



HAL
open science

ETUDE DE L'EFFET BRILLOUIN EN CAVITE LASER

Djouher Mallek

► **To cite this version:**

Djouher Mallek. ETUDE DE L'EFFET BRILLOUIN EN CAVITE LASER. Physique Quantique [quant-ph]. Université d'Angers, 2011. Français. NNT: . tel-00662516

HAL Id: tel-00662516

<https://theses.hal.science/tel-00662516>

Submitted on 24 Jan 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENE
ALGERIE
UNIVERSITE D'ANGERS
FRANCE



N° d'ordre/ 1171

THESE
de **DOCTORAT Cotutelle**
Spécialité : Physique / Electronique Quantique

Présentée par :

MALLEK BOURAS DJOUHER

ETUDE DE L'EFFET BRILLOUIN EN CAVITE LASER

Laboratoire Electronique Quantique de L'USTHB
Laboratoire de la Photonique, Ecole Doctorale 3MPL de L'université d'ANGERS

Soutenue publiquement 12 Juillet 2011 à 9h

Devant le jury composé de :

Mme Fawzia MEKIDECHE- CHAFA	<i>Professeur</i>	USTHB Alger, Algérie	<i>Président</i>
M. Youcef OUERDANE	<i>Professeur</i>	Université Jean Monnet de Saint-Étienne, France	<i>Examineur</i>
M. Philippe GRELU	<i>Professeur</i>	Université de Dijon, France	<i>Rapporteur</i>
Melle Houria TRIKI	<i>Professeur</i>	Université de Annaba, Algérie	<i>Rapporteur</i>
M. Abdelhamid KELLOU	<i>Professeur</i>	USTHB Alger, Algérie	<i>Directeur de thèse</i>
M. François SANCHEZ	<i>Professeur</i>	Université d'Angers, France	<i>Directeur de thèse</i>

A ma famille...

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier le professeur **Fawzia MEKIDECHE- CHAFA** qui m'a fait l'honneur de présider le jury.

Je suis également très reconnaissante envers le professeur **A.KELLOU** et le professeur **F.SANCHEZ** qui ont encadré ce travail de thèse tout le long de ces années.

Comme je tiens à présenter mes remerciements aux professeurs **P.GRELU, Y.OUERDANE** et **H.TRIKI**, pour avoir accepté de faire partie de mon jury.

Ma reconnaissance va aussi à tous les membres du laboratoire électronique quantique, pour leurs soutiens.

Enfin je remercie, pour l'aide et l'encouragement docteur Amroun-
Aliane Dalila

Sommaire.....	i
----------------------	----------

Introduction générale.....	1
-----------------------------------	----------

Chapitre 1 Les laser à fibre optique dopée aux terres rares 5

1	Introduction	6
2	L'historique des lasers à fibre optique	6
3	Les Lasers à fibre double gaine dopée aux terres rares	8
3.1	La fibre double gaine	8
3.2	Méthodes de fabrication des fibres optiques à base de silice ...	11
3.3	Caractéristiques d'une fibre optique	12
3.3.1	La fréquence normalisée	12
3.3.2	L'ouverture numérique	14
3.3.3	Profil d'indice	15
4	La propagation dans une fibre optique	16
4.1	L'atténuation dans une fibre optique	16
4.2	La dispersion dans une fibre optique	16
4.2.1	Etude théorique de la dispersion chromatique dans la fibre optique	17
5	Les terres rares	20
5.1	L'ion Ytterbium	20
5.2	Les niveaux d'énergies de l'ion Ytterbium	21

Chapitre 2 Les effets non linéaires 25

1	Introduction	26
2	Les effets non linéaires	26
3	La diffusion Brillouin	27
3.1	La diffusion Brillouin stimulée	28
3.2	Le gain Brillouin	29
3.3	Le seuil Brillouin	31
4	La variation de l'indice de réfraction dans les milieux non linéaire	32
4.1	La modulation de phase	33

Chapitre 3 Etude de l'instabilité Brillouin dans un laser de puissance pompé en continu37

1	Introduction	38
2	Diffusion Brillouin en simple propagation et en cavité.....	38
2.1	La diffusion Brillouin en simple propagation dans des fibres passives	38
2.2	Etude de La diffusion Brillouin en cavité dans des fibres passives	39
2.3	Etude de La diffusion Brillouin en cavité dans des fibres actives.....	39

3	Le modèle théorique.....	44
3.1	Description du modèle	44
3.2	Elaboration du modèle	45
3.3	Modèle sans dimension.....	51
3.4	La valeur de la constante du gain Brillouin.....	52
4	Résolution numérique.....	54
4.1	Calcul du seuil laser.....	54
4.2	Résultats numériques.....	55
4.2.1	Cavité à fortes pertes.....	55
4.2.2	Cavités à faibles pertes.....	63
5	Conclusion.....	66

Chapitre 4 Le modèle des amplitudes couplées.....68

1	Introduction.....	69
2	Le Modèle des Amplitudes Couplées (MAC).....	69
3	Résolution numérique.....	71
3.1	résultats numériques.....	71
3.1.1	Cavités à fortes pertes.....	71
4	Conclusion.....	94

Conclusion générale 95

Annexe A..... 96

Références bibliographiques..... 107

Articles 113

Introduction

Les lasers à fibre optique dopée aux terres rares présentent des caractéristiques et des avantages intéressants dus au fait que les ions dopants qui constituent leurs milieux amplificateurs se trouvent confinés dans des petites sections du cœur de la fibre optique, ce qui donne des gains très élevés par rapport aux autres types de cavités lasers. Ajouté à cela le confinement longitudinal de l'onde laser supprime l'effet de la diffraction rencontré dans les lasers traditionnels. Par ailleurs la possibilité de pomper ces lasers à fibres avec des diodes lasers, rend ces dispositifs très compacts pour les différentes configurations possibles (Fabry pérot, anneau,..etc.). Les spectres d'émission des ions de terres rares dans des matrices vitreuses (la silice dans notre cas) sont très larges et permettent de faire des sources accordables en longueur d'onde. Un autre avantage des lasers à fibre par rapport aux lasers massifs est la grande surface d'échange thermique avec l'air. L'évacuation de la chaleur engendrée par le fonctionnement de ces lasers est facilitée. Toutes ces caractéristiques font de ce type de lasers des concurrents potentiels pour des lasers traditionnels comme le Nd :Yag ou le laser CO2 dans différents domaines applications[1].

Cependant plusieurs types d'instabilités ont été observés dans leurs fonctionnements dynamiques. Dans les premières études de ces instabilités [2-3-4], elles ont été attribuées à la nature stochastique de l'émission spontanée, mais vu l'importance des fluctuations de l'intensité de sortie qui dépassaient le niveau de l'émission spontanée, plusieurs études ont été lancées pour identifier l'origine de ces instabilités [2].

Dans les lasers à fibre de faible puissance de sortie (quelques dizaines de mW), la formation de paires d'ions de terre rare lors du dopage a été identifié comme étant à l'origine du fonctionnement dynamique pulsé du laser à fibre dopée Erbium[4]et cela, malgré un pompage continu. D'autres phénomènes sont à l'origine de ces instabilités. On peut citer l'absorption par état excité (ESA) qui se fait d'un état excité métastable vers un état supérieur et qui à un effet identique à un absorbant saturable [3], la compétition entre états de polarisation qui est responsable de fonctionnements dynamiques chaotiques par exemple dans le laser à fibre dopée Néodyme [5].

D'autres instabilités d'origine non linéaire ont été observées par la suite dans les lasers à fibres de puissance (dépassant le Watt) [6]. L'augmentation continue de la puissance laser dans les cœurs des fibres optiques, rend la présence des effets non linéaires inévitable. Ces effets non linéaires sont à l'origine de la dégradation des performances des signaux lasers, d'où la nécessité de les étudier et de les comprendre pour minimiser leurs effets ou les

supprimer et stabiliser ainsi le fonctionnement des lasers à fibre de puissance. Ceci pouvant se faire par la conception de fibres spéciales, où bien par l'utilisation de techniques expérimentales adaptées.

Les effets non linéaires ne présentent pas uniquement des inconvénients. Ils sont utilisés pour la génération de nouvelles longueurs d'onde, comme c'est le cas pour les diffusions Raman et Brillouin [7]. D'autres effets servent à la réalisation de lasers à modes bloqués comme l'effet Kerr [8]. On trouve également des applications de ces effets en spectroscopie, et dans l'holographie .

Le présent travail est une contribution théorique, consacrée à l'étude d'un effet non linéaire de troisième ordre qui est la Diffusion Brillouin Stimulée (DBS), caractérisée par un seuil d'apparition bas par rapport aux autres effets non linéaire de troisième ordre. L'étude est faite pour un laser à fibre dopée Ytterbium dans une cavité Fabry Pérot.

Ce travail se situe dans la continuité de plusieurs études consacrées à la compréhension des fonctionnements dynamiques des lasers qui constituent un axe de recherche très actif au sein du laboratoire d'Electronique Quantique de l'USTHB [9-10-11]. Il vient à la suite de plusieurs études consacrées à l'influence de la DBS sur le fonctionnement des lasers à fibre de puissance [12-13]. Dans ces études la contribution du milieu amplificateur n'a pas été pris en compte et l'influence de l'onde acoustique négligée, ce qui n'est pas le cas dans le modèle théorique élaboré dans cette thèse et qui est très général.

La présentation du travail réalisé dans le cadre de cette thèse est structurée comme suit :

Nous débuterons le premier chapitre par une présentation du laser à fibre double gaine dopée et de ses caractéristiques. Nous détaillerons la structure d'une fibre double gaine et la méthode de fabrication de ces fibres optiques. Les paramètres importants qui influent sur la propagation dans la fibre seront expliqués. La fin de ce chapitre est consacrée au milieu amplificateur qui est l'ion Ytterbium. La spectroscopie de l'ion ainsi que la structure de ses niveaux d'énergie seront détaillées pour comprendre l'origine de l'effet laser dans cet ion dopant une matrice vitreuse.

Le deuxième chapitre traitera des effets non linéaires. Dans une première partie on étudiera la diffusion Brillouin stimulée, son seuil d'apparition et le gain Brillouin. La deuxième partie sera consacrée à l'étude des principales contributions dans la variation de l'indice de réfraction vu son importance dans l'effet Kerr.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude numérique de la diffusion Brillouin stimulée. On commencera le chapitre avec une étude bibliographique de la diffusion Brillouin stimulée dans différentes configurations de la cavité active ou passive selon la prise en compte ou non

du milieu amplificateur. La qualité de la cavité étant un paramètre important dans l'étude des fonctionnements dynamiques, les résultats numériques seront présentés dans des cavités à faibles pertes et à fortes pertes. La description du modèle théorique des amplitudes est faite dans une cavité Fabry pérot en fonction des pertes. Une comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux est donnée et qui montre une bonne concordance. Dans cette partie l'effet de l'onde acoustique est négligé.

Le quatrième chapitre décrit le modèle des amplitudes couplées. Dans ce modèle on tient compte de la dynamique de l'onde acoustique. Les résultats numériques obtenus sont très riches et variés. Une étude dynamique des différentes séries temporelles est entreprise afin d'identifier les différents fonctionnements dynamiques obtenus dans ce type de lasers en présence de la diffusion Brillouin stimulée. Diverses outils d'études des systèmes dynamiques sont utilisés tels que le portrait de phase, la transformée de Fourier, les fonctions de premier retour etc.. Divers fonctionnements dynamiques (continu, sinusoïdal, pulsés, quasi périodiques et chaotiques) sont ainsi identifiés et expliqués.

Une conclusion générale termine la présentation de ce travail. Elle résume l'essentiel des résultats originaux trouvés et les perspectives à ce travail.

Les détails des différents calculs ainsi que la validation du modèle cinétique se trouve en annexe A.

Référence

- [1] J.Y. Courtois «optique non linéaire », C.Fabre et J.P.Picholle « les lasers et leurs Applications scientifiques et médicales» (1996).
- [2] A. Kellou , H.Ladjouze, F.Sanchez, G.Stephan. “Stability of erbium-doped fiber laser dynamics with spontaneous emission” *Optical and Quantum Electronics* 27, 741(1995).
- [3] F.Sanchez , A.Kellou « Laser dynamics with excited-state absorption ».Vol.14, n°. 1. *J.Opt.soc.Am.B*. January 1997.
- [4] F.Sanchez, G.Stephan “general analysis of instabilities in erbium –doped fiber lasers” *Phys.Rev.E*53. n°.3 2110 (1996).
- [5] H. Zeghelache, A.Boulnois “polarisation instability in lasers. II: influence of the pump polarisation on the dynamics ” *Phys.Rev.A*52 . n°.5 4243 (1995).
- [6] A.Hideur «Etude et réalisation de laser à fibre de puissance » thèse de doctorat de l’université de Rouen 2001.
- [7] M. Salhi, A. Hideur, T. Chartier, M. Brunel, G. Martel, C. Özkul and F. Sanchez, Evidence of Brillouin scattering in an ytterbium-doped double-clad fiber laser, *Opt.Lett.* **27** (2002) 1294–1396
- [8] D.E.Spence, P.N.Kean, W.Sibbett “60-fsec pulse generation from a self –mode-locked Ti: sapphire laser.” *Optics.Lett.* 16.42-44,1991.
- [9] A. Kellou “Dynamique des lasers à fibre dopée aux terres rares » Thèse de Doctorat d’état de l’usthb (1998).
- [10] D.Amroun « Etude et contrôle du chaos : Application au laser à fibre dopée Erbium »Thèse de Magister de l’usthb, (1999).
- [11] S.Ayadi «Modélisation du fonctionnement dynamique du laser à fibre dopée au thulium (Tm^{+3}) : Application de la méthode de stabilité linéaire » Thèse de Magistère de l’usthb, (2000).
- [12] S.Ayadi « instabilités lasers : Approche analytique » Thèse de Doctorat de l’usthb (2008).
- [13] D.Mallek « Modélisation du fonctionnement dynamique du laser à fibre optique double gaine dopée ytterbium » Thèse de Magistère de l’usthb, (2004).
- [14] F.Amrani « Influence de l’effet Kerr sur le fonctionnement dynamique d’un laser à fibre » Thèse de Magistère de l’usthb, (2008).

Chapitre I

Les Lasers à fibre optique double gaine dopée aux terres rares

1 Introduction

Dans ce premier chapitre, on rappelle les différentes étapes de l'évolution du laser à fibre optique dopée aux terres rares et les différents types de fibres utilisées dans sa réalisation. La méthode de fabrication des fibres optiques à base de silice dopée aux terres rares, ainsi que les principales caractéristiques de la fibre optique sont également détaillées. Comme on s'intéresse au laser à fibre dopée Ytterbium, une étude spectroscopique de l'ion ytterbium est présentée dans la seconde partie du chapitre.

2 L'historique des lasers à fibre optique

Juste après l'invention du laser en 1960 [1], le premier laser à fibre optique a vu le jour avec Snitzer en 1964 [2]. C'est un laser multi mode à base de silice dopée Néodyme et pompé transversalement par une lampe flash. Le premier pompage longitudinal avec une diode GaAs a été utilisé en 1973 par Stone et Burrus [3]. Cependant à cause des pertes très élevées par transmission dans la fibre optique, peu de lasers à fibre ont été fabriqués. En parallèle d'autres travaux ont été lancés pour trouver un autre type de verre qui possède une énergie vibrationnelle basse, car la silice possède des phonons de haute énergie qui provoquent des désexcitations non radiatives qui dépeuplent les niveaux atomiques et limitent l'inversion de population. En effet le taux d'émission multi phonon non radiative pour un matériau est donné par la relation suivante [31]:

$$w_{nr} = C \exp(-\alpha \cdot \Delta E) \quad (1)$$

Où ΔE représente l'écart d'énergie vibrationnelle. C et α sont des constantes caractéristiques de la matrice. L'écart d'énergie vibrationnelle change peu en changeant la matrice. C'est l'énergie vibrationnelle qui diffère. La diminution de cette dernière rend le nombre des niveaux métastables important, ce qui augmente le taux des émissions radiatives.

En 1974, Marcel Poulain a découvert les verres fluorés [4], ils possèdent une énergie vibrationnelle moins importante que la silice. Le tableau I.1 résume les énergies vibrationnelles de quelques verres. Comme on peut le voir l'énergie vibrationnelle de la silice est pratiquement le double de celle de ZBLAN d'où l'intérêt de ce dernier.

En 1985 la première fibre monomode à faibles pertes a été fabriquée grâce à la méthode MCVD (modified chemical vapor deposition) [5-6]. C'est le début du développement de ce type de lasers. Les premiers lasers à fibre à base de verre fluoré ont été réalisés en 1987 [7]. Malheureusement la non disponibilité des pompes adaptées à la fibre monomode a freiné la montée en puissance de sortie des lasers à fibre. L'avènement des diodes laser a permis une amélioration de la puissance délivrée. Cependant le problème de l'ouverture numérique de la fibre optique (détaillée dans la section 3.2) continu de limiter la montée en puissance de ces lasers. Ce problème est résolu en 1988 par Snitzer et al [8]. Ils proposent une nouvelle structure qui est la fibre optique double gaine pompée par des diodes laser multimodes. Cette solution a amélioré considérablement le rendement en puissance des lasers à fibre. Néanmoins la forte concentration de l'énergie dans le cœur de la fibre donne lieu à l'apparition des phénomènes non linéaires, qui détériorent le signal laser. Plusieurs solutions ont été proposées par la suite pour éviter ces effets non linéaires, comme les fibres LMA (large mode area) [9] dopées ytterbium [10] et erbium [11].

Verre	Energie de phonon (cm ⁻¹)
ZBLAN	500
TeO ₂	770
SiO ₂	1100
GeO ₂	900

Tab. I.1 Energies vibrationnelles de quelques verres

Des puissances de sortie importantes de l'ordre 27 mJ pour des impulsions de quelques nano secondes ont été atteintes avec ce genre de fibre [12]. En fonctionnement continu, la puissance du laser à fibre double gaine LMA dopée a connu une augmentation spectaculaire. La figure (I.1) regroupe les principaux résultats sur une dizaine d'années. Une puissance de 3KW monomode a été obtenue par Fomin et al [18] en 2006. Actuellement les lasers à fibre double gaine dopée aux terres rares sont entrain de devenir de sérieux concurrents pour les lasers classiques tel que le laser CO₂, et le laser Nd :YAG dans plusieurs domaines d'applications comme la médecine et l'usinage.

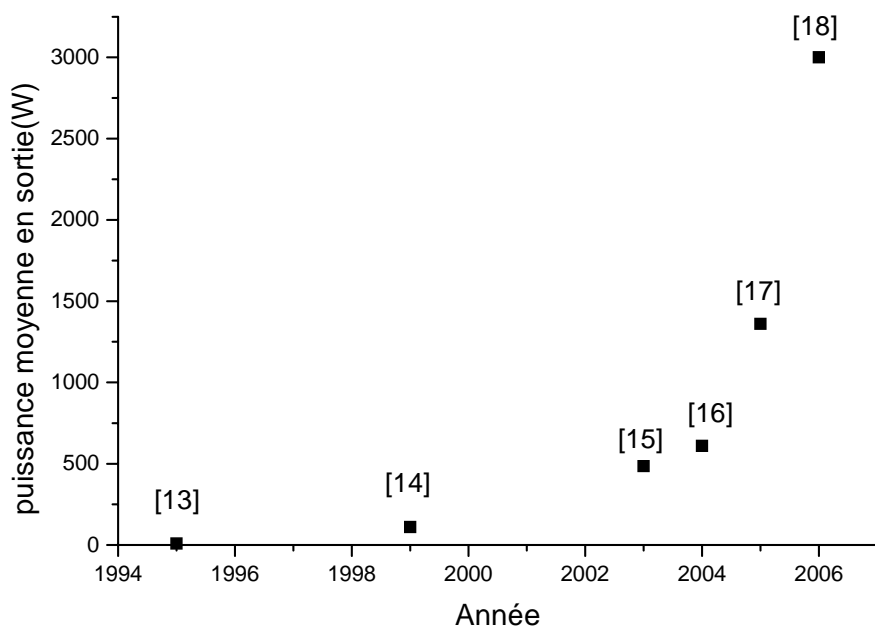


Fig. I.1 l'évolution de la puissance moyenne en continu de laser à fibre double gaine et LMA dopée ytterbium [13] [14] [15] [16] [17] et [18].

D'autres types de fibres ont été introduits pour différentes applications telles que les fibres à cristaux photoniques [19,20], utilisées dans les applications qui nécessitent un guidage monomode sur une large gamme de longueurs d'ondes, tel que les capteurs. La fibre double gaine à gaine d'air « air clad » [21-22], la fibre classique à triple gaine [23], et la fibre micro structurée à cœur creux [24].

3 Les lasers à fibre double gaine dopée aux terres rares

3.1 La fibre double gaine

La Fibre optique Double Gaine (FDG) [8], est constituée d'un cœur mono mode de diamètre de 1 à 10 μm , enveloppé d'une première gaine de diamètre de quelques centaines de microns (200 μm), et d'une deuxième gaine protectrice, voir figure (I.2). La pompe est couplée dans la première gaine par plusieurs méthodes : le couplage par un coupleur multibrin (a), la méthode V-groove (b) [25], le coupleur multimode (c) et le couplage par onde évanescente (d), voir figure (I.3). Une fois que la pompe est injectée dans la première gaine, elle est absorbée graduellement durant sa propagation par les ions de terres rares se trouvant dans le cœur de la fibre. L'absorption de la pompe par le cœur dépend fortement de la géométrie de la gaine interne.

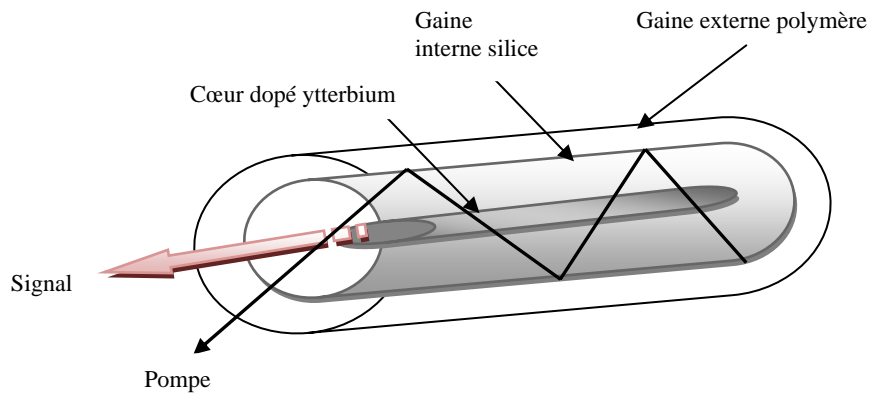


Fig. I.2 La structure d'une fibre double gaine (FDG).

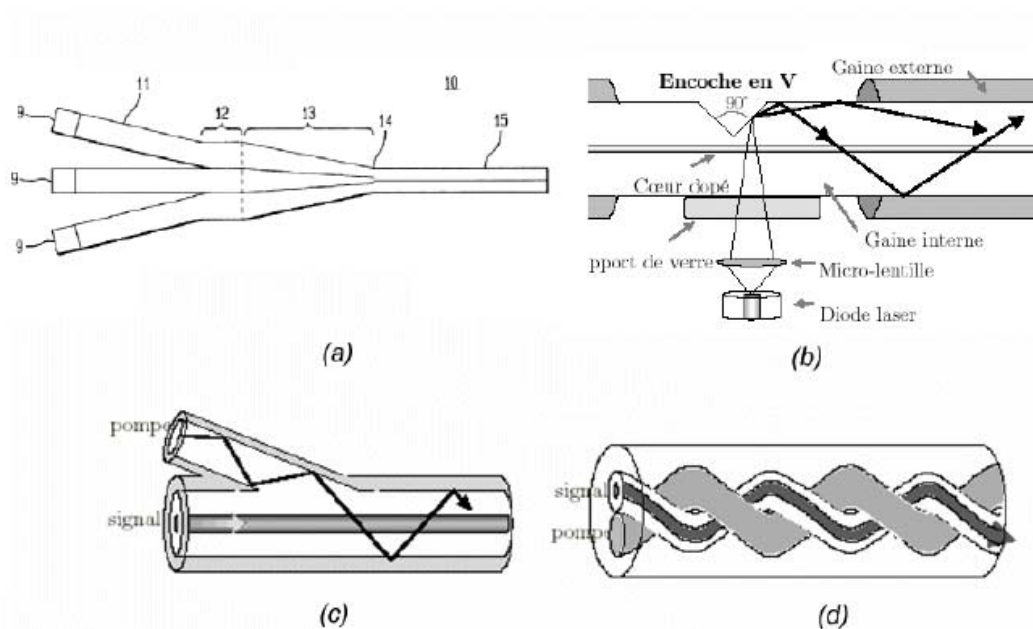


Fig. I.3 Les différentes méthodes de couplage de la lumière dans la gaine interne.

(a) le coupleur multibrin, (b) la méthode V-groove [25], (c) le coupleur multimode et (d) le couplage par onde évanescente.

Plusieurs géométries ont été proposées afin d'améliorer le taux de couplage de la pompe vers le cœur dopé de la FDG, voir figure (I.4).

La forme géométrique circulaire avec un cœur centré est la forme la plus facile à réaliser, quoique l'existence des rayons hélicoïdaux qui ne passent jamais par le cœur de la fibre réduit fortement le taux de couplage de la pompe vers le cœur. Plusieurs

études [26] ont montré que la forme rectangulaire avec un cœur centré assure un meilleur couplage vers le cœur, comme on peut le voir sur figure (I.5).

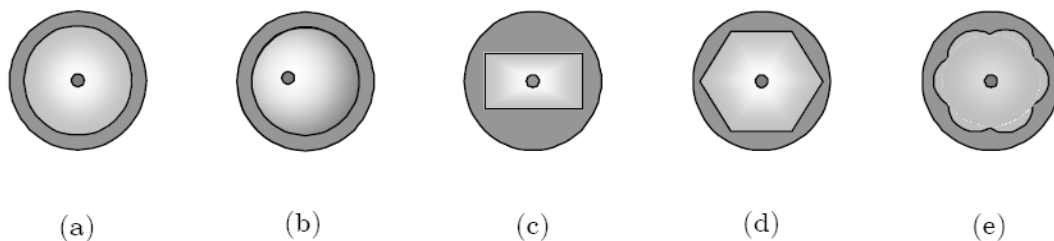


Fig. I.4 différentes formes géométriques de la première gaine de la fibre optique :
(a) Forme circulaire centrée, (b) forme circulaire non centrée, (c) forme rectangulaire,
(d) forme hexagonale, (e) forme de fleur [29].

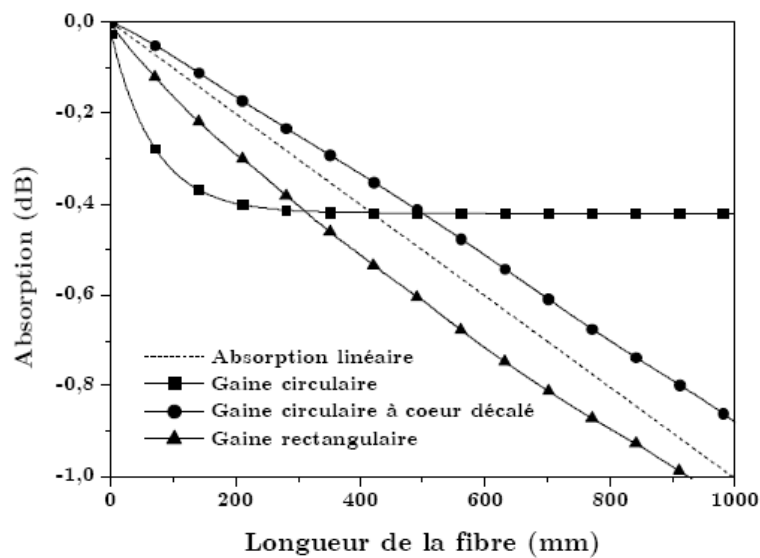


Fig. I.5 L'absorption de la pompe pour différentes géométries de la première gaine [29].

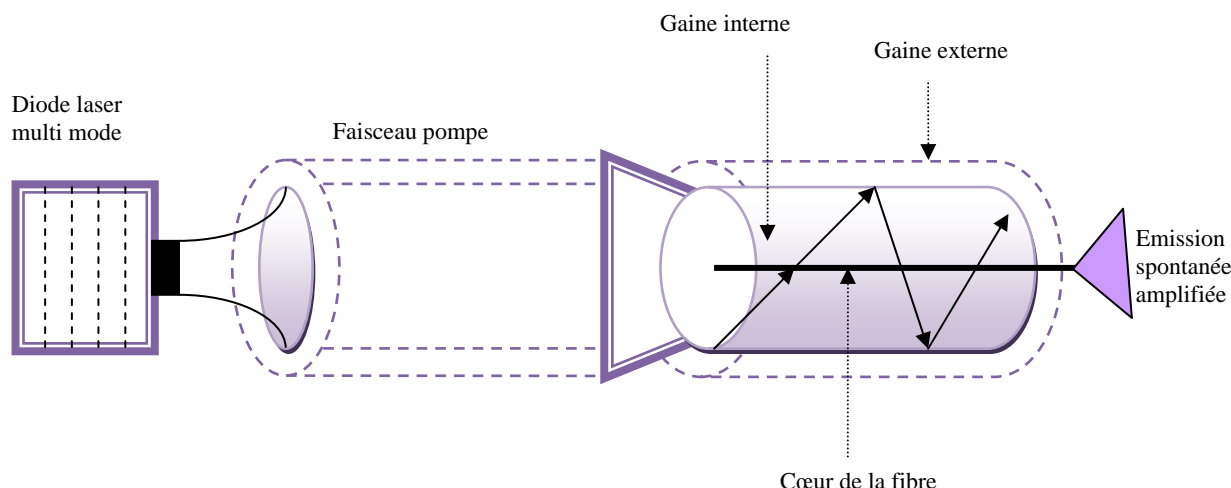


Fig. I.6 Un schéma d'un laser à fibre double gaine dopée aux terres rares

Avec la structure double gaine les photons émis par les ions Ytterbium sont confinés dans le cœur par réflexion totale, voir figure (I.6).

Pour assurer un confinement de la pompe et du signal dans la première gaine et le cœur respectivement, le contraste d'indice est réduit du centre de la fibre vers l'extérieur ($n_c < n_g$).

3.2 Méthodes de fabrication des fibres optiques à base de silice

En général les méthodes de fabrication des fibres à base de silice commencent d'abord par l'élaboration d'une préforme qui est ensuite étirée pour former une fibre optique [26]. Il existe plusieurs techniques pour la fabrication de la préforme : la technique MCVD (Modified Chemical Vapor Deposition), la technique OVD (Outside Vapor deposition), et la technique VAD (Vapor phase Axial deposition) [27]. Les méthodes de fabrication des préformes des fibres traditionnelles et des fibres double gaine sont pratiquement les mêmes.

La technique MCVD reste la méthode la plus fiable pour la fabrication des fibres optiques à base de silice. Elle permet d'avoir tous les profils d'indice. Elle se base sur le dépôt d'un gaz d'oxydes issu d'une réaction d'un mélange d'oxygène et d'halogénure injectés par une des deux extrémités de tube de silice. Ce dernier est monté sur un tour de rotation et chauffé en utilisant un chalumeau mobile. La couche de gaz oxydes déposée sur la surface interne de tube se vitrifiée au passage du chalumeau. Après le dépôt de plusieurs couches l'injection de gaz est coupée et la

deuxième étape qui est le rétreint commence immédiatement. La température de chalumeau est augmenté jusqu'à 2000 °C pour le retreint homogène de la préforme qui est prête pour le fibrage. Pour le dopage des ions de terre rares, un mélange gazeux de terres rares est rajouté pendant la réalisation de la préforme, où bien à la fin de sa réalisation le barreau est trempé dans une solution de terres rares.

3.3 Caractéristiques des fibres optiques

Les propriétés de confinement et de propagation dans la fibre dépendent de ses caractéristiques, comme la fréquence normalisée et l'ouverture numérique.

3.3.1 La fréquence normalisée

La fréquence normalisée V est un paramètre très important, déterminé à partir de la résolution de l'équation de propagation de champ électromagnétique. Dans le cas d'une fibre à saut d'indice $\Delta n \ll n_g$ on peut résoudre l'équation de propagation et classifier les différents modes. Par exemple dans le cas d'un milieu spatialement homogène le champ \vec{F} (le champ magnétique où le champ électrique) vérifie l'équation d'onde suivante :

$$\Delta \vec{F} + \omega^2 \mu_0 \varepsilon \vec{F} = 0 \quad (2)$$

Avec : ω la pulsation de l'onde, μ_0 la perméabilité du vide et ε la permittivité du milieu. Les composantes transversales F_x et F_y de vecteur \vec{F} peuvent s'exprimer en fonction de F_z la composante longitudinal le long de l'axe de propagation. Le problème revient à résoudre une équation d'onde scalaire de la forme:

$$\Delta F_z + (\omega^2 \mu_0 \varepsilon - \beta^2) F_z = 0 \quad (3)$$

β est la constante de propagation dans la fibre.

La symétrie cylindrique de la fibre optique nous permet d'écrire l'équation d'onde sous la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 F_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F_z}{\partial \theta^2} + (\omega^2 \mu_0 \varepsilon - \beta^2) F_z = 0 \quad (4)$$

Pour résoudre l'équation d'onde on pose : $F_z = F_1(r) F_2(\theta)$. Où $F_2(\theta) = A \cos(m \times \theta) + B \sin(m \times \theta)$ est la composante azimutale, et l'indice m représente la dépendance azimutale du champ. Le champ radial $F_1(r)$ est une

combinaison de fonction de Bessel. Ces solutions sont trouvées séparément pour le cœur et la gaine de la fibre.

$$\text{Pour le cœur } F_{1_{\text{cœur}}}(r) = \sum A_{\text{cœur}} J_m \left(u \cdot \frac{r}{a} \right) \text{ (fonction de Bessel de première espèce) (5)}$$

$$\text{Pour la gaine } F_{1_{\text{gaine}}}(r) = \sum A_{\text{gaine}} K_m \left(v \cdot \frac{r}{a} \right) \text{ (fonction de Bessel de seconde espèce) (6)}$$

Avec $u = a \times k \sqrt{n_c^2 - n_{\text{eff}}^2}$ et $v = a \times k \sqrt{n_{\text{eff}}^2 - n_g^2}$ sont respectivement les constantes de propagation dans le cœur et la gaine de la fibre.

n_{eff} est l'indice effectif du guide, k est le module de vecteur d'onde, n_g est l'indice de réfraction de la gaine, n_c est l'indice de réfraction du cœur, a est le rayon du cœur.

Les solutions finales de l'équation d'onde sont obtenues en utilisant les conditions aux limites :

1. le Champ \vec{F} nul à l'infini.
2. le Champ \vec{F} est fini en $r=0$.
3. Continuité des composantes tangentielles du champ \vec{F} et de leurs dérivées en $r=a$.

La nature des modes qui peuvent se propager dans la fibre dépend de la partie azimutale. Pour $m=0$ on distingue les modes transverses magnétiques (TM) et les modes transverses électriques (TE). Pour $m \neq 0$ on a coexistence des modes transverses et des modes longitudinaux. Ces modes sont appelés modes hybrides $HE_{m\mu}$ ou $EH_{m\mu}$. Un cas particulier intéressant est quand le champ électrique transverse est nul suivant un axe. Ceci implique que le champ magnétique transverse est nul sur le deuxième axe. Cette catégorie de modes est appelée modes polarisés linéairement ($LP_{m\mu}$), μ désigne la $\mu^{\text{ième}}$ racine de l'équation d'onde.

La condition du guidage de ces modes est donnée par la relation suivante :

$$k^2 n_g^2 \leq \beta^2 \leq k^2 n_c^2 \quad (7)$$

La fréquence normalisée $V = \sqrt{u^2 + v^2} = a \times k \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$ est un paramètre important, car elle exprime la condition d'existence des modes.

D'après la condition de guidage, on constate qu'un mode n'est plus guidé quand $\beta = kn_g$ ($V=0$) et il s'étend dans la gaine à l'infini. La fréquence de coupure V_c est donnée par $V_c = u_c$. Les valeurs de u_c sont obtenues par la résolution des équations

propres de chaque mode. Seul le mode fondamental LP_{01} possède une fréquence basse nulle. La première fréquence de coupure non nulle $V_c=2,405$ représente la limite du régime monomode, Elle correspond au mode LP_{11} , comme on peut le constater sur la figure (I.7).

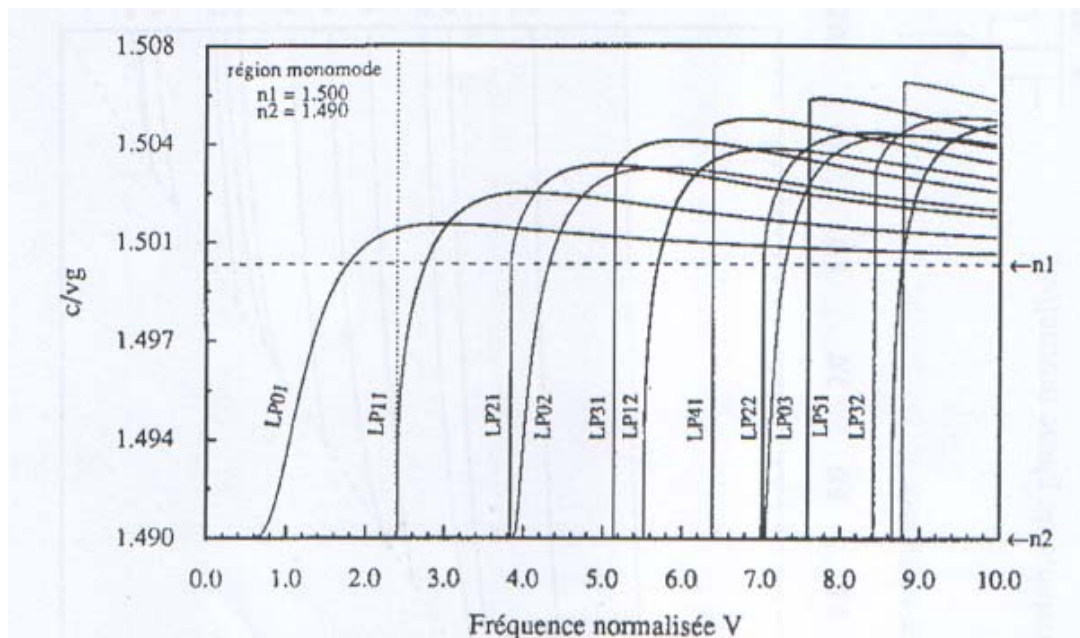


Fig. I.7 la courbe de l'indice effectif en fonction de la fréquence normalisée [31].

3.3.2 L'ouverture numérique

L'ouverture numérique caractérise l'angle maximal que doit faire le faisceau pour assurer sa propagation dans la fibre optique. Elle est définie par :

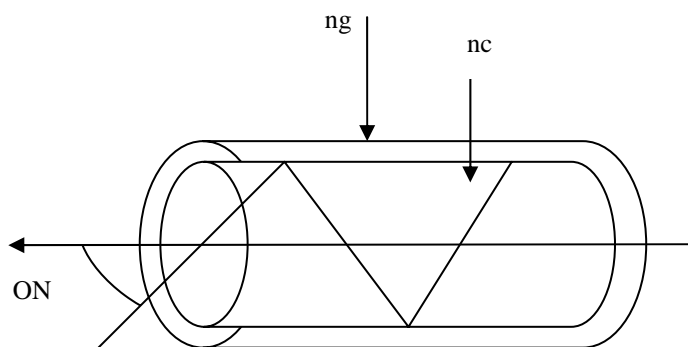


Fig. I.8 le guidage d'un rayon lumineux dans une fibre optique.

$$ON = n_c (2\Delta)^{1/2} \quad (8)$$

où $2\Delta = \frac{n_c^2 - n_g^2}{n_c^2}$ est le paramètre de guidage.

3.3.3 Le profil d'indice

On distingue deux familles de profil d'indice :

1. profil à saut d'indice (écart important).
2. profil à gradient d'indice (écart faible).

L'écart de l'indice caractérise la propagation de la lumière. Pour les fibres à gradient d'indice la lumière s'incurve en s'approchant de la gaine. Pour les fibres à saut d'indice la lumière se propage en lignes brisées. (réflexions totales)

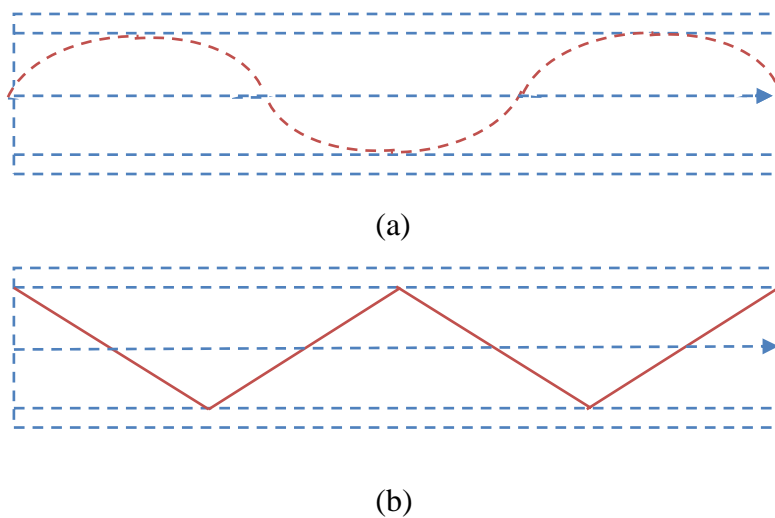


Fig. I.9 La propagation de la lumière dans la fibre, (a) fibre à gradient d'indice, (b) fibre à saut d'indice.

4 La propagation dans les fibres

Quand une onde électromagnétique se propage dans une fibre optique, elle subit des modifications au niveau de son intensité et de sa forme.

4.1 L'atténuation dans la fibre optique

Le coefficient d'atténuation α mesure les pertes en intensité d'un signal durant la transmission pour une longueur donnée L de la fibre.

$$p_T = p_0 \exp(-\alpha L)$$

P_T et P_0 sont respectivement les puissances de sortie et d'entrée du signal dans la fibre optique. L'estimation de α en dB/km est donné par la relation [27] :

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \log \left(\frac{p_T}{p_0} \right) = 4.343\alpha \quad (9)$$

Les principales causes d'atténuation sont dues à la diffusion par des impuretés, les inhomogénéités et les défauts du milieu. L'ion OH^- est le principal polluant de la fibre.

Dans le cas où les fibres sont de bonne qualité, la diffusion principale est la **diffusion Rayleigh**. Il y a aussi les courbures de la fibre qui modifient les conditions de réflexion, où un rayon totalement réfléchi dans un guide droit peut s'échapper par réfraction lorsque le guide est courbé. La diffusion aux épissures (les jonctions) est actuellement l'une des sources les plus importantes des pertes d'une ligne de transmission par fibre optique unimodale.

4.2 La dispersion dans la fibre optique

La dispersion est l'un des problèmes majeurs qui affecte la propagation des ondes électromagnétiques. Dans la fibre, on peut distinguer trois types de dispersion. Le premier dépend du type de la fibre : c'est la dispersion **intermodale** rencontrée dans les fibres multimodes, où chaque mode excité transporte de l'énergie avec une vitesse de groupe différente. Ce problème est résolu partiellement en utilisant un profil d'indice de cœur parabolique, où complètement en utilisant une fibre monomode.

Dans les fibres monomode on rencontre le deuxième type est la dispersion **intramodale** où la **dispersion du guide** d'onde. La variation de la vitesse de propagation avec la longueur d'onde cause un élargissement important de l'impulsion dans les fibres monomode.

Le troisième type est la dispersion **chromatique** appelé aussi dispersion du matériau. Chaque composante spectrale rencontre un indice de réfraction différent. Les temps de propagation dans la fibre sont donc différents. Pour chaque composante spectrale elle est exprimée par la valeur $\frac{d^2n}{d\lambda^2}$, avec n l'indice du matériau. En conclusion le signal subit un élargissement temporel à la sortie de la fibre.

Les effets de la dispersion dans une fibre monomode sont minimisés par l'emploi de source à bande spectrale très étroite autour de la longueur d'onde utilisée.

4.2.1 Etude théorique de la dispersion chromatique dans la fibre optique

La propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif dépend de l'ordre de dispersion de ce dernier. Le développement de Taylor de la constante de propagation $\beta(\omega)$ au second ordre, autour de la fréquence centrale ω_0 de l'impulsion est donné par :

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta_1(\omega - \omega_0) + \beta_2 \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2} \quad (10)$$

$\beta(\omega_0) = \frac{\omega_0}{v_p(\omega_0)}$: L'inverse de la vitesse de phase.

$\beta_1 = \left[\frac{d\beta}{d\omega} \right]_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{v_g(\omega_0)}$: L'inverse de la vitesse de groupe.

$\beta_2 = \left[\frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right]_{\omega=\omega_0} = -\frac{1}{v_g} \frac{dv_g}{d\omega}$: Paramètre de dispersion.

Le premier et le second terme décrivent respectivement la dispersion d'ordre zéro et d'ordre un. La constante de propagation dans ce cas s'écrit :

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta_1(\omega - \omega_0) \quad (11)$$

Si on considère une excitation de la forme :

$$A(z, t) = a(z, t) \exp - j(\omega_0 t - \beta(\omega_0) z), \quad (12)$$

Où $a(z, t)$ est l'amplitude complexe qui obéit à l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{\partial a}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial a}{\partial t} = 0, \quad (13)$$

dont la solution s'écrit :

$$a(z,t) = a\left(t - \frac{z}{v_g}\right). \quad (14)$$

L'amplitude complexe se propage dans le milieu de dispersion du premier ordre sans déformation. Mais c'est uniquement une approximation.

Pour se rapprocher de la réalité physique, on rajoute le troisième terme à la constante de propagation. Donc l'amplitude complexe $a(z,t)$ suit l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{\partial a}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial a}{\partial t} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} \quad (15)$$

Le terme de dispersion décrit la variation du déphasage que subit chaque composante de l'impulsion, ce qui induit le recouvrement des impulsions.

$$\beta_2 = -\frac{1}{v_g} \frac{dv_g}{d\omega} = \frac{4\pi c}{\omega^3} \frac{d^2 n(\lambda)}{d\lambda^2} \quad (16)$$

En général la dispersion est décrite par un paramètre D [Ps/Km.nm] lié au β_2 par la relation (17). Sa variation en fonction de la longueur d'onde est illustrée dans la figure (I.10)

$$D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad (17)$$

Dans la partie du spectre ($\lambda \leq 1,3\mu m$) on a une dispersion normale

($\beta_2 > 0 \Rightarrow \frac{dv_g}{d\omega} < 0$), et une dispersion anormale dans le proche infrarouge

($\lambda \geq 1,3\mu m$) ($\beta_2 < 0 \Rightarrow \frac{dv_g}{d\omega} > 0$), figure (I-10).

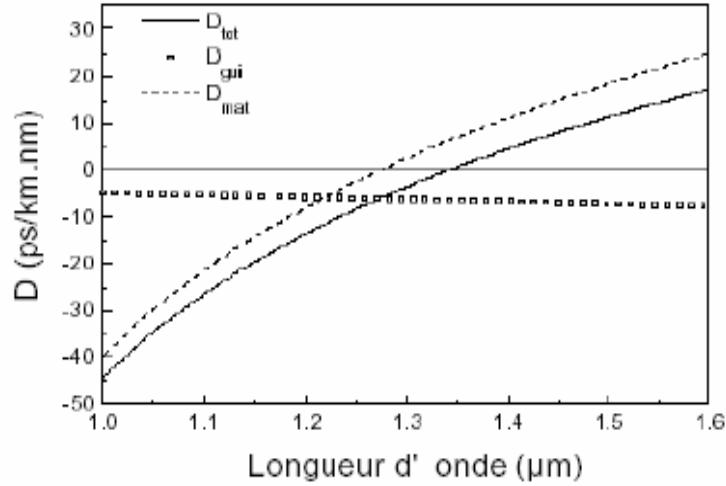


Fig. I.10 la dispersion dans une fibre de silice mono mode, D_{mat} est la dispersion du matériau, D_{gui} est la dispersion du guide, D_{tot} est la dispersion totale [28].

Pour une impulsion gaussienne le champ incident $U(0,T)$ est donné par [84] :

$$U(0,T) = \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0^2}\right) \quad (18)$$

T_0 représente la demi largeur du point (1/e) de l'intensité.

Le champ de l'impulsion à un point z de la fibre optique s'écrit :

$$U(z,T) = \frac{T_0}{(T_0^2 - i\beta_2 z)^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{T^2}{2(T_0^2 - i\beta_2 z)}\right) \quad (19)$$

L'impulsion garde sa forme pendant la propagation mais la largeur temporelle $T_1(z)$ (durée) augmente avec la distance :

$$T_1(z) = T_0 \left(1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

L_D est la distance pour laquelle les effets de la dispersion deviennent importantes.

La phase $\phi(z,T)$ de l'impulsion évolue selon une forme quadratique :

$$\phi(z,T) = -\frac{\text{signe}(\beta_2) \left(\frac{z}{L_D}\right)}{1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2} \frac{T^2}{2T_0^2} + \frac{1}{2} \text{tg}^{-1} \left(\frac{z}{L_D}\right) \quad (21)$$

La variation temporelle de la phase implique que la fréquence instantanée sous l'enveloppe de l'impulsion s'écarte de la fréquence centrale ω_0 , cette différence $\delta\omega(T)$ est appelée « *Chirp* » où la dérivée de fréquence, elle est donnée par l'équation suivante :

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\phi(z,T)}{\partial T} = -\frac{\text{signe}(\beta_2)\left(\frac{z}{L_D}\right) T}{1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2} \frac{T}{T_0^2} \quad (22)$$

On remarque que $\delta\omega(T)$ varie linéairement pour une impulsion gaussienne, et la valeur de l'élargissement temporel $T_1(z)$ est la même pour les deux types de la dispersion, ces résultats ne sont pas valables pour une impulsion gaussienne chirpée initialement, pour cette dernière la largeur temporelle dépende du type de la dispersion et de chirp initial [84].

Dans tout ce qui a précédé on a essayé de présenter les différentes caractéristiques de la fibre optique qui interviennent dans la propagation. Cette étude ne serait pas complète sans une étude spectroscopique de l'ion ytterbium qui constitue le centre actif du milieu amplificateur dans nos études numériques.

5 Les terres rares

Les terres rares (où les lanthanides) sont les quinze éléments de la classification périodique de Mendeleïev entre le Lanthane (La) et le Lutécium (Lu). Ils possèdent une propriété spectroscopique très intéressante par rapport aux autres éléments du tableau périodique : C'est le remplissage progressif de la couche $4f$ alors que les couches extérieures $5s$, $5p$ et $6s$ sont déjà remplies. Cela produit un effet d'écran électronique qui isole l'ion et protège les couches internes où ont lieu les transitions optiques dans le visible et l'infrarouge. Les lanthanides s'ionisent en général sous forme divalente par la perte de deux électrons de la couche $6s$ ou sous la forme trivalente avec la perte de deux électrons de la couche $6s$ et un électron de la couche $5d$ s'il en possède sinon un électron de la couche $4f$. Dans leur état libre les ions de terres rares sont dans la configuration $4f^n$, ils ne présentent aucune transition dipolaire électrique. Ce sont uniquement les transitions dipolaires magnétiques qui sont observées. Une fois introduit dans la matrice hôte, le champ cristallin, qui résulte des champs électriques provoqués par les atomes voisins, mélange les configurations de parité différente, ce qui rend les transitions dipolaires électriques possibles.

Dans les matrices cristallines, les ions de terres rares ont des transitions d'absorption et d'émission très étroites à cause de la structure ordonnée du cristal. Par contre dans les matrices de verre, où on a une structure désordonnée, les raies d'absorption et d'émission sont plus larges.

5.1 L'ion ytterbium

Dès la première réalisation des lasers à fibres optiques dopées aux terres rares, l'ion ytterbium (Tab.2) a été utilisé comme ion sensibilisateur [32]. Il absorbe les photons pompe et transfère l'excitation à un ion accepteur qui agit comme ion actif. Avec le développement de la technologie des fibres optiques à double gaine, le laser à fibre optique dopée ytterbium dans la gamme de longueur d'onde (1.02 – 1.12) μm est en train de connaître un développement très important [28].

Élément	Numéro atomique	Configuration de l'ion trivalent
ytterbium (Yb)	70	[Xe](4f ¹³ 6s ²)

Tab.2 Structure électronique de l'ion Ytterbium

5.2 Les niveaux d'énergies de l'ion ytterbium

La résolution de l'équation de Schrödinger (18) permet de déterminer les niveaux d'énergies de l'ion ytterbium :

$$H_{tot} \Psi = E\Psi \quad (18)$$

Avec
$$H_{tot} = H_0 + H_{e-e} + H_{s-o} \quad (19)$$

H_0 est le Hamiltonien principal. H_{e-e} est le Hamiltonien qui décrit l'interaction électron – électron. Il lève la dégénérescence entre le moment angulaire de spin \vec{S} et le moment angulaire orbital \vec{L} . H_{s-o} est le Hamiltonien de couplage spin-orbite qui lève la dégénérescence en J. $H_{e-e} \gg H_{s-o}$, donc on a un couplage (L-S) où chaque niveau d'énergie est défini par un triplet (S, L, J) représenté par $^{2S+1}L_J$, avec $|L-S| \leq J \leq |L+S|$.

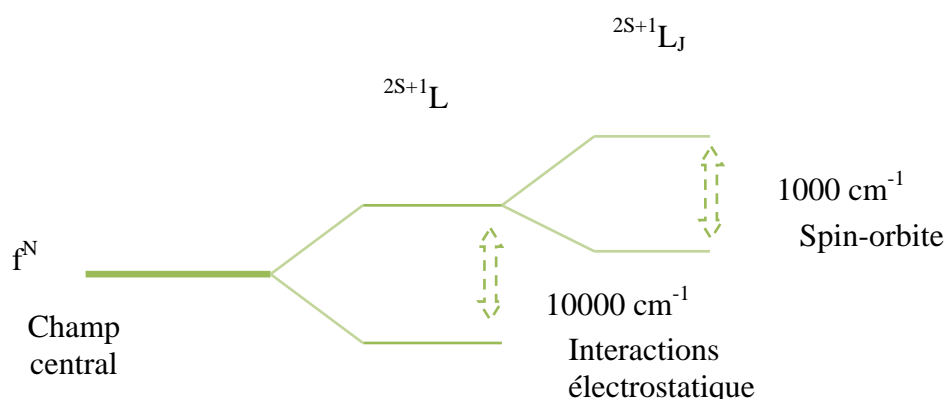


Fig. I.11 Les levées de dégénérescence dues aux interactions électrostatiques et au couplage spin orbite

Les termes de couplage spin orbite de la configuration $4F_{13}$ ($S=1/2$, $L=3$) pour l'ion Ytterbium sont $^2F_{5/2}$ et $^2F_{7/2}$. Le dernier niveau représente l'état fondamental d'après les règles de Hund. (Un état fondamental est caractérisé par un S maximum, L maximum, $J=J_{\min}$ si la couche est pleine moins de la moitié où $J=J_{\max}$ si la couche est pleine plus de la moitié).



Fig. I.12 niveaux d'énergies de l'ion Ytterbium isolé.

Une fois que l'ion est inséré dans la matrice vitreuse (fibre optique) on rajoute un autre Hamiltonien qui décrit l'interaction entre l'ion et le champ cristallin et qui modifie la structure spectrale en levant la dégénérescence par effet Stark. Le nombre des sous niveaux Stark est $(2J+1)$ où $(J+1/2)$ selon que J est entier où demi entier. Dans le cas de l'Ytterbium le niveau inférieur se sépare en quatre sous niveaux et le niveau supérieur en trois sous niveaux comme on peut le constater sur la figure (I.13). On remarque d'après la figure (I.14) qu'il y a deux pics d'absorption et deux pics d'émission. Le premier pic d'absorption se situe autour de 910 nm (B) et possède une largeur de 60 nm, ce qui donne une possibilité de pompage à différentes longueurs d'ondes. Le deuxième pic d'absorption se situe autour de 975 nm (A) et possède une largeur de 5 à 10 nm. Il est identique au premier pic d'émission. Le deuxième pic d'émission (D) se situe entre (975 et 1028) nm avec une largeur de 40 nm. La différence d'énergie entre les sous niveaux $^{2s+1}L_J$ est faible, de l'ordre de quelques centaines de cm^{-1} , figure (1.13).

Les spectres d'absorption et d'émission nous permettent l'identification des raies d'absorptions utilisées dans le pompage et les raies d'émissions lasers possibles.

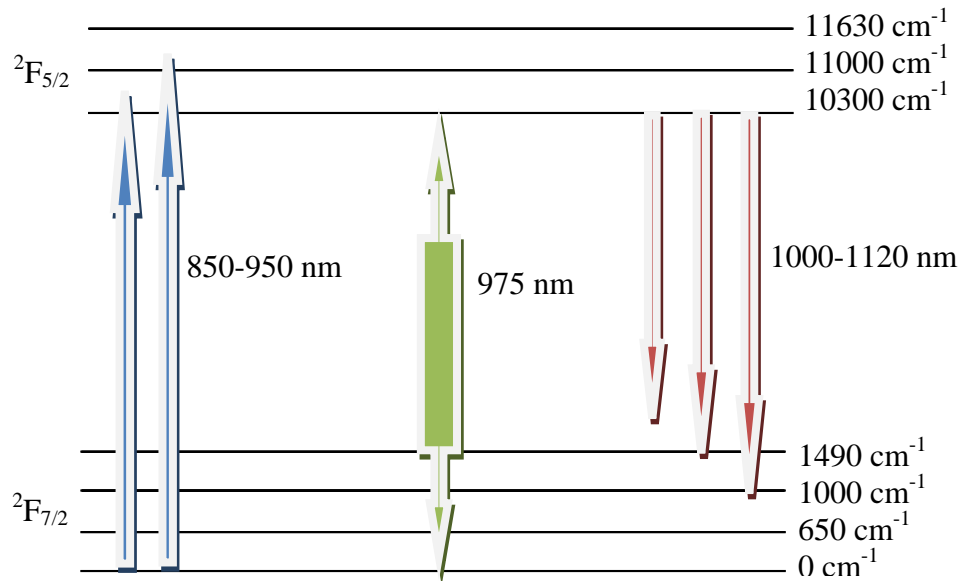


Fig. I.13 Les niveaux d'énergies de l'ion ytterbium inséré dans une matrice cristalline.

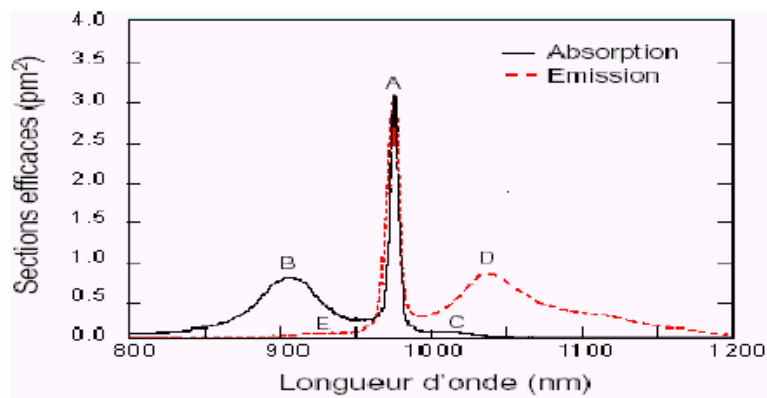


Fig. I.14 Le spectre d'absorption et d'émission de l'ion Ytterbium

Chapitre II

Les effets non linéaires

1 Introduction

Dans ce deuxième chapitre nous présentons les effets non linéaires qui peuvent influencer sur le signal laser et diminuer son intensité. Le premier est la diffusion Brillouin stimulée. Les principaux paramètres physiques qui caractérisent cet effet, sont le gain Brillouin et le seuil d'apparition. Le second effet est l'effet Kerr qui se manifeste quand l'intensité est légèrement supérieure au seuil Brillouin. L'interaction de ces deux effets induit plusieurs instabilités sur le fonctionnement dynamique du laser à fibre.

2 Les effets non linéaires

Juste avant l'apparition du laser, l'optique linéaire rendait compte de la quasi-totalité des problèmes de propagation de la lumière dans les différents milieux. Après la naissance du laser qui induit des intensités de champs comparables à l'intensité du champ de liaison des atomes, les propriétés optiques du milieu se trouvent modifiées par l'intensité laser. La polarisation du milieu n'est plus proportionnelle à l'amplitude du champ, et donc l'optique linéaire ne suffit plus à décrire tous les phénomènes qui peuvent se produire dans le milieu. La réponse du milieu à une excitation dans l'approche non linéaire s'écrit [33]

$$\vec{p}(t) = \left(\tilde{\chi}^{(1)} + \tilde{\chi}^{(2)} \vec{E}(t) + \tilde{\chi}^{(3)} \vec{E}(t) \vec{E}(t) + \dots \right) \vec{E}(t) \varepsilon_0 \quad (1)$$

où $\vec{p}(t)$ est la polarisation totale du milieu, $\vec{E}(t)$ est le champ électromagnétique, $\tilde{\chi}^{(1)}$ est le tenseur susceptibilité linéaire, $\tilde{\chi}^{(2)}$ et $\tilde{\chi}^{(3)}$ sont respectivement les tenseurs de susceptibilités non linéaires d'ordre deux et trois. Ces deux susceptibilités sont liées aux effets non linéaires les plus fréquents, ε_0 est la permittivité du vide.

Cette équation est valide dans l'approximation dipôle électrique, elle suppose une réponse instantanée du milieu non linéaire. L'approximation majeure pour traiter les effets non linéaires du troisième ordre est de considérer que la polarisation non linéaire traite les petites perturbations devant le total de la polarisation induite, et cela est justifié car les effets non linéaires sont faibles dans les fibres optiques à base de silice.

Dans les fibres optiques, le confinement de fortes puissances dans de faibles sections du cœur de la fibre optique, donne lieu à beaucoup d'effets non linéaires. Dans notre travail on s'intéresse aux effets non linéaires du troisième ordre qui se manifestent dans les milieux

centro-symétrique pour lesquels $\chi^{(2)} = 0$. L'expression de la polarisation s'écrit sous la forme suivante :

$$\vec{p}(t) = \chi^{(1)}\vec{E}(t) + \varepsilon_0\chi^{(3)}\vec{E}(t)\vec{E}(t)\vec{E}(t) + \dots \quad (2)$$

Parmi ces effets qui jouent un rôle très important dans les systèmes optiques, on peut citer les diffusions Raman et Brillouin pour la génération de nouvelles longueurs d'onde, l'effet Kerr, utilisé dans le verrouillage des modes de la cavité optique et la compétition entre la dispersion chromatique et l'auto modulation de phase qui peut donner lieu au phénomène du soliton. Ce dernier est une solution particulière de l'équation de Schrödinger non linéaire. Le soliton est une impulsion qui se propage sur des distances importantes dans les fibres optiques, en conservant ses caractéristiques de forme et de durée. Il est utilisé dans les télécommunications pour la transmission d'informations. D'autre part les effets non linéaires peuvent être gênants dans les lasers, cela se traduit généralement par la génération d'instabilités dans le fonctionnement dynamique des lasers à fibre comme par exemple pour la diffusion Brillouin stimulée. Ils peuvent également, endommager les lasers à fibre, en particulier à cause de la génération d'impulsions géantes (de forte intensité) qui détruisent la fibre optique, comme c'est le cas par exemple de la diffusion Raman [33].

En ce qui concerne notre étude, nous nous intéressons particulièrement à l'influence de l'effet de la diffusion Brillouin stimulée qui possède le seuil d'apparition le plus bas par rapport aux autres effets non linéaires de troisième ordre.

3 La Diffusion Brillouin

La diffusion Brillouin est un effet non linéaire du troisième ordre. Elle se situe entre deux autres types de diffusion, la diffusion Rayleigh qui est élastique et présente un décalage en fréquence nul par rapport à l'onde incidente, et la diffusion Raman qui est inélastique comme la diffusion Brillouin stimulée et présente un décalage en fréquence supérieur à celui de la diffusion Brillouin stimulée (Tab.1). Dans la diffusion inélastique on appelle onde Stokes l'onde diffusée qui possède une fréquence inférieure à celle de l'onde incidente, et on appelle onde anti-Stokes l'onde diffusée qui possède une fréquence supérieure à celle de l'onde incidente.

Diffusion	Décalage	Largeur de raie	Gain (MW/cm ²) ⁻¹ /m
Rayleigh	0	15 MHz	0.01
Raman	13THz (440 cm ⁻¹)	6THz (200cm ⁻¹)	0.5

Brillouin	34 GHz (1cm ⁻¹)	150MHz	5
-----------	-----------------------------	--------	---

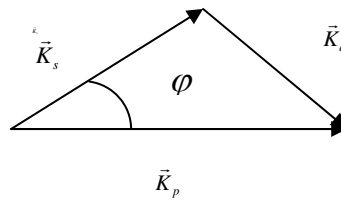
Tab.1 caractéristiques des principales diffusions dans les fibres silice [34]

L'effet Brillouin a été observé pour la première fois en 1920 par le physicien français Léon Brillouin (1889-1969). C'est un processus non linéaire où une partie de l'onde incidente est diffusée inélastiquement par une onde sonore avec un décalage de fréquence qui est égal à la fréquence de l'onde sonore [33].

Le réseau d'indice engendré par l'onde sonore est mobile, cela va entraîner un décalage Doppler en fréquence entre l'onde incidente et l'onde diffusée [35]. Dans le cas de la diffusion Brillouin stimulée l'onde acoustique est excitée par les ondes optiques elles-mêmes à travers le phénomène d'électrostriction [36]. L'électrostriction se produit quand un diélectrique comme la silice est traversée par une lumière intense, elle se comprime et son indice de réfraction augmente. Dans ce processus l'énergie totale et la quantité de mouvement sont conservées, ce qui permet de déterminer l'angle de diffusion de la lumière ainsi que la différence de fréquence entre l'onde incidente et l'onde diffusée. Cette différence est liée directement aux modes de vibration du milieu (phonons).

$$\begin{aligned}\omega_a + \omega_s &= \omega_p \\ \vec{K}_p &= \vec{K}_s + \vec{K}_a\end{aligned}\quad (3)$$

ω_p , ω_s et ω_a sont respectivement les fréquences des ondes pompe, stokes et acoustique. \vec{K}_p , \vec{K}_s et \vec{K}_a sont les vecteurs d'ondes associés.



Pour un angle de diffusion donné φ , le module du vecteur d'onde de l'onde acoustique est donné par la relation suivante :

$$|\vec{K}_a|^2 = |\vec{K}_s|^2 + |\vec{K}_p|^2 - 2|\vec{K}_s||\vec{K}_p|\cos\varphi\quad (4)$$

La pulsation acoustique qui exprime le décalage entre les deux ondes optiques est donnée par la relation suivante :

$$\omega_a = K_a V = 2|\vec{K}_p|V \sin\frac{\varphi}{2}\quad (5)$$

Où V est la vitesse de l'onde acoustique dans un milieu d'indice n . On remarque que le décalage dépend de l'angle de diffusion φ . Dans les fibres optiques la diffusion Brillouin des ondes se fait dans la direction contra propagative $\varphi = \pi$. La relation précédente devient comme suit :

$$\omega_a = 2|\vec{K}_p|V \quad (6)$$

$$|\vec{K}_p| = \frac{2\pi n}{\lambda_p} \quad (7)$$

n et λ_p sont respectivement l'indice du milieu et la longueur d'onde pompe.

Donc le décalage en fréquence entre les deux ondes optiques est donnée par :

$$\nu_a = \frac{2c_a K_p}{2\pi} = \frac{2c_a n}{\lambda_p} \quad (8)$$

Dans une fibre à base de silice, pour un champ incident de longueur d'onde égale à 975 nm (307 THz), l'onde Stokes diffusée est décalée de 17.6 GHz. Ce décalage correspond à la fréquence de l'onde sonore.

3.1 La diffusion Brillouin stimulée

La diffusion Brillouin stimulée a été mise en évidence en 1964. C'est un processus où un photon de pompe se transforme en un nouveau photon de fréquence différente et un phonon [36]. La diffusion Brillouin stimulée est initiée par une onde Stokes diffusée spontanément et dont la fréquence vérifie la condition d'accord de phase relation (3) pour une fréquence pompe donnée. Dans le cas où la condition n'est pas vérifiée l'interaction peut toujours avoir lieu mais avec un gain Brillouin plus faible que dans le cas de la résonance [36]. L'onde acoustique est créée par l'interférence de l'onde pompe avec l'onde diffusée. L'onde acoustique créée diffuse à son tour la lumière pompe pour amplifier l'onde diffusée. Ces deux phénomènes se renforcent et provoquent une instabilité [36] dans le fonctionnement dynamique des lasers. La superposition de deux ondes qui se propagent simultanément en sens inverse dans le même milieu donne des franges d'interférence (figure II.1). Les zones de forte intensité se compriment et défilent périodiquement avec une vitesse c_1 (vitesse des interférences). Dans le cas où cette vitesse est égale à la vitesse du son, une onde acoustique est créée et se propage avec une vitesse $c_a=c_1$ (c_a la vitesse de propagation libre des ondes acoustiques dans un matériau).

$$c_1 = \frac{\omega_p - \omega_B}{\omega_p + \omega_B} \times \frac{c}{n} \quad (9)$$

On peut compléter la description de la diffusion Brillouin stimulée par une approche quantique qui considère que dans le cas d'interaction entre les ondes pompe et Stokes on a la création d'un phonon. Par contre dans le cas où l'interaction est entre les ondes pompe et anti-stokes c'est l'annihilation du phonon. L'efficacité des deux processus dépend des populations vibrationnelles.

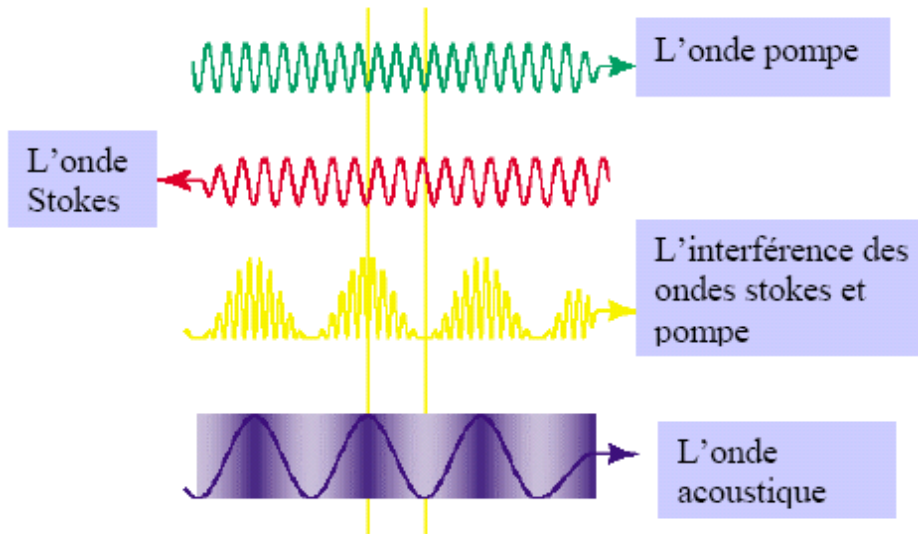


Fig. II.1 La création de l'onde sonore par électrostriction

3.2 Le gain Brillouin

Les ondes Stokes de la diffusion Brillouin sont caractérisées par un coefficient du gain Brillouin $g_B(\nu)$. Les premières mesures du gain Brillouin datent de l'année 1950. L'expression du gain Brillouin [33] est donnée par :

$$g_B(\nu) = \frac{\left(\frac{\Delta\nu_B}{2}\right)^2}{(\nu - \nu_B)^2 + \left(\frac{\Delta\nu_B}{2}\right)^2} \times g_{B0} \quad (10)$$

La largeur du gain Brillouin à mi-hauteur $\Delta\nu_B$ est reliée au taux d'amortissement de l'onde acoustique (où à la durée de vie de phonon T_B).

$$\Delta \nu_B = (2\pi T_B)^{-1} \quad (11)$$

La valeur maximale du coefficient de gain à la résonance pour $\nu = \nu_B$ est donnée par

$$g_B(\nu_B) = g_{B0} = \frac{2\pi n^7 P_{12}^2}{c \lambda_p^2 \rho_0 c_a \Delta \nu_B} \quad (12)$$

P_{12} : Coefficient photo élastique.

ρ_0 : Densité moyenne du matériau.

λ_p : Longueur d'onde pompe.

c_a : Vitesse de l'onde acoustique.

$\Delta \nu_B$: Largeur du gain Brillouin à mi-hauteur.

La constante de gain Brillouin ne dépend pas de la longueur d'onde pompe, car $\Delta \nu_B$ est proportionnel à ν_a^2 fréquence de l'onde acoustique, qui est fonction de λ_p^{-2} . Sa valeur est de l'ordre de 5.10^{-11} m/W pour une fibre à base de silice.

D'autres études ont montré que la valeur du gain Brillouin dépend du type de pompage ainsi que de la largeur spectrale de la pompe. Donc l'expression du gain Brillouin corrigée [33] est donnée par

$$g_B = \frac{\Delta \nu_B}{\Delta \nu_p + \Delta \nu_B} \times g_{B0} \quad (13)$$

Dans le cas d'un pompage continu la valeur de gain Brillouin peut être modifiée en fonction de la largeur de la raie laser pompe :

Si la largeur spectrale de la pompe $\Delta \nu_p$ est petite par rapport à la largeur spectrale $\Delta \nu_B$ du gain Brillouin, le gain Brillouin $g_B = g_{B0}$.

Si $\Delta \nu_p \gg \Delta \nu_B$ et le laser utilisé est multi mode (large spectre) on peut distinguer deux situations différentes.

D'abord on définit :

$$L_{coh} : \text{longueur de la cohérence de la lumière} \left(L_{coh} = \frac{c}{n \times \Delta \nu_p} \right),$$

$$L_{int} : \text{longueur d'interaction du Brillouin} \left(L_{int} = \frac{1}{g_{B0} \times I} \right) [59],$$

et $\Delta \nu_{ISL}$ l'intervalle spectral libre des modes longitudinaux.

1- si $L_{coh} \gg L_{int}$ et $\Delta \nu_B \gg \Delta \nu_{ISL}$ la constante du gain Brillouin $g_B = g_{B0}$.

2- Si $L_{\text{coh}} \ll L_{\text{int}}$ le gain Brillouin est considérablement réduit $g_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta v_P} \times g_{B0}$.

3.3 Seuil Brillouin

En 1972, *Smith* [37], en utilisant une fibre sans réflexion aux extrémités avec un pompage continu, et en supposant que le régime dynamique est stationnaire, définit le seuil Brillouin dans une fibre comme étant l'intensité à l'entrée de la fibre pour laquelle l'intensité Brillouin est égale à celle de la pompe en sortie de fibre. L'expression du seuil est donnée par la relation approchée (14) qui relie la puissance pompe seuil, au coefficient du gain Brillouin g_B , à la longueur effective L_{eff} , et à la surface effective du mode fondamental de la fibre A_{eff} .

$$I_{\text{seuil}} = \frac{21 \times A_{\text{eff}}}{g_B \times L_{\text{eff}}} \quad (14)$$

Pour les lasers Brillouin plusieurs méthodes expérimentales ont été utilisées pour déterminer le seuil Brillouin [39]. Ces méthodes consistent à tracer l'intensité Brillouin en fonction de l'intensité laser et à déterminer le seuil à partir des premiers points quand l'intensité des ondes Stokes devient détectable. Par contre il est difficile de mesurer le seuil qui correspond à la première apparition de la diffusion Brillouin stimulée car elle est instable au seuil. Plusieurs valeurs du seuil Brillouin ont été obtenues en changeant les coefficients de réflectivité des miroirs, ce qui montre l'influence des pertes dans la cavité optique sur la valeur de gain Brillouin.

Pour les lasers à fibre optique la valeur du seuil Brillouin est généralement plus faible à cause des réflexions dans la cavité optique. Par exemple le seuil Brillouin dans un laser à fibre double gaine dopée Ytterbium [28] est de l'ordre de 200 mW.

D'autres études ont été faites par la suite pour améliorer l'évaluation du seuil Brillouin dans les lasers à fibre dopée aux terres rares [40-42]. Une étude théorique récente [43] donne différentes expressions du seuil Brillouin, en utilisant le concept de la longueur réelle de gain (RGL). La RGL est définie comme étant la longueur pour laquelle la DBS est produite et amplifiée d'une manière cohérente. Elle est fonction de la longueur de cohérence et de la longueur du milieu. Par exemple pour un milieu pompé par une raie laser étroite la RGL est le minimum entre la longueur du milieu et la moitié de la longueur de cohérence. Dans certaines conditions de travail (détaillé dans la section 3.2) la valeur du seuil Brillouin augmente quand le gain Brillouin est réduit.

4 La variation de l'indice de réfraction dans les milieux non linéaires

L'expression de l'indice de réfraction dans les milieux non linéaire est donnée par la relation suivante :

$$n = n_0 + n_2 I \quad (15)$$

n_0 est l'indice de réfraction linéaire, n_2 est l'indice de réfraction non linéaire, I est l'intensité du champ d'excitation. La première étude consacrée à la mesure de l'indice de réfraction non linéaire dans les fibres optiques date de l'année 1978 [44]. Beaucoup de travaux ont été consacrés par la suite à la mesure de cet indice dans la silice [45-51]. Plusieurs études ont montré que la variation de l'indice de réfraction non linéaire est due à de multiples contributions. La contribution la plus importante est celle de l'auto modulation de phase (SPM) quand l'effet implique une seule onde laser, et à l'auto modulation de phase croisée (XPM) quand plusieurs ondes sont impliquées. Les détails de ces deux effets seront illustrés dans les prochains paragraphes. La deuxième contribution dans la variation de l'indice de réfraction est attribuée à l'électrostriction qui est due à la variation de la densité de la matière. Cependant comme le temps de réponse de l'électrostriction est long devant celui de l'effet Kerr, la contribution de l'électrostriction n'est pas prise en compte, sauf dans le cas d'une large impulsion, [52-53]. Par exemple, la valeur de n_2 , en utilisant une impulsion de quelques picosecondes, est égale au coefficient de l'effet Kerr optique qui est de l'ordre de $n_2 = n_{2K} = 2,3 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2 / \text{W}$. Par contre pour une impulsion longue, la valeur est de l'ordre de $n_2 = (2,6 - 3,0) \cdot 10^{-20} \text{ m}^2 / \text{W}$: cela signifie que la contribution de l'électrostriction varie entre 0,3 et $0,7 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2 / \text{W}$. Une étude théorique a été faite [54] pour l'estimation de la contribution de l'électrostriction n_{2e} dans la valeur de n_2 pour une fibre à base de silice. n_{2e} est donné par :

$$n_{2e} = \frac{C_T \gamma_e^2}{8n^2 c} = 0,44 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2 / \text{W} \quad (16)$$

Avec $C_T = 2,71 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2 / \text{N}$ la compressibilité isotherme, $\gamma_e = 0,902$ le coefficient de l'électrostriction, $n=1,447$ est l'indice de réfraction linéaire de la silice.

D'autres contributions peuvent modifier la valeur de l'indice de réfraction comme la polarisation de la lumière dans la fibre optique. Pour la fibre optique à maintien de polarisation, l'indice de réfraction non linéaire augmente. Le facteur d'augmentation est de l'ordre de 9/8 par rapport à l'indice d'une fibre sans maintien de polarisation [58].

Malgré la faible valeur du coefficient de réfraction non linéaire dans la silice, les effets non linéaires liés à la variation de l'indice de réfraction sont importants à cause des intensités

importantes présentes dans les faibles sections du cœur de la fibre optique, mais aussi aux grandes longueurs de propagation.

4.1 La modulation de phase

La propagation d'une onde dans un milieu non linéaire produit un déphasage auto induit, dû à la variation de l'indice de réfraction en fonction de l'intensité de l'onde qui se propage. L'expression de la phase qui varie en fonction de l'intensité à la sortie de la fibre ($z=L$) est

$$\varphi = \varphi_L + \varphi_{nL} = \frac{2\pi L}{\lambda} (n_0 + n_2 I) \quad (17)$$

L est la longueur de la fibre optique, λ la longueur d'onde.

Pour montrer l'influence de l'**auto modulation de phase** sur l'impulsion laser, on considère un champ $U(t, z)$ qui s'écrit sous la forme

$$U(t, z) = A(t) \exp i(\omega_0 t - kz) \quad (18)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0 + In_2)$$

avec $A(t)$ l'amplitude normalisée du champ en $z=0$, et ω_0 la fréquence centrale. Après une distance L dans un milieu d'indice linéaire n_0 et d'indice de réfraction non linéaire n_2 , à la sortie de la fibre le champ devient

$$U(t, L) = A(t) \exp i(\phi) \quad (19)$$

Où ϕ la phase totale qui contient le retard de phase subit lors de la propagation de l'impulsion :

$$\phi = \omega_0 t - \varphi \quad (20)$$

$$\phi = \omega_0 t - \frac{2\pi L}{\lambda} (n_0 + n_2 I) \quad (21)$$

Des simulations numériques [55] ont été faites sur la transformée de Fourier rapide du champ électrique donné par la relation (19) pour illustrer l'élargissement spectral que subit l'impulsion durant sa propagation dans un milieu non linéaire.

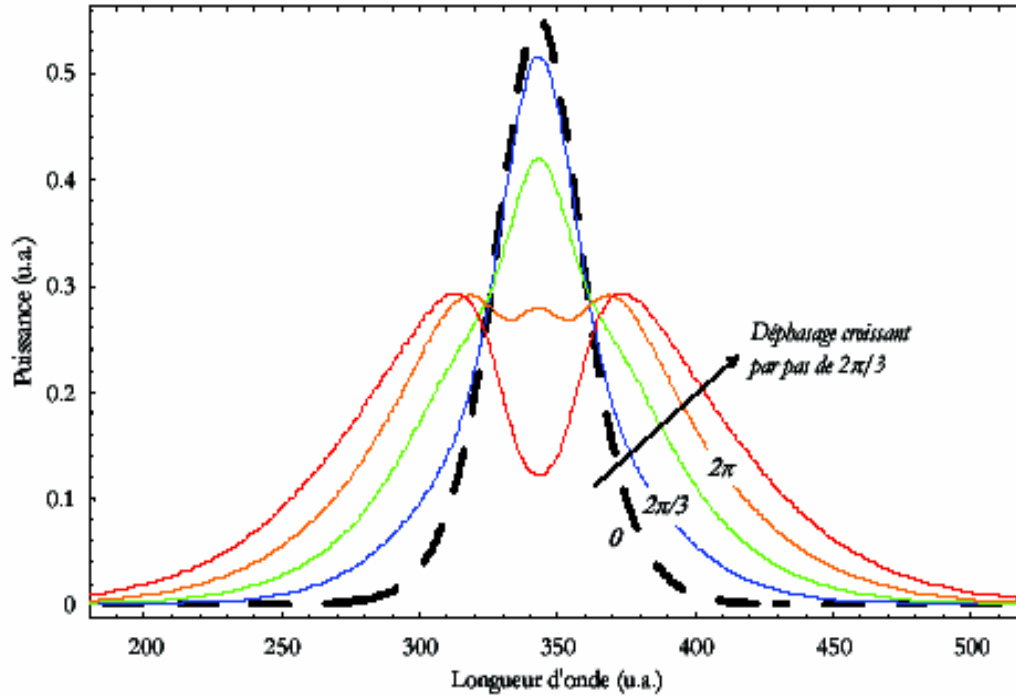


Fig. II.2 l'influence de l'auto modulation de phase sur le spectre d'une impulsion, d'après [24].

On remarque d'après la figure (II.12) que l'élargissement que subit l'impulsion pendant sa propagation possède une certaine symétrie et sa structure est constituée de plusieurs pics, au nombre de N . Les pics les plus intenses se situent aux bords du spectre. Le nombre de pics est fonction du déphasage maximum φ_{\max} que subit le centre de l'impulsion. Il est donné approximativement par la relation suivante [56] :

$$\varphi_{\max} \approx (N - \frac{1}{2})\pi \quad (15)$$

Le déphasage maximum est donné par la relation :

$$\varphi_{\max} = \frac{L_{\text{eff}}}{L_{\text{nL}}} \quad (16)$$

L_{eff} est la longueur effective donnée en fonction de la longueur L et du coefficient de pertes intrinsèque α dans la fibre optique :

$$L_{\text{eff}} = \frac{1 - \exp(-\alpha L)}{\alpha} \quad (17)$$

Chapitre II : Les effets non linéaires

L_{nL} est la longueur non linéaire, c'est-à-dire la longueur à partir de laquelle l'auto modulation de phase devient prépondérante. Calculée en fonction de la puissance initiale de l'impulsion p_0 et du coefficient non linéaire du milieu γ , elle vaut :

$$L_{nL} = \frac{1}{\gamma p_0} \quad (18)$$

Le coefficient non linéaire γ du milieu est donné en fonction du module de vecteur d'onde k dans la fibre, de l'indice non linéaire n_2 et l'aire effective A_{eff} de la fibre par

$$\gamma = \frac{kn_2}{A_{eff}} \quad (19)$$

En plus de l'auto modulation de phase, il y a la **modulation de phase croisée** (XPM) qui intervient quand on a deux ondes ou plus (par exemple deux composantes de polarisation), qui se propagent simultanément dans la même direction. Chaque onde va subir un déphasage dû à l'intensité de la deuxième onde.

Dans le cas de deux champs optiques avec deux fréquences différentes et ayant la même polarisation, la phase non linéaire totale est :

$$\varphi_i^{nL} = \frac{\omega_i L n_2}{c} \left(|E_i|^2 + 2|E_{3-i}|^2 \right) \quad (20)$$

La polarisation non linéaire pour chaque onde optique est donnée par la relation suivante :

$$P_{nL}(\omega_i) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \left(|E_i|^2 E_i + 2|E_{3-i}|^2 E_i \right) \quad (21)$$

Le premier terme de la polarisation non linéaire décrit l'auto modulation de phase, le deuxième terme décrit la modulation de phase croisée.

Chapitre III

Etude de l'instabilité Brillouin dans un laser de puissance pompé en continu

1 Introduction

Dans ce troisième chapitre, la première partie est consacrée à la dynamique de la diffusion Brillouin stimulée (DBS) dans les lasers à fibre. On présente les différentes instabilités observées expérimentalement et retrouvées théoriquement dans les cavités à fibre passive (lasers Brillouin), et les différentes instabilités observées expérimentalement dans les lasers à fibre dopée aux terres rares. Dans la deuxième partie, on détaille le modèle utilisé pour étudier l'influence de la DBS sur le fonctionnement dynamique des lasers à fibre de puissance. On explique les différentes approches et approximations utilisées. La dernière partie est consacrée aux résultats numériques et à leurs discussions.

2 Diffusion Brillouin en simple propagation et en cavité

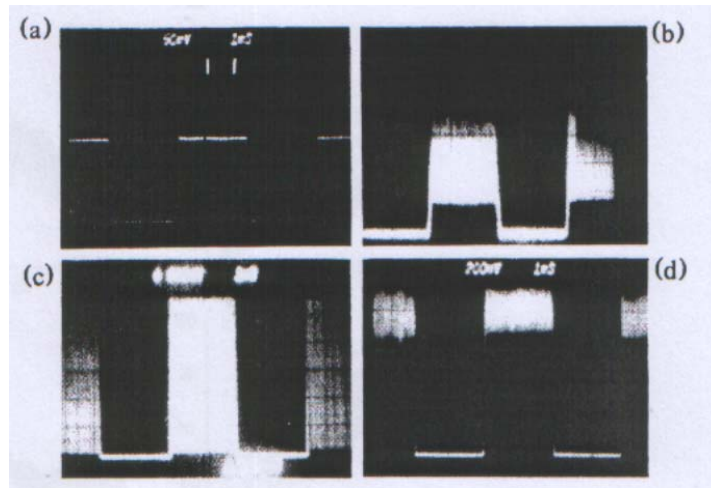
Pour l'étude de l'influence de la rétro diffusion Brillouin sur la stabilité du fonctionnement des lasers à fibre, il a été démontré que les instabilités observées dépendent des pertes de la cavité optique. Dans le cas d'une cavité à faibles pertes, le fonctionnement continu est favorisé pour une large gamme de taux de pompage. Une cavité à fortes pertes permet l'émergence de différentes instabilités.

2.1 La diffusion Brillouin en simple propagation dans des fibres passives

La relation entre la rétro diffusion Brillouin et les instabilités dans les fibres passives monomodes date de 1990 [60]. Harrison et al, ont détecté un signal contrapropagatif à la sortie de la fibre optique, qui représente la composante Stokes. C'est la signature de l'effet Brillouin, voir figure (III.1).

On rappelle que le principe physique de l'effet Brillouin est le couplage paramétrique entre les ondes optiques et une onde acoustique le long d'une fibre monomode [61]. L'effet d'électrostriction induit un réseau d'indice, sur lequel le faisceau pompe est diffusé, et ainsi l'onde Stokes est générée avec un décalage en fréquence. Pas loin du seuil Brillouin, un comportement chaotique a été observé dans une configuration simple. Cette dernière ne contenait qu'une fibre de grande longueur, sans aucune contre-réaction et sans aucune onde pompe retour [60]. Le couplage d'une contre-réaction par la fin de la fibre conduit à l'observation d'une variété de fonctionnements dynamiques [60,62] comme on peut le voir sur la figure (III.2).

D'autres modèles théoriques [63] ont trouvé que le couplage de la réfraction non linéaire avec la diffusion Brillouin est responsable de la complexité du comportement dynamique. Ils



(2)

Figure (III-1) Les différents signaux temporels détectés : (a) signal injecté, (b) et (c) signal Stokes pour deux intensités différentes, (d) signal pompe transmis [60].

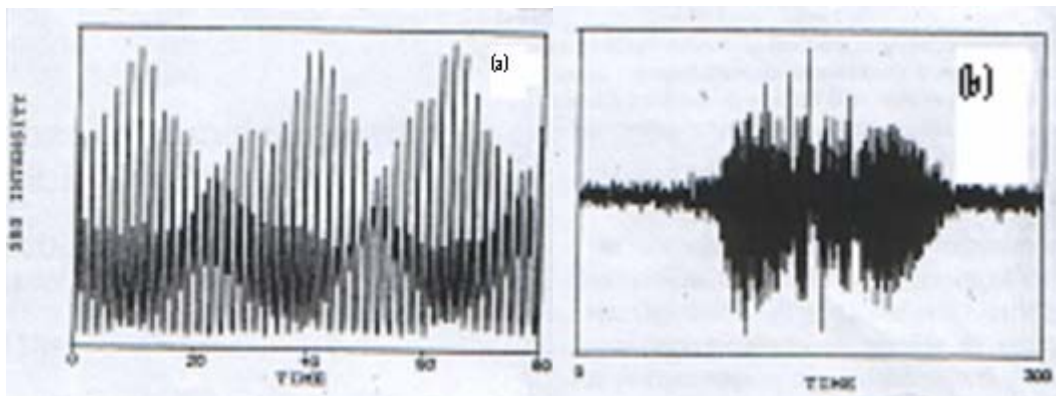


Figure (III-2) Résultats expérimentaux observés après l'injection d'un feedback. (a) fonctionnement quasi périodique, (b) fonctionnement chaotique [62].

Ils confirment ce résultat en annulant le terme Brillouin, et donc aucune instabilité n'est observée [64]. Une autre étude théorique a montré que le comportement chaotique dans un dispositif sans aucune contre-réaction est lié à la nature stochastique (aléatoire) de la diffusion Brillouin spontanée [65,66]. D'un autre côté d'autres études ont montré que la contre-réaction supprime la nature aléatoire de l'effet Brillouin permettant un comportement complètement déterministe, résultant de l'interaction entre l'amplification Brillouin et la réfraction non linéaire [67,68]. Une variété de fonctionnements dynamiques est retrouvée numériquement, périodique, chaotique et quasi-périodique, voir figure (III-3).

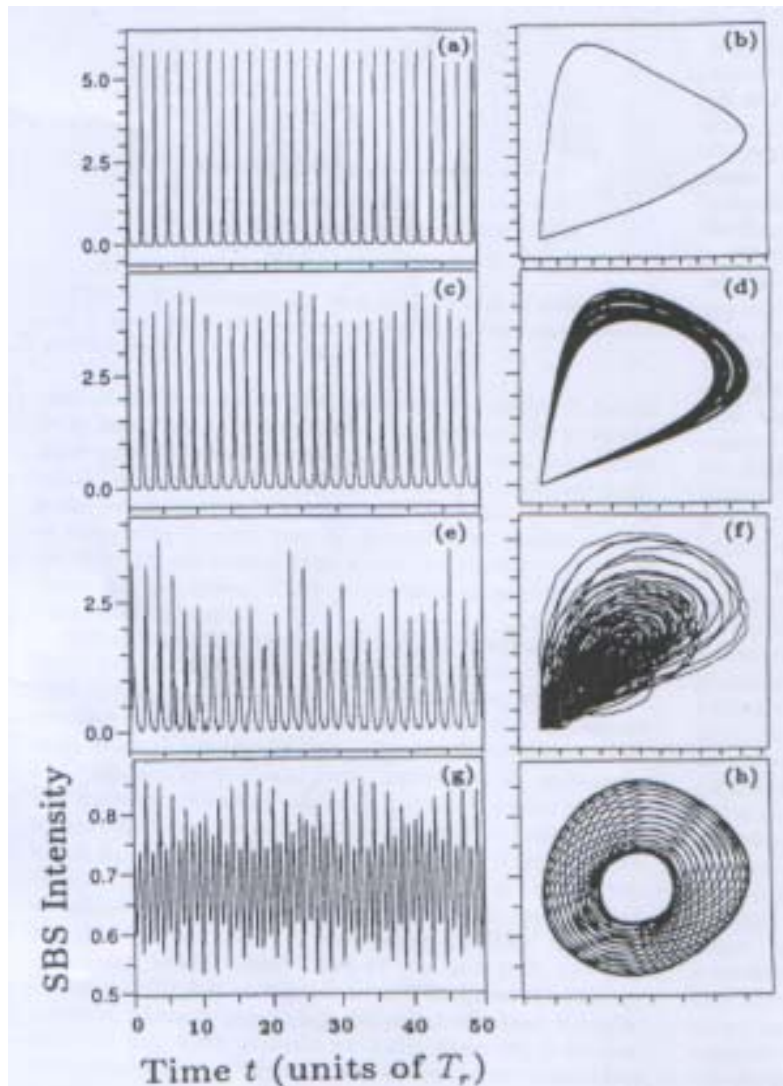


Figure (III-3) Résultats théoriques. Séries temporelles et portrait de phase issus du modèle qui tient compte de la réfraction non linéaire en présence d'un feedback [68].

2.2 La diffusion Brillouin en cavité dans des fibres passives

Différentes instabilités ont été observées dans le cas d'un laser Brillouin à fibre en anneau. La réfraction non linéaire (effet Kerr) est la cause essentielle dans la déstabilisation [71] du fonctionnement dynamique. Le laser à fibre en anneau a été beaucoup étudié théoriquement et expérimentalement en fonction de la longueur de la fibre [69-71], ainsi que d'autres paramètres caractéristiques de la cavité optique.

2.3 La diffusion Brillouin en cavité dans des fibres actives

Avec l'émergence des fibres dopées aux terres rares, et spécialement la fibre double gaine, l'intérêt pour l'effet Brillouin a repris de l'importance.

L'amplification d'un signal continu dans les fibres dopées aux terres rares génère des intensités élevées qui donnent lieu à la génération d'ondes contra-propagatives (l'onde Stokes). Les conséquences de ce processus ont été étudiées [72-74].

Dans la référence [75], les auteurs analysent temporellement la diffusion Brillouin dans un amplificateur à fibre double gaine. Ils ont étudié l'effet d'une diffusion Brillouin multiple (cascade Brillouin) dans un amplificateur pour des impulsions d'une durée de l'ordre de la microseconde. Plusieurs résultats ont été présentés concernant l'effet Brillouin dans un résonateur à fibre. Le premier résultat expérimental confirmant la présence et la responsabilité de la DBS sur le comportement dynamique instable d'un laser à fibre double gaine dopée ytterbium est observé par Hideur et *al* [76], comme on peut le constater sur le spectre optique présenté sur les figures (III-4, III-6 et III- 7).

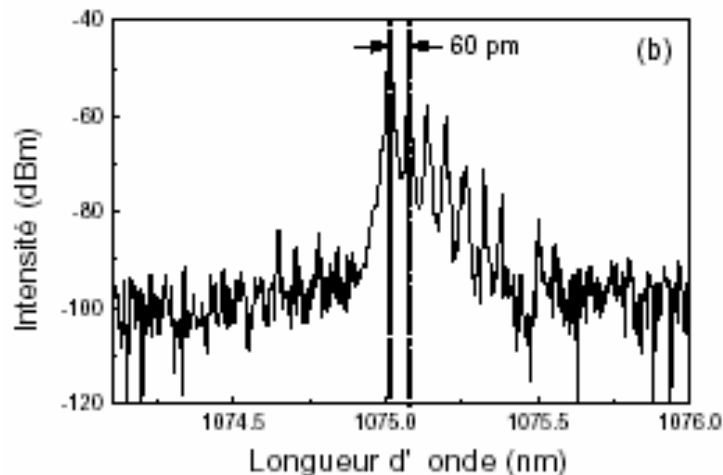


Figure (III-4) Spectre optique pour une puissance de pompage de 550 mW [76].

On peut observer l'existence de plusieurs pics devant le pic principal avec un décalage qui correspond au décalage Brillouin. Ce fonctionnement est stabilisé dans un laser unidirectionnel en anneau, où la composante contrapropagative est supprimée, voir figure (III-5). Des composantes Stokes et leurs effets de déstabilisation ont été mis en évidence expérimentalement par Salhi et *al* [77], voir figure (III-6) et figure (III-7).

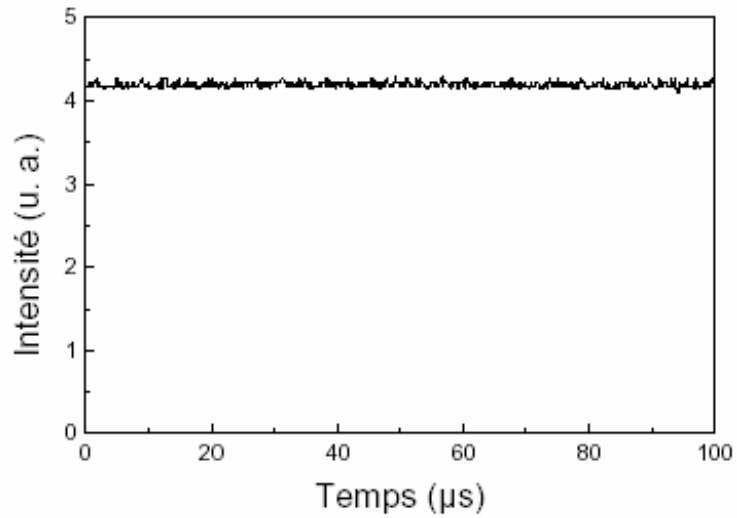


Figure (III-5) Evolution temporelle de l'intensité laser dans une cavité en anneau unidirectionnelle [76].

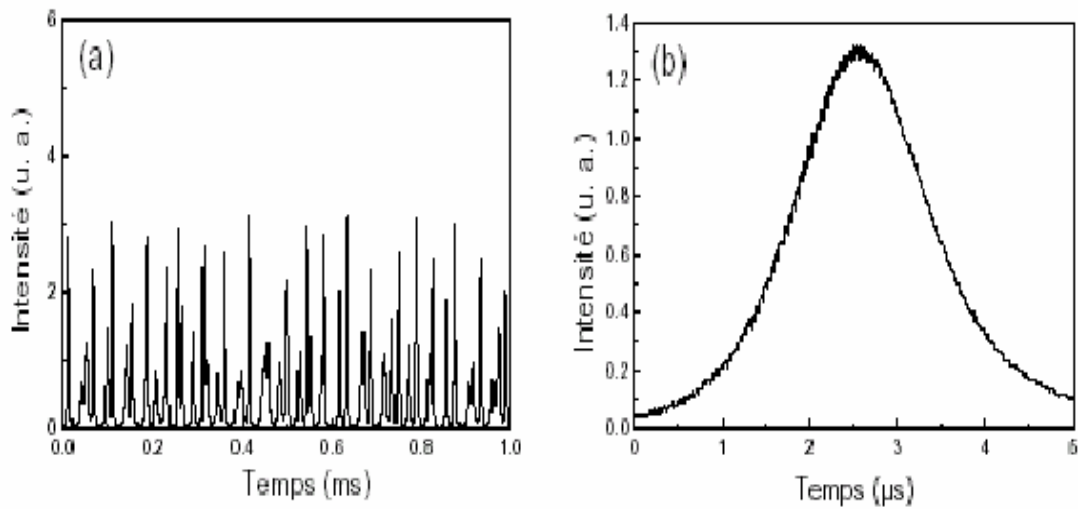


Figure (III-6) Résultats expérimentaux [77]. (a) Evolution temporelle de l'intensité d'un laser à fibre double gaine dans une cavité linéaire à fortes pertes pour un pompage de 350mW. (b) Détail d'une impulsion.

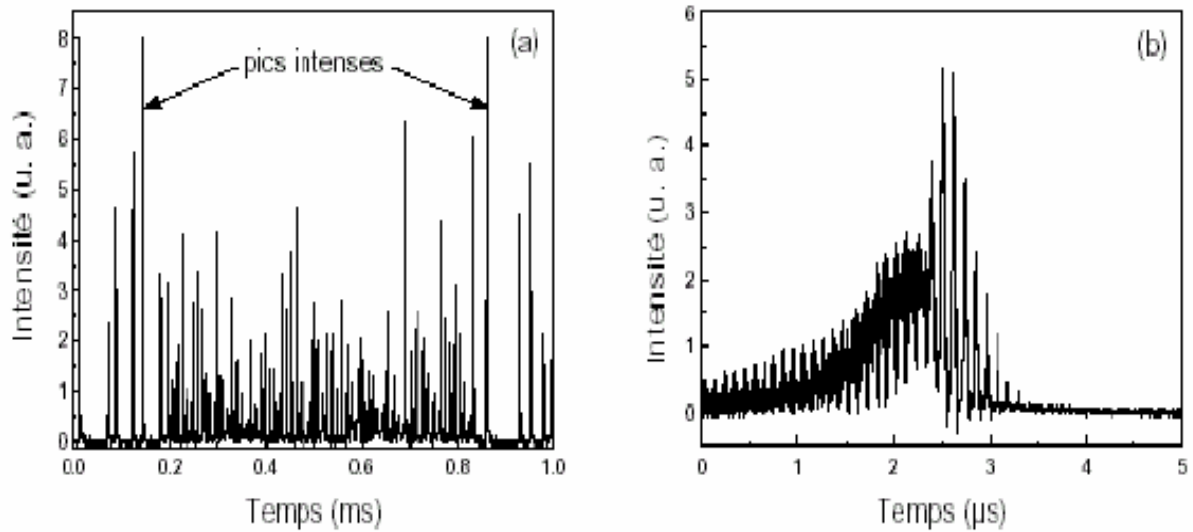


Figure (III-7) Résultats expérimentaux [77]. (a) Evolution temporelle de l'intensité d'un laser à fibre double gaine dans une cavité linéaire à fortes pertes pour un pompage de 450mW. (b) Détail d'une impulsion.

Les pertes optiques de la cavité ont été identifiées comme un paramètre important qui influence directement sur le comportement dynamique du laser [78]. En résumé, le laser à fibre double gaine présente un fonctionnement continu dans une configuration à faibles pertes, voir figure (III-8), et une instabilité auto impulsionnelle qui se manifeste dans une configuration à fortes pertes. Des points de vue théoriques différents ont été proposés concernant cette dynamique : la modélisation d'un Q-switch avec la DBS dans une cavité en anneau [79], la modélisation théorique de l'influence de la diffusion Brillouin dans un laser à fibre avec un Q-switch actif dans une configuration de cavité linéaire [80].

Dans notre travail et pour la première fois nous présentons des résultats théoriques démontrant la présence d'une instabilité basse fréquence liée à la diffusion Brillouin. A la différence de Laroche et *al.* [80], nous considérons un système autonome sans aucune modulation active.

Le principal objectif de cette partie est de montrer que l'instabilité basse fréquence observée dans les lasers à fibre est uniquement une conséquence de la diffusion Brillouin stimulée.

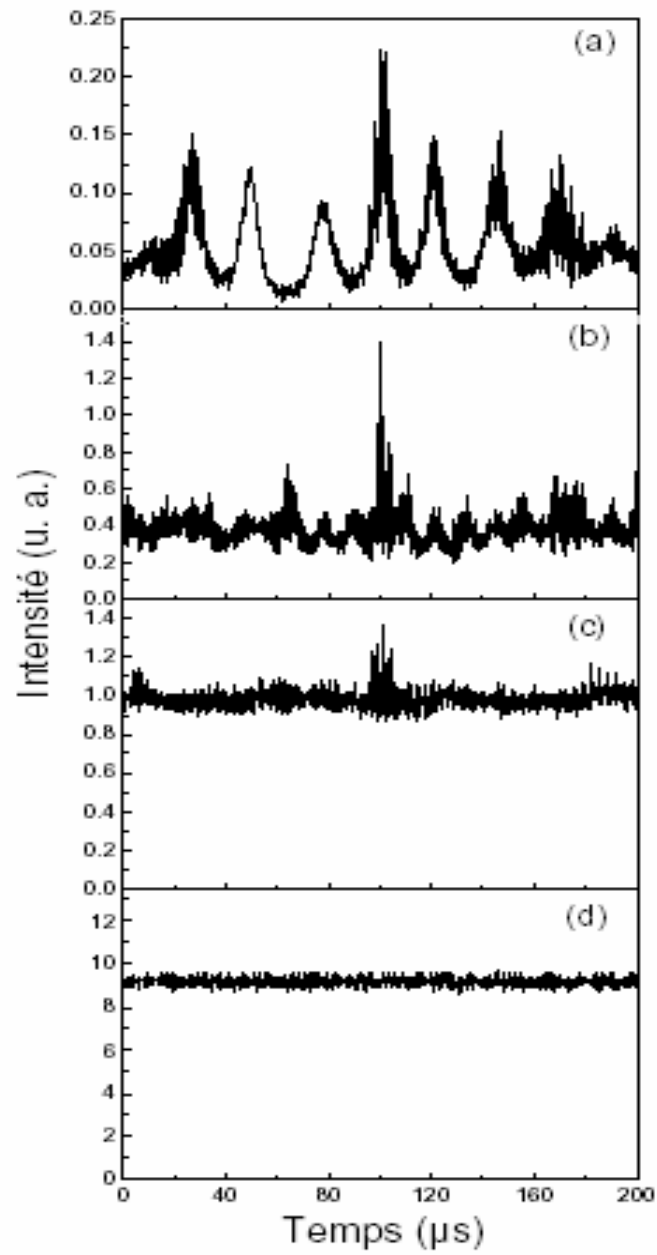


Figure (III-8) Evolution de l'allure temporelle en fonction de la puissance de pompe. (a) $P=0,5W$, (b) $P=0,95W$, (c) $P=1,6W$, (d) $P=3,25W$ [78].

3 Le modélisation théorique

3.1 Description du modèle

On considère une cavité Pérot Fabry, avec des ondes aller et retour modélisées par leurs intensités. Pour simplifier le problème on ne considère qu'une seule onde Stokes avec ses composantes aller et retour. Les résultats expérimentaux [77] montrent que le Brillouin déstabilise le laser mais la relation entre les différents ordres Brillouin et la stabilité du laser n'est pas claire et n'a pu être identifiée. Dans une première étape on néglige la contribution de l'onde acoustique et celle de l'effet Kerr. Ces deux éléments importants dans la description de l'effet Brillouin ne sont pas des paramètres clefs pour décrire l'instabilité basse fréquence produite par ce dernier dans les lasers à fibre à ondes stationnaires. En ne tenant pas compte de l'onde acoustique, on suppose que le gain Brillouin est instantané, alors que la durée de vie de phonon est de l'ordre de 15 ns. La conséquence de cette approche est la limitation du modèle dans la description de l'instabilité à une échelle du temps de l'ordre de la durée de vie de phonon. Cette approche est largement suffisante pour décrire un régime auto impulsional basse fréquence dans la gamme de la microseconde et un fonctionnement impulsional rapide avec une période équivalente à un aller-retour dans la cavité. Les différentes ondes sont décrites par les termes d'intensités et les conditions aux limites sur les miroirs. L'onde laser aller est couplée à l'onde Brillouin retour. Toutes les ondes se trouvent sous la même courbe du gain et elles sont couplées via le gain du milieu. A ce stade on a deux possibilités pour traiter le problème. La première suppose que tous les champs sont amplifiés par l'émission stimulée associée à une inversion de population unique. Cette approche a été utilisée dans [80]. Ce n'est pas suffisant car le hole burning spatial pour les champs lasers à ondes stationnaires conduit à l'existence de plusieurs classes d'atomes.

La deuxième approche, que nous avons adoptée, est une conséquence du hole burning spatial. On considère deux classes d'atomes, chacune est associée à une longueur d'onde. Cette approche a déjà été utilisée dans la description d'un laser à fibre dopée bimode [82]. Evidemment nous tiendrons compte de la saturation croisée qui coexiste entre l'onde laser et l'onde Brillouin.

3.2 Élaboration du modèle

La dynamique des ondes optiques dans un milieu isotrope est décrite par les équations de Maxwell :

$$\Delta \vec{E}_1 - \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{D}_1 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{P}_{nl}(\omega_p) \quad (1)$$

$$\Delta \vec{E}_{1r} - \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{D}_{1r} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{P}_{nlr}(\omega_p) \quad (2)$$

$$\Delta \vec{E}_2 - \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{D}_2 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{P}_{nl}(\omega_s) \quad (3)$$

$$\Delta \vec{E}_{2r} - \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{D}_{2r} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{P}_{nlr}(\omega_s) \quad (4)$$

$$\vec{D}_1 = \varepsilon_0 \vec{E}_1 + \vec{P}_{L1} \quad (5)$$

$$\vec{D}_{1r} = \varepsilon_0 \vec{E}_{1r} + \vec{P}_{L1r} \quad (6)$$

$$\vec{D}_2 = \varepsilon_0 \vec{E}_2 + \vec{P}_{L2} \quad (7)$$

$$\vec{D}_{2r} = \varepsilon_0 \vec{E}_{2r} + \vec{P}_{L2r} \quad (8)$$

\vec{E}_1 , \vec{E}_{1r} , \vec{E}_2 et \vec{E}_{2r} sont les champs des ondes optiques.

ε_0 est la permittivité du vide et c la vitesse de la lumière du vide. \vec{P}_{L1} , \vec{P}_{L1r} , \vec{P}_{L2} et \vec{P}_{L2r} sont les polarisations linéaires, $\vec{P}_{nl}(\omega_p)$, $\vec{P}_{nlr}(\omega_p)$, $\vec{P}_{nl}(\omega_s)$ et $\vec{P}_{nlr}(\omega_s)$ sont les polarisations non linéaires. \vec{D}_1 , \vec{D}_2 , \vec{D}_{1r} , \vec{D}_{2r} représentent le déplacement des charges.

L'approximation des enveloppes lentement variables, valable pour les dynamiques dont la durée est inférieure à la femtoseconde, nous permet de séparer les variations rapides des variations lentes. Les expressions des champs optiques sont données par les expressions suivantes :

$$\vec{E}_1(Z, T) = \vec{A}_p(Z, T) \exp i(k_1 Z - \omega_p T) \quad (9)$$

$$\vec{E}_{1r}(Z, T) = \vec{A}_{pr}(Z, T) \exp i(-k_1 Z - \omega_p T) \quad (10)$$

$$\vec{E}_2(Z, T) = \vec{A}_s(Z, T) \exp i(k_2 Z - \omega_s T) \quad (11)$$

$$\vec{E}_{2r}(Z, T) = \vec{A}_{sr}(Z, T) \exp i(-k_2 Z - \omega_s T) \quad (12)$$

$\vec{A}_p(Z, T)$, $\vec{A}_{pr}(Z, T)$, $\vec{A}_s(Z, T)$ et $\vec{A}_{sr}(Z, T)$ sont les amplitudes des enveloppes lentement variables. \vec{k}_1 , \vec{k}_2 sont les vecteurs d'ondes, ω_p et ω_s sont les pulsations d'oscillations des ondes optiques. La polarisation non linéaire décrit deux types d'interactions, l'interaction entre les ondes optiques et l'interaction optique acoustique.

$$\vec{P}_{nl} = \vec{P}_{nl(o-o)} + \vec{P}_{nl(o-a)} \quad (13)$$

$\vec{P}_{nl(o-o)}$ Polarisation non linéaire qui décrit l'interaction des ondes optiques.

$\vec{P}_{nl(o-a)}$ Polarisation non linéaire qui décrit l'interaction des ondes optiques et acoustiques.

Les expressions de la polarisation non linéaire pour chaque pulsation optique sont données par :

$$P_{nl(o-o)}(\omega_p) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \left(|A_p^+|^2 + 2|A_s^-|^2 \right) A_p^+ \exp i(k_1 Z - \omega_p T) \quad (14)$$

$$P_{nlr(o-o)}(\omega_p) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \left(|A_p^-|^2 + 2|A_s^+|^2 \right) A_p^- \exp i(-k_1 Z - \omega_p T) \quad (15)$$

$$P_{nl(o-o)}(\omega_s) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \left(|A_s^+|^2 + 2|A_p^-|^2 \right) A_s^+ \exp i(k_2 Z - \omega_s T) \quad (16)$$

$$P_{nlr(o-o)}(\omega_s) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \left(|A_s^-|^2 + 2|A_p^+|^2 \right) A_s^- \exp i(-k_2 Z - \omega_s T) \quad (17)$$

$\chi^{(3)}$ est la susceptibilité d'ordre trois.

Le premier terme de chaque expression de la polarisation non linéaire décrit l'auto modulation de phase. Le deuxième terme décrit la modulation de phase croisée, les deux phénomènes sont détaillés dans le chapitre II.

On rajoute à l'expression de la polarisation non linéaire un terme qui décrit le couplage entre l'onde optique et l'onde acoustique :

$$P_{nl(o-a)}(\omega_p) = \gamma_1 S E_{2r} \quad (18)$$

$$P_{ntr(o-a)}(\omega_p) = \gamma_1 S_r E_2 \quad (19)$$

$$P_{nl(o-a)}(\omega_s) = \gamma_2 S_r^* E_{1r} \quad (20)$$

$$P_{ntr(o-a)}(\omega_s) = \gamma_2 S^* E_1 \quad (21)$$

γ_1 et γ_2 sont les constantes de couplage, S, S_r, S_r^* et S^* sont respectivement les champs acoustiques et leurs conjugués. On écrit les champs acoustiques sous la forme :

$$\bar{S}(Z, T) = \bar{A}_a^+(Z, T) \exp i(k_a Z - \omega_a T) \quad (22)$$

$$\bar{S}_r(Z, T) = \bar{A}_a^-(Z, T) \exp i(-k_a Z - \omega_a T) \quad (23)$$

$A_a^+(Z, T)$ et $A_a^-(Z, T)$ sont les amplitudes des enveloppes lentement variables. \bar{k}_a et ω_a sont respectivement le vecteur d'onde et la pulsation d'oscillation acoustique.

Les composantes acoustiques sont gouvernées par les équations générales suivantes [ref]:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial T^2} - 2\eta \frac{\partial}{\partial T} - c_a^2 \nabla^2 \right] S = -\nabla \cdot F_1 \quad (24)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial T^2} - 2\eta \frac{\partial}{\partial T} - c_a^2 \nabla^2 \right] S_r = -\nabla \cdot F_2 \quad (25)$$

η est le coefficient d'amortissement de l'onde acoustique, c_a est la vitesse de l'onde acoustique, les termes F_1, F_2 décrivent le couplage acousto-optique, il sont donnés par les formules suivantes :

$$F_1 = \gamma_3 \nabla \cdot (E_1 E_{2r}^*) \quad (26)$$

$$F_2 = \gamma_3 \nabla \cdot (E_{1r} E_2^*) \quad (27)$$

γ_3 est la constante de couplage.

Les expressions de la polarisation non linéaire totale pour chaque pulsation sont données par :

$$P_{nl(totale)}(\omega_p) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \left(|A_p^+|^2 + 2|A_s^-|^2 \right) A_p^+ \exp i(k_1 Z - \omega_p t) + \gamma_1 A_a^+ A_s^- \quad (28)$$

$$P_{nlr(totale)}(\omega_p) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \left(|A_p^-|^2 + 2|A_s^+|^2 \right) A_p^- \exp i(-k_1 Z - \omega_p t) + \gamma_1 A_a^- A_s^+ \quad (29)$$

$$P_{nl(totale)}(\omega_s) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \left(|A_s^+|^2 + 2|A_p^-|^2 \right) A_s^+ \exp i(k_2 Z - \omega_s t) + \gamma_2 A_a^* A_p^- \quad (30)$$

$$P_{nlr(totale)}(\omega_s) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \left(|A_s^-|^2 + 2|A_p^+|^2 \right) A_s^- \exp i(-k_2 Z - \omega_s t) + \gamma_2 A_a^* A_p^+ \quad (31)$$

On rajoute aux équations d'amplitudes un terme qui décrit la contribution de la diffusion stimulée (le gain du milieu) et un autre terme qui décrit les pertes que subit l'onde pendant sa propagation. Les calculs de tous les termes des équations d'amplitudes sont détaillés dans l'annexe A.

On rajoute aux équations d'amplitudes les équations d'inversion de population qui décrivent la contribution du milieu amplificateur, On considère deux inversions de population associées aux deux modes qu'on appellera D_1 pour l'onde laser et D_2 pour l'onde stokes.

$$\begin{aligned} \frac{\partial D_1}{\partial T} &= p' - \frac{(D_1 + d_0)}{\tau} - \frac{\sigma n c \varepsilon_0}{\hbar \omega} D_1 \left(|A_p^+|^2 + |A_p^-|^2 + \beta \left(|A_s^+|^2 + |A_s^-|^2 \right) \right) \\ \frac{\partial D_2}{\partial T} &= \gamma p' - \frac{(D_2 + d_0)}{\tau} - \frac{\sigma n c \varepsilon_0}{\hbar \omega} D_2 \left(|A_s^+|^2 + |A_s^-|^2 + \beta \left(|A_p^+|^2 + |A_p^-|^2 \right) \right) \end{aligned} \quad (32)$$

Les différentes constantes sont définies comme suit :

\vec{D}_1, \vec{D}_2 les inversions de populations.

d_0 est la densité des ions dopant, σ est la section efficace d'absorption, \hbar la constante de Planck. ω la pulsation laser, β le paramètre de saturation croisée. γ le dichroïsme de pompage pour différencier entre le premier mode (laser) et le deuxième mode (Brillouin), p' est le pompage, τ la durée de vie de l'inversion de population et c est la vitesse de la lumière dans le vide.

Dans sa forme initiale le modèle (33) contient deux équations pour les inversions de populations et six équations pour les amplitudes (ondes aller et retour) . Il est donné par :

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{\partial D_1}{\partial T} = p' - \frac{(D_1 + d_0)}{\tau} - \frac{\sigma n c \epsilon_0}{\hbar \omega} D_1 \left(|A_p^+|^2 + |A_p^-|^2 + \beta \left(|A_s^+|^2 + |A_s^-|^2 \right) \right) \\
\frac{\partial D_2}{\partial T} = \gamma p' - \frac{(D_2 + d_0)}{\tau} - \frac{\sigma n c \epsilon_0}{\hbar \omega} D_2 \left(|A_s^+|^2 + |A_s^-|^2 + \beta \left(|A_p^+|^2 + |A_p^-|^2 \right) \right) \\
\frac{\partial A_p^+}{\partial Z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_p^+}{\partial T} = i g_e A_a^+ A_s^- + i \frac{\omega_p^2}{2k_1 c^2} \chi^{(3)} \left(|A_p^+|^2 + 2|A_s^-|^2 \right) A_p^+ + \frac{\sigma}{2} (D_1 + \beta D_2) A_p^+ - \frac{\alpha}{2} A_p^+ \\
-\frac{\partial A_p^-}{\partial Z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_p^-}{\partial T} = i g_e A_a^- A_s^+ + i \frac{\omega_p^2}{2k_1 c^2} \chi^{(3)} \left(|A_p^-|^2 + 2|A_s^+|^2 \right) A_p^- + \frac{\sigma}{2} (D_1 + \beta D_2) A_p^- - \frac{\alpha}{2} A_p^- \\
\frac{\partial A_s^+}{\partial Z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_s^+}{\partial T} = +i g_e A_a^{*+} A_p^- + i \frac{\omega_s^2 \chi^{(3)}}{2k_2 c^2} \left(|A_s^+|^2 + 2|A_p^-|^2 \right) A_s^+ + \frac{\sigma}{2} (\beta D_1 + D_2) A_s^+ - \frac{\alpha}{2} A_s^+ \\
-\frac{\partial A_s^-}{\partial Z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_s^-}{\partial T} = +i g_e A_a^{*-} A_p^+ + i \frac{\omega_s^2 \chi^{(3)}}{2k_2 c^2} \left(|A_s^-|^2 + 2|A_p^+|^2 \right) A_s^- + \frac{\sigma}{2} (D_2 + \beta D_1) A_s^- - \frac{\alpha}{2} A_s^- \\
\frac{\partial A_a^\pm}{\partial T} = i g_a c_a A_p^\pm A_s^{\mp*} - \frac{\Gamma}{2} A_a^\pm
\end{array} \right. \quad (33)$$

Avec $g_e = \frac{\mu_0 \gamma_1 \omega_p^2}{2k_1}$ et $g_a = \frac{\gamma_3 k_a}{2c_a^2}$.

Dans une première étape on s'intéresse au modèle d'intensités qu'on déduit du modèle général des amplitudes :

Pour ce calcul on applique le principe d'élimination adiabatique des variables rapides. On considère que la réponse de l'onde sonore est instantanée :

$$\frac{\partial A_a^\pm}{\partial T} \rightarrow 0 \quad (34)$$

On remplace les expressions de A_a^\pm dans les différentes équations d'amplitudes et on multiplie ces dernières par leurs amplitudes conjuguées. Finalement en sommant chaque équation avec son équation conjuguée, on aboutit au système d'intensités appelé système cinétique :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial D_1}{\partial T} &= p' - \frac{(D_1 + d_0)}{\tau} - 2 \frac{\sigma}{\hbar \omega} D_1 (I^+ + I^- + \beta(S^+ + S^-)) \\
\frac{\partial D_2}{\partial T} &= \gamma p' - \frac{(D_2 + d_0)}{\tau} - 2 \frac{\sigma}{\hbar \omega} D_2 (S^+ + S^- + \beta(I^+ + I^-)) \\
\left(\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial T} \pm \frac{\partial}{\partial Z} \right) I^\pm &= -g_B I^\pm B^\mp - \alpha I^\pm + \sigma (D_1 + \beta D_2) I^\pm \\
\left(\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial T} \pm \frac{\partial}{\partial Z} \right) B^\pm &= +g_B B^\pm I^\mp - \alpha B^\pm + \sigma (\beta D_1 + D_2) B^\pm
\end{aligned} \tag{35}$$

$$\text{Et } g_B = \frac{2g_e g_a c_a}{\Gamma}$$

Avec les conditions aux limites suivantes: (voir figure (III-9))

$$\begin{aligned}
I^+(0, t) &= R_1 \times I^-(0, t), \\
I^-(l, t) &= R_2 \times I^+(l, t), \\
B^+(0, t) &= R_1 \times B^-(0, t), \\
B^-(l, t) &= R_2 \times B^+(l, t).
\end{aligned} \tag{36}$$

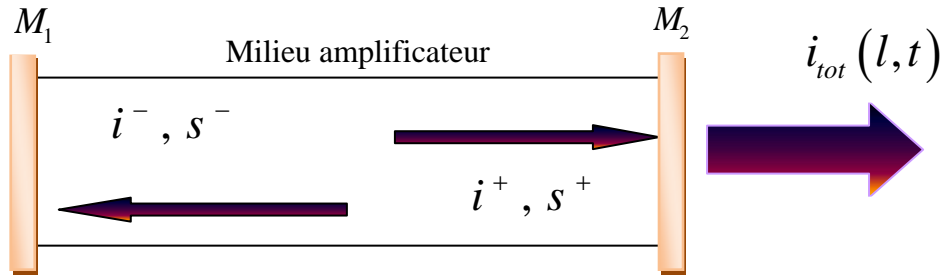


Figure (III-9) Schéma de la cavité optique.

Les différentes variables physiques, leurs unités et les constantes du modèle cinétique sont détaillées dans le tableau 1.

Tab (1) : Les constantes et les variables physiques qui interviennent dans le modèle

Symbole de la constante/variable	Nom de la constante /variable	Valeur numérique de la constante et unité / unité de variable
T	Temps	s
Z	Position	m
I (+, -)	Intensité laser (aller, retour)	watt/ m ²

B (+, -)	Intensité Brillouin (aller, retour)	watt/ m ²
n	Indice de réfraction de la Silice	1.45
c	Vitesse de la lumière dans le vide	$3 \times 10^{+8}$ m / s
v _g	Vitesse de groupe	$2.06 \times 10^{+8}$ m / s
L	Longueur de la cavité	10m
Tr=L / v _g	Temps de transit dans la fibre optique	48×10^{-9} s
g _B	Constante du gain Brillouin	$g_B = \frac{2g_e g_a c_a}{\Gamma}$
D ₁	Inversion de population associée au laser	m ⁻³
D ₂	Inversion de population associée au Brillouin	m ⁻³
d ₀	Densité des ions Ytterbium	10^{+24} m ⁻³
σ	Section efficace d'absorption de l'ion Ytterbium	$32 \cdot 10^{-25}$ m ²
β	Coefficient de saturation croisé	0.05
p	le pompage est supposé être uniforme le long de la fibre optique.	m ⁻³ /s
τ	temps de relaxation du niveau supérieur de la transition laser	0.8 m s
ħ	La constante de Planck	$1,055 \cdot 10^{-34}$ m ² kg /s
λ	La longueur d'onde	1,08μm.
ω	La pulsation.	$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$
γ	dichroïsme de pompage	0.7
R ₁ , R ₂	Réflexions des miroirs	1 et 0,16 (mauvaise cavité) 1et 0,9 (bonne cavité)
τ _c	Durée de vie d'un photon dans la cavité laser	10 ⁻⁷ s
α	Coefficient d'absorption intrinsèque	0.0458 m^{-1}

3.3 Modèle sans dimension

L'utilisation de variables réduites est souhaitable pour les traitements numériques. Pour notre système d'équations on procède comme suit :

Le temps T est normalisé par le temps de transit dans la fibre (T=48 ns): (t=T/T_r).

La composante longitudinale est normalisée par la longueur de la cavité L ($z=Z/L$). Donc la longueur de la cavité normalisée $l=1$. On note d_n les inversions de populations normalisées par la densité des ions de terres rares d_0 . On appelle i^\pm et s^\pm les intensités laser et Stokes normalisées par $I_0 = \hbar\omega/(\sigma T_r)$, les signes (+) et (-) désignent respectivement les ondes aller et retour.

Dans sa forme finale le modèle sans dimensions s'écrit :

$$\begin{aligned}\frac{\partial d_1}{\partial t} &= p - a_1(1 + d_1) - 2d_1 \left[(i^+ + i^-) + \beta(s^+ + s^-) \right], \\ \frac{\partial d_2}{\partial t} &= \gamma p - a_1(1 + d_2) - 2d_2 \left[\beta(i^+ + i^-) + (s^+ + s^-) \right], \\ \frac{\partial i^\pm}{\partial t} + \frac{\partial i^\pm}{\partial z} &= -Gi^\pm s^\mp - ki^\pm + A(d_1 + \beta d_2)i^\pm, \\ \frac{\partial s^\pm}{\partial t} + \frac{\partial s^\pm}{\partial z} &= +Gi^\mp s^\pm - ks^\pm + A(d_1 + \beta d_2)s^\pm,\end{aligned}\tag{37}$$

Les différents paramètres sont : $a_1 = T_r / \tau$, $A = \sigma N_0 L$, $G = g_B L I_0$, $p = \frac{p' T_r}{N_0}$ et $k = \alpha L$.

β est le paramètre de saturation croisée qui décrit le couplage entre les champs laser et stokes à travers le milieu amplificateur [81-83].

Avec les conditions aux limites :

$$\begin{aligned}i^+(0, t) &= R_1 \times i^-(0, t), s^+(0, t) = R_1 \times s^-(0, t) \\ i^-(l, t) &= R_2 \times i^+(l, t), s^-(l, t) = R_2 \times s^+(l, t)\end{aligned}\tag{38}$$

La validation du modèle cinétique est détaillée en annexe A.

3.4 La valeur de la constante du gain Brillouin

La valeur de la constante du gain Brillouin dépend des conditions expérimentales. La valeur maximum g_{B_0} est de l'ordre de $g_{B_0} = 5 \times 10^{-11}$ m/w. Elle correspond au centre de la raie Brillouin. Le rapport des largeurs des raies Brillouin et laser influe énormément sur la valeur de cette constante. On considère le cas où la largeur de la raie Brillouin $\Delta \nu_B = 10$ MHz [84] et la largeur de la raie laser $\Delta \nu_p = 100$ MHz.

On est donc dans le cas où $\Delta \nu_B \ll \Delta \nu_p$, par conséquent la variation du gain Brillouin dépend aussi de la longueur de cohérence du laser L_{coh} et la longueur d'interaction Brillouin L_{int} , avec

$$L_{coh} = \frac{c}{n\Delta\nu_p} \quad (39)$$

$$L_{int} = \frac{1}{g_{B_0}} I \quad (40)$$

La longueur de cohérence est estimée à $L_{coh} = 2m$. Pour le calcul de la longueur d'interaction Brillouin, on considère une puissance de 1W sur une surface effective du mode fondamental de $25\mu m^2$. On trouve $L_{int} = 0.5m$. On est donc dans le cas où $L_{coh} > L_{int}$.

L'intervalle spectral libre $\Delta\nu_{FSR} = 11$ MHz est supérieur à la largeur du gain Brillouin. Avec toutes ces considérations, le gain Brillouin s'écrit sous la forme suivante :

$$g_B = \frac{\Delta\nu_B}{\Delta\nu_p} g_{B_0} \quad (41)$$

Donc le gain Brillouin utilisé dans les calculs numériques est inférieur au gain Brillouin maximum g_{B_0} d'un facteur 10.

4 Résolution numérique

Le système d'équations est intégré numériquement en utilisant la méthode de Runge Kutta d'ordre quatre pour le temps et la méthode des différences finies à cinq points pour la position. On s'intéresse à l'évolution temporelle de l'intensité à la sortie de la cavité optique. Pour les simulations numériques on se place dans le cas pratique d'un laser à fibre double gaine dopée Ytterbium. Tous les paramètres sont connus, sauf les valeurs de γ et β qui sont choisies de façon à avoir le meilleur accord avec les observations expérimentales [76-78]. On prend $\gamma=0.7$, $\beta=0.05$.

Les pertes dans la cavité dépendent du choix des coefficients de réflectivité des miroirs. Le taux de pompage, défini comme le rapport du pompage sur le pompage seuil $r= p/p_{th}$, a une grande influence sur le comportement dynamique. C'est le paramètre qu'on va varier par la suite. Le seuil laser est calculé directement à partir du système d'équations (37).

4.1 Calcul du seuil laser

Au seuil, le mode Brillouin n'est pas encore excité ($G=0$), donc la saturation croisée est nulle.

Pour trouver le seuil laser, on calcule les expressions stationnaires des variables. On pose

$i = i^+ + i^-$. On trouve :

$$\bar{d}_1 = \frac{p - a_1}{a_1} \quad (42)$$

$$\bar{d}_2 = \frac{\gamma p - a_1}{a_1} \quad (43)$$

$$\frac{\partial \bar{i}}{\partial z} = A(\bar{d}_1 + \beta \bar{d}_2) \bar{i} - k \bar{i} \quad (44)$$

On remplace les expressions (27) et (28) dans l'équation (29), on trouve :

$$\frac{\partial \bar{i}}{\bar{i}} = (A(\bar{d}_1 + \beta \bar{d}_2) - k) \partial z \quad (45)$$

Qui a pour solution : $\bar{i}(z) = i_0 \exp\left(\left(A(\bar{d}_1 + \beta \bar{d}_2) - k\right)z\right) \quad (46)$

Au seuil le gain est égal aux pertes sur un aller retour donc :

$$i_0 = i_0 R_1 R_2 \exp\left(\left(A(\bar{d}_1 + \beta \bar{d}_2) - k\right)2l\right) \quad (47)$$

$$\ln \frac{1}{R_1 R_2} = \left(A \left(\frac{P_{th} - a_1}{a_1} + \beta \frac{\gamma P_{th} - a_1}{a_1} \right) - k \right) 2l \quad (48)$$

D'où l'expression du seuil laser :

$$P_{th} = \frac{a_1}{1 + \beta\gamma} \left[1 + \beta + \frac{1}{A} \left(k + \frac{1}{2l} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right) \right] \quad (49)$$

4.2 Résultats numériques

4.2.1 Cavité à fortes pertes

On considère une cavité à fortes pertes (où mauvaise cavité), les coefficients de réflectivité des miroirs sont $R_1 = 1$ et $R_2 = 0,16$. Afin d'illustrer l'instabilité que produit la DBS au niveau de l'intensité du laser à fibre de puissance pompé en continu, nous présentons les résultats obtenus sans le couplage Brillouin pour différents taux de pompage, (voir figure III-10), et les résultats obtenus avec le couplage Brillouin pour les mêmes taux de pompage, (voir figures III-11, III-12 et III-13). Les résultats de l'intégration numérique montrent que, pour la première série de résultats (sans couplage Brillouin), le laser présente un fonctionnement continu.

La deuxième série de résultats (avec couplage Brillouin) montre que pour la première valeur de taux de pompage ($r = 6,3$) une instabilité auto impulsienne régulière (self-pulsing) s'est installée. Elle est dans la gamme des microsecondes, (voir figure III-11.a). Pour cette dernière figure le régime transitoire a été enlevé. En augmentant le pompage, l'instabilité régulière devient progressivement irrégulière avec l'émergence d'une modulation rapide qu'on peut voir sur les figures (III-12) et (III-13.c).

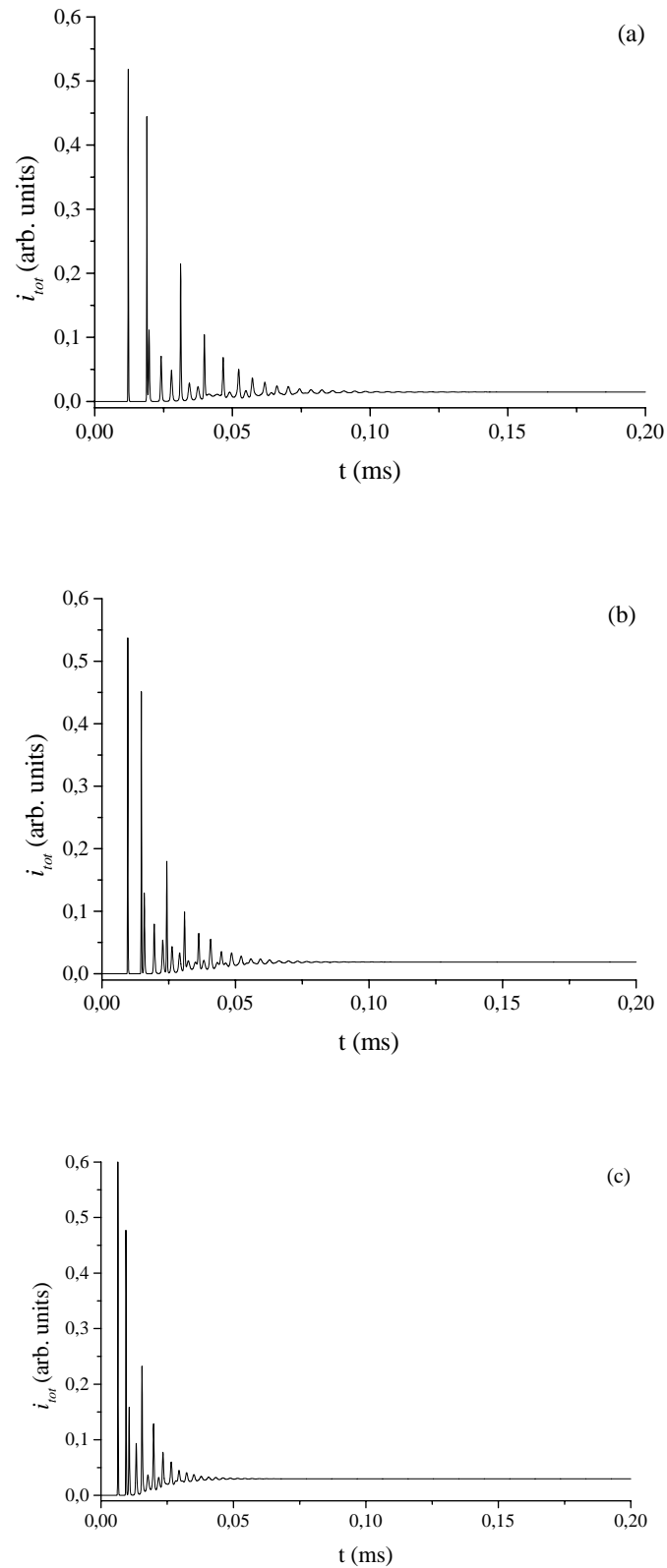
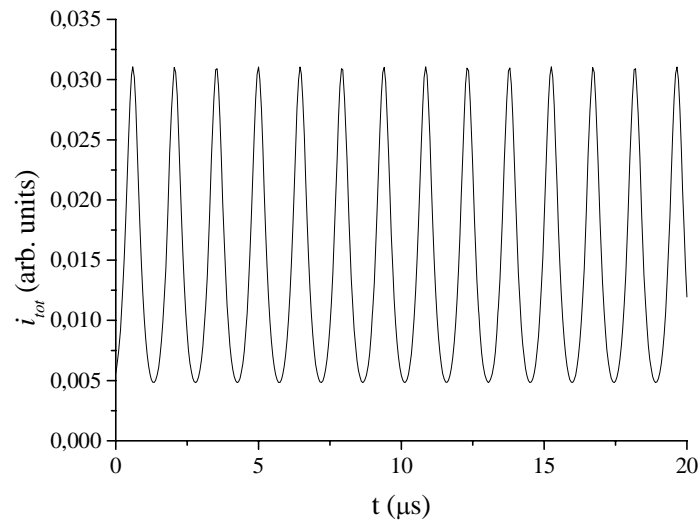
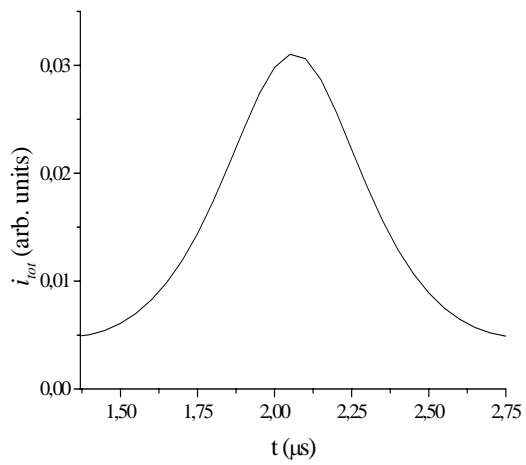


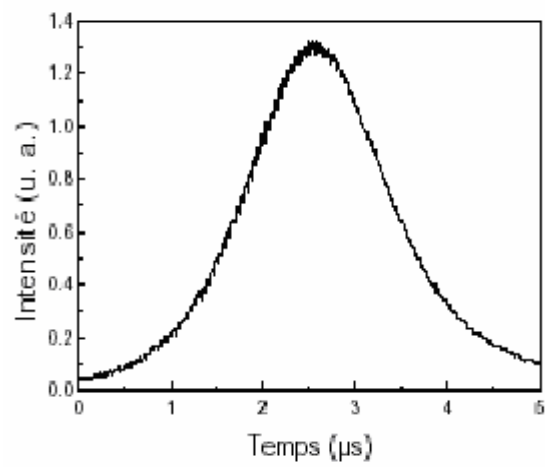
Figure (III-10) L'évolution temporelle de l'intensité laser sans couplage Brillouin à la sortie de la fibre ($z=L$) pour différentes valeurs de taux de pompage. (a) $r = 6.33$, (b) $r = 7.79$ et (c) $r = 11.68$.



(a)



(b)



(c)

Figure (III-11) L'évolution temporelle de l'intensité laser avec un couplage Brillouin, à la sortie de la fibre ($z=L$). Le taux de pompage est $r = 6.33$ (a) l'évolution temporelle de quelques impulsions, (b) le détail d'une impulsion, (c) le détail d'une impulsion enregistrée expérimentalement [77].

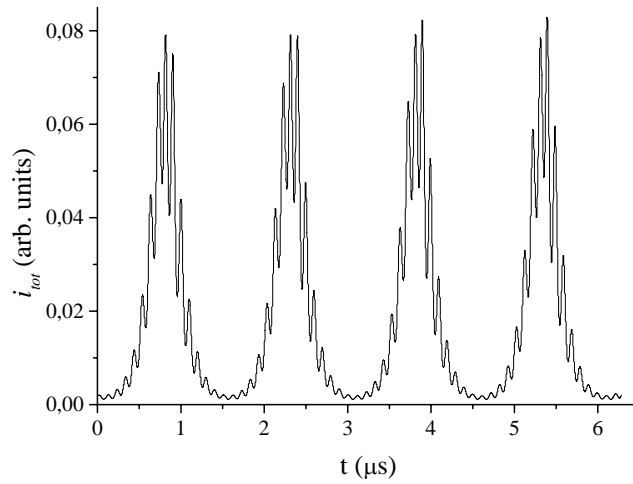


Figure (III-12) L'évolution temporelle de l'intensité laser avec un couplage Brillouin, à la sortie de la fibre ($z=L$). Le taux de pompage $r = 7.79$.

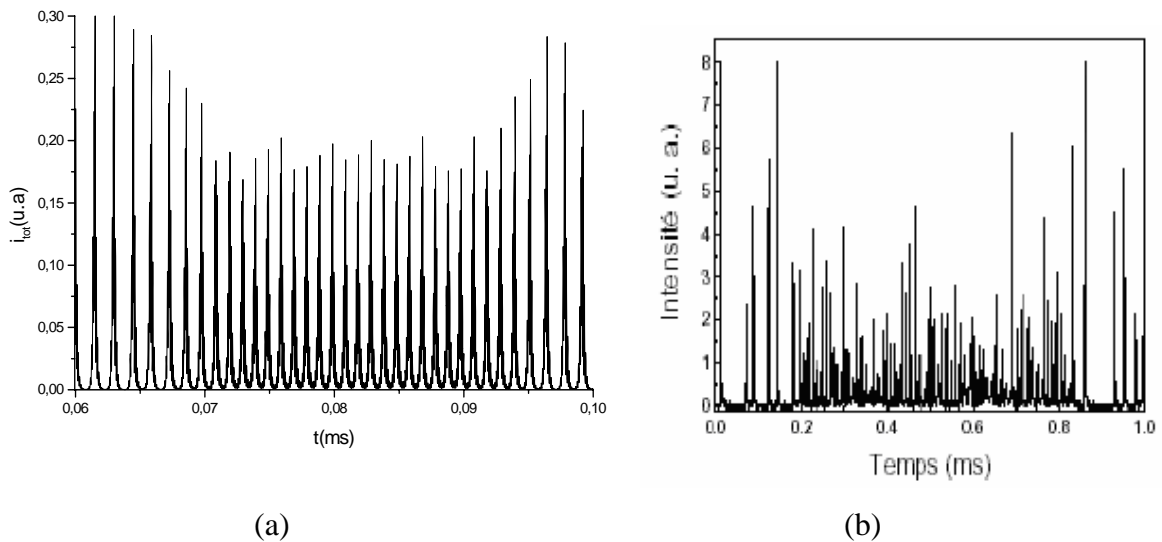


Figure (III-13.1) L'évolution temporelle de l'intensité laser avec un couplage Brillouin, à la sortie de la fibre ($z=L$). Le taux de pompage est $r = 11.68$. (a) le résultat numérique, (b) résultat expérimental [77].

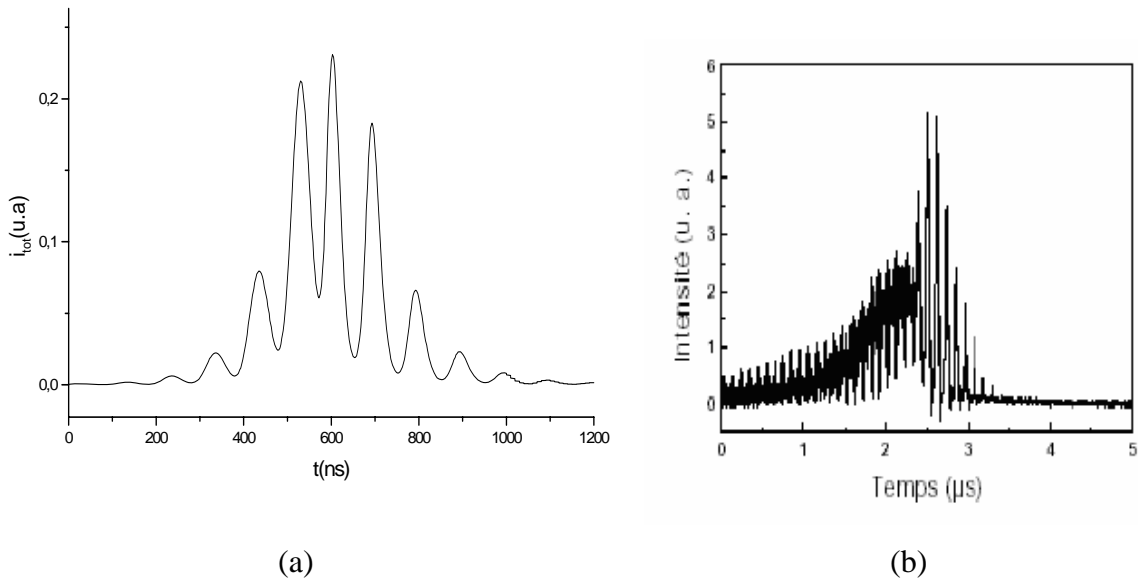
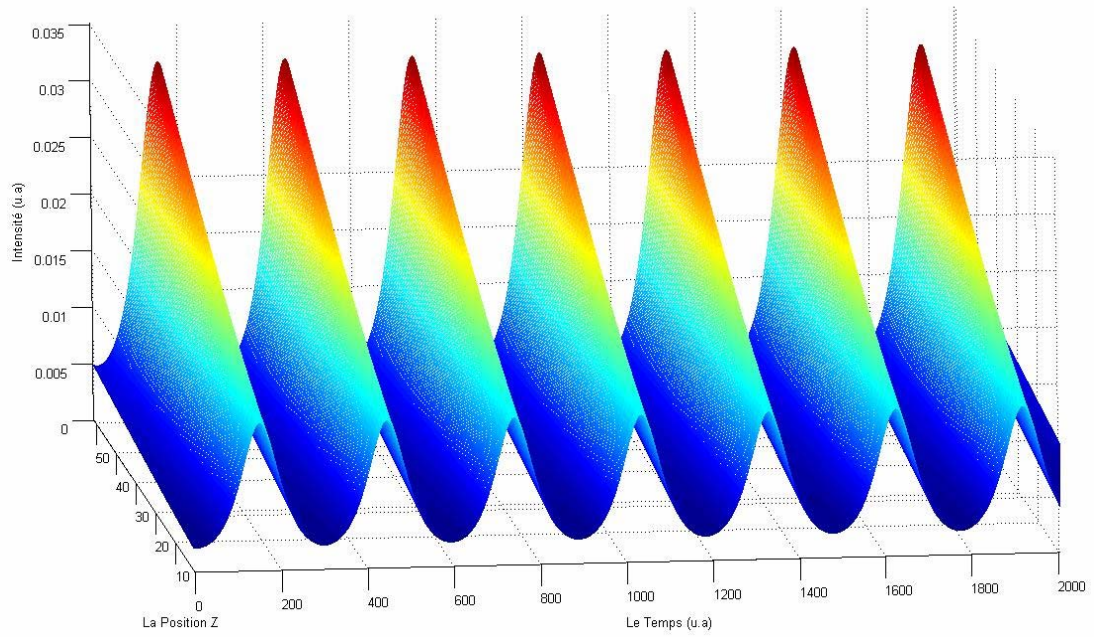


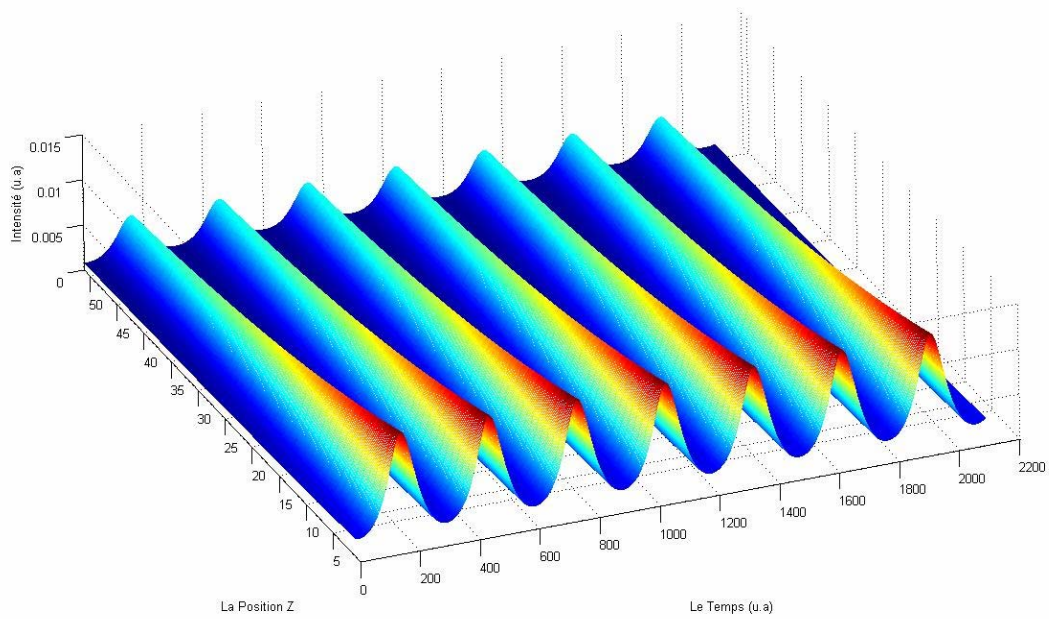
Figure (III-13.2) L'évolution temporelle de l'intensité laser avec un couplage Brillouin, à la sortie de la fibre ($z=L$). Le taux de pompage est $r = 11.68$. (a) le détail d'une impulsion tracée numériquement, (b) le détail d'une impulsion enregistrée expérimentalement.

Ce résultat est important pour deux raisons. Premièrement il est en bon accord avec l'expérience, comme on peut le voir sur les figure (III-11, III-13), ensuite il montre que l'instabilité auto impulsionnelle basse fréquence existe dans les lasers à fibre sans aucun absorbant saturable. On note aussi que la période de la modulation la plus rapide (figure III-12 et figure III-13.2.b) correspond à un aller retour dans la cavité. Donc en comparant ces résultats avec ceux obtenus dans le cas sans couplage Brillouin on confirme que l'origine de l'instabilité est bien l'effet Brillouin.

Les figures (III-14), (III-15) et (III-16), montrent pour différentes valeurs de taux de pompage la variation de l'intensité totale le long de la cavité optique à fortes pertes en fonction de la position z et du temps T . Les ondes aller se propagent en s'amplifiant vers les z croissants, et les ondes retour se propagent avec une amplification vers les z décroissants.

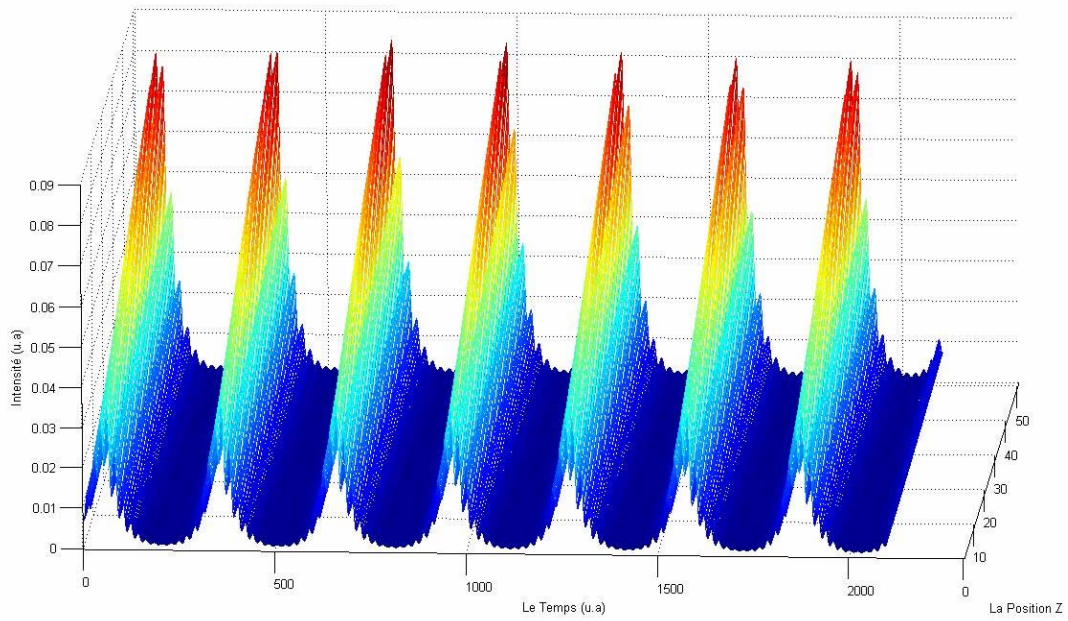


(a)

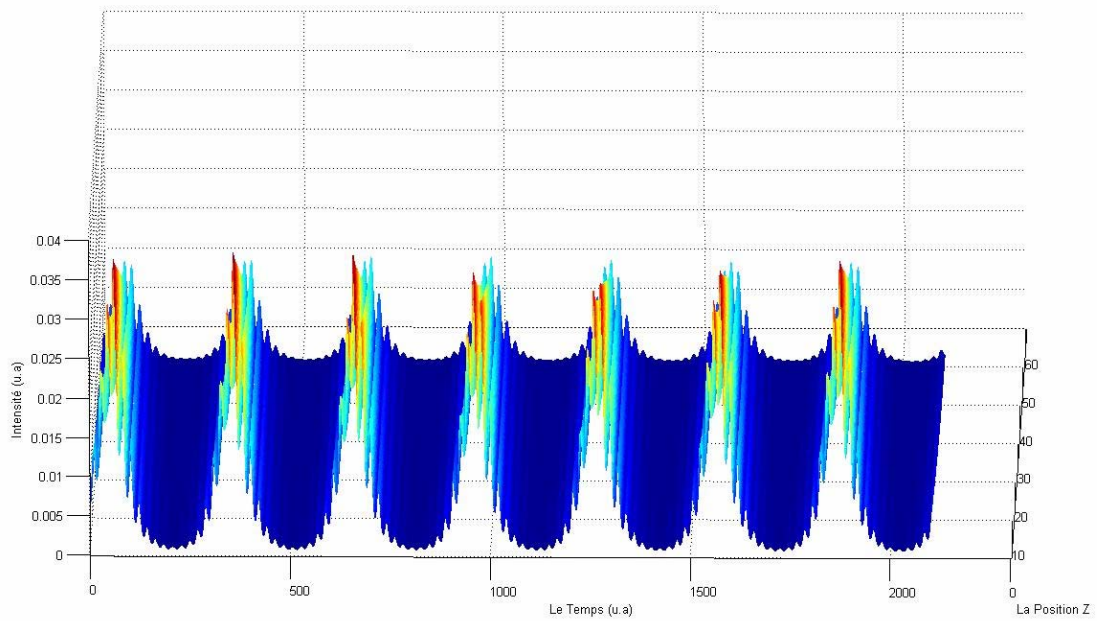


(b)

Figure (III-14) L'évolution temporelle et spatiale de l'intensité totale : (a) les ondes aller, (b) les ondes retour le long de la cavité à fortes pertes pour un taux de pompage $r=6.33$.



(a)



(b)

Figure (III-15) l'évolution temporelle et spatiale de l'intensité totale : (a) les ondes aller, (b) les ondes retour, le long de la cavité à fortes pertes pour un taux du pompage $r=7,79$.

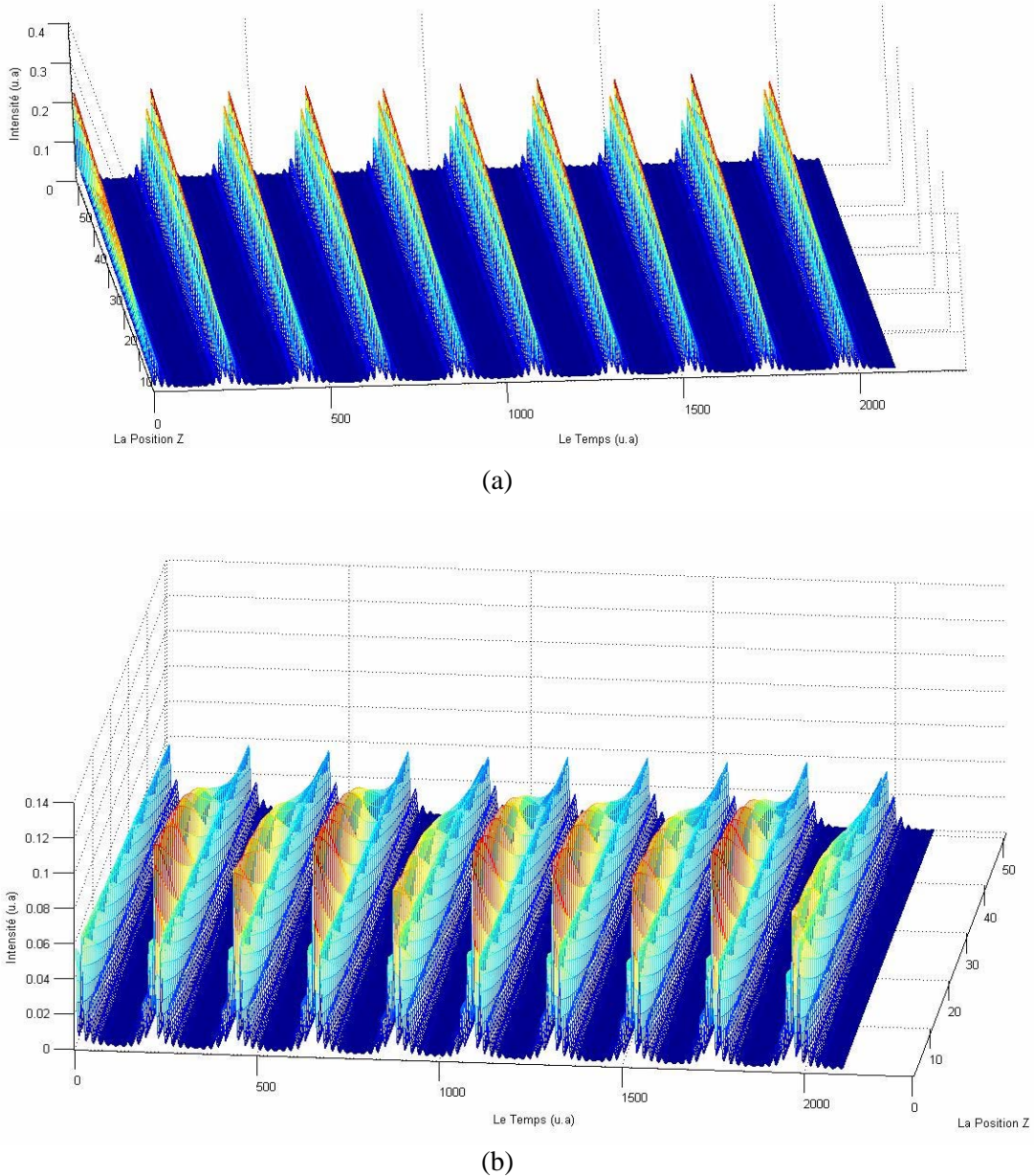


Figure (III-16) l'évolution temporelle et spatiale de l'intensité totale des ondes aller (a) et des ondes retour (b) le long de la cavité à fortes pertes pour un taux du pompage $r=11,68$.

Le tracé du carré de la basse fréquence relevée des spectres de Fourier en fonction du taux de pompage illustre une droite conforme au tracé de la basse fréquence caractéristique d'un laser avec absorbant saturable $\omega_b^2 \propto r-1$ [82], voir figure (III-17). En fait c'est une manière de montrer que le laser à fibre de puissance se comporte près du seuil comme un laser à absorbant saturable en présence de la DBS.

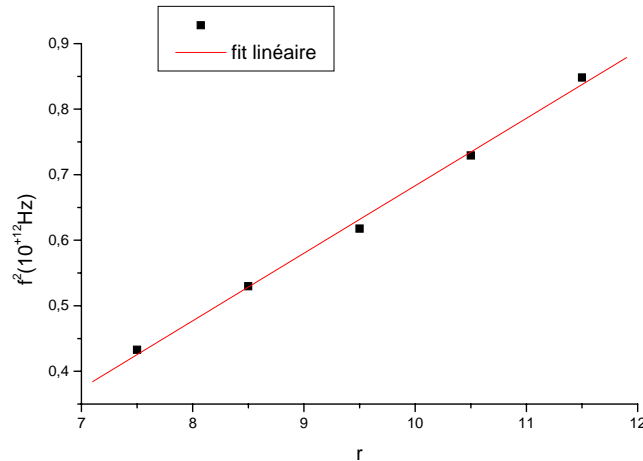


Figure (III-17) variation du carré de la basse fréquence ω_b^2 en fonction du taux de pompage.

Les points sont ajustés par une droite.

4.1.2 Cavité à faibles pertes

Dans une deuxième étape on considère une cavité à faible pertes (bonne cavité), avec les coefficients de réflectivité $R_1=1$ et $R_2=0,9$.

Sans le couplage Brillouin, le laser présente un fonctionnement dynamique continu pour différents taux de pompage, avec des régimes transitoires courts.

Avec le couplage Brillouin, le laser présente un fonctionnement continu quelque soit le taux de pompage, comme on peut le constater sur la figure (III-18).

Pour le taux de pompage $r=6$ on remarque que le régime transitoire s'étale sur une période de 0,15 ms avant que le régime continu soit atteint. La figure (III-19) illustre l'évolution temporelle de l'intensité pour différents taux de pompage ($r=6,33$, $r=7,79$, $r=11,68$). En augmentant le taux de pompage le fonctionnement continu persiste avec une diminution de la durée de vie du régime transitoire et l'amplitude des oscillations qui constituent le régime transitoire. En conclusion, pour la cavité à faibles pertes, on remarque que la diffusion Brillouin stimulée se comporte différemment et influe sur l'amplitude du régime transitoire, qui devient plus importante.

Ce résultat est tout à fait conforme aux observations expérimentales, où le laser à fibre double gaine dopée ytterbium présente un fonctionnement continu quand on augmente la puissance de pompage, voir figure (III-8).

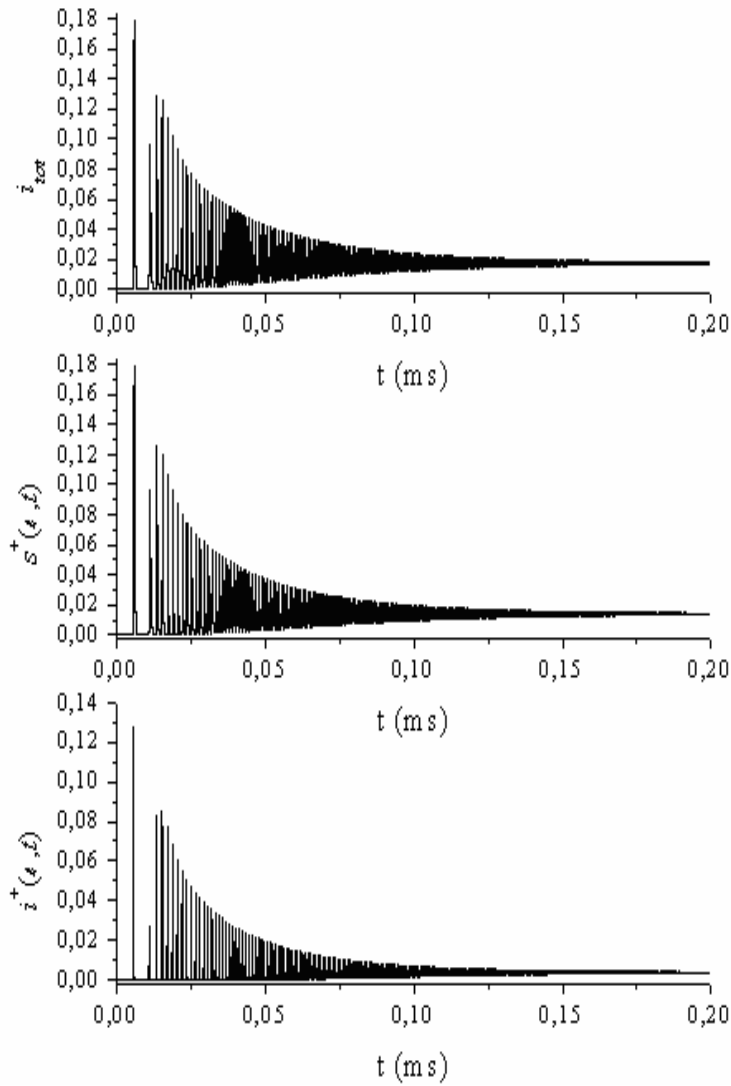
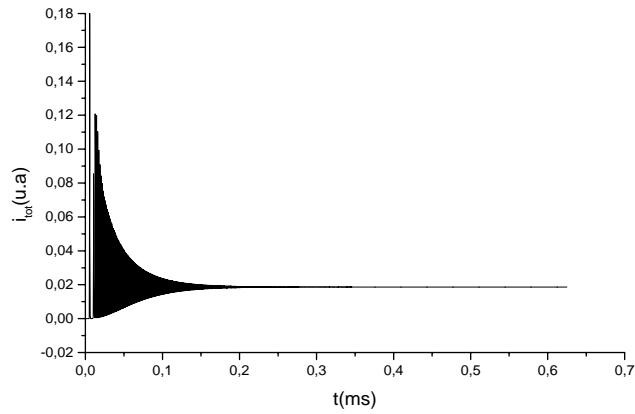
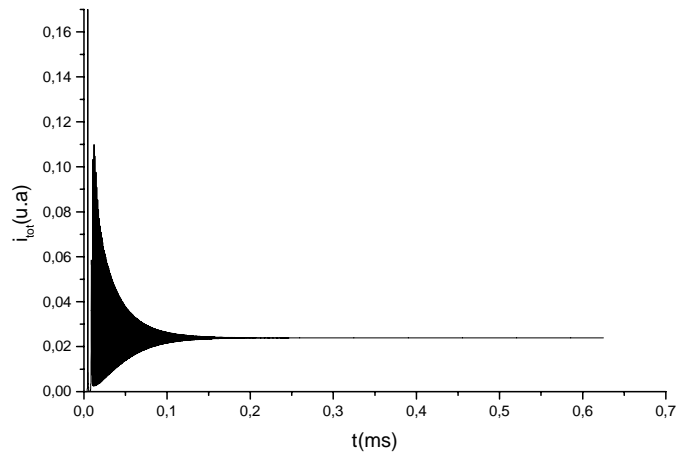


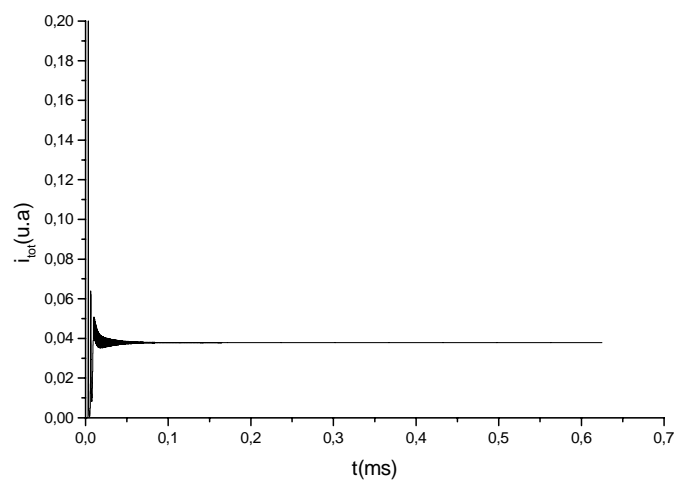
Figure (III-18) L'évolution temporelle de l'intensité laser ($i^+(l, t)$) et Brillouin ($s^+(l, t)$) à la sortie de la fibre, et l'évolution temporelle de l'intensité totale (i_{tot}). Le taux de pompage est $r = 6$.



(a)



(b)



(c)

Figure (III-19) L'évolution temporelle de l'intensité totale pour différents taux de pompage :

(a) $r=6.33$, (b) $r=7.79$ et (c) $r=11.68$.

5 Conclusion

Dans cette étude on a montré que pour un laser à fibre de puissance dopée ytterbium, et dans le cas d'une cavité à fortes pertes, la dynamique présente un fonctionnement auto impulsional sans aucun absorbant saturable pour les premiers taux de pompage. Ce résultat est observé expérimentalement, voir figure (III-6). Pour des taux de pompage plus élevés la dynamique présente un fonctionnement plus complexe. Les pics intenses observés expérimentalement sont d'une durée de quelques nanosecondes, alors que les pics tracés numériquement sont d'une durée de quelques pico seconde. Cette limitation du modèle est une conséquence de l'approche utilisée, qui considère que le gain Brillouin est instantané.

Pour la bonne cavité où cavité à faibles pertes la dynamique présente un fonctionnement continu quel que soit le taux de pompage. Ce qui est conforme aux observations expérimentales.

De cette étude on retiendra que le laser à fibre de puissance en présence de la diffusion Brillouin stimulée et en fonction des pertes dans la cavité présente pour des taux de pompage faible, une dynamique similaire à celle d'un laser avec un absorbant saturable.

Chapitre IV

Le modèle des amplitudes couplées

1 Introduction

Dans le chapitre précédent, on avait proposé une approche théorique pour décrire l'instabilité Brillouin dans les lasers à fibre de puissance pompés en continu. L'approche a consisté en un modèle cinétique composé de deux équations pour les inversions de population et de quatre équations pour les intensités des ondes optiques, avec l'élimination adiabatique de l'onde sonore. Les résultats obtenus ont montré que les instabilités observées sont dues uniquement à la composante Brillouin fondamentale. Les résultats trouvés sont en bon accord qualitatif avec les observations expérimentales. Dans ce quatrième chapitre nous allons étudier numériquement l'influence de la diffusion Brillouin dans une cavité laser en utilisant le modèle cohérent détaillé au chapitre III, en tenant compte uniquement de la dynamique de l'onde acoustique.

2 Le Modèle des Amplitudes Couplées (MAC)

Dans ce chapitre, l'influence de l'effet Brillouin sur la dynamique d'un laser à fibre de puissance, dans une cavité type Fabry Pérot, est décrite par le modèle des amplitudes couplées. Cette approche est la même que celle utilisée dans le chapitre deux. Elle consistait à considérer deux équations d'inversion de population afin de décrire l'évolution temporelle du milieu amplificateur. On ne tient pas compte des ordres supérieurs des composantes Stokes. Le gain de la diffusion Brillouin n'est plus considéré comme instantané. Les ondes sont décrites en termes d'amplitudes des champs optiques et acoustique et des conditions aux limites. Dans sa forme initiale, ce modèle d'amplitudes couplées (1) comprend huit équations, deux pour les inversions de population et six pour les amplitudes des champs optique et acoustique :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial D_1}{\partial T} &= p' - \frac{(D_1 + d_0)}{\tau} - \frac{\sigma n c \varepsilon_0}{\hbar \omega} D_1 \left(|A_p^+|^2 + |A_p^-|^2 + \beta \left(|A_s^+|^2 + |A_s^-|^2 \right) \right) \\
 \frac{\partial D_2}{\partial T} &= \gamma p' - \frac{(D_2 + d_0)}{\tau} - \frac{\sigma n c \varepsilon_0}{\hbar \omega} D_2 \left(|A_s^+|^2 + |A_s^-|^2 + \beta \left(|A_p^+|^2 + |A_p^-|^2 \right) \right) \\
 \frac{\partial A_a^\pm}{\partial T} &= i g_a A_p^\pm A_s^{\mp*} - \frac{\Gamma}{2} A_a^\pm \\
 \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_p^\pm}{\partial T} \pm \frac{\partial A_p^\pm}{\partial Z} &= i g_e A_s^\mp A_a^\pm - \frac{\alpha}{2} A_p^\pm + \frac{\sigma}{2} (D_1 + \beta D_2) A_p^\pm \\
 \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_s^\pm}{\partial T} \pm \frac{\partial A_s^\pm}{\partial Z} &= i g_e A_p^\mp A_a^{\mp*} - \frac{\alpha}{2} A_s^\pm + \frac{\sigma}{2} (D_2 + \beta D_1) A_s^\pm
 \end{aligned} \tag{1}$$

Rappelons les différentes variables et constantes :

D_1, D_2 sont les inversions de populations associées aux ondes laser et Brillouin.

A_a^\pm est l'amplitude du champ acoustique, A_p^\pm et A_s^\pm sont les amplitudes des champs optiques laser et Brillouin. Les signes + et - désignent respectivement les ondes aller et retour.

T et Z sont les variables temps et position respectivement.

$d_0 = 10^{24} m^{-3}$ est la densité des ions dopant, $\tau = 800 \mu s$ est la durée de vie de l'inversion de population, p' est le paramètre du pompage considéré uniforme long de la cavité, σ est la section efficace d'émission, γ est le paramètre de dichroïsme du pompage.

β est le paramètre de saturation croisée. v_g est la vitesse de groupe des ondes optiques. Γ est le coefficient d'amortissement de l'onde sonore. α est le coefficient d'absorption défini dans le chapitre trois, g_e et g_a sont les coefficients de couplage optique et acoustique respectivement.

Pour adimensionner le système (1) on pose :

$$d_{1,2} = \frac{D_{1,2}}{d_0}, \quad t = \frac{T}{T_r}, \quad z = \frac{Z}{L}, \quad e_{p,s}^\pm = \frac{A_{p,s}^\pm}{A_0}, \quad e_a^\pm = \frac{\Gamma}{2 i g_a |A_0|^2} A_a^\pm.$$

On rappelle que T_r est le temps de transit dans la cavité, de longueur $L=10$ m.

A_0 est l'amplitude du champ optique de saturation.

Après plusieurs étapes de calcul, le système (1) devient

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial d_1}{\partial t} &= p - a_1(d_1 + 1) - 2d_1 \left(|e_p^+|^2 + |e_p^-|^2 + \beta \left(|e_s^+|^2 + |e_s^-|^2 \right) \right), \\
 \frac{\partial d_2}{\partial t} &= \gamma p - a_1(d_2 + 1) - 2d_2 \left(|e_s^+|^2 + |e_s^-|^2 + \beta \left(|e_p^+|^2 + |e_p^-|^2 \right) \right), \\
 \frac{\partial e_a^\pm}{\partial t} &= \alpha_a \left(e_p^\pm e_s^{\mp*} - e_a^\pm \right), \\
 \frac{\partial e_p^\pm}{\partial t} \pm \frac{\partial e_p^\pm}{\partial z} &= -g_c e_s^\mp e_a^\pm - \frac{\alpha_c}{2} e_p^\pm + \frac{A_c}{2} (d_1 + \beta d_2) e_p^\pm, \\
 \frac{\partial e_s^\pm}{\partial t} \pm \frac{\partial e_s^\pm}{\partial z} &= g_c e_p^\mp e_a^{\mp*} - \frac{\alpha_c}{2} e_s^\pm + \frac{A_c}{2} (d_2 + \beta d_1) e_s^\pm,
 \end{aligned} \tag{2}$$

Avec:

$$a_1 = \frac{T_r}{\tau}, \quad A_c = \sigma d_0 L, \quad g_c = \frac{g_B L |A_0|^2}{2} \quad \text{avec} \quad g_B = \frac{2g_c g_a c_a}{\Gamma}, \quad \alpha_c = \alpha L, \quad \alpha_a = \frac{T_r \Gamma}{2}.$$

g_c est le gain Brillouin adimensionné.

Les conditions aux limites imposées par le dispositif expérimental s'écrivent

$$\begin{aligned}
 e_p^+(0, t) &= \sqrt{R_1} e_p^-(0, t), \\
 e_p^-(l, t) &= \sqrt{R_2} e_p^+(l, t), \\
 e_s^+(0, t) &= \sqrt{R_1} e_s^-(0, t), \\
 e_s^-(l, t) &= \sqrt{R_2} e_s^+(l, t).
 \end{aligned} \tag{3}$$

R_1 et R_2 sont les coefficients réflexion des deux miroirs de la cavité optique.

Le seuil laser est déduit analytiquement du modèle (2), en suivant les mêmes étapes de calculs détaillés au chapitre 3. On trouve l'expression suivante :

$$p_{th} = \frac{a_1}{1 + \beta \gamma} \left[1 + \beta + \frac{1}{A_c} \left(\alpha_c + \frac{1}{2\ell} \ln \frac{1}{\sqrt{R_1} \sqrt{R_2}} \right) \right] \tag{4}$$

3 Résolution numérique

Le modèle des amplitudes couplées est intégré numériquement en utilisant la même méthode que dans le chapitre trois. On s'intéresse à l'évolution temporelle des intensités laser et Brillouin à la sortie de la cavité optique, pour le cas d'un laser à fibre double gaine dopée ytterbium. On distinguera deux séries de résultats. Les premiers pour une cavité à fortes pertes et les seconds pour une cavité à faibles pertes.

Le paramètre du contrôle $r=p/p_{th}$ est défini comme le rapport du pompage optique sur le pompage seuil.

3.1 Résultats numériques

3.1.1 Cavité à fortes pertes

Dans cette première série des résultats de l'intégration numérique, on remarque un comportement dynamique continu pour des taux de pompage $<2,3$, comme on peut le constater sur la figure (VI-1) pour $r=1,5$. L'apparition d'une instabilité auto impulsive régulière d'une période de $5\mu s$ et d'une durée de $2\mu s$ survient pour un taux de pompage $r=2,3$, voir figure (IV-2). La valeur du seuil d'instabilité est considérablement réduite avec ce modèle et se rapproche du seuil d'instabilité observé expérimentalement $r=1,63$ [77].

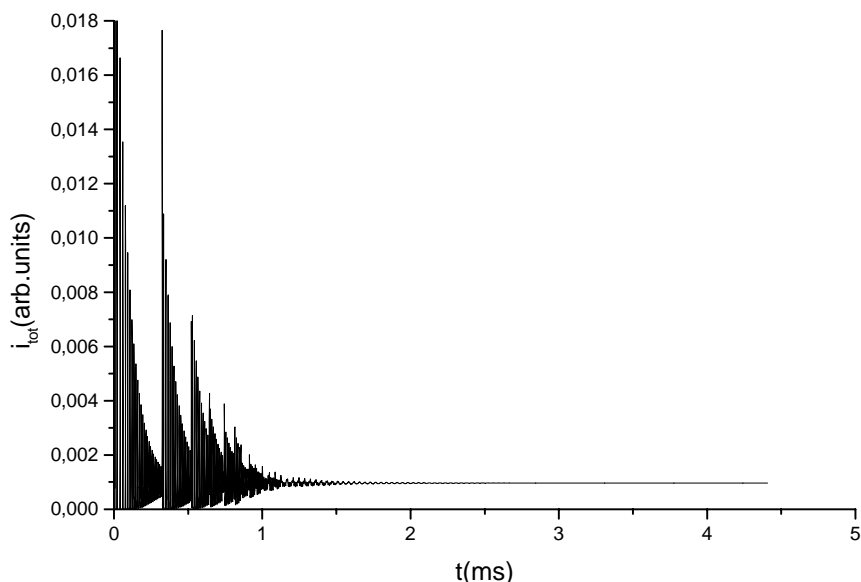


Figure (IV-1) : Evolution temporelle à $z=L$ de l'intensité totale ($i^+ + s^+$) pour un taux du pompage $r=1.5$.

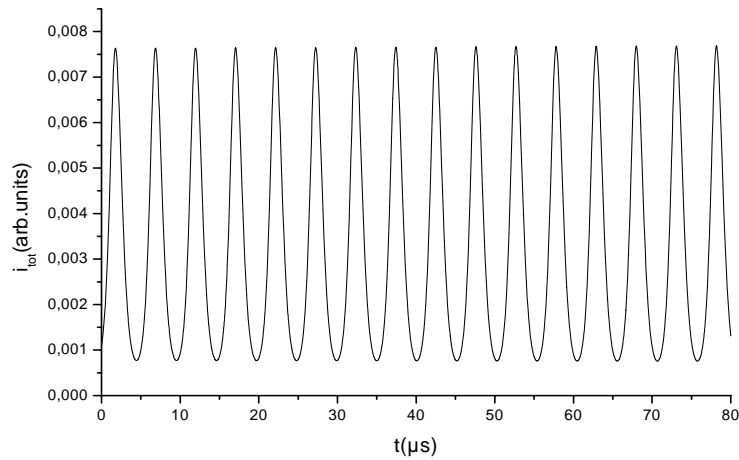


Figure (IV-2) : Evolution temporelle à $z=L$ de l'intensité totale ($i^+ + s^+$) pour un taux du pompage $r=2,3$.

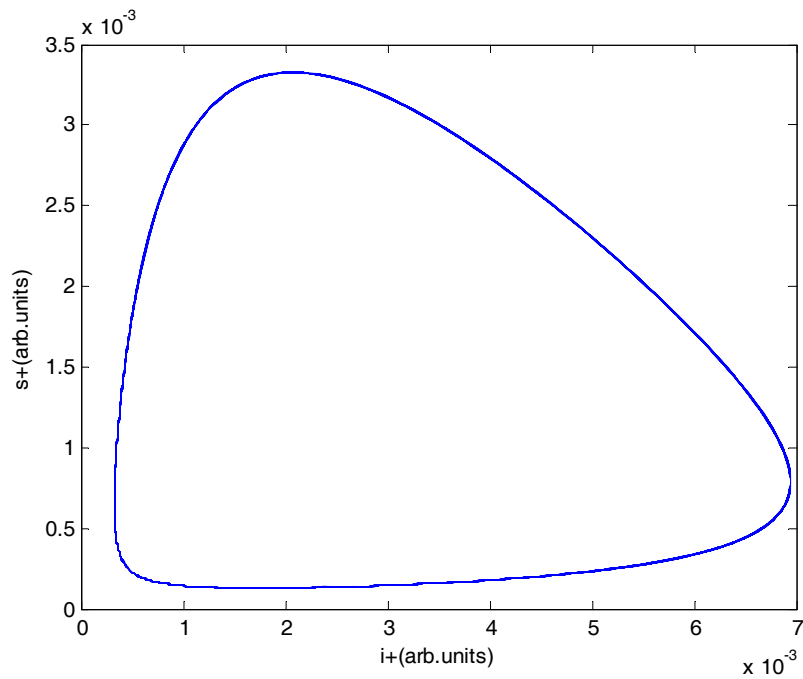


Figure (IV-3): Portrait de phase de l'intensité Brillouin (s^+) en fonction de l'intensité laser (i^+) pour un taux de pompage $r=2,3$.

Pour l'étude de la dynamique on utilise l'espace de phase qu'est un espace abstrait où les axes représentent les variables dynamiques (les intensités), les trajectoires de l'espace de phase sont des courbes solutions des systèmes. Le portrait de phase pour $r=2,3$ illustre la trajectoire de l'intensité Brillouin en fonction de l'intensité laser. C'est un cycle limite associé à un régime dynamique T -périodique, voir figure (IV-3). Cette dynamique évolue vers un régime périodique $2T$ pour $r=2,5$, avec une augmentation d'un facteur deux dans l'amplitude de

l'intensité totale, voir figure (IV-4). Le portrait de phase associé à ce régime montre deux boucles, voir figure (IV-5).

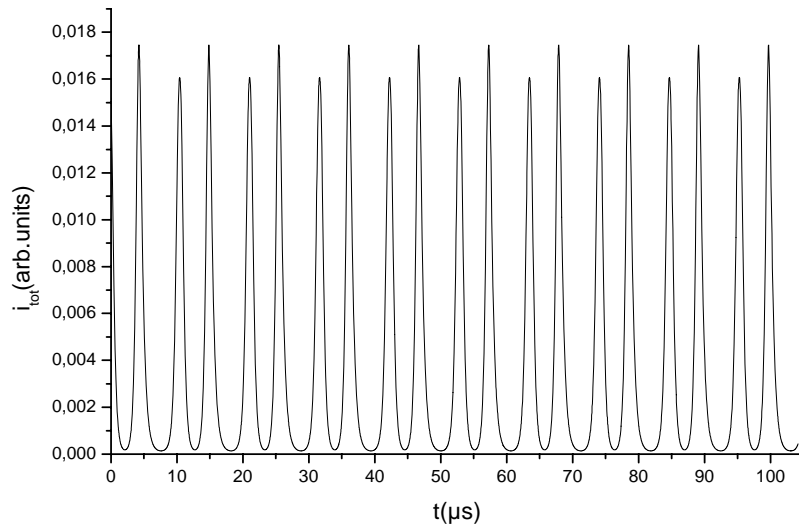


Figure (IV-4): Evolution temporelle à $z=L$ de l'intensité totale pour un taux du pompage $r=2,5$.

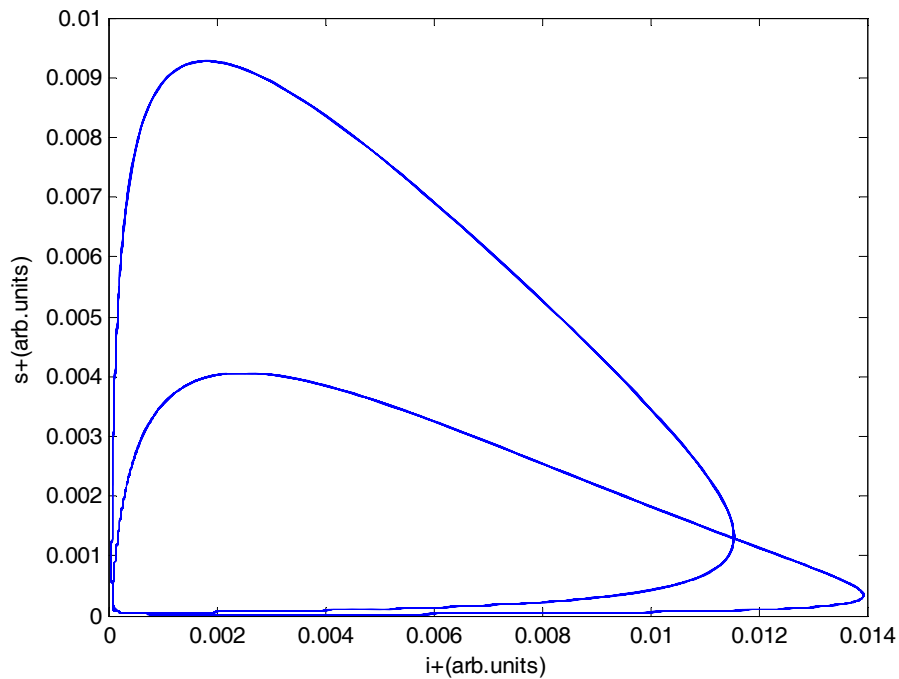


Figure (IV-5): Portrait de phase de l'intensité Brillouin (s^+) en fonction de l'intensité laser (i^+) pour un taux de pompage $r = 2,5$.

En augmentant le taux de pompage à $r=2,7$, un régime composé de plusieurs trains d'impulsions s'installe. On peut noter qu'entre deux trains successifs, les impulsions diminuent considérablement en amplitude pour augmenter graduellement pendant la durée du train d'impulsions suivant, (voir Figure (IV-6)). La période fondamentale est de l'ordre de $5\mu\text{s}$.

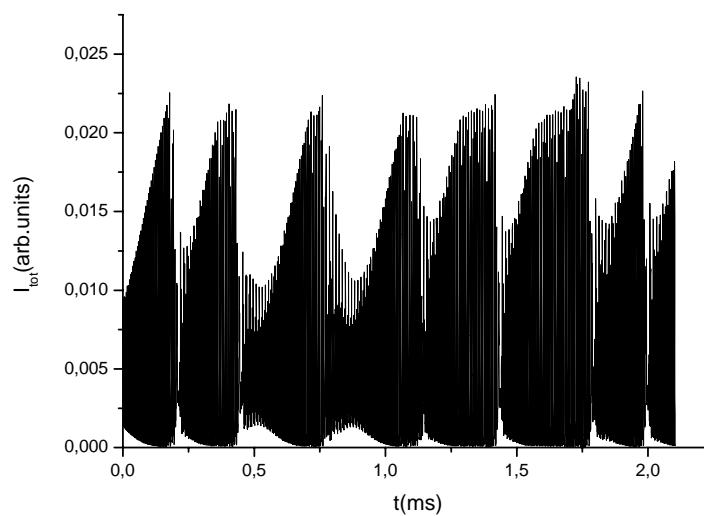


Figure (IV-6): Evolution temporelle à $z=L$ de l'intensité totale pour un taux de pompage $r=2,7$.

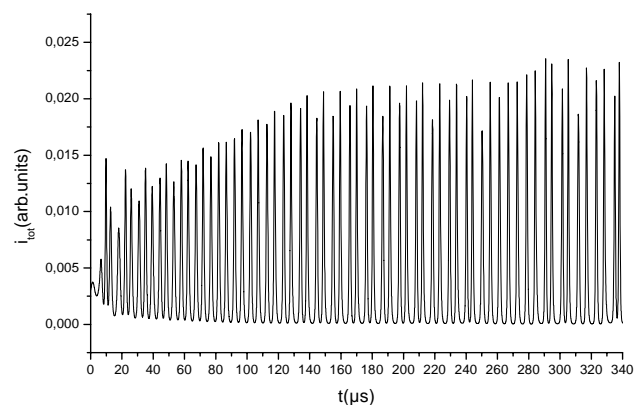


Figure (IV-7): Détail de l'évolution temporelle de l'intensité d'un train d'impulsions, pour un taux de pompage $r=2,7$.

Pour la caractérisation des dynamiques quasi périodique et chaotique, on trace le diagramme de nième retour. Ce dernier est une application unidimensionnelle qui relie la coordonnée i_{k+n} d'un point au temps $(k+n)T$ à la coordonnée i_k de temps kT [86]. Cette application peut être considérée comme une reconstruction de la section de Poincaré à l'aide de coordonnées décalées :

$$i_{k+1} = f(i_k) \quad (5)$$

Pour la valeur du taux de pompage $r=2,7$ le diagramme illustre un ensemble de points qui ne suit aucune distribution connue, ce qui traduit un régime dynamique chaotique. Comme le confirme le spectre de Fourier de l'amplitude de l'intensité qui présente un nombre infini de fréquence et une bande de bruit très important, voir figure (IV-9).

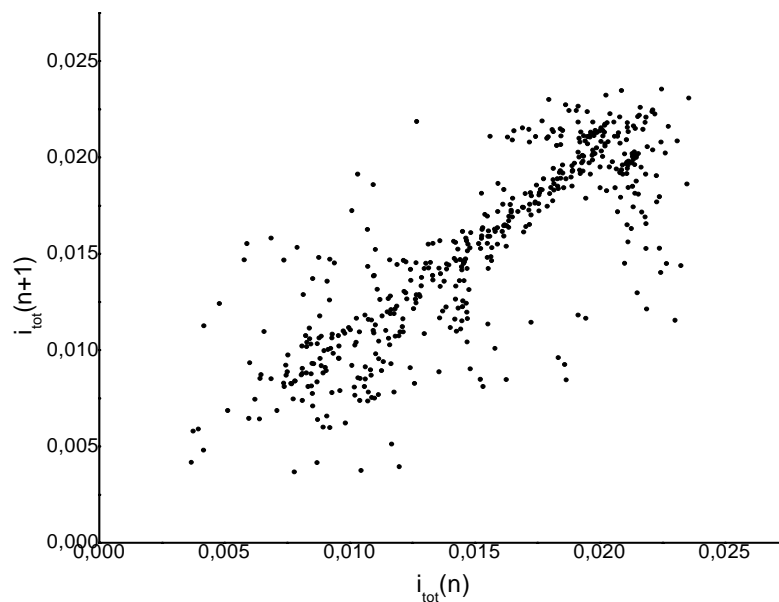


Figure (IV-8): Diagramme de premier retour pour un taux du pompage $r=2,7$.

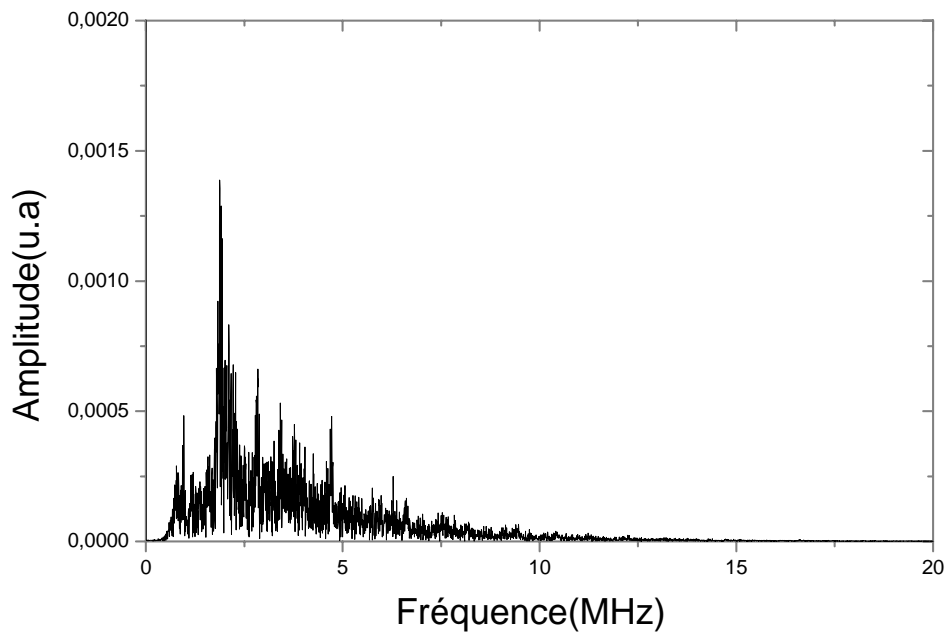


Figure (IV-9): Spectre de Fourier de l'amplitude de l'intensité pour un taux de pompage $r=2,7$.

En augmentant la valeur du taux de pompage r , on note en particulier l'apparition d'un régime périodique $2T$ pour $r=4$, avec une période des impulsions de 100 ns, ce qui correspond au temps d'un aller retour dans la cavité et une durée des impulsions d'environ 18 ns qui se rapproche de la durée de vie de l'onde sonore voir (figure (IV-10)). Un portrait de phase et un diagramme de premier retour ont été faits pour confirmer cette dynamique, voir figure (IV-11) et figure (IV-12).

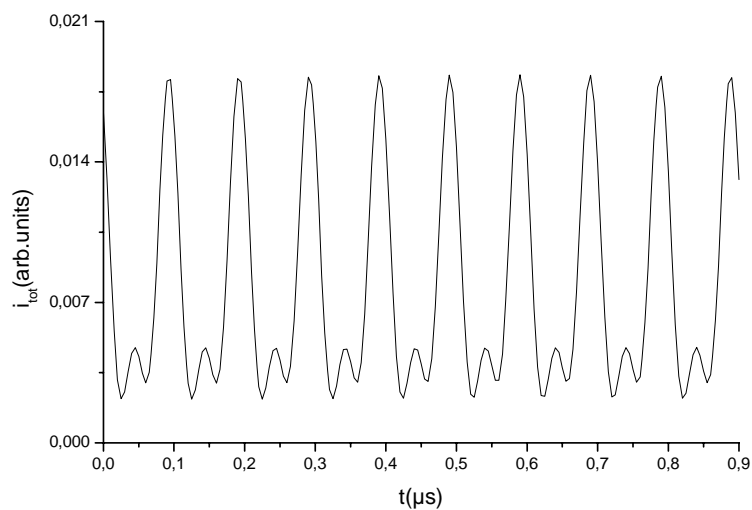


Figure (IV-10): Evolution temporelle à $z=L$ de l'intensité totale pour un taux du pompage $r=4$.

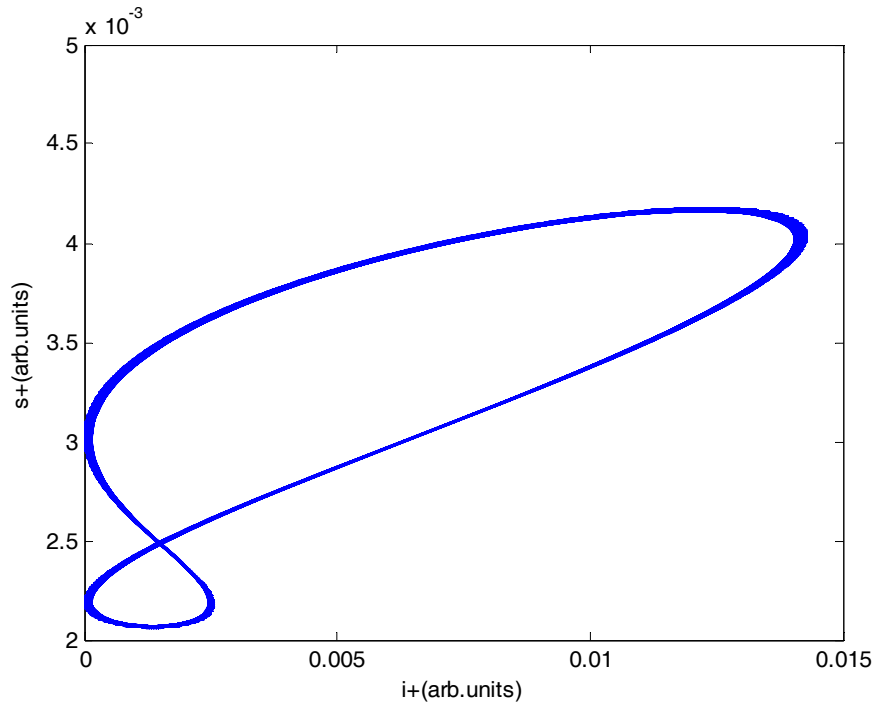


Figure (IV-11): Portrait de phase de l'intensité Brillouin (s^+) en fonction de l'intensité laser (i^+) pour un taux de pompage $r=4$.

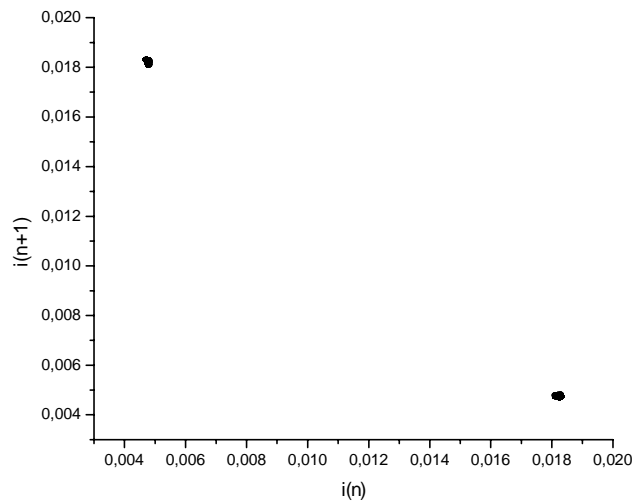


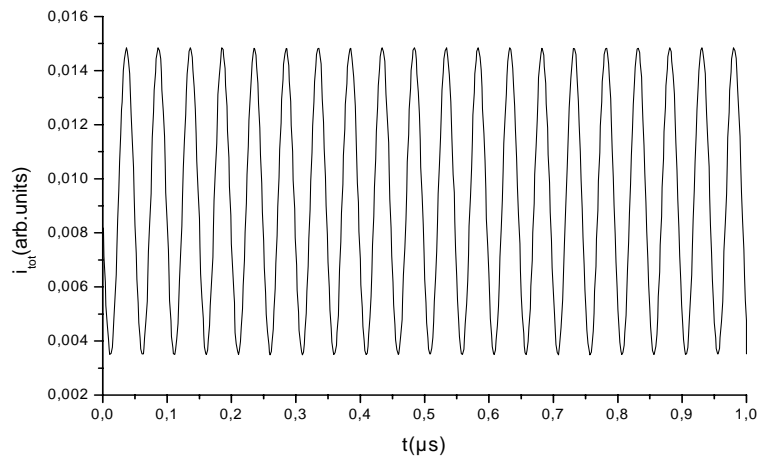
Figure (IV-12): Diagramme de premier retour pour un taux du pompage $r=4$.

Un régime périodique sinusoïdal est observé à $r=4,5$ d'une période de 50 ns, l'équivalent de la durée de transit dans la cavité optique, avec une durée d'impulsion de 18 ns voir figure (IV-13.a). Cette durée n'a pas changée par rapport à celle retrouvée pour $r=4$, et elle est très

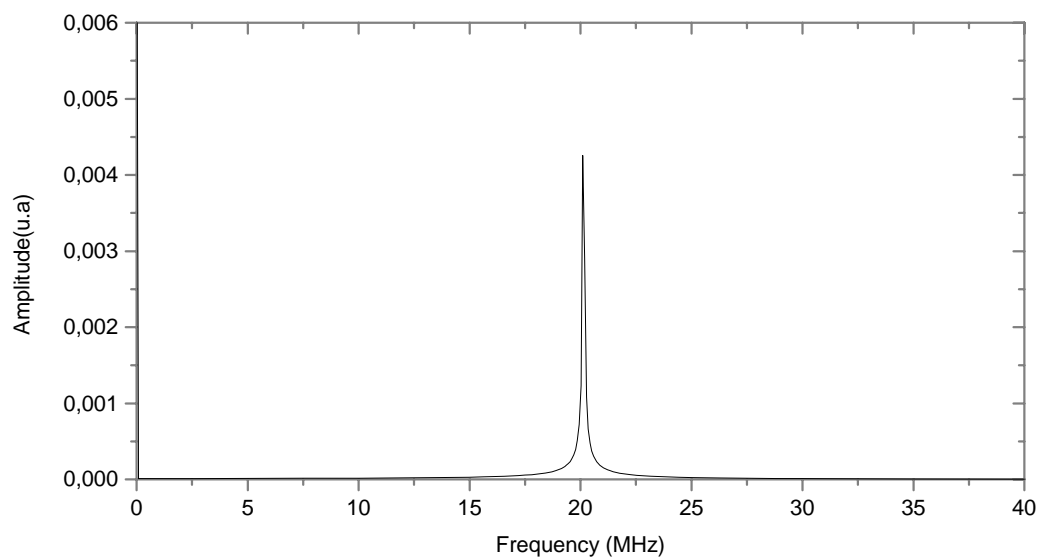
Chapitre IV: Le modèle des amplitudes couplées

proche de la durée de vie de l'onde acoustique qui est de l'ordre de 16ns. Le spectre de Fourier de l'amplitude de l'intensité montre une fréquence unique, ce qui confirme la nature sinusoïdale du régime, voir figure (IV-13.b).

Le portrait de phase de l'intensité Brillouin en fonction de l'intensité laser montre un cycle limite synonyme d'un régime périodique de période T.



(a)



(b)

Figure (IV-13): Evolution temporelle à $z=L$ de l'intensité totale pour un taux du pompage $r=4,5$.

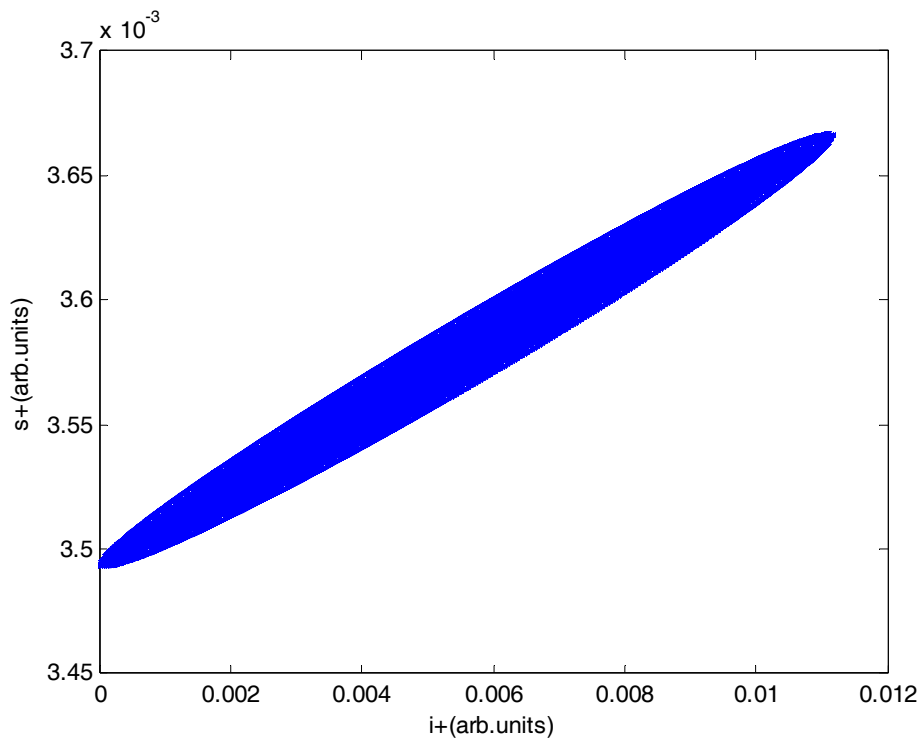
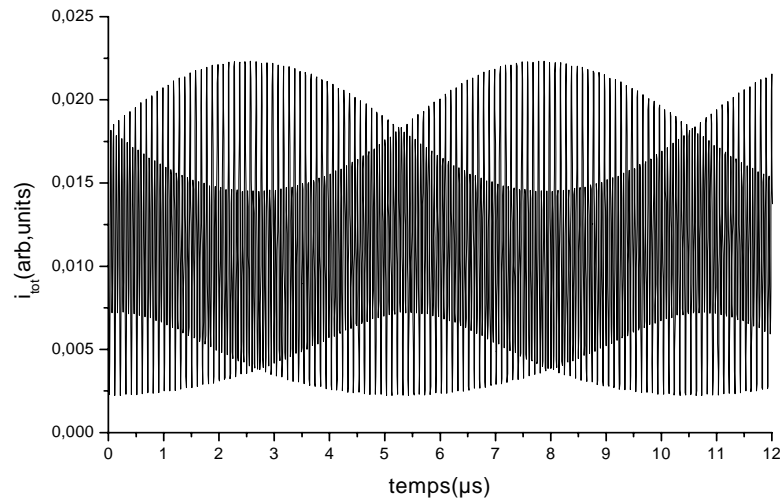


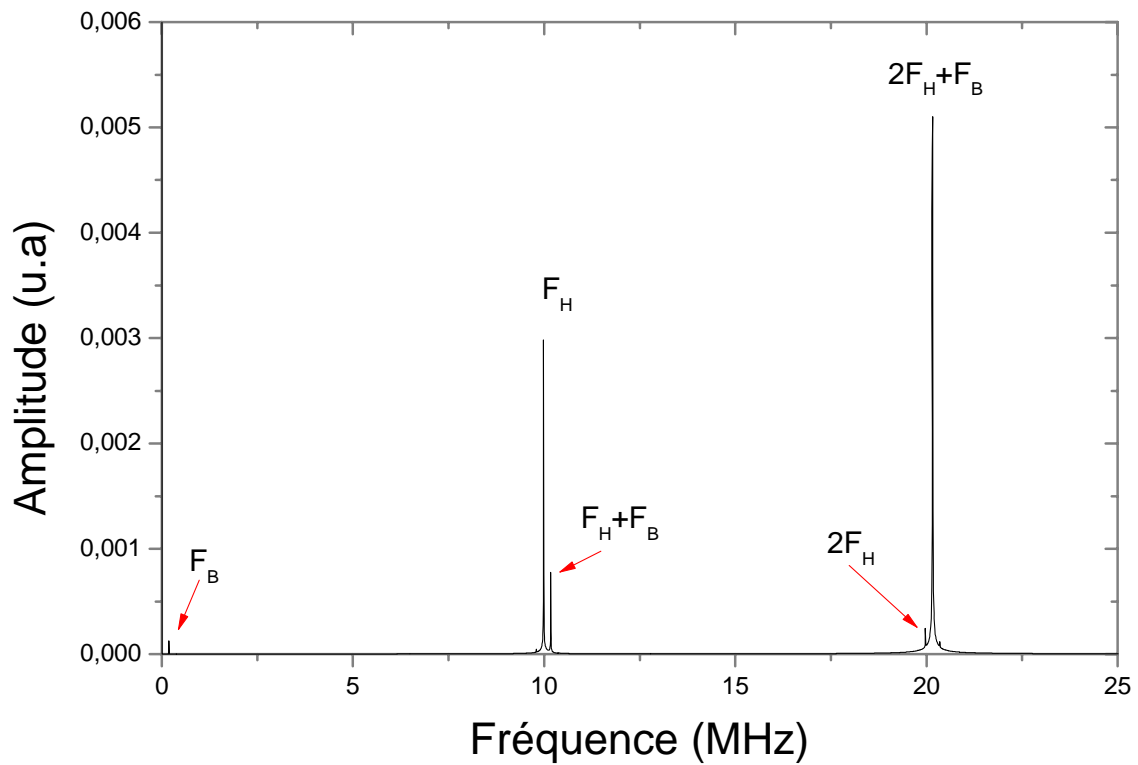
Figure (IV-14): Portrait de phase de l'intensité Brillouin (s^+) en fonction de l'intensité laser (i^+) pour un taux de pompage $r=4,5$.

Pour des taux de pompage plus élevés on remarque l'émergence d'un autre type de dynamique, comme on peut le voir sur la figure (IV-15.a) pour un taux de pompage $r=5,3$. La construction du portrait de phase en trois dimensions est faite en utilisant les coordonnées décalées. Elle illustre un tore, voir figure (IV-17). Le diagramme de premier retour montre une courbe fermée mais de faible « ellipticité », et le diagramme de vingtième retour présente une courbe fermée proche de la géométrie habituelle d'un régime quasi périodique, voir figure (IV-18). Le caractère unidimensionnel de diagramme du vingtième retour est la signature du régime quasi périodique à deux fréquences comme le confirme le spectre de Fourier de l'amplitude de l'intensité, voir figure (IV-15.b).

Le fonctionnement quasi périodique provient de la présence de deux ou plusieurs fréquences incommensurables, la trajectoire évolue ainsi selon un tore dans l'espace des phases.



(a)



(b)

Figure (IV-15): (a) Evolution temporelle à $z=L$ de l'intensité totale pour un taux du pompage $r=5,3$.
 (b) le spectre de l'amplitude de l'intensité pour un taux de pompage $r=5,3$.

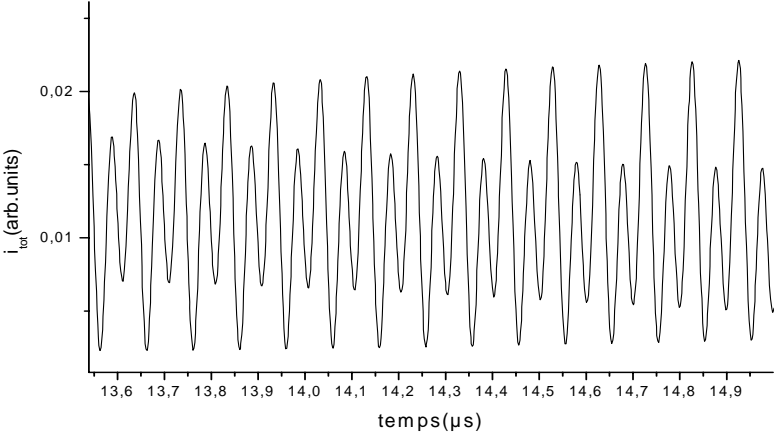


Figure (IV-16): Le détail de quelques impulsions pour un taux du pompage $r=5,3$.

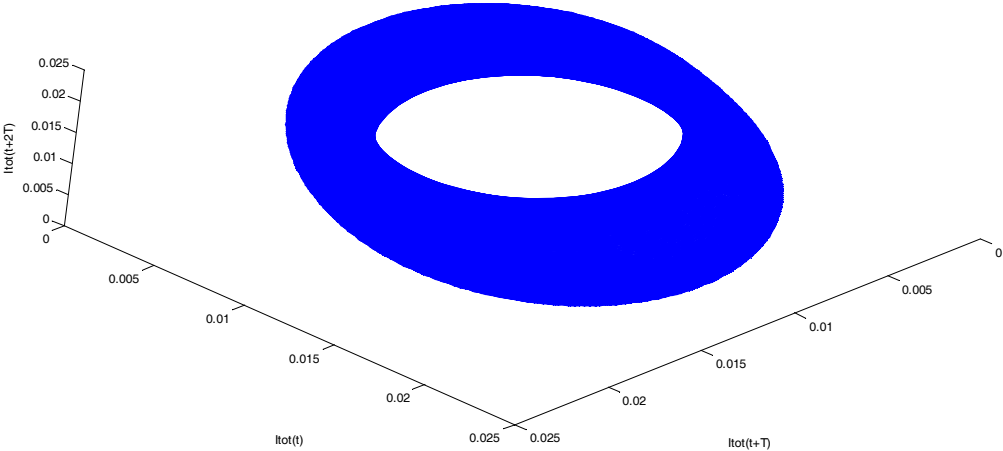


Figure (IV-17): portrait de phase de l'intensité totale ($i^+ + s^+$) pour un taux de pompage $r=5,3$.

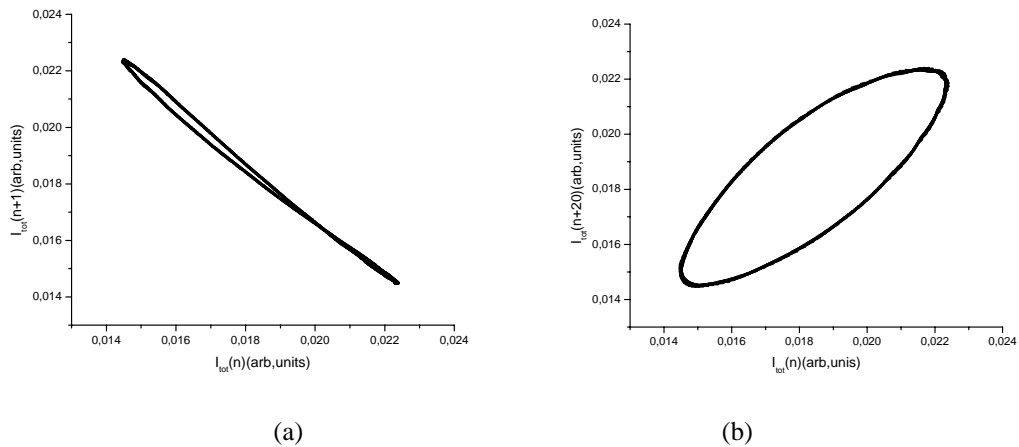


Figure (IV-18): (a) Diagramme de premier retour, (b) diagramme de vingtième retour, pour un taux du pompage $r=5,3$.

Pour un taux de pompage $r=5,6$ le laser présente une dynamique plus compliquée, qui se traduit par une modulation supplémentaire sur l'enveloppe des oscillations, voir figure (IV-19).

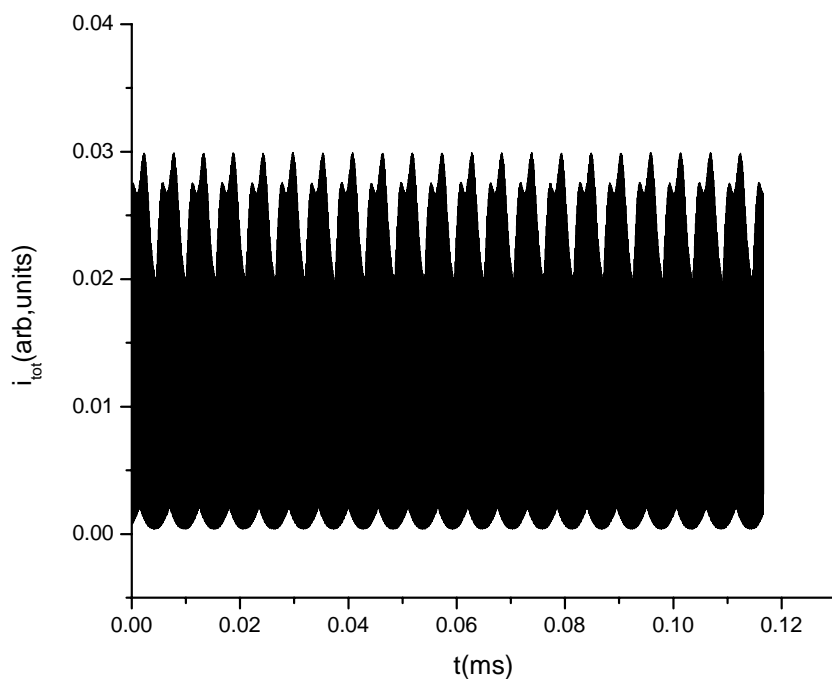


Figure (IV-19): Evolution temporelle à $z=L$ de l'intensité totale pour un taux du pompage $r=5.6$.

Le portrait de phase est un tore, voir figure (IV-20). Les diagrammes de premier et de vingtième retour illustrent des courbes fermées d'un caractère uni dimensionnel, ce qui traduit un fonctionnement quasi-périodique T^2 , voir figure (IV-21). Ce régime est confirmé par le spectre de Fourier de la figure (IV-22) qui montre l'existence de deux fréquences principales F_B et F_H et des combinaisons linéaires de ces deux fréquences. On distingue une basse fréquence $F_B=180$ KHz (associé aux oscillations de relaxation) et une haute fréquence $F_H=9,985$ MHz (intervalle spectral libre). Le rapport entre les deux fréquences est irrationnel $n=55,47$, ce qui prouve la nature quasi-périodique du régime observé.

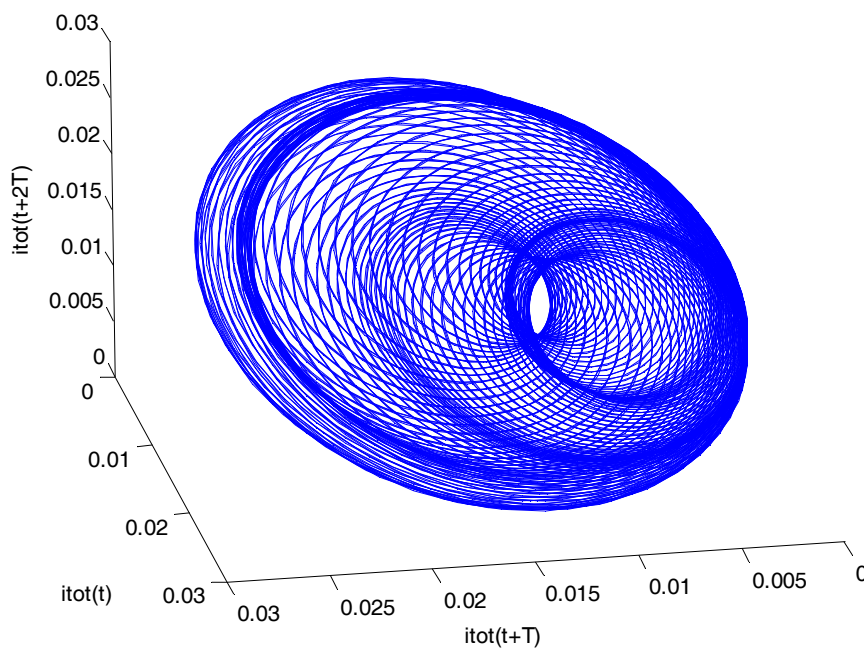


Figure (IV-20): Portrait de phase de l'intensité totale pour un taux de pompage $r=5,6$.

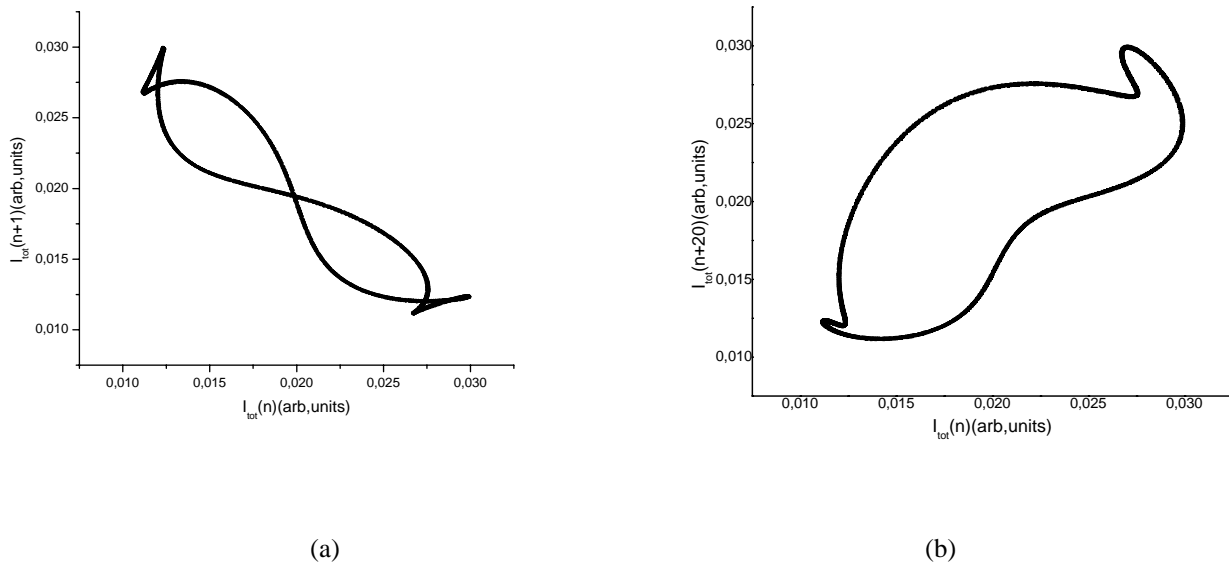


Figure (VI-21): (a) Diagramme de premier retour et (b) diagramme de vingtième retour pour un taux de pompage $r=5,6$.

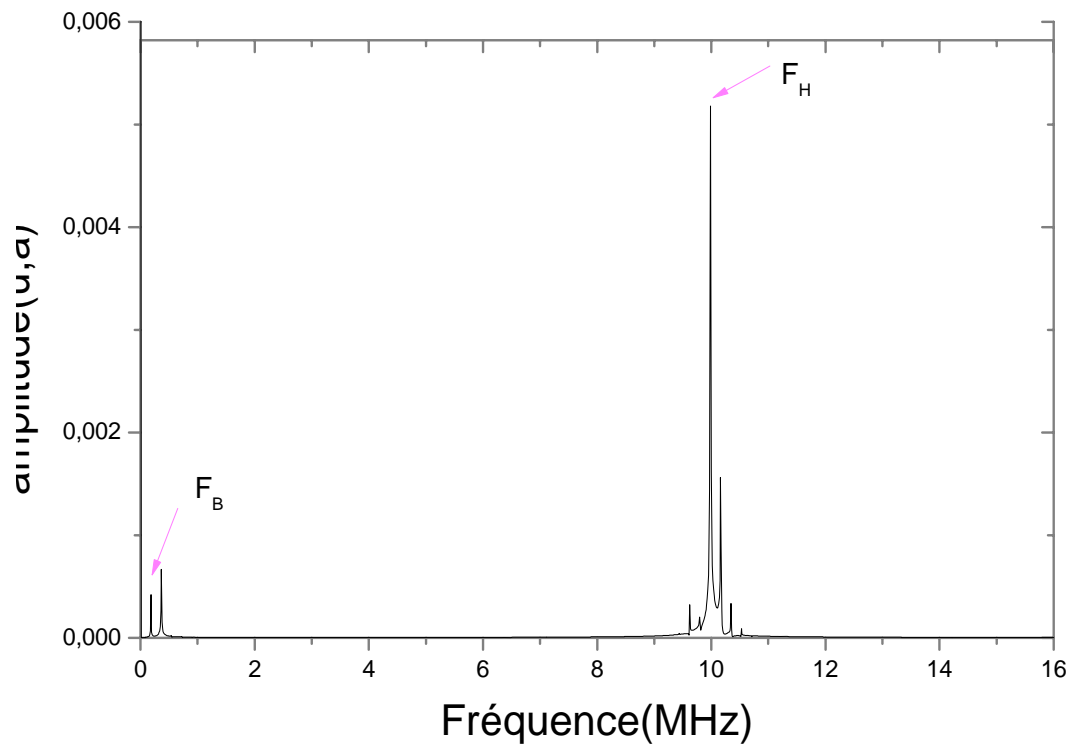


Figure (IV-22): Le spectre de Fourier de l'intensité pour un taux de pompage $r=5,6$.

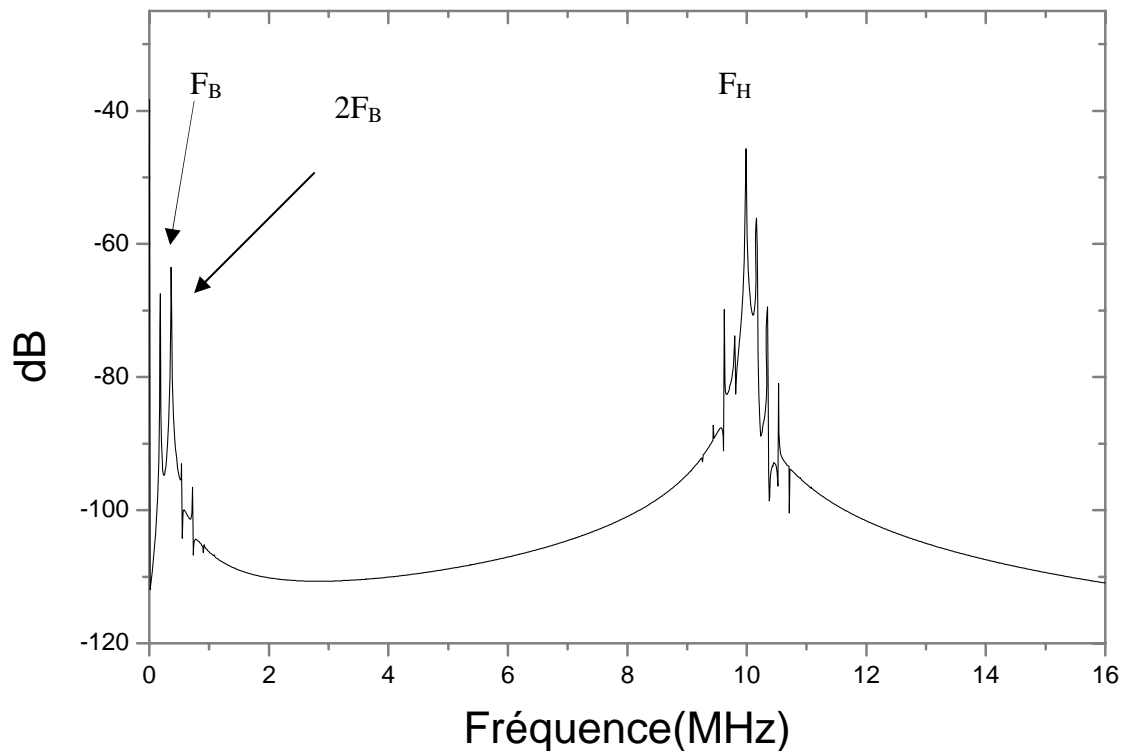


Figure (IV-23): Spectre de Fourier de l'intensité des deux fréquences principales en échelle logarithmique pour un taux de pompage $r=5,6$.

Pour le taux de pompage $r=5,7$ le portrait de phase présente un tore mais néanmoins particulier car il se replie sur lui-même, voir figure (IV-25). Ce qui se voit sur le diagramme de premier retour et du vingtième l'application montre une sorte de dédoublement qui montre que la trajectoire évolue sur les deux parties du tore « repliée », et un recouplement de la courbe dû à l'importance de l'harmonique d'ordre deux [86], voir figure (IV-26) et figure (IV-27). Le dédoublement illustré suggère de dire que ce tore est plongé dans un espace de phase de dimension au moins égale à quatre au lieu de trois [87].

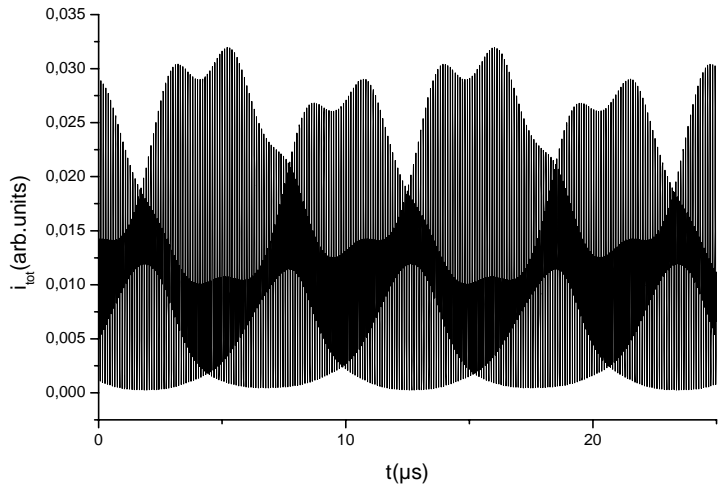


Figure (IV-24): Evolution temporelle à $z=L$ de l'intensité totale pour un taux du pompage $r=5.7$.

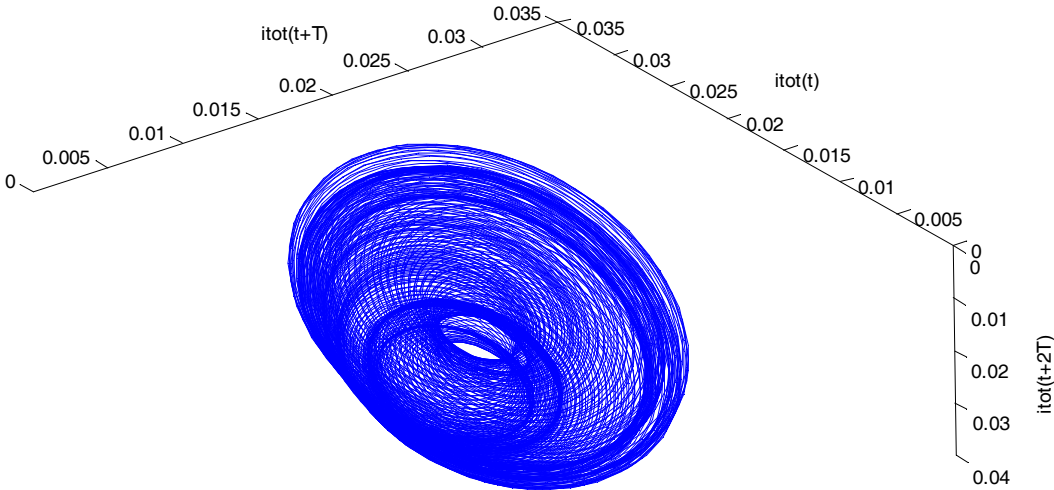


Figure (IV-25) : Portrait de phase de l'intensité totale pour un taux du pompage $r=5.7$.

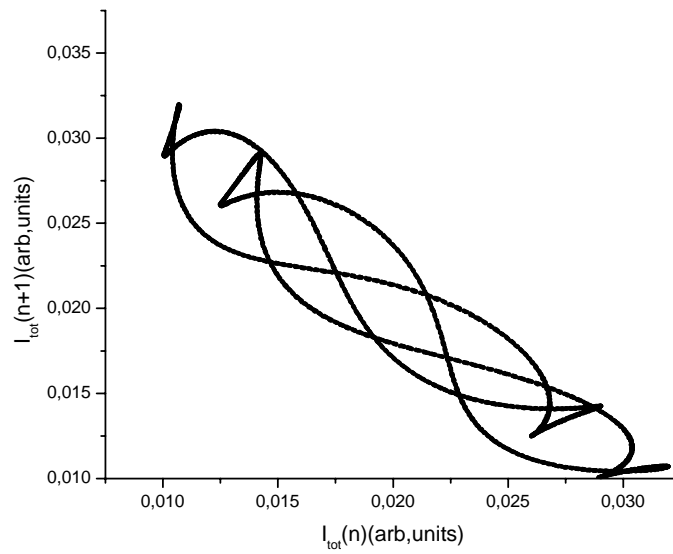


Figure (IV-26) : diagramme du premier retour pour un taux de pompage $r=5,7$.

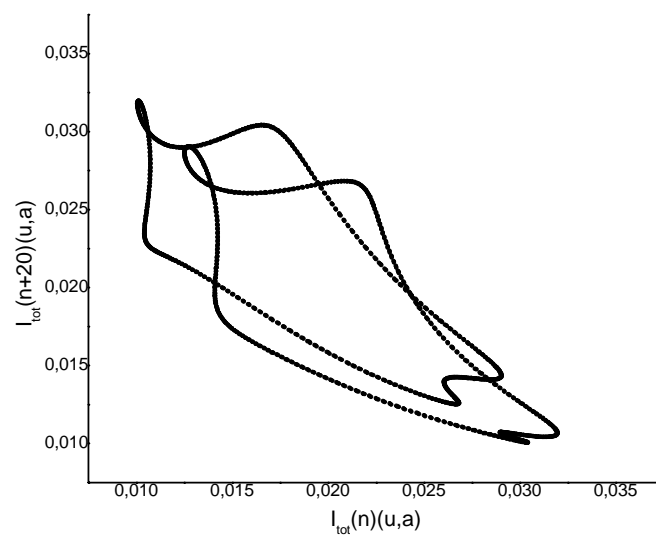


Figure (IV-27) : diagramme du vingtième retour pour un taux de pompage $r=5,7$.

En prenant $r=9$ la dynamique est plus complexe, voir figure (IV-28), sur le portrait de phase, on ne voit pas clairement la structure d'un tore T^2 , voir figure (IV-29).

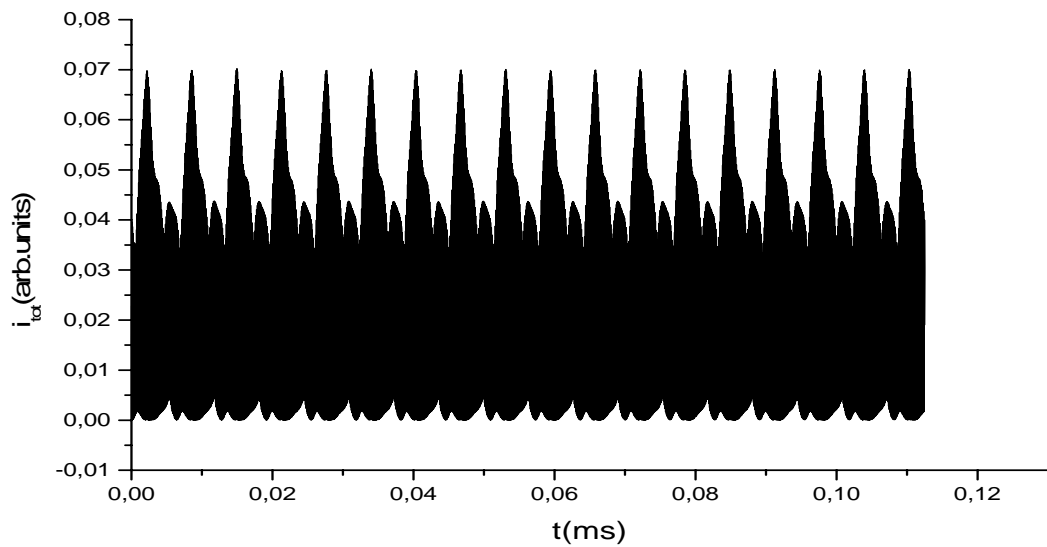


Figure (IV-28) : Evolution temporelle à $z=L$ de l'intensité totale pour un taux du pompage $r=9$.

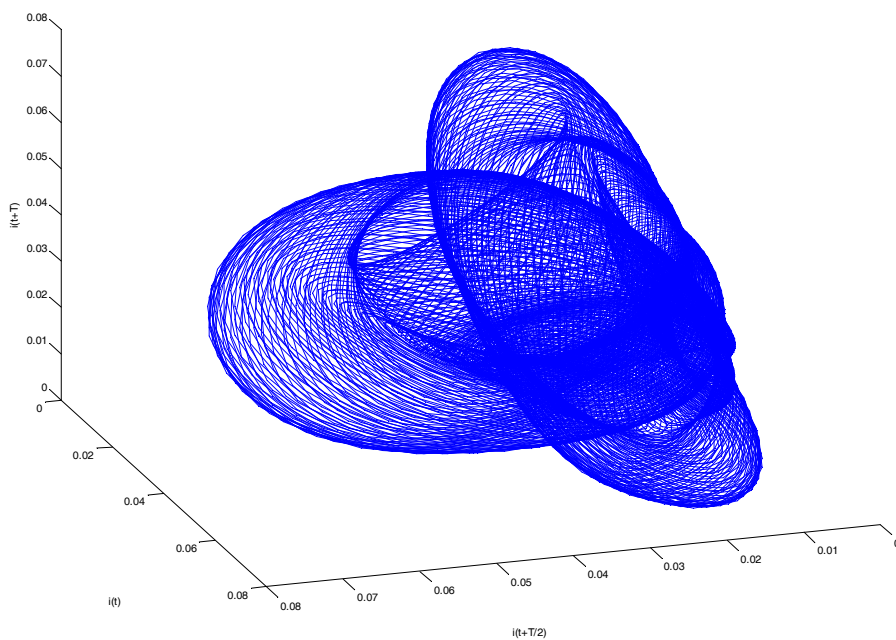


Figure (IV-29) : Portrait de phase de l'intensité totale pour un taux du pompage $r=9$.

Les diagrammes de premier et de vingtième retour présentent des courbes ouvertes, le caractère unidimensionnel des digrammes confirme que le régime est quasi périodique T^2 , voir figure (IV-30) et figure (IV-31). L'attracteur est un tore « non trivial » [87] plongé dans un espace de dimension au moins égale à quatre au lieu de trois.

La transformée de Fourier contient deux composantes principales. Le rapport entre ces fréquences est irrationnel $n=62,26$, avec $F_H=9,963$ MHz et $F_B=0,160$ MHz ce qui confirme que le fonctionnement dynamique est quasi-périodique T^2 .

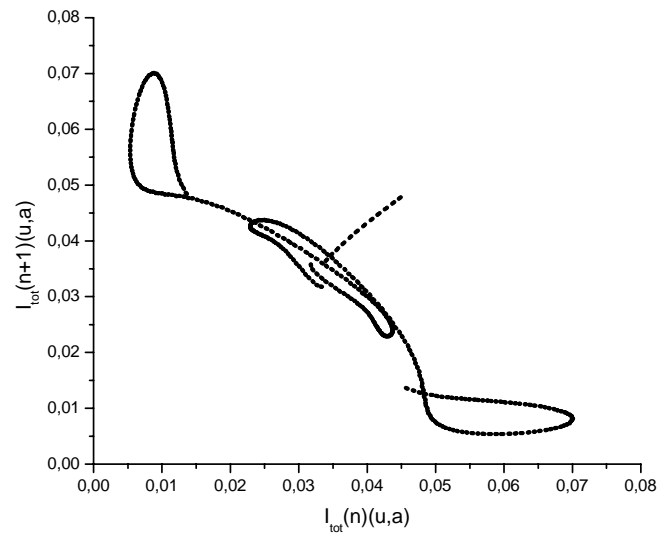


Figure (IV-30) : diagramme de premier retour pour un taux du pompage $r=9$.

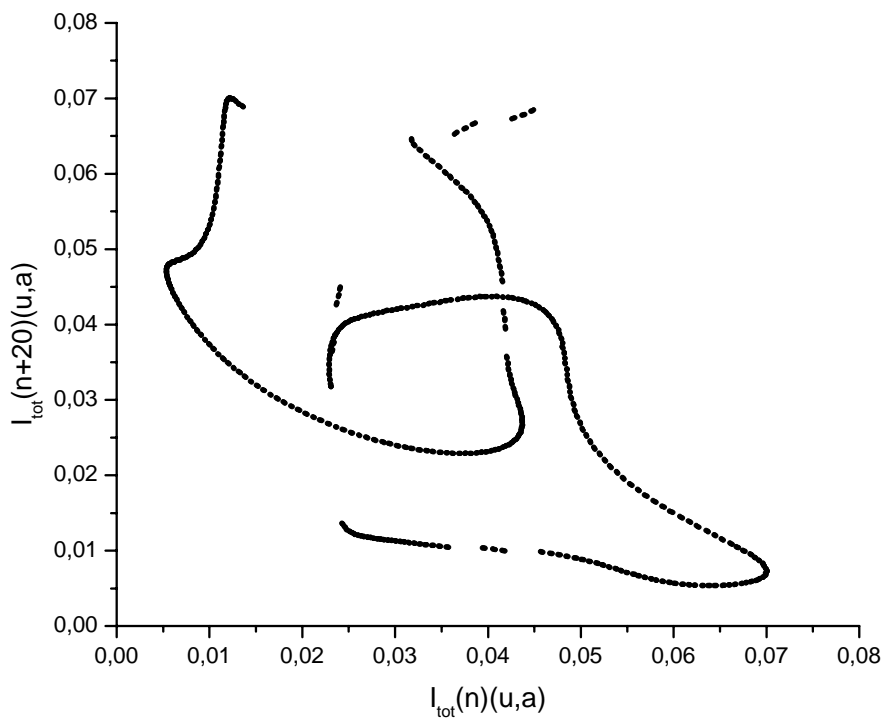


Figure (IV-31) : diagramme de vingtième retour pour un taux du pompage $r=9$.

Si on observe attentivement le diagramme de soixante deuxième retour voir figure (IV-32), on remarque des zones où cette courbe n'est plus unidimensionnelle, mais possède une certaine épaisseur. Une telle épaisseur si elle était plus importante, serait la signature d'un diagramme d'un tore T^3 (régime quasi périodique à 3 fréquences), comme le spectre de Fourier ne comporte que deux fréquences cela conforte notre hypothèse voir figure (IV-33).

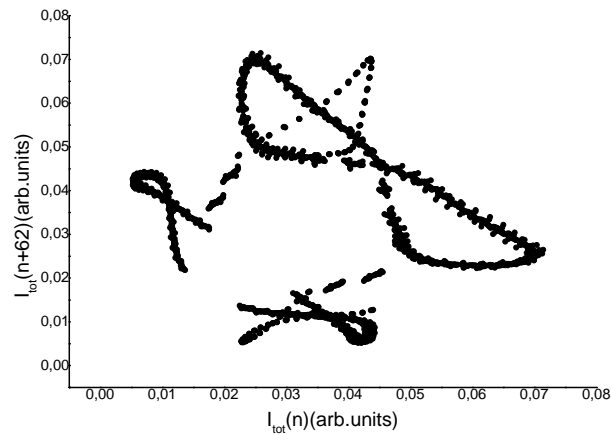


Figure (IV-32) : diagramme de soixante deuxième retour pour un taux du pompage $r=9$.

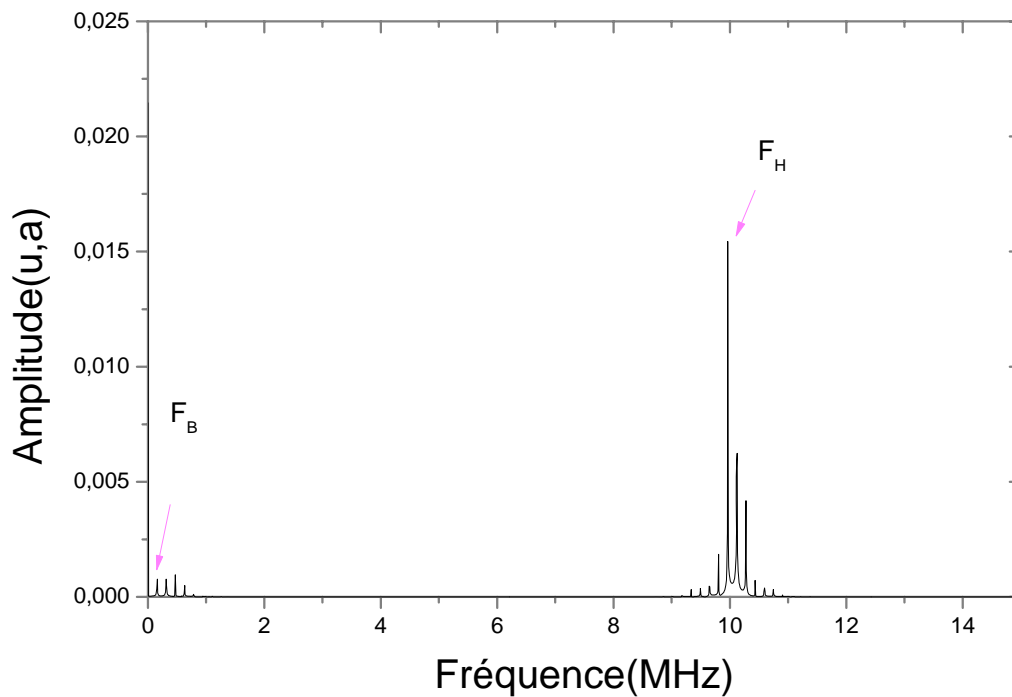


Figure (VI-33): Le spectre de Fourier de l'intensité pour un taux de pompage $r=9$.

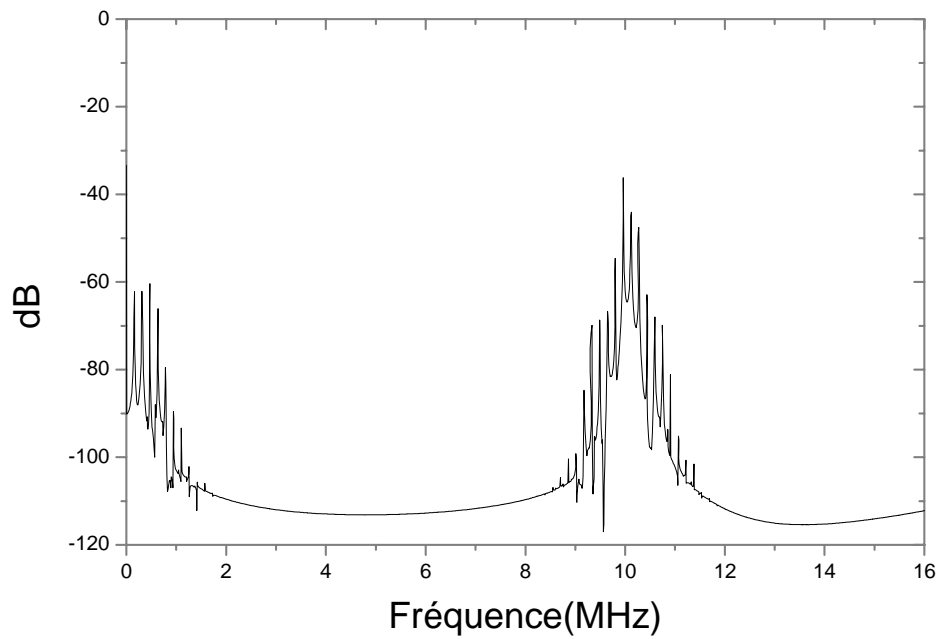


Figure (VI-34): Spectre de Fourier de l'intensité pour un taux de pompage $r=9$.

Pour un taux de pompage $r=9,003$ on trouve un régime chaotique (explosion du tore) voir figure (IV-35), confirmé par le diagramme de premier retour qui présente une distribution de points aléatoire, voir figure (IV-36).

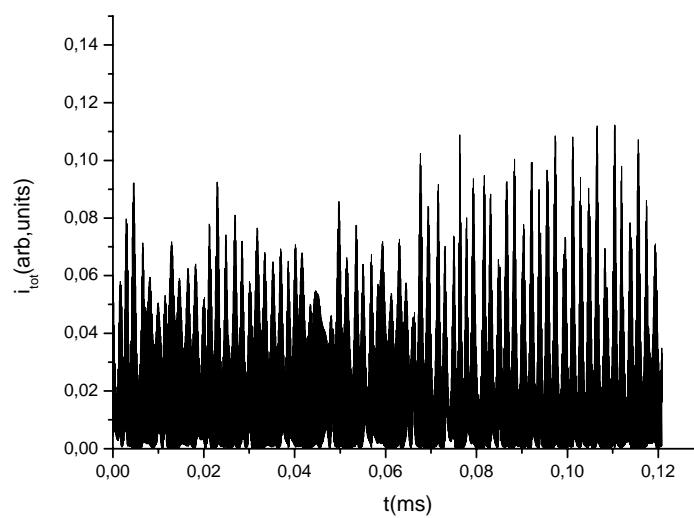


Figure (IV-35) : Evolution temporelle à $z=L$ de l'intensité totale pour un taux du pompage $r=9,003$.

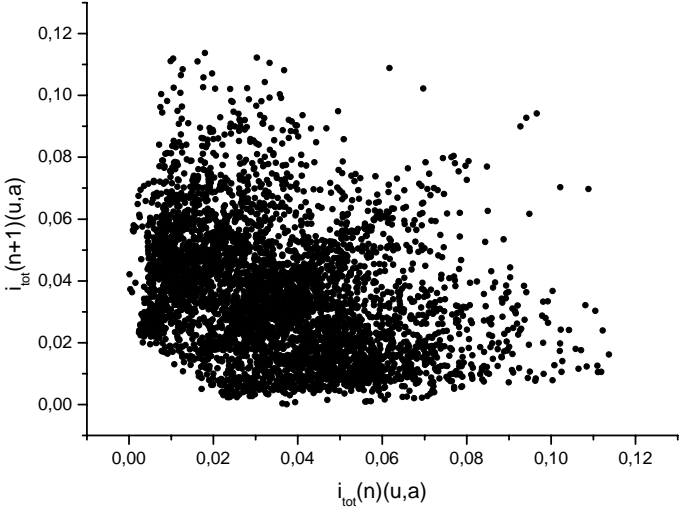


Figure (IV-36) : diagramme de premier retour pour un taux du pompage $r=9,003$.

4 Conclusion

La prise en compte de la dynamique de l'onde sonore, dans l'étude de l'influence de la diffusion Brillouin stimulée sur le fonctionnement dynamique d'un laser à fibre de puissance, nous a rapproché des observations expérimentales. On a retrouvé numériquement les variations rapides observées expérimentalement. Pour les faibles taux de pompage on retrouve l'instabilité basse fréquence obtenue avec le modèle cinétique dans le chapitre précédent. En suite pour des taux de pompage plus élevés, des régimes périodiques sont obtenus avec des durées d'impulsions courtes de l'ordre de la nano seconde et cela sans la prise en compte de l'effet Kerr. Ces résultats sont conformes aux résultats expérimentaux.

Une dynamique très riche et variée, est obtenue en variant le taux de pompage, elle commence par un régime périodique de période T , suivi par un régime périodique de période $2T$, qui se transforme en régime chaotique. Ce dernier se stabilise pour des taux de pompage plus élevé et laisse la place à un régime périodique $2T$ puis un régime périodique T . Pour des taux de pompage plus élevés un régime quasi périodique s'installe. Cette dynamique devient complexe et le nombre des fréquences additionnelles augmente en augmentant le taux de pompage. Les diagrammes de nième retour illustrent des courbes fermées pour des régimes quasi périodique T^2 dont les portrait de phases sont des tores de forme simple, et des courbes ouvertes pour le régime quasi périodique T^2 dont les attracteurs sont des tores « non triviaux » plongés dans un espace de dimension $(n+3)$ au moins. Après la dynamique quasi-périodique observée pour une large gamme de pompage, le régime chaotique se réinstalle à nouveau pour un taux de pompage $r=9,003$.

La dynamique des lasers à fibres de puissance dopée ytterbium, en présence de la diffusion Brillouin stimulée présente un scénario varié de dynamique: (T - $2T$ - chaos - $2T$ - T - T^2 -chaos).

Les régimes trouvés numériquement sont plus nombreux que les observations expérimentales car ces dernières se sont arrêtées à des taux de pompages raisonnables, à cause des fortes intensités qui risquent d'endommager la fibre optique et par la suite le laser.

Conclusion générale

Le but de ce travail était de modéliser les différentes observations expérimentales du fonctionnement dynamique du laser à fibre double gaine dopée ytterbium, dus à la diffusion Brillouin stimulée dans une cavité Fabry pérot. La première partie consistait à élaborer un modèle mathématique qui décrit l'interaction au sein même du milieu amplificateur, des ondes lasers aller retour, ainsi que des ondes Stokes associées au champ laser. Cette approche nous imposait de prendre en compte aussi bien l'aspect longitudinal, que l'aspect temporel, d'où la nécessité d'élaborer un modèle théorique spatio-temporel. Ce qui a été fait à partir de l'équation de Schrödinger non linéaire. Le premier résultat significatif et original obtenu par notre modèle, est que la génération de l'onde Stokes conduit à la déstabilisation du fonctionnement laser à fibre, qui passe d'un fonctionnement continu à un fonctionnement pulsé, sans aucun absorbant saturable dans une cavité à faibles pertes, et pour des taux de pompes faibles. Ce résultat original observé expérimentalement, n'a jamais été expliqué théoriquement. Dans le cas d'une cavité à fortes pertes le laser présente un fonctionnement continu quel que soit le taux de pompage, ce qui est conforme à l'expérience.

Le deuxième résultat important réside dans la variété des régimes dynamiques obtenus avec le modèle des amplitudes couplées en tenant compte uniquement de la dynamique temporelle de l'onde sonore. L'instabilité auto pulsée est retrouvée avec ce modèle, et en plus une durée des impulsions de quelques nano secondes pour des taux de pompage élevés, ce qui a rapproché notre modélisation des observations expérimentales. D'autres fonctionnements dynamiques auto pulsés réguliers, quasi périodiques et chaotiques sont identifiés. Une étude dynamique a été faite pour préciser la nature des fonctionnements dynamiques et déterminer les gammes de pompage qui correspondent à la stabilité et l'instabilité du fonctionnement dynamique du laser à fibre optique double gaine dopée ytterbium, en présence uniquement de la diffusion Brillouin stimulée. Ces résultats théoriques n'ont pas été tous observés expérimentalement vu que, certaines gammes de pompage conduiraient à la détérioration du milieu amplificateur et même du laser.

Plusieurs perspectives du travail réalisé sont possibles. Le modèle élaboré peut être complété par la prise en compte l'effet Kerr, ce qui nous permettra d'identifier l'instabilité de phase. On peut également prendre en compte les ordres supérieurs de la diffusion Brillouin (cascade Brillouin), pour identifier l'instabilité engendrée par une diffusion Brillouin multiple dans une cavité laser Fabry pérot.

Annexe A

Détail de calcul des différents termes du modèle.

Validation du modèle proposé.

1 Calcul des différents termes de l'équation de Schrödinger non linéaire

L'équation de propagation de l'onde laser aller

La dynamique des ondes optiques est décrite par les équations de Maxwell :

$$\Delta \vec{E}_1 - \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{D}_1 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{P}_{nl}(\omega_p) \quad (*)$$

On calculera les différents termes de l'équation de propagation pour la première pulsation, et on généralisera les résultats pour la deuxième pulsation

- **Le premier terme de l'équation de propagation:**

$$\Delta \vec{E}_1 = \Delta_{\perp} \vec{E}_1 + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \vec{E}_1 \quad (1)$$

$\Delta_{\perp} \vec{E}_1$ est le terme transversal (dans le cas d'une onde plane ce terme est nul).

$\frac{\partial^2}{\partial Z^2} \vec{E}_1$ est le terme longitudinal.

Pour la première onde optique on a :

$$\vec{E}_1(Z, T) = A_p(Z, T) \exp i(k_1 Z - \omega_p T) \vec{u} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{E}_1}{\partial Z} = \left(\left(\frac{\partial A_p}{\partial Z} + ik_1 A_p \right) \exp i(k_1 Z - \omega_p T) \vec{u} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}_1}{\partial Z^2} = \left(\left(\frac{\partial^2 A_p}{\partial Z^2} + 2ik_1 \frac{\partial A_p}{\partial Z} - k_1^2 A_p \right) \exp i(k_1 Z - \omega_p T) \vec{u} \right) \quad (4)$$

- **Le deuxième terme de l'équation de propagation :**

$$\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{D}_1 \quad (5)$$

$$\vec{D}_1 = \varepsilon_0 \vec{E}_1 + 1 \vec{P}_{L1}$$

(6)

La transformée de Fourier de terme (6) s'écrit d'une manière générale :

$$\vec{D}_1 = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu \exp(-i(\omega_p + \nu)T + ik_1 Z) \tilde{e}(\omega_p + \nu) A_p(Z, \nu) \vec{u} \right) \quad (7)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{D}_1 = \left(\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{1}{2\pi} (\omega_p + \nu)^2 \tilde{e}(\omega_p + \nu) A_p(Z, \nu) \exp(-i(\omega_p + \nu)T + ik_1 Z) d\nu \right) \right) \quad (8)$$

On pose :

$$G(\nu) = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} (\omega_p + \nu)^2 \tilde{e}(\omega_p + \nu) \quad (9)$$

On fait un développement limite de la fonction $G(\nu)$ autour de $\nu = 0$:

$$G(\nu) = G(0) + \nu \left. \frac{\partial G}{\partial \nu} \right|_{\nu=0} + \frac{\nu^2}{2} \left. \frac{\partial^2 G}{\partial \nu^2} \right|_{\nu=0} + \dots \quad (10)$$

$$G(0) = \frac{\omega_p^2}{\varepsilon_0 c^2} \tilde{e}(\omega_p) \quad (11)$$

$$\text{On a } \frac{\omega_p}{k_1} = \frac{c}{n(\omega_p)} \quad (12)$$

$$G(\nu) = k_1^2 + \nu \frac{\partial k_1^2}{\partial \omega_p} + \frac{\nu^2}{2} \frac{\partial^2 k_1^2}{\partial \omega_p^2} \quad (13)$$

$$G(\nu) = k_1^2 + 2\nu k_1 \frac{\partial k_1}{\partial \omega_p} + \frac{\nu^2}{2} \frac{\partial}{\partial \omega} \left(2k_1 \frac{\partial k_1}{\partial \omega_p} \right) \quad (14)$$

$$G(\nu) = k_1^2 + 2\nu k_1 \frac{\partial k_1}{\partial \omega_p} + \nu^2 \left(\left(\frac{\partial k_1}{\partial \omega_p} \right)^2 + k_1 \frac{\partial^2 k_1}{\partial \omega_p^2} \right) \quad (15)$$

On a $\frac{\partial k_1}{\partial \omega_p} = \frac{1}{v_g}$ avec v_g vitesse de groupe.

$$G(\nu) = k_1^2 + 2\nu k_1 \frac{\partial k_1}{\partial \omega_p} + \nu^2 \left(\frac{1}{v_g^2} + k_1 \frac{\partial^2 k_1}{\partial \omega_p^2} \right) \quad (16)$$

On remplace l'équation (16) dans l'équation (8), on trouve :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{D}_1 = & \left(-\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} k_1^2 A_p(Z, \nu) \exp(-i(\omega_p + \nu)T + ik_1 Z) d\nu \vec{u} \right) \\
& + \left(-\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \nu^2 \left[\frac{1}{v_g^2} + k_1 \frac{\partial^2 k_1}{\partial \omega_p^2} \right] A_p(Z, \nu) \exp(-i(\omega_p + \nu)T + ik_1 Z) d\nu \vec{u} \right) \\
& + \left(-\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2k_1 \nu}{v_g} A_p(Z, \nu) \exp(-i(\omega_p + \nu)T + ik_1 Z) d\nu \vec{u} \right)
\end{aligned} \tag{17}$$

Et comme on a aussi $A_p(Z, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-i\nu T) A_p(Z, \nu) d\nu$ (18)

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{D}_1 = & \left(-k_1^2 A_p(Z, t) \exp i(-\omega_p T + k_1 Z) \vec{e}_z \right) \\
& + \left(-i \frac{\partial A_p}{\partial T} \frac{2k_1}{v_g} \exp i(-\omega_p T + k_1 Z) \vec{e}_z \right) \\
& + \left(\frac{\partial^2 A_p}{\partial T^2} \left[\frac{1}{v_g} + k_1 \frac{\partial^2 k_1}{\partial \omega_p^2} \right] \exp i(-\omega_p T + k_1 Z) \vec{e}_z \right)
\end{aligned} \tag{19}$$

avec $\vec{u} = \vec{e}_z$

- **Le troisième terme de l'équation de propagation :**

$$\frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{P}_{nl} \tag{20}$$

$$P_{nl}(\omega_p) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \left(|A_p|^2 + 2|A_s|^2 \right) A_p \exp i(k_1 Z - \omega_p t) + \gamma_1 S E_2 \tag{21}$$

On utilise l'approximation des amplitudes lentement variables $\left(\frac{\partial^2}{\partial T^2} \ll \omega \frac{\partial}{\partial T} \right)$ on trouve

$$\text{que : } \frac{\partial^2}{\partial T^2} \vec{P}_{nl} = -\omega_p^2 P_{nl}(\omega_p) \tag{22}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{P}_{nl}}{\partial T^2}(\omega_p) = -\varepsilon_0 \omega_p^2 \chi^{(3)} \left(|A_p|^2 + 2|A_s|^2 \right) A_p \exp i(k_1 Z - \omega_p t) - \omega_p^2 \gamma_1 S E_2 \tag{23}$$

Maintenant on remplace les trois termes calculés dans l'équation d'onde, avec la vérification de la condition d'accord de phase $(\omega_p = \omega_a + \omega_s, \vec{k}_p = \vec{k}_a + \vec{k}_s)$:

$$\left(\frac{\partial^2 A_p}{\partial Z^2} + 2ik_1 \frac{\partial A_p}{\partial Z} - k_1^2 A_p \right) - \left(-k_1^2 A_p - i \frac{\partial A_p}{\partial T} \frac{2k_1}{v_g} \right) + \frac{\partial^2 A_p}{\partial T^2} \left[\frac{1}{v_g} + k_1 \frac{\partial^2 k_1}{\partial \omega_p^2} \right] = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \left(-\varepsilon_0 \omega_p^2 \chi^{(3)} \left(|A_p|^2 + 2|A_s|^2 \right) A_p - \omega_p^2 \gamma_1 A_a A_s \right) \quad (24)$$

$$\Rightarrow 2ik_1 \frac{\partial A_p}{\partial Z} + i \frac{\partial A_p}{\partial T} \frac{2k_1}{v_g} = -\frac{\omega_p^2 \gamma_1}{\varepsilon_0 c^2} A_a A_s - \frac{\varepsilon_0 \omega_p^2}{\varepsilon_0 c^2} \chi^{(3)} \left(|A_p|^2 + 2|A_s|^2 \right) A_p \quad (25)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial A_p}{\partial Z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_p}{\partial T} = i \frac{\omega_p^2 \gamma_1}{2k_1 \varepsilon_0 c^2} A_a A_s + i \frac{\varepsilon_0 \omega_p^2}{2k_1 \varepsilon_0 c^2} \chi^{(3)} \left(|A_p|^2 + 2|A_s|^2 \right) A_p \quad (26)$$

L'équation de propagation de l'onde laser est :

$$\frac{\partial A_p}{\partial Z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_p}{\partial T} = ig_e A_a A_s + i \frac{\omega_p^2}{2k_1 c^2} \chi^{(3)} \left(|A_p|^2 + 2|A_s|^2 \right) A_p \quad (27)$$

$$\text{Avec } g_e = \frac{\mu_0 \gamma_1 \omega_p^2}{2k_1} . \quad (28)$$

On va désigner l'amplitude de l'enveloppe lentement variable de l'onde laser aller par A_p^+ et de l'onde laser retour par A_p^- , donc les équations de propagation des ondes laser aller-retour respectivement s'écrivent:

$$\frac{\partial A_p^+}{\partial Z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_p^+}{\partial T} = ig_e A_a^+ A_s^- + i \frac{\omega_p^2}{2k_1 c^2} \chi^{(3)} \left(|A_p^+|^2 + 2|A_s^-|^2 \right) A_p^+ \quad (29)$$

$$-\frac{\partial A_p^-}{\partial Z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_p^-}{\partial T} = ig_e A_a^- A_s^+ + i \frac{\omega_p^2}{2k_1 c^2} \chi^{(3)} \left(|A_p^-|^2 + 2|A_s^+|^2 \right) A_p^- \quad (30)$$

On désignera par A_s^+ l'amplitude de l'enveloppe lentement variable de l'onde stokes aller, et par A_s^- l'amplitude de l'enveloppe lentement variable de l'onde stokes retour, leurs équations de propagation sont données par :

$$\frac{\partial A_s^+}{\partial Z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_s^+}{\partial T} = +ig_e A_a^- A_p^- + i \frac{\omega_s^2 \chi^{(3)}}{2k_2 c^2} \left(|A_s^+|^2 + 2|A_p^-|^2 \right) A_s^+ \quad (31)$$

$$-\frac{\partial A_s^-}{\partial Z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_s^-}{\partial T} = +ig_e A_a^{+*} A_p^+ + i \frac{\omega_p^2 \chi^{(3)}}{2k_2 c^2} \left(|A_s^-|^2 + 2|A_p^+|^2 \right) A_s^- \quad (32)$$

- **L'équation de propagation de l'onde acoustique**

L'évolution spatio-temporelle des champs acoustiques est régit par l'équation suivante :

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial T^2} - 2\Gamma \frac{\partial}{\partial T} - c_a^2 \nabla^2 \right] S = -\nabla \cdot F \quad (33)$$

On rappelle que :

η est le coefficient d'amortissement de l'onde acoustique,

c_a est la vitesse de l'onde acoustique,

$F = \gamma_3 \nabla \cdot (E_1 E_2^*)$ le couplage acousto-optique

On pose :

$$S(Z, T) = A_a(Z, T) \exp i(k_a Z - \omega_a T) \quad (34)$$

$$\frac{\partial}{\partial T} S(Z, T) = -i\omega_a A_a \exp i(k_a Z - \omega_a T) + \frac{\partial A_a}{\partial T} \exp i(k_a Z - \omega_a T) \quad (35)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial T^2} S(Z, T) = \left(-2i\omega_a \frac{\partial A_a}{\partial T} - \omega_a^2 A_a \right) \exp i(k_a Z - \omega_a T) \quad (36)$$

$$\nabla^2 S(Z, T) = \left(2ik_a \frac{\partial A_a}{\partial Z} - k_a^2 A_a \right) \exp i(k_a Z - \omega_a T) \quad (37)$$

$$\nabla \cdot F = -\gamma_3 k_a^2 A_p A_s^* \exp i(k_a Z - \omega_a T) \quad (38)$$

On substituant les différents termes dans l'équation (33) on obtient l'équation de propagation de l'onde sonore :

$$\frac{\partial A_a}{\partial Z} + \frac{1}{c_a} \frac{\partial A_a}{\partial T} + \frac{\Gamma}{2c_a} A_a = ig_a A_p A_s^* \quad (39)$$

Avec : $g_a = \frac{\gamma_3 k_a}{2c_a^2}$.

On suppose que l'onde sonore s'amortie rapidement lors de sa propagation $\frac{\partial A_a}{\partial Z} = 0$,

l'équation (39) devient :

$$\frac{\partial A_a}{\partial T} + \frac{\Gamma}{2} A_a = i c_a g_a A_p A_s^* \quad (40)$$

Le modèle des amplitudes couplées est composé de l'ensemble des équations (29, 30, 31, 32 et 40)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial A_p^+}{\partial Z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_p^+}{\partial T} = i g_e A_a^+ A_s^- + i \frac{\omega_p^2}{2k_1 c^2} \chi^{(3)} \left(|A_p^+|^2 + 2|A_s^-|^2 \right) A_p^+ \\ -\frac{\partial A_p^-}{\partial Z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_p^-}{\partial T} = i g_e A_a^- A_s^+ + i \frac{\omega_p^2}{2k_1 c^2} \chi^{(3)} \left(|A_p^-|^2 + 2|A_s^+|^2 \right) A_p^- \\ \frac{\partial A_s^+}{\partial Z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_s^+}{\partial T} = +i g_e A_a^- A_p^- + i \frac{\omega_s^2 \chi^{(3)}}{2k_2 c^2} \left(|A_s^+|^2 + 2|A_p^-|^2 \right) A_s^+ \\ -\frac{\partial A_s^-}{\partial Z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_s^-}{\partial T} = +i g_e A_a^+ A_p^+ + i \frac{\omega_s^2 \chi^{(3)}}{2k_2 c^2} \left(|A_s^-|^2 + 2|A_p^+|^2 \right) A_s^- \\ \frac{\partial A_a^\pm}{\partial T} = i g_a c_a A_p^\pm A_s^{\mp*} - \frac{\Gamma}{2} A_a^\pm \end{array} \right. \quad (41)$$

Le modèle cinétique adimensionné calculé à partir du modèle (41) est le suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial d_1}{\partial t} &= p - a_1(1 + d_1) - 2d_1 \left[(i^+ + i^-) + \beta(s^+ + s^-) \right] \\ \frac{\partial d_2}{\partial t} &= \gamma p - a_1(1 + d_2) - 2d_2 \left[\beta(i^+ + i^-) + (s^+ + s^-) \right] \\ \frac{\partial i^\pm}{\partial t} + \frac{\partial i^\pm}{\partial z} &= -G i^\pm s^\mp - k i^\pm + A(d_1 + \beta d_2) i^\pm \\ \frac{\partial s^\pm}{\partial t} + \frac{\partial s^\pm}{\partial z} &= +G i^\mp s^\pm - k s^\pm + A(d_1 + \beta d_2) s^\pm \end{aligned} \quad (42)$$

2 Validation du modèle proposé :

Pour la validation analytique du système on considère que la répartition du champ électromagnétique est uniforme dans la cavité ($\frac{\partial}{\partial z} \rightarrow 0$) et l'amplitude de ce dernier est constante, c'est l'approximation du champ moyen, alors on a :

$$\begin{aligned} i^+ &= i^- = i_1/2 \\ s^+ &= s^- = i_2/2 \end{aligned} \quad (42)$$

Et on pose $G=0$.

Le modèle champ moyen est le suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial d_1}{\partial t} &= p - a_1(1 + d_1) - 2d_1(i_1 + \beta i_2) \\ \frac{\partial d_2}{\partial t} &= \gamma p - a_1(1 + d_2) - 2d_2(\beta i_1 + i_2) \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial i_1}{\partial t} &= -k' i_1 + A(d_1 + \beta d_2) i_1 \\ \frac{\partial i_2}{\partial t} &= -k' i_2 + A(d_2 + \beta d_1) i_2 \end{aligned} \quad (44)$$

Avec $k' = \frac{T_r}{\tau_c}$ les pertes totales dans la cavité.

Dans une première étape, on détermine les seuils d'apparition des modes à partir de l'analyse de stabilité des différentes solutions stationnaires d'un laser bi mode.

La première solution correspond à l'état éteint du laser, caractérisée par $i_1=0$ et $i_2=0$, et elle est stable pour un pompage $0 < p < seuil_1$.

Les valeurs stationnaires des inversions de population sont les suivants :

$$\begin{cases} \bar{d}_1 = \frac{p}{a_1} - 1 \\ \bar{d}_2 = \frac{\gamma p}{a_1} - 1 \end{cases} \quad (45)$$

Et les valeurs propres données par l'analyse de stabilité de cette solution sont les suivantes :

$$\begin{cases} \lambda_1 = -a_1 \text{ (deux fois dégénérée)} \\ \lambda_2 = A(\bar{d}_2 + \beta\bar{d}_1) - k' \\ \lambda_3 = A(\bar{d}_1 + \beta\bar{d}_2) - k' \end{cases} \quad (46)$$

Toutes les valeurs propres sont réelles et négatives avant le premier seuil₁, pour lequel λ_3 (associée à i_1) s'annule et devient négative, c'est l'instabilité de l'état éteint.

Avec

$$seuil_1 = \frac{a_1}{A(1+\beta\gamma)} [k' + A(1+\beta)] \quad (47)$$

Pour des valeurs du pompage $seuil_1 \leq p \leq seuil_2$, c'est l'état mono mode qui sera stable, il est caractérisé par la solution $i_1 \neq 0, i_2 = 0$, les autres états mono mode sont instables vu le choix du $\gamma < 1$.

Les valeurs stationnaires des inversions de population et de l'intensité sont données par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \bar{d}_1 = \frac{p - a_1}{a_1 + 2i_1} \\ \bar{d}_2 = \frac{\gamma p - a_1}{a_1 + 2\beta i_1} \end{cases} \quad (48)$$

Et

$$\bar{i}_1 = \frac{1}{4\beta k'} \left[\frac{Ap\beta(1+\gamma) - a_1 k' (1+\beta) - 2Aa_1\beta + \sqrt{\left((Ap(1+\gamma)\beta - a_1(\beta(2A+k') + k'))^2 - 4a_1 k' \beta (a_1 k' + A(a_1(1+\beta) - p(1+\gamma\beta))) \right)}}{\dots} \right] \quad (49)$$

L'analyse de stabilité de cet état conduit à une équation caractéristique d'ordre quatre.

$$(\lambda - {}^m\lambda_1)(\lambda - {}^m\lambda_2)(\lambda - {}^m\lambda_2^*)(\lambda - {}^m\lambda_3) = 0 \quad (50)$$

${}^m\lambda_1$: est une valeur réelle négative.

${}^m\lambda_2 = x + i\omega$ Avec $x < 0$ correspond au coefficient d'amortissement, et ω c'est la fréquence propre du système responsable sur la relaxation des oscillations.

$${}^m\lambda_3 = -k' + A(\bar{d}_2 + \beta\bar{d}_1) \quad (51)$$

Le seuil₂ qui correspond à l'apparition du fonctionnement bi mode est atteint quand ${}^m\lambda_3$ s'annule et devient positive.

$$seuil_2 = \frac{a1(\beta-1)(A(1+\beta)+k')}{A(1+\beta)(\beta-\gamma)} \quad (52)$$

L'état bimode est caractérisé par $i_1 \neq 0, i_2 \neq 0$.

Les valeurs stationnaires des variables pour cet état sont données par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \bar{d}_1 = \frac{p - a_1}{a_1 + 2(\bar{i}_1 + \beta\bar{i}_2)} \\ \bar{d}_2 = \frac{\gamma p - a_1}{a_1 + 2(\beta\bar{i}_1 + \bar{i}_2)} \end{cases} \quad (53)$$

Et

$$\begin{cases} \bar{i}_1 = - \left[\frac{A(1+\beta)(a_1(\beta-1) + p(1-\beta\gamma)) + a_1(\beta-1)k'}{2(\beta^2-1)k'} \right] \\ \bar{i}_2 = - \left[\frac{A(1+\beta)(a_1(\beta-1) + p(\gamma-\beta)) + a_1(\beta-1)k'}{2(\beta^2-1)k'} \right] \end{cases} \quad (54)$$

L'analyse de stabilité de cet état est caractérisée par un polynôme d'ordre quatre :

$$(\lambda - {}^b\lambda_1)(\lambda - {}^b\lambda_1^*)(\lambda - {}^b\lambda_2)(\lambda - {}^b\lambda_2^*) = 0 \quad (55)$$

Avec
$$\begin{cases} {}^b\lambda_1 = x_1 + i\omega_1 \\ {}^b\lambda_2 = x_2 + i\omega_2 \end{cases} \quad (56)$$

Les coefficients d'amortissement x_1, x_2 sont négatifs quel que soit le pompage.

On pose $r = \frac{p}{\text{seuil}_1}$.

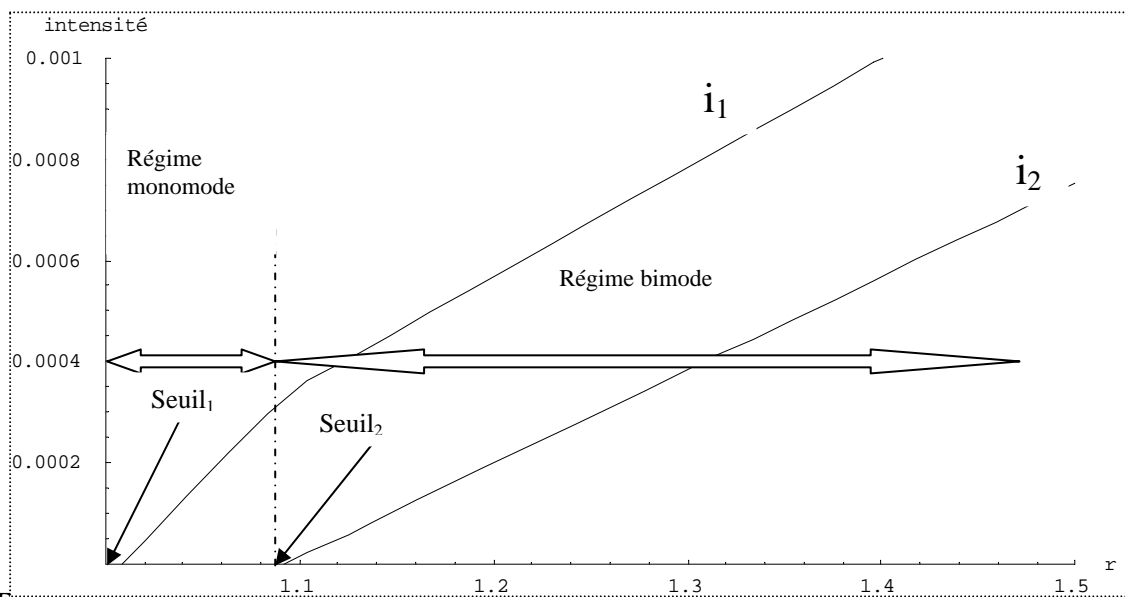


FIG. 1. L' evolution des intensités stationnaires des deux modes en fonction du taux de pompage r .

Références bibliographiques

- [1] T.H.Maiman « stimulated optical radiation in ruby », Nature, pp 493-494, 1987.
- [2] E.Snitzer « proposed fiber cavities for optical masers » J Appl Phys. Vol 32, pp 36-39, 1961.
- [3] Stone J and Burrus C, «Neodymium-doped silica lasers in end-pumped fiber geometry », Applied Physics letters, vol 23, pp 388-389 (1973).
- [4] Poulain M et al, Material Research Bulletin, vol 10, pp 243 (1975).
- [5] Means R .J. Reekie L., Poole S.B. and Payne D.N., « Neodymium-doped silica Single-mode fiber lasers » , Electronique Letters, 21, (1985)737-738.
- [6] S.B.Poole, D.N.Payne, M.E.Fermann, «Fabrication of low-loss optical fibers containing rare earth ions » Elect. Lett. vol 21, pp.870-876 (1986).
- [7] Brierly.M.C. And France P.W., « Neodyme-doped fluzirconate fiber laser », Electronics letters, 28, (1987)815-816.
- [8] Snitzer E et al «doubly-clad brightness Nd fiberlaser pamped by GaAlAs Phased array», pro, OFC'89, Houston (TX), USA . papier PD7.1989
- [9] N.G.R. Broderick, H.L. Offerhaus, D.J. Richardson, R.A Sammut, J. Caplen, et L.Dong, "Large Mode Area Fibers for High Power Applications", Opt. Fiber Technol, vol.5, pp. 185-196 (1999)
- [10] H.L. Offerhaus, N.G. Broderick, D.J. Richardson, R. Sammut, J. Caplen, L. Dong, "High-energy single-transverse mode Q-switched fiber laser based on a Multimode large mode-area erbium-doped fiber", Opt. Lett., vol. 23, N°21, pp. 1683-1685 (1998)
- [11] D. Taverner, D.J. Richardson, L. Dong, J.E. Caplen, K. Williams, et R.V. Penty, "158 μ J pulses from a single-transverse-mode, large-mode-area erbium-doped Fiber amplifier", Opt. Lett. 22, pp. 378-381 (1997)
- [12] M.-Y. Chen, Y.-C. Chang, A. Galvanauskas, P. Mamidipudi, R. changkakoti, P. Gatchell, "27-mJ nanosecond pulses in $M_2=6.5$ beam from a coiled highly Multimode Yb doped fiber amplifier", communication CTuS4, Conference on Lasers and Electro-Optics, San Francisco (2004)
- [13] Zellmer & al "high power CW neodymium doped fiber laser operating at 9.2W with high beam quality" Opt. Lett. 20 (6) : 578-580. (1995)
- [14] Dominic & al "110W fiber laser "Electron lett,35, 11 58-60. (1999)
- [15] Limperty & al "thermo-optical properties of air-clad photonics crystal fiber lasers in high

- power operation” Opt. Express, 11(22): 2982-2990. (2003)
- [16] Nilson & al “Cladding pumped ytterbium doped large core fiber laser with 610W of output power “Optics communication, 234(1-6): 315-319. (2004)
- [17] Jeong & al “ytterbium doped larger core fiber laser with 1.36KW continuous-wave out power.” Opt.Express 12 (25), 6088-6092.
- [18] Fomin & al “3KW yb fiber laser with single mode output”, In International symposium on high-power fiber laser and their applications.
- [19] A. Bjarklev, J. Broeng, A.S. Bjarklev, "Photonic crystal fibers", Kluwer Academic Publishers (2003)
- [20] J.C. Knight, T.A. Birks, P; St. J. Russel, et D.M. Atkin, "All-silica single-mode fiber with photonic crystal cladding", Opt. Lett. vol. 21, pp. 1547-1549 (1996)
- [21] K. Furusawa, A. Malinowski, J.H.V. Price, T.M. Monro, J.K. Sahu, J. Nilsson, et D.J. Richardson, "Cladding-pumped Ytterbium-doped fiber laser with holey inner And outer cladding", Opt. Express vol. 9., pp. 714-720 (2001)
- [22] W.J. Wadsworth, R.M. Percival, G. Bouwmans, J.C. Knoght, et P.S.J. Russel, "High power air-clad photonic crystal fibre laser", Opt. Express, vol. 11, pp. 48-53 (2003)
- [23] H.R. Muller, S. Unger, A. Strauss, K. Morl, V. Reichel, "Efficiency enhancement of cladding-pumped fiber laser structures," Lasers and Electro-Optics Europe. CLEO/Europe. 2003 Conference on, vol., no 613, pp 22-27 June (2003)
- [24] J. Limpert, T. Schreiber, S. Nolte, H. Zellmer, A. Tünnermann, "All fiber CPA system based on air-guiding photonic band gap fiber compressor", Communication CThK4, Conference on Lasers and electro-Optics, San Francisco (2004)
- [25] L. Goldberg, "Method and apparatus for side pumping an optical fiber", Brevet US 5,854,865 ; 29 Décembre 1998
- [26] S.R.Nagel, in optical fiber communication. Vol.1.T.Li.Ed. (cademic Press. Orlando 1985) chap1.
- [27] Govind.P.Agrawal., « non linear fiber optics » . Academic Press, Third edition Ed, (2001).
- [28] A.Hideur «Etude et réalisation de laser à fibre de puissance » thèse de doctorat de L’université de Rouen 2001.
- [29] S. Bordais, « Etude des amplificateurs et lasers 1µm de forte puissance à base de fibre double gaine dopée Ytterbium ». Université de Rennes I, p 227(2002).
- [30]P.A.Bélangier « Optical fiber Theory: A supplement to applied Electromagnetism » Edited

in Latex by Alan Roney.

- [31] M.J.Weber “probabilities for radiative and non radiative decay of Er^{+3} in LaF_3 ”Phys. Rev. Vol. 157 n°.2, pp 262-272 (1967).
- [32] M. Salhi, H. Leblond, F.Sanchez “High power tunable all fiber double clad Er:Yb: silicate fiber laser” Optics Communication 247 (2005) 181-185.
- [33] G.P. Agrawal “non linear fiber optics”. Academic Press, Third edition Ed, (2001).
- [34] J.Picholle, J.Botineau « propagation non linéaire dans les fibres optiques rétro diffusion Brillouin stimulée » Ecole d’optoélectronique.
- [35] A.YARIV « introduction in optical electronics »second edition, Rinehart and Winstone New York (1976).
- [36] J.Y. Courtois «optique non linéaire », C.Fabre et J.P.Picholle « les lasers et leurs Applications scientifiques et médicales» (1996).
- [37] G.Smith, “optical power handing capacity of low loss optical fibers as determined by stimulated Raman and Brillouin scattering” Appl. Opt, vol., no 11, pp.2489_2494, (1972).
- [38] A.Hideur «Etude et réalisation de laser à fibre de puissance » thèse de doctorat de l’université de Rouen (2001).
- [39] DJ.Bahloul « caractérisation et dynamique des lasers Brillouin à fibre optique uni modale » thèse de doctorat.université de Nice Sophia police France (1998).
- [40] N. A. Brilliant, “Stimulated Brillouin scattering in a dual-clad fiber amplifier”, J.Opt. Soc. Am. B **11**, pp.2551–2557. (2002)
- [41] C. N. Pannell, P. St. J. Russell and T. P. Newson, Stimulated Brillouin scattering in optical fibers: The effects of optical amplification, J. Opt. Soc. Am. B 10 (1993) 684–690.
- [42] H. S. Kim, D. -K. Ko, G. Lim, B. H. Cha and J. Lee, The influence of laser gain on stimulated Brillouin scattering in an active medium, Opt. Com. 167 (1999) 165–170.
- [43] J.Shi, X.Chen, M.Ouyang, J.Liu, D.Liu,”Theoretical investigation on the threshold value of stimulated Brillouin scattering in terms of laser intensity” Appl Phys B Lasers and Optics 95, pp 657-660. (2009)
- [44] R.H.Stolen, C.Lin, “Self-phase-modulation in silica optical fibers.”, Phys. Rev. A, **17** pp. 1448-1453, (1978).
- [45] R.H.Stolen, W.A.Reed, K.S.Kim. Proc .Symp. opt. “Fiber measurement” (Nist.Boulder, Colorado.1992). p.71.

- [46] A. Wada, T.O.Tsun, and R.Yamaguchi, Proc.Euroepean conf. Opt. Commun. (VDE.Verlag, Berlin) p.42. (1992)
- [47] L.Pringent and J.P.Hamaide, IEEE Photon. Lett. 5, pp.1092 (1993).
- [48] K.S.Kim, R.H. Stolen. Opt. Leet. 19. pp.257 (1994).
- [49] Y.Namihira, A.Miyata. Electron. Lett.30, pp.1171 (1994).
- [50] J.E.Meier and W.E.Heinlein, Opto-Electronics conf., Torino. Italy. pp. 21-22, Sept. (1993).
- [51] T.Kato, Y.Suetsugu. Optoelectronics Conf., JAPAN, July 12-15.(1994).
- [52] R. H. Stolen, K. S. Kim, S. E. Evangelides, G. T. Harvey, and W. A. Red, in Optical Fiber Communication Conference, Vol. 8 of 1995 OSA Technical Digest Series. (Optical Society of America, Washington, D.C., 1995), p. 312.
- [53] A. Boskovic, S. V. Chernikov, J. R. Taylor, L. Gruner-Nielsen, and O. A. Levring, Opt. Lett. **21**, 1966 (1996).
- [54] A. Melloni, M. Frasca, A. Garavaglia, A. Tonini, and M. Martinelli « Direct measurement of electrostriction in optical fibers » May 1/ Vol. 23, No. 9 / Optics Letters (1998)
- [55] Pierre Raybaut, "laser femtoseconde Yb +3: BOYS et Yb+3 : SYS" thèse de doctorat, université Paris XI, 2003.
- [56] R. Cubeddu, & al, Phys. Rev. A 2, (1955).
- [57] H.R. Muller, S. Unger, A. Strauss, K. Morl, V. Reichel, "Efficiency enhancement of cladding-pumped fiber laser structures" Lasers and Electro-Optics Europe, 2003, CLEO/Europe. 2003 Conference on, vol., no.pp. 613-, 22-27 June 2003
- [58] K.S.Kim, R.H. Stolen .Opt . Leet. 19. 257 (1994).
- [59] George C. Valley "A Review of Stimulated Brillouin Scattering Excited With a Broad-Band Pump Laser." IEEE Journal of Quantum Electronics, VOL. QE-22, No, 5, May (1986).
- [60] R. G. Harrison, J. S. Uppal, A. Johnstone and J. V. Moloney, Evidence of chaotic stimulated Brillouin scattering in optical fibers, *Phys. Rev. Lett.* **65** (1990) 167–170.
- [61] F. Sanchez, *Optique Nonlineaire* (Editions Ellipses, France, 1999).
- [62] A. Johnstone, W. Lu, J. S. Uppal and R. G. Harrison, Sustained and bursting oscillations in stimulated Brillouin scattering with external feedback in optical fiber, *Opt. Com.* **81** (1991) 222–224.
- [63] W. Lu and R. G. Harrison, Nonlinear dynamical and chaotic features in stimulated scattering phenomena, *Europhys. Lett.* **16** (1991) 655–660.

- [64] W. Lu, A. Johnstone and R. G. Harrison, Deterministic dynamics of stimulated scattering phenomena with external feedback, *Phys. Rev. A* **46** (1992) 4114–4122.
- [65] A. L. Gaeta and R. W. Boyd, Stochastic dynamics of stimulated Brillouin scattering in an optical fiber, *Phys. Rev. A* **44** (1991) 3205–3209.
- [66] M. Dammig, G. Zinner, F. Mitschke and H. Welling, Stimulated Brillouin scattering in fibers with and without external feedback, *Phys. Rev. A* **48** (1993) 3301–3309.
- [67] R. G. Harrison, P. M Ripley and W. Lu, Observation and characterization of deterministic chaos in stimulated Brillouin scattering with weak feedback, *Phys. Rev. A* **49** (1994) R24–R27.
- [68] D. Yu, W. Lu and R. G. Harrison, Physical origin of dynamical stimulated Brillouin scattering in optical fibers with feedback, *Phys. Rev. A* **51** (1995) 669–674.
- [69] J. Botineau, C. Leycuras, C. Montes and E. Picholle, Stabilization of a stimulated Brillouin fiber ring laser by strong pump modulation, *J. Opt. Soc. Am. B* **6** (1989) 300–312.
- [70] C. Montes, D. Bahloul, I. Bongrand, J. Botineau, G. Cheval, A. Mamhoud, E. Picholle and A. Picozzi, Self-pulsing and dynamic bistability in cw-pumped Brillouin fiber ring lasers, *J. Opt. Soc. Am. B* **16** (1999) 932–951.
- [71] H. Li and K. Ogusu, Instability of stimulated Brillouin scattering in fiber ring resonator, *Opt. Rev.* **7** (2000) 303–308.
- [72] C. N. Pannell, P. St. J. Russell and T. P. Newson, Stimulated Brillouin scattering in optical fibers: The effects of optical amplification, *J. Opt. Soc. Am. B* **10** (1993) 684–690.
- [73] H. S. Kim, D.-K. Ko, G. Lim, B. H. Cha and J. Lee, The influence of laser gain on stimulated Brillouin scattering in an active medium, *Opt. Com.* **167** (1999) 165–170.
- [74] N. A. Brillant, Stimulated Brillouin scattering in a dual-clad fiber amplifier, *J. Opt. Soc. Am. B* **11** (2002) 2551–2557.
- [75] G. Kulcsar, Y. Jaouën, G. Canat, E. Olmedo and G. Debarge, Multiple-stokes stimulated Brillouin scattering generation in pulsed high-power double-cladding Er³⁺-Yb³⁺ codoped fiber amplifier, *IEEE Phot. Techn. Lett.* **15** (2003) 801–803.
- [76] A. Hideur, T. Chartier, C. Özkul and F. Sanchez, Dynamics and stabilization of a high power side-pumped Yb-doped double-clad fiber laser, *Opt. Com.* **186** (2000) 311–317.
- [77] M. Salhi, A. Hideur, T. Chartier, M. Brunel, G. Martel, C. Özkul and F. Sanchez, Evidence of Brillouin scattering in an ytterbium-doped double-clad fiber laser, *Opt. Lett.* **27** (2002) 1294–1396.

- [78] B. Ortaç, A. Hideur, T. Chartier, M. Brunel, G. Martel, M. Salhi and F. Sanchez, Influence of cavity losses on stimulated Brillouin scattering in a self-pulsing side pumped ytterbium-doped double-clad fiber laser, *Opt. Com.* **215** (2003) 389–395.
- [79] A. A. Fodiati, P. Mégret and M. Blondel, Dynamics of a self-Q-switched fiber laser with a Rayleigh-stimulated Brillouin scattering ring mirror, *Opt. Lett.* **29** (2004) 1078–1080.
- [80] M. Laroche, H. Gilles and S. Girard, Influence of stimulated Brillouin scattering on the temporal dynamics of an actively Q-switched double-clad fiber laser, *Opt. Com.* **281** (2008) 2243–2247.
- [81] H. Statz and G. De Mars, Multimode oscillations in solid-state masers, *J. Appl. Phys.* **35** (1964) 1377–1383.
- [82] F. Sanchez and G. Stephan, General analysis of instabilities in erbium-doped fiber lasers, *Phys. Rev. E* **53** (1996) 2110–2122.
- [83] F. Sanchez, M. Le Flohic, G. M. Stephan, P. Le Boudec and P. L. François, Quasi periodic route to chaos in erbium-doped fiber laser, *IEEE J. Quant. Electron.* **31** (1995) 481–488.
- [84] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press 3rd ed, (2001) New York.
- [85] M. Salhi, A. Hideur, T. Chartier, M. Brunel, G. Martel, C. Özkul and F. Sanchez, Evidence of Brillouin scattering in an ytterbium-doped double-clad fiber laser, *Opt. Lett.* **27** (2002) 1294–1396.
- [86] P. Bergé, Y. Pomeau, Ch. Vidal « L'ordre dans un chaos » Hermann éditeur des sciences et des arts (1992).
- [87] Henry D. I. Arbanal, Reggie Brown, John J. Sidorowich, and Lev Sh. Tsimring “ the analysis of observed chaotic data in physical systems ” *Reviews of Modern Physics*, Vol. 65, No. 4. October (1993)

BRILLOUIN INSTABILITIES IN CONTINUOUSLY PUMPED HIGH POWER FIBER LASERS

DJOUHER MALLEK^{*,†}, ABDELAMID KELLOU^{*},
HERVÉ LEBLOND[†] and FRANÇOIS SANCHEZ^{†,‡}

**Laboratoire d'Electronique Quantique, Faculté de Physique,
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene,
B. P. 32 El-Alia Bab-Ezzouar 16111, Alger, Algeria*

*†Laboratoire POMA FRE CNRS 2988, Université d'Angers,
2 Bd Lavoisier, 49000 Angers, France*

‡francois.sanchez@univ-angers.fr

Received 26 February 2009

The effect of Brillouin backscattering on the stability of a high power continuously pumped fiber laser is theoretically analyzed in the general framework of two-coupled modes laser model. It is demonstrated that, depending on the cavity losses, different type of instabilities can arise. Low loss cavity favours stable continuous regime in a large range of pumping rates while high loss configuration permits the emergence of different self-pulsing instabilities.

Keywords: Fiber laser; Brillouin effect; instabilities; theoretical model.

1. Introduction

Brillouin backscattering and its related instabilities in single-mode passive fibers have a long history.¹ The physical principle is the parametric coupling between an optical and an acoustical wave in a long single-mode fiber.² Electrostrictive effect induces distributed moving index grating in which the pump beam is reflected thus generating the backscattered Stokes wave which is frequency down-shifted. The simplest configuration involves only a long fiber without any feedback and a forward pump beam. Chaotic behaviour is observed in this case even close to the Brillouin threshold.¹ External feedback provided by the fiber ends leads to greater rich dynamical behaviours such as limit cycle and quasiperiodicity.^{1,3} Theoretical modelling allowed to identify the nonlinear refraction and its interplay with the Brillouin coupling as responsible for the dynamical behaviours. Indeed, if the optical Kerr effect is omitted, no instability is observed.⁴ Thus the dynamics was explained in a purely deterministic way.⁵ On the other hand, an alternative approach to explain the chaotic behaviour without external feedback was related to the stochastic nature of the spontaneous scattering.^{6,7} Further studies demonstrated that external feedback suppresses the stochasticity of the Brillouin interaction process leading to a purely

deterministic behaviour resulting from the interplay between nonlinear refraction and Brillouin amplification.^{8,9} Brillouin fiber ring lasers have been also deeply investigated both experimentally and theoretically. Here again, different dynamic instabilities have been obtained depending of the fiber length.^{10–12} Although several mechanisms or cavity characteristics are involved in the destabilization process, the nonlinear refraction is a necessary condition.¹²

With the emergence of rare-earth doped fibers, and especially double-clad fibers, there is a renewed interest in Brillouin effect. First of all, the amplification of a continuous signal in a rare-earth doped fiber amplifier can generate high enough intensities to excite Brillouin effect and then to create a backscattered Stokes wave. Such back-reflection is detrimental for amplifier applications and consequently it has been studied theoretically and experimentally. The main objective was initially to calculate the Brillouin threshold in an amplifying medium.^{13–15} Time-dependent analysis in a double-clad fiber amplifier has been first done in Ref. 16 where the authors investigate the effect of multiple Brillouin scattering on microsecond-pulse amplification. There are few reported results concerning Brillouin effect in a resonant fiber laser. First experimental results concerned a double-clad ytterbium-doped fiber laser where Brillouin scattering was suspected to be responsible for the unstable behaviour of the laser.¹⁷ Indeed, the laser was stabilized in a unidirectional ring cavity where backscattering is suppressed. Clear experimental evidence of multiple Stokes waves and their destabilizing effect has been reported.¹⁸ The cavity losses have been identified as an important parameter directly linked to the laser behaviour.¹⁹ Indeed, the laser is cw in a low-loss configuration while different self-pulsing instabilities occur in high-loss cavity. Very few results have been reported from the theoretical point of view. We can cite a work which concerns the modelling of self-Q-switching of a fiber laser cavity with a Brillouin scattering ring mirror.²⁰ More recently, the influence of Brillouin scattering in a fiber laser actively Q-switch has been theoretically modelled.²¹ In this paper we report, for the first time to the best of our knowledge, theoretical results for the low frequency self-pulsing instability resulting from Brillouin backscattering. In contrast with,²¹ we consider an autonomous system with no external or internal modulation. We give in this paper the most important results. Further developments will be let future papers. Our main objective is to present a model allowing to explain the low frequency instability arising in a fiber lasers as a consequence of Brillouin effect.

2. The Model

We consider the Fabry-Perot fiber laser cavity schematically depicted in Fig. 1. We assume that the fiber supports a forward and a backward laser waves which are modelled through their intensities. For simplicity we assume that there is only the first order Stokes wave with its forward and backward components. Indeed, experimental results reported in Ref. 18 showed that Brillouin effect destabilizes the laser but no clear evidence was done concerning a possible correlation between the number of Stokes orders and the stability of the laser. In a first approach we neglect

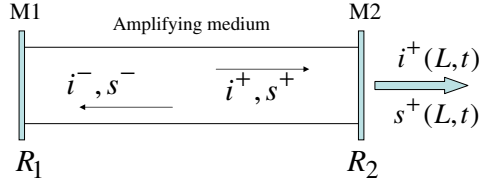


Fig. 1. Laser configuration and notations used in this paper.

the equation for the acoustic wave and the optical Kerr effect. Of course these two aspects can be of importance in special situations but, as it will be demonstrated, they are not key elements for the description of Brillouin induced instabilities in a standing-wave fiber laser. The neglecting of the acoustic wave means that we assume an instantaneous Brillouin gain, while in fact the phonon lifetime is about 15 ns. The consequence of our approach is that the model is intrinsically limited to a description of phenomena in a time scale well above the phonon lifetime. In spite of such limitation, it is sufficient for the modelling of both the low frequency self-pulsing occurring in the microsecond range and the fast pulsing occurring in the round-trip time scale, about 100 ns.

The different waves are described in terms of intensities which are subjected to the classical boundary conditions on the mirrors. The forward (backward) component of the laser wave is coupled to the backward (forward) component of the stokes wave as a result of the Brillouin coupling. In addition, all waves fall below the gain curve and consequently are coupled through the gain medium. At this stage we have two possibilities. The first one is to assume that all the fields are amplified through stimulated emission associated to a unique population inversion. This approach, used in Ref. 21, does not seem satisfactory because the spatial hole burning in standing-wave lasers yields naturally to the existence of different classes of dipoles.²² The second approach, that we decided to use, is a consequence of the spatial hole burning and consists in considering two classes of atoms, each associated to one wavelength.²² Such approach has been used successfully for the description of the dynamics of dual-wavelength erbium-doped fiber lasers.²³ Of course, cross-saturation occurs between the laser and the Stokes waves. In its final form, the model involves 2 material equations (population inversions) and 4 field equations (forward and backward components of both laser and stokes waves). The normalized equations write as

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial d_1}{\partial t} &= p - a_1(1 + d_1) - 2d_1[(i^+ + i^-) + \beta(s^+ + s^-)] \\
 \frac{\partial d_2}{\partial t} &= \gamma p - a_1(1 + d_2) - 2d_2[(s^+ + s^-) + \beta(i^+ + i^-)] \\
 \frac{\partial i^\pm}{\partial t} \pm \frac{\partial i^\pm}{\partial \zeta} &= -Gi^\pm s^\mp - ki^\pm + A(d_1 + \beta d_2)i^\pm \\
 \frac{\partial s^\pm}{\partial t} \pm \frac{\partial s^\pm}{\partial \zeta} &= +Gi^\mp s^\pm - ks^\pm + A(d_2 + \beta d_1)s^\pm
 \end{aligned} \tag{1}$$

with the reflection conditions at the boundaries

$$\begin{aligned} i^+(0, t) &= R_1 \times i^-(0, t), & s^+(0, t) &= R_1 \times s^-(0, t), \\ i^-(\ell, t) &= R_2 \times i^+(\ell, t), & s^-(\ell, t) &= R_2 \times s^+(\ell, t). \end{aligned} \quad (2)$$

The d_n 's are the population inversions normalized versus the concentration of active ions ($N_0 = 10^{24} \text{ m}^{-3}$). i and s are the normalized laser and stokes intensities, respectively and the superscript plus and minus stand for forward and backward components, respectively. The time t is normalized versus the photon transit time along the fiber ($T_r = 48 \text{ ns}$) and the longitudinal coordinate $\zeta = z/L$ is normalized versus the fiber length ($L = 10 \text{ m}$) which is assumed to coincide with the total cavity length, so that the normalized cavity length is $\ell = 1$. The other parameters are $a_1 = T_r/\tau$, $A = \sigma N_0 L$, $G = g_B L I_0$, $I_0 = \hbar\omega/(\sigma T_r)$ and $k = \alpha L$. $\tau = 800 \mu\text{s}$ is the population inversion lifetime, $\sigma = 32 \times 10^{-25} \text{ m}^2$ the emission cross-section, g_B the Brillouin gain and $\alpha = 0.0458 \text{ m}^{-1}$ the absorption coefficient. $\omega = 2\pi c/\lambda$ is the optical pulsation with $\lambda = 1.08 \mu\text{m}$. p is the pumping parameter and is assumed to be uniform along the fiber. γ represents a dichroism in the pumping process in order to take into account some anisotropy of the laser.²⁴ β is the cross-saturation parameter and physically represents the strength of the coupling between the laser field and the stokes through the amplifying medium.²²⁻²⁴ R_1 and R_2 are the reflection coefficients of the mirrors.

Before we proceed, it is worth discussing the value of the Brillouin gain because it has a significant influence on the numerical results. In addition, depending on the exact experimental conditions, g_B can take very different values. The commonly used Brillouin gain in silicate fibers is $g_B^m = 5 \times 10^{-11} \text{ m/W}$ and corresponds to its maximum value at the centre of the Brillouin line. Let us now specify the exact operating conditions of the laser under investigation. First of all, the ratio of the spectral Brillouin gain linewidth ($\Delta\nu_B$) and the spectral laser linewidth ($\Delta\nu_P$) plays an important role. We consider a situation where $\Delta\nu_B = 10 \text{ MHz}$ ²⁵ and $\Delta\nu_P = 100 \text{ MHz}$. Thus we consider a configuration where $\Delta\nu_P \gg \Delta\nu_B$. As a consequence, the Brillouin gain considerably varies depending on the respective values of the coherence length of the laser ($L_{\text{coh}} = c/(n\Delta\nu_P)$ where c is the velocity of light and $n \approx 1.45$ the refractive index) and the Brillouin interaction length ($L_{\text{int}} = 1/(g_B^m I)$ where I is the laser intensity). The coherence length can be evaluated with the spectral laser linewidth considered above $L_{\text{coh}} \approx 2 \text{ m}$. To determine the interaction length, we consider a wave with a total power of about 1 W and an effective mode area for the fundamental mode of about $25 \mu\text{m}^2$. We get $L_{\text{int}} \approx 0.5 \text{ m}$. Therefore we are in the case where $L_{\text{coh}} \gg L_{\text{int}}$. We finally notice that the free spectral range of the cavity ($\Delta\nu_{\text{FSR}} \approx 11 \text{ MHz}$) is greater than the Brillouin gain linewidth ($\Delta\nu_B = 10 \text{ MHz}$). Under all these circumstances, the Brillouin gain to be considered is $g_B = (\Delta\nu_B/\Delta\nu_P) g_B^m = g_B^m/10$. In conclusion, with the set of parameters used for the numerical simulations we will consider a Brillouin gain which is 10 times lower than its maximum value.

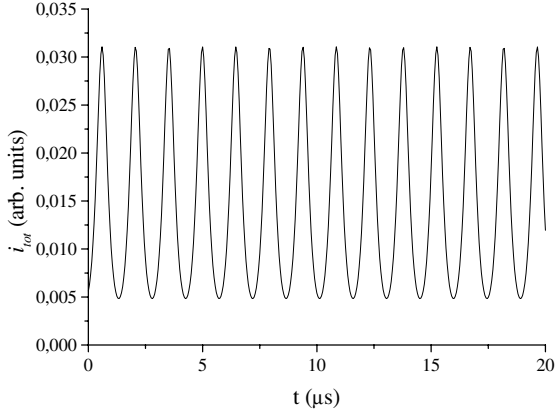
3. Numerical Simulations

System (1-2) is solved numerically using a 4th order Runge-Kutta algorithm. The ζ -derivatives are computed by means of finite differences and care must be taken to the reflection conditions (2). In the following we are interested in the temporal evolution of the output intensity of the laser ($i^+(\ell, t)$) and stokes ($s^+(\ell, t)$) waves and also on the total output intensity defined as $i_{\text{tot}} = i^+(\ell, t) + s^+(\ell, t)$. For the numerical simulations we consider the practical case of the Yb-doped double-clad fiber laser. All the parameters are known except the values of G , γ and β which are chosen in order to obtain a good qualitative agreement with the experimental observations reported in Refs. 17–19, we will take the normalized Brillouin gain $G = 60$ (in agreement with the discussion given in the previous paragraph), the dichroism parameter $\gamma = 0.7$ and the cross-saturation parameter $\beta = 0.05$. The cavity losses, through the choice of the reflection coefficients of the mirrors, together with the pumping ratio r (defined as the ratio of the pumping parameter to its laser threshold value $r = p/p_{\text{th}}$) have a strong influence on the dynamical behaviour and will be varied hereafter. The laser threshold can be directly calculated from system (1) evaluated at threshold and then by considering the fact that the gain compensates the losses over one round-trip of the cavity. It takes the form:

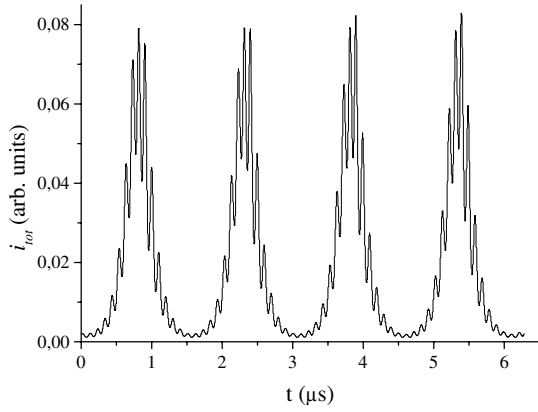
$$p_{\text{th}} = \frac{a_1}{1 + \beta\gamma} \left[1 + \beta + \frac{1}{A} \left(k + \frac{1}{2\ell} \text{Ln} \frac{1}{R_1 R_2} \right) \right] \quad (3)$$

We first consider the case of a high-losses cavity (or bad cavity configuration) for which the reflection coefficients of the mirrors are $R_1 = 1$ and $R_2 = 0.16$. Results of the numerical integration are given in Fig. 2. Figure 2(a) has been obtained for a pumping ratio $r = 6.33$ and clearly demonstrates a regular self-pulsing instability in the microsecond range. While the pumping ratio is increased, this regular self-pulsing progressively becomes irregular with the emergence of additional fast modulation as shown in Figs. 2(b) and 2(c). Further work is needed to fully characterize the instability but the results are yet enough important at least for two reasons. First, they are in very good qualitative agreement with the experimental data reported in Refs. 17,18 and, they demonstrate for the first time that Brillouin effect can be responsible for a low-frequency self-pulsing instability in a fiber laser without any saturable absorber. We can note that the lower period in the time evolution exactly matches the round-trip cavity time (here 96 ns) as in the experiment. In order to be fully convinced that these instabilities are due to the Brillouin effect, we have checked that when $G = 0$, no instability occurs and the laser is continuous. This is clearly demonstrated in Fig. 3 which gives the temporal evolution of the output intensity for the same set of parameters than that of Fig. 2 but with no Brillouin coupling.

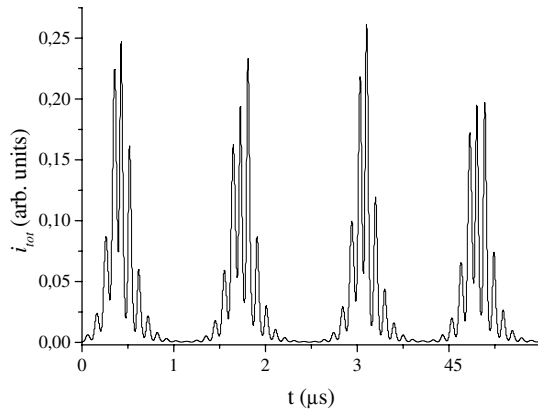
Let us now consider the low-loss cavity case (good cavity configuration) for which the reflection coefficients of the mirrors are $R_1 = 1$ and $R_2 = 0.9$. In this case the laser is continuous as shown in Fig. 4 which gives the transient evolution towards a stable steady-state. The laser remains stable over a large range of pumping ratio.



(a)



(b)



(c)

Fig. 2. Temporal evolution of the output laser intensity in a high-loss cavity with Brillouin coupling. The pumping ratio is (a) $r = 6.33$, (b) $r = 7.79$ and (c) $r = 11.68$.

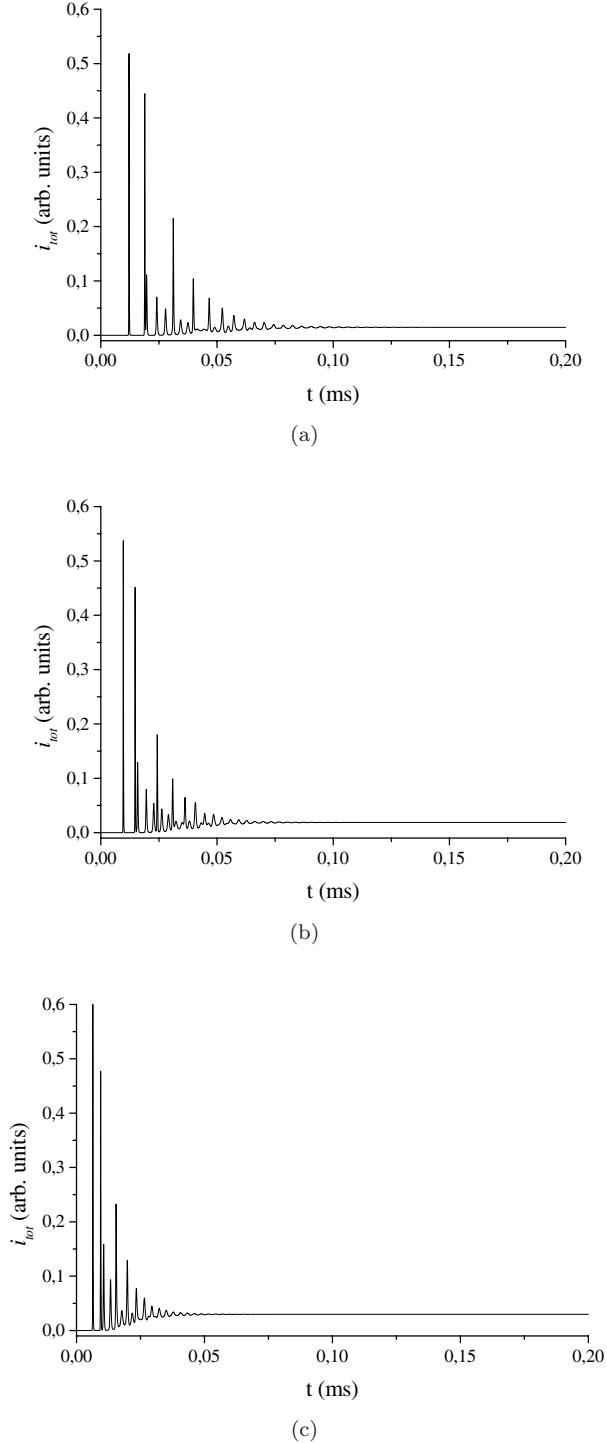


Fig. 3. Temporal evolution of the output laser intensity in a high-loss cavity without Brillouin coupling. The pumping ratio is (a) $r = 6.33$, (b) $r = 7.79$ and (c) $r = 11.68$.

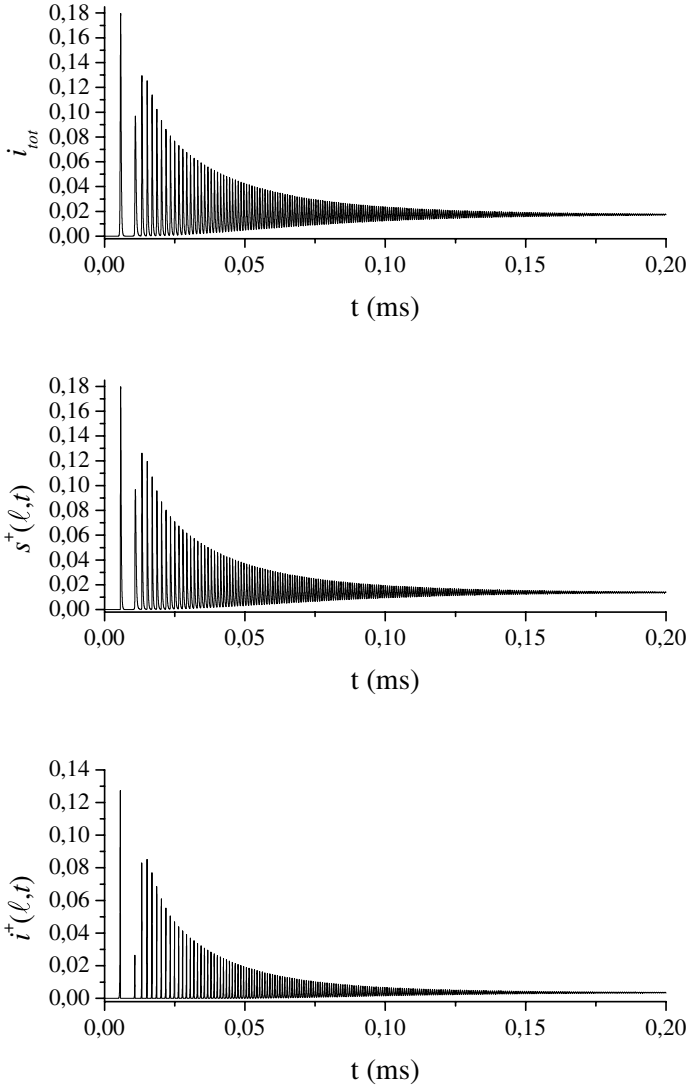


Fig. 4. Temporal evolution of the output laser ($i^+(\ell, t)$) and stokes ($s^+(\ell, t)$) intensities and of the total intensity (i_{tot}) in a low-loss cavity. The pumping ratio is $r = 6$.

Again, this is in agreement with experimental results reported in the Yb-doped fiber laser.^{17,18} Let us note that in this case, the suppression of the Brillouin interaction does not modify the stability of the laser. The only difference is an increase of the transient behaviour towards the continuous state.

4. Conclusion

In summary, we have proposed a simple theoretical approach for the modelling of a high-power fiber laser in the presence of Brillouin effect. The numerical results

reported here are in rather good qualitative agreement with experimental data thus confirming the validity of our approach. Our model demonstrates, for the first time to our best knowledge, that Brillouin backscattering can induce a regular self-pulsing with a period large compared to the round-trip time in the cavity, for a fiber laser without any saturable absorption. As explained in the paper, some strong approximations have been done and there will be a lot of future works to account for other effects such as the finiteness of the phonon lifetime and optical Kerr nonlinearity. In spite of that, our model contains the minimal ingredients for a good description of the instabilities commonly occurring in high-power fiber laser.

References

1. R. G. Harrison, J. S. Uppal, A. Johnstone and J. V. Moloney, Evidence of chaotic stimulated Brillouin scattering in optical fibers, *Phys. Rev. Lett.* **65** (1990) 167–170.
2. F. Sanchez, *Optique Nonlinéaire* (Editions Ellipses, France, 1999).
3. A. Johnstone, W. Lu, J. S. Uppal and R. G. Harrison, Sustained and bursting oscillations in stimulated Brillouin scattering with external feedback in optical fiber, *Opt. Com.* **81** (1991) 222–224.
4. W. Lu and R. G. Harrison, Nonlinear dynamical and chaotic features in stimulated scattering phenomena, *Europhys. Lett.* **16** (1991) 655–660.
5. W. Lu, A. Johnstone and R. G. Harrison, Deterministic dynamics of stimulated scattering phenomena with external feedback, *Phys. Rev. A* **46** (1992) 4114–4122.
6. A. L. Gaeta and R. W. Boyd, Stochastic dynamics of stimulated Brillouin scattering in an optical fiber, *Phys. Rev. A* **44** (1991) 3205–3209.
7. M. Dämming G. Zinner, F. Mitschke and H. Welling, Stimulated Brillouin scattering in fibers with and without external feedback, *Phys. Rev. A* **48** (1993) 3301–3309.
8. R. G. Harrison, P. M. Ripley and W. Lu, Observation and characterization of deterministic chaos in stimulated Brillouin scattering with weak feedback, *Phys. Rev. A* **49** (1994) R24–R27.
9. D. Yu, W. Lu and R. G. Harrison, Physical origin of dynamical stimulated Brillouin scattering in optical fibers with feedback, *Phys. Rev. A* **51** (1995) 669–674.
10. J. Botineau, C. Leycuras, C. Montes and E. Picholle, Stabilization of a stimulated Brillouin fiber ring laser by strong pump modulation, *J. Opt. Soc. Am. B* **6** (1989) 300–312.
11. C. Montes, D. Bahloul, I. Bongrand, J. Botineau, G. Cheval, A. Mamhoud, E. Picholle and A. Picozzi, Self-pulsing and dynamic bistability in cw-pumped Brillouin fiber ring lasers, *J. Opt. Soc. Am. B* **16** (1999) 932–951.
12. H. Li and K. Ogusu, Instability of stimulated Brillouin scattering in fiber ring resonator, *Opt. Rev.* **7** (2000) 303–308.
13. C. N. Pannell, P. St. J. Russell and T. P. Newson, Stimulated Brillouin scattering in optical fibers: The effects of optical amplification, *J. Opt. Soc. Am. B* **10** (1993) 684–690.
14. H. S. Kim, D.-K. Ko, G. Lim, B. H. Cha and J. Lee, The influence of laser gain on stimulated Brillouin scattering in an active medium, *Opt. Com.* **167** (1999) 165–170.
15. N. A. Brillant, Stimulated Brillouin scattering in a dual-clad fiber amplifier, *J. Opt. Soc. Am. B* **11** (2002) 2551–2557.
16. G. Kulcsar, Y. Jaouën, G. Canat, E. Olmedo and G. Debarge, Multiple-stokes stimulated Brillouin scattering generation in pulsed high-power double-cladding Er^{3+} - Yb^{3+} codoped fiber amplifier, *IEEE Phot. Techn. Lett.* **15** (2003) 801–803.

17. A. Hideur, T. Chartier, C. Özkul and F. Sanchez, Dynamics and stabilization of a high power side-pumped Yb-doped double-clad fiber laser, *Opt. Com.* **186** (2000) 311–317.
18. M. Salhi, A. Hideur, T. Chartier, M. Brunel, G. Martel, C. Özkul and F. Sanchez, Evidence of Brillouin scattering in an ytterbium-doped double-clad fiber laser, *Opt. Lett.* **27** (2002) 1294–1396.
19. B. Ortaç, A. Hideur, T. Chartier, M. Brunel, G. Martel, M. Salhi and F. Sanchez, Influence of cavity losses on stimulated Brillouin scattering in a self-pulsing side-pumped ytterbium-doped double-clad fiber laser, *Opt. Com.* **215** (2003) 389–395.
20. A. A. Fodiati, P. Mégret and M. Blondel, Dynamics of a self-Q-switched fiber laser with a Rayleigh-stimulated Brillouin scattering ring mirror, *Opt. Lett.* **29** (2004) 1078–1080.
21. M. Laroche, H. Gilles and S. Girard, Influence of stimulated Brillouin scattering on the temporal dynamics of an actively Q-switched double-clad fiber laser, *Opt. Com.* **281** (2008) 2243–2247.
22. H. Statz and G. De Mars, Multimode oscillations in solid-state masers, *J. Appl. Phys.* **35** (1964) 1377–1383.
23. F. Sanchez and G. Stephan, General analysis of instabilities in erbium-doped fiber lasers, *Phys. Rev. E* **53** (1996) 2110–2122.
24. F. Sanchez, M. Le Flohic, G. M. Stephan, P. Le Boudec and P. L. François, Quasi-periodic route to chaos in erbium-doped fiber laser, *IEEE J. Quant. Electron.* **31** (1995) 481–488.
25. G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, 3rd edn. (Academic Press, New York, 2001).