



**HAL**  
open science

# Contributions à des approches informationnelles en imagerie: Traitements conjoints et Résonance stochastique.

Agnès Delahaies

► **To cite this version:**

Agnès Delahaies. Contributions à des approches informationnelles en imagerie: Traitements conjoints et Résonance stochastique.. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université d'Angers, 2011. Français. NNT: . tel-00665908

**HAL Id: tel-00665908**

**<https://theses.hal.science/tel-00665908>**

Submitted on 3 Feb 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Contributions à des approches informationnelles  
en imagerie :  
Traitements conjoints et Résonance stochastique.

THÈSE DE DOCTORAT

Spécialité : Traitement du signal et des images

 cole doctorale : Sciences et Technologies  
de l'Information et Mathématiques (STIM)

Présentée et soutenue publiquement

le : 17 octobre 2011

  : Angers

par : Agnès DELAHAIES

Devant le jury ci-dessous :

<i>Président :</i>	Pascal PICART	-	Professeur à l'Université du Maine
<i>Rapporteurs :</i>	Thierry FOURNEL	-	Professeur à l'Université de Saint-Étienne
	Patrick MARQUIÉ	-	Professeur à l'Université de Bourgogne
<i>Directeur :</i>	François CHAPEAU-BLONDEAU	-	Professeur à l'Université d'Angers
<i>Co-encadrant :</i>	David ROUSSEAU	-	Professeur à l'Université de Lyon

**Laboratoire :** Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Automatisés (LISA), EA 4094  
Université d'Angers  
62 Avenue Notre Dame du Lac - 49000 Angers - FRANCE

ED (N ) : 503



# Remerciements

Je remercie Monsieur Jean-Louis Boimond, directeur du Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Automatisés (LISA), ainsi que son prédécesseur Monsieur Jean-Louis Ferrier, de m'avoir accueillie au sein de leur laboratoire dans lequel toutes les conditions sont réunies pour travailler au mieux.

Je remercie sincèrement mes encadrants, Mr François Chapeau-Blondeau (directeur de thèse) et Mr David Rousseau (Co-encadrant) pour m'avoir donné l'opportunité de préparer une thèse sous leur direction. Je les remercie pour leurs conseils avisés, leur rigueur, leur disponibilité, et leur dynamisme et enthousiasme communicatifs. Je les remercie particulièrement pour leur soutien et leur confiance pendant les moments difficiles. J'espère qu'ils trouveront ici l'expression de ma reconnaissance la plus sincère.

J'exprime toute ma reconnaissance à Mr Thierry Fournel, Professeur à l'Université de Saint-Étienne et Mr Patrick Marquié, Professeur de l'Université de Bourgogne, pour l'intérêt qu'ils portent à mes travaux en acceptant de rapporter mon travail.

Je remercie également Mr Pascal Picart, Professeur à l'Université du Mans, de participer au jury de thèse.

Je tiens à remercier Mme Florence Franconi, Ingénieur de Recherche Hors Classe, HDR à l'Université d'Angers et Mr Jean-Marc Breteau, Professeur de l'Université du Maine, d'avoir accepté de juger mon travail en participant pendant les trois années à mon Comité de Suivi de Thèse.

J'ai eu le plaisir de collaborer avec Mme Florence Franconi pour l'étude des effets de bruit utile en IRM et Mr Denis Gindre, Maître de Conférences, HDR à l'Université d'Angers pour le montage optique en compressive imaging. Je tiens à les remercier pour leurs contributions à ces travaux.

Mes remerciements vont également à tous les membres du LISA pour leur enthousiasme, leur bonne humeur quotidienne et leur disponibilité. Un grand merci à mes collègues du bureau E37 : Euriell, Jean-Luc, les deux Julien, Abdelhak, ...

Pour finir, je voudrais exprimer ma profonde gratitude à mes parents qui m'ont toujours soutenue, à mon frère Sylvain qui m'a montré la voie. Je sais que je suis une grande bavarde, alors désolée de ne pas avoir assez de mots pour vous dire combien vous comptez pour moi. Merci à ma famille élargie (les Guérifs, les Gandons-Robins), pour votre aide précieuse surtout depuis l'arrivée de Madeline. Merci à vous tous...



*À Madi et mon Dami...*



---

## Contributions à des approches informationnelles en imagerie : Traitements conjoints et Résonance stochastique.

**Résumé :** Les systèmes d'imagerie connaissent un développement soutenu et deviennent de plus en plus largement répandus. Les systèmes d'imagerie mettent en œuvre des principes physiques variés dont l'élaboration continue de progresser (imagerie par résonance magnétique, thermographie, imagerie multi et hyperspectrale, etc). Au delà de leur constitution physique variée, les images produites ont en commun de constituer un support d'information. Dans ce contexte, nous proposons une contribution à des approches informationnelles en imagerie. Celle-ci est guidée par une transposition du paradigme informationnel de Shannon en imagerie développée selon deux axes.

Nous présentons une approche de traitements conjoints où la finalité informationnelle de l'acquisition des images est une donnée connue *a priori* et utilisée pour optimiser certains réglages de la chaîne d'imagerie. Différentes problématiques de traitements conjoints de l'information sont présentées (échelle d'observation – estimation conjointe, compression – estimation conjointe, et acquisition – compression conjointe).

Nous étendons ensuite le champ des études en résonance stochastique en explorant de nouveaux couplages signal-bruit se prêtant à des effets de bruit utile, en imagerie cohérente et en imagerie par résonance magnétique. La résonance stochastique est également considérée, de par sa signification informationnelle spécifique (le bruit utile à l'information), comme un phénomène permettant de tester et d'approfondir l'appréciation des propriétés et potentialités de mesures entropiques ou informationnelles appliquées en imagerie. Elle est en particulier utilisée comme un banc de test pour confronter ces mesures informationnelles à des mesures psychovisuelles sur des images.

**Mots clés :** Imagerie ; Théorie de l'information appliquée aux signaux et aux images ; Physique de l'image ; Traitements conjoints ; Compressive imaging ; Traitement non linéaire du signal ; Bruits ; Résonance stochastique.

---

## Contributions to informational approaches in imaging : Joint processing and Stochastic resonance.

**Abstract :** Imaging systems are continuously improving and their uses are spreading more and more widely. Imaging systems are based on various physical principles, with a sophistication which keeps enhancing (magnetic resonance imaging, thermography, multi and hyperspectral imaging). Beyond this heterogeneity of constitution, the resulting images share the property of being a support of information. In this context, we propose a contribution to informational approaches in imaging. This is especially guided by a transposition of Shannon's informational paradigm to imaging along two main directions.

We present a joint-processing approach where the informational goal of the acquired images is a prior knowledge which is exploited in order to optimize some tuning configurations of the imaging systems. Different joint-processing problems are examined (joint observation scale – estimation, joint compression – estimation, and joint acquisition – compression).

We then extend the field of stochastic resonance studies by exploring some new signal-noise mixtures enabling useful noise effects, in coherent imaging and in magnetic resonance imaging. Stochastic resonance is also considered for its specific informational significance (the noise useful to information), as a phenomenon allowing to test and further assess the properties and potentialities of entropic or informational measures applied to imaging. Stochastic resonance is especially used as a benchmark to confront such informational measures to psychovisual measures on images.

**Key words :** Imaging ; Information theory applied to signals and images ; Physics of images ; Joint processing ; Compressive imaging ; Nonlinear signal processing ; Noises ; Stochastic resonance.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Le paradigme informationnel de Shannon en imagerie</b>	<b>3</b>
1	Cadre historique de la théorie de l'information . . . . .	3
2	Nos études reliées au paradigme informationnel de Shannon . . . . .	5
2.1	Contexte et objectif de la thèse . . . . .	5
2.2	Organisation du document . . . . .	7
<b>I</b>	<b>Partie 1 : Traitements conjoints de l'information</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Échelle d'observation – Estimation conjointe</b>	<b>13</b>
1	Transmission de l'information via un canal binaire . . . . .	14
2	Échelle optimale d'observation à partir de l'information de Shannon . . . . .	15
3	Applications . . . . .	17
3.1	Imagerie cohérente . . . . .	17
3.2	Imagerie par résonance magnétique (IRM) . . . . .	19
4	Autres mesures informationnelles . . . . .	21
4.1	Échelle optimale d'observation à partir de l'information de Rényi . . . . .	21
4.2	Échelle optimale d'observation à partir de l'information de Fisher . . . . .	24
4.3	Échelle optimale d'observation à partir de la complexité stochastique de Rissanen . . . . .	27
5	Discussion . . . . .	28
<b>3</b>	<b>Compression – Estimation conjointe</b>	<b>31</b>
1	Principe de l'imagerie thermographique périodique active . . . . .	31
2	Application à l'estimation de paramètre . . . . .	34
3	Influence de la compression avec perte . . . . .	36
4	Discussion . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Acquisition – Compression conjointe</b>	<b>41</b>
1	Principe du compressive sensing . . . . .	44
2	Un montage expérimental optique pour le compressive imaging . . . . .	46
3	Des sources de bruit . . . . .	49
4	Simulation . . . . .	51
5	Résultats expérimentaux . . . . .	54
6	Discussion et conclusion . . . . .	54
<b>II</b>	<b>Partie 2 : La résonance stochastique en imagerie</b>	<b>59</b>
<b>5</b>	<b>De nouvelles explorations</b>	<b>61</b>
1	Résonance stochastique en imagerie cohérente de speckle partiellement polarisé	61
1.1	Un système d'imagerie cohérente avec capteur non linéaire . . . . .	62
1.2	Acquisition d'images de speckle partiellement polarisé . . . . .	63

1.3	Discussion . . . . .	65
2	Résonance stochastique en Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) . . . . .	67
2.1	Couplage signal-bruit en IRM . . . . .	69
2.2	Transmission d'image non linéaire . . . . .	71
2.3	Transmission d'image assistée par le bruit . . . . .	73
2.4	Discussion . . . . .	76
3	Conclusion . . . . .	79
<b>6</b>	<b>Un banc de test pour l'étude de la perception visuelle</b>	<b>81</b>
1	La mesure de l'entropie de Rényi lors de la transmission de l'information assistée par le bruit dans un canal binaire . . . . .	82
1.1	Un canal d'information binaire . . . . .	82
1.2	Transmission de l'information assistée par le bruit . . . . .	83
1.3	Analogie avec l'entropie de Tsallis . . . . .	89
1.4	Discussion . . . . .	95
2	Une mesure de similarité structurelle pour évaluer l'amélioration par le bruit de la transmission non linéaire d'une image . . . . .	96
2.1	Mesures de similarité . . . . .	96
2.2	Transmission à seuil . . . . .	97
2.3	Transmission avec saturation . . . . .	98
2.4	Discussion . . . . .	99
3	Influence de la structure spatiale des images lors de la quantification de la résonance stochastique dans la perception visuelle . . . . .	101
3.1	Perception visuelle de la résonance stochastique . . . . .	101
3.2	Influence des structures spatiales des images . . . . .	102
3.3	Discussion . . . . .	103
4	Conclusion . . . . .	105
<b>7</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>107</b>
	<b>Publications dans le cadre de la thèse</b>	<b>111</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>115</b>





# Introduction générale : le paradigme informationnel de Shannon en imagerie

---

“Unlike the subject of information–theoretic communication theory, information–theoretic imaging is far from a mature subject”.

J. O’Sullivan, R. Blahut, and D. Snyder, “Information-theoretic image formation,” *IEEE Transactions on Information Theory, Special issue “50 years of Information Theory”*, vol. 44, no. 6, pp. 2094–2123, 1998.

## Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Cadre historique de la théorie de l’information</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Nos études reliées au paradigme informationnel de Shannon</b>	<b>5</b>
2.1	Contexte et objectif de la thèse	5
2.2	Organisation du document	7

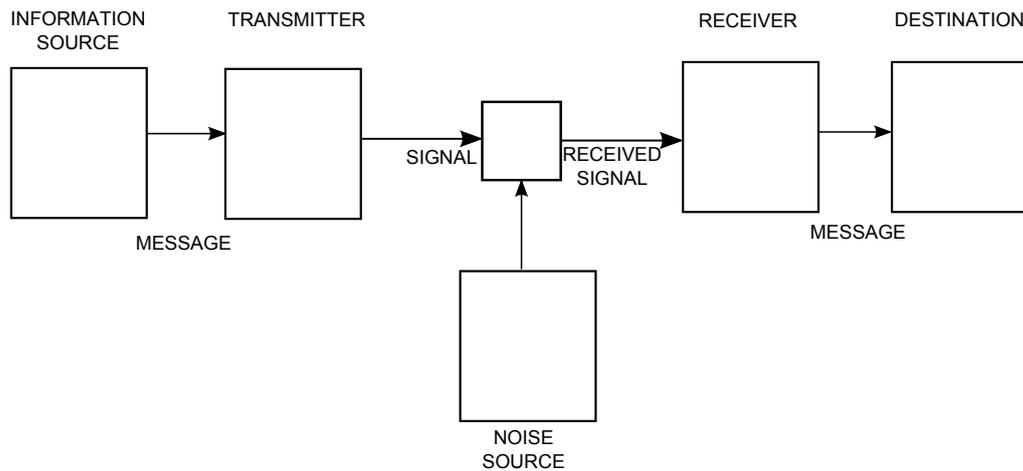
---

## 1 Cadre historique de la théorie de l’information

La théorie statistique de l’information a été introduite en 1948 par Claude Shannon [1]. Alors ingénieur aux laboratoires Bell, Shannon est chargé d’améliorer les performances des systèmes de communication de l’époque. Apportant sa contribution à des problématiques prenant naissance sur des questions d’ingénierie, Shannon pose un cadre théorique général qui s’applique en fait à tous les systèmes de communication <sup>1</sup>. Ce cadre théorique repose sur le schéma de la Fig. 1.1 dans lequel un système de communication comprend les éléments essentiels suivant : un message porteur d’information est émis par une source à un destinataire, via un canal de communication. La transmission de l’information par le canal est le siège de perturbations. Ce schéma, appelé également paradigme informationnel de Shannon, a pour fonction de décrire les relations existant entre les blocs représentant la source, le canal et le destinataire. Cependant, rien n’assure la compatibilité entre la source et le canal d’une part, et entre le canal et le destinataire d’autre part, c’est pourquoi Shannon propose dans son schéma un appareillage d’émission et un appareillage de réception, qui assurent la conversion et l’adaptation du message à l’émission et à la réception. Le paradigme de Shannon offre un point de vue particulièrement intéressant puisque, à l’origine pensé pour les systèmes de communication de l’époque dont notamment le télégraphe ou la télévision, ce schéma est transposable à un très grand nombre de systèmes de communication qui ont suivi.

---

<sup>1</sup>On peut dire que Shannon est aux machines informationnelles ce que Carnot, ingénieur lui aussi, a été aux machines thermiques.



**FIG. 1.1** Schéma fondamental d'une chaîne de communication proposé par C. Shannon en 1948 (figure reproduite d'après [1])

Le but d'un système de communication est de reproduire en un point (à distance physique ou temporelle), de manière exacte ou approchée, un message sélectionné en un autre point. Une question naturellement soulevée par ces considérations est de quantifier l'information portée par le message émis par la source. La théorie statistique de l'information propose une définition formelle et quantitative de la notion d'information dans un cadre probabiliste. Ainsi, en théorie statistique de l'information, l'information est définie comme le siège d'événements aléatoires qui constituent le message. Mesurer l'information revient à mesurer son imprévisibilité. La théorie statistique de l'information met à disposition plusieurs mesures informationnelles. La première, l'entropie de Shannon, mesure la quantité d'information moyenne émise par la source, modélisée par une variable aléatoire. Puis, l'information mutuelle entrée–sortie permet de connaître l'information moyenne portée par la connaissance du message reçu à la sortie du canal, sur le message émis par la source. Ces deux mesures sont directement reliées à la nature du message émis, i.e. à la source. Pour finir, la capacité informationnelle est une mesure qui caractérise l'adaptation d'une source à un canal. Elle correspond au maximum de l'information mutuelle entre l'entrée et la sortie du canal.

L'intérêt de Shannon pour les problématiques de communication était motivé par des questions pratiques en théorie de la communication :

- **Le codage de source** : l'usage d'un canal coûte d'autant plus cher que le message à envoyer est long. Pour réduire la longueur des messages, il convient de les compresser de façon à réduire la redondance de la source. C'est le codage de source. Shannon démontre l'existence de limites inférieures pour la compression des messages de la source sans perte d'information ou avec une perte d'information contrôlée. Le codage de Huffman, le codage arithmétique, le codage par dictionnaire (Lempel–Ziv) et le codage par répétition sont des exemples de codage de source sans perte.
- **Le codage de canal** : les perturbations dans le canal de communication risquent de s'accompagner d'erreurs de communication incompatibles avec la compréhension du message

à la réception. Il convient de coder le message à envoyer de façon à lui ajouter une certaine redondance spécialement adaptée pour lutter contre les effets des perturbations. C'est le codage de canal. Shannon démontre l'existence d'une limite pour le débit de la source connectée au canal en dessous de laquelle, il est possible de communiquer sans erreur. Les recherches menées pour atteindre les limites posées par Shannon ont permis notamment le développement récent des turbo-codes [2, 3].

• **La cryptographie** : on peut également vouloir réserver l'intelligibilité des messages envoyés le long du canal au seul destinataire. Pour ce faire, un autre codage est nécessaire. C'est le domaine de la cryptographie. Shannon démontre avec les outils de la théorie statistique de l'information l'impossibilité théorique d'une sécurité parfaite, qui ne serait accessible que si une clé secrète, à usage unique et de même longueur que le message à envoyer, est utilisée pour crypter et décrypter les données. On peut citer deux types de cryptographie : la cryptographie à clé secrète ou symétrique qui se base sur une même clé pour chiffrer et déchiffrer le message, et la cryptographie à clé publique ou asymétrique qui se base sur une clé publique pour le chiffrement et une clé privée pour le déchiffrement [4]. La cryptographie quantique, domaine de la cryptographie asymétrique, repose sur la théorie quantique de l'information [5] pour assurer la transmission sécurisée de la clé secrète.

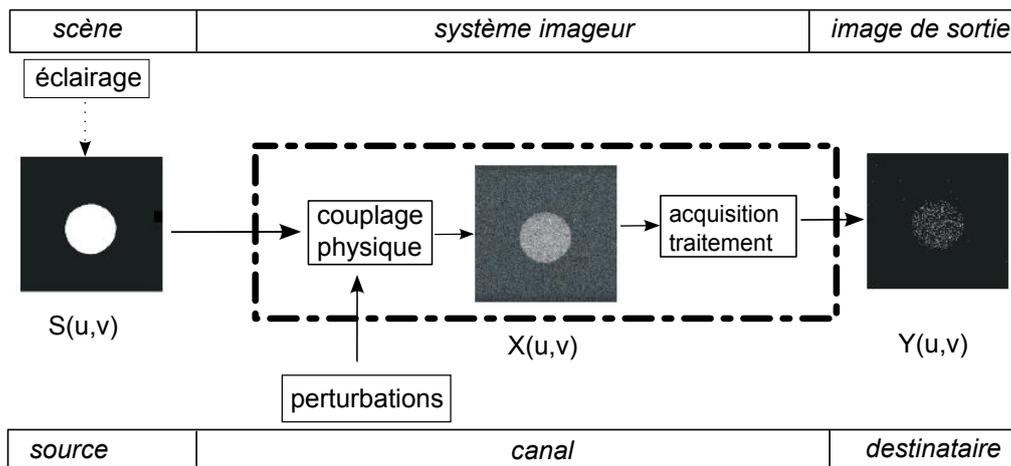
Cependant, la notion d'information dépasse le cadre des télécommunications et la théorie statistique de l'information peut trouver application, en dehors du cadre strict des communications, dans de nombreux autres domaines de recherche comme la physique [6, 7, 8], l'économie [9] ou la biologie [10, 11]. On peut classer ces applications selon deux approches. Il peut s'agir d'application de la théorie de l'information dans des domaines où l'on identifie des sources et des canaux de communications non conventionnels. C'est le cas par exemple avec les neurones biologiques [12, 13, 14] qui peuvent être vus comme des systèmes naturels performants pour le traitement et la transmission de l'information. Il est intéressant, pour la compréhension fondamentale des processus biologiques ou pour des développements technologiques bioinspirés, de calculer les performances de ces systèmes en des termes informationnels, comparables à ceux utilisés avec des systèmes technologiques. Les mesures informationnelles de la théorie statistique de l'information peuvent également être mises à contribution en dehors de tout contexte de communication. On les utilise alors en tant que "simple" mesure statistique caractérisant des signaux, vus comme des variables aléatoires, porteurs d'information que l'on quantifie en terme d'imprévisibilité ou de similarité.

## 2 Nos études reliées au paradigme informationnel de Shannon

### 2.1 Contexte et objectif de la thèse

L'imagerie est un domaine en pleine expansion. Les récentes avancées comme l'amélioration des technologies ou la réduction des coûts de production dans le domaine des composants photoniques, des capteurs d'images, impliquant l'acquisition, la transmission et le stockage de données, constituent une source stimulante de recherche pour les sciences de l'information. De nouveaux types d'imageries non conventionnelles (comme l'imagerie cohérente RGB [15, 16], l'imagerie polarimétrique [17], l'imagerie multi ou hyperspectrale, ...), habituellement limitées dans leur capacité d'acquisition et de stockage de l'information ont émergé récemment.

De nouveaux domaines d'applications, autrefois limités par les coûts de production, sont aussi apparus pour des systèmes d'imagerie (comme l'imagerie par résonance magnétique (IRM) ou l'imagerie thermographique). Parallèlement, de nouvelles approches inspirées de la physique ont vu le jour en traitement des images. Un exemple notable est l'utilisation d'équations aux dérivées partielles telles qu'on les rencontre en physique comme outils pour des traitements des images [18, 19, 20]. Ce contexte apporte de nouvelles configurations et de nouveaux défis pour les opérations de traitement de signaux et d'images (comme la détection, l'estimation, la segmentation, la compression, la reconnaissance de formes, ...). Tous ces systèmes d'imagerie, de plus en plus largement accessibles, produisent des images de nature ou d'origine physique très variée. Au delà de leur constitution physique variée, ces images produites ont en commun de constituer un support d'information. Elles constituent à ce titre de nouveaux champs potentiels d'application de la théorie statistique de l'information. Bien que les images soient des vecteurs d'information, l'usage de la théorie de l'information et de ses outils pour le domaine de l'imagerie est pour l'instant assez peu répandu. On trouve différentes propositions en ce sens pour l'imagerie [21, 22, 23, 24], notamment dans le domaine de la reconnaissance de formes [25], de la cryptographie [26, 27], ou dans le domaine du watermarking ou tatouage numérique vu comme un canal de communication [28]. Nous pensons toutefois que le propos de O'Sullivan et al. [21], datant de 1998 et mis en citation d'entrée de ce chapitre reste d'actualité et nous nous proposons, à l'occasion de cette thèse, d'apporter notre contribution à des approches informationnelles en imagerie. Nous adoptons ainsi une transposition du schéma unificateur de Shannon de la Fig. 1.1 à l'imagerie, comme un guide pour une présentation unifiée de nos différentes études. Nous proposons ainsi le schéma de la Fig. 1.2 où la source est constituée d'une image dont on cherche à extraire une information utile. Le canal est constitué du système imageur qui comprend plusieurs niveaux : le capteur sur lequel se forme l'image issue d'un couplage physique entre le signal et les perturbations, puis viennent les étapes d'acquisition et de traitement de l'information. La sortie du canal correspond à l'image en sortie du système, porteuse de l'information utile.



**FIG. 1.2** Système imageur vu comme un canal de communication.  $X(u, v)$  est une image intermédiaire correspondant à l'image produite par la physique sur le capteur avant acquisition et traitement.

## 2.2 Organisation du document

Les résultats obtenus durant cette thèse [29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39] sont structurés selon deux axes d'exploration qui forment les deux parties de ce document.

Dans la première partie, nous présentons trois études particulières, concernant chacune des traitements conjoints en imagerie. La notion de traitement conjoint de l'information apparaît dans les problématiques de codage de source et de codage de canal abordées par Shannon. Dans un premier temps, le codage de source enlève de la redondance au message transmis par la source. Puis, le codage de canal réinjecte de la redondance contrôlée dans le message à transmettre par le canal. En théorie, si chacune des étapes de codage est réalisée de façon optimale, il n'y a pas de différence entre un codage source-canal séquentiel ou conjoint [40]. En pratique, le codage source-canal conjoint permet de concevoir des systèmes de moindre complexité tout en atteignant l'optimum de ce système [40]. En dehors du cadre historique de la théorie statistique de l'information, d'autres approches conjointes dans la chaîne de traitement de l'information ont vu le jour. Les travaux [41, 42, 43] proposent par exemple des conceptions hybrides optique-numérique de système imageur. Au lieu d'optimiser séquentiellement l'optique d'une caméra sans prendre en compte la possibilité de traiter les images numériques acquises, il est montré dans [41, 42, 43] qu'il est possible d'améliorer les qualités des images numériques acquises en optimisant l'ensemble de la chaîne optique et numérique de façon conjointe. Dans [41, 42, 43] la qualité des images est définie sans finalité informationnelle particulière. Dans les chapitres 2 et 3 nous présentons une autre stratégie de traitement conjoint où la finalité informationnelle qui a motivé l'acquisition des images est une information connue *a priori* et utilisée pour optimiser certains des réglages de la chaîne d'imagerie. Le chapitre 4 traite quant à lui une autre approche de traitement conjoint en imagerie avec le compressive imaging où le codage de source et l'acquisition sont réalisés conjointement [44, 45]. Nous présentons, dans le chapitre 4, le schéma optique de compressive imaging que nous avons développé.

La seconde partie du document est consacrée à l'étude de phénomènes de bruit utile, ou résonance stochastique, en imagerie. Historiquement mise en évidence au début des années 1980 dans le contexte de la géophysique [46], la résonance stochastique est un phénomène qui exprime la possibilité d'améliorer la transmission ou le traitement d'une information portée par un signal grâce à une augmentation du niveau du bruit couplé à ce signal. Depuis, la résonance stochastique a été mise en évidence dans de nombreux domaines, incluant les circuits électroniques [47, 48, 49, 50, 51], les processus neuronaux [52, 53, 54, 55], des capteurs non linéaires [56, 57, 58], des dispositifs optiques [59, 60, 61], ... Au vu de l'ensemble des résultats sur le sujet, la résonance stochastique a pris le statut d'un phénomène général d'applicabilité large ayant une signification informationnelle spécifique. On peut également la considérer comme une sorte de variante du paradigme informationnel de Shannon dans laquelle les perturbations du canal sont une entrée contrôlable du système de communication.

La résonance stochastique est usuellement identifiée par une mesure appropriée de performance qui culmine à un maximum pour un niveau optimal non nul du bruit. La résonance stochastique a été démontrée dans un premier temps dans la transmission d'un signal périodique (assistée par le bruit) [62]. Dans de telles situations, la mesure de performance standard est un rapport signal sur bruit défini dans le domaine fréquentiel [62, 63, 64]. Ensuite, la ré-

sonance stochastique a été étendue à la transmission assistée par le bruit pour des signaux aperiodiques, évaluée par des mesures d'intercovariance [65, 66, 67]. Des situations de bruit utile pour la détection ou l'estimation de signaux ont été rapportées, et caractérisées par des mesures de performances appropriées, comme la probabilité de détection [68, 69, 70] ou l'erreur d'estimation [71, 72, 73] ou encore l'information de Fisher [74, 75, 76] améliorables par le bruit. De plus, les quantifications théoriques de l'information basées sur l'entropie de Shannon ont été employées pour caractériser la résonance stochastique. Des situations ont été rapportées d'information mutuelle [77, 78, 79, 80] ou de capacité informationnelle [81, 82, 83] améliorées par le bruit.

La résonance stochastique a été principalement étudiée avec des signaux monodimensionnels pour divers traitements (incluant par exemple la détection [84, 85] ou l'estimation [86]) et son application aux images est plus récente [87, 88, 89, 90, 91, 92, 93]. Nous nous proposons de contribuer à étendre les investigations dans ce domaine. Dans le chapitre 5, nous nous intéressons à de nouvelles explorations de résonance stochastique en imagerie en étudiant de nouveaux types de couplages signal-bruit comme ceux présents en imagerie par résonance magnétique (IRM) ou en imagerie optique cohérente. Nous considérons notamment des non-linéarités à saturation qui sont fréquentes dans les systèmes imageurs. Dans le chapitre 6, nous proposons une extension naturelle de travaux [77, 78, 79, 80, 81, 82, 83] qui utilisent l'entropie de Shannon pour quantifier les effets de bruit utile en testant la possibilité de mesures informationnelles généralisées basées sur l'entropie de Rényi et l'entropie de Tsallis pour caractériser la résonance stochastique. Cette démarche nous permet d'enrichir le statut informationnel des mesures considérées. Nous considérons également, toujours dans ce chapitre 6, la résonance stochastique comme un banc de test pour l'évaluation de la performance de ces mesures informationnelles basées sur les entropies de Rényi et de Tsallis ou encore des mesures s'appuyant sur les structures des images ( $S_{SIM}$  pour Structural Similarity et SIFT pour Scale Invariant Feature Transform), pour les confronter à des mesures psychovisuelles.





Première partie

Traitements conjoints de l'information



# Échelle d'observation – Estimation conjointe

---

## Sommaire

<b>1</b>	<b>Transmission de l'information via un canal binaire</b>	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>Échelle optimale d'observation à partir de l'information de Shannon</b>	<b>15</b>
<b>3</b>	<b>Applications</b>	<b>17</b>
3.1	Imagerie cohérente	17
3.2	Imagerie par résonance magnétique (IRM)	19
<b>4</b>	<b>Autres mesures informationnelles</b>	<b>21</b>
4.1	Échelle optimale d'observation à partir de l'information de Rényi	21
4.2	Échelle optimale d'observation à partir de l'information de Fisher	24
4.3	Échelle optimale d'observation à partir de la complexité stochastique de Rissanen	27
<b>5</b>	<b>Discussion</b>	<b>28</b>

---

En imagerie, la question de l'échelle d'observation d'une scène est conventionnellement laissée à l'appréciation de l'expérimentateur qui gère seul le choix du grossissement du système imageur. De façon souvent découplée, le traiteur de données récupère les images après acquisition et, ensuite, cherche à extraire au mieux les informations dans la scène. Dans ce chapitre, basé sur les études [29, 30], nous montrons qu'il est possible, au moyen de mesures informationnelles, de réaliser la quantification du choix d'une échelle d'observation optimale d'observation en imagerie bruitée. À cette fin, nous développons une approche conjointe des étapes d'acquisition et de traitement de l'information lors d'une situation courante en imagerie où un objet est placé sur un fond. Des étapes d'estimation sur les deux régions sont nécessaires pour identifier l'objet du fond. En l'absence de bruit, l'objet se dégage parfaitement du fond. L'échelle optimale d'observation, celle qui permet par exemple d'estimer au mieux la surface de l'objet, est la plus petite échelle qui permet de voir entièrement l'objet. En présence de bruit, la distinction entre fond et objet est perturbée. Le sens commun prévoit qu'une échelle intermédiaire, ni trop large pour avoir suffisamment de résolution, ni trop petite pour que le fond soit suffisamment défini, soit à privilégier. Dans ce chapitre, nous démontrons qu'il est possible de calculer une échelle optimale d'observation lorsque la tâche informationnelle finale de l'acquisition est utilisée comme une connaissance *a priori* lors de l'étape d'acquisition. Nous montrons, à partir de quatre exemples simplifiés, la possibilité de déterminer une échelle optimale d'observation en imagerie bruitée. Nous considérons ce problème original et pratique du choix d'une échelle optimale d'observation d'une scène bruitée [94] avec, dans un premier temps, l'information de Shannon [40] pour des tâches de transmission d'information. Nous illustrons ce point de vue à travers des exemples

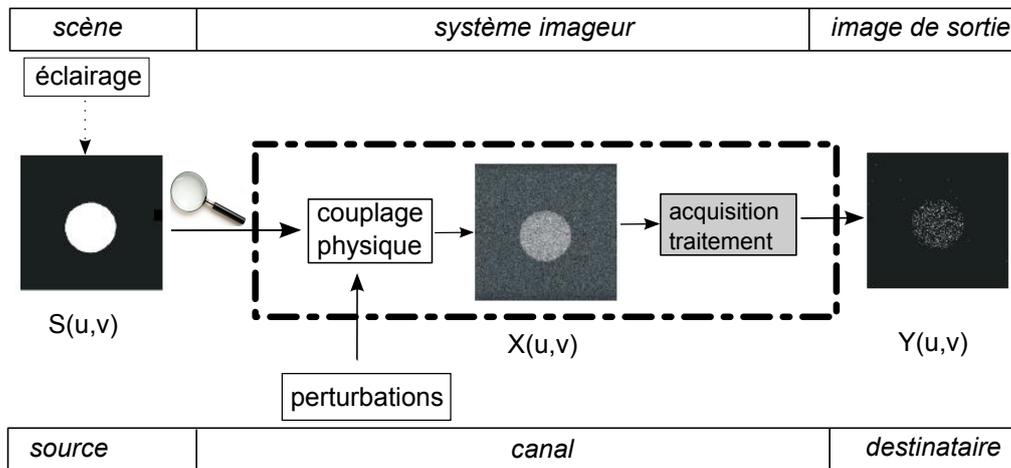
d'imageries bruitées avec l'imagerie par résonance magnétique (IRM) pour le domaine du bio-médical et l'imagerie cohérente de speckle pour l'instrumentation optique. Puis nous étendons cette approche à d'autres types de mesures informationnelles comme l'entropie de Rényi [95] pour des tâches de transmission d'information. Pour des tâches d'estimation de paramètre, nous étudierons l'information de Fisher [40] et pour des tâches de modélisation statistique de données, nous nous intéresserons au principe de complexité stochastique de Rissanen [96].

## 1 Transmission de l'information via un canal binaire

Nous choisissons de modéliser un système imageur simple, représenté sur la Fig. 2.1. Les images en sortie, au niveau du capteur ou bien après traitement, sont binaires :  $Y(u, v) \in \{0, 1\}$ , avec  $(u, v)$  les coordonnées spatiales. La modélisation de canaux de communication est plutôt classiquement destinée aux contextes de télécommunication où les signaux transmis sont des signaux monodimensionnels. Ici,  $S(u, v)$  et  $Y(u, v)$  sont des images. Nous modélisons la situation d'un objet seul sur un fond en choisissant l'image d'entrée  $S(u, v)$  comme binaire. Notre scène est ainsi constituée d'un objet défini par un niveau de gris uniforme  $I_1$  et un fond également uniforme à  $I_0$ . La densité de probabilité associée à  $S(u, v)$  est

$$p_S(s) = p_1\delta(s - I_1) + p_0\delta(s - I_0), \quad (2.1)$$

où  $p_1 = 1 - p_0$  est la fraction de pixels à  $I_1$ , i.e. la surface relative de l'objet dans l'image  $S(u, v)$ . Le paramètre clé de notre problème est donc  $p_1$  qui représente bien l'échelle à laquelle l'objet est observé dans l'image.



**FIG. 2.1** Système imageur vu comme un canal de communication.  $X(u, v)$  est une image intermédiaire correspondant à l'image produite par la physique sur le capteur avant acquisition et traitement. Dans ce chapitre, nous considérons conjointement les étapes acquisition–traitement pour répondre à une question classique en imagerie : le choix d'une échelle optimale d'observation.

Nous explicitons maintenant les conditions physiques concrètes qui déterminent un canal de transmission de l'information et ses probabilités conditionnelles entrée–sortie  $p_{ji}$ . Nous considérons l'entrée binaire  $S$  dont la transmission est corrompue par un bruit blanc  $N$  pour former  $S + N$ . À la réception,  $S + N$  est comparé à un seuil fixe de décodage  $\theta$  pour déterminer la

sortie binaire  $Y$  du canal selon la relation

$$\begin{aligned} \text{si } S + N > \theta & \text{ alors } Y = 1, \\ \text{sinon } & Y = 0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Le bruit  $N$  a une fonction de répartition  $F(n) = \Pr\{N \leq n\}$ . L'entrée  $S$  et le bruit  $N$  sont statistiquement indépendants.

Les probabilités de transmission entrée-sortie de ce canal binaire sont facilement obtenues. Par exemple, la probabilité  $p_{01} = \Pr\{Y = 0 | S = 1\}$  est aussi  $\Pr\{S + N \leq \theta | S = 1\}$  qui correspond à  $\Pr\{N \leq \theta - 1\} = F(\theta - 1)$ . Avec des règles similaires, on arrive à

$$p_{01} = \Pr\{Y = 0 | S = 1\} = F(\theta - 1), \quad (2.3)$$

$$p_{11} = \Pr\{Y = 1 | S = 1\} = 1 - F(\theta - 1), \quad (2.4)$$

$$p_{00} = \Pr\{Y = 0 | S = 0\} = F(\theta), \quad (2.5)$$

$$p_{10} = \Pr\{Y = 1 | S = 0\} = 1 - F(\theta). \quad (2.6)$$

Ces probabilités de transmission  $p_{ji}$ ,  $(i, j) \in \{0, 1\}^2$ , définissent le canal binaire asymétrique de la Fig. 2.2. Ainsi le système imageur de la Fig. 2.1 se modélise par le canal binaire de la Fig. 2.2.

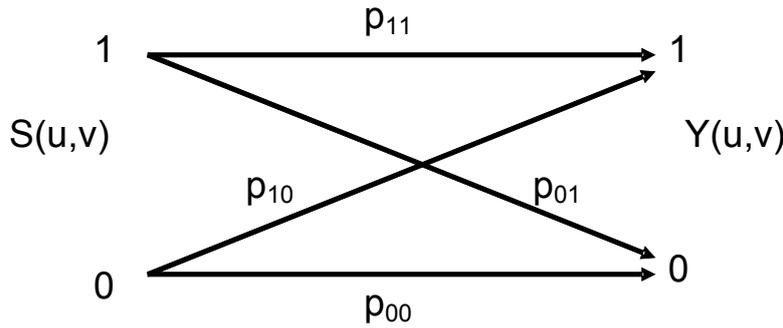


FIG. 2.2 Schéma d'un canal binaire asymétrique.

## 2 Échelle optimale d'observation à partir de l'information de Shannon

Nous nous plaçons dans le cas de la Sect. 1 de ce chapitre, où un canal de communication est constitué d'une source qui délivre un message à un destinataire, via un canal perturbé par du bruit [40]. On définit la capacité informationnelle de Shannon  $C$  d'un canal d'information comme la borne supérieure sur la quantité d'information qui peut être transmise correctement via le canal informationnel [40], i.e.

$$C = \max_{\Pr\{S\}} I(S, Y), \quad (2.7)$$

où  $S$  est l'entrée du canal,  $Y$  sa sortie et  $\Pr\{S\}$  la distribution de probabilité de l'entrée  $S$ .  $I(S, Y)$  est l'information mutuelle entrée–sortie de Shannon

$$I(S, Y) = H(Y) - H(Y|S) , \quad (2.8)$$

avec pour les entropies  $H(\cdot)$  [40], les définitions standard suivantes

$$H(Y) = \int_z -p_Y(z) \log_2[p_Y(z)] dz , \quad (2.9)$$

et

$$H(Y|S) = \int_s p_S(s) ds \int_z -p_{Y|S}(z) \log_2[p_{Y|S}(z)] dz . \quad (2.10)$$

On rappelle les définitions de densité de probabilité conditionnelle

$$p_{Y|S}(z) dz = \Pr\{y \in [z, z + dz] | S = s\} , \quad (2.11)$$

et de densité marginale

$$p_Y(z) = \int_s p_S(s) p_{Y|S}(z) ds . \quad (2.12)$$

L'information mutuelle entrée–sortie  $I(S, Y)$  peut être calculée à partir des entropies

$$H(Y) = h[p_{11}p_1 + (1 - p_{00})(1 - p_1)] + h[(1 - p_{11})p_1 + p_{00}(1 - p_1)] , \quad (2.13)$$

avec la fonction  $h(u) = -u \log_2(u)$ , et

$$H(Y | S) = (1 - p_1)[h(p_{00}) + h(1 - p_{00})] + p_1[h(p_{11}) + h(1 - p_{11})] , \quad (2.14)$$

où les probabilités  $p_{ij} = \Pr\{Y = i | S = j\}$ .

Le bruit étant imposé, la capacité est obtenue en ajustant le seul paramètre libre, la distribution de probabilité  $\Pr\{S\}$  de l'entrée  $S$ . Ainsi, la valeur de  $p_1$  qui permet d'obtenir la capacité  $C$  d'un canal modélisant le système imageur, définit une échelle optimale à laquelle on observe le mieux (d'un point de vue informationnel) l'objet sur le fond. La dérivée de  $I(S, Y)$  par rapport à l'échelle d'observation  $p_1$  peut ensuite être calculée, et mène à l'échelle optimale d'observation  $p_1^*$  qui maximise  $I(S, Y)$  et atteint la capacité informationnelle  $C$  du canal binaire modélisant le système imageur. Ainsi, la question d'une échelle optimale d'observation d'un objet sur un fond trouve une solution analytique avec l'expression

$$p_1^* = \frac{ap_{00} - 1}{a(p_{00} + p_{11} - 1)} , \quad (2.15)$$

avec

$$a = 1 + \exp \left[ \ln(2) \frac{\sum_{i=0}^1 (-1)^i (h(p_{ii}) + h(1 - p_{ii}))}{p_{00} + p_{11} - 1} \right] . \quad (2.16)$$

Lorsque l'objet et le fond de la scène à imager présentent le même bruit, i.e. quand on a  $p_{00} = p_{11}$ , on obtient, d'après l'Éq. (2.15),  $p_1^* = 1/2$ . L'échelle optimale d'observation est obtenue lorsque le fond représente la même surface que l'objet. Dans cette situation, le sens commun évoqué en introduction de ce chapitre fonctionne. On rencontre cette situation en

pratique lorsque le couplage signal–bruit est additif en présence par exemple de bruit d’origine thermique sur les capteurs. Nous illustrons, dans la section suivante, avec des exemples d’imagerie, des situations pour lesquelles le sens commun est mis en défaut.

### 3 Applications

Pour illustrer la notion d’échelle optimale d’observation à partir de la capacité informationnelle de Shannon, nous nous plaçons dans la situation de la Sect. 1 de ce chapitre, où la scène observée est constituée d’un objet sur un fond. La capacité informationnelle de Shannon nous permet d’obtenir l’échelle optimale d’observation de l’Éq. (2.15). Le sens commun évoqué en Sect. 2 de ce chapitre est mis en défaut à  $p_1^* \neq 1/2$ , lorsque  $p_{00} \neq p_{11}$ . Dans ce cas, l’échelle optimale d’observation, quantifiée par l’Éq. (2.15), revient à favoriser la surface relative accordée à la région (objet ou fond) le moins bruité. On rencontre ces situations avec les bruits non additifs par exemple en imagerie cohérente avec le bruit de speckle ou encore en imagerie par résonance magnétique (IRM) avec du bruit ricien, qui sont communément modélisés comme des bruits multiplicatifs [97]. La modélisation de ces contextes applicatifs dans le cadre de notre étude est obtenue directement en explicitant le couplage signal–bruit qui permet de passer de l’image d’entrée  $S(u, v)$  à l’image intermédiaire  $X(u, v)$  dans la Fig. 2.1 et en introduisant un seuil de binarisation en sortie du canal selon l’Éq. (2.2).

#### 3.1 Imagerie cohérente

Nous modélisons une situation typique d’imagerie cohérente (SAR, sonar, laser), où une onde monochromatique éclaire la scène à imager avec une phase uniforme dans l’espace. On suppose que la scène éclairée qui reçoit l’onde incidente est porteuse d’un contraste binaire en réflexion qui représente l’image d’entrée  $S(u, v)$  dans la Fig. 2.1. En se réfléchissant, l’onde incidente voit sa phase perturbée par des variations microscopiques dues à la rugosité inhérente de la scène, à l’échelle de la longueur d’onde. L’image créée sur le capteur est l’image intermédiaire  $X(u, v)$  sur la Fig. 2.1. Sur le capteur d’image, certaines variations de la phase s’additionnent constructivement, donnant de fortes intensités, d’autres interfèrent destructivement en donnant de faibles intensités. Il en résulte des variations d’intensités aux allures granulaires appelées bruit de speckle ou tavelure, qui peuvent être modélisées par un couplage signal–bruit multiplicatif [97]. L’image intermédiaire arrivant sur le capteur est alors décrite par l’équation

$$X(u, v) = S(u, v) \times N(u, v) , \quad (2.17)$$

avec la densité de probabilité  $p_N(j)$  du bruit de speckle  $N(u, v)$  qui est donnée par

$$p_N(j) = \frac{1}{\sigma_N} \exp\left(-\frac{j}{\sigma_N}\right) , \quad j \geq 0 , \quad (2.18)$$

avec la moyenne et l’écart-type qui s’identifient à  $\sigma_N$  et la valeur efficace à  $\sqrt{2}\sigma_N$  [94]. Les Éqs. (2.17) et (2.18) constituent un modèle simple de speckle rendant bien compte de la réalité quand la taille d’un pixel du capteur d’image est petite devant celle d’un grain de speckle [94].

On peut exprimer les probabilités conditionnelles  $p_{ij}$  de la Fig. 2.2 de la manière suivante

$$p_{00} = F_N\left(\frac{\theta}{I_0}\right), \quad (2.19)$$

$$p_{11} = 1 - F_N\left(\frac{\theta}{I_1}\right), \quad (2.20)$$

$$p_{01} = 1 - p_{00}, \quad (2.21)$$

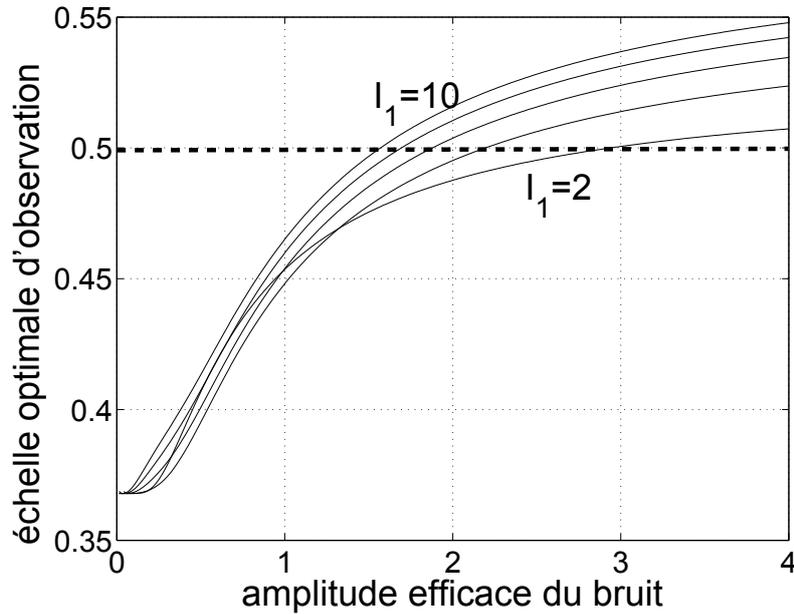
$$p_{10} = 1 - p_{11}, \quad (2.22)$$

et la fonction de répartition

$$F_N(j) = 1 - \exp\left(\frac{-j}{\sigma_N}\right), \quad j \geq 0. \quad (2.23)$$

L'amplitude efficace du bruit de speckle peut être réglée expérimentalement par l'intensité de la source cohérente.

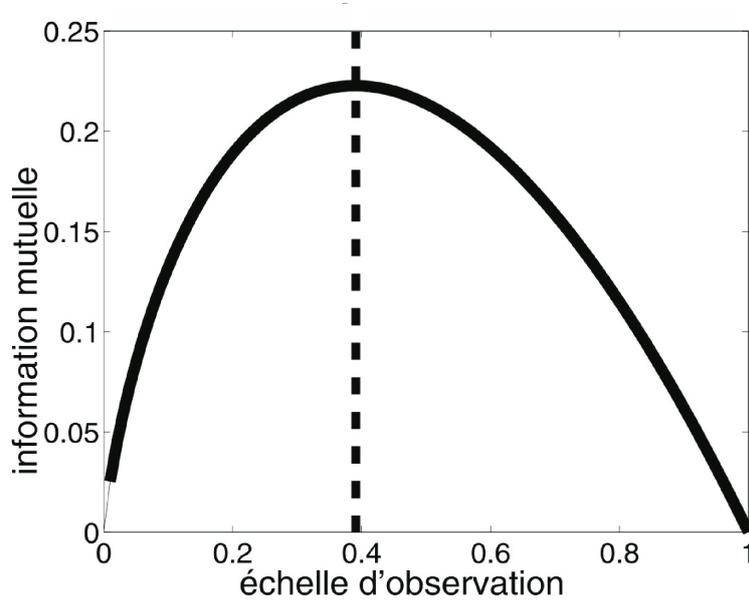
Sur la Fig. 2.3, on observe l'évolution de l'échelle optimale pour un seuil  $\theta$  fixé, en fonction de l'amplitude efficace du bruit de speckle  $\sqrt{2}\sigma_N$ . Suivant le niveau de bruit dans la scène, il faut parfois privilégier la surface accordée à l'objet  $p_1^* > 0.5$  ou celle occupée par le fond  $p_1^* < 0.5$ .



**FIG. 2.3** Échelle optimale d'observation  $p_1^*$  en fonction de l'amplitude efficace du bruit de speckle  $\sqrt{2}\sigma_N$ . L'image binaire d'entrée  $S(u, v)$  porte les niveaux  $I_0 = 1$  et différentes valeurs de  $I_1 = 2, 4, 6, 8, 10$ . Le seuil de binarisation est fixé à  $\theta = 1$ .

La Fig. 2.4 montre l'évolution de l'information mutuelle de Shannon  $I(S, Y)$  en fonction de l'échelle d'observation  $p_1$ . La capacité informationnelle est obtenue pour  $p_1^* = 0.39$ . Un recul sur l'objet doit être appliqué pour observer au mieux d'un point de vue informationnel l'objet sur le fond. Nous montrons ainsi que le choix d'une échelle d'observation n'est pas

un paramètre expérimental sans conséquence d'un point de vue informationnel. Ainsi, une modélisation physique de la scène à imager peut être utilisée pour maximiser la transmission d'information lors du choix du grossissement d'un système imageur.



**FIG. 2.4** Information mutuelle entrée-sortie  $I(S, Y)$  en fonction de l'échelle d'observation  $p_1$  pour un niveau de bruit gaussien  $\sigma_N = 1$ ,  $I_1 = 10$ ,  $I_0 = 1$  et  $\theta = 1$ , on a  $p_1^* = 0.39$ .

### 3.2 Imagerie par résonance magnétique (IRM)

On considère à présent l'image intermédiaire  $X(u, v)$  de la Fig. 2.1 comme étant l'image module obtenue lors d'une acquisition en IRM. Le bruit dans l'image module en IRM est usuellement modélisé comme un bruit ricien [98] de densité de probabilité

$$p_{X|s}(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma_N^2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_N^2}(x^2 + 2s^2)\right] B_0\left(\frac{\sqrt{2}sx}{\sigma_N^2}\right), & \text{pour } x \geq 0, \\ 0, & \text{pour } x < 0, \end{cases} \quad (2.24)$$

où la fonction de Bessel s'écrit

$$B_0(z) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \exp(z \cos \theta) d\theta. \quad (2.25)$$

$S(u, v)$  est toujours une image binaire définie par deux niveaux :  $I_1$  pour l'objet et  $I_0$  pour le fond. On peut ainsi calculer les probabilités conditionnelles  $p_{ji}$  du schéma de la Fig. 2.2 avec

$$p_{11} = 1 - F_{X|s=I_1}(\theta), \quad (2.26)$$

$$p_{00} = F_{X|s=I_0}(\theta), \quad (2.27)$$

$$p_{01} = 1 - p_{00}, \quad (2.28)$$

$$p_{10} = 1 - p_{11} , \quad (2.29)$$

et la fonction de répartition

$$F_{X|s=I_1}(\theta) = Q_{\chi_2^2(\lambda)}\left(\frac{\theta}{\sigma_N}\right) , \quad (2.30)$$

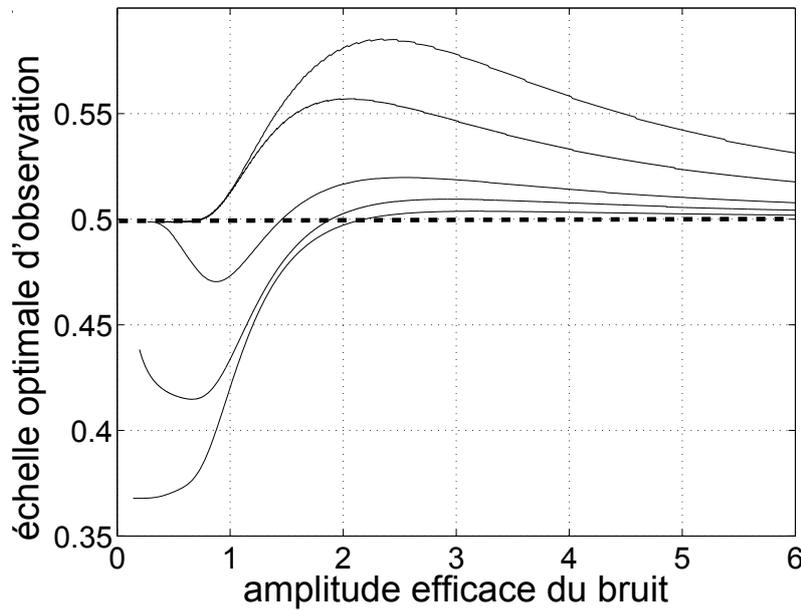
où

$$Q_{\chi_2^2(\lambda)}(x) = \int_x^{+\infty} p_{X|s}(t) dt , \quad (2.31)$$

et le paramètre  $\lambda$  [99] défini comme suit

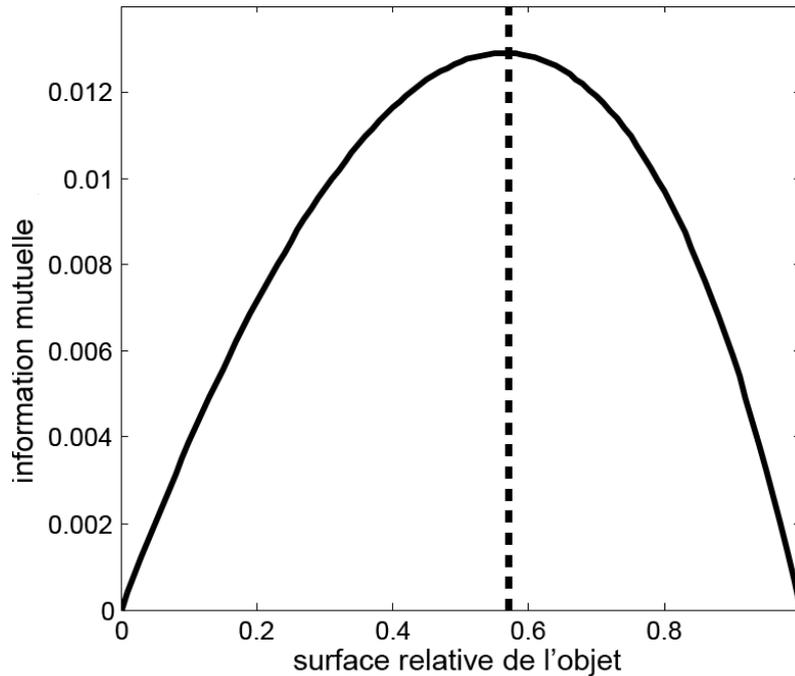
$$\lambda = \frac{2I_i^2}{\sigma_N^2} . \quad (2.32)$$

Pour illustration, les images disposées sur la Fig. 2.1 ont été obtenues expérimentalement au moyen d'un véritable système à IRM (pour plus de détails voir le chapitre 5, Sect. 2). Le paramètre  $\sigma_N$  dans l'Éq. (2.24) est l'amplitude efficace du bruit gaussien centré qui intervient au niveau du récepteur, où se produit l'échantillonnage avant la reconstruction par transformée de Fourier de  $X(u, v)$ . L'amplitude efficace  $\sigma_N$  du bruit peut être contrôlée par le réglage de la bande passante du récepteur. Plus cette bande passante est petite, plus  $\sigma_N$  est petit. Sur la Fig. 2.5, on constate qu'il existe des situations où l'échelle optimale d'observation n'est pas  $p_1^* = 0.5$ .



**FIG. 2.5** Échelle optimale d'observation  $p_1^*$  en fonction de l'amplitude efficace  $\sigma_N$  du bruit gaussien présent au niveau du récepteur de l'antenne d'un imageur IRM. L'image binaire d'entrée  $S(u, v)$  porte les niveaux  $I_0 = 0$  et différentes valeurs  $I_1 = 0.5, 0.75, 1, 2, 4$  en allant de bas en haut. Le seuil de binarisation est fixé à  $\theta = 1$ .

La Fig. 2.6 montre l'évolution de l'information mutuelle entrée–sortie de Shannon  $I(S, Y)$  en fonction de l'échelle d'observation  $p_1$ . Dans ce cas, la capacité informationnelle est atteinte



**FIG. 2.6** Information mutuelle entrée-sortie  $I(S, Y)$  en fonction de l'échelle d'observation  $p_1$  pour un niveau de bruit gaussien  $\sigma_N = 3$ ,  $I_1 = 4$ ,  $I_0 = 0$  et  $\theta = 1$ , on a  $p_1^* = 0.57$ .

pour  $p_1^* = 0.57$ , un zoom sur l'objet permet d'optimiser le transfert d'information via le canal binaire. Le cadre théorique décrit ici permet de déterminer une échelle optimale pour maximiser le transfert d'information mutuelle entre la scène physique d'entrée  $S(u, v)$  et l'image  $Y(u, v)$  obtenue après acquisition et traitement.

Nous avons montré qu'il est possible d'obtenir une échelle optimale d'observation d'une scène bruitée au moyen d'un outil de la théorie statistique de l'information : l'information de Shannon ou entropie de Shannon. Nous avons illustré cette notion d'échelle d'observation optimale dans deux contextes d'imagerie bruitée : l'imagerie cohérente de speckle et l'imagerie par résonance magnétique. Dans la section suivante, en considérant la même question du choix de l'échelle d'observation, nous étendons cette approche conjointe à d'autres outils issus de la théorie statistique de l'information : l'entropie de Rényi, l'information de Fisher et pour finir le principe de complexité stochastique de Rissanen.

## 4 Autres mesures informationnelles

### 4.1 Échelle optimale d'observation à partir de l'information de Rényi

Pour mesurer l'information, une extension de l'entropie de Shannon a été proposée avec l'entropie de Rényi [100]. En tant qu'extension, l'entropie de Rényi satisfait un ensemble de conditions axiomatiques [100], légèrement moins restrictives que dans le cas de Shannon, mais préservant son aptitude de mesure de l'information.

### 4.1.1 Entropie de Rényi

À partir d'un alphabet de  $N$  symboles, une source d'information émet des symboles indépendants avec les probabilités  $p_i$ , pour  $i = 1$  à  $N$ . L'entropie de Rényi de la source est définie comme suit

$$H_\alpha(p_i) = \frac{1}{1-\alpha} \log \left( \sum_{i=1}^N p_i^\alpha \right), \quad (2.33)$$

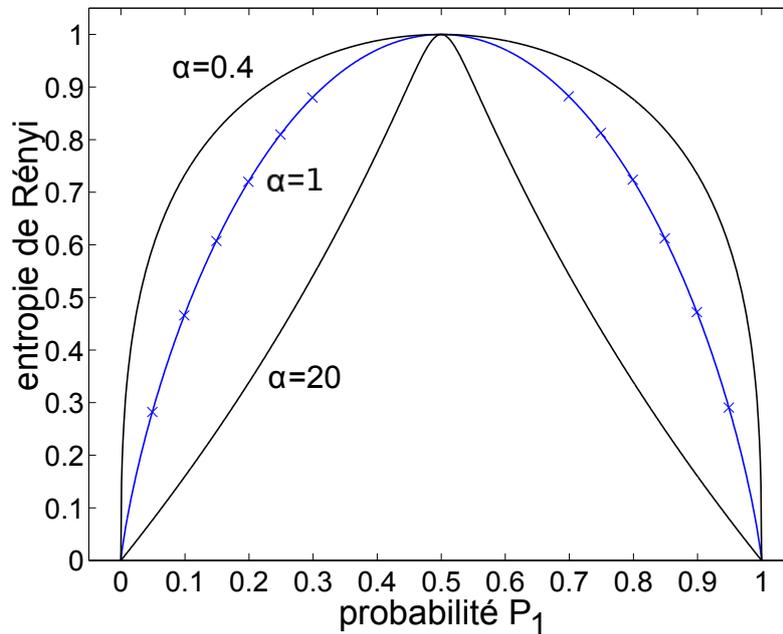
pour un ordre  $\alpha \geq 0$  [100]. À la limite  $\alpha = 1$ , la règle de L'Hospital donne

$$H_1(p_i) = - \sum_{i=1}^N p_i \log(p_i), \quad (2.34)$$

i.e. l'entropie de Shannon. Pour tout ordre  $\alpha \geq 0$ , l'entropie de Rényi  $H_\alpha(p_i)$  de l'Éq. (2.33) est non négative, et atteint son maximum

$$H_{\max} = \log(N) \quad (2.35)$$

à l'équiprobabilité  $p_i = 1/N$ , pour tout  $i = 1$  à  $N$  [101].  $H_\alpha(p_i)$  est concave ( $\cap$ ) pour  $0 \leq \alpha \leq 1$  et pseudoconcave (un unique maximum) pour  $1 < \alpha$  [102]. Pour une distribution de probabilités donnée,  $H_\alpha(p_i)$  est une fonction décroissante de  $\alpha$  [101], partant de  $H_0(p_i) = \log(N) = H_{\max}$  et décroissant jusqu'à  $H_\infty(p_i) = -\log[\max_i(p_i)]$ . L'entropie de Rényi est additive pour des variables aléatoires indépendantes, i.e. que l'entropie de Rényi est une mesure extensive.



**FIG. 2.7** Entropie de Rényi  $H_\alpha(p_i)$  de l'Éq. (2.33), en fonction de la probabilité  $p_1$  d'une source binaire  $\{p_1, 1 - p_1\}$ , pour trois valeurs de l'ordre  $\alpha = 0.4$ ,  $\alpha = 20$  et  $\alpha = 1$  identifié par les croix ( $\times$ ) correspondant à l'entropie de Shannon.

Pour illustration, la Fig. 2.7 montre l'entropie de Rényi  $H_\alpha(p_i)$  de l'Éq. (2.33) pour une

source binaire (qui nous intéresse dans la suite). En particulier, la Fig. 2.7 décrit comment l'entropie  $H_\alpha(p_i)$  perd sa concavité ( $\cap$ ) pour  $\alpha > 1$  tout en conservant un unique maximum (pseudoconcave).

#### 4.1.2 L'entropie relative de Rényi

Associée à l'entropie de Rényi, on a l'entropie relative de Rényi ou divergence, qui se réfère à deux distributions de probabilités  $\{p_i\}$  et  $\{q_i\}$ ,  $i = 1$  à  $N$ , sur le même alphabet, et qui est définie comme dans [100, 101] par l'équation

$$D_\alpha(p_i||q_i) = \frac{1}{\alpha - 1} \log \left( \sum_{i=1}^N p_i^\alpha q_i^{1-\alpha} \right). \quad (2.36)$$

À la limite  $\alpha = 1$ , la règle de L'Hospital donne

$$D_1(p_i||q_i) = \sum_{i=1}^N p_i \log(p_i/q_i), \quad (2.37)$$

i.e. l'entropie relative de Kullback-Leibler [40]. Pour tout ordre  $\alpha \geq 0$ , l'entropie relative de Rényi  $D_\alpha(p_i||q_i)$  de l'Éq. (2.36) est non négative, s'annule si et seulement si  $p_i = q_i$ , pour tout  $i = 1$  à  $N$  [101].

Pour deux distributions de probabilités données  $\{p_i\}$  et  $\{q_i\}$ , pour  $i = 1$  à  $N$ , l'entropie relative de Rényi  $D_\alpha(p_i||q_i)$  est une fonction croissante de  $\alpha$ . À la limite  $0 \leftarrow \alpha$ , on a  $D_{0 \leftarrow \alpha}(p_i||q_i) = \alpha D_1(q_i||p_i)$ , ce qui signifie que l'entropie relative de Rényi  $D_\alpha(p_i||q_i)$  atteint sa borne inférieure zéro quand  $0 \leftarrow \alpha$ , avec un comportement limite contrôlé par l'entropie relative de Kullback-Leibler  $D_1(q_i||p_i)$ . Ceci est en accord avec la propriété générale de  $D_\alpha(p_i||q_i)$  de l'Éq. (2.36) qui, pour chaque  $0 \leq \alpha \leq 1$ , vérifie  $(1 - \alpha)D_\alpha(p_i||q_i) = \alpha D_{1-\alpha}(q_i||p_i)$ . À la limite  $\alpha \rightarrow \infty$ , on a  $D_{\alpha \rightarrow \infty}(p_i||q_i) = \log[\max_i(p_i/q_i)]$  comme une borne supérieure atteinte par  $D_\alpha(p_i||q_i)$ .

En choisissant les probabilités de référence  $\{q_i\}$  comme une distribution uniforme  $\{q_i = 1/N\}$  pour tout  $i = 1$  à  $N$ , on obtient

$$D_\alpha(p_i||q_i = 1/N) = H_{\max} - H_\alpha(p_i), \quad (2.38)$$

exprimant une connection entre entropie et entropie relative pour tout ordre de Rényi  $\alpha$ .

#### 4.1.3 Information mutuelle de Rényi

Nous nous plaçons dans la situation de la sect. 1 de ce chapitre, où la transmission par le canal binaire est caractérisée par quatre probabilités conditionnelles  $p_{ji} = \Pr\{Y = j|S = i\}$ , pour  $(i, j) \in \{0, 1\}^2$ . Les probabilités conjointes entrée-sortie résultant sont  $p_{ij} = p_{ji}p_i$ , et les probabilités de sortie  $q_j = \Pr\{Y = j\} = \sum_{i=0}^1 p_{ji}p_i$ . L'information mutuelle entrée-sortie de Rényi s'écrit alors

$$I_\alpha(S, Y) = \frac{1}{\alpha - 1} \log \left( \sum_{j=0}^1 (p_{j0}^\alpha p_0 + p_{j1}^\alpha p_1) q_j^{1-\alpha} \right). \quad (2.39)$$

L'Éq. (2.39) est l'information mutuelle entrée-sortie de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$  pour tout canal binaire (sans mémoire) caractérisé par les quatre probabilités de transmission  $p_{ji}$ .

#### 4.1.4 Capacité informationnelle de Rényi

La capacité informationnelle de Rényi  $C_\alpha$  est obtenue en recherchant la valeur  $p_1^*$  de  $p_1$  atteignant le maximum  $C_\alpha$  de  $I_\alpha(S, Y)$  à l'ordre donné  $\alpha$ . Pour la probabilité optimale d'entrée  $p_1^*$ , une expression analytique explicite existe pour le cas particulier  $\alpha = 1$  de la capacité informationnelle de Shannon  $C_{\alpha=1}$  pour le canal binaire asymétrique (vu dans la Sect. 2 de ce chapitre).

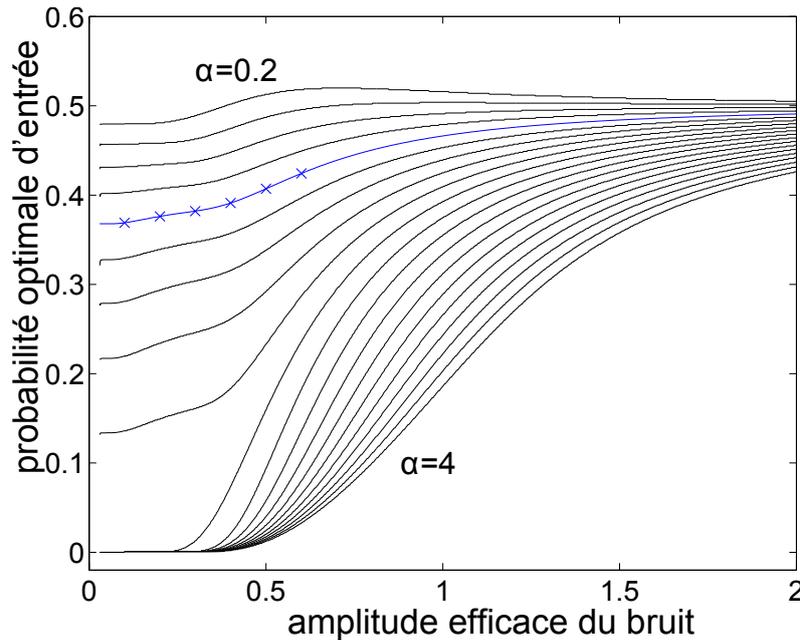
Pour un ordre arbitraire  $\alpha$  autre que  $\alpha = 1$ , la probabilité optimale  $p_1^*$  nécessite généralement d'être calculée numériquement, en maximisant  $I_\alpha(S, Y)$  de l'Éq. (2.39). De cette manière, nous avons réalisé une évaluation de la probabilité optimale  $p_1^*$  visible sur la Fig. 2.8, pour le canal binaire de l'Éq. (2.2). On observe, sur la Fig. 2.8, le comportement de la probabilité  $p_1^*$  lorsque l'amplitude  $\sigma$  du bruit gaussien  $N$  augmente, pour tout ordre  $\alpha$ . On constate que tous les ordres de Rényi permettent d'obtenir une probabilité optimale d'entrée  $p_1^*$ , i.e. une échelle optimale d'observation. On remarque de plus que, pour tout ordre  $\alpha$ , lorsque que le bruit augmente, l'échelle optimale d'observation  $p_1^*$  tend vers 0.5, i.e. une configuration où l'on a autant de fond que d'objet dans la scène observée. Dans ce cas, le sens commun évoqué en introduction de ce chapitre fonctionne. Cependant, on peut noter que, pour  $\alpha \geq 2$ , à bruit faible, l'échelle optimale d'observation  $p_1^*$  obtenue est nulle, ce qui physiquement, correspond à un point de vue où l'objet disparaît de la scène. Il s'agit dans ce cas d'une situation physique dégénérée.

Ainsi l'entropie de Rényi offre une famille de mesures informationnelles flexibles qui permettent de définir de manière continue une échelle optimale d'observation  $p_1^*$ . Pour chaque ordre de Rényi, on obtient une échelle optimale d'observation  $p_1^*$  différente. Néanmoins, aucune mesure informationnelle ne s'impose pour notre tâche de traitement d'information. Nous verrons dans le chapitre 6 que, pour d'autres tâches d'imagerie, il est possible d'obtenir un ordre optimal de Rényi  $\alpha_{\text{opt}}$  pour la capacité de Rényi et donc de définir une mesure informationnelle optimale.

Nous avons montré qu'il est possible de considérer l'entropie de Rényi et la capacité informationnelle associée pour déterminer une échelle optimale d'observation d'une scène bruitée pour des tâches de transmission de l'information. L'entropie de Rényi est une mesure intéressante qui met en jeu toute une famille de mesures informationnelles et, en particulier, l'entropie de Shannon pour l'ordre  $\alpha = 1$ . Cette mesure informationnelle nous offre plusieurs réponses quant au choix de l'échelle d'observation d'une scène bruitée puisqu'à chaque ordre  $\alpha$  de Rényi correspond une échelle optimale d'observation  $p_1^*$ . Nous poursuivons à présent notre exploration des mesures informationnelles permettant d'apporter une réponse au choix d'une échelle optimale d'observation, dans le même contexte, mais avec des finalités informationnelles différentes comme des tâches d'estimation de paramètre ou de modélisation statistique de données.

## 4.2 Échelle optimale d'observation à partir de l'information de Fisher

L'extraction d'information débute en général avec l'estimation de paramètre. Dans les systèmes imageurs bruités, l'information se trouve cachée dans les propriétés statistiques des



**FIG. 2.8** Probabilité optimale d'entrée  $p_1^*$  réalisant la capacité informationnelle de Rényi  $C_\alpha$  en fonction de l'amplitude efficace  $\sigma$  du bruit gaussien  $N$  de moyenne nulle, pour un canal binaire d'information avec un seuil de décodage  $\theta = 1.2$ . L'ordre  $\alpha$  varie de 0.2 à 4 par pas de 0.2. Les croix ( $\times$ ) identifient  $\alpha = 1$  lorsque  $p_1^*$  réalise la capacité informationnelle de Shannon  $C_{\alpha=1}$  selon l'Éq. (2.15).

images [94] avec des paramètres d'intérêt qui sont typiquement le flux moyen de photons ou l'écart-type de ce flux. Dans un tel contexte d'estimation de paramètre, l'information de Fisher permet de quantifier l'information contenue dans une mesure bruitée au sujet de la valeur d'un paramètre attaché à un signal. Via l'inégalité de Cramér-Rao, l'information de Fisher fixe la performance d'un estimateur sans biais : la borne inférieure de la variance d'un tel estimateur est l'inverse de l'information de Fisher.

Pour une troisième illustration de notre approche conjointe de l'acquisition-traitement de l'information, nous considérons un modèle de système imageur similaire à celui présenté dans la Sect.1 de ce chapitre, avec une scène physique binaire constituée par un objet homogène occupant  $N_1$  pixels dans  $S(u, v)$ , placé sur un fond occupant  $N_0$  pixels dans  $S(u, v)$ . Le capteur du système imageur est constitué de  $N = N_1 + N_0$  pixels, codés sur un nombre arbitraire de bits et acquiert l'image en niveaux de gris  $Y(u, v)$ , une version bruitée de la scène observée  $S(u, v)$ . Avec une résolution fixée  $N$  du capteur, une échelle d'observation est donc définie pour l'objet et correspond à  $p_1 = \frac{N_1}{N}$ . Des mesures sont effectuées sur l'image acquise  $Y(u, v)$  dans le but d'estimer un paramètre. Sans perte de généralité, supposons que notre intérêt se porte sur l'estimation, à partir d'une unique image  $Y(u, v)$ , du flux moyen de photons  $I_i$  avec  $i \in \{0, 1\}$  dans chacune des deux régions constituant  $S(u, v)$  (les indices 0 et 1 correspondant respectivement au fond et à l'objet). Le minimum de variance d'un estimateur sans biais de  $I_i$  est  $\frac{1}{N_i J_Y(I_i)}$  avec l'information de Fisher  $J_Y(I_i)$  contenue dans  $Y(u, v)$  sur  $I_i$  s'écrivant

$$J_Y(I_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{p(y|s = I_i)} \left[ \frac{\partial}{\partial I_i} p(y|s = I_i) \right]^2 dy, \quad (2.40)$$

où  $p(y|s = I_i)$  est la densité de probabilité de  $Y(u, v)$  sur la région  $i$  dans la scène observée [40]. La minimisation conjointe de la somme des deux variances d'estimation correspondant à chacun des deux paramètres estimés  $I_1$  et  $I_0$  donne le minimum de variance d'une estimation non biaisée de  $I_1$  et  $I_0$

$$\text{var}_{\min} = \arg \min_{\{N_1\}} \frac{1}{N_1 J_Y(I_1)} + \frac{1}{(1 - N_1) J_Y(I_0)}, \quad (2.41)$$

où l'on voit qu'un compromis sur  $N_1$  définit une échelle optimale d'observation  $p_1^* = \frac{N_1^*}{N}$  (les quantités  $J_Y(I_1)$  et  $J_Y(I_0)$  étant indépendantes de  $N_1$ ).

La dérivée de  $\text{var}_{\min}$  par rapport à  $N_1$  peut être calculée et la question d'une échelle optimale d'observation d'un objet sur un fond dans un contexte de mesure général trouve une solution analytique

$$p_1^* = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{J_Y(I_1)}{J_Y(I_0)}}}. \quad (2.42)$$

D'après l'Éq. (2.42) et de manière similaire à ce qui a été trouvé avec l'information de Shannon, on s'éloigne du sens commun pour une échelle optimale  $p_1^* \neq 1/2$  lorsque l'objet et le fond de l'image ne présentent pas le même bruit, i.e. ici lorsque les informations de Fisher  $J_Y(I_1) \neq J_Y(I_0)$ .

Pour un second exemple d'application de l'information de Fisher, nous considérons que l'intérêt se porte sur l'estimation du flux moyen total dans la scène

$$I_m = \frac{N_1}{N} I_1 + \frac{1 - N_1}{N} I_0. \quad (2.43)$$

L'information de Fisher correspondante  $J_Y(I_m)$  mène à

$$J_Y(I_m) = \frac{N_1}{N} J_Y(I_1) + \frac{1 - N_1}{N} J_Y(I_0), \quad (2.44)$$

et le minimum de variance d'un estimateur sans biais de  $I_m$  est donné par

$$\text{var}_{\min} = \arg \min_{\{N_1\}} \frac{1}{N J_Y(I_m)}, \quad (2.45)$$

qui atteint son maximum pour  $N_1^* = N$  si  $J_Y(I_1) > J_Y(I_0)$ , à une échelle où seulement l'objet est visible dans l'image acquise et  $N_1^* = 0$  si  $J_Y(I_1) < J_Y(I_0)$  où un recul doit être opéré pour observer la scène à une échelle où l'objet est presque invisible. Ce second exemple illustre le fait que tous les contextes de mesures ne résultent pas en une échelle optimale d'observation préservant un équilibre entre l'objet et le fond.

Encore une fois, les différents résultats obtenus avec les différents critères informationnels démontrent la pertinence de notre approche qui propose de considérer plusieurs critères informationnels pour définir une échelle optimale d'observation adaptée à chaque traitement d'image. Dans la suite, nous terminons notre exploration des mesures informationnelles permettant de répondre au choix d'une échelle optimale d'observation en considérant le principe de complexité stochastique de Rissanen pour une tâche de modélisation statistique de données.

### 4.3 Échelle optimale d'observation à partir de la complexité stochastique de Rissanen

Lorsque les propriétés statistiques de premier ordre d'images bruitées ne sont pas entièrement déterminées par leurs moments de premiers ordres, il est parfois utile d'effectuer une estimation de la densité de probabilité entière. Pour l'estimation d'une densité de probabilité à partir de données observées, une approche commune consiste en la construction d'un histogramme empirique avec des cases d'égale largeur. Le nombre de cases choisi pour l'histogramme est très important pour la qualité de l'estimation : pour un nombre fixé de points de données, trop peu de cases entraîne un histogramme estimé avec une faible résolution, alors que trop de cases donne une estimation très irrégulière avec de fortes fluctuations dans les comptages. Une méthode efficace pour déterminer un nombre optimal de cases, basée sur des notions générales de théorie de l'information, est le principe de complexité stochastique minimale de Rissanen [96].

Ce principe a été récemment appliqué aux images dans [103] et de manière générale, il revient à choisir pour les données, parmi une classe de modèles possibles, le modèle donnant la plus courte description ou code pour ces données. Pour cette illustration, nous considérons toujours le même système imageur que dans la section précédente pour lequel nous souhaitons maintenant estimer de manière optimale, dans le sens de la complexité stochastique de Rissanen, l'histogramme empirique de chacune des deux régions (objet et fond) respectivement observées avec  $N_1$  et  $N_0 = N - N_1$  pixels dans l'image  $Y(u, v)$  acquise avec  $N$  pixels. La longueur de description associée aux histogrammes empiriques des deux régions  $i = 0$  ou  $1$  s'écrit

$$L(Y_i) = \log[A_{N_i, K_i}] + N_i[H(\hat{f}_{k_i}) - \log(K_i)] , \quad (2.46)$$

où

$$A_{N_i, K_i} = \frac{(N_i + K_i - 1)!}{N_i! (K_i - 1)!} , \quad (2.47)$$

et  $K_i$  est le nombre de cases de l'histogramme [103]. La fonction d'entropie standard  $H(\cdot)$  dans l'Éq. (2.46) est appliquée aux probabilités empiriques

$$\hat{f}_{k_i} = N_{k_i}/N_i , \quad (2.48)$$

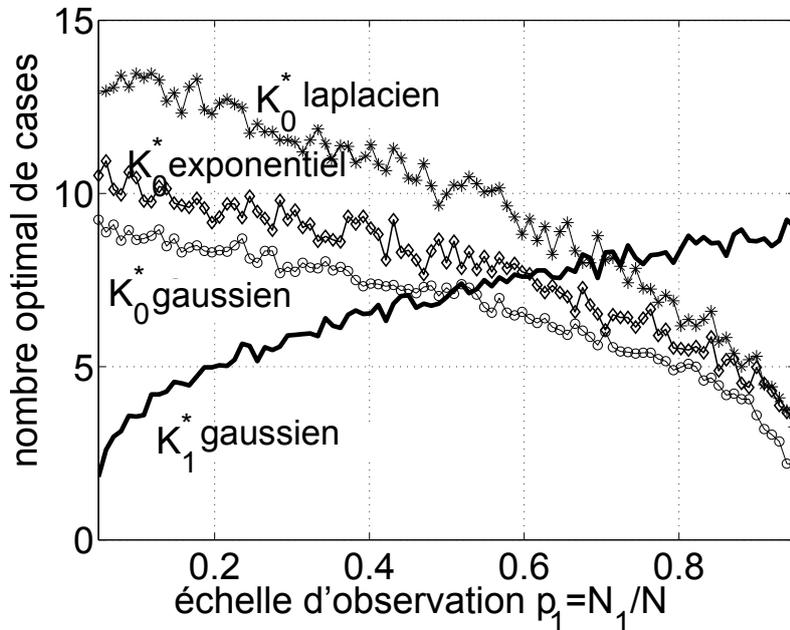
avec  $N_{k_i}$  le nombre de pixels dans la case  $k_i$ .

Pour une image acquise donnée  $Y(u, v)$  (voir Fig. 2.9 pour illustration), le principe de complexité de Rissanen appliqué à chacune des régions séparément sélectionne

$$\{\hat{f}_{k_i}^*, k_i = 1, \dots, K_i^* | N_i\} = \min_{\{K_i\}} \{L(Y_i) | N_i\} , \quad (2.49)$$

avec un critère proposé pour l'échelle optimale d'observation qui apparaît à  $p_1^* = \frac{N_1^*}{N}$  lorsque les deux régions, i.e. l'image tout entière peut être quantifiée avec la même complexité algorithmique, i.e. avec le même nombre optimal de cases  $K_1^* = K_0^*$ . D'autres critères d'optimisation basés sur la complexité stochastique de Rissanen peuvent être proposés. On peut par exemple penser à une optimisation sur plusieurs variables  $\{K_1, K_0, N\}$  avec la contrainte  $N$  fixée. Comme visible sur la Fig. 2.9, à partir de notre critère proposé  $K_1^* = K_0^*$ , l'échelle d'observation obtenue  $p_1^* = 0.5$  ne privilégie pas de région particulière lorsque l'on a le même bruit sur l'objet et le fond. Lorsque l'objet et le fond présentent deux bruits différents, l'échelle

optimale d'observation obtenue alloue un plus grand nombre de pixels à la région perturbée par le bruit ayant la plus forte distribution (avec la queue la plus lourde par rapport au modèle gaussien). Dans ce cas, le principe de complexité de Rissanen prévoit qu'un zoom sur l'objet doit être appliqué ( $p_1^* = 0.70$  (\*),  $p_1^* = 0.6$  ( $\diamond$ ) sur la Fig. 2.9) pour avoir une estimation de qualité de la densité de probabilité.



**FIG. 2.9** Nombre optimal de cases  $K_0^*$  et  $K_1^*$  donnant la complexité stochastique (ou longueur de description) minimale associée aux histogrammes empiriques du fond  $L(Y_0)$  et de l'objet  $L(Y_1)$  de l'Éq. (2.46) en fonction de l'échelle d'observation  $p_1 = N_1/N$  de l'objet. Une échelle optimale  $p_1^*$  est obtenue pour  $K_1^* = K_0^*$ . L'objet est distribué suivant une densité de probabilité gaussienne centrée avec pour écart-type  $\sigma_1 = 1$  et  $N = 1024$ ; plusieurs fonds, identique à l'objet ( $\circ$ ), distribués suivant une densité de probabilité laplacienne centrée (\*), ou exponentielle ( $\diamond$ ) [94], avec  $\sigma_0 = 1$  pour tous les cas. Les échelles optimales d'observation sont localisées autour de  $p_1^* = 0.5$  ( $\circ$ ),  $p_1^* = 0.70$  (\*),  $p_1^* = 0.6$  ( $\diamond$ ).

Cet exemple nous donne une illustration de l'intérêt de notre approche informationnelle conjointe en s'appuyant sur le principe de complexité stochastique de Rissanen. Nous avons montré que pour de tâches d'estimation de paramètre ou de modélisation statistique de données, des mesures informationnelles telles que l'information de Fisher et la complexité stochastique de Rissanen permettent d'obtenir une réponse quantifiée du choix d'une échelle optimale d'observation d'une scène bruitée.

## 5 Discussion

Dans ce premier chapitre, nous avons démontré comment une approche informationnelle conjointe des étapes d'acquisition et de traitement d'information peut être appliquée à l'étude d'une échelle optimale d'observation d'une scène bruitée en imagerie. Pour une première occurrence de cette approche, les quatre exemples simplifiés se sont concentrés sur la détermination d'une échelle optimale d'observation au moyen de mesures informationnelles adaptées à des tâches spécifiques de transmission d'information ou d'estimation de paramètre dans une

scène simple composée d'un objet sur un fond. Dans ce contexte, nous avons établi l'existence d'expressions analytiques d'une échelle optimale d'observation différentes pour chaque critère informationnel. Ceci montre l'intérêt du choix d'un critère informationnel adapté aux tâches spécifiques de traitement d'image.

Il serait toutefois possible à partir du cadre simplifié de ce travail de complexifier le traitement de classification (il suffit alors d'estimer les probabilités de transitions dans le canal), le nombre de classes (il suffit alors d'augmenter le nombre d'état d'entrée et de sortie du canal), ou encore de considérer d'autres types d'imageries en environnement bruité (il suffit alors de reconsidérer la physique au niveau du capteur). Faire varier l'échelle d'observation revient expérimentalement à faire varier le grossissement du système imageur. Aux forts grossissements, il est courant que de nouvelles sources de bruit interviennent liées à des aberrations dues au système imageur (aberration géométrique en imagerie optique, inhomogénéité du champ magnétique en IRM par exemple). Ces bruits liés au grossissement n'ont pas été pris en compte ici et des développements dans cette direction constituent aussi des perspectives intéressantes. Pour ce qui est des scènes considérées, nous avons supposé des objets simples occupant une surface bien définie. On pourrait également poser la question d'une échelle optimale d'observation sur des scènes comportant des objets aux structures plus complexes avec des propriétés d'invariances en échelle comme des objets «fractals» [104] qui donnent à voir les mêmes structures quelle que soit l'échelle d'observation. En pratique, pour les objets fractals que l'on rencontre dans la nature cette propriété d'invariance d'échelle existe uniquement sur une gamme d'échelle et il serait intéressant de regarder si une échelle optimale d'observation peut exister pour des tâches définies de traitement d'information. Pour finir, ces résultats sont applicables sans restriction à tous les contextes d'imagerie où le couplage physique image-bruit est connu [94] et ils contribuent à étendre le champ des stratégies informationnelles conjointes présenté dans cette première partie du manuscrit.



# Compression – Estimation conjointe

---

## Sommaire

<b>1</b>	<b>Principe de l'imagerie thermographique périodique active . . . . .</b>	<b>31</b>
<b>2</b>	<b>Application à l'estimation de paramètre . . . . .</b>	<b>34</b>
<b>3</b>	<b>Influence de la compression avec perte . . . . .</b>	<b>36</b>
<b>4</b>	<b>Discussion . . . . .</b>	<b>38</b>

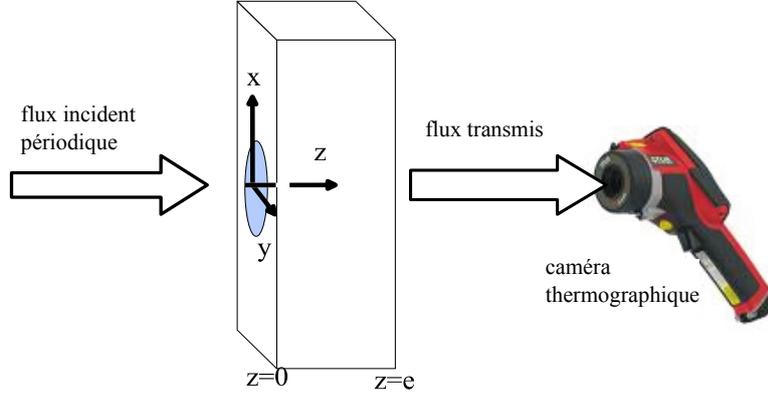
---

Nous allons dans ce chapitre donner une autre illustration d'approche informationnelle conjointe en nous concentrant, à présent non pas sur l'échelle d'observation, mais sur l'étape de compression des données brutes, en lien direct avec la finalité informationnelle des images acquises. Il existe deux types de compression : la compression sans perte avec, par exemple, le codage de Huffman ou le codage par dictionnaire et la compression avec perte dont les transformations JPEG et JPEG–2000 sont les méthodes les plus utilisées. Dans ce chapitre, nous discutons la notion de perte d'information dans le cas de la compression avec perte [31]. Nous montrons qu'une tâche de compression avec perte, entraînant une distorsion sur les données d'une image, n'implique pas forcément une perte d'information sur le contenu informationnel porté par l'image compressée. Pour illustrer cette propriété, nous considérons une tâche de compression appliquée à l'imagerie thermographique [31]. Introduite dans les années 1960, l'imagerie thermographique utilise la loi de Planck [105, 106] qui définit la luminance d'un corps noir à l'équilibre thermique à une longueur d'onde donnée pour mesurer la température. Les images thermographiques posent un problème pratique en terme de compression puisque de longues séquences d'images sont nécessaires. C'est en particulier le cas des méthodes de thermographie active, où l'évolution thermique de la scène est enregistrée alors que des sources d'énergie externes variant au cours du temps sont injectées dans la scène. Il existe deux techniques différentes d'imagerie thermographique active : l'imagerie thermographique pulsée [105] et l'imagerie périodique active [106]. La question de la compression a été récemment abordée [105] dans le domaine de l'imagerie thermographique pulsée. Dans ce chapitre, nous considérons l'imagerie périodique active, qui d'après nos connaissances, n'a pas encore été considérée sous l'angle de la compression. Nous étudions l'impact de la compression avec perte de type JPEG sur la performance de l'estimation d'un paramètre avec l'imagerie thermographique périodique active.

## 1 Principe de l'imagerie thermographique périodique active

Le principe de l'imagerie thermographique périodique active est décrit sur la Fig. 3.1. Le dispositif de la Fig. 3.1 décrit l'inspection d'un échantillon de matériau  $\Omega$ , un solide d'une épaisseur  $e$ . Nous notons  $X = (x, y, z)$  dans le repère de la Fig. 3.1. La surface de la face avant ( $\Gamma_0 : X_0 = (x, y, 0) \in \Omega$ ) de l'échantillon  $\Omega$  est soumise à un flux radiatif sinusoïdal de pulsation

$\omega$ . Le flux radiatif  $\Phi : \Phi_0 \cos(\omega t)$  est spatialement centré sur  $O = (0, 0, 0)$  et est uniforme sur un disque de rayon  $R$  et nul en dehors de ce disque. Si le flux radiatif est absorbé par le matériau, la chaleur résultante est diffusée à travers le matériau. Lorsque la chaleur diffusée arrive sur la face opposée ( $\Gamma_e : X_e = (x, y, e) \in \Omega$ ), un flux est émis. Une caméra thermographique est placée sur la face opposée au flux radiatif incident et reçoit le flux radiatif transmis.



**FIG. 3.1** Principe de l'imagerie thermographique périodique active pour l'inspection d'un échantillon de matériau  $\Omega$  d'épaisseur  $e$ .

La caméra utilise ensuite la loi de Planck pour calculer la température en surface de  $\Gamma_e$  à partir du flux radiatif émis. Lorsqu'un régime périodique stable est atteint, la température dans l'échantillon  $\Omega$  et sur la face opposée  $\Gamma_e$  est

$$\theta(X, t) = \mathcal{R}e\{\underline{\theta}(X, t)\} \quad (3.1)$$

avec

$$\underline{\theta}(X, t) = \theta_{DC}(X) + M(X) \exp(j\omega t) \exp(j\varphi(X)) , \quad (3.2)$$

et  $\theta_{DC}(X)$  la température moyenne en  $X$ ,  $M(X)$  l'image module des oscillations thermiques qui décrivent l'atténuation spatiale du flux de chaleur incident dans l'échantillon de matériau, et  $\varphi(X)$  l'image de phase qui représente le délai, dû à l'échantillon de matériau, entre le flux de chaleur incident et le flux de chaleur transmis [106]. Les images  $M(X)$  et  $\varphi(X)$  sont toutes les deux porteuses d'information sur les propriétés thermiques du matériau. Un intérêt particulier de la phase  $\varphi(X)$  est qu'elle ne dépend pas de la connaissance de l'émissivité de l'échantillon [106]. Dans la suite, nous allons utiliser uniquement la phase  $\varphi(X)$  pour analyser le comportement thermique de l'échantillon.

Il existe plusieurs sources expérimentales de bruit dans l'image de phase  $\varphi(X)$  incluant des composantes hautes fréquences fausses dans l'excitation et le bruit électronique de la caméra thermique. De plus, des mesures de haute précision de  $\varphi(X)$  nécessitent de fortes statistiques. Une séquence de  $N$  images thermographiques  $\theta(X, n)$ , avec  $n \in [0, N - 1]$ , nécessite d'acquérir les images sur un grand nombre de période  $\frac{2\pi}{\omega}$  avec une haute fréquence (typiquement 50 images par période). Si nous supposons le bruit dans  $\theta(X, n)$  gaussien, l'estimateur du maximum de vraisemblance  $\hat{\varphi}(X)$  de l'image  $\varphi(X)$  peut être obtenu [107] pour un nombre d'images  $N$  grand et s'écrit

$$\hat{\varphi}(X) = \arctan \left( -\frac{\beta_2(X)}{\beta_1(X)} \right) , \quad (3.3)$$

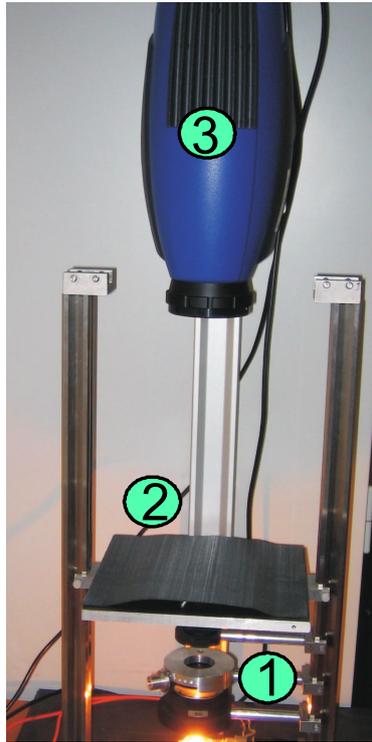
avec

$$\beta_1(X) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \theta(X, n) \cos\left(\omega \frac{n}{F_e}\right), \quad (3.4)$$

et

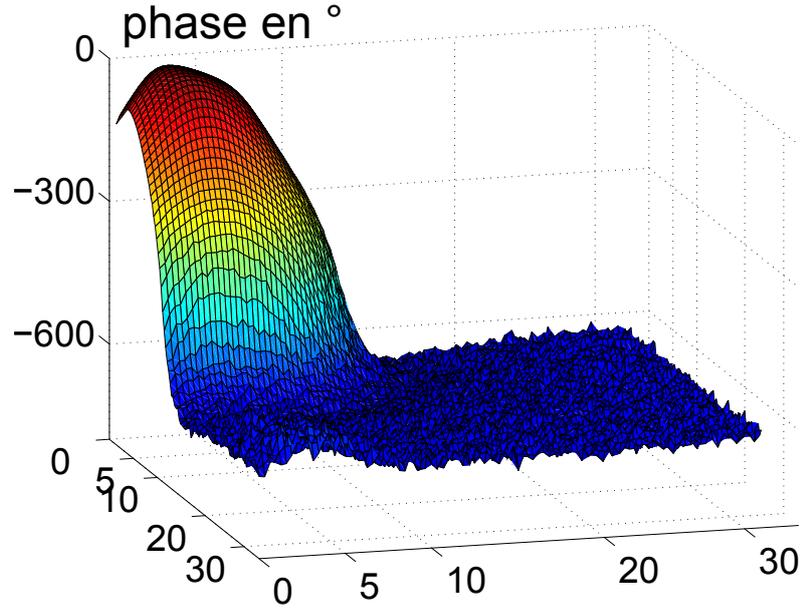
$$\beta_2(X) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \theta(X, n) \sin\left(\omega \frac{n}{F_e}\right). \quad (3.5)$$

Un exemple de phase  $\hat{\varphi}(X)$  évaluée à partir du dispositif expérimental de la Fig. 3.2 est visible sur la Fig. 3.3. Comme détaillée dans la Fig. 3.2, l'espace mémoire nécessaire pour stocker la Fig. 3.3 avec une bonne précision est importante.



**FIG. 3.2** Dispositif expérimental d'imagerie thermographique périodique active utilisé pour effectuer l'analyse. L'échantillon de matériau (étiquette 2) pris comme référence est une plaque de titane d'épaisseur  $e = 1$  mm. L'échantillon est placé dans le plan focal d'un éclairage de Köhler (étiquette 1) qui produit un flux lumineux sur un disque circulaire de rayon  $R = 2.5$  mm. Le flux lumineux incident est produit par une lampe halogène (36V-400W) placée sous l'échantillon et contrôlée par un interrupteur on/off de pulsation  $\omega = 5.66 \text{ rad.s}^{-1}$ . Les images thermiques  $\theta(X, n)$  sont acquises par une caméra thermique SC5000 FLIR (étiquette 3) avec une fréquence d'échantillonnage de  $F_e = 50$  Hz, avec un format de  $320 \times 256$  pixels et codées sur 14 bits. Le phénomène est enregistré sur 18 périodes. Cet enregistrement produit un fichier de 999 images représentant **1.67 Go** à stocker.

Dans la suite, nous allons montrer qu'il est possible d'utiliser les images de phases  $\hat{\varphi}(X)$  de la Fig. 3.3 pour estimer un paramètre physique du matériau. Nous allons ensuite comparer la performance de cette estimation appliquée sur une séquence d'images de thermographie périodique active, avec des images thermographiques brutes  $\theta(X, n)$  d'une part et sur la même séquence après une compression avec perte d'autre part.



**FIG. 3.3** Phase  $\hat{\varphi}(X)$  évaluée avec les Éqs. (3.3)-(3.5) à partir des images brutes acquises avec le dispositif expérimental et l'échantillon décrits dans la Fig. 3.2. La phase tracée en fonction de la position  $(x, y)$  en mm a été déroulée avec l'algorithme standard d'Itoh [108].

## 2 Application à l'estimation de paramètre

L'imagerie thermographique périodique active décrite dans la section précédente peut être appliquée à l'estimation d'un paramètre physique du matériau. Ceci nécessite la modélisation de la réponse de l'échantillon de la Fig. 3.2 qui peut être effectuée comme dans [109] et que nous rappelons ici succinctement. La température  $\theta(X, t)$  dans l'échantillon du matériau  $\Omega$ , supposé ici homogène et isotropique, est obtenue par la résolution de l'équation de diffusion de la chaleur suivante

$$\alpha \frac{\partial \theta(X, t)}{\partial t} - \Delta \theta(X, t) = 0, \forall (X, t) \in \Omega \times T, \quad (3.6)$$

avec les conditions aux bords sur  $\Gamma_0$

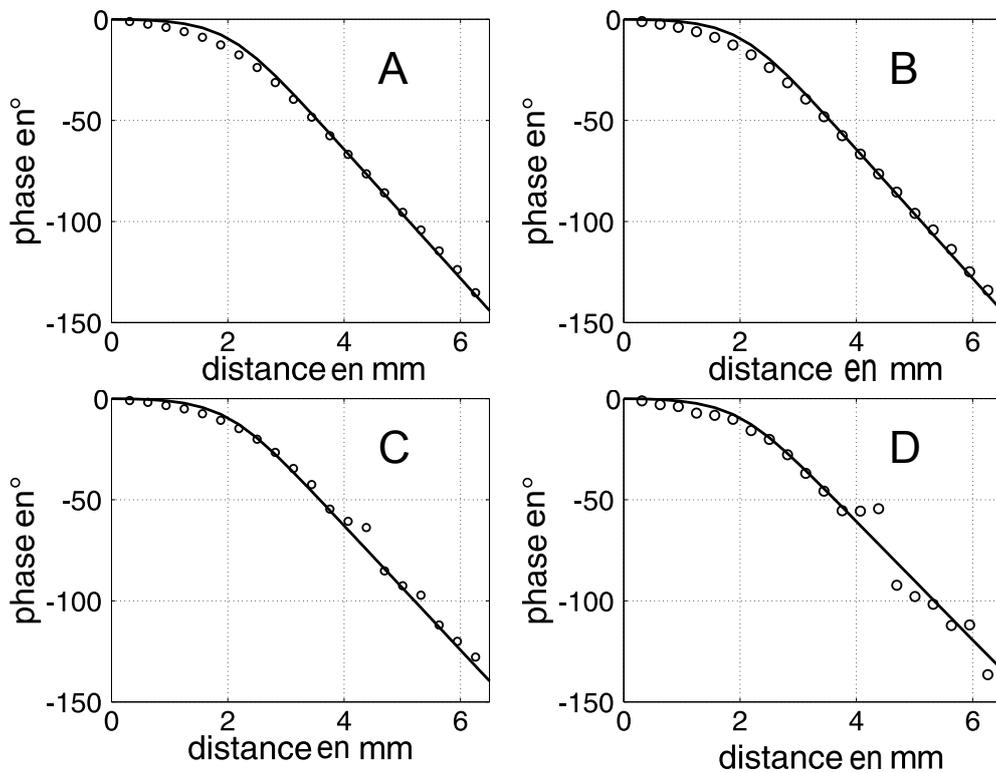
$$\lambda \frac{\partial \theta(X, t)}{\partial z} = h\theta(X, t) - \Phi, \forall (X, t) \in \Gamma_0 \times T, \quad (3.7)$$

et sur  $\Gamma_e$

$$\lambda \frac{\partial \theta(X, t)}{\partial z} = h\theta(X, t), \forall (X, t) \in \Gamma_e \times T, \quad (3.8)$$

et les conditions initiales  $\theta(X, 0) = 0, \forall X \in \Omega$ . Les paramètres physiques de la modélisation des Éqs. (3.6)-(3.8) sont la diffusivité thermique  $\alpha$  en  $[m^2.s^{-1}]$ , le coefficient de convection thermique  $h$  en  $[W.m^{-2}.K^{-1}]$  et la conductivité thermique  $\lambda = \alpha \rho c$  en  $[W.m^{-1}.K^{-1}]$  où  $\rho$  est la densité en  $[kg.m^{-3}]$  et  $c$  la chaleur spécifique massique du matériau en  $[J.kg^{-1}.K^{-1}]$ . La résolution des Éqs. (3.6)-(3.8) fournit la température  $\theta(X, t)$  dans tout le matériau  $\Omega$ . Il est alors possible de confronter la température  $\theta(X, t)$  à la surface du côté  $\Gamma_e$ , mesurée par imagerie

thermographique et celle déduite de la modélisation des Éqs. (3.6)-(3.8). Nous pouvons utiliser cette confrontation expérimentation-modélisation pour estimer la valeur d'un paramètre inconnu. Dans le cas général, il n'existe pas d'expression analytique explicite pour  $\varphi(X)$ . La solution des Éqs. (3.6)-(3.8) peut être calculée numériquement par la méthode de [109]. Nous montrons sur la Fig. 3.4 un exemple de confrontation d'une phase expérimentale  $\hat{\varphi}(X)$  obtenue avec le dispositif de la Fig. 3.2 et l'algorithme des Éqs. (3.3)-(3.5) avec la résolution numérique des Éqs. (3.6)-(3.8). Sur la Fig. 3.4, le paramètre inconnu est la conductivité thermique  $\lambda$ . La valeur estimée (donnée dans le Tab.3.1 pour le matériau de la Fig. 3.2) est choisie comme celle qui minimise l'erreur quadratique moyenne entre la phase  $\hat{\varphi}(X)$  expérimentale et la solution numérique des Éq.(3.6)-(3.8).



**FIG. 3.4** Phase en fonction de la distance. La ligne pleine correspond à la solution numérique des Éqs. (3.6)-(3.8) avec  $\alpha = 9.3 \times 10^{-6} m^2 \cdot s^{-1}$ ,  $h = 20 W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ ,  $\rho = 4507 kg \cdot m^{-3}$ ,  $c = 520 J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ . Les cercles représentent les points expérimentaux obtenus à partir du dispositif de la Fig. 3.2. En comparaison avec la Fig. 3.3, l'analyse est réalisée sur une ligne de départ en un point où la chaleur est maximale dans l'image module  $M(X, t)$  considéré comme la phase de référence. (A) correspond à une phase calculée avec les images brutes acquises par la caméra thermique. (B), (C), (D) correspondent respectivement à la phase calculée avec des images après compression JPEG pour un paramètre de compression CMP de la Sect. 3 de ce chapitre respectivement égal à 100, 90 et 25. La conductivité thermique estimée à partir de chaque figure (A)-(D) est visible dans le Tab.3.1.

Sur la Fig. 3.4, l'estimation du paramètre a été réalisée sur des données brutes. Nous allons maintenant la comparer avec l'estimation effectuée lorsque l'algorithme des Éqs. (3.3)-(3.5) est effectué sur des images compressées.

### 3 Influence de la compression avec perte

Pour illustrer notre méthodologie en évaluant l'impact d'une compression d'image avec perte sur l'estimation de paramètres physiques, nous choisissons une technique de compression avec perte, généralement implémentée par défaut dans les caméras thermiques. Un choix raisonnable est la compression JPEG standard [110]. Les images de température  $\theta(X, n)$  sont codées sur 14 bits avec la caméra présentée sur la Fig. 3.2. La compression JPEG standard code les images sur 8 bits. Toutefois, une requantification (déjà ramenée à un facteur de compression de  $2^{14}/2^8$ ) et une normalisation sont nécessaires avant que l'étape de compression JPEG ne soit appliquée. Pour chaque image  $\theta(X, n)$  de la séquence acquise, le maximum  $\theta_{max}$  et le minimum  $\theta_{min}$  de la température sur toute la séquence sont stockés séparément et une image intermédiaire  $I(X, n)$  en niveau de gris, codée sur 8-bits, est créée selon l'équation

$$I(X, n) = \frac{255}{\theta_{max} - \theta_{min}} (\theta(X, n) - \theta_{min}) . \quad (3.9)$$

Une compression JPEG standard est ensuite appliquée à  $I(X, n)$  pour créer la séquence d'images compressées  $I_{CMP}(X, n)$ . Nous utilisons la compression JPEG disponible dans le langage de programmation Matlab (version 7) avec un paramètre de compression CMP dans l'intervalle [1,100] qui permet de faire varier le ratio qualité/taille. La valeur 100 de CMP correspond à une haute qualité d'image pour une faible compression et 1 correspond à une faible qualité d'image à un fort niveau de compression. Une appréciation visuelle de l'impact typique de la distorsion due à cette compression JPEG est visible sur la Fig. 3.5. Pour une image brute non compressée  $I(X, n)$  sur la Fig. 3.5(A) considérée à un instant donné  $n$ , la Fig. 3.5 montre, pour plusieurs valeurs du paramètre de compression CMP, l'image d'erreur  $\varepsilon(X, n)$  définie comme

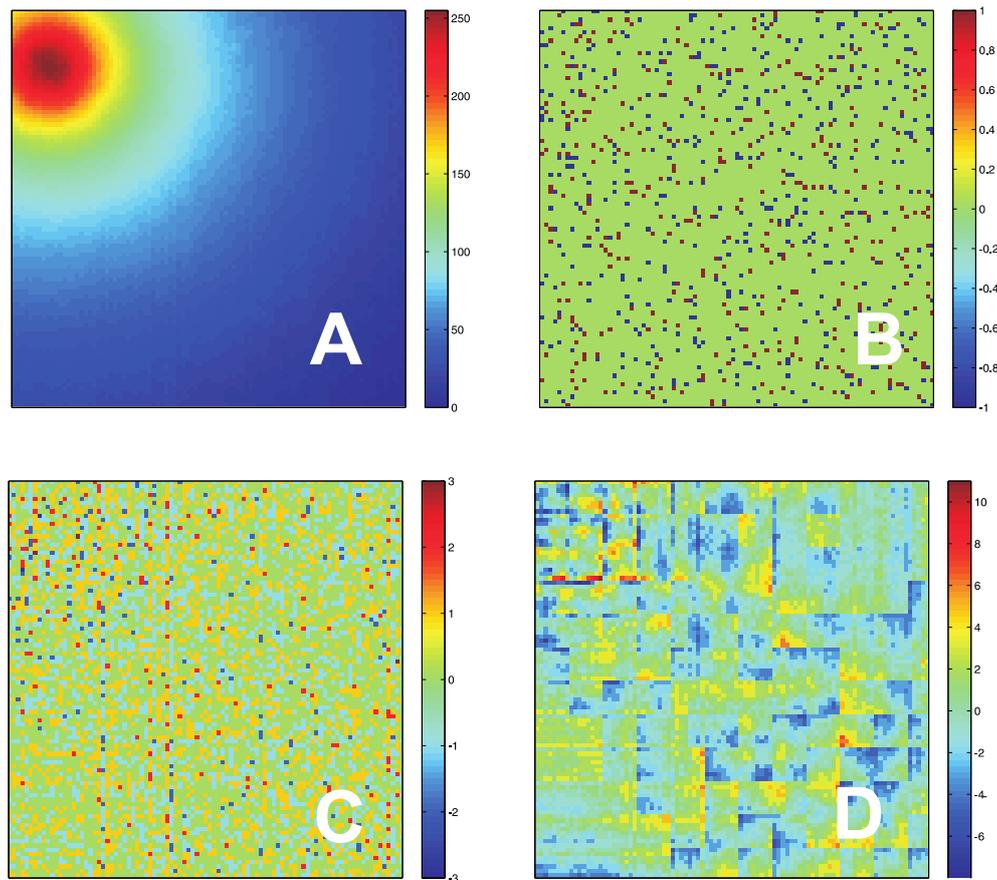
$$\varepsilon(X, n) = I(X, n) - I_{CMP}(X, n) . \quad (3.10)$$

Une manière possible de quantifier la distorsion due à la compression avec perte est de calculer l'erreur quadratique moyenne spatiale pour chaque échantillon  $n$

$$MSE(n) = \langle \varepsilon(X, n) \rangle_X . \quad (3.11)$$

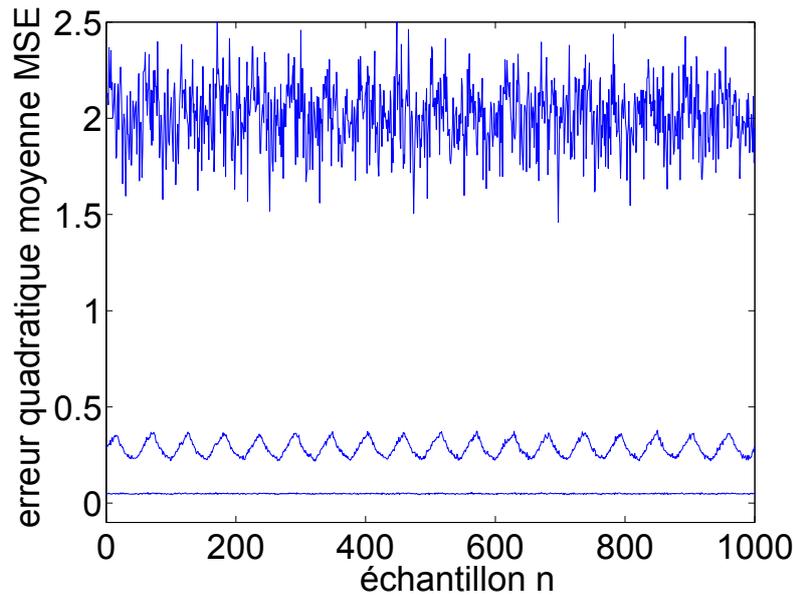
Les évolutions temporelles de MSE de l'Éq. (3.11) sont données sur la Fig. 3.6.

Il est possible, à partir de la Fig. 3.5 et de la Fig. 3.6 de se représenter comment le bruit spatial et temporel va perturber la séquence d'images. Toutefois, la distorsion mesurée par l'erreur quadratique moyenne ne permet pas d'évaluer l'impact de la compression sur une information particulière portée par la séquence d'image concernant le paramètre à estimer. Ce type de questionnement survient aussi lorsque la distorsion perçue due à la compression avec perte est appréciée par l'oeil humain. Des expériences psychovisuelles sont nécessaires dans ce cas. Ici, puisque nous sommes dans un contexte de mesure, nous pouvons objectivement quantifier l'impact de la distorsion sur la qualité de la mesure. À cette fin, nous allons maintenant effectuer la procédure d'estimation de paramètre de la Sect. 2 de ce chapitre sur la séquence d'images  $I_{CMP}(X, n)$  pour plusieurs valeurs du taux de compression contrôlés par le paramètre de compression CMP. Les résultats visibles dans le Tab.3.1., montrent comment la qualité de l'estimation est affectée par la compression avec perte. Le coefficient CMP joue sur la taille de l'imagette utilisée pour effectuer la compression JPEG. Pour les faibles valeurs



**FIG. 3.5** Figure A : image brute non compressée  $I(X, n)$  de la température codée sur 256 niveaux numériques selon l'Éq. (3.9). Figures (B, C, D) : images d'erreur  $\varepsilon(X, n)$  de l'Éq. (3.10) pour un paramètre de compression CMP décroissant, respectivement égal à 100, 90, 25 et correspondant aux taux de compression indiqués dans le Tab.3.1.

du paramètre CMP (dans la Fig. 3.4(D)), des discontinuités dues à ces imageries sont clairement visibles. Néanmoins, les images thermographiques  $\theta(X, n)$  varient de manière très douce dans le domaine spatial. L'algorithme JPEG agit comme un filtre passe-bas pour les fréquences spatiales qui tend à préserver les basses fréquences de  $\theta(X, n)$ . De plus, il apparaît que pour un taux de compression suffisamment faible (jusqu'à 66%), la distorsion entraînée par la compression sur chaque image individuellement a très peu d'effet sur l'information utile portée par la séquence d'image tout entière. En effet, comme le montre le Tab.3.1, si l'on souhaite connaître la valeur exacte de la conductivité thermique du matériau, une compression jusqu'à 66% entraîne une erreur relative acceptable de l'ordre du dixième. Toutefois, si la tâche informationnelle consiste à distinguer un échantillon parmi deux classes de matériau, il est possible de compresser à des taux vraiment importants les données brutes. Pour notre échantillon, dont la conductivité thermique est estimée à  $21.42 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  à partir des données brutes, une compression jusqu'à 94% entraîne une erreur relative de 20.8%, qui laisse néanmoins possible



**FIG. 3.6** Erreur quadratique moyenne MSE de l'Éq. (3.11) des évolutions temporelles tout au long des 999 images acquises avec le dispositif de la Fig. 3.2 après une compression JPEG. De bas en haut, le paramètre de compression CMP est respectivement 100, 90, 25.

l'identification de notre échantillon de titane face à un échantillon de cuivre dont la conductivité thermique est de  $401 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$ . Ainsi, le taux de compression avec perte peut être déterminé en fonction de la finalité informationnelle de l'acquisition.

**TAB. 3.1** Estimation de la conductivité thermique  $\lambda$  de l'échantillon de matériau de la Fig. 3.2 en  $[\text{W.m}^{-1}.K^{-1}]$ , réalisée après une compression avec perte de type JPEG pour différents taux de compression ( $CR = \text{size}(I_{CMP}(X, n)) / \text{size}(\theta(X, n))$ ). Par comparaison, la conductivité typique  $\lambda$  pour le titane se situe entre 5 et 25  $\text{W.m}^{-1}.K^{-1}$ , et dépend de la pureté du matériau. Un ordre de grandeur de la conductivité thermique du cuivre pur est  $401 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$  et pour l'aluminium pur, on a  $237 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$

CR	CMP	estimation	erreur relative
raw		21.42	0 %
66%	100	21.41	0.04%
88%	90	23.24	8.54%
94%	25	25.88	20.8%

## 4 Discussion

Dans ce chapitre, nous avons montré et analysé quantitativement la robustesse de l'estimation de paramètre avec l'imagerie thermographique périodique active dans un contexte de compression JPEG avec perte [31]. L'originalité de notre approche en comparaison du travail récent effectuée dans [105] est que nous n'avons pas considéré la distorsion due à la compression avec perte d'une image thermographique mais nous avons directement évalué la distorsion sur les informations quantitatives qu'elles portent. Cette approche est intéressante de manière générale pour tous les contextes d'imagerie où l'on cherche à extraire un paramètre particulier,

puisqu'elle montre la possibilité de conditions où la compression avec perte n'entraîne presque aucune perte sur l'information extraite des images.

De futurs développements de ce travail présenté ici seraient de considérer les algorithmes de vidéo-compression [111] pour compresser la séquence d'images dans son ensemble. Au lieu de compresser chaque image séparément, la vidéo-compression traite des groupes successifs d'images. Cette vidéo-compression pourrait permettre d'atteindre des taux de compression plus importants et entraînerait des distorsions supplémentaires sur l'information portée par chaque pixel avec le temps. D'autres moyens de réduire la quantité de données nécessaires en imagerie thermographique périodique active seraient également de diminuer la fréquence d'échantillonnage, la dynamique du capteur et le nombre de pixels. Il serait aussi intéressant de voir comment ces configurations considérées ensembles avec la vidéo-compression avec perte dégradent la qualité de l'estimation de paramètres physiques. Pour illustration dans ce chapitre, le paramètre inconnu à estimer était la conductivité thermique. La sensibilité à la distorsion due à la compression peut aussi dépendre du paramètre à estimer et il serait aussi important d'explorer cette question systématiquement en choisissant d'autres procédés de compression. Les limitations typiques à regarder sous l'angle de la compression seraient en direction des caractéristiques techniques des nouvelles caméras thermographiques portatives qui sont maintenant disponibles à des coûts relativement faibles. Un flux vidéo MPEG est en général disponible en sortie de ce type de caméra. Cette possibilité a été initialement pensée comme un outil qualitatif permettant d'afficher des images thermographiques sur des écrans plus grand que l'écran de la caméra. De plus, l'imagerie thermographique périodique active nécessite seulement les variations spatiales et temporelles relatives des niveaux de gris pour effectuer une mesure de qualité [31]. Une application de nos résultats pourrait permettre d'évaluer l'utilisation possible de ces caméras thermographiques portatives pour effectuer de l'imagerie thermographique périodique active.

D'une manière plus générale, l'étude particulière présentée dans ce chapitre constitue un deuxième exemple de traitement conjoint de l'information proposé dans cette thèse. Nous avons en effet montré qu'en considérant conjointement les étapes de compression d'image et d'extraction de l'information qu'elle contient, il est possible de réaliser une compression de l'image avec distorsion des données brutes sans pour autant dégrader le contenu informationnel utile. Il s'agit donc d'une compression avec perte sur les données mais sans perte sur l'information utile portée par l'image. Dans le chapitre suivant, nous proposons une nouvelle contribution toujours sur le thème des traitements conjoints de l'information. Nous nous intéressons à une nouvelle méthodologie de compression qui permet cette fois-ci de réaliser conjointement les étapes de compression et d'acquisition des données.



# Acquisition – Compression conjointe

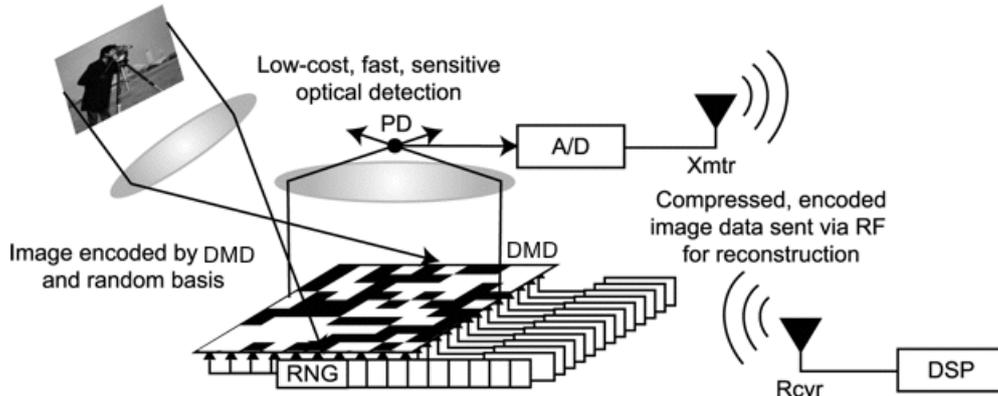
---

## Sommaire

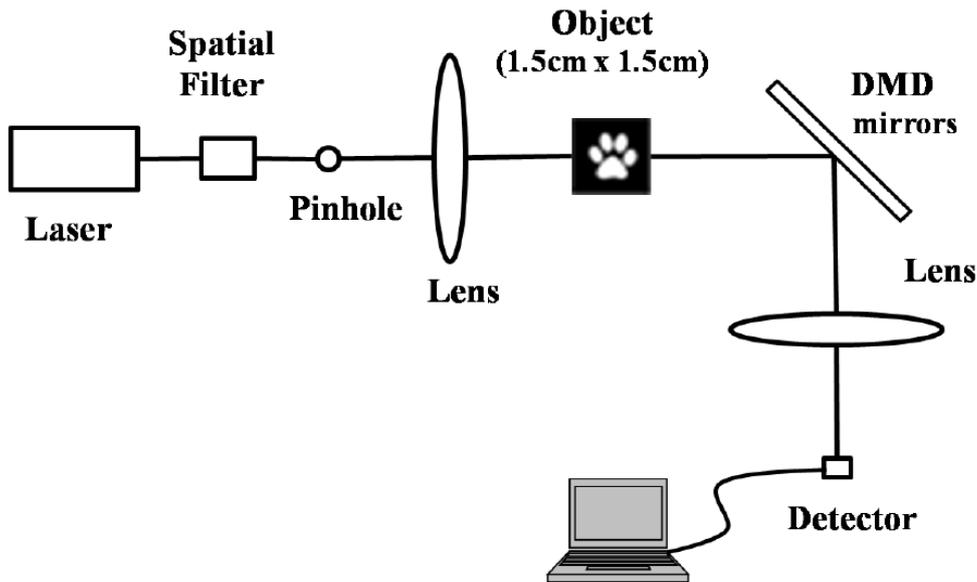
<b>1</b>	<b>Principe du compressive sensing . . . . .</b>	<b>44</b>
<b>2</b>	<b>Un montage expérimental optique pour le compressive imaging . . .</b>	<b>46</b>
<b>3</b>	<b>Des sources de bruit . . . . .</b>	<b>49</b>
<b>4</b>	<b>Simulation . . . . .</b>	<b>51</b>
<b>5</b>	<b>Résultats expérimentaux . . . . .</b>	<b>54</b>
<b>6</b>	<b>Discussion et conclusion . . . . .</b>	<b>54</b>

---

Le compressive sensing est une méthodologie récemment introduite [45, 112, 113] qui étend le champ des stratégies informationnelles conjointes, en permettant la réalisation d’une acquisition compressée de signaux naturels. Elle repose sur le caractère parcimonieux des signaux naturels dans certaines bases de représentation. Pour exploiter ce principe novateur, la mise en place pratique de ce procédé s’appuie sur la conception de nouvelles générations appareils d’acquisition. Pour l’application aux images, les implémentations pratiques du compressive sensing apparues dans le domaine de l’optique impliquent principalement des images en lumière incohérente et sont souvent associées à des appareillages électroniques spécialisés [44, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123]. Une étape essentielle dans le procédé du compressive imaging est la réalisation de motifs aléatoires nécessaires à l’acquisition de l’image à compresser. Pour réaliser cette opération, plusieurs techniques sont à disposition et nous en décrivons les principales dans la suite. Dans le dispositif optique expérimental mis en place dans [120], le procédé du compressive imaging est réalisé avec un éclairage incohérent, non structuré. Comme visible sur le schéma de la Fig. 4.1, dans [120], les motifs aléatoires sont créés avec un dispositif numérique de micro-miroirs (DMD pour Digital Micromirror Device), implémentant une matrice spatiale mécaniquement actionnée. Dans [121], en lumière cohérente, les motifs aléatoires sont réalisés à l’aide d’un DMD comme représenté dans le schéma de la Fig. 4.2. Dans un tel régime, il a été montré théoriquement et expérimentalement qu’un régime relevant de l’optique géométrique est accessible et permet d’effectuer une sommation optique avec une lentille et un détecteur composé d’un unique pixel, comme il est souvent fait en lumière incohérente. Dans [122], le dispositif expérimental proposé est constitué d’un éclairage structuré en lumière incohérente. Une succession de motifs aléatoires est directement projetée sur l’objet par un éclairage incohérent et la lumière réfléchiée est collectée par un unique photo-détecteur pour construire la séquence de mesure, comme visible sur la Fig. 4.3. Dans [123], le champ est perturbé par un masque de phase aléatoire placé devant la lentille (voir Fig. 4.4) dans le but de créer les projections aléatoires avec une revendication d’applicabilité en lumière cohérente et incohérente. Dans [123], l’illustration de l’applicabilité est donnée en lumière incohérente pour des signaux mono-dimensionnels en simulation uniquement. Dans ce chapitre, nous proposons une nouvelle approche pour une implémentation physique du principe du compressive

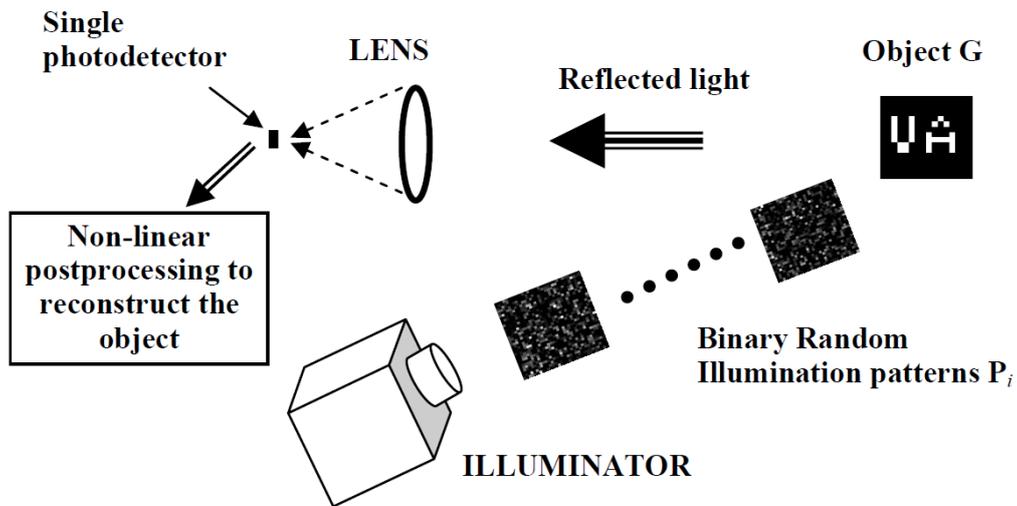


**FIG. 4.1** Dispositif expérimental pour le compressive imaging de l'étude [120]. Le champ lumineux incident (correspondant à l'image à compresser) est reflété sur un tableau de micro-miroirs numérique, l'orientation des miroirs est modulée selon un motif pseudo-aléatoire fourni par des générateurs de nombre aléatoires (RNG). Chaque motif de miroir différent produit une tension aux bornes de l'unique photodiode correspondant à une mesure acquise.

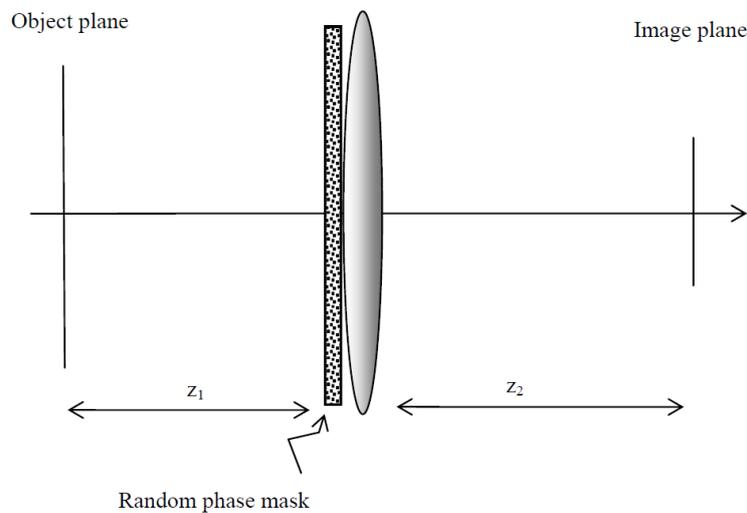


**FIG. 4.2** Dispositif expérimental pour l'implémentation optique du compressive imaging en lumière cohérente réalisé dans [121]. Les motifs aléatoires sont construits en utilisant un modulateur spatial de la lumière de la famille des DMD, suivi par un système d'imagerie basé sur l'optique géométrique pour capter les données en utilisant un simple photo-détecteur.

sensing appliqué aux images [32]. Nous avons mis en place un dispositif expérimental optique, avec un éclairage structuré, permettant de réaliser le compressive sensing appliqué aux images : le compressive imaging. En lumière cohérente, nous exploitons le caractère multiplicatif naturel du bruit de speckle [94, 97] dans le but de réaliser l'étape essentielle dans le principe du compressive sensing qui correspond à la multiplication par des motifs aléatoires de l'image à



**FIG. 4.3** Dispositif expérimental pour l'implémentation optique du compressive imaging en lumière incohérente réalisé dans [122]. Le dispositif est constitué d'un éclairage incohérent projetant une séquence de motifs d'intensité structurée spatialement sur un objet en 2D, puis d'un collecteur optique de lumière concentrant la lumière réfléchie par l'objet sur un simple photo-détecteur pour construire la séquence de mesure et pour finir, d'un algorithme de post-traitement pour générer l'objet estimé à partir de la séquence de mesure.



**FIG. 4.4** Dispositif expérimental de [123]. Un masque de phase est placé juste derrière la lentille pour créer les motifs aléatoires.

compresser. De telles méthodes ont été mises en place [124] pour le ghost imaging [125, 126]. Dans [124], le motif de speckle est réalisé par un modulateur spatial de la lumière (SLM pour Spatial Light Modulator), mais n'est pas mesuré directement mais calculé en utilisant la propagation de Huygens-Fresnel. Dans ce chapitre, nous proposons, sur la base de modélisation et d'expérimentation, d'analyser l'utilisation de l'action multiplicative du bruit de speckle pour le compressive imaging [32]. Les motifs de speckle ici sont produits par un simple diffuseur pour

implémenter un procédé optique minimal et simple pour le compressive imaging en lumière cohérente. Contrairement à [121], la perturbation du champ par le diffuseur a lieu à l'échelle de la longueur d'onde, dans un régime qui est essentiellement lié à la nature cohérente de la lumière. Nous attendons pour le compressive imaging une implication constructive du bruit de speckle, comme il a été fait dans d'autres opérations d'imagerie [61, 127]. De plus, nous apportons une preuve de la robustesse du procédé du compressive imaging tout optique en présence d'écarts à la multiplication exacte du speckle, modélisés par des bruits de mesures.

Nous présentons dans la section suivante le principe théorique du compressive sensing. Puis nous détaillerons le dispositif expérimental optique pour le compressive imaging reposant sur le caractère multiplicatif du bruit de speckle. Ensuite, nous proposons une modélisation des sources de bruit liées au dispositif expérimental. Par le biais de simulations, nous étudions la robustesse du compressive imaging en présence de ces bruits. Finalement, pour la validation de notre dispositif optique expérimental, nous confrontons simulation et expérimentation à partir d'une scène simple à compresser.

## 1 Principe du compressive sensing

Dans cette section, nous présentons le principe de base du compressive sensing. Nous considérons un signal  $\mathbf{x}$  formé par une séquence de  $N$  valeurs discrètes rangées dans un vecteur colonne de taille  $N \times 1$  de  $\mathbb{R}^N$ , de composantes  $[x_1, \dots, x_N]^\top = \mathbf{x}$  dans une base orthonormale d'origine de  $\mathbb{R}^N$ . Dans une autre base orthonormale de  $\mathbb{R}^N$ , ce signal est représenté sous la forme d'un vecteur colonne de taille  $N \times 1$  de coordonnées  $[s_1, \dots, s_N]^\top = \mathbf{s}$ . La matrice  $\Psi$  de changement de base, de taille  $N \times N$ , dans l'Éq. (4.1), est telle que

$$\mathbf{x} = \Psi \mathbf{s} \Leftrightarrow \mathbf{s} = \Psi^{-1} \mathbf{x} = \Psi^\dagger \mathbf{x}, \quad (4.1)$$

avec l'adjoint  $\Psi^\dagger$  étant l'inverse  $\Psi^{-1}$  car  $\Psi$  est une matrice unitaire. Par exemple,  $\Psi^\dagger$  peut être la matrice de changement de base associée à une transformée de Fourier discrète, ou une autre transformation unitaire. Dans la base transformée, le signal est supposé  $K$ -parcimonieux, ce qui signifie que seulement un nombre  $K$  (en général petit) de coordonnées  $s_n$  ont des valeurs significatives, alors que les  $N - K$  autres coordonnées sont nulles ou négligeables. La base d'origine est, en général, la base canonique ou naturelle où  $\mathbf{x}$  est le plus naturellement physiquement observé, c'est-à-dire la base des échantillons de temps pour un signal temporel, ou la base des pixels spatiaux pour les images. Dans cette base d'origine, un total de  $N$  composantes est nécessaire pour représenter le signal. Cependant, les signaux naturels sont souvent parcimonieux dans des bases transformées, par exemple, dans les bases de Fourier, de cosinus ou d'ondelettes. Dans de telles bases transformées où les signaux sont  $K$ -parcimonieux, seulement  $K$  composantes, au lieu de  $N$ , sont nécessaires pour représenter le signal, avec très souvent  $K$  très petit devant  $N$ . Ce principe permet la compression des signaux naturels, en particulier avec la méthodologie de transformation de codage, exploitée notamment par les normes JPEG et JPEG-2000. Dans cette approche, un signal est d'abord mesuré au moyen de ces  $N$  composantes  $[x_1, \dots, x_N]^\top = \mathbf{x}$  dans une base naturelle orthonormée. Ensuite, à partir de  $\mathbf{x}$ , d'après l'Éq. (4.1), les  $N$  composantes  $[s_1, \dots, s_N]^\top = \mathbf{s}$  sont calculées dans la base transformée (la base dans laquelle le signal est parcimonieux). Finalement, seulement les  $K < N$  (souvent  $K \ll N$ ) composantes significatives de  $s$  sont conservées et codées alors que les autres  $N - K$  sont effacées. Par cette approche,  $N$  composantes sont mesurées et traitées

alors que finalement seulement  $K < N$  composantes sont utiles et retenues. Le compressive sensing propose de court-circuiter cette étape coûteuse, en mesurant seulement un nombre réduit ou compressé de composantes inférieur à  $N$ . Cependant, il n'est pas possible en général de mesurer directement les  $K$  composantes dans la base dans laquelle le signal est parcimonieux car leur nombre et leur location parmi  $N$  ne sont généralement pas connus et dépendent du signal. Le compressive sensing propose une approche plus universelle. À partir de la base d'origine, le compressive sensing propose de mesurer un nombre  $M < N$  de combinaisons linéaires indépendantes du vecteur  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_N]^\top$ , sous la forme

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x}, \quad (4.2)$$

où  $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_M]^\top$  est un vecteur colonne de mesure, de taille  $M \times 1$ , et  $\Phi$  une matrice de mesure, de taille  $M \times N$ . D'après l'Éq. (4.1), l'Éq. (4.2) peut également s'écrire

$$\mathbf{y} = \Phi \Psi \mathbf{s} = \mathbf{A} \mathbf{s}, \quad (4.3)$$

avec  $\mathbf{A} = \Phi \Psi$  une matrice de reconstruction, de taille  $M \times N$ . Un signal d'entrée particulier  $\mathbf{x} = \mathbf{x}^0$  a une représentation parcimonieuse  $\mathbf{s}^0 = \Psi^\dagger \mathbf{x}^0$  d'après l'Éq. (4.1) avec seulement  $K$  composantes non nulles  $s_n$ , et d'après l'Éq. (4.2), il est associé au vecteur de mesure  $\mathbf{y}^0 = \Phi \mathbf{x}^0$ . Le vecteur K-parcimonieux  $\mathbf{s}^0$  est donc solution de

$$\mathbf{A} \mathbf{s} = \mathbf{y}^0. \quad (4.4)$$

À partir du vecteur de mesure  $\mathbf{y}^0$ , la solution  $\mathbf{s}^0$  de l'Éq. (4.4) permet la reconstruction du signal d'entrée non observé  $\mathbf{x}^0 = \Psi \mathbf{s}^0$ . Cependant, trouver  $\mathbf{s}^0$  (puis  $\mathbf{x}^0$ ) à partir de  $\mathbf{y}^0$  en résolvant simplement l'Éq. (4.4) n'est pas faisable en pratique car la matrice de reconstruction  $\mathbf{A}$  n'est pas de rang plein. L'Éq. (4.4) représente un système linéaire sous-déterminé de  $M$  équations à  $N > M$  inconnues, avec un nombre infini de solutions, l'ensemble des solutions étant  $\mathbf{s}^0 + \ker(\mathbf{A})$ , où  $\ker(\mathbf{A})$  est le noyau de la matrice  $\mathbf{A}$ . La théorie du compressive sensing montre que, dans cet ensemble de solution  $\mathbf{s}^0 + \ker(\mathbf{A})$ , si l'on recherche la solution la plus parcimonieuse, on recouvre en général  $\mathbf{s}^0$ . Ceci peut être obtenu pour la plupart des signaux d'entrée  $\mathbf{x}^0$  parcimonieux, pourvu que la matrice  $\Phi$  soit convenablement construite. La plus parcimonieuse des solutions  $\hat{\mathbf{s}}$  de l'Éq. (4.4) résout le problème d'optimisation sous contrainte

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{s}\| \quad \text{sous la contrainte } \mathbf{A} \mathbf{s} = \mathbf{y}^0. \quad (4.5)$$

En principe dans l'Éq. (4.5), la norme  $\|\cdot\|$  est la pseudonorme  $\|\cdot\|_{\ell_0}$  qui compte le nombre de composantes non nulles d'un vecteur, établissant la résolution de l'Éq. (4.5) comme un problème NP-complet. Cependant, une importante simplification pratique apparaît en utilisant dans l'Éq. (4.5) la norme  $\|\cdot\|_{\ell_1} = \sum_{n=1}^N |s_n|$ , puisque il a été trouvé que la solution  $\ell_1$  minimale de l'Éq. (4.5) coïncide vraiment souvent de manière exacte avec la solution parcimonieuse de l'Éq. (4.5). Le bénéfice essentiel est que l'Éq. (4.5) avec la norme  $\ell_1$  définit un problème d'optimisation convexe qui peut être résolu efficacement en pratique par programmation linéaire. De plus, dans le but d'être robuste à plusieurs facteurs tels que le bruit de mesure ou des entrées non exactement parcimonieuses, la reconstruction pratique dans le compressive sensing résout

en général, à la place de l'Éq. (4.5), l'équation

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{A}\mathbf{s} - \mathbf{y}^0\|_{\ell_2} + \lambda \|\mathbf{s}\|_{\ell_1}, \quad (4.6)$$

avec  $\lambda > 0$  un paramètre de régularisation, qui constitue un problème d'optimisation convexe qui peut être résolu efficacement.

Maintenant, concernant le choix de la matrice de mesure  $\Phi$ , de taille  $M \times N$ , une proposition standard pour le compressive sensing est de choisir  $\Phi$  comme une matrice aléatoire de taille  $M \times N$ . Un nombre  $M$  de vecteurs aléatoires  $\phi^m = [\phi_1^m, \dots, \phi_N^m]^\top$ , pour  $m = 1$  à  $M$ , est défini dans  $\mathbb{R}^N$ , où les composantes  $\phi_n^m$  sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées. Le processus de mesure de l'Éq. (4.2) construit donc chaque mesure  $y_m$  comme le produit scalaire

$$y_m = (\phi^m)^\top \mathbf{x} = \sum_{n=1}^N \phi_n^m x_n \quad (4.7)$$

ou l'intercovariance entre les vecteurs de mesures  $\phi^m$  et le vecteur d'entrée  $\mathbf{x}$ , pour  $m = 1$  à  $M$ . De plus, l'Éq. (4.7) peut être interprétée comme les projections aléatoires du vecteur d'entrée  $\mathbf{x}$  sur les  $M$  vecteurs aléatoires  $\phi^m$ . La matrice de mesure  $\Phi$ , de taille  $M \times N$  de l'Éq. (4.2) est  $\Phi = [\phi^1 | \phi^2 | \dots | \phi^M]^\top$ . Le vecteur de mesure  $\mathbf{y}$ , de taille  $M \times 1$  est utilisé pour résoudre l'Éq. (4.5) (ou plutôt l'Éq. (4.6) dans la pratique), et la solution parcimonieuse  $\hat{\mathbf{s}}$  obtenue dans la base dans laquelle le signal est parcimonieux permet de reconstruire dans  $\mathbb{R}^N$  le signal d'entrée non observé  $\mathbf{x}$  comme  $\Psi\hat{\mathbf{s}}$ , selon l'Éq. (4.1). Pour le processus de reconstruction suivant l'Éq. (4.6), nous considérons une image en la vectorisant dans un vecteur colonne de taille  $N \times 1$ . Une base transformée explicite, dans laquelle le vecteur d'entrée  $\mathbf{x}$  est supposé parcimonieux, doit être choisie. Pour une image binaire, un choix approprié est la base de Walsh (mais d'autres bases peuvent convenir). Les fonctions de Walsh sont des fonctions oscillant entre deux valeurs  $\pm 1$ , par ailleurs plutôt similaires aux fonctions cosinus. Un ensemble de  $N$  fonctions orthogonales de Walsh forme notre base orthonormale transformée. Dans ce cas, la matrice  $\Psi$  associée de l'Éq. (4.1), de taille  $N \times N$ , est une matrice de Hadamard et l'Éq. (4.1) implémente une transformation de Hadamard. Notre image d'entrée  $\mathbf{x}$  est donc supposée parcimonieuse dans la base de Walsh-Hadamard. La matrice de reconstruction de l'Éq. (4.3) est maintenant  $\Phi\Psi = \mathbf{A}$ . À partir du vecteur de mesure  $\mathbf{y}$ , la reconstruction est donc effectuée numériquement en résolvant l'Éq. (4.6). Ceci est réalisé à partir de la méthode de [128]. La résolution de l'Éq. (4.6) donne la solution parcimonieuse  $\hat{\mathbf{s}}$  dans la base de Walsh-Hadamard. Ensuite,  $\Psi\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{x}}$  reconstruit le signal non observé  $\hat{\mathbf{x}}$ , d'après l'Éq. (4.1) dans la base d'origine.

Dans la suite, nous proposons un dispositif expérimental optique, permettant la réalisation du compressive imaging, i.e. l'application du procédé de compressive sensing aux images. L'étape essentielle de la multiplication par les motifs aléatoires de l'Éq. (4.7) est réalisée optiquement en exploitant le caractère multiplicatif du bruit de speckle.

## 2 Un montage expérimental optique pour le compressive imaging

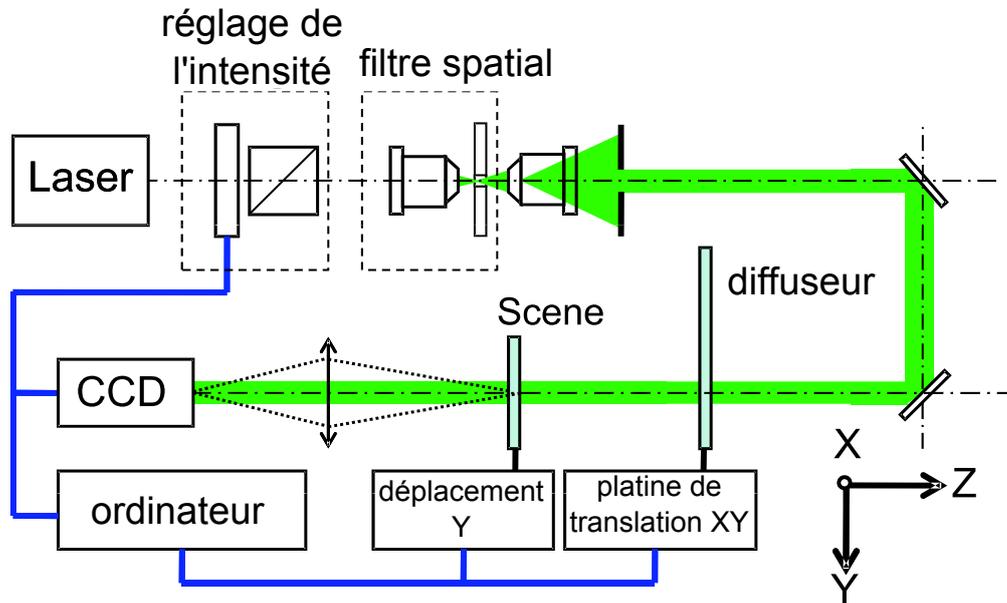
Une étape essentielle dans le procédé du compressive sensing décrite dans la Sect. 1 de ce chapitre est constituée par les projections aléatoires de l'Éq. (4.7). Nous décrivons l'implémentation expérimentale de cette étape essentielle du compressive imaging en exploitant le bruit de

speckle. Lorsqu'un faisceau de lumière traverse un diffuseur transparent, l'intensité lumineuse du faisceau transmis est le produit du profil du faisceau incident par la transparence spatiale du diffuseur. Un produit tout-optique est réalisé de cette manière, en lumière incohérente aussi bien qu'en lumière cohérente. De plus en lumière cohérente, lorsque le milieu traversé par le faisceau cohérent comporte de fortes irrégularités spatiales à l'échelle de la longueur d'onde, un motif de speckle est formé à travers le front d'onde transmis et agit multiplicativement sur le faisceau cohérent incident. Le motif de speckle présente une apparence granuleuse complètement déterminée par les irrégularités spatiales microscopiques présentes à la surface du diffuseur. De cette manière, en exploitant le faisceau de speckle, il est possible en principe d'obtenir des motifs aléatoires contrôlables qui vont agir multiplicativement pour réaliser les projections aléatoires de l'Éq. (4.7) pour construire les mesures  $y_m$  du compressive sensing.

Pour tester cette proposition en pratique, nous avons construit le dispositif optique présenté dans la Fig. 4.5. Ce dispositif optique expérimental a été monté en collaboration avec Denis Gindre de l'équipe photonique MINOS du Laboratoire Moltech Anjou de l'Université d'Angers. Dans ce montage optique, un faisceau laser est transmis à travers un diffuseur statique possédant de fortes irrégularités spatiales microscopiques à l'échelle de la longueur d'onde, dans le but de produire un faisceau specklé porteur d'un motif aléatoire avec de fortes irrégularités spatiales. Différents motifs aléatoires de speckle sont obtenus en translatant le diffuseur statique avec une platine de translation micro-métrique d'un pas supérieur au diamètre du faisceau. L'image d'entrée à compresser, appelée la scène dans la Fig. 4.5, est imprimée sur une lame transparente pour former le produit lorsqu'elle reçoit le faisceau specklé. Chaque motif de speckle  $\Phi(u, v)$ , où  $(u, v)$  sont les coordonnées spatiales, produit à la sortie du diffuseur, est d'abord mesuré séparément, en l'absence de la scène. Ensuite, pour chaque position du diffuseur, la scène  $X(u, v)$  est introduite dans le faisceau specklé pour réaliser la multiplication par le motif aléatoire connu dans le but de produire la scène specklée selon l'équation

$$\Phi_X(u, v) = \Phi(u, v) \times X(u, v) . \quad (4.8)$$

À partir de chaque projection aléatoire perçue par la caméra CCD, une mesure scalaire  $y_m$  est obtenue et stockée par l'ordinateur. En lumière incohérente, cette mesure scalaire  $y_m$ , correspondant à la sommation de l'Éq. (4.7), peut être réalisée avec une lentille focalisant le front d'onde incohérent en direction d'un seul pixel actif pour la sommation des intensités. Dans les conditions de lumière cohérente que nous avons étudiées pour le compressive imaging, une telle sommation optique sur le champ de speckle provoquerait des interférences incompatible avec l'Éq. (4.7). À la place, nous proposons d'utiliser le capteur CCD de la caméra comme un moyen de réaliser une conversion spatiale des amplitudes locales du champ cohérent en couples photo-électron. Ensuite, seule la valeur scalaire du nombre total de couples photo-électron créés sur toute la surface active du capteur CCD est nécessaire pour obtenir la mesure scalaire  $y_m$ . Nous effectuons cette acquisition avec une matrice CCD, et nous récupérons également l'information de positionnement du champ incident. Mais cette information de position n'est pas utile ou nécessaire pour le procédé de compressive imaging. Seul le courant électrique total (un simple scalaire), généré par la matrice CCD lorsque l'illumination est suffisante, est en principe nécessaire pour la reconstruction du compressive imaging. En pratique, ceci est obtenu avec un capteur CCD de complexité plus réduite, conçu en particulier pour le compressive imaging, avec une structure "monolithique" avec un simple élément actif intégrant tout le flux



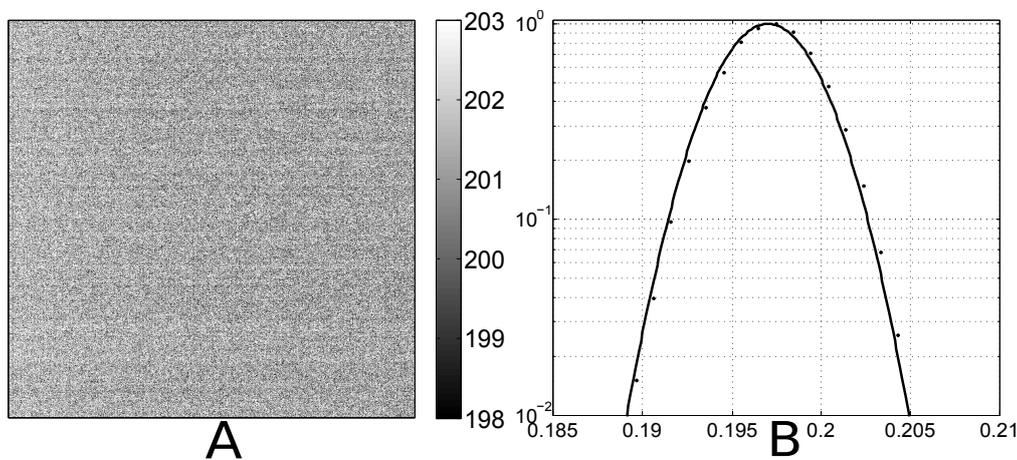
**FIG. 4.5** Dispositif expérimental pour l'implémentation optique du compressive imaging en lumière cohérente. Le bloc de réglage de l'intensité et le filtre spatial sont utilisés successivement pour obtenir un faisceau quasiment uniforme sans saturation de la caméra CCD. La lumière issue du laser traversant le diffuseur statique utilisé comme verre opaque produit le faisceau specklé qui illumine la scène imagée, constituée d'une lame avec des niveaux de transparence calibrée portant le contraste de l'image d'entrée à compresser. La lentille envoie la scène sur la matrice CCD de la caméra.

indient de lumière et ressemblant plus à une simple photodiode plane qu'à une matrice spatiale composée d'un grand nombre de cellules actives. Mais pour des raisons pratiques, pour tester la faisabilité de notre approche du compressive imaging en lumière cohérente, nous utilisons une matrice CCD standard, en effaçant l'information spatiale et en utilisant seulement un scalaire provenant de la somme des intensités transmises par la matrice. Le processus de l'Éq. (4.8) est répété pour  $M$  positions distinctes du diffuseur, pour former les  $M$  mesures scalaires  $y_m$  de l'Éq. (4.7). La reproductibilité du positionnement de la scène peut être réalisée en pratique en travaillant avec un champ de speckle avec une taille de grain plus petite que la dimension typique des contrastes spatiaux dans la scène. Ceci peut être contrôlé en choisissant la distance entre la scène et le diffuseur de la Fig. 4.5. Dans le cas d'un faisceau convergent, plus la scène est proche du diffuseur, plus la taille du grain est petite et réciproquement dans le cas d'un faisceau divergent. Il s'agit ici de conditions expérimentales parfaites. Dans la pratique, il existe des écarts à l'action parfaitement multiplicative du speckle décrit par l'Éq. (4.8).

Dans la suite, nous identifions différentes sources d'écarts à la multiplication, existants dans la pratique et observables avec le dispositif expérimental de la Fig. 4.5. Ensuite, nous modélisons et simulons leurs impacts sur le compressive imaging. Finalement, nous confrontons simulation et résultats expérimentaux pour une simple image binaire, pour une évaluation de la faisabilité et de la robustesse de notre dispositif optique expérimental du compressive imaging.

### 3 Des sources de bruit

Une première source de bruit dans le montage expérimental de la Fig. 4.5 est localisée au niveau du capteur du fait des fluctuations thermiques de la matrice CCD. La Fig. 4.6(A) présente une réalisation de ce bruit thermique acquise dans l'obscurité. Comme on le voit sur la Fig. 4.6(B), le bruit thermique de la caméra peut être modélisé comme un bruit blanc gaussien additif  $B_1(u, v)$  avec un écart-type  $\sigma_1 = 0.0026$ . Ceci constitue la première perturbation d'une action purement multiplicative du speckle. La moyenne spatiale du bruit  $B_1(u, v)$  est stationnaire pour un temps d'exposition donné de la caméra. Cette moyenne spatiale du bruit  $B_1(u, v)$  correspond au bruit de seuil de la caméra CCD qui est systématiquement soustraite de l'image acquise dans la suite.



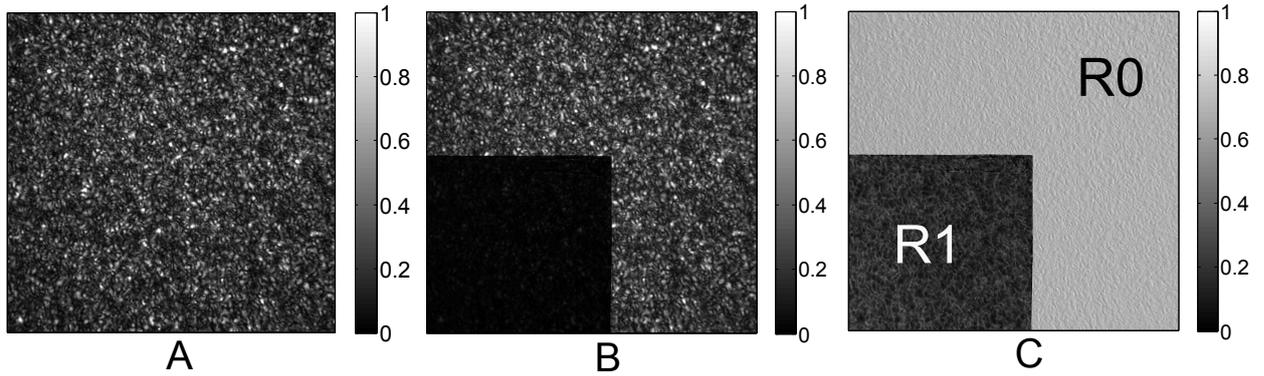
**FIG. 4.6** (A) Une réalisation du bruit thermique  $B_1(u, v)$  au niveau du capteur CCD de la caméra ; (B) histogramme des intensités de l'image (A). La caméra a une dynamique de 10 bits avec une résolution de  $1024 \times 1024$  pixels. La dynamique de 0-1023 est normalisée à une échelle d'intensité de  $[0, 1]$ .

Une seconde perturbation agit directement sur la multiplication entre le faisceau de speckle  $\Phi(u, v)$  et la scène de l'image  $X(u, v)$ . La Fig. 4.7(A) montre un motif de speckle  $\Phi(u, v)$  produit après le diffuseur de la Fig. 4.5. Lorsque la scène  $X(u, v)$  sur la Fig. 4.5, composée d'une lame avec des niveaux calibrés portant le contraste, est placée dans le faisceau de speckle, l'image acquise de la Fig. 4.7(B) est observée pour la scène specklée  $\Phi_X(u, v)$ . La Fig. 4.7(C) présente le ratio

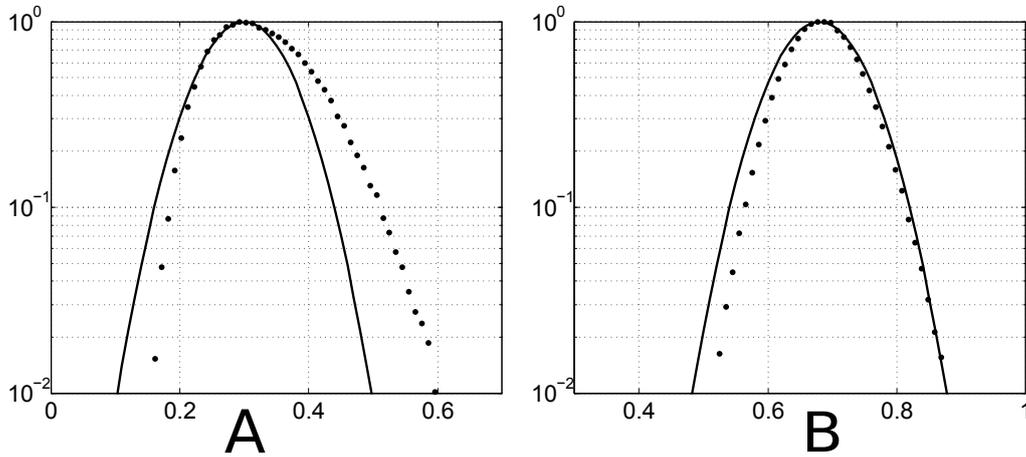
$$R(u, v) = \frac{\Phi_X(u, v)}{\Phi(u, v)} \quad (4.9)$$

entre la scène specklée  $\Phi_X(u, v)$  et le motif de speckle  $\Phi(u, v)$ . En première approximation, l'image du ratio  $R(u, v)$  correspond au contraste porté par la lame introduite dans la scène  $X(u, v)$ . Maintenant, en inspectant les histogrammes des deux régions composant  $R(u, v)$ , il apparaît que  $R(u, v)$  correspond à  $X(u, v)$  seulement sur la moyenne. Ceci est visible sur la Fig. 4.8, où les pixels dans  $R(u, v)$  sont distribués autour des valeurs moyennes que l'on s'attend à trouver lors d'une multiplication sans écart du speckle.

L'écart à la multiplication du speckle peut être attribué à plusieurs causes comme les non-uniformités spatiales de la lame calibrée dans la scène  $X(u, v)$ , un front d'onde non strictement plan du faisceau laser, ou encore à des vibrations résiduelles du dispositif expérimental



**FIG. 4.7** (A) Une réalisation du speckle  $\Phi(u, v)$ ; (B) image de la scène specklée  $\Phi_X(u, v)$  produit lorsque la scène est placée dans le faisceau de speckle. (C) Le ratio  $R(u, v) = \frac{\Phi_X(u, v)}{\Phi(u, v)}$  entre les images (B) et (A).



**FIG. 4.8** (A) Histogramme des intensités de la région  $R_1$  de la Fig. 4.7 (C) en log. (B) Histogramme des intensités de la région  $R_0$  de la Fig. 4.7 (C) en log. Les points ( $\bullet$ ) représentent les comptages expérimentaux. Les lignes représentent une densité de probabilité gaussienne avec une moyenne et un écart-type calculés à partir des comptages expérimentaux dans  $R_1$  et  $R_0$ . L'écart-type  $\sigma_2 = 0.065$  est le même dans les deux régions  $R_0$  et  $R_1$ .

ou également à la convection naturelle de l'air causant des fluctuations spatiales du chemin de propagation optique de la scène specklée  $\Phi_X(u, v)$  évoluant de manière aléatoire dans le temps. Pour mieux comprendre l'impact de ces perturbations sur le montage expérimental de la Fig. 4.5, nous proposons de modéliser cette fluctuation avec un bruit blanc gaussien multiplicatif  $B_2(u, v)$  avec un écart-type  $\sigma_2 = 0.065$  comme observé sur la Fig. 4.8. Sur la Fig. 4.8, on remarque que cette modélisation ne correspond pas parfaitement aux histogrammes expérimentaux observés. Nous considérons néanmoins cette proposition suffisamment bonne pour une seconde approximation de notre modèle comme une source additionnelle et indépendante du bruit thermique du capteur, de l'écart à l'enregistrement d'une multiplication parfaite du speckle. Le ratio de  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \approx 25$  est considéré suffisamment grand pour négliger l'impact des fluctuations de  $B_1(u, v)$  sur la Fig. 4.7, confirmant un caractère dominant des fluctuations de

$B_2(u, v)$  sur celles de  $B_1(u, v)$ . À partir de ces observations, nous considérons que l'influence de  $B_1(u, v)$  sur l'estimation de  $B_2(u, v)$  peut être raisonnablement négligée. Par conséquent, nous proposons de modéliser l'action expérimentale du speckle de la manière suivante

$$\Phi_{X_b}(u, v) = (\Phi(u, v) + B_2(u, v)) \times X(u, v) + B_1(u, v), \quad (4.10)$$

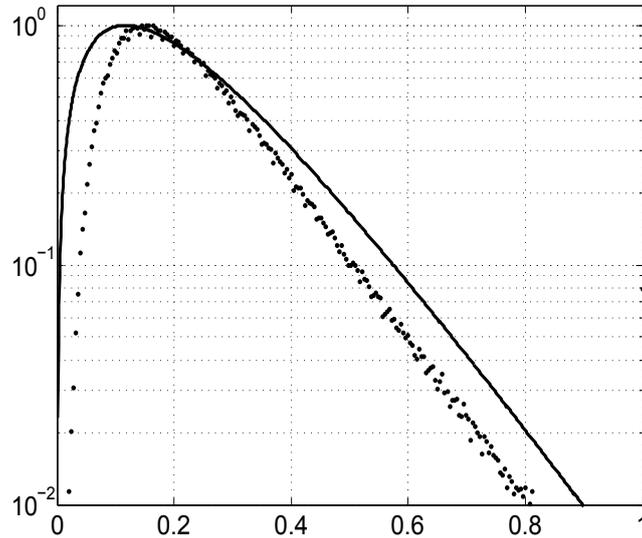
avec  $\Phi_{X_b}(u, v)$  l'image expérimentale acquise par la caméra. Nous allons maintenant utiliser cette modélisation pour évaluer la robustesse du procédé du compressive imaging face aux bruits expérimentaux  $B_1(u, v)$  et  $B_2(u, v)$ .

## 4 Simulation

Nous simulons le procédé du compressive imaging dans le but de reconstruire l'image binaire de taille  $N = 8 \times 8$  de la Fig. 4.10 (A) où les pixels de l'image à compresser sont d'intensité  $I_1 = 0.75$  pour l'objet alors que les pixels du fond sont à  $I_0 = 0.25$ , le tout en l'absence de bruit. Pour simuler les motifs de speckle, nous utilisons la densité de probabilité  $p_S(r)$ , fournie par la densité Gamma

$$p_S^L(r) = \left(\frac{L}{\sigma_S}\right)^L \frac{r^{L-1}}{\Gamma(L)} \exp\left(\frac{-Lr}{\sigma_S}\right), \quad \text{pour } r \geq 0, \quad (4.11)$$

où le paramètre  $L$ , appelé ordre de speckle, est un entier,  $\sigma_S$  est l'écart-type et la fonction Gamma peut être écrite  $\Gamma(L) = (L - 1)!$ . Comme visible sur la Fig. 4.9, le motif de speckle produit par le montage expérimental de la Fig. 4.5 est en bon accord avec le modèle de la densité Gamma de l'Éq. (4.11).



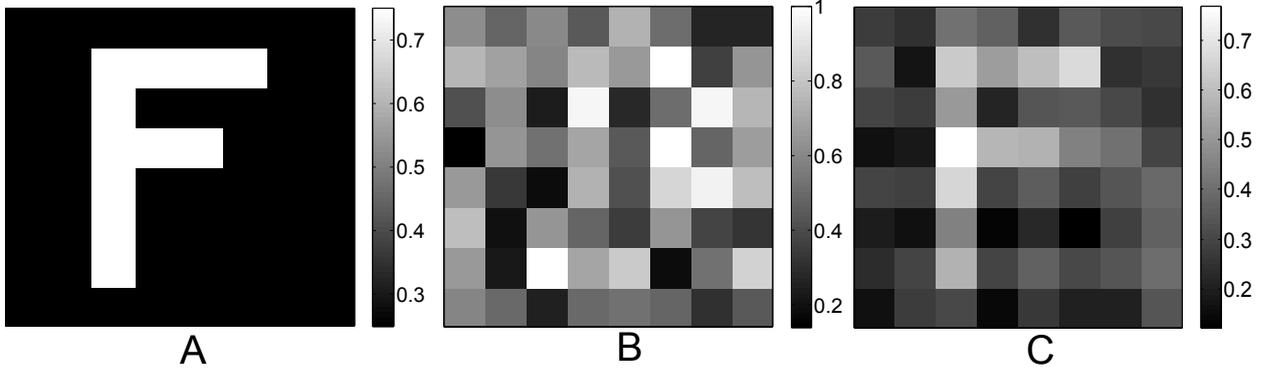
**FIG. 4.9** Histogramme des intensités de la Fig. 4.7 (A). La ligne pleine représente la distribution Gamma avec l'ordre  $L = 2$  et l'écart-type  $\sigma_S = 0.23$  correspondant à un motif de speckle dépolarisé.

Dans la suite, nous allons modéliser le motif de speckle avec la densité Gamma de paramètre  $L = 2$  dans l'Éq. (4.11) correspondant aux conditions expérimentales observées pour une

dépolarisation totale du speckle. La Fig. 4.10 (B) présente une réalisation d'un motif de speckle de taille  $N = 8 \times 8$  avec  $\sigma_S = 0.23$ . La Fig. 4.10 (C) montre l'image reconstruite  $\hat{\mathbf{x}}$  obtenue avec  $M = 53$  mesures scalaires  $y_m$ . La qualité de l'image reconstruite  $\hat{\mathbf{x}}$  pour un nombre donné  $M$  de mesures scalaires peut être évaluée par l'intercovariance normalisée  $C(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$  donnée par

$$C(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = \frac{\langle \mathbf{x}\hat{\mathbf{x}} \rangle - \langle \mathbf{x} \rangle \langle \hat{\mathbf{x}} \rangle}{\sqrt{\langle \mathbf{x}^2 \rangle - \langle \mathbf{x} \rangle^2} \sqrt{\langle \hat{\mathbf{x}}^2 \rangle - \langle \hat{\mathbf{x}} \rangle^2}}, \quad (4.12)$$

où  $\langle \cdot \rangle$  correspond à la moyenne spatiale sur les images. La Fig. 4.11 montre une amélioration globale de l'intercovariance normalisée  $C(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$  en fonction du nombre  $M$  de mesures scalaires pour l'image binaire de la Fig. 4.10 (A). De plus, sur la Fig. 4.11, nous comparons en terme de pourcentage de pixels bien classés, l'image binaire d'entrée  $\mathbf{x}$  avec la version binarisée de l'image reconstruite  $\hat{\mathbf{x}}$ . Une reconstruction exacte est obtenue sur la Fig. 4.11, avec  $M = 53$  mesures scalaires  $y_m$  après binarisation par seuillage de  $\hat{\mathbf{x}}$  à un niveau  $(I_0 + I_1)/2$ , pour l'image de référence binaire de la Fig. 4.10(A).



**FIG. 4.10** (A) Image binaire de taille  $8 \times 8$  pixels et de niveaux de gris  $I_1 = 0.75$  pour l'objet et  $I_0 = 0.25$  pour le fond. (B) Une réalisation d'un motif de speckle avec  $\sigma_S = 0.23$ . (C) Image reconstruite  $\hat{\mathbf{x}}$  avec  $M = 53$  mesures scalaires  $y_m$ .

Cette possibilité d'une reconstruction exacte est reproductible sur de multiples réalisations du bruit avec une forte probabilité. Nous considérons ce résultat comme une situation de référence pour le principe du compressive imaging en l'absence de bruit. Nous étudions maintenant l'évolution de la performance du principe du compressive imaging pour la reconstruction de la même image lorsque les deux bruits  $B_1$  et  $B_2$  de l'Éq. (4.10) sont introduits. La Fig. 4.12 présente l'impact du niveau du bruit additif gaussien  $B_1(u, v)$  ou du bruit multiplicatif gaussien  $B_2(u, v)$  de l'Éq. (4.10) sur la reconstruction de l'image de la Fig. 4.10 (A) pour un nombre fixé  $M = 53$  de mesures scalaires  $y_m$ .

Les résultats de la Fig. 4.12 sont intéressants puisqu'ils nous permettent de prédire la performance du principe du compressive imaging dans diverses conditions expérimentales. Pour illustration, nous avons localisé les niveaux expérimentaux de bruit mesurés dans notre montage expérimental. Comme visible sur la Fig. 4.12, notre modèle prédit que, dans de telles conditions expérimentales, le principe de compressive imaging parvient encore à reconstruire l'image observée pour  $M = 53$  mesures scalaires  $y_m$ .

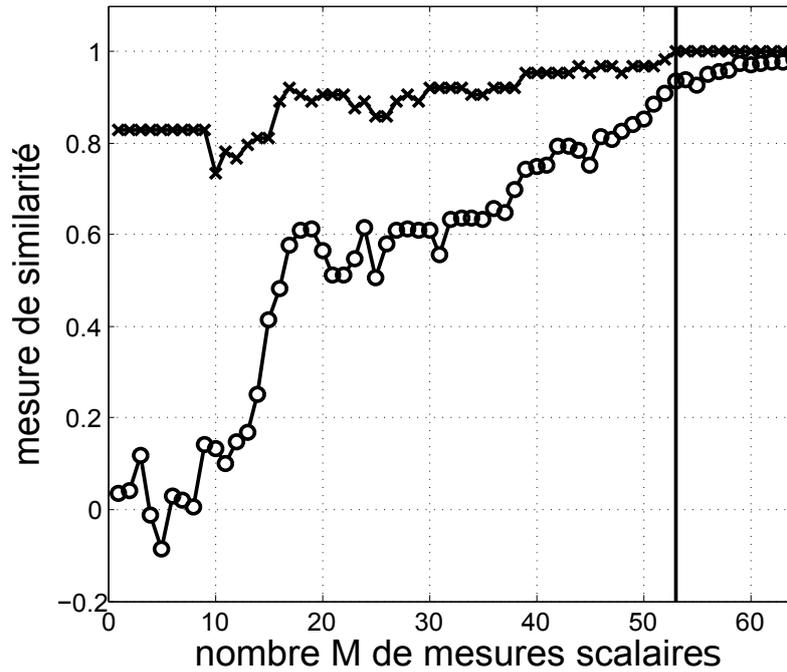


FIG. 4.11 Intercovariance normalisée (o) de l'Éq. (4.12) entre l'image de référence de la Fig. 4.10 (A) et l'image reconstruite  $\hat{x}$  et pourcentage de pixels bien classés ( $\times$ ) de l'image seuillée à partir de  $\hat{x}$  en fonction du nombre  $M$  de mesures scalaires  $y_m$ .

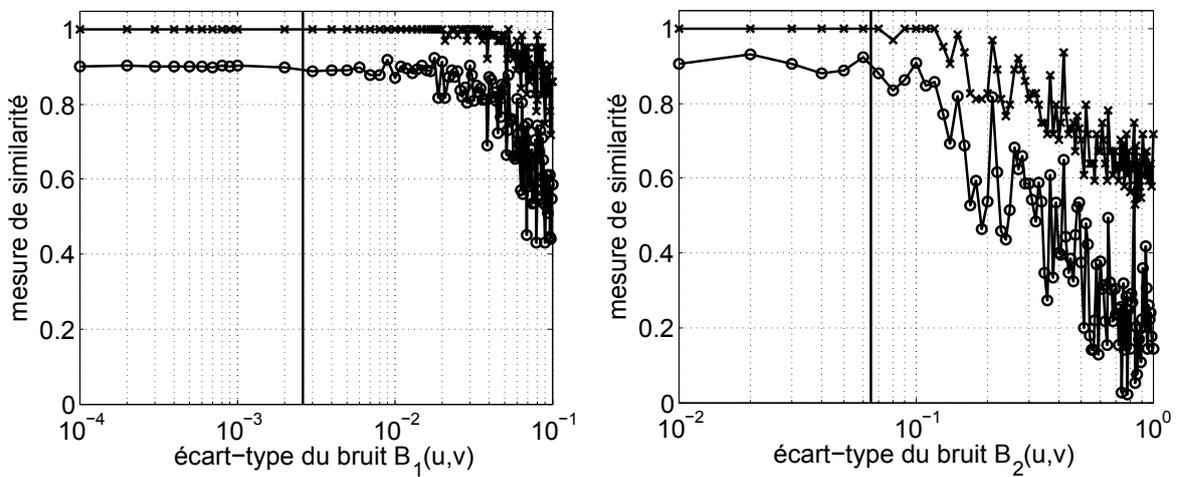
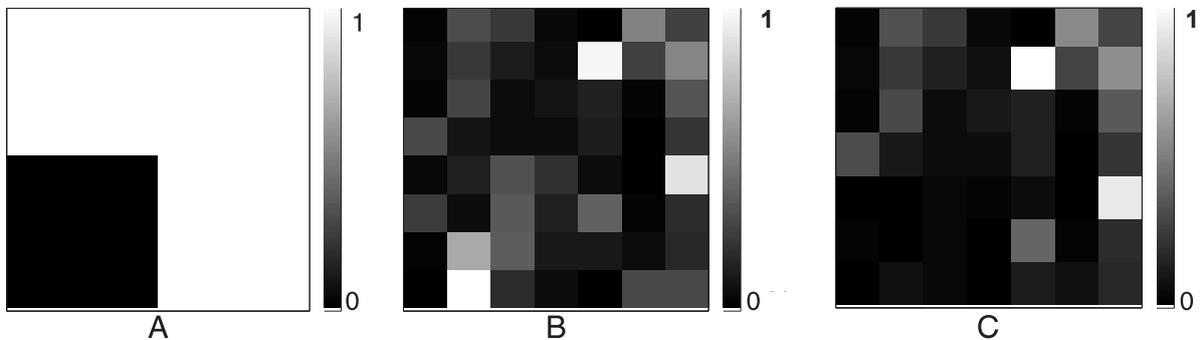


FIG. 4.12 (A) Intercovariance normalisée (o) de l'Éq. (4.12) entre l'image de référence de la Fig. 4.10 (A) et l'image reconstruite  $\hat{x}$  de la Fig. 4.10 (C) et pourcentage de pixels bien classés ( $\times$ ) en considérant l'image seuillée de  $\hat{x}$ , en fonction de l'écart-type  $\sigma_1$  du bruit  $B_1(u,v)$  pour un nombre fixé  $M = 53$  mesures scalaires  $y_m$ . Le niveau du bruit  $B_2(u,v)$  est nul. (B) identique au cas (A) mais le niveau du bruit  $B_1(u,v)$  est nul et le niveau du bruit  $B_2(u,v)$  augmente. Dans (A) et (B), les lignes verticales pleines correspondent aux niveaux des bruits présents dans nos conditions expérimentales.

## 5 Résultats expérimentaux

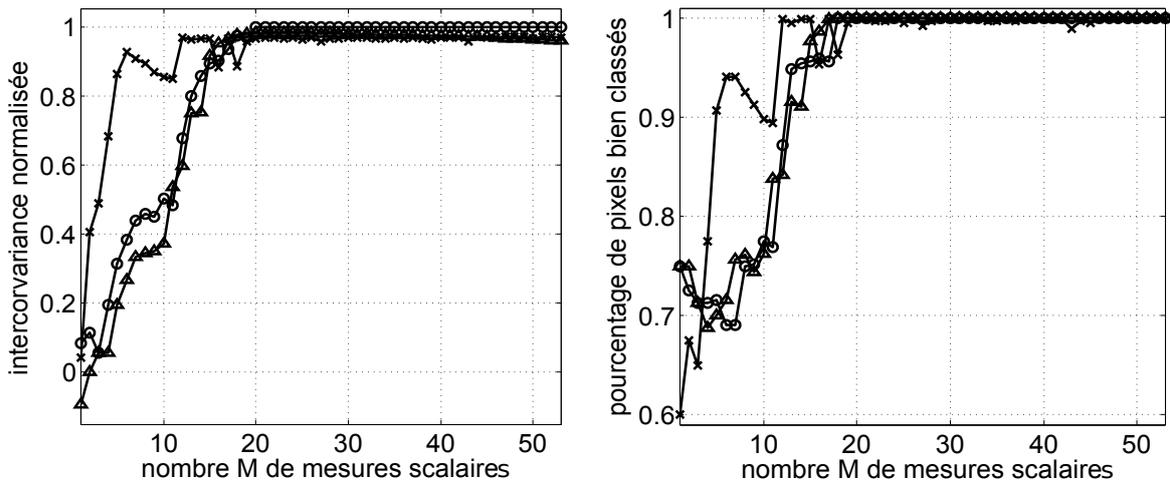
Nous pouvons maintenant tester le compressive imaging réalisé à partir du montage expérimental de la Fig 4.5. Nous proposons de le tester avec une simple scène d'entrée binaire de taille  $N = 8 \times 8$  de la Fig. 4.13 (A) pour confronter notre modèle prédictif à l'expérimentation. La Fig. 4.14 présente la performance de la reconstruction pour cette image d'entrée et il apparaît qu'une reconstruction exacte est possible à partir de  $y_m = 20$  mesures, ce qui correspond à un ratio de compression sans perte de 64:20. Pour comparaison, la Fig. 4.14 fournit également la simulation du compressive imaging sur l'image d'entrée de la Fig. 4.13 (A) en l'absence de bruit et en présence des bruits modélisés ajustés selon nos conditions expérimentales. Comme visible sur la Fig. 4.14, la simulation réalise une reconstruction exacte pour presque le même nombre de mesure  $y_m = 20$ . Ceci valide la possibilité du modèle de bruit proposé dans l'Éq. (4.10) de prédire la performance de l'implémentation expérimentale tout optique du compressive imaging proposé dans la Fig. 4.5.



**FIG. 4.13** (A) Version optique de l'image d'entrée à compresser avec  $8 \times 8$  pixels et les niveaux de gris  $I_0 = 1$  pour le fond et  $I_1 = 0.1$  pour la lame. (B) Une réalisation expérimentale d'un motif de speckle avec  $8 \times 8$  pixels. (C) Multiplication du motif de speckle par l'image d'entrée  $X(u, v)$  réalisée optiquement avec le dispositif expérimental de la Fig. 4.5.

## 6 Discussion et conclusion

Nous avons conçu et testé un montage optique pour l'implémentation expérimentale du compressive imaging. Le point clé proposé dans notre étude est d'exploiter les images de speckle apparaissant en lumière cohérente dans le but de réaliser l'étape essentielle de multiplication avec des motifs aléatoires [32]. Le montage expérimental du compressive imaging basé sur cette proposition a été assemblé et testé dans son principe avec des images binaires simples de taille  $N = 8 \times 8$ . Les résultats démontrent la faisabilité de ce principe pour le compressive imaging, en réalisant une reconstruction expérimentale exacte pour une image compressée avec un ratio de compression de 64:20. Le compressive sensing a été précédemment implémenté expérimentalement avec des distributions gaussiennes ou des distributions binaires de Bernoulli. L'intensité du speckle suit des distributions exponentielles. Nos résultats étendent donc le champ des distributions qui peuvent être trouvées dans la pratique et qui peuvent être utilisées pour des implémentations pratiques du compressive sensing. Concernant les performances de compression, le taux de compression atteint dépend de plusieurs paramètres puisqu'il dépend



**FIG. 4.14** (A) Intercovariance normalisée de l'Éq. (4.12) entre l'image de référence de la Fig. 4.13 (A) et l'image reconstruite  $\hat{\mathbf{x}}$  en fonction du nombre  $M$  de mesures scalaires  $y_m$  : ( $\circ$ ) moyenne sur 10 réalisations pour la situation de référence simulée en l'absence de bruit, ( $\triangle$ ) moyenne sur 10 réalisations pour la reconstruction simulée de la Fig. 4.13 (A) dans nos conditions expérimentales de bruits avec  $\sigma_1 = 0.0026$  et  $\sigma_2 = 0.065$ , ( $\times$ ) moyenne sur 10 réalisations de la reconstruction de la Fig. 4.13 (A) pour les images acquises via le dispositif expérimental de la Fig. 4.5. (B) identique à (A) avec le pourcentage de pixels bien classés entre l'image de référence binaire de la Fig. 4.13 (A) et l'image seuillée de  $\hat{\mathbf{x}}$ .

de l'image elle-même, mais aussi de la base de projection utilisée pour le compressive imaging. Donc la performance de compression est essentiellement donnée ici comme une valeur typique et une preuve additionnelle de la faisabilité. Une autre contribution originale de cette étude est que nous avons identifié différentes sources de bruit et simulé leur impact sur le compressive imaging. Ceci établit quantitativement la robustesse du procédé du compressive imaging tout optique introduit dans ce chapitre.

Dans les précédents dispositifs expérimentaux proposés pour le compressive imaging, les projections aléatoires de l'Éq. (4.7) sont généralement réalisées avec l'intervention d'éléments matériels mécaniques. Par exemple, dans le système optique d'imagerie incohérente de [44, 114], une matrice de micro-miroirs est électriquement commandée pour créer des motifs pseudo-aléatoires qui sont successivement appliqués pour affecter la transmission de l'image d'entrée. Dans les systèmes d'imagerie terahertz de [129, 130], les projections aléatoires sont réalisées par des plaques de cuivre percées irrégulièrement par des trous et mécaniquement translattées pour intercepter un faisceau terahertz traversant également un masque plan (l'objet imagé) entre deux antennes. Comme alternative ici, nous avons montré qu'un faisceau de lumière cohérente peut naturellement offrir une manière simple d'effectuer une telle multiplication avec des motifs aléatoires sur la forme d'une image specklée. La capacité de ce mode d'opération de réaliser les projections aléatoires du compressive imaging est validée ici par la possibilité de reconstruction exacte que l'on a obtenue. Cette preuve de faisabilité concernant une implémentation tout optique de l'étape essentielle de projections aléatoires a été obtenue ici avec une simple configuration du dispositif optique de la Fig. 4.5. Le but était de se concentrer sur la preuve de faisabilité du principe au moyen d'un dispositif avec une configuration de faible complexité. En particulier, la petite taille  $8 \times 8$  de l'image implique un petit nombre de position du diffuseur à gérer, résultant en un petit nombre de références aléatoires. Cependant, le procédé en

principe peut être étendu à des images plus grandes, avec un nombre plus grand de références aléatoires à considérer. Dans de telles conditions opératoires, les références de motifs aléatoires de speckle produites par le diffuseur à différentes positions spatiales pourraient être mesurées une fois pour toutes et attachées à un dispositif optique de compressive imaging donné, en s'assurant de la reproductibilité du positionnement spatial du diffuseur avec une précision suffisante. Des méthodes alternatives pourraient être examinées pour contrôler la réalisation des motifs aléatoires de speckle reproductibles, par exemple avec des appareils électro-optiques comme des SLM (Spatial Light Modulator). De plus, une évolution utile possible du dispositif serait de tester ce procédé d'imagerie sur des scènes 3D arbitraires. Dans sa forme présentée ici, le dispositif optique de la Fig. 4.5 fournit une acquisition compressée d'une image matérialisée par une lame avec des transparences distribuées spatialement. C'était également le même type d'objet qui a été proposé précédemment dans des dispositifs expérimentaux pour le compressive imaging [44, 114, 129, 130], comme une condition pratique pour le test d'une mise en oeuvre d'un principe novateur. Une étape future de notre dispositif serait de tester son principe avec une scène tri-dimensionnelle illuminée par le faisceau cohérent de speckle, comme c'est le cas en holographie en imagerie cohérente, dont le principe consiste à enregistrer le relief d'un objet sur une plaque plane photosensible pour ensuite reconstruire l'objet en 3D. Les progrès technologiques dans le domaine des caméras matricielles ont ouvert de nouvelles perspectives dans le domaine de l'holographie, en particulier pour l'application du compressive imaging [131, 132, 133]. Il devrait être alors vérifié que le résultat peut encore être analysé comme une image de la scène sous-jacente multipliée par un motif aléatoire connu de speckle. Si la scène tri-dimensionnelle présente des irrégularités significatives à l'échelle microscopique, elle peut même produire son propre motif de speckle, qui agira multiplicativement sur l'image mesurée. Dans ce cas, le procédé du compressive imaging, s'il opère encore, reconstruira une image de la scène portant son propre speckle. L'image reconstruite aura en fait l'apparence d'une image cohérente comme celles mesurées avec des appareils d'imagerie cohérente, pourtant acquise avec le compressive imaging. De telles évolutions représentent de futures étapes d'exploration, au delà de la démonstration donnée ici du potentiel multiplicatif des motifs de speckle pour le compressive imaging, et dans le but de progresser vers des dispositifs de compressive imaging plus pratiques et flexibles. Puisque l'imagerie cohérente existe au-delà du domaine de l'optique, par exemple avec les sonars acoustiques ou les systèmes d'imagerie SAR, ces résultats pourraient également apporter des potentialités pour le compressive imaging dans ces domaines.

D'une manière générale, le travail présenté dans ce chapitre nous a permis de proposer une troisième contribution sur des approches informationnelles en imagerie sur le thème spécifique des traitements-acquisition conjoint [32]. Dans la seconde partie de ce document de thèse, nous poursuivons l'exposition de nos travaux sur des approches informationnelles en imagerie en nous concentrant cette fois-ci sur le phénomène de résonance stochastique appliqué au domaine de l'image.





Deuxième partie

La résonance stochastique en imagerie



# De nouvelles explorations

## Sommaire

<b>1</b>	<b>Résonance stochastique en imagerie cohérente de speckle partiellement polarisé</b> . . . . .	<b>61</b>
1.1	Un système d'imagerie cohérente avec capteur non linéaire . . . . .	62
1.2	Acquisition d'images de speckle partiellement polarisé . . . . .	63
1.3	Discussion . . . . .	65
<b>2</b>	<b>Résonance stochastique en Imagerie par Résonance Magnétique (IRM)</b> <b>67</b>	<b>67</b>
2.1	Couplage signal-bruit en IRM . . . . .	69
2.2	Transmission d'image non linéaire . . . . .	71
2.3	Transmission d'image assistée par le bruit . . . . .	73
2.4	Discussion . . . . .	76
<b>3</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>79</b>

La seconde partie de ce manuscrit explore le domaine de la résonance stochastique selon deux directions. Ce chapitre est connecté au champ de la résonance stochastique et des processus d'amélioration par le bruit de transmission non linéaire d'information. Nous investiguons de nouvelles situations de résonance stochastique, en particulier pour de nouveaux couplages signal-bruit au niveau du capteur, présents en imagerie de polarisation et en imagerie par résonance magnétique (IRM). Dans un deuxième temps (Chapitre 6), nous considérons la résonance stochastique via sa signification informationnelle comme un phénomène permettant d'approfondir le statut et les propriétés de mesures entropiques ou informationnelles appliquées à l'imagerie. Nous l'utilisons en particulier comme un banc de test pour confronter ces mesures informationnelles généralisées à des mesures psychovisuelles en imagerie.

## 1 Résonance stochastique en imagerie cohérente de speckle partiellement polarisé

Nous considérons ici les extensions et applications possibles de la résonance stochastique ou amélioration par le bruit en imagerie optique [34]. Dans ce cadre, il a été récemment [61, 91, 127, 134] démontré la possibilité de contextes d'imagerie cohérente pour lesquels des non-linéarités (à seuil [61, 134], à saturation [91]) dans la réponse du capteur coopérant avec le bruit, peuvent donner lieu à une amélioration de l'image acquise en comparaison avec l'image produite par un capteur parfaitement linéaire. Les images considérées dans [61, 91, 127, 134] sont fortement affectées par du bruit de speckle et sont caractérisées par leurs propriétés statistiques. L'acquisition d'image est améliorée lorsque le bruit de speckle est réglé à un niveau qui est suffisamment grand pour forcer le capteur à opérer dans les zones non linéaires de sa réponse. De telles possibilités d'exploitation du bruit de speckle, dans le but de tirer parti des

non-linéarités des capteurs, sont illustrées avec des images de densités optiques calibrées avec de multiples niveaux de gris [134] ou binaires [61, 91, 127]. Le modèle de speckle dans [61, 91, 127, 134] était un simple modèle de speckle pleinement développé et polarisé. Ici, nous proposons d'étendre les travaux de [61, 91, 127, 134] pour du bruit de speckle partiellement polarisé [97, 135]. Nous considérons en particulier le cas intéressant d'images de speckle caractérisées par un contraste en dépolarisation et sans contraste en réflectivité. Nous montrons que la théorie prédit des mécanismes non linéaires similaires d'amélioration pour des images formées d'un unique contraste en dépolarisation et nous présentons un dispositif expérimental pour confronter la théorie et l'expérimentation comme il a été réalisé dans [61, 91].

### 1.1 Un système d'imagerie cohérente avec capteur non linéaire

Nous considérons le dispositif expérimental d'imagerie cohérente de la Fig. 5.1. Un faisceau laser dépolarisé d'intensité réglable traverse un diffuseur statique pour créer un champ de bruit de speckle  $N(u, v)$  qui illumine un objet avec des propriétés optiques calibrées portant le contraste de l'image d'entrée  $S(u, v)$ , avec  $(u, v)$  les coordonnées spatiales. Ici nous considérons le cas où le contraste dans l'image d'entrée  $S(u, v)$  est porteur de la réflectivité et des propriétés de dépolarisation de l'objet de la Fig. 5.1. L'objet plan est imagé sur la matrice CCD de la caméra pour produire l'image de speckle partiellement polarisé  $X(u, v)$ . L'image de sortie acquise  $Y(u, v)$  délivrée par la caméra est alors

$$Y(u, v) = g[X(u, v)] , \quad (5.1)$$

où  $g[\cdot]$  est la caractéristique sans mémoire entrée-sortie de la caméra.

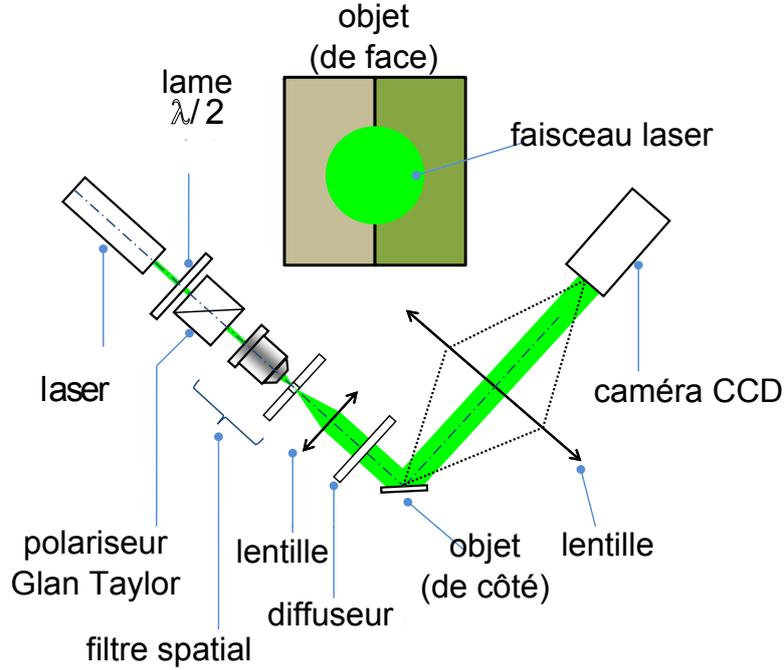
Nous introduisons une mesure de similarité de l'information transmise entre l'image d'entrée  $S(u, v)$  et l'image de sortie  $Y(u, v)$ . Une possibilité pour caractériser la transmission des images est fournie par l'erreur quadratique moyenne entrée-sortie

$$Q_{SY} = \sqrt{\langle (S(u, v) - Y(u, v))^2 \rangle} . \quad (5.2)$$

Les capteurs d'images sont en général modélisés avec une caractéristique entrée-sortie parfaitement linéaire. Avec cette modalité d'acquisition conventionnellement linéaire, le niveau du bruit de speckle n'a pas d'impact sur la mesure de similarité entrée-sortie  $Q_{SY}$  [97]. Mais, dans la pratique, les caractéristiques des capteurs présentent des non-linéarités comme un seuil aux faibles intensités lumineuses ou une saturation pour les fortes intensités. Nous souhaitons étudier l'impact du niveau du bruit de speckle lorsque l'on introduit ce type de non-linéarité dans les capteurs utilisés dans le processus d'acquisition d'image. Pour illustration, dans cette section, la caractéristique  $g[\cdot]$  du capteur d'image est choisie comme dans [61, 127, 134], soit un capteur à seuil  $\theta$ , simple et sans mémoire, i.e.

$$g[X(u, v)] = \begin{cases} 0 & \text{pour } X(u, v) \leq \theta \\ 1 & \text{pour } X(u, v) > \theta . \end{cases} \quad (5.3)$$

Dans la suite, nous allons étudier l'impact du niveau du bruit de speckle sur des mesures de similarités entrée-sortie  $Q_{SY}$  en présence du capteur à seuil de l'Éq. (5.3). Nous avons donc besoin d'un nouveau modèle pour le dispositif expérimental de la Fig. 5.1 dans le but d'analyser les propriétés statistiques de l'image de sortie  $Y(u, v)$ .



**FIG. 5.1** Dispositif expérimental d'imagerie cohérente de notre étude [34]. La lame  $\lambda/2$  associée au polariseur Glan-Taylor est utilisée pour contrôler l'intensité de l'onde cohérente incidente venant de la génération de la seconde harmonique d'un laser YAG :Nd compact à diode (532 nm, 10 mW). Le filtre spatial est utilisé pour obtenir une intensité uniforme sur le diffuseur statique, un verre opaque. La position de la première lentille contrôle la taille du grain de speckle dans le plan de l'objet. L'objet, une surface avec des propriétés optiques calibrées (en réflectivité et dépolarisation) porte les contrastes de l'image d'entrée  $S(u, v)$ , et est illuminé par le champ du bruit de speckle. La seconde lentille envoie l'objet plan sur le capteur d'image. Les variations des niveaux de speckle  $\sigma_N$  dans l'Éq. (5.4) et (5.5) sont contrôlées par la rotation de la lame  $\lambda/2$ .

## 1.2 Acquisition d'images de speckle partiellement polarisé

Le faisceau à la sortie du laser sur la Fig. 5.1 est polarisé et le diffuseur statique est supposé ne produire aucune dépolarisation. Un simple modèle pour le champ du bruit de speckle  $N(u, v)$  qui illumine l'objet sur la Fig. 5.1 est un speckle entièrement développé pour lequel la densité de probabilité  $p_N(j)$  est donnée par l'équation

$$p_N(j) = \frac{1}{\sigma_N} \exp\left(-\frac{j}{\sigma_N}\right), \quad j \geq 0, \quad (5.4)$$

avec  $\sigma_N$  la moyenne et l'écart-type de  $N(u, v)$ . Nous supposons que le contraste spatial de la réflectivité  $I_S(u, v)$  et la polarisation du front d'onde réfléchi  $\varphi_S(u, v)$  sont des motifs spatialement identiques à la variation de leur amplitude relative de l'image d'entrée  $S(u, v) \in [0, 1]$ , caractérisés par la densité de probabilité  $p_S(s)$ . Une densité de probabilité décrivant le champ de speckle partiellement polarisé  $X(u, v)$  produit sur le capteur CCD sur la Fig. 5.1 est donnée

dans [97] comme

$$p_X(j) = \int_0^1 \frac{1}{\wp_S(s)\sigma_N} \left[ \exp\left(-\frac{2}{1+\wp_S(s)} \frac{j}{I_S(s)\sigma_N}\right) - \exp\left(-\frac{2}{1-\wp_S(s)} \frac{j}{I_S(s)\sigma_N}\right) \right] p_S(s) ds, \quad (5.5)$$

pour  $j \geq 0$  et 0 partout ailleurs. Le degré de polarisation  $\wp_S \in [0, 1]$  est 0 pour un champ totalement dépolarisé et 1 pour un champ totalement polarisé. Nous choisissons, pour montrer la possibilité d'un effet de bruit utile, d'examiner la situation d'une image d'entrée binaire  $S(u, v)$ . On peut penser à une échelle d'observation où le champ de vision est réduit à seulement deux régions distinctes caractérisées par des propriétés optiques uniformes distinctes. La densité de probabilité associée à  $S(u, v)$  est

$$p_S(s) = p_1\delta(s-1) + p_0\delta(s-0), \quad (5.6)$$

où les régions  $k \in \{0, 1\}$  de surface  $p_k$  ont les propriétés optiques  $\{I_k, \wp_k\}$ . De plus, la densité de probabilité  $p_X(j)$  définissant le champ de speckle partiellement polarisé  $X(u, v)$  produit sur le capteur CCD de la caméra de la Fig. 5.1 est

$$p_X(j) = \sum_{k=0}^1 p_k \cdot \frac{1}{\wp_k \sigma_N I_k} \left[ \exp\left(-\frac{2}{1+\wp_k} \frac{j}{\sigma_N I_k}\right) - \exp\left(-\frac{2}{1-\wp_k} \frac{j}{\sigma_N I_k}\right) \right], \quad j \geq 0. \quad (5.7)$$

Dans ce contexte, l'erreur quadratique moyenne entrée-sortie de l'Éq. (4.12) s'écrit

$$Q_{SY} = \sqrt{p_1 + q_1 - 2p_1 p_{11}}, \quad (5.8)$$

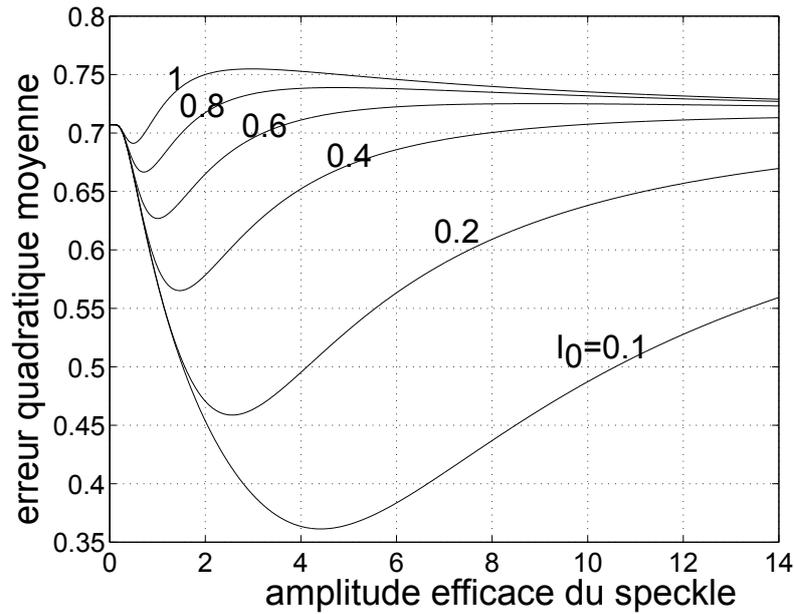
avec les probabilités conditionnelles  $p_{1k} = \Pr\{Y = 1 | S = k\}$  et  $q_1 = \Pr\{Y = 1\} = p_1 p_{11} + (1 - p_1) p_{10}$ . Pour  $k \in \{0, 1\}$  nous avons

$$p_{1k} = 1 - \frac{1}{2} \left[ \exp\left(-\frac{2}{1+\wp_k} \frac{\theta}{\sigma_N I_k}\right) + \exp\left(-\frac{2}{1-\wp_k} \frac{\theta}{\sigma_N I_k}\right) \right] + \frac{1}{2\wp_k} \left[ \exp\left(-\frac{2}{1+\wp_k} \frac{\theta}{\sigma_N I_k}\right) - \exp\left(-\frac{2}{1-\wp_k} \frac{\theta}{\sigma_N I_k}\right) \right]. \quad (5.9)$$

Avec l'Éq. (5.9), l'Éq. (5.8) donne une évaluation explicite de la mesure de similarité entrée-sortie  $Q_{SY}$  de l'Éq. (5.2).

Les Figs. 5.2 et 5.3 donnent une illustration de l'impact du niveau du bruit de speckle  $\sigma_N$  pour plusieurs contrastes en réflectivité et en dépolarisation sur la transmission d'image entrée-sortie évaluée par la mesure de similarité  $Q_{SY}$ . Nous observons sur les Figs. 5.2 et 5.3 une évolution non monotone de  $Q_{SY}$  qui peut être améliorée lorsque le niveau du bruit de speckle augmente. Comme visible sur les Figs. 5.2 et 5.3, l'erreur quadratique moyenne  $Q_{SY}$  atteint sa valeur minimale lorsque le niveau  $\sigma_N$  du bruit de speckle est réglé à une valeur

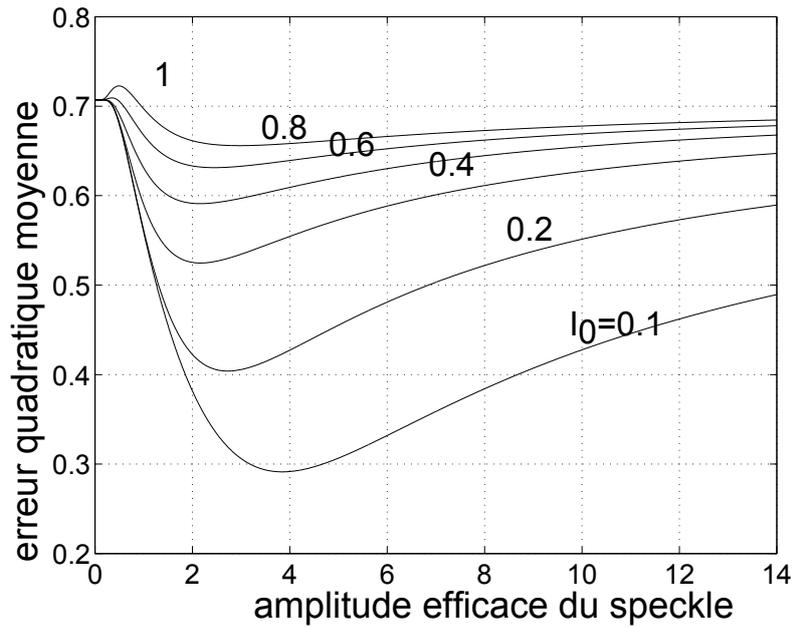
optimale non nulle qui peut être déterminée avec la théorie présentée ici. L'observation des Figs. 5.2 et 5.3 est en accord avec les résultats de [61, 127, 134] également obtenus avec un capteur à seuil à 1-bit mais avec un autre modèle de speckle, considéré seulement dans des situations d'imagerie totalement polarisée. Une observation particulièrement intéressante sur les Figs. 5.2 et 5.3 est qu'il n'y a pas de contraste en réflexivité et que l'image d'entrée binaire  $S(u, v)$  est uniquement obtenue à partir du contraste de dépolarisation. Dans ces situations de contraste de dépolarisation pure, la théorie prédit aussi l'existence d'un niveau optimal du bruit de speckle pour optimiser l'acquisition de l'image, évaluée par la mesure de similarité  $Q_{SY}$ .



**FIG. 5.2** Erreur quadratique moyenne  $Q_{SY}$  de l'Éq. (5.2) en fonction de l'amplitude efficace du bruit de speckle  $\sqrt{2}\sigma_N$  de l'Éq. (5.4) pour plusieurs valeurs de réflexivité  $I_0$  et  $I_1 = 1$  dans l'image binaire d'entrée  $S(u, v)$ . Le degré de polarisation est  $\varphi_1 = 1$  et  $\varphi_0 = 0$ . Les deux régions constituant l'image d'entrée binaire  $S(u, v)$  occupent des surfaces identiques  $p_1 = p_0$ . La caractéristique entrée-sortie du capteur est à seuil  $\theta = 1$  selon l'Éq. (5.3).

### 1.3 Discussion

Les résultats présentés sur les Fig. 5.2 et 5.3 montrent la possibilité d'enregistrer un effet de bruit utile en imagerie cohérente partiellement polarisée. Il serait maintenant intéressant de confronter, comme il est fait dans [61, 91], expérimentation et modélisation théorique. Une première possibilité serait d'implémenter le dispositif expérimental de la Fig. 5.1. Le contraste en dépolarisation pourrait être obtenu en choisissant deux matériaux différents pour former l'image binaire  $S(u, v)$ , porté par l'objet dans la Fig. 5.1. Il serait facile de construire une image d'entrée binaire  $S(u, v)$  avec un contraste maximal en dépolarisation. Par exemple, on peut penser à une scène constituée d'une région diélectrique brute [97], comme le papier produisant typiquement un front d'onde avec un degré de polarisation  $\varphi \approx 0$  et une région métallique brute pour avoir  $\varphi \approx 1$ . Maintenant, il serait plus difficile de trouver un ensemble complet de surfaces représentant toutes les propriétés de dépolarisation capables de réfléchir un front

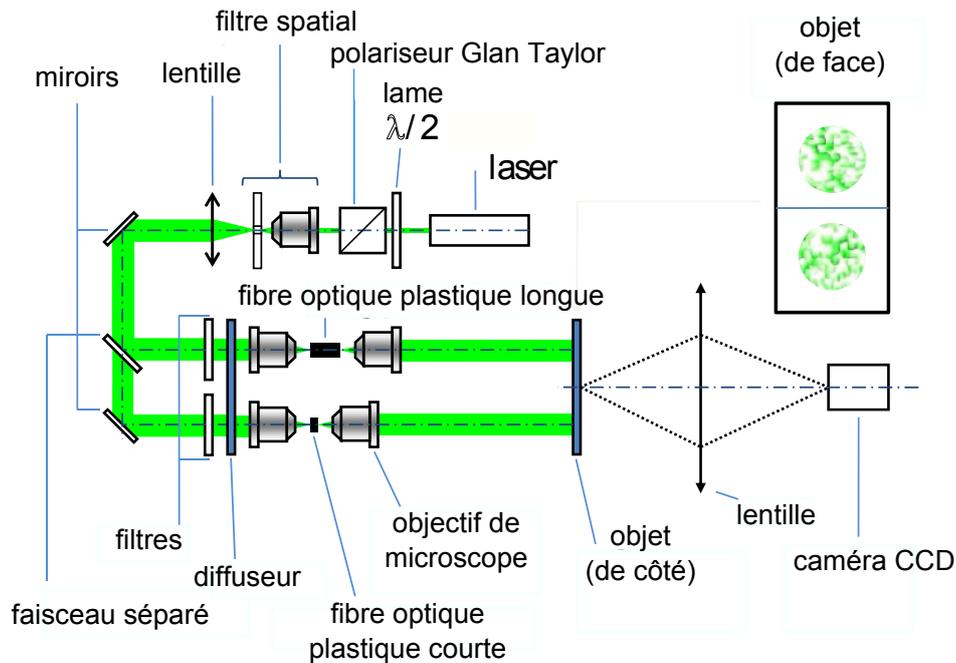


**FIG. 5.3** Erreur quadratique moyenne  $Q_{SY}$  de l'Éq. (5.2) en fonction de l'amplitude efficace du bruit de speckle  $\sqrt{2}\sigma_N$  de l'Éq. (5.4) pour plusieurs valeurs de réflexivité  $I_0$  et  $I_1 = 1$  dans l'image binaire d'entrée  $S(u, v)$ . Le degré de polarisation est  $\varphi_1 = 0$  et  $\varphi_0 = 1$ . Les deux régions constituant l'image d'entrée binaire  $S(u, v)$  occupent des surfaces identiques  $p_1 = p_0$ . La caractéristique entrée-sortie du capteur est à seuil  $\theta = 1$  selon l'Éq. (5.3).

d'onde avec un degré de polarisation recouvrant de manière uniforme l'intervalle  $[0, 1]$ . C'est donc une limitation du dispositif expérimental de la Fig. 5.1. De manière alternative, une dépolarisation partielle d'une onde incidente polarisée peut également être contrôlée par des appareils à cristaux liquides [136, 137, 138]. Les fibres optiques multimodes sont également connues pour dépolariser partiellement la lumière [139]. Parce qu'elles sont moins chères que les appareils à cristaux liquides et plus faciles à implémenter qu'un ensemble de surfaces de rugosités variables, nous proposons d'utiliser des fibres optiques pour régler le degré de polarisation. Le dispositif expérimental de la Fig. 5.4 reproduit le processus des Éqs. (5.4) et (5.5) où le contraste dans les degrés de polarisation dans les images de speckle partiellement polarisées  $X(u, v)$  est obtenu en choisissant deux longueurs différentes pour les deux fibres optiques. Pour illustration, la Fig. 5.5 montre qu'il est possible de recouvrir presque entièrement l'intervalle  $[0, 1]$  des degrés de polarisation  $\varphi$  avec un ensemble simple de fibres optiques de longueurs variables. Ainsi, le dispositif expérimental de la Fig. 5.4 semble être un bon candidat pour proposer une validation expérimentale future des résultats théoriques présentés dans cette étude. Une extension naturelle de ces travaux serait de considérer une acquisition d'images de speckle partiellement polarisé avec des capteurs d'images de caméra CCD impliquant une partie linéaire et une saturation. L'acquisition d'images plus sophistiquées avec des réflectivités et des degrés de polarisation distribués pourrait également être étudiée en présence de non-linéarités dans les capteurs d'images. D'autres mesures de similarité incluant des mesures dédiées à des tâches spécifiques de traitement d'images, comme la détection ou la segmentation, décrites dans [140, 17] pourraient être analysées dans le cadre non conventionnel des acquisitions non linéaires. Toutes ces perspectives peuvent être réalisées théoriquement et expérimentalement

suivant [61, 91, 127, 134] et notre étude [34].

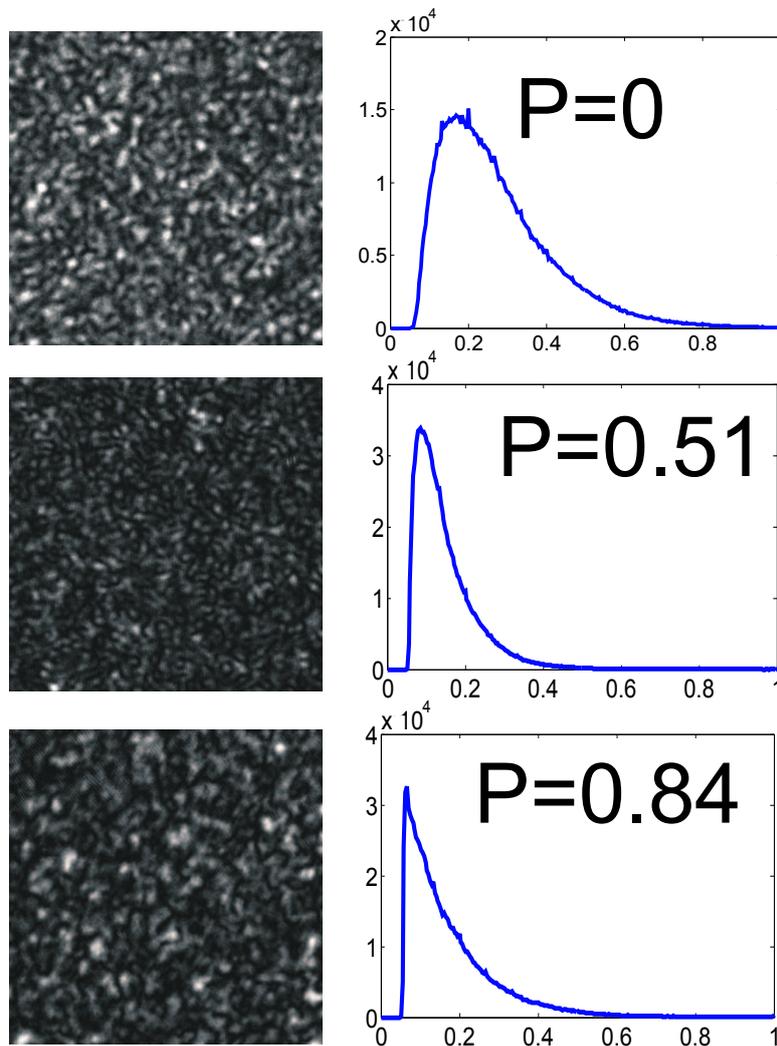
Dans la section suivante, nous donnons une nouvelle illustration de notre approche informationnelle de la résonance stochastique en imagerie. Nous étudions le couplage signal-bruit présent en imagerie par résonance magnétique.



**FIG. 5.4** Dispositif expérimental proposé pour la validation expérimentale des résultats présentés dans cette section. Une lame  $\lambda/2$  et un polariseur Glan-Taylor sont utilisés pour ajuster l'intensité du faisceau laser polarisé avant qu'il soit focalisé par un filtre spatial sténopé. L'élargissement du faisceau collimaté est obtenu par la lentille suivante. Le faisceau séparé à 50/50 est utilisé pour former les deux régions de l'image d'entrée  $S(u, v)$ . Le contraste dans l'intensité de l'image d'entrée  $S(u, v)$  est réglé à l'aide des deux filtres composés de lames de différentes densités optiques. Les deux faisceaux progressent à travers un diffuseur et la lumière specklée diffusée est injectée dans des fibres optiques plastiques multimodes (le diamètre du cœur=0.9 mm) avec différentes longueurs pour contrôler le degré de polarisation de chaque faisceau. Une lame microscopique est utilisée pour réaliser l'objet transparent. Une seconde lentille est utilisée pour imager l'objet plan sur le capteur CCD de la caméra pour obtenir une image composée des deux régions specklées avec une intensité et un degré de polarisation contrôlés.

## 2 Résonance stochastique en Imagerie par Résonance Magnétique (IRM)

Parmi tous les systèmes d'acquisition, l'imagerie par résonance magnétique (IRM) représente un bon candidat pour étudier la possibilité d'un bénéfice d'approches non linéaires. La chaîne d'information en IRM incorpore de nombreuses étapes successives, en commençant par



**FIG. 5.5** Images de speckle partiellement polarisé  $X(u, v)$  (gauche) et l'histogramme associé correspondant à la fonction de densité de probabilité de l'Éq. (5.7) (droite). L'image d'entrée  $S(u, v)$  est uniforme avec seulement une région  $p_1 = 1$ . Les images de speckle partiellement polarisé  $X(u, v)$  sont obtenues à partir du dispositif expérimental de la Fig. 5.4 avec des fibres optiques multimodes de longueurs différentes respectivement 10 cm (en bas), 2 cm (au milieu), 0 cm (en haut). Le degré de polarisation  $\varphi_S = \varphi_1 = \varphi$  uniforme dans  $X(u, v)$  est indiqué sur chaque histogramme et il est calculé avec l'estimateur donné dans [135].

une acquisition indirecte dans le domaine des fréquences, pour reconstruire une image spatiale comme une base pour des extractions d'information ultérieures. Dans cette section, nous examinons la possibilité d'observer un effet de résonance stochastique ou effet de bruit utile dans la transmission d'information de la chaîne d'IRM. En particulier, nous montrons des conditions pour lesquelles, lorsque le bruit couplé à l'information portée par le signal est utilisé comme une entrée réglable de la chaîne de l'information, et que l'on augmente le niveau de ce bruit, on observe une amélioration de la mesure informationnelle de performance appropriée. Pour finir, nous montrons qu'un couplage signal-bruit spécifique, ni additif ni multiplicatif, et nouveau pour la résonance stochastique, opère en IRM [33].

### 2.1 Couplage signal–bruit en IRM

Les images IRM ne sont pas acquises directement mais résultent d’un processus de reconstruction [141] décrit dans le schéma à deux étapes de la Fig. 5.6. Dans un premier temps, les données brutes sont mesurées consécutivement avec une antenne radiofréquence pour constituer deux images,  $\text{Re}(k_1, k_2)$  et  $\text{Im}(k_1, k_2)$  dans la Fig. 5.6, physiquement captées en quadrature par le récepteur–échantillonneur placé après l’antenne. Ces données brutes  $\text{Re}(k_1, k_2)$  et  $\text{Im}(k_1, k_2)$  sont fournies dans le domaine fréquentiel, également appelé l’espace des  $k$ , par l’appareil à IRM, respectivement comme les parties réelle et imaginaire de la transformée de Fourier de la coupe ou du volume de l’objet observé placé dans le dispositif expérimental. Dans un deuxième temps, les images IRM sont obtenues dans le domaine spatial après une transformée de Fourier inverse des données brutes

$$\underline{M}(u_1, u_2) = \text{TF}^{-1} [\text{Re}(k_1, k_2) + i\text{Im}(k_1, k_2)] . \tag{5.10}$$

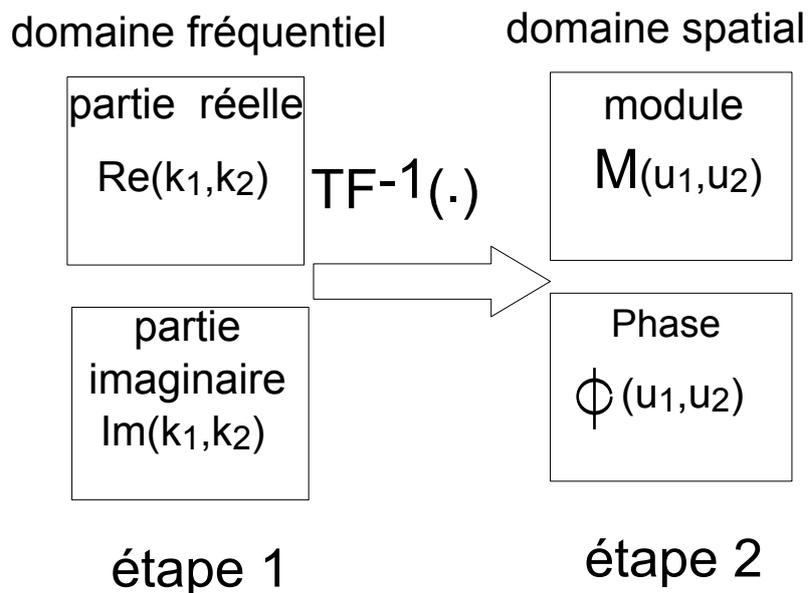
Les images IRM dans le domaine spatial contenues dans  $\underline{M}(u_1, u_2)$  sont en général visualisées comme une image module  $M(u_1, u_2)$  physiquement reliée à la distribution spatiale de la densité de protons de l’objet observé

$$M(u_1, u_2) = | \underline{M}(u_1, u_2) | , \tag{5.11}$$

et une image de phase  $\Phi(u_1, u_2)$  physiquement reliée à des variations de susceptibilité [142] (comme celles induites par la saturation en oxygène, en ferritine ou agent de contraste super-paramagnétique) ou au mouvement (comme le flux sanguin) dans l’objet observé

$$\Phi(u_1, u_2) = \arg[\underline{M}(u_1, u_2)] , \tag{5.12}$$

avec  $(u_1, u_2)$  les coordonnées spatiales.



**FIG. 5.6** Les deux étapes du processus de reconstruction en IRM. Les images dans l’étape 1 sont les données brutes mesurées. Les images dans l’étape 2 correspondent à l’image reconstruite de l’objet physique observé placé dans l’appareil expérimental d’IRM.

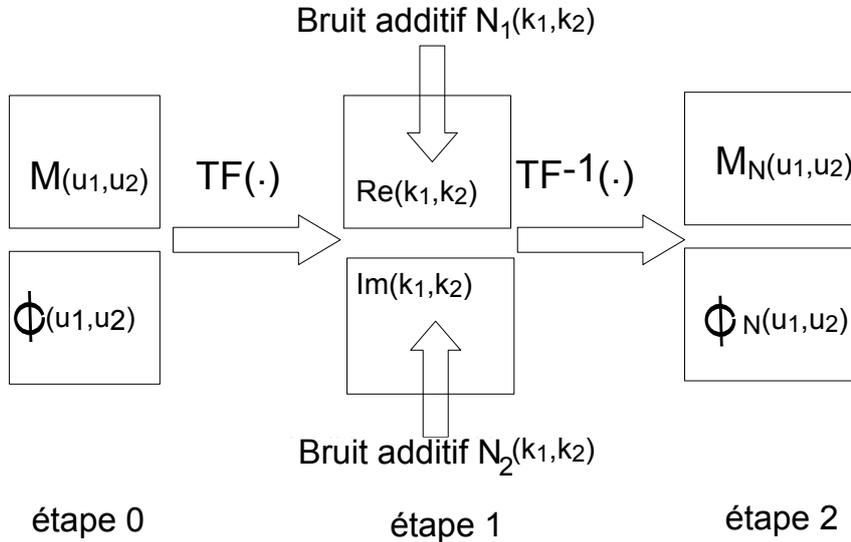
Dans des conditions standard [141], le bruit en IRM peut avoir plusieurs origines incluant les fluctuations dans l'objet observé [143], le bruit thermique dans l'antenne ou les appareils électroniques du récepteur-échantillonneur placé après l'antenne [144, 145]. Pour un objet observé stable, ne présentant pas de source interne de fluctuations, le bruit de l'antenne ou du récepteur-échantillonneur est bien décrit par un bruit gaussien blanc additif [141] dans le domaine fréquentiel dans l'étape 1 de la Fig. 5.6. Pour simuler le couplage signal-bruit en IRM, nous utilisons donc le schéma en trois étapes de la Fig. 5.7. Les images module  $M(u_1, u_2)$  et de phase  $\Phi(u_1, u_2)$ , portant l'information et sans bruit (étape 0 de la Fig. 5.7), subissent une transformée de Fourier pour simuler les données brutes mesurées dans le domaine des fréquences (étape 1 dans la Fig. 5.7). L'action du bruit dans l'antenne et le récepteur-échantillonneur est modélisée dans le domaine des fréquences par l'addition de deux réalisations indépendantes  $N_1(k_1, k_2)$  et  $N_2(k_1, k_2)$  d'un bruit blanc gaussien de moyenne nulle avec le même écart-type  $\sigma_N$ . Le processus de reconstruction de la Fig. 5.6 est ensuite appliqué pour produire l'image module bruitée  $M_N(u_1, u_2)$  et l'image de phase bruitée  $\Phi_N(u_1, u_2)$  qui, par linéarité de la transformée de Fourier, donne

$$M_N(u_1, u_2) = \sqrt{[M(u_1, u_2) \cos(\Phi(u_1, u_2)) + N_1(u_1, u_2)]^2 + [M(u_1, u_2) \sin(\Phi(u_1, u_2)) + N_2(u_1, u_2)]^2} \quad (5.13)$$

et

$$\Phi_N(u_1, u_2) = \arctan \left[ \frac{M(u_1, u_2) \sin(\Phi(u_1, u_2)) + N_2(u_1, u_2)}{M(u_1, u_2) \cos(\Phi(u_1, u_2)) + N_1(u_1, u_2)} \right], \quad (5.14)$$

avec  $N_1(u_1, u_2)$  et  $N_2(u_1, u_2)$  qui sont respectivement égales à la partie réelle et imaginaire de  $\text{TF}^{-1}[N_1(k_1, k_2) + iN_2(k_1, k_2)]$ . Les bruits  $N_1(u_1, u_2)$  et  $N_2(u_1, u_2)$  sont donc des réalisations indépendantes de bruit gaussien de moyenne nulle avec le même écart-type  $\sigma_N$ .



**FIG. 5.7** Les trois étapes de simulation du processus de formation d'une image bruitée en IRM. L'étape 0 appliquée avant le processus de reconstruction de la Fig. 5.6 simule les données brutes mesurées à partir d'images portant l'information, sans bruit. Le couplage signal-bruit apparaît dans le domaine des fréquences de l'étape 1.

Le traitement d'image IRM consiste ensuite à extraire l'information spatiale utile portée par  $M_N(u_1, u_2)$  et  $\Phi_N(u_1, u_2)$  malgré la présence du bruit. Du point de vue informationnel

de Shannon présenté dans le chapitre 1, le processus de reconstruction des images IRM peut donc être réduit à une simple transmission d'image par un canal, illustrée pour l'image module  $M(u_1, u_2)$  dans la Fig. 5.8. Le traitement d'image peut impliquer n'importe quelle tâche informationnelle standard : détection, estimation, segmentation, classification ... L'extraction de l'information utile est par essence une question de réduction de la quantité de données et ne peut être une pure transformation linéaire tautologique tout au long de la chaîne de traitement de l'information. Il est donc important de comprendre que tous les processus informationnels standard nécessitent, par essence, au moins aux étapes finales de la chaîne d'information, des traitements non linéaires. Dans ces contextes informationnels non linéaires, nous allons démontrer que le bruit, lorsque nous le considérons comme une entrée réglable, peut jouer un rôle bénéfique dans la transmission d'image dans les conditions standard d'imagerie par résonance magnétique.

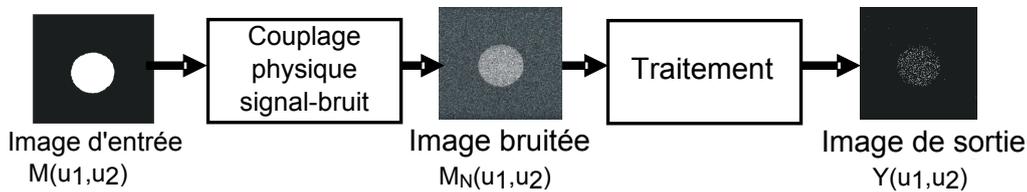


FIG. 5.8 L'imagerie par résonance magnétique vue comme un canal d'information selon le paradigme informationnel de Shannon présenté dans le chapitre 1. L'image module d'entrée  $M(u_1, u_2)$  portant l'information, sans bruit, est couplée au bruit selon l'Éq. (5.13) pour fournir l'image module bruitée  $M_N(u_1, u_2)$ , qui est traitée pour produire l'image de sortie  $Y(u_1, u_2)$ .

## 2.2 Transmission d'image non linéaire

Les images module  $M_N(u_1, u_2)$  de l'Éq. (5.13) et phase  $\Phi_N(u_1, u_2)$  de l'Éq. (5.14) ont toutes les deux un sens physique. Cependant, la plupart du temps, seule l'image module, qui produit une visualisation anatomique directe de l'objet observé est utilisée, l'information portée par la phase n'est pas usuellement considérée. Même si l'image de phase peut fournir une information additionnelle [146, 147, 148] comme la vitesse du flux ou une carte de la susceptibilité, le besoin fréquent d'un déroulement de phase limite son utilisation. Nous choisissons de travailler dans la suite avec un objet stable ne présentant aucun contraste de susceptibilité. Nous allons donc nous concentrer seulement sur l'information portée par l'image module bruitée  $M_N(u_1, u_2)$ . Ainsi, l'objet observé est par conséquent constitué par une image module d'entrée  $M(u_1, u_2)$  mais aucune information n'est portée par l'image de phase en entrée  $\Phi(u_1, u_2)$  dans l'étape 0 de la Fig. 5.7 prise comme une image constante uniforme.

Nous explicitons maintenant les descriptions statistiques de l'image module bruitée  $M_N(u_1, u_2)$  acquise. L'image module d'entrée  $M(u_1, u_2)$ , formée par une distribution de niveaux de gris, est caractérisée par la densité de probabilité  $p_M(m)$  et pour un  $m$  donné, on rappelle la fonction de densité de probabilité conditionnelle de l'image module bruitée  $M_N(u_1, u_2)$  résultant de l'Éq. (5.13)

$$p_{M_N|m}(j) = \frac{j}{\sigma_N^2} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma_N^2}(j^2 + 2m^2) \right] B_0 \left( \frac{\sqrt{2}mj}{\sigma_N^2} \right), \quad (5.15)$$

pour  $j \geq 0$  et  $p_{M_N|m}(j) = 0$  pour  $j < 0$  avec la fonction de Bessel s'écrivant

$$B_0(j) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \exp(j \cos \theta) d\theta . \quad (5.16)$$

Nous considérons l'acquisition des images IRM avec le modèle statistique de l'Éq. (5.15) en présence d'un système non linéaire avec une caractéristique entrée–sortie  $g[\cdot]$  qui délivre l'image de sortie

$$Y(u_1, u_2) = g[M_N(u_1, u_2)] . \quad (5.17)$$

Des phénomènes non linéaires peuvent apparaître à différents niveaux de la chaîne d'information d'IRM, comme un défaut d'homogénéité du champ magnétique statique, une saturation dans la réponse du récepteur pour les hautes amplitudes de l'excitation. Nous considérons ici une non-linéarité basique apparaissant dans le post-traitement de l'image bruitée  $M_N(u_1, u_2)$  pour un objectif d'extraction d'information. Dans les canaux de communication usuels, le niveau du bruit est imposé par les conditions opératoires. En présence de non-linéarité dans le canal, la résonance stochastique devient une option favorable accessible au processus. Avec la résonance stochastique, le niveau du bruit est considéré comme un paramètre réglable, son augmentation pouvant parfois être impliquée dans l'amélioration de la performance. Nous allons évaluer l'impact du niveau du bruit  $\sigma_N$  dans l'Éq. (5.15) sur la qualité de l'image de sortie  $Y(u_1, u_2)$  transmise par le canal de la Fig. 5.8, modélisant les conditions d'acquisition standard en IRM. L'amplitude efficace du bruit  $\sigma_N$  est en pratique un paramètre contrôlable expérimentalement, réglable avec la bande passante  $BW$  du récepteur–échantillonneur en laissant la résolution de l'image inchangée. Plus la bande passante  $BW$  est petite, plus  $\sigma_N$  dans l'Éq. (5.15) est petite. Dans les conditions pratiques d'acquisition d'IRM [142], on doit tolérer une certaine part de bruit puisque la bande passante  $BW$  doit rester suffisamment grande pour éviter les artefacts de changement chimique. De tels artefacts apparaissent dans les changements de localisation spatiale créés par des différences dans l'environnement chimique de l'objet observé. Nous allons démontrer dans la suite la possibilité d'un avantage supplémentaire de ce compromis conventionnel sur  $\sigma_N$  avec des situations pour lesquelles, en présence de non-linéarité, une augmentation du niveau de bruit  $\sigma_N$  se traduit par une amélioration de la qualité de l'image de sortie  $Y(u_1, u_2)$  transmise.

Pour des raisons méthodologiques, nous choisissons la non-linéarité  $g[\cdot]$  de l'Éq. (5.17) comme une caractéristique entrée–sortie statique sans mémoire

$$g[M_N(u_1, u_2)] = \begin{cases} 0 & \text{pour } M_N(u_1, u_2) < \theta_0 \\ M_N(u_1, u_2) & \text{pour } \theta_0 \leq M_N(u_1, u_2) \leq \theta \\ \theta & \text{pour } M_N(u_1, u_2) > \theta \end{cases} \quad (5.18)$$

avec la caractéristique linéaire entre le seuil  $\theta_0 \geq 0$  et saturant pour la limite supérieure  $\theta \geq \theta_0$ . Cette caractéristique inclut le cas particulier d'un simple seuil à deux niveaux lorsque  $\theta = \theta_0$  modélisant la non-linéarité de haut niveau d'un schéma de détection binaire. De plus, la non-linéarité statique  $g[\cdot]$  de l'Éq. (5.18) a déjà été étudiée dans le contexte de la résonance stochastique avec un couplage additif [80] apparaissant dans le bruit thermique ou avec des couplages multiplicatifs apparaissant avec le bruit de speckle en optique [91] par exemple. Comme visible dans l'Éq. (5.13), le couplage signal–bruit en IRM n'est ni additif ni multiplicatif. Il serait donc intéressant de pouvoir comparer l'impact d'une augmentation du niveau du bruit

avec la non-linéarité de l'Éq. (5.18) en présence du couplage signal-bruit spécifique en IRM de l'Éq. (5.13) avec le comportement observé dans le cas de couplage signal-bruit purement additif ou multiplication.

### 2.3 Transmission d'image assistée par le bruit

Nous considérons dans un premier temps le cas d'une image binaire en entrée du canal d'information de la Fig. 5.8. Cette situation modélise une simple scène composée d'un objet uniforme placé seul dans l'appareil à IRM. L'image bruitée  $M_N(u_1, u_2)$  est ensuite traitée par  $g[\cdot]$ , un simple quantificateur à seuil  $\theta_0 = \theta$  tel que

$$g[M_N(u_1, u_2)] = \begin{cases} 0 & \text{pour } M_N(u_1, u_2) \leq \theta \\ \theta & \text{pour } M_N(u_1, u_2) > \theta . \end{cases} \quad (5.19)$$

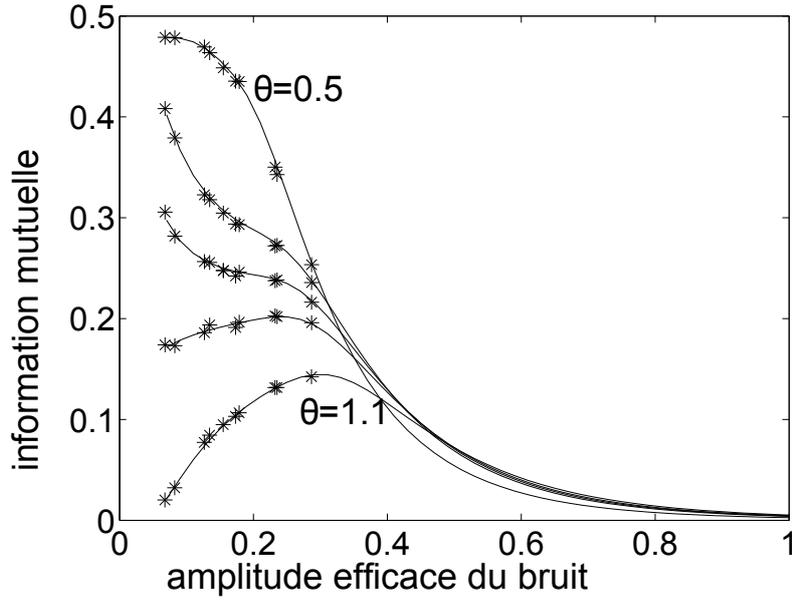
Pour les images d'entrée binaires  $M(u_1, u_2)$  avec deux niveaux possibles  $m_0$  ou  $m_1$ , nous avons la fonction de densité de probabilité

$$p_M(m) = p_1\delta(m - m_1) + (1 - p_1)\delta(m - m_0) , \quad (5.20)$$

où  $p_1$  est la part de pixels à  $m_1$  dans l'image  $M(u_1, u_2)$ . Dans ce contexte, la chaîne d'information, de l'image d'entrée binaire  $M(u_1, u_2)$  à l'image de sortie  $Y(u_1, u_2)$ , est similaire à un canal binaire. Une mesure de performance appropriée pour quantifier la transmission de l'information est fournie par l'information mutuelle entrée-sortie  $I(M, Y)$  définie dans le chapitre 2, Sect. 2.

La Fig. 5.9 illustre quantitativement la possibilité d'un effet de bruit utile dans le canal d'information d'IRM de la Fig. 5.8. Dans la Fig. 5.9, l'effet de bruit utile apparaît, quand le niveau  $\sigma_N$  du bruit augmente, lorsque l'information mutuelle  $I(M, Y)$  suit une évolution non monotone culminant pour un niveau optimal non nul du bruit. Ces régimes de résonance stochastique dans la Fig. 5.9 opèrent lorsque, en l'absence de bruit, le niveau des pixels reliés à l'objet et au fond sont localisés sous le seuil fixé  $\theta$  du quantificateur de l'Éq. (5.19). Dans une telle configuration, le seuil  $\theta$  est trop grand, mal positionné, pour réaliser une bonne classification binaire des pixels dans l'image module bruitée  $M_N(u_1, u_2)$  et notre analyse démontre qu'une augmentation du niveau de bruit par réglage de la bande passante du récepteur de l'appareil d'IRM peut être bénéfique à la transmission de l'information portée par l'image d'entrée  $M_N(u_1, u_2)$ .

Nous avons confronté les prédictions données par la modélisation théorique de l'information mutuelle entrée-sortie  $I(M, Y)$  avec des images expérimentales acquises avec un véritable appareil d'IRM. Les expérimentations ont été réalisées en collaboration avec Florence Franconi de la Plateforme d'Ingénierie et Analyses Moléculaires (PIAM) de l'Université d'Angers, à partir d'un système à IRM Bruker Avance DRX (Bruker Biospin SA, Wissembourg, France) dans des conditions d'acquisition conventionnelles avec une séquence d'écho de spin 2D classique. La séquence d'écho de spin 2D de référence a été acquise avec un temps de répétition de 150 ms, un temps d'écho de 60 ms, avec une épaisseur de coupe de 2 mm, avec un champ de vision de 70 mm et une taille de matrice de  $256 \times 256$ . Le nombre d'expérience était 1. La coupe était perpendiculaire au tube. La Fig. 5.10 donne une illustration du réglage expérimental du niveau du bruit  $\sigma_N$  avec la bande passante  $BW$  du récepteur-échantillonneur. L'objet dans la scène est un tube de 50 ml de BD Falcon<sup>(TM)</sup>, rempli d'eau dopée d'une solution de  $NiCl_2$



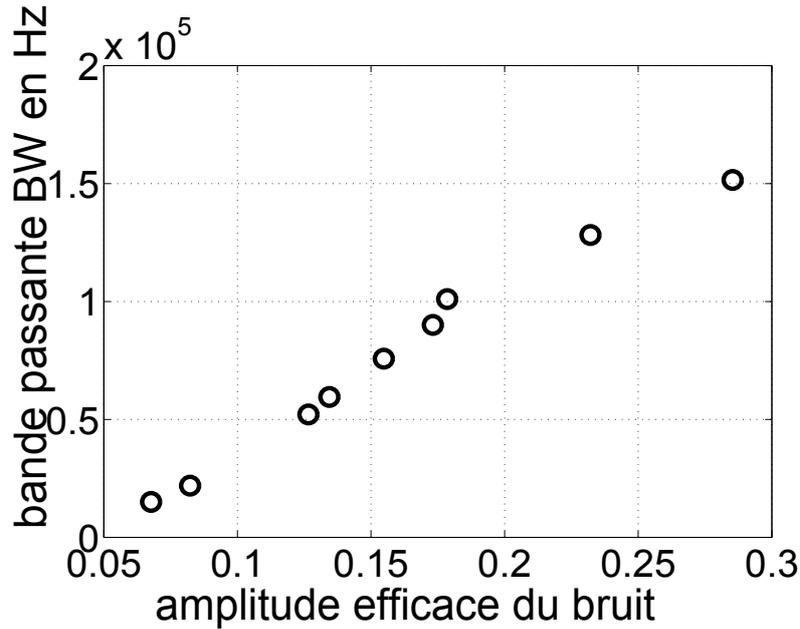
**FIG. 5.9** Information mutuelle entrée–sortie  $I(M, Y)$  en fonction de l’amplitude efficace  $\sigma_N$  du bruit dans le récepteur–échantillonneur pour des valeurs distinctes du seuil  $\theta = 0.5, 0.9, 0.95, 1, 1.1$  du quantificateur de l’Éq. (5.19). Les lignes pleines représentant les expressions théoriques de  $I(M, Y)$ . Les ensembles discrets de données ( $\star$ ) sont obtenus à partir du calcul de  $I(M, Y)$  sur des images acquises expérimentalement. Les paramètres  $p_1 = 0.1$ ,  $m_0 = 0.05$  et  $m_1 = 0.7$  utilisés dans les résultats théoriques ont été estimés à partir des images expérimentales.

et  $MnCl_2$  de 0.1 mMol solution. Une illustration qualitative des images expérimentales correspondantes est donnée sur la Fig. 5.11. On observe sur la Fig. 5.9 un bon accord entre les résultats expérimentaux et théoriques dans l’étendue de bruit accessible avec notre dispositif expérimental, qui inclut pour un seuil  $\theta$  suffisamment grand, des régimes où une augmentation du niveau de bruit bénéficie à la transmission d’information à travers le canal binaire.

Pour une illustration supplémentaire, nous considérons ici le cas de la non-linéarité de l’Éq. (5.18) ayant une partie linéaire et une partie saturante avec  $\theta_0 \neq \theta$ . Nous enrichissons également l’image à acquérir en considérant l’image “phantom Shepp–Logan” de la Fig. 5.12, avec de multiples niveaux de gris, qui présente plusieurs structures de contrastes différents. Pour tester d’autres mesures de similarité, nous proposons d’utiliser l’indice de similarité structurelle  $S_{SIM}$  définie dans [149, 150] comme

$$S_{SIM}(M, Y) = \frac{4(\langle MY \rangle - \langle M \rangle \langle Y \rangle) \langle M \rangle \langle Y \rangle}{(\langle M^2 \rangle - \langle M \rangle^2 + \langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2) (\langle M \rangle^2 + \langle Y \rangle^2)} \quad (5.21)$$

où  $\langle \cdot \rangle$  représente la moyenne sur les images. L’indice  $S_{SIM}(M, Y)$  de l’Éq. (5.21) varie dans  $[-1, 1]$ ; il atteint sa valeur maximale de 1 lorsque les deux images  $M$  et  $Y$  sont égales; il vaut zéro lorsque les images  $M$  et  $Y$  ne sont pas reliées; il atteint  $-1$  lorsque  $M$  et  $Y$  sont identiques exceptées pour les signes opposés de leurs fluctuations. La capacité de  $S_{SIM}$  d’être en bon accord avec l’appréciation visuelle de la qualité d’une image dans un contexte de résonance stochastique a été récemment démontrée [37] avec un couplage signal–bruit additif et nous présentons plus en détail ces résultats dans le chapitre 6, Sect. 2. Nous présentons maintenant



**FIG. 5.10** Bande passante  $BW$  du récepteur-échantillonneur en fonction du bruit d'écart-type  $\sigma_N$  dans l'Éq. (5.15) estimé à partir d'images d'IRM d'un tube vide.

l'utilisation de  $S_{SIM}$  dans le contexte du couplage signal-bruit non additif en IRM. Avec la non-linéarité  $g[\cdot]$  de l'Éq. (5.18), on peut théoriquement évaluer  $S_{SIM}(M, Y)$ . Dans ce but, nous introduisons les probabilités conditionnelles

$$\Pr\{Y \in [y, y + dy[ \mid M = m\}. \tag{5.22}$$

Pour les pixels non saturés de l'image de sortie  $Y(u_1, u_2)$ , lorsque  $\theta_0 < y < \theta$ , on a

$$\Pr\{Y \in [y, y + dy[ \mid M = m\} = p_{M_N \mid m}(y) dy . \tag{5.23}$$

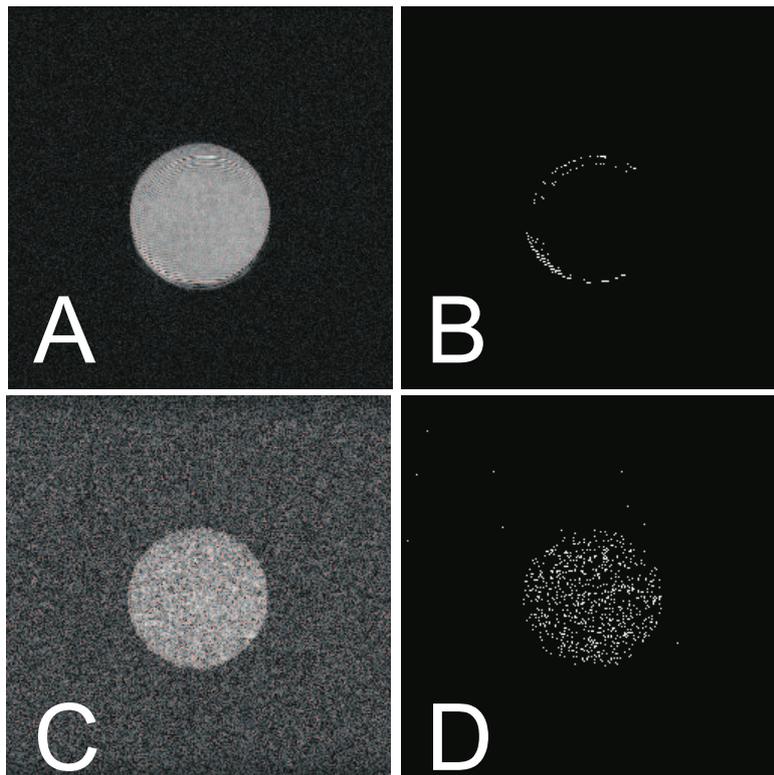
Pour les pixels saturés de l'image de sortie  $Y(u_1, u_2)$ , le niveau est  $y = \theta$ , on a

$$\Pr\{Y = \theta \mid M = m\} = \Pr\{m_N \geq \theta \mid M = m\} = 1 - F_{M_N \mid M=m}(\theta) , \tag{5.24}$$

avec la fonction de répartition

$$F_{M_N}(j) = \int_{-\infty}^j p_{M_N}(j') dj' . \tag{5.25}$$

À partir de là, nous avons tous les ingrédients pour calculer notre mesure de similarité structurelle  $S_{SIM}$  pour une distribution donnée  $p_M(m)$  des niveau de gris dans l'image d'entrée  $M(u_1, u_2)$ . Nous sommes donc prêt à étudier l'impact du niveau du bruit dans la transmission d'images d'IRM à travers la non-linéarité statique de l'Éq. (5.18). Comme visuellement perceptible sur la Fig. 5.12, la possibilité de tirer parti d'une injection de bruit est encore présente avec des images en niveaux de gris plus sophistiquées. Ceci apparaît lorsque l'image module bruitée  $M_N(u_1, u_2)$  a un décalage spatial uniforme fort qui situe une part significative des niveaux des pixels dans la partie saturante de la fonction de post-traitement de l'Éq. (5.18),

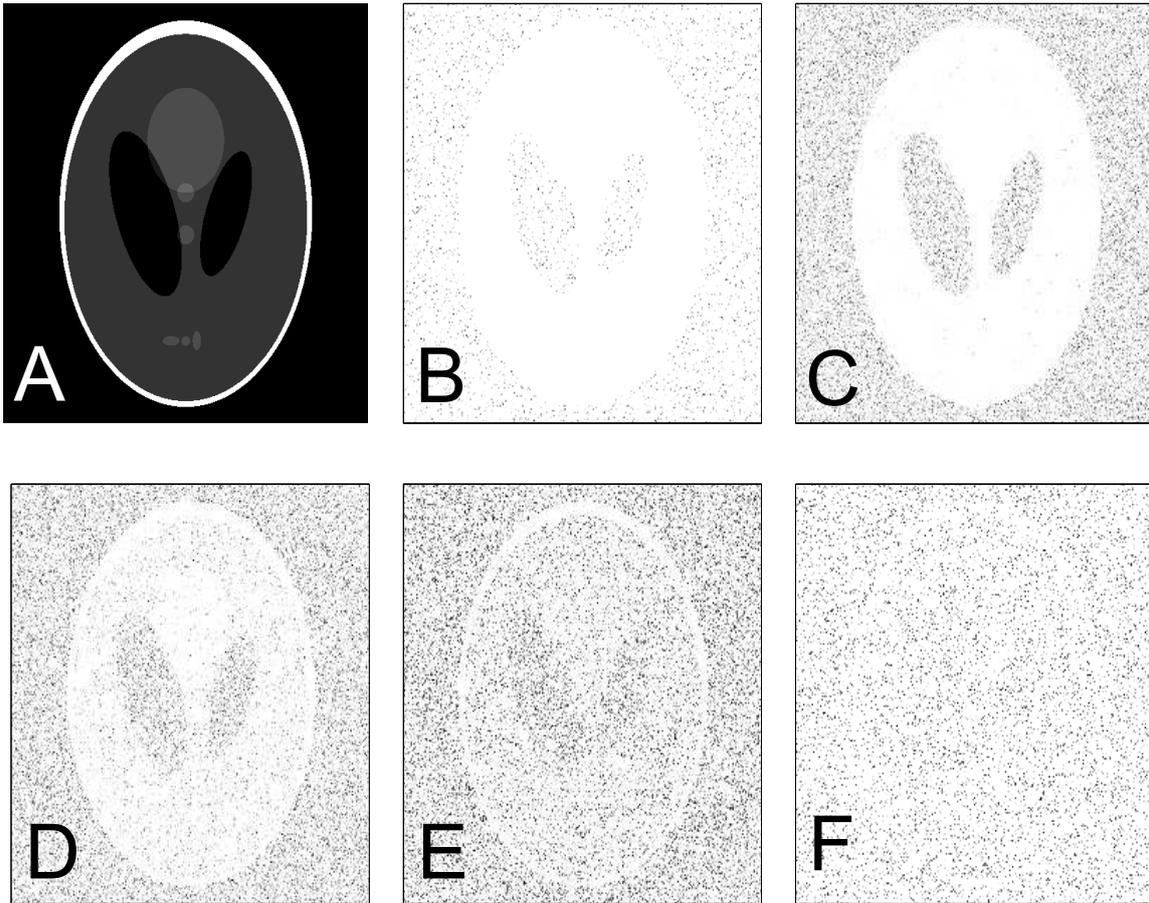


**FIG. 5.11** Les images (A) et (C) sont les images module  $M_N(u_1, u_2)$  dans le processus de l'Éq. (5.17) obtenues expérimentalement avec le dispositif décrit sur la Fig. 5.9 pour un faible niveau de bruit  $\sigma_N = 0.05$  dans (A) et un fort niveau de bruit  $\sigma_N = 0.17$  dans (C). Les images (B) et (D) correspondent aux images de sorties  $Y(u_1, u_2)$  respectives fournies par le quantificateur de l'Éq. (5.19) pour un seuil fixé  $\theta = 1.1$  alors que le niveau du fond est  $m_0 = 0.05$  et le niveau de l'objet est  $m_1 = 0.7$ .

même en l'absence de bruit. Dans de telles configurations, l'image module bruitée  $M_N(u_1, u_2)$  est mal positionnée dans la partie saturante de la non-linéarité de l'Éq. (5.18) et on observe qu'une augmentation du niveau de bruit peut être bénéfique à la transmission d'information visuelle portée par l'image d'entrée  $M_N(u_1, u_2)$ . Cette appréciation visuelle qualitative sur la Fig. 5.12 est confirmée sur la Fig. 5.13 avec la mesure de similarité structurelle  $S_{SIM}$  qui affiche la signature non monotone de la résonance stochastique lorsque le niveau du bruit  $\sigma_N$  dans le récepteur-échantillonneur augmente.

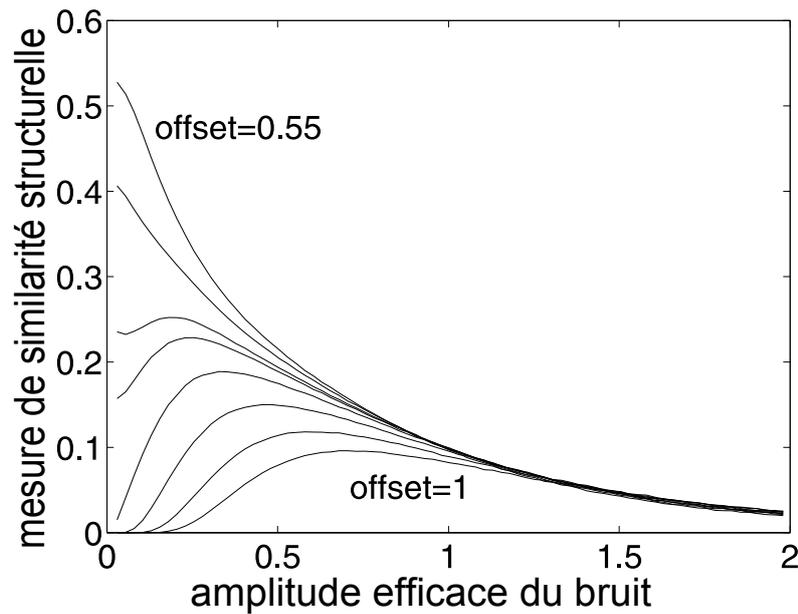
## 2.4 Discussion

Dans cette section, nous avons examiné l'intérêt de régler le niveau de bruit en IRM. Nous avons montré, avec une simple scène binaire aussi bien qu'avec une image en niveau de gris, la possibilité d'un effet de bruit utile dans la transmission des images. L'effet de bruit utile culmine pour une valeur non nulle du bruit lorsqu'une non-linéarité est appliquée après l'étape de reconstruction des images d'IRM. Ces résultats ont été illustrés avec des mesures quantitatives de similarité en bon accord avec l'inspection visuelle qualitative d'images acquises. Une validation a été donnée avec un véritable appareil d'IRM, démontrant la faisabilité d'un effet de bruit utile dans des conditions pratiques lorsque le bruit est expérimentalement réglé en contrôlant la bande passante du récepteur-échantillonneur.



**FIG. 5.12** (A) Une version 8-bit de l'image “phantom Shepp-Logan” avec 256 niveaux de gris codés entre 0 et 1; un paramètre de décalage constant  $\text{offset} = 0.72$  est ajouté à tous les pixels de l'image d'origine (A) pour former l'image module d'entrée  $M(u_1, u_2)$ . L'image de phase  $\Phi(u_1, u_2)$  est choisie uniforme  $\Phi(u_1, u_2) = \pi/4$  pour que  $M(u_1, u_2) \sin(\Phi(u_1, u_2)) = M(u_1, u_2) \cos(\Phi(u_1, u_2))$  dans l'Éq. (5.13); l'image (B) est l'image de sortie transmise  $Y(u_1, u_2)$  sans bruit  $\sigma_N = 0$ . Les images (C), (D), (E) et (F) représentent les images de sorties  $Y(u_1, u_2)$  respectives fournies par la saturation non linéaire de l'Éq. (5.19) pour un niveau de saturation de  $\theta = 1$  et un seuil  $\theta_0 = 0$  et une augmentation du niveau de bruit  $\sigma_N = 0.13$  (C), 0.33 maximisant l'indice  $S_{SIM}$  (D), 0.7 (E), 1.5 (F).

Dans la plupart des études sur la résonance stochastique, le mélange information–bruit résulte d'un couplage additif réalisé avant le système de traitement. D'autres couplages ont déjà été considérés sous l'angle de la résonance stochastique, comme le bruit multiplicatif [91, 151, 152] ou le bruit de phase [153, 154, 155]. Une motivation importante pour ces explorations est l'existence physique de tels mélange dans la nature ou par construction dans des appareils technologiques existants. Le mélange information–bruit additif est le résultat du bruit thermique gaussien dans la plupart des systèmes où les conditions du théorème central limite opèrent. Le bruit multiplicatif est naturellement produit en imagerie cohérente ou observé également dans les télécommunications mobiles (comme modélisé dans le canal à effacement de Shannon). Le bruit de phase apparaît naturellement lorsque la longueur du chemin d'un canal de communication fluctue (turbulence par exemple dans les télécommunications aériennes) ou également lorsque des vacillements sont présents dans le taux d'échantillonnage



**FIG. 5.13** Mesure de similarité entrée–sortie  $S_{SIM}(M, Y)$  en fonction de l’amplitude efficace  $\sigma_N$  du bruit dans le récepteur–échantillonneur. Les mêmes images et paramètres que dans la Fig. 5.12 avec divers valeurs de l’offset= 0.55, 0.6, 0.65, 0.67, 0.72, 0.8, 0.9, 1.

d’un convertisseur analogique–numérique. Le couplage signal–bruit en IRM n’est ni additif ni multiplicatif. Pour évaluer la spécificité de ce couplage signal–bruit, nous avons choisi ici, pour des raisons méthodologiques, la même non–linéarité statique saturante que celle utilisée dans [80, 91] respectivement pour un mélange signal–bruit additif et multiplicatif. Avec un couplage signal–bruit multiplicatif, comme démontré dans [91], en l’absence de bruit, la sortie ne porte en général pas d’information sur l’image d’entrée. Dans le cas du couplage signal–bruit en IRM, la transmission d’information est possible pour un niveau nul du bruit et l’effet de résonance stochastique est donc plus similaire à ce qui a été trouvé dans [80] avec un couplage signal–bruit additif lorsque le signal est mal positionné pour transmettre l’information à un niveau nul du bruit pour bénéficier de l’injection du bruit. Ces résultats enrichissent le panel des couplages signal–bruit présents dans la nature qui peuvent bénéficier de la résonance stochastique. Ils contribuent également à étendre l’analyse des effets de bruit utile en imagerie. C’est une direction intéressante pour contribuer à l’étude des systèmes non linéaires pour le traitement d’image [19] puisque, jusqu’à présent, les effets de bruit utiles ont été principalement étudiés avec des systèmes non linéaires monodimensionnels.

Dans notre expérimentation, nous avons réglé le niveau du bruit avec la bande passante du récepteur–échantillonneur. L’IRM nécessite également de régler d’autres paramètres comme l’épaisseur de la coupe, le champ de vision, la valeur du gradient, le temps de répétition, qui tous impactent le niveau du bruit. Comme pour la bande passante du récepteur–échantillonneur, les choix de ces paramètres résultent d’un compromis dans les conditions standard. Une perspective directe pour de futurs développements de ce travail serait donc d’examiner si le compromis usuel sur ces autres paramètres de l’appareil d’IRM pourrait mener à d’autres effets de bruit utiles lorsqu’une non–linéarité dans le post–traitement est appliquée après l’acquisition. La tâche informationnelle considérée ici était une tâche de transmission. Le bénéfice possible du réglage du bruit en IRM pourrait aussi être considéré avec d’autres contextes d’intérêts pour

---

des applications d'IRM comme l'augmentation des détails [156], ou des traitements de restauration préservant les contours [157]. Dans cette section nous avons essentiellement concentré notre attention sur l'image module d'IRM. Il serait également intéressant d'étudier l'effet de l'augmentation du bruit dans l'image de phase d'IRM puisque il est connu que les effets de bruit utile peuvent aussi avoir lieu avec le bruit de phase [154] même en l'absence de post-traitement non linéaire.

### 3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons démontré la possibilité de l'amélioration de la transmission de l'information portée par des images à l'aide d'une augmentation du niveau du bruit. Nos contributions, en imagerie de polarisation ou en IRM, nous ont permis d'étendre le champ des couplages signal-bruit, existant au niveau de systèmes imageurs réels, qui peuvent donner lieu au phénomène de résonance stochastique. Le prochain chapitre sera lui-aussi consacré au phénomène de résonance stochastique. Nous allons en revanche travailler avec un couplage signal-bruit additif tout à fait classique, pour nous concentrer davantage sur les mesures informationnelles par lesquelles nous quantifierons les effets de bruit utiles dans les images.



# Un banc de test pour l'étude de la perception visuelle

---

## Sommaire

<b>1</b>	<b>La mesure de l'entropie de Rényi lors de la transmission de l'information assistée par le bruit dans un canal binaire . . . . .</b>	<b>82</b>
1.1	Un canal d'information binaire . . . . .	82
1.2	Transmission de l'information assistée par le bruit . . . . .	83
1.3	Analogie avec l'entropie de Tsallis . . . . .	89
1.4	Discussion . . . . .	95
<b>2</b>	<b>Une mesure de similarité structurelle pour évaluer l'amélioration par le bruit de la transmission non linéaire d'une image . . . . .</b>	<b>96</b>
2.1	Mesures de similarité . . . . .	96
2.2	Transmission à seuil . . . . .	97
2.3	Transmission avec saturation . . . . .	98
2.4	Discussion . . . . .	99
<b>3</b>	<b>Influence de la structure spatiale des images lors de la quantification de la résonance stochastique dans la perception visuelle . . . . .</b>	<b>101</b>
3.1	Perception visuelle de la résonance stochastique . . . . .	101
3.2	Influence des structures spatiales des images . . . . .	102
3.3	Discussion . . . . .	103
<b>4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>105</b>

---

Dans ce chapitre, nous considérons la résonance stochastique, de par sa signification informationnelle spécifique et son applicabilité large, comme un phénomène permettant de tester et d'approfondir les propriétés et potentialités de mesures entropiques et informationnelles en imagerie. En particulier, nous utilisons la résonance stochastique comme un banc de test pour des mesures informationnelles en imagerie. Nous confrontons la performance de ces mesures informationnelles à des évaluations basées sur des mesures psychovisuelles de résonance stochastique effectuées par des sujets humains. Dans un premier temps (Sect. 1), nous étudions le comportement de mesures informationnelles basées sur l'entropie de Rényi et l'entropie de Tsallis dans un contexte simplifié de résonance stochastique lors de la transmission d'images par un canal d'information binaire. Ensuite (Sect. 2), nous nous intéressons à une nouvelle mesure : la mesure de similarité structurelle  $S_{SIM}$  qui offre une possibilité de rendre compte de la qualité d'une image. Pour finir (Sect. 3), nous étudierons des descripteurs locaux de types SIFT (Scale Invariant Feature Transform) qui à travers notre banc de test, nous donnent la possibilité de mieux comprendre l'effet visuel de résonance stochastique.

## 1 La mesure de l'entropie de Rényi lors de la transmission de l'information assistée par le bruit dans un canal binaire

L'entropie de Rényi offre une famille de mesures paramétriques, dont l'entropie de Shannon est un cas particulier. D'un point de vue opérationnel, il est intéressant de tester l'entropie de Rényi comme une mesure paramétrique générale pour quantifier l'information dans un processus pratique concret. À cet égard, c'est le cas de l'entropie de Shannon qui a été le plus étudié dans la pratique. Dans cette direction, nous proposons d'analyser le comportement des mesures informationnelles basées sur l'entropie de Rényi lors d'une tâche informationnelle choisie : le phénomène de résonance stochastique.

Ainsi, nous étudions le comportement de mesures informationnelles basées sur l'entropie de Rényi lors de la transmission assistée par le bruit d'une image à travers un canal d'information binaire [35]. Nous montrons qu'il existe des conditions optimales à des ordres de Rényi non triviaux pour l'entropie de Rényi, différant de la traditionnelle entropie de Shannon. Une confrontation des mesures quantitatives de l'information avec la perception visuelle est aussi proposée dans des expérimentations de transmission d'image binaire assistée par le bruit. Les résultats obtenus cherchent à tester la possibilité pour des mesures informationnelles basées sur l'entropie de Rényi de rendre compte de la perception visuelle humaine à travers une tâche de traitement de l'information reconnue, la résonance stochastique.

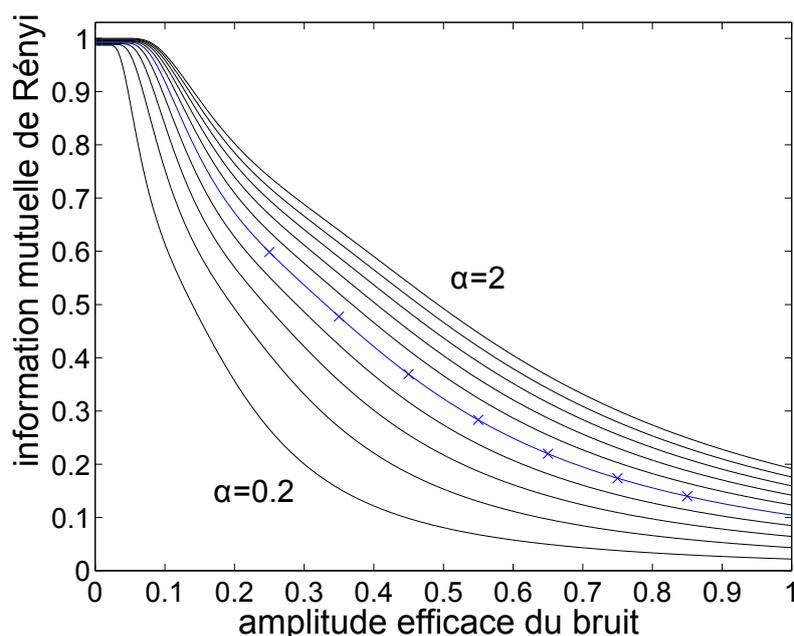
### 1.1 Un canal d'information binaire

Dans la Sect. 4.1 du Chapitre 2, nous avons donné les définitions d'entropie de Rényi, d'entropie relative de Rényi et d'information mutuelle de Rényi associées. Nous allons à présent étudier le comportement de ces mesures dans le cadre d'une transmission d'information à travers un canal binaire. On se place dans la situation modélisée dans le chapitre 2, Sect. 1, où la transmission de l'information par le canal binaire est caractérisée par les quatre probabilités conditionnelles entrée–sortie  $p_{ji} = \Pr\{Y = j|S = i\}$ , pour  $(i, j) \in \{0, 1\}^2$ . Les probabilités conjointes entrée–sortie résultant sont  $p_{ij} = p_{ji}p_i$ , et les probabilités de sortie  $q_j = \Pr\{Y = j\} = \sum_{i=0}^1 p_{ji}p_i$ . Ainsi dans la formule générale de l'information mutuelle de Rényi donnée par l'Éq. (2.39), on a  $p_{ij}^\alpha p_i^{1-\alpha} = p_{ji}^\alpha p_i$ , et l'information mutuelle entrée–sortie de Rényi s'écrit

$$I_\alpha(S, Y) = \frac{1}{\alpha - 1} \log \left( \sum_{j=0}^1 (p_{j0}^\alpha p_0 + p_{j1}^\alpha p_1) q_j^{1-\alpha} \right). \quad (6.1)$$

Pour ce canal, une évolution typique de l'information mutuelle de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$  de l'Éq. (6.1) est montrée sur la Fig. 6.1, avec l'entrée binaire  $S = 0$  ou  $1$  évoluant des deux côtés du seuil de décodage  $\theta = 0.8$ . Dans de telles conditions, la présence du bruit de canal  $N$  dans l'Éq. (2.2) gêne la récupération de l'information du signal à la réception. Il en résulte que la performance de la transmission, mesurée par l'information mutuelle entrée–sortie de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$ , décroît lorsque le niveau du bruit augmente, comme visible sur la Fig. 6.1.

Une évolution décroissante similaire de l'information mutuelle de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$  lorsque le niveau de bruit augmente est observée à tous les ordres  $\alpha$  sur la Fig. 6.1, en particulier, mais pas seulement, dans le cas de Shannon  $\alpha = 1$ . Ainsi, l'information mutuelle de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$  à tout ordre  $\alpha$ , est capable de manifester l'action nuisible du bruit dans la transmission de



**FIG. 6.1** Information mutuelle entrée–sortie de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$  de l'Éq. (6.1), en fonction de l'amplitude efficace  $\sigma$  du bruit gaussien  $N$  de moyenne nulle, pour un canal d'information avec la probabilité d'entrée  $p_1 = 0.45$  et le seuil  $\theta = 0.8$ . L'ordre  $\alpha$  varie de 0.2 à 2 par pas de 0.2. Les croix ( $\times$ ) identifient  $\alpha = 1$  lorsque  $I_{\alpha=1}(S, Y)$  est l'information mutuelle de Shannon.

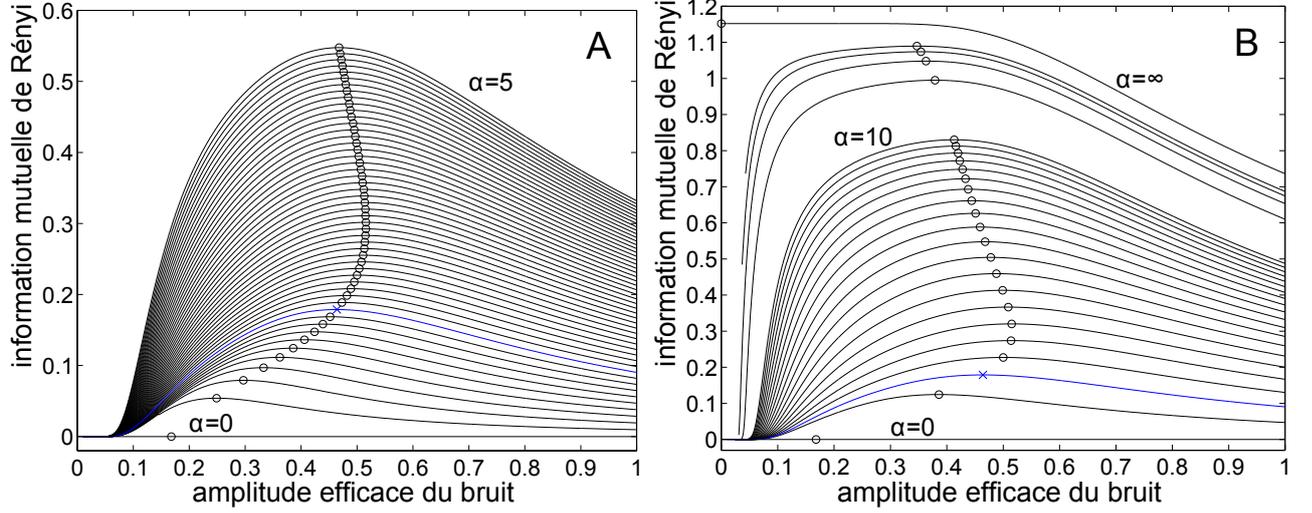
l'information à travers le canal. Nous allons maintenant considérer un autre régime d'opération du canal de l'Éq. (2.2), où le bruit est une entrée contrôlée du canal binaire et nous allons montrer la possibilité d'une action constructive du bruit dans la transmission de l'information mesurée avec l'information mutuelle de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$ .

## 1.2 Transmission de l'information assistée par le bruit

### 1.2.1 Information mutuelle de Rényi assistée par le bruit

Pour un canal d'information avec un seuil de décodage  $\theta = 1.2$  dans l'Éq. (2.2), l'évolution de l'information mutuelle entrée-sortie de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$  de l'Éq. (6.1) est présentée sur la Fig. 6.2. Les résultats de la Fig. 6.2 démontrent clairement une action non monotone du bruit. Dans les conditions de la Fig. 6.2, l'entrée binaire  $S$  est toujours sous le seuil  $\theta = 1.2$ . En conséquence, en l'absence de bruit à  $\sigma = 0$ , la sortie du canal reste de manière permanente à  $Y = 0$ . Aucune information n'est transmise par le canal, comme l'indique l'information mutuelle de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$  qui reste nulle lorsque  $\sigma = 0$ , pour tout ordre fini  $\alpha$ . Toutefois, lorsque le niveau de bruit  $\sigma$  augmente progressivement au dessus de zéro sur la Fig. 6.2, un effet coopératif a lieu, avec le bruit qui assiste le signal d'entrée  $S$  de faible amplitude à dépasser le seuil de décodage  $\theta$ . Cela met en évidence des transitions dans la sortie  $Y$  portant une dépendance statistique avec l'entrée  $S$ . En conséquence, une transmission entrée-sortie de l'information apparaît, enregistrée par l'information mutuelle de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$  qui commence à augmenter sur la Fig. 6.2 lorsque le niveau de bruit  $\sigma$  augmente. Il existe un niveau non nul du bruit pour lequel le transfert d'information mesuré par  $I_\alpha(S, Y)$  est maximisé, et un tel maximum de  $I_\alpha(S, Y)$  apparaît pour tout ordre fini  $\alpha$  comme présenté dans la Fig. 6.2.

Il s'agit d'un effet de résonance stochastique ou transmission de l'information assistée par le bruit, enregistré par l'information mutuelle de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$  sur la Fig. 6.2 pour tout ordre fini  $\alpha$ .



**FIG. 6.2** Information mutuelle entrée–sortie de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$  de l'Éq. (6.1), en fonction de l'amplitude efficace  $\sigma$  du bruit gaussien  $N$  de moyenne nulle, pour un canal d'information avec une probabilité d'entrée  $p_1 = 0.45$  et le seuil  $\theta = 1.2$ . Sur chaque courbe le maximum est indiqué par un cercle ( $\circ$ ), exceptée pour  $\alpha = 1$  identifiée par une croix ( $\times$ ) lorsque  $I_{\alpha=1}(S, Y)$  est l'information mutuelle de Shannon. L'ordre  $\alpha$  varie de 0 à 5 par pas de 0.1 (figure A); et de 0 à 10 par pas de 0.5, puis  $\alpha = 20, 30, 40, 50, \infty$  (figure B).

Sur la Fig. 6.2, l'ordre  $\alpha = 1$  correspond à la situation où  $I_{\alpha=1}(S, Y)$  est l'information mutuelle de Shannon, et  $I_{\alpha=1}(S, Y)$  culmine à un maximum pour un niveau de bruit non nul  $\sigma$ , comme rapporté dans [81]. Pour l'ordre limite  $0 \leftarrow \alpha$ , l'information mutuelle de Rényi tend vers zéro comme suit

$$I_{0 \leftarrow \alpha}(S, Y) = \alpha D_1(p_i q_j \| p_{ij}) , \quad (6.2)$$

et pendant ce temps,  $I_{0 \leftarrow \alpha}(S, Y)$  de l'Éq. (6.2) conserve un maximum en fonction de  $\sigma$ , venant de  $D_1(p_i q_j \| p_{ij})$ . C'est la localisation de ce maximum, apparaissant aussi à un niveau non nul de bruit  $\sigma$ , qui est indiqué par un cercle sur la courbe de  $I_{\alpha=0}(S, Y)$  sur la Fig. 6.2.

Pour l'ordre limite  $\alpha \rightarrow \infty$ , l'information mutuelle de Rényi se comporte comme

$$I_{\alpha \rightarrow \infty}(S, Y) = \log[\max_{i,j}(p_{ji}/q_j)] . \quad (6.3)$$

Pour le canal binaire résultant de l'Éq. (2.2), nous avons  $p_{00} \geq p_{01}$  et  $p_{11} \geq p_{10}$ , de telle sorte que

$$\max_{i,j}(p_{ji}/q_j) = \max\left(\frac{p_{00}}{q_0}, \frac{p_{11}}{q_1}\right) . \quad (6.4)$$

Et à partir des Éqs. (2.3)–(2.6), on obtient

$$\max_{i,j}(p_{ji}/q_j) = \max\left(\frac{F(\theta)}{p_0 F(\theta) + p_1 F(\theta - 1)}, \frac{1 - F(\theta - 1)}{p_0 [1 - F(\theta)] + p_1 [1 - F(\theta - 1)]}\right) . \quad (6.5)$$

Ainsi, l'Éq. (6.5) fournit un accès à l'information mutuelle de Rényi

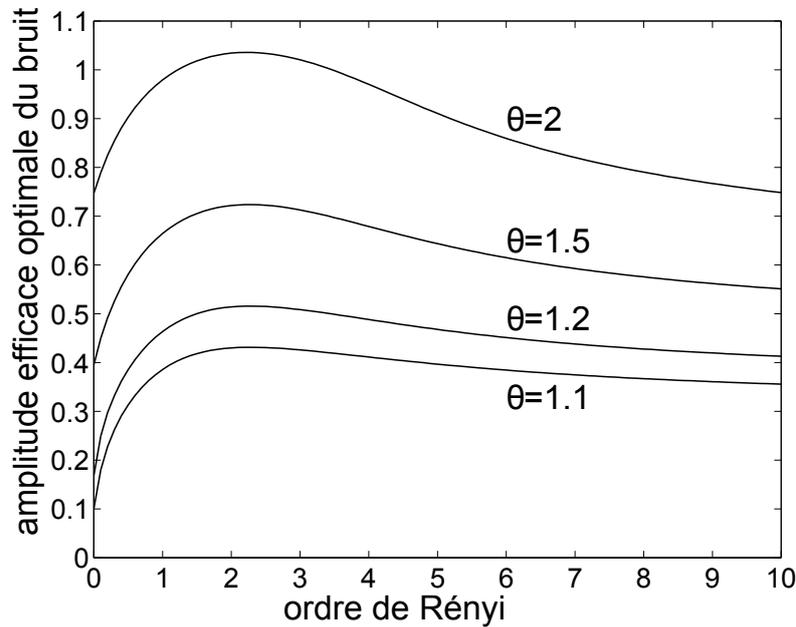
$$I_{\alpha \rightarrow \infty}(S, Y) = \log[\max_{i,j} (p_{ji}/q_j)]$$

en particulier comme une fonction du niveau de bruit  $\sigma$  intervenant à travers la fonction cumulative  $F(\cdot)$  du bruit  $N$  du canal. Dans l'Éq. (6.5), le maximum dans la partie de droite bascule d'un terme à l'autre suivant  $\sigma$  (pour  $p_1$  et  $\theta$  donnés). Une évolution résultant de  $I_{\alpha \rightarrow \infty}(S, Y)$  est décrite dans la Fig. 6.2B. Dans les conditions de la Fig. 6.2, à  $p_1 = 0.45$  et  $\theta > 1$ , le maximum dans l'Éq. (6.5) est réalisé par le second terme de la partie droite, pour donner

$$I_{\alpha \rightarrow \infty}(S, Y) = \log \left( \frac{1 - F(\theta - 1)}{p_0[1 - F(\theta)] + p_1[1 - F(\theta - 1)]} \right), \quad (6.6)$$

qui forme une fonction décroissante de  $\sigma$ , décrite dans la Fig. 6.2B. Le maximum de  $I_{\alpha \rightarrow \infty}(S, Y)$  apparaît à  $\sigma = 0$  et correspond à  $-\log(p_1)$  comme indiqué dans la Fig. 6.2B, avec  $-\log_2(0.45) = 1.152$ . L'ordre  $\alpha \rightarrow \infty$  est la seule configuration pour laquelle le maximum de  $I_\alpha(S, Y)$  apparaît à  $\sigma = 0$ , alors que pour tout ordre fini  $\alpha$ , le maximum de  $I_\alpha(S, Y)$  apparaît pour un niveau  $\sigma$  non nul du bruit du canal. Il s'agit d'une manifestation de la résonance stochastique, ayant lieu pour tout ordre fini  $\alpha$  de l'information mutuelle de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$ .

On remarque dans la Fig. 6.2 que le maximum de l'information mutuelle de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$  apparaît à un niveau optimal  $\sigma_{\text{opt}}$  du bruit qui varie avec l'ordre de Rényi  $\alpha$ . Cette variation de  $\sigma_{\text{opt}}$  avec  $\alpha$  est analysée dans la Fig. 6.3, pour différentes valeurs du seuil de décodage  $\theta$ .

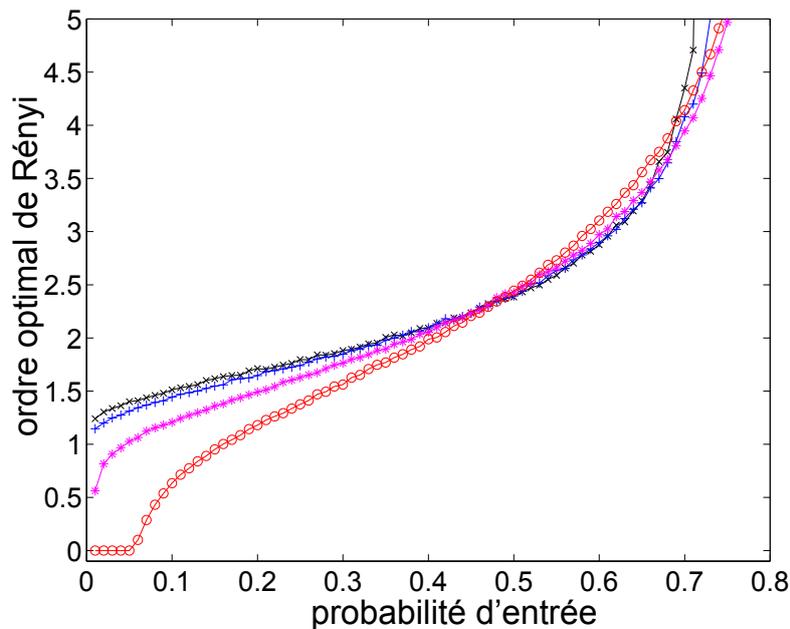


**FIG. 6.3** Amplitude efficace optimale du bruit  $\sigma_{\text{opt}}$  maximisant l'information mutuelle entrée–sortie de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$  de l'Éq. (6.1), en fonction de l'ordre  $\alpha$ . Le canal d'information est avec la probabilité d'entrée  $p_1 = 0.45$ , de bruit gaussien  $N$  de moyenne nulle, et de seuil  $\theta$ .

Une propriété remarquable observée dans la Fig. 6.3 est que le niveau optimal du bruit  $\sigma_{\text{opt}}$  maximisant  $I_\alpha(S, Y)$  a une évolution non monotone suivant l'ordre  $\alpha$ . Il existe dans la Fig. 6.3 une valeur optimale  $\alpha_{\text{opt}} = 2.20$  de l'ordre de Rényi lorsque  $\sigma_{\text{opt}}$  est maximisé. À

$\alpha_{\text{opt}} = 2.20$ , le maximum atteint par  $\sigma_{\text{opt}}$  est en général dépendant du seuil de décodage  $\theta$ , et  $\sigma_{\text{opt}}$  augmente lorsque  $\theta$  augmente puisque plus de bruit est nécessaire pour assister l'entrée  $S$  de faible amplitude à dépasser le seuil. Néanmoins, l'évolution non monotone de  $\sigma_{\text{opt}}$  maximisée à  $\alpha_{\text{opt}}$  dans la Fig. 6.3, démontre que l'effet de résonance stochastique sélectionne un ordre spécifique  $\alpha_{\text{opt}}$  de l'information mutuelle de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$ . Cet ordre optimal  $\alpha_{\text{opt}}$  identifie l'information mutuelle de Rényi  $I_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$  qui est capable de fournir le bénéfice le plus prononcé de l'ajout de bruit pour la résonance stochastique, puisque  $I_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$  représente la mesure du transfert de l'information entrée-sortie qui sera maximisée au plus haut niveau optimal de bruit  $\sigma_{\text{opt}}$ .

De plus, une propriété également observée dans la Fig. 6.3 est la quasi-invariance de l'ordre optimal de Rényi  $\alpha_{\text{opt}}$  avec le seuil  $\theta$ . Au vu de la complexité des dépendances (non linéaires) impliquées dans l'information mutuelle de Rényi, nous ne sommes pas capables d'obtenir une caractérisation analytique de la relation théorique implicite entre  $\alpha_{\text{opt}}$  et  $\theta$ . Néanmoins, nous avons effectué une caractérisation numérique qui présente, dans la Fig. 6.4, l'ordre optimal de Rényi  $\alpha_{\text{opt}}$ , en fonction de la probabilité d'entrée  $p_1$ , pour différentes valeurs du seuil de décodage  $\theta$ . Les résultats de la Fig. 6.4 montrent que dans la région autour de  $p_1 \approx 0.5$ , qui correspond à une répartition approximativement équilibrée en entrée, presque aucune influence du seuil de décodage est n'observée sur l'ordre optimal  $\alpha_{\text{opt}}$ . Dans de telles conditions, l'ordre optimal  $\alpha_{\text{opt}}$  apparaît intrinsèque à la structure du canal et indépendant du seuil de décodage  $\theta$ , au moins dans l'étendue des valeurs de  $\theta$  testées dans la Fig. 6.4. Ce sont ces conditions qui prévalent dans la Fig. 6.3, pour  $p_1 = 0.45$ , sans dépendance détectée de  $\alpha_{\text{opt}}$  en  $\theta$ . Pour des petites ou grandes valeurs de  $p_1$ , éloignée du cas d'équilibre à  $p_1 \approx 0.5$ , une dépendance de  $\alpha_{\text{opt}}$  en  $\theta$  apparaît graduellement, comme visible sur la Fig. 6.4. Néanmoins, cette dépendance, lorsqu'elle s'applique, n'impacte pas de manière significative la propriété essentielle d'existence d'un ordre optimal  $\alpha_{\text{opt}}$  sélectionné par résonance stochastique dans le canal binaire.

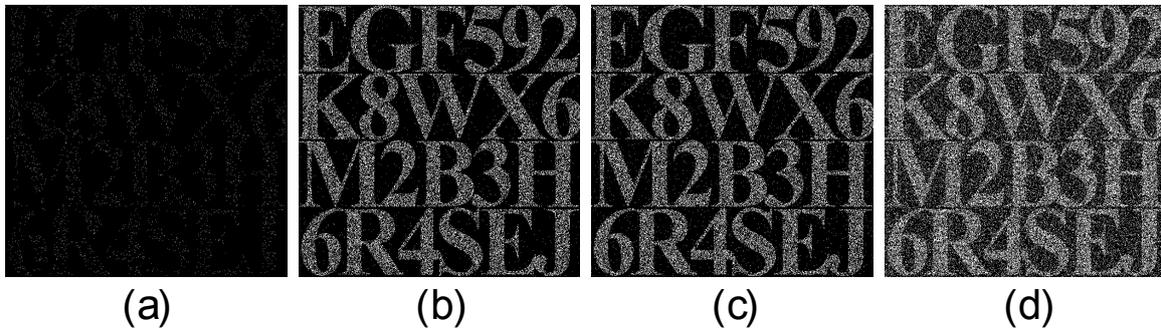


**FIG. 6.4** Ordre optimal de Rényi  $\alpha_{\text{opt}}$ , en fonction de la probabilité d'entrée  $p_1$ , pour le canal binaire de l'Éq. (2.2) avec le seuil  $\theta = 1.1$  ( $\times$ ),  $1.2$  ( $+$ ),  $1.5$  ( $*$ ) et  $2$  ( $\circ$ ).

Il est aussi intéressant de noter que cet ordre optimal de Rényi  $\alpha_{\text{opt}}$  sélectionné par résonance stochastique à son maximum, est en général différent de l'ordre de Shannon  $\alpha = 1$ . De manière générale, l'information mutuelle de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$  qui exploite au mieux la résonance stochastique n'est pas l'information mutuelle de Shannon  $I_1(S, Y)$ . Il ne s'agit pas non plus des configurations dégénérées  $I_{\alpha=0}(S, Y)$  ou  $I_{\alpha=\infty}(S, Y)$  apparaissant comme la limite d'une évolution monotone. Il s'agit d'un véritable exemple non trivial pour  $I_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$  qui émerge en général pour l'information mutuelle de Rényi en présence de résonance stochastique.

### 1.2.2 Transmission d'image

Pour compléter le point de vue de la quantification de la résonance stochastique illustré dans la section précédente avec l'information mutuelle de Rényi, une illustration visuelle de la transmission d'information assistée par le bruit est proposée dans une expérimentation avec des images. Une première étude [87] rapporte des situations de résonance stochastique ou effet de bruit utile dans une expérience de perception visuelle des images, avec une évaluation basée sur des mesures psychovisuelles effectuées par des sujets humains. Nous étendons cette approche avec une expérience de transmission d'image similaire, associée à une évaluation par des mesures quantitatives de l'information. Nous considérons une expérience de transmission d'image binaire. L'image d'entrée binaire  $S$  est une image noir et blanc où la probabilité  $p_1 = \Pr\{S = 1\}$  représente la fraction de pixels blancs. Un bruit  $N$  est ajouté, suivi d'un seuillage de décodage selon l'Éq. (2.2), pour reconstruire l'image noir et blanc de sortie  $Y$ . Plusieurs images de sortie  $Y$  sont présentées dans la Fig. 6.5 pour différents niveaux du bruit  $N$  du canal de transmission, dans des conditions correspondant à celles évaluées dans les Figs. 6.2–6.3.



**FIG. 6.5** Image binaire  $Y$  en sortie du canal d'information selon l'Éq. (2.2). L'image d'entrée noir et blanc  $S$  a  $610 \times 555$  pixels, avec la part  $p_1 = 0.45$  de pixels blancs. Le seuil de décodage est  $\theta = 1.2$ . Le bruit de canal  $N$  est gaussien de moyenne nulle et d'amplitude efficace  $\sigma = 0.1$  (a),  $\sigma = 0.46$  maximisant l'information mutuelle de Shannon  $I_1(S, Y)$  dans la Fig. 6.2 (b),  $\sigma = 0.52$  maximisant l'information mutuelle de Rényi  $I_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$  (et l'information mutuelle de Tsallis  $\mathcal{I}_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$ , voir Sect 1.3 de ce chapitre) à l'ordre optimal  $\alpha_{\text{opt}} = 2.20$  dans la Fig. 6.2 (c), et  $\sigma = 1$  (d).

L'action non monotone du bruit est visuellement perceptible sur les images de la Fig. 6.5. Pour une image d'entrée  $S$  de faible amplitude, lorsque le niveau de bruit  $\sigma$  est trop faible comme dans la Fig. 6.5(a), une image de très faible qualité  $Y$  est reconstruite à la sortie. Pour des niveaux de bruit intermédiaires comme dans les Fig. 6.5(b)–(c), il existe une action favorable du bruit qui assiste l'image d'entrée  $S$  de faible amplitude à dépasser le seuil de décodage. Ceci aboutit à une meilleure qualité des images reconstruites dans les Fig. 6.5(b)–(c) à la sortie,

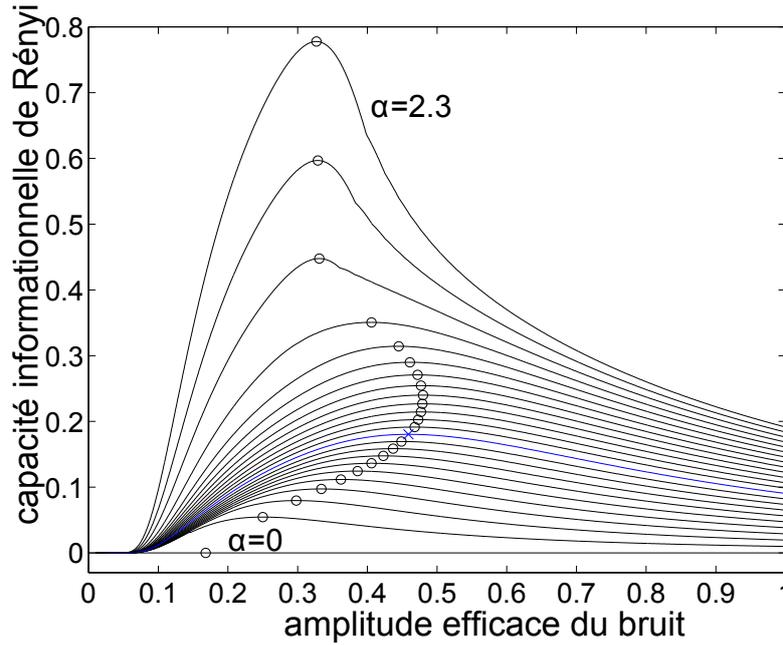
grâce à l'action du bruit. Pour finir, à de hauts niveaux de bruit comme dans la Fig. 6.5(d), le bruit retrouve progressivement son impact destructif, il en résulte une dégradation de la qualité de l'image  $Y$  reconstruite à la sortie.

Lorsqu'un effet de bruit utile dans la transmission de l'information a lieu dans les Fig. 6.5(b)–(c), le niveau de bruit est successivement celui réalisant le maximum de l'information mutuelle de Shannon  $I_1(S, Y)$  et de l'information mutuelle de Rényi  $I_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$  à l'ordre optimal  $\alpha_{\text{opt}} = 2.20$ , déduit des Figs. 6.2–6.3. La perception visuelle dans les Fig. 6.5(b)–(c) enregistre aussi une amélioration de la transmission des images dans ces deux configurations. Ceci exprime le fait que  $I_1(S, Y)$  ou  $I_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$  sont toutes les deux des mesures satisfaisantes pour quantifier le bénéfice du bruit dans la transmission d'image comme perçu visuellement, et qu'il n'y a pas une mesure qui se détache de l'autre comme étant plus appropriée à cet usage. Pour la transmission d'image assistée par le bruit, nous montrons dans la suite, qu'il existe d'autres mesures de performance, plus spécifiques aux images, appropriées pour quantifier la résonance stochastique [37]. Le point principal de cette étude est de démontrer la possibilité pour une mesure générale de l'information comme l'information mutuelle de Rényi de quantifier le phénomène de résonance stochastique. De plus, l'expérience présentée avec des images montre que la mesure optimale de Rényi  $I_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$  émergeant avec la résonance stochastique est en accord avec l'amélioration de la transmission des images enregistrée par perception visuelle.

### 1.2.3 La capacité informationnelle de Rényi assistée par le bruit

L'ordre optimal de Rényi  $\alpha_{\text{opt}}$  sélectionné par la résonance stochastique comme discuté dans la Sect. 1.2.1, est généralement relié à une source d'information donnée, caractérisée par la probabilité d'entrée  $p_1$ . Ceci est par exemple illustré pour les évolutions de  $\alpha_{\text{opt}}$  avec  $p_1$  dans la Fig. 6.4. Un point de vue non considéré par cette dépendance avec  $p_1$  est accessible en considérant la capacité informationnelle de Rényi du canal. L'information de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$  observée dans les Figs. 6.2–6.3 mesure la transmission à travers le canal binaire bruité d'une entrée binaire  $S$  avec les probabilités données  $p_1 = \Pr\{S = 1\} = 1 - \Pr\{S = 0\}$ . La capacité informationnelle de Rényi  $C_\alpha$  est obtenue en recherchant la valeur  $p_1^*$  de  $p_1$  atteignant le maximum  $C_\alpha$  de  $I_\alpha(S, Y)$  à l'ordre donné  $\alpha$ . Pour la probabilité optimale d'entrée  $p_1^*$ , une expression analytique explicite existe pour le cas particulier  $\alpha = 1$  de la capacité informationnelle de Shannon  $C_{\alpha=1}$  pour le canal binaire asymétrique, vu dans le Chapitre 2. Nous avons réalisé une évaluation de la capacité informationnelle de Rényi correspondante  $C_\alpha$  dans la Fig. 6.6, pour le canal binaire de l'Éq. (2.2).

Comparée à l'information mutuelle de Rényi  $I_\alpha(S, Y)$  pour  $p_1$  fixée comme dans la Fig. 6.2, la même propriété remarquable reliée au phénomène de résonance stochastique est observée pour la capacité informationnelle de Rényi  $C_\alpha$  pour la probabilité optimale  $p_1^*$  dans la Fig. 6.6. À tout ordre  $\alpha$ , la capacité informationnelle de Rényi  $C_\alpha$  suit une évolution non monotone lorsque le niveau de bruit  $\sigma$  augmente. Dans le régime  $\theta > 1$ , où l'entrée binaire  $S$  est de faible amplitude par rapport au seuil, lorsque aucun bruit n'est présent, aucune information n'est transmise, comme l'indique la capacité de Rényi  $C_\alpha$  qui reste nulle à tout ordre  $\alpha$  lorsque  $\sigma = 0$  dans la Fig. 6.6. L'ajout de bruit modifie ensuite le canal, dans le sens où l'entrée  $S = 1$  de faible amplitude a plus de chance de traverser et d'être correctement décodée comme  $Y = 1$  à la sortie. Cette action constructive du bruit induit une capacité  $C_\alpha$  augmentant au dessus de zéro dans la Fig. 6.6. De plus, un niveau non nul de bruit existe lorsque la capacité  $C_\alpha$  est maximisée dans la Fig. 6.6. Il s'agit encore d'une manifestation de la résonance stochastique



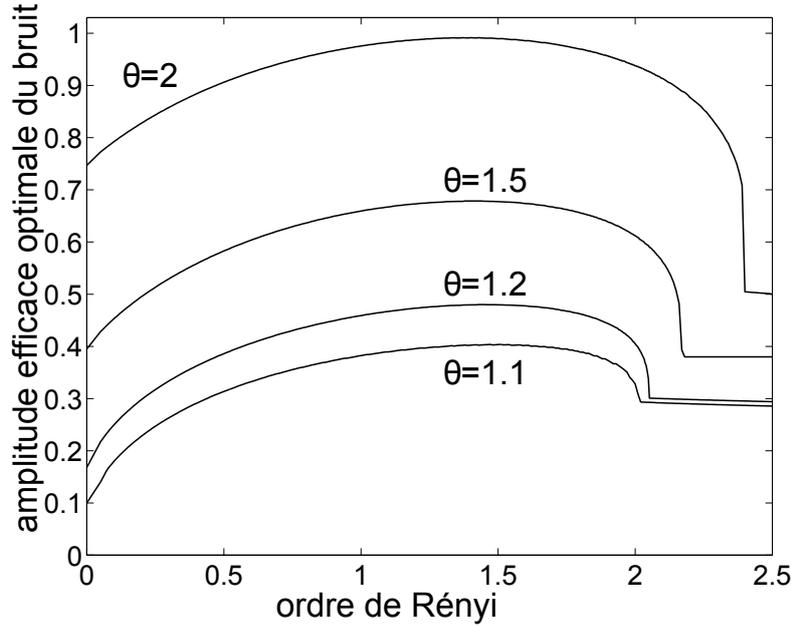
**FIG. 6.6** Capacité informationnelle entrée–sortie de Rényi  $C_\alpha$ , en fonction de l'amplitude efficace  $\sigma$  du bruit gaussien  $N$  de moyenne nulle, pour un canal d'information avec le seuil de décodage  $\theta = 1.2$ . Sur chaque courbe, le maximum est indiqué par un cercle ( $\circ$ ), excepté pour  $\alpha = 1$  identifié par une croix ( $\times$ ) lorsque  $C_{\alpha=1}$  est la capacité informationnelle de Shannon. L'ordre  $\alpha$  varie de 0 à 2.3 par pas de 0.1.

avec la capacité informationnelle de Rényi  $C_\alpha$  maximisée pour un niveau optimal non nul du bruit du canal. De plus, comme dans la Fig. 6.2, le niveau optimal du bruit  $\sigma_{\text{opt}}$  maximisant  $C_\alpha$  dans la Fig. 6.6, est dépendant de l'ordre de Rényi  $\alpha$ , avec une dépendance non monotone. Cette dépendance de  $\sigma_{\text{opt}}$  avec  $\alpha$  est représentée dans la Fig. 6.7.

La dépendance non monotone dans la Fig. 6.7 identifie un ordre optimal de Rényi  $\alpha_{\text{opt}} = 1.44$  pour lequel le niveau optimal de bruit  $\sigma_{\text{opt}}$  de la résonance stochastique atteint sa meilleure valeur. Et cet ordre optimal  $\alpha_{\text{opt}} = 1.44$  est trouvé dans la Fig. 6.7 invariant avec le seuil de décodage  $\theta$  du canal. Cette invariance est au moins observée, comme dans la Fig. 6.3, en l'absence d'une preuve théorique, à la précision de notre analyse numérique et pour l'étendue raisonnable des valeurs de  $\theta$  testées dans la Fig. 6.7. Cependant, indépendamment de cette invariance avec le seuil du canal  $\theta$ , nous avons maintenant une caractérisation de l'ordre optimal de Rényi  $\alpha_{\text{opt}}$  qui n'est pas relié à une source d'information donnée via  $p_1$ . La résonance stochastique sélectionne un ordre de Rényi non trivial  $\alpha_{\text{opt}} = 1.44$  à travers la capacité informationnelle de Rényi  $C_{\alpha_{\text{opt}}}$  qui exploite la résonance stochastique de la manière la plus prononcée lorsque  $C_{\alpha_{\text{opt}}}$  est maximisée par des niveaux optimaux les plus hauts possibles du bruit  $\sigma_{\text{opt}}$ . L'ordre optimal de Rényi  $\alpha_{\text{opt}} = 1.44$  sélectionné par résonance stochastique pour la capacité, différent de l'ordre de Shannon  $\alpha = 1$ , est maintenant intrinsèque un canal binaire et insensible à la probabilité d'entrée (et au seuil de décodage).

### 1.3 Analogie avec l'entropie de Tsallis

Nous montrons dans cette section qu'une autre famille de mesures paramétriques basées sur l'entropie de Tsallis est capable d'enregistrer un effet de bruit pour la transmission d'infor-



**FIG. 6.7** Amplitude efficace optimale du bruit  $\sigma_{\text{opt}}$  maximisant la capacité informationnelle de Rényi  $C_\alpha$  (et la capacité informationnelle de Tsallis  $\mathcal{C}_\alpha$ ), en fonction de l'ordre  $\alpha$ . Le canal d'information est de bruit gaussien  $N$ , de moyenne nulle et de seuil  $\theta$ .

mation dans un canal binaire [36].

### 1.3.1 Entropie de Tsallis

L'entropie de Tsallis [158] représente une généralisation de l'entropie de Boltzmann-Gibbs ou entropie de Shannon. Pour une source d'information émettant des symboles avec les probabilités  $p_i$ , pour  $i = 1$  à  $N$ , l'entropie de Tsallis d'ordre  $q$  est définie de la manière suivante

$$\mathcal{H}_q(p_i) = \frac{1}{\ln(a)} \frac{1}{q-1} \left( 1 - \sum_{i=1}^N p_i^q \right). \quad (6.7)$$

À la limite  $q = 1$ , on a

$$\mathcal{H}_1(p_i) = - \sum_{i=1}^N p_i \log_a(p_i), \quad (6.8)$$

i.e. l'entropie de Shannon dans le logarithme de base  $a$ . Il est possible d'exprimer l'Éq. (6.7) à travers une généralisation du logarithme naturel [159, 160] sous la forme du  $q$ -logarithme naturel défini par

$$\ln^q(x) = \frac{1 - x^{1-q}}{q-1}, \quad (6.9)$$

et du  $q$ -logarithme de base  $a$

$$\log_a^q(x) = \frac{1}{\ln(a)} \frac{1 - x^{1-q}}{q-1}. \quad (6.10)$$

L'entropie de Tsallis présentée précédemment peut alors se mettre sous la forme

$$\mathcal{H}_q(p_i) = \mathbb{E}[\log_a^q(1/p_i)] = \sum_{i=1}^N p_i \log_a^q(1/p_i). \quad (6.11)$$

Pour deux ensembles  $A$  et  $B$  d'événements indépendants, l'entropie de Tsallis de l'événement joint  $(A, B)$  est associée par une relation non additive aux entropies  $\mathcal{H}_q(A)$  et  $\mathcal{H}_q(B)$  selon

$$\mathcal{H}_q(A, B) = \mathcal{H}_q(A) + \mathcal{H}_q(B) + (1 - q)\ln(a)\mathcal{H}_q(A)\mathcal{H}_q(B), \quad (6.12)$$

qui donne à l'entropie de Tsallis un caractère non extensif, contrairement à l'entropie de Rényi.

### 1.3.2 Entropie relative de Tsallis

Il est possible d'associer à l'entropie de Tsallis, l'entropie relative de Tsallis ou divergence, généralisant l'entropie relative de Kullback–Leibler [160]. Elle réfère à deux distributions de probabilités  $\{p_i\}$  et  $\{q_i\}$ , pour  $i = 1$  à  $N$ , sur le même alphabet, et elle est définie comme

$$\mathcal{D}_q(p_i||q_i) = - \sum_{i=1}^N p_i \log_a^q\left(\frac{q_i}{p_i}\right) = \frac{1}{\ln(a)} \frac{1}{1-q} \sum_{i=1}^N p_i \left[1 - \left(\frac{q_i}{p_i}\right)^{1-q}\right], \quad (6.13)$$

qui s'écrit également

$$\mathcal{D}_q(p_i||q_i) = \frac{1}{\ln(a)} \frac{1}{1-q} \left(1 - \sum_{i=1}^N p_i^q q_i^{1-q}\right). \quad (6.14)$$

### 1.3.3 Information mutuelle et capacité informationnelle de Tsallis

On considère maintenant un alphabet d'entrée avec  $N$  symboles, un alphabet de sortie avec  $M$  symboles et sur ces deux alphabets, une distribution de probabilités conjointes  $\{p_{ij}\}$ , pour  $(i, j) \in \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, M\}$ , comme définie entre l'émission et la réception d'un canal de communication. Les  $N$  symboles d'entrée, indexés par  $i$ , ont les probabilités marginales  $p_i = \sum_{j=1}^M p_{ij}$ . Les  $M$  symboles de sortie, indexés par  $j$ , ont les probabilités marginales  $q_j = \sum_{i=1}^N p_{ij}$ . L'information mutuelle entrée–sortie de Tsallis est alors définie comme suit

$$\mathcal{I}_q = \mathcal{D}_q(p_{ij}||p_i q_j) = \frac{1}{\ln(a)} \frac{1}{1-q} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M p_{ij} \left[1 - \left(\frac{p_{ij}}{p_i q_j}\right)^{q-1}\right]. \quad (6.15)$$

À la limite  $q = 1$ , l'information mutuelle de Tsallis  $\mathcal{I}_1$  de l'Éq. (6.15) est l'information mutuelle de Shannon.

Pour tout ordre  $q$ , la capacité informationnelle de Tsallis  $\mathcal{C}_q$  d'un canal caractérisé par les probabilités conditionnelles entrée–sortie  $\{p_{ji}\}$  est définie par la probabilité d'entrée  $\{p_i^*\}$  qui maximise l'information mutuelle entrée–sortie de Tsallis  $\mathcal{I}_q$  de l'Éq. (6.15) de la manière suivante

$$\mathcal{C}_q = \max_{\{p_i\}} \mathcal{I}_q. \quad (6.16)$$

### 1.3.4 Relation avec les mesures informationnelles de Rényi

Pour tout ordre  $q$ , il existe une fonction monotone croissante  $\mathcal{H}_q(H_q)$ , similaire à la fonction  $\log_a^q(\cdot)$ , reliant l'entropie de Tsallis  $\mathcal{H}_q$  et l'entropie de Rényi  $H_q$  de la manière suivante :

$$\mathcal{H}_q = \log_a^q(a^{H_q}) . \quad (6.17)$$

Cette relation permet d'établir une correspondance entre les mesures informationnelles de Tsallis associées et les mesures informationnelles de Rényi. Ainsi on a pour les entropies relatives

$$\mathcal{D}_q = \log_a^{2-q}(a^{D_q}) , \quad (6.18)$$

pour les informations mutuelles

$$\mathcal{I}_q = \log_a^{2-q}(a^{I_q}) , \quad (6.19)$$

et pour les capacités informationnelles

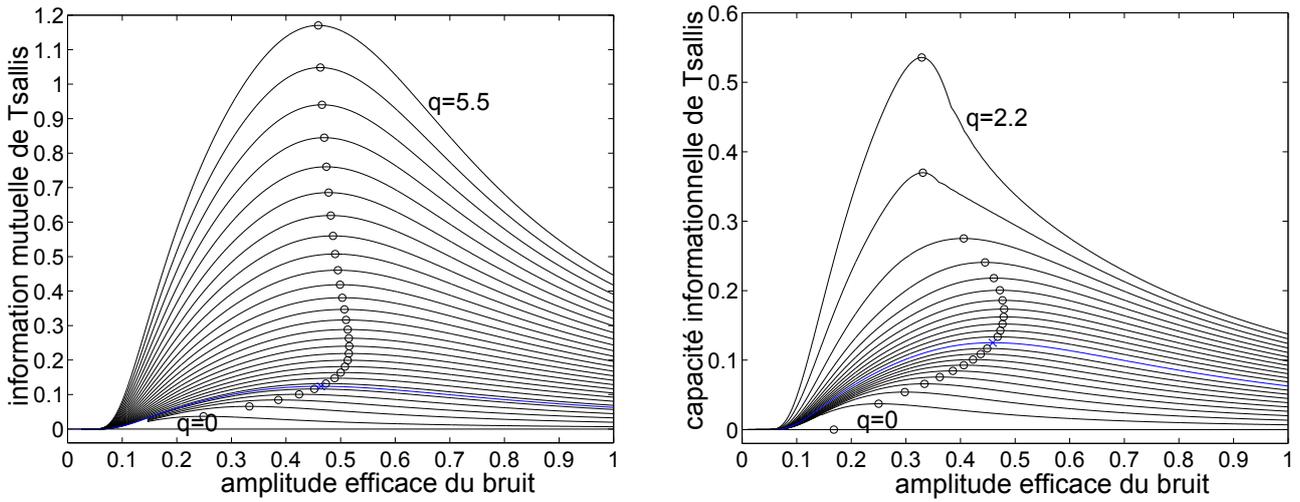
$$\mathcal{C}_q = \log_a^{2-q}(a^{C_q}) . \quad (6.20)$$

Toutes ces quantités sont reliées par la fonction croissante monotone  $\log_a^{2-q}(\cdot)$ . Nous allons voir dans la suite que cette correspondance entre les mesures informationnelles basées sur l'entropie de Rényi et de Tsallis est particulièrement intéressante dans le contexte de la résonance stochastique.

### 1.3.5 Application à l'étude de la transmission d'image assistée par le bruit dans un canal binaire

Nous nous plaçons dans le cas de l'étude du canal d'information binaire du Chapitre 2, Sect. 1 et nous montrons la possibilité d'enregistrer un effet de résonance stochastique [36]. Pour un canal d'information avec un seuil de décodage  $\theta = 1.2$  dans l'Éq. (2.2), l'évolution de l'information mutuelle entrée-sortie de Tsallis  $\mathcal{I}_q(S, Y)$  de l'Éq. (6.15) est présentée sur la Fig. 6.8. Les résultats de la Fig. 6.8 démontrent clairement une action non monotone du bruit. Il existe un niveau non nul du bruit pour lequel le transfert d'information mesuré par  $\mathcal{I}_q(S, Y)$  est maximisé, et un tel maximum de  $\mathcal{I}_q(S, Y)$  apparaît pour tout ordre fini  $q$  comme présenté sur la Fig. 6.8. Il s'agit d'un effet de résonance stochastique ou transmission de l'information assistée par le bruit, enregistré par l'information mutuelle de Tsallis  $\mathcal{I}_q(S, Y)$  sur la Fig. 6.8 pour tout ordre fini  $q$ . Sur la Fig. 6.8, l'ordre  $q = 1$  correspond à la situation où  $\mathcal{I}_{q=1}(S, Y)$  est l'information mutuelle de Shannon, et  $\mathcal{I}_{q=1}(S, Y)$  culmine à un maximum pour un niveau de bruit non nul  $\sigma$ .

On remarque sur la Fig. 6.8 que le maximum de l'information mutuelle de Tsallis  $\mathcal{I}_q(S, Y)$  apparaît à un niveau optimal  $\sigma_{\text{opt}}$  du bruit qui varie avec l'ordre de Tsallis  $q$ . Cette variation de  $\sigma_{\text{opt}}$  avec  $q$  est analysée sur la Fig. 6.9, pour une valeur du seuil de décodage  $\theta = 1.2$ . Il existe sur la Fig. 6.9 une valeur optimale  $q_{\text{opt}} = 2.2$  de l'ordre de Tsallis lorsque  $\sigma_{\text{opt}}$  est maximisée. L'évolution non monotone de  $\sigma_{\text{opt}}$  maximisé à  $q_{\text{opt}}$  sur la Fig. 6.9, démontre que l'effet de résonance stochastique sélectionne un ordre spécifique  $q_{\text{opt}}$  de l'information mutuelle de Tsallis  $\mathcal{I}_q(S, Y)$ . Cet ordre optimal  $q_{\text{opt}}$  identifie l'information mutuelle de Tsallis  $\mathcal{I}_{q_{\text{opt}}}(S, Y)$  qui est capable de fournir le bénéfice le plus prononcé de l'ajout de bruit pour la résonance stochastique, puisque  $\mathcal{I}_{q_{\text{opt}}}(S, Y)$  représente la mesure du transfert de l'information entrée-



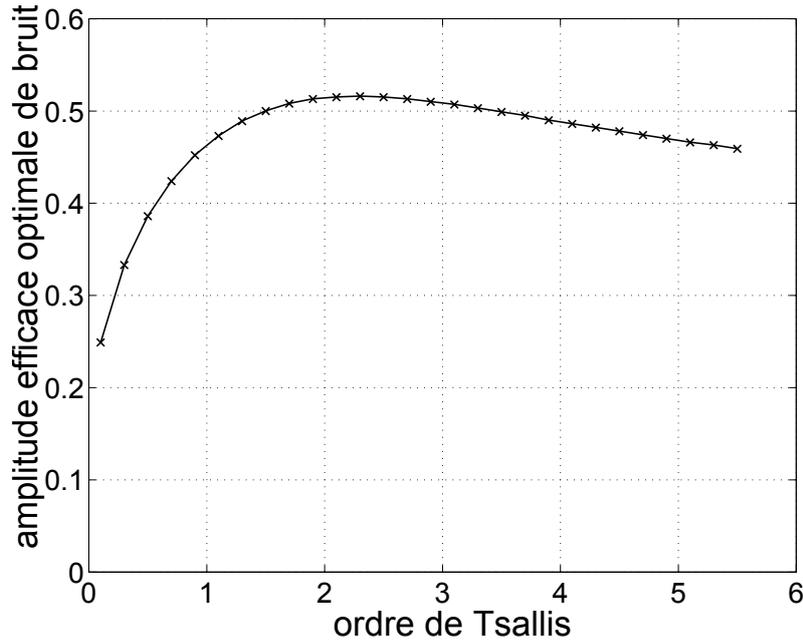
**FIG. 6.8** À gauche : l'information mutuelle entrée–sortie de Tsallis  $\mathcal{I}_q(S, Y)$  de l'Éq. (6.15), en fonction de l'amplitude efficace  $\sigma$  du bruit gaussien  $N$  de moyenne nulle, pour un canal d'information avec la probabilité d'entrée  $p_1 = 0.45$  et le seuil  $\theta = 1.2$ . L'ordre est  $q = 0$  puis de  $q = 0.1$  à  $5.5$  avec un pas de  $0.2$ . De plus, la courbe marquée par la croix ( $\times$ ) correspond à  $q = 1$  lorsque  $\mathcal{I}_{q=1}(S, Y)$  est l'information mutuelle de Shannon. Sur chaque courbe, le maximum est indiqué par un cercle ( $\circ$ ), excepté pour  $q = 1$  où le maximum est indiqué par la croix ( $\times$ ). À droite : la capacité informationnelle de Tsallis  $\mathcal{C}_q$ , en fonction de l'amplitude efficace  $\sigma$  du bruit gaussien  $N$  de moyenne nulle, pour un canal d'information avec le seuil de réponse  $\theta = 1.2$ . Sur chaque courbe, le maximum est indiqué par un cercle ( $\circ$ ), excepté pour  $q = 1$  identifié par une croix ( $\times$ ) lorsque  $\mathcal{C}_{q=1}$  est la capacité informationnelle de Shannon. L'ordre  $q$  varie de  $0$  à  $2.2$  par pas de  $0.1$ .

sortie qui sera maximisée au plus haut niveau optimal de bruit  $q_{\text{opt}}$ .

Une relation intéressante est que  $\sigma_{\text{opt}}$  est aussi le niveau de bruit optimal qui maximise l'information mutuelle de Rényi  $I_q(S, Y)$  avec le même ordre  $q$ . Cette relation est assurée par la relation monotone croissante de l'Éq. (6.19) reliant les informations mutuelles de Tsallis  $\mathcal{I}_q(S, Y)$  et de Rényi  $I_q(S, Y)$ . Bien que les mesures  $\mathcal{I}_q(S, Y)$  et  $I_q(S, Y)$  ne culminent pas à la même valeur maximale pour la résonance stochastique, elles culminent pour le même niveau optimal du bruit  $\sigma_{\text{opt}}$ . Et puisque la courbe  $\sigma_{\text{opt}}(q)$  est la même et unique pour les mesures de Tsallis et de Rényi, l'ordre optimal  $q_{\text{opt}}$  sélectionné par résonance stochastique est également le même.

De plus, pour le canal binaire de l'Éq. (2.2), la capacité informationnelle de Tsallis  $\mathcal{C}_q$  est présentée sur la Fig. 6.8, pour différents ordres de Tsallis  $q$  incluant le cas de Shannon  $q = 1$ . En comparaison avec l'information mutuelle de Rényi  $I_q(S, Y)$  pour une valeur de  $p_1$  fixée comme sur la Fig. 6.2, les mêmes propriétés remarquables reliés à la résonance stochastique sont observées pour la capacité informationnelle de Tsallis  $\mathcal{C}_q$  sur la Fig. 6.8. Pour tout ordre  $q$ , la capacité informationnelle de Tsallis  $\mathcal{C}_q$  suit une évolution non monotone lorsque le niveau de bruit  $\sigma$  augmente. Il s'agit encore d'une manifestation de résonance stochastique avec une capacité informationnelle de Tsallis  $\mathcal{C}_q$  maximisée à un niveau optimal non nul du niveau du bruit du canal. De plus, comme sur la Fig. 6.2, le niveau optimal du bruit  $\sigma_{\text{opt}}$  maximisant  $\mathcal{C}_q$  sur la Fig. 6.8, est dépendant de l'ordre de Tsallis  $q$ , avec une dépendance non monotone.

De plus, au regard des résultats de la Fig. 6.7, une relation intéressante est encore établie par la relation monotone croissante de l'Éq. (6.20) entre la capacité informationnelle de Tsallis  $\mathcal{C}_q(X; Y)$  et de Rényi  $C_q(X; Y)$ . Les deux capacités informationnelles sont atteintes simultanément.



**FIG. 6.9** Amplitude efficace optimale  $\sigma_{\text{opt}}$  du bruit maximisant l'information mutuelle entrée–sortie de Tsallis  $\mathcal{I}_q(S, Y)$  de la Fig. 6.2, en fonction de l'ordre  $q$ .

ment par la même probabilité d'entrée  $p_1^*$ , et bien que  $\mathcal{C}_q(S, Y)$  et  $C_q(S, Y)$  n'atteignent pas les mêmes valeurs, elles culminent pour le même niveau optimal du bruit  $\sigma_{\text{opt}}$  pour la résonance stochastique comme présenté sur la Fig. 6.6 et la Fig. 6.8. Comme conséquence, les évolutions de  $\sigma_{\text{opt}}$  avec  $q$  présentées sur la Fig. 6.7, sont communes à  $\mathcal{C}_q(S, Y)$  et  $C_q(S, Y)$ . Et l'ordre optimal non trivial  $q_{\text{opt}} \neq 1$  sélectionné par résonance stochastique est le même pour les deux mesures informationnelles de Tsallis et de Rényi.

Pour finir, une différence notable entre l'entropie de Tsallis  $\mathcal{H}_q(S, Y)$  et l'entropie de Rényi  $H_q(S, Y)$  réside dans le caractère non extensif de la première par rapport à l'entropie de Rényi. Cette différence justifie les deux études distinctes de ces deux mesures d'entropie pour la transmission de l'information dans un canal binaire [35, 36]. Cependant, pour l'utilisation particulière de ces mesures que nous faisons ici, i.e. la résonance stochastique, le caractère extensif ou non ne joue pas de rôle et c'est l'existence de la relation non linéaire croissante de l'Éq. (6.18) qui assure un comportement similaire pour la caractérisation de la résonance stochastique par ces mesures. En particulier, pour une expérience de transmission d'image binaire identique à celle réalisée dans la Sect. 1.2.2 de ce chapitre, nous dégagons de la Fig 6.5 pour la mesure de Tsallis des propriétés similaires à celles obtenues avec la mesure de Rényi. En effet, lorsqu'un effet de bruit utile dans la transmission de l'information a lieu dans la Fig. 6.5(c), le niveau de bruit est celui réalisant le maximum de l'information mutuelle de Tsallis  $\mathcal{I}_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$  à l'ordre optimal  $\alpha_{\text{opt}} = 2.20$ , déduit de la Fig. 6.9. Cette expérience présentée avec des images montrent que la mesure optimale de Tsallis  $\mathcal{I}_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$  émergeant avec la résonance stochastique est en accord avec l'amélioration de la transmission des images enregistrée par perception visuelle.

## 1.4 Discussion

Après avoir examiné les propriétés de base des mesures informationnelles généralisées basées sur l'entropie de Rényi dans le chapitre 2, Sect. 4.1 et sur l'entropie de Tsallis, nous avons appliqué ces mesures générales pour l'analyse d'un canal d'information binaire. Nous avons exploité ces modèles étendus pour examiner de nouvelles possibilités et propriétés de résonance stochastique ou transmission d'information assistée par le bruit. Les résultats démontrent que la résonance stochastique apparaît, et est enregistrée par les mesures d'entropie de Rényi et de Tsallis, à tout ordre  $\alpha$ , incluant l'ordre de Shannon  $\alpha = 1$ . De plus, dans des conditions définies où l'on recherche la mesure informationnelle de Rényi ou de Tsallis qui exploite au mieux la résonance stochastique, i.e. la mesure de l'information qui est maximisée par le niveau optimal de bruit le plus haut, alors un ordre non trivial  $\alpha_{\text{opt}}$  différent du cas de Shannon  $\alpha = 1$  émerge. De cette manière, dans la transmission d'information dans un canal binaire, la résonance stochastique sélectionne une mesure d'information de Rényi ou de Tsallis spécifique non triviale, différente de la mesure classique de Shannon.

La mesure optimale d'information de Rényi ou de Tsallis peut être sélectionnée comme l'information mutuelle de Rényi  $I_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$  ou de Tsallis  $\mathcal{I}_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$  associée à une source d'information donnée à transmettre. Dans ce cas, l'ordre optimal  $\alpha_{\text{opt}}$ , comme l'information mutuelle de Rényi  $I_{\alpha}(S, Y)$  elle-même, est généralement dépendante de la probabilité d'entrée  $p_1$  de la source d'information binaire appliquée au canal. L'information mutuelle optimale de Rényi  $I_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$  est dans ce sens optimale pour la transmission d'une source d'information donnée. Une telle dépendance de l'ordre optimal de Rényi avec la source d'information binaire disparaît lorsque l'on passe à la capacité de Rényi  $C_{\alpha}$  du canal. Nous avons montré que les capacités  $C_{\alpha}$  et  $\mathcal{C}_{\alpha}$ , aussi bien que  $I_{\alpha}(S, Y)$  et  $\mathcal{I}_{\alpha}(S, Y)$ , sont capables d'enregistrer une transmission de l'information assistée par le bruit à tout ordre  $\alpha$ . Et de manière générale, l'ordre optimal sélectionné pour  $I_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$  et  $\mathcal{I}_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$ , ou  $C_{\alpha}$  et  $\mathcal{C}_{\alpha}$ , par résonance stochastique, diffère de l'ordre de Shannon  $\alpha = 1$ .

En plus de la démonstration de faisabilité de la résonance stochastique dans un canal binaire, il semble que la résonance stochastique agit pour sélectionner une mesure optimale de l'information de Rényi et de Tsallis, sous la forme de l'information mutuelle optimale de Rényi  $I_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$  et de Tsallis  $\mathcal{I}_{\alpha_{\text{opt}}}(S, Y)$ , pour une source d'information donnée, ou pour la capacité optimale de Rényi  $C_{\alpha_{\text{opt}}}$  et de Tsallis  $\mathcal{C}_{\alpha_{\text{opt}}}$ . Au delà de la propriété nominale qui définit les conditions d'optimalité de la mesure, il semble difficile pour le moment de spécifier plus loin une interprétation plus concrète de l'ordre optimal  $\alpha_{\text{opt}}$  de Rényi et de Tsallis émergeant dans différentes situations de résonance stochastique. Dans le but d'obtenir des éléments complémentaires pour l'interprétation concrète de ces mesures généralisées, nous avons conduit une expérimentation de transmission d'image assistée par le bruit. Elle a montré que l'évaluation de l'amélioration par une mesure optimale de Rényi et de Tsallis est compatible avec la perception visuelle, comme l'est aussi l'information mutuelle de Shannon.

Ainsi, en considérant la résonance stochastique comme un banc de test de mesures informationnelles en imagerie, nous pouvons enrichir le statut informationnel des mesures informationnelles basées sur l'entropie de Rényi et de Tsallis, et confronter la performance de ces mesures informationnelles face à des expériences de perception visuelle. Dans la section suivante, nous poursuivons l'étude du canal binaire avec une autre mesure informationnelle : la mesure de similarité structurelle  $S_{SIM}$ . Nous montrons qu'une nouvelle mesure de similarité,

l'indice  $S_{SIM}$ , en bon accord avec la perception visuelle humaine, vient renforcer notre panel de mesures informationnelles à notre disposition pour quantifier le phénomène de résonance stochastique en imagerie.

## 2 Une mesure de similarité structurelle pour évaluer l'amélioration par le bruit de la transmission non linéaire d'une image

On revient dans cette section sur la mesure  $S_{SIM}$ , présentée dans le chapitre 5, Sect. 2, dans un contexte de résonance stochastique simple : le cas d'un canal d'information binaire. Récemment, la mesure de similarité structurelle  $S_{SIM}$  a été proposée comme une nouvelle mesure de la qualité d'une image [149, 150], avec des potentialités pour rendre compte de similarité structurelle, évaluée sur trois facteurs : la perte de corrélation, la distortion de la luminance et du contraste. Il a été montré que l'indice  $S_{SIM}$  surpasse les mesures traditionnelles simples en évitant une modélisation explicite complexe du système visuel humain [149, 150]. La possibilité de l'indice  $S_{SIM}$  d'offrir une mesure efficace de la qualité d'une image a été établie dans [149, 150] dans plusieurs tâches de traitement comme la compression, le recalage de dynamique, le débruitage, et elle a été confrontée à des appréciations visuelles de la qualité d'une image. Désormais, en tant qu'indice récemment introduit, la mesure  $S_{SIM}$  profite encore, comme indiqué dans [149], d'expérimentations poussées dans le but d'apprécier pleinement ses possibilités. Dans la suite, nous testons la mesure  $S_{SIM}$  comme un indice pertinent pour mesurer la résonance stochastique ou l'amélioration par le bruit de la transmission non linéaire d'une image [37].

### 2.1 Mesures de similarité

Pour deux images  $S = \{s_i | i = 1, 2, \dots, N\}$  et  $Y = \{y_i | i = 1, 2, \dots, N\}$  de même taille, nous rappelons la définition de l'indice  $S_{SIM}(S, Y)$  défini à partir de [149] comme

$$S_{SIM}(S, Y) = \frac{4(\langle SY \rangle - \langle S \rangle \langle Y \rangle) \langle S \rangle \langle Y \rangle}{(\langle S^2 \rangle - \langle S \rangle^2 + \langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2) (\langle S \rangle^2 + \langle Y \rangle^2)} \quad (6.21)$$

où  $\langle \cdot \rangle$  est la moyenne sur les images, par exemple  $\langle SY \rangle = N^{-1} \sum_{i=1}^N s_i y_i$ .

Les références [149, 150, 161] motivent la définition de  $S_{SIM}(S, Y)$  comme quantificateur de l'écart de structure entre les images  $S$  et  $Y$  en combinant la perte de corrélation, et les distortions de la luminance et du contraste. En plus de l'indice  $S_{SIM}$ , nous considérons les deux mesures traditionnelles données par le coefficient d'intercovariance normalisée de l'Éq. (4.12) et l'erreur quadratique moyenne de l'Éq. (5.2). Ainsi,  $S_{SIM}(S, Y)$  peut être factorisée comme suit

$$S_{SIM} = CMV \quad (6.22)$$

où

$$M(S, Y) = \frac{2\langle S \rangle \langle Y \rangle}{(\langle S \rangle^2 + \langle Y \rangle^2)} \quad (6.23)$$

mesure la similarité des moyennes de  $S$  et  $Y$ , et

$$V(S, Y) = \frac{2\sqrt{\langle S^2 \rangle - \langle S \rangle^2} \sqrt{\langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2}}{(\langle S^2 \rangle - \langle S \rangle^2 + \langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2)} \quad (6.24)$$

mesure la similarité de leur contraste [149].

Nous appliquons et confrontons les trois indices  $S_{SIM}$ ,  $C$  et  $E$  des Éqs. (6.21), (4.12) et (5.2) pour évaluer la transmission d'une image par des systèmes non linéaires en présence de bruit. Nous étudions spécifiquement le régime, lié à un effet de résonance stochastique, où le bruit peut jouer un rôle constructif dans la transmission non linéaire d'une image. Une image d'entrée  $S$  est corrompue par un bruit additif gaussien  $N$  avec les réalisations du bruit supposées indépendantes pour chaque pixel. L'image bruitée  $S + N$  est ainsi acquise ou transmise par le système non linéaire modélisé par la caractéristique sans mémoire  $g(\cdot)$  qui délivre l'image de sortie  $Y$  définie comme

$$Y = g(S + N) . \quad (6.25)$$

## 2.2 Transmission à seuil

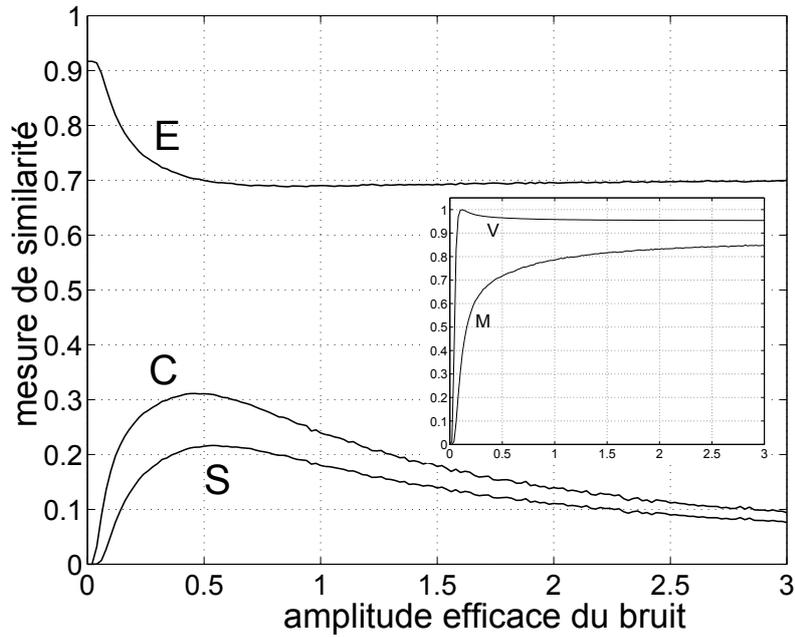
Pour un premier exemple, nous considérons  $g(\cdot)$  un capteur à seuil  $\theta$

$$g(u) = \begin{cases} 0 & \text{pour } u \leq \theta \\ 1 & \text{pour } u > \theta , \end{cases} \quad (6.26)$$

en charge de la transmission de l'image binaire  $S$ . Nous considérons le cas d'une image d'entrée  $S$  de faible amplitude avec les intensités binaires à 0 ou 1, qui est partout inférieure au seuil  $\theta > 1$  de l'appareil de transmission de l'Éq. (6.26). Dans cette condition, en l'absence de bruit  $N$  dans l'Éq. (6.25), aucune transmission n'a lieu et la sortie  $Y$  renvoie une image vide. L'ajout de bruit  $N$  dans l'Éq. (6.25) rend possible une action coopérative où le bruit assiste l'image d'entrée  $S$  de faible amplitude à dépasser le seuil  $\theta$ , pour produire une image de sortie  $Y$  porteuse de similarité avec l'image d'entrée  $S$ . La similarité est quantifiée dans la Fig. 6.10 avec les trois mesures des Éqs. (6.21), (4.12) et (5.2), en fonction du niveau du bruit  $N$ .

Dans la Fig. 6.10, chaque indice de similarité  $S_{SIM}$ ,  $C$  ou  $E$  montre un comportement non monotone lorsque le niveau de bruit augmente, passant par un extremum qui identifie un niveau optimal non nul du bruit pour lequel l'indice de similarité est à sa valeur optimale. Le niveau optimal du bruit est différent pour chaque indice, exprimant le fait que chaque indice traduit des aspects distincts de la similarité. Pour finir, la Fig. 6.11 donne une appréciation visuelle de la similarité pour différents niveaux du bruit.

La séquence d'images dans la Fig. 6.11 montre clairement une action non monotone du bruit  $N$ , avec visuellement une faible transmission d'image à de faibles ou hauts niveaux de bruit, et une meilleure transmission entre ces niveaux. À partir de la Fig. 6.11, on peut signaler que l'indice  $S_{SIM}(S, Y)$  et l'intercovariance normalisée  $C(S, Y)$  correspondent au mieux à l'appréciation visuelle des images, puisque les images avec une bonne qualité visuelle sont obtenues pour les niveaux de bruit qui maximisent  $S_{SIM}(S, Y)$  et  $C(S, Y)$ . Au contraire, pour un niveau de bruit qui minimise l'erreur quadratique moyenne  $E(S, Y)$ , la qualité visuelle apparaît plus faible dans la Fig. 6.11, exprimant le fait que l'erreur quadratique moyenne n'est pas ici en bon accord avec l'appréciation visuelle.



**FIG. 6.10** Pour la transmission selon l'Éq. (6.26) avec le seuil  $\theta = 1.1$  de l'image binaire  $S$  de la Fig. 6.11(a) : les indices de similarité entrée–sortie  $S_{SIM}(S, Y)$  de l'Éq. (6.21),  $C(S, Y)$  de l'Éq. (4.12) et  $E(S, Y)$  de l'Éq. (5.2) en fonction de l'amplitude efficace  $\sigma$  du bruit gaussien  $N$  de moyenne nulle dans l'Éq. (6.25). L'encart montre les mesures partielles  $M(S, Y)$  et  $V(S, Y)$  en fonction de  $\sigma$ .

### 2.3 Transmission avec saturation

Maintenant nous considérons  $g(\cdot)$  comme un capteur qui répond de manière linéaire pour les faibles intensités positives mais saturant lorsque les intensités dépassent un niveau  $\theta$ , i.e.

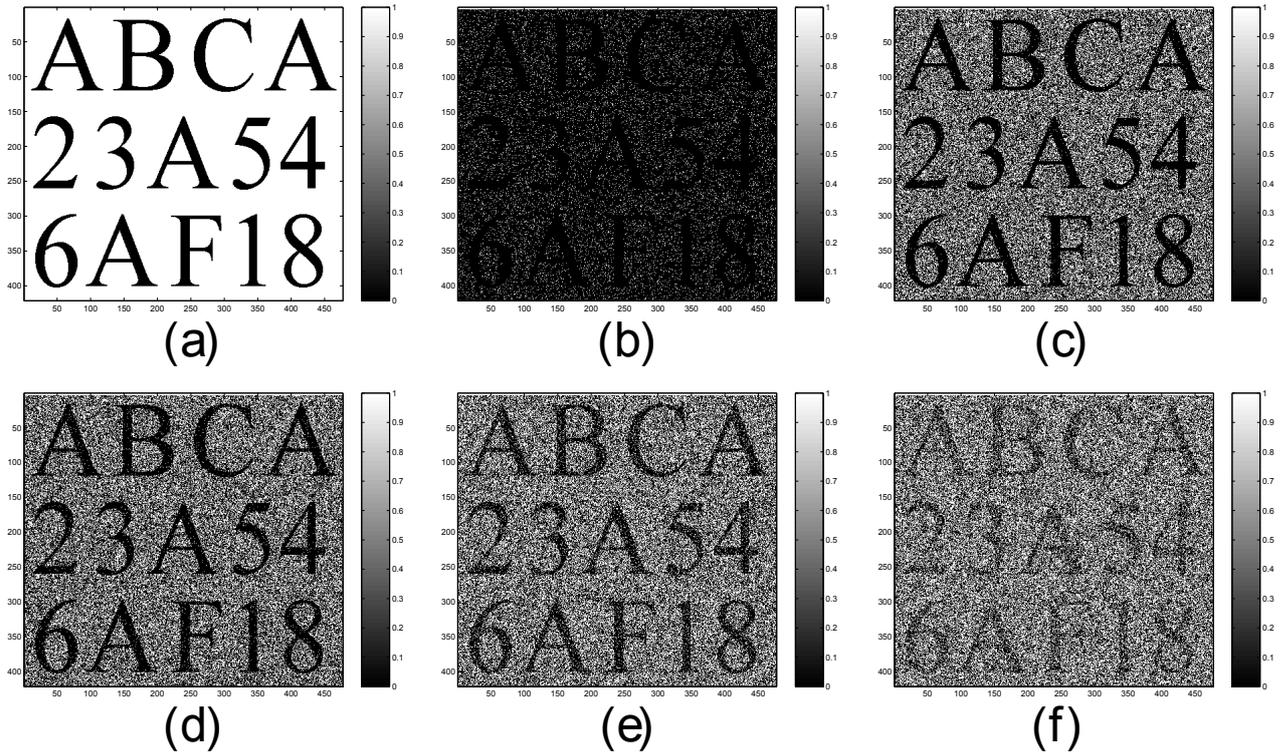
$$g(u) = \begin{cases} 0 & \text{pour } u < 0 \\ u & \text{pour } 0 \leq u \leq \theta \\ \theta & \text{pour } u > \theta, \end{cases} \quad (6.27)$$

pour la transmission d'une image  $S$  en niveaux de gris. Nous considérons le cas d'une image d'entrée  $S$  de forte amplitude avec des intensités dans  $[0, 1]$ , et qui sature fortement le capteur de l'Éq. (6.27) de niveau de saturation  $\theta < 1$ . L'image de sortie résultante  $Y$  est fortement affectée par la saturation. L'impact du bruit  $N$  ajouté dans l'Éq. (6.25) est présenté dans la Fig. 6.12 pour les trois indices de similarité entrée–sortie des Éqs. (6.21)–(5.2).

Dans la Fig. 6.12, seulement l'indice  $S_{SIM}(S, Y)$  atteint son maximum pour un niveau non nul du bruit  $N$ . Ceci exprime la possibilité d'une action constructive du bruit pour améliorer la transmission d'une image en présence d'un capteur à forte saturation, accessible par la mesure  $S_{SIM}$ . Au contraire, dans la Fig. 6.12, l'intercovariance normalisée  $C(S, Y)$  et l'erreur quadratique moyenne  $E(S, Y)$  sont à leur maximum sans ajout de bruit  $N$ , et dans cette condition, ne permettent pas d'enregistrer une action constructive du bruit dans la transmission non linéaire. Ceci illustre encore le fait que chaque indice reflète différents aspects de la similarité.

Ensuite, une appréciation visuelle de l'impact du bruit sur la similarité entrée–sortie peut être obtenue à partir de la Fig. 6.13.

De nouveau, dans la Fig. 6.13, l'appréciation visuelle apparaît en bon accord avec le com-



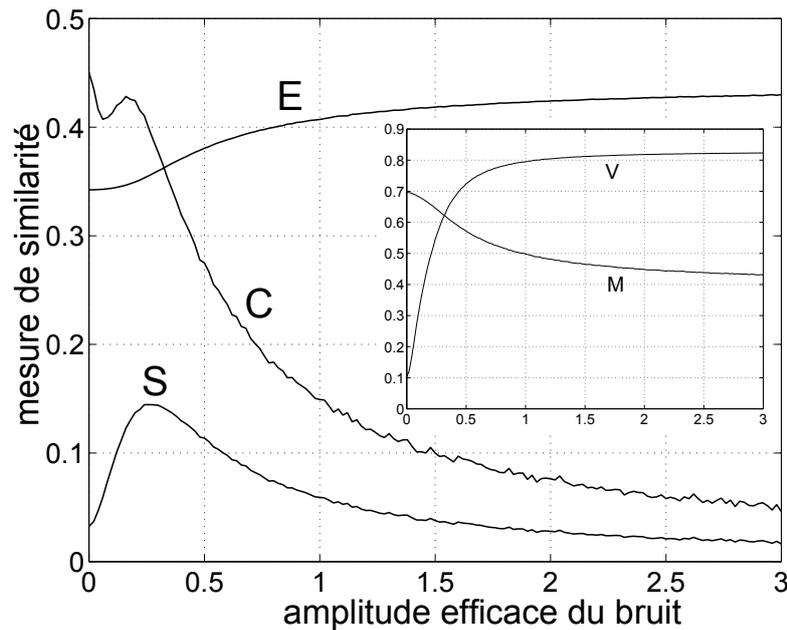
**FIG. 6.11** (a) Image d'entrée binaire  $S$ . (b)–(f) Image binaire  $Y$  à la sortie du capteur de l'Éq. (6.26) avec le seuil  $\theta = 1.1$ , avec le bruit gaussien  $N$  de moyenne nulle d'amplitude efficace  $\sigma$ . (b)  $\sigma = 0.07$ . (c)  $\sigma = 0.49$  maximisant l'intercovariance normalisée  $C(S, Y)$  dans la Fig. 6.10. (d)  $\sigma = 0.59$  maximisant l'indice  $S_{SIM}(S, Y)$  dans la Fig. 6.10. (e)  $\sigma = 0.99$  minimisant l'erreur quadratique moyenne  $E(S, Y)$  dans la Fig. 6.10. (f)  $\sigma = 1.5$ .

portement de l'indice  $S_{SIM}(S, Y)$ , alors que l'intercovariance normalisée  $C(S, Y)$  et l'erreur quadratique moyenne  $E(S, Y)$  sont comparativement moins en accord avec l'appréciation visuelle. Ceci est dû au fait que, sans ajout de bruit,  $C(S, Y)$  et  $E(S, Y)$  sont à leur maximum comme présenté sur la Fig. 6.12, et à partir d'une inspection visuelle sur la Fig. 6.13(b), on constate que des traits significatifs manquent dans l'image de sortie  $Y$  due à la saturation. Au contraire, les traits manquants deviennent perceptibles dans la Fig. 6.13 lorsque le bruit est ajouté, manifestant sa capacité à contrebalancer les effets négatifs de la saturation. Cette restauration par le bruit apparaît visuellement particulièrement efficace dans la Fig. 6.13(d) à un niveau non nul du bruit maximisant l'indice  $S_{SIM}(S, Y)$  dans la Fig. 6.12.

Ainsi, les Fig. 6.10 et 6.12 montrent des influences distinctes des mesures partielles  $M$  et  $V$  dans la contribution à l'indice global  $S_{SIM}$ , qui dépendent de l'opération non linéaire. En particulier, une approximation  $S_{SIM} \approx CV$  inspirée de [162] n'est pas nécessairement exacte à tous les niveaux de bruit  $\sigma$  quand  $M$  varie significativement avec  $\sigma$ .

## 2.4 Discussion

Ce travail constitue la première démonstration de la possibilité de l'indice  $S_{SIM}$  de [149, 150] d'enregistrer un effet de résonance stochastique ou effet de bruit utile dans la transmission non linéaire d'une image [37]. Une possible extension serait d'appliquer  $S_{SIM}$  sur des blocks

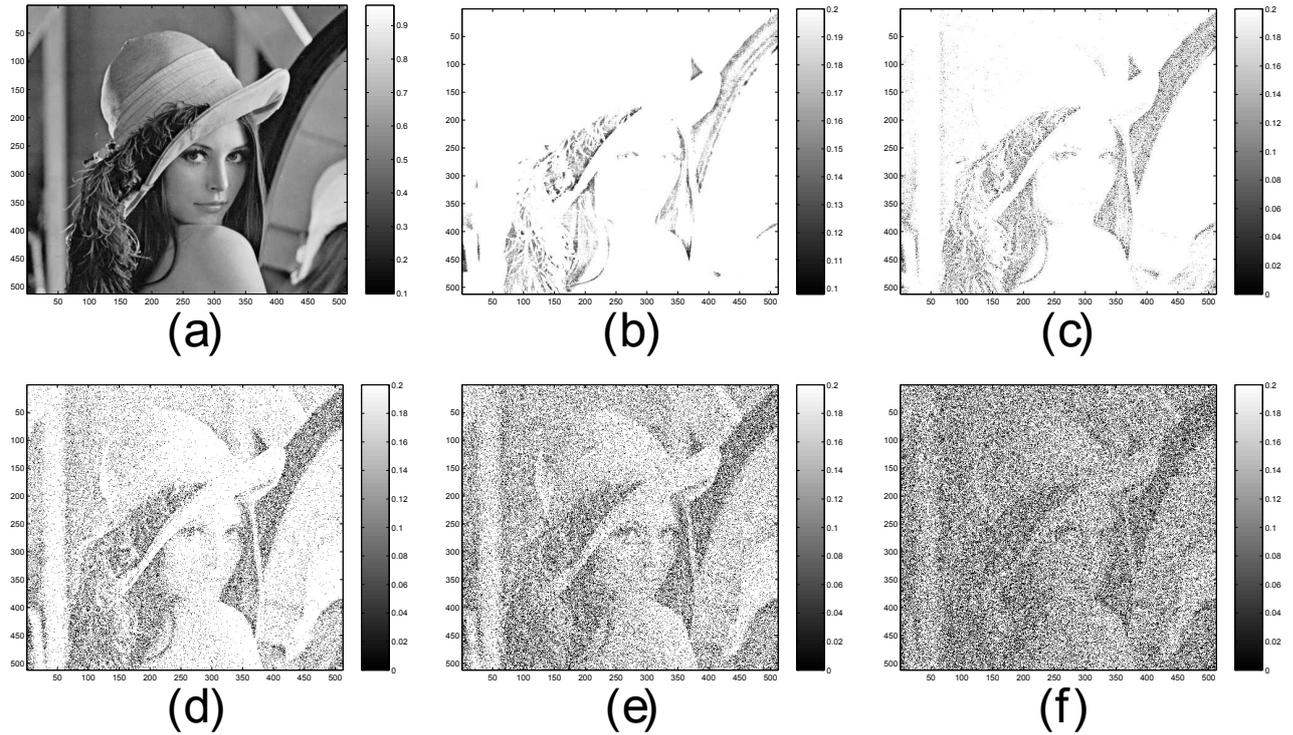


**FIG. 6.12** Pour la transmission selon l'Éq. (6.27) avec un niveau de saturation  $\theta = 0.2$  de l'image en niveau de gris  $S$  de la Fig. 6.13(a) : les indices de similarité entrée–sortie  $S_{SIM}(S, Y)$  de l'Éq. (6.21),  $C(S, Y)$  de l'Éq. (4.12) et  $E(S, Y)$  de l'Éq. (5.2) en fonction de l'amplitude efficace  $\sigma$  du bruit gaussien  $N$  de moyenne nulle dans l'Éq. (6.25). L'encart montre les mesures partielles  $M(S, Y)$  et  $V(S, Y)$  en fonction de  $\sigma$ .

ou patches, ou à travers les échelles [149, 150, 163, 162], dans le but de compléter avec une évaluation plus locale ou régionale, à des échelles pertinentes à identifier, l'évaluation globale de la résonance stochastique obtenue ici sur des images.

L'indice  $S_{SIM}$ , à partir des récents résultats, [149, 150, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167], émerge graduellement comme une mesure particulièrement utile pour l'évaluation de la qualité des images. Elle fournit une approche spécifique intermédiaire exhibant des possibilités plus riches pour l'évaluation des structures comparées à des mesures traditionnelles simples d'indices de bas-niveaux, en s'affranchissant de la complexité d'un modèle du système visuel humain. Les résultats présentés, en testant son comportement dans une tâche de traitement d'images spécifique, renforce la position de  $S_{SIM}$  comme une mesure précieuse de la qualité d'une image. En particulier, l'évaluation de la résonance stochastique par  $S_{SIM}$  ne reproduit pas l'évaluation par des indices de bas niveaux traditionnels, confirmant sa capacité spécifique de mesure de la qualité. Dans un même temps, l'évaluation par  $S_{SIM}$  apparaît être en meilleure concordance avec l'appréciation visuelle de la qualité des images dans les expériences de résonance stochastique. Ces deux aspects de  $S_{SIM}$  (comportement spécifique et bonne concordance avec la perception visuelle) sont généralement préservés lorsque l'on fait varier les images et les types de bruit dans nos expériences de résonance stochastique.

Les résultats présentés ici contribuent d'une part, à établir  $S_{SIM}$  comme un indice pour l'évaluation de la qualité des images avec de multiples potentialités d'application. D'autre part, ils montrent l'intérêt de notre démarche de considérer la résonance stochastique comme un banc de test pour les mesures informationnelles en imagerie.



**FIG. 6.13** (a) Image d'entrée  $S$  en niveaux de gris. (b)–(f) Image  $Y$  en niveaux de gris à la sortie du capteur de l'Éq. (6.27) avec le niveau de saturation  $\theta = 0.2$ , avec le bruit gaussien  $N$  de moyenne nulle d'amplitude efficace  $\sigma$ . (b)  $\sigma = 0$  maximisant l'intercovariance normalisée  $C(S, Y)$  et minimisant l'erreur quadratique moyenne  $E(S, Y)$  dans la Fig. 6.12. (c)  $\sigma = 0.1$ . (d)  $\sigma = 0.28$  maximisant l'indice  $S_{SIM}(S, Y)$  dans la Fig. 6.12. (e)  $\sigma = 0.5$ . (f)  $\sigma = 1$ .

### 3 Influence de la structure spatiale des images lors de la quantification de la résonance stochastique dans la perception visuelle

Dans cette section, nous nous plaçons au niveau des expériences psychovisuelles de la résonance stochastique. Nous revenons sur les pas d'une des premières démonstrations psychovisuelles de résonance stochastique en imagerie [87] et nous montrons en quoi la compréhension des mécanismes mis en jeu dans ces expériences nécessite d'être approfondie [38].

#### 3.1 Perception visuelle de la résonance stochastique

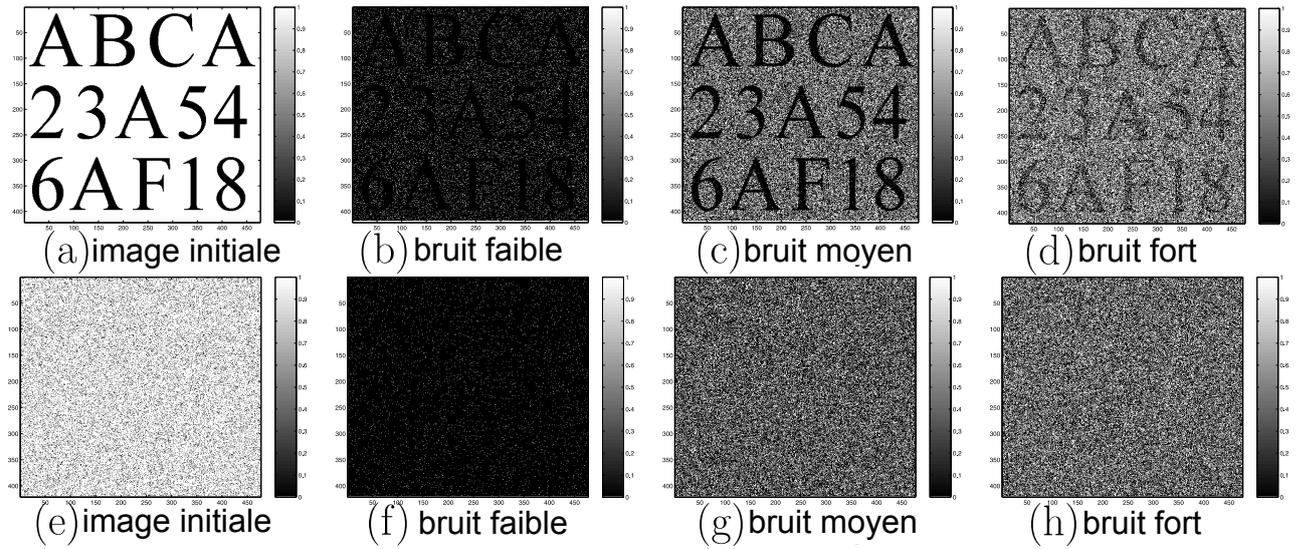
On considère la situation de référence étudiée dans [87] et dans la section précédente [37], où une image initiale  $S$  ajoutée à un bruit  $N$  est transmise par le quantificateur  $g(\cdot)$  à deux niveaux selon  $Y = g(S + N)$  de l'Éq. (6.26). La Fig. 6.14(a–d) montre une traduction visuelle d'un effet de transmission non linéaire d'image assistée par le bruit. En complément de la perception visuelle impliquée dans la Fig. 6.14, on considère une évaluation de la transmission non linéaire par des mesures quantitatives objectives. Les mesures de similarité entrée–sortie entre les images  $S$  et  $Y$  sont des mesures statistiques pixel à pixel. Nous utilisons les trois mesures

de similarité utilisées de la section précédente avec l'écart quadratique moyen de l'Éq. (5.2), le coefficient d'intercovariance normalisé de l'Éq. (4.12) et l'indice  $S_{SIM}$  de l'Éq. (6.21). Nous ajoutons aux trois mesures  $E, C, S_{SIM}$  l'information mutuelle de Shannon de l'Éq. (2). On observe l'évolution des mesures de similarités  $E, C, S_{SIM}$  et  $I$  sur la Fig. 6.15 lorsque le niveau  $\sigma$  du bruit augmente. Sur la Fig. 6.15, l'évolution non monotone des mesures traduit un effet de résonance stochastique ou de transmission non linéaire d'image aidée par le bruit, avec des niveaux de bruits optimaux non nuls proches pour les différentes mesures et situés autour du niveau de bruit de la Fig. 6.14(c) en accord avec la perception visuelle à  $\sigma_{opt} \approx 0.5$ . On considère à présent la séquence d'images de la Fig. 6.14(e-h). Sur la Fig. 6.14(f-h), notamment la Fig. 6.14(g), la perception visuelle n'enregistre pas de transmission d'image aidée par le bruit, a contrario de la situation de la Fig. 6.14(b-d). Toutefois, sur la Fig. 6.14(e-h) comme sur la Fig. 6.14(a-d), on a affaire à des images initiales  $S$  en (a) et en (e) qui présentent la même proportion  $p_0 = 0.16$  de pixels noirs. En conséquence, les mesures quantitatives pixel à pixel de la Fig. 6.15 caractérisent également la situation de la Fig. 6.14(e-h), autant que celle de la Fig. 6.14(a-d). Sur la base des mesures de la Fig. 6.15, on enregistre un effet de résonance stochastique équivalent sur la Fig. 6.14(e-h) comme sur la Fig. 6.14(a-d). Alors que la perception visuelle sur la Fig. 6.14(e-h) n'enregistre pas de résonance stochastique. La perception visuelle sur la Fig. 6.14(a-d) opère sur des réalisations uniques du bruit  $N$  sur chaque image successive, au contraire des mesures quantitatives de la Fig. 6.15 qui sont des moyennes d'ensemble sur le bruit  $N$ . Dans l'étude [87], il est choisi de considérer des images aux structures spatiales minimales (un sinus wobulé) soumis à un panel d'observateurs et avec une variation temporelle du bruit dans l'image. Les effets de résonance stochastique sont ainsi mesurés dans [87] en moyenne. Pourtant, comme le montre la Fig. 6.14(a-d), un effet de transmission non linéaire aidée par le bruit est perceptible sur une seule réalisation. Si la perception visuelle identifie un effet de bruit utile sur la Fig. 6.14(a-d) et non sur Fig. 6.14(e-f), c'est probablement en exploitant des structures spatiales présentes dans l'image de la Fig. 6.14(a-d) et absentes dans l'image de la Fig. 6.14(e-h). La prise en compte des structures spatiales dans les images constitue ainsi une voie d'investigation nouvelle dans l'analyse quantitative de la résonance stochastique que nous nous proposons d'aborder maintenant.

### 3.2 Influence des structures spatiales des images

Dans cette section, nous travaillons, comme sur la Fig. 6.14, avec des bruits non corrélés spatialement et nous étudions l'influence des structures spatiales de l'image  $S$  porteuse d'information sur la perception visuelle de la résonance stochastique. Les mesures de similarité utilisées sur la Fig. 6.15 réalisent des statistiques d'ensemble qui donnent à chaque pixel le même poids et ne permettent ainsi pas de rendre compte d'éventuelles zones saillantes dans les structures des images. Or, ces zones saillantes en terme d'orientation ou de contraste de niveaux de gris sont connues pour fixer l'attention [168], i.e. conférer un poids plus important à certaines zones d'un point de vue informationnel. Nous proposons ici de considérer des mesures de similarité inspirées du fonctionnement du système visuel. Pour illustration, nous utilisons des descripteurs locaux tels que les SIFT (Scale Invariant Feature Transform)<sup>1</sup> que nous mettons en œuvre dans leur forme originelle, détaillée pédagogiquement dans [169]. Les SIFT sont basés sur l'extraction de descripteurs locaux invariants en échelle et par rapport à

<sup>1</sup>pour lesquels des implantations logicielles didactiques sont librement disponibles sur <http://www.vlfeat.org/~vedaldi/code/sift.html>.



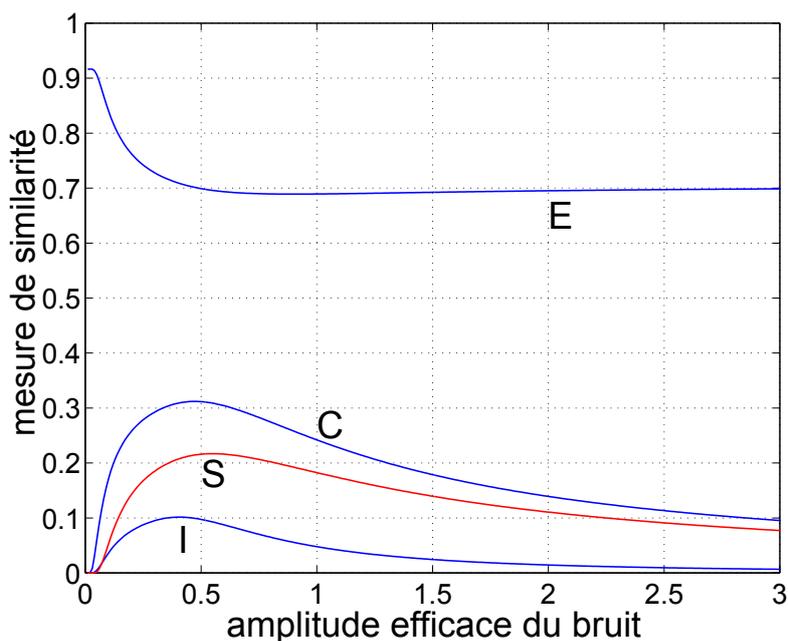
**FIG. 6.14** En haut : Expérience de résonance stochastique visuelle avec (a) image binaire initiale  $S$ , (b)–(d) images binaires  $Y$  en sortie d’un quantificateur à deux états de seuil  $\theta = 1.1$ , avec le bruit  $N$  gaussien centré d’amplitude efficace  $\sigma = 0.07$  (b),  $\sigma = 0.49$  (c) et  $\sigma = 1.5$  (d). En bas : Expérience de résonance stochastique visuelle similaire à celle du haut avec (e) image binaire initiale ayant même la distribution de pixels blancs et noirs que sur la Fig. 6.15(a). Les panneaux (f)–(h) sont respectivement obtenus avec les niveaux de bruits identiques à ceux des panneaux de la Fig. 6.14(b)–(d).

l’orientation des contours des images. Nous mesurons le nombre de descripteurs locaux communs entre une image de sortie  $Y$  et l’image initiale  $S$  en ne conservant que les descripteurs associés à des points homologues dans les deux images. Sur la Fig. 6.16, l’évolution non monotone de cette mesure traduit un effet de résonance stochastique uniquement pour l’image initiale Fig. 6.14(a) structurée spatialement, alors que le nombre de descripteurs locaux identifiés dans l’image initiale Fig. 6.14(e) non structurée reste à un niveau relatif artefactuel, bas et quasi constant. Pour l’image initiale de la Fig. 6.14(a) structurée spatialement, la mesure de similarité de la Fig. 6.16 basée sur les SIFT est maximisée pour un niveau optimal  $\sigma_{opt}$  non nul de bruit. La résonance stochastique est enregistrée via les SIFT, de plus  $\sigma_{opt} \approx 0.5$  est inchangé par rapport aux mesures de similarité de la Fig. 6.16. La comparaison des Figs. 6.15 et 6.16 montre la pertinence de notre approche pour expliquer quantitativement et en terme de mécanisme psychovisuel de saillance locale, la différence observable entre les Fig. 6.14(a–d) et Fig. 6.14(e–f).

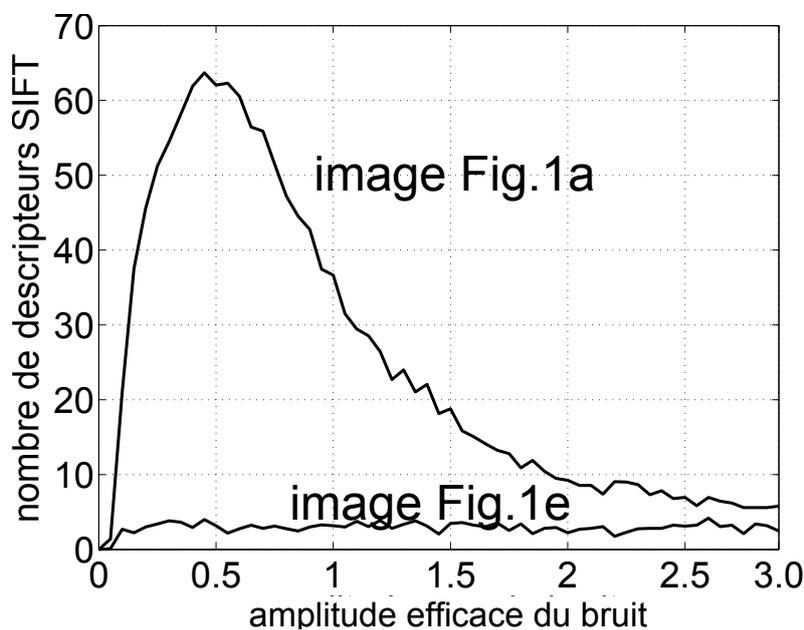
### 3.3 Discussion

Nous avons montré la nécessité de poursuivre les analyses des effets non linéaires de bruit utile dans la perception visuelle afin de comprendre l’influence des structures des images. Pour ce faire, nous avons proposé de reprendre un schéma classique de résonance stochastique avec un capteur à seuil et un bruit additif gaussien comme banc d’essai pour des mesures psychovisuelles. Cette approche ouvre de multiples voies d’investigation que nous développons actuellement dans les directions suivantes.

Il existe de nombreux descripteurs locaux [170] avec des propriétés d’invariance diverses.



**FIG. 6.15** Mesures de similarité entre l'image binaire initiale  $S$  de la Fig. 6.14(a) ou de la Fig. 6.14(e) et l'image binaire  $Y$  en fonction du niveau  $\sigma$  de bruit  $N$  gaussien centré. L'écart quadratique moyenne  $E(S, Y)$ , le coefficient d'intercovariance normalisé  $C(S, Y)$ , l'indice  $S_{SIM}(S, Y)$ , et l'information mutuelle de Shannon  $I(S, Y)$  sont identiques pour les Fig. 6.14(a) et Fig. 6.14(e).



**FIG. 6.16** Nombre de descripteurs SIFT homologues selon [169] entre l'image binaire initiale  $S$  de la Fig. 6.14(a) ou de la Fig. 6.14(e) et l'image binaire  $Y$  de sortie en fonction du niveau  $\sigma$  de bruit  $N$  pris gaussien centré. Contrairement aux mesures de similarités de la Fig. 6.15 le nombre de descripteurs SIFT homologues diffèrent pour les Fig. 6.14(a) et Fig. 6.14(e).

Les SIFT utilisés ici possèdent par exemple des propriétés d'invariance en rotation que nous n'avons pas mobilisées dans cette étude et il serait intéressant de tester ces propriétés dans le contexte de la résonance stochastique. Des mesures psychovisuelles de cartes de saillance [168] modélisant l'attention peuvent également être évaluées pour quantifier la résonance stochastique. Au niveau de l'œil lui-même, les effets de résonance stochastique ont été étudiés expérimentalement et en simulation numérique [171] à des échelles de temps de l'ordre de la microseconde où l'on enregistre des saccades aléatoires des positions du regard sur la rétine. La résonance stochastique a également été mise en évidence avec des stimuli visuels sur des durées de l'ordre du dixième de seconde [172]. Nous expérimentons actuellement des échelles temporelles intermédiaires en étudiant le comportement du regard au cours du temps face à la résonance stochastique dans les images au moyen d'un dispositif d'eyetracking, où des points de fixation de l'œil sont enregistrés à l'échelle de la milliseconde [173]. La perception visuelle est également impactée par l'échelle d'observation des images [30]. Nous étudions ainsi l'influence de la distance d'observation des images de résonance stochastique sur le niveau de bruit optimal.

Le modèle de résonance stochastique utilisé ici met en jeu un couplage additif du bruit comme celui que l'on rencontre dans les techniques de dithering [85]. D'autres couplages image-bruit existant au niveau même des capteurs ont montré qu'ils pouvaient donner lieu à des effets de résonance stochastique. C'est le cas en particulier du bruit multiplicatif de speckle [174] typique de l'imagerie cohérente qu'il conviendrait de tester avec les différentes mesures psychovisuelles évoquées ici. Une spécificité des motifs de speckle est qu'ils présentent eux-mêmes des structures spatiales sous forme de grains. Il serait ainsi important d'étudier l'influence de la taille de ces grains sur la perception des structures des images dans la résonance stochastique.

À un niveau plus large de considération, des effets psychosensoriels de la résonance stochastique ont été enregistrés sur d'autres sens que la vision avec, en particulier, l'audition et le toucher [85, 172]. Dans ces domaines de la perception, les mesures théoriques utilisées pour quantifier la résonance stochastique ont été, jusqu'à présent, des mesures ne prenant pas en compte les structures temporelles des signaux acoustiques ou tactiles appliqués et, il serait donc intéressant de considérer une transposition de l'approche que nous proposons ici pour les images à ces autres domaines où notre système nerveux, pris dans son ensemble, se montre capable de percevoir des effets bénéfiques du bruit pour des tâches variées de traitement de l'information.

## 4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons enrichi le statut informationnel de mesures basées sur l'entropie de Rényi et de Tsallis, en montrant que ces mesures généralisées sont capables d'enregistrer un phénomène de résonance stochastique. Nous avons également montré que des mesures informationnelles basées sur les structures des images (SSIM et SIFT) permettent de quantifier l'effet de résonance stochastique. D'une manière générale, les évaluations de la résonance stochastique par ces mesures informationnelles sont en accord avec la perception visuelle. Ces résultats montrent l'intérêt de notre démarche qui consiste à considérer la résonance stochastique comme un outil ou un banc de test pour évaluer la performance de mesures informationnelles face à des mesures psychovisuelles et nous donne l'occasion de mieux appréhender l'effet visuel de résonance stochastique.



# Conclusion générale

---

Ce mémoire présente nos travaux développés dans le domaine de l'imagerie non conventionnelle et interconnectés au travers du paradigme informationnel de Shannon, suivant deux axes de recherches. Nous avons apporté notre contribution à des problématiques de traitement conjoint en imagerie [29, 30, 31, 32] et à l'étude et l'application de la résonance stochastique en imagerie [33, 34, 35, 36, 37, 38]. Nous avons travaillé sur différents types d'imagerie (imagerie cohérente de speckle, imagerie par résonance magnétique, imagerie thermographique, imagerie numérique dans le visible), en incluant la physique de l'image au niveau du capteur mais en considérant également des problématiques de traitements informationnels avec une finalité bien définie (traitements conjoints, bruit utile à l'information).

Dans la première partie de ce mémoire, nous avons développé plusieurs approches de traitement conjoint en imagerie :

- Dans le deuxième chapitre, nous avons proposé une approche conjointe des étapes d'acquisition et de traitement d'information pour une tâche de traitement courante en imagerie. Nous avons montré qu'il est possible de quantifier une échelle optimale d'observation lorsque la tâche informationnelle finale de l'acquisition est utilisée comme une connaissance *a priori* lors de l'étape d'acquisition [29, 30]. Nous avons pu fournir, pour les différents critères informationnels étudiés, une expression analytique d'une échelle optimale d'observation. Nous avons illustré cette approche par des exemples d'imageries bruitées avec l'imagerie par résonance magnétique (IRM) pour le domaine du biomédical et l'imagerie cohérente de speckle pour l'instrumentation optique.
- Ensuite, nous avons considéré la notion de perte d'information dans le cas de la compression avec perte (de type JPEG) [31]. Dans le cadre expérimental de l'imagerie thermographique périodique active, nous avons développé une approche conjointe des étapes de compression et d'estimation de paramètre. Nous avons ainsi montré qu'une tâche de compression avec perte, entraînant une distorsion sur les données d'une image, n'implique pas nécessairement une perte d'information sur le contenu informationnel porté par l'image compressée.
- Puis nous nous sommes intéressé à une approche conjointe des étapes d'acquisition et de compression en développant et testant un montage optique pour l'implémentation expérimentale du compressive imaging [32]. L'originalité de notre dispositif pour le compressive imaging est d'exploiter les images de speckle apparaissant en lumière cohérente dans le but de réaliser l'étape essentielle de multiplication par les motifs aléatoires de l'image à compresser. Nous avons également proposé une modélisation des sources de bruits liées au dispositif expérimental et nous avons démontré la robustesse du compressive imaging en présence de ces bruits, dans nos conditions expérimentales.

Dans la seconde partie du document, nous avons considéré de nouvelles explorations et applications possibles de la résonance stochastique ou amélioration par le bruit en imagerie :

- Dans le chapitre 5, nous avons étudié le couplage signal-bruit présent en imagerie cohérente de speckle partiellement polarisé [34]. Nous avons montré que grâce à l'augmentation du niveau du bruit de speckle, il est possible d'enregistrer une amélioration de la transmission d'une image. Nous avons notamment présenté un dispositif expérimental permettant de confronter l'analyse théorique et l'expérimentation. Nous avons également étudié le couplage signal-bruit présent en imagerie par résonance magnétique. En particulier, nous avons montré que ce couplage signal-bruit spécifique, ni additif ni multiplicatif, se prête à la résonance stochastique en IRM [33]. Nous avons validé nos analyses théoriques par des expérimentations sur un véritable dispositif d'IRM.
- Pour finir, nous avons enrichi le statut informationnel de mesures basées sur l'entropie de Rényi [35] et l'entropie de Tsallis [36] en montrant qu'elles permettent d'enregistrer un phénomène de résonance stochastique. Puis nous avons considéré la résonance stochastique, de par sa signification informationnelle et son applicabilité large, comme un banc de test pour l'évaluation de performances de mesures basées sur les entropies de Rényi et de Tsallis et de mesures s'appuyant sur les structures des images (SSIM pour Structural Similarity [37] et SIFT pour Scale Invariant Feature Transform [38]) pour les confronter à des mesures psychovisuelles sur des images.

Chacune de ces études aborde une question de traitement d'images particulière en elle-même. De plus, nous avons choisi de présenter l'ensemble de ce travail sous une vision unifiée au moyen d'un fil conducteur offert par le paradigme informationnel de Shannon. En effet, en regardant de manière générale le système imageur comme un canal de communication, nous avons développé une démarche qui utilise les outils de la théorie statistique de l'information et trouve des applications dans le domaine de l'imagerie.

Les perspectives de ce travail peuvent prendre plusieurs directions. Nous avons détaillé dans chaque chapitre un certain nombre de travaux futurs possibles à entreprendre pour développer davantage les résultats établis dans ce manuscrit. De plus, cette vision paradigmatique d'une chaîne de l'information appliquée à l'imagerie permet d'envisager des études en modifiant par exemple un paramètre physique rattaché à un bloc de la chaîne de l'information et en étudiant l'impact de ce paramètre sur le caractère informationnel des images. Ainsi, on peut aisément penser à transposer cette approche à d'autres types d'imagerie où le bruit est très présent (imagerie polarimétrique, imagerie multispectrale,...). On peut encore envisager de diversifier les tâches de traitements de l'information (décision, classification, ...) ou diversifier les mesures informationnelles utilisées (par exemple des mesures de similarité dédiées à des tâches spécifiques de traitement d'images comme l'estimation, la segmentation ou la reconnaissance de formes). D'une manière générale, notre démarche montre qu'une approche informationnelle de la chaîne de traitement d'images permet d'offrir un cadre de recherche, à travers une approche paradigmatique permettant de guider les explorations en imagerie.





# Publications dans le cadre de la thèse

## Articles de journaux scientifiques

- [30] A. Delahaies, D. Rousseau, and F. Chapeau-Blondeau, “Joint acquisition-processing approach to optimize observation scales in noisy imaging,” *Optics Letters*, vol. 36, pp. 972–974, 2011.
- [32] A. Delahaies, D. Rousseau, D. Gindre, and F. Chapeau-Blondeau, “Exploiting the speckle noise for compressive imaging,” *Optics Communications*, vol. 284, pp. 3939–3945, 2011.
- [35] F. Chapeau-Blondeau, D. Rousseau, and A. Delahaies, “Rényi entropy measure of noise-aided information transmission in a binary channel,” *Physical Review E*, vol. 81, pp. 051 112,1–10, 2010.
- [36] F. Chapeau-Blondeau, A. Delahaies, and D. Rousseau, “Tsallis entropy measure of noise-aided information transmission in a binary channel,” *Physics Letters A*, vol. 375, pp. 2211–2219, 2011.
- [37] D. Rousseau, A. Delahaies, and F. Chapeau-Blondeau, “Structural similarity measure to assess improvement by noise in nonlinear image transmission,” *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 17, pp. 36–39, 2010.
- [39] F. Chapeau-Blondeau, A. Delahaies, and D. Rousseau, “Source coding with Tsallis entropy,” *Electronics Letters*, vol. 47, pp. 187–188, 2011.

## Congrès internationaux avec actes et comité de lecture

- [31] A. Delahaies, D. Rousseau, L. Perez, L. Autrique, and F. Chapeau-Blondeau, “Impact of a lossy image compression on parameter estimation with periodic active thermal imaging,” in *IMAGAPP, International Conference on Imaging Theory and Applications*, 17-21 May 2010, Angers, France, pp. 17–22.
- [34] A. Delahaies, D. Rousseau, D. Gindre, and F. Chapeau-Blondeau, “Constructive role of sensors nonlinearities in the acquisition of partially polarized speckle images,” in *Proceedings 8 th International Workshop on Information Optics (WIO’09), Journal of Physics : Conference Series*, 20-24 Juillet 2009, Paris, France, p. 206 012020.

## Congrès nationaux avec actes et comité de lecture

- [29] A. Delahaies, D. Rousseau, J.-M. Breteau, and F. Chapeau-Blondeau, “Un critère informationnel en imagerie pour l’échelle optimale d’observation d’une scène bruitée,” in *Actes du 5 ème Colloque Interdisciplinaire en Instrumentation*, 26-27 Janvier 2010, Le Mans, France, pp. 637–644.
- [38] A. Delahaies, D. Rousseau, J.-B. Fasquel, and F. Chapeau-Blondeau, “Influence de la structure spatiale des images lors de la quantification de la résonance stochastique dans la perception visuelle,” in *Actes du 23ème Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images*, 5-8 Septembre, 2011, Bordeaux, France.

## Articles soumis

- [33] A. Delahaies, D. Rousseau, F. Franconi, and F. Chapeau-Blondeau, “Tuning the noise in magnetic resonance imaging to maximizing nonlinear information transmission,” in *Digital Signal Processing*, 2011.

## Séminaires

A. Delahaies, “Mesures informationnelles en imagerie non conventionnelle,” in *10ème Journée des Doctorants, École Doctorale STIM (Sciences et Technologies de l’Information et Mathématiques)*, 29 avril 2010, IRRCyN, Nantes. Présentation de poster.





# Bibliographie

- [1] C. Shannon, “A mathematical theory of communication,” *Bell System Technical Journal*, vol. 27, pp. 379–423, 623–656, 1948.
- [2] C. Berrou and A. Glavieux, “Near optimum error correcting coding and decoding : Turbo-codes,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 44, no. 10, pp. 1261–1271, 1996.
- [3] S. Le Goff, A. Glavieux, and C. Berrou, “Turbo-codes and high spectral efficiency modulation,” in *IEEE International Conference on Communications, Conference Record, 'Serving Humanity Through Communications.'* (ICC'94), 1994, pp. 645–649.
- [4] D. Stinson, S. Vaudenay, G. Avoine, and P. Junod, *Cryptographie : Théorie et Pratique*. Paris : Vuibert, 2003.
- [5] E. Desurvire, *Classical and Quantum Information Theory*. Cambridge University Press, UK, 2009.
- [6] L. Brillouin, *La Science et la Théorie de l'Information*. Masson, 1959.
- [7] M. Mézard and A. Montanari, *Information, Physics, and Computation*. Oxford University Press, USA, 2009.
- [8] B. Frieden, *Physics From Fisher Information : A Unification*. Cambridge University Press, UK, 1998.
- [9] H. Theil, *Economics and Information Theory*. North-Holland Pub. Co., Amsterdam, 1967.
- [10] H. Atlan, *L'Organisation Biologique et la Théorie de l'Information*. Paris, Hermann, 1972.
- [11] H. Yockey, *Information Theory and Molecular Biology*. Cambridge University Press, UK, 1992.
- [12] C. Koch, *Biophysics of Computation : Information Processing in Single Neurons*. Oxford University Press, USA, 2005.
- [13] G. Deco and D. Obradovic, *An Information-Theoretic Approach to Neural Computing*. New York : Springer, 1996.
- [14] F. Rieke, D. Warland, R. Deruytervansteveninck, and W. Bialek, *Spikes : Exploring the Neural Code (Computational Neuroscience)*. The MIT Press, Cambridge MA, 1997.
- [15] P. Tankam, P. Picart, D. Mounier, and J. Desse, “Method of digital holographic recording and reconstruction using a stacked color image sensor,” *Applied Optics*, vol. 49, pp. 320–328, 2010.
- [16] P. Picart and J. Leval, “General theoretical formulation of image formation in digital fresnel holography,” *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 25, pp. 1744–1761, 2008.
- [17] F. Goudail and P. Réfrégier, *Statistical Image Processing Techniques for Noisy Images : an Application-Oriented Approach*. Springer US, 2004.
- [18] S. Morfu, P. Marquié, and B. Nofiele, “On the use of specific reaction diffusion equations for image processing,” in *Physics in Signal and Image Processing*, February 2007, pp. OS2–P9, SEE ISBN 2–912 328–40–3.

- [19] S. Morfu, P. Marquié, B. Nofiélé, and D. Ginjac, "Nonlinear systems for image processing," *Advances in Imaging and Electron Physics*, vol. 152, pp. 79–151, 2008.
- [20] J. Weickert, *Anisotropic Diffusion in Image Processing*. Stuttgart : Teubner, 1998.
- [21] J. O'Sullivan, R. Blahut, and D. Snyder, "Information-theoretic image formation," *IEEE Transactions on Information Theory, Special issue "50 years of Information Theory"*, vol. 44, no. 6, pp. 2094–2123, 1998.
- [22] F. Huck, C. Fales, R. Alter-Gartenberg, S. Park, and Z. Rahman, "Information-theoretic assessment of sampled imaging systems," *Optical Engineering*, vol. 38, p. 742, 1999.
- [23] F. Huck, C. Fales, and Z. Rahman, *Visual Communication : an Information Theory Approach*. Kluwer Academic Pub, Boston, 1997.
- [24] J. Vilalta, *Information-Theoretic Refinement Criteria for Image Synthesis-An Intersection between Computer Graphics, Information Theory, and Complexity*. VDM Verlag Saarbrücken, Germany, 2008.
- [25] F. Escolano, P. Suau, and B. Bonev, *Information Theory in Computer Vision and Pattern Recognition*. Springer London, 2009.
- [26] T. Fournel, "Holographic codes and object authentication," in *Proceedings of SPIE*, vol. 7329, 2009, p. 73290M.
- [27] A. Idrissa, T. Fournel, and A. Aubert, "Secure embedded verification of print signatures," in *Journal of Physics : Conference Series*, vol. 206. IOP Publishing, 2010, p. 012036.
- [28] A. Sequeira and D. Kundur, "Communication and information theory in watermarking : A survey," in *Proceedings of SPIE*, 2001, pp. 216–227.
- [29] A. Delahaies, D. Rousseau, J.-M. Breteau, and F. Chapeau-Blondeau, "Un critère informationnel en imagerie pour l'échelle optimale d'observation d'une scène bruitée," in *Actes du 5 ème Colloque Interdisciplinaire en Instrumentation*, 26-27 Janvier 2010, Le Mans, France, pp. 637–644.
- [30] A. Delahaies, D. Rousseau, and F. Chapeau-Blondeau, "Joint acquisition-processing approach to optimize observation scales in noisy imaging," *Optics Letters*, vol. 36, pp. 972–974, 2011.
- [31] A. Delahaies, D. Rousseau, L. Perez, L. Autrique, and F. Chapeau-Blondeau, "Impact of a lossy image compression on parameter estimation with periodic active thermal imaging," in *Proceedings of IMAGAPP, International Conference on Imaging Theory and Applications*, 17-21 May 2010, Angers, France, pp. 17–22.
- [32] A. Delahaies, D. Rousseau, D. Gindre, and F. Chapeau-Blondeau, "Exploiting the speckle noise for compressive imaging," *Optics Communications*, vol. 284, pp. 3939–3945, 2011.
- [33] A. Delahaies, D. Rousseau, F. Franconi, and F. Chapeau-Blondeau, "Tuning the noise in magnetic resonance imaging to maximizing nonlinear information transmission," *Digital Signal Processing (soumis)*, 2011.
- [34] A. Delahaies, D. Rousseau, D. Gindre, and F. Chapeau-Blondeau, "Constructive role of sensors nonlinearities in the acquisition of partially polarized speckle images," in *Proceedings 8 th International Workshop on Information Optics (WIO'09)*, *Journal of Physics : Conference Series*, 20-24 Juillet 2009, Paris, France, p. 206 012020.

- [35] F. Chapeau-Blondeau, D. Rousseau, and A. Delahaies, "Rényi entropy measure of noise-aided information transmission in a binary channel," *Physical Review E*, vol. 81, pp. 051 112,1–10, 2010.
- [36] F. Chapeau-Blondeau, A. Delahaies, and D. Rousseau, "Tsallis entropy measure of noise-aided information transmission in a binary channel," *Physics Letters A*, vol. 375, pp. 2211–2219, 2011.
- [37] D. Rousseau, A. Delahaies, and F. Chapeau-Blondeau, "Structural similarity measure to assess improvement by noise in nonlinear image transmission," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 17, pp. 36–39, 2010.
- [38] A. Delahaies, D. Rousseau, J.-B. Fasquel, and F. Chapeau-Blondeau, "Influence de la structure spatiale des images lors de la quantification de la résonance stochastique dans la perception visuelle," in *Actes du 23ème Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images*, 5-8 Septembre 2011, Bordeaux, France.
- [39] F. Chapeau-Blondeau, A. Delahaies, and D. Rousseau, "Source coding with Tsallis entropy," *Electronics Letters*, vol. 47, pp. 187–188, 2011.
- [40] T. M. Cover and J. A. Thomas, *Elements of Information Theory*. New York : Wiley, 1991.
- [41] F. Diaz, F. Goudail, B. Loiseaux, and J. Huignard, "Increase in depth of field taking into account deconvolution by optimization of pupil mask," *Optics letters*, vol. 34, no. 19, pp. 2970–2972, 2009.
- [42] F. Diaz, M. Lee, X. Rejeaunier, G. Lehoucq, F. Goudail, B. Loiseaux, S. Bansropun, J. Rollin, E. Debes, and P. Mils, "Real-time increase in depth of field of an uncooled thermal camera using several phase-mask technologies," *Optics letters*, vol. 36, no. 3, pp. 418–420, 2011.
- [43] F. Diaz, F. Goudail, B. Loiseaux, and J. Huignard, "Comparison of depth-of-focus-enhancing pupil masks based on a signal-to-noise-ratio criterion after deconvolution," *JOSA A*, vol. 27, no. 10, pp. 2123–2131, 2010.
- [44] J. Romberg, "Imaging via compressive sampling," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, no. 2, pp. 14–20, 2008.
- [45] D. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, 2006.
- [46] R. Benzi, A. Sutera, and A. Vulpiani, "The mechanism of stochastic resonance," *Journal of Physics A : mathematical and general*, vol. 14, p. L453, 1981.
- [47] M. Löcher, D. Cigna, and E. R. Hunt, "Noise sustained propagation of a signal in coupled bistable electronic elements," *Physical Review Letters*, vol. 80, pp. 5212–5215, 1998.
- [48] D. G. Luchinsky, R. Mannella, P. V. E. McClintock, and N. G. Stocks, "Stochastic resonance in electrical circuits – I : Conventional stochastic resonance," *IEEE Transactions on Circuits and Systems – II : Analog and Digital Signal Processing*, vol. 46, pp. 1205–1214, 1999.
- [49] D. Rousseau and F. Chapeau-Blondeau, "Constructive role of noise in signal detection from parallel arrays of quantizers," *Signal Processing*, vol. 85, pp. 571–580, 2005.

- [50] S. Morfu, J. Comte, J. Bilbault, and P. Marquié, “Noise-enhanced propagation in a dissipative chain of triggers,” *International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering*, vol. 12, no. 3, pp. 629–634, 2002.
- [51] S. Yamgoué, S. Morfu, and P. Marquié, “Noise effects on gap wave propagation in a nonlinear discrete LC transmission line,” *Physical Review E*, vol. 75, no. 3, p. 036211, 2007.
- [52] A. Bulsara, A. J. Maren, and G. Schneringer, “Single effective neuron : Dendritic coupling effects and stochastic resonance,” *Biological Cybernetics*, vol. 70, pp. 145–156, 1993.
- [53] B. J. Gluckman, T. I. Netoff, E. J. Neel, W. L. Ditto, M. L. Spano, and S. J. Schiff, “Stochastic resonance in a neuronal network from mammalian brain,” *Physical Review Letters*, vol. 77, pp. 4098–4101, 1996.
- [54] X. Godivier and F. Chapeau-Blondeau, “Noise-enhanced transmission of spike trains in the neuron,” *Europhysics Letters*, vol. 35, pp. 473–477, 1996.
- [55] W. C. Stacey and D. M. Durand, “Stochastic resonance improves signal detection in hippocampal CA1 neurons,” *Journal of Neurophysiology*, vol. 83, pp. 1394–1402, 2000.
- [56] B. Andò, S. Baglio, S. Graziani, and N. Pitrone, “Optimal improvement in bistable measurement device performance via stochastic resonance,” *International Journal of Electronics*, vol. 86, pp. 86–87, 1999.
- [57] L. Gammaitoni and A. R. Bulsara, “Noise activated nonlinear dynamic sensors,” *Physical Review Letters*, vol. 88, pp. 230601,1–4, 2002.
- [58] F. Chapeau-Blondeau and D. Rousseau, “Enhancement by noise in parallel arrays of sensors with power-law characteristics,” *Physical Review E*, vol. 70, pp. 060101(R),1–4, 2004.
- [59] B. M. Jost and B. E. A. Saleh, “Signal-to-noise ratio improvement by stochastic resonance in a unidirectional photorefractive ring resonator,” *Optics Letters*, vol. 21, pp. 287–289, 1996.
- [60] M. Misono, T. Kohmoto, Y. Fukuda, and M. Kunitomo, “Stochastic resonance in an optical bistable system driven by colored noise,” *Optics Communications*, vol. 152, pp. 255–258, 1998.
- [61] S. Blanchard, D. Rousseau, D. Gindre, and F. Chapeau-Blondeau, “Constructive action of the speckle noise in a coherent imaging system,” *Optics Letters*, vol. 32, pp. 1983–1985, 2007.
- [62] L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung, and F. Marchesoni, “Stochastic resonance,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 70, pp. 223–287, 1998.
- [63] D. C. Gong, G. Hu, X. D. Wen, C. Y. Yang, G. R. Qin, R. Li, and D. F. Ding, “Experimental study of signal-to-noise ratio of stochastic resonance systems,” *Physical Review A*, vol. 46, pp. 3243–3249, 1992.
- [64] F. Chapeau-Blondeau and D. Rousseau, “Noise-aided SNR amplification by parallel arrays of sensors with saturation,” *Physics Letters A*, vol. 351, pp. 231–237, 2006.
- [65] J. J. Collins, C. C. Chow, and T. T. Imhoff, “Aperiodic stochastic resonance in excitable systems,” *Physical Review E*, vol. 52, pp. R3321–R3324, 1995.

- [66] F. Chapeau-Blondeau and J. Rojas-Varela, "Nonlinear signal propagation enhanced by noise via stochastic resonance," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 10, pp. 1951–1959, 2000.
- [67] M. D. McDonnell, D. Abbott, and C. E. M. Pearce, "A characterization of suprathreshold stochastic resonance in an array of comparators by correlation coefficient," *Fluctuation and Noise Letters*, vol. 2, pp. L205–L220, 2002.
- [68] M. E. Inchiosa and A. R. Bulsara, "Signal detection statistics of stochastic resonators," *Physical Review E*, vol. 53, pp. R2021–R2024, 1996.
- [69] V. Galdi, V. Pierro, and I. M. Pinto, "Evaluation of stochastic-resonance-based detectors of weak harmonic signals in additive white Gaussian noise," *Physical Review E*, vol. 57, pp. 6470–6479, 1998.
- [70] F. Chapeau-Blondeau and D. Rousseau, "Noise improvements in stochastic resonance : From signal amplification to optimal detection," *Fluctuation and Noise Letters*, vol. 2, pp. L221–L233, 2002.
- [71] M. McDonnell, D. Abbott, and C. Pearce, "An analysis of noise enhanced information transmission in an array of comparators," *Microelectronics Journal*, vol. 33, no. 12, pp. 1079–1089, 2002.
- [72] F. Chapeau-Blondeau, "Noise-aided nonlinear bayesian estimation," *Physical Review E*, vol. 66, no. 3, p. 032101, 2002.
- [73] H. Chen, P. Varshney, and J. Michels, "Noise enhanced parameter estimation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 10, pp. 5074–5081, 2008.
- [74] P. Greenwood, L. Ward, and W. Wefelmeyer, "Statistical analysis of stochastic resonance in a simple setting," *Physical Review E*, vol. 60, no. 4, p. 4687, 1999.
- [75] Y. Wang and L. Wu, "Stochastic resonance and noise-enhanced fisher information," *Fluctuation and Noise Letters*, vol. 5, no. 3, pp. L435–L442, 2005.
- [76] F. Chapeau-Blondeau, S. Blanchard, and D. Rousseau, "Noise-enhanced fisher information in parallel arrays of sensors with saturation," *Physical Review E*, vol. 74, no. 3, p. 031102, 2006.
- [77] A. R. Bulsara and A. Zador, "Threshold detection of wideband signals : A noise-controlled maximum in the mutual information," *Physical Review E*, vol. 54, pp. R2185–R2188, 1996.
- [78] G. Deco and B. Schürmann, "Stochastic resonance in the mutual information between input and output spike trains of noisy central neurons," *Physica D*, vol. 117, pp. 276–282, 1998.
- [79] N. G. Stocks, "Information transmission in parallel threshold arrays : Suprathreshold stochastic resonance," *Physical Review E*, vol. 63, pp. 041 114,1–9, 2001.
- [80] D. Rousseau, J. Rojas Varela, and F. Chapeau-Blondeau, "Stochastic resonance for nonlinear sensors with saturation," *Physical Review E*, vol. 67, pp. 021 102,1–6, 2003.
- [81] F. Chapeau-Blondeau, "Noise-enhanced capacity via stochastic resonance in an asymmetric binary channel," *Physical Review E*, vol. 55, pp. 2016–2019, 1997.
- [82] X. Godivier and F. Chapeau-Blondeau, "Stochastic resonance in the information capacity of a nonlinear dynamic system," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 8, pp. 581–590, 1998.

- [83] L. B. Kish, G. P. Harmer, and D. Abbott, "Information transfer rate of neurons : Stochastic resonance of Shannon's information channel capacity," *Fluctuation and Noise Letters*, vol. 1, pp. L13–L19, 2001.
- [84] D. Rousseau and F. Chapeau-Blondeau, "Stochastic resonance and improvement by noise in optimal detection strategies," *Digital Signal Processing*, vol. 15, no. 1, pp. 19–32, 2005.
- [85] M. D. McDonnell, N. G. Stocks, C. E. M. Pearce, and D. Abbott, *Stochastic Resonance : From Suprathreshold Stochastic Resonance to Stochastic Signal Quantization*. UK : Cambridge University Press, 2008.
- [86] F. Chapeau-Blondeau, S. Blanchard, and D. Rousseau, "Fisher information and noise-aided power estimation from one-bit quantizers," *Digital Signal Processing*, vol. 18, no. 3, pp. 434–443, 2008.
- [87] E. Simonotto, M. Riani, C. Seife, M. Roberts, J. Twitty, and F. Moss, "Visual perception of stochastic resonance," *Physical Review Letters*, vol. 78, pp. 1186–1189, 1997.
- [88] F. Vaudelle, J. Gazengel, G. Rivoire, X. Godivier, and F. Chapeau-Blondeau, "Stochastic resonance and noise-enhanced transmission of spatial signals in optics : The case of scattering," *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 15, pp. 2674–2680, 1998.
- [89] M. O. Hongler, Y. L. de Meneses, A. Beyeler, and J. Jacot, "The resonant retina : Exploiting vibration noise to optimally detect edges in an image," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 25, pp. 1051–1062, 2003.
- [90] A. Histace and D. Rousseau, "Constructive action of noise for impulsive noise removal in scalar images," *Electronics Letters*, vol. 42, pp. 393–395, 2006.
- [91] F. Chapeau-Blondeau, D. Rousseau, S. Blanchard, and D. Gindre, "Optimizing the speckle noise for maximum efficacy of data acquisition in coherent imaging," *JOSA A*, vol. 25, no. 6, pp. 1287–1292, 2008.
- [92] Y. Yang, Z. Jiang, B. Xu, and D. W. Repperger, "An investigation of two-dimensional parameter-induced stochastic resonance and applications in nonlinear image processing," *Journal of Physics A*, vol. 42, pp. 145 207,1–9, 2009.
- [93] D. Dylov and J. Fleischer, "Nonlinear self-filtering of noisy images via dynamical stochastic resonance," *Nature Photonics*, vol. 4, no. 5, pp. 323–328, 2010.
- [94] P. Réfrégier, *Noise Theory and Application to Physics : From Fluctuations to Information*. Springer, New York, 2004.
- [95] A. Rényi, "On measures of entropy and information," in *Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, 1961, pp. 547–561.
- [96] J. Rissanen, *Information and Complexity in Statistical Modeling*. New York : Springer, 2007.
- [97] J. W. Goodman, *Speckle Phenomena in Optics : Theory and Applications*. Englewood : Roberts & Company, 2006.
- [98] P. Gravel, G. Beaudoin, and J. De Guise, "A method for modeling noise in medical images," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 23, no. 10, pp. 1221–1232, 2004.
- [99] S. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing Volume 2 : Detection Theory*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.

- [100] A. Rényi, "On measures of entropy and information," in *Proceedings 4th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*. Berkeley, USA : University of California Press, 1961, pp. 547–561.
- [101] I. Csiszár, "Generalized cutoff rates and Rényi's information measures," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 41, pp. 26–34, 1995.
- [102] M. Ben-Bassat and J. Raviv, "Rényi's entropy and the probability of error," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 24, pp. 324–331, 1978.
- [103] F. Chapeau-Blondeau and D. Rousseau, "The minimum description length principle for probability density estimation by regular histograms," *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 388, no. 18, pp. 3969–3984, 2009.
- [104] M. Barnsley, *Fractals Everywhere*. Morgan Kaufmann Pub, Boston, 2000.
- [105] S. Lugin, *Pulsed Thermography*. VDM Verlag, New York, 2008.
- [106] O. Breitenstein, W. Warta, and M. Langenkamp, *Lock-in Thermography : Basics and Use for Evaluating Electronic Devices and Materials*. Springer, New York, 2010.
- [107] S. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing : Estimation Theory*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1993.
- [108] D. Ghiglia and M. Pritt, *Two-Dimensional Phase Unwrapping : Theory, Algorithms, and Software*. Wiley, New York, 1998.
- [109] L. Perez and L. Autrique, "Robust determination of thermal diffusivity values from periodic heating data," *Inverse Problems*, vol. 25, p. 045011, 2009.
- [110] A. Bovik, *Handbook of Image and Video Processing*. Academic Press, New York, 2005.
- [111] Y. Shi and H. Sun, *Image and Video Compression for Multimedia Engineering*. CRC Press, New York, 2000.
- [112] E. Candès, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles : Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489–509, 2006.
- [113] J. Haupt and R. Nowak, "Signal reconstruction from noisy random projections," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 9, pp. 4036–4048, 2006.
- [114] M. Duarte, M. Davenport, D. Takhar, J. Laska, T. Sun, K. Kelly, and R. Baraniuk, "Single-pixel imaging via compressive sampling," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, no. 2, pp. 83–91, 2008.
- [115] R. Robucci, J. Gray, L. Chiu, J. Romberg, and P. Hasler, "Compressive Sensing on a CMOS Separable-Transform Image Sensor," *Proceedings of the IEEE*, vol. 98, no. 6, pp. 1089–1101, 2010.
- [116] L. Jacques, P. Vanderghelynst, A. Bibet, V. Majidzadeh, A. Schmid, and Y. Leblebici, "CMOS compressed imaging by Random Convolution," in *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 2009, pp. 1113–1116.
- [117] R. Marcia, Z. Harmany, and R. Willett, "Compressive coded aperture imaging," in *Proc. IS&T/SPIE Symposium on Electronic Imaging : Computational Imaging VII*, vol. 7236. Citeseer.
- [118] M. Neifeld and J. Ke, "Optical architectures for compressive imaging." *Applied Optics*, vol. 46, no. 22, p. 5293, 2007.

- [119] Y. Rivenson, A. Stern, and B. Javidi, "Single exposure super-resolution compressive imaging by double phase encoding," *Optics Express*, vol. 18, no. 14, pp. 15 094–15 103, 2010.
- [120] M. Wakin, J. Laska, M. Duarte, D. Baron, S. Sarvotham, D. Takhar, K. Kelly, and R. Baraniuk, "An architecture for compressive imaging," in *IEEE International Conference on Image Processing*, 2006, pp. 1273–1276.
- [121] M. Zambrano-Nunez, E. Marengo, and J. Fisher, "Coherent single-detector imaging system," in *IEEE Workshop on Signal Processing Systems (SIPS), 2010*, pp. 111–115.
- [122] P. Baheti and M. Neifeld, "Random projections based feature-specific structured imaging," *Optics Express*, vol. 16, no. 3, pp. 1764–1776, 2008.
- [123] A. Stern and B. Javidi, "Random projections imaging with extended space-bandwidth product," *Journal of Display Technology*, vol. 3, no. 3, pp. 315–320, 2007.
- [124] O. Katz, Y. Bromberg, and Y. Silberberg, "Compressive ghost imaging," *Applied Physics Letters*, vol. 95, no. 13, p. 131110, 2009.
- [125] A. Gatti, M. Bache, D. Magatti, E. Brambilla, F. Ferri, and L. Lugiato, "Coherent imaging with pseudo-thermal incoherent light," *Journal of Modern Optics*, vol. 53, no. 5, pp. 739–760, 2006.
- [126] L. Basano and P. Ottonello, "Ghost imaging and ghost interference with pseudo-thermal light : Mode-separation by pure software processing," *Optics Communications*, vol. 282, no. 14, pp. 2741–2745, 2009.
- [127] S. Blanchard, D. Rousseau, D. Gindre, and F. Chapeau-Blondeau, "Benefits from a speckle noise family on a coherent imaging transmission," *Optics Communications*, vol. 281, no. 17, pp. 4173–4179, 2008.
- [128] S. Kim, K. Koh, M. Lustig, S. Boyd, and D. Gorinevsky, "An interior-point method for large-scale  $\ell_1$ -regularized least squares," *IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing*, vol. 1, no. 4, pp. 606–617, 2007.
- [129] W. Chan, K. Charan, D. Takhar, K. Kelly, R. Baraniuk, and D. Mittleman, "A single-pixel terahertz imaging system based on compressed sensing," *Applied Physics Letters*, vol. 93, no. 12, p. 121105, 2009.
- [130] W. Chan, M. Moravec, R. Baraniuk, and D. Mittleman, "Terahertz imaging with compressed sensing and phase retrieval," in *IEEE Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO)*, 2007, pp. 1–2.
- [131] L. Denis, D. Lorenz, E. Thiébaud, C. Fournier, and D. Trede, "Inline hologram reconstruction with sparsity constraints," *Optics letters*, vol. 34, no. 22, pp. 3475–3477, 2009.
- [132] D. Brady, K. Choi, D. Marks, R. Horisaki, and S. Lim, "Compressive holography," *Opt. Express*, vol. 17, no. 15, pp. 13 040–13 049, 2009.
- [133] T. Naughton and B. Javidi, "Compression of encrypted three-dimensional objects using digital holography," *Optical Engineering*, vol. 43, p. 2233, 2004.
- [134] S. Blanchard, D. Rousseau, D. Gindre, and F. Chapeau-Blondeau, "Noise-assisted image transmission with speckle noise," in *Proceedings 5th International Conference on Physics in Signal and Image Processing*, Mulhouse, France, 31 Jan.–2 Feb. 2007.
- [135] P. Réfrégier, J. Fade, and M. Roche, "Estimation precision of the degree of polarization from a single speckle intensity image," *Optics letters*, vol. 32, no. 7, pp. 739–741, 2007.

- [136] N. Diorio Jr, M. Fisch, and J. West, "Filled liquid crystal depolarizers," *Journal of Applied Physics*, vol. 90, p. 3675, 2001.
- [137] M. Honma and T. Nose, "Liquid-crystal depolarizer consisting of randomly aligned hybrid orientation domains," *Applied optics*, vol. 43, no. 24, pp. 4667–4671, 2004.
- [138] D. Zhang, F. Luo, Y. Luo, J. Li, C. Liu, H. Liu, Z. Shen, and W. Wang, "Cholesteric liquid crystal depolarizer," *Optical Engineering*, vol. 46, p. 070504, 2007.
- [139] G. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*. Springer, New York, 2000.
- [140] F. Goudail, P. Réfrégier, and G. Delyon, "Bhattacharyya distance as a contrast parameter for statistical processing of noisy optical images," *JOSA A*, vol. 21, no. 7, pp. 1231–1240, 2004.
- [141] Z. Liang and P. Lauterbur, *Principles of Magnetic Resonance Imaging : a Signal Processing Perspective*. Wiley-IEEE Press, Boca Raton, 1999.
- [142] M. Vlaardingerbroek and J. Den Boer, *Magnetic Resonance Imaging : Theory and Practice*. Springer Verlag, Berlin, 2003.
- [143] G. Kruger and G. Glover, "Physiological noise in oxygenation-sensitive magnetic resonance imaging," *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 46, no. 4, pp. 631–637, 2001.
- [144] A. Macovski, "Noise in MRI," *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 36, no. 3, pp. 494–497, 1996.
- [145] H. Zhu, Y. Li, J. Ibrahim, X. Shi, H. An, Y. Chen, W. Gao, W. Lin, D. Rowe, and B. Peterson, "Regression models for identifying noise sources in magnetic resonance images," *Journal of the American Statistical Association*, vol. 104, no. 486, pp. 623–637, 2009.
- [146] M. Walker, S. Souza, and C. Dumoulin, "Quantitative flow measurement in phase contrast mr angiography," *Journal of Computer Assisted Tomography*, vol. 12, no. 2, p. 304, 1988.
- [147] H. Xiang and D. Yablonskiya, "Biophysical mechanisms of phase contrast in gradient echo MRI," in *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 106, no. 32, 2009, p. 13558.
- [148] W. Dixon, D. Blezek, L. Lowery, D. Meyer, A. Kulkarni, B. Bales, D. Petko, and T. Foo, "Estimating amounts of iron oxide from gradient echo images," *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 61, no. 5, pp. 1132–1136, 2009.
- [149] Z. Wang and A. C. Bovik, "A universal image quality index," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 9, pp. 81–84, 2002.
- [150] Z. Wang, A. C. Bovik, H. R. Sheikh, and E. P. Simoncelli, "Image quality assessment : From error visibility to structural similarity," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 13, pp. 600–612, 2004.
- [151] L. Gammaitoni, F. Marchesoni, E. Menichella-Saetta, and S. Santucci, "Multiplicative stochastic resonance," *Physical Review E*, vol. 49, pp. 4878–4881, 1994.
- [152] W. Zhong, Y. Shao, and Z. He, "Pure multiplicative stochastic resonance of anti-tumor model with seasonal modulability," *Physical Review E*, vol. 73, pp. 060 101,1–4, 2006.
- [153] K. Loerinez, G. Balazsi, Z. Gingl, and L. Kiss, "Stochastic resonance at phase noise," in *Proceedings of the First International Conference on Unsolved Problems of Noise*. Singapore : World Scientific, 1997, pp. 223–228.

- [154] F. Chapeau-Blondeau, "Stochastic resonance at phase noise in signal transmission," *Physical Review E*, vol. 61, no. 1, p. 940, 2000.
- [155] R. Rozenfeld, J. Freund, A. Neiman, and L. Schimansky-Geier, "Noise-induced phase synchronization enhanced by dichotomic noise," *Physical Review E*, vol. 64, p. 051107.
- [156] S. Gupta, L. Kaur, R. Chauhan, and S. Saxena, "A versatile technique for visual enhancement of medical ultrasound images," *Digital Signal Processing*, vol. 17, no. 3, pp. 542–560, 2007.
- [157] P. Pankajakshan and V. Kumar, "Detail-preserving image information restoration guided by svm based noise mapping," *Digital Signal Processing*, vol. 17, no. 3, pp. 561–577, 2007.
- [158] C. Tsallis, "Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics," *Journal of Statistical Physics*, vol. 52, pp. 479–487, 1988.
- [159] T. Yamano, "Some properties of q-logarithm and q-exponential functions in tsallis statistics," *Physica A*, vol. 305, pp. 486–496, 2002.
- [160] C. Tsallis, *Introduction to Nonextensive Statistical Mechanics*. New York : Springer, 2009.
- [161] Z. Wang, A. C. Bovik, and H. R. Sheikh, "Structural similarity based image quality assessment," in *Digital Video Image Quality and Perceptual Coding*, H. R. Wu and K. R. Rao, Eds. Boca Raton : Taylor & Francis, 2006, pp. 225–236.
- [162] D. M. Rouse and S. S. Hemami, "Understanding and simplifying the structural similarity metric," in *Proceedings 15th IEEE International Conference on Image Processing*, San Diego, CA, 12–15 Oct. 2008, pp. 1188–1191.
- [163] Z. Wang, E. P. Simoncelli, and A. C. Bovik, "Multiscale structural similarity for image quality assessment," in *Proceedings 37th IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, vol. 2, Pacific Grove, CA, 9–12 Nov. 2003, pp. 1398–1402.
- [164] Z. Wang, L. Lu, and A. C. Bovik, "Video quality assessment based on structural distortion measurement," *Signal Processing : Image Communication*, vol. 19, pp. 121–132, 2004.
- [165] D. Kalenova, D. Dochev, V. Bochko, P. Toivanen, and A. Kaarna, "A novel technique of spectral image quality assessment based on structural similarity measure," in *Proceedings 3rd European Conference on Color in Graphics, Imaging and Vision*, Leeds, UK, 19–22 June 2006, pp. 499–503.
- [166] A. C. Brooks and T. N. Pappas, "Using structural similarity quality metrics to evaluate image compression techniques," in *Proceedings 32nd IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, vol. 1, Honolulu, Hawaii, USA, 15–20 April 2007, pp. 873–876.
- [167] J. H. Lee and T. Horiuchi, "Image quality assessment for color halftone images based on color structural similarity," *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, vol. E91-A, pp. 1392–1399, 2008.
- [168] L. Itti, C. Koch, and E. Niebur, "A model of saliency-based visual attention for rapid scene analysis," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 20, no. 11, pp. 1254–1259, 1998.
- [169] D. Lowe, "Distinctive image features from scale-invariant keypoints," *International journal of computer vision*, vol. 60, no. 2, pp. 91–110, 2004.

- 
- [170] J. Li and M. Allison, "A comprehensive review of current local features for computer vision," *Neurocomputing*, vol. 71, no. 2, pp. 1771–1787, 2008.
- [171] S. Zozor, C. Duchêne, and P. Amblard, "Echantillonnage aléatoire de la rétine et microsaccades : amélioration du traitement de l'information par le bruit ?" in *21ème Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images, Troyes, FRA, 11-14 septembre 2007*.
- [172] F. Moss, L. Ward, and W. Sannita, "Stochastic resonance and sensory information processing : a tutorial and review of application," *Clinical Neurophysiology*, vol. 115, no. 2, pp. 267–281, 2004.
- [173] A. Duchowski, *Eye Tracking Methodology : Theory and Practice*. Springer-Verlag New York Inc, 2007.
- [174] S. Blanchard, D. Rousseau, D. Gindre, and F. Chapeau-Blondeau, "Transmission d'image assistée par le bruit en imagerie cohérente et incohérente," in *21ème Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images, Troyes, FRA, 11-14 septembre 2007*.