

Propagation de fissure en mode mixte dans un milieu élasto-plastique avec prise en compte des contraintes résiduelles

Shixiang Ma

► To cite this version:

Shixiang Ma. Propagation de fissure en mode mixte dans un milieu élasto-plastique avec prise en compte des contraintes résiduelles. Mécanique [physics.med-ph]. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2005. Français. NNT: 2005CLF21556. tel-00664816

HAL Id: tel-00664816 https://theses.hal.science/tel-00664816

Submitted on 31 Jan 2012 $\,$

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés. N° d'ordre : 1556 EDSPIC : 317

> Université BLAISE PASCAL – Clermont II Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur de Clermont – Ferrand

Thèse

Présentée pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université

(Spécialité : Génie Mécanique)

par

Shixiang MA

Propagation de fissure en mode mixte dans un milieu élasto-plastique avec prise en compte des contraintes résiduelles

Soutenue publiquement le 13 Janvier 2005 devant le jury :

Président du Jury, Rapporteur Directeur de Recherche LMM-Paris VI CNRS_UMR7607
Rapporteur Directeur de Recherche LMT, ENS-CACHAN_UMR8535
Professeur des Universités (Université Paris XIII)
Responsable de Recherche et Développement Matériaux (CETIM)
Chef de Service (Bureau Véritas_Paris La Défense)
Chef de Service (GIAT Industrie)
Maître de conférences (Université Blaise Pascal, Clermont II)
Professeur des Universités (Université Blaise Pascal, Clermont II)

Laboratoire de Mécanique et Ingénieries _ LaMI

e

Remerciements		I
Résumé		II
Sommaire		III
Notations		IV
Chapitre I – In	troduction	1
Chapitre II – E	léments d'analyse	8
II.1 Notion	de la mécanique de la rupture	9
II.1.1 Mo	des élémentaires de fissuration	
II.1.2 Med	canique de la rupture	10
II.1.3 Para	imètres pour étudier la zone singulière	
II.1.4 Rup	ture fragile par fissuration brutale dans les théories classiques	16
II.1.5 Cha	mps de contraintes asymptotiques en milieu élasto-plastique	17
II.2 Propaga	ation des fissures	18
II.2.1 Loi	de propagation de fissures	19
II 2.2 Para	mètres avant une influence sur la propagation de fissure	21
II.3 Bifurca	tion de fissure	
		22
II.3.1 Crit	eres de bifurcation en milieu elastique lineaire	23
II.3.2 Crit	éres de bifurcation en milieu élasto-plastique	25
Chapitre III – I	Etude de la bifurcation de fissure sous chargement statique	
III.1 Bifurc	cation en milieu élastique linéaire	29
III.1.1	Présentation des essais en mode mixte	
III.1.2	Choix et simulation numérique	32
III.1.3	Comparaison entre les résultats du critère $\sigma_{\theta\theta max}$ et ceux	
	du critère $\sigma_{principale}$	
III.2 Bifurc	cation en milieu élasto-plastique	
III.2.1 Pr	ésentation du critère <i>J-M^p</i>	41
III.2.1.1	Définition du taux de mixité plastique M ^p	41
III.2.1.2	Détermination du taux de mixité plastique M^p	
III.2.1.3 Critère de la transition entre la runture par clivage et		
	la rupture par cisaillement	47
III.2.1.4	Critère de bifurcation pour les fissures de clivage	49

III.2.1.5 Critère de bifurcation pour les fissures de cisaillement50
III.2.2 Modélisation numérique
 III.2.2.1 Vérification du critère de transition entre la rupture par clivage et par cisaillement
III.2.3 Essais expérimentaux
III.2.3.1Essais sur les éprouvettes en alliage d'aluminium 702059III.2.3.2Essais sur les éprouvettes en acier S46064
III.3 Conclusion sur la validation de critères $J-M^p$
Chapitre IV – Procédure d'évaluation du début de propagation de fissure et de sa bifurcation en mode mixte dans un matériau ductile
IV.1 Résistance à rupture sous chargement monotone en mode mixte
IV.2 Etablissement d'une procédure
IV.3 Validation de la procédure70
IV.4 Conclusion sur la procédure74
Chapitre V – Etude de l'angle de bifurcation et de la vitesse de propagation de fissure sous chargement en fatigue à grand nombre de cycles75
V.1 Bifurcation de fissure en mode mixte sous chargement en fatigue76
 V.1.1 Trajet de fissuration établi numériquement
V.2 Calcul du taux de restitution d'énergie en présence de contraintes résiduelles80
V.2.1Généralités80V.2.2Influence des contraintes résiduelles de soudage
 V.2.2.1 Distribution des contraintes résiduelles
V.2.2.3 Résultats numériques et discussions
V.2.3 Influence des contraintes résiduelles dues à la zone plastifiée
 V.2.3.1 Distribution des contraintes résiduelles de plastification

a	•
Som	maire
Donn	mune

V.2.3.3	8 Résultats numériques et discussions
V.3 Essa san	ais de fatigue en mode mixte sur les éprouvettes avec soudure et s soudure
V.3.1	Objectif des essais94
V.3.2	Eprouvettes et dispositifs du chargement en mode mixte94
V.3.3	Méthode de marquage des essais de fatigue95
V.3.4	Essais de fatigue sur les éprouvettes en alliage d'aluminium96
V.3.4.1 V.3.4.2 V.3.4.3 V.3.4.4 V.3.4.5 V.3.5 V.3.5 V.3.5.1 V.3.5.2 V.3.5.2 V.3.5.4 V.3.5.5	Résultats des éprouvettes en alliage d'aluminium sans soudure
V.3.6	Conclusions relatives aux essais de fatigue126
Chapitre Vl	I – Proposition des modèles de propagation de fissure en mode mixte sous fatigue en présence des contraintes résiduelles de soudage127
VI.1 Co en	mparaison de différents modèles de facteur d'intensité de contrainte mode mixte
VI.2 Pro en	position d'un modèle de propagation de fissure sous chargement mode mixte
VI.2.1 VI.2.2	Influence de la mixité du mode de chargement
VI.3 Vé	rification du modèle de propagation135
VI.3.1 VI.3.2	Vérification du modèle de propagation de fissure dans les éprouvettes sans soudure sous chargement en mode mixte135 Vérification du modèle de propagation de fissure dans les éprouvettes soudées sous chargement en mode I pur137

VI.3	.3 Vérification du modèle de propagation de fissure dans les éprouvettes soudées sous chargement en mode mixte	
V1.4	sur la durée de vie	139
VI.5	Conclusion du modèle	140
Chapitı	e VII – Conclusions générales	142
Ribliog	ranhia	1/6
Dibilogi	apme	140
Annexe	s	160

Chapitre I

Introduction

Préambule

Dans le cas d'une structure industrielle soumise à la fatigue, l'évaluation de la nocivité de fissures est un problème important. La prévision de la propagation de fissure comporte deux parties principales, ce sont, d'une part, la détermination de la direction dans laquelle la fissure va évoluer et d'autre part, l'estimation de la vitesse de propagation de fissure.

Cette thèse concerne la bifurcation de fissure sous chargement statique et la propagation de fissure sous chargement en fatigue. Les expérimentations et les simulations numériques sont effectuées avec plusieurs types d'éprouvettes fissurées sous chargement statique et par fatigue en mode mixte.

Cas du chargement statique en mode mixte

Lorsque la fissure est soumise à un chargement statique, de nombreuses études se sont concentrées dans le domaine élastique où existent plusieurs critères de bifurcation, tels que le critère de maximum de la contrainte circonférentielle (MCS) [135] ; le critère de maximum de taux de restitution d'énergie [45] ; le critère de densité d'énergie de déformation minimale [25] ; le critère de l'intégrale $J_{II}=0$ [47] et le critère du facteur d'intensité de contraintes $K_{II}=0$ [136] etc. Il existe également d'autres critères utilisant l'écartement de la pointe de fissure, appelé CTOD (Crack-Tip-Opening-Displacement) pour prévoir la fissuration. Par exemple, Newman et al. ont simulé la propagation de fissure sous chargement en mode I ; Les essais de CTOD sur l'éprouvette MCT (Middle-Crack-Tension) sont effectués par Dawicke et Sutton [139], puis Michael A. Sutton et al. [1][2][32][64] qui ont proposé un critère basé sur le paramètre CTOD pour déterminer l'angle de bifurcation de fissure sous chargement en mode mixte.

Dans le cas d'une fissure en mode mixte dans un matériau ductile sous chargement statique, il est nécessaire de suivre plusieurs étapes pour évaluer la bifurcation et la propagation de fissure :

- La première étape concerne la détermination du seuil de chargement nécessaire à faire propager la fissure. Il est bien connu que les valeurs de résistance à rupture en mode mixte dépendent du mode réel de la propagation de fissure et du paramètre de rupture utilisé. Par exemple, l'acier ductile montre souvent une diminution de résistance à rupture avec l'augmentation du mode II de fissuration, tandis que le matériau avec une ductilité basse manifeste une grande résistance en mode II. Ces essais de rupture en mode mixte sont effectués par Pirondi et Dalle Donne [3]. La résistance à rupture est mesurée en utilisant le paramètre CTOD. Ils ont vérifié que la résistance d'un matériau ductile est plus grande dans le cas du mode I pur que dans le cas du mode II pur.
- La deuxième étape est relative à la détermination du type de rupture. Dans le cas du matériau ductile, la bifurcation de fissure est plus compliquée. Elle dépend de l'angle de chargement et des paramètres du matériau. Il existe deux types de rupture : la rupture par clivage et la rupture par cisaillement. La rupture par clivage appelée 'T-type fracture' est relative principalement à la décohésion des liaisons atomiques autour de la pointe de fissure. La rupture par cisaillement appelée 'S-type fracture' dépend de la progression de la plasticité au voisinage de la pointe de fissure. La compétition entre la rupture par clivage et la rupture par cisaillement détermine la résistance à rupture d'une structure

fissurée. La transition entre le clivage et le cisaillement peut se produire même sous chargement en mode I pur ou en mode II pur. Bien que ces deux phénomènes soient observés depuis longtemps, les conditions relatives à la transition de l'un vers l'autre n'ont pas été étudiées jusqu'à maintenant.

Sur la base du travail de Li, Zhang et Recho [4] qui a permis de développer un critère pour déterminer la transition entre ces deux types de rupture, nous avons mis au point une procédure de validation à partir d'éprouvettes en poutre et en plaque.

Après la détermination du type de rupture, il est nécessaire d'évaluer la direction de la bifurcation. Lorsque la fissure s'accroît par clivage, le critère du maximum de contrainte circonférentielle est choisi pour évaluer l'angle de bifurcation. Lorsque la fissure s'accroît par cisaillement, le critère choisi est celui proposé dans [4]. Dans le chapitre III, nous présenterons en détail ce critère. La validation et la vérification de ce critère sont réalisées dans la présente thèse.

En combinant les essais expérimentaux et les simulations numériques, nous proposons une méthode pour prévoir, sous conditions statiques, la bifurcation et le début de propagation d'une fissure en mode mixte dans un matériau ductile. Selon cette méthode, plusieurs critères sont développés afin d'évaluer à la fois (voir figure 1.1) :

- la résistance à rupture du matériau ductile sous chargement en mode mixte ;
- le début de propagation ;
- la transition entre clivage et cisaillement ;
- l'angle de bifurcation et
- le trajet de fissuration.



Figure 1.1 Schéma d'études dans le cas d'un matériau ductile sous chargement statique

Cas du chargement de fatigue en mode mixte

L'expérience industrielle montre que les ruptures de pièces de machines ou de structures en fonctionnement normal sont, le plus souvent, dues à la fatigue. Lorsqu'une fissure est soumise à un chargement de fatigue, la vitesse de propagation et la durée de vie en fatigue sont deux éléments déterminants pour le dimensionnement de ces pièces.

La vitesse de propagation de la fissure de fatigue est généralement exprimée en fonction du facteur d'intensité de contrainte K par une relation paramétrique proposée initialement par Paris [138]. De plus, il existe d'autres lois de propagation, on cite par exemple, la formule empirique de Forman et al. [5]; la relation empirique de Erdogan et Ratwani [6], etc.

Pour étudier la propagation de fissure en mode mixte, de nombreux essais expérimentaux sont effectués dans le cadre de cette thèse. Deux matériaux et trois angles de chargement ont été choisis. L'influence de l'angle de chargement sur la vitesse de propagation est ensuite analysée.

Les modèles proposés pour décrire la propagation d'une fissure devraient tenir compte de tous ces paramètres qui conditionnent cette propagation dans un matériau donné, mais un tel modèle n'existe pas pour l'instant.

Le soudage est actuellement le principal procédé d'assemblage des structures métalliques. De nombreuses applications industrielles n'auraient pas pu être réalisées sans soudage. L'opération de soudage introduit des contraintes résiduelles. Les contraintes résiduelles de soudage peuvent avoir une influence sur la ténacité du matériau, en particulier, dans le cas d'un chargement cyclique. Dans certains cas, les contraintes résiduelles peuvent être plus élevées que les contraintes dues au chargement extérieur. En raison de l'importance des contraintes résiduelles sur le comportement des pièces soudées, nous avons considéré, à travers des modélisations et des essais expérimentaux, l'influence de ces contraintes sur la durée de vie en fatigue.

Il est difficile de mesurer les contraintes résiduelles avec une méthode non destructive. D'où le besoin d'une méthode de calcul pour estimer la distribution de contraintes résiduelles de soudage. A partir des résultats expérimentaux obtenus par Lee et al. [86], nous proposons dans la thèse une modélisation des contraintes résiduelles en utilisant deux paramètres initiaux mesurés expérimentalement avant la présence de la fissure, le maximum de contraintes résiduelles en traction, et la largeur de la zone de contraintes résiduelles en traction.

Mises à part les contraintes résiduelles de soudage, il existe des contraintes résiduelles en compression [7] dues à la zone plastifiée autour de la pointe de fissure. Ces contraintes ont été simulées dans ce travail. Il est bien connu que lors de l'amorçage de fissure, les concentrations des contraintes provoquent la plastification du matériau au voisinage de la pointe de fissure. La taille de la zone plastifiée dépend essentiellement de l'état de contrainte. Durant la propagation, la pointe de fissure s'avance, et la taille de la zone plastifiée augmente. Les contraintes résiduelles dans cette zone ont une influence sur la propagation de la fissure. Une procédure du calcul du taux de restitution d'énergie en présence de contraintes résiduelles de plastification a été mise au point dans ce travail.

Dans le cas du chargement de fatigue, en se basant sur de nombreux essais [91][99], nous analysons l'influence de l'angle de chargement et l'influence des contraintes résiduelles sur la

propagation de fissure (voir la figure 1.2). A partir de résultats expérimentaux, un modèle de propagation de fissure en mode mixte est développé pour déterminer la vitesse de propagation de fissure dans des structures soudées sous sollicitations en fatigue.



Figure 1.2 Schéma d'études dans le cas d'un matériau ductile sous chargement de fatigue

Les objectifs de la thèse

Lorsqu'une pièce fissurée est soumise à un chargement monotone élevé, la zone plastique en pointe de fissure est importante, la fissure va alors se propager dans un milieu élastoplastique. Nous avons développé des critères basés sur les paramètres de mécanique de la rupture, à savoir : J, Intégrale de Rice, et M^p , taux de mixité des modes I et II de fissuration [53]. Ce critère appelé $J-M^p$ nous permet de déterminer la direction de propagation de fissure dans un milieu élasto-plastique. La validation du critère $J-M^p$ est **le premier objectif** de la thèse.

Deux types de matériaux ductiles sont retenus à savoir : l'alliage d'aluminium et l'acier. Les validations numériques et expérimentales sont effectuées à partir d'éprouvettes spécifiques réalisées dans notre laboratoire. Ces éprouvettes sont de deux types : traction inclinée et flexion. Elles sont censées générer un mode I – II mixte de fissuration. Les résultats numériques sont comparés avec les résultats expérimentaux ou avec les résultats trouvés dans la littérature technique pour vérifier ce critère $J-M^p$ [111].

En outre, on a besoin de plusieurs critères pour évaluer la propagation de fissure dans un matériau ductile. Hormis le critère de bifurcation, on a besoin d'un critère de seuil du chargement nécessaire au début de propagation. Dans ce travail, nous proposons l'établissement d'une procédure en se basant sur le critère $J-M^p$ [65] [121]. Cette procédure nous permet de prévoir :

- le seuil du chargement en mode mixte ;
- le type de rupture ;
- la direction de propagation et le trajet de fissuration.

L'établissement de la procédure est **le deuxième objectif** de la thèse.

Le dernier objectif est d'établir un modèle de propagation de fissure en mode mixte sous chargement de fatigue. Ce modèle est destiné à déterminer la vitesse de propagation de fissure dans une structure soudée à l'aide des résultats d'essais de fatigue. Les influences du mode de chargement et des contraintes résiduelles de soudage sont prises en compte dans ce modèle. Les essais de fatigue sont effectués expérimentalement et modélisés numériquement sur les éprouvettes soudées en acier et en alliage d'aluminium. Ce modèle de calcul devrait être introduit dans un plan de développement plus vaste qui permettra d'évaluer la durée de vie de pièces mécaniques soudées soumises à des sollicitations complexes dans le milieu industriel [133].

Plan de rédaction

Afin d'atteindre nos objectifs, la thèse est divisée en cinq chapitres :

L'introduction générale et les approches utilisées dans le cas du chargement statique en mode mixte et dans le cas du chargement de fatigue sont présentées au **chapitre I**. Les objectifs à atteindre sont également expliqués dans ce chapitre.

Dans le **chapitre II**, nous rappelons les concepts fondamentaux de la mécanique de la rupture, les paramètres de la mécanique de la rupture ainsi que les critères utilisés.

Dans le domaine de la propagation de fissure, les critères de rupture, les lois de propagation par fatigue sont rappelés. De plus, les éléments qui ont une influence sur la propagation de fissure tels que le soudage, la plasticité, la surcharge, ... etc. sont présentés.

Dans le domaine de la bifurcation de fissure, les critères de bifurcation en milieu élastique linéaire, par exemple le critère du maximum de la contrainte circonférentielle, le critère du taux de restitution d'énergie sont développés dans ce chapitre.

Le **chapitre III** est consacré à l'étude de la fissure sous chargement monotone en mode mixte dans un milieu élasto-plastique. La validation des critères $J-M^p$ est le contenu essentiel de ce chapitre.

Premièrement, les critères $J-M^p$ sont présentés en détail. Deuxièmement, les critères sont vérifiés par une étude numérique sur les différentes géométries, et par les essais statiques avec les éprouvettes en alliage d'aluminium et en acier réalisés dans notre laboratoire.

Dans le **chapitre IV**, nous proposons l'établissement d'une procédure basée sur le critère J- M^p pour évaluer la bifurcation et le début de propagation de fissure dans un matériau ductile sous chargement en mode mixte, dans lequel, le type de rupture et la résistance à rupture du mode mixte ainsi que la direction de bifurcation de fissure sont évalués.

Dans le **chapitre V**, nous étudions la propagation de fissure sous chargement de fatigue en mode mixte.

D'abord, les essais de la bifurcation de fissure dans un matériau ductile sous fatigue en mode mixte sont effectués numériquement et expérimentalement.

Ensuite, les contraintes résiduelles dues à la soudure et à la zone plastifiée sur la vitesse de propagation sont étudiées. De nombreux essais de fatigue en mode mixte sur les éprouvettes planes en alliage d'aluminium et en acier dans le cas avec et sans soudure sont effectués, tous les résultats des essais sont présentés dans ce chapitre. L'influence de l'angle de chargement et l'influence des contraintes résiduelles de soudage sur la vitesse de propagation sont analysées.

Dans le **chapitre VI**, en combinant les résultats expérimentaux et les résultats numériques, nous proposons un modèle numérique de propagation de fissure en mode mixte. Ce modèle nous permet de déterminer la vitesse de propagation de fissure dans une structure soudée sous chargement en mode mixte. L'influence de l'angle de chargement et l'influence des contraintes résiduelles de soudage sont prises en compte dans le modèle.

Le chapitre VII concerne les conclusions générales de la thèse.

Chapitre II

Eléments d'analyse

II.1 Notion de la mécanique de la rupture

La mécanique de la rupture a été introduite par Griffith vers 1920. L'objectif de la mécanique de la rupture est de caractériser le comportement à la fissuration des structures à l'aide des paramètres quantifiables au sens de l'ingénieur, notamment le champ de contraintes, la taille de la fissure et la résistance à la fissuration du matériau. Les premiers développements théoriques d'analyse des champs de déplacements, déformations et contraintes au voisinage d'une fissure ont été entrepris par Westergaard vers 1940. L'extension de la discipline a été amorcée par Irwin vers 1960. Depuis cette date, le développement de la mécanique de la rupture s'étend aux problèmes non linéaires matériellement et géométriquement, aux problèmes de bifurcation des fissures en modes mixtes et plus récemment aux composites, aux techniques numériques de résolution et à l'état de l'art relatif au dimensionnement de diverses structures complexes.

La rupture par fissuration est la création d'une surface de discontinuité. Elle est le terme ultime d'un essai de traction et quelquefois la seule réaction à un essai de déformation. La mécanique des solides aborde les problèmes de calcul de structures où l'on parle d'un élément de volume dont les dimensions sont de 1 mm et de structure pour 10 à 10^3 mm. Dans ce domaine, on traite du problème de la 'rupture par fissuration'.

Lorsqu'il s'agit de la mécanique de la rupture fragile, la rupture se produit par clivage sans prévenir, le plus souvent sans déformation plastique, et les morceaux peuvent se réassembler parfaitement. Elle est soit intercristalline, soit intra-cristalline.

Le clivage est le mécanisme de déformation qui met en jeu la rupture des liaisons atomiques dans le plan dense dans lequel doit se produire la déformation. Il s'agit de considérer que les liaisons atomiques se comportent l'une après l'autre plutôt que toutes en même temps, en formant un trou qui s'agrandit : on dit que la fissure se propage (Fig.2.2a). Ce mécanisme ne présume pas d'une parfaite cristallisation du matériau. De fait, le clivage intervient aussi bien dans les matériaux parfaitement cristallisés que dans les matériaux partiellement cristallisés comme nombre de polymères, ou essentiellement amorphes comme le verre.

Le mécanisme de rupture par fissuration peut intervenir selon deux types de fissuration :

- La *fissuration brutale* : pour les solides, ou pour les matériaux à très haute résistance, les contraintes de travail sont très élevées, une énergie potentielle considérable est ainsi créée ; la présence de petites fissures peut alors conduire à une rupture brutale qui souvent ne s'accompagne pas de déformations plastiques macroscopiques par suite de la très faible ductilité.
- La *fissuration successive* : il s'agit ici, d'une succession de mécanismes (fragileductile) qui, sous contraintes répétées, entraîne la fissuration successive, appelée la rupture par fatigue.

Les facteurs qui influencent le comportement à la rupture par fissuration des matériaux sont de deux natures : métallurgique et mécanique. Les facteurs mécaniques concernent l'état de déplacements, déformations et contraintes, ainsi que les conditions d'environnement telle que la température ou le taux d'humidité relative.

II.1.1 Modes élémentaires de fissuration

D'un point de vue macroscopique, on peut considérer deux modes principaux de rupture : la rupture plate et la rupture inclinée. La rupture plate correspond à une surface de rupture globalement perpendiculaire à la direction de la contrainte principale maximale. La rupture inclinée dans le sens transversal par rapport à la direction de propagation s'accompagne souvent de grandes déformations. L'examen du faciès de rupture permet bien souvent de détecter, après rupture, le mécanisme de rupture et le type de fissuration produit. On remarque généralement :

- Une zone lisse et soyeuse correspondant à la propagation en fatigue ou,
- Une zone à grains cristallins ou moins apparents, correspondant à la fissuration brutale.

On montre que toute fissuration peut être ramenée à l'un des trois modes simples ou à leur superposition. Il existe donc trois modes de fissuration élémentaires (Fig.2.1).



Figure 2.1 Modes de fissuration

Mode I : mode d'ouverture de la fissure, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont perpendiculaires à la direction de propagation.

Mode II : mode de cisaillement dans le plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles à la direction de propagation.

Mode III : mode de cisaillement hors du plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles au fond de la fissure.

II.1.2 Mécanique de la rupture

Dans un matériau homogène soumis à une contrainte uni-axiale, l'effort se transmet d'un atome à l'autre en suivant des lignes de force qui sont parallèles (Fig.2.2b). Dans un matériau qui possède une entaille, les lignes de force doivent contourner cette entaille, ce qui conduit à une concentration de ces lignes au voisinage de la pointe de l'entaille, donc une concentration de la contrainte dans cette région, appelée tête ou pointe de fissure.

La mécanique de la rupture étudie l'interaction entre la discontinuité géométrique (fissure) et le milieu continu avoisinant, ainsi que l'évolution de cette discontinuité. D'un point de vue mécanique, on peut distinguer schématiquement, dans un milieu fissuré, trois zones successives (Fig.2.3).



Figure 2.2 (a) Propagation d'une fissure

(b) Lignes de force et concentration de contraintes



Figure 2.3 Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure

- La zone d'élaboration 1: elle se trouve à la pointe de fissure et dans le sillage laissé par la fissure au cours de sa propagation. L'étude de cette zone est très complexe à cause des contraintes importantes qui ont fortement endommagé le matériau. Elle est discontinue au sens de la mécanique des solides. La théorie classique de la mécanique de la rupture réduit cette zone à un point pour les problèmes plans et à une courbe pour les problèmes tridimensionnels.
- ➤ La zone singulière 2: dans laquelle les champs de déplacements, déformations et contraintes sont continus et possèdent une formulation indépendante de la géométrie lointaine de la structure. On démontre que dans cette zone, les composantes de champ de contraintes sont infinies au voisinage du front de fissure $(r \rightarrow 0)$.

Plus exactement, la singularité est en $(1/\sqrt{r})$ en milieu élastique linéaire. Le matériau ayant une limite élastique, il existe un rayon r_p autour de la pointe de fissure qui détermine la forme de la zone plastique. En fonction de la valeur de r_p , on dira que la rupture est fragile pour r_p petit et qu'elle est ductile pour r_p grand. Cette distinction sur la base du paramètre r_p est très importante car elle conditionne la validité de la théorie utilisée:

-.La Mécanique Linéaire de la Rupture pour les ruptures fragiles

-.La Mécanique Non Linéaire de la Rupture dans le cas de zone plastique non négligeable (rupture ductile)

La zone 3 extérieure comprenant les champs lointains se raccordant d'une part, à la zone singulière, et d'autre part aux conditions aux limites en charges et en déplacements. Dans cette zone, les champs de déplacements, déformations et contraintes varient peu et peuvent être approximés par des polynômes communément utilisés dans la méthode des éléments finis.

Diverses méthodes d'analyse permettent d'étudier les champs de déplacements, déformations et contraintes au voisinage d'une fissure. On regroupe l'ensemble de ces méthodes sous deux types d'approches :

- Approches directes : qui sont fondées sur l'utilisation des fonctions d'Airy ; ces approches résolvent des problèmes plans et font appel à la recherche de fonctions analytiques. En particulier dans notre étude, nous avons utilisé l'expansion de Williams qui est basée sur ce type d'approches.
- Approches énergétiques qui sont basées sur l'analyse énergétique du milieu continu contenant une fissure. il s'agit d'un bilan énergétique global intégrant le taux de restitution d'énergie dû à un accroissement virtuel de la fissure.

II.1.3 Paramètres pour étudier la zone singulière

En général, trois paramètres peuvent être utilisés pour étudier les caractéristiques de la zone singulière: le facteur d'intensité de contrainte, K, le taux de restitution d'énergie, G, et l'intégrale J. K est le paramètre de l'approche locale directe. G et J sont les paramètres de l'approche énergétique globale.

(1) Le facteur d'intensité de contrainte K

Dans la zone singulière, le champ de contraintes présente une singularité en $r^{-1/2}$ à la pointe de fissure. L'intensité de la singularité est caractérisée par les paramètres appelés facteurs d'intensité de contraintes, notés K_{I} , K_{II} et K_{III} pour chacun des modes élémentaires.

A l'aide de la théorie de l'élasticité, Irwin [137] a montré que, en déformation ou en contrainte plane, les déplacements u_i et les contraintes σ_{ij} dans cette zone singulière peuvent être exprimés en fonction des facteurs d'intensité de contraintes :

$$u_{1} = \frac{K_{I}}{2\mu} \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \cos\frac{\theta}{2} \left(k - \cos\theta\right) + \frac{K_{II}}{2\mu} \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin\frac{\theta}{2} \left(k + \cos\theta + 2\right)$$
2-1

$$u_{2} = \frac{K_{I}}{2\mu} \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin \frac{\theta}{2} \left(k - \cos \theta\right) - \frac{K_{II}}{2\mu} \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \cos \frac{\theta}{2} \left(k + \cos \theta - 2\right)$$
 2-2

$$\sigma_{11} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \cos\frac{\theta}{2} (1 - \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}) - \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \sin\frac{\theta}{2} (2 + \cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2})$$
 2-3

$$\sigma_{12} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \cos\frac{\theta}{2} \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \cos\frac{\theta}{2} (1 - \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2})$$
 2-4

$$\sigma_{22} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \cos\frac{\theta}{2} (1 + \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}) + \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2})$$
 2-5

avec k = 3 - 4v en déformation plane

$$k = \frac{3 - v}{1 + v}$$
 en contrainte plane

r, θ : le rayon et l'angle en coordonnées polaires μ : module de cisaillement

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$
2-6

v : coefficient de Poisson *E* : module d'Young

Dans le cas d'un chargement hors du plan, la seule composante du déplacement est u_3 . Les déplacements et les contraintes ont les expressions suivantes :

$$u3 = \frac{2K_{III}}{\mu} (\frac{r}{2\pi})^{\frac{1}{2}} \sin\frac{\theta}{2}$$
 2-7

$$\sigma_{13} = -\frac{2K_{III}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \sin \frac{\theta}{2}$$
 2-8

$$\sigma_{23} = -\frac{2K_{III}}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \cos\frac{\theta}{2}$$
 2-9

Les facteurs K_I , K_{II} et K_{III} sont indépendants de r et de θ . Ils ne dépendent que de la répartition des efforts extérieurs d'un solide donné et de la géométrie de la fissure. Ils sont proportionnels à la discontinuité du déplacement des lèvres de la fissure. On a les expressions suivantes qui constituent leurs définitions pour les milieux fissurés :

$$K_{I=} \lim_{r \to 0} \left(\frac{E}{8C} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u_2]\right)$$
 2-10

$$K_{II} = \lim_{r \to 0} \left(\frac{E}{8C} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u_1] \right)$$
 2-11

$$K_{III} = \lim_{r \to 0} \left(\frac{E}{8(1+\nu)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u_3] \right)$$
 2-12

avec : C=1 en contrainte plane $C=1 - v^2$ en déformation plane $[u_i]$ étant les déplacements des lèvres de fissure correspondant aux trois modes.

(2) Le taux de restitution d'énergie G

Griffith [8] est le premier à aborder le problème des corps fissurés d'un point de vue énergétique. Par l'analyse du bilan énergétique, le taux de restitution d'énergie, noté G, a été introduit. C'est l'énergie nécessaire pour faire progresser une longueur unitaire de la fissure. Elle correspond à la décroissance de l'énergie potentielle totale W du milieu fissuré pour passer d'une configuration initiale avec une longueur de fissure a, à une autre où la fissure se trouve augmentée d'une unité de longueur da:

$$G = -\frac{dW}{da}$$
 2-13
où

$$W = W_e + W_{ext}$$
 2-14

avec

 W_{ext} : énergie potentielle des forces extérieures

$$W_e = \int_V w_e dV$$
 Énergie de déformation élastique

$$w_e = \int_0^{\varepsilon} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$$
 Densité d'énergie de déformation élastique

Pour une fissure en milieu bidimensionnel, d'épaisseur b, on écrit :

$$G = \frac{1}{b} \frac{dW}{\Delta a}$$
 2-15

avec Δa , la variation de longueur de fissure.

En utilisant le champ des contraintes dans la zone singulière et la loi de comportement élastique linéaire, on peut relier G aux facteurs d'intensité de contraintes par :

$$G = \frac{(K_I^2 + K_{II}^2)}{E} + \frac{K_{III}^2}{2\mu}$$
 2-16

avec E' = E en contrainte plane $E' = E/(1 - v^2)$ en déformation plane

G est une valeur négative parce que l'énergie potentielle diminue lors de l'accroissement de la fissure.

(3) Intégrale J

Une autre façon de caractériser la singularité du champ des contraintes au voisinage de la pointe des fissures est l'étude de certaines intégrales de contour que l'on peut déduire de la loi de conservation de l'énergie. Dans un milieu élastique linéaire fissuré plan, Rice, en 1968 [9], a utilisé pour la première fois dans le cadre de la mécanique de la rupture une intégrale de contour, elle est définie comme suit:

$$J = \int_{\Gamma} \left\{ w_e n_1 - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right\} ds$$
 2-17

où w_e est la densité d'énergie de déformation élastique, Γ est un contour ouvert entourant la

pointe de la fissure. Celle-ci est supposée rectiligne suivant l'axe de la fissure. On note par n la normale extérieure au contour, σ_{ij} , n_j la contrainte appliquée sur le contour et u_i le déplacement correspondant (voir figure 2.4).



Figure 2.4 Contour d'intégration

Dans le cas d'un solide élastique homogène, linéaire ou non, cette intégrale est indépendante du contour d'intégration. Rice l'a interprétée comme la différence d'énergie potentielle W de deux corps fissurés chargés de la même façon mais dont les longueurs de fissures diffèrent d'une longueur Δa , ce qui s'exprime par:

$$J = -\lim_{\Delta a \to 0} \frac{W(a + \Delta a) - W(a)}{\Delta a} = -\frac{dW}{\Delta a}$$
2-18

en comparant avec la grandeur G définie précédemment, on peut dire que dans le cas d'un matériau élastique ou dans le cas d'un corps subissant une très faible déformation plastique en fond de fissure, on a:

$$J = G = -\frac{dW}{\Delta a}$$
 2-19

II.1.4 Rupture fragile par fissuration brutale dans les théories classiques

Ce type de rupture se produit dans le cas des matériaux fragiles, à faibles déformations plastiques, où les valeurs des contraintes généralisées, au sens des critères classiques, sont inférieures à la limite élastique σ_e . On peut parler de critère de contraintes critiques. La contrainte critique est une valeur qui est donnée pour chaque matériau, elle représente la contrainte qu'un matériau peut supporter avant la formation d'une fissure ou avant la propagation d'une fissure préexistante. Le critère de contrainte critique peut s'écrire :

$$\sigma \ge \sigma_c (\text{ou}\,\tau \ge \tau_c) \tag{2-20}$$

où σ et τ sont les composantes normales et tangentielles du tenseur de contraintes qui agit sur une surface. D'où il ne faut pas choisir un matériau seulement au sens de sa résistance à la ruine classique, mais aussi au sens de son comportement vis-à-vis d'une forme d'entaille géométrique particulière ou d'une fissure.

Ceci nécessite donc la recherche de nouveaux critères de ruine pour les structures fissurées qui associent la géométrie de l'entaille à la résistance à rupture.

D'un point de vue énergétique, l'énergie nécessaire à engendrer une fissure de *da*, qui provoquera la rupture fragile est appelée taux de restitution d'énergie critique. Selon la résolution adoptée, on peut utiliser l'une des valeurs intrinsèques suivantes de la rupture fragile:

- Les facteurs d'intensité de contraintes critiques K_{IC} , K_{IIC} , K_{IIIC} , respectivement en mode I, mode II et mode III de fissuration ;
- Le taux de restitution d'énergie critique G_C ou l'intégrale J critique J_c ;

- l'écartement d'ouverture de fissure C.O.D (Crack - Opening - Displacement) critique. Ces valeurs sont à l'origine des critères de rupture expliqués ci-après.

(1) Critère du facteur d'intensité de contraintes

C'est un des plus anciens critères de la rupture fragile. D'une manière générale, le facteur d'intensité de contrainte K_I en mode I est exprimé selon l'équation :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot \alpha(a)$$
 2-21

avec : σ , contrainte appliquée, $\alpha(a)$, coefficient de correction géométrique, a, longueur de fissure.

Les valeurs des facteurs d'intensité de contraintes sont calculées analytiquement ou par éléments finis pour différentes conditions aux limites, et géométries de pièces et de fissures. Le facteur critique d'intensité de contraintes K_C correspond à la force maximale d'instabilité. Cette valeur caractéristique de la ténacité à la rupture du matériau traduit la ruine par fissuration brutale. Le critère de rupture associé correspond à une distribution critique des contraintes au voisinage de la fissure : la rupture aura lieu pour une valeur du facteur d'intensité des contraintes supérieure à la valeur critique: $K_I \ge K_{IC}$. Ce critère est essentiellement utilisé pour un état de déformations planes. Dans le cas de l'état de contraintes planes, le critère d'instabilité K_C dépend fortement de l'épaisseur. Dans la réalité,

le matériau n'est jamais complètement fragile à la pointe de la fissure où une zone plastique reste présente. Tant que cette zone reste confinée, enserrée par la zone élastique qui impose son comportement, le critère du facteur d'intensité de contraintes continue de s'appliquer.

(2) Critère du taux de restitution d'énergie G ou de l'intégrale J

Selon Griffith, "la rupture se produit lorsque l'énergie restituée par l'extension de la fissure est supérieure à l'énergie nécessaire à créer la surface relative à cette extension". Si l'on considère les conditions initiales d'une structure chargée dans le domaine élasto-plastique, et après la propagation de la fissure a d'une quantité da, la condition d'équilibre est caractérisée par la condition énergétique suivante :

$$\delta W + G_c \delta a = 0 \tag{2-22}$$

 δW est la variation d'énergie potentielle et G_C est l'énergie de rupture par unité de surface.

La condition de la rupture devient :

$$-\frac{\partial W}{\partial a} \ge G_c \tag{2-23}$$

Si l'on considère $\delta a \rightarrow 0$ on obtient la forme différentielle de Griffith :

$$-\frac{\partial W}{\partial a} = G \ge G_C$$
 2-24

où G est le taux de restitution de énergie.

Le taux de restitution d'énergie pouvant s'écrire sous forme d'une intégrale de contour, le critère peut s'écrire :

$$-\frac{\partial W}{\partial a} = J \ge J_c$$
 2-25

II.1.5 Champs de contraintes asymptotiques en milieu élasto-plastique

Les champs au voisinage de la pointe de fissure peuvent être représentés par la solution HRR (Hutchinson Rice Rosengren). Dans cette solution, la loi de comportement est élasto-plastique de type Ramberg-Osgood. Pour la traction simple, la relation entre les déformations plastiques ε_p et les contraintes σ peut être exprimée comme suit :

$\varepsilon^p = \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n$	$\frac{-1}{E}$		2-26
(~)			

où α : un constant du matériau; n: le coefficient d'écrouissage; σ_0 : la limite d'élasticité; E: le module d'Young. Shih [35] montre que les champs asymptotiques qui sont régis par la singularité au voisinage de la pointe de fissure, s'écrivent sous la forme suivante :

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 K_{M^P} r^{-1/(n+1)} \widetilde{\sigma}_{ij}(\theta, M^P)$$
2-27

$$\sigma_e = \sigma_0 K_{M^P} r^{-1/(n+1)} \tilde{\sigma}_e(\theta, M^P)$$
2-28

$$\varepsilon_{ij}^{\ \ p} = \frac{\alpha \sigma_0}{E} (K_{M^p})^n r^{-1/(n+1)} \widetilde{\varepsilon}_{ij}^{\ \ p} (\theta, M^p)$$
2-29

$$u_i = \frac{\alpha \sigma_0}{E} (K_{M^P})^n r^{-1/(n+1)} \widetilde{u}_i(\theta, M^P)$$
2-30

 $\tilde{\sigma}_{ii}, \tilde{\sigma}_{e}, \tilde{\varepsilon}_{ii}^{p}, \tilde{u}_{i}$ ne dépendent que de θ et du taux de mixité M^{p} , qui est défini comme suit:

$$M^{p} = \lim_{r \to 0} \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left| \frac{\widetilde{\sigma}_{\theta\theta}(\theta = 0, M^{p})}{\widetilde{\sigma}_{r\theta}(\theta = 0, M^{p})} \right|$$
 2-31

 M^{p} varie entre 0 et 1, $M^{p} = 1$ correspond au mode I pur, et $M^{p} = 0$ correspond au mode II pur de rupture.

 K_M^{p} représente l'amplitude de la singularité dominante. Il est appelé « improprement » le facteur d'intensité de contrainte plastique. K_M^{p} est définie en plaçant le maximum de contrainte effective $\tilde{\sigma}_e$:

$$\widetilde{\boldsymbol{\sigma}}_{e} = \left[(3/2) \widetilde{s}_{ij} \widetilde{s}_{ij} \right]^{1/2}$$
 2-32

où,
$$\tilde{s}_{ij} = \tilde{\sigma}_{ij} - (\tilde{\sigma}_{kk}/3)\delta_{ij}$$
 2-33

En milieu élasto-plastique, le taux de restitution d'énergie G, l'intégrale J ainsi que le taux de mixité M^p sont utilisés pour décrire les champs singuliers de contraintes.

Les critères de bifurcation peuvent être établis en se basant sur les champs de contraintes exprimés en terme de l'intégrale J et du taux de mixité M^{p} .

II.2 Propagation des fissures

L'application d'un chargement cyclique (d'amplitude constante ou variable) à une pièce se traduit par l'apparition d'un dommage qui comprend à trois stades (voir figure 2.5).

• **Stade I**: si le chargement est en dessous d'un certain seuil, la fissure ne se propage pas au niveau macroscopique. On réalise dans ce cas l'essai de détermination du seuil de propagation de fissure. La grandeur considérée est en quelque sorte l'équivalent de la limite de fatigue déterminée sur éprouvette lisse;

- **Stade II**: la fissure se propage « le plus souvent » dans un plan perpendiculaire à la direction de l'effort appliqué. L'essai de mesure de vitesse de propagation de fissure se rapporte principalement au régime correspondant au stade II;
- **Stade III**: il correspond au cas de chargements élevés pour lesquels une déchirure se produit dans le matériau. Les vitesses de propagation très élevées observées dans ce domaine conduisent rapidement à la rupture de la pièce. Les mesures de vitesses relatives à ce domaine ne sont mises en œuvre que dans le cas de problèmes bien spécifiques.



da/dN: la vitesse de propagation de fissure *C*, *m*: les constantes du matériau

Figure 2.5 Trois stades de propagation de fissure

II.2.1 Loi de propagation de fissures

La rupture par fatigue est le phénomène de la fissuration successive d'une fissure sous chargement cyclique passant par les stades décrits auparavant. La compréhension de ce phénomène réside dans l'étude de la vitesse de propagation des fissures par fatigue. Les modèles qui sont proposés pour décrire la propagation d'une fissure devront tenir compte de tous les paramètres qui conditionnent cette propagation dans un matériau donné.

Des modèles théoriques reposant sur différentes hypothèses relatives au mécanisme de fissuration ont vu le jour: modèles basés sur la théorie des dislocations, sur le comportement du matériau en pointe de fissure, sur les lois de fatigue oligocyclique etc. Ces modèles ne rendent pas bien compte de toutes les situations de fissuration observées et sont peu aisés à mettre en œuvre, aussi leur préfère-t-on, au niveau du bureau d'étude, l'utilisation de lois empiriques.

A partir des concepts de la mécanique de la rupture, Paris et al.[138] se sont livrés à l'analyse suivante : les contraintes au voisinage d'une fissure, au cours d'un cycle de fatigue, sont connues dès que l'on connaît les valeurs minimale K_{min} et maximale K_{max} du facteur d'intensité de contrainte K au cours de ce cycle; on peut en conclure que tout phénomène se produisant dans la zone du voisinage de la pointe d'une fissure est contrôlé par ces deux paramètres, en particulier la vitesse de fissuration, et on doit avoir:

$$\frac{da}{dN} = f(K_{\min}, K_{\max})$$
 2-34

Si l'on pose $\Delta K = K_{max} - K_{min}$

$$R_s = \frac{K_{\min}}{K_{\max}}$$
2-35

On obtient:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R_s)$$
 2-36

En première approximation, on considère une fissure qui se propage sous l'effet d'un programme de charge simple pour lequel R_s est constant, et l'expérience montre que pour la majorité des matériaux métalliques, la loi peut s'écrire sous la forme d'une loi de puissance:

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^m$$
 2-37

 ΔK est la variation du facteur d'intensité de contrainte, fonction du chargement $(F_{max} - F_{min})$; de la longueur de fissure, de la géométrie globale de la pièce et locale de la fissure. *C* et *m* sont deux constantes intrinsèques au matériau. Cette loi est communément appelée la loi de Paris. Elle est d'un intérêt pratique considérable pour l'ingénieur : tout essai de fissuration donne lieu à un dépouillement qui permet d'obtenir la loi de Paris du matériau.

Cette relation n'est applicable que dans les cas où les conditions de la mécanique linéaire de la rupture sont respectées. Elle concerne le stade II de la fissuration. Parmi les paramètres agissant sur la fissuration, la plupart n'ont pas ou peu d'influence. Les paramètres ayant le plus d'influence sont notamment le module d'Young et la corrosion pourvu que la fréquence de la sollicitation soit faible.

Les mécanismes de la fermeture de fissure ont été attribués à la fermeture induite par plasticité, qui est provoquée par des déformations plastiques résiduelles dans le sillage d'une fissure en se propageant [106]. Ce phénomène a été étudié la première fois par Elber dans les années 1970 [10], et a introduit de nouveaux concepts dans la propagation de fissure en fatigue. Depuis lors, plusieurs mécanismes de fermeture de fissure ont été identifiés [11]-[15] [44]. Elber a trouvé expérimentalement que la propagation de fissure était ralentie par un phénomène de fermeture de fissure dû à une interférence des lèvres se produisant pendant les cycles de chargement. Cet effet de fermeture a été à l'origine du concept d'effectivité, ΔK_{eff} , qui réduit la variation du facteur d'intensité de contraintes, ΔK à une variation effective [108]-[110]. Si l'on considère le concept d'Elber, nous pouvons réécrire la loi de Paris comme suit :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{eff})^m$$
 2-38

avec
$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_R$$
 2-39

où K_R (*R* pour restriction) est le point à partir duquel ΔK contribue à la propagation de la fissure. Cette définition est utilisée pour le moment pour éviter toute discussion concernant la représentation physique de ce paramètre. Nous pouvons donc l'utiliser a priori.

II.2.2 Paramètres ayant une influence sur la propagation de fissure

(1) Contraintes résiduelles de soudage

De nombreux travaux portent sur la génération des contraintes de soudage [16]. La distribution des contraintes résiduelles de soudage varie en fonction de nombreux paramètres [17] [18] et en particulier la géométrie de l'assemblage (longueur, largeur, épaisseur), la séquence de soudage (en particulier l'ordre des passes de soudage) et le type de détail constructif. Les champs de contraintes initiaux peuvent être évalués par mesures expérimentales telles que la diffraction des rayons X. Il est difficile de mesurer les contraintes résiduelles avec une méthode non destructive. Fukuda et Tsuruta [19] ont étudié la distribution des contraintes résiduelles de soudage à l'aide de jauges extensométriques collées au voisinage du chemin de fissuration.

Afin d'évaluer l'influence de contraintes résiduelles de soudage sur la propagation de fissure, Parker [21] a fait une revue des différentes méthodes disponibles pour évaluer le niveau du facteur d'intensité de contraintes résiduelles, K_{res} , induit à la pointe de la fissure par les contraintes résiduelles. Toutes ces méthodes nécessitent de connaître le profil des contraintes résiduelles présent dans l'éprouvette non fissurée et d'effectuer un lissage de ce profil, à l'aide d'un polynôme. Parmi ces méthodes, les fonctions de Green [71] sont les plus utiles pour calculer le niveau du facteur d'intensité de contrainte K_{res} :

$$K_{res} = 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_0^a \frac{\sigma_r(x)dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$
 2-40

où, $\sigma_r(x)$ est la distribution de contraintes résiduelles initiales, *a* est la longueur de fissure.

L'approche la plus courante pour rendre compte de l'effet des contraintes résiduelles sur la fissuration par fatigue conduit à superposer les facteurs d'intensité des contraintes correspondant respectivement aux contraintes résiduelles initiales et aux contraintes appliquées.

(2) Plasticité

Généralement, il existe une zone plastique au voisinage de la pointe de fissure dont la taille est croissante avec l'augmentation du chargement. Le phénomène de fermeture de fissure par fatigue est une conséquence directe de la déformation plastique qui est laissée dans le sillage de propagation de la fissure. Ces déformations plastiques conduisent à un champ de contraintes résiduelles en compression qui provoque un retard de fissuration.

Le premier modèle de fermeture de fissure a été proposé par Elber [10] [22] qui a postulé que la fermeture de fissure diminue le facteur d'intensité de contrainte. En mesurant la contrainte d'ouverture, il a montré que le phénomène de fermeture de fissure pourrait expliquer l'effet de retard de fissuration [73]-[82] [104].

Nous savons qu'une surcharge crée une grande zone plastique en pointe de fissure et par conséquent diminue la vitesse de propagation de la fissure. De nombreux modèles sont proposés pour décrire ce comportement et pour prévoir la durée de vie sous chargement à amplitude variable. La plupart de ces modèles sont basés sur le phénomène de fermeture de la fissure ou sur le phénomène de plasticité au voisinage de la pointe de fissure. Des modèles représentatifs ont été développés par Willenboug et al. [23] et Wheeler et al. [24]. Wheeler a aussi proposé un modèle de la réduction de la vitesse de propagation après une surcharge. Ils ont considéré que le facteur effectif d'intensité de contraintes est réduit en raison de la présence des contraintes résiduelles de compression.

Le processus de ralentissement est décrit habituellement à l'aide de plusieurs paramètres, tels que le nombre de cycles de retard N_D ; la longueur de fissure a_D consécutive à l'application de la surcharge et sur laquelle la vitesse de fissuration est perturbée; Le facteur d'intensité de contrainte dû à la surcharge K_{pic} etc. De nombreuses études ont montré que, pour un matériau donné, le ralentissement augmente avec l'intensité K_{pic} de la surcharge, le taux K_{pic}/K_0 et le nombre de pics de la surcharge. A l'inverse, il diminue lorsque le rapport R_s augmente. Compte tenu du grand nombre de paramètres qui entrent en jeu, le phénomène est apparemment complexe et la modélisation qui en a été faite n'est pas satisfaisante à plusieurs égards.

Beaucoup d'investigations expérimentales sur la fatigue à amplitude variable ont été réalisées. En se basant sur les résultats de ces investigations, on a proposé diverses formules empiriques pour la prévision de la durée de vie en fatigue [46] [57].

II.3 Bifurcation de fissure

La direction que va prendre la fissure amorcée peut être déterminée à partir de l'utilisation de la mécanique de la rupture. Depuis les premières études de Erdogan et Sih [135] sur les fissures inclinées, de nombreux critères de bifurcation de fissures ont été proposés. Tous ces critères ont été établis en considérant un chargement quasi-statique, et la plupart se place en milieu élastique linéaire. De tels critères ne peuvent pas caractériser le phénomène de bifurcation sous chargement de fatigue du fait, en partie, de l'écrouissage de la zone plastique ayant lieu au voisinage de la pointe de fissure.

Avant de présenter les critères de bifurcation de fissure, on définit le sens d'un critère de bifurcation. Après avoir déterminé, numériquement ou analytiquement, un paramètre remarquable définissant la capacité de résistance à rupture (tel que facteur d'intensité de contrainte, K, ou taux de restitution d'énergie, G), et la ténacité exprimée en terme de K_{Ic} ou G_c (obtenus expérimentalement), le critère de bifurcation doit déterminer :

- (a) l'angle de bifurcation par rapport à l'axe de la fissure, et
- (b) si le paramètre remarquable rend la fissure instable, la force à propager.

Par exemple, pour la fissuration en mode I, $K_I \ge K_{Ic}$ rend la fissure instable. Pour le cas d'un mode mixte (mode I et mode II) de fissuration, le critère de bifurcation exige donc une relation entre K_I et K_{II} d'une part, et K_{IC} d'autre part, cette relation s'écrit sous la forme :

 $F(K_I, K_{II}, K_{IC}) = 0$

II.3.1 Critères de bifurcation en milieu élastique linéaire

Nous retenons quatre critères de bifurcation parmi les plus répandus.

- Le premier et le quatrième sont basés sur une interprétation physique du phénomène «critère de la contrainte circonférentielle maximum»
- Le deuxième et le troisième sont énoncés sous deux formes énergétiques.

(1) Critère de la contrainte circonférentielle maximale [135]

L'énoncé de ce critère est le suivant : la bifurcation s'amorce à l'extrémité de la fissure dans la direction ($\theta = \theta_0$) perpendiculaire à la direction de la plus grande contrainte circonférentielle $\sigma_{\theta\theta}$. En élasticité linéaire, cela se traduit par :

$$\sigma_{\theta\theta} |_{\theta=\vartheta_0} > 0, \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} |_{\theta=\theta_0} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} |_{\theta=\theta_0} < 0$$
 2-41

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left[K_I \left(\cos\frac{\theta}{2} + \cos\frac{3\theta}{2} \right) - 3K_{II} \left(\sin\frac{\theta}{2} + \sin\frac{3\theta}{2} \right) \right]$$
 2-42

On peut déduire :

$$K_{I}\sin\theta + K_{II}(3\cos\theta - 1) = 0$$
 2-43

Nous avons donc:

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{K_{I}}{K_{II}}\right) \pm \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_{I}}{K_{II}}\right)^{2} + 8}$$
 2-44

 θ donne la direction du maximum de la contrainte circonférentielle qui détermine l'angle de bifurcation.

(2) Critère du taux de restitution d'énergie

Ce critère reprend la notion de taux de restitution d'énergie G déjà utilisée par Griffith, mais il se place dans un cadre d'étude plus général, celui de la fissure présentant une bifurcation. La direction recherchée est celle qui rend maximale le taux de restitution d'énergie pour un accroissement Δa [8]. Ce critère peut s'appliquer quelle que soit la loi de comportement. En élasticité linéaire, il peut être énoncé, de manière équivalente, comme suit : Pour une fissure ayant déjà une bifurcation, les angles définissent des facteurs d'intensité de contraintes pour l'extrémité de la branche secondaire, soit $K_I^*(\theta)$ et $K_{II}^*(\theta)$, on cherche alors la direction qui rend $K_{II}^*(\theta)=0$ lorsque s tend vers zéro (voir figure.2.6).



Figure 2.6 Bifurcation de fissure

(3) Critère du minimum de densité d'énergie de déformation

Sih [25] [26] a proposé le critère du minimum de densité d'énergie de déformation $w(\varepsilon)$ basé sur la densité d'énergie d'un élément du volume au voisinage de la pointe de fissure à une distance r et un angle θ dans la zone du comportement asymptotique. Selon ce critère, la fissure se propage dans la direction le long de laquelle le facteur de la densité d'énergie de déformation $S(\theta) = w(\varepsilon)/r$, est minimum. S est écrit sous la forme suivante:

$$S = a_{11} + k_1^2 + 2a_{12}k_1k_2 + a_{22}k_2^2 + a_{33}k_3^2$$
 2-45

où, a_{ij} représente des fonctions de l'angle polaire θ , du module d'Young E et du coefficient de Poisson v. Les k_i sont définis comme suit :

$$k_i = K_i / \sqrt{\pi}$$
 (i = I, II, III)

où, K_i est le facteur d'intensité de contraintes en mode I, mode II et mode III. La direction de propagation de fissure est définie alors comme suit:

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0 \ et \ \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} > 0$$
 2-46

(4) Critère CTOD

Le critère CTOD est basé sur le concept selon lequel le vecteur de déplacement en pointe de fissure COD représente la force d'entraînement pour faire propager la fissure. Les études du critère de rupture basé sur CTOD ont été confinées à la fissure du mode I qui se propage le long d'une direction fixe qui correspond à l'axe de la fissure initiale.

Lorsqu'il s'agit d'un mode mixte [27], le critère est alors basé sur le vecteur CTD (Crack-Tip-Displacement) qui est une combinaison de CTOD (Crack-Tip-Opening-Displacement) correspondant au chargement en mode I et de CTSD (Crack-Tip-Sliding-Displacement), qui est le vecteur de déplacement dû au glissement en fond de fissure correspondant au chargement en mode II. Autrement dit, lorsque la fissure est soumise au chargement en mode mixte, l'écartement de la pointe de fissure peut être décomposé en deux parties : δ_I et δ_{II} . δ_I est le déplacement horizontal, et δ_{II} est le déplacement vertical. Le critère stipule que la propagation de fissure se produit dans la direction qui correspond au maximum de la composante d'ouverture ou au maximum de la composante du déplacement de cisaillement mesuré à une distance donnée derrière la pointe de fissure, au moment de la rupture.

Il est à noter que la plupart des paramètres conventionnels de mécanique de rupture a été employée pour prévoir la direction de propagation de fissure sous des chargements en mode mixte, cependant, l'utilisation de ces paramètres a été principalement limitée à la rupture en milieu élastique linéaire. Bien qu'ils conduisent à une très bonne précision pour les matériaux élastiques fragiles contenant une fissure réelle, ces critères prévoient mal la bifurcation dans les cas où le matériau est ductile, le chargement est répété, voire en présence de surcharge ou de contraintes résiduelles.

II.3.2 Critères de bifurcation en milieu élasto-plastique

Le mécanisme de rupture dans les matériaux ductiles étant plus complexe, les critères de bifurcation précédents ne sont pas suffisants pour déterminer la direction de propagation de fissure. La bifurcation de la fissure dépend alors, non seulement de l'angle du chargement mais aussi des caractéristiques mécaniques du matériau. La compétition entre la rupture par clivage et la rupture par cisaillement détermine la résistance d'une structure fissurée. Il est à noter que même si la fissure est soumise au chargement en mode I pur, il existe une transition entre rupture par clivage et rupture par cisaillement.

Le critère RKR, établi par Ritchie et al. (1973), semble physiquement rationnel pour déterminer la compétition entre le clivage et cisaillement. Selon ce critère, si le maximum de contrainte circonférentielle σ_{max} est supérieur à la valeur critique σ_c à la distance r_c avant la pointe de fissure, la fissure se propage par clivage. Ce critère peut être étendu à la rupture par cisaillement. Dans ce cas, la fissure va se propager si le maximum de contrainte de cisaillement τ_{max} atteint une valeur critique τ_c à la distance r_c :

$$\sigma_{\max}(r=r_c) \ge \sigma_c$$
 et $\tau_{\max}(r=r_c) \ge \tau_c$

Selon ces deux conditions, le critère de transition entre la rupture par clivage et la rupture par cisaillement peut être obtenu ainsi:

La rupture par clivage se manifeste si le rapport de $\sigma_{\max} / \tau_{\max}$ à la distance r_c avant la pointe de fissure est supérieur au rapport de σ_c / τ_c . Sinon la rupture par cisaillement se produit. Autrement dit :

$$\frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} > \frac{\sigma_c}{\tau_c} \Rightarrow \text{ fissure par clivage}$$

$$\frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} < \frac{\sigma_c}{\tau_c} \Rightarrow \text{ fissure par cisaillement} \qquad 2-47$$

En se basant sur le critère de RKR, nous avons développé le critère de $J-M^p$ pour évaluer la bifurcation de fissure dans les matériaux ductiles [4]. Dans ce critère, nous avons pour but de développer une procédure pour prévoir la propagation initiale ainsi que le trajet de fissuration sous différents taux de mixités.

Lorsque la fissure, dans une éprouvette du matériau ductile, est soumise au chargement monotone en mode mixte, l'évolution de la fissuration dépend de la réponse à trois questions:

la fissure se propage t'elle ou non? Quel est le type de rupture : Clivage ou Cisaillement ? Quelle est la direction de propagation?

En se basant sur le critère de $J-M^p$, nous proposons une procédure pour répondre à ces questions. Premièrement, le chargement critique est défini par un essai. Lorsque le chargement dépasse celui-ci, la fissure va se propager [63]. Ensuite, le type de rupture est déterminé. Si la fissure se propage par clivage, le critère du maximum de contrainte circonférentielle est utilisé pour évaluer l'angle de bifurcation ; sinon, le critère de bandes de glissement est adopté [4].



Figure 2.7 Schéma des études développées

Chapitre III

Etude de la bifurcation de fissure sous chargement statique

Une structure industrielle, est soumise souvent au chargement complexe, alors la rupture en mode mixte se produit, surtout dans un matériau élasto-plastique. Depuis dix ans, de nombreuses études expérimentales par exemple dans les bibliographies [41]–[43] et des simulations numériques [48] [49] [55] [62] ont été effectuées sur la rupture en mode mixte.

Dans ce chapitre, nous étudions la bifurcation et le début de propagation de fissure sous chargement monotone en mode mixte. Le critère $J-M^p$ développé par Li, Zhang et Recho [4] est présenté en détail. Tout d'abord, ce critère est mise en œuvre par l'usage de calcul par éléments finis, ensuite, il est validé par comparaison avec des résultats expérimentaux obtenus dans notre laboratoire ainsi que des résultats disponibles dans la bibliographie. Nous proposons l'établissement d'une procédure spécifique pour déterminer la bifurcation et le début de propagation de fissure dans un matériau ductile sous chargement statique en mode mixte. Cette procédure consiste en une combinaison d'expérimentation et de calcul numérique.

III.1 Bifurcation en milieu élastique linéaire

Dans le domaine élastique, il existe plusieurs critères de bifurcation, par exemple, le critère de Maximum de la Contrainte Circonférentielle (MCS), (Palaniswany et Knauss, 1978, Nuismer, 1975), le critère du maximum du taux de restitution d'énergie, et le critère du minimum de la densité de l'énergie de déformations (Sih, 1974) etc. Ces critères ont été présentés dans le chapitre précédent.

Pour la plupart, les essais de simulation ou d'expérimentation existant dans la littérature technique sont effectués sous chargement en mode I pur. Dans le présent travail, nous étudions d'abord la bifurcation de fissure sous chargement statique en mode mixte dans le domaine élastique. Dans ce milieu, le critère le plus communément utilisé pour déterminer l'angle de bifurcation est le critère de maximum de contrainte circonférentielle $\sigma_{\theta\theta \max}$. Selon ce critère, la fissure se propage dans la direction de $\sigma_{\theta\theta\max}$. L'énoncé de ce critère est le suivant : La bifurcation s'amorce à l'extrémité de la fissure dans la direction ($\theta=\theta_0$) perpendiculaire à la direction de la plus grande contrainte circonférentielle $\sigma_{\theta\theta}$. En élasticité linéaire, la valeur de $\sigma_{\theta\theta}$ correspond à la valeur obtenue par la condition suivante :

$$\sigma_{\theta\theta} \mid_{\theta=\theta_0} \sqrt{2\pi r} = K_{IC}$$
 . Ceci se traduit par :

$$\sigma_{\theta\theta} |_{\theta=\vartheta_0} > 0, \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} |_{\theta=\theta_0} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} |_{\theta=\theta_0} < 0$$
 3-1

Le champ de contraintes est exprimé en coordonnées polaires, comme suit :

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi r}} \left[K_I (5\cos\frac{\theta}{2} - \cos\frac{3\theta}{2}) - K_{II} (5\sin\frac{\theta}{2} - 3\sin\frac{3\theta}{2}) \right]$$

$$3-2$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left[K_I (3\cos\frac{\theta}{2} + \cos\frac{3\theta}{2}) - 3K_{II} (\sin\frac{\theta}{2} + \sin\frac{3\theta}{2}) \right]$$
 3-3

$$\sigma_{r\theta} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \left(\sin\frac{\theta}{2} + \sin\frac{3\theta}{2} \right) + K_{II} \left(\cos\frac{\theta}{2} + 3\cos\frac{3\theta}{2} \right) \right]$$
 3-4

Compte tenu des équations (3-1), on déduit :

$$\frac{\cos\theta_0}{2} \left[K_I \sin\theta_0 + K_{II} (3\cos\theta_0 - 1) \right] = 0$$
3-5

Cette équation a deux solutions, l'une correspond à : $\theta_0 = \pm \pi$ (sur faces libres des lèvres de la fissure) (figure 3.1) et qui constitue une solution triviale. La seconde solution est :

$$K_{I}\sin\theta_{0} + K_{II}(3\cos\theta_{0} - 1) = 0$$
3-6

d'où θ_0 l'angle de bifurcation, peut être déduit comme suit :

$$\tan\frac{\theta_0}{2} = \frac{1}{4}\frac{K_I}{K_{II}} \pm \frac{1}{4}\sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8}$$
3-7

Cette condition correspond alors à la rupture fragile par fissuration brutale dans la direction θ_0 en milieu élastique linéaire.



Figure 3.1 Direction de maximum de la contrainte circonférentielle

III.1.1 Présentation des essais en mode mixte

De nombreux essais sont effectués [124]-[132]. En vue de valider les résultats expérimentaux, nous faisons appel aux simulations numériques de plusieurs types d'éprouvettes testés par nous-mêmes ou dans la bibliographie.

(1) Eprouvette Poutre

Tohgo et Ishii [28] étudient la ténacité sur des éprouvettes poutres sollicitées en flexion quatre points avec une fissure latérale sous chargement en effort tranchant et moment de flexion (voir figure 3.2). En changeant les positions du chargement et les conditions aux limites, différents taux de mixité sont obtenus.
(2) *Eprouvette CTS* (Compact-Tension-Shear)

L'éprouvette CT (Compact-Tension) standard (Fig.3.3) est utilisée toujours en mode I pur. Cependant, l'étude de mode mixte est difficile à réaliser sur l'éprouvette CT. En pratique, nous utilisons l'éprouvette CTS conçue par Richard [29]. CTS est une éprouvette en compression et en traction. Elle peut générer un mode I – II mixte de fissuration (voir la figure 3.4 a). De nombreuses études de fissuration ont été effectuées sur ce type d'éprouvette, telles que l'étude expérimentale de Aoki et al [61], l'étude de Valery et al [30], travaux de Kim [31] etc. Le dispositif de chargement en mode mixte pour l'éprouvette CTS est porté sur la figure 3.4 b.



Figure 3.2 Poutre fissurée [28]



Figure 3.3 Eprouvette en compression et en traction (CT)



Eprouvette CTS (b) Dispositif du chargement en mode mixte Figure 3.4 Eprouvette CTS et le dispositif [29]

(3) Eprouvette d'Arcan

Sutton et al. [1][2][32] ont établi un critère CTOD pour évaluer l'angle de bifurcation en mode mixte. La validation a été effectuée sur l'éprouvette proposée par Arcan et al. [33] (figure 3.5 a). La figure 3.5 (b) montre le dispositif de chargement en mode mixte qui est modifié en se basant sur le principe du dispositif de Richards de la figure 3.4 (b).



(a) Eprouvette de Arcan(b) Dispositif du chargement en mode mixteFigure 3.5 Eprouvette d'Arcan et le dispositif [33]

III.1.2 Choix et simulation numérique

Dans cette partie, nous avons choisi les poutres en flexion trois points ou quatre points pour étudier la propagation et la bifurcation de fissure sous chargement statique en mode mixte. Nous calculons le trajet de fissuration sur différentes poutres en utilisant le critère $\sigma_{\theta\theta max}$ puisque nous sommes dans le cas de comportement élastique linéaire. Cinq poutres en Al 6061-T651 sous différents chargements ont été retenues. Les géométries et les chargements sont montrés par la figure 3.6.

Nous avons fait une simulation numérique par la méthode des éléments finis en utilisant le code CASTEM 2000 (développé par CEA- Commissariat à l'énergie atomique, France). L'angle de bifurcation θ_0 est calculé dans le repère local par rapport à l'axe de fissure (figure 3.8). Pour toutes les poutres, les calculs sont effectués étape par étape, en supposant des petites extensions de la fissure. Nous calculons 30 étapes pour chaque poutre, les fissures augmentent de 15 mm au total. A chaque étape, les facteurs d'intensité de contrainte K_I et K_{II} sont calculés d'abord. Après avoir trouvé l'angle de bifurcation θ_0 selon l'équation (3-6), nous supposons une petite extension de la fissure dans la direction calculée. Ensuite dans l'étape suivante, nous déplaçons la pointe de fissure pour prolonger la fissure. Les nouveaux facteurs d'intensité de contrainte K_I et K_{II} sont calculés pour déterminer le nouvel angle de bifurcation.



Figure 3.6 Géométries et chargement des poutres [28]



Figure 3.7 Schémas des composantes de contrainte



Tous les résultats sont listés dans les tableaux 3.1 - 3.4 correspondant aux poutres B à E. Mathématiquement, il existe deux valeurs de θ_0 selon l'équation (3-6); physiquement, une seule valeur est possible. Puisque la poutre A est soumise à un quasi-mode I pur de chargement, le rapport de K_I et K_{II} tend alors vers l'infini et l'angle de bifurcation est égal à 0° par rapport à l'axe de fissure, donc la fissure se propage toujours dans l'axe de la fissure, c'est pourquoi on a calculé seulement la direction initiale. La figure 3.9 montre la fissuration de la poutre A.



Figure 3.9 Fissuration de la poutre A ($K_I = 117, 4Mpa\sqrt{mm}$; $K_{II} \rightarrow 0$; $K_I/K_{II} \rightarrow \infty \quad \theta_0 \rightarrow 0$ Trajectoire rectiligne avec $\theta_0 \rightarrow 0$)

Les rapports de K_I et K_{II} sont égaux à environ de 3, 2 et 1 respectivement pour les poutres B, C et D. Les fissures dans ces poutres sont en mode mixte. Par exemple, la fissure de la poutre B se propage au début dans la direction de -29,22° par rapport à l'axe de fissure initiale; la direction change ensuite de moins de 1° à chaque pas de propagation. La fissure suit donc à peu près la même direction après le premier pas de propagation. La figure 3.10 montre la trajectoire de la fissure dans la poutre B. Pour la poutre C, l'angle de bifurcation du premier pas est de -40,19°, puis il change d'environ 1° pour tous les pas suivants. Nous donnons la trajectoire de fissure de la poutre C dans la figure 3.11. La direction initiale de la poutre D est de -52,12°, puis la fissure augmente dans la direction de 1° environ par rapport à l'axe de fissure pour chaque pas (voir figure 3.12). Le rapport de K_I et K_{II} de la poutre E tend vers zéro. Ceci signifie que la poutre E est soumise à un mode II quasi pur. Dans ce cas, théoriquement, l'angle de bifurcation est de 72° par rapport à l'axe de la fissure en milieu élastique linéaire. L'angle θ_0 initial calculé étant de 70,8°. Après le premier pas, l'angle de bifurcation change d'environ 4° à chaque étape jusqu'à ce que la longueur de fissure dépasse 10mm (20 pas). Après 10mm, l'angle de bifurcation est presque stable (vers 1°). La figure 3.13 montre la trajectoire de la fissure dans la poutre E.



Figure 3.10 Trajectoire de la fissure dans la poutre B

	1				_	-	_			1.0
PAS	(Initial)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1									
KI	54,8	64,1	66,9	69,7	72,8	76,0	79,4	83,1	86,9	91,1
K _{II}	16,5	1,3	-0,5	-0,0093	-0,2	-0,2	-0,2	-0,3	-0,3	-0,3
K_{I}/K_{II}	3,32	49,22	-125,19	-7499,6	-334,52	-353,23	-327,8	-319,92	-279,55	-278,5
$ heta_0$	-29,22°	-2,33°	0,92°	<i>0,015</i> °	<i>0,343°</i>	<i>0,324</i> °	<i>0,35</i> °	<i>0,358</i> °	<i>0,41</i> °	<i>0,411</i> °
PAS	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
KI	95,5	100,3	105,4	110,9	116,8	123,3	130,3	138,0	146,5	155,6
K _{II}	-0,36	-0,38	-0,44	-0,49	-0,5	-0,6	-0,6	-0,8	-0,7	-0,9
K_I / K_{II}	-265,7	-262,56	-237,34	-228,19	-232,27	-192,75	-215,64	-172,56	-204,05	-181,14
$ heta_0$	<i>0,431</i> °	<i>0,436</i> °	<i>0,483</i> °	0,5°	<i>0,493</i> °	<i>0,594</i> °	<i>0,531</i> °	<i>0,664</i> °	0,562°	<i>0,633</i> °
PAS	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
KI	165,7	177,2	190,6	204,0	221,4	221,4	261,1	285,2	313,2	346,7
K _{II}	-0,77	-1,2	-1,15	-1,2	-1,48	-1,46	-2,09	-1,8	-2,3	-2,8
K_I / K_{II}	-215,43	-146,97	-166,46	-170,04	-150,11	-150,1	-125,03	-153,46	-135,01	-122,64
$ heta_0$	0,53°2	<i>0,77°9</i>	<i>0,68</i> 8°	<i>0,674</i> °	<i>0,763°</i>	<i>0,763°</i>	<i>0,916</i> °	<i>0,747</i> °	<i>0,848°</i>	<i>0,934</i> °

Tableau 3.1 Valeurs de *K* et des angles de bifurcation de la fissure dans la poutre B Unité de *K* : $Mpa\sqrt{mm}$

Tableau 3.2 Valeurs de *K* et des angles de bifurcation de la fissure dans la poutre C Unité de *K* : $Mpa\sqrt{mm}$

PAS	(Initial)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1									
K _I	138,6	185,5	193,6	202,1	211,1	220,5	230,6	241,1	252,4	264,5
K _{II}	69,3	1,7	-2,8	-0,22	-1,72	-1,36	-1,18	-2,01	-1,16	-1,83
$K_{\rm I}/K_{\rm II}$	2,0	108,36	-70,18	-907,99	-122,32	-162,57	-195,76	-119,81	-217,93	-144,33
θ_0	-40,19°	<i>-1,057</i> °	<i>1,632</i> °	<i>0,126</i> °	<i>0,936°</i>	<i>0,705</i> °	<i>0,586°</i>	<i>0,956</i> °	<i>0,526</i> °	<i>0,794</i> °
PAS	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
K _I	277,3	291,3	306,1	321,8	357,2	377,3	398,55	412,6	422,4,3	447,7
K _{II}	-1,56	-1,57	-1,86	-2,33	-2,11	-2,42	-2,42	-1,83	-3,13	-2,66
$K_{\rm I}/K_{\rm II}$	-177,95	-185,69	-164,56	-138,29	-168,96	-155,82	-164,6	-225,85	-134,69	-168,32
θ_0	<i>0,644</i> °	<i>0,617</i> °	<i>0,696°</i>	<i>0,69</i> °	<i>0,787</i> °	<i>0,67</i> 8°	<i>0,735</i> °	<i>0,526</i> °	<i>0,851</i> °	<i>0,68</i> °
PAS	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
K _I	476,5	507,7	542,6	581,1	623,7	672,0	728,5	789,5	861,2	948,1
K _{II}	-3,51	-2,79	-4,56	3,8	-4,33	-5,53	-5,89	-6,36	-5,9	-10,97
K_I / K_{II}	-135,71	-182,06	-119,05	152,15	-143,86	-121,56	-123,65	-124,17	-145,56	-86,45
	1	1		i						



Figure 3.11 Trajectoire de la fissure dans la poutre C

Tableau 3.3 Valeurs de *K* et des angles de bifurcation de la fissure dans la poutre D Unité de *K* : $Mpa\sqrt{mm}$

PAS	(Initial)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1									
KI	70,6	134,0	139,6	145,9	152,1	158,9	165,9	173,5	181,4	189,8
K _{II}	70,6	7,25	-7,1	0,099	-2,55	-1,05	-1,79	-1,46	-1,60	-1,58
K_{I} / K_{II}	1,0	18,49	-19,6	-1473	-59,68	-150,74	-92,65	-118,57	-113,1	-120,07
$oldsymbol{ heta}_0$	-53,12°	-6,18°	<i>5,09</i> °	-0,078°	<i>1,92</i> °	<i>0,76</i> °	<i>1,237</i> °	<i>0,966</i> °	<i>1,013</i> °	<i>0,954</i> °
PAS	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
K _I	198,8	208,3	218,4	229,1	240,5	252,7	265,8	279,8	294,9	311,1
K _{II}	-1,65	-1,67	-1,7	-1,7	-1,75	-2,0	-1,98	2,15	-2,23	-2,42
K_{I}/K_{II}	-120,4	-124,58	-128,16	-129,15	-137,25	-126,18	-134,18	130,0	-132,2	-128,21
$oldsymbol{ heta}_0$	0,952°	<i>0,92</i> °	<i>0,894</i> °	<i>0</i> ,887°	0,835°	<i>0,908°</i>	<i>0,854</i> °	<i>0,881°</i>	<i>0,866°</i>	<i>0,894</i> °
PAS	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
K _I	328,7	347,6	368,35	390,86	415,44	442,56	472,50	505,83	541,76	584,43
K _{II}	-2,53	-2,76	-2,94	-3,1	-3,5	-3,74	-4,11	-4,395	-4,811	-5,78
K_{I}/K_{II}	-130,04	-125,79	-125,42	-126,18	-118,5	-118,4	-115,05	-115,09	-112,6	-101,04
θ_0	<i>0,881°</i>	<i>0,911</i> °	<i>0,914</i> °	<i>0,90</i> 8°	<i>0,9</i> 67°	<i>0,9</i> 68°	<i>0,99</i> 6°	<i>0,995°</i>	<i>1,017</i> °	<i>1,13</i> 4°



Figure 3.12 Trajectoire de la fissure dans la poutre D

PAS	(Initial)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1									
K _I	1,0958	89,49	92,53	96,04	99,79	103,88	108,3	113,1	118,17	123,65
K _{II}	69,72	3,66	-4,24	-1,22	-2,14	0,015	-3,84	1,40	-4,68	0,182
K_I / K_{II}	0,016	24,45	-21,82	-78,99	-46,67	6971,8	-28,20	80,65	-25,23	67,99
$oldsymbol{ heta}_0$	-70,8°	-4,63°	5,227°	<i>1,45</i> °	2,45°	<i>-0,016</i> °	<i>4,051</i> °	<i>-1,42°</i>	<i>4,525</i> °	- <i>1,68</i> °
PAS	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
K _I	129,42	135,56	142,04	148,92	156,21	163,89	172,06	180,6	189,77	199,6
K _{II}	-4,95	2,1	-5,1	2,24	-5,28	2,30	-5,3	2,03	-3,94	-0,058
17 / 17	26.16	64.40	27.61	66.44	20.56	71.00	22.24	00.00	40.14	2420 7
$\mathbf{K}_{\mathrm{I}}/\mathbf{K}_{\mathrm{II}}$	-26,16	64,48	-27,61	66,44	-29,56	/1,22	-32,24	88,99	-48,14	-3420,7
θ_0	<i>4,366</i> °	<i>-1,776</i> °	<i>4,13</i> 8°	-1,724°	<i>3,867</i> °	- <i>1,60</i> 8°	<i>3,546</i> °	-1,287°	<i>2,37</i> 8°	<i>0,034</i> °
PAS	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
K _I	209,94	220,96	232,72	245,5	259,06	273,87	289,65	306,8	325,01	345,65
K _{II}	-2,69	-1,485	-2,32	-2,13	-2,22	-2,52	-2,62	-2,76	-2,93	-3,52
K_{I}/K_{II}	-77,99	-148,79	-100,53	-115,20	-116,64	-108,72	-110,38	-110,99	-110,96	-98,22
θ_0	<i>1,47</i> °	<i>0,77</i> °	<i>1,14</i> °	<i>0,994</i> °	<i>0,9</i> 8°	<i>1,054</i> °	<i>1,038</i> °	<i>1,032</i> °	<i>1,032</i> °	<i>1,166°</i>

Tableau 3.4 Valeurs de *K* et des angles de bifurcation de la fissure dans la poutre E Unité de *K* : $Mpa\sqrt{mm}$



Figure 3.13 Trajectoire de la fissure dans la poutre E

La figure 3.14 donne les trajets des poutres A, B, C, D et E ensemble. Lorsque la poutre est soumise à un chargement en mode mixte, la fissure bifurque tout de suite au début de la fissuration, ensuite, elle se propage quasiment dans la même direction. Autrement dit, après la première étape, l'angle de bifurcation change très peu dans les étapes suivantes.

Dans la figure 3.14, x et y sont les coordonnées des toutes les pointes des fissures, le point (0,0) correspond à la pointe de fissure initiale.



Figure 3.14 Les trajectoires des fissures pour les poutres B à E

III.1.3 Comparaison entre les résultats du critère $\sigma_{\theta\theta max}$ et ceux du critère $\sigma_{principale}$

Afin de vérifier la précision des résultats du critère $\sigma_{\theta\theta max}$, une autre méthode numérique est introduite. Pour évaluer le trajet global de fissuration, le critère de contrainte principale $\sigma_{principale}$ est très utile dans les structures industrielles. Avec cette méthode, le critère du maximum de la contrainte principale est utilisée en considérant qu'une fissure va toujours se propager en mode I pur. C'est une méthode simple d'évaluation brute par rapport à la méthode de pas à pas qui est présentée ci-dessus.

La poutre A, est soumise à un chargement en mode I pur, la fissure se propage toujours le long de l'axe de fissure dans le domaine élastique. La poutre E est soumise quasiment en mode II pur, l'angle théorique de bifurcation est de 72° dans le domaine élastique linéaire. Notre résultat selon le critère $\sigma_{\theta\theta max}$ est proche de la valeur théorique. Pour les poutres B, C et D, les fissures se propagent sous les chargements en mode mixte. Nous les comparons avec les résultats du critère $\sigma_{principale}$ obtenus par Lebaillif [34].



Figure 3.15 Trajets des fissures dans les poutres selon le critère $\sigma_{\theta\theta max}$



poutre B poutre C poutre D Figure 3.16 Trajets des poutres selon le critère $\sigma_{principale}$

	avec ceux seron le cifiere o _{principale}								
poutres	K_{I}/K_{II}	Critère $\sigma_{\theta\theta max}$	Critère $\sigma_{principale}$						
		(angle de	(angle de						
		bifurcation θ_0)	bifurcation θ_0)						
Poutre B	3,2	-29°	-30°						
Poutre C	2	-40°	-40°						
Poutre D	1	-53°	-45°						
Poutre E	0,016	-71°	-65°						

Tableau 3.5 Comparaison des résultats selon le critère $\sigma_{\theta\theta max}$ avec ceux selon le critère $\sigma_{principale}$

Le tableau 3.5 liste les angles de bifurcation des différentes poutres obtenus selon le critère $\sigma_{\theta\theta max}$ et selon le critère $\sigma_{principale}$. A partir de ces résultats, on peut remarquer que pour les poutres B et C, les angles de bifurcation prévus selon ces deux critères sont quasiment semblables. Par contre, pour la poutre E, le résultat du critère $\sigma_{\theta\theta max}$ est plus proche de la valeur théorique. Les chargements de la poutre D et E s'approchant du mode II pur, la fissure se propage alors par cisaillement. Dans ce cas, les résultats du critère $\sigma_{principale}$ sont moins précis que les résultats du critère $\sigma_{\theta\theta max}$.

III.2 Bifurcation en milieu élasto-plastique

La compétition entre la rupture par clivage et la rupture par cisaillement détermine la résistance à la rupture d'une structure fissurée. La rupture par clivage appelée 'T-type fracture' est relative principalement à la décohésion des liaisons atomiques autour de la pointe de fissure. La rupture par cisaillement appelée 'S-type fracture' dépend de la progression de la plasticité au voisinage de la pointe de fissure.

Afin d'estimer la résistance à la rupture dans une structure fissurée en matériau ductile sous chargement en mode mixte, il faut considérer la compétition de la rupture par clivage et par cisaillement.

En effet, on a besoin de plusieurs critères. Pour une fissure sous chargement en mode mixte, il faut déterminer d'abord le type de rupture. Autrement dit, la rupture se présente-t-elle par clivage ou par cisaillement? Ce critère s'appelle le critère de transition – T-S (Tensile – Shear). Ensuite, il faut évaluer le seuil du chargement nécessaire pour faire propager la fissure et l'angle de bifurcation pour chaque type de rupture. La figure 3.17 montre la séquence l'utilisation de ces critères.



Figure 3.17 Critères de rupture pour une fissure dans un matériau ductile sous chargement en mode mixte

Tout d'abord, on note que la transition entre le clivage et le cisaillement se produit même sous chargement en mode I pur ou en mode II pur. Ce phénomène a été observé depuis longtemps [35]. Pour la fissure sous chargement en mode I pur, le niveau des contraintes triaxiales en traction qui existent au voisinage de la pointe de fissure est considéré souvent comme le responsable de la transition entre clivage et cisaillement. En considérant la triaxialité, les études numériques [36] [37] et expérimentales [38] proposent des théories avec deux paramètres : la théorie K-T et la théorie J-Q, où K et J décrivent le champ de premier terme d'expansion dans l'analyse asymptotique, et les paramètres T et Q décrivent les contraintes hydrostatiques qui existent dans la zone plastifiée située au voisinage de la pointe de fissure. Cette transition pour la fissure sous chargement en mode I pur a été étudiée en utilisant d'autres théories, par exemple, le critère RKR [39], le modèle de matériau de Gurson, etc.

A ce jour, pour la fissure sous chargement en mode mixte, la transition entre clivage et cisaillement n'a pas été complètement étudiée. Sutton et al [40] trouvent que la transition se produit quand le niveau de triaxialité atteint une valeur critique. Ma et al [41] proposent un critère, en se basant sur des mesures du CTOD, dans lequel la transition (T-S) est prévue lorsque la composante de cisaillement du CTOD atteint une valeur critique. En outre, on peut trouver de nombreuses observations expérimentales dans la littérature technique [2] [28] [32] [43] [125] [132].

Lorsque la fissuration se présente par clivage, l'angle de bifurcation peut être estimé à l'aide de nombreux critères existants, tels que le critère du maximum de la contrainte circonférentielle, le critère du maximum de taux de restitution d'énergie [45]; le critère du minimum de densité d'énergie de déformation [46]; le critère $J_{II} = 0$ et $K_{II} = 0$ [47]; le critère CTOD [1] etc. En général, pour la rupture par clivage, ces théories peuvent prévoir correctement la direction de propagation de la fissure sous chargement en mode mixte.

Par contre, lorsque la fissure se propage par cisaillement, peu de critères existent pour prévoir l'angle de bifurcation en mode mixte. Maccagno et Knott [43] ont trouvé que la fissure se propage le long de la direction du maximum de la contrainte de cisaillement, et ils ont proposé un critère dans ce sens. Ma et al. [41] ont proposé un critère basé sur l'utilisation de la composante de cisaillement CTOD mesurée à une distance spécifique derrière la pointe de la fissure.

Après analyse des critères cités ci-dessus, on peut trouver qu'ils sont, soit basés sur les facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} , soit sur l'écartement de la pointe de fissure - CTOD. En effet, les critères basés sur K_I et K_{II} sont efficaces si l'on considère l'hypothèse de l'existence du champ élastique lointain qui est dominé par K_I et K_{II} . Dans le cas de grandes déformations, ce champ élastique n'existe pas.

III.2.1 Présentation du critère *J-M*^{*p*} [4]

Les critères basés sur le CTOD sont établis souvent à partir d'une analyse élastique. De plus, la définition et la mesure du CTOD ne sont pas toujours faciles à obtenir. Pour la fissure en milieu élasto-plastique, il faut utiliser des paramètres appropriés, fondés sur une analyse élasto-plastique. La première solution asymptotique pour la rupture non linéaire a été obtenue par Hutchinon [50], Rice et Rosengren [51], pour la fissure en mode I pur et en mode II pur. Shih [52] a montré que pour la fissure en mode mixte dans un matériau écrouissable, les champs de contraintes, de déformations et de déplacements au voisinage de la pointe de fissure sont dominés par la singularité dite HRR, et ils peuvent être décrits par deux paramètres, à savoir : l'intégrale J et le taux de mixité M^p . Par conséquent, il s'avère, physiquement plus raisonnable, d'établir un critère de rupture en mode mixte en se basant sur les paramètres J et M^p .

Dans cette partie, nous présentons les critères $J-M^p$ qui sont basés sur intégrale J et le taux de mixité M^p pour déterminer d'une part la transition entre clivage et d'autre part cisaillement, et l'angle de bifurcation de fissure dans un matériau ductile en condition de déformation plane sous chargement statique en mode mixte.

Ensuite, à partir des critères $J-M^p$, nous proposons l'établissement d'une procédure pour déterminer la bifurcation et le début de propagation de fissure sous chargement en mode mixte (voir chapitre IV).

III.2.1.1 Définition du taux de mixité plastique *M*^{*p*}[52]

Les champs au voisinage de la pointe de fissure peuvent être représentés par la solution HRR. Dans cette solution, la loi de comportement est la loi d'écrouissage de Ramberg-Osgood. Pour la traction simple, la relation entre la déformation plastique et la contrainte peut être exprimée comme suit :

$$\varepsilon^p = \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^{n-1} \frac{\sigma}{E}$$
 3-8

où α : constante du matériau; n: exposant d'écrouissage; σ_0 : limite d'élasticité;

E : module d'Young.

Shih a montré que le champ de contrainte asymptotique régi par la singularité au voisinage de la pointe de fissure est écrit sous la forme suivante :

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left(\frac{EJ}{\alpha \sigma_0^2 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij} \left(\theta, M^p \right)$$
3-9

où I_n est une constante d'intégrale exprimée sous forme :

$$I_{n} = \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \frac{n}{n+1} \widetilde{\sigma}_{e}^{n+1} \cos \theta - \left[\sin \theta (\widetilde{\sigma}_{rr} (\widetilde{u}_{\theta} - \widetilde{u}_{r}) - \widetilde{\sigma}_{r\theta} (\widetilde{u}_{r} + \widetilde{u}_{\theta}) \right) + \frac{1}{n+1} (\widetilde{\sigma}_{rr} \widetilde{u}_{r} + \widetilde{\sigma}_{r\theta} \widetilde{u}_{\theta}) \cos \theta \right] \right\} d\theta$$

$$3-10$$

Les fonctions angulaires $\tilde{\sigma}_{ij}$ dépendent seulement de la coordonnée angulaire θ et du M^p , le taux de mixité plastique qui est défini comme suit :

$$M^{p} = \lim_{r \to 0} \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left| \frac{\tilde{\sigma}_{\theta\theta}(\theta = 0)}{\tilde{\sigma}_{r\theta}(\theta = 0)} \right|$$
3-11

Les champs au voisinage de la pointe de fissure sont déterminés complètement en se basant sur l'intégrale J et sur le taux de mixité M^{P} .

III.2.1.2 Détermination du taux de mixité plastique M^p

Li [63] a développé une méthode pour découpler les modes mixtes d'une fissure dans un milieu élasto-plastique. Une intégrale associée J^* est définie dans un champ auxiliaire. La méthode est expliquée comme suit :

On considère deux champs élasto-plastiques en déformation plane appelés (u, ε, σ) et ($u^*, \varepsilon^*, \sigma^*$). Les fonctions u, ε , et σ représentent les déplacements, déformations et contraintes. Les $u^*, \varepsilon^*, \sigma^*$ correspondent aux mêmes fonctions dans un champ auxiliaire. L'intégrale J^* est définie en coordonnées cartésiennes comme suit :

$$J^* = \int_{\Gamma} \left(w^* n_1 - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u^*_i}{\partial x} \right) ds$$
 3-12

où Γ est un contour arbitraire autour de la pointe de fissure, w^* est la densité d'énergie de déformation associée, elle est définie comme suit :

$$dw^* = \sigma_{ij} d\varepsilon^*_{ij}$$
 3-13

puisque $dw^* = \frac{\partial w^*}{\partial \varepsilon_{ij}^*} d\varepsilon_{ij}^*$, on obtient

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial w^*}{\partial \varepsilon_{ij}^*}$$
 3-14

L'indépendance du contour de l'équation 3-12 a été vérifiée [53] [63]. La figure 3.18 montre le contour fermé $\Gamma = \Gamma_1 - \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4$.



Figure 3.18 Contour d'intégration

En utilisant la théorie de Green et l'équation d'équilibre $\sigma_{ij,j} = 0$, on a :

$$\int_{\Gamma} w^* n_1 ds = \int_A w^*_{,x} dA = \int_A \frac{\partial w^*}{\partial \varepsilon_{ij}^*} \varepsilon_{ij,x}^* dA = \int_A \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,x}^* dA$$
$$= \int_A \sigma_{ij} \frac{1}{2} (u^*_{i,j} + u^*_{j,i})_{,x} dA = \int_A \sigma_{ij} (u^*_{i,x})_{,j} dA$$
$$= \int_A (\sigma_{ij} u^*_{i,x})_{,j} dA = \int_{\Gamma} \sigma_{ij} u^*_{i,x} n_j ds$$
3-15

A est la surface du contour fermé.

La contribution de l'intégrale disparaît le long des lèvres de la fissure, donc :

$$\int_{\Gamma} (w^* n_1 - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i^*}{\partial x}) ds = \int_{\Gamma_1} - \int_{\Gamma_2} + \int_{\Gamma_3} + \int_{\Gamma_4} = 0$$
 3-16

L'intégrale sur Γ_1 est égale à l'intégrale sur Γ_2 . Théoriquement, le champ réel et le champ auxiliaire sont complètement indépendants du contour. Cependant, il est nécessaire de construire un champ auxiliaire avec les termes du champ réel. En conséquence, le champ réel de contrainte et le champ auxiliaire de contrainte vont augmenter avec la même proportion lorsque le chargement augmente. Selon la méthode de Ishikawa et al. [54], on décompose le champ réel en deux parties : la partie symétrique et la partie anti-symétrique par rapport à l'axe de fissure, donc les champs de u^{*I} et u^{*II} sont écrits sous la forme suivante :

$$J^{*M} = \int_{\Gamma} (w^{*M} n_1 - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i^{*M}}{\partial x}) ds \quad (M = I, II)$$
3-17

où
$$w^{*M} = \int_{0}^{\varepsilon_{ij}^{*M}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{*M} \quad (M = I, II)$$
 3-18

Dans le cas où le rayon de contour Γ_1 tend vers 0, le contour se trouve dans la zone qui est dominée entièrement par la singularité plastique. Shih a montré que, pour une fissure en mode mixte dans un matériau écrouissable du type Ramberg Osgood, les contraintes, les déformations et les déplacements sont dominés par la singularité HRR. Ils sont représentés en coordonnées polaires comme suit :

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 K r^{-1/(n+1)} \widetilde{\sigma}(\theta, M^p)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\alpha \sigma_0}{E} K^n r^{-n/(n+1)} \widetilde{\varepsilon}_{ij}(\theta, M^p)$$

$$u_i = \frac{\alpha \sigma_0}{E} K^n r^{-n/(n+1)} \widetilde{u}_i(\theta, M^p)$$
3-19

où K est le facteur d'intensité de contrainte plastique équivalent et M^p est le taux de mixité au voisinage de la pointe de fissure qui est défini dans l'équation 3-11.

Les fonctions $\tilde{\sigma}_{ij}, \tilde{\varepsilon}_{ij}, \tilde{u}_{ij}$ ne dépendent que de θ et de M^p . Ces fonctions peuvent être déterminées par une méthode numérique [52]. Donc les fonctions à intégrer dans l'Eq.(3-17) le long de Γ_l sont évaluées en terme de deux inconnues, à savoir : l'amplitude *K* et le taux de mixité M^p qui sont déterminés en fonction du niveau de chargement. On a :

$$w^{*M} = \int_{0}^{\varepsilon_{ij}^{*M}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{*M} = \int_{0}^{M^{p},K} \sigma_{ij} \left(\frac{\partial \varepsilon_{ij}^{*M}}{\partial M^{p}} dM^{p} + \frac{\partial \varepsilon_{ij}^{*M}}{\partial K} dK \right) \quad (M = I, II)$$
3-20

Lorsque l'on applique un chargement monotone, Tohgo et Ishii [28] montrent que M^p varie peu en fonction du niveau de chargement. Toutefois cette variation n'est pas très importante. Par conséquent, on suppose que la variation de M^p contribue peu à la construction de w^* . Donc, le terme correspondant à M^p peut être négligé dans l'Eq. (3-20). En se basant sur ces hypothèses, on obtient :

$$w^{*M} \approx \int_{0}^{K} \sigma_{0} K r^{-1/(n+1)} \overline{\sigma}_{ij}(\theta) \left\{ \frac{\alpha \sigma_{0}}{E} r^{-n/(n+1)} \overline{\varepsilon}_{ij}^{*M}(\theta) dK^{n} \right\}$$

$$= \frac{\alpha \sigma_{0}^{2}}{Er} \overline{\sigma}_{ij}(\theta) \overline{\varepsilon}_{ij}^{*M}(\theta) \frac{n}{n+1} K^{n+1} \qquad (M = I, II)$$

3-21

$$\sigma_{ij}n_{j}u_{i,x}^{*M} = \frac{\alpha\sigma_{0}^{2}}{Er}K^{n+1}\left\{\sin\theta\left[\overline{\sigma_{r}}(\overline{u_{\theta}}^{*M} - \frac{d\overline{u_{r}}^{*M}}{d\theta}) - \sigma_{r\theta}(\overline{u_{r}}^{*M} + \frac{d\overline{u_{\theta}}^{*M}}{d\theta})\right] + \frac{1}{n+1}\cos\theta(\overline{\sigma_{r}}\overline{u_{r}}^{*M} + \sigma_{r\theta}\overline{u_{\theta}}^{*M})\right\} \qquad (M = I, II)$$

$$3-22$$

et

La forme finale de J^{*^M} sur Γ_I est :

$$J^{*M} = \frac{\alpha \sigma_0^2}{E} K^{n+1} I_n^{*M} \qquad (M = I, II)$$
 3-23

où

$$I_{n}^{*M} = \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \frac{n}{n+1} \overline{\sigma}_{ij} \overline{\varepsilon}_{ij}^{*M} \cos\theta - \left[\sin\theta (\overline{\sigma}_{r} (\overline{u_{\theta}}^{*M} - d\overline{u_{r}}^{*M} / d\theta) - \overline{\sigma}_{r\theta} (\overline{u_{r}}^{*M} + d\overline{u_{\theta}}^{*M} / d\theta) \right] + \frac{1}{n+1} \cos\theta (\overline{\sigma}_{r} \overline{u_{r}}^{*M} + \sigma_{r\theta} \overline{u_{\theta}}^{*M}) \right\} d\theta$$

$$3-24$$

Les paramètres I_n^{*I} et I_n^{*II} sont exprimés, sous forme d'intégrales, en fonction du coefficient d'écrouissage *n* et du taux de mixité M^p . Selon la définition de J^{*I} et J^{*II} , on écrit :

$$J = J^{*I} + J^{*II}$$
 3-25

Par conséquent,
$$I_n = I_n^{*I} + I_n^{*II}$$
 3-26

où *J* est l'intégrale de Rice, I_n est une constante exprimée sous forme d'intégrale, définie par Shih [52]. Maintenant, on considère le cas de la plasticité confinée. Si le rayon du contour fermé Γ_2 (voir la figure 3.18) est assez grand, le champ de contraintes lointain est régi par le premier terme d'expansion dans l'analyse asymptotique de Williams [56] [134]. En cas de déformation plane, on obtient [58] :

$$J^{*M} = \frac{1 - v^2}{E} K_M^2 \qquad (M = I, II)$$
 3-27

Le taux de mixité dans le champ élastique lointain a été exprimé par Shih [52] :

$$M^{e} = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left| \lim_{r \to \infty} \frac{\sigma_{\theta\theta}(\theta = 0)}{\sigma_{r\theta}(\theta = 0)} \right| = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left| \frac{K_{I}}{K_{II}} \right|$$
3-28

Dans le cas de la plasticité confinée, on a :

$$M^{e} = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \sqrt{\frac{J^{*I}}{J^{*II}}}$$
 3-29

Lorsque la condition de plasticité confinée n'est pas satisfaite et que l'on se trouve dans le cas de grandes déformations, il est nécessaire de définir un paramètre élastique équivalent M^{*e} :

$$M^{*^{e}} = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \sqrt{\frac{J^{*I}}{J^{*II}}}$$
 3-30

Bien que M^{*e} n'ait pas la même définition que M^e , on obtient que dans le cas de plasticité confinée, M^{*e} est égale à M^e . L'avantage principal de M^{*e} est qu'il est évalué à partir de deux intégrales sur un contour fermé quelconque autour de la pointe de fissure. Par contre, pour l'évaluation de M^e , on a besoin d'information sur le champ élastique lointain.

La relation entre M^{*^e} et M^p peut être trouvée facilement selon l'équation (3-29). En effet, en introduisant l'équation (3-23) dans l'équation (3-29), on obtient :

$$M^{*e} = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \sqrt{\frac{I_n^{*I}(M^p)}{I_n^{*II}(M^p)}}$$
 3-31

Pour chaque taux de mixité M^p , les constantes I^{*I}_n et I^{*II}_n sont calculées à partir de l'équation (3-24). Selon l'équation (3-31), la relation entre M^{*e} et M^e est établie. Elle est montrée dans la figure 3.19 pour différents coefficients d'écrouissage n. Pour déterminer M^p , le paramètre élastique M^{*e} est calculé d'abord à partir des J^{*I} et J^{*II} selon l'équation (3-30). Ensuite, le taux de mixité M^p est obtenu à partir de la figure 3.19. L'équation (3-31) montre que M^p est indépendant du coefficient de Poisson v et de la constante du matériau α .



Figure 3.19 Relation entre M^{*e} et M^{p} [63]

III.2.1.3 Critère de la transition entre la rupture par clivage et la rupture par cisaillement

Afin d'établir un critère de transition pour une fissure en déformation plane sous chargement en mode mixte, nous avons besoin d'un critère raisonnable théoriquement pour décrire le mécanisme de la rupture. Le critère RKR développé par Ritchie et al. [59] est approprié pour une rupture par clivage. D'après Ritchie et al., lorsque le maximum de la contrainte circonférentielle σ_{max} est supérieur à la valeur critique σ_c à la distance r_c devant la pointe de fissure, la fissure va se propager. Le critère RKR peut être généralisé et donc appliqué à la rupture par cisaillement. Autrement dit, pour une rupture par cisaillement, la fissure va se propager lorsque le maximum de la contrainte de cisaillement dépasse la valeur critique τ_c à la distance r_c soit :

$$\sigma_{\max} (r = r_c) \ge \sigma_c$$

$$\tau_{\max} (r = r_c) \ge \tau_c$$
3-32

Selon ces deux critères, le critère de la transition entre la rupture par clivage et la rupture par cisaillement est obtenu. La rupture par clivage se produit si le rapport σ_{max}/τ_{max} à la distance r_c est supérieur au rapport $\sigma_{c'}/\tau_{c}$; sinon la rupture par cisaillement se produit. Autrement dit :

$$\frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} > \frac{\sigma_c}{\tau_c} \Rightarrow \text{ rupture par clivage}$$

$$\frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} < \frac{\sigma_c}{\tau_c} \Rightarrow \text{ rupture par cisaillement} \qquad 3-33$$

Même si le critère RKR est physiquement raisonnable, son utilisation directe n'est pas facile, car il est difficile de déterminer les paramètres σ_c , τ_c et r_c . Par conséquent, nous préférons le transformer en critère J- M^p , ce dernier étant plus facilement utilisable. Pour établir le critère J- M^p , il est nécessaire de déterminer d'abord deux paramètres du matériau, à savoir les résistances à rupture J_{IC} et J_{IIC} qui sont les valeurs critiques de J_I et J_{II} (l'intégrale de Rice en mode I pur et en mode II pur respectivement). Ils sont mesurés expérimentalement. Selon la solution HRR (Eq. 3-9) associée au critère RKR pour la rupture par clivage, la fissure se propage lorsque l'équation suivante est satisfaite :

$$\sigma_c = \sigma_0 \left(\frac{EJ_{Ic}}{\alpha \sigma_0^2 I_n^{(I)} r_c} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{\theta\theta} (M^p = 1, \theta = 0)$$
3-34

Ensuite, nous supposons que la résistance J_{IIC} est obtenue par l'essai du mode II pur. Selon la solution HRR associée au critère RKR, la fissure se propage lorsque l'équation suivante est satisfaite :

$$\tau_c = \sigma_0 \left(\frac{EJ_{IIc}}{\alpha \sigma_0^2 I_n^{(II)} r_c} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{r\theta} (M^p = 0, \theta = 0)$$
3-35

A partir des équations (3-33), (3-34) et (3-35), nous avons :

$$\frac{\sigma_c}{\tau_c} = \left(\frac{J_{Ic}I_n^{(II)}}{J_{IIc}I_n^{(I)}}\right)^{\frac{1}{n+1}} \frac{\tilde{\sigma}_{\theta\theta}(M^p = 1, \theta = 0)}{\tilde{\sigma}_{r\theta}(M^p = 0, \theta = 0)}$$
3-36

Pour un mode mixte donné, le maximum de contrainte circonférentielle σ_{max} et le maximum de contrainte de cisaillement τ_{max} à la distance r_c peuvent être calculés selon la solution HRR :

$$\sigma_{\max} = \sigma_0 \left(\frac{EJ}{\alpha \sigma_0^2 I_n^{(Mp)} r_c} \right)^{\frac{1}{n+1}} \max_{\theta} \tilde{\sigma}_{\theta\theta}$$
 3-37

$$\tau_{\max} = \sigma_0 \left(\frac{EJ}{\alpha \sigma_0^2 I_n^{(Mp)} r_c} \right)^{\frac{1}{n+1}} \max_{\theta} \sqrt{\left(\tilde{\sigma}_{rr} - \tilde{\sigma}_{\theta\theta} \right)^2 / 4 + \tilde{\sigma}_{r\theta}^2}$$
 3-38

 $\max_{\theta} \text{ signifie } \ll \text{ prendre la valeur maximale par rapport à la coordonnée angulaire } \theta \gg \text{ A}$ partir de l'équation (3-37) et l'équation (3-38), nous obtenons :

$$\frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} = \frac{\max_{\theta} \tilde{\sigma}_{\theta\theta}}{\max_{\theta} \sqrt{(\tilde{\sigma}_{rr} - \tilde{\sigma}_{\theta\theta})^2 / 4 + \tilde{\sigma}_{r\theta}^2}}$$
3-39

Par conséquent, selon les équations (3-32), (3-34), (3-35), (3-37) et (3-38), la transition entre la rupture par clivage et la rupture par cisaillement se produit dans le cas suivant :

$$\frac{\max_{\theta} \widetilde{\sigma}_{\theta\theta}}{\max_{\theta} \sqrt{\left(\widetilde{\sigma}_{rr} - \widetilde{\sigma}_{\theta\theta}\right)^2 / 4 + \widetilde{\sigma}_{r\theta}^2}} = \left(\frac{J_{Ic}I_n^{(II)}}{J_{IIc}I_n^{(I)}}\right)^{\frac{1}{n+1}} \frac{\widetilde{\sigma}_{\theta\theta}(M^p = 1, \theta = 0)}{\widetilde{\sigma}_{r\theta}(M^p = 0, \theta = 0)}$$
3-40

où

$$\left[\frac{\max_{\theta} \widetilde{\sigma}_{\theta\theta}}{\max_{\theta} \sqrt{\left(\widetilde{\sigma}_{rr} - \widetilde{\sigma}_{\theta\theta}\right)^2 / 4 + \widetilde{\sigma}_{r\theta}^2}} \frac{\widetilde{\sigma}_{r\theta} (M^p = 0, \theta = 0)}{\widetilde{\sigma}_{\theta\theta} (M^p = 1, \theta = 0)}\right]^{(n+1)} \frac{I_n^{(I)}}{I_n^{(II)}} = \frac{J_{Ic}}{J_{Ilc}}$$
3-41

Si l'on définit un paramètre λ :

$$\lambda = \left[\frac{\max_{\theta} \tilde{\sigma}_{\theta\theta}}{\max_{\theta} \sqrt{\left(\tilde{\sigma}_{rr} - \tilde{\sigma}_{\theta\theta}\right)^2 / 4 + \tilde{\sigma}_{r\theta}^2}} \frac{\tilde{\sigma}_{r\theta}(M^p = 0, \theta = 0)}{\tilde{\sigma}_{\theta\theta}(M^p = 1, \theta = 0)}\right]^{(n+1)} \frac{I_n^{(I)}}{I_n^{(II)}}$$
3-42

avec sa valeur critique :

$$\lambda_c = \frac{J_{Ic}}{J_{IIc}}$$
3-43

Le critère de transition entre la rupture par clivage et la rupture par cisaillement (Eq.(3-33)) devient :

 $\lambda > \lambda_c \Rightarrow$ rupture par clivage $\lambda < \lambda_c \Rightarrow$ rupture par cisaillement 3-44

La figure 3.20 montre la variation de λ en fonction du taux de mixité M^p et du coefficient d'écrouissage du matériau *n*. A partir de la figure 3.20, on note que λ est une fonction monotone pour un *n* donné. Par conséquent, pour une valeur critique connue λ_c , nous pouvons obtenir une valeur critique M^p_c , donc le critère de transition entre le clivage et le cisaillement est écrit alors comme suit :

$$M^{p} > M_{c}^{p} \implies$$
 rupture par clivage
 $M^{p} < M_{c}^{p} \implies$ rupture par cisaillement 3-45

III.2.1.4 Critère de bifurcation pour les fissures de clivage

Quand la fissure se propage par clivage, le critère de bifurcation le plus utilisé est celui du maximum de la contrainte circonférentielle. Afin d'évaluer l'angle de bifurcation, pour une fissure dans un milieu élasto-plastique, la direction du maximum de la contrainte circonférentielle est exprimée en fonction de M^p et n. Les relations ont été données par Shih [52]. La figure 3.21 montre ces relations.



Figure 3.20 Critère de transition (T-S) [4]



Figure 3.21 Angle de bifurcation d'une fissure de clivage [4]

III.2.1.5 Critère de bifurcation pour les fissures de cisaillement

Lorsque la fissure se propage par cisaillement, le mécanisme de la rupture devient plus compliqué. Afin d'expliquer clairement l'écoulement plastique au voisinage de la pointe de fissure, le champ des lignes de glissement au voisinage de la pointe de fissure est dessiné en utilisant la technique standard du cercle de Möhr. On définit y=y(x) comme étant l'équation des lignes de glissement, sur un point quelconque, nous avons $\frac{dy}{dx} = \tan \beta$, β est l'angle de direction de la ligne de glissement qui est déterminée par $\tan 2(\beta - \theta) = \frac{\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}}{2\sigma_{r\theta}} = \frac{\widetilde{\sigma}_{\theta\theta} - \widetilde{\sigma}_{rr}}{2\widetilde{\sigma}_{r\theta}}$, alors, l'équation différentielle utilisée pour tracer une ligne de glissement est écrite comme suit :

$$\frac{dy}{dx} = \tan\frac{1}{2} \left[\arctan\left(\frac{\tilde{\sigma}_{\theta\theta} - \tilde{\sigma}_{rr}}{2\tilde{\sigma}_{r\theta}}\right) + \theta \right]$$
 3-46

La figure 3.22 donne un des champs des lignes de glissement dans le cas où $M^p = 0,53$ et n=3. Lorsque la fissure se propage par cisaillement, elle va suivre une des lignes de glissement près de la pointe de fissure. On peut constater que ces lignes de glissement tendent asymptotiquement vers des lignes droites lorsqu'elles s'éloignent de la pointe de fissure. Ces lignes s'appellent les bandes de glissement. Par conséquent, la conclusion obtenue est la suivante : l'écoulement plastique près de la pointe de fissure suit toujours la direction d'une des bandes de glissement. Afin de déterminer l'angle de bifurcation d'une fissure par cisaillement, il faut mettre les bandes de glissement en compétition. Au voisinage de la pointe de la fissure, on compare les contraintes de cisaillement le long de ces bandes de glissement. La fissure va se propager le long de celle où la contrainte de cisaillement est la plus grande. Même si plusieurs bandes de glissement existent près de la pointe de fissure, il n'y a que deux bandes de glissement qui représentent des directions possibles pour une fissure de cisaillement car les contraintes de cisaillement le long de ces deux bandes sont plus grandes que celles le long des autres. Ces deux bandes sont montrées dans la figure 3.22. La condition pour déterminer les bandes est $\beta = \theta$. La bande de glissement 1 correspond à l'angle de bifurcation d'environ 45° par rapport à l'axe de fissure initiale, et la bande de glissement 2, suit quasiment l'axe de fissure. Selon les résultats des calculs, les angles de bifurcation en fonction de M^p et *n* sont tracés dans la figure 3.23. Il est à noter que la bande de glissement 1 ($\beta \approx 45^\circ$) domine les grandes valeurs de M^p ; par contre, la bande de glissement 2 ($\beta \approx 0$) domine les petites valeurs de M^p .



Figure 3.22 Champ des lignes de glissement au voisinage de la pointe de fissure lorsque $M^p = 0.53$ et n=3 [4]



Figure 3.23 Angles de bifurcation d'une fissure par cisaillement selon le critère de bande de glissement [4]

III.2.2 Modélisation numérique

Afin de vérifier les critères développés précédemment, nous faisons des simulations numériques, puis comparons les résultats obtenus par éléments finis avec les résultats expérimentaux collectés dans la littérature technique. Dans ce travail, plusieurs études expérimentales ont été retenues, puis modélisées par éléments finis.

III.2.2.1 Vérification du critère de transition entre la rupture par clivage et la rupture par cisaillement

(1) Essais sur des poutres

Tohgo et Ishii [28] ont réalisé des essais en mode mixte avec une éprouvette contenant une fissure de bord sous chargement de cisaillement et de moment de flexion (voir figure 3.6). Le matériau est un alliage d'aluminium 6061-T651, le coefficient d'écrouissage n est de 7. Les éprouvettes sont constituées de poutres en flexion trois points ou quatre points avec une fissure initiale obtenue par fatigue. Les poutres sont soumises aux chargements représentant cinq modes mixtes différents. Les éprouvettes sont assez épaisses par rapport à la longueur de la fissure initiale, donc la condition en déformation plane est satisfaite.

La poutre A est soumise au chargement en mode I pur et la poutre E en mode II quasi pur. Dans la littérature, l'essai est effectué avec ces deux poutres pour mesurer les résistances à rupture. On a obtenu deux résistances à rupture $J_{Ic} = 14 N/mm$, et $J_{IIc} = 46 N/mm$. Les résultats expérimentaux de Tohgo et Ishii montrent que la rupture par clivage se produit sous les charges qui présentent un mode I prédominant, ce qui correspond aux poutres A, B et C. Par contre, la rupture par cisaillement se produit sous des chargements qui présentent un mode II prédominant, ce qui correspond aux poutres A et C. Par contre, la rupture par cisaillement se produit sous des chargements qui présentent un mode II prédominant, ce qui correspond aux poutres D et E.

L'analyse élasto-plastique est réalisée par éléments finis. Le calcul est basé sur l'hypothèse de la plasticité confinée. Les éléments à huit nœuds et six nœuds sont utilisés pour mailler la structure. La figure 3.24 montre les maillages par éléments finis autour de la pointe de fissure de la poutre B.

Premièrement, les deux intégrales J associées J^{*I} et J^{*II} sont calculées, puis M^p est évalué pour chaque poutre. Les résultats numériques sont listés dans le tableau 3.6. Selon les valeurs expérimentales de J_{Ic} et J_{IIc} , nous avons $\lambda_c = 0,3$. Pour n=7, le paramètre critique est déterminé dans la figure 3.20, $M^p_c = 0,75$. A partir du tableau 3.6, on peut trouver que les valeurs de M^p des poutres A, B et C sont supérieures à M^p_c . D'après le critère de transition entre la rupture par clivage et la rupture par cisaillement, on peut prévoir la rupture par clivage dans les poutre A, B et C. Par contre, les valeurs de M^p des poutres D et E sont inférieures à M^p_c , 0,75, donc, la rupture par cisaillement se produit dans ces poutres. Ces résultats sont en bonne corrélation avec les observations expérimentales de Tohgo et Ishii.

poutres	poutre A	poutre B	poutre C	poutre D	poutre E
M^{e^*}	1,00	0,87	0,72	0,42	0,05
M^p	1,00	0,88	0,75	0,56	0,06
Type de	clivage	clivage	clivage	cisaillement	cisaillement
la rupture					

Tableau 3.6 Résultats des cinq poutres



Figure 3.24 Maillage de la poutre B

(2) Essais sur l'éprouvette de CTS

Un autre exemple est issu de l'expérimentation réalisée par Aoki et al. [61]. Les auteurs utilisent une éprouvette fissurée de type CTS (compact-tension-shear) avec le dispositif de chargement en mode mixte développé par Richard et Benitz [29] (Voir la figure 3.25). Dans ce dispositif, les positions des trous nous permettent d'appliquer différents taux de mixité. Par exemple, si l'on utilise les trous *1-1*', on obtient le chargement en mode I pur. Si l'on utilise les trous 7-7', le chargement en mode II pur est obtenu. Les autres trous sont pour les chargements en mode mixte.

L'éprouvette est en alliage d'aluminium 2024-T3, avec un coefficient d'écrouissage n=9, la fissure initiale de fatigue est introduite pour $a_0/w = 0.5$, a_0 est la longueur de fissure initiale, w est l'épaisseur de l'éprouvette. Dans l'essai, w = 8mm. Les angles de chargement à 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, et 90° sont choisis. Le chargement à 0° correspond au chargement en mode II pur. Le chargement à 90° correspond au chargement en mode I pur.

Selon Amstutz et al. [32], pour l'alliage d'aluminium 2024-T3, la transition entre la rupture par clivage et la rupture par cisaillement se produit lorsque l'angle de chargement est d'environ 20° par rapport à l'axe de fissure. Dans ce cas, la valeur de M^p calculée par la méthode des éléments finis est égale à 0,55. Cette valeur est considérée comme étant la valeur critique M_c^p . Des simulations numériques sous différents chargements en mode mixte sont effectuées. La figure 3.26 donne le maillage par éléments finis utilisé pour la modélisation numérique. Le tableau 3.7 montre les résultats en terme de J et M^p sous des chargements de 0° à 90° (mode II pur à mode I pur). A partir du tableau 3.7, il est à noter que la fissure par clivage est observée lorsque l'angle de chargement est supérieur à 20°. Autrement dit, quand la valeur de M^p est supérieure à la valeur de M_c^p , la fissure par clivage se produit. Par contre,

nous avons une rupture par cisaillement lorsque l'angle de chargement est inférieur à 20°, dans ce cas, la valeur de M^p est inférieure à la valeur de M^p_c . On obtient les mêmes résultats que ceux obtenus dans l'expérimentation de Aoki et al. [61].



Figure 3.26 Maillage d'éprouvette CTS

1 a0	Tableau 5.7 Valeurs de M sous differents chargements ($M_c = 0.55$)							
angle de	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	
chargement								
M^{e^*}	0,00	0,29	0,557	0,75	0,84	0,97	1,00	
M^p	0,00	0,43	0,665	0,80	0,86	0,97	1,00	
Type de la	cisaillement	cisaillement	clivage	clivage	clivage	clivage	clivage	
rupture								

Tableau 3.7 Valeurs de M^p sous différents chargements ($M^p_c = 0.55$)

III.2.2.2 Vérification du critère de bifurcation

Amstutz et al. [32] ont donné les trajets de propagation de fissure par mesure. L'éprouvette spéciale développée par Arcan et al. [33] a été utilisée dans leurs essais. La géométrie de l'éprouvette (voir la figure 3.27) ressemble à celle de Richard et Benitz [29]. Les éprouvettes sont en alliage d'aluminium 2024-T3, avec une fissure initiale de fatigue introduite à $a_0/w \approx 0,167$. L'épaisseur d'éprouvette est de 2,3mm.

Nous effectuons une la simulation numérique pour déterminer les trajets de fissuration sous différents chargements en mode mixte. La procédure est expliquée ci-dessous :

Premièrement, pour déterminer le type de rupture, le taux de mixité M^p est calculé et comparé avec M^p_c . Pour une rupture par clivage, le critère de maximum de la contrainte circonférentielle est utilisé afin de déterminer l'angle de bifurcation. Pour une rupture par cisaillement, la direction de bifurcation est obtenue selon le critère des bandes de glissement. Ensuite, la fissure se propage dans cette direction par un petit pas (1mm). La nouvelle valeur de M^p est calculée à partir de la nouvelle configuration afin de déterminer la nouvelle étape de trajet de fissure.

D'après cette procédure, nous évaluons les trajets de fissuration sous chargement à 45° et à 15° par rapport l'axe de fissure initiale. Par ailleurs, les comparaisons sont faites en terme de trajet de fissuration entre nos résultats et ceux expérimentaux de Amstutz et al. [32].

Le premier exemple, l'éprouvette est soumise à un chargement à 45°, on calcul la valeur de M^p ($M^p = 0.81$). Elle est supérieure à la valeur critique M^p_c (0.55), ainsi la fissure se propage par clivage selon le critère de transition. Le critère du maximum de contrainte circonférentielle est utilisé pour déterminer l'angle de bifurcation.

Nous effectuons les calculs pas à pas, pour évaluer le trajet de fissuration, chaque pas est de 1mm. La figure 3.28 montre le maillage de trajet de fissuration pendant la propagation.



(a) Géométrie d'éprouvette [33]



(b) Dispositif de chargement Figure 3.27 Configuration de l'éprouvette et dispositif de chargement



Figure 3.28 Modélisation par éléments finis sous chargement à 45°

La figure 3.29 donne le trajet prévu par la méthode des éléments finis et le trajet mesuré expérimentalement par Amstutz et al. [32]. Afin de les comparer, le trajet prévu par Sutton et al. [1] est tracé aussi dans la figure 3.29. Ce trajet de fissuration est obtenu [1] en utilisant le critère CTOD (Crack-Tip-Openging-Distance). Il est à noter que l'on obtient le même résultat avec les deux critères, qui sont proches de la courbe expérimentale. Les résultats montrent que le critère de maximum de contrainte circonférentielle est valable pour évaluer le trajet de fissuration par clivage.



Figure 3.29 Trajets numériques et expérimentaux sous un chargement à 45°

Pour le deuxième exemple, l'éprouvette est soumise à un chargement à 15°. Au premier pas, M^p est d'environ 0,4, il est inférieur à la valeur de M^p_c . Selon le critère de transition entre clivage et cisaillement, la fissure va se propager par cisaillement. Par conséquent, le critère de bandes de glissement est utilisé pour évaluer pas à pas le trajet de fissuration.

La figure 3.30 montre le trajet déterminé par le calcul éléments finis. La figure 3.31 illustre les trajets de la propagation de fissure sous chargement à 15° : le trajet prévu par le critère de bande de glissement, le trajet prévu par le critère CTOD, et le trajet expérimental. On observe à partir de la figure 3.31 que notre prévision est très proche des résultats expérimentaux. Dans cet exemple, le critère de bande de glissement montre une meilleure précision par rapport à celle du critère CTOD.



Figure 3.30 Modélisation des éléments finis sous chargement à 15°



Figure 3.31 Trajets numériques et expérimentaux sous un chargement à 15°

III.2.3 Essais expérimentaux

Les essais statiques sont effectués sur les éprouvettes CTS en alliage d'aluminium et en acier. Les objectifs des essais statiques sont :

- a) Etude du trajet de propagation et de la bifurcation de fissure dans les matériaux élastoplastique sous chargement monotone ;
- b) Vérification du critère J- M^p .

La géométrie de l'éprouvette est montrée dans la figure 3.25 (a). On réalisée, par électroérosion, une fissure de longueur de 41 mm, et on applique un chargement de fatigue en mode I pur jusqu' à l'obtention de 4 mm de fissure par fatigue. La longueur de fissure initiale est donc de 45 mm. L'épaisseur est de 10mm pour l'éprouvette en alliage d'aluminium, et de 6mm pour celle en acier. Nous utilisons les dispositifs de chargement portés sur la figure 3.24 (b) afin d'obtenir le chargement en mode mixte.

Les charges sont appliquées par déplacement contrôlé. Les angles de chargement sont 0° , 30° , 60° , et 90° par rapport à l'axe de la fissure initiale (figure 3.32). L'angle 90° correspond au mode I pur, et 0° correspond au mode II pur. Les essais statiques sont effectués sur une machine de traction – MTS-810 qui est montrée par la figure 3.33.



Figure 3.32 Application du chargement monotone



Figure 3.33 Machine d'essais

III.2.3.1 Essais sur les éprouvettes en alliage d'aluminium 7020

Premièrement, les essais sont effectués sur les éprouvettes en alliage d'aluminium 7020. La limite d'élasticité est d'environ 280*MPa*. Selon les caractéristiques du matériau de l'alliage d'aluminium 6060-T651 [28] (matériau voisin), on suppose que la valeur critique du taux de mixité M^p_c est de 0,75.

Les charges appliquées sont à 90° , 60° , 30° et 0° (figure 3.32).

<u>Résultats expérimentaux</u>

Le tableau 3.8 donne les angles de bifurcation sous différentes charges. La figure 3.34 montre les photos des trajets de fissuration sous chargement monotone en mode mixte.

Angle de	Chargement	Angle de	Angle de
chargement		bifurcation initiale	bifurcation finale
90° (mode I pur)	Déplacement contrôlé	0°	0°
	$U_{max}=15$ mm		
60°	Déplacement contrôlé	50°	-45°
	U_{max} =15mm		
30°	Déplacement contrôlé	40°	-90°
	$U_{max}=15$ mm		
0° (mode II pur)	Déplacement contrôlé	0°	0°
_	$U_{max}=20$ mm		

Tableau 3.8 Résultats de fissuration sous chargement monotone en mode mixte



(a) sous la charge à 60°
 (b) sous la charge à 30°
 (c) sous la charge à 0°
 Figure 3.34 Photos des trajets de fissuration des éprouvettes en aluminium sous chargement monotone

La fissure se propage à partir de 45mm sous le chargement en mode mixte. L'intervalle de deux marquages est de 1mm sur les photos. Dans le cas où l'angle de chargements est à 60° , au début la fissure bifurque dans la direction de 50° , ensuite elle change d'angle de propagation, et se propage dans la direction de -45° . Dans le cas du chargement à 30° , la fissure commence à se propager avec un angle de bifurcation de 40° , elle termine sa propagation dans la direction perpendiculaire à l'angle de chargement.

<u>Résultats numériques selon le critère J-M^p</u>

La figure 3.35 montre les maillages par éléments finis de la fissuration durant la propagation sous différents chargements. Les figures 3.36 - 3.38 et le tableau 3.9 donnent les résultats numériques des trajets prévus selon le critère $J-M^p$.

Lorsque l'angle de chargement α est égale à 60°, le taux de mixité M^p est d'environ 0,86 dans le premier pas (voir le tableau 3.9), il est supérieur à la valeur critique $M_c^p = 0,75$. Selon le critère *J*- M^p , c'est une rupture par clivage. L'angle de bifurcation est de -27° (voir la figure

3.36). Ensuite, dans les pas suivants, M^p tend vers 1, il est toujours supérieur à M_c^p . Donc c'est la rupture par clivage. Cela veut dire, la fissure commence à s'amorcer par clivage et continue à se propager par clivage jusqu'à la rupture. La figure 3.35 (a) montre le trajet de propagation de fissure sous le chargement à 60°.

La même simulation numérique est effectuée dans le cas de chargement à 30°. A partir du tableau 3.10, il est à noter que lorsque le chargement est en quasi mode II pur, la fissure se propage dans la direction de 48° dans le premier pas. Ensuite, l'angle de bifurcation change légèrement, la rupture est toujours en cisaillement car M^p est toujours inférieur à 0,75 (voir la figure 3.37).

Lorsque la fissure est soumise au chargement en mode II pur, d'après le critère $J-M^p$, l'angle de bifurcation est de 0° dans le premier pas, et la fissure se propage le long de la direction de 0° jusqu'à la rupture.



(a) sous chargement à 60° (b) sous chargement à 30° (c) sous chargement à 0° Figure 3.35 Résultats numériques des trajets de fissuration des éprouvettes en aluminium

a(mm)	45	46	47	48	49	50	51	52
M^{e^*}	0,84	0,686	0,857	0,778	0,603	0,87	0,69	0,86
M^{P}	0,86	0,98	0,97	0,99	0,98	0,98	0,97	0,99
θ_0	-27°	-0,8°	-1°	-0,5°	0,8°	-0,8°	1°	-0,5°

Tableau 3.9 Angles de bifurcation de fissure sous chargement à 60° (dans l'éprouvette en alliage d'aluminium)



Figure 3.36 Trajet de fissuration sous chargement à 60°

Dans les figures 3.36 - 3.38, x et y sont les coordonnées des pointes de la fissure durant la propagation.

Tableau 3.10 Angles de bifurcation de fissure sous chargement à 30° (dans l'éprouvette en alliage d'aluminium)

a(mm)	45	46	47	48	49	50	51	52
M^{e^*}	0,557	0,517	0,51	0,503	0,5	0,5	0,48	0,47
M^{P}	0,665	0,61	0,61	0,6	0,6	0,6	0,59	0,59
$ heta_0$	48°	-1,7°	-1,7°	-1,7°	-1,7°	-1,7°	-1,5°	-1,5°



Figure 3.37 Trajet de fissuration sous chargement à 30°

a(mm)	45	46	47	48	49	50	51	52
M^{e^*}	0,006	0,005	0,005	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
M^{P}	0,006	0,005	0,005	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
θ_0	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°

Tableau 3.11 Angles de bifurcation de fissure sous chargement à 0° (dans l'éprouvette en alliage d'aluminium)



Figure 3.38 Trajet de fissuration sous chargement à 0°

> Comparaison des résultats numériques et expérimentaux

A partir des figures 3.34 à 3.38, on peut observer que les angles de bifurcation obtenus dans les essais ne sont pas exactement les mêmes que ceux selon le critère $J-M^p$. D'après les photos des résultats expérimentaux (Fig. 3.34), les points suivants sont observés :

a) Lorsque l'angle de chargement est de 0° , le trajet de fissuration expérimental est similaire à celui prévu par le critère J- M^p .

b) Lorsque l'angle de chargement est égal à 60° (Fig. 3.36), l'angle de bifurcation initiale prévu par le critère $J-M^{p}$ est de -32° , ceci correspond à la rupture par clivage. Au contraire, l'observation expérimentale montre une direction de 45° . Pourtant, l'angle initial de bifurcation semble suivre une bande de cisaillement, mais pas une direction de clivage. Ensuite, il est à noter évidemment que la fissure se propage le long de la bordure de la zone plastique due à un effet de striction. Dans ce cas, la condition de déformation plane n'est pas complètement satisfaite.

c) Lorsque l'angle de chargement est de 30° (Fig. 3.37), l'angle de bifurcation initiale dans l'essai expérimental est de 40° , il est proche du résultat de critère $J-M^{p}$ qui donne 48° lors du premier pas. Ensuite, la fissure semble suivre une bande de glissement de -90° (voir la figure 3.22). Il est à noter que dans le cas d'une chargement à 30° , d'une part, la fissure est dans la situation de transition entre clivage et cisaillement; d'autre part, l'effet de la zone plastifiée sur la progression de la fissure est très important, la condition de déformation plane est difficile à satisfaire en raison des grandes déformations.

Les résultats précédents montrent qu'il faut considérer l'effet d'épaisseur d'éprouvette sur la propagation de fissure dans le matériau élasto-plastique. Le critère $J-M^p$ ne peut être utilisé que sous condition de déformation plane. Quand la condition de déformation plane n'est pas satisfaite, il existe une différence entre la prévision du critère $J-M^p$ et l'observation expérimentale. Toutefois, le critère $J-M^p$ peut donner une excellente prévision dans le cas du mode II pur.

III.2.3.2 Essais sur les éprouvettes en acier S460

Ces essais sont effectués sur des éprouvettes en acier S460. La limite d'élasticité est d'environ 460*MPa*. L'épaisseur d'éprouvette est de 6mm, les autres dimensions sont similaires à celles de l'éprouvette en alliage d'aluminium (figure 3.25).

<u>Résultats expérimentaux</u>

Le tableau 3.12 donne les angles de bifurcation sous différents chargements. La figure 3.39 montre les photos des trajets de fissuration sous chargement monotone en mode mixte. Les charges sont appliquées par déplacement contrôlé.

1401044 0112 10	esuntats at mostilation sou	<u> </u>	
Angle de	Chargement	Angle de	Angle de
chargement		bifurcation initiale	bifurcation finale
90° (mode I pur)	Déplacement contrôlé	0°	0°
	$U_{max}=25$ mm		
60°	Déplacement contrôlé	15°	-20°
	$U_{max}=25$ mm		
0° (mode II pur)	Déplacement contrôlé	0°	-10°
	$U_{max}=28$ mm		

Tableau 3.12 Résultats de fissuration sous chargement monotone en mode mixte



(a) sous chargement à 60°

(b) sous chargement à 0°

Figure 3.39 Photos des trajets de fissuration des éprouvettes en acier sous chargement monotone

<u>Résultats numériques selon le critère J-M^p</u>

Les figures 3.40 à 3.42 et les tableaux 3.13 et 3.14 montrent les résultats numériques.

Selon les caractéristiques mécaniques de l'acier StE550, on fait l'hypothèse que M^p_c est d'environ 0,77 pour l'acier S460. Lorsque la fissure est soumise à une chargement à 60°, le taux de mixité M^p au premier pas est de 0,84, il est supérieur à M^p_c , par conséquent, la fissure

se propage par clivage, l'angle de bifurcation initiale est de -30° par rapport à l'axe de fissure. Par contre, lorsque la fissure est soumise au chargement à 0° , autrement dit, sous chargement en mode II pur, M^{p} est presque égal à 0° , il est inférieur à M^{p}_{c} , donc, la propagation de la fissure suit une bande de glissement de 0° . C'est une rupture par cisaillement. Les résultats numériques de la direction de bifurcation initiale sont listés dans les tableaux 3.13 et 3.14.

La figure 3.40 donne le trajet de propagation de fissure sous chargement à 60° obtenu par simulation numérique. Nous effectuons cinq pas de calcul. Au premier pas, M^p est supérieur à M^p_c , selon le critère *J*- M^p , c'est la rupture par clivage. Ensuite, la fissure se propage en quasi mode I pur. La figure 3.40 montre le trajet de propagation de fissure sous chargement en mode II pur. Dans ce cas, la fissure se propage le long de l'axe de la fissure.

(dans reproductie en acter)								
a(mm)	45	46	47	48	50			
M^{e^*}	0,82	0,704	0,84	0,75	0,58			
M^{P}	0,84	0,98	0,99	0,97	0,98			
$ heta_0$	-30°	-0,8°	-0,5°	-1°	-0,8°			

Tableau 3.13 Angle de bifurcation de fissure sous chargement à 60° (dans l'éprouvette en acier)



Figure 3.40 Trajet de fissuration sous chargement à 60°

Tableau 3.14 Angle de bifurcation de fissure sous chargement à 0° (dans l'éprouvette en acier)

a(mm)	45	46	47	48	50
M^{e^*}	0,005	0,004	0,002	0,002	0,002
M^{P}	0,005	0,004	0,002	0,002	0,002
θ_0	0°	0°	0°	0°	0°







(a) sous chargement à 60° (b) sous chargement à 0° Figure 3.42 Résultats numériques des trajets de fissuration des éprouvettes en acier

> <u>Comparaison des résultats expérimentaux et numériques</u>

La figure 3.42 montre les maillages par éléments finis de fissuration sous les charges à 60° et 0° . A partir des résultats numériques et expérimentaux, il est à noter que la tendance de la direction de propagation prévue par le critère *J-M^P* est similaire à celle des résultats d'essais (voir figure 3.39 et 3.42). Pour le chargement à 0° , dans l'expérimentation, la fissure se propage le long l'axe de fissure, c'est le même résultat que celui du calcul. Mais à la fin de l'essai, la rupture finale se produit dans la direction de -10° à cause de l'effet de l'épaisseur d'éprouvette.

Lorsque l'angle de chargement est de 60°, l'angle de bifurcation prévu par simulation numérique est de -30°, ceci correspond au type de rupture par clivage (Tab. 3.13). Les résultats obtenus expérimentalement montre un trajet initial différent sur 2mm de propagation
(angle de bifurcation est de $+35^{\circ}$), toutefois après 2mm, la fissure reprend la direction de -20° , direction qui rejoint plus ou moins la direction prévue (voir figure 3.39). Nous supposons que la propagation sur les deux premiers millimètres a été probablement guidée par un effet local non modélisé dans nos calculs.

III.3 Conclusions sur la validation de critères J-M^p

Dans ce chapitre, la bifurcation de fissure dans un milieu élastique et élasto-plastique sous chargement monotone en mode mixte est étudiée. Dans le cas élastique, le critère du maximum de la contrainte circonférentielle est utilisé pour prévoir la direction de propagation de fissure. Dans le cas élasto-plastique, les critères $J-M^p$ sont présentés. Ces critères nous permettent de déterminer la direction de bifurcation de fissure en mode mixte. La validation des critères $J-M^p$ est réalisée numériquement et expérimentalement sur trois types d'éprouvettes dans des matériaux ductiles. Deux types de comparaison ont été effectués : d'une part la comparaison de nos résultats obtenus numériquement par éléments finis avec ceux de la littérature technique [32][60]-[63], et d'autre part la comparaison de nos résultats obtenus expérimentalement. Ces comparaisons montrent que les critères $J-M^p$ sont valables pour prévoir l'angle de bifurcation de fissure dans un milieu élasto-plastique.

Chapitre IV

Procédure d'évaluation du début de propagation de fissure et de sa bifurcation en mode mixte dans un matériau ductile

Comme cité précédemment, la prévision de la propagation de fissure dans un matériau ductile nécessite l'établissement de plusieurs critères (voir figure 3.17). Les critères $J-M^p$ présentés précédemment sont utilisés pour déterminer le type de rupture et la direction de propagation de fissure. Autrement dit, les critères $J-M^p$ contiennent le critère de transition entre la rupture par clivage et par cisaillement et le critère de bifurcation. En outre, on a besoin d'un critère de résistance à rupture sous chargement en mode mixte.

Afin d'évaluer le seuil de chargement nécessaire à faire propager la fissure, nous proposons, dans cette partie, une méthode pour évaluer le début de propagation de fissure dans un matériau ductile sous chargement en mode mixte. Cette méthode est une combinaison d'expérimentation et de calcul numérique.

IV.1 Résistance à rupture sous chargement monotone en mode mixte

Il est bien connu la résistance à rupture en mode mixte dépend du mode réel de propagation de fissure et du paramètre de rupture utilisé. Par exemple, l'acier ductile montre souvent une diminution de résistance à rupture avec l'augmentation du mode II de fissuration, tandis que le matériau avec une faible ductilité manifeste une grande résistance en mode II [60] [65]-[70].

Pirondi et Dalle Donne ont effectué des études expérimentales sur l'acier StE550 [3] [125]. Dans leurs essais, le vecteur de déplacement d'ouverture à la pointe de fissure δ_v est mesuré pour déterminer la résistance J_C de l'acier StE550. La diminution de la résistance à rupture J_C avec l'augmentation du mode II peut être due à l'apparition d'une déformation critique devant la pointe de fissure, qui fait suit à la propagation de fissure en cisaillement. Ce mécanisme absorbe moins d'énergie que celui de la fissuration par clivage. En conséquence, la valeur de résistance à rupture associée au mode II (J_{IIC}) est inférieure à la valeur associée au mode I (J_{IC}).

IV.2 Etablissement d'une procédure

En se basant sur les critères J-M^p, nous proposons une procédure pour déterminer :

- le seuil de chargement
- le type de rupture et
- l'angle de bifurcation

La première étape consiste à effectuer un essai expérimental en mode mixte pour un matériau donné. On détermine la résistance à la rupture en mode mixte en terme d'intégrale J critique (J_c) et de taux de mixité (M^p) . Il est nécessaire de choisir plusieurs angles de chargement. Pour chaque angle de chargement, on applique une charge croissante jusqu'à ce que la fissure commence à se propager. On note alors la charge correspondant au début de la propagation de fissure. Elle est considérée comme étant la charge critique pour le mode mixte concerné.

Lors de la deuxième étape, à partir des charges critiques, le paramètre de mixité M^p et l'intégrale J sont calculés numériquement. Dans notre étude, nous utilisons la méthode des éléments finis [71]. La résistance à rupture présentés en terme de J_c et M^p est obtenue. Autrement dit, on obtient la courbe de J_c en fonction de M^p qui représente la résistance à rupture du matériau sous chargement en mode mixte.

Dans la troisième étape, pour un chargement donné, l'intégral J et M^p sont calculés.

Ensuite, le critère de transition entre la rupture par clivage et la rupture par cisaillement est utilisé pour déterminer le type de rupture. Lorsque M^p calculé est supérieur à la valeur critique M^p_c , la fissure va se propager par clivage, sinon, c'est le type de rupture par cisaillement.

Dans la cinquième étape, on utilise la courbe déterminée dans la deuxième étape pour déterminer le début de propagation. Selon la courbe, pour un M^p quelconque, on a la valeur de résistance J_c . Dans la troisième étape, J et M^p sont calculés pour un chargement donné. Alors J est alors comparé à la résistance J_c . Lorsque J est inférieur à J_c , la fissure est stable. Sinon, elle se propage.

Enfin, on détermine l'angle de bifurcation. Si la fissure se propage par clivage, le critère du maximum de la contrainte circonférentielle est utilisé. Sinon, le critère de bandes de glissement est utilisé.

En résumé, la procédure proposée pour prévoir la propagation de fissure est décrite comme suit :

- a) Détermination de la courbe J_c - M^p pour un matériau donné
- b) Calcul de J et M^p pour une charge donnée
- c) Comparaison entre M^p et M^p_c pour déterminer le type de rupture
- d) Comparaison entre J et J_c . si $J > J_c$, la fissure se propage
- e) Détermination de l'angle de bifurcation et du trajet de fissuration

IV.3 Validation de la procédure

Dans cette partie, nous utilisons les essais de fatigue de Pirondi et al. [3] effectués sur des éprouvettes CTS de 4 mm d'épaisseur et 90 mm de largeur en acier StE550. Les éprouvettes sont montées sur le dispositif du chargement en mode mixte (voir figure 3.25). La limite d'élasticité est d'environ 580 *MPa* et la résistance à rupture est d'environ 650*MPa*. Le paramètre de mixité plastique critique M_c^p est égal à 0,77. Il est obtenu à partir du paramètre de mixité élastique critique $M_c^e = 0,68$ donné par Pirondi et al. [3].

> Détermination des résistances à rupture

Les éprouvettes sont testées sous chargement à 0°, 15°, 45° et à 75° par rapport à l'axe de la fissure initiale. L'angle de chargement α égal à 0° correspond au mode II pur; par contre, lorsque $\alpha = 90^\circ$, c'est le cas du mode I pur.

Selon les observations [3], le début de propagation de fissure correspond à la 0,2mm de propagation de fissure. Le chargement au moment du début de propagation de fissure correspond au chargement critique. Pour chaque angle de chargement, la longueur de fissure, et le chargement critique sont enregistrés simultanément. Par conséquent, la courbe de J_c en fonction de M^p est obtenue. Le tableau 4.1 liste les résultats expérimentaux. La courbe de J_c en fonction de M^p est reportée sur la figure 4.1.

Pour un chargement quelconque donné, selon la figure 4.1, on peut déterminer la valeur M^p pour laquelle la fissure commence à se propager. Par exemple, si la fissure est soumise à une

charge de 35KN à 30°, par le calcul des éléments finis, nous avons $M^p = 0,72$ et J = 55N/mm. D'après la figure 4.1, lorsque $M^p = 0,72$, J_c est d'environ 48N/mm, donc, la fissure va se propager sous cette charge.

1	Tableau 4.1 Resultats de J									
Angle de chargement α	75°	45°	15°	0°						
Chargement critique (KN)	27	30	37	35						
Résistance à rupture	71	56	39	26						
$J_c(KN/m)$										
Paramètre mixte M ^p	0,98	0,89	0,52	0						
(résultats de FEM)										



Figure 4.1 Courbe de rupture J_c en fonction de M^p

> Détermination du type de rupture et de l'angle de bifurcation

Les éprouvettes sont testées sous chargement à 0°, 15°, 45° et à 75° par rapport à l'axe de la fissure initiale. Lorsque les angles de chargement sont 75° et 45°, M^p est supérieur à M^p_c (0,77), selon les critères J- M^p , donc c'est une rupture par clivage. En utilisant le critère $\sigma_{\theta\theta max}$, on prévoit que les fissures se propagent dans les directions de -12° et de -23° par rapport de l'axe de fissure initiale. Lorsque les angles de chargement sont de 15° et de 0°, M^p est inférieur à M^p_c , il s'agit alors de rupture par cisaillement, et la propagation de fissure suit une des bandes de glissement. Par conséquent, les angles de bifurcation sont prévues à -1,5° et à 0°. Le tableau 4.2 liste les résultats du type de rupture et des angles de bifurcation sous différents chargements. La figure 4.2 montre l'angle initial de bifurcation estimé par la méthode des éléments finis sous un chargement à 45°. Dans la figure 4.2, θ_{FEM} est le résultat numérique, et θ_{exp} est le résultat expérimental de l'angle de bifurcation.

Chapitre IV Procédure d'évaluation du début de propagation de fissure et de sa bifurcation en mode mixte dans un matériau ductile

Table	Tableau 4.2 Résultats des angles de bifurcation θ_0									
Angle de chargement	75°	45°	15°	0°						
α										
M^p (resultats de FEM)	0,98	0,89	0,52	0						
Type de rupture	clivage	clivage	cisaillement	cisaillement						
Résultats numériques	-12°	-23°	-1,7°	0°						
Résultats	-13,5°	-27,6°	5,7°	-11,1°						
expérimentaux										



Figure 4.2 Angle de bifurcation sous chargement à 45°

A partir du tableau 4.2 et de la figure 4.2, on peut constater que pour la fissure de clivage, les angles de bifurcation estimés numériquement sont très proches des observations expérimentales. Par contre, pour la fissure de cisaillement, il existe quelques différences entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux à cause de l'effet d'épaisseur d'éprouvette. Dans l'expérimentation, l'épaisseur des éprouvettes est faible (4mm d'épaisseur), la condition de déformation plane n'est plus satisfaite.

Finalement, afin de vérifier la précision de notre méthode pour évaluer l'intégrale J, nous estimons les valeurs de J par une autre méthode basée sur l'expérimentation. Dans cette méthode, J est définie comme suit :

$$J = J_e + J_p$$
 4-1
où,

$$J_{e} = \frac{K_{I}^{2} + K_{II}^{2}}{F}$$
 4-2

$$J_p = \eta_p \frac{U_p}{B(W-a)}$$

$$4-3$$

 U_p est l'énergie plastique, elle est calculée à partir des déplacements des lèvres de fissure dans la direction parallèle et perpendiculaire à l'axe de fissure δ_l et δ_{ll} respectivement. δ_l et δ_{ll} sont mesurés durant l'expérimentation. η_p est le facteur de plastification en mode mixte [72].

Les figures 4.3 à 4.5 montrent les résultats de *J* sous les chargements à 30° , 45° et à 60° . Il est à noter que nos valeurs de *J* coïncident bien avec les résultats obtenus à partir de l'équation 4-1.



Figure 4.3 Résultats de J sous chargement à 30°



Figure 4.4 Résultats de J sous chargement à 45°

Chapitre IV Procédure d'évaluation du début de propagation de fissure et de sa bifurcation en mode mixte dans un matériau ductile



Figure 4.5 Résultats de *J* sous chargement à 60°

IV.4 Conclusions sur la procédure

A partir des critères J- M^p , nous proposons une procédure pour prévoir la bifurcation et le début de propagation de fissure dans un matériau ductile sous chargement en mode mixte. La résistance à rupture du matériau ductile sous chargement en mode mixte est présentée en terme de J_c et M^p . Selon la courbe de l'intégrale J_c en fonction du taux de mixité M^p , le début de propagation peut être prévu. Cette procédure a été validée à partir de résultats expérimentaux de Pirondi et Dalle Donne [3]. Les résultats obtenus sont très prometteurs.

Chapitre V

Etude de l'angle de bifurcation et de la vitesse de propagation de fissure sous chargement de fatigue à grand nombre de cycles Dans le chapitre précédent, nous avons étudié la bifurcation de fissure sous chargement monotone en mode mixte. La propagation et la bifurcation de fissure sous chargement cyclique en mode mixte sont étudiées dans ce chapitre. La bifurcation de fissure dans un matériau ductile sous chargement de fatigue en mode mixte est étudiée numériquement et expérimentalement. Les essais de fatigue en mode mixte sont effectués sur des éprouvettes en alliage d'aluminium et en acier dans les cas sans soudure et avec soudure. Selon les résultats expérimentaux, les influences de l'angle de chargement et de contraintes résiduelles de soudage sont analysées.

NOTA : dans la suite du document, tous les résultats relatifs à la vitesse de fissuration en fonction de ΔK_{eq} sont exprimées en unité : *mm/cycle* pour *da/dN* et *MPa* \sqrt{m} pour ΔK_{eq}

V.1 Bifurcation de fissure en mode mixte sous chargement en fatigue

L'expérience industrielle montre que les ruptures de pièces de machines ou de structures en fonctionnement normal sont le plus souvent dues à la fatigue. La propagation de fissures en fatigue est toujours un sujet important de recherche. La majorité des études de propagation de fissure en fatigue est concentrée au cas du chargement en mode simple, habituellement au cas du chargement en mode I pur pour les matériaux élastique. Dans ce cas, différentes méthodes et critères ont été proposés depuis les années 60. Cependant, la propagation de fissure en fatigue dans les matériaux élasto-plastiques n'a pas été étudiée complètement, particulièrement dans le cas du chargement en mode mixte.

V.1.1 Trajet de fissuration établi numériquement

On utilise le critère du maximum de la contrainte circonférentielle $\sigma_{\theta\theta max}$ pour déterminer le trajet de fissuration en fatigue (cf. paragraphe III.1), l'angle de bifurcation peut être déterminé à partir de l'équation 3-7. La simulation numérique est effectuée sur l'éprouvette CTS (Compact – Tension – Shear) (voir figure 3.25) en alliage d'aluminium 7020. On choisit les angles de chargement à 60°, 30° et à 0° (voir figure 5.1).



Figure 5.1 Application de la charge

Lorsque l'angle de chargement est de 60°, on peut trouver dans le tableau 5.1 que selon le critère $\sigma_{\theta\theta max}$, l'angle de bifurcation θ_0 est de -27,8°. Dans les étapes suivantes, l'angle de bifurcation change peu. La figure 5.2 montre le trajet de propagation de la fissure.

Chapitre V Etude de l'angle de bifurcation et de la vitesse de propagation de fissure sous chargement de fatigue à grand nombre de cycles

a(mm)	46	47	48	49	50	51	52	53	54
$K_I(MPa\sqrt{mm})$	325,6	376,9	394,1	413,4	432,8	454,7	476,7	501,3	526,4
$K_{II}(MPa\sqrt{mm})$	91,8	-14,9	11,9	-16,9	11,8	-16,0	10,9	-14,3	9,1
θ_0	-27,8°	4,5°	-3,5°	4,7°	-3,1°	4,0°	-2,6°	3,3°	-2,0°

Tableau 5.1 Résultats du critère $\sigma_{\theta\theta max}$ sous chargement à 60°



Figure 5.2 Trajet de propagation de fissure sous chargement à 60°

La même simulation est effectuée dans le cas du chargement à 30°. A partir du tableau 5.2 et de la figure 5.3, on peut observer que l'angle de bifurcation, calculé par le critère $\sigma_{\theta\theta max}$, est de -50,7° au premier pas. Aux pas suivants, la fissure suit presque la même direction initiale.

a(mm)	46	47	48	49	50	51	52	53	54
$K_I(MPa)$	187,8	322,2	335,4	349,9	365,2	381,9	399,1	418,1	437,4
$K_{II}(MPa\sqrt{mm})$	161,3	-4,6	0,0	-11,3	8,9	-17,7	11,6	-19,4	12,8
θ_0	-50,7°	1,6°	0,0°	3,7°	-2,8°	5,3°	-3,3°	5,3°	-3,3°

Tableau 5.2 Résultats du critère $\sigma_{\theta\theta max}$ sous chargement à 30°

Lorsque la fissure est soumise au chargement en mode II pur, c'est-à-dire, l'angle de chargement est de 0° par rapport l'axe de fissure, l'angle de bifurcation théorique est de $\pm 72^{\circ}$ par rapport à l'axe de fissure initiale. Dans la simulation, l'angle de bifurcation est de -70° , elle est proche de la valeur théorique. Le tableau 5.3 et la figure 5.4 donnent les résultats de la simulation.

La figure 5.5 montre les maillages de trajectoire de fissuration sous différents chargements.



Figure 5.3 Trajet de propagation de fissure sous chargement à 30°

1	abicau	J.J Kesu			Hemax SOU	s charge	nem a 0		
a(mm)	46	47	48	49	50	51	52	53	54
$K_I(MPa\sqrt{mm})$	10,8	231	238	246	255	264	274	285	297
$K_{II}(MPa\sqrt{mm})$	187,4	13,2	12,6	0,79	9,72	3	12	7,6	15
$ heta_0$	-70°	-6,5°	6°	-0,37°	4,36°	-1,35°	5,1°	-3,1°	5°

Tableau 5.3 Résultats du critère $\sigma_{\theta\theta max}$ sous chargement à 0°



Figure 5.4 Trajet de propagation de fissure sous chargement à 0°



(a) sous un chargement à 60° (b) sous un chargement à 30° (c) sous un chargement à 0°

Figure 5.5 Maillages de trajet de fissuration sous différents chargements

V.1.2 Validation expérimentale

Les essais expérimentaux sont effectués sur des éprouvettes CTS avec le dispositif du chargement en mode mixte. L'éprouvette et le dispositif sont montrés dans la figure 3.25. Le matériau est l'alliage d'aluminium 7020 avec un module de Young E = 72GPa et une limite d'élasticité $\sigma_0 = 280MPa$. La largeur de l'éprouvette w est de 90mm et l'épaisseur est de 10mm. Une pré – fissure est fabriquée par électroérosion jusqu'à $a/w \approx 0.5$, a étant la longueur de la fissure.

Les essais de fatigue ont été réalisés sur la machine d'essai – MTS-810 à la température ambiante. Les éprouvettes sont testés sous trois différents angles de chargement, 0°, 30° et 60° respectivement. Deux ou trois éprouvettes sont testées pour chaque condition de chargement. Pour tous les essais, le rapport de contrainte *R* reste constant, R = 0,5. De plus, le maximum et le minimum de chargement restent constants aussi. Le chargement est appliqué sinusoïdalement avec une fréquence de 25Hz. Il y a 41 mm de pré - fissure fabriquée par électroérosion. Les 4 mm suivant la pré – fissure sont obtenus par fatigue sous chargement en mode I pur. La longueur totale de fissure avant l'application du mode mixte est de 45mm.

La figure 5.6 montre les photos de trajet de fissuration sous les chargements à 60° , 30° et à 0° . Les angles de bifurcation sont de - 36° , - 46° et de - 62° respectivement. Il est à noter que la propagation de fissure suit toujours la direction de bifurcation initiale. C'est le même résultat que celui prévu par le calcul numérique.

V.1.3.Analyse des résultats

Comparons les photos dans la figure 5.6 avec la figure 5.5, on peut trouver que les résultats expérimentaux sont proches des résultats des simulations numériques basées sur le critère $\sigma_{\theta\theta max}$. Par conséquent, dans le cas de la plasticité confinée, on peut utiliser le critère du

maximum de contrainte circonférentielle pour prévoir le trajet de fissuration sous chargement cyclique en mode mixte, même si l'on considère le cas d'un matériau ductile. Néanmoins, les valeurs des angles de bifurcation obtenues dans l'expérimentation ne sont pas égales exactement à celles des calculs numériques à cause de l'effet de la zone plastifiée. Il existe en moyenne 6° de différence entre les observations d'essai et les résultats de calcul.



(a) sous chargement à 60° (b) sous chargement à 30° (c) sous chargement à 0°

Figure 5.6 Photos de trajets de fissuration sous chargement cyclique en mode mixte

V.2 Calcul du taux de restitution d'énergie en présence de contraintes résiduelles

V.2.1 Généralités

Avant de préciser l'origine et les effets des contraintes résiduelles présentes dans une structure, il est nécessaire d'en donner une définition. D'une manière générale, on appelle contraintes résiduelles : les contraintes qui existent dans une pièce lorsque celle-ci n'est soumise à aucune sollicitation extérieure.

Pour la plupart des processus de fabrication tels que le forgeage, le roulement, le soudage, l'usinage, etc., les contraintes résiduelles sont produites involontairement dans des composants de structures. Il faut également noter qu'une fissure peut produire un champ de contraintes résiduelles au voisinage de la pointe de fissure sous chargement cyclique, et il est bien connu que les contraintes résiduelles peuvent avoir une influence sur la durée de vie en fatigue [84][105].

Nous allons considérer deux types des contraintes résiduelles dans cette partie :

- contraintes résiduelles dues au soudage
- contraintes résiduelles dues à la plastification

Notre étude a pour but d'analyser l'influence des contraintes résiduelles sur la propagation de fissure en utilisant le paramètre G – le taux de restitution d'énergie.

V.2.2 Influence des contraintes résiduelles de soudage

L'opération de soudage introduit des déformations dans un assemblage soudé qui se traduisent par l'apparition d'un champ de contraintes résiduelles. Pour les structures soudées, les contraintes résiduelles peuvent être classées selon deux types : les contraintes à courte portée et les contraintes à longue portée (ou de bridage). Notre travail portant sur l'étude d'un composant de structure, nous n'allons considérer, par la suite, que les contraintes résiduelles à courte portée, qui existent seulement dans et près du cordon de soudure et qui s'équilibrent au niveau du détail de construction soudé.

Prévoir la durée de vie d'un assemblage soudé est souvent difficile à cause de la présence de contraintes résiduelles. En raison de l'importance de ce problème, de nombreuses études [112]-[123], théoriques et expérimentales, sont consacrées à l'influence des contraintes résiduelles sur la propagation de fissure. L'influence des contraintes résiduelles dues à la soudure sur la propagation est analysée dans ce travail avec des éprouvettes CTS et des éprouvettes en T.

V.2.2.1 Distribution des contraintes résiduelles

La distribution des contraintes résiduelles dépend de nombreux paramètres, en particulier de la géométrie de l'assemblage et de la séquence de soudage. En supposant que les contraintes résiduelles agissant sur une structure ont une nature déterministe, l'influence de la distribution des contraintes résiduelles sur le processus de rupture en fatigue peut être étudiée à travers l'évaluation du facteur d'intensité de contraintes résiduelles, qui dépend de la distribution des contraintes résiduelles, de la taille et de la géométrie de la fissure et de la géométrie du joint soudé.

Les contraintes résiduelles peuvent être mesurées expérimentalement. Bien que plusieurs méthodes de mesure soient proposées [85][88][124], il est difficile de déterminer la distribution de contraintes résiduelles de soudage par mesure notamment de façon non destructive. On a besoin d'une méthode de calcul pour estimer leur distribution. Notre étude a pour but d'analyser l'évolution des contraintes résiduelles de soudage au cours de la fissuration par une méthode numérique.

La forme suivante, relative à la distribution des contraintes résiduelles, est proposée par Masubuchi et Martin [88] :

$$\sigma_{res}(y) = \sigma_{\max}\left[1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2\right] \times e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{b}\right)^2}$$
5-1

avec :

 σ_{max} : niveau maximum des contraintes résiduelles b : largeur de la zone des contraintes résiduelles en traction y : distance entre la soudure et le point de mesure

Selon les références [86] [87], les contraintes résiduelles dues au soudage sont des contraintes en traction perpendiculaire à la soudure. La distribution de ces contraintes change en fonction de longueur de fissure durant la propagation [86]. A partir d'un champ de contraintes résiduelles initial avant la propagation de la fissure, les contraintes résiduelles de soudage se relaxent lorsque la fissure se propage jusqu'à d'environ un tiers du largeur de la pièce. Dans l'équation 5-1, les termes σ_{max} et *b* changent en fonction de la longueur de fissure. Ils ont été vérifiés dans l'essai expérimental effectué par Lee et al.[86].

Dans ce chapitre, la redistribution des contraintes résiduelles est évaluée à l'aide des deux paramètres, σ_{max} et *b*. Une procédure numérique est proposée pour étudier l'influence de la redistribution des contraintes résiduelles de soudage sur le taux de restitution d'énergie *G*.

Dans les études expérimentales de Lee [86], l'essai a été réalisé sur une tôle en acier (SS330) reportée sur la figure 5.7. Dans le cas sans fissure, le niveau maximum des contraintes résiduelles σ_{max} a été mesuré, $\sigma_{max}=256MPa$, et la largeur de la zone des contraintes résiduelles en traction b = 17mm. Ensuite, la fissure se propage lentement, ces deux paramètres σ_{max} et b ont été mesurés pour différentes longueurs de fissure. A partir de leurs résultats expérimentaux, nous établissons les évolutions de σ_{max} et de b en fonction de la longueur de fissure sur la base d'une régression linéaire. Ces deux équations s'écrivent comme suit :

5-2

$$\left(\sigma_{\max} = \sigma_{\max 0} - 13,36a \right)$$

$$\left(b = b_0 + 0,5a \right)$$

avec

a : longueur de fissure

 σ_{max0} : maximum des contraintes résiduelles dans le cas sans fissure b_0 : largueur de la zone des contraintes résiduelles en traction dans le cas sans fissure σ_{max0} et b_0 dans l'équation (5-2) peuvent être obtenus par des essais expérimentaux

Selon l'équation 5-2, la redistribution des contraintes résiduelles peut être déterminée à l'aide des paramètres σ_{max0} et b_0 qui sont mesurés une seule fois dans le cas sans fissure.

En utilisant les équations 5-1 et 5-2, pour la tôle portée sur la figure 5.7, on obtient une redistribution des contraintes résiduelles au droit de la soudure dans le cas sans fissure et pour différentes longueurs de fissure (voir figure 5.8). On peut constater que la valeur maximal de la contrainte résiduelle en traction se trouve près de la soudure dans le cas sans fissure. Cette valeur diminue en fonction de la longueur de fissure. Les contraintes résiduelles deviennent très faibles lorsque la fissure atteint un tiers du largueur de la pièce.

Considérons l'exemple d'un assemblage soudé en acier (voir figure 5.9). On fait l'hypothèse selon laquelle σ_{max} et *b* varient de la même manière que dans les éprouvettes de la figure 5.7. Cela veut dire que les contraintes résiduelles de soudage se relaxent lorsque la fissure se propage jusqu'à un tiers de la largeur de la pièce. Supposons que :

 $\begin{cases} \sigma_{\max 0} = 100MPa \\ b_0 = 6,5mm \end{cases}$

La distribution des contraintes résiduelles est calculée dans la figure 5.10. Cette figure montre la même tendance de variation des contraintes résiduelles que celle de la figure 5.8.



Figure 5.7 Eprouvette soudée

Figure 5.8 Distribution des contraintes résiduelles dans l'éprouvette



Figure 5.9 Assemblage soudé

Figure 5.10 Distribution des contraintes résiduelles dans l'assemblage soudé

V.2.2.2 Méthode de calcul du taux de restitution d'énergie *G* en présence des contraintes résiduelles de soudage

Nous utilisons le paramètre G, le taux de restitution d'énergie pour étudier la propagation de fissure [112]. Compte tenu des contraintes résiduelles, G se décompose en deux parties, à savoir, G dû au chargement extérieur et G dû aux contraintes résiduelles de soudage. Afin de calculer G dû aux contraintes résiduelles de soudage, nous adoptons l'approche de Hilbert (voir figure 5.11), selon laquelle, le facteur d'intensité de contrainte K d'une fissure dans un milieu infini sous chargement lointain est équivalent à celui déterminé à partir du champ de

contraintes local issu du chargement lointain à l'endroit où se trouve la fissure. De cette façon, si l'on a un champ des contraintes résiduelles dans le cas sans fissure, on peut alors l'appliquer sur les lèvres de la fissure pour estimer l'influence des contraintes résiduelles sur le taux de restitution d'énergie.

Etudions la propagation de fissure sur la structure soudée en croix (figure 5.9). Dans la simulation numérique, la propagation de fissure est introduite par un calcul itératif dans lequel la longueur de fissure est augmentée progressivement. En utilisant la distribution des contraintes résiduelles de soudage portée sur la figure 5.10, nous calculons le taux de restitution d'énergie *G* en fonction de la longueur de fissure en procédant pas à pas (avec $\Delta a = 1$ mm). D'après l'approche de Hilbert, nous appliquons directement les contraintes résiduelles dues à la soudure sur les lèvres de fissure. Autrement dit, à chaque pas, on applique les contraintes résiduelles du pas précédent. Par exemple, dans la figure 5.12, quand la longueur de fissure est a_{n-1} les contraintes résiduelles existent à l'avant de la pointe de fissure, il n'y a plus de contraintes résiduelles ailleurs car la fissure s'ouvre complètement. Puis la fissure se propage de Δa . Dans le pas suivant, on applique les contraintes résiduelles sur Δa de lèvres de fissure. La distribution des contraintes résiduelles de soudage évolue lorsque la longueur de la fissure augmente. Par conséquent à chaque pas, les contraintes résiduelles appliquées sont différentes.



Figure 5.11 Approche de Hilbert



Figure 5.12 Schéma d'application du chargement sur les lèvres de la fissure

V.2.2.3 Résultats numériques et discussions

La simulation est effectuée sur un assemblage en croix soudé (voir figure 5.9) pour lequel le chargement extérieur est en mode I. La fissure se propage dans la direction de l'épaisseur de la tôle.

Le chargement extérieur appliqué introduit une contrainte géométrique σ_G d'environ *100MP*a à la pied de la soudure, elle est du même niveau que le maximum des contraintes résiduelles de soudage σ_{max} (voir figure 5.10). La détermination de σ_G est réalisée de la façon suivante : selon les règles de l'Institut International de Soudure, σ_G est la valeur extrapolée au pied du cordon de soudure à partir de deux valeurs, l'une à 0,4 T (T, épaisseur de la tôle) et l'autre à 1T (voir figure 5.13 (a)), ces deux valeurs sont calculées par la méthode des éléments finis. D'après la figure 5.10, nous déterminons le maximum de contraintes résiduelles au cordon de soudure (voir figure 5.13(b)).





Figure 5.13 (a) Détermination de σ_G



D'abord, nous calculons le taux de restitution d'énergie dû aux contraintes résiduelles de soudage G_{res} , dans le cas sans chargement lointain. D'après les résultats de G_{res} (voir figure 5.14), on peut constater que G_{res} diminue (sauf au premier pas) lorsque la fissure se propage. L'accroissement de fissure *a*, à la fois, un effet sur l'augmentation de G_{res} et sur la diminution des contraintes résiduelles. La combinaison de ces deux effets, conduit à une diminution de G_{res} . Quand la fissure se propage jusqu'à 7,5mm (à peu près un tiers de l'épaisseur de la tôle), G_{res} devient égal à zéro car les contraintes résiduelles de soudage sont relaxées. Dans ce cas, il n'y a plus d'influence des contraintes résiduelles sur la propagation de fissure.

Afin d'analyser l'influence des contraintes résiduelles sur la propagation de fissure, nous appliquons la charge extérieure en mode I. La figure 5.15 montre les résultats numériques. Dans la figure, G_0 représente le taux de restitution d'énergie dû au chargement extérieur, il est calculé dans le cas où la fissure est soumise au chargement lointain sans contraintes résiduelles. $G_{f+soudure}$ représente le taux de restitution d'énergie total, c'est-à-dire, avec les contraintes résiduelles dues à la soudure et celles dues chargement lointain.



Figure 5.14 Variation du taux de restitution d'énergie dû aux contraintes résiduelles

Les contraintes résiduelles sont supposées être toujours en traction devant la pointe de la fissure, c'est pourquoi la courbe de $G_{f+soudure}$ est plus haute que celle de G_0 . La différence entre G_0 et $G_{f+soudure}$ est de plus en plus petite et les courbes de G_0 et de $G_{f+soudure}$ sont confondues après a=7,5mm.



Figure 5.15 Influence des contraintes résiduelles de soudage sur G

En résumé, les éléments suivants de conclusion sont à noter :

(1) À l'aide de la mesure de deux paramètres σ_{max} et b_0 permettant de modéliser les contraintes résiduelles en pied du cordon de soudure non fissuré, une méthode numérique est proposée pour déterminer la redistribution des contraintes résiduelles dues au soudage en fonction de la longueur de fissure. Elle est simple à appliquer.

(2) La formule de redistribution de contraintes résiduelles de soudage montre que l'influence du soudage est de plus en plus faible lorsque la fissure se propage à cause de la relaxation des contraintes résiduelles. Quand la longueur de fissure dépasse le tiers de l'épaisseur de la tôle, les contraintes résiduelles sont totalement relaxées.

(3) Le taux de restitution d'énergie G est utilisé pour évaluer la vitesse de propagation de fissure. Dans le cas avec et sans contraintes résiduelles, les valeurs de G sont différentes.

V.2.3 Influence des contraintes résiduelles dues à la zone plastifiée

V.2.3.1 Distribution des contraintes résiduelles de plastification

Il existe une zone plastique au voisinage de la pointe de fissure. Irwin nous donne la forme de la zone plastifiée au bout d'une fissure, contenue dans une plaque, soumise à une sollicitation monotone de traction perpendiculaire à l'axe de fissure. Il définit le rayon r d'une zone plastifiée en mode I en contrainte plane :

$$r = \frac{K_I}{2\pi\sigma_y^2}$$
 5-3

La figure 5.16 montre la forme de la zone plastifiée.

Le phénomène de fermeture de fissure par fatigue est une conséquence directe de la déformation plastique laissée dans le sillage de propagation de fissure. Ces déformations plastiques ont, comme conséquence, un champ de contrainte résiduelle en compression. Wang et al. [7] ont déterminé la distribution des contraintes résiduelles au bout d'une fissure dans une éprouvette CTS (qui est reportée dans la figure 3.25) par expérimentation et par la méthode des éléments finis. Autour de la pointe de fissure, la contrainte résiduelle de compression est très grande, et elle devient nulle rapidement (voir la figure 5.17). Autrement dit, les contraintes résiduelles dues à la déformation plastique n'existent que dans la zone plastifiée.



Figure 5.16 Zone plastifiée au bout d'une fissure



Figure 5.17 Distribution des contraintes résiduelles de la zone plastifiée [7]

V.2.3.2 Méthode de calcul du taux de restitution d'énergie *G* en présence des contraintes résiduelles de plastification

Nous calculons le taux de restitution d'énergie par la méthode des éléments finis en considérant les contraintes résiduelles de plastification. Puisque les contraints résiduelles tendent vers zéro en dehors de la zone plastifiée, on ne considère que celles existant dans la zone plastifiée. *G* est calculé pas à pas pour simuler la propagation de fissure. La méthode de calcul est développée ci-dessous (voir le schéma 5.18).

- > D'abord, la zone plastifiée est déterminée lorsque la longueur de fissure est égale à a_n . Pour simplifier les maillages, la zone plastifiée est représentée par un cercle au lieu de la forme montrée dans la figure 5.16.
- Ensuite, les déformations plastiques dans cette zone sont récupérées et enregistrées dans un fichier de données.
- ▶ Lorsque la fissure se propage à a_{n+1} , les déformations plastiques dans le fichier sont récupérées et transformées en contraintes résiduelles. Ces contraintes résiduelles sont équivalentes à une force imposée. Elles sont alors appliquées comme étant une charge extérieure appliquée sur la structure. Par conséquent, la valeur de *G* dans l'étape de a_{n+1} est obtenue en tenant compte de l'influence des contraintes résiduelles dues à la plastification.
- En même temps, la nouvelle zone plastifiée est déterminée. Les déformations plastiques dans la nouvelle zone sont calculées et enregistrées pour l'étape suivante.



Figure 5.18 Schéma de la méthode relative au calcul de *G* en présence de contraintes résiduelles de plastification

V.2.3.3 Résultats numériques et discussions

La simulation numérique est effectuée sur une éprouvette constituée d'un assemblage soudé en croix. La géométrie est montrée dans la figure 5.9. Cette fois, on ne considère que les contraintes résiduelles de plastification.

(1) Sur les assemblages en alliage d'aluminium

La fissure se propage de 1mm à 7mm. Le chargement appliqué F introduit une contrainte lointaine égale à la limite d'élasticité. Afin d'étudier l'influence des contraintes résiduelles de plastification, on applique différents chargements F, 2F, 3F et 4F pour lesquels on calcule le taux de restitution d'énergie G.

Le tableau 5.4 et les figures 5.19 à 5.23 donnent les résultats de G, à G_f représente le taux de restitution d'énergie sous chargement extérieur et $G_{f+\text{plasique}}$ représente le taux de restitution d'énergie sous chargement extérieur en présence des contraintes résiduelles dues à la plasticité.

<i>a</i> ((mm)	1	2	3	4	5	6	7				
F(KN)	$G_f(KN/m)$	0,055	0,08	0,109	0,143	0,19	0,25	0,325				
	$G_{f+plastique}$	0,055	0,08	0,108	0,143	0,18	0,245	0,323				
2F	G_{f}	0,2	0,29	0,38	0,51	0,65	0,85	1,11				
	G _{f+plastique}	0,2	0,29	0,37	0,49	0,62	0,79	0,98				
<i>3F</i>	G_{f}	0,44	0,65	0,86	1,13	1,48	2,0	2,7				
	G _{f+plastique}	0,44	0,62	0,8	1,0	1,21	1,46	1,11				
4 F	G_{f}	0,77	1,12	1,48	1,96	2,57	3,5	4,8				
	G _{f+plastique}	0,77	1,03	1,27	1,5	1,78	2,06	2,45				

Tableau 5.4 Résultats du taux de restitution d'énergie avec l'influence des contraintes résiduelles dues la zone plastifiée



Figure 5.19 Sous chargement extérieur F



Figure 5.20 Sous chargement extérieur 2F



Figure 5.21 Sous chargement extérieur 3F



Figure 5.22 Sous chargement extérieur 4F



Figure 5.23 Effet des contraintes résiduelles de plastification

Il est à noter que $G_{f+plastique}$ est plus petit que G_f selon les résultats. Il est vérifié que les contraintes résiduelles de plastification sont en compression. Lorsque le chargement augmente, la différence entre G_f et $G_{f+plastique}$ augmente. Lorsque le chargement est plus grand, les déformations plastiques et l'effet des contraintes résiduelles de plastification sont plus grands. Quand la fissure est soumise au chargement F, les contraintes résiduelles sont quasiment nulles, donc les valeurs de G_f et $G_{f+plastique}$ sont très voisines. Lorsque le chargement augmente, l'effet des contraintes résiduelles sur G est de plus en plus remarqué.

(2) Sur les assemblages en acier

On choisit, dans ce cas, la même charge, et le même matériau que ceux dans le paragraphe V.3.1.3. La fissure se propage de 1*mm* à 8*mm*. Le chargement appliqué est F = 90N/mm qui engendre 100*MPa* de contrainte au pied de soudure. Dans ce paragraphe nous considérons la présence simultanée des contraintes résiduelles dues à la soudure et à la plastification. Les résultats sont montrés dans le tableau 5.5 et la figure 5.24.

 G_f représente le taux de restitution d'énergie sous chargement extérieur

 $G_{f+\text{plasique}}$ représente le taux de restitution d'énergie sous chargement extérieur en présence des contraintes résiduelles de plastification.

 $G_{f+soudure}$ représente le taux de restitution d'énergie sous chargement extérieur en présence des contraintes résiduelles de soudage.

 G_{total} représente le taux de restitution d'énergie sous chargement extérieur en présence des contraintes résiduelles de soudage et des contraintes résiduelles de plastification.

		uc uc	un types u	5 contrain	ites residue	1105		
a(mm)	1	2	3	4	5	6	7	8
G_{f}	0,3	0,5	0,75	1,06	1,49	2,09	2,94	4,18
G _{f+soudure}	0,39	0,68	0,92	1,22	1,65	2,22	3,04	4,22
G _{f+plastique}	0,3	0,47	0,67	0,93	1,25	1,69	2,25	3,02
G _{total}	0,37	0,6	0,79	1,03	1,34	1,76	2,3	3,05

 Tableau 5.5
 Résultats du taux de restitution d'énergie en présence

 de deux types des contraintes résiduelles



Figure 5.24 Résultats de *G*

La figure 5.25 montre les déformations plastiques au voisinage de la pointe de fissure dans le cas où la longueur de fissure est de 2mm et de 6mm sous la même charge. Il est à noter que les valeurs de déformation plastique autour de la pointe de fissure sont très différentes dues les deux cas. La déformation est beaucoup plus grande dans le cas a=6mm que dans le cas a=2mm. Par contre, les valeurs sont très faibles loin de la pointe de fissure quelle que soit la longueur de fissure.



Figure 5.25 (a) Déformation plastique de la zone plastifiée dans le cas de a=2mm

Chapitre V Etude de l'angle de bifurcation et de la vitesse de propagation de fissure sous chargement de fatigue à grand nombre de cycles



Figure 5.25 (b) Déformation plastique de la zone plastifiée dans le cas de a=6mm

A partir des résultats ci-dessus, on peut constater les différentes influences des contraintes résiduelles sur le taux de restitution d'énergie :

- Les contraintes résiduelles de soudage sont en traction devant la pointe de fissure, elles peuvent augmenter le taux de restitution d'énergie. En outre, elles se relaxent graduellement lorsque la fissure augmente. Par conséquent, $G_{f+soudure}$ est toujours plus grand que G_f jusqu'à ce que la longueur de fissure atteigne de 8mm car les contraintes résiduelles de soudage ont disparu à ce moment là.
- Les contraintes résiduelles dues à la zone plastifiée sont en compression devant la pointe de fissure, elles peuvent diminuer le taux de restitution d'énergie. De plus, elles augmentent lorsque la fissure se propage. Par conséquent, $G_{f+plastique}$ est toujours plus petit que G_f . Lorsque la longueur de fissure est plus grande, la diminution de G est plus prononcée.
- Comparaison des deux types des contraintes résiduelles : au début, la zone plastifiée est petite, la déformation plastifiée demeure faible. L'influence des contraintes résiduelles de soudage est plus importante que celles de plastification. G_{total} est presque égal à $G_{f+soudure}$. Par contre, lorsque la longueur de fissure dépasse 3mm, l'influence des contraintes résiduelles de plastification est plus importante que celle de soudage. G_{total} diminue par rapport G_f et $G_{f+soudure}$.

V.3 Essais de fatigue en mode mixte sur les éprouvettes sans soudure et avec soudure

Dans cette partie, nous effectuons les essais expérimentaux sur les éprouvettes sans soudure et avec soudure sous chargement en mode mixte. Les effets de l'angle de chargement et de l'influence de contraintes résiduelles sur la vitesse de propagation de fissure sont analysés.

V.3.1 Objectif des essais

- 1. Etude de la bifurcation et de la propagation de fissure en mode mixte.
- 2. Etude de la vitesse de propagation de fissure en fatigue sous chargement en mode mixte.
- 3. Analyse de l'influence des contraintes résiduelles de soudage sur la propagation de fissure.

V.3.2 Eprouvettes et dispositif du chargement en mode mixte

Les essais sont effectués sur des éprouvettes en alliage d'aluminium 7020 et en acier S460 sans soudure et avec soudure. Il y a deux types d'éprouvettes avec soudure : l'éprouvette soudée arasée et l'éprouvette soudée non arasée. Pour l'éprouvette soudée arasée, on arase une partie de la soudure, alors la soudure a la même épaisseur que l'éprouvette. La figure 5.26 montre la géométrie des éprouvettes. On crée 41 mm de fissure par électroérosion, 4 mm de pré – fissure obtenue par propagation en fatigue sous chargement en mode I pur. La longueur de la fissure initiale est donc de 45 mm. L'épaisseur d'éprouvette est de 10mm pour les éprouvettes en alliage d'aluminium, et de 6mm pour celles en acier.

La figure 3.33 montre la machine d'essai. Cette figure montre le montage d'une éprouvette. Les mors et l'éprouvette sont fixés entre les deux vérins.



(a) sans soudure (b) avec soudure Figure 5.26 Géométrie des éprouvettes

Nous utilisons le dispositif de chargement porté sur la figure 5.27 afin d'obtenir le chargement en mode mixte. Si la charge est appliquée dans les trous 1-1', c'est le cas du mode I pur; si la charge est appliquée dans les trous 7-7' c'est le cas du mode II pur. En utilisant les autres trous on obtient les chargements en mode mixte.



Figure 5.27 Dispositif de chargement

V.3.3 Méthode de marquage des essais de fatigue

Les éprouvettes sont testées sous chargement sinusoïdal avec une fréquence f = 25Hz. Le rapport de contrainte $R = \sigma_{min}/\sigma_{max} = 0.5$.

La méthode de marquage est utilisée pour mesurer la longueur de fissure *a* dans les essais de fatigue. Le chargement d'amplitude importante ΔF est appliqué durant un certain nombre de cycles. Puis, le chargement d'amplitude faible $\Delta F'$ qui est de 40% du chargement important est appliqué durant 10000 cycles. Ces deux niveaux de chargement sont appliqués successivement comme montré sur la figure 5.28. Il est à noter que le niveau maximum du chargement ainsi que la fréquence restent constants. Le nombre de cycles du chargement important dépend du matériau de l'éprouvette, du niveau et de l'angle de chargement.



Figure 5.28 Méthode de marquage pour mesurer la longueur de fissure

La figure 5.29 nous montre un faciès d'éprouvette cassée. Toutes les stries visibles sur le faciès représentent les marquages. Lorsque le chargement faible ΔF est appliqué, la vitesse

de propagation est très lente, la fissure ne bouge presque pas. Par contre, lorsque le chargement ΔF est appliqué, la fissure se propage beaucoup plus vite, le changement de vitesse fait un marquage sur le faciès. La longueur de fissure est mesurée au milieu de l'épaisseur de l'éprouvette après la rupture. On ne compte que le nombre de cycles de chargement important. Par exemple, dans la figure 5.29, on applique N_1 cycles du chargement important, puis on change le chargement en celui plus faible (10000 cycles), le marquage est alors effectué. Ensuite, on continue d'appliquer le chargement important jusqu'à N_2 cycles. On mesure la longueur de fissure au milieu de l'épaisseur de l'éprouvette. a_1 correspond au nombre de cycles N_1 , et a_2 correspond au nombre de cycles N_2 . Les 10000 cycles de chargement faible entre N_1 et N_2 sont négligés.



Figure 5.29 Photo d'un faciès de rupture d'une éprouvette avec ses marquages

V.3.4 Essais de fatigue sur les éprouvettes en alliage d'aluminium

Les figures 5.30 et 5.31 montrent les éprouvettes en alliage d'aluminium sans soudure, avec soudure arasée et avec soudure non arasée. (les paramètres de soudure sont listés dans l'annexe II). Selon les profils des éprouvettes, on peut trouver qu'il existe une distorsion due à la soudure dans les éprouvettes avec soudure. Dans les essais, les éprouvettes sont testées sous deux niveaux de charge et trois angles de chargement. Les angles de chargement sont 90°, 60°, et 30° par rapport à l'axe de fissure (figure 5.32). L'angle de chargement 90° correspond à un chargement en mode I pur. Une à deux éprouvettes sont testées pour chaque condition de charge. Les résultats obtenus sont les suivants :

- les trajets de fissuration
- les angles de bifurcation
- les courbes $a \sim N$
- les courbes $da/dN \sim \Delta K_{eq}$

Le nombre de cycles N et la longueur de fissure a sont mesurés dans les essais, le facteur d'intensité de contrainte K est calculé par la méthode des éléments finis. Pour la fissure en mode mixte, on utilise le facteur d'intensité de contraintes équivalent ΔK_{eq} . C'est une combinaison de K_I et K_{II} selon la formule suivante [89] :

$$\Delta K_{eq} = \left[\left(\Delta K_I \right)^4 + 8 \left(\Delta K_{II} \right)^4 \right]^{\frac{1}{4}}$$

.

5-4

A chaque longueur de fissure réelle (mesurée sur le faciès de rupture), on calcule ΔK_{eq} ainsi que la vitesse de propagation da/dN. Dans ce qui suit nous donnons l'ensemble des résultats.



sans soudure

avec soudure non arasée



avec soudure arasée





(a) avec soudure arasée (b) avec soudure non arasée





Figure 5.32 Angles des chargements en mode mixte

V.3.4.1 Résultats des éprouvettes en alliage d'aluminium sans soudure

Les éprouvettes en l'alliage d'aluminium sans soudure sont testées sous un chargement à 90°, 60° et à 30°. Pour tous les angles de chargement, K_{eq} initial reste constant. Le niveau de charge et l'angle de chargement sont listés ci-dessous.

 $\alpha = 90^{\circ}$, *Fmax* = 12KN, *Fmin* = 6KN, ΔF =6KN $\alpha = 60^{\circ}$, *Fmax* = 12KN, *Fmin* = 6KN, ΔF =6KN $\alpha = 30^{\circ}$, *Fmax* = 14KN, *Fmin* = 7KN, ΔF =7KN

Ces trois cas de charge conduisent à un $K_{eq_initial}$ voisin de 6,2 MPa \sqrt{m} Les figures 5.33~5.34 et les tableaux 5.6~5.8 montrent les résultats.

1 17 /

$N(\times 10^4 \text{ cycles})$ 0 20 30 375 555 633 676 84 90									9.0
a (mm)	45	46	46,6	47	48,1	48,7	49	50,5	51
$N(\times 10^4 cycles)$	10	11	11,9	12,5	13	13,8	14,4	15	
a (mm)	52	53	54,1	55	56	57,2	58	59	

Tableau 5.6 Résultats expérimentaux de $a \sim N$

Tableau 5.7 Résultats expérimentaux de a~N

de l'éprouve	tte en alu	ıminium	sans sou	dure sous	chargen	nent à 60°	D
$N(\times 10^4 cycles)$	0	4,0	8,0	10	12	14	16
a (mm)	45	47,4	51	53,4	56,4	60,2	65,5

Tableau 5.8 Résultats expérimentaux de *a~N*

de l'ép	prouvette en	aluminium	sans s	soudure	sous	chargement	à	30°

$N (\times 10^4 cycles)$	0	2,0	4,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10
a (mm)	46	47,7	51	55,5	58	61,5	66	71,1



Figure 5.33 *a~N* des éprouvettes en aluminium sans soudure



5.34 Résultats expérimentaux des éprouvettes en aluminium sans soudure

Selon la figure de $da/dN \sim \Delta K_{eq}$, il est à noter que lorsque le facteur d'intensité de contrainte équivalent K_{eq} initial est fixé, le chargement à 30° est plus élevé que celui à 60° et 90°. La fissure se propage donc plus rapidement sous chargement à 30° que sous chargement à 60° et à 90°. La vitesse de propagation de fissure sous chargement à 90° (en mode I pur) est la plus lente.

V.3.4.2 Résultats des éprouvettes en alliage d'aluminium soudées arasées

Pour les éprouvettes en alliage d'aluminium soudées arasées, on applique le même niveau de charge que celui dans le cas sans soudure. L'angle de chargement et le niveau de charge sont listés ci-dessous :

 $\alpha = 90^{\circ}$, *Fmax* = 12KN, *Fmin* = 6KN, ΔF =6KN $\alpha = 60^{\circ}$, *Fmax* = 12KN, *Fmin* = 6KN, ΔF =6KN $\alpha = 30^{\circ}$, *Fmax* = 14KN, *Fmin* = 7KN, ΔF =7KN

Ces trois cas de charge conduisent à un $K_{eq_initial}$ voisin de 6,2 MPa \sqrt{m}

Figure 5.35 ~5.36 et les tableaux 5.9 ~ 5.11 montrent les résultats.

de l'éprouvett	de l'éprouvette en aluminium avec soudure arasée sous chargement à 90°									
N (×10 ⁴ cycles)	0	4,0	7,0	9,0	11	12,5	14	15		
a (mm)	41	42,4	44,1	46	48,7	51,2	54,5	57		

Tableau 5.9 Résultats expérimentaux de *a~N*

Tableau 5.10 Résultats expérimentaux de *a~N*

d	<u>e l'é</u>	pro	uvet	te en	alum	iinium a	vec soud	ure arasée	e sous cha	argement	à 60°
	-		/	-		-					

$N(\times 10^4 cycles)$	0	4,0	6,0	8,0	10	12
a (mm)	41,5	44,5	47,7	51,7	56	62

Tableau 5.11 Résultats expérimentaux de *a~N*

	de l'éprouvette en aluminium avec soudure arasée sous chargement à 30°											
Ι	$V(\times 10^4 cycles)$	0	4,0	6,0	8,0	10	11	11,4				
G	ı (mm)	41,2	43,2	46,7	51,7	58,2	64,7	67,7				



Figure 5.35 *a~N* des éprouvettes en aluminium avec soudure arasée



Figure 5.36 Résultats expérimentaux des éprouvettes en aluminium avec soudure arasée

Pour les éprouvettes soudées arasées, on obtient la même tendance que celle dans les éprouvettes sans soudure. La vitesse de propagation de fissure est la plus rapide sous chargement à 30° . La fissure se propage le plus lentement sous chargement à 90° .

V.3.4.3 Résultats des éprouvettes en alliage d'aluminium soudées non arasées

Pour les éprouvettes en alliage d'aluminium soudées non arasées, on applique trois angles et deux niveaux de charge. Le premier niveau de charge est plus élevé que le deuxième. Le deuxième niveau de charge est le même que celui des éprouvettes sans soudure et avec soudure arasée. Pour chaque niveau de charge, le facteur d'intensité de contrainte équivalent K_{eq} initial reste constant pour tous les angles de chargement. Le premier niveau de charge et l'angle de chargement sont listés ci-dessous :

Le premier niveau de charge :

$$a = 90^{\circ}$$
, *Fmax* = 12KN, *Fmin* = 6KN, ΔF =6KN
 $a = 60^{\circ}$, *Fmax* = 13,8KN, *Fmin* = 6,9KN, ΔF =6,9KN
 $a = 30^{\circ}$, *Fmax* = 16KN, *Fmin* = 8KN, ΔF =8KN

Ces trois cas de charge conduisent à un $K_{eq_initial}$ voisin de 7,2 $MPa\sqrt{m}$. Pour chaque angle de chargement, deux éprouvettes sont testées.

Figure 5.37 ~5.38 et les tableaux 5.12 ~ 5.14 montrent les résultats sous le 1^{er} niveau de charge.

Tableau 5.12-1 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 1^{ère} éprouvette en aluminium avecsoudure non arasée sous le 1^{er} niveau de charge à 90°

$N(\times 10^4 cycles)$	0	39	50	55	58	61	63
a (mm)	47	51,7	54	57	60,2	64,5	68

Tableau 5.12-2 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 2^e éprouvette en aluminium avec soudure non arasée sous le 1^{er} niveau de charge à 90°

$N(\times 10^4 cycles)$ 0 11 18 21 23 25 27									
a (mm)	50,5	52,5	56,5	59,5	62	64,9	68,6		

Les tableaux 5.12-1 et 5.12-2 listent les résultats expérimentaux des deux éprouvettes en alliage d'aluminium avec soudure non arasée sous la même condition de chargement. Les longueurs de pré-fissure sont différentes dans ces deux éprouvettes. Pour la première éprouvette, la fissure commence à se propager à partir d'une longueur de fissure égale à 47mm, la deuxième commence par 50,5mm. Les durées de vie à la rupture de ces deux éprouvettes sont différentes sous la même condition de chargement.

Tableau 5.13-1 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 1^{ère} éprouvette en aluminium avec

soudule lic	in arasee	mveau	de charg	e a 00		
$N(\times 10^4 cycles)$	20	23	26	28		
a (mm)	44	48,8	51,8	54,3	59,4	67,4

Tableau 5.13-2 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 2 ^e éprouvette en aluminium avec
soudure non arasée sous le 1 ^{er} niveau de charge à 60°

5044410	non aras	•• •••	• • • • • •			
$N(\times 10^4 cycles)$	0	15	18	20	21	22
a (mm)	46	53	58	62,5	66,4	71,5

Tableau 5.14-1 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 1^{ère} éprouvette en aluminium avec soudure non arasée sous le 1^{er} niveau de charge à 30°

soudure non arasee sous le 1 miveau de charge a 50											
$N(\times 10^4 cycles)$	42,3	42,8									
a (mm)	41	56	63	69,5	77						

Tableau 5.14-2 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 2^e éprouvette en aluminium avec soudure non arasée sous le 1^{er} niveau de charge à 30°

soudure non arasee sous le 1 miveau de charge à 50										
$N (\times 10^4 cycles)$ 0 98,5 10,7 11,3 11,9 12,2										
<i>a</i> (<i>mm</i>)	43,5	46,5	48,7	51,2	54,7	58,5	67,5			



Figure 5.37 $a \sim N$ des éprouvettes en aluminium avec soudure non arasée sous le 1^{er} niveau de charge



Figure 5.38 Résultats expérimentaux des éprouvettes en aluminium avec soudure non arasée sous le 1^{er} niveau de charge
Selon les figures ci-dessus, on peut constater que pour les éprouvettes soudées non arasées, les résultats ont la même tendance que ceux dans les cas des éprouvettes soudées arasées ou sans soudure.

Le deuxième niveau de charge :

Pour le même type d'éprouvette, on applique le deuxième niveau de charge qui est un peu moins élevé que le premier. C'est le même niveau de charge que celui des éprouvettes sans soudure et avec soudure arasée. L'angle de chargement et le niveau de charge sont listés cidessous :

$\alpha = 2$	90°, <i>Fmax</i> =	10KN, F	Tmin = 5	KN, ⊿ <i>F</i> =5K	N
$\alpha = 0$	60°, <i>Fmax</i> =	12KN, F	<i>min</i> = 6	KN, ⊿ <i>F</i> =6K	N
$\alpha = 3$	$30^{\circ}, Fmax =$	14KN, F	Tmin = 7	KN, ⊿ <i>F</i> =7K	N
α = 0	0° , Fmax =	14KN, F	Tmin = 7	KN, ⊿ <i>F</i> =7K	N

Ces trois cas de charge conduisent à un $K_{eq_initial}$ voisin de 6,2 MPa \sqrt{m} .

Lorsque la fissure est soumise au premier niveau de charge, on a observé que pour le même niveau K_{eq} initial, plus on s'approche du mode II pur, plus la vitesse de propagation est importante. Afin de vérifier cette tendance, on ajoute le chargement à 0° (mode II pur) pour le deuxième niveau de chargement.

Les figures 5.39 ~ 5.40 et les tableaux 5.15 ~ 5.18 montrent les résultats sous le deuxième niveau de charge. Deux éprouvettes sont testées pour chaque condition de chargement sauf pour le chargement à 0° .

Tableau 5.15-1 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 1 ^{ère} éprouvette en aluminium avec
soudure non arasée sous le 2 ^e niveau de charge à 90°

$N(\times 10^4 cycles)$	0	104	110	114	118
a (mm)	51,2	53,5	59	65,7	73,2

Tableau 5.15-2 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 2^e éprouvette en aluminium avec soudure non arasée sous le 2^e niveau de charge à 90°

soudure non arasee sous le 2 miveau de charge à 30							
$N(\times 10^4 cycles)$	0	47	53,6	55,5	59,5	61,5	
a (mm)	54,5	57	63	65,5	68,5	72	

Tableau 5.16-1 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 1^{ère} éprouvette en aluminium avec soudure non arasée sous le 2^e niveau de charge à 60°

					0			
$N(\times 10^4 cycles)$	0	15	18	20	22	24	26	27
a (mm)	47,6	52,1	54,6	57,1	59,8	63,1	68,1	73,1

Tableau 5.16-2 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 2^e éprouvette en aluminium avec soudure non arasée sous le 2^e niveau de charge à 60°

soudure non drusee sous le 2 miteur de charge a oo								
N (×10 ⁴ cycles)	0	21,7	24,7	26,7	28,7	30,15	31,15	
a (mm)	48	55	58	61,6	65,7	70,6	75,5	

Les tableaux 5.16-1 et 5.16-2 listent les résultats expérimentaux des deux éprouvettes sous le même niveau de charge à 60°. Les longueurs de fissure initiales sont presque semblables, et les durées de vie à la rupture sont proches.

Il est à noter qu'il existe une distorsion d'angle due à la soudure dans les éprouvettes soudées non arasées (voir figure 5.31 b), et les distorsions d'angle dans différentes éprouvettes sont différentes. Par conséquent, les durées de vie à la rupture ne sont pas complètement identiques. Dans les tableaux 5.17-1 et 5.17-2, les deux éprouvettes sous le même niveau de charge à 30°, les longueurs de fissure initiales sont de 41mm. Par contre, il existe peu de différence en terme de durée de vie.

Tableau 5.17-1 Résultats expérimentaux de a~N

de 1 ^{ére}	éprou	ivette en	aluminiu	im avec s	soudure r	non arasé	e sous le	2 ^e niveau	ı de char	ge à 30°
37.4	104		0	101	100		110 5	110 -		

N (×10 ⁻ cycles)	0	106	109	111	112,5	113,5	114,5	115,5
a (mm)	41	49	51,5	54,6	58,3	62,6	66,5	72

de	2^{e}	énrouvette e	n a'	luminium	avec	soudure	non	arasée «	21102	le 2 ^e	niveau	de	charge	à 30°
uc	2 (n a	Iummum	avec	souuure	non	arasec a	sous	$IC \angle$	mvcau	uc	charge	a 50

A								0	
N (×10 ⁴ cycles)	0	93	108	122	126	129	130	131	132
a (mm)	41	44.5	47.1	50.5	53	59.4	62.5	66.1	71.9

Tableau 5.18 Résultats expérimentaux de a~N

de l'éprouvette en aluminium avec soudure non arasée sous le 2 ^e n	niveau de charge à 0°
---	--------------------------------

N (×10 ⁴ cycles)	0	65	70	73	76,2	78,7	81,2	83,2	85,2	87,2
a (mm)	41	45	48	49,4	51,7	54	57	60,4	64	70,8



Figure 5.39 $a \sim N$ des éprouvettes en aluminium avec soudure non arasée sous le 2^e niveau de charge

Chapitre V Etude de l'angle de bifurcation et de la vitesse de propagation de fissure sous chargement de fatigue à grand nombre de cycles



Figure 5.40 Résultats expérimentaux des éprouvettes en aluminium avec soudure non arasée sous le 2^{e} niveau de charge

Pour le deuxième niveau de chargement, la fissure se propage plus rapidement sous chargement à 0° , c'est la même tendance que dans les cas des éprouvettes sans soudure et avec soudure arasée : plus on approche du mode II, plus la vitesse de propagation est rapide.

En résumé, selon les figures $5.33 \sim 5.40$, il est à noter que pour le même niveau de charge, la fissure se propage toujours plus rapidement sous un chargement à 30° ou à 0° que sous les autres chargements, quelle que soit l'éprouvette, sans soudure ou avec soudure. La plus faible vitesse de propagation est celle qui correspond à la fissure soumise au chargement en mode I pur. Quant à la vitesse la plus importante, elle correspond à la fissure se propageant sous chargement en mode II pur. Cela veut dire que : plus on s'approche du mode II pur, plus la vitesse de propagation est importante.

V.3.4.4 Comparaison des résultats des essais entre les éprouvettes sans soudure et avec soudure

Afin d'analyser l'influence du soudage sur la propagation de fissure, nous comparons les résultats des éprouvettes sans soudure avec ceux des éprouvettes avec soudure.

Dans le cas du chargement à 90° :

Les trois types d'éprouvettes en alliage d'aluminium : non soudée, soudée arasée et soudée non arasée sont soumises au même niveau de charge à 90° :

$Fmax = 12KN, Fmin = 6KN, \Delta F = 6KN$

Le chargement conduit à un $K_{eq_initial}$ voisin de 6,2 $MPa\sqrt{m}$.

Les figures $5.41 \sim 5.42$ montrent les résultats expérimentaux sur les éprouvettes en aluminium sous chargement à 90°. Pour le cas des éprouvettes soudées non arasées, deux éprouvettes sont testées. Les résultats de ces deux éprouvettes soudées non arasées sont présentés dans les figures.



Figure 5.41 Comparaison de $a \sim N$ entre les éprouvettes en aluminium sans soudure et avec soudure sous chargement à 90°



Figure 5.42 Comparaison entre les éprouvettes en aluminium sans et avec soudure sous chargement à 90°

Selon les figures de $da/dN \sim \Delta K_{eq}$, il est à noter que la fissure en mode I (chargement à 90°) se propage plus vite dans l'éprouvette sans soudure que dans celle avec soudure. Autrement dit, les contraintes résiduelles de soudage diminuent la vitesse de propagation de fissure car les contraintes résiduelles sont en compression. Une partie de soudure est enlevée dans l'éprouvette soudée arasée, donc l'influence de soudage est plus faible dans les éprouvettes soudées arasées que dans les éprouvettes soudées non arasées. La vitesse de propagation dans le cas avec soudure arasée proche de celle dans le cas sans soudure. La différence de vitesse dans l'éprouvette sans soudure et avec soudure non arasée est assez grande.

Dans le cas du chargement à 60° :

Les trois types des éprouvettes en alliage d'aluminium : non soudée, soudée arasée et soudée non arasée sont soumises au même niveau de charge à 60° :

$Fmax = 12KN, Fmin = 6KN, \Delta F = 6KN$

Le chargement conduit à un $K_{eq_initial}$ voisin de 6,2 $MPa\sqrt{m}$.

Les figures 5.43 ~ 5.44 montrent les résultats expérimentaux sur les éprouvettes en aluminium sous chargement à 60° .



Figure 5.43 Comparaison de $a \sim N$ entre les éprouvettes en aluminium sans et avec soudure sous chargement à 60°



sans et avec soudure sous chargement à 60°

Lorsque le chargement est de 60°, la vitesse de propagation est quasiment identique dans l'éprouvette sans soudure et dans celle avec soudure arasée. La fissure se propage plus lentement dans l'éprouvette soudée non arasée.

Dans le cas du chargement à 30° :

Les trois types des éprouvettes en alliage d'aluminium : non soudée, soudée arasée et soudée non arasée sont soumises au même niveau de charge à 30° :

Fmax = 14KN, Fmin = 7KN, $\Delta F = 7$ KN

Le chargement conduit à un $K_{eq_initial}$ voisin de 6,2 $MPa\sqrt{m}$.

Les figures 5.45 ~ 5.46 montrent les résultats expérimentaux sur les éprouvettes en aluminium sous chargement à 30°. Pour le cas des éprouvettes soudées non arasées, deux éprouvettes

sont testées. Les résultats de ces deux éprouvettes soudées non arasées sont présentés dans les figures.



Figure 5.45 Comparaison de $a \sim N$ entre les éprouvettes en aluminium sans et avec soudure sous chargement à 30°



sans et avec soudure sous chargement à 30°

Lorsque l'angle de chargement est de 30°, il n'y a aucune différence de la vitesse de propagation dans ces trois types d'éprouvettes car la fissure se propage dans la direction de - 50° par rapport à l'axe de fissure initiale (parallèle à la soudure), la pointe de fissure s'éloigne de la soudure. Par conséquent, il n'existe pas d'influence de contraintes résiduelles de soudage sur la propagation de fissure.

En résumé, d'après les comparaisons des résultats entre le cas sans soudure et avec soudure (figure 5.41~5.46), on peut normalement constater que lorsque la fissure est soumise au même chargement, elle se propage plus rapidement dans le cas sans soudure que dans le cas avec soudure. Ceci signifie que les contraintes résiduelles de soudage sont bénéfiques.

Pour le chargement en mode I pur (figure 5.42), ce phénomène est plus marqué. Mais pour les chargements à 60° (figure 5.44) et à 30° (figure 5.46), toutes les courbes sont proches, il n'y a

pas beaucoup de différence entre le cas sans soudure et le cas avec soudure, surtout dans le cas du chargement à 30° car la fissure s'éloigne de plus en plus de la soudure durant la propagation. Par conséquent, l'influence du soudage sur la propagation de fissure est plus faible.

Dans les résultats expérimentaux, par exemple, les figures 5.43 et 5.45, les courbes de longueur de fissure a en fonction de nombre de cycles N présentent un grand écart entre les éprouvettes soudées non arasées et les autres à cause des longueurs de fissure initiale non identiques dans les différentes cas. Nous faisons 4mm de pré-fissure par fatigue en mode I pur. En pratique, il est difficile de contrôler précisément ces 4 mm de pré-fissure. Puisque la fissure commence à se propager à partir de différentes longueurs de fissure initiale ($a=45\pm2$), la comparaison en terme de durée de vie ne présente pas d'intérêt. Toutefois, nous donnons les résultats originaux de a en fonction de N. Egalement, le propagation des fissures ne débute qu'après une durée de vie à l'amorçage d'une fissure réelle qui diffère d'une éprouvette à l'autre. Nous avons remarqué que dans le cas des soudures non arasées, le fort niveau des contraintes résiduelles initiales augmente considérablement la durée de vie à l'amorçage d'une fissure réelle (Figs. 5-45). C'est pourquoi nous n'avons comparé les éprouvettes qu'en terme de vitesse de propagation de la fissure.

V.3.4.5 Bifurcation de fissure

Le tableau 5.19 liste les angles de bifurcation dans différentes éprouvettes (sans soudure et avec soudure) sous différents chargements. Ils sont mesurés sur les éprouvettes. Les photos de trajet de propagation de fissure dans les éprouvettes sans soudure et avec soudure sont montrées dans l'annexe I. Selon les résultats de l'angle de bifurcation, on peut constater que la direction de propagation est presque perpendiculaire à l'angle de chargement en fatigue.

	Charger	nent 90°	Charger	nent 60°	Charger	nent 30°	Charge	ment 0°
	niveau	niveau	niveau	niveau	niveau	niveau	niveau	niveau
	1	2	1	2	1	2	1	2
Non	0°			-33°~		-46°~		-58°~
soudée				37°		-47°		-60°
Soudée	0°			-37°~		-45°		
arasée				-38°				
Soudée	0°	0°	-35°~	-33°~	-45°~	-47°		-63°
non arasée			-37°	-40°	-52°			

 Tableau 5.19 Angle de bifurcation pour les éprouvettes en alliage d'aluminium

Pour chaque condition de chargement, plusieurs éprouvettes sont testées. On mesure l'angle de bifurcation sur toutes les éprouvettes. Les angles de bifurcation ne sont pas tout à fait semblables dans toutes les éprouvettes. On donne une variation de l'angle de bifurcation dans le tableau. Par exemple, $-35^{\circ} \sim -37^{\circ}$ signifie que l'angle de bifurcation varie entre -35° et -37° parmi toutes les éprouvettes qui sont soumises au même chargement.

V.3.5 Essais de fatigue sur les éprouvettes en acier

Les éprouvettes en acier (figure 5.47 et 5.48) sont testées sous deux niveaux de charge, et trois angles de chargement. Les angles de chargement sont de 30°, 60°, et de 90° par rapport à

l'axe de fissure (figure 5.32). Une à trois éprouvettes sont testées pour chaque condition de charge. Les résultats sont analysés en terme de :

- trajets de fissuration
- angles de bifurcation
- courbes $a \sim N$ et
- courbes $da/dN \sim \Delta K_{eq}$

Le nombre de cycles N et la longueur de fissure a sont mesurés dans les essais, ΔK_{eq} est calculé par la méthode des éléments finis. ΔK_{eq} est la combinaison de K_I et K_{II} calculé selon la formule 5-4.



sans soudure avec soudure arasée avec soudure non arasée Figure 5.47 Photos des éprouvettes en acier





(a) avec soudure arasée(b) avec soudure non araséeFigure 5.48 Photos de profil des éprouvettes en acier soudées

V.3.5.1 Résultats des éprouvettes en acier sans soudure

En raison de la résistance à rupture de l'acier est plus élevée que celle de l'alliage d'aluminium, dans nos expérimentations, le niveau de charge appliqué sur les éprouvettes en acier est plus élevé que celui appliqué sur les éprouvettes en alliage d'aluminium.

Pour les éprouvettes en acier sans soudure, on applique deux niveaux et trois angles de chargement. Pour chaque niveau de chargement, le facteur d'intensité de contrainte équivalent K_{eq} initial reste constant pour tous les angles de chargement. Le premier niveau de charge est plus élevé que le deuxième. Le premier niveau de charge est listé ci-dessous :

Le premier niveau de charge :

....

 $\alpha = 90^{\circ}$, Fmax = 16KN, Fmin = 8KN, $\Delta F = 8$ KN $\alpha = 60^{\circ}$, Fmax = 18KN, Fmin = 9KN, $\Delta F = 9$ KN $\alpha = 30^{\circ}$, Fmax = 20,8KN, Fmin = 10,4KN, $\Delta F = 10,4$ KN

Ces trois cas de charge conduisent à un $K_{eq_initial}$ voisin de 15,6 $MPa\sqrt{m}$ Les figures 5.49 ~ 5.50 et les tableaux 5.20 ~5.22 montrent les résultats sous le premier niveau de charge.

Tableau 5.20 Résultats expérimentaux de *a~N*

de l'éprou	vette en a	acter sans	soudure	sous le l	ⁿ niveau	i de charg	$ge a 90^\circ$	
N (×10 ⁴ cycles)	0	12,4	18,4	21,4	23,4	25,4	27,4	28,9
a (mm)	46	49,8	52,8	55,4	57,7	61	65,5	69,6

Tableau 5.21 Résultats expérimentaux de $a \sim N$

1 11/	•	1	1 10	r • 1	1 \ <00
de l'enrouvette ei	i acier sans	solidure solis	le l°	* niveau de	$charge a 60^{\circ}$
ac i epicarette el	i delei ballo	5044410 5045	10 1	m , caa ac	enaige a oo

$N(\times 10^4 cycles)$	0	15	19,5	22,5	25,5	27	27,8
a (mm)	44	48,7	51,7	55	60,8	65,2	69

Tableau 5.22 Résultats expérimentaux de *a~N*

de l'épro	uvette e	n acier	sans so	udure s	ous le 1°	^a niveau	de charg	e à 30°	
$N(\times 10^4 cycles)$	0	7,0	14	19	21	23	24	24,6	25

$N (\times 10 \ cycles)$	0	7,0	14	19	21	23	24	24,6	25,2
a (mm)	46	48	51,3	56,5	59,8	64,6	67,9	70,2	73



Figure 5.49 $a \sim N$ des éprouvettes en acier sans soudure sous le 1^{er} niveau de charge

Chapitre V Etude de l'angle de bifurcation et de la vitesse de propagation de fissure sous chargement de fatigue à grand nombre de cycles



Figure 5.50 Résultats expérimentaux des éprouvettes en acier sans soudure sous le 1^{er} niveau de charge

Les résultats montrent que exprimé en ΔK_{eq} la fissure se propage plus rapidement sous chargement à 30° dans l'éprouvette en acier. On a la même tendance que celle dans les éprouvettes en alliage d'aluminium. Ensuite, on diminue le niveau de charge. Le deuxième niveau de charge est listé ci-dessous :

Le deuxième niveau de charge :

$$\alpha = 90^{\circ}$$
, *Fmax* = 14KN, *Fmin* = 7KN, ΔF =7KN
 $\alpha = 60^{\circ}$, *Fmax* = 16KN, *Fmin* = 8KN, ΔF =8KN
 $\alpha = 30^{\circ}$, *Fmax* = 18,4KN, *Fmin* = 9,2KN, ΔF =9,2KN

Ces trois cas de charge conduisent à un $K_{eq_initial}$ voisin de 13,8 $MPa \sqrt{m}$ Les figures 5.51 ~ 5.52 et les tableaux 5.23 ~ 5.25 montrent les résultats sous le deuxième niveau de charge.

de l'eprouvette en	de l'éprouvette en acter sans soudure sous le 2 miveau de charge à 90										
N (×10 ⁴ cycles)	0	22,5	26	28	30	32					
a (mm)	46,5	51,6	52,6	53,3	54,1	55,1					
N (×10 ⁴ cycles)	34	36	38	40	42	44					
a (mm)	56,1	57,3	59	61	63,9	67,7					

Tableau 5.23 Résultats expérimentaux de $a \sim N$

Tableau 5.24	Résultats	expérimentaux	de <i>a~N</i>

de l'éprouvette en acier sans soudure sous le 2 ^e niveau de charge à 60°										
$N(\times 10^4 cycles)$	cles) 0 22 28 34 39 43 44 44,5 45,3									
a (mm)	45	47,8	50,7	54	58	64	66,4	67,7	70,4	

Tableau 5.25 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de l'éprouvette en acier sans soudure sous le 2^e niveau de charge à 30°

<u> </u>		i acter s	sans sou	iuure se		mvcau	uc cha	ige a se)	
$N(\times 10^4 cycles)$	0	15	20	26	31	34	36	38	39	40
<i>a</i> (<i>mm</i>)	44,4	45,9	47,8	50,4	53,8	57,1	60,4	64,9	67,7	71



Figure 5.51 $a \sim N$ des éprouvettes en acier sans soudure sous le 2^e niveau de charge



sous le 2^e niveau de charge

Selon les figures 5.51 à 5.52, il est à noter que la vitesse de propagation de fissure est plus grande sous le chargement à 30° que sous le chargement à 60° et à 90° . C'est la même tendance que celle obtenue avant. Par contre, il n'y a pas de différence entre les résultats du chargement à 60° et du chargement à 90° .

V.3.5.2 Résultats des éprouvettes en acier soudées arasées

Pour les éprouvettes en acier soudées arasées, on applique un niveau de charge qui est identique au premier niveau de charge pour les éprouvettes sans soudure. L'angle de chargement et le niveau de charge sont listés ci-dessous :

$\alpha = 90^{\circ}$, Fmax = 16KN, Fmin = 8KN, $\Delta F = 8$ KN $\alpha = 60^{\circ}$, Fmax = 18KN, Fmin = 9KN, $\Delta F = 9$ KN $\alpha = 30^{\circ}$, Fmax = 20,8KN, Fmin = 10,4KN, $\Delta F = 10,4$ KN

Ces trois cas de charge conduisent à un $K_{eq_initial}$ voisin de **15,6** $MPa \sqrt{m}$ Les figures 5.53 ~5.54 et les tableaux 5.26 ~ 5.28 donnent les résultats.

Tableau 5.26 Résultats expérimentaux de *a~N*

de l'éprouvette en acier avec soudure arasée sous chargement à 90°									
$N(\times 10^4 cycles)$ 0 61 64 66 68 70									
a (mm)	46	55,6	58	60	63	67,5			

Tableau 5.27 Résultats expérimentaux de *a~N*

	de l'éprouvette en acier avec soudure arasée sous chargement à 60°												
N	$(\times 10^4 cycles)$	0	26	41	51	61	69,6	71,6	73,6	74,6			
	a (mm)	44,7	47,2	48,7	50,9	53,2	59,7	63,2	68,2	70,7			

Tableau 5.28 Résultats expérimentaux de a~N

de l'éprouvet	de l'éprouvette en acier avec soudure arasée sous chargement à 30°											
$N(\times 10^4 cycles)$	0	25,4	30,6	34,6	37	39	40					
a (mm)	46,5	48,8	51,5	55,4	59,6	65	68,9					



Figure 5.53 a~N des éprouvettes en acier avec soudure arasée

Les observations des éprouvettes soudées arasées nous donnent les mêmes résultats que celles des éprouvettes non soudées. Pour les éprouvettes en alliage d'aluminium et les éprouvettes en acier, la tendance de la vitesse de propagation est semblable lorsque la fissure est soumise au chargement à 90°, 60° et à 30°. Par contre, les différences de la vitesse de propagation dans les éprouvettes en acier sous les trois angles de chargement sont moins grandes que celles dans les éprouvettes en alliage d'aluminium. Les éprouvettes en acier sont moins épaisses, l'influence de la soudure est probablement moins importante.

Chapitre V Etude de l'angle de bifurcation et de la vitesse de propagation de fissure sous chargement de fatigue à grand nombre de cycles



Figure 5.54 Résultats expérimentaux des éprouvettes en acier avec soudure arasée

V.3.5.3 Résultats des éprouvettes en acier soudées non arasées

Pour les éprouvettes en acier non arasées, deux niveaux de charge sont appliqués. Ce sont les mêmes charges que pour les éprouvettes en acier sans soudure. Deux éprouvettes sont testées pour chaque condition de chargement. Le premier niveau de charge est listé ci-dessous :

Le premier niveau de chargement :

 $a = 90^{\circ}$, Fmax = 16KN, Fmin = 8KN, $\Delta F = 8$ KN $a = 60^{\circ}$, Fmax = 18KN, Fmin = 9KN, $\Delta F = 9$ KN $a = 30^{\circ}$, Fmax = 20,8KN, Fmin = 10,4KN, $\Delta F = 10,4$ KN

Ces trois cas de charge conduisent à un $K_{eq_initial}$ voisin de **15,6** $MPa \sqrt{m}$ Les figures 5.55 ~5.56 et les tableaux 5.29 ~ 5.31 montrent les résultats.

Tableau 5.29-1 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 1^{ère} éprouvette en acier avec soudure non arasée sous le 1^{er} niveau de charge à 90°

				0		
$N(\times 10^4 cycles)$	0	8,0	13	18,8	22,7	25
a (mm)	52,5	54,5	56,5	61,5	66,5	73,5

Tableau 5.29-2 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 2^e éprouvette en acier avec soudure non arasée sous le 1^{er} niveau de charge à 90°

					0			
$N(\times 10^4 cycles)$	0	34	39	44	47	49	51	53
a (mm)	48	50,8	52,6	55	56,2	57,2	60	65

Tableau 5.30-1 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 1^{ère} éprouvette en acier avec soudure non arasée sous le 1^{er} niveau de charge à 60°

N (×10 ⁴ cycles)	0	16	24	29	32	34	35,5	37					
a (mm)	45	46,3	49,5	52,2	55,8	59,6	64,8	70,5					

Tableau 5.30-2 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 2 ^e éprouvette en acier avec soudure nor
arasée sous le 1 ^{er} niveau de charge à 60°

$N(\times 10^4 cycles)$	0	16	21	25	28	30	31,5	33
<i>a</i> (<i>mm</i>)	45	48,4	50,5	53	55,7	59,6	63,5	70,5

Les tableaux 5.29-1 et 5.29-2 listent les résultats expérimentaux des deux éprouvettes en acier soudées non arasées sous le même niveau de charge à 90°. Les longueurs de fissure initiales sont différentes à cause de la fabrication de pré-fissure, donc les durées de vie à la rupture sont très différentes.

Dans les tableaux 5.30-1 et 5.30-2, les deux éprouvettes sont soumises au chargement à 60° . Les longueurs de fissure initiales sont identiques, donc les durées de vie dans ces deux éprouvettes sont proches. Mais il existe 40000 cycles de différence à cause de la distorsion d'angle due à la soudure (voir figure 5.55 b).

Tableau 5.31-1 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 1^{ère} éprouvette en acier avec soudure non arasée sous le 1^{er} niveau de charge à 30°

non drasee sous le 1 miveau de charge à 50											
$N(\times 10^4 cycles)$	59,7	61,2	62,2								
a (mm)	46,5	50,5	54,5	58,5	63,5	69,7	76				

Tableau 5.31-2 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 2^e éprouvette en acier avec soudure non arasée sous le 1^{er} niveau de charge à 30°

$N(x_1)^4 = 1 = 0$ 27 45 477 4	o a 10	
$N(\times 10 \ cycles) = 0 = 37 = 45 = 47,7 = 4$	8,7 49,	7
a (mm) 46 50 55,5 61,5	65 69,	5



Figure 5.55 $a \sim N$ des éprouvettes en acier avec soudure non arasée sous le 1^{er} niveau de charge

Chapitre V Etude de l'angle de bifurcation et de la vitesse de propagation de fissure sous chargement de fatigue à grand nombre de cycles



Figure 5.56 Résultats expérimentaux des éprouvettes en acier avec soudure non arasée sous le 1^{er} niveau de charge

Pour le premier niveau de charge, on obtient la même tendance que celle dans le cas des éprouvettes sans soudure et avec soudure arasée. Ensuite, on applique le deuxième niveau de charge.

Le deuxième niveau de chargement :

 $\alpha = 90^{\circ}$, Fmax = 14KN, Fmin = 7KN, $\Delta F = 7$ KN $\alpha = 60^{\circ}$, Fmax = 16KN, Fmin = 8KN, $\Delta F = 8$ KN $\alpha = 30^{\circ}$, Fmax = 18,4KN, Fmin = 9,2KN, $\Delta F = 9,2$ KN

Ces trois cas de charge conduisent à un $K_{eq_initial}$ voisin de 13,8 $MPa \sqrt{m}$ Les figures 5.57 ~ 5.58 les tableaux 5.32 ~ 5.34 montrent les résultats.

Tableau 5.32 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la l'éprouvette en acier avec soudure non arasée sous le 2^e niveau de charge à 90°

$N(\times 10^4 cycles)$	0	38	42	45	47	49
a (mm)	51	57,5	59	62	65	70

Tableau 5.33-1 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 1^{ère} éprouvette en acier avec soudure non arasée sous le 2^e niveau de charge à 60°

$N(\times 10^4 cycles)$	0	74	78,5	82,5	84,5
a (mm)	44,7	51,4	53,2	55,9	57,5
N (×10 ⁴ cycles)	86	87	88	89	91
<i>a</i> (<i>mm</i>)	59,7	61,2	63,2	65,7	71,7

Tableau 5.33-2 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 2^e éprouvette en acier avec soudure non arasée sous le 2^e niveau de charge à 60°

$N(\times 10^4 cycles)$	0	34	40	48	56	60	62	64	65,5
a (mm)	46	49	50	51,5	54	57	60	65	70

non arasee sous le 2° niveau de charge a 30°						
N (×10 ⁴ cycles)	0	107	130	140	147	
<i>a</i> (<i>mm</i>)	41	45	47	49,1	53	
N (cycles)	149	151	153	154	155	
a (mm)	55,6	59	62,5	65,5	69	

Tableau 5.34-1 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 1^{ère} éprouvette en acier avec soudure non arasée sous le 2^e niveau de charge à 30°

Tableau 5.34-2 Résultats expérimentaux de $a \sim N$ de la 2^e éprouvette en acier avec soudure non arasée sous le 2^e niveau de charge à 30°

N (×10 ⁴ cycles)	0	65	80	82	84	86	
a (mm)	46	48	55,5	58,5	63	72,5	



Figure 5.57 $a \sim N$ des éprouvettes en acier avec soudure non arasée sous le 2^e niveau de charge



Figure 5.58 Résultats expérimentaux des éprouvettes en acier avec soudure non arasée sous le 2^e niveau de charge

Selon les figures 5.55 à 5.58, pour les éprouvettes soudées non arasées, la fissure se propage toujours plus lentement sous chargement en mode I pur (à 90°) que sous chargement à 60° et à 30° .

En résumé, pour les trois types d'éprouvette en acier, d'après les figures 5.49 ~ 5.58, on peut constater que pour le même niveau du facteur d'intensité de contrainte équivalent K_{eq} initial, les fissures se propagent plus rapidement sous le chargement à 30° que sous les chargements à 60° et à 90°. C'est la même tendance que celle des éprouvettes en alliage d'aluminium qui est observée précédemment (figure 5.33 ~ 5.40).

V.3.5.4 Comparaison des résultats des essais entre les éprouvettes sans soudure et avec soudure

Afin d'analyser l'influence du soudage sur la propagation de fissure, nous comparons les résultats des éprouvettes en acier sans soudure avec ceux des éprouvettes avec soudure.

Dans le cas du premier niveau de chargement à 90°

Les trois types d'éprouvettes en acier : non soudée, soudée arasée et soudée non arasée sont soumises au même niveau de charge à 90° :

$Fmax = 16KN, Fmin = 8KN, \Delta F = 8KN$

Le chargement conduit à un $K_{eq_initial}$ voisin de 15,6 $MPa\sqrt{m}$.

Les figures 5.59 ~ 5.60 montrent les résultats expérimentaux sur les éprouvettes en acier sous le premier niveau de chargement à 90° .



Figure 5.59 Comparaison de $a \sim N$ entre les éprouvettes en acier sans et avec soudure sous le 1^{er} niveau de charge à 90°



Chapitre V Etude de l'angle de bifurcation et de la vitesse de propagation de fissure sous chargement de fatigue à grand nombre de cycles

(a) $da/dN \sim \Delta K_{eq}$ (b) $log da/dN \sim log \Delta K_{eq}$ Figure 5.60 Comparaison entre les éprouvettes en acier sans et avec soudure sous le 1^{er} niveau de charge à 90°

Dans le cas du deuxième niveau de chargement à 90°

Les trois types d'éprouvettes en acier : non soudée, soudée arasée et soudée non arasée sont soumises au deuxième niveau de chargement à 90° :

Fmax = 14KN, Fmin = 7KN, $\Delta F = 7$ KN

Le chargement conduit à un $K_{eq_initial}$ voisin de 13,8 $MPa\sqrt{m}$.

Les figures 5.61 ~ 5.62 montrent les résultats expérimentaux sur les éprouvettes en acier sous le deuxième niveau de chargement à 90° .



Figure 5.61 Comparaison de a-N entre les éprouvettes en acier sans et avec soudure sous le 2^e niveau de charge à 90°





sous le 2^e niveau de charge à 90°

Les résultats de ces deux niveaux de charge montrent que la fissure augmente moine vite dans le cas avec soudure sous chargement en mode I pur. Autrement dit que les contraintes résiduelles de soudage ralentissent la propagation de fissure.

Dans le cas du premier niveau de chargement à 60°

Les trois types d'éprouvettes en acier : non soudée, soudée arasée et soudée non arasée sont soumises au premier niveau de chargement à 60° :

Fmax = 18KN, Fmin = 9KN, $\Delta F = 9$ KN

Le chargement conduit à un $K_{eq_{initial}}$ voisin de 15,6 $MPa\sqrt{m}$.

Les figures $5.63 \sim 5.64$ montrent les résultats expérimentaux sur les éprouvettes en acier sous le premier niveau de chargement à 60°. Pour le cas des éprouvettes soudées non arasées, deux éprouvettes sont testées. Les résultats de ces deux éprouvettes sont présentés dans les figures.



Figure 5.63 Comparaison de $a \sim N$ entre les éprouvettes en acier sans et avec soudure sous le 1^{er} niveau de charge à 60°





Dans le cas du deuxième niveau de chargement à 60°

Les trois types d'éprouvettes en acier : non soudée, soudée arasée et soudée non arasée sont soumises au deuxième niveau de chargement à 60° :

Fmax = 16KN, *Fmin* = 8KN, ΔF =8KN

Le chargement conduit à un $K_{eq_initial}$ voisin de 13,8 $MPa\sqrt{m}$.

Les figures $5.65 \sim 5.66$ montrent les résultats expérimentaux sur les éprouvettes en acier sous le deuxième niveau de chargement à 60°. Pour le cas des éprouvettes soudées non arasées, deux éprouvettes sont testées. Les résultats de ces deux éprouvettes sont présentés dans les figures.



Figure 5.65 Comparaison de a-N entre les éprouvettes en acier sans et avec soudure sous le 2^e niveau de charge à 60°



Figure 5.66 Comparaison entre les éprouvettes en acier sans et avec soudure sous le 2^{e} niveau de charge à 60°

Dans le cas sous chargement à 60°, nous pouvons constater que quel que soit le niveau de chargement, les vitesses de propagation dans les éprouvettes avec soudure ou sans soudure sont très proches. Mais la fissure se propage un peu plus vite dans l'éprouvette soudée non arasée.

Dans le cas du premier niveau de chargement à 30°

Les trois types d'éprouvettes en acier : non soudée, soudée arasée et soudée non arasée sont soumises au premier niveau de chargement à 30° :

Fmax = 20,8KN, *Fmin* = 10,4KN, *∆F*=10,4KN

Le chargement conduit à un $K_{eq_initial}$ voisin de 15,6 $MPa\sqrt{m}$.

Les figures $5.67 \sim 5.68$ montrent les résultats expérimentaux sur les éprouvettes en acier sous premier niveau de chargement à 30° . Pour le cas des éprouvettes non soudées et soudées non arasées, deux éprouvettes de chacune sont testées.



Figure 5.67 Comparaison de $a \sim N$ entre les éprouvettes en acier sans et avec soudure sous le 1^{er} niveau de charge à 30°



Figure 5.68 Comparaison entre les éprouvettes en acier sans et avec soudure sous le 1^{er} niveau de charge à 30°

Dans le cas du deuxième niveau de chargement à 30°

Les trois types d'éprouvettes en acier : non soudée, soudée arasée et soudée non arasée sont soumises au deuxième niveau de chargement à 30°.

Fmax = 18,4KN, *Fmin* = 9,2KN, *ΔF*=9,2KN

Le chargement conduit à un $K_{eq_initial}$ voisin de 13,8 $MPa\sqrt{m}$.

Les figures $5.69 \sim 5.70$ montrent les résultats expérimentaux sur les éprouvettes en acier sous le deuxième niveau de chargement à 30°. Pour le cas des éprouvettes soudées non arasées, deux éprouvettes sont effectuées. Les résultats de ces deux éprouvettes sont présentés dans les figures.



Figure 5.69 Comparaison de $a \sim N$ entre les éprouvettes en acier sans et avec soudure sous le 2^e niveau de charge à 30°



sous le 2^{e} niveau de charge à 30°

Pour le chargement à 30°, la vitesse de propagation est similaire dans le cas sans soudure et le cas avec soudure. Car le trajet de fissuration est très loin de la zone de contraintes résiduelles. Aucune influence de contraintes résiduelles de soudage sur la propagation de fissure n'est observée.

En résumé, d'après les comparaisons des résultats entre le cas sans soudure et avec soudure (figures $5.59 \sim 5.70$), on peut constater que lorsque la fissure est soumise au même niveau de chargement en mode I pur, elle se propage un peu plus rapidement dans le cas sans soudure que dans le cas avec soudure (figures $5.59 \sim 5.62$). On obtient la même tendance que celle observée précédemment dans les éprouvettes en alliage d'aluminium. Par contre, pour les chargements à 60° (figures $5.63 \sim 5.66$) et à 30° (figures 5.67 et 5.70), toutes les courbes sont confondues, il n'y a pas beaucoup de différence entre le cas sans soudure et celui avec soudure. Toutefois la vitesse est légèrement plus importante dans le cas avec soudure non arasée.

V.3.5.5 Bifurcation de fissure

Le tableau 5.35 liste les angles de bifurcation dans différentes éprouvettes en acier (sans soudure et avec soudure) sous différents chargements. Les photos de trajet de propagation de fissure dans les éprouvettes sans soudure et avec soudure sont montrées dans l'annexe I. Selon les résultats de l'angle de bifurcation, on peut constater que la direction de propagation est presque perpendiculaire à la direction de chargement. Les contraintes résiduelles de soudage ont peu d'influence sur l'angle de bifurcation de fissure. Il est à noter que nous avons obtenu les mêmes résultats que ceux obtenus dans les essais sur les éprouvettes en alliage d'aluminium.

Pour chaque condition de chargement, plusieurs éprouvettes sont testées. On mesure l'angle de bifurcation sur toutes les éprouvettes. Les angles de bifurcation ne sont pas tout à fait les mêmes dans toutes les éprouvettes. On donne la variation de l'angle de bifurcation dans le

tableau. Par exemple, $-18^{\circ} \sim -25^{\circ}$ montre que l'angle de bifurcation varie entre -18° et -25° parmi toutes les éprouvettes qui sont soumises au même chargement.

∂						
	Chargement 90°		Chargement 60°		Chargement 30°	
	niveau 1	niveau 2	niveau 1	niveau 2	niveau 1	niveau 2
Non	0°	0°	-18°~-25°	-20°~-26°	-41°~-48°	
soudée						
Soudée	0°	0°	-22°	-29°	-46°	
arasée						
Soudée	0°	0°	-25°~-30°	-27°~-30°	-45°~-47°	-45°~-47°
non arasée						

 Tableau 5.35 Angle de bifurcation pour les éprouvettes en acier

V.3.6 Conclusions relatives aux essais de fatigue

La propagation et la bifurcation de fissure dans les éprouvettes CTS sous chargement en mode mixte sont étudiées expérimentalement dans ce chapitre. Trois types d'éprouvettes : sans soudure, avec soudure arasée et avec soudure non arasée ; et deux matériaux ductiles : alliage d'aluminium et acier sont employés. Pour les éprouvettes soudées, la soudure est parallèle à la fissure initiale.

Les observations expérimentales indiquent que :

- ► La vitesse de progression de la fissure est liée à l'angle de chargement. Pour atteindre la même valeur du facteur d'intensité de contrainte équivalent K_{eq} initial, sous chargements à 60° et à 30° on doit appliquer un niveau de chargement plus élevé que dans le cas de chargement à 90°. Par conséquent, la fissure se propage plus lentement sous le chargement à 90° à cause du niveau plus bas de chargement. Plus on approche le mode II pur, plus la vitesse de propagation augmente. Par exemple, dans nos essais, la fissure se propage plus rapidement sous chargement à 30° que sous chargement à 60° et à 90°.
- Dans le cas où une fissure est parallèle au cordon de soudure, les contraintes résiduelles sont en compression. Pour le même niveau de chargement, les contraintes résiduelles de soudage en compression diminuent la vitesse de propagation de fissure dans le cas du chargement en mode I pur. Par contre, cet effet est faible lorsque la fissure se propage loin de la zone de soudure dans le cas du chargement en mode mixte.
- > Le cordon de soudure a peu d'influence sur l'angle de bifurcation de fissure
- Dans les résultats expérimentaux, les courbes de longueur de fissure a en fonction de nombre de cycles N présentent un décollage. Car la fissure commence à se propager à partir d'une pré-fissure dont la longueur est différente d'un essai à l'autre. Donc la comparaison en terme de durée de vie n'est pas à prendre en compte. Seule la comparaison en terme de vitesse de propagation est considérée.
- Le niveau de charge n'influence pas la tendance de la bifurcation de fissure en mode mixte.

Chapitre VI

Proposition de modèle de propagation de fissure en mode mixte sous fatigue en présence des contraintes résiduelles de soudage

VI.1 Comparaison de différents modèles de facteur d'intensité de contrainte en mode mixte

Pour évaluer le facteur d'intensité de contrainte d'une fissure sous chargement en mode mixte, de nombreux modèles sont proposés. Le tableau 6.1 liste certaines des expressions du facteur d'intensité de contrainte équivalent, K_{eq} , d'une fissure en mode mixte. Il s'agit d'une combinaison des facteurs d'intensité de contrainte en mode I et en mode II.

Tableau 6.1 Expression de facteur d'intensité de contrainte équivalent K_{eq} d'une fissure en mode mixte

Expression		Référence
$K_{eq} = \frac{1}{2}K_{I} + \frac{1}{2}\sqrt{K_{I}^{2} + 4\alpha_{1}^{2}K_{2}^{2}}, \alpha_{I} = K_{IIC}/K_{IC},$	6-1	[90]
K_{IC} et K_{IIC} sont les valeurs critiques des facteurs d'intensité de contrainte K_{II}	e K _I et	
$K_{eq} = \left[K_{I}^{4} + 8K_{II}^{4} - K_{I}K_{II}h(K_{I}, K_{II})\right]^{\frac{1}{4}}$	6-2	[89],[92]
$K_{eq} = \left[K_{I}^{2} + 2K_{II}^{2}\right]^{\frac{1}{2}}$	6-3	
$K_{eq} = \left[K_{I}^{4} + 4K_{II}^{4}\right]^{\frac{1}{4}}$	6-4	
$K_{eq} = \left[K_{I}^{4} + 8K_{II}^{4}\right]^{\frac{1}{4}}$	6-5	
$K_{eq} = \left[(K_I^2 + 3K_{II}^2)^3 (K_I^2 + K_{II}^2) \right]^{\frac{1}{8}}$	6-6	[100]
$K_{eq} = \left[K_{I}^{2}(\theta_{0}) + K_{II}^{2}(\theta_{0})\right]^{\frac{1}{2}}, o\dot{u}$	6-7	[93]-[95]
$K_{I}(\theta_{0}) = \left(\frac{4}{3+\cos^{2}\theta_{0}}\right) \left(\frac{1-\frac{\theta_{0}}{\pi}}{1+\frac{\theta_{0}}{\pi}}\right)^{\frac{\theta_{0}}{2\pi}} \left(K_{I}\cos\theta_{0} + \frac{3}{2}K_{II}\sin\theta_{0}\right)$		
$K_{II}(\theta_0) = \left(\frac{4}{3 + \cos^2 \theta_0}\right) \left(\frac{1 - \frac{\theta_0}{\pi}}{1 + \frac{\theta_0}{\pi}}\right)^{\frac{\theta_0}{2\pi}} \left(-\frac{1}{2}K_I \sin \theta_0 + K_{II} \cos \theta_0\right)$		

Mis à part le facteur d'intensité de contraintes équivalent K_{eq} , la densité d'énergie de déformation S est exprimée parfois en termes de K_I et K_{II} . Par exemple dans les références [35] [96]-[98], S est exprimée comme suit :

$$S = b_{11}K_I^2 + 2b_{12}K_IK_{II} + b_{22}K_{II}^2$$
6-8

où b_{ij} représente des fonctions de l'angle de bifurcation θ_0 et du taux de restitution d'énergie G.

Afin de comparer la différence entre toutes les formules de K_{eq} listée dans le tableau 6.1, nous calculons pas à pas le facteur d'intensité de contrainte équivalent K_{eq} par la méthode des éléments finis en utilisant trois formules différentes à partir de l'équation 6-4, 6-6 et 6-7. La formule 6-1 n'a pas été calculée en raison de la valeur α_I . Les angles de chargement retenus sont 60° et 30° par rapport à l'axe de fissure initiale (Figs. 6.1). Les résultats de K_I , K_{II} et K_{eq} sont listés dans les tableaux 6.2 et 6.3.



Figure 6.1 Angles de chargement

Tableau 6.2 Résultats nume	ériques de K _{ag} dans	le cas du chargement à 60°
Tubleuu 0.2 Resultuts hum	enques de neg dans.	le eus du chargement u oo

		A	1	Ū,	
a(mm)	K_I	K_{II}	K_{eq}	K_{eq}	K_{eq}
	$(MPa\sqrt{m})$	$(MPa\sqrt{m})$	(Eq.6-4)	(Eq.6-6)	(Eq.6-7)
45	7,11	2	7,2	7,78	6,17
47	8,6	0,38	8,6	8,6	8,56
49	9,45	0,18	9,45	9,45	9,44
51	10,42	0,37	10,42	10,42	10,9
53	11,49	0,18	11,49	11,49	11,48
55	12,73	0,41	12,73	12,73	12,69
57	14,14	0,18	14,14	14,14	14,13
59	15,79	0,44	15,79	15,79	15,76
61	17,69	0,12	17,69	17,69	17,69

Tableau 6.3 Résultats numériques de K_{eq} dans le cas du chargement à 30°

a(mm)	K _I	K _{II}	K _{eq}	K _{eq}	K_{eq}
	$(MPa\sqrt{m})$	$(MPa\sqrt{m})$	(Eq.6-4)	(Eq.6-6)	(Eq.6-7)
45	4,76	4,07	7,22	7,87	5,13
47	8,48	0,31	8,49	8,49	8,45
49	9,24	0,019	9,25	9,25	9,23
51	10,11	0,43	10,11	10,11	10,06
53	11,08	0,13	11,08	11,08	11,07
55	12,17	0,52	12,17	12,17	12,12
57	13,38	0,18	13,18	13,18	13,37
59	14,76	0,06	14,76	14,76	14,70
61	16,31	0,19	16,31	16,31	16,30

D'après les résultats ci-dessus, il est à noter que K_{eq} diffère uniquement lors de la première étape quelle que soit la formule utilisée. Dès la deuxième étape, les termes de K_{II} sont presque nuls, donc la valeur de K_{eq} tend vers celle de K_I .

Selon nos résultats expérimentaux qui sont présentés dans le paragraphe **V.3**, la fissure va bifurquer tout de suite après l'amorçage lorsqu'elle est soumise au chargement en mode mixte. Ensuite, la fissure se propage dans la direction perpendiculaire de l'angle du chargement. Autrement dit, après l'amorçage, la fissure s'accroît sous un chargement en mode I pur par rapport au nouvel axe de la fissure.

Par conséquent, hormis la première étape, on peut considérer qu'une loi de Paris établie sur la base de ΔK_I donnera les mêmes résultats qu'avec ΔK_{eq} .

VI.2 Proposition d'un modèle de propagation de fissure sous chargement en mode mixte

Pour modèle, nous proposons d'utiliser la loi de Paris basée sur ΔK_{eq} :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{eq})^m \tag{6-9}$$

Avec *C* et *m* deux paramètres dépendant de la résistance à la fissuration du matériau.

Deux phénomènes sont pris en compte. Tout d'abord, le taux de mixité du mode de chargement et ensuite le niveau de contraintes résiduelles de soudage. En effet, ces deux phénomènes influencent directement la résistance à la fissuration.

Selon nos résultats expérimentaux, le coefficient m reste constant lorsque la fissure se propage sous chargement en mode mixte. Quant au coefficient C, il change en fonction du mode de chargement (voir figure 6.2) et en fonction du niveau de contraintes résiduelles de soudage (voir figure 6.3). Ces deux figures sont établies à partir des essais en mode mixte sur les éprouvettes en alliage d'aluminium.



Figure 6.2 Résultats expérimentaux des éprouvettes en aluminium sans soudure sous chargement en mode mixte



Figure 6.3 Résultats expérimentaux des éprouvettes en aluminium sous chargement en mode I pur

Dans ce qui suit, nous allons déterminer, à la lumière des résultats expérimentaux, l'évolution de *C* en fonction des chacun des deux phénomènes étudiés.

Note :

Pour une fissure sous chargement de fatigue à grand nombre de cycles, l'amplitude du chargement appliqué est faible, la fissure se propage alors dans un milieu de plasticité confinée. Dans ce cas, le taux de restitution d'énergie G peut s'exprimer par le facteur d'intensité de contrainte K. La relation entre G et K s'écrit comme suit :

$$G = \frac{K^2 (1 - \nu^2)}{E}$$
 6-10

avec *E* : module Young *v* : coefficient de Poisson

Dans ce chapitre, nous proposons un modèle pour prévoir la vitesse de propagation de fissure sous chargement de fatigue en mode mixte. Dans ce modèle, l'influence de la zone plastifiée est négligée. C'est pourquoi le facteur d'intensité de contrainte K est utilisé au lieu du taux de restitution d'énergie G.

VI.2.1 Influence de la mixité du mode de chargement

Le coefficient C dans le cas de mode mixte est exprimé en fonction du chargement :

$$C^* = C \cdot f(M^p)$$

C : coefficient en mode I pur. *C*^{*} : coefficient en mode mixte $f(M^p)$: fonction exclusive de M^p Il est à noter que le taux de mixité M^p utilisé en mode mixte est égal à M^e dans le cas de plasticité confinée :

$$M^{p} = M^{e} = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left| \frac{K_{I}}{K_{II}} \right|$$
 6-12

 M^e varie entre 1 et 0. Pour le mode I pur, $M^e = 1$; pour le mode II pur, $M^e = 0$.

Nous calculons l'angle de bifurcation θ_0 et M^p pour les différents angles de chargement. Le tableau 6.4 et la figure 6.4 listent les valeurs de M^p en fonction de θ_0 , de α et de leur rapport θ_0/α .

rubleuu of fies vulcuis de brit en mode minte						
α	$ heta_0$	$M^p = M^e$				
(angle de chargement)	(angle de bifurcation)	(taux de mixité)				
90°	0°	1				
75°	10°	0,93				
60°	27,7°	0,83				
45°	40°	0,71				
30°	50,6°	0,55				
20°	57°	0,4				
15°	60.7	0.31				

Tableau 6.4 les valeurs de M^p en mode mixte



Figure 6.4 Relation entre le rapport θ_0 / α et le taux de mixité M^p

A la lumière des résultats expérimentaux, le coefficient C^* en mode mixte est exprimé en fonction de M^p .

$$C^* = C \cdot f(M^p) = C[1 + \beta (M^p - 1)^2]$$
6-13

Dans le cas du mode I pur, $M^p = 1$, $C^* = C$. β est un coefficient expérimental. $\beta = 3$ pour toutes les éprouvettes dans nos essais.

En se basant sur la forme de la loi de Paris, nous proposons un modèle pour évaluer la vitesse de propagation de fissure sous chargement en mode mixte qui s'écrit comme suit :

$$\frac{da}{dN} = C^* (\Delta K_{eq})^m \tag{6-14}$$

 ΔK_{eq} est la combinaison de K_I et K_{II} . C et m sont deux constantes qui sont mesurées dans l'essai du mode I pur. M^p (= M^e) est calculé par éléments finis ou à partir des valeurs connues de K_I et K_{II} .

Exemple

Nous prenons pour exemple une éprouvette en alliage d'aluminium soumise à un chargement en mode mixte à 90°,60° et 30°. La géométrie d'éprouvette est reportée sur la figure 4.5.1. A partir d'un essai en mode I pur (voir dans la figure 6.2, la courbe du chargement à 90°), nous mesurons le coefficient *m* égal à 2, et *C* égal à $9 \times 10^{-7} (mm/cycle)/(MPa\sqrt{m})^m$. L'équation 6-4 est utilisée pour calculer le facteur d'intensité de contrainte équivalent K_{eq} . Pour chaque niveau de chargement, K_{eq} initial reste constant pour tous les angles de chargement.

A partir de l'équation (6-13), nous avons :

- Dans le cas de $\alpha = 90^\circ$, $M^p = 1$, $C^* = C$, Cela veut dire que la vitesse est évaluée par la loi de Paris dans le cas du chargement en mode I. $\Delta F = 6KN$
- Dans le cas de $\alpha = 60^{\circ}$, $M^p = 0.83$, $C^* = 1.1C$, $\Delta F = 6KN$
- Dans le cas de $\alpha = 30^{\circ}$, $M^{p} = 0.55$, $C^{*} = 1.6C$, $\Delta F = 7KN$

La figure 6.5 montre la comparaison entre les résultats expérimentaux et les estimations numériques.



Figure 6.5 Vitesse de propagation de fissure dans les éprouvettes en aluminium

La figure 6.5 montre la concordance entre les résultats numériques et ceux expérimentaux. Ce modèle est vérifié dans le paragraphe **VI.3** avec d'autres résultats expérimentaux.

VI.2.2 Influence du niveau des contraintes résiduelles de soudage

Les essais expérimentaux sur les éprouvettes sans soudure et avec soudure sont présentés dans le paragraphe V.4. Ces résultats montrent que les contraintes résiduelles de soudage diminuent la vitesse de propagation de la fissure. Afin d'évaluer le ralentissement de la propagation, nous proposons le modèle de propagation de l'équation 6-9, dans lequel le paramètre C devient C^{R} , avec :

$$C^{R} = C \frac{1 + \frac{K_{res}}{K_{max}}}{1 + \beta \frac{K_{res}}{K_{min}}}$$
6-15

où K_{min} : le facteur d'intensité de contrainte minimale

 K_{max} : le facteur d'intensité de contrainte maximale

 K_{res} : le facteur d'intensité de contraintes résiduelles de soudage

 β : un coefficient expérimental. Dans nos essais, β =3 pour toutes les éprouvettes.

Pour une éprouvette avec un cordon de soudure, l'influence de soudage s'exerce seulement dans la zone au voisinage du cordon. Dans nos éprouvettes, la fissure initiale est parallèle à la soudure; Par conséquent, dans le cas du chargement en mode I pur, la fissure se propage le long de l'axe de la fissure. Alors la fissure se trouve toujours dans la zone affectée par la chaleur pendant la propagation. Par contre, lorsque la fissure est soumise au chargement en mode mixte, la fissure bifurque tout de suite après l'amorçage, elle se propage de plus en plus loin de la zone affectée. Autrement dit, cette influence demeure très faible durant la propagation de la fissure après l'amorçage. En conclusion, le modèle n'est proposé que pour une fissure sous chargement en mode I pur. Nous remarquons qu'aucune influence des contraintes résiduelles de soudage sur la vitesse de propagation de fissure sous chargement en mode mixte n'est observée.

Le modèle de propagation s'écrit :

$$\frac{da}{dN} = C^R (\Delta K_{eq})^m \tag{6-16}$$

L'influence de contraintes résiduelles de soudage est prise en compte dans le terme de C^{R} .

Dans le cas du chargement en mode I pur, $\Delta K_{eq} = \Delta K_I$, $C^R = C$ Dans le cas du chargement en mode mixte, ΔK_{eq} est la combinaison de ΔK_I et ΔK_{II} .

 K_{res} est calculé en utilisant l'approche présentée précédemment (voir paragraphe V.3.2). Dans nos expériences de fatigue relatives aux éprouvettes soudées, la fissure est parallèle à la soudure. La relaxation des contraintes résiduelles de soudage n'est pas observée pour ce type d'éprouvette. En conséquence, on n'utilise que la distribution des contraintes résiduelles initiales dans le calcul de K_{res} .

Exemple

Nous prenons pour exemple une éprouvette en alliage d'aluminium sous chargement en mode I pur. Il s'agit du même matériau que dans l'exemple VI.2.1. m = 2, ce paramètre est mesuré dans le cas «sans soudure».

Dans le cas «avec soudure», le modèle que nous proposons (Eq.6-16) est utilisé pour évaluer la vitesse de propagation. Quant au cas «sans soudure», $K_{res} = 0$, on a $C^R = C$, et $\Delta K_{eq} = \Delta K_I$ alors l'équation 6-16 devient la loi de Paris.

La figure 6.6 montre la vitesse de propagation de fissure sous chargement en mode mixte dans les cas «sans et avec soudure».



Figure 6.6 Vitesse de propagation de fissure dans les éprouvettes en aluminium sous chargement en mode I pur

Selon la figure 6.6, on peut constater que les résultats numériques sont bien corrélés avec les résultats expérimentaux.

VI.3 Vérification du modèle de propagation

D'après nos résultats expérimentaux sur les éprouvettes en alliage d'aluminium, nous avons établi précédemment le modèle de propagation de fissure. Afin de vérifier ce modèle, nous le confrontons aux résultats obtenus à partir des éprouvettes en acier.

VI.3.1 Vérification du modèle de propagation de fissure dans les éprouvettes sans soudure sous chargement en mode mixte

La géométrie de l'éprouvette est portée dans la figure 4.5.1 avec une épaisseur de 6mm. On applique le chargement à 90°, 60° et 30° par rapport à l'axe de la fissure initiale. On note que K_{eq} initial reste constant pour tous les angles de chargement :

 $\alpha = 90^\circ$, $F_{max} = 16KN$, $\hat{F}_{min} = 8KN$ $\alpha = 60^\circ$, $F_{max} = 18KN$, $F_{min} = 9KN$

 $\alpha = 30^{\circ}, F_{max} = 20,8KN, F_{min} = 10,4KN$

- Premièrement, à partir des essais en mode I pur, nous mesurons *m* égal à 2,1 et *C* égal à $7 \times 10^{-8} (mm/cycle)/(MPa\sqrt{m})^m$.
- Deuxièmement, le facteur d'intensité de contrainte équivalent K_{eq} est calculé respectivement dans le cas du chargement 90°,60° et 30°. L'équation 6-4 est utilisée. En même temps, le taux de mixité $M^p(=M^e)$ et le paramètre C^* sont déterminés par éléments finis.
- Ensuite, pour le chargement à 90° (mode I), *da/dN* est calculé pas à pas avec la loi de Paris. Dans le cas du chargement en mode mixte, *da/dN* est évalué suivant le modèle (Eq.6-14).

Les résultats numériques sont listés dans le tableau 6.5. La figure 6.7 nous donne la comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux.

	90°		60°		30°	
a(mm)	Keq	$da/dN(\times 10^{-5})$	Keq	$da/dN(\times 10^{-5})$	Keq	$da/dN(\times 10^{-5})$
45	15,9	0	15,7	2,7	15,6	0
47	17,5	2,9	18,7	3,9	18,4	5,3
49	19,2	3,5	20,5	4,7	20	6,3
51	21,2	4,3	22,6	5,8	21,9	7,7
53	23,5	5,3	25	7,2	24	9,3
55	26,2	6,7	27,7	8,9	26,4	11
57	29,2	8,4	30,7	11	29	14
59	32,8	11	34,3	14	32	17
61	37,1	14	38,5	18	35,3	21
63	42,1	18	43,4	23	39,2	26
65	48,3	24	49,3	30	43,6	33

Tableau 6.5 Résultats numériques sur les éprouvettes en acier



Figure 6.7 Vitesse de propagation de fissure dans les éprouvettes en acier sans soudure

Selon la comparaison, il est à noter que les vitesses prévues avec notre modèle sont proches de celles obtenues expérimentalement dans notre laboratoire.

VI.3.2 Vérification du modèle de propagation de fissure dans les éprouvettes soudées sous chargement en mode I pur

On prend la même éprouvette et le même chargement que précédemment (cf. paragraphe VI.3.1). Par conséquent, m=2,1 et $C=7\times10^{-8}(mm/cycle)/(MPa\sqrt{m})^m$. D'abord le chargement est à 90° (mode I pur) : $K_{eq} = K_I$.

 K_{res} est calculé en utilisant la méthode qui est proposée au paragraphe V.3, mais sans considérer la relaxation des contraintes résiduelles de soudage. L'essai expérimental montre que les contraintes résiduelles sont en compression. On fait alors l'hypothèse selon laquelle, la distribution des contraintes résiduelles est identique à celle de la figure 4.3.2 [87]. Il reste à déterminer la valeur de l'amplitude maximale σ_{max0} qui est déterminée selon nos résultats d'essais en terme de vitesse de fissuration. On obtient donc le paramètres de $\sigma_{max0} = -65$ MPa. b_0 représente toujours le tiers de la profondeur soit 45mm/3 = 15 mm.

La distribution de contraintes résiduelles est déterminée par l'Eq. 5.3.1.

$$\sigma_{res}(x) = \sigma_{max} \left[1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2 \right] \times e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{b}\right)}$$

Dans le cas « sans soudure », da/dN est calculé avec la loi de Paris. Dans le cas « avec soudure », C^R est déterminé par la méthode des éléments finis à l'aide de l'Eq.(6-15), puis da/dN est évalué par le modèle (Cf. Eq.6-16).

Le tableau 6.6 liste les résultats dans les cas « sans et avec soudure ». La comparaison est faite sur la figure 6.8.

a(mm)	Keq	$da/dN(\times 10^{-5})$ (sans soudure)	$da/dN(\times 10^{-5})$ (avec soudure)
45	15,9	0	0
47	17,5	2,9	1,4
49	19,2	3,5	1,6
51	21,2	4,3	1,9
53	23,5	5,3	2,3
55	26,2	6,7	2,8
57	29,2	8,4	3,5
59	32,8	11	4,5
61	37,1	14	5,9
63	42,1	18	7,7
65	48,3	24	10

Tableau 6.6 Résultats numériques sur les éprouvettes en acie	r
dans le cas du chargement en mode I	



Figure 6.8 Vitesse de propagation de fissure dans les éprouvettes en acier sous chargement en mode I

Selon la figure 6.8, on peut trouver que la vitesse de propagation issue du modèle et qui prend en compte l'influence de contraintes résiduelles de soudage est en bonne corrélation avec les résultats expérimentaux.

VI.3.3 Vérification du modèle de propagation de fissure dans les éprouvettes soudées sous chargement en mode mixte

Nous prenons un autre exemple sur les éprouvettes en acier dans le cas «avec soudure » sous chargement à 90° , 60° et 30° . Pour les éprouvettes en acier, les chargements appliqués sont toujours les mêmes, à s'avoir :

 $\alpha = 90^{\circ}, F_{max} = 16KN, F_{min} = 8KN$ $\alpha = 60^{\circ}, F_{max} = 18KN, F_{min} = 9KN$

 $\alpha = 30^{\circ}, F_{max} = 20,8KN, F_{min} = 10,4KN$

Dans le cas « avec soudure », l'équation 6-16 est utilisée pour évaluer la vitesse de propagation de fissure sous chargement à 90°. Pour les chargements à 60° et 30°, les angles de bifurcations sont $\theta = -27,7^{\circ}$ et $\theta = -50,6^{\circ}$ respectivement par rapport à l'axe de fissure initiale. Les trajets de fissuration sont loin de la zone affectée par le soudage. Par conséquent, l'influence de contraintes résiduelles est négligée. L'équation 6-14 est utilisée pour évaluer la vitesse de propagation dans les cas des chargements à 60° et 30°. Autrement dit, pour les chargements à 60° et 30°, on ne considère que l'influence du mode de chargement sur la vitesse de propagation de fissure, et l'influence des contraintes résiduelles de soudage est négligée dans le calcul.

La figure 6.9 montre la comparaison entre les résultats issus du modèle et les résultats expérimentaux.


Figure 6.9 Vitesse de propagation de fissure dans les éprouvettes en acier dans le cas avec soudure

Dans la figure 6.9, les lignes représentent les résultats numériques prévus par le modèle qui sont en bonne corrélation avec les résultats expérimentaux. Il est à noter que dans le cas « avec soudure », la fissure se propage plus vite sous chargement à 30° que à 60° et à 90° avec le même facteur d'intensité de contrainte équivalent initial. La corrélation entre les résultats numériques et les observations expérimentales prouve que le modèle de propagation de fissure en mode mixte retenu est valable. Le paramètre *C* change en fonction du mode mixte. L'influence des contraintes résiduelles de soudage demeure faible dans le cas du chargement en mode mixte, elle peut être négligée dans le calcul.

VI.4 Evaluation de l'influence des contraintes résiduelles de soudage sur la durée de vie

La vitesse de propagation de fissure est discutée ci-dessus. A partir du modèle de vitesse de propagation de fissure dans les éprouvettes avec soudure, (voir l'Eq. 6-16), on peut déterminer la durée de vie à la rupture dans les cas sans et avec soudure.

Les figures 6.10 et 6.11 nous donnent la durée de vie de propagation de fissure en mode I dans l'éprouvette en alliage d'aluminium et en acier. Pour l'éprouvette sans soudure, la loi de Paris est utilisée. Pour celle avec soudure, les résultats sont obtenus en utilisant l'Eq. 6-16.

Le modèle proposé ne considère pas de stade d'amorçage, la durée de vie d'amorçage n'est pas prise en compte dans les figures de *a* en fonction de *N*. Par conséquent, afin de comparer les résultats numériques avec les résultats expérimentaux, les courbes qui représentent le cas « avec soudure » sont commencées à partir du deuxième point expérimental. Autrement dit, pour l'éprouvette soudée en alliage d'aluminium, on calcule à partir de 54mm de longueur de fissure (Fig. 6.10); pour l'éprouvette soudée en acier, on commence à calculer par 52,5mm de la longueur de fissure (Fig. 6.11).

Dans le cas sans soudure, la loi de Paris est utilisée pour évaluer la durée de vie, on commence le calcul par la longueur de fissure initiale. Pour l'éprouvette non soudée en alliage d'aluminium, on commence à 45mm de longueur de fissure (Fig. 6.10); pour l'éprouvette non soudée en acier, on commence par 46mm de la longueur de fissure. Parce que la pré-fissure est faite jusqu'à 46mm pour cette éprouvette.



Figure 6.10 Durée de vie d'éprouvette en alliage d'aluminium dans les cas sans et avec soudure sous chargement en mode I



Figure 6.11 Durée de vie d'éprouvette en acier dans les cas sans et avec soudure sous chargement en mode I

Il est à noter que dans le cas « avec soudure », la comparaison montre une bonne corrélation entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux lorsque la longueur de fissure est inférieure à 65 mm. Lorsque la longueur de fissure est supérieure à 65 mm, la fissure est proche de la rupture, elle est instable. Notre modèle ne considère pas ce stade de propagation.

VI.5 Conclusion du modèle

Le modèle que nous présentons ci-dessus est établi en se basant sur les résultats d'essais expérimentaux. L'influence du mode de chargement et l'influence des contraintes résiduelles de soudage sont prises en compte dans le modèle. Pour les éprouvettes soudées, la fissure initiale est parallèle au cordon de soudage.

Dans le modèle, la loi de propagation de fissure de Paris est utilisée avec le paramètre ΔK_{eq} , le facteur d'intensité de contrainte équivalent. Le coefficient *m* reste constant. L'influence de l'angle de chargement et l'influence des contraintes résiduelles de soudage sont considérées dans le paramètre *C*. Ce paramètre change en fonction du taux de mixité et du niveau de contraintes résiduelles.

Le modèle est validé par différentes éprouvettes en alliage d'aluminium et en acier. La comparaison manifeste une bonne corrélation entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux. Par contre, d'après nos résultats, ce modèle n'est pas vérifié dans le cas du chargement en mode II pur.

Chapitre VII

Conclusions générales

Les travaux décrits dans la présente thèse ont été consacrés à l'étude de bifurcation et de propagation de fissure dans un matériau ductile sous chargement en mode mixte avec la présence des contraintes résiduelles de soudage. Ces travaux se décomposent en deux parties :

- L'une concerne la bifurcation de fissure sous chargement statique en mode mixte
- Et l'autre est consacrée à la propagation et la bifurcation de fissure sous chargement cyclique en mode mixte.

La première partie

Les critères $J-M^p$ ont été présentés en détail. Ils permettent de déterminer la direction de bifurcation de fissure en mode mixte dans un milieu élasto-plastique. La validation de ces critères est réalisée numériquement et expérimentalement dans la présente thèse.

Une procédure a été établie à partir de ces critères pour évaluer le début de propagation de fissure et l'angle de la bifurcation sous chargement en mode mixte. Lorsqu'une fissure dans le matériau ductile est soumise au chargement en mode mixte, les valeurs de résistance à rupture dépendent du type de rupture (clivage ou cisaillement) et de la précision du paramètre de rupture considéré. Dans la procédure, la résistance à rupture et le type de rupture ont été exprimés en terme d'intégrale J_c et en terme de taux de mixité plastique M^p . La courbe de J_c en fonction de M^p a été donnée par l'expérimentation. Selon la relation (J_c , M^p), le seuil de chargement nécessaire à faire propager la fissure en mode mixte a été évalué. Par conséquent, cette procédure nous permet de prévoir :

- le seuil du chargement relatif au début de fissuration en mode mixte (chapitre IV)
- le type de rupture (chapitre III)
- l'angle de bifurcation de la fissure et le trajet de fissuration (chapitre III et IV)

Dans cette procédure, la validation de cette procédure a été effectuée en utilisant une éprouvette spécifique en acier ductile soumise aux différents modes de chargement.

La deuxième partie

La bifurcation de fissure sous chargement de fatigue en mode mixte a été étudiée dans un matériau ductile. La comparaison entre les résultats obtenus par éléments finis et les observations expérimentales montre que le critère du maximum de la contrainte circonférentielle peut être utilisé pour déterminer l'angle de bifurcation de fissure sous fatigue dans un matériau ductile.

Les contraintes résiduelles de soudage et celles dues à la plastification ont été prises en compte dans le calcul du taux de restitution d'énergie G. Les contraintes résiduelles dues à la présence d'une zone plastifiée à la pointe de fissure sont des contraintes de compression.

De nombreux d'essais expérimentaux ont été effectués sur :

- deux matériaux : alliage d'aluminium et acier
- trois types d'éprouvettes : sans soudure, avec soudure arasée et avec soudure non arasée
- trois angles de chargement : 90°, 60° et 30° par rapport à l'axe de la fissure initiale

Selon les résultats expérimentaux, nous avons observé que pour le même facteur d'intensité de contrainte équivalent, le niveau de chargement est plus élevé pour faire propager la fissure, lorsque l'on se rapproche du mode II pur.

Dans le cas où une fissure est parallèle au cordon de soudure, les contraintes résiduelles de soudage sont en compression. Elles diminuent la vitesse de progression de fissure. Par contre, cet effet est très faible lorsque la fissure se propage loin de la zone de soudure comme c'est le cas pour un chargement en mode mixte. Le cordon de soudure a alors peu d'influence sur la direction de la propagation de fissure. Ces deux constatations sont en accord avec les résultats expérimentaux.

A l'issue de la thèse, le modèle de propagation de fissure sous chargement en mode mixte a été proposé en se basant sur les résultats d'essais. Puisque l'influence de la zone plastifiée à la pointe de fissure est négligeable dans les modèles, le facteur d'intensité de contrainte équivalent K_{eq} est utilisé à la place du taux de restitution d'énergie G dans le modèle établi pour évaluer la vitesse de propagation de fissure. L'influence de la mixité du chargement sur la vitesse de propagation est prise en compte par le taux de mixité M^p . Pour évaluer l'influence des contraintes résiduelles de soudage, le facteur d'intensité de contraintes résiduelles K_{res} est calculé.

Le modèle est validé pour les différentes éprouvettes en alliage d'aluminium et en acier. La comparaison entre les évaluations numériques et les résultats expérimentaux montre une bonne corrélation.

En résumé, les travaux de cette thèse ont abouti aux conclusions suivantes :

- La validation des critères *J-M^p* est réalisée. Elle montre que ces critères sont capables de déterminer le type de rupture et l'angle de bifurcation de fissure dans un matériau ductile sous chargement en mode mixte.
- Une procédure, simple à utiliser pour des structures et des matériaux variés, est établie pour évaluer la bifurcation et le début de propagation de fissure en mode mixte dans un matériau ductile.
- La simulation numérique montre que le critère du maximum de la contrainte circonférentielle peut être utilisé pour déterminer l'angle de bifurcation de fissure sous chargement en fatigue en mode mixte, même dans le cas d'un matériau ductile.
- Les essais expérimentaux montrent que le mode de chargement a une influence sur la vitesse de propagation de fissure. Pour le même niveau du facteur d'intensité de contrainte équivalent, plus on s'approche du mode II pur, plus la vitesse de propagation augmente.
- Lorsque la fissure est parallèle au cordon de soudure, les contraintes résiduelles au voisinage de la pointe de fissure sont en compression. Elles ralentissent la vitesse de propagation de fissure. Par contre, cette influence est très faible dans le cas du chargement en mode mixte, car le trajet de fissuration s'éloigne de la soudure.
- Un modèle de propagation de fissure est proposé. Il permet d'évaluer la vitesse de propagation de fissure en mode mixte avec la présence de contraintes résiduelles de soudage. Dans ce modèle, l'influence du taux de mixité et l'influence des contraintes résiduelles de soudage sont prises en compte.

Perspectives

Les éléments de conclusion précités laissent, bien entendu, des points qui restent à améliorer, à valider et à approfondir, notamment :

- 1) Nous avons proposé un critère de résistance à rupture en mode mixte. Il est nécessaire de valider ce critère avec différents types de structures ou d'essais sur éprouvettes.
- 2) Dans la partie relative aux études expérimentales, les essais de fatigue sont effectués toujours sur les éprouvettes de type CTS. Afin de mieux vérifier le modèle de propagation, il faudrait utiliser d'autres types d'éprouvette.
- 3) Pour les éprouvettes soudées, le niveau de contraintes résiduelles initiales est supposé être analogue à celui expérimental trouvé dans la littérature technique. Dans un travail futur, la distribution des contraintes résiduelles initiales pourrait être déterminée à l'aide de mesures expérimentales sur la soudure de l'éprouvette analysée.
- 4) Dans le modèle de propagation de fissure, on ne considère que l'influence des contraintes résiduelles de soudage. En perspective, l'influence de la zone plastifiée doit être prise en compte.
- 5) Dans les essais statiques effectuées dans notre laboratoire, la condition de la déformation plane n'est pas satisfaite à cause de l'épaisseur des éprouvettes (6mm pour l'acier et 10mm pour l'alliage d'aluminium). Il semble nécessaire de réaliser les essais sur des éprouvettes plus épaisses afin d'éviter le problème de striction observée dans la zone plastique.
- 6) Il serait nécessaire de faire des observations au MEB (Microscope Electronique à Balayage) pour mieux comprendre le mécanisme microscopique de la transition entre clivage et cisaillement

Notations

Latines

<i>a</i> :	Longueur de fissure
a_0 :	Longueur de fissure initiale
<i>∆a</i> :	Variation de longueur de fissure
<i>b</i> :	Epaisseur d'éprouvette
<i>C</i> :	Coefficient multiplicateur de la loi de Paris
C^* :	Coefficient multiplicateur de la loi de propagation en mode mixte
C^R :	Coefficient multiplicateur de la loi de propagation dans le cas avec soudure
da/dN:	Vitesse de propagation de fissure
<i>E</i> :	Module Young
F(t):	Chargement cyclique
F_{min} :	Chargement minimal
F_{max} :	Chargement maximal
<i>G</i> :	Taux de restitution d'énergie
G_C :	Taux de restitution d'énergie critique
G_{res} :	Taux de restitution d'énergie de contrainte résiduelle
I_n :	Constante d'intégrale
<i>J</i> :	Intégrale de Rice
J_C :	Intégrale J critique
J_I :	Intégrale J de mode I
J_{II} :	Intégrale J de mode II
J_{IC} :	Intégrale J critique en mode I
J_{IIC} :	Intégrale J critique en mode II
J_e :	Intégrale J élastique
J_p :	Intégrale J plastique
<i>K</i> :	Facteur d'intensité de contraintes
K_{min} :	Facteur d'intensité de contraintes minimal
K_{max} :	Facteur d'intensité de contraintes maximal
ΔK :	Variation de facteur d'intensité de contraintes
K_I :	Facteur d'intensité de contraintes de mode I
K_{II} :	Facteur d'intensité de contraintes de mode II
K_{III} :	Facteur d'intensité de contraintes de mode III
K_{IC} :	Facteur d'intensité de contraintes critique en mode I
K_{IIC} :	Facteur d'intensité de contraintes critique en mode II
K_{eff} :	Facteur d'intensité de contraintes effective
K_{res} :	Facteur d'intensité de contrainte résiduelle
K_{eq} :	Facteur d'intensité de contrainte équivalent
<i>m</i> :	Constant de matériau (Exposant de la loi de Paris lié au matériau)
M^e :	Taux de mixité élastique
M^{e}_{c} :	Valeur critique de M^e
M^{e^*} :	Taux de mixité élastique équivalent
M^p :	Taux de mixité plastique
M^{p}_{c} :	Valeur critique de M^p
<i>n</i> :	Coefficient d'écrouissage
<i>N</i> :	Nombre de cycles
<i>S</i> :	Facteur d'intensité d'énergie de déformation

- *u**: Déplacement dans un champ auxiliaire
- Déplacement u_{ij} :
- w:
- Largeur d'éprouvette Densité d'énergie de déformation élastique Densité d'énergie de déformation associée W_{e} :
- *w**:
- Energie de déformation élastique W_e :

Grecques

α:	Angle de chargement
θ_0 :	Angle de bifurcation
δ:	Déplacement d'ouverture de lèvre de fissure
δ_c :	Valeur critique de déplacement d'ouverture de lèvre de fissure
δ_I :	Déplacement horizontal de lèvre de fissure
δ_{II} :	Déplacement perpendiculaire de lèvre de fissure
:3	Déformation
ε_p :	Déformation plastique
<i>ε</i> *:	Déformation dans un champ auxiliaire
τ:	Contrainte de cisaillement
μ:	Module de cisaillement
v:	Coefficient de Poisson
σ^* :	Contraintes dans un champ auxiliaire
σ_0 :	Limite d'élasticité
σ_{ij} :	Contrainte
$\sigma_{ heta heta}$:	Contrainte circonférentielle
$\sigma_{ heta heta heta an ax}$:	Maximum de contrainte circonférentielle
σ_{res} :	Contraintes résiduelles
$\sigma_{principale}$:	Contrainte principale
λ_c :	Rapport de J_{IC} et J_{IIC}
Г:	Chemin arbitraire autour de la pointe de fissure

Remerciements

Ce travail est lié à un projet industriel réalisé dans le cadre d'une collaboration avec GIAT-Industrie, le Bureau Véritas et le CETIM (Centre d'Etudes Techniques des Industries Mécanique) – Senlis. Ce travail est fait au LaMI - Laboratoire de Mécanique et Ingénieries, sous la direction de Monsieur Naman RECHO, Professeur à l'Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand II.

En tout premier lieu, je tiens à remercier Monsieur Naman RECHO, qui a eu, à mon égard, une grande confiance. Son aide, de diverses façons, fut pour moi déterminante et inestimable. Ses qualités professionnelles et humaines m'ont profondément marquées. Qu'il trouve ici l'expression de ma plus grande gratitude.

Ma profonde reconnaissance va également à Madame Xiao-Bing ZHANG, Maître de Conférences à l'Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand II, qui m'a suivie tout au long de ce travail et m'a beaucoup apporté par son expérience. Elle a été pour moi une interlocutrice privilégiée et je tiens particulièrement à lui exprimer ma gratitude.

Je tiens à exprimer ma sincère reconnaissance à Monsieur Jia LI, Professeur à l'Université Paris XIII. Nos discussions scientifiques m'ont largement aidée.

Toute ma reconnaissance va également à Monsieur Henri-Paul LIEURADE, responsable du pôle d'activités « Fatigue des composants mécaniques » du CETIM, à Monsieur Michel HUTHER, Adjoint au Directeur Technique de la division marine (Bureau Veritas), à Monsieur Eric PETITPAS de GIAT Industrie, à Monsieur Guy PARMENTIER du Bureau Veritas, et aux autres membres du projet pour leurs précieux conseils et informations. Qu'ils trouvent ici ma gratitude et ma reconnaissance pour l'intérêt qu'ils ont manifesté à ce travail.

Je remercie Monsieur François HILD, Directeur de Recherche au CNRS, qui m'a fait l'honneur d'être rapporteur de thèse. Je lui exprime ici ma reconnaissance pour l'intérêt qu'il a manifesté dans ce travail.

Je remercie Monsieur Dominique LEGUILLON, Directeur de Recherche et responsable SPI, qui m'a fait l'honneur d'être rapporteur de thèse. Qu'il trouve ici, l'expression de ma sincère gratitude.

Je remercie Monsieur Pascal VELLEAUD, Ingénieur d'études à l'IUT de Montluçon, qui m'a bien aidée au cours des essais expérimentaux. Je lui exprime ici ma reconnaissance.

Au cours de ce travail, il m'a été très agréable de bénéficier du soutien amical des membres de notre Laboratoire ainsi que de ceux de l'IUT de Montluçon.

Enfin, une mention très spéciale sera réservée à mon mari et à mes parents, pour leur amour et leur soutien constant.

Résumé

La bifurcation et la propagation de fissure dans un matériau élasto-plastique sous chargement en mode mixte avec la présence de contraintes résiduelles sont étudiées numériquement et expérimentalement dans ce présent travail. Il se décompose en deux parties : une partie concerne la bifurcation de fissure sous chargement statique en mode mixte, l'autre partie est consacrée à la propagation et la bifurcation de fissure sous chargement cyclique en mode mixte.

Pour une fissure dans un matériau élasto-plastique, l'évolution sous chargement en mode mixte est plus compliquée. On a besoin de plusieurs critères, tels que le critère de transition entre la rupture par clivage et par cisaillement, le critère de l'angle de bifurcation et le critère du début de propagation, pour évaluer la propagation et la bifurcation de fissure.

En combinant les essais expérimentaux et les simulations numériques, nous développons une procédure pour prévoir, sous conditions statiques, le début de propagation et la bifurcation de fissure en mode mixte dans un matériau ductile. Selon cette procédure, la résistance à rupture, le type de rupture, la direction de bifurcation et le trajet de fissuration sont déterminés à la fois. La validation de cette procédure montre qu'elle est simple à utiliser pour des structures et des matériaux variés.

De nombreux essais expérimentaux sont effectués sur les éprouvettes en alliage d'aluminium contenant une fissure en mode mixte. Trois types d'éprouvettes sont utilisés : sans soudure, avec soudure arasée et avec soudure non arasée. Les résultats expérimentaux montrent que la mixité du chargement a une influence sur la vitesse de propagation de fissure. Lorsque la fissure est parallèle au cordon de soudure, les contraintes résiduelles ralentissent la vitesse de propagation de fissure. Par contre, cette influence est très faible dans le cas d'un chargement en mode mixte, car le trajet de fissuration s'éloigne de la soudure.

Selon les résultats expérimentaux, un modèle de propagation de fissure est proposé. Il permet d'évaluer la vitesse de propagation de fissure en mode mixte avec la présence de contraintes résiduelles de soudage. Dans le modèle, l'influence du taux de mixité et l'influence des contraintes résiduelles de soudage sont prises en compte. Les modèles ont été vérifiés sur différentes éprouvettes. Les évaluations numériques coïncident bien avec les résultats expérimentaux.

Mots Clés

Fissure, Mode Mixte, Critère de Bifurcation, Fatigue, Vitesse de Propagation de Fissure, Contraintes Résiduelles, Matériau Ductile, Soudure

Propagation of the Mixed-Mode Crack in a welded specimen in elastic-plastic material

Abstract

The bifurcation and the propagation of a crack in elastic-plastic material under mixed-mode loading are investigated numerically and experimentally in this work. The influence of the welding residual stresses on the crack propagation is analysed. This present work includes two parts. The first part relates to the bifurcation of a crack under static mixed-mode loading. The second part devotes to the propagation and bifurcation of a crack under cyclic loading in mixed-mode.

For a crack in elastic-plastic material under mixed-mode loading, its failure behaviour is more complicated. Several criteria are needed to evaluate the crack propagation and bifurcation, such as the criterion of Tensile-Shear type transition, the criterion of bifurcation angle and the criterion of critique loading.

By combining the experiments and the calculations, a procedure is developed in this work in order to evaluate the bifurcation and the propagation of a crack subjected to the mixed-mode loading. According to this procedure, the fracture resistance, the fracture type, the bifurcation angle and the crack growth path are determined. The validation of the procedure is realized in the work. It shows that this procedure is easy to use for different structures and for different materials.

A number of experiments are performed on the specimens of aluminium alloy and of steel with a mixed-mode crack. Three types of specimen are included in the experiments : they are the no-welded specimens, the erased-welded specimens and the no-erased-welded specimens. The experimental results show that the loading mode has effect on the crack growth rate. When the crack is parallel to the weld, the residual stresses decrease the crack growth rate. However, this influence is not obviously in the case of the mixed-mode loading, because the crack growth path is far away from the weld.

According to the experimental results, a propagation model of a crack under mixed-mode loading is proposed. In the model, the effects of the loading angle and of the welding residual stresses on the crack growth rate are considered. The verification of the model is carried out on specimens of aluminium alloy and of steel. The numerical evaluations are in good agreement with the experimental results.

Key words

Crack, Mixed-Mode, Bifurcation Criterion, Fatigue, Crack Growth Rate, Residual Stresses, Ductile Material, Weld

复合型裂纹在韧性材料中的传播

摘要

本文对韧性材料中存在的复合型裂纹,在静态载荷与疲劳载荷作用下的传播特性进行了数值计算及试验研究.

韧性材料的断裂强度与裂纹类型有关.对于韧性材料中的复合型裂纹,单一的准则已 经无法全面预测其传播特性.本文提出了一种试验与计算相结合的预测复合型裂纹的 启裂与传播的方法.使用该方法,可以对任意一种韧性材料中的复合型裂纹进行断裂强 度的计算及断裂类型与传播方向的预测.

文中对焊接试件与非焊接试件中的裂纹传播问题做了大量试验研究 . 依据试验数据, 针对在复合型疲劳载荷与焊接残余应力综合作用下的裂纹 , 本文提出了一种复合型裂 纹传播模型,用来估计复合型疲劳裂纹的传播速率 . 该模型考虑了加载方向与残余应 力对裂纹传播速率的影响.

关键词

复合型裂纹 传播方向 疲劳裂纹传播速率 残余应力 韧性材料 焊接

Annexes

Annexe I Photos de trajet de fissuration sous chargement en mode mixte

1. Trajet de fissuration dans des éprouvettes en alliage d'aluminium

1.2 Éprouvettes en alliage d'aluminium sans soudure



sous chargement à 0° (mode II pur)





sous chargement à 30°

1.3 Éprouvettes en alliage d'aluminium soudées non arasées



sous chargement à 60°



2. Trajet de fissuration dans des éprouvettes en acier

2.1 Éprouvettes en acier sans soudure



sous chargement à 60°



sous chargement à 30°

2.2 Éprouvettes en acier soudées arasées





sous chargement à 60°





sous chargement à 30°

2.3 Éprouvettes en acier soudées non arasées



sous chargement à 60°





sous chargement à 30°

Annexes

Processus Verbal de contrôle radiographique des soudures Annexe II



Dans les éprouvettes soudées en alliage d'aluminium

166

5
Q
×
C
Ц
7

$ \begin{array}{ $						
	Protection	- compositon (NF EN 439)	Argon U + H	élium U (50 %) - (13)		
		- Envers : nature - débit en L/mn				
		- compositon (NF EN 439)				
Type de courant (Altern Continu - Lisse - Pulsé) Lisse	Electrode réfractaire : nature - o	diam polarité				
$ \begin{array}{ $	Type de courant (Altern Con	ntinu - Lisse - Pulsé)	Lisse		Lisse	
	Intensité du courant I en ampèr	es	260		320	
$ \begin{array}{ $	Tension d'arc U en volts		25,8		27,8	
Vitesse d'avance V en cm/m6060606060Vitesse de dévidage du fil (m/min)9,59,510,510,510,510Energie de soudage 60 U/1000V en k/cm6,79,510,510,510,51010,510Energie de soudage 60 U/1000V en k/cm6,76,78,98,98,910,51010,51010,51010,51010,5 </td <td>Distance tube-contact /piéce</td> <td></td> <td>15</td> <td></td> <td>15</td> <td></td>	Distance tube-contact /piéce		15		15	
Vitesse de dévidage dr fil (m/min)9,510,5 <th< td=""><td>Vitesse d'avance V en cm/mn</td><td></td><td>09</td><td></td><td>09</td><td></td></th<>	Vitesse d'avance V en cm/mn		09		09	
Energie de soudage 60 UI/1000V en kJ/cm 6,7 6,7 8,9 8,9 8 Intensité (A) ou tension (V) mini Intensité (A) ou tension (V) mini A 8,9 8,9 8 Paramètres de pulsation Intensité (A) ou tension (V) maxi A 8,9 8 8 Paramètres de pulsation Intensité (A) ou tension (V) maxi A 8 <td< td=""><td>Vitesse de dévidage du fil (m/n</td><td>nin)</td><td>9,5</td><td></td><td>10,5</td><td></td></td<>	Vitesse de dévidage du fil (m/n	nin)	9,5		10,5	
$ \begin{array}{ $	Energie de soudage 60 UI/1000	JV en kJ/cm	6,7		8,9	
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		Intensité (A) ou tension (V) mini				
$ \begin{array}{ $		Durée en s				
Détail du plasmaDurée en sDurée en sDurée en sDétail du plasmaEE </td <td>Paramètres de pulsation</td> <td>Intensité (A) ou tension (V) maxi</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td>	Paramètres de pulsation	Intensité (A) ou tension (V) maxi				
Détail du plasma Détail du plasma <t< td=""><td>4</td><td>Durée en s</td><td></td><td></td><td></td><td></td></t<>	4	Durée en s				
Angle de torche - Avance (en poussant) - Orientation (_!_joint) $5 \circ \cdot 0^{\circ}$ $5 \circ$	Détail du plasma					
Balayage (sans - avec) Balayage (sans - avec) Bans Sans Sans Sans Générateur COMMERCY CY 386 MP COMMERCY CY 386 MP Sans Sans Sans Température préchauffage Empérature maxi entre Empérature maxi entre Passes Température post chauffage Non Durée du post chauffage M	Angle de torche - Avance (en p	ooussant) - Orientation (_!_ joint)	5°-0°		5 ° - 0°	
Générateur COMMERCY CY 386 MP Température préchauffage Empérature maxi entre Température préchauffage Sans Température post chauffage Non Traitement thermique Non	Balayage (sans - avec)		Sans	Sans	Sans	
Température préchauffage Sans Température maxi entre Température préchauffage Sans passes Température post chauffage Non Durée du post chauffage	Générateur		COMMERC	Y CY 386 MP		
Température préchauffage Sans passes Température post chauffage Non Durée du post chauffage Traitement thermique Non Si oui réf du traitement				Température maxi entre		
Température post chauffage Non Durée du post chauffage Traitement thermique Non Si oui réf du traitement	Température préchauffage	Sans		passes		66°C
Traitement thermique Si oui réf du traitement	Température post chauffage	Non		Durée du post chauffage		h
	Traitement thermique	Non		Si oui, réf. du traitement		

S
O)
×
e)
Ē
7
~

Matériel:	Alliage d'aluminium 7020 T 651 - soudure bout à bo	out épaisseur 10 mm	
Désignation de l'ensemble contrôlé:	Eprouvette soudée		
\mathbf{n}° de tracabilité;	2469 - 3 à 2469 - 7		
\mathbf{n}° de passage:	ler		
Critères d'acceptation:	F 0531 10662032 Ind B + NF EN 12517		
Technique de radiographie utilisée:	Selon NF EN 1435 (rayons X)		
IDENTIFICATION	DES INDICATIONS (selon norme NF EN 26520)		
Fi : Fissure (ref 100 à 106)	PL: Porosité	és linéaires (ref 2014)	
MF: Manque de fusion et de pénétration (ref 400 à 402)	P: Porosité	és dispersées (ref 2012)	
CG: Cavités gazeuses (ref 2011, 2015, 2016 et 2017)	ND: Nid de	soufflures (ref 2013)	
I: Inclusions (ref 300 à 304)	DV: Défaut	visuel (ref 500)	
A: Accostage	DF: Défaut	de film	

Annexes



Dans les éprouvettes soudées en acier

169

6

1,0+ G - 16

Argon + CO₂ (18 %) - (M21)

G -16

1,0+

Diamètre - Polarité à l'électrode
Endroit : nature - débit en L/mn

Métal d'apport Protection

- Envers : nature - débit en L/mn

- compositon (NF EN 439)

- compositon (NF EN 439)

es	
eх	
Ĩ	
A	

Electrode réfractaire : nature - d	iam polarité					
Type de courant (Altern Cont	tinu - Lisse - Pulsé)		Lisse		Lisse	
Intensité du courant I en ampère	Si		310		300	
Tension d'arc U en volts			33		33	
Distance tube-contact /piéce			20		20	
Vitesse d'avance V en cm/mn			100		100	
Vitesse de dévidage du fil (m/m	in)		18,6		16,8	
Energie de soudage 60 UI/1000	V en kJ/cm		6,1		5,9	
	Fréquence en HZ					
	Intensité (A) ou tension (V) mini				
Paramètres de nulsation	Durée en s					
	Intensité (A) ou tension (V) maxi				
	Durée en s					
Détail du plasma						
Angle de torche - Avance (en pc	oussant) - Orientation (_!_	joint)	$5 \circ - 0^{\circ}$		5 ° - 0°	
Balayage (sans - avec)			Sans		Sans	
Générateur			COMMERC	Y CY 385 MPR		
				Température maxi entre		
Température préchauffage	San	S		passes		150°C
Température post chauffage	Noi	u		Durée du post chauffage		
Traitement thermique	Noi	u		Si oui, réf. du traitement		

Dans les éprouvettes soudées en acier

Matériel:		Acier S 500 MC		
Désignation c	le l'ensemble contrôlé:	Eprouvette soudée - soudure bout à l	bout épaisseur 6 mm	
n° de tracabil	lité;	2470 - 3 à 6 mm		
n° de passage		1er		
Critères d'ac	ceptation:	NF EN 12517 + NF EN 25817		
Technique de) radiographie utilisée:	Selon NF EN 1435 (rayons X)		
Fi:	Fissure (ref 100 à 106)	PL:	Porosités linéaires (ref 2014)	
MF:	Manque de fusion et de pénétration (ref 400 à 402)	P:	Porosités dispersées (ref 2012)	
CG:	Cavités gazeuses (ref 2011, 2015, 2016 et 2017)	ND:	Nid de soufflures (ref 2013)	
I:	Inclusions (ref 300 à 304)	DV:	Défaut visuel (ref 500)	
A :	Accostage	DF:	Défaut de film	

Bibliographie

[1]	Sutton M.A., Deng X., Ma F., Newman Jr. J.C., James M. Development and application of a crack tip opening displacement-based mixed mode fracture criterion. International Journal of Structure Solids, 2000, 37, pp 3591-3618
[2]	Sutton M.A A combined modelling–experimental study of the crack opening displacement fracture criterion for characterization of stable crack growth under mixed mode I/II loading in thin sheet materials. Engineering Fracture Mechanics, 2000, 66, pp 171-185
[3]	Pirondi A., Dalle Donne C. Characterisation of ductile mixed-mode fracture with the crack-tip displacement vector Engineering Fracture Mechanics, 2001, 168, 12, pp 1385-1402
[4]	Li J., Zhang X.B., Recho N. J-Mp based criteria for bifurcation assessment of a crack in Elastic-plastic materials under mixed mode I-II loading. Engineering Fracture Mechanics 2004, 71, pp 329-343
[5]	Forman A.G.et al. Journal of Basic Engineering, 1968, 89, pp 459-464
[6]	Erdogan F., Ratwani M. International Journal of Fracture Mechanics, 1970, 6, 379
[7]	Wang H., Buchholz FG., Richard H.A. Numerical and experimental analysis of residual stresses for fatigue crack growth Computational Materials Science, 1999, 16, 1-4, pp 104-112
[8]	Griffith A.A. The phenomena of rupture and flow in solids. Phil. Trans. Roy. Soc. of London, 1920, A221, pp 163-197
[9]	Rice J.R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks. Journal of Application Mechanics, 1968, pp 379-386
[10]	Elber W. Fatigue crack closure under cyclic tension. Engineering Fracture Mechanics 1970, 2, pp 37-45
[11]	Parry M.R., Syngellakis S., Sinclair I. Numerical modelling of combined roughness and plasticity-induced crack closure effects in fatigue. Material Science and Engineering 2000, A291, pp 224-234

- [12] Ritchie RO., Yu W.Short crack effects in fatigue: a consequence of crack tip shielding.In :Ritchie RO, Lankford J, editors. TMS-AIME; 1986, pp 167-168
- [13] Gray A.T., Williams J.C., Thompson A.W.
 Roughness-induce crack closure: an explanation for micro structurally sensitive fatigue crack growth. Metallurgical and Materials Transaction, 1983, 14A, pp 421-433
- [14] Suresh S.
 Fatigue crack deflection and fracture surface contacts: micromechanical models. Metallurgical and Materials Transaction, 1984, 16A, pp 249-260
- [15] Venkateswara Rao K.T., Yu W., Ritchie R.O.
 Fatigue crack propagation in aluminium-lithium alloy 2090: part I. Long crack behaviour.
 Metallurgical and Materials Transaction 1988, 19A, pp 549-561
- [16] Masubuchi K. Analysis of Welded Structures. Pergamon Press, Oxford, 1980
- [17] Masubuchi K.
 Models of stresses and deformations due to welding a review Journal of Metals, 1981, pp 19-23
- [18] Lezzi F., Scanavino S.
 Entita, influenza e distensione delle tensioniresidue di saldatura.
 Rivista Italiana Della Saldatura, 1984, 3, pp 139-153
- [19] Fukuda T.S An experimental study of redistribution of welding residual stress with fatigue crack extension. Trans. JWRI, 1978, 7, 2, pp 62-72
- [20] Beghini M., Bertini L. Fatigue crack growth in residual stress fields: experimental results and modelling Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 1994, 17, 12, pp 1433-1444
- [21] Parker A.
 Linear elastic fracture mechanics and fatigue crack growth _ residual stress effects. In Residual Stress and Stress Relation
 Edited by E. Kula, V. Weiss Saga more Army Materials Research Conference, Plenum Press, New York, 1982
- [22] Elber W. The significance of fatigue crack closure ASTM STP, 1971, 486, pp 230-242

[23]	Willenborg J., Engle R.M., Wood H.A. Crack growth retardation model using au effective stress concept. AFFDL-TM-71-1-FBR, 1971
[24]	Wheeler OE. Spectrum loading and crack growth. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers ASME, 1972, 94, pp181-186
[25]	Sih G.C. Strain energy density factor applied to mixed mode problem. International Journal of Fracture, 1974, 10, pp 305-321
[26]	Sih G.C. Mechanics of fracture initiation and propagation. Kluwer, The Netherlands, 1991
[27]	Li C. Vector CTD criterion applied to mixed mode fatigue crack growth. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 1989, 12, pp 59-65
[28]	Tohgo K., Ishii H. Elastic-plastic fracture toughness test under mixed mode I-II loading. Engineering Fracture Mechanics 1992, 41, 4, pp 529-540
[29]	Richard H.A. and Benitz K. A loading device for the creation of mixed mode in fracture mechanics. International Journal of Fractures, 1983, 22, R55
[30]	Valery N., Shlyannikov Mixed-Mode static and fatigue crack growth in central notched and compact tension shear specimens. American Society for Testing and Material- ASTM STP 1999, 1359, pp 279-294
[31]	Kim J-K. and Kim C-S. Fatigue crack growth behaviour of rail steel under mode I and mixed mode loadings Materials Science and Engineering, 2002, A338, pp191-201
[32]	Amstutz B.E., Sutton M.A., Dawicke D.S. and Newman J.C An experimental study of CTOD for mode I/II stable crack growth in thin aluminium specimens. Fractures Mechanics ASTM STP, 1995, 26, 1256, pp 256-271
[33]	Arcan M., Hashin Z. and Voloshin A. A method to produce uniform plane stress state with applications to fiber reinforced materials. Experimental Mechanics 1978, 18, pp 141-146

[34]	Lebaillif D., Ma S., Huther M., Petitpas E. Recho N. Fatigue crack propagation and path assessment in industrial structures. International Conference on Fatigue Crack Paths (FCP2003), 18-20, Septembre 2003, Parma, Italy
[35]	Shih C.F. and German M.D. Requirement for a one parameter characterization of crack tip field by the HRR singularity International Journal of Fracture, 1981, 17, pp 27-43
[36]	Betegon C. and Hancock J.W. Two parameter characterization of elastic-plastic crack-tip fields. Journal of Applied Mechanics, 1991, 113, pp 104-110
[37]	O'Dowd N.P. and Shih C.F. Family of crack-tip fields characterized by a triaxiality parameter - I. Structure of fields J. of Mech. Phys. Solids, 1991, 39, pp 989-1015
[38]	Hancock J.W., Reuter W.G. and Parks D.M. Constraint and toughness parameterized by T. In Constraint Effects in Fracture, ASTM STP, 1993, 1171, pp 1121-1140
[39]	Li J., Zhang X.B. Recho N. Investigation of the Growth Directions of a Ductile Crack under Tensile Loading Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 1999, 4, pp 779-798
[40]	Sutton M.C., Zhao W., Bonne M.L. et al. Prediction of crack growth for mode I/II loading using small-scale yielding and void initiation/growth concepts. International Journal of Fracture, 1997, 83, pp 275-290
[41]	Ma F., Deng X., Sutton M.C., Newman J.C. A CTOD based mixed mode fracture criterion In Mixed Mode Crack Behaviour, 1999, pp 86-110
[42]	Bhattacharjee D., Knott J.F. Ductile fracture in HY 100 steel under mixed-modeI/II loading. Acta Metallurgica et Materialia. 1994, 42(5), pp 1747-1754
[43]	Maccagno T.M. et Knott J.F. The mixed mode I-II fracture behavior of lightly tempered HY 130 steel at room temperature. Engineering Fracture Mechanics 1992, 41, pp 805-820
[44]	Ibso J.B., Agerskov H. An analytical model for fatigue life prediction based of fracture mechanics and crack closure. J. Construct. Steel Res. 1996, 37, 3, pp 229-261

[45]	Palaniswany K.et Knauss W.G. On the problem of crack extension in brittle solids under general loading. In: Memat-Nasser S. (Ed.), Mechanics Today, 1978, 4, Pergamon Press, pp 87-148
[46]	Darcis, Ph. Analyse fiabiliste de la fatigue des joints soudés soumis à l'effet de surcharge Thèse : Génie Mécanique : Université Blaise Pascal – Clermont II. 2002
[47]	Pauliska P., Richard R.H., Kiekmann P. The behaviour of cracks in elastic-plastic materials under plane normal and shear loading. International Journal of Fracture, 1993, 62, pp 43-54
[48]	Aoki S., Kishimota K., Yoshida T., Sakata M.A finite element study of the near crack tip deformation of a ductile material under mixed-mode loading.J. Mech. Phys. Solids 1987, 35(4), pp 431-455
[49]	Kishimoto K, Aoki S. Finite element analysis of mixed-mode fracture. Mixed-mode Fatigue and Fracture, ESIS Publication 14 London U.K.: Mechanical Engineering Publications, 1993, pp 267-284
[50]	Hutchinson J.W. Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material J. Mech. Phys. Solids, 1968, 16, pp 13-31
[51]	Rice J.R. et Rosengren G.F. Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material J. Mech. Phys. Solids, 1968, 16, pp 1-12
[52]	Shih C.F. Small-scale yielding analysis of mixed mode plane-strain crack problems. ASTM STP, 1974, 560, pp 187-210
[53]	Zhang X.B., Recho N., Li J. Ma S. Identification of tensile and shear failures of a crack in elastic-plastic materials The 14 th European Conference on Fracture (ECF14), 9-13, September, 2002, Cracow, Pologne
[54]	Ishikawa H., Kitakawa H., Okamura H. J-integral of a mixed mode crack and its applications. In 3 rd International Conference. on Materials, Cambridge, 1978, 3, pp 447
[55]	Ghosal A.K., Narasimhan R.A finite element analysis of mixed-mode fracture initiation by ductile failure mechanisms.J. Mech. Phys. Solids 1994, 42(6), pp 953-978

- [56] Williams M.L.On the stress distribution at the base of a stationary crack.Journal of Applied Mechanics, 1957, 24, pp 111-114
- [57] Lebaillif D., Darcis P., Recho N.
 A New Residual Stress Opening Approach at the Crack Tip following an Overload during Fatigue.
 11th International Conference on Fracture (ICF 11), 20-25, March, 2005, Turin, Italy
- [58] Bui H.D.Associated path independent J-integral for separating mixed modes.J. Mech. Phys. solids, 1983, 31, pp 439 448
- [59] Ritchie R.O., Knott J.F., Rice J.R. J. Mech. Phys. Solids 1973, 21, 395
- [60] Saka M., Tanaka S.
 Strain and stress fields near the blunted tip of a crack under mixed mode loading and the implications for fracture.
 Mechanics of Materials, 1986, 5, pp 331-338
- [61] Aoki S., Kishimoto K., Yoshida T. et al Elastic-Plastic fracture behaviour of an aluminium alloy under mixed mode loading.
 J. Mech. Phys. Solids, 1990, 38, pp 195-213
- [62] James M.A., Swenson D.A software framework for two-dimensional mixed mode I/II elastic-plastic fracture.In: Miller, Mixed Mode Crack Behaviour ASTM STP, 1359
- [63] Li J.
 Estimation of the mixity parameter of a plane strain elastic-plastic crack by using the associated J-integral.
 Engineering Fracture Mechanics, 1998, 61, pp 355-368
- [64] Amstutz B.E., Sutton M.A., Dawicke D.S., Boone M.L.
 Effects of mixed mode I/II loading and grain orientation on crack initiation and stable tearing in 2024-T3 aluminum.
 Fatigue and Fracture ASTM STP 1296, 1995b, 37, pp 105-125
- [65] Recho N., Ma S., Zhang X.B., Pirondi A., Dalle Donne C. Criteria for Mixed- Mode Fracture Prediction of Ductile Material. The 15th European Conference on Fracture (ECF15), 11-13, août, 2004, Suède Stockholm
- [66] Davenport J.C.W., Smith D.J.
 Mixed-mode ductile tearing in ferritic steel.
 In: Schwalbe K-H, Berger C, editors.
 The 10th European Conference on Fracture (ECF10), 2 EMAS, 1994, pp 901-910

- [67] Thogo K., Otsuda K., Gao H.W.Behaviour of ductile crack initiation from a crack under mixed-mode loading.J Soc Mater Sci Jpn 1990, 39, 443, pp 1089-1094
- [68] Yoda M.
 The effect of the notch root radius on the J-integral fracture toughness under mode I, II and III loadings.
 Engineering Fracture Mechanics, 1987, 26, 3, pp 425-431
- [69] Bank-sills L., Sherman D.
 J_{II} fracture testing of a plastically deforming material. International Journal of Fracture, 1991, 50, pp 15-26
- [70] Arun Roy Y., Narashiman R.J-dominance in mixed mode ductile fracture specimens. International Journal of Fracture, 1997, 88, pp 259-279
- [71] Green V.O. Transaction American Society for Steel Treating, 1930, 18, pp369
- [72] Dalle Donne C., Pirondi A.
 J-integral evaluation of single edge notched specimens under mixed-mode loading.
 Journal of Testing and Evaluation, 2001, 29, 3, pp 239-245
- [73] Topper T.H., Duquesnay D.L., Pompetzki M.A. Crack closure, damage and short crack growth under variable amplitude loading in preceding of theoretical concepts a numerical analysis of fatigue. University of Birmingham, 1992, pp 201-235
- [74] Robin M.L., Busch M.L., Chergul M., Lieurade H.P., Pluvinage G.
 Influence of series of tensile and compressive overloads on 316L crack growth in: Fatigue crack growth under variable-amplitude loading.
 Ed. Petit, J. Davidson, D.L., Suresh, S. Rabbe, P., London, Elsevier applied Science, 1988, pp 87-97
- [75] Cheng X., Yamada K.
 A fatigue crack growth prediction model with load interaction effects using crack closure concept.
 Journal of structural mechanics and earthquake engineering, 1995, 9, I-32
- [76] Christensen R.G.Fatigue crack, fatigue damage and their detection.Ed. Mcgraw-Hill, New-York: Metal Fatigue, 1959
- [77] Schijve J., Broek D.The result of a test program based on a gust spectrum with variable amplitude loading. Aircraft Engineering, 1962, 34, pp 314-316

[78]	Jones R.E. Fatigue crack growth retardation after single-cycle peak overload in Ti-6Al-4V Titanium alloy. Engineering Fracture Mechanics, 1973, 5, pp 585-604
[79]	Paris P.C., Bucci R.J., Wessel E.T., Clark W.G., Mager T.R. Extensive study of low fatigue crack growth rates in A535 and A508 steels, In: Stress analysis and crack growth. West Conshohocken, ASTM STP 513, 1972, pp 141-176
[80]	Jones R.E. Fatigue crack growth retardation after single-cycle peak overload in Ti-6Al-4V Titanium alloy. Engineering Fracture Mechanics, 1973, 5, pp 585-604
[81]	Schijve J. Fatigue damage accumulation and incompatible crack front orientation. Engineering Fracture Mechanics, 1973, 6, pp 245-252
[82]	Minakawa K., Mcevily A.J. On crack closure in near-threshold region. Scripta Metallurgica, 1981, 15, pp 633-636
[83]	Vasudevan A.K., Sadananda K. Classification of fatigue crack growth behaviour. Metallurgical and Materials Transaction A, 1995, 26A, pp 1221-1234
[84]	Meguid S.A., Coufopanos J.A. Elasto-plastic finite element study of the effect of residual stresses upon double edge- crack plate. Engineering Fracture Mechanics, 1986, 23, pp 735-744
[85]	Lu J. et al Study of residual welding stress using the step-by step hole drilling and X-ray diffraction method Welding in the World, 1994, 33, 2, pp 118-128
[86]	Lee Y-B, Chung C-S, Park Y-K et al. Effects of redistribution residual stress on the fatigue behaviour of SS330 weldment. International Journal of Fatigue, 1998, 20, 8, pp 565-573
[87]	Lieurade H.P. Effect of residual stresses and stress ratio on the fatigue strength of welded components. Welding in the World, 1988, 26, 7/8, pp 158-187
[88]	Masubuchi K. et Martin D.C. Investigation of residual stresses by use of hydrogen cracking. Welding Journal, 1961, 40, 12, pp 553–563

- [89] Tanaka K.
 Fatigue crack propagation from a crack inclined to the cyclic tensile axis.
 Engineering Fracture Mechanics, 1974, 6, pp 493-507
- [90] Makhutov N.A.
 Deformation criteria of fracture and calculation elements structure strength. Mashinostroenie Press, Moscow, 1981
- [91] Ma S., Zhang X.B., Recho N.
 The mixed-mode experimental investigation of the fatigue crack in CTS metallic specimen.
 ICF11-the 11th International Conference of Fracture 20-25, March, 2005, Turin, Italy, (Accepté).
- [92] Brown MW., Miller KJ.
 Initiation and growth of cracks in biaxial fatigue.
 Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 1979, 1, pp 231-246,
- [93] Ueda Y., Ikeda K., Yao T., Aoki M.
 Characteristics of brittle fracture under general combined modes including those under biaxial tensile loads.
 Engineering Fracture Mechanics, 1983, 18, pp 1133-1158
- [94] Yokobori T., Otsuka A., Takahashi T.Fracture of Solids, In Drucker DC (ed.) AIME, International Science Pubulication, 1963
- [95] Jeng Y.S., Shah S.P. Mixed-mode fracture of concrete. International Journal of Fracture, 1988, 38, pp 123-142
- [96] Sih G.C.Some basic problems in fracture mechanics and new concepts.Engineering Fracture Mechanics, 1973, 5, pp 365-377
- [97] Sih G.C., Barthelemy B.M.Mixed mode fatigue crack growth predictions.Engineering Fracture Mechanics, 1980, 13, pp 439-451
- [98] Theocaris P.S., Papadopoulos G.
 The distribution of the Elastic Strain-Energy Density at the Crack Tip for Fracture Modes I and II.
 International Journal of Fracture, 1982, 18, pp 81-112
- [99] Ma S., Zhang X.B., Li J., Recho N.
 Numerical and experimental analysis of fatigue crack growth in elastic-plastic materials.
 International Conference on Fatigue Crack Path, 17-19, Septembre, 2003, Parma, Italie

- [100] Chen W.R., Keer L.M.
 Fatigue crack growth in mixed mode loading.
 Transaction ASME Journal of Engineering Materials and Technology, 1991, 7, pp 41-47
- [101] Lemaitre J., Chaboche J.-L.
 Mécanique des matériaux solides.
 Publié avec le concours du GRECO «grandes déformations et endommagement» du CNRS et de l'ONERA, 1988, Paris
- [102] Pluvinage G.
 Mécanique élasto-plastique de la rupture.
 CEPADUES EDITIONS, 1989, Toulouse, France
- [103] Bathias C., Baïlon J-P La Fatigue les Matériaux et les Structures, 2^e édition Rev. et Augm., 1997, Paris, Hermès
- [104] Ksadananda A.K., Vasudevan R.L., Lee E.U.
 Analysis of overload effects and related phenomena.
 International Journal of Fatigue, 1999, 21, pp 233-246
- [105] Lieurade H.P.
 Rôle des contraintes résiduelles dans le comportement en fatigue des composants soudés.
 Bulletin S.F.M. Revue Française de Mécanique, N° 3, 1997
- [106] Qian J., Fatemi A.Mixed mode fatigue crack growth: a literature survey.Engineering Fracture Mechanics, 1996, 55, 6, pp 969-990
- [107] Hon C.-Y., Charng J.-J.
 Estimation of plasticity-induced crack closure in a pre-existing plastic zone. International Journal of Fatigue, 1996, 18, 7, pp 463-474
- [108] Marci G. The ΔK_{eff} – concept: A unique and complete description of fatigue crack propagation. Engineering Fracture Mechanics, 1996, 55, 1, pp 95-114
- [109] Donald K., Paris C.P. An evaluation of ΔK_{eff} estimation procedures on 6061-T6 and 2024-T3 aluminium alloys. International Journal of Fatigue, 1999, 21, pp 47-57
- [110] Wallhead I.R., Edwards L. A study of crack closure using the optical method of caustics and consequences for the use of ΔK_{eff} as a fatigue crack driving force. Engineering Frature Mechanics, 1998, 60, 3, pp 291-302
- [111] Zhang X.B., Recho N., Ma S., Li J.
 Numerical simulation of crack bifurcation under fatigue loading.
 First international conference on fatigue damage of materials experiment and Analysis, 14-16, July, 2003, Toronto, Canada
- [112] Ma S., Zhang X.B., Recho N.
 Influence de la présence des contraintes résiduelles de soudage sur la propagation de fissure.
 Séminaire AFM (Association Française de Mécanique), 25, mars, 2004, Paris, France
- [113] Matos C.G, Dodds Jr R.H., Modelling the effects of residual stresses on defects in welds of steel frame connections. Engineering Structures, 2000, 22, pp 1103-1120
- [114] Terg T.L., Lin C.C.Effect of welding conditions on residual stresses due to bult welds.International Journal of Pressure Vessels and Piping, 75 (12), pp 857-864
- [115] Lei Y., L'Dowd N.P.Fracture mechanics analysis of a crack in a residual stress field. International Journal of Fracture, 2000, 106, pp 195-216
- [116] Lu Y.L

Crack aspect development curves and fatigue life prediction for surface cracks at weld toes in the presence of residual stress. International Journal of Fatigue, 1995, 17, 8, pp 551-557

- [117] Tjernberg A.Fatigue life of a friction welded joint with a circular crack in the centre. Engineering Failure Analysis, 7, 4, pp 221-227
- [118] Shankar K.
 Effect of welding and weld repair on crack propagation behaviour in aluminium alloy 5083 plates.
 Materials & Design, 23, 2, pp 201-208
- [119] Li X.Y., Zhu H.
 A study of fatigue crack growth and crack closure in mechanical heterogeneous welded joints.
 Engineering Fracture Mechanics 1996, 55, 4, pp 689-697
- [120] Bremen U., Smith I.F.C.
 Effet de contraintes résiduelles sur le comportement de fissures de fatigue dans un assemblage soudé et traité.
 Contraction Métallique, 1988
- [121] Recho N., Ma S., Zhang X.B., Pirondi A., Dalle Donne C.Criteria for Mixed- Mode Fracture Prediction of Ductile Materia.Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures. A paraître (Accepté).

- [122] Lin Q.C.
 Plastic strip model of cracked weld joint with residual stresses.
 Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 1998, 30, 1, pp 51-63
- [123] Nelson D.V.

Effects of residual stress on fatigue crack propagation. In Residual Stress Effects in Fatigue, ASTM STP 776, 1982, pp 33-43

[124] Lu T., Shi Y.

Residual stress distributions and plastic zones in heterogeneous welded plates with a transverse crack.

International Journal of Pressure Vessels and Piping, 77, pp 549-553

[125] Dalle Donne D., Pirondi A.

Relation between the crack tip displacement vector and the J-integral in mixed-mode ductile fracture.

The 12th European Conference on Fracture (ECF12), - Fracture From Defects, 14-18, September, 1998, Sheffield, U.K.

[126] Kouri A.P.

Crack extension under Mixed –mode loading in an anisotropic mode-asymmetric material in respect of resistance to fracture. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structure, 1996, 19, 1, pp 22-38

[127] Zhang X.B., Li J., Recho N

Numerical Analysis of a mixed mode crack behaviour in Elastic-Plastic materials. The 13th European Conference on Fracture (ECF13), September, 2000, S. Sebastian, Spain

[128] Biner S.B.

Fatigue crack growth studies under mixed-mode loading. International Journal of Fatigue, 2001, 23, pp 259-263

[129] Mark A.J., Swenson D

A soft ware Framework for two dimensional mixed mode I/II. Elastic-palstic fracture ASTM STP. 1999, 1359, pp 111-126

[130] Akhtar S.K., Tapan K.P

A centrally cracked thin circular disk, part II, mixed mode fatigue crack propagation. International Journal of Plasticity, 1998, 14, 12, pp 1241-1264

- [131] Hallbäck N Mixed-mode I/II fracture behaviour of high strength steel. International Journal of Fracture, 1997, 87, pp 363-388
- [132] Dawicke D.S., Sutton M.A CTOA and crack-tunnelling measurements in thin 2024-T3 aluminium alloy. Experimental Mechanics, 1994, 34, pp357-368

[133] Lebaillif D.

Recherche et mise en œuvre de modèle de fissuration des structures mécano-soudées soumises à un environnement mécanique complexe.

Thèse : Génie Mécanique : Université Blaise Pascal – Clermont II, prévu pour le 9 Mars 2005

- [134] Recho N. Rupture par fissuration des structures. Fatigue, endurance et mécanique de la rupture, Journée d'étude Φ^2 AS, Paris, 2004
- [135] Erdogan F. and Sih, G.C.On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear.Transaction of the ASME. J. Basic Eng, 1963, 85, pp 519-527,
- [136] Cotterell B. and Rice J.R.Slightly curved or kinked cracks.Int. J. Fractures, 16, 155-169, 1980
- [137] Irwin G.R. Fracture Dynamics. Fracturing of Metals ASM Cleveland, 1948, pp147-166
- [138] Paris P.C., Erdogan F.A.
 A critical analysis of crack propagation laws
 Transactions of the American society of Mechanical Engineers-Series D, 1963, 85, 4, pp528-534
- [139] Dawicke D.S., Sutton M.A.
 CTOA and crack-tunneling measurements in thin sheet 2024-T3 aluminum alloy.
 Exp. Mech. 1994, 34, 4, pp 357-368