervalle de c_i est explicitée au paragraphe suivant.

Finalement, chaque point de contrôle est paramétré par deux variables : n_p (commune à tous) et c_i .

III.5.2.2 Courbe strictement monotone

Si la courbe de répartition est souhaitée non monotone, l'ordonnée de chaque point de contrôle P_i est directement égale à sa proportion :

$$b_i = c_i \quad (51)$$

Si une courbe de répartition monotone est souhaitée, la proportion c_i est employée pour localiser l'ordonnée du $i^{\text{ème}}$ point de contrôle b_i par rapport à l'ordonnée précédente b_{i-1} et à l'ordonnée suivante b_{i+1} (d'où la dénomination « proportion »). La relation 52 explicite le calcul d'une ordonnée b_i dans le cas (que nous utiliserons) d'une courbe croissante. L'intervalle ouvert dans lequel c_i prend valeur (relation 50) garantit que deux points P_i ne peuvent avoir la même ordonnée, ce qui permet d'obtenir une courbe strictement monotone.

$$b_i = c_i \cdot (b_{i+1} - b_{i-1}) + b_{i-1} \quad (52)$$

Par ailleurs, avec un tel système d'ordonnées relatives, il est nécessaire de fixer deux points. Nous proposons de fixer le premier et le dernier, afin de rendre possible l'accès à l'ensemble des valeurs de l'axe des ordonnées :

$$\begin{cases} P_1(0; 0) \\ P_{n_p}(1; 1) \end{cases} \quad (53)$$

Les relations 52 et 53 permettent d'écrire la relation matricielle suivante :

$$M \cdot B = V \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 - c_2 & -1 & c_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 - c_i & -1 & c_i & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 - c_{np-1} & -1 & c_{np-1} \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_i \\ \vdots \\ b_{n-1} \\ b_{np} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (54)$$

Par inversion matricielle, les ordonnées b_i sont exprimées en fonctions des proportions c_i :

$$B = M^{-1} \cdot V \quad (55)$$

III.5.2.3 Courbe de Bézier cubique composite

La Figure III-14 détaille l'algorithme employé en vue de construire la courbe de répartition.

Tout d'abord, une courbe de Bézier composite étant constituée de morceaux, l'algorithme calcule le nombre de morceaux à partir du nombre de points de contrôle n_p (Figure III-14-1). Ensuite, l'algorithme regroupe les points de contrôle pour constituer chaque morceau de la courbe composite (Figure III-14-7). Pour chaque morceau, les quatre points de contrôle sont nommés « points de contrôle locaux », notés Pl_j . Ces points de contrôle locaux sont sélectionnés parmi l'ensemble des points de contrôle P_i (Figure III-14-4) ; toutefois, afin d'obtenir une courbe continue, le point de contrôle réalisant la jonction entre deux morceaux doit être sur le segment constitué du point précédent et du point suivant. Afin de simplifier la formulation, nous choisissons de définir ce point de jonction comme milieu des deux autres. C'est pourquoi les premier et dernier points locaux de chaque morceau sont recalculés comme milieux de deux points de contrôle P_i (Figure III-14-5&6) à l'exception du premier point de contrôle local du premier morceau $Pl_1 = P_1$ (Figure III-14-2) et du dernier point de contrôle local du dernier morceau $Pl_4 = P_{np}$ (Figure III-14-3). Après quoi, pour chaque groupe de points de contrôle locaux, le morceau de courbe est construit et composé de nœuds¹⁸ K_g ; en effet, nous rappelons qu'une courbe de Bézier est définie comme une infinité de nœuds dont les coordonnées sont paramétrées par les points de contrôle et le paramètre t variant entre 0 et 1 (Figure III-14-8). L'algorithme reproduit ainsi le même processus pour chaque morceau de la courbe (Figure III-14-9). Finalement, la courbe de Bézier composite cubique est constituée de l'ensemble des nœuds.

¹⁸ Nous insistons sur le fait que les nœuds qui constituent une courbe de Bézier n'ont aucun rapport avec les nœuds d'une modélisation par élément finis, utilisés dans les paragraphes III.4.1.1 à III.4.1.3.

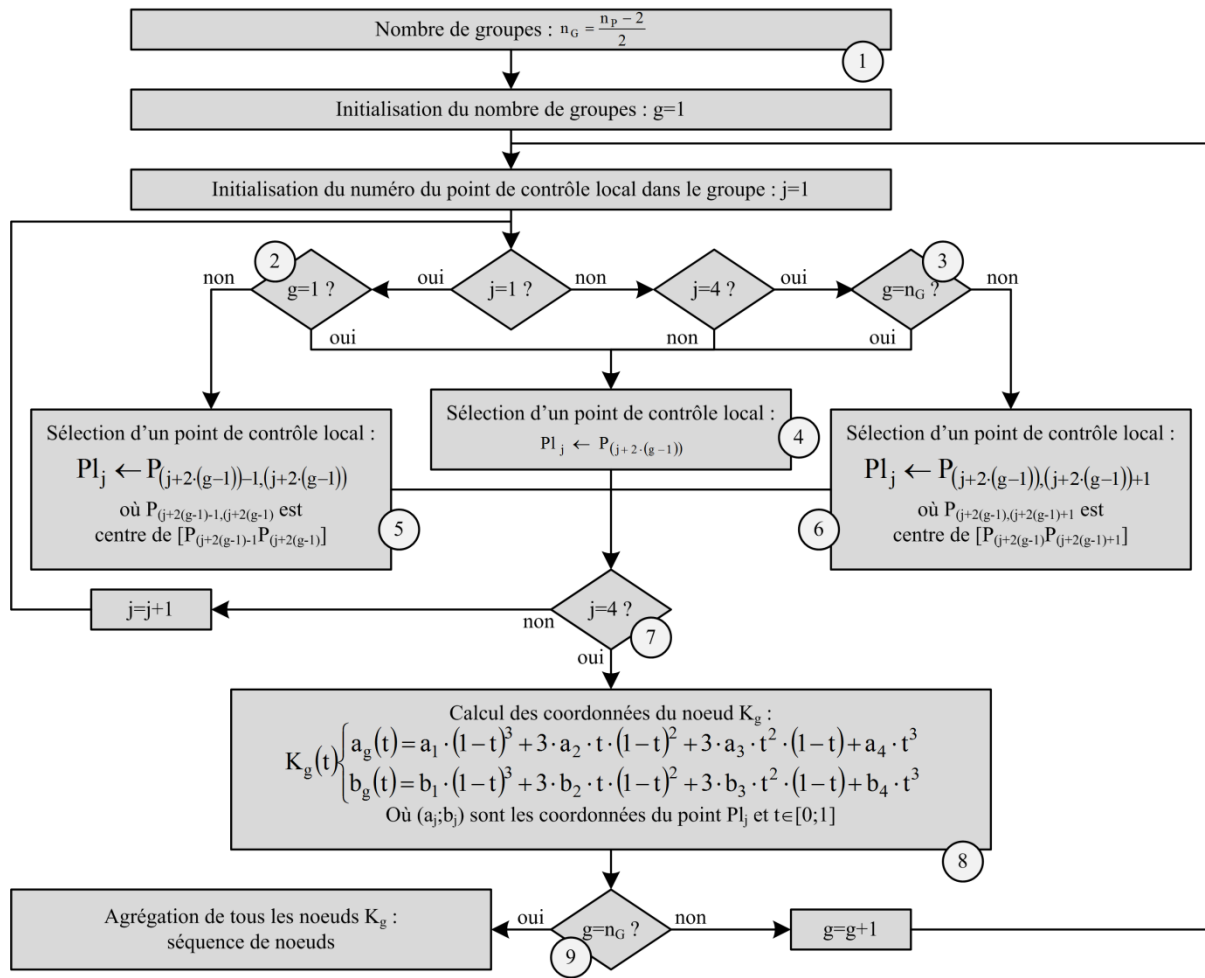


Figure III-14 : Algorithme de constitution d'une courbe de répartition

La Figure III-15 illustre l'algorithme exposé dans la Figure III-14 pour huit points de contrôles, soient trois morceaux. A titre d'exemple, nous pouvons observer le point de jonction $P_{3,4}$: centre du segment $[P_3 P_4]$ et point de jonction des morceaux 1 et 2 ; notons qu'il appartient donc simultanément aux groupes 1 et 2. Remarquons qu'ici, le paramètre t parcourt l'intervalle $[0;1]$ par pas de 10^{-1} , comme l'illustre la discrétisation des noeuds.

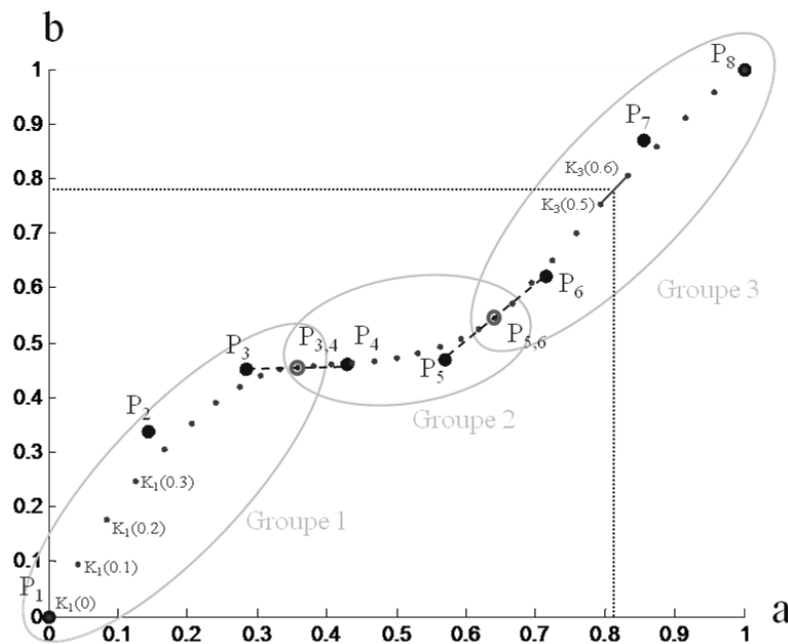


Figure III-15 : Illustration de la construction d'une courbe de Bézier composite cubique

III.5.2.4 Création de la courbe de répartition

Pour finir, la courbe de répartition est complétée en reliant les nœuds par une approximation linéaire. Ainsi, pour trouver une ordonnée b correspondant à une abscisse a connue, les deux nœuds dont les abscisses sont situées juste au-dessus et juste en-dessous de a sont sélectionnés. Considérons que ces deux nœuds ont pour coordonnées $(a' ; b')$ et $(a'' ; b'')$. Alors, l'équation de la droite passant par ces deux nœuds est calculée et l'ordonnée b recherchée est ainsi exprimée en fonction de l'abscisse a connue :

$$b = \frac{b' - b''}{a' - a''} \cdot (a - a') + b' \quad (56)$$

Un exemple est donné dans la Figure III-15 pour une abscisse a encadrée par les nœuds $K_3(0.5)$ et $K_3(0.6)$.

III.5.2.5 Bilan

A un certain nombre de points de contrôles, correspond une unique courbe de répartition. Cette courbe de répartition permet d'instancier un nombre quelconque de VCoI, en associant à chacune d'elles (placée sur l'axe des abscisses) une valeurs donnée (placée sur l'axe des ordonnées). En pratique, la totalité de la courbe de répartition n'est pas utilisée, seuls les points de la courbes dont les abscisses (équi-réparties) correspondent aux VCoI à instanciées, sont employés.

Par conséquent, à chaque courbe de répartition correspond un unique ensemble de VCoI instanciées.

La modification des coordonnées des points de contrôle induit une courbe de répartition différentes, et ainsi un ensemble de VCoI différent.

III.5.3 Modèle d'instanciation

Comme vu dans le paragraphe III.5.1.2, notre modèle d'instanciation doit instancier deux lots de VCoI : les positions de rivets et leur type. Cela implique donc l'utilisation de deux courbes de répartition.

La courbe de répartition pour les types de rivet est souhaitée non monotone : aucune évolution particulière n'est nécessaire dans leurs types (i.e. on peut tout à fait avoir des groupes de rivets de type 2, puis de type 3, puis de nouveau de type 2). Les variables des types de chaque rivet sont réparties de manière régulière sur l'axe des abscisses (relation 48). L'axe des ordonnées est discrétisé pour être associé à chaque type possible de rivet (Tableau III-2). Si la valeur associée est comprise :

- Entre 0 et 0.33, la VCoI du type de rivet prend la valeur 1 ;
- Entre 0.33 et 0.66, le rivet est de type de 2 ;
- Entre 0.66 et 1, le rivet est de type 3.

La courbe de répartition pour les positions des rivets doit être strictement monotone, afin de simplifier le positionnement des fixations sur la ligne de rivets : ainsi, les variables de position de chaque rivet seront rangées par ordre croissant¹⁹. En outre, ce type de courbe évite la superposition de fixations. Le fait que les premier et dernier points soient fixés tel qu'indiqué dans la relation 53 permet aux fixations d'être positionnées sur toute la ligne de rivet.

¹⁹ Cet ordonnancement des variables est aussi nécessaire pour leur traitement dans le modèle de comportement, bien que cet aspect technique ne soit pas abordé dans ce rapport.

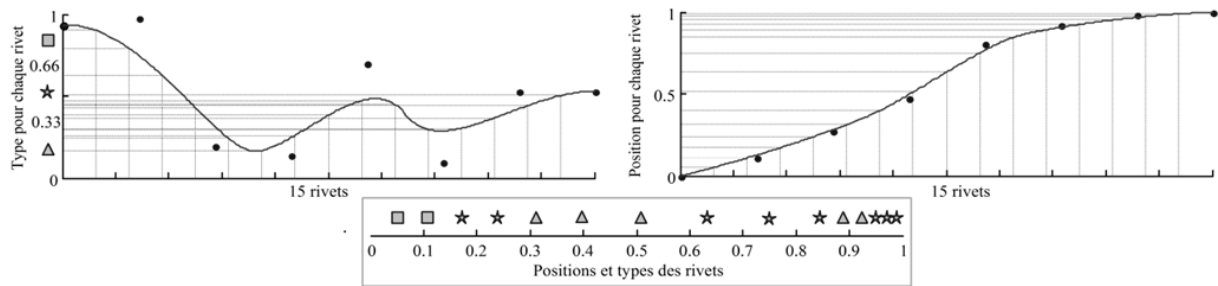


Figure III-16 : Exemples de courbes de répartitions pour 15 rivets

La Figure III-16 illustre un exemple des deux courbes de répartitions, pour 15 rivets et huit points de contrôle pour chaque courbe. La courbe de gauche permet de répartir les types de rivets (symbolisés par des triangles, étoiles ou carrés) ; la courbe de droite retourne les positions des rivets. L'encart au bas de la figure illustre les positions et types de chaque rivet sur la ligne de rivets.

Nous devons ensuite définir le nombre de points de contrôle pour chaque courbe de répartition de notre modèle d'instanciation. Ce point est détaillé dans l'annexe B²⁰ dans le cadre de l'application de nos méthodes, toutefois nous pouvons en donner ici les conclusions : 6 points de contrôle sont utilisés pour la courbe de répartition des types, et 18 pour la courbe de répartition des positions.

Pour finir, notre modèle d'instanciation est donc défini comme suit. Les cinq variables que sont le nombre de rivets, les épaisseurs de plaques et les distances longitudinales sont des VCo qui sont directement transmises en tant que VCoI au modèle de comportement. Le nombre de rivets est de plus employé pour définir le nombre de VCoI à instancier dans les deux courbes de répartition. La courbe de répartition des types nécessite 6 points de contrôles : leurs 6 ordonnées constituent donc autant de VCo supplémentaires. Enfin, la courbe de répartition des positions utilise 18 points de contrôle, mais le premier et le dernier sont fixés : 16 VCo sont donc nécessaires pour cette courbe. Le principe du modèle d'instanciation est récapitulé dans la Figure III-17.

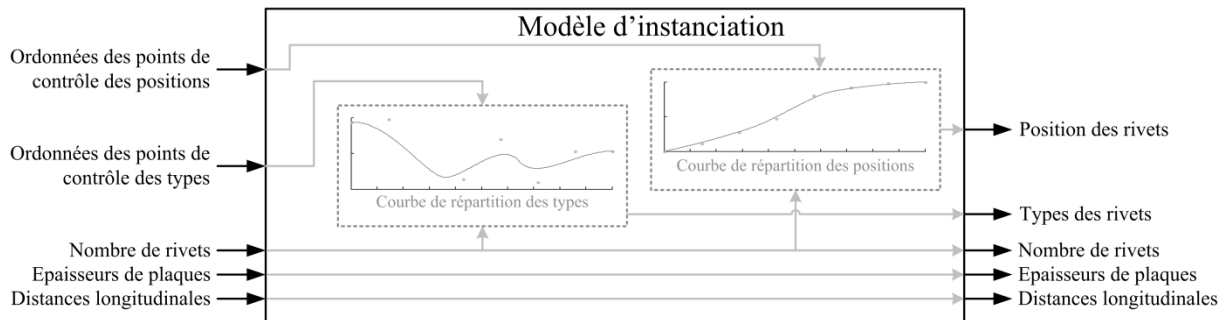


Figure III-17 : Modèle d'instanciation pour le problème de la jonction rivetée

Le modèle d'instanciation nécessite donc $N(X)=27$ variables de conception. Nous soulignons que ce nombre est nettement plus faible que le nombre de VCoI présenté au paragraphe III.4.3 et présente l'avantage de ne plus dépendre du nombre de fixations.

Le Tableau III-4 récapitule l'ensemble des VCo en entrée du modèle d'instanciation. Elles sont notées x_i , de domaine de valeur $[\bar{x}_i^- ; \bar{x}_i^+]$ et de pas de discrétisation $\bar{x}_i^p$. L'espace de conception des VCo est noté $\bar{\Omega}$. Un calcul du nombre de solutions candidates (relation 46) conduit à un résultat de l'ordre de 10^{41} , bien inférieur au nombre de solution précédemment calculé au paragraphe III.4.3, qui était de l'ordre de 10^{75} pour 30 rivets.

²⁰ La lecture de cette annexe est toutefois conseillée après lecture du chapitre V, puisque des algorithmes d'optimisation stochastiques y sont employés.

x_i	Description	Unités	Domaine de valeurs $[\bar{x}_i^-; \bar{x}_i^+]$	Pas de discrétisation $\bar{x}_i^p$
N_{riv}	Nombre de rivets	-	[20;40]	1
$e_1; e_2$	Epaisseur des plaques	m	[0.001;0.010]	0.001
$bl_1; bl_2$	Distance longitudinale entre la ligne de rivets et le bord de plaque	m	[0.005;0.025]	0.005
c_{pos_i} $i \in [1;16]$	$i^{ème}$ ordonnée pour les points de contrôle de la courbe de répartition des positions	-	[0.01;0.99]	0.01
c_{type_i} $i \in [1;6]$	$i^{ème}$ ordonnée pour les points de contrôle de la courbe de répartition des types	-	[0.01;0.99]	0.19

Tableau III-4 : Variables de conception (VCo) : variables d'entrée du modèle d'instanciation

Pour conclure, le modèle d'instanciation que nous proposons permet de formaliser de manière intuitive la connaissance sur la manière de générer des solutions (au sens des VCoI), en pilotant les types et positions des rivets par lot, de manière fluide et intuitive.

III.6 Modèle d'observation

Dans ce chapitre, nous avons donc détaillé les deux modèles utilisés en série pour modéliser le comportement du produit au moyen d'un faible nombre de variables de conception : le modèle d'instanciation et le modèle de comportement. Ces deux modèles forment le modèle d'observation, dont les VCo sont les variables d'entrée, et les VObs sont les sorties. La Figure III-18 en est l'illustration, et rappelle le nombre de variables à chaque étape.

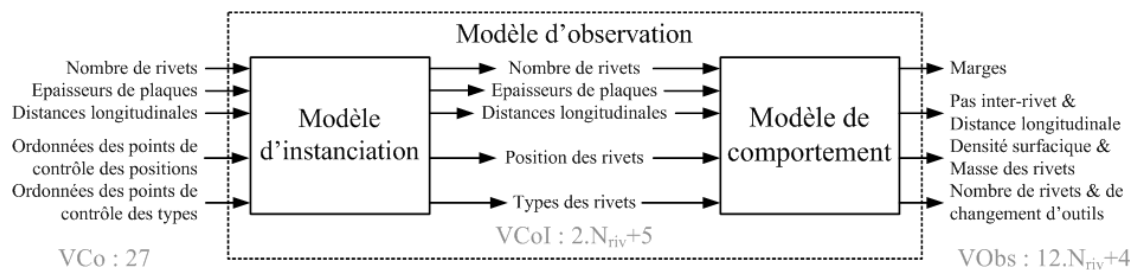


Figure III-18 : Modèle d'observation pour le problème de la jonction rivetée

Dans la suite du manuscrit, les modèles d'instanciation et de comportement ne sont plus dissociés ; seul le modèle d'observation est mentionné.

L'ensemble du modèle d'observation a été implémenté sous MATLAB© par l'auteur du présent manuscrit. Sans entrer dans les détails, de nombreuses sous-fonction (stockées dans des fichiers différents) ont été implémentées et peuvent être appelées et réutilisées en divers endroits du modèle. Ces sous-fonctions présentent l'intérêt d'être facilement compréhensibles de manière indépendantes, et éventuellement réutilisables dans des contextes différents. Le modèle d'observation seul est constitué de 16 fichiers, soit de l'ordre du millier de lignes de code.

III.7 Conclusion : réalisation d'un modèle d'observation

Pour conclure, nous avons présenté dans ce chapitre la problématique générale d'une conception de jonction rivetée dans l'aéronautique. Le modèle de comportement physique a été détaillé, ainsi que ses variables de sortie (VObs) et ses variables d'entrée (VCoI). Ces dernières s'avèrent être trop nombreuses pour pouvoir être gérées par une méthode d'optimisation, c'est pourquoi nous avons proposé la notion de modèle d'instanciation. Celui-ci réduit le nombre de variables en entrée (VCo) au moyen de deux courbes de répartition,

dont nous avons détaillé la constitution et qui formalisent de la connaissance subjective détenue par le concepteur. L'ensemble constitue le modèle d'observation du produit.

Nous soulignons que dans notre modèle d'instanciation, nous avons fait le choix de courbes de Bézier aisément manipulables par le concepteur : le déplacement manuel des points de contrôle (indépendamment des VCo) a un sens intuitif quant à l'instanciation des VCoI, et ainsi à la formalisation d'une forme de préférences. Toutefois, d'autres choix peuvent être faits pour constituer un modèle d'instanciation. Plusieurs approches peuvent même être hybridées (composition, approximation...) suivant les besoins.

La modélisation de la jonction ayant été formalisée, il convient maintenant d'établir une méthode permettant la comparaison entre deux solutions de conception. Cette méthode doit pouvoir prendre en compte les préférences du concepteur en termes de comportement attendu du produit, tout en intégrant de manière cohérente les objectifs de conception.

CHAPITRE IV : METHODE D'AIDE A LA DECISION EN CONCEPTION DE PRODUIT

IV.1 Introduction

Le concept de décision peut se définir comme un "*acte par lequel quelqu'un opte pour une solution, décide quelque chose*" ou encore, dans le domaine de la psychologie, comme un "*choix entre deux comportements ou deux activités internes incompatibles*" [Larousse 2011]. Une méthode, ou système, d'aide à la décision en conception (ADC) définit un cadre à suivre par le concepteur afin d'aboutir à un choix entre différentes alternatives. En conception, les alternatives considérées sont des configurations potentielles pour le produit, aussi appelées « solutions candidates ». Une solution candidate est assimilée à un vecteur de n variables de conception instanciées, noté X (relation 57). Afin de réaliser un choix entre différentes solutions, nous proposons une méthode de modélisation des préférences du concepteur en vue de faciliter le mécanisme de décision au travers d'une fonction objectif.

$$X = [x_1 \quad \cdots \quad x_i \quad \cdots \quad x_n]^T \text{ avec } n \in \mathbb{N}^* \text{ et } x_i \in [\bar{x}_i^- ; \bar{x}_i^+] \quad (57)$$

La fonction objectif que nous proposons est découpée en trois modèles, qui suivent le principe du cheminement du raisonnement humain :

1. Le modèle d'observation ;
2. Le modèle d'interprétation ;
3. Le modèle d'agrégation.

Le système d'ADC proposé, baptisé « méthode OIA », vise tout d'abord à modéliser le comportement du produit ; ce modèle a été détaillé au paragraphe précédent. Le comportement du produit est ensuite interprété au travers des attentes du concepteur : chaque

variable d'observation liée à la solution candidate est traduite en termes de niveau de satisfaction. Le troisième modèle permet enfin de conclure en agrégeant les préférences du concepteur en une seule variable qualifiant la solution candidate considérée. Cette variable unique, reflet d'un point de vue particulier du produit, permet de classer différentes solutions candidates et facilite ainsi la prise de décision. La Figure IV-1 illustre la méthode OIA au travers de ses modèles et de l'ensemble des variables employées.

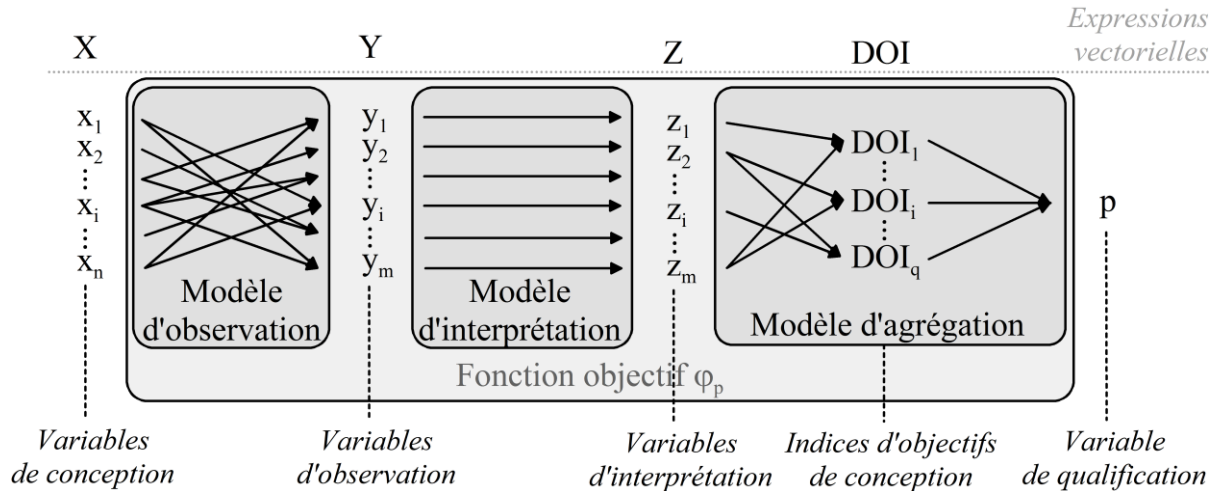


Figure IV-1 : Modèles et variables de la méthode OIA (pour la performance)

Nous introduisons la première définition ci-dessous :

Définition 1 - Fonction objectif : Nous notons φ_p la fonction objectif qui relie les variables de conception à la variable de qualification, formalisée au travers de la méthode OIA :

$$\varphi_p(X) = p \quad (58)$$

Dans ce chapitre, nous proposons de détailler la méthode OIA en vue de qualifier la performance du produit : définition des objectifs de conception, paramétrage du modèle d'agrégation, identification des variables d'interprétation et d'observation, paramétrage du modèle d'interprétation et, enfin, lien avec le modèle d'observation. Nous soulignons ensuite la possibilité donnée par la méthode OIA de formaliser un autre type de variable de qualification : la confiance. Enfin, nous présentons la notion d'arc-élasticité utilisée en conception comme compromis entre la performance d'un produit et la confiance qui lui est accordée.

IV.2 Modélisation des préférences : la méthode OIA

La méthode OIA, que nous présentons dans ce chapitre, s'appuie sur l'ontologie FBS (pour *Function-Behavior-Structure*) de Gero [Gero 2004]. Ce dernier propose de voir le produit sous trois aspects : la fonction, le comportement et la structure. La structure du produit conduit à un comportement obtenu (simulé ou expérimenté) tandis que la fonction, qui représente les attentes du concepteur, est liée à un comportement attendu. Gero souligne que toute la difficulté, en conception, consiste à relier les comportements attendus et obtenus.

Nous associons la structure du produit (S) aux variables de conception X, et la fonction (F) à la variable de qualification de la performance p. Le comportement obtenu (Bs) est défini par les variables d'observations Y tandis que le comportement attendu (Be) est qualifié au travers des variables d'interprétation Z. La Figure IV-2 présente ce type de modèle.

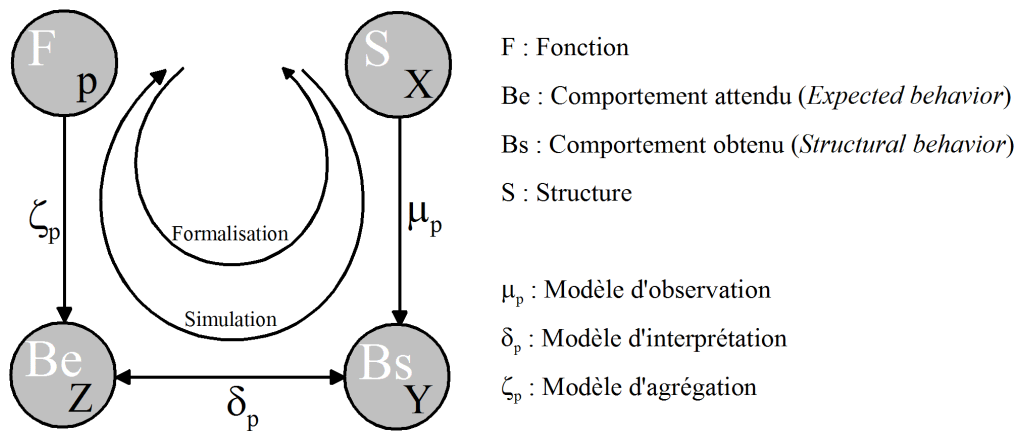


Figure IV-2 : Ontologie FBS et Méthode OIA

Dans le présent manuscrit, nous proposons de parcourir la fonction objectif ϕ_p de deux façons différentes (Figure IV-2) : la formalisation, puis la simulation. La formalisation permet de constituer les modèles et nous proposons de partir de p pour finir sur X , tandis que la simulation utilise des VCo instanciées pour calculer la valeur de la performance. Dans ce chapitre, la méthode OIA est décrite au travers de la formalisation détaillée de la fonction objectif. Cette formalisation se déroule en deux démarches parallèles de description des préférences du concepteur et de définition mathématique de la fonction objectif, au travers desquelles nous proposons de relier la performance (p) aux variables de conception (X) :

- La formalisation subjective de la fonction objectif : elle permet de définir les différents buts, les critères d'acceptabilité et les attentes du concepteur sous forme de descriptions sémantiques ;
- La définition objective de la fonction objectif : les descriptions subjectives sont associées à des outils mathématiques (méthodes et variables) permettant de formaliser de manière concrète les préférences du concepteur.

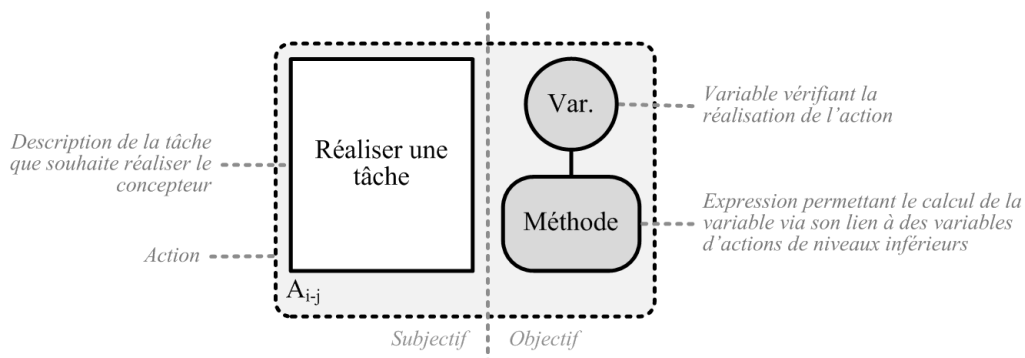


Figure IV-3 : Formalisme de la méthode OIA

Dans la méthode OIA, l'ensemble des trois modèles (observation, interprétation et agrégation) est formalisé à l'aide d'actions regroupées en niveaux.

Définition 2 – Action : Une action décrit une tâche au travers de deux points de vue. Le premier point de vue est subjectif (lié au sujet, le concepteur) et formalise de manière sémantique la volonté du concepteur. Le second point de vue est objectif (lié à l'objet, la formalisation mathématique) et se compose d'une variable et d'une méthode. La $j^{\text{ème}}$ action du $i^{\text{ème}}$ niveau est notée $A_{i,j}$.

Nous préférons l'appellation « action » qui connote une intervention humaine, à l'appellation « tâche ». La Figure IV-3 illustre le formalisme utilisé dans ce chapitre. La partie subjective est figurée par un rectangle blanc contenant la description, tandis que la partie objective est grisée (cercle pour la variable, rectangle arrondi pour la méthode) ; l'ensemble

de l'action est symbolisée par un large rectangle arrondi en pointillé. La structuration d'une action suit ainsi le raisonnement suivant de la part du concepteur lors de sa modélisation :

1. Qu'est-ce que je veux faire (description) ?
2. Avec quoi je le vérifie (variable) ?
3. Comment je le vérifie (méthode) ?

La variable associée à une action permet de renseigner sur l'action ou de vérifier que l'action est plus ou moins bien réalisée. Nous proposons d'insister sur la notion de « méthode » au sein d'une action, telle que nous l'utiliserons dans tout ce chapitre :

Définition 3 – Méthode : Pour une action considérée, nous nommons méthode une expression mathématique, algorithmique ou logique, permettant de relier des variables d'actions de niveau inférieur (en entrée) à la variable de l'action considérée (en sortie).

L'organisation des actions en niveaux successifs suit une logique d'augmentation de la granularité : toute action est décomposée en une ou plusieurs actions de niveaux inférieurs afin de gagner en niveau de détail. Le premier niveau (le moins détaillé) est numéroté 0. Le lien entre deux actions est représenté de deux façons différentes. S'il s'agit d'un lien d'un point de vue subjectif, celui-ci est figuré par des flèches en pointillé liant deux blocs d'actions (Figure IV-4, partie de gauche). La flèche est descendante vers les niveaux inférieurs et suit la logique de formalisation (Figure IV-2). Si le lien est mathématique, il est figuré par une flèche en trait plein reliant une variable à une méthode. La flèche est montante vers les niveaux supérieurs et suit la logique de simulation de la fonction objectif (Figure IV-4, partie de droite). Dans les deux cas, il s'agit de deux points de vue d'un même lien entre actions.

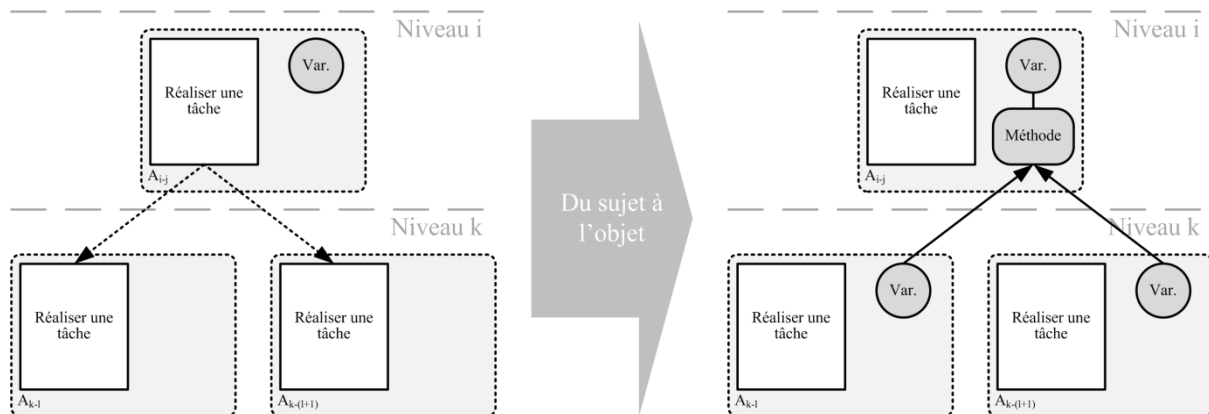


Figure IV-4 : Du sujet à l'objet

IV.2.1 Variable de qualification

D'un point de vue général, la première action que souhaite réaliser le concepteur est la satisfaction d'un objectif global de conception, en d'autres termes, obtenir une bonne solution. Dans le domaine de la conception, cette action correspond à la réalisation de la fonction globale (au sens de l'analyse fonctionnelle) par le produit. Nous notons cette action A_{0-1} (Figure IV-5). Elle sera décomposée par la suite en différentes actions de niveaux inférieurs. La réalisation de l'action A_{0-1} est vérifiée par une variable de qualification.

Nous nommons « variable de qualification » (VQua) la variable unique retournée par la fonction objectif en vue de qualifier un aspect du produit. Cette variable est adimensionnée entre 0 et 1, où une valeur de 1 indique une solution candidate correspondant parfaitement aux préférences exprimées par le concepteur. Nous souhaitons donc maximiser la valeur de la VQua. Nous nous attachons pour commencer à qualifier la performance du produit. Nous notons cette variable p (Figure IV-1).

Une fois la fonction objectif établie, la variable de qualification permet de discriminer différentes solutions candidates, et ainsi de sélectionner la plus performante en suivant le principe énoncé dans la relation 22 (chapitre II). La relation d'ordre entre plusieurs valeurs de variables de qualification différentes reflète directement la relation de préférence entre solutions candidates.

IV.2.2 Modèle d'agrégation

Le modèle d'agrégation, noté ζ_p , est constitué d'un graphe acyclique qui commence au niveau 0 contenant l'unique action A_{0-1} (Satisfaire l'objectif global de conception) et qui se termine par une description fine de l'ensemble des spécifications du produit. Dans cette partie, nous décrivons les différents niveaux de ce graphe et nous soulignons les outils usités que nous illustrons.

IV.2.2.1 Objectifs de conception

Dans le domaine de la conception, la première action A_{0-1} se décompose naturellement en une volonté de satisfaire les différents objectifs de conception. Leur satisfaction constitue des indicateurs pertinents, ayant un sens pour le concepteur, quant aux compromis réalisés dans la conception du produit. Ces compromis constituent autant de scénarios de conception, comme autant de combinaisons différentes entre objectifs de conception plus ou moins satisfaits.

Définition 4 – Objectif de conception : Un objectif de conception est une propriété que doit présenter le produit à concevoir, du point de vue du concepteur. Généralement, la satisfaction d'un objectif de conception correspond à la réalisation d'une fonction par le produit.

Dans le cadre de la méthode OIA, la satisfaction de l'objectif global de conception est directement liée à la satisfaction de chaque objectif de conception (Figure IV-5). Comme indiqué dans la définition 4, la satisfaction des objectifs de conception correspond à la réalisation de fonctions au sens de l'Analyse fonctionnelle, nous détaillons ce point au paragraphe IV.2.2.1.1.

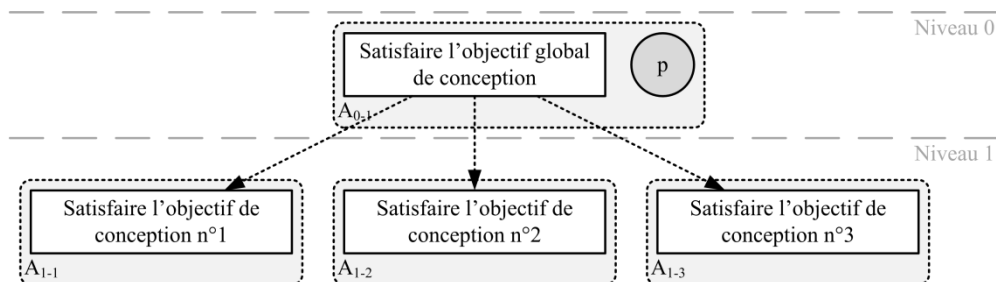


Figure IV-5 : Décomposition de l'objectif global de conception en plusieurs objectifs de conception

L'ensemble des actions visant à satisfaire les objectifs de conception correspond au niveau 1 de l'arborescence du modèle d'agrégation. Nous les notons A_{1-i} . Nous proposons de les identifier et de les hiérarchiser au travers de valeurs de priorité. Nous insistons sur ce niveau 1 de l'arborescence comme particulièrement pertinent pour le concepteur.

IV.2.2.1.1 Identification des objectifs de conception

L'un des outils les plus répandus à la disposition du concepteur est l'analyse fonctionnelle du besoin [AFNOR 1990]. Généralement utilisée dans les premières phases de la conception, elle vise à formaliser le besoin du client au travers de différents outils. L'un d'eux est le diagramme de l'environnement. Ce diagramme représente le produit à concevoir

dans son environnement, ou « milieu extérieur ». Chaque élément du milieu extérieur (EME) est représenté ; puis les différentes fonctions entrant en jeu sont représentées par des liens entre un EME donné, et le produit ou un autre EME (Figure IV-6). On distingue ainsi deux types de fonctions :

- Les fonctions de service, liant deux éléments du milieu extérieur via le produit à concevoir ;
- Les fonctions contraintes, soit les fonctions imposées par des éléments du milieu extérieur au produit.

Les scénarios d'utilisation du produit peuvent être multiples, aussi parle-t-on de son cycle de vie. Le cycle de vie du produit est constitué de diverses situations de vie (SdV) qui vont de sa conception à sa fin de vie. Dans chaque situation de vie, différents éléments du milieu extérieur peuvent entrer en jeu, impliquant autant sinon plus de fonctions. La Figure IV-6 illustre les diagrammes de l'environnement pour deux situations de vie différentes.

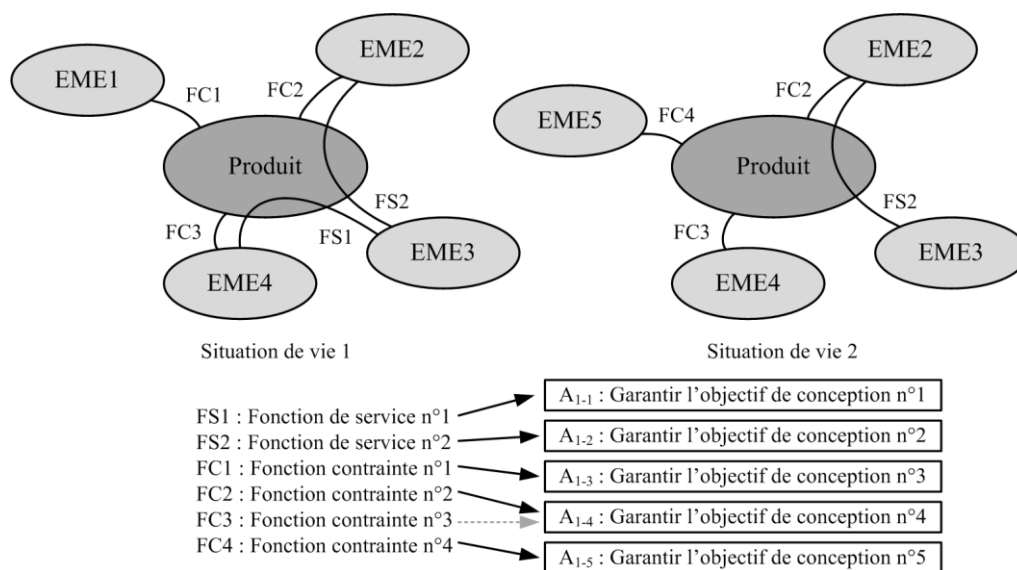


Figure IV-6 : Diagrammes de l'environnement et situations de vie

Dans cet exemple, la situation de vie 1 implique quatre éléments du milieu extérieur, reliés entre eux et au produit par deux fonctions de service et trois fonctions contraintes. Dans la situation de vie 2, trois EME sont toujours présents, mais l'EME1 a disparu au profit de l'EME5. Ce changement induit l'apparition d'une nouvelle fonction contrainte (FC4) et la disparition d'une fonction de service (FS1) ainsi que d'une fonction contrainte (FC1).

A chaque fonction ainsi identifiée au travers de l'analyse fonctionnelle du besoin, nous associons un objectif de conception. Par exemple, une fonction « être fabriquable » est exprimée subjectivement par le concepteur comme action visant à « satisfaire l'objectif de fabricabilité ». La satisfaction de chaque objectif de conception constitue une action de niveau 1 (Figure IV-6) relié à l'action A₀₋₁. La variable associée à chaque action A_{1-i} constitue ainsi un indicateur de la satisfaction lié à chaque objectif de conception.

Lors de la formalisation subjective des actions de niveau 1 (Figure IV-5), nous ne conservons pas la distinction entre situations de vie, considérant que le produit doit satisfaire l'ensemble des objectifs de conception sans discrimination temporelle.

Signalons que dans certains cas, des fonctions (de service ou contraintes) ne peuvent être traduites en objectifs de conception, et en particulier en indicateur chiffré (FC3 dans la Figure IV-6). Un exemple illustre ce cas de figure dans le chapitre VI. Dans un tel cas, le

concepteur peut par exemple considérer que la fonction est réalisée au travers d'un autre objectif de conception, correspondant donc originellement à une autre fonction du produit.

Dans la suite du présent chapitre, afin de simplifier les illustrations, nous ne considérons que trois actions de niveau 1 : A_{1-1} à A_{1-3} .

IV.2.2.1.2 Priorités et Processus de Hiérarchie Analytique (AHP)

Une fois identifiées, les actions visant à satisfaire les objectifs de conception doivent être discriminées. En effet, chacune d'elles n'a pas la même importance ou priorité que les autres, et ces préférences doivent être formalisées au sein de la fonction objectif. Parmi les outils et méthodes d'aide à la décision et de choix présentés au chapitre II, le processus de hiérarchie analytique apparaît approprié pour formaliser les priorités du concepteur vis-à-vis des A_{1-i} , en particulier son outil central, constitué de la matrice de jugement et de l'identification des priorités [Saaty 1980]. La criticité utilisée dans la méthode AMDEC [Garin 1998 ; Recht 1966] est utilisée par la suite comme support aux comparaisons par paires afin d'établir la matrice de jugement. Nous proposons d'utiliser l'échelle présentée précédemment (Figure II-7) pour formaliser les préférences entre objectifs de conception ; le Tableau IV-1 illustre une matrice de jugement pour trois actions de niveau 1.

	A_{1-1}	A_{1-2}	A_{1-3}	Priorités v_i	Index de cohérence
A_{1-1}	1	3	0.5	0.286	0.005
A_{1-2}	0.333	1	0.125	0.087	Ratio de cohérence
A_{1-3}	2	8	1	0.627	0.008

Tableau IV-1 : Matrice de jugement des objectifs de conception

De cette matrice de jugement sont issues des priorités associées à chaque A_{1-i} . Nous notons chaque priorité v_i associées à l'action A_{1-i} . Dans l'exemple donné dans le Tableau IV-1, l'action A_{1-3} s'avère être la plus importante pour le concepteur. Nous soulignons que dans le Tableau IV-1, le ratio de cohérence est largement inférieur à 0.10, indiquant que les préférences exprimées au travers de la matrice de jugement sont cohérentes. Si ce ratio est trop élevé, la matrice de jugement doit impérativement être revue.

Au travers de l'AHP, des priorités évaluées sont ainsi associées à chaque action visant la satisfaction de chaque objectif de conception. Nous proposons à présent d'établir la partie objective de chaque action de niveau 1 (Figure IV-3) en détaillant les variables associées, ainsi que la méthode associée à l'action A_{0-1} reliant ces variables à p .

IV.2.2.1.3 Stratégie compensatoire

Une fois que les actions de niveau 1 de l'arborescence ont été formalisées de manière subjective, et ont été hiérarchisées, nous proposons d'aborder la phase mathématique de cette partie du modèle d'agrégation ζ_p . Tout comme pour la variable de qualification, la satisfaction de chaque objectif de conception est associée à une variable, notée DOI_i (pour *Design Objective Indexes*, soit Indices d'Objectifs de conception, aussi abrégés en « DOIs »). Chaque variable DOI_i est donc associée à l'action A_{1-i} (Figure IV-3) ; nous notons l'ensemble des DOI_i vectoriellement DOI [Sebastian 2010] :

$$DOI = [DOI_1 \quad \dots \quad DOI_i \quad \dots \quad DOI_q]^T \text{ avec } q \in \mathbb{N}^* \text{ et } DOI_i \in [0; 1] \quad (59)$$

Tout comme la variable de qualification, les DOIs sont adimensionnés entre 0 et 1 et permettent de vérifier la satisfaction des objectifs de conception qui leurs sont associées au sein de chaque action (Figure IV-7).

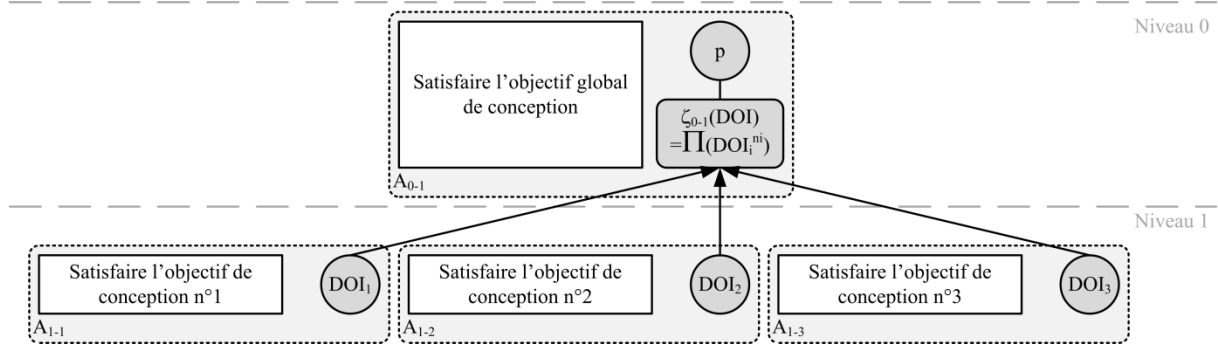


Figure IV-7 : Lien mathématique entre la performance et les DOI

Il est alors nécessaire de définir la méthode permettant d'obtenir la performance p à partir des DOIs. Nous la notons ζ_{0-1} ; cette méthode est une fonction d'agrégation (définition 3) et permet d'agréger les DOIs en une unique variable de performance. Comme détaillé dans le chapitre II, il existe de nombreuses fonctions d'agrégation. Dans la méthode OIA, nous préconisons d'utiliser la fonction d'agrégation de Yager (relation 26). Par conséquent, la variable de qualification p est une VSA (variable de sortie d'agrégation). La fonction de Yager présente l'avantage de formaliser les deux principaux types de stratégie identifiées par Scott [Scott 1999] : la stratégie conservatrice et la stratégie compensatoire.

Nous rappelons qu'une stratégie conservatrice formalise une conception « au pire des cas » où le pire des DOIs est représentatif. Inversement, et de manière générale pour le concepteur, la satisfaction des objectifs d'un produit se compensent. Il est acceptable qu'un objectif soit peu satisfaisant si un autre permet de rétablir l'équilibre ; nous parlons ici des compromis inhérents à toute démarche de conception dont les objectifs sont relativement antagonistes (augmenter la tenue mécanique en diminuant la masse, par exemple). De ce fait, la stratégie d'agrégation des DOIs est compensatoire : dans ce cas, nous fixons le paramètre s de la fonction d'agrégation de Yager à 0, ce qui revient à définir la méthode ζ_{0-1} comme un produit pondéré [Derringer 1980]. Une telle compensation se réalise au niveau des poids entre eux, mais aussi au niveau du poids affecté à un DOI ; par exemple, un DOI peu satisfaisant sera compensé par un poids faible, retournant un résultat élevé en vue de favoriser les autres DOIs.

Les pondérations associées à chaque DOI dans la fonction d'agrégation permettent de refléter les importances relatives entre objectifs de conception. Cette même importance relative est formalisée au travers des priorités données par l'AHP. C'est pourquoi nous proposons de définir les pondérations comme étant directement égales aux priorités définies par l'AHP ; cette idée fut déjà évoquée par divers auteurs dans la littérature [Cherqui 2005 ; Martz 2009 ; Otto 1991]. Nous rappelons que la somme de ces priorités est égale à 1 par définition. En poursuivant notre exemple constitué de trois objectifs de conception (Figure IV-7), le calcul de p est donc effectué comme suit au travers de la méthode ζ_{0-1} :

$$p = \zeta_{0-1}(\text{DOI}) = (\text{DOI}_1)^{v_1} \cdot (\text{DOI}_2)^{v_2} \cdot (\text{DOI}_3)^{v_3} \quad (60)$$

IV.2.2.2 Actions de spécification et Variables d'interprétation

De la même manière que la satisfaction de l'objectif global est reliée aux satisfactions de différents objectifs de conception (Figure IV-5), chacune d'entre elles est reliée à une ou plusieurs actions inférieures. Ces actions sont constituées des spécifications portant sur le produit, afin de satisfaire l'objectif correspondant. Elles formalisent le comportement attendu du produit et détaillent les valeurs souhaitées par le concepteur pour différentes variables d'observation. Comme déjà évoqué précédemment, en conception, les actions de spécification sont généralement de trois ordres :

- Augmenter une valeur (par exemple, une marge de sécurité) ;

- Diminuer une valeur (par exemple, une masse) ;
- Cibler une valeur (par exemple, un pas inter-rivets).

En outre, dans les deux premiers cas, il arrive souvent que s'ajoute une volonté de borner la valeur (par défaut ou excès), celle-ci devenant insatisfaisante au delà d'un seuil : par exemple, en plus de vouloir augmenter une marge de sécurité, celle-ci doit impérativement être positive.

De cette façon, la satisfaction de chaque objectif de conception est donc liée du point de vue subjectif (Figure IV-4) à l'ensemble des actions de spécification permettant de le garantir. Les spécifications constituent la partie sémantique des actions situées au niveau 3 de la hiérarchie. Ces actions sont donc notées A_{3-i} , le niveau 2 étant une étape facultative du modèle d'agrégation que nous détaillons au paragraphe suivant. La Figure IV-8 illustre la décomposition de l'action A_{1-1} en trois actions A_{3-1} à A_{3-3} .

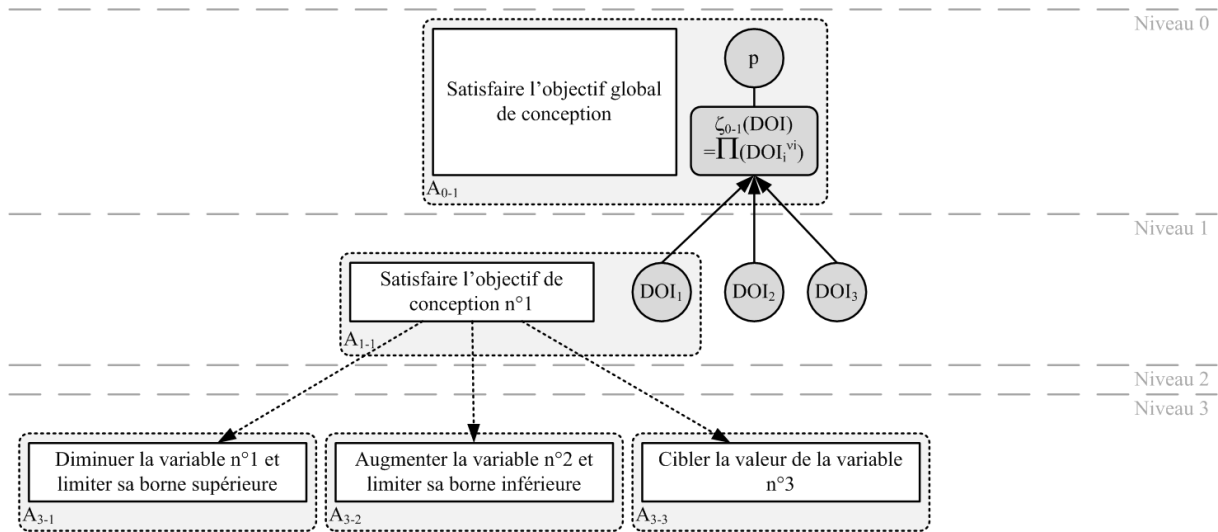


Figure IV-8 : Décomposition subjective d'une action de niveau 1 en actions de niveau 3

Chaque action de spécification est associée à une variable d'interprétation (VInt), qui formalise le niveau de satisfaction de celle-ci. Les VInt, tout comme les DOIs, sont adimensionnées entre 0 et 1, où 1 correspond à une spécification totalement satisfaite. L'ensemble des variables d'interprétation est noté vectoriellement Z , de composantes z_i (relation 61), mais seul un sous-ensemble non vide des variables d'interprétation est lié à chaque DOI. Notons qu'une même VInt peut être liée à plusieurs DOI différents (Figure IV-12) : par exemple, dans une machine thermique, une longueur de tube peut être liée à la satisfaction d'un objectif de transportabilité ainsi qu'à celle d'un objectif d'efficacité énergétique. Un long tube peut rendre la machine encombrante et provoquer par frottement du fluide des dégradations d'énergie dans le système, proportionnellement à sa longueur.

$$Z = [z_1 \quad \cdots \quad z_i \quad \cdots \quad z_m]^T \text{ avec } m \in \mathbb{N}^* \text{ et } z_i \in [0; 1] \quad (61)$$

Plusieurs variables d'interprétation sont reliées à un DOI par une méthode, notée ζ_{1-i} pour le DOI_i. Ici encore, la méthode est définie comme fonction d'agrégation, permettant de réduire le sous-ensemble des VInt concernées en un unique DOI. De ce fait, chaque DOI est aussi une VSA.

La stratégie d'agrégation et les pondérations associées à chaque variable d'interprétation dépendent de chaque objectif de conception à satisfaire. Suivant le produit, ses fonctions et ses spécifications, la stratégie sera compensatoire ou conservatrice. Dans le cas général, nous définissons la stratégie employée pour formaliser les DOI comme compensatoire, afin d'éviter l'apparition de discontinuité dans la fonction objectif. La méthode ζ_{1-i} est donc un produit pondéré par défaut, correspondant à $s=0$ pour le continuum

d'agrégation (relation 26 dans le chapitre II). Si un DOI agrège plus de deux VInt, il est suggéré de procéder à une AHP (voir § IV.2.2.1.2) pour fixer les pondérations ω_i .

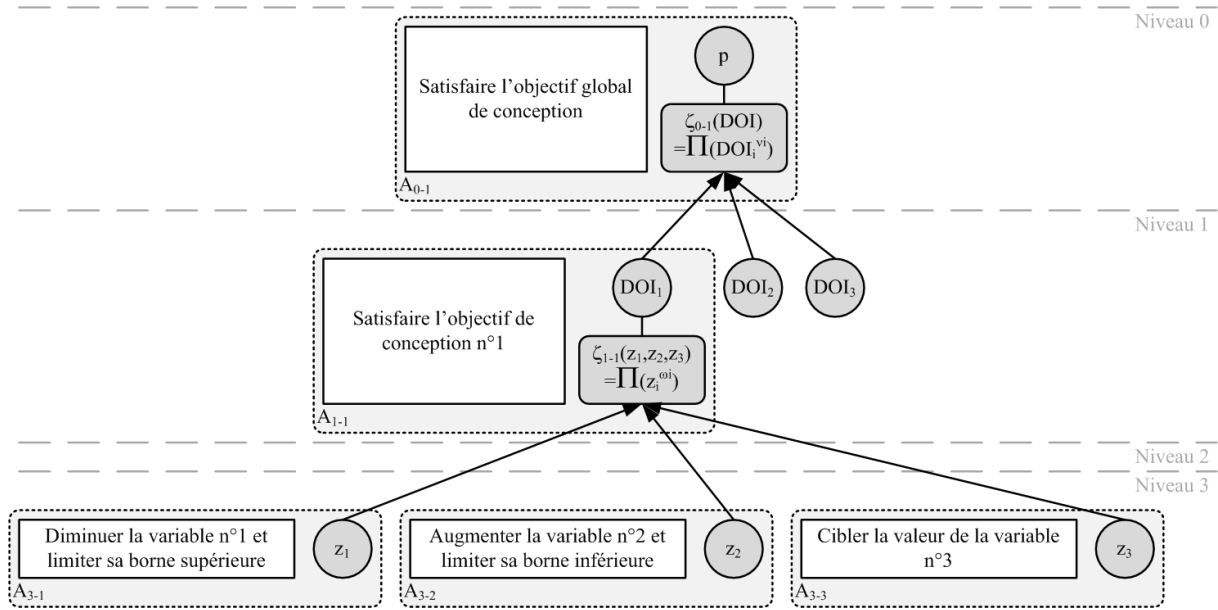


Figure IV-9 : Lien mathématique entre un DOI et des variables d'interprétation

La Figure IV-9 illustre un exemple de trois variables d'interprétation (correspondantes aux trois types différents de spécifications) notées z_1 , z_2 et z_3 , agrégées dans le DOI₁ via un produit pondéré :

$$\text{DOI}_1 = \zeta_{1-1}(z_1, z_2, z_3) = (z_1)^{\omega_1} \cdot (z_2)^{\omega_2} \cdot (z_3)^{\omega_3} \quad (62)$$

IV.2.2.3 Etape de filtrage

Plus nous descendons dans les niveaux, et plus le nombre de variables augmente. A titre d'exemple, nous rappelons que le modèle d'observation de la jonction rivetée, détaillé au chapitre précédent, génère de l'ordre de plusieurs centaines de variable d'observation (cf. § III.4.3) qui donnent autant de VInt, et sont autant d'informations sur le comportement du produit. Apparaît ainsi une nécessité de réduire l'information. En conception, il peut être pertinent de procéder à une étape de filtrage, en considérant que seules certaines informations sont nécessaires et représentatives de l'ensemble : c'est dans cette optique que nous proposons une étape de filtrage dans le modèle d'agrégation ; il s'agit ici d'une stratégie conservatrice. Notons que d'autres procédés de réduction de l'information pourraient être employés, comme l'utilisation d'une moyenne (stratégie compensatoire) associée à un écart-type par exemple ; toutefois, ce type de procédé peut dégrader ou diluer l'information, c'est pourquoi nous lui préférons la notion de filtrage. L'étape de filtrage constitue le niveau 2 de notre arborescence (Figure IV-10).

Les actions de niveau 2, notées A_{2-i} , permettent ce filtrage en ne retenant qu'une portion des informations issues des actions de niveau 3 qui leurs sont liées. Dans l'étape de filtrage que nous proposons, nous définissons les actions de niveau 2 comme sélectionnant les spécifications les moins satisfaisantes, considérées représentatives de la satisfaction de l'ensemble des spécifications ; ce type de raisonnement est classique en conception. Par exemple, sur 30 marges de sécurité correspondantes à 30 fixations, la marge la plus faible est suffisante pour renseigner sur la tenue mécanique de la jonction. Ce raisonnement est typiquement ce qu'il y a de plus conservatif au sens de Scott [Scott 1999].

La Figure IV-10 illustre cette étape de filtrage pour la satisfaction du troisième objectif de conception. Celui-ci est donc subdivisé en deux actions de filtrage A_{2-1} et A_{2-2} . Nous détaillons la seconde, qui filtre quatre actions de spécification, de A_{3-9} à A_{3-12} . Nous

soulignons que la satisfaction d'un objectif de conception peut être subdivisée en actions de spécification ou/et en actions de filtrage, conjointes ou non.

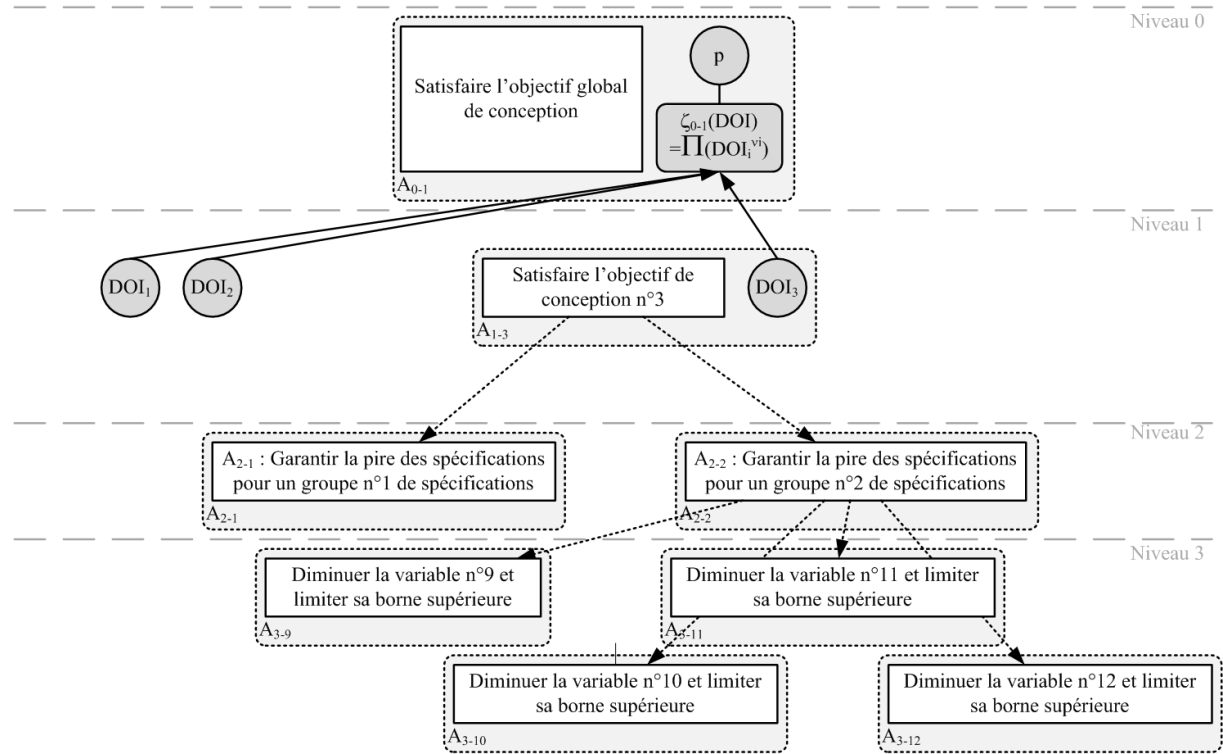


Figure IV-10 : Liens sémantiques de l'étape de filtrage

A chaque action de filtrage est associée une variable d'interprétation filtrée (VIntF). L'ensemble de ces variables est noté vectoriellement fZ de composante fz_i :

$${}^fZ = [{}^fz_1 \quad \dots \quad {}^fz_i \quad \dots \quad {}^fz_r]^T \text{ avec } r \in \mathbb{N}^* \text{ et } {}^fz_i \in [0; 1] \quad (63)$$

Les méthodes permettant de lier les VInt aux variables d'interprétation filtrées, notées ζ_{2-i} , se doivent d'être conservatives. Elles visent à garantir que l'ensemble des spécifications sont satisfaites, et ne peuvent intégrer une quelconque compensation des spécifications entre elles. La méthode d'agrégation doit donc sélectionner la pire des VInt dans un sous-ensemble de variables d'interprétation afin de constituer la VIntF correspondante à ce sous ensemble. Il a été dit plus haut que les VInt sont adimensionnées ; la spécification la moins satisfaisante correspond donc à la variable d'interprétation la plus faible. Dans ce cas, les méthodes ζ_{2-i} sont donc des agrégations par le minimum, ce qui correspond $s \rightarrow -\infty$ pour la fonction d'agrégation de Yager. Comme détaillé au chapitre précédent, cette agrégation correspond au « et » de la logique floue : elle permet de prendre en compte tout le sous-ensemble des VInt agrégées [Zadeh 1964]. En outre, c'est l'agrégation *design-appropriate* la plus conservative [Scott 1999].

Comme son nom l'indique, l'étape de filtrage permet de sélectionner une seule VInt comme étant représentative d'un sous-ensemble de VInt.

Finalement, les variables d'interprétation filtrées sont ensuite traitées comme de simples VInt lors de leur agrégation dans un (ou plusieurs) DOI. Ici encore, la stratégie et les pondérations sont à définir en fonction du problème de conception. Par défaut, nous utilisons toujours une stratégie compensatoire.

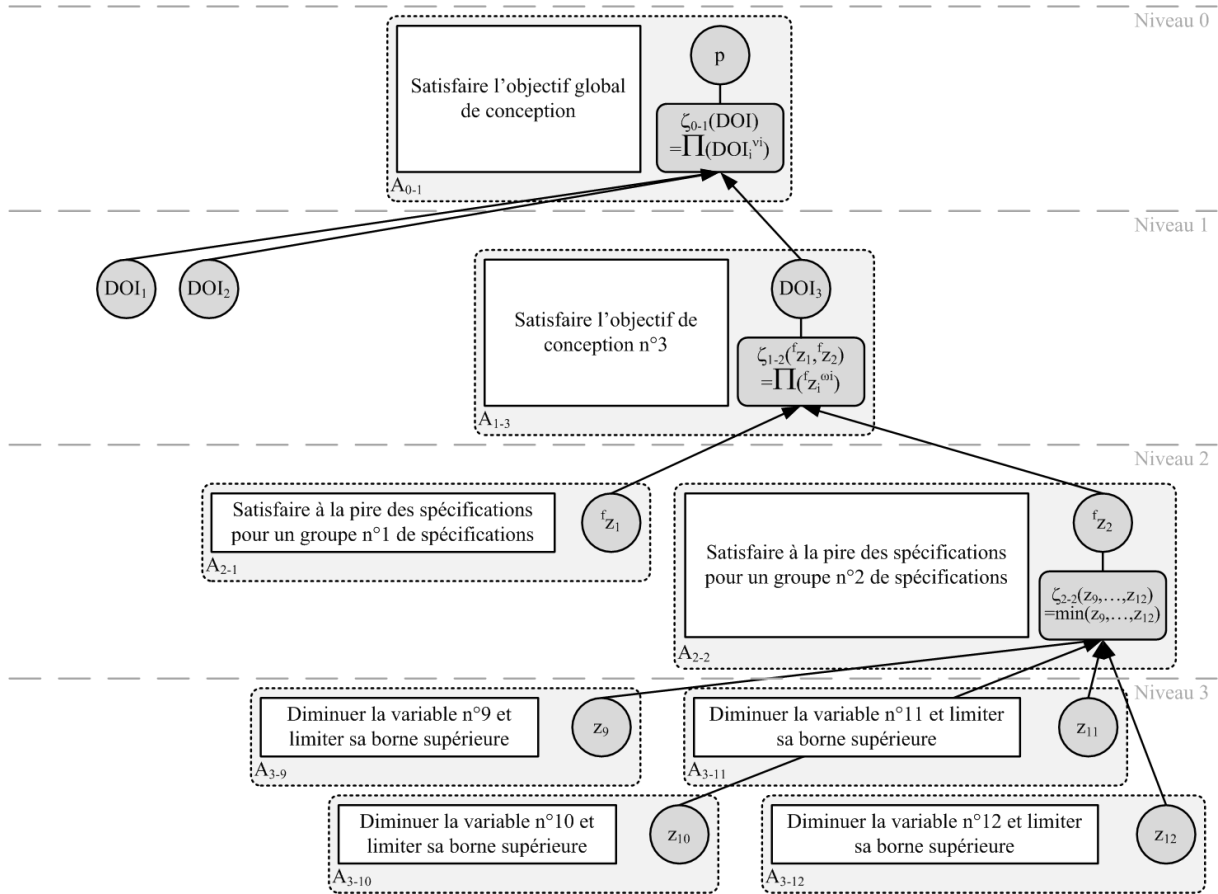


Figure IV-11 : Liens mathématiques de l'étape de filtrage

La Figure IV-11 illustre la formalisation objective de l'étape de filtrage décrite subjectivement dans la Figure IV-10. La variable d'interprétation filtrée f_{z_2} est définie comme le minimum des variables z_9 à z_{12} (relation 64). Elle est ensuite agrégée avec une autre VIntF via un produit pondéré afin de constituer le DOI₃ (relation 65).

$$f_{z_2} = \zeta_{2-2}(z_9, z_{10}, z_{11}, z_{12}) = \min(z_9, z_{10}, z_{11}, z_{12}) \quad (64)$$

$$\text{DOI}_3 = \zeta_{1-2}(f_{z_1}, f_{z_2}) = (f_{z_1})^{f_{\omega_1}} \cdot (f_{z_2})^{f_{\omega_2}} \quad (65)$$

IV.2.2.4 Bilan sur le modèle d'agrégation

Dans les paragraphes précédents, nous avons détaillé l'étape d'agrégation de la méthode OIA : la formalisation du modèle ζ_p . Ce modèle d'agrégation permet ainsi de relier la variable de qualification (ici, la performance p) aux variables d'interprétation Z :

$$\zeta_p(Z) = p \quad (66)$$

La satisfaction de l'objectif global de conception est subdivisé en plusieurs objectifs de conception à satisfaire, qui constituent une étape de modélisation intermédiaire. Ceux-ci sont ensuite reliés à la satisfaction des spécifications, soit directement, soit au moyen d'une seconde étape intermédiaire de filtrage. A chaque action, nous associons des variables. Ces différentes variables sont reliées au moyen de fonctions d'agrégation compensatoires ou conservatives (les méthodes) et sont pondérées afin de formaliser les importances relatives des variables agrégées. Cette décomposition permet de lier la performance aux spécifications du produit au travers d'un graphe acyclique.

Par ailleurs, nous proposons des outils pratiques existants pour formaliser et structurer le modèle d'agrégation :

- Analyse fonctionnelle du besoin et diagrammes de l'environnement pour identifier les objectifs de conception ;
- Continuum d'agrégation aisément paramétrable suivant la stratégie d'agrégation voulue (compensatoire ou conservatrice) ;
- AHP pour l'établissement des pondérations pour chaque variable d'entrée du continuum d'agrégation.

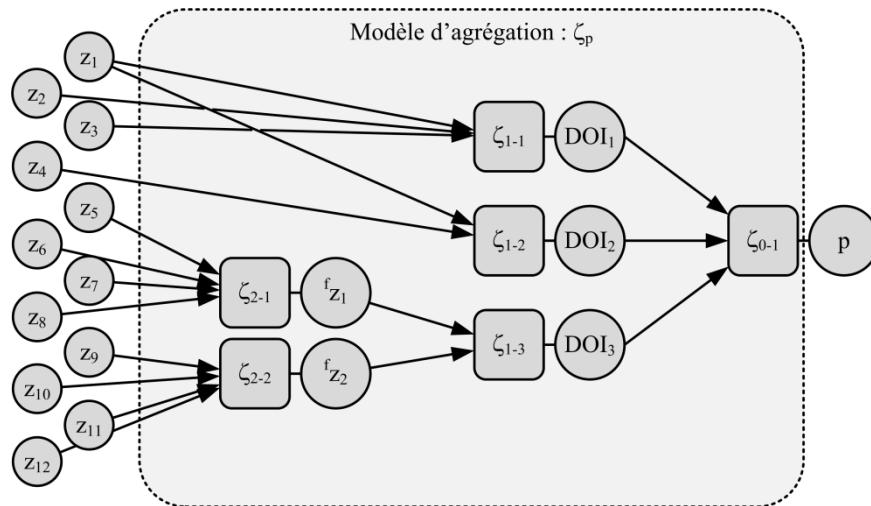


Figure IV-12 : Exemple de modèle d'agrégation complet

La Figure IV-12 illustre un modèle d'agrégation complet, en se basant sur les exemples illustrés précédemment. La variable de qualification agrège trois objectifs de conception, dont l'un utilise une étape de filtrage. Douze variables d'interprétation sont nécessaires pour définir la variable de qualification p .

IV.2.2.5 Agrégation hybride

Un modèle d'agrégation, tel que celui illustré en Figure IV-12, présente un graphe acyclique et l'utilisation de continums d'agrégation en cascade. Dans la MoI (*Method of Imprecision* de Antonson), ce type de modèle d'agrégation est nommé « agrégation hiérarchique » [Otto 1993 ; Scott 1999]. Il est notamment souligné que dans le cas où toutes les stratégies d'agrégation sont identiques dans le graphe, il est possible de réduire la hiérarchie à une unique fonction d'agrégation. Cette propriété présente un double intérêt :

- Dans le cas d'utilisation de fonctions *design-appropriate*, l'agrégation hiérarchique est elle-même *design-appropriate* ;
- Dans le cas de l'utilisation d'un produit pondéré, Trautman ayant démontré que ce type d'agrégation retournait des solutions Pareto-optimales [Trautmann 2004], l'agrégation hiérarchique retourne donc des solutions Pareto-optimales dans l'espace des VInt.

Dans le cas du modèle d'agrégation ζ_p proposé précédemment, plusieurs fonctions d'agrégation différentes sont susceptibles d'être utilisées (en particulier le produit et le minimum) ; c'est pourquoi nous parlons plutôt « d'agrégation hybride ». Dans un tel cas, le modèle dans son ensemble n'est pas *design-appropriate*, bien que chaque fonction utilisée le soit. Toutefois, certains axiomes sont toujours vérifiés, en particulier le principe d'annihilation, garantissant que la VQua soit nulle si au moins une VInt est nulle.

Un modèle d'agrégation hybride ne retourne pas non plus nécessairement une solution Pareto-optimale dans l'espace des VInt. En effet, Trautman a démontré que l'agrégation par le minimum peut retourner des solutions n'appartenant pas au front de Pareto [Trautmann 2004]. La Figure IV-13 en donne deux illustrations : lorsque deux solutions sont alignées au « dessus

de la droite $y=x$ » par rapport à l'un des axes, la fonction d'agrégation par le minimum ne peut les dissocier. De ce fait, ce type de fonction retourne un front de Pareto que l'on peut qualifier de « non-strict ».

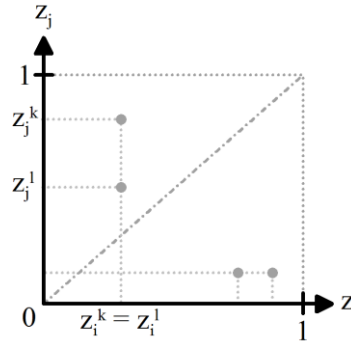


Figure IV-13 : Illustration de deux configurations dans lesquelles une agrégation par le minimum peut retourner une solution non Pareto-optimale

De ce fait, une agrégation hybride ne retourne pas nécessairement une solution Pareto-optimale dans l'espace des variables d'interprétation. En revanche, la solution obtenue sera Pareto-optimale dans l'espace des DOI, dans la mesure où l'agrégation de ceux-ci n'est pas réalisée par le minimum. Toutefois, un modèle d'agrégation hybride tel que nous le proposons décrit avec précision les préférences du concepteur, et l'ensemble du graphe possède un sens précis. A ce titre, l'identification de la solution finale, même si elle n'appartient pas au front de Pareto dans l'espace des VInt, est justifiée au travers des trois modèles de la méthode OIA.

IV.2.3 Modèle d'interprétation

Le modèle d'interprétation, noté δ_p , est l'étape suivante de la méthode OIA que nous détaillons (Figure IV-1). Il formalise la manière dont le concepteur perçoit le comportement du produit. Ce modèle génère les variables d'interprétation, qui sont autant d'information sur le niveau de satisfaction de chaque spécification.

La satisfaction des spécifications, que nous rappelons être des actions de niveau 3, sont liées à l'observation de variables (actions de niveau 4, notée A_{4-i}). Chaque spécification porte ainsi sur une variable dite « d'observation », que l'on souhaite diminuer, augmenter ou cibler. La littérature parle généralement de « critères » à satisfaire.

La Figure IV-14 illustre ce lien du point de vue subjectif entre actions de niveau 3 et 4, sur l'exemple des actions A_{3-1} à A_{3-3} .

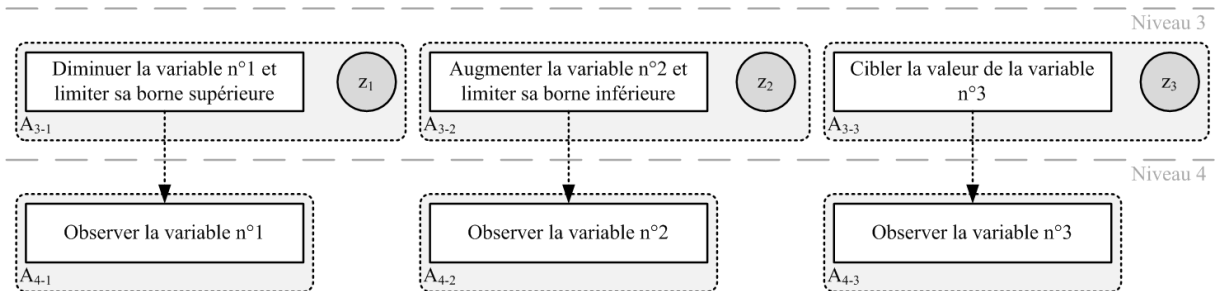


Figure IV-14 : Liens entre spécifications et variables observées

IV.2.3.1 Variables d'observation

Chaque action de niveau 4 est liée à une variable d'observation (VObs), notée vectoriellement Y de composante y_i :

$$Y = [y_1 \quad \cdots \quad y_i \quad \cdots \quad y_n]^T \text{ avec } m \in \mathbb{N}^* \text{ et } y_i \in \mathbb{R} \quad (67)$$

Ces variables ont déjà été évoquées précédemment, mais nous les définissons ici en détail. Une variable d'observation est une variable qui formalise une partie du comportement du produit, et sur laquelle le concepteur applique une spécification, en vue de garantir la satisfaction d'un objectif de conception. Les VObs permettent donc d'observer le comportement du produit de manière objective : aucune préférence n'est exprimée au niveau 4. Les variables d'observation prennent leurs valeurs dans $\mathbb{R}$ et peuvent être des variables physiques de tous ordres (une masse, une puissance, un impact environnemental, un volume, un coût, une marge de sécurité, etc.).

A chaque variable d'observation y_i est associée une variable d'interprétation z_i qui formalise le niveau de satisfaction de la spécification portant sur la variable d'observation. A chaque action A_{3-i} est donc associée une méthode, notée δ_{3-i} , permettant de convertir la VObs en VInt et formalisant la préférence du concepteur.

IV.2.3.2 Fonctions de satisfaction du modèle d'interprétation : les fonctions de désirabilité

Comme détaillé au paragraphe II.3.4.1, les fonctions permettant de traduire une variable physique en variable adimensionnée, tout en formalisant les préférences du concepteur, sont nommées fonctions de satisfaction.

Nous choisissons d'utiliser des fonctions de désirabilité de Harrington [Harrington 1965] comme méthode δ_{3-i} associée à chaque variable d'interprétation. Le choix des fonctions de désirabilité est motivé par :

- La facilité de paramétrage ;
- L'adaptabilité aux trois types de spécifications ;
- L'absence de paliers discontinus ;
- La continuité.

Le détail des trois types de fonctions de désirabilité de Harrington est donné au paragraphe II.3.4.4.1.

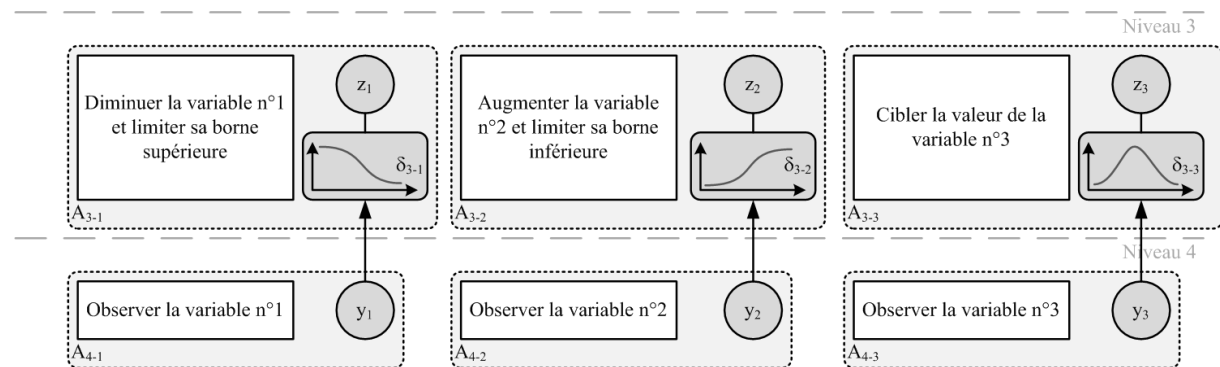


Figure IV-15 : Fonctions de désirabilité entre variables d'observation et variables d'interprétation

La Figure IV-15 illustre les fonctions de désirabilité formalisant le niveau de satisfaction de chaque spécification. La fonction *one-sided* décroissante permet de traduire un souhait de diminution, la fonction *one-sided* croissante formalise un souhait d'augmentation, tandis que la fonction *two-sided* permet le ciblage d'une valeur.

L'ensemble des fonctions de désirabilité constitue donc le modèle d'interprétation, dont les variables d'entrée sont les VObs et les variables de sortie sont les VInt :

$$\delta_p(Y) = Z \quad (68)$$

Les variables d'interprétation formalisant le niveau de satisfaction de chaque spécification, nous introduisons une échelle sémantique qui se superpose à ces niveaux

chiffrés, de manière analogue aux liens entre fonctions d'appartenance et sémantique dans la logique floue [Zadeh 1964]. Cette échelle est illustrée dans la Figure IV-16 pour une fonction de désirabilité *one-sided* décroissante.

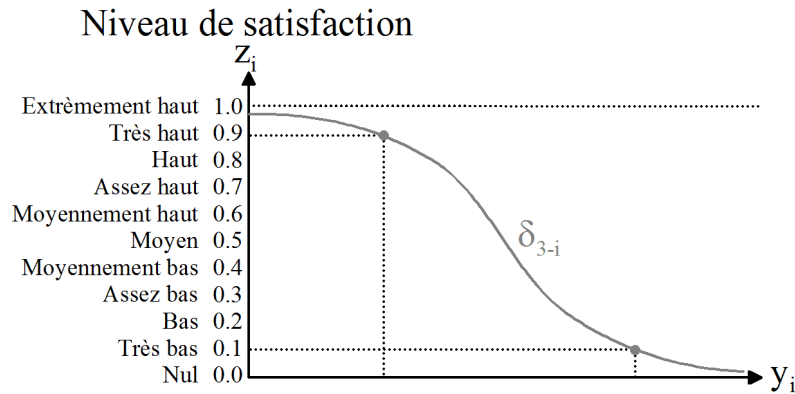


Figure IV-16 : Fonction de désirabilité et échelle sémantique

L'échelle sémantique est un outil visant à aider le concepteur dans son paramétrage des fonctions de désirabilité. De cette façon, il lui est possible d'associer un niveau de satisfaction sémantique à une valeur de variables d'observation en deux points et, ce faisant, de paramétrer la méthode δ_{3-i} .

IV.2.4 Modèle d'observation

Le modèle d'observation, noté μ_p , constitue la dernière étape de la méthode OIA. Il permet de lier les actions d'observation du produit A_{4-i} à la définition du produit lui-même.

Le produit est décrit par n caractéristiques à définir, qui forment les actions du niveau 5, notées A_{5-i} (Figure IV-17). Les caractéristiques peuvent couvrir un large champ de description du produit : dimensions, composants et sous composants (positions, types, ajustements, ...), flux, énergies, matériaux, etc.

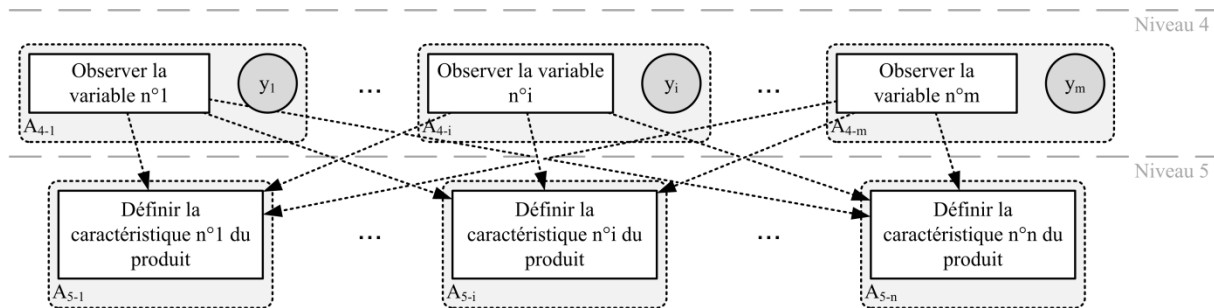


Figure IV-17 : Liens entre actions d'observation et caractéristiques du produit

Dans chaque action A_{5-i} , la définition d'une caractéristique est liée à une variable de conception (VCo), que l'on note vectoriellement X de composante x_i . Les VCo correspondent aux caractéristiques quantifiables du produit. Un vecteur de VCo instanciées correspond à une solution candidate de conception, comme déjà défini précédemment.

Les variables de conception et le modèle d'observation qui les lient aux variables d'observation (relation 69) ont largement été détaillés au paragraphe précédent.

$$\mu_p(X) = Y \quad (69)$$

La Figure IV-18 illustre le modèle d'observation liant objectivement les VCo aux VObs.

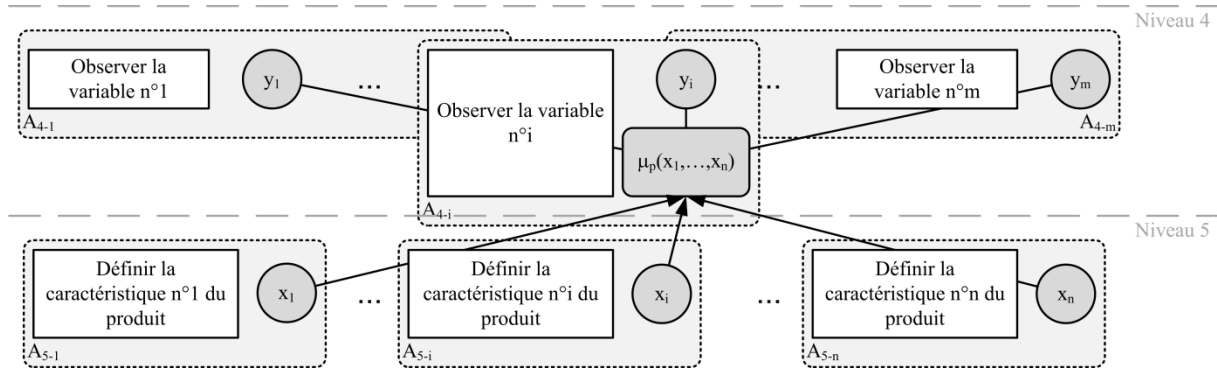


Figure IV-18 : Modèle d'observation liant mathématiquement les VCo aux VObs

IV.2.5 Bilan sur la formalisation de la performance

L'ensemble des paragraphes précédents détaille la formalisation de la fonction objectif φ_p qui permet de calculer la performance p d'une solution de conception X .

$$\varphi_p(X) = \zeta_p \circ \delta_p \circ \mu_p(X) = p \quad (70)$$

La démarche de modélisation que nous avons détaillée ci-dessus propose de partir de la satisfaction de l'objectif global de conception et de le décomposer en plusieurs étapes pour aboutir aux variables de conception du produit (Figure IV-2). Par la suite, lors de l'exécution de la fonction objectif φ_p , la simulation suit l'ordre inverse : à partir d'une solution candidate X , la performance p est calculée (Figure IV-1). Cet ordre peut aussi être employé pour réaliser la formalisation des trois modèles de la méthode OIA, en suivant la logique d'un raisonnement de la part du concepteur :

1. Le concepteur définit tout d'abord une solution candidate ;
2. Il observe ensuite son comportement objectif ;
3. Il use de son esprit critique et interprète ce comportement de manière qualitative ;
4. Il conclut sur l'appréciation globale attribuée à cette solution en prenant en compte les multiples critères dont il évalue les priorités relatives.

La méthode OIA permet de formuler un problème de conception, en le restreignant à la maximisation de la seule variable de performance (relation 71). Aucune contrainte n'est formalisée à l'aide d'une égalité ou d'une inégalité : du fait du processus de modélisation inhérent à la méthode OIA, toutes les contraintes de conception sont intégrées dans le modèle d'interprétation sous la forme de fonctions de désirabilité, plus flexibles, plus nuancées et plus réalistes. Le problème d'optimisation de la performance désormais comme :

$$\text{Trouver } X^* / \max(p) \quad (71)$$

IV.2.6 Notion de confiance

Dans le paragraphe précédent, nous avons décrit en détail la méthode OIA permettant la formalisation des préférences en vue de qualifier le produit au travers d'une unique VQua : la performance p . Dans le présent paragraphe, nous proposons d'appliquer de nouveau la méthode OIA en vue de constituer une seconde variable de qualification, que nous nommons « confiance », notée c .

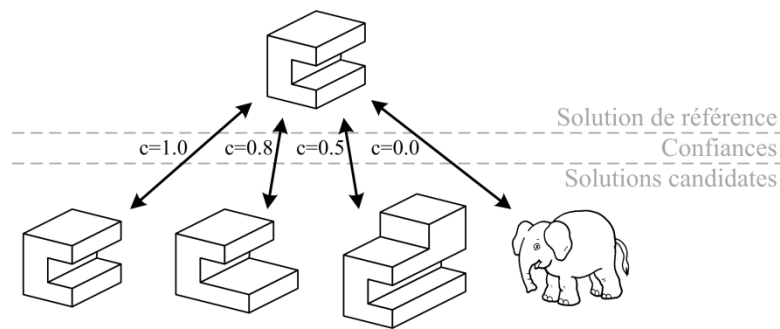


Figure IV-19 : La confiance comme formalisation de la similarité

Contrairement à la performance, qui qualifie une solution au travers de son comportement (physique) ainsi que de la satisfaction du concepteur vis-à-vis des différents objectifs identifiés, la confiance qualifie cette même solution en termes de similitude à une solution initiale (aussi nommée « solution de référence »). La Figure IV-19 illustre cette idée. Si la solution de référence correspond à une solution déjà conçue, testée et mise en œuvre et partant du principe que le concepteur possède une confiance élevée en cette solution préalable, il est souhaitable que la solution candidate lui ressemble.

IV.2.6.1 Solution initiale

La présence d'une solution initiale a été évoquée à plusieurs reprises, et est directement issue du processus industriel de conception décrit au chapitre I. En effet, dans le processus de validation du produit, notre démarche s'adresse au bureau de calcul. Or, celui-ci reçoit une solution définie par le bureau d'étude et se doit d'estimer sa performance avant de proposer une nouvelle solution.

Cette solution initiale est alors susceptible de contenir une grande quantité d'informations non formalisées et inconnues du bureau de calcul. Par exemple, il peut s'agir :

- De délais de développement à valoriser ;
- De coûts d'études à rentabiliser (éventuelle réalisation d'un prototype) ;
- De choix issus de connaissances non formalisées ;
- De contraintes extérieures aux processus habituels de conception (utilisation de composants en stock, matériaux issus d'un nouveau fournisseur, méthodes de fabrication sous-traitées, etc.) ;
- Il peut même arriver (sur des projets à très longs terme, s'écoulant sur plusieurs décennies) qu'une proximité à une solution de référence soit souhaitable, bien que les concepteurs aient perdu l'historique de celle-ci, et donc sa raison d'être.

Nous étendons la notion de solution de référence à tout produit ayant été conçu (mais pas nécessairement fabriqué), et que nous souhaitons faire évoluer suite à l'évolution du problème de conception : nouveaux objectifs, nouvelles restrictions, spécifications client différentes... Nous nous plaçons ainsi dans un contexte de reconception [Saridakis 2008], aussi appelée « conception à base de cas²¹ » [Aifaoui 2004]. Nous souhaitons rester proche de la solution initiale, en considérant que les verrous psychologiques industriels (les habitudes, le savoir-faire, les intuitions, les décisions implicites, le comportement machinal, etc.) interdisent d'envisager une solution totalement innovante par rapport à la solution de référence. Scaravetti souligne très bien ce comportement du concepteur (p.41) : « *Parfois même, le concepteur se dirige directement vers une solution qu'il maîtrise ; il y a prégnance de la solution dans le processus mental de conception. Des alternatives intéressantes peuvent être écartées parce qu'elles ne sont pas connues, usuelles ou évaluées. (...) certains types de*

²¹ Nous en profitons pour signaler de nouveau une certaine analogie entre la notion de confiance présentée ici, et les raisonnements de type CBR détaillés dans le chapitre II.

solutions font partie de la culture d'entreprise. Déroger à ces règles est considéré comme un risque. » [Scaravetti 2004].

Nous notons X^0 la solution initiale possédant les variables de conception x_i^0 .

Par la suite, nous détaillons la formalisation de la confiance comme mesure du suivi de ces contraintes informelles et implicites. La fonction objectif qui permet de calculer c au travers des trois modèles d'observation-interprétation-agrégation est notée φ_c .

IV.2.6.2 Modèle d'agrégation

Tout comme au paragraphe précédent, la méthode OIA permet de décrire subjectivement (au moyen d'une description sémantique) et objectivement (par des outils mathématiques) le processus de calcul de la confiance c . Comme toute VQua, la confiance est adimensionnée. L'action unique de niveau 0 qui lui est associée vise à satisfaire l'objectif global de similarité (A_{0-1}).

Il est impossible de vérifier la similarité à une échelle globale, i.e. en comparant directement deux solutions. Pour satisfaire l'objectif global de similarité, il est nécessaire de vérifier la similarité sur l'ensemble des caractéristiques des solutions. C'est pourquoi l'action A_{0-1} est reliée à l'ensemble des actions de niveau 3, notées A_{3-i} , qui visent à minimiser la différence entre deux solutions pour chaque caractéristique (Figure IV-20). Chacune des A_{3-i} est associée à une variable d'interprétation ; ces variables sont notées vectoriellement Z' de composante z'_i . Les VInt formalisent le niveau de satisfaction en terme de similarité entre deux solutions, pour chaque caractéristique ; elles sont donc adimensionnées entre 0 et 1, où 1 correspond à une similarité totale (ou identité). Le modèle reliant les VInt à la confiance c est le modèle d'agrégation, noté ζ_c :

$$\zeta_c(Z') = c \quad (72)$$

Tout comme le modèle d'agrégation ζ_p pour la performance qui intègre une décomposition progressive de la VQua en VInt au travers de la satisfaction des objectifs de conception (DOI) et du filtrage (VIntF), le modèle d'agrégation ζ_c pour la confiance peut aussi être constitué d'étapes intermédiaires constituant les niveaux 1 et 2 de l'arborescence du modèle.

Toutefois, afin de lier l'objectif global de similarité aux actions de niveau 3, nous proposons un point de vue organique plutôt que fonctionnel. En effet, la valeur de confiance ne prend pas en compte les objectifs du concepteur, mais uniquement sa volonté d'être au plus près de la solution initiale. Pour cela, une comparaison entre deux solutions peut être effectuée à partir d'une décomposition et d'une comparaison physique de leurs composants. Nous suggérons une telle décomposition pour le niveau 1 : l'action A_{0-1} est donc subdivisée en actions A_{1-i} visant à satisfaire l'objectif de similarité des solutions pour chaque composant i . L'identification des composants peut être réalisée au moyen d'un organigramme technique (OT). L'OT est un outil utilisé classiquement par les concepteurs en vue de lister les sous-systèmes d'un système donné [Nadeau 2007 ; Vernat 2004]. A chaque action de niveau 1, nous associons une variable formalisant la satisfaction de l'action. Nous nommons ces variables CSI_i (*Component Similarity Index* pour Indice de similarité de composant) pour la $i^{\text{ème}}$ action, notées vectoriellement CSI. Chaque action de niveau 1 vise donc la réduction des différences pour les caractéristiques du composant correspondant. Les stratégies d'agrégation des VInt en CSI (ζ_{1-i}), puis des CSI en c (ζ_{0-1}), tout comme les pondérations associées, sont ici encore variables en fonction des préférences du concepteur. Par défaut, nous considérons que les stratégies sont compensatoires et que les pondérations sont identiques pour toute variable agrégée. Ainsi, par rapport à la solution de référence, une forte dissemblance sur un composant donné est compensée par une forte similarité sur un autre composant.

Nous suggérons qu'un principe de filtrage, tel que celui décrit au paragraphe IV.2.2.3 lors de la formalisation de ζ_p , peut être employé au sein du niveau 2 dans ζ_c .

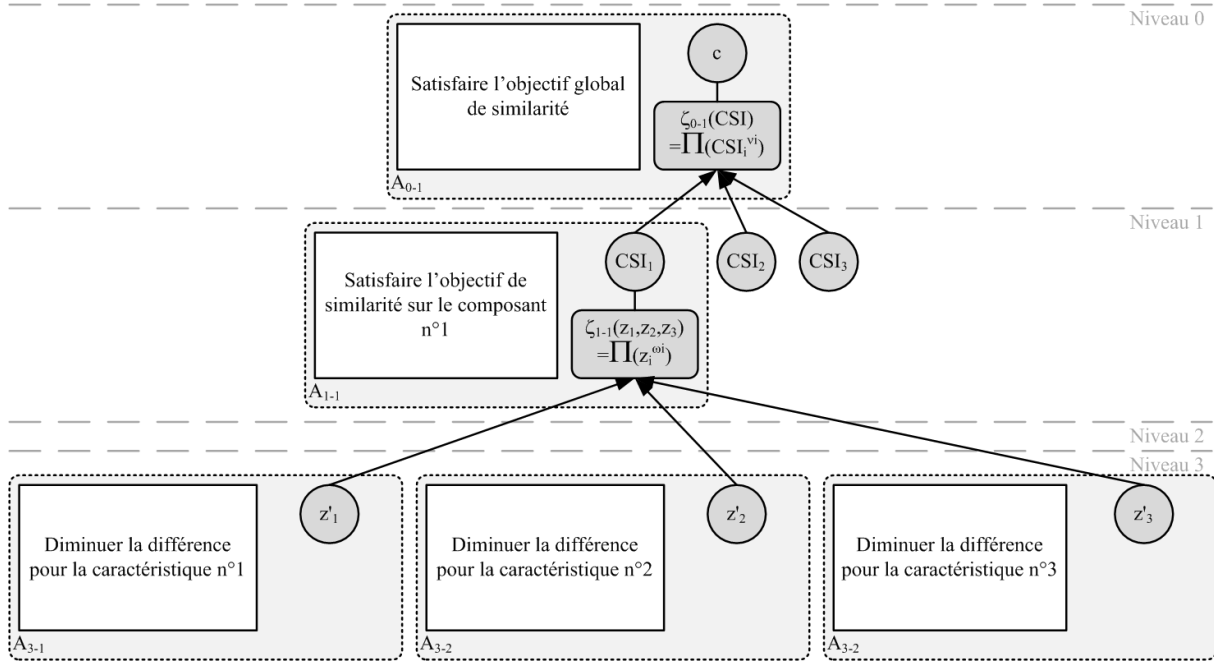


Figure IV-20 : Modèle d'agrégation ζ_c pour la formalisation de la confiance

Dans la Figure IV-20, un exemple de modèle d'agrégation est donné pour un produit subdivisé en trois composants ; trois CSIs formalisent le niveau de satisfaction de l'objectif de similarité entre solutions initiale et candidate pour les trois composants. Le premier CSI est lui-même détaillé et décomposé en trois variables d'interprétation z'_1 à z'_3 qui vérifient que la différence sur chaque caractéristique est diminuée. Par la suite, nous agrégeons directement l'ensemble des VInt en une valeur de confiance c , par produit à iso-pondération.

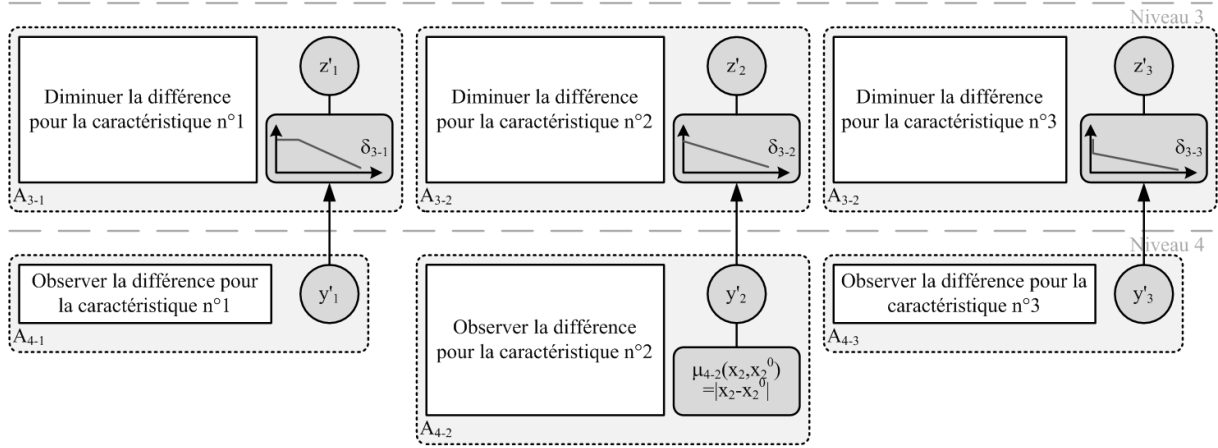
IV.2.6.3 Modèle d'interprétation : fonctions de confiance

Le modèle d'interprétation est noté δ_c . Il permet d'obtenir les variables d'interprétation Z' à partir des variables d'observation, que nous notons vectoriellement Y' , de composante y'_i positive ou nulle :

$$\delta_c(Y') = Z' \quad (73)$$

Chaque action de niveau 3, visant à diminuer la différence entre les solutions initiale et candidate pour une caractéristique donnée, est liée à une action de niveau inférieur visant l'observation de cette différence. Ces actions d'observation sont notées A_{4-i} pour la $i^{\text{ème}}$ caractéristique du produit. A chaque action de niveau 4 est liée une variable d'observation y'_i qui value la différence observée. Par exemple, si la $i^{\text{ème}}$ caractéristique du produit est une épaisseur, la variable d'observation y'_i est instanciée par la différence d'épaisseur entre la solution candidate et la solution de référence. Il s'agit d'une variable physique.

La méthode δ_{3-i} qui relie y'_i à z'_i permet donc d'adimensionner cette valeur tout en intégrant la préférence du concepteur, qui souhaite diminuer la différence y'_i . La Figure IV-21 illustre le modèle d'interprétation pour trois caractéristiques.

Figure IV-21 : Modèle d'interprétation δ_c pour la formalisation de la confiance

Il apparaît donc nécessaire d'utiliser des fonctions de satisfaction comme méthodes δ_{3-i} entre les niveaux 4 et 3, à l'instar des fonctions de désirabilités employées dans le modèle d'interprétation δ_p (§ IV.2.3.2). Nous nommons ces fonctions de valeur « fonctions de confiance ». Afin de refléter le niveau de satisfaction (que nous nommons aussi ici « niveau de confiance »), associé à chaque différence observée, la méthode formalisant les préférences du concepteur doit répondre aux spécifications suivantes :

- Avoir pour valeur 1 si la différence est nulle (relation 74) : si une caractéristique s'avère identique pour les deux solutions comparées, son niveau de confiance correspondant est alors maximal ;

$$\delta_{3-i}(0) = 1 \quad (74)$$

- Pouvoir intégrer une discontinuité en $y'_i = 0^+$ (relation 75) : le concepteur doit pouvoir formaliser que son niveau de confiance en une caractéristique donnée diminue immédiatement dès qu'elle n'est pas strictement identique à celle de la solution initiale ;

$$\lim_{y'_i \rightarrow 0} \delta_{3-i}(y'_i) \leq 1 \quad (75)$$

- Être facilement paramétrable : le concepteur doit pouvoir formaliser de manière simple la décroissance du niveau de confiance ;
- Ne pas s'annuler pour une forte différence (relation 76) : ainsi, deux niveaux de confiance restent comparables, mêmes s'ils sont très faibles.

$$\lim_{y'_i \rightarrow +\infty} \delta_{3-i}(y'_i) = 0^+ \quad (76)$$

Les fonctions de désirabilité de Harrington utilisées dans le modèle d'interprétation pour la performance δ_p ne sont pas adaptées à la formalisation de la confiance, c'est pourquoi nous proposons ici nos propres fonctions. Celles-ci peuvent présenter une ressemblance avec les fonctions d'appartenance triangulaires, issues de la logique floue.

Tout d'abord, nous avons proposé une fonction de confiance linéaire par morceaux (relation 77), que nous nommons fonction de confiance de Sébastien. Elle obéit aux trois premières spécifications listées ci-dessus, et est notamment paramétrée par deux points de coordonnées $(y''; z'')$ et $(y''^+; z''^+)$. Ce paramétrage simple et intuitif permet au concepteur de formaliser la fonction de confiance à partir de deux situations imaginaires, de manière analogue aux fonctions de désirabilité de Harrington, en considérant que le niveau de confiance varie linéairement. Dans la relation 77, les points d'abscisses $y'_{\min}$ et $y'_{\max}$ sont les points de la portion décroissante de la fonction, correspondants respectivement aux ordonnées 1 et 0. Ce type de fonction de confiance a fait l'objet d'une publication actuellement en cours

d'acceptation [Sebastian 2011]. La première ligne de la Figure IV-22 illustre trois exemples de fonctions de confiances de Sébastian.

$$z' = \begin{cases} 1 & \text{si } y' = 0 \\ 1 & \text{si } 0 < y' \leq y'_{\min} \\ \frac{z'^- - z'^+}{y'^- - y'^+} \cdot (y' - y'^-) + z'^- & \text{si } y'_{\min} < y' < y'_{\max} \\ 0 & \text{si } y' \geq y'_{\max} \end{cases} \quad \text{avec } \begin{cases} y'_{\min} = (1 - z'^-) \cdot \frac{y'^- - y'^+}{z'^- - z'^+} + z'^- \\ y'_{\max} = y'^- - z'^- \cdot \frac{y'^- - y'^+}{z'^- - z'^+} \end{cases} \quad (77)$$

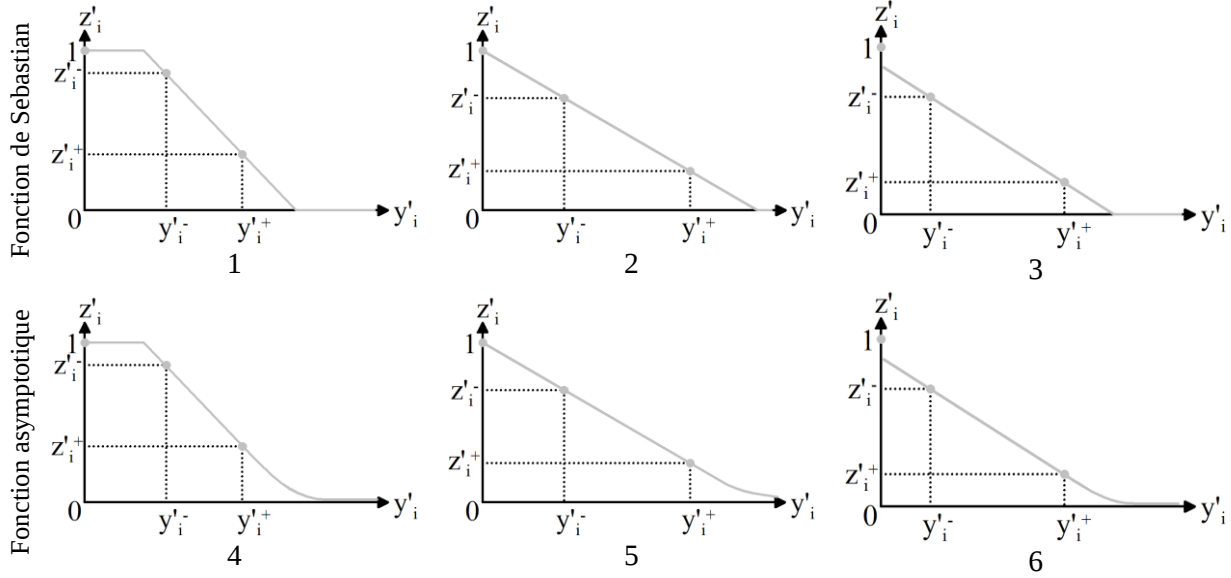


Figure IV-22 : Fonctions de confiance, selon Sebastian et Collignan

A partir de la fonction de Sébastian, nous avons proposé un nouveau type de fonction obéissant à la quatrième spécification. Celle-ci, définie dans la relation 78, dispose d'une portion asymptote à la droite d'équation $z'=0$ pour $y' > y'^+$; le reste de la fonction est similaire à la fonction de confiance de Sébastian (relation 77) :

$$z' = \begin{cases} 1 & \text{si } y' = 0 \\ 1 & \text{si } 0 < y' \leq y'_{\min} \\ \frac{z'^- - z'^+}{y'^- - y'^+} \cdot (y' - y'^-) + z'^- & \text{si } y'_{\min} < y' < y'^+ \\ z'^+ \cdot \exp\left((y' - y'^+) \cdot \frac{z'^+ - z'^-}{y'^+ - y'^-}\right) & \text{si } y' \geq y'_{\max} \end{cases} \quad \text{avec } y'_{\min} = (1 - z'^-) \cdot \frac{y'^- - y'^+}{z'^- - z'^+} + z'^- \quad (78)$$

Les fonctions de confiance que nous proposons sont illustrées sur la seconde ligne de la Figure IV-22. Nous soulignons qu'un palier peut apparaître (Figure IV-22-1&4) dans le cas où $y'_{\min} > 0$, correspondant aux seconds cas dans les relations 77 et 78. Ce palier est dû à l'hypothèse simplificatrice selon laquelle, le niveau de confiance du concepteur décroît de manière globalement linéaire. Il traduit que sur un intervalle de valeurs de y' proches de 0, la confiance du concepteur peut être maximale malgré une différence non nulle sur la caractéristique considérée.

Nous proposons d'employer les fonctions de confiance données en relation 78 pour chaque méthode δ_{3-i} , ce qui permet de constituer le modèle d'interprétation δ_c .

Pour chaque différence observée (Figure IV-21), le concepteur peut paramétrer différentes fonctions de confiance. De cette manière, il indique une hiérarchie implicite entre les caractéristiques du produit : une fonction de confiance qui décroît rapidement indique une forte volonté de similitude sur la caractéristique correspondante, tandis qu'une fonction de confiance qui décroît légèrement suppose une acceptation de différences notables.

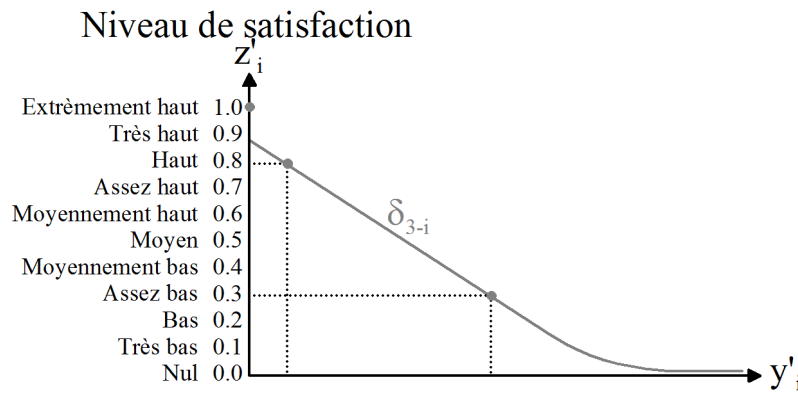


Figure IV-23 : Fonction de confiance et échelle sémantique

A chaque niveau de confiance retourné par la fonction de confiance, nous associons une échelle sémantique (Figure IV-23). Cette échelle est volontairement identique à celle associée aux niveaux de satisfactions issus des fonctions de désirabilité lors de la formalisation de la performance (Figure IV-16). L'utilisation d'une échelle sémantique commune induit une équivalence entre un niveau de confiance et un niveau de satisfaction issu d'une fonction de désirabilité.

IV.2.6.4 Modèle d'observation : différences entre solutions

Nous terminons l'application de la méthode OIA pour le calcul de la confiance en formalisant le modèle d'observation, noté μ_c . Contrairement au modèle d'observation intégrant un comportement physique (μ_p), tel que celui détaillé au chapitre III, le modèle μ_c calcule uniquement l'écart de configuration physique entre les solutions initiale et candidate, pour chaque caractéristique du produit.

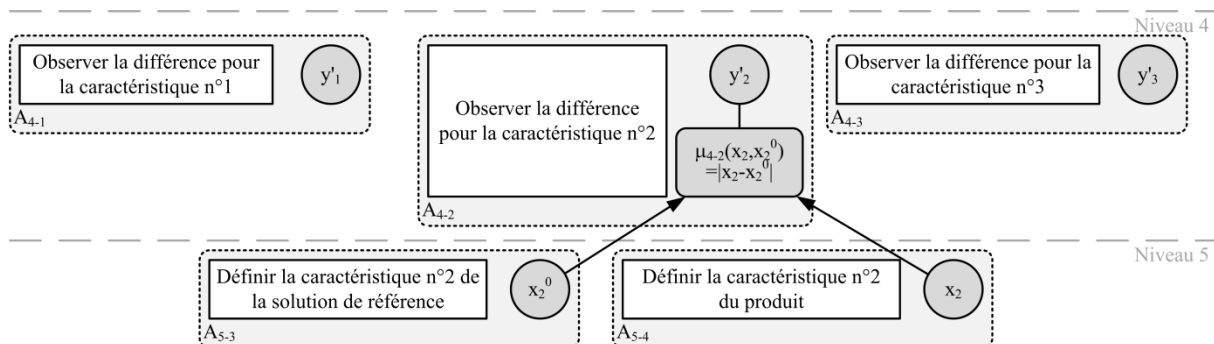
Ainsi, chaque action d'observation des différences, pour une caractéristique donnée, est logiquement décomposée en :

- La définition de la caractéristique pour la solution de référence ;
- La définition de la caractéristique pour la solution candidate.

De ce fait, les actions de niveau 5, notée A_{5-i} , définissent les deux solutions. Comme décrit précédemment, la définition du produit est réalisée au travers de variables de conception (VCo), notées vectoriellement X de composante x_i . La variable d'observation de la différence est ainsi calculée directement à partir des variables de conception, via une méthode de type μ_{4-i} :

$$y'_i = \mu_{4-i}(x_i, x_i^0) = |x_i - x_i^0| \quad (79)$$

Où x_i^0 est la $i^{\text{ème}}$ variable de conception de la solution initiale, notée X^0 . La Figure IV-24 illustre le calcul d'une VObs à partir de deux VCo.

Figure IV-24 : Modèle d'observation μ_c pour la formalisation de la confiance

Ainsi, le modèle d'observation μ_c calcule les variables d'observation à partir de la solution initiale X^0 ainsi que de la solution candidate X :

$$\mu_c(X, X^0) = Y' \quad (80)$$

Dans la relation 79, nous prenons le parti de définir la différence entre deux caractéristiques comme non signée ; c'est pourquoi les fonctions de confiance ne sont définies que sur $\mathbb{R}^+$. Le postulat que nous faisons est qu'un accroissement ou une diminution de la valeur d'une VCo par rapport à X^0 induit une variation identique de la confiance pour le concepteur. Une distinction peut cependant tout à fait être envisagée ; dans un tel cas, les méthodes δ_{3-i} doivent être définies sur $\mathbb{R}$.

Pour finir, nous abordons les VCo qui correspondraient à des références dans un catalogue (composants standards, matériaux, etc.), bien que l'utilisation de courbes de répartition, détaillées dans le chapitre précédent, nous permettent d'éviter ce type de caractéristique. Dans le cas de telles variables de conception, Sébastien suggère d'utiliser un attribut à valeur numérique de l'élément en catalogue pour le calcul de la différence [Sebastien 2011] ; celui-ci doit être représentatif pour le concepteur. Il peut par exemple s'agir d'un rendement (pour un réducteur), d'un débit délivré (pour une pompe), ou d'une contrainte admissible (pour un rivet). La VObs correspondante permet alors de formaliser de manière plus réaliste la différence relative entre deux solutions.

En guise de conclusion, nous signalons que nous avons considéré la solution initiale X^0 comme étant une variable d'entrée du modèle d'observation, mais celle-ci pourrait aussi être un paramétrage du modèle, étant donné qu'elle n'est pas amenée à varier.

IV.2.6.5 Autre modèle de confiance : la notion de distance

Le modèle de confiance φ_c , présenté dans les trois paragraphes précédents, constitue la dernière évolution de nos travaux de recherche. Il est toutefois intéressant de noter que nos travaux précédents proposaient une définition de la variation de la confiance entre solutions basée sur la distance euclidienne adimensionnée entre solutions dans $\bar{\Omega}$ ainsi que sur une hiérarchie entre VCo.

Ces travaux ont fait l'objet de publications²² [Collignan 2010 ; Collignan 2012]. L'utilisation d'une modélisation de la confiance φ_c est motivée par :

- La nécessité d'une équivalence entre augmentation de la performance et diminution de la confiance ;
- La trop grande dépendance à la convergence de l'algorithme d'optimisation dans le cas de l'utilisation d'une hiérarchie ;
- L'absence de précision quant à l'impact sur la satisfaction du concepteur lorsqu'une VCo particulière varie par rapport à X^0 .

IV.2.6.6 Bilan sur la formalisation de la confiance

Pour conclure, la méthode OIA détaillée dans les paragraphes IV.2.6.2 à IV.2.6.4 permet de formaliser une fonction objectif φ_c en vue de qualifier une solution candidate au travers d'une variable originale : la confiance. Le modèle d'observation μ_c calcule la différence entre X^0 et X , pour chaque caractéristique du produit. Le modèle d'interprétation δ_c traduit ces différences en niveaux de confiance. Enfin, le modèle d'agrégation ζ_c formalise la valeur de la confiance, au travers d'éventuelles étapes intermédiaires. De ce fait, la valeur de confiance peut être vue comme une forme de distance adimensionnée et pondérée, séparant les solutions X et X^0 dans l'espace de conception $\bar{\Omega}$.

²² L'une d'entre elles est actuellement acceptée avec modifications.

La fonction objectif φ_c , à l'instar de la relation 70, est donc une composition des trois modèles d'observation-interprétation-agrégation :

$$\varphi_c(X, X^0) = \zeta_c \circ \delta_c \circ \mu_c(X, X^0) = c \quad (81)$$

Dans notre cas, nous soulignons que la confiance ne peut être calculée que grâce à la présence d'un modèle d'instanciation dans le modèle d'observation μ_p (chapitre III). En effet, ce modèle garanti que chaque solution s'écrit comme une combinaison des mêmes VCo, dont le nombre est fixe. Par conséquent, l'ensemble des solutions candidates se situent dans le même espace de conception $\bar{\Omega}$, ce qui ne serait pas le cas si nous raisonnions sans modèle d'instanciation, dans l'espace des VCoI ($\tilde{\Omega}$).

La Figure IV-25 illustre la fonction objectif de calcul de la confiance et reflète la Figure IV-1 qui illustre la fonction objectif de calcul de la performance. Nous remarquons que les vecteurs X , X^0 , Y' et Z' ont nécessairement le même nombre n de composantes, n étant le nombre de caractéristiques utilisées pour décrire le produit.

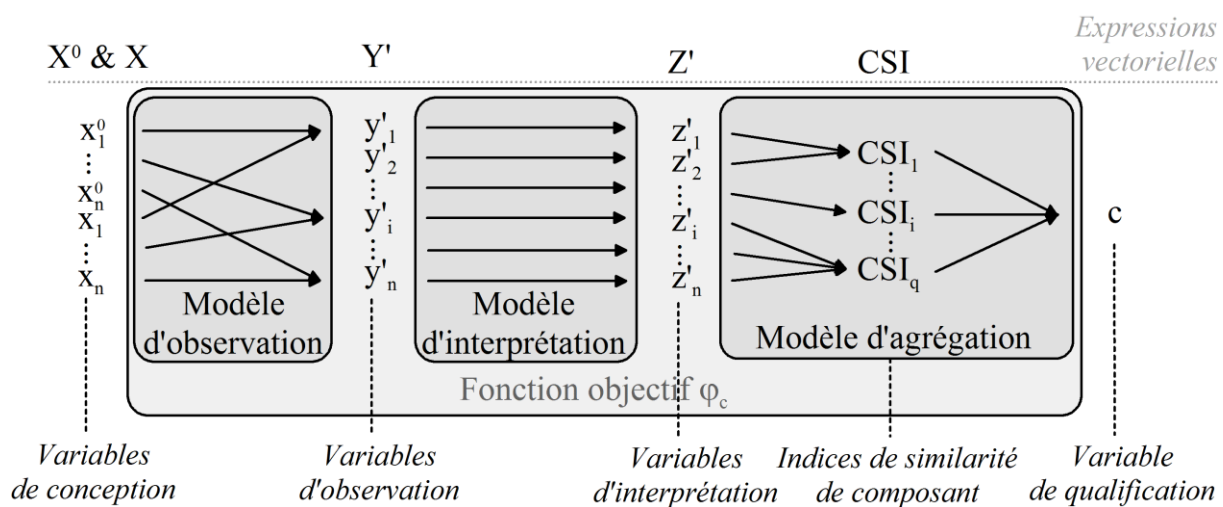


Figure IV-25 : Fonction objectif pour le calcul de la confiance

A ce stade, nous disposons désormais de deux variables de qualification, formalisant deux points de vue différents et parallèles sur le produit :

- La performance p qualifie le comportement de la solution X en terme de satisfaction de ses objectifs de conception ;
- La confiance c qualifie la similarité entre X et une solution de référence X^0 .

Se pose alors la question de l'utilisation de ces deux variables, éminemment différentes par nature. Nous apportons une réponse à cette problématique dans le paragraphe suivant.

IV.3 Arc-élasticité en conception

En présence de deux VQua, le concepteur souhaite maximiser la confiance et la performance conjointement : une confiance élevée atteste d'une proximité à une solution connue, tandis qu'une performance élevée souligne la satisfaction des objectifs de conception. Nous nous trouvons alors face à un problème bi-objectif par nature.

Dans le chapitre II, nous avons passé en revue plusieurs méthodes d'agrégation en vue de résoudre un problème multi-objectif. Dans tous les cas, les variables agrégées sont considérées comme étant *comparables*. Par cet adjectif, nous soulignons que ces variables peuvent être additionnées, moyennées ou filtrées, et sont traitées comme étant de même nature.

Dans notre cas, les deux variables de qualification c et p n'ont pas le même sens pour le concepteur, et leur agrégation par les fonctions que nous avons passées en revue serait peu cohérente. A titre d'exemple, que signifierait l'addition d'une confiance de 0.3 et d'une performance de 0.8 ? Ou quel serait le sens d'une moyenne de 0.57 entre c et p ?

IV.3.1 Compromis entre performance et confiance

Notons c^0 et p^0 , les confiance et performance de la solution initiale X^0 , et c et p la confiance et la performance de toute solution candidate X . Signalons que par définition, $c^0=1$.

Bien que les deux VQua ne puissent être agrégées de manière conventionnelle, elles sont tout de même intrinsèquement reliées. Nous observons notamment que :

- Si une solution X présente une confiance maximale, il y a identité entre les solutions : $X=X^0$. Par conséquent, sa performance p est égale à p^0 ;
- Si une solution X est différente de X^0 , sa confiance est nécessairement inférieure à c^0 (et donc inférieure à 1).

En partant de la solution initiale X^0 , il apparaît ainsi que le concepteur doit réaliser un compromis entre l'amélioration de la performance et la dégradation de la confiance pour faire évoluer le produit vers une solution X . Se pose alors la question de la réalisation ou non d'une telle évolution. Nous relierons ce compromis à la notion de « coût généralisé » proposée par Moles [Moles 1993], qui affirme qu'un passage à l'acte (i.e. passage de X^0 à X , dans notre cas) n'est réalisé que si le bénéfice qui en est retiré est plus élevé que son coût. Pour le concepteur, le bénéfice souhaité est la variation de performance, tandis que son coût correspond à la diminution de la confiance.

IV.3.2 Notion d'élasticité

Afin de formaliser ce compromis, nous introduisons les concepts d'élasticité puis d'arc-élasticité.

IV.3.2.1 Une origine en micro-économie

Le concept d'élasticité fut introduit formellement à la fin de XIX^{ème} siècle par Marshall [Marshall 1890] bien que l'on en trouve les principes dans des documents datant de la première moitié de ce même siècle [Cournot 1838]. Elle fut initialement employée dans le domaine de la micro-économie²³ et visait à qualifier la variation de la demande d'un produit pour une variation de son prix. Nous notons Q la demande d'un produit (pour *Quantity*) et P son prix (pour *Price*).

Marshall définit la point-élasticité (abusivement appelée « élasticité ») comme le ratio de la variation ∂Q adimensionnée par la variation ∂P adimensionnée (relation 82). L'élasticité est notée ε . Cette définition est valable pour une situation donnée, soit un couple $(Q;P)$ fixé. Le terme P/Q permet d'adimensionner les variations :

$$\varepsilon = \frac{\left(\frac{\partial Q}{Q}\right)}{\left(\frac{\partial P}{P}\right)} = \frac{\partial Q}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q} \quad (82)$$

La valeur de l'élasticité varie sur $\mathbb{R}$. Nous distinguons différents cas d'interprétation de sa valeur, toujours dans le domaine de la micro-économie, mais aisément transposable en conception :

- $\varepsilon < 0$: une variation de P implique une variation opposée de Q . Observation classique de l'élasticité dite « de la demande » en économie, une augmentation du prix d'un produit diminue ses ventes ;

²³ Economie à petite échelle.

- $\varepsilon = 0$: Q reste fixe quand P varie. La consommation du produit est ainsi indépendante de son prix ; ce cas particulier correspond aux biens de première nécessité, dont la demande est constante ;
- $\varepsilon > 0$: une variation de P induit une variation de Q dans le même sens. Assez paradoxale, une telle élasticité indique que les ventes du produit augmentent quand le prix augmente ; il s'agit généralement de produits de luxe ;
- $|\varepsilon| < 1$: Q est dite « inélastique », une variation de P implique une faible variation de Q ;
- $|\varepsilon| > 1$: Q est dite « élastique », une variation de P induit une grande variation de Q (variation d'autant plus grande que ε est grande) ;
- $|\varepsilon| = 1$: Les variations adimensionnées de Q et de P sont égales.

La définition de la point-élasticité (relation 82) implique que la fonction reliant Q à P est connue et dérivable. Ce n'est pas toujours le cas en micro-économie, et ce n'est évidemment pas le cas pour les deux VQua que nous utilisons. C'est pourquoi la notion d'arc-élasticité fut introduite.

IV.3.2.2 Arc-élasticité

Allen proposa l'expression de l'arc-élasticité au début de XX^{ième} siècle [Allen 1934]. L'arc-élasticité est calculée en deux points, i.e. deux situations dans lesquelles le prix et la demande sont connus. Nous numérotions ces deux situations et leurs associons les couples correspondants $(Q^1; P^1)$ et $(Q^2; P^2)$. L'arc-élasticité est alors calculée comme la différence pour chaque grandeur, adimensionnée par la moyenne :

$$\varepsilon = \frac{\left(\frac{\Delta Q}{\langle Q \rangle}\right)}{\left(\frac{\Delta P}{\langle P \rangle}\right)} = \frac{\left(\frac{Q_2 - Q_1}{(Q_2 + Q_1)/2}\right)}{\left(\frac{P_2 - P_1}{(P_2 + P_1)/2}\right)} = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1} \cdot \frac{P_2 + P_1}{Q_2 + Q_1} \quad (83)$$

Où « $\Delta\gamma$ » désigne la différence sur une variable γ , et « $\langle\gamma\rangle$ » désigne sa moyenne.

Le principe de l'arc-élasticité pourrait s'apparenter à la notion de sensibilité, définie comme le ratio de deux variations. Allen souligne toutefois les trois propriétés principales de l'arc-élasticité [Allen 1934], la première étant celle qui différencie principalement l'arc-élasticité de la sensibilité :

- L'indépendance des unités : l'arc-élasticité a un sens intrinsèque, comme le pourcentage de variation de la demande pour 1% de variation du prix (adimensionnées à leurs moyennes respectives) ;
- La symétrie par rapport aux deux situations : chaque situation est prise en compte avec la même importance ;
- L'égalité à l'unité si les deux situations sont équivalentes : si $\varepsilon = \pm 1$, les deux situations ont la même variation de demande pour une variation de prix donnée.

Bien qu'issue du domaine de l'économie, l'élasticité et l'arc-élasticité furent employées dans des domaines divers. L'élasticité est par exemple utilisée en climatologie afin de réaliser une carte des USA de l'élasticité sur les courants des fleuves relativement aux précipitations [Sankarasubramanian 2001]. Lors de la modélisation d'une infection sur une population de saumons, l'élasticité permet de mettre en avant la sensibilité de nombreux paramètres du modèle [Fenichel 2009]. Une méthode d'agrégation de plusieurs élasticités a aussi été proposée en vue de constituer un éco-critère dans le domaine du transport de fret et de passagers [Rassafi 2005]. Enfin, l'arc-élasticité a permis de quantifier la variation du trafic d'un site internet en fonction de décisions prises en termes de marketing [Drèze 2004].

IV.3.3 L'arc-élasticité, indicateur pour le concepteur

Nous proposons d'utiliser la notion d'arc-élasticité en conception, comme indicateur d'ADC en tant que compromis entre augmentation de performance et dégradation de confiance. Pour ce calcul, nous considérons les variables de qualification p et c , en lieu et place de la demande Q et du prix P . Les deux situations de Allen [Allen 1934] correspondent ici aux deux solutions X et X^0 . En outre, dans notre cas, nous souhaitons une augmentation de la performance par rapport à X^0 , ce qui induit une diminution de la confiance ; par conséquent, l'arc-élasticité est négative. C'est pourquoi nous préférons employer l'opposé de l'arc-élasticité comme indicateur à maximiser. Nous le notons σ , fonction de X et X^0 , et le nommons tout de même *arc-élasticité* par abus de langage :

$$\sigma = -\varepsilon = -\frac{\left(\frac{\Delta p}{\langle p \rangle}\right)}{\left(\frac{\Delta c}{\langle c \rangle}\right)} = -\frac{p-p^0}{c-c^0} \cdot \frac{c+c^0}{p+p^0} \Rightarrow \sigma(X, X^0) = -\frac{\varphi_p(X) - \varphi_p(X^0)}{\varphi_c(X, X^0) - 1} \cdot \frac{\varphi_c(X, X^0) + 1}{\varphi_p(X) + \varphi_p(X^0)} \quad (84)$$

En utilisant la relation 84, l'arc-élasticité de la solution initiale X^0 s'avère être indéterminée ; nous proposons de la fixer à 0 :

$$\sigma(X^0, X^0) = 0 \quad (85)$$

Dans la définition de σ décrite par la relation 84, il est supposé que toute variation adimensionnée de la performance $\Delta p / \langle p \rangle$ est considérée de la même manière que toute variation adimensionnée de la confiance $\Delta c / \langle c \rangle$. En d'autres termes, une augmentation de la performance est autant souhaitable qu'une dégradation identique de la confiance n'est pas souhaitable. Une telle équivalence est assurée par l'utilisation d'une échelle sémantique commune aux fonctions de confiance et de désirabilité (Figure IV-16 et Figure IV-23). Cette échelle garantit que deux niveaux de satisfaction sont quantitativement comparables pour le concepteur, qu'il s'agisse du calcul de la performance ou de la confiance.

La Figure IV-26 illustre les variations de σ en fonction de c et p , et fait apparaître les courbes d'iso-élasticité. On observe que l'arc-élasticité est nulle pour toute la droite $p=p^0$, quelque soit la valeur de c . En effet, étant donné que $c^0=1$, Δc est nécessairement négative ; il vient que le signe ou la nullité de σ dépend exclusivement de Δp . Cette ligne correspond aussi aux solutions « de premières nécessités » (cf. § IV.3.2.1) : une solutions au moins aussi performante que X^0 est souhaitée. En maximisant σ , nous formalisons bien le souhait d'une augmentation de performance ($\Delta p > 0$). Cette zone se situe à droite de la droite $p=p^0$ dans la Figure IV-26. A l'opposé (gauche sur la même figure), une arc-élasticité négative implique une dégradation de la performance, en plus d'une dégradation de la confiance, qui ne présente pas d'intérêt pour le concepteur. σ peut théoriquement atteindre une valeur infinie (positive ou négative) sur la droite $c=c^0$; toutefois, ces configurations sont impossibles en pratique, car elles correspondraient à des solutions identiques à la solution initiale tout en présentant des performances différentes.

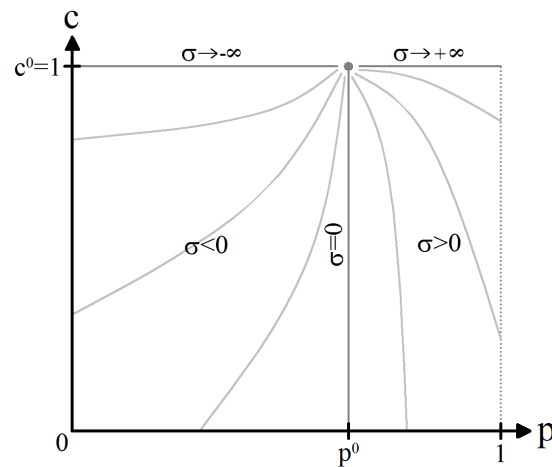


Figure IV-26 : Variations de l'arc-élasticité

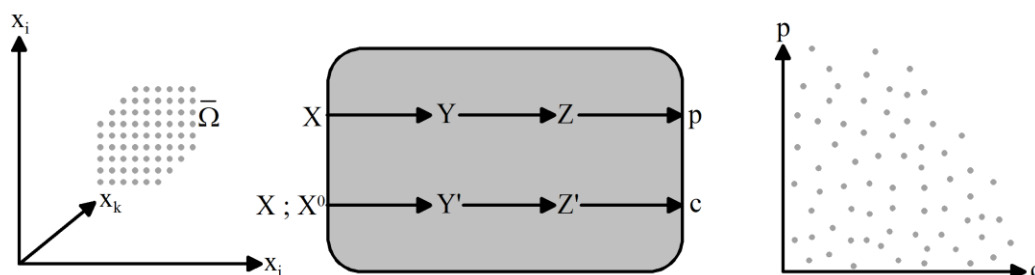
En terme d'ADC, l'arc-élasticité σ propose une comparaison par paires semblable à l'approche de Saaty pour son AHP [Saaty 1990]. En effet, afin de résoudre le problème de maximisation bi-objectif, qui entraîne une impossibilité de classer directement les solutions entre elles, nous adoptons une comparaison deux à deux de chaque solution candidate X à la solution initiale X^0 .

Nous proposons deux cas particuliers d'interprétation de l'arc-élasticité σ en conception :

- $\sigma \gg 1$ et $c \approx c^0$: La solution X propose une forte hausse de performance pour une variation de confiance faible. Dans un tel cas, il s'avère que les choix de conception initiaux sont peu pertinents, dans le sens où des choix légèrement différents auraient menés à une solution bien plus performante ; une faible Δc implique que la solution X est très proche de X^0 tout en proposant une nette amélioration de sa performance.
- $\sigma \gg 1$ et $c \ll c^0$: La solution X identifiée indique une large augmentation de sa performance pour une dégradation notable de sa confiance. Dans un tel cas, nous considérons que nous sommes en présence d'un saut technologique [Collignan 2010] : pour obtenir une solution vraiment meilleure que la référence, des risques doivent être pris et une solution assez innovante par rapport à X^0 doit être envisagée.

IV.3.4 Arc-élasticité et filtrage du front de Pareto

La Figure IV-26 représente toutes les valeurs théoriques de l'arc-élasticité σ , i.e. l'ensemble des combinaisons de confiance et de performance. Toutefois, la confiance comme la performance sont issues des variables de conception ; elles sont par conséquent liées. L'ensemble des solutions contenues dans l'espace de conception $\bar{\Omega}$ se traduit en réalité par un nuage de points dans l'espace (p, c) comme l'illustre la Figure IV-27.

Figure IV-27 : Nuage de points dans l'espace (p, c)

Comme détaillée dans le chapitre II, nous pouvons constituer un front de Pareto dans l'espace (c,p) , comme étant l'ensemble des solutions non dominées. De ce fait, il est souhaitable que l'arc-élasticité permette la sélection de solutions du front de Pareto. Nous démontrons en annexe C la Pareto-optimalité de la solution initiale X^0 ainsi que de toute solution issue de la maximisation de l'arc-élasticité σ .

L'arc-élasticité permet de filtrer le front de Pareto en sélectionnant une seule solution par maximisation de σ . La solution sélectionnée offre le meilleur compromis entre augmentation de performance et dégradation de la confiance. Sébastien montre que cette solution est la plus proche de X^0 sur un ensemble de solutions proches de l'enveloppe convexe du front de Pareto. En effet, les zones non-convexes offrent un mauvais compromis et sont donc ignorées lors de la maximisation de σ [Sebastian 2011].

Sébastien propose aussi un algorithme de filtrage du front de Pareto par maximisations successives de l'arc-élasticité. Partant de la solution initiale X^0 , la solution maximisant l'arc-élasticité X^* est identifiée. Celle-ci devient alors la nouvelle solution de référence et remplace X^0 . Une nouvelle solution optimale au sens de l'arc-élasticité est alors recherchée en prenant en compte la nouvelle solution de référence (cette recherche est symbolisée par les flèches de la Figure IV-28). Ce processus est réitéré jusqu'à ce que l'ensemble du front de Pareto ait été parcouru. La Figure IV-28 illustre ce filtrage au travers de 6 itérations. Un tel algorithme permet de visualiser l'évolution logique du produit à long terme, en supposant que le problème de conception ne varie pas, et que seule la solution de référence est périodiquement remise en cause. Il identifie les solutions qui seront sans doute retenues dans une démarche de progression pas à pas, en procédant avec une confiance qui se transmet progressivement vers des solutions toujours plus performantes si elles existent.

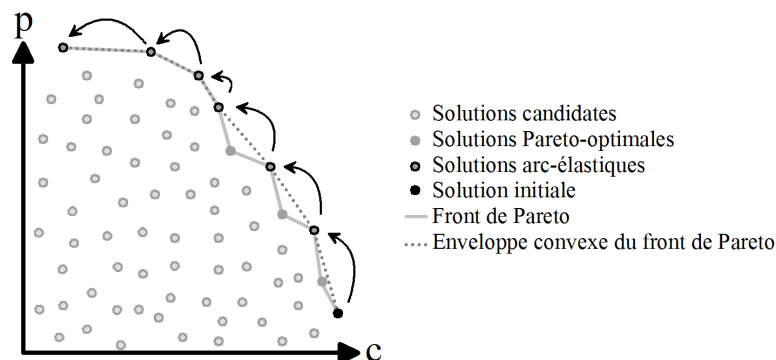


Figure IV-28 : Filtrage du front de Pareto par maximisations successives de σ [Sebastian 2011]

IV.4 Conclusion

Nous avons détaillé dans ce chapitre la méthode OIA ; celle-ci permet de formaliser une fonction objectif qui lie une solution candidate à une unique variable visant à la qualifier selon un point de vue particulier du concepteur.

La première fonction objectif que nous avons définie est le modèle de performance ϕ_p , qui retourne le niveau de satisfaction d'une solution vis-à-vis des objectifs de conception. Celui-ci est subdivisé en trois modèles : le modèle d'observation implémente le comportement physique du produit, le modèle d'interprétation formalise les préférences du concepteur en terme de comportement attendu, et enfin le modèle d'agrégation réduit l'ensemble des variables entrant en jeu en une unique valeur au travers d'indices d'objectifs de conception pouvant avoir des importances relatives.

La seconde fonction objectif formalisée au travers de la méthode OIA est le modèle de confiance ϕ_c . Cette notion originale vise à qualifier une solution candidate en terme de similarité à une solution de référence. ϕ_c est aussi décomposée en trois modèles : le modèle

d'observation calcule la différence entre les deux solutions pour chaque VCo, le modèle d'interprétation discrimine les différences influant notablement sur la confiance du concepteur, de celles qui le sont moins ; enfin le modèle d'agrégation retourne l'unique variable de qualification.

C'est notamment par ce double emplois que la méthode OIA se démarque de méthodes déjà existantes telles que la MoI [Scott 1999 ; Otto 1992] ou la Théorie de l'utilité [Neumann 1944]. Une vision en trois modèles successifs et intuitifs, une orientation « conception », une agrégation hybride au plus proche des préférences, ainsi que divers outils (AHP, continuum d'agrégation, etc.) sont autant de points fort proposés dans la méthode OIA.

L'ensemble des modèles constituant les deux fonctions objectifs φ_p et φ_c furent entièrement implémentée par l'auteur sous MATLAB[®]. L'ensemble des 3250 lignes de code de programmation fut implémenté de manière arborescente via 63 fonctions différentes, afin d'en faciliter la compréhension et la réutilisation partielle ou totale.

En présence de deux variables qualifiant le modèle de manière très différentes, nous proposons l'arc-élasticité σ pour formaliser le compromis que le concepteur doit réaliser entre l'augmentation de la performance de la solution initiale et la dégradation de la confiance.

Toutefois, les fonctions (telles que l'arc-élasticité dans le présent manuscrit) qui visent à synthétiser une unique variable finale à partir de VQua différentes par nature, peuvent être généralisées. Nous les nommons « fonctions de synthèse », comme fonction synthétisant²⁴ une information extrêmement réduite (une variable unique) et permettant de sélectionner sans ambiguïté une solution particulière parmi un ensemble de solutions. Ces fonctions de synthèse réalisent un compromis entre les VQua qu'elles synthétisent ; l'arc-élasticité est donc un exemple de fonction de synthèse. Soulignons que les travaux de Quirante visent à appliquer la méthode OIA afin de réaliser un compromis entre performance et robustesse au travers d'une fonction de *trade-off* [Quirante 2011]. Une telle fonction constitue un autre exemple de fonction de synthèse.

La Figure IV-29 illustre cette notion de fonction de synthèse, notée σ , au travers de la prise en compte de trois variables de qualification : la performance p , la confiance c , et la robustesse r . Dans ce manuscrit, par choix, seules la performance et la confiance sont prises en compte, c'est pourquoi la robustesse r est figurée en pointillés (celle-ci est souvent définie comme la sensibilité de la performance d'un produit à la variabilité [Bigeon 2011]). Elle est ici représentée comme étant obtenue au travers de la méthode OIA, à l'instar de p et c . La proposition d'une fonction de synthèse permettant une telle prise en compte de trois VQua, voire éventuellement d'autres VQua, constitue une perspective de nos travaux.

²⁴ Nous utilisons le terme « synthèse » comme synonyme de « résumé » ou « conclusion », et non pour la notion de « génération » ou de « création ».

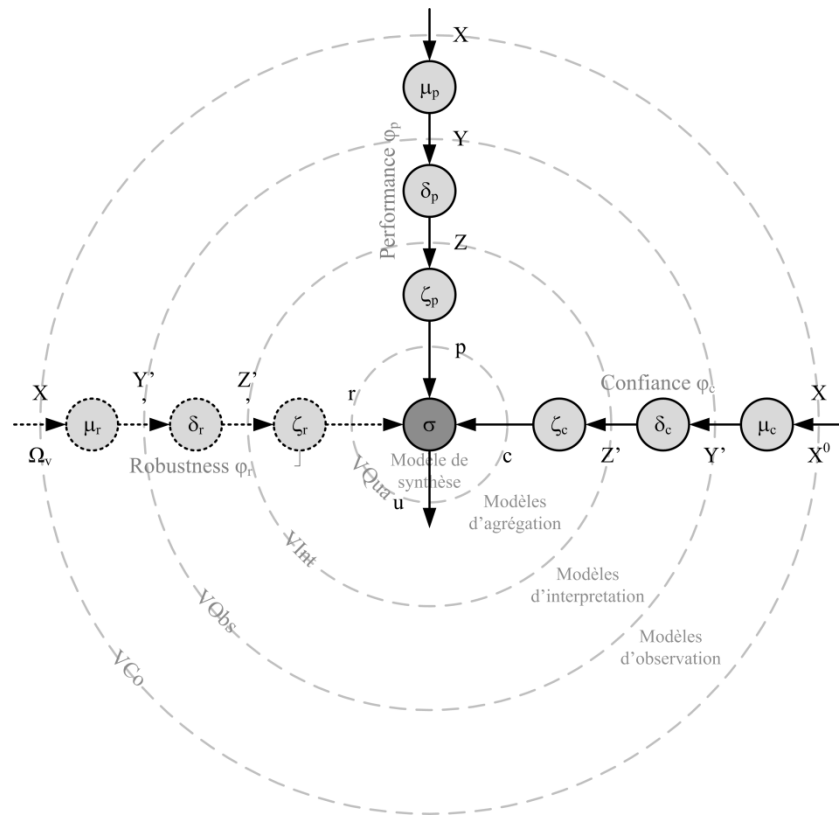


Figure IV-29 : Modèles successifs

Tout au long du chapitre, nous avons évoqué la recherche d'une solution satisfaisante, en termes de performance puis d'arc-élasticité. Cette recherche est effectuée dans l'espace de conception $\bar{\Omega}$ qui contient l'ensemble des solutions candidates possibles. Nous proposons d'étudier dans le chapitre suivant des méthodes d'optimisation permettant d'identifier ces solutions, qui seront désormais qualifiées « d'optimales ».

CHAPITRE V : COMPARATIF DE METHODES D'OPTIMISATION POUR LA CONCEPTION ARCHITECTURALE

V.1 Introduction

A la démarche de modélisation et d'aide à la décision en conception présentée précédemment, nous proposons d'adjoindre un processus d'optimisation du produit. La solution la plus préférable possible est recherchée en termes de performance ou d'arc-élasticité. Se posent alors deux problèmes, le choix de la méthode d'optimisation la mieux adaptée aux problématiques de conception et le choix des critères de comparaison de telles méthodes.

Une méthode d'optimisation est un processus automatique permettant d'identifier l'optimum d'une fonction objectif, que nous notons φ dans ce chapitre. Lorsque cet optimum est atteint, on parle de « convergence » de la méthode. Contrairement à une méthode de balayage (aussi appelée « énumération exhaustive des solutions » [Brisset 2007]), qui consiste à évaluer toutes les possibilités afin d'établir la plus pertinente, une méthode d'optimisation identifie l'optimum en procédant via des opérations mathématiques ou logiques. Storn prescrit les qualités d'une méthode d'optimisation efficiente [Storn 1997] :

- Sa capacité à traiter des fonctions objectifs non-linéaires, non-dérivables et multi-modales²⁵ ;
- Son habilité à utiliser le principe de parallélisation ;

²⁵ Une fonction multi-modale présente plusieurs optimaux locaux.

- Sa facilité d'utilisation (compréhension du principe, faible nombre de paramètres) ;
- Son bon taux de convergence.

Dans le présent chapitre, nous ne considérons que des problèmes d'optimisation mono-objectif : la fonction objectif a une unique valeur de sortie. En outre, nous n'étudions pas de fonction objectif soumise à des contraintes supplémentaires : comme détaillé dans le chapitre précédent, notre démarche préconise de s'affranchir des contraintes au travers de l'utilisation du modèle d'interprétation, qui traduit de manière plus nuancée et complète les contraintes effectives du problème de conception..

Nous proposons de passer en revue plusieurs algorithmes d'optimisations. Ceux-ci ont été implémentés et sont comparés au travers de différentes fonctions-tests, aussi appelées "benchmarks". Plusieurs aspects de ces algorithmes sont étudiés et l'un d'entre eux est sélectionné par la méthode de l'AHP afin d'être appliqué au cas industriel présenté aux chapitres III et IV.

V.2 Méthodes et algorithmes d'optimisation

Avant de détailler les méthodes d'optimisation elles-mêmes, il est important de prendre conscience de la notion d'échelle en optimisation. En effet, on distingue deux types d'optimisation :

- L'optimisation locale consiste à identifier un optimum proche d'un point connu de la fonction objectif ;
- L'optimisation globale vise à identifier l'optimum à l'échelle de l'ensemble de l'espace de conception.

Dans notre cas, nous souhaitons explorer la totalité de l'espace de conception, dans la mesure du possible. La prise en compte de la solution initiale (cf. § IV.2.6.1) aurait pu nous orienter vers une démarche d'optimisation locale. Mais certains axes de l'espace de conception doivent être parcourus de manière préférentielle, au sens de l'impact des modifications pour le concepteur, comme le permet le modèle d'interprétation de la confiance (§ IV.2.6.3). C'est pourquoi une méthode d'optimisation locale n'est pas adaptée.

Il existe un grand nombre de méthodes d'optimisation, elles-mêmes appliquées au travers d'un grand nombre d'algorithmes différents. Lepadat, comme beaucoup d'autres auteurs, les divise en deux catégories [Lepadat 2006] : les méthodes déterministes et les métaheuristiques stochastiques. Ces trois familles de méthodes ont été brièvement décrites dans le chapitre II.

Les méthodes stochastiques sont particulièrement adaptées aux problèmes dit « d'optimisation difficile » [Chamekh 2008 ; Javadi 2005], correspondant à des fonctions objectifs discontinues, non-dérivables et multi-modales [Arora 1995 ; Paredis 2009d ; Storn 1997]. Comme illustré dans les chapitres précédents, la modélisation de problèmes de conception de niveau de complexité industrielle impliquent l'utilisation d'algorithmes lors de la gestion des efforts dans la jonction rivetée, et donc l'apparition de discontinuités, dans la fonction objectif. La forme de celle-ci est totalement imprévisible, correspondant de ce fait à une optimisation difficile. Notre choix se porte ainsi sur des méthodes de type stochastiques, que nous nous proposons de comparer dans la suite de ce chapitre.

V.3 Enjeux de la comparaison

Si le choix entre méthodes déterministes et stochastiques est souvent évoqué, la plupart des travaux présentés dans la littérature considèrent que les méthodes stochastiques sont semblables entre elles. Le choix de la méthode se trouve alors guidé par les

connaissances propres de l'auteur, les habitudes de l'équipe dans laquelle sont menées les recherches ou, plus souvent, les méthodes les plus usitées dans la littérature scientifique.

La Figure V-1 illustre bien cette constatation. A titre d'exemple, nous avons recherché les noms anglais de six des algorithmes stochastiques les plus connus, sur internet, au travers de trois moteurs de recherche:

- Un moteur de recherche grand public et généraliste : Google[®] ;
- Une base de données privée de publications scientifiques : ISI Web of Knowledgesm ;
- Un moteur de recherche d'archives ouvertes : OAIster[®].

Sur le nombre total de résultats, la Figure V-1 illustre la proportion de résultats pour chaque type d'algorithme. On constate que les algorithmes génétiques sont largement représentés dans l'ensemble des résultats obtenus.

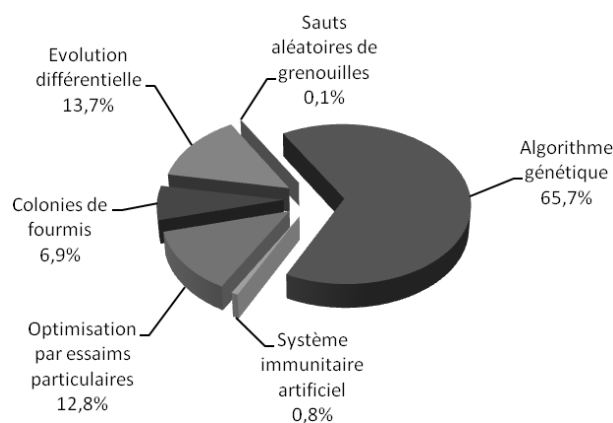


Figure V-1 : Taux d'utilisation de six algorithmes stochastiques

Il est cependant légitime d'étudier les différentes caractéristiques de tels algorithmes afin de les discriminer, et d'identifier celui qui sera le mieux adapté à la démarche de conception que nous proposons.

V.4 Algorithmes stochastiques étudiés

Nous proposons de différencier et de définir les notions de « métaheuristique » et « d'algorithme ». Pour nous, une métaheuristique stochastique décrit les principes d'une méthode d'optimisation. Elle détaille l'analogie exploitée, les mécanismes principaux qui mènent à la convergence, ainsi que parfois (beaucoup plus rarement) les restrictions sur les types de problèmes auxquels la métaheuristique est adaptée. Il s'agit donc avant tout d'une *méthode* de principe. Par opposition, l'algorithme stochastique est un *outil* applicatif d'une métaheuristique donnée. Il implémente la méthode et, de ce fait, la concrétise, impliquant une forme d'interprétation des directives données par la métaheuristique. L'algorithme est une instantiation de la métaheuristique. Ainsi, une métaheuristique peut donner lieu à plusieurs algorithmes différents quoique basés sur les mêmes mécanismes internes. A titre d'exemple, nous pouvons citer la métaheuristique des algorithmes génétiques, qui a été implémentée au travers de nombreux algorithmes dans la littérature [Roudenko 2004]: l'eN-MOGA, lui-même basé sur l'algorithme MOSGA, propose d'identifier le front de Pareto d'un problème [Augusto 2006] de manière similaire à un algorithme NSGA-II [Deb 2002], l'algorithme NeuroGA utilise un réseau de neurones artificiels pour augmenter la convergence [Javadi 2005] ou encore l'EA-IPE qui subdivise l'ensemble des solutions candidates en différents îlots [Karakasis 2007]. Nous insistons donc sur le fait que les algorithmes détaillés et utilisés dans ce chapitre sont *une* manière d'utiliser leurs métaheurstiques respectives.

Si les mécanismes associés aux métaheurstiques stochastiques permettent aisément de les différencier, il n'est toutefois pas évident de les classer entre elles. Lepadatu propose une

représentation de ces méthodes au moyen d'une arborescence [Lepadatu 2006], mais celle-ci ne regroupe entre elles que les méthodes évolutionnaires, et les présente au même niveau que les réseaux de neurones artificiels²⁶ et le recuit simulé. C'est pourquoi nous proposons la représentation illustrée dans la Figure V-2, comme une représentation non exhaustive des métaheuristiques les plus utilisées.

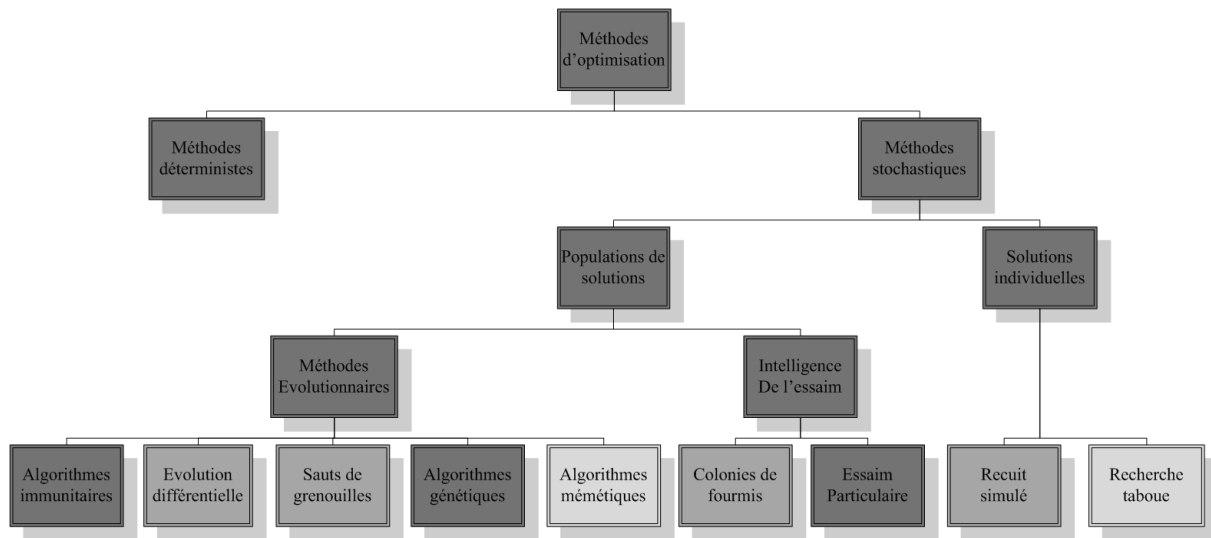


Figure V-2 : Métaheuristiques d'optimisation

Les métaheuristiques stochastiques les plus efficaces sont ainsi subdivisées en deux grandes catégories : les algorithmes évolutionnaires et l'intelligence de l'essaim. Les premières sont basées sur un principe de modifications progressives de l'ensemble de solutions candidates, tandis que les secondes exploitent un système de communication et de coopération entre solutions candidates. Dans la Figure V-2, les métaheuristiques illustrées en gris foncé sont détaillées dans ce chapitre, celles en gris plus clair furent étudiées au cours de nos travaux mais ne sont pas présentées ici, à l'image de l'évolution différentielle [Storn 1997], les colonies de fourmis artificielles [Bell 2004 ; Dorigo 1996] ou encore les sauts aléatoires de grenouilles [Eusuff 2006].

Le présent chapitre ne vise pas l'exhaustivité sur l'ensemble des méthodes existantes, mais propose de comparer trois algorithmes, implémentés de la manière la plus simple possible dans un souci de représentativité des métaheuristiques correspondantes.

V.4.1 Squelette commun

En observant le fonctionnement de chacune des métaheuristiques stochastiques, nous constatons qu'elles sont basées sur un même principe de base [Collignan 2011] : une démarche itérative. Ces itérations reproduisent deux phases : une phase évaluative et une phase opérative.

²⁶ Les réseaux de neurones sont un outils de réduction de modèle.

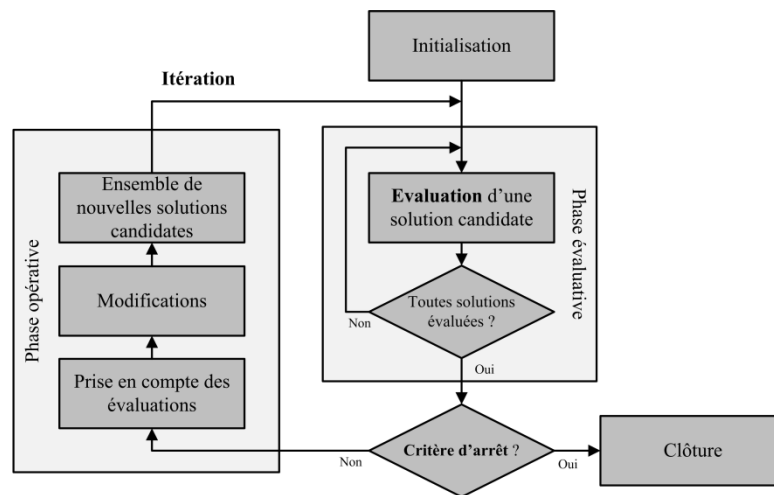


Figure V-3: Squelette de principe des métaheuristiques stochastiques

La Figure V-3 illustre le squelette des métaheuristiques stochastiques. Les deux phases sur lesquelles sont effectuées les itérations, sont précédées d'une étape d'initialisation, durant laquelle est généré aléatoirement un premier ensemble de solutions. La phase évaluative consiste à attribuer une évaluation à chaque solution candidate au moyen de la fonction objectif. Cette évaluation est directement égale à la valeur de la fonction objectif pour la solution considérée. La phase opérative vise à générer un nouvel ensemble de solutions candidates à partir de l'ensemble des solutions évaluées. Pour cela, une étape de modifications est nécessaire ; signalons que ce terme est extrêmement générique et peut inclure la création ex nihilo de nouvelles solutions.

Nous insistons sur les notions suivantes pour l'ensemble de ce chapitre :

- Solution (ou solution candidate) : vecteur de variables de conception instanciées ;
- Population : ensemble de solutions candidates pour une itération donnée ;
- Evaluation : exécution de la fonction objectif pour une solution donnée afin d'y associer la valeur fournie par ladite fonction ;
- Itération : Processus regroupant les phases évaluative et opérative.

La Figure V-4 illustre la matrice utilisée pour manipuler un ensemble de solutions candidates. Chaque ligne, correspondant à une solution, est composée d'un vecteur de variables de conception instanciées (où x_i^k est la $i^{\text{ème}}$ variable de conception instanciée pour la $k^{\text{ème}}$ solution), précédé d'un scalaire indiquant la valeur de la fonction objectif pour cette solution. Cette matrice permet de lister les solutions candidates. Elles peuvent être rangées suivant leur évaluation ou non, suivant les opérateurs décrits dans la suite du chapitre.

Solution n°1	$\varphi(X^1)$	x_1^1	x_2^1	x_3^1	...	x_i^1	...	$x_{N(X)}^1$
Solution n°2	$\varphi(X^2)$	x_1^2	x_2^2	x_3^2	...	x_i^2	...	$x_{N(X)}^2$
Solution n°3	$\varphi(X^3)$	x_1^3	x_2^3	x_3^3	...	x_i^3	...	$x_{N(X)}^3$
					⋮			
Solution n°k	$\varphi(X^k)$	x_1^k	x_2^k	x_3^k	...	x_i^k	...	$x_{N(X)}^k$
					⋮			

Liste de solutions candidates

Figure V-4 : Matrice de solutions candidates

Dans le paragraphe suivant sont présentés trois algorithmes stochastiques qui seront par la suite confrontés. Tous sont basés sur le squelette présenté en Figure V-3, c'est pourquoi seule la phase opérative sera détaillée pour chaque algorithme.

V.4.2 Algorithme génétique

Les algorithmes génétiques (GA : Genetic Algorithm) correspondent à la métaheuristique d'optimisation évolutionnaire la plus connue (cf. Figure V-1), et la plus utilisée dans la recherche. Dans le domaine de la conception, on peut citer de nombreux travaux tels que l'association de sensations utilisateur et d'une démarche de conception au travers d'un algorithme génétique [Poirson 2007], ou la conception d'un appareil sous-marin autonome [Martz 2009], ou encore la conception d'un élément de turbine hydro-électrique via la régénération d'un modèle par éléments finis à chaque itération [Corriveau 2010].

V.4.2.1 Principe

Proposé en particulier par Goldberg dans les années 80 [Goldberg 1989], la métaheuristique des algorithmes génétiques fut l'une des premières méthodes d'optimisation stochastique. Le principe des algorithmes génétiques est de générer une population de solutions candidates, et de la faire évoluer, imitant la sélection naturelle ainsi que des processus génétiques. Dans la métaheuristique des algorithmes génétiques, les solutions candidates sont vues comme des individus, et leurs variables de conception constituent leurs gènes, rassemblés en un génome.

En partant d'une population évaluée, l'algorithme sélectionne des individus de manière à générer une nouvelle population. Ces individus sélectionnés sont regroupés aléatoirement par paires. Ensuite, deux nouveaux individus (les « enfants ») sont générés par croisement à partir des deux anciens (les « parents »). Ce croisement vise à simuler la reproduction sexuée. Les enfants sont constitués de portions aléatoirement sélectionnées de gènes de leurs parents. Enfin, la mutation consiste à modifier aléatoirement un gène afin d'introduire de nouveaux individus dans le processus. Celle-ci reste cependant généralement marginale.

V.4.2.2 Opérateurs

L'algorithme génétique proposé emploie trois opérateurs, constituant la phase opérative: la sélection, le croisement et la mutation.

L'opérateur de sélection génère une nouvelle population à partir de la population d'individus évalués. Cette dernière est classée par ordre d'évaluation. L'opérateur sélectionne ensuite les individus en favorisant les meilleurs, tout en laissant la possibilité de sélectionner des individus moins bons. La relation 86 permet une telle sélection, où k désigne le $k^{\text{ième}}$ individu dans l'ancienne population qui sera inséré dans la nouvelle population, alea désigne un nombre aléatoire entre 0 et 1, N_{ind} est le nombre d'individus dans la population et « se » est un paramètre de pression de sélection. Plus se sera grand, plus les bons individus seront favorisés ($se=1$ implique qu'aucun individu n'est privilégié). Les individus de la nouvelle population voient leur évaluation effacée.

$$k = \lceil (\text{alea})^{se} \cdot N_{\text{ind}} \rceil \quad (86)$$

Où « $\lceil \gamma \rceil$ » est l'opérateur d'arrondi par excès de γ .

L'opérateur de croisement que nous utilisons regroupe les individus de la nouvelle population par couples de « parents » et s'active moyennant une probabilité pour chaque couple, notée probC . Cette activation est gérée via la génération d'un nombre aléatoire, puis par comparaison à la valeur de probC . En cas d'activation, une double coupure est effectuée :

ces deux coupures générées aléatoirement encadrent une séquence de gène dans le génome des deux parents (Figure V-5). Les gènes situés à l'intérieur des coupures pour le premier parent sont copiés dans un nouvel individu, tandis qu'il est procédé de même pour les gènes situés à l'extérieur des coupures pour le second parent. De cette manière, un nouvel individu « enfant » est généré. Ce procédé est répété une nouvelle fois afin de générer un second enfant différent du premier, puis les deux enfants remplacent leurs parents dans la population d'individus.

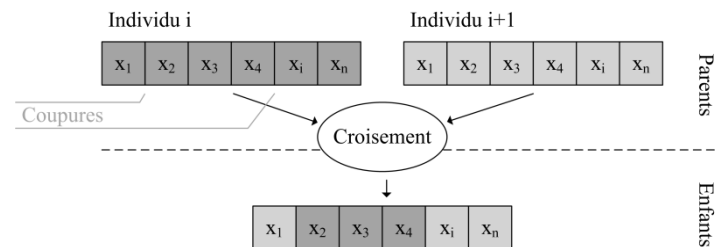


Figure V-5 : Génération d'un individu « enfant »

L'opérateur de mutation, tout comme celui de croisement, ne s'active que moyennant une certaine probabilité pour chaque individu, notée probM. L'opérateur de mutation sélectionne aléatoirement un gène parmi ceux de l'individu considéré. Une nouvelle valeur pour ce gène est alors tirée de manière aléatoire dans le domaine de valeurs correspondant.

V.4.2.3 Paramètres

Au travers du paragraphe précédent, nous constatons que quatre paramètres permettent le pilotage de l'algorithme génétique : le nombre d'individus, la pression de sélection, et les probabilités de croisement et mutation. Dans la littérature, nous observons que la pression de sélection est souvent de l'ordre de 3, le nombre d'individus peut varier de 100 à 300 et les probabilités sont très variables - souvent très faibles pour la probabilité de mutation, afin de limiter la génération de nouveaux individus.

Nous proposons de fixer la pression de sélection (se) à 3, et de faire varier les autres paramètres suivant les fonctions objectifs à optimiser. Afin de ne pas multiplier les paramétrages possibles, le Tableau V-1 indique les différentes valeurs potentiellement utilisées dans ce chapitre afin de définir un cadre aux jeux de paramètres que nous employons. Nous avons sélectionné ces valeurs afin de discrétiser grossièrement les valeurs potentielles des paramètres de l'algorithme.

N_{ind}	50 ; 100 ; 150
probC	0,25 ; 0,50 ; 0,75
probM	0,25 ; 0,50 ; 0,75

Tableau V-1 : Valeurs potentielles de paramètres pour l'AG

V.4.3 Système immunitaire artificiel

Comme l'indique la Figure V-1, le système immunitaire artificiel est très peu connu. En outre, il est issu du domaine de l'intelligence artificielle et de l'apprentissage, et donc peu utilisé dans le domaine de la conception. Signalons qu'un tel algorithme couplé à une surface de réponse est utilisé par Yildiz : celui-ci l'applique à l'optimisation d'une chape et affirme qu'il est 33% plus rapide qu'un algorithme génétique [Yildiz 2009]. Liu propose aussi ce type d'algorithme pour optimiser la conception d'une cuve de stockage d'hydrogène en composite [Liu 2009]

V.4.3.1 Principe

Ce type d'algorithme est basé sur une analogie au système immunitaire, humain ou non (AIS : Artificial Immune System) et fut développé principalement au cours de la dernière décennie. Il fut proposé à l'origine comme méthode d'apprentissage notamment dans le domaine de la reconnaissance de formes [Khelil 2010 ; Watkins 2001]. Le système immunitaire d'un organisme est composé de cellules immunitaires nommées "anticorps". Elles sont différenciées par des récepteurs protéiques situés à leur surface. Lorsque des cellules indésirables, nommées "antigènes", sont détectées (microbes, virus, infections...) l'organisme génère un grand nombre d'anticorps différents. L'efficacité de ceux-ci est proportionnelle à leur affinité aux antigènes. Cette affinité dépend de la compatibilité entre les récepteurs protéiques des antigènes et des anticorps (la Figure V-6 illustre cette notion d'affinité basée sur les récepteurs). L'organisme va ensuite identifier les anticorps ayant la meilleure affinité. Ceux-ci seront clonés et maturés, afin de modifier leurs marqueurs en espérant obtenir des anticorps encore plus performants, tout en continuant à générer de nouveaux anticorps. De cette façon, les anticorps correspondent de plus en plus aux antigènes, jusqu'à l'élimination de ces derniers. Les meilleurs anticorps sont gardés en mémoire en cas d'agression ultérieure.

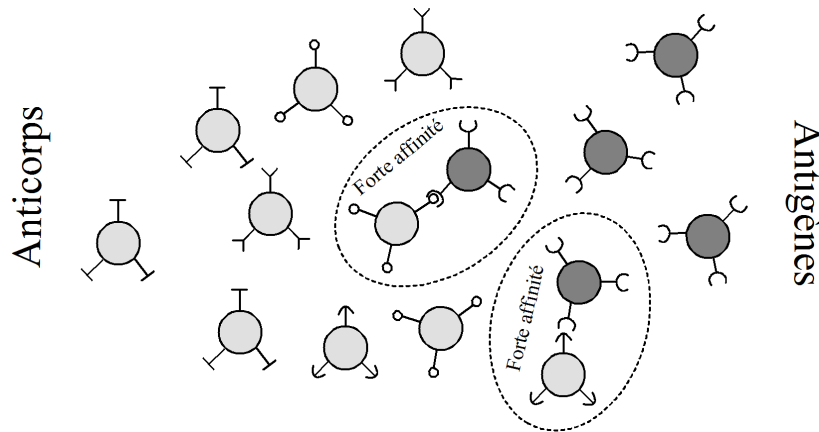


Figure V-6 : Illustration de l'affinité entre anticorps et antigènes

Dans l'AIS, chaque solution candidate est vue comme un anticorps, et les variables de conception sont ses gènes, directement assimilés aux récepteurs protéiques. Un seul antigène est considéré : la fonction à optimiser. Dans notre cas, l'affinité est directement égale à la valeur retournée par la fonction objectif pour un anticorps donné.

V.4.3.2 Opérateurs

Le système immunitaire que nous utilisons a été légèrement adapté pour correspondre au squelette proposé dans la Figure V-3, afin de limiter le nombre d'évaluations et de fonctionner selon une structure similaire aux autres algorithmes étudiés. Il réalise la phase évaluative au moyen de cinq opérateurs successifs, suivant les étapes de l'algorithme décrit par Gharbi [Gharbi 2006] : la sélection clonale, la multiplication clonale, la maturation, la mémorisation et la génération.

L'opérateur de sélection clonale sélectionne une proportion des anticorps (notée pourC) après classement en fonction de leur affinité. Seuls les n meilleurs anticorps sont sélectionnés :

$$n = \lceil \text{pourC} \cdot N_{\text{anti}} \rceil \quad (87)$$

Où N_{anti} est le nombre d'anticorps pour une population.

L'opérateur de multiplication clonale duplique T_c fois les n anticorps sélectionnés. T_c est le taux de clonage, un paramètre de l'algorithme [Khelil 2010].

Pour chaque clone ainsi obtenu, l'opérateur de maturation sélectionne une séquence de gènes et en modifie la valeur ; nous combinons ici en un opérateur deux mécanismes qui sont parfois dissociés [De Castro 2000] : l'hypermutation (mutation ponctuelle qui n'est conservée qu'en cas de bonne affinité résultante) et l'édition de récepteurs (une large portion du génome des anticorps est mutée). Nous souhaitons que les clones situés en tête de la liste d'anticorps clonés (Figure V-4) soient moins modifiés que les clones situés en queue de liste [Yildiz 2009]. C'est pourquoi nous proposons la relation 88 comme loi de modification de chaque gène. Le premier terme $((-1)^{\lfloor \text{alea} \cdot 2 \rfloor - 1})$ permet de déterminer si le gène est modifié par ajout ou retrait de valeur. Cette valeur est déterminée par le second terme : il s'agit d'un nombre de fois le pas de discrétisation du domaine de valeur de la variable de conception considérée ($\bar{x}_i^p$) qui grandit en fonction du rang k du clone dans la liste (Figure V-4). L'opérateur de maturation contient une sécurité qui interdit de sortir de l'espace de conception : si tel est le cas, le premier terme de la relation 88 est inversé, et si tel est toujours le cas, le gène ne sera modifié que d'une unique valeur de pas. Au cours de cet opérateur, les affinités des anticorps sont effacées.

$$x_i^k \leftarrow x_i^k + ((-1)^{\lfloor \text{alea} \cdot 2 \rfloor - 1}) \cdot \left(\left\lceil \frac{k}{3} \right\rceil \cdot \bar{x}_i^p \right) \quad (88)$$

L'opérateur de mémorisation ne garde qu'une partie du grand nombre de clones maturés obtenus au travers des opérateurs précédents. Une sélection s'opère de la manière décrite dans la relation 86 de façon à constituer un ensemble d'anticorps au nombre de $\lceil \text{pourM} \cdot N_{\text{anti}} \rceil$ où pourM est le pourcentage de clones mémorisés qui seront introduits dans la nouvelle population d'anticorps.

Enfin, l'opérateur de génération crée un nombre $(N_{\text{anti}} - \lceil \text{pourM} \cdot N_{\text{anti}} \rceil)$ de nouveaux anticorps afin de compléter la nouvelle population tout en gardant un nombre total d'anticorps N_{anti} constant.

V.4.3.3 Paramètres

Les AIS observés dans la littérature utilisent généralement un nombre d'anticorps inférieur à 100. Dans le cadre de notre étude, nous choisissons de fixer le taux de clonage à $T_c=10$. Nous gardons ainsi les trois paramètres restants et proposons les valeurs potentielles listées dans le Tableau V-2.

N_{anti}	20 ; 40 ; 60 ; 80
pourC	0,25 ; 0,50 ; 0,75
pourM	0,25 ; 0,50 ; 0,75

Tableau V-2 : Valeurs potentielles de paramètres pour l'AIS

V.4.4 Essais particuliers

L'algorithme dit des "essais particuliers" tranche radicalement avec les analogies évolutionnaires ou biologiques abordées jusqu'à présent. Il se situe dans une famille de métaheuristiques nommée "Intelligence de l'essaim" (Figure V-2) qui considère les solutions candidates comme des entités en déplacement [Kennedy 1995]. Ce type d'algorithme est relativement nouveau dans le domaine de la conception, mais signalons à titre d'exemple une intéressante démarche d'optimisation d'un UAV²⁷ prenant en compte autant les performances du produit lui-même que des objectifs en terme de fabricabilité [Ceruti 2011].

²⁷ Unmanned Arial Vehicle : drone volant léger, sans pilote.

V.4.4.1 Principe

L'analogie exploitée par l'algorithme d'optimisation par essaim particulaire (PSO : Particle Swarm Optimization) considère les solutions candidates comme des particules se mouvant dans l'espace de conception et communiquant entre elles. Elle part du principe que plusieurs *intelligences limitées* utilisées ensemble peuvent faire preuve d'une *grande intelligence globale*. Chaque particule est constituée de trois vecteurs de données :

- La position courante de la particule dans l'espace de conception : un jeu de variables de conceptioninstanciées, correspondant à la solution candidate considérée ;
- La mémoire de la particule : la meilleure combinaison de variables de conceptioninstanciées rencontrée par la particule, au sens de la fonction objectif ;
- La vitesse actuelle de la particule : un vecteur constitué d'une composante pour chaque variable de conception.

Les itérations de l'algorithme sont considérées comme des pas de temps. Ainsi, à chaque pas de temps, la position de chaque particule est mise à jour. La modification de sa position suit les lois de comportement observées dans des groupes sociaux. Kennedy, le co-créateur de la métaheuristique est socio-psychologue [Kennedy 1995]. Ces lois sont résumées au travers de trois tendances : centrage sur soi (tendance individualiste), retour en arrière (tendance nostalgique) et suivi du leader du groupe (tendance panurgienne).

V.4.4.2 Opérateur

Le PSO utilise un premier opérateur, qualifié de « composition de vitesse ». Pour chaque particule, une nouvelle vitesse V^{nouv} est calculée, puis la particule est mise à jour (vitesse, position, et éventuellement mémoire).

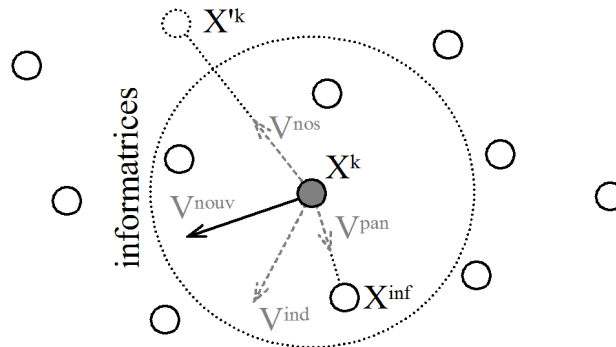


Figure V-7 : Composition de vitesse pour un PSO

La relation 89 détaille le calcul de la nouvelle vitesse pour une particule dont les coordonnées sont données par le vecteur X^k . La Figure V-7 en est l'illustration. Le premier terme permet de prendre en compte la vitesse actuelle V^{ind} de la particule (individualisme). Le second terme inclut la vitesse V^{nos} correspondante à la tendance nostalgique, où X^k est la meilleure position passée mémorisée par la particule. Le dernier terme utilise la vitesse dite « panurgienne » V^{pan} obtenue grâce à la position de la meilleure informatrice X^{inf} de la particule. Pour une particule donnée, l'opérateur sélectionne les N_{inf} particules géométriquement les plus proches dans l'espace de conception : ces particules sont considérées comme étant ses informatrices. La meilleure informatrice permet de calculer V^{pan} .

$$V^{nouv} = c_a \cdot V^{ind} + c_b \cdot V^{nos} + c_c \cdot V^{pan} \text{ avec } \begin{cases} V^{nos} = X^k - X^k \\ V^{pan} = X^{inf} - X^k \end{cases} \quad (89)$$

Comme l'indique la relation 89, trois coefficients c_a , c_b et c_c sont nécessaires. La littérature contient un grand nombre de lois de composition très variables [Bouزيد 2009 ; Ceruti 2011 ; Eberhart 2000]. Nous suivons la loi décrite en relation 90, proposée par Collard [Collard 2009].

$$V^{\text{nouv}} = c_o \cdot V^{\text{ind}} + c_1 \cdot V^{\text{nos}} + c_2 \cdot V^{\text{pan}} \text{ avec } \begin{cases} h = \frac{(c+1)^2}{2} \\ c_1 = \text{alea} \cdot h \\ c_2 = \text{alea} \cdot h \end{cases} \quad (90)$$

Où alea est un nombre aléatoire entre 0 et 1, et c_o est un paramètre nommé constriction.

Après calcul, la position et la vitesse de la particule sont mises à jour (relation 91).

$$\begin{cases} X^k \leftarrow X^k + V^{\text{nouv}} \\ V^{\text{ind}} \leftarrow V^{\text{nouv}} \end{cases} \quad (91)$$

Signalons que la mémoire de la particule est mise à jour lors de la phase évaluative (Figure V-3) :

$$\varphi(X^k) > \varphi(X'^k) \Rightarrow X'^k \leftarrow X^k \quad (92)$$

Un second opérateur vient compléter la composition des vitesses par un mécanisme de confinement. En cela, on pourrait le considérer comme une sous-routine de l'opérateur de composition de vitesses. Ce mécanisme vise à garantir qu'une particule reste dans l'espace de conception. La relation 93 garantit ce confinement en limitant la position des particules aux frontières de l'espace de conception, et en annulant la composante de vitesse qui tendrait à en faire sortir la particule.

$$\begin{cases} x_i > \bar{x}_i^+ \Rightarrow x_i \leftarrow \bar{x}_i^+ \text{ et } v_i \leftarrow 0 \\ x_i < \bar{x}_i^- \Rightarrow x_i \leftarrow \bar{x}_i^- \text{ et } v_i \leftarrow 0 \end{cases} \quad (93)$$

Où x_i est une variable de conception, $[\bar{x}_i^-; \bar{x}_i^+]$ est son domaine de valeurs, et v_i est la composante de V^{ind} correspondante.

Pour toute description plus détaillée, nous renvoyons le lecteur vers les ouvrages de Clerc, référence française de l'optimisation par essais particuliers [Clerc 2005].

V.4.4.3 Paramètres

Du paragraphe précédent, nous identifions deux paramètres de l'algorithme : la constriction (c_o), souvent entre 0.5 et 1, ainsi que le nombre d'informatrices (N_{inf}). A cela s'ajoute le nombre total de particules utilisées (N_{part}) généralement inférieur à 100. Le Tableau V-3 récapitule plusieurs valeurs potentielles pour ces paramètres, issues de la littérature.

N_{part}	20 ; 35 ; 70 ; 120
N_{inf}	3 ; 5 ; 10 ; $N_{\text{part}}-1$
c_o	0,55 ; 0,70 ; 0,85

Tableau V-3 : Valeurs de paramètres potentielles pour le PSO

Signalons que si le nombre d'informatrices est égal au nombre total de particules moins la particule traitée, la stratégie est qualifiée de « méthode de la reine », la meilleure particule de l'ensemble ayant une influence sur toutes les autres [Clerc 2005].

V.4.5 Autres opérateurs

Pour finir, il est rappelé que chaque algorithme présenté est proposé dans sa version la plus simple afin d'être au plus proche des principes de la métaheuristique correspondante. La

littérature propose cependant un grand nombre d'opérateurs supplémentaires dont le but peut être d'accroître la vitesse de convergence, de garantir une plus large recherche dans l'espace de conception ou encore d'affiner la recherche de l'optimum (en couplant une optimisation globale à un mécanisme d'optimisation locale). Certains de ces opérateurs sont donnés à titre d'exemples dans le Tableau V-4, sans être employés dans le présent chapitre.

Nom	Algo.	Description	Référence
Opérateur de grimpeur	GA	<i>Similaire à l'opérateur de mutation, l'opérateur de grimpeur ne sélectionne pas une nouvelle valeur de gène aléatoirement, mais propose une valeur proche de la valeur initiale du gène. Cet opérateur réalise typiquement une recherche locale.</i>	[Sebastian 2010]
Opérateur d'élitisme	GA	<i>Souvent utilisé, il permet de forcer la conservation de la meilleure solution d'une itération à l'autre.</i>	[Guan 2009 ; Javadi 2005]
Mécanisme de distribution	GA	<i>Propose de diviser la population en îlots, chaque îlot étant traité plus ou moins indépendamment. Ce mécanisme se rapproche de la notion de parallélisme, ou peut être utilisé pour augmenter la convergence en utilisant deux modèles : un modèle simplifié dans le premier îlot, et un modèle complexe dans le second.</i>	[Karakasis 2007]
Bibliothèque de chromosomes	GA	<i>Peut significativement réduire le temps de convergence. Chaque solution évaluée est inscrite dans une matrice-mémoire. Ainsi, à chaque évaluation, la solution traitée est d'abord recherchée dans la matrice-mémoire : si celle-ci est trouvée, la fonction objectif n'a pas besoin d'être réexécutée.</i>	[Kaya 2006]
Mutation par RNA ²⁸	GA	<i>Souligne la possibilité d'affiner les opérateurs de base des métaheuristiques. Javadi propose ainsi une hybridation de l'algorithme génétique avec un réseau de neurones artificiels, afin d'accroître la vitesse de convergence.</i>	[Javadi 2005]
Clonage proportionnel	AIS	<i>Autre variante d'un opérateur de base, le clonage de chaque anticorps de l'AIS devient proportionnel à son évaluation, ce qui accroît la recherche locale.</i>	[Chen 2010]
Notion de voisinage social	PSO	<i>Au lieu d'utiliser un voisinage géométrique pour l'identification des informatrices, un voisinage social (i.e. définit à l'initialisation et non modifiable) est employé.</i>	[Bouazid 2009]
Opérateur de reset des vitesses	PSO	<i>Afin de couvrir une plus large portion de l'espace de recherche, un opérateur de reset des vitesses (remise à zéro) se déclenchant de manière aléatoire est ajouté.</i>	[Fontan 2011]

Tableau V-4 : Opérateurs supplémentaires

Quelques uns de ces opérateurs seront toutefois employés dans le chapitre VI.

V.5 Fonctions-tests

Afin de comparer les algorithmes présentés précédemment, il est nécessaire de les confronter à des problèmes identiques, pour ensuite mesurer leurs performances suivant différents critères. Des "fonctions-tests", aussi appelées "benchmarks", doivent être définies afin de constituer un socle de comparaison commun aux différents algorithmes d'optimisation. Un document fait référence dans les travaux traitant de la mise à l'épreuve d'algorithmes d'optimisation : la liste de Molga [Molga 2005]. Toutefois, les auteurs de telles études se laissent généralement le loisir de sélectionner, de proposer et d'argumenter les fonctions-tests qu'ils utilisent ; par exemple, Elbeltagi emploie des benchmarks ainsi que deux problèmes plus concrets quoique simplifiés [Elbeltagi 2005].

Nous proposons de détailler ci-dessous les six fonctions-tests que nous employons pour discriminer les algorithmes. L'objectif est de trouver le minimum global de chacune

²⁸ Réseau de Neurones Artificiels

d'entre elles ; les variables de conceptioninstanciées correspondant à cet optimum sont notées x_i^* . Elles furent présentées par les auteurs à la communauté en 2011 [Collignan 2011] et sont illustrées dans la Figure V-8.

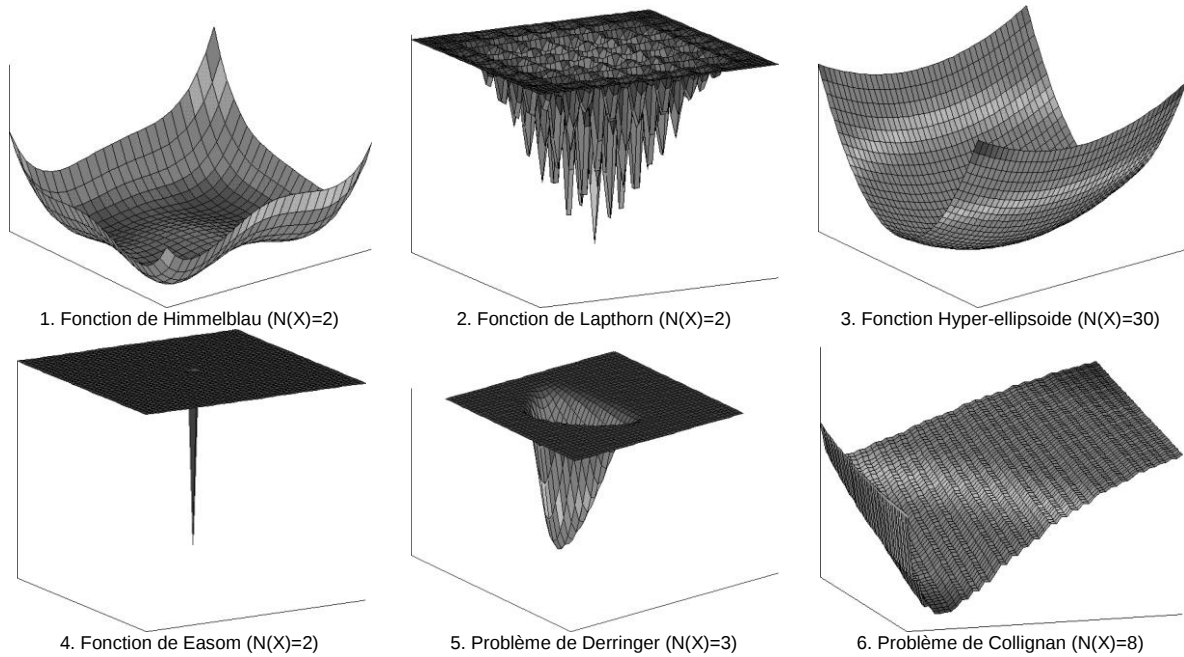


Figure V-8 : Formes des fonctions-tests

Nous notons $N(X)$ le nombre de variables de conception pour chaque benchmark. Nous prenons en outre le parti de discrétiser les domaines de valeurs ; à cette fin, un pas de discrétisation $\bar{x}_i^p$ est défini pour chaque domaine. La taille de l'espace de conception est ainsi définie comme le nombre de solutions candidates $N(\bar{\Omega})$ qu'il contient [Collignan 2011], définit dans la relation 94.

$$N(\bar{\Omega}) = \prod_{i=1}^{N(X)} \left(\frac{\bar{x}_i^+ - \bar{x}_i^-}{\bar{x}_i^p} + 1 \right) \quad (94)$$

V.5.1 Fonction de Himmelblau

Ce benchmark est une fonction-test commune, elle est par exemple utilisée par Kaya pour valider son algorithme génétique avant de l'appliquer à son problème de conception [Kaya 2006]. Elle présente la particularité d'être constituée de trois optima locaux très semblables à l'optimum global (Figure V-8-1). Ce benchmark permet donc de tester le comportement des algorithmes susceptibles de rester bloqués dans ces « pièges », ou de s'en extraire.

La fonction de Himmelblau est définie pour deux variables (x_1 et x_2) :

$$\varphi_1(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2 + 0.1 \cdot [(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2] \quad (95)$$

Le Tableau V-5 récapitule les informations descriptives de la fonction-test.

Nombre de variables de conception $N(X)$	2
Domaines de valeurs $[\bar{x}_i^- ; \bar{x}_i^+]$	$[-6 ; 6]$
Pas de discrétisation ($\bar{x}_i^p$)	10^{-3}
Taille de l'espace de conception $N(\bar{\Omega})$	$\approx 10^8$
Optimum global	$x_1^* = 3 ; x_2^* = 2$

Tableau V-5 : Descriptif de la fonction de Himmelblau

V.5.2 Fonction de Laphorn

Cette fonction-test fut proposée par Barry Laphorn [Crispin 2008]. Elle présente un très grand nombre d'optima locaux particulièrement marqués, au sens de la pente de la fonction (Figure V-8–2). Elle permet ainsi de tester l'habileté des algorithmes à progresser vers l'optimum global malgré les nombreux optima rencontrés lors de l'exploration de l'espace de conception.

$$\varphi_1(x_1, x_2) = 0.8789 - [15 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (1 - x_1) \cdot (1 - x_2) \cdot \sin(9 \cdot \pi \cdot x_1) \cdot \sin(9 \cdot \pi \cdot x_2)]^2 \quad (96)$$

La relation 96 détaille l'expression de la fonction de Laphorn, dont les informations détaillées sont données dans le Tableau V-6.

Nombre de variables de conception $N(X)$	2
Domaines de valeurs $[\bar{x}_i^- ; \bar{x}_i^+]$	[0 ; 1]
Pas de discrétisation $(\bar{x}_i^p)$	10^{-6}
Taille de l'espace de conception $N(\bar{\Omega})$	$\approx 10^{12}$
Optimum global	$x_1^* = x_2^* = 0,5$

Tableau V-6 : Descriptif de la fonction de Laphorn

V.5.3 Fonction hyper-ellipsoïde

Issue de la liste de Molga [Molga 2005], ce benchmark est obtenu par l'équation :

$$\varphi_3(x_1, \dots, x_{N(X)}) = \sum_{i=1}^{N(X)} (k^2 \cdot x_i^2) \quad (97)$$

Cette fonction-test présente l'intérêt de pouvoir être paramétrée par le nombre de variables de conception, à définir par l'utilisateur. Dans le cadre de nos benchmarks, nous utilisons la fonction hyper-ellipsoïde pour évaluer la capacité des algorithmes à converger dans le cas d'un grand nombre de variables de conception. C'est pourquoi nous fixons leur nombre à 30 (Tableau V-7).

Nombre de variables de conception $N(X)$	30
Domaines de valeurs $[\bar{x}_i^- ; \bar{x}_i^+]$	[0 ; 1]
Pas de discrétisation $(\bar{x}_i^p)$	10^{-3}
Taille de l'espace de conception $N(\bar{\Omega})$	$\approx 10^{90}$
Optimum global	$x_1^* = \dots = x_{30}^* = 0$

Tableau V-7 : Descriptif de la fonction hyper-ellipsoïde

V.5.4 Fonction d'Easom

La fonction d'Easom, aussi issue de la liste de Molga [Molga 2005], propose une difficulté originale : identifier l'optimum en présence de très peu d'information pour converger. En effet, de part sa forme (Figure V-8–4), on observe une absence de pente sur la grande majorité de l'espace de conception. Ce benchmark est défini comme suit :

$$\varphi_4(x_1, x_2) = -\cos(x_1) \cdot \cos(x_2) \cdot \exp(-(x_1 - \pi)^2 - (x_2 - \pi)^2) + 1 \quad (98)$$

Le descriptif complet de la fonction-test est donné dans le Tableau V-8.

Nombre de variables de conception $N(X)$	2
Domaines de valeurs $[\bar{x}_i^- ; \bar{x}_i^+]$	[0 ; 1]
Pas de discrétisation $(\bar{x}_i^p)$	10^{-3}
Taille de l'espace de conception $N(\bar{\Omega})$	$\approx 10^{10}$
Optimum global	$x_1^* = x_2^* = \pi$

Tableau V-8 : Descriptif de la fonction d'Easom

V.5.5 Problème de Derringer

Ce benchmark fut proposé par Derringer afin d'illustrer la réalisation d'une fonction objectif au travers du concept de désirabilité [Derringer 1980]. L'objectif est de sélectionner trois composés d'une gomme de pneu, soit : le niveau de silice hydratée (x_1), le niveau d'agent de couplage (x_2) et le niveau de soufre (x_3). Les variables d'observation sont l'indice d'abrasion PICO, l'élongation (module à 200%), l'allongement à la rupture et la dureté. Le modèle de comportement physique est approximé au moyen d'une surface de réponse²⁹. Les préférences sont formalisées au travers de la fonction de désirabilité de Harrington et agrégées via une moyenne géométrique. La fonction ainsi obtenue est notée $D(x_1, x_2, x_3)$ et son optimum est notée $\hat{D} = D(x_1^*, x_2^*, x_3^*)$. Nous détaillons cette fonction objectif dans l'annexe D.

Nous proposons la relation 99 comme formalisation du problème de Derringer sous forme d'une minimisation. La Figure V-8-5 illustre la fonction-test obtenue projetée sur les deux premières variables et est représentative de la forme globale de la fonction.

$$\varphi_5(x_1, x_2, x_3) = \hat{D} - D(x_1, x_2, x_3) \quad (99)$$

Le Tableau V-9 récapitule les diverses informations relatives à cette fonction-test. Nous signalons que ce benchmark, de par sa forme, est le plus facile à optimiser.

Nombre de variables de conception $N(X)$	3
Domaines de valeurs $[\bar{x}_i^-; \bar{x}_i^+]$	$[-1.633; 1.633]$
Pas de discrétisation ($\bar{x}_i^p$)	10^{-3}
Taille de l'espace de conception $N(\bar{\Omega})$	$\approx 10^{10}$
Optimum global	$x_1^* = -0,136; x_2^* = 0,590; x_3^* = -0,744$

Tableau V-9 : Descriptif du problème de Derringer

V.5.6 Problème de Collignan

Nous avons proposé ce problème [Collignan 2010] comme étant une version simplifiée du problème de la conception d'une jonction rivetée. L'ensemble de la fonction objectif est détaillé dans l'annexe D. Nous utilisons des notations similaires à la relation 99 pour décrire la fonction-test à minimiser utilisée ici :

$$\varphi_6(x_1, \dots, x_8) = \hat{C} - C(x_1, \dots, x_8) \quad (100)$$

Où C est la fonction obtenue par application de la méthode OIA et $\hat{C}$ est la performance à l'optimum.

Ce benchmark, tout comme le précédent, présente l'avantage de s'approcher d'un problème de conception simplifié plutôt que de se limiter à une fonction mathématique. En outre, le problème de Collignan présente deux variables de conception fortement discrètes : seuls 5 matériaux sont disponibles, et seuls deux types de rivets peuvent être utilisés. La Figure V-8-6 illustre cette fonction-test par projection sur les deux premières variables mais reste représentative du problème. Pour la définir, les domaines de valeur ont été adimensionnés et le pas de discrétisation a été adapté à chaque variable de conception afin de conserver le pas initial (en valeur naturelle). Le Tableau V-10 détaille les informations relatives à ce benchmark ; le pas de discrétisation étant différent, nous renvoyons le lecteur vers la publication correspondante pour plus de détails [Collignan 2010] ainsi que vers l'annexe D.

Nombre de variables de conception $N(X)$	8
--	---

²⁹ Technique de réduction de modèle permettant d'approximer une modélisation complexe par un polynôme, évoquée au chapitre II.

Domaines de valeurs $[\bar{x}_i^- ; \bar{x}_i^+]$	$[0 ; 1]$
Pas de discrétisation ($\bar{x}_i^p$)	-
Taille de l'espace de conception $N(\bar{\Omega})$	$\approx 10^{11}$
Optimum global	$x_1^* = 0,107 ; \quad x_5^* = 0 ;$ $x_2^* = 0 ; \quad x_6^* = 0 ;$ $x_3^* = 1 ; \quad x_7^* = 0,25 ;$ $x_4^* = 0,222 \quad x_8^* = 1$

Tableau V-10 : Descriptif du problème de Collignan

V.6 Critères d'arrêt

Ce que l'on nomme critère d'arrêt, dans un algorithme stochastique, est la condition (ou l'ensemble de conditions) qui mène à un arrêt programmé de l'algorithme. Ce critère d'arrêt est placé après la phase évaluative (Figure V-3) afin que l'algorithme retourne la dernière population de solutions évaluées.

On trouve généralement trois types de critères d'arrêt, utilisés conjointement ou non [Roudenko 2004] :

- L'atteinte d'une valeur cible pour la fonction objectif ;
- Un nombre d'évaluations ou d'itérations limité ;
- Une absence d'amélioration de la valeur de la fonction objectif pour la meilleure solution sur plusieurs itérations consécutives.

Dans le cadre de ce chapitre, nous combinons les deux premiers : le critère d'arrêt est atteint si l'évaluation de la meilleure solution d'un ensemble donné est inférieure à 10^{-3} (puisque nous visons à minimiser les fonctions-tests) ou si le nombre d'évaluations dépasse 100'000. Dans le premier cas, on considère qu'il y a convergence de l'algorithme.

V.7 Paramétrage des algorithmes

Pour réaliser la comparaison entre algorithmes via les benchmarks précédemment décrits, il n'est pas judicieux de fixer arbitrairement les paramètres de chaque algorithme et de les conserver pour chaque benchmark. Rien ne permet de déterminer le meilleur jeu de paramètres, et il n'est pas possible de s'aider d'un benchmark unique pour déterminer ces paramètres, tant les fonctions-tests sont différentes. C'est pourquoi nous proposons de déterminer le meilleur jeu de paramètres pour chaque couple algorithme/benchmark.

Pour cela, nous avons réalisé un balayage de toutes les combinaisons possibles de paramètres pour un couple donné. Le Pseudo-code V-1 illustre la méthode employée. Les différentes valeurs ("val" dans le Pseudo-code V-1) de chaque paramètre de l'algorithme ("param" dans le Pseudo-code V-1) sont considérées. Les valeurs utilisées dans le balayage sont celles indiquées dans le Tableau V-1, le Tableau V-2 et le Tableau V-3. Pour un jeu de paramètres donnés, l'algorithme est lancé trois fois ("run" dans le Pseudo-code V-1) et la moyenne des résultats est stockée dans une matrice ("bilan" dans le Pseudo-code V-1). Cette matrice permet finalement d'établir la combinaison de paramètres qui a donné le meilleur résultat.

```

for param1 = [val_11, val_12, val_13]
  for param2 = [val_21, val_22, val_23]
    for param3 = [val_31, val_32, val_33]
      for run = [1, 2, 3]
        resultat(run) ← algo(param1, param2, param3)
      end for
      r ← r + 1
      bilan(r) ← moyenne(resultat)
    end for
  end for
end for

```

Pseudo-code V-1 : Balayage pour chaque couple algorithme/benchmark

Le résultat évoqué dans le Pseudo-code V-1 est le nombre d'évaluations réalisées par l'algorithme lorsque le critère d'arrêt est atteint. Pour un couple algorithme/benchmark donné, le meilleur jeu de paramètres retenu est celui qui a mené à une convergence avec un minimum d'évaluations. Le Tableau V-11 présente les résultats pour chaque couple. Nous observons dès à présent que notre algorithme génétique ne converge pas pour la fonction hyper-ellipsoïde.

	Φ_1	Φ_2	Φ_3	Φ_4	Φ_5	Φ_6
GA	$N_{ind} = 100$ probC = 0,15 probM = 0,75	$N_{ind}^{ind} = 150$ probC = 0,75 probM = 0,5	Pas de convergence	$N_{ind} = 150$ probC = 0,15 probM = 0,75	$N_{ind} = 100$ probC = 0,15 probM = 0,5	$N_{ind} = 50$ probC = 0,5 probM = 0,75
AIS	$N_{anti} = 40$ pourC = 0,75 pourM = 0,5	$N_{anti} = 80$ pourC = 0,75 pourM = 0,75	$N_{anti} = 20$ pourC = 0,75 pourM = 0,75	$N_{anti} = 60$ pourC = 0,75 pourM = 0,75	$N_{anti} = 60$ pourC = 0,75 pourM = 0,5	$N_{anti} = 40$ pourC = 0,75 pourM = 0,5
PSO	$N_{part} = 20$ $N_{inf} = 10$ c = 0,55	$N_{part} = 20$ $N_{inf} = 19$ c = 0,55	$N_{part} = 20$ $N_{inf} = 10$ c = 0,7	$N_{part} = 35$ $N_{inf} = 10$ c = 0,55	$N_{part} = 20$ $N_{inf} = 19$ c = 0,55	$N_{part} = 35$ $N_{inf} = 34$ c = 0,55

Tableau V-11 : Paramétrages des algorithmes en fonction des benchmarks

V.8 Comparaison et résultats

Les algorithmes d'optimisation peuvent être discriminés au moyen de différents critères. Chameck souligne les qualités à vérifier pour tout algorithme d'optimisation [Chamekh 2008] :

- Son efficacité (faible temps de calcul) ;
- Sa robustesse³⁰ (taux de convergence) ;
- Sa précision (proximité entre l'optimum identifié et l'optimum réel).

Elbeltagi utilise les trois critères les plus classiques : le taux de convergence pour 20 exécutions de chaque algorithme confronté à chaque problème, la meilleure valeur obtenue pour la fonction objectif, et le temps de convergence [Elbeltagi 2005]. Nous considérons trop fluctuant le temps utilisé par l'algorithme pour converger : il dépend de l'ordinateur sur lequel il est exécuté, ainsi que des éventuels autres programmes en cours. En outre, il ne fait pas la distinction entre le temps de calcul de la fonction objectif (phase évaluative) et le temps nécessaire à l'exécution des opérateurs (phase opérative). La valeur de la fonction objectif nous semble aussi trop fluctuante ; elle dépend du caractère stochastique de l'algorithme une fois le critère de convergence atteint, lui-même étant une valeur seuil pour la fonction objectif.

V.8.1 Critères de comparaison

Pour chaque couple d'algorithme/benchmark paramétré tel qu'indiqué dans le Tableau V-11, dix exécutions ont été réalisées. Les résultats sont présentés au travers des trois critères

³⁰ A ne pas confondre avec la notion de robustesse d'un produit, i.e. sa sensibilité à la variabilité.

retenus que nous détaillons ci-dessous : le nombre d'évaluations, le taux de convergence et la sensibilité paramétrique.

V.8.1.1 Nombre d'évaluations

Afin d'estimer l'efficacité de l'algorithme sans dépendre de la puissance de l'ordinateur via son temps de convergence, nous proposons de compter le nombre d'évaluations nécessaires à l'atteinte du critère d'arrêt. Ce critère de comparaison permet de s'affranchir du nombre d'itérations (celles-ci étant composé d'un nombre d'évaluations, dépendant du nombre de solutions par population, comme soulevé par Elbeltagi [Elbeltagi 2005]) en étant indépendant du paramétrage de l'algorithme. En outre, ce critère ne reflète que la capacité intrinsèque de l'algorithme à converger, sans considérer le temps alloué à l'exécution des opérateurs : cela permet de ne pas prendre en compte d'éventuelles lenteurs issues de maladresses dans la programmation de l'algorithme. Dans un contexte industriel, une convergence rapide est généralement souhaitable.

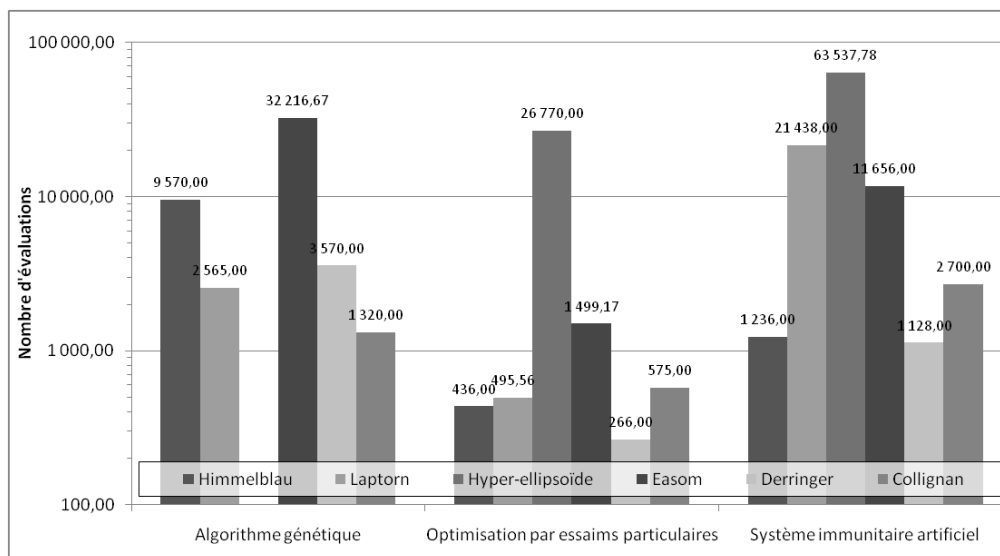


Figure V-9 : Nombre d'évaluations moyen pour chaque couple algorithme/benchmark

La Figure V-9 illustre en échelle logarithmique le nombre moyen d'évaluations nécessaires à la convergence : les exécutions ayant mené à une non convergence ne sont pas considérées ici. Le fait que l'algorithme génétique ne converge pas pour une fonction à grand nombre de variables est déjà un inconvénient notable, pour les problèmes classiques de conception architecturale. Nous observons de plus que le PSO est nettement plus rapide que le GA et l'AIS avec une différence pouvant aller jusqu'à un facteur 30 sur la fonction d'Easom par rapport à l'algorithme génétique. La différence entre l'AIS et le GA est moins flagrante, mais l'on constate que le système immunitaire artificiel converge moins vite que l'algorithme génétique pour seulement deux fonctions-tests (la fonction de Lapthorn et le problème de Collignan).

V.8.1.2 Taux de convergence

Le taux de convergence, exprimé en pourcentage, indique le nombre d'exécutions ayant convergé sur les dix tests pour chaque couple algorithme/benchmark. Il permet d'estimer la régularité (ou la robustesse, au sens de Chamekh) d'un algorithme et, ainsi, de s'affranchir partiellement de son caractère stochastique, à l'origine de variabilité et d'imprévisibilité. Dans le cadre d'une implémentation industrielle, un bon taux de convergence est capital.

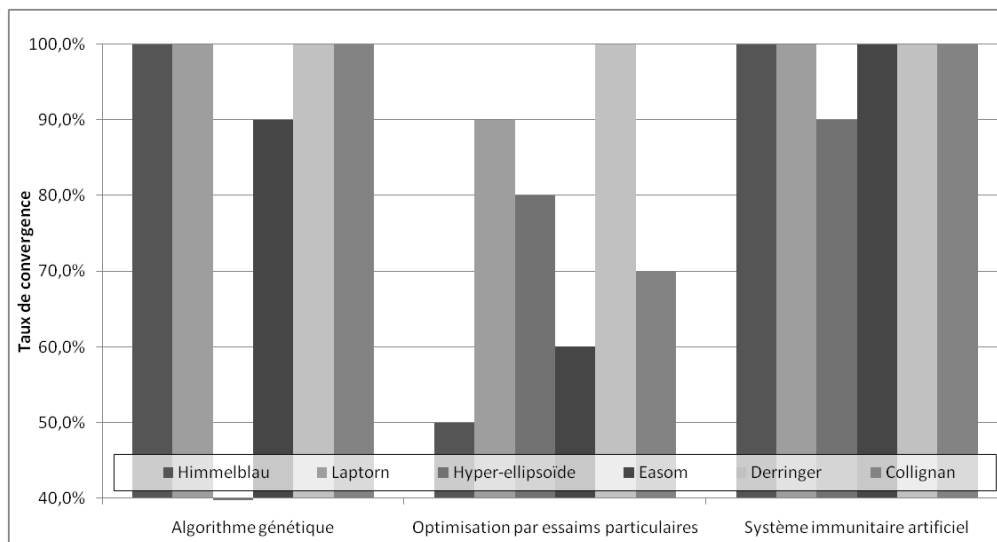


Figure V-10 : Taux de convergence pour chaque couple algorithme/benchmark

Dans la Figure V-10, deux tendances s'imposent : l'AIS s'avère être extrêmement régulier puisqu'il dispose d'un taux de convergence de près de 100%, quelque soit la fonction-test considérée ; en revanche, le PSO affiche un assez mauvais taux de convergence, s'élevant à 75% sur l'ensemble des benchmarks. Un tel inconvénient du PSO, observé sur la quasi-totalité des fonctions-tests, est difficilement acceptable. Signalons que les plus mauvais taux de convergence du PSO portent sur des fonctions dont la forme générale (Figure V-8) ne permet pas de déterminer l'optimum global : les fonctions d'Himmelblau et d'Easom. S'il est fait abstraction de la fonction-test pour laquelle l'algorithme génétique ne converge pas, lui-même présente un bon taux de convergence.

V.8.1.3 Sensibilité paramétrique

Ce critère original est proposé dans un contexte d'utilisation industrielle en partant du principe que l'utilisateur d'un algorithme n'en connaît pas forcément le fonctionnement. À ce titre, il lui est difficile de le paramétrer efficacement. Ce critère est un indicateur de la nécessité ou non de modifier l'un des paramètres de l'algorithme pour différents benchmarks à traiter. Il se base uniquement sur le balayage décrit par le Pseudo-code V-1. Nous choisissons de représenter ce critère par des diagrammes de type radar dans la Figure V-11. Nous représentons le jeu de paramètres pour lequel le taux de convergence a été le plus rapide. Une faible sensibilité paramétrique est évidemment souhaitée, et est illustrée par un polygone régulier.

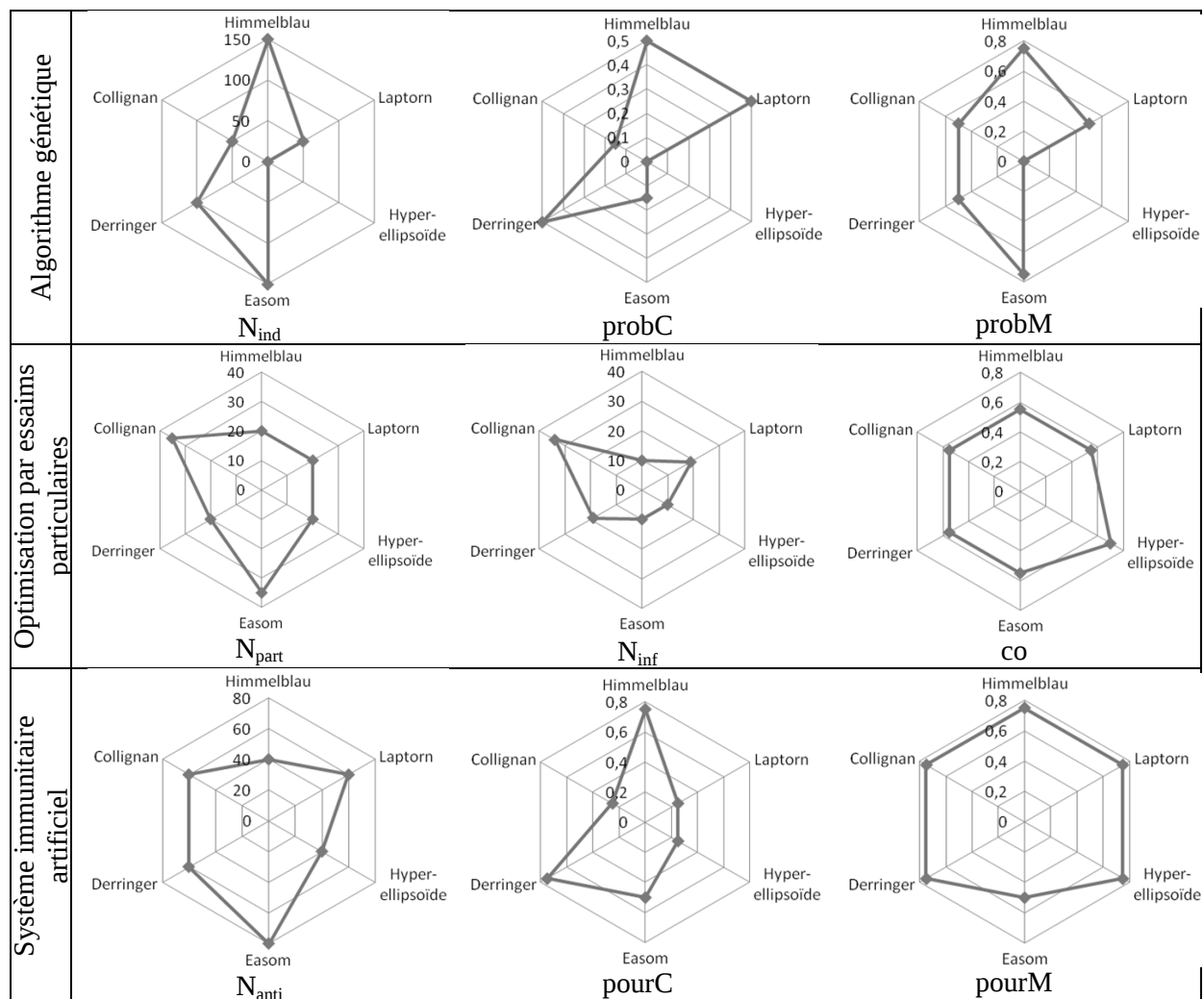


Figure V-11 : Sensibilité paramétrique des algorithmes

L'algorithme génétique affiche une grande sensibilité paramétrique, indiquant qu'un paramétrage adéquat est à réaliser pour optimiser chaque fonction-test individuellement. Un tel comportement nécessite donc une connaissance préalable de l'algorithme, sans évoquer une connaissance du problème à traiter. Le PSO, au contraire, dispose d'une sensibilité paramétrique relativement faible : la constriction (co) est globalement constante quelque soit le benchmark traité, tandis que le nombre de particule (N_{part}) est invariable pour deux tiers des fonctions-tests. L'AIS dispose lui-aussi d'une faible sensibilité paramétrique : le pourcentage d'anticorps mémorisés (pourM) est globalement fixe, tandis que le pourcentage de clones (pourC) est constant pour la moitié d'entre eux.

V.8.2 Sélection d'un algorithme par la méthode de l'AHP

Nous proposons de sélectionner l'algorithme le plus pertinent en appliquant la méthode de l'AHP déjà présentée au chapitre II et employée au chapitre IV. Le problème se pose de la façon suivante : un choix doit être opéré entre les trois algorithmes (AG, AIS, PSO) suivant trois critères (nombre d'évaluation, taux de convergence, sensibilité paramétrique). L'AHP propose de réaliser une qualification des priorités en deux étages : d'abord les critères entre eux, puis les algorithmes suivant chaque critère.

Pour commencer, nous établissons donc une matrice de jugement sur les critères afin de leur donner une priorité relative. A partir de l'importance donnée à chaque critère et détaillée dans les paragraphes précédents, le Tableau V-12 est proposé. Le taux de convergence est considéré comme le critère le plus important, tandis que la sensibilité

paramétrique est de loin le moins prioritaire. Le ratio de cohérence garantit la consistance des préférences ainsi exprimées, en étant inférieur à 10% [Saaty 1990].

	Nombre d'évaluations	Taux de convergence	Sensibilité paramétrique	Priorités	Index de cohérence
Nombre d'évaluations	1	0,5	5	0,343	0,015
Taux de convergence	2	1	6	0,575	Ratio de cohérence
Sensibilité paramétrique	0,2	0,167	1	0,082	0,025

Tableau V-12 : Matrice de jugement des critères de comparaison

Par la suite, nous réalisons une matrice de jugement des algorithmes pour chaque critère. Les trois matrices sont présentées dans le Tableau V-13 et les priorités obtenues reflètent bien les commentaires donnés sur les résultats dans les paragraphes précédents. Le PSO est clairement le plus performant en termes de nombre d'évaluations et de sensibilité paramétrique, tandis que l'AIS a le plus fort taux de convergence.

Matrice de jugement des algorithmes pour le nombre d'évaluations		AG	AIS	PSO	Priorités	Index de cohérence
	AG	1	0,5	0,125	0,085	0,009
	AIS	2	1	0,167	0,148	Ratio de cohérence
	PSO	8	6	1	0,767	0,016
Matrice de jugement des algorithmes pour le taux de convergence		AG	AIS	PSO	Priorités	Index de cohérence
	AG	1	0,5	0,125	0,193	0,033
	AIS	2	1	0,167	0,724	Ratio de cohérence
	PSO	8	6	1	0,083	0,057
Matrice de jugement des algorithmes pour la sensibilité paramétrique		AG	AIS	PSO	Priorités	Index de cohérence
	AG	1	0,25	0,125	0,077	0
	AIS	4	1	0,5	0,308	Ratio de cohérence
	PSO	8	2	1	0,615	0

Tableau V-13 : Matrices de jugement des algorithmes pour chaque critère

Enfin, nous déterminons la préférence globale de chaque algorithme, par application du processus de l'AHP standard, en faisant la moyenne des priorités qui lui sont affectées (Tableau V-13), pondérées par les priorités affectées aux critères (Tableau V-12).

Algorithme génétique (AG)	0,146
Système immunitaire artificiel (AIS)	0,492
Optimisation par essais particuliers (PSO)	0,362

Tableau V-14 : Préférence globale pour chaque algorithme

Le Tableau V-14 indique ainsi l'algorithme le plus pertinent compte tenu des préférences globales exprimées au travers de l'AHP, ainsi que des résultats retournés par les différents tests auxquels ils ont été confrontés. Le système immunitaire artificiel s'avère finalement être celui qui ressort de notre étude, et est donc employé dans le cadre de l'optimisation de la jonction rivetée complexe, détaillée dans le chapitre suivant. Bigeon confirme que l'AIS est l'un des algorithmes d'optimisation les plus efficaces [Bigeon 2011].

V.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons passé en revue trois algorithmes d'optimisation basés sur des métaheuristiques stochastiques aux mécanismes très différents. Au travers des paragraphes, nous avons proposé une méthode de sélection de l'un d'entre eux que nous résumons comme suit :

1. Sélectionner diverses fonctions-tests estimées comme pertinentes. Nous en proposons six ;
2. Déterminer un paramétrage adéquat pour chaque couple d'algorithme/benchmark en utilisant un balayage ;
3. Déterminer les critères d'arrêt
4. Etablir les critères de comparaison. Nous en proposons trois ;
5. Réaliser un nombre donné d'exécutions pour chaque couple d'algorithme/benchmark ;
6. Utiliser la méthode de l'AHP pour qualifier les critères entre eux, puis pour traduire les résultats des exécutions sous forme de préférences, et enfin faire apparaître l'algorithme à sélectionner.

Le système immunitaire artificiel a été identifié par la méthode comme étant le plus adapté aux besoins en termes d'optimisation d'une jonction rivetée complexe. Son fort taux de convergence, sa facilité de paramétrage et son mécanisme interne d'exploration de l'espace de conception (via la génération permanente de nouveaux anticorps) le rend adéquat en complément d'un système d'aide à la décision en conception de produit.

La méthode proposée permet d'identifier l'algorithme correspondant le mieux aux besoins du concepteur en vue de l'implémenter dans un logiciel industriel. Ce logiciel intégrera deux profils utilisateurs :

- Un profil restreint limitant le paramétrage ;
- Un profil « expert » permettant un contrôle total des paramètres.

Le critère de sensibilité paramétrique permet ainsi de discriminer les paramètres à restreindre ou non dans les deux types de profils.

L'ensemble des algorithmes et fonctions présentés dans ce chapitre ont été entièrement implémentés par l'auteur sous MATLAB[®]. Aucune bibliothèque n'a été employée, dans le but de bien maîtriser l'ensemble du code de programmation. Bien qu'issus du travail de l'auteur, ces fichiers ont été conçus afin d'être aisément réutilisables.

Dans une perspective d'amélioration de la méthode de sélection proposée dans ce chapitre, nous suggérons davantage de tests, impliquant toutefois des temps de calculs pouvant être longs. Le nombre d'exécutions au sein du balayage des combinaisons de paramètres (« run » dans le Pseudo-code V-1) peut être augmenté afin d'assurer une meilleure fiabilité à la combinaison de paramètres. De même, les critères ont été calculés pour 10 exécutions de chaque algorithme/benchmark ; une augmentation de ce nombre d'exécutions donnerait des résultats plus précis.

Pour finir, nous signalons que la sélection des fonctions-tests est une étape clef de la méthode : en les choisissant, il est fait l'hypothèse qu'elles sont représentatives du problème final à optimiser. Toutefois, par définition, la forme de la fonction objectif correspondante au problème de conception n'est pas connue : c'est pourquoi les six benchmarks proposés dans ce chapitre sont de nature très différente afin d'estimer les différents types de complexité pouvant être rencontrés (nombreux optima locaux, grand nombre de variables de conception, forte discrétisation, faibles informations pour converger, etc.). Ceux-ci restent tout de même des indicateurs et sont certainement incomplets en termes de représentativité d'un problème de conception réel. La méthode pourrait par exemple être améliorée par un mécanisme d'estimation du problème de conception : moyennant un faible temps de calcul, une « forme type » pourrait être associée au problème de conception réel, afin de sélectionner des benchmarks plus pertinents et affiner la sélection de l'algorithme.

CHAPITRE VI : APPLICATION A LA CONCEPTION D'UNE JONCTION RIVETEE

VI.1 Introduction

Dans ce paragraphe, nous proposons d'appliquer l'ensemble des méthodes et outils présentés précédemment afin d'aider le concepteur à réaliser une jonction rivetée d'assemblage aéronautique correspondant à ses objectifs de conception.

La méthode OIA permet de formaliser en premier lieu la performance du produit. Quatre objectifs de conception sont identifiés, et nous proposons dans ce chapitre plusieurs scénarios d'agrégation des DOIs afin d'aboutir à différentes typologies de solutions. La solution initiale X^0 proposée par le partenaire industriel est présentée et la méthode OIA est de nouveau employée pour prendre en compte la confiance liant toute solution candidate à la solution de référence. Plusieurs optimisations sont réalisées pour chaque scénario, et nous proposons en particulier de comparer des solutions obtenues par maximisation de la performance et par maximisation de l'arc-élasticité. L'optimisation est réalisée via un Système Immunitaire Artificiel (AIS), sélectionné au chapitre précédent comme l'algorithme d'optimisation stochastique le plus pertinent. Les différentes solutions de conception mises en avant sont comparées et discutées.

VI.2 Implémentation du démonstrateur

L'ensemble des modèles d'observation (chapitre III), d'interprétation et d'agrégation (chapitre IV) formalisés au travers de la méthode OIA, autant pour le calcul de la performance que de la confiance, sont implémentés en un démonstrateur à l'aide du langage de

programmation MATLAB[®]. Il en va de même pour le système immunitaire artificiel employé en vue d'identifier des solutions de conception pertinentes. Ce démonstrateur est entièrement le fait de l'auteur, et n'a pour but que de présenter l'intérêt du travail décrit dans ce manuscrit. La future implémentation de ces travaux au sein d'un logiciel STREAME (incluant des aspects de qualité logicielle) n'est pas abordée.

Le démonstrateur employé propose deux atouts notables. Le premier est l'enregistrement de la solution optimale obtenue dans un fichier de type tableau au format Microsoft Excel[®]. Dans ce fichier, l'ensemble des informations sont mémorisées, en particulier : les variables de conception, d'observation, d'interprétation, les DOIs ainsi que les valeurs de performance et de confiance, mais aussi diverses variables intermédiaires internes au modèle d'observation (VCoI), ainsi que l'ensemble des paramètres utilisés dans les modèles (paramétrages des fonctions de désirabilité, VIntF, de confiance et d'agrégation) et dans l'algorithme d'optimisation (critères d'arrêts, paramètres de l'algorithme, temps d'exécution, etc.). Ces fichiers ont facilité les analyses présentées dans ce chapitre.

Le second atout du démonstrateur est une interface graphique représentant visuellement la meilleure solution de chaque itération de l'AIS :

- Une première fenêtre représente une vue synthétique de la solution avec en particulier une représentation en 3D de la jonction, un affichage des deux courbes de répartition du modèle d'instanciation, un histogramme des valeurs des DOIs ainsi qu'un histogramme représentant la marge minimale pour chaque rivet (fenêtre de droite dans la Figure VI-1) ;
- Une seconde fenêtre illustre les deux modèles d'interprétation (δ_p et δ_c) en représentant les courbes des fonctions de désirabilité et de confiance, ainsi que les valeurs prises par la solution représentée via des points (fenêtre de gauche dans la Figure VI-1).

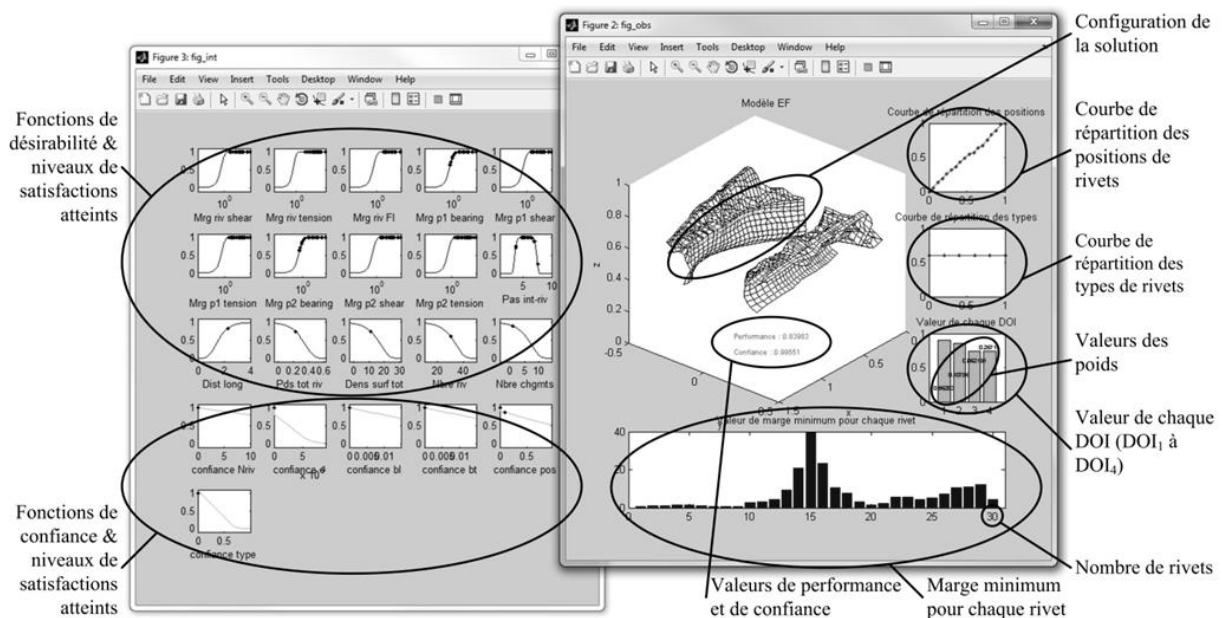


Figure VI-1 : Visuel du démonstrateur employé sous MATLAB[®]

Il est important de noter que notre espace de conception, bien que largement diminué par le modèle d'instanciation proposé au chapitre III, reste notablement important. De ce fait, la convergence vers un maximum global en un temps raisonnablement court, que nous fixons de une à deux heures, n'est pas envisageable. En d'autres termes, les solutions dites « optimales » présentées dans ce chapitre correspondent à des optima locaux et peuvent donc se révéler différentes pour deux exécutions rigoureusement identiques, du fait du caractère stochastique de l'AIS.

Nous soulignerons toutefois les similarités entre solutions obtenues en des circonstances identiques, et leurs adéquations aux préférences exprimées dans les différentes optimisations (scénarios, performance, arc-élasticité...). En outre, nous remarquons qu'obtenir plusieurs solutions différentes tout en étant pertinentes vis-à-vis des préférences, en un temps limité, peut être un comportement apprécié et même recherché lors d'une application en industrie.

Toutefois, si les solutions identifiées dans ce chapitre correspondent à des optima locaux de la fonction objectif, nous vérifions qu'elles présentent un gain notable par rapport à la solution initiale X^0 . Cela implique ainsi la vérification d'une hausse de la performance, qui correspond à une valeur positive de σ dans le cas d'une optimisation basée sur l'arc-élasticité.

VI.3 Modélisation

Nous proposons ici de présenter l'application de la méthode OIA dans la formalisation de la performance et de la confiance dans le cas de la conception d'une jonction rivetée. La méthode ayant été présentée dans le principe au chapitre IV, nous ne la détaillons pas de nouveau.

VI.3.1 Fonction objectif de performance : φ_p

La fonction objectif permettant le calcul de la performance p est illustrée en détail dans l'annexe E, en particulier ses modèles d'interprétation et d'agrégation. Nous employons quatre DOIs, une étape de filtrage des VInt associées aux marges, ainsi que les trois types de fonction de désirabilité, le tout appliqué au modèle d'observation de la jonction rivetée précédemment décrit.

VI.3.1.1 Modèle d'agrégation ζ_p

Afin de satisfaire l'objectif global de conception, formalisé par la variable de qualification p , nous identifions tout d'abord les différentes fonctions du produit auxquelles nous associons la satisfaction des objectifs de conception correspondants.

VI.3.1.1.1 Satisfaire les objectifs de conception

Le produit considéré est la jonction rivetée : elle est constituée de deux extrémités de plaques, ainsi que des fixations. Nous dissociions globalement cinq situations de vie : la conception, la fabrication, le décollage, le vol et enfin l'atterrissage. Les diagrammes de l'environnement sont consultables en première partie de l'annexe E. Nous y identifions quatre objectifs de conception :

- DOI₁ : Satisfaire l'objectif de tenue mécanique ;
- DOI₂ : Satisfaire aux règles métiers ;
- DOI₃ : Satisfaire l'objectif de légèreté ;
- DOI₄ : Satisfaire l'objectif de fabricabilité.

Les pondérations v_i associées aux DOI font l'objet de scénarios d'agrégation que nous discutons au paragraphe VI.5.2.

L'arborescence détaillée du modèle d'agrégation est donnée en annexe E. Le DOI₄ agrège de manière compensatoire (sans dissociation d'importance) les niveaux de satisfaction liés au nombre de rivets N_{riv} ainsi que le nombre de changements de type de rivet N_{ch} . Le DOI₃ utilise aussi une stratégie compensatoire pour agréger les VInt associées à la densité surfacique DS et à la masse totale des rivets M_{tot} ; toutefois, une importance relative de 0.65

est donnée à la première variable, tandis que 0.35 est accordée à la seconde, considérant que la densité surfacique est globalement deux fois plus représentative de la légèreté de l'assemblage que la masse totale des rivets. Le DOI_2 agrège en grand nombre (et toujours par un produit iso-pondéré) l'ensemble des niveaux de satisfaction liés aux distances longitudinales $\widehat{bl}_1$ ainsi que ceux liés aux pas inter-rivets $\widehat{pt}_1$, adimensionnés dans les deux cas.

Enfin, le DOI_1 agrège l'ensemble des niveaux de satisfaction (V_{Int}) associés aux marges de sécurités. Toutefois, la gestion de leur grand nombre (de l'ordre de plusieurs centaines) s'effectue au travers d'une étape de filtrage.

VI.3.1.1.2 Les marges : étape de filtrage

Nous avons vu au chapitre III qu'à chaque fixation sont associées 9 marges différentes. Bien entendu, ce nombre est proportionnel au nombre de rivets. Toutefois, lorsque le bureau de calcul souhaite valider un assemblage, la totalité n'est pas vérifiée, marge après marge ; en réalité, le concepteur n'étudie que les marges de sécurité présentant les plus faibles valeurs, comme attestant de la tenue mécanique de l'ensemble de l'assemblage ou non.

Afin de formaliser ce comportement, nous proposons d'agréger, lors d'une étape de filtrage, l'ensemble des niveaux de satisfaction en ne retenant que les marges minimales. Nous souhaitons tout de même conserver une information discriminante entre les différents types de marge (traction, matage, etc.), c'est pourquoi nous filtrons chaque type de marge en ne retenant que sa V_{Int} la plus pénalisante. Par exemple, pour un type « marge de sécurité d'un rivet en traction », la plus faible est retenue pour l'ensemble des rivets ; un tel filtrage est reproduit pour chaque marge. L'étape de filtrage permet donc de passer de plusieurs centaines de V_{Int} à seulement 9 V_{IntF} , à savoir le niveau de satisfaction le plus faible pour chaque type de marge de sécurité. Cette stratégie conservatrice permet de garantir qu'aucun rivet n'est moins satisfaisant que ne l'indiquent les variables ainsi filtrées ; un tel raisonnement est cohérent avec les pratiques de conception observées en industrie. Ce filtrage permet de connaître le type de sollicitations (matage, traction, cisaillement, etc.) le plus pénalisant sur l'ensemble de la jonction, mais ne permettent pas de connaître le rivet le plus faible, par exemple. C'est pourquoi d'autres graphes d'agrégation sont possibles, comme un filtrage par rivet plutôt que par type de marge.

Ces 9 variables d'interprétation filtrées sont ensuite agrégées en DOI_1 au moyen d'un produit iso-pondéré. Cette stratégie est motivée par une absence de priorité entre les types de marges considérés. Ainsi, un type de marge présentant une satisfaction légèrement faible est compensée par un autre présentant une forte satisfaction. Nous rappelons que la tenue mécanique reste assurée par un ensemble de variables d'interprétation non nulles (via le principe d'annihilation).

VI.3.1.2 Modèle d'interprétation δ_p

Dans notre modèle d'interprétation δ_p , nous employons des fonctions de désirabilité de Harrington [Harrington 1965] pour chaque variable d'observation. Les paramètres de celles-ci sont donnés dans le Tableau VI-1 ; les astérisques indiquent que ces variables existent pour chaque rivet de la jonction.

Variables d'observation	Fonction de Harrington	$AC_i < SL_i$				$SL_i < AC_i$			
		AC_i	d_i^{AC}	SL_i	d_i^{SL}	SL_i	d_i^{SL}	AC_i	d_i^{AC}
Toutes marges de sécurité*	One-sided croissante	0	0,01	1	0,9	-	-	-	-
Toutes distances longitudinale adimensionnée*	One-sided croissante	1	0,15	3	0,95	-	-	-	-
Masse totale des rivets	One-sided décroissante	-	-	-	-	0,113	0,9	0,453	0,1
Densité surfacique	One-sided décroissante	-	-	-	-	5,64	0,9	22,56	0,1
Nombre rivets	One-sided décroissante	-	-	-	-	20	0,9	40	0,1
Nombre de changements de type	One-sided décroissante	-	-	-	-	1	0,9	10	0,1
Tous pas inter-rivets adimensionnés*	Two-sided	LAC_i	-	LSL_i	-	USL_i	d_i^{SL}	UAC_i	-
		3	-	4	-	7	0,9	8	-

Tableau VI-1 : Paramètres des fonctions de désirabilité pour le modèle d'interprétation δ_p

Toutes les marges sont interprétées au travers de la même fonction de désirabilité One-sided croissante, formalisant une volonté de maximisation des marges. Afin de garantir la tenue mécanique de la jonction, les marges de sécurité doivent être strictement positives [Villon 2007], ce qui explique la valeur très contraignante de d_i^{AC} , tandis qu'une marge de 1 est tout à fait satisfaisante. Les règles usuelles de dimensionnement d'une jonction [Bruhn 1973 ; Dupuy 2009 ; Langrand 2005 ; Military Standard 2004] stipulent notamment que le pas inter-rivets doit être compris entre 3-4 fois et 7-8 fois le diamètre de la fixation, et que la distance longitudinale doit mesurer plus de 1 à 3 fois le diamètre. Ces règles sont formalisées respectivement par une fonction Two-sided et une fonction One-sided croissante. Dans le but de minimiser la masse des rivets et la densité surfacique, des fonctions de désirabilité One-sided décroissantes sont employées ; les valeurs de SL_i et AC_i sont fixées en fonction des valeurs des VObs correspondantes pour la solution initiale X^0 :

$$SL_i = \frac{y_i^0}{2} \text{ et } AC_i = 2 \cdot y_i^0 \quad (101)$$

Nous considérons que le nombre de changements de type de rivet (N_{ch}) est mauvais au-delà de 10, et est plutôt souhaité être égal à 1 (impliquant que tous les rivets sont de même type). Enfin, le nombre de rivets étant simultanément une VObs et une VCo, les bornes de son domaine de valeurs sont directement utilisées comme paramètres de sa fonction de désirabilité associées : en vue de minimiser N_{riv} , la borne inférieure définit SL_i , tandis que la borne supérieure définit AC_i .

L'ensemble des courbes de ces fonctions de désirabilité sont illustrées dans la Figure VI-2.

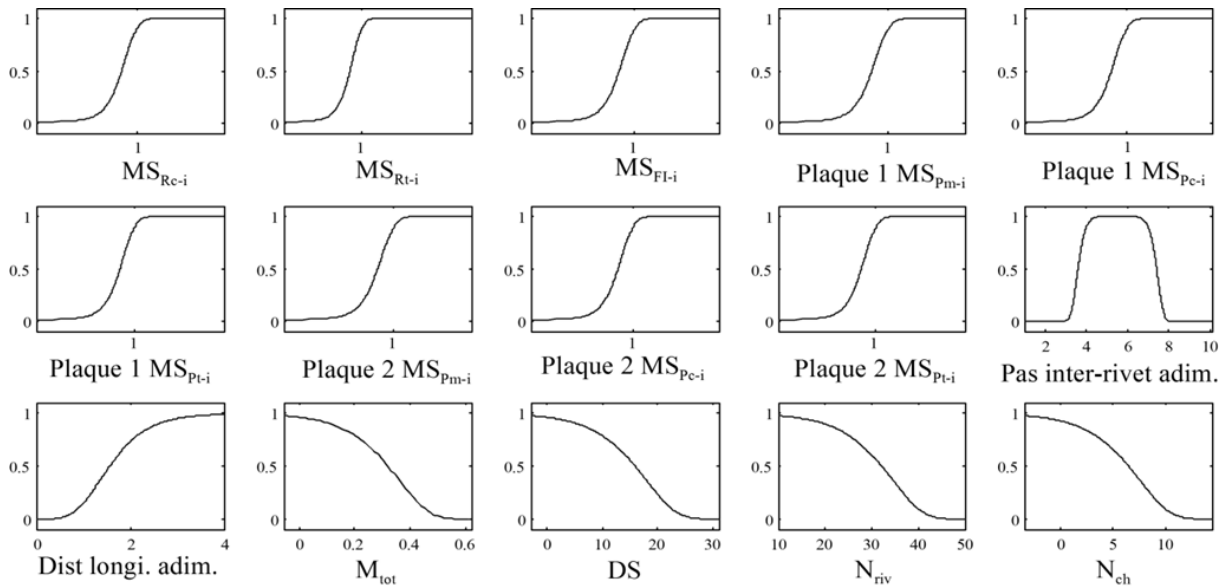


Figure VI-2 : Fonctions de désirabilité

VI.3.1.3 Modèle d'observation μ_p

Le modèle d'observation μ_p de la jonction rivetée est détaillé au chapitre 3, aussi ne revenons-nous pas dessus. Nous rappelons seulement qu'il se compose d'un modèle d'instanciation suivi d'un modèle de comportement. L'annexe B détaille l'étude menée pour déterminer le nombre de points de contrôle utilisés pour les courbes de répartition, en particulier celle des positions des fixations.

Nous rappelons les 27 variables de conception :

- Le nombre de rivets (N_{riv}) ;
- L'épaisseur de chaque plaque (e_i) ;
- La distance longitudinale au bord de chaque plaque (bl_i) ;
- Les 16 ordonnées des points de contrôle de la courbe de répartition des positions des rivets (c_{pos_i}) ;
- Les 6 ordonnées des points de contrôle de la courbe de répartition des types des rivets (c_{type_i}).

VI.3.2 Fonction objectif de confiance : φ_c

La fonction objectif que nous employons pour formaliser la confiance c du concepteur en une solution candidate est aisément abordable. Nous la décrivons brièvement en suivant.

VI.3.2.1 Modèle d'agrégation ζ_c

En l'absence de volonté d'accorder une importance particulière à un composant précis de la jonction, l'ensemble des niveaux de satisfaction (V_{Int}) sont agrégés au travers d'un unique opérateur d'agrégation compensatoire iso-pondéré, qui constitue le modèle d'agrégation ζ_c . La stratégie de compensation complète notre parti pris de considérer le produit dans son ensemble, et non par ses différents composants : l'agrégation compensatoire (produit iso-pondéré) autorise d'avoir un composant similaire qui équilibre un composant différent de la solution de référence.

Sachant que 27 VCo sont employées, le modèle d'agrégation agrège donc 27 niveaux de satisfaction portant sur 27 différences entre la solution candidate et la solution initiale :

$$c = \zeta_c(Z') = \prod_{i=1}^{27} (z'_i)^{1/27} \quad (102)$$

VI.3.2.2 Modèle d'interprétation δ_c

Le modèle d'interprétation δ_c est constitué des fonctions de confiance asymptotiques que nous avons introduites au chapitre IV. Le Tableau VI-2 en donne le paramétrage pour chaque variable d'observation. Entre parenthèses sont indiquées le nombre de VObs concernées par chaque fonction de confiance.

Variables d'observation	y^-	z^-	y^+	z^+
Nombre de rivets	0	1	5	0,9
Toutes épaisseurs plaques (2)	0,001	0,7	0,005	0,2
Toutes distances longitudinales (2)	0,005	0,9	0,01	0,8
Toutes ordonnées des points de contrôle des positions (16)	0,05	0,9	0,5	0,7
Toutes ordonnées des points de contrôle des types (6)	0,33	0,6	0,66	0,1

Tableau VI-2 : Paramètres des fonctions de confiance pour le modèle d'interprétation δ_c

Le nombre de rivets peut varier sans dégrader grandement le niveau de confiance associé, puisqu'une variation de 5 rivets induit un passage du niveau de confiance de « extrêmement haut » à « très haut ». De même, la distance longitudinale peut varier sensiblement sans dégrader la confiance. Les points de contrôle de la courbe de répartition des positions des rivets peuvent eux aussi varier sans grand impact. En revanche, il est considéré que les épaisseurs de plaques ne doivent être modifiées que si nécessaire, leurs valeurs pouvant avoir un impact sur des calculs tiers dans le processus industriel de conception. En outre se pose la question de la validité du modèle par éléments finis en cas d'épaisseur de plaque trop différente de l'épaisseur initialement prévue. De même, il est souhaitable que les types de rivets soient peu modifiés, ceux-ci pouvant être conditionnés par des stocks, des habitudes, ou encore le modèle éléments finis lui-même si un type particulier de rivets y a été simulé de manière plus ou moins directe.

Les courbes des fonctions de confiance sont présentées par la Figure VI-3.

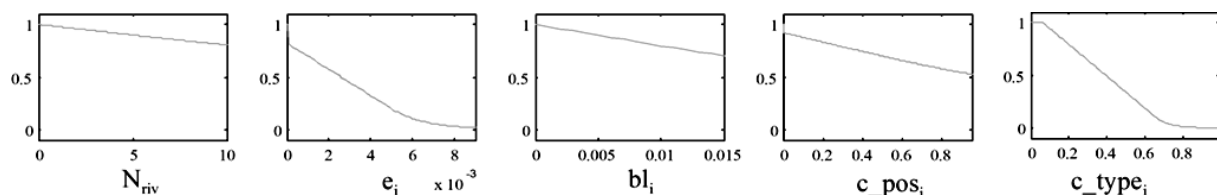


Figure VI-3 : Fonctions de confiance

VI.3.2.3 Modèle d'observation μ_c

Comme décrit dans le chapitre IV, chaque variable d'observation est calculée à partir de chaque couple de valeurs VCo issu de la solution candidate et de la solution initiale. Chaque VObs est ainsi égale à la différence en valeur absolue des valeurs des VCo issues de ces deux solutions (relation 79 dans le chapitre IV).

VI.4 Solution initiale

La solution de conception fournie par l'industriel AIRCELLE, nommée solution initiale X^0 , est une configuration de jonction rivetée réaliste proposée par des concepteurs lors d'une phase avancée du processus de conception.

Lors de sa réception, celle-ci n'était pas exprimée au moyen d'un modèle d'instanciation, aussi a-t-il été nécessaire d'effectuer une étude pour définir la solution initiale comme un jeu de VCoinstanciées. L'étude correspondante est détaillée dans l'annexe B. Le Tableau VI-3 ci-dessous en reproduit la conclusion, à savoir les VCo de la solution initiale.

N_{riv}	e_1	bl_1	e_2	bl_2	c_pos_i	c_type_i
30	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.56 ; 0.37 0.58 ; 0.5 ; 0.68 ; 0.27 ; 0.74 ; 0.33 0.49 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58

Tableau VI-3 : Variables de conception de la solution initiale (épaisseurs et distances en m)

Nous soulignons notamment que la jonction est constituée de 30 rivets de même type (CR7620-8, aussi nommé type 2) ; les deux plaques ont la même épaisseur (0.002m) et la ligne de rivets est positionnée à la même distance de leurs bordures (0.015m).

Le Tableau VI-4 détaille un grand nombre de VObs pour la solution initiale, soit l'ensemble des marges (270 au total) ainsi que le pas inter-rivets adimensionné, pour chaque rivet i . Nous soulignons que la marge minimale pour chaque type de marge est pertinente pour se faire une idée de la tenue mécanique de la solution, ainsi que déjà discuté.

i	MS_{Rc-i}	MS_{Rt-i}	MS_{Fi-i}	Plaque 1			Plaque 2			$\widehat{pt}_i$
				MS_{Pm-i}	MS_{Pc-i}	MS_{Pt-i}	MS_{Pm-i}	MS_{Pc-i}	MS_{Pt-i}	
1	2.072	666.327	3.072	0.407	1.630	3.171	0.407	1.630	3.171	7.437
2	2.246	26.629	3.224	0.486	1.779	3.407	0.486	1.779	3.407	7.437
3	2.905	30.392	3.875	0.788	2.343	4.854	0.788	2.343	4.854	8.108
4	3.161	215.594	4.160	0.905	2.563	4.111	0.905	2.563	4.111	6.823
5	2.861	285.676	3.861	0.768	2.306	3.742	0.768	2.306	3.742	6.823
6	2.073	31.718	3.060	0.407	1.632	2.816	0.407	1.632	2.816	6.887
7	1.890	5.735	2.656	0.323	1.475	2.589	0.323	1.475	2.589	6.888
8	3.243	6.901	3.738	0.943	2.633	3.525	0.943	2.633	3.525	6.056
9	6.607	19.150	7.117	2.483	5.513	6.577	2.483	5.513	6.577	5.723
10	9.454	20.638	9.413	3.787	7.951	9.413	3.787	7.951	9.413	5.723
11	16.262	58.250	16.573	6.905	13.781	17.479	6.905	13.781	17.479	6.075
12	34.248	164.352	34.473	15.140	29.180	46.309	15.140	29.180	46.309	7.363
13	55.241	61.266	41.736	24.753	47.155	65.964	24.753	47.155	65.964	6.645
14	18.954	90.322	19.494	8.137	16.085	21.390	8.137	16.085	21.390	6.320
15	10.431	27.836	10.626	4.234	8.787	10.514	4.234	8.787	10.514	5.776
16	7.000	10.743	6.611	2.663	5.850	4.750	2.663	5.850	4.750	4.408
17	5.275	10.281	5.484	1.873	4.373	3.464	1.873	4.373	3.464	4.373
18	7.030	10.792	6.637	2.677	5.875	4.713	2.677	5.875	4.713	4.373
19	13.689	48.990	14.093	5.726	11.577	13.024	5.726	11.577	13.024	5.526
20	17.780	62.941	18.019	7.599	15.080	12.467	7.599	15.080	12.467	4.400
21	21.073	81.671	21.326	9.107	17.899	13.158	9.107	17.899	13.158	4.041
22	19.389	71.498	19.628	8.336	16.458	12.079	8.336	16.458	12.079	4.041
23	16.282	60.448	16.636	6.913	13.797	13.118	6.913	13.797	13.118	4.873
24	20.478	109.329	21.082	8.835	17.390	19.331	8.835	17.390	19.331	5.488
25	23.804	110.500	24.212	10.358	20.238	20.288	10.358	20.238	20.288	5.069
26	34.609	76.733	32.374	15.305	29.489	25.332	15.305	29.489	25.332	4.506
27	35.691	51.178	30.014	15.801	30.416	26.133	15.801	30.416	26.133	4.506
28	34.222	45.650	28.110	15.128	29.158	26.086	15.128	29.158	26.086	4.646
29	38.083	66.695	33.847	16.896	32.464	19.853	16.896	32.464	19.853	3.529

i	MS_{Rc-i}	MS_{Rt-i}	MS_{Fl-i}	Plaque 1			Plaque 2			$\widehat{pt}_i$
				MS_{Pm-i}	MS_{Pc-i}	MS_{Pt-i}	MS_{Pm-i}	MS_{Pc-i}	MS_{Pt-i}	
30	11.773	67.255	12.555	4.849	9.936	5.815	4.849	9.936	5.815	3.529
min	1.890	5.735	2.656	0.323	1.475	2.589	0.323	1.475	2.589	

Tableau VI-4 : Marges et pas inter-rivets adimensionné observés pour la solution initiale

Nous observons donc que la solution est acceptable d'un point de vue tenue mécanique, l'ensemble des marges étant strictement positif. Toutefois, les marges en matage pour les deux plaques peuvent être améliorées, puisqu'elles renvoient des valeurs inférieures à 1 pour les 8 premiers rivets. Nous soulignons que les deux plaques ont des marges rigoureusement identiques, celles-ci ayant des dimensions égales et un matériau commun (et non modifiable). Le pas inter-rivets respecte globalement la règle énoncée plus haut, bien que les premiers rivets aient tendance à être à la limite de l'éloignement. Les distances longitudinales adimensionnées constatées pour chaque rivet sont toutes égales à 2.280 du fait du type identique pour chaque rivet et des distances longitudinales identiques pour chaque plaque. Cette valeur respecte la règle de dimensionnement donnée plus haut. La densité surfacique est de 11.280kg/m^2 et ne pourra vraisemblablement pas être améliorée sans détériorer drastiquement la tenue mécanique, puisque l'épaisseur de la plaque est déjà proche de sa valeur minimale dans le domaine de valeur correspondant. Enfin, la masse totale des fixations est de 0.267kg et pourra être réduite pas la diminution du nombre de rivet et/ou l'utilisation de fixations moins lourdes.

VI.5 Optimisation

Dans ce paragraphe, nous proposons différentes solutions issues de l'optimisation de la performance p et de l'arc-élasticité σ au travers d'un AIS. Ces deux valeurs constituent les deux fonctions objectif que l'algorithme d'optimisation doit maximiser.

VI.5.1 Système immunitaire artificiel

L'étude comparative menée dans le chapitre V a conduit à l'identification du système immunitaire artificiel, ou AIS, comme étant l'algorithme stochastique le plus pertinent dans un problème tel que le nôtre. Le paramétrage de l'algorithme que nous employons est donné dans le Tableau VI-5.

Nombre d'anticorps (Nanti)	40
Pourcentage de clones (pourC)	0.75
Pourcentage de cellules mémorisées (pourM)	0.75
Nombre d'itérations	100

Tableau VI-5 : Paramétrage de l'AIS

Paramétrer un algorithme d'optimisation stochastique est une étape relativement ardue lorsque la forme de la fonction à optimiser est totalement inconnue. Pour fixer les différents paramètres de l'AIS, nous nous basons sur leurs fonctions dans l'algorithme, sur notre propre expérience de manipulation de l'AIS, ainsi que sur les tests effectués au chapitre précédent. Le nombre d'anticorps est choisi dans la moyenne par rapport aux résultats obtenus au chapitre V. Le pourcentage de cellules mémorisées est apparu comme un paramètre variant très peu d'un benchmark à l'autre et est fixé à 0.75. Le pourcentage de clones est un paramètre définissant si la recherche va plutôt avoir tendance à être locale, en exploitant principalement les meilleurs anticorps connus. Dans notre cas, notre démarche visant notamment à prendre en compte une solution de référence, nous avons préféré mettre l'accent sur la recherche locale et fixons le pourcentage de clones à 0.75. Signalons tout de même que 25% de la population d'anticorps est générée aléatoirement à chaque itération, en vue d'une

optimisation globale. Enfin, la fonction objectif étant inconnue, le seul critère d'arrêt que nous retenons est le nombre d'itérations de l'algorithme, fixé à 100.

L'algorithme de base employé est identique à l'AIS décrit dans le chapitre précédent. Toutefois, nous lui avons adjoint plusieurs opérateurs supplémentaires parmi ceux évoqués précédemment :

- L'opérateur d'élitisme [Guan 2009] permet de conserver la meilleure solution d'une itération à l'autre, en la réinjectant artificiellement à la place d'une solution aléatoirement sélectionnée. Cet opérateur permet de conserver toute bonne solution trouvée durant l'exploration de l'espace de conception ;
- Un mécanisme de distribution, ou « parallélisation », est employé, mais dans un unique souci de diminution du temps de calcul. Au sein d'une itération, à chaque fois qu'une solution doit être évaluée, le calcul est dévolu à l'un des processeurs de l'ordinateur. De cette façon, il est possible de réaliser plusieurs évaluations simultanées, et donc de gagner du temps ;
- Un clonage proportionnel [Chen 2010] est employé dans l'AIS. De cette manière, les meilleurs anticorps sont proportionnellement plus clonés ; ce type de clonage permet une recherche locale plus fine.

Un AIS nécessite la génération de solutions totalement nouvelles à deux reprises : lors de l'initialisation de la population d'anticorps, et lors de la génération de nouvelles cellules en fin de phase opérative. Généralement, cet opérateur de génération de solutions réalise un tirage aléatoire dans le domaine de valeur de chaque VCo afin de composer une solution originale. Toutefois, dans notre cas, l'espace de conception présente une grande taille, notamment du fait du nombre de VCo ; c'est pourquoi nous proposons de réaliser un tirage non pas aléatoire mais en suivant une distribution gaussienne centrée sur le milieu de chaque domaine de valeur. Ce choix est notamment motivé par le fait qu'une telle distribution conduit à une courbe de répartition des positions des rivets globalement droite (du fait de sa monotonie, cf. chapitre III), soient des rivets répartis de manière à peu près uniforme. Inversement, une répartition des rivets qui les concentre ou les dissocie trop, conduit à une solution peu intéressante. L'opérateur générant de telles solutions est décrit par le Pseudo-code VI-1 pour une variable de conception x_i , où « alean » est une fonction réalisant un tirage basé sur une courbe de Gauss de moyenne 0 et d'écart-type 1.

```

r ← alean / 9 + 0.5
if r < 0
    r ← 0
end
if r(i) > 1
    r ← 1
end
x(i) = round( r * (  $\bar{x}_i^+$  -  $\bar{x}_i^-$  ) /  $\bar{x}_i^p$  ) *  $\bar{x}_i^p$  +  $\bar{x}_i^-$ 

```

Pseudo-code VI-1 : Opérateur de tirage gaussien

Nous l'avons déjà souligné plusieurs fois, l'espace de conception $\bar{\Omega}$ est particulièrement vaste, en particulier à cause du grand nombre de variables de conception. C'est pourquoi nous suggérons d'inclure la solution de référence X^0 dans la population d'anticorps lors de l'étape d'initialisation de l'optimisation. De cette façon, l'algorithme peut s'appuyer sur cette solution pour converger ce qui lui permet de gagner du temps de calcul, en intégrant la configuration initiale dès le départ. Par la suite, nous avons réalisé nos essais en présence et en absence de la solution initiale, et nous comparons les résultats obtenus.

VI.5.2 Scénarios de conception

Afin d'illustrer différentes manières d'utiliser la méthode OIA pour formaliser les préférences du concepteur, nous proposons différents scénarios d'agrégation des DOIs pour constituer la performance p . Ces scénarios correspondent à des pondérations différentes, formalisant des importances relatives différentes dans la satisfaction des objectifs de conception. Les décideurs souhaitent généralement connaître l'effet de la mise en avant de certaines fonctions par rapport d'autres. Plusieurs cas de figure étudiés permettent aux décideurs de concrétiser les alternatives de conceptions qui s'offrent à eux. Par exemple, qu'est-il possible d'obtenir pour une solution légère et solide ? Pour une solution plus légère mais moins facilement fabriquable ? A la lecture des résultats d'optimisation des différents scénarios, différentes tendances sont appréhendées ; c'est ainsi que la prise de décision peut être effectuée en toute sérénité et responsabilité.

	Tenue	Règles	Légèreté	Fabrication
Tenue	1	4	6	4
Règles	0,25	1	4	0,5
Légèreté	0,167	0,25	1	0,25
Fabrication	0,25	2	4	1

Tableau VI-6 : Matrice de jugement pour le scénario global (ratio de cohérence de 0.0689)

Afin de constituer différents scénarios, nous avons proposé au partenaire industriel AXS de réaliser une AHP sur les quatre DOI identifiés. Une douzaine de concepteurs ont réalisé l'étude. Nous avons effectué la moyenne de leurs réponses, en considérant l'échantillon comme représentatif de la prise de décision chez l'industriel, puis nous en avons déduit les pondérations afin de réaliser un scénario que nous qualifions de « global » (Tableau VI-6). Nous avons ensuite dissocié les réponses des dessinateurs et des calculateurs, pour en extraire les pondérations associées, constituant deux scénarios supplémentaires. Il faut toutefois reconnaître que les jeux de pondérations constituant ces trois scénarios sont très proches (Figure VI-4).

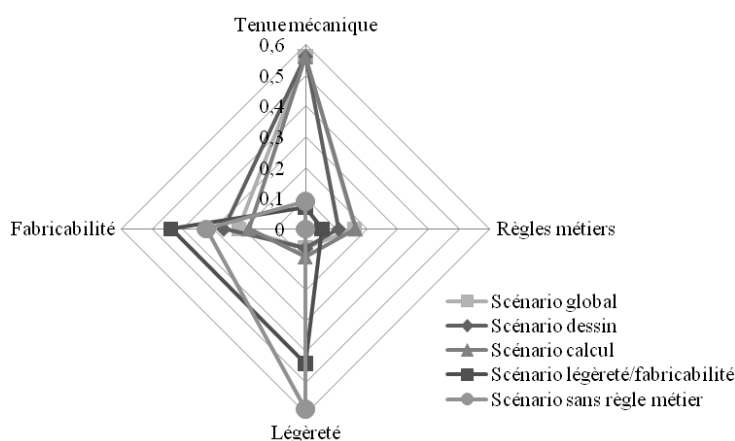


Figure VI-4 : Répartition des pondérations en fonction des scénarios

Des décideurs susceptibles de privilégier la légèreté ou la fabricabilité n'étant pas présents dans l'échantillon, nous proposons deux scénarios supplémentaires. Le premier, nommé « légèreté/fabricabilité » met largement l'accent sur la satisfaction des objectifs de légèreté et de fabrication. Le second ignore les règles de dimensionnements afin de générer des solutions plus originales. L'annexe F liste les matrices de jugement et les pondérations associées à chaque scénario.

Pour chacun des 5 scénarios, nous proposons d'optimiser distinctement la performance et l'arc-élasticité. Dans chaque cas, nous effectuons trois optimisations sans intégrer la solution initiale dans la population d'anticorps de départ, et trois en l'intégrant. Au total, nous obtenons donc une liste de 60 solutions optimales ; celles-ci sont données dans l'annexe G avec leurs performances, confiances et éventuellement arc-élasticités respectives ; elles sont notées de X^1 à X^{60} .

VI.5.3 Amélioration de la solution initiale

Tout d'abord, nous proposons de comparer à la solution initiale les meilleures solutions obtenues, afin de vérifier l'efficacité des méthodes et outils employés. A cette fin, pour chaque scénario, nous retenons les solutions aillant la plus haute valeur de la performance p dans le cas de son optimisation, et nous procédons de même pour le cas de l'arc-élasticité (nous considérons donc deux solutions pour chaque scénario). Nous ne différencions pas ici les optimisations réalisées sans ou avec inclusion initiale de X^0 . Par exemple, lors de l'optimisation de la performance dans le scénario global, les solutions X^1 à X^6 sont obtenues (annexe G), et X^3 est celle présentant la plus forte valeur de p .

Le Tableau VI-7 présente différentes VObs pour la solution initiale X^0 ainsi que pour les meilleures solutions retenues. Sont présentées également la marge minimale pour chaque type de marge, ainsi que la densité surfacique (DS), la masse des rivets (M_{tot}), le nombre de rivets (N_{riv}) et le nombre de changements de type de rivet (N_{ch}). Nous soulignons que les marges que nous présentons ici sont celles employées par la fonction objectif ϕ_p pour calculer le DOI_1 de tenue mécanique (elles sont obtenues au travers de l'étape de filtrage, cf § VI.3.1.1.2).

	Marges minimales (rivet ; plaque 1 ; plaque 2)									DS	M_{tot}	N_{riv}	N_{ch}
	MS_{R-i}	MS_{Rt-i}	MS_{Fl-i}	MS_{Pm-i}	MS_{Pc-i}	MS_{Pt-i}	MS_{Pm-i}	MS_{Pc-i}	MS_{Pt-i}				
X^0	1.890	5.735	2.656	0.323	1.475	2.589	0.323	1.475	2.589	11.28	0.227	30	1
X^3	2.623	6.058	3.248	1.488	7.137	4.071	1.488	7.137	4.071	16.92	0.211	28	1
X^{11}	2.985	6.599	3.664	0.825	2.412	1.889	0.825	2.412	1.889	11.28	0.227	30	1
X^{14}	2.487	5.656	3.122	1.395	5.156	3.413	1.395	6.833	3.413	16.92	0.204	27	1
X^{23}	2.963	7.124	3.591	0.815	2.394	1.787	0.815	2.394	1.787	11.28	0.227	30	1
X^{29}	2.943	6.357	3.569	0.806	4.905	1.884	1.708	7.857	3.326	14.1	0.204	27	1
X^{36}	2.518	5.962	3.140	0.611	2.012	1.948	0.611	2.012	1.948	11.28	0.227	30	1
X^{38}	2.868	6.545	3.555	0.771	4.762	2.126	0.771	4.792	2.126	11.28	0.204	27	1
X^{47}	1.915	4.769	2.602	0.335	1.496	2.097	0.335	1.496	2.097	11.28	0.211	28	1
X^{50}	2.868	6.220	3.410	0.771	4.792	1.483	0.771	4.792	1.483	11.28	0.173	23	1
X^{59}	2.428	5.927	3.240	0.570	1.935	2.352	0.570	1.935	2.352	11.28	0.204	27	1

Tableau VI-7 : Meilleure solution de chaque scénario, pour p et σ (sans considération de l'inclusion initiale de X^0)

Dans le Tableau VI-7, les cellules blanches sont identiques aux valeurs de la solution initiales X^0 , les cellules grises présentent des valeurs plus satisfaisantes que X^0 (marges supérieures, autres VObs inférieures), les cellules noires contiennent des valeurs moins satisfaisantes que X^0 .

Avant tout, nous remarquons qu'aucune des solutions optimales présentées dans le Tableau VI-7 ne majore la solution initiale sur la totalité des VObs que nous étudions ici (pas de Pareto-dominance). En cela, X^0 est une solution de conception acceptable ; toutefois, les autres solutions identifiées sont autant d'alternatives intéressantes qui s'offrent aux décideurs.

Dans les trois premiers scénarios, la priorité est donnée à la satisfaction de l'objectif de tenue mécanique de l'assemblage, i.e. augmenter DOI_1 . A ce titre, deux types de solutions émergent (parmi X^3 , X^{11} , X^{14} , X^{23} , X^{29} et X^{36}) :

- L'optimisation de la performance p autorise une large variation du nombre de rivets et des épaisseurs des plaques en particulier. De ce fait, les solutions X^3 , X^{14} et X^{29} présentent un nombre de rivets inférieur à 30. Toutefois, afin de satisfaire l'objectif de tenue mécanique, la chute du nombre de rivets est compensée par une augmentation de l'épaisseur de plaques (passage de 2mm à 3mm) induisant une augmentation de DS ;
- L'optimisation de l'arc-élasticité conduit à des solutions (X^{11} , X^{23} et X^{36}) qui conservent des caractéristiques de la solution initiale pour maximiser DOI_1 , en particulier : 30 fixations et des épaisseurs de plaque de 2mm.

Sur ces 6 premières solutions, signalons que l'augmentation de DS est accompagnée d'une large augmentation de la tenue mécanique, notamment pour X^3 qui présente des marges minimales toutes supérieures à celles de X^0 . Sans modification de DS et N_{riv} , la tenue mécanique reste largement améliorée (7 marges sur 9 sont supérieures à celles de X^0 pour X^{11} , X^{23} et X^{36}) par simple repositionnement des fixations ; deux marges sont toutefois inférieures à celles de X^0 , tout en restant largement satisfaisantes (supérieures à 0). Nous observons aussi que dans notre cas, une petite variation des pondérations données aux DOIs a peu d'impacte sur les typologies de solutions optimales obtenues (cette observation dépend cependant fortement du caractère stochastique de l'AIS ainsi que de la taille de notre espace de conception).

Dans le scénario de légèreté/fabrication comme dans celui ignorant les règles métiers, la tenue mécanique a moins d'importance par rapport à la satisfaction des autres objectifs de conception. A ce titre, les marges minimales obtenues sont plus faibles que pour les scénarios précédents (Tableau VI-7) bien que globalement supérieures à celles de X^0 (soulignons que X^{47} présente tout de même près de la moitié de marges minimales inférieures à celles de X^0). Les solutions retournées par ces deux scénarios présentent une diminution du nombre de rivets tout en conservant une densité surfacique égale à la solution initiale X^0 ; et ce, autant en optimisant la performance p (X^{38} et X^{50}) que l'arc-élasticité σ (X^{47} et X^{59}).

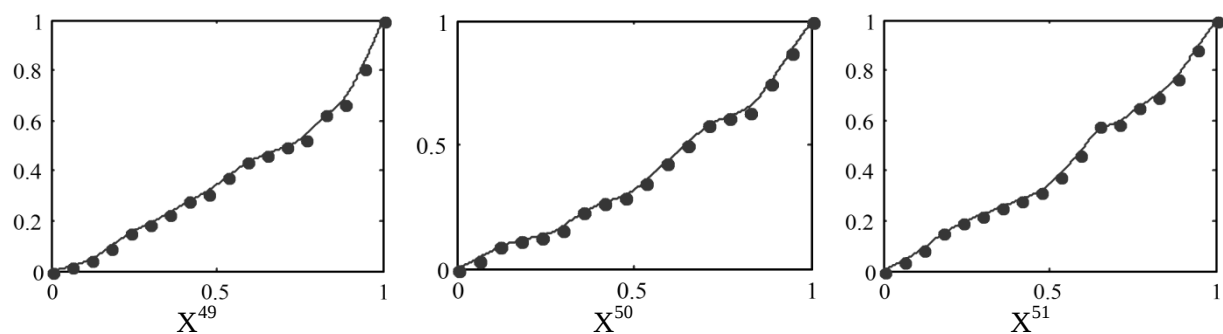
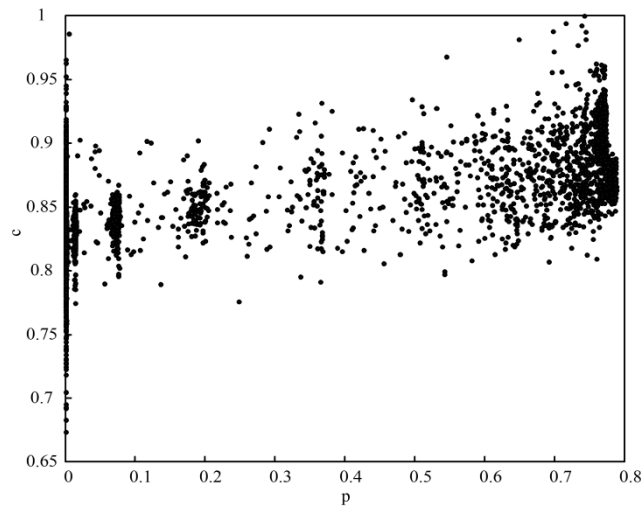


Figure VI-5 : Courbes de répartition pour trois solutions, dans le scénario sans règle métier

Dans le cas du scénario sans règle métier, nous observons que les courbes de répartition des rivets sont similaires entre solutions. La Figure VI-5 présente un exemple dans le cas de la maximisation de la performance sans inclusion de la solution initiale dans l'AIS. On constate que sans être identiques (du fait du caractère stochastique de l'AIS), ces courbes sont très proches : elles ont une légère tendance hyperbolique tout en présentant une inversion de la courbure générale entre 0.5 et 0.7. Ce type de courbe permet de concentrer les rivets en milieu de jonction tout en réduisant leur nombre à l'une des extrémités (Figure VI-8).

Figure VI-6 : Solutions étudiées durant l'optimisation menant à X^{54}

A l'instar de la majorité des problèmes d'optimisation dans un contexte industriel, il nous est impossible de figurer la forme de la fonction objectif. Tout d'abord car il nous est impossible de la connaître sans effectuer un balayage exhaustif de toutes les solutions candidates possibles. Ensuite, car celle-ci est exprimée en 27 dimensions (27 VCo). Toutefois, il peut être intéressant d'afficher l'ensemble des solutions testées durant une optimisation, dans l'espace de la performance et de la confiance, soient en 2 dimensions (Figure VI-6). Cette figure donne des indications quant au processus d'optimisation. Nous pouvons en particulier discerner différents optimums locaux que l'AIS a parcourus : ils sont reconnaissables à des concentrations de points. Nous en identifions pour des valeurs de performance de 0.01, 0.08, 0.19, 0.38, 0.53 et 0.77. Cette information reste toutefois qualitative sur la forme de la fonction objectif.

De l'ensemble de ces observations, nous pouvons donc conclure que les méthodes présentées dans ce manuscrit et appliquées dans ce chapitre, conduisent à des solutions cohérentes avec les préférences exprimées par le concepteur, et supérieures à la solution de référence. A ce titre, nous soulignons en particulier que les solutions X^{38} et X^{50} sont plus légères que X^0 (DS identiques mais M_{tot} inférieures), tout en employant moins de rivets et en présentant une tenue mécanique supérieure sur la grande majorité des marges !

Comme signalé plus haut, le nombre de solutions candidates est si élevé que les solutions optimisées que nous présentons ici correspondent assurément à des optimums locaux et non globaux. De ce fait, certaines optimisations ont conduit à des solutions moins intéressantes que celles présentées dans le Tableau VI-7 ; nous les listons toutefois dans l'annexe G et les évoquons dans les paragraphes suivants. A titre d'exemple, nous pouvons signaler X^{26} dont le nombre de rivets monte à 35, sans pour autant que les marges minimales soient significativement plus satisfaisantes que celles de X^0 .

VI.5.4 Recherche de solutions performantes

Avant tout, nous insistons sur la nécessité de ne comparer les valeurs de performance entre solutions que pour un scénario donné. En effet, nous rappelons qu'un scénario de conception correspond à une combinaison de pondération des DOIs pour le calcul de p (Figure VI-4) ; ces pondérations participent par nature à l'expression de la fonction objectif. De ce fait, les performances de solutions candidates ne peuvent être comparées que pour un jeu fixé de pondérations, autrement dit un scénario de conception précis. A titre d'exemple, la performance de 0.905 de X^{14} n'est pas comparable à celle de 0.794 de X^{51} , puisque ces deux solutions sont différentes et ne sont pas issues du même scénario. Notons que cette

observation n'est pas valable pour la confiance, puisque le calcul de celle-ci ne varie pas d'un scénario à l'autre.

L'étude des performances des différentes solutions obtenues avec et sans inclusion de X^0 dans l'étape d'initialisation de l'AIS signale que les solutions obtenues avec inclusion de X^0 ne sont globalement pas plus performantes que celles obtenues en l'absence de X^0 . La Figure VI-7-1 illustre cette faible différence, en figurant la moyenne sur les trois solutions maximisant p pour chaque scénario (par exemple X^1 à X^3 pour les optimisations sans X^0 , et X^4 à X^6 pour celles avec X^0 , dans le cas du scénario global). On observe toutefois que la valeur de confiance de la solution finale est systématiquement supérieure pour les optimisations réalisées avec inclusion de X^0 dans la population initiale d'anticorps (Figure VI-7-2). Cependant, cet indicateur n'a a priori pas grand intérêt lors d'une recherche de performance optimale.

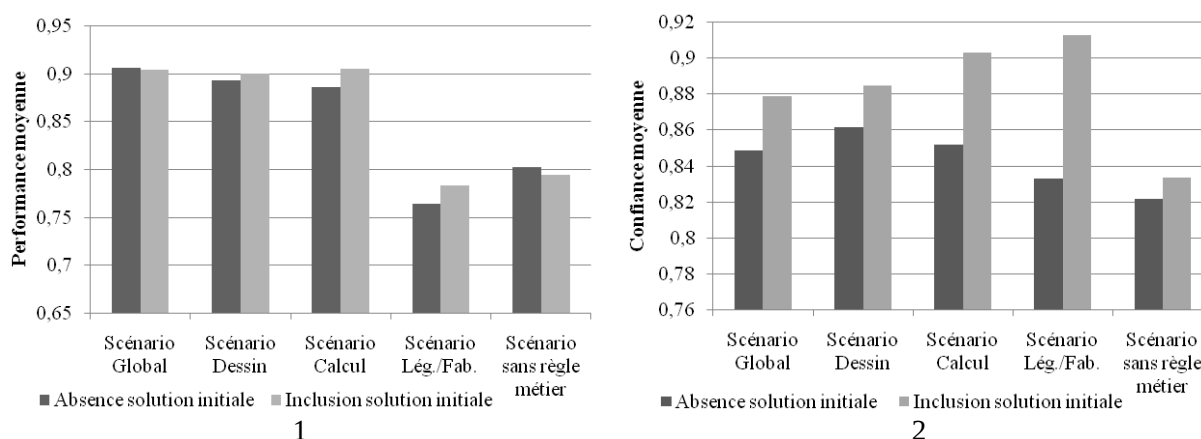


Figure VI-7 : Performances et confiances moyennes pour chaque scénario

L'inclusion de la solution initiale X^0 dans la population d'anticorps de départ de l'algorithme d'optimisation induit l'optimisation à converger vers un optimum local relativement proche de X^0 . L'observation faite dans la Figure VI-7-2 va dans ce sens. En complément, nous pouvons par exemple observer le nombre de rivets des solutions obtenues par maximisation de la performance ; nous rappelons que le nombre de rivets pour X^0 est de 30. Avec inclusion de la solution initiale, ce nombre varie globalement de 27 à 30 (avec une exception à 24 pour X^{54}) ; nous calculons un écart-type de 1.676. Sans inclusion de la solution initiale, le nombre de rivets va globalement de 27 à 35 (avec encore une exception à 23 pour X^{50}) avec un écart-type de 2.840, soit presque le double. Il est donc notable que l'absence de solution initiale permet l'identification de solutions plus originales, sans toutefois être plus performantes, comme dit précédemment.

Nous proposons maintenant de présenter graphiquement les répartitions des rivets pour quatre solutions : la solution initiale ainsi que trois solutions issues de trois scénarios de conception différents. La Figure VI-8 présente ces répartitions, tandis que les détails sur les points de contrôles des courbes répartissant les rivets sont toujours disponibles dans le listing de l'annexe G.

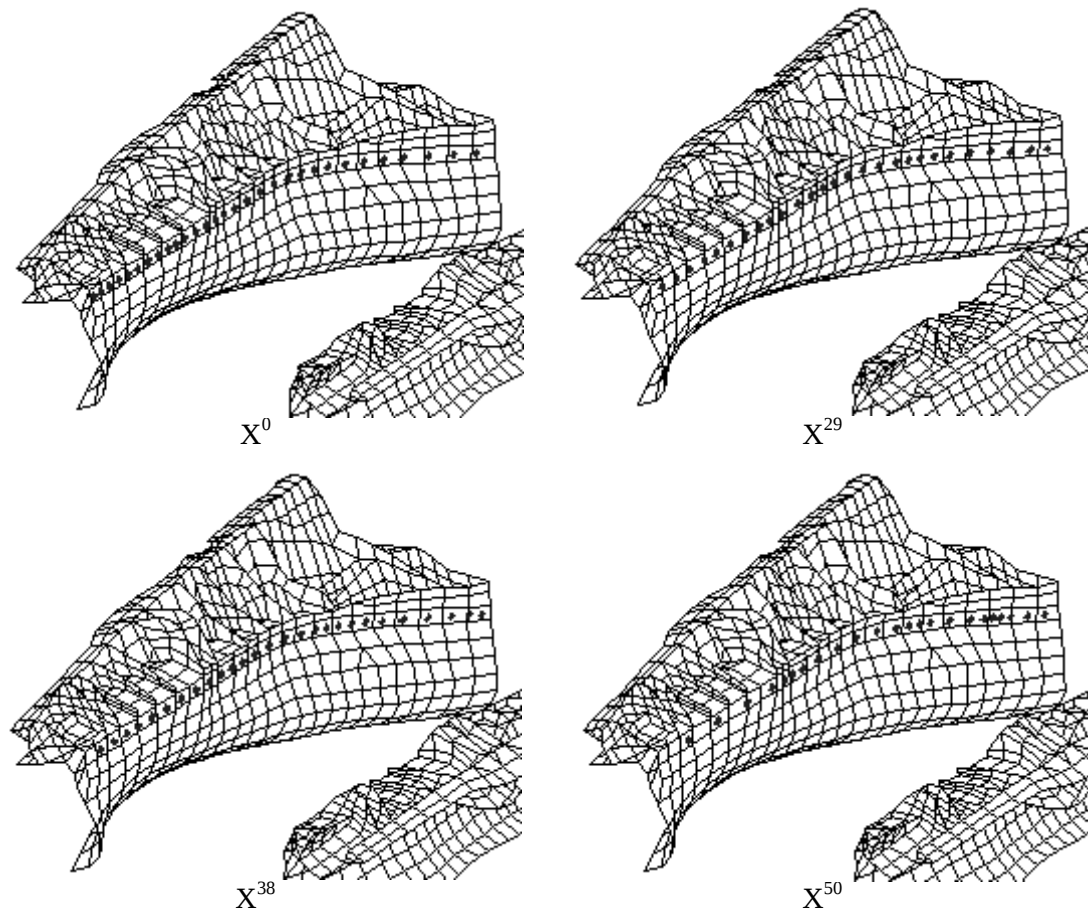


Figure VI-8 : Répartition des rivets pour différentes solutions

La solution initiale X^0 présente une répartition des rivets relativement régulière, avec un accroissement de leur concentration sur la gauche de la jonction (Figure VI-8). Les solutions X^{29} et X^{38} présentent elle-aussi des répartitions globalement régulières ; nous notons cependant une légère concentration au milieu de la jonction pour X^{29} . Les répartitions régulières de ces deux solutions sont en réalité le fait de la satisfaction de l'objectif de conception des « règles métiers », et en particulier la règle de dimensionnement spécifiant les pas inter-rivets. Bien que X^{29} soit obtenue par le scénario Calcul et X^{38} par le scénario Légèreté/Fabrication, le DOI_2 est inclus dans le calcul de la performance, et impose une répartition relativement régulière. Pis, cette répartition a un effet indirect supplémentaire : elle contraint le nombre minimum de rivets sur la jonction, au nombre de 27 pour les deux solutions. Ce phénomène est confirmé par la répartition des rivets pour la solution X^{50} . Dans le dernier scénario, ignorant volontairement les règles de dimensionnement, les rivets sont adaptés aux efforts ; on retrouve en particulier une forte concentration au milieu de la jonction, répartition déjà esquissée dans la solution X^{29} . Les règles métiers ne contraignant plus les pas inter-rivets, la solution X^{50} n'en emploie plus que 23. Pour finir sur cette répartition particulière des fixations, la Figure VI-9 illustre leurs valeurs et les niveaux de satisfaction (points noirs) théoriquement associés par le paramétrage de la fonction de désirabilité détaillée dans le Tableau VI-1 (nous parlons de satisfaction « théorique » puisque ces VInt ne sont pas prises en compte dans le scénario retournant la solution X^{50}). Il est constaté que la majorité des rivets présentent des pas inter-rivets plus grands que les règles de dimensionnement ne le préconisent ; ces violations des règles métiers peuvent donc éventuellement être acceptables, et conduire à des solutions de conception inédites. Ceci devra être validé par des experts métiers car la rigidité de la liaison, (non étudiée ici) peut se trouver dégradé par cette option technologique.

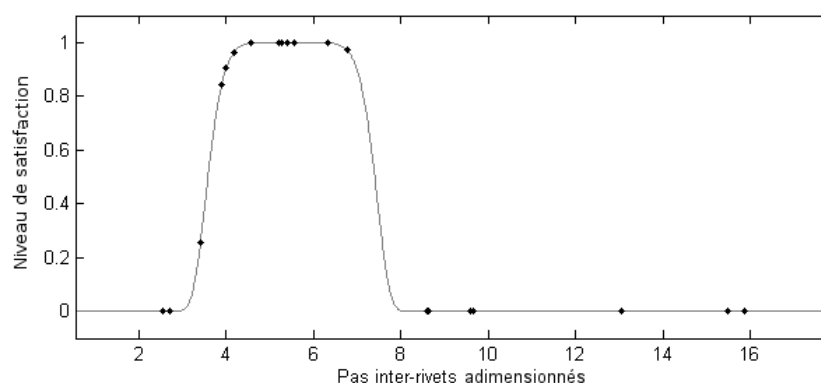


Figure VI-9 : Niveaux de satisfaction des pas inter-rivets adimensionnés

Nous soulignons que pour la très grande majorité des 60 solutions obtenues (annexe G), les rivets sont des CR7620-8 (soit le type que nous avons numéroté 2), à savoir similaires à X^0 (X^{50} est toutefois une exception). Cette constatation peut avoir quatre explications :

- Ces types de rivets sont dus à un optimum local proche de X^0 ;
- Ces types de rivets sont instanciés par des courbes de répartitions initialisées par l'opérateur de tirage gaussien, ce qui conduit à une droite de type $y=0.5$, et donc à des rivets de type 2 ;
- Le faible nombre de points de contrôle limite la flexibilité de la courbe de répartition ; en particulier, plusieurs points de contrôles doivent avoir une ordonnée proche de 0 ou 1 pour obtenir des rivets de type 1 ou 3 ;
- Les meilleurs solutions impliquent l'utilisation de rivets de type 2.

Pour finir, nous proposons d'observer des courbes de convergence. Nous nommons ainsi une courbe indiquant la performance de la meilleure solution pour chaque itération de l'AIS. Du fait de l'opérateur d'élitisme, cette courbe ne peut décroître, même partiellement.

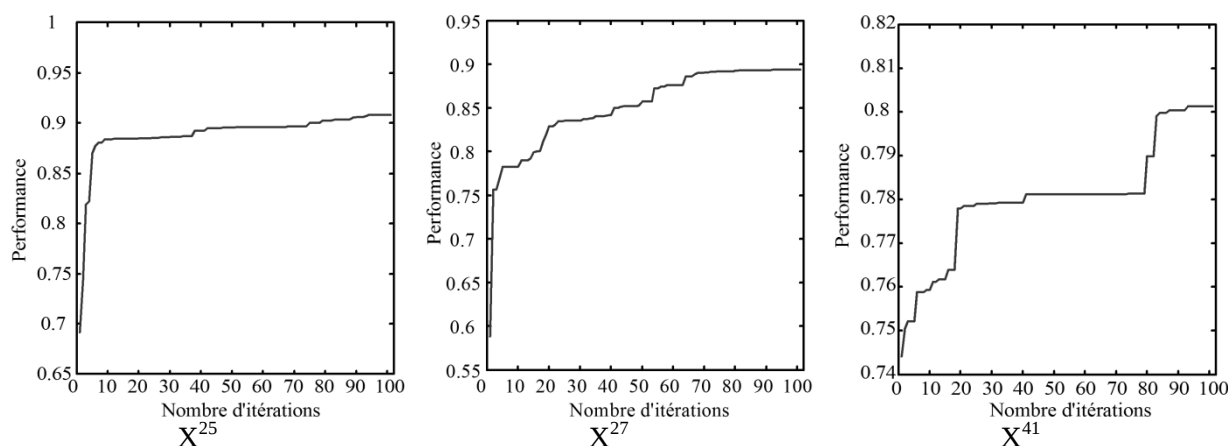


Figure VI-10 : Courbes de convergence de la performance pour trois solutions

Pour ces trois courbes de convergence prises au hasard en exemple, nous observons l'effet d'une recherche local inhérente à l'AIS et à son paramétrage (Tableau VI-5). En effet, chaque hausse conséquente de performance est poursuivie d'une « courbure », autrement dit de légères hausses de performance sur les itérations suivantes. Ce phénomène s'explique par l'exploration de la zone de l'espace de conception entourant la solution identifiée lors de la hausse importante de performance : celle-ci ayant peu de chance d'être l'optimum local, d'autres solutions légèrement plus performantes sont identifiées jusqu'à établissement de la meilleure solution de cette zone de l'espace de conception. Cela se traduit alors par un palier sur la courbe de convergence.

VI.5.5 Recherche de solutions arc-élastiques

Nous proposons désormais d'étudier les solutions obtenues par optimisation de l'arc-élasticité σ , que nous nommons « solutions arc-élastiques ».

Tout comme nous l'avons souligné dans le cas de la performance, les valeurs d'arc-élasticité de différentes solutions ne peuvent être comparées qu'au sein d'un même scénario pour les mêmes raisons qu'indiquées précédemment : l'utilisation de pondérations différentes d'un scénario à l'autre implique des expressions de la fonction objectif différentes, et donc des résultats incomparables.

Nous rappelons que l'arc-élasticité vise à réaliser un compromis entre l'augmentation de la performance et la dégradation de la confiance, à savoir la proximité à la solution X^0 . A ce titre, et contrairement à la performance, l'inclusion de X^0 dans la population de départ des anticorps a un impact évident sur l'optimisation de l'arc-élasticité. La Figure VI-11 en illustre les résultats en moyenne (nous soulignons l'échelle logarithmique).

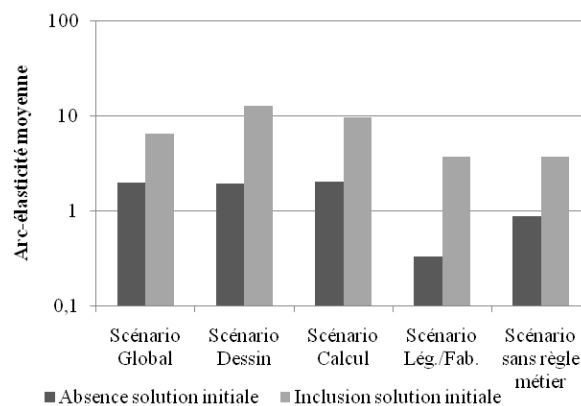


Figure VI-11 : Arc-élasticité moyenne pour chaque scénario (échelle logarithmique)

On constate donc que l'inclusion de X^0 lors de l'initialisation de l'AIS permet d'aboutir à des solutions arc-élastiques bien supérieures aux solutions obtenues sans inclusion de X^0 . Cet état de fait s'explique de la manière suivante :

- Avec inclusion de X^0 , l'algorithme a une connaissance initiale de la solution de référence. Celle-ci ayant de bonnes chances d'être la solution la plus satisfaisante de la première itération, la recherche de solutions va donc commencer par une recherche locale autour de X^0 dans l'espace de conception (tout en testant différentes solutions aléatoirement dans $\bar{\Omega}$, ce comportement étant typique de l'AIS). De ce fait, des solutions optimisant l'arc-élasticité peuvent être trouvées proche de X^0 ;
- Sans inclusion de X^0 , l'algorithme effectue une double recherche implicite : recherche de solutions performantes et recherche de la solution initiale, l'arc-élasticité étant un compromis entre les deux. Cette double recherche, qui complexifie largement la forme de la fonction objectif, retarde l'atteinte d'un optimum.

Notons qu'une telle disparité est due aux limites techniques en termes de recherche de solutions dans l'espace de conception. En théorie, une optimisation globale de l'arc-élasticité devrait aboutir à la solution la plus satisfaisante, avec ou sans inclusion de X^0 . Toutefois, en pratique, la solution initiale doit être signifiée à l'algorithme d'optimisation afin de rechercher efficacement une maximisation de l'arc-élasticité en un délai relativement court.

Nous avons déjà traité des avantages par rapport à X^0 des solutions obtenues par maximisation de l'arc-élasticité dans le paragraphe VI.5.3 (en termes de valeurs de VObs).

C'est pourquoi nous nous attachons à étudier ici les similarités entre des solutions arc-élastiques et la solution initiale. Le Tableau VI-8 propose quatre solutions arc-élastiques, et les qualifie par rapport à X^0 . Pour cela, la variation de performance Δp est indiquée, ainsi que la différence en valeur absolue pour chaque VCo, que nous notons $|X^0 - X^k|$ pour chaque solution X^k . Signalons que ces différences correspondent aux VObs de notre modèle d'observation de la confiance μ_c . (cf. § VI.3.2.3)

	N_{riv}	e_1	bl_1	e_2	bl_2	c_pos_i	c_type_i	σ	Δp
X^0	30	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.56 ; 0.37 0.58 ; 0.5 ; 0.68 ; 0.27 ; 0.74 ; 0.33 0.49 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0	0
X^{23}	30	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.56 ; 0.37 0.58 ; 0.5 ; 0.62 ; 0.2 ; 0.74 ; 0.33 0.49 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	19.511	0,122
$ X^0 - X^{23} $	0	0	0	0	0	0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 0 ; 0 ; 0.06 ; 0.07 ; 0 ; 0 0 ; 0 ; 0 ; 0	0 ; 0 0 ; 0 0 ; 0		
X^{32}	30	0.002	0.02	0.002	0.02	0.63 ; 0.44 ; 0.38 ; 0.54 ; 0.59 ; 0.48 0.43 ; 0.5 ; 0.59 ; 0.27 ; 0.66 ; 0.39 0.49 ; 0.69 ; 0.41 ; 0.39	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	2.478	0,149
$ X^0 - X^{32} $	0	0	0.005	0	0.005	0.27 ; 0.18 ; 0.07 ; 0 ; 0.03 ; 0.11 0.15 ; 0 ; 0.09 ; 0 ; 0.08 ; 0.06 0 ; 0.09 ; 0.05 ; 0.49	0 ; 0 0 ; 0 0 ; 0		
X^{47}	28	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.51 ; 0.37 0.58 ; 0.5 ; 0.68 ; 0.27 ; 0.74 ; 0.33 0.49 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	7.584	0,048
$ X^0 - X^{47} $	2	0	0	0	0	0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0.05 ; 0 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 0 ; 0 ; 0 ; 0	0 ; 0 0 ; 0 0 ; 0		
X^{59}	27	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.55 ; 0.3 0.58 ; 0.5 ; 0.68 ; 0.27 ; 0.74 ; 0.33 0.49 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	6.329	0,044
$ X^0 - X^{59} $	3	0	0	0	0	0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0.01 ; 0.07 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 0 ; 0 ; 0 ; 0	0 ; 0 0 ; 0 0 ; 0		

Tableau VI-8 : Comparaisons de solutions arc-élastiques par rapport à X^0

Le Tableau VI-8 souligne les grandes similarités entre les solutions X^{23} , X^{47} et X^{59} d'une part, et X^0 d'autre part : pour obtenir ces trois solutions, seules deux ou trois VCo ont été modifiées par rapport à X^0 , pour des hausses de performance notables de 0.05 à 0.15. Cette extraordinaire proximité à X^0 est bien sûr due à son inclusion lors de l'initialisation de l'AIS. A contrario, la solution X^{32} est obtenue en l'absence de cette inclusion : ses VCo sont donc nettement différentes de X^0 , tout en conservant une proximité notable.

De ces observations, nous notons que l'inclusion de X^0 permet d'identifier des solutions arc-élastiques très proches de X^0 , et ainsi de tester l'existence de meilleures solutions proches de celle-ci, remettant ainsi en cause les choix effectués lors de la définition de X^0 . A ce titre, X^{23} est un bon exemple, puisqu'une modification mineure de l'ordonnée de deux points de contrôle des positions des rivets permet de gagner 0.122 en performance. Inversement, la non-inclusion de X^0 lors de l'optimisation conduit à identifier des solutions plus éloignées de X^0 et implique une volonté de s'éloigner relativement de la solution initiale. En cela, X^{32} est aussi un bon exemple, et présente la plus forte hausse de performance du Tableau VI-8.

Il est aussi notable que les seules VCo différentes de la solution initiale, dans le Tableau VI-8, sont le nombre de rivets (N_{riv}), les distances longitudinales (bl_i) et les ordonnées relatives des points de contrôle de la courbe de répartition des positions (c_pos_i). Cela s'explique par le paramétrage des fonctions de confiance (Tableau VI-2) : seules les

modifications de X^0 dégradant de manière limitée les niveaux de confiance sont retenues. Ces trois fonctions, dont les pentes sont faibles, sont illustrées dans la Figure VI-3 et formalisent donc de manière adéquate les préférences du concepteur décrites en début de chapitre (§ VI.3.2.2). Soulignons cependant que toutes les solutions arc-élastiques (annexe G) ne présentent pas ce type de dissemblances, induisant des valeurs de σ moins élevées.

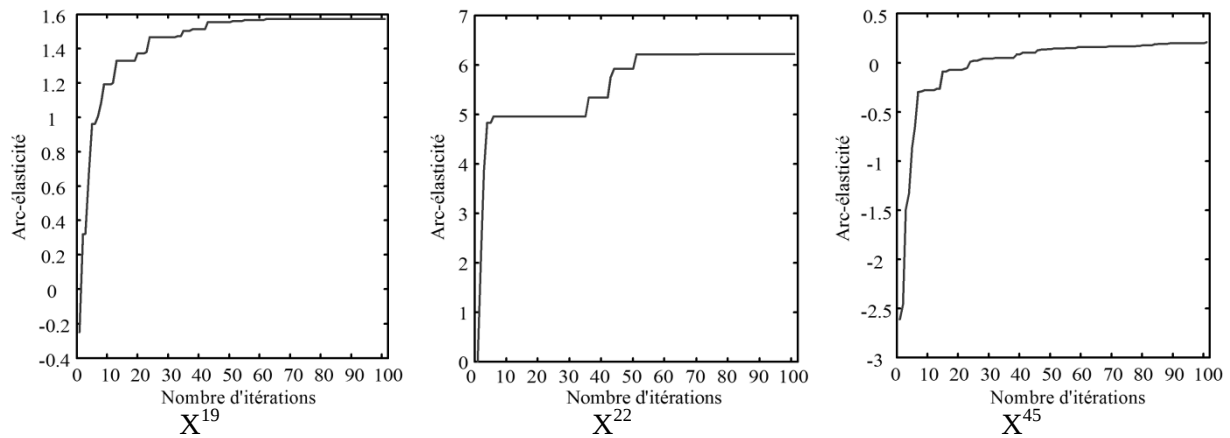


Figure VI-12 : Courbes de convergence de l'arc-élasticité pour trois solutions

La différence entre l'inclusion et l'absence de X^0 dans l'initialisation de l'AIS est aussi visible sur les courbes de convergence, qui illustrent les meilleures solutions (au sens de l'arc-élasticité) en fonction des itérations de l'algorithme (Figure VI-12). En effet, l'absence de X^0 se reconnaît par une arc-élasticité négative dans les premières itérations de l'algorithme, conséquence de solutions aux performances inférieures à X^0 ; la courbe de convergence de X^{19} en est un exemple. Réciproquement, l'inclusion de la solution initiale dans l'AIS permet d'avoir une première arc-élasticité à 0, puis de l'améliorer, conduisant à des solutions arc-élastiques supérieures, comme déjà précisé précédemment ; la courbe de convergence de la solution X^{22} illustre ce phénomène. Signalons que dans un cas comme dans l'autre, la génération aléatoire de solutions lors de l'initialisation de l'AIS peut aussi retourner une solution dont la valeur de σ est positive dès la première itération ; cet état de fait, bien qu'observé au cours de nos travaux, reste exceptionnel et totalement aléatoire. Enfin, soulignons que l'inclusion de la solution initiale dans l'AIS peut permettre d'accélérer la convergence. En effet, en son absence, il peut arriver que l'AIS mette du temps à identifier une solution ayant une valeur de σ positive ; la courbe de convergence de X^{45} en est un exemple, où 20% à 30% des itérations n'ont identifié que des solutions insatisfaisantes (σ négative).

VI.6 Conclusion

En vue d'appliquer les méthodes développées dans nos travaux, un démonstrateur doté d'une interface graphique pertinente a été développé. La méthode OIA nous a permis de formaliser les préférences du concepteur en vue de retourner les performances de nombreuses solutions candidates, ainsi que leurs confiances. Cette notion de confiance permet d'intégrer la présence d'une solution initiale dans le processus de décision, apport notable de nos travaux, comme formalisant des informations parfois inconnues du décideur. Les deux variables de qualification sont synthétisées au travers de la notion d'arc-élasticité, et divers scénarios sont simulés en vue d'exploiter différentes typologies de solutions.

A l'aide d'un Système Immunitaire artificiel, de nombreuses optimisations ont été menées à bien. Elles ont permis de mettre en avant des solutions plus performantes que la solution initiale. Nous notons en particulier la possibilité de réduire le nombre de rivets tout en conservant une légèreté et une tenue mécanique supérieures, par rapport à la solution initiale. L'intégration de cette dernière au travers du calcul de l'arc-élasticité a aussi souligné

les modifications mineures à réaliser pour augmenter significativement sa performance. Dans l'ensemble de ces simulations, les préférences exprimées par le concepteur se retrouvent dans les types de solutions obtenues.

Ces développements sont actuellement transposés dans le logiciel de calcul STREAME à destination de concepteurs dans l'aéronautique. Ce logiciel propose depuis plusieurs années différents types de calculs. Les outils de formalisation des préférences et d'optimisation seront ainsi appliqués à la conception d'assemblages différents, autre que les jonctions rivetées (calculs portant sur des dimensionnements de chapes, par exemple).

CHAPITRE VII : CONCLUSION GENERALE

VII.1 Constat et besoins

Les travaux présentés dans ce manuscrit s'inscrivent dans un besoin fortement industriel. A l'heure actuelle, les concepteurs travaillent de manière itérative, par propositions et validations de solutions, au sein d'une approche de type « essai/erreur ».

Les solutions sont généralement conçues en se basant sur des habitudes, des intuitions, des connaissances et des savoir-faire, souvent concrétisés dans des solutions passées déjà plus ou moins abouties. Une fois la solution de conception proposée, celle-ci doit être validée en s'assurant du respect de nombreuses contraintes plus ou moins subjectives, et plus ou moins issues des habitudes, ici encore. La comparaison de différentes solutions candidates, quand elle a lieu, s'effectue sans méthodologie précise, et s'appuie sur des critères variables et mal définis.

Cette approche itérative est génératrice de délais, qui impliquent des désynchronisations et des retards dans les processus industriels, tout en induisant des coûts proportionnels au temps dépensé. En outre, la solution de conception finalement obtenue n'est généralement pas optimale.

C'est dans ce contexte que nos travaux répondent à des besoins de formalisation des préférences du concepteur, de traduction de sa volonté au sein de modèles autant subjectifs qu'objectifs, de méthodes de prise en compte de connaissances non formalisables via une solution de référence, et de méthodes d'optimisation dans des conditions industrielles (sous délais raisonnables et simples d'utilisation).

VII.2 Contributions

Après avoir réalisé un passage en revue des différents types de raisonnement, et en particulier différentes méthodes de formalisation des préférences, nous avons introduit la méthode OIA. Cette méthode permet de retourner une unique variable, comme niveau de satisfaction global sur un point de vue précis du produit conçu. Elle est subdivisée en trois modèles : le modèle d'observation permet de simuler le comportement du produit, le modèle d'interprétation en compare le résultat aux souhaits du concepteur, et le modèle d'agrégation convertit un problème multi-objectif par nature en problème mono-objectif.

Au travers de la méthode OIA, nous avons tout d'abord formalisé la performance du produit, comme niveau de satisfaction de l'ensemble des objectifs de conception du produit. Pour cela, nous utilisons en particulier des variables nommées DOI qui vérifient la satisfaction de chaque objectif de conception. Cette étape intermédiaire du modèle d'agrégation permet notamment de simuler différents scénarios menant à différentes typologies de solutions. La méthode OIA a ensuite été employée dans la formalisation de la confiance, un autre point de vue du produit, comme la similarité à une solution de référence à prendre en compte dans le processus de décision. Cette notion originale permet, au travers des trois modèles successifs, d'éviter la mise en avant de solutions trop différentes des pratiques habituelles des concepteurs, et propose ainsi de contourner le verrou psychologique bien connu du monde industriel qu'est l'aversion au risque.

La performance et la confiance sont deux points de vue radicalement différents d'une même solution de conception. Afin de réaliser un compromis entre augmentation de la performance de la solution initiale et dégradation de la confiance qui lui est accordée, le présent manuscrit introduit la notion d'arc-élasticité dans le domaine de la conception. Celle-ci constitue pour nous un indicateur pertinent du compromis réalisé, comme ratio des variations adimensionnées de la performance et de la confiance.

La méthode de modélisation proposée est complétée par une méthode de sélection d'un algorithme stochastique comme processus d'exploration de l'espace de conception en vue d'identifier les solutions de conceptions pertinentes. Plusieurs méthodes d'optimisation globale ont été implémentées : l'algorithme génétique, l'optimisation par essaim particulaire et le système immunitaire artificiel. Elles ont été comparées à l'aide de critères que nous avons proposés, et le plus pertinent a été identifié à l'aide de l'AHP.

L'ensemble a été implémenté et appliqué avec succès au dimensionnement d'une jonction rivetée issue du monde industriel. Les différents scénarios de conception ainsi que plusieurs paramétrages de la recherche de solutions optimales ont permis d'identifier des résultats différents et pertinents. Les solutions ainsi obtenues présentent toutes des performances supérieures à la solution initiale.

VII.3 Perspectives

VII.3.1 Horizons scientifiques

Dans le chapitre III, nous avons décomposé notre modèle d'observation en un modèle de comportement précédé d'un modèle d'instanciation. Ce dernier permet de réduire le nombre de variables de conception, volonté récurrente du processus de conception. Une analyse globale des méthodes employées en fonction des typologies des problèmes de conception permettraient de proposer et d'utiliser des modèles d'instanciation adaptés. A titre d'exemple, citons la réduction de l'information issue d'un modèle élément fini en vue de l'intégrer dans la méthode OIA (travaux actuellement en cours au sein de l'I2M-IMC).

Dans l'ensemble de ce manuscrit, nous avons considéré de manière sous-jacente que le concepteur est seul et représente ainsi l'unique décideur. Il est alors aisé pour lui de réaliser une AHP, de définir une stratégie d'agrégation, ou de paramétrer une fonction de désirabilité en suivant ses propres attentes. Toutefois, dans un contexte industriel, les décisions sont généralement des compromis entre différents services (dessin, validation, matériaux, fabrication, commercial, etc.) où chacun peut avoir un point de vue très différent des autres. Un travail doit donc être mené sur des méthodes de recueil des préférences pour différents acteurs de la conception. La prise en compte de groupes pluri-disciplinaire, et donc « pluri-préférentiel », comme utilisateurs conjoints de la méthode OIA constitue une perspective pertinente. Cela peut inclure la constitution de questionnaire, sa perception par les concepteurs, ainsi que la notion d'échantillon représentatif, à titre d'exemples.

Comme cela a été évoqué dans les chapitres précédents, la fonction de synthèse de différentes variables de qualification que nous employons est l'arc-élasticité, comme compromis entre gain de performance et chute de confiance. Une perspective passionnante serait la prise en compte de plus de deux de ces variables simultanément. L'exemple d'une synthèse réalisée sur la performance, la confiance et la robustesse (sur laquelle des travaux sont aussi en cours au sein de l'IMC-I2M) a été évoquée, mais il est aussi possible d'aller plus loin, en employant plusieurs variables de type « performance » correspondant à plusieurs situations de vie, ou encore différentes confiances pour plusieurs solutions de référence. La gestion et l'interprétation de plus de deux variables de qualification constituent actuellement un véritable verrou scientifique (déjà souligné dans les travaux de Saaty) : quel compromis peut être réalisé ? L'emploi d'un front de Pareto sera-t-il indispensable (bien que celui-ci semble inutilisable au-delà de 3 variables) ? Des pistes encore différentes devront sans doute être explorées.

Au sein du modèle d'agrégation, généralement constitué d'un graphe hybride, les choix effectués quant à la stratégie d'agrégation, les poids associés ainsi que la sélection des variables à agréger ensemble doivent être étudiés et analysés. En particulier, un sens doit pouvoir être donné par le concepteur à des agrégations autre que le minimum ou le produit (par exemple, un continuum paramétré à $s=-2$). En outre, comment affecter des pondérations dans le cas de plus de 7 variables à agréger (rappelons que dans un tel cas, l'AHP ne peut plus être employée).

Enfin, la méthodologie de comparaison d'algorithmes d'optimisation présentée et appliquée au chapitre V peut être approfondie en intégrant des critères de comparaison complémentaires, et en réalisant des tests plus nombreux, en vue d'un affinement des résultats. Bien sûr, seuls trois algorithmes ont été comparés dans ce manuscrit, mais de nombreux autres peuvent être inclus dans les comparatifs (évolution différentielle, recherche tabou, algorithme mémétique, saut aléatoires de grenouilles, colonies de fourmis etc.), tout comme des benchmarks supplémentaires peuvent être ajoutés en vue de considérer de nouvelles typologies de problèmes. Signalons qu'une contrainte sous-jacente à nos travaux fut la réalisation d'une optimisation dans un temps relativement court. Face aux évolutions réalisées dans le domaine de l'informatique et à la puissance de calcul toujours croissante, nos méthodes pourront être amenées à évoluer.

VII.3.2 Horizons industriels

Du point de vue industriel, le modèle d'observation proposé dans ce manuscrit pourra être approfondi et complété, par des aspects physiques supplémentaires, mais aussi éventuellement par des aspects économiques ou environnementaux, ajoutant ainsi autant d'objectifs de conception supplémentaires. En outre, en vue d'identifier l'algorithme d'optimisation le plus opportun au problème considéré, une perspective intéressante serait la mise au point d'un outil pouvant sélectionner un tel algorithme à partir d'une analyse du

comportement de la fonction objectif (zones vides dans l'espace de conception, multiples optima locaux, nombre de variables de conception, etc.). Un tel outil pourrait être basé sur une heuristique constituée à partir d'une méthode de comparaison telle que présentée dans le présent manuscrit, ou utiliser des outils mathématiques tels que l'approximation de fonction ou l'analyse de sensibilité.

Pour finir, l'implémentation d'un démonstrateur tel que présenté dans le chapitre VI ouvre la voie à des développements industriels de nos méthodes et outils au sein du logiciel STREAME (travaux actuellement en cours au sein de la société AXS Calcul de Structures). Notons qu'un tel déploiement verra nos travaux confrontés à de nouveaux problèmes de conception, éminemment différents du dimensionnement de la jonction rivetée, que nous avons détaillé. En effet, le logiciel STREAME inclut déjà des calculs détaillés de divers pièces ou assemblages, au sein de « cartes » employées dans l'industrie aéronautique. Ces calculs seront alors couplés à nos outils, offrant autant de perspectives intéressantes. Nous supposons que de telles possibilités nécessiteront une période d'adaptation pour les concepteurs qui y seront confrontés. Des formations seront certainement nécessaires, afin de comprendre le comportement des outils et algorithmes. Pour les mêmes raisons, nous suggérons que le futur outil logiciel propose plusieurs types de profil utilisateur (novice, standard, expert) afin de n'accorder l'accès aux paramètres qu'en fonction du degré de compréhension du concepteur pour chacun.

REFERENCES

A. Aamodt & E. Plaza, Article « Case-based reasoning; Foundational issues, methodological variations, and system approaches » publiée dans *AI Communications*, volume 7, numéro 1, pages 39--59 (1994).

AFNOR, Ouvrage « NF X50-150/151, Analyse de la valeur, Analyse fonctionnelle », Paris, 1990.

N. Aifaoui, These de doctorat « Intégration CAO-Calcul », [s.n.] (2003).

N. Aifaoui, A. Benamara & A. Dogui, Article « Interoperability of the processes of design and calculation: An approach based on the calculation features » publiée dans *Journal European des Systemes Automatisés*, volume 38, numéro 3-4 (2004).

R.G.D. Allen & A.P. Lerner, Article « The Concept of Arc Elasticity of Demand » publiée dans *The Review of Economic Studies*, volume 1, numéro 3, pages 226-230 (1934).

R. Amen & P. Vomacka, Article « Case-based reasoning as a tool for materials selection » publiée dans *Materials & Design*, volume 22, numéro 5, pages 353-358 (2001).

J. Arora, O. Ewakeil, A. Chahande & C. Hsieh, Article « Global optimization methods for engineering applications - A review » publiée dans *Structural Optimization*, volume 9, numéro 3-4, pages 137-159 (1995).

M. Ashby, Y. Bréchet & L. Salvo, Ouvrage « Sélection des matériaux et des procédés de mise en oeuvre », PPUR presses polytechniques, 2001.

O.B. Augusto, S. Rabeau, P. Dépincé & F. Bennis, Article « Multi-objective genetic algorithms: A way to improve the convergence rate » publiée dans *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, volume 19, numéro 5, pages 501-510 (2006).

S. Authier, Ouvrage « Raisonnement à base de cas (CBR) et raisonnement à base de modèles (MBR) en ingénierie mécanique », Laboratoire TREFLE, Talence, 2010.

T. Bardasz & I. Zeid, Article « Cognitive model of memory for mechanical-design problems » publiée dans *Computer-Aided Design*, volume 24, numero 6, pages 327-342 (1992).

A.-S. Bayart, These de doctorat « Modélisation multi-échelle d'un assemblage riveté aéronautique - Vers un modèle de fragilisation structurale », Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis (2005).

A.-S. Bayart, B. Langrand & P. Drazétic, Chapitre d'ouvrage « Multi-scale Modelling for Non-linear Behaviour of Perforated Plates in Riveted Airframe Crashworthiness » dans *ECCOMAS 2004 Proceedings*, ECCOMAS 2004, Jyväskylä, Finland, 2004.

J. Bell & P. McMullen, Article « Ant colony optimization techniques for the vehicle routing problem » publiée dans *Advanced Engineering Informatics*, volume 18, numero 1, pages 41-48 (2004).

A. BenAmara, These de doctorat « Contribution à l'intégration du calcul dans un processus de conception fonctionnelle », Université de Valenciennes (1998).

A. BenAmara, N. Ifaoui & D. Deneux, Article « Intégration CAO/Calcul : Une démarche fonctionnelle intégrée » publiée dans *Journal Européen des Systemes Automatisés*, volume 34, pages 247-258 (2000).

M. Bergmann, These de doctorat « Contrôle optimal par réduction de modèle POD et méthode à région de confiance du sillage laminaire d'un cylindre circulaire », Université Bordeaux 1 (2004).

O. Berteaux, Document « Philosophie d'analyse des assemblages par fixations » (2007).

P. Bézier, Ouvrage « Courbes et Surfaces pour la CFAO », Weka, Techniques Ingénieur, Paris, 1992.

J. Bigeon, Chapitre d'ouvrage « Robust Design en conception préliminaire » dans *CFM 2011*, Besançon, France, 2011.

A. Billionnet, Ouvrage « Optimisation discrète : De la modélisation à la résolution par des logiciels de programmation mathématique », Dunod, 2006.

G. Bodet, Document « Consigne technique - Fonctionnement de la carte AXS_GPFB » (2004).

B. Bouchon-Meunier & C. Marsala, Ouvrage « Logique floue. Principes, aide à la décision », Hermes Science Publications, 2002.

A.E.M. Bouzid, Ouvrage « Optimisation par la méthode des essaims particuliers d'une fonction trigonométrique », Ecole Normale Supérieure d'Enseignement Technique, Oran, 2009.

S. Brisset, Ouvrage « Démarches et Outils pour la Conception Optimale des Machines Electriques », Université des sciences et technologie de Lille, Lille, 2007.

E.F. Bruhn, Ouvrage « Analysis and design of flight vehicle structures », Jacobs Pub, 1973.

S. Brüninghaus & K.D. Ashley, Article « Combining Case-Based and Model-Based Reasoning for Predicting the Outcome of Legal Cases » publiée dans *Case-base reasoning research and development : Proceedings ICCBR 2003*, volume 2689, pages 65--79 (2003).

L.N. De Castro & F.J. Von Zuben, Chapitre d'ouvrage « The clonal selection algorithm with engineering applications » dans *Proceedings of GECCO'00, workshop on artificial immune systems and their applications*, 2000.

A. Ceruti, G. Caligiana & F. Persiani, Chapitre d'ouvrage « Optimization by Particle Swarm Algorithms of an UAV performed by Hot Wire Cutting Techniques » dans *Proceedings of the IMProVe International conference on Innovative Methods in Product Design*, Venice (Italy), 2011.

A. Chakrabarti, T.P. Bligh & T. Holden, Article « Towards a decision-support framework for the embodiment phase of mechanical design » publié dans *Artificial Intelligence in Engineering*, volume 7, numero 1, pages 21-36 (1992).

A. Chamekh, These de doctorat « Optimisation des procédés de mise en forme par les réseaux de neurones artificiels », E.N.I. Monastir (2008).

S. Charles, These de doctorat « Gestion Intégrée des données CAO et EF - Contribution à la liaison entre conception mécanique et calcul de structures », Université de Technologie de Troyes (2005).

P. Chatterjee, V.M. Athawale & S. Chakraborty, Article « Materials selection using complex proportional assessment and evaluation of mixed data methods » publié dans *Materials & Design*, volume 32, numero 2, pages 851-860 (2011).

J. Chen, Q. Lin & Z. Ji, Article « A hybrid immune multiobjective optimization algorithm » publié dans *European Journal of Operational Research*, volume 204, numero 2, pages 294-302 (2010).

R. Chenouard, These de doctorat « Résolution par satisfaction de contraintes appliquée à l'aide à la décision en conception architecturale », ENSAM Bordeaux (2007).

R. Chenouard, L. Granvilliers & P. Sebastian, Article « Search heuristics for constraint-aided embodiment design » publié dans *AI EDAM-Artificial Intelligent for Engineering Design Analysis and Manufacturing*, volume 23, numero 2, pages 175-195 (2009).

W. Chen, A. Sahai, A. Messac & G.J. Sundararaj, Chapitre d'ouvrage « Physical programming for robust design » dans *40th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, St. Louis, USA*, 1999.

F. Cherqui, These de doctorat « Méthodologie d'évaluation d'un projet d'aménagement durable d'un quartier, Méthode ADEQUA », Université de La Rochelle (2005).

M. Clerc, Ouvrage « L'optimisation par essais particuliers », Hermès science publ, Paris, 2005.

P. Collard, M. Clergue & S. Vérel, Presentation « Introduction aux systèmes complexes : optimisation par essaim particulier » (2009).

A. Collignan, Ouvrage « De l'Immersion au Besoin - Méthode utilisée pour synthétiser des besoins à partir d'une immersion en industrie », Talence, France, 2009a.

A. Collignan, Ouvrage « Synthèse des interviews - Travail de synthèse des interviews réalisée chez AIRCELLE », Talence, France, 2009b.

A. Collignan, J. Pailhes & P. Sebastian, Chapitre d'ouvrage « Design optimization: management of large solution spaces and optimization algorithm selection » dans *Proceedings of the IMProVe International conference on Innovative Methods in Product Design*, Venice, 2011.

A. Collignan, P. Sebastian, J. Pailhes & Y. Ledoux, Chapitre d'ouvrage « Qualification of solutions in mechanical design through the concept of elasticity » dans *Research in interactive design*, 2011^{er} éd., Springer Paris Berlin Heidelberg New York, Bordeaux, 2010.

A. Collignan, P. Sebastian, J. Pailhes & Y. Ledoux, Article « Arc-elasticity and hierarchical exploration of the neighborhood of solutions in mechanical design » publiée dans *Advanced Engineering Informatics* (2012). – en cours de publication

G. Corriveau, R. Guilbault & A. Tahan, Article « Genetic algorithms and finite element coupling for mechanical optimization » publiée dans *Advances in Engineering Software*, volume 41, numero 3, pages 422-426 (2010).

A. Cournot, Chapitre d'ouvrage « De la loi du débit » dans *Principes mathématiques de la théorie des richesses*, Hachette, Paris, 1838.

A. Crispin, Page Internet « Artificial Immune Algorithm in C# » dans *The Code Project*.

R. Curran, M. Price, S. Raghunathan, E. Benard, S. Crosby, S. Castagne & P. Mawhinney, Article « Integrating Aircraft Cost Modeling into Conceptual Design » publiée dans *Concurrent Engineering*, volume 13, numero 4, pages 321 -330 (2005).

J.-L. Dauvergne, These de doctorat « Réduction et Inversion de modèles de conduction thermique avec changement de phase », Bordeaux 1 (2008).

K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal & T. Meyarivan, Article « A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II » publiée dans *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, volume 6, numero 2, pages 182–197 (2002).

D. Deneux, Ouvrage « Méthodes et modèles pour la conception concourante », 2002.

R. Derringer, Article « A Balancing Act: Optimizing a Product's Properties, » » publiée dans *Quality Progress*, volume 27, numero 6, pages 51-58 (1994).

R. Derringer & R. Suich, Article « Simultaneous optimization of several response variables » publiée dans *Journal of Quality Technology*, volume 12, numero 4, pages 214-219 (1980).

R. Doré, These de doctorat « Intégration des sensations utilisateur en conception préliminaire - Application au ski et au virage de base », ENSAM Bordeaux (2004).

M. Dorigo, V. Maniezzo & A. Colorni, Article « Ant system: Optimization by a colony of cooperating agents » publiée dans *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics Part B - Cybernetics*, volume 26, numero 1, pages 29-41 (1996).

X. Drèze & F. Zufryden, Article « Measurement of Online Visibility and its Impact on Internet Traffic » publiée dans *Journal of Interactive Marketing*, volume 18, numero 1, pages 20-37 (2004).

J.-S. Dupuy, Ouvrage « Présentation et analyse des résultats présentés dans le MMPDS-01 », ISAE, Toulouse, 2009.

P. Duverlie & J.M. Castelain, Article « Cost Estimation During Design Step: Parametric Method versus Case Based Reasoning Method » publiée dans *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, volume 15, numero 12, pages 895-906 (1999).

R. Dzeng & N. Pan, Article « Learning heuristics for determining slurry wall panel lengths » publiée dans *Automation in Construction*, volume 15, numero 3, pages 303-313 (2006).

S. Eberhart, Article « Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization » publiée dans *The 2000 Congress on Evolutionary Computation*, pages 84-88 (2000).

S. El Hajji, Présentation « Interpolation polynômiale », Rabat (2007).

E. Elbeltagi, T. Hegazy & D. Grierson, Article « Comparison among five evolutionary-based optimization algorithms » publiée dans *Advanced Engineering Informatics*, volume 19, numéro 1, pages 43-53 (2005).

M. Eusuff, K. Lansey & F. Pasha, Article « Shuffled frog-leaping algorithm: a memetic meta-heuristic for discrete optimization » publiée dans *Engineering Optimization*, volume 38, numéro 2, pages 129 (2006).

G.E. Farin & D. Hansford, Chapitre d'ouvrage « Composite Curves » dans *The essentials of CAGD*, A K Peters, Ltd., 2000.

J.D. Farmer, N.H. Packard & A.S. Perelson, Article « The immune system, adaptation, and machine learning » publiée dans *Physica D: Nonlinear Phenomena*, volume 22, numéro 1-3, pages 187-204 (1986).

E.P. Fenichel, J.I. Tsao & M.L. Jones, Article « Modeling fish health to inform research and management: *Renibacterium salmoninarum* dynamics in Lake Michigan » publiée dans *Ecological Applications*, volume 19, numéro 3, pages 747-760 (2009).

O. Fiat, Thèse de doctorat « Utilisation et développement de la méthode du Simplexe : nouvelles procédures d'optimisation de la démarche expérimentale », Thèse, Université de Limoges (2007).

S. Finger & J.R. Dixon, Article « A review of research in mechanical engineering design. Part II: Representations, analysis, and design for the life cycle » publiée dans *Research in Engineering Design*, volume 1, numéro 2, pages 121–137 (1989).

X. Fischer, Thèse de doctorat « Stratégie de conduite du calcul pour l'aide à la décision en conception mécanique intégrée ; application aux appareils à pression », ENSAM Bordeaux (2000).

C.M. Fonseca & P.J. Fleming, Article « Multiobjective Optimization and Multiple Constraint Handling with Evolutionary Algorithms-Part I: A Unified Formulation » publiée dans *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics, Part A: Systems and Humans*, volume 28, pages 26--37 (1998).

M. Fontan, Thèse de doctorat « Ouvrages sous sollicitations complexes et fiabilité : Étude de l'interaction sol structure et identification de paramètres à l'aide de méthodes méta heuristiques. », Université Bordeaux 1 (2011).

G. Franco, L. Fratini, A. Pasta & A.F. Ruisi, Article « On the self-piercing riveting of aluminium blanks and carbon fibre composite panels » publiée dans *Int J Mater Form*, volume 3, numéro S1, pages 1035-1038 (2010).

L. Galand, Thèse de doctorat « Méthodes exactes pour l'optimisation multicritères dans les graphes : recherche de solutions de compromis », Université Paris VI (2008).

H. Garin, Ouvrage « AMDEC / AMDE / AEEL : L'Essentiel de la méthode », Association Française de Normalisation (AFNOR), 1998.

N. Gehin, Ouvrage « AXSPAD - Solution de productivité pour le calcul de structures », AXS Analyse de Structure, 2008.

N. Gehin, Présentation « Formation AXSPAD SPS » dans *Formation AXSPAD SPS*,

Mérignac (2008).

J. Gero & U. Kannengiesser, Article « The situated function–behaviour–structure framework » publie dans *Design Studies*, volume 25, numero 4, pages 373-391 (2004).

M. Gharbi, Ouvrage « Optimisation grâce aux Systèmes Immunitaires Articiels », ENIB, Brest, 2006.

D.E. Goldberg, Ouvrage « Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning », 1^{er} éd., Addison-Wesley Professional, 1989.

J. Goupy, Ouvrage « Plans d'expériences pour surfaces de réponse », Dunod, 1999.

J. Goupy, Article « Les plans d'expérience » publie dans *MODULAD*, numero 34, pages 74-116 (2006).

M. Grabisch, S.A. Orlovski & R.R. Yager, Chapitre d'ouvrage « Fuzzy aggregation of numerical preferences », Kluwer Academic Publishers, 1998 : p. 31–68.

J. Grandjean, Y. Ledoux & S. Samper, Chapitre d'ouvrage « Influence of form errors in plane surfaces assemblies » dans *Proceedings of the IMProVe 2011 International conference on Innovative Methods in Product Design*, Venice, 2011.

X. Guan, Y. Wang & L. Tao, Article « Machining scheme selection of digital manufacturing based on genetic algorithm and AHP » publie dans *Journal of Intelligent Manufacturing*, volume 20, numero 6, pages 661-669 (2009).

Y.Y. Haimes, L.S. Lasdon & D.A. Wismer, Article « On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization » publie dans *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, volume 1, numero 3, pages 296–297 (1971).

E.C. Harrington, Article « The desirability function » publie dans *Industrial Quality Control*, volume 21, numero 10, pages 494-498 (1965).

V. Ho Kon Tiat, These de doctorat « Aide à la décision pour la conception préliminaire de procédés d'évaporation flash. », Université Bordeaux 1 (2006).

A. Javadi, R. Farmani & T. Tan, Article « A hybrid intelligent genetic algorithm » publie dans *Advanced Engineering Informatics*, volume 19, numero 4, pages 255-262 (2005).

D. Jones & M. Tamiz, Ouvrage « Practical Goal Programming », 1^{er} éd., Springer, 2010.

D. Jones, S. Mirrazavi & M. Tamiz, Article « Multi-objective meta-heuristics: An overview of the current state-of-the-art » publie dans *European Journal of Operational Research*, volume 137, numero 1, pages 1-9 (2002).

M. Karakasis, D. Koubogiannis & K. Giannakoglou, Article « Hierarchical distributed metamodel-assisted evolutionary algorithms in shape optimization » publie dans *International Journal for Numerical methods in fluids*, volume 53, numero 3, pages 455-469 (2007).

N. Kaya, Article « Machining fixture locating and clamping position optimization using genetic algorithms » publie dans *Computers in industry*, volume 57, numero 2, pages 112-120 (2006).

R.L. Keeney & H. Raiffa, Ouvrage « Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs », Cambridge University Press, 1993.

J. Kennedy & R. Eberhart, Article « Particle Swarm Optimization » publie dans *Proceeding of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks*, volume 4, pages 1942-1948 (1995).

H. Khelil & A. Benyettou, Article « Application du système immunitaire artificiel ordinaire et amélioré pour la reconnaissance des caractères artificiels » publiée dans *Nature et Technologie*, volume 2, pages 9-13 (2010).

I.Y. Kim & O.L. de Weck, Article « Adaptive weighted-sum method for bi-objective optimization: Pareto front generation » publiée dans *Struct Multidisc Optim*, volume 29, numero 2, pages 149-158 (2004).

K. Kim & D. Lin, Article « Simultaneous optimization of mechanical properties of steel by maximizing exponential desirability functions » publiée dans *Journal of the Royal Statistical Society Series C-Applied Statistics*, volume 49, numero 3, pages 311-325 (2000).

J. Kros & C. Mastrangelo, Article « Comparing methods for the multi-response design problem » publiée dans *Quality and Reliability Engineering International*, volume 17, numero 5, pages 323-331 (2001).

B. Langrand, Chapitre d'ouvrage « Comportement et modélisation des assemblages ponctuels » dans *Techniques de l'ingénieur*, 2005 : p. 16.

Larousse, Page Internet « Dictionnaire Français Larousse » dans *Larousse.fr*. Lien : <http://www.larousse.fr/> (Accede le 28 juin. 2011).

L. LeBel, Presentation « Prise de décision Multi critères » dans *Prise de décision Multi critères*, Université Laval (2009).

G. Lecompte-Boisset, Article de magazine « Les trois révolutions de l'aéronautique » publiée dans *L'Usine Nouvelle* (2007).

Y. Ledoux, These de doctorat « Optimisation des procédés d'emboutissage par caractérisation géométrique et essais numériques », Université de Savoie (2005).

Y. Ledoux, D. Lasseux, H. Favreliere, S. Samper & J. Grandjean, Article « On the dependence of static flat seal efficiency to surface defects » publiée dans *International Journal of Pressure Vessels and Piping* (2011).

D. Lepadatu, These de doctorat « Optimisation des procedes de mise en forme par approche couplée plans d'expérience, éléments finis et surface de réponse », Laboratoire en Surete de Fonctionnement, Qualite et Organisation (2006).

P. Liu, P. Xu & J. Zheng, Article « Artificial immune system for optimal design of composite hydrogen storage vessel » publiée dans *Computational Materials Science*, volume 47, pages 261-267 (2009).

D. Luna-Sanchez, These de doctorat « Modélisation et conception preliminarie d'un séchoir solaire pour bois de pin avec stockage d'énergie », ENSAM Bordeaux (2008).

R.J. Malak Jr., J.M. Aughenbaugh & C.J.J. Paredis, Article « Multi-attribute utility analysis in set-based conceptual design » publiée dans *Computer-Aided Design*, volume 41, numero 3, pages 214-227 (2009).

B. Maris, Ouvrage « Antimanuel d'économie : Tome 1, Les fourmis », Bréal, 2003.

A. Marshall, Chapitre d'ouvrage « The elasticity of wants » dans *Principles of economics*, London: Macmillan and Co., Ltd., 1890.

M. Marston & F. Mistree, Chapitre d'ouvrage « An implementation of expected utility theory in decision based design » dans *ASME Design Engineering and Technical Conferences, Atlanta, GA, DETC98/DTM-5670*, 1998.

M. Martz & W. Neu, Article « Multi-Objective Optimization of an Autonomous Underwater Vehicle » publiée dans *Marine Technology society journal*, volume 43, numero 2, pages 48-60 (2009).

F. Masmoudi, W. Hachicha & Z. Bouaziz, Page Internet « Modèle d'estimation des coûts des assemblages soudés ». Lien : http://hal.archives-ouvertes.fr/index.php?halsid=52a8irje8dmhu19amfgn3l2265&view_this_doc=hal-00266500&version=1 (*Accede le 14 sept. 2010*).

G. Massal, Page Internet « Courbes et surfaces de Bézier » dans *LeGreg's HomePage*.

Military Standard, Ouvrage « Metallic Materials Properties Development and Standardization (MMPDS-01) », U.S. Department of Transportation, USA, 2004.

A. Moles & E. Rohmer, Ouvrage « Théorie des actes », Casterman, 1993.

M. Molga & C. Smutnicki, Ouvrage « Test functions for optimization needs », 2005.

B. Molinier, Ouvrage « STREAME (AXSPAD) - Test AXS_GPFB option FluxFastener », AIRCELLE Groupe SAFRAN, Toulouse, 2010.

J. Nadeau & J. Pailhes, Article « Physics phenomena analysis, main methodological elements to solve industrial problems » publiée dans *Mecanique et Industries*, volume 8, numero 3, pages 165-171 (2007).

J. Nash, Article « Non-cooperative games » publiée dans *The Annals of Mathematics*, volume 54, numero 2, pages 286-295 (1951).

A. Nekahi & K. Dehghani, Article « Modeling the thermomechanical effects on baking behavior of low carbon steels using response surface methodology » publiée dans *Materials & Design*, volume 31, numero 8, pages 3845-3851 (2010).

J.V. Neumann & O. Morgenstern, Ouvrage « Theory of games and economic behaviour », Science editions, J. Wiley, 1944.

K.N. Otto, These de doctorat « A Formal Representational Theory for Engineering Design », California Institute of Technology (1992).

K.N. Otto & E.K. Antonsson, Article « Trade-off strategies in engineering design » publiée dans *Research in Engineering Design*, volume 3, numero 2, pages 87-103 (1991).

K.N. Otto & E.K. Antonsson, Chapitre d'ouvrage « The Method of Imprecision Compared to Utility Theory for Design Selection Problems » dans *Proceedings of the ASME Design Theory and Methodology Conference DTM '93*, ASME, 1993 : p. 167-173.

G. Pahl, W. Beitz, J. Feldhusen & K.H. Grote, Ouvrage « Engineering design: a systematic approach », Springer, 2007.

C.J.J. Paredis, Presentation « Decision Making in Design », Georgia (2009a).

C.J.J. Paredis, Presentation « Utility Theory: Expressing Preferences under Uncertainty », Georgia (2009b).

C.J.J. Paredis, Presentation « Expressing Preferences in Value Functions », Georgia (2009c).

C.J.J. Paredis, Presentation « The Role of Optimization in Design », Georgia (2009d).

C.-S. Park & I. Han, Article « A case-based reasoning with the feature weights derived by analytic hierarchy process for bankruptcy prediction » publiée dans *Expert Systems with Applications*, volume 23, numero 3, pages 255-264 (2002).

S.H.R. Pasandideh & S.T.A. Niaki, Article « Multi-response simulation optimization using genetic algorithm within desirability function framework » publiée dans *Applied Mathematics and Computation*, volume 175, numero 1, pages 366-382 (2006).

E. Poirson, P. Dépincé & J.-F. Petiot, Article « User-centered design by genetic algorithms: Application to brass musical instrument optimization » publiée dans *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, volume 20, numéro 4, pages 511-518 (2007).

T. Quirante, Y. Ledoux & P. Sebastian, Chapitre d'ouvrage « Design optimization of two-stage flash evaporator: a trade-off between design objectives » dans *Research in Interactive Design*, Springer, Bordeaux, 2010.

T. Quirante, P. Sebastian & Y. Ledoux, Chapitre d'ouvrage « Development of a trade-off function for robust optimization problems in design engineering » dans *Proceedings of the IMProVe 2011 International conference on Innovative Methods in Product Design*, Libreria Cortina - Padova, Venice (Italy), 2011.

A.A. Rassafi & M. Vaziri, Article « Application of Data Envelopment Analysis in Identifying Milestones for Passenger and Freight Transportation Sustainability » publiée dans *Scientia Iranica*, volume 12, numéro 4, pages 426-436 (2005).

J.L. Recht, Ouvrage « Failure mode and effect », National Safety Council, 1966.

F. Ribour, Page Internet « Logiciel > STREAME » dans *AXS Analyse de Structure*. Lien : <http://www.axs.fr/index.php?lang=fr&sub=28> (Accède le 20 janv. 2011).

A. Rolland, Présentation « Agrégation de préférences - Approche qualitative "Agréger puis Comparer" » dans *IUT LUMIERE LYON II*, Lyon (2011).

C. Romero, M. Tamiz & D.F. Jones, Article « Goal Programming, Compromise Programming and Reference Point Method Formulations: Linkages and Utility Interpretations » publiée dans *The Journal of the Operational Research Society*, volume 49, numéro 9, pages 986-991 (1998).

O. Roudenko, These de doctorat « Application des Algorithmes Evolutionnaires aux problèmes d'optimisation multi-critère avec contraintes », Paris-sud (2004).

T.L. Saaty, Article « A scaling method for priorities in hierarchical structures » publiée dans *Journal of Mathematical Psychology*, volume 15, numéro 3, pages 234-281 (1977).

T.L. Saaty, Ouvrage « The analytic hierarchy process: planning, priority setting, resource allocation », McGraw-Hill International Book Co., New York, 1980.

T.L. Saaty, Article « How to make a decision: The analytic hierarchy process » publiée dans *European Journal of Operational Research*, volume 48, numéro 1, pages 9-26 (1990).

A. Sankarasubramanian, R. Vogel & J. Limbrunner, Article « Climate elasticity of streamflow in the United States » publiée dans *Water Ressources Research*, volume 37, numéro 6, pages 1771-1781 (2001).

K. Saridakis & A. Dentsoras, Article « Soft computing in engineering design - A review » publiée dans *Advanced Engineering Informatics*, volume 22, numéro 2, pages 202-221 (2008).

D. Scaravetti, These de doctorat « Formalisation préalable d'un problème de conception, pour l'aide à la décision en conception préliminaire », PhD Thesis (2004).

M. Scott, These de doctorat « Formalizing Negotiation in Engineering Design », California Institute of Technology (1999).

M. Scott & E. Antonsson, Article « Aggregation functions for engineering design trade-offs » publiée dans *Fuzzy sets and systems*, volume 99, numéro 3, pages 253-264 (1998).

M. Scott & E.K. Antonsson, Article « Aggregation Functions For Engineering Design Trade-Offs » publiée dans *9th International Conference on Design Theory and Methodology*, volume 2, pages 389--396 (1995).

P. Sebastian, T. Quirante, V. Ho Kon Tiat & Y. Ledoux, Article « Multi-objective optimization of the design of two-stage flash evaporators: Part 2. Multi-objective optimization » publiée dans *International Journal of Thermal Sciences*, volume 49, numero 12, pages 2459-2466 (2010).

P. Sebastian, L. Yann, A. Collignan & P. Pailhes, Article « Linking objective and subjective modelling in engineering design through arc-elastic dominance » publiée dans *System Experts With Applications* (2011). – en cours de publication

H.A. Simon, Ouvrage « The New Science of Management Decision. », HarperCollins, 1960.

R. Storn & K. Price, Article « Differential evolution - A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces » publiée dans *Journal of Global Optimization*, volume 11, numero 4, pages 341-359 (1997).

N.P. Suh, Ouvrage « Axiomatic Design: Advances and Applications », Oxford University Press Inc, 2001.

T. Tomiyama, P. Gu, Y. Jin, D. Lutters, C. Kind & F. Kimura, Article « Design methodologies: Industrial and educational applications » publiée dans *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, volume 58, numero 2, pages 543-565 (2009).

H. Trautmann, Presentation « Multiojective Optimization with Desirability Functions and Desirability Indices » dans *Drug Design Workshop*, Leiden (2009).

H. Trautmann & C. Weihs, Ouvrage « Pareto-Optimality and Desirability Indices », University of Dortmund, Germany, 2004.

D.G. Ullman, Chapitre d'ouvrage « Trade Studies with Uncertain Information » dans *Proceeding of the Sixteenth Annual International Symposium of the International Council On Systems Engineering (INCOSE)*, 2006.

P.E. Vermaas, Chapitre d'ouvrage « The flexible meaning of function in engineering » dans *Proceedings of the 17th International Conference on Engineering Design (ICED'09)*, Vol. 2, 2009 : p. 113–124.

Y. Vernat, These de doctorat « Formalisation et qualification de modèles par contraintes en conception préliminaire », ENSAM Bordeaux (2004).

Y. Vernat, J.-P. Nadeau & P. Sebastian, Article « Formalisation and qualification of models adapted to preliminary design » publiée dans *International Journal of Interactive Design and Manufacturing*, volume 4, numero 1, pages 11-24 (2010).

A. Villon, Presentation « AXS_GPFB user's guide » (2004).

A. Villon, Ouvrage « AXS_GPFB Card - User Guide », AXS Analyse de Structure, Le Havre, France, 2007.

A. Watkins, These de doctorat « AIRS: A Resource Limited artificial immune classifier », Faculty of Mississippi State University (2001).

K.L. Wood & E.K. Antonsson, Article « Computations with Imprecise Parameters in Engineering Design: Background and Theory » publiée dans *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, volume 111, numero 4, pages 619-625 (1989).

P. Xochipilli, Page Internet « L'amour du risque » dans *Le webinet des curiosités*. Lien : <http://webinet.blogspot.com/2011/07/lamour-du-risque.html> (Accede le 24 juill. 2011).

R.R. Yager, Article « On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decisionmaking » publiée dans *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, volume 18, numero 1, pages 183–190 (1988).

R.R. Yager, Article « Generalized OWA Aggregation Operators » publiée dans *Fuzzy Optimization and Decision Making*, volume 3, numero 1, pages 93-107 (2004).

A. Yildiz, Article « A new design optimization framework based on immune algorithm and Taguchi's method » publiée dans *Computers in industry*, volume 60, numero 8, pages 613-620 (2009).

P.A. Yvars, Article « A CSP approach for the network of product lifecycle constraints consistency in a collaborative design context » publiée dans *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, volume 22, numero 6, pages 961–970 (2009).

L.A. Zadeh, Ouvrage « Fuzzy sets », Defense Technical Information Center, Defense Technical Information Center, 1964.

I. Zeid & C.G. Chinnappa, Article « An optimized and enhanced cognitive memory model for mechanical design problems » publiée dans *Knowledge-Based Systems*, volume 11, numero 3-4, pages 197-211 (1998).

INDEX

action	92	CAO	24
ADC <i>Voir</i> aide à la décision en conception		choix	36
agrégation		conception architecturale	28
additive	51	confiance	106, 115, 149
de Yager	53	continuum d'agrégation <i>Voir</i> agrégation de	
multiplicative	52	Yager	
par le minimum	52	convergence	122, 137, 145
aide à la décision	35	courbe	
en conception	29, 35	de Bézier	64
AIS <i>Voir</i> système immunitaire artificiel		de convergence	160, 163
algorithme	124	critère d'arrêt	137
algorithme		CSI. <i>Voir</i> index de similarité de composant	
génétique	127	démarche itérative	125
algorithme		démonstrateur	144
d'optimisation par essaim particulaire		description sémantique	92
.....	131	design-appropriate	55, 102
approche « essais/erreurs »	24	désynchronisation	24
arc-élasticité	116	DOI .. <i>Voir</i> Indice d'Objectif de Conception	
en conception	117	élasticité	115
attribut	<i>Voir</i> variable d'observation	élitisme	153
AXSPAD	25	fabricabilité	78
bureau		filtrage	99, 147
d'étude	24	fixation	<i>Voir</i> rivet
de calcul	24	fonction	95

contrainte	95	difficile.....	123
d'agrégation.....	97	globale.....	125
d'agrégation de Yager	<i>Voir</i> agrégation de Yager	parcimonie	61, 80
d'appartenance	46	Pareto-dominance	<i>Voir</i> front de Pareto
d'utilité	47	Pareto-optimalité.....	<i>Voir</i> front de Pareto
de confiance.....	110, 150	performance	106, 115, 146
de désirabilité	48, 104, 147	phase	
de satisfaction.....	45	évaluative.....	126
de service.....	95	opérative	126
de synthèse	120	point-élasticité.....	<i>Voir</i> élasticité
objectif.....	91, 152	préférence	37, 146
front de Pareto	39, 56, 102, 119	principe d'annihilation.....	52, 55
GA	<i>Voir</i> algorithme génétique	priorité.....	43, 96
génération de solutions.....	153	processus de hiérarchie analytique	141, 154, <i>Voir</i> méthode AHP
importance.....	<i>Voir</i> priorité	PSO <i>Voir</i> algorithme d'optimisation par essaim particulaire	
indice		rationalité limitée	35
de similarité de composant.....	108	reconception.....	107
d'objectif de conception.....	96	règles métiers	77
jonction rivetée.....	71, 150	rivet	68
légèreté	77	scénarios	154, 157
ligne de rivets	74	solution	36
marge.....	<i>Voir</i> marge de sécurité	candidate	90, 126
marge de sécurité.....	75, 147	de référence.....	<i>Voir</i> solution initiale
métaheuristique	124	initiale	26, 34, 70, 107, 150, 153
méthode	93	optimale	145
agrégative	50	somme pondérée ..	<i>Voir</i> agrégation additive
AHP.....	42, 96	spécification.....	97
AMDEC	96	stratégie	
d'optimisation	122	compensatoire	55
MoI.....	36	conservative	55
OIA.....	90	STREAME.....	68, 70
stochastique	60	système immunitaire artificiel	128, 142, 152
modèle	30, 58	variable	93
d'agrégation.....	94, 108	d'interprétation	45, 98, 108
d'instanciation	80, 86, 87	d'interprétation filtrée.....	100
d'interprétation	103, 109	d'observation	36, 103, 109, 112
d'observation.....	88, 105, 112	de conception	90, 105, 149
de comportement.....	67	de conception intermédiaire.....	67, 79
mono-objectif	37	de qualification	93
motif	81	VCo.....	<i>Voir</i> variable de conception
moyenne géométrique pondérée.....	<i>Voir</i> agrégation multiplicative	VCoI <i>Voir</i> variable de conception intermédiaire	
multi-objectif.....	37	VInt	<i>Voir</i> variable d'interprétation
objectif		VIntF..	<i>Voir</i> variable d'interprétation filtrée
de conception.....	94, 95, 146	VObs	<i>Voir</i> variable d'observation
de similarité.....	108	VQua.....	<i>Voir</i> variable de qualification
global de conception.....	93		
global de similarité	108		
optimisation			

ANNEXE A : FILTRAGE DU FRONT DE PARETO PAR LE CONTINUUM D'AGREGATION

Il est proposé ci-dessous un script dans le langage de programmation MATLAB[®] permettant de filtrer le front de Pareto. Un exemple de 11 points est considéré, dans le cadre d'une maximisation (Pseudo-code annexe A). Le script interroge l'utilisateur afin qu'il lui soit spécifié :

- La valeur du paramètre s , autrement dit la méthode d'agrégation utilisée ;
- Le pas d'échantillonnage (Δ), correspondant à l'incrément pour les pondérations ;
- L'affichage ou non des courbes des fonctions d'agrégation (déconseillé si le pas d'échantillonnage supérieur à 0.01).

Une distinction est faite pour $s=0$. MATLAB ne pouvant calculer lui-même la limite du continuum lorsque s tend vers 0 (donnant un produit pondéré), le produit a été implémenté directement dans un tel cas.

Signalons qu'un affichage dynamique permet d'observer le filtrage du front de Pareto en fonction des valeurs des pondérations. Cet affichage est géré en particulier par l'instruction « pause » qui ralentit volontairement l'affichage. Cette instruction peut être supprimé si seul l'affichage final est souhaité.

```

clear all;
clc;
warning off; % N'affiche pas les messages d'erreur (exple : "div. par 0")
figure;
hold on;

% ATTENTION : pour des valeurs de s s'éloignant de 0, il est nécessaire de
% diminuer p sous peine de perdre des solutions Pareto pour raisons de
% calculs numériques

% Définition des points pour exemple
C1 = [1.0 2.0 3.0 3.5 4.0 6.0 7.0 8.0 8.5 8.9 9.0]; % Variable 1
C2 = [9.0 8.5 8.0 5.0 4.5 4.0 3.5 3.0 2.5 2.4 0.5]; % Variable 2

C1 = C1/10;
C2 = C2/10;

% Affichage des points
plot(C1,C2,'b.')
xlim([0 1]);
ylim([0 1]);

s = input('Continuum s=? [0] : ');
if isempty(s)
    s = 0;
end;
s
pas = input('Pas d'échantillonnage des pondérations (proche de 0) [0.01] : ');
if isempty(pas)
    pas = 0.01;
end;
pas
aff = input('Afficher les courbes ? (true/false) [true] : ');
if isempty(aff)
    aff = true;
end;
aff

for w1 = 0:pas:1; % Pondération 1

    w2 = 1-w1; % Pondération 2

    if s ~= 0
        Sw = (w1.*(C1.^s)+w2.*(C2.^s)).^(1/s); % Expression de l'agrégation
    else
        Sw = (C1.^w1).*(C2.^w2); % Expression de l'agrégation
    end;

    [val index] = max(Sw); % Optimum
    plot(C1(index),C2(index),'ro'); % Affichage

    if aff == true
        % Dessin de la courbe
        x = [0.01:0.01:10];
        if s ~= 0
            y = ((val.^s-w1.*(x.^s))/w2).^(1/s);
        else
            y = ( val ./ (x.^w1) ) .^(1/w2);
        end;
        plot(x,y,'g-');

        drawnow;
        pause(0.05);
    end;

end;
end;

```

Pseudo-code annexe A : Filtrage du front de Pareto

ANNEXE B : SOLUTION INITIALE ET COURBES DE REPARTITION

Dans cette annexe, nous présentons la problématique posée par la solution initiale fournie par le partenaire industriel, ainsi que la résolution que nous apportons.

Problématiques

Une bonne partie des travaux présentés dans ce manuscrit s'articulent autour de la présence d'une solution initiale X^0 que nous prenons notamment en compte dans le calcul de l'arc-élasticité via la notion de confiance. La solution X^0 que nous utilisons est une solution conçue en industrie et fournie par l'industriel AIRCELLE, partenaire du projet AXSPAD.

Toutefois, le formalisme de description d'une solution en industrie emploie des VCoI et est adaptée à sa simulation directement au travers du modèle de comportement. De ce fait, X^0 n'est pas décrite au travers de VCo utilisée dans le modèle d'instanciation introduit au chapitre III. Ce modèle d'instanciation permet de passer des VCo aux VCoI, toutefois l'inverse n'est pas possible, de part la nature des courbes de répartition (courbes de Bézier) employées.

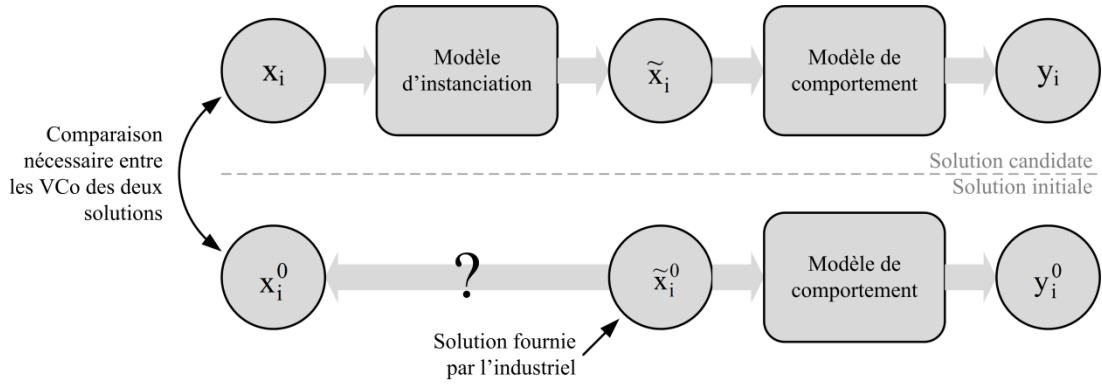


Figure annexe A : Solution initiale fournie par l'industriel

La Figure annexe A récapitule la problématique : il est nécessaire d'établir le jeu de variables de conception instanciées correspondant à la solution initiale ; en effet, celui-ci est indispensable au calcul de la confiance et donc d'une similarité entre une solution candidate et la solution de référence. Nous nous limitons ici à retrouver uniquement les positions des rivets, les autres VCoI étant aisées à retrouver en paramétrant manuellement les VCo.

De plus, nous avons vu au chapitre III que le nombre de points de contrôle pour chaque courbe de répartition du modèle d'instanciation est à définir. Nous proposons alors de les définir en suivant.

Méthode de résolution

Ne pouvant retrouver les VCo à partir des VCoI fournies par le partenaire industriel, nous proposons la méthode ci-après pour les déterminer. Celle-ci s'appuie sur un algorithme stochastique tel que décrit dans le chapitre V.

Fonction objectif

Le principe global consiste à tester différents jeux de VCo afin d'identifier celui qui correspond le mieux aux VCoI de la solution initiale. Pour cela, nous employons la fonction objectif de calcul d'écart décrite dans la Figure annexe B. A partir d'un jeu de VCo, nous calculons les VCoI au travers du modèle d'instanciation. Ensuite, nous calculons l'écart entre ces VCoI et les VCoI de X^0 . Nous notons cet écart Λ et souhaitons le minimiser.

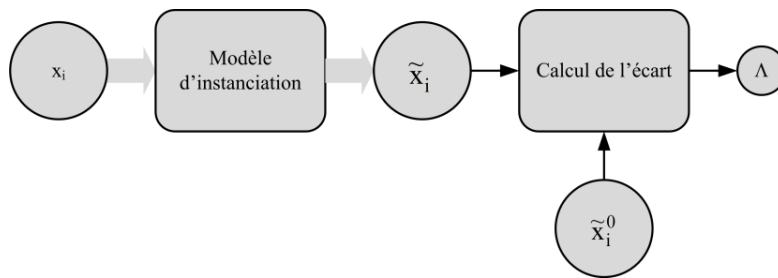


Figure annexe B : Fonction objectif de calcul de l'écart

Nous définissons l'écart comme suit :

$$\Lambda = \sum_{i=1}^{N_{riv}} (\tilde{x}_i^0 - \tilde{x}_i)^2 \quad (103)$$

Où : N_{riv} est le nombre de rivets ;

$\tilde{x}_i^0$ est la position du $i^{\text{ème}}$ rivet pour X^0 donnée par l'industriel ;

$\tilde{x}_i$ est la position du $i^{\text{ème}}$ rivet pour un jeu de VCo.

L'utilisation du carré d'une différence (plutôt que d'une simple différence absolue, par exemple) est justifiée par le fait que nous préférons des rivets correspondants globalement aux positions données par l'industriel (notion de conservation), plutôt que des rivets dont certains

vont avoir une correspondance exacte et d'autres seront trop éloignés (notion de compensation).

Nous utilisons donc un algorithme stochastique afin de minimiser la fonction objectif.

Principes de la méthode

Nous proposons une méthode itérative afin d'identifier au mieux le jeu de VCo ayant la meilleure correspondance (i.e. minimisant l'écart Λ). L'algorithme illustré par la Figure annexe C récapitule la méthode.

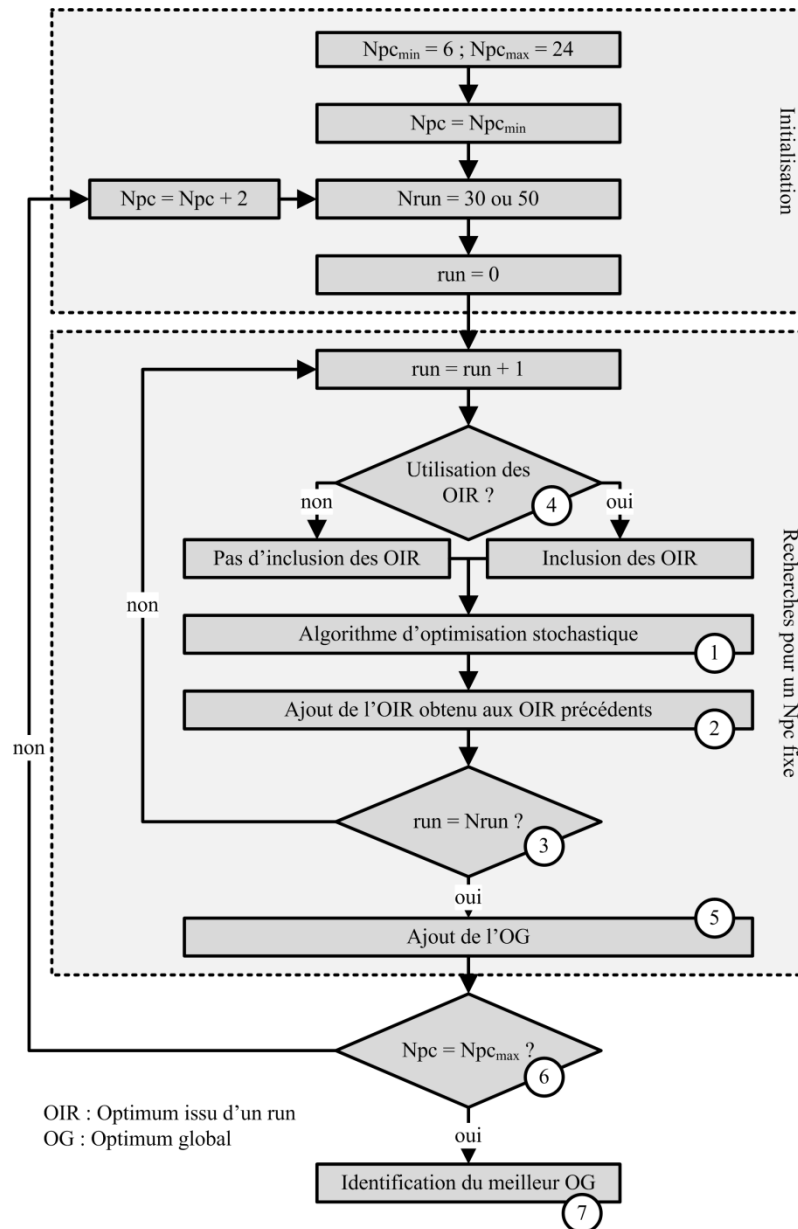


Figure annexe C : Méthode de recherche des VCo pour la solution initiale

Un run d'optimisation (Figure annexe C-1) permet d'obtenir un optimum, nommé OIR (Figure annexe C-2). Nous proposons de réaliser plusieurs runs successifs (Nrun) afin d'assurer que l'optimum atteint est bien l'optimum global (Figure annexe C-3). Afin de ne pas reproduire les mêmes optimums, et de capitaliser sur les runs passés, nous proposons de réinsérer les OIR précédents dans l'ensemble des solutions de départ de l'algorithme stochastique. Cette insertion est toutefois réalisée avec une probabilité de 0.5 pour chaque run (Figure annexe C-4), afin de laisser le loisir à l'algorithme d'identifier des optimums inédits.

Une fois un nombre de run réalisé, le meilleur des OIR est mémorisé et nommé OG (Figure annexe C-5).

Nous reproduisons ces itérations pour différents nombres de points de contrôle N_{pc} (Figure annexe C-6). Nous supposons ainsi que l'OG ayant l'écart Δ le plus faible par rapport à X^0 (Figure annexe C-7), quel que soit le nombre de points de contrôle, permettra de définir les VCo de la solution initiale ainsi que le nombre de points de contrôle à utiliser dans le modèle d'instanciation. Ce nombre de points de contrôle réalise ainsi le compromis entre flexibilité et parcimonie, en étant adapté à la répartition des rivets pour la solution initiale.

Algorithmes stochastiques et paramétrages

Nous avons employé deux algorithmes stochastiques différents (ce qui revient à appliquer deux fois la méthode décrite dans la Figure annexe C) : un algorithme génétique (GA) et un algorithme par essaim particulaire (PSO). Le paramétrage des deux algorithmes est indiqué dans le Tableau annexe A.

Algorithme génétique		Algorithme par essaim particulaire	
Nrun	50	Nrun	30
Nombre d'individus	200	Nombre de particules	40
Proba. de croisement	0.8	Nombre d'informatrices	5
Proba. de mutation	0.05	constriction	0.7
Proba. de grimpeur	0.10	Nombre de pas de temps	500
Pression de sélection	2		
Nombre de générations	100		

Tableau annexe A : Paramétrage du GA et du PSO

Les domaines de valeurs des points de contrôle (i.e. les VCo à déterminer) sont les intervalles [0.01 ; 0.99].

Résultats

La Figure annexe F présente l'écart Δ obtenu pour l'OG en fonction du nombre de points de contrôle, et suivant l'algorithme d'optimisation employé. Il apparaît tout d'abord que sur ce problème, le PSO est nettement plus performant que l'AG, puisqu'il converge généralement vers des solutions dont l'écart est plus faible que celles proposées par le GA.

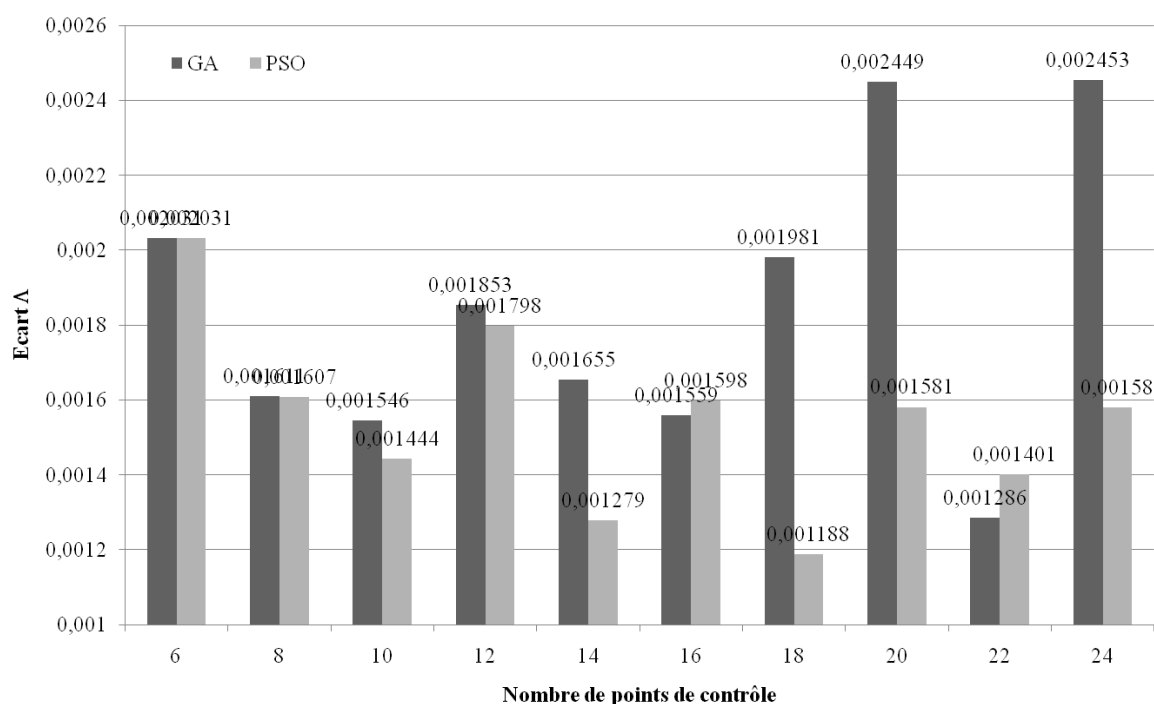


Figure annexe D : Valeur d'écart de l'OG pour chaque nombre de points de contrôle

La meilleure solution identifiée par notre méthode propose un écart Δ (relation 103) de l'ordre du milliè. Celle-ci nécessite 18 points de contrôle afin de paramétrer la courbe de répartition des positions des rivets. La Figure annexe E représente la courbe de répartition correspondant, ainsi que la répartition des rivets qui en découle (cercles) par rapport aux positions des rivets de la solution fournie par l'industriel (croix).

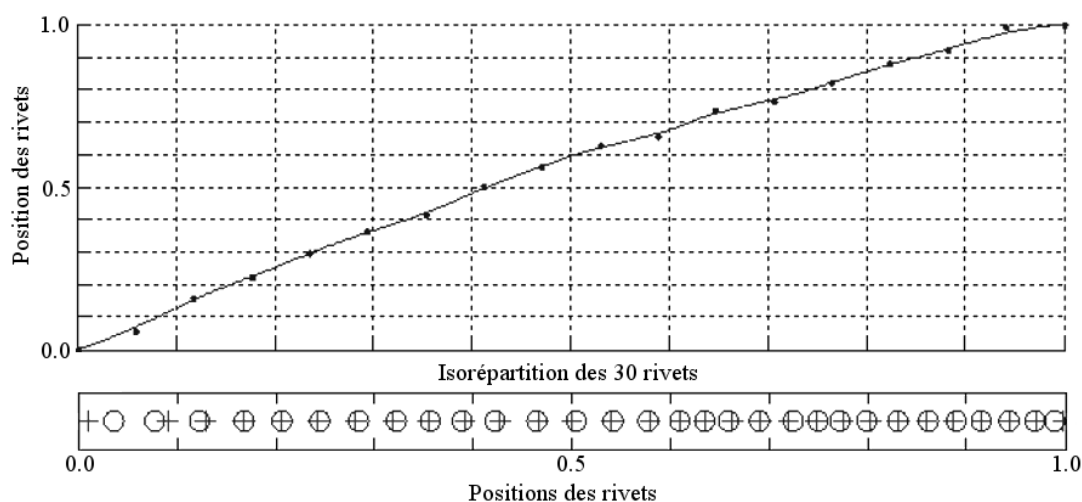


Figure annexe E : Répartition pour 30 rivets (18 points de contrôle)

Solution initiale

Dans le chapitre III, nous avons détaillé les variables de conception permettant de définir une solution. Dans les VCoI fournies par l'industriel, le nombre de rivet (N_{riv}) ainsi que les épaisseurs (e_i) et les distances longitudinales (bl_i) sont directement mentionnées, aussi les conservons nous.

La méthode précédemment décrite nous permet de connaître les proportions des points de contrôle de la courbe de répartition des positions. Nous rappelons que le premier et le dernier point de contrôle de la courbe des positions étant fixés, 16 proportions sont nécessaires pour 18 points de contrôle.

Nous avons évoqué au chapitre IV qu'il était souhaitable de limiter le nombre de types différents de rivets. C'est pourquoi nous réduisons autant que possible le nombre de points de contrôle ; nous proposons d'en employer 6. Les VCoI fournies par l'industriel indique que les rivets employés dans la solution initiale sont de type 2 ; c'est pourquoi nous fixons les ordonnées des points de contrôle à 0.58 pour la courbe de répartition correspondante (une telle valeur appartient au domaine de valeur des points de contrôle de la courbe de répartition des type, comme donné dans le chapitre III). De cette manière, le type de tous les rivets est instanciés à 2³¹.

Le Tableau annexe B récapitule les VCo de la solution initiale employée dans le présent manuscrit.

Nriv	e ₁	bl ₁	e ₂	bl ₂	c_pos _i	c_type _i
30	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.56 ; 0.37 ; 0.58 ; 0.5 0.68 ; 0.27 ; 0.74 ; 0.33 ; 0.49 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 ; 0.58

Tableau annexe B : Variables de conception de la solution initiale X0

³¹ Nous rappelons que si la valeur retournée par la courbe de répartition est entre 0 et 0.33, le type de rivet est 1 ; entre 0.33 et 0.66 il est fixé à 2 ; et entre 0.66 et 1 le rivet est de type 3.

ANNEXE C : DEMONSTRATION DE LA PARETO OPTIMALITE PAR MAXIMISATION DE L'ARC-ELASTICITE

Nous proposons de démontrer que toute solution obtenue par la maximisation de l'arc-élasticité σ appartient au front de Pareto dans l'espace (p, c) de la confiance et de la performance.

Rappels

Tout d'abord, nous rappelons notre définition de l'arc-élasticité σ pour toute solution candidate X de performance p et de confiance c , avec X^0 la solution initiale (d'arc-élasticité $\sigma^0=0$, de performance p^0 et de confiance c^0) :

$$\sigma = -\frac{p-p^0}{c-c^0} \cdot \frac{c+c^0}{p+p^0} \quad (104)$$

Nous rappelons aussi la définition de la Pareto dominance. Une solution X^k d'attribut y_i^k domine une solution X^l de composante y_i^l si et seulement si :

$$X^k \succ X^l \Leftrightarrow \begin{cases} \exists i, y_i^k > y_i^l \\ \forall j \neq i, y_j^k \geq y_j^l \end{cases} \quad (105)$$

Enfin, une solution X^k appartient au front de Pareto $\wp$ si aucune solution ne la domine :

$$X^k \in \wp \Leftrightarrow \nexists X^l, X^l \succ X^k \quad (106)$$

Nous considérons que les deux attributs de toute solutions sont sa confiance et sa performance.

Pareto-optimalité de la solution initiale

Par définition, la solution initiale possède la confiance maximale. Ainsi :

$$\forall X \neq X^0, c < c^0 \quad (107)$$

On en déduit qu'aucune solution ne peut donc dominer X^0 (relation 105). De ce fait, il vient de la relation 106 que :

$$X^0 \in \emptyset \quad (108)$$

Nous soulignons que par nature, X^0 constitue l'extrémité du front de Pareto au niveau de la confiance (cela est illustré dans la Figure IV-26).

Pareto-optimalité de toute solution issue de la maximisation de l'arc-élasticité

En s'inspirant des travaux de Trautman [Trautmann 2004], nous proposons un raisonnement par l'absurde, que nous décomposons en deux cas possibles précédés d'un cas particulier.

Hypothèse

Nous proposons de noter X^* la solution obtenue par maximisation de l'arc-élasticité. Nous notons σ^* , p^* et c^* respectivement son arc-élasticité, sa performance et sa confiance :

$$\forall X \neq X^*, \sigma < \sigma^* \quad (109)$$

Si X^* n'appartient pas au front de Pareto, cela implique qu'elle est dominée par au moins une solution, que nous notons X^{par} d'arc-élasticité σ^{par} , de performance p^{par} et de confiance c^{par} . De la relation 105, il vient :

$$X^* \notin \emptyset \Rightarrow \exists X^{\text{par}}, \begin{cases} c^{\text{par}} > c^* \\ p^{\text{par}} \geq p^* \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} p^{\text{par}} > p^* \\ c^{\text{par}} \geq c^* \end{cases} \quad (110)$$

Nous avons prouvé ci-dessus que X^0 appartient au front de Pareto. En conséquence de la relation 110 :

$$X^* \neq X^0 \quad (111)$$

Cas particulier : $X^{\text{par}} = X^0$

Nous supposons tout d'abord le cas particulier $X^{\text{par}} = X^0$:

$$\begin{cases} p^{\text{par}} = p^0 \\ c^{\text{par}} = c^0 \end{cases} \quad (112)$$

De la relation 110, nous déduisons que :

$$p^0 \geq p^* \Rightarrow p^* - p^0 \leq 0 \quad (113)$$

De plus :

$$c^* < c^0 \Rightarrow c^* - c^0 < 0 \Rightarrow -(c^* - c^0) > 0 \quad (114)$$

Par conséquent, nous avons :

$$-\frac{p^*-p^0}{c^*-c^0} \leq 0 \quad (115)$$

Le ratio $\frac{c^*+c^0}{p^*+p^0}$ étant positif, on trouve :

$$-\frac{p^*-p^0}{c^*-c^0} \cdot \frac{c^*+c^0}{p^*+p^0} \leq 0 \quad (116)$$

Ainsi :

$$\sigma^* \leq 0 \Rightarrow \sigma^* \leq \sigma^0 \quad (117)$$

Cette inégalité réfute l'hypothèse puisque σ^* maximise l'arc-élasticité.

Par la suite, nous considérons que :

$$X^{\text{par}} \neq X^0 \quad (118)$$

Premier cas

Supposons que, d'après la relation 110 :

$$\begin{cases} c^{\text{par}} > c^* \\ p^{\text{par}} \geq p^* \end{cases} \quad (119)$$

On déduit que :

$$c^{\text{par}} - c^0 > c^* - c^0 \Rightarrow -(c^{\text{par}} - c^0) < -(c^* - c^0) \quad (120)$$

On sait que, par la relation 107 :

$$\begin{cases} X^{\text{par}} \neq X^0 \Rightarrow c^{\text{par}} < c^0 \Rightarrow -(c^{\text{par}} - c^0) > 0 \\ X^* \neq X^0 \Rightarrow c^* < c^0 \Rightarrow -(c^* - c^0) > 0 \end{cases} \quad (121)$$

D'où, nous déduisons de la relation 120 :

$$\frac{1}{-(c^{\text{par}}-c^0)} > \frac{1}{-(c^*-c^0)} \quad (122)$$

De plus, de la relation 119, nous posons :

$$p^{\text{par}} - p^0 \geq p^* - p^0 \quad (123)$$

On déduit de la relation 122 :

$$\frac{p^{\text{par}}-p^0}{-(c^{\text{par}}-c^0)} \geq \frac{p^*-p^0}{-(c^{\text{par}}-c^0)} \quad (124)$$

Nous complétons la relation 124 grâce à l'inégalité 123 :

$$\frac{p^{\text{par}}-p^0}{-(c^{\text{par}}-c^0)} \geq \frac{p^*-p^0}{-(c^{\text{par}}-c^0)} > \frac{p^*-p^0}{-(c^*-c^0)} \quad (125)$$

En multipliant par le ratio $\frac{c^*+c^0}{p^*+p^0}$:

$$\frac{p^{\text{par}}-p^0}{-(c^{\text{par}}-c^0)} \cdot \frac{c^*+c^0}{p^*+p^0} > \frac{p^*-p^0}{-(c^*-c^0)} \cdot \frac{c^*+c^0}{p^*+p^0} \quad (126)$$

Ainsi :

$$\sigma^{\text{par}} > \sigma^* \quad (127)$$

Or, l'inégalité 127 réfute de nouveau l'hypothèse (relation 110) puisque σ^* maximise l'arc-élasticité.

Second cas

Supposons que, d'après la relation 110 :

$$\begin{cases} p^{\text{par}} > p^* \\ c^{\text{par}} \geq c^* \end{cases} \quad (128)$$

On en déduit :

$$c^{\text{par}} - c^0 \geq c^* - c^0 \Rightarrow -(c^{\text{par}} - c^0) \leq -(c^* - c^0) \quad (129)$$

De plus, de la relation 128, nous déduisons aussi :

$$p^{\text{par}} - p^0 > p^* - p^0 \quad (130)$$

Puisque X^{par} est différente de X^0 , on sait que $c^{\text{par}} < c^0$ (relation 118). Ainsi :

$$-\frac{p^{\text{par}} - p^0}{c^{\text{par}} - c^0} > -\frac{p^* - p^0}{c^{\text{par}} - c^0} \quad (131)$$

De la relation 129, nous complétons l'inégalité 131, sachant aussi que $c^* < c^0$ (relation 111) :

$$-\frac{p^{\text{par}} - p^0}{c^{\text{par}} - c^0} > -\frac{p^* - p^0}{c^{\text{par}} - c^0} \geq -\frac{p^* - p^0}{c^* - c^0} \quad (132)$$

Ainsi :

$$-\frac{p^{\text{par}} - p^0}{c^{\text{par}} - c^0} \cdot \frac{c^* + c^0}{p^* + p^0} > -\frac{p^* - p^0}{c^* - c^0} \cdot \frac{c^* + c^0}{p^* + p^0} \quad (133)$$

D'où :

$$\sigma^{\text{par}} > \sigma^* \quad (134)$$

La relation 134 réfute encore l'hypothèse 110 puisque σ^* maximise l'arc-élasticité.

Conclusion

L'hypothèse du raisonnement par l'absurde étant systématiquement réfutée, nous démontrons que toute solution maximisant l'arc-élasticité appartient au front de Pareto dans l'espace (p, c) de la confiance et de la performance.

Par conséquent :

$$X^* \in \emptyset \quad (135)$$

ANNEXE D : PROBLEME DE DERRINGER & PROBLEME DE COLLIGNAN

Dans cette annexe, nous proposons de détailler les problèmes de Derringer et de Collignan, évoqués au chapitre V.

Problème de Derringer

L'objectif du problème posé par Derringer [Derringer 1980] est de sélectionner trois composés en vue de la conception d'une gomme de pneu, soit :

- Le niveau de silice hydratée (x_1) ;
- Le niveau d'agent de couplage (x_2) ;
- Le niveau de soufre (x_3).

Les variables d'observation sont :

- L'indice d'abrasion PICO (y_1) ;
- L'élongation (module à 200%, noté y_2) ;
- L'allongement à la rupture (y_3)
- La dureté (y_4).

Pour constituer le modèle de comportement de son produit, Derringer réalise un certain nombre d'expérimentations via un plan d'expérience composite centré. L'ensemble des données sont ensuite lissées dans une surface de réponse du second ordre, qui constitue le modèle :

$$y_1 = 139.12 + 16.49 \cdot x_1 + 17.88 \cdot x_2 + 10.91 \cdot x_3 - 4.01 \cdot (x_1)^2 - 3.45 \cdot (x_2)^2 - 1.57 \cdot (x_3)^2 + 5.13 \cdot x_1 \cdot x_2 + 7.13 \cdot x_1 \cdot x_3 + 7.88 \cdot x_2 \cdot x_3 \quad (136)$$

$$y_2 = 1261.11 + 268.15 \cdot x_1 + 246.5 \cdot x_2 + 139.48 \cdot x_3 - 83.55 \cdot (x_1)^2 - 124.79 \cdot (x_2)^2 + 199.17 \cdot (x_3)^2 + 69.38 \cdot x_1 \cdot x_2 + 94.13 \cdot x_1 \cdot x_3 + 104.38 \cdot x_2 \cdot x_3 \quad (137)$$

$$y_3 = 400.38 - 99.67 \cdot x_1 - 31.4 \cdot x_2 - 73.92 \cdot x_3 + 7.93 \cdot (x_1)^2 + 17.31 \cdot (x_2)^2 + 0.43 \cdot (x_3)^2 + 8.75 \cdot x_1 \cdot x_2 + 6.25 \cdot x_1 \cdot x_3 + 1.25 \cdot x_2 \cdot x_3 \quad (138)$$

$$y_4 = 68.91 - 1.41 \cdot x_1 + 4.32 \cdot x_2 + 1.63 \cdot x_3 + 1.56 \cdot (x_1)^2 + 0.06 \cdot (x_2)^2 - 0.32 \cdot (x_3)^2 - 1.63 \cdot x_1 \cdot x_2 + 0.13 \cdot x_1 \cdot x_3 - 0.25 \cdot x_2 \cdot x_3 \quad (139)$$

Chacune des variables d'observations sont ensuite interprétées au travers de fonctions de désirabilité. Derringer propose ses propres fonctions (cf. § II.3.4.4.2), mais nous préférons employer celles de Harrington, qui sont aussi celles utilisées au paragraphe suivant, ainsi qu'aux chapitre IV et VI.

Derringer indique les buts suivants :

$$\begin{aligned} 120 &< y_1 \\ 1000 &< y_2 \\ 400 &< y_3 < 600 \\ 60 &< y_4 < 75 \end{aligned} \quad (140)$$

C'est pourquoi nous proposons le paramétrage indiqué dans le Tableau annexe C pour les fonctions de désirabilité, afin d'obtenir les VInt z_1 à z_4 (correspondantes aux VObs y_1 à y_4) :

Variables d'observation	Fonction de Harrington	$AC_i < SL_i$				$SL_i < AC_i$			
		AC_i	d_i^{AC}	SL_i	d_i^{SL}	SL_i	d_i^{SL}	AC_i	d_i^{AC}
y_1	One-sided croissante	120	0,01	170	0,99	-	-	-	-
y_2	One-sided croissante	1000	0,01	1300	0,99	-	-	-	-
y_3	Two-sided	LAC_i	-	LSL_i	-	USL_i	d_i^{SL}	UAC_i	-
		400	-	480	-	520	0,99	600	-
y_4	Two-sided	60	-	65	-	70	0,99	75	-

Tableau annexe C : Paramétrage des fonctions de désirabilité du problème de Derringer

Finalement, la fonction objectif obtenue, que nous notons D, se calcule comme le produit isopondéré des quatre VInt :

$$D(X) = (z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 \cdot z_4)^{0.25} \quad (141)$$

Les domaines de valeurs des VCo ainsi que l'optimum global sont données au paragraphe V.5.5.

Problème de Collignan

Nous avons proposé ce problème [Collignan 2010] comme étant une version simplifiée du problème de la conception d'une jonction rivetée, tel que décrit précédemment dans le chapitre III. Les variables de conception considérées ici sont résumées dans le Tableau annexe D.

	Description	Domaine de valeur	Pas
x ₁	Nombre de rivets (-)	[2 ;30]	1
x ₂	Distance transversale au bord des plaques (m)	[0,01 ;0,07]	0,001
x ₃	Distance longitudinale au bord des plaques (m)	[0,01 ;0,05]	0,001
x ₄	Epaisseur des plaques (m)	[0,001 ;0,01]	0,001
x ₅	Longueur des plaques (m)	[0,3 ;0,5]	0,001
x ₆	Largeur des plaques (m)	[0,5 ;0,7]	0,001
x ₇	Référence du matériau des plaques (-)	[1 ;5]	1
x ₈	Référence du type des rivets (-)	[1 ;2]	1

Tableau annexe D : Variables de conception du problème de Collignan

Ces variables de conception sont ensuite adimensionnées tout en respectant le pas de discrétisation, afin d'obtenir le Tableau V-10 du chapitre V. Signalons que les rivets sont équirépartis, de même type, que les deux plaques sont identiques, et que l'effort exercé sur la jonction est une traction pure $F_x=9000N$.

Les correspondances avec les matériaux et les types de rivets sont respectivement données dans le Tableau annexe E et le Tableau annexe F.

x ₇	nom	Rp _{0.2} (Pa)	Rm (Pa)	Cmat (Pa)	ρ _{mat} (kg/m ³)	Pvol _{mat} (\$/m ³)
1	2024-T4	320.10 ⁶	285.10 ⁶	500.10 ⁶	2780	90468
2	7075-T6	500.10 ⁶	570.10 ⁶	450.10 ⁶	2810	82179
3	5050-0	55.10 ⁶	145.10 ⁶	300.10 ⁶	2690	44065
4	6106-T5	230.10 ⁶	265.10 ⁶	400.10 ⁶	2700	87963
5	3004-H26	250.10 ⁶	285.10 ⁶	420.10 ⁶	2720	88718

Tableau annexe E : Références des matériaux des plaques pour le problème de Collignan

x ₈	Nom	d (m)	Cmax _{cis} (Pa)	M _{rivet} (kg)	P _{rivet} (\$)
1	HSR200-6	4,78.10 ⁻³	655.10 ⁶	4,2.10 ⁻³	3
2	HSR209-12	9,53.10 ⁻³	655.10 ⁶	16,5.10 ⁻³	4.5

Tableau annexe F : Références des types de rivet pour le problème de Collignan

Le modèle de comportement permet d'obtenir 6 variables d'observations. La première est la marge en matage de la plaque, identique pour chaque rivet :

$$y_1 = \frac{C_{mat}}{1.5 \cdot \sigma_1} - 1 \text{ avec } \sigma_1 = \frac{F_x/x_1}{d \cdot x_4} \quad (142)$$

De la même manière, la marge en traction de la plaque :

$$y_2 = \frac{R_{p0.2}}{1.5 \cdot \sigma_2} - 1 \text{ avec } \sigma_2 = \frac{F_x}{(pt-d) \cdot x_4} \text{ et } pt = \frac{1-2 \cdot x_2}{x_1-1} \quad (143)$$

Ainsi que la marge en cisaillement de la plaque :

$$y_3 = \frac{R_m}{1.5 \cdot \sigma_3} - 1 \text{ avec } \sigma_3 = \frac{F_x}{2 \cdot l_c \cdot x_4} \text{ et } l_c = x_3 - d/2 \cdot \sin(50) \quad (144)$$

Et la marge en cisaillement du rivet :

$$y_4 = \frac{C_{max_{cis}}}{1.5 \cdot \sigma_4} - 1 \text{ avec } \sigma_4 = \frac{F_x/x_1}{\pi \cdot d^2/4} \quad (145)$$

A cela s'ajoute la masse de l'assemblage (en kg) :

$$y_5 = 2 \cdot (V_{plaque} - x_1 \cdot V_{rivet}) \cdot \rho_{mat} + x_1 \cdot M_{rivet} \text{ avec } \begin{cases} V_{plaque} = x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \\ V_{rivet} = \pi \cdot d^2/4 \cdot x_4 \end{cases} \quad (146)$$

Et pour finir, le coût de l'assemblage (en \$) :

$$y_6 = [x_1 \cdot P_{rivet} + 2 \cdot (V_{plaque} \cdot P_{vol_{mat}})] + [x_1 \cdot P_{perc}] + [2 \cdot P_{asm \text{ plaque}} + x_1 \cdot P_{asm \text{ rivet}}] \quad (147)$$

Où nous fixons :

- Le coût d'un perçage : $P_{\text{perc}} = 0.15$;
- Le coût de l'assemblage des plaques : $P_{\text{asm plaque}} = 10$;
- Le coût d'un rivetage : $P_{\text{asm rivet}} = 1$.

Nous rappelons que si les VCo x_7 et x_8 n'interviennent pas directement dans les relations précédentes, c'est parce qu'elle sont des variables catalogues, et retournent les différentes variables données dans le Tableau annexe E et le Tableau annexe F.

Les 6 VObs sont ensuite interprétées à l'aide de fonctions de désirabilité de Harrington via le paramétrage indiqué dans le Tableau annexe G. Les marges sont souhaitées les plus hautes possibles, tandis que la masse et le coût sont souhaitées les plus basses possible.

Variables d'observation	Fonction de Harrington	$AC_i < SL_i$				$SL_i < AC_i$			
		AC_i	d_i^{AC}	SL_i	d_i^{SL}	SL_i	d_i^{SL}	AC_i	d_i^{AC}
y_1	One-sided croissante	0	0.01	5	0.99	-	-	-	-
y_2	One-sided croissante	0	0.01	5	0.99	-	-	-	-
y_3	One-sided croissante	0	0.01	5	0.99	-	-	-	-
y_4	One-sided croissante	0	0.01	5	0.99	-	-	-	-
y_5	One-sided décroissante	-	-	-	-	0	0.99	15	0.01
y_6	One-sided décroissante	-	-	-	-	10	0.99	500	0.01

Tableau annexe G : Paramétrage des fonctions de désirabilité pour le problème de Collignan

Les 6 VInt correspondantes sont agrégées en trois DOI (tenué mécanique, légèreté et coût) :

$$\begin{cases} DOI_1 = (z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 \cdot z_4)^{0.25} \\ DOI_2 = z_5 \\ DOI_3 = z_6 \end{cases} \quad (148)$$

Enfin, l'accent étant mis sur la légèreté, les DOI sont agrégés comme suit :

$$C(X) = (DOI_1)^{0.25} \cdot (DOI_2)^{0.5} \cdot (DOI_3)^{0.25} \quad (149)$$

Les domaines de valeurs des VCo ainsi que l'optimum global sont données au paragraphe V.5.6.

ANNEXE E : MODELES D'INTERPRETATION ET D'AGREGATION POUR LE PROBLEME INDUSTRIEL

Dans le produit « jonction rivetée », nous considérons les ligne de rivets ainsi que les extrémités des deux plaques jointes. Dans le cycle de vie du produit, nous considérons :

1. La conception, et notamment la validation ;
2. La fabrication ;
3. Le décollage ;
4. Les différentes situations de vol possibles ;
5. L'atterrissage.

La première situation de vie fait apparaître la fonction contrainte « Respecter les règles métiers ». La second impose « d'Être fabricable ». Les trois autres situations de vie impliquent de « tenir mécaniquement » vis-à-vis des deux plaques, ainsi que « d'être léger ». Notons que si ces fonctions sont similaires d'un point de vu sémantique, la tenue mécanique est sujette à variations suivant les situations de vie, les efforts transitant dans la jonction étant différent suivant les situations de vie. Le cycle de vie considéré pour la jonction est illustré dans la Figure annexe F.

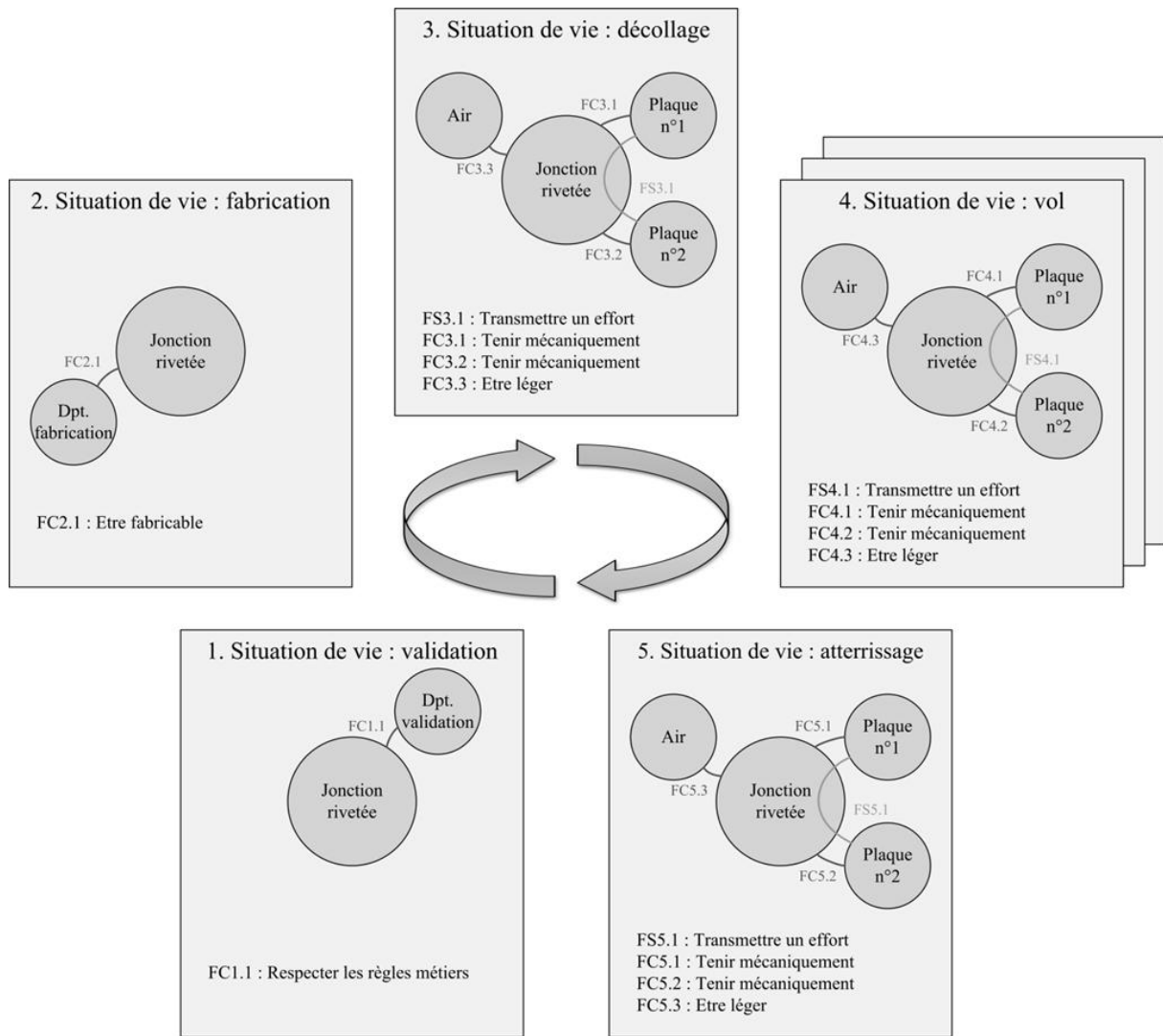


Figure annexe F : Cycle de vie de la jonction rivetée

Par conséquent, l'industriel AIRCELLE nous a communiqué plusieurs descriptions d'efforts correspondantes à plusieurs points de vol. Toutefois, l'un d'entre eux s'est avéré être nettement plus contraignant que tous les autres. Par conséquent, une jonction rivetée pouvant résister à ces sollicitations résistera à toutes les autres. C'est pourquoi nous considérons une unique typologie de sollicitations mécaniques dans le modèle de comportement de la jonction.

Par ailleurs, le modèle de comportement imposé par STREAME ne dissocie pas réellement la tenue mécanique vis-à-vis d'une plaque ou d'une autre. D'ailleurs, y voir deux contraintes distinctes est assez artificiel, la tenue mécanique de la jonction étant vérifiée dans son ensemble (tenue intrinsèque des rivet et tenue vis-à-vis de chaque plaque). C'est pourquoi les différentes fonctions « Tenir mécaniquement » sont fusionnées en une seule.

Par la suite, nous illustrons les modèles d'interprétation δ_p (Figure annexe G) et d'agrégation ζ_p (Figure annexe H) décrits dans le chapitre VI. Il est notable que n'est considéré qu'un unique rivet i sur les figures pour des raisons de lisibilité. Nous respectons le formalisme des actions, variables et méthodes présentées dans le chapitre IV.

Nous rappelons que nos solutions contiennent entre 20 et 40 rivets. Toutefois, les figures suivantes n'en considèrent qu'un seul par soucis de lisibilité.

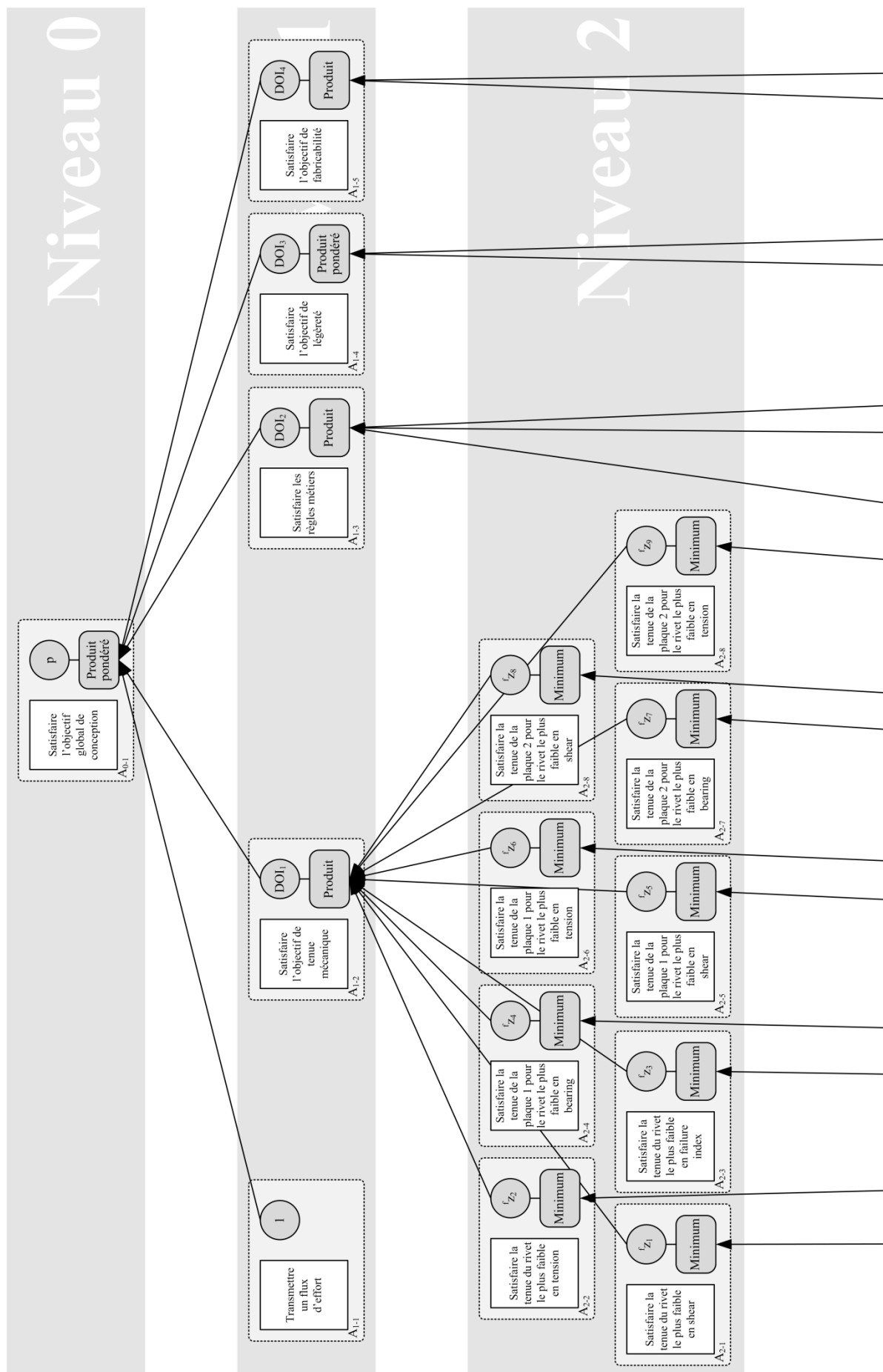


Figure annexe G : Modèle d'agrégation pour le cas industriel

201

ANNEXE F : SCENARIOS DE CONCEPTION

Dans cette annexe, nous proposons tout d'abord de détailler les matrices de jugement des différents scénarios de conception considérés (Tableau annexe H).

Scénario Global					Scénario Dessin				
	Tenue	Règles	Légèreté	Fabrication		Tenue	Règles	Légèreté	Fabrication
Tenue	1	4	6	4	Tenue	1	5	7	3
Règles	0,25	1	4	0,5	Règles	0,2	1	2	0,333
Légèreté	0,167	0,25	1	0,25	Légèreté	0,143	0,5	1	0,2
Fabrication	0,25	2	4	1	Fabrication	0,333	3	5	1

Scénario Calcul					Scénario Légèreté /Fabrication				
	Tenue	Règles	Légèreté	Fabrication		Tenue	Règles	Légèreté	Fabrication
Tenue	1	4	4	5	Tenue	1	2	0,125	0,125
Règles	0,25	1	3	0,5	Règles	0,5	1	0,143	0,143
Légèreté	0,25	0,333	1	0,5	Légèreté	8	7	1	1
Fabrication	0,2	2	2	1	Fabrication	8	7	1	1

Scénario sans règle métier				
	Tenue	Légèreté	Fabrication	
	Tenue	1	0,167	0,25
	Légèreté	6	1	2
Fabrication	4	0,5	1	

Tableau annexe H : Matrices de jugement des scénarios

De ces matrices de jugements, dont la consistance est garantie par des ratio de cohérence inférieurs à 0.10, nous déduisons les pondérations associées à chaque DOI pour chaque scénario (Tableau annexe J).

	Tenue mécanique	Règles métiers	Légèreté	Fabricabilité
Scénario Global	$\omega_1 = 0.562$	$\omega_2 = 0.160$	$\omega_3 = 0.061$	$\omega_4 = 0.217$
Scénario Dessin	$\omega_1 = 0.563$	$\omega_2 = 0.108$	$\omega_3 = 0.062$	$\omega_4 = 0.267$
Scénario Calcul	$\omega_1 = 0.562$	$\omega_2 = 0.163$	$\omega_3 = 0.091$	$\omega_4 = 0.183$
Scénario Légèreté/Fabricabilité	$\omega_1 = 0.071$	$\omega_2 = 0.053$	$\omega_3 = 0.438$	$\omega_4 = 0.438$
Scénario sans règle métier	$\omega_1 = 0.089$	$\omega_2 = 0$	$\omega_3 = 0.587$	$\omega_4 = 0.324$

Tableau annexe I : Scénarios et pondérations des DOI

ANNEXE G : LISTE DE SOLUTIONS OPTIMALES

Nous listons ici les solutions issues des différentes optimisations, en faisant varier les scénarios, la fonction objectif (performance ou arc-élasticité) ainsi que la présence ou non de la solution initiale lors de l'initialisation de l'algorithme. Pour chaque configuration, nous exécutons trois optimisations. La Figure annexe I récapitule les paramètres que nous faisons varier et les solutions obtenues.

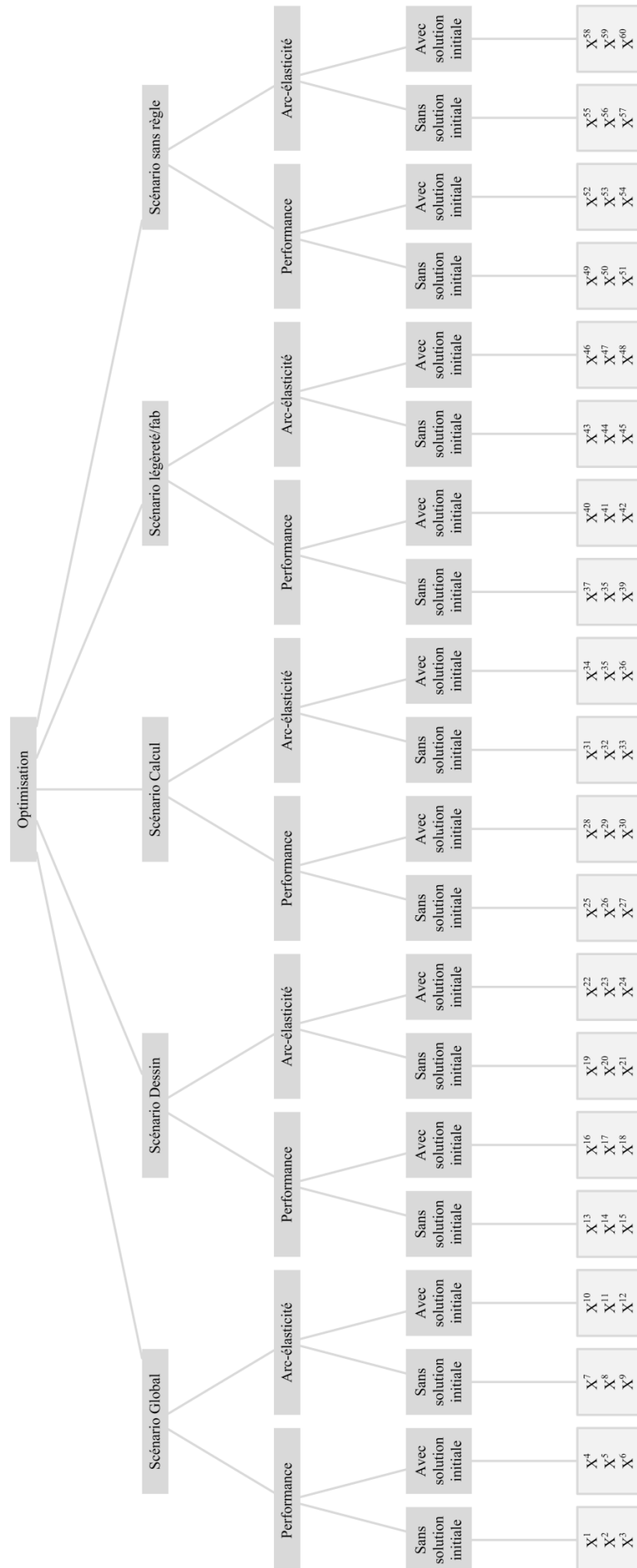


Figure annexe I : Arborescence des optimisations

Dans le Tableau annexe K ci-dessous, l'arc-élasticité n'est indiquée que si elle est l'objet de l'optimisation. Nous soulignons que la performance de la solution initiale X^0 n'y est pas précisée, celle-ci variant en fonction du scénario considéré, comme l'indique le Tableau annexe K.

	Scénarios				
	Global	Dessin	Calcul	Légèreté/Fabricabilité	Sans règle métier
p^0	0.743	0.742	0.743	0.744	0.743

Tableau annexe J : Performances de X^0 en fonction des scénarios

Nous signalons que les performances de X^0 sont relativement proches (elles divergent à partir de la troisième décimale) du fait de DOI aux valeurs similaires.

Ci-dessous, la liste des solutions optimales obtenues :

	N_{riv}	e_1	bl_1	e_2	bl_2	c_{pos_i}	c_{type_i}	p	c	σ
X^0	30	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.56 ; 0.37 0.58 ; 0.5 ; 0.68 ; 0.27 ; 0.74 ; 0.33 0.49 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	-	1	0
X^1	28	0.003	0.025	0.002	0.02	0.58 ; 0.59 ; 0.32 ; 0.72 ; 0.4 ; 0.39 0.55 ; 0.5 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.5 ; 0.52 0.44 ; 0.63 ; 0.35 ; 0.57	0.77 ; 0.39 0.39 ; 0.58 0.77 ; 0.58	0.907	0.876	-
X^2	30	0.003	0.025	0.003	0.025	0.64 ; 0.37 ; 0.47 ; 0.59 ; 0.48 ; 0.43 0.46 ; 0.56 ; 0.45 ; 0.48 ; 0.64 ; 0.48 0.52 ; 0.38 ; 0.54 ; 0.46	0.39 ; 0.58 0.2 ; 0.77 0.39 ; 0.39	0.899	0.836	-
X^3	28	0.003	0.025	0.003	0.025	0.21 ; 0.57 ; 0.52 ; 0.53 ; 0.46 ; 0.53 0.44 ; 0.49 ; 0.51 ; 0.51 ; 0.48 ; 0.56 0.48 ; 0.41 ; 0.63 ; 0.44	0.39 ; 0.77 0.39 ; 0.77 0.2 ; 0.58	0.912	0.834	-
X^4	29	0.003	0.025	0.003	0.025	0.22 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.53 ; 0.59 ; 0.36 0.58 ; 0.41 ; 0.57 ; 0.37 ; 0.63 ; 0.42 0.55 ; 0.53 ; 0.34 ; 0.85	0.58 ; 0.39 0.39 ; 0.77 0.39 ; 0.39	0.905	0.878	-
X^5	28	0.003	0.025	0.003	0.025	0.34 ; 0.82 ; 0.18 ; 0.63 ; 0.44 ; 0.46 0.62 ; 0.41 ; 0.51 ; 0.53 ; 0.45 ; 0.54 0.51 ; 0.51 ; 0.51 ; 0.63	0.39 ; 0.58 0.58 ; 0.39 0.77 ; 0.58	0.908	0.862	-
X^6	30	0.003	0.025	0.002	0.025	0.35 ; 0.66 ; 0.42 ; 0.55 ; 0.54 ; 0.36 0.52 ; 0.45 ; 0.69 ; 0.26 ; 0.79 ; 0.28 0.48 ; 0.59 ; 0.33 ; 0.91	0.39 ; 0.39 0.58 ; 0.58 0.39 ; 0.39	0.900	0.897	-
X^7	29	0.002	0.02	0.002	0.02	0.6 ; 0.32 ; 0.6 ; 0.53 ; 0.44 ; 0.52 0.48 ; 0.46 ; 0.68 ; 0.48 ; 0.44 ; 0.43 0.51 ; 0.45 ; 0.51 ; 0.86	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.869	0.917	1.822
X^8	29	0.002	0.02	0.002	0.015	0.38 ; 0.33 ; 0.72 ; 0.54 ; 0.41 ; 0.49 0.42 ; 0.58 ; 0.38 ; 0.56 ; 0.51 ; 0.49 0.43 ; 0.6 ; 0.42 ; 0.7	0.58 ; 0.77 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.886	0.909	1.850
X^9	30	0.002	0.015	0.002	0.02	0.31 ; 0.5 ; 0.51 ; 0.59 ; 0.58 ; 0.38 0.49 ; 0.5 ; 0.53 ; 0.36 ; 0.65 ; 0.36 0.64 ; 0.45 ; 0.4 ; 0.56	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.39	0.888	0.926	2.303
X^{10}	27	0.003	0.020	0.002	0.02	0.36 ; 0.53 ; 0.47 ; 0.57 ; 0.56 ; 0.36 0.5 ; 0.53 ; 0.51 ; 0.48 ; 0.53 ; 0.46 0.49 ; 0.55 ; 0.53 ; 0.38	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.905	0.916	2.231
X^{11}	30	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.56 ; 0.33 0.53 ; 0.45 ; 0.68 ; 0.28 ; 0.74 ; 0.33 0.49 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.878	0.986	12.137
X^{12}	31	0.002	0.02	0.002	0.015	0.38 ; 0.58 ; 0.49 ; 0.54 ; 0.56 ; 0.32 0.58 ; 0.43 ; 0.72 ; 0.22 ; 0.74 ; 0.33 0.49 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.878	0.969	5.230
X^{13}	32	0.002	0.025	0.002	0.025	0.53 ; 0.39 ; 0.54 ; 0.53 ; 0.55 ; 0.49 0.45 ; 0.42 ; 0.53 ; 0.45 ; 0.53 ; 0.55 0.43 ; 0.44 ; 0.66 ; 0.4	0.58 ; 0.2 0.58 ; 0.39 0.58 ; 0.58	0.874	0.872	-
X^{14}	27	0.003	0.02	0.003	0.025	0.47 ; 0.48 ; 0.48 ; 0.66 ; 0.32 ; 0.57 0.44 ; 0.56 ; 0.49 ; 0.5 ; 0.47 ; 0.63 0.48 ; 0.35 ; 0.55 ; 0.58	0.58 ; 0.58 0.39 ; 0.58 0.77 ; 0.58	0.905	0.864	-

	N _{riv}	e ₁	bl ₁	e ₂	bl ₂	c_pos _i	c_type _i	p	c	σ
X ¹⁵	27	0.003	0.025	0.003	0.025	0.52 ; 0.49 ; 0.49 ; 0.52 ; 0.51 ; 0.58 0.47 ; 0.39 ; 0.49 ; 0.56 ; 0.46 ; 0.54 0.49 ; 0.5 ; 0.45 ; 0.56	0.39 ; 0.2 0.58 ; 0.58 0.39 ; 0.58	0.901	0.849	-
X ¹⁶	29	0.003	0.02	0.003	0.025	0.32 ; 0.58 ; 0.4 ; 0.48 ; 0.65 ; 0.4 0.46 ; 0.53 ; 0.51 ; 0.4 ; 0.58 ; 0.46 0.52 ; 0.54 ; 0.34 ; 0.9	0.39 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.77 ; 0.39	0.892	0.881	-
X ¹⁷	27	0.003	0.025	0.003	0.025	0.36 ; 0.58 ; 0.47 ; 0.54 ; 0.54 ; 0.37 0.54 ; 0.5 ; 0.63 ; 0.28 ; 0.73 ; 0.38 0.47 ; 0.55 ; 0.37 ; 0.9	0.39 ; 0.39 0.39 ; 0.77 0.39 ; 0.58	0.904	0.887	-
X ¹⁸	27	0.003	0.025	0.003	0.025	0.36 ; 0.58 ; 0.47 ; 0.54 ; 0.54 ; 0.37 0.54 ; 0.5 ; 0.63 ; 0.28 ; 0.73 ; 0.38 0.47 ; 0.55 ; 0.37 ; 0.9	0.39 ; 0.39 0.39 ; 0.77 0.39 ; 0.58	0.904	0.887	-
X ¹⁹	29	0.003	0.015	0.003	0.015	0.66 ; 0.45 ; 0.4 ; 0.41 ; 0.63 ; 0.37 0.58 ; 0.5 ; 0.51 ; 0.42 ; 0.6 ; 0.48 0.44 ; 0.63 ; 0.49 ; 0.45	0.58 ; 0.39 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.877	0.899	1.572
X ²⁰	32	0.002	0.02	0.002	0.015	0.44 ; 0.57 ; 0.44 ; 0.54 ; 0.56 ; 0.46 0.33 ; 0.58 ; 0.72 ; 0.27 ; 0.51 ; 0.45 0.62 ; 0.55 ; 0.47 ; 0.35	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.861	0.930	2.049
X ²¹	29	0.002	0.02	0.002	0.015	0.4 ; 0.56 ; 0.45 ; 0.6 ; 0.56 ; 0.39 0.4 ; 0.57 ; 0.64 ; 0.32 ; 0.59 ; 0.4 0.49 ; 0.54 ; 0.66 ; 0.26	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.881	0.926	2.223
X ²²	29	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.56 ; 0.34 0.56 ; 0.46 ; 0.68 ; 0.27 ; 0.74 ; 0.33 0.49 ; 0.6 ; 0.31 ; 0.82	0.58 ; 0.39 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.868	0.975	6.221
X ²³	30	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.56 ; 0.37 0.58 ; 0.5 ; 0.62 ; 0.2 ; 0.74 ; 0.33 0.49 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.864	0.992	19.511
X ²⁴	31	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.52 ; 0.33 0.59 ; 0.5 ; 0.68 ; 0.27 ; 0.74 ; 0.33 0.49 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.848	0.989	12.643
X ²⁵	28	0.002	0.025	0.003	0.025	0.4 ; 0.48 ; 0.53 ; 0.55 ; 0.58 ; 0.41 0.39 ; 0.56 ; 0.44 ; 0.55 ; 0.44 ; 0.64 0.49 ; 0.31 ; 0.71 ; 0.33	0.58 ; 0.58 0.39 ; 0.39 0.77 ; 0.58	0.908	0.865	-
X ²⁶	35	0.002	0.02	0.002	0.025	0.28 ; 0.59 ; 0.48 ; 0.48 ; 0.41 ; 0.57 0.5 ; 0.41 ; 0.44 ; 0.46 ; 0.61 ; 0.49 0.59 ; 0.37 ; 0.46 ; 0.57	0.2 ; 0.2 0.39 ; 0.77 0.39 ; 0.39	0.856	0.843	-
X ²⁷	31	0.003	0.02	0.002	0.025	0.41 ; 0.53 ; 0.45 ; 0.59 ; 0.53 ; 0.49 0.41 ; 0.44 ; 0.69 ; 0.28 ; 0.62 ; 0.48 0.43 ; 0.54 ; 0.55 ; 0.54	0.77 ; 0.01 0.58 ; 0.39 0.58 ; 0.39	0.894	0.847	-
X ²⁸	29	0.002	0.025	0.003	0.025	0.36 ; 0.59 ; 0.45 ; 0.51 ; 0.56 ; 0.45 0.42 ; 0.47 ; 0.61 ; 0.34 ; 0.73 ; 0.35 0.46 ; 0.59 ; 0.37 ; 0.88	0.39 ; 0.58 0.77 ; 0.39 0.77 ; 0.39	0.904	0.896	-
X ²⁹	27	0.002	0.025	0.003	0.025	0.41 ; 0.49 ; 0.52 ; 0.56 ; 0.58 ; 0.3 0.56 ; 0.48 ; 0.65 ; 0.26 ; 0.76 ; 0.31 0.49 ; 0.61 ; 0.35 ; 0.65	0.58 ; 0.77 0.58 ; 0.39 0.77 ; 0.39	0.911	0.893	-
X ³⁰	30	0.002	0.025	0.002	0.025	0.35 ; 0.61 ; 0.43 ; 0.55 ; 0.57 ; 0.33 0.55 ; 0.41 ; 0.73 ; 0.25 ; 0.71 ; 0.34 0.52 ; 0.6 ; 0.37 ; 0.88	0.39 ; 0.58 0.39 ; 0.39 0.58 ; 0.58	0.900	0.921	-
X ³¹	30	0.002	0.02	0.002	0.02	0.38 ; 0.63 ; 0.44 ; 0.54 ; 0.47 ; 0.57 0.43 ; 0.38 ; 0.61 ; 0.36 ; 0.66 ; 0.35 0.58 ; 0.41 ; 0.54 ; 0.57	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.77 ; 0.58	0.900	0.919	2.252
X ³²	30	0.002	0.02	0.002	0.02	0.63 ; 0.44 ; 0.38 ; 0.54 ; 0.59 ; 0.48 0.43 ; 0.5 ; 0.59 ; 0.27 ; 0.66 ; 0.39 0.49 ; 0.69 ; 0.41 ; 0.39	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.892	0.929	2.478
X ³³	27	0.003	0.015	0.003	0.02	0.61 ; 0.41 ; 0.59 ; 0.41 ; 0.5 ; 0.46 0.55 ; 0.5 ; 0.48 ; 0.63 ; 0.52 ; 0.35 0.49 ; 0.63 ; 0.42 ; 0.41	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.39 0.77 ; 0.58	0.887	0.883	1.418
X ³⁴	30	0.002	0.015	0.002	0.015	0.37 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.52 ; 0.56 ; 0.38 0.57 ; 0.44 ; 0.65 ; 0.24 ; 0.74 ; 0.35 0.49 ; 0.53 ; 0.35 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.877	0.968	5.073

	N_{riv}	e_1	bl_1	e_2	bl_2	c_pos_i	c_type_i	p	c	σ
X^{35}	30	0.002	0.02	0.002	0.015	0.37 ; 0.6 ; 0.45 ; 0.59 ; 0.49 ; 0.35 0.58 ; 0.5 ; 0.68 ; 0.27 ; 0.71 ; 0.3 0.49 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.879	0.973	6.193
X^{36}	30	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.56 ; 0.33 0.58 ; 0.5 ; 0.68 ; 0.27 ; 0.74 ; 0.33 0.42 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.851	0.993	18.184
X^{37}	31	0.002	0.02	0.002	0.025	0.33 ; 0.49 ; 0.63 ; 0.3 ; 0.48 ; 0.67 0.26 ; 0.69 ; 0.33 ; 0.61 ; 0.44 ; 0.5 0.49 ; 0.58 ; 0.49 ; 0.41	0.2 ; 0.01 0.77 ; 0.2 0.58 ; 0.39	0.755	0.802	-
X^{38}	27	0.002	0.025	0.002	0.025	0.25 ; 0.41 ; 0.59 ; 0.56 ; 0.5 ; 0.54 0.34 ; 0.5 ; 0.59 ; 0.53 ; 0.43 ; 0.47 0.49 ; 0.55 ; 0.54 ; 0.38	0.58 ; 0.39 0.58 ; 0.39 0.58 ; 0.39	0.803	0.885	-
X^{39}	31	0.002	0.025	0.002	0.025	0.37 ; 0.45 ; 0.65 ; 0.35 ; 0.71 ; 0.63 0.26 ; 0.63 ; 0.61 ; 0.5 ; 0.44 ; 0.28 0.54 ; 0.61 ; 0.56 ; 0.23	0.39 ; 0.77 0.01 ; 0.2 0.39 ; 0.58	0.736	0.812	-
X^{40}	29	0.002	0.015	0.002	0.025	0.33 ; 0.61 ; 0.46 ; 0.56 ; 0.54 ; 0.35 0.55 ; 0.48 ; 0.66 ; 0.29 ; 0.73 ; 0.3 0.51 ; 0.57 ; 0.35 ; 0.85	0.39 ; 0.39 0.39 ; 0.39 0.39 ; 0.58	0.780	0.910	-
X^{41}	27	0.002	0.02	0.002	0.025	0.42 ; 0.54 ; 0.43 ; 0.56 ; 0.55 ; 0.34 0.57 ; 0.45 ; 0.63 ; 0.29 ; 0.72 ; 0.35 0.53 ; 0.61 ; 0.33 ; 0.87	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.2 ; 0.58	0.801	0.915	-
X^{42}	30	0.002	0.025	0.002	0.025	0.37 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.53 ; 0.54 ; 0.34 0.55 ; 0.49 ; 0.66 ; 0.25 ; 0.7 ; 0.41 0.43 ; 0.63 ; 0.39 ; 0.85	0.58 ; 0.58 0.2 ; 0.58 0.39 ; 0.58	0.768	0.913	-
X^{43}	27	0.002	0.02	0.002	0.02	0.39 ; 0.44 ; 0.63 ; 0.6 ; 0.38 ; 0.57 0.42 ; 0.42 ; 0.58 ; 0.48 ; 0.63 ; 0.43 0.55 ; 0.49 ; 0.43 ; 0.39	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.784	0.909	0.554
X^{44}	30	0.002	0.025	0.002	0.02	0.6 ; 0.35 ; 0.51 ; 0.58 ; 0.48 ; 0.6 0.44 ; 0.36 ; 0.49 ; 0.67 ; 0.37 ; 0.46 0.53 ; 0.49 ; 0.58 ; 0.37	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.2 ; 0.58	0.768	0.874	0.233
X^{45}	30	0.002	0.025	0.002	0.02	0.41 ; 0.5 ; 0.48 ; 0.54 ; 0.64 ; 0.29 0.49 ; 0.71 ; 0.31 ; 0.49 ; 0.51 ; 0.48 0.54 ; 0.48 ; 0.56 ; 0.63	0.58 ; 0.58 0.77 ; 0.39 0.58 ; 0.2	0.764	0.879	0.207
X^{46}	29	0.002	0.015	0.002	0.015	0.32 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.54 ; 0.33 0.58 ; 0.45 ; 0.68 ; 0.27 ; 0.74 ; 0.34 0.5 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.776	0.977	1.821
X^{47}	28	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.51 ; 0.37 0.58 ; 0.5 ; 0.68 ; 0.27 ; 0.74 ; 0.33 0.49 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.792	0.995	7.584
X^{48}	27	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.54 ; 0.5 ; 0.51 ; 0.51 ; 0.39 0.58 ; 0.48 ; 0.68 ; 0.27 ; 0.74 ; 0.33 0.49 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.77	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.786	0.973	1.964
X^{49}	27	0.002	0.025	0.002	0.02	0.33 ; 0.35 ; 0.45 ; 0.66 ; 0.45 ; 0.43 0.61 ; 0.34 ; 0.53 ; 0.65 ; 0.49 ; 0.51 0.24 ; 0.71 ; 0.22 ; 0.42	0.39 ; 0.58 0.58 ; 0.2 0.58 ; 0.58	0.793	0.873	-
X^{50}	23	0.002	0.025	0.002	0.025	0.4 ; 0.71 ; 0.55 ; 0.4 ; 0.28 ; 0.66 0.61 ; 0.29 ; 0.41 ; 0.52 ; 0.48 ; 0.73 0.58 ; 0.16 ; 0.48 ; 0.49	0.2 ; 0.96 0.2 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.819	0.825	-
X^{51}	29	0.002	0.02	0.002	0.025	0.49 ; 0.38 ; 0.62 ; 0.58 ; 0.47 ; 0.57 0.46 ; 0.32 ; 0.42 ; 0.44 ; 0.94 ; 0.1 0.58 ; 0.4 ; 0.38 ; 0.49	0.2 ; 0.01 0.2 ; 0.2 0.2 ; 0.2	0.794	0.767	-
X^{52}	30	0.002	0.02	0.002	0.025	0.2 ; 0.68 ; 0.41 ; 0.41 ; 0.72 ; 0.45 0.35 ; 0.55 ; 0.37 ; 0.62 ; 0.23 ; 0.65 0.86 ; 0.23 ; 0.56 ; 0.1	0.2 ; 0.2 0.39 ; 0.39 0.77 ; 0.39	0.776	0.815	-
X^{53}	29	0.002	0.015	0.002	0.02	0.33 ; 0.63 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.59 ; 0.39 0.44 ; 0.55 ; 0.49 ; 0.25 ; 0.66 ; 0.42 0.42 ; 0.55 ; 0.27 ; 0.81	0.2 ; 0.2 0.2 ; 0.58 0.77 ; 0.39	0.788	0.866	-
X^{54}	24	0.002	0.015	0.002	0.02	0.35 ; 0.56 ; 0.44 ; 0.56 ; 0.48 ; 0.55 0.55 ; 0.48 ; 0.58 ; 0.14 ; 0.82 ; 0.35 0.42 ; 0.52 ; 0.23 ; 0.75	0.2 ; 0.2 0.2 ; 0.2 0.2 ; 0.77	0.819	0.820	-

	N _{riv}	e ₁	bl ₁	e ₂	bl ₂	c_pos _i	c_type _i	p	c	σ
X ⁵⁵	25	0.002	0.015	0.002	0.015	0.41 ; 0.4 ; 0.52 ; 0.54 ; 0.72 ; 0.41 0.53 ; 0.4 ; 0.38 ; 0.41 ; 0.69 ; 0.34 0.55 ; 0.65 ; 0.21 ; 0.43	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.809	0.924	1.076
X ⁵⁶	24	0.002	0.015	0.002	0.02	0.72 ; 0.43 ; 0.43 ; 0.69 ; 0.16 ; 0.79 0.33 ; 0.5 ; 0.46 ; 0.41 ; 0.49 ; 0.41 0.73 ; 0.51 ; 0.35 ; 0.33	0.58 ; 0.58 0.39 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.814	0.889	0.769
X ⁵⁷	26	0.002	0.15	0.002	0.015	0.27 ; 0.62 ; 0.38 ; 0.42 ; 0.61 ; 0.37 0.66 ; 0.5 ; 0.56 ; 0.43 ; 0.69 ; 0.22 0.4 ; 0.34 ; 0.79 ; 0.12	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.797	0.920	0.839
X ⁵⁸	24	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.5 ; 0.43 0.51 ; 0.5 ; 0.68 ; 0.27 ; 0.74 ; 0.33 0.39 ; 0.5 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.808	0.975	3.376
X ⁵⁹	27	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.55 ; 0.3 0.58 ; 0.5 ; 0.68 ; 0.27 ; 0.74 ; 0.33 0.49 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.787	0.991	6.329
X ⁶⁰	30	0.002	0.015	0.002	0.015	0.36 ; 0.62 ; 0.45 ; 0.54 ; 0.56 ; 0.37 0.58 ; 0.5 ; 0.67 ; 0.27 ; 0.67 ; 0.26 0.46 ; 0.6 ; 0.36 ; 0.88	0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58 0.58 ; 0.58	0.760	0.986	1.614

Tableau annexe K : Solutions de conception obtenues