



Propagation d'un choc dans un milieu hétérogène

Déborah Elbaz

► To cite this version:

Déborah Elbaz. Propagation d'un choc dans un milieu hétérogène. Autre [cond-mat.other]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2011. Français. NNT : 2011DENS0043 . tel-00675731

HAL Id: tel-00675731

<https://theses.hal.science/tel-00675731>

Submitted on 1 Mar 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES PRATIQUES

THÈSE DE DOCTORAT

Présentée par

Déborah Elbaz

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN

Propagation d'un choc dans un milieu hétérogène

Thèse soutenue à Cachan le 03 novembre 2011
devant le jury composé de :

M. Abdellah Hadjadj	Professeur à l'INSA de Rouen	Rapporteur
M. Dimitri Batani	Professeur à l'université de Milano-Bicocca	Rapporteur
M. Georges Jourdan	Professeur des universités	Examineur
M. Jean-Michel Ghidaglia	Professeur des universités	Examineur
M. Daniel Bouche	Directeur de recherche CEA	Invité
M. Frédéric Dias	Professeur de l'ENS Cachan	Directeur de thèse
M. Benoit Canaud	Chercheur CEA	Co-Directeur de thèse

*«Se donner du mal pour les petites choses,
c'est parvenir aux grandes avec le temps.»*

Samuel Beckett
(1906-1989)

Remerciements

Mes premiers remerciements vont à Benoit CANAUD, mon encadrant CEA, qui à la suite de mon stage de Master 2 m'a fait confiance en me proposant de continuer en thèse avec lui. Son enthousiasme contagieux pour la recherche a été une des raisons pour lesquelles j'ai accepté sans hésiter une seule seconde. Travailler avec Benoit a été très formateur et s'est quasiment toujours passé dans la bonne humeur. Je pense m'être un peu imprégnée de son esprit ultra méthodique. En revanche je n'ai pas encore acquis sa vitesse de pointe en déroulement d'équations au tableau... merci également pour les nombreux conseils et corrections au sujet de mon manuscrit et de la présentation orale.

Un grand merci à Frédéric DIAS qui a accepté d'être mon directeur de thèse et qui, malgré son détachement à Dublin, a continué à me suivre de près, me conseiller de la bibliographie (dont la référence sur la Guinness !), fait profiter de son environnement de recherche dublinois et a corrigé ma thèse.

La réalisation de cette thèse entre l'ENS Cachan et le CEA a été possible grâce à Daniel BOUCHE et pour cela je lui en suis très reconnaissante. Merci à Frédéric PASCAL qui m'a accueillie au CMLA. Je tiens également à remercier Laurence BONNET, toujours aimable et souriante, Daniel VANDERHAEGEN et Eric LEFEBVRE d'avoir appuyé ma candidature à cette thèse et m'avoir accueillie dans leur couloir. Merci à Laurence pour les diverses relectures et corrections de rapports et exposés.

Merci à Abdellah HADJADJ et Dimitri BATANI d'avoir accepté la lourde tâche de rapporter ma thèse. Je les remercie pour leurs remarques constructives. En plus de cela, faire leur connaissance lors de ma soutenance a été un plaisir et j'espère bien les recroiser dans la suite de ma carrière.

Pour le support numérique, le code HERA, qui m'a permis d'obtenir la plupart des résultats de ma thèse, je remercie Philippe BALLEREAU et Stéphane JAOUEN, toujours disponibles en cas de questions ou problèmes numériques.

Merci à Jean-François HAAS pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail en me mettant en relation avec les expérimentateurs de Marseille.

Je remercie très sincèrement Georges JOURDAN et Lazhar HOUAS pour leur très chaleureux accueil marseillais et pour le temps qu'ils m'ont consacré. Leur implication et leur savoir-faire ont été primordiaux dans l'obtention de mes résultats expérimentaux. Merci à Georges d'avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse en tant qu'examinateur et d'avoir minutieusement corrigé mon manuscrit. A Marseille je remercie aussi Richard SAUREL de m'avoir expliqué son modèle décrivant la turbulence, modèle qui est devenu une des bases de mon étude analytique.

Du côté de l'ENS Cachan, je remercie Jean-Michel GHIDAGLIA d'avoir présidé le jury de ma thèse. Merci au groupe de travail du CMLA grâce auquel, en plus de découvrir des problématiques de physique numérique, j'ai obtenu de précieuses pistes à mes questionnements.

Je remercie Antoine LLOR d'avoir partagé un petit peu de son immense connaissance de la Physique afin d'améliorer ma compréhension de certains phénomènes et d'aller plus loin dans mon étude. Quelques résultats de ce manuscrit ont été obtenus à la suite de ses conseils et suggestions.

Je remercie également son thésard de l'époque, Romain WATTEAUX, qui a pris le temps de patiemment m'expliquer le modèle de turbulence d'Antoine.

Merci à Jérôme Griffond de m'avoir accordé quelques heures pour discuter de mon travail, à Robin PIRON pour les résultats préliminaires à cette étude et Jean-Philippe BRAUNIG d'avoir permis de valider mes premiers calculs.

De la " dream team " de Benoît, je remercie Stéphane LAFFITE d'avoir assisté à plusieurs de mes répétitions d'exposés, et donné des conseils notamment pour la conférence de Londres. Merci à Vincent BRANDON qui sait résoudre tous les problèmes et s'est toujours rendu disponible au moindre de mes soucis informatiques. Merci de nous avoir fait profiter de ton expérience de tout jeune docteur et d'avoir apporté encore plus de bonne humeur à notre petite " équipe ". Et bien sûr je remercie affectueusement Yoann LEVY pour ces trois ans et demi de cohabitation idyllique de bureau (je reprends ton expression car elle est tellement juste). En plus d'un bureau (et d'un encadrant de thèse) nous avons partagé des séances de course à pied, des frites, du chocolat, des craquages, des coup de stress et beaucoup de fous rires... merci pour tes démo improvisées de claquettes et les mega early and late session parties, 7h06 à Massy juste qu'à ce qu'on nous éjecte du centre... enfin je te remercie d'avoir toujours été prêt à m'apporter ton aide en toutes circonstances.

Un grand merci à Sylvie DULAC pour son sourire et sa gentillesse, ainsi qu'à toutes les secrétaires à qui j'ai eu affaire au CEA et à l'ENS Cachan pour leur disponibilité et leur efficacité.

Je remercie ici toutes les filles. En particulier merci Sarah d'avoir expérimenté avec moi la dilatation du temps au Bouquet d'Alésia autour d'un verre, voire...d'une bouteille...merci également de m'avoir fait profiter de ta voiture lorsque les horaires du bus ne convenaient plus. Merci Zohra pour tes excellents gâteaux marocains et pour ton courage et ta persévérance exemplaires. Merci Rachel d'avoir tenté de me faire accélérer à la course à pied et de m'avoir bien coachée dans la recherche de boulot. Merci Stéphanie pour les entrées à la piscine, excellent moyen d'évacuer le stress en fin de thèse. Je remercie également Laura de m'avoir accueillie si chaleureusement à Dublin et de s'être si bien occupée de moi lors de mes deux séjours en Irlande.

Merci à Christian QUINE d'avoir eu la patience de m'enseigner la course à pied et de me montrer que je pouvais toujours faire mieux. Merci à Michelle COURTIN qui a été adorable lorsqu'un tas de petits soucis se sont accumulés pas longtemps avant la soutenance. Merci à Laurent GREMILLET de nous avoir fait profiter de sa grande culture, entre autre gastronomique. Merci à tous les chercheurs du couloir pour leur accueil.

Merci à tous les jeunes du CEA et de l'ENS d'avoir rendu la réalisation de cette thèse encore plus agréable. Dans le désordre merci à Xavier d'être revenu parmi nous avec du Tobléron, à Emeric pour les cafés et discussions du matin, à Franck pour sa grande classe, à Frédo d'avoir ri à chacun de mes gestes, à Drourou de nous ouvrir à son monde, à Aude de nous faire rêver d'Italie, à Mica pour l'excellent pot de soutenance. Merci à Gautier d'avoir organisé plusieurs soirées dans des bars parisiens et à Daniel, Laurent, Alex, Julien, Anne-Sophie, Cédric, Quentin, Aline, Séverine, Audrey d'y participer avec entrain et enthousiasme. Merci à toute la troupe de Cargèse pour les expéditions maritimes à la nage, les dégustations d'Armagnac, en plus bien sûr des exposés et groupes de travail passionnants... Merci à tous mes potes de fusion avec qui j'ai continué de partager de très

bons moments après le Master 2, notamment Thib, Flo, Bob, Arnaud, Grég lorsqu'il n'est pas retenu à Plaisance... Je souhaite bonne chance à tous les nouveaux thésards du labo.

Merci à ma mère, mon père, ma soeur Sylvia et mon beau-frère Nico de m'avoir accueillie tous les dimanche afin de m'aérer l'esprit. Je remercie particulièrement mon père pour sa relecture attentive de mon manuscrit. Merci à mon frère Jacques pour les longues discussions sur la vie. C'est à tes côtés que j'ai commencé à rédiger ce manuscrit, une journée ensoleillée de février. Merci Nathan pour tes éclats de rire et depuis peu tes tous mignons " doweu Tata ".

Merci Christian pour ton amour. Merci de m'avoir écoutée et rassurée dans les moments de fatigue. Merci pour tes " t'es la meilleure ! ", pour toutes les aventures qui forgent la volonté et la détermination (GR20, sorties vélo des bourrasques de vent à la canicule...) et d'avoir accepté de changer de quartier afin que je gagne du temps de rédaction sur le temps de transport !

Je remercie toute la famille de Christian de m'avoir soutenue et encouragée sans relâche durant ces trois années. Un merci particulier à Hubert qui a parcouru 800 km pour assister à ma soutenance.

Merci à Davide et Alba qui ont franchi encore plus de km et même traversé de grandes étendues d'eau pour être présents le jour j.

Merci à tous mes amis et proches qui m'ont soutenue et que je n'ai pas cités ici.

Pour terminer je remercie mes prof de danse, Cathy, Dimitra et Francine qui transmettent avec passion rigueur, discipline, technique et créativité, qualités essentielles à cet art ... tout comme à la recherche !

Résumé

Dans le cadre de la fusion par confinement inertiel en attaque directe, l'utilisation de mousses en tant qu'ablateur permet de réduire les instabilités hydrodynamiques créées sur la cible par l'irradiation directe des faisceaux laser. Des études antérieures ont été réalisées en considérant cette mousse comme homogène. Or, étant composée de fibres de carbone (CH) baignant dans du deutérium-tritium cryogénique (DT), elle présente un aspect hétérogène. Le but de cette thèse est d'étudier l'effet de cette hétérogénéité sur la vitesse du choc lors de l'irradiation laser de la cible. Une étude expérimentale sur tube à choc et des études numériques avec le code HERA nous ont permis de trouver que le choc se propage plus rapidement dans le milieu hétérogène que dans le milieu homogène de densité moyenne équivalente. Cette écart de vitesse dépend du taux de présence des fibres de CH, du rapport de densité entre les deux matériaux constituant la mousse, de leur coefficient adiabatique et de la géométrie de la mousse. Nous avons modélisé la mousse de diverses manières, en partant de la plus simple à la plus compliquée, afin de se rapprocher d'une configuration réaliste. La modification de la vitesse du choc est due à la baroclinicité qui, lors de l'interaction du choc avec l'interface entre le CH et le DT, crée un dépôt de vorticité, responsable de l'accélération du choc. Par conséquent, une interface plane et perpendiculaire au front de choc maximise ce dépôt de vorticité et augmente les écarts de vitesse entre milieux hétérogènes et homogènes. Nous avons trouvé une corrélation entre l'énergie cinétique derrière le front de choc et l'écart relatif des vitesses de choc. Nous avons également comparé nos résultats avec deux modèles analytiques. Cependant, le système n'étant pas fermé, nous ne pouvons pas, pour le moment, développer un modèle prédictif.

Abstract

In the frame of the inertial confinement fusion in direct drive, the use of foams as ablator allows the reduction of hydrodynamic instabilities created on the target by the direct laser irradiation. The foam is made up of carbon (CH) fibers impregnated of cryogenic deuterium-tritium (DT). In the past, studies have been carried out considering this foam to be a homogeneous medium. Yet, the foam presents heterogeneous features. We study the effects of this heterogeneity on the shock velocity when the laser irradiates the target. Thanks to experimental and numerical studies, we show that the shock propagates faster in the heterogeneous medium than in the homogeneous one with the same averaged density. This velocity gap depends on the presence rate of the CH fibers in the foam, the density ratio, the adiabatic coefficient and the foam geometry. We modelize the foam by different ways, more and more complex. The shock velocity modification is due to the baroclinicity which, during the interaction between the shock front and the interface, creates a vorticity deposition, responsible for the shock acceleration. Accordingly, an interface, which is plane and perpendicular to the front shock, maximises the vorticity deposition and increases the velocity gaps between heterogeneous and homogeneous media. We found a correlation between the kinetic energy behind the shock front and the velocities relative difference. We compared our results with two analytical models. However, the system is not closed, so we can't for the moment develop a predictive model.

Table des matières

Introduction	19
1 Description de la mousse et de l'outil numérique	27
1.1 La mousse	27
1.1.1 Définitions	27
1.1.2 Modélisation simplifiée de la mousse	28
1.2 Le code HERA	39
1.2.1 Description du code	39
1.2.2 Post-traitement	39
1.2.3 Configuration numérique	40
Annexe du chapitre 1	43
A Kelvin-Helmholtz et raffinement du code HERA	45
A.1 Instabilité de Kelvin-Helmholtz ou effet du maillage ?	45
A.2 Le raffinement du code HERA	46
2 Vortex et chocs : théorie et modèles	51
2.1 Hydrodynamique	51
2.1.1 Les équations de conservation	51
2.1.2 La vorticité	52
2.1.3 La turbulence	56
2.2 La détonique bidimensionnelle	62
2.2.1 Les chocs	62
2.2.2 La réfraction	67
2.2.3 Ondes de Mach et point triple	69
2.3 Modèles analytiques	69
2.3.1 Les équations de Rankine-Hugoniot généralisées aux milieux hétéro- gènes par Hazak <i>et al.</i> [23]	69
2.3.2 Le dépôt de vorticité sur une interface traversée par un choc	72
2.3.3 Analyse thermodynamique de la turbulence par Saurel <i>et al.</i> [60]	74
Annexe du chapitre 2	77
B Equations et Modèles	79
B.1 Les équations de conservation	79
B.1.1 Conservation de la masse : ��quation de continuité	79

B.1.2	Conservation de la quantité de mouvement : équations de Navier-Stokes et d'Euler	80
B.1.3	Conservation de l'énergie	81
B.2	Equation d'évolution de la vortacité	83
B.3	Les équations de la turbulence	84
B.3.1	Equation de la masse dans un régime turbulent	84
B.3.2	Equation de la quantité de mouvement	84
B.3.3	Equation de la conservation de l'énergie	85
B.4	Le modèle de Saurel <i>et al.</i> [60]	86
B.5	Les chocs : les équations de Rankine-Hugoniot	89
B.6	Le modèle de Hazak <i>et al.</i> [23]	92
B.7	Thermodynamique	94
B.7.1	Le modèle du gaz parfait	94
B.7.2	Le coefficient adiabatique γ	95
3	Expérience sur tube à choc	97
3.1	Analyse numérique préliminaire : propagation d'un choc dans un bicouche	97
3.1.1	Un cas d'école	97
3.1.2	Résultats	98
3.1.3	Dernière étude numérique préparatoire : évolution du $\frac{\Delta D}{D_h}$ avec η et γ	100
3.2	Dispositif expérimental	102
3.2.1	Tube à choc	102
3.2.2	Mesure et visualisation	103
3.2.3	Configuration expérimentale : milieux homogène et hétérogène	104
3.2.4	Passage du choc dans le tube : notations et conventions	107
3.2.5	Mesure des vitesses et pressions	108
3.3	Résultats expérimentaux	109
3.3.1	Milieu homogène	109
3.3.2	Milieu hétérogène	114
3.3.3	Comparaison	118
3.4	Simulations	119
3.4.1	Configuration numérique	119
3.4.2	Résultats	120
	Annexe du chapitre 3	127
C	Tableaux des grandeurs et images de la caméra	129
4	Réseau carré de fibres	133
4.1	Introduction numérique	133
4.1.1	Modélisation et paramètres	133
4.1.2	Interaction du choc avec une rangée de fibres : observations préliminaires	136
4.2	Etudes de l'influence des différents paramètres	136
4.2.1	Variation du taux de présence des fibres, ξ	138
4.2.2	Variation de la vitesse fluide initiale, u_0	141
4.2.3	Variation du rapport de densité, $\eta = \frac{\rho_{fibre}}{\rho_{env}}$	141
4.2.4	Variation du coefficient adiabatique, γ	143
4.3	Modèles analytiques	144

4.3.1	Résultats du modèle analytique de Hazak <i>et al.</i> [23] pour le calcul du $\frac{\Delta D}{D_h}$.	144
4.3.2	Utilisation du modèle analytique de Saurel <i>et al.</i> [60].	146
4.4	Calcul de la circulation	146
Annexe du chapitre 4		149
D Extrapolation : réseau de fibres rectangulaire		151
5 Réseau de fibres en quinconces		153
5.1	Etude des différentes géométries	153
5.1.1	Les géométries selon l'angle	153
5.1.2	Calcul du $\frac{\Delta D}{D_h}$	156
5.2	Modèles analytiques	158
5.2.1	Hazak <i>et al</i> [23]	158
5.2.2	Circulation	159
5.3	Energies liées à la turbulence : énergie cinétique et enstrophie	159
5.3.1	Calcul de l'énergie cinétique	161
5.3.2	Calcul de l'enstrophie	162
Conclusion et perspectives		169

Nomenclature

D	vitesse du choc (m/s)
u	vitesse du fluide (m/s)
c_s	vitesse du son (m/s)
M	nombre de Mach
ρ	densité volumique (kg/m ³)
P	pression (Pa)
ξ	taux de présence du matériau lourd
η	rapport de densité entre le matériau lourd et le matériau léger
γ	coefficient adiabatique
ω	vorticité (rad/s)
E	énergie totale (J)
e_i	énergie interne (J)
e_c	énergie cinétique (J)
H	enthalpie (J)
V	volume (m ³)
T	température (K)
f	force (N)
S	surface (m ²)
L	dimension d'une cellule de la boîte de simulation (m)
θ	angle (°)
Γ	circulation (m ² /s)
ϵ	moyenne de l'énergie cinétique pondérée par la densité moyenne initiale (m ² /s ²)
Ω	intégrale de l'enstrophie pondérée par la densité moyenne initiale (rad ² /s ²)

Introduction

L'énergie du Soleil

L'incroyable diversité de la vie sur Terre trouve son origine dans la théorie de l'évolution des espèces par la sélection naturelle, proposée par Charles Darwin. Il a supposé que de tout petits changements se sont accumulés durant des centaines de millions d'années. Or, les calculs du physicien britannique William Thomson, nommé aussi Lord Kelvin, suggéraient que l'âge du soleil ne pouvait guère excéder quelques dizaines de millions d'années, ce qui allait à l'encontre de la théorie de Darwin. Environ 70 ans plus tard, vers 1930, les physiciens donnèrent raison à Darwin. En effet, le développement d'outils nécessaires à la compréhension de ce qui fait briller le soleil a permis d'élaborer des méthodes spectroscopiques. Celles-ci ont montré que le Soleil n'était pas constitué de roches fondues, comme l'avait supposé Kelvin, mais essentiellement d'hydrogène et d'un peu d'hélium. En 1938, le physicien d'origine allemande Hans Bethe comprit que la pression au centre du Soleil était si élevée que les noyaux d'hydrogène y étaient tassés au point de vaincre la répulsion entre charges électriques de même signe. Bethe écrivit la réaction en quatre étapes par laquelle les noyaux d'hydrogène fusionnent. Les produits finaux de cette réaction de fusion sont un peu plus légers que les ingrédients initiaux ; la masse manquante se retrouve sous forme d'énergie, qui alimente le Soleil [45].

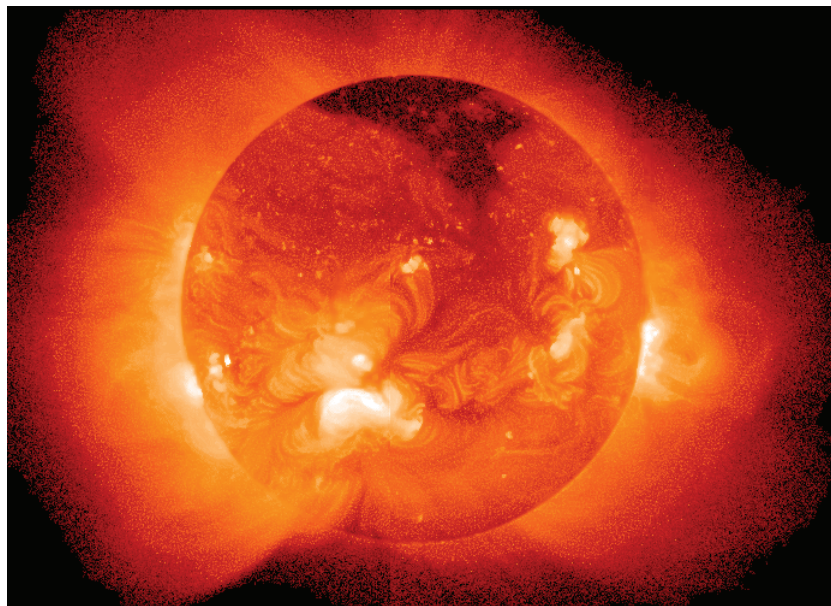


FIG. 1 – Le Soleil, siège de nombreuses réactions de fusion nucléaire (image de la NASA).

Les connaissances actuelles sur le Soleil permettent de le décrire avec précision. C'est une étoile composée de 74 % d'hydrogène, 24 % d'hélium et d'une fraction d'éléments lourds. C'est en son coeur, ou noyau, que se produisent les réactions de fusion nucléaire, appelées aussi réactions thermonucléaires exothermiques, qui transforment, dans le cas du Soleil, l'hydrogène en hélium. La température y est de plus de 15 millions de degrés Kelvin, contre 5 800 à sa surface. La densité volumique du coeur est de $150\,000\text{ kg/m}^3$, soit 150 fois la densité volumique de l'eau sur Terre. Le nombre de réactions de fusion nucléaire est proportionnel à la densité du noyau, ce qui assure l'auto-régulation de la fusion nucléaire. Toute légère augmentation du nombre de réactions provoque un réchauffement et une dilatation du coeur, qui réduit en retour le nombre de réactions. Inversement, toute diminution légère de celui-ci refroidit et densifie le coeur, ce qui fait revenir le niveau de fusion à son point de départ.

La production d'énergie de ces réactions de fusion nucléaire au sein du soleil est phénoménale. Environ $3,4 \times 10^{38}$ protons, provenant des noyaux d'hydrogène, sont convertis en hélium chaque seconde, produisant $3,83 \times 10^{26}$ Joules par seconde.

Apprivoiser la fusion sur Terre

Adopter la fusion nucléaire sur Terre, comme source d'énergie quotidienne, est un défi motivant toute la communauté des physiciens spécialisés dans le domaine de la fusion. L'enjeu n'est pas seulement scientifique, il concerne l'avenir énergétique de la planète. En effet, dans les prochaines décennies, nous allons être confrontés à la pénurie de pétrole ainsi qu'au danger des déchets nucléaires radioactifs à longue durée de vie produits par la fission. Les énergies renouvelables se développent, mais, à elles seules, elles ne suffiront pas à subvenir aux besoins en énergie du monde actuel. La fusion serait donc une solution énergétique.

Or, la réaction de fusion nucléaire en chaîne se produisant dans le Soleil est complexe et exige des pressions et des températures qui n'existent qu'au coeur des étoiles. Il a donc fallu trouver des réactions de fusion moins exigeantes, réalisables sur Terre.

La fusion de deux isotopes de l'hydrogène, le deutérium D, dont le noyau est formé d'un proton et d'un neutron, et le tritium T, formé d'un proton et de deux neutrons, nécessite des températures et pressions plus faibles que la fusion de deux noyaux d'hydrogène et libère tout de même une énorme quantité d'énergie par unité de masse ; 8 fois plus que la fission de l'uranium et entre 10^6 et 10^7 fois plus que les combustibles fossiles. La raison se trouve dans l'énergie de liaison qui, pour la force nucléaire au sein d'un noyau, est de l'ordre du Méga-électronvolt, ou MeV, alors que, pour la force électromagnétique au sein du cortège électronique d'un atome, elle est de l'ordre de l'électronvolt, ou eV [8]. De plus, le combustible est abondant ; on trouve le deutérium dans l'eau de mer tandis que le tritium peut-être engendré au sein d'un réacteur. Bien que le tritium soit un émetteur β , sa demi-vie ne dure que 12 ans, contrairement aux plusieurs millions d'années pour la demi-vie de l'uranium utilisé dans les centrales nucléaires actuelles à fission nucléaire. La fusion d'un noyau de deutérium et d'un noyau de tritium produit un noyau d'hélium, formé de deux protons et de deux neutrons, en libérant un neutron et une certaine quantité d'énergie :



Les noyaux d'hélium maintiennent le milieu à température de quelques 10^7 K. L'énergie exploitable est véhiculée par les neutrons créés de 14,1 MeV [8].

Pour que la fusion soit énergétiquement rentable, il est nécessaire que l'énergie produite soit supérieure à l'énergie consommée pour l'entretien des réactions ainsi que par perte thermique avec le milieu extérieur. Dans les réacteurs à fusion, il faut donc éviter tout contact entre le milieu des réactions et les matériaux de l'environnement. Ceci est réalisé par un confinement immatériel. Dans le cas du soleil, sphère de 10^9 m de diamètre, son énorme masse permet de confiner gravitationnellement son volume, permettant ainsi la fusion nucléaire en son coeur. Sur Terre, les deux principaux procédés concevables de confinement sont magnétiques et inertiels. En plus du confinement, la fusion du deutérium et du tritium ne peut se réaliser que si le critère de Lawson est vérifié : $nTt > 3 \times 10^{21}$ keV.s.m⁻³ avec n la densité du mélange du combustible, T sa température et t le temps de confinement, c'est-à-dire le temps que met ce mélange à perdre son énergie. Le produit nTt doit dépasser un certain seuil qui est d'autant plus bas que la section efficace de la réaction considérée est élevée [45]. Afin de chauffer le mélange à très haute température ($T \simeq 10$ keV), la densité doit être très élevée et le temps de confinement bref, ou inversement, le temps de confinement doit être long et le mélange peu dense. Dans le cas du confinement magnétique (FCM), le plasma, dans lequel les réactions de fusion doivent avoir lieu, est maintenu, de façon stable, loin des parois par des lignes de champs magnétiques. Une production d'énergie continue pendant plus d'une seconde est alors envisageable, à des densités relativement faibles, de l'ordre de 10^{20} particules par m³, dans des volumes de quelques dizaines de m³. Dans le cadre du projet ITER, le tokamak, enceinte en forme de tore située à Cadarache en France, contient un mélange gazeux de deutérium et tritium (DT), confiné grâce à un champ magnétique produit par des bobines et un courant induit circulant dans le plasma. Dans le cas de la fusion par confinement inertiel (FCI), la production d'énergie consistera en une répétition, à la cadence de quelques Hertz, pendant des durées très courtes de l'ordre de 10^{-11} seconde, de micro-explosions nucléaires, totalement indépendantes, de petites capsules renfermant le mélange DT. Chaque explosion est induite par l'apport rapide d'une grande quantité d'énergie. Afin d'obtenir les températures et pressions nécessaires à la réalisation de la fusion nucléaire au sein de chaque capsule, seule l'utilisation de lasers focalisés de l'ordre de la centaine de Terawatt (100×10^{12} W) est actuellement envisagée. La FCI est caractérisée par des densités très élevées, de l'ordre de 10^{32} particules par m³, soit 10 000 fois la densité du DT solide sur des volumes de seulement 10^{-12} m³. Deux installations dans le monde sont destinées à l'exploration de la voie de la FCI dans le domaine militaire : le Laser Méga-Joule (LMJ) au CEA en France, et le National Ignition Facility (NIF) au LLNL aux USA, tous deux en cours de construction. Les projets HiPER en Europe et LIFE aux Etats-Unis ont pour objectif d'étudier la fusion dans le domaine civil.

La fusion par confinement inertiel

L'invention du laser en 1960 par Mainman, Schawlow et Townes ouvrit des perspectives très intéressantes pour la fusion, grâce aux éclaircissements extrêmement élevés, de l'ordre de 10^{15} W/cm², que cette nouvelle source d'énergie permettait d'atteindre. La première idée qui germa fut d'utiliser directement l'énergie du laser pour allumer les réactions thermonucléaires par chauffage [3, 13]. Mais ceci se révéla assez vite être une impasse. En 1972, John Nuckolls [46], du LLNL, débloqua la situation en proposant le schéma d'une implosion ablative d'un microballon irradié par laser, reposant tout simplement sur le principe d'action-réaction [6]. Pour atteindre l'allumage, une petite quantité de deutérium et tritium doit être comprimée, à l'aide d'un laser, jusqu'à des densités de 100 à 1 000 fois la densité

de l'eau et en même temps chauffée à 100 millions de Kelvin. Pour réaliser ceci, différents processus doivent se succéder dans le microballon contenant le combustible (figure 3).

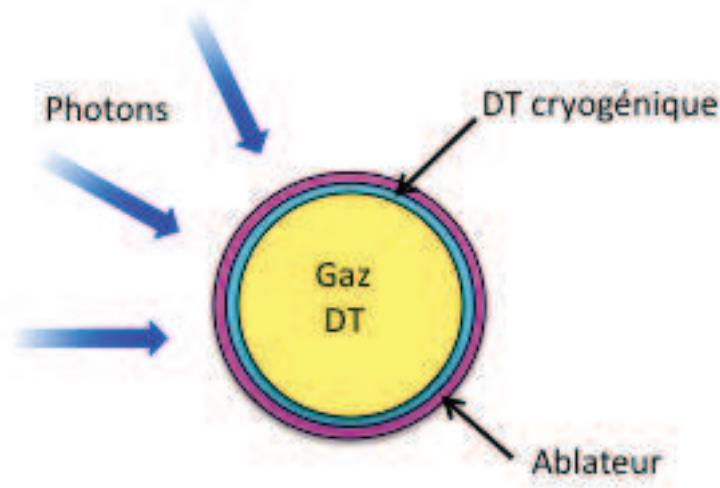


FIG. 2 – Cible typique utilisée dans le schéma de l'implosion ablatrice.

Création du plasma en expansion

La cible est une microbille d'un matériau solide renfermant le combustible sous sa forme cryogénique (figure 2). La majeure partie de celui-ci se trouve dans une couche solide déposée sur la face intérieure de la coquille de plastique, ou ablateur. La partie centrale, gazeuse, contient peu de matière. Lorsqu'un faisceau laser intense interagit avec l'ablateur, la face extérieure de celui-ci est instantanément vaporisée et ionisée (figure 3.a). C'est ce qu'on appelle le phénomène d'ablation. Le laser continue d'interagir avec la cible en se propageant dans la zone d'interaction, ou couronne, du plasma ainsi créé, jusqu'à la densité critique (figure 4). Plus on se rapproche de la surface solide, plus le plasma d'ablation, en expansion, est dense et le laser peine à s'y propager. De ce fait, après la densité critique, l'énergie du laser déposée dans la couronne est transportée dans la zone de conduction, comprise entre la densité critique et la densité du solide, par conduction thermique et rayonnement X vers les régions de plus forte densité. Le lieu où la densité du

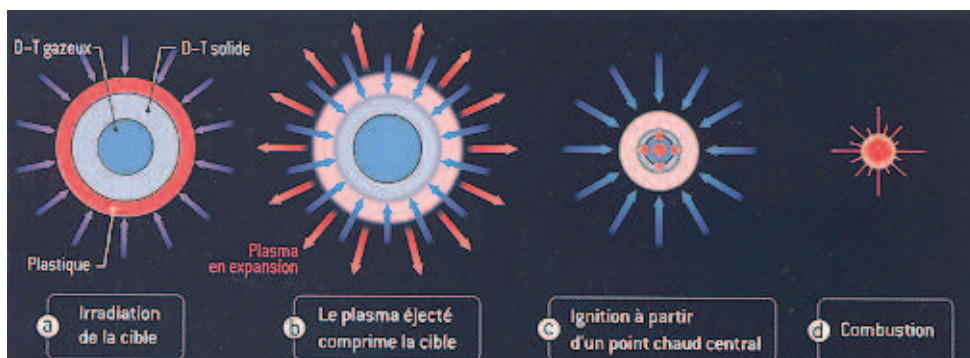


FIG. 3 – Phases du processus de la fusion par confinement inertiel (figure tirée de [6]).

plasma égale celle du solide s'appelle le front d'ablation. Une onde de choc s'y crée et se propage dans le solide (figure 4) [6].

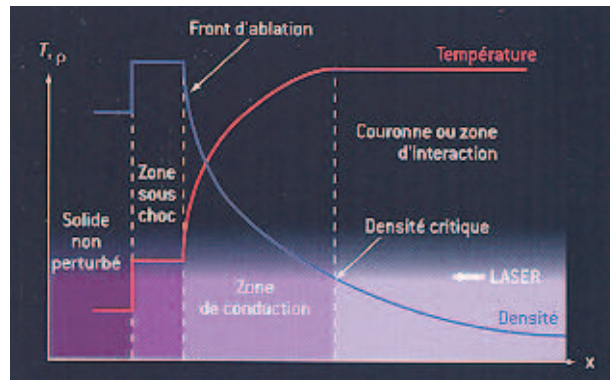


FIG. 4 – Profils caractéristiques de température et densité lorsque le laser irradie une cible solide (figure tirée de [6]).

La phase d'accélération

Le plasma qui se détend vers l'extérieur provoque la compression brutale du combustible contenu dans la coquille sous la forme d'une ou plusieurs ondes de choc centripètes (figure 3.b), suivant le profil temporel de l'impulsion. C'est à ce niveau qu'intervient le principe d'action-réaction, ou effet fusée, par compression quasi-isentropique, ce qui conserve un niveau d'énergie interne bas et minimise ainsi le travail nécessaire pour l'implosion [9]. On peut atteindre des vitesses d'implosion élevées, de l'ordre de 10^5 m/s et comprimer le combustible de plus d'un facteur mille [6].

La phase de décélération

Lorsque le rayonnement externe cesse, la cible est en vol balistique puis commence à décélérer. Les ondes de choc ayant atteint simultanément le centre de la capsule s'y réfléchissent et portent à haute température le combustible [9]. Ce processus requiert une synchronisation parfaite des chocs. Le DT est alors composé d'une zone centrale, le point chaud et d'une zone périphérique, formée de deutérium et de tritium froid et dense constituant le combustible principal. La pression dans le point chaud augmente jusqu'à devenir supérieure à celle de la zone périphérique et remplir les conditions d'allumage [6].

L'allumage et la combustion

Une fois les conditions d'allumage atteintes, l'ignition a lieu (figure 3.c) et les réactions thermonucléaires se produisent au coeur de la cible, au niveau du point chaud, ce qui génère des particules α (He). Celles-ci déposent leur énergie de 3,52 MeV dans le DT froid, donnant naissance à une onde de combustion thermonucléaire auto-entretenue qui se propage dans le combustible périphérique (figure 3.d).

Dans les futurs réacteurs à fusion, il faudra réitérer ce cycle 10 fois par seconde, en utilisant, à chaque répétition, une nouvelle cible [6].

Deux principales voies d'irradiation de la cible : l'attaque directe et l'attaque indirecte

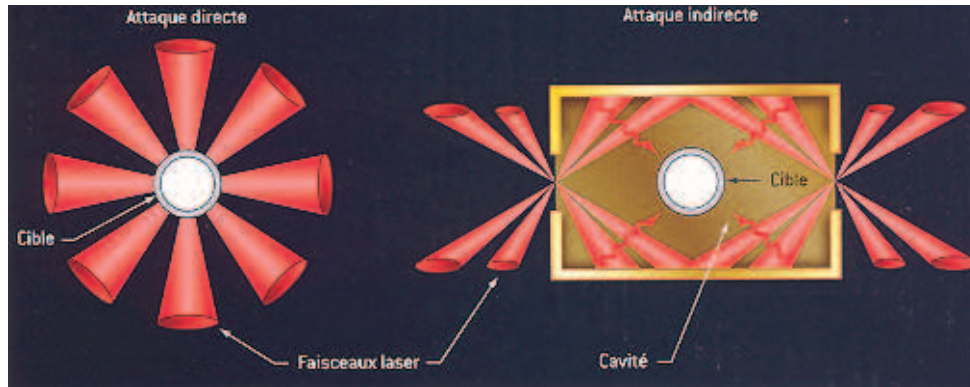


FIG. 5 – L'attaque directe et l'attaque indirecte (figure tirée de [6]).

En 1972, le schéma de l'implosion radiative proposé par Nuckolls [46] était fondé sur l'attaque directe, c'est à dire que la cible contenant le combustible est irradiée directement par les faisceaux lasers. La fusion se produit alors exactement comme décrit dans les paragraphes précédents. Un peu plus tard, un autre type de rayonnement fut proposé par Lindl [41] : l'utilisation de rayons X à la place du laser. C'est l'attaque indirecte. La cible est contenue dans une petite cavité d'or, ou Hohlraum. La focalisation des faisceaux lasers se fait sur la face interne des parois du Hohlraum. Sous l'effet de l'interaction avec les faisceaux lasers, les parois émettent des rayons X qui remplissent rapidement la cavité, élevant sa température à plusieurs millions de Kelvin. C'est le rayonnement du corps noir, à l'intérieur de ce four, qui assure la compression de la microbille de combustible. Ceci présente l'avantage, par rapport à l'attaque directe, d'une excellente uniformité d'irradiation de la cible. C'est la raison pour laquelle, actuellement, l'attaque indirecte a été choisie pour le LMJ et le NIF. En revanche, le point crucial de ce schéma est que le laser doit interagir avec le plasma en expansion de la paroi d'or, siège de nombreuses instabilités à bas modes qui rétrodiffusent la lumière laser et causent des pertes d'énergie. Ces dernières s'ajoutent à celles dues à la conversion X et à l'albedo de la cavité. Ainsi, l'énergie transférée au microballon est bien plus faible que dans le cas de l'attaque directe.

L'attaque directe offre un gain thermonucléaire élevé ainsi qu'une simplicité de mise en oeuvre. L'inconvénient de ce schéma réside dans la formation des instabilités hydrodynamiques à hauts modes due à la focalisation directe des faisceaux lasers sur la cible. Depuis les années 80, le développement des techniques optiques, notamment l'utilisation de lames de phases aléatoires [18], a significativement amélioré la qualité de l'éclairement des faisceaux. La combinaison de ces techniques et de l'utilisation d'un très grand nombre de faisceaux permettrait aujourd'hui de réduire les irrégularités à moins de 1 %, ce qui deviendrait acceptable pour la fusion.

Une autre solution pour réduire les instabilités hydrodynamiques en attaque directe : l'utilisation d'un ablateur de mousse de CH(DT)

Les instabilités hydrodynamiques à hauts modes, notamment celles de Rayleigh-Taylor, condamnent l'attaque directe à ne pas être au devant de la scène, malgré les nombreux avantages qu'elle offre. En effet, l'instabilité de Rayleigh-Taylor se développe lorsqu'un fluide plus lourd (en bleu sur la figure 6) est surporté par un fluide plus léger (en jaune sur la figure 6). Le fluide lourd se mélange au fluide léger en formant des structures en forme

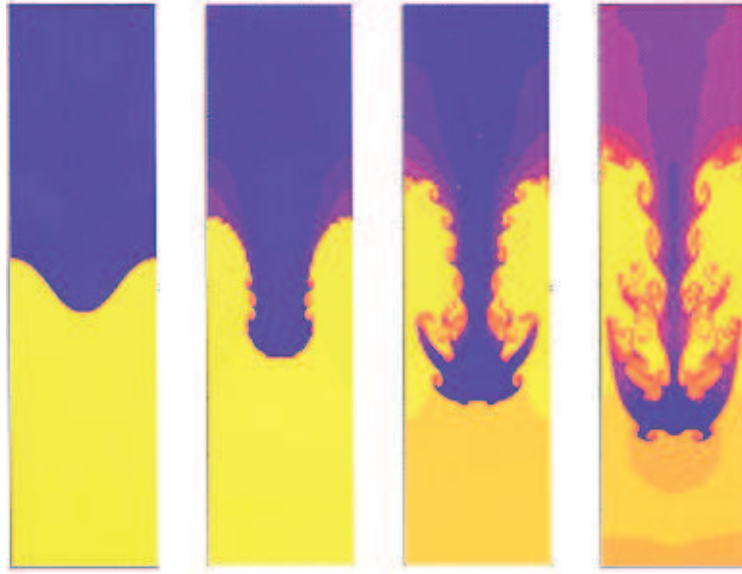


FIG. 6 – Développement de l'instabilité de Rayleigh-Taylor (figure tirée de [6]).

de champignons. Le taux de croissance τ de cette instabilité a été estimé par Takabe *et al.* [64] et Bodner [7] ainsi :

$$\tau = \alpha \sqrt{kg} - \beta k v_a \quad (2)$$

k est le nombre d'onde, g l'accélération, α et β des constantes, et v_a la vitesse d'ablation. On voit, d'après la relation (2), qu'augmenter la vitesse d'ablation aurait pour effet la réduction du taux de croissance des instabilités à hauts modes. Pour ce faire, une solution réside dans l'utilisation de mousses de CH imprégnées de DT-cryogénique en tant qu'ablateur, comme sur la figure 7.

Au cours de ces dernières années, différents points de fonctionnement ont été définis pour le LMJ, mettant en oeuvre de tels ablateurs [10, 11]. En plus de la stabilisation et de la réduction des instabilités hydrodynamiques, obtenues par une vitesse d'ablation très élevée, la mousse offre également une absorption laser efficace, due à la présence du carbone. Cet ablateur, formé de fibres de CH baignant dans du DT, est donc un milieu hétérogène. Cependant, dans les codes hydrodynamiques il est traité comme un milieu homogène. Lors de l'implosion de la cible, nous avons vu qu'un premier choc se propage dans cet environnement hétérogène et interagit avec les fibres de la mousse générant, dans le milieu choqué, un champ turbulent, isotrope et aléatoire de vorticité, dans lequel d'autres chocs se propagent ultérieurement. Or, l'hétérogénéité de la mousse est susceptible d'altérer la propagation de ce premier choc. Il est donc important de comprendre les différences introduites par

l'existence de ces fibres, par rapport aux cas homogènes, sur les caractéristiques du choc.

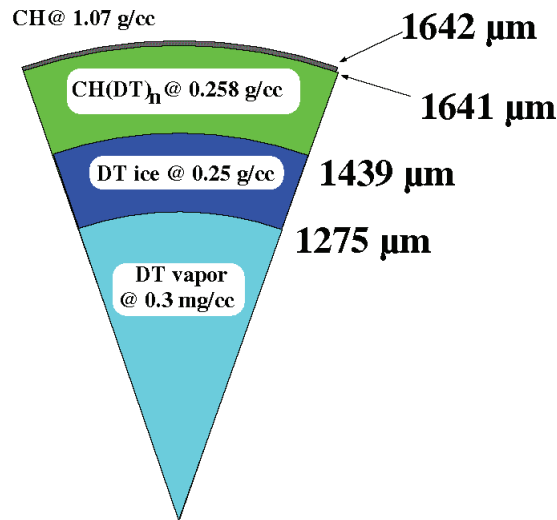


FIG. 7 – Coupe de la cible dessinée pour l'attaque directe. L'ablateur est une mousse de CH imprégnée de DT-cryogénique.

Sur les traces de nombreuses études passées, décrites dans le prochain chapitre, nous allons, au cours de cette thèse, approfondir, expérimentalement et numériquement, l'étude de la propagation d'un choc dans un milieu hétérogène, en complexifiant la modélisation de la mousse au fur et à mesure des chapitres.

Chapitre 1

Description de la mousse et de l'outil numérique

Dans ce chapitre, nous allons porter une attention toute particulière aux mousses de CH imprégnées de DT. Nous débutons par la définition générale d'une mousse afin de mieux concevoir celle que nous allons utiliser. Suivront les différentes manières de la modéliser, puis les premières observations de l'interaction d'un choc avec diverses modélisations. Enfin, le code HERA qui soutient la totalité des études numériques est présenté.

1.1 La mousse

Le but de ce travail de thèse est d'étudier la propagation d'un choc dans une mousse. Avant d'aborder toute considération phénoménologique et théorique, commençons par décrire le milieu, la mousse.

1.1.1 Définitions

La mousse, en physique, est un milieu complexe constitué d'un matériau, solide ou liquide, intimement lié à du gaz. On distingue deux sortes de mousses, les mousses liquides et les mousses solides. En voici une brève description.

La mousse liquide

La mousse liquide, ou aqueuse, se forme à la surface des eaux agitées (la mer) ou autres liquides (cappuccino, bière [56]...), comme nous pouvons la reconnaître sur les photos de la figure 1.1.



FIG. 1.1 – Exemples de mousses liquides : écume de la mer, mousse du cappuccino et de la bière

Le gaz (souvent de l'air) est dispersé en nombreuses bulles, tandis que le liquide est entièrement continu. Ce liquide, contenu dans la mousse, s'écoule entre les bulles sous l'effet de la gravité et des forces capillaires.

La mousse solide

Une mousse solide peut être naturelle, comme les éponges d'origine animale vivant dans les océans, ou provenir d'une mousse liquide par solidification du liquide, par exemple lors d'une polymérisation (procédé permettant la synthèse de polymères). Sur la figure 1.2, l'éponge séchée nous donne un exemple de mousse sèche, les pores sont remplis d'air. L'éponge imbibée d'eau de mer est une mousse humide, constituée d'une structure solide laissant passer l'eau à travers les pores.

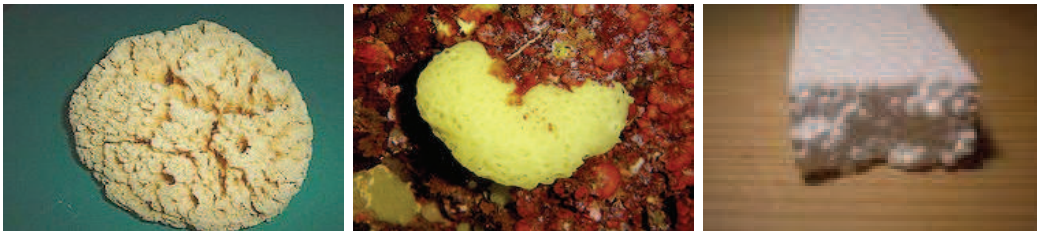


FIG. 1.2 – Exemples de mousses solide : éponge sèche, éponge humide et polystyrène

La mousse peut être poreuse ou fibreuse, comme montrée sur la figure 1.3.

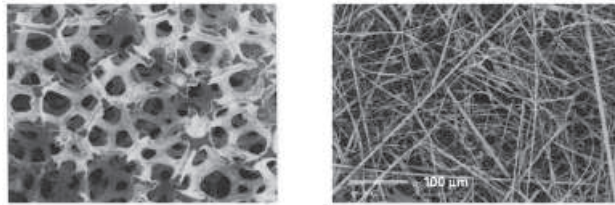


FIG. 1.3 – Mousse poreuse et fibreuse

Mousse de CH imprégnée de DT

La mousse que nous considérons est une mousse polymère, la structure solide étant constituée de CH, imprégnée du gaz DT. Lorsque nous parlerons de mousse sèche, on désignera donc uniquement la structure polymère de CH. Comme on peut le voir sur les photos de la figure 1.3, la forme de la structure solide des mousses est relativement complexe. Nous voulons, à l'aide d'un outil numérique, simuler la propagation d'un choc dans une telle mousse et en observer et comprendre la physique. Or, modéliser une mousse telle qu'on la voit sur la figure 1.3 serait bien trop compliqué, du moins pour débiter cette étude. Nous avons donc intérêt à en simplifier la modélisation.

1.1.2 Modélisation simplifiée de la mousse

Notre manière de simplifier la mousse consiste tout d'abord à considérer deux dimensions. Nous allons donc nous intéresser à la propagation d'un choc dans un plan (x, y)

de mousse. La structure de CH est simplifiée en un réseau de cylindres semi-infinis parallèles entre eux et donc perpendiculaires au plan (x, y) . L'espace situé entre les cylindres semi-infinis, que nous nommerons fibres de CH, est rempli de gaz DT. Un exemple de modélisation de la mousse est représenté figure 1.4. La densité des fibres de CH étant de $1\,000\text{ kg/m}^3$ et celle du DT de 250 kg/m^3 , le rapport de densité est donc de 4.

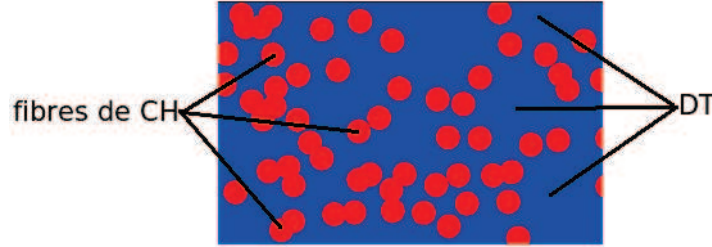


FIG. 1.4 – Exemple de modélisation de mousse. Ici les fibres de CH sont disposées aléatoirement.

Sur la figure 1.4, les fibres sont disposées d'une manière aléatoire. Nous pouvons encore simplifier cette modélisation en plaçant les fibres en quinconces, puis en réseau carré. Par le passé, plusieurs études ont consisté à calculer numériquement la vitesse d'un choc dans ces réseaux de fibres, considérés comme des milieux hétérogènes, et dans un milieu homogène de densité moyenne équivalente. Il a été trouvé que le choc se propage plus rapidement dans le milieu hétérogène que dans le milieu homogène de densité équivalente. Nous avons retrouvé ce résultat expérimentalement, sur une configuration encore plus simple, à savoir, deux couches de gaz superposées (chapitre 3), ainsi que numériquement dans des réseaux carrés et en quinconces (chapitres 4 et 5). Afin d'approfondir la compréhension des phénomènes physiques liés à l'interaction d'un choc avec des réseaux de fibres, nous nous focalisons sur l'interaction du choc avec une seule fibre. La figure 1.5 reprend le processus de simplification de la modélisation de la mousse. Nous généralisons l'étude en considérant les fibres de CH comme le matériau lourd et le DT comme le matériau léger.

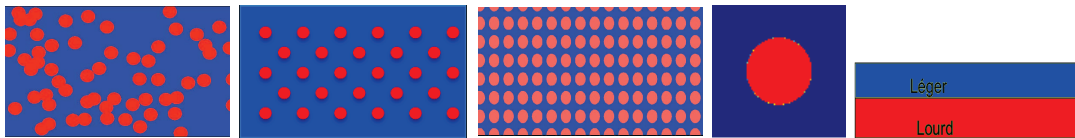


FIG. 1.5 – Simplification de la gauche vers la droite de la modélisation de la mousse

Nous allons à présent décrire phénoménologiquement l'interaction du choc avec les cinq topologies énumérées sur la figure 1.5, en commençant par la plus complexe, le réseau aléatoire de fibres de lourd dans du léger.

Réseau de fibres aléatoire

La création du choc dans la boîte de simulation, présentée figure 1.4, est obtenue en projetant la matière faite de matériau léger et matériau lourd contre le mur de gauche à une vitesse $u = 40\text{ km/s}$. En effet, notre boîte de simulation est conditionnée par un mur en haut, en bas et à gauche et par un flux à droite. Une fois la matière projetée sur le mur de gauche, le choc créé se propage de gauche à droite, détruisant les fibres les unes après les autres, comme montré sur la figure 1.6.

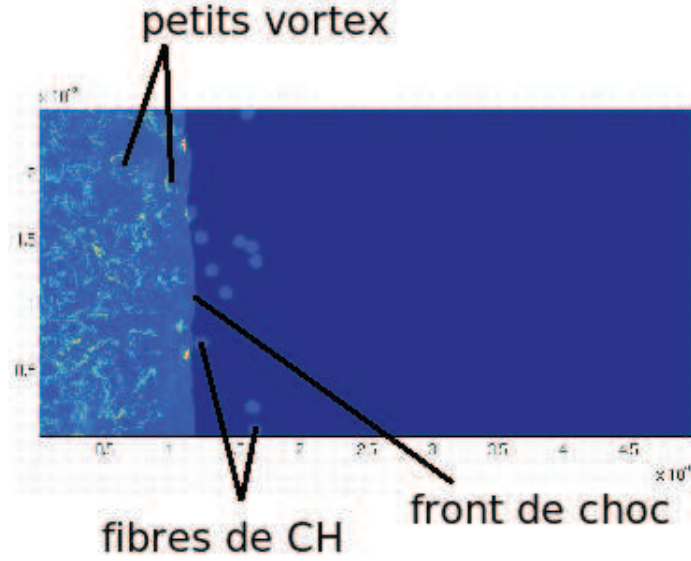


FIG. 1.6 – Différentes positions du front de choc lors de sa propagation de la gauche vers la droite dans le réseau aléatoire de fibres.

Sur la figure 1.6, le choc a traversé presque toute la mousse. Le front de choc subit des perturbations à la rencontre de chaque fibre, il n'est donc pas plan. Derrière le front de choc se propagent des ondes de diverses natures, telles que des ondes de détente, de raréfaction, de réfraction, de Mach, primaires et secondaires. On observe des fluctuations locales de densité dans le milieu choqué. Après l'interaction du choc avec une fibre, la matière s'enroule à cause des gradients de pression et crée des petits tourbillons, appelés, dans le domaine de l'hydrodynamique, des vortex. Le front de choc se redresse grâce aux ondes de Mach qui le rattrapent et qui tendent à stabiliser le système. Les vortex s'agrandissent tout simplement par regroupement des petits tourbillons créés précédemment. C'est un phénomène typique de la turbulence bidimensionnelle, état chaotique d'un écoulement.

L'interaction d'un choc avec une telle modélisation de la mousse a été abordée auparavant. Dans le cadre de la fusion par confinement inertiel, Philippe *et al.* [47] se sont intéressés à la vitesse du choc dans une mousse constituée de deux matériaux différents. Ils ont comparé cette vitesse à la vitesse d'un choc qui se propage dans un milieu homogène et de même densité moyenne que le milieu hétérogène. La densité moyenne s'obtient, simplement, par moyenne arithmétique des densités respectives des deux matériaux, pondérées par le taux de présence de ceux-ci : $\rho_{moyenne} = \xi \rho_{fibre} + (1 - \xi) \rho_{gaz}$ avec $\xi = \frac{surface_{fibres}}{surface_{totale}}$. ξ est le taux de présence des fibres et est forcément compris entre 0 et 1. Ils ont simulé la propagation d'un choc fort, c'est à dire de nombre de Mach de quelques milliers, dans un réseau de fibres disposées aléatoirement dans un gaz, choisissant les densités des matériaux de manière à obtenir des valeurs de densités moyennes bien plus élevées que celle des mousses actuelles de FCI. En comparant ces deux vitesses pour deux densités moyennes différentes, 20 kg/m³ et 100 kg/m³, ils ont observé des phénomènes différents. Pour la plus faible densité moyenne, 20 kg/m³, le choc se propage à la même vitesse, que le milieu soit homogène ou hétérogène, tandis que pour une densité moyenne plus élevée, 100 kg/m³, le choc se propage plus rapidement dans le milieu hétérogène. Collins *et al.* [12] ont simulé la propagation d'un choc dans une mousse de fibres de CH, disposées aléatoirement, imprégnée de DT, ce qui correspond aux densités moyennes, relativement faibles, avec lesquelles

nous allons travailler. Ils ont, comme Philippe *et al.*, comparé la vitesse du choc dans ce milieu hétérogène et son équivalent homogène et ont estimé négligeable la différence trouvée. Ils continuent donc leur étude en posant pour la mousse une approximation d'homogénéité. Nous allons nous intéresser en revanche à cette très faible différence, et en étudier les conséquences sur l'ignition de la cible FCI. Cette structure d'hétérogénéités disposées aléatoirement dans un matériau a servi à modéliser d'autres environnements que les mousses. En Astrophysique, Poludnenko *et al.* [52] ont modélisé ainsi des environnements variés, tels que les nuages moléculaires, les fluides qui émanent des jeunes étoiles, les nébuleuses, les noyaux galactiques actifs. Ils émettent également la conclusion que le choc se propage plus rapidement dans le milieu hétérogène que dans le milieu homogène de même densité moyenne, sans spécifier de valeurs pour cette dernière. Cette différence relative de vitesse de choc entre les milieux homogène et hétérogène, de même densité moyenne, est le point de focalisation de cette thèse. Intéressons nous à présent à son comportement, lorsque le choc se propage dans une structure un peu simplifiée par rapport au réseau aléatoire de fibres.

Réseau de fibres en quinconces

Afin de créer une certaine régularité dans le réseau de fibres modélisant la mousse, nous disposons les fibres en quinconces, comme sur la figure 1.7.

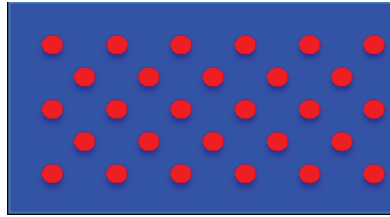


FIG. 1.7 – Réseau de fibres en quinconces

Sur la figure 1.8, le choc se propage de la droite vers la gauche et interagit avec les différentes fibres. Le front de choc est perturbé et laisse derrière lui des allées de vortex qui se maintiennent sur une certaine distance. Au delà, la structure perd de sa cohérence et, loin derrière le choc, les vortex se regroupent en de plus gros tourbillons. On peut ici parler de deux régimes d'écoulement : les vortex alignés traduisent un régime cohérent, tandis qu'un régime incohérent s'installe à partir d'une certaine distance derrière le front de choc. On nomme le passage d'un régime à l'autre la transition à la turbulence.

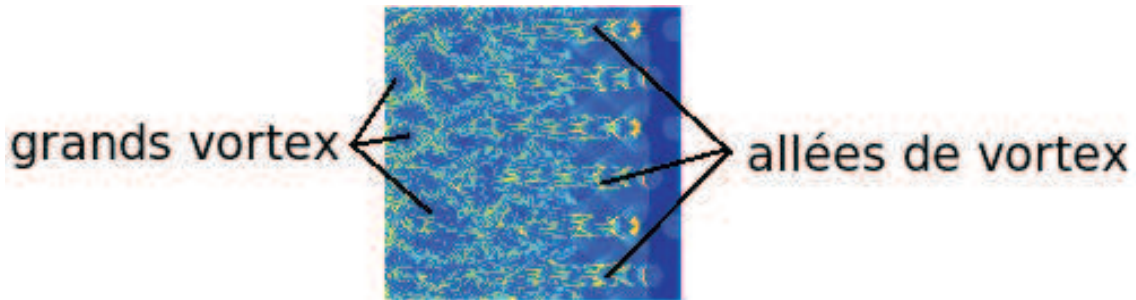


FIG. 1.8 – Propagation, de la gauche vers la droite, du choc dans le réseau quinconce de fibres

Kotelnikov et Montgomery [35] ont simulé la propagation d'un choc dans une mousse modélisée par un tel réseau. Ils ont observé que malgré le développement d'irrégularités au niveau du front de choc, celui-ci persiste dans sa raideur. Nous pouvons en dire de même pour la figure 1.8. Le front de choc a beau subir des perturbations, tous ses points se retrouvent en moyenne sur une même droite perpendiculaire à l'écoulement. De plus, la principale différence entre le passage du choc dans ce réseau de fibres en quinconces et son équivalent homogène est la présence de courants turbulents, comme nous l'avons mentionné. Dans le domaine de l'astrophysique, Poludnenko *et al.* [53], avant d'étudier des réseaux aléatoires, se sont intéressés aux réseaux en quinconces d'inhomogénéités astrophysiques. Il ressort de cette étude que l'état du milieu choqué dépend de l'arrangement des fibres entre elles ainsi que de leur surface. La quantité de fibres et leur masse n'auraient aucune influence sur cet état. Dans le dernier chapitre de cette thèse, nous confirmerons cette observation. Nous avons fait varier les angles entre les fibres disposées en quinconces, ainsi que leur taux de présence. Nous remarquons effectivement des différences dans l'état du milieu choqué et les valeurs de $\frac{\Delta D}{D_h}$ selon les angles et le taux de présence des fibres. Poludnenko *et al.* ont également établi une distance critique entre les fibres qui définit la limite entre deux régimes. Si les fibres sont séparées d'une distance inférieure à cette distance critique, les vortex, créés par l'interaction du choc avec les fibres, interagissent entre eux. Dans le cas contraire, ils évoluent les uns indépendamment des autres. Ceci peut bien se concevoir en regardant la figure 1.6. On devine que si les fibres étaient plus rapprochées les unes des autres, les allées de vortex interagiraient les unes avec les autres et deviendraient indiscernables. Les allées de vortex sont les objets d'études analytiques, menées d'abord par Stuart en 1967 [63] puis par Mallier et Maslowe en 1993 [43]. Les allées de Stuart sont constituées d'une infinité de vortex identiques, tandis que Mallier et Maslowe s'intéressent à des rangées infinies de vortex contrarotatifs, c'est-à-dire, dont les sens de rotations sont alternés. Stuart considère une distribution de vitesse en $\tanh(y)$ pour un fluide se propageant dans la direction x . Il trouve une solution non linéaire résolvant les équations de Navier-Stokes en 2D incompressibles et nonmiscibles représentant une rangée infinie de vortex identiques. La fonction de courant correspondante satisfait l'équation de Liouville. Mallier et Maslowe ont repris la solution de Stuart en alternant les signes des vortex afin d'obtenir une rangée infinie de vortex contrarotatifs, ce qui donne une fonction de courant satisfaisant l'équation $\sinh$ -Gordon. Hazak *et al.* [23] se sont, eux, intéressés aux processus microscopiques mis en jeu durant la propagation d'un choc dans une mousse similaire à celle que nous étudions. Ils ont observé, qu'après l'interaction du choc avec une fibre, les valeurs de la pression et de la densité diminuent juste derrière le front de choc. Pour un milieu homogène de densité moyenne équivalente, les équations de choc, dites de Rankine-Hugoniot, prédisent des valeurs de pression et de densité plus élevées. Ils ont montré que ce phénomène de sous-compression est en fait dû à des corrélations entre les fluctuations de densité, pression et vitesse causées par l'hétérogénéité du milieu. Ils ont alors établi un système d'équations de choc tenant compte de ces fluctuations. Ce système peut donc être étendu au passage du choc dans un milieu hétérogène et est nommé équations de Rankine-Hugoniot généralisées. Ils expliquent également en détail pourquoi le choc se propage plus rapidement dans le milieu hétérogène. Tout se passe au niveau de l'interface de la fibre. L'interaction du choc avec cette interface va déposer de la vorticité $\vec{\omega} = \nabla \wedge \vec{u}$ derrière le choc, $\vec{u}$ étant la vitesse du fluide dans le milieu choqué. Ce dépôt de vorticité conduit à un stockage d'énergie cinétique, ce qui explique l'augmentation de vitesse du choc dans le milieu hétérogène.

Nous avons mentionné au début de cette partie la succession d'un régime cohérent

et d'un régime incohérent lors de la propagation d'un choc dans un réseau de fibres en quinconces. A notre connaissance, il n'a jamais été trouvé de corrélation évidente entre la cohérence des structures et l'augmentation des vitesses de choc. C'est pourquoi nous cherchons maintenant à simplifier le système de manière à n'observer qu'un seul régime cohérent, ce qui nous mène à disposer les fibres en carré.

Réseau de fibres carré

Le milieu étudié dans cette partie est représenté figure 4.1.

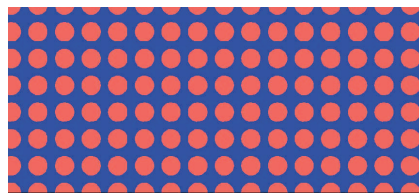


FIG. 1.9 – Réseau de fibres en carré

Sur la figure 1.10, le choc a détruit plusieurs rangées de fibres. Localement, le front de choc n'est pas plan, mais, en moyenne sur la hauteur de la boîte de simulation, il conserve sa raideur. Les structures obtenues derrière le front de choc, les allées de vortex, sont plus régulières que dans le cas des quinconces. Après une certaine distance derrière le choc, elles interagissent les unes avec les autres, créant une zone de mélange qui se continue par la formation de vortex de plus en plus grands.

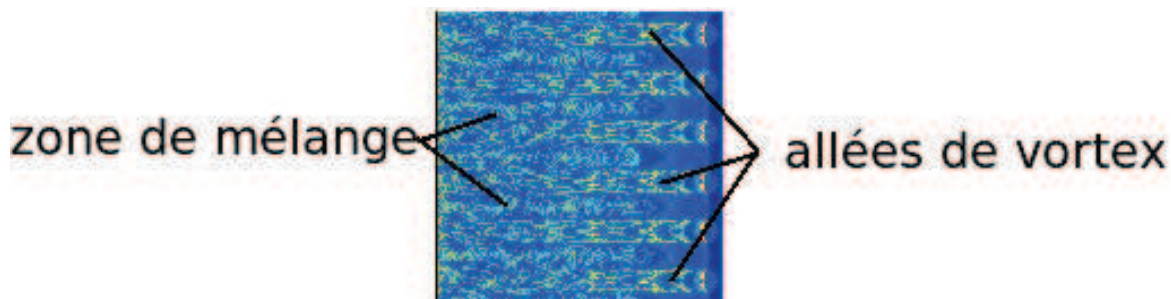


FIG. 1.10 – Propagation, de la gauche vers la droite, du choc dans le réseau carré de fibres

Cette étude fait l'objet du chapitre 4 et, en accord avec les travaux mentionnés jusqu'ici, nous observons une augmentation de la vitesse du choc dans ce milieu. Afin de décrire les mécanismes microscopiques qui causent la modification de la vitesse du choc, nous zoomons sur les processus mis en jeu lors de l'interaction du choc avec une seule fibre.

Une fibre

La figure 1.11 illustre une fibre de matériau lourd dans du léger, avant, pendant et après le passage du choc.

On voit que, lorsque le choc aborde la fibre, il se transmet dans le milieu lourd et se réfléchit dans le milieu léger derrière lui. Dans un premier temps, le front de choc reste plan dans le milieu léger, ensuite il se courbe jusqu'à prendre la forme d'une onde sphérique. L'enroulement de la matière forme des vortex en haut et en bas de la fibre. Ces vortex



FIG. 1.11 – De gauche à droite : une fibre avant, pendant et après le passage du choc.

sont contrarotatifs. Dans le cas d'une fibre lourde dans du léger, celui du haut tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, celui du bas dans le sens trigonométrique. Après le passage du choc, la fibre est détruite dans sa totalité, le lourd se mélange avec le léger grâce aux vortex qui persistent. Focalisons nous maintenant sur les phénomènes survenant à l'interface en observant l'interaction du choc avec la moitié supérieure de la fibre.

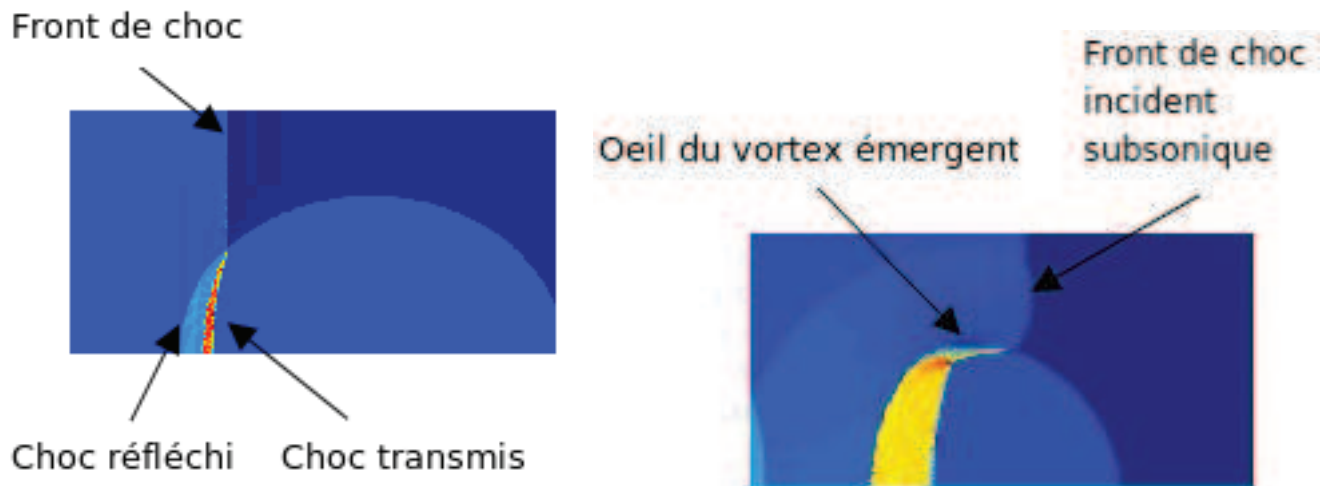


FIG. 1.12 – Passage de la réfraction régulière (à gauche) à la réfraction irrégulière (à droite).

Sur la figure 1.12 on reconnaît le front de choc, le choc transmis dans le lourd et le choc réfléchi dans le léger. On note la différence de forme du front de choc dans le fluide léger à ces deux instants. Comme nous l'avons observé ci-dessus, il est d'abord plan puis se courbe. Ce processus s'appelle le passage de la réfraction régulière à la réfraction irrégulière. Cette transition se fait à un endroit très précis de l'interface. Elle a lieu lorsque le front de choc dessine avec l'interface qu'il aborde un certain angle critique, l'angle sonique. Lorsque le front de choc et l'interface forment un angle inférieur à cet angle sonique, la réfraction est régulière et le front de choc est plan. Lorsqu'ils en forment un supérieur à l'angle sonique on qualifie la réfraction d'irrégulière et le front de choc se courbe. C'est un train d'ondes de raréfaction qui, lors de tout ce processus, se forme et remonte le long du front de choc en le courbant.

Le phénomène de sous-compression derrière le choc évoqué par Hazak *et al.* [23] se remarque bien ici. La pression étant plus faible à cet endroit, la matière s'enroule, par effet d'équilibrage des pressions, dans cette zone de basse pression, créant ainsi un vortex qui s'agrandit au fur et à mesure du passage du choc. Le front de choc, lui, se courbe toujours plus jusqu'à devenir une onde sphérique divergente. Cette onde se réfléchit irrégulièrement sur le mur du bas, créant une onde de Mach qui tend, à des instants ultérieurs, à redresser

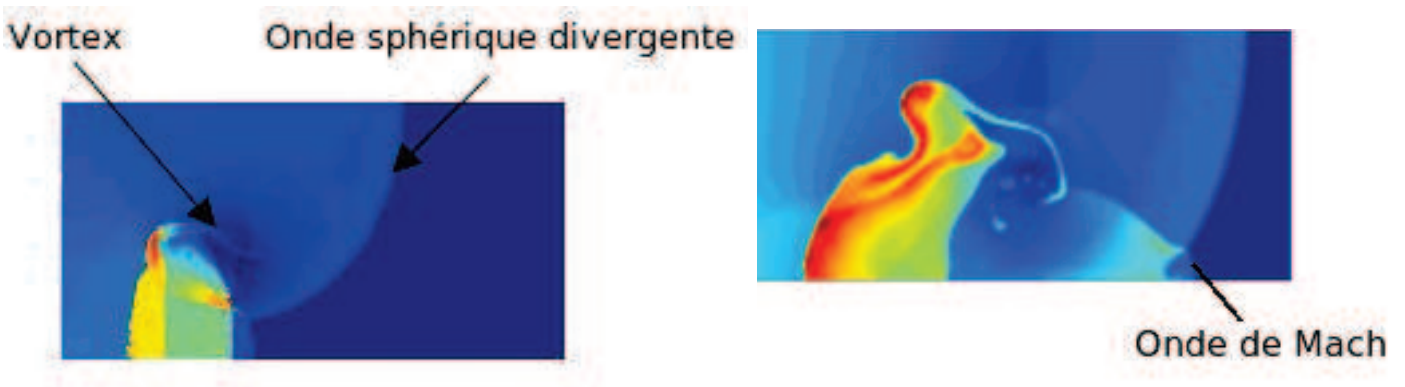


FIG. 1.13 – Réfraction irrégulière : vortex et onde de Mach.

le front de choc (figure 1.13).

Quand le rapport de densité est inversé, le choc passe d'un milieu lourd à un milieu léger (figure 1.14). On observe la formation d'un choc transmis et d'une onde de décompression

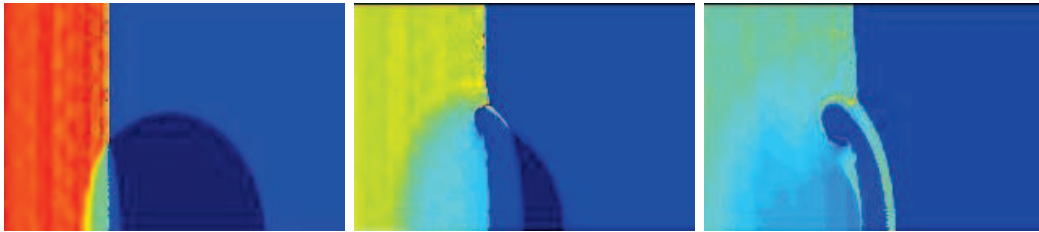


FIG. 1.14 – Réfraction régulière, irrégulière et vortex en formation pour une fibre légère plongée dans un fluide lourd.

réfléchi. On distingue à nouveau la réfraction régulière, puis une transition à la réfraction irrégulière. Seulement, la courbure du front de choc en réfraction irrégulière est très peu prononcée. La matière s'enroule dans le sens opposé au cas précédent, et le vortex tourne donc cette fois-ci dans le sens trigonométrique.

Quelque soit le rapport de densité, l'interaction du choc avec l'interface produit un dépôt de vorticité qui, comme nous le verrons plus tard, est à l'origine de l'augmentation de la vitesse de choc dans le milieu hétérogène. Ce dépôt de vorticité atteint sa valeur maximale lorsque les gradients de pression et de densité, au niveau de l'interface, sont perpendiculaires entre eux (figure 1.15). C'est l'effet barocline.

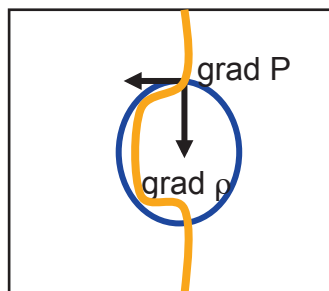


FIG. 1.15 – Baroclinicit  des gradients de pression et densité.

De nombreuses expériences d'interactions de choc avec des bulles de gaz ont été réalisées à faibles nombres de Mach. Dias *et al.* [17] ont numériquement fait propager un choc dans une bulle d'air dans de l'eau. Ils obtiennent des figures de réfraction très ressemblantes à la figure 1.14. Jacobs [30] a étudié, à l'aide d'un tube à choc, les effets du rapport de densité, entre un cylindre de gaz et son environnement, sur, entre autre, la forme des vortex créés par le passage d'un choc faible. Sur la figure 1.16, à gauche, le cylindre d'hélium est de plus faible densité que l'air qui l'entoure ; à droite, le cylindre de SF_6 est de densité plus élevée que l'air. Le choc se déplace de la gauche vers la droite et on observe, comme dans nos exemples numériques ci-dessus, que les vortex tournent dans un sens différent, selon que le cylindre est plus léger ou plus lourd que le milieu dans lequel il baigne.

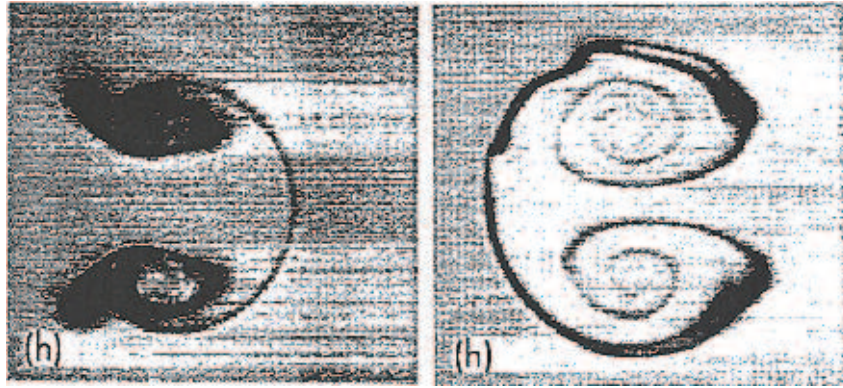


FIG. 1.16 – Interaction d'un choc faible avec un cylindre léger (à gauche) et un cylindre lourd (à droite) (figures tirées de [30])

Layes *et al.* [39] ont également utilisé un tube à choc pour propager un choc faible à travers une bulle d'hélium, une bulle d'azote et une bulle de krypton. Les trois bulles baignent dans de l'air à pression atmosphérique. Les deux déformations maximales, bien que très différentes l'une de l'autre, sont observées dans les cas où le rapport de densité entre la bulle et l'air sont élevés, c'est-à-dire dans les cas des bulles d'hélium et de krypton. La bulle d'azote, elle, de densité proche de celle de l'air, ne subit qu'une très faible altération. Haas et Sturtevant [22] ont réalisé des expériences sur tube à choc consistant à propager un choc à travers des bulles cylindriques et sphériques de léger dans du lourd, et inversement. Ils ont observé que la déformation de la bulle ainsi que les phénomènes de diffraction et réfraction diffèrent complètement selon que la fibre est légère ou lourde. Picone et Boris [48] simulent l'interaction d'un choc plan avec quatre types d'inhomogénéités : cylindriques, sphériques ; léger dans lourd, lourd dans léger. Ils s'intéressent aux mécanismes et à la phénoménologie de la production de vorticité après que le choc ait totalement interagi avec l'inhomogénéité. Les conditions initiales de leurs simulations sont choisies de manière à se rapprocher au maximum de celles de l'expérience de Haas et Sturtevant [22], qui est un excellent point de référence. Ils montrent que la vorticité est créée à l'interface entre l'inhomogénéité et le milieu environnant. Après le passage du choc, la vorticité interagit avec elle-même à travers le milieu environnant produisant des structures de vortex dépendant de la géométrie de l'inhomogénéité. Ils ont calculé la circulation analytiquement et numériquement afin d'étudier l'évolution de la vorticité selon les différents cas. Ranjan *et al.* [54] ont abordé expérimentalement l'interaction d'un choc faible avec une bulle d'hélium dans l'air ambiant et dans l'azote. A partir des vitesses de choc et de la bulle, des échelles de longueur ainsi que du calcul de la circulation, ils ont évalué la validité de différents modèles analytiques.

Samtaney et Zabusky [59] ont voulu quantifier la création de vorticité baroclinique dans des milieux sujets aux instabilités Richtmyer-Meshkov, en calculant la circulation le long d'interfaces planes, sinuso diales et circulaires. L'interface plane entre un milieu léger et lourd forme un certain angle compris entre 0 et 90 . Ils calculent analytiquement la circulation exacte pour le cas d'une réfraction régulière. Ils doivent y inclure une approximation sur l'angle entre l'interface et la direction de propagation du choc dans le cas d'une réfraction irrégulière. Samtaney *et al.* [58] ont complété l'étude en considérant le cas d'une interface lourd/léger. Samtaney et Zabusky [59] ont également développé une expression analytique pour le calcul de la circulation dans le cas d'une interface cylindrique et circulaire, validée numériquement.

Le bicouche

Comme nous nous intéressons à l'augmentation de la vitesse du choc dans le milieu hétérogène, et afin que celle-ci soit maximale, nous devons trouver une configuration qui maximise le dépôt de vorticité. Cela correspond à une interface plane, c'est à dire à un milieu bicouche. Nous superposons deux matériaux, l'un lourd et l'autre léger (figure 1.17).

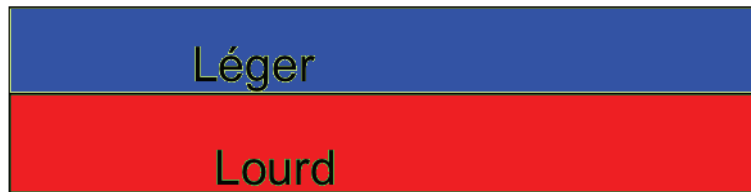


FIG. 1.17 – Géométrie maximisant le dépôt de vorticité.

Piron *et al.* [51] ont commencé à étudier cette géométrie en simulant la propagation d'un choc fort le long de l'interface entre les deux gaz dans une géométrie confinée. Ils ont trouvé que la différence relative des vitesses de choc entre bicouche et milieu homogène augmente avec l'épaisseur de la couche de matériau lourd et le rapport de densité. Dans le chapitre 3, nous décrivons une expérience sur tube à choc confirmant ces résultats. La figure 1.18 montre quelques images de simulation de propagation d'un choc dans deux couches de gaz superposées.

On retrouve sur la figure 1.18 des points communs avec l'interaction d'un choc et d'une fibre, tels que les chocs transmis et réfléchi, la courbure du front de choc, l'enroulement de la matière. La réfraction est dans cette configuration toujours irrégulière et le dépôt de vorticité derrière le choc est maximal. On distingue deux régimes d'écoulement. Le régime transitoire pendant lequel la figure de réfraction évolue et le régime asymptotique caractérisé par la stationnarité atteinte de l'écoulement. Une description beaucoup plus technique sera donnée dans le chapitre 3, une fois que les notions théoriques sur ce sujet auront été posées. Une remarque peut être faite ici. Sur le choc réfléchi, et légèrement sur le choc transmis, nous observons des irrégularités ressemblant à des marches d'escalier. Celles-ci pourraient être soit liées au maillage, donc d'origine numérique, soit physique, formées par l'instabilité de Kelvin-Helmholtz. Dans l'annexe du chapitre 1, nous étudions ces deux hypothèses afin de déterminer laquelle serait la plus probable. Nous trouvons que les deux phénomènes sont responsables des irrégularités observées.

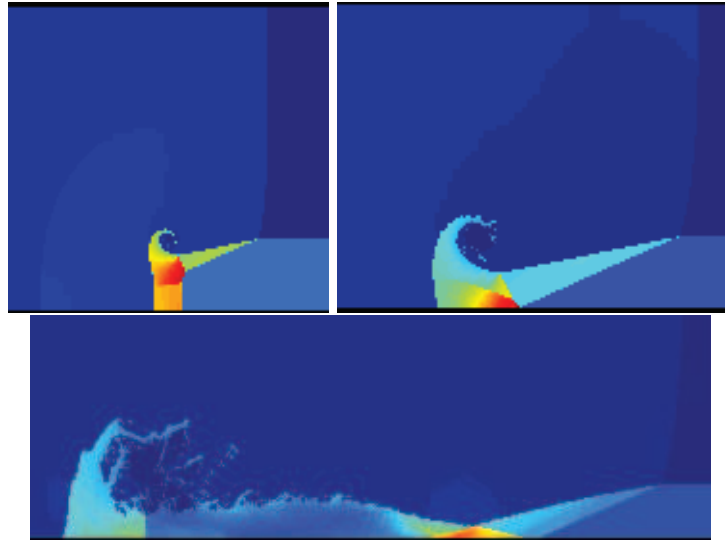


FIG. 1.18 – En haut, régime transitoire ($t=0.1\text{ms}$ et $t=0.2\text{ms}$) et en bas, régime asymptotique ($t=0.6\text{ms}$).

Expériences laser-mousse

Des expériences impliquant des mousses ont également été réalisées avec des lasers. En 2000, Batani *et al.* [5] étudient le rôle de la mousse dans le lissage du rayonnement laser sur la cible dans les premiers instants de l'irradiation laser (imprint). En créant des non-uniformités à l'aide de grilles, ils irradient, avec le laser néodyme du LULI à Palaiseau, des mousses de très faibles densités, allant de 30 à 200 mg/cm^3 . Ils observent que le transport thermique du plasma surcritique créé par l'interaction de la mousse avec les rayons X offre un lissage des non-uniformités du laser imprint de 100 %. En 2004, Koenig *et al.* [33] utilisent le même laser du LULI pour mesurer la vitesse du choc et la température dans deux mousses de faibles densités : 20 et 800 mg/cm^3 . Seule la mousse de 800 mg/cm^3 a donné des résultats. Ceux-ci sont en accord avec les tables SESAME. En 2006, Batani *et al.* [4] réalisent d'autres expériences à l'aide cette fois-ci du laser iode du PALS à Prague. Ils utilisent des mousses pour étudier l'accélération d'un choc se propageant dans un profil de densité décroissant, phénomène que l'on trouve lors d'explosion de supernovae. Ils montrent que l'accélération du choc dans ce cas suit un modèle isentropique.

Modèle analytique

Wouchuk *et al.* [67] ont proposé une approche analytique de l'interaction d'un choc plan avec un milieu perturbé. La perturbation est modélisée par un champ de vorticité aléatoire, en 2D et 3D. Ils ont linéarisé les équations d'onde du fluide compressé et les ont résolues exactement pour le cas où le choc se propage seul dans le fluide turbulent. Les équations de Rankine Hugoniot ont également été linéarisées et les solutions analytiques exactes ont été dérivées pour les quantités intéressantes, à savoir, les perturbations de pression du choc, les ondulations du choc, les composantes rotationnelles de la vitesse et la vorticité dans le fluide sous compression. Ils ont montré que la zone séparant le fluide au repos et la zone turbulente est sujette aux instabilités de Richtmyer-Meshkov et en ont calculé le taux de croissance. Les résultats sont généralisés à l'étude de l'interaction d'une onde de choc plane

avec un champ de vorticité isotropique 3D et 2D. Ce champ est décomposé en modes de Fourier, et chaque mode est supposé interagir indépendamment avec le front de choc. Ils ont montré que plus le fluide est compressible ($\gamma \rightarrow 1$) et le choc fort ($M \rightarrow \infty$), plus l'énergie cinétique turbulente diminue. En revanche, ils ne tirent aucune conclusion sur l'augmentation de la vitesse du choc provoquée par les inhomog nit s.

1.2 Le code HERA

L'ensemble des études numériques est mené grâce au code hydrodynamique HERA [32] qui se prête parfaitement à la simulation de la propagation d'un choc dans un milieu h r rog ne pour les raisons énumérées ci-dessous.

1.2.1 Description du code

Le code HERA présente deux gros intérêts pour nos études : d'une part il utilise un raffinement à maillage adaptatif (figure 1.19), ce qui permet de simuler des milieux de grande dimension tout en gardant une description précise du choc et des gradients très raides. D'autre part, il opère systématiquement une reconstruction d'interface dans les mailles mixtes, qui offre une advection presque non diffusive et donc la conservation des gradients de densité, indispensable pour notre étude. Nous utilisons les équations d'état des gaz parfaits en négligeant conduction thermique ainsi que viscosité. De plus, HERA est un code pseudo-eulérien, c'est à dire que chaque itération comporte une phase de dilatation lagrangienne du maillage, puis une phase de reproj ction. Ceci offre l'intérêt d'un bon rendu du choc uniquement possible en pratique avec un code lagrangien, tout en gardant une description détaillée des phénomènes de vorticité qui seraient plutôt du domaine de l'hydrodynamique eulérienne. Enfin, HERA utilise un schéma de type Godunov d'ordre 2.

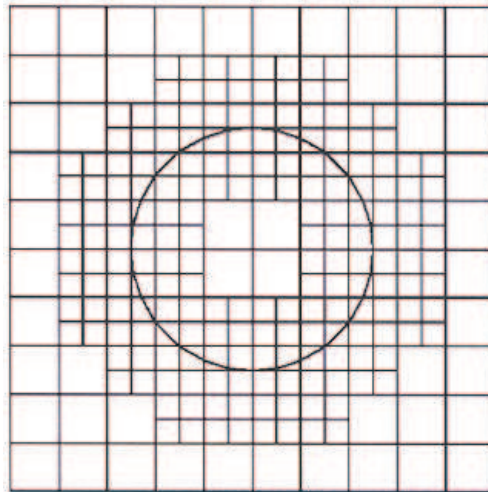


FIG. 1.19 – Raffinement à maillage adaptatif

1.2.2 Post-traitement

Un système de post-traitement des fichiers de sortie issus d'HERA a été développé. Ces fichiers de sortie sont du type UCD (Unstructured Cell Data) binaire. La première

étape du post-traitement consiste en la reprojection des grilles vers un maillage cartésien homogène de pas minimal, sans perte d'information. Le reste du traitement est effectué sous Matlab.

1.2.3 Configuration numérique

Avec HERA, nous avons pu réaliser des calculs simulant l'expérience sur un bicouche, décrite dans le chapitre 3. HERA a également été le support numérique de toute l'étude de la propagation d'un choc dans des réseaux de fibres, traitée dans les chapitres 4 et 5. Les deux configurations numériques, bicouche et réseaux de fibres, sont détaillées.

Bicouche

La modélisation du bicouche est représentée par la figure 1.20.

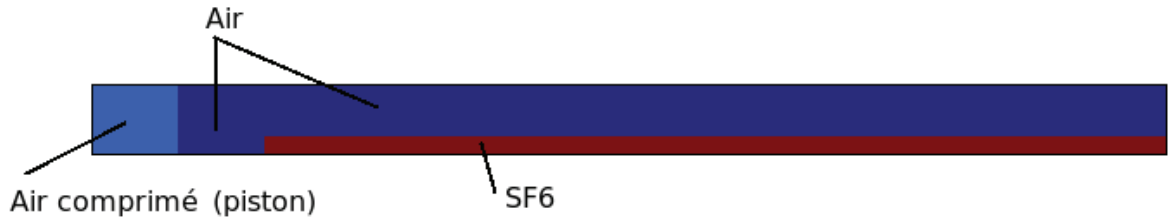


FIG. 1.20 – Modélisation numérique du bicouche visualisée avec Matlab

La boîte de simulation est conditionnée par trois murs, en haut, en bas, à droite et par un flux à gauche. L'air comprimé sur le mur de gauche a un rôle de piston. Il se déplace de la gauche vers la droite à faibles nombres de Mach, compris entre 1,1 et 1,8. Le bicouche, milieu immobile initialement, est composé d'air et de SF_6 . L'air du bicouche a une densité initiale de $1,163 \text{ kg/m}^3$, une masse molaire $M = 29 \text{ g/mol}$ et un coefficient adiabatique $\gamma = 1,4$. La densité initiale du SF_6 est de $5,856 \text{ kg/m}^3$, sa masse molaire est $M = 146 \text{ g/mol}$ et son coefficient adiabatique vaut $\gamma = 1,09$. Les deux gaz sont à une pression initiale de 10^5 Pa et à une température de 300 K . Le taux de présence ξ du SF_6 correspond tout simplement à la hauteur de la couche de SF_6 par rapport à la hauteur totale de la boîte de simulation.

Réseaux de fibres

Voici sur la figure 1.21 deux exemples de réseaux de fibres disposées en carré et en quinconces.

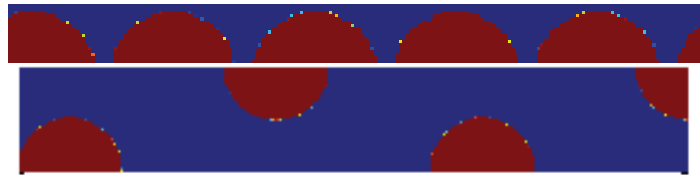


FIG. 1.21 – Modélisations numériques des réseaux de fibres en carré (en haut) et en quinconces (en bas) visualisées avec Matlab.

La boîte de simulation est confinée par trois conditions de mur en haut, en bas et à gauche. Une condition de flux à 40 km/s entrant par la droite lui est affectée. Le choc est créé par l'écrasement du milieu sur le mur de gauche et se propage de la gauche vers la droite à des nombres de Mach de quelques milliers. La pression initiale du milieu est fixée à 10^5 Pa. Le rapport de densité, les coefficients adiabatiques ainsi que le taux de présence des fibres varient suivant les études réalisées. Nous obtenons différentes valeurs du taux de présence tout simplement en faisant varier l'intervalle entre les fibres. Cette configuration bénéficie d'un référentiel atypique. Il est souvent plus courant d'étudier la propagation d'un choc dans son propre référentiel ou dans celui du laboratoire. Toutefois, dans notre cas, afin d'éviter l'advection de la matière sous choc et donc, les risques de diffusion qui en résultent, il est plus intéressant de se placer dans le référentiel du fluide sous choc. Le fluide pré-choc est alors advecté sur un grand nombre de maille sans diffusion, tandis que le fluide sous choc reste presque statique. Cela lui évite aussi de sortir trop vite de la boîte de simulation.

Pour conclure, nous prenons le parti de modéliser la mousse, dans un premier temps, très simplement, en bicouche, puis nous complexifions cette modélisation en considérant des fibres de CH disposées en réseau carré, puis quinconces, dans le DT. Le code HERA nous permet de décrire très précisément l'interaction d'un choc avec cette mousse modélisée de diverses manières. Les simulations numériques préliminaires et les études menées par le passé sur ce sujet nous ont déjà permis, dans ce chapitre, de survoler qualitativement une grande partie de la physique impliquée dans cette thèse.

Annexe du chapitre 1

Annexe A

Kelvin-Helmholtz et raffinement du code HERA

A.1 Instabilité de Kelvin-Helmholtz ou effet du maillage ?

Dans le cas du bicouche, nous observons avec le code HERA, au niveau de l'interface du choc réfléchi, des irrégularités en forme de marches d'escalier (figure A.2). Deux phénomènes peuvent en être la cause : l'instabilité de Kelvin-Helmholtz ou le maillage. L'instabilité de Kelvin-Helmholtz a été étudiée au 19ème siècle par les physiciens Lord Kelvin et Hermann Ludwig von Helmholtz. Ils ont montré que, lorsque deux fluides superposés et thermiquement stables se déplacent à des vitesses différentes, un flot turbulent transversal à l'interface est engendré par la différence de vitesse, si celle-ci atteint une certaine valeur critique. Un cisaillement entre les deux fluides, ainsi qu'une rotation, se créent (figure A.1).



FIG. A.1 – Formation de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz

Dans le cas du bicouche que nous avons étudié numériquement, la différence de vitesse entre le front de choc et le milieu au repos est importante, ce qui concorderait avec l'explication du développement de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz. Cependant, nous pourrions également attribuer ces irrégularités au maillage. Ainsi nous observons dans la suite les effets des différentes manières de raffiner le maillage.

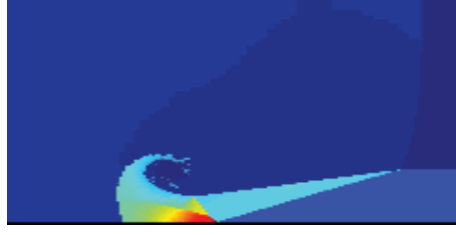


FIG. A.2 – Irrégularités en forme de marches d’escalier observées sur le bicouche avec HERA.

A.2 Le raffinement du code HERA

Pour étudier le raffinement du code HERA, nous avons effectué au total huit simulations d’un choc faible se propageant dans deux couches de gaz superposées. Pour les quatre premières simulations (figure A.3), le nombre de mailles verticales est fixé à 20, tandis que pour les quatre autres il s’élève à 50 (figure A.4). Dans les deux groupes de simulations, l’AMR raffine, de haut en bas sur les figures A.3 et A.4, d’abord 2 fois en $2*2$ cellules soit $(2*2)^2=16$, puis 3 fois en $2*2$ cellules soit $(2*2)^3=64$, ensuite 2 fois en $3*3$ cellules soit $(3*3)^2=81$ et enfin 3 fois en $3*3$ cellules soit $(3*3)^3=729$. Nous remarquons que plus le maillage s’affine, plus la taille des marches d’escaliers se réduit. Malgré cela, sur la dernière image de la figure A.4, nous observons des irrégularités plus fines que les marches d’escalier qui sont sûrement dues à l’instabilité de Kelvin-Helmoltz.

Afin de vérifier l’influence du maillage sur la vitesse de propagation du choc, nous avons tracé la figure A.5. Pour chaque niveau de raffinement nous avons considéré sur le graphe A.5 le nombre de mailles maximal. On note que la majorité des points correspondent à une vitesse de choc comprise entre 483 et 484 m.s^{-1} . Le point le moins raffiné se trouve bien en dessous de la moyenne générale. Ceci pourrait être dû au fait que les mailles, étant trop grandes, ne détectent les vortex qu’à partir d’une certaine taille. Par conséquent, moins de vortex que dans les autres cas seraient pris en compte et ceci influencerait la vitesse du choc. Au terme de cette analyse du raffinement, nous choisissons comme niveau de raffinement, pour la grande partie des simulations effectuées dans cette thèse, un compromis entre une qualité d’image et de résultats satisfaisante et une durée de simulation correcte, soit 20 mailles initiales verticales et un niveau de raffinement de $(2*2)^3$ ou de $(3*3)^2$.

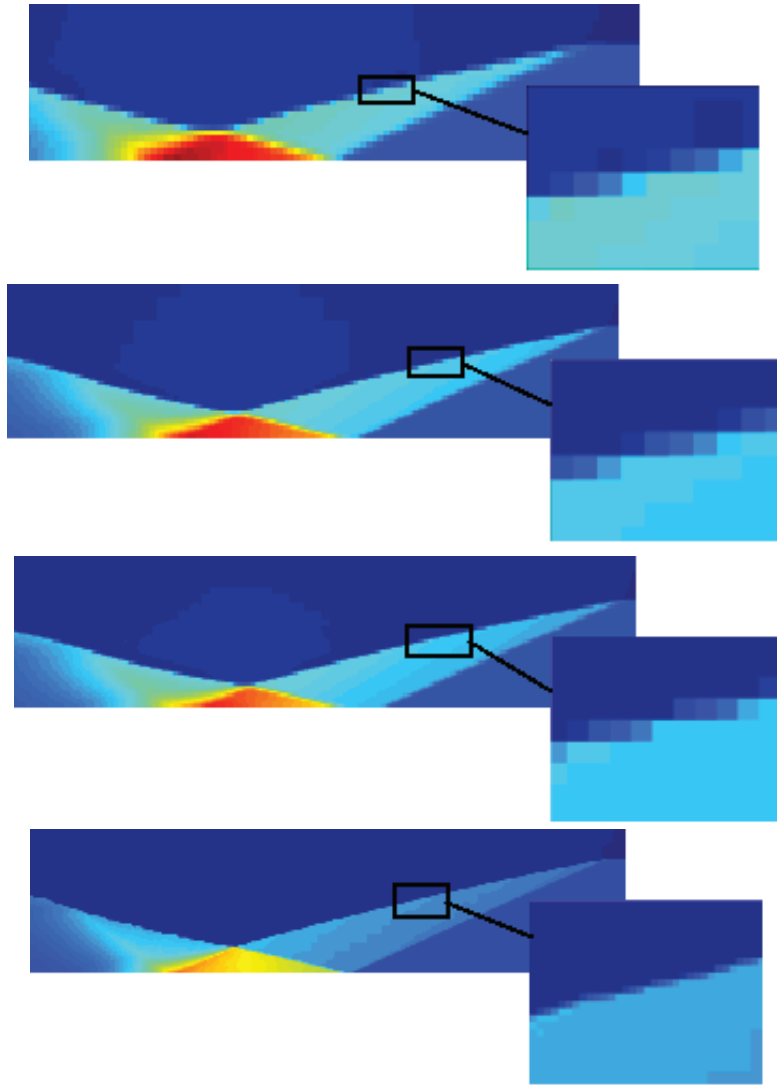


FIG. A.3 – 20 mailles verticales ; raffinement, dans l'ordre : $(2*2)^2$, $(2*2)^3$, $(3*3)^2$ et $(3*3)^3$.

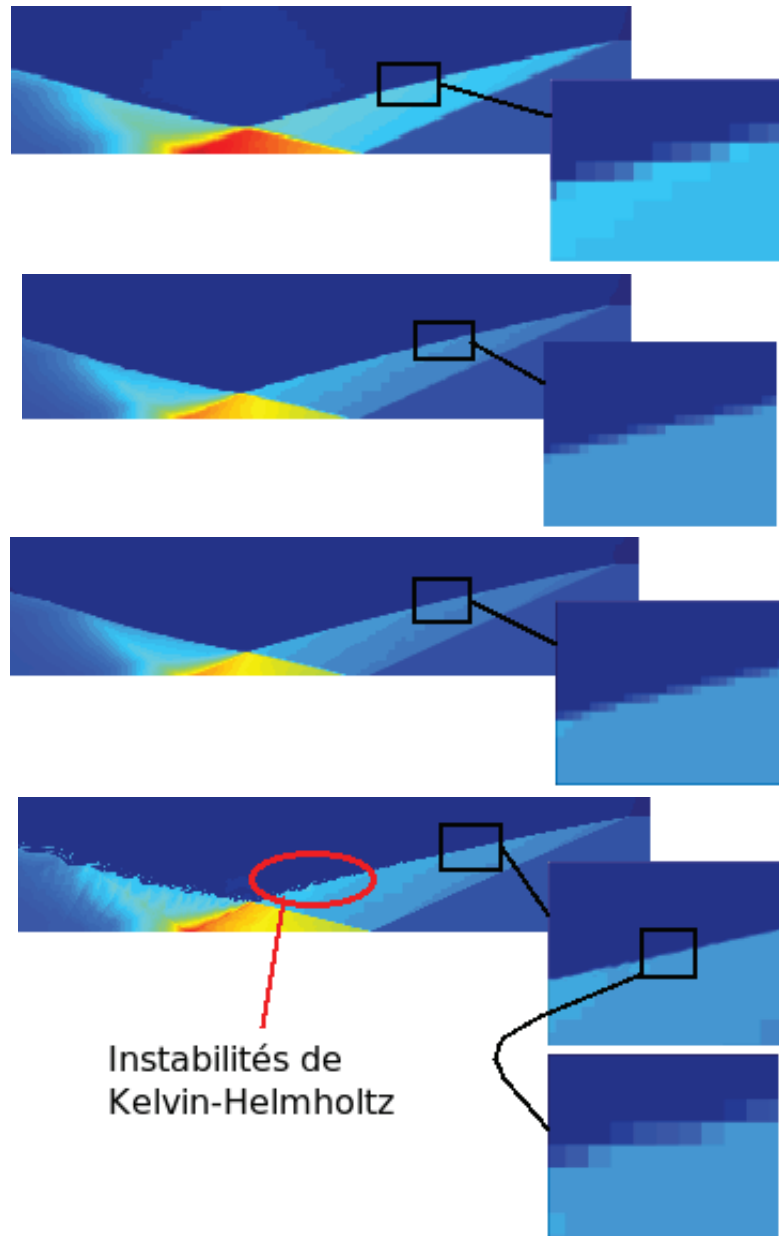


FIG. A.4 – 50 mailles verticales ; raffinement, dans l'ordre : $(2*2)^2$, $(2*2)^3$, $(3*3)^2$ et $(3*3)^3$.

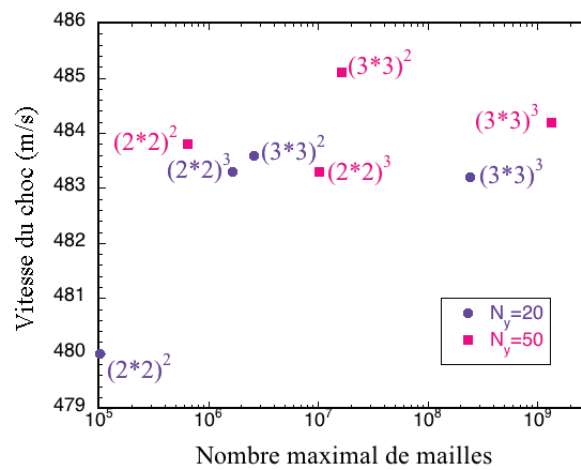


FIG. A.5 – Vitesses du choc en fonction du nombre maximal de mailles selon différents niveaux de raffinement.

Chapitre 2

Vortex et chocs : théorie et modèles

Dans ce chapitre, nous insistons sur les principes fondamentaux de la physique qui englobent l'étude de la propagation d'un choc dans un milieu hétérogène. Nous nous intéressons d'abord à l'hydrodynamique, présente devant et derrière le choc, puis à la détonique, qui décrit le choc et les phénomènes de réfraction qui en découlent. Deux modèles analytiques sont présentés : celui de Hazak et al. [23], qui considère une moyenne spatiale des fluctuations des grandeurs devant et derrière le choc à partir des relations de Rankine-Hugoniot, et celui de Saurel et al. [60], qui, dans les équations de la turbulence, prend en compte le dépôt de vorticité derrière le choc.

2.1 Hydrodynamique

Nous débutons cette partie par des rappels de mécanique des fluides. Nous reposons les équations de conservation de la masse, quantité de mouvement et énergie. Ensuite, les notions de vorticité et turbulence abordées au chapitre 1 seront développées et approfondies. Les ouvrages [42], [20], [40] et [37] ont inspiré ce qui suit.

2.1.1 Les équations de conservation

Nous donnons ici les équations de conservation décrivant le milieu que nous étudions. $\vec{u}$ est la vitesse du fluide, ρ sa masse volumique, p la pression et e_i l'énergie interne. Les vitesses de fluides étant très élevées, le nombre de Reynolds atteint plusieurs milliers. Nous pouvons donc négliger les effets de la viscosité et de la gravité. La manière d'obtenir ces équations est décrite en détail dans l'annexe de ce chapitre.

Conservation de la masse :   quation de continuité

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{u} = 0} \quad (2.1)$$

Conservation de la quantité de mouvement :   quations d'Euler

$$\boxed{\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \otimes \vec{u}) = -\nabla p} \quad (2.2)$$

Conservation de l'énergie

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} + \rho e_i \right) = -\nabla \cdot \left[\vec{u} \left(\frac{\rho u^2}{2} + p + \rho e_i \right) \right]} \quad (2.3)$$

2.1.2 La vorticité

Définition

La vorticité ω se définit comme le rotationnel du vecteur vitesse :

$$\vec{\omega} = \nabla \wedge \vec{u} \quad (2.4)$$

Elle intervient dans les fluides visqueux et les écoulements turbulents. Ces derniers peuvent être considérés comme la superposition d'une translation moyenne et de mouvements de rotation locale. La vorticité est à l'origine d'écoulements tourbillonnaires, ou vortex, d'échelles de tailles très variables. En effet, on trouve des vortex aussi bien dans les trombes atmosphériques que dans l'hélium superfluide ou tout simplement lors de vidange de nos lavabos et baignoires.

Equation d'évolution de la vorticité

L'évolution de la vorticité est décrite par l'équation suivante, dont le développement se trouve en annexe de ce chapitre :

$$\boxed{\frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{\omega}}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho^3} (\nabla \rho \wedge \nabla p)} \quad (2.5)$$

On retrouve ici la cause de l'origine de la vorticité abordée au chapitre pr  c  dent : l'effet barocline, traduit dans l'équation d'évolution de la vorticité par le terme $\nabla \rho \wedge \nabla p$. Celui-ci signifie un défaut d'alignement des gradients de pression et densité, le premier étant lié à l'effort qui s'exerce sur le fluide, le second à sa masse inerte. Quand ces gradients deviennent perpendiculaires entre eux, la vorticité atteint sa valeur maximale.

Circulation dans les écoulements compressibles

Une autre manière d'étudier la dynamique de la vorticité consiste à examiner comment varie la circulation sur un contour fermé quelconque tracé dans le fluide et entraîné avec lui. Rappelons d'abord le théorème de la circulation, ou le théorème de Kelvin, s'appliquant aux fluides de viscosité nulle, incompressibles et dont les forces extérieures dérivent d'un potentiel :

$$\frac{d}{dt} \left[\int_C \vec{u} \cdot d\vec{l} \right] = 0 \quad (2.6)$$

Le théorème de Kelvin exprime que la circulation sur un contour fermé C , dont chacun des points se déplace avec la vitesse qu'a le fluide en ce point, reste constante, si les conditions énumérées ci-dessus sont vérifiées. $d\vec{l}$ représente un élément de longueur du contour C .

Les fluides considérés dans notre étude sont compressibles. Ils ne vérifient donc pas toutes les conditions nécessaires au théorème de Kelvin, ce qui implique que la circulation le long d'un contour matériel n'est plus constante. L'équation de la circulation devient dans notre cas :

$$\frac{d}{dt} \left[\int_C \vec{u} \cdot d\vec{l} \right] = \int_C \frac{d\vec{u}}{dt} \cdot d\vec{l} = - \int_C \frac{\nabla p}{\rho} \cdot d\vec{l} \quad (2.7)$$

On a utilisé l'équation d'Euler sous la forme $\frac{d\vec{u}}{dt} = -\frac{\nabla p}{\rho}$. Nous calculerons la circulation totale déposée par le choc après interaction avec une fibre dans la partie dédiée aux chocs, après avoir développé les équations de choc nécessaires à ce calcul. Notons qu'en appliquant la formule de Stokes sur la définition de la circulation, on trouve :

$$\frac{d}{dt} \left[\int_C \vec{u} \cdot d\vec{l} \right] = \frac{d}{dt} \iint_S \nabla \wedge \vec{u} \cdot \delta s \vec{n} = \frac{d}{dt} \iint_S \vec{\omega} \cdot \delta s \vec{n} \quad (2.8)$$

δs est un élément de surface. Le calcul de la circulation revient donc à déterminer le dépôt de vorticité sur une surface.

Les allées de tourbillons

Revenons à une observation faite au chapitre 1. Lorsque le choc traverse des réseaux carrés ou en quinconces de fibres, des allées de tourbillons, ou vortex, s tablissent derrière le front de choc sur une certaine distance. Elles s vaporent ensuite en une zone de mélange où les petits vortex s'assemblent pour en former des plus gros. Réfléchissons sur les conséquences de ces allées de vortex et de l'interaction des vortex entre eux sur l'écoulement. Deux principales considérations sont à prendre en compte. Tout d'abord la distance entre les vortex détermine si ceux-ci vont pouvoir interagir entre eux ou non. Ensuite, le sens de rotation des tourbillons a un rôle primordial sur les modifications apportées à l'écoulement. Sur la figure 2.1, le signe + indique une rotation dans le sens trigonométrique, le signe - correspond au sens des aiguilles d'une montre. La figure 2.1 montre que quand

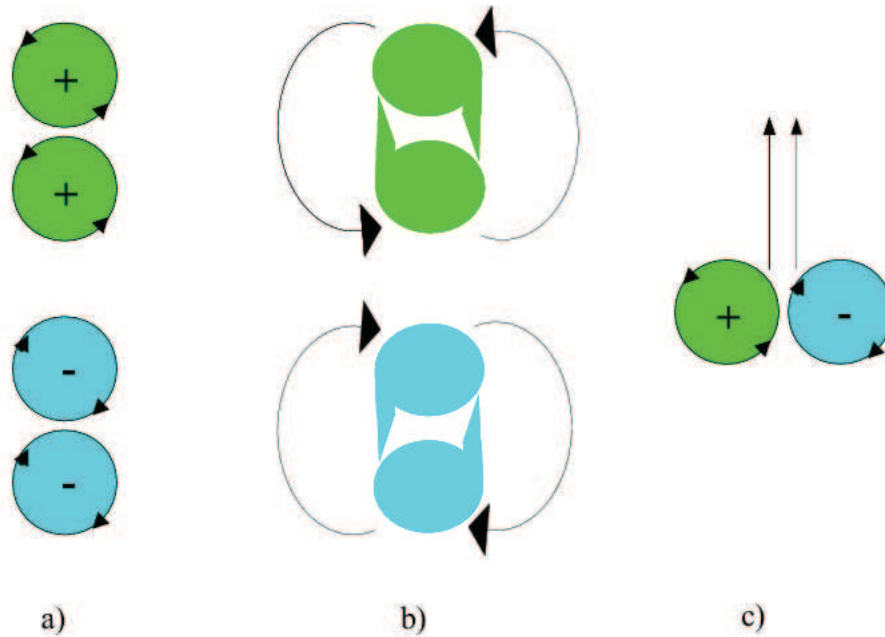


FIG. 2.1 – Conséquence du sens de rotation des tourbillons

deux tourbillons de même signe se rapprochent suffisamment pour pouvoir interagir entre eux, ils ont tendance chacun à entraîner l'autre dans leur propre mouvement induit, et donc à tourner l'un autour de l'autre (figure 2.1a). La vitesse angulaire de rotation étant

inversement proportionnelle au carré de la distance à l'axe de rotation, le côté intérieur de chaque tourbillon tournera plus vite que le côté extérieur. Il en résulte que, même si les tourbillons ont initialement une forme plus ou moins ronde, ils vont développer des queues de vorticité (figure 2.1b). Après un certain temps, cet appariement de tourbillons de même signe conduit à la formation d'un tourbillon de taille double, de même vorticité au centre, et avec des bras spiraux. Les galaxies sont des exemples de très grande échelle de tels vortex. Inversement, lorsque deux tourbillons de signe opposé interagissent entre eux, ils tendent à s'entraîner par induction mutuelle dans la même direction, et à voyager en couple (figure 2.1c). Le fluide est alors comme aspiré entre les deux vortex, dans le sens induit par la rotation de ceux-ci. Sur la figure 2.2, sont représentés les deux vortex de sens opposé résultant de l'interaction d'un choc avec une fibre. Quand le choc interagit avec une rangée de fibres, il laisse donc derrière lui deux allées de vortex, comme sur la figure 2.3. Les tourbillons d'une même allée tournent dans le même sens et c'est de leurs asso-

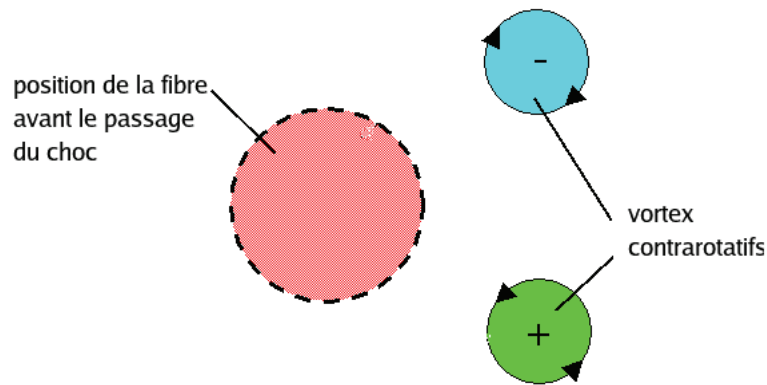


FIG. 2.2 – Sens des vortex résultants de l'interaction choc-fibre. Le choc se propage de la gauche vers la droite.

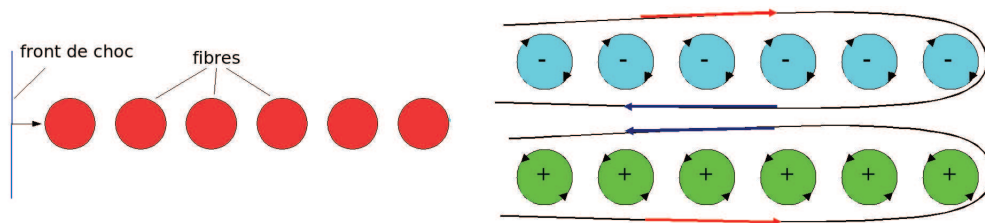


FIG. 2.3 – Allées de vortex (  droite) résultantes de l'interaction du choc avec une rangée de fibres (  gauche). Le choc se propage de la gauche vers la droite.

ciations que naissent les plus gros tourbillons. Les tourbillons d'allées adjacentes tournent dans des sens opposés d'une allée à l'autre. En fonction de la distance entre les allées, les conséquences en sont différentes. Sur la figure 2.4, à gauche les rangées de fibres en quinconces sont suffisamment éloignées pour que l'écoulement soit ordonné entre les allées de vortex. Cette configuration est constructive.   droite de la figure 2.4, les rangées de fibres sont très rapprochées les unes des autres, les flèches bleues et rouges se superposent. Cette opposition dans le sens des vitesses de l'écoulement détruit la cohérence. C'est une configuration destructive.

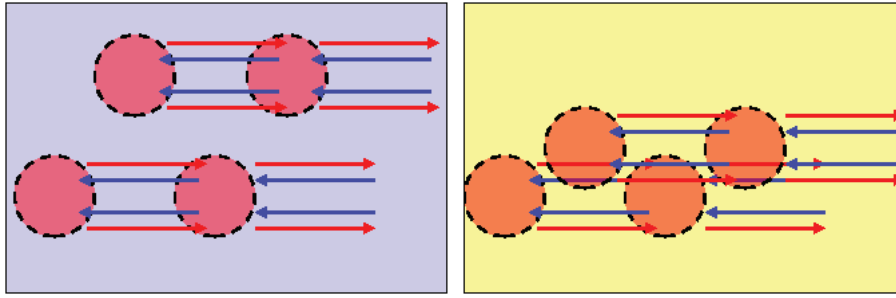


FIG. 2.4 – Configuration constructive (à gauche) et destructive (à droite).

Les amas de tourbillons

Après avoir décrit les effets de l'interaction de deux tourbillons, puis de deux rangées de tourbillons, nous examinons maintenant le cas d'un regroupement de tourbillons. Dans cette partie nous représentons les vortex par quatre flèches encadrant le signe de leur sens de rotation. Sur la figure 2.5, nous considérons trois configurations différentes d'amas de tourbillons. Chaque configuration comprend neuf vortex. Dans la première, ils sont tous de même signe (figure 2.5a), dans la deuxième configuration les rangées sont de signe alterné (figure 2.5b) et dans la troisième tous les voisins d'un vortex sont de signe opposé à celui de ce dernier (figure 2.5c). La figure 2.5b correspond au cas de gauche de la figure 2.4 et la figure 2.5c à celui de droite. Dans le premier cas, on remarque sur la figure 2.5a un

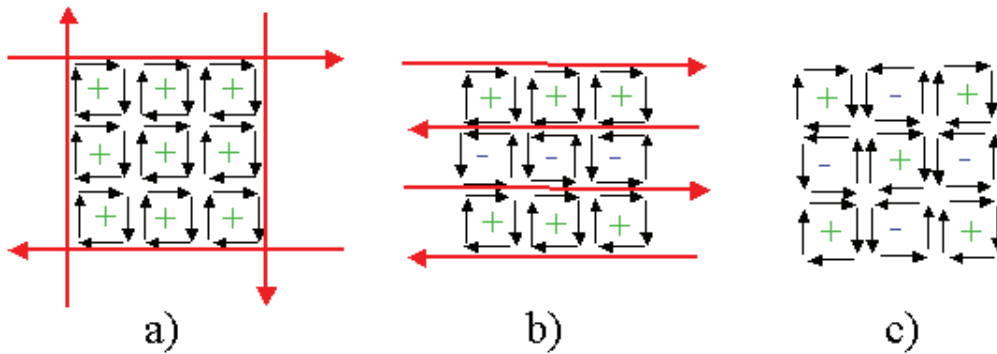


FIG. 2.5 – Trois configurations différentes d'amas de tourbillons.

mouvement de rotation de l'ensemble, indiqué par les flèches rouges, dans le même sens que celui des vortex de l'amas. Ceci conduit à un rassemblement de tourbillons pour n'en former qu'un seul. Si toutefois les vortex étaient trop rapprochés les uns des autres, la configuration deviendrait destructive. Du deuxième cas (figure 2.5b), il en sort des couches de cisaillement, comme décrit précédemment. Ici aussi les tourbillons doivent être à une certaine distance les uns des autres afin de maintenir une configuration constructive. Le dernier cas peut être observé dans les réseaux carrés de fibres. Sur la figure 2.5c on ne distingue aucune direction dominante du mouvement. Donc si les vortex sont suffisamment distants, ils continuent à tourner indépendamment les uns des autres. Dans le cas contraire, il est difficile de prévoir l'avenir de la structure à cause de l'absence de cohérence et de la probable transition à la turbulence.

Les notions qui viennent d'être abordées nous permettent d'introduire la turbulence.

En effet, la dynamique de la vorticité et du tourbillon présente probablement l'aspect le plus physique de la turbulence, dont les vortex sont les éléments constitutifs.

2.1.3 La turbulence

La turbulence se manifeste dans des fluides proches de nous, comme par exemple l'eau des torrents et des océans, l'air dans le sillage des voitures et des avions, mais aussi plus lointains, tels que la tâche rouge de Jupiter ou la granulation solaire. Nous présenterons ici les équations de base qui la régissent, puis exposerons la théorie de Kolmogorov en 3D et enfin discuterons de la turbulence en 2D, afin de l'adapter à notre étude.

A) Les équations de base

a) Description statistique des écoulements turbulents et dérivation des valeurs moyennes

Les écoulements turbulents présentent des fluctuations aléatoires de la vitesse. Plutôt que de chercher à décrire la vitesse en tout point $\vec{r}(x, y, z)$ à tout instant t , on s'intéresse à la probabilité d'obtenir certaines vitesses en un certain nombre de points bien choisis. Pour cela on cherche à déterminer les moments de cette distribution de probabilité ainsi que les fonctions de corrélation entre les fluctuations de la vitesse en des points voisins. Les variables décrivant le fluide en écoulement turbulent (vitesse, pression...) sont décomposées en des valeurs moyennes et des fluctuations de valeur moyenne nulle liées à la turbulence. Pour les fluides incompressibles on utilise la décomposition de Reynolds qui, sur la composante u_i de la vitesse donne :

$$u_i = \bar{u}_i + \delta u_i \text{ avec } \delta \bar{u}_i = 0 \text{ et } i \in [x, y, z] \quad (2.9)$$

Nous nous intéressons à l'écriture des lois qui régissent les variations de la moyenne $\bar{u}_i$ et celles des corrélations entre les composantes δu_i des fluctuations. En toute rigueur, pour déterminer ces valeurs moyennes, il faudrait produire un grand nombre de réalisations du même écoulement pour des conditions initiales et des géométries identiques, et effectuer une moyenne d'ensemble sur des valeurs obtenues sur toutes les réalisations. Cela n'est en pratique guère réalisable. C'est pourquoi on suppose que la turbulence vérifie l'hypothèse d'ergodicité : si on attend un temps assez long, l'écoulement passe par tous ses  tats possibles, et le temps passé dans chacun d'eux est proportionnel à sa probabilité. On en déduit la définition suivante de la composante $\bar{u}_i$ de la vitesse moyenne de la vitesse d'écoulement en un point $\vec{r}(x, y, z)$ donné :

$$\bar{u}_i(\vec{r}, t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_i(\vec{r}, t') dt' \quad (2.10)$$

T est la durée d'observation, elle doit être grande devant le temps caractéristique τ des fluctuations de vitesse les plus lentes associées aux mouvements turbulents, mais plus courte que le temps d'évolution à grande échelle de l'écoulement global. La moyenne des moments supérieurs de la distribution de probabilité des vitesses indique comment sont reliées entre elles les vitesses instantanées en des points et des temps différents. Ces moments caractérisent donc les corrélations spatio-temporelles. On utilise le plus souvent des moments d'ordre 2 centrés, calculés sur les fluctuations par rapport aux valeurs moyennes :

$$b_{ij}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_1, t_2) = \overline{(u_i(\vec{r}_1, t_1) - \bar{u}_i(\vec{r}_1, t_1))(u_j(\vec{r}_2, t_2) - \bar{u}_j(\vec{r}_2, t_2))} \quad (2.11)$$

On a vu que la valeur moyenne des fluctuations $\delta u_i = u_i - \bar{u}_i$ est nulle. Cependant, leurs valeurs en des instants t_1 et t_2 proches et en des points voisins $\vec{r}_1$ et $\vec{r}_2$ sont corrélées, b_{ij} n'est donc pas nul. Dans le cas contraire, si les composantes δu_i sont en deux points éloignées ou à des intervalles de temps élevés, elles ne sont pas corrélées et b_{ij} sera nulle.

En fluide compressible, la décomposition de Reynolds n'est pas tout à fait adaptée car il faut également considérer les fluctuations de la masse volumique : $\rho = \bar{\rho} + \delta\rho$. Nous allons donc utiliser la décomposition de Favre, basée sur des moyennes pondérées par rapport à la masse volumique. La vitesse u_i se décompose, selon Favre :

$$u_i = \tilde{u}_i + u'_i \text{ avec } u'_i = \delta u_i - \frac{\delta\rho\delta u_i}{\bar{\rho}} \quad (2.12)$$

Moyennée par Favre, $\tilde{u}_i$ s'exprime ainsi :

$$\tilde{u}_i(\vec{r}, t) = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \rho u_i(\vec{r}, t') dt' \quad (2.13)$$

La moyenne des fluctuations est nulle : $\tilde{u}'_i = 0$

Maintenant, en décomposant les variables turbulentes pour les fluides compressibles, donc selon Favre, nous obtenons les équations de base de la turbulence à partir des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie en 2D. Dans un premier temps, nous considérerons la viscosité non nulle, afin d'en comprendre le rôle dans le phénomène de turbulence. L'établissement de chacune des trois équations suivantes est décrit dans l'annexe de ce chapitre.

b) Equation de la masse

$$\boxed{\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_j)}{\partial x_j} = 0} \quad (2.14)$$

c) Equation de la quantité de mouvement

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}u'_i u'_j) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}u'_i u'_i) = \\ -\frac{\partial}{\partial x_i}\bar{p} + \bar{\rho}\nu\frac{\partial^2}{\partial x_j^2}\tilde{u}_i + \bar{\rho}f_i \end{aligned}} \quad (2.15)$$

avec $\bar{p} = (\gamma - 1)\bar{\rho}\tilde{e}_i$.

Le terme $\tau = -\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j$ s'appelle le tenseur de Reynolds ou le tenseur des contraintes turbulentes. Il caractérise la corrélation entre des composantes instantanées de la vitesse fluctuante et rend compte du transport par les fluctuations turbulentes. Les composantes non diagonales $\tau_{i \neq j}$ jouent un rôle plus important que les composantes diagonales τ_{ii} . Elles correspondent en effet à des contraintes de cisaillement qui facilitent l'apparition de nouveaux mouvements de rotation et permettent ainsi de maintenir élevé le rotationnel de la vitesse et de faire apparaître de nouveaux tourbillons.

d) Equation de la conservation de l'énergie cinétique

Dans un écoulement turbulent, il faut considérer l'énergie de l'écoulement moyen et l'énergie des fluctuations turbulentes. Nous donnons ici l'équation de conservation de l'énergie cinétique seulement. Les termes liés à l'énergie interne sont volontairement omis.

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} (\widetilde{u_i^2} + \overline{u_i'^2}) + \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\bar{\rho}}{2} (\widetilde{u_i^3} + \widetilde{u_i u_i'^2} + 2\widetilde{u_i \overline{u_i'^2}}) \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\bar{\rho}}{2} (\widetilde{u_j u_i^2} + \widetilde{u_j \overline{u_i'^2}} + 2\widetilde{u_i \overline{u_j u_i'}}) \\ = - \frac{\partial(\bar{p} \widetilde{u_i})}{\partial x_i} - \frac{\partial(\bar{p} \widetilde{u_j})}{\partial x_j} \end{aligned}} \quad (2.16)$$

Le terme $\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \widetilde{u_i \overline{u_i' u_j'}}$ représente le transfert d'énergie entre l'écoulement moyen et les fluctuations turbulentes. Il fait intervenir à la fois le gradient de vitesse de l'écoulement moyen et le tenseur de Reynolds du transport de quantité de mouvement par les fluctuations turbulentes.

e) Transport de la vorticité dans un écoulement turbulent

On peut décomposer la vorticité ω sous la forme $\omega_i = \widetilde{\omega}_i + \omega_i'$. En valeur absolue, les termes fluctuants ω_i' sont en général beaucoup plus élevés que les termes $\widetilde{\omega}_i$. Nous nous intéresserons dans le chapitre 5 à ω_i' , ou plutôt, comme ces composantes sont en moyenne nulles, à l'enstrophie $\omega_i'^2$.

f) Description du flux turbulent par une analyse thermodynamique (Saurel *et al.* [60])

Dans la référence [60], Saurel *et al.* proposent une description du flux turbulent par une analyse thermodynamique. L'étude détaillée de la distribution de vitesse à l'intérieur d'un vortex symétrique (figure 2.6) conduit à un système d'équations hydrodynamiques pour la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie

$$\partial_t \rho + \partial_x(\rho u) = 0 \quad (2.17)$$

$$\partial_t(\rho u) + \partial_x(\rho u^2 + p + p_{\text{eff}}) = 0 \quad (2.18)$$

$$\partial_t \left(\frac{1}{2} \rho u^2 + \frac{p}{\gamma-1} + \frac{p_{\text{eff}}}{\gamma_{\text{eff}}-1} \right) + \partial_x \left((\rho u^2 + \frac{\gamma p}{\gamma-1} + \frac{\gamma_{\text{eff}} p_{\text{eff}}}{\gamma_{\text{eff}}-1}) u \right) = 0 \quad (2.19)$$

où le fluide est supposé 1D le long de l'axe x . Les variables turbulentes, l'énergie ϵ_{eff} , la pression p_{eff} et le coefficient adiabatique γ_{eff} , sont décrites par l'équation d'état des gaz parfaits : $\rho \epsilon_{\text{eff}} = \frac{p_{\text{eff}}}{\gamma_{\text{eff}}-1}$ où $\gamma_{\text{eff}} = 1 + \frac{2}{n}$. n représente le nombre de dimensions du vortex. La pression turbulente est reliée à l'énergie cinétique stockée dans le vortex par : $p_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \langle \rho \rangle \langle \delta u^2 \rangle$, où $\langle . \rangle$ traduit la moyenne le long de la direction de la propagation du choc et δu est la fluctuation de vitesse due aux vortex. Ce modèle nous servira dans le chapitre 4 et est développé en annexe.

B) La théorie de Kolmogorov

La théorie de Kolmogorov est sans doute la plus célèbre de la turbulence, et nous l'exposons brièvement ici. Le développement de la turbulence correspond en fait à une

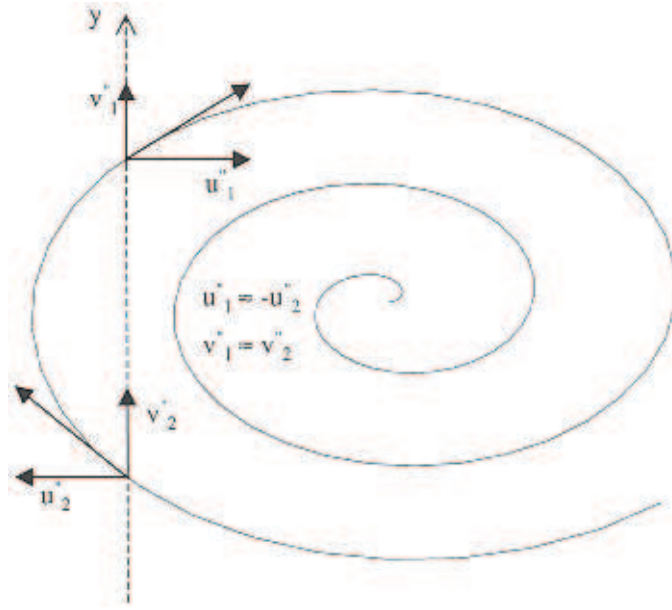
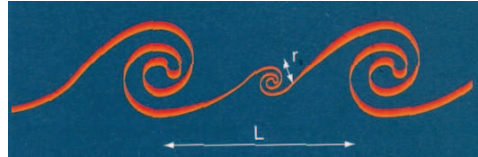


FIG. 2.6 – Vecteurs vitesses dans un vortex quasi-symétrique (figure tirée de [60])

excitation brutale d'une gamme d'échelle très large, depuis les plus grandes, imposées en général par la géométrie de l'écoulement étudié, jusqu'aux plus petites, imposées par la viscosité et définissant l'échelle de Kolmogorov. Nous commençons par supposer que la turbulence est une superposition de tourbillons spiraux (figure 2.7) de longueur d'onde r pouvant varier sur une large gamme. Soit v_r une différence de vitesse typique au sein du tourbillon. Le temps $T_r = \frac{r}{v_r}$ est appelé temps de retournement du tourbillon. Il donne un

FIG. 2.7 – Schéma du tourbillon d'échelle r (figure tirée de [40])

ordre de grandeur du temps mis par une parcelle de fluide piégée dans ce tourbillon pour en faire un tour complet. Kolmogorov émet l'hypothèse en 1941 d'une cascade d'énergie qui suppose un quasi-équilibre [34] : pendant le temps de retournement T_r , le tourbillon perd une certaine fraction a ($a < 1$) de son énergie cinétique par unité de masse $\frac{v_r^2}{2}$, par divers mécanismes d'instabilité qui contribuent à la création de tourbillons de taille inférieure à r (figure 2.8). Cette perte est mesurable par le taux de dissipation d'énergie cinétique ϵ_r , qui est égal à $\frac{1}{2}a\frac{v_r^2}{T_r}$. Le quasi-équilibre du tourbillon vient de ce qu'il reçoit simultanément de l'énergie des tourbillons plus gros, par des instabilités de même type. La fin du processus à petite échelle est due aux effets visqueux. Dans le cas où la viscosité serait nulle, le processus d'amortissement de l'énergie se poursuivrait jusqu'à des échelles infiniment petites. L'hypothèse de Kolmogorov consiste à supposer que ϵ_r est indépendant de r et égal à une constante ϵ . En négligeant la constante de proportionnalité $\frac{a}{2}$, on en déduit la loi de Kolmogorov :

$$v_r = (\epsilon r)^{\frac{1}{3}} \quad (2.20)$$

On peut aussi formuler la loi de Kolmogorov dans l'espace de Fourier, où chaque longueur d'onde r de l'espace réel est associée à un nombre d'onde, ou mode, $k = \frac{2\pi}{r}$. Le spectre d'énergie $E(k)$ est défini comme la densité d'énergie cinétique du signal turbulent au mode k et des théories du traitement du signal permettent de montrer que $E(k)$ est proportionnel au produit de r par $E_r \propto v_r^2$. La loi de Kolmogorov montre alors que $E(k)$ est, à une constante C_k près, proportionnel à $\epsilon^{\frac{2}{3}} k^{-\frac{5}{3}}$:

$$E(k) \propto E_r r \propto \epsilon^{\frac{2}{3}} k^{-\frac{5}{3}} \quad (2.21)$$

La figure 2.9a illustre le processus de cascade d'énergie en 3D dans l'espace des nombres

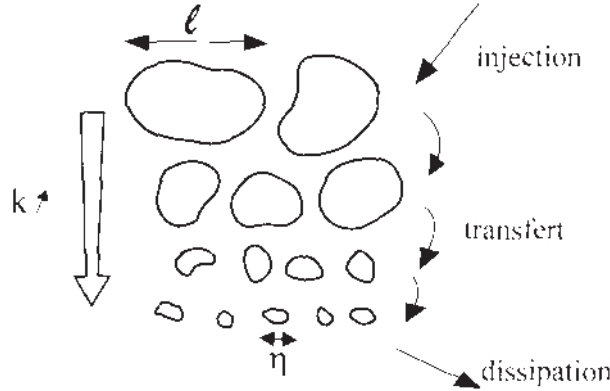


FIG. 2.8 – Transfert d'énergie des gros tourbillons aux plus petits (figure tirée de [20])

d'onde k . Par un forçage extérieur à grande échelle on injecte de l'énergie cinétique à un taux ϵ pour compenser l'énergie dissipée à petite échelle par viscosité. L'énergie cinétique injectée est transférée au même taux ϵ vers les grands k , donc vers les petites échelles le long de la cascade de Kolmogorov jusqu'à être dissipée par la viscosité.

C) La turbulence bidimensionnelle

Dans le cas de notre étude 2D, nous avons vu au chapitre 1 que lorsque le choc se propage à travers un réseau de fibres aléatoire, quinconce ou carré, un phénomène inverse à celui prédit par Kolmogorov apparaît. En effet, nos petits tourbillons initiaux se regroupent afin d'en créer des plus gros. Kraichnan en 1967 [36] a introduit ce concept de cascade inverse d'énergie en même temps que celui de la cascade d'énstrophie lorsque la turbulence n'a lieu qu'en 2D. Commençons par définir la cascade d'énstrophie. L'énstrophie étant l'équivalent de l'énergie cinétique en ce qui concerne la vorticité, elle sera de l'ordre de $\frac{\omega_r^2}{2}$ pour un tourbillon local de taille r ayant une vitesse de retournement v_r , une énergie cinétique $\frac{v_r^2}{2}$ et une vorticité ω_r . Les tourbillons à grande échelle L ont un temps caractéristique de retournement de l'ordre de l'inverse de leur vitesse angulaire de rotation, soit ω_L^{-1} . Ce temps est caractéristique de la dissipation de l'énstrophie, qui se fait donc à un taux β égal à :

$$\beta = \frac{\omega_L^2}{\omega_L^{-1}} = \omega_L^3 \quad (2.22)$$

La distribution de vitesse est très différente de celle de Kolmogorov en 3D, puisque :

$$v_r = r\omega_L = \beta^{\frac{1}{3}} r \quad (2.23)$$

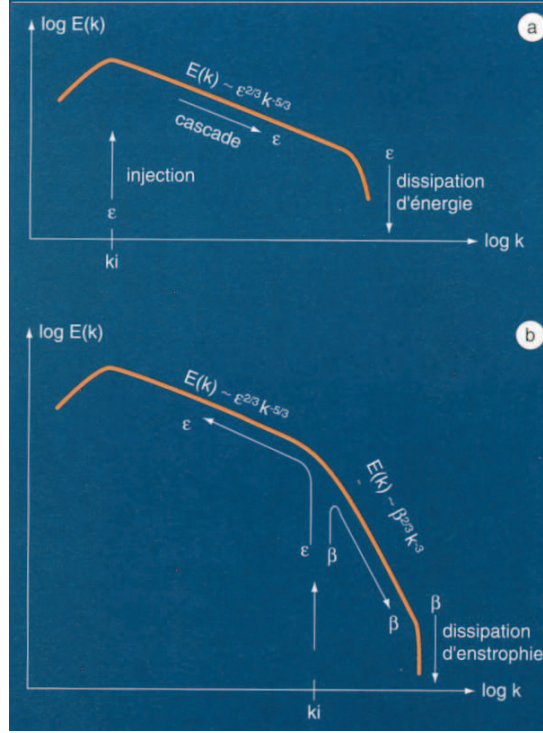


FIG. 2.9 – Cascade d'énergie pour les cas 3D (a) et 2D (b) (figure tirée de [40])

ce qui correspond à un spectre d'énergie rv_r^2 donné par :

$$E(k) \propto \beta^{2/3} r^3 \propto \beta^{2/3} k^{-3} \quad (2.24)$$

qui est la cascade d'entrophie de Kraichnan.

En ce qui concerne l'évolution de l'énergie en turbulence bidimensionnelle, la dissipation d'énergie cinétique par la viscosité est faible, voire négligeable quand la viscosité tend vers zéro. Si on suppose que l'on injecte de l'énergie cinétique dans le système au nombre d'onde k_I et à un taux ϵ , on injecte aussi de l'entrophie à un taux β . Cette entrophie va être transférée vers les petites échelles le long d'une cascade d'entrophie au taux β , et sera finalement dissipée par viscosité. L'énergie cinétique ne peut pas descendre vers les petites échelles, ou hautes fréquences, à cause du mur créé par la cascade d'entrophie. Cette énergie apportée continûment au système ne peut alors être dirigée que vers les grandes échelles, ou basses fréquences. C'est la cascade inverse d'énergie, dans laquelle des tourbillons de plus en plus gros se forment par appariements successifs. La fin du processus à grande échelle est due généralement à la taille du contenant de l'écoulement. Kraichnan a supposé que le spectre d'énergie dans cette cascade inverse ne dépend que de ϵ et de k et trouve que

$$E(k) \propto \epsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (2.25)$$

La turbulence en 2D (figure 2.9b) se comporte donc bien différemment qu'en 3D (figure 2.9a) et dans nos observations du chapitre 1 nous avons vu cette cascade inverse d'énergie pendant laquelle les petits tourbillons s'assemblent pour en créer de plus gros.

Ce type de cascade a été observé dans les travaux de R. Piron [50] lorsqu'un choc fort se propage dans des strates d'un matériau lourd dans un matériau léger, modélisation qui correspond à un relâchement des contraintes dans l'étude que nous menons.

Dans la prochaine partie, qui traite d'un tout autre domaine de la physique, la détonique, nous nous plaçons directement en 2D.

2.2 La détonique bidimensionnelle

La détonique est la physique des ondes de choc et des ondes de détonation. Nous nous intéressons dans le cadre de cette thèse à la partie traitant des ondes de choc, qui est suffisamment riche à elle seule. Les notions que nous allons détailler sur ce sujet trouvent leur source dans les ouvrages [65] et [68].

2.2.1 Les chocs

Avant d'aborder la détonique bidimensionnelle, ainsi nommée car elle est consacrée aux problèmes qui se posent lorsque l'étude de l'écoulement derrière une onde de choc exige l'emploi de deux directions dans l'espace, nous commençons par reprendre les bases concernant tout simplement la formation d'une onde de choc.

Avant le choc : les ondes soniques

Une onde est la propagation, dans un milieu matériel, d'une perturbation produisant sur son passage une variation réversible des propriétés physiques locales. Elle est décomposée en éléments d'amplitude infiniment petite, les ondes soniques, qui se suivent continûment. L'onde sonique propage, dans le milieu, des variations infinitésimales des grandeurs d'états, par exemple dp pour la pression et dv pour le volume, et de la vitesse matérielle du . Le signe de dp détermine la nature de l'onde sonique. Si $dp > 0$, l'onde sonique est une onde de compression, si $dp < 0$, c'est une onde de détente. Lors du passage d'ondes soniques dans un milieu, une transformation thermodynamique adiabatique et isentropique s'opère au sein de ce dernier. La vitesse de propagation de l'onde sonique dans le milieu s'appelle la vitesse du son. Elle est désignée par c et représentée par le vecteur $\vec{c}$, normal à l'onde et orienté dans le sens de propagation. La vitesse du son est une grandeur thermodynamique donnée par la relation (2.26), p , ρ et S sont la pression, la densité et l'entropie locale.

$$c = \left(\sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \right)_S \quad (2.26)$$

Plus précisément, $\vec{c}$ représente la vitesse relative de l'onde par rapport au milieu. Si celui-ci est en mouvement à la vitesse $\vec{u}$, $(\vec{u} + \vec{c})$ sera la vitesse absolue de l'onde sonique.

En plus d'une transformation thermodynamique, une transformation cinétique, sous forme d'accélération $\vec{du}$, est également apportée au milieu. Cette accélération $\vec{du}$ est dirigée selon la normale à l'onde, c'est-à-dire dans la même direction que $\vec{c}$, mais pas forcément dans le même sens. L'accélération $\vec{du}$ et la variation de pression dp sont reliées par la relation (2.27).

$$dp = \rho \vec{c} \cdot \vec{du} \quad (2.27)$$

Le signe de dp permet ici de déterminer le sens de $\vec{du}$. Si $dp > 0$, l'onde sonique étant une onde de compression, du et c sont de même sens et le milieu est accéléré dans le sens de propagation de l'onde. Dans l'autre cas, si $dp < 0$, l'onde sonique étant une onde de détente, du et c sont de sens contraire et le milieu est accéléré dans le sens opposé à celui

de l'onde de propagation. Soit une onde d'amplitude finie, constituée d'ondes soniques planes, normales à un axe (Ox) orienté dans le sens de $\vec{c}$. La vitesse absolue de $(u + c)$ de chaque onde sonique est constante, mais $\vec{u}$ et $\vec{c}$ varient d'une onde à l'autre, le profil de l'onde globale se modifie donc au cours de la propagation. Le sens de l'évolution repose sur une propriété très générale de la matière, à savoir que la vitesse du son c est une fonction croissante de la pression. Une grande partie des lois de la détonique, et notamment la formation d'une onde de choc, est gouvernée par cette loi. Sur la figure 2.10 une onde de détente en a et une onde de compression en b sont représentées. Dans le cas de l'onde de détente, comme la pression diminue de p_1 à p_2 ($dp < 0$), c décroît, $du < 0$ et est de sens opposé à $\vec{c}$. $(u + c)$ décroît de 1 à 2 et l'onde s'élargit. Dans le cas de l'onde de compression, les phénomènes inverses s'opèrent, à savoir, la pression croît de p_1 à p_2 , donc c croît. $dp > 0$ donc $du > 0$ et $\vec{du}$ est de même sens que $\vec{c}$. $(u + c)$ croît de 1 à 2 et l'onde se raidit. Ce redressement du profil de l'onde aboutit ainsi à la formation d'une onde de choc.

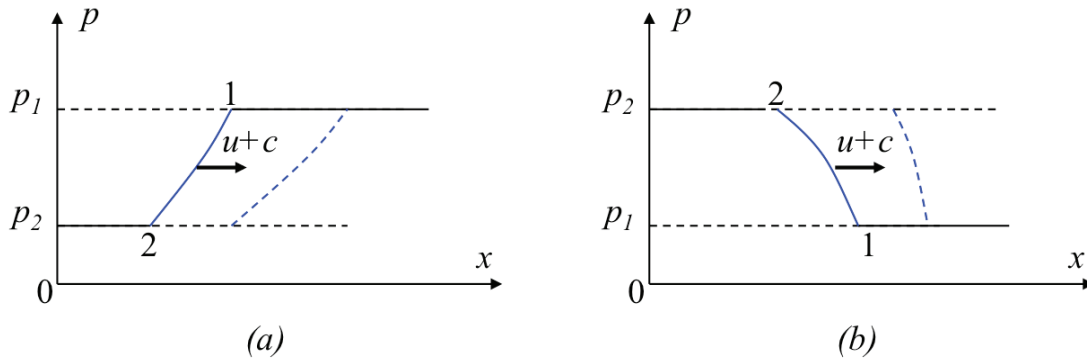


FIG. 2.10 – Vitesse sonique

Formation de l'onde de choc

Soit un milieu dans l'état (p_0, ρ_0) et de vitesse nulle. La face arrière (R), plane, d'un échantillon, subit un saut de pression de p_0 à p_1 en un temps court. (R) se met en mouvement et des ondes soniques de compression sont créées au fur et à mesure que la pression croît. La première onde S_0 , en rose sur la figure 2.11, trouve le milieu dans l'état $(p_0, \rho_0, 0)$ et s'y propage à la vitesse c_0 . L'onde S , en vert sur la figure 2.11, part à l'instant t , trouve le milieu dans l'état (p, ρ, u) et le porte à l'état $(p + dp, \rho + d\rho, u + du)$ en s'y propageant à la vitesse constante $(u + c)$. Comme la vitesse $(u + c)$ croît avec la pression, chaque onde se propage plus rapidement que la précédente qu'elle rejoindra à un instant ultérieur. Les ondes S forment ainsi géométriquement un faisceau de droites convergentes qui admettent une enveloppe (E), tangentes à toutes les droites aux points M . Cependant, (E) ne peut physiquement pas représenter le trajet du front de perturbation dans le milieu au repos. Sa vitesse $(u + c)$, qui est celle des points M , est incompatible avec la propagation d'une perturbation d'amplitude finie $(p - p_0)$ dans le milieu à l'état $(p_0, \rho_0, 0)$. Ainsi, l'onde S ne peut en réalité atteindre le point M . La propagation doit cesser en un point I , situé avant M et c'est en ce point que se trouve le front de perturbation réel. La courbe (C), faite de tous ces points I , représente le trajet du front de perturbation, qui est l'onde de choc. Sa

vitesse D est compatible avec la propagation d'une perturbation d'amplitude finie $(p - p_0)$ dans le milieu à l'état $(p_0, \rho_0, 0)$. La formation de l'onde de choc commence au point I_0 et se poursuit jusqu'à ce que la dernière onde de compression S_1 , en turquoise sur la figure 2.11, ait rejoint (C) en I_1 . La vitesse de l'onde croît continûment de c_0 jusqu'à D_1 .

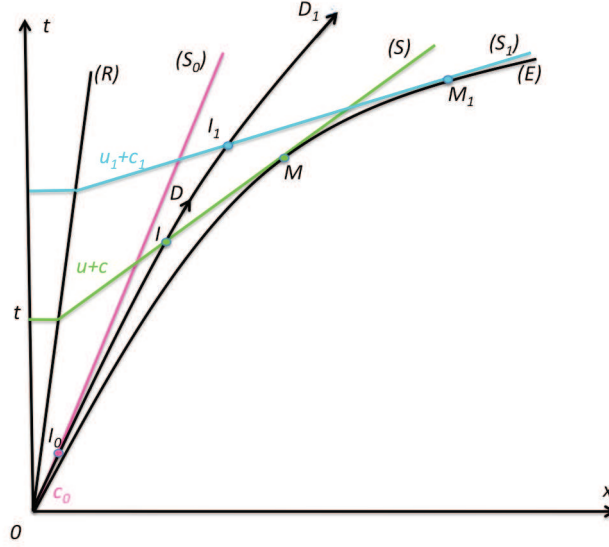


FIG. 2.11 – Formation de l'onde de choc

La courbe (C), étant située entre (S_0) et (E) , la pente de (C) en I est inférieure à celle de (E) en M , et comme c_0 correspond à une perturbation d'amplitude infiniment petite, on a :

$$c_0 < D < u + c \quad (2.28)$$

L'équation (2.28) traduit le fait que l'onde de choc est supersonique par rapport au milieu où elle se propage, et subsonique par rapport au milieu qu'elle laisse derrière elle. En d'autres mots, l'onde de choc rattrape les ondes soniques qui la précèdent et est rattrapée par les ondes soniques qui la suivent. La caractéristique essentielle d'une onde de choc est de propager une discontinuité de vitesse $\Delta \vec{u} = \vec{u} - \vec{u}_0$, $\vec{u}_0$ étant la vitesse initiale. Celle-ci entraîne des discontinuités $\Delta p, \Delta \rho \dots$ des grandeurs d'état. La relation différentielle (2.27), propre aux ondes soniques, n'est évidemment plus valable pour une onde de choc. Sa vitesse $\vec{D}$, relative au milieu dans lequel elle se propage, est normale au front d'onde, et le saut de vitesse $\Delta \vec{u}$ est colinéaire et de même sens que $\vec{D}$. Enfin, la transformation thermodynamique apportée au milieu par l'onde de choc est toujours adiabatique car suffisamment rapide, mais pas isentropique car elle est d'amplitude finie et instantanée. L'entropie du milieu croît au passage de l'onde de choc.

Choc oblique, sonicité, stationnarité

Soit un choc de vecteur vitesse de propagation $\vec{D}$ constitué d'un saut de vitesse fluide $\vec{u}$. On se place dans le repère du front de choc. L'axe x est dirigé selon la direction de la vitesse d'incidence du fluide w_0 arrivant sur le choc. La vitesse apparente du choc, projetée sur l'axe x , est donc $\vec{q} = -\vec{w}_0$ (figure 2.12). En appliquant les bases de la trigonométrie,

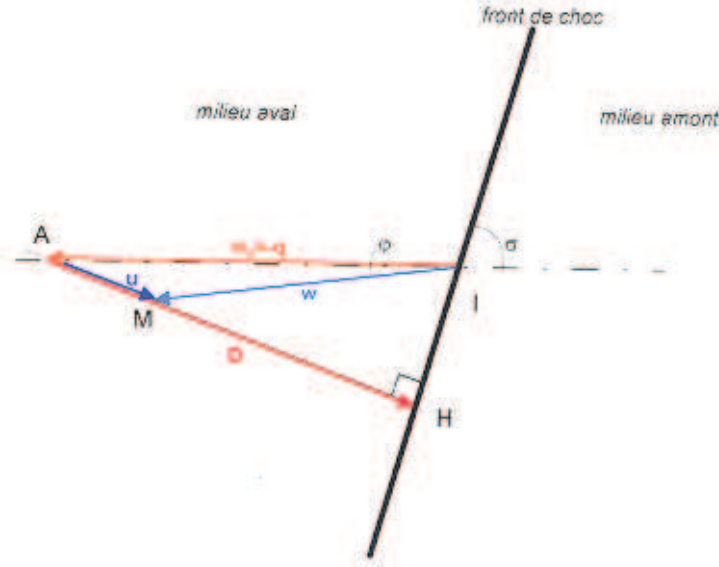


FIG. 2.12 – Etude du choc oblique (figure tirée de [50]).

on obtient les relations de choc bidimensionnelles :

$$q = \frac{D}{\sin \sigma} \quad (2.29)$$

$$w^2 = q^2 - D^2 + (D - u)^2 = D^2 \cot^2 \sigma + (D - u)^2 \quad (2.30)$$

$$\tan \phi = \frac{u \sqrt{q^2 - D^2}}{q^2 - Du} = \frac{u \cos \sigma}{q - u \sin \sigma} \quad (2.31)$$

Les paramètres bidimensionnels $\vec{q}$, $\vec{w}$ et ϕ dépendent de $\vec{D}$, unidimensionnel, et d'un autre paramètre bidimensionnel. Les relations (2.29), (2.30) et (2.31) sont conditionnées par deux limites. Premièrement, la vitesse de propagation minimale d'une onde de pression est celle d'une onde sonore. c_0 étant la vitesse du son dans le milieu non choqué, ou amont, elle vérifie $D > c_0$. Un angle d'incidence limite σ_0 en est déduit, tel que $\sin \sigma_0 = \frac{c_0}{q}$. Deuxièmement, la vitesse de propagation D maximale est q , pour $\sigma = \frac{\pi}{2}$.

En ce qui concerne la vitesse w de l'écoulement du fluide derrière le choc, ou en aval du choc, on distingue deux cas : quand $w < c$, l'écoulement est subsonique, quand $w > c$, il est supersonique. Ces deux domaines sont séparés par le point sonique caractérisé par la condition $w = c$. Dans le cas subsonique, une perturbation en aval du choc peut remonter jusqu'au front et avoir une incidence sur ce dernier, et ainsi, de l'information peut aussi se transmettre le long du front de choc. Dans le cas supersonique, l'information ne peut remonter vers le front qui reste alors droit. Ces deux régimes ont donc un comportement très différent. On caractérise le point sonique par l'angle d'incidence sonique σ^* , tel que :

$$\cot^2 \sigma^* = \frac{c^2 - (D - u)^2}{D^2} \quad (2.32)$$

La sonicité du choc est définie par l'angle sonique : si $\sigma < \sigma^*$, le choc est supersonique ; si $\sigma > \sigma^*$, le choc est subsonique.

Dans le cadre de l'étude de la réfraction d'un choc sur une interface, ces considérations revêtent une importance particulière. L'interface est une ligne matérielle qui engendre des

perturbations de pression et se comporte comme une source d'ondes immédiatement après le passage du choc. Dans un cas supersonique, les ondes émises par l'interface forment une structure en cône de Mach, laissant une zone de fluide non perturbé en aval du choc, l'écoulement est alors dit stationnaire. En revanche, dans le cas subsonique, des perturbations de pression rattrappent et altèrent le front de choc, progressant le long de celui-ci au cours du temps et rendant de ce fait l'écoulement instationnaire. De plus, au niveau de l'interface, il faut satisfaire à une condition de raccordement. Cette condition porte d'une part sur l'équilibre des pressions à l'interface et d'autre part sur la direction de la vitesse fluide, qui de part et d'autre de l'interface doit lui être parallèle. Pour satisfaire ces deux conditions, ainsi que les relations de choc, il faut qu'une onde soit réfléchiée et assure un raccordement entre les états des milieux respectifs sous les chocs incident et transmis. Une telle onde peut être un choc ou une onde de détente. Or, comme on vient de le voir, l'émission et la stationnarité d'une telle onde ne sont localement possibles que pour une incidence inférieure à l'angle sonique local.

Les chocs : équations de Rankine-Hugoniot

Les origines du choc ainsi que ces particularités étant à présent comprises, intéressons nous à la mise en équation de sa propagation. Rankine [55] et Hugoniot [21], au 19ème siècle, se sont chargés de cette tâche pour le cas général du choc se propageant dans un milieu homogène. Nous rappelons ici les équations de Rankine-Hugoniot de base. Les grandeurs d'état, ou grandeurs thermodynamiques, qui interviennent dans les équations de choc sont la pression p , la masse spécifique, ou densité absolue ρ et l'énergie spécifique E . Devant le choc, le milieu est dans l'état initial (p_0, ρ_0, E_0) , et derrière le choc, dans l'état (p, ρ, E) . L'onde de choc est caractérisée par deux grandeurs cinétiques : sa vitesse D relative au milieu initial et le saut de vitesse u qu'elle propage dans le milieu. On applique à la transformation par choc les principes fondamentaux de la mécanique : conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. On obtient ainsi, entre les grandeurs d'état et les grandeurs cinétiques, trois relations de choc appelées aussi relations de Rankine-Hugoniot. Une manière très simple de les établir est décrite dans l'annexe du chapitre 2.

$$\boxed{\rho(D - u) = \rho_0 D} \quad (2.33)$$

$$\boxed{p - p_0 = \rho_0 D u} \quad (2.34)$$

$$\boxed{E - E_0 = \frac{1}{2}(p + p_0)(v_0 - v)} \quad (2.35)$$

Il est utile d'écrire les relations de choc sous forme symétrique, en isolant dans chaque membre de la relation les grandeurs relatives aux milieux de part et d'autre du front. On pose :

$$\begin{aligned} D - u_0 &= u_1 \text{ et } D - u = u_2 \\ \text{avec } u_0 &= 0 \text{ dans notre cas} \end{aligned} \quad (2.36)$$

L'indice 1 représente le milieu dans son état initial, l'indice 2 correspond au fluide choqué. Cette notation (2.36) revient à se placer dans un système lié au front de choc. La matière dans l'état initial pénètre le front à la vitesse u_1 et en sort à la vitesse u_2 . On peut réécrire

les 3 relations d'Hugoniot sous la forme suivante :

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \quad (2.37)$$

$$p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2 \quad (2.38)$$

$$u_1 \left(\frac{1}{2} \rho_1 u_1^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 \right) = u_2 \left(\frac{1}{2} \rho_2 u_2^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} p_2 \right) \quad (2.39)$$

La 3ème équation du système s'obtient en combinant l'équation hydrodynamique de conservation (en annexe B.27) de l'énergie à la relation d'Hugoniot, en considérant que $E = \frac{1}{2} u^2 + e_i$ avec e_i l'énergie interne qui s'exprime ainsi : $e_i = \frac{p}{\rho(\gamma-1)}$.

Si l'on se place dans une configuration de choc fort, le rapport de compression $\frac{\rho}{\rho_0}$ s'écrit :

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \quad (2.40)$$

Pour un gaz parfait, pour lequel $\gamma = \frac{5}{3}$, subissant un choc fort, le rapport de compression vaut : $\frac{\rho}{\rho_0} = 4$. Nous pouvons également exprimer les vitesses de choc D et du fluide u en choc fort à partir des relations d'Hugoniot. En sortent les relations suivantes :

$$u^2 = \frac{2}{\gamma+1} \frac{p}{\rho_0} \quad (2.41)$$

$$D^2 = \frac{\gamma+1}{2} \frac{p}{\rho_0} \quad (2.42)$$

$$D = \frac{\gamma+1}{2} u \quad (2.43)$$

2.2.2 La réfraction

La détonique bidimensionnelle intervient dans le traitement de la réfraction de choc, qui est la conséquence de la transmission oblique d'une onde de choc entre deux milieux. Elle introduit, entre autres, la notion de stabilité du processus de transmission ou d'interaction, dont l'étude met en évidence un angle d'incidence critique, variable en fonction de la nature des milieux en présence et l'intensité du choc incident. La figure 2.13 schématise le processus de réfraction.

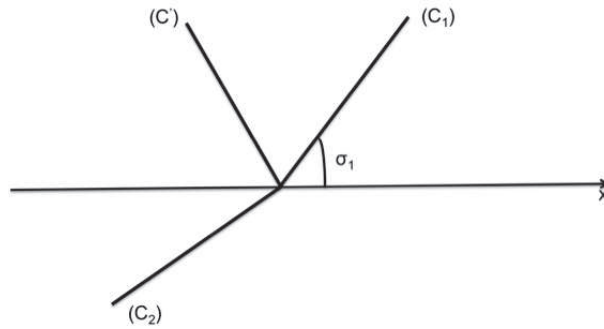


FIG. 2.13 – Réfraction d'un choc oblique avec (C_1) le choc incident, σ_1 l'angle d'incidence, (C') le choc ou une onde de détente réfléchi et (C_2) le choc transmis.

Si l'angle d'incidence du choc est inférieur à cet angle critique, la réfraction est régulière, c'est à dire stable, et tous les écoulements relatifs au point d'incidence sont supersoniques. Dans le cas contraire, lorsque le choc se propage sous un angle supérieur à l'angle critique, la réfraction est instationnaire, ou irrégulière, et au moins un écoulement derrière les chocs incident, transmis ou réfléchi est subsonique.

La réfraction régulière

Comme nous l'avons précédemment vu, les ondes de choc sont constituées, à leur naissance, d'ondes soniques de compression infiniment rapprochées. Le point I est le point commun à toutes ces ondes élémentaires. Pour que le processus de formation soit stable, il faut que la vitesse du point source I soit supérieure ou égale à celle des ondes qu'il engendre, c'est à dire que les vitesses du milieu derrière les ondes incidente, transmise et réfléchie doivent être supérieures ou égales aux vitesses auxquelles se propagent ces trois ondes mêmes. Autrement dit, les écoulements derrière les trois ondes doivent être supersoniques ou soniques. Les trois ondes se déplacent alors, sans déformation le long de l'interface, à la même vitesse et les écoulements sont partout stationnaires.

La réfraction irrégulière

Deux aspects caractérisent la réfraction de choc irrégulière : la modification du front de choc incident et la loi de la réfraction irrégulière. Dans le premier cas, l'onde responsable de l'irrégularité du choc, c'est à dire celle dont l'écoulement qui la suit est subsonique, se propage le long du front de choc et dans le milieu aval en s'éloignant de l'interface, altérant ainsi le front de choc incident. La modification du front de choc doit conduire à un état de choc incident sur l'interface tel qu'il permette à la réfraction d'être régulière. C'est la loi de la réfraction irrégulière et deux cas sont envisagés en fonction de la nature de l'onde réfléchie.

i). Si c'est l'onde réfléchie qui est responsable de l'irrégularité de la réfraction, c'est elle qui remonte le long du front de choc. Cette interaction entre l'onde réfléchie et l'onde incidente engendre une onde de Mach, troisième choc beaucoup plus intense et dont l'écoulement derrière lui est toujours subsonique. Devenant la nouvelle onde incidente, elle doit s'incurver de manière à aborder l'interface sous un angle permettant la réfraction pure, réfraction non régulière mais se poursuivant régulièrement sans onde réfléchie.

ii). Si l'onde réfléchie est une onde de détente ou un choc supersonique, l'irrégularité de la réfraction est due soit au choc incident, soit au choc transmis. La modification du front se fait alors par un train d'ondes de détente qui s'étalent le long du front en le courbant et en l'affaiblissant continûment, de manière à obtenir sur l'interface des conditions d'incidence donnant une réfraction régulière.

La première étude de réfraction d'un choc plan avec une interface entre deux gaz, lourd/léger et léger/lourd, a été conduite par Jahn [31] en 1956 à l'aide d'un tube à choc. Il observe des figures de réfraction qui varient selon l'intensité du choc. En 1977 et 1978, Abd-El-Fattah et Henderson ont repris ce travail et ont également expérimenté la propagation d'un choc d'un milieu léger à un milieu lourd [1] et d'un milieu lourd à un milieu léger [2]. Pour les deux cas, ils ont obtenu des figures de réfractions différentes selon l'intensité du choc, qu'ils définissent par quatre niveaux : très faible, faible, forte, très forte. Henderson s'est de même intéressé de très près au phénomène de réfraction d'un choc plan sur une interface entre deux gaz dans les références [24], [28], [26] et [27].

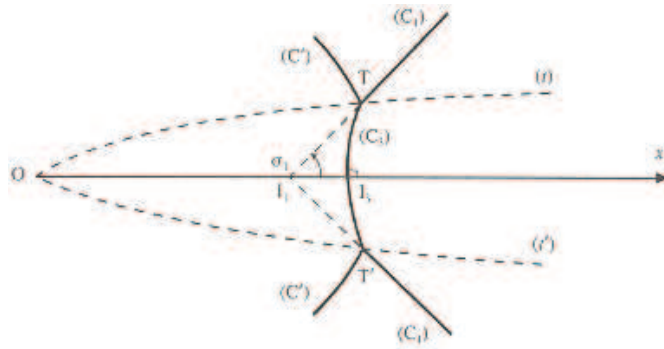


FIG. 2.14 – Formation du point triple (figure tirée de [65]).

2.2.3 Ondes de Mach et point triple

Le phénomène de Mach apparaît en réfraction irrégulière, lorsque, en raison des impédances des milieux en présence, l'onde réfléchie doit être une onde de choc, dont la formation sur l'axe de référence est soit impossible, car le choc incident est subsonique et qu'aucune onde ne peut être réfléchi sur l'axe, soit instable, car le choc réfléchi, une fois formé, est subsonique, donc cinématiquement stable, mais dynamiquement instable. La formation du choc réfléchi est alors reportée en un point du front incident situé hors de l'axe, et qui s'en éloigne au cours de la propagation (figure 2.14). L'onde de Mach prend naissance à partir de la formation du choc réfléchi sur le front de choc incident. L'intersection entre les chocs incident, réfléchi et l'onde de Mach s'appelle le point triple.

Sur la figure 2.14, le processus débute au point O . A un instant ultérieur, les chocs réfléchis (C') se forment aux points T et T' hors de l'axe, sur les fronts de chocs incidents. En même temps, il apparaît entre T et T' une onde de choc (C_3), qui est l'onde de Mach. Les points T et T' , où les trois chocs sont concourants, sont donc les points triples. Ils suivent les trajectoires des courbes (t) et (t') , qui s'écartent continûment de l'axe.

L'onde de Mach et le point triple sont l'objet des études réalisées par McDonald en 1991 [44], Hunter et Brio en 2000 [29] et Skews et Ashworth en 2005 [61]. Dans les simulations et expériences présentées dans les prochains chapitres, nous observerons ces phénomènes de réfraction, onde de Mach et point triple dans des gaz considérés comme parfaits.

2.3 Modèles analytiques

2.3.1 Les équations de Rankine-Hugoniot généralisées aux milieux hétérogènes par Hazak *et al.* [23]

Hazak s'intéresse aux relations entre grandeurs macroscopiques moyennes en amont et en aval du choc, plutôt qu'à leurs valeurs microscopiques, fluctuantes. Il simule la propagation d'un choc dans une mousse modélisée par un réseau aléatoire de fibres (figure 2.15). Le choc est supposé macroscopiquement plan. On distingue la direction x de propagation de choc et les directions transverses y et z . L correspond à la dimension moyenne des pores dans le cas d'une mousse. On considère un cube, contenant le fluide, de dimension $x_2 - x_1 = L$, $y_2 - y_1 = L$ et $z_2 - z_1 = L$. Hazak introduit deux moyennes : la moyenne transverse et la moyenne sur un pore autour du point d'abscisse x . La moyenne transverse

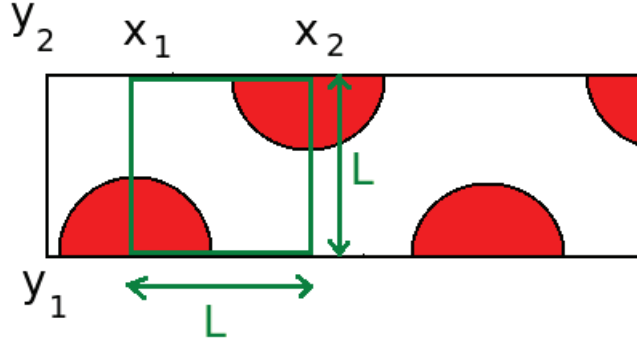


FIG. 2.15 – Cellule de dimension L sur laquelle Hazak *et al.* [23] font la moyenne des fluctuations.

se note par un crochet simple comme ceci :

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{L^2} \int_0^L \int_0^L \dots dy dz \quad (2.44)$$

La moyenne sur un pore autour du point d'abscisse x s'écrit :

$$\langle \langle \dots \rangle \rangle = \frac{1}{L} \int_{x-\frac{L}{2}}^{x+\frac{L}{2}} \dots dx' \quad (2.45)$$

Ces moyennes vont nous servir à établir les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie pour la mousse que nous étudions. Nous allons considérer les deux dimensions x et y . Les étapes des calculs se trouvent dans l'annexe du chapitre 2. Pour la masse, on part de l'équation de continuité et on obtient :

$$\frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dx' \int_{x_1+x'}^{x_2+x'} \langle \rho \rangle dx = - [\langle \rho u_x \rangle]_{x_1}^{x_2} \quad (2.46)$$

Pour la conservation de la quantité de mouvement, l'équation d'Euler aboutit à :

$$\frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dx' \int_{x_1+x'}^{x_2+x'} \langle \rho u_x \rangle dx = - [\langle \rho u_x u_x \rangle]_{x_1}^{x_2} - [\langle p \rangle]_{x_1}^{x_2} \quad (2.47)$$

Pour la conservation de l'énergie, on trouve :

$$\begin{aligned} \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dx' \int_{x_1+x'}^{x_2+x'} \left(\frac{1}{2} \langle \rho u_x^2 \rangle + \frac{1}{2} \langle \rho u_y^2 \rangle + \frac{1}{\gamma-1} \langle p \rangle \right) dx = \\ - \left[\frac{1}{2} \langle \rho u_x^3 \rangle + \frac{1}{2} \langle \rho u_y^2 u_x \rangle + \frac{\gamma}{\gamma-1} \langle p u_x \rangle \right]_{x_1}^{x_2} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Les dérivées des termes de gauche comprennent deux contributions : le mouvement de la discontinuité et le changement de densité, impulsion, énergie de chaque côté de la discontinuité. Supposons qu'un état quasi-stationnaire soit atteint. La discontinuité se déplace à une vitesse constante et les termes de gauche s'annulent si on se place dans le

référentiel du choc. En revenant au référentiel du laboratoire, Hazak *et al.* [23] obtiennent les équations de Rankine-Hugoniot généralisées :

$$[\langle\langle\rho\rangle\rangle D - \langle\langle\rho u_x\rangle\rangle]_{x_1}^{x_2} = 0 \quad (2.49)$$

$$[\langle\langle\rho u_x\rangle\rangle D - \langle\langle\rho u_x^2\rangle\rangle]_{x_1}^{x_2} = [\langle\langle p\rangle\rangle]_{x_1}^{x_2} \quad (2.50)$$

$$\left[\langle\langle \frac{1}{2}\rho(u_x^2 + u_y^2) + \frac{1}{\gamma-1}p \rangle\rangle D - \langle\langle \left(\frac{1}{2}\rho(u_x^2 + u_y^2) + \frac{1}{\gamma-1}p \right) u_x \rangle\rangle \right]_{x_1}^{x_2} = [\langle\langle p u_x \rangle\rangle]_{x_1}^{x_2} \quad (2.51)$$

où x_1 est devant le choc et x_2 derrière. D est la vitesse du choc dans le référentiel du laboratoire.

Ce système ressemble aux équations de Rankine-Hugoniot appliquées à un milieu homogène. Il en diffère cependant dès lors qu'il existe des corrélations non nulles entre les grandeurs physiques :

$$\langle\langle \delta\rho\delta u_x \rangle\rangle = \langle\langle\rho u_x\rangle\rangle - \langle\langle\rho\rangle\rangle\langle\langle u_x\rangle\rangle \quad (2.52)$$

$$\langle\langle \delta(\rho u_x^2) \rangle\rangle = \langle\langle\rho u_x^2\rangle\rangle - \langle\langle\rho\rangle\rangle\langle\langle u_x\rangle\rangle^2 \quad (2.53)$$

Dans le cas où, avant le passage du choc, le milieu est au repos et la pression est négligeable, les équations (2.49) se réduisent à :

$$\langle\langle\rho\rangle\rangle = \rho_t + \frac{1}{D}\langle\langle\rho u_x^2\rangle\rangle \quad (2.54)$$

$$\langle\langle p\rangle\rangle = \langle\langle\rho u_x\rangle\rangle D - \langle\langle\rho u_x^2\rangle\rangle \quad (2.55)$$

$$\frac{1}{2}\langle\langle\rho u_x^2\rangle\rangle D + \frac{1}{\gamma-1}\langle\langle p\rangle\rangle D - \frac{1}{2}\langle\langle p u_x^3\rangle\rangle - \frac{1}{\gamma-1}\langle\langle p u_x\rangle\rangle = \langle\langle p u_x\rangle\rangle \quad (2.56)$$

où ρ_t est la densité moyenne devant le choc.

Nous étudions les écarts relatifs des grandeurs au cas homogène de densité moyenne initiale identique. Pour cela nous posons :

$$\langle\langle\rho\rangle\rangle = \rho_h + \Delta\rho \quad (2.57)$$

$$\langle\langle D\rangle\rangle = D_h + \Delta D \quad (2.58)$$

$$\langle\langle p\rangle\rangle = p_h + \Delta p \quad (2.59)$$

$$\langle\langle u_x\rangle\rangle = u_h + \Delta u \quad (2.60)$$

Nous considérons que le profil de vitesse de la circulation du fluide est impair et s'annule donc en intégrale. L'écart de vitesse Δu n'intervient donc que par ses puissances paires. Les relations suivantes sont développées à partir des hypothèses ci-dessous :

$$\frac{\rho_t}{\rho_h} = \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \quad (2.61)$$

$$u_h = \frac{2}{\gamma+1} D_h \quad (2.62)$$

$$p_h = \rho_t u_h D_h = \frac{\gamma+1}{2} \rho_t u_h^2 \quad (2.63)$$

La relation obtenue à partir de la conservation de la masse devient :

$$(\langle\langle\rho\rangle\rangle - \rho_t)D = \langle\langle\rho u_x\rangle\rangle = \langle\langle\rho\rangle\rangle\langle\langle u_x\rangle\rangle \quad (2.64)$$

$$(\rho_h + \Delta\rho - \rho_t)(D_h + \Delta D) = (\rho_h + \Delta\rho)(u_h + \Delta u) \quad (2.65)$$

En divisant le tout par $\rho_h D_h$ et en appliquant (2.61), nous obtenons une relation entre $\frac{\Delta D}{D_h}$ et $\frac{\Delta\rho}{\rho_h}$:

$$\boxed{\frac{\Delta D}{D_h} \left(\frac{2}{\gamma+1} + \frac{\Delta\rho}{\rho_h} \right) = -\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \frac{\Delta\rho}{\rho_h}} \quad (2.66)$$

La relation obtenue à partir de la conservation de la quantité de mouvement devient :

$$\langle\langle p \rangle\rangle = \langle\langle \rho u_x \rangle\rangle D - \langle\langle \rho u_x^2 \rangle\rangle \quad (2.67)$$

En développant selon (2.57) et après application de (2.61), nous obtenons une relation liant $\frac{\Delta p}{p_h}$, $\frac{\Delta D}{D_h}$, $\frac{\Delta \rho}{\rho_h}$ et $\frac{\Delta u^2}{u_h^2}$:

$$\boxed{1 + \frac{\Delta p}{p_h} = \left(1 + \frac{\Delta \rho}{\rho_h}\right) \left[\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left(1 + \frac{\Delta D}{D_h}\right) - \frac{2}{\gamma-1} \left(1 + \frac{\Delta u^2}{u_h^2}\right) \right]} \quad (2.68)$$

Pour l'énergie, nous partons de :

$$\frac{1}{2} \langle\langle \rho u_x^2 \rangle\rangle D + \frac{1}{\gamma-1} \langle\langle p \rangle\rangle D - \frac{1}{2} \langle\langle \rho u_x^3 \rangle\rangle - \frac{1}{\gamma-1} \langle\langle p u_x \rangle\rangle = \langle\langle p u_x \rangle\rangle \quad (2.69)$$

ce qui aboutit à :

$$\boxed{\begin{aligned} & \frac{1}{\gamma-1} \left(1 + \frac{\Delta D}{D_h}\right) \left[\left(1 + \frac{\Delta \rho}{\rho_h}\right) \left(1 + \frac{\Delta u^2}{u_h^2}\right) + \left(1 + \frac{\Delta p}{p_h}\right) \right] \\ & - \frac{2}{(\gamma+1)(\gamma-1)} \left(1 + \frac{\Delta \rho}{\rho_h} + 3 \frac{\Delta u^2}{u_h^2}\right) - \frac{2\gamma}{(\gamma+1)(\gamma-1)} \left(1 + \frac{\Delta p}{p_h}\right) = 0 \end{aligned}} \quad (2.70)$$

Nous avons trois équations, (2.66), (2.68) et (2.70), et quatre inconnues $\Delta \rho$, Δp , Δu^2 et ΔD . Nous tentons de fermer le système avec les relations liées à la circulation données dans [59].

2.3.2 Le dépôt de vorticité sur une interface traversée par un choc

Dans l'hypothèse d'un équilibre de pression entre la fibre et l'environnement dans lequel elle baigne, nous pouvons estimer le dépôt de vorticité créé par le passage du choc à travers la fibre. Soit $\rho_{env} D_{env}^2 = \rho_{fibre} D_{fibre}^2$. En utilisant la relation (B.98) entre D et u : $D = \frac{\gamma+1}{2} u$, nous obtenons la différence de vitesse fluide à l'interface :

$$\Delta \mathcal{U} = u_{env} - u_{fibre} = u_{env} \left(1 - \sqrt{\frac{\rho_{env}}{\rho_{fibre}}}\right) \quad (2.71)$$

La circulation totale déposée par le choc est alors estimée à :

$$\Gamma = \oint \Delta \vec{\mathcal{U}} \cdot d\vec{l} = \left(1 - \sqrt{\frac{\rho_{env}}{\rho_{fibre}}}\right) \oint \vec{u}_{env} \cdot d\vec{l} \quad (2.72)$$

Calculons $\int_{\frac{1}{2}\text{fibre}} \vec{u}_{env} \cdot d\vec{l}$ afin d'estimer la circulation Γ sur une demi-fibre de rayon R (figure 2.16), puis par symétrie nous l'extrapolerons sur une fibre entière. Par définition du produit scalaire :

$$\int_{\frac{1}{2}\text{fibre}} \vec{u}_{env} \cdot d\vec{l} = \oint u_{env} dl \cos \theta \quad (2.73)$$

l'angle θ étant l'angle entre les vecteurs $\vec{u}_{env}$ et $d\vec{l}$. Il est compris entre $\frac{\pi}{2}$ et $-\frac{\pi}{2}$ dans le cas d'une demi-fibre. dl est une distance élémentaire sur le cercle de rayon R et s'exprime en

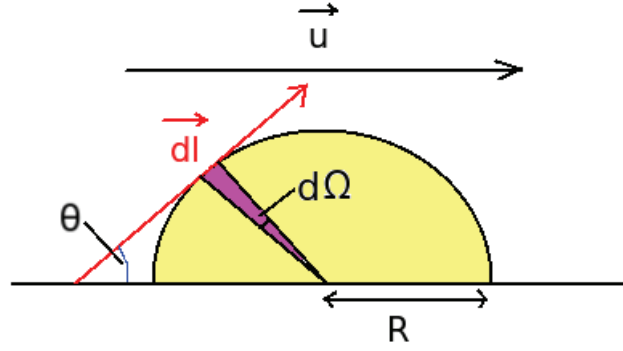


FIG. 2.16 – Demi-fibre.

coordonnées cylindriques ainsi : $dl = R d\Omega$, Ω étant compris entre π et 0 dans le cas d'une demi-fibre. L'intégrale de l'équation (2.73) devient :

$$\begin{aligned} \oint u_{env} dl \cos \theta &= u_{env} R \int_{\pi}^0 d\Omega \int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} \cos \theta \\ &= u_{env} R [\Omega]_{\pi}^0 [\sin \theta]_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} \\ &= u_{env} R 2\pi \end{aligned} \quad (2.74)$$

La circulation le long d'une demi-fibre s'écrit en regroupant les équations (2.73) et (2.74) :

$$\boxed{\Gamma_{\frac{1}{2}\text{fibre}} = 2\pi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\eta}}\right) u_{env} R} \quad (2.75)$$

avec $\eta = \frac{\rho_{fibre}}{\rho_{env}}$. Par symétrie, nous avons $\Gamma_{fibre} = 2\Gamma_{\frac{1}{2}\text{fibre}}$ donc :

$$\boxed{\Gamma_{fibre} = 4\pi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\eta}}\right) u_{env} R} \quad (2.76)$$

Des modèles calculant la circulation le long d'une fibre cylindrique de rayon R ont été proposés. En 1960, Rudinger et Sommers [57] élaborent le modèle suivant :

$$\frac{\Gamma}{c_s} = \frac{4}{\gamma + 1} \left(\frac{M^2 - 1}{M} \right) \frac{\eta - 1}{\eta + 1} R \quad (2.77)$$

avec M le nombre de Mach du choc incident et $\eta = \frac{\rho_{fibre}}{\rho_{env}}$ le rapport de densité. En 1983, Picone et Boris [48] et en 1988, Picone [49] établissent un modèle un peu différent :

$$\frac{\Gamma}{c_s} = \frac{4}{\gamma + 1} \left(\frac{M^2 + 1}{M} \right) \frac{\gamma M^2 + 1}{(\gamma + 1) M^2} \log(\eta) R \quad (2.78)$$

Samtaney et Zabusky, en 1993, apportent quelques corrections aux modèles précédents :

$$\frac{\Gamma}{c_s} = \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) \frac{2}{\gamma + 1} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\eta}}\right) \left(1 + \frac{1}{M} + \frac{2}{M^2}\right) (M - 1) R \quad (2.79)$$

avec :

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_0}} \quad (2.80)$$

Dans la limite des chocs forts, pour laquelle $M \gg 1$, la relation (2.79) devient :

$$\Gamma = \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) \frac{2\sqrt{\gamma}}{\gamma + 1} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\eta}}\right) MR \quad (2.81)$$

En utilisant la définition du nombre de Mach $M = \frac{D}{c_s}$, et en multipliant par $\frac{c_s}{\sqrt{\gamma}}$, nous obtenons :

$$\Gamma = \frac{2}{\gamma + 1} D \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\eta}}\right) R \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.82)$$

En égalisant les relations (2.72) et (2.82), nous pouvons en déduire $\Delta\mathcal{U}$ à partir de u_{env} (équation (2.71)) et ainsi fermer le système composé des équations (2.66), (2.68) et (2.70) :

$$\begin{aligned} u_{env} &= \frac{D}{2(\gamma + 1)} \left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\right) \\ \Delta\mathcal{U} &= \frac{D}{2(\gamma + 1)} \left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\eta}}\right) \end{aligned} \quad (2.83)$$

Malheureusement $\Delta\mathcal{U}$ n'est pas directement connecté aux fluctuations des quantités hydrodynamiques (Δu , ΔP et $\Delta\rho$) du modèle de Hazak *et al.* [23]. Il semble que $\Delta\mathcal{U}$ donne une mesure indirecte de l'énergie cinétique injectée dans chaque tourbillon lors de l'interaction du choc avec l'interface. Nous avons besoin d'une description plus fine des vortex dans le milieu post-choc, ce qui est en partie réalisé dans le modèle de Saurel *et al.* [60].

2.3.3 Analyse thermodynamique de la turbulence par Saurel *et al.* [60]

Nous insérons l'analyse thermodynamique de Saurel *et al.* [60] dans les équations de Rankine-Hugoniot et nous obtenons le système suivant :

$$\rho_1(u - D) - \rho_0 D = 0 \quad (2.84)$$

$$\rho_0 D^2 + p_0 - \rho_1(u - D)^2 - p_1 - p_{\text{eff}} = 0 \quad (2.85)$$

$$(u - D) \left(\frac{1}{2} \rho_1 (u - D)^2 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_1 + \frac{\gamma_{\text{eff}}}{\gamma_{\text{eff}} - 1} p_{\text{eff}} \right) + D \left(\frac{1}{2} \rho_0 D^2 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_0 \right) = 0 \quad (2.86)$$

Nous allons, à partir du système d'équations ci-dessus, déterminer une expression supplémentaire pour le $\frac{\Delta D}{D_h}$, en effectuant les changements de variables suivants :

$$\epsilon = \frac{\rho_1}{\rho_0} \quad (2.87)$$

$$M = \frac{D}{c_s} \text{ et } U = \frac{u}{c_s} \quad (2.88)$$

$$c_s^2 = \frac{\gamma p_0}{\rho_0} \quad (2.89)$$

$$\pi = \frac{p}{p_0} \text{ et } \pi_{\text{eff}} = \frac{p_{\text{eff}}}{p_0} \quad (2.90)$$

$$p_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \langle \rho \rangle \langle \Delta u^2 \rangle \quad (2.91)$$

avec c_s la vitesse du son dans le milieu non choqué.

En divisant la première équation du système (2.84) par $\rho_0 c_s$, nous trouvons :

$$\epsilon = \frac{M}{M - U} \quad (2.92)$$

En divisant la deuxième équation du système (2.84) par $\rho_0 c_s^2$, et en y intégrant (2.92), nous trouvons :

$$\pi = \gamma MU + 1 - \pi_{\text{eff}} \quad (2.93)$$

En divisant la troisième équation du système (2.84) par $\rho_0 c_s^3$, en y intégrant (2.93) et en résolvant l'équation de second degré en M , nous trouvons :

$$M = \frac{\gamma+1}{4}U - \frac{\Gamma_{eff}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{4}U - \frac{\Gamma_{eff}}{2}\right)^2 + 1 + \Gamma_{eff}U} \quad (2.94)$$

avec $\Gamma_{\text{eff}} = \frac{p_{\text{eff}}}{\rho_0 u c_s} \frac{(\gamma - \gamma_{\text{eff}})}{(\gamma_{\text{eff}} - 1)}$. Dans le milieu homogène, $\Gamma_{\text{eff}} = 0$ et l'équation (2.94) se résout à :

$$M_h = \frac{\gamma+1}{4}U_h + \sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{4}\right)^2 U_h^2 + 1} \quad (2.95)$$

La comparaison des cas homogène et hétérogène nécessite un invariant. Ici, comme la modification de la vitesse du choc est temporellement stationnaire, la vitesse du fluide choqué est la même dans les cas homogène et hétérogène : $U = U_h$.

Nous avons calculé $\frac{\Delta D}{D_h}$ (équation 2.96) à partir des expressions (2.94) et (2.95) de M et M_h .

$$\frac{\Delta D}{D_h} = \sqrt{\frac{2 \left[\left(\frac{\gamma+1}{4}U_h \right)^2 + \left(\frac{\Gamma_{\text{eff}}}{2} \right)^2 \right] + \Gamma_{\text{eff}}U_h \left(\frac{3-\gamma}{4} \right) + 1}{2 \left(\frac{\gamma+1}{4}U_h \right)^2 + 1}} - 1 \quad (2.96)$$

M_h se calcule directement. M se résout en considérant la définition de la pression turbulente p_{eff} donnée par Saurel *et al.* [60] : $p_{\text{eff}} = \frac{1}{2}\langle \rho \rangle \langle \Delta u^2 \rangle$.

L'interaction d'un choc avec un milieu hétérogène est régie par les équations de Rankine-Hugoniot, généralisées par Hazak et al. [23], qui prédisent la modification de la vitesse de choc, par rapport à sa vitesse de propagation dans un milieu homogène, de densité moyenne équivalente, ainsi qu'un phénomène de sous-compression derrière le front de choc. Le dépôt de vorticité, créé par le choc sur l'interface entre les deux milieux de densité différente et pris en compte dans le modèle de Saurel et al. [60], conduit à un stockage d'énergie cinétique, qui est à l'origine de l'accélération du choc. Dans le milieu choqué, des vortex naissent, et l'observation de leur évolution, dans ce système 2D, traduit une cascade inverse d'énergie, typique de la turbulence bidimensionnelle.

Annexe du chapitre 2

Annexe B

Equations et Modèles

B.1 Les équations de conservation

Les fluides sont considérés compressibles, et, dans un premier temps, nous effectuons les raisonnements en tenant compte des effets de la viscosité et de la gravité. Dans un deuxième temps nous les négligeons afin de retrouver les conditions de notre étude.

B.1.1 Conservation de la masse : équation de continuité

On considère un volume V quelconque d'un fluide (figure B.1). Dans ce volume, la variation de masse temporelle s'écrit :

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_V \rho dV \quad (\text{B.1})$$

Cette variation temporelle de masse correspond à l'opposé du flux total de masse à travers la surface S enveloppant le volume V , ce qui donne en considérant le vecteur $\vec{n}$ normale à S :

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho dV = - \iint_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dS \quad (\text{B.2})$$

On applique le théorème de Green-Ostrogradski au membre de droite afin d'en obtenir une intégrale de volume :

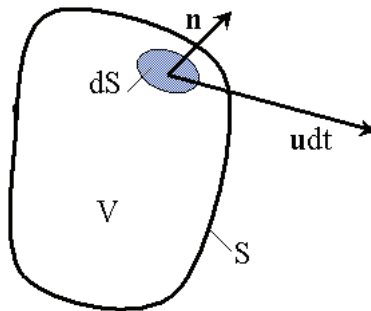


FIG. B.1 – Evaluation du bilan de masse fluide à l'intérieur du volume V .

$$\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = - \iiint_V \nabla \cdot \rho \vec{u} dV \quad (\text{B.3})$$

En regroupant le tout sous l'intégrale volumique, on obtient :

$$\iiint_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{u} \right) dV = 0 \quad (\text{B.4})$$

Si on fait tendre le volume de l'intégrale vers 0 et on divise le tout par le volume élémentaire dV , il nous reste l'équation de continuité, qui s'écrit :

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{u} = 0} \quad (\text{B.5})$$

Comme la divergence peut se développer ainsi :

$$\nabla \cdot \rho \vec{u} = \rho \nabla \cdot \vec{u} + \vec{u} \cdot \nabla (\rho) \quad (\text{B.6})$$

et que la définition de la dérivée droite en fonction de la dérivée partielle est :

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla (\rho) \quad (\text{B.7})$$

l'équation de continuité s'exprime également de la manière suivante :

$$\boxed{\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{u} = 0} \quad (\text{B.8})$$

B.1.2 Conservation de la quantité de mouvement : équations de Navier-Stokes et d'Euler

On considère toujours le volume V , constitué d'éléments matériels, de volume dV limités par la surface dS , dont il suit les déplacements. La relation fondamentale de la dynamique appliquée à ce volume V revient à égaliser la variation temporelle de la quantité de mouvement à l'ensemble des forces, de volume (ex : la pesanteur) et de surface (ex : forces liées à la pression et la viscosité), exercées sur V :

$$\frac{d}{dt} \left(\iiint_V \rho \vec{u} dV \right) = \iiint_V \rho \vec{f} dV + \iint \vec{\sigma} \cdot \vec{n} dS \quad (\text{B.9})$$

Le tenseur $\vec{\sigma}$ prend en compte l'ensemble des forces de surface (pression et viscosité) s'exerçant sur S . $\vec{f}$ est la force par unité de masse appliquée à l'unité de masse du fluide (pesanteur, force électrostatique pour un fluide chargé). La dérivée lagrangienne $\frac{d}{dt}$ est calculée dans le référentiel qui suit le mouvement du fluide. Le théorème de Green-Ostrogradski nous donne une intégrale volumique de la composante totale de la force de surface :

$$\iint_S \vec{\sigma} \cdot \vec{n} dS = \iiint_V \nabla \cdot \vec{\sigma} dV \quad (\text{B.10})$$

L'équation (B.9) devient :

$$\iiint_V \frac{d(\rho \vec{u})}{dt} dV = \iiint_V \rho \vec{f} dV + \iiint_V \nabla \cdot \vec{\sigma} dV \quad (\text{B.11})$$

On fait tendre V vers 0 et on divise (B.11) par dV :

$$\frac{d(\rho \vec{u})}{dt} = \rho \vec{f} + \nabla \cdot \vec{\sigma} \quad (\text{B.12})$$

Maintenant décomposons la force de surface $[\vec{\sigma}]$ en force de viscosité et en force de pression :

$$\nabla \cdot \vec{\sigma} = \nabla \cdot \vec{\sigma}' - \nabla p \quad (\text{B.13})$$

et comme $\frac{d(\rho \vec{u})}{dt} = \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \otimes \vec{u}) = \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla(\vec{u} \cdot \rho \vec{u}) + \vec{u} \nabla \cdot \rho \vec{u}$, l'équation (B.12) devient l'équation de Navier-Stokes en compressible et s'écrit :

$$\boxed{\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \otimes \vec{u}) = \rho \vec{f} - \nabla p + \nabla \cdot \vec{\sigma}'} \quad (\text{B.14})$$

Dans notre étude, les vitesses de fluides sont très élevées, le nombre de Reynolds atteint plusieurs milliers. Nous pouvons donc négliger les effets de la viscosité dans l'équation de Navier-Stokes, ainsi que ceux de la gravité, et utiliser, comme pour les fluides parfaits, l'équation d'Euler :

$$\boxed{\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \otimes \vec{u}) = -\nabla p} \quad (\text{B.15})$$

Cette forme dite conservative, peut être développée et s'écrire en tenant compte de la relation de continuité (B.5) sous forme dite non conservative :

$$\boxed{\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = -\nabla p} \quad (\text{B.16})$$

B.1.3 Conservation de l'énergie

Soit E l'énergie totale d'un écoulement, e_i l'énergie interne et e_c l'énergie cinétique de cet écoulement. Ces trois énergies sont reliées par la relation : $E = e_i + e_c$. L'énergie de l'unité de volume du fluide vaut :

$$\rho e_c + \rho e_i = \rho \frac{u^2}{2} + \rho e_i \quad (\text{B.17})$$

La variation de cette énergie est donnée par la dérivée partielle :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} + \rho e_i \right) \quad (\text{B.18})$$

Dans un premier temps, calculons la variation de l'énergie cinétique :

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\rho u^2}{2} = \frac{u^2}{2} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \vec{u} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \quad (\text{B.19})$$

et, en utilisant les équations de la masse (B.5) et du mouvement (B.14) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\rho u^2}{2} = -\frac{u^2}{2} \nabla \cdot \rho \vec{u} - \vec{u} \cdot \nabla p - \rho \vec{u} (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} + \rho \vec{u} \cdot \vec{f} + \vec{u} \nabla \cdot \vec{\sigma}' \quad (\text{B.20})$$

En appliquant la substitution $\vec{u}(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = \frac{1}{2} \vec{u} \cdot \nabla u^2$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\rho u^2}{2} = -\frac{u^2}{2} \nabla \cdot \rho \vec{u} - \vec{u} \cdot \nabla p - \frac{\rho}{2} \vec{u} \cdot \nabla u^2 + \rho \vec{u} \cdot \vec{f} + \vec{u} \nabla \cdot \vec{\sigma}' \quad (\text{B.21})$$

Soit h l'enthalpie, s l'entropie et T la température. Ces trois grandeurs sont reliées par la relation thermodynamique : $dh = Tds + \frac{1}{\rho}dp$. Le gradient de pression ∇p peut être remplacé par $\rho\nabla h - \rho T\nabla s$. D'où :

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\rho u^2}{2} = -\frac{u^2}{2} \nabla \cdot \rho \vec{u} - \rho \vec{u} \cdot \nabla \left(h + \frac{u^2}{2} \right) + \rho T \vec{u} \cdot \nabla s + \rho \vec{u} \cdot \vec{f} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{\sigma}' \quad (\text{B.22})$$

Maintenant développons la variation de l'énergie interne $\frac{\partial(\rho e_i)}{\partial t}$ en utilisant la relation thermodynamique :

$$de_i = Tds - pdV = Tds + \frac{p}{\rho^2} d\rho \quad (\text{B.23})$$

Notant que $h = e_i + \frac{p}{\rho} = e_i + pV$, on trouve :

$$d(\rho e_i) = e_i d\rho + \rho de_i = h d\rho + \rho T ds \quad (\text{B.24})$$

et donc, en utilisant l'équation générale de l'adiabaticité $\frac{\partial s}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla s = 0$:

$$\frac{\partial(\rho e_i)}{\partial t} = h \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho T \frac{\partial s}{\partial t} = -h \nabla \cdot \rho \vec{u} - \vec{u} \cdot \nabla s \quad (\text{B.25})$$

La variation d'énergie totale s'obtient en additionnant les équations (B.22) et (B.25) et, en groupant les expressions déduites, on trouve :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} + \rho e_i \right) = - \left(h + \frac{u^2}{2} \right) \nabla \cdot \rho \vec{u} - \rho \left[\vec{u} \cdot \nabla \left(h + \frac{u^2}{2} \right) \right] + \rho \vec{u} \cdot \vec{f} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{\sigma}' \quad (\text{B.26})$$

Soit, finalement, en négligeant viscosité et gravité :

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} + \rho e_i \right) = -\nabla \cdot \left[\vec{u} \left(\frac{\rho u^2}{2} + p + \rho e_i \right) \right]} \quad (\text{B.27})$$

B.2 Equation d'évolution de la vorticité

Nous allons étudier le transport de la vorticité dans le cas d'un fluide parfait en établissant l'équation de l'évolution de la vorticité. Pour cela, on part de l'équation d'Euler :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} \quad (\text{B.28})$$

dont on prend le rotationnel :

$$\nabla \wedge \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right) = -\nabla \wedge \left(\frac{\nabla p}{\rho} \right) \quad (\text{B.29})$$

Le premier terme du membre de gauche s'écrit aussi :

$$\nabla \wedge \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \wedge \vec{u}) = \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} \quad (\text{B.30})$$

Le deuxième terme du membre de gauche se développe ainsi :

$$\begin{aligned} \nabla \wedge ((\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}) &= \vec{u} \cdot \nabla (\nabla \wedge \vec{u}) - (\nabla \wedge \vec{u}) \cdot \nabla \vec{u} + (\nabla \wedge \vec{u}) \cdot \nabla \vec{u} \\ &= (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{\omega} - (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{u} + \vec{\omega} \nabla \cdot \vec{u} \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

Dans le membre de droite on fait apparaître le gradient de densité :

$$-\nabla \wedge \left(\frac{\nabla p}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho^2} (\nabla \rho \wedge \nabla p) \quad (\text{B.32})$$

L' quation (B.28) devient :

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{\omega} - \vec{\omega} \cdot \nabla \vec{u} + \vec{\omega} \nabla \cdot \vec{u} = \frac{1}{\rho^2} (\nabla \rho \wedge \nabla p) \quad (\text{B.33})$$

Pour un écoulement bidimensionnel, le terme $\omega \cdot \nabla \vec{u}$ s'annule. L' quation (B.33) se simplifie :

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{\omega} + \vec{\omega} \nabla \cdot \vec{u} = \frac{1}{\rho^2} (\nabla \rho \wedge \nabla p) \quad (\text{B.34})$$

L'équation de continuité contenant le terme $\nabla \cdot \vec{u}$ s'écrit : $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{u} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \rho = 0$. Ce qui nous donne pour l'équation (B.35) :

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{\omega} - \frac{\vec{\omega}}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \rho \right) = \frac{1}{\rho^2} (\nabla \rho \wedge \nabla p) \quad (\text{B.35})$$

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} - \frac{\vec{\omega}}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u} \cdot \left(\nabla \vec{\omega} - \frac{\vec{\omega} \nabla \rho}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho^2} (\nabla \rho \wedge \nabla p) \quad (\text{B.36})$$

En divisant tout par ρ , le membre de gauche devient : $\frac{\partial \vec{\omega}}{\rho \partial t} - \frac{\vec{\omega}}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u} \cdot \left(\frac{\nabla \vec{\omega}}{\rho} - \frac{\vec{\omega} \nabla \rho}{\rho^2} \right)$ ce qui est égal à la dérivée particulaire de $\frac{\vec{\omega}}{\rho}$. Ainsi, l'évolution de la vorticité est donnée par l'équation (B.37) suivante :

$$\boxed{\frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{\omega}}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho^3} (\nabla \rho \wedge \nabla p)} \quad (\text{B.37})$$

On retrouve ici la cause de l'origine de la vorticité abordée au chapitre pr c dent : l'effet barocline, traduit dans l'équation d'évolution de la vorticité par le terme $\nabla \rho \wedge \nabla p$. Celui-ci signifie un défaut d'alignement des gradients de pression et densité, le premier étant lié à l'effort qui s'exerce sur le fluide, le second à sa masse inerte. Quand ces gradients deviennent perpendiculaires entre eux, la vorticité atteint sa valeur maximale.

B.3 Les équations de la turbulence

On rappelle la décomposition de Favre :

$$u_i = \tilde{u}_i + u'_i \text{ avec } u'_i = \delta u_i - \frac{\overline{\delta \rho \delta u_i}}{\bar{\rho}} \quad (\text{B.38})$$

B.3.1 Equation de la masse dans un régime turbulent

On part de l'équation de continuité (B.5) 2D que l'on moyenne :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho u_i}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\rho u_j}}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{B.39})$$

En appliquant la décomposition de Favre (B.38) sur les composantes u_i et u_j de la vitesse, on obtient :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho(\tilde{u}_i + u'_i))}{\partial x_i} + \frac{\partial (\rho(\tilde{u}_j + u'_j))}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{B.40})$$

La moyenne des termes de fluctuations $\overline{u'_i}$ et $\overline{u'_j}$ disparaissent et la conservation de la masse en écoulement turbulent devient :

$$\boxed{\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = 0} \quad (\text{B.41})$$

B.3.2 Equation de la quantité de mouvement

On commence par moyenner l'équation de Navier-Stokes (B.14), en exprimant $\nabla \cdot \vec{\sigma}'$ par $\nu \Delta \vec{u}$:

$$\frac{\partial (\overline{\rho u_i})}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho u_i u_i})}{\partial x_i} + \frac{\partial (\overline{\rho u_i u_j})}{\partial x_j} = \bar{\rho} f_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \overline{u_i} \quad (\text{B.42})$$

La décomposition de Favre sur la vitesse donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\rho(\tilde{u}_i + u'_i)}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{\rho(\tilde{u}_i + u'_i)(\tilde{u}_i + u'_i)} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\rho(\tilde{u}_i + u'_i)(\tilde{u}_j + u'_j)} \\ = \bar{\rho} f_i - \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{p} + \bar{\rho} \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \overline{(\tilde{u}_i + u'_i)} \end{aligned} \quad (\text{B.43})$$

Tous les termes ne faisant intervenir qu'une fois les fluctuations u' disparaissent lors du moyennage. L'équation (B.43) devient :

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} u'_i u'_j) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} u'_i u'_i) = \\ - \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{p} + \bar{\rho} \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \tilde{u}_i + \bar{\rho} f_i \end{aligned}} \quad (\text{B.44})$$

avec $\bar{p} = (\gamma - 1) \bar{\rho} \tilde{e}_i$.

Le terme $\tau = -\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j$ s'appelle le tenseur de Reynolds ou le tenseur des contraintes turbulentes. Il caractérise la corrélation entre des composantes instantanées de la vitesse fluctuante et rend compte du transport par les fluctuations turbulentes. Les composantes non diagonales $\tau_{i \neq j}$ jouent un rôle plus important que les composantes diagonales τ_{ii} . Elles correspondent en effet à des contraintes de cisaillement qui facilitent l'apparition de nouveaux mouvements de rotation et permettent ainsi de maintenir élevé le rotationnel de la vitesse et de faire apparaître de nouveaux tourbillons.

B.3.3 Equation de la conservation de l'énergie

Dans un écoulement turbulent, il faut considérer l'énergie de l'écoulement moyen et l'énergie des fluctuations turbulentes. Etablissons le bilan de conservation de l'énergie cinétique des fluctuations turbulentes en l'absence de gravité. On part de l'équation de la conservation de l'énergie (B.27) que l'on moyenne et dans laquelle on ne considère que les termes liés à l'énergie cinétique, et non à l'énergie interne :

$$\frac{\partial \overline{\rho u_i^2}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\overline{u_i \left(\frac{\rho u_i^2}{2} + p \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u_j \left(\frac{\rho u_i^2}{2} + p \right)} \right) = 0 \quad (\text{B.45})$$

Décomposée selon Favre, l'équation (B.45) devient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\rho(\tilde{u}_i + u'_i)^2}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\overline{(\tilde{u}_i + u'_i) \left(\frac{\rho(\tilde{u}_i + u'_i)^2}{2} + p \right)} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{(\tilde{u}_j + u'_j) \left(\frac{\rho(\tilde{u}_i + u'_i)^2}{2} + p \right)} \right) = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.46})$$

Après avoir développé l'équation (B.46) et supprimé les termes de fluctuations moyennés nuls, l'équation de conservation de l'énergie cinétique en régime turbulent s'écrit ainsi :

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} (\overline{u_i^2} + \overline{u_i'^2}) + \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{\rho} \left(\overline{u_i^3} + \overline{\tilde{u}_i u_i'^2} + 2\overline{\tilde{u}_i u_i' u_i'} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\rho} \left(\overline{\tilde{u}_j u_i^2} + \overline{\tilde{u}_j u_i'^2} + 2\overline{\tilde{u}_i u_j' u_i'} \right) \\ = -\frac{\partial(\bar{p}\tilde{u}_i)}{\partial x_i} - \frac{\partial(\bar{p}\tilde{u}_j)}{\partial x_j} \end{aligned}} \quad (\text{B.47})$$

Le terme $\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \overline{\tilde{u}_i u_i' u_j'}$ représente le transfert d'énergie entre l'écoulement moyen et les fluctuations turbulentes. Il fait intervenir à la fois le gradient de vitesse de l'écoulement moyen et le tenseur de Reynolds du transport de quantité de mouvement par les fluctuations turbulentes.

B.4 Le modèle de Saurel *et al.* [60]

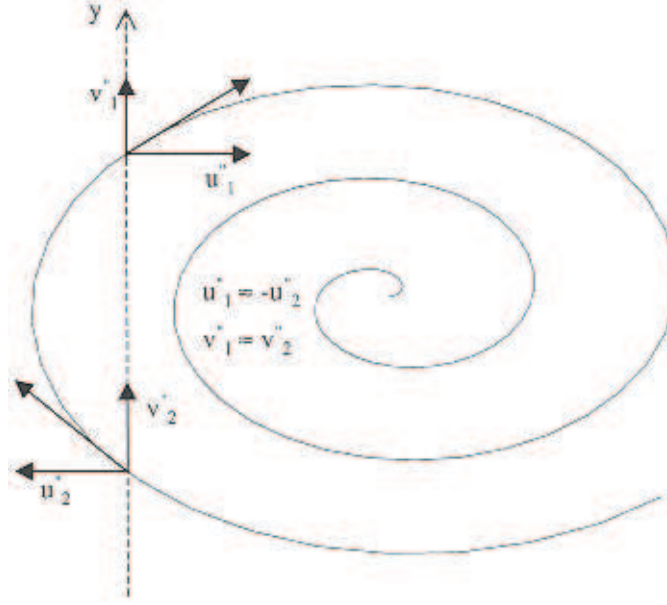


FIG. B.2 – Vecteurs vitesses dans un vortex quasi-symétrique (figure tirée de [60])

L'idée de Saurel *et al.*, dans la référence [60], est d'introduire des effets de turbulence dans le modèle de Zel'dovich, modèle d'un plasma complètement ionisé dans lequel la force de trainée du champ électrique entre ions et électrons est si élevée que ces derniers se meuvent à la même vitesse, et possèdent cependant des températures très différentes. Ce modèle consiste en somme en un système de lois de conservation complétées par une équation sur l'entropie pour les électrons. Avant de considérer un plasma, Saurel *et al.* commencent par analyser thermodynamiquement les lois de conservation. C'est cette étape qui nous intéresse et que nous décrivons dans ce paragraphe. Tout d'abord, ils appliquent une moyenne et une décomposition de Favre aux équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement (Euler) et de l'énergie, en 2D dans le repère (x, y) , pour un tourbillon symétrique (figure B.2). Les équations obtenues (B.2) correspondent aux équations de base de la turbulence en compressible, avec u et v les composantes de la vitesse $\vec{u}$ selon les axes x et y , e_i l'énergie interne et E l'énergie totale. Pour la conservation de la masse on obtient, comme démontré dans l'annexe précédente :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} u}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} v}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{v}}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \tag{B.48}$$

La moyenne de l'équation de la quantité de mouvement selon la direction x s'écrit :

$$\frac{\partial \bar{\rho} u}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} u^2 + \bar{p})}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} u v}{\partial y} = 0 \tag{B.49}$$

où, en appliquant la décomposition de Favre sur les composantes des vitesses et en annulant les moyennes des fluctuations, les termes de l'équation (B.49) deviennent, en reprenant la

notation u' pour désigner les fluctuations turbulentes de la vitesse :

$$\overline{\rho u} = \tilde{\rho} \tilde{u} \quad (\text{B.50})$$

$$\overline{\rho u^2} = \tilde{\rho} \tilde{u}^2 = \tilde{\rho} \tilde{u}^2 + \tilde{\rho} \tilde{u}'^2 \quad (\text{B.51})$$

$$\bar{p} = (\gamma - 1) \overline{\rho e_i} = (\gamma - 1) \tilde{\rho} \tilde{e} \quad (\text{B.52})$$

$$\overline{\rho u v} = \tilde{\rho} \tilde{u} \tilde{v} = \tilde{\rho} (\tilde{u} \tilde{v} + \tilde{u}' \tilde{v}') \quad (\text{B.53})$$

$$(\text{B.54})$$

Dans la dernière expression de l'équation (B.50), pour des raisons de turbulence isotropique, ils considèrent que $\tilde{u}' \tilde{v}' = 0$. En effet, ils supposent que le flux turbulent contient des vortex symétriques. Ainsi, sur la figure B.2, on a $\tilde{u}' \simeq u'_1 + u'_2 = 0$ et $\tilde{v}'_1 = \tilde{v}'_2$, ce qui revient à dire que $\tilde{u}' \tilde{v}' = u'_1 v'_1 + u'_2 v'_2 = 0$. Le terme primordial dans le modèle de Saurel *et al.* se trouve dans la deuxième expression de l'équation (B.50) : $\tilde{\rho} \tilde{u}'^2$. C'est ce qu'ils nomment la pression turbulente et la désignent par la lettre K . Donc, les première et deuxième composantes de l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrivent respectivement, en supposant, d'après l'hypothèse isotropique, que $\tilde{\rho} \tilde{u}'^2 = \tilde{\rho} \tilde{v}'^2 = K$ la pression turbulente :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{\rho} \tilde{u}^2 + \bar{p} + K)}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u} \tilde{v}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u} \tilde{v}}{\partial x} + \frac{\partial (\tilde{\rho} \tilde{u}^2 + \bar{p} + K)}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.55})$$

L'équation de la conservation de l'énergie totale s'écrit :

$$\frac{\partial \overline{\rho E}}{\partial t} + \frac{\partial ((\rho E + p)u)}{\partial x} + \frac{\partial ((\rho E + p)v)}{\partial y} = 0 \quad (\text{B.56})$$

avec

$$\overline{\rho E} = \tilde{\rho} \tilde{E} \quad (\text{B.57})$$

$$\overline{\rho E u} = \tilde{\rho} \tilde{E} \tilde{u} + K \tilde{u} \quad (\text{B.58})$$

$$\overline{p u} = (\gamma - 1) \tilde{\rho} \tilde{e} \tilde{u} \quad (\text{B.59})$$

Ce qui donne pour l'énergie :

$$\frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{E}}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{\rho} \tilde{E} \tilde{u} + \tilde{p} \tilde{u} + K \tilde{u})}{\partial x} + \frac{\partial (\tilde{\rho} \tilde{E} \tilde{v} + \tilde{p} \tilde{v} + K \tilde{v})}{\partial y} = 0 \quad (\text{B.60})$$

Voici le système obtenu après moyennage des équations de conservation 2D, d'après l'écriture de Saurel *et al.*, en omettant les symboles liés aux moyennes :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (\text{B.61})$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2 + p + K)}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v}{\partial y} = 0 \quad (\text{B.62})$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{\partial (\rho u^2 + p + K)}{\partial y} = 0 \quad (\text{B.63})$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial (\rho E u + p u + K u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho E v + p v + K v)}{\partial y} = 0 \quad (\text{B.64})$$

avec $E = e_i + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) + \frac{n}{2} \frac{K}{\rho}$. n est le nombre de dimensions. Ici $n = 2$ donc $E = e_i + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) + \frac{K}{\rho}$.

Ayant déterminé le système d'équations turbulentes, ils s'intéressent ensuite à un modèle réduit à une dimension, contenant des vortex 2D ou 3D. Le système se réduit alors à :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.65})$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2 + p + K)}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.66})$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial (\rho E u + p u + K u)}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.67})$$

La fermeture de ce système nécessite une équation pour déterminer K . Pour un flux évoluant sans dissipation et pour les ondes de choc, l'équation de l'énergie doit être réduite à :

$$\frac{\partial s}{\partial t} + u \frac{\partial s}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.68})$$

où s est l'entropie thermodynamique. Cette contrainte imposée au système (B.65) fournit une équation qui permet la détermination de la pression turbulente K . En remplissant les conditions de l'identité de Gibbs, en posant $\gamma_t = \frac{n+2}{n}$, γ_t étant le coefficient adiabatique turbulent, et en considérant que l'énergie turbulente est une fonction de la densité et de l'entropie turbulente comme ceci : $e_t = \frac{n}{2} \frac{K}{\rho}$, ils obtiennent une solution pour K :

$$K = C(s_t) \rho^{\gamma_t} \quad (\text{B.69})$$

et notent que l'énergie turbulente prend la forme d'un potentiel thermodynamique :

$$e_t = \frac{1}{\gamma_t - 1} C(s_t) \rho^{\gamma_t - 1} \quad (\text{B.70})$$

$C(s_t)$ est une constante dépendant de l'entropie turbulente. Elle peut être déterminée en considérant que pour un gaz parfait, K s'écrit aussi :

$$K = P_t = (\gamma_t - 1) \rho e_t \quad (\text{B.71})$$

Ils adoptent ensuite ce modèle à un plasma constitué d'ions et d'électrons et en développent numériquement un solveur de Riemann.

B.5 Les chocs : les équations de Rankine-Hugoniot

On considère un tube de matière, dont la section a la surface unité, parcouru par une onde choc normale aux parois (figure B.3). Les points A et B représentent les positions du

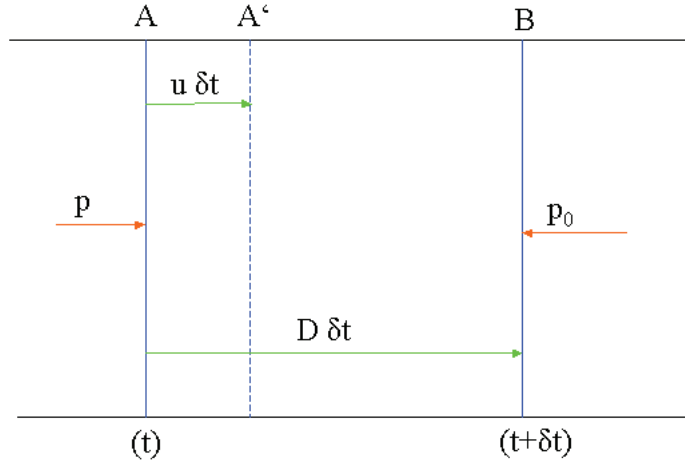


FIG. B.3 – Tube de matière permettant un établissement simple des équations de Rankine-Hugoniot

front de choc aux instants t et $t + \delta t$. On suppose que le milieu devant le choc a une vitesse nulle ($u_0 = 0$). On a :

$$AB = D\delta t \quad (\text{B.72})$$

L'élément de matière situé en A à l'instant t se trouve en A' à l'instant $(t + \delta t)$:

$$AA' = u\delta t \quad (\text{B.73})$$

Pour établir la conservation de la masse, on raisonne sur la matière comprise entre A et B à l'instant t , avant le passage du choc, donc à la densité ρ_0 . Sa masse est :

$$m = \rho_0 \cdot AB = \rho_0 D\delta t \quad (\text{B.74})$$

A l'instant $(t + \delta t)$, elle se trouve entre A' et B , comprimée à la densité ρ :

$$m = \rho \cdot A'B = \rho(D - u)\delta t \quad (\text{B.75})$$

d'où :

$$\boxed{\rho(D - u) = \rho_0 D} \quad (\text{B.76})$$

La conservation de l'impulsion s'obtient en appliquant la loi des percussions, puisque le choc exerce une percussion sur l'élément AB :

$$(p - p_0)\delta t = m(u - u_0) \text{ avec ici } u_0 = 0 \quad (\text{B.77})$$

$$\boxed{p - p_0 = \rho_0 Du} \quad (\text{B.78})$$

Enfin, l'énergie reçue par l'élément AB entre t et $t + \delta t$ est égale au travail des forces extérieures à l'élément. La pression p_0 ne travaille pas puisqu'elle s'exerce sur la face B qui reste fixe entre t et $t + \delta t$. La pression p , qui s'exerce sur la face A , effectue le travail $p.AA' = pu\delta t$. L'énergie reçue comprend de l'énergie cinétique et un accroissement d'énergie interne. D'où :

$$\left(E - E_0 + \frac{1}{2}u^2\right)m = pu\delta t \quad (\text{B.79})$$

soit :

$$E - E_0 = \frac{pu}{\rho_0 D} - \frac{1}{2}u^2 \quad (\text{B.80})$$

En remplaçant p par sa valeur dans l'équation (B.78), on a :

$$E - E_0 = \frac{p_0 u}{\rho_0 D} + \frac{1}{2}u^2 \quad (\text{B.81})$$

d'où, en combinant avec l'équation (B.76) :

$$2(E - E_0) = \frac{p + p_0}{\rho_0} \frac{u}{D} = (p + p_0)(v_0 - v) \quad (\text{B.82})$$

$$\text{avec le rapport des volumes massiques } \frac{v}{v_0} = 1 - \frac{u}{D}$$

$$\boxed{E - E_0 = \frac{1}{2}(p + p_0)(v_0 - v)} \quad (\text{B.83})$$

Il est utile d'écrire les relations de choc sous forme symétrique, en isolant dans chaque membre de la relation les grandeurs relatives aux milieux de part et d'autre du front. On pose :

$$D - u_0 = u_1 \text{ et } D - u = u_2 \quad (\text{B.84})$$

avec $u_0 = 0$ dans notre cas

L'indice 1 représente le milieu dans son état initial, l'indice 2 correspond au fluide choqué. Cette notation (B.84) revient à se placer dans un système lié au front de choc. La matière dans l'état initial pénètre le front à la vitesse u_1 et en sort à la vitesse u_2 . On peut réécrire les 3 relations d'Hugoniot sous la forme suivante :

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \quad (\text{B.85})$$

$$p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2 \quad (\text{B.86})$$

$$u_1 \left(\frac{1}{2} \rho_1 u_1^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 \right) = u_2 \left(\frac{1}{2} \rho_2 u_2^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} p_2 \right) \quad (\text{B.87})$$

La 3ème équation du système s'obtient en combinant l'équation hydrodynamique de conservation (B.27) de l'énergie à la relation d'Hugoniot, en considérant que $E = \frac{1}{2}u^2 + e_i$ avec e_i l'énergie interne qui s'exprime ainsi : $e_i = \frac{p}{\rho(\gamma-1)}$.

Déterminons à présent le taux de compression $\frac{\rho}{\rho_0}$. Pour cela nous partons de la relation d'Hugoniot sur l'énergie (équation B.83), en réécrivant l'énergie E en fonction de l'enthalpie H comme ceci : $E = H - pv$, ce qui donne :

$$H - H_0 = \frac{1}{2}(p - p_0)(v_0 + v) \quad (\text{B.88})$$

Les relations thermodynamiques de Mayer nous permettent d'écrire : $H = \frac{\gamma p v}{\gamma - 1}$, avec $v = \frac{1}{\rho}$ et γ le coefficient adiabatique du milieu dans lequel le choc se propage, ainsi :

$$\frac{\gamma p}{\rho(\gamma - 1)} - \frac{\gamma p_0}{\rho_0(\gamma - 1)} = \frac{1}{2}(p - p_0)\left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho}\right) \quad (\text{B.89})$$

ce qui nous donne :

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{(\gamma + 1)p + (\gamma - 1)p_0}{(\gamma - 1)p + (\gamma + 1)p_0} \quad (\text{B.90})$$

Si l'on se place dans une configuration de choc fort, $p \gg p_0$ et le rapport de compression se simplifie :

$$\boxed{\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \quad (\text{B.91})$$

Pour un gaz parfait, pour lequel $\gamma = \frac{5}{3}$, subissant un choc fort, le rapport de compression vaut : $\frac{\rho}{\rho_0} = 4$. Nous pouvons également exprimer les vitesses de choc D et du fluide u en choc fort. Pour cela nous commençons par réécrire la relation d'Hugoniot sur la conservation de la masse (équation (B.76)) :

$$D = \left(\frac{\rho}{\rho - \rho_0}\right) u \quad (\text{B.92})$$

On injecte cette expression dans la relation d'Hugoniot concernant la conservation de l'impulsion (équation B.78) :

$$p - p_0 = \left(\frac{\rho \rho_0}{\rho - \rho_0}\right) u^2 \quad (\text{B.93})$$

$$p - p_0 = \left(\frac{\rho \rho_0}{\rho(1 - \frac{\rho_0}{\rho})}\right) u^2 \quad (\text{B.94})$$

Ce qui donne pour un choc fort :

$$p = \left(\frac{\rho_0}{(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1})}\right) u^2 \quad (\text{B.95})$$

$$\boxed{u^2 = \frac{2}{\gamma + 1} \frac{p}{\rho_0}} \quad (\text{B.96})$$

Par le même raisonnement pour D on trouve :

$$\boxed{D^2 = \frac{\gamma + 1}{2} \frac{p}{\rho_0}} \quad (\text{B.97})$$

Enfin D et u sont reliées par la relation :

$$\boxed{D = \frac{\gamma + 1}{2} u} \quad (\text{B.98})$$

B.6 Le modèle de Hazak *et al.* [23]

Hazak *et al.* [23] généralisent les équations de Rankine-Hugoniot aux milieux hétérogènes. Ils s'intéressent aux relations entre grandeurs macroscopiques moyennes en amont et en aval du choc, plutôt qu'à leurs valeurs microscopiques, fluctuantes. Le choc est supposé macroscopiquement plan. On distingue la direction x de propagation de choc et les directions transverses y et z . L correspond à la dimension moyenne des pores dans le cas d'une mousse. On considère un cube, contenant le fluide, de dimension $x_2 - x_1$, $y_2 - y_1 = L$ et $z_2 - z_1 = L$. Hazak *et al.* introduisent deux moyennes : la moyenne transverse et la moyenne sur un pore autour du point d'abscisse x . La moyenne transverse se note par un crochet simple comme ceci :

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{L^2} \int \int_0^L \dots dy dz \quad (\text{B.99})$$

La moyenne sur un pore autour du point d'abscisse x s'écrit :

$$\langle \langle \dots \rangle \rangle = \frac{1}{L} \int_{x-\frac{L}{2}}^{x+\frac{L}{2}} \dots dx' \quad (\text{B.100})$$

Ces moyennes vont nous servir à établir les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie pour la mousse que nous étudions. Nous allons considérer les deux dimensions x et y . Pour la masse, on part de l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (\text{B.101})$$

que l'on intègre de x_1 à x_2 :

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial \rho}{\partial t} dx = - \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x) dx \quad (\text{B.102})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_1}^{x_2} \rho dx = - [\rho u_x]_{x_1}^{x_2} \quad (\text{B.103})$$

On moyenne sur y :

$$\frac{1}{L} \int_0^L \left(\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_1}^{x_2} \rho dx \right) dy = - \frac{1}{L} \int_0^L [\rho u_x]_{x_1}^{x_2} dy \quad (\text{B.104})$$

en permutant les intégrales :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{1}{L} \int_0^L \rho dy \right) dx = - \left[\frac{1}{L} \int_0^L \rho u_x dy \right]_{x_1}^{x_2} \quad (\text{B.105})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_1}^{x_2} \langle \rho \rangle dx = - [\langle \rho u_x \rangle]_{x_1}^{x_2} \quad (\text{B.106})$$

On réintègre en x sur une distance L :

$$\boxed{\frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dx' \int_{x_1+x'}^{x_2+x'} \langle \rho \rangle dx = - [\langle \rho u_x \rangle]_{x_1}^{x_2}} \quad (\text{B.107})$$

Pour la conservation de la quantité de mouvement, on part de l'équation d'Euler :

$$\frac{\partial}{\partial t} + u_x \frac{\partial}{\partial x} \rho u_x = - \frac{\partial}{\partial x} p \quad (\text{B.108})$$

que l'on intègre de x_1 à x_2 :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_1}^{x_2} \rho u_x dx = - [\rho u_x u_x]_{x_1}^{x_2} - [p]_{x_1}^{x_2} \quad (\text{B.109})$$

La moyenne sur y donne :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_1}^{x_2} \langle \rho u_x \rangle dx = - [\langle \rho u_x u_x \rangle]_{x_1}^{x_2} - [\langle p \rangle]_{x_1}^{x_2} \quad (\text{B.110})$$

Enfin on intègre en x sur une distance L :

$$\boxed{\frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dx' \int_{x_1+x'}^{x_2+x'} \langle \rho u_x \rangle dx = - [\langle \langle \rho u_x u_x \rangle \rangle]_{x_1}^{x_2} - [\langle \langle p \rangle \rangle]_{x_1}^{x_2}} \quad (\text{B.111})$$

Pour la conservation de l'énergie, on part de l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u_x^2}{2} + \frac{\rho u_y^2}{2} + \rho e_i \right) = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho u_x^3}{2} + \frac{\rho u_y^2 u_x}{2} + p u_x + \rho e_i \right) \quad (\text{B.112})$$

Pour les gaz parfaits : $e_i = \frac{p}{\rho(\gamma-1)}$. L'équation (B.112) devient :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u_x^2}{2} + \frac{\rho u_y^2}{2} + \frac{p}{\gamma-1} \right) = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho u_x^3}{2} + \frac{\rho u_y^2 u_x}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} p u_x \right) \quad (\text{B.113})$$

Comme précédemment on intègre de x_1 à x_2 :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{\rho u_x^2}{2} + \frac{\rho u_y^2}{2} + \frac{p}{\gamma-1} \right) dx = - \left[\frac{\rho u_x^3}{2} + \frac{\rho u_y^2 u_x}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} p u_x \right]_{x_1}^{x_2} \quad (\text{B.114})$$

La moyenne sur y donne :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{1}{2} \langle \rho u_x^2 \rangle + \frac{1}{2} \langle \rho u_y^2 \rangle + \frac{1}{\gamma-1} \langle p \rangle \right) dx = - \left[\frac{1}{2} \langle \rho u_x^3 \rangle + \frac{1}{2} \langle \rho u_y^2 u_x \rangle + \frac{\gamma}{\gamma-1} \langle p u_x \rangle \right]_{x_1}^{x_2} \quad (\text{B.115})$$

On intègre sur L :

$$\boxed{\frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dx' \int_{x_1+x'}^{x_2+x'} \left(\frac{1}{2} \langle \rho u_x^2 \rangle + \frac{1}{2} \langle \rho u_y^2 \rangle + \frac{1}{\gamma-1} \langle p \rangle \right) dx = - \left[\frac{1}{2} \langle \langle \rho u_x^3 \rangle \rangle + \frac{1}{2} \langle \langle \rho u_y^2 u_x \rangle \rangle + \frac{\gamma}{\gamma-1} \langle \langle p u_x \rangle \rangle \right]_{x_1}^{x_2}} \quad (\text{B.116})$$

B.7 Thermodynamique

Cette annexe se termine par quelques simples notions de thermodynamique concernant les gaz parfaits, puisées dans les ouvrages [38] et [62]. Il finira par une question ouverte au sujet de la détermination du coefficient adiabatique d'un mélange de deux gaz.

B.7.1 Le modèle du gaz parfait

L'équation d'état

Le concept de gaz parfait, développé au milieu du 19ème siècle, constituait le modèle le plus simple en parfait accord avec le comportement des gaz réels raréfiés, c'est-à-dire des gaz à basse pression et à masse volumique faible. Dans le modèle des gaz parfaits, on suppose que les molécules sont des particules ponctuelles, sans interaction mutuelle, qui n'entrent jamais en collision. Chaque molécule se déplace en ligne droite jusqu'à heurter les parois du contenant sur lesquelles elle rebondit. Ces hypothèses et les lois de Newton permettent de prédire la relation qui lie la pression p , le volume V et la température T , en Kelvin, d'un tel ensemble de molécules. L'équation d'état des gaz parfaits peut être écrite sous la forme :

$$pV = nRT \quad (\text{B.117})$$

n désignant le nombre de moles de gaz présentes. R est la constante des gaz parfaits qui vaut $R = 8,314 \text{ J.mole}^{-1}\text{K}^{-1}$. Ce modèle permet aussi de relier l'énergie cinétique moyenne des molécules du gaz à la température de Kelvin. Les collisions des particules avec les parois du contenant sont supposées élastiques, de sorte que les molécules ne perdent pas d'énergie lorsqu'elles changent de direction. La modification de la direction implique une variation de la quantité de mouvement. Les molécules exercent donc une force de réaction sur les parois. La pression du gaz représente la force moyenne par unité de surface exercée par les molécules sur les parois. De ceci on en tire la relation entre l'énergie cinétique moyenne E_{moy} et la température absolue :

$$E_{moy} = \frac{3}{2}k_bT \quad (\text{B.118})$$

k_b étant la constante de Boltzmann et vaut $k_b = 1,38e^{-23} \text{ J K}^{-1}$.

Mélange de gaz parfaits

Dans de nombreuses situations nous avons affaire à des mélanges de gaz. Le cas de mélanges de gaz raréfiés est relativement simple à traiter parce que chaque gaz se comporte comme si les autres gaz étaient absents. Ceci n'est qu'une conséquence directe du modèle des gaz parfaits qui suppose que les particules n'interagissent pas entre elles. Considérons deux gaz a et b mélangés dans un volume V à la température T . Les pressions partielles des deux gaz satisfont chacune à une équation d'état :

$$p(a)V = n(a)RT \quad (\text{B.119})$$

$$p(b)V = n(b)RT \quad (\text{B.120})$$

La pression p totale est égale à : $p = p(a) + p(b)$. Le nombre de moles n total est égal à : $n = n(a) + n(b)$. En additionnant membre à membre l'équation B.119 on retrouve l'équation d'état $pV = nRT$.

Diffusion

La diffusion est le processus qui conduit à un équilibre des concentrations dans une phase donnée, ou, en d'autres termes, la tendance naturelle d'un système à rendre homogène les concentrations des espèces chimiques en son sein. c'est un phénomène de transport irréversible qui se traduit par la migration d'espèces chimiques dans un milieu. Sous l'effet de l'agitation thermique on observe un déplacement des constituants des zones de forte concentration vers celles de faible concentration. Ce phénomène est régi par la loi de Fick :

$$\vec{j} = -D\vec{\nabla}\rho \quad (\text{B.121})$$

Celle loi relie le vecteur densité de particules $\vec{j}$ et le gradient de concentration. $\vec{j}$ est orienté suivant les densités décroissantes en particules, et, donc, en concentration ρ . Son module correspond à la variation du nombre de particules par unité de temps. La constante de diffusion D caractérise la façon dont la concentration diminue dans un système. A partir de la loi de Fick et de l'équation de continuité, l'équation de diffusion est établie :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = D\Delta\rho \quad (\text{B.122})$$

Δ est ici le laplacien.

B.7.2 Le coefficient adiabatique γ

Définition dans le cas d'un gaz parfait

Le coefficient adiabatique d'un gaz correspond au rapport des chaleurs spécifiques à pression et volume constant :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} \quad (\text{B.123})$$

Dans le cas d'un gaz parfait, la chaleur spécifique ne dépend pas de la température. On peut écrire l'enthalpie H comme ceci : $H = C_p T$ et l'énergie interne e_i ainsi : $e_i = C_V T$. On peut exprimer γ en fonction de l'enthalpie et de l'énergie interne :

$$\gamma = \frac{H}{e_i} \quad (\text{B.124})$$

Les chaleurs spécifiques s'établissent également en fonction de γ et R , la constante des gaz parfaits :

$$C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \text{ et } C_V = \frac{R}{\gamma - 1} \quad (\text{B.125})$$

Il est plus aisé de trouver des informations sur le coefficient C_p des gaz que sur le coefficient C_V . Ce dernier se calcule à partir de C_p :

$$C_V = C_p - nR \quad (\text{B.126})$$

Le coefficient adiabatique s'exprime aussi en fonction de la vitesse du son c :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \quad (\text{B.127})$$

Coefficient adiabatique d'un mélange homogène de deux gaz

Dans le prochain chapitre, nous aurons besoin de connaître le coefficient adiabatique d'un mélange homogène de deux gaz de coefficient adiabatique différent. Nous avons pensé à plusieurs méthodes de détermination du coefficient adiabatique de mélange, γ_{mel} , en commençant par calculer une moyenne des chaleurs spécifiques comme ceci, a et b étant les deux gaz mélangés : $\gamma_{mel} = \frac{C_p(a)+C_p(b)}{C_v(a)+C_v(b)}$. Au sein du laboratoire qui a permis la réalisation de l'expérience traitée au chapitre 3, γ_{mel} s'obtient simplement par une moyenne arithmétique des coefficients adiabatiques en présence, pondérés par le taux de présence ξ du gaz a : $\gamma_{mel} = \xi\gamma(a) + (1 - \xi)\gamma(b)$. De la référence [16], on en sort une moyenne harmonique : $\frac{1}{\gamma_{mel}} = \frac{\xi}{\gamma(a)} + \frac{1-\xi}{\gamma(b)}$. Enfin, une solution analytique sera déterminée ultérieurement à partir des équations thermodynamiques d'un mélange isotherme et isobare à la fois.

Chapitre 3

Expérience sur tube à choc

Ce chapitre traite de la réalisation d'une expérience, avec un tube à choc, de propagation d'un choc dans un milieu constitué de deux gaz. La mesure de la vitesse de propagation du choc est réalisée dans les deux cas suivants : quand les deux gaz forment deux couches superposées et quand leur mélange est homogène. L'objectif est de démontrer une différence de vitesses de choc entre le bicouche et le milieu homogène. La première partie de ce chapitre est un rappel des résultats numériques obtenus précédemment par Piron et al. [51]. Ensuite, après une description détaillée du dispositif expérimental, les résultats de l'expérience sont donnés et analysés. L'étude du milieu homogène nous permet d'estimer le coefficient adiabatique de mélange des deux gaz. L'étude du milieu hétérogène repose sur l'analyse des figures de réfraction observées lors du passage du choc. La comparaison des expériences sur milieux homogène et hétérogène confirme les résultats numériques obtenus par Piron et al. [51] au sujet des vitesses de choc. Enfin, nous avons effectué des simulations décrivant le plus fidèlement possible les expériences.

3.1 Analyse numérique préliminaire : propagation d'un choc dans un bicouche

La grande différence entre la configuration numérique de Piron *et al.* [51] et la configuration expérimentale que nous appliquons réside dans la valeur du nombre de Mach. En effet, dans les études numériques simulant le contexte de la fusion par confinement inertiel, le nombre de Mach doit être fixé à plusieurs milliers. Avec le tube à choc dont nous disposons pour l'expérience, de tels nombres de Mach ne sont pas expérimentables. Ils se limitent à de faibles valeurs, inférieures à 2. Cependant, que le choc soit fort ou faible, le dépôt maximal de vorticité sera toujours atteint dans le cas de la géométrie bicouche.

3.1.1 Un cas d'  cole

Les simulations ont été réalisées avec le code HERA, dans le référentiel du piston, ce qui permet, comme nous l'avons mentionné au premier chapitre, de minimiser l'advection du fluide choqué. La configuration numérique (figure 3.1) consiste en la superposition de deux couches de densités ρ_1 et $\rho_2 = \eta\rho_1$, η étant donc le rapport de densité. La boîte de simulation est conditionnée par trois murs, en haut, en bas et à gauche, et un flux à droite. Les deux couches sont initialisées avec la même vitesse u_0 , de la gauche vers la droite, et l'impact du fluide sur le mur de gauche génère une onde de choc se propageant de la gauche

vers la droite. Les vitesses de fluides sont choisies de manière à obtenir un choc au nombre de Mach très élevé, compris entre 500 et 10000, correspondant aux conditions requises pour la FCI. Le taux de présence du matériau lourd de densité ρ_2 est représenté par la variable ξ et la hauteur du lourd est donc égale à ξL , L étant la hauteur de la boîte de simulation, $30L$ sa longueur. Les fluides sont considérés comme des gaz parfaits monoatomiques, on a donc pour coefficient adiabatique $\gamma = \frac{5}{3}$ et la pression est donnée par $p = (\gamma - 1)\rho e_i$, e_i étant l'énergie interne spécifique.

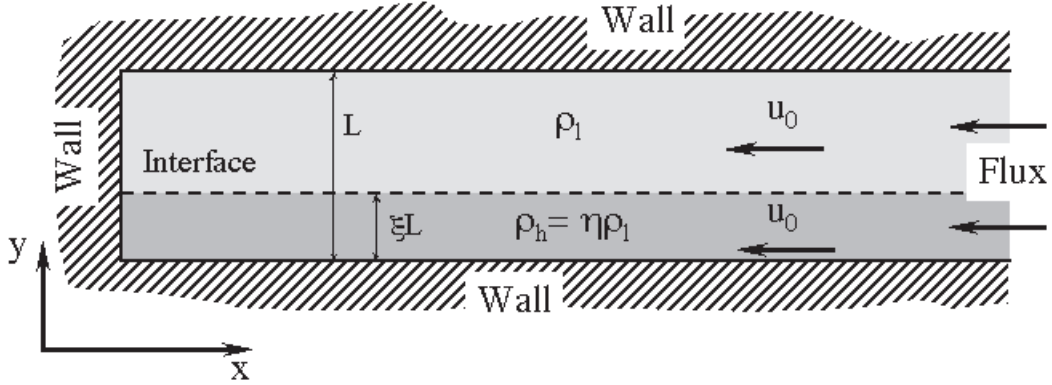


FIG. 3.1 – Configuration numérique des simulations bicouche de R. Piron (figure tirée de [51]).

Nous allons présenter quelques résultats de ces travaux. La différence relative des vitesses de choc entre le bicouche et le milieu homogène équivalent, ou encore le $\frac{\Delta D}{D_h}$ (3.1), a été calculée en faisant varier la vitesse fluide initiale u_0 , la densité du gaz lourd et le rapport de densité η .

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{D_i - D_h}{D_h} \quad (3.1)$$

avec D_i et D_h les vitesses de choc respectivement dans les milieux inhomogène et homogène. On rappelle que la vitesse d'un choc fort dans un gaz parfait homogène s'approxime ainsi :

$$D_h = \frac{(\gamma + 1)u_0}{2} \quad (3.2)$$

La vitesse du choc dans le bicouche, D_i , s'obtient grâce aux simulations numériques. La pression derrière le choc dans chacun des deux gaz est donnée, dans l'approximation d'un choc fort, par :

$$p_0 = \frac{\gamma + 1}{2} \rho_0 u_0^2 \quad (3.3)$$

où ρ_0 est la densité du gaz considéré avant le choc.

3.1.2 Résultats

Nous présentons quelques résultats de ces travaux qui ont servi de points de référence dans ce chapitre et le suivant. Les simulations montrent deux régimes de propagation : le régime transitoire et le régime stationnaire. La phénoménologie des premiers instants du régime transitoire est décrite sur la figure 3.2. Quand le fluide s'écrase sur le mur de gauche, une onde plane de choc fort est créée orthogonalement à l'interface et se propage

3.1 Analyse numérique préliminaire : propagation d'un choc dans un bicouche

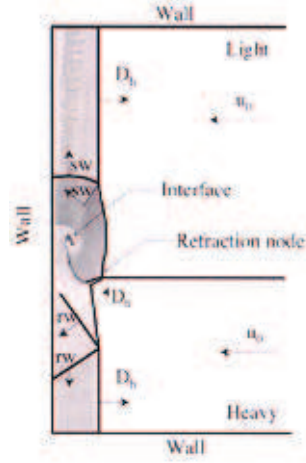


FIG. 3.2 – Régime transitoire lors de la propagation d'un choc fort dans un bicouche (figure tirée de [51]).

dans chacune des deux couches de gaz à la même vitesse D_h , d'après l'équation (3.2). De l'équation (3.3), on déduit que la pression dans chacun des gaz diffère du rapport de densité entre eux. La pression du gaz lourd derrière le choc étant supérieure à celle du gaz léger, le matériau lourd va s'étendre dans le léger, déclenchant un choc secondaire dans ce dernier et une onde de raréfaction dans le lourd. Les deux fronts d'ondes de choc et de réfraction secondaires sont initialement parallèles aux murs horizontaux et se réfractent sur le front de choc primaire. Le choc secondaire, se propageant dans le léger derrière le choc primaire, en courbe le front de choc et l'accélère. L'onde de raréfaction secondaire, se propageant dans le lourd, affaiblit le choc primaire, le ralentissant. Sur la figure 3.2, l'onde de raréfaction, notée rw , et l'onde de choc, notée sw , sont visibles. Quand les ondes secondaires interagissent avec le choc primaire, d'autres ondes sont émises dans le milieu choqué du noeud de réfraction secondaire. La réfraction du choc primaire à l'interface devient irrégulière. L'interface défléchie s'enroule en un large vortex. Les conditions de mur réfléchissent toutes les ondes dans le milieu choqué. Tous ces phénomènes agissent sur le front de choc primaire en l'accéléralant et le ralentissant respectivement dans le léger et le lourd. Sur la figure 3.3, l'évolution temporelle du front de choc est représentée. Les ondes se réfléchissant sur les parois de la boîte de simulation s'affaiblissent avec le temps et la propagation du front de choc atteint un régime asymptotique stationnaire en réfraction irrégulière.

Sur les figures 3.4, 3.5 et 3.6, le $\frac{\Delta q}{q_h}$ correspond au $\frac{\Delta D}{D_h}$ défini précédemment.

Des figures 3.4 et 3.5, il en a été déduit que, du moins pour les valeurs de η et ξ exploitées, les variations de vitesse initiale fluide u_0 et de densité du matériau lourd ρ_2 , à rapport de densité η constant, n'influencent pas la différence relative des vitesses de choc. En revanche, la figure 3.6 traduit la dépendance de la différence relative des vitesses de choc au taux de présence du lourd ξ et du rapport de densité η ; la différence relative des vitesses de choc augmente avec ξ et η .

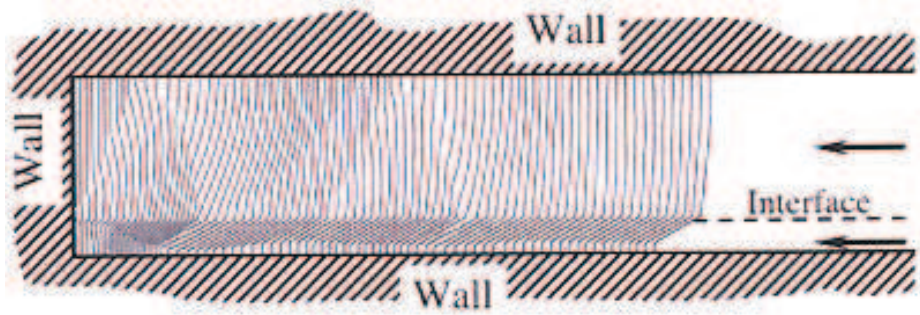


FIG. 3.3 – Evolution du front de choc à des intervalles réguliers de temps (figure tirée de [51]).

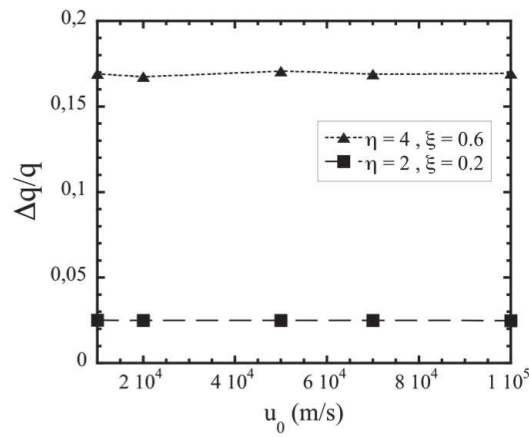


FIG. 3.4 – $\frac{\Delta q}{q_h}$ en fonction de la vitesse fluide initiale u_0 pour différents η et ξ (figure tirée de [51]).

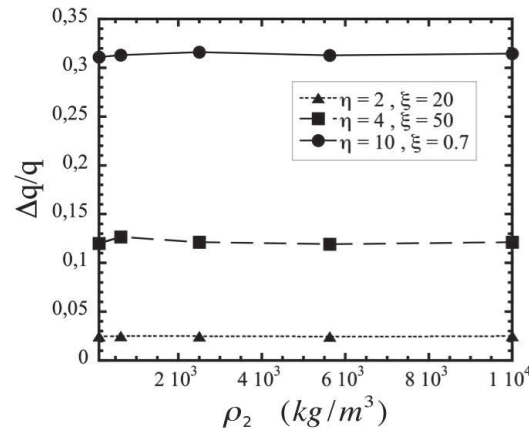


FIG. 3.5 – $\frac{\Delta q}{q_h}$ en fonction de la densité initiale ρ_2 du matériau lourd pour différents η et ξ (figure tirée de [51]).

3.1.3 Dernière étude numérique préparatoire : évolution du $\frac{\Delta D}{D_h}$ avec η et γ

Dans le chapitre suivant, nous allons étudier l'évolution de la différence relative de la vitesse du choc dans un milieu hétérogène et dans le milieu homogène, de densité moyenne

3.1 Analyse numérique préliminaire : propagation d'un choc dans un bicouche

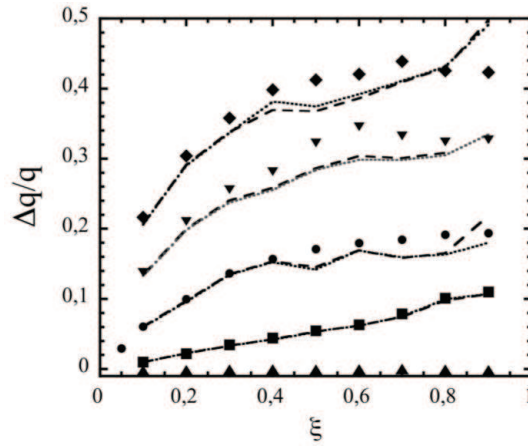


FIG. 3.6 – $\frac{\Delta q}{q}$ en fonction du taux de présence du matériau lourd ξ pour différents η : 1,1 (triangles), 2 (carrés), 4 (points), 10 (triangles inversés) et 20 (losanges) (figure tirée de [51]).

équivalente, ou $\frac{\Delta D}{D_h}$, en fonction de différents paramètres. Cette partie montre numériquement la tendance que va adopter le $\frac{\Delta D}{D_h}$ dans le bicouche en fonction du coefficient adiabatique γ , qui est ici le même dans les deux gaz, et en fonction du rapport de densité η entre les deux gaz.

On observe une décroissance du $\frac{\Delta D}{D_h}$ quand γ augmente, et une croissance du $\frac{\Delta D}{D_h}$ avec η .

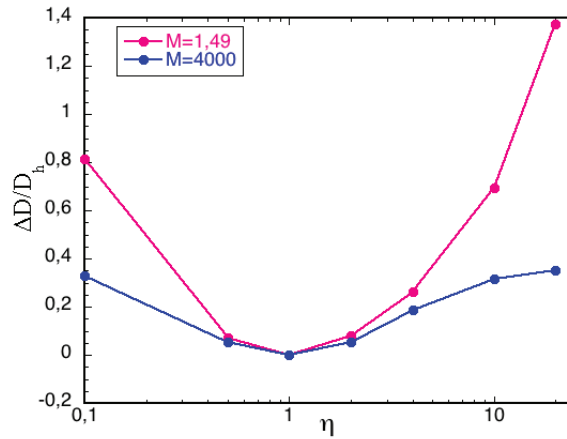


FIG. 3.7 – $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de η pour un choc fort et un choc faible.

Le chapitre suivant propose une étude plus réfléchie de cette dépendance.

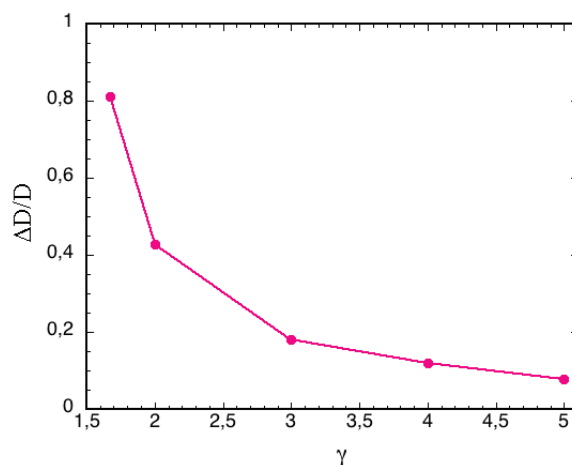


FIG. 3.8 – $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de γ pour un choc fort.

3.2 Dispositif expérimental

La simplicité de ce cas permet facilement son étude expérimentale. Le dispositif le plus approprié et le plus facilement manoeuvrable est le tube à choc, que nous présentons ici, avant de décrire le set up expérimental.

3.2.1 Tube à choc

Les expériences se sont déroulées à l'Institut Universitaire des Systèmes Thermiques Industriels (IUSTI) de l'école Polytech'Marseille, sous la direction de Georges Jourdan et Lazhar Houas. Nous avons eu à disposition le tube à choc T80 (figure 3.9), de section carrée 80 mm et à inclinaison variable [15, 39]. Nous l'avons positionné horizontalement pour notre étude. Sa longueur totale est de 3,805 m.



FIG. 3.9 – Tube à choc T80.

Il est constitué de trois parties (figure 3.11) : la chambre haute pression, la chambre basse pression et la chambre d'expérience. Les chambres haute et basse pression sont séparées par un diaphragme (figure 3.10) qui sont des disques en aluminium de 0,8 mm d'épaisseur striés en croix sur un tiers de leur épaisseur. Dans la chambre haute pression,

longue de 0,75 m, un gaz est comprimé jusqu'à une valeur de pression qui fait claquer le diaphragme. C'est ainsi que le choc est généré dans le tube à choc. Le nombre de Mach M est variable selon le matériau utilisé pour le diaphragme et le gaz introduit dans la chambre haute pression. Les expérimentateurs ont étalonné les paramètres ainsi : pour un nombre de Mach de 1,20, la chambre haute pression est remplie avec de l'air, le diaphragme est fait de la superposition de feuilles très fines d'aluminium ; pour $M = 1,5$, on surpressurise toujours avec de l'air et le diaphragme est en aluminium plus épais ; enfin, pour $M = 1,75$, l'hélium est utilisé dans la chambre haute pression et le diaphragme est également en aluminium épais. Une fois le choc créé, il se propage dans la chambre basse pression, initialement à la pression atmosphérique de 10^5 Pa, pour enfin déboucher dans la chambre d'expérience (en premier plan sur la figure 3.9). Cette dernière mesure 1,04 m de long et contient le milieu à étudier. Deux hublots latéraux transparents en plexiglas permettent de visualiser le passage du choc.



FIG. 3.10 – Diaphragme avant et après le passage du choc.

3.2.2 Mesure et visualisation

Grâce à des capteurs de pression, disposés tout le long des chambres basse pression et d'expérience, et reliés à un oscilloscope (figure 3.11), nous récupérons des informations, après étalonnage des capteurs, sur la pression et son évolution dans le temps, en certains points du tube, ainsi que sur la vitesse du choc entre deux capteurs. Un exemple des

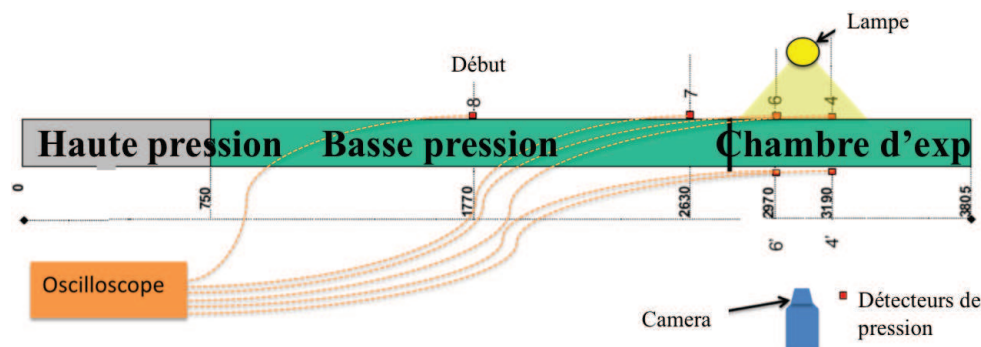


FIG. 3.11 – Schéma du T80 avec dispositifs de mesure des pressions et de visualisation.

signaux obtenus est donné sur la figure 3.12. Le premier saut de pression correspond au passage du choc au niveau de chaque capteur, le deuxième saut de pression est dû à la réflexion du choc sur le fond de tube. En ce qui concerne la visualisation du front de

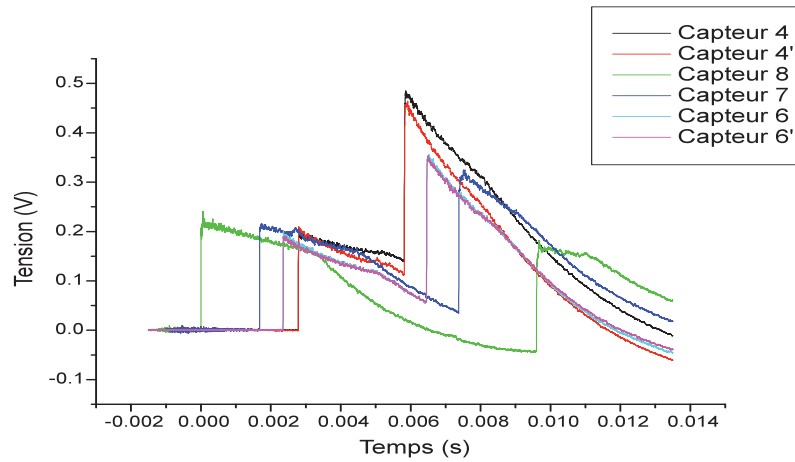


FIG. 3.12 – Signaux de pression enregistrés par les capteurs lors du passage du choc dans le tube à choc.

choc, un système simplifié d'ombroscopie est mis en place, en recouvrant un hublot de la chambre d'expérience avec des feuilles de papier calque, et en plaçant une lampe et une caméra de part et d'autre de cette partie du tube à choc (figure 3.11). Sur la figure 3.15, la zone visualisée par la caméra est hachurée.

3.2.3 Configuration expérimentale : milieux homogène et hétérogène

Nous venons de décrire le tube à choc, ainsi que les dispositifs de mesure et de visualisation. Maintenant nous présentons le milieu à étudier dans la chambre d'expérience. L'expérience consiste à faire propager un choc de faible nombre de Mach (de 1,1 à 1,8) dans un milieu bicouche et dans son homologue homogène, afin d'en comparer les vitesses de choc. Le bicouche est composé de SF_6 pour le gaz lourd et d'air en tant que gaz léger. Les densités initiales sont $5,856 \text{ kg/m}^3$ pour le SF_6 et $1,163 \text{ kg/m}^3$ pour l'air. Les autres données initiales sont indiquées sur la figure 3.13. Le SF_6 a été introduit dans la

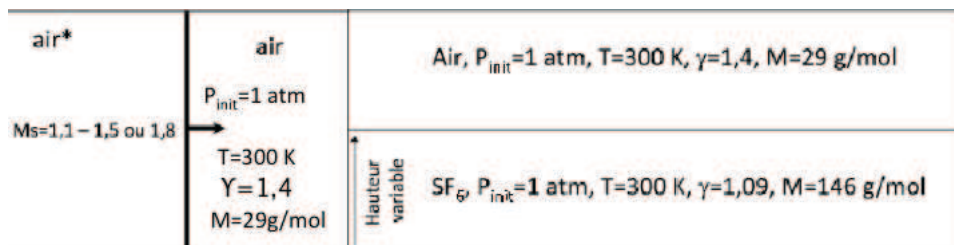
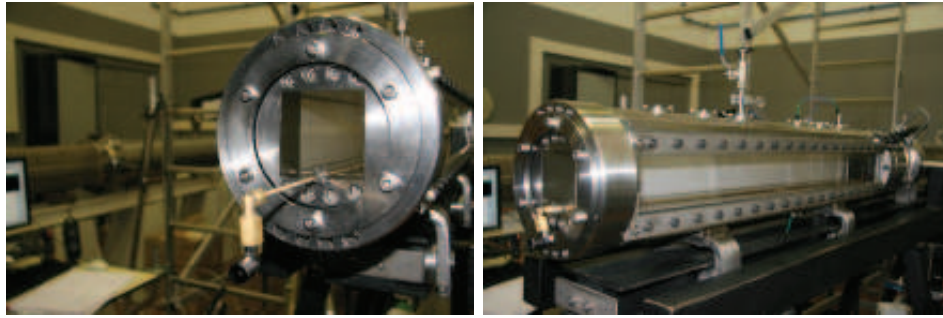


FIG. 3.13 – Schéma du bicouche SF_6 /air

chambre d'expérience grâce à une fine tige de métal, trouée à trois endroits différents, afin de laisser diffuser le gaz (figure 3.14). Les emplacements de ces trous lors du remplissage

FIG. 3.14 – Tige permettant l'introduction du SF_6

de la chambre sont pointés sur la figure 3.15. Pour éviter que le SF_6 ne diffuse dans la

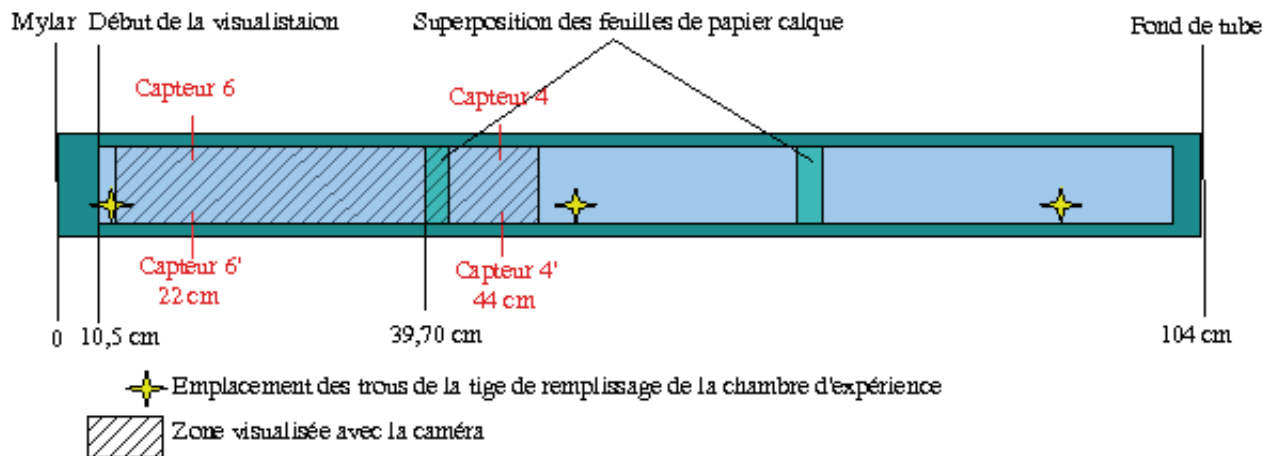


FIG. 3.15 – Schéma de la chambre d'expérience.

chambre basse pression, nous avons mis un film très fin ($1 \mu m$ d'épaisseur) de Mylar entre les chambres d'expérience et de basse pression (figures 3.16).

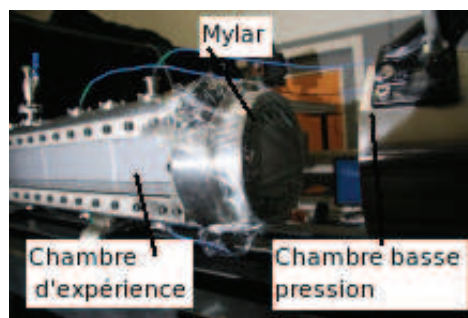


FIG. 3.16 – Film de Mylar

Comme nous voulions, entre autre, comparer la vitesse du choc dans le milieu hétérogène et dans le milieu homogène de densité équivalente, il a fallu élaborer une configuration expérimentale pour les deux milieux. Nous avons d'abord introduit le SF_6 pendant 50 s à une graduation arbitraire donnée (débit 7). A partir de cet étalonnage, nous avons fait varier la durée et le débit d'introduction du SF_6 . Pour obtenir un mélange homogène, il a

tout simplement suffit d'introduire le SF_6 et d'attendre, avant de déclencher le choc, une quinzaine de minutes, que le gaz diffuse uniformément dans l'air. La tâche délicate a été de créer deux couches de gaz malgré le phénomène de diffusion. Nous avons donc procédé à plusieurs tirs. Tout d'abord, après avoir introduit le gaz lourd, nous avons attendu 18 heures avant de tirer, émettant l'hypothèse que la gravité pourrait déjouer la diffusion et que le SF_6 se serait déposé au fond de la chambre d'expérience. Malheureusement, les signaux des capteurs 6 et 4 (placés en haut du tube) et 6' et 4' (en bas) sont en vis à vis deux à deux (figure 3.17) ce qui signifie que le choc est parfaitement plan, signature d'un mélange homogène. Nous avons alors raccourci le temps d'attente entre le remplissage et le tir à 5 minutes. La figure 3.18 nous montre que le choc est encore plan et donc que l'air et le SF_6 s'étaient déjà mélangés. La dernière solution fût alors de tirer immédiatement après le remplissage et nous avons alors observé un décalage dans le temps des signaux de pression émis par les capteurs haut et bas (figure 3.19). Nous avons ensuite fait varier

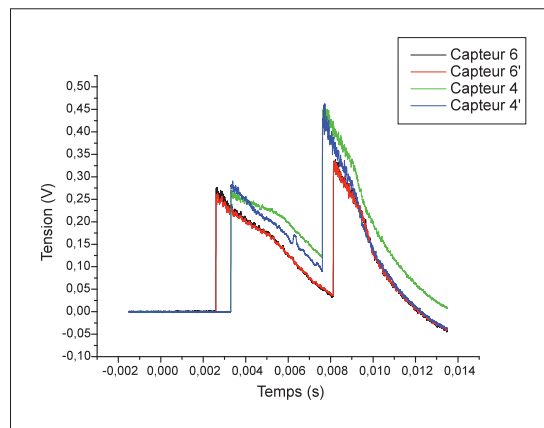


FIG. 3.17 – Tir 18 heures après remplissage

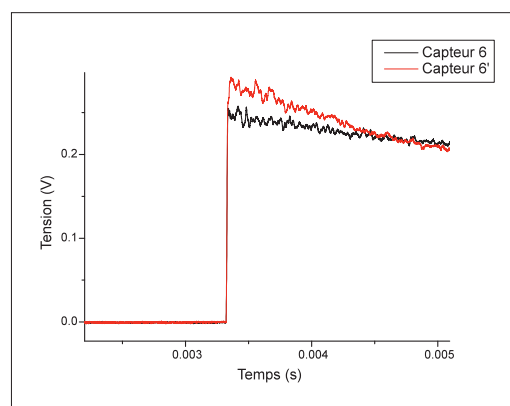


FIG. 3.18 – Tir 5 minutes après remplissage

un autre paramètre : le temps d'introduction du SF_6 dans la chambre d'expérience afin d'obtenir différentes épaisseurs de gaz lourd. Nous avons essayé 25, 50 et 70 s. La durée

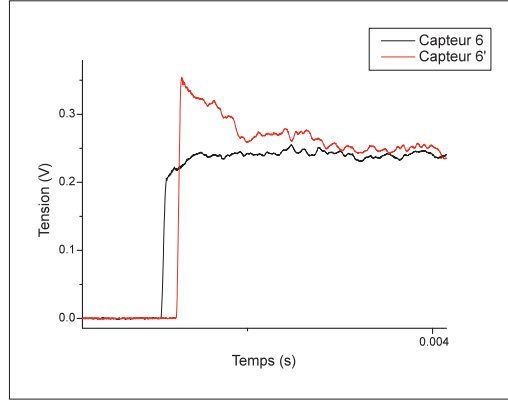


FIG. 3.19 – Tir effectué immédiatement après le remplissage

d'introduction de 25 s fût trop courte pour avoir assez de SF_6 , celle de 75 s trop longue. En effet, les gaz commençaient déjà à bien se mélanger. Ainsi, la durée d'introduction optimale a été estimée à 50 s. Le dernier paramètre à régler fût le débit d'introduction du gaz lourd. Trois graduations de débit ont été testées et l'interface la plus précise entre les deux couches de gaz fût obtenue avec le débit le plus lent (graduation 3).

3.2.4 Passage du choc dans le tube : notations et conventions

Dans le cadre de l'analyse de l'expérience, nous nous sommes intéressés à trois situations différentes, correspondant à trois positions du front de choc lors de son passage dans le tube. Nous allons ici décrire ces configurations en explicitant les notations et conventions adoptées dans la suite du manuscrit. Nous appelons D_i la vitesse du choc qui débouche dans le milieu i , laissant derrière lui le milieu $i + 1$. La première situation (figure 3.20.a) correspond à celle du choc qui se propage encore dans l'air de la chambre basse pression. La seconde situation (figure 3.20.b) correspond à la propagation du choc dans la chambre d'expérience. Un choc réfléchi sur le Mylar évolue en sens inverse dans la chambre basse pression. Enfin, le troisième cas correspond à la propagation du choc retour dans la chambre d'expérience après réflexion sur le fond du tube. Quand le choc se propage du milieu i au milieu $i + 1$, il vérifie le système d'équations de Rankine-Hugoniot classiques, avec respectivement u_α , ρ_α , P_α , γ , la vitesse fluide, la densité, la pression et le coefficient adiabatique dans le milieu α et D_α la vitesse du choc débouchant dans le milieu α :

$$\rho_{i+1}(u_{i+1} - D_i) - \rho_i(u_i - D_i) = 0 \quad (3.4)$$

$$\rho_{i+1}(u_{i+1} - D_i)^2 + P_{i+1} - \rho_i(u_i - D_i)^2 - P_i = 0 \quad (3.5)$$

$$(u_{i+1} - D_i) \left(\frac{1}{2} \rho_{i+1}(u_{i+1} - D_i)^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} P_{i+1} \right) - \quad (3.6)$$

$$(u_i - D_i) \left(\frac{1}{2} \rho_i(u_i - D_i)^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} P_i \right) = 0 \quad (3.7)$$

$$(3.8)$$

Dans le système d'équation (3.4), α est remplacé par i ou $i + 1$.

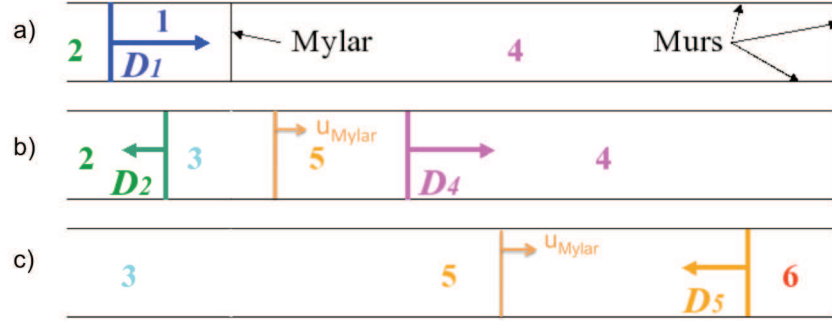


FIG. 3.20 – De haut en bas : première, deuxième et troisième positions du front de choc lors de son passage dans le tube à choc.

3.2.5 Mesure des vitesses et pressions

Enfin, notre objectif étant de calculer et comparer expérimentalement des vitesses de choc, nous donnons ici la méthode utilisée pour en obtenir les valeurs. Les mesures de pression nous permettent également de compléter notre étude. C'est pourquoi nous avons dû étalonner ces capteurs de pression référenciés *PCB113A26*.

Vitesses

Connaissant la distance entre tous les capteurs de pression, et le temps que met le choc à parcourir ces distances, grâce aux signaux donnés par l'oscilloscope, les vitesses des chocs dans la chambre basse pression (capteurs 8 et 7) et dans la chambre d'expérience (capteurs 6 et 4) sont aisément calculables, avec une précision de l'ordre de quelques millimètres par seconde.

Pressions

Les capteurs transforment les sauts de pression en des différences de potentiel électrique envoyées à l'oscilloscope. Afin de revenir à l'écart de pression qu'ils détectent, les capteurs doivent être calibrés. En se plaçant dans la première position du front de choc (figure 3.20.a), nous déduisons, avec $i=1$, et $u_1 = 0$, le rapport de pression $\frac{P_2}{P_1}$ (equation (3.9)) suivant :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2\gamma M^2 - \gamma + 1}{\gamma + 1}, \quad (3.9)$$

avec M le nombre de Mach dans l'air, $M = \frac{D_1}{C_s}$, C_s et γ étant respectivement la vitesse du son dans l'air et son coefficient adiabatique. A partir des signaux des capteurs, D_1 est déterminée. En prenant $C_s = 343$ m/s dans l'air, à température ambiante et à la pression atmosphérique, M est calculé. On fixe $P_1 = 10^5$ Pa dans toutes les expériences et $\gamma = 1,4$ dans l'air. On en déduit, pour chaque tir dans l'air, la valeur de P_2 . La différence de tension ΔV donnée par les capteurs correspond à l'écart de pression $\Delta P = P_2 - P_1$. Les coefficients de calibration des détecteurs sont ainsi obtenus avec une incertitude de 0,3 bar/volt (tableau 3.21).

Détecteurs	Coeff. de calibration (bars/volt)
8	6,4
7	6,9
6	7,2
6'	7,2
4	7,3
4'	6,9

FIG. 3.21 – Coefficients de calibration des capteurs de pression

3.3 Résultats expérimentaux

Nous classifions les résultats en trois parties. Nous commençons par l'analyse des cas homogènes et en tirons les informations nécessaires à la suite de l'étude. Ensuite, une attention particulière est portée sur les tirs dans le bicouche et les phénomènes de réfraction observés. Enfin, la comparaison des vitesses de choc dans le bicouche et le mélange homogène constitue le résultat le plus important de ce chapitre, ainsi qu'une confirmation de l'ensemble des résultats numériques obtenus antérieurement et dans cette thèse.

3.3.1 Milieu homogène

Nous rappelons que le milieu homogène est obtenu par diffusion du SF_6 dans l'air, pendant une vingtaine de minutes après le remplissage de la chambre d'expérience.

Dépouillement

Les tirs effectués dans le mélange sont répertoriés dans le tableau 3.22. Ils diffèrent les uns des autres par le temps et le débit d'introduction du SF_6 dans la chambre d'expérience ainsi que le nombre de Mach du choc incident dans la chambre basse pression. Les valeurs des vitesses et pressions sont précises à 3 % près. Nous constatons un saut de pression lorsque le choc débouche de l'air dans le mélange ($P_5 > P_2$). Ceci est dû au saut de densité entre l'air et le mélange ($\rho_4 > \rho_2$). Sur la photo 3.23, on voit le choc qui se propage de la gauche vers la droite dans le milieu homogène. On remarque qu'il est suivi du Mylar. La bande foncée et plus épaisse que l'on aperçoit à droite correspond à la superposition des deux feuilles de papier calque permettant la visualisation par ombroscopie. Le front de choc se propage bien droit, le mélange obtenu par diffusion du SF_6 est donc bien homogène. Nous avons vérifié la stationnarité du front de choc ainsi que du Mylar, en mesurant minutieusement les positions de l'un et de l'autre sur toutes les images de chaque tir. On constate, sur la figure 3.24, que les vitesses évoluent bien de manière stationnaire. Nous pouvons donc poursuivre notre analyse.

Différentes méthodes de calcul de $\gamma_{mélange}$ et $\rho_{mélange}$

La suite de l'étude consiste en la détermination du coefficient adiabatique, $\gamma_4 = \gamma_{mélange}$, et de la densité moyenne du mélange des deux gaz, $\rho_4 = \rho_{mélange}$, de coefficients adiabatiques et densités différentes, SF_6 et air, avant le passage du choc. Ces données nous

Tir	Temps d'introduction Du SF6 (s)	Grad. du débit	Temps de diffusion (min)	D ₁ (m/s) ±3%	P ₂ (Pa) ±3%	Nom- bre de Mach ±3%	D ₄ (m/s) ±3%	P ₅ (Pa) ±3%	ρ ₄ (kg/m ³)	γ ₄
9	50	7	16	514,15	243970	1,50	308,99	287386	3,31	1,15
12	25	7	20	508,56	243677	1,48	360,17	268880	2,57	1,32
14	75	7	20	509,97	240778	1,49	279,42	291981	3,98	1,12
16	50	5	20	515,07	246821	1,50	328,84	280083	2,88	1,16
18	50	3	18	509,47	243210	1,48	366,34	266740	2,31	1,24
22	50	3	16	411,50	149141	1,20	287,94	152967	2,18	1,21
27	50	3	20	598,91	343698	1,75	467,19	374252	2,09	1,34
29	50	3	20	596,82	346751	1,74	441,65	389994	2,55	1,41

FIG. 3.22 – Cas homogènes

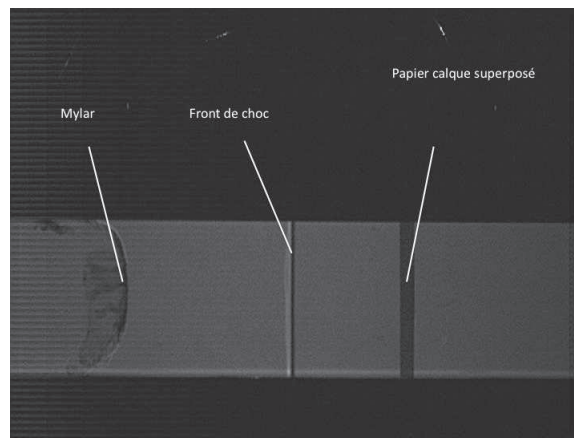


FIG. 3.23 – Mylar et front de choc dans le mélange pour le tir N°9

serviront à comparer ultérieurement ces expériences à des résultats de simulations. Nous exposons les trois méthodes envisagées pour l'obtention de ces données, à partir des résultats expérimentaux et des équations hydrodynamiques. Puis une résolution analytique d'équations thermodynamiques est présentée.

Utilisation de la vitesse du Mylar

Dans un premier temps, nous avons résolu les équations hydrodynamiques entre les milieux 4 et 5, formés lorsque le front du choc se trouve dans sa deuxième position (figure

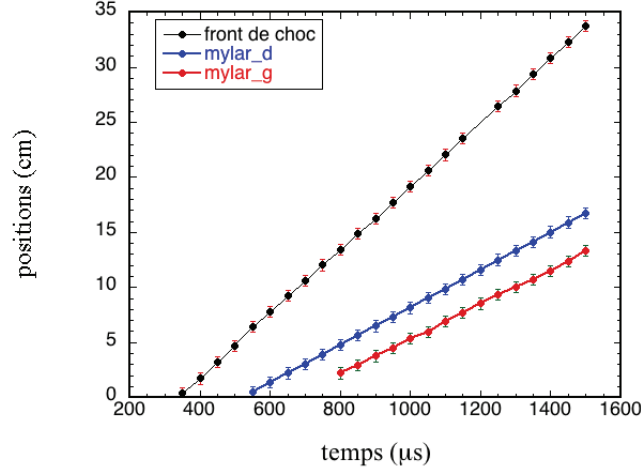


FIG. 3.24 – Stationnarité des vitesses du front de choc et des côtés gauche et droit du Mylar pour le tir N°9

3.20.b). Nous avons obtenu pour $\gamma_{mélange}$ et $\rho_{mélange}$, les relations 3.10 and 3.11.

$$\gamma_{mélange} = \frac{2D_4^2 - u_5 D_4}{2 \frac{P_4}{\rho_{mélange}} + u_5 D_4} \quad (3.10)$$

$$\rho_{mélange} = \frac{-(D_4(P_4 - P_5) + u_5 P_4) + \sqrt{u_5^2 P_4^2 + D_4(P_4 - P_5)(D_4(P_4 - P_5) - 2u_5 P_4)}}{2u_5 D_4^2} \quad (3.11)$$

avec $P_4 = 10^5$ Pa. En considérant que la vitesse fluide u_5 est donnée par la mesure de la vitesse du Mylar, et en utilisant les mesures de pression derrière le choc, nous pouvons déduire les valeurs de $\gamma_{mélange}$ et de $\rho_{mélange}$ pour chaque tir. La figure 3.25 représente la variation de $\gamma_{mélange}$ en fonction de $\rho_{mélange}$ obtenue à partir de données expérimentales et comparée à deux méthodes d'estimation différentes : une méthode arbitraire de régression linéaire (équation 3.12) et une méthode utilisée par Dias *et al.* dans les références [16, 17]. Ils modélisent un mélange air/eau d'une manière bifluide, les deux fluides se déplaçant à la même vitesse. Ils étudient les propriétés de ce mélange, dont la vitesse du son qui, à partir des lois de conservation, suit une loi harmonique. Nous transformons la relation qu'ils ont trouvée pour la vitesse du son de manière à faire apparaître le coefficient adiabatique (équation 3.13).

$$\gamma_{arithmétique} = (1 - \xi)\gamma_{air} + \xi\gamma_{SF6} \quad (3.12)$$

$$\frac{1}{\gamma_{harmonique}} = \frac{1 - \xi}{\gamma_{air}} + \frac{\xi}{\gamma_{SF6}} \quad (3.13)$$

Les tirs 18, 22, 27 et 29 (tableau 3.22) présentant les mêmes conditions d'introduction de SF_6 (temps et débit), les densités et coefficients adiabatiques du mélange devraient être les mêmes d'un tir à l'autre. Or, on observe une importante dispersion de ces valeurs pour laquelle nous n'avons pas d'explication. Sur la figure 3.25, un seul point représente ces quatre tirs, obtenu par moyenne arithmétique des quatre $\rho_{mélange}$ et $\gamma_{mélange}$, les

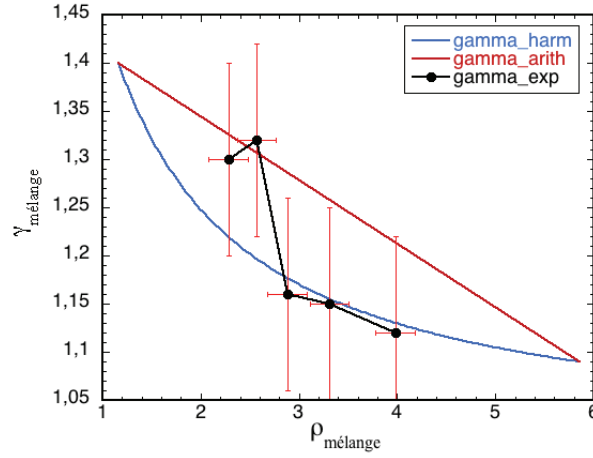


FIG. 3.25 – $\gamma_{\text{mélange}}$ expérimental, moyennes harmoniques et arithmétiques

barres d'erreur horizontales et verticales représentent la dispersion entre ces valeurs. Les extrema des barres d'erreur correspondent aux valeurs minimales et maximales de $\rho_{\text{mélange}}$ et $\gamma_{\text{mélange}}$ de l'ensemble des quatre tirs.

Utilisation des données du choc retour

Nous avons essayé une autre méthode pour calculer $\gamma_{\text{mélange}}$ et $\rho_{\text{mélange}}$. Nous avons combiné deux systèmes d'équations fluides : entre les milieux 5 et 4 du second schéma et les milieux 6 et 5 du troisième schéma (figures 3.20.b et .c), après réflexion du choc sur le mur du fond. Nous avons obtenu une équation unique pour $\gamma_{\text{mélange}}$ (équation (3.14)).

$$\gamma_{\text{mélange}} = \frac{2\rho_5(u_5 - D_5)^2 + P_5 - P_6}{P_5 + P_6} \quad (3.14)$$

Cependant, avec nos données expérimentales, nous nous sommes rendu compte que nous ne pouvions pas calculer ce que nous cherchions car à l'endroit où le choc retour était détecté (capteurs 4 et 6), il n'y avait plus de mélange mais seulement de l'air (figure 3.26). Une solution consisterait à réaliser d'autres tirs en plaçant les capteurs plus proches du fond du tube (figure 3.27).

Utilisation des données de la chambre basse pression

En combinant, dans les premier et deuxième schémas de la position du front de choc (figure 3.20), trois systèmes d'équations fluides, de part et d'autre du Mylar, entre les milieux 2 et 1, puis 3 et 2, ensuite 5 et 4, on obtient un $\gamma_{\text{mélange}}$ suivant (équation (3.15)).

$$\gamma_{\text{mélange}} = \frac{(P_5 - P_4)(2D_4 - u_5)}{u_5(P_5 + P_4)} \quad (3.15)$$

Par cette méthode, nous obtenons des résultats bien trop faibles par rapport aux précédents, nous en arrivons à la conclusion que les incertitudes sur les données expérimentales

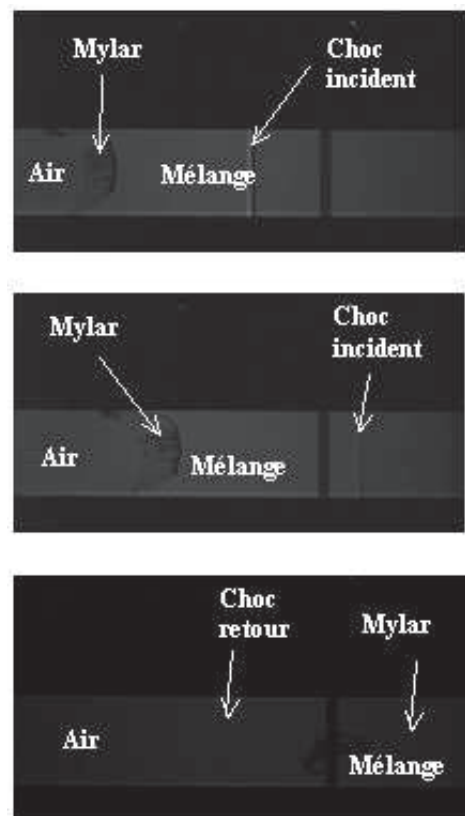


FIG. 3.26 – Le choc retour se propage dans l'air, et non dans le mélange.

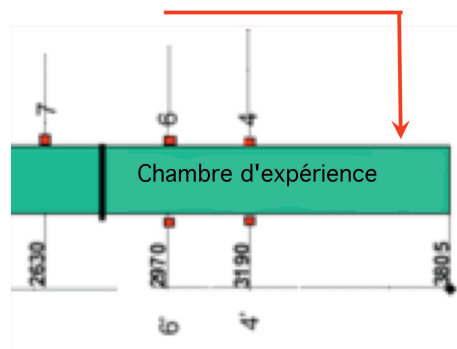


FIG. 3.27 – Le choc retour devrait être détecté plus proche du fond du tube.

sont trop importantes pour le problème que nous tentons de résoudre.

Compte tenu des résultats peu convaincants des deux dernières méthodes, nous considérerons, pour simuler un mélange miscible, les valeurs de $\gamma_{mélange}$ et $\rho_{mélange}$ estimées à partir de la première méthode, qui fait correspondre la vitesse du Mylar à la vitesse fluide derrière le front de choc.

3.3.2 Milieu hétérogène

Nous rappelons que les deux couches de gaz superposées sont obtenues en faisant propager le choc immédiatement après l'introduction du SF_6 par le bas de la chambre d'expérience, afin d'en limiter sa diffusion dans l'air.

A) Dépouillement

Comme pour le cas homogène, le tableau 3.28 présente un récapitulatif de tous les tirs effectués dans le milieu bicouche. Ils diffèrent les uns des autres par le temps et le débit d'introduction du SF_6 dans la chambre d'expérience ainsi que le nombre de Mach du choc incident dans la chambre basse pression. La pression est relevée dans la chambre basse pression (P_2) et dans la chambre d'expérience (P_5) au niveau des capteurs 6 et 4 en haut et 6' et 4' en bas. Nous remarquons que les pressions détectées en bas du tube sont supérieures à celles du haut. Nous notons également que la pression derrière le choc est plus basse dans l'air du bicouche (P_2) que dans le mélange homogène (P_5). Sur les figures 3.29 nous observons que le front de choc dans le milieu hétérogène est courbé et qu'un point triple s'est formé.

Tir	Intro (s)	Grad. déb.	Nb. Mach $\pm 3\%$	D1(m/s) $\pm 3\%$	P2(Pa) $\pm 3\%$	D4(m/s) $\pm 3\%$	P5(Pa) Capteur 6' $\pm 3\%$	P5(Pa) Capteur 4' $\pm 3\%$	P5(Pa) Capteur 6 $\pm 3\%$	P5(Pa) Capteur 4 $\pm 3\%$
3	50	7	1,50	516,21	250368		352948		262252	
4	50	7	1,49	512,15	238490		307845		279751	
7	50	7	1,50	516,16	242892	324,92	386842	400510	265136	260926
8	50	7	1,50	515,38	246887	313,08	362868	363812	268454	268567
10	25	7	1,48	509,03	242112	367,14	349898	372302	247562	243987
11	25	7	1,49	511,30	244225	365,46	334390	345147	247537	247401
13	75	7	1,50	514,38	243697	284,07	329568	333030	285018	285713
15	50	5	1,49	512,41	241344	343,41	375287	418241	242398	236933
17	50	3	1,49	511,78	241752	394,70	461017	505538	232659	229987
20	50	3	1,52	521,83	250772	398,08	466616	511518	237058	241241
21	50	3	1,16	399,39	139402	313,18	191775	245085	138854	140181
23	50	3	1,19	408,15	146552	322,14	213849	274612	145176	147824
24	50	3	1,22	417,50	155474	314,50	238491	261994	154725	153585
25	50	3	1,73	593,52	335045		634180		293454	
26	50	3	1,74	595,78	341568	459,75	642268	692134	292788	295465
28	50	3	1,77	606,92	352547	457,75	578813	611213	313885	309696

FIG. 3.28 – Cas hétérogènes

La stationnarité du choc a été vérifiée. Sur la figure 3.30 les positions du haut et du bas du front de choc sont tracées en fonction du temps, de la même manière que pour les cas homogènes, et les deux droites obtenues confirment l'évolution stationnaire des vitesses.

B) Analyse théorique du cas hétérogène : la réfraction de choc

La figure 3.29 nous dévoile un phénomène de réfraction évident. L'analyse théorique de ces expériences et, plus précisément, l'étude de l'écoulement derrière l'onde de choc exigent

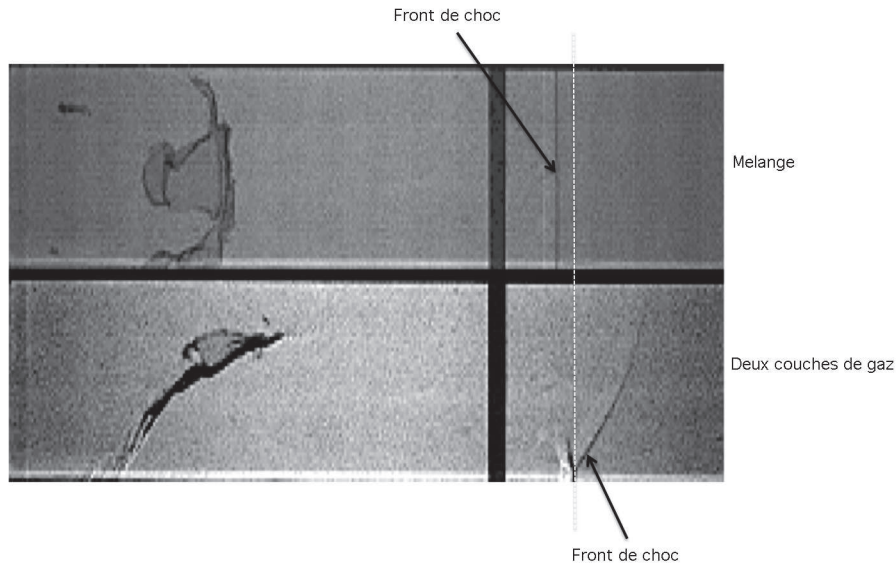


FIG. 3.29 – Position du front de choc dans les deux milieux au même instant

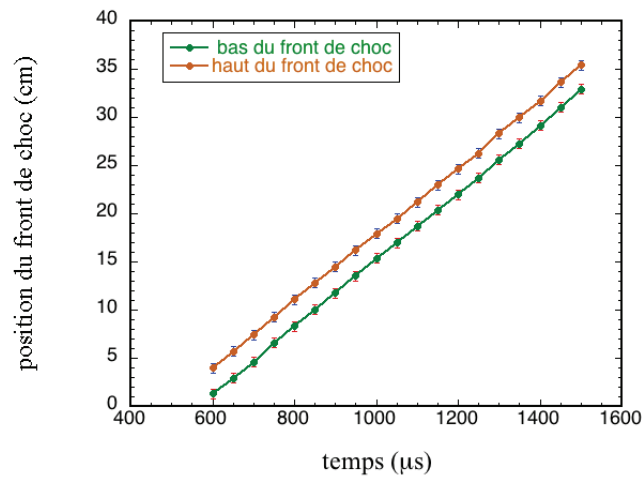


FIG. 3.30 – Stationnarité des vitesses du choc mesurées en haut et en bas du front incliné.

l'emploi de deux directions dans l'espace. Ainsi, c'est grâce à la détonique bidimensionnelle définie au chapitre 2 que nous pouvons comprendre le phénomène de réfraction de choc qui s'opère dans notre étude. Afin d'étudier la réfraction dans la configuration de notre expérience, nous avons simulé avec HERA la propagation d'un choc dans deux couches de gaz, air et SF_6 , superposées. Le taux de présence du SF_6 est égal à 24 %. Dans notre cas,

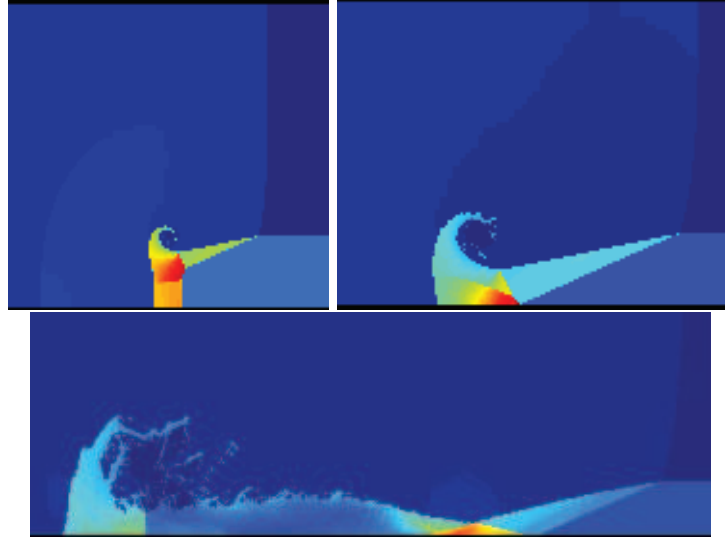


FIG. 3.31 – En haut, régime transitoire ($t = 0.1ms$ et $t = 0.2ms$) et en bas, régime asymptotique ($t = 0.6ms$).

le front de choc est toujours courbé, la réfraction est donc irrégulière. Le milieu dans lequel le choc se propage étant confiné, des conditions de réflexion aux parois du tube doivent être considérées. Nous distinguons deux régimes différents durant la propagation du choc : le régime transitoire et le régime asymptotique.

a. Régime transitoire

En arrivant sur le bicouche (figure 3.31 en haut à gauche), le choc continue de se propager dans l'air sans discontinuité et subit une interaction frontale avec la couche de SF_6 , ce qui engendre une onde réfléchie dans l'air derrière le choc. Si le choc se propageait juste dans un seul gaz, que ce soit l'air ou le SF_6 , il resterait plan. Ici ce n'est pas le cas, la superposition des deux gaz crée une interface qui est à l'origine de la formation du phénomène de réfraction. Nous sommes dans le cas où c'est l'onde réfléchie du choc incident dans l'air sur l'interface qui est responsable de la réfraction irrégulière. Elle remonte le long du front de choc dans l'air et son interaction avec cette onde incidente forme une onde de Mach qui devient la nouvelle onde incidente en la courbant. Une onde de raréfaction descend dans le SF_6 le long du front de choc en se réfléchissant sur celui-ci et donnant naissance à des ondes de raréfaction secondaires. La détente du SF_6 dans l'air, ou du lourd dans le léger, implique un enroulement de la matière, et donc la formation d'un vortex. Sur la figure 3.31 en haut à droite, le vortex grandit, l'onde de raréfaction atteint la paroi basse du tube sur laquelle elle se réfléchit tandis que le front de choc incident dans l'air continue à se courber au fur et à mesure des aller-retours des ondes de Mach.

b. Régime asymptotique

Sur la figure 3.31 en bas, le régime asymptotique est atteint. La figure de réfraction se stabilise et l'écoulement devient stationnaire. Le dépôt de vorticité à l'interface est maximal, le choc se propage plus rapidement que dans le milieu homogène de densité équivalente. La remontée du lourd dans le léger au niveau du vortex nous permet d'entrevoir la formation de couches de cisaillement derrière le choc. Des ondes secondaires issues de réflexion sur

les parois du tube se propagent dans le milieu choqué.

Afin de vérifier quel régime de propagation nous observons avec la caméra, nous mesurons numériquement la distance pour laquelle il devient asymptotique. Nous estimons le début de ce régime à 7,8 cm à partir du commencement du bicouche. Sur la figure 3.15, le début de la visualisation se situe 10,5 cm derrière le Mylar. Sur les images expérimentales captées par la caméra, le régime asymptotique est donc bien atteint.

c. Conséquence sur la pression

La meilleure compréhension du phénomène de réfraction à partir des simulations nous permet d'expliquer l'obtention expérimentale de certaines valeurs de pression. Dans le tableau de la figure 3.28, les pressions détectées dans le SF_6 en bas du tube, $P_{4'}$ et $P_{6'}$, sont supérieures à celles du haut, dans l'air, P_4 et P_6 . C'est la collision du choc oblique sur la paroi basse du tube qui surpressurise le milieu derrière le choc dans le SF_6 (figure 3.32). La pression derrière le choc est plus basse dans l'air du bicouche que dans le mélange homogène. Deux raisons expliquent ce phénomène. Tout d'abord, la densité de l'air étant plus faible que celle du mélange homogène, la pression y est logiquement plus basse. Deuxièmement, de l'interaction du front de choc avec l'interface se crée de la vorticité derrière le choc, ce qui conduit à un stockage d'énergie sous forme cinétique au détriment de l'énergie libre, engendrant un phénomène de sous-compression derrière le choc, pleinement consistant avec les lois de conservation [23].

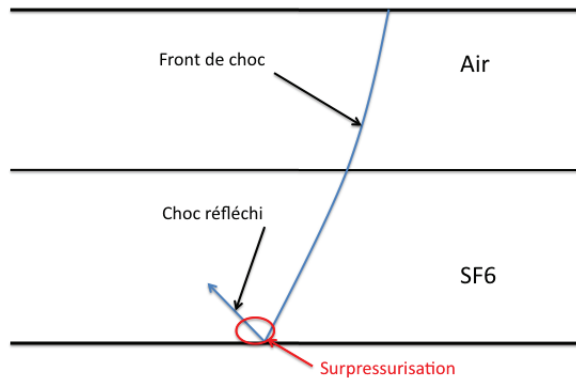


FIG. 3.32 – Phénomène de surpressurisation dans le SF_6 .

d. Points triples et points quadruples

Sur la plupart des tirs, on observe un point triple provenant, comme expliqué dans le chapitre 2, de l'interaction entre les chocs incident, réfléchi et l'onde de Mach. Skews et Ashworth, Hunter et Brio et McDonald, dans respectivement les références [61], [29] et [44], expliquent que ce point triple est le fruit de la réflexion de Mach. D'après Thouvenin, dans son livre [65], ce point triple s'écarte continuellement de l'axe de propagation. Sur la figure

3.33, nous avons tracé la trajectoire du point triple pour les tirs hétérogènes et observons ce léger éloignement de l'axe horizontal. Cependant, des analyses théoriques conduites par

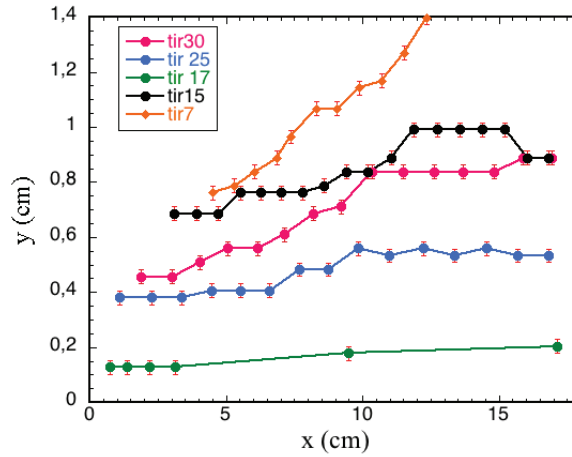


FIG. 3.33 – Positions du point triple en fonction de la distance de propagation pour les tirs hétérogènes.

Bleakney et Taub en 1949 [66] et Henderson en 1987 [25], montrent que pour des chocs suffisamment faibles, cette configuration d'un point triple formé de trois chocs plans ne peut pas exister. Plusieurs solutions à ce paradoxe du point triple ont été suggérées et Hunter et Brio [29] montrent que celle de Guderley trouvée en 1962 [19] est la plus probable : l'existence d'une onde de détente, souvent difficilement percevable, issue du point triple, résoudrait ce paradoxe. Les images du tir 25 obtenues avec la caméra font apparaître un point quadruple qui pourrait correspondre à celui mentionné par Guderley.

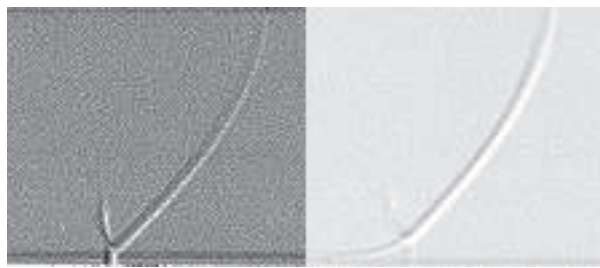


FIG. 3.34 – Point triple (tir 17) et point quadruple (tir 25). Les couleurs d'origine ont été modifiées pour plus de visibilité.

3.3.3 Comparaison

L'analyse des cas hétérogènes nous apporte le résultat le plus important de l'expérience : la vérification de la modification de vitesse du front de choc dans le bicouche comparée au mélange de densité moyenne équivalente. Sur la figure 3.29, nous avons pu visualiser le front de choc dans les deux milieux au même instant. Nous observons que le choc a pris

de l'avance par rapport au mélange homogène, ce qui présente la première confirmation expérimentale, dans cette configuration, de l'augmentation de la vitesse du choc due à l'hétérogénéité du milieu. La figure 3.35, sur laquelle sont représentées les positions du front de choc dans le milieu hétérogène et dans le milieu homogène en fonction du temps, confirme ce résultat. En effet, nous remarquons que la droite de la variation de la position du front de choc avec le temps, autrement dit l'évolution de la vitesse, est au dessus pour le cas hétérogène. Comme nous l'avons déjà mentionné, le choc est courbé dans le milieu hétérogène alors qu'il reste plan dans le milieu homogène.

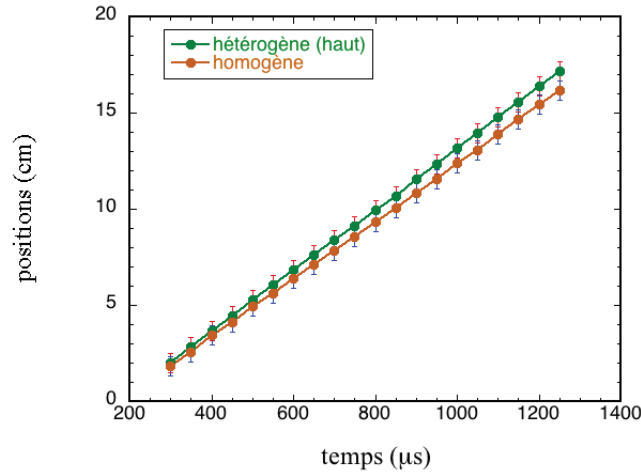


FIG. 3.35 – Positions en fonction du temps du front de choc dans les milieux homogène et hétérogène.

3.4 Simulations

Nous avons simulé l'expérience à l'aide du code hydrodynamique HERA. Un choc se propage dans le T80, dans un mélange et un milieu bicouche. Malgré l'attention que nous avons portée, durant l'expérience, à tirer le plus rapidement possible après l'introduction du SF_6 dans la chambre d'expérience, nous ne pouvons éviter un minimum de diffusion à l'interface entre les deux gaz. C'est pourquoi nous avons séparé l'étude numérique en un bicouche à interface nette et un bicouche à interface diffuse.

3.4.1 Configuration numérique

Mélange homogène

Les résultats de l'expérience contenant trop d'incertitudes pour la détermination d'un coefficient adiabatique de mélange précis, nous utilisons une autre façon de modéliser un mélange. Avec le code HERA, il nous est possible d'affecter à chaque maille une fraction de présence volumique d'air et de SF_6 avec leur coefficient adiabatique respectif. On en déduit un $\gamma_{mélange}$. Nous faisons varier le taux de présence de SF_6 de 0 à 1 et mesurons la vitesse du choc se propageant dans les différents mélanges.

Bicouche à interface nette

Nous modélisons aussi deux couches de gaz superposées en faisant varier la hauteur du SF_6 .

Bicouche à interface diffuse

Afin de se rapprocher au maximum des conditions de l'expérience, nous modélisons enfin la diffusion du SF_6 dans l'air juste avant le tir. Pour cela nous rajoutons une couche de mélange air- SF_6 entre les deux couches de gaz. Nous attribuons à la couche de diffusion la fraction de présence $f(y)$ suivante, en fixant y_{max} à 0,08 m, hauteur du tube à choc :

$$f(y) = 1 - b(1 - \tanh(\zeta \left(\frac{y}{y_{max}} - \alpha \right))) \quad (3.16)$$

$$b = \frac{\alpha}{1 - \frac{\log(\cosh(\zeta(1-\alpha))) - \log(\cosh(\zeta\alpha))}{\zeta}} \quad (3.17)$$

$$\zeta = ay_{max} \quad (3.18)$$

$$y_{max} = 0,08m \quad (3.19)$$

$$\alpha = 1 - \xi \quad (3.20)$$

Le coefficient a correspond à la pente de $f(y)$ et θ est l'angle d'inclinaison du front de choc (figure 3.36). La fraction de présence $f(y)$ est représentée en fonction de y pour $a=10, 20$,

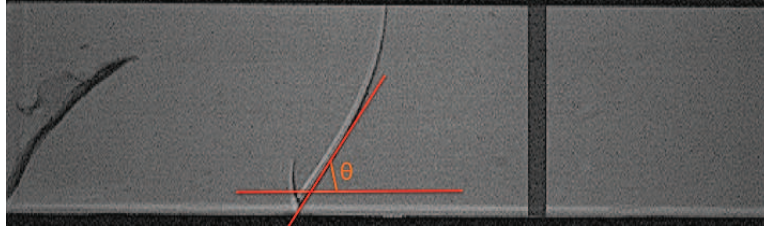


FIG. 3.36 – Tir 17 : angle d'inclinaison θ du front de choc.

30, 40, 50, 100, 300, 600, 1 000 et 10 000 sur le graphe de la figure 3.37. Un gradient de fraction nul ($a=0$) correspond à la limite asymptotique du cas homogène, un gradient infini représente le bicouche.

3.4.2 Résultats

Calcul du $\gamma_{mélange}$

A partir des vitesses de propagation de choc dans le mélange et de l'équation (3.21), nous calculons un $\gamma_{mélange}$ et le comparons à celui obtenu expérimentalement, ainsi qu'aux moyennes arithmétiques et harmoniques (figure 3.38).

$$\gamma_{mélange} = \frac{2D_4^2 - u_5 D_4}{2 \frac{P_4}{\rho_{mélange}} + u_5 D_4} \quad (3.21)$$

Nous observons que les résultats numériques suivent la droite arithmétique. Ceci est cependant discutable. Le fait que chaque maille soit affectée d'une fraction de présence d'air et de SF_6 , avec leur γ respectif, a très probablement une influence sur ces résultats numériques.

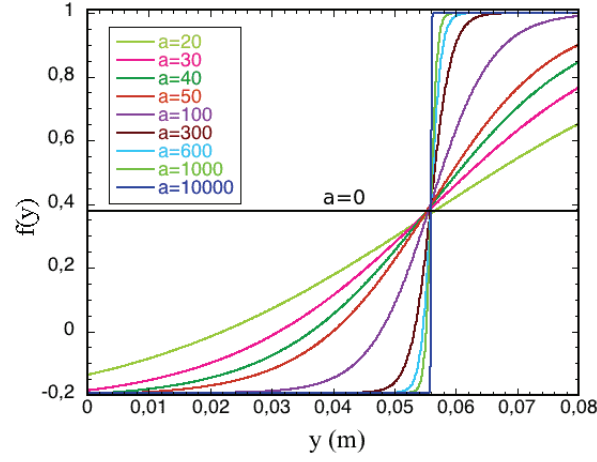


FIG. 3.37 – Variation de la fraction de présence SF_6 en fonction de y pour différents a et $\xi=0,30$.

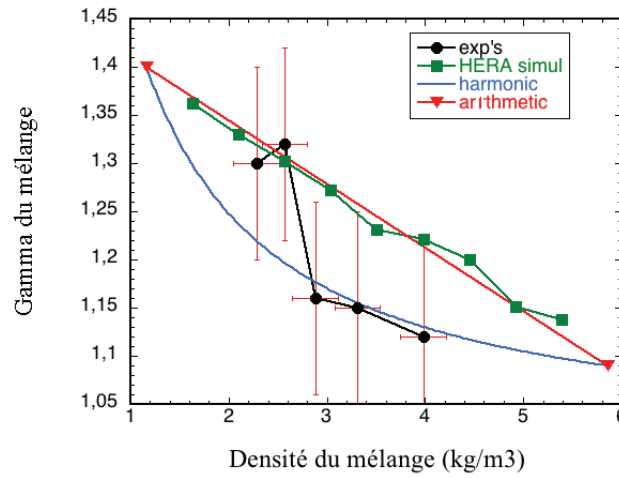


FIG. 3.38 – Comparaison des $\gamma_{mélange}$ de l'expérience et des simulations.

Mélange et bicouche à interface nette

Sur la figure 3.39 sont représentées les variations des vitesses de choc dans le mélange homogène et le bicouche en fonction du taux de présence du SF_6 . Nous remarquons que le choc se propage toujours plus rapidement dans le bicouche, la différence de vitesse étant la plus élevée pour un ξ compris entre 0,5 et 0,8. Les valeurs de $\frac{\Delta D}{D_h}$ de l'expérience et des simulations ne coïncident pas. Nous pensons que l'interface nette entre les deux couches de gaz dans les simulations est la cause de cette grosse différence. Pour confirmation, nous simulons l'interface diffuse.

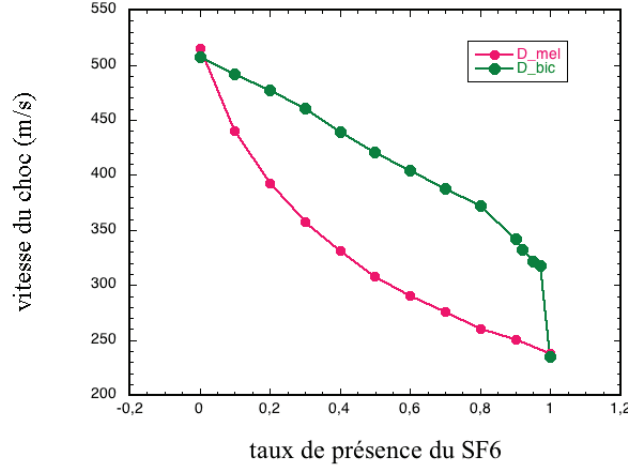


FIG. 3.39 – Comparaison des vitesses de choc dans les milieux homogènes et hétérogènes en fonction de taux de présence du SF_6 .

Bicouche à interface diffuse

Pour un taux de présence de SF_6 de 0,24 (ξ estimé pour le tir 17) et de 0,76 pour tester un ξ plus élevé, nous relevons les vitesses de choc dans le bicouche avec diffusion et les angles d'inclinaison du front de choc, autre paramètre exploitable. Nous faisons varier le coefficient a de l'équation (3.20) de 10 à 900 (figure 3.40). Pour les deux ξ , le maximum de l'augmentation des vitesses et de la diminution des angles d'inclinaison s'opère seulement lorsque a croît de 10 à 200. Pour a supérieur à 200, les deux paramètres se stabilisent. La vitesse du choc dans le bicouche à interface diffuse est bien inférieure à celle du bicouche à interface nette. Nous nous intéressons au tir 17, soit $\xi = 24\%$. Grâce aux images vidéos, nous mesurons l'angle d'inclinaison de ce tir : $\theta = 45^\circ$. Sur la figure 3.40, la figure de droite nous donne pour $\xi = 24\%$ et $\theta = 45^\circ$ une pente $a=27$. Ainsi, nous disposons de toutes les données nécessaires, a et θ , à la simulation d'un cas correspondant au tir 17. Pour a et θ fixés, nous faisons varier ξ de 10 à 90 % et calculons les vitesses de choc afin de les comparer aux cas $a=0$ (mélange homogène) et a infini (bicouche à interface nette). La figure 3.41 nous confirme que l'un des effets d'une interface diffuse est le ralentissement du choc par rapport à une interface nette. Ceci s'explique par la définition de l'évolution du dépôt de vorticité $\vec{\omega}$ vu au chapitre 2. Comme nous l'avons déjà mentionné, le dépôt de vorticité dépend des gradients de pression et densité. Dans le cas d'une interface diffuse, ces gradients sont toujours perpendiculaires, mais $\nabla\rho$ varie. Le dépôt de vorticité est ainsi modifié entrainant une augmentation moins importante des vitesses de choc. En traçant le $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de l'angle d'inclinaison du front de choc pour les expériences et simulations à interface diffuse pour $\xi=24\%$ et $\xi=76\%$, nous obtenons un bon accord entre les résultats des expériences et de la simulation à $\xi=24\%$ (figure 3.42). Toujours pour le tir 17, sur la figure 3.43 sont représentées l'expérience avec son homologue homogène, et les simulations à interface nette et diffuse. On peut à présent confirmer que le bicouche à interface diffuse est le modèle qui correspond à nos expériences. Nous montrons ici une forte corrélation entre l'hétérogénité, l'inclinaison du front de choc et la vitesse du choc.

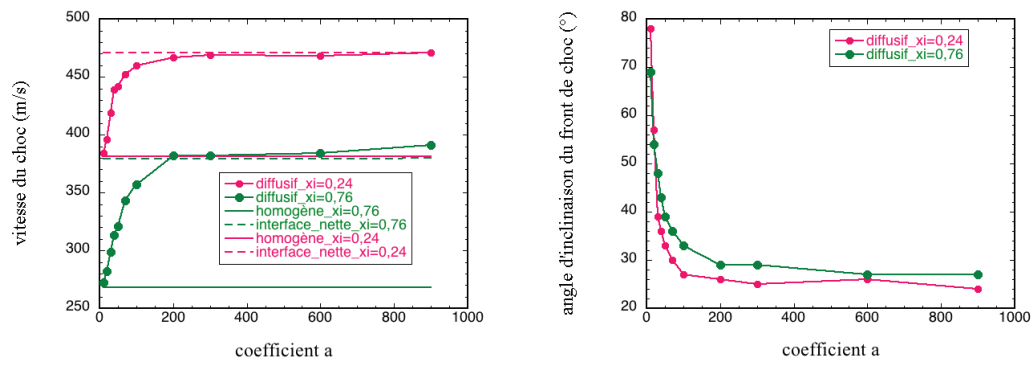


FIG. 3.40 – Vitesse de choc et angles d'inclinaison du front de choc en fonction du coefficient a pour $\xi=0,24$ et $\xi=0,76$.

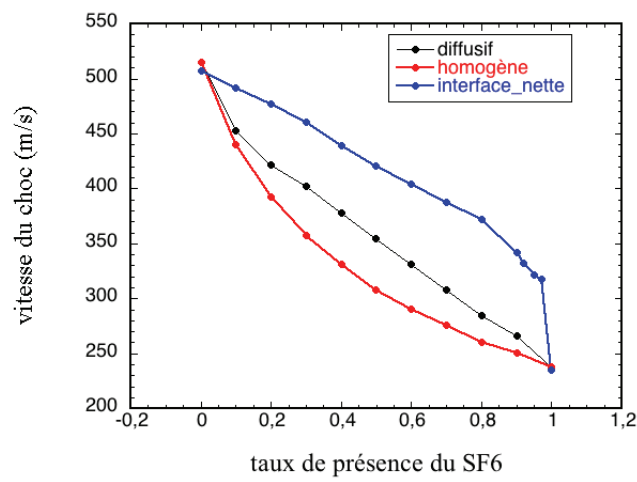


FIG. 3.41 – Vitesses de choc.

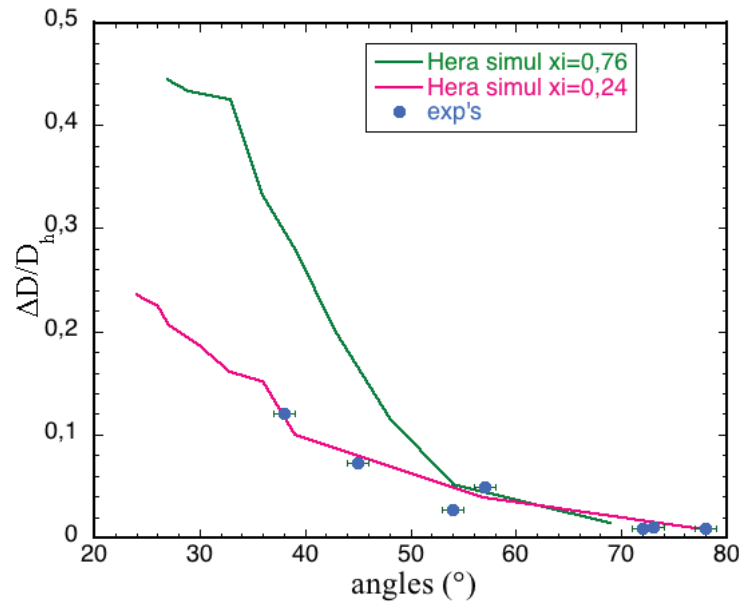


FIG. 3.42 – $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de l'angle d'inclinaison du front de choc.

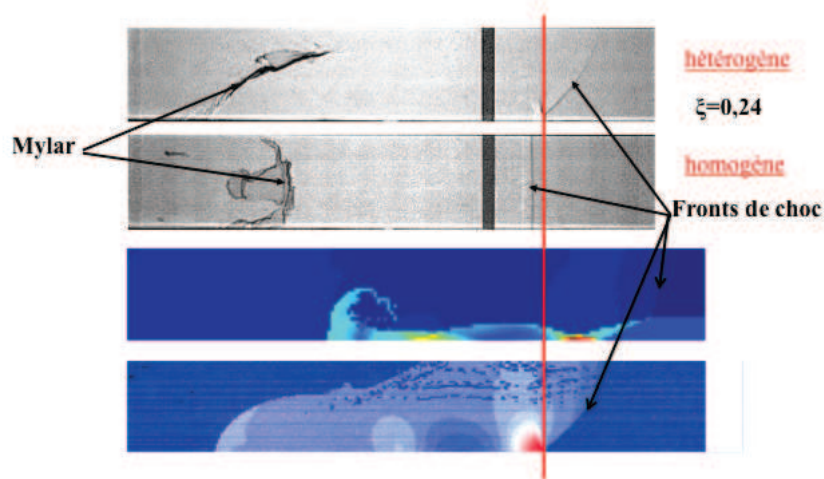


FIG. 3.43 – Comparaison entre expériences et simulations.

Nous concluons l'analyse de cette expérience avec l'étude de l'évolution de l'écart des pressions en bas et en haut du tube en fonction de l'angle d'inclinaison du front de choc. Les pressions s'obtiennent, pour les expériences, à partir des capteurs de pression 4 et 4' dans la chambre d'expérience et, pour les simulations, des mesures des sauts de pression observés avec HERA en haut et en bas de la boîte de simulation. Nous traçons, sur la figure 3.44, $\frac{\Delta P}{P_h}$ en fonction de θ pour les tirs expérimentaux et les simulations ($\xi = 24\%$ et 76%) avec ΔP , la différence de pression entre la partie haute (air) et basse (SF_6) du tube et P_h la pression dans le milieu homogène. Tout d'abord, nous remarquons une tendance similaire dans l'agencement des points expérimentaux et numériques. Nous observons ensuite qu'à partir d'un certain angle d'environ 40 degrés, $\frac{\Delta P}{P_h}$ diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison du front de choc, ou autrement dit, quand la pente a de la fonction

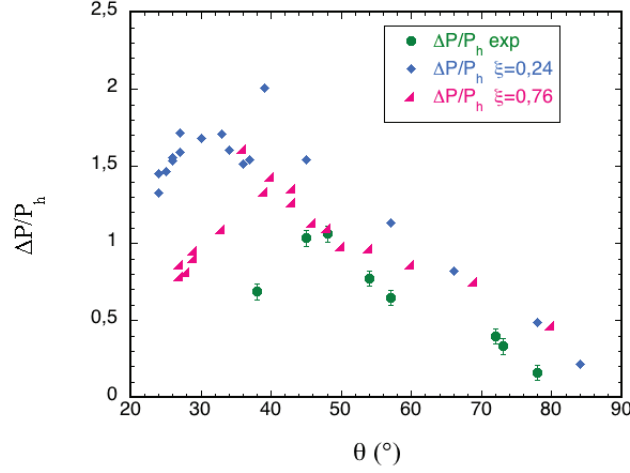


FIG. 3.44 – $\frac{\Delta P}{P_h}$ en fonction de l'angle d'inclinaison du front de choc.

tangente hyperbolique, modélisant la diffusion du SF_6 dans l'air, diminue. En effet, plus θ augmente et a diminue, plus le milieu se rapproche d'une configuration homogène donc plus $\frac{\Delta P}{P_h}$ s'abaisse et tend vers la limite homogène $\frac{\Delta P}{P_h} = 0$. Pour des petits angles (grands a) les valeurs de $\frac{\Delta P}{P_h}$ présentent une très forte dispersion difficilement explicable. Nous atteignons ici les limites de l'analyse de ce cas bicouche à interface diffuse.

Ces expériences présentent la première confirmation expérimentale de l'augmentation de la vitesse du choc due à l'hétérogénéité du milieu dans cette configuration de tube à choc. Pour le tube à choc utilisé, nous avons défini une configuration expérimentale permettant l'étude de la propagation d'un choc dans deux couches de gaz (air et SF_6) et dans leur mélange homogène. L'analyse expérimentale de la propagation d'un choc dans le bicouche nous a montré que le front de choc est courbé et qu'il se propage plus rapidement que dans le milieu homogène de densité équivalente. De l'étude du cas homogène, nous avons obtenu une mesure approchée du coefficient adiabatique de mélange que nous avons comparée à la théorie. L'analyse numérique nous a amené, d'abord, à devoir modéliser la diffusion du SF_6 dans l'air, puis, à ajuster cette diffusion afin de retrouver les cas expérimentaux. Ce faisant, l'évolution des quantités hydrodynamiques, telles que la différence relative des vitesses de choc, les angles d'inclinaison et la surpressurisation, est la même entre expérience et théorie. Enfin, nous avons mis en évidence la formation des ondes de Mach en réfraction irrégulière [65], ainsi que le phénomène de sous-compression derrière le choc [23]. Ce travail valide le code HERA et les résultats numériques d'études menées par le passé dans cette géométrie bicouche [51] ainsi que dans d'autres modélisations de mousse FCI [14], traitées dans les chapitres suivants.

Annexe du chapitre 3

Annexe C

Tableaux des grandeurs et images de la caméra

Voici deux tableaux récapitulatifs de tous les tirs (figures C.1 et C.2) et une suite d'images vidéo de la propagation du choc dans le mélange homogène et le bicouche.

Tir	D1 (m/s)	P2 (Pa)	ρ_2 (kg/m ³)	u2 (m/s)	ρ_4 (kg/m ³)	γ_4	D4 (m/s)	P5 (Pa)	ρ_5 (kg/m ³)	u5 (m/s)
	±3%	±3%	±3%	±3%			±3%	±3%		±3%
9	514,15	243970	2,19	240,77	3,31	1,15	308,99	287386	8,40	193,98
12	508,56	243677	2,23	242,92	2,57	1,32	360,17	268880	5,41	215,21
14	509,97	240778	2,18	237,36	3,98	1,12	279,42	291981	10,84	182,37
16	515,07	246821	2,22	245,10	2,88	1,16	328,84	280083	7,19	209,13
18	509,47	243210	2,22	241,70	2,31	1,24	366,34	266740	5,13	215,65
22	411,50	149141	1,55	103,31	2,18	1,21	287,94	152967	3,14	81,68
27	598,91	343698	2,78	349,87	2,09	1,34	467,19	374252	5,92	324,48
29	596,82	346751	2,82	353,21	2,55	1,41	441,65	389994	7,41	318,09

FIG. C.1 – Tirs homogènes. D est la vitesse du choc, P la pression, ρ la densité, u la vitesse fluide et γ le coefficient adiabatique. La signification des indices est donnée sur la figure 3.20.

Tir	D1(m/s) ±3%	P2(Pa) ±3%	D4(m/s) ±3%	P5(Pa) Capteur 6' ±3%	P5(Pa) Capteur 4' ±3%	P5(Pa) Capteur 6 ±3%	P5(Pa) Capteur 4 ±3%	P5(Pa) Equilibrage entre 6 et 6 ±3%	u5 (m/s) ±3%
3	516,21	250368		352948		262252		286320	
4	512,15	238490		307845		279751		284570	
7	516,16	242892	324,92	386842	400510	265136	260926	281010	76
8	515,38	246887	313,08	362868	363812	268454	268567	289560	85
10	509,03	242112	367,14	349898	372302	247562	243987	263760	
11	511,30	244225	365,46	334390	345147	247537	247401	267470	83
13	514,38	243697	284,07	329568	333030	285018	285713	296900	73
15	512,41	241344	343,41	375287	418241	242398	236933	262910	77
17	511,78	241752	394,70	461017	505538	232659	229987	256560	81
20	521,83	250772	398,08	466616	511518	237058	241241	263890	45
21	399,39	139402	313,18	191775	245085	138854	140181	142780	
23	408,15	146552	322,14	213849	274612	145176	147824	149360	
24	417,50	155474	314,50	238491	261994	154725	153585	161600	36
25	593,52	335045		634180		293454		341480	52
26	595,78	341568	459,75	642268	692134	292788	295465	337450	77
28	606,92	352547	457,75	578813	611213	313885	309696	369960	85

FIG. C.2 – Tirs hétérogènes. D est la vitesse du choc, P la pression, ρ la densité et u la vitesse fluide. La signification des indices est donnée sur la figure 3.20.

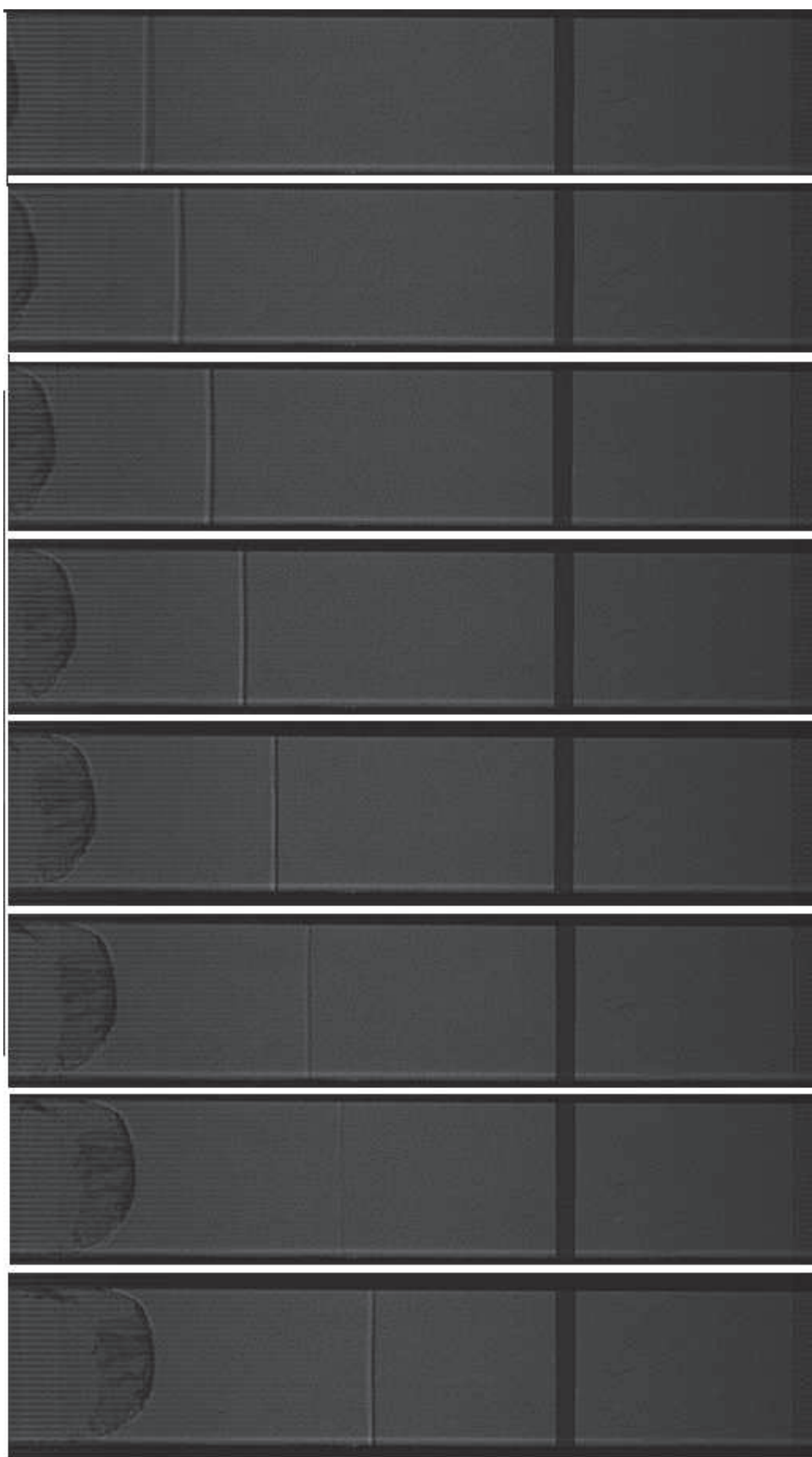


FIG. C.3 – Propagation d'un choc, suivi du Mylar, dans le mélange homogène

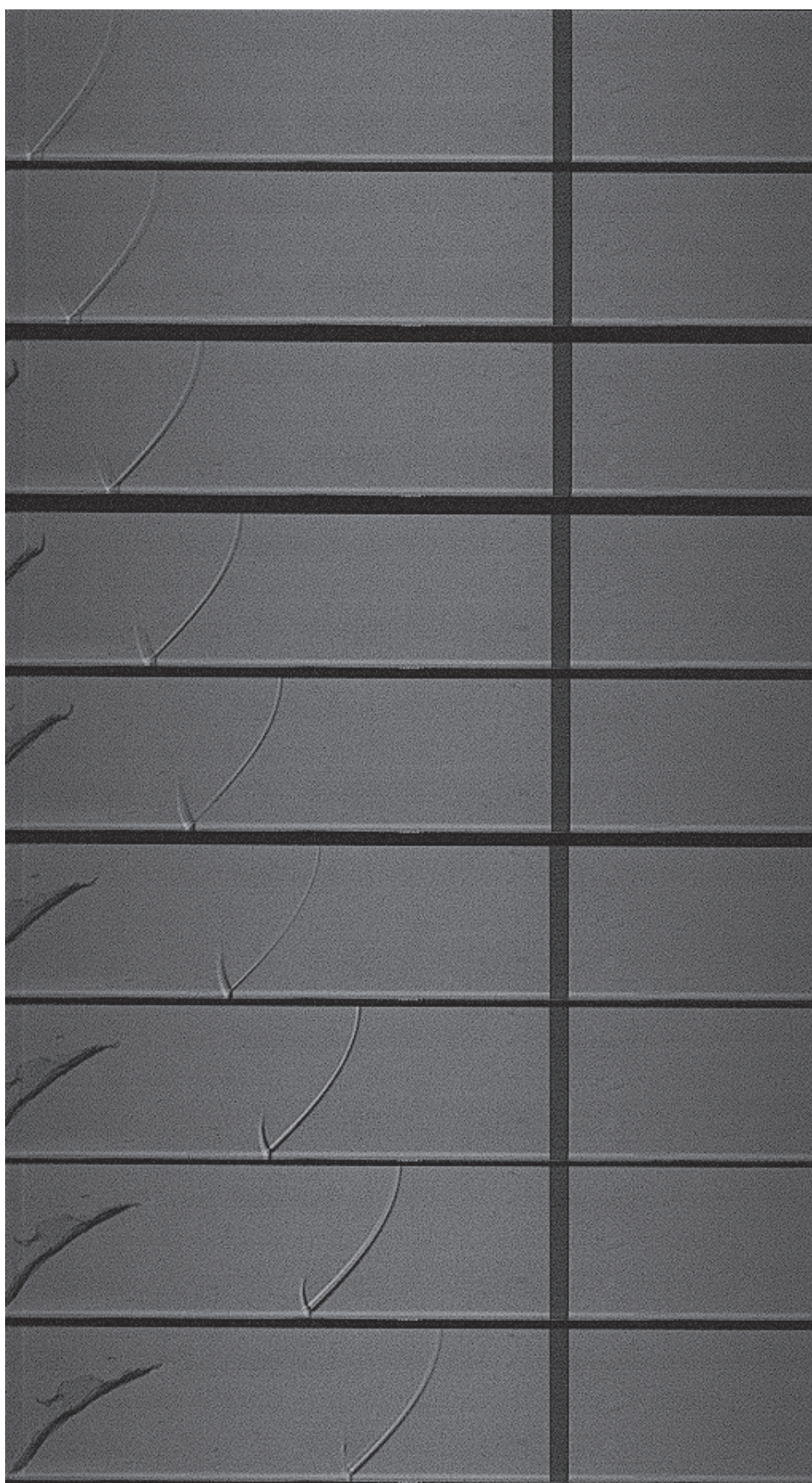


FIG. C.4 – Propagation d'un choc, suivi du Mylar, dans le bicouche

Chapitre 4

Réseau carré de fibres

Ce chapitre approfondit numériquement l'étude de la vitesse du choc dans un milieu hétérogène dont la modélisation se complexifie. De l'interface plane séparant les deux matériaux, nous passons à une rangée d'interfaces demi-circulaires. Nous allons nous focaliser sur la différence relative des vitesses de choc dans ce milieu hétérogène et dans le milieu homogène de densité moyenne équivalente. Nous cherchons, dans ce chapitre, les paramètres de ce modèle qui vont avoir une influence sur la modification des vitesses de choc. Dans un premier temps, les caractéristiques numériques sont rappelées et précisées. Deux premiers cas de simulations sont décrits phénoménologiquement. Dans un deuxième temps, les résultats de chaque variation paramétrique sont exposés et discutés. Pour finir, nous intégrons les modèles de Hazak et al. [23] et de Saurel et al. [60] à l'étude des réseaux carrés, afin d'obtenir des résultats analytiques à comparer avec les résultats numériques du code HERA, et d'en calculer la circulation.

4.1 Introduction numérique

Les résultats de ce chapitre étant essentiellement obtenus par simulations numériques, nous rappelons dans cette première partie les détails de la configuration numérique, déjà introduite dans le chapitre 2 avec le code HERA.

4.1.1 Modélisation et paramètres

Modélisation numérique de la mousse en réseau carré de fibres

Dans le chapitre 1, nous avons représenté le réseau carré de fibres comme sur la figure 4.1. Cette disposition de fibres est simplifiée au maximum par application de séries de

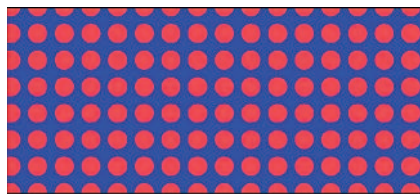
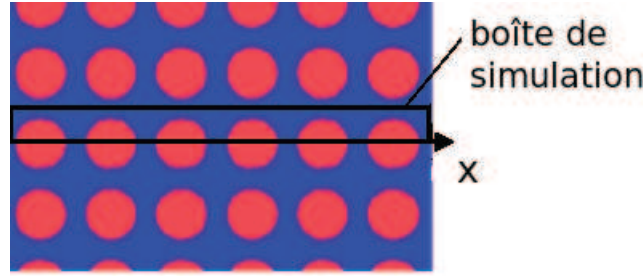
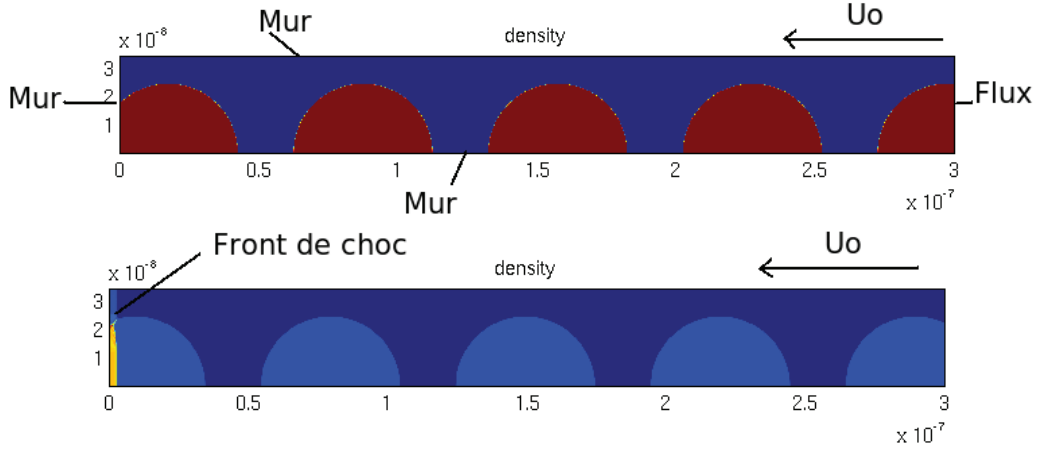


FIG. 4.1 – Réseau carré de fibres.

symétries axiales selon l'axe x (figure 4.2). La boîte de simulation que nous allons utiliser tout le long de ce chapitre est présentée sur la figure 4.3. En haut de la figure 4.3, la boîte

FIG. 4.2 – Simplification du réseau par symétrie axiale d'axe x .FIG. 4.3 – La boîte de simulation au temps initial $t = 0s$ en haut, et à $t = 1e^{-12}s$ en bas

de simulation est représentée au temps initial. Elle est conditionnée par trois murs en haut, en bas et à gauche. Une condition de flux à droite fait rentrer de la matière à la vitesse u_0 . La matière initialement dans la boîte de simulation est projetée sur le mur de gauche, comme nous le voyons sur l'image du bas de la figure 4.3. Le choc partant de la gauche vers la droite est ainsi créé. Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre 1, nous avons choisi ici le référentiel du fluide sous choc.

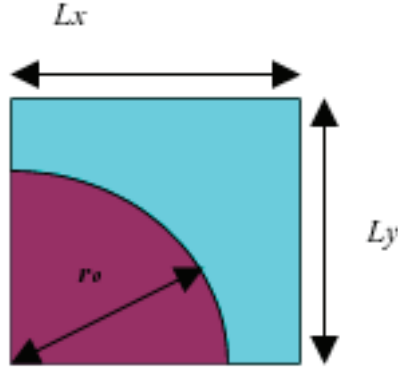
Paramètres de l'étude

Nous allons faire varier différents paramètres : ξ , le taux de présence des fibres, η , le rapport entre la densité des fibres et celle de leur environnement ($\eta = \frac{\rho_{fibres}}{\rho_{env}}$), u_0 , la vitesse fluide initiale, et γ , le coefficient adiabatique des deux matériaux. Les valeurs de η , u_0 et γ sont directement introduites dans le script numérique de chaque cas, contrairement à ξ qui nécessite un calcul préliminaire. ξ est le taux de présence des fibres dans la mousse sèche et s'écrit :

$$\xi = \frac{\rho_{mousseseche}}{\rho_{fibres}} \quad (4.1)$$

En considérant le quart de fibre de la figure 4.4, la relation (4.1) peut s'exprimer comme un rapport de surfaces (équation 4.2).

$$\xi = \frac{\pi r_0^2}{4} \frac{1}{L_x * L_y} \quad (4.2)$$

FIG. 4.4 – Quart de fibre utilisé pour le calcul de ξ .

avec r_0 le rayon de la fibre, fixé à $2,5 \mu\text{m}$, et L_x et L_y les côtés du carré contenant le quart de fibre ($L_x = L_y$). Cette relation est valable lorsque r_0 est inférieur aux côtés de la cellule. Quand r_0 est supérieur à L_x ou L_y , la relation (4.2) ne s'applique plus. Pour exprimer ξ sous ces conditions, plaçons nous dans la configuration d'une cellule carrée de côté L . Nous devons calculer la surface de matériau fibre contenu dans la cellule. Pour cela, nous indiquons sur la figure 4.5, les paramètres qui vont être nécessaires au calcul. Les relations trigonométriques nous donnent :

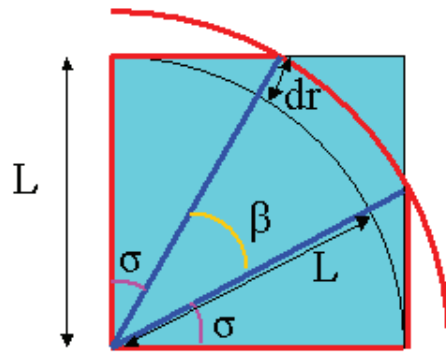
$$\begin{aligned} \cos \sigma &= \frac{L}{L + dr} = \frac{L}{r_0} \\ \beta &= \frac{\pi}{2} - 2\sigma \end{aligned} \quad (4.3)$$

La surface de la fibre dans la cellule s'exprime en la décomposant en un cône central et en deux triangles rectangles de part et d'autre de ce cône, ce qui donne :

$$S_{fibre} = \frac{\beta}{2}(r_0)^2 + L^2 \tan \sigma \quad (4.4)$$

Le taux de présence étant le rapport de la surface de la fibre contenue dans la cellule et la surface de cette même cellule, on obtient pour $r_0 > L$:

$$\xi = \frac{\beta}{2} \left(\frac{r_0}{L} \right)^2 + \tan \sigma \quad (4.5)$$

FIG. 4.5 – Calcul de ξ pour $r_0 > L$.

avec $r_0 = L + dr$, $\beta = \frac{\pi}{2} - 2\sigma$ et $\sigma = \cos^{-1}\left(\frac{L}{r_0}\right)$.

La variation de ξ va également entraîner celle de L_x et L_y , c'est à dire les intervalles entre les fibres et la hauteur de la boîte de simulation. Sur la figure 4.6, nous montrons un exemple de ξ égal à 40 % en haut, et ξ égal à 90 % en bas. Les intervalles entre les fibres et les tailles des boîtes sont clairement différents selon le ξ .

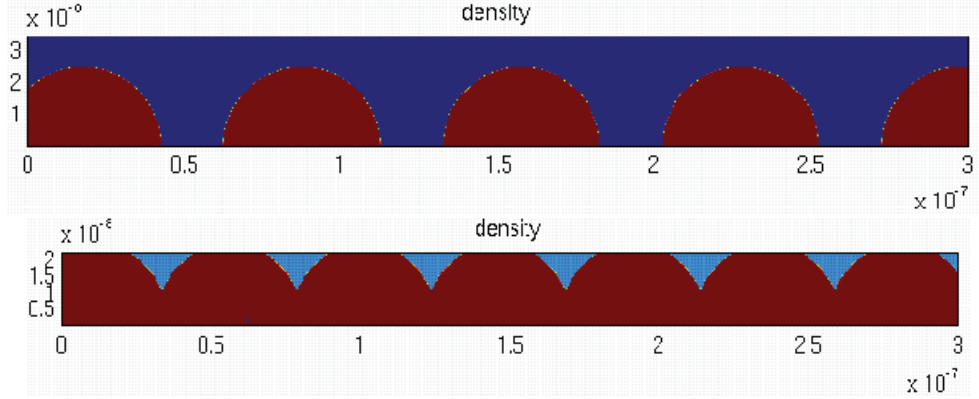


FIG. 4.6 – En haut, $\xi = 40\%$ et en bas $\xi = 90\%$.

4.1.2 Interaction du choc avec une rangée de fibres : observations préliminaires

Les figures 4.7 et 4.8 illustrent la propagation du choc dans respectivement un cas où $\xi = 40\%$ et un cas où $\xi = 90\%$, toutes les 5 ps. Le rapport de densité η est de 4, le coefficient adiabatique γ , celui des gaz parfaits, $\frac{5}{3}$, et la vitesse fluide initiale u_0 a une valeur de 40 km/s et est dirigée de la droite vers la gauche. Dans le premier cas, les fibres sont suffisamment espacées, ce qui permet de bien identifier tous les processus de réfraction : la réfraction régulière, traduite par un front de choc droit, la réfraction irrégulière qui correspond à la courbure du front de choc après le passage de l'angle sonique. Les vortex se créent à l'interface et, sur les dernières images, on distingue les allées de vortex ainsi que les couches de vitesses en cisaillement. La figure 4.9 montre les positions du front de choc toutes les 0,5 ps. On devine bien l'emplacement des fibres par les courbures successives du front de choc. Pour un $\xi = 90\%$ (figure 4.8), les fibres dépassant de la boîte de simulation, on distingue beaucoup moins bien les deux phénomènes de réfraction. En revanche, les allées de vortex sont bien discernables derrière le front de choc. Sur les trois dernières images, le choc, ayant détruit toutes les fibres, ne se propage plus que dans le matériau léger et homogène. C'est pourquoi le front de choc se redresse. La figure 4.10 retranscrit bien la faible courbure du front de choc due aux faibles longueurs d'interface entre les fibres, ainsi que son arrivée dans le milieu homogène.

4.2 Etudes de l'influence des différents paramètres

Dans les calculs numériques suivants, les boîtes de simulation contiennent 20 fibres, afin que le régime stationnaire soit atteint dans chaque cas. Pour chaque étude, nous allons tracer le $\frac{\Delta D}{D_h} = \frac{D_i - D_h}{D_h}$ en fonction du paramètre variant : ξ , η , u_0 et γ . La vitesse du choc

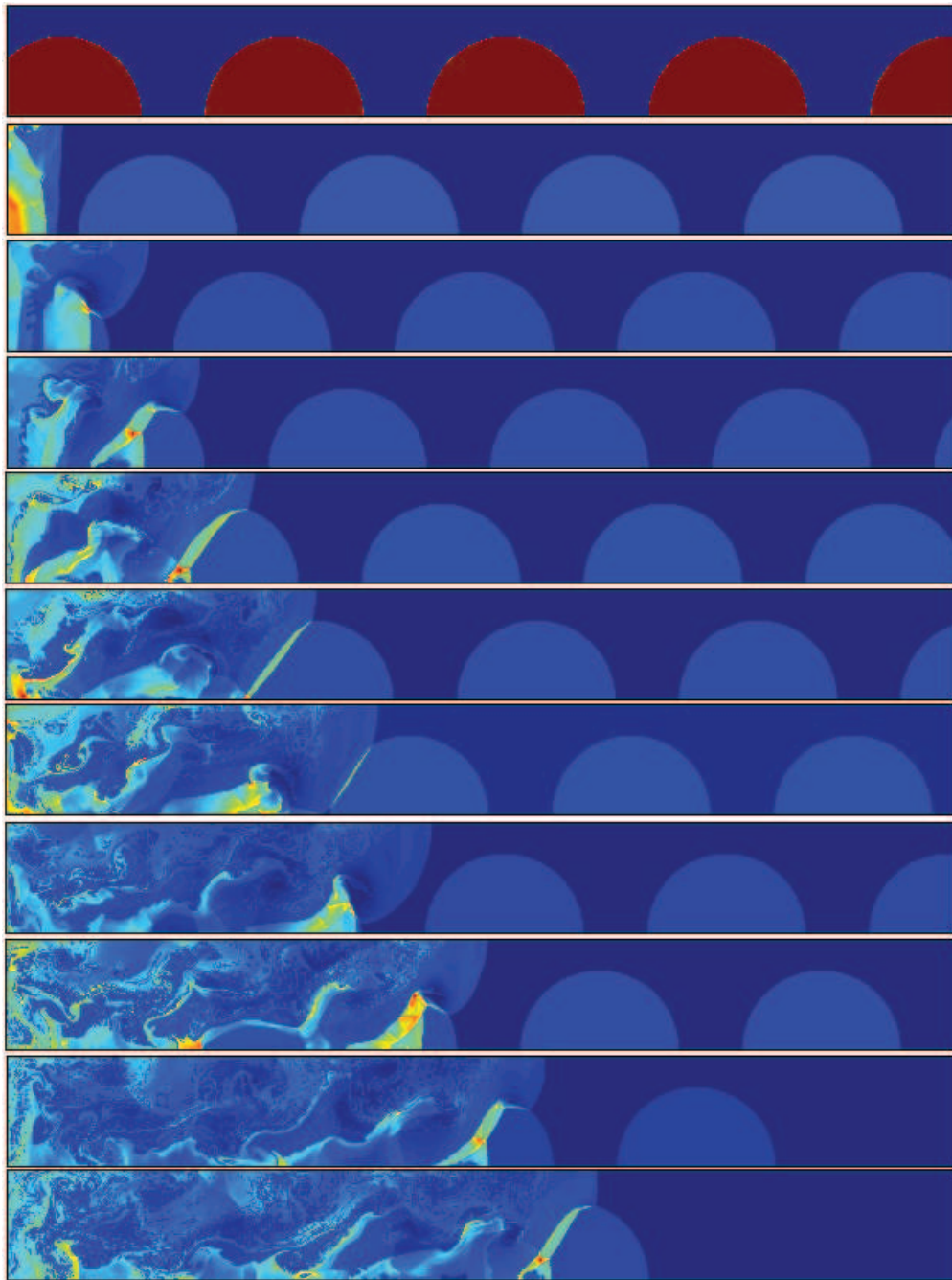


FIG. 4.7 – Propagation du choc toutes les $5e^{-12}$ s pour $\xi = 40\%$. La densité est représentée. La matière étant projetée sur le mur de gauche, les fibres non choquées entre deux temps consécutifs ne sont pas alignées.

D_h dans le milieu homogène de densité équivalente s'obtient par l'approximation des chocs forts : $D_h = \frac{\gamma+1}{2}u_h$, avec $u_h = u_0$.

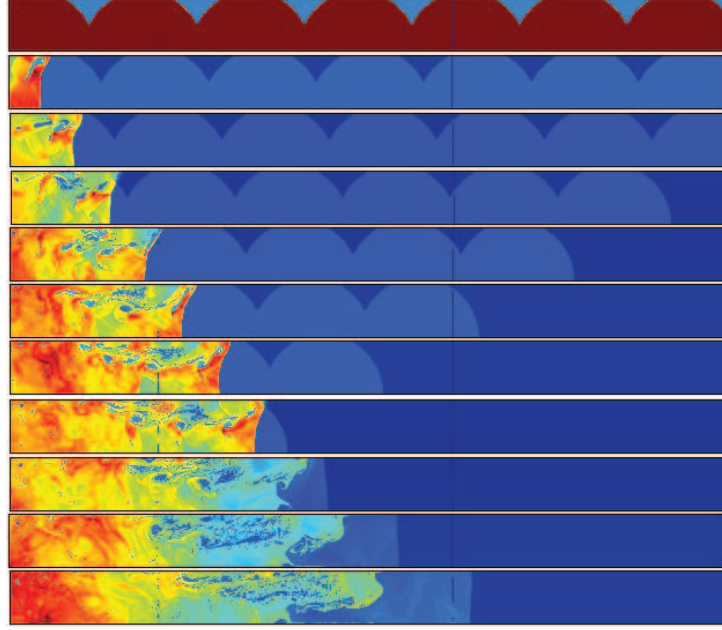


FIG. 4.8 – Propagation du choc toutes les $5e^{-12}$ s pour $\xi = 90\%$. La densité est représentée. La matière étant projetée sur le mur de gauche, les fibres non choquées entre deux temps consécutifs ne sont pas alignées.

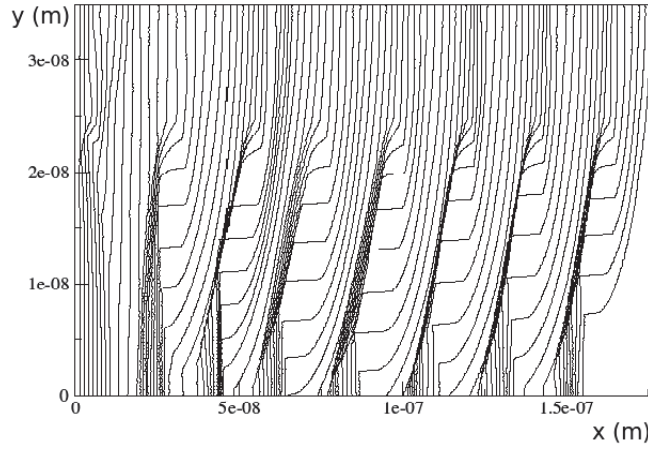
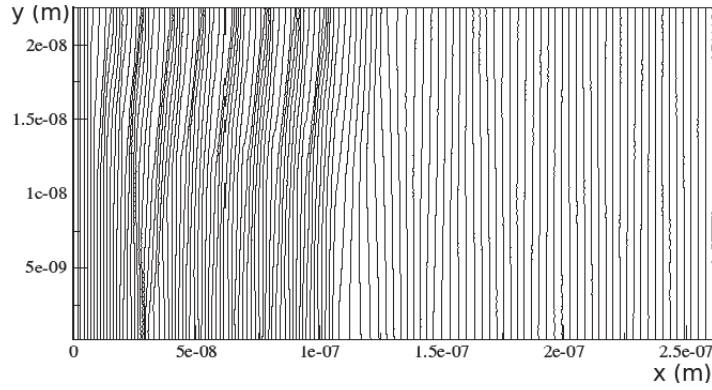
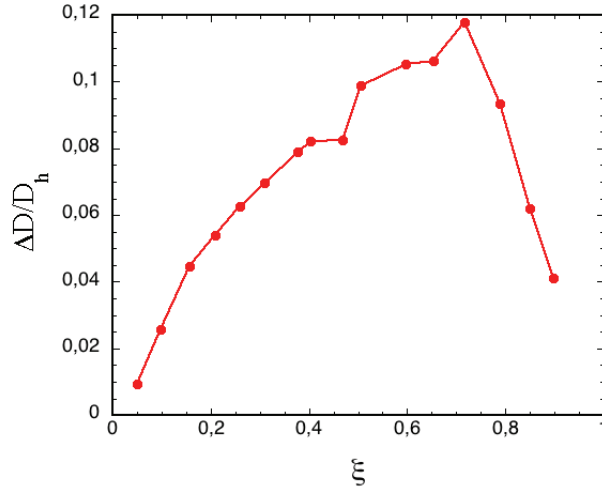


FIG. 4.9 – Positions du front de choc pour $\xi = 40\%$ toutes les $0.5e^{-12}$ s.

4.2.1 Variation du taux de présence des fibres, ξ .

Nous faisons varier le taux de présence des fibres de 5 % à 95 %, avec un pas de 5 %. Le cas $\xi = 0$ correspondrait au cas où les fibres seraient absentes de la boîte de simulation, contrairement au cas $\xi = 100\%$, pour lequel la boîte de simulation ne serait remplie que du matériau constituant les fibres. Comme les fibres ne remplissent pas la totalité de la boîte de simulation et que, à partir d'un ξ égal à 70 %, leur rayon est supérieur à la hauteur de la boîte, pour chaque cas la densité moyenne exacte, et donc le ξ exact, est recalculée. Les paramètres fixés dans cette étude sont les suivants : $\eta = 4$, $\gamma = \frac{5}{3}$ et $u_0 = 40$ km/s. La courbe 4.11 représente la variation du $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de ξ . Nous déduisons de

FIG. 4.10 – Positions du front de choc pour $\xi = 90 \%$ toutes les $0.5e^{-12} s$ FIG. 4.11 – Variation du $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de ξ .

cette courbe que ξ a une grande influence sur le $\frac{\Delta D}{D_h}$, qui atteint son maximum pour des valeurs de ξ proches de 70 %, ce qui correspond à une longueur d'interface maximale entre la fibre et son environnement. Le choc interagit avec cette interface en y déposant de la vorticité. Plus l'interface est longue, plus il dépose de la vorticité, ce qui explique le maximum de l'écart relatif des vitesses pour une longueur d'interface maximale. Pour des valeurs de ξ supérieures à 70 %, les fibres se superposent. Comme elles continuent de grossir avec ξ , la longueur d'interface diminue, le choc dépose donc moins de vorticité ce qui explique la décroissance de la pente de la figure 4.11 pour des ξ supérieurs à 70 %. Avant de poursuivre avec l'étude de la variation des autres paramètres, nous devons nous assurer que les comparaisons entre les milieux homogènes et hétérogènes sont pourvues de sens. On peut exprimer D_h de plusieurs manières, dont les deux suivantes ; en fonction du nombre de Mach M :

$$D_h = c_s M = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}} M \quad (4.6)$$

avec c_s la vitesse du son et l'indice 0 désignant le milieu non choqué, et en fonction de u_h :

$$D_h = \frac{\gamma + 1}{2} u_h \quad (4.7)$$

$\sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$ de l'équation (4.6) et $\frac{\gamma+1}{2}$ de l'équation (4.7) sont des constantes. Ainsi, dans le milieu homogène, que u_h soit une constante implique une vitesse de choc D_h constante et donc un nombre de Mach M également constant. Pour pouvoir comparer les vitesses de choc dans les milieux homogènes et hétérogènes, nous devons retrouver les mêmes relations entre les constantes. Les calculs de la figure 4.11 sont réalisés à M constant. Nous avons simulé une deuxième fois les mêmes cas, en maintenant cette fois-ci u constante. Sur la figure 4.12, les deux courbes se superposent, ce qui indique que quelque soit u ou M maintenu fixe, les valeurs de $\frac{\Delta D}{D_h}$ sont les mêmes. Nous validons ainsi les méthodes de calcul de $\frac{\Delta D}{D_h}$.

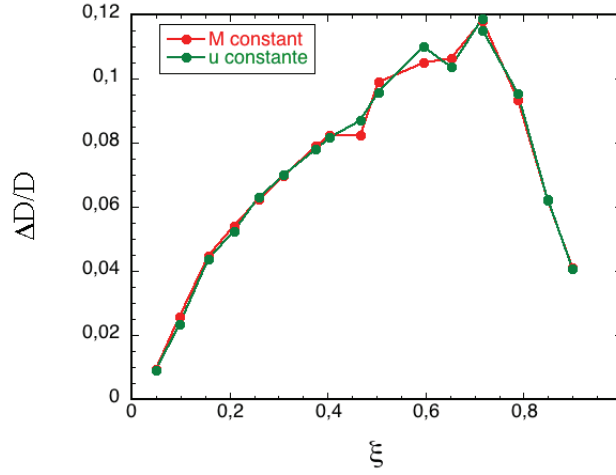


FIG. 4.12 – Variation du $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de ξ , à M et u constants.

Pour compléter cette étude, nous avons effectué la même variation de ξ pour un rapport de densité inférieur à 1. La figure 4.13 représente l'avancée du choc dans une rangée de fibres caractérisée par un taux de présence de 60 % et un rapport de densité de 0,1. Une allée de vortex se forme, et, comme décrit dans le chapitre 1, ils tournent en sens inverse par rapport au cas où $\eta = 4$. Sur la figure 4.14, quelque soit $\eta = 0,1$ ou $\eta = 4$, les courbes



FIG. 4.13 – Allée de vortex contrarotatifs, $\eta = 0,1$ et $\xi = 60\%$.

de la variation du $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de ξ suivent la même allure, et présentent un maximum pour un ξ égal à 70 %.

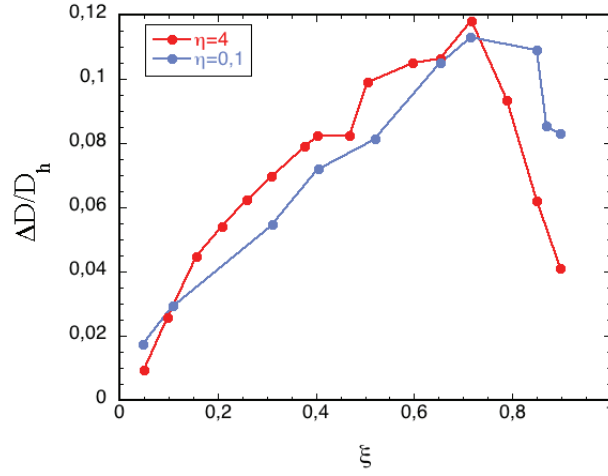


FIG. 4.14 – Variation du $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de ξ , pour $\eta = 4$ et $\eta = 0,1$.

4.2.2 Variation de la vitesse fluide initiale, u_0

Testons à présent l'influence sur le $\frac{\Delta D}{D_h}$ de différentes vitesses fluides initiales. L'étude de la variation du ξ nous donne déjà une valeur de $\frac{\Delta D}{D_h}$ pour $u_0 = 40$ km/s. Nous effectuons, pour $\xi = 50$ et 90 %, d'autres calculs en injectant de la matière à $u_0 = 17, 100, 1\,000$ et $10\,000$ m/s, ce qui permet de balayer une large gamme de nombres de Mach. Quand $u_0 = 17$ m/s, le choc est très mou et endommage difficilement les fibres (figure 4.15). A partir de $u_0 = 100$ m/s, le choc est suffisamment fort pour les détruire instantanément (figure 4.16). La figure 4.17 représente les valeurs de $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de u_0 en échelle logarithmique.



FIG. 4.15 – $u_0 = 17$ m/s, $\xi = 50$ %, $\eta = 4$.

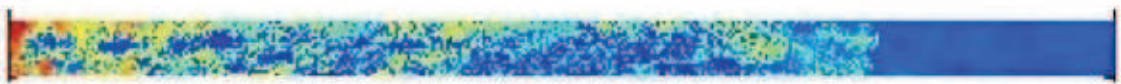


FIG. 4.16 – $u_0 = 100$ m/s, $\xi = 50$ %, $\eta = 4$.

Nous observons ce que nous attendions ; le $\frac{\Delta D}{D_h}$ ne varie pas ou que très peu en fonction de la vitesse fluide initiale et donc du nombre de Mach.

4.2.3 Variation du rapport de densité, $\eta = \frac{\rho_{fibre}}{\rho_{env}}$

Dans le chapitre 1, nous avons décrit l'interaction du choc avec une fibre dans les cas où $\eta > 1$ et $\eta < 1$. La principale différence entre ces deux cas réside dans le sens d'enroulement

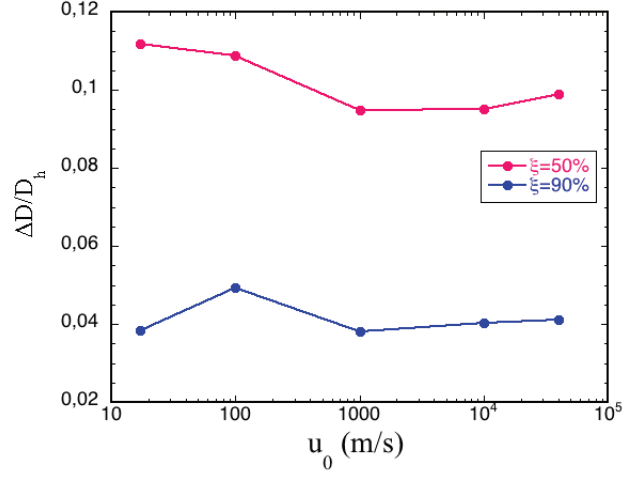


FIG. 4.17 – Variation du $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de u_0 .

de la matière derrière le choc, donc dans le sens de rotation du vortex.

Sur la figure 4.18, η prend les valeurs 0,1 ; 0,5 ; 1 ; 4 ; 10 et 20 pour trois cas : $\xi = 10, 50$ et 90 %. On remarque que l'allure du $\frac{\Delta D}{D_h}$ est similaire pour les trois ξ , c'est à dire que plus

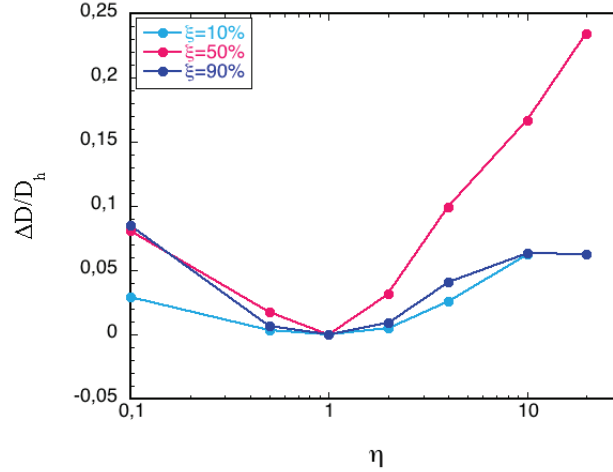


FIG. 4.18 – Variation du $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de η .

le rapport de densité entre les fibres et leur environnement est élevé, plus l'écart relatif des vitesses de choc dans les milieux homogène et hétérogène est important. En revanche, les valeurs de $\frac{\Delta D}{D_h}$ sont différentes ; elles sont plus élevées dans le cas $\xi = 50\%$ que pour $\xi = 10$ et 90 %, ce qui rejoint les résultats présentés sur la courbe 4.11. Le rapport de densité η est, comme ξ , un paramètre influent sur les valeurs de $\frac{\Delta D}{D_h}$. Ceci s'explique par la relation

existant entre le dépôt de vorticité et le gradient de densité : $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{1}{\rho^2}(\nabla\rho \wedge \nabla P)$. Le dépôt de vorticité, et donc l'écart relatif des vitesses de choc, augmentent avec le gradient de densité.

4.2.4 Variation du coefficient adiabatique, γ

Le dernier paramètre qu'ils nous a paru pertinent d'explorer est le coefficient adiabatique γ . Jusqu'alors il a été fixé à la valeur des gaz parfaits monoatomiques, $\frac{5}{3}$. Ici nous nous intéressons à d'autres valeurs de γ et leur influence sur $\frac{\Delta D}{D_h}$. Pour trois valeurs de ξ , 20, 50 et 80 %, nous avons fait varier le coefficient adiabatique de 1,1 à 5. Les valeurs de $\frac{\Delta D}{D_h}$ sont répertoriées sur la figure 4.19. L'écart relatif des vitesses de choc atteint son

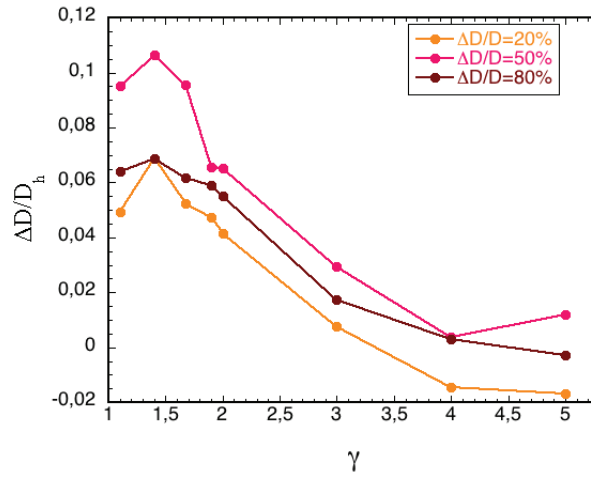


FIG. 4.19 – Variation du $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de γ .

maximum lorsque γ est compris entre 1,1 et 2, c'est-à-dire lorsque les matériaux sont très compressibles. Ensuite il diminue lorsque la compressibilité des matériaux augmente, jusqu'à s'annuler pour un γ compris entre 3 et 5 selon les cas, et pour $\xi = 20$ et 80 % le $\frac{\Delta D}{D_h}$ devient même négatif. Ceci signifie qu'à partir d'une certaine valeur de coefficient adiabatique, le choc va se propager plus rapidement dans le milieu homogène que dans celui hétérogène. La tendance que nous avons observée jusqu'ici s'inverse alors en fonction de γ . Ces variations de l'écart relatif des vitesses de choc en fonction du coefficient adiabatique, et donc de la compressibilité du milieu, trouvent leur explication, comme pour le cas de la variation du rapport de densité, dans la définition du dépôt de vorticité qui s'exprime en fonction du gradient de pression. Plus le milieu est compressible, plus le gradient de pression diminue, ce qui implique la diminution du dépôt de vorticité et de l'écart relatif des vitesses de choc.

4.3 Modèles analytiques

4.3.1 Résultats du modèle analytique de Hazak *et al.* [23] pour le calcul du $\frac{\Delta D}{D_h}$.

Au chapitre 2 nous avons approximé les relations d'Hugoniot généralisées et obtenu les trois équations suivantes :

$$\frac{\Delta D}{D_h} \left(\frac{2}{\gamma+1} + \frac{\Delta \rho}{\rho_h} \right) = -\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \frac{\Delta \rho}{\rho_h} \quad (4.8)$$

$$1 + \frac{\Delta p}{p_h} = \left(1 + \frac{\Delta \rho}{\rho_h} \right) \left[\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left(1 + \frac{\Delta D}{D_h} \right) - \frac{2}{\gamma-1} \left(1 + \frac{\Delta u^2}{u_h^2} \right) \right] \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\gamma-1} \left(1 + \frac{\Delta D}{D_h} \right) \left[\left(1 + \frac{\Delta \rho}{\rho_h} \right) \left(1 + \frac{\Delta u^2}{u_h^2} \right) + \left(1 + \frac{\Delta p}{p_h} \right) \right] \\ & - \frac{2}{(\gamma+1)(\gamma-1)} \left(1 + \frac{\Delta \rho}{\rho_h} + 3 \frac{\Delta u^2}{u_h^2} \right) - \frac{2\gamma}{(\gamma+1)(\gamma-1)} \left(1 + \frac{\Delta p}{p_h} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

Nous en avons extrait $\frac{\Delta D}{D_h}$ des trois relations. Pour un coefficient adiabatique de $\frac{5}{3}$, un rapport de densité de 4, et les valeurs de pressions, densités moyennes et vitesses fluide correspondant à celles obtenues numériquement moyennées sur une cellule derrière le choc, nous avons calculé $\frac{\Delta D}{D_h}$ de trois différentes manières. Sur la figure 4.20, nous avons comparé ces valeurs aux calculs numériques. Dans la légende du graphe, Hazak(1) correspond à la relation (4.8), Hazak(2) à (4.9) et Hazak(3) renvoie à (4.10).

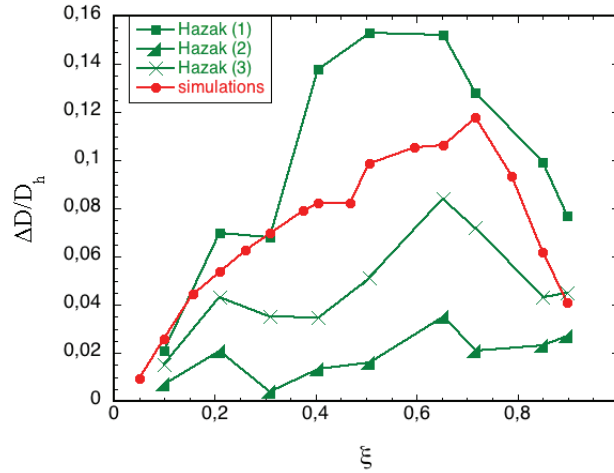


FIG. 4.20 – Comparaison des résultats numériques et analytiques de la variation du $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de ξ .

On observe tout d'abord que la courbe numérique se trouve entre les courbes analytiques et qu'aucune d'entre elles ne se superpose. En revanche, on remarque aussi que les quatre courbes présentent des valeurs de $\frac{\Delta D}{D_h}$ maximales pour un ξ compris entre 50 % et 70%. Ensuite, nous pouvons estimer que la courbe issue de la relation (4.8) est la plus précise. En

effet, elle ne dépend que de la densité, facilement mesurable. Les relations (4.9) et (4.10) font intervenir également la pression et la vitesse fluide. La pression s'obtient aisément, mais pour la vitesse fluide il est difficile d'en estimer une valeur. En effet, derrière le choc des vortex se forment, ce qui rend le calcul de u plus ardu. Ainsi, ce calcul analytique, bien qu'il demeure approximatif, nous confirme des valeurs de $\frac{\Delta D}{D_h}$ maximales pour un ξ compris entre 50 % et 70%.

Nous complétons ceci par une triple analyse, afin de vérifier si le fait de moyenner les quantités à étudier sur une cellule derrière le front de choc suffit. Pour la densité, la pression et la vitesse derrière le choc dans le cas du réseau carré à taux de présence $\xi = 50$ %, qui présente un des plus gros écarts avec la 1ère courbe de Hazak sur la figure 4.20, nous traçons les doubles moyennes $\langle\langle \frac{\Delta \rho}{\rho_h} \rangle\rangle$, $\langle\langle \frac{\Delta P}{P_h} \rangle\rangle$ et $\langle\langle \frac{\Delta u}{u_h} \rangle\rangle$ en fonction du nombre de cellules derrière le choc (figure 4.21). Cela montre les limites du modèle de Hazak *et al.* [23] qui semble être très dépendant de la manière arbitraire dont peuvent être réalisées les moyennes des fluctuations derrière le choc.

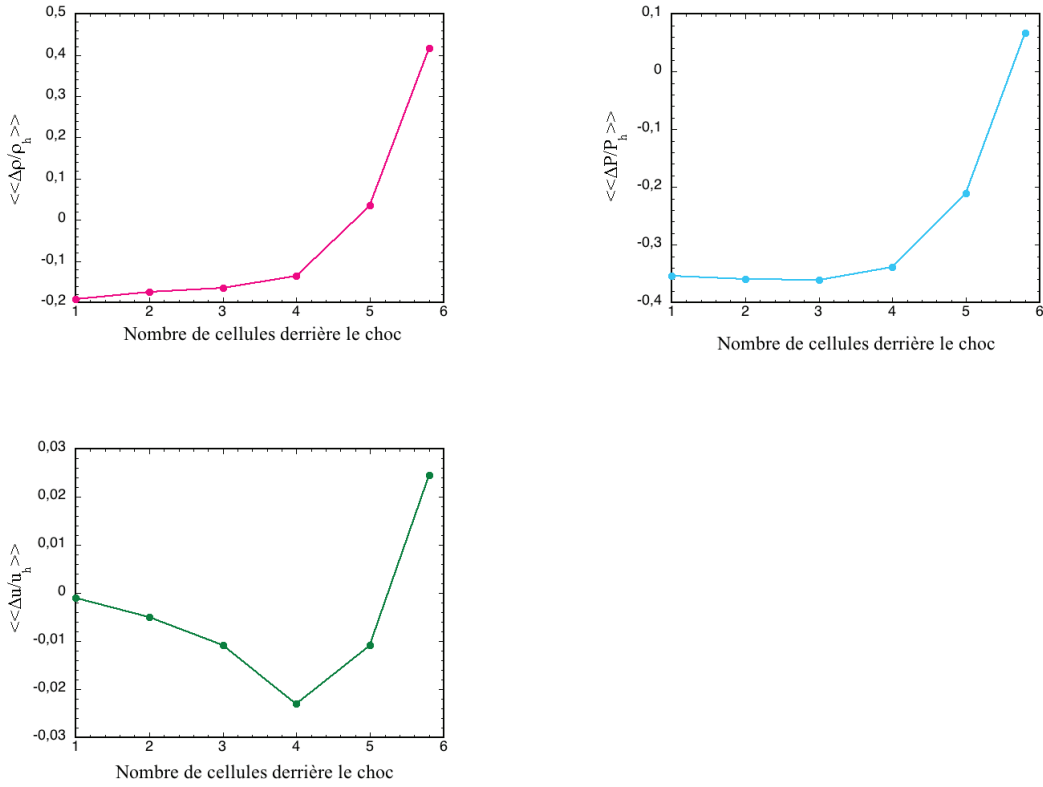


FIG. 4.21 – Doubles moyennes de $\frac{\Delta \rho}{\rho_h}$, $\frac{\Delta P}{P_h}$ et $\frac{\Delta u}{u_h}$ en fonction du nombre de cellules derrière le choc.

4.3.2 Utilisation du modèle analytique de Saurel *et al.* [60].

Nous rappelons la définition des variables concernées :

$$M = \frac{D}{c_s} \text{ et } U = \frac{u}{c_s} \quad (4.11)$$

$$c_s^2 = \frac{\gamma p_0}{\rho_0} \quad (4.12)$$

$$\pi = \frac{p}{p_0} \text{ et } \pi_{\text{eff}} = \frac{p_{\text{eff}}}{p_0} \quad (4.13)$$

$$\Gamma_{\text{eff}} = \frac{p_{\text{eff}}}{\rho_0 u c_s} \frac{(\gamma - \gamma_{\text{eff}})}{(\gamma_{\text{eff}} - 1)} \quad (4.14)$$

$$\gamma_{\text{eff}} = 1 + \frac{2}{n} \quad (4.15)$$

n est le nombre de dimensions dans lesquelles se développent les vortex. La modification de la vitesse du choc est directement déduite des équations (2.94) et (2.95) :

$$\frac{\Delta D}{D_h} = \frac{M}{M_h} - 1 \quad (4.16)$$

ce qui donne :

$$\frac{\Delta D}{D_h} = \sqrt{\frac{2 \left[\left(\frac{\gamma+1}{4} U_h \right)^2 + \left(\frac{\Gamma_{\text{eff}}}{2} \right)^2 \right] + \Gamma_{\text{eff}} U_h \left(\frac{3-\gamma}{4} \right) + 1}{2 \left(\frac{\gamma+1}{4} U_h \right)^2 + 1}} - 1 \quad (4.17)$$

Dans les limites $\Gamma_{\text{eff}} \ll (1, u)$ et des chocs forts, nous la réduisons à :

$$\frac{\Delta D}{D_h} \propto \frac{\Gamma_{\text{eff}}}{2\mathcal{M}_h} \left(\frac{\frac{3-\gamma}{4} U_h}{\sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{4} \right)^2 U_h^2 + 1}} - 1 \right) = \frac{-\Gamma_{\text{eff}}}{\mathcal{M}_h} \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right). \quad (4.18)$$

$\frac{\Delta D}{D_h}$ s'annule quand $\Gamma_{\text{eff}} = 0$ et $\gamma = \gamma_{\text{eff}}$. Dans notre cas, les allées de vortex, produites par les interactions successives du choc avec les fibres, évoluent en une nappe de vorticité de dimension $n = 1$. Comme $\gamma_{\text{eff}} = 1 + \frac{2}{n}$, nous obtenons $\gamma_{\text{eff}} = 3$. De l'étude numérique nous avons trouvé que $\frac{\Delta D}{D_h}$ s'annule pour un coefficient adiabatique compris entre 3 et 5, ce qui co incide avec les calculs analytiques. Quand $\gamma < \gamma_{\text{eff}}$, $\Gamma_{\text{eff}} < 0$ et la vitesse du choc est plus élevée dans le cas hétérogène, ce qui correspond à de la turbulence exothermique [60]. Ceci a été confirmé par les résultats numériques de ce chapitre. Dans le cas opposé, lorsque $\gamma > \gamma_{\text{eff}}$, $\Gamma_{\text{eff}} > 0$ et la turbulence devient endothermique. La vitesse du choc dans le milieu hétérogène est plus faible que dans le milieu homogène.

4.4 Calcul de la circulation

Pour terminer l'étude des réseaux carrés, nous nous intéressons à la circulation, ou à l'amplitude de la force des vortex, produite le long des demi-fibres. En calculant la circulation en fonction du taux de présence des fibres, nous voulons remonter au $\frac{\Delta D}{D_h}$ à partir des relations (2.94) et (2.95). Nous avons vu au chapitre 2, que pour une demi-fibre, la circulation s'exprime en fonction d'une vitesse et d'une distance, de différentes manières :

$$\Gamma_{\frac{1}{2} \text{ fibre}} = 2\pi R \Delta \mathcal{U} \quad (4.19)$$

$$\Gamma_{\frac{1}{2} \text{ fibre}} = \frac{2}{\gamma+1} D \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\eta}} \right) R \left(1 + \frac{\pi}{2} \right) \quad (4.20)$$

Nous utilisons la formule qui relie la circulation à la vitesse du choc. Cette dernière s'obtient des calculs numériques. Dans le cas de cette étude, $R = r_0 = 2,5 \mu m$, $\gamma = \frac{5}{3}$ et $\eta = 4$. La limite de la formule (4.20) se trouve dans le fait qu'elle ne considère pas les taux de présence pour lesquels les fibres sortent de la boîte de simulation. La figure (4.22) représente l'évolution de la circulation dans le réseau carré en fonction de ξ . On remarque

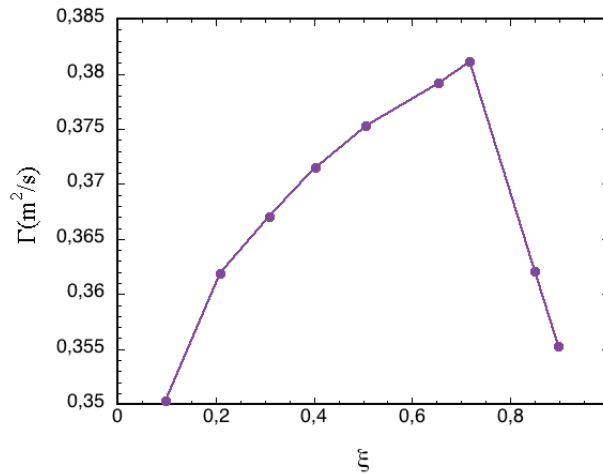


FIG. 4.22 – La circulation en fonction de ξ .

que la circulation croît jusqu'à un maximum situé à $\xi = 70 \%$, puis redescend abruptement. Cette décroissance est due au fait que les fibres dépassent de la boîte de simulation pour un ξ supérieur à 70 %.

La connaissance de $\Delta \mathcal{U}$ et de sa connection avec la vitesse fluide U de l'équation (4.17) nous permettrait d'en calculer $\frac{\Delta D}{D_h}$ et de le comparer à nos valeurs numériques.

La propagation d'un choc dans un réseau carré de fibres a été étudiée numériquement à l'aide de calculs 2D hydrodynamiques eulériens. Les équations d'état des gaz parfaits ont été considérées et pour des gaz monoatomiques ($\gamma = \frac{5}{3}$), une augmentation de la vitesse du choc a été observée en comparaison à la vitesse du choc dans le milieu homogène de densité équivalente. La différence relative des vitesses atteint son maximum, numériquement et analytiquement, pour un taux de présence compris entre 50 % et 70 %, ce qui correspond à la longueur maximale de l'interface entre les milieux lourd et léger. La destruction successive des fibres durant la propagation du choc conduit à une nappe de vorticité et deux couches de cisaillement dans le milieu choqué. La différence relative des vitesses dépend du dépôt de vorticité, qui apparaît quand le choc rencontre les fibres. Le dépôt augmente avec le rapport de densité entre les deux matériaux, aboutissant à une élévation de la différence relative des vitesses. Enfin, le coefficient adiabatique est un paramètre très important. En effet, lorsque γ est supérieur à 3, la différence de vitesse s'annule. Ceci est confirmé par une description thermodynamique de la turbulence insérée dans les équations hydrodynamiques de conservation. Les calculs de circulation montrent une très forte corrélation entre la présence des vortex et la modification de la vitesse du choc dans le milieu hétérogène par rapport au milieu homogène de densité moyenne équivalente.

Annexe du chapitre 4

Extrapolation : réseau de fibres rectangulaire

Figure 1. The effect of the number of iterations on the accuracy of the proposed algorithm. The accuracy of the proposed algorithm increases with the number of iterations. The accuracy of the proposed algorithm is 0.95 after 100 iterations.

respectivement un $\xi = 20\%$ et un $\xi > 95\%$ très élevé. Quand Lx devient très petit devant Ly , les fibres sont très proches les unes des autres horizontalement et nous obtenons le cas limite bicouche. Quand les fibres sont très rapprochées verticalement, nous nous trouvons dans un autre cas limite pour lequel le choc se propage à travers des couches verticales. A la limite $Ly \rightarrow 0$ le choc avance alors d'un milieu homogène à un autre milieu homogène. Il n'y a donc plus de dépôt de vorticité à l'interface et aucune accélération du choc n'est alors attendue.

Chapitre 5

Réseau de fibres en quinconces

Nous complexifions encore un peu la manière de modéliser la mousse en considérant une variation de l'angle entre les fibres de chaque rangée, ce qui conduit à étudier la propagation du choc dans un réseau de fibres disposées en quinconces. Tout d'abord, nous allons observer ce que la variation de l'angle engendre dans la modification de la vitesse du choc dans le milieu hétérogène, vérifiant ainsi l'influence de la géométrie dans cette étude. Puis nous allons nous pencher sur les phénomènes liés à la turbulence.

5.1 Etude des différentes géométries

5.1.1 Les géométries selon l'angle

Dans le chapitre 1, la description du réseau en quinconces fait l'objet d'une figure que nous reprenons, en notant θ l'angle entre les fibres de chaque rangée (figure 5.1).

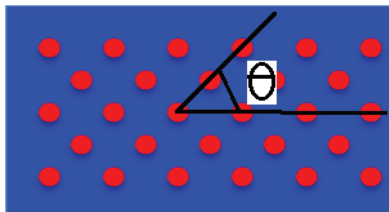
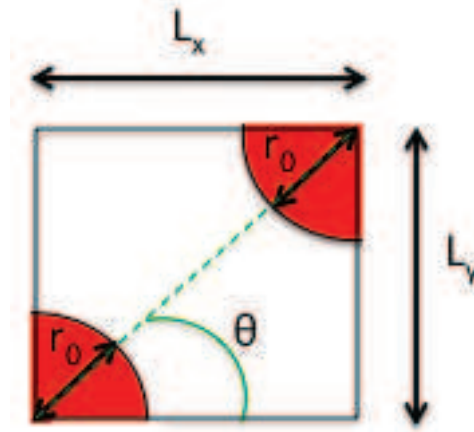


FIG. 5.1 – Réseau de fibres en quinconces

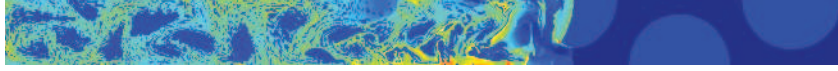
Dans ce chapitre, nous étudions quatre géométries différentes, pour lesquelles θ prend les valeurs suivantes : 30° , 45° , 60° et 75° . Les résultats sont comparés à ceux obtenus pour des cas connus, à savoir $\theta=90^\circ$, qui correspond au réseau carré du chapitre précédent, ainsi que le bicouche. Nous considérons un troisième cas qui est une alternance de plusieurs couches verticales, ou murs, que nous allons décrire dans la suite. Le bicouche et les murs jouent le rôle de cas limites. En ce qui concerne la modélisation du réseau en quinconces dans la boîte de simulation, afin de faire apparaître l'angle θ , il faut représenter des demi-fibres en bas et en haut de la boîte de simulation, contrairement au chapitre précédent. Comme chaque fibre fait partie d'un triangle isocèle formé des deux autres fibres les plus proches, d'en haut et d'en bas, la variation de l'angle θ va induire également la variation de l'intervalle entre les fibres d'une même rangée, L_x , et l'intervalle entre les rangées, L_y . La figure 5.2 représente la cellule utilisée pour le calcul du taux de présence. Plus θ sera élevé,

FIG. 5.2 – Cellule utilisée pour le calcul de ξ .

plus l'intervalle L_x entre les fibres d'une même rangée sera petit et celui entre les rangées adjacentes, L_y , sera grand. Et inversement. Nous allons illustrer ceci par des figures de boîte de simulation, à un temps pour lequel le choc s'est déjà bien propagé, pour chaque angle, en y faisant correspondre un cas limite quand ceci est pertinent.

$\theta=30^\circ$

La figure 5.3 montre la boîte de simulation au temps $t = 20$ ps dans le réseau en quinconces pour lequel $\theta = 30^\circ$. A droite de la figure 5.3, au niveau du milieu non choqué,

FIG. 5.3 – Réseau de fibres en quinconces, $\theta=30^\circ$, $\xi=50\%$

on voit bien que comme θ est petit, L_x est grand, et L_y est petit. Ce cas se rapproche du cas limite pour lequel $L_x \rightarrow \infty$ et $L_y \rightarrow 0$, c'est-à-dire des murs verticaux, introduits dans le paragraphe précédent et représentés sur la figure 5.4. Dans ce cas limite, toutes



FIG. 5.4 – Couches verticales.

les interfaces entre les matériaux de différentes densités sont verticales. La baroclinicité, qui est, nous le rappelons, le produit vectoriel des gradients de pression et de densité, est toujours nulle. Nous pouvons ainsi penser que la modification de la vitesse du choc dans le cas $\theta=30^\circ$ ne va pas être fulgurante, surtout pour des ξ élevés, pour lesquels les fibres dépassent de la boîte de simulation, faisant disparaître ainsi toute interface perpendiculaire au front de choc. Un autre phénomène peut également nuire à l'accélération du choc dans ce cas : le sens et la position des vortex créés. En effet, les rangées sont très proches les unes des autres et d'après la figure 5.5, déjà montrée dans le chapitre 2, nous nous trouverions dans une configuration destructive.

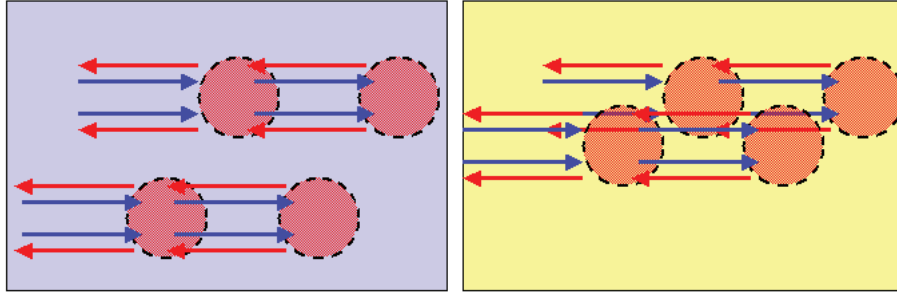
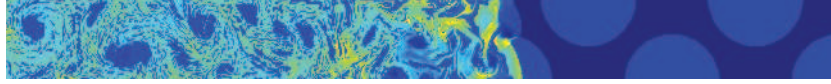


FIG. 5.5 – Configurations constructive et destructive

 $\theta=45^\circ$

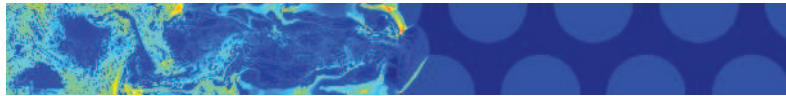
Le réseau dont les fibres de différentes rangées forment entre elles un angle de 45° est représenté sur la figure 5.6, également 20 ps après le début de la simulation. Dans cette

FIG. 5.6 – Réseau de fibres en quinconces, $\theta=45^\circ$, $\xi=50\%$

configuration en triangles rectangles (figure 5.6), L_x et L_y sont toujours, respectivement, grands et petits. La différence entre ces dimensions est toutefois moins marquée que pour le cas où $\theta=30^\circ$, ce qui nous ferait dire que le cas $\theta=45^\circ$ s'éloignerait du cas limite des murs et de la configuration destructive, et donc que la différence relative des vitesses serait un peu plus élevée que pour $\theta=30^\circ$.

 $\theta=60^\circ$

Ici les fibres sont disposées en un réseau de triangles équilatéraux, θ vaut donc 60° . Sur

FIG. 5.7 – Réseau de fibres en quinconces, $\theta=60^\circ$, $\xi=50\%$

la figure 5.7, correspondant à $t=15$ ps, on voit que les distances entre une fibre et toutes celles qui l'entourent sont les mêmes. Le seul autre cas qui offre cette équidistance entre les fibres est le cas des rangées carrées, où $\theta=90^\circ$. Est-ce que cette analogie a un rôle dans la modification de la vitesse du choc ? Nous le vérifierons numériquement par la suite.

 $\theta=75^\circ$

Le figure 5.8 montre le réseau modélisé pour l'angle $\theta=75^\circ$, à $t=15$ ps. Ce cas est l'inverse de la géométrie pour laquelle $\theta=30^\circ$. En effet, θ étant élevé, les fibres d'une même rangée sont très rapprochées les unes des autres, tandis que les rangées sont séparées par un grand intervalle. Nous retrouvons ici le cas limite étudié au chapitre 3, le bicouche, pour lequel $L_x \rightarrow 0$ et $L_y \rightarrow \infty$, que nous adaptons à l'étude de ce chapitre comme montré sur la figure 5.9. Les couches horizontales permettant la maximisation du dépôt de vorticité,

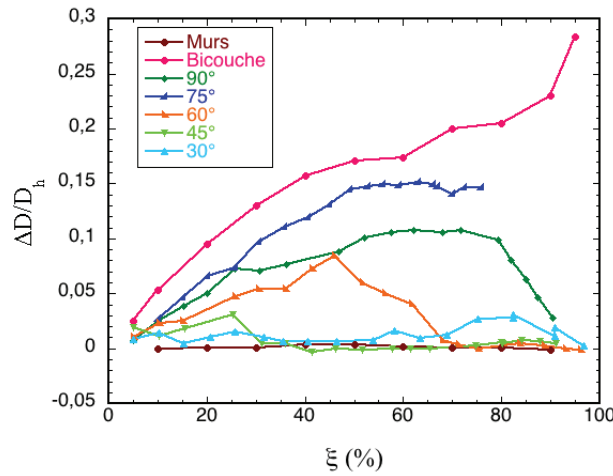
FIG. 5.8 – Réseau de fibres en quinconces, $\theta=75^\circ$, $\xi=50\%$ FIG. 5.9 – Couches horizontales alternées, $\xi=50\%$

nous prédisons que la différence relative des vitesses dans le cas $\theta=75^\circ$ sera la plus élevée de toutes celles qui seront obtenues des angles étudiés ici.

5.1.2 Calcul du $\frac{\Delta D}{D_h}$

$\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de ξ

Comme dans le chapitre précédent, nous calculons la différence relative des vitesses de choc, dans les milieux hétérogène et homogène de densité moyenne équivalente, en fonction du taux de présence des fibres ξ . Pour cela, il a également fallu recalculer la densité moyenne pour chaque cas afin d'en déduire le ξ réel. En effet, dans les calculs numériques réalisés avec HERA, un ξ initial est défini et afin d'obtenir un nombre de mailles entier et constant pour le rayon de la fibre, ξ est modifié. Les ξ initiaux sont fixés de 0,05 à 0,95 avec un pas de 0,05. Sur la figure 5.10 on remarque que les intervalles entre les ξ réels pour chaque angle ne sont pas toujours aussi réguliers que ceux décidés initialement, notamment pour les grands ξ de l'angle $\theta=75^\circ$. Mais ceci ne modifie pas l'allure générale des courbes obtenues. Commençons

FIG. 5.10 – $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de ξ pour différents angles entre les fibres et cas limites.

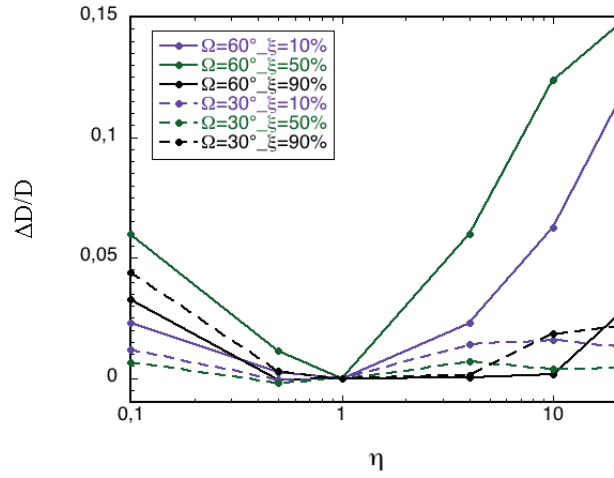
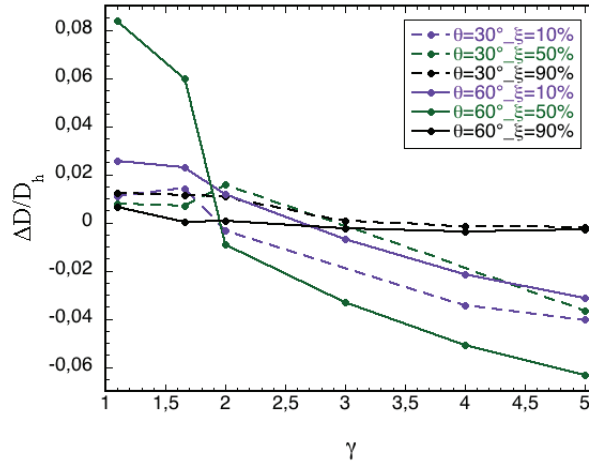
par les courbes de $\frac{\Delta D}{D_h}$ les plus élevés. Comme démontré maintes fois dans cette étude, le bicouche est bien la configuration qui maximise l'accélération du choc dans le milieu hétérogène par rapport à son équivalent homogène. Suit ensuite le réseau quinconces pour lequel $\theta=75^\circ$. Les fibres de chaque rangée étant très rapprochées entre elles et les intervalles entre les rangées étant suffisamment grands, cette configuration est celle qui se rapproche le plus du cas limite bicouche, surtout pour les ξ élevés. Deux courbes présentent la même allure en cloche, celles correspondant aux angles $\theta=60^\circ$ et $\theta=90^\circ$. Elles diffèrent cependant sur un point : on observe une coupure à 50% pour $\theta=60^\circ$. Ceci s'explique par la position des vortex, liée à celle des fibres. Pour l'angle $\theta=90^\circ$, les vortex forment, jusqu'à des ξ élevés, des couches de cisaillement, alimentant une configuration constructive. Pour $\theta=60^\circ$, cette configuration constructive est cassée dès que le taux de présence atteint 50% à cause de la géométrie en quinconces qui rapproche inévitablement les vortex contrarotatifs entre eux. Enfin, pour les deux plus petits angles, $\theta=30^\circ$ et $\theta=45^\circ$, les courbes de $\frac{\Delta D}{D_h}$ suivent celle du cas limite des couches verticales. Nous avons vu que cela est dû principalement au petit intervalle entre les rangées. Les vortex contrarotatifs se superposent, annulant ainsi toute accélération du choc et favorisant une configuration destructive. Un élément soulève cependant notre attention. La courbe représentant l'angle $\theta=45^\circ$ passe, à partir du taux de présence $\xi=30\%$, au dessous de celle correspondant à $\theta=30^\circ$. Ceci peut s'expliquer par le fait que les fibres d'une même rangée sont plus proches les unes des autres dans le cas de l'angle $\theta=45^\circ$. De ce fait, à partir d'un certain taux de présence, ceci favoriserait une configuration encore plus destructive. Nous confirmons donc, par cette étude, l'influence de la géométrie sur la modification de la vitesse du choc dans le milieu hétérogène.

$\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de η

Le rapport de densité est un autre paramètre qui, dans les réseaux carrés étudiés lors du chapitre précédent, joue un rôle dans la variation de la différence relative des vitesses. Nous examinons ici ce qu'il en est dans le cas du réseau modifié en quinconces. Pour cela, nous choisissons deux angles qui donnent des variations de $\frac{\Delta D}{D_h}$ différentes ; $\theta = 30^\circ$ et $\theta = 60^\circ$. Nous venons de voir que, dans le premier cas, $\frac{\Delta D}{D_h}$ subit une variation très minime, alors que, dans le second cas, sa variation en cloche lui fait atteindre des valeurs significatives. Ainsi pour ces deux angles, nous avons sélectionné trois valeurs de ξ extrêmes, à savoir, 10 %, 50 % et 90 %. Pour chacun de ces trois ξ , nous avons effectué une variation paramétrique du η de 0,1 à 20. Les résultats sont réunis sur la figure 5.11. L'axe des abscisses est en échelle logarithmique. Nous observons la même tendance que pour les réseaux carrés ; dans les deux cas, $\frac{\Delta D}{D_h}$ augmente avec η , très légèrement pour $\theta = 30^\circ$ et beaucoup plus clairement pour $\theta = 60^\circ$. Nous confirmons ainsi l'influence de la variation du rapport de densité dans la modification de la vitesse du choc.

$\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de γ

Le troisième paramètre qui intervient dans les réseaux carrés est le coefficient adiabatique. Nous en vérifions l'influence dans les réseaux en quinconces, pour les mêmes angles, 30° et 60° , et mêmes taux de présence, 10 %, 50 % et 90 %, que dans l'étude de la variation du rapport de densité. Pour chaque angle et chaque taux de présence, le coefficient adiabatique varie de 1,1 à 5. La figure 5.12 représente $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de γ . La tendance, bien que beaucoup moins clairement prononcée que dans le chapitre précédent, suit une décroissance du $\frac{\Delta D}{D_h}$ avec l'augmentation du γ . L'annulation du $\frac{\Delta D}{D_h}$ survient ici à partir

FIG. 5.11 – $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de η FIG. 5.12 – $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de γ

d'un coefficient adiabatique égal à 2.

5.2 Modèles analytiques

5.2.1 Hazak *et al* [23]

Comme dans le chapitre précédent, nous appliquons les formules ci-dessous, déduites du modèle de Hazak *et al* [23], pour calculer un $\frac{\Delta D}{D_h}$ analytique à comparer aux valeurs

numériques de la figure 5.10.

$$\boxed{\frac{\Delta D}{D_h} \left(\frac{2}{\gamma+1} + \frac{\Delta \rho}{\rho_h} \right) = -\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \frac{\Delta p}{\rho_h}} \quad (5.1)$$

$$\boxed{1 + \frac{\Delta p}{p_h} = \left(1 + \frac{\Delta \rho}{\rho_h} \right) \left[\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left(1 + \frac{\Delta D}{D_h} \right) - \frac{2}{\gamma-1} \left(1 + \frac{\Delta u^2}{u_h^2} \right) \right]} \quad (5.2)$$

$$\boxed{\begin{aligned} & \frac{1}{\gamma-1} \left(1 + \frac{\Delta D}{D_h} \right) \left[\left(1 + \frac{\Delta \rho}{\rho_h} \right) \left(1 + \frac{\Delta u^2}{u_h^2} \right) + \left(1 + \frac{\Delta p}{p_h} \right) \right] \\ & - \frac{2}{(\gamma+1)(\gamma-1)} \left(1 + \frac{\Delta \rho}{\rho_h} + 3 \frac{\Delta u^2}{u_h^2} \right) - \frac{2\gamma}{(\gamma+1)(\gamma-1)} \left(1 + \frac{\Delta p}{p_h} \right) = 0 \end{aligned}} \quad (5.3)$$

La figure 5.13 réunit les courbes comparatives entre les valeurs de $\frac{\Delta D}{D_h}$ analytiques et numériques. Les paramètres utilisés pour le calcul des $\frac{\Delta D}{D_h}$ analytiques, soient la densité, la pression et la vitesse fluide, sont mesurés sur les cartes de densités numériques. Elles sont moyennées sur une cellule derrière le choc. Nous remarquons que, dans la plupart des cas et comme dans le chapitre précédent, la première relation de Hazak *et al* se situe la plus proche des valeurs numériques. Elle ne coïncide cependant sur aucun point avec ces dernières. Les grands écarts qui s'observent avec les deux autres relations de Hazak *et al* sont, une fois de plus, dûs aux valeurs très fluctuantes de la vitesse du fluide derrière le choc. Nous atteignons une fois de plus les limites du modèle de Hazak *et al*. [23].

Intéressons nous maintenant, comme dans le chapitre précédent, à la circulation, même s'il nous manque toujours la mesure de $\Delta \mathcal{U}$ qui nous permettrait de tracer $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de ξ d'après le modèle de Saurel *et al*. [60].

5.2.2 Circulation

Le calcul de la circulation s'obtient avec la formule (5.5) qui relie la circulation à la vitesse du choc, dans le milieu hétérogène, mesurée numériquement. Nous rappelons que $R = r_0 = 2,5 \mu m$, $\gamma = \frac{5}{3}$ et $\eta = 4$.

$$\Gamma_{\frac{1}{2} fibre} = 2\pi R \Delta \mathcal{U} \quad (5.4)$$

$$\Gamma_{\frac{1}{2} fibre} = \frac{2}{\gamma+1} D \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\eta}} \right) R \left(1 + \frac{\pi}{2} \right) \quad (5.5)$$

La figure 5.14 représente l'évolution de la circulation dans le réseau carré en fonction de ξ . La circulation étant proportionnelle à la vitesse du choc, il est finalement normal de trouver, pour un choc fort, que son allure en fonction de ξ suit de très près celle de la courbe du $\frac{\Delta D}{D_h}$, pour chaque angle, de la figure 5.10. Nous ne sommes pas confrontés au problème de la décroissance brute de la circulation calculée dans les réseaux carrés du chapitre 4 à partir d'un certain ξ , car, les boîtes de simulation des quinconces étant deux fois plus hautes, les fibres n'en sortent pas.

5.3 Energies liées à la turbulence : énergie cinétique et enstrophie

Nous nous intéressons à présent aux valeurs des énergies mises en jeu lorsque le choc se propage dans un réseau de fibres disposées en quinconces et dans le milieu homogène de

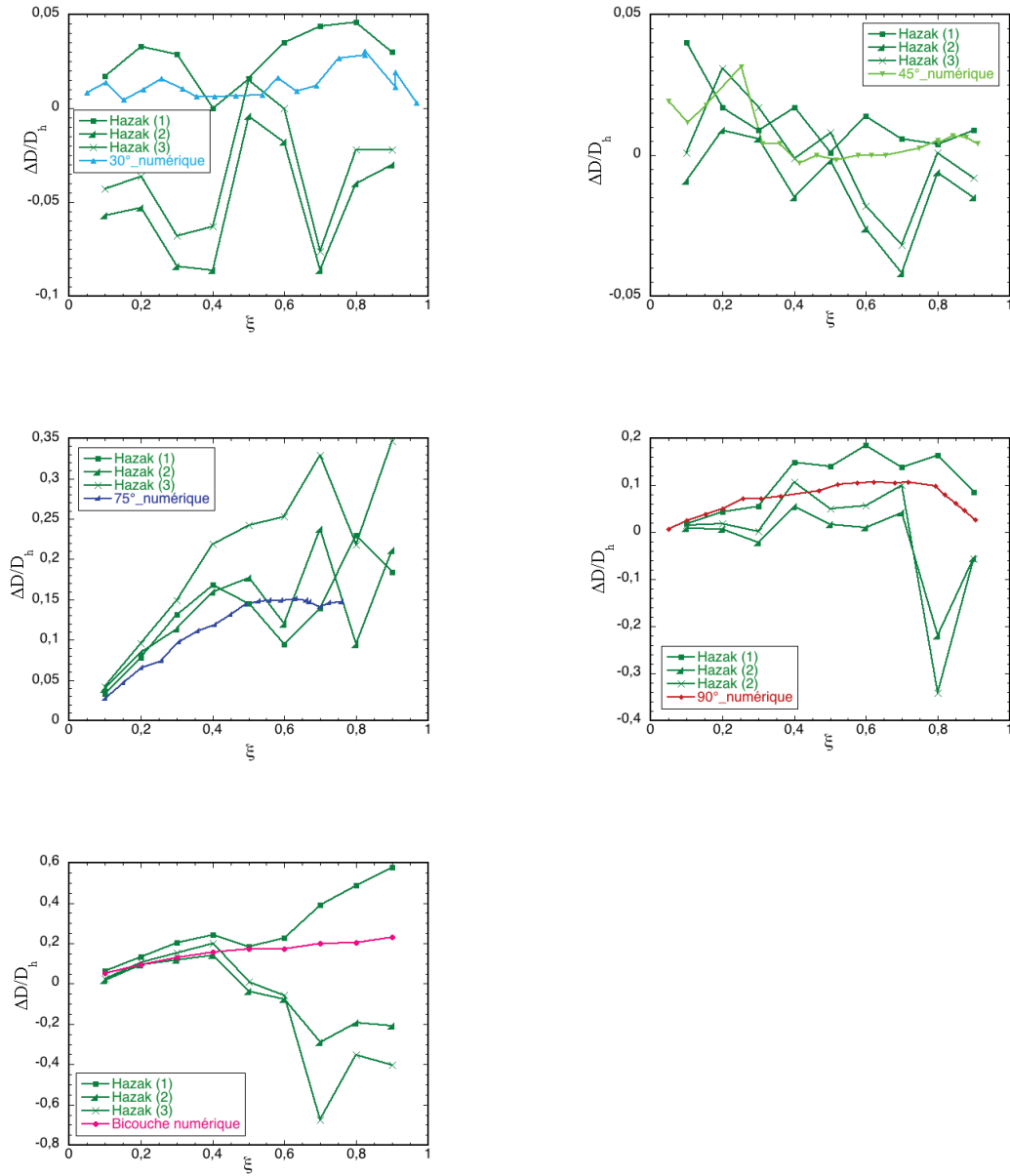
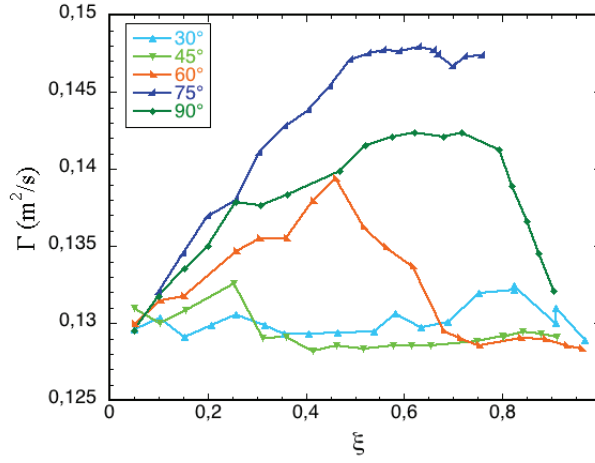


FIG. 5.13 – Variation du $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de ξ . Comparaison des résultats numériques et analytiques de Hazak *et al* pour différents angles et le bicouche.

FIG. 5.14 – La circulation en fonction de ξ .

densité équivalente. Les grandeurs que nous calculons sont les suivantes :

$$\epsilon = \frac{\langle \rho_1 u_1^2 \rangle}{\langle \rho_0 \rangle} \quad (5.6)$$

$$\Omega = \frac{\iint \rho_1 \omega_1^2 \, dx \, dy}{\langle \rho_0 \rangle} \quad (5.7)$$

L'équation 5.6 correspond à une énergie cinétique pondérée par la densité initiale moyenne $\langle \rho_0 \rangle$. L'équation 5.7 décrit une enstrophie volumique pondérée par la densité initiale moyenne $\langle \rho_0 \rangle$. Afin de simplifier le texte, nous parlerons plus simplement d'énergie cinétique et d'enstrophie, respectivement pour les équations 5.6 et 5.7. La moyenne 5.6 et l'intégrale 5.7 se calculent sur la surface derrière le choc, pour chaque UCD, jusqu'à ce que toutes les fibres soient détruites. ρ_1 est la densité du milieu choqué, u_1 est la vitesse fluide derrière le choc et ω_1 est le rotationnel de u_1 . La moyenne et l'intégrale sont pondérées par $\langle \rho_0 \rangle$, densité initiale moyennée sur l'espace de la boîte de simulation contenant les fibres au temps $t = 0$ s.

5.3.1 Calcul de l'énergie cinétique

Sur le premier lot de figures (figures 5.15) la variation de l'énergie cinétique est représentée en fonction du temps pour les angles 30, 45, 60, 75 et 90 degrés, ainsi que pour le bicouche et les murs. Pour chaque cas, trois ξ sont étudiés : 30 %, 50 % et 80 %. Les résultats correspondant à l'angle 60 degrés sont tracés sur la figure 5.17 pour neuf ξ différents. Une tendance générale se dégage pour les cinq angles et le bicouche ; l'énergie cinétique croît fortement pendant 10^{-4} s pour $\theta = 30^\circ$ et $\theta = 60^\circ$ et pendant 5.10^{-5} s pour $\theta = 45^\circ$, $\theta = 75^\circ$, $\theta = 90^\circ$ et le bicouche. Ensuite elle se stabilise jusqu'à atteindre une valeur asymptotique. Dans le cas des murs, nous n'observons pas de variation significative de l'énergie cinétique. Nous remarquons dans chaque graphe un gradient très raide d'énergie au temps initial de chaque calcul. Ceci est dû à la manière dont l'énergie cinétique est calculée. Les

valeurs de $\rho_1 u_1^2$ sont divisées par la surface derrière le choc. Dans les premiers temps cette surface est infiniment petite, ϵ tend alors vers des grandes valeurs qui ne représentent pas la physique. Comparons maintenant les résultats obtenus pour chaque différent cas. Prenons le premier graphe en haut à gauche de la figure 5.15. On a l'évolution temporelle de l'énergie cinétique pour $\theta = 30^\circ$. On remarque que la courbe correspondant à $\xi = 30\%$ est juste un peu au dessus de celle représentant $\xi = 50\%$. La valeur asymptotique de ϵ pour $\xi = 80\%$ dépasse celles des deux autres taux de présence. Revenons à la figure 5.10 qui montre l'évolution de $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de ξ pour les différents angles. Pour le cas $\theta = 30^\circ$, $\frac{\Delta D}{D_h}$ est le plus élevé pour $\xi = 80\%$, et la valeur obtenue pour $\xi = 30\%$ est bien supérieure à celle correspondant à $\xi = 50\%$. Nous observons une corrélation entre la modification de la vitesse du choc dans le milieu hétérogène et l'énergie cinétique. Prenons maintenant le cas où $\theta = 60^\circ$. Parmi les trois taux de présence étudiés, ϵ est maximale pour $\xi = 50\%$, comme le $\frac{\Delta D}{D_h}$ l'est pour $\xi = 50\%$ sur la figure 5.10. Juste au dessous vient se placer la valeur correspondant au cas $\xi = 30\%$ et, très loin au dessous, on retrouve le cas $\xi = 80\%$. Cet ordre de décroissance est le même que pour les valeurs de $\frac{\Delta D}{D_h}$. La figure 5.16 est constituée de trois graphes correspondant au trois taux de présence étudiés et représentant l'évolution temporelle de l'énergie cinétique pour chaque angle. Considérons le graphe en haut à gauche. Les valeurs de ϵ sont données pour $\xi = 30\%$. Dans l'ordre décroissant de ces valeurs nous avons $\theta = 75^\circ$, $\theta = 90^\circ$, $\theta = 60^\circ$, $\theta = 30^\circ$ et enfin $\theta = 45^\circ$. En nous reportant à la figure 5.10, nous retrouvons cette même décroissance pour les valeurs de $\frac{\Delta D}{D_h}$. Ceci est valable pour les autres taux de présence étudiés sur la figure 5.16. Sur la figure 5.17 est tracée l'évolution temporelle de l'énergie cinétique pour un seul angle, $\theta = 60^\circ$, et neuf valeurs de ξ différentes. La corrélation entre ϵ et $\frac{\Delta D}{D_h}$ est toujours vérifiée. Nous mesurons alors, à partir de tous les graphes décrits précédemment, la valeur asymptotique de ϵ et traçons l'évolution de $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de ces valeurs. La figure 5.18 regroupe les points résultants de ce calcul et confirme une proportionalité entre l'évolution des deux quantités. Avant d'avancer dans l'étude, arrêtons nous sur la forme en dent de scie de toutes les courbes d'énergie cinétique. A l'origine de ces dents de scie se trouvent les fluctuations de l'énergie cinétique dans un régime turbulent. L'allure globale de la courbe représente l'énergie cinétique moyenne. On pressent bien que, si l'on somme l'ensemble des valeurs relatives des fluctuations par rapport à la moyenne, on trouverait zéro.

Comparons à présent l'énergie cinétique des réseaux en quinconces et celle des milieux homogènes. Sur la figure 5.19, les graphes représentent l'évolution temporelle de l'énergie cinétique pour des milieux homogènes de même densité moyenne que les cas indiqués dans leur légende. Dans ces cas homogènes, l'énergie cinétique descend très vite vers de très faibles valeurs par rapport aux cas hétérogènes, ce qui correspond à la différence de vitesse de choc observée précédemment.

5.3.2 Calcul de l'enstrophie

Pour la présentation des graphes représentant l'évolution temporelle de l'enstrophie, nous suivons le même principe que pour l'énergie cinétique. La figure 5.20 est constituée des graphes pour lesquels l'angle reste constant tandis que le taux de présence prend les trois mêmes valeurs que précédemment : 30 %, 50 % et 80 %. Les graphes de la figure 5.21 correspondent à des valeurs de ξ constantes pour différentes valeurs de l'angle θ . La figure 5.22 réunit plusieurs ξ pour le même angle, 60° . L'évolution temporelle de l'enstrophie a la même allure dans tous les cas ; elle débute à zéro puis croît jusqu'à une valeur asymptotique. La corrélation entre l'enstrophie et le $\frac{\Delta D}{D_h}$ n'est pas évidente. En revanche, en étudiant

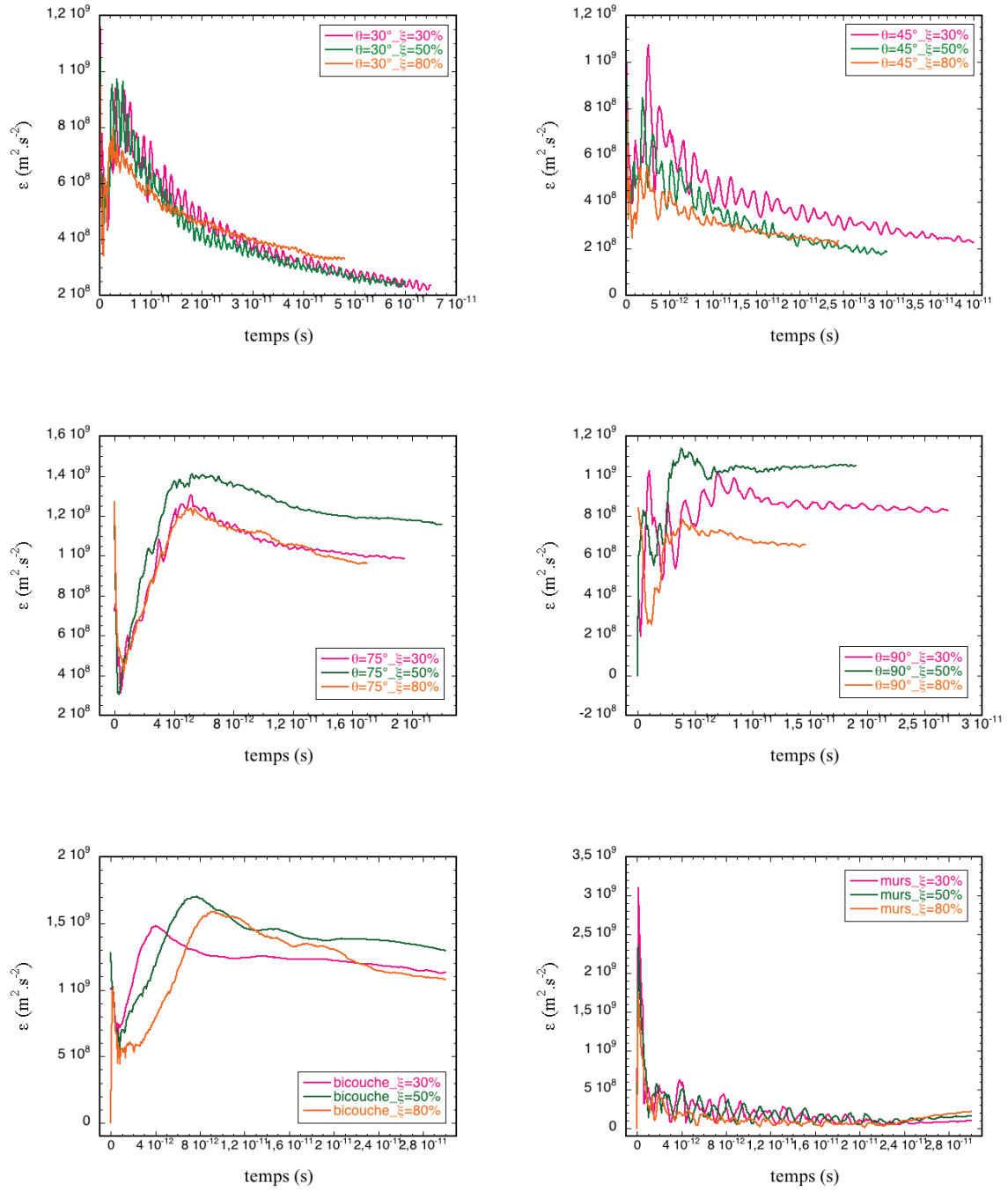


FIG. 5.15 – Variation de l'énergie cinétique en fonction du temps pour des taux de présence différents.

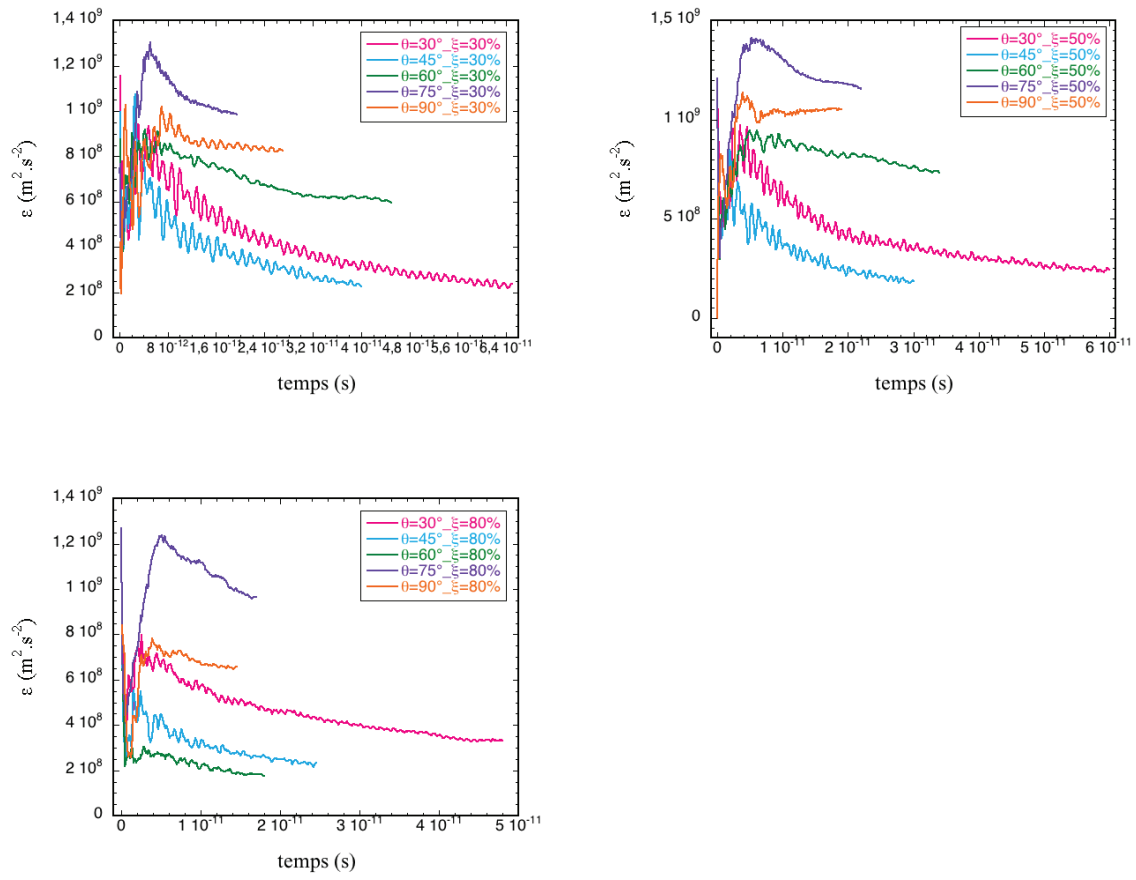
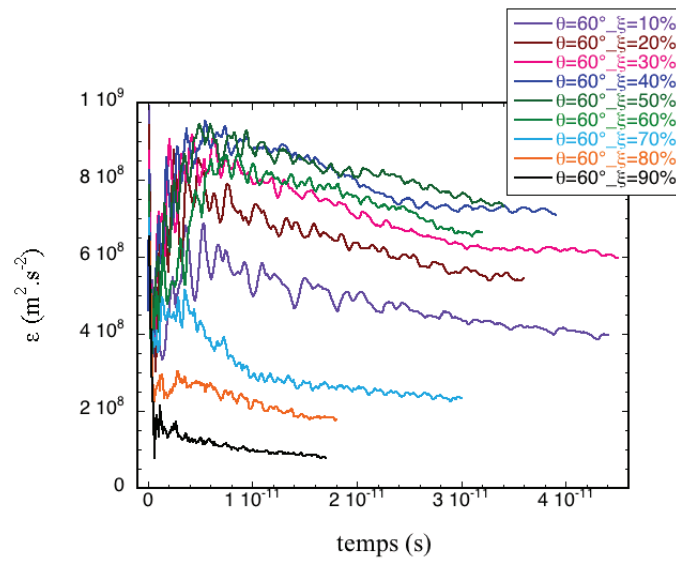


FIG. 5.16 – Variation de l'énergie cinétique en fonction du temps pour des angles différents.

FIG. 5.17 – Variation de l'énergie cinétique en fonction du temps pour $\theta = 60^\circ$ et neuf ξ différents.

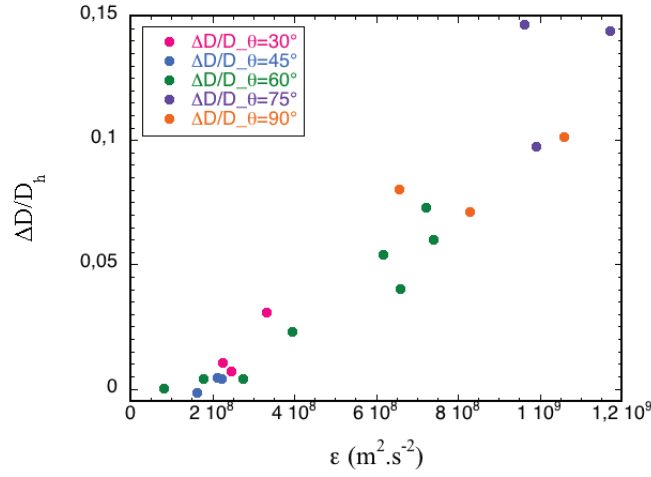
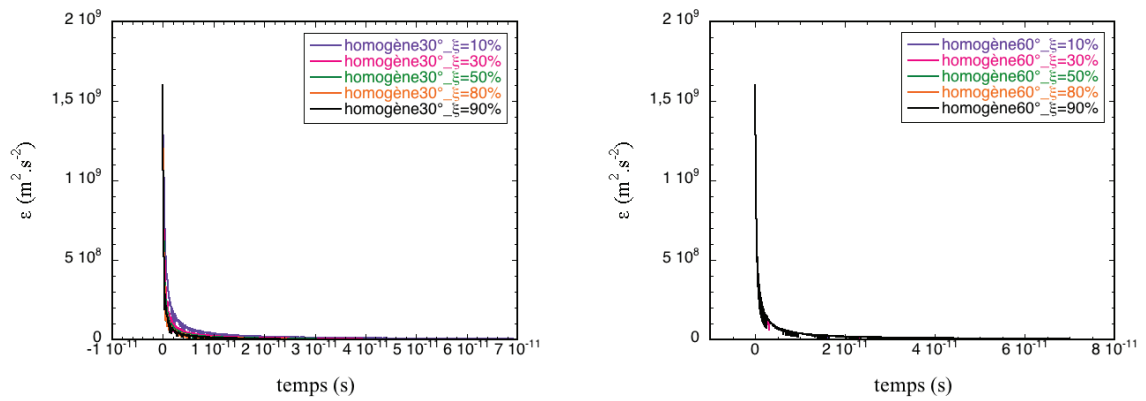
FIG. 5.18 – $\frac{\Delta D}{D_h}$ en fonction de l'énergie cinétique.

FIG. 5.19 – Variation de l'énergie cinétique en fonction du temps pour les cas homogènes.

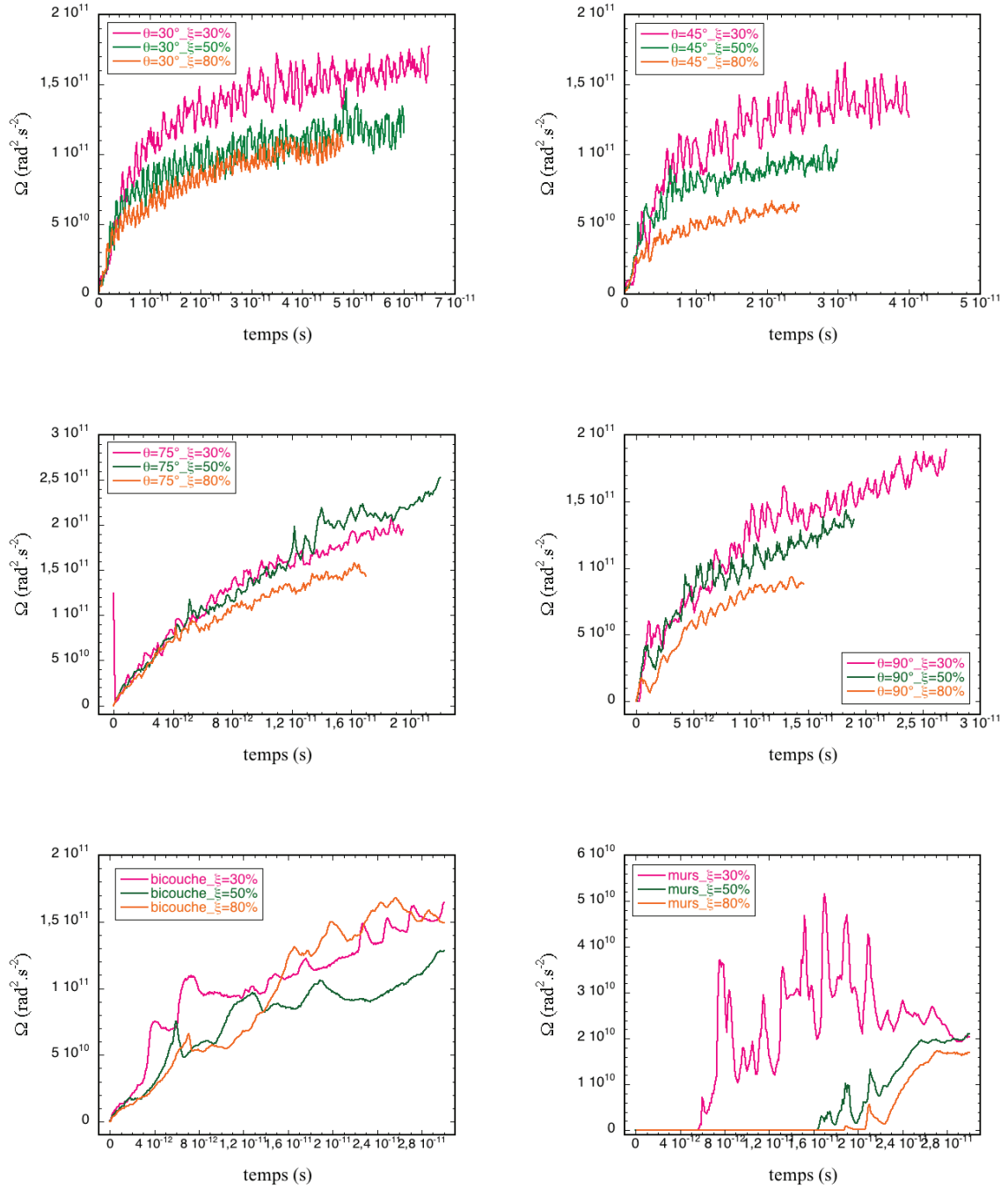


FIG. 5.20 – Variation de l'entrophie en fonction du temps.

l'évolution temporelle de l'entrophie dans les milieux homogènes, sur la figure 5.23, on observe que les ordres de grandeurs sont extrêmement petits. Ceci est en accord avec l'absence de vortex lors de l'interaction d'un choc avec un milieu homogène.

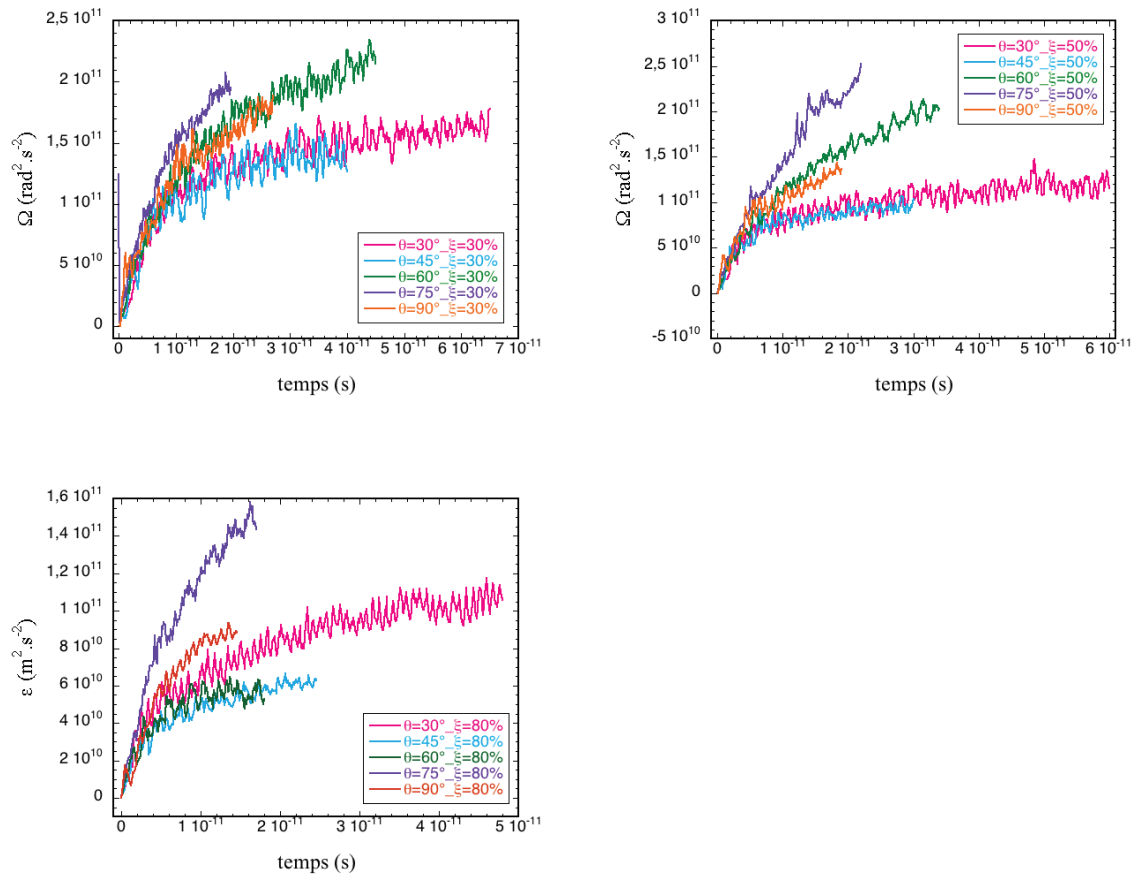


FIG. 5.21 – Variation de l'enstrophie en fonction du temps.

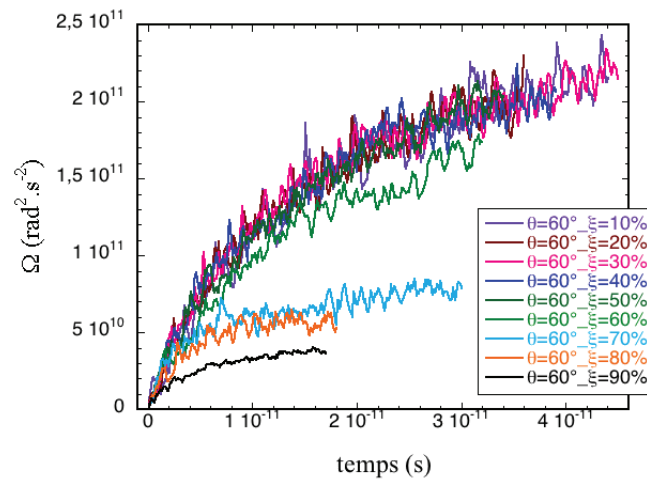


FIG. 5.22 – Variation de l'enstrophie en fonction du temps.

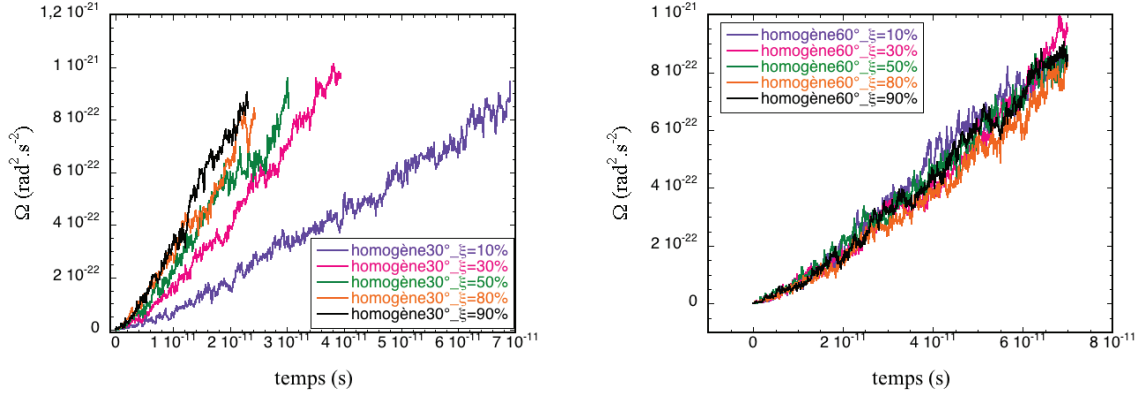


FIG. 5.23 – Variation de l'enstrophie en fonction du temps pour les cas homogènes.

Ce dernier chapitre confirme la complexité de la prédiction de la vitesse de propagation d'un choc dans un réseau de fibres régulier, se rapprochant toutefois d'un réseau plus réaliste. L'angle entre les fibres de deux rangées superposées constitue un paramètre de plus à prendre en compte et l'analyse des résultats confirme la grande dépendance de la vitesse du choc à la géométrie du réseau de fibres. Le taux de présence, le rapport de densité et le coefficient adiabatique exercent toujours leur influence. L'évolution de la différence relative des vitesses de choc dans les milieux hétérogène et homogène en fonction de ces trois derniers paramètres présente la même allure que celles obtenues dans le cas du simple réseau carré de fibres du chapitre précédent. Les valeurs diffèrent cependant selon l'angle. Nous avons abordé l'étude de la variation de l'énergie cinétique et de l'enstrophie moyennes pour différents angles et taux de présence. On montre une très forte corrélation entre l'énergie cinétique moyenne et la modification de la vitesse du choc dans le milieu hétérogène. Dans cette configuration confinée où l'on injecte continuellement de l'énergie par la condition de flux à droite de la boîte de simulation, on montre aussi que l'enstrophie moyenne augmente avec le temps.

L'objectif de cette thèse était d'étudier la propagation d'un choc dans un milieu hétérogène, en comparaison avec un milieu homogène de densité moyenne équivalente. Ce travail se situe dans le cadre de l'attaque directe de la fusion par confinement inertiel. Nous avons identifié les caractéristiques pour lesquelles les effets de l'hétérogénéité sont les plus pénalisants. En effet, ces caractéristiques maximisent l'écart de vitesse par rapport au cas homogène de densité moyenne équivalente.

La raison pour laquelle nous notons une modification de la vitesse du choc dans le milieu hétérogène réside dans l'interaction du choc avec l'interface entre les deux milieux, interface inexistante dans un milieu homogène. Au niveau de cette interface, la baroclinicité non-nulle, c'est-à-dire le produit vectoriel des gradients de densité et pression, crée, lors du passage du choc, de la vorticité qui est à l'origine de l'accélération du choc. La forme et la longueur de l'interface jouent donc un rôle crucial dans la modification de la vitesse du choc. En effet, celle-ci est maximale lorsque les gradients de pression et de densité sont perpendiculaires entre eux, ce qui se traduit par une interface plane entre les deux milieux, et perpendiculaire au front de choc. L'interaction du choc avec l'interface, plane ou inclinée, induit des phénomènes de réfraction appartenant au domaine de la détonique bidimensionnelle.

Nous avons modélisé la mousse de diverses manières, en prenant le parti de commencer par une modélisation très simple, que nous complexifions au fur et à mesure de l'étude. Ainsi, nous avons étudié en premier lieu le cas où l'interface est plane. Le choc se propage dans un milieu bicouche et le dépôt de vorticité est maximisé. Ensuite, nous modélisons la mousse en un réseau carré de fibres de CH baignant dans du DT. Enfin, un degré de complexité est rajouté en plaçant ces mêmes fibres en quinconces et en faisant varier l'angle entre elles.

La majorité de nos résultats a été obtenue grâce à deux supports : le premier étant expérimental, le tube à choc T80 de l'IUSTI   Marseille qui nous a servi pour l'étude du bicouche ; le deuxième étant numérique, le code hydrodynamique HERA, dont le raffinement à maillage adaptatif et la reconstruction d'interface se sont avérés indispensables à notre étude. C'est avec le code HERA que nous avons étudié les réseaux de fibres carrés et en quinconces. Des résultats complémentaires ont fait l'objet de calculs analytiques, basés sur les modèles de Hazak *et al.* [23] et Saurel *et al.* [60].

Les résultats expérimentaux et numériques concordent sur le fait que le choc se propage plus rapidement dans le milieu hétérogène que dans son homologue homogène. L'écart de vitesse dépend du taux de présence des fibres dans leur environnement, du rapport de densité des deux matériaux constituant la mousse, de leur coefficient adiabatique et de la géométrie du milieu. Plus précisément, pour le bicouche il augmente avec le taux de présence et pour les réseaux de fibres il est maximal pour un taux de présence compris en moyenne entre 50 % et 70 %, qui correspond à un maximum de longueur d'interface entre le milieu lourd et le milieu léger à distance interfibre constante. Il augmente également avec le rapport de densité. Il est maximal pour un coefficient adiabatique compris en moyenne entre 1,1 et 2, s'annule pour une valeur comprise entre 3 et 5 pour ensuite devenir négatif. Ces valeurs ont été confirmées par une description thermodynamique de la turbulence [60] insérée dans les équations hydrodynamiques de conservation. L'étude du milieu homogène créé pour l'expérience a conduit à se poser la question de la détermination du coefficient adiabatique d'un mélange de deux gaz de coefficients adiabatiques différents. L'étude de la diffusion du SF₆ dans l'air lors de la propagation expérimentale du choc dans le bicouche a montré une forte corrélation entre l'angle d'inclinaison du front de choc et la modification de la vitesse du choc. D'autres corrélations avec l'écart de vitesse ont été observées : la

circulation, ou l'amplitude de la force des vortex, le long de l'interface et l'énergie cinétique derrière le choc calculée pour les réseaux en quinconces.

Les modèles analytiques sur lesquels nous nous sommes appuyés ont été élaborés par Hazak *et al.* [23] et Saurel *et al.* [60]. Hazak *et al.* généralisent les équations de Rankine-Hugoniot aux milieux hétérogènes en effectuant une moyenne spatiale des fluctuations des grandeurs devant et derrière le choc. Nous en avons calculé l'écart relatif des vitesses en fonction du taux de présence des fibres. Nous avons trouvé la même allure que celle des courbes numériques obtenues avec le code HERA, mais pas de valeurs exactement identiques. Nous avons alors testé le modèle de Saurel *et al.* qui, dans les équations de la turbulence, prend en compte le dépôt de vorticité derrière le choc en y introduisant une pression turbulente. A l'aide d'un calcul de circulation nous permettant de trouver une vitesse fluide, nous obtenons des valeurs d'écart relatif des vitesses se rapprochant des valeurs numériques pour un taux de présence supérieur à 50 %. Ces modèles analytiques nous apportent une confirmation du code HERA en ce qui concerne l'allure de l'écart relatif des vitesses en fonction du taux de présence des fibres, mais ne collent pas exactement aux valeurs numériques.

L'ensemble de ce travail offre de larges perspectives en terme d'expériences, de simulations numériques et de calculs analytiques. Tout d'abord, la réalisation d'une expérience sur tube à choc, pour laquelle le choc se propagerait dans deux couches de gaz séparées par une interface nette, matérialisée par un film de savon par exemple et empêchant le mélange des gaz par diffusion, donnerait des résultats beaucoup plus facilement comparables aux calculs numériques. De plus, une mesure exacte de la densité du mélange homogène des deux gaz avant le tir et une mesure de la vitesse fluide derrière le choc à l'aide d'un marqueur permettrait de déduire, des équations de Rankine-Hugoniot, une valeur plus précise du coefficient adiabatique du mélange et, par conséquent, des simulations numériques plus fidèles à l'expérience seraient réalisables. Une autre expérience pourrait être envisagée dans un réseau de fibres en carré ou en quinconces en posant une grille trouée de cercles disposés en un réseau de géométrie régulière à une certaine hauteur de la chambre d'expérience. Sous cette grille, un film de savon serait formé et juste avant le tir un gaz ferait gonfler des bulles de savon à travers les trous de la grille, créant ainsi une configuration proche d'un réseau de demi fibres. Dans le domaine du numérique, la modélisation de la mousse doit encore être complexifiée, en les disposant de manière aléatoire. Des conditions plus réalistes doivent être considérées, comme la conduction thermique et la viscosité. Il serait intéressant d'approfondir l'étude des effets de la turbulence sur le front de choc produite derrière lui. Enfin, en ce qui concerne la partie analytique de ce travail, l'élaboration d'un modèle totalement prédictif de la modification de la vitesse du choc dans un milieu hétérogène nécessite encore beaucoup de réflexion.

Bibliographie

- [1] A. M. Abd-El-Fattah and L. F. Henderson. Shock waves at a fast-slow gas interface. *J. Fluid. Mech.*, 86 :15, 1978.
- [2] A. M. Abd-El-Fattah and L. F. Henderson. Shock waves at a slow-fast gas interface. *J. Fluid. Mech.*, 89 :79, 1978.
- [3] N.G. Basov and O.N. Krokhin. *Proceedings of the Third International Congress on Quantum Optics*, Columbia Univ. press, New York, 1963.
- [4] D. Batani, R. Dezulian, R. Redaelli, R. Benocci, H. Stabile, F. Canova, T. Desai, G. Lucchini, E. Krousky, K. Masek, M. Pfeifer, J. Skala, R. Dudzak, B. Rus J. Ullschmied, V. Malka, J. Faure, M. Koenig, J. Limpouch, W. Nazarov, D. Pepler, K. Nagai, T. Norimatsu, and H. Nishimura. Recent experiments on the hydrodynamics of laser-produced plasmas conducted at the PALS laboratory. *Las. and Part. Beams*, 25 :127, 2006.
- [5] D. Batani, W. Nazarov, T. Hall, T. Löwer, M. Koenig, B. Faral, A. Benuzzi-Mounaix, and N. Grandjouan. Foam-induced smoothing studied through laser-driven shock waves. *Phys. Plasmas*, 62 :8573, 2000.
- [6] A. Benuzzi-Mounaix. *La fusion nucléaire*. Belin, Paris, 2008.
- [7] S. Bodner. Rayleigh-Taylor instability and laser-pellet fusion. *Phys. Rev. Lett.*, 33 :761, 1974.
- [8] G. Bonneau. *Cours de FCI pour le Master 2 Sciences de la Fusion*. 2007.
- [9] B. Canaud. Habilitation à diriger des recherches. Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 2008.
- [10] B. Canaud, X. Fortin, F. Garaude, C. Meyer, and F. Philippe. Progress in direct-drive fusion studies for the Laser Mégajoule. *Las. Part. Beam.*, 22 :109, 2004.
- [11] B. Canaud, X. Fortin, F. Garaude, C. Meyer, F. Philippe, M. Temporal, S. Atzeni, and A. Schiavi. High gain direct-drive target design for the Laser Mégajoule. *Nucl. Fusion*, 44 :1118, 2004.
- [12] T. J. B. Collins, A. Poludnenko, A. Cunningham, and A. Frank. Shock propagation in deuterium-tritium-saturated foam. *Phys. Plasmas*, 12 :062705, 2005.
- [13] J.M. Dawson. On the production of plasma by giant pulse lasers. *Phys. Fluids*, 7 :981, 1964.
- [14] D. Elbaz, F. Dias, B. Canaud, and P. Ballereau. Modified shock velocity in heterogeneous wetted foams in the strong shock limit. *Physics of Plasmas*, 17 :012702, 2010.
- [15] C. Devals, G. Jourdan, J.-L. Estivalezes, E.E. Meshkov, and L. Houas. Shock tube spherical particle accelerating study for drag coefficient determination. *Shock Waves*, 12 :325, 2002.

- [16] F. Dias, D. Dutykh, and J-M. Ghidaglia. A two-fluid model for violent aerated flows. *Computer Fluids*, 39 :283–293, 2010.
- [17] F. Dias, J-M. Ghidaglia, and G. Le Coq. On the fluid dynamics models for sloshing. *Proceedings of the Seventeenth International Offshore and Polar Engineering Conference*, III :1880, July 1-6, 2007.
- [18] S.N. Dixit, M. Thomas, B. W. Woods, A. J. Morgan, M. A. Henesian P. J. Wegner, and H. T. Powell. Random phase plates for beams smoothing on the Nova laser. *Applied Optics*, 32 :2543, 1993.
- [19] K. G. Guderley. The Theory of Transonic Flow. 1962.
- [20] E. Guyon, J.-P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique physique*. CNRS Edition et EDP Sciences, Paris, 2001.
- [21] H. Hugoniot. Propagations des Mouvements dans les Corps et spécialement dans les Gaz Parfaits. *Journal de l'Ecole Polytechnique*, 57 :3, 1887.
- [22] J. F. Haas and B. Sturtevant. Interaction of weak shock waves with cylindrical and spherical gas inhomogeneities. *J. Fluid. Mech*, 181 :41, 1987.
- [23] G. Hazak, A.L. Velikovich, J.H. Gardner, and J.P. Dahlburg. Shock propagation in a low density foam filled with fluid. *Phys. Plasmas*, 5 :4357, 1998.
- [24] L. F. Henderson. The refraction of a plane shock wave at a gas interface. *J. Fluid Mech.*, 26 :607, 1966.
- [25] L. F. Henderson. Regions and boundaries for diffraction wave systems. *ZAMM*, 67 :73, 1987.
- [26] L. F. Henderson. On the refraction of shock waves. *J. Fluid Mech.*, 198 :365, 1988.
- [27] L. F. Henderson, P. Collela, and E. G. Puckett. On the refraction of shock waves at a slow-fast gas interface. *J. Fluid Mech.*, 224 :1, 1991.
- [28] L. F. Henderson and A. K. Macpherson. On the irregular refraction of a plane shock wave at a Mach number interface. *J. Fluid Mech.*, 32 :185, 1968.
- [29] J. K. Hunter and M. Brio. Weak shock reflection. *J. Fluid Mech.*, 410 :235, 2000.
- [30] J. W. Jacobs. The dynamics of shock accelerated light and heavy gas cylinders. *Phys. Fluids A*, 5 :9, 1993.
- [31] R. G. Jahn. The refraction of shock waves at a gaseous interface. *J. Fluid Mech.*, 1 :457, 1956.
- [32] H. Jourden. *Lectures Notes in Computational Science and Engineering*, volume 41. Springer, Berlin, 2005.
- [33] M. Koenig, A. Benuzzi-Mounaix, D. Batani, T. Hall, and W. Nazarov. Shock velocity and temperature measurements of plastic foams compressed by smoothed laser beams. *Phys. Plasmas*, 12 :012706, 2004.
- [34] A. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 30 :301–305, 1941.
- [35] A.D Kotelnikov and D.C Montgomery. Shock induced turbulence in composite materials at moderate reynolds numbers. *Phys. Fluids*, 10 :2037, 1998.
- [36] R. Kraichnan. Inertial ranges in two-dimensional turbulence. *Phys. Fluids.*, 10 :1417–1423, 1967.
- [37] L. Landau and E. Lifchitz. *Mécanique des Fluides*. Mir, Moscou, 1971.

- [38] L. Landau and E. Lifchitz. *Physique Statistique*. Mir and Ellipse, Moscou, 1994.
- [39] G. Layes, G. Jourdan, and L. Houas. Distortion of a spherical gaseous interface accelerated by a plane shock wave. *Phys. Rev. Lett.*, 91 :17, 2003.
- [40] M. Lesieur. *La turbulence*. EDP Sciences, Grenoble, 1994.
- [41] J. Lindl. Development of the indirect-drive approach to inertial confinement fusion and the target physics basis for ignition and gain. *Phys. Plasmas*, 2 :3933, 1995.
- [42] A. Llor. *Statistical Hydrodynamic Models for Developed Mixing Instability Flows*. Springer, 2005.
- [43] R. Mallier and S. A. Maslowe. A row of counter-rotating vortices. *Phys. Fluids A*, 5 :4, 1993.
- [44] B. E. McDonald. Weak shock interaction with a free-slip interface at low grazing angles. *J. Acoust. Soc. Am.*, 91 :2, 1991.
- [45] M. Moyer. La fusion nucléaire, une filière d'avenir ? *Pour la Science*, 392 :28, 2010.
- [46] J. Nuckolls, L. Wood, A. Thiessen, and G. Zimmerman. Laser compression of matter to super-high densities : thermonuclear (CTR) applications. *Nature*, 239 :139, 1972.
- [47] F. Philippe, B. Canaud, X. Fortin, F. Garaude, and H. Jourden. Effect of micro-structure on shock propagation in foams. *Las. Part. Beam.*, 22 :171, 2004.
- [48] J. M. Picone and J. P. Boris. Vorticity generation by shock propagation through bubbles in a gas. *J. Fluid Mech.*, 189 :23, 1988.
- [49] J. M. Picone, E. S. Oran, J. P. Boris, and T. R. Young. Theory of vorticity generation by shock wave and flame interactions. *Presented at the 9th ICODERS, Poitiers, France, July 3-8.*, 1983.
- [50] R. Piron. Propagation des chocs en milieu hétérogène. Rapport de stage, 2006.
- [51] R. G. Piron, P. Ballereau, and B. Canaud. Shock propagation along a two-layer interface in confined geometry. *Eur. J. Mech. B-Fluids*, 28 :613, 2009.
- [52] A. Y. Poludnenko, K. K. Dannenberg, R. P. Drake, A. Frank, J. Knauer, D. D. Meyerhofer, M. Furnish, J. R. Asay, and S. Mitran. A laboratory investigation of supersonic clumpy flows : Experimental design and theoretical analysis. *Astr. Phys. J.*, 576 :832, 2004.
- [53] A.Y. Poludnenko, A. Frank, and E.G. Blackman. Hydrodynamic Interaction of Strong Shocks with Inhomogeneous Media. I. Adiabatic case. *Astr. Phys. J.*, 576 :832, 2002.
- [54] D. Ranjan, J. H. J. Niederhaus, J. G. Oakley, M. H. Anderson, R. Bonazza, and J. A. Greenough. Shock-bubble interactions : Features of divergent shock-refraction geometry observed in experiments and simulations. *Phys. Fluids*, 20 :036101, 2008.
- [55] W. J. M. Rankine. On the thermodynamic theory of waves of finite longitudinal disturbances. *Phys. Trans. Roy. Soc.*, 160 :277, 1870.
- [56] M. Robinson, A. C. Fowler, A. J. Alexander, and S. B. G. O'Brien. Wave in Guinness. *Phys. Fluids*, 60 :067101, 2008.
- [57] G. Rudinger and L. M. Sommers. Behavior of small regions of different gases carried in accelerated gas flows. *J. Fluid Mech.*, 7 :161, 1960.
- [58] R. Samtaney, J. Ray, and N. J. Zabusky. Baroclinic circulation generation on shock accelerated slow/fast gas interface. *Phys. Fluids*, 10 :5, 1998.

- [59] R. Samtaney and R. Zabusky. Circulation deposition on shock-accelerated planar and curved density-stratified interfaces : models and scaling laws. *J. Fluid Mech.*, 269 :45, 1994.
- [60] R. Saurel, A. Chinnayya, and F. Renaud. Thermodynamic analysis and numerical resolution of a turbulent-fully ionized plasma flow model. *Shock Waves*, 43 :283, 2003.
- [61] B. W. Skews and J. T. Ashworth. The physical nature of weak shock wave reflection. *J. Fluid Mech.*, 542 :105, 2005.
- [62] H. Stoecker, F. Jundt, and G. Guillaume. *Toute la physique*. Dunod, Paris, 2007.
- [63] J. T. Stuart. On finite amplitude oscillations in laminar mixing layers. *J. Fluid Mech.*, 29 :417, 1967.
- [64] H. Takabe, K. Mima, L. Montierth, and R.L. Morse. Self-consistent growth rate of the Rayleigh-Taylor instability in an ablatively accelerating plasma. *Phys. Fluids*, 28 :3676, 1985.
- [65] J. Thouvenin. *Détonique*. Eyrolles, Paris, 1997.
- [66] AH. Taub W. Bleakney. Interaction of shock waves. *Rev. Mod. Phys*, 21 :584, 1949.
- [67] J.G. Wouchuk, C. Huete Ruiz de Lira, and A. L. Velikovich. Analytical linear theory for the interaction of a planar shock wave with an isotropic turbulent vorticity field. *Phys. Rev E*, 79 :066315, 2009.
- [68] Ya. B. Zel'dovich and Yu. P. Raizer. *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena*. Dover Book, New York, 2002.

Modified shock velocity in heterogeneous wetted foams in the strong shock limit

D. Elbaz,¹ F. Dias,¹ B. Canaud,^{2,a)} and P. Ballereau²

¹*Centre de Mathématiques et de Leurs Applications, ENS Cachan and CNRS, UniverSud, 61 Avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan Cedex, France*

²*CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon, France*

(Received 25 August 2009; accepted 7 December 2009; published online 8 January 2010)

Shock propagation in wetted foams described by a regular square alignment of fibers of heavy medium immersed in a light medium is studied. A two-dimensional Eulerian adaptative mesh refinement code is used. The equation of state is assumed to be that of perfect gases. The variation of the presence ratio of fibers—the ratio of the dry-foam density to the solid density—leads to an increase in the shock velocity in comparison to the speed that the shock would have in a homogeneous medium with the same average density. This departure from the homogeneous case exhibits a maximum when the presence ratio is roughly 70%. Only three independent parameters seem to have an effect on the shock velocity: the presence ratio, the density ratio between both fluids, and the adiabatic exponent. The numerical results seem to be consistent with a thermodynamic description of turbulence. © 2010 American Institute of Physics.

[doi:10.1063/1.3278598]

I. INTRODUCTION

As part of the inertial confinement fusion (ICF), direct drive^{1,2} is, for the Megajoule Laser,³ an alternative to reach high thermonuclear gain. Indeed, the use of polymer (CH) foam ablator filled by deuterium-tritium (DT)⁴ allows the combination of an efficient laser absorption with stabilizing effects of high ablation velocity. The ablator consists of a fibrous polymer foam wetted by cryogenic DT. During the target implosion, a first shock propagates into the heterogeneous environment and interacts with the fibers generating, in the postshock medium, a random isotropic turbulent vorticity field where secondaries shocks propagate later.⁵ Understanding how the first shock propagation should be modified becomes very important because it may influence the target design.

In ICF the use of the DT-wetted foam was first proposed by Sacks and Darling.⁶ Kotelnikov and Montgomery⁷ simulated shock propagation in a foam modeled as a regular and periodic array of fibers, represented by “bubbles” laid out in staggered rows in two dimensions (2D). They found a persistent sharp shock that retains its integrity despite the development of surface irregularities. The main difference between the cases of shocks with and without the density inhomogeneities seems to be the presence of substantial downstream turbulence, consisting of roughly equal amounts of compressible and incompressible contributions. These contributions result from the passage of the shock around and through the “bubbles” of high density material. Hazak *et al.*⁸ as well studied in detail the microscopic processes involved in shock propagation in fiberlike foams filled with a low-density fluid. The fibers are modeled in 2D with a series of parallel cylindrical rods in staggered rows. Hazak *et al.* brought attention to a phenomenon called undercompression

after the shock crushes one fiber. A postshock state is established with density and pressure values lower than the values anticipated from the Hugoniot relations for a uniform fluid with the same average density. It was shown that the undercompression phenomenon, which is fully consistent with conservation of mass, momentum, and energy, is due to the correlation between the fluctuations of density, pressure, and velocity. The interaction with the interfaces leads to an energy storage under kinetic form at the expense of the free energy, which explains the undercompression. Philippe *et al.*⁹ simulated shock propagation through a random array of fibers and presented the first description of foam with a 2D Eulerian code with adaptative mesh refinement (AMR) and interface tracking, thus making possible large-scale simulations. They compared the shock velocity in this heterogeneous medium to the case of a homogeneous medium with the same average density. No discrepancy with the homogeneous mixture model was observed when the shock propagates in a low density foam (20 kg/m³). On the other hand, when the density foam is higher (100 kg/m³), changes in shock timing were observed. Collins *et al.*¹⁰ simulated shock propagation in wetted-foam mixtures and found that the size of the decay length behind the shock is of the order of a micron for relevant foam densities. Finally, Piron *et al.*¹¹ studied the interaction of a strong planar shockwave through a fast/slow medium interface confined between two walls parallel to it. They observed very strong vorticity deposition and a shock velocity that differs significantly from the one in a homogeneous medium of the same average density. They described the transient and steady states of propagation and verified a set of generalized Rankine–Hugoniot relations.

Heterogeneous mixed media also come into play in astrophysical studies. Poludnenko *et al.*¹² simulated the interaction of a shock with a layer of circular obstructions, or clumps, determining a critical interclump distance required

^{a)}Electronic mail: benoit.canaud@cea.fr.

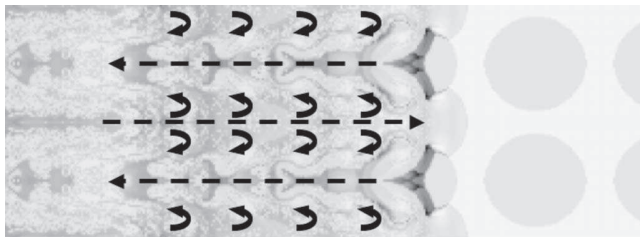


FIG. 1. An example of density distribution for the shock propagation in a lattice of heavy-medium fibers embedded in a light-medium background.

for the transition to a noninteracting regime in which the clouds are destroyed by the shock independently of one another.

This paper deals with the propagation of a strong planar shock through a lattice of fibers. Parameters, such as the fibers presence ratio in the medium, the density ratio, the initial shock velocity, and the adiabatic coefficient, are free parameters influencing the variation of the relative velocity of the shock front in the heterogeneous case as opposed to the homogeneous one with the same average density.

The wetted foam is modeled as a lattice of fibers in a 2D geometry. When the shock propagates into the foam (Fig. 1), it breaks down the fibers and vorticity deposition at the interface between the fibers and the background takes place due to the baroclinic instability.¹³ The interaction between the shock and one fiber is described in detail in Refs. 10 and 12. First, the incident shock collides with the fibers with an incident angle lower than the sonic angle, which characterizes the transition between the case where postshock fluid velocities are identical (subsonic or supersonic) in both materials in the shock reference frame and the case where postshock fluid velocities are different (subsonic versus supersonic) in both media. The shock front remains straight. A regular shock refraction takes place, with formation of a reflected shock and vorticity deposition. The refraction node moves along the fiber interface and the reflected and transmitted waves are attached to it. These shock waves are bent because of the evolution of the incidence angle along the fiber contour. The refraction node moves forward along the interface; around the fiber, the incident angle increases up to the sonic angle, which is the regular refraction limit angle. For refraction angles greater than the sonic angle, the refraction becomes irregular. The vorticity deposition increases and a refraction wave train goes up along the shock front, bending it. A low pressure zone is also created and bears a vortex eye. At the end of the shock-fiber interaction, the divergent spherical shockwaves, propagating on both sides of the fiber, collide and produce a Mach wave that straightens the shock front.^{10,12}

When the shock passes through a fiber alignment, the postshock medium is made of an array of double-counter rotating vortices generated by each fiber-shock interaction as shown, for instance, in Fig. 1. When the background is denser than the fibers, the rotation of the vortices is opposite to that shown in Fig. 1. Each vortex alignment lies between two counterstreaming flows. This multiple-layer stacking is unstable and could transit to a turbulent mixing. The transi-

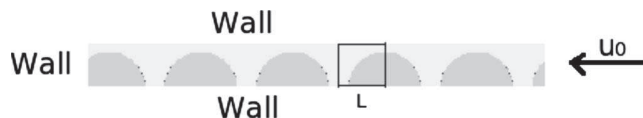


FIG. 2. Numerical setup of calculations.

tion to the turbulent regime is out of the scope of this paper and should be addressed with three-dimensional (3D) calculations in order to analyze the kind of transition and cascading. In our approach, we want to highlight the effect of energy storage in the form of kinetic energy. As a result, the lifetime of vortices at infinity increases, while keeping the fiber-fiber shock-transit time small. Indeed, conversely, if the vortices disappear instantaneously (due to turbulent mixing, for instance), the situation would result in a classical situation where the shock energy is transferred mainly to entropy without any contribution to enstrophy. This is why the foam description is reduced to a single alignment of fibers confined between two walls. The walls, here, maintain strong constraints of symmetry in the system and allow to sustain the vortex layer during the whole calculation time. Of course, real foams are more complex and cannot be simply reduced to a regular fiber layout but our approach presents the advantages of giving an estimate of an upper bound for the shock speed increase and of analyzing in detail the relevant parameters involved in this mechanism.

The paper is organized as follow. Section II describes the numerical method and the setup for simulations. The numerical results are presented in Sec. III, while Sec. IV provides a discussion.

II. NUMERICAL METHOD AND SETUP FOR THE SIMULATIONS

The numerical calculations are performed using the hydrodynamics code HERA,¹⁴ a French acronym for Hydrodynamique Euler Raffinement Adaptatif. The code is developed at the Commissariat à l'Energie Atomique.

HERA is a multifluid 3D Eulerian hydrodynamic code whose hydrodynamic solver uses a time-explicit Godunov-type scheme. It offers two main advantages in the framework of our study: (i) its tree-based AMR allows the simulation of large-size backgrounds while keeping an accurate shock description and sharp gradients and (ii) it systematically provides an interface reconstruction, which offers an advection with almost no diffusion and therefore the conservation of density gradients, which is essential for the present study. Moreover, the code can handle various parallel modes and uses a Lagrange projection of all variables.

The simulation sample is a 2D rectangular box whose length is $2 \times N \times L$ and height L , with $N=20$ the number of half fibers in the box, the rest of the box being filled with a background fluid. The dimensions of a cell are $L \times L$. Each cell contains a quarter of fiber with radius r_0 (Fig. 2). Fibers have an infinite length in the third dimension. The total number of meshes reaches several millions. In order to avoid postshock fluid advection, simulations are performed in the

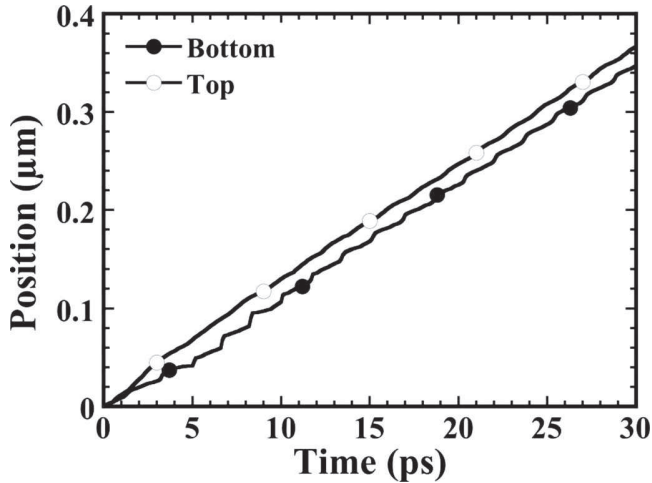


FIG. 3. Position of the shock at the top and bottom of the box.

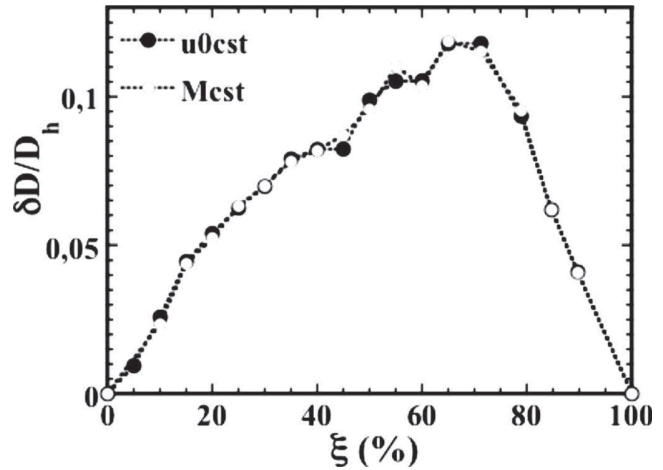
postshock fluid frame of reference. The matter is confined between walls on the left-hand side, on the top, and on the bottom. Along these three boundaries, one has wall-type boundary conditions. An inflow boundary condition is prescribed on the right-hand side. The fluids have an initial velocity u_0 in the box, from right to left. The shock is created on the left wall and propagates from left to right at a velocity D . The fluids are considered to be monoatomic ideal gases, with $\gamma=5/3$, except for the last set of computations in which the adiabatic coefficient varies. Thermal conduction and viscous effects are neglected.

The shock velocity D , in the wetted foam, is compared to the one D_h of a shock propagating in a homogeneous medium with the same average density. The departure from D_h is defined as $\delta D/D_h = (D - D_h)/D_h$.

Moreover, we consider the presence ratio of the fibers ξ in the medium. It is defined as the ratio of the dry foam density to the solid density. The shock Mach number $\mathcal{M}$ is defined by $\mathcal{M} = D/c_s$, where c_s is the speed of sound in front of the shock. The ratio η is the ratio between the fibers density ρ_f and the density of the background fluid ρ_b . The case $\eta=4$ corresponds to an ICF case³ of CH-fibers, for which the density is 1000 kg/m³, in a background made of cryogenic DT with a density of 250 kg/m³.

The preshock averaged density and pressure in the box are $\rho_0 = \xi\rho_f + (1-\xi)\rho_b$ and P_0 , while ρ_1 and P_1 are the postshock density and pressure. Series of different simulations are carried out in order to observe the variation of $\delta D/D_h$, the relative difference of D to D_h . The approximation of a strong shock in ideal gases allows one to use the following expression to calculate D_h : $D_h = \sqrt{((\gamma+1)/2)(P_1/\rho_0)} = ((\gamma+1)/2)u_0$. Then, D_h is always constant if u_0 does not vary. D is calculated from the simulation data.

The shock position at the top and at the bottom of the box is plotted as a function of time. It can be seen on Fig. 3 that values oscillate around an averaged straight line whose slope is the shock velocity. In fact, the dependence of the shock velocity in the transverse coordinate is associated with an oscillation around an average value and is not relevant

FIG. 4. $\delta D/D_h$ vs ξ for u_0 , D , and $\mathcal{M}$ constant.

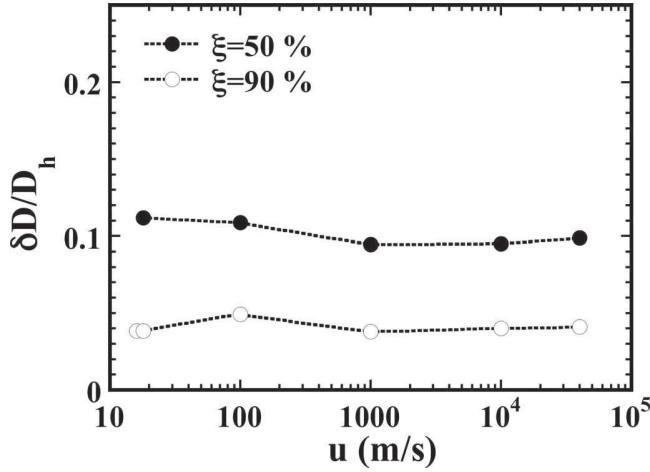
here. Figure 3 also shows that after a very brief transient stage the shock reaches a constant velocity during its propagation in the box.

We tested different cell grids for the ground level of mesh refinement and different options for the AMR procedure. It was observed that the quantity of zero-order cells must be kept the same in each fiber and must be at least 20 per radius in both Cartesian directions whatever the presence ratio is. This prevents numerical diffusion at the fiber-background interface. In addition, the use of different numbers of levels (two or three) and factors (two or three) does not modify significantly the results as long as the refinement stays at two levels by factor of 3 or three levels by factor of 2. In addition, a variation of the (de-)refinement criterion leads to a variation of less than 5% rms in the $\delta D/D_h$ values. Finally, hydrodynamic schemes which are of higher order in space and time than the one chosen here do not modify the results while the time of computation is significantly increased.

III. RESULTS

When the presence ratio ξ of the heavy material (the fibers) in the lighter background varies, the average density varies and modifies the shock speed. We performed different simulations, keeping constant either the fluid velocity (and consequently the homogeneous shock velocity) or the shock Mach number around 1000 m/s. Here, the density ratio η is set equal to 4.

Figure 4 shows the variation of $\delta D/D_h$ versus ξ for both previous cases. We observe first that both curves have the same shape, leading to the conclusion that u_0 , D , or $\mathcal{M}$ have no significant influence on the variation of $\delta D/D_h$. This is confirmed by the next figure (Fig. 5), where $\delta D/D_h$ is plotted versus u_0 , the initial fluid velocity. Indeed $\delta D/D_h$ remains roughly constant while u_0 varies. Moreover, inverting densities (fibers lighter than background) lead to the same conclusion. These curves also show that the values of $\delta D/D_h$ are

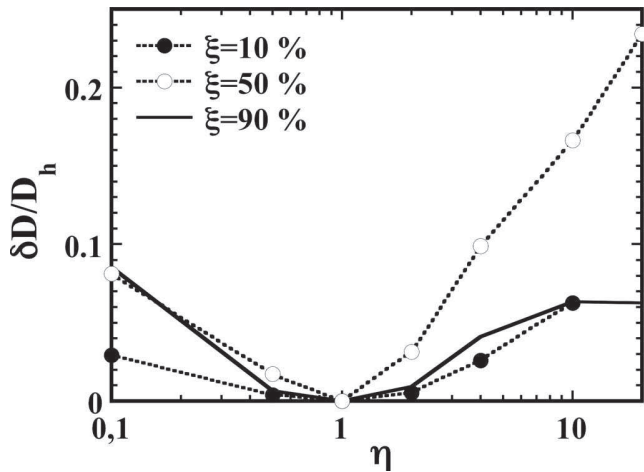
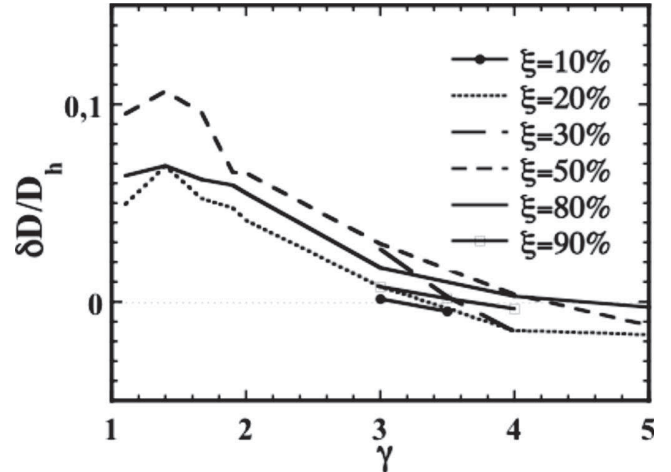
FIG. 5. $\delta D/D_h$ as a function of u_0 for two presence ratios: $\xi=50\%$ and 90% .

maximum when ξ lies between 50% and 70%, corresponding to a maximum of circulation deposition by the shock interacting with the fiber contour.

Figure 6 represents the variation of $\delta D/D_h$ as a function of the density ratio η . We see that $\delta D/D_h$ is higher when η increases. This effect can be intuitively understood if one considers the vorticity equation: $D_t(\omega/\varrho) = (\nabla\varrho \wedge \nabla p)/\varrho^3$, where $\omega = \nabla \wedge \mathbf{u}$. When η departs from 1, $\nabla\varrho$ increases. As $\delta D/D_h$ depends on the level of vorticity deposition, the higher the vorticity, the higher the value of $\delta D/D_h$.

Moreover, in the simulations, both densities are set equal to physical values (here, for instance, the cryogenic DT has a density of 250 kg/m^3). We varied the background density, keeping $\eta=4$, and no significant modification was observed as previously shown by Piron *et al.*¹¹

The variation of $\delta D/D_h$ for a lattice of fibers depends only on ξ and η , when the gases are supposed to be ideal and monoatomic. The results shown on Fig. 7 indicate that the

FIG. 6. $\delta D/D_h$ as a function of η for three presence ratios: $\xi=10\%$, 50% , and 90% .FIG. 7. $\delta D/D_h$ as a function of γ for six presence ratios: $\xi=10\%$, 20% , 30% , 50% , 80% , and 90% .

adiabatic coefficient γ has an effect on the variation of $\delta D/D_h$. For three different values of ξ , the maximum of $\delta D/D_h$ corresponds to a value of γ between 1.1 and 2. When γ becomes greater than 2, the increase in the shock velocity in the heterogeneous medium decreases until it vanishes for γ between 3 and 4. Beyond this threshold, the shock propagates less rapidly than in the homogeneous medium.

Simulations have been subsequently carried out to confirm the values of γ for which $\delta D/D_h=0$. For various values of η (0.1, 2, 4, and 10) and ξ (10%, 20%, 30%, 50%, 80%, and 90%), $\delta D/D_h$ is equal to zero for values of the polytropic exponent γ between 3 and 5 as seen in Fig. 7. Unfortunately, the determination of the values of γ for which $\delta D/D_h=0$ as a function of both parameters η and ξ is impossible due to numerical uncertainties. The only available information deals with the previous interval.

IV. DISCUSSION

The results described in Sec. III can be analyzed by considering the turbulence developed behind the shock front. In the postshock medium, the vortices created by each shock-fiber interaction join together in order to form a vorticity sheet with two shear layers. Kovasznay¹⁵ broke up the turbulence phenomenon into three modes: rotational, entropic, and acoustic. However we choose a macroscopic description of the phenomenon, as done by Saurel *et al.*,¹⁶ who considered an effective equation of state of the turbulence, which links pressure to energy without giving more details on the modes which compose it.

Saurel *et al.* proposed a description of turbulent flows using a thermodynamic analysis. Looking in detail at the velocity distribution inside a symmetric vortex leads to the following set of hydrodynamics equations for conservation of mass, momentum, and energy, written here for our specific case,

$$\partial_t \varrho + \partial_x(\varrho u) = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \partial_t(\varrho u) + \partial_x(\varrho u^2 + P + P_{\text{eff}}) &= 0, \\ \partial_t\left(\frac{1}{2}\varrho u^2 + \frac{P}{\gamma-1} + \frac{P_{\text{eff}}}{\gamma_{\text{eff}}-1}\right) \\ + \partial_x\left[\left(\varrho u^2 + \frac{\gamma P}{\gamma-1} + \frac{\gamma_{\text{eff}} P_{\text{eff}}}{\gamma_{\text{eff}}-1}\right)u\right] &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

where the flow is assumed one-dimensional along the x -axis (no transverse velocity) and the equation of state is that of a perfect gas. The turbulent variables (energy ε_{eff} , pressure P_{eff} , and adiabatic exponent γ_{eff}) are described by an ideal gas equation of state: $\varrho \varepsilon_{\text{eff}} = P_{\text{eff}}/(\gamma_{\text{eff}}-1)$ where $\gamma_{\text{eff}}=1+2/n$ represents the number of dimensions in which the vortices develop. The turbulent pressure is related to the kinetic energy stored in the vortex by $P_{\text{eff}}=1/2\langle\varrho\delta u^2\rangle$ where $\langle\cdot\rangle$ represents the average along the direction of shock propagation and δu the velocity fluctuation due to vortices. Following Ref. 17, the Rankine–Hugoniot relations can be deduced for a shock passing through a fiber alignment. Assuming that turbulence is only present in the postshock medium, one has for a stationary regime in the preshock medium reference frame,

$$\varrho_1(u-D) + \varrho_0 D = 0, \quad (3)$$

$$\varrho_0 D^2 + P_0 - \varrho_1(u-D)^2 - P_1 - P_{\text{eff}} = 0, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} (u-D)\left(\frac{1}{2}\varrho_1(u-D)^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1}P_1 + \frac{\gamma_{\text{eff}}}{\gamma_{\text{eff}}-1}P_{\text{eff}}\right) \\ + D\left(\frac{1}{2}\varrho_0 D^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1}P_0\right) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

The velocities u and D are the postshock fluid and shock velocities. The fluids before and after the shock are labeled by 0 and 1, respectively. The previous set of equations reduces to

$$\mathcal{M} = \frac{\gamma+1}{4}\tilde{u} - \frac{\Gamma_{\text{eff}}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{4}\tilde{u} - \frac{\Gamma_{\text{eff}}}{2}\right)^2 + 1 + \Gamma_{\text{eff}}\tilde{u}}, \quad (6)$$

where $\mathcal{M}=D/c_s$ is the shock Mach number, $c_s^2=\gamma P_0/\varrho_0$ is the sound speed in the preshock fluid, $\Gamma_{\text{eff}}=(P_{\text{eff}}/\varrho_0 u c_s)\times((\gamma-\gamma_{\text{eff}})/(\gamma_{\text{eff}}-1))$, and $\tilde{u}=u/c_s$. In the homogeneous medium, turbulence disappears ($\Gamma_{\text{eff}}=0$) and Eq. (6) reduces to the well-known expression for an ideal gas equation of state,

$$\mathcal{M}_h = \frac{\gamma+1}{4}\tilde{u}_h + \sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{4}\right)^2\tilde{u}_h^2 + 1}, \quad (7)$$

and, in the strong shock limit, to $D_h=((\gamma+1)/2)u_h$. The comparison of the heterogeneous and homogeneous cases needs an invariant parameter. Here, the fact that the modification of the shock velocity is stationary in time implies that the postshock fluid velocity is an invariant parameter between the heterogeneous and the homogeneous cases ($\tilde{u}=\tilde{u}_h$).

The modification of the shock velocity is directly deduced from Eqs. (6) and (7) and reduces, in the limit $\Gamma_{\text{eff}}\ll(1,u)$ and of a strong shock, to

$$\frac{\delta D}{D_h} \propto \frac{\Gamma_{\text{eff}}}{2\mathcal{M}_h} \left(\frac{\frac{3-\gamma}{4}\tilde{u}_h}{\sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{4}\right)^2\tilde{u}_h^2 + 1}} - 1 \right) = \frac{-\Gamma_{\text{eff}}}{\mathcal{M}_h} \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right). \quad (8)$$

As in Hazak's description,⁸ this model still needs a numerical input, such as P_{eff} to estimate $\delta D/D_h$. However, it provides a connection with the vorticity deposition included in the P_{eff} term.

$\delta D/D_h$ vanishes for $\Gamma_{\text{eff}}=0$ and $\gamma=\gamma_{\text{eff}}$. In our case, the rows of vortices produced by the successive shock-fiber interactions evolve into a vorticity sheet with dimension $n=1$, which leads to $\gamma_{\text{eff}}=3$ in close agreement with the numerical results of Fig. 7 ($\delta D/D_h=0$ for $3<\gamma<5$). When $\gamma<\gamma_{\text{eff}}$, $\Gamma_{\text{eff}}<0$ and the shock velocity is greater in the heterogeneous case corresponding to an “exothermic” turbulence.¹⁷ This is confirmed by numerical results. On the opposite, when $\gamma>\gamma_{\text{eff}}$, $\Gamma_{\text{eff}}>0$ and the turbulence becomes “endothermic.” The shock velocity is lower than the homogeneous one as seen in the numerical results.

V. CONCLUSION

The shock propagation in a regular square fiber alignment of a heavy material immersed in a light background is investigated by means of 2D Eulerian hydrodynamics calculations. Ideal gas equations of state are considered and for monoatomic gases ($\gamma=5/3$), an increase in shock velocity is observed in comparison to the speed of shock in a homogeneous equivalent medium. The difference of velocity reaches a maximum for a presence ratio of 70%, which corresponds to a maximum length of heavy/light interface. The successive destruction of fibers during shock propagation leads to a vorticity sheet with two shear layers in the postshock medium. The difference of velocity depends on the vorticity deposition, which appears when the shock crushes the fiber. This deposition also increases with the density ratio of heavy and light materials, leading to an increase in the velocity difference. Finally, the adiabatic exponent is a very important parameter. Indeed, when γ increases above 3, the difference of velocities vanishes. This is confirmed by a thermodynamic description of turbulence inserted in hydrodynamics conservation laws.

ACKNOWLEDGMENTS

We would like to thank R. Saurel, G. Jourdan, L. Houas, R. Piron, and A. Llor for fruitful discussions.

¹B. Canaud, F. Garaude, P. Ballereau, J. L. Bourgade, C. Clique, D. Dureau, M. Houry, S. Jaouen, H. Jourden, N. Lecler, L. Masse, A. Masson, R. Quach, R. Piron, D. Riz, J. Van Der Vliet, M. Temporal, J. A. Delettrez, and P. W. McKenty, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **49**, B601 (2007).

²B. Canaud, F. Garaude, C. Clique, N. Lecler, A. Masson, R. Quach, and J. Van der Vliet, *Nucl. Fusion* **47**, 1652 (2007).

³B. Canaud, X. Fortin, F. Garaude, C. Meyer, and F. Philippe, *Laser Part. Beams* **22**, 109 (2004).

⁴B. Canaud, X. Fortin, F. Garaude, C. Meyer, F. Philippe, M. Temporal, S. Atzeni, and A. Schiavi, *Nucl. Fusion* **44**, 1118 (2004).

- ⁵J. G. Wouchuk, C. Huete Ruiz de Lira, and A. L. Velikovich, *Phys. Rev. E* **79**, 066315 (2009).
- ⁶R. Sacks and D. Darling, *Nucl. Fusion* **27**, 447 (1987).
- ⁷A. D. Kotelnikov and D. C. Montgomery, *Phys. Fluids* **10**, 2037 (1998).
- ⁸G. Hazak, A. L. Velikovich, J. H. Gardner, and J. P. Dahlburg, *Phys. Plasmas* **5**, 4357 (1998).
- ⁹F. Philippe, B. Canaud, X. Fortin, F. Garaude, and H. Jourden, *Laser Part. Beams* **22**, 171 (2004).
- ¹⁰T. Collins, A. Poludnenko, A. Cunningham, and A. Frank, *Phys. Plasmas* **12**, 062705 (2005).
- ¹¹R. Piron, P. Ballereau, and B. Canaud, *Eur. J. Mech. B/Fluids* **28**, 613 (2009).
- ¹²A. Y. Poludnenko, A. Frank, and E. G. Blackman, *Astrophys. J.* **576**, 832 (2002).
- ¹³R. Samtaney and Z. J. Zabusky, *J. Fluid Mech.* **269**, 45 (1994).
- ¹⁴H. Jourden, *Lectures Notes in Computational Science and Engineering* (Springer, Berlin, 2005), Vol. 41.
- ¹⁵L. Kovasznay, *J. Aeronautical Sciences* **20**, 657 (1953).
- ¹⁶R. Saurel, A. Chinnayya, and F. Renaud, *Shock Waves* **13**, 283 (2003).
- ¹⁷S. L. Gavriluk and R. Saurel, *J. Fluid Mech.* **575**, 495 (2007).